

EINFÜHRUNG IN DIE OPTIK
DRITTER BAND

OPTIK
VON
R.W. POHL

ZWEITE UND DRITTE AUFLAGE

EINFÜHRUNG IN DIE OPTIK

VON

R. W. POHL

DR. PHIL., DR.-ING. E. H., DR. PHYS. E. H.
O. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

ZWEITE UND DRITTE
VERBESSERTE AUFLAGE

MIT 564 ABBILDUNGEN IM TEXT
UND AUF EINER TAFEL
DARUNTER 18 ENTLEHNTEN



SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG GMBH 1941

ISBN 978-3-662-35962-4 ISBN 978-3-662-36792-6 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-36792-6

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.
COPYRIGHT 1940 AND 1941 BY SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG
URSPRÜNGLICH ERSCHIENEN BEI SPRINGER-VERLAG OHG. IN BERLIN 1941
SOFTCOVER REPRINT OF THE HARDCOVER 3RD EDITION 1941

DEM ENTDECKER
DER UNIVERSELLEN NATURKONSTANTEN
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ WATT · SEK²
HERRN GEHEIMRAT PROFESSOR DR.
MAX PLANCK
IN BERLIN
ALS ZEICHEN DER VEREHRUNG
GEWIDMET

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Auch der Inhalt dieses Bandes weicht in manchem nicht unwesentlich von dem herkömmlichen Bestande unserer „Lehrbücher“ ab. Deswegen ist auch hier das Wort „Einführung“ im Titel beibehalten worden.

In den ersten sechs Kapiteln steht die Begrenzung der Lichtbündel im Vordergrund. Ihre entscheidende Bedeutung drängt sich ja einem jeden auf, der die Tatsachen aus eigener Erfahrung kennt und nicht nur fremden Quellen entnimmt. Dabei ist oft auf die Bedürfnisse der Lehrer Rücksicht genommen, z. B. bei dem Vergleich der verschiedenen Interferenzversuche. Dort wird wohl einiges zum ersten Male veröffentlicht.

Besonderer Wert wurde auf eine einheitliche Behandlung des Röntgenlichtes und des „gewöhnlichen“ Lichtes gelegt, z. B. Abb. 361 oder § 110. — Eine Vorliebe für die optischen Erscheinungen in festen Körpern wird nicht verborgen bleiben, aber wohl durch mein eigenes Arbeitsgebiet gerechtfertigt.

Der Anfänger wird, mehr noch als in den beiden anderen Bänden, zunächst manches zurückstellen müssen, insbesondere in den Kapiteln IX, X und am Schluß von XI; doch wird er, Kleindruck und Rechnungen überschlagend, auch in den schwierigeren Gebieten dem Gedankengang folgen können. Die BEERSche Formel läßt sich nicht ohne Rechnung erhalten, die hohe Lichtreflexion stark absorbierender Körper (Metalle) ohne weiteres an Hand eines Modellversuches verstehen (S. 143). Das gleiche gilt von manchem anderen, z. B. der Dispersionsformel, aber der entscheidende Punkt, die Rolle der phasenverschobenen Sekundärwellen, wird jedem Anfänger einleuchten (§ 104).

In den Bezeichnungen habe ich mich nach Möglichkeit an das Herkömmliche gehalten, jedoch das Wort „weißes Licht“ peinlich vermieden und statt dessen „Glühlicht“ gebraucht. Maßgebend war mir dabei nicht Goethes Entüstung über „das ekelhafte Newtonische Weiß“, ich selbst bin als Lernender zu oft durch „weißes Licht“ irregeführt worden.

Vorwort zur zweiten und dritten Auflage.

Das Buch ist trotz einer hohen Auflage rasch vergriffen worden, es hat offenbar an einer experimentell fundierten Darstellung der heutigen Optik gefehlt. Für die neue Ausgabe konnte die Anlage des Buches beibehalten werden, doch ist im Text und in den Abbildungen mancherlei geändert worden, insbesondere in den §§ 35, 37, 59, 136 und 165. Die in den Besprechungen geäußerten Wünsche habe ich nach Möglichkeit berücksichtigt, manches mußte aus äußeren Gründen für später zurückgestellt werden. Ein Punkt wurde in den Besprechungen mehrfach betont: der Titel „Optik“ deckt nicht den ganzen Inhalt des Buches; größere Abschnitte behandeln „Atom-Physik“.

Die praktische Kräfteinheit wird dem Vorschlage der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt entsprechend nicht mehr Kilogrammkraft, sondern Kilopond genannt. Damit wird die Verwechslung mit der Masseneinheit Kilogramm sicher vermieden.

Göttingen, im Juni 1941.

R. W. POHL.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Die einfachsten optischen Beobachtungen	1
Einführung S. 1. — Lichtbündel und Lichtstrahlen S. 1. — Punkt- und linienförmige Lichtquellen S. 3. — Die Grundtatsachen der Spiegelung und Brechung S. 3. — Das Reflexionsgesetz als Grenzgesetz. Streulicht S. 5. — Umkehr der Lichtrichtung. Totalreflexion S. 6. — Prismen, flache Linsen und Hohlspiegel S. 8. — Trennung von Parallellichtbündeln durch Abbildung S. 12. — Darstellung der Lichtausbreitung durch fortschreitende Wellen S. 13. — Strahlung als Energie-transport. Messung der Strahlungsleistung. Amplitude der Lichtwellen S. 15. — Strahlung verschiedener Wellenlängen, Dispersion S. 16. — Technischer Anhang. Winkelspiegel und Spiegelprismen S. 19.	
II. Abbildung und die Bedeutung der Lichtbündelbegrenzung	21
Die Bildpunkte einer Linse als Beugungsfiguren der Linsenöffnung S. 21. — Die Leistungsgrenze der Linsen, insbesondere im Auge und im astronomischen Fernrohr S. 23. — Zur Entstehung der Beugung. Unterscheidung von FRAUNHOFERScher und FRESNELScher Beugung S. 25.	
III. Einzelheiten, auch technische, über Abbildung und Bündelbegrenzung	27
Vorbemerkung. Allgemeines über Abbildungsfehler S. 27. — Hauptebenen, Knotenpunkte und Pupillen S. 28. — Öffnungsfehler (sphärische Aberration), aplanatische Abbildung und Sinusbedingung S. 34. — Die beiden Bildfeldwölbungen und der Astigmatismus S. 36. — Die Koma und die Verzeichnung S. 38. — Die Farbenfehler S. 39. — Vergrößerung des Schwinkels durch Lupe und Fernrohr S. 41. — Vergrößerung des Schwinkels durch Projektionsapparat und Mikroskop. Leistungsgrenze des Mikroskops S. 43. — Teleskopische Systeme S. 45. — Gesichtsfeld der optischen Instrumente S. 47. — Abbildung räumlicher Gegenstände und Perspektive S. 50.	
IV. Energie der Strahlung und Bündelbegrenzung	54
Vorbemerkung S. 54. — Strahlung und Öffnungswinkel. Definitionen S. 54. — Strahlung der Sonnenoberfläche S. 56. — Der Einfluß der Abbildung auf Strahlungsdichte S^* und Bestrahlungsstärke b S. 57. — Reichweite und Geheimhaltung optischer Signale S. 58. — Parallellichtbündel als nicht realisierbarer Grenzfall S. 58.	
V. Interferenzerscheinungen nebst Anwendungen	59
Vorbemerkung S. 59. — Allgemeines über Interferenz von zwei Wellenzügen S. 59. — Kohärenz S. 61. — Interferenz des Lichtes mit zwei Wellenzentren und Querbeobachtung S. 63. — Einige Anwendungen der Interferenz bei Querbeobachtung und die Vorführung der Kohärenzbedingung S. 65. — Die Ordnungszahlen der Interferenzstreifen und die Länge der Wellengruppen S. 66. — Interferenz mit zwei Wellenzentren und Schrägbeobachtung S. 68. — Interferenz mit zwei Wellenzentren und Längsbeobachtung S. 68. — Interferenz mit vielen, durch Spiegelung an einer Planplatte hergestellten Paaren von Wellenzentren S. 70. — Interferenz mit vielen, durch Streuung hergestellten Paaren von Wellenzentren S. 71. — Interferenz mit vielen, durch Spiegelung an einer Keilplatte hergestellten Paaren von Wellenzügen S. 73. — Stehende Lichtwellen S. 76. — Optische Interferometer S. 77.	
VI. Beugung nebst Anwendungen	78
Schattenwurf S. 78. — FRESNELSche Zonenkonstruktion, Zonenplatte S. 79. — Das BABINETSche Theorem S. 81. — Die Bedeutung der Beugung für den Prismen-Spektralapparat. Spektrallinien S. 82. — Auflösungsvermögen und Dispersion eines Prismas S. 84. — Das Beugungsgitter und seine Anwendung im Spektral-	

apparat S. 85. — Das Auflösungsvermögen des Gitters und der nutzbare Wellenlängenbereich. Vorzerlegung S. 87. — Ausführungsformen von Beugungsgittern S. 88. — Die Erzeugung von Wellengruppen durch den Spektralapparat S. 90. — TALBOTSCHE Interferenzstreifen im kontinuierlichen Spektrum. Beugungsfigur einer Stufe S. 92. — Interferometer als Spektralapparate hoher Auflösung S. 93. — Beugung an flächenhaften Punktgittern S. 95. — Die Beugung an räumlichen Punktgittern S. 96. — Schichtgitter S. 100. — Beugung an vielen, regellos angeordneten Öffnungen oder Teilchen S. 100. — Regenbogen S. 101.

VII. Geschwindigkeit des Lichtes und Licht in bewegten Bezugssystemen 103

Vorbemerkung S. 103. — Erste Messung der Lichtgeschwindigkeit durch OLAF RÖMER S. 103. — Messungen der Lichtgeschwindigkeit auf der Erde S. 104. — Messung der Lichtgeschwindigkeit mit Beobachtungen im beschleunigten Bezugssystem S. 106. — Frequenz des Lichtes S. 109. — Der Dopplereffekt des Lichtes S. 109. — Der Dopplereffekt bei großen Geschwindigkeiten S. 111.

VIII. Polarisiertes Licht 112

Unterscheidung von Quer- und Längswellen S. 112. — Licht als Querwelle S. 113. — Polarisatoren verschiedener Bauart S. 114. — Doppelbrechung, insbesondere von Kalkspat und Quarz S. 115. — Elliptisch polarisiertes Licht S. 118. — Allgemeines über Interferenz von polarisiertem Licht. Interferenz von parallel gebündeltem polarisiertem Licht S. 122. — Interferenzerscheinungen mit divergentem polarisiertem Licht S. 123. — Analyse von elliptisch polarisiertem Licht S. 125. — Optisch aktive Stoffe S. 126. — Spannungsdoppelbrechung S. 128. — Schlußbemerkung S. 129.

IX. Zusammenhang von Reflexion, Brechung und Absorption des Lichtes 130

Vorbemerkung S. 130. — Extinktionskonstante und Absorptionskonstante. Die mittlere Reichweite w des Lichtes S. 130. — Lichtreflexion bei schwacher Absorption und senkrechtem Einfall S. 132. — Lichtreflexion bei schwacher Absorption und schrägem Einfall. Die Tatsachen S. 133. — Die FRESNELSchen Formeln S. 135. — Anwendung von Reflexion und Brechung zur Herstellung und zur Untersuchung von ganz oder teilweise polarisiertem Licht S. 136. — Totalreflexion S. 138. — Lichtreflexion bei starker Absorption. Die Tatsachen S. 142. — Einschaltung. Allgemeines über die mathematische Behandlung von Schwingungen und Wellen S. 144. — Quantitatives zur Lichtreflexion bei starker Absorption und senkrechtem Lichteinfall. BEERSche Formel S. 147. — Messung der optischen Konstanten n und $(n\kappa)$ mit Hilfe der Reflexion S. 149. — Schlußbemerkung S. 152.

X. Streuung und Dispersion 153

Inhaltsübersicht S. 153. — Grundgedanken für die quantitative Behandlung der Streuung S. 153. — Quantitative Behandlung erzwungener Schwingungen S. 154. — Dipole und ihr elektrisches Moment S. 156. — Strahlung eines schwingenden Dipols S. 157. — Kohärente Streustrahlung und ihre Einteilung S. 158. — RAYLEIGHSCHE Streuung durch schwach absorbierende Teilchen und die Polarisation des Lichtes S. 158. — Extinktion durch RAYLEIGHSCHE Streuung. LOSCHMIDTSche Konstante S. 161. — Streuungsextingtion von Röntgenlicht S. 163. — Streuung durch geordnete Teilchen S. 165. — Streuung von Röntgenlicht durch einzelne Moleküle S. 166. — Streuung von sichtbarem Licht durch große schwach absorbierende Teilchen S. 167. — Rückführung der Brechung auf Streuung S. 168. — Dispersion und Absorption, Tatsachen S. 170. — Qualitative Deutung der optischen Dispersionskurven S. 173. — Quantitative Behandlung der Dispersion S. 174. — Brechung und Molekülzahl. Refraktion. Mitführung S. 176. — Krumme Lichtstrahlen. Schlierenmethode S. 178. — Allgemeines über die Darstellung der Lichtabsorption S. 181. — Quantitative Deutung der Absorptionsbanden. Absorptions-Spektralanalyse S. 183. — Zur Beschaffenheit der optisch wirksamen Resonatoren S. 185. — Extinktion durch kleine stark absorbierende Teilchen, insbesondere durch kolloidale Metalle ($\sigma \ll \lambda$) S. 190. — Extinktion durch grobe, stark absorbierende Kolloidteilchen. Künstlicher Dichroismus und künstliche Doppelbrechung S. 194. — Die RAMANSche Streuung S. 195.

XI. Quantenhafte Absorption und Emission der Atome 198

Vorbemerkung S. 198. — Grundversuche der lichtelektrischen Wirkung S. 198. — Die lichtelektrische Gleichung und das PLANCKSche h S. 199. — Spektrallinien der Atome. Serien. Kombinationsprinzip S. 202. — Das Niveauschema der Atome S. 205. — Angeregte Zustände und ihre Lebensdauer S. 208. —

Resonanz- und Mehrlinien-Fluoreszenz S. 210. — Sensibilisierte Fluoreszenz S. 213. — Metastabile Zustände S. 213. — Serien-Grenzkontinuum und Photoeffekt an Gasatomen S. 214. — Niveauschema und Elektronenstoß S. 215. — Atommodelle und die Ordnungszahl der Elemente S. 218. — Zusammenhang der RYDBERGSchen Frequenz mit e und h . BOHRsches Atommodell S. 221. — Spektralserien und periodisches System S. 224. — Kontinuierliches Röntgenspektrum und das PLANCKSche h S. 230. — Spektrallinien und Niveauschema des Röntgenlichtes S. 234. — γ -Strahlen S. 239. — Photoeffekt, auch inneratomarer, im Röntgengebiet S. 240. — Niveauschema und Quantenzahlen S. 243. — Quantenzahlen und Vektordarstellung im Atommodell S. 244. — Aufspaltung von Spektrallinien und Richtungsquantelung S. 248. — Die elektrische Aufspaltung von Spektrallinien S. 253. — Überfeinstruktur von Spektrallinien S. 253. — Das Eindeutigkeitsprinzip S. 254.

XII. Quantenhafte Absorption und Emission von Molekülen 256

Vorbemerkung S. 256. — Molekülspektren, Übersicht S. 256. — Die Bande, die Grundeinheit eines Molekülspektrums S. 257. — Niveauschema eines Molekülspektrums S. 258. — Modellmäßige Deutung des Banden-Niveauschemas S. 260. — Bandenspektren und Gestalt der Moleküle S. 262. — Bandenspektren gelöster und adsorbierter Moleküle S. 263. — Molekülspektren fester Körper S. 264. — Rückblick auf die Lichtabsorption durch Atome. Quantenäquivalenzsatz S. 265. — Verbleib der in Molekülen absorbierten Lichtenergie S. 266. — Fluoreszenz von Molekülen in Dämpfen und flüssigen Lösungen S. 267. — Störung der Fluoreszenz. Polarisiertes Fluoreszenzlicht S. 268. — Photochemische Vorgänge in Dämpfen und flüssigen Lösungen S. 269. — Photochemische Vorgänge in Kristallen. Einfachster Fall: Nur Elektronenverlagerung S. 270. — Photochemische Zersetzungen in Ionkristallen. Photographie S. 272. — Allgemeines über Phosphoreszenz S. 274. — Phosphoreszenz fester organischer Lösungen S. 275. — Halogenidphosphore S. 275. — Sulfidphosphore. Phosphoreszenz und Temperatur S. 277. — Ausbeute der lichtelektrischen Wirkung S. 279. — Allgemeines über Temperaturstrahlung S. 281. — Der schwarze Körper und die Gesetze der schwarzen Strahlung S. 282. — Selektive thermische Strahlung S. 285. — Optische Temperaturmessung. Schwarze Temperatur und Farbtemperatur S. 286.

XIII. Der Dualismus von Welle und Korpuskel 288

Rückblick S. 288. — Licht als Korpuskel. Das Photon S. 288. — Impuls des Photons. Dopplereffekt und Strahlungsdruck S. 291. — Impuls des Photons und Comptoneffekt S. 293. — Materiewellen S. 294. — Die wellenmechanische Statistik S. 297.

XIV. Über Strahlungsmessung und Lichtmessung. Über Farben und Glanz 300

Vorbemerkung S. 300. — Absolute Eichung von Strahlungsmessern S. 300. — Eigenstrahler und Fremdstrahler. Richtungsabhängigkeit der Streustrahlung S. 301. — Experimentelle Hilfsmittel für die Änderung einer Bestrahlungsstärke S. 302. — Vergleich von Strahlungsstärken verschiedener Strahler S. 303. — Vergleichende Lichtmessung (Photometrie) und das psychologische Maßsystem S. 304. — Definitionen der gleichen Beleuchtungsstärke. Heterochrome Photometrie S. 305. — Spektrale Empfindlichkeitsverteilung des Auges. Objektive Photometrie S. 307. — Helligkeit S. 308. — Unbunte Farben, Entstehungsbedingungen S. 310. — Bunte Farben, ihr Ton und ihre Verhüllung S. 311. — Farbfilter für unverhüllte Farben S. 313. — Farbstoffe S. 314. — Entstehung des Glanzes S. 315.

Sachverzeichnis 317

Einheiten und wichtige Konstanten 323

Oft gebrauchte Gleichungen 324

Berichtigung.

S. 69, Zeile 3 v. oben streiche man die Worte „nach rechts“.

I. Die einfachsten optischen Beobachtungen.

§ 1. **Einführung.** Man stecke des Nachts im dunklen Zimmer seinen Kopf unter die Bettdecke und drücke ein Auge im oberen Nasenwinkel. Dann *sieht* man *helles Licht*, und zwar einen *farbigen, gelben, glänzenden* Ring. Mit den hier kursiv gedruckten Worten beschreibt unsere Sprache Empfindungen. Jede Beschäftigung mit dem *Licht* und seiner Messung (Photometrie), sowie jede Untersuchung der *Farben* und des *Glanzes* gehört nicht in den Arbeitsbereich der Physik. Hier sind Psychologie und Physiologie zuständig. Bei Beachtung dieser grundlegenden Tatsache kann man von vornherein vielerlei unfruchtbare Erörterungen ausschalten.

Die normale Erregung der bekannten Empfindungen, *Licht, Helligkeit, Farbe* und *Glanz* geschieht durch eine Strahlung. Von strahlenden Körpern oder Lichtquellen ausgehend, gelangt irgend etwas in unser Auge. Es braucht auf seinem Wege zum Auge keinerlei greifbare Übertragungsmittel. Die Strahlung der Sonne und der übrigen Fixsterne erreicht uns durch den leeren Weltenraum hindurch. Man nennt diese *lichterregende* Strahlung oft Lichtstrahlung oder noch kürzer Licht. Man behält das Wort Licht im Sinne von Strahlung selbst für unsichtbare Strahlungen bei. Dieser Doppelsinn, *Licht* als Empfindung und Licht als physikalische Strahlung, entspricht dem gleichen Sprachgebrauch in der Akustik. Auch dort wird die Empfindung *Schall* durch eine Strahlung erregt. Man bezeichnet die schallerregende Strahlung meist kurz als Schall. Auch in diesem Fall wird das Wort Schall unbedenklich selbst auf unhörbare Schallstrahlungen angewandt.

In der Akustik ist uns der physikalische Vorgang der Strahlung wohl bekannt, es handelt sich um elastische Wellen in greifbaren Mitteln. Was wissen wir über das Licht, also die physikalische Strahlung, die unser Auge erregen kann? Das ist die Fragestellung dieses Bandes. Das Ergebnis wird sein: Wir können über die Lichtstrahlung vielerlei sehr bestimmte Aussagen machen. Diese lassen sich aber noch nicht zu einem restlos geschlossenen und allseitig befriedigenden Bilde zusammenfassen.

Die Physik ist und bleibt eine Erfahrungswissenschaft. Wie in den anderen Gebieten haben auch in der Optik Beobachtung und Experiment den Ausgangspunkt zu liefern. Zweckmäßigerweise beginnt man auch in der Optik mit den einfachsten Erfahrungen des täglichen Lebens. Dabei darf man ohne Bedenken allbekannte technische Hilfsmittel ausnutzen.

§ 2. **Lichtbündel und Lichtstrahlen.** Jeder Mensch kennt den Unterschied von klarer und trüber Luft, von klarer und trüber Flüssigkeit. Trübe Luft enthält eine Unmenge winziger Schwebeteilchen, meist Qualm, Dunst oder Staub genannt. In gleicher Weise werden Flüssigkeiten durch winzige Schwebeteilchen getrübt. Wir trüben z. B. klares Wasser durch eine Spur chinesischer Tusche, d. h. feinst verteilten Kohlenstaub, oder durch einige Tropfen Milch, d. h. eine Aufschwemmung von Fett- und Käseteilchen von mikroskopischer Kleinheit.

Zimmerluft ist immer trübe, stets wimmelt es in ihr von Staub- oder Schwebeteilchen. Nötigenfalls hilft ein Raucher nach. In Zimmerluft machen wir jetzt folgenden Versuch (Abb. 1): Wir nehmen als Lichtquelle eine Bogenlampe in

ihrem üblichen Blechgehäuse. Die Vorderwand des Gehäuses enthält als Austrittsöffnung ein kreisrundes Loch B . Von der Seite blickend sehen wir von diesem Loch aus einen weißlich schimmernden Kegel weit in den Raum hineinragen. Das Licht breitet sich also innerhalb eines geradlinig begrenzten Kegels aus. Man nennt ihn Lichtbündel. — Dies Lichtbündel hat einen großen „Öffnungswinkel“ u , er wird durch das Loch B als „Aperturblende“ bestimmt. — Eine Ausbreitung in geradlinig begrenzten Bündeln kennen wir für mechanische Wellen, z. B. Wasser- und Schallwellen (Abb. 2).

Der Versuch in Abb. 1 zeigte uns die sichtbare Spur eines Lichtbündels in staubhaltiger Luft. Gestrichelte Strahlen nachträglich eingezeichnet.

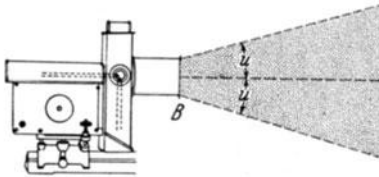


Abb. 1. Die sichtbare Spur eines Lichtbündels in staubhaltiger Luft. Gestrichelte Strahlen nachträglich eingezeichnet.

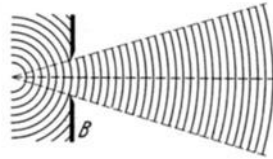


Abb. 2. Ausbreitung mechanischer Wellen in einem geradlinig begrenzten Bündel. Die Skizze zeigt Wasserwellen vor und hinter einer weiten Öffnung. Schematisch nach Abb. 372 des Mechanikbandes.

Wir erinnern an einen Stock in einer glatten Wasserfläche. Von Wellen getroffen, wird der Stock zum Ausgangspunkt eines sich allseitig ausbreitenden „sekundären“ Wellenzuges (vgl. Mechanik, Abb. 379).

Je weiter wir in Abb. 1 die Austrittsöffnung des Lichtes von der Lichtquelle (dem Bogenkrater) entfernen, desto schlanker wird das Lichtbündel, desto kleiner sein Öffnungswinkel u . Im Grenzfall werden die Begrenzungen in Seitenansicht praktisch parallel. Dann sprechen wir von einem Parallellichtbündel. — Zeichnerisch geben wir ein Lichtbündel auf zwei Arten wieder:

1. Durch zwei das Bündel seitlich begrenzende Strahlen (Kreidestriche). Sie definieren den doppelten Öffnungswinkel $2u$.
2. Durch einen die Bündelachse darstellenden Strahl (Kreidestrich). Mit ihm definiert man die Richtung des Lichtbündels gegenüber irgendeiner Bezugsrichtung.

Man verfährt also bei den Lichtbündeln nicht anders als bei den Kegeln oder Bündeln mechanischer Wellen, vgl. Abb. 2. Dort haben die eingezeichneten Strahlen ersichtlicherweise die Bedeutung von Wellennormalen.

Beobachten kann man nur Lichtbündel. Lichtstrahlen existieren nur auf der Wandtafel oder auf dem Papier. Sie sind — ebenso wie später die Lichtwellen — lediglich ein Hilfsmittel der zeichnerischen und rechnerischen Darstellung.

Später werden wir experimentell in entsprechender Weise zu krummen Lichtbündeln gelangen und sie mit Hilfe krummer Striche oder Strahlen zeichnen.

Bei Vorführungen in großem Kreise braucht man schon recht staubhaltige Luft, sonst sieht man die Spur des Lichtes nicht hell genug. Doch können wir diese Schwierigkeit umgehen. Statt trüber Luft nehmen wir eine trübe Flüssigkeit in einem Trog oder noch bequemer einen trüben Anstrich auf einer glatten ebenen Unterlage. Zur Herstellung einer solchen Schicht haben wir ein gut ebenes Brett mit einem der handelsüblichen weißen Farbstoffe oder mit einem Blatt weißen Papiers zu überziehen.

Der Staub in weißen technischen Farbstoffen besteht aus sehr feinem Pulver eines farblosen klaren Körpers. So sieht glasklares Steinsalz, zu Speisesalz gepulvert, weiß aus. Klares Eis gibt in Pulverform weißen Schnee usf. Weißes Papier ist ebenso wie ein weißes Pigment aufgebaut. An die Stelle des staubfeinen Kristallpulvers in Ölfarbe usw. treten staubfeine verfilzte und durch eine harzige Lackschicht zusammengehaltene Fasern.

Wir lassen also das Licht an einem weiß getünchten Brett streifend entlang laufen. Dann sehen wir die Spur des Lichtes in fast blendender Helligkeit. Bei der Vorführung von Parallellichtbündeln nimmt man zweckmäßigerweise noch einen in Abb. 3 erläuterten Kunstgriff zu Hilfe.

Mit dieser Anordnung können wir bequem auch „bunte“¹⁾ Lichtbündel vorführen, z. B. ein rotes. Wir haben nur vor das Loch ein Rotfilter zu setzen, z. B. ein Dunkelkammerglas. Wir arbeiten bis auf weiteres nur mit Rotfilterlicht.

Für das im täglichen Leben gebräuchliche Licht, also die Strahlung der Sonne, des Himmels, der elektrischen Glühbirnen, der Kerzen, der Auerbrenner und des Kohlelichtbogens benutzen wir den kurzen Sammelnamen „Glühlicht“. Das übliche Wort „weißes“ Licht ist gar zu irreführend.

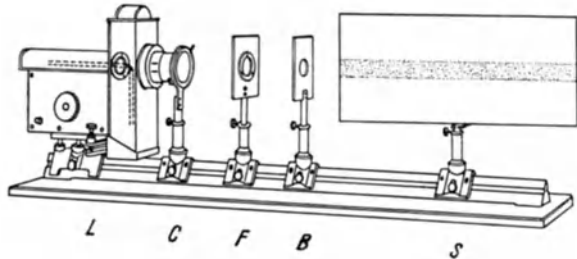


Abb. 3. Sichtbare Spur eines Parallellichtbündels längs eines weiß getünchten Brettes S. B = Lochblende. F = Rotfilter. Zur Vermeidung eines großen Abstandes der Lampe und der damit verbundenen Nachteile ist vor die Lampe eine Hilfslinse C von etwa 7 cm Brennweite gesetzt.

§ 3. Punkt- und linienförmige Lichtquellen. Für viele Versuche benötigt man eine Lichtquelle von besonderer Gestalt und Größe. Insbesondere verlangt eine einfache Darstellung vieler optischer Erscheinungen eine möglichst punktförmige oder mindestens linienförmige Lichtquelle. Die Auswahl ist gering. Es fehlt heute immer noch an kleinen, scharf begrenzten Lichtquellen von großer Leuchtdichte. Der Kohlenkrater einer Bogenlampe z. B. hat mindestens 3 mm Durchmesser. — In der Akustik gibt es diese Schwierigkeit nicht. Man verfügt über Pfeifen mit sehr kleiner strahlender Öffnung (z. B. Abb. 348 im Mechanikband).

In der Optik hilft man sich mit einem Kunstgriff. Man benutzt als Lichtquelle eine von rückwärts beleuchtete Öffnung von gewünschter Gestalt und Größe, z. B. einen Pfeil, ein kreisförmiges Loch oder einen Spalt mit geraden Backen. Zur rückwärtigen Beleuchtung schaltet man zwischen Öffnung und Lampe eine Hilfslinse kurzer Brennweite, Kondensator genannt. Eines der vielen Beispiele findet sich in Abb. 41. Die technischen Einzelheiten einer sachgemäßen Beleuchtung werden später in Abb. 81 erläutert werden.

§ 4. Die Grundtatsachen der Spiegelung und Brechung. Mit den uns jetzt bekannten Hilfsmitteln erinnern wir zunächst an zwei im Schulunterricht ausgiebig behandelte Gesetze, das Reflexionsgesetz und das Brechungsgesetz für durchsichtige Stoffe.

In Abb. 4 fällt ein schlankes rotes Lichtbündel I schräg von links oben auf die ebene polierte Oberfläche eines Glasklotzes. An der Oberfläche wird es in zwei Teilbündel II und III aufgespalten. Das eine, II, wird nach oben rechts gespiegelt. Nach der Spiegelung scheinen die eingezeichneten Strahlen von dem unzugänglichen oder virtuellen Schnittpunkt L' auszugehen. Das andere, III, tritt in den Glasklotz ein, ändert dabei seine Richtung, es wird gebrochen.

¹⁾ „Buntes Licht“ oder „rotes Licht“ steht sprachlich auf der gleichen Stufe wie „hoher Ton“. Beide Ausdrücke sind nur durch ihre bequeme Kürze zu rechtfertigen.

Alle eingezeichneten Strahlen liegen in derselben Ebene, der „Einfallebene“ (Zeichenebene). Je drei von ihnen gehören zusammen, sie bilden mit ihrem „Einfallslot“ N je drei zusammengehörige Winkel α, β, γ . Diese Winkel sind in Abb. 4 für die Bündelachsen eingezeichnet, für die Randstrahlen jedoch der

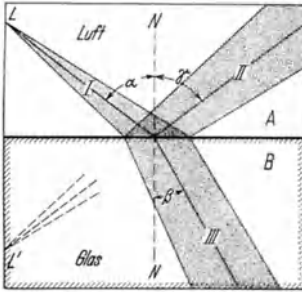


Abb. 4. Vorführung der Spiegelung und Brechung eines Lichtbündels an der ebenen Oberfläche eines Glasklotzes (Flint). Dieser steht vor einer mattweißen Fläche, außerdem ist seine Rückseite matt geschliffen. Rotfilterlicht.

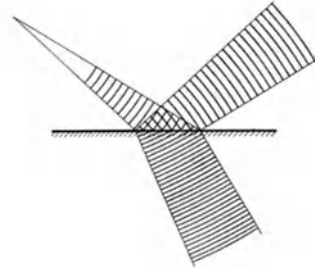


Abb. 5. Brechung und Spiegelung mechanischer Wellen (z. B. Wasserwellen) an der Grenze zweier Stoffe mit verschiedener Wellengeschwindigkeit (oben größer als unten, daher unten kleinere Wellenlänge). Schematisch.

Übersichtlichkeit halber fortgelassen. Für je drei zusammengehörige Winkel gilt das Reflexionsgesetz:

$$\alpha = \gamma, \tag{1}$$

und das SNELLIUSSCHE¹⁾ Brechungsgesetz: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{const} = \text{Brechzahl } n$.

$$\tag{2}$$

Einige Werte für Brechzahlen n findet man in der Tabelle 1.

Tabelle 1.

Für den Übergang von Rotfilterlicht ²⁾ aus Luft in	ist die Brechzahl ³⁾ $n =$
Flußspat	1,43
Quarzglas.	1,46
leichtes Kronglas	1,51
Steinsalz	1,54
leichtes Flintglas	1,60
schweres Flintglas	1,74
Diamant	2,40 (!)
Wasser	1,33
Schwefelkohlenstoff	1,62
Methylenjodid	1,74

Beim Vergleich zweier Stoffe nennt man denjenigen mit der höheren Brechzahl den „optisch dichteren“.

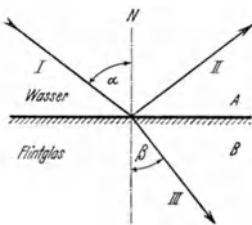


Abb. 6. Spiegelung und Brechung an der ebenen Trennfläche zweier Stoffe A und B von verschiedenen Brechzahlen n_A und n_B . Rotfilterlicht. Nur die Achsen der Lichtbündel gezeichnet.

In Abb. 4 benutzten wir eine ebene Trennfläche zwischen Luft und Glas. Statt dessen kann man auch eine ebene Trennfläche zwischen zwei beliebigen durchsichtigen Stoffen A und B (mit den Brechzahlen n_A und n_B) verwenden, z. B. in Abb. 6 zwischen Wasser und Flintglas. Das Reflexionsgesetz gilt unverändert, für die Brechung findet man

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_B}{n_A} = \text{const}, \tag{3}$$

zum Beispiel für den Übergang Wasser \rightarrow Flintglas

$$\text{const} = \frac{1,60}{1,33} = 1,20 \text{ (vgl. Tabelle 1).}$$

¹⁾ WILLEBRORD SNELL VAN ROYEN in Leiden, 1581–1626.

²⁾ $\lambda \approx 0,65 \mu$.

³⁾ Bei Zimmertemperatur.

Ein Vergleich der Gl. (2) und (3) ergibt $n_A = n_{\text{Luft}} = 1$. Wir haben also nach allgemeinem und zweckmäßigem Gebrauch die Brechzahl eines Stoffes durch den Übergang des Lichtes aus Zimmerluft in den Stoff definiert. Für den Übergang Vakuum \rightarrow Stoff findet man alle Brechzahlen um rund 0,3 Tausendstel höher. Somit hat Zimmerluft bei der Definition durch diesen Übergang die Brechzahl $n_{\text{Vakuum} \rightarrow \text{Luft}} = 1,0003$.

Für die mechanischen Wellen beobachteten wir die Spiegelung und die Brechung in der in Abb. 5 skizzierten Form. Die eingezeichneten Strahlen behalten auch nach der Spiegelung ihren Charakter als Wellennormale bei (Satz von MALUS).

Dabei findet man quantitativ

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{n_B}{n_A}, \tag{4}$$

d. h. die Wellenlänge ist dem Kehrwert der Brechzahl proportional. Diese Gleichung wird sich später auch für das Licht als brauchbar erweisen.

Die Abb. 7 beschreibt den gleichen Versuch wie Abb. 6, jedoch für den Sonderfall eines Parallellichtbündels. Außer den beiden Seitenstrahlen sind zwei senkrechte Querschnitte des Bündels als Schnittlinien I und 2 eingezeichnet. Im Wellenbilde bedeuten sie eine Wellenfläche, etwa einen Wellenberg. Aus dieser Skizze entnimmt man

$$\frac{s_A}{s_B} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_B}{n_A}$$

oder

$$s_A \cdot n_A = s_B \cdot n_B. \tag{4a}$$

Das Produkt aus Weg und Brechzahl nennt man „optische Weglänge“ oder „optischer Weg“. Dieser Hilfsbegriff wird oft gebraucht werden.

§ 5. Das Reflexionsgesetz als Grenzgesetz. Streulicht. Nach der Darstellung der Abb. 4 soll das reflektierte Licht auf den Bereich des Bündels II, also auf einen räumlichen Kegel mit der Spitze in L' , beschränkt sein. Diese Darstellung gilt aber nur für einen idealisierten Grenzfall: In Wirklichkeit können wir die Auftreffstelle des Lichtbündels I auf die Grenzfläche aus jeder beliebigen Richtung sehen. Es muß also ein Teil des auffallenden Lichtes diffus in alle Richtungen „zerstreut“ werden und so in unser Auge gelangen. Dies „Streulicht“ wird von Physikern und Technikern als lästige Fehlerquelle verwünscht, von Familienvätern jedoch als Wohltat gepriesen: Ohne das Streulicht würden die Kinder in jede Spiegelglasscheibe hineinlaufen. Denn alle nicht selbst leuchtenden Körper werden für uns nur durch Streulicht sichtbar.

Bei Bauarbeiten müssen von Amts wegen alle Spiegelglasscheiben bestäubt oder bestrichen werden.

Das Streulicht entsteht durch kleine Fehler der mechanischen Politur, durch Kratzer und feine Staubteilchen in der Größenordnung einiger Zehntel μ . Es verschwindet weitgehend bei sehr vollkommenen, ohne mechanische Bearbeitung hergestellten Oberflächen. Als Beispiele nennen wir frische Oberflächen von reinem Quecksilber oder frische Spaltflächen von Glimmerkristallen.

Von Hg-Flächen kann man nachträglich darauffallende Staubteilchen durch Überstreichen mit einer Bunsenflamme wegbrennen. — Von Glimmerblättern muß man sowohl Ober- wie Unterseite abspalten.

Im Fall mechanischer Wellen entsteht die diffuse Zerstreung neben der Spiegelung nach dem Reflexionsgesetz ebenfalls durch Rauigkeiten der

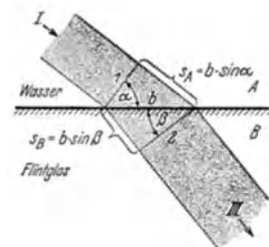


Abb. 7. Zur Definition der optischen Weglänge mit einem parallel begrenzten Lichtbündel. Das reflektierte Lichtbündel ist der Übersichtlichkeit halber nicht mit gezeichnet worden.

spiegelnden Flächen. Die Größe dieser Rauigkeiten muß den benutzten Wellenlängen vergleichbar sein, die Rauigkeiten dürfen nicht viel kleiner sein als die Wellenlänge. Man kann auch hier die mechanischen Erfahrungen auf das Licht übertragen und die Ausbreitung des Lichtes durch einen Wellenvorgang darzustellen versuchen. In diesem Fall muß man die Wellenlänge des roten Lichtes in der Größe der Polierrauigkeiten suchen, also im Bereiche einiger Zehntel μ .

§ 6. Umkehr der Lichtrichtung. Totalreflexion. In unseren bisherigen Anordnungen (Abb. 4 und 6) lief das Licht aus dem optisch dünneren Stoff in den optisch dichteren. Man kann auch die umgekehrte Lichtrichtung benutzen. Diesen Fall skizzieren wir in den Abb. 8 und 9. Dabei verläuft die Lichtrichtung

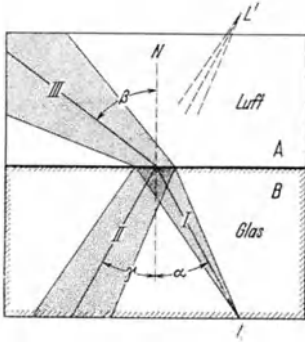


Abb. 8. Reflexion und Brechung eines Lichtbündels beim Übergang in einen optisch dünneren Stoff. Rotfilterlicht.

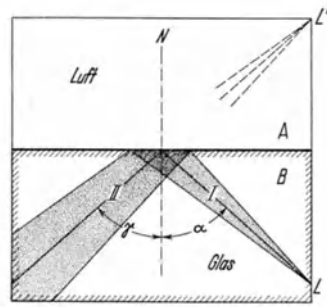


Abb. 9. Fortsetzung von Abb. 8. Nach Vergrößerung des Einfallswinkels α fehlt ein gebrochenes Lichtbündel, es ist Totalreflexion eingetreten.

(allem technischen Gebrauch entgegen!) ausnahmsweise einmal von rechts nach links. Die zusammengehörigen Winkel sind wieder nur für die Bündelachsen eingezeichnet. Wir entnehmen diesen Bildern zweierlei:

1. Das gebrochene Lichtbündel *III* liegt dem Einfallslot *N* ferner als das einfallende *I*. Quantitativ gilt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_A}{n_B}. \quad (5)$$

Die Achsen des einfallenden und des gebrochenen Lichtbündels zeigen in den Abb. 4 und 8 den gleichen Verlauf. „Der Lichtweg ist umkehrbar.“

2. Für große Einfallswinkel α fehlt ein gebrochenes Bündel *III*. Alles einfallende Licht wird reflektiert, es tritt „Totalreflexion“ auf (Abb. 9). — Quantitativ: Der Winkel β kann für einen Strahl nicht größer als 90° oder sein Sinus nicht größer als 1 werden. Demnach bestimmt

$$\sin \alpha_T = \frac{n_A}{n_B} \quad (6)$$

den „Grenzwinkel“ α_T der Totalreflexion.

Die Totalreflexion ist ein beliebter Gegenstand für Schauversuche, es gibt viele Ausführungsformen. Am bekanntesten ist eine Spielerei, die Weiterleitung des Lichtes in Wasserstrahlen (Leuchtfontänen). In der Natur beobachtet man Totalreflexion häufig an Luftblasen unter Wasser, man denke an die hellen silberglänzenden Blasen am Rumpf von Wasserkäfern.

Für schlanke, nahezu parallel begrenzte Lichtbündel läßt sich der Grenzwinkel der Totalreflexion recht genau bestimmen. Diese Tatsache verwertet die Meßtechnik beim Bau von Refraktometern: Das sind Apparate zur raschen

und bequemen Messung von Brechzahlen, sehr beliebt bei Chemikern und Medizinern. Das Wesentliche ist aus Abb. 10 nebst Satzbeschriftung ersichtlich.

Ferner benutzt die Technik die Totalreflexion gern statt der Reflexion an Metallspiegeln. Auch benutzt man die Totalreflexion zur Beleuchtung auf Glas geritzter Zeichnungen. Als Beispiel erwähnen wir neben den bekannten Reklameschildern gläserne Skalen mit Millimeterteilung: Man läßt das Licht von den beiden Endflächen aus in den Glasstab eintreten und deckt an beiden Enden ein Stück des Glasstabes lichtdicht ab. Das Licht kann dann nur noch aus den rauhen, geritzten Skalenstrichen und -zahlen durch Streuung entweichen.

Bei physikalischen Beobachtungen wird man gelegentlich durch einen Sonderfall der Totalreflexion irregeführt. Man weist gern unsichtbare Strahlungen mit einem Fluoreszenzschirm nach. Ein solcher Schirm besteht meist aus einer Glasplatte mit aufgestäubtem, fluoreszenzfähigem Kristallpulver. — Die auftretende Strahlung erzeugt einen nahezu punktförmigen leuchtenden Fleck. Diesen sieht man von einer Reihe äquidistanter konzentrischer Ringe umgeben (Abb. 11). Der Versuch ist unschwer zu deuten: Austritt des reflektierten Lichtes nur bis zum Grenzwinkel der Totalreflexion. Dabei wird die Helligkeitsverteilung durch die „Machschen Streifen“ übertrieben, man vgl. S. 2 des Mechanikbandes.

In der Mechanik wurden Schallbündel nicht nur an festen Oberflächen reflektiert, sondern auch an der Grenzfläche zweier verschiedener Gase, z. B. an der Grenzfläche zwischen heißer und kalter Luft. Das Entsprechende gilt für Lichtbündel. Zum Nachweis kann die in Abb. 12 skizzierte Anordnung dienen. Ein Parallellichtbündel läuft flach schräg von unten in einen unten offenen, elektrisch geheizten Kasten. Die Innenfläche des Kastens ist geschwärzt. Beim Anheizen füllt sich der Kasten mit heißer Luft. Ein Teil quillt über den Rand, der Rest bildet eine ziemlich ebene Oberfläche (Diffusionsgrenze als Oberflächenersatz, vgl. Mechanikband, § 82). Diese Grenzfläche zwischen heißer und kalter Luft lenkt das Lichtbündel wie

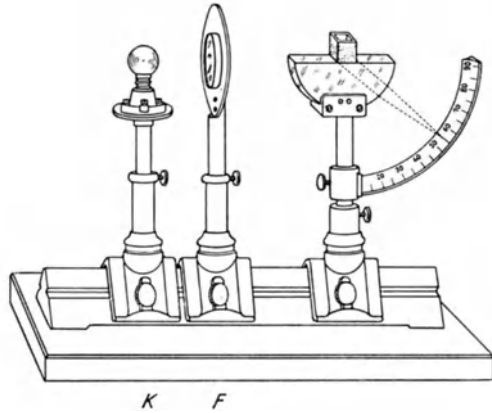


Abb. 10. Ein für Schauerexperimente geeignetes Totalrefraktometer. Eine dicke, halbkreisförmige Glasplatte von hoher und bekannter Brechzahl n_B trägt eine rechteckige, aufgekittete Glaskammer zur Aufnahme einer Flüssigkeit mit unbekannter Brechzahl n_A . Links steht in der Höhe des Scheibendurchmessers in etwa 30 cm Abstand eine Lampe mit vorgesetztem Rotfilter F . Das durch die Flüssigkeit streifend in den Glasklotz eintretende Licht erscheint auf der Winkelskala als schmaler, roter Streifen mit einem scharfen, für den Beobachter rechts gelegenen Rand. So kann man den Grenzwinkel α_T ablesen und n_A nach Gl. (6) berechnen oder die Skala gleich an Hand dieser Gleichung eichen. Der runde Glasklotz wirkt als Zylinderlinse. Das ist durch zwei gestrichelte Strahlen angedeutet.

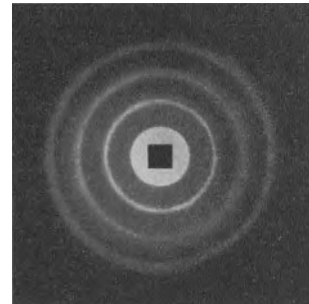


Abb. 11. Auf einer einseitig bestaubten und punktförmig beleuchteten Glasplatte entstehen durch Totalreflexion konzentrische Ringe. Der zentrale Lichtfleck ist abgedeckt, aber trotzdem ist die Fläche des innersten Ringes im Lichtbild noch überstrahlt. Bequemer Schauerexperiment zur Messung der Brechzahl der Platten. Rotfilterlicht. Plattendicke = 8,7 mm, Ringabstände = 15 mm.

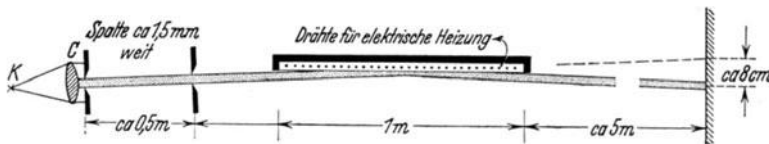


Abb. 12. Spiegelung (Totalreflexion) eines Parallellichtbündels an der Grenze zwischen heißer und kalter Luft. Bündel am rechten Ende etwa 2 cm dick. K = Krater einer Bogenlampe.

ein lediglich ebener Spiegel zur Seite ab, in Abb. 12 nach unten. Starker Luftzug stört den Versuch.

Der gleiche Versuch wird oft in der Natur verwirklicht. Nur ist dabei unten und oben vertauscht: Ein heißer Wüstenboden oder eine heiße Autobahn erhitzt die unten anliegende Luftschicht. Der Reisende sieht bei flacher Aufsicht das Spiegelbild von einem Stück heller Himmelsfläche, manchmal auch ein Spiegelbild ferner Gegenstände. Stets erscheint ihm die spiegelnde Luftschicht als Wasserfläche.

§ 7. Prismen, flache Linsen und Hohlspiegel. Prismen und Linsen zeigen uns allbekannte Anwendungen des Brechungsgesetzes. In Abb. 13 schließen die

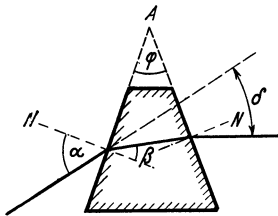


Abb. 13.

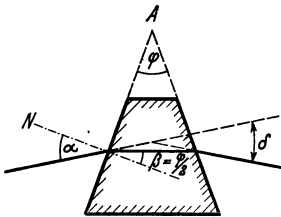


Abb. 14.

Abb. 13 und 14. Zur Ablenkung eines Strahles (Lichtbündelachse) durch ein Prisma bei unsymmetrischem Strahlengang (Abb. 13) und bei symmetrischem (Abb. 14). Die im Punkte A zur Papierebene senkrecht stehende Gerade heißt die brechende Kante des Prismas. Rotfilterlicht.

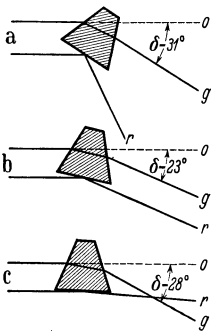


Abb. 15. Beim Minimum der Ablenkung (Fall b) läuft der gebrochene Strahl parallel mit einem an der Basis reflektierten, also symmetrisch zum Prisma. Rotfilterlicht.

beiden ebenen Oberflächen eines Prismas den „brechenden Winkel“ φ ein. Senkrecht zu beiden Flächen steht als „Prismenhauptschnitt“ die Zeichenebene. Im Prismenhauptschnitt verläuft ein Parallellichtbündel. Gezeichnet ist nur die Bündelachse. Die Brechung an den beiden Prismenflächen ändert die Richtung des Bündels um den Ablenkwinkel δ . Quantitativ findet man durch Anwendung der Gleichung

$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad (2)$$

nach einigen Umformungen

$$\operatorname{tg}\left(\beta - \frac{\varphi}{2}\right) = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\delta + \varphi}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\delta + \varphi}{2}\right)}. \quad (7)$$

Das Minimum der Ablenkung wird bei symmetrischem Strahlengang erreicht. (Vorführung gemäß Abb. 15.)

Bei symmetrischem Strahlengang (Abb. 14) wird $\beta = \frac{1}{2}\varphi$ und $\alpha = \frac{1}{2}(\delta + \varphi)$. Dadurch ergibt sich aus Gl. (2)

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \varphi)}{\sin \varphi/2}. \quad (8)$$

Diese Gleichung eignet sich besonders zur Messung der Brechzahl n (JOS. FRAUNHOFER).

Durch einen ebenen Hilfsspiegel kann man die Minimalablenkung δ des Lichtbündels durch ein Prisma von der Brechzahl unabhängig machen. Die Oberfläche des Hilfsspiegels und die Mittelebene des Prismas müssen beide durch die Drehachse des Prismes hindurchgehen (Abb. 16). Man schreibt statt Gl. (8)

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi/2} \quad (9)$$

und verändert α in meßbarer Weise durch eine Winkelteilung am Prismentisch. Mit dieser Anordnung mißt man hauptsächlich Brechzahlen im Ultraroten (vgl. Abb. 362).

In Abb. 17 durchsetzt ein schmales Parallellichtbündel ein gleichseitiges Prisma und erzeugt auf dem Schirm einen Lichtfleck. Das Prisma wird um die gezeichnete Achse in Drehung versetzt. Dabei durchläuft der Lichtfleck die beiden durch Pfeile angezeigten Wege. Die beiden inneren Endpunkte P_1 und P_2 entsprechen den Winkeln der Minimalablenkung. In ihrem Bereich

bewegt sich der Lichtfleck mit der kleinsten Geschwindigkeit, die Endpunkte P_1 und P_2 erscheinen weitaus am hellsten. An sie schließt sich nach außen eine nur schwach erleuchtete Spur an. Diese Tatsache ist für die Deutung optischer Vorgänge in der Atmosphäre von Wichtigkeit (Nebensonnen, herrührend von sechseckigen Eiskristallen).

Im Grenzfall kleiner brechender Winkel kann man in den Gl. (7) und (8) den Sinus und Tangens durch die Winkel selbst ersetzen. Dann findet man sowohl für unsymmetrischen wie symmetrischen Strahlengang den Ablenkungswinkel

$$\delta = (n - 1) \varphi, \quad (10)$$

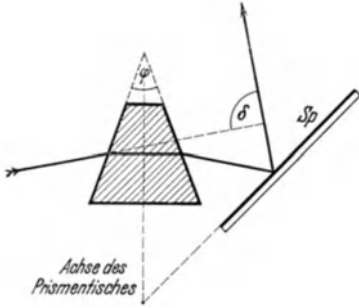


Abb. 16. Ein an das Prisma gesetzter Hilfsspiegel Sp macht den Winkel δ zwischen einfallendem und austretendem Strahl von der Brechzahl des Prismas unabhängig. Ein zur Prismenbasis paralleler Hilfsspiegel macht $\delta = 0$. Der Apparat gibt dann lediglich eine Parallelversetzung der Lichtbündelachse (FUCHS-WADSWORTH). Rotfilterlicht.

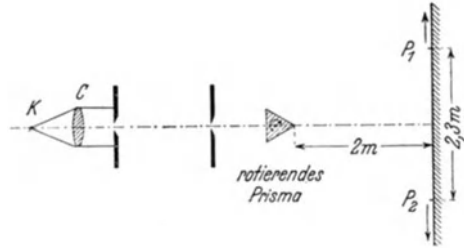


Abb. 17. Ablenkung des Lichtes durch ein rotierendes, gleichseitiges Prisma.

d. h. der Ablenkungswinkel δ ist dem brechenden Winkel φ des Prismas proportional.

Diese Tatsache benutzt man in der Meßtechnik zur Herstellung kleiner veränderlicher Lichtablenkungen. Man baut Prismen mit veränderlichem kleinen brechenden Winkel φ . Mit ihrer Hilfe mißt man z. B. unbekannte Winkel in militärischen Entfernungsmessern. Die Abb. 18 zeigt eine Ausführungsform.

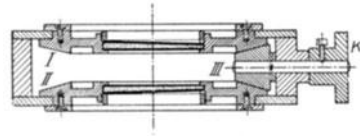


Abb. 18. Prisma mit veränderlichem kleinen brechenden Winkel: Zwei sehr flache Prismen mit den brechenden Winkeln φ können um die strichpunktirierte Achse gegenläufig um gleiche Winkel β gedreht werden. Beide Einzelprismen sitzen in der durchbrochenen Scheibe je eines großen Kegelrades I und II. In beide greift ein kleines drittes Kegelrad III ein, dieses dreht man mit der Kordel K. In der gezeichneten Stellung wirken beide zusammen wie ein Prisma mit dem brechenden Winkel 2φ . Nach $\beta = 90^\circ$ Drehung liegen die brechenden Kanten oberhalb und unterhalb der Papierebene zu dieser parallel. Dann wirken beide Prismen zusammen wie eine planparallele Platte, der brechende Winkel ist Null. Allgemein gilt für die Ablenkung δ des durchgehenden Strahles $\delta = 2\varphi(n - 1) \cdot \cos \beta$.

Soweit die Prismen. Jetzt etwas über Linsen. Die Wirkungsweise der Linsen ist uns aus der Mechanik bekannt. Ein divergentes Bündel von Wasserwellen wird durch eine Linse konvergent gemacht (Abb. 19). So gelangt man zu einer starken Einschnürung der Wellen in einem engen Bereich, kurz „Bildpunkt“ L' genannt. Analog lassen wir in der Optik ein Lichtbündel divergierend auf eine Öffnung S auffallen und durch eine Linse in dieser Öffnung in ein konvergentes verwandeln, Abb. 20. So wird eine punktförmige Lichtquelle L „abgebildet“. In Abb. 20 sind die Bündelachse und die beiden Seitenstrahlen eingezeichnet. Die Begrenzung des Bündels erfolgt in Abb. 20 durch die Linsenfassung. Der Mittelpunkt dieser bündelbegrenzenden Blende liegt also hier auf der strichpunktirten Linsenachse. In diesem Fall bekommt die Achse des Lichtbündels einen besonderen Namen, nämlich Hauptstrahl.

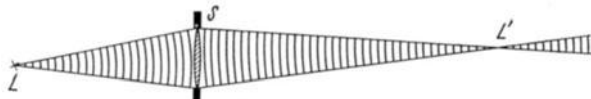


Abb. 19. Eine Linse macht ein divergentes Bündel mechanischer Wellen konvergent. Schematisch nach Abb. 381 des Mechanikbandes.

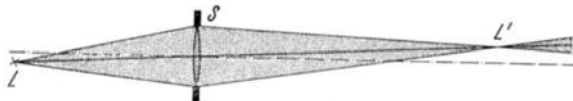


Abb. 20. Eine Linse macht ein divergentes, durch die Fassung S begrenztes Lichtbündel konvergent. Schematisch.

Zur quantitativen Behandlung führt man die Wirkung einer Linse auf die von Prismen zurück. Man beschränkt sich zunächst auf Linsen geringer Wölbung

und auf beiderseits schlanke, der Linsenachse nahe Lichtbündel. (Leider muß man in den Skizzen der Übersichtlichkeit halber die Öffnungen der Lichtbündel viel zu groß zeichnen!) Diese Lichtbündel zerlegt man gemäß Abb. 21 in Teilbündel und verfolgt von jedem Teilbündel nur die Achse. Gleichzeitig zerlegt man die Linse in eine Reihe übereinander gestellter Prismen.

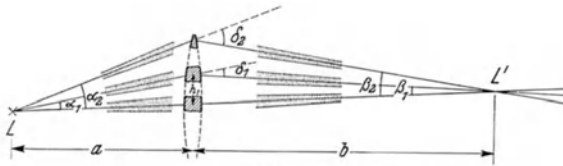


Abb. 21.

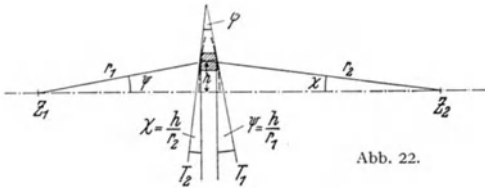


Abb. 22.

Abb. 21 und 22. Zusammenhang von Linsen- und Prismenwirkung. Z_1 und Z_2 sind die Krümmungsmittelpunkte der Flächen mit den Radien r_1 und r_2 .

des Bildabstandes b für einen sehr großen Dingabstand a , Abb. 23. Die Abstände a und b sowie die Brennweite werden vorläufig von der Mittelebene der Linse aus gemessen (Genaueres in § 17).

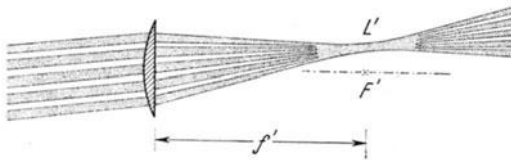


Abb. 23. Zur Definition der bildseitigen Brennebene, vorgeführt mit einer Reihe von Parallellichtbündeln. Diese entstammen dem gleichen fernen Dingpunkt L . Man erhält sie durch Unterteilung eines breiten Bündels mit einer Gitterblende. Hier wie in Abb. 24 kleiner Zeichenfehler: Die eine Pfeilspitze sollte unter der Mittelebene der Linse enden.

Diese Lichtbündel zerlegt man gemäß Abb. 21 in Teilbündel und verfolgt von jedem Teilbündel nur die Achse. Gleichzeitig zerlegt man die Linse in eine Reihe übereinander gestellter Prismen.

So gelangt man zu den bekannten Linsenformeln¹⁾

$$(n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f'}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f'}, \quad (16)$$

f' heißt die bildseitige Brennweite. Sie ist der Grenzwert

der bildseitigen Brennweite. Sie ist der Grenzwert des Bildabstandes b für einen sehr großen Dingabstand a , Abb. 23. Die Abstände a und b sowie die Brennweite werden vorläufig von der Mittelebene der Linse aus gemessen (Genaueres in § 17).

Die Gesamtheit der Bildpunkte aller sehr fernen Dingpunkte bildet die bildseitige Brennebene. Ihren Schnittpunkt mit der Linsenachse nennt man den bildseitigen Brennpunkt F' .

In entsprechender Weise definiert man die dingsseitige Brenn-

¹⁾ Herleitung (Abb. 21, 22): Die von den Einzelprismen abgelenkten Bündelachsen sollen sich alle in einem engen Bereich, dem Bildpunkt L' vereinigen. Dazu muß die Ablenkung δ mit dem Abstände h des Einzelprismas von der Linsenmitte zunehmen. Quantitativ muß gelten

$$\delta = \text{const} \cdot h. \quad (11)$$

Begründung dieser Forderung: Nach Abb. 21 gilt für die als klein angenommenen Winkel

$$\alpha + \beta = \delta \text{ und } h/a + h/b = \delta,$$

folglich

$$\delta = h \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \text{const} \cdot h. \quad (12)$$

Diese Forderung (11) wird nun von den Einzelprismen aus zwei Gründen erfüllt: Erstens haben alle Prismen kleine brechende Winkel φ . Infolgedessen ist die Ablenkung δ einfach dem brechenden Winkel φ proportional. Es gilt nach S. 9

$$\delta = (n - 1) \varphi. \quad (10)$$

Zweitens sind die brechenden Winkel φ der Prismen ihrem Abstände h von der Linsenachse proportional, es gilt

$$\varphi = \text{const} \cdot h. \quad (13)$$

Beweis von (13): Nach Abb. 22 wird für jede Linse der brechende Winkel φ in Höhe h durch die beiden in der Höhe h gezogenen Tangenten T_1 und T_2 bestimmt. Für hinreichend flache Linsen entnehmen wir der Abb. 22 die geometrische Näherung:

$$\varphi = \psi + \chi = h \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \text{const} \cdot h. \quad (14)$$

(10) und (13) erfüllen also zusammen die Forderung (11). Man faßt die Gl. (10), (12) und (14) zusammen, schreibt zur Abkürzung die Gl. (15) und erhält als Ergebnis die Gl. (16).

ebene und den dingseitigen Brennpunkt F , Abb. 24. Von einem Punkt L der dingseitigen Brennebene divergent ausgehend, verlassen die Lichtbündel die Linse mit parallelen Grenzen. Zum Vergleich mit mechanischen Wellen sind einige Wellenberge als Querstriche eingezeichnet. — Für Linsen in Luft (oder allgemein gleichen Stoffen auf beiden Seiten) sind ding- und bildseitige Brennweite gleich groß.

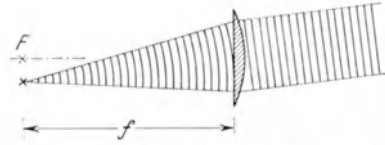


Abb. 24. Zur Definition der dingseitigen Brennebene.

Brillenoptiker messen die Brennweite einer Linse in Metern und nennen $1/f$ die „Stärke“ der Linse, gemessen in Dioptrien. 2 Dioptrien bedeutet dasselbe wie $f = 1/2$ m. Beim Hintereinanderschalten mehrerer Linsen addieren sich (angenähert) ihre Stärken.

Oft zählt man den Dingabstand x und den Bildabstand x' von dem zugehörigen Brennpunkte aus, statt von der Linsenmitte. Man setzt in Gl. (16) $f' = f$, $a = x + f$ und $b = x' + f$ und erhält

$$x \cdot x' = f^2. \tag{17}$$

Die Abbildung eines ausgedehnten Dinges führt man auf die Abbildung seiner einzelnen Punkte durch je ein Lichtbündel zurück. Das zeigt Abb. 25

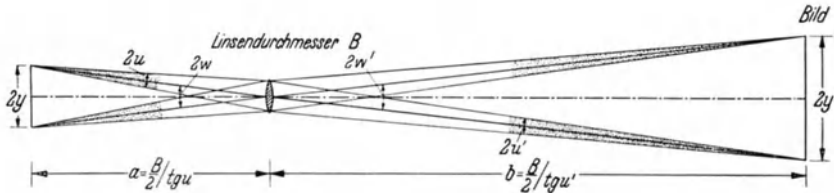


Abb. 25. Zur Abbildung eines ausgedehnten Gegenstandes durch einzelne, von seinen Dingpunkten ausgehende Lichtbündel. u und u' heißen ding- und bildseitiger Öffnungswinkel, w und w' Neigungswinkel der Hauptstrahlen. Hier ist $w = w'$.

für den oberen und unteren Punkt eines Dinges. Für viele Zwecke genügt die Skizzierung der hier dicker gezeichneten Hauptstrahlen¹⁾ (z. B. in Abb. 104). Man entnimmt der Abb. 25 die oft gebrauchten Beziehungen

$$\text{Vergrößerung} = \frac{\text{Bildgröße } 2 y'}{\text{Dinggröße } 2 y} = \frac{\text{Bildabstand } b}{\text{Dingabstand } a}, \tag{18}$$

ferner die „Tangentenbeziehung“

$$\text{Vergrößerung} \frac{y'}{y} = \frac{\text{tg } u}{\text{tg } u'} \tag{19}$$

(u = dingseitiger, u' = bildseitiger Öffnungswinkel) und endlich

$$\text{Bildgröße } 2 y' = \text{Bildabstand } b \cdot \text{tg } 2 w \tag{20}$$

oder für kleine Winkel

$$2 y' = b \cdot \text{tg } 2 w \tag{20a}$$

(w = Winkel zwischen Hauptstrahl und Linsenachse).

Man darf ja nicht bei diesen Gleichungen — insbesondere nicht bei (19)! — die Voraussetzungen außer acht lassen, nämlich flache Linsen und schlanke achsennahe Lichtbündel.

Gl. (18) ergibt zusammen mit Gl. (16): Beim Ding- und Bildabstand gleich der doppelten Brennweite ($a = b = 2f$) wird ein Gegenstand in natürlicher Größe ($y' = y$) abgebildet.

¹⁾ Wir wiederholen: Hauptstrahl ist der Name der Lichtbündelachse, falls der Mittelpunkt der Bündelbegrenzung (in Abb. 25 also der Linsenfassung) auf der Symmetrieachse der Linse liegt (S. 9).

Ferner ein Beispiel zu Gl. (20a): Die Sonnenscheibe hat einen Winkeldurchmesser $2\omega = 32$ Bogenminuten. Ihr Bild liegt im Abstände $b = f$ hinter der Linse, also $2y' = \text{tg } 32' \cdot f = 9,3 \cdot 10^{-3} \cdot f$. Eine Linse von 1 m Brennweite gibt also ein Sonnenbild von $2y' = 9,3$ mm Durchmesser.

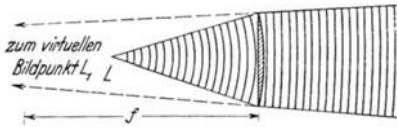


Abb. 26. Dingpunkt innerhalb der dingseitigen Brennebene. Die Linse verringert die Divergenz des Bündels.

Ein Lichtbündel von einem Dingpunkt L innerhalb der dingseitigen Brennebene (Abb. 26) wird nicht konvergent, sondern nur weniger divergent gemacht. Die gestrichelte Rückwärtsverlängerung der zwei eingezeichneten Strahlen führt auf den unzugänglichen (virtuellen) Bildpunkt L_1 . Des Vergleiches halber sind auch in Abb. 26 Wellen eingezeichnet.

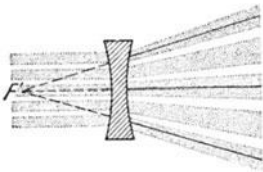


Abb. 27. Zur Wirkungsweise einer Hohllinse.

Hohllinsen bringen nichts grundsätzlich Neues. Sie vergrößern die Divergenz der Lichtbündel. Die Abb. 27 zeigt das für den Fall der Parallellichtbündel. Sie dient gleichzeitig zur Definition des bildseitigen Brennpunktes F' . Die Gl. (11) bis (17) bleiben bei sinngemäßer Wahl der Vorzeichen gültig.

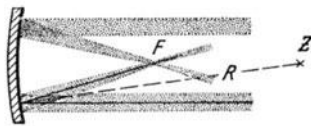


Abb. 28. Zur Wirkungsweise eines Hohlspiegels.

Hohlspiegel sind für physikalische und astronomische Zwecke praktisch nur in einer Anwendungsart von Bedeutung: Ding- oder Bildpunkt befinden sich unweit der Spiegelachse in der Brennebene, und der Öffnungswinkel des Lichtbündels ist von mäßiger Größe. Die Wirkung der Hohlspiegel ergibt sich dann mit einfachsten geometrischen Betrachtungen aus der Anwendung des Reflexionsgesetzes. Die Brennweite des Hohlspiegels ist gleich der Hälfte seines Krümmungsradius (Abb. 28).

§ 8. Trennung von Parallellichtbündeln durch Abbildung. Viele optische Erscheinungen nehmen bei Benutzung von Parallellichtbündeln ihre einfachste Gestalt an. Bei solchen Versuchen handelt es sich oft um eine Aufspaltung eines Parallellichtbündels in zwei oder mehrere solcher Bündel. Im einfachsten Fall haben wir das Schema der Abb. 29. Von links kommt ein Parallellichtbündel

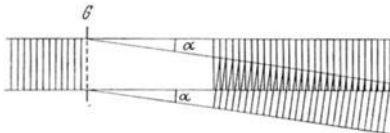


Abb. 29. Unzureichende Trennung zweier Parallellichtbündel hinter irgendeinem Apparat G.

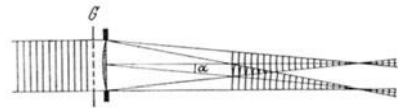


Abb. 30. Die störende Überlappung wird durch Vereinigung beider Bündel in je einem Bildpunkt beseitigt.

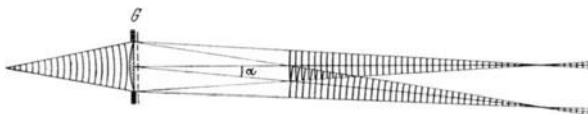


Abb. 31. Für Schauversuche ausreichende Vereinfachung der in Abb. 30 skizzierten Anordnung.

Zum Vergleich mit Wellenbündeln sind in allen 3 Skizzen etliche Wellenberge als Querstriche eingezeichnet.

und durchsetzt irgendeinen Apparat G . Dabei wird es in zwei gegeneinander geneigte Parallellichtbündel zerlegt. Doch ist die Trennung ungenügend, die Bündel überlappen sich stark.

Wie läßt sich eine ausreichende Trennung beider Bündel erzielen? Nach geometrischem Augenschein wird man sagen: Erstens mache man den Querschnitt der Parallellichtbündel klein und zweitens verlege man die Beobachtungsebene in Abb. 29 weiter nach rechts.

Beide Vorschläge setzen eine streng parallele Begrenzung der Bündel voraus. Die Bündel dürfen weder bei Querschnittsverkleinerung noch in großem Abstände von G unscharf werden und sich seitlich verbreitern. Diese Voraussetzungen sind aber für Lichtbündel keineswegs erfüllt. Alle sogenannten Parallellichtbündel sind in Wirklichkeit etwas divergent. Von mehreren Gründen nennen wir hier nur einen, nämlich den endlichen Durchmesser aller verfügbaren Lichtquellen.

Die ungenügende Trennung beseitigt man mit Hilfe einer Linse (Abb. 30). Diese verwandelt jedes Parallellichtbündel in ein konvergentes. Man beobachtet in der Ebene der engsten Einschnürung, der Bildebene.

Für Schauversuche reicht stets eine Näherung. Man setzt gemäß Abb. 31 eine Linse vor den Apparat G . Das Licht fällt divergent auf die Linse. Die Bildebene wird weit nach rechts verlegt, meist einige Meter. Dann sind die zu den Bildpunkten konvergierenden Lichtbündel sehr schlank und der Apparat G wird von nahezu parallel begrenzten Lichtbündeln durchsetzt.

§ 9. Darstellung der Lichtausbreitung durch fortschreitende Wellen. Die Ausbreitung mechanischer Wellen kann durch Hindernisse, z. B. die Backen eines Spaltes, seitlich begrenzt werden. Die seitliche Begrenzung läßt sich mit Hilfe gerader Striche oder Strahlen darstellen, jedoch immer nur in einer mehr oder minder guten Näherung. In Wirklichkeit werden die geometrisch konstruierten Bündelgrenzen stets überschritten, die Wellen laufen über die Grenzen hinweg. Dies Verhalten der Wellen wird trichterweise sprachlich in Passivform wiedergegeben, man sagt: Die Wellen werden gebeugt.

Diese Beugung ist untrennbar mit jeder Bündelbegrenzung verknüpft. Man darf sie nur in einem Grenzfall vernachlässigen. Er ist durch zwei einfache Bedingungen gekennzeichnet: Die geometrischen Dimensionen der Hindernisse, z. B. die Weite B des Spaltes in Abb. 2, müssen groß gegen die Wellenlänge sein, und außerdem darf der Beobachtungsort nicht allzu weit hinter dem Hindernis liegen. Das kann man für mechanische Wellen sehr anschaulich durch eine allmähliche Verkleinerung der Spaltweite B vorführen (vgl. Mechanikband S. 210f.). Bei hinreichend engen Spalten beobachtet man die in Abb. 32/34 wiedergegebene Erscheinung: Die geometrisch konstruierten, gestrichelten Grenzen werden weit überschritten, und neben ihnen zeigen sich mehrere Maxima und Minima.

In Abb. 32—34 sind die geometrischen Bedingungen besonders einfach gewählt worden: Von der einen Seite (hier oben) fällt ein Bündel ebener Wellen auf den Spalt. Der Winkelabstand der Minima von der Symmetrieebene wird erst weit hinter dem Spalt gemessen. Dann gilt für den Winkelabstand des ersten Minimums die Gleichung

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{B} \quad (21)$$

und für den des ersten Nebenmaximums

$$\sin \alpha'_1 = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{B}. \quad (21a)$$

Durch Ausmessen der Winkel und der Spaltbreite B gelangt man so zu einer recht genauen Bestimmung der Wellenlänge λ .

All dies hier für mechanische Wellen Wiederholte gilt in entsprechender Weise für die Ausbreitung des Lichtes. So läßt sich auch das Licht durch zwei Spaltbacken nicht in ein beliebig enges Bündel eingrenzen. Auch Licht überschreitet die geometrisch mit Strahlen konstruierten Grenzen, „es wird gebeugt“. Im Gebiet der Beugung findet man eine periodische Verteilung der Strahlung mit Maximis und Minimis.

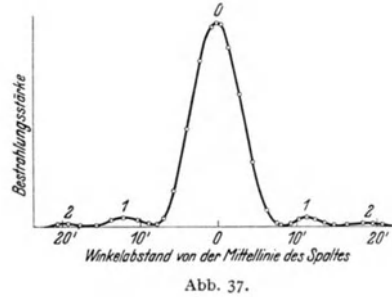
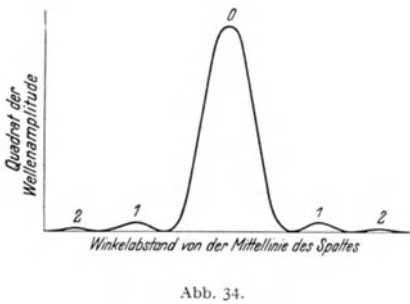
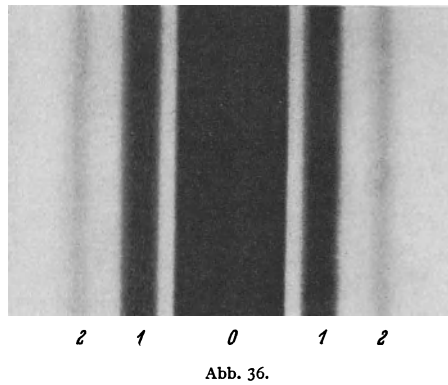
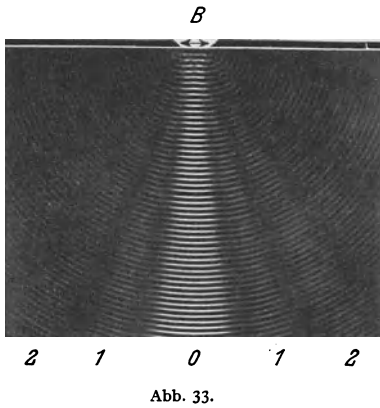
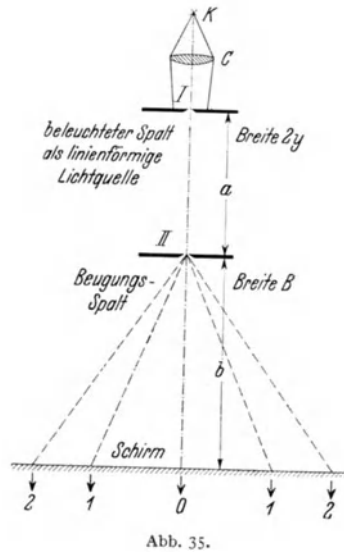
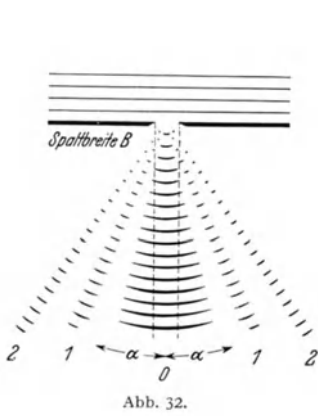


Abb. 32—34. Die Begrenzung ebener Wellen durch einen Spalt. Abb. 32 schematisch, Abb. 33 im Modellversuch (vgl. S. 60); Abb. 34 in graphischer Darstellung (vgl. Mechanikband § 121).

Abb. 35—37. Die Begrenzung des Lichtes (Rotfilterlicht) durch einen Spalt. — Abb. 35. Versuchsanordnung, die gestrichelten Winkel stark übertrieben. — Abb. 36. Kurzer vertikaler Ausschnitt aus der auf dem Schirm entstehenden Beugungsfigur. Photographisches Negativ in natürlicher Größe für $B = 0,3 \text{ mm}$, $b = 3,8 \text{ m}$; $a = 1 \text{ m}$; $2y = 0,2 \text{ mm}$. — Die Abb. 37 gehört zu S. 46 und zeigt die mit einem Lichtelement ausgemessene Verteilung der Bestrahlungsstärke (d. h. Strahlungsleistung je Flächeneinheit, also Watt/m^2) in der „Beugungsfigur eines Spaltes“. ($B = 0,31 \text{ mm}$; $b = 1 \text{ m}$; $a = 0,75 \text{ m}$; $2y = 0,26 \text{ mm}$; benutzte Breite des Lichtelementes = $0,55 \text{ mm}$.)

Zur Vorführung dient die in Abb. 35 skizzierte Anordnung. Man beachte die Maßangaben in der Satzbeschriftung. Der Spalt *II* soll ein schmales Lichtbündel eingrenzen, und dieses soll nach der geometrischen Konstruktion auf dem Schirm einen Streifen von rund 2 mm Breite beleuchten. Statt dessen findet man auf dem Schirm die in Abb. 36 photographierte Erscheinung. Man nennt sie kurz, aber nicht gerade glücklich, „Beugungsfigur des Spaltes“. Die Ausbreitung des Lichtes läßt sich in diesem Fall nicht mehr mit Strahlen, sondern nur noch mit einem Wellenvorgang beschreiben, in formaler Analogie zu den bekannten Schall- und Wasserwellen.

Mit Gl. (21) und den angegebenen Abmessungen gelangt man für Rotfilterlicht zu einer Wellenlänge von etwa $0,65 \mu$. Sie ist rund dreißigtausendmal kleiner als die der von uns in der Mechanik benutzten Schall- oder Wasserwellen ($\lambda \approx 2 \text{ cm}$).

Beim Licht liegen die Dinge also nicht anders als bei Schall- oder Wasserwellen. Geradlinig-scharf begrenzte Bündel und ihre Darstellung mit Hilfe gerader Kreidestriche oder Strahlen sind lediglich eine Näherung. Allerdings ist diese Näherung in der Optik wegen der Kleinheit der Lichtwellenlänge oft gut.

§ 10. Strahlung als Energietransport. Messung der Strahlungsleistung. Amplitude der Lichtwellen. Unser Auge ist keineswegs der einzige Indikator für das Licht oder die von leuchtenden Körpern ausgehende Strahlung: Alle von Strahlung getroffenen Körper werden erwärmt, erhalten also eine Energiezufuhr. Im Sonnenlichte oder im Lichte einer Bogenlampe spüren wir diese Erwärmung schon mit unserem Hautsinn. Besonders empfindlich ist die Innenfläche unserer Hände.

Der Nachweis der Strahlung durch Wärmewirkung hat vor dem Nachweis mit dem Auge einen großen Vorteil: Unser Auge leistet bei der physikalischen Erforschung der Lichtstrahlen sehr viel. Es bringt uns erheblich weiter als das Ohr bei den analogen Aufgaben der Schallstrahlung. Aber wie jedes Sinnesorgan versagt auch unser Auge bei quantitativen Fragen, es versagt bei der zahlenmäßigen Erfassung von Weniger oder Mehr. Die Wärmewirkung der Strahlung hingegen ist gut meßbar. Man hat nur die Temperaturerhöhung des bestrahlten Körpers zu beobachten. Die Temperatur stellt sich nach einiger Zeit auf einen stationären Wert ein. Dann ist Gleichgewicht erreicht: Es wird je Sekunde durch die Strahlung ebensoviel Energie zugeführt wie durch Wärmeleitung usw. verlorengeht. Diese Tatsache hat man zum Bau von „Strahlungsmessern“ ausgenutzt. Als Beispiel nennen wir das „Thermoelement“ (Abb. 129).

Ein Thermoelement besteht z. B. aus einem Tellurblech mit einem angeschweißten Konstantandraht. Das Blech ist zur möglichst vollständigen Absorption der Strahlung mit Ruß überzogen. Durch die Temperaturerhöhung wird die Schweißstelle zu einer elektrischen Stromquelle. Man verbindet Blech und Draht mit einem empfindlichen Strommesser. Der Ausschlag des Strommessers ist der Temperaturerhöhung des bestrahlten Bleches proportional. Folglich gibt der Ausschlag ein, wenngleich zunächst nur relatives Maß für die je Sekunde eingestrahelte Energie, also die „Strahlungsleistung W “ (vgl. S. 54). Die Eichung in internationalem Maß, also in Watt, wird später in § 171 erfolgen.

Für Schauversuche mit Filterlicht können wir statt des Thermoelementes einen in der Handhabung noch einfacheren Strahlungsmesser benutzen: Eine Photozelle, mit einem elektrischen Strommesser und einer Batterie in Reihe geschaltet (Abb. 38). Eine Photozelle besteht aus einer luftleeren Glaskugel mit 2 Elektroden. Auf der Kathode befindet sich fein verteiltes Alkalimetall. Unter Einwirkung des Lichtes geht von diesem Metall ein Elektronenstrom aus. Seine Stromstärke ist erfahrungsgemäß der Strahlungsleistung des Filterlichtes weitgehend proportional. Näheres folgt in § 159. — Kaum weniger brauchbar

als die Photozelle ist ein Selenlichtelement (Abb. 39). Es besteht aus einer Selenplatte zwischen einer durchsichtigen und einer undurchsichtigen Elektrode. Es wird ohne Batterie mit dem Strommesser verbunden.

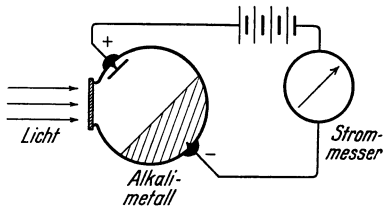


Abb. 38. Photozelle.

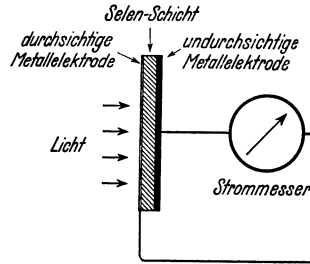


Abb. 39. Selen-Lichtelement.

Abb. 38 und 39. Zwei Strahlungsmesser für Schauversuche.

Anwendungsbeispiel: Wir messen die Verteilung der Bestrahlungsstärke (d. h. der Strahlungsleistung je Flächeneinheit der bestrahlten Fläche) in unserem ersten, in Abb. 35 gezeigten Beugungsversuch. Wir setzen vor den Strahlungsmesser eine schmale Spaltblende, benutzen also einen nur etwa $\frac{1}{2}$ mm breiten Streifen seiner Fläche. Dann bringen wir den Strahlungsmesser an die Stelle des Schirmes in das Lichtbündel und verschieben ihn langsam quer zur Richtung der Bündelachse. Für jede Stellung wird der Ausschlag des Strommessers notiert und dann graphisch aufgetragen. So bekommt man die Abb. 37, sie ergänzt quantitativ das in Abb. 36 photographierte Beugungsbild.

Nützlich ist ein Vergleich. — Die Abbildung 34 gilt für beliebige Wellen, ihre Ordinate bedeutet das Quadrat der Wellenamplitude. Die Abb. 37 bezieht sich auf Licht, ihre Ordinate bedeutet die Bestrahlungsstärke. In beiden Abbildungen zeigen die Kurven die gleiche Gestalt. Folglich ist die Bestrahlungsstärke ein relatives Maß für das Quadrat der Wellenamplitude. Oder anders gesagt: Unter Amplitude einer Lichtwelle verstehen wir eine der Wurzel aus dem Ausschlag des Strahlungsmessers proportionale Größe. Das mag das Bedürfnis nach „Anschaulichkeit“ nicht befriedigen, es reicht aber für die quantitative Behandlung zahlloser optischer Erscheinungen.

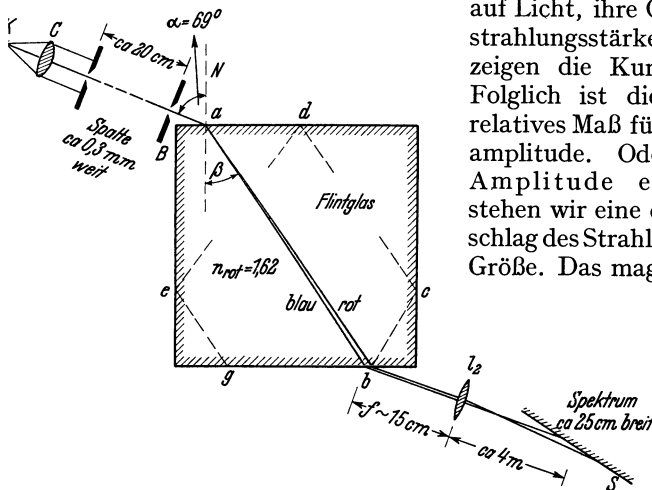


Abb. 40. Herstellung eines Spektrums durch Brechung in einem planparallelen Glasklotz. Von *a* ab rechts bis zur Linse l_2 bedeuten die Striche ausnahmsweise keine Strahlen, sondern divergierende Lichtbündel. Sie sind deswegen mit zunehmender Dicke gezeichnet. Für die übliche Darstellung in Punkttechnik reichte der Platz nicht. Der Schirm *S* muß schräg gestellt werden, damit der Farbenfehler der Linse l_2 ausgeglichen und das Band des Spektrums oben und unten praktisch parallel begrenzt wird. Bei *b* ist das Spektrum etwa 2,5 mm breit. Man kann jedoch auch das längs des Weges *c, d, e, g* reflektierte Licht bei *g* beobachten. Dort hat das Spektrum wegen des dreifach größeren Glasweges schon etwa 8 mm Breite und mit der Linse l_2 auf den Schirm projiziert, etwa $\frac{3}{4}$ Meter.

§ 11. Strahlung verschiedener Wellenlängen.

Dispersion. Wir wiederholen den in Abb. 4, S. 4 gezeigten Grundversuch der Brechung, jedoch mit zwei Abänderungen. Erstens benutzen wir statt des Rotfilterlichtes das gewöhnliche Glühlicht.

Wir lassen ein schmales, nahezu parallel begrenztes Bündel von unter 1 mm Durchmesser auf den planparallelen Glasklotz auffallen.

Zweitens verfolgen wir das gebrochene Bündel auch nach seinem Wiederaustritt aus der unteren, zur oberen streng parallelen Fläche des Glasklotzes. Dabei machen wir eine wichtige neue Beobachtung: Aus dem parallel begrenzten Glühlichtbündel entstehen beim Eindringen in den Glasklotz bunte, auseinander fächernde Einzelbündel. Auf der Unterfläche treten parallele bunte Lichtbündel aus. Die Abb. 40 vermerkt nur ein rotes und ein blaues Bündel. In Wirklichkeit sehen wir aber unterhalb des planparallelen Glasklotzes ein Band mit einer stetigen Folge bunter Farben, ein „kontinuierliches Spektrum“ genannt. Wir können dieses „Spektrum“ einem großen Hörerkreis sichtbar machen. Dazu haben wir nur die Austrittsstelle *b* der Lichtbündel mit einer Linse stark vergrößert auf einen Wandschirm abzubilden.

Die Brechung in einem planparallelen Glasklotz erzeugt also aus einem Bündel unbunten Glühlichtes eine Reihe bunter Bündel. Diese bunten Bündel fächern im Inneren des Glasklotzes auseinander, laufen aber hinter dem Glasklotz einander parallel. Wir wollen wie bisher an dem Ausdruck „bunte“ Bündel keinen Anstoß nehmen und zunächst versuchen, die Fächerung der bunten Bündel auch unterhalb des Glasklotzes fortzusetzen. Das erreichen wir unschwer: Wir haben nur die Parallelität der oberen und unteren Glasflächen aufzugeben und dem Glasklotz die Gestalt eines Prismas zu geben.

Bei der so vergrößerten Fächerung können wir ein viel breiteres Parallellichtbündel benutzen als im Falle der planparallelen Platte. Aber auch hier stört uns noch die Überlappung der einzelnen bunten Bündel. Darum nehmen wir den in Abb. 31 erläuterten Kunstgriff zu Hilfe. Wir benutzen eine Linse und machen alle austretenden Lichtbündel konvergent, d. h. wir bilden die linienhafte und zur Papierebene senkrechte Lichtquelle auf einem Wandschirm ab (Abb. 41). Dort finden wir das leuchtende, bunte Band eines kontinuierlichen Spektrums.

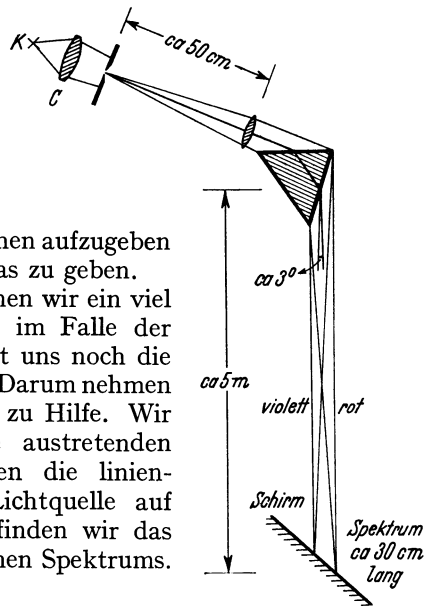


Abb. 41. Herstellung eines Spektrums mit einem Prisma im Schauversuch. Das ins Prisma einfallende Lichtbündel ist nur angenähert parallel. Die Linse bildet den Spalt (linienhafte Lichtquelle) auf dem einige Meter entfernten Wandschirm ab. Von den bunten Lichtbündeln sind hinter dem Prisma nur ein rotes und ein violettes gezeichnet. Die Schrägstellung des Schirmes hat wieder den in der Satzbeschriftung von Abb. 40 angegebenen Grund. — Eine für Meßzwecke übliche Anordnung mit strenger parallelem Lichtbündel findet man später in Abb. 195.

Jetzt folgt die quantitative Auswertung dieser Beobachtung. Zunächst müssen wir die unphysikalischen Bezeichnungen „rotes“, „blaues“ usw. Lichtbündel beseitigen und die verschiedenartigen Strahlungen physikalisch, d. h. durch eine Zahl charakterisieren. Dazu dient uns der Begriff der Wellenlänge: Wir blenden aus dem Spektrum ein schmales, dem Auge einfarbiges Lichtbündel aus und messen für dieses nach dem uns bekannten Verfahren der Spaltbeugung eine Wellenlänge (Abb. 35, Praktikumsaufgabe). Wir finden so für Lichtbündel

im violetten	Spektralbereich	Wellenlängen von	400—440 $\mu\mu^1$)
„ blauen	„	„	440—495 $\mu\mu$
„ grünen	„	„	495—580 $\mu\mu$
„ gelben und orangen	„	„	580—640 $\mu\mu$
„ roten	„	„	640—750 $\mu\mu$

¹⁾ $1 \mu\mu = 10^{-3} \mu = 10^{-6} \text{ mm} = 10^{-7} \text{ cm}$; $0,1 \mu\mu = 10^{-8} \text{ cm}$ nennt man eine Ängström-Einheit, abgekürzt ÅE .

Der Vorgang der Brechung erzeugt also aus der Strahlung des Glühlichtes verschiedenartige, für das Auge bunte Strahlungen, und jeder von ihnen läßt sich ein Wellenlängenbereich zwischen $0,4$ und $0,8 \mu$ zuordnen. Bis auf weiteres genügt uns die Angabe einer mittleren Wellenlänge. Wir meinen aber immer einen Bereich. Gleiches gilt auch für unser Rotfilterlicht.

Für jede so durch eine (mittlere) Wellenlänge gekennzeichnete Strahlung kann man die Brechzahl n eines Stoffes bestimmen. Im Prinzip genügt dafür die Anordnung der Abb. 4. So bekommt man für etliche optisch oft gebrauchte Stoffe folgende Brechzahlen:

Tabelle 2.

Stoff	Brechzahl für die Wellenlänge			
	$\lambda = 0,656 \mu$	$\lambda = 0,578 \mu$	$\lambda = 0,436 \mu$	$\lambda = 0,405 \mu$
Leichtes Kronglas [Borkron BK 4 ¹⁾]	1,5076	1,5101	1,5200	1,5236
Leichtes Flintglas [F 2 ¹⁾]	1,6150	1,6200	1,6421	1,6507
Schweres Flintglas [SF 4 ¹⁾]	1,7473	1,7552	1,7913	1,8060
Diamant	2,4099	2,4175	2,4499	2,4621

Meßtechnische Einzelheiten sind ohne Belang. Hier beschäftigt uns zunächst eine weitere Beobachtung von grundsätzlicher Bedeutung. Wir ersetzen das Auge durch einen physikalischen Indikator, durch eine Thermosäule. Diese bewegen wir in Abb. 41 durch die Ebene des Spektrums hindurch. Der Ausschlag des Strommessers verschwindet keineswegs an den sichtbaren Enden des Spektrums, also an den Grenzen des Violetten auf der einen, des Roten auf der anderen Seite. Wir finden vielmehr beiderseits des sichtbaren Spektrums noch Strahlungen von erheblichem Betrage. Die Brechung erzeugt also außer sichtbaren auch unsichtbare Lichtbündel. Man benennt sie mit den beiden Sammelnamen „Ultraviolett“ und „Ultrarot“.

Für Schauversuche haben wir früher rotes Licht nicht durch Brechung, sondern mit Hilfe eines Rotfilters hergestellt. Wir ließen das Glühlicht einer Bogenlampe durch ein rotes Glas hindurchgehen. Dem Wort „Filter“ liegt eine zwar rohe, aber oft brauchbare Vorstellung zugrunde. Diese betrachtet die unbunte Strahlung des Glühlichtes als ein Gemisch verschiedener, bunter Strahlungen. Das Filter soll nur eine von ihnen hindurchlassen.

In entsprechender Weise kann man auch Filter für die unsichtbaren Strahlungen herstellen. Als Ultraviolettfiler benutzt man am bequemsten ein stark nickelhaltiges Glas. Dem Auge erscheint es undurchlässig wie Pech, aber es läßt,

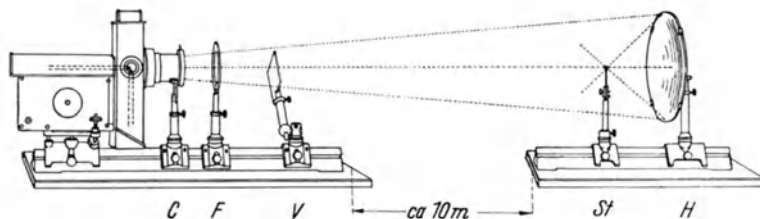


Abb. 42. Entzündung eines Streichholzes *St* durch ein Bündel unsichtbarer ultraroter Strahlung. *C* Hilfslinse, *F* Ultrarotfilter, *V* Verschlußklappe, *H* Hohlspiegel.

in der Sprache obigen Bildes, ultraviolettes Licht aus dem Strahlungsgemisch der Bogenlampe hindurch. Zur Sichtbarmachung ultravioletter Lichtbündel benutzt man in Schauversuchen die Erregung der Fluoreszenz. Zahlreiche Substanzen leuchten, von ultraviolettem Licht getroffen, hell auf, d. h. sie senden

¹⁾ Bezeichnung des Glaswerkes Schott und Gen. in Jena.

sichtbares Licht aus, sie „fluoreszieren“¹⁾. So benutzen wir in Abb. 3 zum Tünchen des Brettes ein fluoreszenzfähiges Pigment, z. B. eine Lackschicht mit einem Zinksalzpulver. Eine helle, schwach grünliche Fluoreszenz zeigt uns die Spur des unsichtbaren, ultravioletten Parallellichtbündels.

Als Filter für ultrarote Strahlung eignen sich MnO-haltige Glasplatten. Zum Nachweis des Ultrarot nimmt man meist die Erwärmung der bestrahlten Körper. So machen wir uns in Abb. 42 mit Hilfe einer Bogenlampe und eines Ultrarotfilters einen Scheinwerfer für ultrarotes Licht und entzünden in 10 m Abstand mit der unsichtbaren Strahlung ein Streichholz.

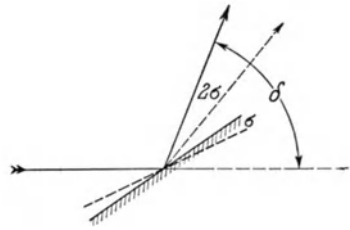
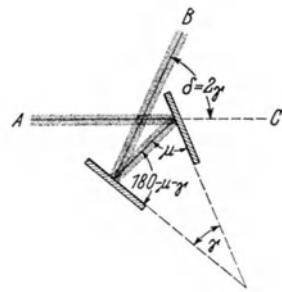


Abb. 43. Einfluß der Kippung eines Spiegels auf die Richtung eines gespiegelten Lichtbündels. Nur Bündelachse gezeichnet.

§ 12. Technischer Anhang. Winkelspiegel und Spiegelprismen sind oft gebrauchte technische Hilfsmittel. Überdies gibt die Rolle von Brechung und Dispersion bei den Spiegelprismen Anlaß zu nützlichem Nachdenken.

Häufig braucht man die Ablenkung eines Lichtbündels um einen bestimmten Winkel δ . Man erzielt das am einfachsten mit einer einmaligen Spiegelung nach dem Schema der Abb. 43. Aber diese Anordnung ist gegen seitliche Kippungen des Spiegels empfindlich. Bei einer Kippung um den Winkel σ (Achse senkrecht zum Hauptschnitt, also hier Zeichenebene) ändert sich der Winkel δ zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl um den Betrag 2σ .



Bei einer zweimaligen Spiegelung durch einen Winkelspiegel hingegen bleiben seitliche Kippungen des Winkelspiegels ohne Einfluß. Denn nach Abb. 44 ist der Winkel δ zwischen einfallendem und zweifach reflektiertem Strahl nur vom Keilwinkel γ zwischen beiden Spiegelflächen abhängig. Es gilt

$$\delta = 2\gamma. \quad (22)$$

Für eine Strahlenknickung um 90° muß $\gamma = 45^\circ$ gewählt werden. — Zwei zueinander senkrechte Spiegel ($\gamma = 90^\circ$) geben $\delta = 180^\circ$, werfen demnach den einfallenden Strahl sich selbst parallel zurück usw. Man kann das außer mit Lichtbündeln und Spiegeln noch recht nett mit Stahlkugeln und Stahlwänden (elastischer Stoß) vorführen (oder Kinderball und Zimmerwände).

Abb. 44. Winkelspiegel. — Ermöglicht bei meßbar veränderlichem Keilwinkel γ eine freihändige Messung des Winkelabstandes δ zweier Gegenstände in Richtung B und C (Sextant der Seefahrer und Astronomen). Man denke sich das Auge bei A und die rechte Spiegelplatte teilweise durchsichtig, z. B. nur halbseitig versilbert.

Für saubere Spiegelungen sind rückwärts versilberte Glasplatten unzureichend. Sie geben stets doppelte Reflexionen hinten am Metallbelag und vorn an der freien Glasoberfläche, Metallspiegel ohne Glasschutz hingegen sind weniger haltbar. Darum füllt man in der Technik den Winkelbereich zwischen den beiden Metallspiegelflächen mit Glas aus. Vorn läßt man den Glasklotz als Dach mit dem Giebelwinkel $\varepsilon = 2\gamma$ auslaufen, hinten wird die überflüssige Spitze abgeschnitten (Abb. 45). So verwandelt man den Winkelspiegel in ein Spiegelprisma. Bei allen Formen des Spiegelprismas wirkt außer der Reflexion auch die Brechung mit. Deshalb setzen wir hier zunächst Rotfilterlicht voraus. In Abb. 45 schließen die Achsen des ankommenden wie des weggehenden Lichtbündels mit den Innenflächen des Glasklotzes den gleichen Winkel ein. In den Luftraum verlängert werden diese beiden Strahlen um gleiche Beträge durch Brechung geknickt. Der Winkel zwischen ihnen bleibt also ungeändert $\delta = 2\gamma$. Das alles ist geometrisch leicht zu übersehen.

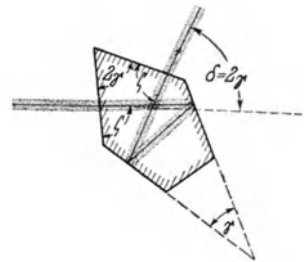


Abb. 45. Spiegelprisma. Die Achsen des ein- und austretenden Lichtbündels müssen gegen die Innenfläche des Giebels um den gleichen Winkel ζ geneigt sein. Das erzielt man mit dem Giebelwinkel $\varepsilon = 2\gamma$. (Anderenfalls würde die Brechung an beiden Giebelflächen verschieden groß.)

¹⁾ Als eine der wenigen nicht fluoreszenzfähigen Substanzen ist Porzellan zu nennen. Daher erscheinen beim Beleuchten eines Gesichtes mit ultraviolettem Licht eingesetzte Stiftzähne schwarz zwischen den rein weiß fluoreszierenden echten Zähnen.

Für $\delta = 180^\circ$, d. h. einfallendes und rückkehrendes Bündel einander entgegengerichtet, wird der Keilwinkel $\gamma = 90^\circ$ Gl. (22). Also ist der Giebelwinkel $\varepsilon = 2\gamma = 180^\circ$, das Spiegelprisma entartet zu dem in Abb. 46 skizzierten Dreiecksprisma. Solche Dreiecksprismen sind durch die Prismenfeldstecher allgemein bekannt geworden.

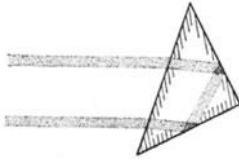


Abb. 46. Spiegelprisma in Dreiecksform, zur Umkehrung der Strahlenrichtung. Die Kathetenflächen bekommen spiegelnden Metallüberzug. Rotfilterlicht.

Die Abb. 47 zeigt uns das Dreiecksspiegelprisma noch in einer anderen Anwendungsform, nämlich als Umkehrprisma. Man benutzt es zum Aufrichten auf dem Kopf stehender Bilder, vor allem bei der Projektion kleiner physikalischer Apparate.



Abb. 47. Dreieckiges Spiegelprisma als Umkehrprisma benutzt. Die Hypotenusenfläche bekommt spiegelnden Metallüberzug. Rotfilterlicht.

Als letztes Beispiel sei der Eckenspiegel genannt. Er soll, unabhängig von allen Kippungen und Wackeleien, ein Lichtbündel sich selbst parallel zurückwerfen. Bei Kippungen um nur eine Achse leistet das schon ein Winkelspiegel oder Spiegelprisma mit einem Keilwinkel $\gamma = 90^\circ$. (Vgl. Abb. 46, Kippachse senkrecht zur Zeichenebene.) Bei Kippungen um beliebige Achsen braucht man jedoch drei aufeinander senkrechte Spiegelflächen; vgl. Abb. 48.

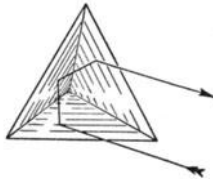


Abb. 48. Strahlengang in einer rechtwinkligen Spiegelecke.

Aus dem oben genannten Grunde füllt man auch hier den ganzen Raum zwischen den Spiegeln mit einem massiven Glasklotz aus. Seine vordere Grenzfläche ist eine Ebene. Man denke sich von einem Glaswürfel eine gleichseitige Ecke abgeschnitten. Zur Vorführung dieses „Tripelspiegels“ umgibt man die Austrittsöffnung des Lichtbündels aus der Lampe mit einem weißen Papierschirm und hält den Eckenspiegel in beliebigem Abstand in das Lichtbündel hinein. Dann sieht man bei Kippungen und Wackeleien das rückkehrende Licht (als dreieckigen Fleck) ruhig auf dem Schirm liegen. — Ein in den Eckenspiegel blickender Beobachter sieht sich auf dem Kopf stehend. Den Gang der Lichtbündelachsen macht man sich an Hand der Abb. 48 klar.

Ein Mosaik von Eckenspiegeln mit 6-eckigen vorderen Grenzflächen gibt gute „Katzenaugen“ für Fahrzeuge.

Die obige Darstellung der Spiegelprismen war der Brechung halber ausdrücklich auf Filterlicht beschränkt worden. Bei „Glühlicht“ tritt Dispersion auf: Nach dem Verlassen des Spiegelprismas sind die verschieden stark gebrochenen bunten Lichtbündel parallel gegeneinander versetzt. Warum sieht man trotzdem bei Benutzung von Spiegelprismen die Gegenstände ohne farbige Ränder? Diese Frage möge sich der Leser selbst beantworten.

II. Abbildung und die Bedeutung der Lichtbündelbegrenzung.

§ 13. Die Bildpunkte einer Linse als Beugungsfiguren der Linsenöffnung.

In der Mechanik haben wir die Wirkung der Linsen an Hand von Wasserwellen kennengelernt. Wir wiederholen in Abb. 49 den grundlegenden Versuch: Wasserwellen fallen divergierend auf eine Öffnung. In der Öffnung liegt unterhalb der Wasseroberfläche eine Glasplatte von linsenförmigem Querschnitt. Im flachen Wasser laufen die Wellen langsamer als im tiefen. Die Wellen werden beim Passieren der dicken Linsenmitte am meisten verzögert, weniger in den dünneren Randgebieten. Infolgedessen ändert sich die Krümmung der Wellen. Sie konvergieren hinter der Linse und ziehen sich in einem „Bildpunkte“ auf einen engen Bereich zusammen. Voraussetzung ist aber eine genügende Weite der Linsenöffnung. Bei kleiner Öffnung, Abb. 50, kommt es nicht mehr zu einer Einschnürung des Bündels in einem „Bildpunkt“. Die Begrenzung der Wellen spielt also bei der Abbildung eine entscheidende Rolle. Die in Abb. 49 gestrichelte geometrische Strahlenkonstruktion läßt diesen ganz wesentlichen Punkt nicht erkennen.

Genau die gleichen Tatsachen gelten für die Abbildung in der Optik. Das wollen wir der grundsätzlichen Bedeutung halber zunächst experimentell vorführen. Für das Verständnis genügen dabei unsere bisherigen Kenntnisse der Beugung. Wir werden sie in § 15 ein wenig vertiefen.

In Abb. 51 werfen wir das Bild eines Punktgitters mit einer guten Fernrohrlinse (Objektiv von 70 cm Brennweite) auf einen 5 m entfernten Schirm. Das Punktgitter (3 mm Seitenlänge) haben wir uns aus 25 Dingpunkten zusammengesetzt, Löchern von 0,2 mm \varnothing , von hinten intensiv mit rotem Licht beleuchtet. Die in die Linse eintretenden Lichtbündel werden durch die kreisrunde Linsen-

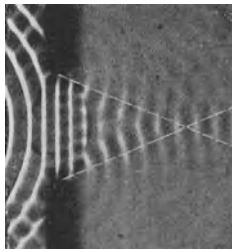


Abb. 49.

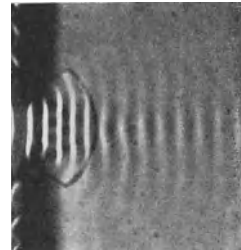


Abb. 50.

Abb. 49 und 50. Eine Flachwasserlinse, links mit weiter, rechts mit enger Öffnung benutzt. Abb. 50 sah links vor der Linse ebenso aus wie Abb. 49. Der Bildrand ist durch ein Versehen bei der Aufnahme zu dicht an die Linse herangelegt worden.

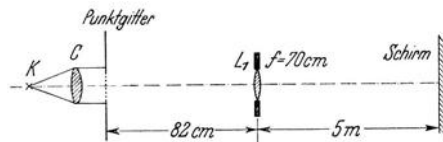


Abb. 51. Abbildung eines kleinen Punktgitters durch ein Fernrohrobjektiv. Das Gitter besteht aus 25 Löchern von je 0,2 mm Durchmesser in je 0,7 mm Abstand. Vgl. Abb. 53. Für große Säle muß man f kleiner wählen.

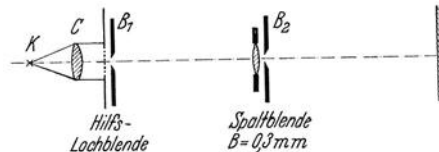


Abb. 52. Eine Hilfslochblende deckt 24 von den 25 Öffnungen des Punktgitters ab. Die eine verbleibende Öffnung wird von dem gleichen Objektiv wie in Abb. 51 abgebildet. Doch wird diesmal das Lichtbündel durch eine Blende B_2 rechteckig begrenzt.

Die in die Linse eintretenden Lichtbündel werden durch die kreisrunde Linsen-

fassung (5 cm \varnothing) begrenzt¹⁾. Das Bild auf dem Schirm ist in Abb. 53 photographiert, es zeigt uns ein Gitter, aufgebaut aus 25 sauber getrennten Kreisscheibchen. Sie geben uns einen oberen Grenzwert für den Durchmesser eines „Bildpunktes“. — Dann setzen wir unmittelbar vor das Gitter eine Hilfsblende B_1 (Abb. 52) und geben nur noch das mittlere Loch frei, einen einzelnen „Dingpunkt“. Auf dem Schirm verbleibt sein Bild in unverminderter Schärfe.



Abb. 53. Das auf den Schirm der Abb. 51 entworfene Bild des Punktgitters in $\frac{1}{2}$ natürlicher Größe.

Jetzt kommt die entscheidende Beobachtung: Wir setzen dicht hinter die Linse in Abb. 52 als Aperturblende (S. 2) einen rechteckigen Spalt B_2 , aber seine Längsrichtung zunächst in der Papierebene. Dadurch bekommt das aus der Linse austretende Lichtbündel eine rechteckige Begrenzung, beispielsweise von $B = 0,3$ mm Breite. Auf dem Schirm sehen wir die in Abb. 54 photographierte Erscheinung ($\frac{1}{2}$ nat. Größe): Dem Dingpunkt entspricht in der Bildebene ein langer „Pinselstrich“, beiderseits mit kürzeren seitlichen Wiederholungen. Mit „Blaufilterlicht“ bekommen wir die gleichen „Pinselstriche“, nur etwas kürzer, Abb. 55.

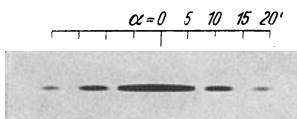


Abb. 54. Der pinselstrichartige Bildpunkt einer Linse bei schmaler rechteckiger Begrenzung der Lichtbündel durch einen zur Längsrichtung dieser Figur senkrechten Spalt von $B_2 = 0,30$ mm Breite. Die Figur ist mit Rotfilterlicht in 5 m Abstand photographiert ($\lambda \sim 0,66 \mu$). $\frac{1}{2}$ natürlicher Größe.

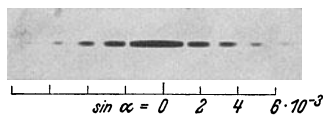


Abb. 55. Wie Abb. 54, jedoch mit Blaufilterlicht von $\lambda \sim 0,47 \mu$.

In beiden Fällen gleichen die Figuren einem horizontalen Ausschnitt aus der uns bekannten Beugungsfigur eines Spaltes, Abb. 36. Dabei liegen die Minima in den gleichen Winkelabständen wie früher (man vgl. Abb. 54 mit Abb. 36). Demnach kann die Deutung der Abb. 54 und 55 nicht zweifelhaft sein: Ein Bildpunkt ist in Wahrheit eine Beugungsfigur der Linsenbegrenzung. Ihr erstes Minimum erscheint von der Linse aus gesehen beiderseits von der Bildmitte unter dem Winkel α , definiert durch die Gl. (21)²⁾

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{B}. \quad (21)$$

Normalerweise ist die Linsenbegrenzung nicht rechteckig sondern kreisförmig: An die Stelle des Spaltes tritt das kreisrunde Loch der Linsenfassung. Darum ersetzen wir bei der Fortführung der Versuche die Spaltblende in Abb. 52 durch eine Lochblende (z. B. $\varnothing = 1,5$ mm). Das Ergebnis sehen wir in Abb. 56. Es ist die Beugungsfigur einer Kreisöffnung. Qualitativ kann man sagen, sie entstehe durch Rotation einer Spaltbeugungsfigur (Abb. 54) um ihren Mittelpunkt. Quantitativ stimmt das nicht ganz. Man muß im Falle der kreisförmigen Öffnung auf der rechten Seite der Gl. (21) einen Zahlenfaktor von rund 1,2 hinzufügen. Das ist aber bei dem weiten Spielraum der Wellenlänge λ im sichtbaren Spektralbereich (rund $0,4 - 0,8 \mu$) praktisch ohne Belang.

Ergebnis: Der Bildpunkt einer Linse ist eine Beugungsfigur der die Linse begrenzenden Öffnung. Man darf ohne nennenswerte Übertreibung behaupten: Bei der Abbildung durch Linsen ist das bündelbegrenzende Loch wichtiger als die Linse selbst. Die Rolle der Linse ist nur eine sekundäre. Sie macht die eben oder divergierend einfallenden Wellenzüge konvergent und zieht sie in einen engen Bereich zusammen. Dadurch verlegt sie die Beu-

¹⁾ Vorausgesetzt, daß der Vorführende die Beleuchtungslinse C richtig anzuwenden versteht! (Vgl. Abb. 80 und 81.)

²⁾ In Abb. 52 kann man das auf die Spaltblende B_2 auffallende Lichtbündel mit großer Näherung als parallel begrenzt betrachten. Somit ist die Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Gl. (21) gegeben.

gungsfigur der Öffnung in einen bequem zugänglichen Abstand; das aus diesen „Beugungsfigur-Bildpunkten“ zusammengesetzte Bild bekommt eine kleine handliche Größe.

Nach Entfernung der Linse wirkt das verbleibende Loch ebenso wie bei der allbekannten Lochkamera (Abb. 119). Je größer das Loch, desto größer muß der Abstand zwischen Loch und Schirm gewählt werden. Dadurch kommt man schon bei einem Lochdurchmesser von 1 cm zu äußerst unbequemen Abmessungen von Schirmabstand und Bilddurchmesser. Doch kann man ohne Linse stets Bilder von gleicher Zeichnungsschärfe erreichen wie mit einer Linse. Zwischen dem Bildpunkt einer Lochkamera und dem einer Linse existiert kein Unterschied von grundsätzlicher Art. Beide sind lediglich Beugungsfiguren der Öffnung.

§ 14. Die Leistungsgrenze der Linsen, insbesondere im Auge und im astronomischen Fernrohr.

Die große Bedeutung der eben gezeigten Experimente soll durch einige Beispiele erläutert werden. Wir greifen auf Abb. 52 zurück, entfernen die Hilfsblende B_1 und geben so alle 25 Dingpunkte des Punktgitters frei. Dann begrenzen wir die Linsenöffnung wieder

rechteckig, benutzen also als Bildpunkte wieder lange „Pinselstriche“ (Abb. 54), und zwar zunächst in horizontaler Lage (Spaltblende B_2 vertikal). So entwirft uns die Linse das linke Bild der Abb. 57. Statt des Punktgitters (Abb. 53) erscheinen 5 horizontale helle Linien, entstanden durch Überlappung der horizontalen Bildpunkt-Pinselstriche. — Wir kippen darauf den Spalt B_2 und somit auch die Pinselstriche um 45° gegen die Vertikale. Statt eines Punktgitters finden wir das Bild der Abb. 57b, usf. — Eine unzureichende Begrenzung der Lichtbündel kann also Bild und Ding einander völlig unähnlich machen.

Für die übliche Form der Linsenbegrenzung, eine kreisrunde Fassung, bekommen wir als „Bildpunkt“ eine kreisrunde Beugungsscheibe, umgeben von konzentrischen Ringen abnehmender Stärke (Abb. 56). Für einen fernen Dingpunkt kann man den Halbmesser des ersten, die zentrale Beugungsscheibe umgebenden Minimums nach Gl. (21) berechnen. Er beträgt bei einem Linsendurchmesser B im Winkelmaß

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{B} . \quad (24)$$

Für eine Trennung zweier Dingpunkte muß man mindestens so weit gehen wie in Abb. 58: Die Zentralscheibe des einen Bildpunktes muß in das erste Minimum des anderen fallen. Das heißt, der Winkelabstand $2w$ der

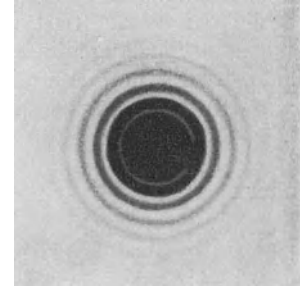
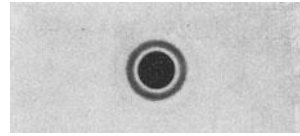


Abb. 56. Der Bildpunkt eines Fernrohrobjektives bei Begrenzung durch eine kreisförmige Öffnung von 1,5 mm Durchmesser, in 5 m Abstand photographiert (oberes Bild 1 Minute, unteres Bild 5 Minuten belichtet). Rotfilterlicht. Natürliche Größe

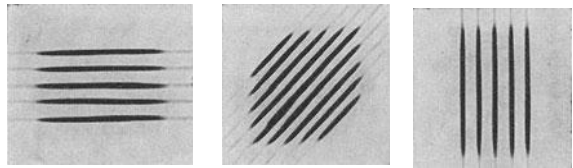


Abb. 57. Die Bilder des Punktgitters in Abb. 51 werden entscheidend durch die Gestalt der Objektivbegrenzung bestimmt. Rotfilterlicht. Photographisches Negativ. $\frac{1}{2}$ nat. Größe.

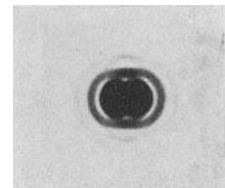


Abb. 58. Zur Auflösung einer Linse. Trennung der beiden als Bildpunkte dienenden Beugungsfiguren. Kreisförmige Linsenöffnung von 1,5 mm Durchmesser. Das Ding bestand aus zwei Löchern von 0,2 mm Durchmesser in 0,3 mm Abstand. Aufnahme mit Rotfilterlicht in 5 m Abstand. Natürliche Größe.

Dingpunkte darf nicht kleiner sein als der aus Gl. (21) berechnete Winkel α . Somit bekommen wir für den kleinsten „auflösbaren“ Winkelabstand

$$\sin 2 w_{\min} = \frac{\lambda}{B}. \quad (23)$$

Beispiel: Unser Auge ist im Grundsatz eine photographische Kamera. An die Stelle der Platte tritt die mosaikartig zusammengesetzte Netzhaut. Zur Begrenzung der Augenlinse dient die Iris. Ihr Lochdurchmesser beträgt im Tageslicht etwa 3 mm. Als mittlere Wellenlänge des Tageslichtes dürfen wir $\lambda = 0,6 \mu = 6 \cdot 10^{-4}$ mm ansetzen. Somit erhalten wir nach Gl. (23)

$$\sin 2 w_{\min} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{3} = 2 \cdot 10^{-4}$$

oder

$$2 w_{\min} = 40 \text{ Bogensekunden} = \text{rund } 1 \text{ Bogenminute.}$$

Das heißt, unser Auge vermag noch zwei Dingpunkte mit einem Winkelabstand von rund 1 Bogenminute zu unterscheiden. Oder mit anderen Worten: Eine Bogenminute ist der kleinste vom Auge „auflösbare“ Sehwinkel $2 w$ (vgl. Abb. 104). Diese Berechnung stimmt mit den praktischen Erfahrungen überein. Zur Vorführung benutzt man zweckmäßig ein schwarz und weiß geteiltes Strichgitter. Für einen Beschauer in 10 m Entfernung muß der Strichabstand rund 3 mm betragen. Daraus folgt

$$2 w_{\min} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ oder } 2 w_{\min} = 1 \text{ Bogenminute.}$$

Für Schauversuche ist ein Strichgitter mit verstellbarem Strichabstand zweckmäßig. Man erhält es bequem als Moireestreifen zweier gegeneinander verdrehbarer durchsichtiger Gitter. Man nimmt kleine Glasgitter, etwa 5 Striche je Millimeter und projiziert ihr Bild auf die Wand.

Das moderne astronomische Fernrohr ist praktisch ebenfalls nur eine Abart der photographischen Kamera: Eine Linse oder ein Hohlspiegel und in der

Brennebene eine photographische Platte. Für einen Linsen- oder Spiegeldurchmesser von 300 mm wird der kleinste auflösbare Sehwinkel 100mal kleiner als bei freiem Auge, also rund 0,4 Bogensekunden. Mit einer Öffnung von 1,2 m kann man noch zwei Fixsterne mit 0,1 Bogensekunden Abstand trennen, usf. — Jeder der beiden Sterne macht sich lediglich durch eine Beugungsfigur der Linsen- oder Spiegelöffnung bemerkbar. Für eine dreieckige Begrenzung eines Fernrohrobjektives wird die Beugungsfigur eines Fixsternes in Abb. 59 gezeigt. Ein wirkliches Bild der Fixsternscheiben, entsprechend dem Bilde der Sonnenscheibe, können wir mit unseren heutigen Fernrohren nicht herstellen. Der Durchmesser der Sonnenscheibe beträgt 32 Bogenminuten, der Scheibendurchmesser

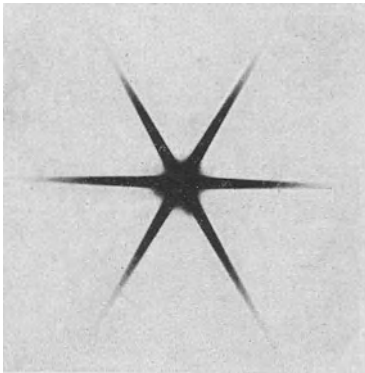


Abb. 59. Der Bildpunkt einer Linse bei Begrenzung durch eine dreieckige Öffnung von 1 cm Kantenlänge. In 5 m Abstand mit Rotfilterlicht, in natürlicher Größe photographiert (15 Sek. bel.).

selbst naher Fixsterne jedoch weniger als 0,01 Bogensekunden. Für die Abbildung der Fixsternscheiben sind die Bildpunkte auch des größten vorhandenen Fernrohres (\varnothing des Spiegels = 5 m) noch viel zu grob.

Die Leistungsgrenze des Auges und des Fernrohres wird durch die Begrenzung der Lichtbündel, nicht durch Einzelheiten des Linsenbaues bestimmt. Das ist das wesentliche Ergebnis dieses Paragraphen.

§ 15. Zur Entstehung der Beugung. Unterscheidung von FRAUNHOFERSCHER und FRESNELSCHER BEUGUNG. In § 13 haben wir den Bildpunkt einer Linse als Beugungsfigur ihrer Öffnung erkannt. — Diese zunächst experimentell gewonnene Tatsache ist in Analogie zu mechanischen Wellen unschwer zu deuten: Man hat den bisher ganz formal eingeführten Wellen in Glas eine kleinere Geschwindigkeit zuzuschreiben als in Luft, also

$$\frac{\lambda_{\text{Luft}}}{\lambda_{\text{Glas}}} = \frac{v_{\text{Luft}}}{v_{\text{Glas}}} = n. \quad (4)$$

(λ = Wellenlänge, v = Geschwindigkeit, n = Brechzahl.)

Das soll im folgenden gezeigt werden. Wir wählen wiederum den einfachsten Fall: Die Wellen sollen als parallel begrenztes Bündel, also praktisch eben, senkrecht auf eine Öffnung auffallen.

Ohne Linse hieß es in der Mechanik: Nach dem HUYGHENS-FRESNELSCHEN Prinzip wird jeder Punkt der Öffnung zum Ausgangspunkt eines elementaren Wellenzuges. (Mechanikband, Abb. 378.) Hinter der Öffnung tritt eine Überlagerung aller elementaren Wellenzüge auf. Sie erzeugt die seitliche Begrenzung des Bündels. Die Abweichung von den mit Strahlen konstruierten Grenzen ist die Beugung.

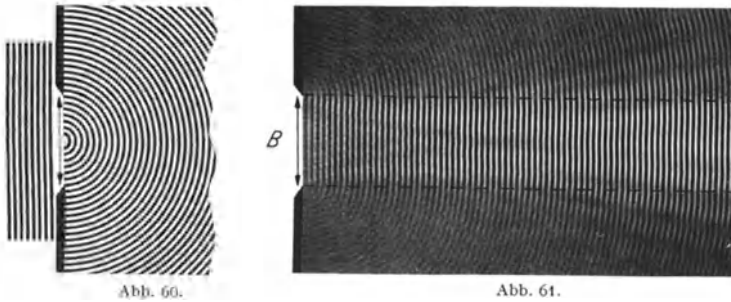


Abb. 60 und 61. Modellversuch zur Begrenzung ebener Wellen durch einen weiten Spalt. — Zugleich Schema einer „FRESNELSCHEN BEUGUNG“. In Abb. 60 sind die Wellen auf eine Glasplatte gezeichnet. Ihr Profil ist nicht sinus-, sondern kastenförmig gewählt, weil die Feinheiten doch im Druck verlorengehen. Bei einwandfreier Wiedergabe sollten in Abb. 61 der Grund dem Auge grau erscheinen, Wellenberge grauweiß bis weiß, Wellentäler grauschwarz bis schwarz. Meist werden im Druck die Farben des Grundes denen der Täler zu ähnlich. Dieser Schönheitsfehler muß auch bei allen späteren Modellversuchen zum Wellenverlauf in Kauf genommen werden.

In der Mechanik haben wir diesen Vorgang graphisch behandelt (§ 115). Einfacher und anschaulicher ist jedoch ein Modellversuch. In Abb. 60 bedeutet der Doppelpfeil einen in der Öffnung angelangten Wellenberg, seine Länge also zugleich die Breite B der Öffnung. Ferner bedeutet das System konzentrischer Kreise einen einzigen elementaren Wellenzug, ausgehend von einem Punkte dieser Öffnung. — Dies Wellenbild denken wir uns auf Glas übertragen und auf einen Schirm projiziert, den Doppelpfeil auf den Schirm gezeichnet. Alsdann denken wir uns mit Hilfe weiterer Projektionsapparate eine stetige Folge derartiger Glasbilder nebeneinander auf den Schirm geworfen. Praktisch wird geschickter verfahren: Wir benutzen nur das eine Glasbild der Abb. 60 und bewegen sein Wellenzentrum mit irgendeiner mechanischen Vorrichtung rasch in der Richtung des Doppelpfeiles hin und her, etwa 20mal je Sekunde. Auge und photographische Platte vermögen die räumlich und zeitlich aufeinander folgenden Bilder nicht mehr zu trennen, sie verzeichnen nur die Überlagerung sämtlicher Elementarwellenzüge. So entsteht das in Abb. 61 abgedruckte Wellenbild.

Eine Fortführung dieses Versuches wird uns jetzt die Linsenwirkung erläutern. Zu diesem Zweck zeichnen wir in Abb. 62 eine größere Öffnung und dicht vor sie eine Sammellinse. Die Wellen sollen im Glas der Linse langsamer laufen als in Luft [Gl. (4)]. Infolgedessen bleibt ihre Mitte gegenüber dem

Rande zurück. Die Wellenfläche wird hohl gewölbt, der in Abb. 60/61 gerade Doppelpfeil ist durch einen kreisförmig gekrümmten zu ersetzen. Alles übrige verläuft dann genau wie oben. Wir bewegen (mit irgendeiner mechanischen Vorrichtung) das Wellenzentrum längs des gekrümmten Doppelpfeiles. Das Ergebnis zeigt eine Photographie in Abb. 62: Der Wellenzug konvergiert

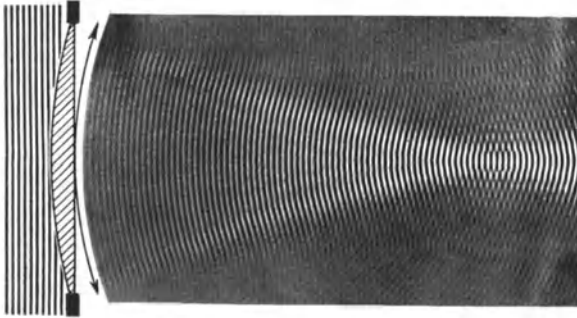


Abb. 62. Modellversuch zur Entstehung des Bildpunktes einer Linse als Beugungsfigur ihrer Öffnung. — Zugleich Schema einer FRAUNHOFERSchen Beugung. — Im „Bildpunkt“ und in seiner Nähe sind die Wellen eben.

auf den Krümmungsmittelpunkt des Doppelpfeiles. Aber dieser Ort wird keineswegs zu einem punktförmigen Konvergenzzentrum. Es besteht nur eine enge Einschnürung des Wellenzuges und neben ihr erscheinen einige schwächere Begleiter. Wir denken uns in der engsten Stelle senkrecht zur Papieren ebene und senkrecht zur Laufrichtung der Wellen

eine Beobachtungsebene gestellt. Auf ihr entsteht eine Beugungsfigur nach Art der Abb. 56. Es ist eine Beugungsfigur der benutzten Linsenöffnung B , der wirkliche oder physikalische Bildpunkt im Gegensatz zu einem mit Strahlen konstruierten.

Die Abb. 63 zeigt uns links zwei extrafokale Beugungsfiguren eines fernen Lichtpunktes (Fixsternes) in 30facher Vergrößerung photographiert. Rechts findet sich der zugehörige Modellversuch. Er ist in gleicher Weise gewonnen wie Abb. 62, zeigt aber nur die Wellen in der Nachbarschaft des Brennpunktes.

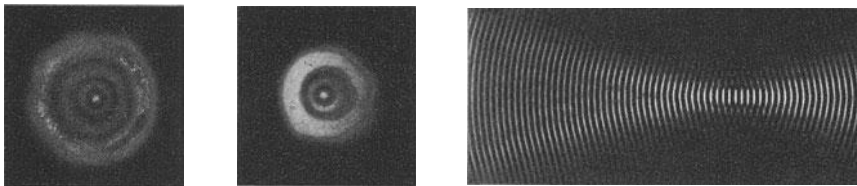


Abb. 63. Links: zwei „extrafokale Beugungsfiguren“ eines fernen Lichtpunktes. Sie sind mit einem Fernrohrobjektiv ($f = 4$ m, $\varnothing = 12$ cm) in 35 und 25 mm Abstand von der Brennebene mit 30facher Vergrößerung photographiert. Rechts: Modellversuch zur Entstehung dieser Beugungsfigur. Man besehe das Bild schräg in seiner Längsrichtung. Es ist genau wie in Abb. 62 ausgeführt, doch ist nur die Umgebung des Brennpunktes photographiert worden.

Das in Abb. 62 vorgeführte Wellenfeld entsteht durch konvergente Wellen. Der Querschnitt des Lichtbündels zeigt in der Nähe des Linsenbrennpunktes eine deutliche Struktur. In der Brennebene ist diese Struktur von besonderer Einfachheit und dort nennt man sie eine FRAUNHOFERSche Beugungsfigur. — Von FRESNELScher Beugung spricht man bei divergenten Wellenzügen, z. B. in Abb. 61. Der Querschnitt des divergierenden Lichtbündels zeigt in allen Abständen von der Öffnung eine deutliche Struktur. Sie ändert sich mit dem Öffnungswinkel u des auffallenden Lichtbündels und dem Abstand des Beobachtungsschirmes von der Öffnung. Für sehr kleine Öffnungswinkel und große Schirmabstände gewinnt sie schließlich die einfache Gestalt der FRAUNHOFERSchen Beugungsfigur. — Mit den Worten FRAUNHOFERSche und FRESNELSche Beugungsfigur unterscheidet man also nur zwei praktisch wichtige Fälle, aber nicht etwa grundsätzlich verschiedene Erscheinungen.

III. Einzelheiten, auch technische, über Abbildung und Bündelbegrenzung.

§ 16. **Vorbemerkung. Allgemeines über Abbildungsfehler.** In der Optik spielen Linsen etwa die gleiche Rolle wie die Leitungsdrähte in der Elektrizitätslehre. Beide sind ein unentbehrliches technisches Hilfsmittel der experimentellen Beobachtung. Die Handhabung der Leitungsdrähte ist rasch erlernt und weitgehend aus alltäglichen Erfahrungen bekannt. Eine sinngemäße Benutzung von Linsen hingegen erfordert Einzelkenntnisse von nicht unerheblichem Umfang. Die vier Druckseiten des § 7 genügen keineswegs. Leider ist der Stoff ein wenig spröde. Überdies ist er als Objekt einer hemmungslosen Kreidephysik nicht ohne Grund in Mißkredit geraten. — Unsere Darstellung erstrebt darum eine recht enge Anlehnung an das Experiment und an praktische Anwendungen.

In den §§ 13 bis 15 entnahmen wir der Beobachtung drei wichtige Ergebnisse:

1. Zum feineren Verständnis der Linsenwirkung muß man die Lichtbündel wie Bündel fortschreitender Wellen behandeln. Man hat die an mechanischen Wellen so anschaulich gewonnenen Erfahrungen auf die Lichtstrahlung zu übertragen. Man muß die mechanisch bewährten Beziehungen, z. B. Gl. (21) v. S. 13, auch beim Licht benutzen. Die Darstellung der Lichtbündel durch gerade Striche, also Strahlen, erweist sich als eine Näherung. Sie idealisiert einen Grenzfall, die Ausbreitung von Wellen mit verschwindend kleiner Wellenlänge.

2. Der Schnittpunkt der Strahlen hat physikalisch immer die Bedeutung einer Beugungsfigur. Der physikalische Bildpunkt hat eine endliche Ausdehnung, wie der Schlußpunkt dieses Satzes.

3. Größe und Gestalt dieser Beugungsfigur werden entscheidend durch die Begrenzung des einfallenden Lichtbündels bestimmt.

Damit ist unsere Aufmerksamkeit auf die Wichtigkeit der Lichtbündelbegrenzung gelenkt worden. Dieser Punkt wird für den Inhalt dieses Kapitels von entscheidender Bedeutung werden.

Unsere bisherige Behandlung der Linsenwirkung (§ 7) war an drei Voraussetzungen gebunden:

1. Die Lichtbündel sollten zu beiden Seiten der Linse schlank, d. h. sowohl der dingseitige Öffnungswinkel u (Abb. 25) wie der bildseitige u' sollten klein sein. (Experimentell verwirklichten wir das durch kleine flache Linsen großer Brennweite.)

2. Die Richtung der Bündelachsen, d. h. der Hauptstrahlen, sollte mit der Linsenachse nur kleine Winkel w bilden (Abb. 25).

3. Das benutzte Licht sollte eine praktisch konstante Brechzahl haben, also einem engen Wellenlängenbereich angehören.

Diese drei Voraussetzungen sind mit den meisten Ansprüchen der Praxis nicht vereinbar. Die Praxis stellt an die Linsen fast immer drei Forderungen:

A. Große Öffnungswinkel u . — Grund: Die von der Linse aufgenommene und zum Bilde durchgelassene Strahlungsleistung (Energie je Sekunde, gemessen in

Watt) steigt proportional zu $\sin^2 u$. Das zeigt man experimentell mit der in Abb. 64 dargestellten Anordnung.

B. Große Winkel w zwischen Hauptstrahlen und Linsenachse. Man denke an das Fotografieren einer Landschaft mit einer Taschenkamera.

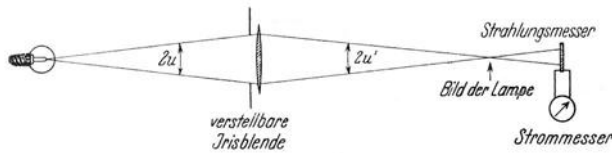


Abb. 64. Von einer kleinen Glühlampe (rotes Glas) wird Energie auf die Linse gestrahlt und durch die Linse auf einen Strahlungsmesser weitergeleitet. Dieser mißt die auffallende Strahlungsleistung, d. h. die Energie je Sekunde, in willkürlichem Maß. Die gemessene Strahlungsleistung steigt proportional mit $\sin^2 u$. — $\sin u$ nennt man die Apertur des Lichtbündels.

C. Anwendung von Tageslicht, also bildlich gesprochen eines Strahlungsgemisches verschiedener Wellenlänge.

Trotz dieser Ansprüche soll die Abbildung „gut“ bleiben, d. h. drei weitere Forderungen erfüllen:

D. Jeder Dingpunkt soll als scharfer Bildpunkt wiedergegeben werden, es sollen keine „Schärfefehler“ auftreten.

E. Eine zur Linsenachse senkrechte Dingenbene soll wieder als Bildebene abgebildet werden, Bildfeldwölbungen sollen vermieden werden.

F. Die Vergrößerung soll für alle Punkte der Dingenbene die gleiche sein. Bild und Ding müssen einander ähnlich bleiben. Gerade Linien dürfen nicht in krumme verzeichnet werden.

Eine einfache Linse vermag die Forderungen der Gruppe A—C und D—F nicht gleichzeitig zu erfüllen. Bei allen Bemühungen dieser Art stößt man auf eine Reihe mehr oder minder schwerer „Abbildungsfehler“. Ihre grundsätzliche Behebung ist nicht möglich. Doch hat die Optotechnik diese Fehler teils einzeln, teils gemeinsam weitgehend zu vermindern vermocht. Sie verwendet dabei ganz überwiegend Mehrfachlinsen. Diese bestehen aus einer zentrierten¹⁾ Folge von Einzellinsen mit Kugelschliff. Verhältnismäßig selten werden nicht-sphärische Schlißflächen angewandt, z. B. eine parabolische Krümmung für Spiegelteleskope und Scheinwerfer oder nicht-sphärische Linsen für Kondensoren der Projektionsapparate.

Jede Linse (und jeder Spiegel) muß dem Sonderzweck genau angepaßt werden. An das Objektiv eines Mikroskopes werden völlig andersartige Anforderungen gestellt als an das eines Fernrohres. Eine Lupe zur Ablesung einer Skala muß anders gebaut sein als die zur Besichtigung einer Photographie usf. Man kennt heute zwar allgemeine Methoden zur Herabsetzung der einzelnen Abbildungsfehler, doch verlangt die Behandlung jedes Einzelfalles weitgehende numerische Durchrechnung unter geschickter Ausnutzung der verschiedenen Glassorten. Die Technik hat in dieser Beziehung Bewundernswertes geleistet und dadurch die Arbeit der Forschung erheblich gefördert.

Wir bringen in den §§ 18 bis 21 einen knappen Überblick über die wichtigsten Abbildungsfehler und die Verfahren zu ihrer Herabsetzung. Zuvor haben wir in § 17 drei nachher notwendige Dinge zu behandeln, die Begriffe der Hauptebenen, Knotenpunkte und Pupillen.

§ 17. Hauptebenen, Knotenpunkte und Pupillen. Bei der Behandlung einfacher, dünner Linsen zählt man Brennweite, Dingabstand und Bildabstand von der Mittelebene der Linse aus. Diese Mittelebene benutzt man auch bei den bekanntesten, im Schulunterricht sehr beliebten graphischen Konstruktionen des Bildortes (Abb. 65a und b nebst Satzbeschriftungen).

¹⁾ D. h. die Krümmungsmittelpunkte aller Linsenflächen liegen auf einer gemeinsamen Achse.

Man vernachlässigt also die endliche Dicke der Linsen als unerheblich. Das ist jedoch bei dicken Linsen und Mehrfachlinsen (z. B. Objektiven der Mikroskopie und Photographie) fast immer unzulässig. Zur Behandlung des Strahlenganges reicht die Mittelebene nicht aus. Man muß vielmehr 2 zur Linsenachse

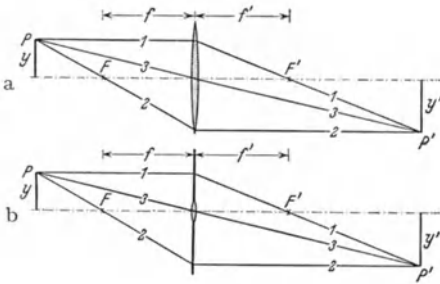


Abb. 65a und b.

Abb. 65a. Graphische Konstruktion des zum Dingpunkte P gehörigen Bildpunktes P' . Brennpunkte F und F' gegeben. Es genügen je zwei der Strahlen 1–3. — Diese Konstruktion ist rein formal. Die Dinggröße $2y$ kann beliebig größer sein als der Durchmesser der Linse, z. B. bei der photographischen Kamera. Dann erreichen die Strahlen 1 und 2 nicht mehr die Linse selbst, sondern nur ihre Mittelebene. Trotzdem werden sie in der Linsen-ebene abgelenkt, das zeigt Abb. 65 b.

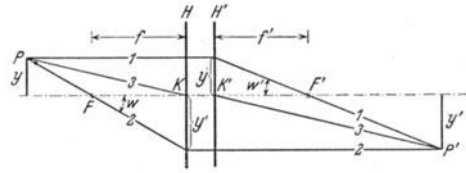


Abb. 66. Zur Definition der ding- und bildseitigen Hauptebenen H und H' . Von ihnen aus zählt man bei dicken Linsen und Mehrfachlinsen im Ding- und Bildraum Brennweiten und Abstände von Ding und Bild. K und K' dienen dem Vergleich mit der Abb. 72. Will man zur Messung der Brennweite nach Gl. (24) z. B. den Strahl 2 als Lichtbündelachse realisieren, so muß man den Brennpunkt F mit einer Lochblende als Eintrittspupille umgeben. Damit wird 2 zum Hauptstrahl, und deswegen ist für seinen dingseitigen Neigungswinkel in üblicher Weise der Buchstabe w gewählt worden.

senkrechte Bezugsebenen einführen, die beiden Hauptebenen H und H' , und Brennweiten, Ding- und Bildabstand von ihnen aus zählen (C. F. GAUSS). Ebenso

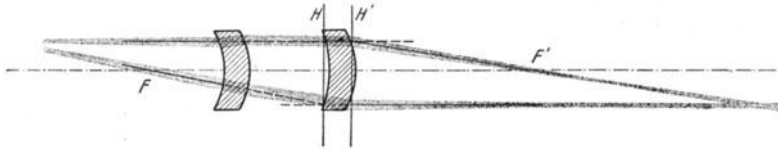


Abb. 67.

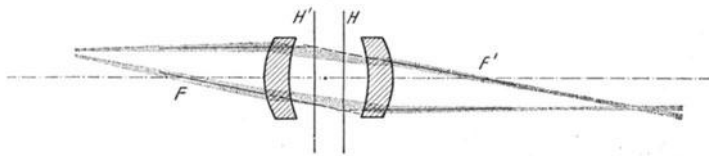


Abb. 68.

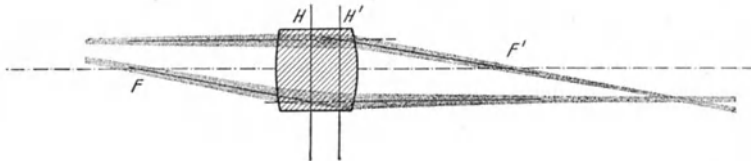


Abb. 69.

Abb. 67–69. Drei Schauversuche zur Erläuterung der schematischen Abb. 66. Rotfilterlicht. Der Übersichtlichkeit halber werden nur die zu den Strahlen 1 und 2 gehörenden Lichtbündel vorgeführt. $\frac{1}{4}$ nat. Größe. — Im Falle Abb. 68 liegt die bildseitige Hauptebene H' dem Dinge näher als die dingseitige H !

muß man bei der zeichnerischen Bestimmung des Bildortes die Strahlen bis zu einer der Hauptebenen führen und dort abknicken. Das zeigen wir in Abb. 66. Der physikalische Sinn dieser Konstruktion ergibt sich aus den Schauversuchen der Abb. 67–69. Die durch F gehenden Bündelachsen (Strahlen) nennt man bildseitig telezentrisch, die durch F' gehenden dingseitig telezentrisch.

Bild 66 veranschaulicht uns zugleich eine allgemeine Definition der Brennweiten, nämlich

bildseitig:
$$f' = \frac{y}{\tan w'}, \quad (24a)$$

dingseitig:
$$f = \frac{y'}{\tan w}. \quad (24b)$$

Zur experimentellen Bestimmung der Hauptebenen benutzt man zwei telezentrische Lichtbündel. Man läßt sie parallel zur Linsenachse erst von rechts (Abb. 70) und dann von links (Abb. 71) einfallen. Man bestimmt die Lage der Brennpunkte F und F' und bringt die gestrichelten Verlängerungen der Bündelachsen zum Schnitt. Bei dieser Mehrfachlinse liegen die beiden Hauptebenen H und H' nicht zwischen den Einzellinsen (einer großen Wölb- und einer kleinen Hohllinse), außerdem sieht man deutlich den sehr ungleichen Abstand der beiden Brennpunkte von der Mittelebene der Mehrfachlinse.

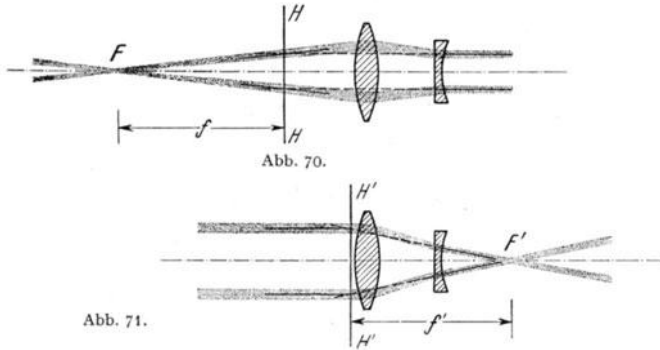


Abb. 70 und 71. Schauversuch zur Bestimmung der Hauptebenen einer aus Wölb- und Hohllinse zusammengesetzten Mehrfachlinse. — Derartige Mehrfachlinsen benutzt man bei der photographischen Kamera als „Teleobjektive“ zur Herstellung von Großaufnahmen ferner Gegenstände, z. B. von Tieren in freier Wildbahn. Dazu braucht man eine große Brennweite, siehe Gl. (20a) auf S. 11. Bei gewöhnlichen Objektiven muß die Kameralänge mindestens gleich der Brennweite sein, beim Teleobjektiv hingegen genügt der viel kleinere Abstand zwischen der hinteren Hohllinse und dem Brennpunkt F' .

Bei der häufigsten Anwendung der Abbildung sind Ding- und Bildraum vom gleichen Stoff erfüllt, nämlich Luft. In einigen Fällen enthält aber der Bildraum einen anderen, meist flüssigen Stoff (Auge!). Dann braucht man den Begriff der Knotenpunkte. Man erläutert ihn am einfachsten für den Sonderfall einer Lochkamera mit Wasserfüllung, Abb. 72.

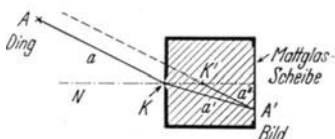


Abb. 72. Die Lage der beiden Knotenpunkte K und K' in einer mit Wasser gefüllten Lochkamera. Die abbildende Öffnung wird mit einer dünnen Glasplatte verschlossen.

Man kann die Abbildung des Dingpunktes A in seinem Bildpunkt A' auf zwei Weisen beschreiben: Entweder mit den Strahlen a und a' ; beide sind gegeneinander durch Brechung geknickt. Oder mit den Strahlen a und a'' . Diese verlaufen im Ding- und Bildraum einander parallel. Ihre Schnittpunkte mit der strichpunktierten Symmetrieachse der abbildenden Öffnung definieren zwei Punkte K und K' , genannt die Knotenpunkte.

In entsprechender Weise definiert man die Knotenpunkte auch dann, wenn man in die abbildende Öffnung eine Linse einfügt. Als Beispiel nennen wir das Auge. Im Dingraum befindet sich Luft, im Bildraum, der Augenkammer, Flüssigkeit.

Die beiden Knotenpunkte des entspannten Auges liegen beim normalen (nicht peripheren) Sehen 7 und 7,3 mm hinter dem Hornhautscheitel. Die Hauptebenen hingegen nur etwa 1,35 und 1,65 mm hinter dem Hornhautscheitel.

Im allgemeinen befinden sich aber auf beiden Seiten der Linse gleiche Stoffe. Dann werden die Schnittpunkte der Hauptebenen mit der Linsenachse (Hauptpunkte) zu „Knotenpunkten“ K und K' : D. h. die durch sie gehenden Strahlen verlaufen im Ding- und Bildraum einander parallel. Derartige Strahlen (3) sind in Abb. 66 gezeichnet.

Diese Eigenschaft der Knotenpunkte läßt sich zur experimentellen Festlegung der Hauptebenen benutzen. Man setzt die Mehrfachlinse auf einen Schlitten, und zwar mit ihrer strichpunktirten Symmetrieachse parallel zur Nutenrichtung (Abb. 73). Diesen Schlitten setzt man auf eine vertikale Drehachse. Dann entwirft man mit der Linse das Bild einer Lichtquelle auf einem Schirm und schwenkt die Achse hin und her. Dabei bewegt sich im allgemeinen das Bild auf dem Schirm. Durch Verschieben des Schlittens kann man diese Bewegung zum Verschwinden bringen. In diesem Fall steht die Achse gerade unter dem gesuchten bildseitigen Knotenpunkt, die Achsenrichtung liegt in der bildseitigen Hauptebene.

Bei höheren Genauigkeitsansprüchen hat man auch bei einfachen Linsen mäßiger Dicke die beiden Hauptebenen zu bestimmen. Ihr Ersatz durch die Mittelebene der Linse ist lediglich eine Näherung. Die Abb. 74 und 75 zeigen einige Beispiele.

Die nächsten Absätze sind von besonderer Wichtigkeit. — Die in den Abb. 65 und 66 skizzierten Strahlen sind als Achsen oder als Grenzen von Lichtbündeln möglich, sie sind mit der Lage der Brennpunkte F und F' vereinbar. Doch brauchen diese Lichtbündel in Wirklichkeit keineswegs vorhanden zu sein. Die tatsächlich vorhandenen Lichtbündel sehen meist ganz anders aus als die auf Papier gezeichneten Strahlen. Ihre Gestalt wird durch Pupillen bestimmt. — Mit diesem Namen bezeichnet man sowohl für den Ding- wie den Bildraum je einen allen Lichtbündeln gemeinsamen Querschnitt. Er heißt für die dingseitigen Lichtbündel Eintrittspupille, für die bildseitigen Lichtbündel Austrittspupille (E. ABBE). Beispiele:

1. Bei der einfachsten Anwendung einer Linse, etwa in Abb. 25 auf S. 11, begrenzt die Linsenfassung die dingseitigen Lichtbündel (Öffnungswinkel u) und wirkt so als „Eintrittspupille“. Sie begrenzt außerdem die bildseitigen Lichtbündel (Öffnungswinkel u') und wirkt so als „Austrittspupille“. In diesem einfachsten Beispiel fallen also beide Pupillen zusammen.

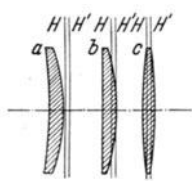


Abb. 74. Hauptebenen von drei flachen Linsen. Sie weichen selbst bei der Meniskuslinse a praktisch nur wenig von der Mittelebene der Linse ab. ($\frac{1}{6}$ nat. Größe. $f_a = 28$ cm; $f_b = 20$ cm; $f_c = 21$ cm.)

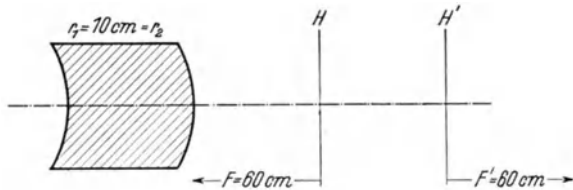


Abb. 75. Eine dicke, trotz beiderseitiger gleicher Krümmungsradien noch sammelnde Meniskuslinse mit weit außerhalb gelegenen Hauptebenen. (Ebenfalls $\frac{1}{6}$ natürlicher Größe.)

2. In Abb. 76 unten steht vor der Linse eine Lochblende B . Sie begrenzt als Eintrittspupille die dingseitigen Lichtbündel (Öffnungswinkel u). Hinter der Linse liegt ihr reelles Bild B' . Dies Blendenbild begrenzt als Austrittspupille die bildseitigen Lichtbündel (Öffnungswinkel u'). Man verfolge die dick ausgezogenen Strahlen zwischen dem unteren Rand von B und dem oberen von B' . Sie lassen B' als Bild von B erkennen. Oft tritt an die Stelle einer Durchlaßblende eine Spiegelblende (Abb. 76, oben). Beispiel: Der Spiegel einer Spule eines empfindlichen elektrischen Strommessers und die Linse als Objektiv eines Ableserfernrohres.

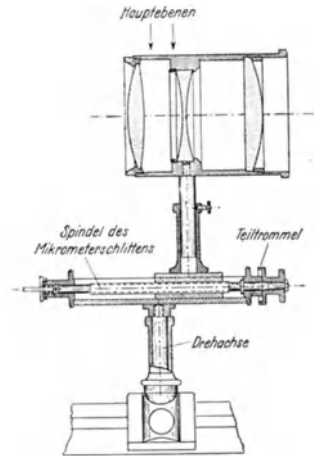


Abb. 73. Für die experimentelle Bestimmung der bildseitigen Hauptebene durch Aufsuchen des bildseitigen Knotenpunktes. Die Linse kann um eine vertikale Achse gedreht und in Richtung des Schlittens relativ zu dieser Achse verschoben werden.

Die Blende B wird in Abb. 76 in natürlicher Größe abgebildet. Der Abstand der Blende von der Linse ist in der Zeichnung zufällig $= 2f$ gewählt worden. Bei Annäherung der Blende B an die Linse verschiebt sich die Austrittspupille nach rechts. Gleichzeitig nimmt ihre Größe zu. Erreicht B den dingseitigen

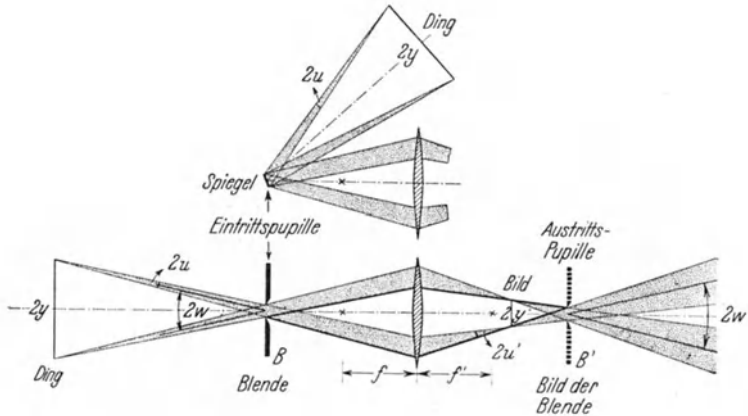


Abb. 76. Zur Begrenzung der abbildenden Lichtbündel durch Pupillen. Die Eintrittspupille ist in beiden Figuren eine körperliche Blende B , unten eine Durchlaßblende (Öffnung), oben eine Spiegelblende. Als Austrittspupille wirkt das reelle Bild von B . — w und w' sind die ding- bzw. bildseitigen Hauptstrahlneigungswinkel.

Brennpunkt, so liegt der gemeinsame Querschnitt der bildseitigen Lichtbündel, die Austrittspupille, rechts im Unendlichen. Damit wird der bildseitige Hauptstrahlneigungswinkel $w' = 0$ und der Strahlengang bildseitig telezentrisch. Beispiel in Abb. 240. Der in Abb. 76 skizzierte Verlauf der Lichtbündel und

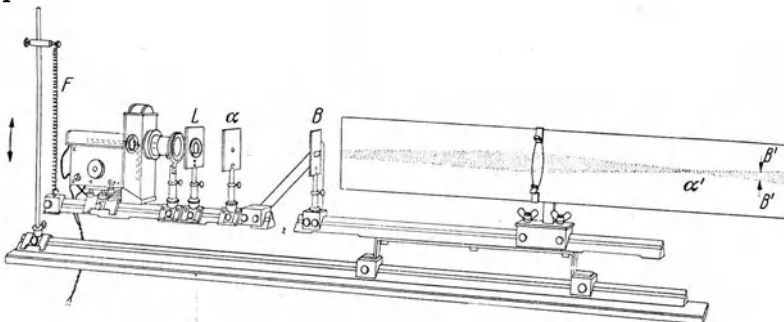


Abb. 77. Schauversuch zur Pupillenlage. Die eine Hälfte einer optischen Bank ist um die Mitte der Eintrittspupille B drehbar an einer Entlastungsfeder F aufgehängt. Daher läßt sich ein Dingpunkt α , ein rückwärts beleuchtetes Loch, schwingend auf- und niederbewegen. Gleichzeitig wandert das Lichtbündel im Ding- und Bildraum auf und nieder. In Ruhe bleiben nur zwei Querschnitte: Die durch die Blende B festgelegte Eintrittspupille und ihr Bild B' , die Austrittspupille. — Man kann zur Kennzeichnung den oberen Rand der Eintrittspupille mit einem roten, den unteren mit einem grünen Filterglas abdecken. Dann erscheint der untere Rand der Austrittspupille rot, der obere grün. Man sieht also B' als Bild von B entstehen. Hingegen bleibt der auf- und niederwandernde Bildpunkt α' unbunt, er entsteht sowohl durch rote wie grüne (zueinander komplementäre) Bündelteile.

die Lage der beiden Pupillen läßt sich experimentell recht eindrucksvoll durchführen. Näheres in und unter Abb. 77.

3. In Abb. 78 steht hinter der Linse eine Blende B innerhalb der bildseitigen Brennweite f' . B' ist ihr virtuelles Bild. Dieses Blendenbild B' wirkt als Eintrittspupille. B' begrenzt, obwohl hinter dem Bilde gelegen, die dingseitigen Lichtbündel (Öffnungswinkel u). Die Blende B selbst wirkt als Austrittspupille, sie begrenzt die bildseitigen Lichtbündel (Öffnungswinkel u'). Wieder lassen einige dick gezeichnete und teilweise gestrichelte Strahlen B' als (virtuelles, aufrechtes) Bild von B erkennen.

4. Häufig benutzt man eine von rückwärts beleuchtete Öffnung als Lichtquelle scharf umrissener Gestalt und Größe (§ 3). In Abb. 79 soll eine solche Öffnung A auf einem Schirm abgebildet werden. Der Krater der Bogenlampe

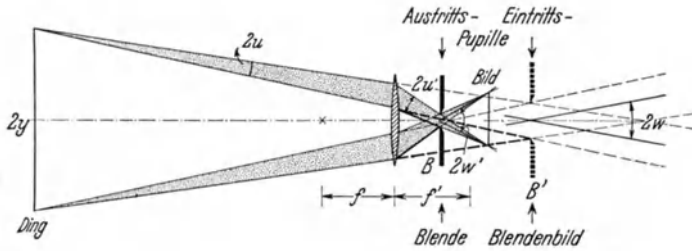


Abb. 78. Wie Abb. 76. Die Austrittspupille ist eine im Bildraum gelegene Lochblende B . Als Eintrittspupille wirkt ihr virtuelles, ebenfalls im Bildraum gelegenes Bild B' .

wirkt als Eintrittspupille. Er begrenzt, obwohl vor dem Ding gelegen, den Öffnungswinkel u der dingseitigen Lichtbündel. Das reelle Bild des Kraters wirkt als Austrittspupille: Es begrenzt den Öffnungswinkel u' der Lichtbündel im Bildraum. — In der Abb. 80 ist der gleiche Abbildungsvorgang mit Hilfe von Wellen dargestellt. Die gezeichneten Wellen gehen von punktförmigen Zentren aus. Der ausgezogene Wellenzug veranschaulicht die Abbildung des oberen Randes α der Öffnung, der gestrichelte Wellenzug die Abbildung des oberen Kraterrandes (vgl. Abb. 134, Satzbeschriftung).

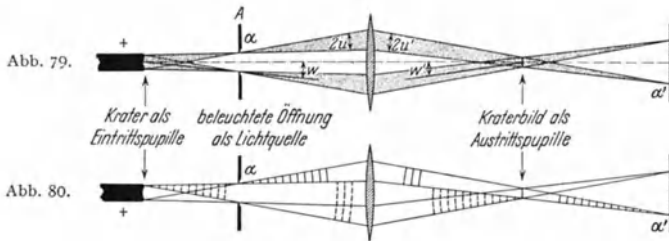


Abb. 79 und 80. Begrenzung der Lichtbündel und Lage der Pupillen bei der Abbildung einer ohne Kondensator beleuchteten Öffnung A . Zur Beleuchtung dient eine Bogenlampe, gezeichnet ist nur die positive Kohle mit der leuchtenden, hohlen Kraterfläche. w und w' sind Neigungswinkel von Hauptstrahlen.

5. Oft kann man die Lampe nicht dicht genug an die zu beleuchtende Öffnung heranbringen. Oft ist auch der Durchmesser der Lampe oder der abbildenden Linse zu klein. In diesen Fällen hilft man sich mit einer Beleuchtungslinse C , Kondensator genannt, zwischen Lampe und Öffnung. Die Anwendung eines Kondensators erläutern wir am Beispiel eines beleuchteten Spaltes, also einer linienförmigen Lichtquelle (§ 3).

In Abb. 81 sei sowohl der Durchmesser der abbildenden Linse als auch der strahlenden Lampenfläche, z. B. des Bogenkraters, klein. Trotzdem soll der Spalt in ganzer Länge abgebildet werden und dabei gleichmäßig hell erscheinen. — Dann muß der Kondensator C ein Bild der Lampe auf die abbildende Linse werfen. Dies Lampenbild ist oft kleiner als die Fläche der Linse. In diesem Fall wirkt nicht die Linsenfassung als Eintritts- und Austrittspupille für die Abbildung, sondern das Lampenbild. Es begrenzt die dingseitig nutzbaren Lichtbündel mit dem Öffnungswinkel u und die bildseitig nutzbaren mit dem Öffnungswinkel u' .

Die in den Abb. 76—81 erläuterten Tatsachen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: Die tatsächlich vorhandenen Lichtbündel (vom Dingpunkt zur Linse und von der Linse zum Bildpunkt verlaufend) werden durch die Eintritts- und die Austrittspupille bestimmt. Diese Pupillen sind entweder eine körperliche

Blende (z. B. Loch, Linsenfassung, Spiegel) oder die leuchtende Fläche einer Lampe, oder endlich ein Bild der Blende oder der Lampe. Dies Bild kann reell oder virtuell sein. Die Eintrittspupille ist der allen Lichtbündeln des Dingraumes gemeinsame Querschnitt, die Austrittspupille der allen Lichtbündeln des Bildraumes gemeinsame Querschnitt. Die Durchmesser der Pupillen bedingen die nutzbaren Öffnungswinkel u und u' . Die Mittelpunkte der Pupillen liegen in der Praxis fast immer auf der Symmetrieachse der Linsen. Dann sind diese Mittelpunkte die Schnittpunkte der ding- bzw. bildseitigen Hauptstrahlen und somit die Scheitel der Hauptstrahlneigungswinkel w und w' .

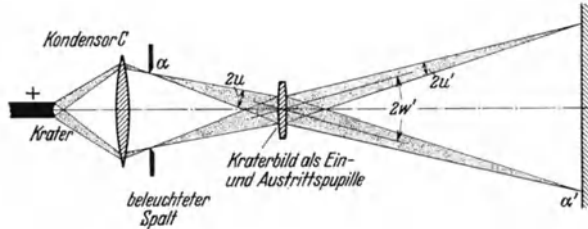


Abb. 81. Begrenzung der Lichtbündel und Lage der Pupillen bei der Abbildung eines mit einem Kondensator gleichförmig beleuchteten Spaltes.

Wir haben nur die für die Abbildung maßgebenden Pupillen betrachtet. Oft ist neben dem abbildenden auch ein beleuchtendes System vorhanden, z. B. in den Abb. 81, 116, 273. Dann kann man auch für die Anordnung als Ganzes Pupillen angeben. In diesem Fall ist z. B. in Abb. 81 die Lampenfläche Eintrittspupille, ihr Bild auf der abbildenden Linse Austrittspupille. — Bei Anwesenheit mehrerer Blenden muß man die für die Pupillenbildung maßgebende von den übrigen unterscheiden. Man nennt sie Aperturblende.

Beim Gebrauch der Linsen muß man also zwei Dinge sauber auseinanderhalten: Die auf das geduldige Papier gezeichneten Strahlen, z. B. Abb. 65, und die wirklich benutzbaren, durch Pupillen begrenzten Lichtbündel. Selbstverständlich lassen sich die in den Abb. 76ff. gezeichneten Bilder auch nach dem Zeichenschema der Abb. 65 konstruieren. Der Leser möge sogar auf diese Weise die Richtigkeit der Abb. 76 oder 78 nachprüfen. Nur darf man nie die gezeichneten Strahlen mit den Achsen oder den Grenzen der im Experiment verwendbaren Lichtbündel verwechseln.

Eine genaue Einsicht in die Begrenzung der Lichtbündel durch Pupillen ist für alle optischen Apparate und Versuchsanordnungen von schlechthin entscheidender Wichtigkeit. — Das wird sich schon bei unserem nächsten Thema zeigen, einem kurzen Überblick über die Abbildungsfehler.

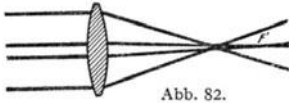


Abb. 82.

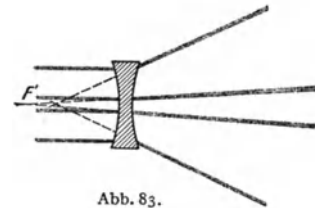


Abb. 83.

Abb. 82 und 83. Vorführung des Öffnungsfehlers mit Zylinderlinsen. Zylinderachsen senkrecht zur Papierenbene. Bei Abb. 82 sphärische Unterkorrektion, bei Abb. 83 sphärische Überkorrektion.

§ 18. Öffnungsfehler (sphärische Aberration), aplanatische Abbildung und Sinusbedingung.

Vorbemerkung: In den §§ 18–20 setzen wir die Anwendung von Rotfilterlicht voraus.

Öffnungsfehler nennt man die schlechte Vereinigung achsensymmetrischer Lichtbündel großer Öffnung. Sie beeinträchtigt das Bild auf der Achse liegender Dingpunkte. Zur Vorführung legen wir in Abb. 82 den Dingpunkt (Krater einer Bogenlampe) weit nach links. Die Zeichenebene (im Versuch der streifend getroffene mattweiße Schirm) ist durch die Linsenachse gelegt. Außerdem setzen

wir in kleinem Abstand vor die Linse eine Blende mit 4 Öffnungen. Sie liefert uns vier leidlich parallel begrenzte Lichtbündel. Ihr Durchschnitt mit der

Zeichenebene zeigt uns ein äußeres und ein inneres Bündelpaar. Das innere Paar durchsetzt die nächste Umgebung der Linsenmitte, das äußere eine nahe dem Rande gelegene Linsenzone. Der Schnitt des äußeren Bündelpaares erfolgt, in der Lichtrichtung gezählt, vor dem Schnitt des Bündelpaares aus der Linsenmitte: Diese Linse ist „sphärisch unterkorrigiert“.

Die Abb. 83 zeigt den entsprechenden Versuch für eine Hohllinse. Das Bündelpaar aus der Randzone schneidet sich, wieder in der Lichtrichtung gezählt, erst hinter dem Bündelpaar aus der Linsenmitte. Diese Linse ist „sphärisch überkorrigiert“.

Zur Behebung des Öffnungsfehlers hat man demnach Wölb- und Hohlinsen in passender Auswahl zusammenzustellen. Der Öffnungsfehler läßt sich immer nur für zwei schmale Zonen streng beheben und außerdem nur für einen bestimmten Ding- und Bildabstand. Für Fernrohr und Kameraobjektive wählt man einen unendlich fernen Dingpunkt. Mikroskopobjektive korrigiert man für einen Dingpunkt dicht vor dem dingseitigen Brennpunkt.

Die Einschaltung einer planparallelen Glasplatte in ein Lichtbündel bewirkt eine sphärische Überkorrektion. Das zeigt Abb. 84. Infolgedessen können Mikroskopobjektive für weit geöffnete Lichtbündel (d. h. Lichtbündel großer Apertur, vgl. S. 44) stets nur für eine vorgeschriebene Deckglasdicke korrigiert werden. Diese muß man bei der Benutzung des Objektives innehalten.

Nach Behebung des Öffnungsfehlers für einen bestimmten Punkt P der Linsenachse werfen mit ausreichender Näherung alle Zonen der Linse das Bild dieses Dingpunktes in einen einzigen Punkt P' der Linsenachse¹⁾. Für einen dem Punkte P seitlich in der Dingebene eng benachbarten Dingpunkt (Abstand Δy) gilt das dann aber überraschenderweise noch nicht. Die einzelnen Zonen entwerfen von diesem Dingpunkt Bildpunkte in verschiedenen seitlichen Abständen $\Delta y'$ von P' . Die von den einzelnen Zonen gelieferten Bildpunkte fallen nicht mehr genügend zusammen. Oder mit anderen Worten: Die Linse vermag ein zu P senkrecht Flächenelement nicht abzubilden. Jede Zone liefert ein Bild des Flächenelementes in anderer Größe. Dieser Fehler würde die Anwendung weit geöffneter Bündel für alle praktischen Zwecke ausschließen. Er läßt sich aber beheben, und zwar durch eine bestimmte Vorschrift für das Verhältnis zwischen dem dingseitigen Öffnungswinkel u und dem bildseitigen u' . Diese müssen die „Sinus-Bedingung“ erfüllen

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{\Delta y'}{\Delta y} = \text{const.} \quad (25)$$

Zur Herleitung der Sinusbedingung benutzt man am einfachsten einen Sonderfall, nämlich die Abbildung einer von hinten beleuchteten kleinen Blendenöffnung vom Durchmesser $2y$. Zur Beleuchtung dient eine weit links gelegene Lichtquelle von großer Flächenausdehnung. Wir zeichnen zwei Parallellichtbündel, ausgehend von je einem Punkte der fernen Lichtquelle. In beiden Bündeln sind einige Wellenflächen angedeutet. Das eine Bündel durchsetzt die Linsenmitte, das andere die Randzone (Abb. 85). Die Achsen dieser Parallellichtbündel schließen miteinander dingseitig den Öffnungswinkel u ein, und bildseitig den Öffnungswinkel u' . Beide Bündel sollen die Bildebene mit gleich großer Fläche schneiden (Bilddurchmesser $2\Delta y'$). Die Wellenflächen stehen überall senkrecht zu den

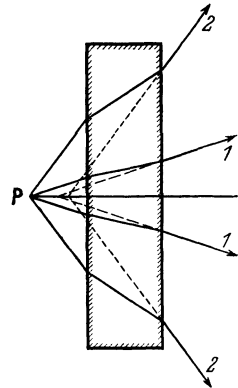


Abb. 84. Die Brechung in einer planparallelen Platte verwandelt ein von einem Punkte P ausgehendes Lichtbündel in ein solches mit sphärischer Überkorrektion. Nach der Brechung liegt der Schnitt der äußeren Strahlen 2 in der Lichtrichtung gezählt hinter dem der inneren 1.

¹⁾ Früher nannte man eine solche Abbildung schon aplanatisch. Neuerdings benutzt man dieses Wort nur bei Erfüllung der Sinusbedingung.

Bündelgrenzen. Im Dingraum erscheinen sie als gerade Linien. Im Bildraum kann man ihre Krümmung kurz vor dem Bilde als gering vernachlässigen. Man darf die letzte rechts gezeichnete Wellenfläche als Gerade betrachten. Dann entnimmt man der Abb. 85 un-

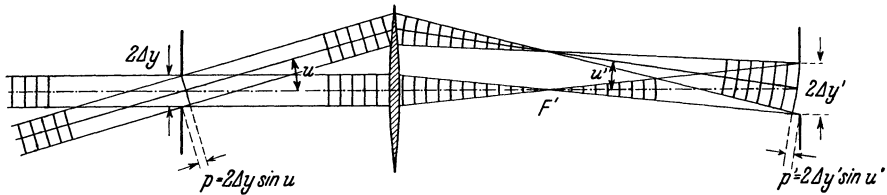


Abb. 85. Zur Herleitung der Abbeschen Sinusbedingung durch Abbildung eines rückwärts beleuchteten Loches; vgl. Abb. 80.

mittelbar die Gleichheit der beiden Strecken $p = 2\Delta y \cdot \sin u$ und $p' = 2\Delta y' \cdot \sin u'$. Aus dieser Gleichheit folgt dann Gl. (25).

Die Sinusbedingung tritt für Lichtbündel größerer Öffnung an die Stelle der früher für achsennahe schlanke Lichtbündel hergeleiteten Tangentenbeziehung [Gl. (19)]. Darum wurde auf S. 11 ausdrücklich vor einer Anwendung der Tangentenbeziehung außerhalb ihres engen Gültigkeitsbereiches gewarnt.

Eine Abbildung unter Innehaltung der Sinusbedingung nennt man heute aplanatisch. Sie vermag also ein bestimmtes, senkrecht zur Linsenachse stehendes Flächenelement, und nicht nur einen Dingpunkt auf der Linsenachse, mit weit geöffneten Bündeln abzubilden. Doch kann eine Linse eine solche aplanatische Abbildung stets nur für einen bestimmten, beim Bau der Linse zugrunde gelegten Ding- und Bildabstand liefern.

§ 19. Die beiden Bildfeldwölbungen und der Astigmatismus. Beim Öffnungsfehler ist die Gestalt der Lichtbündel rotationssymmetrisch zur Linsenachse. Eine Rotation der

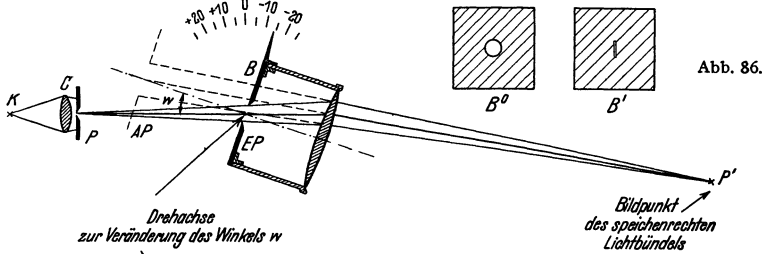


Abb. 86.

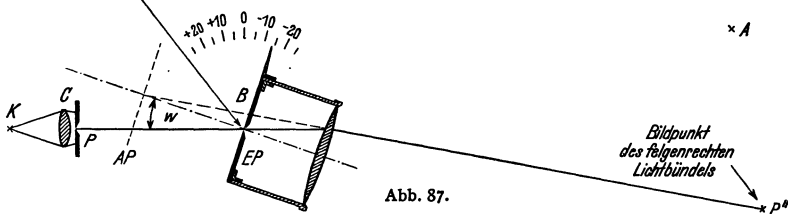


Abb. 87.

Abb. 86 und 87. Vorführung der beiden Bildfeldwölbungen und des Astigmatismus mit Lichtbündeln geringer Öffnung. Linse und Blende werden gemeinsam um eine in der Blendenebene liegende Achse gedreht (vgl. Abb. 90 a). In Abb. 86 liegt ein „ebenes“ speichenrechtes (meridionales oder tangentiales) Lichtbündel in der Zeichenebene. In Abb. 87 steht ein „ebenes“ felgenrechtes (sagittales) Lichtbündel mit seiner Ebene senkrecht zur Zeichenebene. (Man sieht nur seinen Hauptstrahl. Die von den Spaltenden ausgehenden seitlichen Strahlen verlaufen oberhalb und unterhalb der Papierebene. Alle drei schneiden sich im felgenrechten Bildpunkt P'') Man verändert den Neigungswinkel w der dingseitigen Hauptstrahlen. (Der zugehörige Neigungswinkel w' der bildseitigen Hauptstrahlen ist von w verschieden, sein Scheitel liegt in der Mitte der Austrittspupille AP, eines virtuellen Bildes der Blende.)

Abb. 82 und 83 um die Linsenachse ergibt die räumliche Gestalt der Lichtbündel, also im Bildraum zwei koaxiale Hohlkegel. Bildfeldwölbungen und Astigmatismus hingegen entstehen durch Lichtbündel von geringerer Symmetrie. Wir werden diese Abbildungsfehler im folgenden bei Lichtbündeln mit zwei zueinander senkrechten Symmetrieebenen finden. Wiederum ist also die Begrenzung der Lichtbündel der wesentliche Punkt.

In Abb. 86 liegt der Dingpunkt P außerhalb der Linsenachse, und die Bündel fallen schief auf die Linse auf. Der Einfachheit halber legen wir den Mittelpunkt der bündelbegrenzenden Blende auf die Linsenachse, d. h. wir schließen windschiefe Bündel aus. Ferner beschränken wir uns auf ein Bündel kleiner Öffnung. Seine Auftreffstelle auf die Linsenoberfläche hat bei kreisrunder Blende B^0 die Gestalt einer Ellipse (die Oberfläche der Linse wird leicht eingestaubt, das Auge des Beobachters befindet sich irgendwo auf der Symmetrieachse der Linse, etwa bei A). Danach ersetzen wir die Kreisblende B^0 durch eine Spaltblende B' . Der Spalt kann in seiner Ebene gedreht und abwechselnd einer der beiden Ellipsenachsen parallel gestellt werden. In beiden Stellungen blendet der Spalt ein flaches rechteckiges Lichtbündel aus. Wir können unmißverständlich von einem ebenen Lichtbündel (einem Strahlenbüschel in der Zeichenebene) sprechen. In Abb. 86 liegen Spalt und Bündelebene mit der Symmetrieachse der Linse in einer Ebene, nämlich der Zeichenebene. In diesem Fall nennt man das Lichtbündel speichenrecht (meridional). In Abb. 87 hingegen stehen Spalt und Lichtbündel zur Zeichenebene senkrecht, und die Symmetrieachse der Linse liegt in einer zur Bündelebene senkrechten Ebene. In dieser Stellung heißt das ebene Lichtbündel felgenrecht (sagittal).

Für die Beobachtung verändern wir den Neigungswinkel w der dingseitig einfallenden Hauptstrahlen. Für diesen Zweck sind die Blende B und die Linse starr miteinander verbunden und um eine gemeinsame Achse drehbar angeordnet. Diese Achse denke man sich in Abb. 86 und 87 in der Spaltmitte senkrecht zur Papierebene. Neben der Achse befindet sich eine Kreisteilung. Ferner benutzen wir durch Drehung der Spaltblende abwechselnd das speichenrechte und das felgenrechte ebene Lichtbündel.

Vom Grenzfall $w=0$ abgesehen, finden wir für jeden Neigungswinkel w zwei recht scharfe Bildpunkte in verschiedenen Abständen von der Linse. Das ist graphisch in Abb. 88 mit rechtwinkligen Koordinaten dargestellt. Der der Linse nähere Bildpunkt (gestrichelte Kurve) rührt in diesem Fall vom speichenrechten Lichtbündel her.

Für jeden Neigungswinkel w finden wir in Abb. 88 einen bestimmten Abstand beider Bildpunkte. Man nennt ihn (gelegentlich auch seine Hälfte) den Astigmatismus für den betreffenden Neigungswinkel. Die Gesamtheit aller Bildpunkte für die speichenrechten und für die felgenrechten Bündel liegt auf je einer zur Linsenachse rotationssymmetrischen Hohlfläche. Die beiden Bildflächen sind also gewölbt. Ihre Gestalt ist für speichenrechte und felgenrechte Lichtbündel verschieden. Sie berühren sich für den Grenzfall $w=0$, also Ding- und Bildpunkt auf der Linsenachse.

Alle unsere bisherigen Darlegungen über Bildfeldwölbungen und Astigmatismus gelten für den Fall eines einfallenden Bündels mit kleinem Öffnungswinkel. Diese Beschränkung lassen wir jetzt fallen. Wir greifen in Abb. 86 auf die Kreisblende B^0 zurück, vergrößern ihren Durchmesser und damit die Öffnung des Bündels. Ergebnis: Die beiden Bildpunkte behalten nicht nur verschiedenen Abstand von der Linse, sondern sie entarten überdies zu strichartigen Gebilden, Abb. 89. Diese Bildstriche stehen senkrecht zueinander, Näheres unter Abb. 89.

Wie ist der Astigmatismus herabzusetzen? Antwort: Bei Linsen in Meniskusform vertauscht sich bei geeigneter Blendenstellung die Reihenfolge der hohl gewölbten Bildflächen, d. h. die der Linse nähere rührt vom felgenrechten Lichtbündel her, Beispiel in Abb. 90 rechts. Durch Zusammenfassen einer Wölblinse und einer Meniskuslinse kann man beide Hohlflächen näherungsweise vereinigen und gleichzeitig die Bildfläche eibnen. Dazu benutzt man meist weitere Linsenflächen und passend ausgewählte Glassorten. Derartige Mehrfachlinsen mit stark vermindertem Astigmatismus und mit angenähert ebener Bildfläche nennt man Anastigmaten.

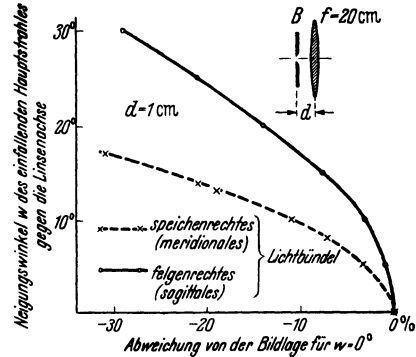


Abb. 88. Die beiden Bildfeldwölbungen einer einfachen Bikonvexlinse. Eine Rotation der Figur um die Abszisse gibt die räumliche Gestalt der gewölbten Bildfläche. Für $w=0^\circ$ sind die Bilder 1 m von der Linse entfernt. Zur Vorführung setzt man die optische Bank auf einen Wagen (Abb. 90 a) und verschiebt ihn (oft 1 m oder mehr!) bis zur jeweiligen Scharfeinstellung der Bildpunkte.



Abb. 89. Bei Benutzung von Lichtbündeln großer Öffnung, d. h. einer großen Kreisblende B^0 in Abb. 86 und 87, treten die Bildpunkte P' und P'' gleichzeitig auf und entarten zu den hier fotografierten strichartigen Gebilden. Diese beiden Bildstriche stehen senkrecht zu den Hauptstrahlen der Bündel, und zwar in P' senkrecht zur Papierebene und in P'' in der Zeichenebene ($\frac{1}{2}$ nat. Größe). Ein Brillenglas von $f=2$ m um 40° gekippt, bildet einen $\frac{5}{8}$ m entfernten Lichtbogenkrater ab. Astigmatischer Abstand beider Bildstriche längs der Linsenachse etwa 0,5 m. Für Schauversuche nimmt man Linsen von etwa 15 cm \varnothing und $f \approx 2$ m.

Zur Prüfung einer Linse auf Bildfeldwölbung und auf den Grad ihres Astigmatismus benutzt man die Entartung der Bildpunkte zu Bildstrichen: Man stellt senkrecht und sym-

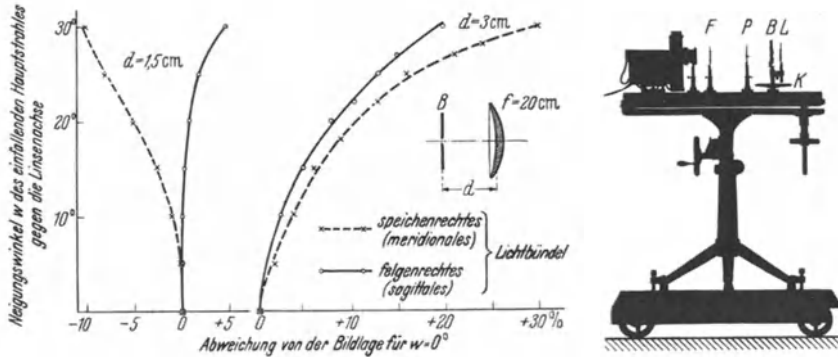


Abb. 90. Einfluß des Blendenabstandes auf die beiden Bildfeldwölbungen einer Meniskuslinse. Eine Rotation der Figur um die Abszisse gibt die räumliche Gestalt der gewölbten Bildfläche. Für $w = 0^\circ$ waren die Bilder 1 m von der Linse entfernt. Rechts Versuchsordnung, Erläuterung unter Abb. 88. K = Kreisteilung, die übrigen Buchstaben wie in den Abb. 86 u. 87.

metrisch auf die Linsenachse die Zeichnung eines Rades mit Speichen und Felgen. Bei schlechter Korrektur kann man entweder nur die Speichen oder nur die Felgen scharf einstellen. Meist zeichnet man mehrere konzentrische Felgen (Abb. 91). Bei gut korrigierten Linsen müssen auch die äußeren Felgen zugleich mit den Speichen auf einem ebenen Bildschirm scharf erscheinen.



Abb. 91. Ein auf Mattglas gezeichnetes Rad mit mehreren Felgen, Speichen und Felgen klar, übrige Fläche undurchlässig, eignet sich vorzüglich zur Prüfung von Linsen auf Astigmatismus und Bildfeldwölbung. Auch in diesem Fall setzt man die optische Bank auf einen Wagen. Die Bildfeldwölbung einfacher Linsen wird dann sehr eindrucksvoll. Man muß den Wagen oft um mehrere Meter verschieben, um Kreise oder Radien entweder nahe der Bildmitte oder nahe dem Bildrande scharf einzustellen. Etwa $\frac{1}{5}$ nat. Größe.

§ 20. Die Koma und die Verzeichnung. Aus einer Reihe verschiedener Gründe kann die Symmetrie des Lichtbündels im Bildraum noch geringer werden als die der schief einfallenden Lichtbündel von kleiner Öffnung. Dann behält das Lichtbündel im Bildraum nur noch eine Symmetrieebene. Diese Verminderung der Symmetrie entsteht z. B. in zusammengesetzten Linsen bei schlechter Zentrierung der Einzellinsen, oder bei schrägem Lichteinfall durch eine einseitige Abschattung (Vignettierung). Solche Lichtbündel mit nur einer Symmetrieebene ergeben einseitig verzerrte Lichtpunkte. An einen hellen und meist leidlich scharfen Kern schließt sich einseitig wie bei einem Kometen ein Schwanz an. Daher der Name „die Koma“. Meist ist der Schwanz speichenrecht gerichtet. Bei der Abbildung eines Rades (Nabe auf der Linsenachse) erscheint dann die Felge innen oder außen mit unscharfem Rande (innere oder äußere Koma).

Eine Verzeichnung des Bildes verändert die Krümmung der Linien. Die Seiten eines Quadrates (Mittelpunkt auf der Linsenachse) werden nach außen oder innen durchgebogen, d. h. tonnen- oder kissenförmig verzeichnet (Abb. 92). Die Verzeichnung hängt ebenfalls mit der Begrenzung der Lichtbündel zusammen.

Die Hauptstrahlen der ding- und der bildseitigen Lichtbündel haben ihr Zentrum im Mittelpunkt der Eintritts- und der Austrittspupille. Eine der Pupillen ist das Bild einer Lochblende. Jetzt entsteht folgende Schwierigkeit: Man kann den Öffnungsfehler einer Linse immer nur für einen bestimmten Ding- und Bildabstand beheben (S. 35). In jedem anderen Abstand wird eine Dingebene mit einer Längsabweichung abgebildet, d. h. jede Zone der Linse liefert ein Bild in anderem Abstand. Das gilt nun auch für die als Pupillen dienenden Bilder der Blende B . So liegt z. B. in Abb. 93 die Austrittspupille B'_i für eine achsennahe Zone der Linse der Mittelebene der Linse ferner als eine Austrittspupille B'_a der Randzone. Dadurch bekommen

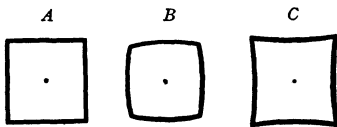


Abb. 92. Ein zur Linsenachse zentriertes Quadrat A wird bei B tonnenförmig und bei C kissenförmig verzeichnet. (A in etwa 10 facher Größe auf Mattglas gezeichnet, am besten hell auf dunklem Grund.)

die bildseitigen Hauptstrahlen für achsenferne Bildpunkte P_2 ihr Zentrum im Mittelpunkt der Pupille B'_a , für achsennahe Bildpunkte P_1 im Mittelpunkt der Pupille B'_i . So wird

ein achsenferner Dingpunkt, z. B. in Abb. 92 die Ecke eines Quadrates, zu nahe der Achse abgebildet, es entsteht eine tonnenförmige Verzeichnung.

Zur Vorführung einer kissenförmigen Verzeichnung hat man nur die Blende in den Bildraum zu legen, vgl. Abb. 94.

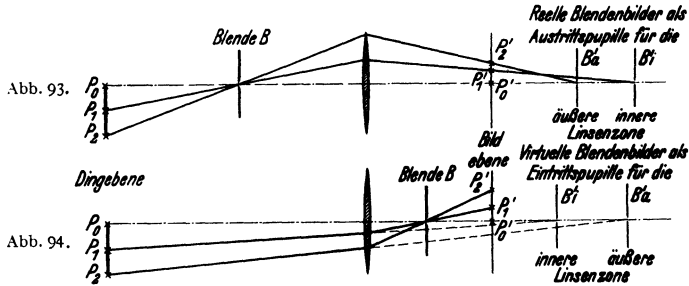


Abb. 93 und 94. Zur Entstehung der Verzeichnung. Die tonnenförmige (Abb. 93) entsteht durch eine für die einzelnen Linsen zonen verschiedene Lage der Austrittspupille. Die kissenförmige (Abb. 94) entsteht durch eine für die einzelnen Linsen zonen verschiedene Lage der Eintrittspupille. Aus Platzgründen konnten nur Hauptstrahlen gezeichnet werden. Die Gestalt der zugehörigen Lichtbündel ist aus Abb. 76 und 78 zu entnehmen.

§ 21. Die Farbenfehler. Die Brennweite einer Linse hängt außer von der Linsenform von der Brechzahl n des benutzten Baustoffes ab. Die Brennweite f ist proportional dem Kehrwert von $(n - 1)$, man vergleiche Gl. (15) von S. 10. Alle Linsenbaustoffe, Gläser wie Kristalle, zeigen Dispersion, und zwar wächst die Brechzahl im sichtbaren Spektralgebiet mit abnehmender Wellenlänge. So bekommt eine Linse für jede Wellenlänge eine andere Lage des Brennpunktes. Das ist für ein Beispiel, ein einfaches Brillenglas, graphisch in Kurve A der Abb. 95 dargestellt.

Die Brennweite bestimmt sowohl die Lage des Bildes wie seine Größe. Infolgedessen gibt es eine Farbabweichung des Bildortes und eine Farbabweichung der Vergrößerung. (Außerdem bekommen auch die übrigen Linsenfehler, insbesondere der Öffnungsfehler, eine praktisch bedeutsame Abhängigkeit von der Wellenlänge. Doch führt das hier zu weit.)

Beide Farbenfehler lassen sich bequem mit einem einfachen Brillenglas vorführen.

Man entwirft mit diesem das Bild eines Spaltes auf einem fernen, in der Lichtrichtung verschiebbaren Schirm und schaltet vor den Spalt abwechselnd ein Rot- und ein Blaufilter. Zur Scharfstellung des blauen Bildes muß man den Schirm erheblich dichter an die Linse heran-

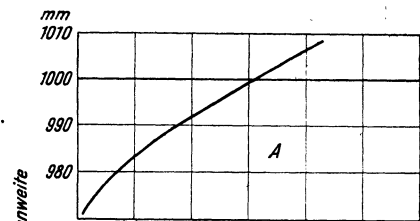


Abb. 95.

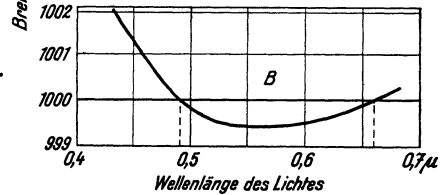


Abb. 96.

Abb. 95 und 96. Zum Farbenfehler dünner Linsen und seiner Behebung.

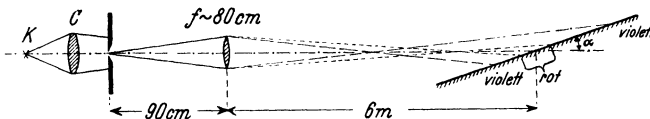


Abb. 97. Schauversuch zum Farbenfehler dünner Linsen. Neigungswinkel α des Schirmes etwa 10° .

schieben als beim roten: „Farbabweichung des Bildortes“. Das blaue Bild ist um etwa $\frac{1}{8}$ kleiner als das rote: „Farbabweichung der Bildgröße“. — Bei der Schrägstellung des Auffangeschirmes (siehe Abb. 97) bekommt man statt des Spaltbildes ein breites, buntes Band: Der Laie würde dies Band ebenso unbedenklich wie das eines Regenbogens ein Spektrum nennen. Der Physiker kann in beiden Fällen nur eine entfernte Ähnlichkeit gelten lassen.

Wie alle Abbildungsfehler lassen sich auch die Farbenfehler nur vermindern, aber nicht beseitigen. Für diese „Achromatisierung“ benutzt man in der Praxis ganz überwiegend die

Zusammenstellung einer Wölb- und einer Hohllinse aus verschiedenen brechenden Gläsern¹⁾. So erreicht man z. B. die Kurve *B* der Abb. 96 für die Abhängigkeit der Brennpunktsglage von der Wellenlänge. Der Abstand zwischen Brennpunkt und Linsenmitte durchläuft bei $\lambda = 0,555 \mu$ (dem Gebiet der größten Augenempfindlichkeit) ein Minimum, beiderseits finden sich dann gleiche Brennpunktsglagen paarweise im Gebiet kurzer und langer Wellen.

Bei der Berechnung legt man für Beobachtungen mit dem Auge das Paar 0,49 und 0,66 μ zugrunde, für photographische Zwecke das Paar 0,41 und 0,59 μ , und zwar dann mit einem kleinsten Brennpunktsgabstand bei etwa $\lambda = 0,44 \mu$.

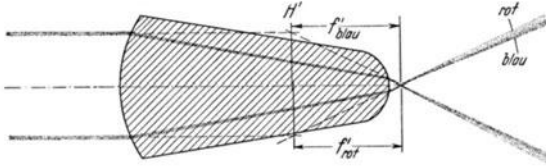


Abb. 98. Eine Einzellinse mit achromatisierter Brennweite. Für blaues und rotes Licht sind die Brennweiten gleich, die Lage der Hauptpunkte *H'* und der Brennpunkte jedoch verschieden. Etwa $\frac{1}{6}$ nat. Größe.

Durch Hinzunahme einer dritten Linse kann man die Kurve der Brennpunktsglage in Abb. 96 noch weiter strecken, oder in technischer Sprache „das sekundäre Spektrum beheben“. — Für dünne Linsen, z. B. Fernrohrobjektive, ist mit dieser Festlegung der Brennpunktsglage alles Notwendige erreicht: Sie ergibt eine Unabhängig-

keit der Brennweite von der Wellenlänge. Mit dieser Konstanz der Brennweite sind dann bei dünnen Linsen beide Farbfehler zugleich behoben, man bekommt für die wichtigen Wellenlängenbereiche gleiche Bildorte und gleiche Bildgröße.

Anders bei dicken Linsen: Bei ihnen bedeutet eine gleiche Lage des Brennpunktes für die verschiedenen Wellenlängen noch keineswegs eine gleiche Länge der Brennweiten. Diese zählen ja nicht von der Linsenmitte, sondern von der zugehörigen Hauptebene aus, und deren Lage ändert sich ebenfalls mit der Wellenlänge. Somit hat man mit der Festlegung des Brennpunktes bei dicken Linsen zwar den Farbfehler des Bildortes behoben, aber nicht den der Bildgröße. Ein Beispiel dieser Art hat man bei den „Achromate“ benannten Mikroskopobjektiven. Die verschiedenfarbigen Bilder liegen in der gleichen Ebene, haben aber verschiedene Größe. Diese Größenunterschiede werden durch besondere „Kompensationsokulare“ ausgeglichen.

Den umgekehrten Fall, Brennweite und Bildgröße gleich, Bildorte verschieden, hat man bei Mehrfachlinsen nach Art der Abb. 99. Diese achromatisieren jedoch nur achsen-

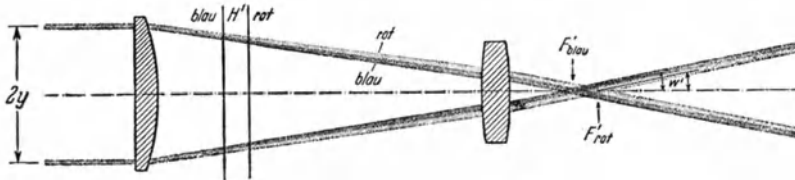


Abb. 99. Achromatisierung der Brennweite schlanker, achsenparalleler Lichtbündel durch zwei Linsen aus gleichem Glas. Man benutzt sie für Okulare optischer Instrumente. Die notwendige Bündelbegrenzung wird dann durch die Augenpupille vorgenommen. In diesem Beispiel ist f_1 nahezu gleich f_2 . Die allgemeine Bedingung dieser Achromatisierung lautet: Linsenabstand = $\frac{1}{2}(f_1 + f_2)$.

parallel einfallende Lichtbündel von sehr kleiner Öffnung. — Im Schauversuch schaltet man vor die Lichtquelle ein Rot und Blau durchlassendes Filter. Die beiden in Höhe *y* einfallenden Lichtbündel werden von der linken Linse in divergierende Bündel aufgespalten, und zwar in je ein rotes und ein blaues. Die rechte Linse folgt angenähert im Abstand ihrer Brennweite f_2 und verwandelt daher die divergierenden in parallel begrenzte Bündel. Diese laufen im Bildraum parallel zueinander und schneiden daher die Linsenachse nacheinander (erst Blau, dann Rot) unter dem gleichen Neigungswinkel *w'*. Folglich ist die Brennweite $f' = y/\text{tg } w'$ für beide Lichtarten gleich. Der Brennpunkt des roten Lichtes liegt zwar weiter rechts als der des blauen, doch folgen auch die zugehörigen Hauptebenen in gleichem Sinne und Abstände aufeinander. — Dieser Sonderfall der Achromatisierung gewinnt erst in Verbindung mit unserem Auge praktischen Wert. Unserem Auge ist eine seitliche Versetzung verschiedenfarbiger Parallellichtbündel gleichgültig (vgl. S. 20). Daher benutzt man diese eigenartige Achromatisierung sehr häufig bei den Okularen von Fernrohren und Mikroskopen.

¹⁾ Man kann auch eine Einzellinse nach Wahl entweder für den Bildort oder für die Bildvergrößerung achromatisieren. Doch gelingt das nur mit sehr dicken, wegen anderer Fehler unbrauchbaren Linsenformen. Vgl. Abb. 98.

§ 22. Vergrößerung des Seh winkels durch Lupe und Fernrohr. Für das Auge können wir bis auf weiteres den Vergleich mit der photographischen Kamera beibehalten. — Das Auge kann akkommodieren, d. h. von Gegenständen in verschiedenem Abstand scharfe Bilder entwerfen. Bei der Kamera wird für diesen Zweck die Entfernung zwischen der starren Glaslinse und der Platte verändert. Das Auge hingegen verändert durch Muskeltätigkeit die Wölbung und damit die Brennweite f' seiner elastisch verformbaren Linse.

Der Akkommodationsbereich reicht beim normalsichtigen Auge vom beliebig großen Abstand herab bis zur „Nahpunktsentfernung“. Die mit starker Akkommodation erreichbare Nahpunktsentfernung geht bei Kindern bis unter 10 cm herab. Im Lebensalter zwischen 30 und 40 Jahren findet man Nahpunktsentfernungen von etwa 20—25 cm usw. — Starke Akkommodationen sind aber un bequem. Beim Schreiben, Lesen und Handarbeiten wird im allgemeinen ein Abstand von ungefähr 20—25 cm bevorzugt. Diesen üblichen Arbeitsabstand nennt man (nicht gerade geschickt!) die „deutliche Sehweite“.

Meist zeichnet man zweckmäßigerweise ein Lichtbündel vom Dingpunkt zur Pupille des Auges, z. B. beim Sehen durch eine Wasseroberfläche hindurch (Abb. 100). Man könnte statt des Bündels allein seinen Hauptstrahl zeichnen und ungeknickt durch die Mitte der Augenpupille hindurch führen. Doch würde eine solche Skizze das virtuelle Bild des Dingpunktes nicht anschaulich festlegen. Hingegen genügt eine Hauptstrahlenskizze zur Definition des Seh winkels $2w$ durch Abb. 101 und für die einfache Beschreibung von Fernrohr, Mikroskop usw. — Der Seh winkel darf aus bekannten Gründen (S. 24) einen gewissen Mindestwert (rund 1 Bogenminute) nicht unterschreiten, sonst vermag das Auge die Punkte nicht mehr zu trennen oder aufzulösen.

Wie läßt sich ein Seh winkel vergrößern, wie kann man zuvor nicht sichtbare Einzelheiten eines Gegenstandes erkennbar machen? Antwort: Man geht dichter an den Gegenstand heran. — Wie dicht kann man herangehen? Normalerweise bequem bis auf 25 cm, die übliche deutliche Sehweite. Für noch kleinere Abstände mag der Normalsichtige nur ungern akkommodieren, und ohne Akkommodation sieht er nur ein verwaschenes Bild. Doch läßt sich die Wölbung des Auges durch eine vorgesetzte Wölb linse unterstützen (Abb. 102). Dann kann man ohne jede Akkommodationsanstrengung dichter herangehen, z. B. auf 12 cm und trotzdem ein scharfes Bild erhalten. Durch diese Annäherung wird der Seh winkel gegenüber dem der deutlichen Sehweite rund verdoppelt. Oder mit anderen Worten: Man hat vor das Auge eine zweifach vergrößernde Lupe gesetzt. Eine noch stärker gewölbte Lupe erlaube eine Annäherung auf 5 cm, dann vergrößert die Lupe rund fünffach usw. Zweck einer Lupe ist also Vergrößerung des Seh winkels durch größere Annäherung des Auges an den Gegenstand. Dabei ist

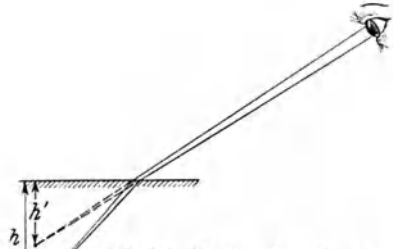


Abb. 100. Das Auge sieht einen unter Wasser gelegenen Dingpunkt angehoben. Die Skizze stellt nun eine Näherung dar. Bei genauer Konstruktion liegt der Schnittpunkt der gestrichelten Strahlen weiter rechts. Trotzdem sieht man den Dingpunkt nur angehoben, nicht an den Beobachter herangerückt. Das hängt mit dem stereoskopischen Sehen zusammen.



Abb. 101. Zur Definition des Seh winkels $2w$.

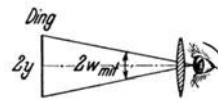


Abb. 102. Die Vergrößerung des Seh winkels durch eine Lupe, dargestellt in erster Näherung: Lupe, Hornhaut und Augenlinse werden wie eine einzige dünne Linse mit dem Mittelpunkt im Hornhautscheitel behandelt.

die Vergrößerung einer Lupe keine Konstante im physikalischen Sinne. Sie wächst mit dem Lebensalter ihres Benutzers. Denn im Alter hat der Mensch eine größere deutliche Sehweite als in der Jugend.

Geübte Beobachter benutzen eine Lupe stets mit entspanntem, d. h. auf große Entfernungen eingestelltem Auge. Sie legen also das Ding in die Brennebene der Lupe (Abb. 103). Dann treten die von den einzelnen Dingpunkten ausgehenden Lichtbündel als Parallellichtbündel ins Auge ein. Die Augenlinse macht die Bündel wieder konvergent und legt ihre engsten Einschnürungen als Bildpunkte auf die Netzhaut.

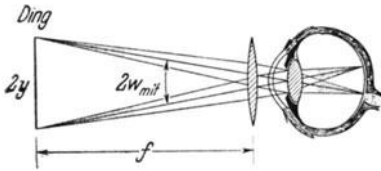


Abb. 103. Vergrößerung des Seh winkels durch eine Lupe, dargestellt in zweiter Näherung. Statt der Bilder des Irisloches wird dieses selbst näherungsweise als Ein- und Austrittspupille benutzt. Überdies werden die Unterschiede von Haupt- und Knotenpunkten vernachlässigt. Eine noch strengere Behandlung der Lupe überschreitet den Rahmen dieses Buches.

Oft kann man nicht dicht an einen Gegenstand herangehen (Flugzeug in der Luft, Mond usw.). Dann entwirft man sich mit einer Linse, Objektiv genannt, ein Bild. Dies Bild ist zwar sehr viel kleiner als der Gegenstand selbst, aber man kann mit dem Auge bis auf ungefähr 20 cm (deutliche Sehweite) heran-

gehen und dadurch den Seh winkel vergrößern. So entsteht in Abb. 104 ein einlinsiges Fernrohr. Durch Vorschalten einer Lupe vor das Auge kann man das Auge dem Bilde noch weiter nähern und den Seh winkel noch mehr ver-

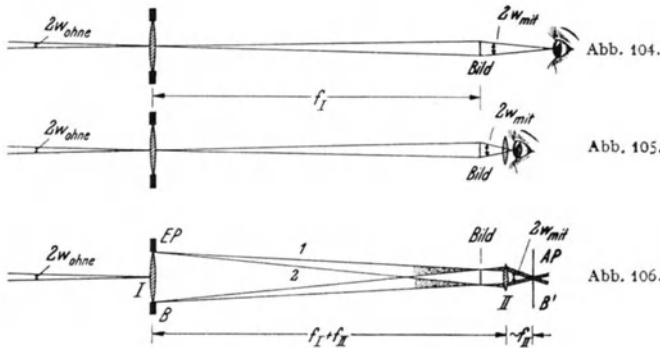


Abb. 104. Vergrößerung des Seh winkels durch ein einlinsiges Fernrohr in einfacher Hauptstrahldarstellung. Man kann sich in der Bildebene eine Mattglasscheibe angebracht denken, aber notwendig ist sie nicht. (Zahlenbeispiel: $f = 4$ m, Augenabstand vom Bild = 20 cm, Vergrößerung 20fach.)

Abb. 105. Die Hinzufügung einer Lupe (Okular genannt) erlaubt, das Auge dem Bilde weiter zu nähern und dadurch den Seh winkel noch mehr zu vergrößern. Okular, Hornhaut und Augenlinse werden in dieser einfachen Darstellung wie eine einfache dünne Linse mit dem Mittelpunkt im Hornhautscheitel behandelt.

Abb. 106. Die Vergrößerung des Seh winkels durch ein zweilinsiges Fernrohr in zweiter Näherung dargestellt. Dingseitig sind wieder nur die von den Dinggrenzen ausgehenden Hauptstrahlen gezeichnet, bildseitig aber die zugehörigen Lichtbündel. Die Objektivfassung dient als Eintrittspupille, ihr reelles, vom Okular entworfenes Bild B' als Austrittspupille AP . (Die Strahlen 1 und 2 lassen B' als Bild von B erkennen.)

größern. Damit gelangt man zum zweilinsigen Fernrohr in Abb. 105. Objektiv und Lupe werden durch ein Rohr verbunden, die Lupe wird meist Okular genannt.

Auch das Fernrohr soll also lediglich den Seh winkel vergrößern. Als Vergrößerung eines Fernrohres bezeichnet man das Verhältnis „Seh winkel mit“ durch „Seh winkel ohne“ Instrument (Meßverfahren in § 24).

Bei der häufigsten Benutzungsart des Fernrohres ist der Dingabstand sehr groß gegenüber der Fernrohrlänge. Dann ist die Vergrößerung eine das Instrument kennzeichnende Konstante. Bei der Beobachtung naher Gegenstände hingegen, etwa einer Skala an einem schwer zugänglichen Teil einer Maschine, hängt die Vergrößerung von der besonderen Benutzungsart des Fernrohres ab und man nennt sie dann zweckmäßigerweise Ablese-

vergrößerung. Man kann ja oft das Objektivende eines schlanken Fernrohres zwischen den Hindernissen hindurch viel dichter an den Gegenstand heranbringen als den ganzen Kopf. In diesem Fall setzt man sinngemäß als Schwinkel ohne Instrument denjenigen ein, den man nach Lage der Hindernisse noch mit dem freien Auge erreichen kann. Dann heißt z. B. Ableservergrößerung = 5: Nach Einbau des Fernrohres kann man auf der Skala 5mal kleinere Ziffern ablesen als zuvor.

Das in Abb. 105 und 106 skizzierte Fernrohr ist von JOHANNES KEPLER vorgeschlagen worden und heißt das „astronomische“. Es zeigt die Gegenstände auf dem Kopfe stehend. Zur Aufrichtung der Bilder gibt es verschiedene Vorrichtungen, z. B. weitere Linsen oder Spiegelprismen zwischen Objektiv und Okular.

§ 23. Vergrößerung des Schwinkels durch Projektionsapparat und Mikroskop. Leistungsgrenze des Mikroskops. Projektionsapparat und Mikroskop dienen — wie das Fernrohr — der Vergrößerung des Schwinkels. Beide stimmen im Prinzip überein. Bei beiden liegt das Ding kurz vor dem dingseitigen Brennpunkt einer Objektivlinse. Diese entwirft daher bei beiden ein erheblich vergrößertes Bild des Gegenstandes. Man kann es auf einem Schirm auffangen.

Bei hinreichender Größe wird das Bild auch von fern sitzenden Beobachtern unter einem ausreichenden Schwinkel gesehen: Projektionsapparat (Kino!). — Das Mikroskop hingegen ist für Einzelbeobachtung bestimmt. Das von der Objektivlinse entworfene Bild liegt im oberen Ende des Rohres (Tubus). Der Beobachter geht mit der Okular genannten Lupe dicht an das Bild heran und betrachtet es so unter großem Schwinkel. — Als Vergrößerung bezeichnet man auch beim Mikroskop das Verhältnis „Schwinkel mit“ zu „Schwinkel ohne“ Instrument.

Zur Messung der Mikroskopvergrößerung legt man einen Millimeterstab auf den Tisch des Mikroskops und läßt ein Stück von ihm seitlich überstehen, z. B. rechts. Dann blickt man mit dem linken Auge ins Mikroskop, mit dem rechten unmittelbar auf den Maßstab. Man bringt unschwer beide Sehfelder zur Deckung. Man sieht z. B. 1 mm im Mikroskop auf 130 mm des direkt beobachteten Maßstabes. Dann ist die Vergrößerung 130fach.

Die Ausführungen des § 14 über die Leistungsgrenze der Linsenabbildung gelten für das Mikroskop genau so wie für das Auge und das Fernrohr. Der

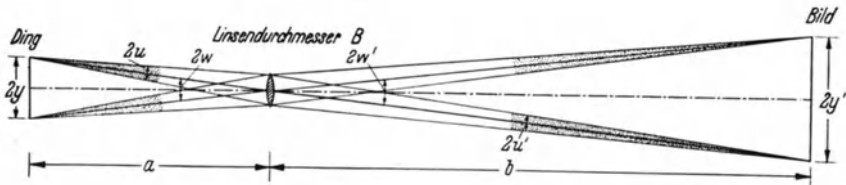


Abb. 107. Zur Auflösung des Mikroskops. — Man hat hier die gleichen Bedingungen wie auf S. 24 bei der Herleitung der Gl. (23) für Auge und Fernrohr. Auf der rechten Seite der Linse sind die Lichtbündel in Wirklichkeit praktisch parallel begrenzt: Die Dingpunkte liegen auf der linken Seite praktisch in der Brennebene des Objektivs. In der Zeichnung mußte der Übersichtlichkeit halber der Dingabstand a zu groß, der Bildabstand b zu klein gemacht werden.

Winkelabstand zweier noch getrennt sichtbarer Dingpunkte — in Abb. 107 $2w$ genannt — darf nicht kleiner werden als der aus der Gleichung

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{B} \quad (21) \text{ v. S. 23}$$

berechnete Winkel α . Also

$$\sin 2w_{\min} = \frac{\lambda}{B} \text{ oder nach Abb. 107 } \frac{2y'}{b} = \frac{\lambda}{B}. \quad (26)$$

Doch interessiert beim Mikroskop weniger die kleinste auflösbare Winkelgröße $2w_{\min}$ als der kleinste noch trennbare Abstand zweier Dingpunkte, also in Abb. 107 die Strecke $2y_{\min}$, gemessen im Längenmaß.

Für ihre Berechnung entnehmen wir der Abb. 107 für den bildseitigen Öffnungswinkel u' die Beziehung

$$\sin u' = \frac{B}{2b}. \quad (27)$$

Ferner muß im Mikroskop die Sinusbedingung erfüllt sein, d. h. der bildseitige Öffnungswinkel u' muß mit dem dingseitigen Öffnungswinkel u verknüpft sein durch die Beziehung

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{2y'}{2y}, \quad (25)$$

(25), (26) und (27) zusammengefaßt ergeben

$$2y_{\min} = \frac{\lambda}{2 \sin u}. \quad (28)$$

In einem Stoff der Brechzahl n ist die Wellenlänge λ des Lichtes n -mal kleiner als in Luft. Daher füllt man den Raum zwischen Ding und Mikroskopobjektiv oft mit einer „Immersionsflüssigkeit“ (Wasser oder Öl) mit der Brechzahl n . Dann erhält man statt Gl. (28) die kleinere Länge

$$2y_{\min} = \frac{\lambda}{2n \sin u}. \quad (28a)$$

D. h. die Leistungsgrenze des Mikroskops wird durch zwei Größen bestimmt: Erstens durch die Wellenlänge λ des Lichtes und zweitens durch eine das Objektiv kennzeichnende Größe ($n \sin u$), genannt die „numerische Apertur“. In ihr ist u der Öffnungswinkel der vom Objektiv aufgenommenen Lichtbündel und n die Brechzahl des Stoffes (Luft oder Immersionsflüssigkeit) zwischen Objektiv und Präparat (z. B. Dünnschnitt).

Die Optotechnik hat mit Immersionsflüssigkeiten numerische Aperturen $n \sin u$ bis zu etwa 1,35 verwirklichen können ($u = 65^\circ$, $\sin u = 0,9$, $n = 1,5$). Die mittlere Wellenlänge λ des sichtbaren Lichtes beträgt rund $5 \cdot 10^{-5}$ cm. Somit wird nach Gl. (28a)

$$2y_{\min} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 1,35} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ cm.}$$

$2y$, der kleinste, im besten Mikroskop noch erkennbare Abstand zwischen zwei Dingpunkten ist also nur etwas kleiner als die halbe Wellenlänge des benutzten Lichtes. — Der Größenordnung nach entspricht das den Erfahrungen in der Mechanik. Dort (Abb. 373 ff.) haben wir mit Wasserwellen Schattenbilder eintauchender Körper entworfen. Für diese einfachste Art der Abbildung durften die Körper nicht kleiner gewählt werden als ungefähr die Wellenlänge der Wasserwellen.

Man vergleiche später die Gl. (28) mit der Abb. 48 auf S. 163. Sie wird dadurch einen sehr anschaulichen Sinn bekommen!

Eine mikroskopische Abbildung mit großer Auflösung verlangt dingseitig Lichtbündel von großem Öffnungswinkel u . Das zeigt der Nenner der Gl. (28). Bei selbstleuchtenden Dingen, etwa einem glühenden Draht, wird der nutzbare Öffnungswinkel nur durch die Bauart des Objektivs bestimmt. Bei nicht selbstleuchtenden Dingen hingegen, z. B. den üblichen Dünnschnitten, hängt er überdies von der Art der Beleuchtung ab. Der Öffnungswinkel des beleuchtenden Lichtes soll mindestens so groß sein wie der vom Objektiv ausnutzbare. Praktisch erreicht man das mit schräger Beleuchtung oder mit Beleuchtungslinsen, genannt „Kondensoren“. Die Abb. 108 und 109 zeigen zwei Ausführungsformen. In Abb. 108 gelangt das Licht nach Durchsetzen des Dünnschnittes ins Objektiv und ins Auge. Man beobachtet auf hellem Grunde oder mit Hellfeldbeleuchtung. In Abb. 109 hingegen wird das beleuchtende Licht dem Mikroskopobjektiv (durch Totalreflexion am Deckglas) ferngehalten. Nur vom Dünnschnitt zerstreutes

oder abgelenktes Licht (drei kleine Pfeile!) kann ins Objektiv eintreten. Man sieht die Dinge hell auf dunklem Grunde oder in Dunkelfeldbeleuchtung.

Hellfeld- und Dunkelfeldbeleuchtung sind uns auch im täglichen Leben ge-
läufig. Eine grobe Spitze hängt man als Gardine vor ein helles Fenster: Hellfeld-

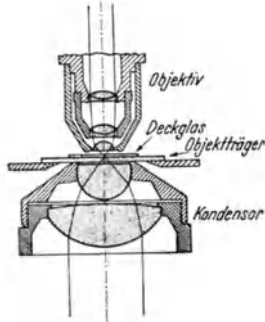


Abb. 108.

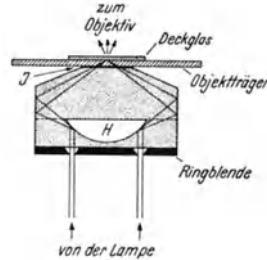


Abb. 109.

Abb. 108 und 109. Zwei Kondensoren. Beide entwerfen ein Bild einer flächenhaften Lichtquelle in ihrer Brennebene und diese wird in die Ebene des Dünnschnittes gelegt. Die flächenhafte Lichtquelle kann durch eine Sammellinse verwirklicht werden die eine Lampe in der Eintrittspupille des Kondensors abbildet. Abb. 108. Hellfeldkondensor. Abb. 109. Dunkelfeldkondensor mit zweifacher Spiegelung an der Innenfläche des Glaskörpers. *H* ist ein Hohlraum. *J* = Immersionsflüssigkeit (Wasser oder Öl) zur Vermeidung der Totalreflexion an der oberen Fläche des Kondensors.

beleuchtung. Eine zarte Brüsseler Spitze legt man auf dunklen, nicht reflektierenden Samt und hält so das beleuchtende Licht dem Auge fern: Dunkelfeldbeleuchtung.

Bei der grundlegenden Bedeutung der Apertur für das Mikroskopobjektiv beschreiben wir ein Verfahren für ihre Messung: Man setzt in Abb. 110 vor das Objektiv als Ding eine sehr feine, von links beleuchtete Lochblende *B* (Lampe nicht gezeichnet). Wir nähern dieses Ding dem Objektiv, bis rechts von ihm in 20 cm Abstand auf einer (ebenfalls nicht gezeichneten) Mattscheibe sein scharfes Bild erscheint. Der dann eingestellte Dingabstand¹⁾ entspricht der normalen

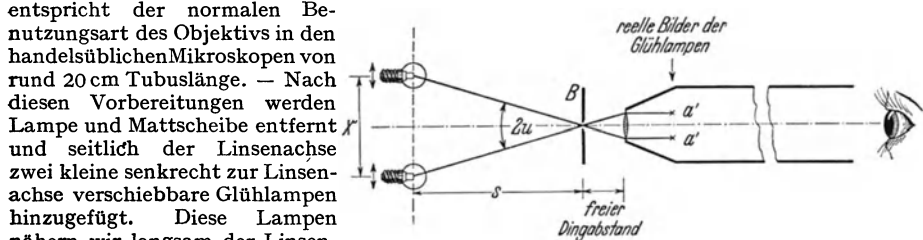


Abb. 110. Messung der Apertur ($\sin u$) eines Mikroskopobjektives.

Benutzungsart des Objektivs in den handelsüblichen Mikroskopen von rund 20 cm Tubuslänge. — Nach diesen Vorbereitungen werden Lampe und Mattscheibe entfernt und seitlich der Linsenachse zwei kleine senkrecht zur Linsenachse verschiebbare Glühlampen hinzugefügt. Diese Lampen nähern wir langsam der Linsenachse. Beim Eintritt in den Bereich des dingseitigen Öffnungswinkels $2u$ blitzen ihre reellen Bilder a' kurz hinter der Brennebene des Objektivs auf. (Bei Vorführungen wirft man sie mit einer weiter rechts befindlichen Hilfslinse auf den Wandschirm.) Wir messen die mit x und s benannten Längen und erhalten als Apertur

$$\sin u = \frac{x}{2} \left(s^2 + \frac{x^2}{4} \right)^{-\frac{1}{2}} \text{ oder näherungsweise } = \frac{x}{2s}.$$

Nicht die Anordnung der Linsen, sondern die Begrenzung der Lichtbündel vermittelt uns ein tieferes Verständnis des Mikroskops und seiner Leistungsgrenze. Das ist der Inhalt dieses Paragraphen.

§ 24. Teleskopische Systeme. In unserer Darstellung der optischen Instrumente war kein Platz für ein besonders einfaches Fernrohr mit geringer Vergrößerung und aufrechtem Bild, bekannt unter dem Namen Nachtglass oder holländisches Fernrohr und für den Seemann unentbehrlich. Des-

¹⁾ Von der Frontfläche des Objektivs aus gezählt heißt er in der Praxis der „freie Dingabstand“.

wegen bringen wir für die Fernrohre noch eine zweite, für alle Typen brauchbare Darstellung.

Bei der üblichen Benutzungsart des KEPLERSchen Fernrohres ist der Dingabstand sehr groß gegenüber der Brennweite des Objektivs. Daher liegt das Bild eines fernen Dingpunktes in der Brennebene des Objektivs. In die gleiche Ebene verlegt man die dingsseitige Brennebene des Okulars (vgl. Abb. 106). Auf diese Weise entsteht ein „teleskopisch“ oder „brennpunktlos“ genannter Strahlengang: Vom Dingpunkt geht ein Parallellichtbündel zum Objektiv und

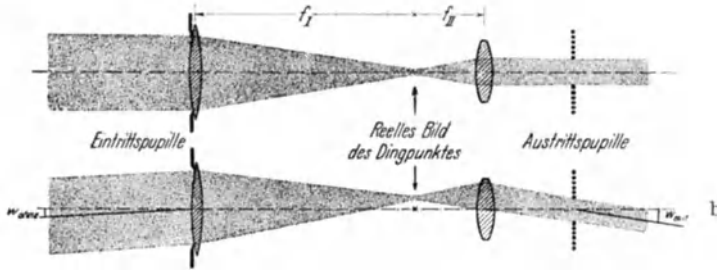


Abb. 111. Schauversuch zum teleskopischen Strahlengang im Keplerschen Fernrohr für einen fernen Dingpunkt. Bei a) auf, bei b) außerhalb der Linsenachse. Dreifache Vergrößerung des Seh winkels. Die Scheitel der Hauptstrahlneigungswinkel w_{ohne} und w_{mit} liegen im Zentrum der Eintritts- und der Austrittspupille. Die Versuchsanordnung ist ähnlich wie in Abb. 77. Sie erlaubt, den Neigungswinkel w_{ohne} des links einfallenden Parallellichtbündels periodisch zu ändern. Die Lage und die Entstehung der Austrittspupille treten klar hervor. Am besten setzt man auch hier zur Kennzeichnung vor den oberen Rand der Eintrittspupille ein Rotfilter, vor den unteren ein Grünfilter.

aus dem Okular tritt wiederum ein Parallellichtbündel aus, jedoch mit kleinerem Durchmesser. Das zeigt uns ein Schauversuch in Abb. 111a für einen auf der Achse gelegenen fernen Dingpunkt.

Bei der Fortführung dieses Schauversuches verschieben wir den Dingpunkt abwechselnd über oder unter die Linsenachse, Abb. 111 b. Bei diesen Bewegungen sehen wir mit großer Deutlichkeit die Lage der Austrittspupille, also des gemeinsamen Querschnittes aller Lichtbündel des Bildraumes. Die Bündel behalten vor und hinter dem Fernrohr ihre parallele Begrenzung, aber — nun kommt der entscheidende Punkt! — die Neigungswinkel beider Bündel gegen die Achse haben hinter und vor dem Fernrohr ungleiche Größe. Wir nennen diesen Neigungswinkel wie früher in Abb. 106 die Sehinkel w_{mit} und w_{ohne} und bekommen quantitativ

$$\text{Vergrößerung} = \frac{w_{mit}}{w_{ohne}} = \frac{\text{Bündeldurchmesser vor dem Fernrohr}}{\text{Bündeldurchmesser hinter dem Fernrohr}} \quad (29)$$

Die hier experimentell gezeigte Tatsache ist unschwer zu deuten: Die Abb. 112 wiederholt schematisch den Schauversuch der Abb. 111 b, doch sind nur die bündelbegrenzenden

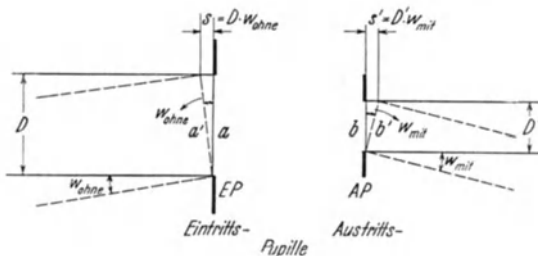


Abb. 112. Zur Herleitung des Zusammenhangs von Winkelvergrößerung und Änderung des Bündeldurchmessers.

Strahlen vor und hinter dem Fernrohr gezeichnet. Hinzugefügt ist beiderseits je eine zu den Strahlen senkrechte Gerade a und b , sie markieren je eine Wellenfläche. — Als dann denken wir uns das einfallende Bündel um einen kleinen Winkel in die gestrichelte Stellung gekippt. a geht in a' , b in b' über. Dabei müssen die Lichtwege s und s' gleich groß bleiben. Somit haben wir $D' \cdot w_{mit} = D \cdot w_{ohne}$.

Nach diesen Darlegungen braucht man zum Bau eines Fernrohres nur die Herstellung eines teleskopischen Strahlenganges. Dieser läßt sich auch mit anderen Anordnungen erzielen, z. B. einer Sammellinse und einer

Hohllinse: So entsteht das holländische Fernrohr. Der Schauversuch in Abb. 113 gibt uns den Verlauf eines Lichtbündels für je einen fernen Dingpunkt auf und unterhalb der Linsenachse.

Man kann aber einen teleskopischen Strahlengang auch ganz ohne Linsen (oder Hohlspiegel) herstellen, nämlich mit Prismen. Am besten nimmt man deren vier. Zwei von ihnen sind in Abb. 114 in den Gang eines Parallellichtbündels geschaltet, und zwar weit aus der Stellung ihrer Minimalablenkung herausgedreht. Der Verlauf der Lichtbündel entspricht durchaus dem des holländischen Fernrohres in Abb. 113. Infolgedessen kann man bequem durch diese Prismen hindurch einen fernen Gegenstand betrachten, etwa ein Rad. Man sieht es vergrößert, aber nur in einer Richtung. Das Rad erscheint zur Ellipse ausgezogen. Man kann jedoch hinter das erste noch ein zweites Prismenpaar schalten und seine brechenden Kanten um 90° gegen die des ersten Paares verdrehen. Dann fällt die Verzerrung fort. Man sieht das Rad in allen Speichenrichtungen gleichmäßig vergrößert. Man hat ein Fernrohr ohne alle Linsen

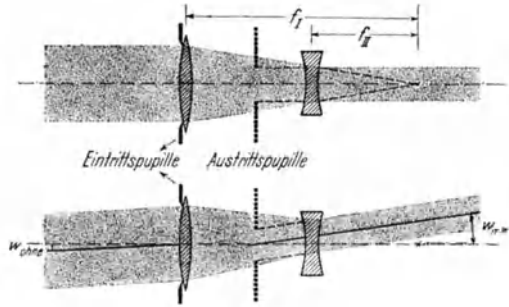


Abb. 113. Schauversuch zum teleskopischen Strahlengang im holländischen Fernrohr für je einen fernen Dingpunkt auf und unterhalb der Linsenachse. Schwinkeilvergrößerung 2,2fach. Die Austrittspupille ist ein virtuelles vom Okular entworfenes Bild der Objektivfassung. Zwischen Objektiv und Okular liegt im Gegensatz zum KEPLERSchen Fernrohr kein Bild des Dingpunktes. Man baut holländische Fernrohre nur für kleine Vergrößerungen (etwa 2–6). Ihr Hauptvorteil ist die geringe Zahl der Glasflächen und daher die Kleinheit der Lichtverluste. Als „Nachtglas“ ist das holländische Fernrohr noch heute unübertroffen.

und Hohlspiegel mit aufrechtem Bild und frei von Farbfehlern. — Praktisch spielt dies Fernrohr keine Rolle, doch zeigt es vortrefflich die Bedeutung des teleskopischen Strahlenganges für die Vergrößerung des Schwinkeles.

Die Kenntnis des teleskopischen Strahlenganges gibt ein einfaches Verfahren zur Messung der Fernrohrvergrößerung; man hat lediglich den Durchmesser eines Parallellichtbündels vor und hinter dem Fernrohr zu messen und Gl. (29) anzuwenden.

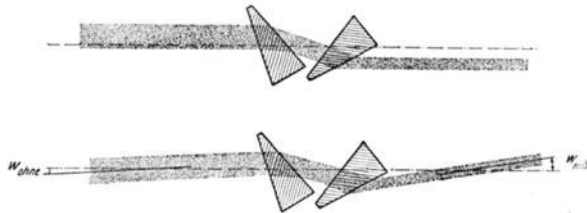


Abb. 114. Zur Herstellung eines teleskopischen Strahlenganges mit Prismen. Nach dem Lichtbild eines Schauversuches, in der Mitte unwesentlicher Zeichenfehler.

Die Durchmesser der Lichtbündel stimmen mit denen der Eintritts- und der Austrittspupille überein. Als Eintrittspupille dient bei einwandfreier Bauart praktisch stets die Objektivfassung. Die Austrittspupille, das vom Okular entworfene Bild der Objektivfassung, ist nur beim KEPLERSchen Fernrohr und seinen Abarten (z. B. den Prismenfeldstechern) zugänglich. Beim holländischen Fernrohr liegt sie als virtuelles Bild im Rohrrinneren zwischen Objektiv und Okular, vgl. Abb. 113. Man hält das KEPLERSche Fernrohr mit seinem Objektiv gegen den Himmel oder ein helles Fenster und blickt aus etwa 30 cm Abstand auf das Okular. Dann sieht man die Austrittspupille als kleines helles Scheibchen vor dem Okulare schweben. Man mißt seinen Durchmesser mit einem mm-Maßstab. Der Objektivdurchmesser, dividiert durch diesen Pupillendurchmesser, gibt die gesuchte Vergrößerung. — Beim holländischen Fernrohr muß man statt dessen den Schauversuch der Abb. 113 ausführen und die Bündeldurchmesser bestimmen.

§ 25. Gesichtsfeld der optischen Instrumente. Vorbemerkung: Beim Sehen mit freiem Auge wird das Gesichtsfeld meist durch irgendwelche Hindernisse begrenzt, z. B. den Rahmen eines Fensters. Sehr kleine Gesichtsfelder betrachten wir mit ruhendem Auge, Gesichtsfelder von wenigen Winkelgraden aufwärts

jedoch mit bewegtem: Das Auge „blickt“, es vollführt (uns unbewußt) ruckweise Drehungen in seiner Höhle und „fixiert“ in den Ruhepausen einzelne Bereiche des Gesichtsfeldes. Diese Blickbewegungen lassen sich durch Drehungen und Verschiebungen des ganzen Kopfes unterstützen, doch sieht man dann die einzelnen Bereiche des Gesichtsfeldes nacheinander. Das erschwert die Übersicht. Das Sehen durch ein Schlüsseloch gibt ein gutes Beispiel.

In den optischen Instrumenten sind Objektiv und Okularlupe ohne Zweifel die wesentlichen Linsen. Sie reichen aber beim praktischen Bau der Instrumente nicht aus. Mit ihnen allein bekommt man zu kleine Gesichtsfelder. Man muß weitere Linsen hinzufügen, Kondensoren oder Kollektive genannt. — Beispiele sind lehrreicher als langatmige Erörterungen allgemeiner Art.

Abb. 115 zeigt das Schema eines falsch zusammengesetzten Projektionsapparates mit Lichtquelle (Bogenkrater), Diapositiv und abbildendem Objektiv.

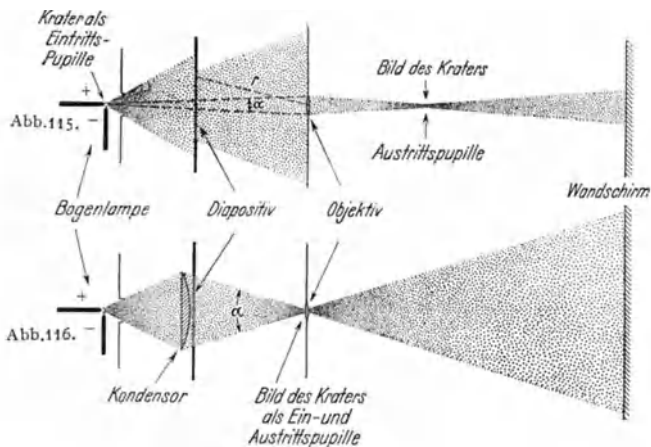


Abb. 115. Falsch zusammengesetzter Projektionsapparat. Die Objektivfassung bestimmt als Gesichtsfeldblende den Gesichtswinkel $\alpha = 2 w_{\max}$, d. h. den größten noch dingseitig nutzbaren Winkel zwischen zwei Hauptstrahlen. Der Scheitel dieses Winkels liegt wie immer im Zentrum der Eintrittspupille (vgl. Abb. 78). Der Wandschirm ist zu weit rechts gezeichnet worden.

Abb. 116. Richtig zusammengesetzter Projektionsapparat. Der Kondensator wirft ein Bild des Kraters ins Objektiv (der Verlauf eines abbildenden Teilbündels und sein Öffnungswinkel μ ist aus Abb. 80 zu entnehmen). Der Rahmen des Diapositivs ist Gesichtsfeldblende. Von seinen Rändern führen Hauptstrahlen mit großem Gesichtswinkel $\alpha = 2 w_{\max}$ zur Mitte der für die Abbildung maßgebenden Eintrittspupille. Im gezeichneten Beispiel bedeckt diese Eintrittspupille nur einen kleinen mittleren Fleck des abbildenden Objektivs. Daher genügt als solches fast immer ein Brillenglas oder ein einfacher Achromat. Für Säle bis zu 500 Hörern reicht vollauf der Krater einer 5 Amp.-Bogenlampe. — Glühlampen als Lichtquellen bedeuten für physikalische Zwecke eine unnötige Erschwerung, desgleichen Kondensoren mit nicht frei zugänglicher Vorderfläche.

Auf dem Wandschirm erscheint nur ein kleiner Ausschnitt aus der Mitte des Diapositivs. Das Gesichtsfeld ist viel zu klein (und unscharf begrenzt). Grund: Hier wirkt die Fassung des Objektivs als Gesichtsfeldblende. Sie läßt nur Licht im engen Winkelbereich α von der Lampe zum Schirm gelangen. Der Strahl r hat keine physikalische Bedeutung, verläuft doch in seiner Richtung kein Lichtbündel. Daher können die äußeren Teile des Diapositivs nicht abgebildet werden. Abhilfe ist leicht zu schaffen, Abb. 116: Man setzt unmittelbar vor das Diapositiv eine große Linse, Kondensator genannt, und bildet mit ihr die Lichtquelle in der Öffnung des Objektivs ab. So kann alles durch das Diapositiv gehende Licht auch durch das Objektiv hindurchgehen. Das Diapositiv erscheint in seiner ganzen Ausdehnung auf dem Wandschirm. Der Bildrand ist scharf. Jetzt wirkt der Rahmen des Diapositivs als Gesichtsfeldblende. Ihr Bild begrenzt als „Austrittsluke“ das Gesichtsfeld und liegt dabei „richtig“, d. h. in der Ebene des Wandbildes.

Der Kondensor muß dem jeweiligen Abstand zwischen Objektiv und Diapositiv angepaßt werden. Für Projektionen in verschiedenen Bildgrößen und Schirmabständen braucht man Objektive verschiedener Brennweite. Für jede von ihnen muß ein passender Kondensor verfügbar sein. Diese wichtige Tatsache wird nur allzu oft außer acht gelassen. Wohl nirgends findet man so viel Unkenntnis elementarer optischer Dinge wie bei der Beschaffung und Handhabung von Projektionsapparaten.

In Sonderfällen muß man durch lange enge Rohre hindurchsehen. Bei dieser Beobachtungsart ist das Gesichtsfeld außerordentlich eingengt. Doch kann man mit Hilfslinsen, meist Kollektiven genannt, auch hier zu Gesichtsfeldern von brauchbarer Größe gelangen. Praktische Beispiele bieten das Cystoskop zum Einblick in Hohlräume des menschlichen Körpers (Magen, Harnblase) und das Sehrohr der Tauchboote. — Das Wesentliche soll an Hand der Abb. 117 erläutert werden. Das geschieht in drei Schritten. Zunächst wird in Abb. 117a eine ferne Landschaft in der Brennebene des Objektivs abgebildet. Das reelle Bild R' wird von einem Auge ohne Kopfbewegungen betrachtet. (Vor dem Auge befindet sich zweckmäßigerweise eine Lupe mit einer Brennweite gleich der des Objektivs. Dann werden die Abstände zwischen Objektiv und Bild einerseits,

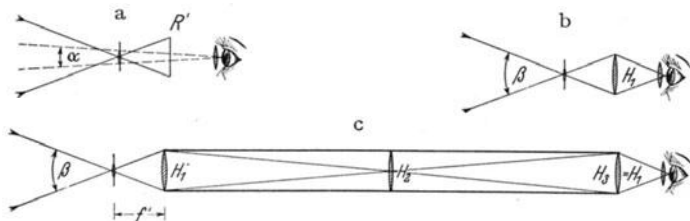


Abb. 117. Schema eines Sehrohres mit Bildaufrichtung. Die Rohrlänge ist im Verhältnis zum Durchmesser erheblich zu klein gezeichnet worden. Zahlenbeispiel: $f' = 5$ cm; Brennweite von H_1 und H_3 je 15 cm, von H_2 40 cm; Abstände $H_1H_2 = 75$ cm, $H_2H_3 = 100$ cm.

Bild und Auge andererseits gleich groß und die Dinge erscheinen mit unverzerrter Perspektive.) Das Gesichtsfeld umfaßt nur den kleinen Winkel α . Die Objektivfassung wirkt für das Auge als Gesichtsfeldblende.

In Abb. 117b wird in die Ebene des reellen Bildes eine Hilfslinse H_1 gestellt. Diese bildet das Objektiv in die Pupille des Auges ab. Jetzt wirkt die Kollektivfassung als Gesichtsfeldblende, das Gesichtsfeld umfaßt den großen Winkel β .

Nach diesem Vorversuch wird die Bildebene an das linke Ende eines langen Rohres verlegt und als Hilfslinse H_1 eine Linse mit größerer Brennweite benutzt, Abb. 117c. In der Rohrmitte sitzt eine weitere Hilfslinse H_2 und bildet das Bild R' in der Ebene des rechten Rohrendes ab. Dort folgt dann genau wie in Abb. 117b eine dritte Hilfslinse $H_3 = H_1$ und das lupenbewehrte Auge. Das Gesichtsfeld umfaßt den großen Winkel β .

In ganz entsprechender Weise benutzt man Kollektive im Mikroskop und im Keplerschen Fernrohr. Dort sollen sie das nutzbare Gesichtsfeld vergrößern. Man legt das Kollektiv in die Ebene des reellen, vom Objektiv entworfenen Bildes oder in dessen Nähe. So hält man die schräg verlaufenden Lichtbündel von den Rohrwänden fern und lenkt sie in die Okularlupe hinein. Kollektiv und Lupe werden meist in einem kurzen Rohrstutzen vereinigt und gemeinsam Okular genannt. Beim Huyghensschen Okular liegt das reelle Bild zwischen Kollektiv und Lupe, beim Ramsdenschen Okular aber kurz vor dem Kollektiv. Infolgedessen kann man in die Ebene des reellen Bildes bequem Fadenkreuze, Mikrometerskalen und dergleichen hineinbringen und beim Auswechseln des Okulars an ihrem Platz belassen. — Die Achromatisierung der genannten Okulare erfolgt nach dem eigenartigen, in Abb. 99 erläuterten Schema.

Man beobachtet — herkömmlichen Darstellungen entgegen — beim Mikroskop und Fernrohr fast nie mit ruhendem Auge. Man muß Drehungen des Augapfels und Verschiebungen des ganzen Kopfes zu Hilfe nehmen. Grund: Der Winkelbereich großer Sehschärfe umfaßt nur wenige Bogengrade. Er liegt symmetrisch zum Mittelpunkt des „fovea centralis“ benannten Netzhautgebietes. Die Sehschärfe fällt schon innerhalb $\pm 2^\circ$ auf die Hälfte ihres Höchstwertes und innerhalb $\pm 10^\circ$ sogar auf $\frac{1}{5}$ des Höchstwertes. Die Bewegungen des Auges und des Kopfes sind bei der Bestimmung des Gesichtsfeldes zu berücksichtigen. — Beim Keplerschen Fernrohr bewegt man meist das

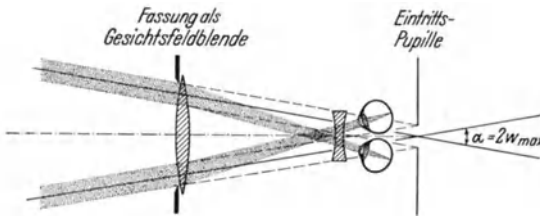


Abb. 118. Zur Benutzung eines 2mal vergrößernden holländischen Fernrohrs mit einem bewegten Auge. Die Pupille des Auges ist erheblich kleiner als die aus Abb. 113 bekannte Austrittspupille des Fernrohrs.

Auge vor der Austrittspupille des Fernrohrs (Abb. 106, 111) wie vor einem Schlüsselloch. Beim holländischen Fernrohr benutzt das Auge für jeden „Augenblick“ (Handlung oder Zeitabschnitt!) nur einen Teil der Objektivfläche. Das zeigt die Abb. 118 für zwei extreme Stellungen des Auges. Die jeweils benutzten dingseitigen

Lichtbündel sind geradlinig verlängert worden. Der Schnitt der gestrichelten Geraden ergibt die Eintrittspupille des aus Fernrohr und frei bewegtem Auge gebildeten Systems. Diese Pupille liegt im Inneren des Kopfes. Sie liegt also ganz anders als die des Fernrohrs allein (Abb. 113!). Ihr Zentrum ist wie stets der Schnittpunkt der dingseitigen Hauptstrahlen. Der größte nutzbare Hauptstrahleneigungswinkel w_{\max} bestimmt den Blickfeldwinkel α . Es ist $\alpha = 2w_{\max}$. Die Objektivfassung wirkt als Gesichtsfeldblende. Beim Überschreiten von α bleibt der Bündelquerschnitt nicht mehr kreisförmig. Er bekommt zunächst die Gestalt eines Kreiszweieckes. Das Bild verblaßt zum Rande hin, es wird vignettiert.

§ 26. Abbildung räumlicher Gegenstände und Perspektive. Zunächst eine Vorbemerkung von entscheidender Wichtigkeit. In unserer bisherigen Darstellung des Abbildungsvorganges wurde ein Bildpunkt mit der engsten Einschnürung eines Lichtbündels gleichgesetzt. Das entspricht zwar allgemeiner Übung, ist aber keineswegs allgemein zutreffend. Man denke an die jedem Kinde bekannte Lochkamera (Abb. 119). Diese

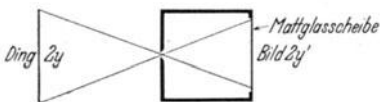


Abb. 119. Lochkamera.

benutzt enge Lichtbündel ohne jede Einschnürung im Bildraum. Trotzdem liefert sie gute (und dabei völlig verzeichnungsfreie) Bilder¹⁾. Das ist recht überraschend. Der Bildpunkt, also die Beugungsfigur der Öffnung, ist unter sonst gleichen Umständen bei einer Lochkamera mit einem Lochdurchmesser von 1 mm 20mal größer als der eines Objektivs von 20 mm Durchmesser [Gl. (21) von S. 23]. Aber ein Maler vermag ja auch mit groben Pinselstrichen sehr befriedigende Bilder zu liefern. Das ist auf psychologische Vorgänge zurückzuführen und gehört nicht in diesen Paragraphen. Uns genügt die vielfach gesicherte Erfahrung: Gute, für unser Auge brauchbare Bilder sind keineswegs identisch mit Bildern großer Zeichnungsschärfe.

Selbst die technisch vollkommensten Linsen können immer nur eine Dingebene als eine Bildebene abbilden. Dabei müssen diese beiden Ebenen zur

¹⁾ Bei Kenntnis des § 47 läßt sich für die günstigste Lochweite eine einfache Regel angeben: Vom Bildort aus gesehen soll das Loch $\frac{9}{10}$ vom Durchmesser der zentralen Fresnel'schen Zone freilassen.

Linsenachse senkrecht stehen. Trotzdem bildet man in der Praxis ganz überwiegend Gegenstände von räumlicher Ausdehnung auf einer Ebene ab. Bekanntlich bekommt man auch in diesen Fällen durchaus brauchbare Bilder: Auge, Feldstecher und Kamera haben eine meist beträchtliche „Tiefenschärfe“. Das beruht aber nur auf der oben genannten Eigenart unseres Auges. Dieses läßt, wie wir sahen, keineswegs nur die engste Einschnürung eines Lichtbündels als Bildpunkt gelten.

Bilder räumlicher Gegenstände haben stets eine bestimmte geometrische Perspektive, d. h. ein bestimmtes Verhältnis zwischen Größe und Abstand der hintereinander befindlichen Dinge. Der Künstler stellt diese Perspektive mit einer Zentralprojektion her. Dabei verfährt er im Prinzip gemäß Abb. 120: Er schaltet zwischen die Dinge und eines seiner Augen einen durchsichtigen Schirm W und vermerkt auf diesem die Durchstoßpunkte seiner Blickrichtungen. Der Künstler benutzt also als Projektionszentrum den Drehpunkt seines Augapfels.

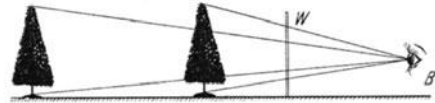


Abb. 120. Zentralprojektion zur Darstellung räumlicher Gegenstände auf einer Bildfläche W . B = Auge des Künstlers.

Bei der Abbildung durch eine Linse stellt man die Linse zwischen die Dinge und den Schirm. Es handelt sich auch hier um eine Zentralprojektion, jedoch mit zwei Projektionszentren. Diese liegen in den Mittelpunkten der Eintritts- und der Austrittspupille. Somit ist die Begrenzung der Lichtbündel auch für die Perspektive entscheidend. Das belegen wir mit einem eindrucksvollen Schauversuch.

In Abb. 121 stehen zwei helleuchtende gleich große Mattglasfenster in verschiedenen Abständen von der Linse. Das eine Fenster befindet sich in Wirklichkeit etwas vor, das andere etwas hinter der Zeichenebene. Das hintere Fenster trägt ein H , das vordere ein V . Die Linse hat einen großen Durchmesser, doch benutzen wir eine enge Blende B und schlanke Lichtbündel. Infolgedessen erscheinen beide Fenster auf dem Schirm nebeneinander gleich scharf. Während des Versuches bleibt die Aufstellung (Abb. 121) ungeändert, es wird lediglich die Blende längs der Linsenachse verschoben. Der Versuch wird in drei Schritten ausgeführt:

1. Die Blende steht unmittelbar vor der Linse, Abb. 122. Beide Pupillen fallen praktisch mit der Linsenmitte zusammen. Diese dient als Projektionszentrum. Das fernere H wird auf dem Wandschirm kleiner abgebildet als das nähere V .

2. Die Blende wird in den bildseitigen Brennpunkt F' geschoben, Abb. 123. Dadurch wird das dingseitige Projektionszentrum (die Mitte der Eintrittspupille) links ins Unendliche verlegt: Die beiden Bilder von H und V werden auf dem Schirm gleich groß.

Abb. 123 zeigt den Grenzfall des dingseitig telezentrischen Strahlenganges. Dieser wird oft benutzt, unerlässlich ist er z. B. beim Meßmikroskop. Beim Meßmikroskop ist der Auffangschirm eine Glasskala in der Bildebene. Die Skala wird von rechts durch eine feststehende Okularlinse betrachtet. Man kann den Gegenstand, entsprechend einem Fenster in Abb. 123, in die Stellung H oder V bringen, d. h. seinen Abstand vom Mikroskopobjektiv verändern. Trotzdem behält sein Bild auf der Skala die gleiche Größe. Ohne diese Begrenzung der Lichtbündel würden sich die Hauptstrahlen in den Knotenpunkten des Mikroskopobjektivs schneiden, also näherungsweise in der Mitte des Objektivs. Infolgedessen würde jede Abstandsänderung zwischen Gegenstand und Mikroskop eine Längenänderung des Gegenstandes vortäuschen.

3. In Abb. 124 wird die Blende bildseitig über den Brennpunkt F' hinaus verschoben. Damit rückt das dingseitige Projektionszentrum (die Mitte der Ein-

trittspupille) dichter an das Fenster **H** als an das Fenster **V** heran. Erfolg Das **H** auf dem Wandschirm wird größer (!) als das **V**, die Perspektive ist umgestülpt.

Wir können also die geometrische Perspektive des Wandschirmbildes allein durch Verschieben der bündelbegrenzenden Blende in weiten Grenzen verändern. — Soweit der Schauversuch.

Von Künstlerhand geschaffene Bilder soll man von gleichem Projektionszentrum wie der Künstler betrachten. Man soll also nur ein Auge benutzen

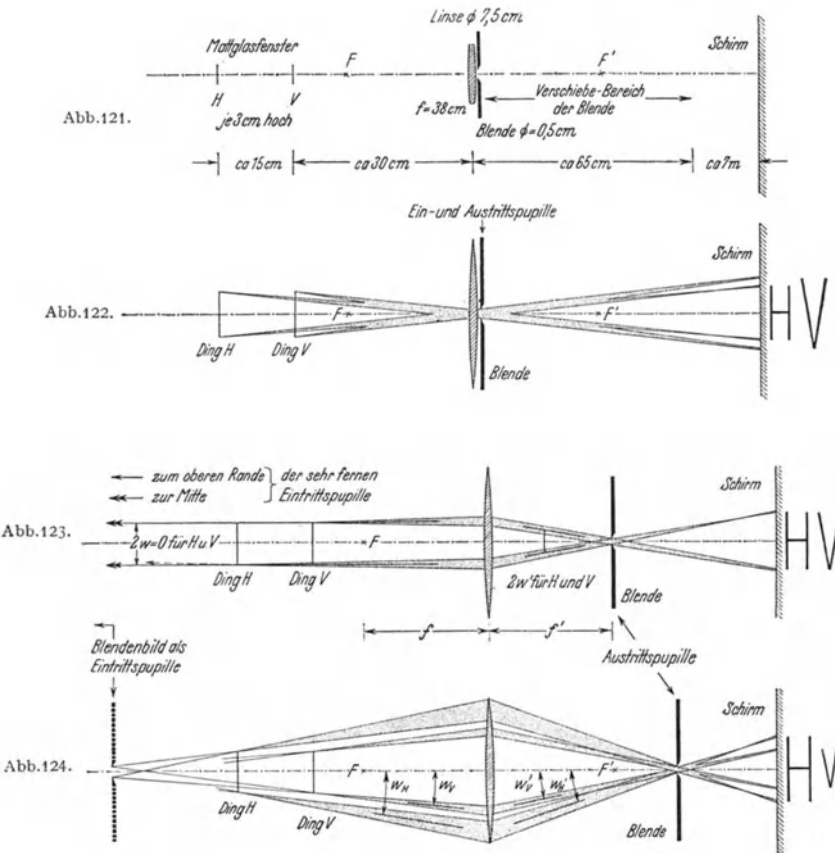


Abb. 121–124. Einfluß der Lichtbündelbegrenzung auf die Perspektive. — Abb. 121. Versuchsanordnung. Das eine Fenster ist etwas vor, das andere Fenster etwas hinter der Papierebene zu denken. — Abb. 122–124. Das Größenverhältnis zwischen **H** und **V** wird nur durch Verschiebung der bündelbegrenzenden Blende geändert. Dingseitig dient jedesmal der Mittelpunkt der Eintrittspupille als Projektionszentrum. Von ihm aus „besieht sich die Linse“ die Dinge **H** und **V**. — In Abb. 122 ist der Übersichtlichkeit halber nur das von **V** oben und von **H** unten ausgehende Bündel gezeichnet worden.

und in Abb. 120 an den Ort **B** bringen. Dann bekommt man bei guten Bildern einen naturgetreuen räumlichen Eindruck.

Beim Photographieren gelangen die Hauptstrahlen vom Mittelpunkt der Austrittspupille zur Platte. Der Mittelpunkt der Austrittspupille dient als bildseitiges Projektionszentrum. Folglich muß man beim Besehen einer Photographie den Augendrehpunkt in dieses Projektionszentrum verlegen. Das macht keine Schwierigkeit; In den heute gebräuchlichen Objektiven fallen Eintritts- und Austrittspupille nahezu mit der Objektivmitte zusammen. Man hat also praktisch nur ein Projektionszentrum nach dem Schema der Abb. 122. Außerdem

liegt die Platte fast stets nahezu in der Brennebene des Objektivs. Damit ergibt sich folgende Regel: Man betrachte eine Photographie stets einäugig und mache den Abstand zwischen Augendrehpunkt und Photographie gleich der Brennweite der Aufnahmekamera. — Für Brennweiten von etwa 25 cm aufwärts geht das ohne weiteres. Die üblichen kleinen Handapparate hingegen haben meist erheblich kürzere Brennweiten, oft nur von wenigen Zentimetern Länge. In diesem Fall muß man zwischen Photographie und Auge eine Linse schalten und als Lupe benutzen. Dann kann man auch hier den richtigen Augenabstand innehalten. Bei Beachtung dieser Regel zeigt jede Photographie eine überraschend gute Plastik und lebenswahre Perspektive.

Gute Bildbetrachtungslupen sollen für ein „blickendes“ Auge konstruiert sein und den Abstand zwischen Augendrehpunkt und Linse durch eine geeignete Form der Linsenfassung festlegen (z. B. Verantlupen). — Bei n -facher Linearvergrößerung des Bildes gegenüber dem Negativ muß der Augenabstand gleich nf sein. Leider ist diese Bedingung in einem großen Hörerkreis (Kino!) stets nur für wenige und mit der Vergrößerung wechselnde Plätze zu erfüllen.

Einäugig betrachtet sollen alle Bilder, sowohl die von Künstlern wie die mit der Kamera gefertigten auch bei falschem Abstand immer einen räumlichen Eindruck ergeben, wenn auch einen perspektivisch verzerrten. Die Tiefenausdehnung sollte bei zu kleinem Augenabstand zu kurz, bei zu großem zu lang erscheinen (Abb. 125—127). Doch sind wir alle durch die Überschwemmung mit

Bildern in den Tageszeitschriften abgestumpft worden. Wir haben das räumliche Sehen der Bilder aufgegeben und sehen Bilder aller Art gewohnheitsmäßig nur noch als Flächen. Erst unter ungewohnten Bedingungen tritt die wahre Fähigkeit unseres Auges wieder hervor. So sehen wir z. B. die flächenhaften Bilder in der Brennebene eines Fernrohres durch die Okularlupe hindurch immer räumlich, doch ist die Tiefenausdehnung aller Gegenstände verkürzt. Besonders eignet sich die Längsansicht einer Straße oder Allee. Das Bild wird vom Objektiv mit langer Brennweite f entworfen, kann also nur aus dem Abstände f mit richtiger Tiefenwirkung gesehen werden. Eine Okularlupe mit der Brennweite f würde aber die Schinkelvergrößerung gleich eins machen, d. h. also den Zweck des Fernrohres vereiteln. Nur mit einer Okularlupe kurzer Brennweite lassen sich die Schinkel vergrößern. Aber dann macht sie unvermeidlich den Betrachtungsabstand zu klein und damit sehen wir alle Tiefen verkürzt. — Noch eindrucksvoller ist meist die Umkehr des Versuches. Man blickt verkehrt in das Fernrohr hinein und benutzt das Objektiv als Lupe. Dann sieht man die Tiefenausdehnungen in einer komisch wirkenden Weise in die Länge gezogen. Jetzt entwirft das Okular ein flächenhaftes Bild mit kurzer Brennweite und wir besehen es durch das Objektiv hindurch aus viel zu großem Abstand.

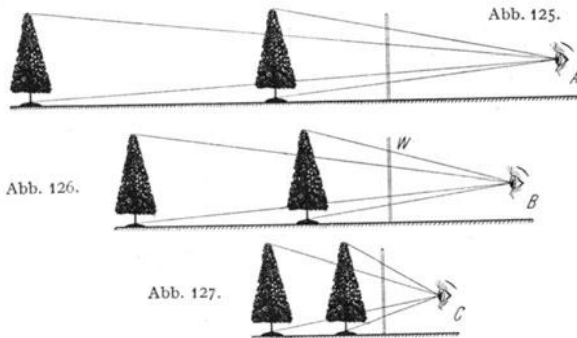


Abb. 125—127. Gleich große Dinge in verschiedener Tiefenanordnung werden von den Zentren A , B , C auf die gleiche Bildebene W projiziert. Dabei liegen die Durchstoßpunkte der Blicklinien, in allen drei Beispielen, auf der Bildebene W gleich. — Mit diesen Figuren deutet man die Verzerrung der Perspektive bei Betrachtung eines Bildes aus falschem Abstand: Ein vom Zentrum B aus gezeichnetes Bild erscheint von C aus in der Tiefe verkürzt, von A aus in der Tiefe verlängert.

IV. Energie der Strahlung und Bündelbegrenzung.

§ 27. **Vorbemerkung.** In der ganzen Darstellung der Abbildung und der optischen Instrumente standen nicht Einzelheiten des Linsenbaues, auch keine Zeichnungen von Strahlen im Vordergrund, sondern die Begrenzung der Lichtbündel. Dieser entscheidende Punkt erschließt uns auch das Verständnis für die Übertragung der Strahlungsenergie, sei es mit, sei es ohne Abbildung.

§ 28. **Strahlung und Öffnungswinkel. Definitionen.** Wir haben bisher stets die „Bildpunkte“ der Wirklichkeit entsprechend als kleine Flächen oder Flächenelemente behandelt, die Dingpunkte hingegen stillschweigend wie mathematische Punkte. Das hat bisher nicht gestört, muß aber doch einmal ausdrücklich beachtet werden. In Wirklichkeit geht eine Strahlung von endlicher Energie stets von einem Flächenelement df von endlicher Größe aus.

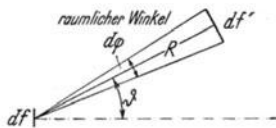


Abb. 128.

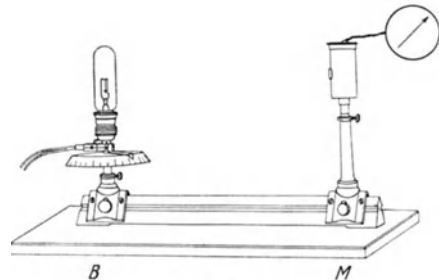


Abb. 129.

Abb. 128 und 129. Messung der Strahlungsleistung dW , die vom Flächenelement df , etwa einer Wolframbandlampe, unter verschiedenen Neigungswinkeln ϑ in den räumlichen Winkel $d\varphi$ ausgesandt wird. df' = Fläche eines Strahlungsmessers, z. B. Thermoelement. 128 Schema, 129 Anordnung.

In Abb. 128 sei df ein kleines glühendes Metallblech mit feinnattierter Oberfläche. Es wirke als „Sender“. Es sende mit seiner Vorderfläche nach allen Seiten eine Strahlung aus, und zwar im Zeitabschnitt dt den Energiebetrag dE . Wie verteilt sich diese Energie im Raum? Zur Beantwortung dieser Frage fängt man die Strahlung mit einem Strahlungsmesser (S. 15) auf. Er soll als kleiner „Empfänger“ dienen. Seine freie Fläche sei df' , sie stehe senkrecht zur Strahlungsrichtung. Überdies seien sowohl die Abmessungen des Senders df wie des Empfängers df' klein gegenüber ihrem Abstände R gewählt.

Der Ausschlag des Strahlungsmessers gibt die auf den Empfänger fallende Strahlungsleistung dW , also Energie je Sekunde (Watt). Wir verändern nun die Größe von df , df' , R und ϑ und finden

$$dW_{\vartheta} = \text{const} \cdot df \cdot \cos \vartheta \frac{df'}{R^2}. \quad (30)$$

Der Einfluß der Größen df , df' und R war nach einfachen geometrischen Überlegungen zu erwarten. Die Proportionalität der Strahlungsleistung in Richtung ϑ zu $\cos \vartheta$ hingegen (LAMBERTSches Gesetz genannt, 1760) kann allein dem Experiment entnommen werden. Sie ist im allgemeinen nur näherungsweise erfüllt (Abb. 130). Streng aber gilt sie für ein strahlendes Loch df in der Wand eines glühenden, gleichtemperierten Hohlraumes, eines „schwarzen Körpers“ (§ 161).

In der empirisch gefundenen Gl. (30) bedeutet $d\varphi'/R^2$ einen räumlichen Winkel $d\varphi$. Er ist ein Hohlkegel. Seine Spitze steht im Mittelpunkt des Flächenelementes df , also des Senders. Seine Basis ist das bestrahlte Flächenelement $d\varphi'$, also der Empfänger¹⁾. Daher kann man Gl. (30) umformen in

$$\frac{\frac{dW_\vartheta}{d\varphi}}{df \cos \vartheta} = \text{const} = S^* \quad (30a)$$

Das Verhältnis

$$\frac{dW_\vartheta}{d\varphi} = \frac{\text{Strahlungsleistung in Richtung } \vartheta}{\text{Raumwinkel}}$$

kennzeichnet die Strahlung des Senders in Richtung ϑ und bekommt den Namen Strahlungsstärke J_ϑ des Senders.

Ein und dieselbe Strahlungsstärke J_ϑ kann von Sendern sehr verschiedener Größe erzeugt werden. Bei hoher Temperatur (z. B. Weißglut) genügt eine kleine Fläche, bei tiefer Temperatur hingegen (z. B. Rotglut) ist eine große erforderlich. Zur vollständigen Kennzeichnung der Strahlungsfähigkeit eines Senders muß man daher seine Strahlungsstärke auf die zur Ausstrahlung erforderliche Fläche beziehen. Man hat also das Verhältnis zu bilden

$$\frac{J_\vartheta}{df \cos \vartheta} = \frac{\text{Strahlungsstärke in Richtung } \vartheta}{\text{zur Richtung } \vartheta \text{ senkrechte Projektion der Senderfläche (Abb. 131)}}$$

Dieses Verhältnis nennt man die Strahlungsdichte S^* des Senders. Ihre Einheit ist $\frac{\text{Watt}}{\text{Raumwinkel} / \text{m}^2}$.

Der Empfänger, die bestrahlte Fläche $d\varphi'$, wird mit der Strahlungsleistung dW bestrahlt.

Das Verhältnis

$$\frac{dW}{d\varphi'} = \frac{\text{einfallende Strahlungsleistung}}{\text{Empfängerfläche}} = \frac{\text{Strahlungsstärke } J \text{ des Senders}}{(\text{Abstand } R \text{ des Senders})^2}$$

bekommt den Namen „Bestrahlungsstärke“²⁾ b . Ihre Einheit ist Watt/m^2 .

Bisher sollte der Empfänger $d\varphi'$ klein gegen den Abstand R sein, $d\varphi'$ sollte als Flächenelement praktisch senkrecht von der Strahlung getroffen werden. Diese Beschränkung lassen wir jetzt fallen. In Abb. 132 soll die bestrahlte Fläche φ' eine große Ausdehnung bekommen und, von ihrer Mitte abgesehen, schräg von der Strahlung getroffen werden. Dann erhält der Empfänger φ' die

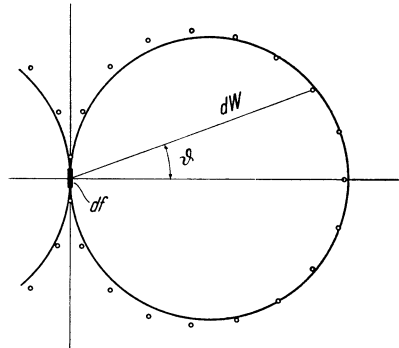


Abb. 130. Winkelabhängigkeit der zum Empfänger $d\varphi'$ gelangenden Strahlungsleistung. Punkte gemessen gemäß Abb. 129. Die großen Kreise nach Gl. (30) (Lambertsches Gesetz) berechnet.

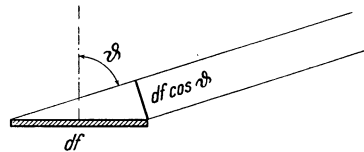


Abb. 131. $df \cos \vartheta =$ „Scheinbare Senderfläche“.

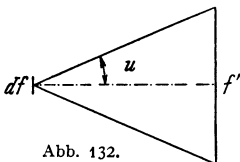


Abb. 132.

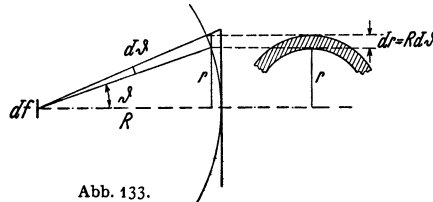


Abb. 133.

Abb. 132 und 133. Zur Berechnung der von df (Sender) nach φ' (Empfänger) gehenden Strahlungsleistung W , Gl. (33). df hat die Strahlungsdichte S^* .

¹⁾ Der Einheitsraumwinkel schneidet aus der um seine Spitze beschriebenen Kugel-
fläche 7,96% $\left(= \frac{1}{4\pi} \right)$ heraus.

²⁾ Der Name Bestrahlungsstärke wäre wohl besser, doch schließt Bestrahlungsstärke
besser an das psychologische Maßsystem (§ 175) an.

Strahlungsleistung $dW = \pi S^* df \sin^2 u,$ (31)

sie wird ihm vom Sender der Größe df und der Strahlungsdichte S^* zugestrahlt.

Herleitung: Zur Berechnung der f erreichenden Strahlungsleistung konstruieren wir in Abb. 133 vor dem Empfänger f' eine kugelförmige Hilfsfläche. Alle nach f' gelangende Strahlung muß zuvor diese Kugelfläche passieren. Diese Kugelfläche zerlegen wir in eine Reihe schmaler, konzentrischer ringförmiger Kreiszonon mit der Fläche

$$d\vartheta' = 2\pi r \cdot dr = 2\pi R \cdot \sin \vartheta \cdot R \cdot d\vartheta.$$

Jede dieser Kreisringzonon erhält nach Gl. (30) die Strahlungsleistung

$$dW_{\vartheta} = S^* df \cos \vartheta \frac{d\vartheta'}{R^2} = 2\pi S^* df \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta.$$

Die Summe dieser einzelnen Leistungen aller Ringzonon zwischen $\vartheta = 0$ und dem vollen Öffnungswinkel $\vartheta = u$ liefert als ganze zum Empfänger f' (Abb. 132) gelangende Strahlungsleistung, also Gl. (31) $dW = \pi S^* df \sin^2 u.$ (31)

Die vom Sender df ausgestrahlte und vom Empfänger f' aufgefangene Strahlungsleistung erreicht im Grenzfall $u = 90^\circ$ ihren Höchstwert. Dann gilt

$$dW_{\max} = \pi S^* df. \quad (32)$$

Das Verhältnis

$$\pi S^* = \frac{dW_{\max}}{df} = \frac{\text{einseitige Strahlungsleistung des Senders}}{\text{Senderfläche}}$$

nennt man die „spezifische Ausstrahlung des Senders“ oder sein „Emissionsvermögen“. Bei doppelseitiger Ausstrahlung ist rechts der Faktor 2 hinzuzufügen.

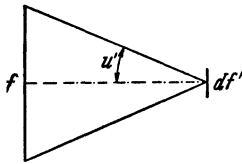


Abb. 134. Ein großer Sender f mit der Strahlungsdichte S^* bestrahlt einen kleinen Empfänger df' , Gl. (33a). In diesem Lichtbündel kann man kein einfaches Wellenbild skizzieren, ebensowenig wie etwa in Abb. 80 zwischen der Kraterfläche und dem Rande a .

Man kann die Lichtrichtung stets umkehren. Man darf in Abb. 134 die große Fläche als Sender f mit der Strahlungsdichte S^* betrachten und die kleine Fläche df' als Empfänger. Dann gibt uns die Gl. (33) die auf df' ankommende Strahlungsleistung

$$dW = \pi S^* df' \sin^2 u'. \quad (33)$$

Die Gl. (33) läßt sich im Schauversuch erläutern. Als Sender benutzt man einen „Sekundärstrahler“, z. B. eine mit einer Bogenlampe bestrahlte Kreisfläche auf einer gut mattweißen Projektionswand (vgl. S. 299 und Abb. 537). Man kann den Öffnungswinkel u' dann auf zweierlei Weise verändern, nämlich durch Änderung des Kreisdurchmessers oder des Abstandes zwischen Sender und Empfänger (Abb. 39).

Im § 29 folgt eine Anwendung dieser wichtigen Gleichung.

§ 29. Strahlung der Sonnenoberfläche. In Abb. 134 sei f die Sonne, $df' = 1 \text{ m}^2$ Erdboden. Dieser m^2 erhält erfahrungsgemäß in jeder Sekunde 0,324 Kilocalorien = 1350 Wattsekunden Energie von der Sonne zugestrahlt. D. h. die „Bestrahlungsstärke“ $b = \frac{dW}{df'}$ der Erdoberfläche ist = 1,35 Kilowatt/ m^2 . (Die Astronomen nennen diese Bestrahlungsstärke die „Solarkonstante“.)

Die Sonnenscheibe hat für uns einen Winkeldurchmesser von 32 Bogenminuten. Folglich ist der Öffnungswinkel u' in Abb. 134 gleich 16 Bogenminuten und es ist $\sin u' = 4,7 \cdot 10^{-3}$. Diese Werte der Bestrahlungsstärke $\frac{dW}{df'}$ und des $\sin u'$ setzen wir in die Gleichung (33a) ein und berechnen für die Sonnenoberfläche das Emissionsvermögen

$$\pi S^* = 6,1 \cdot 10^4 \frac{\text{Kilowatt}}{\text{m}^2}.$$

1 m^2 Sonnenoberfläche liefert also dieselbe Leistung wie einer der größten heutigen Wechselstrom-Turbogeneratoren.

§ 30. Der Einfluß der Abbildung auf Strahlungsdichte S^* und Bestrahlungsstärke b . In zahlreichen Fällen befindet sich zwischen der Lichtquelle (dem Sender) und der bestrahlten Fläche (dem Empfänger) eine Linse oder eine Reihe von Linsen. Mit den Linsen, oder allgemein mit jeder Art von Abbildung, kann man nur die Bestrahlungsstärke b des Empfängers verändern, nie aber die verfügbare Strahlungsstärke S^* . Diese ist eine für den Sender charakteristische Größe. Ein Bild des Senders kann nie mit größerer Strahlungsstärke strahlen als der Sender selbst. Der nutzbare Wert der Strahlungsstärke kann im günstigsten Fall (absorptionsfreie Linsen oder Spiegel) bei einer Abbildung gerade erhalten bleiben. — Das wollen wir näher ausführen. In Abb. 135 wird das Flächenelement df' vom Flächenelement df aus bestrahlt. Die auf df' ankommende Strahlungsleistung beträgt nach dem Schema der Abb. 134

$$dW = \pi S^* \sin^2 u'_0 \cdot df' \quad (33a)$$

$(u'_0 \text{ lies „} u' \text{ ohne Linse“).}$

In Abb. 136 haben wir zwischen dem Sender df und dem Empfänger df' eine Linse eingeschaltet. Dank passend gewählter Abmessungen erzeugt sie von df ein Bild am gleichen Ort und genau so groß wie die Fläche df' . Die Strahlungsleistung

$$dW_m = \pi S^* df \sin^2 u_m \quad (33b)$$

$(u_m \text{ lies „} u \text{ mit Linse“})$

geht vom Sender df zur Linse, durchsetzt diese und erzeugt das Bild df' . Dabei wirkt die Linse wie ein Sender von zunächst noch unbekannter Strahlungsdichte S_x^* . Ihre Austrittspupille schiebt nach dem Schema der Abb. 134 auf die Bildfläche df' die Strahlungsleistung

$$dW_m = \pi S_x^* df' \sin^2 u'_m. \quad (33c)$$

Dabei haben wir stillschweigend einen Grenzfall idealisiert: Wir haben Strahlungsverluste durch Spiegelung an den Linsenflächen und durch Absorption im Glase vernachlässigt und die Strahlungsleistung vor und hinter der Linse als gleich angenommen. In diesem Grenzfall dürfen wir die beiden Gleichungen (33b) und (33c) zusammenfassen und bekommen

$$S^* df \sin^2 u_m = S_x^* df' \sin^2 u'_m. \quad (34)$$

Wir benutzen weitgeöffnete Lichtbündel für die Abbildung von df in df' . Folglich muß die Sinusbedingung erfüllt sein

$$df \cdot \sin^2 u_m = df' \sin^2 u'_m. \quad (25) \text{ von S. 35}$$

Gl. (34) und (25) zusammengefaßt liefern das wichtige Ergebnis

$$S_x^* = S^*. \quad (35)$$

D. h. die Linsenscheibe (Austrittspupille) strahlt mit der gleichen Strahlungsdichte wie die Senderfläche df . Die Linse befindet sich aber näher am Empfänger als der Sender. Infolgedessen wird die Bestrahlungsstärke b des Empfängers erhöht.

Für die Bestrahlungsstärke des Flächenelementes df' bekommen wir ohne Linse aus Gl. (33a)

$$b_0 = \frac{dW}{df'} = \pi S^* \sin^2 u'_0.$$

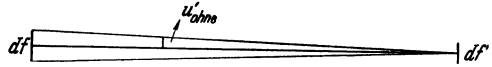


Abb. 135.

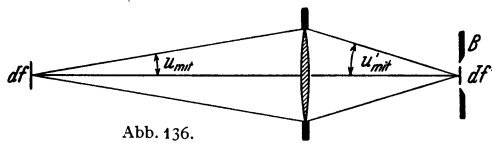


Abb. 136.

Abb. 135 und 136. Bestrahlung des Empfängers df' ohne Linse und mit Linse. Die Linse vergrößert den Öffnungswinkel u .

Mit der Linse hingegen aus Gl. (33c) ($S^* = S_x^*$!)

$$b_m = \frac{dW_m}{df} = \pi S^* \sin^2 u'_m. \quad (33d)$$

Also

$$b_m = b_o \cdot \frac{\sin^2 u'_m}{\sin^2 u'_o}. \quad (36)$$

Beispiel: Für die Bestrahlungsstärke der Erdoberfläche durch die Sonne fanden wir oben ohne Linse $b_o = 1,35$ Kilowatt/m² (unter Vernachlässigung von etwa 50% Verlust in der Atmosphäre). Dabei war $u'_o = 16'$, $\sin u'_o = 4,7 \cdot 10^{-3}$. Jetzt nehmen wir eine gut korrigierte Linse von $B = 10$ cm Durchmesser und $f = 20$ cm Brennweite. (Ihr Öffnungsverhältnis ist also im technischen Sprachgebrauch $B:f = 1:2$.) Dann beträgt der Öffnungswinkel für das Sonnenbild in der Brennebene $u'_m = 14^\circ$ und die Apertur $\sin u'_m = 0,24$. Durch Einsetzen der Werte von b_o , $\sin u'_o$ und $\sin u'_m$ in Gl. (36) ergibt sich $b_m = 4 \cdot 10^3$ Kilowatt/m². Die benutzte Linse erhöht also die Bestrahlungsstärke um rund das 2600fache. Diese Bestrahlungsstärke bekäme man ohne Linse erst bei großer Annäherung an die Sonne. Man müßte auf rund den 51. Teil des Erdabstandes herangehen, also bis zu einem Ort weit innerhalb der Merkurbahn.

Mit Hohlspiegeln kann man Öffnungswinkel u'_m bis zu 50° herstellen und damit Bestrahlungsstärken bis zu etwa $4 \cdot 10^4$ kW/m² erreichen¹⁾. Bei 1 m Brennweite bekommt man so etwa 2 kW in einem Sonnenbild von 0,6 cm² Fläche. Das entspricht einem Lichtbogen von rund 40 Ampere bei 50 Volt.

§ 31. Reichweite und Geheimhaltung optischer Signale. Für militärische Zwecke sollen optische Signale zwar in großem Abstände, aber nur in engem Winkelbereich aufnehmbar sein. Deswegen darf man die Signalgeräte (Sender) nicht wie Scheinwerfer bauen, also nicht mit großem Spiegeldurchmesser und kurzer Brennweite. Man soll vielmehr ein Fernrohr mit großer Objektivlinse und langer Brennweite nehmen und in seinen Brennpunkt eine möglichst punktförmige Strahlungsquelle (z. B. Glühlampe) setzen. Dann strahlt die große Linsenfläche mit der Strahlungsdichte S^* der Lampe. Der Winkelbereich ihrer Sichtbarkeit ist aber nicht größer als der mit dem Fernrohr übersehbare, bei langer Brennweite sehr kleine Winkelbereich. Eine kurze Brennweite gibt keine größere Reichweite. Sie erweitert nur den Winkelbereich der Sichtbarkeit (R. W. Wood).

§ 32. Parallellichtbündel als nicht realisierbarer Grenzfall. Nach aller experimentellen Erfahrung lassen sich „Parallellichtbündel“ immer nur mit gewisser Näherung herstellen. Die Gründe sind uns schon bekannt: Erstens hat jede Lichtquelle eine, wenn auch oft kleine, so doch endliche Ausdehnung. Von einer solchen Lichtquelle können bei allen ersinnbaren Blenden- und Linsenarrangements immer nur Lichtbündel mit einem endlichen Öffnungswinkel u ausgehen. Zweitens überschreitet jedes Lichtbündel durch Beugung die geometrisch konstruierten Grenzen. — Jetzt können wir sagen: Ein mit mathematischer Strenge parallel begrenztes Lichtbündel würde den Öffnungswinkel $u = 0$ besitzen. Infolgedessen würde seine Strahlungsleistung nach Gl. (33) gleich Null sein.

¹⁾ E. W. TSCHIRNHAUS, 1651–1708, Gutsbesitzer in Kieslingswalde bei Görlitz und seit 1682 Mitglied der Pariser Akademie, baute 1686 einen Brennspiegel von 2 m Öffnung und 1,3 m Brennweite aus poliertem Kupfer. Er benutzte ihn als Schmelzofen bei seinen Versuchen zur Porzellanherstellung. Auf ihn und JOH. FR. BÖTTGER geht die Porzellanindustrie in Meißen zurück.

²⁾ Dabei setzen wir, wie stets, vor und hinter der Linse das gleiche Mittel, nämlich Luft, voraus.

V. Interferenzerscheinungen nebst Anwendungen.

§ 33. Vorbemerkung. Die Beschreibung der Lichtausbreitung mit Hilfe von Wellen haben wir, dem historischen Gange folgend, an die Beobachtung der Beugung angeschlossen. Die Beugungserscheinungen wurden durch die Überlagerung zahlloser Elementarwellen beschrieben. Sie führte außerhalb der Bündelgrenzen zur Interferenz, d. h. grob gesprochen „Licht + Licht gab Dunkelheit“. Die Beugung läßt sich also nicht ohne Interferenz des Lichtes behandeln. Insofern ist die allgemein übliche Trennung von Interferenz und Beugung nicht sachlich begründet. Man kann jedoch bei diesen Vorgängen sein Augenmerk bevorzugt auf die seitliche Begrenzung der Wellenausbreitung richten und vor allem die Abweichung vom geometrisch konstruierten Strahlenverlauf beachten: Dann spricht man von Beugung. — Oder man beachtet bevorzugt die innere Struktur des Wellenfeldes, meist bei einer Überlagerung mehr oder minder ebener Wellenzüge: Dann spricht man von Interferenz. Bei allen wirklichen Beobachtungen hat man auf beides zu achten.

Mit dem Worte Welle oder Wellenzug meinen wir stillschweigend eine mathematische Welle. Sie ist räumlich und zeitlich unbegrenzt und besitzt eine einzige Frequenz.

Die physikalischen Wellen sind immer Wellengruppen, sie haben Anfang und Ende, sie sind räumlich begrenzt. Ihnen entspricht stets ein gewisser Frequenzbereich. Mit dem Wort Frequenz meint man seinen Mittelwert.

In Abb. 137 zeichne eine Hand die Kurven *a* und *b*. Mathematisch lassen sich beide Kurven durch ein Spektrum unendlich vieler Sinuswellen ohne Anfang und Ende beschreiben. Physikalisch aber sagt man zweckmäßiger: Im Falle *a* bewegt sich die Hand unperiodisch, im Falle *b* periodisch. Im Falle *a* zeichnet sie einen „Stoß“, im Falle *b* eine „Wellengruppe“ mit Anfang und Ende. Die Verwechslung mathematischer und physikalischer Wellen führt zu mancherlei Scheinproblemen.

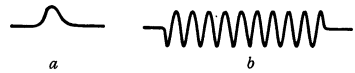


Abb. 137. Stoß und Wellengruppe.

§ 34. Allgemeines über Interferenz von zwei Wellenzügen. Für Interferenzversuche hat man mindestens zwei Wellenzüge zur Überlagerung zu bringen. Das ist in der Mechanik ausgiebig behandelt worden (§ 124). Die Abb. 138 zeigt mit einem Modellversuch das allgemeine Schema für die Interferenz von zwei Wellenzügen mit den Zentren I und II. Man hat sich dieses Wellenbild räumlich zu ergänzen. Bei Kugelwellen ist das räumliche Wellenfeld rotationssymmetrisch zur Verbindungslinie I—II. Bei Zylinderwellen sind I und II die Durchstoßpunkte der Zylinderachsen durch die Zeichenebene. Das räumliche Wellenfeld entsteht hier durch eine Verschiebung der Abb. 138 parallel zu den Zylinderachsen.

In beiden Fällen hat das Wellenfeld zwei Symmetrieebenen. Die eine schneidet die Papierebene in der Verbindungslinie der beiden Wellenzentren, die andere steht senkrecht zu dieser Richtung und schneidet die Papierebene in der gestrichelten Linie *Q*. In dieser zweiten Symmetrieebene verläuft das zentrale Maximum des Interferenzwellenfeldes. Es ist in Abb. 138 mit 0 bezeichnet.

Die beiderseits folgenden Maxima sind mit „Ordnungszahlen“ $m = \pm 1, 2, 3 \dots$ numeriert (nur die geraden Nummern eingetragen). Diese Maxima entstehen durch Überlagerung von Wellen mit den Gangunterschieden $\Delta_1 = 1\lambda$, $\Delta_2 = 2\lambda$ usw., oder allgemein

$$\Delta_m = 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (37)$$

Genau so kann man die Minima mit Ordnungszahlen m numerieren, beiderseits der Symmetrieebene mit 1 beginnend. Das ist z. B. in Abb. 139 geschehen. Diese Minima entstehen durch Wellen mit den Gangunterschieden $\Delta_1 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$; $\Delta_2 = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$ usw., oder allgemein

$$\Delta_m = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (38)$$

Bei den Beobachtungen hat man die Symmetrierichtungen Q und L und beliebige schräge Richtungen S zu unterscheiden.

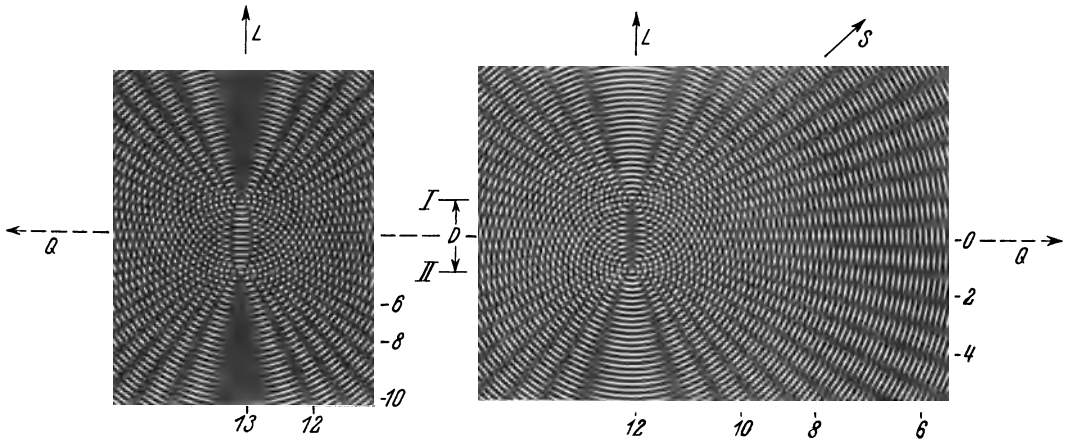


Abb. 139.

Abb. 138.

Abb. 138 und 139. Modellversuch zur Interferenz zweier Wellenzüge. Zwei auf Glas gezeichnete Wellenzüge (vgl. Abb. 33) werden aufeinander projiziert. In Abb. 138 ist der Abstand D beider Wellenzentren ein geradzahliges Vielfaches von $\lambda/2$, in Abb. 139 ein ungeradzahliges.

Bei Querbeobachtung steht die Beobachtungsrichtung senkrecht zur Verbindungslinie der Wellenzentren. Die Beobachtungsebene wird senkrecht zur Richtung Q gestellt. Man beobachtet so Interferenzen mit kleinen Gangunterschieden Δ oder niedriger Ordnungszahl m . Ihre Maxima und Minima erzeugen auf dem Schirm ein Streifensystem. Bei Zylinderwellen werden diese Streifen geradlinig (Abb. 140). Meist macht man den Abstand des Schirmes groß gegenüber der Entfernung D der beiden Wellenzentren I und II. Dann hat das Maximum m -ter Ordnung von der Symmetrieebene Q den Winkelabstand

$$\sin \alpha_m = \frac{m\lambda}{D}. \quad (39)$$

Bei Schrägbeobachtung bildet die Beobachtungsrichtung einen Winkel ϑ mit der Verbindungslinie der beiden Wellenzentren I und II. Der Schirm wird auch hier senkrecht zur Beobachtungsrichtung (z. B. S) gestellt. Sein Schnitt mit dem Wellenfeld findet sich mit einem Beispiel für Kugelwellen in Abb. 141.

Bei Längsbeobachtung fällt die Beobachtungsrichtung mit der Verbindungslinie beider Wellenzentren zusammen. Der Schirm wird senkrecht zur

Richtung L gestellt. Mit Längsbeobachtung kann man Interferenzen bis zu sehr hohen Ordnungszahlen m beobachten. Kugelwellen geben auf dem Schirm ein

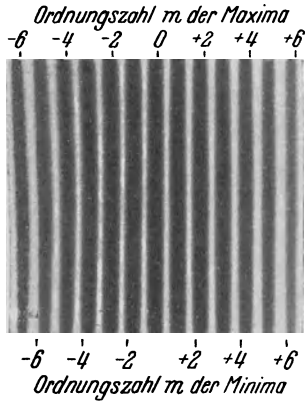


Abb. 140.

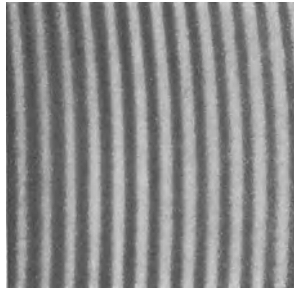


Abb. 141.

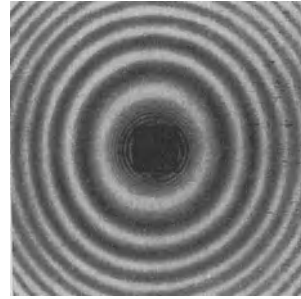


Abb. 142.

Abb. 140–142. Drei Interferenzversuche, ausgeführt nach dem Schema der Abb. 138/139. — Abb. 140. Querbeobachtung mit Zylinderwellen, Schirm senkrecht zur Richtung O in Abb. 139 (vgl. Abb. 150). — Abb. 141. Schrägbeobachtung mit Kugelwellen, Schirm senkrecht zur Richtung S in Abb. 138 (vgl. Abb. 162). — Abb. 142. Längsbeobachtung mit Kugelwellen, Schirm senkrecht zur Richtung L in Abb. 139 (vgl. Abb. 163). Die kleinen Kreise in der schwarzen Mitte sind eine hier unerhebliche Nebenerscheinung. — Alle drei Bilder sind verkleinerte Ausschnitte aus Negativen.

Streifensystem in Form konzentrischer Ringe (Abb. 142). Im Grenzfall kann D , der Abstand der beiden Wellenzentren, ein ganzzahliges Vielfaches von $\lambda/2$ werden, entweder ein gerades $2m$ oder ein ungerades $(2m - 1)$. Dann fällt in die Mitte der Interferenzfigur ein Maximum (Abb. 138) oder ein Minimum (Abb. 139) mit der Ordnungszahl m .

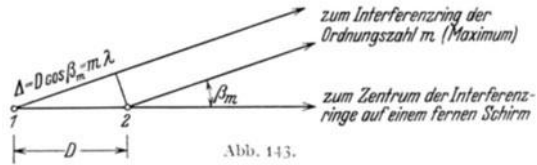


Abb. 143.

Ein Interferenzring (Maximum) der Ordnungszahl m habe von der Symmetrie-richtung L den Winkelabstand β_m . Dann gilt nach Abb. 143

$$\cos \beta_m = \frac{m\lambda}{D}. \tag{40}$$

§ 35. Kohärenz. Das allgemeine Schema der Interferenz (Abb. 138/139) läßt sich bequem mit Wasserwellen verwirklichen. Man kann mit einem periodisch eintauchenden Stift kontinuierliche Wellenzüge von beliebiger Dauer erhalten (Mechanikband, Abb. 374).

Ferner lassen sich auf Wasserflächen durch einmaliges Eintauchen Wellengruppen begrenzter Länge¹⁾ herstellen (Mechanikband, Abb. 379). Auch mit solchen Wellengruppen kann man Interferenzversuche ausführen, doch müssen die Wellen „kohärent“ sein. Für „punktförmige“ Strahler (d. h. Durchmesser $2y \ll \lambda$) bedeutet das zweierlei:

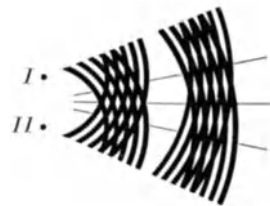


Abb. 144. Interferenz zweier Wellengruppen, links bei gleichzeitigem Beginn (Phasendifferenz $\Delta \varphi = 0$), rechts die eine gegen die andere um eine halbe Wellenlänge zurückgeblieben ($\Delta \varphi = 180^\circ$).

1. Die Wellengruppen müssen sich trotz ihrer begrenzten Länge im Beobachtungsgebiet überlappen oder durchschneiden. Die eine Wellengruppe darf den Beobachtungsort nicht vor oder nach der anderen passieren.

2. Bei Wiederholungen dieses Vorganges muß zwischen dem Eintreffen der ersten und der zweiten Wellengruppe stets die gleiche Zeit verstreichen. Andernfalls

¹⁾ In der Elektrotechnik sagt man „Wanderwelle“.

wechselt das Interferenzwellenfeld von Mal zu Mal seine Gestalt. Es wechselt zwischen den beiden in Abb. 144 skizzierten Grenzfällen. Maxima und Minima vertauschen bei regellos wechselnden Zeitunterschieden regellos ihre Richtung. Nur bei konstantem Zeitabstand zwischen dem Eintreffen der beiden Wellengruppen kann man jedesmal ein Wellenfeld mit gleicher Struktur beobachten.

Beide Bedingungen lassen sich bei Gruppen mechanischer Wellen auf mannigfache Weise innehalten. Man kann z. B. bei Wasserwellen die beiden als Sender

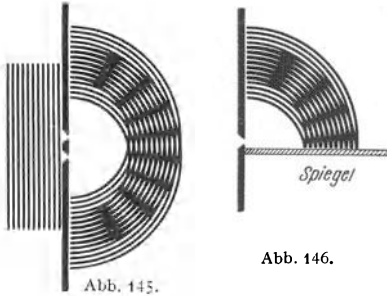


Abb. 145 und 146. Zwei in der Mechanik gebräuchliche Verfahren zur Herstellung kohärenter Wellengruppen. In Abb. 145 laufen die Wellen von links gegen zwei Spalte und machen diese zu Zentren zweier neuer Wellenzüge. In Abb. 146 wird das zweite Wellenzentrum durch ein Spiegelbild des ersten ersetzt. Dabei sind die von links gegen den Spalt laufenden Wellen nicht mitgezeichnet worden.

oder Strahler dienenden Tauchstifte miteinander kuppeln. Noch einfacher ist aber die Aufspaltung einer Wellengruppe in zwei, beispielsweise nach dem Schema der Abb. 145 und 146. Nach diesen Verfahren und mancherlei Abarten kann man in der Mechanik auch kurze Wellengruppen kohärent machen.

3. Bei ausgedehnten Strahlern (d. h. Durchmesser $2y > \lambda$) kann noch ein dritter Punkt hinzukommen. Ein ausgedehnter Strahler braucht nicht einheitlich als Ganzes zu schwingen; er kann auch aus sehr vielen eng benachbarten, voneinander unabhängigen Teilsendern bestehen, und alle diese Einzelsender können ihre Wellengruppen zwar mit gleicher Frequenz, aber mit beliebig und regellos wechselnden Phasen aussenden.

In diesem Fall kann man den ausgedehnten Sender nicht allgemein als Ersatz für ein punktförmiges Wellenzentrum anwenden. Dieser Ersatz ist nur innerhalb eines begrenzten Öffnungswinkels u möglich. Seine Größe wird durch die Kohärenzbedingung genannte Ungleichung

$$2y \cdot \sin u \ll \frac{\lambda}{2} \quad (41)$$

bestimmt. Nur innerhalb des Öffnungswinkels u darf man die Strahlung eines ausgedehnten Wellensenders ebenso behandeln wie die eines punktförmigen. Diese Beschränkung kommt auf rein geometrischem Wege zustande, sie gilt für Wellen beliebiger Art.

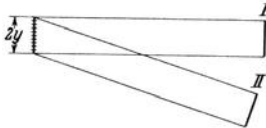


Abb. 147. Zur Begründung der „Kohärenzbedingung“.

Zur Begründung denke man sich in Abb. 147 den ausgedehnten Sender in seine einzelnen, unabhängig voneinander strahlenden Teilsender unterteilt. Jeder Phasensprung eines Teilsenders ändert die Phasen der bei *I* und *II* eintreffenden resultierenden Welle. In Richtung *I* ist die Größe dieses Phasensprungs unabhängig von der Lage des die Phase wechselnden Teilsenders, nicht aber in schräger Richtung *II*. In schräger Richtung addiert sich dem Phasensprung des Teilsenders ein weiterer, durch eine Differenz der Weglängen bedingter Phasenunterschied. Die Weglängen hängen aber von der Lage des Teilsenders ab. Daher kann man bei regellos wechselnden Phasensprüngen zwischen den resultierenden Wellen *I* und *II* keine feste Phasendifferenz erhalten, solange die von den Wegdifferenzen herrührenden Phasenunterschiede nicht klein gegenüber $\lambda/2$ sind.

Soweit die Kohärenz beliebig, z. B. mechanischer Wellen. Was beobachtet man im Falle des Lichtes?

Erfahrungsgemäß kann man für optische Interferenzversuche als Wellenzentren *I* und *II* (Abb. 138/139) nie zwei getrennte Lichtquellen benutzen, auch nicht zwei Punkte einer Lichtquelle. Das spricht für Wellengruppen und gegen die Existenz beliebig andauernder Wellenzüge. Außerdem aber fehlt es

in der Optik an punktförmigen Lichtquellen. Die heute verfügbaren optischen Sender sind stets erheblich größer als die Wellenlänge. Infolgedessen muß man für alle Interferenzversuche ausgedehnte Lichtquellen benutzen und für sie die

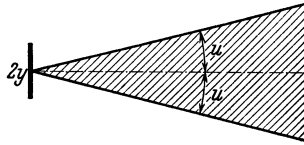


Abb. 148. Die Strahlung einer Lichtquelle vom Durchmesser $2y$ kann nur dann als Ersatz für die Strahlung eines punktförmigen Wellenzentrums dienen, wenn der Öffnungswinkel des benutzten Lichtbündels die Kohärenzbedingung $2y \sin u \ll \frac{\lambda}{2}$ erfüllt. Oft zeichnet man Interferenzanordnungen mit Hilfe von Strahlen (Kreidestrichen).

Dann bedeutet die Kohärenzbedingung: Zwei Strahlen sind nur interferenzfähig, falls sie miteinander einen Winkel nicht größer als $2u$ einschließen. Beispiele in Abb. 155 und 163 a. Auch an dieser Stelle sei noch einmal auf den Zusammenhang der Kohärenzbedingung mit der Auflösungsgrenze des Mikroskopes [Gl. (28) v. S. 44] verwiesen; man erkennt nur dann Einzelheiten, wenn der Gegenstand, auf eine beliebige Weise in einen Selbstleuchter verwandelt, inkohärentes Licht durch das Objektiv ins Auge gelangen läßt.

Kohärenzbedingung (41) erfüllen (Abb. 148). Stets begegnet man dem Widerstreit zwischen dem Durchmesser $2y$ der Lichtquelle und dem noch zulässigen Öffnungswinkel u der Lichtbündel. Somit spielt die Begrenzung der Lichtbündel auch bei allen Interferenzerscheinungen eine ausschlaggebende Rolle. — Die in ihrem Öffnungswinkel u richtig begrenzten Lichtbündel kann man dann weiter in kohärente, interferenzfähige Teilbündel zerspalten. Dazu benutzt man außer Blenden und Spiegeln oft eine geneigt in das Lichtbündel eingeschaltete planparallele Glasplatte (Abb. 149). Dann bekommt man neben dem durchgelassenen Lichtbündel ein reflektiertes von gleicher Gestalt (sog. Amplitudenaufspaltung).

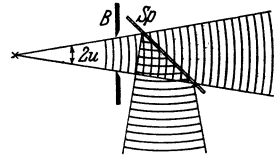


Abb. 149. Herstellung kohärenter Wellengruppen mit Amplitudenaufspaltung mittels eines durchlässigen Spiegels (Teilerplatte).

§ 36. Interferenz des Lichtes mit zwei Wellenzentren und Querbeobachtung zeigen wir mit der Anordnung der Abb. 150. Der wesentliche Teil besteht aus zwei Spalten S_1 und S_2 .

Sie werden links von praktisch ebenen Wellen getroffen. Diese entstammen einer rund 1 m entfernten Lichtquelle, einem von hinten beleuchteten Spalt S_0 . So bekommt man zwei getrennte Lichtbündel. Nach einer geometrisch gezeichneten Strahlenkonstruktion (Bündelachsen in Abb. 150 gestrichelt) können sich diese beiden Lichtbündel nicht überschneiden, also nicht interferieren.

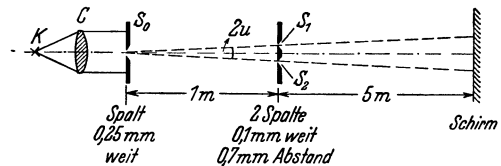


Abb. 150. Der Interferenzversuch von THOMAS YOUNG (1802). Rotfilterlicht. Die Interferenzfigur ist in Abb. 140 photographiert.

In Wirklichkeit aber divergieren beide Lichtbündel infolge der Beugung. Ihr Verlauf wird durch den Modellversuch der Abb. 151/152 veranschaulicht. So überschneiden sich in Abb. 150 die beiden Lichtbündel schon wenige Meter hinter dem Spaltpaar. Von da an fängt man irgendwo im Wellenfeld die Interferenzfigur mit einem Schirm auf. Die in Abb. 140 abgedruckte ist in 5 m Abstand photographiert worden. — Das Produkt aus der Weite $2y$ des Spaltes S_0 und dem Sinus des Öffnungswinkels u muß der Kohärenzbedingung [Gl. (41) von S. 63] genügen. Daher verschwinden die Streifen bei zu großen Spaltweiten.

Das ist der klassische Interferenzversuch von THOMAS YOUNG (1802).

Von seinen späteren Abwandlungen bringen wir zwei Beispiele:

H. LLOYD hat 1837 den YOUNG'schen Versuch nach dem Schema der Abb. 146 umgestaltet. Er behält von den drei Spalten in Abb. 150 nur den mit S_1 bezeichneten bei und

setzt in die strichpunktierte Symmetrieebene einen Spiegel (etwa 20 cm lang). Längs des Spiegels \uparrow lückend, sieht man den Spalt als erstes Wellenzentrum und als zweites sein

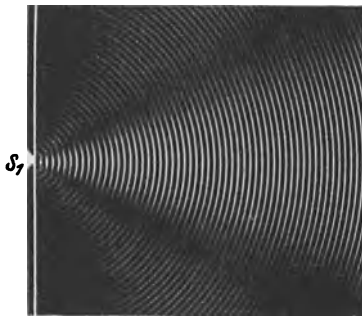


Abb. 151.

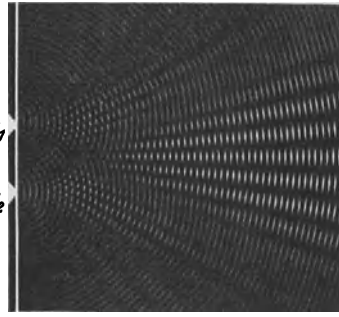


Abb. 152.

Abb. 151 und 152. Zwei Modellversuche zum YOUNG'schen Interferenzversuch. Links das divergent aus einem Spalt austretende Lichtbündel, rechts die Durchscheidung der aus beiden Spalten austretenden Bündel.

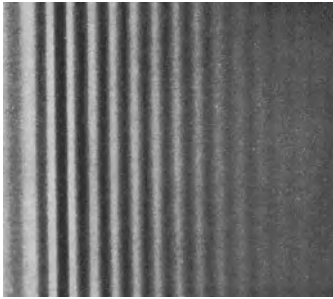


Abb. 153. Zum Interferenzversuch von H. LLOYD (1837) nach dem Schema der Abb. 147. Die Abbildung entspricht der rechten Hälfte von Abb. 140. Links sieht man eine Störung durch Beugung am Spiegelrande. Rotfilterlicht, photographisches Positiv. Leichter Vorführungsversuch. Streifenbreite etwa 1 cm bei einigen Metern Schirmabstand.

zu einem Öffnungswinkel $u = \alpha$. Das setzt aber dem Durchmesser $2y$ der Lichtquelle (Spalt S_0) eine obere Grenze. Darunter leidet die Sichtbarkeit der Interferenzfigur (vgl. dagegen Abb. 163).

¹⁾ Bei streifender Reflexion entsteht immer (also nicht nur bei Reflexion an einem optisch dichteren Stoff!) zwischen dem direkten und dem reflektierten Strahl ein Gangunterschied von 180° . Das muß bei quantitativer Auswertung dieses Interferenzversuches beachtet werden, vgl. Gl. (86) und (89) von S. 135.

Spiegelbild, einige Zehntel Millimeter seitlich verschoben. Man findet die Interferenzfigur (Abb. 153) dicht neben der Spiegelebene¹⁾.

A. FRESNEL wollte 1816 die Interferenz zweier Lichtbündel ohne Zuhilfenahme der Beugung nachweisen. Er zerlegte ein von der Lichtquelle (Spalt S_0) kommendes Lichtbündel nicht durch zwei Spalte, sondern durch zwei Spiegel in zwei Teilbündel (Abb. 154). Diese Spiegel wurden um einen kleinen Winkel α gegeneinander geneigt und die beiden Teilbündel dadurch zur Durchscheidung gebracht. Die Interferenzfigur ist von der in Abb. 140 abgedruckten nicht verschieden.

Die FRESNEL'sche Anordnung und ihre Varianten haben einen großen Nachteil: Der Winkelbereich der ganzen Interferenzfigur ist nur gleich 2α , man darf also den Neigungswinkel α beider Spiegel nicht beliebig klein machen. Gleichzeitig muß man die Kohärenzbedingung [Gl. (41) von S. 62] noch bis zu den mit Pfeilspitzen markierten Strahlen erfüllen, also bis

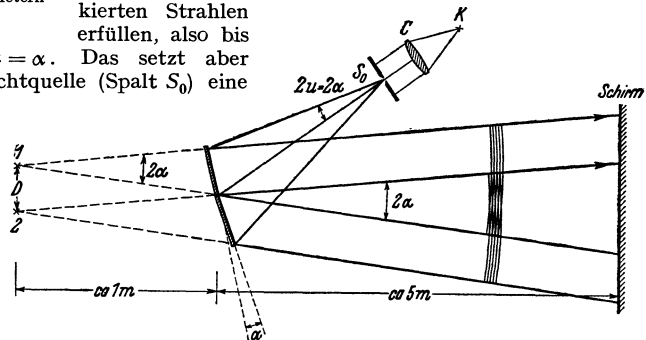


Abb. 154. Interferenzversuch von A. FRESNEL 1816. Als Wellenzentren dienen die beiden Spiegelbilder 1 und 2 einer linienförmigen Lichtquelle S_0 . Die nutzbare Breite eines Spiegels ist nicht größer als der Abstand D der beiden Wellenzentren. Bei größerer Spiegelbreite schneiden sich die mit Pfeilspitzen bezeichneten Strahlen nicht einmal mehr in sehr großem Abstand. Die Außenteile der Spiegel liefern dann nur einen hellen strukturlosen Rahmen für die Interferenzfigur. — Die Oberflächen beider Spiegel dürfen an der Stoßstelle keine Stufe bilden. Diese würde einen zusätzlichen Gangunterschied liefern und die Anordnung nur für lange Wellengruppen (z. B. einer Natriumdampflampe) verwendbar machen.

§ 37. Einige Anwendungen der Interferenz bei Querbeobachtung und die Vorführung der Kohärenzbedingung. Beim YOUNG'schen Interferenzversuch dienen zwei Spalte (S_1 und S_2 in Abb. 150) als Wellenzentren. Ihr Abstand D kann bei der einfachsten Anordnung höchstens wenige Millimeter groß gewählt werden, sonst überlappen sich die beiden Lichtbündel nicht mehr. Dieser kleine Spaltabstand ist oft lästig. Doch kann man sich von dieser Beschränkung frei machen und Spaltabstände D beliebiger Größe verwenden: Man muß (Abb. 155) eine Linse L_1 zu Hilfe nehmen und mit ihr die beiden Lichtbündel an die Symmetrieachse heranknicken.

Dann durchschneiden sie sich in der Bildebene mit praktisch ebenen Wellenflächen (vgl. Abb. 62, Satzbeschriftung), aber diese sind stärker als ohne Linse gegeneinander verkippt. Daher liegen die Interferenzstreifen jetzt enger beieinander als ohne Linse. Man betrachtet die Streifen entweder mit einer Lupe L_2 oder wirft sie mit einem Projektionsobjektiv vergrößert auf einen Mattglasschirm. Die Linse L_1 und die Lupe L_2 bilden zusammen ein Fernrohr. Tatsächlich benutzt man meist ein Fernrohr mit zwei Spalten S_1 und S_2 vor dem Objektiv. Diese Anordnung wollen wir für einige wichtige Beobachtungen anwenden.

An erster Stelle messen wir den Winkelabstand zweier punktförmiger Lichtquellen, z. B. der beiden Komponenten A und B eines Doppelsternes. Wir sehen in Abb. 155 zwei Lichtpunkte A und B .

— Der erste Lichtpunkt allein gibt mit einem der beiden Spalte S_1 oder S_2 die Beugungsfigur der Abb. 156. Ihr Maximum liegt symmetrisch zur Linsenachse. Er gibt ferner mit beiden Spalten zugleich die Interferenzfigur der Abb. 157. Der zweite Lichtpunkt gibt eine ebensolche Interferenzfigur, jedoch, von der Linse aus gesehen, um den Winkel $2w$ gegen die erste verkippt. Die Mitte der einen Interferenzfigur liegt in der Bildebene bei A' , die der anderen bei B' . In beiden Interferenzfiguren folgen die Minima auf die Maxima im Winkelabstand $\alpha = \lambda/2D$. Im Falle

$$2w = \frac{\lambda}{2D} \quad (42)$$

fallen die Maxima des einen Streifensystems auf die Minima des anderen, man sieht dasselbe wie bei der Beugungsfigur eines Spaltes S_1 oder S_2 (Abb. 156).

Nach weiterem Anwachsen des Winkels kommen bei $2w = \lambda/D$ Maxima der einen Interferenzfigur mit Maximis der anderen zur Deckung; man sieht wieder Streifen wie in Abb. 157 und so fort in mehrfacher, nur durch die Streifenzahl begrenzter Wiederholung. Auf diese Weise läßt sich der Winkel $2w$ bestimmen. (Gute Praktikumsaufgabe.)

An diesen „Doppelsternversuch“ anknüpfend wollen wir alsdann die Kohärenzbedingung [Gl. (41) v. S. 62] experimentell vorführen. Zu diesem Zweck ersetzen wir die beiden Lichtquellen A und B des Doppelsternversuches durch

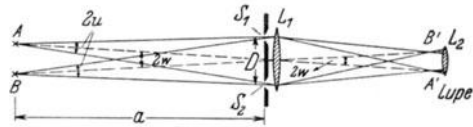


Abb. 155. „Doppelsternversuch“. Er benutzt eine YOUNG'sche Interferenzanordnung mit FRAUNHOFER'scher Beobachtungsart. Als künstliche Fixsterne oder Lichtpunkte A und B dienen die mit einer polierten Metallkugel (Uniformknopf) hergestellten Spiegelbilder zweier Bogenlampen.

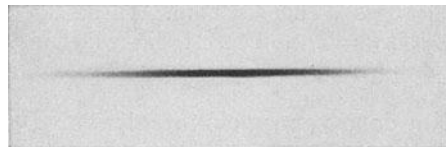


Abb. 156.

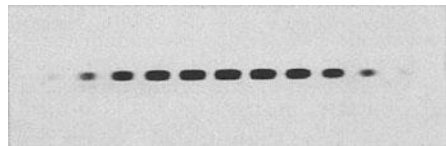


Abb. 157.

Abb. 156 und 157. Beugungsbilder zum „Doppelsternversuch“. In Abb. 156 sieht man nur das zentrale Maximum aus den Beugungsfiguren der Abb. 54/55, also den Beugungsfiguren eines einzelnen Spaltes (S_1 oder S_2).

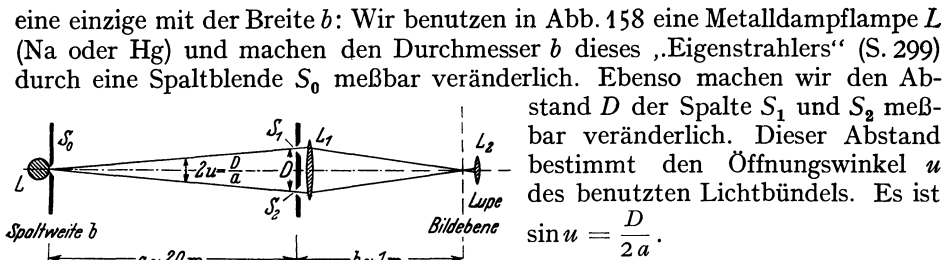


Abb. 158. YOUNGS Interferenzanordnung mit FRAUNHOFERscher Beobachtungsart, angewandt zur Vorführung der Kohärenzbedingung oder zur Messung des Durchmessers b einer fernen Lichtquelle. — Zahlenbeispiel: $\lambda = 5,9 \cdot 10^{-4}$ mm; Spalte S_1 und S_2 je 0,4 mm weit; ihr Abstand $D = 6$ mm; $a = 20,4$ m, mit Spiegel unterteilt; $\sin u = D/2a = 1,47 \cdot 10^{-4}$. Die Breite b des Spaltes S_0 ist $= 2$ mm, d. h. $b = \lambda/2 \sin u$ beim ersten Auftreten von Abb. 156.

erweitert. Dabei wiederholt sich, anfänglich gut, später schlecht, die Figurenfolge des Doppelsternversuches, also abwechselnd Abb. 157 und 156. Man kann im Beispiel der Abb. 158 bis zu

$$b = 4 \text{ mm} = \frac{\lambda}{\sin u} \quad (44a)$$

gehen. Folgerung: Bis zu dieser Breite wirkt der Strahler näherungsweise wie zwei voneinander unabhängige punktförmige Wellenzentren, entsprechend den Sternen A und B in Abb. 155; man darf daher den Strahler in zwei Hälften zerlegen. Jede Hälfte strahlt trotz ihrer Breite von 2 mm — wir nennen sie wieder $2y$ — in einem Öffnungswinkel u noch näherungsweise wie ein punktförmiges Wellenzentrum. Wir setzen demgemäß $b = 2 \cdot 2y$ und erhalten aus (43) $2y \sin u = \lambda/2$. Das ist die Näherung. Aus ihr ergibt sich die Kohärenzbedingung genannte Forderung:

$$2y \sin u \ll \lambda/2. \quad (41) \text{ v. S. 62}$$

Nur dann vermag ein Strahler vom Durchmesser $2y$ und einem Öffnungswinkel u ein punktförmiges Wellenzentrum streng zu ersetzen.

Dieser Schauversuch zur Vorführung der Kohärenzbedingung ist auch meßtechnisch bedeutsam. Man kann mit ihrer Hilfe den Durchmesser b einer fernen Lichtquelle bestimmen (A. H. L. FIZEAU 1868). Man vergrößert den Abstand D der Spalte S_1 und S_2 und damit $\sin u = D/2a$ bis zum ersten Verschwinden der Streifen. Dann ist der Lineardurchmesser $b = \lambda/2 \sin u = \lambda a/D$ und der Winkeldurchmesser der Lichtquelle $b/a = \lambda/D$. Dies Verfahren ist mit Erfolg zur Bestimmung des Durchmessers einiger naher Fixsterne angewandt worden.

§ 38. Die Ordnungszahlen der Interferenzstreifen und die Länge der Wellengruppen. Man zählt die Maxima einer Interferenzfigur durch die Ordnungszahl m , in der Symmetrierichtung Q mit Null beginnend (z. B. Abb. 138). Die Symmetrierichtung ist mit Rotfilterlicht nicht leicht zu finden, das zentrale Maximum (nullter Ordnung!) unterscheidet sich nicht merklich von seinen beiderseits folgenden Nachbarn mit den Ordnungszahlen 1, 2 usw. Anders jedoch bei Benutzung von Glühlicht. Glühlicht verhält sich für unser Auge wie ein Gemisch von Strahlungen verschiedener Wellenlänge. Der Winkelabstand benachbarter Interferenzstreifen vermindert sich mit abnehmender Wellenlänge [Gl. (39) von S. 60]. Im Glühlicht überdecken sich daher für unser Auge die Interferenzstreifen der verschiedenen Wellenlängenbereiche. Infolgedessen sehen wir nur die Mitte der Figur deutlich. Wir sehen das zentrale Maximum mit der Ordnungszahl $m = 0$ als hellen, unbunten Streifen, beiderseits von je einem dunklen Minimum eingerahmt. Weiterhin folgen dann bunt abgeschattierte und mit wachsender Ordnungszahl verblassende Streifen. Aus der gesehenen Farbe kann man mit einiger Erfahrung unschwer die Ordnungszahl eines Streifens erkennen.

Mit Rotfilterlicht können wir im allgemeinen Interferenzstreifen bis zu Ordnungszahlen von $m = \pm 10$, also mit Gangunterschieden bis zu $\pm 10\lambda$, beobachten. Daraus können wir die Länge seiner Wellengruppen abschätzen (vgl. S. 61). Man denkt sich eine Gruppe am einfachsten wie in Abb. 159 gezeichnet. Zwei solcher Wellengruppen überschneiden sich dann schon bei einem Gangunterschied von $\Delta = \pm 5\lambda$ nur noch mit der Hälfte ihrer Länge. Sie heben sich in einem Minimum der Interferenzfigur keineswegs ganz auf, sondern der Schirm wird durch die beiden „überstehenden“ Enden beleuchtet. Bei $\Delta = \pm 10\lambda$ überschneiden sich die beiden Wellengruppen überhaupt nicht mehr. Sie passieren den Beobachtungsort nacheinander, die Interferenzstreifen bleiben aus.

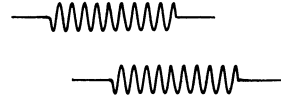


Abb. 159. Unvollkommene Überschneidung zweier Wellengruppen von Rotfilterlicht.

Interferenzstreifen erheblich höherer Ordnungszahlen m , mit Gangunterschieden Δ bis zu vielen Tausenden, manchmal sogar über $10^6\lambda$, erhält man mit der Strahlung einiger elektrisch oder thermisch zum Leuchten angeregter Metalldämpfe. Besonders bequem ist das Licht der technischen Na-Dampf-Lampen (elektrische Lichtbogen zwischen Elektroden nicht aus Kohle, sondern aus Natrium). Diesen Lichtquellen muß man dann Wellengruppen erheblich größerer Länge zuschreiben. Die Gruppen müssen Längen zwischen 1 mm ($m \approx 1500$) und 1 m ($m \approx 1,5 \cdot 10^6$) erreichen. Licht mit langen Wellengruppen nennt man „monochromatisch“.

Wie hat man sich die Wellengruppen des Glühlichtes zu denken, also der Strahlung der glühenden festen Körper? (Sonne, Bogenlampe, Glühlampe, die winzigen Kohleteilchen in den heißen Flammgasen der Kerze usw.)

Wir sehen auch mit dem Glühlicht Interferenzstreifen. Das kann aber für unsere Frage nichts besagen. Unser Auge bevorzugt bestimmte Wellenlängenbereiche durch die Empfindung einer besonderen Farbe. Das Auge wirkt also letzten Endes „selektiv“, d. h. „aussondernd“, mehr noch als ein Rotfilterglas.

Ein für unsere Frage brauchbarer Strahlungsempfänger darf keinen Spektralbereich bevorzugen, muß sie vielmehr alle „mit gleichem Maße messen“. Diese Bedingung erfüllt erfahrungsgemäß nur eine einzige Gruppe von Strahlungsanzeigern: Das sind die Instrumente zur Messung der Wärme, z. B. ein mit Ruß überzogenes (und daher praktisch nicht reflektierendes) Thermoelement. Wir müssen daher eine Interferenzerscheinung des Glühlichtes mit einem solchen Thermoelement untersuchen. Dazu eignet sich z. B. die in

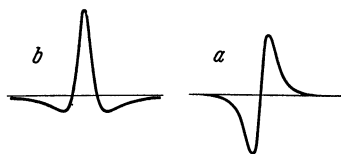


Abb. 160.

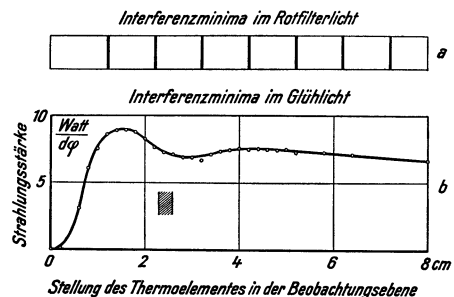


Abb. 161.

Abb. 160 und 161. Dem Glühlicht darf man verkümmerte Wellengruppen oder Stöße a und b und beliebige Zwischenformen zuordnen. Ihre Gestalt ist hergeleitet aus einer mit Glühlicht hergestellten Interferenzerscheinung, Abb. 161. Diese ist mit der Anordnung von Abb. 162 gemessen (Platten aus Ultrarot nicht absorbierendem LiF, Thermoelement in der Schirmebene, seine Breite schraffiert).

Abb. 162 beschriebene Anordnung. Das Auge sieht ein Interferenzstreifensystem in leuchtender, bunter Farbfolge. Das Thermoelement hingegen, quer zur Streifenrichtung durch das Gesichtsfeld bewegt, zeigt eine fast gleichförmige Verteilung der Strahlungsstärke (Abb. 161).

Beim Glühlicht spricht also nichts für periodisch wiederkehrende Vorgänge. Folglich müssen seine „Wellengruppen“ zu Kurven eines nahezu oder ganz

aperiodischen Ablaufes verkümmert sein. Beispiele dieser Art finden wir in Abb. 160. Man nennt eine so entartete Wellengruppe einen „Stoß“. Seine Amplituden haben die gleiche Bedeutung wie die einer gewöhnlichen Wellengruppe. Dem Glühlicht hat man also eine regellose Folge von Stößen zuzuordnen. Die Spektralapparate (Prisma, Filter usw.) vermögen aus dem Glühlicht mehr oder minder monochromatische Strahlungen herzustellen. Erst diesen darf man die Eigenschaften von Wellengruppen größerer Länge zuschreiben (z. B. Abb. 159).

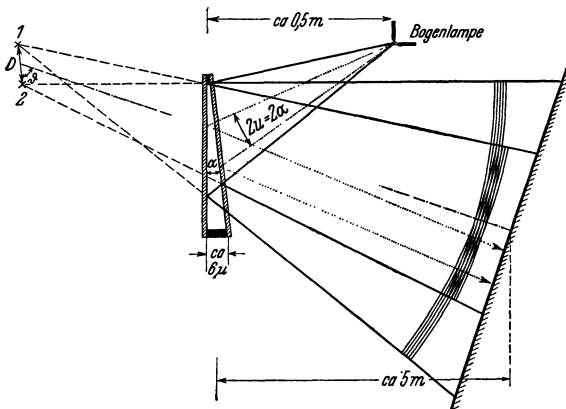


Abb. 162. Vorführung FRESNELScher Interferenzen mit einer keilförmigen Luftplatte und divergierenden Lichtbündeln. Plattendurchmesser etwa 7 cm. Die Interferenzfigur ist in Abb. 141 photographiert. (Unwichtige Brechungen und Reflexionen sind nicht mitgezeichnet worden. Die kleinen Prismenwinkel erhält man durch Einklemmen eines dünnen Streifens von Stanniol oder dergleichen. Statt der beiden schraffierten Glasplatten kann man auch zwei rechtwinkelige Glasprismen benutzen und mit ihren Basisflächen aufeinandersetzen. Doch wird man dann leicht durch Totalreflexion an der Prismenbasis gestört.)

tierten Bündel haben ihre Zentren in den Punkten 1 und 2. Als Lichtquelle benutzt man den Krater einer Bogenlampe, mit oder ohne Rotfilter. Auf den Abstand zwischen Luftplatte und Schirm kommt es nicht an. Das Wellenfeld hat überall im Raum die gleiche Struktur. In 5 m Abstand hat die Interferenzfigur (Abb. 141) etwa 1 m^2 Größe. Ihre balkenförmigen Streifen sind im größten Hörsaal zu sehen.

Das Schema dieses Versuches (Abb. 162) stimmt weitgehend mit dem des FRESNELSchen Doppelspiegelversuches (Abb. 154) überein: Die beiden spiegelnden Flächen sind nur hinterstatt nebeneinander gesetzt. Diese äußerlich geringfügige Änderung verbessert jedoch die Sichtbarkeit der Interferenzstreifen ganz außerordentlich. Grund: Der für die Kohärenzbedingung maßgebende Öffnungswinkel u ist auch bei der Keilanordnung gleich dem Keilwinkel α . Bei der FRESNELSchen Spiegelanordnung ist das Interferenzfeld auf einen Winkelbereich 2α beschränkt. Man kann also α nicht beliebig verkleinern. Bei der Keilanordnung hingegen ist die Winkelausdehnung des Interferenzfeldes von α unabhängig. Sie wird durch den Durchmesser der Platten bestimmt (Abb. 162). Folglich kann man ohne Nachteil α und damit u sehr klein machen. Ein kleiner Öffnungswinkel u ermöglicht die Anwendung einer Lichtquelle von großem Durchmesser $2y$, z. B. eines Bogenkraters.

Man kann Interferenzfiguren außer in „auffallendem“ auch in „durchfallendem“ Licht beobachten. Dann interferieren das direkte und das zweimal reflektierte Lichtbündel miteinander. Die Amplituden ihrer Wellengruppen sind recht ungleich und die Minima daher keineswegs so dunkel wie in auffallendem Licht. Diese bequeme Beobachtungsart läßt sich auch bei den meisten Versuchen der folgenden Paragraphen anwenden.

§ 40. Interferenz mit zwei Wellenzentren und Längsbeobachtung. Die Abb. 162 führt auf einen einfachen Grenzfall: Man macht den Neigungswinkel α der beiden reflektierenden Flächen gleich Null, legt die Lichtquelle in die Flächennormale und stellt den Schirm zu dieser senkrecht. So gelangt man zu Abb. 163.

¹⁾ Der Nebeneinfluß weiterer Reflexionen wird erst in § 45 besprochen werden.

§ 39. Interferenz mit zwei Wellenzentren und Schrägbeobachtung. Wir knüpfen wieder an die Abb. 138 an. Der Beobachtungsschirm soll senkrecht zu einer Richtung S stehen, seine Flächennormale soll also mit der Verbindungslinie der beiden Wellenzentren einen Winkel ϑ einschließen. Das erreicht man mit der Anordnung der Abb. 162. Von der Lichtquelle geht ein divergierendes Lichtbündel aus. Es wird sowohl an der Vorderwie an der Rückseite einer keilförmigen Platte reflektiert¹⁾. Am bequemsten ist eine keilförmige Luftplatte. Ihre Herstellung ist aus der Abb. 162 ersichtlich. Die beiden reflektierten Bündel haben ihre Zentren in den Punkten 1 und 2. Als Lichtquelle benutzt man den Krater einer Bogenlampe, mit oder ohne Rotfilter. Auf den Abstand zwischen Luftplatte und Schirm kommt es nicht an. Das Wellenfeld hat überall im Raum die gleiche Struktur. In 5 m Abstand hat die Interferenzfigur (Abb. 141) etwa 1 m^2 Größe. Ihre balkenförmigen Streifen sind im größten Hörsaal zu sehen.

Ihr wesentlicher Teil ist eine dünne planparallele Platte (Dicke D). Das Lichtbündel divergiert stark. Es wird sowohl an der Vorder- wie an der Rückseite der Platte reflektiert. Daher laufen hinterher nach rechts zum Schirm zwei Lichtbündel mit den Zentren I und II wie in dem Schema der Abb. 138/139. Es entstehen kreisförmige Interferenzstreifen.

Der für die Kohärenzbedingung maßgebende Winkel u ergibt sich näherungsweise zu

$$u \approx \frac{1}{2} \frac{D}{A} \sin 2\alpha. \tag{44}$$

Für dünne Platten, z. B. ein Glimmerblatt von etwa $\frac{4}{100}$ mm Dicke, wird $\sin u$ sehr klein, Größenordnung 10^{-6} . Infolgedessen kann die Lichtquelle mehrere Zentimeter Durchmesser besitzen, man kann z. B. eine kleine Hg-Lampe be-

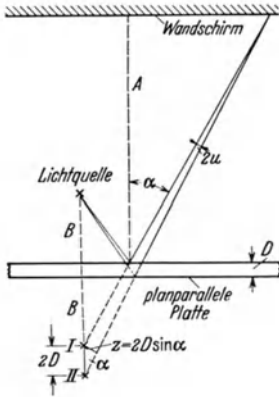


Abb. 163 a.



Abb. 163 b.

Abb. 163 a und b. Der Interferenzversuch des Verfassers erzeugt FRESNELSche Interferenzen mit einer planparallelen Platte und divergierenden Lichtbündeln. Abstand zwischen Lampe und Platte einige Zentimeter, zwischen Lampe und Wandschirm etliche Meter. — Herleitung von Gl. (44) unter Vernachlässigung der Brechung:

$$\sin 2u = \frac{z}{(A+B)\cos\alpha} = \frac{2D \sin\alpha \cos\alpha}{A+B} = \frac{D}{A+B} \sin 2\alpha$$

$$\text{oder für } A \gg B \text{ und für kleine Winkel } u \approx \frac{1}{2} \frac{D}{A} \sin 2\alpha.$$

nutzen. Eine Blende dicht hinter der Lampe schützt den Wandschirm vor direkter Strahlung. So ist die in Abb. 163 b photographierte Interferenzfigur erhalten worden. Sie überdeckt die Wandfläche eines großen Hörsaals.

Dieser eindrucksvolle Versuch erfordert keinerlei Justierung. Er zeigt das gleiche wie der FRESNELSche Spiegelversuch, also eine Interferenz zweier divergierender Lichtbündel: Man kann die Interferenzringe an beliebiger Stelle im Raum auffangen. — Bei sehr großem Abstand wird der Winkel u praktisch gleich Null. Dann darf der Durchmesser $2y$ der Lichtquelle beliebig groß werden. In diesem Fall entstehen „im Unendlichen“ Kurven gleicher Neigung gemäß § 41.

Selbstverständlich läßt sich der Versuch auch mit einer dünnen Luftplatte ausführen. Dann kann man sogar als Lichtquelle eine Kohlebogenlampe (Glühlicht!) benutzen.

Die Dicke der Luftplatte darf dann nur wenige μ betragen. Den Gangunterschied Δ oder den Abstand D der beiden Wellenzentren wird man nach einer geometrischen Überlegung gleich $2d$ setzen, d. h. gleich dem Doppelten der Plattendicke. Nach einer physikalischen Überlegung muß aber der Betrag $\lambda/2$ hinzugefügt und gesetzt werden

$$\Delta = \left(2d + \frac{\lambda}{2} \right). \tag{45}$$

Andernfalls käme man im Grenzfall $d=0$ auf einen Widerspruch zur Erfahrung. $d=0$ bedeutet Wegfall der trennenden Schicht, die beiden Glasplatten sind zu molekularer Be-

rührung gebracht und zu einem einheitlichen Glasklotz vereinigt. In diesem Fall wird überhaupt kein Licht mehr reflektiert. Es muß also beim Übergang zur Grenze $d = 0$ ein Gangunterschied $\lambda/2$ erhalten bleiben. Dieser entsteht als Phasensprung bei der Reflexion an Glas aus dem optisch dichteren Stoff, siehe später § 84.

§ 41. Interferenz mit vielen, durch Spiegelung an einer Planplatte hergestellten Paaren von Wellenzentren. Wir greifen wieder auf die grundlegenden Abb. 138/139 zurück und behalten die Längsbeobachtung bei (Richtung L). Mit wachsendem Abstand vergrößert sich der Durchmesser der Interferenzringe

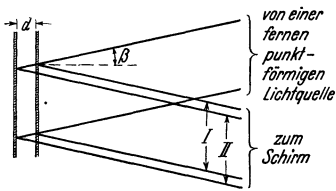


Abb. 164. Herstellung eines Paares einander paralleler Parallellichtbündel mit einem bestimmten Gangunterschied.

und der von ihnen umhüllten zentralen Scheibe. Schließlich erreicht man einen Grenzfall: Die zentrale Scheibe wird viel größer als der Auffangschirm. Dann wird der Schirm in seiner ganzen Ausdehnung gleichförmig bestrahlt. Es sind keine Interferenzstreifen mehr sichtbar. Experimentell realisiert man diesen Grenzfall mit Parallellichtbündeln. Ihren Gangunterschied erzeugt man wiederum mit einer planparallelen Platte. So erhält man statt der Abb. 163 die

Abb. 164: Ein Parallellichtbündel wird an der Vorder- und an der Hinterseite einer planparallelen Platte in zwei Teilbündel I und II aufgespalten. Beide treffen die gleiche Stelle eines großen Schirmes (abgesehen von einer geringfügigen Parallelversetzung). Ihre beiden Wellenzentren liegen links im Unendlichen.

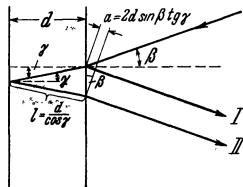


Abb. 165. Zur Herleitung der Gl. (47)

$$\Delta = 2n l - a = \frac{2n d}{\cos \gamma} - 2d \sin \beta \operatorname{tg} \gamma,$$

$$\Delta = 2d \left(\frac{n - \sin \beta \sin \gamma}{\cos \gamma} \right).$$

Dann setzt man

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} \text{ und } \sin \gamma = \frac{\sin \beta}{n},$$

und erhält

$$\Delta = 2d \frac{n - \frac{\sin^2 \beta}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \beta}{n^2}}}$$

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}.$$

Der Gangunterschied der beiden Lichtbündel ist für eine Luftplatte

$$\Delta = 2d \cos \beta \tag{46}$$

und für eine Platte der Brechzahl n

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}. \tag{47}$$

(Herleitung gemäß Abb. 165. Bei Messungen ist der Phasensprung von $\lambda/2$ bei der Reflexion des Lichtes an Glas zu berücksichtigen.)

Der Gangunterschied Δ ändert sich bei gegebener Plattendicke d mit dem Neigungswinkel β . Die gemeinsame Auftreffstelle der Bündel I und II auf dem Schirm wird je nach dem Gangunterschied Δ mehr oder minder bestrahlt, man sieht sie heller oder dunkler, aber ohne Struktur. Mit zwei parallel zueinander laufenden Parallellichtbündeln, also einem einzelnen Paare, bekommt man keine Interferenzstreifen. Doch kann man mit unendlich vielen solcher Paare eine Interferenzfigur zusammensetzen.

Man muß jedem Flächenelement des Schirmes ein eigenes Paar von Parallellichtbündeln zukommen lassen. Zu diesem Zweck muß man die in Abb. 164 punktförmige Lichtquelle durch eine flächenhafte (in beliebigem Abstand!) ersetzen. Dann überlappen sich zwar benachbarte Bündel mit wenig verschiedenen Einfallswinkeln. Das kann man aber mit einem bekannten Kunstgriff (Abb. 30) vermeiden: Man trennt die Parallellichtbündel verschiedener Richtung mit einer Linse und vereinigt sie in verschiedenen Orten ihrer Brennebene. So gelangt man zu Abb. 166. Diese Skizze zeigt uns nur zwei von den unendlich vielen Bündelpaaren. Abgebildet wird nicht etwa die flächenhafte Lichtquelle, sondern eine unendlich ferne Ebene. Die dingseitigen Öffnungswinkel u sind

praktisch Null. Folglich kann man den Durchmesser $2y$ der strahlenden Fläche beliebig groß wählen, ohne die Kohärenzbedingung [Gl. (41) von S. 63] zu verletzen.

Die in der Brennebene auftretenden Interferenzstreifen heißen „Kurven gleicher Neigung“. Jedem einzelnen Streifen entspricht ein bestimmter, von der Neigung β abhängiger Gangunterschied Δ .

Das Schema der Abb. 166 läßt sich in mannigfacher Weise verwirklichen. Für Einzelbeobachtungen verfährt man gemäß Abb. 167. Bei ihr kann man senkrecht auf die planparallele Platte blicken. Die „Kurven gleicher Neigung“ werden dann konzentrische Kreise. Für den Winkelabstand eines Ringes m -ter Ordnung (Maximum oder Minimum) gilt im Falle einer Luftplatte

$$\cos \beta_m = \frac{m \lambda}{2d}. \quad (48)$$

Für einwandfreie Schauversuche macht man den Strahlengang zweckmäßigerweise bildseitig telezentrisch (Abb. 168). Dann genügen sehr kleine planparallele Platten, z. B. ein Glimmerblättchen von 1 cm^2 Größe, und einigen hundertstel Millimeter Dicke.

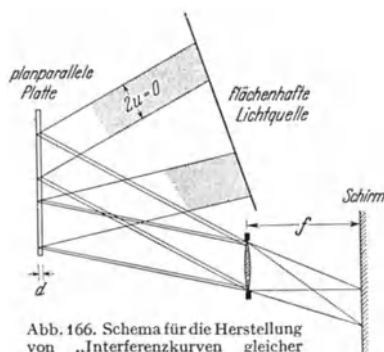


Abb. 166. Schema für die Herstellung von „Interferenzkurven gleicher Neigung“. (W. HAIDINGER 1849, O. LUMMER 1884.)

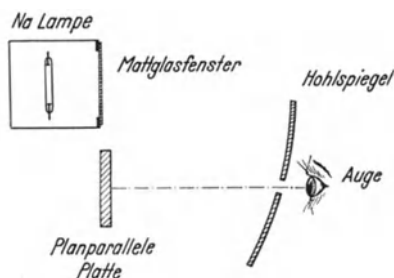


Abb. 167. Einzelbeobachtung von Kurven gleicher Neigung. Iris als Eintrittspupille. Bei engem Streifenabstand unterstützt man das Auge durch ein vorgezetztes, auf Unendlich eingestelltes Fernrohr.

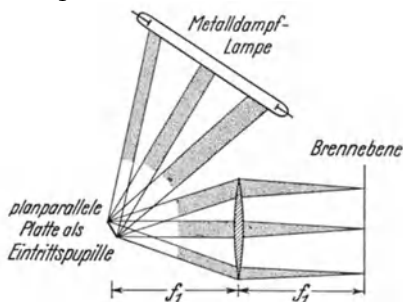


Abb. 168. Kurven gleicher Neigung, im Schauversuch mit einer kleinen Planplatte vorgeführt. Die in der Brennebene entstehende Interferenzfigur muß mit einer zweiten Linse vergrößert auf dem Wandschirm abgebildet werden. Vgl. Abb. 274.

Die Interferenzkurven gleicher Neigung spielen in Forschung und Technik eine bedeutsame Rolle.

§ 42. Interferenz mit vielen, durch Streuung hergestellten Paaren von Wellenzentren. Zur Erzeugung von Interferenzkurven gleicher Neigung braucht man unendlich viele paarweise zusammengehörige Wellenzentren. Man kann jedoch auch Interferenzkurven mit einer zwar großen, aber durchaus endlichen Zahl solcher Paare herstellen. Diese erzeugt man durch feine Staubteilchen auf der Oberseite eines rückseitig versilberten Spiegels. Jedes Staubteilchen zerstreut einfallendes Licht und wird damit zum Zentrum eines Wellenzuges. Dieser gelangt auf zwei Wegen zu einer abbildenden Linse, etwa der eines Auges: Erstens direkt und zweitens an der rückseitigen Silberschicht reflektiert. Oder anders ausgedrückt: Jedes Staubteilchen liefert zusammen mit seinem Spiegelbild ein einzelnes Paar von Wellenzentren. Der Gangunterschied variiert mit der Blickrichtung. Die Bilder der einzelnen Teilchen erscheinen je nach dem Gangunterschied hell oder dunkel. Ihre Gesamtheit setzt (mosaikartig!) eine Interferenz-

figur zusammen. — Dieser Grundgedanke läßt sich experimentell in mannigfacher Weise verwirklichen.

Man kommt schon mit einem sehr bescheidenen Aufwand aus. Es genügt ein gewöhnlicher, in jedem Haushalt vorhandener Spiegel von etwa 30 cm Durchmesser. Seine Glasoberfläche wird eingestaubt oder mit Plastilin, der Knetmasse der Kinder, eingerieben. Etwa 2 m vor dem Spiegel steht eine kleine Lichtquelle und hinter dieser in beliebigem Abstand das Auge. In Abb. 169 ist schon mit

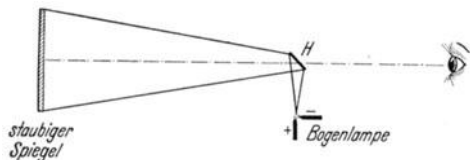


Abb. 169. Herstellung von Interferenzringen mit Hilfe eines oberflächlich eingestaubten Spiegels (schon 1704 in NEWTONS „Optik“ beschrieben, oft „QUETELETSCHE Ringe“ genannt).

einem gewissen Luxus verfahren: Die Bogenlampe ist zur Seite gestellt und wirft ihr Licht über einen kleinen Metallspiegel H zur bestaubten Fläche. Dadurch kann man das Auge praktisch auch „an den Ort der Lichtquelle“ bringen. Senkrecht auf den Spiegel blickend, sieht man auf seiner Oberfläche konzentrische, kreisförmige Interferenzringe. Sie sind von überraschender

Deutlichkeit. Hinter ihrem Zentrum liegt das Bild der Lichtquelle. Der Durchmesser der Ringe ändert sich mit dem Abstand des Beobachters. Im Rotfilterlicht zählt man leicht die üblichen 15–20 Ordnungen. Beim Übergang zu schräger Blickrichtung verschiebt sich das Zentrum der Ringe. Im Glühlicht sieht man einen hellen unbunten Ring nullter Ordnung, hinter ihm liegt das Bild der Lampe. Die beiderseits angrenzenden Ringe erscheinen dem Auge tief-schwarz. Auf diese folgen dann die übrigen Ringe in den üblichen bunten, allmählich verblassenden Farben.

Interferenzstreifen niedriger Ordnungszahl können nur durch kleine Gangunterschiede entstehen. Wie aber können diese trotz der großen Dicke der Spiegelglasplatte zustande kommen? Antwort: Als kleine Differenz zweier großer Gangunterschiede. In Abb. 170 ist B ein einziges, aus der großen Zahl der lichtzerstreuenden Staubteilchen. Sowohl von der Lichtquelle zum Teilchen B , wie vom Teilchen zum Auge führen je zwei mit 1 und 2 unterschiedene Wege. Auf dem Wege 1 kommt das einfallende Licht später zum streuenden Teilchen als

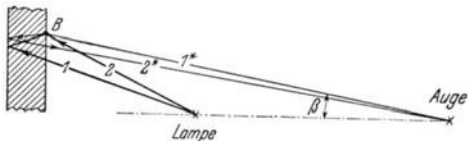


Abb. 170. Entstehung kleiner Gangunterschiede in dicken Spiegelplatten. Der Winkel zwischen 1^* und 2^* liegt unter der Auflösungs-grenze des Auges.

auf dem Wege 2 . Das gestreute Licht hingegen erreicht das Auge auf dem Wege 1^* früher als auf dem Wege 2^* . Infolgedessen kommt das gestreute Licht auf dem Wege 2^* im Auge nur wenig später an als auf dem Wege 1^* . Der Gangunterschied Δ zwischen beiden Wellenzügen ist nur klein, man findet mit einer einfachen Rechnung

$$\Delta = \sin^2 \beta \frac{d}{n} (q^2 - 1). \quad (49)$$

Im m -ten Maximum soll $\Delta = \pm m\lambda$ sein, also gilt für dessen Winkelabstand

$$\sin^2 \beta = \pm \frac{m\lambda \cdot n}{d(q^2 - 1)}. \quad (50)$$

(β = Neigungswinkel gemäß Abb. 172, d = Dicke, n = Brechzahl der Spiegelglasplatte, q = Augenabstand r durch Lampenabstand s . Das Minuszeichen gilt für q -Werte < 1 .)

Der gleiche Winkel β erscheint demnach jeweils für zwei verschiedene Werte von q . Einmal liegt das Auge vor, das andere Mal (wie in Abb. 169) hinter der

Lichtquelle. In Abb. 171 ist ein praktisches Beispiel durchgerechnet und graphisch dargestellt worden. Für $q=1$, also das Auge im Orte der Lichtquelle, wird der Winkeldurchmesser des ersten Minimums unendlich groß, d. h. die Interferenzerscheinung verschwindet.

Die Herleitung der Gl. (49) erfolgt an Hand der Hilfsskizze 172. In ihr sind der Übersichtlichkeit halber die Winkel β und γ groß gezeichnet. Doch rechnet man, den tatsächlichen Versuchsbedingungen entsprechend, nur mit kleinen Winkeln. Man setzt also $\sin \beta = \text{tang} \beta$ usw.

Die Interferenzerscheinungen an eingestaubten Platten sind, obwohl wenig bekannt, von besonderer Wichtigkeit. Das A und O aller Versuche über Interferenz des Lichtes ist die Beachtung der Kohärenzbedingung (Abb. 148). Im allgemeinen ist der Durchmesser 2γ der strahlenden Fläche groß gegenüber der Wellenlänge. Der Winkelbereich der kohärenten Strahlung kann dann höchstens einige Grade umfassen. An eingestaubten Spiegeln kann man aber eine praktisch allseitig kohärente Strahlung herstellen: Man muß zu diesem Zweck die Staubeilchen in Eigenstrahler verwandeln. Man kann z. B. staubfein gepulvertes Zinksulfid (S. 19) anwenden und die Lampe in Abb. 170 nur unsichtbares, aber fluoreszenzerregendes Licht aussenden. Dann fallen in Abb. 170 die Wege 1 und 2 fort. D. h. von jedem fluoreszierenden Staubeilchen gehen zwei Strahlen aus, 1* nach rechts, 2* nach links (und erst später nach rechts). Sie verlassen das Teilchen B in nahezu entgegengesetzten Richtungen, der Winkel zwischen ihnen beträgt fast 180° . Trotzdem interferieren sie am Beobachtungsort (Auge) miteinander! Man kann also mit winzigen Staubeilchen eine allseitig kohärente Lichtstrahlung verwirklichen. — Dieser wichtigen experimentellen Erkenntnis halber haben wir die Interferenzerscheinungen an eingestaubten Spiegeln mit der gebührenden Ausführlichkeit behandelt.

Leider ist die Ausführung schwierig. Durch den Fortfall der Wege 1* und 2* kann man nicht mehr kleine Gangunterschiede als Differenz zweier großer herstellen. Infolgedessen muß man äußerst dünne Spiegel (z. B. Kollodiumhäute) benutzen (P. SELENYI). Hoffentlich entdeckt man später einmal ein monochromatisch fluoreszierendes Pulver; ein solches würde lange Wellengruppen liefern und auch große Gangunterschiede, also auch dicke Spiegel anzuwenden gestatten.

§ 43. Interferenz mit vielen, durch Spiegelung an einer Keilplatte hergestellten Paaren von Wellenzügen. In den beiden vorigen Paragraphen wurden

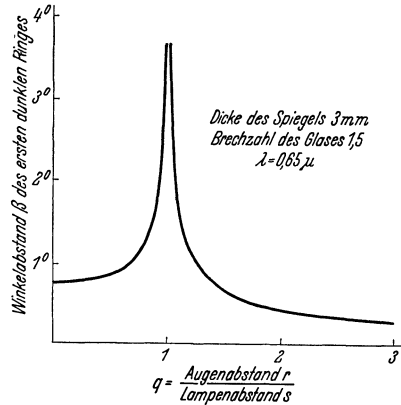


Abb. 171. Der Einfluß des Augenabstandes auf den Durchmesser des ersten Interferenzringes.

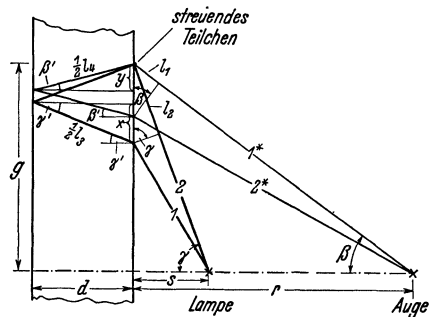


Abb. 172. Zur Herleitung der Gl. (49)

$$\begin{aligned} \Delta &= \text{optische Weglänge 2} - \text{optische Weglänge 1,} \\ \Delta &= (l_2 + n l_4) - (l_1 + n l_3), \\ l_2 &= 2 x \sin \gamma; \quad x = d \text{tg} \gamma' = \frac{d}{n} \text{tg} \gamma = \frac{d}{n} \sin \gamma, \\ l_2 &= \frac{2d}{n} \sin^2 \gamma \text{ und analog } l_1 = \frac{2d}{n} \sin^2 \beta, \\ n l_3 &= \frac{2dn}{\cos \gamma'} = \frac{2dn}{\sqrt{1 - \sin^2 \gamma'}} = 2dn \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \gamma' \right), \\ n l_3 &= 2dn \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \gamma}{n^2} \right) \text{ und } n l_4 = 2dn \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \beta}{n^2} \right), \\ \Delta &= \frac{d}{n} (\sin^2 \gamma - \sin^2 \beta), \\ \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} &= \frac{\text{tg} \gamma'}{\text{tg} \beta} = \frac{r}{s} = q, \\ \Delta &= \sin^2 \beta \frac{d}{n} (q^2 - 1). \end{aligned}$$

die Interferenzstreifen in einer Bildebene einer Linse erzeugt. Zu jedem Flächenelement der Bildebene gehörten zwei mit einem Gangunterschied versehene Wellenzüge, oder anders gesagt, ein Paar von Wellenzentren. Diese Paare wurden mit Spiegelungen an einer planparallelen Platte erhalten. Man kann jedoch auch Spiegelungen an einer Keilplatte anwenden, oder allgemein an einer Platte mit örtlich verschiedener Dicke. Das geht sowohl mit zwei Spiegelungen (wie früher bei den Kurven gleicher Neigung) oder mit einer Spiegelung (wie früher bei Platten mit streuenden Teilchen auf der Oberfläche). Wir beschränken uns der praktischen Bedeutung halber auf den ersten Fall. Wir wollen also mit einer Keilplatte, einer Linse und einer ausgedehnten Lichtquelle Interferenzstreifen herstellen.

Die Erscheinungen sind in ihrer allgemeinen Form sehr verwickelt. Wir beginnen daher schon mit zwei Vereinfachungen: Die Symmetrieachse der Linse

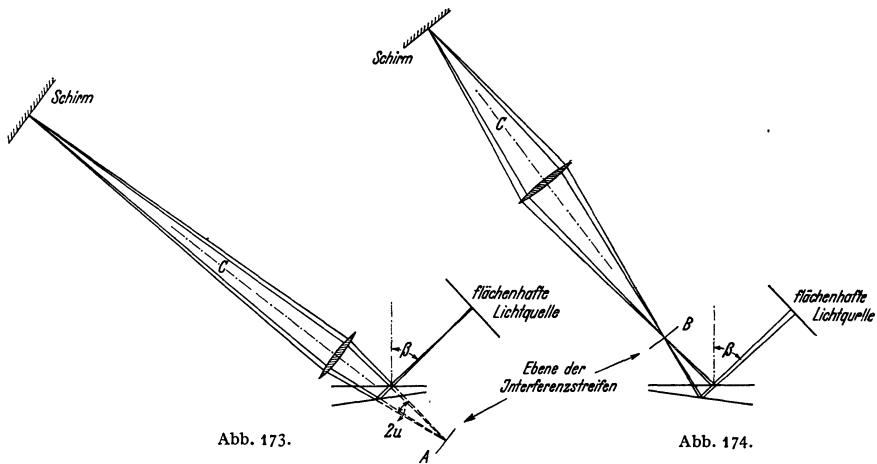


Abb. 173 und 174. Bei der Beleuchtung einer Keilplatte mit einer flächenhaften Lichtquelle findet man (im Gegensatz zu Abb. 162!) Interferenzstreifen nur in einer ausgezeichneten Ebene A hinter dem Keil oder B vor ihm. — (Bei Mitwirkung mehrfacher Reflexionen, z. B. bei durchsichtig versilberten Platten, bekommt man eine Folge ausgezeichneter Ebenen, $A_1, A_2, \dots, B_1, B_2, \dots$). In den Skizzen würden zur Darstellung der beiden schlanken Bündel ebenso wie in Abb. 175 je ein Strahl als Bündelachse genügen.

soll senkrecht zur Keilkante stehen. Außerdem soll die Linse eine kleine Eintrittspupille (Fassung) haben, also nur Lichtbündel von kleinem Öffnungswinkel u aufnehmen. Dann sind die beiden in Abb. 173 und 174 skizzierten Fälle auseinanderzuhalten. Sie unterscheiden sich durch die Stellung der Linse. Diese steht links auf der Seite der Keilbasis, rechts auf der Seite der Keilkante. In beiden Fällen bekommt man nur für eine Linsenstellung Interferenzstreifen¹⁾. Links muß die Linse die Ebene A auf dem Schirm abbilden, rechts die Ebene B . Demgemäß muß man die Linse links viel dichter an die Platte heranbringen als rechts. Beide Ebenen haben in Richtung der Linsenachse den gleichen Abstand von der Oberfläche des Keiles. In beiden Fällen kann man Linse und Schirm entfernen und durch ein Auge (etwa bei C) ersetzen. Seine Iris bildet eine hinreichend enge Pupille. Das Auge muß auf die ausgezeichnete Ebene A bzw. B akkomodieren. Es sieht die Interferenzstreifen links unterhalb, rechts oberhalb der Keilplatte frei im Raume schweben.

Warum ist nur je eine Ebene (A bzw. B) durch Interferenzstreifen ausgezeichnet? Zur Antwort sind je zwei Lichtbündel von einem Dingpunkt der ausgezeichneten Ebene (A bzw. B) zum zugehörigen Bildpunkt geführt worden.

¹⁾ Vgl. jedoch die Satzbeschriftung von Abb. 173 und 174.

Beide Bündel gehen trotz ihrer verschiedenen Wege von nahezu identischen Flächenstücken der Lichtquelle aus. Folglich sind sie kohärent oder interferenzfähig, falls die Eintrittspupille der Linse eng und daher der Öffnungswinkel u klein genug ist.

Der Gangunterschied Δ der beiden Bündel ergibt sich wieder aus Gl. (47)

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}. \quad (47)$$

D. h. man betrachtet jedes Flächenelement des Keiles als Planparallelplatte mit der mittleren Dicke d .

Für den Abstand x zwischen der Ebene (A bzw. B) der Interferenzfigur und der Keiloberfläche (in Richtung der Linsenachse) gilt im Falle des Luftkeiles

$$x = d \frac{\sin \beta}{\sin \vartheta} \quad (51)$$

(Herleitung unter der Hilfsskizze 175)

oder für einen Keil mit der Brechzahl n

$$x = d \frac{\sin \beta \cos \beta}{\sin \vartheta \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}}. \quad (52)$$

Im Sonderfall $\vartheta = 0$ entartet der Keil zu einer Planparallelplatte. Dann gibt Gl. (51) für x den Wert ∞ , d. h. die „Kurven gleicher Neigung“ liegen im Unendlichen. — Im Sonderfall senkrechter Inzidenz ist $\beta = 0$. Dann folgt aus Gl. (51) $x = 0$, d. h. die Interferenzstreifen liegen in der Keiloberfläche. Ferner gibt dann Gl. (47) $\Delta = 2dn$, d. h. der Gangunterschied Δ zwischen den beiden Teilbündeln eines Paares hängt nur von der Keildicke d zwischen den beiden Auftreffstellen ab.

Deswegen verlaufen die Interferenzstreifen längs den Linien gleicher Keildicke. Sie sind in dem Sonderfall senkrechter Inzidenz „Kurven gleicher Dicke“. — Bei ihrer Vorführung ist die Hauptsache eine richtige Wahl der Pupillen: Die Strahlen sollen praktisch senkrecht auf der Keilfläche stehen, und daher dürfen die Lichtbündel nur einen kleinen Öffnungswinkel u besitzen. (Abb. 176.)

Bei sehr dünnen Schichten, also d sehr klein, gibt Gl. (51) für beliebige Einfallswinkel β den Abstand x praktisch gleich Null. D. h. in sehr dünnen Schichten liegen die Interferenzstreifen

bei jeder Blickrichtung in der Schichtoberfläche. Im Tages- oder Lampenlicht sieht das Auge die Streifen in den üblichen bunten Farben. Die Schichten erscheinen gefärbt, und man spricht dann von „Farben dünner Blättchen“. Diese begegnen uns häufig im täglichen Leben. Als Beispiele sind zu nennen dünne Ölhäute auf Wasser und Seifenlamellen, mit Vorbehalt auch Oxydschichten auf blanken Metallen (Anlauffarben) usw. Besonders farbenprächtig sind beiderseits versilberte Glimmerblättchen. Auf der Rückseite wird die Silberschicht dick gemacht, auf der Vorderseite muß sie durchlässig bleiben.

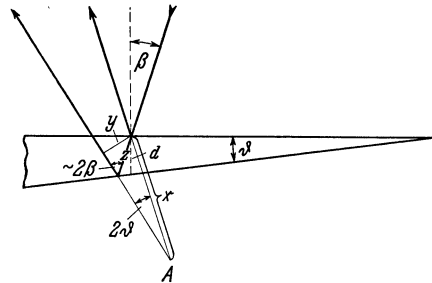


Abb. 175. Zur Herleitung der Gl. (51). Es sind die Achsen der in Abb. 173 und 174 benutzten Bündel gezeichnet, allerdings mit etwas anderer Neigung.

$$x = \frac{y}{\sin 2\vartheta} = \frac{y}{2 \sin \vartheta}. \quad (1)$$

$$\frac{y}{z} = \sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta. \quad (2)$$

$$\frac{d}{z} = \cos \beta. \quad (3)$$

Aus (2) und (3) $y = 2d \sin \beta.$

Aus (1) und (4) $x = d \frac{\sin \beta}{\sin \vartheta}.$

$$x = d \frac{\sin \beta}{\sin \vartheta}.$$

Zur Herleitung der Gl. (52) nehme man Abb. 165 zu Hilfe.

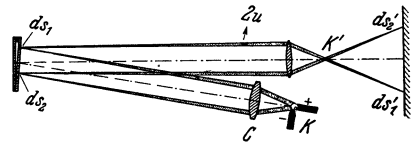


Abb. 176. Vorführung von Kurven gleicher Dicke mit noch lediglich senkrechtem Lichteinfall. Der Strahlengang ist dingseitig telezentrisch. Das Kraterbild K' bildet die Austrittspupille in der Brennebene der abbildenden Linse.

Das ist mit Kondensation von Ag-Dampf im Hochvakuum bequem zu erreichen.

Die Farben dünner Blättchen fehlen in keinem Schulbuch der Physik. Sie sind aber schwieriger zu behandeln als jede andere Interferenzerscheinung. Normalerweise erzeugt eine Keilplatte ein räumliches Interferenz-Wellenfeld, die Streifen lassen sich in beliebigem Abstände mit einem Schirm auffangen, Abb. 162. Die Farben dünner Blättchen hingegen sind flächenhaft auf die Oberseite des Keiles beschränkt. Der Grund für diese ganz verschiedene Lage der Interferenzerscheinung muß klargestellt werden. Das geht nur mit einigem Aufwand.

Die Farben dünner Blättchen haben mannigfache Anwendungen gefunden. Wir nennen zwei Beispiele aus neuerer Zeit:

1. Dünne Spaltstücke aus Glimmer haben nur innerhalb kleiner Flächen konstante Dicke. Benachbarte Gebiete verschiedener Dicke bilden Stufen. Aus den „Farben dünner Blättchen“ läßt sich die Höhe der Stufen bestimmen. Sie ergibt sich stets als ganzzahliges Vielfaches von $7 \cdot 10^{-8}$ cm. Das ist der Durchmesser eines einzelnen Moleküls, er ist so auf optischem Wege von RENÉ MARCELIN bestimmt worden.

2. Photographische Platten sind im Ultraroten höchstens bis $\lambda = 2 \mu$ brauchbar. Für Spektralaufnahmen bei längeren Wellen benutzt man dünne Ölhäute auf einer Cellonhaut. Die Haut wird von einer Metallplatte getragen. Die ultrarote Strahlung verdampft das Öl proportional der Bestrahlungsstärke (S. 55). So erzeugen die Spektren ein Relief. Man betrachtet die fertig exponierte Ölhaut in diffusum Tageslicht und sieht dann das Spektrum dargestellt durch Farben dünner Blättchen (M. CZERNY).

§ 44. Stehende Lichtwellen. — Man kann bei Längsbeobachtung (Abb. 138 und 139) die Beobachtungsebene auch zwischen die beiden Wellenzentren ver-

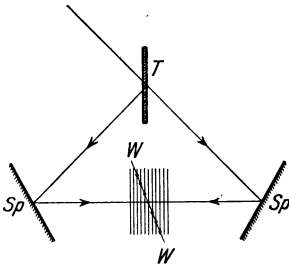


Abb. 177. Schema für die Herstellung stehender Lichtwellen. T = Teilerplatte (vgl. Abb. 149). W sehr dünne, durchsichtige und eingestaubte Cellonhaut. Neigung stark übertrieben!

legen. Dort laufen die beiden Wellen einander entgegen, im mittleren Bereich sind sie bei genügendem Abstände der Wellenzentren praktisch eben. So entsteht die charakteristische, unter dem Namen „stehende Wellen“ bekannte Interferenzerscheinung: eine periodische Folge ebener, raumfester Bäuche und Knoten (vgl. Mechanikband, S. 183 und 191). Der Abstand zweier aufeinanderfolgender Bäuche ist stets gleich $\lambda/2$, d. h. der halben Wellenlänge. Folglich kann er beim sichtbaren Licht nur einige zehntel μ betragen. Trotzdem kann man auch beim Licht stehende Wellen nachweisen. Die Abb. 177 zeigt eine bewährte Anordnung.

Ein Parallellichtbündel wird von einer durchsichtig versilberten Teilerplatte in zwei kohärente Lichtbündel aufgespalten. Diese werden mittels zweier Spiegel umgelenkt und einander entgegengeschickt. Zwischen den Spiegeln entstehen die stehenden Wellen. Einige ihrer Bäuche sind in starker Vergrößerung eingezeichnet. Zur Sichtbarmachung der Bäuche braucht man einen durchsichtigen und sehr dünnen Auffangschirm W , nahezu senkrecht zur Lichtrichtung aufgestellt. Dazu eignet sich besonders eine äußerst dünne Cellonhaut (unter $0,1 \mu$) mit leicht eingestaubter Oberfläche. Man sieht die Schnittlinien dieses Schirmes mit den Ebenen der Bäuche. Es sind gerade, in Abb. 177 zur Papierebene senkrechte Streifen. Ihre Durchstoßpunkte sind schwarz markiert. — Dieser Versuch läßt sich nicht in großem Kreise vorführen.

Es gibt zahlreiche Abarten. Man kann z. B. ein Parallellichtbündel senkrecht an einem Metallspiegel reflektieren lassen und die Bäuche dicht vor der Spiegeloberfläche beobachten. Unmittelbar an der Oberfläche des Metallspiegels liegt stets ein Knoten (OTTO WIENER). In dieser Beziehung verhalten sich die Wellen des Lichtes wie elektrische Wellen.

Am besten preßt man einen flüssigen Hg-Spiegel gegen eine photographische Schicht. Das von der Glasseite her senkrecht einfallende und dann reflektierte Licht schwärzt die Platte in äquidistanten, um je $\lambda/2$ getrennten Schichten. Die Abb. 177a gibt einen senkrecht zur Plattenebene gelegten Dünnschnitt in starker Vergrößerung. Die Schichten sind trotz ihres Aufbaues aus einzelnen Silberkörnern gut zu erkennen.



Abb. 177 a. Photographischer Nachweis stehender Lichtwellen. Das Licht fiel von oben ein, der Hg-Spiegel saß unten.

§ 45. Optische Interferometer. Ein Teil der besprochenen Interferenzerscheinungen wird praktisch beim Bau der optischen Interferometer ausgenutzt. Diese Apparate dienen für zweierlei Aufgaben:

1. Für möglichst genaue Vergleiche zwischen irgendwelchen Längen oder Abständen (z. B. Maßstäbe) einerseits, der Wellenlänge des Lichtes andererseits.
2. Für Vergleiche zweier kohärenter Lichtbündel nach verschiedener Vorgeschichte, z. B. nach dem Durchlaufen von Wegstrecken in verschiedenen Stoffen.

Das einfachste und schon überaus brauchbare Interferometer arbeitet mit Querbeobachtung. Es benutzt den Grundversuch von THOMAS YOUNG in der Ausführungsform der Abb. 155. Dort sind die beiden Lichtbündel hinter der Linse schon um einige Zentimeter seitlich voneinander getrennt. Man kann daher bequem das eine Lichtbündel durch Luft, das andere durch ein anderes Gas

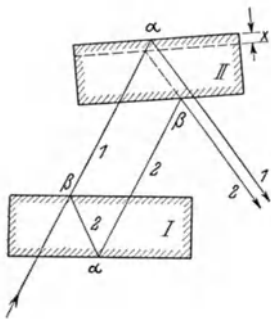


Abb. 178. Interferometer mit zwei seitlich parallel versetzten Parallellichtbündeln. Die wirksame Dicke x wird durch die Neigung beider Platten gegeneinander geändert. Bei Parallelstellung wird x und damit auch der Gangunterschied beider Lichtbündel 1 und 2 gleich Null. Alle unnötigen und in Wirklichkeit durch Blenden ausgeschalteten Reflexionen sind fortgelassen.

leiten und so die Wellenlängen in beiden Gasen vergleichen. Derartige Versuche folgen in § 108.

Alle übrigen Interferometer benutzen Kurven gleicher Neigung oder Kurven gleicher Dicke. Sie lassen sich trotz der äußeren Mannigfaltigkeit ihrer Ausführungen alle auf das gleiche Schema zurückführen: Sie verwirklichen eine Planparallelplatte der Dicke x als Differenz zweier Platten ungleicher Dicke. Das zeigt z. B.

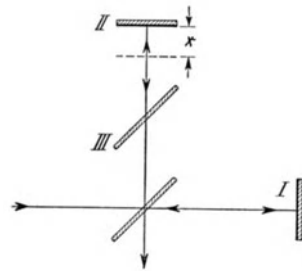


Abb. 179. Interferometer von MICHELSON. Bei den größten Ausführungen hat man die beiden zueinander senkrechten Lichtwege 30 m lang gemacht. Nur Bündelachsen gezeichnet.

Abb. 178 mit eingezeichneten Achsen für zwei parallel zueinander versetzte Lichtbündel. Oft ersetzt man die Platten ganz oder teilweise durch Spiegel (z. B. bei α) und durchlässige Spiegel (bei β). So gelangt man u. a. zum Interferometer von ALBERT A. MICHELSON, Abb. 179, mit zwei zueinander senkrecht gerichteten Lichtbündeln (vgl. Elektrizitätslehre, S. 255). Die wirksame Plattendicke ist wieder mit x bezeichnet. Durch eine Kippung des Spiegels *II* kann man auch eine Keilplatte realisieren. Die Platte *III* ist zwar nicht grundsätzlich notwendig, doch erreicht man mit ihr für beide Lichtbündel Glaswege von gleicher Länge. Das vereinfacht die Beobachtungen.

VI. Beugung nebst Anwendungen.

§ 46. Schattenwurf. Keine optische Erscheinung wird häufiger wahrgenommen als der Schattenwurf. Durch

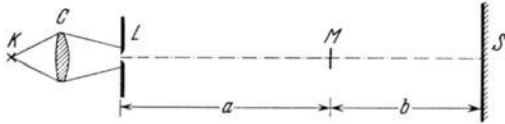


Abb. 180. Zum Vergleich des Schattens einer Kreisscheibe mit der Beugungsfigur einer gleich großen Kreisöffnung.

ihn hat man die geradlinige Ausbreitung des Lichtes kennengelernt, der Schattenwurf hat zum Begriff der Lichtstrahlen geführt. — Bei verfeinerter Beobachtung erweist sich jedoch der Schattenwurf als eine durchaus nicht einfache Erscheinung. Die mit Strahlen gezeichneten

Grenzen werden durch Beugung überschritten, und im Schattenbereich gibt es mannigfache Strukturen. Das Wichtigste ist schon im Mechanikbände am Bei-

spiel der Wasser- und Schallwellen behandelt worden. (Siehe dort Abb. 373 und 401.) Im Falle des Lichtes müssen wir noch auf einige Einzelheiten eingehen.

Wir beginnen mit der experimentellen Beobachtung und vergleichen den Schattenwurf kleiner Kreisscheiben mit den Beugungsfiguren gleich großer Öffnungen. In Abb. 180 ist L eine punktförmige Lichtquelle, M ist entweder eine Kreisscheibe oder eine Lochblende von gleicher Größe, z. B. beide von 5 mm Durchmesser. Rechts steht ein Schirm oder eine photographische Platte. Die Abstände a und b betragen je einige Meter.

Für $a = b = 9,5$ m bekommt man die in den

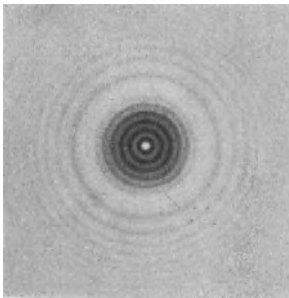


Abb. 181.

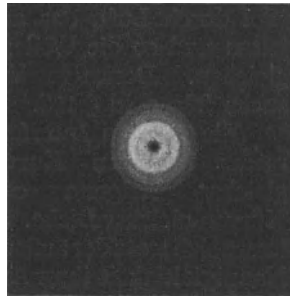


Abb. 182.

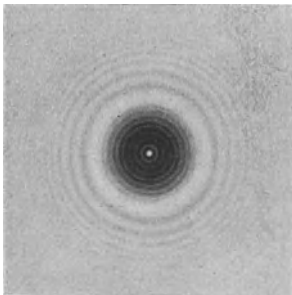


Abb. 183.

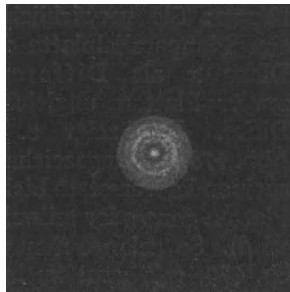


Abb. 184.

Abb. 181 bis 184. Links zwei Schatten einer Kreisscheibe (Stahlkugel) von 5 mm Durchmesser, rechts zwei Beugungsfiguren einer gleich großen Kreisöffnung. Bei Abb. 181 und 182 war $a = b = 9,5$ m; bei Abb. 183 und 184 = 6,5 m. Rotfilterlicht. Durchmesser der Lichtquelle $L = 0,2$ mm. Photographische Positive.

Abb. 181 und 182 photographierten Figuren. Bei Änderungen des Abstandes ändern sich diese Figuren stetig. Für $a = b = 6,5$ m ergeben sich z. B. die Figuren der Abbildungen 183 und 184. Die Figuren zeigen für die Öffnung und die gleich große Scheibe stets erhebliche Unterschiede. Hinter der Scheibe wächst die Zahl der

Ringe bei Verkleinerung von a und b , aber die Figurenmitte bleibt immer bestrahlt (DESLISLE, 1715). Hinter der Öffnung hingegen sieht man immer nur wenige Ringe und in ihrer Mitte bekommt man bei Änderungen von a und b abwechselnd Maxima und Minima.

Bei starker Bestrahlung oder langen Belichtungen der Platte verbleibt im Schatten der Scheibe nur die helle Stelle im Zentrum. Man nennt sie den POISSONSchen Fleck. Er ist im Schatten einer Kreisscheibe ein „Punkt“, im Schatten eines Rechteckes eine gerade „Linie“ usw. Der POISSONSche Fleck war schon beim Schattenwurf mit Wasserwellen bequem zu beobachten (vgl. Mechanikband, Abb. 375). In der Optik kann man mit ihm einen lehrreichen Versuch ausführen. Er liefert ein Gegenstück zur altbekannten Lochkamera. Man kann, kurz gesagt, ein photographisches Objektiv durch eine Stahlkugel ersetzen (Abb. 185). — Nutzenanwendung: „Ein Bildpunkt ist immer eine Beugungsfigur“, das gilt für jede Abbildung, sei es mit der Lochkamera, mit einer Linse oder mit Schattenwurf.

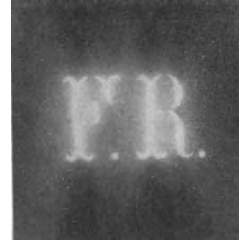


Abb. 185. Ein mit einer Stahlkugel als Objektiv hergestelltes Lichtbild in natürlicher Größe. Anordnung wie in Abb. 180. Das Ding ist eine Metallschablone von etwa 7 mm Höhe an Stelle der Lochblende L . Kugeldurchmesser 4 cm, $a = 12$ m, $b = 18$ m. Als Ding kann auch ein kleines, sehr kontrastreiches Diapositiv benutzt werden.

Mit wachsendem Durchmesser führen Scheibe und Öffnung beide auf den gleichen Grenzfall, nämlich eine einseitig unbegrenzte Halbebene. Die an dieser entstehende Beugungsfigur ist in Abb. 186 photographiert.

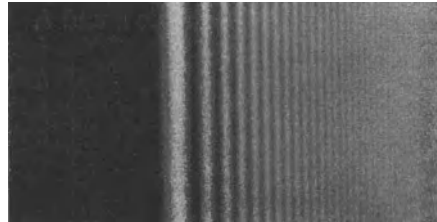


Abb. 186. Die Beugungsstreifen an der Schattengrenze einer Halbebene. $a = b = 18$ m. Photographisches Positiv. Rotfilterlicht.

§ 47. FRESNELSche Zonenkonstruktion, Zonenplatte. Die soeben beobachteten Tatsachen müssen gedeutet werden. Für die Beugungsfiguren der Öffnungen ist das Wesentliche schon im Modellversuch der Abb. 61 enthalten. Man denke sich die Abb. 61 um die horizontale Symmetrieachse rotationssymmetrisch ergänzt. Man sieht die Struktur des Wellenfeldes hinter der Öffnung und auf der Mittellinie abwechselnd Maxima und Minima. Man kann den entsprechenden Modellversuch auch für den Schattenwurf durchführen.

Wir bringen jedoch ihrer Wichtigkeit halber eine andere Darstellung, bekannt unter dem Namen FRESNELSche Zonenkonstruktion. Diese wenden wir gleichzeitig auf die Beugungsfigur hinter einer Öffnung an:

a soll wieder den Abstand zwischen Loch oder Scheibe einerseits und Lichtquelle andererseits bedeuten. Wir beginnen mit einem Beobachtungspunkt P , oder kürzer Aufpunkt P , auf der Symmetrieachse. Wir zeichnen in Abb. 187 um P als Zentrum ein System von Kugelwellen mit der Wellenlänge des benutzten Lichtes (Wellenberge schwarz, -täler weiß).

Außerdem schlagen wir um die punktförmige Licht-

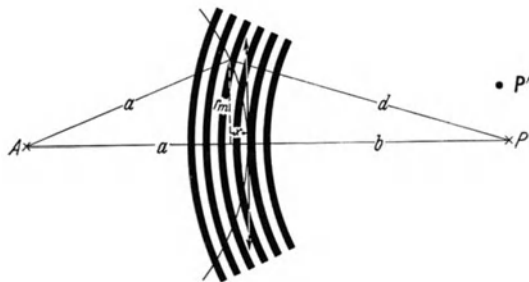


Abb. 187. Zur FRESNELSchen Zonenkonstruktion.

$$r_m^2 = a^2 - (a - x)^2, \quad r_m^2 = d^2 - (b + x)^2, \quad d = b + \frac{m\lambda}{2}.$$

aus diesen 3 Gleichungen rechnet man r_m^2 aus, indem man Glieder mit $\frac{\lambda^2}{4}$ als klein vernachlässigt.

quelle A als Zentrum eine Kugelfläche mit dem Radius a . Sie schneidet aus den gezeichneten Wellen ringförmige, abwechselnd weiße und schwarze Zonen. Man sieht von P aus eine Kugelfläche mit einem System konzentrischer Ringe, ähnlich wie später in Abb. 191. Für den Halbmesser r_m der m -ten Zone auf der

Kugelfläche gilt die einfache geometrische Beziehung

$$r_m^2 = m \lambda b \left(\frac{1}{1 + \frac{b}{a}} \right). \quad (53)$$

(Herleitung unter Abb. 187.)

Alle Zonen haben gleich große Flächen, nämlich

$$F = \pi \lambda b \left(1 + \frac{b}{a} \right). \quad (54)$$

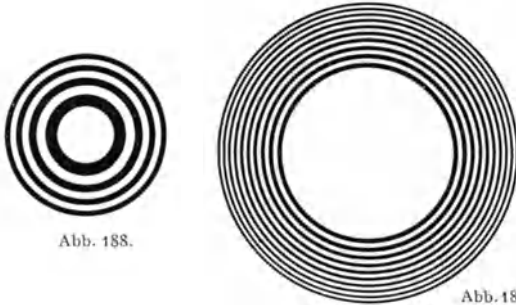


Abb. 188 und 189. Die von einer Kreisöffnung und von einer gleich großen Kreisscheibe nicht abgeblendeten Zonen, gegenüber Abb. 187 auf $\frac{2}{3}$ verkleinert. Abb. 189 muß man sich außen durch weitere Ringe mit abnehmender Strichdicke ergänzt denken.

messer bedeuten. Dann bleibt nur noch ein Teil der Zonen vom Aufpunkt P aus sichtbar. Man sieht von P aus die (kugelförmig gewölbten) Zonenflächen der Abb. 188 oder 189. Die Zahl der „verbleibenden“ Zonen ändert sich bei Änderungen der Abstände a und b . Weiter betrachtet FRESNEL in seiner Weise

jede der verbleibenden Zonen als Ausgangsgebiet neuer Elementarwellen. Diese interferieren miteinander. Die Resultierende aller ankommenden Elementarwellen gibt die Amplitude im Aufpunkt P . — Beispiele:

1. n , die Zahl der von einer Öffnung durchgelassenen Zonen, ist gerade. Je eine schwarze und eine weiße Zone heben sich in ihrer Wirkung weitgehend (aber nicht gänzlich!) auf. Der Aufpunkt wird wenig bestrahlt und erscheint dunkel, z. B. in Abb. 182.

2. n , die Zahl der von einer Öffnung durchgelassenen Zonen ist ungerade. Die Wirkung der bei der Paarbildung überzähligen Zone bleibt ungeschwächt. Der Aufpunkt wird stark bestrahlt und erscheint hell (Abb. 184).

3. Hinter einer Scheibe vereinigen sich im Aufpunkt die Elementarwellen aller Zonen mit höherer Nummer. Auf eine mehr oder weniger kommt es nicht an. Die Resultierende

Abb. 190. Etwa $\frac{1}{2}$ natürlicher Größe. So sieht im Abstände $a = b = 11$ km der Schatten eines Tellers aus, der 12 cm Durchmesser hat und an einem Stiel von 1,2 cm Dicke gehalten wird. Aufnahme mit einem kleinen Modell von 4,8 mm Durchmesser im Abstände $a = b = 18$ m.

hat praktisch stets denselben endlichen Wert. Der Aufpunkt wird immer bestrahlt, in der Mitte des Schattens liegt immer ein heller Fleck (Abb. 181 und 183).

4. Im Abstände $a = b = 11$ km ist für Rotfilterlicht ($\lambda = 0,65 \mu$) der Durchmesser der Zentralzone $2r_1 = 12$ cm. Das ist die Größe eines Tellers. Dieser blendet also aus dem freien Wellenfeld nur die Zentralzone aus und demgemäß bekommt man das recht unvollkommene, in Abb. 190 photographierte Schattenbild. Bei großem Abstände wird also auch der Schattenwurf großer Körper durch die Beugung stark gestört. Das wird von Anfängern oft übersehen.

5. Für $a = \infty$ (ebene Wellen) und $b = 1$ m hat die Zentralzone für Rotfilterlicht schon einen Durchmesser von 1,6 mm. Folglich läßt ein rechteckiger Spalt von 1 mm Breite senkrecht zu seiner Längsrichtung nur noch einen Bruchteil der Zentralzone hindurch. In diesem Fall entsteht die besonders einfache, aus Abb. 36 bekannte Beugungsfigur.

6. Man kann die Zonenkonstruktion auch für Aufpunkte außerhalb der Symmetrielinie ausführen. Man denkt sich zu diesem Zweck die Zonenfläche auf einem schwenkbaren Arm ($a + b$ in Abb. 187) befestigt. Sein Drehpunkt liegt in der Lichtquelle, sein freies Ende im Aufpunkt. So verschiebt man mit einer Seitenbewegung des Aufpunktes von P nach P' zugleich die ganze Zonenfläche: Dadurch werden nun durch die Öffnung oder neben der Scheibe (feststehender Doppelpfeil in Abb. 187!) andere Zonen als zuvor freigelassen. Die Resultierende ihrer Elementarwellen gibt die Maxima und Minima außerhalb der Bildmitte (vgl. Abb. 181–186). — Genau so verfährt man bei dem oben erwähnten Grenzfall, dem Schattenwurf durch eine Halbebene.

7. Für große Werte von a werden die Zonenflächen praktisch eben. Dann kann man das Zonenbild einer Kreisöffnung ohne nennenswerten Fehler auf eine Glasplatte übertragen. Die schwarzen Ringe macht man undurchsichtig, die weißen klar durchsichtig (Abb. 191). Eine solche „Zonenplatte“ läßt sich statt einer Linse zur Abbildung benutzen. Sie gibt für einen Dingpunkt mehrere hintereinander gelegene Bildpunkte P' .

Grund: Die gezeichneten Zonendurchmesser gehören nach Gl. (53) zu einem bestimmten Verhältnis

$$m \lambda \cdot \frac{a \cdot b}{a + b}. \quad (55)$$

Dieser Ausdruck kann bei gegebenem a (Dingabstand) durch Veränderung von b (Schirmabstand) sowohl für λ wie für 2λ , 3λ usf. den gleichen Wert erhalten. Das bedeutet: Von einem Dingpunkt im Abstände a laufen zwar Wellen zur ganzen Zonenplatte. Diese läßt aber nur aus den durchsichtigen Zonen Elementarwellen austreten. Die Elementarwellen aus je zwei durchsichtigen Zonen können Punkte P_1, P_2, P_3, \dots mit je den gleichen Gangunterschieden $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$ erreichen und daher in diesen Punkten ihre Amplituden addieren. So werden diese Punkte P_1, P_2 usw. zu Bildpunkten. Diese liegen hintereinander. P_1 liegt der Zonenplatte am fernsten.

§ 48. Das BABINETSche Theorem liefert uns eine weitere Hilfe für die Behandlung von Beugungsvorgängen. Die Abb. 192 veranschaulicht uns ein Gedankenexperiment: Von links fällt ein schwach divergentes Lichtbündel auf eine etliche Zentimeter weite Öffnung AB . Rechts tritt ein Lichtbündel aus. Seine Grenzen sind infolge von Beugung ein wenig verwaschen. Das wird durch eine seitliche Fiederung angedeutet.

Dann zeichnen wir einen kleinen Strich x ein. Dieser bedeutet entweder ein kleines Hindernis oder eine ihm genau gleiche Öffnung in einer zweiten, AB ganz überdeckenden Blende.

Bei hinreichender Kleinheit von x werden die Winkelablenkungen der gebeugten Strahlung groß, das Licht kann in die zuvor dunklen Bereiche DD' eindringen und dort den Beobachtungsschirm beleuchten. Die Beugungsfigur muß für x als Hindernis und für x als Loch die gleiche Gestalt haben. Grund: Bei Benutzung der freien Öffnung AB ohne x treten beide Beugungsfiguren gleichzeitig auf. Folglich müssen die Wellenamplituden der beiden Beugungsfiguren sich in jedem Augenblick an jedem Punkt der dunklen Bereiche DD' gegenseitig aufheben. Die Amplituden müssen für Scheibe und Loch gleich groß sein und entgegengesetzte Phasen haben ($\delta = 180^\circ$).

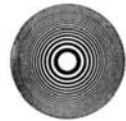


Abb. 191. Zonenplatte mit einer längsten Brennweite von $f = 1$ m für Rotfilterlicht. Nat. Größe.

Dies Gedankenexperiment hat uns zum BABINETSchen Theorem geführt. Es besagt: Man bringe in ein weites Lichtbündel nacheinander ein Hindernis und eine Öffnung mit demselben Querschnitt; man beschränke die Beobachtung auf den bei freiem Lichtbündel ganz dunklen (auch von Randbeugung freien) Bereich: Dann findet man in diesem Bereich für das Hindernis und für die Öffnung die gleiche Beugungsfigur.

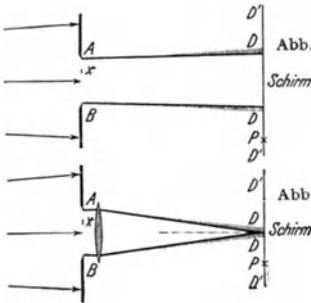


Abb. 192 und 193. Zur Herleitung des BABINETSchen Theorems bei FRESNELScher und bei FRAUNHOFERScher Beobachtungsart.

Das BABINETSche Theorem gilt sowohl für die FRESNELSche als auch für die FRAUNHOFERSche Beobachtungsart. Bei der FRESNELSchen Art muß man aber den Durchmesser von x meist kleiner als 0,1 mm machen. Nur dann hat das gebeugte Licht eine ausreichende Winkelablenkung, nur dann kann es in die Dunkelbereiche DD' hineingelangen¹⁾. Ein einziges derartig kleines Scheibchen oder ein einziges solches Loch liefert aber nur eine äußerst lichtschwache Beugungsfigur. Erst einige Tausend derartiger Teilchen oder Löcher x erzeugen eine leicht sichtbare Figur. Daher werden wir das BABINETSche Theorem mit der FRESNELSchen Beobachtungsart erst in § 60 vorführen.

Bei der FRAUNHOFERSchen Beobachtungsart haben wir die Abb. 192 durch Abb. 193 zu ersetzen. Dann wird das freie Lichtbündel der Öffnung AB im „Bildpunkt“ auf einen schmalen Bereich eingengt. Die dunklen Bereiche DD' treten beiderseits bis dicht an die strichpunktierte Symmetrielinie heran. In-



Abb. 194 a.



Abb. 194 b.

Abb. 194. Beugungsfigur, oben eines Drahtes von 0,5 mm Durchmesser, unten eines ebenso breiten Spaltes. FRAUNHOFERSche Beobachtungsart wie in Abb. 193. Photographisches Negativ. Bildmitte trotz Ausblendung überstrahlt. Plattenabstand etwa 5 m.

folgedessen fallen schon die wenig abgelenkten Beugungsstreifen großer Hindernisse oder Öffnungen x in die dunklen Bereiche DD' . Dabei liefert dann bereits ein Hindernis oder eine Öffnung eine gut sichtbare Beugungsfigur. — Die Abb. 194 gibt als Beispiel die FRAUNHOFERSche Beugungsfigur eines Drahtes und eines gleich breiten Spaltes. Bei der Beobachtung wird das Zentrum der Beugungsfigur durch einen kleinen Schirm ausgeschaltet.

§ 49. Die Bedeutung der Beugung für den Prismen-Spektralapparat. Spektrallinien. Den Prismenspektralapparat haben wir in Abb. 41 auf S. 17 kennengelernt. Das Prisma wurde von einem angenähert parallel begrenzten Lichtbündel durchsetzt. Diese Anordnung genügt vollauf für Vorführungszwecke. Für Meßzwecke macht man die Bündelgrenzen strenger parallel. Man verwendet zwei Linsen. Die Abb. 195 zeigt schematisch eine der vielen Möglichkeiten. Der beleuchtete Spalt S_0 steht in der Brennebene der Linse I . Diese Zusammenstellung nennt man einen „Kollimator“. Aus der Linse I tritt ein Parallellichtbündel aus. Es fällt in diesem Beispiel senkrecht auf die eine Fläche eines 30° -Pris-

¹⁾ In den Abb. 181 bis 184 lagen alle Beugungsvorgänge noch innerhalb des anfänglich vorhandenen freien Lichtbündels. Folglich war die entscheidende Voraussetzung des BABINETSchen Theorems nicht erfüllt und daher waren die Beugungsfiguren für Scheibe und Loch völlig verschieden.

mas. Rechts vom Prisma folgt die Linse *II* und in deren Brennebene ein Schirm (oder eine photographische Platte). Für Einzelbeobachtung läßt man den Schirm weg und besieht die Schirmebene mit einer Lupe („Okular“ genannt). In diesem Fall bilden die Linse *II* und die Lupe zusammen ein Fernrohr. Unsere folgenden Betrachtungen gelten für beide Beobachtungsarten.

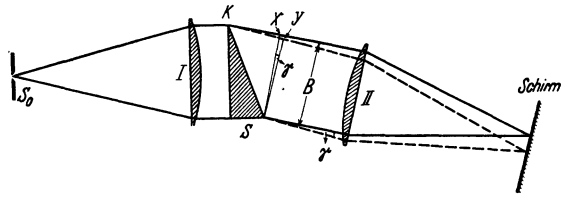


Abb. 195. Schema eines Prismenspektralapparates. Bei der Beleuchtung des Spaltes S_0 sind die Abb. 80 und 81 und 211 zu beachten. Für die Bestrahlungsstärke des Schirmes (Watt/m^2) ist allein die Apertur der Lichtbündel rechts von der Linse *II* maßgebend (also der Sinus der Bündel-Öffnungswinkel). Daher braucht weder die Kollimatorlinse *I* eine kurze Brennweite zu haben noch der Spalt S_0 un bequem eng zu sein.

Was sehen wir im Spektralapparat? Das hängt hauptsächlich von der benutzten Lichtquelle ab.

Eine „Glühlichtquelle“, z. B. der Krater einer Bogenlampe, gibt das breite Band

eines kontinuierlichen Spektrums. Sein eines Ende ist rot, sein anderes violett.

Rotfilterlicht (Filter am besten zwischen Lampe und S_0) liefert einen breiten beiderseits abgeschatteten Streifen. Man kann ihn als das rote Stück eines kontinuierlichen Spektrums beschreiben. Der übliche Name eines solchen breiten, abgeschatteten Streifens ist „Bande“. Die Abb. 196 zeigt eine graphische Darstellung einer Bande.

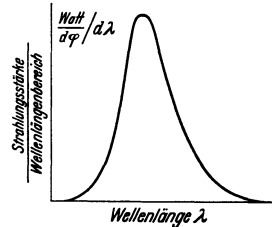


Abb. 196. Graphische Darstellung einer Bande. In der Ordinate kann man statt der Strahlungsstärke je Wellenlängenbereich auch die Bestrahlungsstärke des Schirmes (Watt/m^2) einsetzen.

An dritter Stelle nehmen wir als Lichtquelle eine technische Metaldampf Lampe, z. B. mit Hg-Füllung. Diesmal sehen wir statt eines kontinuierlichen Spektrums ein sogenanntes Linienspektrum: Es besteht aus einigen einfarbigen Bildern des Spaltes. In unserem Beispiel sind die drei auffallendsten gelb, grün und blau¹⁾. Eine Na-Dampf Lampe gibt für das Auge nur ein einziges Bild des Spaltes, einen Streifen von gelber Farbe. Je enger der Spalt, desto schmaler die Bilder.

Doch gelangt man zu einer Grenze: Von einer bestimmten Spaltweite abwärts behalten die bunten Streifen ihre Breite. Die Ränder sind abgeschattiert. Man sieht nicht mehr Bilder des Spaltes, sondern Beugungsfiguren eines Parallellichtbündels der Breite *B*. Jede solche Beugungsfigur nennt man eine Spektrallinie. Ihre graphische Darstellung findet man in Abb. 197.

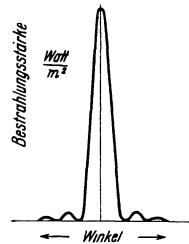


Abb. 197. Spektrallinie als Beugungsbild, schematisch. Ordinate = Bestrahlungsstärke der Bildebene.

Die ersten Minima der Beugungsfigur sind beiderseits gegen die Mitte um einen Winkel α verschoben, definiert durch die Gleichung

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{B}. \quad (21) \text{ von S. 13}$$

Die Herleitung dieser Gleichung setzte eine mathematische Sinuswelle ohne Anfang und Ende voraus. In der Optik kennen wir aber nur Wellengruppen endlicher Länge (S. 67). Ihnen entsprechen Wellenlängen-Bereiche um eine mittlere Wellenlänge λ . Für experimentelle Zwecke kann man aber manche dieser Wellengruppen in hinreichender Näherung als unbegrenzte

¹⁾ Alle diese Bilder sind gekrümmt, zum roten Ende des Spektrums hin durchgewölbt. Die Krümmung entsteht durch Strahlen außerhalb des Prismenhauptschnittes. Sie laufen also in Abb. 195 gegen die Papierebene geneigt. Diese Strahlen werden stärker abgelenkt als nach den Gleichungen (7) und (8) von S. 8.

Wellenzüge benutzen. Oft genügt schon das Licht einer Na-Dampfampe. Mit diesem lassen sich die drei wesentlichen Punkte bequem vorführen:

1. Eine Spektrallinie entsteht nur bei hinreichend engem Kollimatorspalt (S_0 in Abb. 195).

2. Eine Spektrallinie ist die FRAUNHOFERSche Beugungsfigur eines Parallellichtbündels. (Zur Vorführung mache man B in Abb. 195 etwa 5 mm weit!)

3. Ein weiter Kollimatorspalt läßt keine Spektrallinien entstehen. Ein weiter Spalt wird abgebildet. Die Breite der Bilder hängt von der Breite des Spaltes ab. (Trotzdem nennt man die Gesamtheit dieser Bilder ein Linienspektrum.)

§ 50. Auflösungsvermögen und Dispersion eines Prismas. Die soeben vorgeführten Tatsachen führen zur Leistungsgrenze eines Prismen-Spektralapparates.

Ein Spektralapparat soll Lichtarten verschiedener Wellenlänge räumlich nebeneinander ordnen. In Abb. 195 möge das links einfallende Lichtbündel aus zwei Lichtarten bestehen, die eine mit der mittleren Wellenlänge λ und der Brechzahl n , die andere mit $(\lambda - d\lambda)$ und $(n + dn)$. Nach der Brechung erscheinen rechts zwei um den Winkel γ getrennte Parallellichtbündel, für λ ausgezogen, für $(\lambda - d\lambda)$ gestrichelt eingezeichnet. Dabei gilt

$$\sin \gamma = S \cdot dn/B \quad (56)$$

(S = Länge der Prismenbasis, B = Durchmesser der Lichtbündel nach der Brechung).

Herleitung: Für die Lichtart λ ist die optische Weglänge (S. 5) $KX = Sn$, für die Lichtart $(\lambda - d\lambda)$ ist sie $KY = S(n + dn)$. Der Abstand XY ist mit großer Näherung = $KY - KX$, also $XY = S \cdot dn$. — Ferner ist $\sin \gamma = XY/B$.

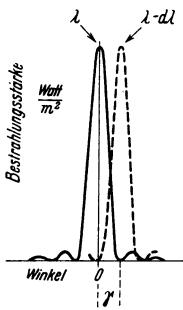


Abb. 198. Zwei gerade „aufgelöste“, d. h. voneinander getrennte Spektrallinien.

Jedes der beiden Bündel erzeugt für sich in der Brennebene der Linse II eine „Spektrallinie“, d. h. eine Beugungsfigur. Beide sind in Abb. 198 skizziert. Die Spektrallinie der Wellenlänge $(\lambda - d\lambda)$ soll deutlich von der Spektrallinie der Wellenlänge λ getrennt sein, also muß sie mindestens in das mit γ markierte Minimum fallen. Das geschieht für $\alpha = \gamma$. So bekommen wir durch Zusammenfassung der Gl. (21) und (56)

$$\lambda = S \cdot dn \quad (57)$$

oder

$$\lambda/d\lambda = - S \cdot dn/d\lambda \quad (58)$$

($dn/d\lambda$ ist immer negativ, das willkürlich eingefügte Minuszeichen macht den Zahlenwert von $\lambda/d\lambda$ positiv).

Das Verhältnis $\lambda/d\lambda$ nennt man das Auflösungsvermögen des Prismas (Lord RAYLEIGH, 1842—1919).

Zahlenbeispiel: $S = 5$ cm

$$\lambda_1 = 5,893 \cdot 10^{-5} \text{ cm}, \quad n_1 = 1,64769,$$

$$\lambda_2 = 5,876 \cdot 10^{-5} \text{ cm}, \quad n_2 = 1,64786,$$

$$dn/d\lambda = -10^3,$$

$$\lambda/d\lambda = 5000.$$

Oder in Worten: Dieses Prisma vermag noch zwei Lichtarten zu trennen, deren Wellenlängen sich nur um ein Fünftausendstel unterscheiden.

Das Auflösungsvermögen hängt überraschenderweise nicht vom brechenden Winkel des Prismas ab, sondern bei gegebenem Prismenbaustoff nur von der

Länge S der Prismenbasis. Die Auflösung läßt sich durch eine Reihenschaltung mehrerer Prismen vergrößern. Ein Mehrfachapparat mit vier Einzelprismen der Basislänge 5 cm wirkt wie ein großes Prisma von 20 cm Basis. Sein Auflösungsvermögen würde nach obigem Beispiel rund 20000 betragen.

Zum Schluß noch zwei Bemerkungen: 1. Man verwechsle nicht die „Dispersion“ eines Prismas, definiert durch das Verhältnis $\gamma/d\lambda$ (Abb. 195) mit seinem Auflösungsvermögen, definiert durch Gl. (58). — Bei symmetrischem Strahlengang, Abb. 14, ist die Ablenkung des austretenden Lichtbündels am kleinsten, sein Durchmesser B aber am größten. Ein unsymmetrischer Strahlengang vergrößert zwar die Dispersion $\gamma/d\lambda$, aber nicht die Auflösung $\lambda/d\lambda$.

2. Das Wort Spektrallinie ist leider sehr abgegriffen. Man benutzt es neben seiner ursprünglichen Bedeutung oft in übertragenem Sinne. Ein Beispiel gab schon S. 84 oben das Wort „Linienspektrum“. Weiteres in § 56.

§ 51. Das Beugungsgitter und seine Anwendung im Spektralapparat. Der wichtigste Teil eines Spektralapparates, das Prisma, läßt sich durch eine ganz

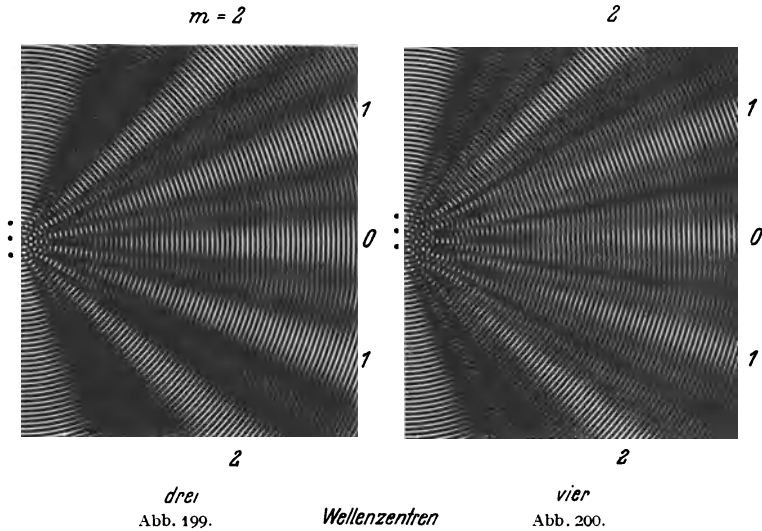


Abb. 199 und 200. Modellversuch zur Interferenz von drei und vier Wellenzügen mit äquidistanten, durch Punkte markierten Zentren. Es werden drei bzw. vier Glasbilder (vgl. Abb. 60) aufeinander projiziert.

andersartige Vorrichtung ersetzen, nämlich ein Gitter. — Der Gitter-Spektralapparat ist nicht minder bedeutsam als der Prismenapparat. Beide Typen ergänzen sich in glücklichster Weise.

Die elementare Darstellung des Prismas läßt die Begrenzung der Lichtbündel und damit die Beugung außer acht. Man muß dann die Spektrallinien als sehr schmale Bilder des Spaltes einführen. Das genügt für viele Zwecke. Beim Gitter hingegen muß auch die einfachste Darstellung die Beugung als wesentlich an den Anfang stellen.

Wir knüpfen an den klassischen Interferenzversuch von THOMAS YOUNG an. Wir zeigten ihn in Abb. 152, S. 64, im Modellversuch. Von zwei kleinen Öffnungen gingen zwei Wellenzüge aus. Beide divergierten stark infolge der Beugung, und aus diesem Grunde konnten sie sich durchschneiden. So entstand die Interferenzfigur der Abb. 152. Diesen Modellversuch führen wir jetzt fort. Wir benutzen erst drei, dann vier und endlich allgemein N Öffnungen als Wellenzentren. Sie werden in gleichen Abständen auf eine gerade Linie gelegt. Für drei und für vier Wellenzentren sind die Interferenzfiguren in den Abb. 199

und 200 abgedruckt. — Bei der Erhöhung der Zentrenzahl finden wir zweierlei¹⁾:

1. Mit wachsendem N bleiben die schon bei zwei Zentren vorhandenen Maxima erhalten, doch wird jedes einzelne auf einen engeren Winkelbereich zusammengedrängt.

2. Zwischen je zwei benachbarten Maximis erscheinen $(N - 2)$ Nebenmaxima, also eins in Abb. 199, zwei in Abb. 200 usf.

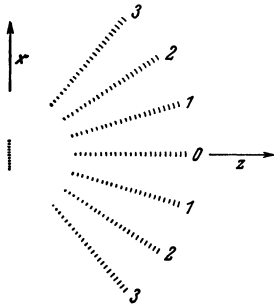


Abb. 201. Die Interferenzfigur eines linearen, vertikal stehenden Punktgitters in schematischer Darstellung.

Derartige Anordnungen von N äquidistanten Wellenzentren auf einer geraden Linie nennt man ein lineares Punktgitter. Im Grenzfall großer N , also sehr vieler Gitterpunkte, kann man die $(N - 2)$ kleinen Nebenmaxima außer acht lassen. Dann gilt für die Interferenzfigur eines linearen Punktgitters das einfache, in Abb. 201 skizzierte Schema. Der Winkelabstand des Maximums m' ter Ordnung berechnet sich ebenso wie früher für zwei Wellenzentren nach der Gleichung

$$\sin \alpha'_m = \frac{m' \lambda}{D'}. \quad \text{Gl. (39) von Seite 60}$$

(D' = Abstand zweier benachbarter Wellenzentren oder „Gitterkonstante“, $m' \lambda$ = Gangunterschied der Wellenzüge aus je zwei benachbarten Öffnungen.)

Die mit dem Modellversuch gewonnenen Kenntnisse sind auf das Licht zu übertragen. Als Gitter genügt eine Reihe äquidistanter kleiner Löcher. Doch lassen diese nur wenig Licht hindurch, und daher ersetzt man sie zweckmäßig durch eine Reihe paralleler Spaltöffnungen. Eine solche Anordnung heißt ein Strichgitter (Abb. 202). Es wird an Stelle eines Prismas in den Spektralapparat gesetzt (Abb. 203). Man beobachtet also die Beugungsfigur in der Brennebene einer Linse II . (FRAUNHOFERSche Art. Für Einzelbeobachtung läßt man auch hier den Schirm fort und

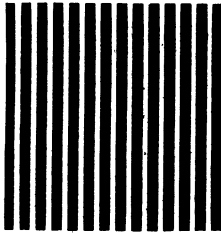


Abb. 202. Strichgitter in 20-facher Vergrößerung. Die Gitterstäbe sind Furchen in einer Glasoberfläche, ausgefüllt mit einem lichtundurchlässigen Stoff.

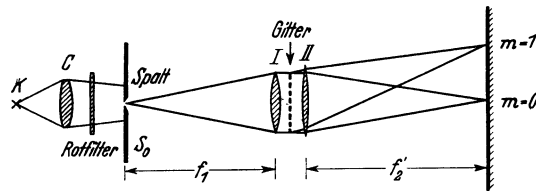


Abb. 203. Gitter-Spektralapparat (J. FRAUNHOFER 1824). Der rückwärts beleuchtete Spalt S_0 und die Linse I werden zusammen wieder Kollimator genannt. m = Ordnungszahl. Bei Schauversuchen wird die rechte Linse meist fortgelassen und der Schirm in einigen Metern Abstand aufgestellt (vgl. Abb. 30). Für das zentrale Maximum ($m = 0$) und eine Spektrallinie erster Ordnung ($m = 1$) sind die Bündelgrenzen eingezeichnet.

betrachtet die Brennebene der Linse II mit einer Okularlupe. Linse II plus Okular bilden wieder ein Fernrohr.)

Die Abb. 204 zeigt in den Zeilen $a-e$ die Interferenzfigur für $N=3, 4, 5, 6$ und 10 Gitteröffnungen. Man erhält 1, 2, 3, 4 und 8 Nebenmaxima. Die Hauptmaxima kennzeichnet man auch hier durch Ordnungszahlen m . ($m \lambda$ bedeutet wieder den Gangunterschied der beiden Wellenzüge aus je zwei benachbarten Gitteröffnungen.) Mit wachsenden Werten von N (Zahl der Gitteröffnungen)

¹⁾ Beides läßt sich unschwer graphisch herleiten. Das Verfahren ist im Mechanikband, S. 215, erläutert.

werden die Hauptmaxima schmäler und die Nebenmaxima kleiner. In Abb. 204, Zeile *f*, betrug die Zahl *N* rund 250, und außerdem wurde das Licht einer Natriumdampflampe benutzt. Hier sind die Nebenmaxima praktisch verschwunden. Die Hauptmaxima sind zu recht scharfen Bildern des Kollimatorspaltes *S*₀ geworden.

Jetzt geht es genau so weiter wie beim Prismenspektralapparat. Je enger der Spalt, desto schmäler die Bilder. Doch gelangt man auch hier zu einer Grenze: Von einem bestimmten Wert des Spaltes *S*₀ abwärts behalten die Streifen ihre Breite. Man sieht eine Beugungsfigur nach dem Schema der Abb. 205. Man denke sich diese Beugungsfigur in vielfacher Wiederholung verlängert. Sie hat, anders als beim Prisma, für eine Wellenlänge λ nicht ein Maximum, sondern eine ganze Reihe. Jedes einzelne Maximum der Beugungsfigur nennt man eine Spektrallinie der Wellenlänge λ . Man unterscheidet beim Gitter die verschiedenen Spektrallinien der gleichen Wellenlänge durch ihre Ordnungszahl *m* [vgl. oben Gl. (39)].

§ 52. Das Auflösungsvermögen des Gitters und der nutzbare Wellenlängenbereich. Vorzerlegung. Wie für das Prisma kann man auch für das Gitter ein Auflösungsvermögen $\lambda/d\lambda$ berechnen. — Wir

knüpfen an den Anfang des Paragraphen 51 an und können jetzt sagen:

Bei *N* Wellenzentren (z. B. Gitteröffnungen) ist eine Spektrallinie *m*-ter Ordnung von der benachbarten mit (*m* + 1)-ter Ordnung durch (*N* - 2) Nebenmaxima, also durch (*N* - 1) Minima getrennt (Abb. 205). Die Spektrallinie *m*-ter Ordnung

entsteht bei einem Gangunterschied von $m\lambda$ zwischen zwei benachbarten Wellenzügen. Bei der nächstfolgenden Spektrallinie von (*m* + 1)-ter Ordnung ist dieser Gangunterschied um eine ganze Wellenlänge λ angewachsen. Folglich ist er beim ersten auf die Linie *m*-ter Ordnung folgenden Minimum γ erst um einen Bruchteil von λ angewachsen, nämlich von $m\lambda$ auf $m\lambda + \lambda/N$. — Jetzt soll eine Spektrallinie *m*-ter Ordnung der Wellenlänge $(\lambda + d\lambda)$ von der Spektrallinie *m*-ter Ordnung der Wellenlänge λ zu unterscheiden

sein. Dazu muß die Linie der Wellenlänge $(\lambda + d\lambda)$ mindestens in das erste Minimum γ neben der Spektrallinie der Wellenlänge λ fallen. Somit erhalten wir

$$m(\lambda + d\lambda) = m\lambda + \lambda/N$$

oder

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = N \cdot m. \tag{59}$$

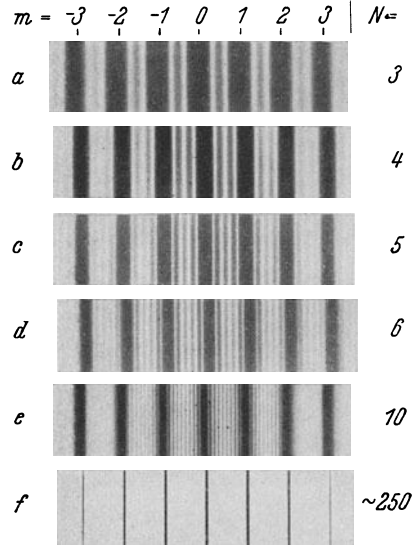


Abb. 204. Die Beugungsfigur eines Strichgitters (Abb. 202) in Abhängigkeit von der Zahl *N* der Gitteröffnungen. *m* = Ordnungszahl. Für die Bilder *a* - *e* genügt Rotfilterlicht (photographisches Negativ).

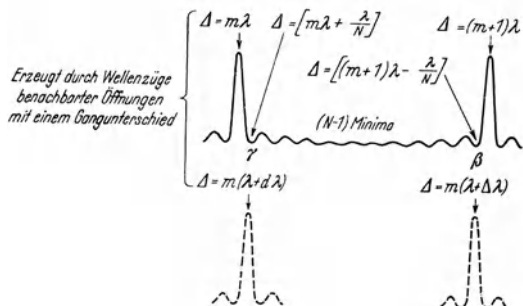


Abb. 205. Zur Auflösung und zum nutzbaren Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ eines Gitter-Spektralapparates. Der Übersichtlichkeit halber sind die Spektrallinien (ausgezogen und gestrichelt) nicht wie in Abb. 198 neben-, sondern untereinander gezeichnet. Nebenmaxima überhöht.

In Worten: Beim Gitter ist das Auflösungsvermögen für eine Spektrallinie erster Ordnung gleich der Zahl der Gitteröffnungen N . Für Spektrallinien höherer Ordnungszahl m steigt es proportional mit m .

Zahlenbeispiele für das Auflösungsvermögen praktisch üblicher Gitter werden in § 53 folgen. Dabei wird sich das Gitter dem Prisma als überlegen erweisen.

Bei einem Vergleich von Gitter und Prisma darf man jedoch nicht allein das Auflösungsvermögen bewerten. Sehr wichtig ist auch der „nutzbare Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ “¹⁾.

Ein Prisma macht immer nur ein einziges Spektrum. In ihm gehört zu jeder Richtung nur eine Wellenlänge.

Ein Gitter hingegen macht stets eine ganze Reihe von Spektren mit verschiedenen Ordnungszahlen m , und alle diese Spektren überlappen sich. Zu jeder Richtung gehören mehrere Wellenlängen, nämlich λ für $m=1$, $\lambda/2$ für $m=2$, $\lambda/3$ für $m=3$ usw. Eine eindeutige Zuordnung zwischen Wellenlänge und Richtung gibt es immer nur in einem Bereiche $\Delta\lambda$. — Man nehme die Abb. 205 zur Hand. Eine Spektrallinie der Wellenlänge $(\lambda + \Delta\lambda)$ und der Ordnungszahl m darf höchstens in das Minimum β unmittelbar vor der Spektrallinie $(m+1)$ -ter Ordnung der Wellenlänge λ fallen. Sonst geht die eindeutige Zuordnung zwischen Spektrallinie und Ablenkungswinkel verloren.

So bekommen wir

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda - \lambda/N$$

oder, falls λ/N neben λ vernachlässigt wird,

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}. \quad (60)$$

Der günstigste Fall ergibt sich für $m=1$, dann wird $\Delta\lambda = \lambda$. D. h. ein Spektrum erster Ordnung gibt in einem Bereich von λ bis 2λ , also innerhalb einer vollen Oktave, eine eindeutige Zuordnung zwischen Wellenlänge und Winkelablenkung. — Sind noch Wellenlängen außerhalb des Oktavenbereiches vorhanden, so müssen diese irgendwie ausgesondert werden.

Für Beobachtungen mit dem Auge (zum Unterschied etwa von einer photographischen Platte) bedarf es für diese Aussonderung keiner Hilfsvorrichtung. Unser Auge wirkt selbst selektiv, es reagiert nur auf Wellen im Bereiche von rund einer Oktave (etwa 0,4 bis 0,75 μ). Infolge dieses Umstandes vermag das Auge ein ganzes Spektrum erster Ordnung ungestört zu überblicken.

Anders aber im Bereich hoher Ordnungszahlen, z. B. $m=3$: Hier ist der nutzbare Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ nur noch gleich $\frac{1}{3}\lambda$. Infolgedessen bedarf selbst das Auge einer „Vorzerlegung“ durch eine Hilfsvorrichtung. Diese muß die unerwünschten Wellen aussondern. Oft genügt schon ein Filter. Dies darf für $m=3$ z. B. Wellen zwischen 0,45 und 0,6 μ oder zwischen 0,6 und 0,8 μ durchlassen usw.

§ 53. Ausführungsformen von Beugungsgittern. Die wichtigste Form des optischen Gitters ist schon 1821 von J. FRAUNHOFER angegeben worden. Das FRAUNHOFERSche Gitter benutzt kleine Ordnungszahlen m , meist zwischen 1 und 5, und sehr viele Gitteröffnungen. Man geht heute bis zu $N=10^5$. So erreicht man schon in der zweiten Ordnung ein Auflösungsvermögen von $2 \cdot 10^5$ [Gl. (59)]. D. h. das Gitter vermag noch zwei Lichtarten mit einem Wellenlängenunterschied von nur 5 Millionstel voneinander zu trennen. Dabei ist der nutzbare Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ noch sehr groß. Man bekommt in der zweiten Ordnung $\Delta\lambda = 0,5\lambda$. Man kann also z. B. das sichtbare Spektrum von 0,75 bis 0,4 μ zugleich überblicken.

¹⁾ Der Leser verwechsle nicht das Zeichen Δ mit dem für den Gangunterschied benutzten Buchstaben Δ .

Sämtliche Gitteröffnungen müssen vor der Fläche einer Linse oder eines Hohlspiegels untergebracht werden. Linsen und Hohlspiegel sind im Laboratorium nur selten mit einem Durchmesser von mehr als 20 cm verfügbar. Allein aus diesem (finanziellen) Grunde muß man die Öffnungen des FRAUNHOFERSchen Gitters äußerst eng zusammendrängen und alle 10^5 -Öffnungen nebeneinander auf einer Fläche von nur 20 cm Durchmesser unterbringen. Das kann man nicht mehr wie beim Bau eines Gartenzaunes mit Stäben und Lücken erreichen. Man ritzt vielmehr die Gitterteilung mit parallelen Furchen auf eine hochglanzpolierte Metallfläche. Man benutzt dazu eine vollautomatische Teilmaschine mit einem Diamantstichel. Man erreicht so 800 Furchen je Millimeter, bei 10 cm Furchenlänge eine erstaunliche Leistung! (H. A. ROWLAND 1882). Die so geritzten Gitter verwendet man am besten als Reflexionsgitter. Oft benutzt man sie auch als Matrizen zum Abguß durchlässiger Gitter aus Zelluloid oder dergleichen. Viele Gitter werden auf einen metallischen Hohlspiegel geritzt. Mit einem solchen „Konkavgitter“ erspart man die Linse vor dem Gitter.

Gleichförmig geteilt ist die Sehne, nicht ein Großkreis der Kugelfläche. — Bei einem Konkavgitter vom Krümmungsradius ρ müssen die Lichtquelle, der Mittelpunkt des Gitters und der Mittelpunkt des Beobachtungsschirmes auf Punkten eines Kreises vom Radius $\rho/2$ liegen. Der Beobachtungsschirm muß den Krümmungsradius $\rho/2$ erhalten. Seine Normale muß ebenso wie die des Gitters zum Krümmungsmittelpunkt des genannten Kreises weisen.

Bei der quantitativen Behandlung der Beugungsgitter ist die wesentliche Größe der Abstand D benachbarter Wellenzentren. Man nennt ihn die Gitterkonstante. Sie bestimmt die Lage der Interferenzmaxima [Gl. (39)].

Im Bereich einer Gitterkonstante liegt eine schmale Spaltöffnung und ein breiter undurchsichtiger Gitterbalken. Beide zusammen bilden einen „Elementarbereich“ des Gitters. Ein solcher kann in sehr verschiedener Weise ausgestaltet werden. Damit beeinflußt man nur die Verteilung der Strahlungsleistung auf die Spektrallinien verschiedener Ordnung. Diesen Einfluß bezeichnet man kurz als „Formfaktor“. Wir bringen einige Beispiele von Strichgittern mit verschiedenen gestalteten Elementarbereichen.

I. Rastergitter.

Dies Gitter besteht aus durchlässigen Spalten und undurchlässigen Balken von genau gleicher Breite. Es erzeugt nur Spektrallinien von ungerader Ordnungszahl. — Grund: In den Richtungen der geraden Ordnungszahlen hat die Beugungsfigur jeder einzelnen Spaltöffnung gerade ein Minimum [Gl. (21) von S. 13]. In dieser Richtung fehlt also jegliche Strahlung.

II. Spiegelflächengitter.

In eine spiegelnde Metalloberfläche werden Furchen mit einem einseitigen Dreiecksprofil gedrückt, beispielsweise wie in Abb. 206. Man läßt ein Parallellichtbündel I in Richtung der Gitternormale einfallen. Der größte Teil seiner Energie wird nach dem Reflexionsgesetz in Richtung 2 reflektiert. Durch passende Wahl der Gitterkonstanten d kann man in diese Richtung und ihre Nachbarschaft das Spektrum erster Ordnung verlegen. Dann bekommt dieses eine weitaus größere Strahlungsleistung als die Spektra aller übrigen Ordnungen beiderseits der Gitternormalen. Das Gitter hat praktisch nur noch ein Spektrum. — Solche Spiegelflächengitter lassen sich besonders gut für die langen Wellen des Ultrarot herstellen ($\lambda =$ etwa 10 bis 300 μ), gelingen aber auch für den sichtbaren Spektralbereich.

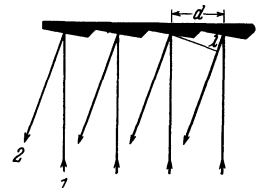


Abb. 206. Spiegelflächengitter (Echelette).

III. Das Stufengitter.

Für jedes Gitter gilt: Auflösungsvermögen $\frac{\lambda}{d\lambda} = N \cdot m$, (59) von S. 87

nutzbarer Wellenlängenbereich $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$. (60) von S. 88

($m =$ Ordnungszahl, $m\lambda =$ Gangunterschied der Wellenzüge aus je zwei benachbarten Gitteröffnungen.)

Bei der FRAUNHOFERSchen Bauart ist N groß, m klein. Dadurch vereinigt sich ein hohes Auflösungsvermögen mit einem großen nutzbaren Wellenbereich $\Delta\lambda$.

Die andere Möglichkeit, N klein und m groß, gibt zwar ebenfalls ein hohes Auflösungsvermögen, aber der nutzbare Bereich λ wird sehr klein. (Man muß zur „Vorzerlegung“ S. 88 einen Prismen-Spektralapparat benutzen.) Als Beispiel einer solchen Bauart erwähnen wir

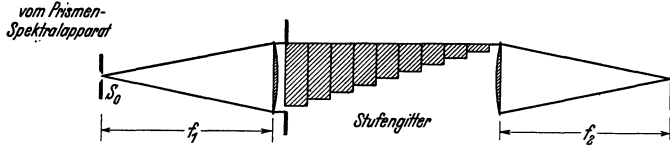


Abb. 207. Schema eines Stufengitters. Es sind 9 planparallele Glasplatten gleicher Dicke h (etwa 1 cm) treppenförmig aufeinander gelegt. So entstehen 10 Stufen als Gitteröffnungen. Der Gangunterschied $\Delta = h(n-1)$ der Wellenzüge aus zwei benachbarten Stufen ist ungefähr $= 10^4 \lambda$, entsprechend einer Ordnungszahl $m = 10^4$. Jede Stufe oder Öffnung muß etwa 2 mm breit sein, sonst lassen die 10 Öffnungen zusammen keine ausreichende Strahlungsleistung hindurch. Bei Öffnungen dieser Werte werden aber die austretenden Wellen sehr wenig divergent (im Gegensatz zu Abb. 151). Daher wird die Winkelausdehnung des ganzen Spektrums sehr klein. Außerdem werden die Spektrallinien nicht die einfachen Beugungsfiguren einer rechteckigen Öffnung (Abb. 197), sondern die einer „Stufe“ (vgl. S. 94). Die gleiche Wellenlänge erzeugt je nach dem Gangunterschied ($m\lambda$ gerade oder ungerade) eine oder 2 Spektrallinien (vgl. Abb. 214/215). Der Spalt S_0 ist in die Bildebene des Prismenspektralapparates zu legen.

ganz kurz das Stufengitter (Abb. 207 mit Satzbeschriftung). Es stellt keine glückliche Lösung dar. Die Leistungen dieses kostspieligen Apparates lassen sich mit erheblich einfacheren Hilfsmitteln erzielen. Das werden wir in § 56 sehen.

IV. Verschwommene Gitter.

Beim Rastergitter wechselt die Lichtdurchlässigkeit un stetig zwischen 0 und 100%. Statt dessen kann man den Übergang auch stetig gestalten, oder anders gesagt, den Öffnungen verschwommene Ränder geben. Im einfachsten Fall gibt man der Lichtdurchlässigkeit eine sinusförmige Verteilung. Man kann sie sich am unteren Teil der Abb. 248, S. 112, veranschaulichen. Ein solches Gitter mit sinusförmiger Durchlässigkeitsverteilung erzeugt mit monochromatischer Strahlung nur die beiden Spektrallinien erster Ordnung (Schauversuch!). — Auf dieser Tatsache beruht die Anwendung der Gitterbeugung zur Aufklärung unbekannter Gitterstrukturen. — Lehrreich ist folgendes Beispiel:

Der Rand eines Tonfilmstreifens mit „Dichteschrift“ läßt sich als Überlagerung von Sinusgittern mit verschiedenen Gitterkonstanten auffassen: Jedem einzelnen Teilton entspricht ein sinusförmig durchlässiges Teilgitter. Infolgedessen kann man einen Tonfilmrand als optisches Beugungsgitter verwenden. Mit monochromatischem Licht erzeugt jedes einzelne Teilgitter beiderseits der Symmetrieachse eine optische Spektrallinie. Ihr Winkelabstand ist ein Maß für die Gitterkonstante des Teilgitters und damit auch für die Frequenz des Teiltone. Die Strahlungsstärke der Spektrallinie ist ein Maß für die mehr oder minder starke Ausbildung des betreffenden Teilgitters und damit auch für die Stärke des zugehörigen Teiltone. Die nebeneinanderliegenden Spektrallinien aller im Film enthaltenen Teilgitter bilden in ihrer Gesamtheit einen breiten Streifen mit deutlicher Struktur: Es ist eine optische Wiedergabe des im Tonfilm enthaltenen akustischen Spektrums.

§ 54. Die Erzeugung von Wellengruppen durch den Spektralapparat. Bisher haben wir die Wirkungsweise des Gitters mit Hilfe von monochromatischem Licht beschrieben. Wir ließen Sinuswellen das Gitter passieren. Man kann jedoch ebensogut vom Glühlicht ausgehen und zu einer recht brauchbaren Beschreibung der Gitterwirkung gelangen. Dem Glühlicht konnten wir keine langen Wellengruppen zuordnen, sondern nur eine regellose Folge fast unperiodischer Stöße (S. 68). Monochromatische Strahlungen, mit den Eigenschaften langer Wellengruppen, werden erst vom Spektralapparat erzeugt. Das ist im Falle

des Gitters anschaulich zu übersehen. Wir wollen daher die Entstehung des kontinuierlichen sichtbaren Spektrums erster Ordnung behandeln.

Die Abb. 208 zeigt ein Beugungsgitter mit N Öffnungen. Auf seine Fläche fällt senkrecht ein parallel begrenztes Bündel Glühlicht. Die Linie A soll diesmal nicht einen Wellenberg bedeuten, sondern einen Stoß, z. B. mit dem Profil a (Abb. 209). Ein zweiter, ihm vorangegangener Stoß hat bereits das Gitter passiert und ist dabei in N Stöße von gleichem Profil aufgespalten worden. Diese Stöße laufen in Form exzentrisch angeordneter Kreise nach rechts unten, gezeichnet ist aber nur ein Stück der Kreisbögen. Längs einer Pfeilrichtung r (oder v) zeigt die Folge dieser Stöße die Kurve b einer nicht-sinusförmigen Wellengruppe (Abb. 209). Sie besteht aus N aufeinanderfolgenden Stößen vom Profil a . Der Abstand zweier Stöße ist in Richtung r groß, in Richtung v klein. Längs r möge er beispielsweise $0,75 \mu$ betragen, längs v nur $0,4 \mu$.

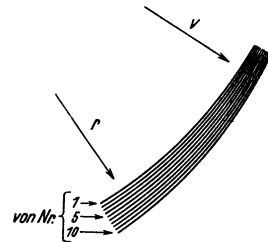
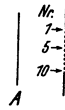


Abb. 208. Zur Erzeugung von Wellengruppen durch ein Gitter.

Jede solche nicht-sinusförmige Wellengruppe b läßt sich (nach FOURIER) auffassen als die Überlagerung gleich langer Gruppen von Sinuswellen mit den Wellenlängen $\lambda, \lambda/2, \lambda/3$ usw. Das ist in den Zeilen c, d, e, f usw. dargestellt. (Mechanikband § 99.)

Jetzt kommt ein wesentlicher Punkt: Wir wollen mit dem Auge beobachten. Das Auge wirkt selektiv, d. h. aussondernd. Es reagiert nur auf Wellen zwischen $0,75 \mu$ und $0,4 \mu$. Folglich sieht es in der Richtung r nur eine sinusförmige Wellengruppe (Kurve c) mit $\lambda = 0,75 \mu$ (rot) und in Richtung v mit $\lambda = 0,4 \mu$ (violett). So darf man knapp, aber unmißverständlich sagen: Das kontinuierliche Spektrum entsteht als eine Gruppe exzentrischer Sinuswellen. Die Zahl der Wellen¹⁾ in dieser Gruppe ist hier im Spektrum erster Ordnung gleich der Zahl der Gitteröffnungen N . N ist aber im Spektrum erster Ordnung gleichzeitig

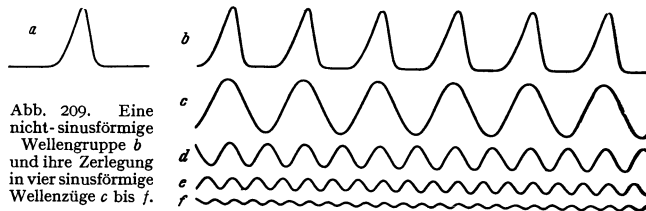


Abb. 209. Eine nicht-sinusförmige Wellengruppe b und ihre Zerlegung in vier sinusförmige Wellenzüge c bis f .

$= \frac{\lambda}{d\lambda}$ [Gl. (59)]. So bekommt das Auflösungsvermögen eine einfache Bedeutung. Es ist die Zahl der Wellen¹⁾, die

das Gitter aus Glühlicht herstellt und zu einer Gruppe vereinigt. Dieser Satz läßt sich allgemein für Spektren beliebiger Ordnungszahlen m herleiten. Für die zweite Ordnung muß man mit der Kurve d beginnen. Ebenso gilt der Satz für das Prisma, nur ist er dort weniger einfach zu begründen.

Den entsprechenden akustischen Versuch (J. J. OPPEL 1855) beobachtet man nicht selten auf der Straße. Geht man auf hartem Steinplattenboden neben einem Gartenzaun, so hört man bei jedem Schritt einen pfeifenden Klang von merklicher Dauer. Der Zaun wirkt als Reflexionsgitter. Jede Latte wirft den vom Fuß ausgehenden Luftstoß zurück, und so macht das Gitter aus einem unperiodischen Stoß eine nicht-sinusförmige Wellengruppe. Unser Ohr ist viel weniger selektiv als das Auge. Das Ohr reagiert auf etwa 10 Oktaven. Es reagiert

¹⁾ Unter Wellen verstehen wir hier „Berg + Tal“, es fehlt dafür ein Wort.

also nicht nur auf die längste Welle λ , sondern auch auf $\lambda/2$, $\lambda/3$ usw. Es hört daher die nicht-sinusförmige Wellengruppe als Klang und nicht, wie im Falle eines Sinusprofils, als Ton.

Den Nutzen dieser Beschreibungsweise zeigen wir im nächsten Paragraphen an einem Beispiel.

§ 55. TALBOTSche Interferenzstreifen im kontinuierlichen Spektrum. Beugungsfigur einer Stufe. In einem kontinuierlichen Spektrum lassen sich in verschiedener Weise Interferenzstreifen herstellen. Man hat irgendeine Interferenzanordnung und einen Spektralapparat hintereinander zu schalten (§ 74). Diese Interferenzstreifen werden für mancherlei Messungen benutzt, z. B. zur Bestimmung von Dispersionskurven und zur Wellenlängeneichung von Spektralapparaten.

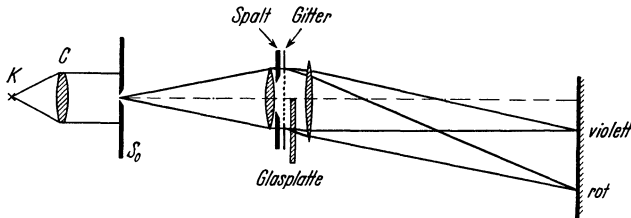


Abb. 210. Zur Vorführung TALBOTScher Streifen mit einem Gitterspektralapparat.

Die Abb. 210 zeigt eine wichtige von TALBOT herrührende Anordnung. In einem Gitterspektralapparat wird das durch das Gitter gehende Parallellichtbündel durch einen veränderlichen Spalt begrenzt. Seine eine Hälfte wird durch eine planparallele Glasplatte abgedeckt, z. B. ein mikroskopisches Deckglas der Dicke d . Dadurch entsteht zwischen den beiden Bündelhälften ein Gangunterschied, d. h. eine Differenz der optischen Wege

$$\Delta = d(n - 1) \quad (61)$$

oder

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{d(n - 1)}{\lambda} = a.$$

Die Wellengruppen der freien Öffnung laufen den durch das Glas gehenden um a Wellenlängen voraus.

Mit dieser Anordnung ergeben sich einige anfänglich recht überraschende Beobachtungen. Wir deuten sie mit Hilfe der Abb. 208.

1. Die Glasplatte habe die in Abb. 210 gezeichnete Stellung. D. h. sie liegt auf der roten Seite des Spektrums. Dann wird das Spektrum senkrecht zu seiner Längsausdehnung von einer großen Zahl dunkler Interferenzstreifen durchzogen. — Deutung: Die vordere Hälfte der exzentrischen, vom Gitter hergestellten Wellengruppe (Wellenberge Nr. 6–10 in Abb. 208) wird durch die Glasplatte verzögert. Infolgedessen überlagert sie sich der hinteren Hälfte (Nr. 1–5) und interferiert mit ihr.

2. Die Stellung der Glasplatte wird gewechselt. Die Platte wird auf die violette Seite des Spektrums gesetzt. Es treten keinerlei Interferenzstreifen auf. Deutung nach Abb. 208: Die hintere Hälfte der Wellengruppe (Nr. 1–5 in Abb. 208) ist durch die Glasplatte verzögert worden. Infolgedessen klafft zwischen beiden Hälften der Wellengruppe eine Lücke. Es gibt keine Überlagerung und keine Interferenz.

3. Die Glasplatte bekommt wieder die ursprüngliche, in Abb. 210 skizzierte Stellung: Man verändert die Weite des Spaltes und findet für sie einen günstigsten Wert: Bei ihm sind die TALBOTSchen Streifen am deutlichsten, bei kleinerer oder größerer Spaltweite verblassen sie. Deutung: Die Weite des Spaltes bestimmt die Zahl N der benutzten Gitteröffnungen und damit die Länge der vom Gitter hergestellten Wellengruppen. Im Spektrum erster Ordnung besteht die ganze Gruppe aus N Wellenbergen bzw. -tälern. (N ist gleich dem Auflösungsvermögen des Gitters.) Die Glasplatte verzögert die Hälfte der Gruppe

um a Wellenlängen [Gl. (61)]. Folglich ergibt $a = \frac{N}{2}$ den günstigsten Fall: Die beiden Hälften der Wellengruppe überlagern sich vollständig. Bei anderen Werten von N hingegen gibt es überstehende nicht interferierende Enden (Abb. 159 S. 67). Bei $a > N$ kommt es überhaupt nicht zu einer Überlagerung beider Teilgruppen.

TALBOTSche Streifen lassen sich mit einem Prismenspektralapparat ebenso vorführen wie mit einem Gitterapparat. Beim Prisma verändert die Weite des Spaltes $S\phi$ ebenfalls das Auflösungsvermögen $\frac{\lambda}{d\lambda} = N = \text{Zahl der Wellen in den vom Prisma hergestellten Gruppen}$ (siehe Abb. 211!). Aber die Entstehung der Gruppen ist nicht so rasch zu übersehen wie beim Gitter.

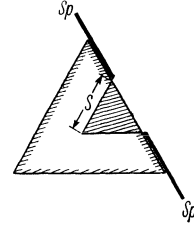


Abb. 211. Veränderung des Auflösungsvermögens $\frac{\lambda}{d\lambda}$ (= Zahl N

der Wellen in den vom Prisma hergestellten Wellengruppen) mit Hilfe eines Spaltes $S\phi$. Hinter dem Spalt wirkt das Prisma nur wie das kleine schraffierte Teilprisma mit der Basislänge S . Ebenso wie der Spalt $S\phi$ würde eine falsche Beleuchtung des Spaltes S_0 in Abb. 195 wirken. Dann gelangte nur Licht zu einem schmalen rechteckigen Streifen der Kollimatorlinse I . Die Linse wäre dann „ungenügend gefüllt“ und das Auflösungsvermögen des Apparates dadurch herabgesetzt.

Der wesentliche Teil der TALBOTSchen Anordnung ist der zur Hälfte durchsichtig abgedeckte Spalt. Man nennt Spalt und Platte zusammen eine „Stufe“. Eine Stufe erzeugt im monochromatischen Licht asymmetrische Beugungsbilder. Doch gibt es zwei symmetrische Grenzfälle:

1. Der von der Platte erzeugte Gangunterschied $\Delta = (n - 1)d$ ist ein geradzahliges Vielfaches von $\lambda/2$. Dann ergibt sich das gleiche Beugungsbild wie bei einem freien Spalt. Abb. 212.

2. Δ ist ein ungeradzahliges Vielfaches von $\lambda/2$ (Abb. 213). Der zentrale Gipfel ist verschwunden, und aus den ihm seitlich benachbarten Tälern sind zwei gleich hohe Gipfel aufgestiegen.

Durch kleine Kippungen der Platte läßt sich d und damit Δ stetig verändern und der stetige Übergang zwischen den beiden Grenzfällen beobachten.

Die Entstehung dieser Beugungsfiguren ist im Modellversuch unschwer vorzuführen. Für den freien Spalt hatten wir früher das Bild eines Wellenzuges auf Glas gezeichnet und das Zentrum dieses Glasbildes rasch längs der Spaltweite hin und her bewegt (Abb. 60 und 61). Nunmehr unterteilen wir den Weg durch eine Stufe und bewegen das Wellenzentrum auf beiden Abschnitten dieses Stufenweges über die Breite der Spaltöffnung hinweg. Das Ergebnis findet sich für die beiden Grenzfälle in den Abb. 214 und 215.

§ 56. Interferometer als Spektralapparate hoher Auflösung. Den Bau ganzer Linienspektren mißt man am besten mit Hilfe großer FRAUNHOFERScher Gitter. — Nicht minder häufig ist jedoch eine andere Aufgabe. Es soll nur die Struktur einer einzelnen Spektrallinie untersucht werden. Das bedeutet: Die Mehrzahl der sogenannten Spektrallinien sind in Wirklichkeit „Banden“ (Abb. 196) von einer zwar geringen aber durchaus endlichen Breite. Sie sind breiter als die eigentlichen Spektrallinien, die der Apparat selbst infolge seines Auflösungsvermögens aus Wellenzügen unbegrenzter Länge herzustellen vermag. Infolgedessen kann der Apparat die Struktur der Banden „auflösen“, d. h. ihre Einzelheiten richtig wiedergeben. Für solche Untersuchungen der sogenannten „Linienstruktur“ (§ 138) braucht man zwar auch das hohe Auflösungsvermögen $\lambda/d\lambda$ eines großen Gitters [Gl. (59)]. Doch genügt ein kleiner nutzbarer Wellenbereich $\Delta\lambda$ [Gl. (60) von S. 88]. Diese Bedingungen lassen sich experimentell mit verhältnismäßig geringem Aufwand erzielen. Man benutzt

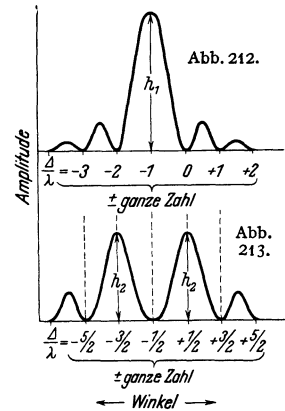


Abb. 212 und 213. Die beiden Grenzfälle für die Beugungsfigur einer Stufe. Oben Gangunterschied $= 2m \frac{\lambda}{2}$, unten $= (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$. (Zugleich Bild der Spektrallinien eines Stufen-gitters in Ein- und Zweior-dnungsstellung.)

zunächst einen Prismenapparat zur Vorzerlegung (gelegentlich genügt sogar ein Filterglas) und sondert so die zu untersuchenden Spektrallinien von

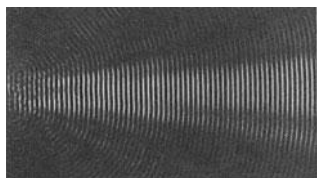


Abb. 214.

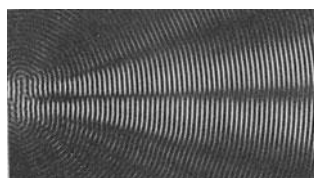


Abb. 215.

Abb. 214 und 215. Modellversuche zur Beugung durch eine Stufe. Der Weg des hin und her bewegten Wellenzentrums enthält bei Abb. 214 eine Stufe der Höhe $4\frac{\lambda}{2}$, bei Abb. 215 der Höhe $5\frac{\lambda}{2}$. Die Bilder zeigen den Verlauf der Wellen für die FRESNELSche Beobachtungsart und entsprechen bei genügender Entfernung von der Stufe den in Abb. 212 und 213 graphisch dargestellten Grenzfällen.

den übrigen ab. Das verbleibende Licht schickt man durch ein Platteninterferometer und beobachtet mit ihm Interferenzkurven gleicher Neigung (§ 41).

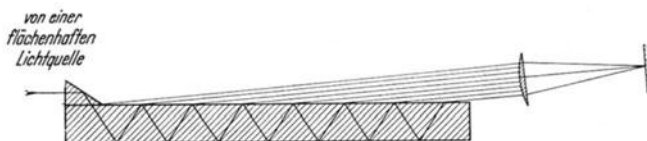


Abb. 216. Schema des Platten-Interferenzspektroskops von LUMMER und GEHRCKE. Vom einfallenden (keineswegs parallel begrenzten) Lichtbündel nur die Achse gezeichnet. Außerdem sind die auf der Unterseite austretenden Teilbündel fortgelassen. Plattendicke in Wirklichkeit etwa $\frac{1}{30}$ der Plattenlänge. Zur Vorführung genügt ein gutes mikroskopisches Deckglas (Hg-Bogenlampe).

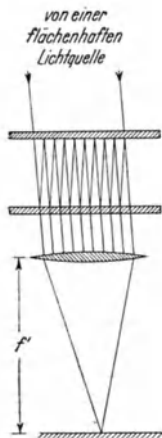


Abb. 217. Schema des Platten-Interferenzspektroskops nach PEROT und FABRY. Nur die Achse eines einfallenden Lichtbündels gezeichnet. Die inneren Oberflächen durchlässig versilbert.

Man benutzt also als Lichtquelle eine ausgedehnte Fläche und nicht wie beim Beugungsgitter einen schmalen belichteten Spalt.

Im Platteninterferometer interferieren im einfachsten Falle nur zwei Lichtbündel, z. B. das an der Vorder- und das an der Rückseite einer Platte reflektierte. Durch geeignete Kunstgriffe kann man aber die Zahl der reflektierten Lichtbündel oder Wellenzüge erheblich erhöhen, etwa auf $N=10$. Damit werden genau wie bei einem Beugungsgitter die Interferenzmaxima in der Brennebene einer Linse zu schmalen Spektrallinien zusammengezogen.

In einer planparallelen Glasplatte kann man eine hohe Reflexion dicht vor der Grenze der Totalreflexion erzielen. So gelangt man zur LUMMER-GEHRCKESchen Interferenzplatte, Abb. 216.

PEROT und FABRY benutzen eine Luftplatte zwischen zwei halbdurchlässig versilberten Glasplatten, Abb. 217. Auch hier sind die Achsen von etwa 10 äquidistanten Lichtbündeln oder Wellenzügen eingezeichnet.

Der Gangunterschied benachbarter Wellenzüge ist in beiden Abbildungen ohne weiteres ersichtlich. Er beträgt je nach der Dicke der Glas- oder Luftplatte meist einige Zehntausende von Wellenlängen. D. h. die Spektrallinien entstehen durch Interferenzen mit Ordnungszahlen m zwischen 10^4 und 10^5 . Demgemäß ist der nutzbare Wellenlängenbereich $\Delta\lambda = \lambda/m$ kleiner als $\frac{1}{10\,000}$ der Wellenlänge.

Leider eignen sich diese hoch auflösenden Spektralapparate nur für Vorführungen in kleinerem Kreise, doch sind es hervorragende Hilfsmittel des Laboratoriums.

§ 57. **Beugung an flächenhaften Punktgittern.** Flächenhafte Punktgitter (Kreuzgitter) bekommt man am einfachsten durch Kreuzen zweier Strichgitter. Die Abb. 218 und 219 zeigen zwei gleichwertige Ausführungen in 20facher Vergrößerung. In Abb. 218 sind die Gitterpunkte durchsichtige Öffnungen, in Abb. 219 gleich große undurchsichtige Scheiben. Man setzt diese Gitter an die

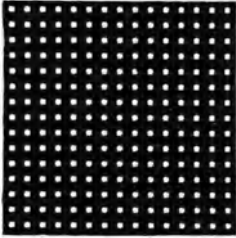


Abb. 218.

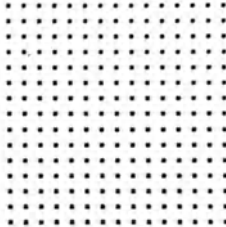


Abb. 219.

Abb. 218 und 219. Zwei flächenhafte Punktgitter mit gleicher Gitterkonstante in 20facher Vergrößerung. Das rechte ein Negativ des linken. Beide Gitter sind zueinander komplementär.

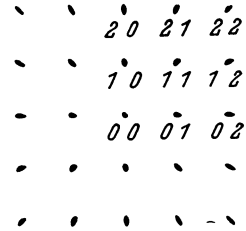


Abb. 220. Beugungsfigur der beiden einander komplementären Punktgitter der Abb. 218 und 219.

Stelle des Strichgitters in Abb. 203 und ersetzt den Spalt S_0 durch ein kleines Loch. Beide Gitter erzeugen die gleiche in Abb. 220 abgedruckte Beugungsfigur. Wir befinden uns also im Gültigkeitsbereich des BABINETSchen Theorems (§ 48). Wir suchen die Beugungsfigur zu deuten.

Die Abb. 201 zeigte uns schematisch die Interferenzfigur eines linearen Punktgitters. Die Skizze ist rotationssymmetrisch zu ergänzen, und zwar um die vertikale Punktfolge (x -Richtung) als Achse. So entsteht ein räumliches Wellenfeld und in diesem bilden die Interferenzmaxima ein System konzentrischer Hohlkegel. Jedem Kegel entspricht eine Ordnungszahl m' . Für seinen Öffnungswinkel ($90^\circ - \alpha_{m'}$) gilt

$$\sin \alpha_{m'} = \frac{m' \lambda}{D'} . \tag{39}$$

Dies Gitter denken wir uns in Abb. 221 mit einer Kugel umgeben. Ihr Radius sei groß gegen die Länge des Punktgitters. Die Kugeloberfläche wird von den Hohlkegeln in Kreisen geschnitten. Es sind deren drei ($m' = 1$ bis $m' = 3$) gezeichnet.

Alsdann gehen wir zu einer flächenhaften Punktfolge über, einem ebenen Flächengitter mit zwei verschiedenen Gitterkonstanten D' und D'' . Jetzt ist die Abb. 221 durch ein zweites System konzentrischer Hohlkegel zu ergänzen, und zwar diesmal mit horizontaler Achse. Jedem dieser Hohlkegel entspricht eine Ordnungszahl m'' . Für seinen Öffnungswinkel ($90^\circ - \beta_{m''}$) gilt

$$\sin \beta_{m''} = \frac{m'' \lambda}{D''} . \tag{62}$$

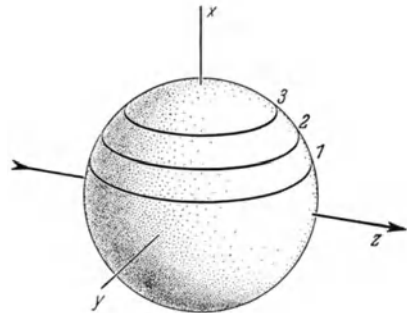


Abb. 221. Zur Beugung durch ein lineares Punktgitter. Das Gitter ist im Mittelpunkt der Kugel der x -Richtung parallel zu denken. Siehe Text.

In Abb. 222 sind die Durchstoßkreise beider Kegelsysteme auf der Kugeloberfläche gezeichnet. Beide Kreissysteme durchschneiden sich. Die Verbindung der Schnittpunkte mit der Gittermitte legt bestimmte Vorzugslinien oder -richtungen fest. In ihnen werden die Gl. (39) und

(62) gleichzeitig erfüllt. Das heißt: Alle Abstände zwischen einem beliebigen Punkte dieser Vorzugslinien einerseits, allen Gitteröffnungen andererseits, unterscheiden sich voneinander nur um ganzzahlige Vielfache einer Wellenlänge (Null einbegriffen). Folglich fällt in jede dieser Vorzugsrichtungen ein Interferenzmaximum. Jedes von ihnen ist durch ein bestimmtes Wertepaar der Ordnungszahlen m' und m'' gekennzeichnet. In Abb. 222 sind einige Wertepaare vermerkt.

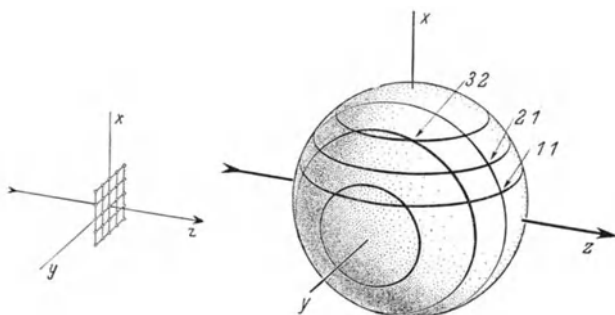


Abb. 222. Zur Beugung durch ein flächenhaftes Punktgitter. Das links stark vergrößert gezeichnete Punktgitter denke man sich im Mittelpunkt der Kugel. Die Beobachtungsebene (Abb. 220) denke man sich senkrecht zur z -Richtung.

Bisher haben wir für die Gitterpunkte rechteckige Elementarbereiche angenommen, im allgemeinen werden es schiefwinklige Parallelegramme sein. In diesem Fall müssen die Achsen beider Kegelsysteme die Richtung der Parallelegrammseiten bekommen. Sonst bleibt alles ungeändert.

§ 58. Die Beugung an räumlichen Punktgittern. Dem Röntgenlicht hat man Wellenlängen zwischen etwa 10^{-11} cm und $5 \cdot 10^{-6}$ cm zuordnen können. (Oft wählt man für sie eine besondere Längeneinheit, nämlich eine X-Einheit oder $XE = 10^{-11}$ cm).

Die grundlegenden Versuche über Beugung und Interferenz lassen sich mit Röntgenlicht genau so gut ausführen wie mit sichtbarem Licht. Wir nennen Beispiele:

1. Die Beugung an einem Spalt, Abb. 35, Spaltweite $5-10 \mu$.
2. Den Interferenzversuch von LLOYD, Abb. 147 und 153.
3. Die Herstellung von Beugungsspektren mit den üblichen Reflexionsgittern aus Metall oder Glas (plan oder konkav, S. 89). Man benutzt nahezu streifende Inzidenz, die Gitterteilung ist nur bei starker perspektivischer Verkürzung fein genug.

Die mit Röntgenlicht photographierten Interferenz- und Beugungsbilder stehen nicht hinter den mit sichtbarem Licht erhaltenen zurück. Bei der Ausführung der Versuche ist ein Punkt zu beobachten. Die Brechzahl aller Stoffe ist für Röntgenlicht nahezu gleich 1 und daher die Reflexion verschwindend gering. Doch hilft ein glücklicher Umstand über diese Schwierigkeit hinweg: Die Brechzahl aller Stoffe ist für Röntgenlicht etwas kleiner als 1 (S. 176). Infolgedessen bekommt man bei nahezu streifendem Einfall eine Totalreflexion.

Für kurzwelliges Röntgenlicht ($\lambda < 2 \cdot 10^{-7}$ cm oder < 20000 X-E) spielen mechanisch geteilte Beugungsgitter nur eine geringe Rolle. Statt ihrer benutzt man nach einem Vorschlag M. VON LAUES (1912) die von der Natur gelieferten Raumgitter der Kristalle. Eine Darstellung des LAUESCHEN Verfahrens hat an § 57 anzuknüpfen. Dort wurden die Flächengitter behandelt, also eine zweidimensionale Punktfolge mit den Gitterkonstanten D' und D'' . Die Interferenzmaxima lagen auf den Schnittlinien zweier Systeme von Kegelflächen, man vgl. Abb. 222.

Beim Raumgitter haben wir eine dreidimensionale Punktfolge mit den Gitterkonstanten D' , D'' und D''' . Man hat daher in Abb. 222 ein drittes System von Hohlkegeln hinzuzufügen. Der Einfachheit halber soll das Raumgitter einen kistenförmigen Elementarbereich haben und daher alle drei Kegelsachsen aufeinander senkrecht stehen. Außerdem soll wieder ein parallel begrenztes

Bei der Ausführung der Versuche ist ein Punkt zu beobachten. Die Brechzahl aller Stoffe ist für Röntgenlicht nahezu gleich 1 und daher die Reflexion verschwindend gering. Doch hilft ein glücklicher Umstand über diese Schwierigkeit hinweg: Die Brechzahl aller Stoffe ist für Röntgenlicht etwas kleiner als 1 (S. 176). Infolgedessen bekommt man bei nahezu streifendem Einfall eine Totalreflexion.

bündel einfallen, und zwar senkrecht auf eine der Gitterflächen (z. B. eine Spaltfläche von Steinsalz). Zu den Gl. (39) und (62) von S. 95 kommt als dritte hinzu

$$\sin \gamma_{m'''} = m''' \lambda / D''' . \quad (63)$$

Somit ist die Abb. 222 jetzt durch die Abb. 223 zu ersetzen. Sie zeigt wieder eine das Gitter umhüllende Kugelfläche. Diesmal wird sie von den Kegelsystemen in drei Kreissystemen durchschnitten. Diese Abbildung zeigt uns sogleich den springenden Punkt: Im

allgemeinen schneiden sich nur Kreise aus je zwei von den drei Kreissystemen in einem Punkt. Nur in Sonderfällen fallen die Schnittpunkte dreier Kreise in einen einzigen zusammen. In diesem Fall legt die Verbindungslinie eines solchen Schnittpunktes mit der Gittermitte eine Vorzugsrichtung fest. Dann unterscheiden sich alle Ab-

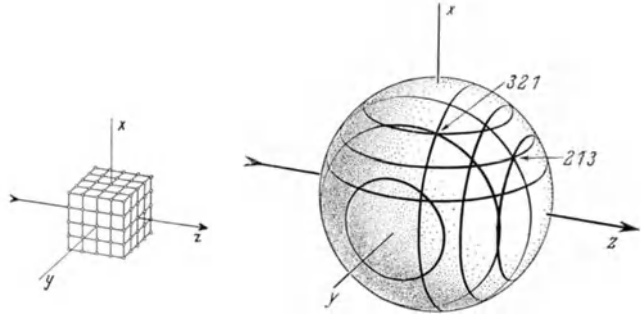


Abb. 223. Zur Beugung durch ein räumliches Punktgitter. Das links stark vergrößert gezeichnete Gitter denke man sich im Mittelpunkt der Kugel. Die Beobachtungsebene (Abb. 224) denke man sich senkrecht zur z-Richtung gestellt.

stände zwischen einem beliebigen Punkt dieser Vorzugslinie einerseits und allen Gitterpunkten andererseits um ganzzahlige Vielfache von λ (Null eingeschlossen). Zu jeder Vorzugsrichtung gehört ein Wertetripel der Ordnungszahlen m' , m'' , m''' . Jedem solchen Wertetripel entspricht ein Interferenzmaximum mit der Vorzugsrichtung als Achse. Wir denken uns in Abb. 223

senkrecht zur z-Richtung eine Beobachtungsebene. Jede Durchstoßstelle eines Interferenzmaximums durch die Beobachtungsebene gibt einen Interferenzfleck. In Abb. 224, einem sogenannten Laue-Diagramm, sind für einige Punkte die drei Ordnungszahlen m' , m'' und m''' vermerkt. Für die Aufnahme eines solchen Interferenzbildes hat man ein dem Glühlicht entsprechendes Röntgenlicht zu benutzen. Nur einige wenige enge Bereiche aus seinem breiten kontinuierlichen Spektrum erfüllen gleichzeitig alle drei Bedingungen (39), (62) und (63). Das Gitter läßt nur Licht aus diesen engen Spektralbereichen hindurch (abgesehen von der nullten Ordnung, der geradlinigen Fortsetzung des einfallenden Lichtbündels).

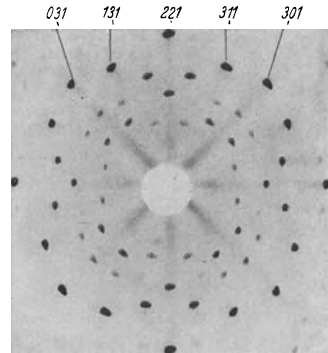


Abb. 224. Laue-Diagramm von NaCl. Die z-Richtung wie in Abb. 223 links parallel zu einer vierzähligen Symmetrieachse des Kristalles.

Genau wie im Bereich des sichtbaren Lichtes haben auch im Röntgengebiet keineswegs alle Lichtquellen ein breites kontinuierliches Spektrum. Oft besitzen Röntgenlampen, wie etwa Na-Dampflampen im Sichtbaren, nur eine Strahlung in einem sehr engen Spektralbereich. Ihre Strahlung ist auf den Bereich einer (oder weniger) Spektrallinien zusammengedrängt, z. B. der Wellenlänge $1,5 \cdot 10^{-8}$ cm für die K_{α} -Spektrallinie der Cu-Atome.

Mitsolchem „monochromatischen“ Licht entwirft jedes Strich- und Flächen-gitter ohne weiteres ein Beugungsspektrum. Ein Raumgitter hingegen muß man erst der Wellenlänge der Spektrallinie anpassen, d. h. man muß eine

seiner drei Gitterkonstanten¹⁾ kontinuierlich verändern und sie passend einstellen. Das ist praktisch unschwer zu erreichen: Für jedes Gitter (auch Strich- und

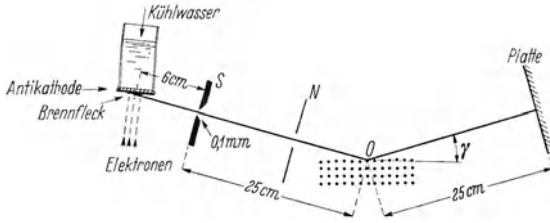


Abb. 225. BRAGGScher Spektrograph für Röntgenlicht. Schematisch. Das Gitter ist viel zu grob gezeichnet. Infolgedessen konnte nur die Reflexion an der obersten Netzebene dargestellt werden. In Wirklichkeit sind viele, ihr parallele, tiefer gelegene Netzebenen beteiligt. Der Brennfleck der Röntgenlampe bildet, vom Spalt S aus in perspektivischer Verkürzung gesehen, eine linienhafte Lichtquelle. Der Spalt blendet ein schwach divergierendes Bündel aus. Der weite Spalt N dient nur als Schutz gegen Nebenlicht („Sekundärstrahlen“). Der Kristall (meist NaCl oder Kalkspat) wird mit einem Uhrwerk hin und her geschwenkt. Die Drehachse steht in O senkrecht zur Papierebene. Zur Erzielung scharfer Bilder („Fokussierung“) muß der Abstand $S-O=0$ – Platte sein und die Drehachse durch die Kristalloberfläche hindurchgehen. Für $\lambda > \text{etwa } 2 \cdot 10^{-8}$ cm wird die ganze Anordnung in ein evakuiertes Metallgefäß eingebaut: Vakuum-spektrograph, besonders erfolgreich angewandt durch M. SIEGBAHN.

Flächengitter) wirkt eine Änderung des Lichteinfallswinkels ebenso wie eine Änderung der Gitterkonstanten, und zwar für die in der Einfallsebene liegende Punkt- oder Öffnungsfolge. Für die Raumgitter ist diese Tatsache zuerst von W. L. und W. H. BRAGG (Vater und Sohn) verwertet worden. Die BRAGGSche Anordnung ist in § 123 des Mechanikbandes mit Hilfe von Schallwellen ausführlich behandelt. Sie benutzt die kontinuierliche Drehung eines räumlichen Gitters um eine Achse paral-

lel zu einer der Netzebenen. In Abb. 225 steht diese Achse senkrecht zur Zeichenebene. Bei bestimmten „Glanzwinkeln“²⁾ γ_m (Abb. 225!), definiert durch die BRAGGSche Gleichung

$$\sin \gamma_m = \frac{m \lambda}{2 D}, \tag{64}$$

reflektiert das räumliche Gitter ein Parallellichtbündel ebensogut wie ein flächenhaftes Gitter. Man kann Spektre von einwandfreier Zeichnungsschärfe erhalten, die Abb. 226 gibt ein Beispiel.

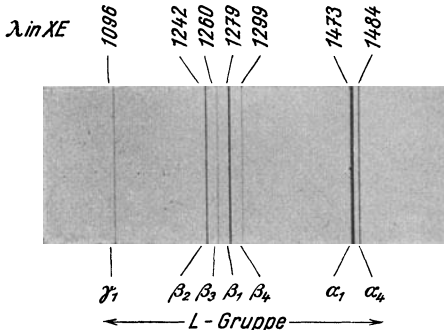


Abb. 226. Linienspektrum der L-Strahlung des Wolframs, photographiert mit einem Vakuum-spektrographen (Abb. 225). Natürl. Gr. (Kalkspat-Kristall mit $D = 3,029 \text{ \AA.E.}$) ($1 \text{ \AA.E.} = 10^{-10} \text{ m.}$)

In Abb. 225 wird die zur Spaltfläche des Kristalles (NaCl) parallele Netzebenen-schar benutzt. Man kann auch andere, z. B. diagonal verlaufende, anwenden und somit in Gl. (64) einen kleineren Netzebenenabstand D .

Leider gibt es für Röntgenlicht keine Linsen und Hohlspiegel³⁾. Daher kann man

¹⁾ Als optische Gitterkonstante D eines Kristalles wirkt in den BRAGGSchen Spektrographen der Abstand D zweier benachbarter Netzebenen, z. B. $D = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ in einem NaCl-Kristall (Elektr.-Band, Abb. 376). — Die kristallographische Gitterkonstante hingegen ist der Abstand zweier gleicher Gitterbausteine in homologer Lage, also in einem NaCl-Gitter der Abstand a zweier Na^+ -Ionen oder Cl^- -Ionen. a ist im NaCl-Gitter $= 5,6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Ein Würfel der Kantenlänge a bildet den Elementarbereich des NaCl-Gitters. D. h. man kann das ganze Gitter durch reine Translation dieses Elementarbereiches parallel zu seinen Kanten aufbauen.

²⁾ Als Glanzwinkel bezeichnet man den Ergänzungswinkel zum Einfallswinkel. Der Buchstabe γ_m wird hier also in anderer Bedeutung gebraucht als in Gl. (63). Die Herleitung von Gl. (64) findet sich im Mechanikband S. 224.

³⁾ Alle Ersatzvorschläge laufen auf die Anwendung gekrümmter Kristallflächen hinaus (Glimmer z. B. oder heißes NaCl läßt sich leicht zylindrisch biegen). Diese Anordnungen haben kleine Apertur und starke Farbenfehler. Das ist außerordentlich bedauerlich. Der kleinste von einem Mikroskop erkennbare Dingabstand ist proportional der benutzten Lichtwellenlänge (Gl. 28 a v. S. 44). Im Besitz einwandfreier Linsen oder Hohlspiegel könnte man also mit Röntgenlicht die Leistungsgrenze des Mikroskopes erheblich hinausschieben.

Parallellichtbündel nur mit Hilfe enger Lochblenden herstellen. Dabei geht viel Strahlungsenergie ungenutzt verloren. Das erschwert die Vorführungsversuche. — Das BRAGGSche Glanzwinkelverfahren läßt sich abwandeln. Ein Beispiel wird in Abb. 227 beschrieben.

Dieser kurze Überblick zeigt die Bedeutung der Beugung des Röntgenlichtes durch Kristallgitter nur für einen verhältnismäßig engen Aufgabenkreis: Die Trennung der verschiedenen Arten des Röntgenlichtes nach ihren Wellenlängen und die Messung dieser Wellenlängen. Die Messung erfolgt durch einen Vergleich mit der bekannten Gitterkonstante einfacher Kristalle, z. B. $D' = D'' = D''' = 2,814 \cdot 10^{-10}$ m für den kubischen Kristall des NaCl.

Ihre Hauptbedeutung hat die Beugung des Röntgenlichtes auf kristallographischem Gebiet gewonnen. Sie ist das wichtigste Hilfsmittel zur Untersuchung des Kristallbaues geworden. Man benutzt Röntgenlicht von bekannter Wellenlänge und bestimmt nicht nur die Lage der Interferenzstreifen, sondern die Verteilung der Strahlungsleistung auf die Spektren verschiedener Ordnungszahlen. Aus dieser Verteilung kann man rückwärts den Formfaktor des Gitters berechnen, d. h. den feineren Aufbau der elementaren Gitterbereiche. Das Grundsätzliche findet sich unter IV auf S. 90.

Man kann dies wichtige kristallographische Untersuchungsverfahren keineswegs nur auf große Kristallstücke anwenden. Es genügt bereits jedes beliebig feine kristalline Pulver (P. DEBYE und P. SCHERRER 1916). Man schickt gemäß Abb. 228 ein schmales Parallellichtbündel (etwa 1 mm^2 Durchmesser) durch das Pulver hindurch und fängt die Beugungsfigur mit einem kreisförmig gebogenen photographischen Film auf. Sie besteht aus einem System konzentrischer

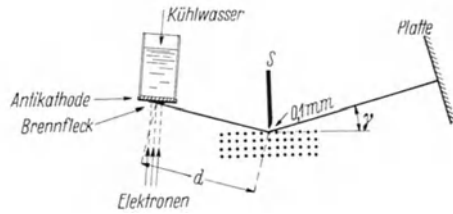


Abb. 227. Eine Abart des BRAGGSchen Spektrographen, der im Handel befindliche SEEMANNSche Schneidenspektrograph für „hartes Röntgenlicht“ (d. h. Wellenlängen unter 10^{-8} cm). Eine Schneide wird in etwa $0,1 \text{ mm}$ Abstand vor die Kristalloberfläche gestellt. Sie ersetzt zusammen mit ihrem „Spiegelbild“ den Spalt S in Abb. 225. Das ausgeblendete Bündel soll einen größeren Winkelbereich umfassen, d. h. der Abstand d soll nur wenige Zentimeter betragen. Dann braucht der Kristall während der Aufnahme nicht hin und her gedreht zu werden. Anderenfalls müssen Kristall und Platte gemeinsam gegenüber dem einfallenden Licht gedreht werden. — Im Gegensatz zu Abb. 225 mittelt diese Anordnung nicht über die ganze Kristallfläche. Daher muß das unter der Schneide gelegene, allein benutzte Kristallstück besonders fehlerfrei sein.

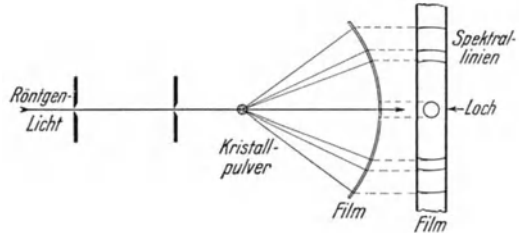


Abb. 228. Anordnung von DEBYE und SCHERRER zur Untersuchung des Kristallbaues mit Röntgenlicht (vgl. Abb. 171).

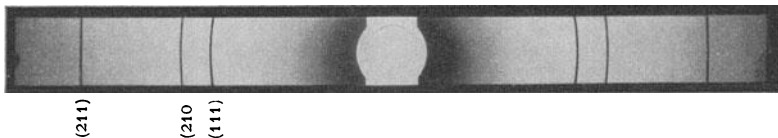


Abb. 229. Ergänzung zu Abb. 228. Die K_{α} -Strahlung des Kupfers ($\lambda = 1,539 \text{ \AA}$) ist an drei verschiedenen Netzebenenscharen eines mikrokristallinen, gut ausgeglühten Nickeldrahtes (Ersatz für Ni-Pulver) reflektiert worden. Der Krümmungsradius r des Filmes war $= 121 \text{ mm}$, die Länge des Filmes $= \pi r$. Gitterkonstante $D = 3,518 \text{ \AA}$. Die eingeklammerten Ziffern geben die Indizes der reflektierenden Netzebenen.

Ringe (Abb. 229). Die Deutung ist einfach: In einem Pulver ist die Orientierung der kleinen Kristalle regellos. Alle unter einem „Glanzwinkel“ getroffenen Netzebenen reflektieren das einfallende Licht. Bei groben Pulvern sieht man noch deutlich die Zusammensetzung der Ringe aus einer Reihe einzelner Punkte.

§ 59. Schichtgitter. Ganz allgemein kann man Gitter aus vielen einander parallelen Schichten aufbauen. Ein senkrecht zu den Schichtflächen geführter

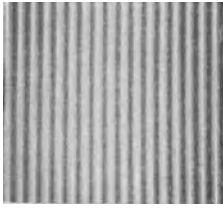


Abb. 230. Schattenbild eines von Schallwellen in Xylol erzeugten räumlichen Gitters etwa 3 fach natürliche Größe.

Schnitt zeigt dann das Aussehen eines Strichgitters wie etwa in Abb. 230. Ein solches Schichtgitter kann entweder parallel zu den Schichten von einer Strahlung durchsetzt werden; dann liefert es ein Beugungsspektrum wie ein Strichgitter. Es können aber auch Wellen schräg auf die Ebene seiner Schichten auffallen. Dann reflektiert das Schichtgitter nach der Glanzwinkelgleichung von BRAGG (64). Das gilt allgemein für alle Wellen. — Für sichtbares Licht müssen die Gitterkonstante kleiner als etwa 0,1 mm sein. — Derartig feine Schichtgitter lassen sich in Flüssigkeiten mit Hilfe von Schallwellen herstellen. Schallwellen bestehen aus einer periodischen Folge von Gebieten gesteigerter und verminderter Dichte. Man erzeugt sie mit elektrischen Hilfsmitteln (Piezo-Quarz) und läßt sie beispielsweise parallel zu den Kanten eines rechteckigen

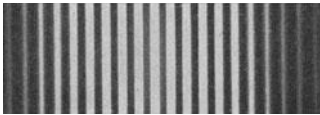


Abb. 231. FRAUNHOFERSCHES Beugungsspektrum von Rotfilterlicht, aufgenommen mit einem Schallwellen-Raumgitter in Xylol.

Troges verlaufen. Kommt es zur Ausbildung stehender Wellen, so lassen sich die Gitter direkt im Schatten- (oder „Schlieren“-) Bild beobachten. Die Abb. 230 gibt ein Beispiel.

Mit solchen Schichtgittern erhält man recht gute Beugungsspektren. Abb. 231 gibt ein Beispiel für Rotfilterlicht. Die Versuchsanordnung stimmt im wesentlichen mit Abb. 225 überein. Das Licht fiel also parallel zu den Schichten ein.

An Stelle der stehenden Schallwellen kann man auch fortschreitende als Beugungsgitter benutzen. Grund: Bei der FRAUNHOFERSCHEN Beugung kann man die beugenden Öffnungen vor der Linse verschieben, ohne Gestalt und Lage der Beugungsfigur zu ändern. (Vgl. § 60, erster Absatz.)

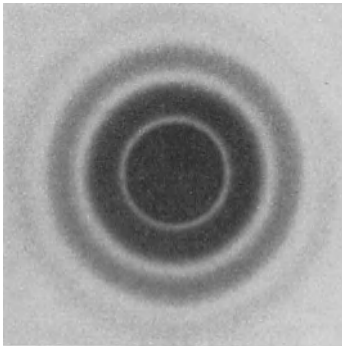


Abb. 232. Beugungsfigur sehr vieler ungeordneter gleichgroßer Kreisöffnungen. FRAUNHOFERSCHE Beobachtungsart. Photographisches Negativ. Ein kleines Bild der punktförmigen Lichtquelle im Zentrum ist in der Reproduktion verlorengegangen.

Um die Reflexion solcher Schichtgitter nachzuweisen, verfährt man analog zu Abb. 225. Die Schichtebenen sind in dieser Skizze horizontal zu denken. — Man kann für diesen Fall sehr eindrucksvoll auch Schichtgitter benutzen, die man zuvor auf optischem Wege angefertigt hat, nämlich durch stehende Lichtwellen in einer photographischen Schicht (vgl. Abb. 177a).

Die mit Schallwellen-Schichtgittern gewonnenen Beugungsspektren zeigen mancherlei Feinheiten: Spektrallinien werden in enge Dubletts aufgespalten. Grund: Die reflektierenden Netzebenen bewegen sich mit Schallgeschwindigkeit, und daher entsteht bei der Reflexion ein „Dopplereffekt“ (§ 67). Sehr aufschlußreich sind „unverschobene“ Linien zwischen den beiden durch Dopplereffekt verschobenen. Sie fehlen z. B. in Wasser nur bei 4° C, der Temperatur des Dichtemaximums.

§ 60. Beugung an vielen, regellos angeordneten Öffnungen oder Teilchen. Bei der FRAUNHOFERSCHEN Beobachtungsart benutzt man fern auf der Achse einer Linse eine punktförmige Lichtquelle. Man setzt die beugende Öffnung dicht vor die Linse. Die Beugungsfigur erscheint in der Brennebene. Ihre Gestalt ist uns für eine kleine kreisrunde Öffnung (z. B. $\varnothing = 1,5$ mm) aus Abb. 56 bekannt. Die Lage der Beugungsfigur ist von seitlichen Verschiebungen der Öffnung unabhängig. Die verschiedenen Gebiete der Linse erzeugen die Beugungsfigur

stets symmetrisch zur Linsenachse. Das führt zu einer praktisch wichtigen Folgerung.

Wir ersetzen die eine kreisrunde Öffnung durch eine große Zahl (etwa 2000) solcher Öffnungen in möglichst regelloser Anordnung. Dann tritt zweierlei ein (Abb. 232):

1. Man bekommt praktisch die gleiche Beugungsfigur wie mit der einen kleinen Öffnung; doch ist sie jetzt weithin und für viele Beobachter zugleich sichtbar. Die Beugungsfiguren aller Öffnungen addieren sich praktisch ohne gegenseitige Beeinflussung. Grund: Die Lichtbündel von 2 oder mehreren Öffnungen können wohl miteinander interferieren und zusätzliche Interferenzstreifen bilden. Aber der Gangunterschied ist für alle Kombinationen verschieden. Daher überlagern sich Maxima und Minima der zusätzlichen Streifen. So bleibt im Mittel alles ungeändert, abgesehen von einer schwachen radialen Struktur. Diese ist eine Folge der statistischen Schwankungen in der Verteilung der Löcher. Sie kann also nur im Grenzfall unendlich vieler Öffnungen verschwinden.

2. In der Mitte der Beugungsfigur erscheint ein Bild der Lichtquelle, gezeichnet mit der vollen Schärfe der Linsenöffnung. — Grund: In Richtung ihrer Achsen können die Lichtbündel mit dem üblichen, durch den Glasweg bedingten und für jede Zone konstanten Gangunterschied interferieren und so das Bild der Lichtquelle erzeugen.

Im Gültigkeitsbereich des BABINETSchen Theorems geben kleine Scheiben die gleiche Beugungsfigur wie gleich große Öffnungen. Infolgedessen können wir die regellos angeordneten Öffnungen durch regellos angeordnete Kreisscheiben ersetzen, und diese wiederum durch kleine Kugeln: Wir bestäuben eine Glasplatte mit Bärlappsamen, winzigen Kugeln von rund 30μ Durchmesser. Für eine Wellenlänge von $0,65 \mu$ (Rotfilterlicht) ist das erste Beugungsmaximum um etwa 2° gegen die Plattennormale geneigt [Gl. (21a) von S. 13]. Man kann daher bequem die FRESNELSche Beobachtungsart anwenden und die Beugungsringe mit einem Wandschirm auffangen. Die Abb. 233 zeigt eine geeignete Anordnung.

§ 61. Regenbogen. Die kleinen Kugeln des Bärlappsamens waren „ungeordnet“ auf der Ebene einer Glasplatte verteilt. Man kann statt dessen auch eine räumlich ungeordnete Verteilung von Kugeln benutzen. Diese bietet uns die Natur in den feinen Wassertröpfchen von Nebel und Wolken. Man kann Nebel leicht künstlich herstellen: Man füllt in eine Glaskugel ein wenig Wasser und vermindert den Luftdruck rasch mit einer Luftpumpe. Das führt zur Abkühlung der Luft, zur Übersättigung des Wasserdampfes und damit zur Tropfenbildung. Eine solche Glaskugel setzt man an die Stelle der eingestaubten Glasplatte in Abb. 233. Der Ringdurchmesser variiert mit dem Durchmesser der Tropfen. Die Tropfengröße wächst im Laufe der Zeit. Das läßt sich gut am Zusammenschrumpfen der Beugungsringe verfolgen.

Bei der quantitativen Behandlung dieser Erscheinung darf man natürlich die Wassertropfen nicht als undurchlässige Scheiben behandeln. Man muß auch die durch die Kugel hindurchgehende Strahlung berücksichtigen. Gleiches gilt für viele Beugungserscheinungen in der Atmosphäre. Wir beschränken uns auf ein Beispiel, den Regenbogen. Dabei beginnen wir mit den Tatsachen (Abb. 234):

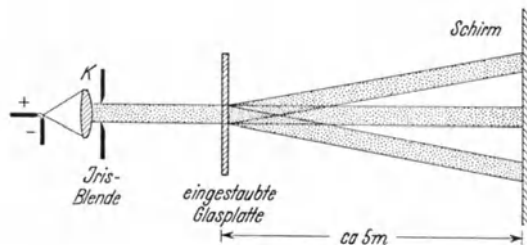


Abb. 233. Zur Vorführung der Beugungsfigur vieler regellos verteilter, gleich großer Kugeln in der FRESNELSchen Beobachtungsart (schematisch, es gibt keine streng parallel begrenzten Lichtbündel siehe § 32).

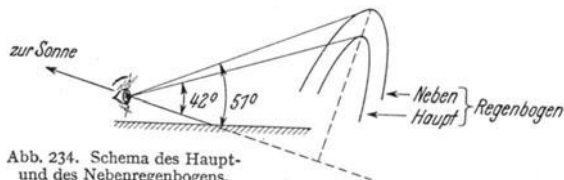


Abb. 234. Schema des Haupt- und des Nebenregenbogens.

1. Der Hauptregenbogen entsteht nur bei tiefem Sonnenstande, die Sonne darf höchstens 42° über dem Horizont stehen.

2. Das Zentrum des Regenbogens liegt auf der von der Sonne durch das Auge des Beschauers führenden Geraden.

3. Um diese Symmetrielinie gruppiert sich ein Bogen von etwa 42° Durchmesser, in der Regel, und zwar von außen nach innen, rot, gelb und grün abschattiert. Weiterhin nach innen folgen mehrere, allmählich verblassende rötliche und grünliche Ringe („Sekundäre Regenbögen“). Die Farbenfolge hat eine entfernte Ähnlichkeit mit der eines Spektrums.

4. Ein zweites Ringsystem, der Nebenregenbogen, ist um 51° gegen die Symmetrieebene geneigt. Er zeigt die gleichen Farben wie der Hauptregenbogen, aber meist blasser. Rot liegt innen, dann folgt nach außen gelb, grün usw.

Die Deutung dieser Erscheinungen ergibt sich aus einem Zusammenwirken von Brechung und Beugung in den regellos angeordneten kugelförmigen Wassertropfen. Das Wesentliche übersieht man am bequemsten an einem Modellversuch, Abb. 235. Dieser ersetzt den Wassertropfen durch

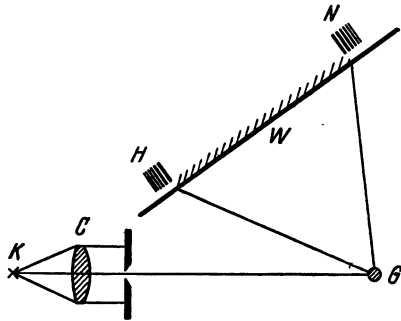


Abb. 235. Modellversuch zur Entstehung der Regenbögen. Den Schirm W denke man sich senkrecht zur Papierebene stehend. Auf ihm erscheinen die beiden Interferenzstreifen H und N . Die Winkel betragen bei Glasstäben ($n \approx 1,5$) etwa 23° und 87° .

zwei typische Beugungsfiguren H und N . Im Glühlicht gibt es die bekannte Überlagerung. Durch Veränderung des Stabdurchmessers kann man mannigfache Farbenfolgen herstellen. Man kann alle in der Atmosphäre beobachteten Erscheinungen nachahmen, einschließlich der fast unbunten Regenbogen sehr feiner Nebeltropfen.

Diesen Modellversuch ergänzt man durch eine elementare Rechnung. Man läßt in Abb. 236 ein parallel begrenztes Lichtbündel auf einen Wassertropfen auffallen. Von diesem Lichtbündel zeichnet man erstens einige parallele Strahlen 1–7 und zweitens senkrecht zu ihnen eine ebene Wellenfläche XX . Für die einzelnen Strahlen berechnet man den Weg durch den Wassertropfen hindurch, zweimal das Brechungsgesetz und einmal das Reflexions-

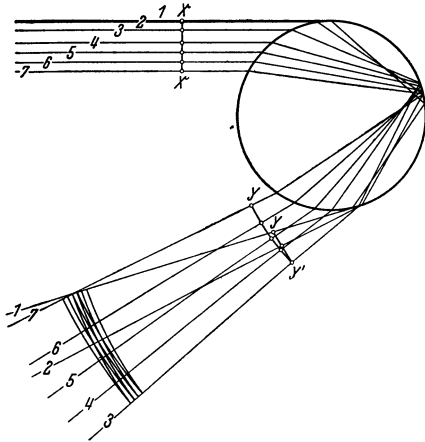


Abb. 236. Veränderung der Wellenfront durch Reflexion und Brechung in einem Wassertropfen. XX vorher, $Y'Y'$ nachher.

gesetz anwendend. Dann kommt der wesentliche Punkt: Man berechnet für irgendeinen willkürlich gewählten Weg der Länge s (im Maßstab der Abb. 236 rund 7 cm) für jeden Strahl die optische Weglänge L . Man zerlegt s in die im Wasser und die in der Luft liegenden Abschnitte s_w und s_L , multipliziert die ersteren mit der Brechzahl n des Wassers und bildet die Summe $L = n s_w + s_L$. Diese Länge L trägt man bei der Wellenfläche XX beginnend für jeden Strahl längs seines wirklichen Weges ab und kommt so zu den mit Kreisen markierten Endpunkten. Ihre Verbindung gibt die Gestalt der Wellenfläche nach dem Passieren des Wassertropfens. Statt einer ebenen Wellenfläche haben wir zwei, bei Y' zusammenhängende gekrümmte Wellenflächen. Einige der schon vorher eingetroffenen Wellenflächen sind links vor der berechneten ($\gamma\gamma'$) mit dünnen Linien eingezeichnet. Ihre Durchschneidung gibt die in Abb. 235 bei H aufgefangenen Beugungsstreifen. Die bei N beobachteten erhält man in entsprechender Weise durch zweimal im Tropfeninneren reflektierte Wellen.

Der Punkt Y' liegt auf dem Strahl mit dem größten Ablenkungswinkel. Dieser Winkel ist bei einmaliger Reflexion $= 42^\circ$. DESCARTES hat 1637 statt der oben benutzten 7 parallelen Strahlen deren 10000 durchgerechnet. Die mit 8500 bis 8600 numerierten ergaben nach Passieren des Tropfens praktisch die gleiche Ablenkung. Sie können also das Auge des Beobachters als „Parallellichtbündel“ erreichen. So deutete DESCARTES richtig die Winkelweite des Haupt- und des Nebenregenbogens. Die übrigen Ringe vermochte er noch nicht zu erklären.

VII. Geschwindigkeit des Lichtes und Licht in bewegten Bezugssystemen.

§ 62. **Vorbemerkung.** Im Mechanikband ist die wichtige Unterscheidung zwischen Phasen- und Gruppengeschwindigkeit ausgiebig behandelt worden. Die Abb. 237 soll an das Wesentliche erinnern. Sie zeigt uns zwei Schattenrisse. Oben dreht sich eine Drahtspirale (Wendel) um eine Achse A . Der Schatten hat die Gestalt einer fortschreitenden Sinuswelle (Mechanikband S. 187). Ein Finger folgt einem einzelnen Wellenberg. Seine Geschwindigkeit ist die Phasengeschwindigkeit c . Unten verjüngt sich die Spirale nach beiden Seiten, ihr Schatten hat die Gestalt einer Wellengruppe. Die Achse A trägt diesmal ein Gewinde, ihr Lager C enthält eine Mutter. Die Ganghöhe der Schraube ist kleiner oder größer als die der Spirale. Infolgedessen rückt die Gruppe langsamer oder schneller vor als die Wellenberge. Die Geschwindigkeit des Anfanges oder des Endes der Gruppe nennt man die Gruppengeschwindigkeit c^* . Quantitativ gilt

$$c^* = c - \lambda \cdot \frac{dc}{d\lambda}. \quad (65)$$

(Herleitung im Mechanikband S. 218.) In Worten: Gruppen- und Phasengeschwindigkeit sind verschieden, wenn Dispersion vorliegt, d. h. die Phasengeschwindigkeit c von der Wellenlänge abhängt. Positive (negative) Werte des Verhältnisses $dc/d\lambda$ machen die Gruppengeschwindigkeit c^* kleiner (größer) als die Phasengeschwindigkeit.

Infolge der Dispersion ändert sich die Gestalt der Wellengruppe während des Vorrückens. (Der Modellversuch in Abb. 237b vermag das nicht wiederzugeben.) Bei sehr großer Dispersion erfolgt die Gestaltänderung sehr rasch. Dann verliert der Begriff der Gruppengeschwindigkeit seinen Sinn. Anfang und Ende des Wellenzuges laufen mit verschiedener Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit des Anfanges nennt man dann Signalgeschwindigkeit. Sie ist unabhängig von aller Dispersion gleich der Phasengeschwindigkeit im Vakuum. Diese Signalgeschwindigkeit hat jedoch in der Optik keine praktische Bedeutung.

In der Akustik kann man als Signal eine einzelne Wellengruppe erzeugen. In der Optik besteht jedes, auch das kürzeste heute herstellbare Signal (Lichtblitz) aus einer regellosen Folge vieler Wellengruppen.

§ 63. **Erste Messung der Lichtgeschwindigkeit durch OLAF RÖMER.** Die Entdeckung eines endlichen Wertes für die Geschwindigkeit des Lichtes ist eine Großtat ersten Ranges gewesen. Sie ist 1676 von dem Dänen OLAF RÖMER vollbracht worden, damals Erzieher des Dauphin am Hofe Ludwig XIV. — RÖMER hat an astronomische Beobachtungen angeknüpft und aus ihnen einen größenordnungsmäßig richtigen Wert der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hergeleitet. Sein Verfahren läßt sich experimentell hübsch mit einer Messung der Schallgeschwindigkeit vorführen (Abb. 238).

Bei A steht eine elektrische Autohupe, verbunden mit einem Uhrwerksschalter. Alle drei Sekunden gibt sie ein kurzes Signal. Bei B steht ein Mann

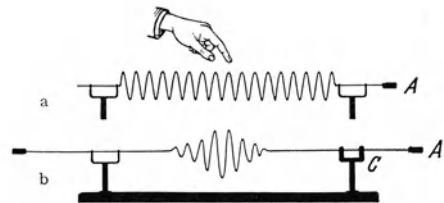


Abb. 237. Zur Unterscheidung von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit. Im Bilde b ist das auf die Achse A geschnittene Gewinde im Schattenwurf nicht erkennbar.

mit einer $\frac{1}{100}$ -Sekundenstoppuhr. Ein voller Zeigerumlauf dieser Uhr erfolgt in 3 Sekunden. Bei einem beliebig herausgegriffenen Signal wird die Uhr in Gang gesetzt. Bei jedem folgenden Signal findet der Mann den Zeiger oben bei der Nullmarke. Dann geht der Mann auf beliebigem Wege nach C und vergrößert seinen Abstand von der Schallquelle um die Wegstrecke $D = R_2 - R_1$. Dadurch

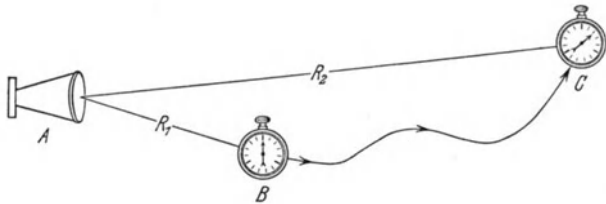


Abb. 238. Akustischer Modellversuch zur Messung der Lichtgeschwindigkeit durch OLAF RÖMER.

verspätet sich das Signal gegenüber dem Uhrzeiger. Für $D = 114$ m findet der Mann den Zeiger beim Eintreffen des Signales 0,33 s hinter der Nullmarke. Folglich beträgt die Schallgeschwindigkeit $114 : 0,33 = 340$ m/sek.

RÖMER benutzte statt der Schallsignale Lichtsignale, ausgesandt von einem Jupitermond bei seinem Austritt aus dem Jupiterschatten. Der Abstand dieser Signale war 42,5 Stunden, d. h. gleich der Dauer eines Mondumlaufes. Als Orte B und C nahm RÖMER den dem Jupiter nächsten und fernsten Teil der Erdbahn, also $D = \text{Erdbahndurchmesser} = 3 \cdot 10^{11}$ m. Im Punkte C erschien das Signal gegenüber dem Uhrzeiger um 1320 Sekunden verspätet. Daraus berechnete RÖMER als Geschwindigkeit des Lichtes $\frac{3 \cdot 10^{11}}{1,3 \cdot 10^8} = 2,3 \cdot 10^8$ m/sek.

Man findet auch heute trotz der verfeinerten Beobachtungstechnik beim Aufblitzen des Jupitermondes keine Farben. Folglich läuft Licht von verschiedener Wellenlänge im Weltenraum mit der gleichen Phasengeschwindigkeit, d. h. im Vakuum wird keine Dispersion des Lichtes gefunden. Im Vakuum sind Gruppen- und Phasengeschwindigkeit des Lichtes gleich groß. Heute gilt $2,998 \cdot 10^8$ m/sek als ihr zuverlässigster Wert.

In Luft ist die Lichtgeschwindigkeit um rund $0,3\%$ kleiner als im Vakuum. Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind auch in Luft nicht meßbar voneinander verschieden. Die Meßverfahren folgen in § 64.

§ 64. Messungen der Lichtgeschwindigkeit auf der Erde. Bei dem astronomischen Verfahren von OLAF RÖMER durchläuft das Licht seinen Weg nur in einer Richtung, und man mißt die zugehörige Laufzeit. — Bei den jetzt folgenden irdischen Verfahren durchläuft das Licht eine geschlossene Bahn, z. B. den gleichen Weg zweimal in entgegengesetzter Richtung. Dabei mißt man lediglich die Wiederkehrzeit, die Zeit zwischen Abgang und Wiederkehr des Signales.

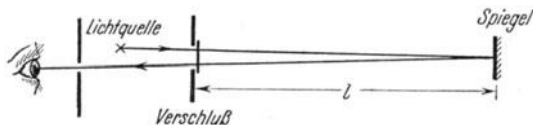


Abb. 239. Schema der Messung der Lichtgeschwindigkeit durch FIZEAU.

Dieser Unterschied ist zu beachten. Die Abb. 239 zeigt das Hauptstrahlschema einer oft benutzten Anordnung (A. FIZEAU, 1849). Das Licht einer Lampe wird durch einen periodisch arbeitenden Verschluss je Sekunde in N einzelne Signale zerhackt. Diese laufen zu einem fernen Spiegel. Rückkehrend können die Signale den Verschluss noch verschlossen oder schon wieder offen antreffen. Im zweiten Fall kann das Signal ins Auge des Beobachters gelangen. Dann gilt

oder $\text{Laufzeit des Lichtes} = \text{Periode des Verschlusses} = 1/N$

$$\frac{2 \cdot l}{c} = \frac{1}{N}. \tag{66}$$

Der periodische Verschuß kann mechanisch (z. B. durch ein Zahnrad) oder elektrisch (durch hochfrequenten Wechselstrom) betätigt werden. Bei mechanischen Ausführungen wählt man den Laufweg $2l$ in der Größenordnung 20 km. Bei elektrischen Ausführungen kann man $2l$ bis auf wenige Meter verkleinern, doch benutzt man für Präzisionsmessungen Laufwege $2l$ von einigen 100 m Länge.

Eine andere, für Vorführungszwecke bewährte Anordnung wird durch Abb. 240 erläutert. Diesmal sind nicht nur Hauptstrahlen, sondern die wirklich benutzten Lichtbündel dargestellt. S_0 ist die Lichtquelle, ein beleuchteter Spalt. Die Achse eines kleinen drehbaren Spiegels steht im Brennpunkt der Linse L . Bei (zunächst langsamer) Drehung sendet der Spiegel je Sekunde N Lichtsignale in die Öffnung der Linse L . Jedes Signal erzeugt ein Bild S' des Spaltes auf dem Planspiegel P . Nach der Spiegelung durchläuft das Lichtbündel rückkehrend den gleichen Weg in umgekehrter Richtung und entwirft am Ende ein Bild des ersten Spaltbildes S' . Das zweite Spaltbild S'' liegt innerhalb des Spaltes S_0 , ist also unsichtbar. Man kann es aber mit Hilfe eines durchsichtigen Hilfsspiegels H (dünne planparallele Glasplatte) zur Seite legen und mit einem Schirm auffangen. Mit diesem Hilfsspiegel H besieht man sich das Prinzip der Anordnung: Zu diesem Zweck wird der Drehspiegel langsam mit der Hand hin und

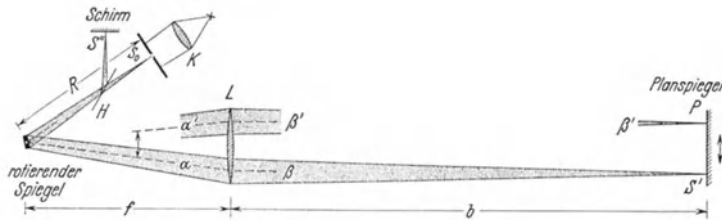


Abb. 240. Zur Messung der Lichtgeschwindigkeit nach dem Verfahren von FOUCAULT (1850), vereinfacht durch A. A. MICHELSON 1878. Der rotierende Spiegel ist Eintrittspupille, der Strahlengang rechts von L telezentrisch. Zahlenbeispiel: $R = 5,2$ m; $f = 10,5$ m; $b = 32$ m; Durchmesser von L und P je 30 cm, Durchmesser des rotierenden doppel-seitigen Spiegels 5 cm. N bis 300 sek^{-1} , d. h. Drehzahl des Spiegels $N/2$ je Sek.; Verschiebung s des Spaltbildes bis zu 4 mm.

her bewegt. Dabei dreht sich der Teil α des Lichtbündels im Sinne des gebogenen Doppelpfeiles. Gleichzeitig verschiebt sich der Teil β des Lichtbündels sich selbst parallel. Beides ist mit den Bündelstücken α' und β' angedeutet. Das erste Spaltbild S' durchläuft dabei den ganzen Durchmesser des Planspiegels P im Sinne des geraden Doppelpfeiles. Trotz dieser Bewegungen des Lichtbündels und des ersten Bildes S' bleibt das zweite Spaltbild S'' unverändert in Ruhe. Das ist der entscheidende Punkt. Der Grund ist unschwer einzusehen: Bei kleinen Drehfrequenzen trifft jedes Lichtsignal den Drehspiegel auf dem Rückweg noch praktisch in der gleichen Stellung wie auf dem Hinweg.

Anders bei hohen Drehfrequenzen. Das rückkehrende Signal findet die Spiegeldrehung um einen kleinen Winkel fortgeschritten. Demgemäß ist auch das Spaltbild S'' um einen Weg s zur Seite verschoben. Man entfernt den Hilfsspiegel H und findet S'' jetzt auf der Spaltfläche im Abstand s seitlich neben dem Spalt S_0 . Es gilt:

$$\text{Laufzeit} = \frac{\text{Laufweg}}{\text{Geschwindigkeit}}$$

oder

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{s}{2R\pi} = \frac{2(f+b)}{c} \quad (67)$$

Die im Göttinger Hörsaal benutzten Daten sind aus der Satzbeschriftung ersichtlich. Sie ergeben bei $N = 300 \text{ sek}^{-1}$ eine Seitenversetzung $s = 3$ mm.

Man kann in Abb. 240 einen Teil des Laufweges in eine stark dispergierende Flüssigkeit verlegen, z. B. in Schwefelkohlenstoff. Dann kehrt das blaue Licht

später zurück als das rote. Infolgedessen wird das Spaltbild S'' zu einem kurzen Spektrum ausgezogen.

Ferner ist jetzt die Unterscheidung von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit zu beachten. Schwefelkohlenstoff hat beispielsweise für gelbes Licht der Wellenlänge $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7}$ Meter eine Brechzahl $n = 1,63$. Die Phasengeschwindigkeit dieses Lichtes beträgt demnach $c/1,63 = 1,84 \cdot 10^8$ m/sek. Gemessen wird aber seine Gruppengeschwindigkeit, und diese ergibt sich experimentell erheblich kleiner, man erhält $c^* = 1,7 \cdot 10^8$ m/sek.

Dieser Wert von c^* entspricht der Gl. (65). Im CS_2 ist für gelbes Licht $\frac{dc}{d\lambda} = 2,32 \cdot 10^{13}$ sek $^{-1}$. Das berechnet man aus der Dispersionszahl $\frac{dn}{d\lambda} = -1,26 \cdot 10^6$ m $^{-1}$ und der Beziehung $\frac{dc}{d\lambda} = -\frac{c}{n} \frac{dn}{d\lambda}$.

§ 65. Messung der Lichtgeschwindigkeit mit Beobachtungen im beschleunigten Bezugssystem.

I. Fall: Lichtquelle außerhalb, Aberration.

In Abb. 241 fallen Wasserwellen mit gerader Front senkrecht auf eine Öffnung B . Die Öffnung sondert ein angenähert parallel begrenztes Bündel aus.

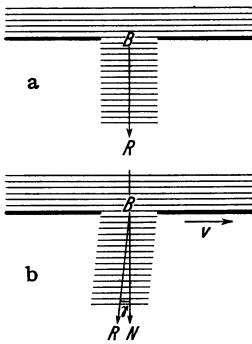


Abb. 241. Aberration von Wasserwellen, schematisch.

Die Bündelbegrenzung ist auch hier ein wesentlicher Punkt. In Abb. 241 b wird der gleiche Versuch wiederholt, doch wird dabei diesmal die Öffnung B mit konstanter Geschwindigkeit v in der Pfeilrichtung bewegt. Jetzt wird der Hauptstrahl gebrochen. Bei dieser Art von Brechung weicht die Fortpflanzungsrichtung R der Welle hinter der Öffnung um den Winkel γ von der Wellennormalen N ab. Quantitativ gilt für kleine Ablenkungswinkel

$$\sin \gamma = \frac{v}{c}. \tag{68}$$

Dabei ist c die Phasengeschwindigkeit der Wellen in der Richtung N . Aus γ und v läßt sich c berechnen.

Der Ablenkungswinkel γ läßt sich nur feststellen, falls der Einfallswinkel (in Abb. 241 gleich Null) beobachtet werden kann. Anderenfalls muß man die Geschwindigkeit der Öffnung um einen bekannten Betrag Δv verändern und die zugehörige Richtungsänderung $\Delta \gamma$ messen. Am einfachsten ändert man die Richtung der Geschwindigkeit um 180° , man macht also $\Delta v = 2v$ und erhält

$$\Delta \gamma = 2\gamma.$$

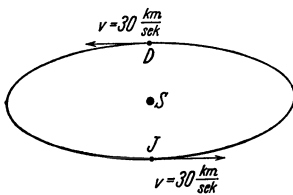


Abb. 242. Änderung der Geschwindigkeit der Erde längs ihrer Bahn um die Sonne.

In der Optik führt der entsprechende Vorgang zur „Aberration des Lichtes“.

Die Abb. 242 zeigt perspektivisch die Erde auf ihrer (praktisch kreisförmigen) Bahn um die Sonne, einmal an einem beliebigen Punkt J , ein halbes Jahr später im Punkte D . Die beiden Pfeile geben nur die Bahngeschwindigkeit $v = 30$ km/sek zu den beiden Zeitpunkten. Die gemeinsame Geschwindigkeit unseres ganzen Planetensystems gegenüber der Milchstraße ist also außer acht gelassen. Wichtig ist nur die Geschwindigkeitsänderung Δv zwischen J und D . Ihr Betrag ist $2v = 60$ km/sek.

In Abb. 243 wird der Winkelabstand δ der gleichen Fixsterne gemessen, oben von D , unten von J aus. Der eine Fixstern soll unweit der Erdbahnachse gesehen werden, der andere nahe der Erdbahnebene, und zwar in Richtung

der Erdbahntangente. Der Winkel δ zwischen den beiden Sternen wird von J und D aus verschieden groß gemessen. Man findet $\delta_D - \delta_J = 2\gamma = 41$ Bogensekunden oder $\sin\gamma = 10^{-4}$. Daraus ergibt sich nach Gl. (68)

$$c = \frac{3 \cdot 10^4}{10^{-4}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sek}}.$$

Infolge dieser Winkeländerungen vollführen alle Fixsterne nahe der Erdbahnachse im Laufe eines Jahres eine Kreisbahn von 41 Bogensekunden Durchmesser, ein kleines Abbild unserer Erdbahn. Man kann auch zwei Fixsterne nahe der Erdbahnebene beobachten, den einen in radialer, den anderen in tangentialer Richtung. Ihr Winkelabstand schwankt ebenfalls im Jahre um $\pm\gamma = 20,5$ Bogensekunden, doch erscheint ihre Bahn als Gerade. Sterne zwischen der Achse und der Ebene der Erdbahn durchlaufen im Jahre elliptische Bahnen mit einer großen Achse von 41 Bogensekunden. Die ganze Erscheinung heißt die Aberration. Sie ist von BRADLEY entdeckt und 1728 gedeutet worden. Das Verhältnis $v/c = \text{Erdbahn- zur Lichtgeschwindigkeit}$ heißt bei den Astronomen die „Aberrationskonstante“. Sie läßt sich für Fixsterne nahe der Erdbahn auch mit Hilfe des Dopplereffektes (§ 67) messen.

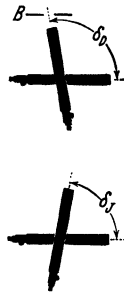


Abb. 243. Der Winkelabstand δ zweier Fixsterne ändert sich mit der Jahreszeit. Astronomische Aberration.

Bei den Wasserwellen (Abb. 241) kann man die Geschwindigkeit der Öffnung gegenüber dem Träger der Wellen, dem Wasser, angeben. Bei der Aberration des Lichtes ist uns die entsprechende Geschwindigkeit unbekannt. Daher enthält auch die Abb. 243 keine Angaben über die Richtung des Lichtes vor seinem Eintritt in die bündelbegrenzende Öffnung¹⁾. Die Aberration entsteht lediglich durch die bekannte Änderung einer Geschwindigkeit von unbekannter Größe. Wir benutzen die Erdbahn als großes Karussell, also als ein beschleunigtes Bezugssystem. (Bei Präzisionsmessungen ist natürlich auch die Achsdrehung der Erde sinngemäß zu berücksichtigen.)

II. Fall: Auch die Lichtquelle im beschleunigten Bezugssystem.

Die Aberration des Lichtes läßt sich bisher nicht mit Hilfsmitteln des Laboratoriums vorführen. Man kann noch keine Geschwindigkeit v in der erforderlichen Größe herstellen. Anders bei dem jetzt folgenden Versuch: Bei ihm befindet sich nicht nur der Beobachtungsapparat (Fernrohr), sondern auch die Lichtquelle innerhalb des beschleunigten Bezugssystems.

Wir bringen das Schema in seiner einfachsten Form. Die Abb. 244 zeigt in Aufsicht ein Karussell, es sei zunächst in Ruhe. Vom Orte A gehen zwei kohärente Lichtbündel 1 und 2 aus. Sie gelangen durch Spiegel an den Ecken eines Polygons reflektiert zum Orte B . Dort werden sie in geeigneter Weise vereinigt, und dabei erzeugen sie eine Interferenzerscheinung, z. B. Kurven gleicher Neigung. Die Lage der Streifen wird photographisch fixiert. Alsdann wird das Karussell dem Uhrzeigersinn entgegen in Drehung gesetzt und die Interferenzerscheinung abermals

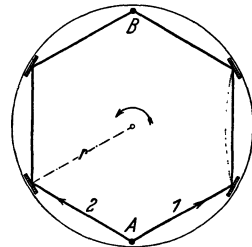


Abb. 244. Zur Messung der Lichtgeschwindigkeit durch Interferenzversuche auf einem Karussell. In diesem einfachen Schema sind die an den Orten A und B befindlichen Teile der Interferometeranordnung nicht mit gezeichnet worden. (Strenggenommen müßte man die Polygonseiten, also die Teilstrecken des Lichtweges, schwach gekrümmt zeichnen, entsprechend der Bahnkrümmung durch Corioliskräfte in der Mechanik. Das wird für den gewählten Drehsinn rechts im Bilde mit der punktierten Linie angedeutet.)

¹⁾ In Abb. 243 oben ist die Öffnung mit einer Blende B markiert. Bei astronomischen Messungen übernimmt natürlich die Linsenöffnung die Rolle der Blende.

photographiert: Jetzt findet man die Streifen um den Bruchteil Z des Streifenabstandes verschoben. Aus der Größe dieser Verschiebung läßt sich die Lichtgeschwindigkeit berechnen.

Begründung: Wir wählen unseren Standpunkt außerhalb des Karussells. Außerdem denken wir uns den Polygonweg von A nach B durch den Halbkreisumfang ersetzt, also durch $r\pi$. Dann heißt es: Jedes der beiden Lichtbündel braucht für den Weg von A nach B die Zeit $t=r\pi/c$. Während dieser Zeit ist das Ziel, der Ort B , mit der Geschwindigkeit $u=\omega r$ vorgerückt, und zwar um die Wegstrecke

$$s = \omega r \cdot t = \frac{\omega r^2 \pi}{c} = \frac{\omega F}{c}.$$

($\omega = 2\pi N$ = Winkelgeschwindigkeit des Karussells mit der Drehzahl N . F ist die von beiden Lichtwegen 1 und 2 umfaßte Fläche.)

Infolgedessen hat das Lichtbündel 1 einen um s längeren Weg zu durchlaufen, das Lichtbündel 2 einen um s kürzeren. Auf diese Weise entsteht zwischen den beiden Lichtbündeln als Folge der Rotation ein Gangunterschied

$$\Delta = 2s = \frac{2\omega F}{c}. \quad (69)$$

Der Gangunterschied ergibt eine Verschiebung der Interferenzstreifen. Sie läßt sich unschwer um den Faktor 4 vergrößern. Erstens legt man die Punkte A und B nebeneinander und läßt beide Lichtbündel den vollen Karussellumfang durchlaufen. So verdoppelt man Weg und Streifenverschiebung. Zweitens wechselt man den Drehsinn während des Versuches und verdoppelt dadurch die Streifenverschiebung nochmals. Man erzielt so als Gesamtgangunterschied

$$\Delta = \frac{8\omega F}{c} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{8\omega F}{c\lambda}. \quad (70)$$

Zahlenbeispiel: Es soll ein Gangunterschied $\Delta = \lambda/3$ erreicht werden, also mit Wechsel des Drehsinnes eine Streifenverschiebung von $1/3$ Streifenabstand. Es ist für gelbes Licht $\lambda = 0,6 \mu = 6 \cdot 10^{-7}$ m, ferner $c = 3 \cdot 10^8$ m/sek. Also muß das Produkt $n \cdot F = 1,2 \text{ m}^2$ gemacht werden. Das läßt sich experimentell auf recht verschiedene Weise erreichen. Beispiele:

1. Karussell mit $1,2 \text{ m}^2$ Fläche und $N = 1 \text{ sek}^{-1}$, d. h. 1 Umlauf je Sekunde.
2. Die Interferenzanordnung wird an Bord eines Dampfers aufgestellt. Der Strahlengang umfaßt eine Fläche $F = 120 \text{ m}^2$ und der Dampfer durchfährt in 100 s einen vollen Kreis (bei Drehbewegungen ist die Winkelgeschwindigkeit von der Lage der Drehachse unabhängig).
3. Der Strahlengang umfaßt (durch unterirdische luftleere Rohrleitungen geschützt) eine Fläche der Größenordnung $F = 10^5 \text{ m}^2$. Dann genügt als Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi N$ die der Erde, oder strenger ihre zum Beobachtungsort senkrechte Komponente. So erhält man ein optisches Analogon zum FOUCAULTSchen Pendelversuch. (Mechanikband, § 67.)

Man kann die Erde weder anhalten noch ihren Drehsinn ändern. Infolgedessen verlangt die Bestimmung der ursprünglichen Streifenlage einen Kunstgriff: Man läßt das Licht der Interferenzanordnung erst eine verschwindend kleine Fläche umfassen und dann später die große. So verliert man zwar in Gl. (70) einen Faktor 2, aber trotzdem hat der von A. A. MICHELSON (1925) ausgeführte Versuch ein einwandfreies Ergebnis geliefert.

Keine dieser Ausführungsformen eignet sich für Schauversuche. Die Sicherung der Anordnung gegen Störungen durch Zentrifugalkräfte und Temperaturschwankungen erfordert erheblichen Aufwand. Deswegen ließen wir es oben mit dem einfachen Schema, ohne Einzelheiten des Strahlenganges, bewenden.

§ 66. Frequenz des Lichtes. Aus der Phasengeschwindigkeit c und der Länge einer Welle kann man eine Frequenz ν berechnen. Es gilt für jede Welle

$$\nu \cdot \lambda = c. \quad (71)$$

Mit dieser Gleichung bekommt man für sichtbares monochromatisches Licht ($\lambda \approx 0,6 \mu$) eine Frequenz der Größenordnung $5 \cdot 10^{14} \text{ sek}^{-1}$.

Für Schallwellen und nicht allzu kurze elektrische Wellen kann man die Frequenz ν selbst messen. Man kann die Wellen an einem Beobachtungsort vorbeilaufen lassen und sie mit genügend trägheitsfreien Instrumenten registrieren oder abzählen. — Für Lichtwellen ist beides unmöglich.

Für Schallwellen und elektrische Wellen findet man ferner die nach Gl. (71) berechnete Frequenz in Übereinstimmung mit der Schwingungsfrequenz des Senders. Auch diese läßt sich meist direkt messen oder aus makroskopischen, mechanischen oder elektrischen Daten des Senders berechnen. Bei Lichtwellen ist auch das unmöglich, abgesehen von den langen Wellen der Reststrahlen ($\lambda = 50-150 \mu$), vgl. § 112.

In der Optik werden immer Wellenlängen gemessen. Die Frequenzen des Lichtes sind uns nur als Rechengrößen zugänglich. Trotzdem ist der Begriff der Frequenz auch in der Optik von großem Nutzen. Wir werden ihn schon im nächsten Paragraphen verwenden. Später wird er uns zu einer brauchbaren Deutung der Dispersionserscheinungen führen und schließlich alle energetischen Beziehungen der Strahlung beherrschen.

§ 67. Der Dopplereffekt des Lichtes. Bei mechanischen Wellen, z. B. Schallwellen, kann sich sowohl der Empfänger wie der Sender gegenüber dem Überträger der Wellen, z. B. der Luft, bewegen. Ihre Geschwindigkeit v läßt sich sauber definieren und messen. — Bei beiden Bewegungen stimmt die vom Empfänger beobachtete Frequenz ν' nicht mit der des Senders überein. Das nennt man den Dopplereffekt. Man bekommt (Mechanikband, S. 240) bei Bewegung des Empfängers

$$\nu' = \nu \left(1 \pm \frac{v}{c} \right), \quad (72)$$

hingegen bei Bewegung des Senders (obere Vorzeichen für Abstandsverminderung)

$$\nu' = \frac{\nu}{\left(1 \mp \frac{v}{c} \right)} = \nu \left(1 \pm \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2} \pm \dots \right). \quad (73)$$

Wir wollen uns in diesem Paragraphen auf kleine Werte des Verhältnisses v/c beschränken und daher das Glied v^2/c^2 sowie alle höheren vernachlässigen. Dann sind die Gl. (72) und (73) nicht mehr verschieden. Die beobachtete Frequenzänderung ($\nu' - \nu$) hängt dann nur noch von der Relativgeschwindigkeit v zwischen Sender und Empfänger ab. Es gilt

$$\nu' = \nu \left(1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (74)$$

In dieser Form spielt der Dopplereffekt in der Optik eine große Rolle.

Für qualitative Schauversuche muß die Geschwindigkeit v einige Zehntel der Lichtgeschwindigkeit c betragen. Das läßt sich im Laboratorium bis heute nur mit elektrischen Hilfsmitteln erreichen. Man muß Kanalstrahlen als schnell bewegte Lichtquelle anwenden (Abb. 245).

Zwischen der Kathode K und der Anode A befindet sich Wasserstoff von etwa 10^{-3} bis 10^{-4} mm Druck. Eine Spannung von etwa 30000 Volt erzeugt eine selbständige Entladung. Aus dem Kanal schießen positiv geladene Wasserstoffionen als Kanalstrahlen heraus. Beim Zusammenstoß mit den ruhenden Atomen werden die Wasserstoffionen zur Lichtemission angeregt. Man beobachtet in der Flugrichtung der Kanalstrahlen mit einem Spektralapparat und sieht das in Abb. 245a wiedergegebene Bild.

Man kann den optischen Dopplereffekt auch mit mechanisch erzeugten Geschwindigkeiten beobachten. Derartige Versuche sind mehrfach ausgeführt worden. Man hat entweder die Lichtquelle selbst (Hg-Bogenlampe) oder Teile einer optischen Anordnung (Spiegel oder diffus reflektierende Flächen) auf die Peripherie eines rasch umlaufenden Rades gesetzt und das Licht in tangentialer Richtung beobachtet. Dabei konnte man aus Gründen mechanischer Festigkeit kaum über Geschwindigkeiten von ± 100 m/sek herausgehen. Somit war v/c nur etwa gleich $\pm 3 \cdot 10^{-7}$, d. h. man bekam Wellenlängenänderungen $\Delta \lambda$ von noch nicht $10^{-6} \lambda$. Diese ließen sich mit den leistungsfähigsten Interferenzspektralapparaten gerade noch nachweisen.

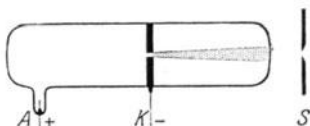


Abb. 245. Einfaches Kanalstrahlrohr zur Beobachtung des Dopplereffektes. Druck etwa 10^{-3} mm Hg. P etwa 10^4 Volt.



H_{δ}
= $0,410 \mu$

H_{γ}
= $0,434 \mu$

Abb. 245 a. Dopplereffekt im Spektrum von H-Kanalstrahlen. Die scharfen Linien H_{γ} und H_{δ} rühren von ruhenden Atomen her, die links anschließenden breiten von den mit uneinheitlicher Geschwindigkeit bewegten.

Die Versuche mit schnell bewegten reflektierenden Flächen rechtfertigen kaum den großen experimentellen Aufwand. Sie zeigen im Grunde nicht mehr als die Umdeutung einer allbekannten Beobachtung bei Interferenzversuchen. Wir wählen für ein Beispiel einen aus zwei spiegelnden Flächen gebildeten Luftkeil (Abb. 162). Wir verschieben die eine Fläche langsam und ändern so stetig den Gangunterschied der beiden einander durchschneidenden Wellenzüge. Dabei wandern die Streifen durch das Gesichtsfeld. Infolgedessen schwankt die Bestrahlungsstärke an einem bestimmten Ort des Gesichtsfeldes periodisch. Diese periodische Schwankung kann man als Schwebung zweier Lichtwellenzüge betrachten. Der für die Schwebung notwendige kleine Frequenzunterschied entsteht durch den Dopplereffekt an der bewegten spiegelnden Oberfläche. Diese Betrachtung läßt sich einwandfrei quantitativ durchführen.

Der optische Dopplereffekt hat für die Astronomie außerordentliche Bedeutung gewonnen. Man beobachtet in Spektren ferner Fixsterne oder Sternsysteme die Linienspektren bekannter Elemente oft in Richtung längerer oder kürzerer Wellen verschoben. Diese Verschiebung deutet man in der Mehrzahl der Fälle wohl einwandfrei als Dopplereffekt. Aus seiner Größe berechnet man die Radialgeschwindigkeit v_r zwischen den Sternen und uns. Besonders große Verschiebungen, und zwar immer in Richtung längerer Wellen („Rotverschiebungen“) beobachtet man in den Spektren der außergalaktischen Spiralnebel (= Milchstraßen-Systeme). Sie führen überraschenderweise auf Radialgeschwindigkeiten bis über ein Zehntel der Lichtgeschwindigkeit.

Dabei sind alle Geschwindigkeiten von der Erde fortgerichtet, ihre Größe steigt proportional zur Entfernung der Nebel von uns. Das wird durch das Teilbild a in Abb. 246 veranschaulicht ($E =$ Erde). Die Strichlängen entsprechen den Geschwindigkeiten. Die heute beobachtbaren Entfernungen gehen bis zu $5 \cdot 10^8$ Lichtjahren.

Diese von E. HUBBLE entdeckte Beziehung scheint unserer Erde eine unwahrscheinliche Sonderstellung zuzuschreiben. Dem ist aber nicht so. Das Teilbild a kann auch ein Wettrennen von Schülern darstellen. Anfänglich waren alle Schüler am Orte E um den Lehrer geschart. Dann haben alle im gleichen Zeitpunkt ihren Lauf in beliebiger Richtung begonnen; ihr Ziel ist ein ferner, um E geschlagener Kreis. Im Augenblick der Beobachtung gibt jeder schwarze Punkt im Teilbild a den Ort eines Läufers, und die Strichlänge seine Geschwindigkeit. Die seit dem Start in E zurückgelegten Entfernungen sind der

Geschwindigkeit der Läufer proportional. Die schnellsten Läufer sind am weitesten gekommen.

Das Teilbild b zeigt das gleiche Wettrennen, beobachtet im gleichen Zeitpunkt, jedoch nicht vom Standpunkt des Lehrers E , sondern von einem beliebigen, am Laufe beteiligten Schüler N . Das Bild b geht sehr einfach aus dem Bild a hervor. Man braucht nur den zu N gehörigen Geschwindigkeitspfeil im Teilbild a von allen übrigen, im Teilbild a vorhandenen Geschwindigkeitspfeilen vektoriell zu subtrahieren. (Links oben für ein Beispiel gestrichelt.) Jetzt steht nicht mehr E , sondern N im Mittelpunkt der allgemeinen radialen Fluchtbe-

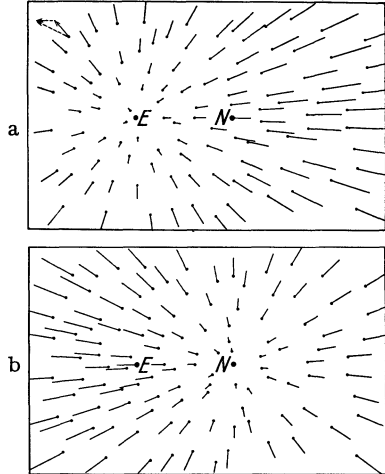


Abb. 246. Zur radialen Fluchtbe-
wegung der
Spiral-
nebel, erschlossen aus der „Rotverschie-
bung“ der Spektrallinien. Oben E , unten N
Standpunkt des Beobachters.

§ 68. Der Dopplereffekt bei großen Geschwindigkeiten. In § 67 haben wir uns auf kleine Werte des Verhältnisses v/c beschränkt und das quadratische Glied v^2/c^2 in Gl. (73) vernachlässigt. Diese Beschränkung lassen wir jetzt fortfallen. Dann können wir an Hand der Abb. 247 folgendes optische Gedankenexperiment anstellen.

In Zeile A sei S der Sender, E der Empfänger. Beide bewegen sich aufeinander zu, und zwar gegenüber dem Erdboden mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit $v_s = v_E = 30$ km/sek. Alsdann beachten wir die Bahngeschwindigkeit der Erde v_B . Wir legen sie parallel zu v_s . Dann haben wir den Fall der Zeile B. Der Empfänger E ist in Ruhe, der Sender S bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v_s + v_B = 60$ km/sek nach rechts, die Frequenzänderung ist nach Gl. (73) zu berechnen. Darauf drehen wir den Apparat und damit den Lichtweg um 180° . Jetzt haben wir den Fall der Zeile C. Jetzt ruht der Sender. Der Empfänger E bewegt sich mit der Geschwindigkeit 60 km/sek nach rechts. Wir haben Gl. (72) anzuwenden und finden eine um den Betrag v^2/c^2 kleinere Frequenzänderung.

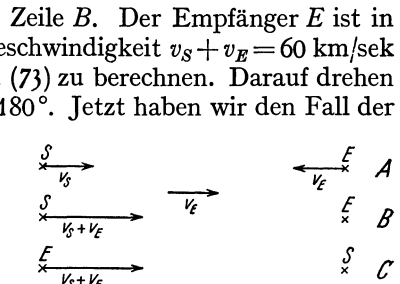


Abb. 247. Zum Dopplereffekt des Lichtes.

Somit würde das Ergebnis dieser Dopplereffekt-Beobachtung abhängen von der Orientierung des Apparates relativ zur Erdbahngeschwindigkeit v_B . Eine solche Abhängigkeit des Beobachtungsergebnisses von der Orientierung des Apparates ist aber trotz hartnäckigen Suchens für kein einziges elektrisches und optisches Experiment gefunden worden, selbst nicht bei einer die 8. Dezimale erfassenden Meßgenauigkeit (Elektrizitätslehre, Kap. XVI). Daraus ergibt sich die zwingende Folgerung: Die in der Mechanik geltenden Gl. (72) und (73) dürfen nicht auf die Optik übertragen werden, wenn die Beobachtungsgenauigkeit auch das Glied zweiter Ordnung v^2/c^2 erfaßt. In der Optik darf man nicht zwischen bewegttem Sender und bewegttem Empfänger unterscheiden. Die beiden Gleichungen (72) und (73) sind durch eine einzige zu ersetzen, nämlich

$$v' = v \left(1 \pm \frac{v}{c} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \pm \dots \right). \tag{75}$$

Zur Herleitung dieser Gleichung benutzt man die in der Elektrizitätslehre behandelten Lorentztransformationen. Die experimentelle Prüfung der Gl. (75) ist erst 1938 an Kanalstrahlen durchgeführt worden, und zwar mit positivem Erfolge.

VIII. Polarisiertes Licht.

§ 69. Unterscheidung von Quer- und Längswellen. In der Mechanik haben wir Quer- und Längswellen unterscheiden gelernt. Die Abb. 248 gibt als Beispiel zwei „Momentbilder“. Das obere zeigt eine Querwelle, z. B. längs eines Seiles. Man sieht Wellenberge und -täler. Das untere Momentbild zeigt eine

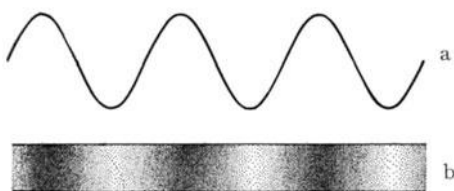


Abb. 248. Momentbild a) einer Querwelle, b) einer Längswelle.

Längswelle, z. B. eine Schallwelle in einem Rohr. Man sieht Verdichtungen und Verdünnungen¹⁾. — Eine Längswelle zeigt um ihre Laufrichtung herum ein allseitig gleiches Verhalten, eine Querwelle hingegen kann eine ausgesprochene „Einseitigkeit“ besitzen. Sie kann, wie in Abb. 248 oben, „linear polarisiert“ sein. Das soll näher ausgeführt werden.

Man blicke senkrecht zur Laufrichtung der Welle und betrachte die Versuche. Zunächst sei die Blickrichtung senkrecht zur Papierebene gestellt: Beide Wellenvorgänge erscheinen in voller Deutlichkeit. Dann denke man sich die Blickrichtung in die Papierebene gelegt: Am Aussehen der Längswelle hat sich nichts geändert, die Querwelle hingegen ist unsichtbar geworden. Man sieht das Seil nur noch als ruhende gerade Linie. Die Querwelle besitzt also in Abb. 248 eine Einseitigkeit, gekennzeichnet durch eine „Schwingungsebene“. Der Vorgang der Querwelle wird unsichtbar, wenn sich das Auge in der Schwingungsebene befindet.

In der Mechanik kann also Einseitigkeit oder Polarisation nur bei Querwellen auftreten. Aber man hüte sich vor der Umkehr des Satzes: Das Fehlen der Einseitigkeit spricht nicht gegen Querwellen. Bei Querwellen kann nämlich die Lage

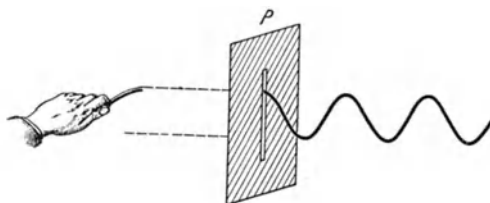


Abb. 249. Ein Spalt P als Polarisator bei mechanischen Querwellen.

der Schwingungsebene rasch und regellos wechseln. Dann fehlt auch bei Querwellen im zeitlichen Mittel eine Einseitigkeit.

Trotzdem ist auch in diesem Fall eine experimentelle Entscheidung zwischen Längs- und Querwellen möglich. Das veranschaulichen wir wieder mit einem mechanischen Versuch. In Abb. 249 erzeugt eine Hand Querwellen auf einem langen Gummiseil. Die Hand hat feste Frequenz und Amplitude, wechselt aber dauernd und regellos ihre Schwingungsrichtung. Infolgedessen wechselt die Schwingungsebene der Wellen regellos, die Wellen erfüllen

¹⁾ Abb. 248 ist als „Momentphotographie“ zweier Experimente zu denken, zeichnerisch läßt sich auch jede Längswelle mit einer Wellenlinie darstellen. In der Zeichnung einer Schallwelle kann dann die Ordinate die Luftdichte bedeuten, also Wellenberg gleich Verdichtung.

einen zylindrischen Bereich mit der Laufrichtung als Achse. Der Schnitt des Zylinders mit der Zeichenebene ist durch zwei gestrichelte Gerade angedeutet. Dann kommt der wesentliche Punkt. Bei P durchsetzt das Seil einen schmalen Spalt. Dieser Spalt wirkt als „Polarisator“. Er sondert aus dem Gemisch der rasch wechselnden Schwingungsebenen eine einzige feste Schwingungsebene aus. Diese liegt in Abb. 249 der Papierebene parallel. Daher kann rechts vom Polarisator P eine linear-polarisierte Welle beobachtet werden. Ihre Einseitigkeit erweist eindeutig den Charakter der zum Polarisator laufenden Wellen: Es sind Querwellen.

§ 70. Licht als Querwelle. Die in der Mechanik gewonnenen Erkenntnisse sind sinngemäß auf die Optik zu übertragen. — Soll man das Licht mit Längs- oder mit Querwellen beschreiben?

Wir knüpfen an die Grundbeobachtung der Optik an, die sichtbare Spur des Lichtes in einem trüben Mittel. Als solches wählen wir Wasser mit feinen Schwebeteilchen. Das Lichtbündel zeigt rings um seine Längsrichtung herum ein allseitig gleiches Aussehen, man beobachtet keine Einseitigkeit. Aber erst ein positiver Befund, das Auftreten einer Einseitigkeit, kann Längswellen ausschließen und eindeutig zugunsten von Querwellen entscheiden. Diesen positiven Befund erhält man auf folgendem Wege:

ERASMUS BARTHOLINUS, ein Däne, hat 1669 die „Doppelbrechung“ entdeckt. Er ließ ein Lichtbündel n senkrecht auf eine Platte aus isländischem Doppelspat (CaCO_3) auffallen (Abb. 250). Dabei fand er eine Aufspaltung des Lichtbündels in zwei Teilbündel. — Das eine der beiden, das mit o bezeichnete, durchsetzt die Kristallplatte ohne Knickung in der ursprünglichen Richtung. Es zeigt also den gleichen Verlauf wie bei jeder senkrecht getroffenen Glasplatte. Man nennt das Teilbündel o daher das „ordentliche“ (ordinäre). Das andere Teilbündel ao erfährt trotz des senkrechten Auffalles eine Brechung und verläßt den Kristall mit einer Parallelversetzung. Dies zweite Teilbündel heißt das „außerordentliche“ (extraordinäre).

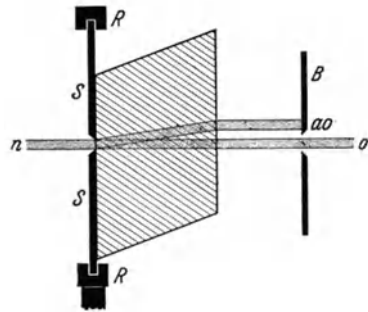


Abb. 250. Zur Vorführung der Doppelbrechung. Eine dicke Kalkspatplatte (natürliches rhomboedrisches Spaltstück) ist auf einer Scheibe SS befestigt. Diese kann innerhalb des Ringes RR um die Richtung $n-o$ als Achse gedreht werden. Durch Hinzufügen der Lochblende B entsteht ein einfacher Polarisator. (Für § 72 ist die Richtung der optischen Achse schraffiert worden.)

Es gibt mehrere Möglichkeiten, das eine der beiden Teilbündel auszuschalten. Im einfachsten Fall genügt schon die Blende B in Abb. 250. Sie läßt nur das ordentliche Lichtbündel hindurch. — Durch die Ausschaltung des einen Teilbündels entsteht aus einem doppelbrechenden Kristall ein Polarisator. Er leistet für das Licht die gleichen Dienste wie der Spaltpolarisator für die mechanischen Seilwellen (Abb. 249). Das wird der nächste Versuch ergeben.

Wir lassen das Licht einen Polarisator durchsetzen und verfolgen dann seine Spur in einem Trog mit trübem Wasser. Jetzt zeigt das Lichtbündel eine krasse Einseitigkeit: Wir können, senkrecht auf das Lichtbündel blickend, das Auge rings um die Bündelachse herumführen. In zwei um 180° getrennten Stellungen vermag das Auge nichts vom Lichtbündel zu sehen. In dieser Stellung befindet sich das Auge innerhalb der Schwingungsebene. Die Lage dieser Schwingungsebene markieren wir am Polarisator mit einem Zeiger.

Nunmehr können wir die Beobachtung bequemer gestalten. Wir behalten unsere Augenstellung bei, benutzen den Zeiger als Handgriff und drehen den

Polarisator um die Bündelrichtung als Achse (Abb. 251). So läßt sich der Wechsel zwischen guter Sichtbarkeit des Lichtbündels und völliger Unsichtbarkeit eindrucksvoll einem großen Kreise vorführen.

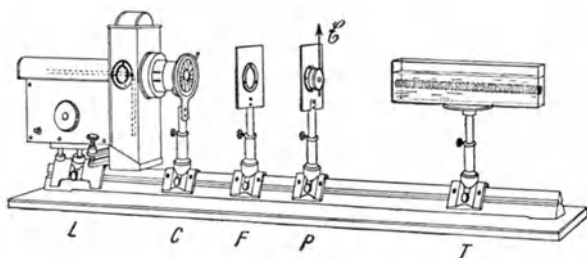


Abb. 251. Vorführung der Schwingungsebene des Lichtes. P = Polarisator. (Das Wasser im Trog wird durch Zusatz einiger Tropfen alkoholischer Mastixlösung getrübt und vor Gebrauch filtriert.)

Wir fassen zusammen: Mit Hilfe eines Polarisators kann man Lichtbündel herstellen, denen man Querwellen mit einer festen Schwingungsebene zuzuordnen muß. Das Lichtbündel wird unsichtbar, wenn sich das Auge innerhalb der Schwingungsebene be-

findet. So kann man die Lage der Schwingungsebene im Polarisator festlegen und mit einem Zeiger markieren.

Durch die Entdeckung der Polarisation hat die Darstellung des Lichtes mit Hilfe von Wellen erheblich an Inhalt gewonnen. Wir können jetzt sagen: Unser oft benutztes Wellenschema, eine Wellenlinie, im einfachsten Fall eine Sinuslinie, bedeutet in der Optik das Bild einer Querwelle. Ihre „Ausschläge“ können parallel einer Ebene erfolgen, die Lichtwelle kann linear polarisiert sein. Folglich ist der „Ausschlag“ und sein Höchstwert, „Amplitude“¹⁾ genannt, eine gerichtete Größe, ein quer zur Laufrichtung der Welle gerichteter Vektor. Wir wollen daher den „Ausschlag“ einer Lichtwelle fortan den „Lichtvektor“ nennen und zunächst ihn selbst, später (ab § 82) auch seine Amplitude mit dem Buchstaben \mathcal{E} bezeichnen. Über die physikalische Natur des Lichtvektors brauchen wir einstweilen keine Aussage zu machen. Wir beschränken uns, wie bisher, bei der Darstellung der optischen Erscheinungen auf das unbedingt Notwendige.

§ 71. Polarisatoren verschiedener Bauart. Der in Abb. 250 skizzierte Polarisator liefert nur Lichtbündel von einigen Millimetern Durchmesser, anderenfalls benötigt man dicke und kostspielige Platten aus Kalkspat oder einem anderen doppelbrechenden Kristall. Zur Vermeidung dieses Übelstandes hat man eine Reihe anderer Polarisator-konstruktionen ersonnen.

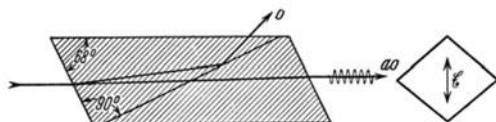


Abb. 252. Ein „Nicol“, d. h. ein Polarisator nach WILLIAM NICOL (1828) in Längs- und Querschnitt. Nur für bescheidene Ansprüche. Durchgelassen wird das außerordentliche Lichtbündel. Seine Schwingungsebene (elektrischer Vektor) liegt parallel zur kurzen Diagonale des rautenförmigen Querschnittes. (Die optische Achse genannte Richtung ist durch Schraffierung angedeutet.)

Bei der ersten Gruppe schaltet man das eine der beiden Teilbündel durch Reflexion aus, und zwar durch Totalreflexion. Zu diesem Zweck zerschneidet man ein Kalkspatstück²⁾ in schräger Richtung (Abb. 252) und trennt die beiden Stücke durch eine durchsichtige Zwischenschicht von passender Brechzahl (z. B. Kanadabalsam oder Leinöl). Bei guten Ausführungsformen sollen die beiden Endflächen senkrecht zur Längsrichtung stehen (Abb. 253). Bei diesen Formen erfährt das durchgelassene Teilbündel keine seitliche Versetzung, beim Drehen des Polarisators „schlägt“ es nicht.

¹⁾ Vgl. S. 16.

²⁾ Alle aus Kalkspat hergestellten Polarisatoren sind im Ultravioletten unbrauchbar. Kalkspat und vor allem der Kitt der Trennflächen absorbieren die kurzen Wellen. Ersatz in Abb. 257. Im Ultraroten sind sie bis $\lambda = 2,5 \mu$ anwendbar. Vgl. S. 137.

Bei der zweiten Gruppe von Polarisatoren schaltet man eines der beiden Teilbündel durch Absorption aus. Alle doppelbrechenden Kristalle sind dichroitisch, d. h. sie absorbieren ihre beiden polarisierten Teilbündel verschieden stark. Bei einigen von ihnen erstreckt sich das eine der beiden Absorptionsspektren bis zum Ultraroten, das andere endet schon im Ultravioletten. Derartige Kristalle lassen bei passender Schichtdicke praktisch nur eines der beiden polarisierten Teilbündel austreten. So gelangt man zu sehr handlichen plattenförmigen Polarisatoren. Für das sichtbare Spektrum eignen sich besonders etwa 0,3 mm dicke, für das Auge schwach olivgrüne Platten aus schwefelsaurem Jodchinin (HERAPATH 1852). Diese Polarisatoren sind heute unter dem Namen „Herotar“ bis zu etwa 6 cm Durchmesser käuflich.

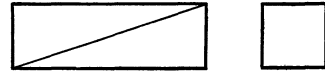


Abb. 253. Polarisator mit Endflächen senkrecht zur Längsachse. Bei einer guten Konstruktion nach GLAN-THOMPSON umfaßt das sehr gleichmäßig polarisierte Gesichtsfeld etwa 30°. Verschiedene, äußerlich ähnliche Ausführungsformen unterscheiden sich durch die Orientierung der Achsenrichtung des Kalkspates. Man muß daher bei Unkenntnis der Bauart die Lage der Schwingungsebene experimentell bestimmen, z. B. nach § 70.

Für technische Zwecke werden neuerdings außerdem „Polarisationsfolien“ in beliebiger Größe hergestellt. Sie bestehen meistens aus zahlreichen kleinen, parallel gerichteten „Herapath“-Kristallen in einem filmartigen Bindemittel.

Eine dritte Art von Polarisatoren wird in § 85 beschrieben werden.

§ 72. Doppelbrechung, insbesondere von Kalkspat und Quarz. Polarisiertes Licht spielt in der Optik eine große Rolle. Es wird uns in den späteren Kapiteln ständig begegnen. Die wichtigsten Hilfsmittel zur Herstellung und Untersuchung von polarisiertem Licht beruhen auf der Doppelbrechung der Kristalle. Deswegen müssen wir uns mit einigen weiteren Tatsachen aus dem Gebiet der Doppelbrechung bekannt machen.

Quarkristalle sind allgemein in der Form („Tracht“) sechsseitiger Säulen bekannt. Auch Kalkspat wird in der gleichen Form gefunden, bekannter sind allerdings seine rhomboedrischen Spaltstücke.

Wir legen zwei Flächen senkrecht zur Längsrichtung der Säule und lassen ein schmales Lichtbündel parallel zur Längsrichtung einfallen. Dann durchsetzt das Lichtbündel den Kristall ohne jede Knickung, es fehlt die Aufspaltung des Bündels in zwei räumlich voneinander getrennte Teilbündel (Abb. 250). — Die Längsrichtung der sechsseitigen Säule ist also optisch ausgezeichnet, in ihr gibt es keine Doppelbrechung. Diese ausgezeichnete Richtung wird — nicht gerade geschickt — optische Achse genannt. (Achse bezeichnet hier also abweichend vom üblichen Sprachgebrauch eine Richtung, nicht eine Linie!). Jede die optische Achse enthaltende Ebene wird Kristallhauptschnitt¹⁾ genannt. Diesen Begriff werden wir oft gebrauchen.

Für den nächsten Versuch nehmen wir zwei geometrisch gleiche Kalkspatprismen, wie in Abb. 254 nebeneinandergestellt. Im oberen Prisma liegt die optische Achse parallel zur Prismenbasis, im unteren senkrecht zu ihr. Beides ist durch Schraffierung angedeutet.

Das Licht fällt von links auf beide Prismen senkrecht auf. Im oberen Prisma läuft es parallel, im unteren senkrecht zur optischen Achse. Infolgedessen tritt nur im unteren Prisma Doppelbrechung auf, und nur dort erhalten wir zwei getrennte Teilbündel. Das stärker abgelenkte (o) verläuft gerade so wie beim oberen Prisma, also wie beim Fehlen der Doppelbrechung. Daher ist es das ordentliche. Das weniger abgelenkte Teilbündel (a_o) ist das außerordentliche. Beide Teilbündel durchsetzen dann weiter einen Polarisator P . Seine Schwingungsrichtung ist durch den Doppelzeiger ⊗ markiert. In der gezeichneten Stellung läßt der Polarisator

¹⁾ Zum Unterschied vom Prismenhauptschnitt, einer Ebene senkrecht zur brechenden Kante eines Prismas (S. 8).

nur das außerordentliche Bündel passieren, nach einer Drehung um 90° (also \mathcal{C} senkrecht zur Papierebene) jedoch nur das ordentliche. Folglich stehen die Schwingungsebenen der beiden Teilbündel senkrecht aufeinander. Die Schwingungsebene des außerordentlichen Bündels liegt innerhalb eines Kristallhauptschnittes, die des ordentlichen hingegen senkrecht zu ihm.

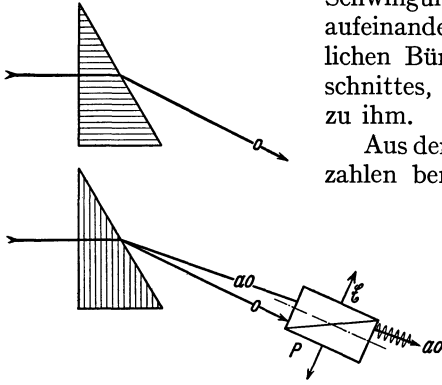


Abb. 254. Zur Doppelbrechung des Kalkspates. Die optische Achse genannte Richtung ist schraffiert, die Schwingungsebene des außerordentlichen Strahles ist bildlich angedeutet. Der Prismenhauptschnitt ist zugleich Kristallhauptschnitt.

Aus den Ablenkungswinkeln lassen sich die Brechzahlen berechnen. Man findet für grünes Licht

$$n_o = 1,66,$$

$$n_{ao} = 1,49.$$

Der außerordentliche Strahl wird schwächer gebrochen (Abb. 254 unten). Deswegen nennt man Kalkspat negativ doppelbrechend. Für Quarz gilt das Umgekehrte. Quarz ist positiv doppelbrechend.

In Abb. 254 fällt der Strahl im Inneren des Kristalles entweder mit der optischen Achse zusammen (oben) oder steht senkrecht zu ihr (unten), d. h. der Winkel γ zwischen Strahl und optischer Achse war entweder Null oder 90° . Man kann die Messungen jedoch auch für Zwischenwerte von γ wiederholen,

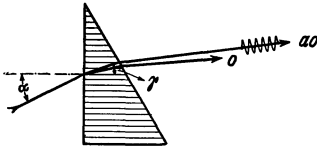


Abb. 255.

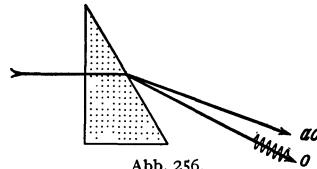


Abb. 256.

Abb. 255 und 256. Zur Doppelbrechung des Kalkspates. In Abb. 255 lassen sich die Brechzahlen bei verschiedenen Neigungswinkeln γ zwischen dem Strahl und der optischen Achse messen. In Abb. 256 hingegen ist γ konstant $= 90^\circ$, weil die optische Achse parallel zur brechenden Kante des Prismas liegt.

z. B. gemäß Abb. 255. Die Brechzahl n_o des ordentlichen Strahles wird für jede Größe von γ gleich dem oben genannten Wert $n_o = 1,66$ gefunden. Die Brechzahl des außerordentlichen Strahles hingegen ändert sich mit γ . Sie erreicht für $\gamma = 90^\circ$ ihren kleinsten Wert, für $\gamma = 0^\circ$ ihren größten. Für $\gamma = 0^\circ$ wird $n_{ao} = n_o$, d. h. in Richtung der optischen Achse verschwindet die Doppelbrechung.

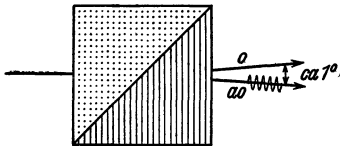


Abb. 257. Ein Doppelprisma aus Quarz liefert zwei nicht achromatisierte, symmetrisch abgelenkte Teilbündel (WOLLASTON). Es eignet sich, mit Wasser gekittet, zur Polarisation von ultraviolettem Licht. — Mit anderen Achsenrichtungen der Teilprismen kann man den ordentlichen Strahl unabgelenkt hindurchgehen lassen und dadurch achromatisieren. Man verliert aber die Hälfte der Bündeldivergenz (ROCHON, SENARMONT).

In Abb. 256 ist ein Prisma mit anderer Orientierung skizziert. Bei ihm liegt die optische Achse parallel zur brechenden Kante, also senkrecht zur Papierebene. Das ist durch Punktierung angedeutet. Die beiden Bündel stehen im Inneren des Kristalles bei jedem Einfallswinkel α auf der optischen Achse senkrecht,

also ist γ immer $= 90^\circ$. Folglich mißt man für jeden Einfallswinkel die beiden oben genannten Brechzahlen $n_o = 1,66$ und $n_{ao} = 1,49$.

Die bisher in diesem Paragraphen behandelten Beispiele betreffen einige, auch für Anwendungen wichtige (Abb. 257) Sonderfälle: Sowohl die zuerst vom

Licht getroffene Oberfläche als auch die Zeichenebene lagen parallel oder senkrecht zur optischen Achse. Ohne diese Beschränkung werden die Verhältnisse schon bei einachsigen Kristallen verwickelt.

Den wesentlichen Punkt kann man gemäß Abb. 258 vorführen. Man benutzt die gleiche Anordnung wie in Abb. 250, läßt aber das Licht schräg einfallen und legt auf diese Weise mit dem Einfallswinkel α eine Einfallsebene fest. In der gezeichneten Stellung fällt die Einfallsebene mit einem Kristallhauptschnitt zusammen. Beide Teilbündel verlaufen in der Einfallsebene.

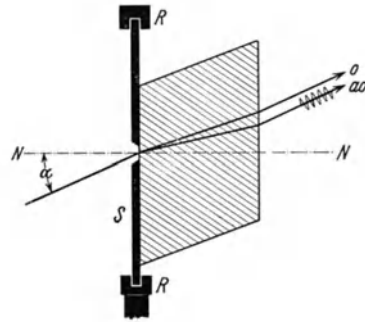


Abb. 258. Brechung außerhalb der Einfallsebene. Bei Drehung der Kalkspatplatte um das Einfallslot NN' wird der außerordentliche Strahl die Einfallsebene (Papierebene) verlassen.

Dann wird die dicke Kalkspatplatte um das Einfallslot NN' langsam in Drehung gesetzt. Dadurch verläßt die optische Achse die Einfallsebene. Für den ordentlichen Strahl ist das ohne Belang, er bleibt nach wie vor längs seines ganzen Weges in der Einfallsebene. Der außerordentliche Strahl hingegen läuft auch jetzt in einem Hauptschnitt des Kristalles. Dieser Hauptschnitt geht durch das Einfallslot und die optische Achse hindurch. Er befindet sich nicht mehr in der Einfallsebene und umkreist während der Drehung den ordentlichen Strahl innen auf einem Kegel, außen auf einem Zylindermantel. Abgesehen von den oben behandelten Sonderfällen erfolgt also die Brechung des außerordentlichen Strahles nicht in der Einfallsebene. Das elementare Brechungsgesetz (Abb. 6) versagt. Man kann die Brechung des außerordentlichen Strahles im allgemeinen Fall nur in einer räumlich-perspektivischen Darstellung beschreiben.

Noch verwickelter werden die Erscheinungen bei zweiachsigen Kristallen, d. h. bei Kristallen mit 2 von Doppelbrechung freien Richtungen. Bei ihnen gibt es überhaupt kein „ordentliches“ Bündel. Beide Bündel sind „außerordentlich“, d. h. bei beiden hängt die Brechzahl von der Richtung ab, und beide verlassen im allgemeinen bei der Brechung die Einfallsebene. Die Schwingungsebenen beider Bündel stehen auch bei den zweiachsigen Kristallen stets senkrecht aufeinander. Für physikalische Zwecke braucht man aus der Gruppe zweiachsiger Kristalle oft Spaltstücke aus klarem Glimmer¹⁾.

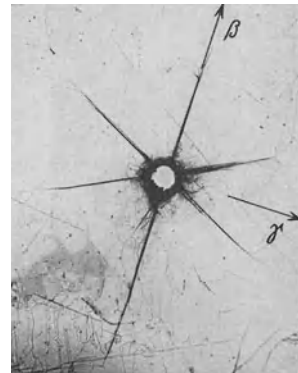


Abb. 259. Schlagfigur auf einem Glimmerblatt.

Glimmerplatten haben mechanisch ausgezeichnete Richtungen. Man lege die Platte auf eine Schreibunterlage und steche mit einer Stecknadel ein Loch in die Platte. Dabei entsteht die in Abb. 259 photographierte „Schlagfigur“. Sie besteht aus einem sechsstrahligen Stern mit zwei langen Armen. Die Richtung der letzteren heißt die β -Richtung, die auf ihr senkrechte Plattenrichtung die γ -Richtung.

¹⁾ Seine beiden optischen Achsen schließen im Kristall einen Winkel von 45° ein. Die Mittellinie dieses Winkels steht nahezu senkrecht auf den Spaltflächen (Abweichungen unter 2°). Die durch die beiden optischen Achsen gelegte Ebene schneidet die Spaltflächen in Abb. 259 in der Richtung γ .

Die beiden bei der Doppelbrechung entstehenden Lichtbündel schwingen parallel zur β -Richtung und zur γ -Richtung. Parallel zur β -Richtung schwingendes Rotfilterlicht (das im Kristall schnellere) hat die Brechzahl

$$n_\beta = 1,5908,$$

parallel zur γ -Richtung schwingendes Rotfilterlicht (das im Kristall langsamere) hat die Brechzahl

$$n_\gamma = 1,5950.$$

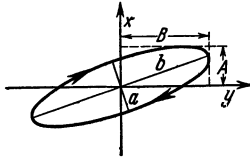


Abb. 260. Entstehung einer elliptischen Schwingung aus zwei zueinander senkrechten linearen Schwingungen mit den Amplituden A und B und der Phasendifferenz $\delta = 45^\circ$ (z -Achse = Lichtrichtung in den Abb. 260 bis 267 nach hinten).

Für die Kristallkunde sind noch viele weitere Einzelheiten der Doppelbrechung wichtig, aber nicht für ihre physikalischen Anwendungen.

§ 73. Elliptisch polarisiertes Licht. In der Mechanik ist die Zusammensetzung zweier zueinander senkrecht stehender Sinusschwingungen behandelt worden. Bei gleicher Frequenz beider Schwingungen gibt es im allgemeinen Fall elliptische Bahnen; Kreis und gerade Linie erscheinen als Grenzfälle. Die Gestalt der Ellipsen kann nach Belieben verändert werden, wir nennen zwei Verfahren.

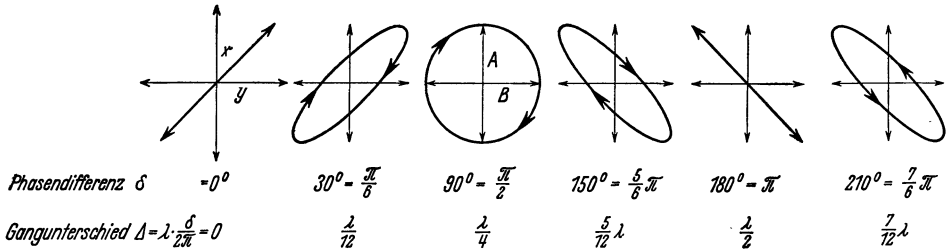


Abb. 261. Beispiele elliptischer Schwingungen für den Sonderfall $A = B$. x -Schwingung voraus.

A. Man gibt den beiden zueinander senkrechten Sinusschwingungen x und y die Amplituden A und B und verändert die Phasendifferenz δ . In diesem Fall (Abb. 260) liegen die Achsen der Ellipse schräg zwischen den Richtungen der beiden einzelnen Schwingungen

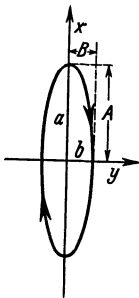


Abb. 262. Entstehung einer elliptischen Schwingung aus zwei zueinander senkrechten linearen Schwingungen mit den Amplituden A und B und der Phasendifferenz $\delta = 90^\circ$. Die Halbachsen der Ellipse a und b sind gleich den Amplituden der linearen Schwingungen A und B .

$$x = A \sin(\omega t + \delta),$$

$$y = B \sin(\omega t)$$

$$(\omega = 2\pi\nu = \text{Kreisfrequenz}).$$

Die Abb. 261 gibt einige Beispiele für den Sonderfall $A = B$.

B. Man macht die Phasendifferenz δ beider Einzelschwingungen konstant $= 90^\circ$ und verändert das Verhältnis ihrer Amplituden. Dann liegen die Achsen der Ellipsen parallel zu den Richtungen der beiden Einzelschwingungen, siehe Abb. 262.

In entsprechender Weise kann man mit zwei fortschreitenden linear polarisierten Wellen verfahren. Man stellt ihre Schwingungsebenen senkrecht zueinander und setzt an jedem Punkt ihres Weges die „Vektoren“ zusammen: Mit diesem Wort wollen wir kurz den gerichteten Ausschlag einer Querwelle bezeichnen.

Wir suchen die Zusammensetzung der Wellen und die Gestalt zirkular und elliptisch polarisierter Wellen an drei Beispielen mit perspektivischen Zeichnungen klarzumachen. Diese stellen — wie alle Bilder fortschreitender Wellen — „Momentaufnahmen“ dar. Als Laufrichtung wird die z -Achse von links vorn nach rechts hinten benutzt.

In Abb. 263 haben die beiden Teilwellen gleiche Amplituden, und ihr Gangunterschied Δ ist Null. Bei der Zusammensetzung der Vektoren entsteht wieder eine linear polarisierte Welle. Ihre Schwingungsebene ist um 45° gegen die Vertikale geneigt (Abb. 264).

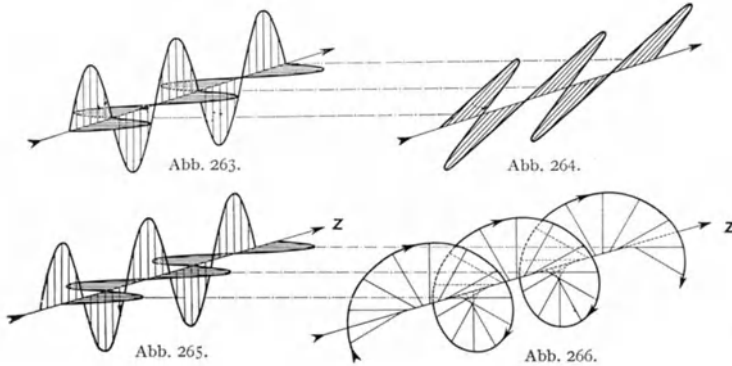


Abb. 263—266. Zusammensetzung zweier zueinander senkrecht schwingender Querwellen gleicher Amplitude. Momentbilder. In Abb. 265 eilt die vertikal schwingende Welle mit einem Gangunterschied von $\lambda/4$ voraus. D. h. ihre positiven, nach oben gerichteten Ausschläge beginnen näher am Koordinatennullpunkt (örtliche Phasendifferenz) als die positiven, nach rechts gerichteten Ausschläge der horizontal schwingenden Welle. Die Pfeilspitzen längs des Schraubenumfangs sollen nur die Gestalt der Rechtsschraube besser hervortreten lassen. Die Schraubenfläche rotiert beim Vorrücken der Welle keineswegs um z als Achse. Man denke sich vielmehr die ganze Schraubenfläche ohne Drehung in Richtung z mit der für die Wellen charakteristischen Geschwindigkeit bewegt. Eine hinten rechts zu z senkrecht stehende Bezugsebene wird dann zeitlich nacheinander von den einzelnen Vektoren (Stufen der Wendeltreppe) durchschnitten. Die Schnittlinie kreist für einen in der Laufrichtung blickenden Beobachter dem Uhrzeiger entgegen. Anders für einen der Laufrichtung der Wellen entgegenglickenden Beobachter. Er sieht die Schnittlinie mit dem Uhrzeiger kreisen, also nach rechts. Für diesen Beobachter gehört zur Rechtsschraube des Momentbildes eine Rechtsdrehung der nacheinander die Bezugsebene passierenden Vektoren.

In Abb. 265 haben die beiden Teilwellen ebenfalls gleiche Amplituden, jedoch eilt die vertikal schwingende der horizontal schwingenden um $\lambda/4$ voraus, entsprechend einer Phasendifferenz $\Delta = 90^\circ$ oder $\pi/2$. Durch Zusammensetzung der

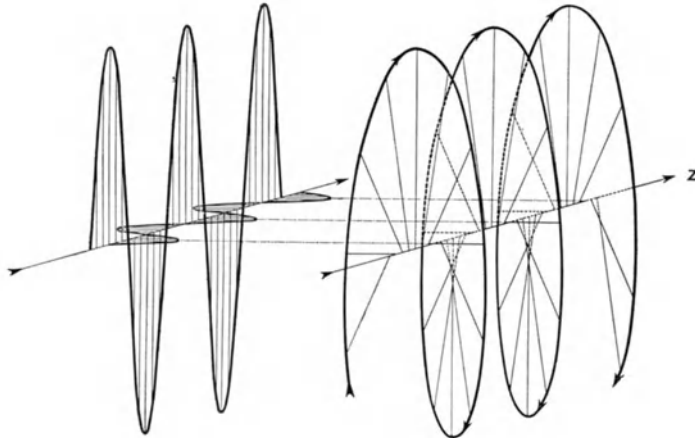


Abb. 267. Zusammensetzung zweier zueinander senkrecht schwingender Querwellen ungleicher Amplitude. Die vertikal schwingende eilt mit einem Gangunterschied von $\lambda/4$ voraus. (Elliptisch polarisierte Wellen mit schräger Achsenlage, also Zwischenformen zwischen Abb. 264 und 266, geben auch bei einwandfreier perspektivischer Zeichnung kein für das Auge brauchbares Bild.)

Vektoren entsteht eine zirkular polarisierte Welle. In ihrem Momentbild erzeugt die Gesamtheit aller Vektoren eine Schraubenfläche oder Wendeltreppe mit der Laufrichtung z als Achse. — In je zwei um eine Wellenlänge voneinander entfernten Punkten haben die Vektoren die gleiche Richtung, ein Umlauf der Schraubenfläche entfällt auf eine Wellenlänge.

In Abb. 267 ist der Gangunterschied $\Delta = \lambda/4$ zwischen den beiden Teilwellen beibehalten worden, doch sind die Amplituden der Teilwellen von ungleicher Größe. Die Zusammensetzung der Vektoren liefert eine elliptisch polarisierte Welle. Auch in ihrem Momentbild erzeugt die Gesamtheit aller Vektoren eine Schraubenfläche mit der Laufrichtung als Achse, aber die Länge der Vektoren ändert sich periodisch längs der Schraube. Auch hier haben in je zwei um eine Wellenlänge getrennten Punkte die Vektoren der elliptisch polarisierten Welle die gleiche Größe und die gleiche Richtung. Wieder entfällt also ein voller Schraubenumlauf auf eine Wellenlänge.

Dies allgemeine, für jede Art von Querwellen gültige Schema läßt sich zur Beschreibung wichtiger, mit der Doppelbrechung verknüpfter Vorgänge benutzen. Das zeigen wir an Hand der Abb. 268. — Aus dem Kondensator C fällt angenähert parallel gebündeltes Licht durch ein Rotfilter F auf einen Polarisator P . Seine Schwingungsebene, kenntlich am Zeiger \mathcal{E} , steht unter 45° zur Vertikalen geneigt. Das linear polarisierte Licht trifft dann senkrecht auf eine doppelbrechende Kristallplatte G . Der Billigkeit halber nehmen wir ein Glimmerblatt. Seine aus Abb. 259 bekannte β -Richtung steht vertikal, die γ -Richtung horizontal. In der Kristallplatte zerfällt das Lichtbündel durch Doppelbrechung in zwei Teilbündel. Das

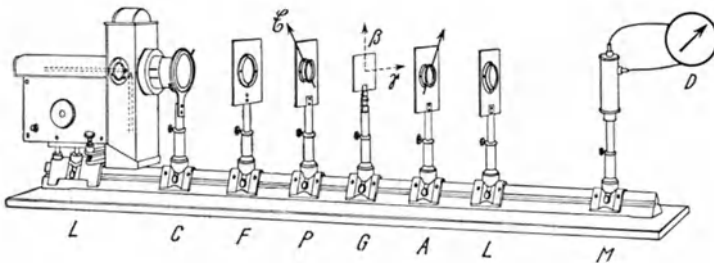


Abb. 268. Zur Herstellung von elliptisch polarisiertem Licht mit Hilfe eines Glimmerblättchens G . β und γ sind die aus Abb. 259 bekannten Richtungen. Ohne den Strahlungsmesser M dient die Anordnung außerdem zur Vorführung von Interferenzerscheinungen von parallel gebündeltem polarisiertem Licht. (§ 74.)

im Kristall schnellere hat eine vertikale, das im Kristall langsamere eine horizontale Schwingungsebene. Beide Bündel überlappen sich, im Unterschied von Abb. 250, bei der geringen Plattendicke d praktisch vollständig, und zwar sowohl im Kristall wie rechts hinter ihm.

Nach dem Austritt aus der doppelbrechenden Platte G besteht zwischen den beiden Lichtbündeln ein Gangunterschied (d. h. Differenz der optischen Wege, S. 5)

$$\Delta = d (n_\gamma - n_\beta). \quad (76)$$

Wir setzen die oben (S. 118) für die Brechzahl von Rotfilterlicht ($\lambda = 6,5 \cdot 10^{-4}$ mm) gegebenen Werte ein und erhalten

$$\Delta = 42 \cdot 10^{-4} d$$

oder

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{42 \cdot 10^{-4}}{6,5 \cdot 10^{-4}} \cdot d = 6,5 \text{ mm}^{-1} \cdot d \quad (77)$$

(Plattendicke d in mm).

Infolge des Gangunterschiedes setzen sich die beiden senkrecht zueinander schwingenden Lichtbündel zu einem elliptisch polarisierten Lichtbündel zusammen (natürlich einschließlich der Grenzfälle „zirkular“ und „linear“).

Zum Nachweis der Polarisationsart dient nun der rechts von G folgende Teil der Anordnung: Das wesentliche Stück ist ein zweiter Polarisator A , in dieser Verwendungsart „Analytator“ (oder „Zerleger“) genannt. Das von ihm durch-

gelassene Licht fällt auf eine Linse L , und diese bildet G entweder auf dem Strahlungsmesser M (z. B. Photozelle) oder auf einem Wandschirm ab. — Soweit die Anordnung des Versuches, jetzt seine Ausführung:

Man versetzt den Analysator in gleichförmige, langsame Drehung. Gleichzeitig beobachtet man die Ausschläge des Strahlungsmessers für verschiedene Winkel ψ zwischen den Schwingungsebenen des Analysators und des Polarisators. — Beispiele:

1. Leerversuch ohne Glimmerblatt G (d. h. $d = 0$). Zum Analysator gelangt nur linear polarisiertes Licht. Der Analysator läßt vom Lichtvektor \mathcal{E} des ankommenden Lichtes jeweils nur die Komponente $\mathcal{E} \cos \psi$ passieren. Die durchgelassene Strahlungsleistung muß also proportional zu $\cos^2 \psi$ sein. Dem entspricht die Messung, man findet ihre Ergebnisse, mit Polarkoordinaten dargestellt, in Abb. 269, Kurve I .

Die Nullwerte erscheinen für $\psi = 90^\circ$ und $= 270^\circ$. D. h. zwei „gekreuzte“ Polarisatoren (P und A) lassen kein Licht von der Lampe zum Beobachtungsort gelangen.

2. Es wird ein Glimmerblatt der Dicke $d = 0,154$ mm eingeschaltet. Diese erzeugt nach Gl. (77) einen Gangunterschied $\Delta = \lambda$. Das Licht bleibt linear polarisiert, man erhält wieder Kurve I . Das gleiche gilt für Glimmerblätter von einem Mehrfachen obiger Dicke, also mit Gangunterschieden $\Delta = 2\lambda, 3\lambda$ usw.

3. Glimmerblatt $0,077$ mm dick. $\Delta = \lambda/2$. Man erhält wieder eine Kurve der Gestalt I , jedoch um 90° gedreht. Bei $\psi = 0^\circ$ und $\psi = 180^\circ$ wird kein Licht durchgelassen. Also ist das Licht wiederum linear polarisiert, seine Schwingungsebene jedoch gegenüber der des Polarisators P um 90° gekippt (in Abb. 269 nicht gezeichnet).

4. Glimmerblatt $0,038$ mm dick, $\Delta = \lambda/4$ („ $\lambda/4$ -Blättchen“). Der Ausschlag des Strahlungsmessers ist von ψ unabhängig, Kurve III . Das Licht ist zirkular polarisiert.

5. Glimmerblatt mit der Dicke $d = 0,167$ mm. $\Delta = (1\frac{1}{12})\lambda$, gleichwertig mit $\Delta = \frac{1}{12}\lambda$. Das Licht ist elliptisch polarisiert, man mißt Kurve II , der Analysator läßt bei jedem Winkel ψ Licht hindurch. Für $\psi = 90^\circ$ und $\psi = 270^\circ$ gibt es mehr oder minder flache Minima, aber nicht mehr, wie bei linear polarisiertem Licht, Null.

6. Bis hier haben wir die Amplituden der beiden Teilbündel konstant gehalten und ihren Gangunterschied verändert. Jetzt halten wir den Gangunterschied konstant $= \lambda/4$, d. h. wir benutzen ein $\lambda/4$ -Blatt und verändern das Amplitudenverhältnis. Zu diesem Zweck ändern wir den Winkel zwischen der Schwingungsebene des Polarisators P und der Vertikalen (d. h. der β -Richtung des Glimmerblattes). Auf diese Weise können wir mit einem einzigen Glimmerblatt elliptisch polarisiertes Licht beliebiger Schwingungsform herstellen. Wir können alle in Abb. 269 gemessenen Kurven und ihre Zwischenformen erhalten.

Zum Schluß ersetzen wir das bisher ausschließlich verwandte Rotfilterlicht durch gewöhnliches Glühlicht. Außerdem entfernen wir den Strahlungsmesser und beobachten die Bilder auf dem Wandschirm. Die Konstante der Gl. (77),

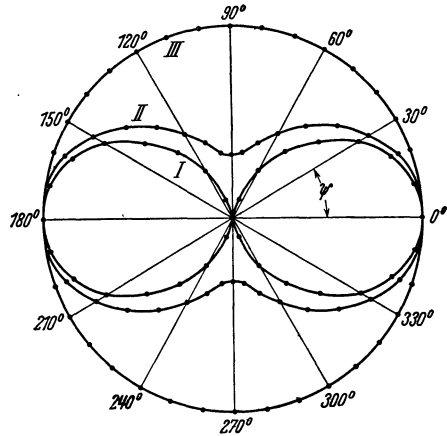


Abb. 269. Die vom Analysator in Abb. 268 durchgelassene Strahlungsleistung (Ausschlag des Strahlungsmessers), dargestellt durch die Länge der Fahrstrahlen. ψ ist der Winkel zwischen der Schwingungsebene des Analysators und der des Polarisators. Kurve I bedeutet linear, II elliptisch, III zirkular polarisiertes Licht. Die Bestimmung der Ellipsenbahn folgt in § 76.

S. 120, hat für jeden Wellenlängenbereich eine andere Größe. So gilt z. B. für grünes Licht der Wellenlänge $\lambda = 5,35 \cdot 10^{-4}$ mm (Thalliumdampfampe)

$$\frac{\Delta}{\lambda} = 7,1 \cdot \text{mm}^{-1} \cdot d \quad (77a)$$

(Kristalldicke d in mm).

Die einzelnen Wellenlängenbereiche bekommen verschiedene Gangunterschiede und Polarisationszustände. Der Analysator läßt einzelne Spektralbereiche hindurch, andere wenig oder gar nicht, d. h. für die einen gilt Kurve *I* der Abb. 269, für andere Kurve *II* usw. Infolgedessen erscheint das Bild des Glimmerblattes in bunten, bei manchen Kristalldicken herrlich leuchtenden Farben.

§ 74. Allgemeines über Interferenz von polarisiertem Licht. Interferenz von parallel gebündeltem polarisiertem Licht. Bei den letzten Versuchen haben wir zwei kohärente, aber senkrecht zueinander schwingende Querwellen mit beliebigen Gangunterschieden überlagert und zusammengesetzt. Es gab elliptisch polarisierte Wellen (einschließlich der Grenzfälle linear und zirkular), aber keine Interferenzen, d. h. keine Änderung in der räumlichen Verteilung der Wellen, keine Maxima und Minima wie etwa in Abb. 138/139. Zur Erzeugung von „Interferenzstreifen“ genügt also nicht die „Kohärenz“ der beiden Lichtbündel, vielmehr müssen beide außerdem eine gemeinsame Schwingungsebene besitzen.

Eine gemeinsame Schwingungsebene kann man stets durch Einführung eines Analysators (z. B. *A* in Abb. 268) erzielen. Dieser läßt von den beiden senkrecht zueinander schwingenden Wellen nur die seiner eigenen Schwingungsebene parallele Komponente hindurch. In Abb. 268 stehen die Schwingungsebenen des Polarisators und des Analysators senkrecht zueinander. Man kann sie auch parallel stellen. Dann vertauschen alle Maxima und Minima in den Interferenzfiguren ihre Lage. Beides sei ein für alle Mal angemerkt. — Nach dieser allgemeinen Vorbemerkung bringen wir Beispiele, und zwar in diesem Paragraphen nur für parallel gebündeltes Licht.

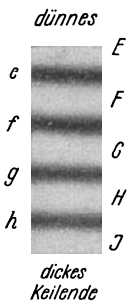


Abb. 270. Äquidistante Interferenzstreifen in einem parallel zur optischen Achse geschnittenen Quarzkeil. Parallel gebündeltes Rotfilterlicht, Keillänge 38,5 mm, Keildicke von 0,79 auf 0,48 mm abfallend. Photographisches Positiv, ebenso Abb. 271 und 272.

1. Das Glimmerblatt *G* in Abb. 268 wird durch einen länglichen flachen Keil aus einem doppelbrechenden Kristall ersetzt (z. B. aus Quarz). Die als optische Achse bezeichnete Richtung sei der Kante des Keiles parallel (Abb. 256) und diese Kante liege horizontal. Der Strahlungsmesser *M* wird jetzt als überflüssig entfernt. Auf dem Wandschirm bekommt man mit Rotfilterlicht das in Abb. 270 photographierte Bild des Keiles. Es ist der Keilkante parallel von Interferenzstreifen durchzogen. — Deutung: Die Interferenzstreifen sind Kurven gleichen Gangunterschiedes. Der Kristall erzeugt durch Doppelbrechung zwei Teilbündel. Ihr Gangunterschied hängt von der Dicke der jeweils durchsetzten Schicht ab. Die Interferenzstreifen sind also eine Art Kurven gleicher Dicke. An den Stellen *e*, *f*, *g* usw. ist der Gangunterschied gleich einem Vielfachen der Wellenlänge, also $\Delta = m \cdot \lambda$. Folglich ist das Licht hinter dem doppelbrechenden Kristall ebenso polarisiert wie ohne ihn. Es kann den Analysator nicht passieren, die Kristallstreifen *e*, *f*, *g* usw. erscheinen als Minima tiefschwarz. — Die

Maxima *E*, *F*, *G* usw. entstehen bei Gangunterschieden $\Delta = (m \cdot \lambda + \lambda/2)$. Das Licht ist hinter dem doppelbrechenden Kristall wieder linear polarisiert, seine Schwingungsebene ist aber um 90° gekippt und nunmehr der des Analysators parallel. In den Übergangsgebieten zwischen *e* und *E*, *f* und *F* usw. ist das Licht elliptisch polarisiert. Der Analysator läßt je nach der Gestalt der Ellipse Teile des Lichtes hindurch, vgl. Abb. 269.

Mit gewöhnlichem Glühlicht erscheinen die Interferenzstreifen als farbig abgeschattierte Bänder. Grund: Der Abstand benachbarter Interferenzstreifen vermindert sich mit abnehmender Wellenlänge. Daher überlagern sich im Glühlicht die Interferenzstreifen der verschiedenen Wellenlängenbereiche. Das gilt für alle Interferenzerscheinungen.

2. Der keilförmige doppelbrechende Kristall wird mit Glühlicht statt auf dem Wandschirm erst auf dem Spalt eines Spektralapparates abgebildet, und zwar mit seiner Längsrichtung der Spaltlänge parallel. Auf dem Wandschirm erscheint dann ein kontinuierliches Spektrum mit gekrümmten, überwiegend in der Längsrichtung verlaufenden Interferenzstreifen (Abb. 271). Der Streifenabstand ist im violetten kleiner als im roten Bereich. — Deutung: Der Spektralapparat legt die zu verschiedenen Wellenlängenbereichen gehörigen Interferenzstreifensysteme (Abb. 270) nebeneinander.

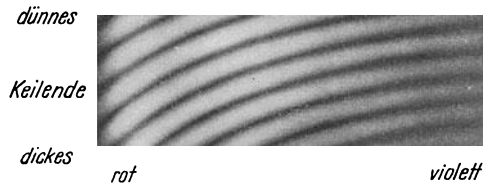


Abb. 271. Interferenzstreifen im kontinuierlichen Spektrum, hergestellt mit einem parallel zur optischen Achse geschnittenen Quarzkeil (Maße wie bei Abb. 270). Die Kante des Keiles stand senkrecht zum Spalt des Spektralapparates. Ein Interferenzstreifen nullter Ordnung würde das ganze Spektrum als horizontale Gerade durchziehen. (Man erhält ihn bei der Differenzwirkung zweier aufeinandergelegter Keile: Bei dem einen liegt die optische Achse parallel, beim anderen senkrecht zur Länge des Keiles. Ihre Differenz verwirklicht an einer Stelle die Dicke Null.)

Eine solche spektrale Zerlegung kann man selbstverständlich mit jedem Interferenzstreifensystem beliebiger Herkunft ausführen (z. B. die „Vorzerlegung“ bei Interferenzspektralapparaten hoher Auflösung [§ 56]). Die mit polarisiertem Licht hergestellten Interferenzstreifen geben aber besonders helle und daher für Vorlesungszwecke brauchbare Spektren.

3. Der Quarzkeil wird durch eine etwa 1 mm dicke planparallele Quarzplatte (ebenfalls parallel zur optischen Achse geschnitten) ersetzt. Ihr Bild zeigt in seiner ganzen Ausdehnung die gleiche bunte Farbe wie ein Keilstück der gleichen Dicke. — Dann bilden wir diese Platte nicht auf dem Wandschirm, sondern auf dem Spalt eines Spektralapparates ab und werfen das Spektrum auf den Wandschirm. Diesmal ist das Spektrum quer zu seiner Längsrichtung von schwarzen Interferenzstreifen durchzogen (Abb. 272). Die fehlenden Wellen sind rechts hinter der doppelbrechenden Platte ebenso linear polarisiert geblieben wie links vor ihr. Infolgedessen können sie den Analysator nicht passieren.



Abb. 272. Interferenzstreifen in kontinuierlichem Spektrum, hergestellt mit einer parallel zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatte von etwa 1,1 mm Dicke.

§ 75. Interferenzerscheinungen mit divergentem polarisiertem Licht erzeugt man einwandfrei in der Brennebene Z einer Linse. Die Lichtquelle muß eine große Fläche besitzen. Der Strahlengang wird zweckmäßigerweise bildseitig telezentrisch gemacht (Abb. 273). Dann genügen kleine doppelbrechende Kristallplatten. Die zu den Bildpunkten 1 und 4 gehörenden Lichtbündel sind punktiert. Sie durchsetzen, ebenso wie die Lichtbündel aller übrigen Bildpunkte, die Kristallplatte mit parallelen Begrenzungen. Ferner durchsetzen alle Lichtbündel den Polarisator und den Analysator, in diesem Fall zwei Polarisationsfolien (§ 71). Die Schwingungsebenen beider stehen senkrecht aufeinander. Die Bildebene Z ist also zunächst dunkel. Erst nach Einfügen der doppelbrechenden Kristallplatte erscheint in Z das Bild einer links unendlich fernen Ebene. Es ist von Interferenzstreifen durchzogen. Beispiele:

1. Eine Kalkspatplatte, senkrecht zur optischen Achse geschnitten, gibt die in Abb. 276 photographierte Interferenzfigur. Sie zeigt kreisförmige Interferenzstreifen und ein dunkles Kreuz. — Deutung: Der Gangunterschied der beiden

polarisierten Teilbündel hängt nur vom Neigungswinkel χ (Abb. 273) ab. Daher sind die Kurven gleichen Gangunterschiedes, die Interferenzstreifen, kreisförmig. (Also eine Art „Kurven gleicher Neigung“.) — Die Kreuze sind interferenzfreie Gebiete. In ihnen gibt es nur ein polarisiertes Bündel. — Begründung: Wir

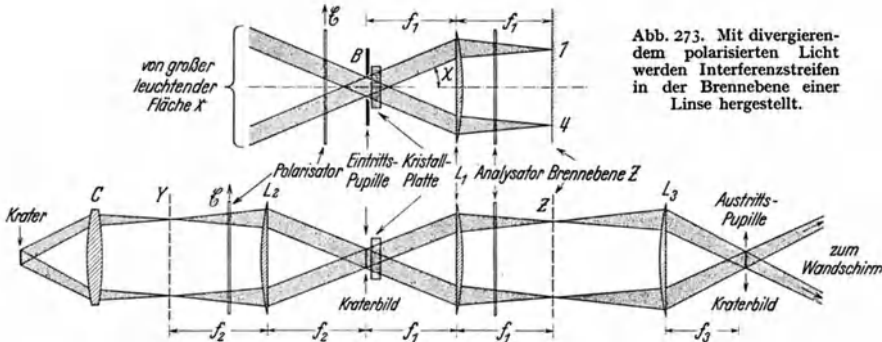


Abb. 273. Mit divergierendem polarisiertem Licht werden Interferenzstreifen in der Brennebene einer Linse hergestellt.

Abb. 274. Desgleichen im Schauversuch. Als leuchtende Fläche X dient eine beleuchtete Linse L_2 . Das von L_2 entworfene Kraterbild wirkt als Eintrittspupille. In Z wird nicht nur eine unendlich ferne Ebene abgebildet, sondern auch die durch f_2 bestimmte Ebene Y . Ein Freihandversuch: Man legt die Kristallplatte zwischen zwei gekreuzte Polarisationsfolien, hält sie dicht vor den Krater einer Bogenlampe und beobachtet auf dem Wandschirm.

zeichnen die Kristallplatte in Abb. 275 vergrößert in Aufsicht. Die Ziffern 1 und 4 markieren die Durchstoßpunkte der Bündelachse für die beiden in Abb. 273 skizzierten Lichtbündel. Außerdem sind noch die Durchstoßpunkte von drei weiteren Bündelachsen markiert. Für jedes sind die Einfallsebene (ein Kristallhauptschnitt) und die zu dieser senkrechte Ebene durch die gestrichelten Schnittlinien angedeutet. Die dicken Doppelpfeile bezeichnen die Schwingungsebene des vom Polarisator

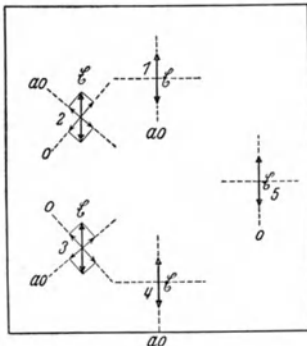


Abb. 275. Zur Deutung des dunklen Kreuzes in Abb. 276.

kommenden Lichtes. Dieses zerfällt an den Orten 2 und 3 in je ein ordentliches und ein außerordentliches Teilbündel. Das ist durch die dünnen Doppelpfeile angedeutet. An den Orten 1 und 4 hingegen entsteht nur ein außerordentliches und im Orte 5 nur ein ordentliches Bündel. Ein Bündel allein kann nie Interferenz geben. Folglich bleibt das einfallende Licht unverändert, es kann daher den Analysator nicht passieren, die Bildorte bleiben dunkel.

2. Eine dicke, einachsige Kristallplatte, parallel zur optischen Achse geschnitten, gibt die in Abb. 277 photographierte Interferenzfigur. Sie ist nur im monochromatischen Licht sichtbar (z. B. Natriumdampflampe). Für Glühlicht sind die Ordnungszahlen der Interferenzstreifen zu hoch. Die Kurven

gleichen Gangunterschiedes haben Hyperbelform. Die Begründung führt hier zu weit. Bei Abb. 276 war der Gangunterschied Δ in der Bildmitte $= m\lambda$; für $\Delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ vertauschen die hellen und dunklen Gebiete ihre Lage. — In parallel gebündeltem Licht (Abb. 268) haben wir früher nur die Bildmitte allein beobachtet.

3. Eine einachsige Kristallplatte, unter 45° zur optischen Achse geschnitten, zeigt praktisch geradlinige Interferenzstreifen. Man kann sie als die Fortsetzung der Hyperbeläste in Abb. 277 bezeichnen.

4. Wir legen zwei solcher Platten zusammen und verdrehen sie gegeneinander um 90° . Dann gibt es die verwickelte, in Abb. 278 photographierte Interferenz-

figur. Im Glühlicht erscheint einer der mittleren Streifen unbunt. Er entsteht also durch den Gangunterschied Null. Er ist ein Streifen nullter Ordnung (S. 67). Seine beiderseitigen Nachbarn erscheinen bunt, die übrige Struktur der Interferenzfigur bleibt im Glühlicht unsichtbar.

F. SAVART hat zwei derart gekreuzte, unter 45° zur Achse geschnittene Quarzplatten mit einem Polarisationsprisma zusammen in eine Fassung eingesetzt und so ein sehr empfindliches „Polariskop“ geschaffen. Es dient bei vielen Beobachtungen zum Nachweis kleiner Beimengungen polarisierten Lichtes zu natürlichem. Man betrachte durch das Polariskop den Himmel oder einen beliebigen beleuchteten Gegenstand und drehe dabei das Polariskop um seine Längsachse (Achse oder Fassung): Stets sieht man die Interferenzstreifen niederer Ordnung, den un-

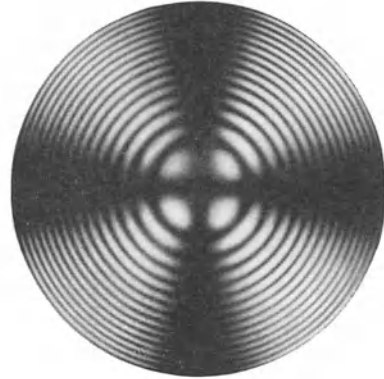


Abb. 276.

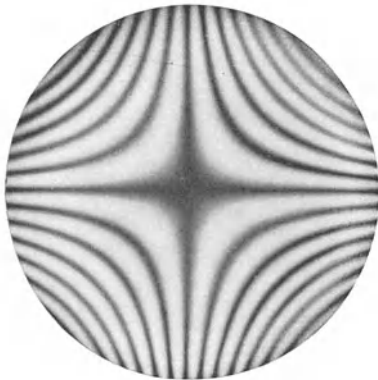


Abb. 277.



Abb. 278.

Abb. 276–278. Drei Interferenzfiguren einachsiger Kristalle in divergentem polarisiertem Licht, fotografiert in der Bildebene Z der Abb. 273, fotogr. Positiv. In Abb. 276 eine Kalkspatplatte senkrecht zur optischen Achse geschnitten ($d = 2$ mm). In Abb. 277 eine Quarzplatte parallel zur optischen Achse geschnitten ($d = 9$ mm). Na-Licht. In Abb. 278 zwei ungefähr unter 45° zur optischen Achse geschnittene Quarzplatten gekreuzt aufeinandergelegt (SAVARTSche Doppelplatte.)

bunten Mittelstreifen mit seinen bunten Nachbarn. Ein kleiner Anteil des Lichtes ist praktisch in allen Fällen polarisiert. Gänzlich unpolarisiertes Licht ist ein idealisierter Grenzfall (die Messung des polarisierten Anteiles wird in § 85 beschrieben werden).

§ 76. Analyse von elliptisch polarisiertem Licht. Bisher haben wir linear, elliptisch und zirkular polarisiertes Licht nur qualitativ unterschieden. Wir haben weder die Gestalt der Ellipsen noch den Umlaufssinn des Lichtvektors bestimmt. Beides soll nunmehr geschehen.

Wir nehmen elliptisch polarisiertes Licht beliebiger Herkunft und lassen es durch einen Analysator hindurch auf einen Strahlungsmesser fallen. Die Schwingungsebene des Analysators (Zeiger \mathcal{E}) soll mit einer beliebigen Bezugsebene E den Winkel ψ bilden. Wir messen die durchgelassene Strahlungsleistung W in ihrer Abhängigkeit von ψ . Dabei ergibt sich die schon bekannte, in Abb. 279 dargestellte Kurve. Ihre beiden ausgezeichneten Durchmesser, also Länge L und Tailenweite T , geben die Richtungen der beiden Ellipsen-

achsen $2a$ und $2b$. Ferner gibt uns $\sqrt{L:T}$ das Verhältnis $a:b$ und damit das Achsenkreuz der Ellipse, Abb. 280.

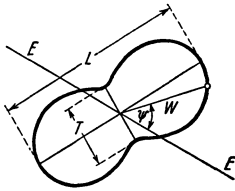


Abb. 279.

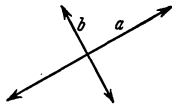


Abb. 280.

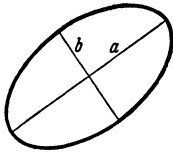


Abb. 281.

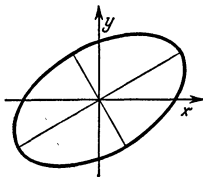


Abb. 282.

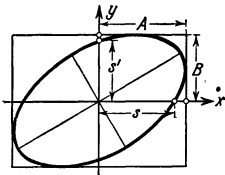


Abb. 283.

Abb. 279–283. Herleitung der Schwingungsellipse aus der Winkelverteilung der vom Analysator durchgelassenen Strahlungsleistung W . Das Licht läuft in der z -Richtung auf den Beschauer zu, also entgegengesetzt zu den Abb. 264–267.

Dann wird mit der bekannten Ellipsengleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

die Kurve selbst berechnet. Damit ist die Gestalt der Ellipse bekannt, Abb. 281.

Die elliptische Welle ist identisch mit je zwei ganz beliebig orientierten, aber zueinander senkrecht schwingenden, linear polarisierten Wellen. Als Beispiel wählen wir in Abb. 282 die Richtungen x und y und fragen:

1. Wie groß muß das Amplitudenverhältnis $A:B$ dieser beiden Wellen sein?

2. Wie groß muß ihre Phasendifferenz δ sein?

Antwort zu 1. Wir konstruieren das in Abb. 283 gezeichnete Rechteck. Das Verhältnis seiner Seiten gibt das gesuchte Verhältnis $A:B$ (vgl. Mechanikband, § 29).

Antwort zu 2. Wir bilden das Verhältnis $\frac{s}{A} = \frac{s'}{B}$.

Dieses Verhältnis ist gleich $\sin \delta$. (Begründung: Bei $y=0$ hat der Ausschlag x schon den Wert $A \cdot \sin \delta$). — Im Beispiel ist $\sin \delta = 0,89$; $\delta = 62^\circ$.

An letzter Stelle bleibt noch der Umlaufssinn des Lichtvektors zu bestimmen. Zu diesem Zweck legen wir die willkürlichen, aber zueinander senkrechten Richtungen x und y diesmal in die Richtungen der Ellipsenachse. Dann haben die beiden mit der elliptischen Welle identischen linearen Wellen die Phasendifferenz $\delta = 90^\circ$ oder den Gangunterschied $\Delta = \lambda/4$ (Abb. 262). Dabei haben wir die beiden in Abb. 284 und 285 dargestellten Möglichkeiten. Zwischen beiden Möglichkeiten unterscheidet man durch eine Kompensation der Phasendifferenz. Zu diesem Zweck schaltet man (in der Lichtrichtung z gezählt) vor den Analysator ein „ $\lambda/4$ -Glimmerblatt“ (SENARMONTScher Kompensator, S. 121). Seine β - und γ -Richtungen werden den Ellipsenachsen, also den x - und y -Richtungen parallel gestellt. Die parallel zu β schwingende Welle läuft im Glimmer schnell, die parallel zu γ schwingende langsam. Dadurch ergeben sich die beiden in Abb. 286/287 gezeichneten Fälle. In beiden ist das elliptisch polarisierte Licht durch die Phasenkompensation in lineares RR verwandelt worden. Die vom Analysator durchgelassene Strahlungsleistung W hat eine 8-förmige Verteilung (vgl. Abb. 269). Aber die Orientierung der linearen Schwingung RR gegenüber dem Kreuze $\beta\gamma$ ist verschieden. Die Reihenfolge

$\left(\begin{matrix} \beta \\ R \end{matrix} \right) \rightarrow \gamma$ bedeutet für einen dem Licht entgegenblickenden Beschauer einen Umlauf des Vektors im Uhrzeigersinn. Die Reihenfolge $\left(\begin{matrix} \gamma \\ R \end{matrix} \right) \rightarrow \beta$ bedeutet Umlauf gegen den Uhrzeiger.

§ 77. Optisch aktive Stoffe. Wir greifen auf Abb. 268 (S. 120) zurück und ersetzen die Glimmerplatte G durch eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte. Dabei tritt eine neuartige Erscheinung auf: Die Quarz-

platte dreht die Schwingungsebene des Lichtes. Der Drehwinkel α ist der Plattendicke d proportional, also

$$\alpha = \text{const} \cdot d. \tag{78}$$

Die Konstante ist für Rotfilterlicht = $18^\circ/\text{mm}$, sie wächst aber stark mit abnehmender Wellenlänge. Daher gibt es mit Glühlicht statt Rotfilterlicht bei keiner Analysatorstellung Dunkelheit, sondern bei jeder ein helles, verschieden bunt gefärbtes Gesichtsfeld. — Zur Vorführung eignet sich besonders eine Quarzplatte von 3,75 mm Dicke. Am besten setzt man zwei dieser Platten nebeneinander, die eine aus rechtsdrehendem, die andere aus linksdrehendem Quarz.

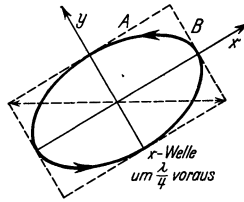


Abb. 284.

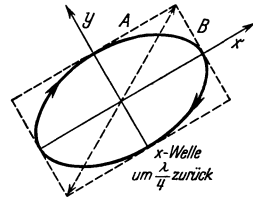


Abb. 285.

Eine solche „empfindliche Doppelplatte“ zeigt nur zwischen streng parallel orientierten Nikols eine einheitliche Purpurfarbe. Schon bei kleinen Winkelabweichungen schlägt der Farbton der einen Gesichtsfeldhälfte nach Rot, der der anderen nach Blau um. Mit diesem Hilfsmittel kann man in Meßinstrumenten, z. B. den gleich zu nennenden Saccharimetern, die Schwingungsebenen von Analysator und Polarisator einander streng parallel stellen.

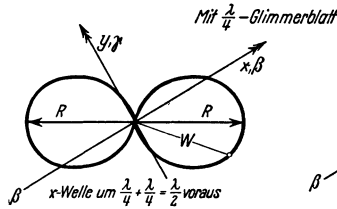


Abb. 286.

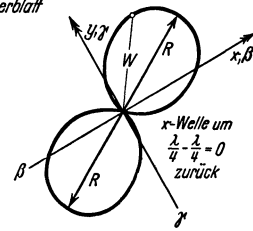


Abb. 287.

Abb. 284–287. Bestimmung des Drehsinnes in elliptisch polarisiertem Licht. Das Licht läuft in der z-Richtung auf den Beschauer zu. Es handelt sich hier nicht wie in Abb. 266 um örtliche, sondern um zeitliche Phasendifferenzen. Die vorauseilende Welle erreicht die Bezugsebene xy früher als die andere. Man sollte also strenger $\tau/4$ statt $\lambda/4$ schreiben, doch ist das nicht üblich. — Die Abb. 285 entspricht der Abb. 266. Zur Rechtsschraube des Momentbildes 266 gehört für den genannten Beobachter ein Rechtsumlauf des Vektors. Daher spricht man in Abb. 285 von rechts-elliptischem Licht.

Das optische Drehungsvermögen, meist optische Aktivität genannt, ist nicht an einen kristallinen Aufbau des Stoffes gebunden. Man findet es auch bei Molekülen in Lösungen, z. B. von Zucker in Wasser. Die Drehung der Schwingungsebene ist in diesem Fall außer der Schichtdicke auch der Konzentration der Lösung proportional. Infolgedessen kann man unbekannte Konzentrationen aus dem Betrag der Drehung bestimmen („Saccharimeter“). Auch Zuckermoleküle können rechts- oder linksdrehend sein. Eine 50prozentige Mischung beider heißt „razemisch“.

Jede linear polarisierte Schwingung läßt sich auffassen als Überlagerung von zwei zirkularen Schwingungen gleicher Frequenz und Amplitude, aber entgegengesetztem Drehsinn. In Abb. 288 ist l der links herum, r der rechts herum kreisende

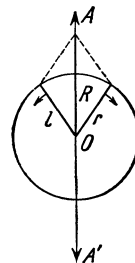


Abb. 288.

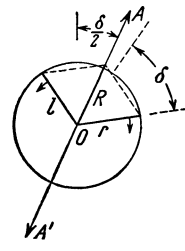


Abb. 289.

Abb. 288 und 289. Zusammensetzung zweier gegenläufig kreisender zirkularer Schwingungen von gleicher Frequenz und Amplitude.

Vektor, R der resultierende Ausschlag. Sein Endpunkt durchläuft den Doppelkegel AA' . Die halbe Länge OA ist die Amplitude der linearen Schwingung (also der Maximalwert ihres Ausschlages). In Abb. 289 ist die gleiche Überlagerung gezeichnet, doch eilt die rechts herum kreisende Schwingung der anderen mit der Phasendifferenz δ voraus. Infolgedessen hat sich die resultierende lineare Schwingung um den Winkel $\delta/2$ im Uhrzeigersinne gedreht.

Auf den Fall des Lichtes übertragen, heißt das: Ein rechtsdrehender Stoff läßt eine rechtszirkulare Lichtwelle früher ans Ziel kommen, als eine linkszirkulare. Die rechtszirkulare Welle läuft im Stoff rascher als die andere, sie hat eine kleinere Brechzahl als diese. Ein optisch aktiver Stoff besitzt eine neue Art von Doppelbrechung: Sie zerspaltet natürliches Licht nicht in zwei linear, sondern in zwei zirkular polarisierte Teilbündel.

Diese eigenartige Doppelbrechung zeigt sich in allen Spektralapparaten mit einfachen Quarzprismen. Bei der Herstellung dieser Prismen wird die Symmetrielinie SS (Abb. 290a) senkrecht zur Längsrichtung der Quarzsäule gelegt,

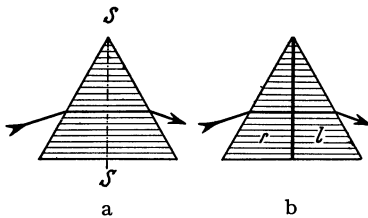


Abb. 290. Quarzprisma, a) mit b) ohne Doppelbrechung in der schraffierten, als optische Achse bezeichneten Richtung.

also senkrecht zur optischen Achse. Trotzdem sieht man alle Spektrallinien in zwei eng benachbarte Doppellinien aufgespalten. Beide sind zueinander gegenläufig zirkular polarisiert.

Der Betrag der Doppelbrechung ist sehr gering. Die Brechzahlen unterscheiden sich z. B. für $\lambda = 0,436 \mu$ nur um 7 Einheiten der fünften Dezimale. Man darf daher im allgemeinen auch bei Quarz unbedenklich die optische Achse als die von Doppelbrechung freie Richtung definieren, ebenso wie für Kalkspat und alle anderen optisch nicht aktiven doppelbrechenden Kristalle.

Wegen der Geringfügigkeit dieser Doppelbrechung eignet sie sich nicht für Schauer-suche. Für Einzelbeobachtung empfiehlt sich die blaue Linie einer Hg-Bogenlampe. Vor die Okularlupe schaltet man ein $\lambda/4$ -Glimmerblatt und einen Analysator. Dann kann man je nach der Lage der β - und γ -Achse eine der beiden Spektrallinien zum Verschwinden bringen, vgl. Abb. 286 und 287.

Bei feineren Spektraluntersuchungen muß die Doppelbrechung des Quarzes in Richtung seiner optischen Achse unschädlich gemacht werden. Man setzt das Prisma halbseitig aus einem Rechts- und einem Linksquarz zusammen (Abb. 290b, Cornu-Prisma).

§ 78. Spannungsdoppelbrechung. In der Elektrizitätslehre unterscheidet man Leiter und Isolatoren. Unter den festen Körpern gibt es zahllose Leiter (vor allem die Metalle), aber ein vollkommener Isolator bleibt ein idealisierter Grenzfall. — Ähnlich liegt es in der Optik mit der Einteilung in einfach- und doppelbrechende Substanzen. Unter den festen Körpern gibt es zahllose doppelbrechende, nämlich die Kristalle aller nicht regulären Systeme, aber ein streng einfach brechender Körper ist nur in Annäherung zu erreichen. Man bringe dickere Schichten (etliche Zentimeter) angeblich einfach brechender Körper (reguläre Kristalle, Gläser, durchsichtige Kunstharze) zwischen gekreuzte Polarisatoren, z. B. statt der Platte G in Abb. 268. Stets wird das Gesichtsfeld fleckig aufgehellt, und zwar buntfleckig bei der Anwendung von Glühlicht: Die Körper sind in vielen mehr oder minder ausgedehnten Gebieten doppelbrechend.

Diese Doppelbrechung entsteht durch örtlich wechselnde innere Verspannungen. Ihre praktische Beseitigung ist langwierig und kostspielig. Man muß die Körper bis dicht unter den Schmelzpunkt erhitzen und sehr langsam abkühlen. Bei Glasklötzen für große astronomische Linsen muß die Abkühlungszeit viele Monate betragen. „Feingekühlte“ Gläser kommen dem optischen Ideal eines festen Körpers ohne Doppelbrechung schon recht nahe. Man muß sie aber peinlich vor mechanischen Beanspruchungen schützen. Schon eine Pressung zwischen Fingerspitzen erzeugt eine deutliche Doppelbrechung.

Für die Optotechnik ist die Spannungs-Doppelbrechung eine Quelle lästiger Störungen. Für ein anderes technisches Gebiet hingegen, die Festigkeitskunde, ist sie von erheblichem Nutzen. Mit ihrer Hilfe kann man die Verteilung von

Druck- und Zugspannungen in Modellversuchen klarstellen. So zeigt z. B. Abb. 291 das aus einem Kunstharz geschnittene Profil eines Kranhakens zwischen zwei gekreuzten Polarisatoren. Die Belastung wird durch den Druck eines einarmigen Hebels erzeugt. Die durch Druck- bzw. Zugspannungen beanspruchten Gebiete sind aufgehellt. Der dunkle Grenzstreifen zwischen ihnen ist das spannungsfreie Übergangsbereich, die „neutrale Faser“. Die quantitative Auswertung solcher Bilder ist nicht einfach. Sie wird in einem ausgedehnten technischen Schrifttum behandelt.

§ 79. Schlußbemerkung. Die Darstellung der Polarisation hat sich nur auf Versuche mit sichtbarer Strahlung gestützt. Im ultravioletten und ultraroten Spektralbereich findet man nichts anderes. Polarisatoren für Ultraviolett sind in Abb. 257 beschrieben worden, für Ultrarot folgen sie in § 85. — Die Polarisation im Gebiet des Röntgenlichtes wird zweckmäßigerweise erst später behandelt. Sie erfordert eine besondere Versuchstechnik (Abb. 339).

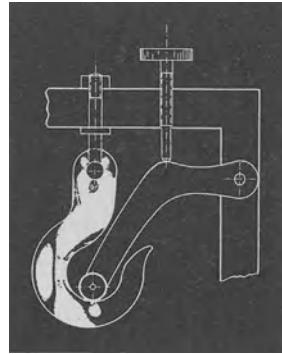


Abb. 291. Spannungsdoppelbrechung im Modell eines Kranhakens. Schwingungsebenen gekreuzt und um 45° gegen die Vertikale geneigt. Photographisches Positiv. Halter, Belastungs-Hebel und Umriß des Hakens nachgezogen.

IX. Zusammenhang von Reflexion, Brechung und Absorption des Lichtes.

§ 80. Vorbemerkung. Wir setzen in diesem ganzen Kapitel parallel gebündeltes Licht voraus, also ebene Wellen (Planwellen). Die Strahlung soll monochromatisch sein, für Messungen werden also einzelne Spektrallinien einer Metaldampflampe benutzt. — Bei allen Versuchen liegt die Einfallsebene des Lichtes horizontal. Die in ihr liegende Amplitude des Lichtes wird mit \mathcal{E}_{\parallel} bezeichnet, die zu ihr senkrechte mit \mathcal{E}_{\perp} .

§ 81. Extinktionskonstante und Absorptionskonstante. Die mittlere Reichweite w des Lichtes. Bislang haben wir das optische Verhalten eines Stoffes nur mit einer einzigen Zahl gekennzeichnet, nämlich der Brechzahl n . Für das Weitere brauchen wir eine zweite Stoffzahl, die Extinktionskonstante K oder

ihren Kehrwert, die mittlere Reichweite w des Lichtes. Man gewinnt diese Zahlen folgendermaßen:

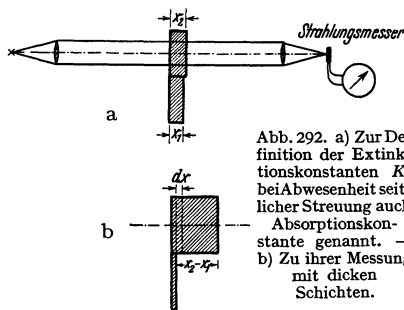


Abb. 292. a) Zur Definition der Extinktionskonstanten K , bei Abwesenheit seitlicher Streuung auch Absorptionskonstante genannt. — b) Zu ihrer Messung mit dicken Schichten.

In Abb. 292a läuft ein Parallellichtbündel zu einem Strahlungsmesser. In seinen Weg wird abwechselnd eine von zwei Schichten aus gleichem Stoff, aber verschiedener Dicke (x_1 bzw. x_2) eingeschaltet. Die Dickenunterschiede $\Delta x = (x_2 - x_1)$ werden klein gegen die Schichtdicke x_1 gewählt. Die Ausschläge α des Strahlungsmessers geben ein relatives Maß für die

Leistungen W (Watt) der bis zum Strahlungsmesser durchgelassenen Strahlung. Diese Leistungen (W_1 und W_2) sind in beiden Fällen mit den Schichten kleiner als ohne sie. Das hat zwei Gründe: Erstens geht je ein Bruchteil der Strahlung durch Reflexion an der Vorder- und an der Hinterfläche der Schicht verloren. Diese Bruchteile sind für beide Schichten die gleichen. Zweitens wird ein Bruchteil der Strahlung in den Schichten entweder „absorbiert“ (= verschluckt, d. h. in Wärme, chemische oder elektrische Energie verwandelt), oder „zerstreut“. Der so insgesamt beseitigte oder „ausgelöschte“ Anteil ist für die dicke Schicht größer als für die kleine. Die Messungen ergeben

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_1 - \alpha_2) &= \text{const } \alpha_1 \Delta x, \\ \Delta W &= K \cdot W_1 \Delta x. \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

D. h. in Worten: Die in einer Schicht der Dicke Δx „ausgelöschte“ (d. h. verschluckte und zerstreute) Strahlungsleistung ΔW eines parallel begrenzten Bündels ist proportional der eindringenden Leistung W_1 und der Schichtdicke Δx . Der Proportionalitätsfaktor K wird Extinktionskonstante genannt (Extinktion = Auslöschung).

In vielen Fällen wird das ganze „ausgelöschte“ Licht praktisch „absorbiert“, d. h. in andere Energieformen verwandelt, aber nicht merklich „zerstreut“.

Dann spricht man kurz von „Absorption“ statt „Extinktion“ und nennt K nicht Extinktions-, sondern Absorptionskonstante. Wir werden diesem allgemeinen Brauch folgen.

Die Gl. (79) dient zur Definition der Extinktionskonstanten (oder Absorptionskonstanten, siehe oben!). Für ihre praktische Messung wählt man die Dickendifferenz $(x_2 - x_1)$ fast stets in der Größenordnung der Schichtdicke d , also nicht, wie oben, klein gegen diese. Dann muß man sich die Strecke $(x_2 - x_1)$ aus dünnen Teilschichten zusammengesetzt denken (Abb. 292b) und die Absorption der Teilschichten summieren. So ergibt sich

$$\int_{W_2}^{W_1} \frac{dW}{W} = \int_0^d K \cdot dx,$$

$$\ln W_1 - \ln W_2 = K \cdot d,$$

$$W_2 = W_1 e^{-Kd}. \quad (80)$$

Bei Messungen benutzt man dekadische statt der natürlichen Logarithmen und ersetzt die Strahlungsleistungen W durch die zugehörigen Ausschläge α des Strahlungsmessers. Also

$$\log_{10} \alpha_1 - \log_{10} \alpha_2 = \frac{1}{2,303} K \cdot d. \quad (81)$$

Nach praktischen Erfahrungen darf das Produkt Kd (eine Zahl) nicht größer als 3,5 sein. Es entspricht einem Ausschlagsverhältnis $\alpha_1/\alpha_2 = 33:1$. Sonst wird man durch das unvermeidliche Streulicht gestört. Die Messungen großer Absorptionskonstanten K erfordern daher kleine Schichtdicken d . Die Dickenmessung wird bei etwa 1μ und darunter schwierig. Außerdem kann bei kleinen Schichtdicken eine störende Interferenz der an Vorder- und Rückfläche reflektierten Strahlung auftreten.

Längs der Schichtdicke $d = 1/K$ oder des Weges $w = 1/K$ sinkt die Strahlungsleistung eines Parallellichtbündels auf $\frac{1}{e} = \frac{1}{2,718} = 37\%$. Diesen Weg w nennen wir fortan die „mittlere Reichweite des Lichtes“. Die Tabelle 3 gibt ein paar Zahlenwerte für K und w im Bereich des sichtbaren Spektrums.

Tabelle 3.

Stoff	Wellenlänge λ in μ	Absorptions- konstante K in mm^{-1}	Mittlere Reichweite des Lichtes $w = 1/K$	Reichweite w $\frac{w}{\text{Wellenlänge } \lambda}$	Für § 88 $(n\pi) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\lambda}{w}$
Wasser	0,77	0,002 ₄	42 cm	550000	$1,4 \cdot 10^{-7}$
Schweres Flintglas (Schott)	0,450	0,004 ₆	22 cm	500000	$1,6 \cdot 10^{-7}$
„Schwarzes“ Neu- tralglas	0,546	10	0,1 mm	180	$4,4 \cdot 10^{-4}$
Pech	0,546	140	7 μ	13	$6 \cdot 10^{-3}$
Brillantgrün	0,436	7000	0,14 μ	0,32	0,25
Kohle (Graphit)	0,436	20000	0,05 μ	0,11	0,72
Gold	0,546	80000	0,01 ₂ μ	0,02 ₂	3,6

Im täglichen Leben spricht man von Stoffen verschiedener Durchsichtigkeit. Die Durchsichtigkeit hängt aber (bei gegebener Wellenlänge) nicht nur vom Stoff, sondern auch von der Schichtdicke ab. In der Dicke einiger μ wird auch Pech durchsichtig, bei zehnmal kleineren Dicken sogar jedes Metall.

In der Optik unterscheidet man Fälle schwacher und starker Absorption.

Schwache Absorption heißt:

$$w = \frac{1}{K} > \lambda.$$

Starke Absorption heißt:

$$w = \frac{1}{K} < \lambda.$$

Diese Einteilung mag zunächst willkürlich und roh erscheinen. Sie wird sich aber später als sinnvoll und hinreichend erweisen. Letzten Endes besagt sie nur: Bei Behandlung von Wellen ist die Wellenlänge die sachgemäße Längeneinheit.

§ 82. Lichtreflexion bei schwacher Absorption und senkrechtem Einfall.

Die Lichtreflexion an einer Fläche wird in folgender Weise gemessen: In Abb. 293 läuft ein Parallellichtbündel zu einem Strahlungsmesser, einmal direkt (Ausschlag α_1), das andere Mal an der Fläche gespiegelt (Ausschlag α_2). Der Einfallswinkel φ kann nach Belieben eingestellt werden. Der Grenzfall $\varphi=0$ ist mit dieser einfachen Anordnung nur angenähert herzustellen.

Bei senkrechtem Lichteinfall hängt das Verhältnis

$$R = \frac{\text{reflektierte Strahlungsleistung}}{\text{einfallende Strahlungsleistung}} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \quad (82)$$

nur von der Brechzahl n ab. Man findet empirisch die Beziehung

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2. \quad (83)$$

Man kann also mit senkrechter Spiegelung an durchsichtigen Körpern keine hohen Werte des Reflexionsvermögens R erhalten. Selbst eine im Sichtbaren nur selten vorkommende Brechzahl $n=2$ gibt erst $R=11\%$.

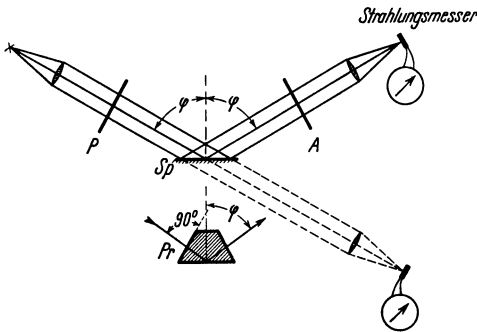


Abb. 293. Zur Messung des Reflexionsvermögens bei verschiedenen Einfallswinkeln φ ; P = Polarisator. Der Analysator A wird ab S. 134 zur Prüfung der Schwingungsform des Lichtes nach der Reflexion benutzt.

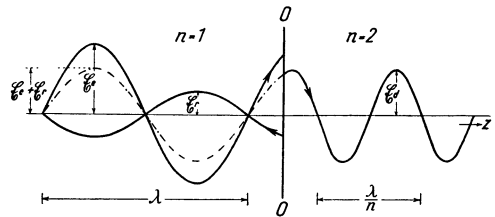


Abb. 294. Eine fortschreitende Welle passiert eine Grenze 00 zwischen zwei Stoffen verschiedener Brechzahl. Die Zeichnung stellt ein „Momentbild“ dar. Positive Richtung von \mathcal{E}_e und \mathcal{E}_d nach oben, von \mathcal{E}_r nach unten. Vgl. später Abb. 298 a.

Laut Definition ist die Amplitude einer Lichtwelle der Wurzel aus der Strahlungsleistung oder aus dem Ausschlag des Strahlungsmessers proportional (vgl. S. 16 und 114). Wir dürfen daher das Verhältnis der Amplitude¹⁾ \mathcal{E}_r des reflektierten Lichtvektors zur Amplitude \mathcal{E}_e des einfallenden gleich $\pm\sqrt{\alpha_2 : \alpha_1}$ setzen und erhalten dann statt (83)

$$\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_e} = -\frac{n-1}{n+1}. \quad (84a)$$

Durch Wahl der negativen Wurzel berücksichtigen wir den Phasensprung bei der Reflexion (S. 69 und 136), also die einander entgegengesetzten Richtungen der zusammengehörigen Amplituden \mathcal{E}_r und \mathcal{E}_e . Dann wird ihre Summe $\mathcal{E}_r + \mathcal{E}_e$ gleich der durchgelassenen Amplitude \mathcal{E}_d , und somit gilt

$$\frac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{E}_e} = \frac{2}{n+1}. \quad (84b)$$

¹⁾ \mathcal{E} ist also in allen folgenden Formeln nicht als Vektorgröße zu lesen.

Die Abb. 294 veranschaulicht den Inhalt der beiden Gl. (84) mit dem Zahlenbeispiel $n=2$. Außerdem erläutern wir die Gleichungen noch an Hand mechanischer Wellen. Ihre Herleitung folgt auf S. 135.

Die Abb. 295 zeigt einige Glieder einer Torsions-Wellenmaschine. Diese besteht aus einer langen Reihe kleiner Hanteln an einem Neusilberdraht. Für die Beobachtung werden die Hanteln senkrecht zur Papierebene gestellt. Dann bilden die Hantelkörper eine vertikale Punktfolge. Unterhalb der Grenze 00 sind die Massen der Hantelkörper viermal so klein wie oberhalb. Unten beträgt die Wellengeschwindigkeit rund 0,25 m/s, oben nur halb soviel. Zur Herstellung der Wellen bewegt man das untere Ende des Drahtes mit einer Kurbel hin und her. — Dann sieht man nacheinander die in Abb. 296 skizzierten Vorgänge: Links läuft eine kurze Wellengruppe e von unten nach oben. Rechts hat sie die Grenze 00 passiert. Ihre Amplitude ist auf rund $\frac{2}{3}$ gesunken. Ihre Wellenlänge und ihre Geschwindigkeit sind nur noch halb so groß wie zuvor. Das bedeutet eine Brechzahl $n=2$. — Außerdem läuft eine zweite Wellengruppe r nach abwärts. Sie ist an der Grenze 00 reflektiert worden. Ihre Amplitude beträgt rund $\frac{1}{3}$ von der der einfallenden Wellen e .

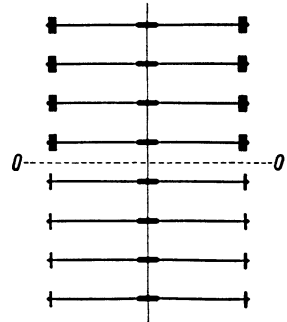


Abb. 295. Einige Glieder einer Wellenmaschine. Die Frequenz der oberen nur halb so groß wie die der unteren. (Man kann auch zwischen den unteren und den oberen Gliedern im Bereich $\lambda/4$ einen stetigen Übergang herstellen und so den reflexionsfreien Wellendurchgang zeigen.)

Nach Gl. (83) könnte es als unmöglich erscheinen, reflexionsfreie Glasoberflächen herzustellen. Das ist nicht der Fall. Grundsätzlich gibt es für die Beseitigung der Reflexion zwei Möglichkeiten: Erstens kann man die Oberfläche des Glases mit einer Schicht von $\lambda/4$ Dicke überziehen und die Brechzahl Luft \rightarrow Schicht gleich der Brechzahl Schicht \rightarrow Glas machen, also $n_s = \sqrt{n_L \cdot n_G}$. Dann heben sich die an der Ober- und an der Unterseite reflektierten Wellen durch Interferenz weitgehend auf. Zweitens kann man bei einer beliebigen Schichtdicke die Brechzahl allmählich von dem Werte der Luft zu dem des Glases anwachsen lassen. (Das ist praktisch nur näherungsweise zu erzielen.) — Auch kann man beide Möglichkeiten zusammenfassen. Das ist 1934 durch Aufdampfen dünner Kristallschichten im Vakuum (z. B. KBr, CaF_2 usw.) ausgeführt worden. Diese Kristallschichten besitzen eine Schuppenstruktur. Die Packungsdichte der winzigen Schuppen nimmt von der freien Oberfläche zur Unterlage hin zu; die mittlere Brechzahl ist kleiner als die der massiven Schichten. Nach diesem Verfahren konnte die Reflexion bis auf 0,4% herabgesetzt werden. (G. BAUER, Ann. d. Phys. (5), Bd. 19, S. 434, 1934; § 8.) Die erste technisch brauchbare Ausführungsform verdankt man A. SMAKULA.

§ 83. Lichtreflexion bei schwacher Absorption und schrägem Einfall. Die Tatsachen. Bei schrägem Einfall hängt das Reflexionsvermögen R nicht nur ab von der Brechzahl n , sondern außerdem vom Einfallswinkel φ und vom „Azimut“ ψ . So nennt man den Winkel zwischen der Schwingungsebene des Lichtes und seiner Einfallsebene. Man muß daher in Abb. 293 einen Polarisator P einschalten und zwei MeBreihen durchführen. Bei der ersten liegt der Vektor des Lichtes parallel zur Einfallsebene (kurz \mathcal{E}_{\parallel}), bei der anderen senkrecht (\mathcal{E}_{\perp}). Die Abb. 297 zeigt die Ergebnisse derartiger Messungen an Kronglas ($n_{0,589\mu} = 1,5$; Fabrikat Schott BK4). Als Ordinate ist aufgetragen $\sqrt{\alpha_2} : \alpha_1 = \mathcal{E}_{\parallel} : \mathcal{E}_{\perp}$.

Diese Messungen lassen sogleich einen ausgezeichneten Einfallswinkel φ_P erkennen (im Beispiel $56^\circ 19'$). Unter diesem Einfallswinkel wird parallel zur

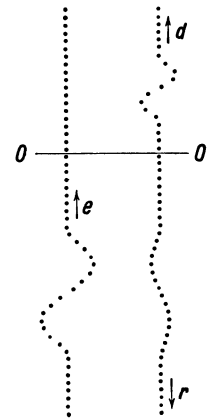


Abb. 296. Beobachtungen an der Wellenmaschine. Eine einfallende Welle e wird an der Grenze 00 in eine durchgehende d und eine reflektierte r zerlegt.

Einfallsebene schwingendes Licht überhaupt nicht reflektiert. Daher enthält unpolarisiert einfallendes Licht nach der Spiegelung unter φ_P keine zur Einfallsebene parallele Schwingung. Alles unter dem Winkel φ_P reflektierte Licht schwingt senkrecht zur Einfallsebene. Das Licht ist also durch die Reflexion linear polarisiert worden. Aus diesem Grunde nennt man φ_P den Polarisationswinkel.

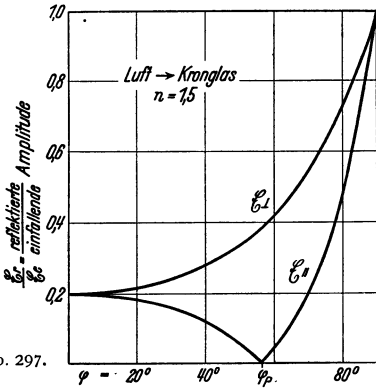


Abb. 297.

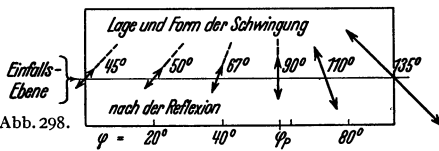


Abb. 298.

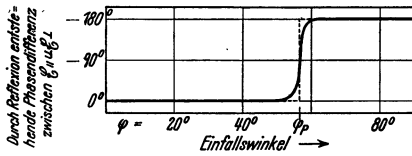


Abb. 299.

Abb. 297—299. Einfluß des Einfallswinkels auf die Lichtreflexion bei schwacher Absorption. Erster Fall: Das Licht geht vom optisch dünneren in den optisch dichteren Stoff. — In Abb. 298 blickt der Beobachter bei jedem Einfallswinkel dem reflektierten Licht entgegen. Die Amplituden sind gegenüber Abb. 297 im Verhältnis 1:7 verkleinert gezeichnet. — Zu Abb. 299: Die punktierte Gerade soll den idealisierten „Phasensprung“ andeuten. Auf Grund der Gl. (86) und (87) kann man hinzufügen: Die Vektoren ändern bei der Reflexion stets ihre Richtung um 180° , abgesehen von \mathcal{E}_{\parallel} bei Einfallswinkeln $> \varphi_P$, weil für $(\varphi + \chi) > 90^\circ$ in Gl. (87) der Nenner und damit der Bruch negativ wird

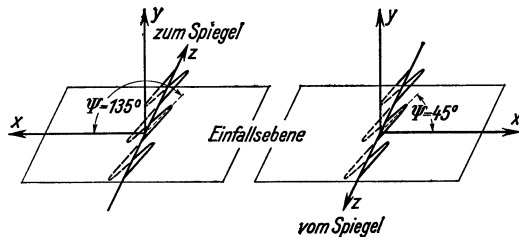


Abb. 298 a. Die Recht-hand-Koordinatensysteme bei senkrechter Lichtreflexion. Für das einfallende Licht ist $\mathcal{E}_{e\parallel} = -\mathcal{E}_{e\perp}$, für das reflektierte $\mathcal{E}_{r\parallel} = \mathcal{E}_{r\perp}$.

Beim Polarisationswinkel stehen der reflektierte und der gebrochene Strahl senkrecht aufeinander. Daher gilt das „BREWSTERSche Gesetz“

$$\text{tg } \varphi_P = n. \quad (85)$$

Herleitung: $\sin \varphi_P = n \sin \chi = n \sin (90^\circ - \varphi_P) = n \cos \varphi_P.$

Die bisherigen Angaben bezogen sich auf die beiden Grenzzimute $\psi = 0^\circ$ (d. h. \mathcal{E}_{\parallel}) und $\psi = 90^\circ$ (d. h. \mathcal{E}_{\perp}). — Im allgemeinen wird die Schwingungsebene des einfallenden Lichtes einen beliebigen Winkel ψ mit der Einfallsebene bilden. Dann bleibt das Licht auch nach der Reflexion linear polarisiert, aber seine Schwingungsebene ist gegen die des einfallenden Lichtes gedreht. (Man schaltet in Abb. 293 bei A einen Analysator ein.) Die Abb. 298 zeigt diese Drehung gemessen an Kronglas. Die (erst bei $\varphi > 0$ definierte!) Einfallsebene liegt horizontal. Der Beobachter blickt dem reflektierten Licht entgegen. Er sieht die Schwingungsebene des senkrecht ($\varphi = 0$) reflektierten Lichtes von rechts oben nach links unten verlaufen, also unter einem Azimut von $\psi = 45^\circ$. (Die Schwingungsebene des zum Spiegel

laufenden Lichtes hatte im Raume die gleiche Lage, aber das Azimut $\psi = 135^\circ$. Das sieht man in Abb. 298 a.)

Aus den Azimuten nach der Reflexion und den aus Abb. 297 bekannten Amplituden berechnet man eine Phasendifferenz δ zwischen \mathcal{E}_{\parallel} und \mathcal{E}_{\perp} . Sie ist in Abb. 299 dargestellt. Für kleine φ ist $\delta = 0$, für große $\varphi = -180^\circ$.

Der Übergang erfolgt im Bereich des Polarisationswinkels φ_P . Beiderseits von φ_P kann man im allgemeinen eine schwach elliptische Polarisation beobachten. Sie verschwindet jedoch bei sehr vollkommenen Flächen, z. B. frischen Oberflächen von Flüssigkeiten oder frischen

Kristallspaltflächen (vgl. S. 5). Bei ihnen wird der Übergang zum „Phasensprung“. Man darf ihn durch die punktierte Linie idealisieren.

§ 84. Die FRESNELSchen Formeln. Den gesamten Erfahrungsinhalt der Abb. 297—299 hat A. FRESNEL (1788—1827) mit zwei Formeln wiederzugeben vermocht. Sie lauten

$$\frac{\mathfrak{E}_{r\perp}}{\mathfrak{E}_{e\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \chi)}{\sin(\varphi + \chi)}. \quad (86)$$

(Wird die rechte Seite negativ, so haben $\mathfrak{E}_{r\perp}$ und $\mathfrak{E}_{e\perp}$ entgegengesetzte Richtung.)

$$\frac{\mathfrak{E}_{r\parallel}}{\mathfrak{E}_{e\parallel}} = \frac{n \cos \varphi - \cos \chi}{n \cos \varphi + \cos \chi} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \chi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \chi)}. \quad (87)$$

(Wird die rechte Seite positiv, so haben $\mathfrak{E}_{r\parallel}$ und $\mathfrak{E}_{e\parallel}$ entgegengesetzte Richtung.)

Die FRESNELSchen Formeln lassen sich — unabhängig von den näheren Vorstellungen über die Natur des Lichtes — aus zwei Voraussetzungen herleiten:

I. Beim Übergang vom ersten Stoff in den zweiten ändern sich die Tangentialkomponenten des Lichtvektors stetig, und zwar in einer gegenüber der Wellenlänge verschwindend dünnen Grenzschicht.

II. Die räumliche Energiedichte ρ der Strahlung ist nicht nur proportional zu \mathfrak{E}^2 , sondern außerdem zu n^2 , also dem Quadrate der Brechzahl.

Das soll näher ausgeführt werden. — Als Strahlungsleistung W bezeichnet man die Energie, die je Sekunde eine Fläche F senkrecht durchsetzt. Für parallel gebündelte Wellen kann man auch setzen (Mechanikband, § 126)

$$W = \frac{\rho}{c} \quad (89)$$

Strahlungsleistung = räumliche Energiedichte der Strahlung \cdot Geschwindigkeit der Wellen

Die Geschwindigkeit der Wellen ist im Stoff kleiner als in Luft, es gilt

$$c_{\text{Stoff}} = \frac{c_{\text{Luft}}}{n}. \quad (90)$$

Bei der Reflexion muß der Erhaltungssatz der Energie gelten, also

$$W_e = W_r + W_d \quad (91)$$

einfallende = reflektierte + durchgehende
Strahlungsleistung.

Die Gl. (89) bis (91) sind mit der Voraussetzung II zu vereinigen. Das tun wir zunächst für senkrechten Lichteinfall und erhalten für ein Bündel vom Querschnitt F

$$\mathfrak{E}_e^2 \cdot cF = \mathfrak{E}_r^2 \cdot cF + n^2 \mathfrak{E}_d^2 \cdot \frac{c}{n} F. \quad (92)$$

$$\mathfrak{E}_e^2 = \mathfrak{E}_r^2 + n \mathfrak{E}_d^2. \quad (93)$$

Eine zweite Beziehung zwischen diesen drei Amplituden gibt uns die Voraussetzung I. Sie liefert

$$\mathfrak{E}_e + \mathfrak{E}_r = \mathfrak{E}_d \quad (94)$$

Summe der Amplituden vor der Grenze = Amplitude hinter der Grenze

Einsetzen von (94) in (93) ergibt

$$\mathfrak{E}_e - \mathfrak{E}_r = n \mathfrak{E}_d. \quad (95)$$

Mit (94) wird \mathfrak{E}_d oder \mathfrak{E}_r eliminiert. Es folgt

$$\frac{\mathfrak{E}_r}{\mathfrak{E}_e} = -\frac{n-1}{n+1} \quad (84a)$$

und

$$\frac{\mathfrak{E}_d}{\mathfrak{E}_e} = \frac{2}{n+1} \quad (84b)$$

Das sind die für senkrechten Einfall geltenden Formeln. Das Minuszeichen in (Gl. 84) bedeutet: \mathfrak{E}_r und \mathfrak{E}_e sind einander für $n > 1$ entgegengesetzt, für $n < 1$ gleich gerichtet. Die Reflexion erzeugt bei $n > 1$ einen Phasensprung von 180° oder $\lambda/2$. Bei $n < 1$ hingegen bleibt die Phase ungeändert.

Dieser Unterschied läßt sich leicht vorführen. Man benetze die Rückseite einer dünnen Glasplatte etwa zur Hälfte mit einer stärker als Glas brechenden Flüssigkeit (z. B. Wintergrünöl). Mit dieser Platte betrachte man die Interferenzstreifen im monochromatischen Licht und stelle die Streifen ungefähr senkrecht zur Grenze der Benetzung. Dann vertauschen die Streifen beim Passieren der Grenze ihre Lage, die Maxima werden Minima und umgekehrt.

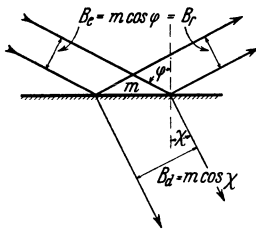


Abb. 300. Änderung des Bündelquerschnittes bei der Brechung des Lichtes.

Bei schrägem Lichteinfall muß man die Änderung des Bündelquerschnittes B durch die Brechung berücksichtigen. Es ist nach Abb. 300

$$B_d = B_e \frac{\cos \chi}{\cos \varphi} \quad (96)$$

Daher liefert der Energiesatz an Stelle von (93) diesmal

$$\mathfrak{E}_e^2 = \mathfrak{E}_r^2 + n^2 \mathfrak{E}_d^2 \frac{\cos \chi}{\cos \varphi} \quad (97)$$

Diese Gleichung gilt sowohl für \mathfrak{E}_{\parallel} wie \mathfrak{E}_{\perp} . Hingegen muß man bei Einführung der Voraussetzung I (Stetigkeit der Tangentialkomponenten) die beiden Fälle auseinanderhalten. Es ergibt sich für \mathfrak{E}_{\perp}

$$\mathfrak{E}_{e\perp} + \mathfrak{E}_{r\perp} = \mathfrak{E}_{d\perp} \quad (98)$$

und zusammen mit (97)

$$(\mathfrak{E}_{e\perp} - \mathfrak{E}_{r\perp}) \cos \varphi = n \cdot \mathfrak{E}_{d\perp} \cos \chi \quad (99)$$

Ferner für \mathfrak{E}_{\parallel} gemäß Abb. 301

$$(\mathfrak{E}_{e\parallel} - \mathfrak{E}_{r\parallel}) \cos \varphi = \mathfrak{E}_{d\parallel} \cos \chi \quad (100)$$

und zusammen mit (97)

$$\mathfrak{E}_{e\parallel} + \mathfrak{E}_{r\parallel} = n \mathfrak{E}_{d\parallel} \quad (101)$$

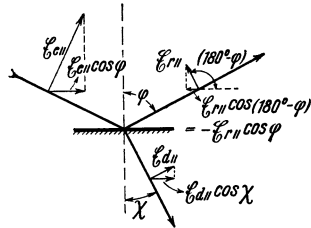


Abb. 301. Die Tangentialkomponenten des in der Einfallsebene schwingenden Lichtvektors \mathfrak{E}_{\parallel} . Die positiven Richtungen der Tangentialkomponenten von $\mathfrak{E}_{r\parallel}$ und $\mathfrak{E}_{e\parallel}$ sind einander entgegengerichtet. (Grund: Wir benutzen Rechtshand-Koordinatensystem. Bei jedem Strahl liegt \mathfrak{E}_{\parallel} in Richtung x , läuft das Licht in Richtung z und steht \mathfrak{E}_{\perp} in der y -Richtung senkrecht zur Papierebene nach vorn vgl. Abb. 298 a.)

Alles weitere ist elementare Rechnung. Man eliminiert \mathfrak{E}_d durch Zusammenfassung der Gleichungspaare (98/99) und (100/101) und erhält die FRESNELSchen Formeln Gl. (86/87).

Statt \mathfrak{E}_d kann man auch \mathfrak{E}_r eliminieren, und dann bekommt man die entsprechenden Gleichungen für die Amplituden des in den Stoff eindringenden Lichtes. Sie lauten

$$\frac{\mathfrak{E}_{d\parallel}}{\mathfrak{E}_{e\parallel}} = \frac{2 \sin \chi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \chi) \cos(\varphi - \chi)} \quad (102)$$

und

$$\frac{\mathfrak{E}_{d\perp}}{\mathfrak{E}_{e\perp}} = \frac{2 \sin \chi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \chi)} \quad (103)$$

Der Inhalt dieser Gleichungen wird graphisch in Abb. 302 dargestellt, und zwar wieder für $n = 1,5$.

§ 85. Anwendung von Reflexion und Brechung zur Herstellung und zur Untersuchung von ganz oder teilweise polarisiertem Licht. Die in den vier FRESNELSchen Formeln zusammengefaßten Tatsachen werden bei optischen Untersuchungen in mannigfacher Weise angewandt. Beispiele:

1. Der Polarisator von NÖRRENBURG. Man läßt unpolarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel φ_P an einer Oberfläche reflektieren. Für sichtbares

Licht nimmt man schwarzes Glas (vgl. Tabelle 3 auf S. 131). Dann wird man nicht durch eine zweite Reflexion an der Rückseite der Platte gestört. Das reflektierte Licht ist linear polarisiert. Seine Schwingungsebene liegt senkrecht zur Einfallsebene¹⁾. Der Polarisator von NÖRREBERG ist zwar sehr einfach, doch verliert man rund 84% der einfallenden Strahlungsleistung. Außerdem ist die Knickung des Strahlenganges unbequem.

Im Ultraroten ist dieser Polarisator nicht zu entbehren. Für Wellenlängen größer als etwa 3μ kann man Substanzen sehr hoher Brechzahlen benutzen, z. B. Selen oder Bleisulfid, und daher mit kleineren Verlusten arbeiten als im Sichtbaren. — Spiegelnde Flächen aus diesen Stoffen stellt man ebenso her wie aus den meisten Metallen: Man verdampft den Stoff im Hochvakuum und läßt ihn sich auf einer polierten (nötigenfalls gekühlten) Glasplatte kondensieren.

2. Der Plattensatzpolarisator. Man legt etwa 12 möglichst farblose, gut gesäuberte dünne Glasplatten aufeinander und läßt das Licht unter dem Polarisationswinkel durch diesen „Plattensatz“ hindurchgehen. Die austretende Strahlung (im Idealfall fast 50% der einfallenden) ist nahezu ganz linear polarisiert. Ihre Schwingungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen. — Deutung: Die oberste Platte läßt für \mathcal{E}_{\parallel} etwa 20% mehr Strahlungsleistung hindurch als für \mathcal{E}_{\perp} (Abb. 302). Das Licht wird teilweise polarisiert. Der polarisierte Anteil passiert die folgende Platte ohne Verluste durch Reflexion. Der unpolarisierte Anteil wird durch die zweite Platte wieder teilweise polarisiert. Wieder geht der polarisierte Anteil verlustlos weiter, und so wiederholt sich das Spiel in den folgenden Platten.

3. Der Polarisationsgrad von teilweise polarisiertem Licht. Als teilweise polarisiertes Licht bezeichnet man ein Gemisch von natürlichem und linear polarisiertem Licht. Quantitativ kennzeichnet man es durch den

$$\text{Polarisationsgrad } Q = \left| \frac{W_{\mathcal{E}_{\parallel}} - W_{\mathcal{E}_{\perp}}}{W_{\mathcal{E}_{\parallel}} + W_{\mathcal{E}_{\perp}}} \right| \quad (104)$$

(W = Strahlungsleistung).

Teilweise polarisiertes Licht läßt sich nach verschiedenen Verfahren erzeugen. Am einfachsten läßt man ein Parallellichtbündel schräg durch eine Glasplatte hindurchgehen. Dann gilt

$$Q = \frac{1 - \cos^4(\varphi - \chi)}{1 + \cos^4(\varphi - \chi)} \quad (105)$$

(φ Einfallswinkel; $\sin \chi = 1/n \cdot \sin \varphi$).

Der Polarisationsgrad wird also bei gegebener Brechzahl n vom Einfallswinkel φ bestimmt. Die Abb. 303 gibt ein praktisch wichtiges Beispiel für $n = 1,5$.

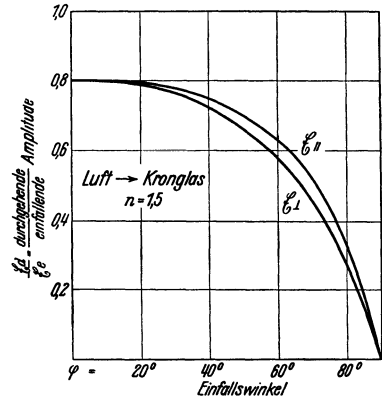


Abb. 302. Zum Eindringen des Lichtes in einen optisch dichteren Stoff bei schwacher Absorption. Das Verhältnis $\mathcal{E}_{\parallel}/\mathcal{E}_{\perp}$ erreicht nicht etwa beim Polarisationswinkel $\varphi_p = 56^{\circ} 19'$ (Abb. 297) seinen größten Wert, sondern wächst weiter mit zunehmendem Einfallswinkel.

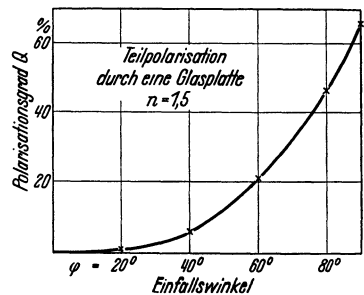


Abb. 303. Zur Herstellung von teilweise polarisiertem Licht.

¹⁾ Die Einfallsebene hat man bei der Entdeckung des Polarisationswinkels (E. L. MALUS 1808) als Polarisationssebene bezeichnet. Dies überflüssige Wort sollte endlich aus dem Schrifttum verschwinden.

Herleitung von Gl. (105): Aus den Gl. (102) und (103) ergibt sich für den Durchtritt durch eine Oberfläche

$$\frac{\mathcal{E}_{d\parallel}}{\mathcal{E}_{d\perp}} = \frac{1}{\cos(\varphi - \chi)} = a$$

und für zwei Oberflächen

$$\frac{\mathcal{E}_{d\parallel}}{\mathcal{E}_{d\perp}} = a^2.$$

Die Strahlungsleistungen W sind dem Quadrat der Amplituden proportional, also

$$\frac{W_{\mathcal{E}_{d\parallel}}}{W_{\mathcal{E}_{d\perp}}} = a^4.$$

$$Q = \left| \frac{W_{\mathcal{E}_{d\parallel}} - W_{\mathcal{E}_{d\perp}}}{W_{\mathcal{E}_{d\parallel}} + W_{\mathcal{E}_{d\perp}}} \right| = \frac{a^4 - 1}{a^4 + 1}.$$

Einsetzen von $a = 1/\cos(\varphi - \chi)$ gibt Gl. (105).

Mit Hilfe der Gl. (105) läßt sich der unbekannte Polarisationsgrad von teilweise polarisiertem Licht ermitteln. Man kompensiert die unbekannte Teilpolarisation durch eine bekannte. Zu diesem Zweck schickt man das zu untersuchende Licht durch eine Glasplatte und einen Analysator zum Strahlungsmesser.

Man ändert den Einfallswinkel φ und dreht außerdem die Platte um die Lichtrichtung als Achse. So kann man die von der Platte erzeugte Teilpolarisation der unbekanntem entgegengesetzt gleich machen. Das erkennt man am Ausschlag des Strahlungsmessers: er wird von der Stellung des Analysators (seinem Azimut ψ) unabhängig. Das sei z. B. bei $\varphi = 60^\circ$ der Fall. Dann ist nach Abb. 303 oder Gl. (105) die gesuchte Teilpolarisation rund $Q = 20\%$.

Für subjektive Beobachtungen setzt man eine SAVARTSche Platte (S. 125) vor den Analysator und stellt auf Verschwinden der Interferenzstreifen ein.

§ 86. Totalreflexion. Wir betrachten wiederum die Lichtreflexion bei schwacher Absorption (S. 131), aber diesmal soll das Licht vom optisch dichteren zum optisch dünneren Stoff laufen, also $n < 1$ sein. Die Anordnung gleicht der in Abb. 293 skizzierten; nur werden statt des einen Spiegels die Basisflächen mehrerer Prismen mit verschiedenen Dachwinkeln benutzt, z. B. Pr in Abb. 293. (Die Reflexionsverluste an den beiden senkrecht durchsetzten Prismenflächen lassen sich unschwer experimentell oder rechnerisch [Gl. (83)] ausschalten.) — Die Abb. 304 bis 306 enthalten die experimentellen Befunde. Diese Bilderfolge wird durch die Ordinate bei $\varphi_T = 41^\circ 49'$ deutlich in zwei Bereiche zerlegt. Der linke Teil-

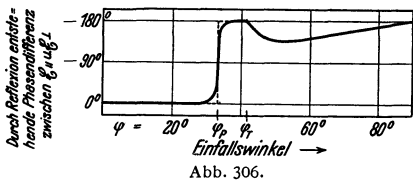
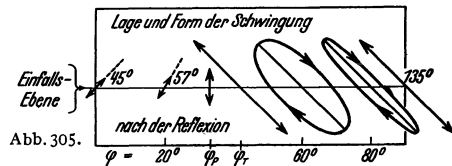
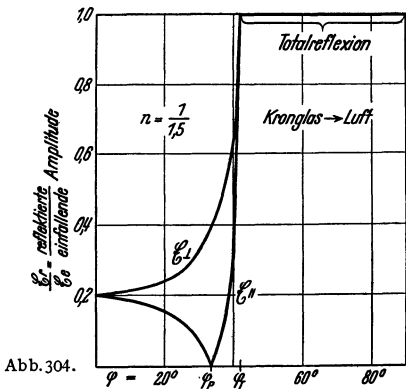


Abb. 304—306. Einfluß des Einfallswinkels auf die Lichtreflexion bei schwacher Absorption. Zweiter Fall: Das Licht geht vom optisch dichteren in den optisch dünneren Stoff. In Abb. 305 blickt der Beobachter bei jedem Einfallswinkel dem reflektierten Licht entgegen. Die Amplituden sind gegenüber Abb. 304 im Verhältnis 1:7 verkleinert gezeichnet worden. In Abb. 306 soll die punktierte Gerade den idealisierten „Phasensprung“ andeuten. Aus den Gl. (86) und (87) folgt für alle Einfallswinkel $< \varphi_T$: Die Richtung der Vektoren bleibt bei der Reflexion ungeändert ($\chi > \varphi!$), abgesehen von \mathcal{E}_\parallel bei Winkeln $> \varphi_p$. Dort erfährt \mathcal{E}_\parallel eine Phasenänderung von 180° , weil in Gl. (87) für $(\varphi + \chi) > 90^\circ$ nicht nur der Zähler, sondern auch der Nenner negativ wird.

bereich ($\varphi = 0$ bis φ_T) enthält, seitlich zusammengedrängt, eine Wiederholung der Abb. 297—299. Alle in diesen Bereich fallenden Beobachtungen lassen sich wieder mit den FRESNELSchen Formeln zusammenfassen. Der rechte Teilbereich bringt etwas grundsätzlich Neues, die Totalreflexion. Der Bereich der Totalreflexion ist durch drei Tatsachen gekennzeichnet.

1. Die reflektierten Amplituden \mathcal{E}_{\parallel} und \mathcal{E}_{\perp} sind bei allen Einfallswinkeln über φ_T gleich den einfallenden Amplituden.

2. Linear polarisiert einfallendes Licht ist nach der Reflexion elliptisch polarisiert (abgesehen von den Grenzfällen $\psi = 0$ und $\psi = 90^\circ$ und $\varphi = \varphi_T$ und $\varphi = 90^\circ$).

3. Die Phasendifferenz δ zwischen \mathcal{E}_{\parallel} und \mathcal{E}_{\perp} , die Ursache der elliptischen Polarisation, hängt von φ ab. Sie erreicht in der Gegend von $\varphi = 50^\circ$ ihren kleinsten Wert. Bei φ_T und bei $\varphi = 90^\circ$ ist $\delta = 180^\circ$, also ebenso groß wie zwischen φ_P und φ_T .

In der elementaren Behandlung der Totalreflexion heißt es: Nach dem SNELLIUSSchen Brechungsgesetz wird der Höchstwert von $\sin \varphi$, nämlich $\sin \varphi_T = n$, für $\chi = 90^\circ$ erreicht. Für $\varphi > \varphi_T$ läßt sich kein gebrochener Strahl konstruieren. Folglich tritt überhaupt kein Licht in das optisch dünnere Medium ein. — Dieser letzte Satz muß berichtigt werden. Zu diesem Zweck betrachten wir die Totalreflexion zunächst einmal in einem anschaulichen Sonderfall, nämlich mit Schwere-Oberflächenwellen auf Wasser. Die Versuchsanordnung ist uns aus dem Mechanikband, § 114, bekannt.

In den Abb. 307ff. trennt die Linie 00 einen Flachwasserbereich (unten) von einem Tiefwasserbereich (oben). Schräg von unten rechts laufen Parallelwellen gegen die Grenze und über sie hinweg. Wir sehen Brechung und Reflexion. Die reflektierten Wellen interferieren unten mit den einfallenden. Die gebrochenen Wellen sind gegen die einfallenden verkippt.

Unten ist die Wellenlänge λ_f klein, oben die Wellenlänge λ_t groß. Es gilt in unserem Beispiel

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = \frac{\lambda}{\lambda_t} = n = 0,81.$$

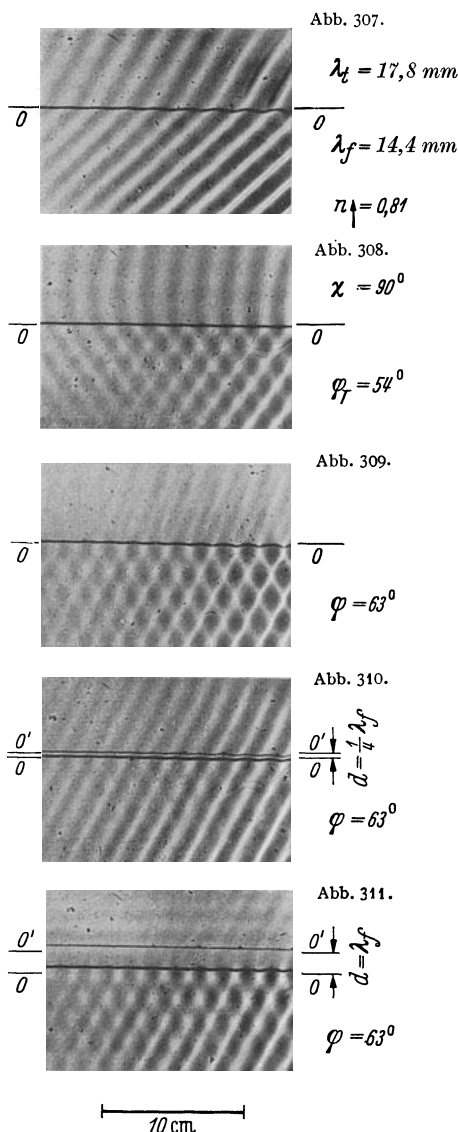


Abb. 307—311. Vorführung der Totalreflexion von Wasserwellen und ihrer Behinderung. (Man betrachte die Bilder aus größerem Abstand. Dann übersieht man die kleinen, nur mit erheblichem Aufwand vermeidbaren Schönheitsfehler.) Während der Totalreflexion (Abb. 309 und 311) laufen unterhalb von 00 sinusförmig modulierte Wellen von rechts nach links, d. h. die Wellen sind durch horizontale Interferenzminima unterteilt.

Bei $\sin \varphi = 0,81$ oder $\varphi = 54^\circ$ sollte Totalreflexion beginnen. Das ist in der Tat der Fall. In Abb. 308 ist $\varphi = 54^\circ$ und χ ist $= 90^\circ$ geworden. Die gebrochenen Wellen münden senkrecht auf der Grenze ein und gehen nach oben in gekrümmte „gebeugte“ Wellen über.

In Abb. 309 ist der Einfallswinkel φ bis auf 63° vergrößert worden. Damit befinden wir uns mitten im Winkelbereich der Totalreflexion, und dort beobachten wir folgende Tatsachen:

1. Nach wie vor verlaufen Wellen auch oberhalb der Grenze. Im Bilde überschreiten die weißen Wellenberge die Grenze um rund 1 mm. Ihre Richtung steht zur Grenze senkrecht. Die Amplitude dieser Wellen klingt nach oben, d. h. senkrecht zu ihrer Laufrichtung, sehr rasch ab. Die Wellen sind quer zu ihrer Laufrichtung gedämpft. (Ihre Fortsetzung in gekrümmten gebeugten Wellen ist sehr deutlich. Sie kann sogar zunächst in störender Weise die Aufmerksamkeit vom Wesentlichen ablenken. Aber Beugung gehört nun einmal untrennbar zu einer jeden Bündelbegrenzung.)

2. Die reflektierten Wellen sind gegen die einfallenden phasenverschoben. Man stelle auf die Trennlinie 00 senkrecht zur Papierebene einen Metallspiegel (nicht rückwärts belegten Glasspiegel!). Dann sieht man die zusammengehörigen Wellenberge deutlich gegeneinander versetzt.

3. Die Brechzahl $n = \lambda_f : \lambda_t$ beträgt 0,91. Vorher war ihr Wert 0,81. Im Bereich der Totalreflexion bleibt also die Brechzahl keine Konstante. Sie steigt vielmehr mit wachsendem Einfallswinkel φ .

Die „quergedämpften“ Wellen im zweiten, nach elementarer Darstellung wellenfreien Stoff, sind für das Zustandekommen der Totalreflexion unentbehrlich. Das zeigen die beiden nächsten Versuche. In Abb. 310 ist der Tiefwasserbereich oberhalb der Grenze 00 auf einen schmalen Streifen eingengt worden. Oberhalb von $0'0'$ folgt wieder ein Bereich flachen Wassers. Der Abstand $00'$ ist gleich einem Viertel der Wellenlänge. Der Tiefwasserbereich ist also schmaler als vorher die seitliche Ausdehnung der quergedämpften Welle in Abb. 309. Erfolg: Die Reflexion ist nicht mehr total, es laufen deutlich Wellen nach oben über die Grenze 00 hinweg.

Und schließlich der Gegenversuch: In Abb. 311 ist der Abstand $00'$ bis zur Größe einer Wellenlänge erweitert worden. Der Tiefwasserbereich bietet also genügend Raum zur Ausbildung der quergedämpften Wellen. Damit ist auch die Totalreflexion wieder hergestellt. — Soweit die Wasserwellen.

Für die Wellen des Lichtes gilt das gleiche: Das zeigen wir mit Wellen des ultraroten Spektralbereiches. In Abb. 312 wird ein Bogenlampenkrater mit zwei

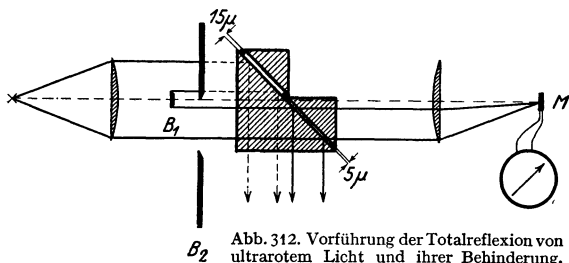


Abb. 312. Vorführung der Totalreflexion von ultrarotem Licht und ihrer Behinderung.

gleichen Linsen aus Steinsalz auf einem Strahlungsmesser M abgebildet. Das parallel begrenzte Bündel zwischen den Linsen ist durch eine Blende B_1 in zwei Bündel zerteilt. Eine zweite vertikal verschiebbare Blende B_2 gibt nach Wahl eines der beiden Teilbündel frei. Die beiden Teilbündel fallen dann auf drei

90° -Prismen aus Steinsalz. Die Basisflächen der kleinen Prismen sind von der des großen durch schmale Metallfolien getrennt, oben von 15μ , unten von 5μ Dicke.

Der sichtbare Anteil beider Teilbündel wird total reflektiert, er tritt seitlich in Richtung der Pfeile aus. Ebenso wird die ultrarote Strahlung des oberen

Teilbündels total reflektiert. Beim unteren Bündel hingegen zeigt der Strahlungsmesser einen großen Ausschlag. Es geht also Strahlung durch die Prismen hindurch. Das besagt: Eine 5μ dicke Luftschicht hinter der Basisfläche des großen Prismas behindert die Totalreflexion. Aber eine 15μ dicke Luftschicht läßt die Totalreflexion ungestört zur Ausbildung kommen. Aus dieser Tatsache folgern wir: In der ultraroten Strahlung der beiden Bündel sind Wellen bis zu etwa 15μ Länge enthalten. Für sie gilt das gleiche wie für die Wasserwellen in der Abb. 310/311. (Wellen von mehr als 15μ Länge werden bereits durch die erste Steinsalzlinse absorbiert.)

Dieser Versuch mit den beiden Prismen ist auch technisch bedeutsam. Man macht den Abstand ihrer Basisflächen veränderlich. Dann hat man die Möglichkeit, mit winzigen Verschiebungen die (wie in Abb. 310) durchgelassene Strahlungsleistung zu verändern oder zu „steuern“. Das geschieht z. B. beim Fernsprechen mit Lichtbündeln (Lichttelephonie). — Ferner kann man die beiden Prismen im ultraroten Spektralbereich als Filter benutzen. Sie halten die kurzen Wellen zurück und lassen die langen passieren.

Hingegen eignet sich die Anordnung nicht zur Herstellung monochromatischer Strahlung. Das zeigt ein Zahlenbeispiel für $n = 1,5$, $\varphi = 45^\circ$, und unpolarisiertes Licht. Es werden

bei $d/\lambda =$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
durchgelassen	71%	30%	16%	6%	2%

der einfallenden Strahlungsleistung.

Zum Schluß noch eine Ergänzung zu Abb. 306. Dies Schaubild zeigte nach der Reflexion die Phasendifferenz δ zwischen den beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Lichtvektoren. Das Azimut ψ des einfallenden linear polarisierten Lichtes war dabei 135° (Abb. 298a!). Für diesen Fall läßt sich δ nach folgender Gleichung berechnen (mit $n < 1$):

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}. \quad (106)$$

Im Schrifttum wird oft als Azimut des einfallenden Lichtes $\psi = 45^\circ$ benutzt. Dann müssen rechts Zähler und Nenner in Gl (106) vertauscht werden.

Die Herleitung dieser Gleichung setzt die Kenntnis des § 88 voraus. — Das Brechungsgesetz $\sin \chi = \frac{1}{n} \sin \varphi$ kann für $n < 1$ Werte von $\sin \chi > 1$ geben. Dann wird χ ein imaginärer Winkel und

$$\cos \chi = \sqrt{1 - \sin^2 \chi} = i \cdot \frac{1}{n} \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} \quad (107)$$

eine komplexe Größe. Diese setzen wir in die FRESNELSchen Formeln

$$\frac{\mathfrak{E}_{r\perp}}{\mathfrak{E}_{e\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \chi)}{\sin(\varphi + \chi)} \quad (86) \quad \text{und} \quad \frac{\mathfrak{E}_{r\parallel}}{\mathfrak{E}_{e\parallel}} = \frac{n \cos \varphi - \cos \chi}{n \cos \varphi + \cos \chi} \quad (87) \quad \text{von Seite 135}$$

ein und erhalten als Verhältnisse zweier komplexer Amplituden

$$\frac{\mathfrak{E}'_{r\perp}}{\mathfrak{E}'_{e\perp}} = -\frac{i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} - \cos \varphi}{i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} + \cos \varphi} = \frac{\mathfrak{E}_{r\perp}}{\mathfrak{E}_{e\perp}} e^{i\delta_{\perp}} \quad (108)$$

und

$$\frac{\mathfrak{E}'_{r\parallel}}{\mathfrak{E}'_{e\parallel}} = \frac{n \cos \varphi - \frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{n \cos \varphi + \frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}} = \frac{\mathfrak{E}_{r\parallel}}{\mathfrak{E}_{e\parallel}} e^{i\delta_{\parallel}}. \quad (109)$$

Das bedeutet nach S. 145: Zwischen den reellen Amplituden $\mathfrak{E}_{r\perp}$ und $\mathfrak{E}_{e\perp}$ einerseits, $\mathfrak{E}_{r\parallel}$ und $\mathfrak{E}_{e\parallel}$ andererseits liegen Phasenwinkel der Größe δ_{\perp} und δ_{\parallel} .

Das einfallende linear polarisierte Licht soll das Azimut $\psi = 135^\circ$ haben (Abb. 298a). Folglich ist $\mathcal{E}_{\perp} = -\mathcal{E}_{\parallel}$ und $\mathcal{E}_{\perp} = \mathcal{E}_{\parallel}$. Mit diesen Amplituden ergibt das Verhältnis der Gl. (109) zu Gl. (108) die relative Phasendifferenz

$$e^{i\delta_{\parallel}} : e^{i\delta_{\perp}} = e^{i\delta} = \frac{n \cos \varphi - \frac{i}{n} \sqrt{\dots}}{n \cos \varphi + \frac{i}{n} \sqrt{\dots}} \cdot \frac{i\sqrt{\dots} + \cos \varphi}{i\sqrt{\dots} - \cos \varphi} \quad (110)$$

Beim Ausrechnen ersetzt man $\cos^2 \varphi$ durch $(1 - \sin^2 \varphi)$ und erhält

$$e^{i\delta} = \frac{i \cos \varphi \sqrt{\dots} - \sin^2 \varphi}{i \cos \varphi \sqrt{\dots} + \sin^2 \varphi} \quad (110a)$$

Diese komplexe Zahl bringt man auf die Form $a + ib$, indem man Zähler und Nenner mit der komplex konjugierten Größe des Nenners multipliziert. Man bekommt

$$e^{i\delta} = \frac{-(\sin^2 \varphi - i \cos \varphi \sqrt{\dots})^2}{\sin^4 \varphi + \cos^2 \varphi (\sin^2 \varphi - n^2)} \quad (111)$$

oder

$$A \cdot e^{i\frac{\delta}{2}} = i \cdot \sin^2 \varphi + \cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} \quad (112)$$

Endlich ist nach Gl. (124) von S. 145

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\operatorname{Imaginärteil}}{\operatorname{Realteil}} \quad \left. \vphantom{\operatorname{tg} \frac{\delta}{2}} \right\} \text{ der komplexen Amplitude,} \quad (121)$$

also

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}} \quad (106)$$

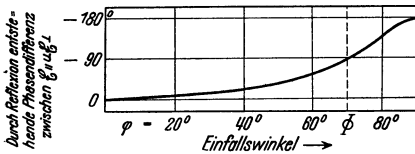
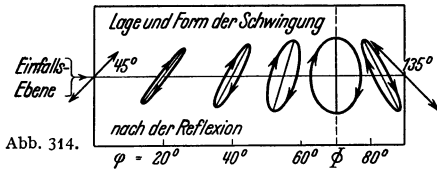
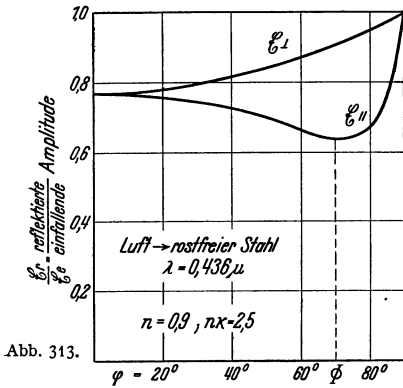


Abb. 313–315. Einfluß des Einfallswinkels auf die Lichtreflexion bei starker Absorption. In Abb. 314 blickt der Beobachter bei jedem Einfallswinkel φ dem reflektierten Licht entgegen.

reflektierten zur einfallenden Amplitude ist sehr viel größer als bei schwacher Absorption (d. h. bei $w > \lambda$).

2. Im Falle \mathcal{E}_{\parallel} wird die Reflexion bei keinem Einfallswinkel φ gleich Null. Also gibt es bei kleiner Reichweite des Lichtes keinen Polarisationswinkel φ_P . Die Reflexion durchläuft mit wachsendem φ lediglich ein Minimum. Der zugehörige Winkel wird Haupteinfallswinkel Φ genannt.

3. Linear polarisiertes Licht ist nach der Reflexion elliptisch polarisiert (abgesehen von den Grenzfällen $\psi = 0$ und $\psi = 90^\circ$, sowie $\varphi = 0$ und $\varphi = 90^\circ$. — Beim Haupteinfallswinkel Φ liegt die eine Ellipsenachse in der Einfallsebene, die andere senkrecht zu ihr.

§ 87. Lichtreflexion bei starker Absorption. Die Tatsachen. Starke Absorption bedeutet: Die mittlere Reichweite w des Lichtes ist kleiner als seine Wellenlänge λ (S. 131).

Wir greifen auf Abb. 293 zurück, ersetzen aber die Glasplatte S_p durch einen Metallspiegel. Mit dieser Anordnung untersuchen wir wiederum die Reflexion polarisierten Lichtes in ihrer Abhängigkeit vom Einfallswinkel φ . Als Azimut des einfallenden Lichtes ist ebenso wie auf Seite 134 $\psi = 135^\circ$ gewählt worden. Die Ergebnisse sind in Abb. 313–315 zusammengestellt. Sie sind mit der Bilderfolge 297–299 zu vergleichen. Dabei ergeben sich folgende Tatsachen:

1. Kleine Reichweite des Lichtes bedingt hohe Reflexion. Das Verhältnis der

4. Die Phasendifferenz δ zwischen \mathcal{E}_{\parallel} und \mathcal{E}_{\perp} , die Ursache der elliptischen Polarisation, durchläuft alle Werte zwischen 0 und 180° . Der Wert $\delta = 90^{\circ}$ wird beim Haupteinfallswinkel Φ erreicht. Nach zweimaliger Reflexion unter dem Haupteinfallswinkel Φ ist das Licht also wieder linear polarisiert. Darauf gründet sich eine bequeme Messung von Φ (J. JAMIN 1849).

5. Qualitativ läßt sich sagen: Bei kleiner Reichweite des Lichtes tritt der Haupteinfallswinkel an die Stelle des Polarisationswinkels φ_p .

Starke Absorption, also $w < \lambda$, bedingt ein hohes „Reflexionsvermögen“

$$R = \left| \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_e} \right|^2.$$

Das ist die sinnfälligste der obigen Tatsachen. Sie stellt aber keineswegs eine Besonderheit der Lichtwellen dar, sie findet sich allgemein bei Wellen jeglicher Art. Wir bringen abermals ein mechanisches Beispiel:

Die Abb. 316 zeigt wieder einige Glieder der Torsions-Wellenmaschine. Diesmal haben alle Hantelkörper gleiche Massen. Infolgedessen ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen längs des ganzen Weges konstant. Trotzdem ist mit 00 eine Grenze markiert. Oberhalb dieser Grenze besitzen die Glieder eine Dämpfungsvorrichtung. Sie tragen beiderseits kleine Haarpinsel, und diese streichen über raue Papierflächen hinweg. Die Flächen lassen sich gemeinsam heben und senken. So wird die Dämpfung nach Wunsch eingestellt. Längs der so ergänzten Wellenmaschine lassen wir wieder Wellen von etwa 60 cm Länge von unten nach oben laufen. Dabei zeigen wir dreierlei:

1. Ohne Dämpfung: Die Wellengruppe nimmt von der Grenze 00 keine Notiz.

2. Mit großer Dämpfung: Die Hantel β wird durch die Dämpfung stark behindert. Sie vermag von α nur einen kleinen Bruchteil der Schwingungsenergie zu übernehmen. Der weitaus größte Teil muß umkehren, die Amplitude der nach unten zurückgelangenden Wellengruppe ist kaum kleiner als die der zuvor nach oben gelaufenen.

Die trotz der Dämpfung von β noch aufgenommene Energie wird größtenteils in Reibungswärme verwandelt. Ein verbleibender Rest wird an γ weitergeleitet und so fort. So stirbt die Wellenbewegung „im absorbierenden Stoff“ auf kurzem Wege. Ihre mittlere Reichweite w ist in unserem Beispiel nur ein kleiner Bruchteil der Wellenlänge λ . — Kurz zusammengefaßt: Bei „starker“ Absorption, d. h. $w < \lambda$, können die Wellen nicht eindringen. Es wird wenig Energie absorbiert, dies wenige auf kurzem Wege.

3. Mit kleiner Dämpfung: Die mittlere Reichweite w wird etwa $= \lambda$ gemacht: β übernimmt den größten Teil der Schwingungsenergie von α , gibt ihn wenig durch Reibung vermindert an γ weiter usw. Nur ein kleiner Teil der ankommenden Energie muß umkehren. Die abwärts zurücklaufende Wellengruppe hat eine ganz kleine Amplitude. D. h. sinngemäß verallgemeinert: Bei beliebig schwacher Absorption, d. h. $w \gg \lambda$ kann man die ganze auffallende Wellenenergie absorbieren lassen¹⁾. Man muß nur den Absorptionsweg (optisch: die Schichtdicke) groß gegen w machen. [Natürlich gilt das nur für die

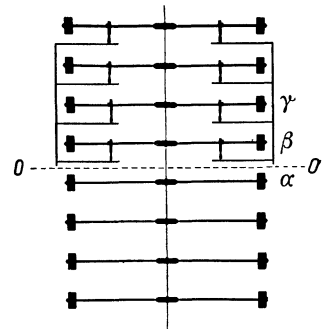


Abb. 316. Einige Glieder einer Wellenmaschine, die oberen mit einer einstellbaren Reibungsdämpfung.

¹⁾ „Starke“ und „schwache“ Absorption sind also keine glücklich gewählten Bezeichnungen. Sie bereiten dem Anfänger immer Schwierigkeiten. Deswegen betonen wir noch einmal: Stark absorbierende Stoffe (Metalle) können nur wenig von der auffallenden Strahlungsleistung absorbieren, schwach absorbierende hingegen viel.

Brechzahl $n=1$, andernfalls verbleibt ein Reflexionsverlust gemäß Gl. (83) von S. 132.]

Wir fassen zusammen: Bei starker Absorption wird die Reflexion nicht nur von der Brechzahl n bestimmt, sondern außerdem vom Verhältnis zwischen Wellenlänge λ des Lichtes und seiner mittleren Reichweite w . — Die quantitative Darstellung dieses Sachverhaltes wird in § 89 folgen. Als Vorbereitung für diese und weitere Aufgaben bringen wir zunächst in § 88 einen kurzen Überblick über die mathematische Beschreibung von Schwingungen und Wellen.

§ 88. Einschaltung. Allgemeines über die mathematische Behandlung von Schwingungen und Wellen. Ein einfacher Schwingungsvorgang habe die Frequenz ν oder die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi\nu$. Seine Amplitude (Höchstauschlag) sei A . Sein zeitlicher Ablauf läßt sich mit einer Sinus- oder Kosinusfunktion darstellen. Beide sind in Abb. 317 gezeichnet. Die Abszisse bedeutet die Zeit oder die ihr proportionale „Phase“ $\varphi = \omega t$. Die Ordinate bedeutet den Ausschlag, und zwar

$$x = A \sin \omega t \tag{113}$$

für die ausgezogene und

$$y = A \cos \omega t \tag{114}$$

für die gestrichelte Kurve.

Die Entstehung beider Kurven wird durch Abb. 318 erläutert: Ein Zeiger mit der Länge A (= Amplitude) rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω . Seine beiden Projektionen auf das Achsenkreuz liefern die zu einem Wert von ωt gehörenden Ausschläge y und x (vgl. Mechanikband, §§ 5 und 13).

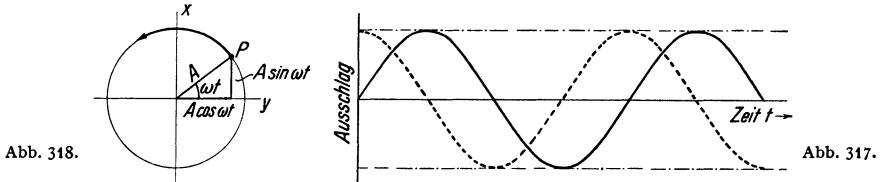


Abb. 317 und 318. Graphische Darstellung einfacher cos- und sin-Schwingungen.

Für die meisten physikalischen Rechnungen ersetzt man die trigonometrischen Funktionen durch eine Exponentialfunktion, und zwar mit Hilfe der EULERSchen Beziehung

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi; \quad i = \sqrt{-1}. \tag{115}$$

Man rechnet mit Exponentialfunktionen außerordentlich viel leichter als mit trigonometrischen Funktionen. — Man schreibt für den periodisch wiederkehrenden Ausschlag der Schwingung statt (113) oder (114)

$$x = A \cdot e^{i\omega t}. \tag{116}$$

Man rechnet also mit komplexen Zahlen¹⁾ (Abb. 319)

$$x = A e^{i\varphi} = A (\cos \varphi + i \sin \varphi) = a + i b. \tag{117}$$

(A = „Betrag“, φ = „Winkel“ der komplexen Zahl x).

¹⁾ „Imaginäre“ und „komplexe“ Zahlen erscheinen dem Anfänger leider oft als spukhafte Gebilde einer Geisterwelt. Komplexe Zahlen sind aber lediglich (durch Punkte einer Ebene darstellbare) Zahlenpaare mit bestimmten, für diese Paare entwickelten Rechenregeln. Die Worte „imaginär“ und „komplex“ sind nur historisch bedingt. Man könnte z. B. statt $5 + i7$ eine blaue 5 und eine rote 7 schreiben und die Worte reell durch blau, imaginär durch rot und komplex durch zweifarbig ersetzen. Die einfachen Rechenregeln für komplexe Zahlen findet man außer in Schulbüchern in dem überaus nützlichen Buche von LORENTZ-JOOS-KALUZA, Höhere Mathematik für den Praktiker, Leipzig: Joh. Ambr. Barth 1938.

Bei diesen Rechnungen benutzt man sehr häufig die Beziehung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\text{Imaginärteil}}{\text{Realteil}} \left. \vphantom{\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}} \right\} \text{ der komplexen Zahl } x. \quad (118)$$

Den „Betrag“ A einer komplexen Zahl $(a \pm ib)$ bestimmt man, indem man sie mit ihrer „konjugiert komplexen“ $(a \mp ib)$ multipliziert, also z. B.

$$A^2 = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2.$$

Bei diesen beiden Rechnungsarten erscheinen im Endergebnis keine imaginären Zahlen. In anderen Fällen findet man im Endergebnis zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens irgendwelche komplexe Zahlen, etwa

$$a + ib = C + iB.$$

Dann gibt sowohl $a=C$ wie $b=B$ ein physikalisches Ergebnis, d. h. einen Zusammenhang zwischen gleichartigen und vergleichbaren Größen.

In Abb. 317 beginnt die gestrichelte Kosinusschwingung früher als die ausgezogene Sinusschwingung. (Vgl. Satzbeschriftung der Abb. 263 und 266.) Man sagt: die gestrichelte Schwingung eilt der ausgezogenen voraus, sie hat einen „positiven Phasenwinkel“ $\gamma = 90^\circ$ oder $\pi/2$. Also

$$A \cos \omega t = A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (119)$$

Im allgemeinen beginnt eine Schwingung mit einem (positiven oder negativen) Phasenwinkel δ . D. h. bei dem (irgendwie vereinbarten) Nullpunkt der Zeit t besitzt ihre Phase die Größe δ . Also

$$x = A \sin (\omega t \pm \delta) \quad (120)$$

oder

$$x = A e^{i(\omega t \pm \delta)}. \quad (120a)$$

$$x = A e^{\pm i\delta} \cdot e^{i\omega t}. \quad (120b)$$

In dieser zweiten Schreibweise steht als Faktor vor $e^{i\omega t}$ nicht die reelle Größe A [wie in Gl. (116)], sondern eine komplexe Größe $A \cdot e^{\pm i\delta}$. Man nennt sie eine „komplexe Amplitude“. Eine komplexe Amplitude enthält zwei Bestimmungsstücke der Schwingung, nämlich die Amplitude A und den Phasenwinkel δ . Man suche hinter dem Wort „komplexe Amplitude“ ja nichts geheimnisvoll Gelehrtes und klage nicht über einen Mangel an „Anschaulichkeit“. Es handelt sich in Gl. (120b) lediglich um eine formal andere Schreibweise für den in Gl. (120) enthaltenen Tatbestand. — Eine komplexe Amplitude heißt qualitativ: Die Schwingung beginnt im zeitlichen Nullpunkt mit einem Phasenwinkel $\delta \geq 0$. — Quantitativ erhält man die Größe des Phasenwinkels im Anschluß an die Gl. (118), nämlich

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{A (\pm \sin \delta)}{A \cos \delta} = \frac{\text{Imaginärteil}}{\text{Realteil}} \left. \vphantom{\frac{A (\pm \sin \delta)}{A \cos \delta}} \right\} \text{ der komplexen Amplitude } A e^{\pm i\delta}. \quad (121)$$

Soweit die Schwingungen, jetzt etwas über Wellen.

Die Abb. 320 gibt ein Momentbild der einfachsten fortschreitenden Welle, nämlich einer ungedämpften Sinus- (oder Kosinus-)Welle. Die Abszisse ist punktiert, sie bedeutet hier nicht die Zeit, sondern den Laufweg z , gezählt von einem vereinbarten Nullpunkt $z=0$.

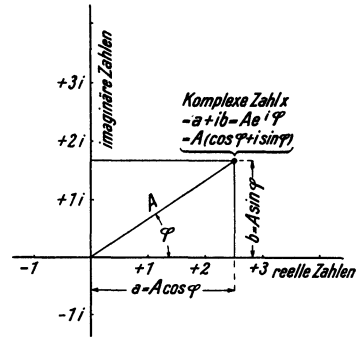


Abb. 319. Darstellung einer komplexen Zahl.

Eine fortschreitende Welle läßt sich beschreiben als eine räumliche Folge gleichartiger Schwingungen. Man denke sich die einzelnen Abszissenpunkte in

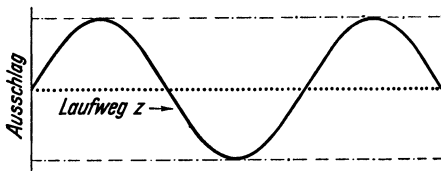


Abb. 320. Momentbild einer fortschreitenden Welle mit konstanter Amplitude.

Abb. 320 sinusförmig auf und nieder schwingend. Alle besitzen die gleiche Amplitude (Höchstauschlag), aber jeder einzelne Punkt hat gegenüber seinem linken, dem Ausgangsort der Wellen näheren Nachbarn einen negativen Phasenwinkel: Sein Ausschlag beginnt später als der des linken Nachbarn. Der Stoff habe die Brechzahl n ,

also soll die Phasengeschwindigkeit v der Welle im Stoff n -mal kleiner sein als der außerhalb gültige Wert c . Kurz $v=c/n$. Dann gilt für den Ausschlag x zur Zeit t am Orte z

$$x = A \sin \omega \left(t - \frac{z}{c/n} \right) \quad (122)$$

oder

$$x = A e^{i\omega \left(t - \frac{nz}{c} \right)}. \quad (123)$$

D. h. bei einer fortschreitenden Welle hängt der Ausschlag x nicht nur von der Zeit t ab, sondern außerdem vom Orte z . Am Orte $(z+\Delta z)$ tritt die gleiche Phase um die Zeitspanne $\Delta t = \frac{\Delta z}{v} = \frac{n\Delta z}{c}$ später auf als am Orte z .

In Abb. 320 blieb die Amplitude der Welle längs des Laufweges z konstant. Das wird durch die beiden strichpunktierten horizontalen Hilfslinien angedeutet. Im Gegensatz dazu soll in Abb. 321 die Amplitude der Welle beim Vordringen längs des Weges z durch Absorption geschwächt werden und dabei exponentiell abnehmen.

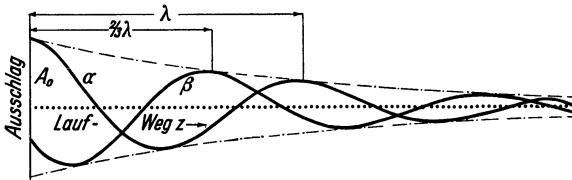


Abb. 321. Zwei im zeitlichen Abstand $2T/3$ aufeinanderfolgende Momentbilder fortschreitender Wellen mit räumlicher Dämpfung. Die Amplituden nehmen in der Laufrichtung ab, und zwar im Beispiel gemäß der Gl. $A = A_0 e^{-Kz}$.

In Abb. 321 soll α ein erstes Momentbild sein, β ein zweites, etwas später aufgenommenes. Oder anders gesagt: Im stationären Zustand soll jeder Punkt der Abszisse zwar mit zeitlich konstanten Amplituden schwingen, doch sollen

die Amplituden der verschiedenen Punkte durch die beiden strichpunktierten Exponentialkurven eingegrenzt werden. Die Amplitude soll also nicht mehr von z unabhängig sein, sondern von z abhängen nach der Gleichung

$$A = A_0 e^{-\frac{K}{2}z}. \quad (124)$$

Dabei ist K die auf S. 130 definierte Absorptionskonstante. Sie wurde durch eine Schwächung der Strahlungsleistung definiert. Die Leistung aber ist proportional zu A^2 , folglich muß in der für Amplituden gültigen Gleichung $K/2$ geschrieben werden.

Die Absorptionskonstante K folgt direkt aus den Messungen. Für Rechnungen aber eignet sich besser eine andere Absorptionsgröße, der Absorptionskoeffizient ($n\kappa$): Man bezeichnet die Wellenlänge außerhalb des schwächenden Stoffes mit λ , die Brechzahl des Stoffes mit n und definiert

$$(n\kappa) = K \frac{\lambda}{4\pi}. \quad (125)$$

Dann erhält man für die räumliche Abnahme der Amplitude statt (124) die Gleichung

$$A = A_0 e^{-2\pi(n\kappa)\frac{z}{\lambda}}. \quad (126)$$

(λ = Wellenlänge vor dem Eindringen der Welle in den schwächenden Stoff, n dessen Brechzahl. κ allein wird Absorptionsindex genannt.)

Sie besagt: Längs des Weges $z = \lambda$ sinkt die Amplitude der Welle auf den Bruchteil $e^{-2\pi(n\kappa)}$ herab.

Nach diesen vorbereitenden Definitionen können wir jetzt die Gleichung für eine durch Absorption räumlich abklingende Welle aufstellen. Zu diesem Zweck haben wir in die Gl. (123) eine exponentiell abklingende Amplitude einzusetzen. Dann erhalten wir für den Ausschlag x zur Zeit t am Orte z

$$x = A_0 e^{-2\pi(n\kappa)\frac{z}{\lambda}} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{nz}{c}\right)}. \quad (127)$$

Den Übergang von Gl. (123) (Welle ohne Absorption) zu Gl. (127) (Welle mit Absorption) kann man rein formal auch anders vollziehen: Man braucht nur die Brechzahl n in Gl. (123) durch eine komplexe Rechengröße zu ersetzen, nämlich die komplexe Brechzahl

$$n' = n(1 - i\kappa). \quad (128)$$

Auf diesem Wege gelangt man ebenfalls direkt zu Gl. (127).

Dies Ergebnis ist von großer Wichtigkeit. Man kann den Einfluß der Absorption auf den Verlauf einer Welle nach einer einfachen Regel berechnen: Man nimmt die für die absorptionsfreie Welle hergeleiteten Formeln und ersetzt die reelle Brechzahl n durch die komplexe $n' = n(1 - i\kappa)$. Eine „komplexe Brechzahl“ enthält, ebenso wie S. 145 eine komplexe Amplitude, wiederum zwei Bestimmungsstücke, nämlich die Brechzahl n und den Absorptionskoeffizienten ($n\kappa$). Sie leistet als formale Rechengröße ausgezeichnete Dienste, sie ist bei keiner Behandlung irgendwelcher Wellenabsorption zu entbehren. Das Ergebnis der Rechnung ist auch hier stets eine Beziehung zwischen gleichartigen, physikalisch vergleichbaren Größen. Ein erstes Beispiel findet sich schon am Anfang des nächsten Paragraphen.

§ 89. Quantitatives zur Lichtreflexion bei starker Absorption und senkrechtem Lichteinfall. BEERSche Formel. Die Tatsachen sind in § 87 dargestellt und in den Abb. 313—315 zusammengefaßt worden. Die quantitative Behandlung beruht auf einer Erweiterung der FRESNELSchen Formeln. Man berücksichtigt außer der Brechzahl n auch den Absorptionskoeffizienten ($n\kappa$). Das geschieht nach der allgemeinen, oben eingeführten Regel: Man ersetzt die reelle Brechzahl n durch die komplexe

$$n' = n(1 - i\kappa). \quad (128)$$

Wir behandeln den Sonderfall senkrechter Inzidenz, also Einfallswinkel $\varphi = 0$. Dann galt für die Reflexion

$$\frac{\mathfrak{E}_r}{\mathfrak{E}_e} = -\frac{n-1}{n+1}. \quad (84a) \text{ von S. 132}$$

Wir ersetzen die reelle Brechzahl n durch die komplexe und erhalten dann das Verhältnis zweier komplexer Amplituden

$$\frac{\mathfrak{E}'_r}{\mathfrak{E}'_e} = -\frac{n - i(n\kappa) - 1}{n - i(n\kappa) + 1} = \varrho e^{i\delta_r}. \quad (129)$$

Hierin bedeutet (vgl. S. 145) der „Betrag“ ϱ das Verhältnis der reellen Amplituden, also

$$\varrho = \frac{\mathfrak{E}_r}{\mathfrak{E}_e}$$

und δ_r den Phasenwinkel zwischen \mathfrak{E}_r und \mathfrak{E}_e , also zwischen reflektierter und einfallender Amplitude. — Beide wollen wir nach den Regeln von § 88 ausrechnen. Wir beginnen mit der Berechnung des

$$\text{Reflexionsvermögens } R = \rho^2 = \left| \frac{\mathfrak{E}_r}{\mathfrak{E}_e} \right|^2.$$

Dazu multiplizieren wir die komplexe Zahl in Gl. (129) mit ihrer „komplex konjugierten“ also

$$R = \frac{(n - i(n\kappa) - 1)(n + i(n\kappa) - 1)}{(n - i(n\kappa) + 1)(n + i(n\kappa) + 1)} \quad (130)$$

oder

$$R = \left| \frac{\mathfrak{E}_r}{\mathfrak{E}_e} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + (n\kappa)^2}{(n + 1)^2 + (n\kappa)^2}. \quad (131)$$

Das ist die vielbenutzte Formel von AUG. BEER, 1854.

Zum Ausrechnen der Phasendifferenz bringen wir die Gl. (129) auf die Form $a + ib$. Zu diesem Zweck multiplizieren wir Zähler und Nenner mit der komplex konjugierten Größe des Nenners, also

$$\rho e^{i\delta_r} = -\frac{n - i(n\kappa) - 1}{n - i(n\kappa) + 1} \cdot \frac{n + i(n\kappa) + 1}{n + i(n\kappa) + 1} = \frac{1 - n^2 - (n\kappa)^2 + i 2(n\kappa)}{n^2 + 2n + 1 + (n\kappa)^2} \quad (132)$$

oder

$$[(n + 1)^2 + (n\kappa)^2] \cdot \rho \cdot e^{i\delta_r} = \underbrace{1 - n^2 - (n\kappa)^2}_{\text{Realteil}} + i \underbrace{2(n\kappa)}_{\text{Imaginärteil}}. \quad (133)$$

Dann benutzen wir die Gl. (118) von S. 145

$$\text{tg } \delta_r = \frac{\text{Imaginärteil}}{\text{Realteil}} \Bigg\} \text{ der komplexen Größe}$$

und erhalten

$$\text{tg } \delta_r = \frac{2(n\kappa)}{1 - n^2 - (n\kappa)^2}. \quad (134)$$

In gleicher Weise kann man von der FRESNELSchen Formel (84b) von S. 132 ausgehen und das Verhältnis zwischen der durchgehenden Amplitude \mathfrak{E}_d und der einfallenden \mathfrak{E}_e berechnen, desgleichen den Phasenwinkel δ_d zwischen beiden. Man erhält dann

$$\left| \frac{\mathfrak{E}_d}{\mathfrak{E}_e} \right|^2 = \frac{4}{(n + 1)^2 + (n\kappa)^2}. \quad (135)$$

$$\text{tg } \delta_d = \frac{(n\kappa)}{n + 1}. \quad (136)$$

In Abb. 294 hatten wir die FRESNELSche Formel für senkrechten Lichteinfall und schwache Reflexion mit einem Momentbild erläutert, und zwar für das Zahlenbeispiel $n = 2$.

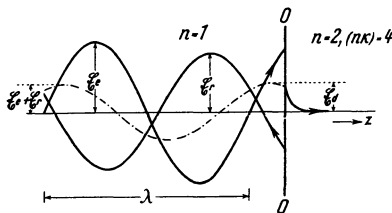


Abb. 322.

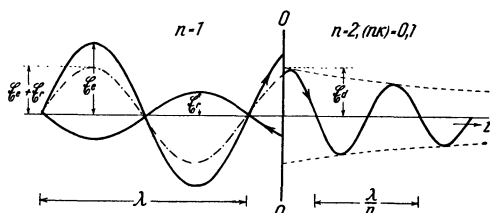


Abb. 323.

Abb. 322 und 323. Zur Erläuterung der Gl. (131/136). Abb. 322 paßt z. B. für die Reflexion roten Lichtes an Platin. Abb. 323 übertreibt noch die Verhältnisse an Farbstofflösungen sehr hoher Konzentration.

In entsprechender Weise geben die Abb. 322/323 Momentbilder zur Erläuterung der Gl. (131—136), und zwar Abb. 322 für $n = 2$ und $(n\kappa) = 4$, Abb. 323 für $n = 2$ und $(n\kappa) = 0,1$.

Die Abb. 323 unterscheidet sich nicht mehr nennenswert von Abb. 294. D. h. ein Absorptionskoeffizient $(n\kappa) = 0,1$ spielt bei der Reflexion schon praktisch

keine Rolle mehr. $(n\kappa) = 0,1$ (genauer 0,08) bedeutet $w = \lambda$, d. h. die mittlere Reichweite des Lichtes ist gleich seiner Wellenlänge. $w = \lambda$ hatten wir auf S. 131 als Grenze zwischen starker und schwacher Absorption eingeführt. Das findet nun hier seine Rechtfertigung.

Bei Metallen überwiegt oft der Summand $(n\kappa)^2$ im Zähler und Nenner der BEERSchen Formel (131). Dann wird R vergleichbar mit 1. Es wird ein großer Bruchteil der einfallenden Strahlungsleistung reflektiert. Im Beispiel der Abb. 313 waren es über 60%. Silber kann im Sichtbaren über 95% reflektieren. Im langwelligen Ultrarot erreichen alle Metalle ein Reflexionsvermögen $R =$ praktisch 100%; vgl. Abb. 370.

§ 90. Messung der optischen Konstanten n und $(n\kappa)$ mit Hilfe der Reflexion. In § 89 ist die Lichtreflexion bei starker Absorption und senkrechtem Einfall ($\varphi = 0$) recht ausführlich behandelt worden. Die Bedeutung der hergeleiteten Gleichungen geht weit über den Bereich der Optik hinaus. Die Gleichungen spielen auch in der Akustik und Elektrotechnik eine große Rolle. Sie enthalten ja, unabhängig von näheren Vorstellungen über die Natur der Wellen, nur zwei formal eingeführte Stoffzahlen, die Brechzahl n und den Absorptionskoeffizienten $(n\kappa)$.

Bei schrägem Lichteinfall ($\varphi > 0$) werden die Dinge verwickelter, es muß wieder die Polarisation des Lichtes, d. h. die Gestalt und die Lage der Schwingung berücksichtigt werden. Außerdem tritt infolge der Absorption eine neue, durch die Bilderfolge 324–327 erläuterte Schwierigkeit auf. In diesen Bildern sind die Wellenberge durch breite schwarze Linien markiert. Ihre Dicke soll — ein zeichnerischer Notbehelf — die Größe der Amplituden andeuten. In den ersten beiden Bildern soll die Brechzahl unterhalb der Grenze 00 kleiner sein als oberhalb.

In Abb. 324 ist $\varphi = 0$, das Licht fällt senkrecht ein. Die Linien gleicher Phase (Wellenberge) und die Linien gleicher Amplitude (gleicher Strichdicke) fallen zusammen: Wir haben eine Längsdämpfung.

In Abb. 325 beträgt φ etwa 33° . Jetzt fallen die Wellenberge unterhalb der Grenze nicht mehr mit Linien gleicher Amplitude, d. h. den Horizontalen gleicher Strichdicke, zusammen. Die Welle ist „inhomogen“ und schrägedämpft.

In Abb. 326 ist die Brechzahl unterhalb der Trennlinie größer als oberhalb. Auch dann gibt es eine Schrägdämpfung.

Abb. 327 bezieht sich nicht mehr auf einen stark absorbierenden, sondern einen wie Glas durchsichtigen Stoff. Der Grenzwinkel der Totalreflexion ist bereits überschritten. Wieder ist die Welle unterhalb der Grenze inhomogen und diesmal sogar „quergedämpft“. Die Linien gleicher Amplitude stehen senkrecht auf den Linien gleicher Phase, also den im Bilde vertikal stehenden Wellenbergen.

Experimentell äußert sich diese Schrägdämpfung in sehr unangenehmer Weise. Das SNELLIUSSche Brechungsgesetz [Gl. (2) von S. 4] wird — ebenso wie S. 140

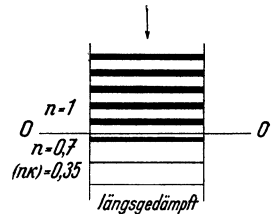


Abb. 324.

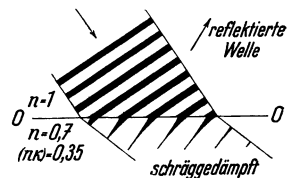


Abb. 325.

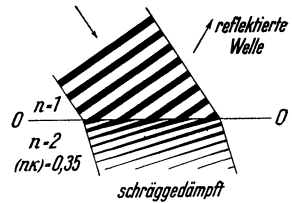


Abb. 326.

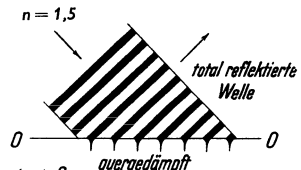


Abb. 327.

Abb. 324–327. Die verschiedenen Formen räumlicher Dämpfung fortschreitender Wellen. Strichdicke = Wellenamplitude.

bei der Querdämpfung — ungültig. Die Brechzahl n hört auf, eine Konstante zu sein, sie wird vom Einfallswinkel abhängig (Abb. 328). Große Brechzahlen, z. B. von Pt, bleiben noch leidlich konstant. Brechzahlen unter 1 hingegen, z. B. von Cu, können sich mit wachsendem φ mehr als verdoppeln (vgl. dazu Abb. 328!).

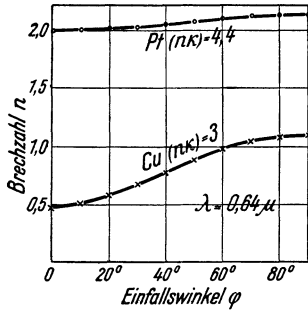


Abb. 328. Bei stark absorbierenden Stoffen hängen kleine Brechzahlen n stark vom Einfallswinkel φ ab. (Von D. SHEA mit Hilfe sehr dünner Metallprismen gemessen.)

Trotz dieser Verwicklungen kann man auch den schrägen Lichteinfall bei hoher Absorption ebenso behandeln wie den senkrechten. Man geht wieder von den entsprechenden FRESNELSchen Formeln für schwache Absorption aus, also diesmal von den Gl. (86) und (87). Wiederum ersetzt man die reelle Brechzahl n durch eine komplexe, auch die Absorption berücksichtigende Brechzahl

$$n' = n - i(n\kappa). \quad (128)$$

Leider werden die anschließenden Rechnungen in strenger Form recht umfangreich und unübersichtlich. Aus diesem Grunde beschränken wir die Aufgabe und fragen nur: Wie kann man aus Reflexionsmessungen bei schrägem Lichteinfall die optischen Konstanten n und $(n\kappa)$ bestimmen? — Sicher braucht man dafür zwei Messungen. Bei schwacher Absorption genügt eine. Denn dort war allein die Brechzahl n zu bestimmen, z. B. aus dem Polarisationswinkel [Gl. (85) von S. 134] oder dem Reflexionsvermögen R [Gl. (83) von S. 132].

Ohne Absorption galt das SNELLIUSsche Gesetz

$$\sin \chi = \frac{\sin \varphi}{n}. \quad (2) \text{ von S. 4}$$

Mit einer komplexen Brechzahl ergibt sich statt dessen

$$\sin \chi = \frac{\sin \varphi}{n - i(n\kappa)}, \quad (137)$$

und daher

$$\cos \chi = \frac{\sqrt{[n - i(n\kappa)]^2 - \sin^2 \varphi}}{n - i(n\kappa)}. \quad (138)$$

Dann bilden wir aus den beiden FRESNELSchen Gleichungen (86) und (87) das Verhältnis der beiden reflektierten Amplituden, und zwar für den in Abb. 298a skizzierten Sonderfall $\mathfrak{E}_{e\perp} = -\mathfrak{E}_{e\parallel}$. D. h. die einfallenden Amplituden sollen die gleichen sein, wie in der Bilderfolge 313—315, S. 142. Das Verhältnis der reflektierten Amplituden wird komplex, wir erhalten

$$\frac{\mathfrak{E}'_{r\parallel}}{\mathfrak{E}'_{r\perp}} = \frac{\cos(\varphi + \chi)}{\cos(\varphi - \chi)} = \varrho e^{i\delta}. \quad (139)$$

Dabei ist ϱ wieder das Verhältnis der reellen Amplituden, also $\mathfrak{E}_{r\parallel}/\mathfrak{E}_{r\perp}$. — Aus (139) folgt nach elementarer Umrechnung

$$\frac{1 - \varrho e^{i\delta}}{1 + \varrho e^{i\delta}} = \frac{\sin \varphi \sin \chi}{\cos \varphi \cos \chi}. \quad (140)$$

Hierin ersetzen wir $\sin \chi$ und $\cos \chi$ gemäß den Gl. (137) und (138) und erhalten

$$\frac{1 - \varrho e^{i\delta}}{1 + \varrho e^{i\delta}} = \frac{\operatorname{tg} \varphi \sin \varphi}{\sqrt{[n - i(n\kappa)]^2 - \sin^2 \varphi}}. \quad (141)$$

Bis hier ist alles streng und allgemein. Jetzt beschränken wir uns auf den Sonderfall $\varphi =$ Haupteinfallswinkel Φ . Dadurch wird $\delta = -\frac{\pi}{2}$, $e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$

(Beweis: $e^{i\delta} = \cos \delta + i \sin \delta$, also für $\delta = -\frac{\pi}{2}$ gleich $0 - i \cdot 1$). Ferner nennen wir ρ , das Verhältnis der beim Haupteinfallswinkel reflektierten Amplituden jetzt $\operatorname{tg} \Psi$, definieren also

$$\operatorname{tg} \Psi = \left(\frac{\mathfrak{E}_{r\parallel}}{\mathfrak{E}_{r\perp}} \right)_{\varphi = \Phi}. \quad (142)$$

Der Haupteinfallswinkel Φ liegt bei Metallen meist in der Gegend von 70° und dann ist $\sin^2 \varphi = 0,9$. Diese Größe vernachlässigt man im Nenner der Gl. (141). Physikalisch bedeutet das: Man läßt die Abhängigkeit der Brechzahl n vom Einfallswinkel φ (Abb. 328) außer acht und betrachtet n auch bei starker Absorption als eine Konstante. So ergibt sich statt (141)

$$\frac{1 + i \operatorname{tg} \Psi}{1 - i \operatorname{tg} \Psi} = \frac{\operatorname{tg} \Phi \sin \Phi}{n - i(n\kappa)}. \quad (143)$$

Diese Gleichung wird mit ihrer komplex konjugierten multipliziert, also

$$\frac{1 + i \operatorname{tg} \Psi}{1 - i \operatorname{tg} \Psi} \cdot \frac{1 - i \operatorname{tg} \Psi}{1 + i \operatorname{tg} \Psi} = \frac{\operatorname{tg} \Phi \sin \Phi}{n - i(n\kappa)} \cdot \frac{\operatorname{tg} \Phi \sin \Phi}{n + i(n\kappa)} \quad (144)$$

oder

$$\operatorname{tg} \Phi \sin \Phi = n \sqrt{1 + \kappa^2}. \quad (145)$$

Dann bringen wir die Nenner in Gl. (143) auf die andere Seite des Gleichheitszeichens, setzen Gl. (145) ein und bekommen

$$[n - i(n\kappa)] (1 + i \operatorname{tg} \Psi) = (n \sqrt{1 + \kappa^2}) (1 - i \operatorname{tg} \Psi). \quad (146)$$

Wir rechnen aus, setzen beiderseits die reellen Teile einander gleich (vgl. S. 145) und erhalten

$$1 + \kappa \operatorname{tg} \Psi = \sqrt{1 + \kappa^2} \quad (147)$$

oder

$$\kappa = \frac{2 \operatorname{tg} \Psi}{1 - \operatorname{tg}^2 \Psi}. \quad (148)$$

$$\boxed{\kappa = \operatorname{tg} 2\Psi.} \quad (149)$$

Schließlich setzen wir Gl. (149) in (145) ein und erhalten

$$\boxed{n = \sin \Phi \operatorname{tg} \Phi \cos 2\Psi.} \quad (150)$$

Damit ist die S. 150 gestellte Aufgabe gelöst. Man hat zwei Gleichungen für die Bestimmung der optischen Konstanten n und $(n\kappa)$. Gemessen wird die Größe des Haupteinfallswinkels Φ und $\operatorname{tg} \Psi$, d. h. das Verhältnis der beiden beim Haupteinfallswinkel reflektierten Amplituden [Gl. (142) und Abb. 313].

Die beiden eingerahmten Gleichungen sind in der Meßtechnik von großer Bedeutung. Sie sind schon 1849 von A. L. CAUCHY veröffentlicht worden. — Man soll sie daher, den eingebürgerten Darstellungen entgegen, nicht als Ergebnis der MAXWELLSchen Theorie bringen.

Für $\kappa = 0$, also Lichtreflexion ohne Absorption, folgt aus Gl. (150)

$$\begin{aligned} n &= \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \\ \text{statt des BREWSTERSchen Gesetzes} \quad n &= \operatorname{tg} \varphi. \end{aligned} \quad (85) \text{ von S. 134}$$

Die CAUCHYSchen Formeln stellen eben nur eine Näherung dar. — Für sehr kleine Werte der Brechzahl n bleibt Gl. (150) brauchbar, Gl. (149) ersetzt man dann aber durch eine strengere Lösung.

$$\kappa = \frac{\sqrt{\sin^2 \Phi \sin^2 2\Psi - \cos^2 \Phi}}{\sin \Phi \cos 2\Psi}. \quad (149 a)$$

Für kleine Werte des Absorptionskoeffizienten ($n\kappa$) empfehlen sich andere Näherungslösungen, nämlich

$$\kappa = \frac{\sin \Phi \sin 2\Psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Phi \sin^2 2\Psi}} \quad (149b)$$

und

$$n = \operatorname{tg} \Phi \sqrt{1 - \sin^2 \Phi \sin^2 2\Psi}. \quad (150a)$$

Gl. (150a) gibt für $\kappa = 0$ richtig das BREWSTERSche Gesetz, also $n = \operatorname{tg} \varphi$.

Um die Phasendifferenz $\Delta = \delta \mathfrak{E}_{r\parallel} - \delta \mathfrak{E}_{r\perp}$ und das Amplitudenverhältnis $Q = \mathfrak{E}_{r\parallel} / \mathfrak{E}_{r\perp} = \operatorname{tg} \psi$ aus den optischen Konstanten zu berechnen, bildet man zwei Hilfsgrößen

$$\operatorname{tg} P = \frac{n \sqrt{1 + \kappa^2}}{\sin \varphi \operatorname{tg} \varphi} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} Q = \kappa. \quad (151)$$

Dann ist bei einem Azimut $\psi = 135^\circ$ des einfallenden Lichtes

$$\operatorname{tg} \Delta = -\sin Q \operatorname{tg} 2P \quad (152)$$

und

$$\cos 2\psi = \cos Q \sin 2P. \quad (153)$$

§ 91. Schlußbemerkung. Die quantitative Behandlung der „starken“ Lichtabsorption, also $w < \lambda$, ist kein erfreuliches Kapitel. Man muß ziemlich viel rechnen und gelangt trotzdem bei schrägem Lichteinfall nur mit Näherungslösungen zu Formeln von brauchbarer Einfachheit.

Schlimmer aber ist etwas anderes. Schon der Anfänger verbindet mit optischen Messungen die Vorstellung besonderer Präzision, er kennt die vielen Dezimalen bei Brechzahlen, Wellenlängen usw. Bei starker Absorption ist es mit jeder Präzision vorbei. Eine Reproduzierung der Messungen von n und ($n\kappa$) innerhalb einiger Prozente muß schon als sehr befriedigend gelten. Der Grund ist klar: Bei starker Absorption spielen sich die gesamten Vorgänge innerhalb dünner Oberflächenschichten ab, den Hauptbeitrag liefern Schichten unter 10^{-4} mm Dicke. Diese Schichten sind im Gegensatz zu den inneren des Körpers ungeschützt allen Einwirkungen von außen ausgesetzt, ihre Beschaffenheit ist zeitlich nicht konstant und von der Vorgeschichte abhängig. Das darf man keinesfalls außer acht lassen.

Zum Schluß eine nachdenkliche Frage: Was heißt eigentlich Oberfläche? Physikalisch zeigt eine frische Flüssigkeitsfläche, z. B. von Wasser, die geringsten Unebenheiten. Doch hat jede Flüssigkeit einen Dampfdruck, Wasser z. B. bei Zimmertemperatur von etwa 18 mm Hg-Säule. Folglich herrscht an der Grenze Flüssigkeit-Dampf ein statistisches Gleichgewicht zwischen abfliegenden und ins Wasser zurückkehrenden Molekülen. Je Sekunde und cm^2 vollziehen rund 10^{22} Moleküle diesen Übergang aus der Flüssigkeit zum Dampf und umgekehrt. In einem cm^2 Oberfläche haben aber nur 10^{15} Moleküle Platz. Jedes einzelne Molekül kann also nur rund 10^{-7} Sekunden in der Oberfläche verweilen. Dann fliegt es wieder davon mit einer Geschwindigkeit von rund 700 m/s. Dies tobende Gewimmel ist die beste, vom Physiker realisierbare Näherung an das von Mathematikern entworfene Idealbild einer ebenen Fläche!

Keine mechanisch bearbeitete Oberflächenschicht zeigt die gleiche Eigenschaft wie der Stoff im Inneren. Man lege einen Glasklotz mit sehr sorgfältig polierter Oberfläche in eine Flüssigkeit mit einer (für die benutzte Lichtart) genau übereinstimmenden Brechzahl. Stets macht sich die Trennschicht durch eine Reflexion von einigen Zehntel Prozent bemerkbar. Die Brechzahl der Grenzschicht ist also eine andere als die des Glases in seinem Inneren. Die Dicke der durch die Bearbeitung veränderten Glasschicht beträgt nach RAYLEIGH (1937) etwa $3 \cdot 10^{-5}$ cm, die Erhöhung ihrer Brechzahl kann 10% erreichen.

X. Streuung und Dispersion.

§ 92. **Inhaltsübersicht.** Alle kleinen Gebilde, nicht nur Staubteilchen, sondern selbst einzelne Moleküle, Atome und Elektronen senden, von Licht getroffen, ihrerseits Licht aus. Diese Aussendung von „Sekundärwellen“ oder „Sekundärstrahlung“ führt zu den mannigfachen Erscheinungen der Streuung.

Die Streuung darf man getrost als eine Grunderscheinung der Optik bezeichnen. Durch die Streuung gelangen wir zum Begriff der Lichtbündel und ihrer zeichnerischen Darstellung mit geraden Kreidestrichen, Lichtstrahlen genannt. Die Streuung allein macht uns alle nicht selbst leuchtenden Körper sichtbar. Auf der Streuung beruht die Behandlung wichtiger Beugungs- und Interferenzerscheinungen (z. B. Raumgitter, Kohärenzbedingung). Die Streuung läßt durch ihre Einseitigkeit die Polarisation des Lichtes erkennen.

Mit diesen Beispielen ist aber die Bedeutung der Streuung noch keineswegs erschöpft. Die Streuung führt noch zu einer Reihe weiterer wichtiger Erkenntnisse. Darum soll sie nunmehr in einer geschlossenen Darstellung behandelt werden. Dabei werden wir zunächst wie bisher die Brechzahl n und den Absorptionskoeffizienten ($n\kappa$) als gegebene Größen betrachten. Dann aber werden wir die Brechung als einen Sonderfall der Streuung erkennen und ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge, Dispersion genannt, klarstellen. — Die Dispersion ist aufs engste mit der Absorption des Lichtes verknüpft. Infolgedessen wird auch diese eingehender als bisher behandelt werden.

§ 93. **Grundgedanken für die quantitative Behandlung der Streuung.** Die sinnfälligsten Tatsachen der Streuung sind uns bereits aus Schauversuchen bekannt. Die qualitative Deutung benutzt die Analogie mit Wasserwellen: Ein Hindernis, klein gegen die Wellenlänge, z. B. ein Stock, wird von einem Wellenzug getroffen. Dadurch wird das Hindernis zum Ausgangspunkt eines neuen, sich allseitig ausbreitenden „sekundären“ Wellenzuges (Mechanikband, Abb. 379).

Das Hindernis wird hierbei als starr und ruhend angenommen. Damit berücksichtigt man aber nur einen Sonderfall. Im allgemeinen wird das Hindernis ein schwingungsfähiges Gebilde sein und als „Resonator“ von den auftreffenden Wellen zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden. Erzwungene Schwingungen sind in der Mechanik (§ 107) ausgiebig behandelt worden. Das Wichtigste wird, durch quantitative Angaben ergänzt, in § 94 wiederholt.

Die erzwungenen Schwingungen verursachen ihrerseits die Ausstrahlung der sekundären Wellen. Der Mechanismus dieser Ausstrahlung muß quantitativ gefaßt werden. Das geht nun nicht mehr wie bisher ohne gewisse Annahmen über die Natur der Lichtwellen. Mechanische Bilder sind nach dem heutigen Stand unseres Wissens nicht mehr zeitgemäß. Es kommt nur noch ein elektrisches Bild in Frage: Man betrachtet die Lichtwellen als kurze elektrische Wellen. Sie sollen von schwingenden Dipolen (Antennen) ausgestrahlt werden. Das Wichtigste über Dipole und ihre Entstehung wird in § 95 wiederholt. Elektrische Wellen sind heute kaum weniger „anschaulich“ als mechanische Wellen. Anschaulichkeit beruht ja nur auf Gewöhnung. Wir verweisen auf die

ausführliche Behandlung der Wellen im Elektrizitätsband und ergänzen sie in § 96 mit Angaben über die Ausstrahlung eines Dipoles.

Der Anfänger lasse sich nicht durch die Formeln der beiden nächsten Paragraphen abschrecken. Sie sind nur für die quantitative Erfassung der Streuung

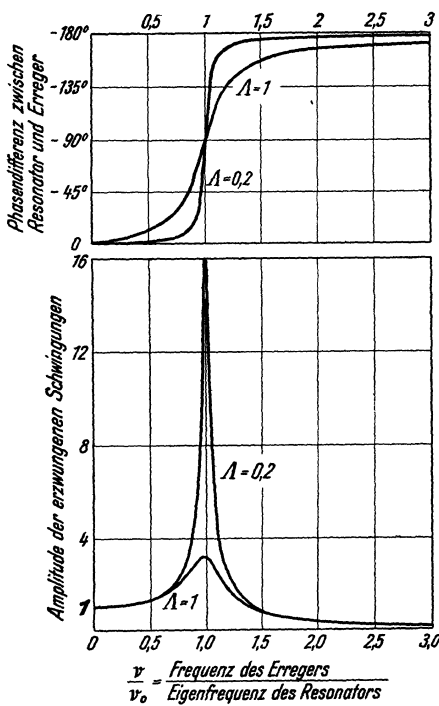


Abb. 329 und 330. Phasen und Amplituden erzwungener Schwingungen in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz des Erregers. Die Ordinaten in Abb. 330 geben die Ausschläge in Vielfachen des zur Frequenz Null gehörigen Ausschlages.

notwendig. — Qualitativ werden alle wesentlichen Dinge auch weiterhin ohne Rechnung, und mit Wasserwellen erläutert, dargestellt werden.

§ 94. Quantitative Behandlung erzwungener Schwingungen. Die Abb. 329 und 330 erinnern kurz an die wichtigsten Tatsachen. Sowohl die Amplitude l der erzwungenen Schwingung wie ihre Phasendifferenz δ gegenüber der erregenden Schwingung hängen ab von dem Verhältnis

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\text{Frequenz des Erregers}}{\text{Eigenfrequenz des Resonators}}$$

Dieses Verhältnis ist die bei erzwungenen Schwingungen maßgebende Größe. Daneben kommt es noch auf die Dämpfung des Resonators an. Aus diesem Grunde werden in den Abb. 329/330 je 2 Beispiele gezeichnet, das eine für einen schwach, das andere für einen stark gedämpften Resonator. Der letztere ($\lambda = 1$) vollführt nach einer Stoßerregung nur wenige in Abb. 331 gezeichnete Schwingungen.

In Gleichungsform stellt man den Ausschlag x einer gedämpft abklingenden Schwingung dar durch

$$x = A \cdot e^{-\frac{\lambda}{T'} t} \cos \omega'_0 t \quad (154)$$

oder

$$x = A \cdot e^{-\frac{\lambda}{T'} t} e^{i \omega'_0 t} \quad (155)$$

Dabei ist $\omega'_0 = 2 \pi \nu'_0$ die Kreiseigenfrequenz des gedämpften Systems und A

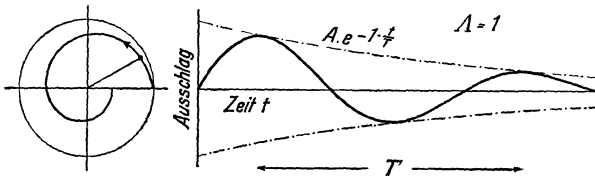


Abb. 331. Zwei graphische Darstellungen einer gedämpften Sinusschwingung.

die Anfangs-Amplitude. Sie unterscheidet sich nur bei starker Dämpfung (d. h. $\lambda > 1$) merklich von der Kreisfrequenz ω_0 des gleichen Systems ohne Dämpfung. Es gilt nämlich

$$\nu'_0 = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2} \quad (156)$$

Zwei im Abstände der Schwingungsdauer T' aufeinanderfolgende Amplituden unterscheiden sich um den Faktor $e^{-\lambda}$, genannt „Dämpfungsverhältnis“. Der Exponent λ allein heißt „logarithmisches Dekrement“. Sein Kehrwert $\frac{1}{\lambda} = N_e$ bedeutet die Zahl der Schwingungen, innerhalb derer die Amplitude nach einer Stoßerregung auf den e -ten Teil oder 37% ihres Anfangswertes abnimmt (vgl. Abb. 331).

Das so gekennzeichnete gedämpfte Schwingungssystem soll nun erzwungene Schwingungen ausführen unter Einwirkung der periodischen Kraft

$$\mathfrak{R}_t = \mathfrak{R} \cos \omega t \text{ oder } \mathfrak{R} e^{i\omega t}. \quad (157)$$

Dann erhält man für die in Abb. 330 dargestellten, fortan mit l bezeichneten Amplituden der erzwungenen Schwingung

$$l = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\mathfrak{R}}{m \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \left(\frac{\Lambda}{\pi}\right)^2 \cdot \nu_0^2 \nu^2}} \quad (158)^1$$

und für die Phasendifferenz δ in Abb. 329

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Lambda}{\pi} \cdot \frac{\nu_0 \nu}{\nu_0^2 - \nu^2}. \quad (159)$$

Für $\nu = 0$ folgt aus Gl. (158)

$$l_{\nu=0} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}}{m} \cdot \frac{1}{\nu_0^2}. \quad (160)$$

Das ist der durch eine konstante Kraft hervorgerufene Ausschlag. Er ist in Abb. 330 gleich 1 gesetzt worden.

Die vom Resonator aufgenommene kinetische Energie hat den Mittelwert

$$E = \frac{1}{4} m (\omega l)^2 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \cdot \frac{\mathfrak{R}^2}{m} \cdot \frac{\nu^2}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \left(\frac{\Lambda}{\pi}\right)^2 \nu_0^2 \nu^2}. \quad (161)$$

Ihre Abhängigkeit von ν/ν_0 wird in Abb. 332 veranschaulicht. Der Höchstwert E_{\max} [vgl. später Gl. (163)!] ist in Abb. 332 gleich 1 gesetzt worden. Er liegt bei $\nu = \nu_0$. Im Fall der „Energie-resonanz“ stimmt die Frequenz des Erregers mit der des ungedämpften Systems überein²⁾.

Die in Abb. 332 eingezeichnete Frequenzdifferenz $(\nu_2 - \nu_1)$ heißt die „Halbwertsbreite“ H . Bei ν_2 und ν_1 hat die aufgenommene Energie den Wert $1/2 E_{\max}$. Aus $H = (\nu_2 - \nu_1)$ berechnet man das logarithmische Dekrement Λ nach der Formel

$$\Lambda = \frac{2\pi \cdot H}{\sqrt{4\nu_0^2 - H^2}}. \quad (162)$$

In den meisten Fällen darf man H^2 als klein neben $4\nu_0^2$ vernachlässigen. Dann bekommt man eine bequeme, viel benutzte Gleichung zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements, nämlich

$$\Lambda = \frac{\pi \cdot H}{\nu_0}. \quad (162a)$$

Mit dieser für $\Lambda \leq 1$ sehr guten Näherung vereinfachen sich die Gl. (158) und (161)

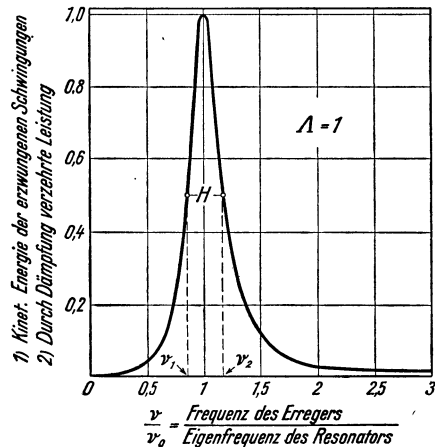


Abb. 332. Energieresonanzkurve eines stark gedämpften Resonators. Die Ordinate bedeutet – von Proportionalitätsfaktoren abgesehen – entweder die im Resonator enthaltene kinetische Energie oder die durch die Dämpfung verzehrte Leistung. In beiden Fällen benutzt man die Halbwertsbreite $H = (\nu_2 - \nu_1)$ zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements Λ (Gl. 162/162a). Im zweiten Fall dient sie außerdem zur Darstellung optischer Absorptionsbanden (§ 111).

¹⁾ Die durch die Dämpfung verkleinerte Eigenfrequenz ν_0' [Gl. (156!)] tritt bei erzwungenen Schwingungen überhaupt nicht in Erscheinung.

²⁾ Die Amplitude der erzwungenen Schwingung erreicht ihren Höchstwert weder bei ν_0' , der Eigenfrequenz des gedämpften Systems, noch bei ν_0 , der Eigenfrequenz des ungedämpften Systems. Vielmehr tritt die „Amplitudenresonanz“ auf bei der Frequenz

$$\nu_A = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Lambda}{\pi}\right)^2}.$$

erheblich. So bekommt man z. B. aus Gl. (161) als Maximalwert der vom Resonator aufgenommenen kinetischen Energie (in Abb. 332 gleich 1 gesetzt!)

$$E_{\max} = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \cdot \frac{\mathfrak{R}^2}{m} \cdot \frac{1}{H^2}. \quad (163)$$

In der Optik muß man die durch Dämpfung je Sekunde verzehrte Energie kennen. Diese „verzehrte Leistung W_v “ ist proportional zum Mittelwert der aufgenommenen kinetischen Energie E [Gl. (161)]. Es gilt

$$W_v = 4A\nu_0 \cdot E \quad (164a)$$

oder für $A \leq 1$

$$W_v = 4\pi H \cdot E. \quad (164b)$$

Demnach bekommt man aus Gl. (163) als Höchstwert der verzehrten Leistung

$$(W_v)_{\max} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\mathfrak{R}^2}{m} \cdot \frac{1}{H}. \quad (164c)$$

Die Herleitung obiger Gleichungen aus der allgemeinen Schwingungslehre findet sich z. B. im Lehrbuch der Physik von MÜLLER-POUILLET, Auflage von 1929, Bd. I, Teil I, zweiter Abschnitt, §§ 50–54, verfaßt von H. DIESELHORST.

§ 95. Dipole und ihr elektrisches Moment. Die Abb. 333 zeigt das allgemeine Schema eines elektrischen Dipols: Zwei gleiche Ladungen q entgegengesetzten Vorzeichens im Abstand l . — Ein hantelförmiger Kondensator, zwei geladene Metallkugeln an den Enden einer isolierenden Stange, ist ein bekanntes Beispiel (Elektrizitätsband, Abb. 111). Das Produkt $q \cdot l$ wird „elektrisches Moment“ des Dipols genannt und in Amperesekunden-Meter gemessen.

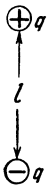


Abb. 333. Schema eines elektrischen Dipols.

Im elektrischen Feld wird jeder Körper zum elektrischen Dipol: Jeder Leiter durch Influenz (z. B. Elektrizitätsband, Abb. 66b), jeder Isolator durch „Elektrisierung des Dielektrikums“. Diese kann auf zweifache Weise zustande kommen: Erstens durch eine Influenzwirkung auf die einzelnen Moleküle (Elektrizitätsband,

Abb. 97) und zweitens durch eine Parallelrichtung schon ohne Feld vorhandener, aber infolge der Wärmebewegung regellos orientierter „polarer“ oder „parelektrischer“ Moleküle. Das sind Moleküle mit permanentem elektrischem Moment, z. B. H_2O und HCl (Elektrizitätsband, § 49). Diese polaren Moleküle scheidet man einstweilen bei unseren Betrachtungen aus. Wir behandeln sie erst in § 112.

In den Molekülen sind die Ladungen q durch irgendwelche Kräfte an Ruhelagen gebunden. Sie verhalten sich ähnlich einer Kugel an einer Feder. Sie können um die Ruhelage Schwingungen ausführen und besitzen eine Eigenfrequenz ν_0 .

In einem elektrischen Wechselfeld wird jeder Körper zu einem schwingenden Dipol, er vollführt als Dipol erzwungene Schwingungen. Im einfachsten Fall ändert sich sein elektrisches Moment sinusförmig, es gilt

$$\mathfrak{M}_t = \mathfrak{M} \sin \omega t$$

$$(\omega = 2\pi\nu = \text{Kreisfrequenz des Wechselfeldes}).$$

Die Amplitude $\mathfrak{M} = ql$ des Dipolmomentes läßt sich mit der Grundgleichung erzwungener Schwingungen berechnen, also mit Gl. (158). Als Amplitude der erregenden Kraft ist einzusetzen $\mathfrak{R} = q\mathfrak{E}$. Dabei ist \mathfrak{E} die Amplitude der elektrischen Feldstärke. — Im allgemeinen Fall muß sowohl die Eigenfrequenz ν_0 wie das logarithmische Dekrement A der gebundenen Ladungen bei der Berechnung der Amplitude berücksichtigt werden. Das wird auch später in den §§ 107/111 geschehen.

Im Sonderfall langsamer Schwingungen, d. h. $\nu \ll \nu_0$, darf man ν neben ν_0 vernachlässigen. Dann wird die Amplitude \mathfrak{B} des elektrischen Momentes von der Frequenz unabhängig. Das sieht man unten links in Abb. 330. Es gilt die aus der Elektrizitätslehre für statische Felder, d. h. $\nu = 0$, bekannte Beziehung¹⁾

$$\mathfrak{B} = V \mathfrak{E} \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1)}{1 + N (\epsilon - 1)}. \quad (165)$$

$\epsilon_0 =$ Influenzkonstante $= 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Amp.Sek.}}{\text{Volt-Meter}}$.

$\epsilon =$ Dielektrizitätskonstante des Körpers. (Bei Schwebeteilchen in Flüssigkeiten das Verhältnis zwischen den Dielektrizitätskonstanten des Körpers und der Flüssigkeit.)

$N =$ Entelektrisierungsfaktor, abhängig von der Gestalt des Körpers.

$V =$ Volumen des Körpers in m^3 .

Für Kugeln ist beispielsweise $N = 1/3$. Folglich erzeugt ein elektrisches Feld \mathfrak{E} in einer Kugel der Größe V das elektrische Moment

$$\mathfrak{B}_{\text{Kugel}} = V \cdot \mathfrak{E} \cdot 3 \epsilon_0 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}. \quad (166)$$

Dem Verhältnis

$$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{E}} = \frac{\text{elektrisches Moment eines Körpers}}{\text{erregende Feldstärke}} = \alpha \quad (167)$$

gibt man den Namen „elektrische Polarisierbarkeit“.

Im atomistischen Bilde deutet man das elektrische Moment eines Körpers als Summe der elektrischen Momente w aller in ihm enthaltenen Moleküle.

Für die Polarisierbarkeit eines einzelnen Moleküles²⁾ wurde im Elektrizitätsbande eine von CLAUDIUS und MOSSOTTI angegebene Beziehung hergeleitet, nämlich

$$\alpha = \frac{w}{\mathfrak{E}} = \frac{3 \epsilon_0}{\mathfrak{N}} \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}. \quad (168) = \text{Gl. (65) des Elektr.-Bandes}$$

(Einheit $\frac{\text{Amperesekunden} \cdot \text{Meter}}{\text{Volt/Meter}}$; $\mathfrak{N} = \frac{n}{V} = \frac{\text{Zahl der Moleküle}}{\text{Volumen}}$.)

Man kann also aus der Dielektrizitätskonstanten ϵ eines Körpers sein elektrisches Moment \mathfrak{B} berechnen (Gl. 165/66) und außerdem seine elektrische Polarisierbarkeit α (Gl. 167), z. B. die eines einzelnen Moleküles nach Gl. (168). Doch lasse man nicht die Voraussetzung $\nu \ll \nu_0$ außer acht! Nur durch sie wird w bzw. α von ν unabhängig.

§ 96. Strahlung eines schwingenden Dipols. Ein schwingender Dipol ist das Urbild eines elektrischen Strahlers (HEINRICH HERTZ 1887). Seine Strahlungsstärke J (Watt je Raumwinkel) hängt von der Richtung ϑ ab (Abb. 334). In großem Abstände r (d. h. $r \gg l$) gilt

$$J_{\vartheta} = a \frac{\mathfrak{B}^2}{r^4} \cos^2 \vartheta. \quad (173)$$

¹⁾ Herleitung: Das elektrische Moment \mathfrak{B} ist proportional zur „Elektrisierung“ \mathfrak{P} des Körpers, also

$$\mathfrak{B} = V \cdot \mathfrak{P} \quad (169) = (49) \text{ des Elektrizitätsbandes.}$$

Die Elektrisierung \mathfrak{P} ist definiert durch die Gleichung

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{E}_i \epsilon_0 (\epsilon - 1). \quad (170)$$

Dabei ist \mathfrak{E}_i die im Inneren des Körpers (d. h. in einem gedachten Längskanal) herrschende Feldstärke. Sie ist infolge der Entelektrisierung kleiner als die Feldstärke \mathfrak{E} im Außenraum, es gilt

$$\mathfrak{E}_i = \mathfrak{E} - \frac{N}{\epsilon_0} \mathfrak{P} \quad (171) = (53) \text{ des Elektrizitätsbandes}$$

oder mit (170)

$$\mathfrak{E}_i = \frac{\mathfrak{E}}{1 + N (\epsilon - 1)}. \quad (172)$$

Wir setzen (172) und (170) in (169) ein und erhalten die Gl. (165).

²⁾ Sie wird im Elektrizitätsbande mit p bezeichnet.

(Es ist die Konstante $a = \frac{c\pi^2}{2\epsilon_0}$. Dabei ist $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; Influenzkonstante $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek./Volt-Meter).

Die Winkelverteilung der Strahlungsstärke J ist in Abb. 334 gezeichnet. Sie besitzt Rotationssymmetrie um den Dipol als Achse. Die Strahlungsleistung erreicht ihr Maximum in der Äquatorebene des Dipols (Abb. 478 des Elektrizitätsbandes).

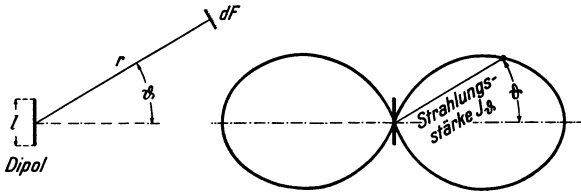


Abb. 334. Winkelverteilung der Dipolstrahlung. $dF/r^2 =$ Raumwinkel $d\Omega$.

Eine Mittelung über alle Winkel ϑ gibt als gesamte vom Dipol ausgestrahlte Leistung (Watt)

$$W = b \cdot \frac{\mathfrak{B}^2}{\lambda^4}. \quad (174)$$

[Dabei ist die Konstante $b = \frac{4}{3} \cdot \frac{c\pi^3}{\epsilon_0}$, Bezeichnungen wie bei (173).]

Die ausgestrahlte Welle hat nicht die gleiche Phase wie das elektrische Moment des Dipols, sondern wie der im Dipol fließende Strom. Zwischen der Amplitude der Welle und der des Dipols liegt eine Phasendifferenz $\delta' = 90^\circ$. Das wird bei der Deutung der Dispersion von Wichtigkeit werden (§ 106).

Technisch verwirklicht man bekanntlich schwingende Dipole in Form von Antennen. Von HEINRICH HERTZ stammt die einfachste Form, ein gerader Draht. Bei passender Bauart (z. B. Abb. 335) kann man die Stromstärke I längs der Antenne praktisch konstant machen und mit einem eingeschalteten Hitzdrahtstrommesser bestimmen. Dann ist

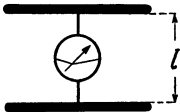


Abb. 335. Schwingender Dipol mit einer längs l praktisch konstanten Stromstärke. (2 Kondensatorplatten durch einen kurzen Draht verbunden.)

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{\mathfrak{B}}{l} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{2}}. \quad (175)$$

(I = Effektivwert, I_0 Scheitelwert des Stromes.)

Man ersetzt \mathfrak{B} in Gl. (174) mit Hilfe von (175) und erhält

$$W = \frac{2}{3} \frac{\pi}{\epsilon_0 c} \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot I^2. \quad (176)$$

Die ausgestrahlte Leistung ist ebenso wie die vom Strom entwickelte Wärme proportional zu I^2 . Daher nennt man den Proportionalitätsfaktor

$$R = \frac{2}{3} \frac{\pi}{\epsilon_0 c} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 790 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ Ohm} \quad (177)$$

den Strahlungswiderstand der Antenne und schreibt kurz

$$\text{Strahlungsleistung } W = R \cdot I^2 \text{ Watt} \quad (177a)$$

§ 97. Kohärente Streustrahlung und ihre Einteilung. Dieses Kapitel soll bis zu § 114 nur von „kohärenter Streustrahlung“ handeln. Die einfallenden Lichtwellen erregen irgendwelche Dipole zu erzwungenen Schwingungen. Die sekundären oder gestreuten Wellen sind mit ihrer Phase fest an die des Dipols geknüpft. Es sollen zwischen der Aufnahme der Strahlungsenergie durch den Dipol und der Ausstrahlung der Sekundärwellen keine weiteren, die Frequenz oder die Phase verändernden Vorgänge eingeschaltet sein. Fälle dieser Art (Raman-Effekt, Compton-Streuung, Fluoreszenz und verwandte Vorgänge) werden erst später behandelt.

Die verschiedenen Möglichkeiten kohärenter Streuung unterscheiden wir durch das Verhältnis zwischen Wellenlänge λ einerseits, Teilchendurchmesser oder Teilchenabstand andererseits, sowie außerdem durch die Anordnung der Teilchen (ungeordnet oder geordnet).

§ 98. RAYLEIGHSCHE Streuung durch schwach absorbierende Teilchen und die Polarisation des Lichtes. Die RAYLEIGHSCHE Streuung wird durch drei Voraussetzungen gekennzeichnet: Die Teilchen sollen kugelförmig sein, ihr Durch-

messer klein gegenüber der Wellenlänge. Ihre Anordnung soll keine Phasenbeziehungen zwischen den Sekundärstrahlungen der einzelnen Teilchen entstehen lassen. Aus diesem Grunde sollen die Abstände der Teilchen größer als die Wellenlänge sein und ihre Anordnung möglichst „ungeordnet“. — In Abb. 251, S. 114, haben wir diese Bedingungen mit feinen Schwebeteilchen aus Mastixharz in Wasser verwirklicht, also mit Teilchen aus einem schwach absorbierenden Stoff.

Wir wiederholen den dort gezeigten Versuch in quantitativer Form. In Abb. 336 sei der schraffierte Kreis P der Querschnitt des primären Lichtbündels innerhalb des trüben Mediums. Die Schwingungsebene ist mit dem Doppelpfeil markiert. Auf dem großen Kreis führen wir einen Strahlungsmesser M um das Bündel als Mittelpunkt herum¹⁾. Wir messen die Strahlungsstärke (Watt/Raumwinkel) der zerstreuten Strahlung in ihrer Abhängigkeit vom Winkel ϑ . Das Ergebnis findet sich in Abb. 337a, und zwar in der ausgezogenen Kurve. — Deutung: Die Primärwelle erregt die Schwebeteilchen als Dipole zu erzwungenen Schwingungen. Die Amplituden der Dipole liegen parallel zu \mathcal{E} . Die Dipole senden eine Sekundärstrahlung aus. Diese erreicht senkrecht zu \mathcal{E} , d. h. in der Äquatorebene der Dipole, ihr Maximum. Die gestrichelte Kurve ist die aus Gl. (173) berechnete Verteilung ($J_{s,\vartheta} = \text{const} \cdot \cos^2 \vartheta$). Sie stimmt gut mit der im Schauversuch gemessenen überein.

Inentsprechender Weise bringt Abb. 337b die Winkelverteilung der Sekundärstrahlung für eine unpolarisierte Primärstrahlung. Doch ist diesmal die Richtung der Primärstrahlen (z) nicht senkrecht zur Papierebene, sondern in diese verlegt. Quantitativ gilt für die Strahlungsstärke $J_{s,\vartheta}$ der Sekundärstrahlung in Richtung ϑ

$$J_{s,\vartheta} = \frac{1}{2} J_{s\text{max}} (1 + \cos^2 \vartheta). \quad (178)$$

Dabei bedeutet $J_{s\text{max}}$ den Höchstwert der Sekundärstrahlung in der Primärstrahlrichtung $\vartheta = 0$.

Herleitung: Die Amplitude \mathcal{E} der unpolarisierten Primärstrahlung besteht aus zwei gleich großen Komponenten \mathcal{E}_x und \mathcal{E}_y . Diese erregen in Richtung ϑ Sekundärstrahlungen der Stärke [Gl. (173), W prop. \mathcal{E}]

$$J_{s,x} = \text{const} \mathcal{E}_x^2 \cos^2 \vartheta \quad \text{und} \quad J_{s,y} = \text{const} \mathcal{E}_y^2.$$

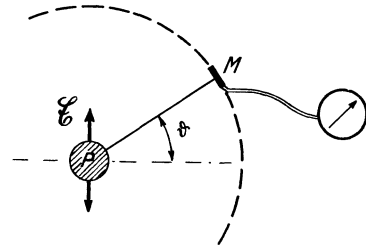


Abb. 336. Zur Messung der Streustrahlung unter verschiedenem Winkel ϑ . Bei P fällt das primäre Licht linear polarisiert senkrecht zur Zeichenebene ein.

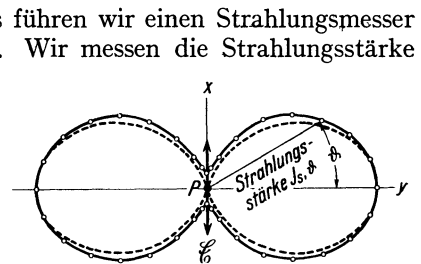


Abb. 337a. Zur RAYLEIGHSCHEM Streuung von polarisiertem Licht an kugelförmigen isolierenden Teilchen. Das primäre Lichtbündel steht in P senkrecht zur Papierebene und \mathcal{E} markiert seine Schwingungsebene. Fahrstrahl = Strahlungsstärke (= Ausschlag α des Strahlungsmessers M in Abb. 336). Die Figur ist rotationssymmetrisch um den Doppelpfeil \mathcal{E} als Achse zu ergänzen.

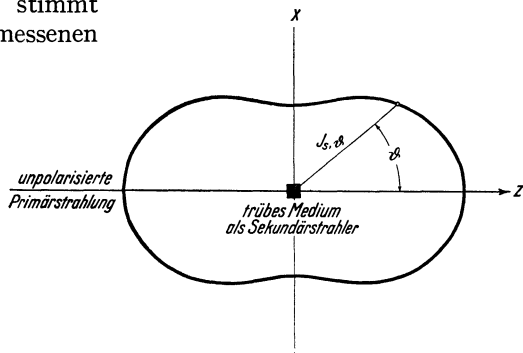


Abb. 337b. Zur RAYLEIGHSCHEM Streuung von natürlichem Licht an kugelförmigen, isolierenden Teilchen. Diese biskuitförmige Figur ist rotationssymmetrisch um die Primärstrahlung als Achse zu ergänzen.

¹⁾ In Wirklichkeit läßt man natürlich M stehen und dreht \mathcal{E} durch Drehung des Polarisators.

Ferner ist $\mathcal{E}_x^2 = \mathcal{E}_y^2 = \frac{1}{2} \mathcal{E}^2$, und daher $J_s = \text{const} \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \vartheta) \mathcal{E}^2$.

Bei $\vartheta = 0$ bekommt man für die Konstante den Wert $J_{s, \text{max}}$.

Früher diente die Streuung zum Nachweis polarisierten Lichtes. Man kann sie jedoch auch zur Herstellung polarisierten Lichtes benutzen. — In Abb. 338

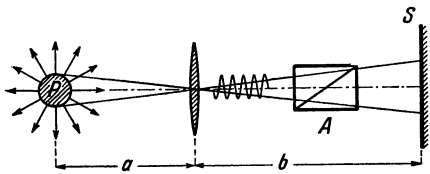


Abb. 338. Herstellung linear polarisierten Lichtes durch RAYLEIGHsche Streuung von natürlichem Licht. Letzteres steht in P senkrecht zur Papierebene. Der Analysator A läßt in der gezeichneten Stellung das linear polarisierte Streulicht passieren. ($a \sim 0,3 \text{ m}$, $b \sim 1,5 \text{ m}$.)

sei der schraffierte Kreis P wieder der Querschnitt des primären Lichtbündels im trüben Medium. Die primäre Strahlung ist wiederum unpolarisiert, ihre Schwingungsrichtung wechselt regellos innerhalb der Papierebene. Das ist mit einer Reihe kleiner Doppelpfeile angedeutet. Die Dipole schwingen parallel zu diesen Pfeilen und strahlen senkrecht zu ihrer Längsrichtung die Sekundärwellen aus. Infolgedessen ist alles nur in der Papierebene verlaufende Licht linear polarisiert. Das läßt sich mit einem beliebigen Polarisator nachweisen

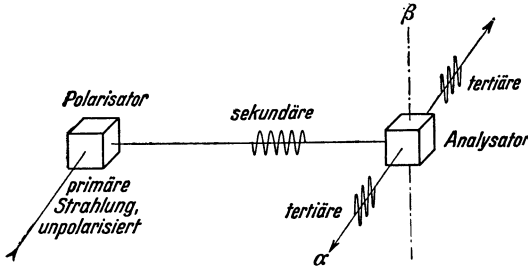


Abb. 339. Herstellung und Nachweis von linear polarisiertem Licht mit Hilfe der Streuung. Als Polarisator und Analysator nimmt man für sichtbares Licht trübes Wasser (vgl. Abb. 251, Satzbeschriftung), für Röntgenlicht schwach absorbierende Körper von kleinem Atomgewicht, z. B. Kohle. Die Tertiärstrahlung beobachtet man im Sichtbaren subjektiv, man bringt das Auge abwechselnd in die Stellung α oder β . Die Tertiärstrahlung von Röntgenlicht wird photographisch (langwierig!) oder mit einem Spitzenzähler (Elektr.-Band, Abb. 435, bequem!) nachgewiesen.

roten bewährten Hilfsmittel (Polarisationsprismen und -folien, Spiegelpolarisatoren). Im Röntgenlicht kann man nur mit Streuung polarisieren.

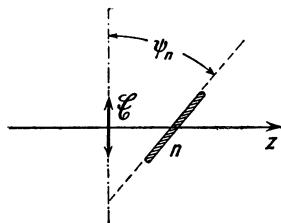


Abb. 340. Zur Depolarisation durch streuende Teilchen von länglicher Gestalt.

Als Dipole wirken die Atome der Körper¹⁾. Als Analysator wird ebenfalls ein streuender Körper benutzt. Man zeigt das Verfahren am bequemsten mit sichtbarem Licht. Es wird in Abb. 339 beschrieben. In vielen Fällen sind die streuenden Teilchen nicht Kugeln, sondern längliche Gebilde, z. B. Stäbchen oder Plättchen. Dann ist das zerstreute Licht immer nur „teilweise“ polarisiert, stets bekommt man neben linear polarisiertem auch natürliches Licht. Der Grund ist aus Abb. 340 ersichtlich. Z sei die Richtung des primären, linear polarisierten Lichtbündels. \mathcal{E} markiere die Lage seines elektrischen Vektors. Der Beobachter blicke senkrecht auf die Richtung von \mathcal{E} . n sei eins aus der großen Zahl der regellos orientierten Teilchen. Seine Achse ist um Ψ_n gegen \mathcal{E} geneigt. In die Richtung der Teilchenachse fällt nur die Komponente $\mathcal{E} \cos \Psi_n$. Stark geneigte Teilchen

(Abb. 338). Alle zur Beobachtung benutzten (z. B. in Abb. 338 zur Linse gelangenden) Strahlen müssen praktisch senkrecht zum primären Lichtbündel stehen. Anderenfalls bekommt man ein Gemisch von linear polarisiertem und unpolarisiertem Licht (man analysiert es gemäß § 85, Abschnitt 3).

Grundsätzliche Bedeutung gewinnt die Polarisation des Lichtes mit Hilfe der Streuung erst im Röntgengebiet. Dort versagen die übrigen im Ultraviolett, Sichtbaren und Ultra-

¹⁾ Näheres in § 100.

bekommen also nur ein kleines Dipolmoment, ihre Sekundärstrahlung ist sogar nur proportional zu $\cos^2 \Psi_n$. So schwingt die Sekundärstrahlung, wie natürliches Licht, zwar parallel zu allen möglichen Richtungen Ψ_n , aber die Schwingungskomponente parallel zum Doppelpfeil \mathfrak{E} überwiegt. D. h. die Sekundärstrahlung ist „teilweise“ polarisiert.

§ 99. Extinktion durch RAYLEIGHsche Streuung. LOSCHMIDTische Konstante.

Die Streuung führt zu einer Schwächung des primären Lichtbündels. Sie soll unter den RAYLEIGHschen Voraussetzungen für ein Parallellichtbündel berechnet werden. — Es sei $\mathfrak{N} = (\text{Zahl der Teilchen})/\text{Volumen}$. Dann befinden sich in einem Bündelabschnitt mit der Länge Δx und dem Querschnitt F $\mathfrak{N}F\Delta x$ streuende Teilchen. Sie erzeugen eine Extinktionskonstante

$$K = \frac{\Delta W}{W_p} \frac{1}{\Delta x} \quad [\text{Definitionsgl. (79) von S. 130}]$$

Dabei bedeutet hier ΔW die Leistung der Sekundärstrahlung und

$$W_p = \frac{\epsilon_0}{2} \mathfrak{E}^2 c \cdot F \quad (179)$$

die Leistung der F durchsetzenden Primärstrahlung. — ΔW setzt sich additiv aus der Strahlungsleistung W_s aller streuenden Teilchen zusammen. Jedes einzelne Teilchen streut die Leistung

$$W_s = \frac{4}{3} \frac{c \pi^3}{\epsilon_0} \cdot \frac{\mathfrak{B}^2}{\lambda^4} \quad (174) \text{ von S. 158}$$

oder alle im Volumen $F dx$ enthaltenen Teilchen die oben mit ΔW bezeichnete Summe, also

$$\Delta W = \mathfrak{N}F\Delta x \frac{4}{3} \frac{c \pi^3}{\epsilon_0} \cdot \frac{\mathfrak{B}^2}{\lambda^4}. \quad (180)$$

Dabei ist \mathfrak{B} das von der Amplitude \mathfrak{E} der Primärstrahlung erzeugte Dipolmoment eines streuenden Teilchens.

Der Zusammenhang von $\mathfrak{B} = q \cdot l$ und der Amplitude \mathfrak{E} ist allgemein nach Gl. (158) von S. 155 zu berechnen. Man hat die Kraft $\mathfrak{R} = q \cdot \mathfrak{E}$ zu setzen. Die Voraussetzungen der RAYLEIGHschen Streuung bringen aber eine wesentliche Vereinfachung: Die Teilchen sollen klein gegenüber der Wellenlänge λ sein. Folglich haben sie, als Antenne betrachtet, eine sehr hohe Eigenfrequenz ν_0 . Neben ihr darf man die Frequenz ν der Primärstrahlung vernachlässigen. So wird die Amplitude l von ν unabhängig, d. h. man befindet sich in Abb. 330 bei dem mit der dicken Ziffer 1 markierten Punkt. Dort vereinfacht sich Gl. (158) zu

$$l = \frac{1}{4 \pi^2} \cdot \frac{q \cdot \mathfrak{E}}{m \nu_0^2} \quad (181)$$

oder nach Multiplikation mit der Ladung q

$$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{E}} = \frac{1}{4 \pi^2} \frac{q^2}{m \nu_0^2} = \alpha = \text{const.} \quad (182)$$

In Worten: Die Polarisierbarkeit $\alpha = \mathfrak{B}/\mathfrak{E}$ ist hier (wegen $\nu \ll \nu_0$) von λ unabhängig.

Jetzt haben wir alle zur Bestimmung von K notwendigen Größen, wir setzen die Gl. (180), (182) und (179) in die Definitionsgleichung (79) ein und erhalten als Extinktionskonstante

$$K = \left(\mathfrak{N} \cdot \frac{8 \pi^3}{3 \epsilon_0} \alpha^2 \right) \cdot \frac{1}{\lambda^4}. \quad (183)$$

Die Klammer enthält nur konstante Größen, und daher bedeutet Gl. (183):

Die von der RAYLEIGHschen Streuung herrührende Extinktionskonstante K ist proportional zu λ^{-4} oder zu ν^4 .

Die wichtige Beziehung (183) findet sich experimentell stets nur als Grenzfall verwirklicht. Ein gutes Beispiel gibt die Extinktion in einem NaCl-Kristall mit

einem Zusatz von etwa 0,1 Mol % SrCl_2 . Der Zusatz erzeugt im Kristall zahllose winzige Hohlräume. Der Kristall erscheint im auffallenden Tageslicht bläulich, im durchfallenden rotgelb. Die Abb. 341 bringt Messungen der Extinktionskonstanten zwischen $\lambda = 0,2$ und 1μ . Sie zeigt den jähen Anstieg dieser Größe mit abnehmender

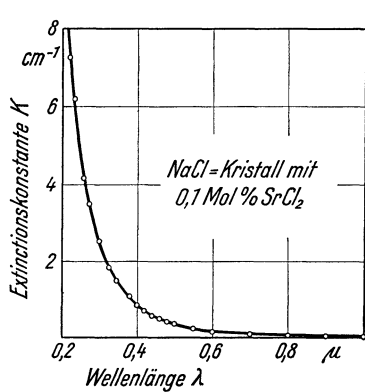


Abb. 341.

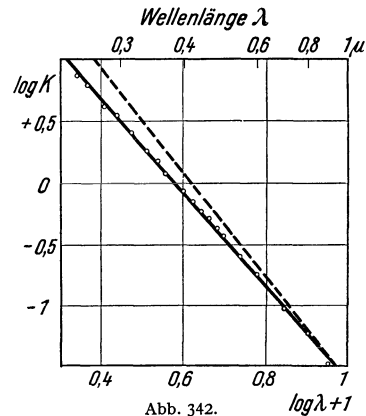


Abb. 342.

Abb. 341 und 342. Zwei graphische Darstellungen für die Abhängigkeit der Extinktionskonstanten von der Wellenlänge.

Wellenlänge. Die Abb. 342 wiederholt die gleichen Messungen mit logarithmischen Teilungen. Die Meßpunkte liegen auf der ausgezogenen Geraden, diese bedeutet $K \propto \lambda^{-3,8}$. Die gestrichelte Gerade würde $K \propto \lambda^{-4}$ entsprechen. Wir haben also die Gl. (183) mit guter Näherung, aber nicht streng verwirklicht¹⁾.

Qualitative Beispiele für die bevorzugte Streuung der kurzen Wellen sind leicht zu finden. Wasser mit etwas Milch versetzt sieht bläulich aus. Bläulich sieht man zarte Haut auf dem dunklen Grund oberflächlicher Venen, z. B. an der Innenseite der Handgelenke. (Daher bläublütig = feinrassig.) — Das großartigste Beispiel bietet unsere Atmosphäre. Der klare Himmel erscheint tiefblau. Am Tage können wir, selbst im Schatten stehend, die Sterne nicht sehen. Die Sekundärstrahlung der Lufthülle blendet uns. Je länger der Weg des Lichtes durch die Luft, desto größer der Extinktionsverlust. Infolgedessen sehen wir die Sonnenscheibe am Horizont mit durchaus erträglicher Helligkeit und gelbrot bis rot gefärbt.

In der klaren, staubfreien Atmosphäre streuen nur die einzelnen Moleküle²⁾. Daher kann man aus der Extinktionskonstanten K unserer Atmosphäre die Zahl der Moleküle im Einheitsvolumen bestimmen. Das gelingt folgendermaßen:

Wir hatten oben in Gl. (182) den Faktor α (die Polarisierbarkeit) unbestimmt gelassen. Für Moleküle als Streuteilchen können wir diesen Proportionalitäts-

¹⁾ Die Polarisierbarkeit eines streuenden Teilchens, also $\alpha = \Re/\mathfrak{E}$ in Gl. (182), ist nie ganz konstant. Für ihre Berechnung [Gl. (165) v. S. 157] braucht man ε , ihre Dielektrizitätskonstante. Strenger muß man ε durch n^2 ersetzen (vgl. später S. 175). Im allgemeinen spielt das aber keine Rolle, weil sich n nur wenig mit λ ändert. — Das gilt auch bei der üblichen Einbettung streuender Teilchen in eine feste oder flüssige Umgebung. Doch kann man dann einen Sonderfall verwirklichen: Die Dispersionskurven der Teilchen und der Umgebung lassen sich bei passender Auswahl innerhalb des Beobachtungsbereiches zur Durchscheidung bringen. Dann haben Teilchen und Umgebung in einem engen Wellenlängenbereich praktisch die gleiche Brechzahl. Licht dieses Bereiches wird ohne Extinktion hindurchgelassen. Dieser Fall wird — allerdings mit größeren Teilchen als bei der RAYLEIGHschen Streuung — im „Christiansen-Filter“ ausgenutzt. Das ist eine etwa 1 cm dicke Schicht aus feinem, peinlich gesäubertem Glaspulver, eingebettet in eine Mischung von Schwefelkohlenstoff und Benzol.

²⁾ Der Abstand der Moleküle ist zwar klein gegen die Wellenlänge — in Bodennähe rund $3 \cdot 10^{-9}$ m —, aber die in Gasen großen lokalen thermischen Dichteschwankungen wirken ebenso, als ob zwischen den Sekundärstrahlungen der einzelnen Moleküle keine Phasenbeziehungen auftreten. Das läßt sich quantitativ zeigen.

faktor aus der Dielektrizitätskonstanten ϵ der Luft berechnen, und zwar mit der auf S. 157 hergeleiteten Gl. (168):

$$\alpha = \frac{w}{\mathfrak{E}} = \frac{3 \epsilon_0}{\mathfrak{N}} \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \tag{168}$$

oder, da $\epsilon = 1,00063 = \text{nahezu } 1$,

$$\alpha = \frac{\epsilon_0}{\mathfrak{N}} (\epsilon - 1). \tag{184}$$

Diesen Wert setzen wir in Gl. (183) ein und erhalten für das Verhältnis

$$\mathfrak{N} = \frac{\text{Molekülzahl}}{\text{Volumen}} = \frac{8 \pi^3 (\epsilon - 1)^2}{3 K \lambda^4}. \tag{185}$$

Die Beobachtungen (z. B. auf dem Pik von Teneriffa) ergeben zwischen $\lambda = 0,32$ und $0,48 \mu$ mit leidlicher Konstanz das Produkt $K \lambda^4 = 1,13 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$, reduziert auf 0° und 76 cm Hg-Säule. Also ist z. B. für $\lambda = 0,375 \mu = 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ die Extinktionskonstante $K = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. Das ist ein außerordentlich kleiner Wert. Er bedeutet erst längs 18 km Weg eine Schwächung auf $1/e = 37\%$! Mit diesem Zahlenwert gibt Gl. (185)

$$\mathfrak{N}_{0^\circ, 760 \text{ mm Hg}} = \frac{\text{Molekülzahl}}{\text{Volumen}} = 2,9 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}. \tag{a}$$

Unter den benutzten Normalbedingungen gilt für Luft

$$\frac{\text{Volumen}}{\text{Masse}} = 22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{Kilomol}}. \tag{b}$$

Die Multiplikation der Gl. (a) und (b) ergibt

$$\frac{\text{Molekülzahl}}{\text{Masse}} = \text{LOHSCHMIDTSche Konstante } \mathbf{N} = 6,5 \cdot 10^{26} \text{ Kilomol}^{-1}.$$

Dieser Wert ist nur wenige Prozent größer als der nach elektrischem Verfahren gemessene (Elektrizitätsband, §§ 105 und 142).

§ 100. Streuungsextinktion von Röntgenlicht. Ein weiterer, durch Einfachheit ausgezeichneter Sonderfall der Streuung findet sich im Röntgengebiet. Dort kommt die Extinktion in leichten Elementen zwischen $\lambda = 2$ und $10 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ ($= 0,2 - 1 \text{ \AA}$) fast nur durch Streuung zustande. Dabei sind die experimentell bestimmten Extinktionskonstanten in erster Näherung unabhängig von der Wellenlänge λ . Meist werden sie auf die Einheit der Dichte ρ umgerechnet. Die Abb. 343 gibt einige Beispiele für gemessene Werte von K/ρ .

Mit leidlicher Näherung darf man den Inhalt dieser Abbildung in der Form

$$\frac{K}{\rho} = 0,02 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \tag{187}$$

zusammenfassen. Oder anschaulich: 1 kg eines leichten

Elementes besitzt einen zerstreuen den Querschnitt von $0,02 \text{ m}^2$. D. h. mit 1 kg des Stoffes kann man ein Röntgenlichtbündel von $0,02 \text{ m}^2$ Querschnitt durch Streuung auf $1/e = 37\%$ schwächen. Für einen Bündelquerschnitt von 2 cm^2 braucht man 10 g, usf.

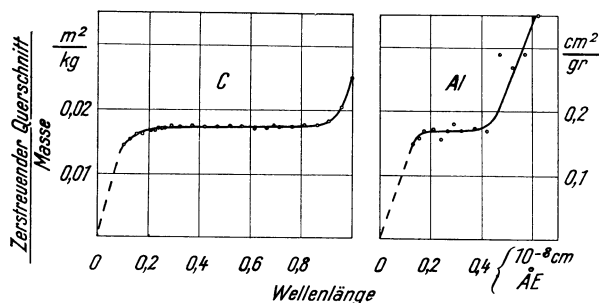


Abb. 343. Einfluß der Wellenlänge auf die Streuung des Röntgenlichtes durch leichte Atome. Die Ordinate gibt das Verhältnis K/ρ . Dabei bedeutet K die allein von der Streuung herrührende Extinktionskonstante und ρ die Dichte. (Statt K wird im Röntgenschriftum meist σ geschrieben und σ/ρ wird in $\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}$ gemessen.) Nach Messungen von C. W. HEWLETT, bei denen der von der Absorption herrührende Anteil der Extinktion rechnerisch ausgeschaltet worden ist.

Als streuende Teilchen kommen für Röntgenlicht nicht Moleküle oder Atome, sondern die Elektronen in ihrem Inneren in Frage. Diese sind schwingungsfähig an die positive Ladung des Atoms gebunden. Das elektrische Wechselfeld des einfallenden Lichtes erregt die Elektronen zu erzwungenen Schwingungen um ihre Ruhelage. Die positive Ladung bleibt dabei zusammen mit der großen Masse des Atoms in Ruhe.

Die Abstände zwischen den einzelnen Elektronen eines Atoms sind größer als λ , die Verteilung der Elektronen ist ungeordnet. Soweit stimmen die Bedingungen mit denen der RAYLEIGH'Schen Streuung überein. Daneben aber gibt es einen entscheidenden Unterschied. Die Eigenfrequenz ν_0 der Elektronen ist klein gegenüber der Frequenz ν des Röntgenlichtes. Dadurch wird K von λ unabhängig. — Begründung:

Wir setzen in Gl. (158) von S. 155 $\mathfrak{R} = e \mathfrak{E}$ (e = Elektronenladung), vernachlässigen aber diesmal ν_0 als klein neben ν . So erhalten wir für die Amplitude des hin und her schwingenden Elektrons

$$l = \frac{1}{4\pi^2} \frac{e}{m\nu^2} \cdot \mathfrak{E} \quad (188)$$

oder nach Multiplikation mit der Ladung e

$$\frac{w}{\mathfrak{E}} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{e^2}{m \cdot \nu^2} = \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2} = \alpha. \quad (189)$$

In Worten: Das Verhältnis w/\mathfrak{E} , die Polarisierbarkeit α , ist hier (wegen $\nu \gg \nu_0$) proportional zu λ^2 .

Diesen Wert von α setzen wir in Gl. (183) von S. 161 ein. Dabei hebt sich λ^4 im Zähler und Nenner fort. Es verbleibt

$$K = \mathfrak{N}_e \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0^2 m^2 c^4}. \quad (190)$$

(K = Extinktionskonstante, m^{-1} ; $\mathfrak{N}_e = \frac{\text{Elektronenzahl}}{\text{Volumen}}$. Elektronenladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek.; Elektronenmasse $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Influenzkonstante $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek./Volt-Meter; $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec.)

Der Bruch enthält nur universelle Konstanten. Einsetzen ihrer Werte ergibt:

$$K = 6,6 \cdot 10^{-29} \text{ Meter}^2 \mathfrak{N}_e. \quad (191)$$

Auf jedes Atom entfallen Z Elektronen. Also ist das Verhältnis

$$\frac{\text{Elektronenzahl}}{\text{Volumen}} = \mathfrak{N}_e = Z \mathfrak{N}.$$

Dabei ist das Verhältnis

$$\mathfrak{N} = \frac{\text{Atomzahl}}{\text{Volumen}} = \rho \mathbf{N}.$$

(Mechanikband, § 131; ρ = Dichte; \mathbf{N} = LOSCHMIDT'Sche Konstante = $6,02 \cdot 10^{26}$ Kilomol $^{-1}$.)

Die Zusammenfassung ergibt

$$\mathfrak{N}_e = Z \rho \mathbf{N}. \quad (192)$$

Diesen Wert setzen wir mit dem Zahlenwert von \mathbf{N} in Gl. (191) ein und erhalten

$$\frac{\text{Extinktionskonstante } K}{\text{Dichte } \rho} = 0,04 Z \frac{\text{m}^2}{\text{Kilomol}} = 0,04 \frac{Z}{(A)} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}. \quad (193)$$

[(A) = Atomgewicht. reine Zahl.]

Ein Vergleich mit den gemessenen Zahlen, also Gl. (187), ergibt $Z/A \approx 0,5$. D. h. ein leichtes Element vom Atomgewicht A enthält $Z \approx A/2$ Elektronen. Das ist ein für die Kenntnis vom Atombau grundlegendes Ergebnis (J. J. THOMSON 1906).

Die von der Wellenlänge unabhängige Streuung [Gl. (187)] findet sich, wie betont, nur in einem engen Spektralbereich des Röntgenlichtes. — Bei längeren Wellen steigt K/ρ (Abb. 343). Das hat folgende Ursache:

Die Leistung der gestreuten Strahlung ist proportional zu \mathfrak{A}^2 , d. h. dem Quadrat der Dipolamplitude Gl. (174). Bei hinreichend großem Abstände zwischen den einzelnen Elektronen sind die Dipole voneinander unabhängig. Die Streuleistung von Z Elektronen ist dann proportional zu $Z \cdot \mathfrak{A}^2$. — Bei größeren Wellenlängen hingegen schwingen benachbarte Elektronen mit gleicher Phase. Im Grenzfall können Z Elektronen gemeinsam als ein Dipol mit Z -fachem Moment schwingen. Dann aber wird die Streuleistung proportional zu $(Z\mathfrak{A})^2$, sie ist also Z -mal so groß wie bei Z voneinander unabhängig schwingenden Dipolen.

Bei kurzen Wellen ($< 0,2 \text{ \AA}$) sinkt K/ρ mit λ , vgl. Abb. 343. Wir verzeichnen hier nur die wichtige Tatsache. Man benutzt sie zur Bestimmung der Wellenlänge aus Extinktionsmessungen. Die Wellenlängen der γ -Strahlung radioaktiver Substanzen werden fast ausschließlich auf diesem Wege gemessen. Leider geht das oft nicht ohne recht kühne graphische oder rechnerische Extrapolation.

§ 101. Streuung durch geordnete Teilchen. Eine oder mehrere Gruppen einander gleicher Gebilde können räumlich in periodischen Folgen angeordnet und so zu „Gittern“ vereinigt werden. Die großartigsten Beispiele bietet die Natur im Aufbau der festen Körper, in den Raumgittern der Kristalle. Als optische Gitterkonstante der Raumgitter wirkt der Abstand D zweier benachbarter Netzebenen. D ist in einem NaCl-Kristall $= 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, vgl. S. 98, Anm. 1. In einer von Schallwellen durchsetzten Flüssigkeit (§ 59) ist D der Abstand zweier Gebiete gleicher Dichte, usw.

Von Licht getroffen werden die einzelnen Gitterbausteine zu Ausgangsorten neuer Wellenzüge, und diese addieren sich in den verschiedenen Richtungen nach Maßgabe ihrer Gangunterschiede. Dabei sind 2 Fälle zu unterscheiden, getrennt durch die Grenze $\lambda/2 = D$. Diese Grenze ergibt sich aus der BRAGGSchen Gleichung (64 v. S. 98). In ihr kann $\sin \gamma$ nicht > 1 , m nicht < 1 werden.

Für $\lambda/2 < D$ werden aus dem primären Bündel seitliche Teilbündel abgezweigt, gekennzeichnet durch die „Ordnungszahlen“ $m = \pm 1, 2, 3, \dots$. Es entstehen die bekannten Beugungsfiguren der Raumgitter. Sie sind in § 58 ausführlich dargestellt worden.

Anders im Falle $\lambda/2 > D$. Dann verbleibt nur das unabgelenkte Bündel nullter Ordnung. D. h. ein parallel begrenztes Lichtbündel durchsetzt das Gitter ohne seitliche Verluste.

Ein streng periodisches, fehlerfreies Gitter ist ein idealisierter Grenzfall. Alle wirklichen Gitter haben Fehler. Das gilt nicht nur von mechanisch hergestellten Gittern, sondern auch von den Raumgittern der Kristalle. Jeder sogenannte „Einkristall“ besteht in Wirklichkeit aus zahllosen, mauerwerkartig zusammengefügten, kleinen, parallel orientierten Einkristallen. Die streng periodische Ordnung wird durch zahlreiche mehr oder minder gut passende Fugen oder Stoßstellen unterbrochen. Aber selbst im Inneren der Mikroinkristalle wird die Ordnung durch die Wärmebewegung lokal gestört. Die Wärmebewegung besteht in mechanischen Eigenschwingungen oder stehenden Wellen sehr hoher Frequenz (ν bis zu 10^{13} s^{-1}). Dadurch werden die Gitter „verschwommen“ (S. 90). Infolgedessen ändert sich zwar die Verteilung der Strahlungsstärke auf die einzelnen Interferenzpunkte (Ordnungen), aber die Interferenzpunkte bleiben auch in einem heißen Kristall scharf.

Für eine Streuung sichtbaren Lichtes ist die Gitterkonstante D aller Kristalle viel zu klein. Die von den stehenden Wellen der Wärmebewegung herrührenden Dichteänderungen lassen aber in Einzelfällen, z. B. in heißen Quarzkristallen eine Streuung in gerade noch nachweisbarer Größe zustande kommen. Entsprechendes gilt für die kohärente Streuung durch Flüssigkeiten. Flüssigkeiten stehen in ihrem Aufbau den festen Körpern viel näher als den Gasen. In kleinen und zeitlich rasch wechselnden Gebieten haben die Moleküle stets eine periodisch-regelmäßige Anordnung.

§ 102. Streuung von Röntgenlicht durch einzelne Moleküle. Einzelne, von ihresgleichen unabhängige Moleküle gibt es nur in Gasen und Dämpfen. Bei der Vereinigung zu Flüssigkeiten oder Festkörpern büßen die Moleküle ihre Selbständigkeit mehr oder minder ein. In den typischen Ionenkristallen, wie z. B. NaCl, verliert die Vorstellung selbständiger Moleküle überhaupt jeden Sinn. Man kann höchstens den ganzen Kristall als ein einziges Riesenmolekül bezeichnen.

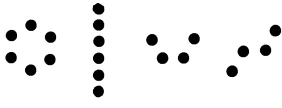


Abb. 344. Zum Aufbau von Molekülen aus Atomen.

Die einzelnen Moleküle sind aus Atomen zusammengesetzt. In der unendlichen Mannigfaltigkeit der Molekülgestalt finden sich einige besonders häufige Grundformen. Wir sehen in Abb. 344, aus kleinen Kugeln zusammengestellt, die bekanntesten Formen,

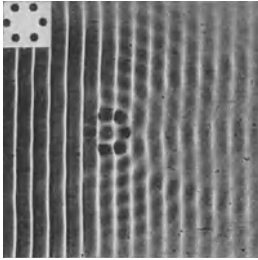


Abb. 345.

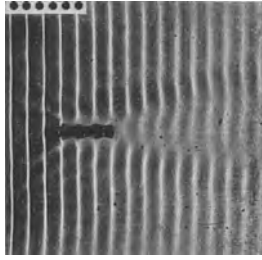


Abb. 347.

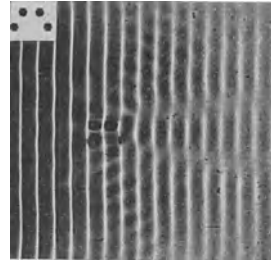


Abb. 349.

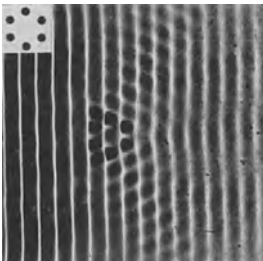


Abb. 346.

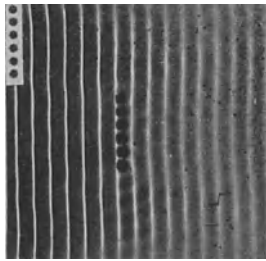


Abb. 348.

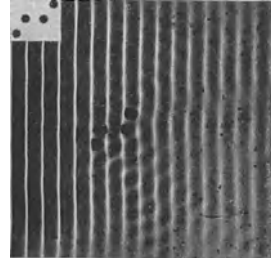


Abb. 350.

Abb. 345—350. Modellversuche zur Streuung durch einzelne Moleküle verschiedener Gestalt.

nämlich Ring, Kette, Wanne und Sessel. — Jede Kugel soll den Schwerpunkt eines Atomes bedeuten, oder auch den Schwerpunkt seiner Elektronenladung. Die Abstände D dieser Schwerpunkte (Größenordnung einige 10^{-10} m) sind größer als die halbe Wellenlänge von hartem Röntgenlicht (Größenordnung einige 10^{-11} m), ihre Anordnung regelmäßig. Folglich setzen sich die durch Streuung entstehenden Sekundärwellen nach Maßgabe ihrer Phasendifferenzen zusammen, es gibt in einzelnen Richtungen Maxima und Minima. Oder anders gesagt: Die Streuung des Röntgenlichtes an den Bausteinen einzelner Moleküle führt zu Beugungsfiguren. Diese erlauben rückwärts einen Schluß auf die Anordnung der Atome im Molekülbau.

Das Wesentliche dieses Gedankenganges läßt sich hübsch mit Wasserwellen von etwa 1,5 cm Wellenlänge vorführen. Als „Atome“ dienen kleine Stahlkugeln (etwa 6 mm \varnothing) dicht unter der Wasseroberfläche. Jede dieser unsichtbaren „Klippen“ wird, von den Primärwellen getroffen, zum Ausgangspunkt sekundärer, gestreuter Wellen. Die Abb. 345—350 geben Momentbilder. Sie

zeigen die Sekundärwellen als Beugungsfiguren auf dem Untergrund der primären Wellen. In allen Aufnahmen überwiegt die „Vorwärtsstreuung“. D. h. der Winkel zwischen gestreuter und primärer Strahlung ist in Abb. 345/50 kleiner als 90° .

Für Ring- und für Kettenmoleküle sind in diesen Modellversuchen je zwei Lagen benutzt. In Wirklichkeit kommen bei der Streuung des Röntgenlichtes in Gasen auch alle Zwischenlagen vor. Die Gesamtstreuung ist dann ein Mittelwert der Streuung in den verschiedenen Einzellagen. — Für die Sessel- und Wannenform ist je nur eine Stellung photographiert worden. In allen Bildern ist die genaue Lage der Atome in der oberen Ecke (nach Aufnahmen in ruhigem Wasser) beigefügt worden.

Die Anwendung kurzer Wellen¹⁾ zur Erforschung des Molekülbaues hat eine große Zukunft. Leider ist die rechnerische Auswertung der Beugungsbilder nicht einfach. Durch die Mittelwertbildung über alle Richtungen gehen viele Feinheiten verloren.

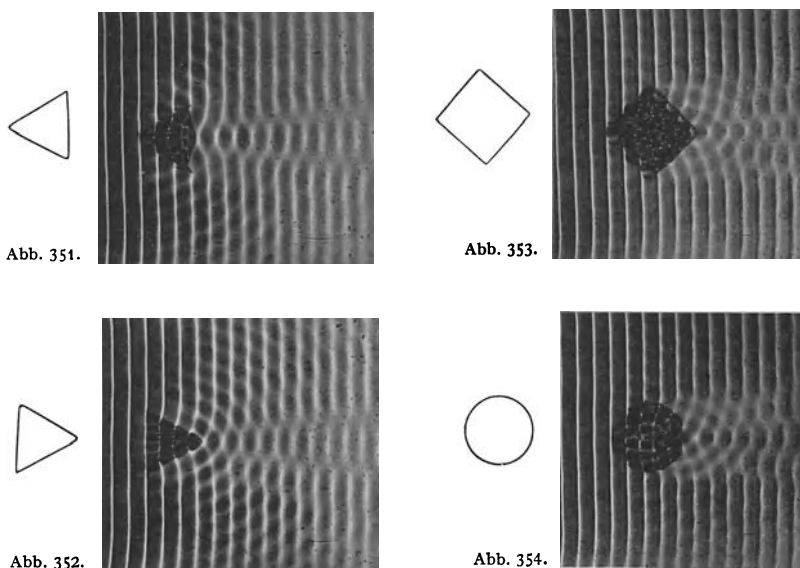


Abb. 351—354. Modellversuche zur Streuung des Lichtes durch große, schwach absorbierende Teilchen.

§ 103. Streuung von sichtbarem Licht durch große schwach absorbierende Teilchen. Im vorigen Paragraphen waren die streuenden Moleküle größer als die Wellenlänge des gestreuten Röntgenlichtes. Infolgedessen war die gestreute oder sekundäre Strahlung nicht mehr, wie bei der RAYLEIGH'Schen Streuung, kugelsymmetrisch um die Moleküle herum verteilt. Es traten Interferenzen auf, es wurden einzelne Winkelbereiche bevorzugt. Insbesondere wurde nach vorwärts, d. h. in die Richtung des primären Bündels und die ihm benachbarten Winkelbereiche viel mehr Sekundärstrahlung hineingestreuert als nach rückwärts.

Die gleichen Verhältnisse beobachten wir oft im sichtbaren und ultravioletten Spektralbereich. Die meisten Schwebestoffe unserer Atmosphäre sind größer als die mittlere Lichtwellenlänge. Die Wassertropfen des Nebels und der Wolken, sowie die feinen Eiskristalle der Zirruswolken haben im allgemeinen Durchmesser zwischen 5 und 50μ , also vom 10 — 100 fachen der Wellenlänge. Die Staubteilchen der Zimmerluft („Sonnenstäubchen“) und des städtischen Dunstes haben ebenfalls etliche μ Durchmesser.

¹⁾ Insbesondere durch Materiewellen, § 168!

Die Streuung durch diese Gebilde läßt sich ebenso wie die Streuung durch Moleküle gut im Modellversuch mit Wasserwellen vorführen. In den Abb. 351 bis 354 haben die streuenden Gebilde geometrisch einfache Formen, Dreieck, Kreis und Quadrat. Bei den Versuchen war der atomistische Aufbau aller Stoffe nachgeahmt. Die Streukörper bestanden aus einem

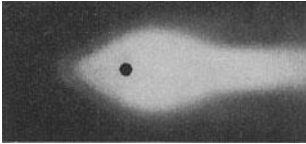
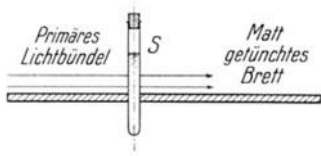


Abb. 355. Grobe Teilchen streuen sichtbares Licht vorzugsweise nach vorwärts, d. h. in Richtung des Primärbündels. Das Glasrohr *S* enthält eine Aufschwemmung feiner Schwefelteilchen in Wasser. (Man fügt einer Lösung von $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ etwas H_2SO_4 hinzu.) Oben Seitenansicht, unten Aufsicht als photographisches Positiv. Das primäre Bündel (Rotfilterlicht) geht in der Pfeilrichtung, ohne zu streifen, in einigen Zentimetern Abstand parallel über das Brett hinweg.

dünnen-Drahtrahmen, eng vollgepackt mit kleinen, die Wasserfläche nicht erreichenden Kugeln. Man sieht sofort die Bevorzugung der Vorwärtsstreuung und das Auftreten von Interferenzen. Diese verlieren bei einer Mittelwertbildung über viele, verschiedenartig orientierte Teilchen natürlich an Schärfe, doch bleiben gewisse Vorzugsrichtungen, vor allem nach vorwärts, erhalten. — Die Abb. 355 soll diese Modellversuche mit Beobachtungen an sichtbarem Licht ergänzen. Als Streukörper dienen feine Schwefelteilchen.

Ein wichtiger Punkt kann in den Modellversuchen nicht zum Ausdruck kommen, nämlich die Abhängigkeit der Streuung von der Wellenlänge. Es gilt nicht mehr das RAYLEIGHsche Gesetz, also Extinktionskonstante

$$K = \text{const } \lambda^{-4}. \quad (183) \text{ von S. 161}$$

Der Exponent wird um so kleiner, je größer die Teilchen werden. Im Beispiel der Abb. 356 ist *K* praktisch von λ unabhängig geworden. Der Grund ist der gleiche wie auf S. 164 bei der Streuung des Röntgenlichtes: Die von der Größe der streuenden Teilchen („Antennenlänge“) bedingte Eigenfrequenz ν_0 ist viel kleiner als die Frequenz ν des einfallenden Lichtes.

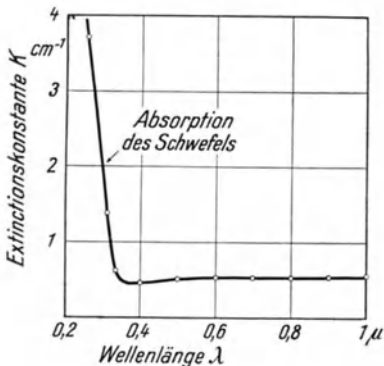


Abb. 356. Einfluß der Wellenlänge auf die Extinktionskonstante, der in Abb. 355 benutzten Aufschwemmung feiner Schwefelteilchen. Unterhalb von $\lambda = 0,35 \mu$ beginnt der Schwefel zu absorbieren, d. h. die Strahlung nicht mehr zu zerstreuen, sondern in Wärme zu verwandeln.

Durch enge Packung der streuenden Teilchen gelangt man im Grenzübergang zu Körpern mit matter Oberfläche. Die Streuung an matten Oberflächen wird aber zweckmäßigerweise erst im 14. Kapitel behandelt. Dort schließen sich an sie unmittelbar weitere Beobachtungen an.

§ 104. Rückführung der Brechung auf Streuung. In § 103 waren die streuenden Teilchen größer als die Wellenlänge des Lichtes. Die Teilchen waren, um den atomistischen Aufbau nachzuahmen, aus einer großen Zahl kleiner Sekundärstrahler zusammengesetzt. Diese waren regellos angeordnet, ihre gegenseitigen Abstände kleiner als die Wellenlänge. Die beobachtete Streuung entstand aus der Sekundärstrahlung der einzelnen „Atome“, ihre Winkelverteilung wurde durch die jeweilige Begrenzung (Quadrat, Kreis usw.) bestimmt.

— Diese Ausführung hatte noch einen besonderen Vorteil: Sie machte die streuenden Körper (Quadrat usw.) durchsichtig. Man kann in den Abb. 351–354 — wenn auch nur mit einiger Mühe — die Wellen auch „im Inneren“ der Körper verfolgen. Dabei findet man beispielsweise für den Körper mit kreisförmigem Querschnitt das in Abb. 357 skizzierte Bild: Die Wellen laufen im

Gebiet der Sekundärstrahler langsamer als außerhalb, die Wellenberge bleiben deutlich zurück. Oder anders ausgedrückt: Das kreisförmig eingegrenzte Gebiet hat durch die Sekundärstrahler in seinem Inneren eine Brechzahl bekommen. Diese grundlegende Tatsache soll sogleich mit einem noch eindrucksvolleren Schauversuch belegt werden.

Die bekannteste Wirkung der Brechung zeigen uns die Linsen. Deswegen stellen wir in Abb. 358 die „Sekundärstrahler“ auf einer Fläche mit linsenförmigem Querschnitt zusammen. Die streuenden Atome sind wieder kleine Stahlkugeln unterhalb der Wasseroberfläche. Sie sind ungeordnet, ihre Durchmesser und die Abstände ihrer Mittelpunkte sind wieder kleiner als die Wellenlänge. In Abb. 359 laufen Wasserwellen mit gerader Front leicht schräg geneigt gegen einen weiten Spalt. Der Spalt blendet ein parallel begrenztes Wellenbündel aus. (Die Beugung ist gut zu sehen!)

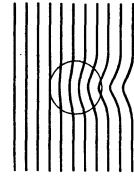


Abb. 357. Entstehung einer Phasenverschiebung durch Sekundärwellen. Nach Abb. 354 skizziert.

In Abb. 360 sind die Hindernisse in die Spaltöffnung hineingestellt worden. Erfolg: Die vorher parallel gebündelten Wellen sind in einem Bildpunkt vereinigt worden. — Jetzt ist jeder Zweifel behoben: Die Wellen durchlaufen den Bereich der Sekundärstrahler mit verminderter Phasengeschwindigkeit. Der Bereich der Sekundärstrahler besitzt eine Brechzahl n ! Wir berechnen sie mit der elementaren Linsenformel

$$(n - 1) \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \quad \text{Gl. (15) von S. 10}$$

(R = Radius der Linsenbegrenzung, in Abb. 358 = 7 cm)

und erhalten $n = 1,4$.

Die Deutung ergibt sich zwanglos. Die in und hinter der Linse verlaufende Welle ist eine Resultierende sämtlicher durch Streuung entstandenen Sekundärwellen. Die primären Wellen lösen sekundäre aus, diese tertiäre usw. Die Resultierende bleibt zurück. Folglich muß schon jede einzelne durch Streuung entstandene

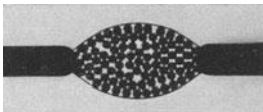


Abb. 358.

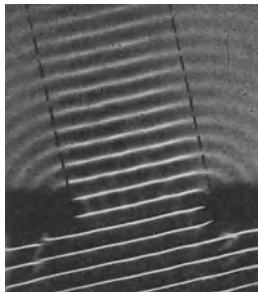


Abb. 359.

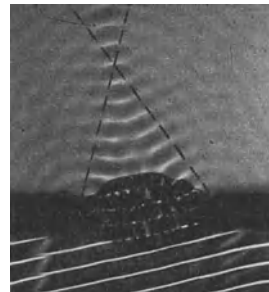


Abb. 360.

Abb. 358–360. Wasserwellen zeigen die Entstehung der Brechung durch phasenverschobene Sekundärwellen.

Welle gegenüber der sie erzeugenden eine negative Phasenverschiebung δ' haben. Die Phasenverschiebung δ' der durch Streuung gebildeten Sekundärwellen ist die Ursache der Brechung.

In der Optik haben wir aber nicht nur Brechung, sondern auch Dispersion. D. h. die Brechzahl n hängt von der Frequenz des Lichtes ab. Folglich muß die Phasenverschiebung δ' ebenfalls von der Frequenz der einfallenden Welle abhängen¹⁾. Das werden wir in § 106 näher ausführen. Zunächst sollen einmal in § 105 die empirischen Tatsachen der Dispersion zusammengestellt werden.

¹⁾ Sie muß bei gewissen Frequenzen auch positive Werte annehmen können. Sonst könnte die Phasengeschwindigkeit der resultierenden Welle im Bereich der Hindernisse nicht größer als im Vakuum werden, d. h. es könnte nicht, wie etwa in Abb. 362, Brechzahlen kleiner als 1 geben!

§ 105. Dispersion und Absorption, Tatsachen. Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge wird am übersichtlichsten graphisch dargestellt. Der Verlauf solcher „Dispersionskurven“ ist für die meisten Stoffe nur recht lückenhaft bekannt. Am kleinsten sind die Lücken bei den einfachsten festen Körpern, den regulären Kristallen der Alkalihalogenide. Die Abb. 362 gibt als Beispiel die Dispersionskurve von NaCl (Steinsalz). Die Abszisse ist logarithmisch geteilt, und zwar nach Zehnerpotenzen der Wellenlänge fortschreitend.

Im allgemeinen steigt die Brechzahl n mit abnehmender Wellenlänge: Dann nennt man die Dispersion „normal“. In einigen Spektralbereichen aber fällt n mit abnehmender Wellenlänge. Dann nennt man die Dispersion „anomal“, d. h. „von der Regel abweichend“ (wörtlich: uneben). — Im Gebiet des Röntgenlichtes (d. h. $\lambda < \text{ca. } 5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$) sind die Brechzahlen durchweg ein wenig kleiner als 1. Das

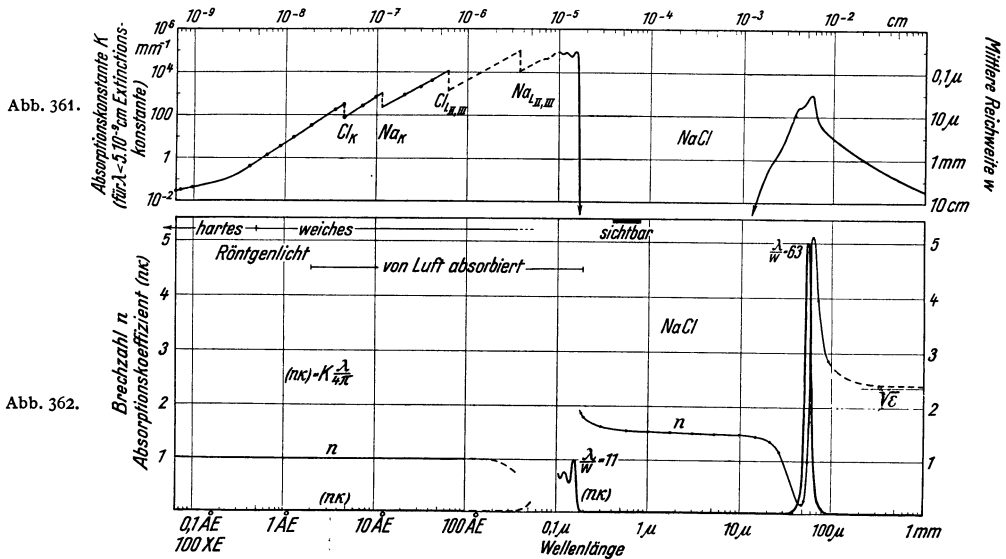


Abb. 361 und 362. Brechung und Absorption des Lichtes durch einen NaCl-Kristall zwischen $\lambda = 6 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$ und $0,1 \text{ cm}$, also in einem Bereich von rund 28 Oktaven. Der Absorptionskoeffizient ($n\kappa$) erreicht nur in zwei engen Wellenlängenbereichen, nämlich etwa $0,04$ bis $0,2 \mu$ und etwa 20 bis 90μ praktisch bedeutsame Werte. In diesen Bereichen sind die Höchstwerte des Verhältnisses λ/w vermerkt. — Abb. 361 gehört zum Text von S. 181. Die kleinste vorkommende Reichweite $w = \text{etwa } 0,01 \mu$ ist etwa gleich dem 30fachen des Netzebenenabstandes. Die Entstehung der „Kanten“ Cl_K usw. wird in § 131 behandelt.

kommt aber im Ordinatenmaßstab des Schaubildes nicht zum Ausdruck. Im Gebiet langer Wellen nähert sich die Brechzahl einem Grenzwert. Dieser ist gleich der Wurzel aus der statisch gemessenen Dielektrizitätskonstanten ϵ , also $n = \sqrt{\epsilon}$ (vgl. Elektrizitätsband, §§ 44 und 155).

Die ausgezeichneten Stellen der Dispersionskurven, also die Gebiete der starken Änderungen von n und die des anomalen Verlaufes, fallen mit Absorptionsgebieten zusammen. Das ist durch zahllose Erfahrungen gesichert.

Leider ist der spektrale Verlauf des Absorptionskoeffizienten ($n\kappa$) im allgemeinen auch nur lückenhaft bekannt. Doch machen die Alkalisalzkrystalle wieder eine rühmliche Ausnahme. In Abb. 362 ist auch die Absorptionskurve des NaCl eingetragen. Für einige Maxima sind die Werte von λ/w vermerkt.

Die Extremwerte von n und ($n\kappa$) finden sich im Ultraroten. Dort soll nach der BEERSchen Formel [Gl. (131) von S. 148] das Reflexionsvermögen R sehr groß sein. Das ist in der Tat der Fall; die Abb. 363 zeigt Messungen an vier verschiedenen Kristallen. Der Maßstab der Abszissen ist dreimal so groß wie in Abb. 362. Man nennt diese Reflexionsmaxima „Reststrahlbanden“. Ihre

Lage wird sowohl von n wie von $(n\kappa)$ bestimmt, folglich fallen ihre Maxima nur näherungsweise mit denen der Absorptionskurve $(n\kappa)$ zusammen.

Der seltsame Name Reststrahlen knüpft an die erste Beobachtungsart an. H. RUBENS ließ die Strahlung eines Gasglühlichtbrenners einige Male zwischen Kristallplatten hin und her reflektieren und dann zum Strahlungsmesser gelangen (Thermosäule). Der verbleibende „Rest“ umfaßte praktisch nur noch Wellen aus dem Spektralbereich der Reflexionsmaxima. Diese „Reststrahlen“ werden durch dünne Glimmer- und Glasplatten absorbiert, passieren aber dicke Schichten aus Paraffin usw. Bequemer Schauversuch, am einfachsten mit Platten aus LiF oder CaF₂.

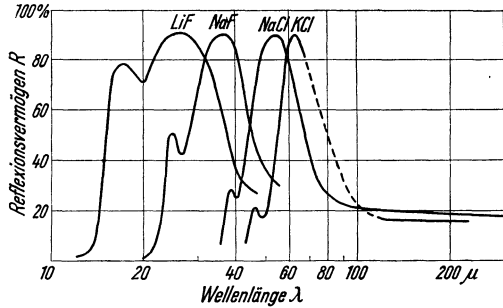


Abb. 363. Reststrahlen von 4 Alkalihalogenidkristallen. (Die Banden sind älteren Darstellungen entgegen keine einfachen Glockenkurven.)

Der enge Zusammenhang von Dispersion und Absorption wird in den Abb. 364—368 noch mit fünf weiteren Beispielen vorgeführt.

Die Metalle nehmen eine Sonderstellung ein. Die Abb. 369 zeigt als Beispiele den spektralen Verlauf von n und $(n\kappa)$ für Gold und für Silber. Die Brechzahlen

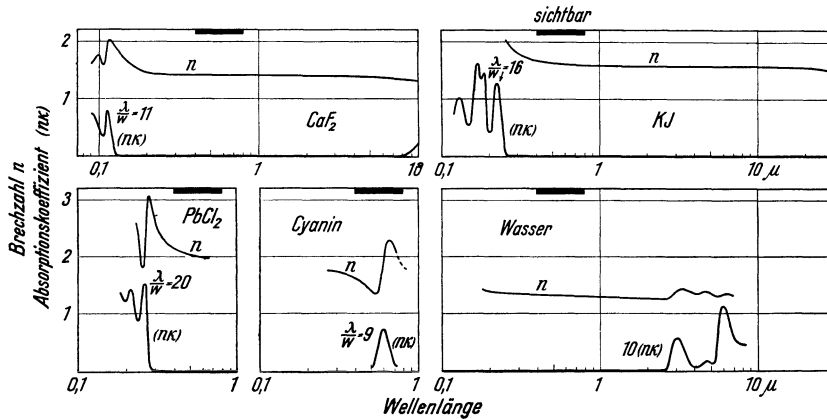


Abb. 364—368. Fünf weitere Beispiele für Dispersion und Absorption. (Die Doppelbrechung des PbCl₂ ist im Maßstab der Figur nicht darzustellen.)

unterschreiten den Wert 1 erheblich. Die Phasengeschwindigkeit kann im Silber fast $20 \cdot 10^8$ m/s erreichen, statt nur $3 \cdot 10^8$ m/s im Vakuum. — Wichtiger aber ist der Verlauf der Absorptionskonstante $(n\kappa)$. $(n\kappa)$ steigt vom Sichtbaren an steil und stetig in Richtung längerer Wellen. Bei $\lambda = 4,8 \mu$ findet sich bei Gold $(n\kappa) = 33$. D. h. die mittlere Reichweite w dieser Strahlung beträgt nur noch rund $1/400$ der Wellenlänge! — Die großen $(n\kappa)$ Werte verursachen das hohe Reflexionsvermögen R der Metalle [vgl. Gl. (131) von S. 148]. Es ist in Abb. 370 für drei Metalle gezeichnet. Der Abszissenmaßstab ist der gleiche wie in Abb. 363 (Reststrahlen).

Soweit die Tatsachen. — Zur Ergänzung soll der Zusammenhang von Dispersion und Absorption noch mit einem eindrucksvollen Schauversuch vorgeführt werden. Dazu eignen sich weder feste Körper noch Flüssigkeiten¹⁾,

¹⁾ Die Begründung ergibt sich aus Gl. (199) auf S. 176. n bekommt nur dann hohe Werte, falls die Differenz der Frequenzquadrate, also $\nu_0^2 - \nu^2$, klein wird. Damit gerät man bei den breiten Absorptionsbanden der Flüssigkeiten und festen Körper in das undurchsichtige Gebiet hinein. Man kann da auch nicht durch eine Verminderung von \mathfrak{K} , der Konzentration der absorbierenden Moleküle, Abhilfe schaffen. Denn zugleich mit \mathfrak{K} vermindert man auch die Brechzahl n .

man muß Dämpfe oder Gase benutzen. Am bequemsten ist Na-Dampf. Die Abb. 371 zeigt eine geeignete Anordnung. Sie wirft mit einem (in der Skizze

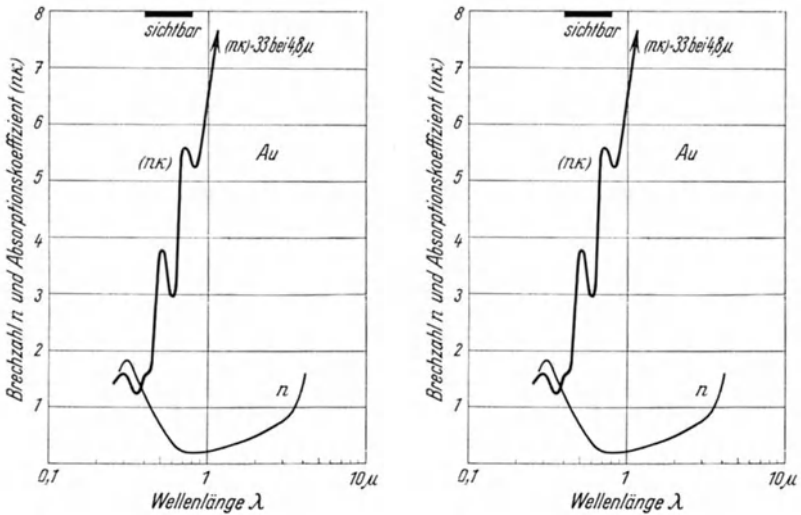


Abb. 369. Brechzahl n und Absorptionskoeffizient (nk) von Gold und Silber zwischen $0,2 \mu$ und 5μ . Die Messungen an Gold bedürfen einer Nachprüfung.

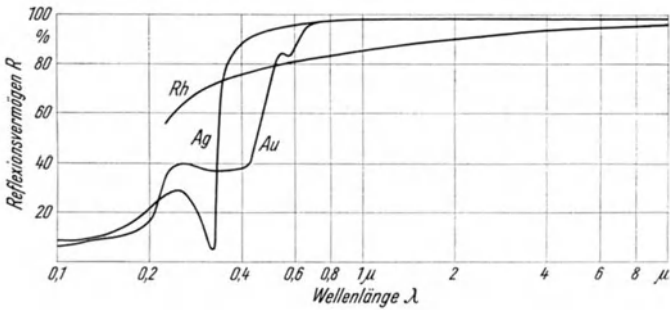


Abb. 370. Einfluß der Wellenlänge auf das Reflexionsvermögen von Gold, Silber und Rhodium. Letzteres ist wegen seiner Unempfindlichkeit für Spiegel ohne Glasschutz besonders geeignet. Außerdem schwächen dünne durchsichtige Rhodiumspiegel alle Wellenlängenbereiche des sichtbaren Spektrums ($0,4-0,7 \mu$) um praktisch gleiche Bruchteile, „Graufilter“.

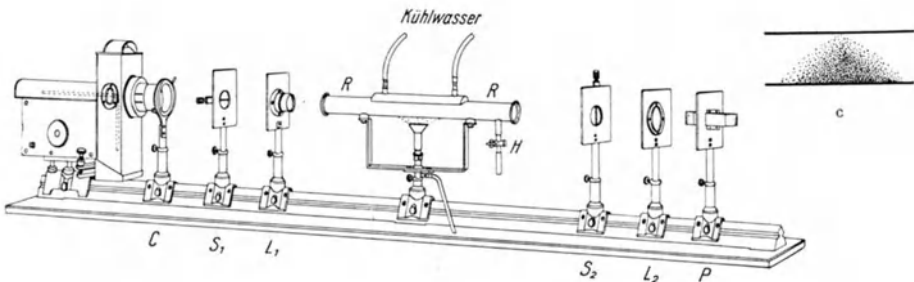


Abb. 371. Zur Vorführung der anomalen Dispersion des Na-Dampfes (A. KUNDT 1880, verbessert durch R. W. WOOD 1902). Das Dampfprisma lenkt Wellen mit einer Brechzahl $n > 1$ nach unten ab, Wellen mit einer Brechzahl $n < 1$ nach oben. Beispiel in Abb. 372b. Eine Zylinderlinse zwischen R und S_2 verbessert die Sichtbarkeit.

zufällig geradsichtigen) Prisma P das kontinuierliche Spektrum einer Bogenlampe auf einen Wandschirm, und zwar in horizontaler Lage.

Dicht hinter die abbildende Linse wird ein mit Na-Dampf gefülltes Eisenrohr gesetzt. Es ist beiderseits mit Glasplatten verschlossen. Das Na wird in der Mitte verdampft, die Luftkühlung an den Enden verhindert das Beschlagen der Fenster. Der Na-Dampf absorbiert den Bereich um $\lambda = 0,589 \mu$. Das horizontale Spektrum wird durch einen Absorptionsstreifen D unterbrochen (Abb. 372a).

Nach diesem Vorversuch wird außer den Enden nun auch die Oberseite des Rohres gekühlt. Dadurch bekommt die Na-Dampf Wolke eine prismaartige Gestalt (c in Abb. 371). An der heißen Stelle, d. h. unten in der Mitte, ist die Dampfdichte groß; nach oben und zu den beiden Seiten hin nimmt sie ab¹⁾. Dieses Dampfprisma läßt den größten Teil des Spektrums in seiner ursprünglichen Lage. Für diese Spektralgebiete ist also die Brechzahl des Na-Dampfes praktisch gleich 1. Zu beiden Seiten der Absorptionsbande hingegen wird das Licht in vertikaler Richtung abgelenkt. Auf der roten Seite geht die Ablenkung nach unten, d. h. die Brechzahl ist > 1 . Auf der violetten Seite der Bande geht die Ablenkung nach oben, d. h. die Brechzahl ist < 1 . Das Spektrum bildet also einen aus zwei Ästen bestehenden bunten Kurvenzug (Abb. 372b). Sein Verlauf gibt direkt die Dispersionskurve des Na-Dampfes zu beiden Seiten der Absorptionsbande. Das Kurvenstück innerhalb der Bande fehlt in Abb. 372b. Man kann es nur bei mäßiger Absorption sehen, und auch dann nur bei Einzelbeobachtung.

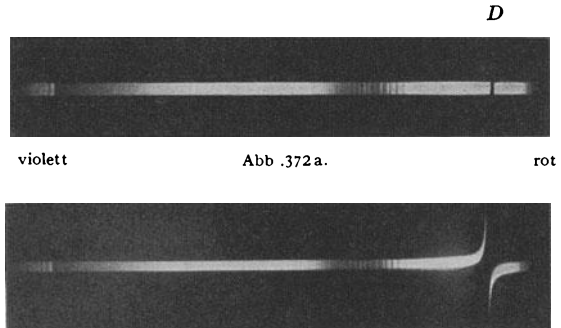


Abb. 372 b.

Abb. 372 a und b. Anomale Dispersion von Na-Dampf, vorgeführt gemäß Abb. 371. Photographisches Positiv. Die außer der Absorptionsbande D noch sichtbaren Absorptionsstreifen gehören zu Na-Molekülen. Sie haben infolge geringer Konzentration keinen merklichen Einfluß auf die Brechzahl des Dampfes.

§ 106. Qualitative Deutung der optischen Dispersionskurven. Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge zeigt in der Nachbarschaft gewisser ausgezeichnete Wellenlängen oder Frequenzen einen sehr charakteristischen Verlauf. Wir verweisen auf Abb. 362, 366, 367 und wiederholen den Verlauf schematisch in Abb. 378. Diese Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge oder Frequenz ist qualitativ unschwer zu deuten. Wir greifen zu diesem Zweck auf die Modellversuche mit mechanischen Wellen zurück.

In Abb. 358 und 360 bestanden die Sekundärstrahler aus kleinen starren Kugeln unterhalb der Wasseroberfläche. Man denke sich diese Sekundärstrahler durch schwingungsfähige Gebilde oder Resonatoren ersetzt, beispielsweise durch „atmende Kugeln“ (Mechanikband S. 232). Ihre Eigenfrequenz sei ν_0 . Die einfallenden Primärwellen sollen die Frequenz ν besitzen und die Resonatoren zu erzwungenen Schwingungen erregen. Dann werden sowohl die erzwungenen Amplituden l wie die Phasendifferenzen zwischen Resonator und Primärwelle durch das Verhältnis ν/ν_0 bestimmt. Das ist aus den Abb. 329/30 bekannt. Außerdem ist die Amplitude jeder Sekundärwelle ihrerseits gegenüber der Amplitude l des Sekundärstrahlers um -90° phasenverschoben.

¹⁾ Leider kann man Na-Dampf nicht einfach mit einem geheizten gläsernen Hohlprisma begrenzen. Man braucht für obige Versuche einen Dampfdruck von mindestens 0,05 at und damit Temperaturen über 600° . Die gegen Na-Dampf unempfindlichen Glassorten (Na-Dampfampfen!) vertragen aber nur etwa 300° .

So gelangen wir zu den einfachen Zeigerdiagrammen der Abb. 373—377. In ihnen bedeutet

\mathcal{E}_p die Amplitude der primären Welle,

l die Amplitude der erzwungenen Schwingungen, ihre Relativwerte werden aus Abb. 330 entnommen ($A = 1$ gewählt),

δ den Phasenwinkel zwischen l und \mathcal{E}_p . Er wird aus der Abb. 329 entnommen ($A = 1$),

\mathcal{E}_s die Amplitude der von den Resonatoren ausgehenden Sekundärwellen,

\mathcal{E}_r die aus primären und sekundären Wellen resultierende Wellenamplitude,

δ' den Phasenwinkel zwischen \mathcal{E}_r und \mathcal{E}_p . Die Zeit und die Phasenwinkel δ und δ' werden im Uhrzeigersinn positiv gezählt.

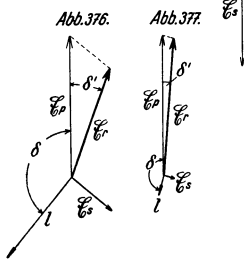
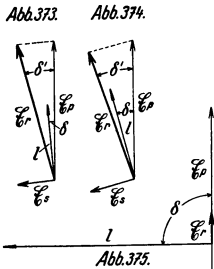


Abb. 373—377. Zur Entstehung der Dispersion durch phasenverschobene Sekundärwellen.

In Abb. 373 ist $\nu \ll \nu_0$ und δ sehr klein. δ' bekommt einen kleinen negativen Wert. D. h. die resultierende Welle ist gegenüber der primären ein wenig verzögert, oder die Brechzahl n etwas größer als 1. Sie ist als Punkt α in Abb. 378 eingetragen.

In Abb. 374 ist $\nu < \nu_0$, etwa $\nu = 1/2 \nu_0$, δ ist auf etwa -15° gewachsen. Dabei ist δ' negativ geblieben, aber größer geworden. D. h. die Brechzahl n ist gestiegen: Punkt β in Abb. 378.

In Abb. 375 ist $\nu = \nu_0$, also $\delta = -90^\circ$. Die resultierende Amplitude \mathcal{E}_r hat (als Differenz $\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_s$) die gleiche Richtung wie \mathcal{E}_p . Also ist $\delta' = 0$ oder $n = 1$; Punkt γ .

In Abb. 376 ist $\nu > \nu_0$, etwa $= 1,25 \nu_0$ und $\delta = -140^\circ$. Dadurch hat δ' einen positiven Wert erhalten. Die resultierende Amplitude \mathcal{E}_r läuft der primären \mathcal{E}_p voraus. D. h. die Brechzahl ist kleiner als 1, Punkt δ .

In Abb. 377 endlich ist $\nu \gg \nu_0$ und δ fast -180° . δ' ist positiv geblieben, seine Größe aber hat abgenommen. n hat sich dem Wert 1 genähert, ist aber noch kleiner als 1, Punkt ϵ .

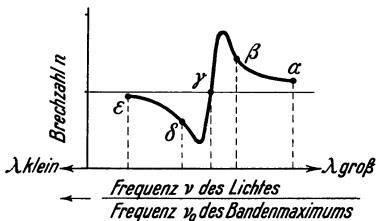


Abb. 378. Schema einer Dispersionskurve im Bereich und in der Nachbarschaft einer optischen Eigenfrequenz.

Wir erhalten in Abb. 378 eine typische Dispersionskurve. Sie zeigt qualitativ die gleichen Züge wie die in der Optik beobachteten. Die ausgezeichnete Wellenlänge entspricht bei den optischen Messungen dem Maximum einer Absorptionsbande.

§ 107. Quantitative Behandlung der Dispersion. In quantitativer Hinsicht war die Darstellung des vorigen Paragraphen durchaus unbefriedigend. Sie unterschied vor allem nur die erregende Primärwelle von den erregten Sekundärwellen.

In Wirklichkeit erregen aber die Sekundärwellen ihrerseits Tertiärwellen und so fort. Erst die Gesamtheit aller Wellen ergibt die schließlich resultierende Welle. Die Summierung ist rechnerisch nicht einfach, aber durchführbar. Im allgemeinen vermeidet man die Mühe jedoch mit folgendem Verfahren.

Man nimmt je Molekül¹⁾ ein schwingungsfähig gebundenes Elektron an, seine Eigenfrequenz sei ν_0 . Es kann unter der Einwirkung einer periodischen Kraft mit der Amplitude $\mathcal{R} = e \cdot \mathcal{E}$ erzwungene Schwingungen ausführen. Seine Amplitude l ergibt

¹⁾ Hier, wie stets, gleich kleinste selbständige Einheit, also oft auch Atom oder Ion.

sich aus Gl. (158) von S. 155 proportional zu \mathfrak{E} , der Amplitude der Primärwelle und außerdem abhängig von deren Frequenz ν . So entsteht ein schwingender Dipol, sein elektrisches Moment bekommt die Amplitude

$$w = e \cdot l = \mathfrak{E} \frac{e^2}{m} f(\nu). \quad (194)$$

Das Verhältnis

$$\frac{w}{\mathfrak{E}} = \frac{e^2}{m} f(\nu) = \alpha \quad (195)$$

ist die elektrische Polarisierbarkeit des Moleküls, meßbar in Amperesekundenmeter/Volt/Meter.

Früher hatten wir $\nu \ll \nu_0$ angenommen. Dadurch wurde die Polarisierbarkeit α von der erregenden Frequenz unabhängig (S. 157). Infolgedessen konnte α aus der statisch (d. h. $\nu = 0$) gemessenen Dielektrizitätskonstante berechnet werden. Dazu diente auf S. 157 die Gleichung

$$\frac{w}{\mathfrak{E}} = \alpha = \frac{3 \varepsilon_0}{\mathfrak{N}} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}. \quad (168)$$

($\varepsilon_0 =$ Influenzkonstante $= 8,86 \cdot 10^{-12}$ Amperesekunden/Volt Meter, $\mathfrak{N} =$ Zahl der Moleküle/Volumen.)

Jetzt gehen wir den Weg in umgekehrter Richtung. Wir lassen die Beschränkung $\nu \ll \nu_0$ fallen, machen α dadurch von ν abhängig (Gl. 195!), setzen die α -Werte in Gl. (168) ein und berechnen so für jeden Wert der erregenden Frequenz ν einen besonderen Wert von ε . So erhalten wir — sprachlich nicht gerade schön — eine von der Frequenz ν abhängige Dielektrizitätskonstante.

Dann kommt endlich der entscheidende Schritt. Nach MAXWELL gilt für lange elektrische Wellen (Elektrizitätsband S. 248)

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (196)$$

(ε statische, d. h. für $\nu = 0$ gemessene Dielektrizitätskonstante.)

Die gleiche Beziehung wendet man nun auch auf die Lichtwellen an, benutzt aber für jede Frequenz ν die eigens für sie berechnete, also von ν abhängige Dielektrizitätskonstante. Auf diese Weise kann man die Abhängigkeit der Brechzahl n von ν oder λ recht befriedigend wiedergeben.

Dieser Gedanke soll jetzt kurz quantitativ durchgeführt werden. Wir schreiben wieder für das erzwungene Dipolmoment des Moleküls

$$w = e \cdot l, \quad (194)$$

rechnen aber l wirklich aus mit der Gl.

$$l = \frac{1}{4\pi^2} \frac{e \cdot \mathfrak{E}}{m} \frac{1}{\sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \left(\frac{A}{\pi}\right)^2 \nu_0^2 \nu^2}}. \quad (158) \text{ von S. 155}$$

Dabei wollen wir auf den Frequenzbereich nahe der Eigenschwingung ν_0 verzichten. Uns genügen die Bereiche $\nu < 0,7 \nu_0$ und $\nu > 1,4 \nu_0$. In diesen Bereichen sind die erzwungenen Ausschläge l praktisch von A , dem logarithmischen Dekrement, unabhängig (Abb. 330, $A \cong 1$). Daher können wir den zweiten Summanden im Nenner streichen und bekommen

$$l = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{e}{m} \mathfrak{E} \frac{1}{\nu_0^2 - \nu^2} \quad (197)$$

oder

$$\alpha = \frac{el}{\mathfrak{E}} = \frac{w}{\mathfrak{E}} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{e^2}{m} \cdot \frac{1}{\nu_0^2 - \nu^2}. \quad (198)$$

Diesen Wert der frequenzabhängigen Polarisierbarkeit α setzen wir in Gl. (168) ein, schreiben n^2 statt des frequenzabhängigen ϵ und bekommen

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\mathfrak{N}}{3\epsilon_0} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \frac{e^2}{m} \frac{1}{\nu_0^2 - \nu^2} = 27,2 \frac{\text{m}^3}{\text{Sek}^2} \cdot \mathfrak{N} \frac{1}{\nu_0^2 - \nu^2}. \quad (199a)$$

(ϵ_0 = Influenzkonstante = $8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek/Volt · Meter, e = Ladung des Elektrons = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek, m = Masse des Elektrons = $9 \cdot 10^{-31}$ kg, $\mathfrak{N} = \frac{\text{Molekülzahl}}{\text{Volumen}}$.)

Die Gl. (199) setzt nur eine einzige Eigenfrequenz ν_0 und ein Elektron je Molekül voraus. In Wirklichkeit besitzt jeder Stoff eine ganze Reihe (*i*) optischer Eigenschwingungen und oft auch mehrere (*b*) wirksame Elektronen je Molekül. Daher muß man statt Gl. (199a) eine Summe schreiben, nämlich

$$\boxed{\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = 27,2 \frac{\text{m}^3}{\text{Sek}^2} \mathfrak{N} \sum_i \frac{b_i}{\nu_{0i}^2 - \nu^2}.} \quad (199b)$$

Diese „Dispersionsformel“ bewährt sich gut für Gase und Dämpfe, abgesehen natürlich vom Bereich ihrer Eigenfrequenz ν_0 . Für Flüssigkeiten und Festkörper soll man sie aber kaum höher bewerten als eine brauchbare Interpolationsformel. Die Tabelle 4 gibt ein Zahlenbeispiel für Steinsalz, also NaCl.

Tabelle 4. Dispersion des NaCl zwischen $0,3 \mu$ und 5μ (Abb. 362).
($\mathfrak{N} = 2,28 \cdot 10^{28}$ Ionenpaare je Kubikmeter; $b = 4$; $i = 1$; $\nu_0 = 2,85 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$.)

λ in μ	0,3	0,4	0,5	0,7	1	2	5
n gemessen	1,607	1,568	1,552	1,539	1,532	1,527	1,519
n nach Gl. (199) berechnet . . .	1,610	1,567	1,550	1,535	1,528	1,522	1,521

Die Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung überschreiten nirgends 5 Einheiten der dritten Stelle. Dabei ist nur eine einzige Eigenfrequenz $\nu_0 = 2,85 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ benutzt worden. Ihr entspricht die Wellenlänge $\lambda_0 = 0,105 \mu$. Man kann sie als „Schwerpunkt“ der (n)-Kurve im Ultraviolett (Abb. 362) bezeichnen. Selbstverständlich kann man mit $i = 3$ oder 4 die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung auch in den höheren Dezimalen erreichen. Das ist aber unergiebig.

Für Röntgenlicht ist in Gl. (199b) \mathfrak{N} das Verhältnis (Atomzahl/Volumen) und $b = Z$, d. h. gleich der Zahl aller Elektronen je Atom. Z ist $\approx 0,5 (A)$, d. h. gleich dem halben Atomgewicht (S. 164). Somit ist

$$\mathfrak{N} \cdot b = \mathfrak{N}_e = 0,5 (A) \cdot \rho \cdot N = 0,5 \cdot \rho \cdot 6,02 \cdot 10^{26} \text{ kg}^{-1}. \quad (192) \text{ v. S. 164}$$

[ρ = Dichte in kg/m^3 ; 1 Kilomol = (A) kg.]

Die Brechzahl n ist kaum von 1 verschieden. Folglich ist $(n^2 - 1) \approx 2 \cdot (n - 1)$ und $(n^2 + 2) \approx 3$. Endlich ist $\nu_0 \ll \nu$. So erhält man statt (199b)

$$(1 - n) = 1,36 \cdot 10^{11} \frac{\text{Meter}}{\text{kg}} \cdot \rho \cdot \lambda^2. \quad (199c)$$

Die Brechzahlen n sind im Röntgengebiet also etwas kleiner als 1. Zahlenbeispiel: $\rho = 10 \text{ g/cm}^3 = 10^4 \text{ kg/m}^3$ und $\lambda = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$; $n = 0,999986$.

§ 108. Brechung und Molekülzahl. Refraktion. Mitführung. Wir haben die Brechung auf die Sekundärstrahlung der bestrahlten Moleküle zurückgeführt und damit die Dispersionsformel (Gl. 199) gewonnen. Diese leistet zweierlei: Erstens beschreibt sie die Abhängigkeit der Brechzahl n von der Lichtfrequenz ν . Das wurde in § 107 gezeigt. Zweitens beschreibt sie den Einfluß von \mathfrak{N} , der Zahl der Moleküle im Einheitsvolumen, auf die Größe der Brechzahl. Das soll jetzt näher ausgeführt werden. Für diesen Zweck setzen wir ν konstant, benutzen also Beobachtungen mit irgendeinem monochromatischen Licht.

Für Gase und verdünnte Lösungen¹⁾ ist $n \approx 1$, also $(n^2 - 1) : (n^2 + 2) \approx 2/3(n - 1)$. Dann bekommt man statt (199)

$$(n - 1) = \text{const } \mathfrak{R}. \tag{200}$$

D. h. bei Gasen ist $(n - 1)$ proportional der Dichte, bei Lösungen proportional der Konzentration. Oder anders ausgedrückt: Jedes Molekül liefert unabhängig von seinesgleichen seinen Beitrag zur Brechzahl. — Der Zusammenhang von Brechzahl n und Gasdichte eignet sich gut zur Vorführung. Ein Praktikumsversuch wird in Abb. 379 erläutert.

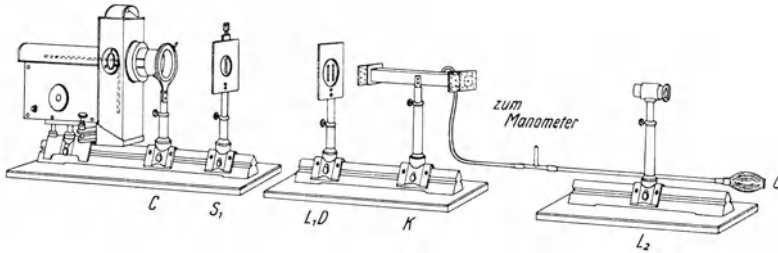


Abb. 379. Interferometer zur Bestimmung der Brechzahl von Gasen bei verschiedener Dichte. Schema in Abb. 155. Die beiden Spalte D unmittelbar hinter der Linse L_1 ($f = 2$ m) sind 2 mm weit. Ihr Abstand beträgt 10 mm. Die Abstände S_1L_1 und L_1L_2 betragen etwa 4 m. Beide Lichtbündel durchsetzen die zum Abschluß der Gaskammer K dienenden, hinreichend überstehenden Glasfenster.

Der selbständige Beitrag der einzelnen Moleküle zur Brechung bleibt sogar beim Übergang Gas—Flüssigkeit erhalten, also trotz einer Dichteänderung von etwa 1 : 1000. Das zeigt die Tabelle 5.

Tabelle 5.

	Dichte	Molekülzahl Volumen	Brech- zahl n_D für $\lambda = 0,589 \mu$	$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = R'$	R' je Molekül („Molrefrak- tion“)
Sauerstoff flüssig — 183°	1130 kg/m ³ = 35,4 $\frac{\text{Kilomol}}{\text{m}^3}$	2,14 · 10 ²⁸ /m ³	1,222	1,41 · 10 ⁻¹	6,60 · 10 ⁻³⁰
Sauerstoff, Gas 0° 76 cm Hg	1,43 kg/m ³ = 0,0447 $\frac{\text{Kilomol}}{\text{m}^3}$	2,69 · 10 ²⁵ /m ³	1,00027 ₂	1,82 · 10 ⁻⁴	6,78 · 10 ⁻³⁰
Wasser, flüssig 0°	1000 kg/m ³ = 55,6 $\frac{\text{Kilomol}}{\text{m}^3}$	3,36 · 10 ²⁸ /m ³	1,334	2,06 · 10 ⁻¹	6,14 · 10 ⁻³⁰
Wasserdampf 0°, reduziert auf 76 cm Hg	0,805 kg/m ³ = 0,0447 $\frac{\text{Kilomol}}{\text{m}^3}$	2,69 · 10 ²⁵ /m ³	1,000255	1,7 · 10 ⁻⁴	6,32 · 10 ⁻³⁰

Der Bruch $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = R'$ wird als „Refraktion“ bezeichnet. Die Refraktion ist für eine vereinbarte Wellenlänge (meist $\lambda_D = 0,589 \mu$) eine das Molekül, Atom oder Ion kennzeichnende, vom Aggregatzustand weitgehend unabhängige Größe. Selbst die chemische Bindung ist von geringem Einfluß. Man kann in vielen Fällen die Refraktion eines Moleküls additiv aus den Refraktionen seiner Bausteine, also der Atome oder Ionen, zusammensetzen.

Eine seltsame, „Mitführung des Lichtes“ genannte Tatsache ist 1818 von A. FRESNEL vorausgesagt und 1851 von A. H. L. FIZEAU aufgefunden worden:

1) In Lösungen ist $n = \frac{n_{\text{Lösung}}}{n_{\text{Lösungsmittel}}}$.

Ein in der Lichtrichtung mit der Geschwindigkeit u bewegter Stoff hat eine andere Brechzahl als der gleiche Stoff in Ruhe. Die Geschwindigkeit u des Stoffes verändert also die Geschwindigkeit c/n des Lichtes in diesem Stoff, aber nicht etwa um den vollen Betrag $\pm u$, sondern (Näherung!) nur um den Betrag $\pm u(1 - 1/n^2)^1$.

Die Mitführung des Lichtes kann man sich wenigstens qualitativ mit der Gleichung

$$\frac{(n^2 - 1)}{(n^2 + 2)} = \text{const } \mathfrak{N} \tag{199} \text{ von S. 176}$$

verständlich machen. — In dieser Gleichung bedeutet \mathfrak{N} das Verhältnis (Molekülzahl/Volumen). \mathfrak{N} bedeutet aber zugleich die Zahl der Moleküle, die ein kurzer Lichtstoß (Bündelquerschnitt $= 1 \text{ m}^2$) in der Zeit $t = 1 \frac{c}{n}$ Sekunden erreicht und zur Sekundärstrahlung anregt. Jetzt bewege sich der Stoff in der gleichen Richtung wie das Licht. Dann werden in t Sekunden

nicht mehr \mathfrak{N} , sondern nur noch $\mathfrak{N} \frac{\frac{c}{n} - u}{\frac{c}{n}}$ Moleküle erreicht und zur Sekundärstrahlung

angeregt. Also wird in Gl. (199) \mathfrak{N} und damit das Verhältnis $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ kleiner. D. h. die Brechzahl ist im mitlaufenden Stoff kleiner als im ruhenden. Beim Ausrechnen bekommt man als Mitführungszahl aber nicht $(1 - \frac{1}{n^2})$, sondern $(1 - \frac{a}{n^2})$. Dabei hat a nur für $n = 2$ den empirisch gesicherten Wert 1.

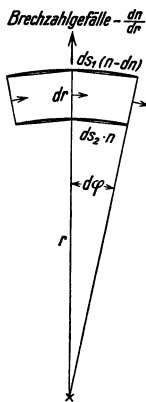


Abb. 380. Zur Herleitung der Gl. (201). Die drei Pfeile markieren die Kippung der an ihren Enden gezeichneten Wellenberge. Für die „optischen Weglängen“ gilt nach Gl. (4a) von S. 5 $ds_1 \cdot (n - dn) = ds_2 \cdot n$. Ferner entnimmt man der Skizze geometrisch

$$ds_1 = d\varphi(r + dr),$$

$$ds_2 = d\varphi \cdot r.$$

Die Zusammenfassung der drei Gleichungen gibt Gl. (201).

Elegant, aber wie leider immer nur formal, bekommt man die Mitführung aus den Lorentz-Transformationen der Relativitätstheorie.

§ 109. Krumme Lichtstrahlen. Schlierenmethode. Die Brechzahl einer monochromatischen Strahlung hängt von der Konzentration \mathfrak{N} der wirksamen Moleküle ab [Gl. (199)]. Diese kann man innerhalb eines Raumes stetig ändern und so der Brechzahl ein Gefälle erteilen. In einem solchen Raume beobachtet man Lichtbündel mit gekrümmten Grenzen, z. B. in Abb. 381. Zeichnerisch stellt man die Grenzen gekrümmter Bündel oder auch ihre Achsen mit krummen Lichtstrahlen dar. Der Krümmungsradius eines Strahles ändert sich im allgemeinen längs seines Weges. Für jeden Ort x gilt

$$r = \frac{n}{dn/dr}. \tag{201}$$

(Herleitung unter Abb. 380.)

Dabei ist dn/dr das Brechungsgefälle am Orte x in der zum Strahle senkrechten Richtung.

Experimentell lassen sich Brechzahlgefälle mit Lösungen herstellen. Am besten nimmt man zwei in jedem Verhältnis mischbare Flüssigkeiten und schichtet Lagen von passend gewählten Zusammensetzungen übereinander. Die anfänglich vorhandenen Schichtgrenzen verschwinden bald durch Diffusion. Auf diese Weise ist in Abb. 381 ein angenähert lineares Brechzahlgefälle verwirklicht. Unten liegt reiner Schwefelkohlenstoff ($n = 1,63$), oben reines Benzol ($n = 1,50$), der Übergang ist mit etwa 10 Schichten von je 1 cm Dicke hergestellt worden. Das Lichtbündel

1) Anordnung wie in Abb. 379. Nur durchsetzen beide Lichtbündel eine mit Wasser gefüllte Kammer. Das Wasser strömt in beiden Kammern in entgegengesetzten Richtungen mit der Geschwindigkeit u .

wird im Scheitel am stärksten gekrümmt, d. h. sein Krümmungsradius r bekommt seinen kleinsten Wert. Das entspricht der Gl. (201): Im Scheitel ist das Gefälle der Brechzahl senkrecht zur Lichtrichtung am größten.

In Abb. 382 liegt das Brechungsgefälle ebenfalls vertikal, es wechselt aber in halber Höhe seine Richtung. Auf diese Weise kann man ein Lichtbündel mit wellenförmigem Verlauf vorführen.

Mit Lösungen und Diffusion lassen sich ferner radialsymmetrische Brechungsgefälle herstellen. Für Vorführungen begnügt man sich mit Zylindersymmetrie. Die Abb. 383 zeigt im Längsschnitt einen kurzen zylindrischen Gelatinepudding mit ebenen Endflächen. In ihm ist Glycerin gelöst, die Konzentration ist in der Achse am größten, an der Mantelfläche gleich Null. So entsteht ein Brechungsgefälle in radialer Richtung. Ein solcher Zylinder wirkt als Sammellinse. Einige Strahlen sollen die Abbildung eines Dingpunktes veranschaulichen. Die Strahlen sind im Inneren des Zylinders gekrümmt.

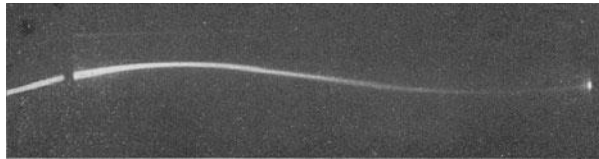


Abb. 382. Lichtbündel mit wellenförmigem Verlauf. Die Brechzahl hat in der Mitte ihren größten Wert. Unten gesättigte konzentrierte Alaunlösung, Dichte = $1,04 \text{ g/cm}^3$. Darüber Glycerin mit Alkohol, etwa 1 : 1. Dichte = $1,01 \text{ g/cm}^3$. Oben Wasser mit etwa 10% Alkohol, Dichte = $0,98 \text{ g/cm}^3$. Alle Lösungen mit Chininsulfat und Schwefelsäure versetzt und die Grenzen durch eine mehrstündige Diffusion beseitigt. Rezept von R. W. Wood.

Die Abbildung mit gekrümmten Strahlen spielt in den Augen der Tiere eine große Rolle. An erster Stelle sind wohl die Facettenaugen der Insekten in ihren verschiedenen Ausführungsformen zu nennen. Doch sind auch in der Linse des Wirbeltierauges Brechungsgefälle und gewölbte Begrenzung kombiniert. Strenggenommen muß man in einer Skizze des menschlichen Auges die Strahlen im Innern der Linse gekrümmt zeichnen.

Ihrer Wichtigkeit halber wollen wir die Abbildung mit krummen Strahlen auch in die Wellendarstellung übersetzen. Zu diesem Zweck bringen wir in Abb. 385 einen Modellversuch mit Wasserwellen. — Wir gehen von Abb. 359, S. 169, aus und legen zwischen die beiden Spaltbacken unter die Wasseroberfläche ein flach zylindrisch gewölbtes Metallblech. Sein Querschnitt ist in Abb. 384 skizziert. Seine Achsenrichtung steht senkrecht zum Spalt, seine Gestalt ist rechteckig. So entsteht ein rechteckig begrenzter Flachwasserbereich von ungleicher Tiefe. Die Wassertiefe ist in der Mitte bei α am kleinsten, an den seitlichen Rändern am größten. Infolgedessen laufen die Wellen in der Mitte langsamer als an den Rändern. Sie verlassen den rechteckigen Bereich konvergent und vereinigen sich in einem Bildpunkt (Abb. 385).

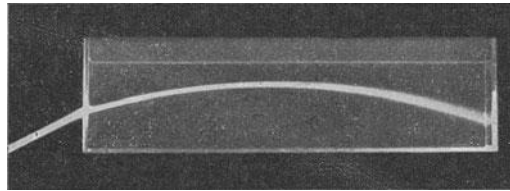


Abb. 381. Ein gekrümmtes Lichtbündel in einer Flüssigkeit mit vertikalem, angenähert linearem Brechungsgefälle. Die rechts auftretende Fächerung ist eine Folge der Dispersion: Die Bahn der kurzen Wellen ist am stärksten gekrümmt. Zugleich Modellversuch zur Entstehung des „grünen Strahles“ (S. 180).

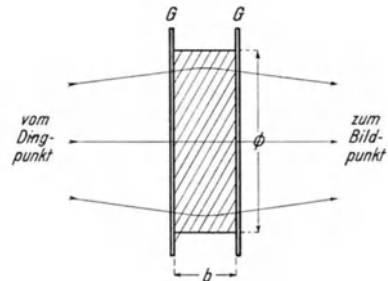


Abb. 383. Ein eben begrenzter Zylinder mit radialem Brechungsgefälle wirkt wie eine Sammellinse. (Der Gelatinezylinder enthielt ursprünglich Glycerin in hoher Konzentration und gleichmäßiger Verteilung. Dann wurden die planen Endflächen mit Glas abgedeckt und der Zylinder in Wasser gestellt. Dabei diffundierte ein Teil des Glycerins aus dem Zylindermantel heraus. So entstand das richtige Konzentrationsgefälle.)

Brechungsgefälle mit Kugelsymmetrie spielen bei astronomischen Beobachtungen eine große Rolle. Wir erwähnen nur ein Beispiel. Die Dichte der Erdatmosphäre nimmt von unten nach oben ab. Ein tangential zur Erdoberfläche einfallender Strahl erreicht das Auge des Beobachters auf gekrümmter Bahn. Die den Horizont berührende Sonne ist in Wirklichkeit gerade untergegangen, die „atmosphärische Strahlenbrechung“ läßt sie um 32 Bogenminuten zu hoch erscheinen. Daher kann bei einer Mondfinsternis ein überraschender Fall eintreten: Man sieht die Sonne und den verfinsterten Mond einander gegenüberstehend beide zugleich oberhalb des Horizontes.

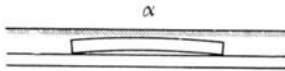


Abb. 384.

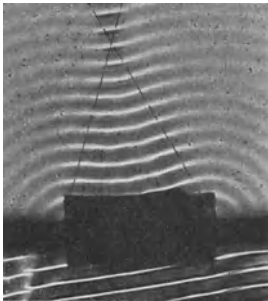


Abb. 385.

Abb. 384 und 385. Ein Modellversuch mit Wasserwellen veranschaulicht den Wellenverlauf in Abb. 383.

Beim Sonnenuntergang sieht man nicht selten, vor allem auf See, den zuletzt verschwindenden Rest der Sonnenscheibe grünblau aufleuchten. Diese als „grüner Strahl“ bekannte Erscheinung erklärt sich durch die starke Bahnkrümmung des kurzwelligen Lichtes (Abb. 381) und keineswegs durch eine Kontrastwirkung im Auge.

An der atmosphärischen Strahlenbrechung ist das Schwerefeld der Erde nur indirekt beteiligt. Es erzeugt im Verein mit der molekularen Wärmebewegung ein Dichtegefälle der Gasmoleküle und dadurch das Brechungsgefälle.

Überraschenderweise scheinen aber Schwerefelder schon ohne Mitwirkung von Molekülen ein Brechungsgefälle im leeren Raum erzeugen zu können. Das Licht der Fixsterne erfährt (nur bei Sonnenfinsternissen sichtbar) unmittelbar neben der Sonnenscheibe eine Strahlenablenkung von ungefähr 2 Bogensekunden. Eine Deutung der Tatsache steht noch aus. Sie spielt in der allgemeinen Relativitätstheorie eine wichtige Rolle.

Man kann diese Tatsache mit folgendem Satz beschreiben: Das Licht benimmt sich im Schwerefeld wie ein Geschoß der Geschwindigkeit $u = 3 \cdot 10^8$ m/sec. Es durchläuft eine Parabelbahn.

Örtliche Gefälle von Konzentration und Brechzahl in einer ungestörten Umgebung erzeugen die allbekannten Schlieren. Man halte ein brennendes Streichholz in etwa 2 m Abstand vor eine punktförmige Lichtquelle (z. B. Bogenlampenkrater). Dann erscheinen die heißen Flammengase an der Wand als Schlieren. Das sind schattenähnliche Bilder, teils dunkler, teils heller als die Umgebung. In den dunklen Gebieten fehlt Strahlung, sie ist durch ein Brechungsgefälle zur Seite abgelenkt worden. Sie trifft andere Teile des Schirmes, und diese erscheinen aufgehellt.

Diese einfache Form der Schlierenbeobachtung benutzt eine Hellfeldbeleuchtung (S. 45). Sie genügt in vielen Fällen, z. B. zur Vorführung von Wolken oder Strahlen aus Benzindampf, Leuchtgas usw. Mit einer Dunkelfeldbeleuchtung läßt sich die Empfindlichkeit erheblich steigern. Die Beobachtungsfläche (Wandschirm, photographische Platte, Netzhaut) wird vor der direkten Strahlung geschützt, man läßt zu ihr nur seitlich abgelenkte Strahlung gelangen. Die Abb. 386 zeigt dies Verfahren, bekannt unter dem Namen Schlierenmethode.

Die Anordnung gleicht im Prinzip einem Projektionsapparat, nur wird die Pupille der abbildenden Linse (Lampenschild) durch eine Blende abgedeckt. Daher kann keine Strahlung der Lampe auf dem normalen Wege (ausgezogene Strahlen) zum Schirm gelangen, sondern nur abgelenkt (gestrichelt) durch irgendwelche Inhomogenitäten im Bereich der Dingebene EE . Diese abgelenkte Strah-

lung entwirft auf dem Schirm ein Bild der Inhomogenitäten, und zwar hell auf dunklem Grunde. — Bei der praktischen Ausführung gibt man der Kondensorlinse eine Brennweite von mehreren Metern Länge. Dadurch erreicht man eine hohe Empfindlichkeit. Beispiele so gewonnener Schlierenbilder finden sich im Mechanikband (Abb. 429/31).

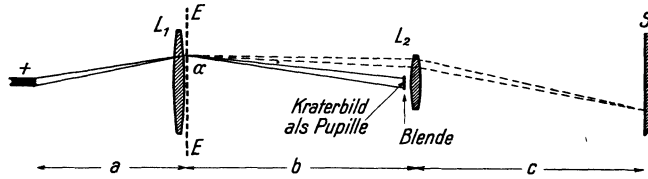


Abb. 386. TÖPLERSCHE Schlierenmethode. Die Dingebene EE entspricht dem Diapositiv eines Projektionsapparates. Es ist nur ein zum Punkt α der Dingebene gehörendes Teilbündel mit seinen beiden Randstrahlen skizziert. (Man denke sich bei α ein kleines Loch.) Der Durchmesser der abbildenden Linse muß größer sein als die Eintrittspupille. Man kann diese Linse außerhalb der Pupille zonenweise färben, z. B. von innen nach außen rot, grün usw. Dann sieht man schwache, das Licht wenig ablenkende Schlieren rot, stärkere, das Licht mehr ablenkende Schlieren grün usw. Zahlenbeispiel für einen Schauversuch: Linse L_1 : $f = 1$ m, $\varnothing = 12$ cm; $a = 1,5$ m, $b = c = 4$ m.

Die kreisförmige Blende vor der Pupille wird oft durch eine Schneide ersetzt. Damit schaltet man alle parallel zur Schneide gerichteten Brechungsgefälle aus. So kann man die Richtung der Brechungsgefälle ermitteln.

§ 110. Allgemeines über die Darstellung der Lichtabsorption. Die empirisch gefundenen Dispersionskurven ließen sich durch erzwungene Schwingungen deuten: Man hatte im Inneren der Moleküle elektrische Resonatoren anzunehmen; ihre Eigenfrequenzen stimmten mit den Frequenzen ν_0 in den Maximis der Absorptionsbanden überein. — Bei dieser Sachlage wird man zwangsläufig auf eine Deutung des Absorptionsvorganges geführt: Die Dämpfung der Resonatoren verzehrt einen Teil der einfallenden Lichtenergie und verwandelt ihn in andere Energieformen, z. B. in Wärme. Die quantitative Durchführung dieses Gedankens folgt in § 111. Zuvor bringen wir einige wichtige Bemerkungen über die zahlenmäßige und graphische Darstellung der Lichtabsorption.

Zur Messung der Lichtabsorption benutzt man drei verschiedene Größen:

1. die Absorptionskonstante K , definiert auf S. 130,
2. ihren Kehrwert, die mittlere Reichweite des Lichtes, also $w = K^{-1}$,
3. den Absorptionskoeffizienten $(n\kappa)$ definiert durch die Gl.

$$(n\kappa) = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot K. \quad \text{Gl. (125) von S. 146}$$

Die Größe $(n\kappa)$ benutzt man bei der Darstellung der Lichtausbreitung mit Hilfe von Wellen, z. B. bei der Reflexion an Oberflächen und Trennflächen. Man benötigt $(n\kappa)$, falls die Absorption „stark“, d. h. $w < \lambda$ ist.

Mit der Größe K hingegen erfaßt man den energetischen Umsatz der Strahlung im Innern des Körpers, unabhängig von den Sondervorgängen an der Oberfläche. Für $w > \lambda$ ist nur K von Bedeutung, nicht $(n\kappa)$.

Eine graphische Darstellung von K längs des Spektrums gibt ein ganz anderes Bild als eine solche von $(n\kappa)$. Das zeigt ein Vergleich der Abb. 361 und 362 auf S. 170. Beide beziehen sich auf den gleichen Stoff, nämlich auf NaCl (Steinsalz). Am größten sind die Unterschiede im Röntgengebiet, $(n\kappa)$ hat dort verschwindend kleine Werte, K hingegen große.

Die Absorption des Röntgenlichtes wird meistens stark unterschätzt. Die kleinsten Absorptionskonstanten K oder die größten Reichweiten w des Lichtes finden sich im allgemeinen keineswegs im Röntgengebiet, sondern im Sichtbaren und in den benachbarten (vor allem den ultraroten) Spektralbereichen

(Abb. 361). Eine Ausnahme machen nur die Metalle (einschließlich der metallartigen Verbindungen, z. B. der Metallsulfide). Durch Metalle wird tatsächlich hartes Röntgenlicht weniger absorbiert als ultraviolettes oder sichtbares Licht, vgl. Abb. 387. — Die Überlegenheit des Röntgenlichtes gegenüber „gewöhnlichem“ Licht besteht in etwas anderem: Es wird durch inhomogene, trübe Medien, wie Holz, Fleisch, Knochen usw., nicht zerstreut. Es nimmt von den zahllosen unregelmäßigen Grenzflächen zwischen den einzelnen Bestandteilen inhomogener Körper keine Notiz. Grund: $n = 1$ und $(n\kappa)$ verschwindend klein (Abb. 362). „Gewöhnliches“ Licht ist jedoch gegen innere Grenzflächen äußerst empfindlich: Die Streuung verursacht eine starke Extinktion. Zu Speisesalz zerpulvert, läßt auch NaCl kein sichtbares Licht hindurch (Grund $n > 1$ und daher vielfache Reflexionen, S. 132).

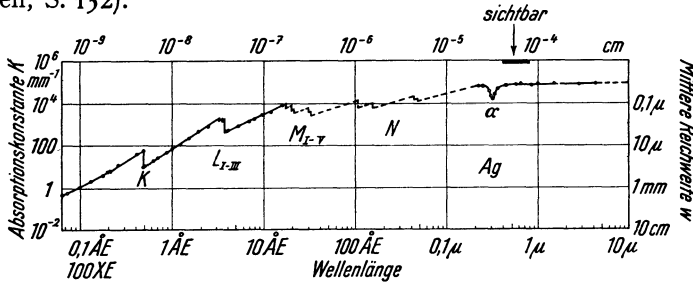


Abb. 387. Das Absorptionsspektrum eines Metalles (Silber). Gleicher Maßstab wie in Abb. 361. Die dort im NaCl vorhandene Absorptionslücke zwischen rund $0,2$ und 20μ fehlt hier. Das kleine Minimum α bei $\lambda = 0,32 \mu$ ist dieser Lücke in keiner Weise vergleichbar. Die mittlere Reichweite w des Lichtes erreicht in ihr nur einen Wert von rund $0,1 \mu$!

Eine Extinktion durch Streuung spielt erst bei hartem Röntgenlicht ($\lambda < 10^{-9}$ cm) eine merkliche Rolle. Sie entsteht durch den Compton-Effekt (§ 167) und bei noch kleineren Wellen auch durch Kernprozesse.

Die Absorptionskonstante K ändert sich längs des Spektrums um viele Zehnerpotenzen. Daher muß man zur Darstellung großer Spektralbereiche die Ordinate logarithmisch unterteilen. Beispiele finden sich in den Abb. 361 und 387. Für kleine Spektralbereiche hingegen, etwa eine oder wenige Oktaven, genügt eine einfache Ordinatenenteilung. Beispiele in Abb. 388 und 389. — Die Absorptionsspektren bestehen allgemein aus einer Anzahl einzelner glockenartiger Banden. In der Regel sind sie nur unvollkommen voneinander getrennt, oft fließen einzelne schmale Banden zu breiten „unaufgelösten“ Banden zusammen (Beispiel in Abb. 495). Das gilt vor allem für Flüssigkeiten und feste Körper.

Man merke sich für einen vorläufigen Überblick: Im Gebiet des harten Röntgenlichtes sind die Absorptionsspektren allein durch die Atome bestimmt. Sie setzen sich additiv aus den Absorptionsspektren der anwesenden Atome zusammen. Chemische Bindung und Aggregatzustand sind ohne Einfluß. — Schluß: Die Absorption der Strahlung erfolgt in weit innen gelegenen, vor Einflüssen der Umgebung geschützten Atomschichten.

Im Gebiet des weichen Röntgenlichtes beginnt die chemische Bindung sich bemerkbar zu machen und ebenfalls der Aggregatzustand: Kristalle zeigen einige neue, den einzelnen Molekülen fehlende Banden. — Folgerung: Die für den Absorptionsvorgang maßgebenden Atomschichten liegen, äußeren Einflüssen nicht mehr ganz unzugänglich, unweit der Oberfläche.

Im ganzen übrigen Bereich, also im Ultravioletten, Sichtbaren und Ultraroten, hängen die Absorptionsspektren der Atome weitgehend vom Aggregatzustand ab. Außerdem entstehen durch ihre Vereinigung zu Molekülen neue Banden. — Schluß: Hier erfolgt die Lichtabsorption in den äußersten, auch für chemische Bindung, Flüssigkeitsbildung und Kristallbau maßgebenden Atomschichten.

§ 111. Quantitative Deutung der Absorptionsbanden. Absorptions-Spektralanalyse. Der Grundgedanke ist bereits aus § 110 bekannt: Das einfallende Licht soll elektrische Resonatoren in den Molekülen zu erzwungenen Schwingungen anregen. Dabei soll ein Teil der Lichtenergie durch den Dämpfungsmechanismus der Resonatoren in eine andere Energieform, z. B. in Wärme, umgesetzt werden. Zugunsten dieser Deutung spricht schon die Gestalt einzelner, d. h. von ihren Nachbarn gut getrennter Absorptionsbanden. Sie zeigen oft eine auffallende Ähnlichkeit mit der Energie-Resonanzkurve erzwungener Schwingungen, also mit Abb. 332. In dieser Abbildung bedeutet die Ordinate die von einem gedämpften Resonator verzehrte Leistung W_v (Energie je Sekunde, meßbar in Watt).

Die quantitative Ausführung des Grundgedankens lehnt sich eng an § 99 an. Es sollen also als elektrische Resonatoren wieder Dipole angenommen werden. Das einfallende Licht soll wieder parallel gebündelt sein. Der absorbierende Stoff soll eine verdünnte Lösung sein und die Brechzahl n besitzen.

In einem Bündelabschnitt mit der Länge Δx und dem Querschnitt F befinden sich $\mathcal{N} F \Delta x$ gedämpfte Resonatoren. Sie erzeugen eine Absorptionskonstante

$$K = \frac{\Delta W_v}{W_p} \cdot \frac{1}{\Delta x}. \quad \text{[Definitionsgleichung (79) von S. 130]}$$

Darin bedeutet ΔW_v die von den Resonatoren verzehrte Leistung und

$$W_p = n \frac{\epsilon_0}{2} \mathcal{E}^2 c F \quad \text{Gl. (179) von S. 161}$$

die Leistung der F durchsetzenden und die Resonatoren erregenden Strahlung¹⁾. ΔW setzt sich additiv aus der von allen Resonatoren verzehrten Leistung zusammen. Jeder einzelne von ihnen verzehrt die Leistung

$$W_v = 4\pi H \cdot E. \quad \text{Gl. (164b) von S. 156}$$

Darin ist H die Halbwertsbreite der Energie-Resonanzkurve, E ist der aus Gl. (161) von S. 155 bekannte Mittelwert der vom Resonator aufgenommenen kinetischen Energie, also

$$E = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \frac{e^2 \mathcal{E}_i^2}{m} \frac{v^2}{(v_0^2 - v^2)^2 + \left(\frac{\Lambda}{\pi}\right)^2 \cdot v_0^2 v^2}. \quad (161)$$

Λ = logarithmisches Dekrement des Resonators.

Die Amplitude \mathfrak{R} der erregenden Kraft ist hier nicht $= e\mathcal{E}$ gesetzt, sondern $= e\mathcal{E}_i$. \mathcal{E}_i ist die den einzelnen Resonator erregende Amplitude des Lichtes. Sie ist in Körpern mit einer Brechzahl $n > 1$ (Flüssigkeiten und Kristallen) größer als die im Vakuum vorhandene Feldstärkenamplitude \mathcal{E} ²⁾. Es gilt

$$\mathcal{E}_i = \frac{\mathcal{E}}{3} (n^2 + 2). \quad (202)$$

Die Zusammenfassung dieser Gleichungen ergibt als Absorptionskonstante

$$K = \frac{\mathcal{N}' e^2}{2\pi c \epsilon_0 m} \cdot \frac{H \cdot v^2}{(v_0^2 - v^2)^2 + \left(\frac{\Lambda}{\pi}\right)^2 \cdot v_0^2 v^2} \cdot \frac{(n^2 + 2)^2}{9n}. \quad (203)$$

¹⁾ Die Begründung für den Faktor n findet man auf S. 135.

²⁾ Eine auf S. 157 noch nicht erwähnte Verfeinerung. Ihre Begründung findet man S. 59 des Elektrizitätsbandes. Dort wurde die Feldstärke im Vakuum \mathcal{E}_0 genannt, während wir hier nur \mathcal{E} schreiben. So kommen wir dort zur Gleichung

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E} + \frac{N}{\epsilon_0} \mathfrak{P}. \quad (206)$$

Diese vereinigt man mit der Definitionsgleichung der elektrischen Polarisation

$$\mathfrak{P} = \mathcal{E} \cdot \epsilon_0 (\epsilon - 1). \quad (170) \text{ von S. 157}$$

Man wählt als Entelektrisierungsfaktor N den einer Kugel, also $N = \frac{1}{3}$, setzt $n^2 = \epsilon$ und bekommt damit die Gl. (202).

Mit $\nu = \nu_0$ erhalten wir den Höchstwert K_{\max} . Gleichzeitig lösen wir nach \mathcal{N} auf, entfernen Λ mit Hilfe der Gl. (162a) von S. 155 und erhalten

$$\mathcal{N} = \frac{2\pi c \epsilon_0 m}{e^2} \frac{9n}{(n^2 + 2)^2} K_{\max} \cdot H. \quad (204)$$

Endlich setzen wir \mathcal{N} proportional zu \mathcal{N} , der Zahl der Moleküle im Einheitsvolumen, und erhalten

$$\mathcal{N} = \text{const} \cdot K_{\max} \cdot H. \quad (205)$$

Die Konstante hat die Dimension $\text{sek} \cdot \text{m}^{-2}$,
 K = Absorptionskonstante in m^{-1} ,
 H = Halbwertsbreite der Bande im Frequenzmaß (sek^{-1}),
 \mathcal{N} = Zahl der Resonatoren/Volumen, \mathcal{N} = Zahl der Moleküle/Volumen,
 ϵ_0 = Influenzkonstante = $8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek./Volt Meter,
 e = Elementarladung = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek., $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec,
 m = Masse der schwingenden Ladung, für ein Elektron z. B. $9 \cdot 10^{-31}$ kg,
 n = der zu ν_0 , der Frequenz des Bandenmaximums, gehörenden Brechzahl des Stoffes.
 Die Dispersion spielt keine merkliche Rolle.

Überraschenderweise erscheint in Gl. (205) nur die Halbwertsbreite H , nicht aber das Verhältnis $H/\nu_0 = \Lambda/\pi$ ($\Lambda = \log.$ Dekrement!).

Bei der Herleitung dieser Gleichungen ist die wechselseitige Beeinflussung der absorbierenden Moleküle außer Ansatz geblieben. Aus diesem Grunde können beide Gleichungen nur für verdünnte Lösungen und für Gase mäßiger Dichte (n nahezu = 1!) gelten.

Mit der Gl. (203) kann man die Gestalt der Absorptionskurven berechnen. Die Abb. 388/89 geben zwei Beispiele. — Abb. 388 bezieht sich auf eine feste Lösung von Kalium in einem KBr-Kristall. Ein kleiner Bruchteil der K^+ -Ionen, etwa 1 auf $3 \cdot 10^5$, hat als Partner nicht ein Br^- -Ion, sondern ein Elektron. Beide zusammen bilden ein absorbierendes Zentrum, in diesem Fall kurz „Farbzentrum“ genannt. — Abb. 389 gilt für eine dampfförmige Lösung von Quecksilber in verdichtetem Wasserstoff. Auf rund $6 \cdot 10^6$ H_2 -Moleküle entfällt ein Hg-Atom.

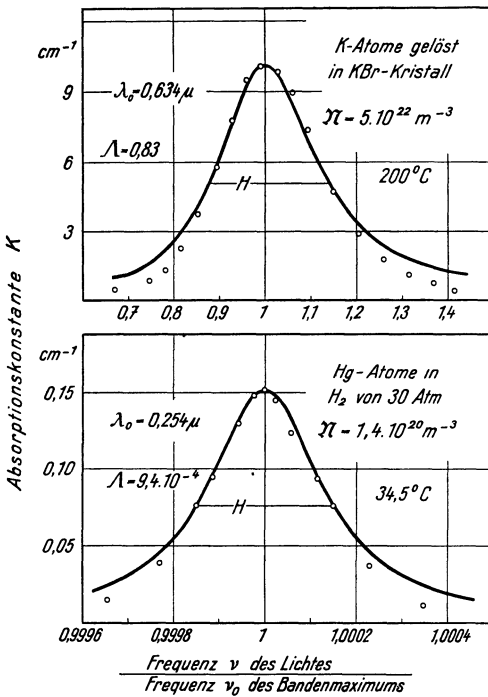


Abb. 388 und 389. Darstellung optischer Absorptionsbanden durch Energie-Resonanzkurven (Abb. 332). (Abb. 389 nach Messungen von G. Joos.) Vgl. S. 210.

Man beachte die verschiedene Teilung der Abszissen. In Abb. 388 ist die Absorptionskurve eine breite Bande, man findet das Verhältnis $H/\nu_0 = 0,264$ oder $H = 1,21 \cdot 10^{14} \text{sek}^{-1}$. In Abb. 389 hingegen handelt es sich um eine durch thermische Zusammenstöße verbreiterte Spektrallinie. Es ist $H/\nu_0 = 3 \cdot 10^{-4}$ oder $H = 3,54 \cdot 10^{11} \text{sek}^{-1}$. In beiden Beispielen stimmen die berechneten Kurven recht befriedigend mit den Meßpunkten überein. Somit liefert die Voraussetzung der Rechnung, die Annahme exponentiell gedämpfter Resonatoren, ein durchaus brauchbares Bild der tatsächlichen Verhältnisse. Das ist aber keineswegs bei allen Absorptionsbanden der Fall. Die systematischen

Abweichungen zwischen Rechnung und Messung werden in den meisten Fällen erheblich größer als in den Abb. 388/89. Dann kann man exponentiell gedämpfte Resonatoren nur noch als rohes Bild bewerten.

Die Gl. (205) dient zur Bestimmung von \mathfrak{N} , des Verhältnisses (Molekülzahl/Volumen), oder kurz, der Molekülkonzentration. Man kann also eine Molekülkonzentration \mathfrak{N} auf optischem Wege messen, nämlich aus Höhe und Halbwertsbreite einer Absorptionsbande. Dies Verfahren ist, der Herleitung von Gl. (205) entsprechend, auf kleine Konzentrationen beschränkt. Nur dann ist das Produkt $K_{\max} \cdot H$ proportional zu \mathfrak{N} [BEERSches Gesetz¹, Gl. (205)].

Vorsicht verlangt die Bestimmung der Konstanten der Gl. (205). In Einzelfällen, z. B. dem in Abb. 388 gewählten, kann man erfahrungsgemäß $\mathfrak{N} = \mathfrak{N}'$ setzen, d. h. die Konstante mit Gl. (204) aus universellen Größen und der Brechzahl des Lösungsmittels berechnen. In der Mehrzahl der Fälle aber, z. B. in Abb. 389, muß man die Konstante empirisch, mit einer chemisch meßbaren Konzentration \mathfrak{N} bestimmen. Das ist oft schwierig.

Die optische „Absorptions-Spektralanalyse“ ist der chemischen Analyse an Empfindlichkeit überlegen. Wir überschlagen die Größenordnungen: Die Konstante der Gl. (205) hat die Größenordnung $6 \cdot 10^5 \text{ sec } m^{-2}$. Bei 10 cm Schichtdicke lassen sich Absorptionskonstanten K_{\max} bis herab zu 1 m^{-1} ($= 0,01 \text{ cm}^{-1}$) messen. — Entscheidend wird jetzt die Größe H . Für feste und flüssige Körper wird H nur selten kleiner als 10^{14} sec^{-1} . Mit diesen Zahlenwerten kann man noch etwa 10^{20} Moleküle je Kubikmeter optisch bestimmen. Nun enthält 1 m³ eines festen oder flüssigen Stoffes der Größenordnung nach 10^{28} Moleküle¹). Man kann also optisch ein gelöstes Molekül noch unter 10^8 Molekülen eines festen oder flüssigen Lösungsmittels erfassen. — In Gasen und Dämpfen ist die Größe H erheblich kleiner, Werte von 10^{10} sec^{-1} sind nicht selten. Dann genügt eine Absorption in 10 cm Schichtdicke, um 10^{16} Moleküle je Kubikmeter nachzuweisen. Einer solchen Moleküldichte entspricht ein Dampfdruck der Größenordnung 10^{-9} Atmosphären.

Quecksilber hat bei Zimmertemperatur einen Sättigungsdampfdruck (= Dampfspannung) von $1,6 \cdot 10^{-6}$ Atmosphären entsprechend $4 \cdot 10^{19}$ Atomen im Kubikmeter. In unzureichend gelüfteten Laboratoriumsräumen können also bis zu 1,6 Hg Atome unter 10^6 Luftmolekülen enthalten sein. Optisch läßt sich bereits ein kleiner Bruchteil dieses Gehaltes bestimmen. Man benutzt für die Absorptionsmessungen die Wellenlänge $\lambda = 0,2537 \mu$. Ein Schauversuch wird auf S. 212 folgen.

Auch in flüssigen und festen Stoffen ist die Absorptions-Spektralanalyse mit Nutzen angewandt worden, so bei der Auffindung des antirachitischen Vitamins und der physikalischen Untersuchung des „latenten“ photographischen Bildes.

§ 112. Zur Beschaffenheit der optisch wirksamen Resonatoren. Die klassische Deutung von Dispersion und Absorption mit Hilfe erzwungener Schwingungen vermag die Beobachtungen mit guter Näherung wiederzugeben. Sie soll daher durch einige Angaben über die Art der Resonatoren ergänzt werden.

Das Licht ruft wie ein elektrisches Wechselfeld in den Molekülen²) Influenz hervor: Die Moleküle werden elektrisch „deformiert“ oder „polarisiert“, die Schwerpunkte ihrer positiven und negativen Ladungen gegeneinander verschoben. Diese periodische Änderung der Ladungsverteilung ersetzt man durch das Schema eines schwingenden Dipols. An seinen Enden werden zwei Elementarladungen angenommen, also $\pm 1,6 \cdot 10^{-19}$ Amperesekunden.

¹) Gilt genau für einen Stoff mit dem Molekulargewicht 100 und der Dichte $1,66 \text{ g/cm}^3 = 1660 \text{ kg/m}^3$. (Sein Kilomol enthält nach LOSCHMIDT $6,02 \cdot 10^{26}$ Moleküle.)

²) Vgl. Anmerkung 1) auf S. 174.

Die Masse des Moleküls kann sich in sehr verschiedener Weise auf die Träger der beiden Ladungen verteilen. In einem Grenzfall ist der negativen Ladung nur die kleine Masse eines Elektrons zugeordnet, also $9 \cdot 10^{-31}$ kg, und die ganze übrige große Molekülmasse der positiven Ladung. Dann bleibt das Molekül als positives Ion praktisch in Ruhe, der Dipol entsteht nur durch Schwingungen des Elektrons um seine Ruhelage. Man spricht kurz von einem „quasielastisch gebundenen“ Elektron. Dies Ersatzschema hat sich oben sowohl für sichtbares Licht wie für Ultraviolett und Röntgenlicht quantitativ gut bewährt.

Anders im ultraroten Spektralgebiet. — Dort haben wir die zu den Reststrahlen gehörenden Absorptionsbanden kennengelernt. Sie wurden an kubischen Ionenkristallen beobachtet (Abb. 363). Eine Platte aus diesen Kristallen kann höchstens so dünn werden wie der Abstand D zweier benachbarter Gitterbausteine, also z. B. eines Na^+ und eines Cl^- Ions im NaCl. Eine solche Platte der Dicke D hat eine mechanische Eigenfrequenz

$$\nu = \frac{u}{2D}. \quad (207)$$

Dabei ist u die Schallgeschwindigkeit im Kristall. — Die so mechanisch berechnete Frequenz stimmt mit der optischen Frequenz der Reststrahlbande überein. Das zeigen die Zahlen der Tabelle 6.

Tabelle 6.

Kristall	Schallgeschwindigkeit ¹⁾ u	Abstand D benachbarter Gitterbausteine (positives Alkaliion und negatives Halogenion)	Frequenz der Reststrahlbande	
			berechnet nach Gl. (207)	beobachtet
NaCl	$3,3_1 \cdot 10^3$ m/sec	$2,81 \cdot 10^{-10}$ m	$5,9 \cdot 10^{12}$	$5,8 \cdot 10^{12}$
KCl	$3,0_9$	3,14	4,9	4,7
KBr	$2,3_2$	3,29	3,5	3,6
KJ	$1,9_5$	3,52	2,8	2,7

Man kann also im Falle der Reststrahlen eine optische Frequenz aus Daten nicht optischer Art berechnen. Darin liegt die grundsätzliche Bedeutung dieser 1908 von E. MADELUNG entdeckten Tatsache.

Diese Tatsache führt zugleich zu einer Aussage über die Art der Resonatoren im Reststrahlgebiet: Beide Elementarladungen sind an die große Masse von Ionen gebunden. Diese Ionen, z. B. Na^+ und Cl^- , schwingen gegeneinander und bilden so einen schwingenden Dipol. Hier ist also das Bild des Dipols schon mehr als ein Ersatzschema.

In den einfachsten Ionenkristallen, also vom Typus NaCl, haben die Moleküle jede individuelle Existenz verloren. Das ist aber ein Grenzfall. In vielen anderen Kristallen bewahren ganze Moleküle oder Teile von ihnen ein Sonderdasein. In solchen, auch im Kristallverband selbständigen Molekülen können paarweise entgegengesetzt geladene Bausteine Dipole bilden und durch erzwungene Schwingungen ultrarotes Licht absorbieren. Zwei aus vielen Beispielen finden sich in den Abb. 390/91. Beide Bilder zeigen je eine der NO_3^- und der NO_2^- Gruppe zugehörige Absorptionsbande. Sie liegen bei etwa 7,2 und 8,0 μ . Abb. 391 gilt für KNO_3^- und KNO_2^- -Kristalle, Abb. 390 für eine Lösung dieser Salze in einem

¹⁾ Die Schwingungsdauer $T = 1/\nu$ für die mechanische Grundschwingung eines Stabes ist $= 2D/u$. D. h. eine longitudinale elastische Störung durchläuft während der Zeit T die ganze Stablänge D zweimal, nämlich auf dem Hin- und dem Rückweg. — Als Schallgeschwindigkeit im Innern eines festen Körpers wird fast immer stillschweigend der für den Sonderfall eines Stabes gültige Wert angegeben [vgl. Mechanikband Abb. 339 und Gl. (94)]. — In Gl. (207) muß jedoch der für einen allseitig ausgedehnten Körper gültige Mittelwert benutzt werden.

KBr-Kristall. In diesem zweiten Fall ist ein Mischkristall gebildet, einzelne Br^- -Ionen sind teils durch NO_3^- , teils durch NO_2^- -Ionen ersetzt worden. — Trotz des verschiedenen Kristallbaues liegen die Absorptionsbanden des NO_3^- und des NO_2^- in beiden Fällen praktisch gleich. So führt also die Absorption ultraroter Strahlung zur Kenntnis innerer, für die einzelnen Moleküle charakteristischer Schwingungsfrequenzen. Man hüte sich aber vor einem Irrtum: Große, aus vielen Bausteinen zusammengesetzte Moleküle können viele Eigenfrequenzen besitzen (vgl. Mechanikband Abb. 320!), aber nur ein Teil der Frequenzen gehört zu Schwingungen elektrisch geladener Molekülteile. Nur diese Schwingungen können sich durch Absorptionsbanden bemerkbar machen. Der optische Nachweis der übrigen erfolgt auf anderem Wege (siehe § 115, Raman-Streuung).

Die permanenten elektrischen Momente der polaren Moleküle haben für die Absorption und Dispersion im optischen Spektralbereich keine Bedeutung. Ihre Rolle beginnt erst im Gebiet der elektrischen Wellen. Dort können Flüssigkeiten mit Dipolmolekülen starke Absorption zeigen und hohe Brechzahlen erreichen. Ein bekanntes Beispiel ist Wasser. Zwischen $\lambda = 0,1$ cm und $\lambda = 10$ cm steigt seine Brechzahl n vom optischen Wert 1,33 (Abb. 368) bis auf 9 und die Dielektrizitätskonstante $\epsilon = n^2$ bis auf 81. — Die Deutung ist folgende: Das elektrische Feld gibt (der Wärmebewegung entgegen) den Achsen der Dipole eine Vorzugsrichtung. Dazu muß es die Moleküle gegen reibungsähnliche Kräfte drehen. Es entsteht eine Phasenverschiebung zwischen der Amplitude des Drehwinkels und der Feldstärke. Für die quantitative Behandlung hat man nicht (wie bei den nur polarisierbaren Molekülen) mit einer Eigenfrequenz zu rechnen, sondern mit dem Kehrwert einer Relaxationszeit. Sie beträgt beim Wasser etwa 10^{-11} sec. Es ist die Zeit, innerhalb derer eine von einem Feld hergestellte Ordnung nach Beseitigung des Feldes auf $1/e = 37\%$ abfällt.

Die Absorptionsspektren der Metalle (einschließlich der metallischen Verbindungen, z. B. der Metallsulfide) unterscheiden sich im Röntgengebiet nicht von denen aller übrigen Stoffe. Auch bei Wellenlängen $> 0,1 \mu$ ist den Spektren aller festen und flüssigen Stoffe noch ein Zug gemeinsam: Sie lassen einzelne, zuweilen gut getrennte Absorptionsbanden erkennen; die zugehörigen Absorptionskonstanten K nähern sich in allen Maximis übereinstimmend der Größenordnung 10^5 mm^{-1} . Daneben aber zeigen die Metalle eine Besonderheit: Bei allen nichtmetallischen Stoffen folgt auf die Banden der „gebundenen“ Elektronen zunächst eine absorptionsfreie Lücke, Abb. 361. Erst dann setzt im Ultraroten die Absorption durch Ionen ein. Bei den Metallen hingegen beginnt im Ultravioletten eine zusätzliche, mit wachsender Wellenlänge kontinuierlich ansteigende Absorption. Meist überlagert sie sich schon den langwelligsten, von gebundenen Elektronen herrührenden Banden (Abb. 369). Sie läßt keine absorptionsfreie Lücke entstehen und bringt die Absorptionskonstante im Ultraroten auf die Größenordnung 10^5 mm^{-1} .

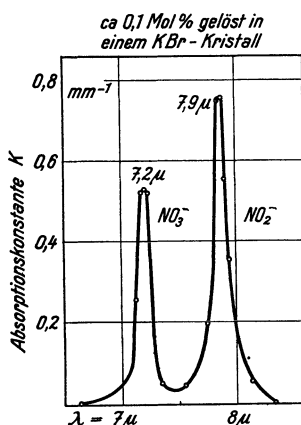


Abb. 390.

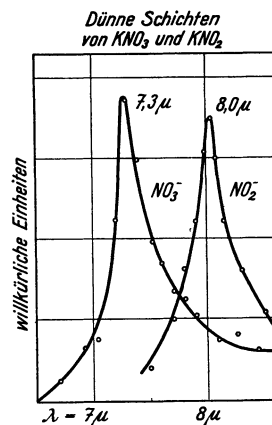


Abb. 391.

Abb. 390 und 391. Absorptionsspektren von NO_3^- - und NO_2^- -Ionen. Für Abb. 391 wurden dünne Kristallschichten von KNO_3 und KNO_2 benutzt, für Abb. 390 eine Lösung der Ionen in einem KBr-Kristall. Der angegebene Molgehalt bezieht sich auf den Schmelzfluß, aus dem der Kristall hergestellt wurde. Im Kristall ist der Molgehalt ungefähr zehnmal kleiner als in der Schmelze.

Diese zusätzliche, allen übrigen Stoffen fehlende Absorption der Metalle wird durch ihre elektrische Leitfähigkeit k verursacht, sie entsteht also durch „freie“ oder „Leitungselektronen“. — Bei $\lambda > 10 \mu$ kommt praktisch allein diese Absorption durch freie Elektronen in Frage. Dort kann man sie ebenso wie im Bereich elektrischer Wellen aus der Leitfähigkeit k berechnen. Es gelten die für elektrische Wellen aufgestellten Beziehungen¹⁾, nämlich

$$n = (n\kappa) = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{k}{\nu}} = 5,47 \sqrt{\text{Ohm}} \cdot \sqrt{k \cdot \lambda} \quad (208)$$

und

$$K = \sqrt{\frac{4\pi}{\epsilon_0 c} \cdot \frac{k}{\lambda}} = 68,7 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \sqrt{\text{Ohm}} \cdot \sqrt{\frac{k}{\lambda}}. \quad (209)$$

n = Brechzahl, $(n\kappa)$ = Absorptionskoeffizient, definiert durch Gl. (125) von S. 146.
 K = Absorptionskonstante, definiert durch Gl. (79) von S. 130, gemessen in m^{-1} ,
 λ = Wellenlänge in m,

¹⁾ Die Herleitung geht wieder von der MAXWELLSchen Beziehung

$$n^2 = \epsilon \quad (196) \text{ v. S. 175}$$

aus. Die Dielektrizitätskonstante ϵ ist bedingt durch die Elektrisierung \mathfrak{P} des Körpers, d. h. das je Einheitsvolumen vom Felde erzeugte elektrische Moment. Es gilt

$$\epsilon = 1 + \frac{\mathfrak{P}}{\epsilon_0 \mathfrak{E}}. \quad (170) \text{ v. S. 157}$$

\mathfrak{P} setzt sich in einem leitenden Körper aus zwei Anteilen zusammen. Der eine, \mathfrak{P}_A , rührt wie beim Isolator von der Influenzwirkung auf die einzelnen Atome her. Der andere Anteil, \mathfrak{P}_L , entsteht durch den vom elektrischen Felde erzeugten Leitungsstrom

$$J_L = \mathfrak{E} \cdot F \cdot k \quad (\alpha)$$

(F = Querschnitt, k = Leitfähigkeit, l = Länge des Körpers).

Dieser Strom transportiert in der Zeit $\tau = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi\nu}$ die Elektrizitätsmenge $q = \mathfrak{E} \cdot F \cdot k \cdot \tau$ und erzeugt je Einheitsvolumen das elektrische Moment

$$\mathfrak{P}_L = \frac{q \cdot l}{V} = \mathfrak{E} \frac{k}{2\pi\nu}. \quad (\beta)$$

Die beiden Anteile der Elektrisierung, \mathfrak{P}_A , herrührend vom Verschiebungsstrom, und \mathfrak{P}_L , herrührend vom Leitungsstrom, sind gegeneinander um 90° phasenverschoben (El.-Band § 87), sie stehen im Zeiger-Schaubild senkrecht zueinander. Ihre Summe ist also

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_A - i \mathfrak{P}_L = \mathfrak{P}_A - i \frac{\mathfrak{E} k}{2\pi\nu}. \quad (\gamma)$$

Wir vernachlässigen \mathfrak{P}_A , neben \mathfrak{P}_L , setzen \mathfrak{P} in Gl. (170) ein und erhalten eine komplexe Dielektrizitätskonstante

$$\epsilon' = 1 - i \frac{k}{2\pi\nu\epsilon_0}. \quad (\delta)$$

Folglich wird auch die Brechzahl $n' = \sqrt{\epsilon'}$ eine komplexe Größe

$$n' = n - i n\kappa. \quad (128) \text{ v. S. 147}$$

Schließlich vernachlässigen wir den Posten 1 in Gl. (δ) und erhalten

$$(n - i n\kappa)^2 = -i \frac{k}{2\pi\nu\epsilon_0}$$

oder

$$n^2 - i \cdot 2 n^2 \kappa - n^2 \kappa^2 = -i \frac{k}{2\pi\nu\epsilon_0}.$$

Gleichsetzen der Imaginärteile ergibt

$$2 n^2 \kappa = \frac{k}{2\pi\nu\epsilon_0}$$

und Gleichsetzen der Realteile

$$n^2 - n^2 \kappa^2 = 0$$

oder

$$\kappa = 1 \text{ und } n = (n\kappa) = \sqrt{\frac{k}{4\pi\nu\epsilon_0}}. \quad (208)$$

k = spezifische elektrische Leitfähigkeit, gemessen in $\text{Ohm}^{-1} \text{Meter}^{-1}$. Zahlenwerte in Tabelle 9, S. 184 des Elektrizitätsbandes,
 ϵ_0 = Influenzkonstante = $8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek./Volt-Meter.

Zahlenbeispiele: Für Silber, also ein sehr gut leitendes Metall, ist $k = 62 \cdot 10^6 \text{ Ohm}^{-1} \text{Meter}^{-1}$. Bei $\lambda = 10 \mu$ ($= 10^{-5}$ Meter) ist $n = (n \kappa) = 136$ und $K = 1,7 \cdot 10^5 \text{ mm}^{-1}$. Für Quecksilber, ein schlecht leitendes Metall, lauten die entsprechenden Zahlen: $k = 1,04 \cdot 10^8 \text{ Ohm}^{-1} \text{Meter}^{-1}$, $n = (n \kappa) = 17,6$ und $K = 2,2 \cdot 10^4 \text{ mm}^{-1}$.

Für derart hohe und gleiche Werte von n und $(n \kappa)$ vereinfacht sich die BEERsche Formel für das Reflexionsvermögen R . Man erhält statt Gl. (134) von S. 148 die gute Näherung von DRUDE

$$R = 1 - \frac{2}{(n \kappa)} \tag{210}$$

oder mit Gl. (208)

$$R = 1 - \frac{0,366 \text{ Ohm}^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{k \lambda}} \tag{211}$$

Einsetzen der obigen Zahlenwerte ergibt: Silber reflektiert bei $\lambda = 10 \mu$ 98,5% der senkrecht einfallenden Strahlungsleistung. (Vgl. dazu Abb. 370.) — In § 162 werden wir auf die Gl. (211) zurückkommen.

Freie Elektronen kommen nicht nur in Metallen vor, sondern auch in ionisierten Gasen. Sie finden sich stets in den oberen Schichten unserer Atmosphäre. Dort entstehen sie durch ionisierende Strahlungen, vor allem durch ultraviolettes Licht. Ihre Konzentration hat in 100 km Höhe die Größenordnung $\mathfrak{N} = 10^{11} \text{ m}^{-3}$.

Die von diesen freien Elektronen erzeugte Brechzahl ist aus der Gl. (199) von S. 176 zu berechnen. Man setzt die Eigenfrequenz $\nu_0 = 0$ und erhält

$$n^2 = \frac{1 - 54,4 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2} \cdot \frac{\mathfrak{N}}{\nu^2}}{1 + 27,2 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2} \cdot \frac{\mathfrak{N}}{\nu^2}} \tag{212}$$

Für eine Elektronenkonzentration von $\mathfrak{N} = 10^{11} \text{ m}^{-3}$ liefert Gl. (212) im Frequenzbereich des sichtbaren und ultraroten Lichtes (etwa $10^{15} - 10^{12} \text{ sec}^{-1}$) noch keine merklich von 1 abweichende Brechzahl. Anders im Gebiet der elektrischen Wellen: Für $\nu = 3 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$ (entsprechend $\lambda = 100 \text{ m}$) gibt Gl. (212) $n = 0,56$, also eine Phasengeschwindigkeit von $5,4 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$. Für

$$\frac{\mathfrak{N}}{\nu^2} > \frac{1}{54,4} \frac{\text{sec}^2}{\text{m}^3} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{N} \lambda^2 > 1,65 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-1} \tag{213}$$

liefert Gl. (212) sogar negative Werte für n^2 , d. h. die Brechzahl wird imaginär. Dann erfahren selbst senkrecht einfallende Wellen eine Totalreflexion. Mit ihrer Hilfe kann man die Größe der Elektronenkonzentration in verschiedenen Höhen bestimmen. Ein Zahlenbeispiel folgt in Tabelle 7. „Echos“ für $\lambda < 30 \text{ m}$ sind selten. Die für sie notwendige Elektronenkonzentration $\mathfrak{N} > 1,8 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$ kommt nur gelegentlich vor, und dann meist erst in Höhen von etwa 250 km.

Tabelle 7.

Ein Signal mit der Wellenlänge $\lambda =$	125 Meter	102 Meter
wird gemäß Gl. (213) total reflektiert bei einer Elektronenkonzentration $\mathfrak{N} =$	$1,1 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$
Seine Laufzeit t für Hin- und Rückweg wird gemessen =	$6,33 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$	$1 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$
Also lag die zur Totalreflexion führende Konzentration \mathfrak{N} in der Höhe $H_{\mathfrak{N}} = \frac{1}{2} t c =$	95 km	150 km

Die freien Elektronen der oberen Luftschichten (Kenelly-Heavyside-Schichten) sind für den Nachrichtendienst von großer Bedeutung. Sie reflektieren die elektrischen Wellen und leiten sie (auf gekrümmten Bahnen) ihrem fernen Ziele zu.

§ 113. Extinktion durch kleine stark absorbierende Teilchen, insbesondere durch kolloidale Metalle ($\varnothing \ll \lambda$). Nach der Behandlung der Dispersion kommen wir noch einmal auf die Extinktion durch fein verteilte kleine Teilchen zurück. Dort ist noch eine Lücke zu schließen.

Organische Farbstoffe und Metalle besitzen schon im sichtbaren Spektralbereich starke Absorption. In feiner Verteilung zeigen sie ganz andere Extinktionsspektren¹⁾ als in zusammenhängender Schicht. Ein altbekanntes Beispiel liefern die Rubingläser. Sie enthalten fein verteiltes Gold, lassen aber nicht, wie eine dünne Goldhaut, grünes Licht hindurch, sondern rotes (Abb. 392).

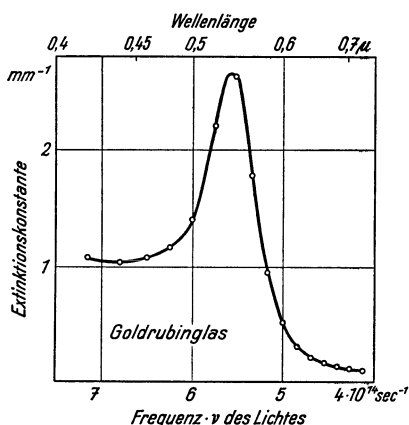


Abb. 392. Extinktionsspektrum eines Goldrubinglases.

Vorganges ist bekannt: Ein kleiner Teil der negativen Chlor-Ionen wird durch thermisch hineindiffundierende Elektronen verdrängt und ersetzt. Die so entstandenen Na-Atome ($= \text{Na}^+ \cdot \text{Ion} + \text{Elektron}$) werden oft kurz als „Farbzentren“ bezeichnet.

Im Gleichgewicht enthält der Kristall nahezu ebenso viele Na-Atome wie ein gleich großes Volumen des Dampfes. Bei 500°C sind es etwa $5 \cdot 10^{22}$ im m^3 . Diese Gleichgewichtskonzentration sinkt (wie die Dampfdichte) exponentiell mit abnehmender Temperatur. Bei Zimmertemperatur würde der Kristall im Gleichgewicht nur rund $3 \cdot 10^{11}$ gelöste Na-Atome im m^3 enthalten. Derartig kleine Konzentrationen lassen sich aber selbst durch die Absorptions-Spektralanalyse nicht mehr nachweisen (S. 185). Infolgedessen muß man den Kristall „abschrecken“ und so die bei hoher Temperatur eingestellte Konzentration bis auf Zimmertemperatur herunterretten.

Die Abb. 393 zeigt links das Extinktionsspektrum F einer so „eingefrorenen“ atomaren Lösung von Na in einem NaCl-Kristall, und zwar für zwei Beobachtungstemperaturen. Die Extinktion entsteht hier lediglich durch Absorption. Es ist keine Spur einer Streuung bemerkbar.

Bei Zimmertemperatur hält sich eine eingefrorene Konzentration in einem NaCl-Kristall jahrelang. Bei 300° hingegen hat die Diffusionsgeschwindigkeit

¹⁾ Extinktion ist auf S. 130 definiert worden, „starke“ und „schwache“ Absorption auf S. 131.

²⁾ Diesen Nachweis einzelner Teilchen nennt man „ultramikroskopisch“ (SIEDENTOPF und ZSIGMONDY).

schon eine meßbare Größe. Infolgedessen kann das Kristallgitter einen Teil des zuviel gelösten Natriums ausscheiden und zu kolloidalen Teilchen zusammenflocken lassen. Dadurch wird die Bande *F* erniedrigt. Gleichzeitig erscheint eine neue Extinktionsbande *K* mit einem Maximum bei $0,550 \mu$. Das in ihr ausgelöschte Licht wird praktisch nur absorbiert und nicht gestreut. Ihre Lage ändert sich, im Gegensatz zur Bande *F*, fast gar nicht mit der Temperatur. — Bei längerer Erwärmung wachsen die Teilchen, ihre Extinktionsbande verschiebt und erweitert sich in Richtung längerer Wellen. Erst dann beginnt der Kristall auch zu streuen, anfänglich schwach und später stark.

Das Maximum der neuen Bande *K* liegt (bei Zimmertemperatur gemessen) stets mindestens $0,08 \mu$ langwelliger als das Maximum der Bande *F*. Es geht also nicht etwa die Bande *F* durch eine kontinuierliche Verschiebung in die Bande *K* über. Infolgedessen muß man die neue Bande *K* den kleinsten überhaupt bestehenden Kolloidteilchen zuschreiben.

Für die atomar gelösten Metalle („Farbzentren“) läßt sich die Gestalt der Bande *F* mit Hilfe gedämpfter Resonatoren darstellen (§ 111, Abb. 388). Die Lage der Bande wird von der Gitterkonstanten der Kristalle (S. 98, Anm. 1) bestimmt. Für die Frequenz des Maximums gilt bei 20°C die empirische Beziehung

$$\nu_{\max} \cdot a^2 = 2,01 \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1} \text{ m}^2. \tag{214}$$

Für die kolloidal gelösten Metalle hingegen werden Gestalt und Lage der Bande *K* von den optischen Konstanten der Metalle bestimmt, und zwar den an massiven Stücken gemessenen Werten von n und $(n\kappa)$. Mit ihrer Hilfe kann man bei den kleinsten Kolloiden ($\varnothing \ll \lambda$) die Absorptionskonstante *K* für verschiedene Wellenlängen berechnen. Dazu dient die folgende, erst am Schluß des Paragraphen hergeleitete Gleichung

$$K = 36 \pi \mathfrak{N} V \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\frac{n^2 \kappa}{n_u}}{\left[\left(\frac{n}{n_u} \right)^2 + \left(\frac{n\kappa}{n_u} \right)^2 \right]^2 + 4 \left[\left(\frac{n}{n_u} \right)^2 - \left(\frac{n\kappa}{n_u} \right)^2 + 1 \right]}. \tag{223}$$

n_u ist die Brechzahl des „Lösungsmittels“, λ die Wellenlänge in Luft, \mathfrak{N} die Zahl der Teilchen im Einheitsvolumen und V das Volumen des einzelnen Teilchens.

Für unser Schulbeispiel, das kleinste Na-Kolloid in einem NaCl-Kristall, sind die optischen Konstanten des Natriums in Abb. 394 zusammengestellt. n_u , die Brechzahl der Umgebung, also des NaCl-Kristalles, ist praktisch konstant = 1,55 (Abb. 362). Über \mathfrak{N} und V ist nichts Sicheres bekannt, daher rechnen wir nur das rechts stehende Produkt der Gl. (223) für verschiedene Werte von λ aus. So gelangen wir zu der in Abb. 393 gestrichelten Kurve. Ihr Höchstwert ist durch Wahl der Konstante in Gl. (223) gleich dem beobachteten gemacht

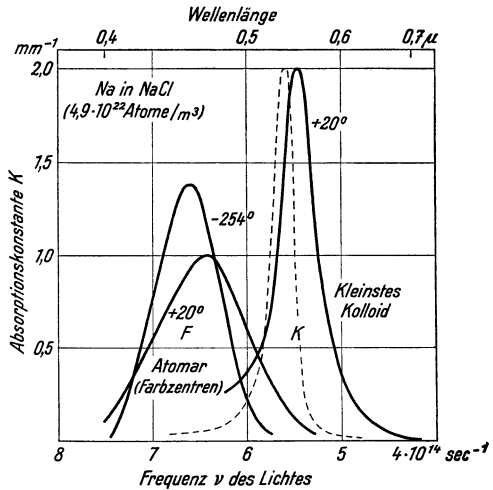


Abb. 393. Absorptionsspektren von atomar und kolloidal gelöstem Metall (Na in NaCl-Kristall). Die gestrichelte Kurve für das kleinste, noch nicht streuende Kolloid ist mit Gl. (223) berechnet worden.

würden. n und $(n\kappa)$ hängen kaum von der Temperatur ab, folglich gilt das gleiche für die berechnete Extinktion.

Ergebnis: Die Rechnung vermag die beiden wesentlichen Züge der Lichtabsorption durch kleinste Metallkolloide richtig wiederzugeben, nämlich die geringe Breite ihrer Bande und ihre geringe Abhängigkeit von der Temperatur.

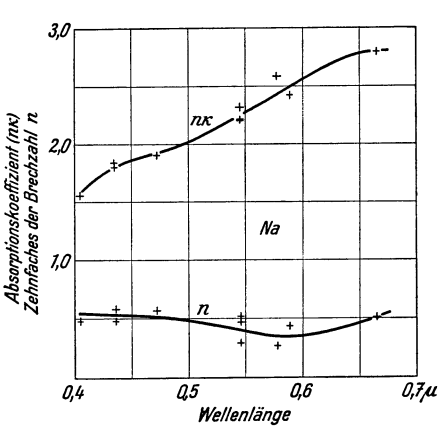


Abb. 394. Die optischen Konstanten des Natriums im Sichtbaren.

Überdies fällt das berechnete Maximum nahezu mit dem gemessenen zusammen¹⁾. Die verbleibende Differenz braucht keineswegs reell zu sein. Man könnte sie durch geringfügige Änderungen der Interpolationskurven für n und $(n\kappa)$ beseitigen [vgl. Gl. (224)].

Bei der Herleitung der Gl. (223) verfährt man ebenso wie in der Dispersionstheorie (§ 107). Man berechnet die Brechzahl n_L der kolloidalen Lösung mittels der MAXWELLSchen Beziehung

$$n_{\text{Lösung}}^2 = \epsilon_{\text{Lösung}} \cdot$$

Die Dielektrizitätskonstante der Lösung berechnet man aus der elektrischen Polarisierbarkeit $\mathfrak{B}/\mathfrak{C}$ der Teilchen. Für letz-

tere braucht man die Dielektrizitätskonstante der Teilchen. Diese gewinnt man durch eine abermalige Anwendung der MAXWELLSchen Beziehung, man setzt

$$\epsilon_{\text{Teilchen}} = n_{\text{Teilchen}}^2 \cdot \tag{196} \text{ v. S. 175}$$

Diese Brechzahl ist bei stark absorbierenden Teilchen komplex, es gilt

$$n'_{\text{Teilchen}} = (n - i n\kappa)_{\text{Teilchen}} \cdot \tag{128} \text{ v. S. 147}$$

Mit Hilfe von (196) und (128) wird zweierlei erreicht: Erstens wird die Dielektrizitätskonstante von der Wellenlänge λ abhängig. Zweitens wird auch die Brechzahl der Lösung komplex, man bekommt

$$n'_{\text{Lösung}} = (n - i n\kappa)_{\text{Lösung}} \cdot \tag{215}$$

Daraus kann man dann $(n\kappa)_L$, den gesuchten Absorptionskoeffizienten der Lösung, ausrechnen.

Im einzelnen beginnt man mit der Berechnung der Dielektrizitätskonstanten der Lösung. Diese gewinnt man in zwei Schritten: Beim ersten Schritt nimmt man die Teilchen frei im Raume schwebend an, also noch nicht in einen Stoff eingebettet. Dann hat der Raum mit Teilchen eine Dielektrizitätskonstante ϵ_m , definiert durch die Gleichung

$$\epsilon_m = \frac{\text{Verschiebungsdichte } \mathfrak{D}_m \text{ mit Teilchen}}{\text{Verschiebungsdichte } \mathfrak{D} \text{ ohne Teilchen}} \cdot \tag{216} = (47) \text{ des Elektrizitätsbandes}$$

Die zusätzliche, von den Teilchen herrührende Verschiebungsdichte $\mathfrak{P} = \mathfrak{D}_m - \mathfrak{D}$ (Elektrisierung genannt), entsteht durch die influenzierten elektrischen Momente \mathfrak{M} aller \mathfrak{N} im Einheitsvolumen enthaltenen kugelförmigen Teilchen, es gilt

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{N} \mathfrak{M} \cdot \tag{169} \text{ v. S. 157}$$

¹⁾ Ist $n \ll (n\kappa)$, so kann man die Lage des Maximums rasch überschlagen. Es liegt bei der Wellenlänge, für die die Beziehung

$$(n\kappa)_{\text{Metall}} = \sqrt{2} \cdot n_{\text{Umgebung}} \tag{224}$$

erfüllt ist. In diesem Fall wird nämlich der Nenner von Gl. (223) gleich Null.

Somit bekommen wir

$$\varepsilon_m = \frac{\mathfrak{D}_m}{\mathfrak{D}} = \frac{\mathfrak{D} + \mathfrak{B}}{\mathfrak{D}} = 1 + \frac{\mathfrak{N}\mathfrak{B}}{\varepsilon_0 \mathfrak{U}_0} \quad (217)$$

($\varepsilon_0 =$ Influenzkonstante).

Jetzt kommt ein wesentlicher Punkt: Laut Voraussetzung ist der Durchmesser der Teilchen klein gegenüber der erregenden Wellenlänge. Also ist die (Antennen-)Eigenfrequenz der Teilchen viel höher als die des Lichtes. Außerdem hat die elektrische Feldstärke innerhalb des Teilchens überall die gleiche Phase. Infolgedessen kann man das erregte elektrische Moment \mathfrak{B} noch nach der einfachen, auf S. 157 hergeleiteten Gleichung berechnen, nämlich

$$\mathfrak{B} = V \mathfrak{U}_0 3 \varepsilon_0 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}. \quad (166) \text{ v. S. 157}$$

Hierin ist ε die Dielektrizitätskonstante des Teilchenstoffes, \mathfrak{U}_0 die Amplitude der ein einzelnes Teilchen influenzierenden Feldstärke.

Die Zusammenfassung von (217) und (166) liefert

$$\varepsilon_m = 1 + 3 \mathfrak{N} V \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}. \quad (218)$$

Beim zweiten Schritt werden die Teilchen in das „Lösungsmittel“ mit der Dielektrizitätskonstanten ε_u eingebettet. Dann ist ε durch $\varepsilon/\varepsilon_u$ zu ersetzen. Alsdann folgt die zweifache Anwendung der MAXWELLSchen Beziehung. Erstens schreibt man für die Brechzahl der Lösung (vgl. Anm. 1 auf S. 177)

$$n_L = \sqrt{\varepsilon_m \cdot \varepsilon_u}$$

und zweitens für die Dielektrizitätskonstante des Teilchenstoffes

$$\varepsilon = n_{\text{Teilchen}}^2 = n^2.$$

Das ergibt

$$n_L^2 = n_u^2 + 3 \mathfrak{N} V n_u^2 \frac{\left(\frac{n}{n_u}\right)^2 - 1}{\left(\frac{n}{n_u}\right)^2 + 2}. \quad (219)$$

In dieser Form gibt die Gleichung die Brechzahl einer Lösung mit nicht absorbierenden kolloidalen Teilchen.

Jetzt wird diese Gleichung auf den Fall absorbierender Teilchen erweitert. Links wird n_L durch die komplexe Brechzahl der Lösung $n'_L = n_L - i(n\kappa)_L$ ersetzt, rechts die Teilchen-Brechzahl n durch die komplexe, die beiden optischen Konstanten des gelösten Metalles enthaltende Brechzahl

$$n' = n - i(n\kappa). \quad (220)$$

Dann rechnet man Gl. (219) aus. Zunächst bekommt man

$$n_L^2 - (n\kappa)_L^2 - n_u^2 - 2i n_L^2 \kappa_L = 3 \mathfrak{N} V n_u^2 \frac{\left(\frac{n'}{n_u}\right)^2 - 1}{\left(\frac{n'}{n_u}\right)^2 + 2} \quad (221)$$

oder

$$i n_L^2 \kappa_L = -\text{Imaginärteil von} \left[\frac{3}{2} \mathfrak{N} V n_u^2 \frac{\left(\frac{n'}{n_u}\right)^2 - 1}{\left(\frac{n'}{n_u}\right)^2 + 2} \right]. \quad (222)$$

Dann vernachlässigt man den kleinen Unterschied zwischen n_L und n_u , rechnet den Inhalt der Klammer aus¹⁾ und ersetzt den Absorptionskoeffizienten der Lösung $(n\kappa)_L$ durch die Absorptionskonstante

$$K = \frac{4 \pi (n\kappa)_L}{\lambda}. \quad (125) \text{ v. S. 146}$$

So bekommt man die obenstehende Gleichung (223).

¹⁾ Zum Ausrechnen des komplexen Bruches multipliziert man Zähler und Nenner mit der konjugiert komplexen Größe des Nenners.

§ 114. Extinktion durch grobe, stark absorbierende Kolloidteilchen. Künstlicher Dichroismus und künstliche Doppelbrechung. Bei den feinsten Metall- und Farbstoffkolloiden wird keine Sekundärstrahlung beobachtet, sondern nur

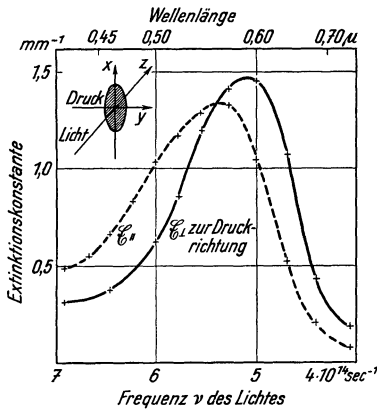


Abb. 395. Künstlicher Dichroismus.

Man muß vielmehr ähnlich verfahren wie bei der Berechnung von Oberschwingungen von Antennen. In diese Rechnung geht als wesentliche Größe die Gestalt der Teilchen ein, aber gerade diese ist bei großen Kolloiden meistens unbekannt.

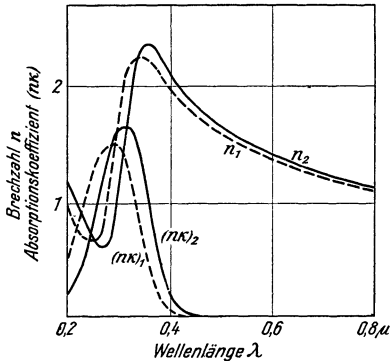


Abb. 396. Schematische Skizze zum Dichroismus aller doppelbrechenden Stoffe.

die Pressung haben die Teilchen eine längliche Gestalt (Nebenskizze) erhalten. Im Falle \mathcal{E}_\perp schwingt die Amplitude parallel dem längeren Teilchendurchmesser x , im Falle \mathcal{E}_\parallel parallel zum kürzeren y . Im Falle \mathcal{E}_\perp ist vorzugsweise der lange Durchmesser des Teilchens für die Wellenlänge maßgebend, im Falle \mathcal{E}_\parallel hingegen der kurze.

Alle doppelbrechenden Stoffe sind dichroitisch, das folgt zwangsläufig aus dem allgemeinen Zusammenhang von Dispersion und Absorption (§§ 105/07). Der Zusammenhang wird in Abb. 396 schematisch dargestellt. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf die eine der beiden polarisierten Teilschwingungen, die gestrichelte auf die andere, zu ihr senkrecht schwingende. Bei farblosen

Absorption. Für sehr kleine Werte von \varnothing/λ ist der „Strahlungswiderstand“ der Antennen [Gl. (177) v. S. 158] zu klein¹⁾. Erst bei Kolloiden mit großen Teilen (Durchmesser oder Umfang mit λ vergleichbar) gesellt sich zur Absorption eine Sekundärstrahlung oder Streuung hinzu. Dabei werden die einzelnen Abschnitte eines Kolloidteilchens von der Primärwelle nicht mehr mit der gleichen Phase erregt. Infolgedessen gibt es Interferenzen, die Sekundärstrahlung bekommt Vorzugsrichtungen, insbesondere in Richtung der Primärstrahlung, die Vorwärtsstreuung überwiegt. Man darf also bei der quantitativen Darstellung dieser Vorgänge nicht mehr von der einfachen elektrischen Polarisation kleiner Kugeln ausgehen.

Wir können diese verwickelten Dinge nicht im einzelnen verfolgen, wir begnügen uns mit einer qualitativen Behandlung des künstlichen Dichroismus. Dazu benutzen wir ein grobes Na-Kolloid in einem NaCl-Kristall. Der Kristall sieht im durchfallenden Licht violett, im auffallenden gelbbraun aus. Seine breite Extinktionsbande hat ein Maximum bei etwa $0,59\mu$, und zwar im polarisierten Licht unabhängig von der Lage der Schwingungsebene.

Alsdann wird der Kristall parallel einer Würfelkante gepreßt. Erfolg: Der Kristall ist dichroitisch geworden, d. h. er zeigt jetzt im polarisierten Licht zwei einander überlappende Extinktionsbanden, Abb. 395. Deutung: Durch

¹⁾ Bei diesem Vergleich muß man sich übrigens vor einem im Schrifttum verbreiteten Mißverständnis hüten: Die Extinktionskurven K der Kolloide in Abb. 393 sind keine „optischen Resonanzkurven“, ihre Gestalt wird vielmehr von der Dispersion der optischen Konstanten des Teilchenstoffes bedingt.

Stoffen (Kalkspat, Glimmer, Quarz) enden beide Absorptionsspektren schon vor dem sichtbaren Spektralbereich im Ultravioletten.

Die Herstellung sehr dünner doppelbrechender Kristallschichten ist recht schwierig. Deswegen sind die für die Doppelbrechung maßgebenden Absorptionsbanden nur in ganz vereinzelt Fällen ausgemessen worden. Beim künstlichen Dichroismus ist die Konzentration der lichtschwächenden Teilchen gering und daher braucht man sich nicht mit dünnen Kristallschichten zu plagen. Dafür ist nun aber die von den Teilchen erzeugte Doppelbrechung nur klein und überdies von der Doppelbrechung des verspannten festen Lösungsmittels überlagert (§ 78). Daher kann man die Doppelbrechung durch parallel gerichtete längliche Teilchen hier mit einfachen Hilfsmitteln nicht sicher nachweisen. Das gelingt aber in anderen Fällen. — Man kann auf mannigfache Weise auch bei hohen Konzentrationen eine Parallelrichtung winziger Teilchen erzielen, u. a. durch elektrische Felder oder mit Hilfe laminar strömender Flüssigkeiten. Man bringe z. B. einige Tropfen einer Aufschwemmung von Vanadiumpentoxid (V_2O_5) in Wasser zwischen zwei Glasplatten und verschiebe beide Platten gegeneinander um einige Millimeter. Sogleich wird die Schicht doppelbrechend. Sie wirkt in Abb. 268 genau wie eine Kristallplatte *G* („Strömungs-Doppelbrechung“). Noch eindrucksvoller ist der in Abb. 397 beschriebene Schauversuch.

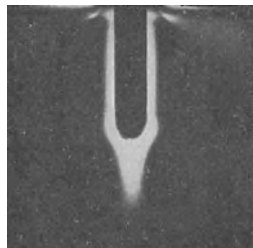


Abb. 397. Schauversuch zur Strömungsdoppelbrechung, photographisches Positiv. — Eine etwa 1 cm tiefe Glasküvette mit einer Aufschwemmung von V_2O_5 in Wasser wird zwischen gekreuzten Nikols beobachtet (Abb. 268). Beim Eintauchen eines Glasstabes flammen die von der Strömung erfaßten Schichten hellrot auf. Ebenso läßt sich beim Rühren die Turbulenz zeigen und in einem Rohr die laminare Strömung mit der an der Rohrwand ruhenden Grenzschicht.

— Die elektrische Ausrichtung wird meist nicht mit länglichen kolloidalen Teilchen ausgeführt, sondern mit polaren Molekülen (S. 156), z. B. von Nitrobenzol, Schwefelkohlenstoff usw. Man ersetzt die Kristallplatte *G* in Abb. 268 durch einen mit diesen Flüssigkeiten gefüllten Plattenkondensator, stellt die Feldrichtung zur Lichtrichtung senkrecht und verwendet Feldstärken \mathcal{E} in der Größenordnung 10^5 Volt/m. Beim Eintritt der Doppelbrechung wird das Gesichtsfeld aufgehellt, die vom Analysator durchgelassene Strahlungsleistung steigt proportional zu \mathcal{E}^2 an. Infolgedessen wird dieser nach JOH. KERR (1875) benannte Effekt zum Bau von Steuerorganen für Licht (Lichtrelais) ausgenutzt.

Viel wichtiger aber ist doch die Anwendung des Kerr-Effektes in der Chemie. Sie liefert dort ein besonders gutes Verfahren, um Moleküle als polar zu erkennen und ihr permanentes elektrisches Moment zu messen.

§ 115. Die RAMANSche Streuung ist unser erstes Beispiel für eine inkohärente Streuung (S. 158). Weitere Beispiele werden in Kap. XIII folgen.

Wir bringen zunächst einen Modellversuch. In Abb. 389 durchläuft ein Wechselstrom die Primärspule *P* eines Transformators. Der von der Spule *S* ausgehende sekundäre Wechselstrom wird einem technischen Zungenfrequenzmesser zugeleitet, also einem mechanischen Spektralapparat. Dieser zeigt uns eine Frequenz ν_p an, im Beispiel 50 sec^{-1} . Der Transformator besitzt eine besondere Bauart. Seine beiden Spulen *P* und *S* können mit ihren Eisenkernen gegeneinander in Drehungen oder Schwingungen versetzt werden. Dadurch kann die magnetische Polarisierbarkeit oder Magnetisierbarkeit der Eisenkerne periodisch geändert werden. Gezeichnet ist in Abb. 398 der erste Fall, die Spule *S* läßt sich mit einer Schnurscheibe drehen.

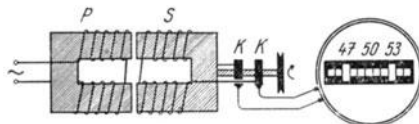


Abb. 398. Ein Transformator mit periodisch veränderlicher magnetischer Polarisierbarkeit. *K K* Schleifringe.

Dadurch kann die magnetische Polarisierbarkeit oder Magnetisierbarkeit der Eisenkerne periodisch geändert werden. Gezeichnet ist in Abb. 398 der erste Fall, die Spule *S* läßt sich mit einer Schnurscheibe drehen.

Die Frequenz sei beispielsweise $\nu_s = 3 \text{ sec}^{-1}$. Während der Drehung zeigt der Spektralapparat statt der Frequenz 50 die Frequenzen 47 und 53 sec^{-1} an. Oder allgemein: Bestehen in einem Transformator innere Schwingungen oder Rotationen von kleiner Frequenz ν_s , so finden sich im Sekundärstrom die neuen Frequenzen $(\nu_p - \nu_s)$ und $(\nu_p + \nu_s)$.

Das optische Gegenstück dieser Erscheinung ist die RAMANSche Streuung. Einzelne Moleküle des lichtstreuenden Körpers übernehmen die Rolle des Transformators. Ihre elektrische Polarisierbarkeit α (S. 157) wird durch innere Schwingungen oder Rotationen periodisch verändert. Infolgedessen vereinigen sie die Frequenz ν_s dieser Änderung mit der Frequenz ν_p der Primärstrahlung. Die Sekundärstrahlung dieser Moleküle enthält statt der primären Frequenz ν_p die Frequenzen $(\nu_p - \nu_s)$ und $(\nu_p + \nu_s)$.

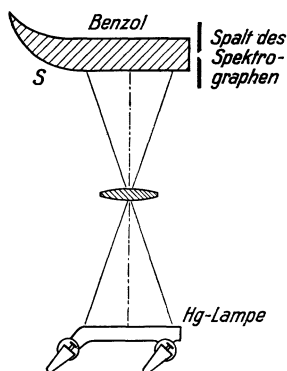


Abb. 399. Einfache Anordnung zur Beobachtung der RAMANSchen Streuung. Der Schwanz S des Glasrohres verhindert störende Reflexion.

Die RAMANSche Streuung eignet sich nur für Einzelbeobachtung. Man zeigt sie meist an flüssigem Benzol (C_6H_6). Eine brauchbare Anordnung ist in Abb. 399 skizziert. Im Spektralapparat sieht man das in Abb. 400 photographierte Bild.

Die neu auftretenden Frequenzen ν_s sind aus dem Absorptionsspektrum des Benzols im Ultraroten bekannt. Sie entsprechen je einer Bande mit einem Maximum bei $10,3 \mu$ und $8,4 \mu$. Das gleiche gilt für zahllose andere Fälle, z. B. für wässrige Lösungen irgendeines Nitrates. Dort findet man u. a. als Frequenz einer inneren Schwingung

$$\nu_s = 4,17 \cdot 10^{13} \text{ sec}^{-1}.$$

Diese Frequenz entspricht der Absorptionsbande bei $\lambda = 7,2 \mu$. Wir kennen sie aus dem Absorptionsspektrum des NO_3 -Ions (Abb. 390). — Ein Beispiel

für eine Rotationsfrequenz wird in § 144 folgen.

Im ultraroten Absorptionsspektrum können sich nur die inneren Schwingungen elektrisch geladener Molekülbestandteile oder die Rotationen von polaren Molekülen bemerkbar machen, denn nur Dipole können Licht absorbieren. Zur Entstehung der Ramanstreuung genügt aber jede periodische Änderung der Polarisierbarkeit. Infolgedessen machen sich viele andere innere Schwingungen der Moleküle und Rotationen bemerkbar. Darin liegt die große Bedeutung der RAMANSchen Streuung für die Erforschung des Molekülbaues. Wegen dieser wichtigen Anwendung bringen wir noch einige für die Beobachtung dieser Streuung nützliche Einzelheiten.

Die Strahlungsstärke der RAMANSchen Streuung steigt im allgemeinen wie die der RAYLEIGHschen mit ν_p^4 . Besonders wirksam ist jedoch die Lichtabsorption im Bereiche einer Absorptionsbande des streuenden Stoffes. Dann wirkt die verschluckte Energie ebenso wie eine Temperaturerhöhung, sie erregt die inneren Schwingungen der Moleküle sowie ihre Rotationen. Die Verteilung der gestreuten Strahlungsleistung auf die verschiedenen Linien hängt stark von der Temperatur ab. Einzelheiten lassen sich nur mit Kenntnis des XII. Kapitels behandeln. Besonders aufschlußreich ist die RAMANSche Streuung von linear polarisiertem Licht. In Einzelfällen ist die Winkelverteilung des Streulichtes die gleiche wie bei der RAYLEIGHschen Streuung (Abb. 337a). Dann entsteht die gestreute Linie durch Mitwirkung einer allseitig symmetrischen inneren Schwingung. Nur eine solche kann von der thermisch wechselnden Orientierung des Moleküls unabhängig bleiben. Im allgemeinen ist aber das Streulicht mehr oder minder depolarisiert,

ebenso wie bei der RAYLEIGHschen Streuung durch längliche Teilchen. In diesen Fällen wechselt also die Richtung der inneren Schwingungen zugleich mit der thermisch wechselnden Orientierung der Moleküle. Folglich müssen die inneren Schwingungen innerhalb des Moleküles eine feste, durch den Molekülbau bedingte Richtung besitzen.

Die RAYLEIGHsche Streuung durch Moleküle (also nicht durch Schwebe-
teilchen) ist in Flüssigkeiten ebenso gering wie in Festkörpern und nur mühsam

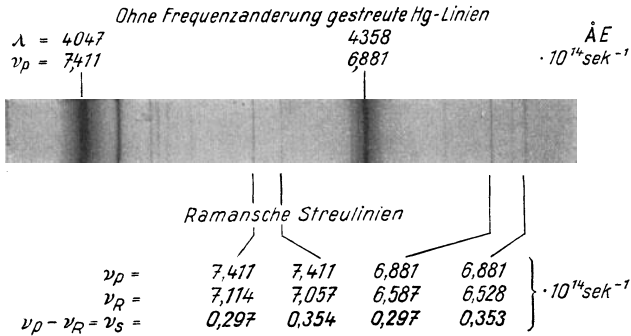


Abb. 400. RAMANSche Streuung in Benzol, photographisches Negativ.

nachzuweisen. Dagegen läßt sich die RAMANSche Streuung sowohl in Flüssigkeiten wie in Festkörpern bequem beobachten. Darin äußert sich der grundsätzliche Unterschied einer kohärenten und einer inkohärenten Streuung. Das soll kurz ausgeführt werden: In Flüssigkeiten und Festkörpern sind die Abstände der Moleküle klein gegen die Wellenlänge des Lichtes, die Sekundärstrahlungen benachbarter Moleküle bekommen also feste Phasenbeziehungen. Diese werden nur durch lokale Schwankungen der Dichteverteilung und Molekülanordnung gestört, aber lange nicht so vollkommen wie in Gasen. Daher wird die allseitige Streuung in Flüssigkeiten und Festkörpern erheblich durch Phasenbeziehungen behindert. Die RAMANSche Streuung hingegen ist inkohärent. Es fehlen von vornherein Phasenbeziehungen, und daher können auch die eng gepackten Moleküle der Flüssigkeiten und Festkörper unbehindert allseitig streuen.

XI. Quantenhafte Absorption und Emission der Atome.

§ 116. **Vorbemerkung.** Im letzten Kapitel haben wir die Wechselwirkung zwischen der Strahlung und den Molekülen schon ziemlich eingehend behandelt. Dabei konnten wir mit den in der Mechanik und in der Elektrizitätslehre entwickelten Vorstellungen auskommen. Diese Darstellungsweise, meist „klassische Optik“ genannt, wird auch weiterhin ihre Berechtigung und Bedeutung behalten, doch sind ihrer Anwendbarkeit Grenzen gesetzt. — Für ein tieferes Eindringen in den Zusammenhang von Strahlung und Materie muß man neue, an Erfahrungen

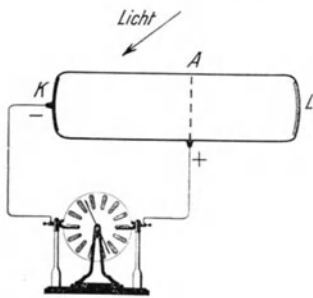


Abb. 401. Lichtelektrisch ausgelöste Elektronen erregen als schnelle Kathodenstrahlen die Fluoreszenz eines Leuchtschirmes. Beim Abblenden des ultravioletten Lichtes und beim Abschalten der Spannung verschwindet der Leuchtfleck. Bequemer Schauversuch. (Kathode aus Kalium. Netzanode aus Ni, Leuchtschirm aus Kalziumwolframat. Hochevakuiertes Duranglasrohr.)

Abb. 401. Man beschleunigt die vom Licht abgespaltenen Ladungsträger mit einer Spannung von etwa 10^4 Volt und läßt sie als Strahlen gegen einen Leuchtschirm *L* fliegen. Diese Strahlen lassen sich genau wie Kathodenstrahlen durch ein Magnetfeld beeinflussen. Man kann sie mit einem Stabmagneten seitlich ablenken oder mit einer über das Rohr geschobenen Stromspule in einem hell leuchtenden Fleck vereinigen.

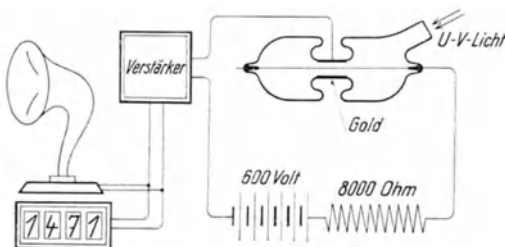


Abb. 402. Nachweis einzelner vom Licht abgespaltenener Elektronen mit einem Zählrohr.

Die Elementarereignisse, den Austritt der einzelnen Elektronen, zeigt man gemäß Abb. 402. Ein Goldspiegel bildet die negative zylindrische Elektrode eines GEIGER-MÜLLERSchen Zählrohres (S. 219 des Elektrizitäts-Bandes). Das ultraviolette Licht kann durch ein Quarzfenster eintreten. Die Stromstöße der einzelnen, mit statistischer Unregelmäßigkeit abgespaltenen

der Molekularphysik gewonnene Erkenntnisse zu Hilfe nehmen. In allen diesen Erkenntnissen steckt die fundamentale, 1900 von MAX PLANCK entdeckte Naturkonstante $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Watt · sec².

Experimentell gelangt man zu ihr am einfachsten durch Beobachtungen der lichtelektrischen Wirkung an Metallen. Darum stellen wir diese an den Anfang und bestimmen den Wert von h sogleich in einem Schauversuch.

§ 117. **Grundversuche der lichtelektrischen Wirkung (Photoeffekt).** Die einfachste Form der lichtelektrischen Wirkung ist heute durch die technische Anwendung von „Photozellen“ im Tonfilm usw. allgemein bekannt geworden. Ein vom Licht getroffenes Metall sendet Elektronen aus, und diese können einen elektrischen Strom erzeugen (Abb. 38 von S. 16). Es handelt sich sicher um Elektronen. Das zeigt man gemäß

Abb. 402. Ein Goldspiegel bildet die negative zylindrische Elektrode eines GEIGER-MÜLLERSchen Zählrohres (S. 219 des Elektrizitäts-Bandes). Das ultraviolette Licht kann durch ein Quarzfenster eintreten. Die Stromstöße der einzelnen, mit statistischer Unregelmäßigkeit abgespaltenen

Die Elementarereignisse, den Austritt der einzelnen Elektronen, zeigt man gemäß Abb. 402. Ein Goldspiegel bildet die negative zylindrische Elektrode eines GEIGER-MÜLLERSchen Zählrohres (S. 219 des Elektrizitäts-Bandes). Das ultraviolette Licht kann durch ein Quarzfenster eintreten. Die Stromstöße der einzelnen, mit statistischer Unregelmäßigkeit abgespaltenen

Elektronen werden mit Verstärker und Lautsprecher hörbar gemacht oder mit einem Zählwerk gezählt. Die Anordnung ist äußerst empfindlich. Es genügt, die ultraviolette Strahlung eines in 10 m Abstand brennenden Streichholzes oder das wenige vom Hörsaalfenster durchgelassene Ultraviolett des diffusen Tageslichtes.

§ 118. Die lichtelektrische Gleichung und das PLANCKsche h . Ein lichtelektrischer Strom kommt schon ohne Hilfe eines elektrischen Feldes zustande. Man kann in Abb. 38 die Stromquelle fortlassen. An die quantitative Untersuchung dieser Tatsache knüpfen sich Schlüsse von weittragender Bedeutung.

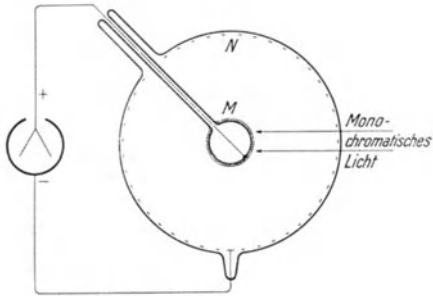


Abb. 403. Zur Messung der PLANCKschen Konstanten h im Schauversuch. Kugel M mit Kalium überzogen, N Nickeldrahtnetz. Meßbereich des Einfeldenvoltmeters (Elektrizitäts-Band Abb. 131) bis 5 Volt. Die Kugel M kann mit flüssiger Luft gefüllt werden. Dann schlägt sich beim Heizen der Zelle sämtliches Kalium auf der Kugel nieder. Alles andere bleibt kaliumfrei. Das ist der eine Vorteil der radialsymmetrischen Anordnung. Der andere ist das wohldefinierte Feld.

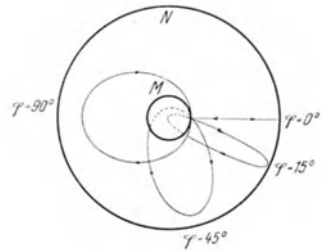


Abb. 404. Flugbahn von 4 der schnellsten Elektronen nach Erreichen der Grenzspannung. Der eine Brennpunkt der Ellipse liegt im Kugelmittelpunkt, vgl. Mechanik-Band S. 58. Oft haben Photozellen die Form eines flachen Plattenkondensators. Dann entarten die Ellipsen zu Parabeln.

Wir benutzen in Abb. 403 eine radialsymmetrische Anordnung. Diese „Photozelle“ besteht aus einer Kaliumkugel M und einem weitmaschigen Nickeldrahtnetz N . Sie bildet zusammen mit dem statischen Voltmeter einen Kondensator, seine Kapazität sei C .

Die Kaliumkugel wird mit streng monochromatischem¹⁾ Licht bestrahlt. In kurzer, von Kapazität und Bestrahlungsstärke (Watt/m^2) abhängiger Zeit macht

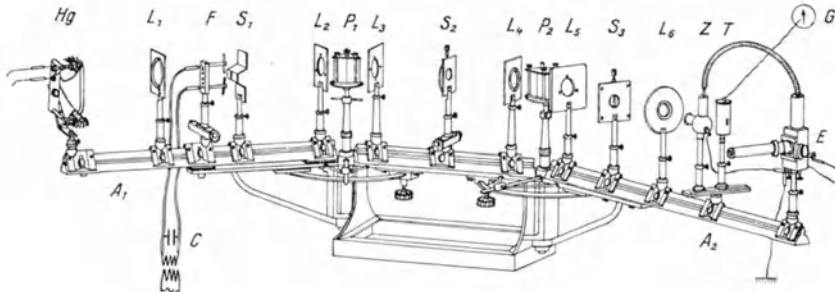


Abb. 405. Doppelmonochromator für physikalische Zwecke. In dem gezeichneten Beispiel soll eine Photozelle Z mit Hilfe einer Thermosäule T in Ampere je Watt Strahlungsleistung geeicht werden ($E =$ Einfeldenelektrometer zur Strommessung, Elektr.-Band Abb. 131). Z und T können auf einem Schlitten abwechselnd in den Strahlengang gebracht werden. — Als Lichtquelle dienen eine Hg-Lampe und eine Funkenstrecke F . F kann auf einem Schlitten zur Seite geschoben werden. Dann bildet die Linse L_1 die Hg-Lampe auf den Eingangsspalt S_1 ab. — Die Arme A_1 und A_2 werden beim Wechsel der Wellenlängen geschwenkt, die nicht achromatischen Linsen verschoben. Oft wird auch eine Lichtquelle mit kontinuierlichem Spektrum (W-Band-Lampe) benutzt. Dann bleiben die Arme stehen. Zum Wechsel der Wellenlänge genügt die Verschiebung des mittleren Spaltes S_2 mit einem Mikrometerschlitten. Die Spalte S_1 und S_3 müssen so eng gemacht werden, daß ihre weitere Verengerung das Ergebnis, z. B. die Gestalt eines Absorptionsspektrums, nicht mehr verändert. Der ganze Arm A_1 befindet sich in einem lichtdichten Kasten. Schwarz gezeichnet sind nur Reste seiner Bodenfläche unter den Reitern von F und L_2 .

¹⁾ Streng monochromatisches Licht wird nicht nur für diesen, sondern auch viele andere Versuche benötigt. Wegen der Streuung an Prismen und Linsen kann man es nur mit doppelter spektraler Zerlegung erhalten. Die Abb. 405 zeigt eine bewährte Ausführungsform eines „Doppelmonochromators“.

das Voltmeter bei einem Höchstausschlag halt. Die zugehörige Grenzspannung P betrage beispielsweise 2,86 Volt. Aus dieser Beobachtung ist zu schließen:

Die Elektronen verlassen das bestrahlte Metall mit einer Geschwindigkeit, und daher können sie zwischen M und N ein elektrisches Feld aufbauen. Seine Spannung steigt bis zum Höchstwert P . Bei dieser Grenzspannung können die schnellsten Elektronen noch gerade bis an das Netz N vordringen, aber auch das nur bei senkrechtem Austritt aus der Kaliumfläche (Abb. 404). Bei schrägem Austritt müssen sie früher umkehren und auf Ellipsenbahnen zur Kugel M zurücklaufen.

Aus der Grenzspannung P läßt sich die kinetische Energie E_k der schnellsten, vom Licht abgespaltenen Elektronen berechnen. Es gilt (Elektrizitäts-Band S. 156):

$$E_k = \frac{1}{2} m u^2 = eP \quad (224)$$

$$(m = \text{Masse des Elektrons} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg,} \\ e \text{ seine Ladung} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Amp.Sek.})$$

Zahlenbeispiel:

$$P = 2,86 \text{ Volt; } u = 10^6 \text{ m/sec,}$$

$$E_k = 4,6 \cdot 10^{-19} \text{ Wattsekunden.}$$

Die Multiplikation der Zahlenwerte von e und P unterbleibt im Schrifttum meistens. Man schreibt z. B.:

$$E_k = 2,86 e \text{ Volt}$$

lies: 2,86 Elektronenvolt

(also $1 e \text{ Volt} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Wattsekunden}$).

Die Grenzspannung P ist von der Bestrahlungsstärke (Watt/m²) der Metallfläche unabhängig, also im klassischen Bilde unabhängig von der

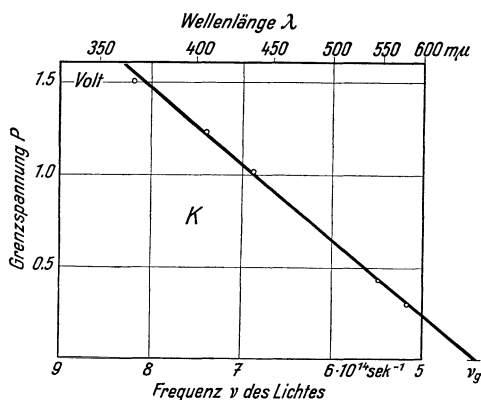


Abb. 406. Abhängigkeit der lichtelektrischen Grenzspannung von der Frequenz des Lichtes, gemessen gemäß Abb. 403.

schiedene Werte der Grenzfrequenz ν_g), die Geraden sind nur parallel zueinander verschoben.

¹⁾ So hat A. EINSTEIN 1905 LENARDS „bahnbrechende Arbeit“ gedeutet.

²⁾ Die Differenzen der Grenzfrequenzen zwischen verschiedenen Metallen sind unschwer zu bestimmen. Für das Metallpaar Ni—K ist $\Delta\nu_g$ etwa $7 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$. Als Grenzfrequenz des K wird in Abb. 406 $\nu_g = 4,42 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$ gemessen. Ni wird erst bei Frequenzen $> 1,1 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ empfindlich. Es wurden aber bei der Messung keine Frequenzen $> 9 \cdot 10^{14}$ benutzt. Folglich konnte auch reflektiertes Licht keine störenden Elektronen an der Nickelnetz-Anode auslösen. — Der Wert der Grenzfrequenz für K, also $\nu_g = 4,42 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$, ist noch durch die unbekannte Kontaktspannung zwischen Ni und K verfälscht. Die Ausschaltung dieses Fehlers ist schwierig, aber hier belanglos.

Amplitude des elektrischen Lichtvektors \mathcal{E} ! Das war eine äußerst überraschende, grundlegende Entdeckung (PH. LENARD 1902).

Bei der nächsten Beobachtung wird die Frequenz des eingestrahnten Lichtes variiert. Das Ergebnis ist in Abb. 406 dargestellt: Der Höchstwert der kinetischen Energie hängt linear von der Frequenz ν des Lichtes ab. Es gilt¹⁾

$$E = eP = \text{const} (\nu - \nu_g). \quad (225)$$

Die Konstante bestimmt die Neigung der Geraden in Abb. 406. Diese Neigung ist für alle Metalle die gleiche.

Verschiedene Metalle ergeben ver-

Als Zahlenwert der Konstante liefert Abb. 406

$$\text{const} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Watt} \cdot \text{sec}^2.$$

Das ist die von PLANCK auf ganz anderem Wege entdeckte Fundamentalkonstante. Als ihr bestbestimmter Wert gilt heute

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Watt} \cdot \text{sec}^2.$$

Somit lautet die lichtelektrische Gleichung

$$eP = h(\nu - \nu_0). \quad (226)$$

Dieser Gleichung kann man zwei Aussagen entnehmen:



Abb. 407. Nebelkammerbild der lichtelektrischen Wirkung von Röntgenlicht. Mittlere Wellenlänge 0,6 ÅE, entsprechend $2 \cdot 10^4$ eVolt. Hier sind nur die Elektronen mit langer Bahnspur zu beachten, die kurzen dicken Bahnschleifen am Anfang der langen dünnen werden erst im § 133 besprochen werden. Aufnahme von P. AUGER.

1. $h\nu$ bedeutet die kinetische Energie der Elektronen innerhalb des bestrahlten Körpers. Sie wird den Elektronen vom Licht übermittelt, also im elementaren Absorptionsprozeß übertragen. Für den Elementarprozeß selbst gilt

$$eP = h\nu, \quad (227)$$

d. h. die Lichtenergie wird in einzelnen von der Frequenz ν abhängigen Beträgen absorbiert. Ein Elementarbetrag $h\nu$ wird kurz als „Lichtquant“ bezeichnet.

2. Die vom Material abhängige Größe $h\nu_0$ hat nur eine nebensächliche Bedeutung. Sie mißt einen Energieverlust beim Verlassen der Körperoberfläche, eine „Abtrennungsarbeit“. (Diese setzt sich bei Metalloberflächen aus mehreren Einzelposten zusammen. Ihre Messung ist schwierig, aber hier belanglos. Vgl. Anmerkung 2, S. 200.)

Der Schauversuch zur Bestimmung von h umfaßte nur einen engen Frequenzbereich, noch nicht einmal eine Oktave. Die lichtelektrische Gleichung ist aber im weiten Bereich des Röntgenspektrums experimentell geprüft und bestätigt worden. Einwandfreie Messungen sind in einem Bereich von mindestens 10 Oktaven ($\lambda < 30$ ÅE) ausgeführt worden. Es wurden teils äußerst dünne Folien bestrahlt, teils Gase. Die Einzelheiten werden in anderem Zusammenhange folgen (§ 133).

Den hohen Frequenzen entsprechend, haben die vom Röntgenlicht ausgelösten Elektronen eine große kinetische Energie. Sie können daher mit den für Kathodenstrahlen und für β -Strahlen entwickelten Verfahren untersucht werden. An erster Stelle ist die Nebelkammer zu nennen (Elektrizitäts-Band S. 217). Die Abb. 407 zeigt ein Beispiel. Ein schmales Bündel Röntgenlicht mit einer mittleren Wellenlänge von 0,6 ÅE durchläuft in der Pfeilrichtung ein Gemisch von

5% Argon in Wasserstoff. Das Röntgenlicht wird nur von Argon absorbiert. Man sieht fünf dünne, praktisch gleich lange Bahnsuren. Mit stereoskopischen Aufnahmen kann man die Bahnlänge der ausgelösten Elektronen bestimmen und daraus ihre kinetische Energie eP . Der Zusammenhang von Bahnlänge und eP ist ja aus Untersuchungen an Kathodenstrahlen gut bekannt. — Erheblich genauer erhält man jedoch die kinetische Energie der Elektronen durch Messung ihrer Bahnkrümmung im Magnetfeld. Die für lichtelektrische Beobachtungen brauchbarsten Verfahren werden später in § 133 beschrieben werden.

Die Absorption der Lichtstrahlung in Form einzelner, von der Frequenz abhängiger Quanten gehört heute zu den bestgesicherten Tatsachen der physikalischen Erfahrung. Diese Behauptung wird durch den Inhalt des folgenden Paragraphen erhärtet werden.

§ 119. Spektrallinien der Atome. Serien. Kombinationsprinzip. Selten hat eine sinnfällige und ausgiebig untersuchte physikalische Erscheinung dem Verständnis so viel Schwierigkeiten bereitet, wie die linienhafte Lichtabsorption und Emission der Gase und Dämpfe. Man konnte die Emission sowohl thermisch wie elektrisch anregen und mit verschiedenen Erregungsbedingungen (Temperatur, Dichte, Gaszusätze, Stromstärke, Feldstärke u. a.) recht verschieden aussehende Spektre erzielen. Man lernte allmählich die komplizierten Spektre der Moleküle von den einfacheren der Atome unterscheiden. Viele Stoffe bestehen ja in Dampf- und Gasform überwiegend aus einzelnen Atomen, z. B. die Metalle und die Edelgase. Bei anderen Stoffen wird dieser Zustand nur bei sehr

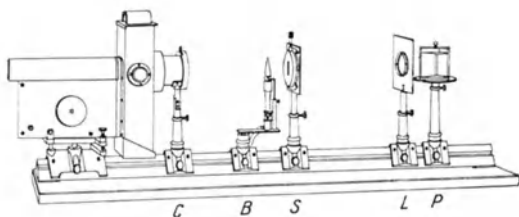


Abb. 408. Umkehrung einer Spektrallinie nach KIRCHHOFF. Der Versuch soll an dieser Stelle nur die Gleichheit einer Lichtfrequenz bei Absorption und Emission zeigen. Seine fundamentale Bedeutung für die Temperaturstrahlung wird erst in § 160 behandelt werden.

hohen Temperaturen erreicht. In Wasserstoff sind z. B. bei 3000°C erst 8% aller Moleküle in Atome dissoziiert, bei 5000°C aber schon 96%. — Das gilt für den stationären Zustand des Dissoziationsgleichgewichtes, z. B. in der Atmosphäre heißer Fixsterne. Man kann aber H_2 statt thermisch auch elektrisch dissoziieren und so atomaren Wasserstoff erhalten. Seine Lebensdauer ist zwar bei tiefen Temperaturen nur gering, doch läßt sich durch geeignete Kunstgriffe für manche Zwecke eine genügende Atomkonzentration aufrechterhalten (vgl. Anm. 1 auf S. 203).

In vielen Fällen konnte man die gleichen Spektrallinien der Atome sowohl im Spektrum der Absorption wie der Emission beobachten. Hier ist zunächst ein berühmter Versuch von G. KIRCHHOFF (1859) zu nennen. Er zeigt die Übereinstimmung der Lichtfrequenz bei Absorption und Emission allerdings nur für eine einzige Spektrallinie, die *D*-Linie¹⁾ des Na-Dampfes ($\lambda = 0,589\ \mu$).

In Abb. 408 kann der Spalt eines Spektroapparates von zwei hintereinander befindlichen Lichtquellen bestrahlt werden. Die dem Spalt nahe ist eine Bunsen-

¹⁾ Bei dem im Schauversuch benutzten Dampfdruck handelt es sich nur um eine breite Spektrallinie. Bei kleinem Dampfdruck zerfällt die *D*-Linie in zwei einwandfrei getrennte Einzellinien, in ein Dublett mit den Wellenlängen $0,5890$ und $0,5896\ \mu$. Diese beiden eng benachbarten Linien lassen sich auch ohne Spektroapparat voneinander trennen. Man stellt in den Strahlengang hintereinander zwei gekreuzte Nikols und zwischen diese eine parallel zur optischen Achsenrichtung geschnittene Quarzplatte von etwa $32\ \text{mm}$ Dicke. Dann tritt das Licht beider Linien linear polarisiert in den Quarz ein und in ihm wird die Schwingungsebene gedreht, für D_1 um 180° , für D_2 nur um 90° . Folglich kann das Licht der D_2 -Linie das zweite Nikol passieren. Ebenso kann man allein D_1 erhalten. Man braucht nur die Schwingungsebenen der Nikols einander parallel zu stellen.

flamme mit einem Zusatz von Na-Dampf (Höchsttemperatur etwa 1800° C; das flüssige Metall befindet sich am Fuß der Flamme in einer kleinen Eisenpfanne). Die dem Spalt fernere Lichtquelle ist eine Bogenlampe (Temperatur etwa 4000° C).

Zunächst brennt nur die Flamme. Auf dem Wandschirm sehen wir allein die *D*-Linie in gelber Farbe. Dann wird außerdem die Bogenlampe eingeschaltet. Ihre Strahlung kann nur durch die dampfhaltige Flamme hindurch zum Spalt gelangen. — Jetzt sehen wir ein helles kontinuierliches Spektrum von Rot bis Violett, aber genau am Ort der *D*-Linie, von einem schwarzen Streifen unterbrochen. — Erklärung:

Die natriumhaltige Flamme allein sendet nur die Strahlung der *D*-Linie aus. Die Verteilung der Strahlungsleistung im Spektrum wird schematisch durch Abb. 409a dargestellt. — Beim Zuschalten der Bogenlampe bleibt die Strahlung des Na-Dampfes ungedändert, die ihr frequenzgleiche Strahlung der Bogenlampe wird vom Dampf nicht hindurchgelassen. Infolgedessen wird die *D*-Linie auf dem Leuchtschirm nunmehr beiderseits von einem hellen kontinuierlichen Spektrum eingerahmt. In diesem hellen Rahmen sehen wir die *D*-Linie nicht mehr gelb, sondern schwarz. Es handelt sich bei diesem Wechsel des Farbtones, wie bei allem Farbsehen, nur um einen psychologischen Vorgang.

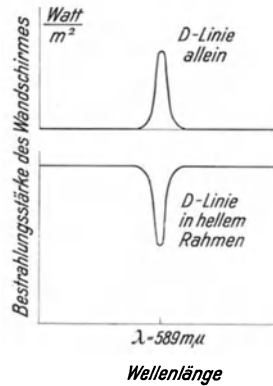


Abb. 409. Zum Versuch von KIRCHHOFF. Man denke sich die Ordinatenwerte mit einem Thermoelement gemessen. Das Minimum der unteren Kurve erhebt sich ebenso weit über die Abszisse, wie das Maximum der oberen.

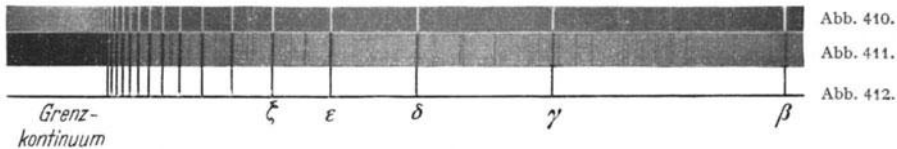


Abb. 410 und 411. Die Balmerlinien des atomaren Wasserstoffs in Emission und Absorption, mit Ausnahme der weit rechts liegenden roten Linie α . ($\beta = 486 \text{ m}\mu$, blaugrün; $\epsilon = 398 \text{ m}\mu$, äußerstes violett.) Photographische Positive. Es sind Spektre der Fixsterne γ Cassiopeiae und α Cygni. Leider sind die Spektre auf zwei verschiedenen Filmen aufgenommen worden. Die noch erkennbaren Abweichungen in der Lage der Linien beruhen auf ungleicher Schrumpfung der beiden Filme. Abb. 412. Zeichnung der Balmerreihe des atomaren Wasserstoffs.

Ein sehr eindrucksvolles Beispiel für die Frequenzgleichheit der Absorptions- und Emissionslinien liefert der atomare Wasserstoff. Die Abb. 410 und 411 zeigen seine sog. „Balmerlinien“ in einem Emissionsspektrum¹⁾ und in einem Absorptionsspektrum je einer Fixsternatmosphäre²⁾. In beiden Fällen sind, wenn gleich nur schwach, auch Linien anderer Atome vorhanden. Deswegen wird das H-Spektrum in Abb. 412 noch einmal in einer Zeichnung wiederholt.

Die Linien des atomaren Wasserstoffs sind offensichtlich gesetzmäßig in einer Reihe oder Serie angeordnet. J. J. BALMER, ein Schweizer, hat 1885 als erster

¹⁾ Die Emissionslinien lassen sich bequem mit einem elektrischen Entladungsrohr beobachten. Am besten benutzt man ein elektrodenloses gemäß Abb. 302 des Elektrizitäts-Bandes oder ein etwa 2 m langes Rohr mit feuchtem, strömendem Wasserstoff (R. W. WOOD). Der Wasserdampf nimmt der Glaswand die Fähigkeit, den von der Entladung gebildeten atomaren Wasserstoff rasch zu zerstören.

²⁾ Die Absorptionslinien der Sternatmosphäre werden allgemein „FRAUNHOFERSche Linien“ genannt. FRAUNHOFER hat ab 1814 diese Linien zur Definition monochromatischer Strahlungen benutzt, vor allem für die Messung von Brechzahlen. FRAUNHOFER kannte übrigens auch die helle *D*-Linie in der Strahlung einer Kerzenflamme, aber nicht ihre Zuordnung zum Natrium. Die Deutung der FRAUNHOFERSchen Linien durch Absorption stammt von KIRCHHOFF und BUNSEN. Für sie wurde der „Umkehrversuch“ (Abb. 408) ersonnen. Er gab die Berechtigung, die Spektralanalyse auch auf Absorptionsspektren auszudehnen.

den Zusammenhang der Wellenlängen mit einer allgemeinen Formel dargestellt, nämlich

$$\lambda = 3645,6 \frac{n^2}{n^2 - m^2} \text{ \AA} \text{ oder } 10^{-10} \text{ Meter.} \quad (228)$$

n und m sollten ganze Zahlen sein, im Sonderfall der Abb. 410/11 m konstant = 2 und $n = 3, 4, 5, \dots$

C. RUNGE ersetzte 1888 die Wellenlänge durch die Frequenz ν , und J. R. RYDBERG gab 1890 der „Serienformel“ die endgültige Gestalt

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (229)$$

($Ry = \text{Rydberg-Frequenz} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$).

Später hat man außer der Balmerreihe weitere Serien des atomaren Wasserstoffs beobachtet, heute kennt man folgende fünf:

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 2, 3, 4 \dots \text{ TH. LYMAN 1906} \quad (230)$$

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 3, 4, 5 \dots \text{ J. J. BALMER 1885} \quad (231)$$

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 4, 5, 6 \dots \text{ F. PASCHEN 1908} \quad (232)$$

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 5, 6, 7 \dots \text{ F. S. BRACKETT 1922} \quad (233)$$

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 6, 7, 8 \dots \text{ A. H. PFUND 1924} \quad (234)$$

Die serienmäßige Anordnung der Spektrallinien ist keineswegs auf das einfachste Atom, das H-Atom, beschränkt. Sie ist vor 1900 schon für viele Atome aufgefunden worden. RYDBERG gab das allgemeine Schema¹⁾

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{(m+s)^2} - \frac{1}{(n+p)^2} \right). \quad (235)$$

Dabei ist m eine kleine, innerhalb einer Serie konstante ganze Zahl 1, 2, 3 . . . , n hingegen durchläuft für die Glieder einer Serie eine Folge ganzer Zahlen; n ist eine „Laufzahl“. Neben m und n stehen zusätzlich kleine Dezimalbrüche, in Gl. (235) mit s und p bezeichnet, in anderen Serienformeln auch mit d und f .

In Abb. 413 vereinigt eine Zeichnung die drei wichtigsten Serien des Na-Atoms. Darunter stehen die Serienformeln, links in der ausführlichen Form, rechts in einer von F. PASCHEN angegebenen, viel benutzten Kurzschrift.

Die Hauptserien der Alkalimetalle lassen sich bequem im Absorptionsspektrum des Dampfes beobachten. Beim Na fällt nur die langwelligste Linie, die D-Linie, in den sichtbaren Spektralbereich, alle übrigen Linien dieser Serie liegen im Ultraviolett. Hingegen gehören die meisten Linien

¹⁾ In der spektroskopischen Literatur dividiert man nach altem Brauch die Gl. (235) beiderseits mit der Lichtgeschwindigkeit c . Dann bekommt man statt der Frequenz ν die Wellenzahl $\nu^* = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$, d. h. die Zahl der Wellen auf der Längeneinheit, meist auf 1 cm, und statt der Rydbergfrequenz Ry die Rydbergkonstante $Ry^* = 109700 \text{ cm}^{-1}$. Man schreibt

$$\nu^* = \frac{Ry^*}{(m+s)^2} - \frac{Ry^*}{(n+p)^2}$$

und nennt die beiden Brüche die „Terme“. Also $\nu^* = T_1 - T_2 = \text{fester Term minus Laufterm}$.

der Nebenserien dem sichtbaren Spektralbereich an. Man findet sie leicht im Emissionsspektrum: Man versieht die positive Kohle einer Bogenlampe mit einer Bohrung, füllt diese mit Na_2CO_3 und wirft das Spektrum auf einen Wandschirm.

Auf die Entdeckung der Serien folgte die Auffindung des Kombinationsprinzipes durch W. RITZ (Göttingen, 1908). Es lautet in RITZ' eigenen Worten: „Durch additive oder subtraktive Kombination, sei es der Serienformeln selbst, sei es der in sie eingehenden Konstanten, lassen sich neue Serienformeln bilden.“ Sie „gestatten gemessene, neu entdeckte Linien aus früher bekannten zu berechnen“.

§ 120. Das Niveauschema der Atome. 1913 kam dann der für das Verständnis der Spektrenentscheidende Fortschritt. Man verdankt ihn dem Dänen NIELS BOHR. — Bekannt war die lichtelektrische Gleichung

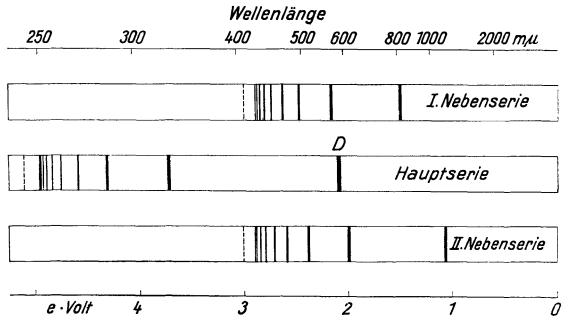


Abb. 413. Drei von den Spektralserien des Na-Atoms. Seriengrenzen gestrichelt. — Ihre formelmäßige Darstellung lautet:

$$\begin{aligned} \text{Hauptserie: } \nu &= Ry \cdot \left(\frac{1}{(1+s)^2} - \frac{1}{(n+p)^2} \right) \text{ oder } (1s-np) \\ s &= 0,629, \quad p = 0,144, \quad n = 2, 3, 4, \dots \\ \text{I. Nebenserie: } \nu &= Ry \cdot \left(\frac{1}{(2+p)^2} - \frac{1}{(n+d)^2} \right) \text{ oder } (2p-nd) \\ p &= 0,144, \quad d = 0,070, \quad n = 3, 4, 5, \dots \\ \text{II. Nebenserie: } \nu &= Ry \cdot \left(\frac{1}{(2+p)^2} - \frac{1}{(n+s)^2} \right) \text{ oder } (2p-ns) \\ p &= 0,144, \quad s = 0,629, \quad n = 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

Ferner nicht gezeichnet die Bergmann-Serien.
Die erste wird dargestellt durch

$$\nu = Ry \cdot \left(\frac{1}{(3+d)^2} - \frac{1}{(n+f)^2} \right) \text{ oder } (3d-nf) \\ d = 0,070, \quad f = 0,20, \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

$$h\nu = eP, \tag{227} \text{ v. S. 201}$$

und ihre Deutung, die Absorption des Lichtes in quantenhaften Energiebeträgen der Größe $h\nu$. Bekannt waren ferner die Formeln der Spektralserien, insbesondere die des H-Atoms,

$$\nu = Ry \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \tag{229} \text{ v. S. 204}$$

mit der Rydbergfrequenz $Ry = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$, und endlich das RITZsche Kombinationsprinzip. Als Ausgangspunkt diente die Gl. (229).

Diese Gleichung wird beiderseits mit der PLANCKSchen Konstanten h multipliziert, also

$$h\nu = \frac{Ry \cdot h}{m^2} - \frac{Ry \cdot h}{n^2}. \tag{229a}$$

Dann steht links $h\nu$, also eine Energie: Folglich muß es sich rechts um die Differenz zweier Energien handeln, also

$$h\nu = E_{\text{Ende}} - E_{\text{Anfang}}. \tag{236}$$

Die Energien E_{Anfang} und E_{Ende} werden Niveaus genannt. Jedem Niveau wird ein Energiezustand des Atoms zugeordnet. Dann ist die Energie $h\nu$ einer jeden Spektrallinie gleich der Energiedifferenz zwischen zwei energetisch verschiedenen Zuständen des Atoms. Lichtabsorption soll die Energie des Atoms vergrößern, Lichtemission soll sie verkleinern.

Bei der Absorption soll der kleine Wert E_{Anfang} durch m , der große E_{Ende} durch n bestimmt werden. Dabei muß die Differenz $(E_{\text{Ende}} - E_{\text{Anfang}})$, der Energie-Aufnahme entsprechend, positiv sein. Folglich darf man nicht setzen

$$E_{\text{Anfang}} = \frac{Ry \cdot h}{m^2} \quad \text{und} \quad E_{\text{Ende}} = \frac{Ry \cdot h}{n^2},$$

sondern man muß schreiben

$$E_{\text{Anfang}} = X - \frac{Ry \cdot h}{m^2}$$

und

$$E_{\text{Ende}} = X - \frac{Ry \cdot h}{n^2}.$$

Dabei ist X die Höchstenergie des Atoms. Ihr Wert ist unbekannt und gleichgültig.

Auf Grund dieser Definition der Energieniveaus E_{Anfang} und E_{Ende} läßt sich eine Stufenfolge der Atomenergie, ein Niveauschema, aufstellen. Zu diesem Zweck setzt man in dem Bruch $\frac{Ry \cdot h}{n^2}$ der Reihe nach $n = 1, 2, 3 \dots$. Dann bekommt man

für $n =$	1	2	3	...	∞	
$\frac{Ry \cdot h}{n^2} =$	21,7	5,42	2,41	...	0	$\cdot 10^{-19}$ Wattsek.
	13,53	3,39	1,50	...	0	$\cdot e\text{Volt}$

Die in $e\text{Volt}$ angegebenen Werte sind in Abb. 414 zusammengestellt, und zwar in der rechten Ordinate abwärts nach steigenden Beträgen geordnet. Die rechte Ordinate gibt dann die zum Erreichen des Höchstwertes X noch fehlende (oder „negative“) Atomenergie. In der linken Ordinate ist der Nullpunkt um den Wert 13,53 $e\text{Volt}$ verschoben. Statt 0 heißt es 13,53 $e\text{Volt}$, statt $-3,39 e\text{Volt}$ heißt es 10,14 $e\text{Volt}$ usw. Auf diese Weise gibt die linke Ordinate den Zuwachs der Atomenergie gegenüber irgendeinem unbekanntem Wert des Grundzustandes. Im allgemeinen benutzt man die linke Ordinate, in manchen Fällen ist aber die rechte bequemer (S. 235).

Dieses Niveauschema des H-Atoms stellt die $h\nu$ -Energie einer jeden seiner Spektrallinien dar als Differenz zweier Energieniveaus. Die Differenzen sind durch vertikale Striche angedeutet, und in einigen von ihnen ist die der Strichlänge entsprechende Lichtwellenlänge eingetragen. Auf diese Weise umfaßt das Schema alle fünf für atomaren Wasserstoff gefundene Spektralserien (230)–(234), doch sind nur für drei die Namen und einige Wellenlängen eingetragen.

In entsprechender Weise hat man heute für viele Atome ein Niveauschema aufgestellt. Als Führer bei dieser teilweise sehr mühsamen Arbeit diente vor allem das Ritzsche Kombinationsprinzip. Man ist bei allen anderen Atomen aber nicht, wie beim H, mit einer einfachen Leiter ausgekommen, man hat deren mehrere nebeneinander stellen müssen. Die Abb. 415 und 416 geben das Niveauschema für Na und das für Hg. Wir brauchen sie beide nur für Vorführungsversuche. Darum sind Energieniveaus mit weniger als $10^{-2} e\text{Volt}$ Energiedifferenz zu einem Niveau zusammengefaßt. Dadurch erscheint z. B. die D -Linie des Na in Abb. 415 als einfache Linie mit der Wellenlänge 589 $m\mu$ und nicht als enges Dublett. (Vgl. Anmerkung 1 von S. 202.)

In den Zeichnungen 415 und 416 ist die Entstehung der wichtigsten Spektrallinien wieder durch Striche, und zwar diesmal schräge, angedeutet. Man darf aber solche Striche nicht etwa wahllos zwischen den Sprossen verschiedener

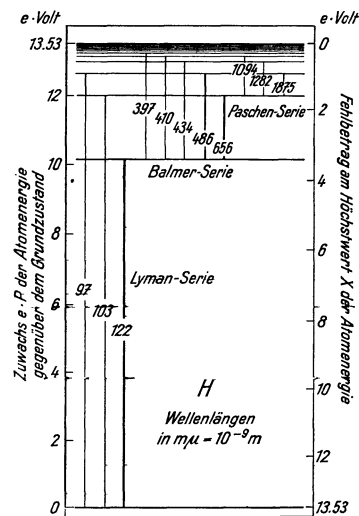


Abb. 414. Einfachstes Niveauschema des H-Atoms mit drei von den fünf heute bekannten Serien.

Leitern einzeichnen und dann für jeden solchen Pfeil eine Spektrallinie erwarten. Die Übergänge zwischen verschiedenen Niveaus werden vielmehr nach bestimmten, hier zu weit führenden „Auswahlregeln“ bestimmt.

Jedes Niveauschema wird für einen bestimmten Frequenz- oder Spektralbereich aufgestellt. Für Licht im engeren Sinne umfaßt es die eine Oktave des sichtbaren Lichtes und einige der beiderseits angrenzenden Oktaven. Für die hohen Oktaven, also das Röntgenlicht, wird stets ein zweites Niveauschema gezeichnet (weiter in § 131).

Die tiefste Leitersprosse eines Niveauschemas ist dem niedrigsten für Lichtabsorption und -emission maßgebenden Energiezustand eines Atoms zugeordnet. Man bezeichnet diesen Zustand als Grundzustand und stellt ihm alle übrigen, den höheren Leitersprossen zugeordneten Zustände als angeregte gegenüber. Man unterscheidet das Grundniveau und die höheren Niveaus.

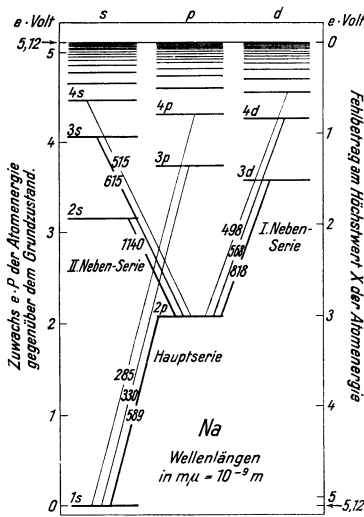


Abb. 415. Für Schauversuche ausreichendes Niveauschema des Na-Atoms.

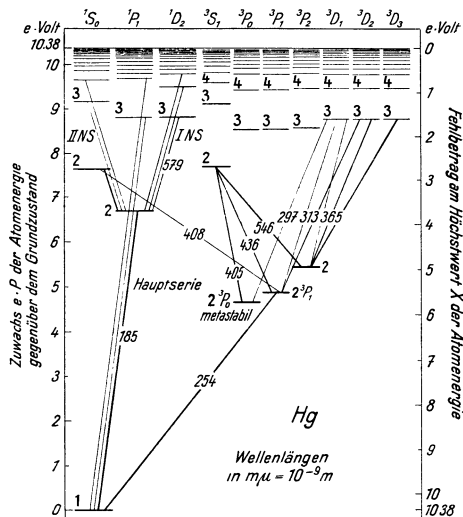


Abb. 416. Niveauschema des Hg-Atoms mit den für Schauversuche wichtigsten Spektrallinien. Links Einfach-, rechts Dreifach-Niveaus.

Zur Bezeichnung der einzelnen Niveaus sind nur in der Abb. 415 die ursprünglichen, von PASCHEN angegebenen Symbole mit empirischen Laufzahlen benutzt worden. Das Grundniveau des Na beispielsweise hieß 1 s. Später sind im Schrifttum etliche andere, mit dem jeweiligen Stand der Atommodelle wechselnde Symbole vorgeschlagen worden. Neuerdings haben sich die von SOMMERFELD sowie von RUSSEL und SAUNDERS empfohlen weitgehend durchgesetzt, und auch wir wollen sie ausschließlich benutzen. Diese Symbole bestehen aus großen Buchstaben, ganzen Zahlen und Brüchen. So heißt z. B. das Grundniveau des Na nicht 1 s, sondern $1^2S_{1/2}$ (lies: Eins-Dublett-S-Einhalb).

Zur Erläuterung dieser symbolischen Schreibweise nehme man Abb. 416 zur Hand. Der kleine Index links oben kennzeichnet mit 1, 2, 3... die Zugehörigkeit des Niveaus zu einem System von Einfach-, Doppel-, Dreifach- usw. Niveaus. Der große Buchstabe (S, P, D, F,) kennzeichnet innerhalb dieses Systems eine Niveaulitergruppe. Die einzelnen Leitern einer Gruppe werden dann durch den Index rechts unten gekennzeichnet. Die S-Leiter ist in jedem Niveausystem einfach. Trotzdem wird auch ihr, mit Rücksicht auf bestimmte Atommodelle, unten rechts ein Index angefügt (z. B. 3S_1 in Abb. 416).

Schließlich muß nun noch die Sprosse der nunmehr festgelegten Leiter gekennzeichnet werden. Dazu dienen bei uns, wie bei den Paschen-Symbolen, die empirischen Laufzahlen, sie werden als große Ziffern an den Anfang gestellt.

Hg $2^3 P_0$ heißt also: Man suche im Dreifach-Niveau- (oder Triplett-) System des Hg-Atoms aus der Gruppe der P -Leitern die mit 0 markierte heraus und suche in ihr die mit 2 markierte Sprosse. Sie liegt bei 4,66 eVolt.

Die Verwendung von Brüchen zur Indizierung erscheint seltsam. Die Begründung wird in § 134 folgen.

§ 121. **Angeregte Zustände und ihre Lebensdauer.** Unter normalen Bedingungen von Temperatur und Druck befinden sich die Atome im Grundzustand. Sie können daher nur eine Serie von Spektrallinien absorbieren, deren unteres Niveau dem Grundzustand angehört. Eine solche Serie heißt Hauptserie. Beim Na ist es beispielsweise die mit der D -Linie beginnende.

Die Hauptserie des H-Atoms ist die Lymanserie. Ihre größte Wellenlänge ist $\lambda = 122 m\mu$. Unterhalb von $\lambda =$ etwa $185 m\mu$ wird Zimmerluft undurchlässig (Abb. 362). Man kann daher die Hauptserie des H nur mit einem Vakuumspektrographen beobachten. Dieser eignet sich schlecht für Vorführungsversuche. — In der Atmosphäre heißer Fixsterne hingegen haben die thermischen Stöße bereits einen merklichen Bruchteil der H-Atome in den ersten angeregten Zustand versetzt. Das zugehörige Niveau (10,2 e Volt, Abb. 414) ist das niedrigste der Balmer Serie. Infolgedessen kann die Sternatmosphäre auch die Linien der Balmer Serie absorbieren (Abb. 411).

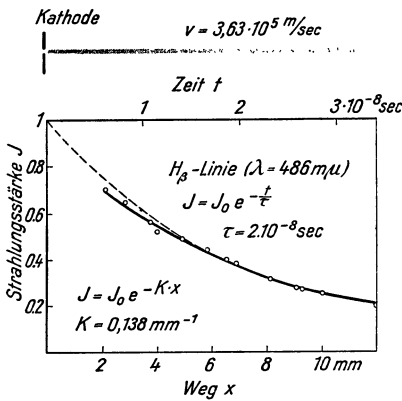


Abb. 417. Die Lichtemission eines Kanalstrahlbündels im Hochvakuum. Dicht hinter der Kathode D stören einige hier belanglose Nebenerscheinungen. Im weiteren Verlauf fällt die Strahlungsstärke J (Watt/Raumwinkel, ausgezogene Kurve) gut mit der gestrichelten Exponentialkurve zusammen (W. WIEN 1921).

Eine Anreicherung von Atomen im angeregten Zustand, oder kürzer von angeregten Atomen, wird durch ihre winzige mittlere Lebensdauer verhindert¹⁾. Diese ist im allgemeinen nicht größer als höchstens einige 10^{-8} Sekunden. Sie wird experimentell an Kanalstrahlen bestimmt. Man beobachtet das Abklingen der Lichtemission längs ihrer

Flugbahn im Hochvakuum, Abb. 417. Es erfolgt exponentiell mit Weg und Zeit. Aus dieser Abklingkurve ergibt sich dann die mittlere Lebensdauer τ ebenso wie beim Zerfall eines radioaktiven Stoffes. In dem gezeichneten Beispiel beträgt die mittlere Lebensdauer τ des angeregten H-Atoms $2 \cdot 10^{-8}$ sec.

Im allgemeinen berechnet man jedoch die Lebensdauer eines angeregten Zustandes. Zu diesem Zweck greift man auf das klassische Bild zurück. Im klassischen Bilde tritt an die Stelle der Lebensdauer τ eines angeregten Zustandes die Dämpfung des strahlenden Dipols, gemessen durch seine Dämpfungskonstante α oder sein logarithmisches Dekrement A . Man beschreibt den Inhalt der Abb. 417 mit der Gleichung

$$J = J_0 e^{-2\alpha t}, \quad (237)$$

¹⁾ Allgemein gilt: Entstehen je Sekunde N Individuen mit der mittleren Lebensdauer τ sec, so ist der stationäre Bestand $\mathfrak{N} = N \cdot \tau$. — Beispiel: In Deutschland werden je Sekunde rund $5 \cdot 10^{-2}$ Kinder geboren; τ beträgt rund 50 Jahre $\approx 1,5 \cdot 10^9$ sec. Also ist der stationäre Bestand der Bevölkerung $\mathfrak{N} \approx 5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5 \cdot 10^9 = 75 \cdot 10^6$.

setzt also $\tau^{-1} = 2\alpha$. Dann ist nach Gl. (155) v. S. 154

$$\alpha = \text{Dämpfungsverhältnis} \left. \begin{array}{l} \text{der Amplitude des strahlenden} \\ \text{Dipols.} \end{array} \right\} \quad (237a)$$

$$\frac{\alpha}{\nu} = \frac{1}{2\nu\tau} = A = \text{logarithmisches Dekrement}$$

Die Dämpfung ergibt sich aus der Halbwertsbreite H der Spektrallinie (S. 155), es gilt

$$A = \pi \frac{H}{\nu} \quad \text{Gl. (162a) v. S. 155}$$

(H im Frequenzmaß, also sec^{-1})

oder

$$A = \pi \frac{H^*}{\lambda} \quad (162b)$$

(H^* = Halbwertsbreite im Wellenlängenmaß).

Dieses Dekrement A setzen wir in Gl. (237a) ein und erhalten als Lebensdauer

$$\tau = \frac{1}{2\pi H}. \quad (237b)$$

Bei einem freien, nicht durch thermische Zusammenstöße gestörten Atom kommt die Dämpfung nur durch die Strahlung seines Dipols zustande. Diese Strahlungsdämpfung erzeugt ein logarithmisches Dekrement

$$A_S = \frac{\pi}{3\epsilon_0} \cdot \frac{e^2\nu}{m \cdot c^3} = (1,27 \cdot 10^{-22} \text{ sec}) \cdot \nu. \quad (238)$$

[ϵ_0 = Influenzkonstante = $8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek/Volt·m. $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek. m = Elektronenmasse = $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec; ν = Lichtfrequenz in sec^{-1} . Die Herleitung der Gl. (238) hat an Gl. (174) v. S. 158 anzuknüpfen.]

Diesem Dekrement entspricht eine bestimmte Halbwertsbreite, genannt die natürliche Linienbreite, nämlich

$$H_S = A_S \frac{\nu}{\pi} \quad (238a)$$

und im Quantenbilde die natürliche Lebensdauer des angeregten Zustandes.

$$\tau_S = \frac{1}{2\pi H_S}. \quad (238b)$$

Zahlenbeispiel: Für die in Abb. 417 benutzte Spektrallinie H_β ist

$$\nu = 6,2 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}, \quad A_S = 7,75 \cdot 10^{-8} \text{ [nach Gl. (238)],}$$

$$H_S = 1,53 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1} \text{ [nach Gl. (238a)],} \quad \tau_S = 1,04 \cdot 10^{-8} \text{ sec [nach Gl. (238b)].}$$

Die aus der klassischen Strahlungsdämpfung berechnete natürliche Lebensdauer τ_S stimmt der Größenordnung nach mit dem an Kanalstrahlen gemessenen Wert überein. Das Verhältnis zwischen natürlicher Linienbreite H_S^* und Wellenlänge λ ist

$$\frac{H_S^*}{\lambda} = \frac{H_S}{\nu} = 2,5 \cdot 10^{-8},$$

also der Kehrwert $4 \cdot 10^7$ größer als das Auflösungsvermögen der leistungsfähigsten Spektralapparate (§ 53). Meßtechnisch darf man daher die natürliche Linienbreite gleich Null setzen oder die zugehörigen Wellenzüge als praktisch unendlich lang betrachten.

In Wirklichkeit zeigt nun aber jede Spektrallinie in Spektralapparaten von genügendem Auflösungsvermögen die Gestalt einer Bande von geringer, aber durchaus meßbarer Breite (S. 93). Die tatsächlich beobachteten Halbwertsbreiten der Spektrallinien entstehen stets durch sekundäre Einflüsse. — Zunächst ist der Dopplereffekt zu nennen. Die thermische Geschwindigkeit u der Atome verändert die vom Beobachter wahrgenommene Wellenlänge λ_B :

Nach Gl. (74) v. S. 109 gilt für kleine Werte von u/c

$$\lambda_B = \lambda \pm \Delta\lambda = \lambda \left(1 \pm \frac{u}{c} \right).$$

Beispiel: Die mittlere thermische Geschwindigkeit der H-Atome ist bei Zimmertemperatur = 1850 m/sec. Somit ergibt sich

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \pm \frac{1,85 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = \pm 6 \cdot 10^{-6}$$

oder

$$\frac{H^*}{\lambda} = 1,2 \cdot 10^{-5},$$

d. h. die vom Dopplereffekt verursachte Halbwertsbreite der Linie ist beim Wasserstoff von Zimmertemperatur fast 500mal größer als die natürliche, nur von der Strahlungsdämpfung bewirkte Linienbreite H_s . Außerdem bewirken die thermischen Zusammenstöße der strahlenden Atome mit anderen Molekülen eine „Stoßdämpfung“. Das bedeutet im klassischen Bilde: Die Dipolschwingungen im Atom werden durch den Stoßvorgang vorzeitig abgebrochen, der Wellenzug wird verkürzt und damit die Spektrallinie verbreitert¹⁾. In der Quantensprache hingegen heißt es: Der thermische Zusammenstoß verkürzt die Lebensdauer τ des angeregten Atoms und vergrößert dadurch die Halbwertsbreite H . Es gilt ja

$$H = \frac{1}{2\pi\tau}. \quad (237b)$$

Ein krasses Beispiel einer solchen Stoßdämpfung lag in Abb. 389 vor. Dort war die Halbwertsbreite der Hg-Linie $254 \mu\mu$ gleich $3,54 \cdot 10^{11} \text{ sec}^{-1}$, die Lebensdauer τ also nur $4,5 \cdot 10^{-13} \text{ sec}$. Sie war also rund 10^6 mal kleiner als bei einem ungestörten Atom (siehe oben).

Viele Spektrallinien lassen sich nur in Absorptionsspektren beobachten. Die geringe Halbwertsbreite der meisten Linien führt da zu einer experimentell sehr unangenehmen Folgerung: Man kann wohl die Frequenz einer Linie bestimmen, d. h. die Lage ihres Absorptionsmaximums, man kann aber nicht die Linie wie eine kleine schmale Bande ausmessen und ihre Gestalt bestimmen. Für solche Messungen müssen innerhalb des Spektralbereiches der Linienbreite eine ganze Reihe „monochromatischer“ Strahlungen zur Verfügung stehen. Solche Strahlungen kann man aber nicht aus einem kontinuierlichen Spektrum ausblenden; die Spalte müßten sehr eng gemacht werden und dann lassen sie keine für die Meßinstrumente ausreichende Strahlungsleistung hindurch. Das gilt vor allem für alle Absorptionslinien im Ultraroten (vgl. Abb. 486).

Aus diesem meßtechnischen Grunde hat man nur für ganz wenige, durch Stoßdämpfung abnorm verbreiterte Absorptions-Spektrallinien die Bandengestalt ausmessen können. Die Abb. 389 gab ein Beispiel. — Bei Emissionslinien fällt diese Schwierigkeit fort. Ihre Gestalt oder Struktur ist in vielen Fällen mit hoch auflösenden Spektralapparaten einwandfrei ermittelt worden (vgl. Abb. 483 und 484).

§ 122. Resonanz- und Mehrlinien-Fluoreszenz. Eine vom Grundniveau ausgehende Lichtabsorption kann auf bestimmte ausgezeichnete Frequenzen führen: Lichtenergie dieser Frequenzen wird nach der Absorption mit ungeänderter Frequenz wieder ausgestrahlt. Diese „Resonanzfluoreszenz“ kann sogar 100% Nutzeffekt besitzen. Voraussetzung ist nur eine niedrige Dampfdichte, die Zahl der gaskinetischen Zusammenstöße muß klein sein. Aus dem gleichen

¹⁾ Der Flächeninhalt der Absorptionskurve oder das Produkt aus ihrer Halbwertsbreite und der Absorptionskonstanten im Bandenmaximum bleibt dabei ungeändert, vgl. Gl. (205) von S. 184.

Grunde muß auch die Anwesenheit fremder Moleküle vermieden werden. Diese führt zu einer Schwächung, manchmal sogar Unterdrückung der Resonanzfluoreszenz. Gaskinetische Zusammenstöße können also den Anregungszustand eines Atomes zerstören, ohne daß es zu einer Lichtemission kommt. Man nennt solche Stöße „Stöße zweiter Art“.

Na besitzt nur eine ausgezeichnete Frequenz, nämlich die der *D*-Linie. Man kann daher die Fluoreszenz bequem im Schauversuch vorführen. Die Abb. 418 zeigt eine geeignete Anordnung. Sie benutzt Na-Dampf mit kleiner Dampfdichte (z. B. 100°C und Sättigungsdruck $p = 10^{-7}$ mm Hg-Säule). Das primäre erregende Licht entstammt einer technischen Na-Lampe. Sein Weg im Dampfgefäß macht sich durch eine gelbe Sekundärstrahlung bemerkbar. Sie enthält keine andere Frequenz als die Primärstrahlung, also nur die *D*-Linie.

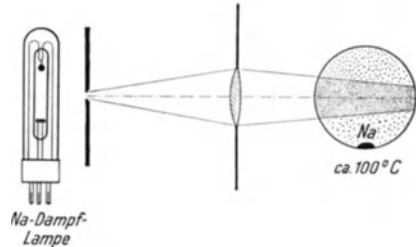


Abb. 418. Schauversuch zur Resonanzfluoreszenz des Na.

Die scharf begrenzte Bahn der primären Strahlung ist allseitig von einer leuchtenden gelben Hülle umgeben. Sie erfüllt das ganze Dampfgefäß. Es handelt sich um eine von der Sekundärstrahlung angeregte Tertiärstrahlung und so fort. Das ganze zur Fluoreszenzstrahlung angeregte Gefäß wird oft kurz als Resonanzlampe bezeichnet. Sie liefert infolge ihrer niedrigen Temperatur eine besonders monochromatische Strahlung.

Die *D*-Linie ist ja streng genommen eine Doppellinie (S. 202). Ihre beiden Komponenten sind in der Strahlung der Resonanzlampe scharf getrennt. Die als D_2 bezeichnete Komponente hat bei 300°C erst eine Halbwertsbreite von 0,002 $m\mu$. Im klassischen Bilde sagt man: Das Atom strahlt, als Dipol schwingend, die gesamte aufgenommene Energie wieder aus. Das ist geschehen, bevor es mit einem anderen Atom zusammenstößt. Infolgedessen wird die optisch aufgenommene Energie auch nicht teilweise in Wärmebewegung verwandelt, es liegt eine reine „Strahlungsdämpfung“ vor. Die beobachtete Halbwertsbreite entsteht nur sekundär durch den Dopplereffekt (S. 209).

In der Quantsprache heißt es dagegen: Zwischen dem oberen Niveau der *D*-Linien und ihrem unteren, dem Grundniveau, liegt kein Niveau. Der bei der Absorption der *D*-Linien erreichte Energiezustand kann daher bei der Emission nur in den Grundzustand zurückverwandelt werden. Dabei kann nur Licht mit der Frequenz der *D*-Linien ausgestrahlt werden. Der Nutzeffekt muß 100% betragen, sofern nur die mittlere Lebensdauer des angeregten Zustandes kleiner ist als die mittlere Stoßzeit, d. h. die Zeit zwischen zwei gaskinetischen Zusammenstößen.

Lehrreich ist eine Fortsetzung des Versuches. Man umgibt das Dampfgefäß mit einem elektrischen Ofen mit den nötigen Fenstern und steigert durch Temperaturerhöhung die Dichte des Na-Dampfes. Dabei zieht sich der fluoreszierende Bereich mehr und mehr auf die Eintrittsstelle der Primärstrahlung zurück. Man sieht schließlich nur noch eine dünne Oberflächenschicht leuchten. Bei noch höheren Dampfdichten spiegelt diese Schicht. Ihr Reflexionsvermögen wird der eines festen Metalls vergleichbar, aber dabei scharf selektiv. Folglich unterscheidet sich die Brechzahl des dichten Dampfes schon merklich von 1. — Früher haben wir die Entstehung einer Brechzahl auf die Sekundärstrahlung der Atome zurückgeführt (S. 169). Die Brechzahl sollte mit der Zahl der Atome im Einheitsvolumen ansteigen [Gl. (199) v. S. 176]. Diese Darstellung findet hier ihre sinnfällige Bestätigung.

Das Hg-Atom hat zwei Resonanzlinien, nämlich $\lambda = 185$ und $\lambda = 254 m\mu$. Die erste liegt an der Durchlässigkeitsgrenze der Luft, scheidet also für einfache

Schauversuche aus. Hingegen kann man mit $\lambda = 254 \text{ m}\mu$ bequem experimentieren, z. B. eine Resonanzlampe (S. 211) anfertigen. Sie besteht aus einer Quarzglaskugel und enthält Hg-Dampf von Zimmertemperatur (Sättigungsdruck etwa $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg-Säule}$). Als Primärstrahlung benutzt man das Licht einer Hg-Bogenlampe mit einigen, unter Abb. 419 erläuterten Kunstgriffen. Die Sekundär- oder Fluoreszenzstrahlung wird mit einem Leuchtschirm aus Bariumplatincyranür sichtbar gemacht. In Abb. 419 wird mit einer solchen Resonanzlampe ein Schattenwurf vorgeführt, und zwar von einer Hg-Dampfwolke. Diese entströmt einem handwarmen Hg-Tropfen vor dem Leuchtschirm. Der Schatten erscheint trotz der kleinen Dampfdichte (etwa $5 \cdot 10^{19} \text{ Hg-Atome je m}^3$) tief-

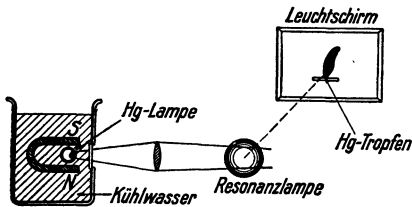


Abb. 419. Schauversuch mit einer Hg-Resonanzlampe. Die Fluoreszenzstrahlung entwirft auf dem Leuchtschirm das Schattenbild der Hg-Dampfwolke über einem handwarmen Hg-Tropfen. Mit einem Strahlungsmesser (Photozelle) statt des Leuchtschirmes kann man so bei 10 cm Schichtdicke noch ca. 10^{14} Hg-Atome je m^3 Luft nachweisen. Die primäre Lichtquelle wird mit fließendem Wasser gekühlt und der heiße Stromfaden wird mit einem Magneten an die Quarzrohrwand herangezogen. So wird die Absorption in den äußeren kühlen Randschichten des Hg-Dampfes oder kurz: die Selbstumkehr der Resonanzlinie $254 \text{ m}\mu$ vermieden.

dunkel. Das ist nach unseren früheren Darlegungen über die Absorptions-Spektralanalyse (S. 185) nicht überraschend: Die Empfindlichkeit dieses Nachweises war um so größer, je kleiner die Halbwertsbreite der absorbierten Spektrallinien oder -linie ist. Die Resonanzfluoreszenz bildet einen Sonderfall. Im allgemeinen versetzt die Absorption einer Spektrallinie aus dem Grundzustand in irgendeinen der höheren angeregten Zustände. Die Rückkehr zum Grundzustand kann dann in verschiedener Weise erfolgen. Entweder direkt, dann wird nur die primäre Frequenz wieder ausgestrahlt, oder in mehreren Stufen über die bei der Absorption übersprungenen Niveaus: dann können auch die zu den Differenzen dieser Niveaus gehörenden Spektrallinien

in der Sekundärstrahlung erscheinen. So kann man z. B. in Na-Dampf eine Primärstrahlung der Wellenlänge $\lambda = 330 \text{ m}\mu$ ($= 3,74 \text{ e Volt}$) einstrahlen (Licht eines Zn-Funkens). Die sekundäre oder Fluoreszenzstrahlung enthält dann nicht nur die ultraviolette Linie $330 \text{ m}\mu$ des Natriums, sondern auch seine allbekannte gelbe D-Linie ($2,1 \text{ e Volt}$)¹⁾. Ein zweites Beispiel: Man erregt Hg-Dampf von Zimmertemperatur mit dem unzerlegten Licht einer technischen Hg-Bogenlampe zur Fluoreszenz. Bei großer Strahlungsstärke des primären Lichtes kann man dann im sekundären oder Fluoreszenzlicht alle Wellenlängen des Primärlichtes beobachten. — Deutung: Im ersten Augenblick befinden sich alle Hg-Atome im Grundniveau, können also nur die Resonanzlinie $\lambda = 254 \text{ m}\mu$ absorbieren²⁾. Durch die Absorption wird das Energieniveau 2^3P_1 erreicht (Abb. 416). Die Lebensdauer der so angeregten Atome beträgt zwar nur einige 10^{-8} sec . Trotzdem kann bei starker Primärstrahlung ein endlicher Bestand angeregter Atome entstehen. Nach Abb. 416 vermögen diese ihrerseits weitere Wellenlängen zu absorbieren, z. B. $\lambda = 313 \text{ m}\mu$ und $\lambda = 436 \text{ m}\mu$. Damit werden die Niveaus 3^3D_2 und 2^3S_1 erreicht. Von diesen aus werden die Niveaus 2^3P_2 und 2^3P_0 zugänglich, und so fort. Beim Übergang von den höheren zu den niedrigeren Niveaus erscheinen die zugehörigen Linien in Emission. Man spricht von einer Mehrlinienfluoreszenz mit einer „stufenweisen Anregung“.

¹⁾ In Abb. 415 kann der Übergang vom Niveau $3p$ nach $2p$ optisch nicht direkt erfolgen, sondern nur auf dem Umweg über $2s$ oder $3d$. Die dabei emittierten Spektrallinien liegen im Ultraroten.

²⁾ Die andere Resonanzlinie ($\lambda = 185 \text{ m}\mu$) kommt nicht in Frage, sie wird im Quarzglas und in der Luft absorbiert.

§ 123. Sensibilisierte Fluoreszenz. Die Resonanzstrahlung der Hg-Atome läßt sich auf eine sehr bemerkenswerte Weise stören: Man setzt dem Hg-Dampf den Dampf eines anderen Metalles zu, z. B. von Thallium. Als Primärstrahlung wird weiterhin die Hg-Linie $254\text{ m}\mu$ benutzt. Trotzdem erscheint jetzt nicht nur diese Linie im Fluoreszenzlicht, sondern auch die grüne Linie des Tl ($\lambda = 535\text{ m}\mu$). Diese Erscheinung heißt sensibilisierte Fluoreszenz (G. CARIO 1922). Ihre Deutung ist folgende: Die Anregungsenergie der grünen Tl-Linie und der Linien einiger anderer, ebenfalls als Zusatz brauchbarer Metalle (z. B. Na, Ag) ist kleiner als die Anregungsenergie für die Resonanzlinie des Hg. Im Niveauschema heißt das: Das obere Niveau der Hg-Resonanzlinie ($4,86\text{ eVolt}$) liegt höher als das obere Niveau der grünen Tl-Linie ($3,27\text{ eVolt}$). Bei hinreichender Dampfdichte können angeregte Hg-Atome mit Tl-Atomen zusammenstoßen und diese dadurch in den angeregten Zustand versetzen. Dazu muß nur ein Energiebetrag von $3,27\text{ eVolt}$ übertragen werden. Der Rest, also $4,86 - 3,27 = 1,59\text{ eVolt}$ wird nach Maßgabe des Massenverhältnisses in kinetische Energie der beiden Stoßpartner verwandelt. Nach kurzer Zeit strahlt das angeregte Tl-Atom die gespeicherte Energie in Form seiner grünen Linie aus. Diese Linie ist durch Dopplereffekt verbreitert. Das Tl-Atom hatte ja bei der Energieübertragung eine erhebliche Vergrößerung seiner Molekulargeschwindigkeit erfahren. Das Entsprechende gilt für einige nicht sichtbare, im Ultraviolett gelegene Linien des Thalliums. Sie finden sich neben der sichtbaren grünen Linie ebenfalls im Licht der sensibilisierten Fluoreszenz.

§ 124. Metastabile Zustände. Wir behandelten soeben die sensibilisierte Fluoreszenz des Hg-Dampfes mit Tl-Zusatz. Diese Fluoreszenz wird durch Beifügung etlicher chemisch indifferenten Gase, z. B. Argon oder Stickstoff, von einigen mm Druck in eigenartiger Weise beeinflusst: Die Resonanzlinie des Hg ($\lambda = 254\text{ m}\mu$) wird unterdrückt. Das ist nach den Erfahrungen über Resonanzfluoreszenz nicht überraschend. Seltsamerweise wird aber gleichzeitig die Fluoreszenzemission der Tl-Linien erheblich verstärkt. — Ähnlich ist der Einfluß der gleichen Fremdgase auf die in § 122 beschriebene Mehrlinienfluoreszenz des reinen Hg-Dampfes. Auch hier schwächen die Fremdgase die Emission der Resonanzlinie, verstärken aber gleichzeitig die Emission einiger anderer Hg-Linien, insbesondere die der sichtbaren mit den Wellenlängen $407\text{ m}\mu$, $436\text{ m}\mu$ und $546\text{ m}\mu$.

Beide Erscheinungen lassen sich auf ein ausgezeichnetes Niveau des Hg-Atoms zurückführen. Dies Niveau ($4,66\text{ eVolt}$) ist in Abb. 416 mit 2^3P_0 bezeichnet. Zu diesem Niveau führt vom Grundzustand des Hg-Atoms, also 1^1S_0 in Abb. 416, kein optischer Übergang. Dies Niveau kann nur auf einem Umweg erreicht werden: Absorption der Resonanzlinie ($\lambda = 254\text{ m}\mu$) versetzt das Atom aus dem Grundzustand (1^1S_0) in den angeregten Zustand 2^3P_1 . Im angeregten Zustand kann das Hg-Atom mit einem Fremdmolekül zusammenstoßen und durch einen geringfügigen Energieverlust (etwa $0,2\text{ eVolt}$) in das Niveau 2^3P_0 gelangen. Dieser Übergang erfolgt ohne Strahlung, die abgegebene Energie wird meistens in kinetische Energie der beiden Stoßpartner verwandelt. Es handelt sich also um „Stöße zweiter Art“ (S. 214). Daraus ergibt sich folgende Lage: In einem von Fremdgasen freien Hg-Tl-Dampfgemisch hält sich der niedrigste, durch optische Anregung erreichte Zustand des Hg (Niveau 2^3P_1) nur einige 10^{-8} sec (§ 121). Dann erfolgt die Rückkehr in den Grundzustand, also die Emission der Hg-Resonanzlinie $254\text{ m}\mu$. Nur vereinzelte Hg-Atome kollidieren im angeregten Zustand mit einem Tl-Atom und übertragen diesem ihre Anregungsenergie. Daher können nur wenige Tl-Atome ihre Linien emittieren. — Nach Zumischung des Fremdgases hingegen geraten viele der angeregten Hg-Atome auf dem Umweg über das Niveau 2^3P_1 in das Niveau 2^3P_0 . Von diesem aus

aber führt kein optischer Übergang in den Grundzustand $1\ ^1S_0$ des Hg-Atoms (Abb. 416) zurück. Infolgedessen kann das Hg-Atom sehr lange, nach Messungen bis zu 10^{-2} sec, in diesem Zustand verharren, der Zustand ist „metastabil“. Während dieser langen Lebensdauer kann das angeregte Hg-Atom mit Sicherheit auf ein Tl-Atom treffen, diesem die Anregungsenergie übertragen und so die Emission der Tl-Linien ermöglichen. —

In entsprechender Weise ist die Rolle der Fremdgase bei der Mehrlinienfluoreszenz des Hg-Dampfes zu verstehen. Dank ihrer großen Lebensdauer können sich Hg-Atome im metastabilen Zustand anreichern. Infolgedessen kann die Linie $405\ m\mu$ gut absorbiert werden und dadurch viele Atome in den $2\ ^3S_1$ -Zustand versetzen. Das $2\ ^3S_1$ -Niveau ist das obere Niveau für die Emission der drei sichtbaren Linien $405, 436$ und $546\ m\mu$. Daher treten diese in der Mehrlinienfluoreszenz bevorzugt in Erscheinung.

Metastabile Niveaus finden sich bei vielen Atomen. Immer treten sie infolge ihrer abnorm großen Lebensdauer besonders hervor. Daher ist ihre Kenntnis unerlässlich.

§ 125. Serien-Grenzkontinuum und Photoeffekt an Gasatomen. Jedes Niveauschema beruht auf zwei experimentellen Erfahrungen, dargestellt durch die lichtelektrische Gl. (227) und die Serienformeln [z. B. (230)–(234)]. Die den Serienformeln zugrunde liegenden Beobachtungen sind aber noch nicht vollständig ausgenutzt worden. Man nehme die Photographie einer Serie zur Hand, z. B. die Emissionsserie des K (Abb. 420) oder eine Absorptionsserie des H (Abb. 411). Die Spektrallinien drängen sich gegen das Ende der Serie mehr und mehr zusammen. Sie konvergieren deutlich gegen eine Grenzfrequenz ν_g . Hinter dieser

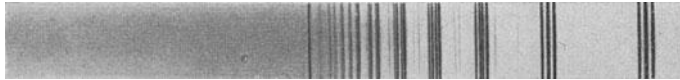


Abb. 420. Die Nebenserien im Emissionsspektrum des K-Dampfes mit dem Grenzkontinuum. Aufnahme von H. KREFFT.

Grenze aber folgt ein kontinuierliches Spektrum, das Serien-Grenzkontinuum, d. h. einzelne Atome können nicht nur Spektrallinien absorbieren und emittieren, sondern auch kontinuierliche Spektren mit nicht unerheblicher Breite.

Das ist der optische Befund. Hinzu kommt ein elektrischer: Lichtabsorption im Grenzkontinuum ruft an den Atomen eine lichtelektrische Wirkung hervor, es treten freie Elektronen auf. Das ist qualitativ durch viele Arbeiten gesichert. Die quantitativen Ergebnisse sind noch recht unbefriedigend. Das liegt an äußerlichen Schwierigkeiten der experimentellen Technik. Man muß Dämpfe der Alkalimetalle benutzen. Diese bestehen bei den erforderlichen Dampfdichten nicht nur aus Atomen. Sie enthalten stets störende Metallmoleküle, z. B. K_2 . Aus dem gleichen Grunde ist auch noch kein brauchbarer Schauversuch bekannt.

Das Auftreten dieser lichtelektrischen Wirkung führt zu einer wichtigen Ergänzung des Niveauschemas. Man kann sich vom Wesen der verschiedenen Energieniveaus eine erste, vorläufige Vorstellung machen. Man kann sagen: Der Übergang von einer Energiestufe des Atoms zu einer anderen erfolgt durch den Platzwechsel eines Elektrons. Die zum Kontinuum gehörigen hohen Frequenzen $> \nu_g$ machen bei der Lichtabsorption das Elektron ganz frei. Der absorbierte Energiebetrag $h\nu$ ist größer als der zur Seriengrenze ν_g gehörige. Dem Elektron verbleibt nach seinem Austritt aus dem Atombereich noch ein Überschub in Form kinetischer Energie

$$\frac{1}{2} m u^2 = h(\nu - \nu_g). \quad (225)$$

Hier hat der Energiebetrag $h\nu_g$ wie auf S. 201 wieder die Bedeutung einer Elektronen-Abtrennungsarbeit. Man nennt sie für ein einzelnes Atom oder Molekül die Ionisierungsarbeit. Die Tabelle 8 gibt einige Zahlenwerte:

Tabelle 8.

Atom	Frequenz ν_g der Seriengrenze	Ionisierungsarbeit	
		optisch aus ν_g berechnet	elektrisch gemessen
Na	$1,25 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$	5,17 e Volt	5,13 e Volt
K	$1,05 \cdot 10^{15} \text{ ,,}$	4,34 ,,	4,1 ,,
Cs	$0,94 \cdot 10^{15} \text{ ,,}$	3,88 ,,	3,9 ,,
Ca	$1,48 \cdot 10^{15} \text{ ,,}$	6,12 ,,	6,01 ,,
Hg	$2,52 \cdot 10^{15} \text{ ,,}$	10,39 ,,	10,2 ,,

Aus dieser Vorstellung vom Wesen der kontinuierlichen Absorption [Gl. (225)] ergibt sich folgendes für die Emission: Ein positives Atomion kann freie Elektronen einfangen und dabei in den Grundzustand zurückkehren. Das kann entweder direkt geschehen oder stufenweise, d. h. mit Aufhalten in einigen Zwischenniveaus. Das Elektron kann vor dem Einfangen relativ zum Atomion in Ruhe sein oder eine kinetische Energie $\frac{1}{2} m u^2$ besitzen. Im ersten Fall wird während des Einfangens eine linienhafte Emission stattfinden, entweder mit der Grenzfrequenz ν_g oder mit einigen anderen Frequenzen der Serie. Im zweiten Fall gehört die Emission zum Frequenzbereich des Kontinuums, es gilt

$$h\nu = h\nu_g + \frac{1}{2} m u^2. \quad (225) \text{ (Umkehr von 225)}$$

Nach neueren Untersuchungen kommen die kontinuierlichen Absorptionsspektren der Fixsterne nur durch Überlagerung solcher Serien-Grenzkontinua zustande. Sie spielen also eine große Rolle.

§ 126. Niveauschema und Elektronenstoß. Mit dem Niveauschema kann man eine Fülle optischer Erscheinungen bei Absorption und Emission der Atome in einen geordneten quantitativen Zusammenhang bringen. Dabei ist das Niveauschema erfreulicherweise von jeder Art von Atommodell unabhängig.

Das Niveauschema leistet aber noch mehr: Es umfaßt auch vieles von der Wechselwirkung zwischen Atomen und Elektronen. Das darf im Rahmen der Optik keinesfalls außer acht bleiben. In der Mehrzahl der Fälle wird ja die Emission der Gase mit Hilfe elektrischer Entladungen angeregt. Bei diesen spielt der Elektronenstoß, der Zusammenstoß von Atomen und Elektronen, eine ausschlaggebende Rolle.

Zur Einführung ist ein von GEHRCKE und SEELIGER stammender Versuch zu nennen (Abb. 421). Er ist 1912, also im Jahre vor BOHRs großer Arbeit, ausgeführt worden: Ein Plattenkondensator NA befindet sich in verdünntem Argon. Die positive Platte N ist ein Netz. Durch ihre Maschen tritt von der Spannung P beschleunigt ein Elektronenbündel als fadenförmiger Kathodenstrahl ein, und zwar leicht schräg gegen die Feldlinien geneigt. Die Elektronen „fallen“ auf parabolischer Bahn¹⁾ zur positiven Platte N zurück. Der größte Teil der Parabel ist als leuchtende Spur im Gas zu verfolgen. Nur der Scheitel der Parabel bleibt ganz dunkel. Die beiden Schenkel wechseln beiderseits in gleichem Abstand von der Anode sprunghaft ihren Farbton. — Die

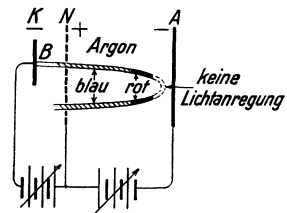


Abb. 421. Qualitativer Schauversuch zur Anregung von Spektrallinien durch Elektronenstoß. Glühkathode mit einem kleinen Fleck B aus Bariumoxyd, „Wehneltkathode“ (vgl. Elektrizitäts-Band, Abb. 319). Größenordnung der Spannung 100 Volt.

¹⁾ Vgl. Abb. 404, Satzbeschriftung.

Deutung dieses qualitativen Versuches lautete: Die Elektronen brauchen zur Anregung der Lichtemission eine gewisse Mindestenergie. Daher bleibt der Scheitel der Parabel, das Gebiet kleinster Elektronengeschwindigkeit, dunkel. Die Mindestenergie (heute Anregungsenergie) ist für verschiedene Spektrallinien verschieden. Sie ist klein für die rot, groß für die blau erscheinende Emission.

Quantitativ läßt sich jede Anregung von Atomen durch Elektronenstoß auf zwei Arten untersuchen. Sie unterscheiden sich nur durch den Nachweis der Anregung. Dieser kann optisch oder elektrisch erfolgen. Beim Überschreiten

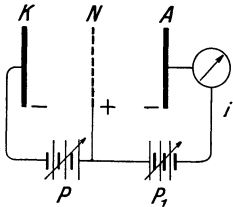


Abb. 422. Ionisierung durch Elektronenstoß. Messung der Ionisierungsarbeit. (LENARD.)

bestimmter Spannungen beobachtet man optisch das Aufleuchten von Spektrallinien, elektrisch das Auftreten langsamer, beim Anregungsvorgang abgebremster Elektronen. — Beides soll näher ausgeführt werden.

Die elektrischen Verfahren benutzen fast immer eine von PH. LENARD 1902 angegebene Anordnung (Abb. 422). Sie diente damals nur zur Messung der größten Anregungsenergie, also der Ionisierungsarbeit. — Zwischen der Elektronenquelle *K* (heute meist Glühkathode) und der Auffangelektrode *A* befindet sich eine gitterförmige Hilfselektrode *N*. Die zur Beschleunigung der Elektronen dienende Spannung *P* wird stets etwas kleiner gehalten als die Spannung *P*₁ zwischen *N* und *A*. Infolgedessen können keine Elektronen nach *A* gelangen, sondern nur positive, zwischen *N* und *A* durch Elektronenstoß gebildete Ionen. Treten positive Ionen auf, so hat *eP* den Wert der Ionisierungsarbeit erreicht.

Die Anregung der niedrigeren Energieniveaus erkennt man, wie erwähnt, am Auftreten langsamer Elektronen. An erster Stelle ist ein Versuch von FRANCK und HERTZ zu nennen. Er mißt die Anregungsenergie der Hg-Resonanzlinie $\lambda = 254 \text{ m}\mu$. Er läßt sich mit Hg-Dampf enthaltenden technischen Dreielektrodenröhren ausführen und sollte in keinem Anfängerpraktikum fehlen.

In den technischen Röhren sind die drei Elektroden meistens zylindersymmetrisch angeordnet, wir zeichnen aber in Abb. 423 die übersichtlichere Plattenform.

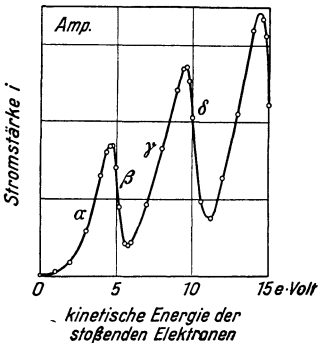


Abb. 424. Periodisches Auftreten langsamer Elektronen bei der Anregung der Hg-Resonanzlinie $254 \text{ m}\mu$ durch Elektronenstoß.

Die Spannung *P* dient zur Beschleunigung der Elektronen, die kleine Spannung *P*₁ vermag nur ganz langsame Elektronen vom Auffänger fernzuhalten. Mit wachsender Spannung *P* nimmt der Elektronenstrom *i* zu (Kurvengstück α in Abb. 424). Bei *P* = 4,9 Volt erreichen die Elektronen unmittelbar vor dem Netz *N* die kinetische Energie 4,9 *e*Volt. Diese ist gleich der Energie des 2^3P_1 -Niveaus (Abb. 416). Daher werden die getroffenen Hg-Atome bis zu diesem Niveau angeregt. Dabei verlieren die stoßenden Elektronen ihre kinetische Energie. Ohne Geschwindigkeit vermögen sie nicht mehr von *N* nach *A* zu laufen. Infolgedessen sinkt der Strom jäh, Kurvengstück β in Abb. 424.

Bei weiter wachsender Spannung *P* wird die Anregungsenergie schon in einigem Abstand vor dem Netz erreicht, etwa bei *C*. Dann verlieren die Elektronen schon dort durch Anregung des 2^3P_1 -Niveaus ihre Geschwindigkeit. Aber auf dem Rest des Weges, also längs *CN*, werden sie von neuem beschleunigt, und

dank der gewonnenen Geschwindigkeit können sie wieder nach A gelangen. Der Strom beginnt abermals zu steigen, Kurvenstück γ in Abb. 424. Bei $P = 9,8$ Volt wird die Anregungsenergie des 2^3P_1 -Niveaus auf dem Wege KN zweimal erreicht, das erstmal in der Mitte, das zweitemal unmittelbar vor dem Netz. Folglich sinkt der Strom zum zweitenmal, Kurvenstück δ . Ohne Geschwindigkeit können die Elektronen wiederum nicht von N nach A gelangen.

Bei einer Verfeinerung des Verfahrens werden die langsamen Elektronen durch eine Differenzmessung für sich allein bestimmt. Dann kann man in einem Gas oder Gasgemisch nacheinander die Anregungsenergien mehrerer Atomniveaus bestimmen. Die Abb. 425 zeigt die Anordnung. Die Elektronen werden

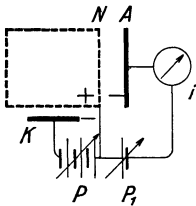


Abb. 425. Anregung einer Reihe von Spektrallinien durch Elektronenstoß. Messung der Anregungsenergie für die einzelnen Linien. (G. HERTZ.)

von der Spannung P beschleunigt und dann in einen feldfreien Netzkäfig hineingeschickt. Dort werden sie durch Zusammenstöße mit den Atomen abgelenkt, und auf diese Weise diffundieren sie zum Auffänger A . Der nach A gelangende Strom wird für jeden Wert von P zweimal gemessen, einmal der Strom i_m mit der kleinen Gegenspannung p_1 , das zweitemal der Strom i_0 ohne sie.

Der Strom i_m entsteht nur durch die schnellen Elektronen, der Strom i_0 durch alle. Daher ist die Differenz $(i_0 - i_m)$ ein Maß für die Anzahl langsamer Elektronen. $(i_0 - i_m)$ wird als Funktion der Spannung aufgetragen, Abb. 426. Aus den Maximis ergeben sich die gesuchten Anregungsenergien eP .

In Abb. 426 wird auf diese Weise auch ein metastabiles Energieniveau des Heliumatoms nachgewiesen. Bei der optischen Beobachtung würde es unbemerkt bleiben. Es kann weder durch einen Absorptionsakt erreicht werden noch als Ausgangsniveau für die Emission einer Spektrallinie dienen. Der optische Nachweis der übrigen Energieniveaus würde schwierig sein. Die in Abb. 426 verzeichneten Spektrallinien liegen ja alle im äußersten Ultraviolett.

In anderen Fällen läßt sich die Anregung der Energieniveaus durch Elektronenstoß optisch recht einfach nachweisen. Im Sichtbaren beobachtet man am besten subjektiv mit einem Spektroskop. Beim Überschreiten bestimmter Spannungen sieht man neue Spektrallinien aufleuchten. Dann ist die Elektronenenergie eP gleich der Energie des oberen der zu den Linien gehörigen Atomniveaus. In Schauversuchen bewirken die neu hinzukommenden Linien oft einen auffälligen Farbumschlag (Abb. 421). Für einen großen Kreis empfiehlt sich die in Abb. 427 skizzierte Anordnung.

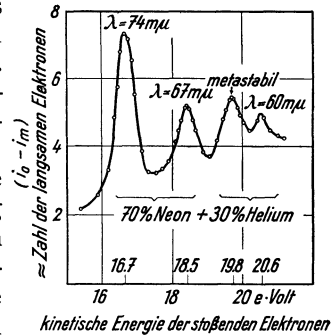


Abb. 426. Die niedrigsten Energieniveaus von Helium- und von Neonatomen werden durch Elektronenstoß nachgewiesen. Die Kontaktspannung ist mit Hilfe einer aus einer Seriengrenze berechneten Anregungsspannung eliminiert.

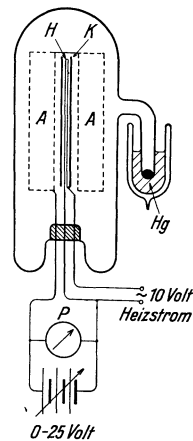


Abb. 427. Vorführung der Anregungsspannungen in einem Gemisch von Neon und Hg-Dampf. Als Elektronenquelle dient eine Glühkathode ohne Spannungsabfall (Äquipotentialkathode). Das ist hier ein Rohr aus einer BaO_2 enthaltenden keramischen Masse. Es wird von innen durch die Strahlung eines Wolframdrähtes zu schwacher Glut erhitzt. Die Anode ist ein aus zwei konzentrischen Nickelspiralen bestehender Drahtkäfig. Bei $P = 15-20$ Volt sieht man ein grünlich-bläuliches Leuchten des Hg-Dampfes, bei 20 Volt leuchtet das Rohr rot (rote Neonlinien), bei 21 Volt gelbrot (rote und gelbe Neonlinien). Die Absolutwerte dieser Spannungen sind um etwa 2 Volt durch die Berührungsspannung zwischen Anode und Kathode verfälscht.

Der wichtige Inhalt dieses Paragraphen lautet zusammengefaßt: Das Energieniveauschema der Atome stützt sich nicht allein auf die optische Messung der Serienfrequenzen. Die Größe der einzelnen Energieniveaus läßt sich auch aus elektrischen Messungen herleiten, nämlich aus der Untersuchung des Elektronenstoßes.

Die weitere Erforschung der Spektrallinien ist mit der Entwicklung von Atommodellen verknüpft und mit einer vertieften Einsicht in das periodische System der Elemente. § 127 wird einige für das Folgende wichtige Dinge zusammenfassen.

§ 127. Atommodelle und die Ordnungszahl der Elemente. Unsere heutigen Kenntnisse über die Elektronen stammen in der Hauptsache aus den Jahren 1897/99. In dieser Zeit wurden von E. WIECHERT, J. J. THOMSON und PH. LENARD Ladung, Masse und Geschwindigkeit der Elektronen gemessen. Damals erkannte man in den Elektronen die Atome der negativen Elektrizität.

Gleichzeitig begannen die Bemühungen, mit Hilfe von Elektronen und gleich großen positiven Ladungen Atome modellmäßig aufzubauen. Diese Modelle sollten zweierlei leisten. Sie sollten erstens die Emission und Absorption der Spektrallinien auf Schwingungen der Elektronen zurückführen. Zweitens sollten sie den periodischen Aufbau im System der Elemente verständlich machen. Das periodische System der Elemente (S. 316) darf hier als bekannt vorausgesetzt werden: Man ordnet alle Atome nach wachsendem Atomgewicht¹⁾ in eine horizontale Reihe, bricht aber nach einer Anzahl von Schritten ab und beginnt eine neue Reihe. Auf diese Weise bekommt man außer den horizontalen auch vertikale Reihen. Die in einer vertikalen Reihe untereinander stehenden Elemente zeigen in vielen Eigenschaften eine weitgehende Übereinstimmung. Als Beispiel nennen wir die erste Vertikalreihe mit Wasserstoff und den Alkalimetallen.

Die Spektrallinien einer Serie hoffte man in Analogie zu Grund- und Oberschwingungen behandeln zu können. Infolgedessen benötigte man stabile Ruhelagen der Atome und, wie bei der elastischen Bindung, ein lineares Kraftgesetz

$$\mathfrak{K} = \text{const } r. \quad (10) \text{ des Mechanik-Bandes}$$

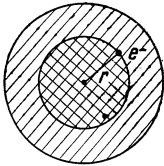


Abb. 428.
Zum Atommodell von
Lord KELVIN (= WIL-
LIAM THOMSON) und
J. J. THOMSON.

Ein von W. THOMSON (Lord KELVIN) 1902 vorgeschlagenes Modell erfüllte diese Forderungen. — Für die positive Ladung wurde eine gleichförmige Verteilung im ganzen Raum des Atoms angenommen. Innerhalb dieser positiven Wolke sollten sich die Elektronen befinden. In der Abb. 428 bedeutet der schraffierte Kreis die positive Wolke, der Punkt e^- eines von den Z Elektronen, und zwar im Abstand r vom Mittelpunkt. Der Radius r zerlegt die Kugel in einen karierten Kern und eine schraffierte Schale. Die positive Ladung der Schale übt keine Kraft auf das Elektron aus, denn im Innern eines geladenen Hohlraumes gibt es kein elektrisches Feld (Elektrizitätslehre § 18). Die Ladung des karierten Kerngebietes wirkt wie eine Punktladung $(Ze)^+$ im Mittelpunkt, es gilt das COULOMBSche Gesetz

$$\text{Kraft } \mathfrak{K} = \text{const } \frac{(Ze)^+ e^-}{r^2}. \quad (240) = \text{Gl. (21) des Elektr.-Bandes}$$

Die wirksame positive Ladung $(Ze)^+$ ist proportional zum karierten Kugelvolumen $\frac{4}{3} r^3 \pi$ und zur räumlichen Ladungsdichte. Daher ergibt sich

$$\mathfrak{K} = \text{const } \frac{r^3}{r^2} = \text{const} \cdot r, \quad (241)$$

also das lineare Kraftgesetz.

¹⁾ Mit geringfügigen Umstellungen (Ar vor K, Co vor Ni und Te vor J).

Bisher wurde nur ein Elektron innerhalb der positiven Wolke betrachtet. Seine stabile Ruhelage ist der Kugelmittelpunkt. 2, 3, 4 . . . *Z* Elektronen gruppieren sich stabil in bestimmten Anordnungen, z. B. vier Elektronen auf den Ecken eines Tetraeders. Dann herrscht Gleichgewicht zwischen der Anziehung der Elektronen durch den Mittelpunkt der positiven Kugel und der wechselseitigen Abstoßung der Elektronen untereinander. Die räumliche Anordnung einer großen Anzahl von Elektronen ist schwierig zu berechnen, der Fall einer ebenen Anordnung hingegen ist 1904 von J. J. THOMSON quantitativ klargestellt worden. Das Ergebnis war sehr überraschend. Zwei bis fünf Elektronen lassen sich stabil auf einem Ringe unterbringen, eine größere Zahl hingegen nur auf mehreren konzentrisch angeordneten Ringen¹⁾.

Die Tabelle 9 bringt Beispiele solcher stabiler Anordnungen. Die Zahl der untergebrachten Elektronen ist jeweils links oben in der Ecke vermerkt. Die kursiv geschriebenen Zahlen bedeuten die Anzahl der in den einzelnen konzentrischen Ringen stabil untergebrachten Elektronen. In jeder Vertikalreihe zeigen die untereinander stehenden Atommodelle deutlich gemeinsame Züge, sie besitzen den gleichen Aufbau ihrer inneren Ringe. Mit dieser Verwandtschaft der Atommodelle in den Vertikalreihen war ein Hauptzug im periodischen System der Elemente getroffen. THOMSON belegte die Analogie mit zahlreichen Einzelheiten aus den chemischen Erfahrungen.

Nach diesen Erfolgen konnte die Bedeutung der elektrischen Elementarteilchen für den Aufbau der Atome kaum noch zweifelhaft sein. Auch war der grundsätzliche Weg für ein Verständnis des periodischen Systems gefunden.

Auf ein ganz anderes Atommodell führten Untersuchungen über den Durchgang von Korpuskularstrahlen durch Materie. Beim Durchgang schneller Elektronen ($u > 0,3 c$)²⁾ wird im wesentlichen nur die Zahl der Elektronen vermindert und nur wenig ihre Geschwindigkeit (Abb. 429/30). Infolgedessen gilt für ein breites, parallel begrenztes Strahlenbündel formal das gleiche Absorptionsgesetz wie für Licht, also

$$W = W_0 e^{-Kd}. \tag{242}$$

(W_0 = Zahl der einfallenden, W = Zahl der durchgelassenen Elektronen, beide senkrecht zur Strahlrichtung gemessen.)

Für eine gegebene Elektronengeschwindigkeit hängt die „praktische“³⁾ Absorptionskonstante K nur von der Dichte ρ des Stoffes ab, nicht von seiner

¹⁾ Diese stabilen Anordnungen lassen sich nicht nur berechnen, sondern auch in Modellversuchen vorführen. Statt der Elektronen benutzt man gleichnamige Pole kleiner Magnete. Die Magnete schwimmen, von kleinen Korkringen getragen, mit vertikaler Längsachse auf Wasser.

²⁾ c = Lichtgeschwindigkeit.

³⁾ In Gl. (242) ist d die vom Strahlenbündel senkrecht durchsetzte Schichtdicke. Die Elektronen durchlaufen im Stoff infolge der Ablenkung durch die einzelnen Atome auf Zickzackbahnen einen Weg $l > d$. Das sieht man gut an Nebelkameraaufnahmen, z. B. der Abb. 433 des Elektrizitäts-Bandes. Erst oberhalb einer gewissen Grenzschichtdicke wird das Verhältnis l/d = Umwegfaktor B konstant. In diesem „Normalfall“ wird die wahre Absorptionskonstante $K_w = K/B$. Die Zahlenwerte von B liegen zwischen 1 und 5. Bei den Messungen der praktischen Absorptionskonstante K darf die eben genannte Grenzschichtdicke nicht unterschritten werden.

Tabelle 9.

6	7	8	9
1	1	1	1
5	6	7	8
17	18	19	20
1	1	1	1
5	6	7	7
11	11	11	12
32	33	34	35
1	1	1	1
5	6	7	7
11	11	11	11
15	15	15	16

Zu J. J. THOMSONS Darstellung des periodischen Systems mit konzentrischen Elektronenringen im KELVIN-THOMSONSchen Atommodell. In den kleinen Quadraten steht *Z*, die Zahl der Elektronen des Atoms. Kursiv: Zahl der Elektronen in den stabilen konzentrischen Ringen.

übrigen physikalischen oder chemischen Beschaffenheit. K wird experimentell mit guter Näherung proportional zur Dichte gefunden. Folglich ist die Masse des Atoms die für die Absorption schneller Elektronen maßgebende Größe (LENARD).

In seinem Volumen $V = F \cdot d$ enthalte der durchstrahlte Stoff N Atome. Dann ist die Absorptionskonstante K proportional zur Anzahl der Atome in der Volumeneinheit, also

$$K = f \cdot \frac{N}{V} \tag{243}$$

oder

$$W = W_0 e^{-\frac{fN}{F}}. \tag{244}$$

f ist demnach der absorbierende Querschnitt eines einzelnen Atoms. Er bedeutet anschaulich: Jedes Atom wirkt wie eine undurchlässige Scheibe vom

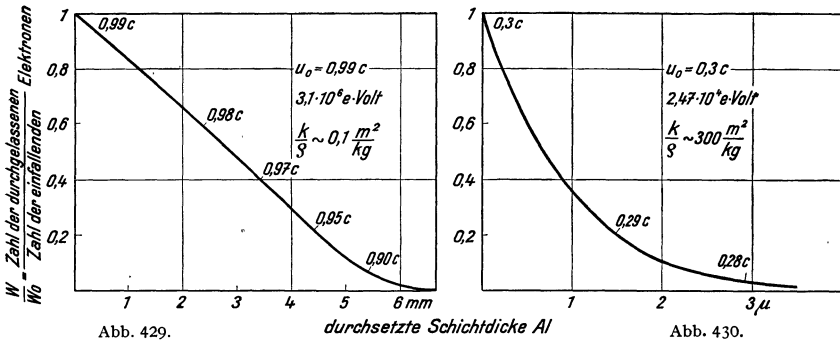


Abb. 429/30. Absorption schneller Elektronen in Aluminium. Die Geschwindigkeit der Elektronen bleibt nahezu konstant, ihre Größe ist an einigen Stellen neben den Kurven vermerkt. Auch sieht man deutlich eine praktisch gut definierte Reichweite. Die Messungen beziehen sich auf den in Anmerkung 3 S. 219 definierten Normalfall. Das Verhältnis K/e hat die Dimension $\frac{(\text{Länge})^{-1}}{(\text{Masse/Volumen})} = \frac{\text{Fläche}}{\text{Masse}}$. Es bedeutet also den absorbierenden Querschnitt je Masseneinheit. Durch Multiplikation mit der Masse eines Atomes (für Al = $4,48 \cdot 10^{-26}$ kg) bekommt man den absorbierenden Querschnitt eines einzelnen Atomes. Er beträgt für die langsamen Elektronen in Abb. 430 $1,34 \cdot 10^{-23}$ m², für die schnellen in Abb. 429 jedoch nur noch $4,5 \cdot 10^{-27}$ m². (Nach PH. LENARD.)

Querschnitt f . Haben N hinter der Fläche F gelegene Atome zusammen den absorbierenden Querschnitt $N \cdot f = F$, so wird die Strahlung auf $1/e = 37\%$ geschwächt.

Der absorbierende Querschnitt f sinkt mit zunehmender Geschwindigkeit der Elektronen. Für die größten Geschwindigkeiten, $u = 0,99 c$, ergibt sich z. B. der absorbierende Querschnitt eines Platinatoms zu rund $f = 3 \cdot 10^{-26}$ m². Aus diesen Messungen zog LENARD 1903 einen außerordentlich fruchtbaren Schluß: Die Masse eines Atoms ist auf ein winziges Volumen zusammengedrängt. Oder, anders ausgedrückt: 1 m³ Platin besteht im wesentlichen aus leerem Raum. Die in ihm enthaltene Masse beansprucht nur das winzige Volumen von $\frac{1}{3}$ mm³.

Damit war die Grundlage eines neuen Atommodells geschaffen. E. RUTHERFORD baute es 1911 weiter aus. α -Strahlen erfahren gelegentlich beim Durchgang durch ein Atom Richtungsablenkungen von mehr als 90°. Derartige Ablenkungen sind nur möglich, wenn die positive Ladung auf einen Kern von etwa 10^{-14} m Durchmesser zusammengedrängt ist. Die negativen Ladungen können dann aber nicht mehr wie beim KELVIN-THOMSONSchen Modell stabile Ruhelagen besitzen. Ihre Stabilität kann nur, wie die der Planeten in der Astronomie, eine dynamische sein. Daher entschied sich RUTHERFORD für ein schon vor ihm mehrfach gebrauchtes Bild: Die Elektronen sollten wie kleine Planeten die positive Ladung umkreisen. Gegen ein solches Modell ist aber ein schwerer Einwand zu erheben:

Es ist nicht stabil! Grund: Jede Kreisbahn läßt sich durch zwei zueinander senkrechte, um 90° gegeneinander phasenverschobene lineare Schwingungen ersetzen. Ihre Frequenz ist die gleiche wie die der Kreisbewegung. Ein kreisendes Elektron ist gleichwertig mit zwei kleinen in der gleichen Frequenz schwingenden elektrischen Dipolen. Derartige Dipole strahlen, verlieren also Energie. Die Strahlungsdämpfung verkleinert im Bereich optischer Frequenzen die Amplitude des Dipols schon in rund 10^{-8} Sekunden auf $1/e = 37\%$ [Gl. (238) von S. 209]. Folglich nähert sich das Elektron auf einer Spiralbahn dem Kern und schon nach einigen 10^{-8} Sekunden muß es an den Kern herangehen.

Für die Gesamtheit der Atome, zusammengefaßt im periodischen System der Elemente, brachte dann Anfang 1913 A. VAN DEN BROEK einen ganz entscheidenden Fortschritt. Er ergänzte das System durch einige neu aufgefundene radioaktive Elemente und numerierte alle Elemente mit einer fortlaufenden Folge- oder Ordnungszahl Z von 1–92. Diese Ordnungszahlen identifizierte VAN DEN BROEK mit der Zahl der im Atom enthaltenen Elementarladungen. Ein Atom der Ordnungszahl Z soll Z positive Elementarladungen im Kern und Z außen befindliche Elektronen besitzen. Diese Elektronen sollen in Form konzentrischer Ringe oder Schalen angeordnet sein. VAN DEN BROEK folgt darin einer Darstellung von J. J. THOMSON (1911) über die Entstehung der für jede Atomart charakteristischen Röntgenspektrallinien $K, L, M \dots$: Die Elektronen der innersten Schale erfordern die größte Ionisierungsarbeit (viele Tausende e Volt). Beim Ersatz eines fehlenden Elektrons wird die für das Atom charakteristische K -Linie emittiert. Die nach außen folgende Schale hat eine kleinere Ionisierungsarbeit, der Ersatz eines fehlenden Elektrons liefert die L -Linie des Atoms, usw.

Das war der Stand der Atommodelle und das Verständnis des periodischen Systems der Elemente vor dem Eingreifen BOHR'S. Die Kenntnis dieser Dinge wird die weitere Darstellung vereinfachen und erleichtern.

§ 128. Zusammenhang der RYDBERGSchen Frequenz mit e und h . BOHR'Sches Atommodell. Die in dem Niveauschema zugrunde gelegten Serienformeln enthielten eine empirisch gefundene, nach RYDBERG benannte Frequenz Ry . BOHR hat diese Frequenz auf das elektrische Elementarquantum e und die PLANCK'Sche Konstante h zurückführen können. Dazu bediente er sich des Planetenmodells für das H-Atom. Er behandelte zunächst den einfachsten Fall, die Kreisbahn.

Eine positive Elementarladung $+e$ zieht eine negative $-e$ an mit der Kraft

$$\mathfrak{R} = \frac{e^+ e^-}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (245) = \text{Gl. (21) des Elektrizitäts-Bandes}$$

oder abgekürzt

$$\mathfrak{R} = \frac{a}{r^2}, \quad \text{wo} \quad a = \frac{e^+ e^-}{4\pi\epsilon_0}. \quad (246)$$

$$(\epsilon_0 = \text{Influenzkonstante} = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ Amp.Sec/Volt} \cdot \text{Meter.})$$

Diese Kraft liefert die Radialbeschleunigung für eine Kreisbahn mit der Bahngeschwindigkeit u , also

$$\frac{M u^2}{r} = \frac{a}{r^2} \quad (247) = \text{Gl. (6) des Mechanik-Bandes}$$

oder

$$r = \frac{a}{M u^2}. \quad (248)$$

$$(M = \text{Masse des Elektrons} = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg.})$$

In dieser Kreisbahn hat das umlaufende Elektron die Frequenz

$$\nu^\circ = \frac{u}{2r\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{r^3 M}} \quad (249)$$

und die kinetische Energie

$$E_k = \frac{1}{2} M u^2 = \frac{1}{2} \frac{a}{r}. \quad (250)$$

Seine potentielle Energie¹⁾ ist

$$E_p = \int_{r=0}^{r=\infty} K dr - \int_{r=r}^{r=\infty} K dr = X - \int_{r=r}^{r=\infty} \frac{a}{r^2} dr = X + \frac{a}{r} \Big|_{r=r}^{r=\infty}, \quad (251)$$

$$E_p = X - \frac{a}{r}. \quad (252)$$

Die Gesamtenergie E des Elektrons auf seiner Kreisbahn ist die Summe $E_k + E_p$, also

$$E = X - \frac{1}{2} \frac{a}{r}. \quad (253)$$

Nun kommt ein entscheidender Schritt. Das Planetenmodell ist infolge der Strahlungsdämpfung nicht stabil, S. 221. BOHR erzwingt jedoch die Stabilität mit einem Gewaltstreich. Er sagt: Die Strahlungsdämpfung ergibt sich aus der klassischen Elektrodynamik, also den MAXWELLSchen Gleichungen. Diese verlieren im Innern der Atome ihre Gültigkeit. Im Atominnern ist das PLANCKSche h die beherrschende Größe. Mit ihrer Hilfe läßt sich eine Stabilitätsbedingung formulieren. Sie lautet: Impuls mal Bahnlänge gleich einem ganzzahligen Vielfachen von h , also

$$M u \cdot 2 r \pi = m h; \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (254)$$

Durch Einsetzen dieser Stabilitätsbedingung in die oben stehenden Gl. (248), (249) und (253) bekommt man für die stabilen Bahnen die Radien²⁾

$$r = \varepsilon_0 \frac{h^2}{\pi M e^2} \cdot m^2, \quad (255)$$

die Umlauffrequenzen

$$\nu = \frac{1}{\varepsilon_0^2} \cdot \frac{e^4 M}{4 h^3} \cdot \frac{1}{m^3}, \quad (256)$$

die Gesamtenergien

$$E_m = X - \frac{1}{\varepsilon_0^2} \cdot \frac{e^4 M}{8 h^2} \cdot \frac{1}{m^2}. \quad (257)$$

$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Watt·sec²; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek.; Elektronenmasse $M = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. Influenzkonstante $\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Amp.Sek./Volt·Meter.

Gl. (257) besagt in Worten: Mit zunehmender Größe von m , der ganzen Zahl in der Stabilitätsbedingung (254), wächst die Gesamtenergie des kreisenden Elektrons bis zum unbekanntem Höchstwert X . Der Übergang von der m -ten in die n -te stabile Bahn, kann nur erfolgen unter Aufnahme eines Energiebetrages

$$\Delta E = E_n - E_m = \frac{1}{\varepsilon_0^2} \frac{e^4 M}{8 h^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (258)$$

¹⁾ Die potentielle Energie ist als Differenz zweier Hubarbeiten definiert. Die erste X ist längs des Weges von $r = 0$ bis $r = \infty$ zu leisten und unbekannt, weil das Kraftgesetz für sehr kleine Werte von r nicht bekannt ist. Die zweite ist auf dem Wege $r = r$ bis $r = \infty$ zu leisten. Für diesen Weg ist das Kraftgesetz bekannt. X wird oft ohne jede Berechtigung gleich Null gesetzt.

²⁾ $m = 1$ gibt den kleinsten der stabilen Radien, nämlich

$$r_{\min} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ Meter.} \quad (255)$$

Aus der kinetischen Gastheorie hatte man als Radius des Wasserstoffmoleküls $1,1 \cdot 10^{-10}$ m hergeleitet. Diese Werte passen gut zusammen.

Diese Energie soll nach BOHR in monochromatischer Strahlung bestehen. Für die Größe ihrer Frequenz soll wieder die PLANCK'Sche Konstante h maßgebend sein. Als „Frequenzbedingung“ soll gelten

$$\Delta E = h\nu. \quad (259)$$

Gleichsetzen von (258) und (259) liefert

$$\nu = \frac{1}{\epsilon_0^2} \cdot \frac{e^4 M}{8 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

und

$$\nu = Ry \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (260)$$

d. h. die BALMERSche Serienformel mit der RYDBERGSchen Frequenz¹⁾

$$Ry = \frac{1}{\epsilon_0^2} \cdot \frac{e^4 M}{8 h^3}. \quad (261)$$

[Einheiten unter Gl. (257).]

Einsetzen der Zahlenwerte ergibt $Ry = 3,28 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$. Gemessen war $3,29 \cdot 10^{15}$. Die Übereinstimmung ist überraschend gut.

In BOHR'S Herleitung der BALMERSchen Formel erscheint die PLANCK'Sche Konstante h zweimal wie ein *deus ex machina*. Das erstmal sichert h die Stabilität des Atommodelles, es zeichnet bestimmte Bahnen als stabil aus. Das zweitemal bestimmt h die Frequenz der Strahlung beim Übergang des Elektrons von einer stabilen Bahn auf eine andere stabile. Dabei bleibt der Mechanismus der Strahlungsemission und Absorption völlig ungeklärt. Eine Ausnahme macht nur der Grenzfall der kleinsten Lichtfrequenzen. Wir betrachten den Übergang zwischen zwei benachbarten Bahnen mit großen Radien, machen also in Gl. (260) m groß und setzen $n = (m + 1)$. Dann wird

$$\frac{1}{m^2} - \frac{1}{(m+1)^2} = \frac{2}{m^3}$$

und die Lichtfrequenz

$$\nu = \frac{1}{\epsilon_0^2} \cdot \frac{e^4 M}{4 h^3} \cdot \frac{1}{m^3} \quad (262)$$

oder nach Vergleich mit Gl. (256)

$$\nu = \nu^\circ.$$

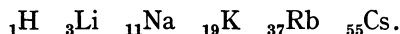
In Worten: Im Grenzfall kleiner Frequenzen stimmt die Frequenz des emittierten oder absorbierten Lichtes mit der Frequenz der Elektronenbewegung überein, also ebenso wie beim schwingenden Dipol. Der vom PLANCK'Schen h beherrschte Strahlungsmechanismus enthält das klassische Bild eines strahlenden Dipols als Grenzfall. Diese Tatsache wird als Korrespondenzprinzip bezeichnet. Es hat bei der Aufstellung der ersten „Auswahlregeln“ (S. 207) eine wichtige Rolle gespielt.

Das BOHR'Sche Atommodell ist später weitgehend ausgebaut worden. Man hat die Vielheit der elliptischen Bahnen einbezogen, mancherlei Verfeinerungen angebracht und schließlich für viele Atome ästhetisch sehr erfreuliche, nicht selten mehrfarbige Bilder entworfen. Das alles gehört heute der Vergangenheit an. Geblieben ist die Verknüpfung der linienhaften Emission und Absorption

¹⁾ Im physikalischen Schrifttum macht man meist den Proportionalitätsfaktor zwischen der Flächendichte der Ladung und der elektrischen Feldstärke, also die Influenzkonstante ϵ_0 , gleich $1/4\pi$. Dann braucht man nicht, wie gewöhnliche Sterbliche, die elektrische Ladung in Amperesekunden oder Coulomb zu messen, sondern darf „elektrostatische CGS-Einheiten“ benutzen.

mit dem PLANCKSchen h , dargestellt im Schema der Energieniveaus. Geblieben ist der Zusammenhang der Rydberg-Frequenz mit den beiden Fundamentalgrößen e und h . Geblieben ist endlich eine tiefere Einsicht in das periodische System der Elemente. Das werden die nächsten Paragraphen zeigen.

§ 129. **Spektralserien und periodisches System.** In der ersten Vertikalreihe des periodischen Systems stehen untereinander Wasserstoff und die Alkalimetalle, also



Die Zahlenindizes links unten bedeuten die Ordnungs- oder Kernladungszahl des Elementes.

Die Spektralserien aller Alkalimetalle bestehen aus Dubletts. Das hatten wir auf S. 206 sogleich betont, aber zunächst beiseitegelassen. Sowohl in den Serienformeln (unter Abb. 413) wie im Niveauschema des Na (Abb. 415) hatten wir die engen Doppellinien als einfache Linien dargestellt. Strenger muß man aber jede Formel einer Spektralserie doppelt mit etwas verschiedenen Korrektionsgliedern schreiben, z. B. für die Hauptserie des K

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= Ry \cdot \left(\frac{1}{(1+s)^2} - \frac{1}{(n+p_1)^2} \right), \\ s &= 0,77; \quad p_1 = 0,235, \\ \nu_2 &= Ry \cdot \left(\frac{1}{(1+s)^2} - \frac{1}{(n+p_2)^2} \right), \\ s &= 0,77; \quad p_2 = 0,232. \end{aligned} \right\} n = 2, 3, 4 \dots \quad (263)$$

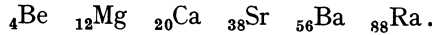
Ebenso muß man bei strengerer Darstellung im Niveauschema die beiden zu den Einzellinien des Dubletts gehörigen Energieniveaus trennen. Das ist z. B. für K in Abb. 431 geschehen.

Der Abstand der beiden Linien des Dubletts ist am größten bei Cäsium ($Z = 55$), am kleinsten und mit einfachen Hilfsmitteln nicht mehr nachweisbar beim Li. Über dem ${}_3\text{Li}$ steht ${}_1\text{H}$. Auch seine Linien erweisen sich bei sehr verfeinerter Beobachtung als Dubletts. Ihre Trennung in Einzellinien gelingt aber nur mit Spektralapparaten von größtem Auflösungsvermögen. Außerdem werden in den Serienformeln des H-Atoms die Korrektionsglieder s , p usw. sehr nahe gleich Null. Infolgedessen fallen die beiden Nebenserien zu einer (der Balmerreihe) zusammen. Aus diesem Grunde genügt für viele Zwecke das einfachste, aus Abb. 414 bekannte Niveauschema. Bei strengerer Darstellung muß man aber auch für H ein aus mehreren Leitern bestehendes Niveauschema zeichnen. Das ist in Abb. 432 geschehen.

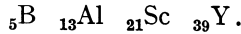
Das Niveauschema des K (Abb. 431) ist typisch für das aller Alkaliatome, das verfeinerte Schema des H (Abb. 432) zeigt grundsätzlich den gleichen Aufbau. Alle Linien sind enge Dubletts. Man sagt daher kurz: „Die Spektren aller Alkaliatome sind wasserstoffähnlich.“

Im H-Atom bewegt sich ein Elektron im Felde einer Zentralladung und erzeugt als „Leuchtelektron“ die Spektren. Die „Wasserstoff-Ähnlichkeit“ der Alkali-Spektren verlangt daher eine grundsätzlich gleiche Anordnung in den Alkaliatomen. In jedem Alkaliatom müssen der positive Kern und $(Z - 1)$ der Elektronen zusammen (als „Atomrumpf“) ein enggepacktes System bilden und gemeinsam eine Zentralladung darstellen. Im Felde dieser Zentralladung muß sich das letzte der Elektronen, Nummer Z , als „Leuchtelektron“ bewegen. Die quantitativen Unterschiede sind unschwer zu verstehen. Im H-Atom ist die Zentralladung praktisch punktförmig, in den Alkaliatomen hingegen hat das aus Kern und den $(Z - 1)$ Elektronen bestehende Gebilde endliche Ausdehnung und Struktur.

Eine entsprechende Übereinstimmung der Spektren findet sich in den übrigen Vertikalreihen des periodischen Systems. In der Vertikalreihe II stehen links die Erdalkalien



Sie alle besitzen zwei vollständige Seriensysteme (also Hauptserie, Nebenserien, Bergmannserien). Das eine Seriensystem besteht aus Einfachniveaus, das andere aus Triplettts, d. h. außer den stets einfachen S-Niveaus sind alle Niveaus dieses Systems dreifach. — In der Vertikalreihe III stehen die Atome



Auch sie besitzen zwei vollständige Seriensysteme. Das eine besitzt nur Zweifach-, das andere nur Vierfachniveaus, auch hier mit Ausnahme der immer einfachen S-Niveaus (vgl. Abb. 416).

Allgemein gilt der von RYDBERG entdeckte „Wechselsatz“: Elemente mit geradzahlgiger chemischer Valenz (z. B. Vertikalreihe II) besitzen eine ungerad-

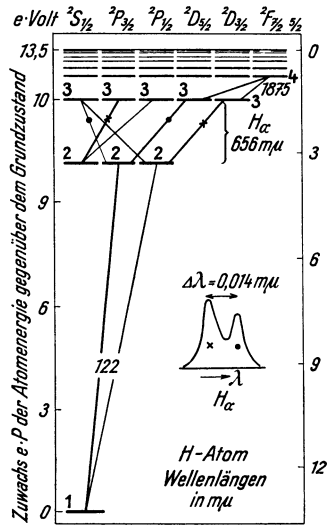
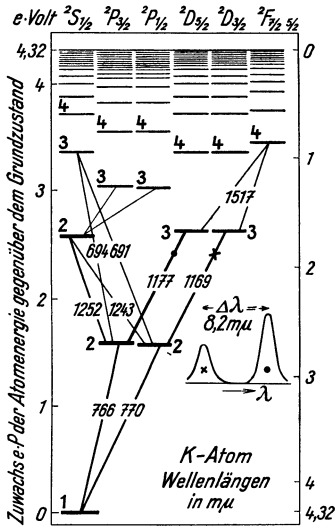


Abb. 431. Niveauschema für das neutrale Kaliumatom.

Abb. 432. Verfeinertes Niveauschema des neutralen Wasserstoffatoms.

Beim Vergleich beider Bilder denke man sich das $2^2\text{S}_{1/2}$ -Niveau des Wasserstoffatoms etwas in die Höhe gerückt. Die Kurven zeigen die Gestalt je einer Doppellinie. Beim Wasserstoff ist es die rote H_{α} -Linie mit der mittleren Wellenlänge $\lambda = 656 \text{ m}\mu$. Jede der beiden Einzellinien \times und \bullet kommt durch mehrere, energetisch praktisch gleiche Übergänge zustande. Diese sind ebenfalls mit \times und \bullet markiert.

zahlige Vielfachheit der Niveaus. Hingegen haben die Elemente mit ungeradzahlgiger chemischer Valenz (z. B. Vertikalreihe III) eine geradzahlgige Vielfachheit ihrer Niveaus.

Nicht minder aufschlußreich ist ein Vergleich der Spektren in den horizontalen Folgen des periodischen Systems. Das soll an zwei Beispielen gezeigt werden.

Zuvor erinnern wir an eine alte Einteilung der Spektrallinien. Sie unterscheidet Bogen- und Funkenlinien. Bogenlinien gehören den neutralen Atomen an, die Funkenlinien den positiven Ionen. Man kennt heute Funkenlinien von 1, 2 . . . 16fach geladenen Ionen und unterscheidet ein Atom von seinen verschiedenen Ionen durch römische Zahlen. Al I bedeutet das neutrale Al-Atom, Al II ein einfach positiv geladenes Ion, also Al^+ , Al III ein zweifach positiv geladenes, also Al^{++} , und so fort.

Die Zuordnung einzelner Spektrallinien zu Atomen (I) oder positiven Ionen (II, III . . .) erfolgt am sichersten mit Kanalstrahlen. Durch die Ablenkung im elektrischen und magnetischen Felde läßt sich sowohl die Masse wie die Ladung der leuchtenden Ionen bestimmen.

Bogen- und Funkenspektren des gleichen Atoms zeigen durchaus verschiedene Serien. Das Schulbeispiel liefert heute das Helium. Abb. 433 zeigt das Niveauschema des neutralen ${}^2\text{He}$ -Atoms, Abb. 434 das des ${}^2\text{He}^+$ -Ions. Das letztere gleicht in seinem Aufbau völlig dem des ${}^1\text{H}$ -Atoms (Abb. 414), nur ist der Wert aller Energieniveaus um den Faktor 4 vergrößert. Oder anders

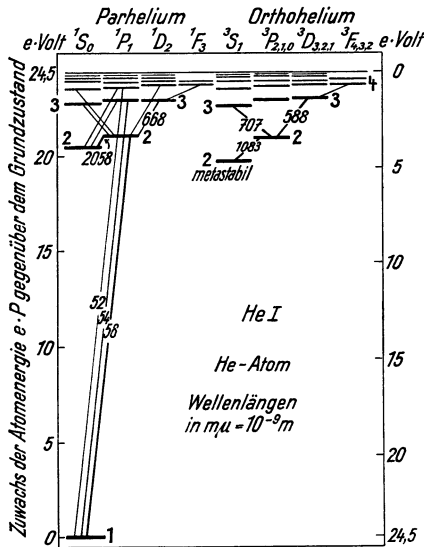


Abb. 433. Niveauschema des neutralen He-Atoms. Dies Atom besitzt zwei Seriensysteme, das eine (links) besteht aus Einfach-, das andere (rechts) aus Dreifachlinien. Die Dreifachlinien sind aber nur mit Spektralapparaten sehr hoher Auflösung zu trennen und daher mußten in der Zeichnung je drei eng benachbarte Niveaus in eines zusammengefaßt werden. — Früher hat man die beiden Seriensysteme zwei verschiedenen „Modifikationen“ des He-Atoms zugeschrieben und sie als Para- und Orthohelium unterschieden. Das Bohrsche Atommodell vermochte weder die Ionisierungsarbeit (24,5 eVolt) noch das Auftreten zweier Seriensysteme zu erklären.

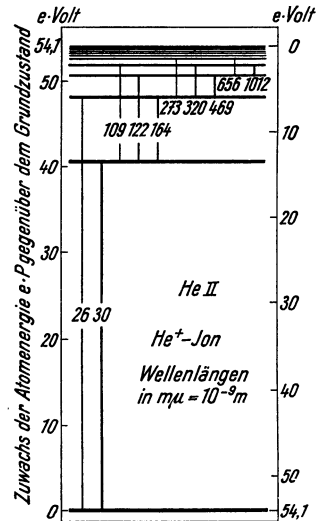


Abb. 434. Einfaches Niveauschema des He^+ -Ions.

gesagt: Die Spektren des einfach geladenen ${}^2\text{He}$ gleichen im Aufbau denen des nullfach geladenen ${}^1\text{H}$.

Diese Tatsache ist folgendermaßen zu deuten: ${}^2\text{He}$, das zweite Element des periodischen Systems,

hat im Kern zwei positive Elementarladungen und außen zwei Elektronen. Das ${}^2\text{He}^+$ -Ion hingegen hat nur ein Elektron. Es gleicht also dem ${}^1\text{H}$ -Atom, nur ist seine positive Ladung doppelt so groß wie die des ${}^1\text{H}$ -Kernes. Folglich heißt es bei der Herleitung der Serienformel in § 128 nicht $(e^+)(e^-)$, sondern $(2e^+)(e^-)$, und im Ergebnis erscheint vor der Rydberg-Frequenz der Faktor $2^2 = 4$, also

$$\nu = 4Ry \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \tag{264}$$

$$(Ry = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}).$$

Auf ${}^2\text{He}$ folgt als drittes Element des periodischen Systems ${}^3\text{Li}$. Für das zweifach geladene ${}^3\text{Li}^{++}$ -Ion gilt das gleiche wie für das ${}^2\text{He}^+$ -Ion. Sein Aufbau gleicht dem des ${}^1\text{H}$ -Atoms, aber die Kernladung ist auf $(3e)^+$ erhöht. Folglich erscheint vor der Rydberg-Konstante der Faktor $3^2 = 9$. Im übrigen gleicht das Niveauschema dem des ${}^1\text{H}$ -Atoms. Seine Hauptserie beginnt mit der Resonanzlinie $\lambda = 1/9 \cdot 122 = 13,6 \mu\mu$, entsprechend einer Anregungsenergie von $9 \cdot 10,15 = 91,3 \text{ eVolt}$. Die Abb. 440 zeigt in einem Spektrogramm diese

Resonanzlinie und die beiden ihr folgenden Linien der Li^{++} -Hauptserie. Auch ihre Wellenlängen (11,4 und 10,8 $\text{m}\mu$) sind gerade $1/9$ der entsprechenden Linien in der Hauptserie des H-Atoms (Abb. 414).

So geht es weiter: Jedes $(Z - 1)$ -fach geladene Ion der Ordnungszahl Z ist „wasserstoffgleich“, d. h. es gilt die Serienformel

$$\nu = Z^2 \cdot R_y \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (265)$$

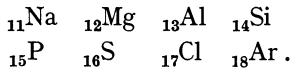
Diese Formel ist heute bis zum fünffach geladenen Kohlenstoffion, also C^{++++} , geprüft und bestätigt worden.

Im Sonderfall $m = 1$ und $n = \infty$ gibt Gl. (265) die Seriergrenzfrequenz ν_g eines wasserstoffgleichen Ions. Durch Multiplikation von ν_g mit dem PLANCKSchen h bekommt man die Ionisierungsarbeit dieses Ions, also die Arbeit zur Abtrennung des letzten ihm noch verbliebenen der Z Elektronen. Es gilt

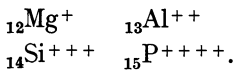
$$h\nu = e \cdot P = Z^2 \cdot R_y \cdot h. \quad (266)$$

Wir werden bald auf diese Gleichungen zurückkommen.

Die Zuziehung mehrfach geladener Ionen beim Vergleich der Spektren ist auch in den anderen Horizontalreihen des periodischen Systems sehr aufschlußreich. Die dritte Reihe enthält die Atome



Die Abb. 435 bis 439 geben je ein Niveauschema für die ersten fünf dieser Elemente. Dabei ist für ${}_{11}\text{Na}$ das Bogenspektrum dargestellt, also das des neutralen Atoms, für die übrigen je ein Funkenspektrum, und zwar für



Das Niveauschema zeigt in allen Fällen ganz unverkennbar den gleichen Bau, nur wachsen die Absolutwerte der Energieniveaus mit zunehmender Ordnungs-

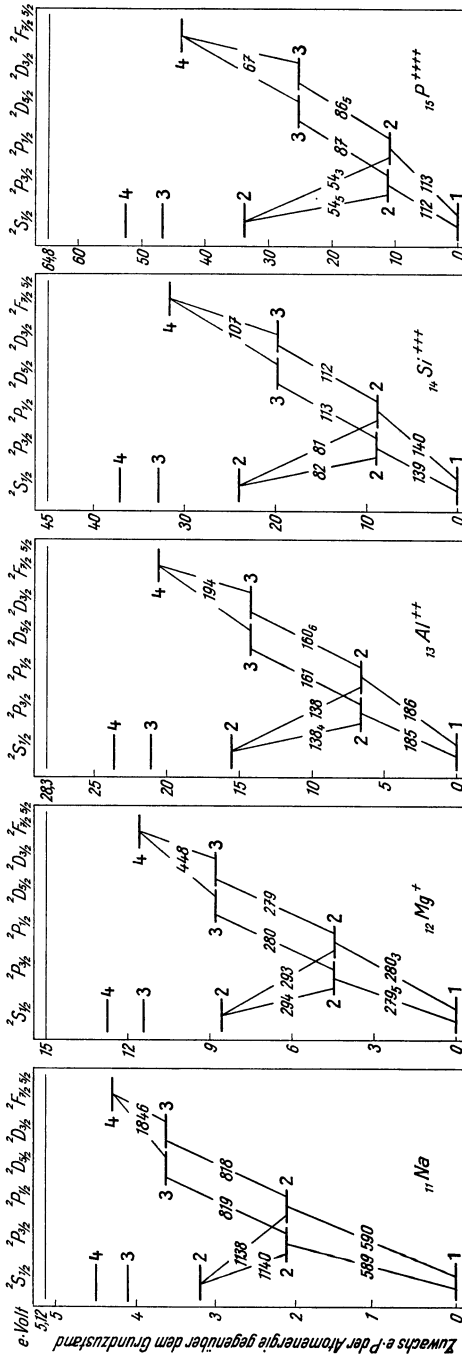


Abb. 435. ${}_{11}\text{Na}$.
 Abb. 436. ${}_{12}\text{Mg}^+$.
 Abb. 437. ${}_{13}\text{Al}^{++}$.
 Abb. 438. ${}_{14}\text{Si}^{+++}$.
 Abb. 439. ${}_{15}\text{P}^{++++}$.
 Zum spektroskopischen Verschiebungssatz. Die Niveaus der $P, D, F \dots$ Leitern sind zweifach, also Dubletts. Daher oben links der Index 2 neben S, P usw. Die beiden eng benachbarten Niveaus ${}^2P_{1/2}$ und ${}^2P_{3/2}$ sind in eines zusammengefaßt. Alle Wellenlängen in $\text{m}\mu = 10^{-6} \text{mm} = 10^{-8} \text{m}$. Man beachte die Zunahme der Ionisierungsarbeit von 5,12 eVolt bis zu 64,8 eVolt. Sie entsteht durch das Anwachsen der wirksamen, d. h. nicht durch Elektronen kompensierten Kernladung.

zahl. Die (Funken-) Spektralserien eines n -fach geladenen Ions der Ordnungszahl Z gleichen den (Bogen-) Spektralserien des ungeladenen Atoms mit der Ordnungszahl $(Z - n)$. „Spektroskopischer Verschiebungssatz.“ Dieser Satz gilt in großen Bereichen des periodischen Systems. In jedem dieser Bereiche ergibt sich dann als Folgerung: Im n -fach geladenen Ion der Ordnungszahl Z sind die noch verbliebenen $(Z - n)$ Elektronen um den Kern herum ebenso angeordnet, wie die $(Z - n)$ Elektronen des neutralen Atoms mit der Ordnungszahl $(Z - n)$.



Abb. 440. Die drei ersten Linien der Hauptserie des wasserstoffähnlichen ${}_{3}\text{Li}^{++}$ -Ions, aufgenommen von B. EDLEN mit einer Vakuumfunkenstrecke und einem streifend getroffenen Strichgitter aus Glas. Die zweite Linie rechts gehört zu einem ${}_{8}\text{O}^{++}$ -Ion mit fünf positiven Elementarladungen, also dem ${}_{8}\text{O}^{+++++}$ -Ion.

Dieser zwingende Schluß macht nun den Aufbau des periodischen Systems weitgehend verständlich. — Wir erinnern zunächst, der Ordnungszahl folgend, noch einmal an die periodisch wiederkehrenden

Eigenschaften der verschiedenen Atome. Wir beginnen z. B. mit ${}_{3}\text{Li}$, einem Alkalimetall. Die nächstfolgenden Elemente ${}_{4}\text{Be}$ und ${}_{5}\text{B}$ haben mit ${}_{3}\text{Li}$ noch einiges gemein. Dann aber folgen Elemente mit gänzlich anderen Eigenschaften, nämlich ${}_{6}\text{C}$, ${}_{7}\text{N}$, ${}_{8}\text{O}$, ${}_{9}\text{F}$, ${}_{10}\text{Ne}$. Nach acht Schritten aber, d. h. nach weiterem Einbau von je acht Kernladungen und Elektronen, stoßen wir wieder auf ein Alkalimetall, nämlich ${}_{11}\text{Na}$. Fortschreitend begegnen wir wieder Elementen mit neuen Eigenschaften, aber nach abermals 8 Schritten finden wir wieder ein Alkalimetall, nämlich ${}_{19}\text{K}$. Ebenso folgen die beiden anderen Alkalimetalle ${}_{37}\text{Rb}$ und ${}_{55}\text{Cs}$ nach je 18 Schritten.

Die Alkalimetalle haben wasserstoffähnliche Spektren. Daraus schlossen wir oben: Es müssen $(Z - 1)$ ihrer Elektronen dem Kern erheblich näher untergebracht sein als das letzte, Nr- Z , das Leuchtelektron. Beim ${}_{3}\text{Li}$ müssen sich in Kernnähe zwei Elektronen befinden, beim ${}_{11}\text{Na}$ $2 + 8 = 10$, beim ${}_{19}\text{K}$ $2 + 8 + 8 = 18$, beim ${}_{37}\text{Rb}$ $2 + 8 + 8 + 18 = 36$, beim ${}_{55}\text{Cs}$ endlich $2 + 8 + 8 + 18 + 18 = 54$ Elektronen. Flächenhaft kann man diesen Einbau am einfachsten mit konzentrischen Ringen darstellen, räumlich mit konzentrischen Schalen. In beiden Fällen ist das letzte Elektron, das Leuchtelektron, draußen in großem Abstand einzuzichnen. Wir bevorzugen statt solcher Skizzen eine weniger anspruchsvolle tabellarische Darstellung. Sie findet sich in der ersten Vertikalspalte der Tabelle 10.

Der Übergang von ${}_{3}\text{Li}$ zu ${}_{11}\text{Na}$ erfolgt über ${}_{4}\text{Be}$ bis ${}_{10}\text{Ne}$ und von ${}_{11}\text{Na}$ zu ${}_{19}\text{K}$ über ${}_{12}\text{Mg}$ bis ${}_{18}\text{Ar}$. In beiden Fällen müssen, der wachsenden Kernladung entsprechend, acht weitere Elektronen untergebracht werden. Dabei sind die neu hinzukommenden Elektronen anzufügen, ohne die Gruppierung der zuvor vorhandenen Elektronen zu ändern. Das folgt aus dem spektroskopischen Verschiebungssatz. So gelangt man von ${}_{3}\text{Li}$ und von ${}_{11}\text{Na}$ nach rechts fortschreitend zu den Elektronenanordnungen in den übrigen Vertikalreihen des periodischen Systems, und zwar zunächst bis ${}_{18}\text{Ar}$. — In der vierten Horizontalreihe beginnt man ebenso bei ${}_{19}\text{K}$, aber dann tritt bei ${}_{21}\text{Sc}$ eine Komplikation ein: Der Verschiebungssatz versagt. Das erklärt sich durch einen hier beginnenden weiteren Ausbau der dritten, zunächst beim Edelgas ${}_{18}\text{Ar}$ nur vorläufig abgeschlossenen Schale (M). Ihre Elektronenzahl wird auf dem Wege zu ${}_{29}\text{Cu}$ bis auf den endgültigen Wert 18 erhöht. Von da an gilt dann der Verschiebungssatz wieder bis ${}_{39}\text{Y}$. Dort beginnt der Ausbau der vierten Schale (N) bis zur vorläufigen Elektronenzahl 18, sie wird bei ${}_{46}\text{Pd}$ erreicht. Bei ${}_{57}\text{La}$ versagt der spektroskopische Verschiebungssatz zum dritten Male, die vierte Schale (N) wird (bei ${}_{71}\text{Cp}$) auf ihre endgültige Elektronenzahl 32 gebracht. So läßt sich durch

Tabelle 10.

BOHR'S Darstellung von 5 Vertikalreihen des periodischen Systems der Elemente mit konzentrischen, teilweise unfertigen Elektronenschalen. Die Schalen werden nicht numeriert, sondern mit den Buchstaben *K* bis *P* bezeichnet. In den kleinen Quadraten steht *Z*, die VAN DEN BROEKSche Ordnungszahl des Atomes oder die Anzahl der Elektronen in allen seinen Schalen. Zum Verständnis der Doppelreihen 19–36, 37–54 und der die Lanthaniden enthaltenden Reihe 55–86 muß man die Tafel auf S. 314 heranziehen. *Rn* = Radon = Radium-Emanation. In der Spalte IX steht die größte Zahl der in einer Schale vorkommenden Elektronen. Als solche finden sich nur

$$2 \cdot 1^2 = 2$$

$$2 \cdot 2^2 = 8$$

$$2 \cdot 3^2 = 18$$

$$2 \cdot 4^2 = 32$$

Diese Zahlen werden in § 139 näher behandelt. Das fehlende Halogen 85 ist noch nicht entdeckt. Die zu erwartenden Elektronenzahlen sind eingeklammert.

Ia		IIa			IIIa		IIIb		IX	
Alkali-		Erdalkali-			Erd-		Halo-		Edel-	
Metalle		Metalle			Metalle		gene		gase	
Namen der Schalen										
1	H								2	He
										K
3	Li	4	Be	5	B	9	F	10	Ne	
										K
2		2		2		2		2		L
1		2		3		7		8		
11	Na	12	Mg	13	Al	17	Cl	18	Ar	
										K
2		2		2		2		2		L
8		8		8		8		8		M
1		2		3		7		8		
19	K	20	Ca	21	Sc	35	Br	36	Kr	
										K
2		2		2		2		2		L
8		8		8		8		8		M
8		8		9		18		18		N
1		2		2		7		8		
37	Rb	38	Sr	39	Y	53	I	54	X	
										K
2		2		2		2		2		L
8		8		8		8		8		M
18		18		18		18		18		N
8		8		9		18		18		O
1		2		2		7		8		
55	Cs	56	Ba	57	La	85	?	86	Rn	
										K
2		2		2		(2)		2		L
8		8		8		(8)		8		M
18		18		18		(18)		18		N
18		18		18		(32)		32		O
8		8		9		(18)		18		
1		2		2		(7)		8		P

Tabelle 11.

Ordnungszahl <i>Z</i>	Element	Ionisierungsarbeit in eVolt für den Übergang		
		vom neutralen Atom zum einfach	vom einfach zum zweifach	vom zweifach zum dreifach
		geladenen positiven Ion		
1	H	13,5	—	—
2	He	24,5 Max.	54,1	—
3	Li	5,4 Min.	76 Max.	122
4	Be	9,5	18,1	154 Max.
5	B	8,3	24,2	38
6	C	11,2	24,3	46
7	N	14,5	29,6	47
8	O	13,6	35	55
9	F	18,6	32,3	?
10	Ne	21,5 Max.	41,0	?
11	Na	5,1 Min.	47 Max.	?
12	Mg	7,6	15	80 Max.
13	Al	5,95	18,8	28,3
14	Si	7,4	16,3	33,4
15	P	10,3	19,8	30,0
16	S	10,3	23,3	32,1
17	Cl	13,1	24,6	39,6
18	Ar	15,7 Max.	27,8	?
19	K	4,3 Min.	31,7 Max.	?
20	Ca	6,1	11,8	51 Max.

Ausnutzung der spektroskopischen Erfahrungen das ganze System aufbauen. — Links bei einem Alkalimetall beginnt jedesmal der Aufbau einer neuen „Schale“, rechts beim Edelgas der gleichen Horizontalreihe ist sie (vorläufig oder endgültig) „abgeschlossen“.

In J. J. THOMSONS Darstellung des periodischen Systems (Tab. 9, S. 219) waren die inneren Elektronenschalen der Modellatome für das chemische Verhalten bestimmend. Dieser Nachteil wird bei den Modellatomen in Tab. 10 vermieden. Hier wird jede neue Schale auf der Außenseite des Atoms angelegt. Ihr erstes Elektron ist in chemischer Sprache das Valenzelektron des Alkaliatoms. — Der

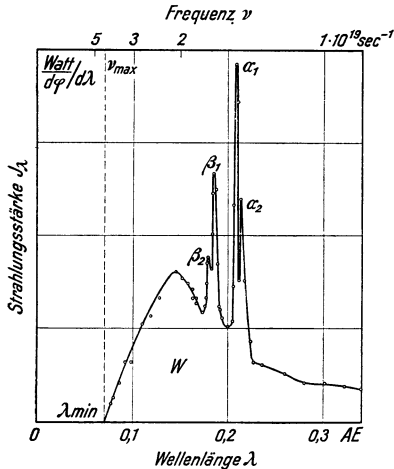


Abb. 441. Spektrale Energieverteilung der Strahlung einer massiven W-Antikathode bei einer Betriebsspannung von $1,68 \cdot 10^6$ Volt, und zwar ohne Berücksichtigung der Absorptionsverluste innerhalb der Antikathode (gemessen von C. BERG). — Das kontinuierliche Spektrum zeigt links von den überlagerten Spektrallinien eine deutliche Einsattelung (vgl. dazu Abb. 446). Dort ist der fehlende Teil des kontinuierlichen Spektrums in der Antikathode zur Anregung der benachbarten Spektrallinie benutzt worden. — Die Strahlungsstärken sind bei spektraler Zerlegung des Röntgenlichtes für eine Messung mit der Thermosäule viel zu gering. Man kann nur Bestrahlungsstärken von etwa 10^{-8} Watt/m² erhalten. Daher benutzt man zur Messung der Strahlungsstärke den Umweg über die Ionisation von Gasen. In einer mit Luft gefüllten Ionisationskammer bedeutet die Bildung je eines Ionenpaares die Absorption von Röntgenlichtenergie im Betrage von $32 e$ Volt. Das gilt mindestens im Wellenlängenbereich zwischen 0,15 und 2 Å.

rechte Nachbar des Alkalimetalls, das zweiwertige Erdalkaliatom, hat in der Außenschale zwei Valenzelektronen, usw. Die Elemente mit abgeschlossenen Schalen hingegen, die Edelgase, sind chemisch inaktiv.

Dem chemischen Verhalten entspricht das physikalische. Als Beispiel bringen wir in Tabelle 11 Ionisierungsarbeiten für die Elemente mit den Ordnungszahlen $Z = 1-20$.

Die Edelgase (2, 10, 18) erfordern für die Abtrennung des ersten Elektrons, also die Bildung eines einfach positiv geladenen Ions, die größte Ionisierungsarbeit. Grund: bei den Edelgasen muß das erste Elektron aus dem Verbands einer abgeschlossenen Schale herausgeholt werden. Bei den Alkalimetallen (3, 11, 19) ist das erst bei der Abtrennung des zweiten Elektrons nötig, also bei der Bildung eines zweifach geladenen positiven Ions. Darum ist erst die Ionisierungsarbeit für das zweite Elektron groß, also die zusätzliche Arbeit beim Übergang vom einfach zum zweifach geladenen Ion. Bei den Erdalkalimetallen (4, 12, 20) wird erst das dritte Elektron einer abgeschlossenen Schale entrissen. Also erfordert erst die Verwandlung eines zweifach in ein dreifach geladenes Ion eine große Ionisierungsarbeit.

§ 130. Kontinuierliches Röntgenspektrum und das PLANCKSche h . Vorbemerkung:

Wir haben bisher eine gesonderte Behandlung von Licht und Röntgenlicht vermieden. Sie ist sachlich auch in diesem Kapitel nicht gerechtfertigt, doch erleichtert sie die Übersicht über den umfangreichen Stoff.

Jede Röntgenlampe zeigt — auch mit konstanter Spannung betrieben — ein kontinuierliches Spektrum. Ein Beispiel ist in Abb. 441 graphisch dargestellt. (Dem kontinuierlichen Spektrum überlagern sich meistens einige Röntgenspektrallinien der Antikathodenatome [§ 58]. So entstehen z. B. die vier Spitzen in Abb. 441 durch die K-Linien der W-Antikathode.) Das kontinuierliche Spektrum gehört zu einer dem Glühlicht ähnlichen Strahlung (Abb. 160/61). Im klassischen Bilde entsteht sie bei der Abbremsung der Elektronen in den Atomen der Antikathode, und daher wird sie Bremsstrahlung genannt.

Die Bremsrichtung der Elektronen fällt anfänglich noch ganz oder angenähert mit der Flugrichtung der Kathodenstrahlen zusammen. Infolgedessen ist die

Bremsstrahlung teilweise linear polarisiert, ihre Schwingungsebene ist die Zeichenebene in Abb. 442. Außerdem hängt die Strahlungsstärke J von der Emissionsrichtung ϑ ab. Für langsame Elektronen ist sie die gleiche wie die eines strahlenden Dipols (Abb. 334 auf S. 158). Es gilt

$$J_{\vartheta} = \text{const} \cos^2 \vartheta. \quad (173) \text{ v. S. 157}$$

Bei größeren Geschwindigkeiten u erzeugt der Dopplereffekt eine Asymmetrie, man beobachtet z. B. die in Abb. 443 gezeichnete Verteilung.

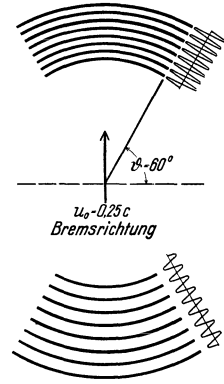
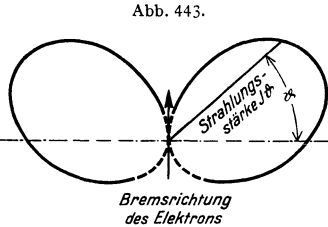
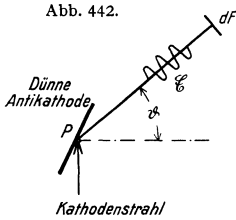


Abb. 442–444. Einfluß des Dopplereffektes auf die Winkelverteilung der Bremsstrahlung, gemessen von H. KULENKAMPFF für $u/c = 0,3$

$$\frac{dF}{r^2} = \text{Raumwinkel } d\varphi.$$

$$\text{Strahlungsstärke } J_{\vartheta} = \frac{\text{Strahlungsleistung in Richtung } \vartheta}{\text{Raumwinkel } d\varphi}$$

also Dimension Watt/Raumwinkel.

Man denke sich die Bremsstrahlung in monochromatische Wellengruppen zerlegt. Eine von ihnen ist in Abb. 444 roh skizziert. In Richtung ϑ werden die Wellen im Verhältnis

$$\alpha = \left(1 - \frac{u}{c} \sin \vartheta\right) \quad (267)$$

zusammengedrängt und gleichzeitig die Amplituden im Verhältnis $1/\alpha$ erhöht. Die Strahlungsstärke J ändert sich mit dem Quadrat der Amplitude, also auch mit $(1/\alpha)^2$. Daher heißt es mit dem Dopplereffekt statt Gl. (173)

$$J_{\vartheta} = \text{const} \frac{\cos^2 \vartheta}{\left(1 - \frac{u}{c} \sin \vartheta\right)^2}. \quad (268)$$

(Für sehr große Werte von u/c muß strenger mit den Lorentz-Transformationen des Relativitätsprinzips gerechnet werden.)

Der Dopplereffekt der Bremsstrahlung ist oft beobachtet worden. Er verschiebt (für Beobachtungsrichtungen ϑ zwischen 0° und 180°) das Maximum des kontinuierlichen Spektrums (Abb. 441) in Richtung kürzerer Wellen. — Bis hier ist das Verhalten der Bremsstrahlung im klassischen Bilde verständlicher. Bei dem jetzt folgenden aber versagt dies Bild.

Das kontinuierliche Spektrum zeigt auf der Seite der kurzen Wellen stets einen scharfen Einsatz. Die zugehörige Höchstfrequenz ν_{max} wird bei gegebener Betriebsspannung P der Röntgenlampe allein durch das PLANCKSche h bestimmt. Alle Nebenbedingungen sind ohne Einfluß, selbst — trotz des Dopplereffektes! — der Emissionswinkel ϑ . Immer gilt

$$h \nu_{\text{max}} = eP *). \quad (226) \text{ v. S. 201}$$

*) Daraus

$$\lambda_{\text{min}} = 12,41 \frac{\text{ÅE} \cdot \text{Kilovolt}}{\text{Spannung } P} \quad (226 \text{ a}) \text{ z. B. } \begin{cases} P = 10 \text{ Kilovolt,} \\ \lambda_{\text{min}} = 1,241 \text{ ÅE.} \end{cases}$$

Man hat die ν_{\max} -Werte in dem weiten Spannungsbereich zwischen $5 \cdot 10^3$ und $170 \cdot 10^3$ Volt gemessen und für Präzisionsbestimmungen der Größe h benutzt (Abb. 445).

Deutung: Strahlung der Höchstfrequenz ν_{\max} wird dann ausgesandt, wenn ein Elektron seine gesamte kinetische Energie $\frac{1}{2} m v^2 = eP$ in einem einzigen atomaren Bremsprozeß einbüßt. Alle übrigen, also kleinere Frequenzen, kommen durch eine allmähliche oder in Stufen erfolgende Abbremsung der Elektronen längs ihrer Zickzackbahnen in der Antikathode zustande.

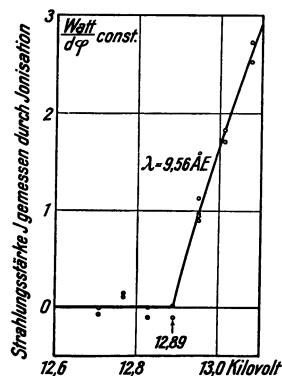


Abb. 445. Zur Bestimmung der Größe h stellt man meist den Spektralapparat auf eine bestimmte Wellenlänge ein und erhöht allmählich die Betriebsspannung der Röntgenlampe. Dann setzt die Emission bei einem gut meßbaren Schwellenwert der Spannung ein, in obigem von G. SCHATBERGER gemessenen Beispiel bei 12890 Volt. (Die J_ν - P -Kurve wird eine „Isochromate“ genannt.)

Die Abb. 441 gab uns die „spektrale Energieverteilung“ der Bremsstrahlung. So bezeichnet man ganz allgemein in der Optik die Verteilung der Strahlungsstärke auf die einzelnen Wellen- oder Frequenzintervalle. — Die Energieverteilung ist in Abb. 441 noch durch die Absorption des Röntgenlichtes innerhalb der Antikathode entsteht. Dieser Nebeneinfluß läßt sich ausschalten¹⁾. Dann bekommt man für die Bremsstrahlung einer massiven Antikathode Spektralverteilungen wie in den Abb. 446/47. Beide Schaubilder stellen die gleichen Messungen dar, aber in zweierlei Weise. Links ist die Strahlungsstärke auf gleiche Wellenlängenintervalle $d\lambda$ bezogen, also J_λ , rechts auf gleich große Frequenzintervalle $d\nu$, also J_ν . Die zweite Art der Darstellung ist offensichtlich die zweckmäßigere. Sie gibt in weitem Bereich einen linearen Zusammenhang zwischen der Strahlungsstärke J_ν und der Frequenz. Eine Abweichung findet sich nur dicht vor der Höchstfrequenz ν_{\max} . Die Neigung der Geraden hängt nur von der Atomart der

Antikathode ab, man findet sie experimentell proportional zur Ordnungszahl Z . Es ergibt sich mit guter Näherung die Beziehung

$$J_\nu = \text{const} \cdot Z (\nu_{\max} - \nu). \quad (269)$$

(Die Konstante beträgt für die Strahlungsstärke eines einzelnen Elektrons etwa $4 \cdot 10^{-58}$ Watt/sec.)

Demnach ist die gesamte Strahlungsstärke der unzerlegten Bremsstrahlung gleich dem Flächeninhalt der Dreiecksfläche, $\nu_{\max} OA$, also

$$J = \text{const} \cdot \frac{Z}{2} \nu_{\max}^2 \quad (270)$$

oder nach Gl. (227)

$$J = \text{const} \cdot \frac{Z}{2} \left(\frac{eP}{h} \right)^2 = \text{const} Z P^2. \quad (271)$$

Die Strahlungsstärke der unzerlegten Bremsstrahlung steigt also proportional zur Ordnungszahl Z des Antikathoden-Baustoffes und proportional zum Quadrat der Lampenspannung P .

¹⁾ Man dreht die Antikathode in Abb. 442 um eine in P zur Zeichenebene senkrechte Achse. Dabei bleibt die Eindringungstiefe der stark diffundierenden Kathodenstrahlen ungeändert. Hingegen ändert sich der vom Röntgenlicht in der Antikathode zu durchlaufende Weg. Mit Hilfe der Wegänderungen lassen sich die Absorptionskonstanten (S. 130) für die einzelnen Wellenlängen bestimmen und die Absorptionsverluste rechnerisch ausschalten.

Der Nutzeffekt der Bremsstrahlung ist sehr schlecht. Nach dem Mittel vieler Messungen gilt

$$\eta = \frac{\text{Leistung des Röntgenlichtes}}{\text{Leistung der Kathodenstrahlen}} = \text{rund } 10^{-9} \cdot Z \cdot P. \quad (272)$$

(Z = Ordnungszahl des Antikathodenbaustoffes, P = Betriebsspannung in Volt.)

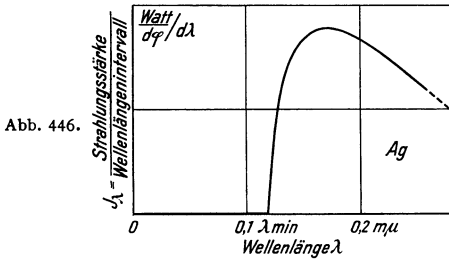


Abb. 446.

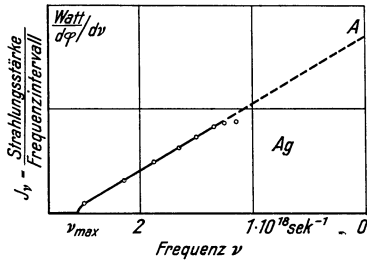


Abb. 447.

Abb. 446/47. Spektrale Energieverteilung der Röntgenbremsstrahlung einer massiven Antikathode nach Ausschaltung der Absorptionsverluste innerhalb der Antikathode. Beide Kurven geben die gleiche Meßreihe wieder. Zur Umrechnung der einen Darstellung auf die andere benutzt man die Beziehung

$$J_\nu = -\frac{c}{\nu^2} \cdot J_\lambda.$$

(Herleitung:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}; \quad \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2}; \quad J_\lambda d\lambda = J_\nu d\nu.$$

Das Minuszeichen berücksichtigt die entgegengesetzte Richtung der Frequenz- und der Wellenlängenskala.)

Zahlenbeispiel: Wolframantikathode, $Z = 74$, $P = 10^5$ Volt, $\eta = 7,4$ Promille. Bei diesem kläglichen Nutzeffekt sind noch nicht einmal die Absorptionsverluste in der Wand der technischen Röntgenlampen berücksichtigt worden!

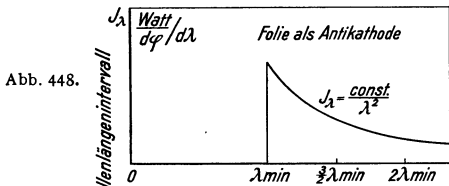


Abb. 448.

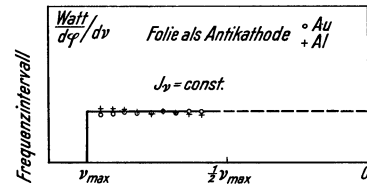


Abb. 449.

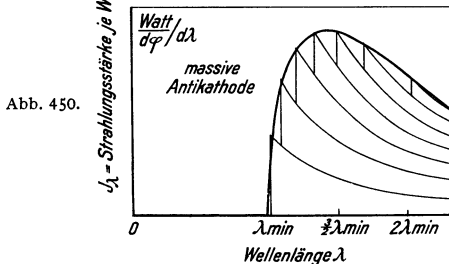


Abb. 450.

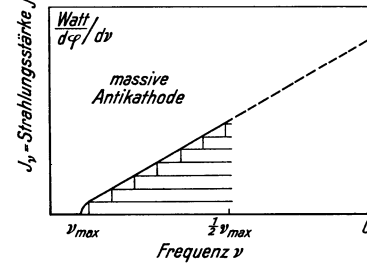


Abb. 451.

Abb. 448/49. Spektrale Energieverteilung der Röntgenbremsstrahlung einer $0,8 \mu$ dicken Al-Folie als Antikathode. Abb. 450/51. Zusammenhang zwischen der Spektralverteilung der Bremsstrahlung einer dünnen Antikathode mit der einer massiven.

Die in den Abb. 446/47 dargestellten spektralen Verteilungskurven beziehen sich auf massive Antikathoden. Dünne Metallfolien oder noch besser Metaldampfstrahlen geben als Antikathode ein viel einfacheres Bild der spektralen Verteilung. Ein Beispiel findet sich in den Abb. 448/49, und zwar wieder sowohl mit der Darstellung von J_λ wie J_ν . In beiden Fällen springt die Strahlungsstärke bei einer scharfen Grenze von Null auf ihren Höchstwert. J_λ fällt dann proportional zu λ^{-2} , hingegen bleibt J_ν im ganzen Spektrum konstant.

Unter diesen Schaubildern zeigen zwei schematische Skizzen 450/51 den Zusammenhang dieser einfachen Spektralverteilung mit der verwickelten, an einer massiven Antikathode gemessenen.

Kurz zusammengefaßt lautet der Inhalt dieses Paragraphen: Die Emission der Röntgenbremsstrahlung läßt sich qualitativ im klassischen Bilde deuten. Die quantitativen Beziehungen aber werden vom PLANCKSchen h und der Ordnungszahl Z der Antikathodenatome bestimmt.

§ 131. **Spektrallinien und Niveauschema des Röntgenlichtes.** Die Spektrallinien des Röntgenlichtes sind 1908 von C. G. BARKLA und C. A. SADLER entdeckt

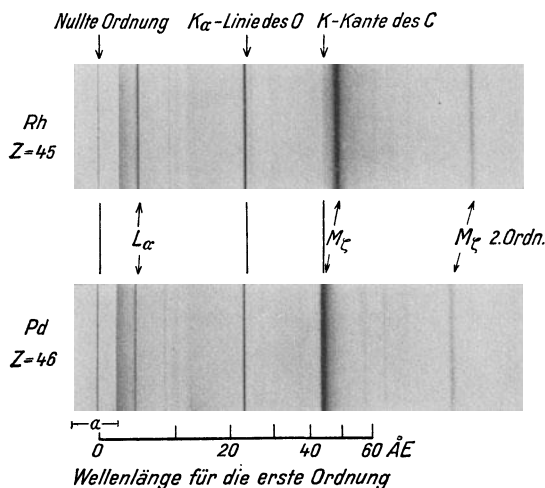


Abb. 452. Röntgen-Emissionsspektren von $_{45}\text{Rh}$ und $_{46}\text{Pd}$, photographische Negative in 1,54 facher nat. Größe. Der Einfluß der Ordnungs- oder Kernladungszahl Z auf die Lage der Spektrallinien ist an den beiden stärksten Linien, nämlich L_α und M_ζ , deutlich zu erkennen. Man vergleiche Abb. 457. — Der Vakuum-spektrograph enthielt Dämpfe des zur Abdichtung benutzten Fettes. Infolgedessen erscheint in beiden Spektren die $K_{\alpha 1}$ -Linie des $_{8}\text{O}$ -Atomes und das dunkle K -Absorptions-Grenzkontinuum des $_{6}\text{C}$. Seine scharfe Kante täuscht im unteren Bilde eine Unsymmetrie der M_ζ -Linie vor. Die Bilder sind von H. KRÄSSIG mit einem Glas-Plangitter (600 Striche je mm) aufgenommen worden. Das Röntgenlicht fiel streifend mit einem Glanzwinkel von ca. $1,5^\circ$ ein, daher ist die Wellenlängenskala nicht linear geteilt. Die Platte war 40 cm vom Gitter entfernt. Der mit α markierte Bereich war zur Vermeidung einer Überbelichtung eine Zeitlang abgedeckt.

worden. Sie wurden zunächst als eine für jede Atomart charakteristische Fluoreszenzstrahlung angeregt, später auch direkt durch Elektronenstoß. R. WHIDDINGTON bestimmte schon 1911 die erforderlichen Anregungsenergien in Elektronenvolt¹⁾.

Ein Linienspektrum aus dem Röntgengebiet begegnete uns zuerst in Abb. 226. Es war mit einem räumlichen Kristallgitter photographiert worden. Zwei weitere Beispiele finden sich in Abb. 452. Sie sind mit einem mechanisch geteilten flächenhaften Strichgitter aufgenommen worden. Die experimentelle Technik ist heute für das Röntgengebiet ebenso vollkommen entwickelt wie für das sichtbare Spektralgebiet.

Die Abb. 453 vereinigt in einer Zeichnung die als K - und L -Gruppe benannten Spektrallinien des Platinatoms. Diese werden, wie alle Spektrallinien des Röntgengebietes, nur in Emissionsspektren beobachtet, nie in Absorptionsspektren.

Absorptionsspektren der Atome im Röntgengebiet sind uns schon aus den Abb. 361 und 387 bekannt. Sie bestehen aus breiten kontinuierlichen Banden. Die Abb. 454 gibt ein weiteres Beispiel. Die Banden lassen sich graphisch oder rechnerisch eindeutig trennen (Abb. 455). Jede einzelne hat die gleiche Gestalt wie ein Grenzkontinuum im sichtbaren und ultravioletten Gebiet (§ 125). Ihre scharfen Kanten²⁾ werden als K -, L -, M -... Kante bezeichnet. Hinter jeder solchen Kante fällt die Absorptionskonstante K proportional mit λ^3 .

Mit den Frequenzen dieser Absorptionskanten läßt sich — ebenso wie früher mit den Absorptionslinien — ein Niveauschema entwerfen. Das ist in Abb. 456

¹⁾ Bei diesen und allen gleichzeitigen, teilweise ausgezeichneten englischen Experimentalarbeiten war die Messung der Wellenlänge durch Beugung (von LAUE 1912) noch nicht bekannt. Die Wellenlängen, damals Impulsbreiten genannt, wurden jedoch durch ihre Absorptionskonstanten in Al eindeutig definiert.

²⁾ Eine sehr weitgehende Näherung (vgl. S. 260).

für Pt geschehen. Wie bei jedem Grenzkontinuum wird auch hier die Absorption durch einen Übergang aus einem Niveau bis zum oberen Rande des

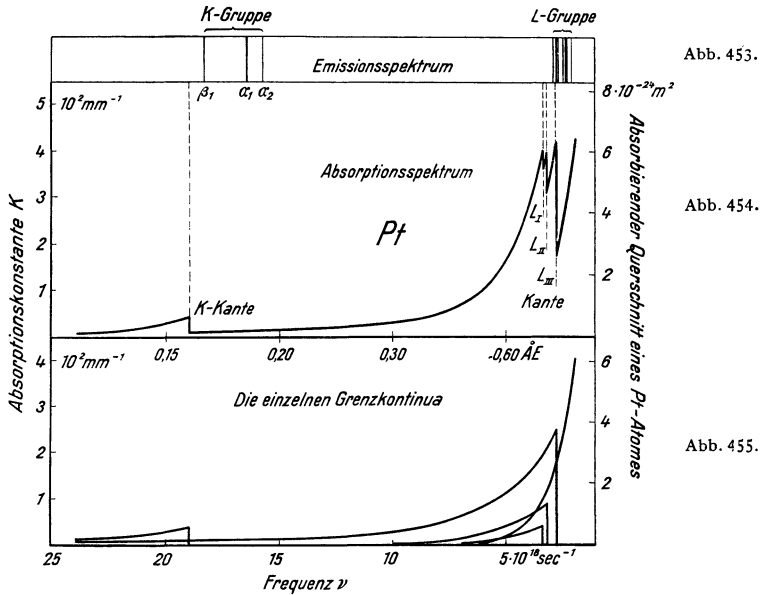


Abb. 453–454. Das Emissionsspektrum und das Absorptionsspektrum des Pt-Atoms im Bereich der K- und L-Liniengruppen.

Abb. 455. Zerlegung des Pt-Absorptionsspektrums in einzelne Grenzkontinua. — Die Absorptionskonstante K ist im Röntgengebiet der Dichte ρ des Elementes proportional. Es hat daher ebenso wie bei Korpuskularstrahlen Sinn, das Verhältnis K/ρ zu bilden. Seine Dimension ist Fläche/Masse, es bedeutet also den absorbierenden Querschnitt je Masseneinheit (vgl. Abb. 429/30 und S. 220). Durch Multiplikation mit der Masse eines Atomes bekommt man den absorbierenden Querschnitt eines einzelnen Atomes (1 kg Molekül = 195,2 kg Platin enthält $6,03 \cdot 10^{23}$ Atome, also ist die Masse eines Pt-Atomes = $3,24 \cdot 10^{-25}$ kg).

Schemas dargestellt. Das ist für die Wellenlänge der K-Kante ($\lambda = 0,158 \text{ \AA}$) durch einen vertikalen Pfeil angedeutet. Der dem Atom zugeführte Energiebetrag $h\nu$ kann bequem an der rechten Ordinate abgelesen werden, er beträgt für die K-Kante des Pt $7,83 \cdot 10^4 \text{ eVolt}$.

Die Emission einer Spektrallinie wird durch einen Übergang zwischen einem hohen und einem tiefen Niveau dargestellt, das ist u. a. für die stärkste Linie der K-Gruppe, die K_{α} -Linie ($\lambda = 0,185 \text{ \AA}$), gezeichnet. Der beim Übergang ausgestrahlte Energiebetrag $h\nu$ wird an der linken Ordinate abgelesen, also im Beispiel $h\nu_{K_{\alpha}} = 6,68 \cdot 10^4 \text{ eVolt}$.

Das Röntgenniveauschema des Pt-Atoms (Abb. 456) ist typisch für das aller Atome. Es zeigt in seinem Aufbau qualitativ Übereinstimmung mit dem einfachen Niveauschema des H-Atoms (Abb. 414) und der wasserstoffgleichen ($Z - 1$)-fach geladenen Ionen der Ordnungszahl Z (z. B. ${}^2\text{He}^+$ in Abb. 434, ${}^3\text{Li}^{++}$, ${}^4\text{Be}^{+++}$ usw.).

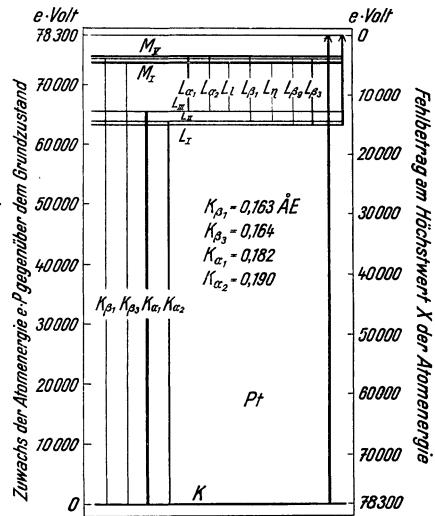


Abb. 456. Einfaches Röntgen-Niveauschema des Pt-Atoms. Die im Text als K_{α} bezeichnete Linie besteht aus zwei benachbarten Linien $K_{\alpha 1}$ und $K_{\alpha 2}$.

In Abb. 457 sind die Atomspektren von 30 Elementen zusammengestellt, und zwar von oben nach unten in der Reihenfolge $Z = 1, 4, 7 \dots$. Die Abszisse ist logarithmisch geteilt. Sie umfaßt daher den ganzen Wellenbereich vom technischen Röntgenlicht bis ins Ultrarot. — Von den K -, L -, M -Gruppen sind jeweils nur die stärksten Linien eingezeichnet und, soweit gemessen, auch die zugehörigen Absorptionskanten. Im Ultravioletten und im Sichtbaren sind nur die Kanten der Grenzkontinua eingetragen und bei einigen Elementen auch die Hauptserie und ein paar Linien anderer Serien.

In diesem Übersichtsbild (Abb. 457) zeigen die Kanten und die Liniengruppen links einen klaren Gang mit der Ordnungszahl Z . Quantitativ ist dieser Zu-

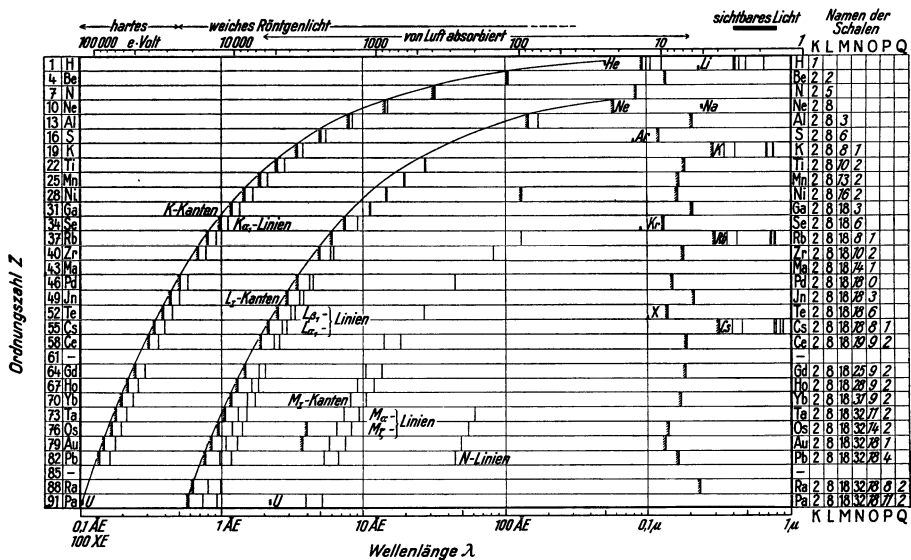


Abb. 457. Übersicht über die Linienspektren von 30 nach ihrer Kern- oder Ordnungszahl Z geordneten Atomen. Links sind die VAN DEN BROEKESCHEN Ordnungszahlen Z vermerkt, rechts die Verteilung der Elektronen auf die einzelnen mit $K, L, M \dots$ bezeichneten Schalen des Atoms. Schräge Ziffern bedeuten noch unvollständige Besetzung. Die Elemente $Z = 61$ und $Z = 85$ sind noch nicht entdeckt. Trotzdem kann die Lage ihrer Röntgenspektrallinien schon heute nicht zweifelhaft sein. Mit Hilfe dieser Spektrallinien wird man die Elemente nachweisen können, auch wenn ihre Anreicherung nur bis zu Konzentrationen von etwa 1 Promille gelingen sollte.

sammenhang in der Abb. 458 dargestellt. Man findet eine fast lineare Beziehung zwischen den $h\nu$ -Werten der Kanten und Linien mit Z^2 , also dem Quadrat der Kernladungszahl. So gilt z. B. für die K -Kante

$$h \cdot \nu_{K\text{-Kante}} = eP_{K\text{-Kante}} = (Z - a_1)^2 \cdot Ry \cdot h, \tag{273}$$

für die K_α -Linie

$$\nu_{K_\alpha} = (Z - a_2)^2 Ry \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), \tag{274}$$

für eine L -Linie

$$\nu_L = (Z - a_3)^2 \cdot Ry \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right). \tag{275}$$

($Ry = \text{Rydbergfrequenz} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Watt} \cdot \text{sec}^2$.)

a_1, a_2, a_3 sind kleine, in den verschiedenen Bereichen von Z wechselnde Korrektionsgrößen, Abschirmungskonstanten genannt. Die Werte von a_1 und a_2 liegen dicht bei 1, a_3 ist etwa = 7,5.

Von diesen Korrektionsgrößen abgesehen, sind uns die Formeln bekannt. Sie gelten für wasserstoffgleiche Ionen, d. h. $(Z - 1)$ -fach geladene Ionen der Ordnungszahl Z [S. 227 Gl. (265), (266)]. Damit sind wir zum zweitenmal

auf eine Wasserstoffähnlichkeit der Röntgenspektren gestoßen und diesmal sogar auf eine quantitative. Diese Ähnlichkeit hat zu einer fruchtbaren Deutung des Röntgenniveauschemas geführt:

Beim H-Atom wurden die einzelnen Energieniveaus (Abb. 414) modellmäßig bestimmten, durch Stabilität ausgezeichneten Bahnen zugeordnet. Ihre Radien sollten sich wie 1 : 4 : 9 : . . . verhalten [Gl. (255) von S. 222]. Diese Bahnen wurden gruppenweise zu „Schalen“ zusammengefaßt. Das eine Elektron des H-Atoms konnte sich zur selben Zeit immer nur auf einer dieser möglichen Bahnen aufhalten. Die übrigen standen ihm frei zur Verfügung. Das gleiche macht man für die Energieniveaus der Röntgenspektren, jedoch mit einer wesentlichen Ergänzung. Man denkt sich die Bahnen der inneren Schalen in der bekannten Weise (Tabelle 10 von S. 229) mit den Elektronen des Atoms besetzt.

Die Zuordnung der Röntgenniveaus zu besetzten Schalen des Atoms macht sogleich den einzigen wesentlichen Unterschied zwischen dem Röntgenlicht und dem übrigen Licht verständlich: Im allgemeinen treten Spektrallinien sowohl in Emissions- wie in Absorptionsspektren auf, im Röntgengebiet aber kennt man Spektrallinien nur in Emissionsspektren. In den Absorptionsspektren fehlen selbst die stärksten, mit K_{α} , M_{ζ} usw. bezeichneten Röntgenspektrallinien. — Deutung: Bei der Absorption z. B. der K_{α} -Linien müßte das Elektron vom K -Niveau (Abb. 456) in eines der L -Niveaus gelangen können, d. h. aus der K -Schale in die L -Schale. Das ist aber unmöglich, denn die L -Schale ist voll besetzt. Freie Plätze werden erst am Rande der Atome verfügbar, entweder in einer äußeren, noch nicht voll ausgebauten Schale, z. B. neben einem Leuchtelektron¹⁾ (S. 224), oder ganz draußen im Bereich der freien Elektronen. Das macht energetisch nur einen Unterschied von wenigen eVolt. Praktisch muß das Röntgenlicht zur Absorption stets die volle, zu einer der Schalen K -, L -, M . . . gehörige Ionisierungsarbeit leisten können, und zwar auf Kosten seines $h\nu$ -Betrages. Es muß das ebenso tun wie das sichtbare oder ultraviolette Licht bei der Absorption im Grenzkontinuum. Röntgen-

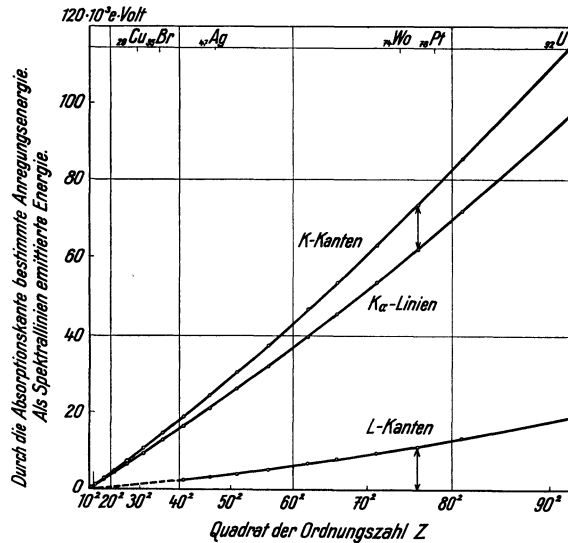


Abb. 458. Die von G. J. MOSELEY 1913 entdeckten Beziehungen. Als K_{α} -Linie ist der Mittelwert der K_{α_1} - und K_{α_2} -Linien eingetragen, für die L -Kante der Mittelwert aus den beiden Teilkanten L_{II} und L_{III} . Die $h\nu$ -Differenz zwischen der K -Kante und der K_{α} -Linie ist für jedes Element gleich der $h\nu$ -Energie der L -Kante. Das wird durch die gleiche Länge der beiden Doppelpfeile angedeutet.

1) Das ließe sich nur an Dampfstrahl-Antikathoden beobachten, In diesem Fall müßten die Absorptionskanten auf der langwelligen Seite eine Feinstruktur bekommen, d. h. ihnen müßte ein schmaler Bereich linienhafter Absorption vorgelagert sein. Bei einatomigen Dämpfen müßten die Energiedifferenzen dieser Linien gegenüber den Kanten die gleichen sein wie die aus dem sichtbaren und ultravioletten Spektralbereich bekannten. Ihre Größenordnung ist also etwa 10 eVolt. Das ist neben den $h\nu$ -Energien des Röntgenlichtes (bis über 10^5 eVolt) nur schwer zu beobachten.

Absorptionsspektren sind also wirklich Grenzkontinua, der auf S. 234 eingeführte Name war berechtigt. Der Unterschied gegenüber „gewöhnlichem“ Licht liegt nur in der Größe der Ionisierungsarbeiten. Sie gehen im Röntgenlicht bis zu rund $1,2 \cdot 10^5$ eVolt (Abb. 458). Diese Ionisierungsarbeiten sind gleichzeitig die Anregungsenergien bei der Erzeugung der Röntgenspektrallinien durch Elektronenstoß.

Der auf die Anregung folgende Emissionsvorgang zeigt im Röntgenlicht keine Besonderheiten. Das aus einer inneren Schale, also einem tiefen Energieniveau herausgeholt Elektron wird von einem der höheren Niveaus aus ersetzt (Abb. 456).

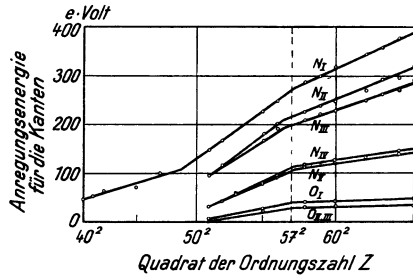


Abb. 459. Gültigkeitsgrenze der einfachen, in Abb. 458 dargestellten Beziehungen. Beim Aufbau der *K*- und *L*-Schale werden die mit wachsender Ordnungszahl hinzukommenden Elektronen stets auf einen Platz der äußersten Schale eingebaut und daher steigt die Anregungsenergie nahezu proportional mit Z^2 [Gl. (266) v. S. 227]. Die weiter außen liegenden Schalen *M*, *N*, *O*... werden zum Teil gleichzeitig aufgebaut. So wird z. B. der Aufbau der *O*-Schale bei ${}_{57}\text{La}$ unterbrochen und erst die *N*-Schale von ihrem vorläufigen Wert 18 auf den Endwert von 32 Elektronen gebracht. Währenddessen steigt die Anregungsenergie für die Elektronen der äußeren Schalen langsamer als vor der Ordnungszahl $Z = 57$. Die Knickpunkte haben bei der Aufklärung des Schalenbaues der Elektronenhülle wertvolle Dienste geleistet.

Bei den Röntgenspektrallinien mit langen Wellenlängen verschwindet der einfache, in Abb. 458 hervortretende Zusammenhang zwischen Linienfrequenz und Ordnungszahl Z . Die Abb. 459 gibt einige Beispiele. Die Knickpunkte in den Kurven hängen mit dem Ausbau der einzelnen Schalen zusammen. Die Satzbeschriftung gibt Einzelheiten.

Wir greifen noch einmal auf das Übersichtsbild 457 zurück und suchen nach Übergängen vom Röntgengebiet ins Ultraviolette und Sichtbare. — Die *K*-, *L*- und *M*-Gruppen enden bei je einem Edelgas mit abgeschlossener Schale. Die *K*-Gruppe endet bei ${}_{2}\text{He}$, die *L*-Gruppe bei ${}_{10}\text{Ne}$, die *M*-Gruppe bei ${}_{18}\text{Ar}$. Beim ${}_{2}\text{He}$ ist die *K*-Schale abgeschlossen, beim ${}_{10}\text{Ne}$ die *L*-Schale, bei ${}_{18}\text{Ar}$ die

M-Schale. (He und Ar fehlen zwar in Abb. 457, doch sind ihre Grenzkontinua am richtigen Platz vermerkt.) Die Hauptserien dieser Edelgase dürfen als Röntgenspektren bezeichnet werden. (Allerdings können bei He die *K*-Linien, bei Ne die *L*-Linien, bei Ar die *M*-Linien auch in Absorptionsspektren auftreten. Es gibt ja bei diesen Elementen keine weiter außen liegenden Schalen.) Bei allen nicht zur Gruppe der Edelgase gehörenden Elementen stehen die Hauptserien im langwelligen Gebiet nicht mit den Röntgenlinien in Zusammenhang. Sie entstehen durch Elektronen aus nicht abgeschlossenen Schalen an der Außenseite des Atoms. Für einige Atome kann man bereits ein Niveauschema für den gesamten Spektralbereich vom Röntgengebiet bis ins Ultrarote aufstellen. Die Abb. 464 S. 243 wird das am Beispiel des K-Atoms zeigen. — Als einziges Element besitzt der Wasserstoff überhaupt keine abgeschlossene Schale und daher auch kein Röntgenspektrum.

Das Übersichtsbild 457 enthält Linienspektren von Atomen. Die Beobachtungen müssen daher grundsätzlich an einatomigen Dämpfen der betreffenden Elemente (z. B. an Dampfstrahl-Antikathoden) ausgeführt werden. Durch die Vereinigung zu Molekülen und besonders zu den Riesenmolekülen der Kristalle werden die Spektren im Gebiet der langen Wellen völlig verändert. Auch beim langwelligen Röntgenlicht machen sich chemische Bindung und Kristallbau schon deutlich bemerkbar (S. 260). Nur im Gebiet des kurzwelligen Röntgenlichtes sind diese Einflüsse von ganz untergeordneter Bedeutung. Aus diesem Grunde konnten die meisten der in Abb. 457 dargestellten Röntgenspektrallinien und Kanten an festen Körpern beobachtet werden.

Das Übersichtsbild 457 enthält wohl Angaben über die Lage der wichtigsten Absorptionskanten, aber nichts über die Größe der Absorptionskonstanten. Diese sind für verschiedene Wellenlängen nur für einzelne Beispiele dargestellt worden (Abb. 361, 387, 454). Darum bringt zum Schluß die Abb. 460 noch ein weiteres Übersichtsbild. Es zeigt den Einfluß der Ordnungszahl Z auf die Höhe der Absorptionskonstanten nur für eine, aber praktisch wichtige Wellenlänge, nämlich $\lambda = 0,2 \text{ \AA}$. Sie entspricht einer Betriebsspannung von rund 60 kVolt.

§ 132. γ -Strahlen. Zur Erzeugung von Röntgenlicht benutzt man entweder den Elektronenstoß: Er liefert eine Bremsstrahlung und außerdem Spektrallinien des getroffenen Atoms. — Oder eine Fluoreszenz: Es wird kurzwelliges Röntgenlicht zur Absorption gebracht und damit werden Spektrallinien des Atoms angeregt. — Technische Röntgenlampen können heute für Betriebsspannungen bis zu rund 10^6 Volt hergestellt werden. Die Bremsstrahlung dieser Lampen erstreckt sich daher mit ihrem kontinuierlichen Spektrum bis zu $h \cdot \nu$ -Werten von rund 1 Million e Volt. Die kürzeste Röntgen-Spektrallinie ist die K_β -Linie des Urans, sie gehört also zum Element mit der höchsten Kernladungszahl ($Z = 92$). Ihre Wellenlänge ist gleich $0,108 \text{ \AA}$, ihre $h \cdot \nu$ -Energie = $114000 e$ Volt.

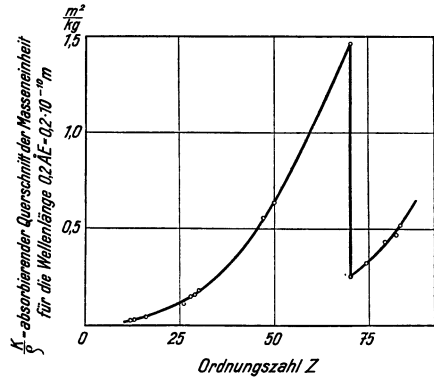


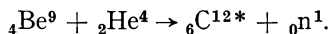
Abb. 460. Einfluß der Ordnungszahl Z auf die Absorption von hartem Röntgenlicht der Wellenlänge $\lambda = 0,2 \text{ \AA} = 200 \text{ XE} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$. Die Darstellung geht ebenfalls auf C. G. BARKLA zurück. Ihr Zusammenhang mit Abb. 457 ist leicht ersichtlich.

Röntgenlicht findet sich ferner unter den Strahlungen „natürlich radioaktiver“ Elemente (UX₁, Ra, RaB, RaC, RaD, ThB, ThC''). Bei einigen von ihnen (RaB, ThC'') kennt man Dutzende von Spektrallinien. Ihre $h\nu$ -Beträge liegen zwischen 40000 und 2,7 Millionen e Volt. Die kleinen Werte sind zwar von der gleichen Größenordnung wie für die K -Spektrallinien dieser Elemente, aber weiter geht die Übereinstimmung nicht. Die radioaktiven Vorgänge und der äußere Elektronenstoß geben nicht die gleichen Frequenzen. Bei den hohen $h\nu$ -Werten sind selbst die Größenordnungen verschieden.

Aus diesen beiden Gründen kann das Röntgenlicht bei radioaktiven Vorgängen nicht in der Elektronenhülle der Atome entstehen, sondern nur in den Kernen. Wegen dieses anderen Ursprunges ist auch ein besonderer Name zweckmäßig: Man bezeichnet alles nicht der Elektronenhülle entstammende Röntgenlicht als γ -Strahlen.

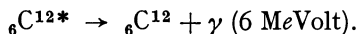
γ -Strahlen lassen sich heute auch durch künstliche Einwirkungen auf Atomkerne erzeugen. Beim Li-Kern genügt schon der Stoß eines α -Teilchens. Dabei entstehen γ -Strahlen mit einem $h\nu$ -Wert von 600000 e Volt.

In anderen Fällen vereinigt sich der getroffene Kern mit dem einschlagenden Geschosß zu einem neuen Kern von größerer Masse, man erzielt eine Kernumwandlung. Beispiel: Ein Berylliumatom mit der Kernladungszahl $Z = 4$ und der Massenzahl (früher Atomgewicht) 9, also ${}_4\text{Be}^9$, wird mit α -Strahlen, d. h. ${}_2\text{He}^{4+}$ -Ionen der Masse 4, beschossen. Bei seltenen Treffern reagieren beide Atomkerne miteinander und bilden dabei ein angeregtes (Zeichen *) Kohlenstoffatom ${}_6\text{C}^{12*}$ und ein langsames Neutron (= ladungsloser Wasserstoffkern). Oder in Gleichungsform

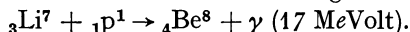


Der angeregte Kohlenstoffkern kehrt nach einer winzigen Lebensdauer in den

unangeregten Zustand zurück. Dabei emittiert er eine γ -Strahlung mit einem $h\nu$ -Wert von 6 Millionen eVolt. Oder wieder in Gleichungsform



Schließlich kann man ${}_3\text{Li}^7$ -Kerne mit schnellen Protonen, also einfach positiv geladenen Wasserstoffkernen, beschießen. Ist ihre Energie größer als $5 \cdot 10^6$ eVolt, so bekommt man einen Berylliumkern und außerdem γ -Strahlen mit einem $h\nu$ -Wert von 17 Millionen eVolt. Die Reaktionsgleichung lautet



Durch diese Entwicklung der Kernphysik ist ein neuer Arbeitsbereich erschlossen worden, die Spektroskopie der Atomkerne. Formal behandelt man sie genau wie die Spektroskopie der Atomhülle. Die Aufstellung eines Energieniveauschemas ist schon für manche Kerne gelungen. Bald wird wohl eine Spektroskopie des Elektrons folgen. Auch das Elektron scheint in sehr verschiedenen Zuständen vorzukommen (Mesotron!) und auch kaum anders die übrigen „elementaren Bausteine“ (Positron, Neutron, Proton usw.). Mit wachsender Kenntnis wächst die Fülle der Probleme.

Im ganzen Bereich des Röntgenlichtes wird die Wellenlänge mit Beugungsgittern gemessen und die Frequenz ν aus der Beziehung $\nu = c/\lambda$ berechnet. Mit den so gewonnenen Frequenzen ist die lichtelektrische Gleichung $h\nu = eP$ im Bereich von mindestens 10 Oktaven experimentell gesichert worden. Auch die Wellenlänge der γ -Strahlen läßt sich noch mit Kristallgittern messen. Erst im Gebiet der hochfrequenten γ -Strahlen tritt ein bemerkenswerter Wandel ein: Dort verliert die Wellenlänge praktische Bedeutung, sie ist nicht mehr meßbar. Keine Gitterteilung, nicht einmal die der Kristalle, ist fein genug. Hier kann man die Frequenz ν nur mit Hilfe der lichtelektrischen Gleichung bestimmen. Man erzeugt mit der γ -Strahlung einen Photoeffekt und mißt die Energie $eP = h\nu$ der Elektronen. Einzelheiten folgen im nächsten Paragraphen.

§ 133. Photoeffekt, auch inneratomärer, im Röntgengebiet. Der Photoeffekt im Röntgengebiet ist in § 118 nur kurz und qualitativ behandelt worden. — Seinen hohen Frequenzen entsprechend erteilt das Röntgenlicht den Elektronen große kinetische Energien. Man kann daher die Bahnen der Elektronen in einer Nebelkammer sichtbar machen und aus der Länge der Bahnen Geschwindigkeit und Energie der Elektronen bestimmen.

Für eingehende quantitative Untersuchungen läßt man die Elektronen in einem homogenen Magnetfeld laufen, und zwar senkrecht zu dessen Feldlinien. Dann werden ihre Bahnen kreisförmig. Aus dem Krümmungsradius r der Bahn und der Kraftflußdichte \mathfrak{B} des Magnetfeldes läßt sich Geschwindigkeit und Energie der Elektronen bestimmen. Näheres in und unter Abb. 461.

Die Kreisbahnen der Elektronen lassen sich in photographischen Nebelkammerbildern ausmessen (z. B. Elektrizitäts-Band Abb. 445). Besser aber ist ein anderes photographisches Verfahren. Die Abb. 462/63 zeigen es in zwei Ausführungen. Bei beiden steht das homogene Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene und ebenso die Längsrichtung der zu untersuchenden Elektronenquelle. Jeder Geschwindigkeit entspricht ein bestimmter Krümmungsradius und daher eine schmale Linie auf der photographischen Platte. Die Gesamtheit dieser Linien bildet ein „Geschwindigkeitsspektrum“, Abb. 463 unten.

Diese Anordnungen sind ursprünglich für die β -Strahlen radioaktiver Stoffe entwickelt worden. Erst später hat man sie mit großem Nutzen zur Untersuchung des Photoeffektes im Röntgenlicht herangezogen. — In diesem Falle dient ein von Röntgenlicht (Pfeil R) bestrahlter Körper als Elektronenquelle. Er bekommt die Form einer äußerst dünnen Haut. Dann brauchen die Elektronen im Innern des Körpers keinen nennenswerten Weg zu durchlaufen, sie behalten

ihre ursprüngliche, vom Licht erzeugte Geschwindigkeit. Man könnte daher bei Einstrahlung von monochromatischem Röntgenlicht eine einheitliche Ge-

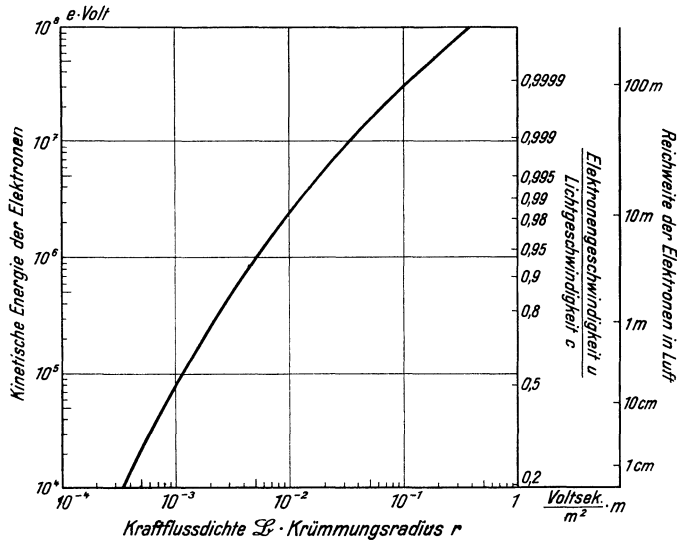


Abb. 461. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit u und der kinetischen Energie $\frac{1}{2} m u^2 = eP$ aus dem Bahnradius r eines Elektrons im homogenen Magnetfeld. Zur Berechnung der Kurve dienten die Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} r &= \frac{m}{e} u, & (184) \\ m &= m_0 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right), & (206) \\ \frac{1}{2} m u^2 &= eP. & (182) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathfrak{B} r &= \frac{m}{e} u, \\ m &= m_0 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right), \\ \frac{1}{2} m u^2 &= eP. \end{aligned}} \right\} \text{des Elektrizitäts-Bandes}$$

\mathfrak{B} = Kraftflussdichte in Voltsek/m² (= 10⁴ Gauß), r in Metern, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek.; $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec. m_0 = Ruhmasse des Elektrons = $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. Die ganz rechts angefügte Ordinate beruht auf Messungen, wie sie in den Abb. 429/30 dargestellt sind. Die Reichweite in Luft nähert sich mit wachsender Elektronenergie einem Grenzwert von etwa 300 m.

schwindigkeit der Elektronen erwarten. Sie wird aber nicht beobachtet. Stets ergibt das Experiment ein ausgedehntes, aus mehreren Linien bestehendes Geschwindigkeitsspektrum. — In einem Beispiel werde Ag mit der K_α -Linie einer W-Antikathode bestrahlt, also mit einer $h\nu$ -Energie von 59 100 eVolt. Man beobachtet im Geschwindigkeitsspektrum vier Linien. Ihnen entsprechen vier Gruppen von Elektronen mit je einer einheitlichen Geschwindigkeit. Sie besitzen folgende kinetische Energien:

- I. Gruppe $e \cdot P_I = 55\,800$ eVolt,
- II. Gruppe $e \cdot P_{II} = 33\,800$ eVolt,
- III. Gruppe $e \cdot P_{III} = 21\,300$ eVolt,
- IV. Gruppe $e \cdot P_{IV} = 18\,600$ eVolt.

Zur Deutung der I. und II. Gruppe braucht man nur die lichtelektrische Gleichung

$$\underbrace{eP}_{\text{Im Außenraum beobachtete kinetische Energie der Elektronen}} = \underbrace{h \cdot \nu}_{\text{Quantengröße des absorbierten Lichtes}} - \underbrace{J}_{\text{Abtrennungsarbeit des Elektrons}} \quad (226) \text{ v. S. 201}$$

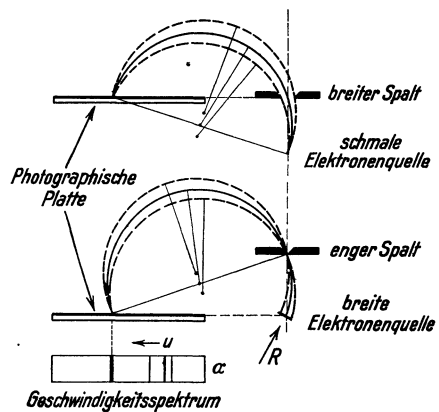


Abb. 462/63. Mit diesen beiden Anordnungen lassen sich Geschwindigkeitsspektren von Korpuskularstrahlen photographieren. Senkrecht zur Zeichenebene steht ein homogenes Magnetfeld der Kraftflussdichte \mathfrak{B} . Die Auswertung der Aufnahmen ist in und unter Abb. 461 erläutert worden.

und das Röntgenniveauschema des bestrahlten Atoms. Dieses liefert uns die Abtrennungs- oder Ionisierungsarbeiten für die Elektronen aus den Schalen K , L , M usw. des Atoms.

In obigem Beispiel hatte die absorbierte K_α -Strahlung des W ein $h \cdot \nu = 59100$ eVolt. Die Ionisierungsarbeit des Ag -Atoms beträgt

$$\begin{aligned} & 3340 \text{ eVolt für ein Elektron aus der } L\text{-Schale,} \\ & 25400 \text{ eVolt für ein Elektron aus der } K\text{-Schale.} \end{aligned}$$

Somit liefert die lichtelektrische Gleichung für ein Elektron aus der L -Schale des Silbers

$$e \cdot P_I = 59100 - 3340 = 55760 \text{ eVolt,}$$

und für ein Elektron aus der K -Schale des Silbers

$$e \cdot P_{II} = 59100 - 25400 = 33700 \text{ eVolt.}$$

Beide Zahlen stimmen gut mit den beobachteten überein.

Die beiden anderen Linien, die Gruppen III und IV, stehen in keiner Beziehung zur primär absorbierten Strahlung des Wolframs. Sie entstehen durch einen sekundären Vorgang: Das der K -Schale im Primärvorgang entrissene Elektron wird nach kurzer Zeit durch ein Elektron aus einer mehr außen liegenden Schale ersetzt, z. B. der M - oder der L -Schale. Dabei wird die K_β - oder die K_α -Spektrallinie des Silberatoms emittiert. Diese beiden monochromatischen Strahlungen übernehmen jetzt ihrerseits die Rolle einer neuen Primärstrahlung. Mit ihren $h\nu$ Energien von 24900 und 22100 eVolt ionisieren sie ihr eigenes Mutteratom. Sie werfen z. B. aus der L -Schale je ein weiteres Elektron über den Atomrand hinaus. Das erfordert nur eine Ionisierungsarbeit von 3340 eVolt. So verbleiben den ausgeschleuderten Elektronen im Außenraum noch stattliche Beträge als kinetische Energie, nämlich

$$\begin{aligned} e \cdot P_{III} &= 24900 - 3340 = 21560 \text{ eVolt,} \\ e \cdot P_{IV} &= 22100 - 3340 = 18760 \text{ eVolt.} \end{aligned}$$

Demnach entstehen in unserem Beispiel die Elektronen der III. und IV. Energiegruppe durch einen inneratomaren Photoeffekt, also durch eine neuartige, im Bereich langer Wellen unbekannte Erscheinung.

In der Nebelkammer erzeugt der Photoeffekt des Röntgenlichtes sehr oft zwei Bahnen mit gleichem Ursprungsort (Abb. 407 auf S. 201). Die kurze Bahn gehört zu einem Elektron des sekundären inneratomaren Photoeffektes.

Das häufige Auftreten des inneratomaren Photoeffektes ist überraschend. Es läßt sich nicht mit den Erfahrungen über die Absorption des Röntgenlichtes in dünnen Schichten vereinigen. In seinem Mutteratom muß das Röntgenlicht um Größenordnungen mehr absorbiert werden, als man nach der „Schichtdicke“ einer Atomhülle erwarten sollte. Das ist die einfachste Beschreibung des Tatbestandes. In Wirklichkeit wird das Röntgenlicht gar nicht erst zustande kommen, sondern ein anderer, strahlungsloser Wechsel zwischen den verschiedenen Energiezuständen eintreten.

Mit dieser Einschränkung kann man dem inneratomaren Photoeffekt eine große Rolle bei der β -Strahlung der radioaktiven Stoffe zuschreiben. Der Kern liefert nur β -Strahlen mit einem kontinuierlichen Geschwindigkeitsspektrum. Das Atom als Ganzes aber liefert ein Geschwindigkeitsspektrum mit vielen Linien. Das läßt sich (mit obiger Einschränkung!) folgendermaßen deuten: Die β -Strahlen des Kerns erregen Röntgenlicht der Elektronenhülle. Dies Röntgenlicht erzeugt einen inneratomaren Photoeffekt und durch ihn Elektronengruppen von einheitlicher Geschwindigkeit.

§ 134. Niveauschema und Quantenzahlen. Wir haben, allgemeinem Brauch folgend, für das Röntgenlicht und das langwellige Licht je ein besonderes Niveauschema aufgestellt. Das ist nicht nur historisch, sondern auch sachlich gerechtfertigt. Die Energieniveaus der Atome umfassen im gewöhnlichen Licht nur $h\nu$ -Bereiche der Größenordnung 10 eVolt , im Röntgenlicht hingegen Bereiche bis zur Größenordnung 10^5 eVolt .

Im Röntgengebiet bezeichnet man die einzelnen Niveaus mit den Buchstaben K, L, M, N, \dots und den Indizes I, II, III \dots , im langwelligen hingegen mit einer Zahl, einem der Buchstaben $S, P, D, F \dots$ und je zwei an diese Buchstaben angehängte Indizes (S. 207).

Die Abb. 464 soll den Zusammenhang dieser beiden Bezeichnungsweisen klarstellen. Sie bezieht sich auf das Kaliumatom. Die Ordinate mußte logarithmisch unterteilt werden. Der obere Teil dieses Schemas stimmt mit der Abb. 431 überein, abgesehen von zwei Äußerlichkeiten: Die beiden F -Leitern sind hier nicht mehr in eine zusammengefaßt. Außerdem sind die Sprossen in allen Leitern anders numeriert worden. In Abb. 431 waren empirische Laufzahlen benutzt worden, gekennzeichnet durch steilen Druck. Hier in Abb. 464 beginnt die Sprossenzählung unten im K -Niveau mit der schräg gedruckten Ziffer 1.

Im Röntgengebiet knüpfen die Bezeichnungsweisen unmittelbar an die graphische Darstellung der Absorptionsspektren an, z. B. in Abb. 454. Im langwelligen hingegen ist die Bezeichnungsweise durch die Entwicklung der Atommodelle beeinflusst worden.

Ein Atommodell sucht alle im Niveauschema eines Atomes zusammengefaßten Energiezustände auf die Gruppierung und Bewegung von Elektronen im Felde des positiven Kernes zurückzuführen. Dabei werden die quantitativen Beziehungen ausschließlich durch die PLANCKSche Konstante h bestimmt, also durch

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \begin{cases} \text{Wattsec} \cdot \text{sec}, & \text{Dimension [Energie} \cdot \text{Zeit]} \\ \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \cdot \text{m}, & \text{Dimension [Bahnimpuls } mu \cdot \text{Bahnlänge s]} \\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{sec}^{-1}, & \text{Dimension [Trägheitsmoment } \Theta \cdot \text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = \text{Drehimpuls]} \end{cases}$$

Die PLANCKSche Konstante h wird stets in Verbindung mit einer ganzen oder halben Zahl benutzt. Diese Zahlen werden Quantenzahlen genannt. In jedem vollständigen Niveauschema erscheinen vier solcher Quantenzahlen. Wir wollen kurz ihre Bedeutung erläutern:

1. Die Hauptquantenzahl n . Sie bestimmt die Größenordnung der Atomenergie für die $K, L, M \dots$ Niveaus. Man findet die n -Werte in Abb. 464 neben den entsprechenden Buchstaben.
2. Die Nebenquantenzahl \mathcal{L} . Sie macht den resultierenden Bahn-Drehimpuls aller Elektronen des Atoms gleich dem ganzzahligen Vielfachen \mathcal{L} des

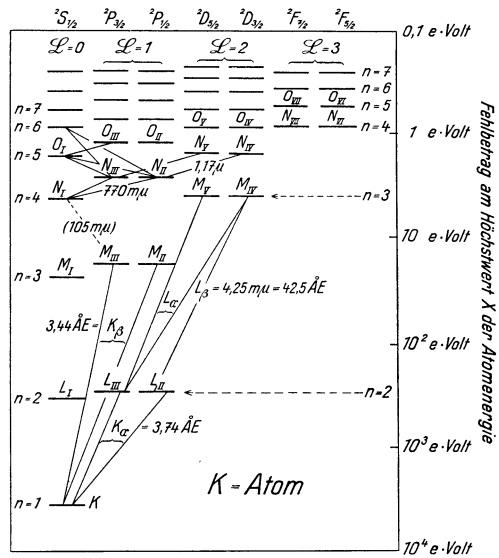


Abb. 464. Gemeinsames Niveauschema des K -Atoms für sichtbares und Röntgenlicht. Die gestrichelte Wellenlänge $105\text{ m}\mu$ ist noch nicht beobachtet.

elementaren Drehimpulses $h/2\pi$. Sie unterteilt die Niveaus $K, L, M \dots$ in Teilniveaus I, II, III \dots , d. h. in die zu den verschiedenen Leitern $S, P, D \dots$ gehörenden Sprossen. Die den einzelnen Leitern entsprechenden \mathcal{L} -Werte sind oben in Abb. 464 vermerkt. \mathcal{L} kann Werte zwischen 0 und $(n-1)$ annehmen.

3. Die Spinquantenzahl \mathcal{S} . Sie macht den resultierenden Kreisel-Drehimpuls aller Elektronen des Atoms gleich dem halb- oder ganzzahligen Vielfachen \mathcal{S} des elementaren Drehimpulses $h/2\pi$. Der Kreisel-Drehimpuls eines einzelnen Elektrons, meist Spin oder Elektronendrehimpuls genannt, ist für jedes einzelne Elektron gleich $\frac{1}{2} \cdot h/2\pi$. Der resultierende Kreisel-Drehimpuls eines Atomes ergibt sich als die algebraische Summe der einzelnen Kreisel-Drehimpulse $\frac{1}{2} \cdot h/2\pi$.

Die Summe $(2\mathcal{S} + 1)$ wird im Niveauschema den Buchstaben $S, P, D \dots$ links oben als Index beigefügt. Dieser Index bezeichnet die Multiplizität der Leitern, also ihre Zugehörigkeit zu einem System von Einfach- oder Mehrfachleitern (vgl. S. 207).

4. Die innere Quantenzahl \mathcal{J} . Sie macht den gesamten Drehimpuls des Atoms gleich dem halb- oder ganzzahligen Vielfachen \mathcal{J} des elementaren Drehimpulses $h/2\pi$. Der gesamte Drehimpuls setzt sich vektoriell aus Bahn- und Kreisel-Drehimpulsen der Elektronen zusammen.

Im Niveauschema (Abb. 464) wird die innere Quantenzahl \mathcal{J} den Leiterbuchstaben $S, P, D \dots$ rechts unten als Index angehängt. \mathcal{J} unterscheidet also die einzelnen Leitern innerhalb der $S, P, D \dots$ -Gruppen der Mehrfachleitersysteme.

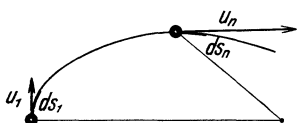


Abb. 465. Zur Definition der Liniensumme des Bahnimpulses $\int m u ds$. Als Bahn ist ein Stück einer Kepler-Ellipse gezeichnet.

§ 135. Quantenzahlen und Vektordarstellung im Atommodell.

Die Atommodelle sollen sehr verwickelte räumliche Vorgänge darstellen, und das gelingt nur mit erheblichem Aufwand. Die gleiche Schwierigkeit besteht in der Chemie für den Molekülbau. Dort hat man sich für viele Aufgaben mit einer Art von Gerüst, nämlich den Strukturformeln, zu helfen gewußt. In der Physik gilt das Entsprechende, hier leistet ein Vektorgerüst, aufgebaut auf dem BOHRschen Modell, vortreffliche Dienste. Aus diesem Grunde wollen wir ein wenig auf die modellmäßige Deutung der Quantenzahlen eingehen.

Die Hauptquantenzahl n führt die Energie der Niveaus $K, L, M \dots$ auf einzelne, durch Stabilität ausgezeichnete Bahnen zurück. In einer solchen Bahn soll bei einem Umlauf die Liniensumme des Bahnimpulses (Abb. 465) für ein einzelnes Elektron ein ganzzahliges Vielfaches n der Größe h sein (S. 222).

Ein Modell mit der Hauptquantenzahl n allein liefert nur Kreisbahnen, und diese ergeben nur eine einzige Niveaulleiter. Ihren Sprossen entsprechen Energieniveaus

$$X - Ry \cdot Z^2 \cdot \frac{h}{n^2} = (257) + (261) \text{ von S. 222}$$

(Ry = Rydberg-Frequenz, Z = Kernladungszahl, n = Hauptquantenzahl, X = unbekannter Höchstwert der Atomenergie).

Diese eine Leiter genügt nur für das einfachste Niveauschema des H-Atoms (Abb. 414) und der wasserstoffgleichen $(Z-1)$ -fach geladenen Ionen der Ordnungszahl Z (Abb. 434).

Ellipsenbahnen bekommt man durch Einführung einer zweiten Quantenzahl, der azimutalen oder Nebenquantenzahl. Sie wird für ein einzelnes Elektron l genannt. Der Bahn-Drehimpuls eines solchen (Abb. 466) beträgt das $(l+1)$ -fache von $h/2\pi$. Die Werte von l gehen von Null bis $(n-1)$. Die Abb. 467 gibt ein Beispiel.

Mit der Einführung der Ellipsenbahnen ist im Felde einer „punktförmigen“ positiven Zentralladung [Kern des H-Atoms und der wasserstoffgleichen $(Z - 1)$ -fach geladenen Ionen der Kernladungszahl Z] noch nichts gewonnen. Die Ellipsenbahnen liefern trotz verschiedener Quantenzahlen die gleichen Energieniveaus: „Die Energieniveaus sind entartet.“ — Das ändert sich erst bei Zentralladungen von größerer Ausdehnung und Struktur. Sie finden sich bei allen Atomen mit Ordnungszahlen $Z > 1$, also z. B. bei den wasserstoffähnlichen Alkaliatomen. Für das Na-Atom gilt das in Abb. 468 skizzierte Schema. Der 10fach positiv geladene Kern ist von den beiden Elektronen der K -Schale und den 8 Elektronen der L -Schale umgeben. Diese Elektronen schirmen einen Teil der Kernladung ab, es verbleibt nur eine „effektive Kernladungszahl Z^* “. Die Ellipsen mit großer Exzentrizität, also kleiner Nebenquantenzahl l , geraten am dichtesten an die ausgedehnte Zentralladung (den „Atomrumpf“) heran. Sie können sogar als „Tauchbahnen“ in den Bereich der Zentralladung eindringen. Diese Ellipsenbahnen werden gestört, sie bekommen eine „Periheldrehung“. Durch die Störung wird die Entartung aufgehoben, und nunmehr liefern die Ellipsenbahnen verschiedener Exzentrizität auch getrennte Niveauleitern $S, P, D \dots$ mit den Energiestufen

$$X - Ry (Z^*)^2 \cdot \frac{h}{(n - s, p, d \dots)^2}.$$

Sie erklären das einfachste Niveauschema der wasserstoffähnlichen Atome, z. B. das des Na-Atoms in Abb. 415.

Im BOHRschen Bilde hat die Ellipse größter Exzentrizität die Nebenquantenzahl $l = 0$ und den Bahn-Drehimpuls $1 \cdot h/2\pi$. Der Bahn-Drehimpuls Null kommt nicht vor, ihm würde eine lineare Pendelbahn entsprechen und diese müßte durch den Atomkern hindurchgehen. Im heutigen wellenmechanischen Atommodell (S. 297) ist das anders. Dort gibt die Nebenquantenzahl l allein, also nicht $(l+1)$, den Bahn-Drehimpuls als Vielfaches von $h/2\pi$. Das überträgt man neuerdings unbedenklich auf das ebene Modell, man ignoriert also den Bahn-Drehimpuls der Ellipsen größerer Exzentrizität.

Man nennt heute ein Elektron ohne Bahn-Drehimpuls ($l = 0$) ein s -Elektron. Ein p -Elektron hat den Bahn-Drehimpuls $1 \cdot h/2\pi$ (d. h. $l = 1$); ein d -Elektron hat den Bahn-Drehimpuls $2 \cdot h/2\pi$ (d. h. $l = 2$) usf. — Mit diesen Symbolen beschreibt man „Elektronen-Konfigurationen“, z. B. $3pd$. Sie bedeutet: Zwei Elektronen haben die Hauptquantenzahl $n = 3$, gehören also zu einem

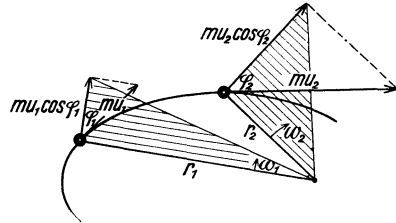


Abb. 466. Zur Definition des konstanten Bahn-Drehimpulses $\Theta\omega$ für ein Elektron in einer Ellipsenbahn. Der Betrag des Drehimpulses wird durch die schraffierten Dreiecksflächen dargestellt, seine Richtung durch einen zur Bahnebene senkrechten Vektorpfeil. Die Momentanwerte des Trägheitsmomentes $\Theta = mr^2$ und die Winkelgeschwindigkeit $\omega = v/r \cos \varphi$ ändern sich periodisch beim Umlauf.

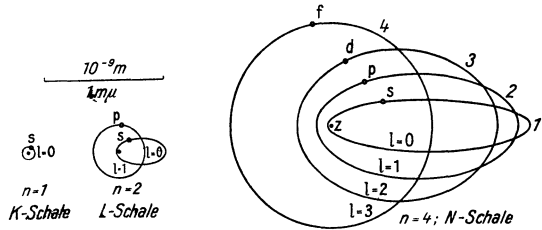


Abb. 467. Rechts: Vier Kepler-Bahnen eines Elektrons mit der gleichen Hauptquantenzahl $n = 4$ und den Nebenquantenzahlen $l = 3$ bis $l = 0$. Alle vier Bahnen haben gleich lange große Achsen. In allen Bahnen hat das Elektron die gleiche Linienlänge und die gleiche Umlaufzeit und die gleiche Energie [Gl. (257) von S. 222]. Verschieden sind nur die Bahn-Drehimpulse; sie verhalten sich wie die beigefügten schrägen Zahlen. Mitte: In gleichem Maßstab zwei Kepler-Bahnen mit der Hauptquantenzahl $n = 2$ und den beiden Nebenquantenzahlen $l = 1$ und $l = 0$. — Man bezeichnet die Bahnen und die in ihnen laufenden Elektronen oft mit den kleinen Buchstaben s, p, d, f, \dots . Die Bahn größter Exzentrizität heißt immer s -Bahn oder Bahn eines s -Elektrons. Eine s -Bahn ist nur bei der Hauptquantenzahl $n = 1$ kreisförmig. Bei $n = 1$ (K -Schale, ganz links) gibt es außer dieser Kreisbahn keine anderen Bahnen. [Für den Maßstab ist die Kernladung Z wie im H-Atom $= 1e$ angenommen. In einem $(Z - 1)$ -fach geladenen Ion der Ordnungszahl Z sind alle Längen im Verhältnis $1:Z^2$ zu verkürzen.]

M-Niveau. Das eine, *p* genannt, hat die Nebenquantenzahl $l = 1$, das andere *d* genannt, hat die Nebenquantenzahl $l = 2$.

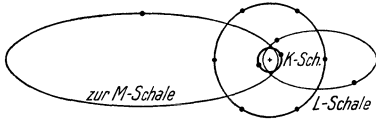


Abb. 468. Ebenes Modell des ${}_{11}\text{Na}$ -Atoms zur Veranschaulichung einer Tauchbahn. (Solche ebenen Bilder verstoßen gegen das Pauli-Prinzip [§ 439] und lassen nicht den Gesamt-Drehimpuls Null der abgeschlossenen Schalen erkennen.)

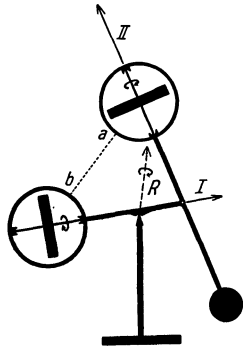


Abb. 469. 1. Zur vektoriellen Zusammensetzung zweier Drehimpulse *I* und *II* zu einem resultierenden *R*. 2. Durch ein gespanntes Gummiband *ab* können beide Kreisel aufeinander ein kleines Drehmoment ausüben. Seine Achse steht senkrecht zur Papierebene. Dann vollführen beide Kreisel eine Präzessionsbewegung. Ihre Impulsachsen umkreisen auf Kegelmänteln die Impulsachse *R*.

Wir waren oben nur bis zum einfachen Niveauschema eines wasserstoffähnlichen Atoms vorgedrungen. Es fehlt also noch die Aufspaltung der *S*, *P*, *D*... -Leitern in Mehrfach-Niveaus, also z. B. eine Deutung für die beiden Komponenten der allbekanntesten *D*-Linie des Na. Es fehlt noch, allgemeiner gesprochen, eine modellmäßige Deutung für die Niveau-Multiplizität. Sie kann nur

durch Einführung des Elektronenspins erzielt werden, man muß den Kreisel-Drehimpuls der Elektronen zum Bahn-Drehimpuls vektoriell addieren.

Die vektorielle Addition von Impulsen ist uns aus der Mechanik geläufig, mit ihrer Hilfe wurde die ganze Behandlung der Kreislerscheinungen durchgeführt. Dabei wurden Impulse unter beliebigen Richtungen zusammengesetzt (Abb. 469).

Im Bereich der Atome ist das nicht möglich. Das atomare Geschehen wird vom PLANCKSchen h beherrscht, und dieses verlangt auch eine neue Vorschrift für die Addition von Impulsvektoren. Sie lautet in etwas vereinfachter Form: Bei jeder vektoriellen Addition von elementaren Drehimpulsen muß der resultierende Drehimpuls wieder ein ganz- oder halbzahliges Vielfaches *a* des elementaren Drehimpulses $h/2\pi$ werden¹⁾. Die Abb. 470 gibt ein Beispiel. Es werden die Bahn-Drehimpulse zweier Elektronen mit den Nebenquantenzahlen $l = 1$ und $l = 2$ zusammengesetzt, also Drehimpulse der Größe $1 \cdot h/2\pi$ und $2 \cdot h/2\pi$.

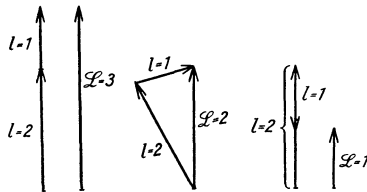


Abb. 470. Zur vektoriellen Addition zweier atomarer Drehimpulse nach der genäherten Quantenvorschrift. Das Beispiel bezieht sich auf die Bahn-Drehimpulse zweier Elektronen mit den Nebenquantenzahlen $l = 1$ und $l = 2$; d. h. das eine Elektron soll den Bahn-Drehimpuls $1 \cdot h/2\pi$ haben, das andere $2 \cdot h/2\pi$. Der resultierende Bahn-Drehimpuls des Atoms kann die Quantenzahlen $\mathcal{L} = 1, 2$ und 3 annehmen, er kann also das 1-, 2- oder 3fache des elementaren Bahn-Drehimpulses $h/2\pi$ werden.

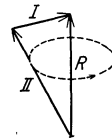


Abb. 471. Magnetische Kopplung kann zu Präzessionsbewegungen um die Achse des resultierenden Drehimpulses führen. Das zeigt diese Skizze im Anschluß an Abb. 470 für den Fall $\mathcal{L} = 2$.

Es ergeben sich drei Möglichkeiten, der resultierende Bahn-Drehimpuls bekommt die Nebenquantenzahlen $\mathcal{L} = 1, \mathcal{L} = 2$ und $\mathcal{L} = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{L} = 1 \\ \mathcal{L} = 2 \\ \mathcal{L} = 3 \end{array} \right\} \text{entspricht einer} \left\{ \begin{array}{l} P\text{-Leiter,} \\ D\text{-Leiter,} \\ F\text{-Leiter.} \end{array} \right.$$

Die gleiche Vorschrift ist bei der Addition des Bahn-Drehimpulses $\mathcal{L} \cdot h/2\pi$ eines Atoms zum Spin-Drehimpuls $\mathcal{S} \cdot h/2\pi$ zu beachten. Man erhält den resul-

¹⁾ streng das $\sqrt{a(a+1)}$ fache.

tierenden Gesamtdrehimpuls $\mathcal{J} \cdot h/2\pi$ am bequemsten graphisch. Die Abb. 472 gibt zwei Beispiele. Durch Abzählen findet man die Zahl der \mathcal{J} -Werte für $\mathcal{L} > \mathcal{S}$ gleich $(2\mathcal{S} + 1)$, also gleich der Niveau-Multiplizität (S. 225). Für $\mathcal{L} < \mathcal{S}$ hingegen bekommt man als Zahl der \mathcal{J} -Werte nur $(2\mathcal{L} + 1)$. Das ist die Zahl der bei der Nebenquantenzahl $\mathcal{L} < \mathcal{S}$ tatsächlich vorhandenen Niveauleitern. So ist z. B. für jede S-Leiter $\mathcal{L} = 0$, also gibt es nur einen \mathcal{J} -Wert, d. h. eine S-Leiter ist, der Erfahrung entsprechend, immer einfach (vgl. S. 225 und Abb. 464).

An Hand der Beziehung

$$\text{Niveau-Multiplizität} = (2\mathcal{S} + 1)$$

gelangt man leicht zum RYDBERGSchen Wechselsatz (S. 225):

Jedes Leuchtelektron, d. h. Elektron der nicht abgeschlossenen Außenschale, hat den Kreisel-Drehimpuls $\frac{1}{2} \cdot h/2\pi$. Er soll durch einen kleinen Pfeil (\uparrow) dargestellt werden. Alle Pfeile können sich nur parallel ($\uparrow\uparrow$) oder antiparallel ($\uparrow\downarrow$) einstellen (algebraische Summierung). — Für ein Leuchtelektron (ungerade Zahl), z. B. im H- oder Na-Atom, ist dann $\mathcal{S} = \frac{1}{2}$, also die Multiplizität $(2\mathcal{S} + 1) = 2$ (gerade Zahl). Für zwei Leuchtelektronen (gerade Zahl), z. B. in einem Erdalkaliumatom, gibt es die Spin-Quantenzahlen $\mathcal{S} = 0$ ($\uparrow\downarrow$) und $\mathcal{S} = 1$ ($\uparrow\uparrow$), also die Multiplizitäten $(2\mathcal{S} + 1) = 1$ und $= 3$ (ungerade Zahlen). Für drei Leuchtelektronen (ungerade Zahl), z. B. im Al-Atom, gibt es $\mathcal{S} = \frac{1}{2}$ ($\uparrow\uparrow\downarrow$) und $= \frac{3}{2}$ ($\uparrow\uparrow\uparrow$), also die Multiplizitäten $(2\mathcal{S} + 1) = 2$ und $= 4$ (gerade Zahlen) usf.

Ergebnis: Die Einführung des Elektronenspins hat einen großen Fortschritt gebracht. Sie bringt Ordnung in die doch ziemlich verwickelten Tatsachen der Niveau-Multiplizität und vermag sie modellmäßig einfach zu beschreiben.

Bei der vektoriellen Addition der Elektronen-Drehimpulse ist außer der Quantenvorschrift noch ein weiterer Punkt zu beachten. Sowohl die umlaufenden wie die kreiselnden Elektronen besitzen ein magnetisches Moment. Es gilt (Elektr. Lehre § 76/78):

Bei der vektoriellen Addition der Elektronen-Drehimpulse ist außer der Quantenvorschrift noch ein weiterer Punkt zu beachten. Sowohl die umlaufenden wie die kreiselnden Elektronen besitzen ein magnetisches Moment. Es gilt (Elektr. Lehre § 76/78):

$$\text{magnetisches Moment } G = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{e}{m} \text{ für ein umlaufen-} \\ \text{des Elektron} \end{cases} \quad (276) = (140) \text{ des Elektr.-} \\ \text{mechanischer Drehimpuls} = \begin{cases} \mu_0 \cdot \frac{e}{m} \text{ für ein kreiseln-} \\ \text{des Elektron} \end{cases} \quad (153a) \text{ des Elektr.-Bandes,} \\ \text{S. 113}$$

$$\mu_0 = \text{Induktionskonstante} = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Voltsek./Amp. Meter.}$$

$$e/m = \text{Ladung/Masse des Elektrons} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Amp. Sek./kg.}$$

Zum elementaren Bahn-Drehimpuls $h/2\pi$ und zum Kreisel-Drehimpuls oder Spin $\frac{1}{2} \cdot h/2\pi$ gehört demnach das gleiche elementare magnetische Moment

$$\gamma = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} \cdot h = 1,15 \cdot 10^{-29} \text{ Voltsek.} \cdot \text{Meter.} \quad (277) = (143) \text{ des El.-Bandes}$$

Man nennt γ ein BOHRSCHEs Magneton.

Infolge dieses magnetischen Momentes sind Bahn-Drehimpuls und Kreisel-Drehimpuls eines Elektrons nicht unabhängig voneinander. Sie üben Drehmomente aufeinander aus, sie sind „gekoppelt“. Im mechanischen Modell (Abb. 469) kann man solche Drehmomente durch einen gespannten Gummifaden

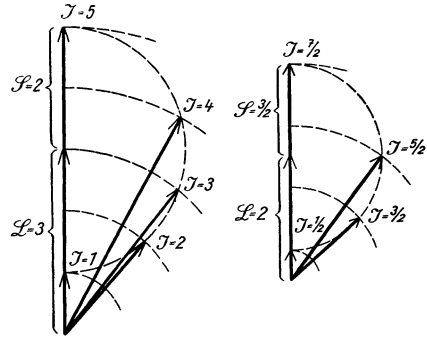


Abb. 472. 5 \mathcal{J} -Werte. Abb. 473. 4 \mathcal{J} -Werte.
Abb. 472/3. Zwei Beispiele für die vektorielle Addition eines Bahn-Drehimpulses $\mathcal{L} \cdot h/2\pi$ und eines Spin-Drehimpulses $\mathcal{S} \cdot h/2\pi$ zum resultierenden Drehimpuls $\mathcal{J} \cdot h/2\pi$ im Falle $\mathcal{L} > \mathcal{S}$.

ab nachahmen. Sie erzeugen eine Präzessionsbewegung, d. h. jeder der beiden Impulsvektoren beschreibt einen Kegel um den resultierenden Drehimpuls R als Achse. — Das Entsprechende gilt für die Addition der elementaren Drehimpulse, es wird in Abb. 471 angedeutet. Die Frequenz ν_p der Präzession bestimmt die Energiebeträge $h\nu_p$, um die sich in den Mehrfach-Leitern die Sprossen mit gleicher Hauptquantenzahl unterscheiden. Bei starker Kopplung wird die Frequenz der Präzession der Umlauffrequenz der Elektronen vergleichbar. Dann gibt es sehr verwickelte Bewegungen, die einzelnen Impulse verlieren ihre selbständige Bedeutung.

§ 136. Aufspaltung von Spektrallinien und Richtungsquantelung. 1896 fand P. ZEEMAN, damals in Leiden, eine Frequenzänderung von Spektrallinien durch ein magnetisches Feld. Diese Entdeckung hat in der wissenschaftlichen Welt ein ähnliches Aufsehen erregt wie kurz zuvor in allen Kreisen die Entdeckung des Röntgenlichtes. Die ZEEMANSche Entdeckung ergab eindeutig eine Verknüpfung der Lichtemission mit inneratomaren Bewegungen elektrischer Ladungen. — Heute ist diese Erkenntnis längst Allgemeingut geworden.

Die Frequenzänderung im Magnetfeld kann qualitativ im Schauversuch durchgeführt werden. Dazu benutzt man die Absorption. Es wird eine Na-Dampflampe auf dem Wandschirm abgebildet. Ihr Licht muß unterwegs eine Na-haltige Bunsenflamme durchsetzen. Diese steht zwischen den Polen eines Elektromagneten. Beim Einschalten des Feldes wird das Lampenbild aufgeheilt. Die Frequenzen der Primärstrahlung und der absorbierenden Atome stimmen nicht mehr ganz überein, daher wird die Primärstrahlung weniger absorbiert.

Quantitative Untersuchungen ergeben eine Aufspaltung der Spektrallinien in mehrere Komponenten. Dabei sind drei Fälle zu unterscheiden:

Spektrallinien aus einem Einfach-Niveau-System zerfallen, quer zu den Feldlinien beobachtet, in drei Komponenten (Abb. 474). Die mittlere zeigt die ursprüngliche Frequenz, die beiden äußeren haben eine Frequenzänderung

$$\Delta\nu = \pm \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{B} = 1,40 \cdot 10^{10} \frac{\text{Amp.Sek.}}{\text{kg}} \cdot \mathfrak{B} \quad (278)^1$$

(\mathfrak{B} = Kraftflußdichte des Magnetfeldes in $\frac{\text{Voltsek}}{\text{m}^2} = 10^4 \text{Gauß}$, $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Amp.Sek.}}{\text{kg}}$)

erfahren. Alle drei Komponenten erscheinen linear polarisiert. Die mittlere schwingt parallel, die beiden äußeren senkrecht zur Feldrichtung. In der Feldrichtung beobachtend, sieht man nur die beiden äußeren Komponenten, und zwar beide zueinander gegensinnig zirkular polarisiert²⁾. — Die ganze Erscheinung wird „normaler Zeeman-Effekt“ genannt.

Bei Spektrallinien aus Mehrfach-Niveau-Systemen muß man „schwache“ und „starke“ Magnetfelder unterscheiden: In „schwachen“ Magnetfeldern soll die magnetische Aufspaltung der Linien kleiner als der Abstand der einzelnen Komponenten des natürlichen Multipletts, in „starken“ soll sie größer sein. — In schwachen Feldern beobachtet man eine magnetische Aufspaltung der Linien in viele Komponenten (Abb. 475). Das nennt man „anomalen“ Zeeman-Effekt. Die Frequenzdifferenzen sind rationale Vielfache der im normalen Zeeman-Effekt beobachteten Werte $\Delta\nu$ (RÜNGESche Regel). In „starken“ Magnetfeldern hingegen fällt diese Komplikation weg, man bekommt wieder einen normalen Zeeman-Effekt. Diese Vereinfachung heißt „Paschen-Back-Effekt“.

¹⁾ Dimensionskontrolle:

$$\text{sec}^{-1} = \frac{\text{Amp.Sek.}}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{Voltsek}}{\text{m}^2}; \quad \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} = \text{Voltampere Sekunden} = \text{Arbeit.}$$

²⁾ In der langwelligen Komponente hat der Umlauf des Lichtvektors \mathfrak{C} den gleichen Sinn wie die Elektronen in dem das Magnetfeld erzeugenden Strom.

In allen Fällen bedeutet die Aufspaltung der Spektrallinien das Auftreten neuer Energieniveaus im strahlenden Atom. Diese entstehen durch eine sehr eigentümliche Erscheinung, nämlich die Richtungsquantelung.

Abb. 474/75. Beispiele für die magnetische Aufspaltung von Spektrallinien. Die Beobachtungsrichtung liegt senkrecht zu den Feldlinien. — Abb. 474: Normaler Zeeman-Effekt der Cd-Linie $\lambda = 643,9 \text{ m}\mu$. Linien eines Einfach-Niveau-Systems zerfallen in drei Komponenten. In der mittleren Komponente schwingt der elektrische Vektor parallel, in den beiden äußeren senkrecht zu den magnetischen Feldlinien. Daher kann man sie mit Hilfe eines NIKOLschen Prismas einzeln photographieren. Ohne dies Prisma sieht man alle drei Linien zugleich, also die mittlere zwischen den beiden äußeren. — Abb. 475: Anomaler Zeeman-Effekt der beiden D-Linien des Na. Linien aus Mehrfach-Niveau-Systemen zerfallen in viele Komponenten. Diese beiden Bilder sind ohne NIKOLsches Prisma aufgenommen. Unten sieht man die beiden D-Linien ohne Magnetfeld, oben ihre sämtlichen Komponenten im Magnetfeld. — Aufnahmen von E. BACK.

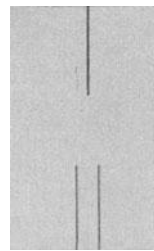


Abb. 474.

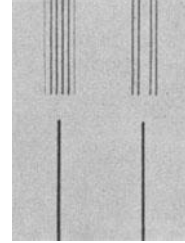


Abb. 475.

Wir müssen an einige Tatsachen aus der Elektrizitätslehre anknüpfen: In den Abb. 476/78 bedeuten die gestrichelten Linien ein inhomogenes magnetisches Feld mit der Feldstärke \mathfrak{H} und dem Feldgefälle $\partial\mathfrak{H}/\partial x$. — Durch dieses Magnetfeld sollen, senkrecht zur Feldrichtung einschlagend, kleine Geschosse hindurchfliegen. Einige von ihnen sind in der Feldmitte gezeichnet, andere in den feldfreien Teilen der Flugbahn. Alle Geschosse sollen das gleiche magnetische Moment \mathfrak{M} besitzen, die Pfeile markieren seine Richtung und seine Neigung ϑ gegen \mathfrak{H} .

Auf alle Geschosse wirkt im Felde ein Drehmoment

$$\mathfrak{M} = G \cdot \mathfrak{H} \sin \vartheta. \quad (279) = \text{Gl. (105) des Elektr.-Bandes}$$

Seine Achse steht senkrecht zur Papierebene. Außerdem wirkt auf alle Geschosse parallel zu \mathfrak{H} eine Kraft

$$\mathfrak{K} = G \frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial x} \cdot \cos \vartheta \quad (280) = \text{Gl. (110) des Elektr.-Bandes}$$

(Einheiten: Kraft \mathfrak{K} in Großdyn, Drehmoment \mathfrak{M} in Großdynmeter, magnetisches Moment G in Voltsekundenmeter, Feldstärke \mathfrak{H} in Amp./Meter).

Im weiteren sind nun folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Abb. 476. Das Trägheitsmoment Θ des Geschosses um seine zur Papierebene senkrechte „freie“ Achse ist klein. Die Geschosse können sich trotz ihrer kurzen Flugzeit im Felde parallel zu \mathfrak{H} einstellen. — Erfolg: Alle Geschosse werden durch die Kraft \mathfrak{K} nach einer Seite abgelenkt, entsprechend $\vartheta = 0$ in Gl. (280).

2. Abb. 477. Die Einstellung der Geschosse in die Feldrichtung wird verhindert. Entweder gibt man den Geschossen ein großes Trägheitsmoment um die zur Papierebene senkrechte „freie“

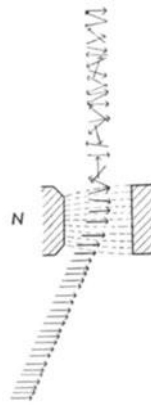


Abb. 476.

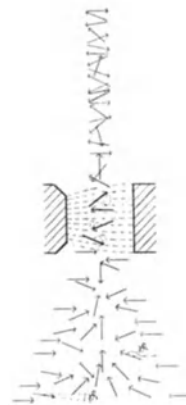


Abb. 477



Abb. 478.

Abb. 476/78. Zur Richtungsquantelung. Ablenkung kleiner, mit einem magnetischen Moment versehener Geschosse durch ein inhomogenes Magnetfeld. Die Skizzen sollen „Momentbilder“ sein und sie enthalten nur solche Geschosse, die während der „Aufnahme“ der Bildebene parallel lagen.

Achse. Dann werden die Neigungswinkel ϑ während der kurzen Flugzeit im Felde nur wenig geändert. Oder man läßt die Geschosse als Kreisel rotieren. Im gezeichneten Beispiel fallen ihre Drehimpulsachsen mit der Richtung der

magnetischen Momente zusammen. Die Kreiselwirkung stabilisiert die ursprüngliche regellose Verteilung der Winkel ϑ vollständig. Die Geschosse vollführen im Feldbereich eine Präzessionsbewegung. Ihre Impulsachse (Pfeil) beschreibt um ξ als Achse einen Kegel mit dem Öffnungswinkel ϑ .

3. In Abb. 478 sollen die Geschosse aus einem Schwarm oder Strahlenbündel paramagnetischer Ag-Atome bestehen. Ihr permanentes magnetisches Moment G ist mit einem mechanischen Drehimpuls verknüpft (Elektrizitäts-Band S. 111). Folglich muß das unter 2. über Kreiselgeschosse Gesagte auch für diese Atome gelten: Dank der Kreiselwirkung sollte jeder Neigungswinkel ϑ im Magnetfeld stabilisiert werden und das Bündel hinter dem Felde beiderseits auseinanderfächern. Das Experiment aber liefert etwas grundsätzlich anderes: Das Strahlenbündel wird in zwei recht scharfe Teilbündel aufgespalten.

Nach Gl. (280) bedeutet das: Die Ag-Atome konnten im Magnetfeld nicht beliebige Winkel ϑ beibehalten; die Kreiselwirkung vermochte nur zwei Winkel ϑ zu stabilisieren. — Die quantitative Auswertung des Versuches ergab $\vartheta = 0$ und 180° , und G gleich einem BOHRschen Magneton (S. 248).

Die Verallgemeinerung dieses wichtigen, von STERN und GERLACH ausgeführten Versuches hat zu folgender Erkenntnis geführt: Im atomaren Geschehen ist auch die Richtung von Drehimpulsen gequantelt, d. h. durch das PLANCKsche h bestimmt. Der Neigungswinkel ϑ zwischen Drehimpulsachse und einem magnetischen oder elektrischen Felde kann nur solche Werte annehmen, bei denen die Komponente in der Feldrichtung ein ganz- oder halbzahliges Vielfaches des elementaren Betrages $h/2\pi$ ist. Diese Forderung wird kurz Richtungsquantelung genannt.

Nun zurück zum Zeeman-Effekt: Die Energieniveaus der Atome werden im Magnetfeld um zusätzliche Energiebeträge erhöht oder erniedrigt. Diese Zusatzbeträge bestehen in der kinetischen Energie einer Präzessionsbewegung. Die Richtungsquantelung beschränkt sie auf einzelne diskrete Werte. Das muß näher ausgeführt werden.

Wir behandeln zunächst den normalen Zeeman-Effekt. Er tritt nur in Einfach-Niveau-Systemen auf, d. h. die Quantenzahl \mathcal{S} ist gleich Null und daher die innere Quantenzahl gleich der Nebenquantenzahl \mathcal{L} . Der Gesamt-Drehimpuls $\mathcal{J}h/2\pi$ entsteht lediglich durch Bahn-Drehimpulse von Elektronen (Abb. 479).

Dem Drehimpuls $\mathcal{L} \cdot h/2\pi$ entspricht ein magnetisches Moment von \mathcal{L} Magnetonen, also

$$\mathcal{L} \cdot \gamma = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} \cdot h \cdot \mathcal{L}. \quad (283)$$

Auf die umlaufenden Elektronen wirkt das magnetische Feld. Dabei erzeugt es eine eigentümliche, von LARMOR entdeckte Präzessionsbewegung mit der Frequenz

$$\nu_{\text{Larmor}} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} \mathfrak{B}. \quad (284)$$

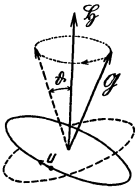


Abb. 479. Präzession des Bahn-Drehimpulses und Richtungsquantelung beim normalen Zeeman-Effekt.

Die Größe dieser Frequenz ist vom Winkel ϑ (Abb. 479) unabhängig. Dadurch unterscheidet sich die Larmor-Präzession von einer gewöhnlichen Kreisel-Präzession. Die Entstehung der Larmor-Präzession mit einer konstanten Frequenz ist im Elektrizitätsbande (6. Aufl., S. 112) ausführlich erläutert worden. Bemerkenswert sind 2 Grenzfälle.

Im ersten steht die gemeinsame Achse von Elektronenbahn und magnetischem Moment senkrecht zur Feldrichtung. Dann vollführt die Achse eine gewöhnliche Kreiselpräzession mit der Frequenz ν_{Larmor} . Der Präzessionskegel hat den Öffnungswinkel 90° . Im anderen Grenzfall fällt die gemeinsame Achse von Elektronenbahn und magnetischem

Moment mit der Feldrichtung zusammen. In diesem Fall rotiert das Elektronensystem des Atoms als ganzes um die Feldrichtung als Achse mit der Larmor-Frequenz.

Zur Herstellung der Larmor-Präzession muß das magnetische Feld eine Arbeit leisten. Durch diese wird die kinetische Energie der umlaufenden Elektronen um den Betrag $E_{\text{Larmor}} = \pm h \nu_{\text{Larmor}} \cdot \mathcal{L} \cos \vartheta = \pm \mathcal{L} \gamma \cdot \mathfrak{H} \cos \vartheta$ (285) geändert.

Herleitung: In Abb. 479 durchlaufe ein Elektron die Kreisbahn $2\pi r$ mit der Bahngeschwindigkeit u . Diesem Umlauf entspricht ein elektrischer Strom

$$i = \frac{e \cdot u}{2\pi r} \quad (138) \text{ v. S. 111 des Elektr.-Bandes}$$

Seine Bahn ist um den Winkel ϑ gegen die Richtung des Magnetfeldes geneigt. Beim Einschalten des Magnetfeldes entsteht längs der geneigten Elektronenbahn ein elektrischer Spannungsstoß

$$\int P dt = \mathfrak{B} \cdot r^2 \pi \cos \vartheta \quad (74) \text{ v. S. 112 des Elektr.-Bandes}$$

Dieser Spannungsstoß leistet die Arbeit

$$A = i \int P dt \cdot \cos \vartheta = \frac{e u}{2\pi r} \cdot \mathfrak{B} r^2 \pi \cos \vartheta$$

und vergrößert oder verkleinert mit ihr die Energie des umlaufenden Elektrons um den Betrag $E_{\text{Larmor}} = \pm A$. — Zur Ausrechnung von E_{Larmor} brauchen wir noch die Bahngeschwindigkeit u , diese ist durch das PLANCKSche h vorgeschrieben. Es gilt $u = \mathcal{L} h / 2\pi m$. [Nach Gl. (141) v. S. 111 des Elektr.-Bandes.] Einsetzen dieses Wertes ergibt

$$E_{\text{Larmor}} = \pm h \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} \mathfrak{B} \cdot \mathcal{L} \cdot \cos \vartheta,$$

und daraus folgt (285) durch Einsetzen von (284) und (283).

Die Energie der Larmor-Präzession hängt also vom Neigungswinkel ϑ zwischen der Richtung des magnetischen Momentes $G = \mathcal{L} \gamma$ und der Feldstärke \mathfrak{H} ab, sie kann daher stetig veränderliche Werte annehmen. — Nun aber kommt als entscheidender Punkt die Richtungsquantelung: Dem magnetischen Moment $G = \mathcal{L} \cdot \gamma$ entspricht der Bahndrehimpuls $\mathcal{L} h / 2\pi$. Die Komponente eines Drehimpulses darf in Richtung des Magnetfeldes nur ein ganzzahliges Vielfaches \mathcal{M} des elementaren Drehimpulses $h/2\pi$ sein. D. h. die Richtungsquantelung verlangt

$$\mathcal{L} \frac{h}{2\pi} \cdot \cos \vartheta = \mathcal{M} \frac{h}{2\pi} \quad (285 a)$$

und beschränkt damit den Neigungswinkel ϑ auf einige bestimmte Werte. \mathcal{M} wird als magnetische Quantenzahl bezeichnet. — Die Zusammenfassung von (285) und (285 a) liefert als positive oder negative Zusatzenergie

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{Larmor}} &= \pm \nu_{\text{Larmor}} \cdot h \cdot \mathcal{M} \\ &= \pm \mathcal{M} \gamma \cdot \mathfrak{H} \end{aligned} \right\} (286)$$

In Abb. 480 sind solche Zusatzenergien mit verschiedenen \mathcal{M} -Werten (z. B. oben +2; +1; -1; -2) in den Ausschnitt eines Niveauschemas eingetragen. Er veranschaulicht die Entstehung der Cd-Linie $\lambda = 643,8 \text{ m}\mu$ ohne und mit Magnetfeld. Die mittlere Gruppe der schrägen Striche liefert Übergänge ohne Frequenzänderung, die linke Gruppe liefert Übergänge mit der Frequenzzunahme $\Delta\nu$, die rechte solche mit der Frequenzabnahme $\Delta\nu$.

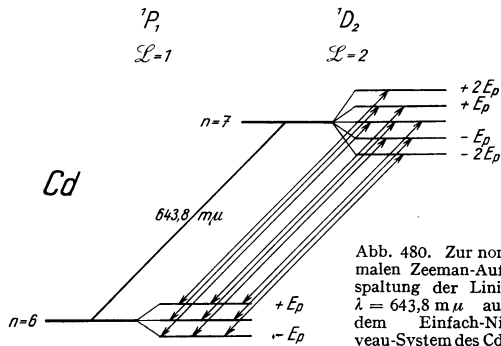


Abb. 480. Zur normalen Zeeman-Aufspaltung der Linie $\lambda = 643,8 \text{ m}\mu$ aus dem Einfach-Niveau-System des Cd.

Aus der großen Zahl der möglichen Übergänge sind auch hier nur wenige eingezeichnet. Es ist die „Auswahlregel“ $\Delta \mathcal{M} = \pm 1$ oder $= 0$ befolgt worden.

Dann gibt es nur Energieänderungen im Betrage

$$E_{\text{Larmor}} = \pm (\hbar \cdot \nu_{\text{Larmor}})$$

oder Frequenzänderungen

$$\Delta \nu = \pm \nu_{\text{Larmor}} = \pm \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{H}. \quad (278) \text{ v. S. 248}$$

Damit ist die Übereinstimmung mit der Beobachtung hergestellt. —

Bei Atomen mit Mehrfachniveausystemen setzt sich der Gesamt-Drehimpuls $\mathcal{J}\hbar/2\pi$ aus zwei Anteilen zusammen, dem resultierenden Bahn-Drehimpuls $\mathcal{L}\hbar/2\pi$ und dem Kreisel-Drehimpuls $\mathcal{S}\hbar/2\pi$ der Elektronen. Die zugehörigen magnetischen Momente sind $\mathcal{L}\gamma$ und $2\mathcal{S}\gamma$ [Gl. (277) von S. 247]. Infolgedessen fällt das resultierende Moment $\mathcal{R}\gamma$ nicht in die Richtung des Gesamt-Drehimpulses $\mathcal{J}\hbar/2\pi$ (Abb. 482).

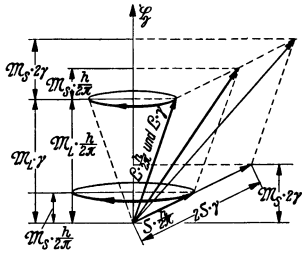


Abb. 481. Zur Richtungsquantelung beim Paschen-Back-Effekt. γ = Magneton, vgl. S. 247.

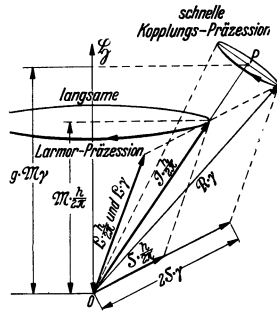


Abb. 482. Zur Richtungsquantelung beim anomalen Zeeman-Effekt.

Im Grenzfall eines starken Magnetfeldes, also unter den Bedingungen des Paschen-Back-Effektes, ist die Kopplung (S. 248) zwischen den beiden Drehimpulsen $\mathcal{L}\hbar/2\pi$ und $\mathcal{S}\hbar/2\pi$ zu vernachlässigen. Infolgedessen verschwindet die gemeinsame Präzession dieser beiden Drehimpulsachsen um die Achse des resultierenden Drehimpulses $\mathcal{J}\hbar/2\pi$; beide vollführen nur noch eine Präzession um die Richtung des äußeren Magnetfeldes. Also muß man bei der Richtungsquantelung beide Einzelimpulse $\mathcal{L}\hbar/2\pi$ und $\mathcal{S}\hbar/2\pi$ unabhängig voneinander auf die Richtung der Feldstärke \mathfrak{H} projizieren (Abb. 481). Man erhält dadurch für das ganze Atom zwei magnetische Quantenzahlen \mathcal{M}_L und \mathcal{M}_S . Bei gleichem mechanischen Drehimpuls ist das von der Kreiselbewegung der Elektronen erzeugte magnetische Moment doppelt so groß wie das von ihrem Umlauf erzeugte. Das gleiche gilt von der kinetischen Energie der Larmor-Präzession. Folglich ist statt Gl. (286) zu schreiben

$$E_{\text{Larmor}} = \pm \hbar \nu_{\text{Larmor}} (\mathcal{M}_L + 2\mathcal{M}_S).$$

Die in einem sehr starken Magnetfeld auftretenden Zusatzenergien werden also wieder ganzzahlige Vielfache von $\hbar \nu_{\text{Larmor}}$; man erhält die gleichen Aufspaltungen der Energieniveaus wie beim normalen Zeeman-Effekt.

Im Grenzfall eines schwachen Feldes bleibt die Kopplung zwischen dem Bahn- und dem Kreisel-Drehimpuls der Elektronen erhalten. Beide vollführen eine Präzession um die Achse des resultierenden Gesamtdrehimpulses $\mathcal{J}\hbar/2\pi$. Dieser letztere vollführt seinerseits eine langsame Larmor-Präzession um die Richtung des äußeren Magnetfeldes. Für die Richtungsquantelung ist, wie stets, nur der Drehimpuls maßgebend: Die Komponente des Gesamtdrehimpulses $\mathcal{J}\hbar/2\pi$ muß in der Feldrichtung \mathfrak{H} ein ganzzahliges Vielfaches \mathcal{M} des elementaren Drehimpulses $\hbar/2\pi$ sein. Das ist in Abb. 482 dargestellt. Gleichzeitig zeigt dies Bild noch etwas anderes: Das resultierende magnetische Moment hat im zeitlichen Mittel den durch die Länge OP dargestellten Wert. OP hat in der Richtung \mathfrak{H} die Komponente $g \cdot \mathcal{M}\gamma$. D. h. diese Komponente ist um einen (nach LANDÉ benannten) Faktor g größer als \mathcal{M} Magnetonen. Diesen Faktor muß man berechnen und dann das Moment $g \cdot \mathcal{M}\gamma$ in die Gl. (286) einsetzen. Dann bekommt man die Zusatzenergien für die verwickelten Aufspaltungen des anomalen Zeeman-Effektes.

§ 137. Die elektrische Aufspaltung von Spektrallinien ist 1913 von J. STARK entdeckt worden. Die Erscheinung ist im ganzen erheblich verwickelter als die Aufspaltung im Magnetfeld. In einfachen Fällen, insbesondere beim Wasserstoff, steigt die Aufspaltung proportional zur Feldstärke \mathcal{E} . Für die Beobachtung genügen Feldstärken von 10^6 Volt/m. — Deutung: Das äußere elektrische Feld zerstört die einfache Kugelsymmetrie der „punktförmigen“ Zentralladung. Sie wirkt im gleichen Sinne wie die Elektronen des Atomrumpfes bei den wasserstoffähnlichen Atomen, z. B. den Alkalien (S. 228). Die Störung beseitigt die „Entartung“ der Ellipsenbahnen, sie erteilt den Bahnen mit gleicher Hauptquantenzahl n , aber verschiedener Nebenquantenzahl l , auch verschiedene Energien. Die zu den Bahnen gehörigen Stufen des Niveauschemas fallen also im elektrischen Felde nicht mehr zusammen.

Bei der Mehrzahl der Atome hingegen steigt die Aufspaltung proportional dem Quadrat der Feldstärke. Man beobachtet bei Feldstärken der Größenordnung 10^7 Volt/m. Die Deutung dieses „quadratischen Stark-Effektes“ lehnt sich an die des Zeeman-Effektes an. Man erklärt die im Felde neu hinzukommenden Energieniveaus durch eine Kreiselprezession der Atome. Das äußere elek-

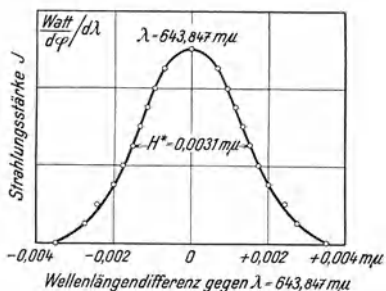


Abb. 483. Gestalt der Cd-Spektrallinie 643,9 $m\mu$ nach P. P. KOCH. (Lies J_λ statt J .)

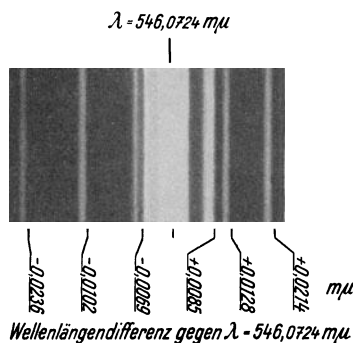


Abb. 484. Überfeinstruktur der Hg-Linie 546,07 $m\mu$.

trische Feld polarisiert die Atome und erteilt ihnen ein elektrisches Moment $\mathfrak{m} = \alpha \cdot \mathcal{E}$ (α = Polarisierbarkeit, s. S. 157). Auf den so entstandenen Dipol übt das Feld ein Drehmoment $\mathfrak{M} = \alpha \cdot \mathcal{E}^2$ aus und dieses verursacht die Präzession. Alles übrige verläuft dann wie beim Zeeman-Effekt. Die teilweise recht verwickelten Einzelheiten führen hier zu weit.

§ 138. Überfeinstruktur von Spektrallinien. Das Bild einer Spektrallinie wird weitgehend von dem Auflösungsvermögen des benutzten Spektralapparates bestimmt (S. 93). Bei sehr großer Auflösung ($\lambda/d\lambda =$ einige 10^6) zeigen nur noch vereinzelt Spektrallinien die einfache Glockenform wie in Abb. 483. Dies Bild bezieht sich auf das wohl bekannteste Beispiel einer wirklich einfachen Spektrallinie, nämlich die rote Cd-Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 643,9 m\mu^1$). Im allgemeinen zeigen auch die nach einem Vielfachniveauschema einfachen Spektrallinien noch eine „Überfeinstruktur“. Hier ist als sehr bekanntes Beispiel die grüne Hg-Linie mit $\lambda = 546,07 m\mu$ zu nennen, Abb. 484.

Überfeinstruktur findet sich z. B. bei allen Mischelementen, d. h. bei einem Gemisch verschiedener Isotopen mit gleicher Kernladungszahl, aber verschiedener Kernmasse. Hier liefert das beste Beispiel der Wasserstoff. Sein Isotop, das Deuterium ($D = {}_1H^2$), also ein Wasserstoffatom mit der Kernladung $Z = 1$ und der Kernmasse 2, zeigt eine deutlich in Richtung kürzerer Wellen verschobene

¹⁾ Vgl. Mechanikband S. 6.

Balmer-Serie. Normalerweise ist das Deuterium dem Wasserstoff nur in einer Konzentration von $1/5000$ beigemischt. Bei einer Anreicherung des Deuteriums aber lassen sich die beiden Balmer-Serien bequem nebeneinander beobachten. Die Linien erscheinen dann wie Dubletts.

Nicht minder häufig als dieser „Isotopeneffekt“, und oft schwer von ihm zu trennen, ist die andere Ursache der Überfeinstruktur, nämlich ein Drehimpuls des Atomkernes. Ein solcher findet sich bei vielen Elementen. Die Tabelle 12 gibt einige Beispiele. Dieser Kern-Drehimpuls muß dem Gesamt-Drehimpuls $J \cdot h/2\pi$ der Elektronen eines Atoms vektoriell addiert werden.

Mit dem Kern-Drehimpuls ist aber ebenso wie mit den Drehimpulsen der Elektronen ein magnetisches Moment verknüpft. Es ist ein ganzzahliges Vielfaches eines Kernmagnetons. Dieses Kernmagneton ist rund 1840mal kleiner

Tabelle 12. Kern-Drehimpulse einzelner Isotope.

Kern-Drehimpulse	Elemente
Null	He ⁴ C ¹² Ne ^{20, 22} S ³² Zn ^{64, 68} Se ^{78, 80} Mo ^{92, 96} Cd ^{110, 112, 114} X ^{132, 134, 136} Ba ^{136, 138} W ^{182, 184, 186} Pt ¹⁹⁶ Hg ^{198, 200, 202, 204} Pb ^{202, 204, 206}
$1 \cdot \frac{h}{2\pi}$	H ¹ F ¹⁹ Al ²⁷ P ³¹ Y ⁸⁹ Mo ⁹⁷ Cd ^{111, 113} Sn ^{117, 119} X ¹²⁹ W ¹⁸³ Ir ¹⁹¹ Pt ²⁹⁵ Hg ¹⁹⁹ Tl ^{203, 205} Pb ²⁰⁷
$1 \cdot \frac{h}{2\pi}$	H ²
$\frac{3}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$	Li ⁷ Na ²³ K ^{39, 41} Cu ⁶³ Zn ⁶⁷ Br ^{79, 81} Rb ⁸⁷ X ¹³¹ Ir ¹⁹³ Hg ²⁰¹
$\frac{5}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$	Cl ^{35, 37} Mn ⁵⁵ Rb ⁸⁵ Sb ^{121, 123} J ¹²⁷
$\frac{7}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$	Sc ⁴⁵ Co ⁵⁹ Cs ¹³³ La ¹³⁹
$\frac{9}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$	In ¹¹⁵ Bi ²⁰⁹

als ein BOHRSCHEs Magneton. Das entspricht dem Massenverhältnis Proton:Elektron [siehe Gl. (276) von S. 247]. Die Kernmomente lassen sich trotz ihrer Kleinheit experimentell durch eine Ablenkung im inhomogenen Magnetfeld bestimmen. Die Anordnung gleicht grundsätzlich der in Abb. 478 skizzierten.

Das magnetische Moment des Kernes bewirkt trotz seiner Kleinheit eine zusätzliche Präzessionsbewegung der Teil-Drehimpulse um den gesamten resultierenden Drehimpuls des Atoms, also den gemeinsamen Drehimpuls von Elektronenhülle und Kern. Dadurch werden die Energieniveaus aufgespalten und die Komponenten der Überfeinstruktur erzeugt.

§ 139. Das Eindeutigkeitsprinzip. In sehr starken Magnetfeldern wird die Kopplung zwischen den Bahn-Drehimpulsen der Elektronen einerseits, ihren Kreisel-Drehimpulsen andererseits aufgehoben. In diesem Fall erfolgt die Richtungsquantelung im Magnetfeld unabhängig für Bahn- und Kreisel-Drehimpulse (Paschen-Back-Effekt, Abb. 481). Dann liefert der Bahn-Drehimpuls eines einzelnen Elektrons in Richtung des Magnetfeldes einen Drehimpuls $m_l h/2\pi$, und der Kreisel-Drehimpuls liefert $m_s h/2\pi$. So bekommt man in starken Magnetfeldern also neben der Hauptquantenzahl n und der Nebenquantenzahl l für jedes Elektron noch zwei weitere als „magnetische“ bezeichnete Quantenzahlen m_l und m_s .

W. PAULI jun. hat 1925 ein seltsames, aber sehr fruchtbares Postulat ausgesprochen: In einem Atom mit mehreren Elektronen müssen sich alle Elektronen mindestens durch eine ihrer vier Quantenzahlen n , l , m_l und m_s unterscheiden. Die dann verbleibenden Möglichkeiten sind in der Tabelle 13 zusammengestellt. Man findet bei den Hauptquantenzahlen $n = 1, 2, 3, 4 \dots$ als Gesamtzahl der Möglichkeiten $2, 8, 18, 32 \dots = 2 \cdot 1^2, 2 \cdot 2^2, 2 \cdot 3^2, 2 \cdot 4^2 \dots$. Die gleichen Zahlen hatte RYDBERG früher in den einzelnen Perioden des natürlichen Systems der Elemente gefunden und später hat BOHR sie als Zahl der Elektronen in der K -, L -, M -, N -... Schale gedeutet. So sind also in den einzelnen Schalen der Atome nicht mehr Elektronen vorhanden, als mit dem Eindeutigkeitsprinzip verträglich sind. Der Aufbau der Atome wird zweifellos durch das Eindeutigkeitsprinzip bestimmt, und das gleiche Prinzip hat sich auch bei vielen anderen physikalischen Erscheinungen als maßgebend erwiesen.

Tabelle 13.

Bei der Hauptquantenzahl $n =$	Kann die Nebenquantenzahl die Werte annehmen $l =$	Bei der Richtungsquantelung des Bahn- des Kreisel- Drehimpulses parallel oder antiparallel zur Richtung des Magnetfeldes sind als magnetische Quantenzahlen möglich		Also sind insgesamt an Kombinationen verschiedener Quantenzahlen möglich		
		$m_l =$	$m_s =$			
1	0	0	$\pm \frac{1}{2}$	$1 \cdot 2 = 2$		
2	1	+1 0 -1	$\left. \begin{matrix} \pm \\ \pm \\ \pm \end{matrix} \right\} \frac{1}{2}$	$4 \cdot 2 = 8$		
		0	$\pm \frac{1}{2}$			
3	2	+2 +1 0 -1 -2	$\left. \begin{matrix} \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \end{matrix} \right\} \frac{1}{2}$	$9 \cdot 2 = 18$		
		1	+1 0 -1		$\left. \begin{matrix} \pm \\ \pm \\ \pm \end{matrix} \right\} \frac{1}{2}$	
			0		$\pm \frac{1}{2}$	
4	3	+3 +2 +1 0 -1 -2 -3	$\left. \begin{matrix} \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \end{matrix} \right\} \frac{1}{2}$	$16 \cdot 2 = 32$		
		2	+2 +1 0 -1 -2		$\left. \begin{matrix} \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \\ \pm \end{matrix} \right\} \frac{1}{2}$	
			1		+1 0 -1	$\left. \begin{matrix} \pm \\ \pm \\ \pm \end{matrix} \right\} \frac{1}{2}$
					0	$\pm \frac{1}{2}$

XII. Quantenhafte Absorption und Emission von Molekülen.

§ 140. **Vorbemerkung.** Der von der Überschrift umfaßte Stoff ist sehr umfangreich. Ordnung und Übersicht läßt sich auch hier nur mit der PLANCKSchen Konstanten h erzielen. Die quantitativen Beziehungen sind teilweise recht verwickelt und nur in einzelnen Fällen gut geklärt. Die Darstellung muß sich auf eine kleine Auswahl beschränken. — Den Abschluß bildet ein kurzer Überblick über die „Temperaturstrahlung“. Diese ist zwar keineswegs auf Moleküle beschränkt, die thermische Anregung spielt auch bei einzelnen Atomen eine große Rolle, vor allem in der Astronomie. Aber die Schauversuche und die technischen Anwendungen benutzen ganz überwiegend die Temperaturstrahlung fester Körper, also eng gepackter Moleküle.

§ 141. **Molekülspektren, Übersicht.** Der Zusammenbau von Atomen zu Molekülen läßt die Absorptions- und Emissionsspektren im Gebiet des Röntgenlichtes

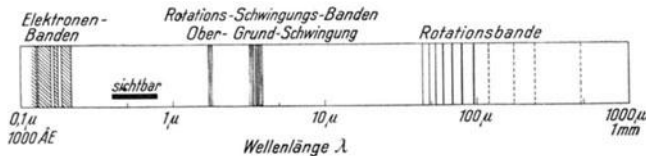


Abb. 485. Übersicht über das Absorptionsspektrum des HCl, also eines heteropolaren zweiatomigen Moleküles. Im Ultraroten liegen drei aus Spektrallinien zusammengesetzte Banden, im Ultravioletten mehrere nicht in Linien aufgelöste Banden. Die Namen werden in § 144 begründet werden.

praktisch ungeändert. Ebenso spielt dort die enge Packung der Moleküle in festen Körpern und Flüssigkeiten nur eine sehr untergeordnete Rolle (S. 238). In den übrigen Spektralbereichen hingegen besitzen die Moleküle ganz andere Spektren als ihre Bestandteile, die Atome. Außerdem findet man oft erhebliche Abweichungen zwischen den Spektren einzelner Moleküle in Gasen und Dämpfen geringer Dichte und den Spektren der gleichen Moleküle im Verbands fester und flüssiger Körper.

Wir beginnen mit den Spektren einzelner, nicht durch ihre Nachbarn gestörter Moleküle. Sie bestehen, wie die Spektren der Atome, ganz überwiegend aus Spektrallinien. Daneben gibt es in einzelnen Frequenzbereichen kontinuierliche Spektren. — Der Linienreichtum der Molekülspektren ist ungleich größer als der der Atomspektren.

Die einfachsten Molekülspektren finden sich bei den zweiatomigen Molekülen. Für diese sind zwei Grenzfälle der chemischen Bindung zu unterscheiden, die heteropolare und die homöopolare. Ein heteropolares Molekül besteht aus zwei Ionen mit entgegengesetzter Ladung, als einfaches Beispiel ist HCl zu nennen. Die Abb. 485 gibt einen Überblick über sein gesamtes Absorptionsspektrum zwischen $\lambda = 0,1 \mu$ und 1 mm. Im Ultravioletten läßt es sich nicht in Linien auflösen. Im Ultraroten hingegen beobachtet man Gruppen scharfer schmaler Absorptionslinien. Für die zwischen $\lambda = 3$ und 4μ gelegene Gruppe werden meist die Originalmessungen abgedruckt. Sie finden sich links in Abb. 486;

rechts sind einige entsprechende Messungen für die Spektrallinien zwischen 20 und 100 μ beigelegt. Derartige Bilder führen leicht zu einem Mißverständnis, sie lassen die Linien viel zu breit und einem kontinuierlichen Grunde überlagert erscheinen. Näheres in der Satzbeschriftung.

Homöopolare Moleküle wie H_2 , N_2 , He_2^+ (kurzlebig!), Na_2 , Hg_2 , O_2 , J_2 , CO , CN usw. zeigen mit Ausnahme von Jod und Brom nur im kurzwelligen Ultraviolett Absorptionsspektren, das sichtbare und das gesamte ultrarote Gebiet sind absorptionsfrei. — Die Emissionsspektren der homöopolaren Moleküle besitzen auch im Sichtbaren und im kurzwelligen Ultrarot ausgedehnte Banden.

Sie bestehen ganz überwiegend aus einzelnen Linien. Die Abb. 487 gibt ein bekanntes Beispiel. Es zeigt Teile aus dem Emissionsspektrum des N_2 -Moleküles, ausgestrahlt von einem Kohlelichtbogen.

In den Atomspektren lassen sich gesetzmäßig angeordnete, zusammengehörige Spektrallinien aussondern und mit einem Namen, nämlich Serien, zusammenfassen. Die Serien bilden die Einheit für die Analyse der ganzen Atomspektren.

Entsprechendes gilt für die verwickelter gebauten Molekülspektren. Auch bei ihnen lassen sich gesetzmäßig angeordnete, zusammengehörige Spektrallinien aussondern und mit einem Namen, nämlich Banden, zusammenfassen.

Aus diesem Grunde ist „Bandenspektren“ der Sammelname für alle Molekülspektren. Die Banden, also Liniengruppen¹⁾, bilden aber nur die Grundeinheit für die Analyse der ganzen Molekülspektren. Man muß die Banden später zu höheren Einheiten, nämlich Bandengruppen, Bandengruppenserien und Bandensystem-Serien zusammenfassen (§ 143).

§ 142. Die Bande, die Grundeinheit eines Molekülspektrums, ist weniger einfach gebaut als eine Spektralserie der Atome. Die Abb. 488 gibt ein typisches, für die Definition geeignetes Beispiel. Man sieht drei ineinander geschobene serienartige Folgen von Spektrallinien. Man unterscheidet sie mit den Buchstaben P, Q, R und nennt diese Folgen „Zweige“. Die Frequenzen dieser sämtlichen, als „Bande“ zusammengefaßten Spektrallinien lassen sich mit drei Konstanten und einer Laufzahl m darstellen. Es gilt mit sehr guter Näherung

$$\nu = A + B \pm 2 B m + C m^2. \quad (287)$$

Das ist die Definitionsgleichung einer Bande, die „Bandenformel“. Sie beruht auf grundlegenden Untersuchungen des französischen Astrophysikers H. DESLANDRES (seit 1885). Die Laufzahlen m wurden ursprünglich von der Banden-

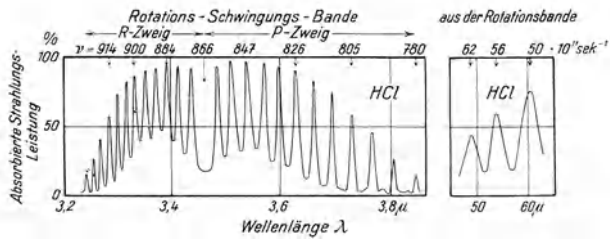


Abb. 486. Zwei der Abb. 485 zugrunde liegende Originalmessungen von IMES und von CZERNY. Mit Rücksicht auf die kleinen Strahlungsstärken können die Spaltweiten des Spektralapparates nur wenig kleiner als die Abstände der Spektrallinien gewählt werden. Die Spaltweiten betragen ein Vielfaches der Linienbreite. Infolgedessen kann man für jede Linie nur ihre Lage feststellen und innerhalb einer Liniengruppe die Lage der maximalen Absorption.

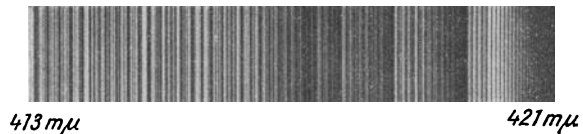


Abb. 487. Ausschnitt aus dem Emissionsspektrum des N_2 , also eines homöopolaren Moleküles.

¹⁾ Der irreführende Name „Bande“ ist durch Beobachtungen mit alten, schlecht auflösenden Spektralapparaten veranlaßt worden.

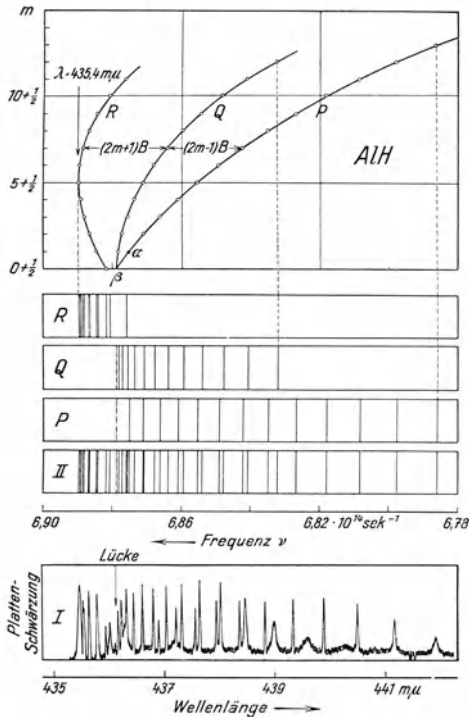


Abb. 488. Zur Definition einer aus Einfachlinien bestehenden Bande und zur optischen Messung des Trägheitsmomentes eines zweiatomigen Moleküles. — Es handelt sich um eine nach langen Wellen abschattierte Bande des AlH, ihre Kante liegt bei $\lambda = 435 \text{ m}\mu$. — Das unterste Teilbild zeigt die Verteilung der Plattenschwärzung im Originalnegativ. Die Kurve ist mit einem Registrierphotometer aufgenommen worden. Ihre Maxima lassen die Lage der Spektrallinien schärfer bestimmen, als eine Ausmessung des Negativs mit dem Auge. Die Mehrzahl der Spektrallinien ist deutlich voneinander getrennt. — Im Teilbild II sind die Linien der registrierten Bande auf eine Frequenzskala übertragen. In den dann folgenden Bildern ist die Bande in ihre drei „Zweige“ P, Q, R zerlegt worden und oben sind diese Zweige nach R. FORTRAT (Paris 1914) in einem Diagramm dargestellt. Dabei ist jeder Linie eine halbzahlige Laufzahl zugeordnet. Ihre Zählung beginnt bei der strichpunktierten Lücke (T. HEURLINGER, Stockholm 1918). Die drei Zweige dieses Diagrammes schneiden aus einer beliebigen horizontalen Geraden zwei mit Pfeilspitzen markierte Abschnitte heraus. Die Differenz dieser Abschnitte ist $= 2B$. — Im Beispiel ist $B = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ sec}^{-1}$. In einer modellmäßigen Deutung der Bandenformel kann man aus der Konstanten B das Trägheitsmoment θ des Moleküles berechnen. Dazu dient Gl. (294) v. S. 262. Man findet so als Trägheitsmoment des AlH-Moleküles $\theta_{\text{AlH}} = 5,5 \cdot 10^{-47} \text{ kg} \cdot \text{Meter}^2$.

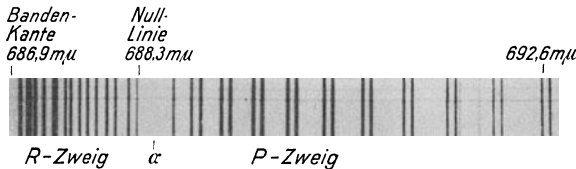


Abb. 489. Eine einzelne, aus Doppellinien bestehende Absorptionsbande des O_2 -Moleküles. Ein Q-Zweig ist nicht vorhanden. Die Linien entstehen durch normalerweise nicht auftretende („verbotene“) Übergänge. Sie sind daher nur bei sehr großer Dicke der absorbierenden Gasschicht zu beobachten. Als solche diente die Erdatmosphäre bei tiefem Sonnenstand. Es sind also „FRAUNHOFERSCHE Linien irdischen Ursprungs“ im Spektrum der Sonne, bei α fehlt eine Linie. Photographisches Positiv nach R. МЕСКЕ.

kante ab gezählt, später von einer als Nullstelle ausgezeichneten Lücke in der Linienfolge. Anfänglich wurden ganzzahlige Laufzahlen benutzt, also $m = 0, 1, 2, 3 \dots$ später (wie in Abb. 488 oben) halbzahlige, also $m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \dots$

Eine graphische Darstellung der Gl. (287) führt auf Parabeln. Das wird oben in Abb. 488 gezeigt. Die beiden Vorzeichen vor dem Glied $2 B m$ geben den positiven oder R-Zweig und den negativen oder P-Zweig. Der Scheitel des einen Zweiges entspricht der Bandenkante. Endlich kann man die Konstante $B = 0$ setzen und den Null- oder Q-Zweig erhalten. Weiteres in der Satzbeschriftung.

Der Ausgangspunkt der Linienzählung, die Lücke der Nulllinie, tritt in Abb. 488 unten nicht so sinnfälligerweise in Erscheinung, wie in Aufnahmen anderer Banden. Darum bringt Abb. 489 noch ein zweites Beispiel, eine Einzelbande aus dem Spektrum des O_2 . Hier ist die Lücke sehr deutlich. Leider bringt aber das Bild zugleich eine neue Verwicklung: Alle Spektrallinien dieser O_2 -Bande sind Dubletts. Infolgedessen zerfallen die Zweige des Fortrat-Diagrammes in Doppelzweige. Die Einzellinien des CN sind sogar Triplets, bei ihnen gibt es eine dreifache Aufspaltung der PQR-Zweige usw. — Wir müssen uns aber auf Banden aus Einfachlinien, erläutert durch Abb. 488, beschränken.

§ 143. Niveauschema eines Molekülspektrums. Für eine weitere Übersicht ersetzen wir vorübergehend eine ganze Bande durch eine einzige Linie, nämlich ihre Nulllinie, oder anschaulicher, wenn auch weniger streng, durch ihre Kante. Dann kann man die verwirrende Linienfülle eines molekularen Emissionsspektrums auf ein wesentlich einfacheres Bild, nämlich

spektrum zusammen, entsprechend etwa dem in Abb. 490 mit α oder β bezeichneten Pfeil. Bei der Fluoreszenzemission erscheint dann von jeder Bande nur eine Doppellinie, und die Folge dieser Doppellinien gibt genau das Bild einer Horizontalreihe in Abb. 491. Man kann also in der Fluoreszenz unsere Vereinfachung, nämlich den Ersatz einer Bande durch eine Linie (allerdings Doppellinie), verwirklichen.

Innerhalb der einzelnen Folgen ist die Strahlungsstärke der Banden nicht konstant. In Abb. 491 sind in jeder Horizontalreihe zwei Banden durch größere Strichdicke hervorgehoben. Diese ausgezeichneten Banden fügen sich in den getrennten Horizontalreihen zu Diagonalfolgen zusammen. In den vereinigten Horizontalreihen aber unterteilen sie die Gesamtheit der Banden in einzelne Bandengruppen (unterste Reihe der Abb. 491!). Die Bandengruppen bilden zusammen eine Bandenserie mit einer gemeinsamen Konvergenzstelle, jede Bandenserie mündet in ein Banden-Grenzkontinuum. Ein Grenzkontinuum bedeutet bei einem Atom einen Zerfall des Atomes in ein positives Ion und ein Elektron. Die zur Spaltung notwendige Energiezufuhr ist die Ionisierungsarbeit. Man rechnet sie stets vom Grundzustand aus. Dementsprechend bedeutet ein Bandenserien-Grenzkontinuum den Zerfall eines Moleküles in seine Bausteine. Die zur Spaltung notwendige Energiezufuhr ist hier eine „Dissoziationsarbeit“. Ihre Größe $D_1, D_2, D_3 \dots$ ist im allgemeinen um so kleiner, je höher das Molekül schon zuvor angeregt war. Außerdem hängt sie von der Natur der Spaltprodukte ab (Ion + Ion, Atom + Atom, angeregtes Atom + Atom, usf.).

Im Röntgengebiet kommt man für ein Molekül nicht mit einem Niveauschema aus. Für Elektronenbewegungen in Richtung der Kern-Verbindungsline ergibt sich ein etwas anderes Schema als für die übrigen Richtungen. Statt eines Grenzkontinuums erscheinen in ihm einige diskrete Niveaus. Daher stimmen zwar die Absorptionskanten der Moleküle mit denen ihrer Atome überein. Jedoch folgt auf jede Kante anfänglich kein kontinuierlicher Abfall der Absorptionskonstanten, sondern kleine, aber deutliche Maxima und Minima. Die Kante bekommt auf der kurzwelligen Seite eine „Feinstruktur“, entsprechend Niveaudifferenzen in der Größenordnung 100 e Volt . Für die Riesenmoleküle der Kristalle findet man das gleiche, und die Deutung ist grundsätzlich dieselbe wie bei den Molekülen.

§ 144. Modellmäßige Deutung des Banden-Niveauschemas. Das Niveauschema eines Moleküles stellt ebenso wie das eines Atomes nur eine empirische Ordnung her: Die große Zahl der Spektrallinien wird auf eine wesentlich kleinere Zahl von Energieniveaus zurückgeführt. Im Interesse der Übersichtlichkeit hatten wir dabei jede Bande durch eine einzige ihrer Linien (Kante oder Nulllinie) ersetzt. Das wollen wir jetzt aufgeben, dafür uns aber auf einen noch kleineren Ausschnitt aus dem Niveauschema eines Moleküles beschränken. Das geschieht in Abb. 492. Es zeigt nur zwei dick gezeichnete Elektronenniveaus und über ihnen mit mittlerer Strichdicke die mit s numerierten Niveaus von unbekanntem Ursprung. An jedes s -Niveau wird weiter mit ganz dünnen Strichen eine enge Niveaufolge angeschlossen und mit den Zahlen $r = 1, 2, 3 \dots$ numeriert. So gibt also

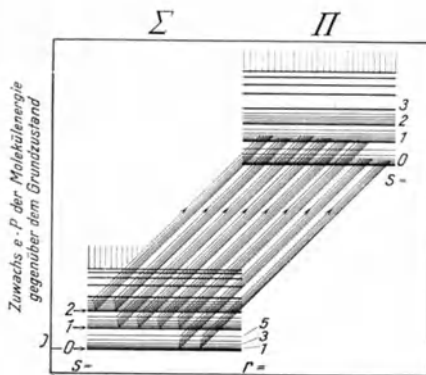


Abb. 492. Fortsetzung von Abb. 490. In einem kleinen Ausschnitte des Niveauschemas eines Bandenspektrums sind diesmal nicht nur die Niveaus für die Nulllinien (oder anschaulicher für die Kanten) einiger Banden eingezeichnet, sondern auch die Niveaus für die einzelnen Spektrallinien dieser Banden.

Abb. 492 das Niveauschema für die Entstehung aller Spektrallinien einer Bandenserie (nicht Bandensystem-Serie!) mit ihrem Grenzkontinuum.

Die nächste Aufgabe ist dann die Deutung dieser sämtlichen Niveaus mit Hilfe eines Molekülmodelles. BOHR'S Deutung der BALMERSchen Serienformel beruhte auf zwei Postulaten

1. der Frequenzbedingung: der $h\nu$ -Betrag einer Spektrallinie ist gleich der Energiedifferenz zwischen zwei verschiedenen stabilen Zuständen des Atomes.

$$h\nu = \Delta E = E_{\text{Ende}} - E_{\text{Anfang}}, \quad (236) \text{ v. S. 205}$$

2. der Stabilitätsbedingung: in einem stabilen Zustand ist der Drehimpuls \mathfrak{G}^* eines Atomes ein ganzzahliges Vielfaches m des elementaren Drehimpulses $h/2\pi$, also

$$\mathfrak{G}^* = m \frac{h}{2\pi}.$$

Der Energiezustand eines Atomes wird durch die Energie E_e der kreisenden und kreiselnden Elektronen bestimmt. Bei Molekülen kommen außerdem zwei weitere Energien x hinzu

1. die Schwingungsenergie E_s der Atome gegeneinander, sie soll passend gequantelt die in Abb. 492 mit s nummerierten Niveaus erklären,

2. die Rotationsenergie $E_r = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$ des als Ganzes rotierenden Moleküles ($\Theta = \text{Trägheitsmoment}$, $\omega = \text{Winkelgeschwindigkeit}$). Sie soll, passend gequantelt, die mit r nummerierten Niveaus verständlich machen.

Für ein Molekül lautet daher die Frequenzbedingung

$$\nu = \frac{\Delta E_e + \Delta E_s + \Delta E_r}{h} \quad (288)$$

oder

$$\nu = \nu_e + \nu_s + \nu_r.$$

Diese modellmäßige Deutung der Bandenformel hat die Namen der Banden in den verschiedenen Spektralbereichen bestimmt (Abb. 485). Molekülrotationen allein können nur Spektrallinien im langwelligen Ultrarot erzeugen, sie bilden das Rotationspektrum. Die Frequenzen ν_s der innermolekularen Schwingungen fallen ins kurzwellige Ultrarot. Im Verein mit den Rotationsfrequenzen erzeugen sie die Spektrallinien des Rotations-Schwingungsspektrums. Schließlich kann diesen beiden Frequenzen die hohe Frequenz ν_e eines Elektronenüberganges hinzugefügt werden. Dadurch entstehen die Spektrallinien im Sichtbaren und Ultraviolett, sie bilden ein Elektronen-Bandenpektrum.

Ein vollständiges Modell muß alle drei Frequenzanteile ν_e , ν_s und ν_r quantitativ zu berechnen erlauben, auch bei erheblicher gegenseitiger Beeinflussung dieser Größen. Diese Aufgabe führt hier viel zu weit. Wir müssen uns mit einer einfachen Berechnung des Rotationsanteiles ν_r begnügen.

Dazu benutzen wir die Stabilitätsbedingung. Sie lautet für die Rotation eines Moleküles

$$\mathfrak{G}^* = \Theta \omega = \frac{h}{2\pi} \cdot m. \quad (290)$$

Zu jedem so ausgezeichneten Drehimpuls $\Theta \omega$ gehört als kinetische Energie des Moleküles

$$E_r = \frac{1}{2} \Theta \omega^2 = \frac{h^2}{8\pi^2 \Theta} \cdot m^2. \quad (291)$$

Einer Änderung der Quantenzahl m um ± 1 entspricht eine Änderung der Rotationsenergie

$$\Delta E_r = \frac{h^2}{8\pi^2} \left[\frac{(m \pm 1)^2}{\Theta_{\text{Anfang}}} - \frac{m^2}{\Theta_{\text{Ende}}} \right], \quad (292)$$

$$\Delta E_r = \frac{h^2 m^2}{8\pi^2} \left(\frac{1}{\Theta_A} - \frac{1}{\Theta_E} \right) \pm \frac{h^2 \cdot 2m}{8\pi^2 \Theta_A} + \frac{h^2}{8\pi^2 \Theta_A}. \quad (293)$$

Um ν zu berechnen, setzen wir (293) in (288) ein und benutzen dabei als Kürzungen

$$\frac{h}{8\pi^2\Theta_{\text{Anfang}}} = B. \quad (294)$$

$$\nu_s + \nu_e = A.$$

$$\frac{h}{8\pi^2} \left(\frac{1}{\Theta_A} - \frac{1}{\Theta_E} \right) = C.$$

Dann bekommen wir

$$\nu = A + B \pm 2Bm + Cm^2, \quad (287)$$

also die DESLANDRESsche Bandenformel.

Die Rotationsenergie eines Moleküles [Gl. (291)] kann sich auf zwei Weisen ändern. Entweder ändert sich die Winkelgeschwindigkeit mit einem Wechsel der Quantenzahl m oder es ändert sich das Trägheitsmoment Θ . Im allgemeinen ändern sich beide Größen gleichzeitig. Es kann aber auch m konstant bleiben und nur das Trägheitsmoment wechseln¹⁾. Dann folgt aus Gl. (291) nicht (293), sondern

$$\Delta E_r = \frac{h^2 \cdot m^2}{8\pi^2} \cdot \left(\frac{1}{\Theta_A} - \frac{1}{\Theta_E} \right)$$

oder nach Gl. (288)

$$\nu = A + Cm^2. \quad (287a)$$

Das ist die Bandenformel für den Sonderfall des Nullzweiges, in ihr fehlt die Konstante B .

§ 145. Bandenspektren und Gestalt der Moleküle. Das in § 144 skizzierte Modell liefert trotz seiner Vereinfachungen schon wertvolle Aussagen über den Molekülbau.

Die Gl. (294) führte die Konstante B der empirischen Serienformel auf das Trägheitsmoment Θ des Moleküles zurück. Man kann also Θ aus der empirischen Konstanten B bestimmen. Ein Beispiel für das AIH-Molekül findet sich in der Satzbeschriftung der Abb. 488, ein zweites soll an das Rotationspektrum des HCl anknüpfen. Die beobachteten Spektrallinien des Rotationspektrums lassen sich empirisch mit der Beziehung

$$\nu_r = 6,22 \cdot 10^{11} \left(m + \frac{1}{2} \right) \text{sec}^{-1}, \quad (295)$$

$$m = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots$$

darstellen. Das zeigt Tabelle 13.

Tabelle 13. Rotationsfrequenzen ν_r im Spektrum des HCl.

Beobachtet ist $\nu_r =$	3,12	3,72	4,35	4,97	5,57	6,18	$6,80 \cdot 10^{12} \text{sec}^{-1}$
Berechnet wird $\nu_r =$	3,11	3,73	4,35	4,97	5,60	6,22	$6,84 \cdot 10^{12} \text{sec}^{-1}$
Mit $m =$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{21}{2}$

Für ein Rotationspektrum vereinfacht sich die allgemeine Bandenformel, also Gl. (287), näherungsweise²⁾ zu

$$\nu_r = B + 2Bm = 2B \left(m + \frac{1}{2} \right). \quad (296)$$

Ein Vergleich von (296) und (295) ergibt

$$B = 3,11 \cdot 10^{11} \text{sec}^{-1}.$$

¹⁾ Das ist möglich, wenn außer den Atomen oder Ionen auch Elektronen einen Beitrag zum Drehimpuls des Moleküles liefern.

²⁾ Die Konstante C ist = 0 gesetzt, d. h. die Änderung des Trägheitsmomentes vernachlässigt worden.

Dieser Zahlenwert wird in Gl. (294) eingesetzt. Er liefert das Trägheitsmoment des HCl-Moleküles bei der kleinsten Rotationsfrequenz, nämlich

$$\Theta_{\text{HCl}} = \frac{h}{8\pi^2 B} = 2,7 \cdot 10^{-47} \text{ kg Masse} \cdot \text{Meter}^2.$$

Aus dem Trägheitsmoment des HCl-Moleküles läßt sich der Abstand D seines H^+ und des Cl^- Ions berechnen. Es ist

$$\Theta = \frac{m_{\text{H}} \cdot m_{\text{Cl}}}{m_{\text{H}} + m_{\text{Cl}}} \cdot D^2,$$

$$m_{\text{H}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad m_{\text{Cl}} = 58,9 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$D = 1,3 \cdot 10^{-10} \text{ Meter}.$$

Kurz zusammengefaßt: Das HCl-Molekül ist ein hantelförmiges Gebilde mit einer Länge von $1,3 \cdot 10^{-10}$ Meter (Abb. 493).

In dreiatomigen Molekülen können die Verbindungslinien der Atome oder Ionen

eine Gerade bilden oder auch einen Winkel miteinander einschließen. Die Abb. 493 gibt je ein Beispiel für die drei vorhandenen Möglichkeiten. Leider ist die Analyse der Bandenspektren mehratomiger Moleküle mühsam und zeitraubend.








Molekül	Gestalt Abstände in 10^{-10}m	Trägheits- moment in 10^{-41}kgm^2	Elektr. Moment in 10^{-31}Ampsekcm	Innere Schwingungen und ihre Frequenz in 10^{13}sek^{-1}
H_2		0,47	0	$\nu = 12,8$
O_2		19,0	0	$\nu = 4,7$
Cl_2		114	0	$\nu = 1,7$
HCl		2,7	3,4	$\nu = 8,3$
CO_2		70	0	$\nu_1 = 3,8$ $\nu_2 = 2,0$ $\nu_3 = 7,1$
N_2O		66,0	0,47	$\nu_1 = 3,9$ $\nu_2 = 1,8$ $\nu_3 = 6,7$
H_2O		1,0 1,9 3,0	6,0	$\nu_1 = 10,8$ $\nu_2 = 4,8$ $\nu_3 = 11,3$

Abb. 493. Einige Beispiele für Größe und Gestalt zwei- und dreiatomiger Moleküle. Der Abstand der Bausteine folgt aus dem optisch gemessenen Trägheitsmoment, ihre Anordnung aus dem elektrisch gemessenen permanenten elektrischen Moment des Moleküles (Elektrizitätsband § 49). Ein permanentes elektrisches Moment kann nur bei unsymmetrischer Anordnung der Bausteine auftreten.

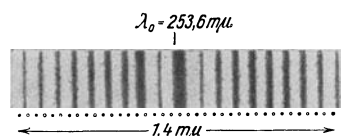


Abb. 494. Nachweis der Rotationsfrequenz des O_2 -Moleküles mit Hilfe der RAMANSCHEN Streuung. Als Primärstrahlung dient die Hg-Linie $\lambda = 254 \text{ m}\mu$. Im Streulicht erscheinen nur die Rotationsfrequenzen mit geraden Laufzahlen. Das ohne Frequenzänderung gestreute Licht ist durch ein Hg-Dampffilter geschwächt worden, um eine Überbestrahlung der Bildmitte zu verhindern. (Aufnahme von F. RASSETTI. O_2 -Druck etwa 10 Atmosphären, Expositionszeit etwa 50 Stunden.)

Neben der direkten Messung der Frequenzen im Ultraroten hat hier die indirekte mit Hilfe der RAMANSCHEN Streuung eine große Bedeutung gewonnen. Deswegen ergänzen wir unsere früheren Darlegungen über die RAMANSCHEN Streuung (§ 115) noch mit einem weiteren Beispiel: Die Abb. 494 zeigt die Streuung der Hg-Linie $\lambda = 253,6 \text{ m}\mu$ in gasförmigem Sauerstoff. Die primäre Linie wird beiderseits von nahezu äquidistanten, sekundären Linien eingerahmt. Die Frequenzdifferenzen zwischen Primär- und Sekundärlinien sind die gesuchten Rotationsfrequenzen des O_2 -Moleküles.

§ 146. Bandenspektren gelöster und adsorbierter Moleküle. Viele Moleküle, insbesondere von organischen Verbindungen, zerfallen bei höheren Temperaturen. Daher können sie optisch nicht in Dampfform, sondern nur in Lösungen untersucht werden.

Polare Moleküle sind meist für Spektraluntersuchungen in Lösungen ungeeignet und nur mit Vorsicht zu verwenden. Als gelöste Stoffe assoziieren sie sich infolge ihres elektrischen Momentes mit Molekülen des Lösungsmittels. Als Lösungsmittel benutzt, können sie außer zu Assoziationen zu einer Zer-

spaltung der gelösten Stoffe führen. Allbekannt ist ja die Dissoziation in der wichtigsten der stark polaren Flüssigkeiten, nämlich Wasser.

Unter den nichtpolaren Flüssigkeiten finden sich für viele Stoffe indifferente Lösungsmittel. Sie beeinflussen die ultraroten (von inneren Schwingungen herrührenden) Teile der Molekülspektren nur wenig. Sie verändern die ultravioletten und sichtbaren (durch Elektronenübergänge entstandenen) Teile der Molekülspektren nicht wesentlich. Sie verbreitern nur die einzelnen Spektral-

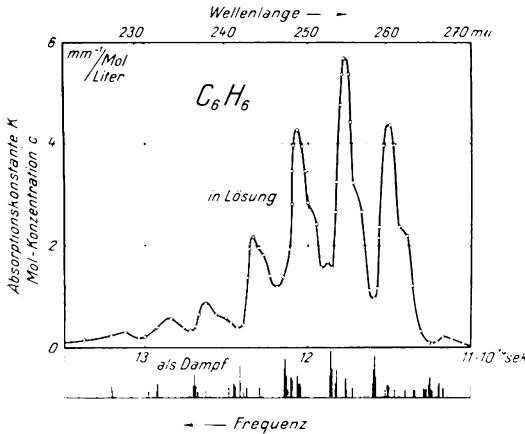


Abb. 495. Ausschnitt aus dem Absorptionsspektrum des C_6H_6 im Ultravioletten. Unten Dampf mit einem Druck von 50 mm Hg-Säule, Schichtdicke etwa 1 cm, oben Lösung in Pentan mit einem Gehalt von 0,1 bis 1 Molprozent (nach V. HENRI). Im unteren Teilbild wird die Strahlungsstärke der Spektrallinien durch die Strichlänge dargestellt.

linien und lassen sie zu kontinuierlichen Banden zusammenfließen. Die Abb. 495 zeigt das an einem kleinen Ausschnitt aus dem ultravioletten Absorptionsspektrum des Benzols. Derartige Absorptionsspektren spielen bei der Erforschung großer und teilweise biologisch wichtiger Moleküle eine Rolle. Man kann z. B. aus der Lage bestimmter Banden die Zahl der vorhandenen Doppelbindungen entnehmen.

In Sonderfällen läßt sich die Lösung von Molekülen durch eine Adsorption in stark adsorbierenden Stoffen, z. B. in Silikagel, ersetzen.

Immer muß man bei der optischen Untersuchung gelöster Moleküle für kleine Konzentra-

tionen sorgen und nötigenfalls große Schichtdicken benutzen. Bei großen Konzentrationen stören sich die gelösten Moleküle gegenseitig durch Assoziation. In einigen Sonderfällen fallen allerdings die oben aufgezählten Nebeneinflüsse fort: Die Atome der Lanthaniden enthalten in ihrem Inneren zwei noch nicht voll besetzte Elektronenschalen, nämlich die N- und die O-Schale (S. 228). Beide

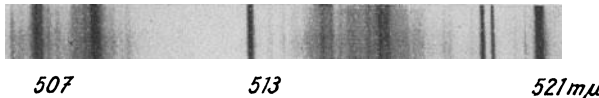


Abb. 496. Ausschnitt aus dem Absorptionsspektrum eines Neodymsalzes bei -253° . [$Zn_2Nd_2(NO_3)_{12} \cdot 24 H_2O$] (Photogr. Positiv.)

werden durch die umhüllende P-Schale vor äußeren Einflüssen geschützt. Infolgedessen findet man im Absorptionsspektrum Lanthaniden-haltiger Moleküle stets charakteristische Spektrallinien des Lanthaniden-Atomes. Bei tiefen Temperaturen sind die Linien kaum breiter als die freier Atome, Abb. 496. Diese in den inneren Schalen entstehenden Spektrallinien werden dann auch von der Umgebung des Moleküles, also einem flüssigen oder festen Lösungsmittel, nicht merklich beeinflusst.

Vom letzten Beispiel abgesehen, ist in diesem Paragraphen nur von flüssigen Lösungsmitteln gesprochen worden. Die Ausführungen gelten aber auch für feste Lösungen. Beispiele folgen in § 157.

§ 147. Molekülspektren fester Körper. In Molekülgittern behalten die Moleküle eine weitgehende Selbständigkeit. Ihr Zusammenhalt mit den Nach-

barn wird nur durch die VAN DER WAALSSchen Kräfte hergestellt. Bei dieser Bindungsart werden selbst Elektronenbandenspektren mit ihren Feinheiten wenig geändert. Molekülgitter finden sich vor allem bei organischen Stoffen, aber auch bei Elementen, etwa im festen H_2 . — Als Beispiel kann wieder C_6H_6 genannt werden. Die Abb. 497 gibt die gleichen Ausschnitte aus dem ultravioletten Absorptionsspektrum, unten für Benzoldampf, oben für festes Benzol bei tiefer Temperatur. Die Übereinstimmung beider Spektren ist offensichtlich. Der Abstand der einzelnen Bandenmaxima ist in beiden Fällen der gleiche, nur sind die Banden des festen Benzols als Ganzes um einige $m\mu$ in Richtung längerer Wellen verschoben. So wird der Name „Molekülgitter“ auch optisch gerechtfertigt.

Den mannigfachen Molekülgittern stehen als anderer Grenzfall die Ionengitter gegenüber, z. B. die der Alkalihalogenide ($NaCl$ usw.). In Ionengittern büßen die Moleküle jede Selbständigkeit ein, man kann höchstens ganze Kristallblöcke als Riesemoleküle bezeichnen.

Als Dampf absorbieren die Alkalihalogenide mit breiten kontinuierlichen Banden unterhalb von etwa $\lambda = 350 m\mu$, im Kristallverband hingegen gibt es wohl definierte Einzelbanden, und diese liegen bei erheblich kürzeren Wellen. Beispiele finden sich in den Abb. 362, 365 und 498. Der Einfluß des Gitters wird besonders deutlich in Abb. 498. Dies Bild zeigt zweimal das Absorptionsspektrum des RbJ . Die ausgezogene Kurve gehört zu einem RbJ -Kristall. Bei der gestrichelten Kurve war 1% RbJ in einem bis $185 m\mu$ durchlässigen $RbCl$ -Kristall eingebaut.

§ 148. Rückblick auf die Lichtabsorption durch Atome. Quantenäquivalentsatz. Bei jeglicher Art von Lichtabsorption muß man einen Primärvorgang und eine Reihe später folgender, sekundärer Vorgänge auseinander halten.

Bei einzelnen Atomen besteht der Primärvorgang entweder in einer Anregung oder in einer Ionisierung des Atomes. In beiden Fällen werden einzelne Atome vor ihresgleichen durch zusätzliche Energiebeträge ausgezeichnet. Bei der Anregung kann die Energie nur in diskreten, den Niveaudifferenzen des Atomes entsprechenden Beträgen aufgenommen werden. Bei der Ionisierung hingegen können Energiebeträge beliebiger, die Ionisierungsarbeit J übersteigender Größen absorbiert werden. Die Arbeit J wird als potentielle Energie zwischen Ion und Elektron gespeichert. Der J übersteigende Betrag wird in kinetische Energie des frei gewordenen Elektrons verwandelt.

Die natürliche Lebensdauer der angeregten, energiereichen Atomzustände ist bei freien, ungestörten Atomen von der Größenordnung 10^{-8} sec,

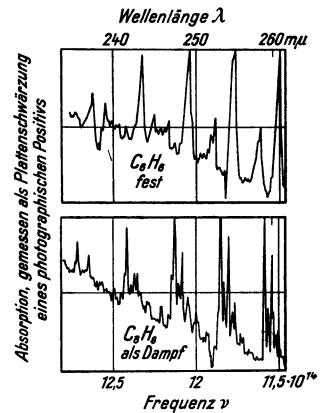


Abb. 497. Absorptionsspektrum von festem und dampfförmigem Benzol. Die Plattenschwärzung (hier gemessen an photographischen Positiven) gibt nur die Lage der Absorptionsmaxima. Nach einer solchen photographischen Aufnahme ist das Bandenspektrum im unteren Teil der Abb. 495 skizziert. Bei der Ausmessung des Absorptionsspektrums mit einem Strahlungsmesser im oberen Teil der Abb. 495 sind infolge zu großer Spaltweiten Einzelheiten verlorengegangen.

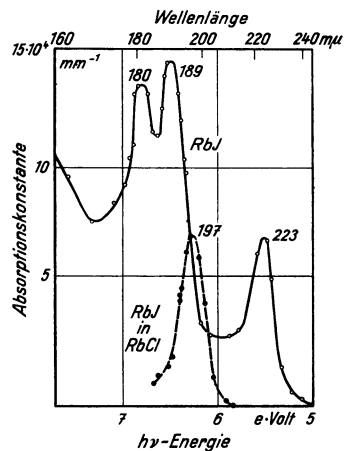


Abb. 498. Einfluß des umgebenden Kristallgitters auf das Absorptionsspektrum von RbJ .

doch kann sie bei verhältnismäßig seltenen „metastabilen“ Zuständen die Größenordnung 10^{-2} sec erreichen. Im allgemeinen wird jedoch die Lebensdauer angeregter Atome durch Zusammenstöße aller Art abgekürzt. Zusammenstöße z. B. mit gleichartigen Atomen, fremden Atomen, Gefäßwänden, Ionen, Elektronen usw. machen die Lebensdauer oft um Zehnerpotenzen kleiner als 10^{-8} sec. — Die Lebensdauer der Elektronen und Ionen wird durch die „Wiedervereinigung“ begrenzt (Elektr.-Band S. 151). Diese hängt von vielen Bedingungen ab, wir nennen die thermische Geschwindigkeit der Atome, die Gasdichte, die Konzentration und die Geschwindigkeit der geladenen Teilchen.

Am Ende dieser verschiedenen Lebensdauern beginnt jedesmal ein sekundärer Vorgang oder meist eine ganze Reihe von Sekundärvorgängen. — Am Ende einer natürlichen Lebensdauer wird die im Anregungsvorgang absorbierte Energie wieder in Form von Spektrallinien ausgestrahlt. Es gibt eine Linienfluoreszenz mit dem Grenzfall der Resonanzfluoreszenz. Die Sekundärstrahlung kann in ausgedehnten Gasmengen bald wieder absorbiert und in Tertiärstrahlung verwandelt werden usf. — Das Ende des freien Elektronenzustandes, die Wiedervereinigung von Elektronen und Ionen erzeugt ein Grenzkontinuum, also ein kontinuierliches Spektrum.

Am Ende einer verkürzten Lebensdauer können verschiedenartige Sekundärvorgänge auftreten. Im einfachsten Fall wird die Anregungsenergie bei einem Zusammenstoß ganz in kinetische Energie der Stoßpartner verwandelt, also in Wärmebewegung. — Ionen und neutrale Atome können sich vorübergehend zu Molekülonen vereinigen und ein Stoß schneller Elektronen vermag sie anzuregen. Aus diesem Grunde findet man z. B. bei jeder Gasentladung in Helium die Bandenspektren von He_2^+ -Molekülonen. — In Gasgemischen können neben den absorbierenden auch fremde, an der primären Lichtabsorption unbeteiligte Atome vorhanden sein. Diese Atome können sich dann lebhaft an den sekundären Vorgängen beteiligen. Die primär aufgenommene Anregungsenergie kann, insbesondere von metastabilen Niveaus aus, auf sie übertragen werden. Dann entsteht eine „sensibilisierte“ Fluoreszenz. Ferner können Moleküle verschiedener Art gebildet werden. Sie können zunächst angeregt sein und dann unter Emission einer Bandenlinie in den stabilen Grundzustand übergehen usf.

Dieser noch recht lückenhafte Rückblick zeigt schon für Atome die zwingende Notwendigkeit, bei der Lichtabsorption den Primärvorgang von der Mannigfaltigkeit der sekundären Vorgänge zu unterscheiden. — Eine generelle Aussage läßt sich nur für den Primärvorgang machen, für ihn gilt der Quantenäquivalentsatz: Bei der Absorption einer monochromatischen Strahlung mit der Frequenz ν liefert der aufgenommene Energiebetrag E insgesamt

$$N = \frac{E}{h\nu} \quad (297)$$

elementare Primärvorgänge.

Die obigen Ausführungen gelten nicht nur für die Anregung oder Ionisierung von Atomen durch Lichtabsorption, sondern bei jeder Anregung oder Ionisierung von Atomen durch chemische, thermische oder elektrische Vorgänge, z. B. durch den Stoß geladener Korpuskularstrahlen.

§ 149. Verbleib der in Molekülen absorbierten Lichtenergie. Die soeben für Atome zusammengestellten Vorgänge finden sich auch bei der Lichtabsorption durch Moleküle, doch kommt zu den Sekundärvorgängen noch der Zerfall der Moleküle hinzu. Die Bruchstücke können schon bei zweiatomigen Molekülen verschieden geartet sein. Neben neutralen und ionisierten Atomen können auch Atome in mannigfachen Anregungszuständen entstehen. Bei mehratomigen

Molekülen kann der Zerfall Bruchstücke verschiedener Größe und Beschaffenheit liefern. Durch diese optische Dissoziation ergeben sich für die Sekundärvorgänge ganze Gruppen neuer Möglichkeiten. Wir wollen aus der unübersehbaren Menge experimenteller Tatsachen in den folgenden Paragraphen nur ein paar typische Fälle herausgreifen.

§ 150. Fluoreszenz von Molekülen in Dämpfen und flüssigen Lösungen.

Als Fluoreszenz bezeichnet man jede durch Einstrahlung angeregte Lichtemission ohne merkliche Trägheit; d. h. das An- und Abklingen der Fluoreszenz braucht keine mit dem Auge wahrnehmbare Zeit. — Sicher ist das keine sachlich befriedigende Definition, sie entspricht aber dem allgemein eingebürgerten physikalischen Sprachgebrauch.

Für eine Fluoreszenz von Molekülen gibt es zahllose Beispiele. Bei Schauversuchen soll der Hauptteil des Emissionsspektrums in den sichtbaren Bereich fallen. Außerdem muß zur Erregung eine Kohlebogenlampe mit einem Ultraviolettfilter (S. 18) genügen.

In Dampfform benutzt man Moleküle von Jod oder von Natrium. Die Jodfluoreszenz beobachtet man bei Zimmertemperatur, für Natrium braucht man etwa 300° C. Dann enthält der Metaldampf außer Na-Atomen Na₂-Moleküle in ausreichender Zahl. Joddampf fluoresziert gelbbraun, Natriumdampf grünblau. Seine stärksten Emissionsbanden liegen zwischen 460 und 550 mμ.

In flüssigen Lösungen benutzt man organische Farbstoffe, z. B. Tetrajodfluoreszein in Wasser. Wasser besteht aus stark polaren Molekülen. Sie lagern sich an die Farbstoffmoleküle an, und erst dadurch entstehen komplexe, fluoreszenzfähige Moleküle. Das Fluoreszenzlicht erscheint in hellgrüner Farbe.

Für jede Fluoreszenz gilt die STOKESSche Regel: Die Frequenz oder der $h\nu$ -Betrag des erregten Lichtes kann nicht größer sein als die Frequenz oder der $h\nu$ -Betrag des erregenden Lichtes.

Nicht seltene, aber geringfügige Ausnahmen sind heute unschwer zu deuten. Dem absorbierten $h\nu$ -Betrag des erregenden Lichtes kann sich thermische Schwingungsenergie des Moleküles addieren. Dann bildet die Summe beider den $h\nu$ -Betrag des Fluoreszenzlichtes. Ein solcher Fall ist im Molekül-Niveauschema (Abb. 490) skizziert. Der zur Absorption gehörende Pfeil α beginnt unten beim Schwingungsniveau $s = 1$. Der links folgende, zur Emission gehörende Pfeil γ aber endet tiefer, nämlich bei $s = 0$. Der Pfeil ν ist etwas länger als der Pfeil α , folglich ist der emittierte $h\nu$ -Betrag etwas größer als der absorbierte.

Der energetische Nutzeffekt der Fluoreszenz, also das Verhältnis von emittierter und absorbiertener Strahlungsleistung, wird immer kleiner als 100% gefunden. Das entspricht der STOKESSchen Regel: Jeder absorbierte Betrag $h\nu_a$ liefert im Fluoreszenzlicht nur einen kleineren Energiebetrag $h\nu_e$. — Hingegen beobachtet man für die Quantenausbeute

$$\eta = \frac{\text{Zahl der emittierten Energiebeträge } h\nu_e}{\text{Zahl der absorbierten Energiebeträge } h\nu_a}$$

nicht selten Werte von 100%. Die Abb. 499 gibt ein Beispiel.

Die Lebensdauer der angeregten Zustände läßt sich grundsätzlich aus der Nachleuchtdauer der Fluoreszenz bestimmen, also aus der zum Abklingen erforderlichen Zeit. Technisch gelingt das allerdings nur für fluoreszierende Lösungen, die Dampf- fluoreszenz liefert keine ausreichende Strahlungsstärke. — Die Meßanordnung wird Fluorometer genannt, sie ist aus dem alten „Phosphoroskop“ entstanden: Zwei periodisch arbeitende Verschlüsse lassen abwechselnd das primäre Licht zur Erregung

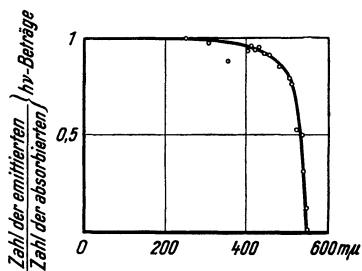


Abb. 499. Quantenausbeute der Fluoreszenz, gemessen an einer wässrigen Fluoreszeinlösung von S. I. WAWILOW.

eintreten und das Fluoreszenzlicht zur Beobachtung austreten. Die Zeit zwischen Schluß der Erregung und Beginn der Beobachtung kann mit mechanischen Mitteln bis auf etwa 10^{-5} sec herabgesetzt werden. Mit elektrisch gesteuerten Verschlüssen (S. 195) sind aber noch 10^{-9} sec sicher zu erreichen.

Auf diesem Wege ist die Lebensdauer angeregter Zustände in einer Reihe fluoreszierender flüssiger Farbstofflösungen gemessen worden. Sie wurde in der Größenordnung $5 \cdot 10^{-9}$ sec gefunden, also fast so groß wie die natürliche Lebensdauer angeregter Atome.

§ 151. Störung der Fluoreszenz. Polarisiertes Fluoreszenzlicht. Man kann die Fluoreszenz auf mancherlei Weise stören, nämlich durch hohe Konzentration, hohe Temperatur, Zusatz von Salzen, z. B. KJ usw. All diese Mittel verursachen Zusammenstöße angeregter mit anderen Molekülen. Bei diesen Zusammenstößen müssen die angeregten Moleküle ihre Anregungsenergie abgeben. Infolgedessen wird ihre mittlere Lebensdauer τ verkleinert. Nur ein Teil der angeregten Moleküle vermag seine Anregungsenergie bis zum Ende der natürlichen Lebensdauer zu behalten und dann als Fluoreszenzstrahlung zu ver-
ausgaben.

In der kurzen Zeitspanne zwischen Anregung und Ausstrahlung kann die Wärmebewegung die räumliche Orientierung der Moleküle nicht erheblich ändern. Infolgedessen läßt sich mit polarisiertem Licht auch ein polarisiertes Fluoreszenzlicht erzeugen.

Für Schauversuche benutzt man wieder Tetrajodfluoreszein in wässriger Lösung. Die Beobachtungen verlaufen grundsätzlich ebenso wie bei der RAYLEIGH'schen Streuung (§ 98), doch findet man das Fluoreszenzlicht nur teilweise polarisiert.

Man kann den Einfluß der störenden Moleküldrehungen auf zwei Weisen herabsetzen. Entweder verkürzt man die Lebensdauer der Moleküle durch geeignete Zusätze, z. B. KJ, oder man vergrößert die Zähigkeit des Lösungsmittels, z. B. durch Zusatz von Glycerin, Gelatine oder Zucker.

In Gasen und Dämpfen kann die Polarisation des Fluoreszenzlichtes noch durch eine andere Ursache zerstört werden, nämlich durch Magnetfelder. Es wirken schon sehr schwache Felder, z. B. das der Erde. Dieser experimentelle Befund ist folgendermaßen zu deuten: Die Bahnebene des Leuchtelektrons vollführt im Magnetfeld eine Präzessionsbewegung. Für die Umlaufzeit dieser Larmor-Präzession gilt

$$T = \frac{1}{\nu} = 4\pi \frac{m}{e} \cdot \frac{1}{\mathfrak{B}} \quad (285) \text{ v. S. 251}$$

$$\left(\frac{m}{e} = 5,65 \cdot 10^{-12} \frac{\text{kg}}{\text{Amp.Sek.}}; \text{Kraftflußdichte } \mathfrak{B} \text{ in Voltsekunden/m}^2 = 10^4 \text{ Gauß} \right).$$

T darf nicht so klein werden wie die mittlere Lebensdauer τ des angeregten Zustandes, sonst wird der Zusammenhang zwischen der Ebene der Elektronenbahn und der Schwingungsebene des primären, erregenden Lichtes zerstört. — Eine quantitative Durchführung dieser Deutung führt zu einer Bestimmung von τ , der mittleren Lebensdauer des angeregten Zustandes. So hat man τ für zwei bekannte Beispiele von Resonanzfluoreszenz bestimmt. Man hat für das Hg-Atom $\tau_{254 \text{ m}\mu} = 1,1 \cdot 10^{-7}$ sec gefunden und für das Natriumatom $\tau_{589 \text{ m}\mu} = 10^{-8}$ sec. Beide sind von der gleichen Größenordnung wie die natürliche Lebensdauer der zu den Resonanzlinien gehörenden angeregten Zustände. (τ hängt ja von λ ab, vgl. § 121.)

Bei der Störung der Fluoreszenz kann die gespeicherte Energie zur Anregung des störenden Moleküles dienen. Schauversuch: Trypaflavin, an Silikagelpulver adsorbiert, wird im Vakuum durch sichtbares Licht zu lebhafter Fluoreszenz erregt. Eine verdünnte Sauerstoffatmosphäre zerstört die Fluoreszenz. Dabei werden die O_2 -Moleküle angeregt und chemisch aktiv gemacht. Sie können daher andere Stoffe oxydieren, z. B. das farblose p-Leukanilin in einen roten Farbstoff verwandeln. Zur Vorführung adsorbiert man das Leukanilin ebenfalls an Silikagel, durchmischt die beiden Pulver und bestrahlt sie mit sichtbarem Licht: In kurzer Zeit tritt eine deutliche Rotfärbung ein.

Aus Zollgründen hat man früher Futtergerste mit einem Eosinfarbstoff kenntlich gemacht. Die mit dieser Gerste gefütterten Schweine bekamen unter den lichtdurchlässigen Hautgebieten, z. B. der Schnauze, schwere Entzündungen. Auch hier bewirkte die Störung der Fluoreszenz des Eosins eine Aktivierung anderer Moleküle.

§ 152. Photochemische Vorgänge in Dämpfen und flüssigen Lösungen.

Bei der Fluoreszenz handelt es sich im wesentlichen um innermolekulare Vorgänge. Am Schluß einer ungestörten Fluoreszenz befindet sich ein Molekül wieder in seinem ursprünglichen Zustand. In einem anderen Grenzfall erfahren die primär oder sekundär an der Lichtabsorption beteiligten Moleküle eine bleibende, oft tiefgreifende, chemische Veränderung. Die Zahl solcher chemischer Lichtwirkungen oder photochemischer Reaktionen ist unübersehbar.

Im Haushalt der Natur spielt die „Assimilation der Kohlensäure“ durch die Pflanze die überragende Rolle. Unter der Wirkung des Sonnenlichtes werden auf der Erde je Sekunde größenordnungsmäßig 500 Tonnen Kohlenstoff gebunden. An der Reaktion ist ein Farbstoff, das Chlorophyll, beteiligt. Doch gelingt sie nur der lebenden Zelle. Es ist also außer dem Chlorophyll noch irgendein unbekannter, gerade für die lebende Zelle charakteristischer Stoff notwendig. Infolgedessen entzieht sich dieser wichtige photochemische Vorgang noch unserem Verständnis. Ähnliches gilt von einer anderen, für unser Leben hochbedeutsamen chemischen Lichtwirkung, nämlich den Vorgängen im inneren Auge. — Einstweilen beherrscht man nur einfache photochemische Reaktionen. Wir werden in diesem und den beiden folgenden Paragraphen drei typische Fälle behandeln.

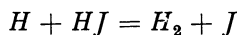
Nur selten läßt sich bei photochemischen Reaktionen der primäre Vorgang allein fassen und stabilisieren. Man muß fast immer sekundäre Vorgänge beobachten und darin liegt die Schwierigkeit. Sie ist nur in verhältnismäßig wenigen Fällen behoben. Beispiel:

Das Absorptionsspektrum des HJ hat im Ultravioletten Elektronenbanden, ähnlich den in Abb. 485 für HCl gezeigten. Lichtabsorption in diesen Banden zersetzt die HJ-Moleküle. Für je einen absorbierten $h\nu$ -Betrag scheiden zwei HJ-Moleküle aus und statt ihrer erscheint je ein H_2 - und ein J_2 -Molekül. Die Tabelle 14 gibt Zahlenbeispiele für drei verschiedene Lichtfrequenzen.

Tabelle 14.

Wellenlänge λ in $m\mu$	Absorbierte Strahlungsleistung in Watt	N_a = Zahl der je sec absorbierten $h\nu$ -Beträge	N_m = Zahl der je sec zersetzten HJ-Moleküle	$\frac{N_m}{N_a}$ = Quantenausbeute η
207	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{13}$	$2,89 \cdot 10^{13}$	1,98
253	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$2,11 \cdot 10^{13}$	$4,38 \cdot 10^{13}$	2,07
282	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$3,67 \cdot 10^{13}$	$7,70 \cdot 10^{13}$	2,09
Mittel				2,05

Die Deutung lautet: Im Primärprozeß wird von einem $h\nu$ -Betrag ein HJ-Molekül zerspalten. In zwei anschließenden Sekundärvorgängen, nämlich



und



scheidet ein zweites HJ-Molekül aus.

Bei sehr vielen photochemischen Reaktionen dient der Primärprozeß nur zur Beschleunigung einer ohne Licht äußerst langsam ablaufenden Reaktion. Der in einem Molekül absorbierte $h\nu$ -Betrag macht das Molekül reaktionsfähig. Die bei der Reaktion frei werdende Energie kann dann durch Stoß an ein zweites Molekül abgegeben werden, dieses anregen und so ebenfalls zur Reaktion

befähigen. So folgt auf einen primären Lichtabsorptionsvorgang eine ganze Kette von Sekundärreaktionen. Die durch Sekundärprozesse umgebildeten Moleküle können die Zahl der primär absorbierten $h\nu$ -Beträge daher um Größenordnungen überschreiten, d. h. die Quantenausbeute η kann sehr hohe Werte annehmen. — Umgekehrt kann eine Verhinderung von Sekundärreaktionen eine sofortige Rückbildung des primären photochemischen Vorganges zur Folge haben. Es fehlt die Möglichkeit zur Stabilisierung der primären Reaktionsprodukte. In diesem Fall können die beobachteten Quantenausbeuten beliebig klein werden.

Photochemische Reaktionen mit sehr rascher Rückbildung eignen sich für Schauversuche. Man kann z. B. eine wäßrige Lösung von Methylenblau und Eisensulfat benutzen. Die blaue Lösung¹⁾ wird im Licht einer Bogenlampe in etwa 10 Sekunden ausgebleicht und kaum langsamer kehrt die Färbung im Dunkeln zurück. (Erklärung: Durch die Lichtabsorption wird das Farbstoffmolekül angeregt. Dann reagiert es zusammen mit einem Fe^{++} -Ion und einem H^+ -Ion und bildet dabei eine farblose Farbstoff-Wasserstoffverbindung und ein Fe^{+++} -Ion.)

§ 153. Photochemische Vorgänge in Kristallen. Einfachster Fall: Nur Elektronenverlagerung. Für eine eingehendere Untersuchung photochemischer Vorgänge bieten einfache Kristalle in mehrfacher

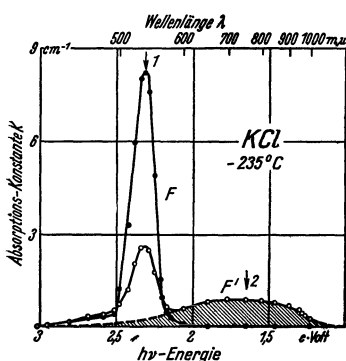


Abb. 500. Die durch Elektroneneinwanderung in einem KCl-Kristall entstehenden Absorptionsbanden F und F' . Im m^3 sind $\mathfrak{N} = 1,6 \cdot 10^{22}$ Chloridionen durch Elektronen ersetzt. Die Spektren sind bei -235° gemessen. Die beiden Banden entsprechen zwei verschiedenen Bindungsarten der Elektronen. Anfänglich war nur die F -Bande vorhanden. Hinterher ist durch Lichtabsorption bei 100° der größere Teil der Elektronen aus der F -Bindung in die F' -Bindung überführt worden. Dabei ist die F -Bande erniedrigt und die F' -Bande aufgebaut worden.

schen Standpunkt gesehen, bilden in einem Gitter „gelöste“ K-Atome. Ihr oft bequemer Name „Farbzentren“ wurde schon früher erwähnt (S. 184).

2. In einer durch eine breite Absorptionsbande F' (Abb. 500) gekennzeichneten Bindung.

Im physikalischen Bilde heißt es, ebenfalls experimentell wohl begründet: Die Elektronen sitzen paarweise in einer Halogenlücke. — Chemisch kann man von gelösten negativen Kaliummolekülonen sprechen.

3. Frei wie in Metallen beweglich und währenddessen optisch nicht wahrnehmbar.

Ihre Konzentration \mathfrak{N} ist zu klein, Gl. (212) von S. 189.

¹⁾ 5 g $\text{FeSO}_4 \cdot 7 \text{H}_2\text{O}$ werden kalt in 100 cm^3 Wasser gelöst, mit etwas Eisenpulver versetzt und filtriert, damit Fe^{+++} -Ionen verschwinden. Dann werden $0,2 \text{ cm}^3$ HCl und etwas chlorzinkfreies Methylenblau zugesetzt. Schließlich wird die Lösung durch längeres Abpumpen sauerstofffrei gemacht und luftdicht in ein Glasgefäß eingeschmolzen.

Hinsicht günstige Bedingungen. Durch passende Wahl der Temperatur lassen sich in ihnen verschiedene, sonst sehr kurzlebige Zustände der Moleküle stabilisieren. Die Zahl der beteiligten Moleküle ist optisch aus Höhe und Breite der Absorptionsbanden zu ermitteln (S. 185). Endlich kann man für manche Einzelvorgänge elektrische Beobachtungen hinzuziehen. — Das zeigen wir zunächst an einem der einfachsten heute bekannten Fälle.

Man kann in Alkalihalogenidkristallen einen kleinen Bruchteil der Halogenionen (etwa 10^{-5}) durch Elektronen verdrängen und ersetzen (S. 184 und 190). Als Beispiel wählen wir zunächst KCl. Die Elektronen werden in dreierlei Zuständen im Gitter beobachtet:

1. In einer durch eine Absorptionsbande F (Abb. 500) gekennzeichneten Bindung.

Im physikalischen, experimentell wohl begründeten Bilde heißt es: Die Elektronen sitzen an Stelle von Cl^- -Ionen in „Halogenlücken“. — Vom chemischen

Standpunkt gesehen, bilden in einem Gitter „gelöste“ K-Atome. Ihr oft bequemer Name „Farbzentren“ wurde schon früher erwähnt (S. 184).

2. In einer durch eine breite Absorptionsbande F' (Abb. 500) gekennzeichneten Bindung.

Im physikalischen Bilde heißt es, ebenfalls experimentell wohl begründet: Die Elektronen sitzen paarweise in einer Halogenlücke. — Chemisch kann man von gelösten negativen Kaliummolekülonen sprechen.

3. Frei wie in Metallen beweglich und währenddessen optisch nicht wahrnehmbar.

Ihre Konzentration \mathfrak{N} ist zu klein, Gl. (212) von S. 189.

¹⁾ 5 g $\text{FeSO}_4 \cdot 7 \text{H}_2\text{O}$ werden kalt in 100 cm^3 Wasser gelöst, mit etwas Eisenpulver versetzt und filtriert, damit Fe^{+++} -Ionen verschwinden. Dann werden $0,2 \text{ cm}^3$ HCl und etwas chlorzinkfreies Methylenblau zugesetzt. Schließlich wird die Lösung durch längeres Abpumpen sauerstofffrei gemacht und luftdicht in ein Glasgefäß eingeschmolzen.

Unterhalb von -80° haben beide Bindungsarten der Elektronen große Lebensdauern. In diesem Temperaturbereich lassen sich die Elektronen durch Lichtabsorption von der einen in die andere Bindung überführen. Lichtabsorption in der Bande F (Pfeil 1 in Abb. 500) baut die Bande F ab und die Bande F' auf. Lichtabsorption in der Bande F' (Pfeil 2) bewirkt das Umgekehrte. In beiden Fällen hängt jedoch die Zahl der die Bindungsart wechselnden Elektronen, umgerechnet auf die Zahl der absorbierten $h\nu$ -Beträge, stark von der Temperatur ab. Das zeigen die beiden

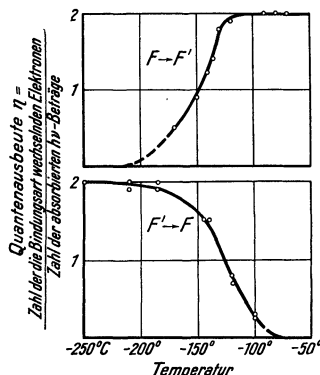


Abb. 501. Einfluß der Temperatur auf den durch Lichtabsorption bewirkten Wechsel der Elektronenbindung in einem KCl-Kristall.

Kurven in Abb. 501. Aus dieser Temperaturabhängigkeit ergibt sich ein wichtiger Schluß: Für die Entstehung

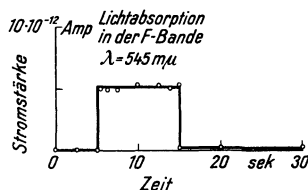


Abb. 502. Der optisch ausgelöste Wechsel zwischen der F - und F' -Bindung der Elektronen erzeugt im elektrischen Felde einen Strom. Im Beispiel wurde in der F -Bande eines KCl-Kristalles eine Strahlungsleistung von $7,3 \cdot 10^{18} h\nu/\text{sec}$ absorbiert (λ etwa $545 m\mu$). Der Versuch verläuft beim optischen Übergang von F' nach F in gleicher Weise. Nur muß dann eine Wellenlänge von etwa $750 m\mu$ eingestrahlt werden.

einer F' -Bindung muß außer der absorbierten Lichtenergie auch eine zusätzliche Wärmeenergie des Gitters verfügbar sein.

Bei unzureichender Wärmeenergie fallen die aus der F -Bindung befreiten Elektronen groenteils in die F -Bindung zurück. Deswegen sinkt die Ausbeute des Überganges $F \rightarrow F'$ mit sinkender Temperatur. — Ohne ausreichende Wärmebewegung können die aus der F' -Bindung befreiten Elektronen nicht in die F' -Bindung zurückfallen, sie müssen alle eine F -Bindung aufsuchen. Daher steigt die Ausbeute für den Übergang $F' \rightarrow F$ mit sinkender Temperatur.

Beim Übergang von der einen Bindung in die andere sind die Elektronen im Gitter frei beweglich. Sie bilden beim Anlegen eines elektrischen Feldes einen elektrischen Strom. Der Strom fließt nur während der Belichtung, in der anschließenden Dunkelpause sinkt er praktisch auf Null herunter (Abb. 502).

Die durch die F' -Bande gekennzeichnete Bindungsart ist erst bei tiefen Temperaturen haltbar, bei höheren beobachtet man einen thermischen Zerfall. Dieser erfolgt zeitlich keineswegs nach einem Exponentialgesetz, sondern anfänglich schneller, später langsamer. Es gibt also keine wohldefinierte mittlere Lebensdauer der F' -Bindung. Man kann nur die Zeit bestimmen, innerhalb derer die Zahl der Elektronen in der F' -Bindung von ihrem Anfangswert auf die Hälfte absinkt. Das ist in Abb. 503 für KCl und NaCl geschehen.

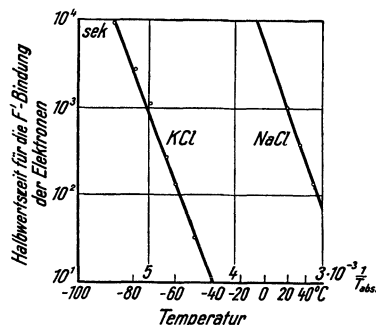


Abb. 503. Zum thermischen Zerfall der F' -Bindung der Elektronen in KCl- und NaCl-Kristallen.

Der Einfluß der Temperatur auf die Lebensdauer der F' -Bindung macht eine Reihe weiterer, später für das Phosphoreszenzproblem wichtiger, elektrischer Beobachtungen verständlich. In Abb. 504 findet sich ein typisches Beispiel, und zwar gemessen an einem NaCl-Kristall. Die Ordinaten geben die vom Licht

verursachten Elektronenströme, Art und Dauer der Lichteinstrahlung sind am oberen Bildrand vermerkt. In allen vier Teilbildern entsteht die rechteckige

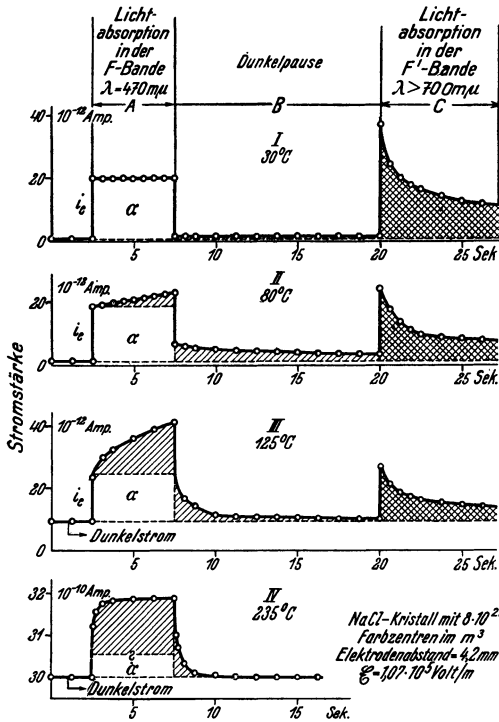


Abb. 504. Einfluß der Temperatur auf die Elektronenübergänge $F \rightarrow F'$ und $F' \rightarrow F$ in einem NaCl-Kristall. Der bei über 80° auftretende elektrolytische Dunkelstrom ist eine unwesentliche Nebenerscheinung. Die den Teilbildern 2–4 entsprechenden Stromzeitkurven treten bei anderen Kristallen, z. B. KCl und KBr, bei sehr viel tieferen Temperaturen in gleichartiger Form auf und dann frei von jedem Dunkelstrom.

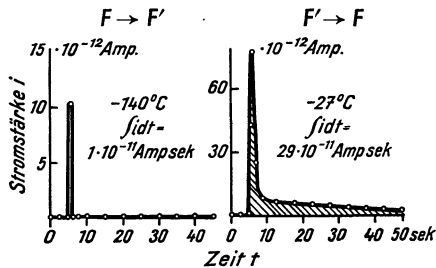


Abb. 505. In einem KCl-Kristall liefert der in träger thermischer Diffusion erfolgende Übergang $F' \rightarrow F$ eine erheblich größere Elektrizitätsmenge als der optisch ausgelöste Übergang $F \rightarrow F'$.

§ 154. Photochemische Zersetzungen in Ionenkristallen. Photographie.

Unter den technischen Anwendungen photochemischer Vorgänge steht die Photographie an oberster Stelle. Die lichtempfindlichen Schichten der Filme und Platten

Stromzeitfläche α während der Lichtabsorption in der F -Bande, sie entspricht dem Elektronenübergang $F \rightarrow F'$. Die schraffierte Stromzeitfläche entsteht durch Elektronen, bei ihrer Rückkehr aus der F' - in die F -Bindung. Diese Rückkehr erfolgt auf dem Wege einer trägen thermischen Elektronendiffusion. Die Elektronen wechseln im Spiel der Wärmebewegung mehrfach oder sogar sehr oft den Ort ihrer F' -Bindung, bis sie endlich wieder in einer F -Bindung festgelegt werden. Der thermische Diffusionsweg $F' \rightarrow F$ übertrifft den optisch eingeleiteten Weg $F \rightarrow F'$ im NaCl nur um etwa das Drei- bis Fünffache. Im KCl hingegen beträgt das Verhältnis 20—100 und im RbCl erreicht es sogar den Wert 10^4 . Bei der Rückkehr $F' \rightarrow F$ macht sich ein Elektron daher durch einen viel größeren Beitrag zum Strom bemerkbar als beim optischen Übergang $F \rightarrow F'$ (Beispiele in Abb. 505)¹⁾.

Die karierte Stromzeitfläche entsteht während einer Lichtabsorption in der F' -Bande. Dabei wird der Aufenthalt der Elektronen in der F' -Bindung verkürzt und somit die thermische Diffusion beschleunigt.

Bei $+30^\circ$ ist die thermische Elektronendiffusion in der Dunkelpause noch gerade erkennbar, bei $+80^\circ$ setzt sie schon während der Lichtabsorption in der F -Bande ein. Sie setzt sich während der Dunkelpause fort und wird nach 20 sec durch eine Lichtabsorption in der F' -Bande beschleunigt. Bei $+235^\circ$ endlich fällt der Hauptteil der thermischen Diffusion schon zeitlich mit der Einstrahlung in die F -Bande zusammen. Nur ein Rest folgt im Anfang der Dunkelpause.

¹⁾ In beiden Fällen bekommen die Bewegungen der Elektronen eine Vorzugsrichtung in der Richtung des elektrischen Feldes.

enthalten in einem organischen Bindemittel winzige Körner aus Silberbromid, also kleine, aus Ag^+ und Br^- -Ionen aufgebaute Kristalle. Aus diesem Grunde interessieren photochemische Vorgänge in einfachen Ionenkristallen. Man untersucht sie am besten in Alkalihalogenidkristallen. Unter diesen ist KBr , also das dem AgBr entsprechende Salz, besonders geeignet.

Sorgfältige Beobachtungen führen auf ein unerwartetes Ergebnis: Im Inneren einheitlicher Ionenkristalle gibt es keine photochemischen Zersetzungen¹⁾. „Lichtempfindlich“ werden diese Kristalle erst durch Einbau kleiner Mengen anderer, thermisch leicht zersetzlicher Moleküle, wie z. B. Kaliumhydrid.

Die Abb. 506 bis 508 zeigen die Anfänge der Elektronen-Bandenspektren von KBr , KH und von einem KBr -Kristall mit einem kleinen Zusatz von KH ²⁾. Die erste Bande des KH ist in der KBr -Umgebung um 0,16 eVolt in Richtung kürzerer Wellen verschoben, aber trotzdem noch gut von der ersten Bande des KBr getrennt.

Der Mischkristall ist ebenso lichtempfindlich wie die beste photographische Platte: In der KH -Bande absorbierte Strahlung zersetzt das KH in neutrale K - und H -Atome. Der Wasserstoff bleibt unsichtbar, aber die K -Atome erzeugen die Absorptionsbande F und durch sie eine Blaufärbung des Kristalles. (Schauversuch.)

Für quantitative Untersuchungen bestimmt man die Zahl der gebildeten K -Atome entweder optisch aus der Höhe und der Halbwertsbreite der F -Bande (S. 185) oder bei höheren Temperaturen elektrisch: Man läßt die Farbzentren

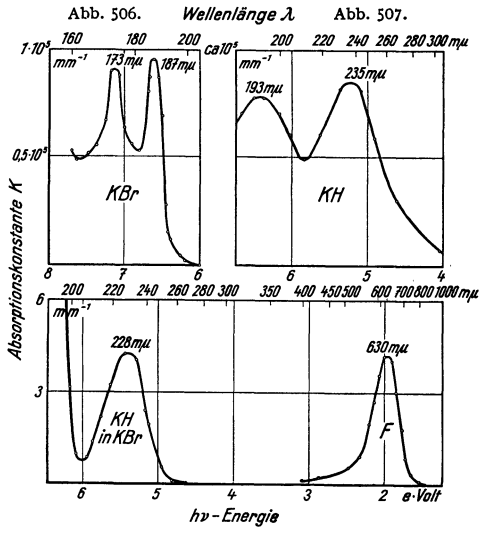


Abb. 506/08. Anfang der Elektronen-Bandenspektren für drei kubische Kristalle. Die Bande F zeigt photochemisch abgeschiedene Kaliumatome an.

¹⁾ Bei diesen Beobachtungen muß die mittlere Reichweite des Lichtes eine der Kristalldicke vergleichbare Größe haben. Bei 1 cm Kristalldicke ist das nur noch für Licht aus dem langwelligen Ausläufer der ersten ultravioletten Absorptionsbande zu verwirklichen oder für hartes Röntgenlicht. — Trotz des oben mitgeteilten negativen Befundes darf man die Lage der ersten ultravioletten Absorptionsbande einfacher Ionenkristalle durch einen sehr kurzlebigen Elektronenübergang vom negativen Halogenion zum positiven Metallion deuten. Bei der Abtrennung des Elektrons vom negativen Ion muß eine als Elektronenaffinität E bezeichnete Arbeit geleistet werden. Bei der Neutralisierung des positiven Ions wird die Ionisierungsarbeit J des Metallatoms gewonnen. Außerdem muß der Einfluß des Abstandes D der Gitter-Netzebenen berücksichtigt werden. Mit diesen Überlegungen findet man für die Frequenz des ersten Bandenmaximums die empirische Beziehung

$$h\nu = E - J + \frac{a}{D^2} \tag{298}$$

(alle Posten in eVolt gemessen). Dabei ist a eine Konstante = $1,57 \cdot 10^{10} \cdot \text{eVolt} \cdot \text{m}^2$. Diese Beziehung bewährt sich gut für alle Halogenide und Hydride der Alkalimetalle. (In diesen Hydriden ist der Wasserstoff Anion, also negativ geladen!)

²⁾ Zur Herstellung eines solchen Mischkristalles löst man erst K -Dampf in einem heißen KBr -Kristall (S. 184). Dadurch wird er tiefblau verfärbt (F -Bande der Farbzentren). Hinterher läßt man H_2 von etwa 50 at Druck in den heißen Kristall hineindiffundieren. Dieser vereinigt sich mit dem K zu KH und dabei wird der Kristall im Sichtbaren wieder glasklar (Abb. 507) (Schauversuch).

im elektrischen Felde zum positiven Pol diffundieren und mißt die dabei fließende Elektrizitätsmenge (Näheres unter Abb. 509/10).

Das Ergebnis solcher Messungen ist in Abb. 511 dargestellt. Die Ordinate ist die photochemische Ausbeute. Sie erreicht bei hohen Temperaturen den Wert 1, bei -100° wird sie praktisch gleich Null. Auch für diesen photochemischen Vorgang spielen also Wärmeschwingungen des Gitters eine entscheidende Rolle.

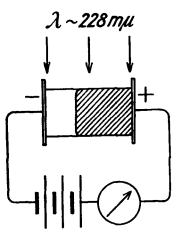


Abb. 509.

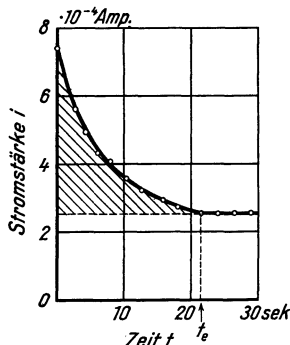


Abb. 510.

Abb. 509/10. Schauversuch zur elektrischen Messung der photochemischen Reaktionsprodukte in einem KH-KBr-Mischkristall. Zunächst werden N_e Energiebeträge $h\nu$ durch die KH-Bande (Abb. 508) absorbiert und dadurch N_e neutrale Kaliumatome gebildet. Sie erfüllen anfänglich den ganzen Kristall als blaue Wolke (sie sind also bei genügender Kristalldicke nicht unsichtbar oder „latent“!). Dann wird das elektrische Feld angelegt und nunmehr bewegt sich die Wolke geschlossen mit scharfer Hinterfront (Abb. 509) zur Anode, und zwar nach dem Mechanismus der Elektronendiffusion (Elektrizitätslehre § 120). Währenddessen zeigt der elektrische Strom den in Abb. 510 bezeichneten Verlauf. Zur Zeit t_e hat die Wolke den Kristall verlassen und der Strom seinen konstanten, nur noch von Ionenwanderung herrührenden Wert erreicht. $\int i dt = Q$ ergibt die gesuchte Zahl N_e . Es gilt $N_e = 2Q/e$. ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek.)

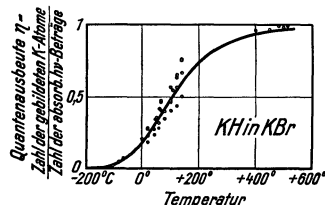


Abb. 511. Einfluß der Temperatur auf die photochemische Zersetzung des KH in einem KH-KBr-Mischkristall.

Im Gegensatz zum Aufbau der *F*-Bande verschwindet der Abbau der KH-Bande nicht bei -100°C . Der Zerfall KH in $\text{K} + \text{H}$ erfolgt über zwei bei tiefen Temperaturen stabile Zwischenzustände. Sie lassen sich ebenfalls durch ihr Absorptionsspektrum nachweisen, doch führen die Einzelheiten hier zu weit.

Diese Befunde lassen sich sinngemäß auf die AgBr-Kristalle der photographischen Schichten übertragen. Auch einheitliche AgBr-Kristalle sind un-

empfindlich gegen Licht. Auch in diesen Ionenkristallen müssen Fremdmoleküle eingebaut sein, z. B. Schwefelverbindungen des Silbers. Normalerweise werden sie im Reifungsprozeß der Emulsionen an den Kristalloberflächen gebildet. Der Schwefel stammt aus dem Einbettungsmittel, also der Gelatine. Wirksamer aber ist eine Einführung der Schwefelverbindungen ins Innere der Kristalle.

In der photographischen Schicht ist das eingefangene Bild zunächst „latent“. Die Beschaffenheit seiner Bausteine oder „Keime“ ist noch umstritten. Nach Absorptionsversuchen an AgBr-Kristallen handelt es sich um kleine, aus Ag-Atomen zusammengeflochte Kolloide. Doch kann es auch anders sein. Auf jeden Fall ermöglichen die nach der Lichtabsorption entstandenen Keime einen Angriff des chemischen Entwicklers: Die AgBr-Kristalle werden zu Silber reduziert. Die nach der Reduktion vorhandenen Silberatome übertreffen an Zahl die primär eingestrahnten $h\nu$ -Beträge um rund das 10^8 -fache.

Die Latenz, die Unsichtbarkeit des eingefangenen Bildes, wird oft als eine rätselhafte und der photographischen Platte eigentümliche Erscheinung angesehen, aber zu Unrecht. Die normale Belichtung einer photographischen Platte erfordert, umgerechnet auf die Volumeneinheit des AgBr, nicht weniger absorbierte $h\nu$ -Beträge als die KH-KBr-Mischkristalle. Doch ist die Schichtdicke der AgBr-Kristalle in der photographischen Platte nur etwa 1μ . In solch kleinen Schichtdicken bleibt auch die Lichtwirkung in KH-KBr-Mischkristallen „latent“. Erst bei Kristalldicken der Größenordnung 1 cm wird sie für das Auge erkennbar. — Ein einfacher Vergleich: Wasser sieht in der Schichtdicke einiger Meter blau aus (Blaue Grotte), in einem Glas hingegen bei geringer Schichtdicke farblos.

§ 155. Allgemeines über Phosphoreszenz. Als Phosphoreszenz bezeichnet man jede durch Einstrahlung hervorgerufene Lichtemission mit merklicher oder großer Trägheit. Das heißt das An- und vor allem das Abklingen einer Phos-

phoreszenz braucht eine deutlich wahrnehmbare, oft sogar sehr lange Zeit. — „Fluoreszenz“ und „Phosphoreszenz“ werden sprachlich als Grenzfälle unterschieden, ähnlich wie „Leiter“ und „Isolator“. In Einzelfällen kann die Zuordnung strittig werden, das spielt aber praktisch keine Rolle.

Die Phosphoreszenz nimmt eine Mittelstellung ein zwischen der Fluoreszenz und den energiespeichernden photochemischen Vorgängen. Die vom Licht geschaffenen Zustände halten sich bei der Fluoreszenz nur winzige Bruchteile einer Sekunde, bei photochemischen Vorgängen in der Regel dauernd. Bei der Phosphoreszenz schafft das Licht Zustände von begrenzter, stark von der Temperatur abhängiger Haltbarkeit. Je nach den Bedingungen beobachtet man Lebensdauern zwischen Bruchteilen einer Sekunde und vielen Tagen.

Phosphoreszenz kommt nach unseren heutigen Kenntnissen nicht allein durch innermolekulare Vorgänge zustande. Es müssen mindestens mehrere Moleküle assoziiert sein. Das ist schon in zähen Lösungen zu erreichen, vollkommen aber erst in festen Körpern. Phosphoreszenzfähige Körper können oft während der Anregung auch fluoreszieren. Ihre Zahl ist, insbesondere bei tiefen Temperaturen, unübersehbar groß. — Wir behandeln in folgenden drei Gruppen: nämlich 1. feste organische Lösungen, 2. Halogenidphosphore und 3. Sulfidphosphore. Die dritte Gruppe zeigt eine Besonderheit: In ihr können die Elektronenverlagerungen bei der Bildung und bei der Rückbildung der angeregten Zustände zu elektrischen Strömen von meßbarer Größe führen. Die Elektronenbewegungen sind also in der dritten Gruppe nicht mehr auf das Innere einzelner Molekülkomplexe beschränkt.

§ 156. Phosphoreszenz fester organischer Lösungen. Bei allen wohldefinierten organischen „Phosphoren“ handelt es sich um verdünnte Lösungen (etwa 1:10⁴ und darunter). Als Lösungsmittel dienen bei tiefen Temperaturen Alkohol oder aromatische Verbindungen (Xylol, Pyridin, Chlorbenzol usw.), bei Zimmertemperatur feste wasserfreie Borsäure (Bortrioxydhydrat). Für Schauversuche eignet sich neben vielen anderen Beispielen Naphthalin in Chlorbenzol bei -185°C , oder bei Zimmertemperatur in fester Borsäure. Während der Erregung (Kohlebogenlampe mit Ultraviolettfilter) zeigen beide Lösungen starke Fluoreszenz, nach Schluß der Erregung Phosphoreszenz von sekundenlanger Dauer.

In beiden Fällen sieht man etwa 10 Banden zwischen 470 und 570 m μ . Sie sind völlig verschieden von den Fluoreszenzbanden des Naphthalins in flüssigen Lösungen (Banden zwischen 300 und 370 m μ).

Noch wirkungsvoller sind Lösungen von Phthalsäureanhydrid in fester Borsäure. Ihre grüne Phosphoreszenz erscheint etwa 1 sec lang in flammender Helligkeit.

Für quantitative Untersuchungen sind bei diesen organischen Phosphoren sowohl die gelösten Stoffe wie das Lösungsmittel zu kompliziert gebaut. Einfachere Verhältnisse bieten die jetzt folgenden phosphoreszenzfähigen Kristalle. Wir behandeln sie in zwei grundsätzlich verschiedenen Gruppen.

§ 157. Halogenidphosphore. Man kann Schwermetallhalogenide, z. B. TiCl_3 , in konzentrierten wässrigen Lösungen von Alkalihalogeniden auflösen. Sie bilden dann komplexe Ionen, z. B. von der Form TiCl_4^- . Diese Komplexe sind fluoreszenzfähig, das erste Maximum ihres Elektronen-Bandenspektrums liegt im bequem zugänglichen Ultraviolett. Die Emissionsbanden liegen im Violetten oder noch weiter im Sichtbaren.

Die gleichen Komplexe findet man in festen Lösungen von Schwermetallhalogeniden in Alkalihalogenidkristallen. Die Abb. 512 zeigt die ersten Absorptionsbanden an mehreren Beispielen: Die Banden sind offensichtlich für das zugesetzte Schwermetall kennzeichnend, ihre Lage ist fast die gleiche wie in den

wässrigen Lösungen. Die Emissionsbanden ihrer Fluoreszenz hingegen sind im Gitter nach kürzeren Wellen verschoben. Die Hauptemissionsbande des $TlCl$ in KCl (in Abb. 513 skizziert) liegt im Ultravioletten, muß also im Schauversuch mit Hilfe eines Leuchtschirmes (Platinbariumzyanür) vorgeführt werden.

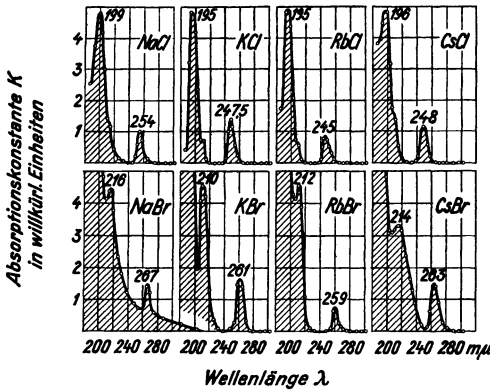


Abb. 512. Die Absorptionsspektren von 8 Alkalihalogenidphosphoren mit Tl als Schwermetallzusatz.

der Fluoreszenz, doch zeigt die Quantenausbeute der Phosphoreszenz eine ganz andere Verteilung als die der Fluoreszenz, Abb. 514. Sie ist auf den Bereich

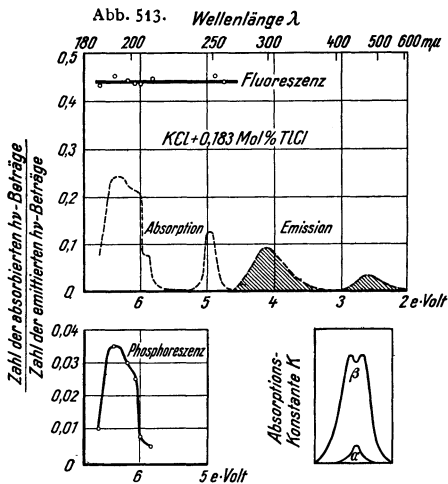


Abb. 514. hv -Energie Abb. 515.

Abb. 513/15. — Abb. 513. Quantenausbeute für die Fluoreszenz eines Tl-Cl-haltigen KCl-Kristalles. Die Konzentration des Tl-Cl ist hier größer als in Abb. 512 und daher zerfällt die kurzwellige Absorptionsbande deutlich in drei Teilbanden. — Das Bild gibt gleichzeitig ein gutes Beispiel für die Stroussche Regel. — Abb. 514. Quantenausbeute für die Phosphoreszenz eines Tl-Cl-haltigen KCl-Kristalles. — Abb. 515. Zur Deutung der Abb. 513.

der kurzwelligen Absorptionsbande beschränkt und keineswegs von der Wellenlänge unabhängig. Ihr spektraler Verlauf gleicht vielmehr weitgehend dem der Absorptionsbande. Daraus ergibt sich ein wichtiger Schluß: Die Energiespeicher für die Phosphoreszenz sind etwas anderes als die fluoreszenzfähigen Komplexe. Sie besitzen daher auch andere Absorptionsbanden als diese. Das ist in Abb. 515 schematisch skizziert. Zur Phosphoreszenzerregung gehört die niedrige Bande α mit kleiner Halbwertsbreite. Zur Fluoreszenzerregung hingegen die breite hohe Doppelbande β . Bei der Erregung der Phosphoreszenz bewirkt die Absorptionsbande der fluoreszenzfähigen Moleküle eine Fehlabsorption. Durch sie wird die Quantenausbeute der Phosphoreszenz klein und von der Wellenlänge abhängig.

Im angeregten Zustande besitzen die Energiespeicher neue Absorptionsbanden, ihre Maxima liegen z. B. für den $TlCl \cdot KCl$ -Phosphor zwischen 350 und 1550 $m\mu$. Man kennt ihre Lage, denn eine Lichtabsorption in diesen Banden versetzt die Energiespeicher in den Ausgangszustand zurück. Sie beschleunigt also die sonst durch die Wärmebewegung verursachte und zur Lichtemission führende Rückbildung. — Damit ist das Ziel der weiteren Untersuchungen gegeben: Man muß die Energiespeicher an Hand ihrer Absorptionsspektren sowohl

zur Phosphoreszenzerregung gehört die niedrige Bande α mit kleiner Halbwertsbreite. Zur Fluoreszenzerregung hingegen die breite hohe Doppelbande β . Bei der Erregung der Phosphoreszenz bewirkt die Absorptionsbande der fluoreszenzfähigen Moleküle eine Fehlabsorption. Durch sie wird die Quantenausbeute der Phosphoreszenz klein und von der Wellenlänge abhängig.

in unerregten wie im erregten Zustand chemisch identifizieren und ein Niveauschema für die verschiedenen Energiezustände aufstellen. Das wird trotz aussichtsreicher Anfänge noch manche experimentelle Arbeit erfordern. Doch sind die Bedingungen in den bis weit ins Ultraviolett klar durchsichtigen Alkali-halogenidkristallen besonders günstig.

§ 158. Sulfidphosphore. Phosphoreszenz und Temperatur. Die Sulfidphosphore, die bekanntesten unter den Leuchtfarbstoffen der Technik, enthalten als Grundstoffe Sulfide des Zinks oder der Erdalkalimetalle. Die Elektronen-Bandenabsorption der reinen, zusatzfreien Sulfide beginnt am Anfang des Ultravioletten, also bei etwa $\lambda = 400 \text{ m}\mu$ (Bereich f in Abb. 516). Eine Lichtabsorption im Bereich f erzeugt für lange Wellen einen neuen Absorptionsbereich f' (Schauversuch in Abb. 517). Er ist irgendwelchen angeregten Zuständen im Innern der Kristalle zuzuordnen. Lichtabsorption in den f' -Banden oder Temperatursteigerung stellt den Ausgangszustand wieder her, die f' -Banden verschwinden. Beide Umwandlungen, also $f \rightarrow f'$ und $f' \rightarrow f$, sind mit Verlagerungen von Elektronen verknüpft: Man beobachtet im elektrischen Felde elektrische Ströme. Ihr zeitlicher Verlauf und ihre Abhängigkeit von der Temperatur sind grundsätzlich die gleichen wie im Falle der Alkalihalogenidkristalle, also in Abb. 504 und 505.

Bei den Alkalisalzkristallen waren die beiden Elektronenbindungen durch die optischen Absorptionsbanden F und F' gekennzeichnet. Dementsprechend unterscheiden wir bei den Sulfiden f - und f' -Bindungen. Bei tiefen Temperaturen sind nicht nur die F - und die f -Bindungen ortsfest, sondern auch die F' - und f' -Bindungen. Bei hohen Temperaturen hingegen befinden sich die Elektronen der F' - und f' -Bindungen in thermischer Diffusion, d. h. die Bindungen sind nicht mehr ortsfest.

Die Änderungen der Elektronenbindung im Grundstoff verlaufen ohne Lichtemission. Man kann sie aber zur Anregung einer Lichtemission nutzbar machen. Zu diesem Zweck muß man in den kristallinen Grundstoff „Leuchtmoleküle“ einbauen. Das erreicht man am einfachsten durch Zusatz winziger Mengen (etwa 10^{-4}) anderer Metallsulfide, z. B. von CuS zu ZnS oder von Bi_2S_3 zu CaS^1 .

Das ultraviolette Absorptionsspektrum wird durch die kleinen Zusätze nur unwesentlich verändert. Der langwellige Ausläufer der Absorptionsbanden f verschiebt sich z. B. bei den Zinksulfiden nur etwas in Richtung längerer Wellen. Bei den Erdalkalimetallsulfiden bekommt der langwellige Ausläufer eine Struktur. Ein Beispiel findet sich in der zweiten Zeile der Abb. 516.

Die Lichtabsorption findet auch bei Anwesenheit der Leuchtmoleküle ganz überwiegend im Grundstoff statt. Erfolg der Lichtabsorption ist also wieder das Auf-

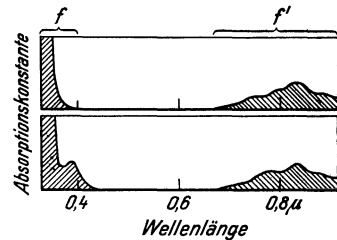


Abb. 516. Zwei schematische Darstellungen für die Elektronenabsorptionsbanden von Sulfidkristallen, links ohne, rechts mit angeregten Zuständen.

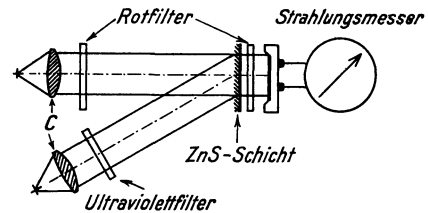


Abb. 517. Optischer Nachweis der langwelligen Absorptionsbanden f' angeregter Zustände in reinem ZnS. Schauversuch. Die Durchlässigkeit einer etwa 0,1 mm dicken Schicht von ZnS-Pulver wird während der Einstrahlung von ultraviolettem Licht erniedrigt. Nach Schluß dieser Einstrahlung stellt sie sich in wenigen Sekunden auf den alten, zum unangeregten Kristall gehörenden Wert ein. Als Strahlungsmesser eignet sich ein Selen-Lichtelement (Abb. 39). Zur Fortsetzung des Versuches kann man das ZnS durch einen fertigen Phosphor ersetzen und damit die nebensächliche Rolle der Leuchtmoleküle vorführen.

¹⁾ An diesem Beispiel ist die Bedeutung der winzigen Schwermetallzusätze 1886 von A. VERNEUIL erkannt worden.

treten von f' -Bindungen. Bei der Rückbildung in f -Bindungen wird Energie frei. Diese kann oft 10 und mehr Netzebenen durchlaufen, die wenigen Leuchtmoleküle erreichen und anregen. Die Anregungsenergie wird dann gleich darauf (höchstens 10^{-8} sec später) als Phosphoreszenzlicht emittiert. Die ganzen in Abb. 504 und 505 schraffierten Stromzeitflächen werden bei den Sulfid- und verwandten Phosphoren von einer Lichtemission begleitet. Die Trägheit der Phosphoreszenz, das Nachleuchten, ist durch die Lebensdauer der f' -Bindungen bestimmt. Ortsfeste f' -Bindungen können Stunden und Tage haltbar sein. Hingegen halten sich die nichtortsfesten f' -Bindungen der thermisch diffundierenden Elektronen nur kurz. Je größer ihre Konzentration, desto kleiner die Lebensdauer. Einem anfänglichen jähen Abfall folgt im Verlauf weiterer Sekunden ein langsames Ausklingen wie in Abb. 505 (im Schrifttum „ n -Prozeß“ genannt).

Die zu den f und f' gehörenden Zustände in den Kristallen kann man je nach dem Standpunkt physikalisch oder chemisch deuten. Auch dazu ist das Wesentliche schon auf S. 270 für die F und F' -Bindungen gesagt.

Erfahrungsgemäß führt die Lichtabsorption im langwelligen Ausläufer des f -Absorptionsbereiches zu den am längsten haltbaren f' -Bindungen. Das gilt vor allem auch nach Zusatz der Leuchtmoleküle und der damit verknüpften Erweiterung des Absorptionsspektrums. Die f - und f' -Bindungen sind weniger einheitlich als die F - und F' -Bindungen im einfachen Schulbeispiel der nichtphosphoreszierenden Alkalihalogenidkristalle. Oft liegt das an der Zusammensetzung der Phosphore. Häufig mischt man zwei Grundstoffe, z. B. ZnS und CdS. Die Erdalkaliphosphore enthalten überdies meist Sulfate und Flußmittel. Man muß daher die Absorptionsbanden f und f' näher analysieren und einzelne Teilmaxima bestimmten Zuständen zuordnen.

Die Emissionen der technisch hergestellten Sulfidphosphore sind recht verschieden. Ein Manganzusatz gibt praktisch stets die gleichen Leuchtmoleküle: Ihre Emission erscheint immer orangefarben. Bei anderen Leuchtmolekülen hängt die Lage der Emissionsbanden stark vom Einbettungsmittel ab. Am häufigsten sieht man in der Praxis Zinksulfide mit einem Zusatz von Kupfersulfid. Sie geben eine hellgrüne Emission.

Bei Mangan-Phosphoren bewirkt eine Lichtabsorption in der f' -Bande eine starke Anfachung. Das heißt der optisch ausgelöste Übergang $f' \rightarrow f$ verstärkt die schon thermisch ausgelöste Lichtemission. Beim ZnS-Phosphor mit Kupferzusatz hingegen liefert nur der thermisch ausgelöste Übergang $f' \rightarrow f$ starkes Phosphoreszenzlicht. Bei der optischen Auslösung dieses Überganges wird die frei werdende Energie größtenteils in Wärme verwandelt. Der zuvor hell leuchtende Phosphor wird rascher verdunkelt als durch die Wärmebewegung allein. Die „Auslöschung“ war schon um 1800 bekannt (Goethes Farbenlehre § 678), heute wird sie meistens Tilgung genannt. Anfachung und Tilgung sind keineswegs eine Besonderheit der beiden genannten Phosphore. Sie finden sich, nach Spektralbereichen getrennt und einander teilweise überlagernd, auch bei den übrigen. Das ist ebenfalls nur mit einer Reihe verschiedenartiger f' -Bindungen zu deuten.

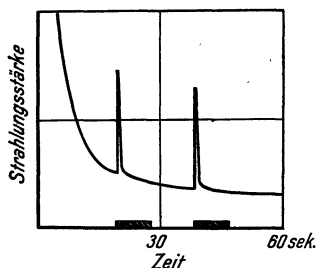


Abb. 518. Zerstörung angeregter Zustände in Phosphoren durch ein äußeres elektrisches Feld. Das Feld ist während der schraffierten Zeitbereiche angelegt.

Die Rückbildung der f' - in die f -Bindung läßt sich außer durch Wärme und Lichtabsorption im Bereich der f' -Banden auch durch äußere elektrische Felder auslösen. Die Abb. 518 gibt ein Beispiel. Die abfallende Kurve zeigt das allmähliche Ausklingen der Phosphoreszenzstrahlung eines Zinksulfidphosphors mit Manganzusatz. Die überlagerten Zacken entstehen jedesmal durch kurzes Anlegen eines elektrischen Feldes, der Phosphor blitzt auf.

Die Leuchtmoleküle brauchen nicht immer durch Zusätze fremder Sulfide erzeugt zu werden. ZnS der äußersten und nur im technischen Großbetriebe erzielbaren Reinheit kann bei geeigneter Wärmebehandlung als Phosphor leuchten, und zwar mit einer zwischen 430 und 520 $m\mu$ gelegenen Bande. In diesem Fall muß das ZnS zu gleichen Teilen in seinen beiden verschiedenen Gittern kristallisieren, nämlich im Zinkblende- und im Wurtzittyp. Ähnliche Phosphore aus chemisch einheitlichen Substanzen gibt es vor allem bei tiefen Tem-

peraturen in nicht unbeträchtlicher Zahl. Als Beispiel nennen wir Bariumplatinzyanür. Fein gepulvert dient es auf Leuchtschirmen zum Nachweis von ultraviolettem und von Röntgenlicht. Bei Zimmertemperatur ist die Haltbarkeit seiner angeregten Zustände unmerklich klein. Man könnte fälschlich an eine echte Fluoreszenz denken, also an eine Lebensdauer von 10^{-8} sec. Unter -100°C zeigt jedoch auch Bariumplatinzyanür eine sekundenlang dauernde Phosphoreszenz.

Neuerdings benutzt man Phosphore in Verbindung mit Hg-Dampflampen für Beleuchtungszwecke. Hg-Lampen vermögen bis zu etwa 80% der elektrisch zugeführten Leistung in ultraviolette Strahlung umzusetzen. Mit dieser erregt man Phosphore und läßt sie sichtbares Licht aussenden.

Die $h\nu$ -Beträge des sichtbaren Lichtes sind nur etwa halb so groß wie die des erregenden ultravioletten Lichtes. Dadurch gehen etwa 50% der Strahlungsleistung verloren. Trotzdem kann man noch rund 40% der aufgewandten elektrischen Leistung in eine für das Auge nutzbare Strahlung von angenehmem Farbton verwandeln.

Dieser technische Erfolg wird in absehbarer Zeit noch zu überbieten sein. Man kann den Umweg über die ultraviolette Strahlung vermeiden und die i' -Bindungen der Elektronen in den phosphoreszenzfähigen Kristallen direkt auf elektrischem Wege erzeugen, nämlich durch Leitungsströme in diesen Kristallen. Auch aus diesem Grunde haben wir bei der Darstellung der Phosphoreszenz die Leitungsvorgänge in den Vordergrund gerückt. In Laienkreisen erwartet man einen Fortschritt oft von einer Lichterzeugung auf chemischem Wege, und zwar anknüpfend an die von der Natur gelieferten Vorbilder (Leuchtbackterien, Leuchtinsekten usw.). Die bisherigen Erfahrungen mit chemischer Lichterzeugung sind aber wenig ermutigend. Selbst in den günstigsten Fällen, z. B. bei der Oxydation von 3-Aminophthalhydrazid in Gegenwart von Wasserstoffsperoxyd (Schauversuch!) erreicht man nur einen Nutzeffekt von wenigen Zehntel Prozent.

Hingegen kann man von Phosphoren als „Lichtakkumulator“ nicht viel erwarten. 1 g eines Phosphors enthält der Größenordnung nach 10^{22} Moleküle, doch kann man erfahrungsgemäß höchstens 10^{18} langlebige F' -Zustände je Gramm erzielen. Jeder einzelne speichert einen Energiebetrag der Größenordnung 3 eVolt. Folglich kann man je Gramm eines phosphoreszierenden Stoffes bestenfalls etwa $3 \cdot 10^{18}$ eVolt = $\frac{1}{2}$ Wattsekunde unterbringen.

§ 159. Ausbeute der lichtelektrischen Wirkung. Die optischen Anregungsvorgänge in Kristallen können teils allein, teils unter Mitwirkung der Wärmebewegung elektrische Ströme erzeugen. Dabei werden die Elektrizitätsträger teils im Kristall gebildet (Primärströme), teils durch eine Eigenart des Leitungsmechanismus von den Elektroden hinzugeliefert (Sekundärströme). So entstehen die mannigfachen Vorgänge der „inneren lichtelektrischen Wirkung“ oder „lichtelektrischen Leitung“. Sie sind im Rahmen der Elektrizitätslehre zu behandeln (§ 121, V. Aufl.). — Hier kommen wir noch einmal auf die äußere lichtelektrische Wirkung zurück.

In § 118 wurde der Einfluß der Lichtfrequenz auf die Energie der Elektronen ausgiebig besprochen, hingegen die Zahl der Elektronen und die lichtelektrische Ausbeute überhaupt nicht erwähnt. Das kann jetzt nachgeholt werden.

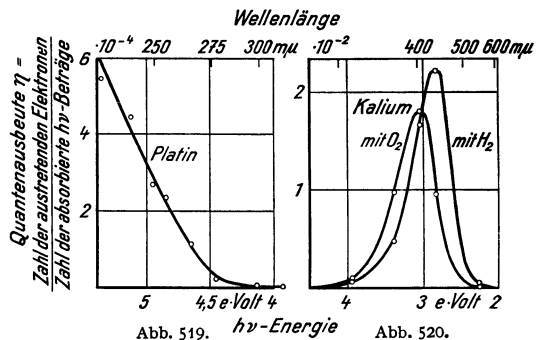


Abb. 519/20. — Abb. 519. Einfluß der Wellenlänge auf die Elektronenausbeute beim normalen Photoeffekt des Platins. Die Pt-Fläche bildete einen fast allseitig geschlossenen Hohlraum, absorbierte also wie ein „schwarzer Körper“ alle einfallende Strahlung. — Abb. 520. Einfluß der Wellenlänge auf die Elektronenausbeute beim selektiven Photoeffekt des Kaliums in wasserstoffhaltiger und in sauerstoffhaltiger Umgebung. Anordnung wie in Abb. 519. Im Maximum bekommt man als lichtelektrischen Strom etwa 10 Milliampere je Watt absorbiertes Strahlungsleistung. Diese Ausbeuten sind gleich bei der Auffindung der Erscheinung erreicht worden. Zahlreiche spätere Bemühungen der Technik haben sie nicht verbessern können. Doch sind Fortschritte in der Haltbarkeit der Photozellen erzielt worden, vor allem für die Empfindlichkeit im Gebiet langer Wellen.

Im allgemeinen steigt die Zahl der Elektronen, bezogen auf gleiche absorbierte Lichtenergie, gleichförmig mit abnehmender Wellenlänge. Die Abb. 519 gibt ein Beispiel. Für $\lambda > 200 \mu\mu$ erfordert der Austritt eines Elektrons mehr als $1000 h\nu$ Beträge!

Diese geringe Ausbeute kann nicht nur auf Absorptionsverluste der Elektronen auf ihrem Wege zur Metalloberfläche zurückgeführt werden. Die mittlere Reichweite des Lichtes ist in Metallen größenordnungsmäßig gleich 30 Netzebenen-Abständen. Man sollte mindestens die Elektronen aus der obersten Netzebene, also rund 3% verlustlos bekommen.

Nicht ganz so schlecht, nämlich rund 1%, sind die Ausbeuten bei den heute in Wissenschaft und Technik gleich unentbehrlichen Photozellen. Ihre Kathoden werden aus Alkalimetallen hergestellt, jedoch unter Mitwirkung von aktivem Wasserstoff, von Sauerstoff, Schwefel usw. Die Abb. 520 gibt die

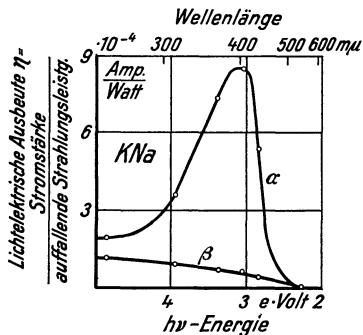


Abb. 521. Einfluß der Orientierung des elektrischen Lichtvektors auf die Elektronenausbeute des selektiven Photoeffektes an einer flüssigen KNa-Legierung. Die Ausbeute ist nur auf gleiche auffallende Strahlungsleistung bezogen. Die wirksame Lichtabsorption erfolgt nicht im kompakten Metall, sondern in einer unsichtbaren adsorbierten Schicht. Vgl. Abb. 523.

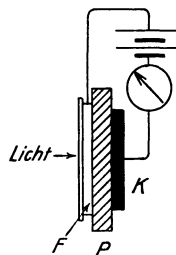


Abb. 522. Selektiver Photoeffekt des K in einer unsichtbaren Grenzschicht zwischen Kalium und Glas. Man darf nur kleine Elektrizitätsmengen fließen lassen, anderenfalls wird das elektrische Feld zerstört.

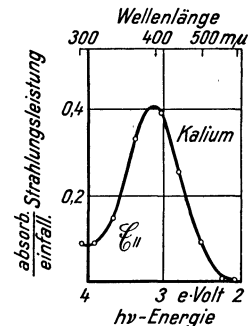


Abb. 523. Vektorabhängige Lichtabsorption einer dünnen, an Quarz adsorbierten K-Schicht im Gebiet des selektiven Photoeffektes. Für kurze Wellen sind Lichtverluste durch Streuung nicht ausreichend berücksichtigt worden.

spektrale Verteilung der lichtelektrischen Ausbeute in zwei solchen Kaliumzellen. Beide zeigen eine dunkle, oft unmetallisch aussehende Oberfläche. Eine gleiche Verteilung der Ausbeute kann man auch an optisch einwandfrei spiegelnden Oberflächen von flüssigen Alkalilegerungen erhalten (Abb. 521), jedoch dann nur in einem Sonderfall: Der elektrische Lichtvektor muß eine Komponente senkrecht zur Metalloberfläche besitzen (Kurve α). Das Licht darf also nicht senkrecht einfallen und linear polarisiertes Licht darf nicht senkrecht zur Einfallsebene schwingen. Sonst bekommt man nur einen „normalen“ Anstieg der Ausbeute, Kurve β .

Die spektrale Verteilung dieser selektiven lichtelektrischen Wirkung zeigt die gleiche Gestalt wie die Absorptionsbande F in den Alkalisalzkristallen. Diese Übereinstimmung ist keine äußerliche. Der selektive Photoeffekt entsteht durch Alkalimetalle in einer ähnlichen Bindung wie die der Atome im Innern der Kristalle. Mit der Verteilungskurve der Ausbeute mißt man auf elektrischem Wege die Absorptionsbande des atomar gebundenen Metalles.

Diese Auffassung stützt sich vor allem auf einen wenig bekannten Versuch: Der selektive Photoeffekt läßt sich nicht nur an freien Oberflächen, sondern auch in Grenzschichten zwischen zwei festen Körpern beobachten. In Abb. 522 ist eine beliebige isolierende Kristall- oder Glasplatte P auf der rechten Seite mit einer dicken Kaliumschicht K überzogen, auf der linken ist eine durchsichtige Flüssigkeitselektrode F angebracht. Bei Belichtung gibt es leicht meßbare Ströme. Sie sind anfänglich der Strahlungsleistung proportional. Ihre spektrale Verteilung

ist die gleiche wie in Abb. 520. Die Ströme sind von der Feldrichtung unabhängig: Folglich kann der Ursprungsort der Elektronen nicht die blanke massive *K*-Fläche sein, sondern nur fein verteiltes Metall innerhalb einer dünnen unsichtbaren Grenzschicht zwischen Metall und Isolator.

Auf ebenen Unterlagen (z. B. auf dem *KNa*-Spiegel in Abb. 521) ist die Lichtabsorption des fein verteilten Metalles mit starkem Dichroismus verbunden. Das zeigt man mit einer äußerst dünnen Kaliumhaut auf gut entgasten Quarzplatten. Solche Häute sind bei senkrechtem Lichteinfall nahezu unsichtbar. Bei schräger Aufsicht sieht man sie nur, falls der elektrische Lichtvektor in der Einfallsebene schwingt. Eine *K*-Schicht erscheint dann gelb gefärbt (Schauversuch). Ihre Absorptionsbande hat die gleiche Gestalt wie die lichtelektrische Ausbeutekurve für Kalium in sauerstoffhaltiger Umgebung, Abb. 523. — Die Entstehung dieses Dichroismus ist noch nicht geklärt, es gibt verschiedene Möglichkeiten.

§ 160. Allgemeines über Temperaturstrahlung. Die thermisch angeregte Strahlung, die Strahlung warmer Körper und der Flammen, ist seit grauer Vorzeit bekannt und zur Lichterzeugung ausgenutzt worden. Die Erforschung der thermischen Strahlung war daher nicht nur wissenschaftlich, sondern auch technisch bedeutsam. — Den Ausgangspunkt bildeten vier heute allbekannte qualitative Erfahrungen:

1. Alle Körper strahlen sich gegenseitig Energie zu. Dabei werden die wärmeren abgekühlt, die kälteren erwärmt. — Zur Vorführung muß man die Wärmeleitung ausschalten. Deswegen benutzt man zweckmäßigerweise zwei einander gegenüberstehende Hohlspiegel mit einem Abstand von etlichen Metern. In den Brennpunkt des einen setzt man einen Strahlungsmesser (Thermoelement). In den Brennpunkt des anderen hält man erst einen warmen Finger, dann ein mit Eiswasser gefülltes Gefäß. Im ersten Fall zeigt der Strahlungsmesser Erwärmung, im zweiten Abkühlung (scherzhaft: Kältestrahlung).

2. Die Strahlungsstärke steigt jäh mit wachsender Temperatur. — Zur Vorführung versieht man einen elektrischen Kochtopf mit einem Thermometer und stellt ihn als „strahlenden Sender“ in etwa $\frac{1}{2}$ m Abstand vor einen Strahlungsmesser als „Empfänger“.

3. Mit wachsender Temperatur ändert sich die Verteilung der Strahlungsstärke im Spektrum. — Jeder langsam elektrisch angeheizte Draht zeigt die Reihenfolge: unsichtbare, nur den Wärmesinn reizende Strahlung, dann Rotglut, Gelbglut, Weißglut.

4. Bei gleicher Temperatur strahlt ein lichtabsorbierender Körper mehr als ein für Licht durchlässiger. — Zur Vorführung erhitzt man verschiedene gleich große Körper nebeneinander in gleichen, nichtleuchtenden Bunsenflammen und beobachtet das Leuchten der Körper: Ein Stab aus klarem Glas absorbiert praktisch kein sichtbares Licht und leuchtet nur ganz schwach. Ein Stab aus gefärbtem Glas absorbiert einen Teil des sichtbaren Lichtes und leuchtet stark. Ein klares Glasrohr, gefüllt mit feinem Pulver des gefärbten Glases, zerstreut einfallendes sichtbares Licht. Das Licht kann nur zu kleinem Teil in das Innere vordringen und dabei absorbiert werden. Das Pulver absorbiert also weniger als das massive Stück, und demgemäß leuchtet es auch weniger als das massive. — Oder ein anderes Beispiel: Eine hell leuchtende Flamme von benzoldampfhaltigem („karburiertem“) Leuchtgas wird vor den Kondensator eines Projektionsapparates gestellt: Auf dem Wandschirm erscheint ein tiefdunkles Bild der Flamme. Die zahllosen feinen in den Flammgasen schwebenden Kohleteilchen (Ruß) absorbieren einen merklichen Teil vom Licht der Projektionslampe. — Dann wird die Flamme in bekannter Weise durch Luft-

zufuhr in eine „Bunsenflamme“ verwandelt, d. h. es wird aller Kohlenstoff verbrannt und die Rußbildung verhindert. Infolgedessen ist auf dem Wandschirm kein Flammenbild zu sehen, die Flamme absorbiert nicht mehr sichtbares Licht. Zugleich ist ihre Emission verschwunden. Eine sichtbares Licht nicht absorbierende Flamme kann auch kein sichtbares Licht aussenden. — Eine Kerzenflamme ergibt ebenfalls im Projektionsapparat ein dunkles Bild. Allgemein beruht also die thermische Erzeugung des Glühlichts durch Flammen auf der Strahlung fester, sichtbares Licht absorbierender Körper, nämlich der Rußteilchen.

Durch diese und ähnliche Versuche hat sich schließlich die Fragestellung ergeben: Wie hängt die Strahlungsdichte eines Körpers in den einzelnen Bereichen des Spektrums von der Temperatur ab?

Der Begriff Strahlungsdichte ist auf S. 55 für spektral unzerlegtes Licht definiert worden, und zwar als das Verhältnis

$$S^* = \frac{\text{Strahlungsstärke } J_\vartheta \text{ in Richtung } \vartheta}{\text{Zur Richtung } \vartheta \text{ senkrechte Projektion der strahlenden Fläche}} \quad (\text{Abb. 131}).$$

S^* ist also die Flächendichte der Strahlungsstärke, ihre Dimension ist $\frac{\text{Watt}}{\text{Raumwinkel}}/\text{m}^2$. — S^* ist von der Strahlungsrichtung unabhängig.

Bei spektraler Zerlegung kann eine endliche Strahlungsdichte immer nur einem Spektralbereich zugeordnet werden. Man muß daher die Strahlungsdichte auf den Frequenzbereich $d\nu$ oder auf den Wellenlängenbereich $d\lambda$ beziehen, also entweder

$$\frac{S^*}{d\nu} = S_\nu^* \quad \text{oder} \quad \frac{S^*}{d\lambda} = S_\lambda^*. \quad (299)$$

Die soeben gestellte Frage läßt sich sowohl experimentell wie theoretisch nur in einem Sonderfall umfassend und streng beantworten, nämlich für die Strahlung eines sog. „schwarzen Körpers“. Das Wichtigste soll in § 161 kurz zusammengestellt werden.

§ 161. Der schwarze Körper und die Gesetze der schwarzen Strahlung. Zunächst ein paar Worte über die seltsamen Namen. — Schwach reflektierende Flächen werden in einer stärker reflektierenden Umgebung und normaler Beleuchtung (Tageslicht, Glühlicht) mit der Farbe Schwarz gesehen. Die Lichtreflexion Null läßt sich mit einem kleinen Loch in der Oberfläche eines lichtundurchlässigen Kastens verwirklichen. Ein solches Loch erscheint noch ausgesprochener schwarz als eine danebengehaltene Rußschicht. Alles einfallende Licht wird absorbiert, und zwar unter mehrfacher, meist diffuser Reflexion. An diese, schon im 18. Jahrhundert beschriebene Beobachtung anknüpfend, hat man später einen lichtundurchlässigen Hohlraum mit einer kleinen Öffnung einen „schwarzen Körper“ genannt. Einem Vorschlage von G. KIRCHHOFF (1859) folgend hat man solche schwarzen Körper auf gleichförmig verteilte, hohe Temperatur erhitzt und ihre Öffnung als Strahler benutzt. Die aus der Öffnung austretende Strahlung wird „schwarze Strahlung“ genannt. Die Strahlungsdichte dieser Öffnung ist — der hundertprozentigen Absorption entsprechend — größer als die Strahlungsdichte irgendeiner anderen Fläche von gleicher Temperatur. Außerdem ist sie völlig unabhängig vom Baustoff des schwarzen Körpers.

Für einen Schauversuch bringt man ein etwa 15 cm langes Platinrohr von etwa 2 cm Durchmesser in freier Luft elektrisch zum Glühen. Auf die Rohrwand ist mit Eisenoxyd ein schwach reflektierendes Kreuz gezeichnet. In seiner Nähe ist die Rohrwand durch ein kleines Loch unterbrochen. Am wenigsten leuchtet das blanke, gut reflektierende Platin, stärker das schwach reflektierende Kreuz, am stärksten aber das gar nicht reflektierende „schwarze“ Loch.

Größere schwarze Körper baut man aus feuerfesten keramischen Massen. Meist genügt ein langes Rohr mit ein paar eingesetzten Querblenden. Die Außenwand wird mit Isolier-

masse verkleidet, um an Heizenergie zu sparen. Für Meßzwecke bei hohen Temperaturen sind Wolframkörper sehr geeignet. Man montiert und beheizt sie ebenso wie die Wolframkörper in einer Glühlampe, verzichtet also auf einen äußeren Wärmeschutz.

Wesentlich für jeden brauchbaren schwarzen Körper ist eine ganz gleichförmige Verteilung der Temperatur in seinem Inneren. Ist sie erreicht, so kann man, durch das Loch blickend, im Inneren keinerlei Einzelheiten erkennen. Jedes Flächenelement des Inneren hat ganz unabhängig von seiner Beschaffenheit die gleiche Strahlungsdichte: Stark absorbierende Flächenstücke emittieren selbst viel und reflektieren wenig von der Strahlung aller übrigen Flächenstücke. Für schwach absorbierende Flächenstücke gilt das Umgekehrte. Sie emittieren selbst nur wenig, reflektieren dafür aber um so mehr von der einfallenden Strahlung der übrigen Flächenstücke. Das läßt sich in mannigfacher Form vorführen, teils im Laboratorium, teils in großen technischen Öfen, z. B. in den Schmelzöfen der Glashütten oder in den Ofenkammern der Kokereien.

Für die „schwarze“ Strahlung, also die Strahlung aus der Öffnung eines schwarzen Körpers, ist die Verteilung der Strahlungsdichte auf die verschiedenen Spektralintervalle außerordentlich sorgfältig untersucht worden, und vor allem auch ihre Abhängigkeit von der Temperatur. Die Ergebnisse sind in den Abb. 524 und 525 dargestellt. Als Ordinate sind links S_λ^* , rechts S_ν^* eingetragen, d. h. die Strahlungsdichte S^* der Öffnungsfläche ist links auf gleiche Wellenlängenbereiche, rechts auf gleiche Frequenzbereiche bezogen.

Die von den einzelnen Kurven umfaßten Flächen, also links $\int S_\lambda^* d\lambda$ und rechts $\int S_\nu^* d\nu$ bedeuten die Strahlungsdichte S^* ohne spektrale Zerlegung. Daher sollen die einander entsprechenden Flächen zweckmäßigerweise in Abb. 524 und 525 gleich groß erscheinen. Das ist durch passende Wahl des Abszissenmaßstabes erreicht worden.

Um die formelmäßige Darstellung der empirischen Ergebnisse haben sich hervorragende Physiker bemüht, den letzten Erfolg erzielte Ende 1900 MAX PLANCK mit seiner berühmten Strahlungsformel:

$$S_\lambda^* = \frac{C_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\frac{C_2}{e^{\lambda T}} - 1} \tag{300) 1}$$

oder

$$S_\nu^* = C_3 \cdot \nu^3 \cdot \frac{1}{e^{\frac{C_4 \nu}{T}} - 1} \tag{301) 1}$$

C_1 bis C_4 sind empirische Konstanten mit den Werten

$$C_1 = 1,176 \cdot 10^{-16} \text{ Watt} \cdot \text{m}^2, \quad C_2 = 1,432 \cdot 10^{-2} \text{ Meter} \cdot \text{Grad},$$

$$C_3 = 1,47 \cdot 10^{-50} \frac{\text{Watt} \cdot \text{sec}^4}{\text{m}^2}, \quad C_4 = 4,78 \cdot 10^{-11} \text{ sec} \cdot \text{Grad}.$$

Diese Konstanten wollte PLANCK auf universelle Naturkonstanten zurückführen. Dabei machte er eine der größten physikalischen Entdeckungen, er fand die neue universelle Naturkonstante h . PLANCK benutzte als erster die Energiegleichung $E = h \cdot \nu$ und eröffnete mit ihr den Zugang zur Welt des atomaren Geschehens.

Es gibt heute eine ganze Reihe von Ableitungen für die PLANCKSche Formel. Wir verweisen auf die Darstellungen in allen Lehrbüchern der theoretischen Physik. Unabhängig von der Herleitung aber bleibt der Zusammenhang der

1) Im sichtbaren Spektralbereich, also für $\lambda < 0,8 \mu$, kann man bis $T = 3000^\circ$ abs. das Glied -1 im Nenner fortlassen. Der Fehler bleibt unter 1 Promille (Strahlungsformel von W. WIEN).

empirischen Konstanten in der Strahlungsformel mit den universellen Naturkonstanten. Es gilt

$$C_1 = 2hc^2, \quad C_2 = \frac{hc}{k}, \quad C_3 = \frac{2h}{c^2}, \quad C_4 = \frac{h}{k}.$$

h = PLANCKSche Konstante = $6,62 \cdot 10^{-34}$ Watt · sec²,

k = Gaskonstante je Molekül = $1,38_4 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Watt} \cdot \text{sec}}{\text{Grad}}$,

c = Lichtgeschwindigkeit = $3 \cdot 10^8$ m/sec.

Die PLANCKSche Strahlungsformel enthält zwei wichtige, schon vorher gefundene Gesetzmäßigkeiten als Sonderfälle.

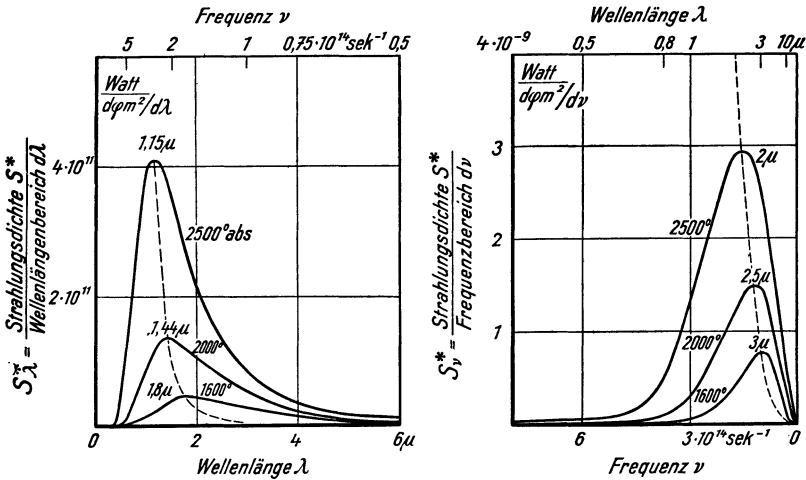


Abb. 524.

Abb. 525.

Abb. 524/25. Verteilung der Strahlungsdichte im Spektrum eines schwarzen Körpers, links bezogen auf gleiche Wellenlängenintervalle, rechts auf gleiche Frequenzintervalle. Die Kurven und die Gl. (300) und (301) gelten für unpolarisierte Strahlung.

I. Das Gesetz von STEFAN-BOLTZMANN: Die gesamte von einer Fläche f auf ihrer einen Seite ausgestrahlte Leistung W ($= \pi S^* f$, S. 56) steigt proportional mit der 4. Potenz der absoluten Temperatur T , also

$$W = \sigma \cdot f \cdot T^4. \tag{303}$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 h^4}{15 c^2 h^3} = 5,75 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2 \text{ Grad}^4}.$$

Die Sonne strahlt näherungsweise wie ein schwarzer Körper. An der Sonnenoberfläche ist (S. 56)

$$\frac{W}{f} = \pi S^* = 6,1 \cdot 10^7 \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}.$$

Dem entspricht nach Gl. (303) eine Temperatur von 5700° abs.

Bei praktischen Anwendungen dieser Gleichung will man oft die einem Körper durch Strahlung entzogene Leistung bestimmen. Dann muß man neben der vom Körper ausgestrahlten Leistung auch die von der Umgebung zugestrahlte Leistung berücksichtigen. Dadurch verkleinert sich die durch Strahlung abgegebene Leistung. Es gilt

$$W = \sigma \cdot f (T^4 - T_u^4)$$

(T_u = Temperatur der Umgebung).

II. Das Verschiebungsgesetz von W. WIEN: Die Wellenlänge λ_{max} mit dem Höchstwert der Strahlungsdichte je Wellenlängenbereich ist der absoluten

Temperatur T umgekehrt proportional. Es gilt

$$\lambda_{\max} \cdot T = \frac{hc}{4,97 \cdot k} = 2,88 \cdot 10^{-3} \text{ Meter} \cdot \text{Grad} = 2880 \mu \cdot \text{Grad}. \quad (304)$$

In. Sonnenspektrum beobachtet man den Höchstwert von S_{λ}^* bei der Wellenlänge $\lambda = 0,48 \mu$. Dem entspricht für einen schwarzen Körper die Temperatur 6000° abs.

§ 162. Selektive thermische Strahlung. Beim schwarzen Körper ist das Verhältnis

$$\frac{\text{absorbierte Strahlungsleistung}}{\text{einfallende Strahlungsleistung}} = A,$$

genannt das Absorptionsvermögen, für alle Wellenlängen $= 1$. Für alle übrigen Körper ändert sich A mit der Wellenlänge, und außerdem ist es immer kleiner als 1. Aus diesem Grunde bekommt man bei einer bestimmten Temperatur und Wellenlänge statt der Strahlungsdichte S_{λ}^* des schwarzen Körpers nur den Bruchteil $A \cdot S_{\lambda}^*$. Am kleinsten ist A im Falle „starker Absorption“ ($S. 131, w < \lambda$), also bei den Metallen. Die Strahlung kann nicht tief in Metalle eindringen, oft müssen über 90% der einfallenden Leistung als reflektiertes Licht umkehren, statt absorbiert zu werden. Bei „schwacher Absorption“ ($w > \lambda$) werden nur wenige Prozente der Strahlung durch Reflexion am Eindringen verhindert, und daher kann der größte Teil der einfallenden Strahlung absorbiert werden. Das geschieht aber erst in großen, für technische Zwecke unbrauchbaren Schichtdicken. Hinzu kommt eine weitere Verwicklung: Die optischen Konstanten ändern sich mit der Temperatur.

Man beherrscht diese Abhängigkeit nur für wenige Fälle in begrenzten Spektralbereichen, z. B. bei den Metallen im Ultrarot. Dort werden die Reflexionsverluste R nur von der elektrischen Leitfähigkeit der Metalle bestimmt ($S. 189$), und deren Temperaturabhängigkeit ist gut bekannt.

Im allgemeinen kann man daher für nichtschwarze Körper die Abhängigkeit der Größe S_{λ}^* von λ nur experimentell bestimmen, und das auch nur näherungsweise. Sehr wenige Körper überstehen große Temperaturänderungen ohne bleibende Umwandlungen. Fast immer hängt die Struktur des Inneren und der Oberfläche stark von der thermischen Vorgeschichte ab. Ein mikrokristallines Gefüge wird in ein grobes Mosaik gut reflektierender Einkristalle verwandelt usw.

Das alles spielt bei der Anwendung der thermischen Strahlung für Beleuchtungszwecke eine große Rolle. Die Aufgabe der Lampentechnik ist vom physikalischen Standpunkt leicht formuliert. Man soll undurchsichtige Körper mit kleinen Reflexionsvermögen erhitzen und durch genügend hohe Temperatur die größten Strahlungsdichten in den sichtbaren Spektralbereich verlegen. Das erfordert Temperaturen in der Größenordnung 6000° abs. Metalle mit sehr hohem Schmelzpunkt, z. B. W ($T_s =$ etwa 3700° abs.), vertragen aber der Verdampfungsverluste halber auf längere Zeit nur Temperaturen von etwa 2700° abs.¹⁾ oder höchstens 3400° abs.²⁾ Auch dann muß die Verdampfung schon mit Hilfe indifferenten Gasatmosphären (Ar, Kr) herabgesetzt werden. Die physikalisch erwünschten Temperaturen sind also technisch nicht zu erreichen. Doch bleibt noch ein zweiter Weg offen. Man verzichtet auf sehr hohe Temperaturen, versucht aber Körper mit selektivem Absorptionsvermögen zu finden. Im Idealfall soll A überall im sichtbaren Spektralbereich gleich 1, in allen übrigen Spek-

¹⁾ Das ist die normale Betriebstemperatur gasgefüllter Wolframlampen mit Doppelwendeldraht. Sie strahlen nahezu schwarz. Ihre Lebensdauer ist größer als 1000 Stunden.

²⁾ Wolframlampen für Sonderzwecke, z. B. für Monochromatoren. Lebensdauer nur noch 1 bis 2 Stunden.

tralbereichen aber gleich Null sein. Leider kann man aber auch das nur mit einer bescheidenen Näherung verwirklichen, z. B. beim Auerbrenner.

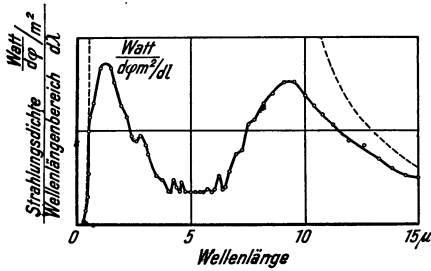


Abb. 526. Strahlungsdichte je Wellenlängenintervall, ausgezogene Kurve für den Auerstrumpf, punktierte Kurve für den schwarzen Körper von gleicher Temperatur.

absorptionsvermögen des Strumpfes niedrig, und dadurch wird die für Beleuchtung unnötige Strahlungsdichte im Gebiet dieser ultraroten Wellen klein. Für $\lambda > 9 \mu$ nähert sie sich wieder der Strahlungsdichte des schwarzen Körpers.

§ 163. **Optische Temperaturmessung. Schwarze Temperatur und Farbtemperatur.** Die schwarze Strahlung und ihre Gesetze finden in der Messung hoher Temperaturen etwa aufwärts von 600°C eine wichtige Anwendung. Über 2600°C ist man überhaupt allein auf optische Temperaturmessung angewiesen¹⁾. Beispiele fanden sich schon in § 161.

Meist vergleicht man in einem engen Spektralbereich die Strahlungsdichte S_λ^* des Körpers von unbekannter Temperatur mit der Strahlungsdichte eines schwarzen Körpers von bekannter Temperatur T .

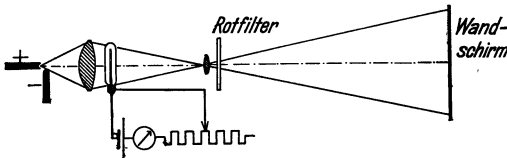


Abb. 527. Zur optischen Temperaturmessung mit einem Pyrometer. In diesem Schauversuch wird die Strahlungsdichte eines Bogenlampencondensors mit der einer Wolframglühlampe verglichen. Bei passender Stromstärke wird der Lampenfaden unsichtbar.

Am einfachsten ist bei allen Vergleichen eine Nullmethode: Man verändert die bekannte Temperatur des schwarzen Körpers und macht dadurch seine Strahlungsdichte gleich der des zu messenden. Alsdann definiert man die wahre Temperatur des schwarzen Körpers als die

„schwarze“ Temperatur des zu messenden. Die schwarze Temperatur T_s eines Körpers bedeutet also: In einem bestimmten, stets anzugebenden, Spektralbereich strahlt der Körper mit der gleichen Strahlungsdichte wie ein schwarzer Körper bei der wahren Temperatur T_s . Die wahre Temperatur eines Körpers muß immer höher liegen als seine schwarze. Sonst könnte der Körper trotz seines Absorptionsvermögens $A_\lambda < 1$ nicht die gleiche Strahlungsdichte S_λ^* ergeben wie ein schwarzer Körper mit $A_\lambda = 1$.

Auf Grund dieser Definition baut man die handlichen Pyrometer. Ihr Hauptteil besteht aus einer Wolfram-Glühlampe mit regelbarer Belastung, einem Strommesser und einem Rotfilter. Der Glühdraht wird vor das Bild einer strahlenden Fläche gestellt und seine Strahlungsdichte verändert. Stimmen die Strahlungsdichten des Drahtes und der Fläche überein, so wird der Draht unsichtbar (Schauversuch in Abb. 527). Man eicht das Instrument vor der Fläche eines schwarzen Körpers und vermerkt die wahren Temperaturen des schwarzen Körpers auf der Skala des Strommessers.

Die Abweichungen zwischen „schwarzer“ und „wahrer“ Temperatur sind oft erheblich, selbst bei Stoffen mit wenig selektivem Absorptionsvermögen, wie z. B.

¹⁾ Gasthermometer mit Iridiumgefäßen sind noch bis 2000°C brauchbar. Thermoelemente aus Wolfram- und einer Wolfram-Molybdän-Legierung lassen noch 2600°C erreichen.

beim technisch so wichtigen Wolfram. Das zeigen die beiden oberen Teile der Tabelle 15.

Tabelle 15. Optische Temperaturmessungen an Wolfram.

Wahre Temperatur	1000	1500	2000	3000° abs.
Schwarze Temperatur T_s , gemessen aus der Strahlungsdichte S_λ^* im Bereich um $\lambda = .665 \text{ m}\mu$. .	946	1420	1857	2673° abs.
Farbtemperatur	1006	1517	2033	3094° abs.

Das Verhältnis von wahrer zu schwarzer Temperatur ist nicht konstant, weil sich das Absorptionsvermögen des Metalles mit der Temperatur ändert.

Aus diesem Grunde hat man außer der schwarzen Temperatur noch eine weitere Temperatur definiert, nämlich die Farbtemperatur. Für diese Definition benutzt man die unzerlegte sichtbare Strahlung, also ohne Rotfilter, und vergleicht nicht die Strahlungsdichte beider Körper, sondern ihren Farbton (Rot, Rotgelb usw.). Auch hier ist wieder eine Nullmethode, also eine Einstellung auf Farbgleichheit, das einfachste. Ein Schauversuch ist in Abb. 528 skizziert. Die bei Farbgleichheit vorhandene wahre Temperatur des schwarzen Körpers definiert man als die Farbtemperatur des mit ihm verglichenen Körpers. Die Farbtemperatur weicht im allgemeinen viel weniger von der wahren Temperatur ab als die schwarze. Auch dafür gibt Tabelle 14 ein Beispiel.

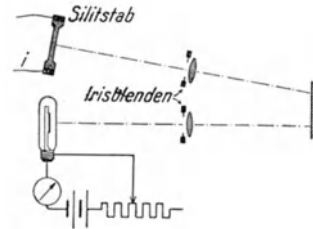


Abb. 528. Schauversuch zur Messung der Farbtemperatur. Als Körper mit unbekannter Temperatur dient ein elektrisch geheizter Silitstab. Als Vergleichsstrahler müsste eigentlich ein schwarzer Körper benutzt werden. Für diesen Schauversuch genügt aber vollauf eine Wolfram-Bandlampe mit regelbarer Stromstärke. Ein sicherer Farbvergleich verlangt angenähert gleiche Beleuchtungsstärken auf dem Wandschirm. Diese werden mit Hilfe der Irisblenden eingestellt.

Begründung: In Abb. 529 sind für den sichtbaren Spektralbereich zwei ausgezogene Kurven S_λ^* dargestellt, beide gelten für die gleiche beliebige Temperatur. Bei beiden ist das Absorptionsvermögen im ganzen sichtbaren Spektrum konstant angenommen worden. Bei der oberen ist $A = 1$ gesetzt, sie gilt also für einen schwarzen Körper. Für die untere ist $A = 0,6$ gewählt. Die Ordinaten beider Kurven unterscheiden sich also nur um einen konstanten Faktor 0,6 (Körper mit einem von λ unabhängigen Absorptionsvermögen $A < 1$ werden nicht selten „grau“ genannt). Das Verhältnis

$$\frac{\text{Strahlungsdichte im Wellenbereich um } \lambda_1}{\text{Strahlungsdichte im Wellenbereich um } \lambda_2} = F$$

ist für die benutzte Temperatur charakteristisch [Gl. (300)]. Psychologisch bestimmt dies Verhältnis F den Farbton des strahlenden Körpers. Der Farbton ist also trotz verschiedener Strahlungsdichte für den schwarzen und für den nicht-schwarzen Körper der gleiche, und umgekehrt bedeutet gleicher Farbton streng gleiche wahre Temperatur.

Im allgemeinen ist aber der Fall $A = \text{const}$ für den nicht-schwarzen Körper nicht erfüllt. Die untere Kurve bekommt einen Verlauf wie beispielsweise den gestrichelten oder den punktierten (Abb. 529). Dann bedeutet die Farbgleichheit nur eine angenäherte Gleichheit der Temperaturen. Die Farbtemperatur fällt bei der gestrichelten Kurve größer, bei der punktierten kleiner aus als die wahre. Doch werden die Abweichungen nur bei sehr selektiv absorbierenden Körpern erheblich.

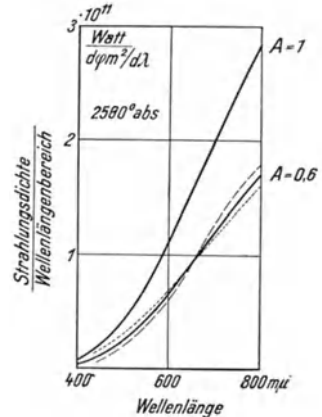


Abb. 529. Zur Messung der Farbtemperatur.

Dem blauen Himmel entspricht eine Farbtemperatur von etwa 12000° abs., im April und Mai sogar bis zu 27000° abs. D. h. die Verteilung der Strahlungsdichte je Wellenlängenintervall ist für das diffuse Himmelslicht die gleiche wie bei heißen Fixsternen (z. B. Sirius 11200° abs., β Centauri 21000° abs.).

XIII. Der Dualismus von Welle und Korpuskel.

§ 164. **Rückblick.** Am Anfang der wissenschaftlichen Optik benutzte man zur Darstellung des Lichtes ein korpuskulares Bild. Man verglich das Licht mit winzigen Geschossen großer Geschwindigkeit. I. NEWTONS „Optics“ (1704) wird völlig von diesem Bilde beherrscht. Geradlinige Ausbreitung und Streuung ergeben sich zwanglos, Brechung und Polarisation durch einleuchtende Zusatzannahmen (Anziehung der Lichtpartikel durch Materie und Rotation der Lichtpartikel um eine freie Achse). Erst die Beugungs- und Interferenzerscheinungen verhalten ab 1800 dem Wellenbilde zum Siege. Mit Hilfe transversaler Wellen lassen sich geradlinige Ausbreitung, Polarisation, Beugung und Interferenz in umfassender Weise beschreiben. Dabei bedarf es keiner Aussagen über die Natur der Wellen. Man braucht nur die Leistung der Strahlung durch ihre Wärmewirkung zu messen und die Amplitude der Wurzel aus der Leistung proportional zu setzen.

Die Wechselwirkung zwischen Licht und Materie, also die Erscheinungen der Streuung, der Brechung, der Dispersion und Absorption, deutet man durch den allgemeinen Formalismus erzwungener Schwingungen und die Aussendung phasenverschobener Sekundärwellen. Dabei benutzt man seit Jahrzehnten eine nähere Vorstellung über die Natur der Wellen. Man betrachtet Lichtwellen als kurze elektrische Wellen. Dann läßt sich eine ganze Reihe optischer Konstanten auf elektrische zurückführen, vor allem auf das Verhältnis $e/m =$ Elektronenladung zu Elektronenmasse, sowie auf die Zahl der Elektronen im Einheitsvolumen.

Dieser „klassischen“ Behandlung optischer Fragen sind aber Grenzen gezogen. Sie versagt in den quantitativen Beziehungen bei den Linienspektren der Atome und Moleküle und deren thermischer und elektrischer Anregung. In gleicher Beziehung versagt sie bei allen Begleitvorgängen der Lichtabsorption, wie Photoeffekt, Fluoreszenz, Phosphoreszenz und Photochemie. Bei all diesen Erscheinungen trifft man auf eine quantenhafte Unterteilung der Energie. Diese wird von der universellen durch PLANCK entdeckten Naturkonstante h beherrscht. Mit Hilfe der Größe h kann man ein ungeheures Tatsachenmaterial ordnend zusammenfassen; man denke nur an die Rückführung der Rydberg-Frequenz auf e/m und h , oder an die Strahlungsgesetze.

§ 165. **Licht als Korpuskel. Das Photon.** Die großen, mit dem PLANCKschen h erzielten Erfolge sind in zweierlei Hinsicht noch unbefriedigend. Die emittierten oder absorbierten Energiebeträge $h\nu$ ergeben sich nur als Differenz zweier energetisch verschiedener Zustände des Moleküls oder Atoms, doch bleibt der Mechanismus sowohl der Emission wie der Absorption vollständig ungeklärt. Außerdem ist die quantenhafte Aufteilung der Energie nicht mit der Vorstellung einer allseitig gleichförmigen Wellenausbreitung vereinbar. Das kann für viele Fälle gezeigt werden, als Beispiel wählen wir einen Photoeffekt an einzelnen Gas-molekülen.

Wir nehmen Abb. 407 (S. 201) zur Hand und denken uns die Nebelkammer etwa 1 m von der Röntgenlampe entfernt. In 1 m Abstand erzeugt eine Röntgen-

lampe Bestrahlungsstärken¹⁾ von etwa 10^{-2} Watt/m². Ein Molekül hat einen Querschnitt der Größenordnung 10^{-19} m², könnte also in 1 sec höchstens 10^{-21} Wattsekunden = $6 \cdot 10^{-3}$ eVolt mit seinem Querschnitt auffangen. Die Nebelkammer zeigt jedoch unmittelbar nach dem Einschalten der Röntgenlampe Elektronen mit Energien von 10^4 bis 10^5 eVolt, je nach der Betriebsspannung der Röntgenlampe. Bei gleichförmiger Verteilung der Strahlungsleistung könnte ein Molekül derart große Energiebeträge erst in Wochen oder Monaten ansammeln! Folglich ist die Grundlage dieser Überschlagsrechnung falsch: Die allseitig gleichförmige Ausbreitung der Strahlungsleistung gilt nur für den zeitlichen Mittelwert der Energieübertragung, aber nicht für die einzelnen Elementarvorgänge. Für diese paßt allein ein korpuskulares Bild: Die Energie muß auf dem Wege vom Sender zum Empfänger wie in einem fliegenden Geschoß oder einer „Korpuskel“ in engem Raume zusammengefaßt sein. So ist man nach einer Pause von etwa 120 Jahren wieder zu einer korpuskularen Auffassung des Lichtes zurückgekehrt; man braucht neben dem Bilde der Wellen das Bild der Lichtkorpuskeln oder „Photonen“.

Entscheidend für die Wiederbenutzung des korpuskularen Bildes war letzten Endes eine fundamentale, 1926 von W. BOTHE angestellte Beobachtung (Abb. 530). BOTHE ließ Röntgenlicht von geringer Strahlungsstärke auf ein kleines Stück Kupfer- oder Eisenfolie fallen und in dieser *K*-Spektrallinien als Fluoreszenzlicht erregen. Zu beiden Seiten der Folie befand sich je ein Spitzenzähler. Sein Füllgas (Argon) absorbierte den größten Teil des Fluoreszenz-Röntgenlichtes, und zwar unter lichtelektrischer Abspaltung von Elektronen. Die so erzeugten Ausschläge beider Spitzenzähler zeigten keine zeitlichen Koinzidenzen. Folglich wurde die Lichtenergie im elementaren Emissionsakt in jedem Fall nur nach einer der beiden Seiten ausgesandt und nie gleichzeitig in beide Zähler. Das ist nur mit einem korpuskularen Bilde vereinbar.

Eine quantitative Fassung des korpuskularen Bildes verlangt eine Aussage über die Masse des Photons. — In der Elektrizitätslehre fanden wir in § 145 die Gleichung

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (227) \text{ des Elektr.-Bandes}$$

Diese Gleichung behauptet einen fundamentalen Zusammenhang von Masse m , Energie E und Lichtgeschwindigkeit c . Die Gl. (227) wurde zunächst aus der Bahnkrümmung schneller Elektronen (β -Strahlen) im Magnetfeld hergeleitet. Später (§ 160) ergab sie sich nicht nur für die Masse von Elektronen, sondern allgemein für Massen aller Art, und zwar als Folgerung einer Erfahrungstatsache, nämlich des Relativitätsprinzips. Die Berechtigung dieser Verallgemeinerung zeigt sich sehr überzeugend bei den Vorgängen der Kernumwandlungen und der künstlichen Radioaktivität.

Beispiel: Protonen, d. h. H-Kerne mit der Ladung $+e$, werden in einem elektrischen Feld von einigen 10^5 Volt Spannung beschleunigt und fallen dann auf ein dünnes Li-Blech. Dabei wird hin und wieder ein Proton von einem Li-Kern eingefangen, beide zusammen bilden einen neuen Kern und dieser zerfällt sofort in zwei α -Teile, d. h. also zwei He-Kerne

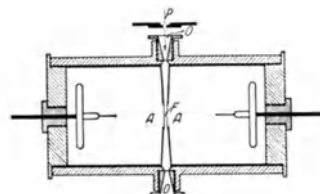
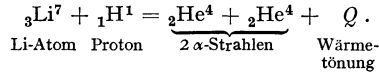


Abb. 530. Zur Emission des Röntgenfluoreszenzlichtes. Als Sekundärstrahler dient eine kleine Metallfolie von etwa $\frac{1}{2} \mu$ Dicke. Sie befindet sich zwischen den beiden aus 3μ dickem Aluminium bestehenden Fenstern *A* zweier Spitzenzähler. Als „Spitzen“ dienen zwei kleine Kugelektroden, und hinter jeder von ihnen befindet sich ein großer Metallwulst. *P* = primäres Röntgenlicht, *O* = Fenster aus $0,1$ mm dickem Zelluloid, Gasdruck bis 7 Atm.

¹⁾ Z. B. Betriebsspannung $1,5 \cdot 10^4$ Volt, Stromstärke = 10^{-2} Ampere, Nutzeffekt (S. 233) etwa 10^{-3} , Strahlungsleistung = $0,15$ Watt.

mit je der Ladung $+2e$. Die α -Strahlen fliegen in einander entgegengesetzten Richtungen davon und werden in einer Nebelkammer beobachtet. Aus ihrer Reichweite bestimmt man ihre kinetische Energie. Diese ergibt sich für beide α -Strahlen zu je $8,5 \cdot 10^6$ eVolt. Die Wärmetönung dieser Kernreaktion, also die Abnahme der inneren Energie während der Reaktion, ist also $2 \cdot 8,5 \cdot 10^6 = 17 \cdot 10^6$ eVolt. Die Reaktionsgleichung lautet



Der Energiebetrag Q ergibt sich durch die mit der Kernreaktion verknüpfte Abnahme Δm der Masse. Es ist

$$\Delta m = m_{\text{Li}} + m_{\text{H}} - 2 m_{\text{He}}.$$

Mit Hilfe der genauen Atomgewichte (A) ergibt sich

$$\Delta m = \frac{(7,01818 + 1,00813 - 2 \cdot 4,00389) \cdot 1,635 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{\text{Atomgewichte } (A) \quad , \quad \text{zum Atomgewicht } (A) = 1 \text{ gehörende Masse}}$$

oder ausgerechnet

$$\Delta m = 3,02 \cdot 10^{-29} \text{ kg}.$$

Dieser Masse Δm ist nach Gl. (227) die Energie

$$E = 3,02 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{Meter}^2}{\text{Sek}^2} = 2,72 \cdot 10^{-12} \text{ Wattsekunden}$$

äquivalent, oder

$$E = \frac{2,72 \cdot 10^{-12} \text{ Wattsek}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Amp.Sek}} = 2 \cdot 8,5 \cdot 10^6 \text{ eVolt}.$$

In Worten: Die beobachtete kinetische Energie der beiden α Strahlen ist aus der während der Kernreaktion verschwundenen Masse Δm entstanden. Die Gl. (227) wird den Beobachtungen in glänzender Weise gerecht.

Die Gl. (227) läßt sich auch auf Photonen anwenden, man hat sinngemäß als Energie E den $h\nu$ -Wert einzusetzen. So bekommen wir

$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (305)$$

($c = 3 \cdot 10^8$ m/sec = Lichtgeschwindigkeit.)

Die Tabelle 16 gibt einige Zahlenwerte:

Tabelle 16.

$h\nu$ Energie des Photons	Masse des Photons
1 eVolt	$1,78 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$
$5,06 \cdot 10^5$ eVolt	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} =$ Ruhmasse eines Elektrons
$9,3 \cdot 10^8$ eVolt	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} =$ Masse eines H-Kernes oder Protons
$1,9 \cdot 10^{11}$ eVolt	$3,42 \cdot 10^{-25} \text{ kg} =$ Masse eines Hg-Atoms

Der in Gl. (305) enthaltene Zusammenhang von $h\nu$ -Energie und Photonenmasse offenbart sich nun höchst sinnfällig bei der Wechselwirkung zwischen γ -Strahlen hoher $h\nu$ -Werte und Atomen. Bei der Absorption von γ -Strahlen verschwinden etliche Photonen und statt ihrer erscheinen Paare von Elektronen, bestehend aus je einer positiven und einer negativen elektrischen Elementarladung ($1,60 \cdot 10^{-19}$ Amp.Sek.). Man beobachtet diese Elektronenpaare in einer Nebelkammer innerhalb eines homogenen magnetischen Feldes (Abb. 530a). Aus der Bahnkrümmung ergibt sich die kinetische Energie der Elektronen (vgl. Abb. 461). Dabei findet man experimentell die Beziehung

$$\frac{1}{2} m u_+^2 + \frac{1}{2} m u_-^2 = h\nu - 1,12 \cdot 10^6 \text{ eVolt}.$$

Das bedeutet: Die Erschaffung eines Elektronenpaares erfordert eine Energie $E = 1,12 \cdot 10^6$ eVolt; nur der Rest $h\nu - E$ bleibt verfügbar, um dem Positron

und dem Elektron eine kinetische Energie zu erteilen. — Dieser experimentell gefundene Energiebetrag ist $= 2 \cdot 5,06 \cdot 10^5 \text{ eVolt}$, und $5,06 \cdot 10^5 \text{ eVolt}$ ist nach Tab. 16 nichts anderes als das Energieäquivalent der Elektronen-Ruhmasse $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. — Das entsprechende gilt bei der Umkehr des eben beschriebenen Vorganges: Positronen haben eine sehr kleine Lebensdauer. Sie werden durch Zusammenstöße mit Atomen zunächst verlangsamt; dann vereinigen sie sich im Kernfeld eines Atoms mit einem Elektron. Bei diesem Vorgang tritt eine „Zerstrahlung“ ein: D. h. ein Elektronenpaar, bestehend aus Positron und Elektron, verschwindet und statt seiner erscheinen zwei γ -Photonen, jedes mit einer $h\nu$ -Energie von $5,6 \cdot 10^5 \text{ eVolt}$, entsprechend einer Wellenlänge von $2,4 \cdot 10^{-17} \text{ m}$.

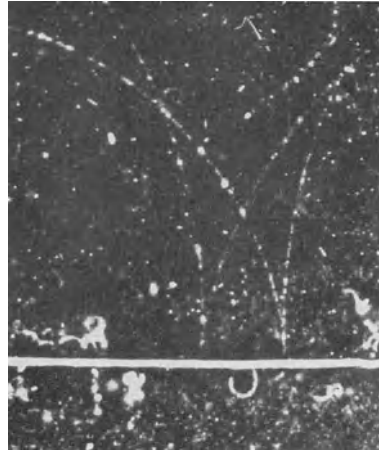


Abb. 530 a. Bildung von 2 Elektronenpaaren bei der Absorption von γ -Photonen in einer Bleifolie von 0,33 mm Dicke. Die γ -Strahlung kam von unten. Ihre $h\nu$ -Energie war $17,6 \cdot 10^6 \text{ eVolt}$. Die Nebelkammer befand sich in einem Magnetfeld mit der Kraftflußdichte $\mathfrak{B} = 0,25 \text{ Voltsek/m}^2 = 2500 \text{ Gauß}$. (W. A. FOWLER und C. C. LAURISSEN.)

Somit steht die fundamentale Gleichung (227) auch in der Optik in bester Übereinstimmung mit der Erfahrung. Daher darf man die Masse m eines Photons aus seiner $h\nu$ -Energie berechnen (305).

Mit der Masse des Photons ist dann ohne weiteres auch sein Impuls gegeben. Die Geschwindigkeit des Photons ist die Lichtgeschwindigkeit c . Folglich gilt für den Impuls eines Photons

$$\mathfrak{G} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \tag{306}$$

§ 166. Impuls des Photons. Dopplereffekt und Strahlungsdruck. Die Brauchbarkeit des Photonenbildes wollen wir zunächst an zwei Beispielen zeigen, nämlich dem Dopplereffekt und dem Strahlungsdruck.

Eine mit der Geschwindigkeit $\pm u$ bewegte Wellenquelle zeigt dem ruhenden Beobachter nicht die Frequenz ν , sondern

$$\nu' = \nu \left(1 \pm \frac{u}{c} \right). \tag{Gl. (74) v. S. 109}$$

(Oberes Vorzeichen für Abstandsverminderung.)

Diese als Dopplereffekt bekannte Beziehung wurde schon im Mechanikband für Schallwellen hergeleitet und in § 67 für das Licht übernommen. — Im Photonenbilde führt man den Dopplereffekt auf den Rückstoß der ausgesandten Photonen zurück.

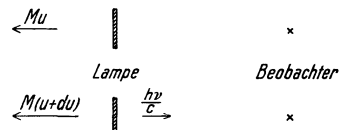


Abb. 531. Zur Herleitung des Dopplereffektes.

In Abb. 531 bewege sich oben eine Lampe mit der Geschwindigkeit u nach links. Unten hat die Lampe ein Photon nach rechts ausgesandt. Durch den Rückstoß ist ihre Geschwindigkeit um du vergrößert worden. Die Größe von du folgt aus dem Impulssatz (Mechanikband § 44), es gilt

$$Mu = M(u + du) - \frac{h\nu}{c} \tag{307}$$

oder

$$du = \frac{h\nu}{Mc}. \tag{307a}$$

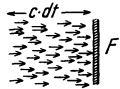
Durch diesen Geschwindigkeitszuwachs ist auch die kinetische Energie der Lampe vergrößert worden, und zwar um den Betrag

$$dE = \frac{1}{2} M \left(u + \frac{h\nu}{Mc} \right)^2 - \frac{1}{2} M u^2 = h\nu \cdot \frac{u}{c} + \frac{1}{2M} \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2$$

oder bei großer Masse M

$$dE = h\nu \frac{u}{c}. \quad (308)$$

Dieser Energiezuwachs muß von derselben Quelle geliefert werden wie die Energie des Photons. Sie muß einem innermolekularen Elektronenübergang entstammen. Infolgedessen ist bei bewegter Lampe für das Photon nur ein um dE kleinerer Energiebetrag verfügbar als bei ruhender Lampe, nämlich



oder

$$h\nu' = h\nu - h\nu \cdot \frac{u}{c} \quad (309)$$

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{u}{c} \right). \quad (74)$$

Abb. 532. Zur Herleitung des Strahlungsdruckes.

Das ist die gesuchte Gleichung des Dopplereffektes. Bei ihrer Herleitung entfernte sich die Lampe vom Beobachter. Bei umgekehrter Richtung, also bei Annäherung, bekommt man auf gleichem Wege das positive Vorzeichen.

Der Strahlungsdruck des Lichtes entsteht bei der Absorption und Reflexion des Lichtes. Seine Existenz ist schon von JOHANNES KEPLER behauptet worden. KEPLER erklärte den Schweif der Kometen durch kleine, vom Sonnenlicht nach hinten weggedrückte Teilchen. Später hat der Strahlungsdruck bei der Erforschung der Temperaturstrahlung eine große Rolle gespielt. Man kann ihn streng nach dem Wellenbilde behandeln, die korpuskulare Darstellung ist aber erheblich einfacher. — In Abb. 532 wird eine Wand der Fläche F senkrecht von einem Parallellichtbündel getroffen. Dieses enthält in der Volumeneinheit N_0 Photonen. In der Zeit dt treffen $N_0 \cdot Fcdt$ Photonen gegen die Wand F . Der Aufprall sei unelastisch, d. h. die Strahlung werde vollkommen absorbiert. Dann übertragen die Photonen ihren gesamten Impuls $N_0 \cdot Fcdt \cdot \frac{h\nu}{c}$ auf die Wand und erzeugen dadurch einen Kraftstoß

$$\mathfrak{R} dt = N_0 \cdot Fcdt \cdot \frac{h\nu}{c}. \quad (310)$$

Das Produkt $N_0 c \cdot h\nu$ ist die je Flächeneinheit auftreffende Strahlungsleistung, also die Bestrahlungsstärke b , gemessen in Watt/m². Somit bekommt man bei senkrechtem Einfall des Lichtes auf eine absorbierende Fläche den

$$\text{Strahlungsdruck } p_A = \frac{\mathfrak{R}}{F} = \frac{\text{Bestrahlungsstärke } b}{\text{Lichtgeschwindigkeit } c}. \quad (311)$$

Bei elastischem Aufprall der Photonen, d. h. bei vollkommener Reflexion, fliegt jedes Photon mit ungeänderter Geschwindigkeit in umgekehrter Richtung zurück. Daher ist der übertragene Impuls doppelt so groß wie bei unelastischem Aufprall (Mechanikband § 45). Folglich ergibt sich bei senkrechtem Einfall des Lichtes auf eine reflektierende Fläche der

$$\text{Strahlungsdruck } p_R = 2 \cdot \frac{\text{Bestrahlungsstärke } b}{\text{Lichtgeschwindigkeit } c}. \quad (312)$$

Die Lichtgeschwindigkeit c steht also im Nenner, und deswegen werden die Drucke nur klein. — Zahlenbeispiel: Sonnenlicht werde an der Erdoberfläche

senkrecht mit einem Spiegel aufgefangen. Es erzeugt eine Bestrahlungsstärke $b = 1,4 \cdot 10^3 \text{ Watt/m}^2$ und einen Strahlungsdruck

$$p_R = \frac{2 \cdot 1,4 \cdot 10^3 \text{ Watt/m}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ m/sek}} \approx 10^{-5} \frac{\text{Großdyn}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{Millipond}}{\text{m}^2}.$$

Ein so kleiner Druck läßt sich heute noch nicht in Schauversuchen vorführen. Man hat ihn jedoch mehrfach experimentell einwandfrei gemessen und mit Gl. (312) übereinstimmend gefunden.

An der Oberfläche der Sonne ist die Strahlungsdichte $6 \cdot 10^7 \text{ Watt/m}^2$ (S. 56). Dort wird der Strahlungsdruck = 40 Pond/m². Dieser Druck ist von gleicher Größenordnung wie der von der Gravitation herrührende. Daher ist der Strahlungsdruck für den Aufbau und die Dichteverteilung im Innern der Sterne ebenso wichtig wie die Gravitation. Er verhindert z. B. die Existenz von Fixsternen mit einer Masse über 10^{32} kg (Masse der Sonne = $1,9 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, Masse der Erde = $5,7 \cdot 10^{24} \text{ kg}$).

§ 167. Impuls des Photons und Comptoneffekt. Als Comptoneffekt bezeichnet man eine eigenartige Verknüpfung von Lichtstreuung und lichtelektrischer Wirkung. — Dopplereffekt und Strahlungsdruck lassen sich noch streng nach dem Wellenbilde behandeln. Das korpuskulare Bild bringt nicht mehr, es führt nur im Fall des Strahlungsdruckes einfacher zum Ziel als das Wellenbild. Anders beim Comptoneffekt. Bei ihm genügt das Wellenbild nur noch für eine qualitative Darstellung, eine quantitative muß sich des Photonenbildes bedienen.

Im gewöhnlichen Photoeffekt übernimmt das Elektron den vollen $h\nu$ -Betrag des absorbierten Lichtes, beim Comptoneffekt hingegen nur einen Teil, der Rest wird als Streulicht mit vergrößerter Wellenlänge wieder ausgestrahlt. Die Zunahme $\Delta\lambda$ der Wellenlänge hängt nur ab vom Winkel ϑ zwischen der Streurichtung und der Primärstrahlrichtung, jedoch nicht von der Art des streuenden Atoms und auch nicht von der Größe der Wellenlänge λ . Für $\vartheta = 90^\circ$ beobachtet man stets

$$\Delta\lambda = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0,024 \text{ \AA}. \tag{313}$$

Prozentual wird also die Änderung erst im Gebiet sehr kleiner Wellenlängen erheblich, d. h. im Spektralbereich des harten Röntgenlichtes, mit Wellenlängen

unter $0,1 \text{ \AA}$ und $h\nu$ -Werten über 120000 eVolt . Dort läßt sich der Comptoneffekt qualitativ unschwer beobachten (Abb. 533a). Die quantitativen Bestimmungen sind mühsam. Die Strahlungsstärke des Streulichtes ist klein, und daher brauchen Spektralaufnahmen sehr lange Expositionszeiten. Die im Comptoneffekt ausgelösten Elektronen, kurz „Rückstoßelektronen“ genannt, untersucht man am besten in einer Nebelkammer. Sie spielen bei der Ionisation von Gasen durch hartes Röntgenlicht eine wichtige Rolle.

Zur Erklärung des Comptoneffektes überträgt man die Gesetze des mechanischen Stoßes auf den Zusammenstoß eines Photons mit einem lose im Atom gebundenen Elektron. Man wendet sowohl den Energiesatz wie den Impulsatz an und erhält an Hand der Abb. 533b folgende Beziehungen:

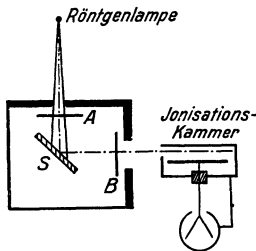


Abb. 533 a. Schauversuch zum Comptoneffekt. Die Röntgenlampe wird mit einer Spannung von 10^5 Volt betrieben. Als streuender Sekundärstrahler dient eine 9 mm dicke Al-Platte. Die Änderung der Wellenlänge durch die Streuung wird mit Hilfe der Absorption nachgewiesen. Zu diesem Zweck wird eine absorbierende Cu-Platte von 1 mm Dicke abwechselnd in die Stellung A und B gebracht und die Strahlungsstärke des Streulichtes mit der Ionisationskammer gemessen. Falls die Strahlung ohne Änderung der Wellenlänge erfolgte, müßte sich in beiden Stellungen die gleiche Strahlungsstärke ergeben. Tatsächlich findet man aber im Fall der Stellung B nur 65% des zur Stellung A gehörenden Wertes. Folglich ist die mittlere Absorptionskonstante des Streulichtes größer als die des primären Lichtes. D. h. die mittlere Wellenlänge ist durch die Streuung vergrößert worden.

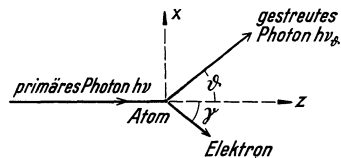


Abb. 533 b. Zum Comptoneffekt.

	Vor dem Stoß besitzt das einfallende Photon	=	Nach dem Stoß besitzt das ausgeschleuderte Elektron	+	gestreute Photon	
die Energie	$h\nu$	=	$\frac{1}{2} m u^2$	+	$h\nu_{\vartheta}$	(314)
den Impuls in Richtung z . . .	$\frac{h\nu}{c}$	=	$mu \cos \gamma$	+	$\frac{h\nu_{\vartheta}}{c} \cos \vartheta$	(315)
den Impuls in Richtung x . . .	0	=	$mu \sin \gamma$	-	$\frac{h\nu_{\vartheta}}{c} \sin \vartheta$	(316)

Man eliminiert erst γ aus den Gl. (315) und (316) und dann u mit Hilfe von Gl. (314). Dabei vernachlässigt man $(\nu - \nu_{\vartheta})$ neben ν und bekommt

$$\nu_{\vartheta} = \nu \left[1 - \frac{h\nu}{mc^2} (1 - \cos \vartheta) \right]. \tag{317}$$

Endlich setzt man $\Delta\lambda = \lambda_{\vartheta} - \lambda =$ angenähert $c \cdot \frac{\nu - \nu_{\vartheta}}{\nu^2}$. Dann ergibt sich

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} \cdot (1 - \cos \vartheta) \tag{318}$$

und für den Sonderfall $\vartheta = 90^\circ$

$$\Delta\lambda_{90^\circ} = \frac{h}{mc} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0,024 \text{ \AA},$$

also in bester Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert [Gl. (313)].

Der Comptoneffekt findet Anwendung bei der Bestimmung der Energie von γ -Strahlen mit $h\nu$ -Werten zwischen etwa 10^6 und 10^7 eVolt. Für noch höhere Werte benutzt man die Umwandlung von γ -Photonen in je ein Paar negativer und positiver Elektronen. Vgl. S. 290.

§ 168. Materiewellen. Wir wiederholen kurz: Nach der Entdeckung der PLANCKSchen Konstanten h genügte das Wellenbild nicht mehr allein für eine Darstellung der Lichtstrahlung. Neben ihm mußte das korpuskulare Bild der Photonen entwickelt werden. Dabei ergab sich für ein Lichtteilchen oder Photon

die Energie $E = h\nu = mc^2$ (305) und der Impuls $J = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$. (306)

Eine entsprechende, aber gegenläufige Entwicklung hat sich in der Behandlung korpuskularer Strahlen (Kathodenstrahlen, Atomstrahlen usw.) vollzogen: Hier erwies sich das bisher allein benutzte korpuskulare Bild nicht mehr als ausreichend, neben ihm mußte ein Wellenbild entwickelt werden. Dabei wurde die quantitative Seite dieses Wellenbildes vom PLANCKSchen h bestimmt. Diese Entwicklung setzte an zwei verschiedenen Punkten ein:

Zuerst ersetzte L. DE BROGLIE (1925) in Gl. (306) den Impuls des Photons durch den Impuls mu eines beliebigen materiellen Teilchens, er schrieb also

$$mu = \frac{h}{\lambda} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{h}{mu}. \tag{319}$$

Mit dieser Gleichung wird jedem materiellen Teilchen zunächst rein formal eine Wellenlänge λ zugeordnet. Ihre Größe sinkt mit zunehmender Geschwindigkeit u der Teilchen. Es folgen Beispiele für die Wellenlängen von Elektronen.

Tabelle 17.

Energie der Elektronen	10	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	eVolt
DE BROGLIE-Wellenlänge	3,9	1,2	0,39	0,12	0,037	10^{-10} m oder Å

Die Wellenlängen sind also von der gleichen Größenordnung wie im Röntgengebiet. Folglich kommen für ihren Nachweis vor allem Beugungsversuche an

Kristallgittern in Frage. Man hat nur die Röntgenlichtbündel durch Elektronenstrahlbündel zu ersetzen.

Der experimentelle Weg wurde erst an zweiter Stelle besprochen, und zwar von C. J. DAVISSON und L. H. GERMER. Nach älteren, schon 1921 begonnenen Vorarbeiten kamen 1927/28 durchschlagende Erfolge. Es wurden Elektronenstrahlen an gut entgaste Metallkristallen reflektiert. Sie gaben je nach der Versuchsanordnung die gleichen „Beugungsspektren“ wie Röntgenlicht von entsprechenden Wellenlängen. Dabei wurde die Beziehung (319) quantitativ erfüllt.

Am einfachsten ist auch für die Elektronenstrahlbeugung das Verfahren von DEBYE und SCHERRER (Abb. 228). Man ersetzt das feine kristalline Pulver durch eine sehr dünne mikrokristalline Folie, z. B. aus Gold. Die Abb. 534 zeigt eine photographische Aufnahme solcher Elektronenbeugungsringe. Sie lassen sich gut auf einem Leuchtschirm beobachten und einem kleineren Kreis im Schauer Versuch vorführen.

O. STERN und seine Mitarbeiter konnten später die entsprechenden Versuche auch für Heliumatomstrahlen durchführen. Die Strahlen besaßen nur die thermische, zur Zimmertemperatur gehörige Geschwindigkeit. Die Reflexion erfolgte an der Oberfläche eines LiF-Kristalles. Die Einzelheiten dieser recht schwierigen Versuche führen leider zu weit. Die gemessenen Wellenlängen standen auch hier in voller Übereinstimmung mit der DE BROGLIESCHEN Gleichung (319).

Erfreulicherweise läßt sich die Beugung von Korpusskularstrahlen auch ohne Kristallgitter nachweisen. Es genügt schon, den geraden Rand einer Metallblende in ein Elektronenstrahlbündel hineinzubringen. Dann erhält man die zu einer Halbebene gehörende Beugungsfigur, Abb. 534a. Sie gleicht durchaus der mit Licht erhaltenen Abb. 186.

Unabhängig von aller Spekulation ist also eine Tatsache völlig gesichert: Man kann mit Korpusskularstrahlen, und zwar sowohl mit Elektronen- oder Kathodenstrahlen als auch mit Strahlen neutraler Atome, Beugungserscheinungen erhalten. Folglich muß man auch bewegten materiellen Teilchen eine Wellenlänge zuordnen. Ihre Größe wird durch den Impuls des Teilchens und das PLANCKSCHE h bestimmt [Gl. (319)].

Die mit Elektronen erzeugten Beugungserscheinungen haben bereits eine bedeutsame praktische Anwendung gefunden, nämlich im Bau der Elektronenmikroskope. Aus dem Elektr.-Bande (S. 159) kennen wir die Möglichkeit, sowohl magnetische wie elektrische „Linsen“ herzustellen. Zwei oder mehr derartige Linsen lassen sich genau wie in der Optik zu einem Mikroskop zusammenfassen. Die Leistungsgrenze eines Mikroskopes wird nur durch die Wellenlänge der benutzten Strahlung und den Öffnungswinkel des vom Objektiv aufgenommenen Strahlbündels bestimmt. — Nach einer Beschleunigung mit einer Spannung von $5 \cdot 10^4$ Volt hat man Elektronen eine Wellenlänge von nur $5,5 \cdot 10^{-12}$ m zuzuordnen. Sie ist also rund 10^5 mal kleiner als die mittlere Wellenlänge sichtbaren Lichtes. Ein mit solchen Elektronen arbeitendes Mikroskop müßte also 10^5 mal kleinere Gegenstände beobachten lassen als ein Lichtmikroskop. Das hat man zwar experimentell noch nicht erreicht, weil man bisher nur Elektronenbündel von kleinem Öffnungswinkel u an-



Abb. 534. Beugungsringe von Elektronen beim Durchgang durch eine dünne mikrokristalline Silberfolie. Energie der Elektronen = $3,6 \cdot 10^4$ eVolt. Wellenlänge der Elektronen = $6,45 \cdot 10^{-12}$ m = $0,0645$ ÅE. Aufnahme von R. WIERL. Belichtungszeit 0,1 sec.

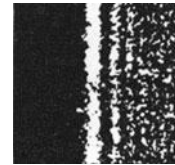


Abb. 534a. Beugung von Elektronen an einer Halbebene. $\lambda = 6,6 \cdot 10^{-12}$ m = $0,066$ ÅE, entsprechend $3,4 \cdot 10^4$ eVolt. Photographisches Positiv in 90facher Vergrößerung. (H. BÖRSCH.)

wenden kann. Für größere Öffnungswinkel kann man die „Abbildungsfehler“ der magnetischen oder elektrischen Linsen noch nicht genügend beheben. Aber trotzdem hat man schon jetzt, wenige Jahre nach Beginn dieser neuen technischen Entwicklung, die Leistung des Lichtmikroskopes um etwa das Hundertfache übertroffen. Man kann bereits heute Gegenstände von nur einigen 10^{-9} m Durchmesser beobachten, d. h. Gebilde in der Größenordnung großer chemischer Moleküle.

Genau wie in der Optik mißt man auch bei den Materiewellen nur eine Wellenlänge. In der Optik kann man außerdem wenigstens in einem einzigen Falle auch die Phasengeschwindigkeit der Wellen (§ 62) messen, nämlich im dispersionsfreien Vakuum. Aus Wellenlänge und Phasengeschwindigkeit berechnet man als dritte Größe die Frequenz $\nu = c/\lambda$. Für die Materiewellen hingegen kann man die Phasengeschwindigkeit nie messen und daher auch keine Frequenz berechnen. Infolgedessen muß man sich auf eine Analogie beschränken: Man definiert eine Frequenz ν der Materiewelle mit der Energiegleichung

$$\nu = \frac{E}{h} \quad (320)$$

und berechnet mit ihrer Hilfe dann eine Phasengeschwindigkeit

$$v = \nu \cdot \lambda. \quad (321)$$

In Gl. (320) bedeutet dabei E die gesamte Energie des Teilchens. Sie setzt sich aus drei Anteilen zusammen, nämlich

1. einer der Masse m entsprechenden absoluten Energie $E_{\text{abs}} = mc^2$ (305) = Gl. (227) des Elektrizitäts-Bandes,

2. der kinetischen Energie $\frac{1}{2}mu^2$

(u = Teilchengeschwindigkeit),

3. einer potentiellen Energie E_{pot} in irgendeinem Felde.

Daher muß man Gl. (320) allgemein in der Form

$$\nu = \frac{E_{\text{abs}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}}{h} \quad (322)$$

schreiben. — Man kann die so erhaltene Phasengeschwindigkeit in die DE BROGLIESCHE Impulsgleichung (319) einsetzen. Dann erhält man statt (319)

$$\text{Impuls } mu = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{v} = \frac{h\nu}{v}. \quad (323)$$

Außerdem kann man die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit v von der Wellenlänge λ , oder kurz die Dispersion, berechnen. Man bekommt durch Zusammenfassung von (321) und (322)

$$v = \frac{\lambda mc^2}{h} + \frac{h}{2\lambda m} + \frac{E_{\text{pot}}}{h} \cdot \lambda \quad (324)$$

und

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{mc^2}{h} - \frac{h}{2m\lambda^2} + \frac{E_{\text{pot}}}{h}. \quad (325)$$

In der Gl. (322) überwiegt im allgemeinen das erste Glied, und dann heißt es

$$\nu = \frac{E_{\text{abs}}}{h} = \frac{mc^2}{h} \quad (326)$$

oder zusammengefaßt mit (323)

$$u \cdot v = c^2. \quad (327)$$

Diese Gleichung führt zu einer wichtigen Folgerung. u , die Bahngeschwindigkeit des materiellen Teilchens, ist immer kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c . Folglich ist die Phasengeschwindigkeit der Materiewellen immer größer als die Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec.

Phasengeschwindigkeiten größer als c kommen auch in der Optik häufig vor, nämlich als untrennbare Begleiterscheinung der Dispersion (S. 171 und 189). Man kann dann nur die Brechzahl messen und mit ihrer Hilfe die Phasengeschwindigkeit als Rechengröße bestimmen. Jede Dispersion macht die direkte Messung einer Phasengeschwindigkeit unmöglich (§ 64 Schluß).

Im Gegensatz zu den Lichtwellen zeigen nun die Materiewellen auch im Vakuum Dispersion. Infolgedessen kann man die Phasengeschwindigkeit der Materiewellen nicht einmal im Vakuum messen, sie ist in allen Fällen nur eine Rechengröße.

In der Optik ist die Gruppengeschwindigkeit auch in dispergierenden Stoffen meßbar. Wie steht es mit der Gruppengeschwindigkeit der Materiewellen? — Wir berechnen sie aus der Definitionsgleichung der Gruppengeschwindigkeit v

$$v^* = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \tag{65} \text{ von S. 103}$$

Einsetzen von (324) und (325) ergibt

$$v^* = \frac{h}{m\lambda} = u. \tag{328}$$

D. h. die Bahngeschwindigkeit u eines materiellen Teilchens ist gleich der Gruppengeschwindigkeit v^* seiner Materiewellen. Das ist ein zwar keineswegs anschauliches, aber einfaches Ergebnis. Es beruht auf der oben vereinbarten Definition der Frequenz (Gl. 320). Diese Definition ist demnach offenbar zweckentsprechend.

§ 169. Die wellenmechanische Statistik. Die Entdeckung von Beugungserscheinungen ist für die Darstellung der Elektronen- und Atomstrahlen ebenso umwälzend gewesen wie seinerzeit für die Darstellung des Lichtes. Diese Entdeckung verlangte gebieterisch ein Wellenbild, doch hatte man aus den Erfahrungen der Optik gelernt. Man vermied die Alternative Korpuskel oder Welle und entschied sich gleich für einen Dualismus von Korpuskel und Welle.

Wir fassen die wichtigsten Aussagen dieser dualistischen Darstellungsweise in der Tabelle 18 zusammen, und zwar für Photonen einerseits, für Elektronen und Atome andererseits.

Tabelle 18.

	Photonen im Vakuum	Elektronen und Atome im Vakuum
Masse in Ruhe	Null	m_0
Teilchengeschwindigkeit	$c = 3 \cdot 10^8$ m/sec	u
Energie des Teilchens	$E = h\nu$	$E = mc^2 + \frac{1}{2} mu^2 + E_{\text{pot}} = h\nu$
Masse während der Bewegung	$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$ ¹⁾
Phasengeschwindigkeit der zugehörigen Welle }	$c = 3 \cdot 10^8$ m/sec	$v = \frac{c^2}{u}$
Impuls des Teilchens	$mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$	$mu = \frac{E}{v} = \frac{h\nu}{v} = \frac{h}{\lambda}$
Dispersion der Phasengeschwindigkeit	Null	$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{mc^2}{h} - \frac{h}{2m\lambda^2} + \frac{E_{\text{pot}}}{h}$
Gruppengeschwindigkeit der Wellen	c	u

¹⁾ Vgl. Elektr.-Band Gl. (206) v. S. 228.

Der Dualismus ist sicher unbefriedigend, die Übersicht in Tabelle 18 zeigt aber auch ein erfreuliches Ergebnis, nämlich eine weitgehende Gleichartigkeit oder Verwandtschaft aller Strahlungsvorgänge. Das Lichtkorpuskel, das Photon, erscheint als ein Grenzfall der sonst bekannten Korpuskeln, Elektronen usw. Es ist durch drei Merkmale gekennzeichnet:

1. Das Photon existiert nicht in Ruhe, dann ist seine Masse Null.
2. Das Photon hat immer die Geschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec.
3. Seine Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind im Vakuum identisch, und aus diesem Grunde ist auch die Phasengeschwindigkeit im Vakuum meßbar.

Die innere Verwandtschaft aller Strahlungsvorgänge verlangt auch eine formal einheitliche Behandlung. Für diese ist die „Welle“ von entscheidender Bedeutung. — Der Begriff Welle ist uns aus vielfältigen Erfahrungen des täglichen Lebens (Seilwellen, Wasserwellen usw.) und durch die Erforschung des Schalles weitgehend vertraut und dadurch „anschaulich“ geworden. In den Wellen sehen wir stets eine räumlich und zeitlich wechselnde Anordnung und Verteilung ungeheurer Mengen von Individuen. Über Lage, Geschwindigkeit usw. des einzelnen Teilchens erfahren wir gar nichts. Man denke z. B. an die so überaus anschaulichen Oberflächenwellen auf Wasser einerseits, und das molekulare Bild dieser Oberfläche (S. 91) andererseits.

Eine Übertragung der Wellenvorstellung auf das Vakuum ist schon eine weitgehende Abstraktion. Nehmen wir als Beispiel stehende elektrische Wellen zwischen zwei parallelen Drähten zunächst in einer Atmosphäre des Edelgases Neon (Elektrizitäts-Band Abb. 468). Das Neon leuchtet, seine Leuchtdichte zeigt die periodische Verteilung einer stehenden Welle. Diese Verteilung betrifft wieder eine ungeheure Menge einzelner Individuen, über Ort und Bewegung der einzelnen leuchtenden Atome erfahren wir gar nichts. Darauf pumpen wir das Gas heraus, und damit verschwindet jede sichtbare Spur einer wellenförmigen Verteilung. Trotzdem behaupten wir auch für das Vakuum die Existenz einer stehenden „elektrischen Welle“. Mit dieser Behauptung wollen wir aber nur folgende Erfahrung ausdrücken: Wir können jederzeit wieder Gas einfüllen oder Faserstaub zwischen die Drähte bringen oder ein Bündel Kathodenstrahlen parallel zu den Drähten hindurchschicken; in allen Fällen werden die zahllosen einzelnen Teilchen in ihrer Verteilung wieder das Bild einer stehenden Welle ergeben.

Diese und ähnliche Überlegungen sind nun sinngemäß zu erweitern und auf das Bild der Licht- und Materiewellen zu übertragen. Wir beobachten stets nur die Verteilung zahlloser Individuen in charakteristischen, mit Wellen beschreibbaren Verteilungen, z. B. in Beugungsfiguren. Die Wellen für sich allein sind eine Abstraktion.

Eine quantitative Formulierung dieser Gedankengänge wird in der wellenmechanischen Statistik durchgeführt. Man berechnet die beobachtbaren Verteilungen, gemittelt über sehr viele Individuen, mit einer für Wellen charakteristischen, von SCHRÖDINGER formulierten Differentialgleichung. In diese Gleichung ist die PLANCKSche Konstante hineingesteckt worden. Man verzichtet bewußt auf jede Aussage über das „Schicksal“ (Weg, Geschwindigkeit usw.) der einzelnen Individuen (Photonen, Elektronen usw.). Diese Individuen sind ja sowieso nicht unterscheidbar. Schon das kleinste uns bekannte „Namensschild“, ein angeheftetes Elektron, verändert das Wesen des Individuums radikal, aus einem Atom wird ein Ion mit ganz neuen Eigenschaften usw. Man wird einwenden: Dann verzichte man auf das „Namensschild“ und verfolge, mit dem Auge fixierend, ein einzelnes Individuum wie ein Schaf in der Herde (selbstverständlich bewaffnet mit einem Mikroskop von ausreichender Leistung). Aber auch diese „schonendste“ Beobachtung eines Individuums ist in der atomaren Welt

schon ein sehr störender Eingriff: Die zum Sehen benutzten Photonen ändern durch ihren Rückstoß Ort und Geschwindigkeit des fixierten Individuums.

Zur quantitativen Formulierung dient ein einfaches Gedankenexperiment.

Es soll der Ort eines Elektrons durch ein „Übermikroskop“ innerhalb eines Bereiches $\pm y$ festgestellt werden. Dann muß das Mikroskop nach S. 44 die Bedingung

$$y \approx \frac{\lambda}{\sin u} \quad (329)$$

erfüllen ($u =$ dingseitiger Öffnungswinkel). — Nun kommt die grundsätzliche Schwierigkeit: Jedes zur Beobachtung benutzte Photon wird beim Zusammenstoß mit dem Elektron um einen Winkel γ abgelenkt (Abb. 533 b), und gleichzeitig erteilt sein Rückstoß (wie beim Comptoneffekt) dem Elektron quer zur Lichtrichtung einen Impuls

$$\Delta \mathcal{G} \approx \frac{h}{\lambda} \cdot \sin \gamma.$$

Der Ablenkungswinkel γ darf nicht größer werden als u , sonst kann das Photon nicht mehr in das Objektiv des Mikroskops hineingelangen. Also ist die größte zulässige Impulsänderung

$$\Delta \mathcal{G} \approx \frac{h}{\lambda} \cdot \sin u. \quad (330)$$

Die Zusammenfassung von (329) und (330) ergibt

$$y \cdot \Delta \mathcal{G} \approx h.$$

In Worten: Das PLANCKSche h setzt der Beobachtungsmöglichkeit bestimmte Grenzen. Man kann nicht den Ort y und die Impulsänderung $\Delta \mathcal{G}$ eines Individuums gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit messen. Man kann die Genauigkeit der einen Messung stets nur auf Kosten der anderen steigern. Das ist die von HEISENBERG eingeführte Ungenauigkeitsrelation. Man kann elementare Individuen (Elektronen, Atome, Photonen usw.) nicht ebenso umfassend beobachten wie makroskopische Gebilde. Zur Unmöglichkeit ihrer Identifizierung kommt eine zweite Unmöglichkeit hinzu, nämlich die der gleichzeitigen Messung mehrerer Bestimmungsstücke, z. B. Ort und Geschwindigkeit.

Infolgedessen müssen wir uns grundsätzlich mit einer Statistik bescheiden. Unsere Aussagen müssen sich auf räumliche und zeitliche Mittelwerte beschränken. Für diese Statistik braucht man den mathematischen Formalismus einer Wellenausbreitung. Die Amplitude dieser Wellen hat keine physikalische Bedeutung, sondern erst das Ergebnis der Rechnung, die mit der Beobachtung vergleichbare statistische Verteilung der atomaren Individuen. Das gilt in gleicher Weise für die Wellen des Lichtes wie die Materiewellen. Aus diesem Grund haben wir von vornherein in diesem Buche alle unnötigen Aussagen über die Amplituden der Lichtwellen vermieden, und zum Schluß auch die Aussage Lichtwelle = elektrische Welle auf ihren wahren Gehalt zurückgeführt.

Ein näheres Eingehen auf die wellenmechanische Statistik überschreitet den Rahmen dieses Buches. Nur ein Punkt sei kurz erwähnt. Man hat diese Statistik mit großem Erfolg auf die Bewegung der Elektronen im Felde des positiven Atomkernes angewandt. Das Ergebnis liefert die Häufigkeit, mit der man z. B. das Elektron des H-Atomes in einem bestimmten Abstand vom Kern antreffen kann. Diese Gebiete größter Häufigkeit bilden im einfachsten Falle konzentrische Kugelschalen von erheblicher Dicke. Sie entsprechen den K -, L -, M -... Schalen des BOHRschen Modells. Die stationären Häufigkeitsverteilungen besitzen kein elektrisches Moment, strahlen also auch nicht. Während des Überganges aus einer stationären Häufigkeitsverteilung in eine andere tritt aber vorübergehend eine Verteilung mit einem elektrischen Moment auf, und diese schwingt mit der gleichen Frequenz wie die während des Überganges ausgestrahlte Lichtwelle. So rechtfertigt das wellenmechanische Atommodell die klassische Vorstellung schwingender Dipole im Innern der Atome.

XIV. Über Strahlungsmessung und Lichtmessung. Über Farben und Glanz.

§ 170. **Vorbemerkung.** Dies letzte Kapitel zerfällt in zwei Teile. Der erste behandelt noch einige die Strahlung und ihre Messung betreffende physikalische Fragen. Sie hätten sachlich an früheren Stellen gebracht werden können; hier aber geben sie eine erwünschte Vorbereitung und Überleitung zum zweiten Teil. In diesem zweiten Teil verlassen wir das Arbeitsgebiet der Physik. Wir behandeln zunächst die Lichtmessung (Photometrie) mit ihrem psychologischen Maßsystem und bringen dann eine Reihe psychologischer Tatsachen zur Entstehung der Farben und des Glanzes. Leider lassen sich vielen dieser Tatsachen noch keine sinnesphysiologischen Vorgänge zuordnen. Trotzdem ist ihre Kenntnis nicht minder wichtig als die der physikalischen Gesetzmäßigkeiten. Man braucht sie nicht nur für physikalische Beobachtungen, sondern auch für technische Anwendungen und zahlreiche Fragen des täglichen Lebens. — Es soll nur eine knappe Auswahl aus der Fülle des Stoffes gegeben und auf alle Vollzähligkeit verzichtet werden.

Erster Teil.

§ 171. **Absolute Eichung von Strahlungsmessern.** In den bisherigen Kapiteln haben wir dauernd die Strahlungsleistung mit einem in Watt geeichten Thermoelement gemessen. Doch ist eine Beschreibung des Eichverfahrens unterblieben.

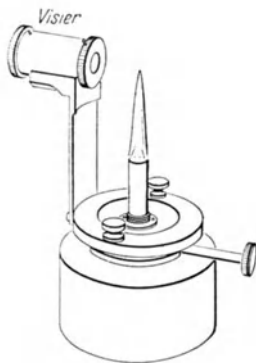


Abb. 535. Zur Eichung eines Strahlungsmessers (Thermoelement) in Watt dient eine HEFNERsche Normallampe (Brennstoff Amylazetat, Durchmesser des Dochtes 8 mm, Flammenhöhe, mit Visier gemessen, gleich 40 mm). Mit einer Blende wird die Strahlung der heißen Gase oberhalb der Flamme ausgeschaltet. CO_2 - und H_2O -Gehalt der Zimmerluft stören durch Absorption. Darum soll man in einem gut gelüfteten Raum arbeiten und den Abstand von 1 m innehalten.

Eine solche Eichung erfolgt im allgemeinen in zwei Schritten. Im ersten bestrahlt eine Lichtquelle von großer Strahlungsstärke (Sonne, 1000-Watt-Lampe od. dgl.) einen unempfindlichen Strahlungsmesser, z. B. eine berußte Metallplatte mit einem eingesetzten Thermometer und einer elektrischen Heizvorrichtung. Man wartet bis zur Einstellung einer konstanten Temperatur. Dann blendet man die Strahlung ab und hält die gleiche Temperatur mit der elektrischen Heizung aufrecht. Die dazu erforderliche Leistung (Volt · Ampere) ist gleich der vorher benutzten Strahlungsleistung. Damit ist der unempfindliche Strahlungsmesser geeicht. — Im zweiten Schritt vergleicht man das empfindliche Thermoelement (kleine Fläche) mit dem geeichten unempfindlichen Strahlungsmesser (große Fläche). — Soweit das Grundsätzliche des Verfahrens (Praktikumsaufgabe).

Im Laboratorium verfährt man einfacher. Die Technik bringt die nach HEFNER benannten Normallampen (Abb. 535) in den Handel, auf Wunsch sogar mit amtlichem Eichschein. Mit einer solchen Normal-

lampe bestrahlt man das Thermolement in 1 m horizontalem Abstand. Dort erhält jeder senkrecht getroffene cm² eine Leistung von $9,4 \cdot 10^{-5}$ Watt.

§ 172. Eigenstrahler und Fremdstrahler. Richtungsabhängigkeit der Streustrahlung. Wir haben die Worte Lichtquelle, Strahler und Sender nebeneinander in der gleichen Bedeutung gebracht. Oft passen alle drei Worte gleich gut. Gelegentlich aber ist eines von ihnen bezeichnender als die anderen. — Als Empfänger dienen unser Auge, Strahlungsmesser oder beliebige bestrahlte Flächen.

Die Sender teilt man zweckmäßig in zwei Gruppen ein:

I. Eigen- oder Primärstrahler, z. B. Sonne, Lampen, phosphoreszierende Substanzen,

II. Fremd- oder Sekundärstrahler, z. B. der Mond, diese Druckseite, Zimmermöbel, fluoreszierende Körper usw.

Für die Sekundärstrahlung oder Fremdstrahler gelten genau die gleichen energetischen Definitionen wie für die Primärstrahlung, also z. B.

$$\begin{aligned} & \text{Strahlungsstärke } J_{\vartheta} \\ &= \frac{\text{Strahlungsleistung in Richtung } \vartheta}{\text{Raumwinkel } d\varphi} \end{aligned}$$

Für jedes Flächenelement ist die Strahlungsstärke der Sekundärstrahlung proportional der von der Primärstrahlung erzeugten Bestrahlungsstärke (S. 55). Die Richtungsverteilung der Sekundärstrahlung hängt stark von der Oberflächenbeschaffenheit des Sekundärstrahlers ab. Das wollen wir für den weitest wichtigen Fall näher ausführen, nämlich für die durch Streuung entstehende Sekundärstrahlung fester Körper.

In der Oberfläche nichtspiegelnder fester Körper sind streuende Teilchen eng aneinander gepackt. Sie sind zu mehr oder minder matten Flächen vereinigt. Größe und Anordnung dieser Teilchen können in weiten Grenzen variieren, infolgedessen kann die Strahlungsstärke der Streustrahlung in sehr verschiedener Weise von der Richtung abhängen.

Wir geben in den Abb. 537 bis 542 einige Beispiele in Schauversuchen. Sie

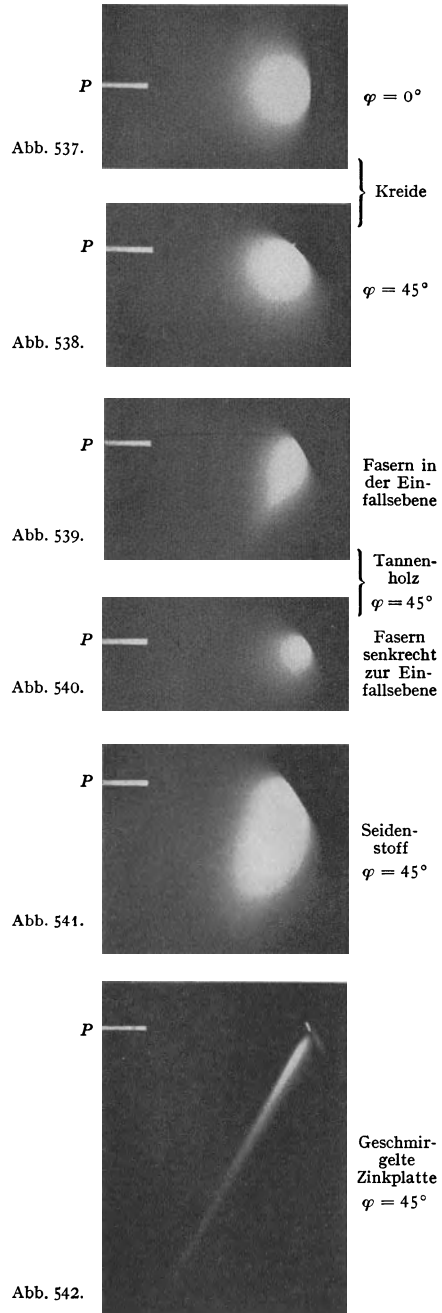
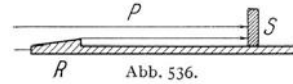


Abb. 536 bis 542. Richtungsverteilung der Sekundärstrahlung (Streulicht) matten Flächen von verschiedener Oberflächenbeschaffenheit. P = Richtung und Breite des einfallenden Primärlichtbündels. Oben Versuchsanordnung, Näheres im Text.

sind alle nach dem gleichen Verfahren gewonnen (Abb. 536). Die Primärstrahlung P ist parallel gebündelt. Sie streift eine flache Rampe R und markiert dadurch ihre Richtung und ihren Querschnitt. Dann trifft sie auf die ebene Oberfläche des Fremd- oder Sekundärstrahlers S . Diese Fläche steht senkrecht auf einem matt getünchten Brett. Die Sekundärstrahlung bestrahlt das Brett und erzeugt an ihm eine Tertiärstrahlung. Diese gelangt ins Auge oder in die photographische Kamera. Beide blicken senkrecht auf das Brett.

Die Abb. 537 und 538 sind mit einer ebenen Kreidefläche hergestellt. Kreide zeigt eine fast „ideal diffuse“ Streuung. D. h. die Sekundärstrahlung ist unabhängig vom Einfallswinkel der Primärstrahlung symmetrisch zur Flächennormale der Kreideoberfläche verteilt: Das LAMBERTSche Kosinusetz (Abb. 130) ist für die Sekundärstrahlung der Kreide mit guter Näherung erfüllt.

Papier und Porzellan geben eine ähnliche Verteilung der Sekundärstrahlung, auch sie streuen sehr diffus. Das gilt nicht nur für mattes, sondern auch für glänzendes Papier, nicht für unglasiertes, sondern auch für glasiertes Porzellan. Die oberflächlichen Harz-, Leim- oder Glasurschichten wirken nur wie eine vorgeschaltete plane Glasplatte: Sie geben eine zusätzliche, auf die Einfallsebene beschränkte Spiegelung, aber keine Streuung in einem bevorzugten Winkelintervall.

Eine Streuung mit Vorzugsrichtung findet sich in Abb. 539. Dort dient ein glattgehobeltes Tannenbrett als Sekundärstrahler, die Holzfasern liegen der Einfallsebene parallel. In Abb. 540 hingegen liegen die Fasern senkrecht zur Einfallsebene. Es gibt nur eine diffuse Streuung ohne ausgezeichnete Richtung, ähnlich wie bei Kreide und wie Papier. Diese Abhängigkeit der Lichtstreuung von der Faserrichtung wird technisch vielfach ausgenutzt, z. B. bei Parkettmustern.

Sehr ähnlich liegen die Dinge bei vielen Geweben. Man kann den feinen lichtstreuenden Fasern auf mannigfache Weise Vorzugsrichtungen geben. So erhält man z. B. glänzende Seidenstoffe. Sie streuen in ausgezeichneten Richtungen, Abb. 541. Oft läßt man die Faserrichtung in Mustern wechseln, z. B. bei Damast allen Art (Tischtücher, Möbelstoffe usw.).

Die auffälligsten Beispiele einer Lichtstreuung in bevorzugten Richtungen liefern die Metalle. Beim Feilen, Hobeln und Schmirgeln bekommen die Oberflächen eine „Strichrichtung“. Legt man diese in die Einfallsebene, so nähert sich die Streuung bereits einer Spiegelung, d. h. für eine bevorzugte Streurichtung gilt: Streuwinkel gleich Einfallswinkel, Abb. 542. Doch bleibt die Sekundärstrahlung keineswegs auf die Einfallsebene beschränkt. Es liegt noch Streuung vor und keine Spiegelung. Der Grenzübergang Streuung \rightarrow Spiegelung erfolgt erst bei wesentlich feinerer Struktur der Oberfläche: Die Größe der einzelnen streuenden Teilchen sowie ihre gegenseitigen Abstände müssen klein gegenüber der Wellenlänge werden.

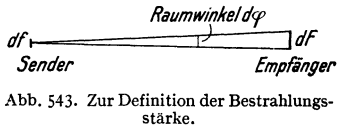


Abb. 543. Zur Definition der Bestrahlungsstärke.

§ 173. Experimentelle Hilfsmittel für die Änderung einer Bestrahlungsstärke. In den folgenden Paragraphen werden wir häufig die Bestrahlungsstärke b einer Fläche dF ändern müssen, ohne am Sender etwas ändern zu dürfen. Einige

dazu geeignete Hilfsmittel wollen wir vorher behandeln.

Nach der Definitionsgleichung (S. 55 und Abb. 543)

$$\text{Bestrahlungsstärke } b = \frac{\text{Strahlungsstärke } J \text{ des Senders}}{(\text{Abstand } R \text{ des Senders})^2} \quad (30b)$$

gibt es zwei Möglichkeiten zur Änderung der Bestrahlungsstärke (Watt/m^2): Man kann die Strahlungsstärke J des Senders ändern, oder den Abstand R

zwischen Sender und Empfänger. Das letztere ist das einfachere. Es kann völlig stetig geschehen, führt aber leider oft zu Abständen von lästiger Größe. Daher läßt man im allgemeinen lieber den Abstand R konstant und verändert die Strahlungsstärke.

Unabhängig von dem benutzten Spektralbereich kann man das meistens nur für den räumlichen oder zeitlichen Mittelwert der Strahlungsstärke erreichen. Den räumlichen Mittelwert ändert man mit Siebblenden. Diese sind aber nur in Verbindung mit abbildenden Linsen zu gebrauchen, man muß sie dicht vor die Linsen stellen. Siebblenden ändern überdies die Strahlungsstärke nur stufenweise, nicht stetig.

Den zeitlichen Mittelwert einer Strahlungsstärke ändert man mit einer rasch rotierenden Sektorscheibe. Eine solche ist in Abb. 544 skizziert. Man kann sie quer zur Lichtrichtung verschieben und so den durchgelassenen Bruchteil der Strahlung stetig verändern.

Für einen begrenzten Spektralbereich, z. B. den sichtbaren allein, ist eine stetige Änderung der Strahlungsstärke einfach zu erreichen. Auch braucht man sich nicht auf die Mittelwerte zu beschränken. Man schaltet z. B. in den Strahlengang ein sog. „Graufilter“ veränderlicher Dicke. Es besteht meistens aus zwei übereinander schiebbaren schlanken Glaskeilen mit einer von der Wellenlänge unabhängigen Absorptionskonstanten. Oder man benutzt zwei hintereinander gestellte und gegeneinander verdrehbare Polarisationsprismen (Nikols). Polarisationsfolien sind ihres großen Durchmessers halber bequemer, doch absorbieren sie für viele Zwecke zu selektiv.

Zum Schluß wollen wir für die beiden häufigsten Hilfsmittel zur Änderung der Strahlungsstärke noch je ein Zeichenschema einführen (Abb. 545). Für die Sektorscheibe oder Siebblenden benutzen wir das Schema α , für Graukeile oder Polarisatoren das Schema β . Dann brauchen wir die später folgenden Bilder nicht mit nebensächlichen Einzelheiten zu belasten.

§ 174. Vergleich von Strahlungsstärken verschiedener Strahler. Zur absoluten Messung der Strahlungsstärken (Watt je Raumwinkel) braucht man einen in Watt geeichten Strahlungsmesser (Thermoelement). In Ermangelung einer Eichung muß man sich mit Vergleichsmessungen behelfen. Bei diesen wählt man irgendeinen Strahler, z. B. eine Kerze, als Strahlungsnormal und definiert ihre Strahlungsstärke als Einheitsstärke J_E . Dann kann man beliebige Strahlungsstärken in Vielfachen dieser Einheitsstärke messen.

Derartige Vergleichsmessungen gehen am besten von Gl. (30b), S. 300, aus. Man erzeugt mit beiden Strahlern die gleiche Bestrahlungsstärke b . Zu diesem Zweck verändert man entweder den Abstand R_x des zu messenden Strahlers (Abb. 546); dann gilt

$$J_x = \left(\frac{R_x}{R_E}\right)^2 \cdot J_E,$$

oder man schwächt seine Strahlungsstärke durch einen rotierenden Sektor auf den Bruchteil $1/p$ (Abb. 547); dann gilt

$$J_x = p \cdot J_E.$$



Abb. 544. Rotierende Sektorscheibe zur Änderung des zeitlichen Mittelwertes einer Strahlungsstärke. Mehr als etwa 30 bis 60 Dunkelpausen je Sekunde werden vom Auge nicht mehr wahrgenommen. Der Kreis bedeutet den Querschnitt des Lichtbündels. Ein Schlitten ermöglicht eine seitliche Verschiebung der Sektorscheibe in Richtung des Doppelpfeils.

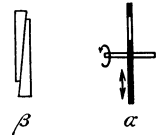


Abb. 545. Zeichenschema für zwei Gruppen technischer Hilfsmittel zur Änderung von Strahlungsstärken.

In beiden Fällen wird die Gleichheit der Betrahlungsstärke durch die Erwärmung des Empfängers (Thermoelement) festgestellt, also durch einen nicht-selektiven, d. h. von der Wellenlänge der Strahlung unabhängigen, physikalischen Vorgang.

Zweiter Teil.

§ 175. Vergleichende Lichtmessung (Photometrie) und das psychologische Maßsystem. Von dem soeben behandelten physikalischen Vergleichsverfahren gelangt man auf einfachstem Wege zum psychologischen Vergleichsverfahren

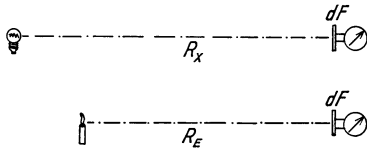


Abb. 546. Glühlampe und Kerze erzeugen aus verschiedenem Abstand die gleiche Bestrahlungsstärke des Empfängers (Thermoelement).

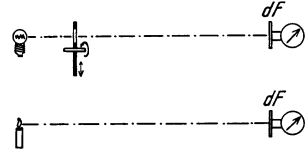


Abb. 547. Glühlampe und Kerze erzeugen aus gleichem Abstand die gleiche Bestrahlungsstärke, nachdem man die eine Strahlungsstärke mit einem rotierenden Sektor auf $1/p$ herabgesetzt hat.

der Photometrie oder Lichtmeßkunst. Man bewertet die Strahlung nicht nach ihrer Leistung (Energie je Zeit oder „Energiestrom“), sondern nach ihrer Wirkung auf unseren Lichtsinn. Man ersetzt die in Abb. 546/47 gleiche Be-

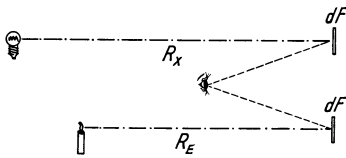


Abb. 548. Glühlampe und Kerze erzeugen aus verschiedenen Abständen die gleiche Beleuchtungsstärke.

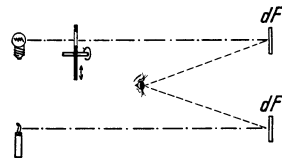


Abb. 549. Glühlampe und Kerze erzeugen aus gleichem Abstand die gleiche Beleuchtungsstärke, nachdem man die Lichtstärke der Glühlampe mit einem rotierenden Vektor auf $1/p$ herabgesetzt hat.

strahlungsstärke der Flächen dF durch eine vom Lichtsinn (Auge) festgestellte gleiche Beleuchtungsstärke (Abb. 548/49). Dann aber vergleicht man nicht mehr Strahlungsstärken, sondern Lichtstärken, d. h. allgemein: die nach dem neuen, dem psychologischen Verfahren, gemessenen Größen müssen neue Namen bekommen. Man sagt für den Sender

Lichtstärke statt Strahlungsstärke (Watt/Raumwinkel)
 Leuchtdichte statt Strahlungsdichte $\left(\frac{\text{Watt}}{\text{Raumwinkel}/\text{m}^2}\right)$
 Lichtstrom oder Lichtleistung } statt { Energiestrom oder Strahlungsleistung } (Watt)

und für den Empfänger

Beleuchtungsstärke statt Bestrahlungsstärke (Watt/m²).

Das physikalische System benutzt als Grundgröße die Strahlungsleistung und als ihre Einheit das Watt. Die abgeleiteten Einheiten, z. B. Watt/m², bekommen vernünftigerweise keine neuen Namen. — Das psychologische System hingegen benutzt als Grundgröße die (der Strahlungsstärke entsprechende) Lichtstärke und nennt ihre Einheit Hefnerkerze (HK). Eine Hefnerkerze ist die in horizontaler Richtung vorhandene Lichtstärke der HEFNERschen Normallampe (Abb. 535). Nun aber kommt etwas recht Überflüssiges: Man gibt allen

abgeleiteten Einheiten besondere Namen, und durch sie bekommt diese harmlose Meßkunst das Ansehen einer wahrhaft esoterischen Lehre. Wir verzichten auf Apostilb, Phot, Millilambert usw. und stellen nur die Namen der wichtigsten abgeleiteten Einheiten in der Tabelle 19 zusammen.

Tabelle 19.

	Begriff	Definition	Einheit	Name der abgeleiteten Einheit
Für den Sender	Lichtstärke	Grundgröße	Hefnerkerze, HK	—
	Leuchtdichte	Lichtstärke/scheinbare Senderfläche (Abb. 131)	$\frac{HK}{cm^2}$	Stilb, Sb
	Lichtstrom	Lichtstärke · Raumwinkel	HK · räumlicher Einheitswinkel	Lumen, Lm
Für den Empfänger	Beleuchtungsstärke	Lichtstärke des Senders/(Abstand des Senders) ²	HK m ²	Lux, Lx (früher Meterkerze)

Besitzt ein Eigenstrahler eine von der Richtung unabhängige Lichtstärke 1 HK, so sendet er in die umgebende Kugelfläche, also in den Raumwinkel 4π , den Lichtstrom 4π Lumen. Bei der Mehrzahl der Lichtquellen ist die Lichtstärke genau wie die Strahlungsstärke vom Einfallswinkel θ abhängig. Dann muß über die Kugelfläche summiert werden.

Unter der Beleuchtungsstärke $n \frac{HK}{m^2} = n$ Lux strahlt ein ideal diffus streuender Fremdstrahler (S. 300) seinerseits mit einer Leuchtdichte $\frac{nr}{\pi} \frac{HK}{m^2}$ ($r =$ Reflexionsvermögen in %).

§ 176. Definitionen der gleichen Beleuchtungsstärke. Heterochrome Photometrie. Die Lichtmessung (Abb. 548/49) beruht auf der Herstellung zweier gleicher Beleuchtungsstärken. Beim Vergleich zweier Lichtquellen der gleichen Bauart, z. B. einer großen und einer kleinen Wolframglühlampe mit normaler Belastung, ist die Einstellung gleicher Beleuchtungsstärken ohne weiteres klar. Man läßt die beiden Flächen dF der schematischen Abb. 548/49 irgendwie aneinander grenzen. Bei gleicher Beleuchtungsstärke verschwindet die Grenze, die beleuchteten Flächen unterscheiden sich überhaupt nicht mehr, die Gleichheit wird zur Identität. — Anders beim Vergleich verschiedenartiger Lichtquellen, z. B. einer gelb leuchtenden Na-Dampf-Lampe und einer blaugrün leuchtenden Hg-Dampf-Lampe, oder zweier Bogenlampen mit bunten Filterfenstern, die eine mit einem roten, die andere mit einem blauen. Hier muß der Begriff der gleichen Beleuchtungsstärke erst durch eine Definition festgelegt werden. Für eine solche Definition kann man eine Reihe psychologischer Tatsachen benutzen. Wir bringen an Hand von Experimenten einige Beispiele:

1. Sehschärfe. In Abb. 550 werden auf einem Zeitungsblatt nebeneinander zwei rechteckige Felder mit je einer Bogenlampe beleuchtet, das

eine rot, das andere grün. Die Beleuchtungsstärke des einen Feldes kann mit der Vorrichtung β in meßbarer Weise stetig verändert werden. Man kann mit bemerkenswerter Sicherheit auf gleiche Lesbarkeit oder gleiche Sehschärfe in beiden Feldern einstellen. Daher kann man unabhängig von der Farbe gleiche Sehschärfe als Kennzeichen gleicher Beleuchtungsstärke definieren.

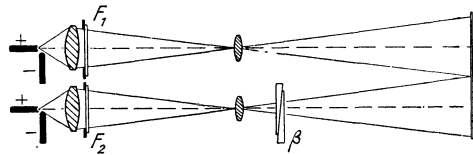


Abb. 550. Zur Definition gleicher Beleuchtungsstärke mit Hilfe gleicher Sehschärfe. — Das Umfeld soll bei diesen und den folgenden photometrischen Schauversuchen mit einer Beleuchtungsstärke von rund 10 HK/m^2 beleuchtet werden. Es strahlt dann selbst diffus mit einer Leuchtdichte von etwa 3 HK/m^2 .

2. Verzögerungszeit. Die beiden rechteckigen bunten Felder werden nebeneinander mit einer vertikalen Grenze auf einen Wandschirm geworfen, jedoch durch den Schatten eines horizontalen Stabes unterbrochen. Der Stab wird auf und ab bewegt. Dabei bleibt sein Schatten im allgemeinen keine horizontale Gerade, sondern er bekommt an der Grenze einen Knick, z. B. wie in Abb. 551. D. h. unser Bewußtsein nimmt die Bewegungen erst mit einer gewissen, von der Beleuchtungsstärke abhängigen Verzögerung wahr. Wir können wieder die Beleuchtungsstärke des einen Feldes variieren (Vorrichtung β) und mit großer Sicherheit auf ein Verschwinden des Knickes einstellen.

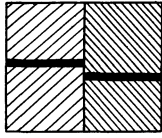


Abb. 551. Zur Definition gleicher Beleuchtungsstärke durch gleiche Verzögerungszeit.

Daher kann man unabhängig von der Farbe auch die gleiche Verzögerungszeit als Kennzeichen gleicher Beleuchtungsstärke definieren.

In technischen Photometern erzeugt man mit Verzögerungen verschiedener Größe stereoskopische Effekte. Ihr Verschwinden bedeutet gleiche Beleuchtungsstärke. Schauversuch: Man lasse ein Pendel, am besten bifilar aufgehängt, in einer Ebene schwingen. Der Beobachter betrachtet es mit beiden Augen, hält aber vor das eine irgendein dunkles oder gefärbtes Glas. Dann sieht er das Pendel auf einer Ellipsenbahn laufen.

3. Frequenzgrenze des Flimmerns. Intermittierende Beleuchtung, z. B. hergestellt mit der rotierenden Sektorscheibe in Abb. 552, erzeugt ein Flimmern.

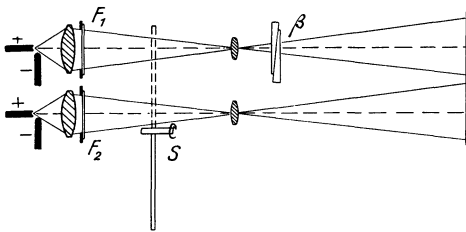


Abb. 552. Zur Definition gleicher Beleuchtungsstärke durch gleiche Frequenzgrenze des Flimmerns.

Dieses verschwindet oberhalb einer Grenzfrequenz. Je höher die Beleuchtungsstärke (Vorrichtung β), desto höher die Grenzfrequenz. Bei verschiedenfarbiger Beleuchtung kann man gleiche Frequenzgrenze des Flimmerns als Kennzeichen gleicher Beleuchtungsstärke definieren.

4. Flimmerfreier Feldwechsel. Die beiden bunten beleuchteten Felder werden nicht wie bisher nebeneinander, sondern genau passend aufeinander gelegt (Abb. 553) und mit einem rotierenden Sektorverschluß dem Auge abwechselnd dargeboten, etwa 10mal je Sekunde. Im allgemeinen sieht man einen flimmernden Wechsel der Farbtöne. Durch Änderung der einen Beleuchtungsstärke (Vorrichtung β) kann man das Flimmern beseitigen. Das Auge sieht dann das Feld in einer ruhigen Mischfarbe. Dieser flimmerfreie Feldwechsel kann unabhängig von der Farbe als Kennzeichen gleicher Beleuchtungsstärke definiert werden.

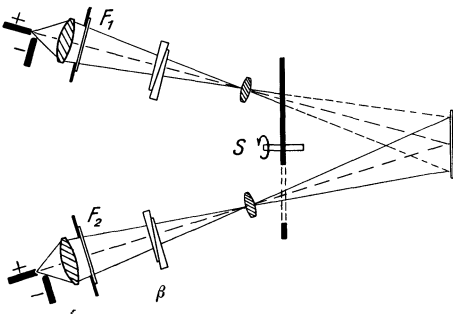


Abb. 553. Zur Definition gleicher Beleuchtungsstärke durch flimmerfreien Feldwechsel.

Diese verschiedenartigen Definitionen für die Gleichheit zweier Beleuchtungsstärken führen in der Praxis zu wenig voneinander abweichenden Ergebnissen. Mit ihrer Hilfe kann man die Lichtstärken der verschiedenartigsten Lichtquellen vergleichen und messen, und zwar in Vielfachen der vereinbarten Einheitslichtstärke, der Hefnerkerze. Die Zahlenwerte der Photometrie können selbstverständlich nur für einen mittleren Normalmenschen gelten und auch für ihn nur bei seinem normalen, nicht durch irgendwelche besonderen Beanspruchungen geänderten Befinden.

Dieser flimmerfreie Feldwechsel kann unabhängig von der Farbe als Kennzeichen gleicher Beleuchtungsstärke definiert werden.

§ 177. Spektrale Empfindlichkeitsverteilung des Auges. Objektive Photometrie. Nach den Darlegungen des vorigen Paragraphen lassen sich Lichtstärken unabhängig von ihren Farben in Hefnerkerzen messen. Infolgedessen kann man die spektrale Verteilung der Augenempfindlichkeit experimentell bestimmen.

Als Empfindlichkeit des Auges definiert man das von der Wellenlänge abhängige Verhältnis

$$E_\lambda = \frac{\text{photometrisch in HK gemessene Lichtstärke}}{\text{physikalisch in Watt je Raumwinkel gemessene Strahlungsstärke}}$$

E_λ hat also die Dimension $\text{HK} / \frac{\text{Watt}}{\text{Raumwinkel}}$ oder in technischem Sprachgebrauch $\frac{\text{Lumen}}{\text{Watt}}$.

Die Meßmethoden sind aus den vorangehenden Paragraphen zur Genüge bekannt. Das Ergebnis — ein Mittel über Hunderte von Individuen — ist in Abb. 554 dargestellt. Es gilt für das hell adaptierte Auge, d. h. für den Zustand des Auges bei Leuchtdichten $> 3 \frac{\text{HK}}{\text{m}^2}$. Das Maximum der Empfindlichkeitskurve liegt dann bei der Wellenlänge $\lambda = 555 \text{ m}\mu$, dort ist $E_{\text{max}} = 694 \text{ HK} / \frac{\text{Watt}}{\text{Raumwinkel}}$. Der Kehrwert dieses Höchstwertes, also $1,44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Watt}}{\text{Lumen}}$, wird im Schrifttum oft als mechanisches Lichtäquivalent bezeichnet. Diese Wortschöpfung wollen wir zur Kenntnis nehmen, aber damit keineswegs billigen.

Die Lage des Empfindlichkeitsmaximums läßt sich qualitativ schon mit ganz einfachen Schauversuchen vorführen. Man entwirft ein Spektrum mit einer Bogenlampe auf dem Wandschirm und betrachtet die Strahlungsstärke der einzelnen Wellenlängenbereiche in roher, aber genügender Näherung als konstant. In den Strahlengang setzt man eine Sektorscheibe und steigert allmählich die Drehzahl: Zunächst flimmert das ganze Spektrum, dann werden die Enden (violett und rot) flimmerfrei. Der flimmernde Bereich wird mehr und mehr eingeengt. Zuletzt wird die Frequenzgrenze des Flimmerns im Grünen, also im Bereich der Höchstepfindlichkeit, erreicht. — Oder noch einfacher: Man entfernt die Sektorscheibe und hält quer vor den Spalt eine Nadel. Sie unterteilt das Spektrum in seiner ganzen Länge horizontal durch einen geraden schwarzen Strich. Dann bewegt man die Nadel langsam auf und nieder. Dadurch wird der schwarze Strich durchgebogen, die beiden Enden im Rot und Violett bleiben zurück. Der Scheitel des Bogens liegt im Grünen, d. h. im Gebiet der Höchstempfindlichkeit ist die Verweilzeit des Auges am kleinsten.

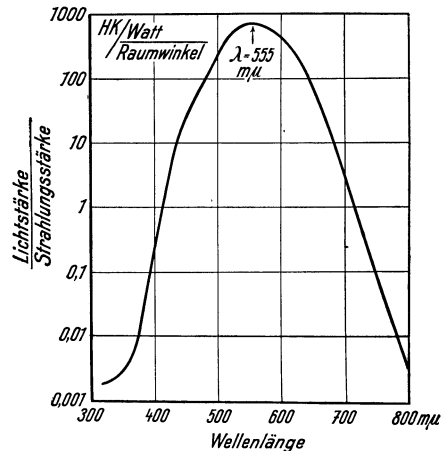


Abb. 554. Spektrale Empfindlichkeitsverteilung des hell adaptierten Auges nach den zur Zeit international angenommenen Werten. Man kann auch die 10% aller männlichen Beobachter mit leichten Störungen des Farbensinnes ausschalten. Dann verschiebt sich das Maximum zur Wellenlänge 565 mμ. Üblicherweise bezeichnet man nur den Wellenlängenbereich von 400 bis 750 mμ als sichtbar. Das ist also nicht frei von Willkür.

Bei kleinen Leuchtdichten treten die Empfangsorgane der hell adaptierten Netzhaut, die Zapfchen, außer Funktion. Statt ihrer treten andere Empfangsorgane, die Stäbchen, in Tätigkeit. Bei Leuchtdichten $< 3 \cdot 10^{-3} \text{ HK/m}^2$ arbeiten diese allein. Die spektrale Empfindlichkeitsverteilung des Auges ist dann in Richtung kürzerer Wellen verschoben. Das Maximum liegt bei ungefähr 510 mμ. Das Verhältnis von Lichtstärke zu Strahlungsstärke erreicht dort die Größenordnung $5 \cdot 10^6 \text{ HK} / \frac{\text{Watt}}{\text{Raumwinkel}}$. Mit den Stäbchen kann das Auge die Dinge nicht mehr farbig sehen. „Bei Nacht sind alle Katzen grau.“ Die Stäbchen

fehlen im Winkelbereich der größten Sehschärfe (S. 50). Daher verschwinden die Dinge beim Fixieren, beim Vorbeiblicken treten sie wieder auf. Man sieht „Irrlichter“ und huschende Gespenster.

Zur Vorführung dieser Tatsachen entwirft man in einem völlig verdunkelten Hörsaal ein Spektrum auf dem Wandschirm und regelt die Beleuchtungsstärke des Spaltes mit Hilfe zweier Nikols. Nach einigen Minuten sind die Beobachter dunkeladaptiert. Das Spektrum erscheint als silbrig glänzendes Band, das Maximum im zuvor „blauen“ Gebiet hebt sich deutlich hervor. Beim Fixieren sieht man nichts, man muß vorbeiblicken.

Mit der Bestimmung der spektralen Empfindlichkeitsverteilung des hell adaptierten Auges ist die psychologische Grundlage der Lichtmeßkunst (Photometrie) geschaffen. Auf ihr fußend, kann man die praktischen Lichtmessungen ohne den Lichtsinn allein durch Instrumente ausführen lassen. Man kann unschwer einem lichtelektrischen Strahlungsmesser (Photozelle + Strommesser, Abb. 38) die gleiche spektrale Empfindlichkeitsverteilung geben wie dem Auge. Sehr geeignet ist der selektive Photoeffekt der Alkalimetalle, speziell des Cäsiums, in Verbindung mit bestimmten Filtern. Solche Zusammenstellungen werden oft „objektive Photometer“ genannt. Sie bewerten die Leistung einer Strahlung (Watt) mit dem gleichen, mit der Wellenlänge wechselnden Maß wie das Auge. Die Skala des Strommessers kann direkt auf photometrische Einheiten, z. B. HK, umgeeicht werden.

§ 178. **Helligkeit.** Dies häufige Wort der Gemeinsprache wird meistens im Sinne von Leuchtdichte, also HK/m^2 , angewandt, und zwar sowohl für Eigenstrahler (Lampen) wie für Fremdstrahler (Möbel, Druckschrift). Daneben benutzt die Gemeinsprache das Wort Helligkeit auch im Sinne von Lichtstärke, d. h. allein für die Kerzenzahl einer Lampe, eines Leuchtkäfers usw., ohne Rücksicht auf die Größe der strahlenden Fläche. Die Astronomen endlich benutzen das Wort Helligkeit in dreierlei verschiedenen Bedeutungen, darunter am häufigsten im Sinne von Beleuchtungsstärke¹⁾

$$B = \frac{\text{Lichtstärke des Sternes}}{(\text{Abstand } R \text{ des Sternes})^2}.$$

Bei diesem trostlosen Durcheinander soll man das Wort Helligkeit nach Möglichkeit vermeiden, ebenso wie das meist ungenügend definierte Wort Intensität.

$$\text{Die Leuchtdichte} = \frac{\text{Lichtstärke}}{\text{scheinbare Senderfläche (Abb. 131)}}$$

ist bei Gültigkeit des LAMBERTSchen Gesetzes (S. 54), also auch bei ideal diffus zerstreuenden Fremdleuchtern, von der Emissionsrichtung unabhängig. Daher

¹⁾ Die Astronomen vergleichen nur die von zwei Sternen auf der Erde hervorgerufenen Beleuchtungsstärken B_1 und B_2 . Dann definieren sie (auf Grund einer langen historischen Entwicklung) mit der Gleichung

$$\frac{B_1}{B_2} = 2,512^{(m_2 - m_1)}$$

eine Differenz $(m_2 - m_1)$ und nennen m_2 und m_1 die „visuellen Größenklassen“ dieser beiden Sterne. Der Wert m_1 wird in willkürlicher Vereinbarung für den Stern Capella = +0,2 gesetzt. In dieser Skala ist die visuelle Größenklasse m für gerade noch mit dem bloßen Auge erkennbare Sterne +6, für α -Cygni (Deneb) +1,3, für Sirius -1,6, für die Sonne -26,7. — Als „photographische Helligkeit“ bezeichnen die Astronomen das Verhältnis

$$B' = \frac{\text{photochemisch bewertete Strahlungsstärke (!) des Sternes}}{(\text{Abstand } R \text{ des Sternes})^2}.$$

Endlich reduzieren die Astronomen oft die Werte von B und B' auf den Abstand $R = 1,03 \cdot 10^6$ Erdbahndurchmesser (= 0,1 Sternweiten oder Parsek), und nennen diese Werte dann „absolute Helligkeit“. Gemeint sind damit Relativwerte entweder für die Lichtstärke (Kerzenzahl) der Sterne oder für ihre photochemisch bewertete Strahlungsstärke.

erscheint die leuchtende Sonnenkugel dem Auge als gleichförmig leuchtende Scheibe und desgleichen eine allseitig beleuchtete Kreidekugel.

Das Auge vermag sich einem erstaunlich großen Leuchtdichtebereich anzupassen oder zu adaptieren, nämlich dem Bereich zwischen $2 \cdot 10^{-10}$ und $2 \cdot 10^1$ HK/cm². Bei jedem Adaptierungszustand darf eine gewisse Leuchtdichte nicht überschritten werden, sonst tritt Blendung ein, d. h. die Sehschärfe und das Unterscheidungsvermögen für Farben wird stark beeinträchtigt. An der oberen Grenze des Adaptierungsvermögens warnen erst Unbehagen, dann Schmerz vor einer dauernden Schädigung des Auges. Die Leuchtdichten vieler technischer Lichtquellen gehen über den Adaptierungsbereich des Auges hinaus. Das zeigt die Tabelle 20. Sie soll gleichzeitig Beispiele für praktisch wichtige Leuchtdichten geben.

Tabelle 20. Beispiele für Leuchtdichten.

Eigenleuchter	Leuchtdichte
Neonlampe	etwa 0,1 } HK/cm ² oder Stilb
Gasglühlampe	
Hg-Bogenlampe	0,18
Wolframglühlampe mit Gasfüllung	0,5—3,5
Kohlebogenkrater (schwarze Temperatur = 3760° abs.)	18
Desgl. mit Zusatz von Cerfluorid (Becklampe)	40—120
Hg-Hochdrucklampe (Quarzkugel, 45 Atm.)	60 ¹⁾
Sonne	100—150
Fremdleuchter	
Gegenstände in beleuchteten Arbeits- und Wohnräumen	< 0,01 } HK/cm ²
Gegenstände auf Arbeitsplätzen für sehr feine Arbeiten	
Gegenstände auf der Straße, Sonne im Rücken	
Gegenstände im Freien bei trübem Wetter	

Wichtig ist der Einfluß der optischen Instrumente auf die Leuchtdichte der betrachteten Gegenstände. Als Beispiel wählen wir das Fernrohr.

Beim Fernrohr muß man mehrere Fälle unterscheiden. „Bildpunkte“ sind immer Beugungsfiguren der Objektivöffnung. Bei „punktförmigen“, d. h. sehr kleinen oder sehr fernen Dingen (Fixsterne), ist der Winkeldurchmesser dieser „Bildpunkte“ größer als der Winkeldurchmesser des Dinges. In diesem Fall kommt überhaupt keine Abbildung des Dinges zustande, dem Ding entspricht kein Bild, sondern nur ein Beugungsscheibchen (S. 24). Die Bestrahlungsstärke dieses Scheibchens steigt proportional mit der Fläche des benutzten Objektivs oder Hohlspiegels. Infolgedessen läßt sich für „punktförmige Dinge“ (Fixsterne) die Leuchtdichte der Beugungsscheibchen durch Fernrohre vergrößern.

Bei der Abbildung von Gegenständen endlicher Winkelausdehnung (z. B. des Mondes oder der Himmelsfläche) ist die Leuchtdichte bei kleinen Vergrößerungen dieselbe wie für das unbewaffnete Auge, abgesehen natürlich von Reflexionsverlusten. Grund: Das Auge arbeitet nach wie vor mit dem gleichen bildseitigen Öffnungswinkel u' , die Bestrahlungsstärke der Netzhaut ist also die gleiche wie ohne das Instrument (S. 57). — Das aus dem Okular austretende Lichtbündel (Abb. 111) darf dabei sogar einen größeren Durchmesser haben als die Eintrittspupille des Auges. Ein Teil der vom Objektiv aufgenommenen Strahlungsleistung darf also zur Beleuchtung der Iris mißbraucht werden!

Mit wachsender Vergrößerung nimmt der Durchmesser des aus dem Okular austretenden Lichtbündels ab, schließlich wird er ebenso groß wie die der Augenpupille. In diesem Fall ist die „Normalvergrößerung“ erreicht. Überschreitet man diese, so wird nur noch ein Teil der Augenpupille ausgenutzt. Das Auge arbeitet mit einem kleineren bildseitigen Öffnungswinkel u' als ohne das Fernrohr. Daher sieht das Auge oberhalb der Normalvergrößerung mit dem Fernrohr kleinere Leuchtdichten als ohne das Instrument. — Nutzenwendung: Durch übernormale Vergrößerung verkleinert man die Leuchtdichte der Himmelsfläche. Auf dem so verdunkelten Untergrund werden Fixsterne auch am Tage sichtbar.

¹⁾ Für kurze Zeiten (Bruchteile einer Sekunde) läßt sich der Wert erheblich überschreiten, er kann die Leuchtdichte der Sonne um ein Vielfaches übertreffen.

§ 179. **Unbunte Farben, Entstehungsbedingungen.** Temperaturmessungen auf optischem Wege und technische Lichtmessungen können die Farben der Strahler nicht außer acht lassen. Infolgedessen muß sich auch der Physiker mit den Grundlagen der Farbenlehre vertraut machen.

Die unbunten Farben lassen sich in einer Reihe, der „Grauleiter“, anordnen. An einem Ende steht Weiß, am andern Schwarz. Der Übergang führt über die grauen Farben. Er kann stetig erfolgen oder in mehreren, z. B. 10 kontrastgleichen Stufen. Zur Vorführung der Grauleiter benutzt man anfänglich handelsübliche matte weiße, graue und schwarze Papiere (Abb. 555, Tafel I) und beleuchtet sie mit Tageslicht oder mit Glühlicht (S. 3)¹⁾.

Physikalisch ist diesen unbunten Flächen eines gemeinsam: Im sichtbaren Spektralbereich hängt ihr diffuses Reflexionsvermögen nur wenig — im Idealfall gar nicht — von der Wellenlänge ab. Die verschiedenen unbunten Flächen unterscheiden sich nur durch die Größe ihres Reflexionsvermögens. Dies beträgt beim weißen Papier etwa 90%, beim schwarzen nur etwa 6%. Aus diesem Grunde reflektieren alle unbunten Flächen (weiße, graue und schwarze) eine sichtbare Strahlung von gleicher spektraler Verteilung in unser Auge, verschieden ist nur die Strahlungsdichte ($\frac{\text{Watt}}{d\varphi} / \text{m}^2$), oder photometrisch gemessen die Leuchtdichte (HK/m^2). — Dem entspricht eine sehr wichtige Erfahrung: Jede unbunte Fläche zeigt, für sich allein in einem dunklen Raume von Glühlicht beleuchtet, stets die gleiche Farbe, nämlich Weiß.

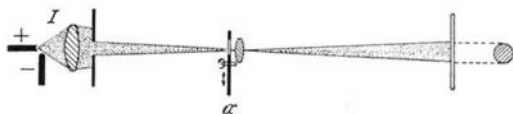


Abb. 556. Zur Entstehung der Farbe Weiß.

Schauversuch: In Abb. 556 wird eine kreisförmige Lochblende vor den Kondensator einer Bogenlampe gestellt und auf einem Schirm abgebildet. Als solcher wird zunächst im erleuchteten Hörsaal eine weiße Papptafel aufgehängt und danach wird im verdunkelten Hörsaal beobachtet: Man sieht

eine leuchtende weiße Kreisscheibe. Dann wird die Bogenlampe ausgeschaltet, die weiße Papptafel wird heimlich durch eine schwarze ersetzt, die Belastung der Bogenlampe wird vergrößert und von neuem beobachtet. Der Beobachter sieht wieder eine leuchtende weiße Fläche, etwa wie den weißen Mond auf dem Himmelsgrund.

Eine unbunte Fläche allein kann also nie grau oder schwarz gesehen werden. Zum Grau- oder Schwarzsehen braucht das Auge im Gesichtsfeld noch eine zweite Fläche von größerer Leuchtdichte. Das läßt sich auf zweierlei Weise erreichen: Entweder benutzt man mindestens zwei unbunte Flächen von verschiedenem Reflexionsvermögen und beleuchtet die Flächen gemeinsam mit Glühlicht. Oder man benutzt nur eine unbunte Fläche und beleuchtet auf ihr zwei getrennte Felder mit zwei Lampen verschiedener Lichtstärke. Das geschieht in Abb. 557. Die Lampe I beleuchtet ein kreisrundes „Infeld“, die Lampe II ein außen rechteckig begrenztes „Umfeld“. Beide Beleuchtungsstärken können mit den Vorrichtungen α in weiten Grenzen stetig verändert werden. — Als Schirm benutzt man irgendein mattes unbuntes, meist weißes Papier.

Zunächst wird nur das Infeld bestrahlt und die Leuchtdichte seiner Streustrahlung auf einen mittleren Wert gebracht. Das Infeld erscheint rein weiß. Dann

¹⁾ Die Art der Glühlichtquelle ist ziemlich belanglos. Im technischen Schrifttum wird eine Lichtquelle mit „energiegleichem Spektrum“ verlangt, d. h. die Strahlungsdichte je Wellenlängenintervall soll im sichtbaren Spektrum konstant sein. Das läßt sich zwar mit geeigneten Filtern verwirklichen, doch ist damit wenig gewonnen. Man braucht die so erhaltene Spektralverteilung ja nur auf gleiche Frequenz- statt Wellenlängen-Intervalle umzurechnen. Dann ist die mühsam erreichte Konstanz wieder verloren. (Vgl. Abb. 448/49.) — Der Verfasser sieht übrigens selbst im Lichte einer roten Dunkelkammerlampe Schreibpapier praktisch noch weiß. Das ist ein typisches Beispiel für eine „Gedächtnisfarbe“.

wird das Infeld — ohne an seiner Bestrahlung etwas zu ändern — von einem leuchtenden Umfeld umgeben. Sofort schlägt die Farbe des Infeldes in ein Grau um. Je stärker die Bestrahlung des Umfeldes, desto dunkler das Grau. Man kann die ganze Grauleiter bis zu tiefem Schwarz durchlaufen, ohne, wir wiederholen, an der Strahlung des Infeldes irgend etwas zu ändern. Zum Schluß wird die Bestrahlung des Infeldes fortgenommen, also allein sein beleuchteter Rahmen gelassen. Nunmehr erscheint das Infeld noch schwärzer als das beste mattschwarze Papier oder selbst als Ruß.

Ergebnis: Ein Körper bekommt die Farbe Schwarz nicht durch seine eigene Strahlung, sondern durch die der Umgebung. Ohne Licht sieht man gar nichts, Schwarz sieht man erst durch Licht aus der Umgebung. — An den grauen Farben sind zwei sichtbare Strahlungen beteiligt. Die eine geht von dem Körper aus, die andere von seiner Umgebung. Das Verhältnis beider Leuchtdichten unterscheidet die verschiedenen grauen Farben.

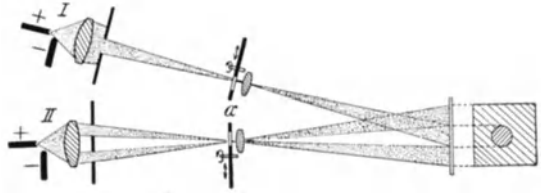


Abb. 557. Zur Entstehung der Farben Grau und Schwarz.

Bei den obigen Versuchen gibt es keine Versager, doch muß vor gedankenlosen Anwendungen der Beobachtungen gewarnt werden. — Eine verschiedene starke Beleuchtung auf zwei Feldern eines unbunten Körpers kommt häufig im täglichen Leben vor. Dabei ändert sie keineswegs immer die Farbe des unbunten Körpers. Den Schatten der Hand auf dem Schreibpapier verwechselt man nicht mit einem grauen Fleck auf dem Papier. Man sieht das Papier auch im Schatten nach wie vor weiß, aber wie durch einen Schleier hindurch. Die vom Schattengebiet und von einem grauen Fleck ins Auge gelangende Strahlung besitzt zwar genau die gleiche spektrale Verteilung der Strahlungsstärke, aber die Nebenbedingungen sind verschieden: Ein grauer Fleck hat einen scharfen Rand, der Schatten aber wird von einem Halbschatten umgeben. Wegen dieser verschiedenen Nebenbedingungen sehen wir in beiden Fällen etwas durchaus Verschiedenes. — Oder der umgekehrte Fall: Man sieht auf einem dunklen Anzug einen weißen Fleck und will ihn mit der Hand entfernen. Dabei bemerkt man die „Nebenbedingungen“: Ein schmales Bündel Sonnenlicht ist durch eine Öffnung ins Zimmer gedrungen und hat die Stelle des Anzuges getroffen. Sogleich sieht man den Fleck nicht mehr weiß, sondern nur noch hell. Eine Farbe entsteht eben keineswegs nur durch die ins Auge gelangende Strahlung, sondern mitbestimmend wirken zahllose frühere, meist unbewußte Erfahrungen.

§ 180. Bunte Farben, ihr Ton und ihre Verhüllung. Wir entwerfen mit Glühlicht ein kontinuierliches Spektrum. Schon bei flüchtiger Betrachtung überrascht die geringe Zahl verschiedener Farben. Eine große Gruppe, die Purpurtöne (Rotwein usw.), fehlt gänzlich. Vergeblich sucht man nach den häufigsten Farben unserer Kleidung, der Möbel und Tapeten. Es gibt kein Braun, kein Rosa, kein Dunkelgrün usw. Neben einer Farbentafel (z. B. O. RADDE 1878) erscheint der Farbenbestand eines Spektrums geradezu armselig. Mit Recht nennt man zwar eine Strahlung aus einem engen Wellenlängenbereich monochromatisch, denn zu jedem solchen Bereich gehört eine charakteristische bunte Farbe. Aber der Satz darf keineswegs umgekehrt werden, denn nur in seltenen Fällen entstehen bunte Farben durch eine monochromatische Strahlung.

In die schier unübersehbare Fülle bunter Farben ist unschwer Ordnung zu bringen. Jede bunte Farbe zeigt einen bestimmten, nicht näher definierbaren Ton, nämlich Rot, Gelb, Purpur usw. Zu diesem Ton kann als zusätzliches Bestimmungsstück eine „Verhüllung“ hinzukommen, d. h. ein Rot kann weißlich oder schwärzlich sein, auch ein zusätzliches Grau kann oft deutlich hervortreten.

Unverhüllte oder freie Farben lassen sich mit Filtergläsern herstellen und nach ihrer Ähnlichkeit auf einem geschlossenen Kreise anordnen (Abb. 558, Tafel I). In diesem Farbenkreis ist jeder Farbton seinen beiden Nachbarn ähnlicher als jedem anderen Tone.

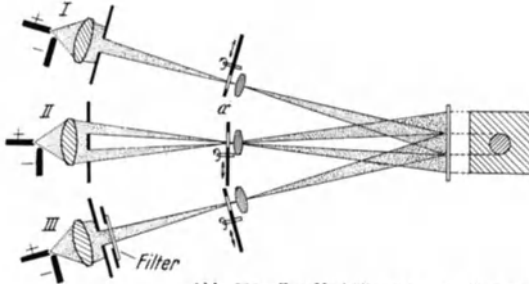


Abb. 559. Zur Verhüllung bunter Farben.

Die Darstellung eines Farbenkreises mit 12 matten, bunten Papieren ist nur ein Notbehelf.

Zur Vorführung der Verhüllung ergänzt man die Abb. 557 durch eine dritte Projektionslampe, Abb. 559. Sie bestrahlt ebenfalls nur das Infeld, und zwar zunächst durch ein Rotfilter. Dann werden nacheinander vier Versuche ausgeführt:

1. Es brennt nur die Lampe III, das Infeld erscheint in einem unverhüllten oder freien Rot.

2. Das Rot des Infeldes soll weiß verhüllt werden. Zu diesem Zweck wird das Infeld zusätzlich vom Licht der Lampe I bestrahlt und die Bestrahlungsstärke langsam mit der Vorrichtung α gesteigert. Damit gelangen wir vom unverhüllten Rot über Rosa zu unbuntem Weiß.

3. Das Rot des Infeldes soll schwarz verhüllt werden. Die Lampe I wird abgeschaltet und dafür das Umfeld in steigendem Betrage mit dem Glühlicht der Lampe II bestrahlt. Wir gelangen vom unverhüllten Rot über schöne dunkelrote Farben zu unbuntem Schwarz.

4. Das Rot des Infeldes soll grau verhüllt werden. Dazu muß man es gleichzeitig mit Weiß und Schwarz verhüllen, also sowohl das Infeld (Lampe I) wie das Umfeld (Lampe II) mit Glühlicht bestrahlen. Mit Hilfe der Vorrichtungen α kann man beide Bestrahlungsstärken variieren und von unverhülltem Rot über Graurot zu jedem beliebigen unbunten Grau gelangen.

Sämtliche Verhüllungen eines einzigen Farbtones lassen sich flächenhaft mit dem HERINGSchen Verhüllungs-dreieck darstellen, Abb. 560, Tafel I. Ein solches

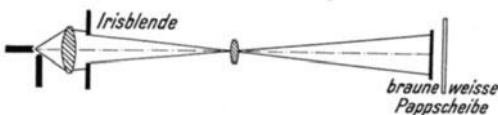


Abb. 561. Schwarzverhüllung einer bunten Farbe gelingt nur bei Anwesenheit einer zweiten beleuchteten Fläche.

Verhüllungs-dreieck gehört also zu jedem einzelnen Farbton des Farbenkreises. In dieser Weise lassen sich, passend abgestuft, all die mannigfachen Farben in Natur und Technik katalogisieren, und mit Zahlen und Buchstaben bezeichnen.

Das geschieht in den gebräuchlichen Farbentafeln des Handels. Diese beruhen ausnahmslos auf den klassischen Arbeiten von EWALD HERING (1834—1918).

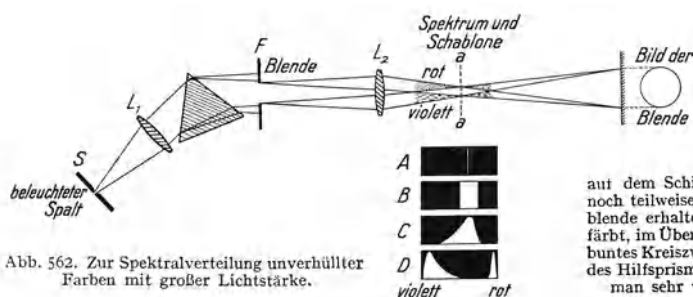
Eine schwarz oder grau verhüllte bunte Farbe kann ebensowenig wie eine schwarze oder graue Farbe allein im Gesichtsfeld erscheinen. In Abb. 561 wird eine braune Papierscheibe vor einen unbunten Schirm gestellt und im verdunkelten Hörsaal zunächst allein mit Glühlicht bestrahlt. Man sieht kein Braun, sondern nur den zu Braun gehörigen unverhüllten Farbton, ein stark rötliches Gelb¹⁾. Dann erweitert man den beleuchtenden Lichtkegel und bestrahlt

¹⁾ Die Entstehung von Braun läßt sich mit ganz einfachen Mitteln vorführen. Man beklebt eine Kreisscheibe mit drei Sektoren aus farbigem Papier, und zwar etwa 60° gelb, 90° rot, 210° schwarz und versetzt die Scheibe in rasche Rotation. Durch die Bewegung verschwinden die drei einzelnen Farben in einem einheitlichen Braun.

auch den Schirm. Sofort ist die Schwarzverhüllung vorhanden, aus dem rötlichen Gelb ist ein typisches Braun geworden.

§ 181. Farbfilter für unverhüllte Farben. Im vorigen Paragraphen haben wir lichtstarke, von aller Weißverhüllung freie Farben mit Hilfe passend ausgewählter Filter herstellen können. Welche Bereiche $\Delta\lambda$ aus dem Spektrum des Glühlichts muß ein derartiges Filter hindurchlassen? Das wollen wir an Hand der Abb. 562 experimentell beantworten, und zwar beispielsweise für einen ganz unverhüllten grünen Ton.

Das Glühlicht der Bogenlampe kommt aus einem Spalt S und beleuchtet die Lochblende F . Diese wird mit der Linse L_2 auf dem Wandschirm abgebildet. Unterwegs wird das Glühlicht mit Hilfe des Prismas und der Linsen spektral zerlegt. Das kontinuierliche Spektrum erscheint in der Ebene aa . In dieses Spektrum setzt man eine Schablone aus undurchsichtigem Karton. Als solche benutzt man zuerst einen schmalen Schlitz (A in Abb. 562) und sucht den gewünschten Ton¹⁾ heraus. Dann erweitert man den Schlitz allmählich beiderseits



zu einem breiten Rechteck. Durch Probieren findet man bald die größte, noch zulässige Breite (Schablone B), sie liefert die größte, noch ohne Weißverhüllung erzielbare Lichtstärke. Das Verhältnis $\Delta\lambda : \lambda$ erreicht dabei den Wert von einigen Zehnteln, die Strahlung ist also im physikalischen Sinne durchaus nicht monochromatisch! Zum Schluß kann man die steilen Flanken der Schablone beiderseits abschrägen (C). Das ändert weder die Lichtstärke noch die Verhüllungsfreiheit. — In gleicher Weise wie soeben für einen grünen Ton lassen sich breite Schablonen für jeden anderen von Weißverhüllung freien Farbton des Farbkreises herstellen. Die Schablone D in Abb. 562 zeigt ein Beispiel für einen Purpurton.

Solche Schablonen mit schrägen und gebogenen Flanken lassen sich nun durch Filter aus selektiv absorbierenden Stoffen ersetzen. Das Filter muß die gleichen breiten Bereiche des Spektrums hindurchlassen wie die Schablone. Für Schauversuche verfährt man nach Abb. 563. Man wirft das Spektrum des Glühlichtes (Bogenlampe) auf den Wandschirm, stellt aber vor den Spalt eine Filterkivette mit diagonaler Trennwand. Die klar gezeichnete Kammer enthält reines Wasser, in die schraffierte Kammer wird die Farbstofflösung eingefüllt. Dann erscheint das Spektrum auf dem Schirm wie von einer Schablone eingengt. Man ändert die Zusammensetzung der Lösung und die Schichtdicke, bis der Umriß des Spektrums mit der Öffnung der gewünschten Schablone übereinstimmt.

Zum Schluß entfernt man das Prisma, erweitert den Spalt erheblich und bildet ihn allein auf dem Wandschirm ab. Hinter der größten Filterdicke er-

¹⁾ Für die Purpurtöne braucht man zwei schmale Schlitzte, einen im Blauen oder Violett, den anderen im Roten.

scheint er in freier bunter Farbe, mit abnehmender Schichtdicke zeigt sich eine zunehmende Weißverhüllung.

Aus einem größeren Vorrat von Lichtfiltern sind die zur Herstellung freier, unverhüllter Farben geeigneten unschwer herauszufinden. Man betrachtet durch die Filter einen Farbkreis. Bei den brauchbaren sieht man die eine Hälfte des Kreises hell, die andere dunkel. Die hellste Stufe des Farbkreises zeigt den mit dem Filter herstellbaren Farbton.

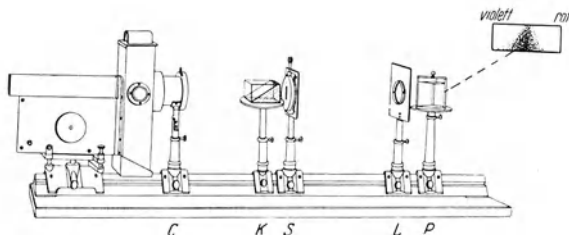


Abb. 563. Schauversuch zur selektiven Lichtabsorption von Lösungen. Die Lösungen werden in einer keilförmigen Schicht vor den Spalt des Spektroapparates gestellt. Eine gleich große keilförmige Wasserschicht verhindert eine störende Ablenkung durch Prismenwirkung. Oben rechts sieht man den durchgelassenen Bereich des Spektrums. Dichte Punktierung bedeutet große Lichtstärke. Man denke sich das Spektrum in horizontale Streifen zerlegt. Dem obersten Streifen entspricht (Bildumkehrung!) die größte Schichtdicke der Lösung, es wird nur ein schmaler Bereich des Spektrums durchgelassen. Einem mittleren Horizontalstreifen des Spektrums entspricht eine mittlere Schichtdicke, der durchgelassene Bereich umfaßt bereits einige Zehntel des Spektrums, und so fort.

§ 182. Farbstoffe. Die Filter enthalten als feste oder flüssige Lösungen selektiv absorbierende Stoffe. Zu derartigen Lösungen gehören auch die meisten technischen Farbstoff- oder Pigmentschichten. Diese Schichten werden in zweierlei Weisen auf die Körper aufgebracht:

Bei den Lackfarbenschichten ist die Lösung frei von allen trübenden Inhomogenitäten. Man kann durch die Schicht hindurch Einzelheiten der Körperoberfläche erkennen. Das Licht gelangt von der Lichtquelle bis zur Oberfläche des Körpers und wird an ihr zerstreut. Daher durchsetzt es auf dem Wege von der Lichtquelle bis zum Auge zweimal die ganze absorbierende Schicht. Infolgedessen lassen sich bei richtiger Konzentration recht freie, kaum verhüllte Farbtöne erzielen. Die Lichtreflexion an der Oberfläche der Lackschicht kann zwar eine schwache Weißverhüllung liefern, doch kann man die Oberfläche der Lackschicht spiegelglatt machen und die Störung auf den Winkelbereich des gespiegelten Lichtes beschränken. Noch besser ist eine Beseitigung der oberflächlichen Reflexion. Sie gelingt am besten bei den als Samt bekannten Geweben. Schwarzverhüllung (z. B. bei zahllosen Kleidern) ist im beliebigen Grade zu erzielen. Man braucht nur die Konzentration der absorbierenden Stoffe zu erhöhen.

Die Deckfarbenschichten werden künstlich trübe gemacht. Meist wird der selektiv absorbierende Stoff nicht gelöst, sondern als Pulver fein verteilt in ein Bindemittel eingebettet. Das einfallende Licht kann nicht bis zur Oberfläche des überzogenen Körpers vordringen. Es kehrt schon vorher, durch Streuung abgelenkt, zurück. So wird zwar die Oberfläche des Körpers abgedeckt, aber ein wesentlicher Anteil der Strahlung durchsetzt nur einen Bruchteil der Schichtdicke. Infolgedessen entsteht eine erhebliche Weißverhüllung. Eine Schwarzverhüllung ist auch bei den Deckfarbenschichten durch hohe Konzentration zu erreichen, aber die stets gleichzeitig vorhandene Weißverhüllung stört. Beide Verhüllungen zusammen geben eine Grauverhüllung, und viele Grauverhüllungen erscheinen ausgesprochen „schmutzig“.

Den Gegensatz von Lackfarben- und Deckfarbenschichten kann man mit jeder Tasse Tee vorführen. Klarer Tee bildet eine Lackfarbenschicht, die Teeblätter auf dem Boden sind gut zu sehen. Einträufeln von etwas Milch verwandelt

die Lackfarbenschicht in eine trübe Deckfarbenschicht. Der Boden wird unsichtbar, und gleichzeitig tritt eine starke Weißverhüllung hervor.

Im allgemeinen entstehen die Farben der Körper, sowohl die natürlichen wie die durch Farbstoffüberzüge erzeugten, durch selektive Absorption. Selektive Reflexion spielt praktisch nur bei den Farben der Metalle eine Rolle.

Mehrfach an Gold oder Kupfer gespiegeltes Bogenlampenlicht erzeugt auf dem Wandschirm nur wenig verhüllte rötliche Farben.

Ein reizvolles Kapitel bilden die Schillerfarben, z. B. auf den Flügeln der Schmetterlinge und Käfer oder auf Ziergefäßen aller Art. Sie setzen stets eine bestimmte Struktur der Körperoberfläche voraus. Diese kann zu mannigfacher, von der Richtung abhängiger selektiver Lichtreflexion führen. Wir nennen Farben dünner Blättchen, selektive Lichtdurchlässigkeit an der Grenze der Totalreflexion u. a. m. Die Einzelheiten sind gut bekannt, bringen aber nichts grundsätzlich Neues.

§ 183. Entstehung des Glanzes. Oft sehen wir Körper nicht nur farbig, sondern auch glänzend. Als Beispiele nennen wir poliertes Holz und sauber geputzte Metallgegenstände, z. B. einen Kupferkessel. — Glanz sehen wir bei jeder Lichtstreuung mit ausgesprochenen Vorzugsrichtungen. Bei derartiger Streuung genügen schon kleine Bewegungen des Körpers oder des Beobachters, um die vom Auge gesehene Leuchtdichte stark zu verändern. Das Wesentliche erläutert ein einfacher Schauversuch.

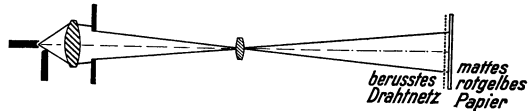


Abb. 564. Zur Entstehung des Glanzes.

In Abb. 564 steht rechts ein glanzloses, mattes orangerotes Papier. In einigen Millimeter Abstand vor ihm befindet sich ein berußtes und daher ebenfalls glanzloses, leicht welliges Drahtsieb. Links steht die beleuchtende Bogenlampe. Papier und Sieb können gemeinsam gedreht oder geschwenkt werden. Jeder Beobachter glaubt, eine etwas verbeulte, aber stark glänzende Kupferplatte zu sehen. Grund: Auf der Papierfläche liegt der Schatten des Siebes. Bei bestimmten Stellungen blickt der Beobachter durch die Maschen des Siebes auf die Schatten der Drähte, die Leuchtdichte ist klein. — Aus einer etwas anderen Stellung aber sieht er durch die Siebmaschen auf die nicht abgeschatteten Teile des Papiers, die Leuchtdichte ist groß. — Glanz wird also gesehen, er ist ebensowenig wie die Farbe eine physikalische Eigenschaft der Körper.

Zum Schluß verweisen wir noch einmal auf die Vorbemerkung in § 170. Es ist keinerlei Vollständigkeit angestrebt worden. Dies Kapitel sollte nur zu eigener Beschäftigung mit dem ebenso mannigfaltigen wie reizvollen Gebiet der Farben anregen. Auch der größte Aufwand an Druckerschwärze kann nicht die eigene Beobachtung, das Sehen der Farben, ersetzen.

Tabelle 21. Periodisches System der Elemente.
Ordnungszahlen (fett) und Atomgewichte.

Gruppe	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
I	1 H 1,008	4 Be 9,02	5 B 10,82	6 C 12,00	7 N 14,01	8 O 16,00	9 F 19,00	10 Ne 20,18	2 He 4,002
II	3 Li 6,94	12 Mg 24,32	13 Al 26,97	14 Si 28,06	15 P 31,02	16 S 32,06	17 Cl 35,46	18 Ar 39,94	
III	11 Na 23,00	20 Ca 40,08	21 Sc 45,10	22 Ti 47,90	23 V 50,95	24 Cr 52,01	25 Mn 54,93	26 Fe 55,84	27 Co 58,94
IV	19 K 39,10	29 Cu 63,57	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,60	33 As 74,93	34 Se 79,2	35 Br 79,92	36 Kr 82,9
V	37 Rb 85,44	38 Sr 87,63	39 Y 88,92	40 Zr 91,22	41 Nb 93,5	42 Mo 96,0	43 Ma ?	44 Ru 101,7	45 Rh 102,9
VI	47 Ag 107,88	48 Cd 112,4	49 In 114,8	50 Sn 118,7	51 Sb 121,8	52 Te 127,5	53 I 126,9	54 X 131,3	
VII	55 Cs 132,8	56 Ba 137,4	57 La 138,9	72 Hf 178,6	73 Ta 181,4	74 W 184,0	75 Re 186,3	76 Os 190,9	77 Ir 193,1
	79 Au 197,2	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po (210)	85 ? ?	78 Pt 195,2	79 Au 197,2
	87 ? ?	88 Ra 226,0	89 Ac (227)	90 Th 232,1	91 Pa (231)	92 U 238,1		86 Rn 222	
Lanthaniden	58 Ce 140,13	59 Pr 140,9	60 Nd 144,3	61 II ?	62 Sm 150,4	63 Eu 152,0	64 Gd 157,3	65 Tb 159,2	66 Dy 162,5
					67 Ho 163,5	68 Er 167,6	69 Tu 169,4	70 Yb 173,5	71 Cp 175,0

Sachverzeichnis.

- Abbildung durch Hohlspiegel 12.
 — durch Linsen 11.
 — durch Lochkamera 30, 50.
 — durch Stahlkugel 79.
 — durch Wasserwellen 21.
 — durch Zonenplatte 81.
 — ohne Linse und Hohlspiegel 47.
 — und Bestrahlungsstärke 57.
 Abbildungsfehler 28.
 Aberration, sphärische 34.
 —, astronomische 106.
 Absorption, Definition von starker und schwacher 131.
 — und elektrische Leitfähigkeit 188, 285.
 — und erzwungene Schwingungen 183.
 — durch freie Elektronen in Metallen 188.
 — durch atomar und kolloidal gelöste Metalle 191.
 — von Elektronen 219.
 Absorptionsbanden von Ionen 187.
 Absorptionsindex 147.
 Absorptionskanten im Röntgengebiet 235.
 Absorptionskoeffizient 146, 181.
 — und Lichtreflexion 148.
 —, Messung an Metallen 149.
 Absorptionskonstante, Definition 131.
 — und Wellenlänge 170, 182.
 Absorptionskurven, Gestalt 184, 210.
 Absorptions-Spektralanalyse 185.
 Äbsorptionsspektrum heteropolarer Moleküle 256.
 Abtrennungsgarbeit 201.
 Achromatische Einzellinsen 40.
 Achromatisierung mit einer Glassorte 40.
 — mit zwei Glassorten 39.
 Achse, optische 115.
 Alkalihalogenidkristalle, Absorptionsspektren 170, 265.
 — als Lösungsmittel 186, 190.
 Amplitude 144.
 Amplitude einer Lichtwelle 16, 114, 132, 297.
 —, komplexe 145.
 Analysator, optischer 120.
 Anfandung von Phosphoren 278.
 Angeregte Zustände von Atomen 207.
 — Lebensdauer 208.
 — Lebensdauer von Phosphoren 277.
 Ängström-Einheit 17.
 Anregungsspannung von Spektrallinien, Schauer Versuch 217.
 — von Röntgenspektrallinien 234.
 Antikathode, Dampfstrahl als 237.
 Apertur 44.
 — Blende 2, 22.
 — Messung 45.
 —, numerische 44.
 Aplanatische Abbildung 36.
 Apostilb = $10^{-4} \pi^{-1}$ Stilb

$$= \frac{1}{\pi} \text{HK/m}^2.$$
 Asb = Apostilb.
 Assimilation der Kohlensäure 269.
 Astigmatismus 36.
 Atmosphärische Strahlenbrechung 180.
 Atommodell von Lenard 220.
 — von Lord Kelvin und J. J. Thomson 218.
 — von Rutherford-Bohr 221.
 Atomrumpf 224.
 Auerbrenner 286.
 Auflösungsvermögen eines Gitters 87.
 — eines Prismas 84, 93.
 Auge, Adaptierung 305.
 —, Akkommodation 41.
 —, Drehungen beim Beobachter 50.
 — der Insekten 179.
 —, kleinster Sehwinkel 24.
 —, Knotenpunkte 30.
 —, spektrale Empfindlichkeitsverteilungen 305.
 Austrittsluke 48.
 Austrittspupille 31—34, 39.
 Ausstrahlung eines Senders, spezifische 56.
 Auswahlregeln 207, 223, 251.
 Azimut von polarisiertem Licht 133.
 Babinetsches Theorem 81, 95, 101.
 Balmer, Serienformel 204.
 Bande, graphische Darstellung 83.
 — als Liniengruppe 257.
 Bandenformel 257.
 Banden-Grenzkontinuum 260.
 Bandenspektren 257.
 — adsorbierter und gelöster Moleküle 263.
 Bandenserie 260.
 Bandensystem 259.
 —, Serien 259.
 Bariumplatinzyanür, Leuchtschirm 212.
 —, Phosphoreszenz 279.
 Beersche Formel 148, 170.
 Beleuchtungsstärke 304.
 —, Definition zweier gleicher 303.
 Benzol, Spektren 264.
 Bergmann-Serie 205, 225.
 Bestrahlungsstärke eines Empfängers 55, 293.
 —, Veränderung 300.
 —, Vergrößerung durch Linsen und Hohlspiegel 57, 58.
 Betrag einer komplexen Zahl 145.
 Beugung 13.
 — von Elektronen 295.
 Beugungsfigur einer Fernrohröffnung 24, 26.
 — der Halbebene 79.
 — von Kreisscheiben und Öffnungen 46.
 —, Modellversuch 94.
 — regellos angeordneter Öffnungen und Teilchen 131.
 — eines Spaltes 25.
 — einer Stufe 93.
 Beugungsfiguren und Schattentwurf 80.
 Beugungsgitter 85.
 —, Auflösung 87.
 —, Aufstellung 89.
 —, Formfaktor 89.
 —, nutzbarer Wellenlängenbereich 88.

- Beugungsgitter für Schallwellen 91.
 — als Spektralapparat 85.
 — mit verschwommenen Bereichen 90.
 Bildfeldwölbung 36.
 Bildpunkt 9.
 — eines Fernrohres 23, 24.
 — einer Linse 22.
 — einer Linse, Modellversuch 26.
 —, virtueller oder unzugänglicher 12.
 Bildwerfer = Projektionsapparat 48.
 Blaublüter 162.
 Bogenlinien 225.
 Bohrsches Atommodell, einfachste Form 221.
 Borsäurephosphore 275.
 Bothe, W. 289.
 Braggscher Spektrograph 98.
 Brechung 4.
 — durch planparallele Platten 16.
 Brechungsgefälle 178.
 Brechungsgesetz 117.
 Brechzahlen 4, 18.
 — von Gasen 177.
 —, inkonstante bei Metallen 150.
 —, inkonstante bei Totalreflexion 140.
 — kolloidalen Lösungen 193.
 — von Röntgenlicht 176.
 Brennebene 10.
 Brennweite 30.
 Brewstersches Gesetz 130.
 de Broglie-Wellen 293.
 Bündelbegrenzung 2, 21.
 — und Abbildung 21, 24, 27, 45.
 — und Astigmatismus 37.
 — und Perspektive 50.
 — und Verzeichnung 39.
 Bunte Farben 311.
 candle = 1,15 HK.
 Cauchysche Formeln 151.
 Charakteristische Röntgenstrahlung, Entstehung 221, 238.
 Chemische Lichterzeugung 279.
 Christiansen-Filter 162.
 Compton-Effekt 291.
 Cornu-Prisma 127.
 Cystoskop 49.
 Damaste 302.
 Dämpfung erzwungener Schwingungen 154, 183.
 —, Längs-, Schräg- und Quer- 149.
 Dämpfungsverhältnis 208.
 Deckfarbenschichten 314.
 Dekrement, logarithmisches 154.
 d -Elektron 245.
 Deslandres, Bandenformel 257, 262.
 Dichroismus 115.
 — und Dispersion 194.
 — von K -Schichten 281.
 —, künstlicher 194.
 Dielektrizitätskonstante und Frequenz 175.
 —, komplexe 188.
 Dioptrie 11.
 Dipol 157.
 —, Strahlung 157.
 —, Strahlung und Winkelverteilung 158.
 Dispersion, anomale 170.
 —, anomale, Schauversuch 173.
 —, Deutung 173.
 —, Formel 176.
 —, Kurven 170, 171.
 — eines Prismas 84.
 Dissoziationsarbeit 260.
 D -Linien, Trennung ohne Spektralapparat 202.
 Doppelbrechung 113.
 — von Glimmer 117.
 Doppelmonochromator 199.
 Doppelplatte, empfindliche 127.
 Doppelsterne, Messung ihres Winkelabstandes 66.
 Doppler-Effekt 100, 107, 109, 291.
 — bei großen Geschwindigkeiten 110.
 — des Röntgenlichtes 231.
 Drehsinn von elliptischem Licht 126.
 Echelette-Gitter 89.
 Effektive Kernladungszahl 245.
 Eigenstrahler 301.
 Eindeutigkeitsprinzip 254.
 Einfallsebene 4.
 Einkristalle, Struktur 165.
 Eintrittspupille 31—34, 39.
 Ein- und Zweiordnungsstellung im Stufengitter 93.
 Elektrisches Moment 156.
 — Moment polarer Moleküle 263.
 Elektrisierung 156, 157.
 Elektronen, Affinität 273.
 — Bandenspektren 256, 261.
 — Drall = Spin 244.
 — Diffusion in Kristallen 272.
 — Messung ihrer Geschwindigkeit 241.
 Mikroskop 295.
 — Verlagerung, optische in Kristallen 270.
 Elektronen, Zahl und Atomgewicht 164.
 Elliptische Polarisation 118, 121.
 Emissionsvermögen 56.
 Empfänger 54.
 Emulsion, photographische 274.
 Energiespeicher der Phosphoreszenz 276.
 Erzwungene Schwingungen 154.
 e Volt, lies Elektronenvolt 200.
 Extinktion durch Compton Effekt 182.
 — durch kleine stark absorbierende Teilchen 190.
 — durch Streuung 161.
 — durch Streuung von γ -Strahlen 165.
 — durch Streuung von Röntgenlicht 163.
 Extinktionskonstante, Definition 130.
 Farben, bunte 311.
 —, unbunte 310.
 — dünner Blättchen 75.
 — dünner Blättchen und Moleküldurchmesser 76.
 — dünner Blättchen und Ultrarotphotographie 76.
 — der Spektralbereiche 17.
 —, Verhüllung 311.
 Farbenfehler der Bildvergrößerung 39.
 — des Bildortes 39.
 Farbfilter für unverhüllte Farben 313.
 Farbtemperatur 287.
 Farbzentren 184, 190, 270, 273.
 Feinstruktur von Röntgenlicht, Absorptionskanten 260.
 Fernrohr 24, 26, 42, 309.
 — Auflösung 24.
 —, holländisches 47.
 —, holländisches, Lage der Pupillen 47, 50.
 —, Keplersches oder astronomisches 42.
 — ohne Linsen und Hohlspiegel 47.
 — Vergrößerung, experimentell 47.
 Filter 18.
 — für Ultrarot und Ultraviolett 19.
 — für unverhüllte Farben 311.
 Fixieren mit dem Auge 48, 50.
 Fixsterne, Aberration 107.

- Fixsterne, Durchmesser und Messung 24, 66.
 —, Farbtemperatur 287.
 —, Leuchtdichte der Beugungsscheibchen 309.
 —, Masse 293.
 —, Radialgeschwindigkeit 110.
 —, Spektra mit Balmer-Serien 203.
 — und Strahlungsdruck 293.
 Flachwasserlinsen 20.
 Flamme, Lichtabsorption 281.
 Flimmern, Frequenzgrenze 306.
 Fluchtbewegung der Spirale 110.
 Fluoreszenz 18, 267.
 — Ausbeute 267, 276.
 — von Gasen 210.
 — Nachleuchtdauer 267.
 —, sensibilisierte 213, 266.
 —, polarisierte 268.
 — Röntgenlicht 234, 289.
 Fluorometer 267.
 Footcandle = $10,76 \text{ HK/m}^2$.
 Fortrat-Diagramm 258.
 Fovea centralis 50.
 Fraunhofersche Beugung 26.
 — Beugungsgitter 88.
 — Linien 203.
 — Linien irdischen Ursprungs 18.
 Fremdstrahler 301.
 Fresnelsche Beugung 25, 26.
 — Formeln 135.
 Fresnelscher Doppelspiegelversuch 64, 69.
 Frequenz des Lichtes 109.
 Funkenlinien 226.

 γ -Strahlen 239.
 — Frequenz 239.
 Gangunterschied 60.
 Gedächtnisfarben 310.
 Geheimhaltung optischer Signale 58.
 Gerlach, W. 250.
 Geschwindigkeitsspektren von Korpuststrahlen 240.
 Gesichtsfeldblende 48.
 — des holländischen Fernrohres 50.
 Gitterkonstante, kristallographische 98.
 —, optische 86, 98, 165.
 Gitterstruktur, erschlossen aus Beugungsbildern 90.
 Glanz 315.
 Glanzwinkel 98.
 Glühlicht 3, 68.
 —, Wellengruppen.
 „Grauer“ Körper 287.
 Graufilter 172, 301.
 Grauleiter 310.

 Grenzkontinuum 214, 238.
 Grenzwinkel der Totalreflexion 6.
 Grundzustand eines Atomes 207.
 Grüner Strahl 180.
 Gruppengeschwindigkeit 103, 297.

H-Atom, Radius nach Bohr 222.
 Halbwertsbreite von Spektrallinien 183, 184.
 — von Spektrallinien und Doppler-Effekt 209, 211.
 Halogenidphosphore 275.
 Hauptebenen 28.
 — von Linsen, experimentelle Bestimmung 29, 30.
 Haupteinfallswinkel 142.
 —, seine Messung 143.
 Hauptquantenzahl im Niveauschema 243.
 Hauptschnitt eines Kristalles 115.
 — eines Prismas 8.
 Hauptstrahlen 9, 11, 27.
 Hauptstrahlneigungswinkel 29, 34, 48, 50.
 Hefner-Lampe 298.
 Helium, Materiewellen 295.
 Hellfeldbeleuchtung 45.
 Helligkeit 306.
 Heterochrome Photometrie 305.
 Heteropolare Moleküle, Absorptionsspektren 256.
 Hg-Dampf, optischer Nachweis 185, 212.
 Himmelsblau 161.
 —, Farbtemperatur 287.
 Hohllinse 12.
 Hohlspiegel 12.
 Homöopolare Moleküle, Absorptions- und Emissionsspektren 257.
 Hubblesche Beziehung 110.
 Huyghens-Fresnelsches Prinzip 25.

 Immersion beim Mikroskop 44, 45.
 Impulsbreite des Röntgenlichtes 234.
 Interferenz 59.
 — und Doppelbrechung im konvergenten Licht 124.
 — und Doppelbrechung im parallelen Licht 122.
 — und Durchmesser ferner Lichtquellen 66.
 — mit Keilplatten.
 — Kurven gleicher Dicke 75.
 — Kurven gleicher Neigung 74.

 Interferenz, lichtstarke Schauversuche 68, 69.
 — Modellversuche 60.
 — im kontinuierlichen Spektrum 92, 123.
 — mit planparallelen Platten 69, 70.
 — Platte von Lummer und Gehrcke 94.
 — Versuch mit eingestaubtem Spiegel 72.
 — Versuch von A. Fresnel 64, 69.
 — Versuch von H. Lloyd 64.
 — Versuch von Th. Young 63.
 Interferometer, optische 77.
 — von Perot und Fabry 94.
 — als Spektralapparate 93.
 — von Young 177.
 Ionengitter 186, 265.
 Ionenkristalle, photochemische Zersetzung 272.
 Ionisierungsarbeit und Aufbau 229.
 —, elektrische Messung 216.
 —, optische Bestimmung 215.
 Isochromate 232.
 Isotopeneffekt 253.

 Joos, G. 184.

Kanalstrahlen, Abklingleuchten 208.
 — Dopplereffekt 110.
 Karburierte Flamme 281.
 Katzenauge 20.
 Kenelly-Heaviside-Schicht 190.
 — Ladungszahl 221.
 — Magneton 254.
 — Umwandlungen 239.
 Kerr-Effekt 195.
 Kerze, internationale oder neue = candle $\approx 1,11 \text{ HK}$.
 Kirchhoffscher Versuch 203.
 Klassische Optik 198, 287.
 Kleiderstoffe, Farben 311, 314.
 Knotenpunkte 30, 31.
 Kohärenz 62.
 — und Öffnungswinkel 63, 65, 73.
 Kollektivlinsen 49.
 Kollimator 82, 93.
 Koma 38.
 Kombinationsprinzip von Ritz 203, 206.
 Kondensator 3.
 — beim Bildwerfer 48.
 — Handhabung 33.
 — für Mikroskop 44.
 Konkavgitter 89.
 Korpust, Licht als 287.
 Korrespondenzprinzip 223.

- Kreuzgitter 95.
 Krumme Lichtstrahlen 178.
 Lackfarbenschichten 314.
 Lambert $= \frac{1}{\pi}$ candle/cm²
 $= 1,15 \pi^{-1}$ HK/cm².
 Lambert'sches Gesetz 54.
 Landéscher Faktor 252.
 Längswellen 112.
 Lanthaniden, Bandenspektra 264.
 Larmor-Frequenz 251.
 Latentes Bild 185, 274.
 Laue-Diagramm 97.
 Laufzahlen 204.
 Lebensdauer angeregter Zustände, natürliche 209, 265.
 Leistung, von Resonator verzehrte 156.
 Lenard, Atommodell 220.
 Leuchtbackerrien und -Insekten 279.
 Leuchtdichte 304, 310.
 — von Eigen- und Fremdstrahlen 309.
 — und Fernrohr 309.
 Leuchtelektron 224.
 Leuchtfontänen 6.
 Leuchtmoleküle in Phosphoren 276, 277.
 Leuchtschirme 279.
 Licht im Schwerfeld 180.
 Lichtabsorption durch Flammen 281.
 — im ganzen Spektrum 170, 181.
 Lichtäquivalent, mechanisches 307.
 Lichtakkumulator 279.
 Lichtbündel 1, 3.
 — Begrenzung und Perspektive 51, 52.
 — Energieübertragung 55.
 — und Interferenz 63.
 Lichtelektrische Gleichung 201.
 — Leitung 279.
 — Wirkung 198, 293.
 — Wirkung, Ausbeute 279.
 — Wirkung und Lichtfrequenz 200.
 — Wirkung, innere 279.
 — Wirkung im Röntgengebiet 201, 240.
 Lichtempfindliche Salze 273.
 Lichtgeschwindigkeit, Messung nach Fizeau 104.
 —, Messung nach Foucault 105.
 —, Messung nach Römer 102.
 —, Messung im rotierenden Bezugssystem 107.
 Licht, Leistung 304.
 Lichtquelle, punktförmige 3.
 Lichtrelais 195.
 Lichtrichtung in Zeichnungen 6.
 — Umkehrung 6, 56.
 Lichtstärke 304, 305.
 — Strahlen 2, 27.
 — Streuung mit Vorzugsrichtungen 302, 305.
 — Strom 304.
 — Vektor 114, 118.
 Linienbreite, natürliche 209.
 Linienförmige Lichtquelle 33.
 Linienspektrum 84.
 — von Röntgenlicht 98, 99, 234.
 Linienstruktur 93.
 Linse, Bildpunkt 23.
 — mit Brechgefälle 179.
 — Leistungsgrenze 23.
 — Modellversuch 180.
 Linsenformeln 10, 11.
 Lochkamera 50.
 — Knotenpunkte 30.
 —, günstigste Lochweite 50.
 —, Zeichnungsschärfe 23.
 Loschmidtsche Konstante 161.
 Lumen 305.
 Lupe 41.
 Lux 305.
 Machsche Streifen 7.
 Magneton, Bohrsches 248.
 Materialisation des Lichtes = Erschaffung eines Elektronenpaares 290.
 Materiewellen 167, 294.
 — Phasengeschwindigkeit 295.
 Maxwellsche Beziehung 175, 188, 192, 193.
 Meniskuslinsen 38.
 Meßmikroskop, telezentrischer Strahlengang 51.
 Metallglanz 315.
 Metallische Reflexion, Modellversuch 143.
 Metastabile Zustände 213.
 — Zustände, elektrischer Nachweis 217.
 Meterkerze 305.
 Mikroskop, Auflösung 44, 295.
 Milliphot = 10 HK/m²
 = 10 Lux.
 Mitführungskoeffizient 178.
 Molekülgitter 265.
 Molekülspektren 256.
 Molekülzahl, optische Bestimmung 185 —
 Molrefraktion 177.
 Moseleysche Beziehung 237.
 Nebenquantenzahl 243.
 Newtonsche Ringe = Interferenzringe zwischen Plan-
 glas und Kugelfläche.
 Niveau-Multiplizität 225, 244,
 246, 247.
 — Schema und Elektronenstoß 218.
 — Schema von H 206, 225.
 — Schema von He 226.
 — Schema von Hg 207.
 — Schema von K 225.
 — Schema von Na 207.
 — Schema mit Mehrfachniveaus 225.
 — Schema eines Molekülspektrums 259.
 — Schema und Quantenzahlen 243.
 — Schema für Röntgenlicht 234.
 Normalvergrößerung 309.
 Nullzweig einer Bande 258,
 262.
 Objektiv 42, 43.
 Öffnungsfaktor 34.
 — Winkel und Strahlungsleistung 56.
 Okular 42, 43.
 — nach Huyghens 49.
 — nach Ramsden 49.
 Oberfläche einer Flüssigkeit 152.
 — und Politur 152.
 Optische Achse 115.
 — Achsen, Aktivität 126.
 — Achsen, Auffindung in Glimmer 117.
 — Drehung 126.
 — Konstanten des Na 192.
 Ordnungszahl 67.
 — der Atome 221.
 — bei der Interferenz 60.
 Parallellichtbündel 3, 12, 58.
 —, ihre Trennung durch Abbildung 13.
 Parkettmuster 302.
 Paschen-Symbole 204, 207.
 Paschen-Back-Effekt 249,
 254.
 — Temperaturabhängigkeit 271, 273, 274.
 Photoeffekt = lichtelektrische Wirkung.
 — an Gasatomen 214.
 —, inneratomarer 240.
 —, normaler 280.
 — im Röntgenlicht 240.
 —, selektiver 280.
 Photometrie 1, 302.
 —, objektive 306.
 Photozelle 15, 198, 280.
 Plancksche Konstante 198,
 201, 243.
 — Konstante, Entdeckung 283.

- Planetenmodell der Atome 220
 Plattenpolarisator 137.
 Polare Moleküle 156.
 — Moleküle und Dispersion 187.
 Paulisches Prinzip 254.
 p -Elektron 245.
 Periodisches System und Atommodell nach Bohr 229.
 — System und Atommodell nach Thomson 219.
 Periskop (Sehrohr) 49.
 Perspektive im Fernrohr 59.
 —, künstlerische 51.
 Phasendifferenz, Vorzeichen 119.
 — Geschwindigkeit 103, 204.
 — Sprung bei Reflexion 134, 138, 142.
 Phosphoreszenz.
 —, Ausbeute 276.
 — organischer Lösungen 275.
 Phosphoroskop 267.
 Phot = 10^4 HK/m².
 Photochemische Vorgänge in Kristallen 270.
 — Vorgänge, primäre und sekundäre 269.
 — Vorgänge, Schauversuch 270.
 Polare Moleküle und Kerr-Effekt 195.
 — Moleküle, Moment 263.
 — Moleküle und Raman-Streuung 196.
 Polarisation durch Doppelbrechung 114.
 — durch Reflexion 134.
 — durch Streuung 160.
 Polarisator, verschiedene Bauarten 114, 115, 136.
 — des Fluoreszenzlichtes 268.
 — für Röntgenlicht 160.
 —, teilweise 137.
 — für Ultrarot 137.
 — für ultraviolettes Licht 116.
 Polarisations-Folien 115.
 — Grad, Messung 137.
 — Winkel 134.
 Polarisierbarkeit, elektrische 157.
 Polarisiertes Licht, seine Analyse 125.
 Polarisierung von Molekülen 185.
 Polarisoskop 125.
 Poissonscher Fleck 79.
 Positron 291.
 Prisma 8.
 —, rotierendes 9.
 — mit veränderlichem Winkel 9.
 Prismen-Spektralapparat 82.
 Protonen 289.
 Punktgitter, flächenhaftes 95.
 —, lineares 86.
 —, räumliche 97.
 Pupillen 31.
 Purpur 311.
 Pyrometer 286.
 Quantenäquivalentsatz 266.
 Quantenzahl 243.
 —, innere 244.
 —, magnetische 254.
 Quarz, Doppelbrechung in der optischen Achse 128.
 Quasielastische Bindung von Elektronen 186.
 Querschnitt, absorbierender 220, 235.
 —, zerstreuer 163.
 Queteletsche Ringe 72.
 Raman-Streuung 196, 263.
 Rastergitter 89.
 Räumliches Sehen flächenhafter Bilder 53.
 Rayleighsche Streuung 159, 161.
 Reflexion, Beseitigung 133.
 — der Metalle 172.
 — bei schwacher Absorption 132.
 —, Modellversuch.
 —, selektive durch Dämpfe großer Dichte 211.
 — bei starker Absorption 142.
 Reflexionsgesetz 5.
 Reflexionsgitter 89.
 Reflexionsvermögen 132.
 Refraktion 177.
 Refraktometer 6.
 Regenbogen 101.
 Registrierphotometer 258.
 Reichweite, mittlere des Lichtes 131, 170, 181.
 Relaxationszeit, optische 187.
 Resonanzlampe 211.
 Resonatoren, Beschaffenheit optischer 185.
 Reststrahlen 171.
 — Berechnung der Frequenz 186.
 Resonanzkurve der Amplitude 154.
 — der Energie 155.
 —, optische 194.
 Resonanzlinien 211
 Röntgenlampe, Nutzeffekt 232.
 Röntgenlicht, Absorptionskonstante 234, 235.
 — Anregungsspannungen 234.
 — Beugung 90.
 Röntgenlicht, Bremsstrahlung 230, 231.
 — Fluoreszenz 234.
 — Grenzfrequenz 231.
 —, hartes und weiches 170.
 — Mechanismus der Absorption 237.
 — Niveauschema 234.
 — Nutzeffekt 233, 289.
 — und Ordnungszahl 239.
 — Richtungsverteilung 231.
 — Spektren und Ordnungszahl 236.
 — spektrale Energieverteilung 230, 233.
 — Streuung und Molekülbau 166.
 Rotations-Schwingungs-Spektrum 256, 261.
 — Spektrum 256, 261.
 Rotverschiebung der Spektrallinien 110.
 Rubinglas, Extinktionskurve 190.
 Rydberg-Frequenz und -Konstante 204, 221.
 — Wechselsatz 225, 247.
 Saccharimeter 127.
 Savartsche Platte 125, 138.
 Schalen des Atombaus 228, 230, 254.
 —, abgeschlossene 230.
 Schallwellen als Beugungsgitter 100.
 s -Elektron 245.
 Schillerfarben 313.
 Schlierenmethode 180.
 Schneidenspektrograph für Röntgenlicht 99.
 Schumann-Spektralbereich = kurzwelliges, von Luft absorbiertes Ultraviolett.
 Schwarze Körper 54, 279, 282.
 — Strahlung 283.
 Schwebungen von Lichtwellen 110.
 Sehschärfe des Auges 50.
 Sehwinkel 24, 41.
 Sektorscheibe 301.
 Sekundärstrahlung, Richtungsverteilung 301.
 Sekundärwellen 2.
 Sender 54, 299.
 Senderfläche, scheinbare 55.
 Selbstumkehr von Spektrallinien, Vermeidung 212.
 Serien des H 203.
 — des Na 205.
 —, formale von Balmer und von Rydberg 204.
 Serien-Grenzkontinuum 214.
 Signalgeschwindigkeit 103.
 Sinusbedingung 35.
 Snellius, Brechungsgesetz 4.

- Solarkonstante 56.
 Sonne, schwarze Temperatur 284, 285.
 Sonnenbild, Durchmesser 12.
 Sonnenoberfläche, Strahlungsdichte 56.
 Spannungs-Doppelbrechung 128.
 Spektren, wasserstoffähnliche 224.
 —, wasserstoffgleiche 227.
 Spektrallinie 83, 87.
 Spektrallinien, Anregung durch Elektronenstoß 215.
 — des Röntgenlichtes 98, 230, 234.
 —, Struktur 93, 253.
 —, verbreiterte 184, 210.
 Spektralserien und periodisches System 224.
 Spektrum, hergestellt mit planparalleler Platte 16.
 —, hergestellt mit Prisma 17.
 Sphärische Korrektur 35.
 Spiegelecke 20.
 Spiegelflächengitter 89.
 Spiegelprismen 19.
 Spin des Elektrons 246.
 Spinquantenzahl 244.
 Spitzenzähler 289.
 Stabilitätsbedingung der Elektronenbahnen 222.
 Starkeffekt 253.
 Stärke einer Linse 11.
 Stern, O. 250, 293.
 Stehende Lichtwellen 75.
 Stillb. 303.
 Stokessche Regel 267.
 Stoßdämpfung 210.
 Stöße zweiter Art 213.
 Strahlungsdämpfung und Atommodell 209, 221, 222.
 — bei Resonanzfluoreszenz 211.
 Strahlungsdichte eines Senders 55, 282.
 Strahlungsdruck 291.
 Strahlungsformeln von Planck und von Wien 283.
 Strahlungsgesetz von Stefan-Boltzmann 284.
 Strahlungsleistung 15, 54.
 Strahlungsmesser 15.
 Strahlungsstärke des Röntgenlichtes, Messung 230, Abb. 441.
 — eines Senders 55.
 — Vergleich 301.
 Strahlungswiderstand 158.
 Streuung, Bedeutung 15.
 Streuung in Festkörpern 165.
 —, ideal diffuse 302.
 —, inkohärente 195.
 — durch große schwach absorbierende Teilchen 167.
 — durch längliche Teilchen 160.
 — Winkelabhängigkeit 159.
 Streulicht 5.
 Strichgitter 86.
 — für Röntgenlicht 234.
 Strömungs-Doppelbrechung 195.
 Stufengitter 89.
 Sulfidphosphore 277.
 Symbole von Paschen 204.
 — von Russel und Saunders 207.
 Talbotsche Streifen 92.
 Tangentenbeziehung 11.
 Tauchbahnen 245.
 Teilerplatte 63.
 Teleobjektive 30.
 Teleskopische Systeme 46.
 Telezentrischer Strahlengang, bildseitiger 29, 32, 71.
 — Strahlengang, dingsseitiger 51, 75.
 Temperatur, wahre und schwarze 287.
 Temperaturstrahlung 281.
 Terme 204.
 Thermoelement 15.
 — Eichung 298.
 Tilgung der Phosphoreszenz 278.
 Trägheitsmoment von Molekülen 262, 263.
 Tripelspiegel 20.
 Totalreflexion 6, 138.
 — Behinderung 140.
 — an Gasschichten 7.
 — und Lichttelephonie 141.
 — Phasendifferenz durch 141.
 — von Röntgenlicht 96.
 — von Wasserwellen 139.
 Totalrefraktometer 7.
 Überfeinstruktur von Spektrallinien 253.
 Ungenauigkeitsrelation 299.
 Ultrarot 18.
 Ultraviolett 18.
 Umkehrprisma 20.
 Umkehrung von Spektrallinien 202, 203.
 μ -Prozeß der Phosphoreszenz 276.
 Verantlupung 53.
 Vektordarstellung im Atommodell 244.
 Vergrößerung 11.
 — bei Ablesefernrohren 43.
 — von Fernrohren 42, 46, 47.
 Verhüllung bunter Farben 309.
 Verschiebungssatz, spektroskopischer 228.
 Verschiebungsgesetz von W. Wien 284.
 Verzeichnung 38.
 Viertelwellen-Glimmerblatt 121, 126.
 Virtueller Bildpunkt 12.
 Vorzerlegung bei Spektralapparaten 88, 94.
 Wärmestrahlung, selektive 285.
 Wasserstoff, atomarer 202, 203.
 Wasserstoffgleiche Ionen 227, 236.
 Wellengruppen 59, 62.
 — Erzeugung durch die Spektralapparate 90.
 — des Glühlichtes 67, 68.
 Wellenlängen 14, 17, 170.
 — der Materiewellen 293.
 Wechselsatz 225.
 Weglänge, optische 5.
 Weißes Licht = Glühlicht 3.
 Wellenmaschine 133, 143.
 Wellenzahl 204.
 Winkelspiegel 19.
 Wolframlampen, Gasfüllung 285.
 — Lebensdauer.
 Wollaston-Prisma 116.
 X-Einheit 96.
 Zeeman-Effekt 248.
 —, Deutung des normalen 250.
 —, Deutung des anomalen 252.
 Zeichnungsschärfe 51.
 Zentralprojektion 51.
 Zerstrahlung von Elektronen 291.
 Zirkulare Polarisation 119, 121.
 Zonenkonstruktion, Fresnelsche 79.
 Zonenplatte 81.
 — als Ersatz einer Linse 81
 Zweige einer Bande 258.

Einheiten und wichtige Konstanten.**Längen-Einheiten.**

$$1 \mu = 10^{-6} \text{ m} \quad 1 \text{ m}\mu = 10^{-9} \text{ m} \quad 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} \quad 1 \text{ XE} = 10^{-13} \text{ m}$$

$$1 \text{ Parsec} = 3,08 \cdot 10^{16} \text{ meter} = 3,27 \text{ Lichtjahre}$$

Kraft-Einheiten.

$$1 \text{ Gro\ss}dyn = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = 10^5 \text{ Dyn} = 0,102 \text{ Kilopond}$$

$$1 \text{ Kilopond} = 9,81 \text{ Gro\ss}dyn \quad 1 \text{ Millipond} = 0,98 \text{ Dyn}$$

Druck-Einheiten.

$$1 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2} = 10^{-5} \text{ Bar} = 1,02 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Kilopond}}{\text{cm}^2}$$

$$= 10,2 \cdot 10^{-6} \text{ technische} = 9,88 \cdot 10^{-6} \text{ physikal. Atmosph\ddot{a}ren}$$

$$1 \text{ techn. Atmosph.} = 1 \frac{\text{Kilopond}}{\text{cm}^2} = 9,81 \cdot 10^4 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2} = 735,1 \text{ mm Hg-S\ddot{a}ule}$$

$$1 \text{ physikal. Atmosph\ddot{a}re} = 760 \text{ mm Hg-S\ddot{a}ule} = 10,33 \text{ m Wassers\ddot{a}ule}$$

$$= 1,033 \frac{\text{Kilopond}}{\text{cm}^2} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2}; \quad 1 \frac{\text{engl. Pfund}}{\text{Zoll}^2} = 7,16 \cdot 10^3 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2}$$

$$1 \text{ Bar} = 10^6 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = 10^5 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2} = 750,06 \text{ mm Hg-S\ddot{a}ule}$$

$$1 \text{ mm Hg-S\ddot{a}ule} = 1,333 \cdot 10^2 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2} \quad 1 \text{ mm Wassers\ddot{a}ule} = 9,81 \frac{\text{Gro\ss}dyn}{\text{m}^2}$$

Energie-Einheiten.

$$1 \text{ Gro\ss}dynmeter = 1 \text{ Wattsekunde} = 10^7 \text{ Erg} = 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ Kilokalorien}$$

$$1 \text{ Kilokalorie} = 4,185 \cdot 10^3 \text{ Wattsek.} = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ Kilowattstunden}$$

$$1 \text{ Kilowattstunde} = 3,67 \cdot 10^5 \text{ Kilopondmeter} = 36,7 \text{ techn. Atm. m}^3 = 860 \text{ Kilokal.}$$

$$1 \text{ eVolt} = 1 \text{ Elektronenvolt} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Wattsek}$$

Wichtige Konstanten.

Elektrische Elementarladung $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Amp. Sek.}$
 Ruhmasse des Elektrons $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 Atomgewicht des Neutrons = 1,00895 Atomgewicht des Protons = 1,0076
 Masse des Protons $m_H = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
 PLANCKSche Konstante $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Watt. Sek}^2$
 BOLTZMANNsche Konstante $k = 1,38_4 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Wattsekunde}}{\text{Grad}}$
 LOSCHMIDTSche Konstante $N = \frac{\text{Molek\ddot{u}lzahl}}{\text{Masse}} = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ (Kilomol)}^{-1}$
 Gaskonstante $R = N \cdot k = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{Wattsekunde}}{\text{Grad Kilomol}}$
 $\frac{\text{Volumen}}{\text{Masse}}$ f\ddot{u}r ideale Gase unter Normalbedingungen, also 0 Grad C und 76 cm
 Hg-S\ddot{a}ule, $\frac{V}{m} = 22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{Kilomol}}$
 Gravitationskonstante $\gamma = 6,68 \cdot 10^{-11} \text{ Gro\ss}dyn \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$
 Influenzkonstante $\epsilon_0 = 8,858 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Amp. Sekunde}}{\text{Volt} \cdot \text{Meter}}$
 Induktionskonstante $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Volt} \cdot \text{Sekunde}}{\text{Amp. Meter}}$
 Lichtgeschwindigkeit $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/sek}$
 BOHRsches Magneton $\gamma = 1,15 \cdot 10^{-29} \text{ Voltsek. Meter}$
 Kleinster Bahnradius des H-Atom es = $0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 Rydbergfrequenz $Ry = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$

Oft gebrauchte Gleichungen.

<p>Masse m eines Moleküles = N^{-1}</p> <p>Beispiel für O_2; Molekulargewicht (M) = 32; ein Kilomol O_2 = 32 kg. Also</p> $m_{O_2} = \left(\frac{6,02 \cdot 10^{26}}{32 \text{ kg}} \right)^{-1} = 5,32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$	
<p>$\mathfrak{N} = \frac{\text{Molekülzahl } n}{\text{Volumen } V} = \text{Dichte } \varrho \cdot N$</p> <p>Beispiel für O_2</p> $\varrho = 1,43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \quad N = \frac{6,02 \cdot 10^{26}}{32 \text{ kg}}; \quad \varrho N = 2,7 \cdot 10^{25}/\text{m}^3$	
<p>Wellenlänge $\lambda = 1,241 \cdot \frac{\mu \cdot \text{Volt}}{\text{Spannung } P} = 12,41 \frac{\text{ÅE} \cdot \text{Kilovolt}}{\text{Spannung } P}$</p> <p>z. B. $P = 4,91 \text{ Volt}; \quad \lambda = 0,2536 \mu$ $P = 10 \text{ Kilovolt}; \quad \lambda = 1,241 \text{ ÅE}$</p>	
<p>1 Elektronenmasse $\cdot c^2 = 5,11 \cdot 10^5 \text{ Elektronenvolt}$ 1 Protonenmasse $\cdot c^2 = 9,42 \cdot 10^8 \text{ Elektronenvolt}$ 1 kg $\cdot c^2 = 25 \cdot 10^9 \text{ Kilowattstunden}$</p>	
$N \cdot \text{Elektronenvolt} = 9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Wattsek}}{\text{Kilomol}} = 2,30 \cdot 10^4 \frac{\text{Kilokalorien}}{\text{Kilomol}}$	
$\frac{\text{Elektr. Elementarladung}}{\text{Masse eines Ions}} = \frac{e}{m} = N \cdot e = 9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Amp. Sek.}}{\text{Kilomol}}$ $\frac{\text{Ladung eines } n\text{-wertigen Ions}}{\text{Masse des Ions}} = \frac{q}{m} = \frac{n e}{m} = \mathfrak{F} = 9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Amp. Sek.}}{\text{kg-Äquivalent}}$ <p>($1/n \text{ Kilomol} = 1 \text{ kg-Äquivalent}$; \mathfrak{F} wird FARADAYSche Konstante genannt)</p>	
<p>SOMMERFELDSche Feinstrukturkonstante α</p> $= \frac{\text{Geschwindigkeit } u \text{ des Elektrons in der kleinsten H-Bahn}}{\text{Lichtgeschwindigkeit } c}$ $= \frac{e^2}{2 \varepsilon_0 h c} = \frac{1}{137}$	



Abb. 555 Grauleiter



Abb. 558

Farbenkreis



Abb. 560 Verhüllungs Dreieck (E. Hering 1874)