Die Theorie der Wasserturbinen

von

Rudolf Escher

Die Theorie der Wasserturbinen.

Ein kurzes Lehrbuch

von

Rudolf Escher
Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich.

Mit 242 Figuren.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-40883-4 ISBN 978-3-662-41367-8 (eBook)
DOI 10.1007/ 978-3-662-41367-8

Vorrede.

Das vorliegende kleine Buch hat sich zur Aufgabe gestellt, über alle wichtigeren Fragen Auskunft zu geben, die sich auf die hydraulischen Vorgänge in der Turbine, auf die Berechnung der Abmessungen, auf die Betriebseigenschaften, das Regeln und die Prüfung der Turbinen beziehen. Es ist in erster Linie dazu bestimmt, den Anfänger in den Stoff einzuführen. Ich hoffe, daß auch der erfahrene Ingenieur, der über den ihm sonst ferne liegenden Gegenstand sich belehren will, das Buch mit Vorteil benutzen, und daß selbst der Fachmann es nicht unbefriedigt aus der Hand legen wird; bei der Abfassung habe ich aber doch stets den Standpunkt der Studierenden im Auge gehabt, die sich in das Wesen der Turbinen hineinarbeiten wollen, nachdem sie zwar ihren Kurs über Mechanik gehört haben, aber noch im vollen Ringen mit deren Grundsätzen begriffen sind, ein Zustand, der sich zumeist noch längere Zeit hinzieht. Es wurden darum nicht nur die Elemente der Hydraulik, sondern auch die Grundbegriffe der Mechanik in den Text aufgenommen, damit der Leser alles unter der Hand habe, was zum Verständnis notwendig ist, und nicht zum Nachschlagen erst nach anderen Büchern greifen müsse.

Mit Rücksicht auf diesen Leserkreis wurde mit den einfachsten Hilfsmitteln gearbeitet und vor allem nach möglichster Anschaulichkeit gestrebt. Es wurde darum die alte Wasserfaden-Theorie beibehalten, die einen viel deutlicheren Einblick in die Wechselwirkung zwischen dem strömenden Wasser und den Turbinenschaufeln vermittelt als die neuere Theorie nach Prášil und Lorenz, nach der die strömende Wassermasse als Ganzes behandelt wird, die aber auch ihrerseits mit Voraussetzungen arbeitet, die der Wirklichkeit nicht genau entsprechen, so daß auch sie kein ganz zutreffendes Bild gibt.

Mit dem Streben nach Anschaulichkeit hängt die Verwendung graphischer Konstruktionen in allen denjenigen Fällen zusammen, wo ihre Anwendung für den Studierenden, der ohnehin vor dem Reißbrett sitzt, bequemer ist als die Rechnung. Um die Übersichtlichkeit zu fördern, wurde der Stoff in möglichst kleine, eng umschriebene Abschnitte geteilt. Minder wichtige Partien, deren Studium ohne Schaden für das Verständnis des Folgenden zurückgestellt werden kann, sind in kleinerer Schrift gehalten.

Bei der Theorie der Turbinen bietet die Berücksichtigung der hydraulischen Widerstände die größten Schwierigkeiten. Führt man sie einzeln in die Rechnung ein, soweit dies überhaupt möglich ist, so erhält man verwickelte Formeln, bei denen die Übersicht verloren geht und aus denen sich der Einfluß der einzelnen Größen nur noch schwierig erkennen läßt. Es wurde darum der Weg eingeschlagen, für die Widerstände von vornherein einen Abzug am Gefälle zu machen und mit dem übrigbleibenden Teil, dem sogenannten wirksamen Gefälle, so zu rechnen, als ob überhaupt keine Widerstände vorhanden wären. Man bekommt hierbei verhältnismäßig einfache Formeln, die ein deutliches Bild der Vorgänge geben und namentlich auch besser erkennen lassen, welchen Anteil die einzelnen Größen daran haben. Dieser Einblick ist namentlich darum wichtig, weil man die Wahl derjenigen Größen, die bei der Berechnung einer Turbine von vornherein angenommen werden müssen, mit offenen Augen treffen kann. Der Leser wird sich freilich stets daran erinnern müssen, daß jede Theorie nur ein vereinfachtes Bild der unendlich verwickelten Wirklichkeit geben kann. Ich habe keine Gelegenheit versäumt, darauf hinzuweisen, daß man die Sicherheit hinter sich läßt und sich mit der Wahrscheinlichkeit begnügen muß, sobald man von der mathematischen Abstraktion zur Wirklichkeit übergeht.

Die Neuzeit hat unter den verschiedenen Bauarten der Turbine, wie sie im Laufe der Zeit entstanden sind, so gründlich aufgeräumt, daß im gegenwärtigen Augenblick nur noch zwei Formen, die

Francisturbine und das Löffelrad, in allgemeinerem Gebrauche stehen. Ich habe dennoch die älteren Formen in den Rahmen des Buches aufgenommen, da es mir zweckmäßig schien, den Anfänger sich erst an den einfacheren Formen der Axialturbine einüben zu lassen, bevor er sich an einer Francisturbine versucht. Es bietet namentlich die Jonvalturbine, für die sich die Theorie des mittleren Fadens und die Konstruktion der Schaufeln besonders einfach gestaltet, ein treffliches Beispiel, um sich in die Grundsätze hineinzuleben.

Der Schwerpunkt des ganzen Gebietes liegt in den Gesetzen, nach denen das Wasser durch die Turbinenkanäle hindurchfließt. Sind diese vollständig erfaßt worden, so ergibt sich die Bestimmung der Abmessungen einer Turbine für gegebene Verhältnisse für den geübten Ingenieur so gut wie von selbst; denn es handelt sich hierbei ja nur darum, den Turbinenkanälen diejenigen Querschnitte zu erteilen, die für den Durchgang einer gegebenen Wassermenge erforderlich sind. Er wird nach kurzer Überlegung einen brauchbaren Weg durch die unbegrenzten Möglichkeiten finden. Nicht so der Anfänger, der sich nirgends unbehaglicher fühlt, als der absoluten Freiheit gegenüber. Ich habe darum für alle behandelten Typen bis ins einzelne gehende Vorschriften aufgestellt, an denen der Anfänger sicher und verhältnismäßig schnell zum Ziele klettern kann. Er bleibe sich nur dessen bewußt, daß derartige Vorschriften oder Rechnungsschemata nie Anspruch darauf erheben können, unter allen Umständen brauchbar zu sein, daß sie überhaupt nur als Vorschläge aufzufassen sind, an die man sich halten kann oder nicht, wie es gerade zweckmäßig zu sein scheint. Er bekommt auf diesem Wege doch etwas aufs Reißbrett, an dem er seine Kritik üben kann; gefällt es ihm nicht, so möge er es abändern. Übrigens möchte ich den Nutzen dieser „Eselsbrücken" selbst für den Fachmann doch nicht zu tief anschlagen; denn ihre Anwendung sichert den Konstruktionen eine gewisse Stetigkeit. Es hat keinen Sinn, dem Leitrad einer gewissen Turbinennummer am Samstagabend 18 Leitschaufeln zu geben, während man ihm vielleicht am Montag früh 24 zuteilen würde.

In der Nomenklatur habe ich mir einige Abweichungen vom allgemeinen Gebrauche erlaubt. Anstatt von Reaktions- und von

Aktionsturbinen spreche ich von Turbinen mit gestautem Durchfluß und von solchen mit staufreiem Durchfluß oder abgekürzt von Stauturbinen und von staufreien Turbinen. Es sei mir ein Wort zur Rechtfertigung gestattet. Ein Gegensatz zwischen Reaktion und Aktion besteht im Grunde gar nicht. In beiden Fällen hat man es mit der Rückwirkung des abgelenkten Wasserstromes gegen die ablenkenden Schaufeln zu tun; es findet denn auch diese Rückwirkung in beiden Fällen genau denselben analytischen Ausdruck. Wenn die beiden Namen aber genau genommen dasselbe besagen, so sind sie ungeeignet, die bestehenden Gegensätze zwischen den beiden Turbinenformen zu bezeichnen. Diese Gegensätze werden durch die Formeln $p_1 > p_2$ und $p_1 = p_2$ ausgedrückt, und die neuen Bezeichnungen sind nichts anderes als Übersetzungen dieser Formeln in die Umgangssprache. Die alten Bezeichnungen sind wie geschaffen, um schwere Verwirrung in den Köpfen der Anfänger hervorzurufen, und je eher man sie durch wirklich zutreffende ersetzt, desto besser ist es.

Für die Bezeichnung sind die Vorschläge von Camerer zur Anwendung gekommen.

Zürich, im März 1908.

Rudolf Escher.

Inhaltsverzeichnis.

Hydraulik.

I. Hydrostatik.

1. Kapitel.

Gleichgewicht im ruhenden Wasser.

II. Hydrodynamik.

A. Strömende Bewegung in der gefüllten Leitung.

2. Kapitel.

Reibungsfreie Bewegung.

Seite

3. Kapitel.

Bewegung mit Widerständen.

B. Mechanische Wirkungen des strömenden Wassers.

4. Kapitel.

Wasserstoß.

5. Kapitel.

Mechanische Wirkungen des Wassers bei allmählicher Ablenkung im ruhenden Kanal.

6. Kapitel.

Mechanische Wirkungen des Wassers im rotierenden Kanal.

Verbesserungen.

Seite 36,	Zeile 15 v. u.		In Gl. 47 ist w für n zu setzen.
„ 51,	„ 14 v. o.		lies ein Maximum statt im Maximum.
„ 52,	„ 4 v. u.		desgleichen.
„ 65,	„ 2 v. o.		lies desselben statt derselben.
„ 82,	„ 6 v. u.	„	den Krümmungshalbmesser statt der Krümmungshalbmesser.
„ 116,	„ 2 v. o.	„	Verbreiterung statt Verbreitung.
„ 139,	„ 8 v. o.	„	c_0 statt c.
„ 144,	„ 14 v. u.	„	schneiden statt scheiden.
„ 160,	„ 8 v. o.	„	in der Turbine statt in den Turbinen.
„ 163,	„ 9 und 11 v. u.		lies D_e' statt D_{e1}.
„ 166,	Fig. 169		lies c_2 statt c_0.
„ 187,	Zeile 3 v. u.		lies der früheren statt des früheren.
„ 232,	„ 14 und 15 v. o.		lies vollführen statt vollführen.

Die Turbinen.

III. Allgemeines.

7. Kapitel.

Überblick über die verschiedenen Bauarten.

8. Kapitel.

Rechnungsunterlagen; Grundgleichungen.

9. Kapitel.

Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten und den Schaufelwinkeln.

10. Kapitel.

Energie- und Wasserverluste in der Turbine.

Seite

IV. Die besonderen Turbinenformen.

A. Die Turbinen mit staufreiem Durchfluß.

11. Kapitel.

Die Girard-Turbine.

12. Kapitel.

Das Tangentialrad.

B. Die Turbinen mit gestautem Durchfluß.

13. Kapitel.

Die Jonval-Turbine.

14. Kapitel.

Die Fourneyron-Turbine.

15. Kapitel.

Die Francis-Turbine.

V. Das Regulieren.

16. Kapitel.

Das Regulieren der Durchflußmenge.

17. Kapitel.

Das Regulieren der Geschwindigkeit.

VI. Verhalten der Turbinen unter veränderten Betriebsverhältnissen.

18. Kapitel.

Verhalten einer gegebenen Turbine bei unverändertem Gefälle und wechselnder Belastung.

Hydraulik.

I. Hydrostatik.

1. Kapitel.

Gleichgewicht im ruhenden Wasser.

1. Oberfläche einer ruhenden Wassermasse. Steht eine gefaßte, ruhende Wassermasse unter dem ausschließlichen Einfluß der Schwerkraft, so stellt sich ihre Oberfläche wagrecht ein. Wenn dem nicht so wäre, so müßten die höher liegenden Teilchen so lange über die andern herunterfließen, bis alle gleich tief stehen.

2. Kommunizierende Röhren. An dieser Tatsache wird nichts geändert, wenn man nach Fig. 1 einen festen Körper teilweise in die Wassermasse eintaucht. Es wird auch dann nichts daran geändert, wenn man sich den eingetauchten Körper nach vorne und nach hinten bis zur Berührung mit den Gefäßwänden ausgedehnt denkt. Es stellt sich somit der Wasserspiegel in den beiden Schenkeln der kommunizierenden Röhren (Fig. 2) auf dieselbe Höhe ein.

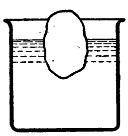

Fig. 1.

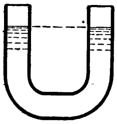

Fig. 2.

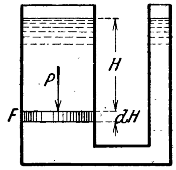

Fig. 3.

3. Druck im Innern einer ruhenden Wassermasse. Denkt man sich in den einen senkrechten, zylindrischen Teil der kommunizierenden Röhren (Fig. 3) einen gewichtlosen Kolben von verschwindend kleiner Dicke reibungsfrei eingebaut, so wird hierdurch das Gleichgewicht nicht gestört. Man kann nunmehr die über dem Kolben stehende Wassersäule wegnehmen und das Gleichgewicht dadurch bewahren, daß man an ihrer Stelle eine Kraft P von geeigneter Größe senkrecht auf den Kolben drücken läßt. Die weggenommene

Wassermasse ruhte offenbar nur auf dem Kolben, indem die senkrechten Wände ihr ja keine Stütze bieten konnten. Daraus geht hervor, daß die Kraft P gleich dem Gewicht der Wassermasse sein muß, die sie ersetzen soll.

Bezeichnet man mit γ das spezifische Gewicht oder das Gewicht der Volumeneinheit des Wassers, und bedeutet F die Kolbenfläche, so hat man

$$P = FH\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Auf die Flächeneinheit wirkt in einer Tiefe H unter dem Wasserspiegel in senkrechter Richtung der spezifische Druck

$$p = H\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Es seien in die beiden äußeren der drei kommunizierenden Röhren (Fig. 4) in derselben Höhe zwei unendlich dünne, gewichtslose Kolben eingesetzt und durch Kräfte P_1 und P_2 gegenüber dem mit Wasser bis auf die Höhe H aufgefüllten Mittelschenkel im Gleichgewicht gehalten. Sind F_1 und F_2 die Kolbenflächen, so bestehen nach dem Vorigen die Beziehungen

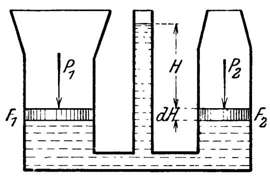

Fig. 4.

$$P_1 = F_1 H\gamma$$
$$P_2 = F_2 H\gamma \, .$$

Nimmt man die Kräfte P_1 und P_2 weg und füllt man die Außenschenkel bis auf die Höhe H mit Wasser auf, so muß wieder Gleichgewicht vorhanden sein; die Kräfte P_1 und P_2 sind also durch die Auffüllung mit Wasser vollständig ersetzt worden. Die Wirkung der Auffüllung ist unabhängig von der Gestalt des Gefäßes und nur abhängig von der Ausdehnung des Kolbens und von der Tiefe H unter dem Wasserspiegel. Somit ist der spezifische Druck in senkrechter Richtung unabhängig von der Gestalt des Gefäßes; er wird lediglich durch die Tiefe unterm Wasserspiegel und das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bestimmt.

4. Prinzip von Pascal. Man denke sich die zwischen den Schenkeln des Winkels φ (Fig. 5) eingeschlossene Wassermasse in dem kreisförmig gebogenen Teil einer kommunizierenden Röhre von unveränderlichem Querschnitt fest geworden, dabei aber als Ganzes beweglich geblieben. Unter der Voraussetzung, daß das Eigengewicht dieser Wassermasse

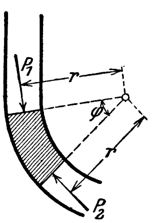

Fig. 5.

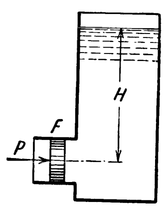

Fig. 6.

als verschwindend klein angesehen werden könne, besteht Gleichgewicht, wenn

$$P_1 r = P_2 r$$

oder

$$P_1 = P_2 .$$

Da nun tatsächlich Gleichgewicht besteht, ist daraus der Schluß zu ziehen, daß der Wasserdruck auf die beiden Endflächen derselbe ist, oder daß sich der Druck des Wassers nach allen Richtungen gleichmäßig fortpflanzt.

Der Druck auf den Kolben F (Fig. 6) ist somit

$$P = FH\gamma ,$$

wie auch seine Achse gerichtet sein möge.

5. Maß des Druckes. Der Druck im Innern einer Wassermasse wird durch die Tiefe des betreffenden Punktes unter dem Wasserspiegel gemessen. Wo dieser nicht zugänglich ist, oder wo ein freier Wasserspiegel nicht besteht, wie bei einem allseitig geschlossenen Gefäß, benutzt man besondere Meßinstrumente.

a) Das Piezometer (von griech. piezo = ich drücke) besteht nach Fig. 7 aus einer oben offenen, heberförmigen Röhre, die unten an das Gefäß angeschlossen ist und nach oben so weit hinaufgeführt wird, daß sich ein freier Wasserspiegel darin bilden kann. Die Piezometerhöhe mißt ohne weiteres den Druck im Gefäß. Es ist

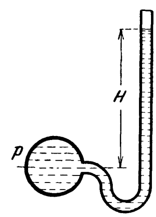

Fig. 7.

$$p = H\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Mißt man H in Zentimetern, so ist, da das Gewicht von 1 ccm gleich 1 g ist,

$$p = H \text{ g/qcm}$$

oder

$$p = \frac{H}{1000} \text{ kg/qcm.}$$

Man wird es meistens vorziehen, H in Metern zu messen; dann ist

$$p = \frac{H}{10} \text{ kg/qcm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3\,\mathrm{a})$$

Der Druck von 1 kg/qcm wird als Atmosphäre bezeichnet.[1])

[1]) Der mittlere Atmosphärendruck in Meereshöhe wird durch eine Quecksilbersäule von 760 mm bei 0^0 gemessen. Dies ergibt bei einem spezifischen Gewicht des Quecksilbers von 13,596 einen Druck von 1,0336 kg/qcm. Die Technik setzt der Bequemlichkeit wegen als Atmosphärendruck einen Druck von 1 kg/qcm in ihre Rechnungen. Der technischen Atmosphäre entspräche eine Quecksilbersäule von 735,5 mm bei 0^0.

Ein Druck von einer Atmosphäre entspricht dem Drucke einer Wassersäule von 10 m. Eine Wassersäule von 1 mm bringt auf 1 qm einen Druck von 1 kg hervor.

Das Piezometer eignet sich sehr gut dazu, sich eine deutliche Vorstellung von den Druckverhältnissen zu machen. Für wirkliche Messungen ist es nur verwendbar, wenn es nicht zu hoch wird, wenn also die Drücke klein sind.

b) Das Quecksilbermanometer (von lat. manus = Hand, hier im Sinne von Kraft). (Fig. 8.) An die Stelle der Wassersäule tritt eine Quecksilbersäule. Die Höhe H, mit dem spezifischen Gewicht des Quecksilbers multipliziert, gibt den Piezometerstand. Auch dieses Instrument ist für größere Drücke unhandlich und zudem schwer transportabel; es wird daher selten gebraucht.

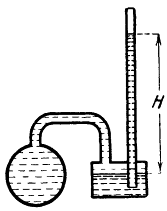

Fig. 8.

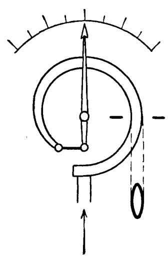
Fig. 9.

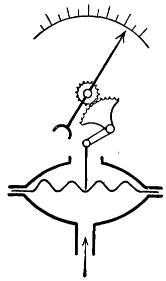
Fig. 10.

c) Das Federmanometer besteht aus einem elastischen Metallgefäß, das mit dem Druckraum in Verbindung gebracht wird und sich je nach dem Drucke in seiner Form verändert. Diese Änderung wird durch ein Zeigerwerk in stark vergrößertem Maßstab zur Anschauung gebracht; die Skala muß durch den Versuch bestimmt werden, wobei ein Quecksilbermanometer zur Kontrolle zu benutzen ist. Das Manometer von Bourdon (Fig. 9) besitzt eine gebogene Röhre von flachem Querschnitt. Bei zunehmendem Druck strebt sie immer mehr dem kreisförmigen Querschnitt zu und streckt sich hierbei. Beim Manometer von Schäffer & Budenberg (Fig. 10) wird die Durchbiegung einer gewellten Platte zum Messen des Druckes benutzt.

Die Manometerfedern ändern sich beim Gebrauch wie alle Federn. Ihren Angaben ist daher Vorsicht entgegenzubringen, und eine häufige Kontrolle, am besten mittels eines Quecksilbermanometers, ist unerläßlich. — Die im Handel vorkommenden Metallmanometer besitzen in der Regel zum Anschluß ein Gasgewinde von $^1/_2{}''$ engl. (äußerer Durchmesser = 21 mm).

6. Negativer Druck. Füllt man ein Gefäß durch Eintauchen unter Wasser und zieht man es nach Fig. 11 in umgestürzter Lage wieder heraus, doch so, daß der Rand noch untergetaucht bleibt, so wird man finden, daß das Wasser nicht ausläuft. Die Erscheinung ist auf den Druck der äußeren Luft zurückzuführen. Ist a der Druck der Atmosphäre auf die Flächeneinheit und p der Druck an der höchsten Stelle, so wirkt auf den Querschnitt F in der Höhe des Wasserspiegels

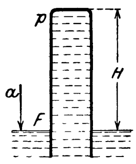

Fig. 11.

von oben: ein Druck $F(p + H\gamma)$,
von unten: ein Druck Fa,

und da diese beiden Drücke einander gleich sein müssen, ergibt sich

$$p = a - H\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die Höhe H kann nicht größer werden, als daß

$$H\gamma = a\,.$$

Zöge man das Gefäß noch weiter heraus, so bliebe die Flüssigkeit stehen, da der Wert von p nach Gl. 4 nicht negativ werden kann. Über der Flüssigkeit würde sich ein luftleerer Raum bilden. Wenn der Atmosphärendruck 1 kg/qcm beträgt, so kann für Wasser die Höhe H nicht größer als 10 m sein.

Bei hydraulischen Vorgängen steht das Wasser mit seltenen Ausnahmen zu Beginn unter atmosphärischem Druck und fließt zuletzt wieder in einen Raum unter demselben Druck. Hierbei fällt der Atmosphärendruck ganz aus der Rechnung, und darum zieht man es meistens vor, ihn gar nicht erst einzuführen; man zählt den Druck erst von einer Atmosphäre an oder, in andern Worten, man rechnet mit dem „Überdruck" (über die Atmosphäre).[1])

Zählt man in dieser Weise, so erhält man für den Druck im Scheitel des Gefäßes den negativen Wert

$$p = -H\gamma\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und man spricht von einem negativen Druck, obwohl das für Flüssigheiten eigentlich keinen Sinn hat. Es ist damit ein Druck gemeint, der kleiner als der atmosphärische ist.

Wenn es sich um Höhenunterschiede von einigen Hundert Meter handelt, so treten in den Luftdrücken oben und unten allerdings schon recht merkliche Unterschiede auf; in Wassersäulen ausgedrückt, sind sie indessen gegenüber dem ganzen Gefälle so

---

[1]) Bei den käuflichen Manometern steht unter atmosphärischem Druck der Zeiger auf Null; die Zahlen bedeuten Überdruck.

geringfügig, daß man sie selbst in solchen Fällen herzhaft vernachlässigen darf.

7. Druck auf ebene Gefäßwände. Der Druck, den das Wasser auf ein Stück F der wagrechten Bodenfläche ausübt, ist nach früherem

$$P = FH\gamma\,.$$

Er ist also gleich dem Gewichte der über F stehenden Wassersäule, ganz gleichgültig, ob diese vollständig vorhanden sei oder nicht (vgl. Fig. 12).

Dieser Satz gilt auch für schräge Wandflächen; nur muß das Volumen der Wassersäule nach Fig. 13 bestimmt werden.

Den Druckmittelpunkt, d. h. den Punkt, in dem man sich den ganzen Wasserdruck vereinigt denken kann, oder in dem man die aus dem Verband der Gefäßwand losgelöste Fläche unterstützen müßte, um das Gleichgewicht zu erhalten, findet man, wenn

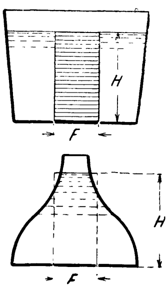

Fig. 12.

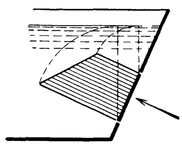

Fig. 13.

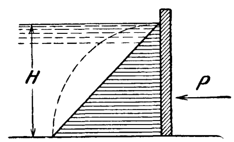

Fig. 14.

man vom Schwerpunkt des Wasserprismas ein Lot auf die Fläche fällt. Diese Aufgaben laufen also auf Volumen- und Schwerpunktsbestimmungen eben abgeschnittener Zylinder und Prismen hinaus.

In dem Sonderfalle Fig. 14, wo ein Schützenbrett gedacht ist, das in einen Kanal von der Breite B und der Wassertiefe H eingesetzt ist, findet man für den Wasserdruck

$$P = \tfrac{1}{2} B H^2 \gamma\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Der Druckmittelpunkt liegt im unteren Drittel der Wassertiefe.

8. Druck auf gekrümmte Wände. Es ist zuerst der Fall zu behandeln, wo nach dem Druck in einer bestimmten Richtung gefragt wird. Man wählt nach Fig. 15 in passender Lage eine Hilfsebene normal zur Druckrichtung und projiziert die Fläche F darauf. Der gesuchte Druck ist gleich der Summe des Eigengewichtes der über der Projektion stehenden Wassersäule und der Komponente des Eigengewichtes der Wassermasse zwischen Hilfsebene und Wand, genommen in der Druckrichtung. Die Angriffs-

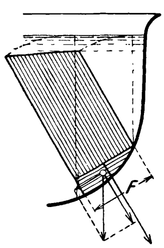

Fig. 15.

richtungen dieser beiden Teildrücke gehen durch die Schwerpunkte der betreffenden Wasserkörper. Sind diese ermittelt, so läßt sich die Resultante nach Größe und Lage bestimmen.

Führt man diese Untersuchung für drei verschiedene, z. B. aufeinander senkrechte Richtungen durch, so gelangt man schließlich dazu, den resultierenden Druck nach Größe, Richtung und Angriffspunkt als Resultante der drei Einzelresultanten zu bestimmen. Das Problem, das in der Durchführung etwas umständlich wird, soll indessen nicht weiter verfolgt werden.

9. Spannungen im geraden Rohrstrang. In einem wagrecht liegenden zylindrischen Gefäß oder Rohrstrang (Fig. 16) vom Querschnitt F, in dem ein Druck p herrscht, entsteht in der Längsrichtung ein Zug

$$P = Fp,$$

der durch die Rohrwände und die Flanschenverbindungen aufgenommen und übertragen werden muß, der aber nicht nach außen wirkt.

Fig. 16.

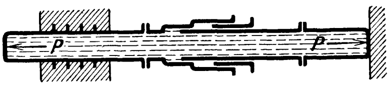

Fig. 17.

Sind zwei Teile eines geraden Rohrstranges nach Fig. 17 durch eine Ausdehnungsmuffe verschiebbar miteinander verbunden, so müssen die Kräfte P durch die Verankerungen aufgenommen werden. In den Rohrwänden und Flanschenverbindungen zwischen den Verankerungen treten keine Zugspannungen in der Längsrichtung auf.[1])

10. Spannungen im krummen Rohrstrang. In einem an den Enden abgeschlossenen krummen Rohrstrang von kreisförmigem Querschnitt nach Fig. 18 treten keinerlei Spannungen auf, die eine Veränderung der Krümmung herbeizuführen suchen. Wohl ist der Druck auf den äußeren Teil der Wand größer als auf den inneren; der Überschuß wird indessen durch den Druck auf die Endflächen im Gleichgewicht gehalten. Ist aber der Querschnitt abgeflacht und liegt z. B. die kleinere Weite in der Ebene der Krümmung, so sucht sich die Röhre unter dem Einfluß des inneren Druckes zu strecken (Bourdonsches Manometer, Abschnitt 5).

Ist die krumme Röhre nach Fig. 19 am Ende offen, d. h. mit einer Aus-

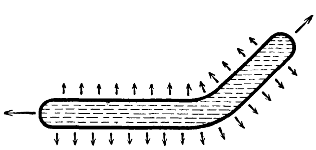

Fig. 18.

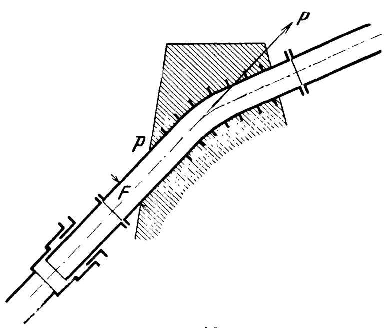

Fig. 19.

[1]) Für die Flanschenverbindungen trifft dies nur insoweit zu, als der Druck nicht zwischen die Flanschen treten kann.

dehnungsmuffe an die Fortsetzung angeschlossen, so entsteht in der Richtung des Pfeiles eine Rückwirkung im Betrage von

$$P = Fp\,;$$

die entweder durch eine Verankerung oder durch die Steifigkeit der Röhre aufgenommen werden muß (vgl. Fig. 20, die zeigt, wie durch nachgiebig angeschlossene Abzweigungen der Hauptstrang auf Biegung in Anspruch genommen wird).

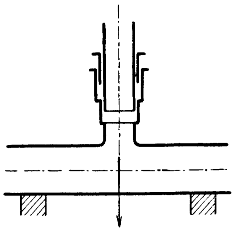

Fig. 20.

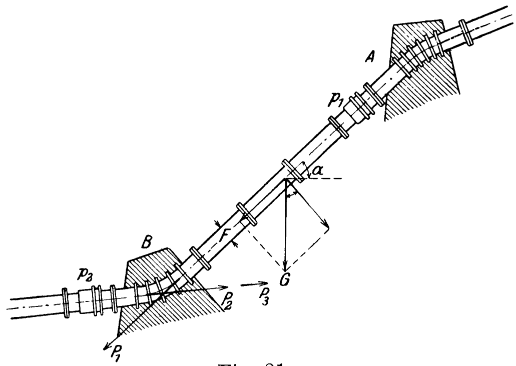

Fig. 21.

Ist der in Fig. 21 im Aufriß dargestellte Rohrstrang an beiden Enden offen, so lassen sich die auf die Verankerung B wirkenden Kräfte folgendermaßen bestimmen. Es ist

$$P_1 = Fp_1 + G\,(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha)\,;$$

darin bedeutet

G das Eigengewicht des mit Wasser gefüllten Stranges AB,
α den Neigungswinkel gegen den Horizont,
μ den Reibungskoeffizient zwischen Rohr und Rohrlagern.

Das positive Zeichen gilt, wenn die Röhre sich bei steigender Temperatur ausdehnt, und das negative für sinkende Temperatur. Die Verankerung ist natürlich für dasjenige Zeichen zu berechnen, das die größte Beanspruchung gibt. Ferner ist

$$P_2 = Fp_2\,.$$

Fließt das Wasser mit einer Geschwindigkeit c durch die Rohrleitung, so tritt nach Abschnitt 59 noch eine weitere Kraft auf:

$$P_3 = 2F\gamma\,\frac{c^2}{2g}\,.$$

Dieselbe darf indessen gegenüber den andern Kräften stets vernachlässigt werden.

11. Spannungen in einem an beiden Enden verankerten Rohrstrang. Infolge von Temperaturschwankungen treten in dem beiderseitig verankerten geraden Rohrstrang Längsspannungen auf, die folgendermaßen bestimmt werden können. Die Röhre sei bei einer Temperatur t verankert worden. Ist α der lineare Ausdehnungskoeffizient des Rohrmaterials, so änderte sich die Längeneinheit bei einer Temperatur $t \pm \Delta t$ um einen Betrag

$$\lambda = \pm\,\alpha\,\Delta t\,.$$

Gestattet die Verankerung keine Änderung der Länge, so wird die Röhre gewaltsam in der bisherigen Länge erhalten, und es entstehen in der Wand Spannungen vom Betrage

$$\sigma = \varepsilon\lambda\,,$$

wobei ε den Elastizitätsmodul des Rohrmaterials bedeutet. Es ergibt sich für die Spannnng der Ausdruck

$$\sigma = \pm\,\varepsilon\alpha\cdot\Delta t\,, \qquad \text{. . . . .} \quad (7)$$

wobei das positive Zeichen Druckspannungen, das negative hingegen Zugspannungen bedeutet.

Für Flußeisen kann man etwa setzen:

$$\varepsilon = 2120000 \text{ kg/qcm}$$

$$\alpha = \frac{1}{85000}\,.$$

Mit diesen Zahlen erhält man

$$\sigma = \pm\,25\,\Delta t\,.$$

Bei $\pm 20^0$ Abweichung von der Temperatur des spannungslosen Zustandes ergeben sich somit Spannungen von ± 500 kg/qcm², die für das Rohrmaterial kaum als bedenklich angesehen werden können. Die Verankerungen haben aber sehr bedeutende Kräfte auszuhalten.

Solange die Röhre von Wasser durchströmt ist, werden die größten vorkommenden Schwankungen den Betrag von 20^0 wohl nie überschreiten.

12. Oberfläche des Wassers in einem rotierenden Gefäß mit senkrechter Achse. Ein Wassergefäß (Fig. 22) drehe sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω um seine senkrechte Achse; der Wasserspiegel nimmt hierbei die Gestalt einer krummlinig profilierten Drehfläche an. Damit ein in der Oberfläche liegendes Wasserteilchen von der Masse m im Gleichgewicht sei, muß die Resultante der Kräfte, mit denen dasselbe auf seine Nachbarn wirkt, normal zur Oberfläche stehen. Diese Kräfte sind

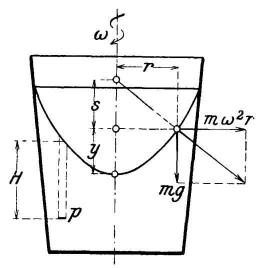

Fig. 22.

radial: die Zentrifugalkraft $m\omega^2 r$,[1])
senkrecht: das Eigengewicht mg.

Es findet sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke sofort

$$\frac{s}{r} = \frac{mg}{m\omega^2 r}\,.$$

Für die Subnormale der Meridiankurve ergibt dies den Wert

$$s = \frac{g}{\omega^2} = \text{const.},$$

[1]) Vgl. Abschnitt 53.

und daraus, daß dieser Wert konstant ist, geht hervor, daß die Meridiankurve eine Parabel ist, deren Achse in die Drehachse fällt.

Die Gleichung der Parabel findet sich übrigens sofort aus der Beziehung

$$\frac{s}{r} = \frac{dr}{dy}$$

oder

$$r\,dr = s\,dy\,.$$

Die Integration ergibt für den Scheitel als Anfangspunkt

$$r^2 = 2\,sy\,,$$

oder

$$y = \frac{(r\omega)^2}{2g}\,.$$

Die Größe $r\omega$ ist nichts anderes als die Umfangsgeschwindigkeit des betrachteten Punktes, die mit u bezeichnet werden möge. Man kann also der Gleichung die Form geben

$$y = \frac{u^2}{2g}\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Für den Höhenunterschied zwischen zwei Punkten des Wasserspiegels, deren Umfangsgeschwindigkeiten u_1 und u_2 sind, bekommt man

$$y_1 - y_2 = \varDelta H = \frac{u_1{}^2 - u_2{}^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8\,\mathrm{a})$$

Der Druck in irgend einem Punkte im Innern der Wassermasse wird auch hier durch die senkrechte Tiefe unter der Oberfläche gemessen. Stets ist

$$p = H\gamma\,.$$

13. Oberfläche des Wassers in einem rotierenden Gefäß mit wagrechter Achse. Wenn nach Fig. 23 ein Gefäß (eine Wasserradzelle) sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω um eine wagrechte Achse dreht, so findet man das Profil der zylindrischen Fläche, nach der sich der Wasserspiegel einstellt, auf ähnlichem Wege. Ein im Abstande r von der Drehachse befindliches Wasserteilchen von der Masse m übt senkrecht einen Druck vom Betrage mg gleich seinem Eigengewicht auf die benachbarten Teilchen aus, in radialer Richtung aber einen Druck $m\omega^2 r$ gleich der Zentrifugalkraft. Der Wasserspiegel muß sich normal zur Resultanten R dieser beiden Kräfte einstellen. Es ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke sofort:

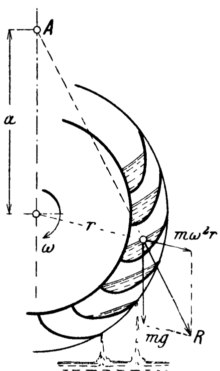

Fig. 23.

$$\frac{a}{r} = \frac{mg}{m\omega^2 r}\,,$$

$$a = \frac{g}{\omega^2} = \mathrm{const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Die Normalen des durch m gehenden Profils des Wasserspiegels schneiden sich alle in einem Punkte A, der senkrecht über der Achse im Abstande a liegt; das Profil ist somit ein Kreis mit dem Mittelpunkte A, und der Wasserspiegel ein Kreiszylinder. Die Frage hat mit Rücksicht auf die vorzeitige Entleerung der Wasserradzellen eine gewisse Bedeutung.

Beispiel: Ein Wasserrad von 6 m Durchmesser habe eine Umfangsgeschwindigkeit von 2 m in der Sekunde. Die Winkelgeschwindigkeit wäre somit $^2/_3$, und es ist daher

$$a = \frac{9{,}81}{(^2/_3)^2} = 22\,\mathrm{m}\,.$$

Für eine Umfangsgeschwindigkeit von 3 m würde a schon auf 9,81 m zurückgehen.

II. Hydrodynamik.

A. Strömende Bewegung in der gefüllten Leitung.

2. Kapitel.

Reibungsfreie Bewegung.

14. Grundbegriffe der Dynamik. Legt ein in Bewegung begriffener Punkt in der unendlich kleinen Zeit dt einen Weg ds zurück, so heißt das Verhältnis

$$\frac{ds}{dt} = w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

die Geschwindigkeit des Punktes.

Ändert sich die Geschwindigkeit in der Zeit dt um den Betrag dw, so stellt der Ausdruck

$$q = \frac{dw}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

die Beschleunigung der Bewegung dar.

Unter der Masse eines Körpers versteht man das Verhältnis seines Gewichtes G zur Beschleunigung g der Schwerkraft:

$$m = \frac{G}{g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Es ist für unsere Breite $g = 9{,}81$ m auf die Sekunde bezogen.

Um einem Körper von der Masse m eine Beschleunigung q zu erteilen, bedarf es einer Kraft von der Größe

$$P = mq \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Multipliziert man die Gl. 10 und 11 miteinander, so erhält man

$$q\,ds = w\,dw$$

oder bei Berücksichtigung der Gl. 13

$$P\,ds = m\,w\,dw = d\left(\frac{m\,w^2}{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Das Produkt $P\,ds$ wird als die von der Kraft P auf dem Wege ds verrichtete Arbeit bezeichnet. Diese Arbeit hat in der Änderung der Größe $mw^2:2$ ihren Gegenwert. Diese letztere Größe wird die lebendige Kraft oder besser die kinetische oder Bewegungsenergie genannt.

Unter der Leistung einer Kraft versteht man die in der Zeiteinheit von derselben verrichtete Arbeit:

$$L = \frac{P\,ds}{dt} = Pw \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Bei einer gleichförmigen Drehbewegung kann die Schnelligkeit der Drehung durch die Umfangsgeschwindigkeit u im Halbmesser r ausgedrückt werden. Bequemer für die Rechnung ist es, als Maß dafür das Verhältnis

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{u}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

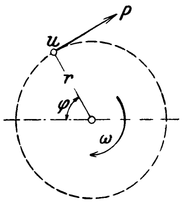

Fig. 24.

zu gebrauchen (siehe Fig. 24), das man als die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet. Die Leistung ist

$$L = Pu = Pr\omega = M\omega, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

wenn $M = Pr$ das Drehmoment bedeutet.

15. Potentielle Energie des gefaßten Wassers. Wenn eine unter Druck stehende Flüssigkeit zum Ausfließen kommt, so kann sie eine gewisse Arbeit verrichten. Um den reibungsfreien Kolben in Fig. 25 im Gleichgewicht zu halten, ist eine Kraft nötig

$$P = FH\gamma.$$

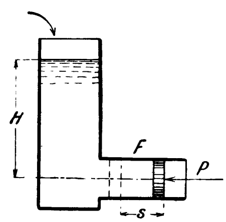

Fig. 25.

Läßt man den Kolben (langsam) um den Betrag s zurückweichen, während der Wasserspiegel durch einen Zufluß auf der anfänglichen Höhe erhalten wird, so verrichtet der Wasserdruck hierbei eine Arbeit:

$$A = Ps = Fs\gamma H.$$

Der Ausdruck $Fs\gamma$ bedeutet aber nichts anderes als das Gewicht G der beim Zurückweichen des Kolbens aus dem Gefäß tretenden Wassermenge; man hat also

$$A = GH. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Bezeichnet man das ausfließende Wasservolumen Fs mit V, so nimmt die Gleichung die Form an

$$A = V\gamma H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18a)$$

oder, da $\gamma H = p$ der Druck ist, unter dem der Austritt vor sich geht,

$$A = Vp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18b)$$

Ändert man den Vorgang nach Fig. 26 ab, so ist augenscheinlich

$$P = FH_1\gamma - FH_2\gamma = F\gamma\,(H_1 - H_2)$$
$$P = FH\gamma.$$

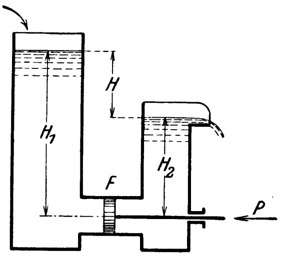

Fig. 26.

Es kommt also nur der Höhenunterschied H zwischen den beiden Wasserspiegeln in Betracht, und die weitere Entwicklung würde daher zu denselben Ergebnissen führen wie vorhin.

Steht das Wasser in beiden Gefäßen gleich hoch, und wird dieser Zustand dauernd erhalten, so wird, da $H = 0$ ist, beim Verschieben des Kolbens keine Arbeit umgesetzt; die Bewegung des beidseitig unter demselben Druck stehenden Kolbens verlangt keinerlei Arbeit. So wird auch ein im Innern einer ruhenden Wassermasse schwebendes Teilchen (oder auch eine Summe von solchen Teilchen) sich in beliebiger Richtung ohne irgendwelche Anstrengung verschieben lassen; es steht im indifferenten Gleichgewicht.[1])

Die durch Gl. 18 dargestellte Arbeit kommt erst zur Entwicklung, wenn das Wasser tatsächlich austritt, sei es wegen des Zurückweichens des Kolbens, sei es beim Ausfließen aus der freigegebenen Mündung; sie war aber schon zuvor im Wasser vorrätig und brauchte nur durch Freigeben des Austrittes ausgelöst zu werden. Man bezeichnet diese vorrätige Arbeit als die potentielle Energie. Diese Bezeichnung könnte passend durch Spannungs- oder Druckenergie übersetzt werden.

Die Spannungsenergie einer Wassermasse, auf deren Gewichtseinheit bezogen, wird durch das Gefälle gemessen, unter dem sie austritt.

16. Druckunterschiede als Bewegungsursache; Stromlinien, Wasserfäden. In einer ruhenden Wassermasse steht jedes Teilchen allseitig unter demselben Drucke $p = H\gamma$, wobei H die Tiefe des betreffenden Teilchens unter dem Wasserspiegel bedeutet. Erfährt der Druck in irgend einem Punkte eine Veränderung, so tritt in den benachbarten Teilchen ein einseitiger Überdruck auf; es entsteht eine Bewegung, die sofort auch weiter abliegende Teilchen ergreift.

---

[1]) Es ist hierbei immerhin vorauszusetzen, daß es sich um langsame Bewegungen handle.

Wir betrachten hier nur jene Bewegungen, die dadurch entstehen, daß man eine Verbindung zwischen einem mit Wasser gefüllten Gefäß und einem zweiten Raume mit kleinerem Druck herstellt. Hierbei entsteht im ersten Raume in der Nähe der Verbindung eine Druckentlastung in der Richtung auf die Verbindung zu, und das Wasser strömt in den Raum kleineren Druckes hinüber. In den beiden Gefäßen (Fig. 27) wird der Druck in der Höhe der Verbindung durch die Tiefen unter den bezüglichen Wasserspiegeln gemessen; der wirksame Überdruck hat den Höhenunterschied H der beiden Wasserspiegel zum Maß.

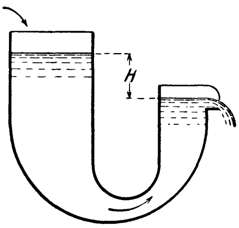

Fig. 27.

Die Bahnen oder Stromlinien, auf denen sich die einzelnen Wasserteilchen bewegen, haben das Bestreben, sich parallel zueinander zu legen. Sämtliche Teilchen, die auf ein und derselben Stromlinie hintereinander herfließen, bilden zusammen einen Wasserfaden.

17. Annahmen und Voraussetzungen. Um die rechnerische Behandlung durchführen zu können, setzen wir vor allem Beharrungszustand voraus, d. h. denjenigen Zustand, bei dem der Druck und die Geschwindigkeit nach Größe und Richtung für jeden Punkt unveränderlich sind. Sodann müssen wir die vereinfachende Annahme machen, daß in allen Punkten eines und desselben Querschnittes überall dieselbe Geschwindigkeit in der Richtung normal zum Querschnitt bestehe, eine Annahme, die freilich von der Wirklichkeit stark abweicht. Nach dieser Annahme würden alle Teilchen, die in einem gegebenen Augenblick in einem ebenen Querschnitt enthalten sind, sich in ebenen Querschnitten weiter schieben. Dabei ist unter Querschnitt derjenige ebene Schnitt verstanden, der möglichst rechtwinklig zu sämtlichen Stromlinien steht.

18. Zusammenhang zwischen Querschnitt, Geschwindigkeit und Durchflußmenge. In der Röhre von veränderlichem Querschnitt (Fig. 28) schiebe sich das Wasserteilchen, das zwischen zwei im Abstand ds voneinander stehenden Querschnitten eingeschlossen ist, in der Zeit dt um seine eigene Länge fort. Die Geschwindigkeit des Wassers an dieser Stelle ist somit

$$w = \frac{ds}{dt}.$$

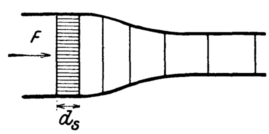

Fig. 28.

Da das Wasser die Röhre vollständig ausfüllt, muß an die Stelle des verschobenen Volumens ein ebenso großes neues Volumen treten. Es fließt also an jener Stelle in der Zeit dt ein Volumen vorüber

$$Q\,dt = F\,ds;$$

der Durchfluß in der Zeiteinheit ist also

$$Q = F\frac{ds}{dt}$$

oder

$$Q = Fw.$$

Da nirgends eine Ansammlung von Wasser oder die Bildung eines leeren Raumes eintreten kann, muß in einer und derselben Zeit durch jeden Querschnitt dieselbe Wassermenge strömen; es ist also

$$Q = Fw = F_1 w_1 = F_2 w_2 \qquad (19)$$

oder

$$\frac{w}{w_1} = \frac{F_1}{F}; \quad \frac{w_1}{w_2} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (19a)$$

Teilt man die Röhre durch Querschnitte in lauter gleich große Volumina, so messen die Abstände dieser Querschnitte die Geschwindigkeiten an den betreffenden Punkten.

Diese Beziehungen gelten für ein und denselben Zeitpunkt auch für den Fall, wo kein Beharrungszustand besteht. Ist ein solcher aber vorhanden, so gilt für jeden Querschnitt und für jeden Zeitpunkt die Beziehung

$$Q = Fw = \text{const.}$$

19. Zusammenhang zwischen Überdruck und Geschwindigkeit bei beliebigen Flüssigkeiten. Wenn das Vorhandensein eines einseitigen Überdruckes als Bewegungsursache anzusehen ist, so muß sich zwischen Überdruck und Geschwindigkeit ein bestimmter Zusammenhang nachweisen lassen. Wir gehen dabei — wenigstens zunächst — von der Voraussetzung aus, daß die Reibung belanglos sei.

In der Röhre (Fig. 29) vom Querschnitt F bewege sich eine Flüssigkeit derart, daß sich ein Teilchen in der Zeit dt um die Strecke ds verschiebt. Es ist demnach Fds das Flüssigkeitsvolumen, das in der Zeit dt an dem betreffenden oder auch an irgend einem andern Punkte vorüberfließt; es ist ferner

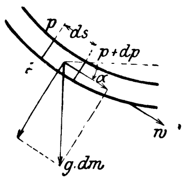

Fig. 29.

$$dm = \frac{Fds\cdot\gamma}{g}$$

die Masse dieser Flüssigkeitsmenge. Schließt die Röhre mit dem Horizonte den Winkel α ein, so ist $g\,dm\cdot\sin\alpha$ die in der Richtung der Rohrachse wirkende Komponente der Schwerkraft. Es herrsche hinter dem Teilchen der Druck p und vorne daran der Druck $p + dp$, so daß das Teilchen unter dem Überdruck $-Fdp$ steht. In der Richtung der Rohrachse wirkt somit auf das Flüssigkeitsteilchen eine resultierende Kraft

$$dP = g\,dm \cdot \sin\alpha - F\,dp\,.$$

Nach Gl. 14, Abschnitt 14, hat man

$$dm \cdot w\,dw = dP \cdot ds = (g\,dm \cdot \sin\alpha - F\,dp)\,ds\,.$$

Bezeichnet man mit $dH = ds \cdot \sin\alpha$ das Gefälle der Röhre für eine Länge ds und führt man für dm den entsprechenden Wert ein, so bekommt man

$$w\,dw = g\left(dH - \frac{dp}{\gamma}\right) \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

als Gleichung für den Durchfluß einer beliebigen Flüssigkeit durch eine Röhre unter dem ausschließlichen Einfluß der Schwerkraft und des inneren Druckes.

20. Prinzip von Bernoulli. Die Integration der Gl. 20 ist nur möglich, wenn für die in Frage kommende Flüssigkeit der Zusammenhang zwischen dem Drucke p und dem spezifischen Gewichte γ bekannt ist. Für tropfbare Flüssigkeiten ist γ als unveränderlich anzusehen; führt man damit die Integration zwischen zwei Punkten A und B (Fig. 30) durch, die einen Höhenunterschied H aufweisen, und denen die Drücke und Geschwindigkeiten p_1 und w_1 bzw. p_2 und w_2 eigentümlich sind, so erhält man

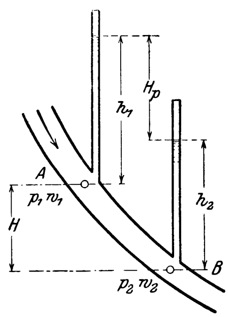

Fig. 30.

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = H - \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

Setzt man die Piezometerstände ein:

$$\frac{p_1}{\gamma} = h_1 \quad \text{und} \quad \frac{p_2}{\gamma} = h_2\,,$$

so bekommt man für die rechte Seite dieser Gleichung

$$H - \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = H - h_2 + h_1 = H_p\,,$$

und man kann schreiben

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = H_p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21\text{a})$$

Der Höhenunterschied H_p der Piezometerstände wird als das piezometrische Gefälle bezeichnet. Die Bedeutung der Gl. 21a läßt sich besser erkennen, wenn man sie mit dem Gewichte G der in der Zeiteinheit durchfließenden Wassermenge multipliziert und schreibt

$$\frac{G}{g}\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = G H_p .$$

Die linke Seite stellt den Zuwachs an Bewegungsenergie dar, den die Wassermenge erfährt, wenn ihre Geschwindigkeit von w_1 auf w_2 ansteigt, und die rechte Seite ist der Ausdruck für die Arbeit, die dieselbe Wassermenge verrichtet, wenn sie unter dem Gefälle H_p ausfließt; man kann daher den Satz aussprechen: Die Zunahme an Bewegungsenergie ist gleich der Arbeit des piezometrischen Gefälles; oder auch: die Zunahme an kinetischer Energie ist gleich der Abnahme der potentiellen Energie.

Diese Beziehungen wurden von Daniel Bernoulli 1738 in seiner Hydrodynamik veröffentlicht. Der Satz ergibt sich als unmittelbare Folge des Prinzips von der Erhaltung der Energie.

21. Ausfluß aus einer Gefäßmündung. In dem Sonderfalle, wo nach Fig. 31 das Wasser durch eine Mündung aus einem größeren Gefäße ausströmt, hat man sowohl für die Oberfläche als auch für die Mündung den Druck null. Die Geschwindigkeit in der Oberfläche kann ebenfalls gleich null gesetzt werden. Man erhält daher für die Ausflußgeschwindigkeit c nach Gl. 21a sofort

$$\frac{c^2}{2g} = H \quad \text{oder} \quad c = \sqrt{2gH}. \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

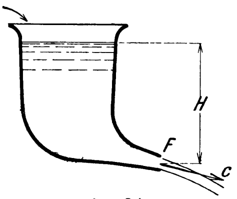

Fig. 31.

Beim Ausfluß hat sich die ganze potentielle Energie in kinetische Energie umgesetzt.

Die Geschwindigkeit des Wassers, das unter dem Gefälle H ausströmt, ist ebenso groß wie die Geschwindigkeit eines Körpers, der frei um die Höhe H herunterfällt.

Das Gefälle H, das die Geschwindigkeit c erzeugt, wird als deren Geschwindigkeitshöhe bezeichnet.

Für das in der Sekunde ausfließende Wasservolumen findet sich

$$Q = Fc = F\sqrt{2gH}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

wenn F den Mündungsquerschnitt bedeutet.

22. Statischer und dynamischer Druck. In einem gewissen Punkte der Ausflußröhre (Fig. 32) werde ein Piezometerstand h_2

beobachtet; w_2 sei die Geschwindigkeit des Wassers an jenem Punkte. Für die Oberfläche im Gefäße werden der Piezometerstand und die Geschwindigkeit gleich null. Das piezometrische Gefälle ist also

$$H_p = H - h_2 .$$

Nach Gl. 21a ist für den vorliegenden Fall

$$\frac{w_2^2}{2g} = H_p . \quad \ldots \ldots \ldots \quad (24)$$

Das piezometrische Gefälle H_p ist also gleich der Geschwindigkeitshöhe, die der Geschwindigkeit w_2 entspricht.

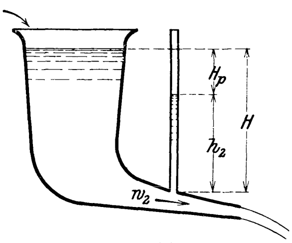

Fig. 32.

Hält man die Ausflußöffnung zu und stellt man damit den statischen Zustand her, so steigt der Piezometerstand auf die Höhe H. Diese möge als der statische Piezometerstand bezeichnet werden; im Gegensatz dazu heiße die während des Ausflusses beobachtete Höhe der dynamische Piezometerstand. Es ergibt sich der Satz: Der dynamische Piezometerstand ist um die Geschwindigkeitshöhe kleiner als der statische Piezometerstand.

Die im betrachteten Punkte ursprünglich vorhanden gewesene potentielle Energie, die durch die Höhe H gemessen wird, hat sich zum Teil in eine entsprechende Menge kinetischer Energie umgesetzt, deren Maß die Höhe H_p ist; ein anderer Teil, der durch h_2 gemessen wird, ist noch in der ursprünglichen Form vorhanden. Da nach unseren Voraussetzungen nichts verloren gehen soll, muß die Summe dieser beiden Energiemengen gleich der ursprünglichen sein.

23. Umsatz von Geschwindigkeit in Druck. Die vorstehenden Entwicklungen sind nur insoweit gültig, als die in Abschnitt 17 aufgestellten Voraussetzungen erfüllt sind. Dies trifft, wenigstens angenähert, für den Fall zu, wo das Wasser stetig von einer kleineren Geschwindigkeit in eine größere übergeht oder in andern Worten, wo sich der Querschnitt stetig zusammenzieht. Hierbei beobachtet man tatsächlich, daß sich die verschwindende potentielle Energie bis auf einen mäßigen Rest in Bewegungsenergie verwandelt.

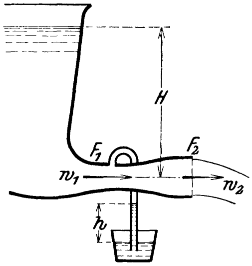

Fig. 33.

Geht das Wasser von einer größeren Geschwindigkeit in eine kleinere über oder erweitert sich die Rohrleitung, so müßte sich

Bewegungsenergie in potentielle, Geschwindigkeit in Druck umsetzen. Dies geschieht denn auch wirklich, wie sich durch die in Fig. 33 dargestellte Anordnung nachweisen läßt. In dem heberförmigen Piezometer, das an der engsten Stelle des Auslaufrohres angesetzt ist, wird das Wasser auf eine gewisse Höhe h angesaugt, was beweist, daß dort der Druck kleiner als derjenige in der Mündung, d. h. kleiner als der Atmosphärendruck ist. Von dort nach der Mündung hin muß der Druck somit zunehmen, während die Geschwindigkeit kleiner wird.

Unter der Voraussetzung, daß bei dem Vorgange keine Energieverluste auftreten, läßt sich der Piezometerstand an der engsten Stelle leicht berechnen: er ist um die Geschwindigkeitshöhe kleiner als die statische Piezometerhöhe; also

$$h = H - \frac{w_1^2}{2g}.$$

Für die Mündung wäre

$$w_2^2 = 2gH.$$

Ferner besteht die Beziehung

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Daraus findet sich

$$w_1^2 = w_2^2\left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 = 2gH\left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2,$$

und schließlich

$$h = H\left[1 - \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2\right].$$

Da nach der Annahme F_2 größer als F_1 ist, wird dieser Wert negativ.

Die Erfahrung lehrt indessen, daß die Saughöhe in Wirklichkeit bedeutend weniger hoch ausfällt als nach der Rechnung. Dieser Umstand weist auf das Vorhandensein beträchtlicher Arbeitsverluste hin, die ihre wichtigste Ursache darin haben, daß der Übergang von der größeren zur kleineren Geschwindigkeit tatsächlich nicht stetig, sondern unregelmäßig und plötzlich vor sich geht.

Die Wasserstrahlpumpe (Ejektor), deren Wirkung auf dem besprochenen Vorgang beruht, ist ein bequemes Mittel zum Entwässern von Kellern u. dgl., wo Druckwasser für ihren Betrieb vorhanden ist. Der Wirkungsgrad ist freilich recht gering.

24. Ausfluß unter Wasser. Erfolgt der Ausfluß nicht in die freie Luft, sondern in einen mit Wasser gefüllten Raum, so kann man den Vorgang dennoch leicht verfolgen, sobald man voraussetzen darf, daß der Druck in der Mündung gleich demjenigen im auffangenden Gefäß sei.[1])

Hält man in den beiden Gefäßen (Fig. 34 und 35) die Durchflußöffnung zu, so steigt der Piezometerstand auf seinen statischen Wert H_1, während der dynamische Stand in Fig. 34 gleich H_2 und in Fig. 35 gleich $-H_2$ ist. Es findet sich somit nach Abschnitt 22 für den ersten Fall

$$\frac{c^2}{2g} = H_1 - H_2 .$$

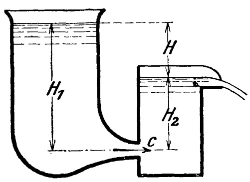

Fig. 34.

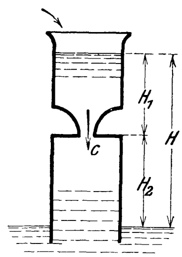

Fig. 35.

Im zweiten Falle ist

$$\frac{c^2}{2g} = H_1 + H_2 ;$$

nur darf hierbei H_2 nicht größer werden als die Wassersäule, die dem Atmosphärendruck entspricht. Bei den gewählten Bezeichnungen kann man in beiden Fällen schreiben

$$\frac{c^2}{2g} = H .$$

Es kommt also nur auf den Höhenunterschied der beiden Wasserspiegel an.

25. Ausfluß von Gasen. Die Formel für die Ausflußgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2gH} \qquad (22)$$

kann auch auf den Ausfluß von Gasen bei geringem Überdrucke angewandt werden, weil unter diesen Umständen das Volumen angenähert als unveränderlich angesehen werden darf. Den Wert der Ausflußhöhe finden wir hierbei nach Gl. 2

$$H = \frac{p}{\gamma},$$

worin p den Überdruck des Gases gegenüber dem äußeren Druck und γ dessen spezifisches Gewicht (Gewicht der Volumeneinheit) bedeutet.

Es ist z. B. für atmosphärische Luft von mittlerer Feuchtigkeit bei 730 mm Barometerstand und 15° das Gewicht pro Kubikmeter

$$\gamma = 1{,}17 \text{ kg}.$$

Steht die eingeschlossene Luft unter einem Drucke von 100 mm Wasser, so ist

$$p = 100 \text{ kg pro Quadratmeter}$$

und somit

$$H = \frac{100}{1{,}17} = 85{,}5 \text{ m}.$$

---

[1]) Diese Annahme ist bei tropfbaren Flüssigkeiten zulässig. Bei elastischen Flüssigkeiten kann der Druck in der Mündung ganz bedeutend größer sein.

Es würde also die Luft mit einer Geschwindigkeit von

$$c = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 85{,}5} = 41 \text{ m}$$

ausströmen.

Durch eine Mündung von 4 cm Durchmesser, deren Querschnitt 12,6 qcm mißt, würde somit in der Sekunde eine Luftmenge von

$$0{,}126 \times 410 = 51 \text{ l}$$

oder von rund 3 cbm in der Minute ausströmen.

26. Ausfluß aus großen Öffnungen; Überfall. Bei den vorhin angestellten Betrachtungen über den Ausfluß wurde stillschweigend angenommen, daß die Ausflußhöhe für alle Punkte des Ausflußquerschnittes als gleich groß angesehen werden könne. Dies trifft genau zu, wenn der Ausflußquerschnitt horizontal liegt, also im Gefäßboden angebracht ist. Für irgend eine andere, z. B. für die senkrechte Lage kann die Bedingung als angenähert erfüllt angesehen werden, wenn die Ausflußhöhe gegenüber den Abmessungen der Mündung groß ist. Ist dies nicht der Fall, so läßt sich die Ausflußmenge auf folgendem Wege bestimmen:

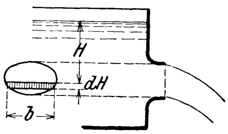

Fig. 36.

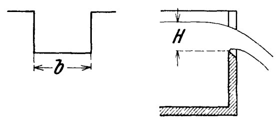

Fig. 37.

Für das schmale horizontale Streifchen von der Höhe dH und der Breite b, das nach Fig. 36 aus der Öffnung herausgeschnitten ist, ergibt sich eine Ausflußmenge

$$dQ = b\, dH \sqrt{2gH}. \qquad (25)$$

Um die ganze Ausflußmenge zu erhalten, hat man die Integration über die ganze Mündung auszuführen.

Von praktischer Bedeutung ist der rechteckige Überfall (Fig. 37). Hierbei ist die Breite b konstant und daher

$$Q = \int b \sqrt{2g}\, H^{\frac{1}{2}}\, dH = \tfrac{2}{3} b H \sqrt{2gH}. \qquad (26)$$

Die Erfahrung zeigt allerdings, daß tatsächlich nur etwa zwei Drittel dieser Menge überfließen (s. Abschnitt 29).

3. Kapitel.

Bewegung mit Widerständen.

27. Geschwindigkeits-, Kontraktions- und Ausflußkoeffizient. Vergleicht man für eine gegebene Mündung die tatsächlich ausfließende Wassermenge mit derjenigen, die rechnungsmäßig ausfließen sollte, so wird man stets finden, daß in Wirklichkeit weniger Wasser ausfließt als nach der Rechnung. Diese Tatsache kann nicht überraschen, wenn man bedenkt, daß der Rechnung die Annahme reibungsfreier Bewegung zugrunde gelegt wurde, bei der die potentielle Energie ohne Verlust in Bewegungsenergie umgesetzt wird. Diese Annahme trifft nicht zu; vielmehr tritt zwischen dem Wasser und den Wänden und zwischen den Wasserteilchen unter sich Reibung auf. Zur Überwindung dieser Reibung wird ein Teil der potentiellen Energie verbraucht, der für die weiteren Vorgänge verloren ist. Wohl verschwindet diese Energie nicht; sie verwandelt sich nur in Wärme; da aber die Erwärmung für die hydraulischen Vorgänge völlig wertlos ist, muß die Energie, die diese Umwandlung erfährt, als verloren angesehen werden. Wegen des durch die Reibung verursachten Verlustes an Energie muß die Ausflußgeschwindigkeit tatsächlich kleiner ausfallen als nach unserer Rechnung.

Bezeichnet man das Verhältnis dieser beiden Geschwindigkeiten mit φ, so läßt sich die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit durch den Ausdruck

$$c = \varphi \sqrt{2\,g\,H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

darstellen, wenn H die Druckhöhe bedeutet, unter der der Ausfluß vor sich geht. Die Zahl φ, die man den Geschwindigkeitskoeffizienten nennt, ist stets kleiner als eins. In demselben Maße, wie die wirkliche Geschwindigkeit kleiner wird, fällt auch die wirkliche Ausflußmenge kleiner aus.

Es kann aber noch ein anderer Umstand dazu beitragen, die Ausflußmenge zu vermindern. Ist die Mündung derart beschaffen, daß die äußeren Wasserfäden konvergierend ausfließen müssen, wie z. B. in der in Fig. 38 dargestellten Öffnung, so drängen sie sich nach der Mitte zusammen, und der Strahl erfährt außerhalb der Mündung eine Zusammenziehung oder Kontraktion. Für die Ausflußmenge kommt in diesem Falle nicht der Mündungsquerschnitt F, sondern der Querschnitt F_1 des Strahles außerhalb der Mündung in Betracht. Schreibt man

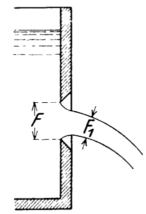

Fig. 38.

$$\frac{F_1}{F} = \alpha,$$

so hat als Ausflußquerschnitt zu gelten

$$F_1 = \alpha F.$$

Die Zahl α wird der Kontraktionskoeffizient genannt.

Für die wirkliche Ausflußmenge ergibt sich somit

$$Q = \alpha \varphi F \sqrt{2gH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Hat man diese Größe durch den Versuch ermittelt, so läßt sich daraus das Produkt

$$\mu = \alpha \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

der beiden Koeffizienten berechnen; diese Zahl bezeichnet man als den Ausflußkoeffizienten der betreffenden Mündung.

Von den beiden Koeffizienten α und φ mißt der letztere einen Energieverlust; seine Kenntnis ist darum von Belang. Die Kontraktion bedeutet an und für sich keinen Verlust an Energie; man hat nur den Mündungsquerschnitt entsprechend größer zu nehmen, wenn eine gewisse Wassermenge austreten soll. Es kann aber die Kontraktion nachträglich zu Energieverlusten führen, und zwar immer dann, wenn der austretende Strahl in Unordnung gerät und durcheinander geworfen wird. Dies ist freilich stets der Fall, wenn die Mündung nicht kreisförmig ist.

Die Messung der Ausflußmenge ergibt bloß das Produkt $\alpha\varphi$. Will man α und φ besonders haben, so muß wenigstens eine der beiden Größen direkt bestimmt werden. Die Kontraktion kann durch geeignete Vorrichtungen ermittelt werden, mit denen man den Querschnitt des Strahles mißt. Die Ausflußgeschwindigkeit und damit auch der Geschwindigkeitskoeffizient lassen sich aus der Wurfparabel des Strahls bestimmen. Beides ist umständlich und häufig auch untunlich. Darum begnügt man sich zumeist damit, aus der versuchsmäßig festgestellten Ausflußmenge den Ausflußkoeffizienten zu berechnen und zur Verallgemeinerung der gewonnenen Erfahrung zu verwerten.

28. Kontraktion bei verschiedenen Mündungen. Die Kontraktion ist je nach der Beschaffenheit der Mündung sehr verschieden. Sie ist von den vier in Fig. 39 dargestellten Mündungen bei *a* am stärksten. Bei der Mündung *b* mit zugeschärftem Innenrand, die als Mündung in dünner Wand bezeichnet wird, ist sie schon geringer; bei *c* nimmt sie mit dem Konvergenzwinkel δ ab, und verschwindet bei der abgerundeten Mündung *d* vollständig; hier wird der Kontraktionskoeffizient gleich eins; Ausfluß- und Geschwindigkeitskoeffizient werden identisch.

Bei kreisförmigen Mündungen mit Kontraktion bleibt der austretende Strahl geschlossen, selbst wenn die Kontraktion sehr stark ist. Hat die Mündung jedoch eine andere Gestalt, so erkennt man aus dem unregelmäßigen, besenförmigen Auseinanderfahren des Strahles das Vorhandensein von störenden Bewegungen und Energieverlusten. Einzig bei der abgerundeten Mündung nach *d*, bei der die Wasserfäden parallel austreten, läßt sich ein ziemlich geschlossener Strahl für jede Gestalt der Mündung erzielen; die runde Mündung gibt aber auch hier den schönsten Strahl.

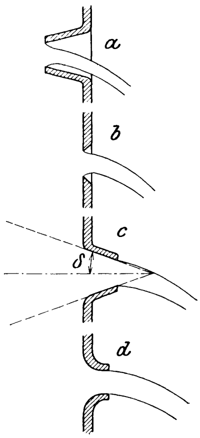

Fig. 39.

Wo Kontraktion auftritt, verändert sich deren Größe erfahrungsgemäß mit der Druckhöhe. Der Ausflußkoeffizient für solche Mündungen ist daher wenig geeignet, um damit die an einer Mündung von bestimmter Beschaffenheit gewonnenen Erfahrungen zu verallgemeinern, d. h. um die Ausflußmengen für andere, mehr oder weniger ähnliche Mündungen unter anderen Druckverhältnissen zu berechnen. Der Geschwindigkeitskoeffizient hingegen ist von der Druckhöhe wesentlich unabhängig, und bei Mündungen ohne Kontraktion nicht sehr stark von deren Beschaffenheit abhängig. Es lassen sich also hierbei die Verhältnisse viel sicherer voraussehen, und überall, wo es darauf ankommt, daß eine bestimmte Wassermenge unter gegebenem Druck durch eine Mündung fließe, pflegt man der Kontraktion sorgfältig und sogar ängstlich aus dem Wege zu gehen.

Bei der abgerundeten Mündung (Fig. 39 d) ist der Ausflußkoeffizient

$$\mu = 0{,}95 \text{ bis } 0{,}99$$

je nach der Glätte der Wände. Wichtig ist hierbei, daß der Parallelismus der Wände nicht weiter geführt werde als nötig ist, um die Wasserfäden parallel austreten zu lassen, daß also der zylindrische Teil möglichst kurz sei. Die Innenkante braucht nicht einmal besonders stark abgerundet zu sein. Hansen fand[1]) für sechs kreisrunde zylindrische Mündungen aus Bronze von 100 mm Durchmesser und 70 mm Länge, deren Innenkanten nach einem Halbmesser von 30 mm abgerundet waren, für den Ausflußkoeffizienten Werte, die sich zwischen 0,9938 und 0,9986 bewegten, also nur sehr wenig von eins abweichen.

---

[1]) Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingenieure 1892, S. 1061.

Für Turbinenkanäle mit rechteckigem Querschnitt (Fig. 40) kann man etwa setzen

$$\mu = 0{,}95 \text{ bis } 0{,}97.$$

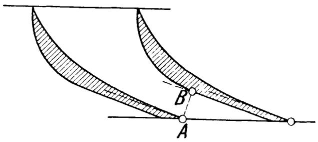

Fig. 40.

Der Parallelismus der Schaufeln ist bis zum Punkte B, aber ja nicht weiter zurückzuführen.

Für die konische runde Düse (Fig. 39 c) läßt sich in den Grenzen $\delta = 0$ bis 45^0 aus den Versuchen von Weisbach[1]) die Formel ableiten

$$\mu = 0{,}966 - 0{,}213 \operatorname{tang} \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Für $\delta = 0$ wird $\mu = \varphi = 0{,}966$. Nimmt man an, daß dieser Geschwindigkeitskoeffizient auch für alle andern Werte von δ gültig sei, so erhält man für den Kontraktionskoeffizienten

$$\alpha = 1 - 0{,}22 \operatorname{tang} \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30\,a)$$

29. Mündungen in dünner Wand; Überfall. Da es leicht ist, Mündungen in dünner Wand in übereinstimmender Beschaffenheit herzustellen, werden sie häufig zum Wassermessen gebraucht.

Weisbach fand für kreisrunde Mündungen

	$d = 10$	20	30	40 mm
$H = 0{,}60$	$\mu = 0{,}628$	0,621	0,614	0,607
$H = 0{,}25$	$\mu = 0{,}637$	0,629	0,622	0,614

Mit Rücksicht darauf, daß der Geschwindigkeitskoeffizient etwas kleiner als eins ist, kann der Kontraktionskoeffizient nahezu auf

$$\alpha = \tfrac{2}{3}$$

geschätzt werden.

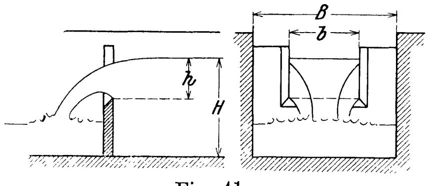

Fig. 41.

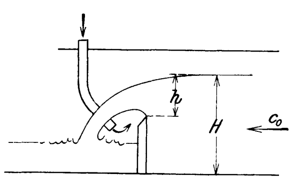

Fig. 42.

Besonders wichtig ist für die Messung größerer Wassermengen die Mündung in dünner Wand in der Gestalt des rechteckigen Überfalles (Fig. 41). Derselbe wird in ein möglichst regelmäßig gestaltetes Kanalstück genau senkrecht und rechtwinklig zum Stromstrich eingebaut. Wegen der Kontraktion und wegen der Senkung

[1]) Ingenieurmechanik, 5. Aufl., Bd. I, S. 985.

des Wasserspiegels ist die Durchflußmenge bedeutend kleiner, angenähert nur $\frac{2}{3}$ mal so groß, als sich nach Gl. 26, Abschnitt 26 ergäbe. Wir schreiben

$$Q = \tfrac{2}{3}\,\mu \cdot b h \sqrt{2 g h} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

Die Zahl μ muß durch den Versuch bestimmt werden.

Der Überfall reicht entweder über die ganze Kanalbreite, oder seine Breite ist kleiner als die Kanalbreite wie in Fig. 41, und es tritt infolgedessen Seitenkontraktion auf.

Die Überfallkante muß höher stehen als der Unterwasserspiegel. Beim Überfall über die ganze Breite ist nach Fig. 42 durch ein eingesetztes Rohr dafür zu sorgen, daß der Raum unter dem Strahl mit der Atmosphäre in Verbindung bleibt; andernfalls wird die Luft bald völlig weggespült, und das Unterwasser steigt bis zur Überfallkante empor und verhindert die freie Ausbildung des Strahles. Die Überfallhöhe h muß an einer Stelle gemessen werden, an der eine Senkung des Wasserspiegels noch nicht eingetreten ist.

Es sind zahlreiche Versuche gemacht und viele Formeln aufgestellt worden, um damit aus den Abmessungen des Überfalles und aus der Überfallshöhe h die überfließende Wassermenge berechnen zu können. Streng genommen sind diese Formeln je nur für diejenigen Umstände gültig, unter denen sie abgeleitet wurden. Wendet man sie auf irgend einen andern Überfall an, so ergeben sich stets größere oder kleinere Unterschiede.

Nach Braschmann ist für $h \geqq 0{,}1$ m und für den Meter als Längeneinheit:

für den Überfall mit Seitenkontraktion

$$\tfrac{2}{3}\,\mu = 0{,}3838 + 0{,}0386\,\frac{b}{B} + 0{,}0053\,\frac{1}{h} \quad . \; . \quad (32)$$

und für den Überfall über die ganze Breite

$$\tfrac{2}{3}\,\mu = 0{,}4224 + 0{,}00053\,\frac{1}{h} \quad . \; . \; . \; . \quad (33)$$

In diesen Formeln kommt die Kanaltiefe H nicht vor. Nun hat diese augenscheinlich einen gewissen Einfluß auf die Wassermenge. Bei geringer Tiefe nimmt das Wasser schon im Zufluß eine beträchtliche Geschwindigkeit c_0 an, und um so größer wird die Geschwindigkeit sein, mit der das Wasser über die Kante wegfließt; die Überfallsmenge ist also größer als diejenige, die sich bei einer größeren Kanaltiefe bei derselben Überfallshöhe ergibt.

Ist μ_0 der Koeffizient eines gegebenen Überfalls für sehr große Kanaltiefe, also für $c_0 = 0$, so wäre nach Weisbach die Überfallsmenge für eine gewisse Kanaltiefe, der eine Zuflußgeschwindigkeit c_0 entspricht, etwa zu setzen:

$$Q = \frac{2}{3}\mu_0 b \sqrt{2g}\left[\left(h + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Die Geschwindigkeit c_0 findet sich genau genug aus der Wassermenge Q_0, die der Überfall für $c_0 = 0$ ergäbe; es wäre somit zu setzen

$$c_0 = \frac{Q_0}{BH}.$$

Frese[1]) gibt folgende Formeln, in denen die Geschwindigkeit des herbeifließenden Wassers berücksichtigt ist.

Für den Überfall über die ganze Breite ist zu nehmen

$$\mu = \left(0{,}615 + \frac{0{,}0021}{h}\right)\left[1 + 0{,}55\left(\frac{h}{H}\right)^2\right], \quad . \quad . \quad (35)$$

gültig für $h = 0{,}1$ bis $0{,}6$ m

$b \geqq h.$

Für den Überfall mit Seitenkontraktion ist

$$\left.\begin{aligned} &\mu = \mu_0\left\{1 + \left[0{,}25\left(\frac{b}{B}\right)^2 + \zeta'\right]\left(\frac{h}{H}\right)^2\right\}, \\ \text{worin}\quad &\mu_0 = 0{,}5755 + \frac{0{,}017}{h + 0{,}18} - \frac{0{,}075}{b + 1{,}2}, \\ \text{und}\quad &\zeta' = 0{,}025 + \frac{0{,}0375}{\left(\frac{h}{H}\right)^2 + 0{,}02}; \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (36)$$

gültig für $h = 0{,}1$ bis $0{,}6$ m

$b \geqq 0{,}1$ m für $h = 0{,}2$ m

$b \geqq 0{,}5$ m für $h = 0{,}6$ m

$\frac{h}{H} \leqq 0{,}1$	für $\frac{b}{B} = 0{,}9$
0,2	0,8
0,3	0,7
0,4	0,5
0,5	0,3.

Steht die Wand des Überfalles nicht senkrecht, ist sie z. B. vorgeneigt, so hat dies eine Verminderung der Kontraktion, also eine Vermehrung der Wassermenge zur Folge, d. h. es fließt mehr

---

[1]) Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1890, S. 1285. „Hütte", 19. Aufl., Bd. I, S. 240.

Wasser über, als durch die Rechnung ausgewiesen wird. Übrigens spielt auch die Temperatur des Wassers eine gewisse Rolle. Mit steigender Temperatur nimmt die Beweglichkeit des Wassers zu und die Reibung ab. Der Einfluß macht sich indessen nicht stark fühlbar, weil die Temperatur nicht in weiteren Grenzen schwankt.

30. Widerstandskoeffizienten. Bei jedem hydraulischen Vorgange, es mag sich um einen Durchfluß, Ausfluß oder um was immer handeln, treten Energieverluste auf. Diese entstehen dadurch, daß fortwährend einzelne Wasserteilchen durch Reibung und Stoß ihre kinetische Energie einbüßen. Da der Bewegungsvorgang nicht zur Ruhe kommt, müssen sie auf Kosten des Vorrates an Energie immer wieder neu beschleunigt werden. Der Verlust darf wohl der kinetischen Energie der betreffenden Teilchen, also dem Quadrate ihrer Geschwindigkeit proportional gesetzt werden. Da die Geschwindigkeit in der zweiten Potenz auftritt, ist der Anteil der größeren Geschwindigkeiten am Druckverlust überwiegend, und es ist daher zweckmäßig, den ganzen Verlust auf die größte Geschwindigkeit zu beziehen, die beim betreffenden Vorgange auftritt. Den Verlust an Energie messen wir durch die verlorene Druckhöhe H_v; wir schreiben

$$H_v = \alpha w^2 ,$$

wobei α eine durch den Versuch zu bestimmende Größe ist, die für jede andere Art des Vorganges wieder besonders ermittelt werden muß. Um diese Erfahrungsgröße zu einer reinen Zahl zu machen, ist es üblich, zu schreiben

$$H_v = \zeta \frac{w^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

Es ist $w^2 : 2g$ die der Geschwindigkeit w entsprechende Geschwindigkeitshöhe, und der Widerstandskoeffizient ζ gibt an, der wievielte Teil dieser Geschwindigkeitshöhe bei dem Vorgange eingebüßt wird.

Es stehe für irgend einen hydraulichen Vorgang, z. B. für einen Ausfluß, eine Druckhöhe H zur Verfügung. In der tatsächlichen Ausflußgeschwindigkeit w kommt aber nur eine Geschwindigkeitshöhe

$$H_w = \frac{w^2}{2g}$$

zum Ausdruck. Diese Höhe H_w heißt die wirksame Druckhöhe. Wäre keine Reibung vorhanden, so würde H_w allein genügen, um die auftretende Geschwindigkeit zu erzeugen. Da aber für die Überwindung der Reibung eine gewisse Druckhöhe H_v verloren geht, muß die verfügbare Druckhöhe entsprechend größer sein, also

$$H = H_w + H_v .$$

Unter Verwendung der obenstehenden Ausdrücke für H_v und H_w erhält man

$$H = (1 + \zeta) \frac{w^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (38)$$

Ist H gegeben und ζ durch den Versuch für ähnliche Fälle ermittelt, so kann man die Ausflußgeschwindigkeit berechnen; sie ist

$$w = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38\,a)$$

Schreibt man Gl. 37 in der Form

$$H_v = \zeta H_w, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (37\,a)$$

so kann man sie zur Definition des Widerstandskoeffizienten benützen; er ist

$$\zeta = \frac{H_v}{H_w}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

also gleich dem Verhältnis zwischen der verlorenen und der wirksamen Druckhöhe.

31. Zusammenhang zwischen Geschwindigkeits- und Widerstandskoeffizient. Es sei für eine gegebene Mündung ohne Kontraktion vom Querschnitt F durch einen Versuch die Ausflußmenge Q bestimmt worden, die bei einem Gefälle H austritt. Die mittlere Ausflußgeschwindigkeit findet sich

$$c = \frac{Q}{F};$$

weiterhin ergibt sich der Geschwindigkeitskoeffizient aus der Beziehung

$$c = \varphi \sqrt{2gH}.$$

Es soll nun der Widerstandskoeffizient für die Mündung berechnet werden. Es ist nach Gl. 38a

$$c = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}.$$

Durch Division dieser beiden Gleichungen findet sich sofort

$$\varphi^2 = \frac{1}{1+\zeta}$$

und

$$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (40)$$

Da φ nicht viel kleiner als die Einheit ist, kann man die Rechnung noch etwas bequemer gestalten. Schreibt man

$$\varphi = 1 - a,$$

so fällt die Größe a ziemlich klein aus, so daß deren höhere Potenzen vernachlässigt werden können.

Entwickelt man den Ausdruck

$$\zeta = \frac{1}{(1-a)^2} - 1$$

nach einer Reihe und läßt man darin die höheren Potenzen von a weg, so erhält man als Näherungswert

$$\zeta = 2a = 2(1-\varphi) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (40\,\mathrm{a})$$

Für den Druckverlust kann man, da H und H_w nicht sehr verschieden sind, angenähert setzen

$$H_v = 2(1-\varphi)H \quad \ldots \ldots \ldots \quad (37\,\mathrm{b})$$

Diese Näherungsformeln eignen sich gut zum raschen Überschlagen.

Es sei z. B. für eine Mündung

$$\varphi = 0{,}97, \quad \text{also} \quad 1-\varphi = 0{,}03$$

bestimmt worden. Man findet

	näherungsweise	genau
$\zeta =$	0,06	0,0591
$H_v =$	$0{,}06\,H$	$0{,}0558\,H$.

32. Verlust beim Eintritt in eine Rohrleitung. Beim Anschluß einer längeren Rohrleitung an einen Behälter (Fig. 43) wird man finden, daß der Piezometerstand unmittelbar hinter der Anschlußstelle tiefer ist als der Wasserspiegel im Gefäße. Einmal wird eine gewisse Druckhöhe

$$H_w = \frac{w^2}{2g}$$

dazu verwendet, dem ausfließenden Wasser die Geschwindigkeit w zu erteilen. Sodann wird eine weitere Druckhöhe

$$H_v = \zeta\frac{w^2}{2g}$$

verbraucht zur Deckung der Eintrittsverluste, d. h. derjenigen Verluste, die beim Übergang aus dem Behälter in die Röhre entstehen. Der Koeffizient fällt je nach Art des Überganges verschieden aus.

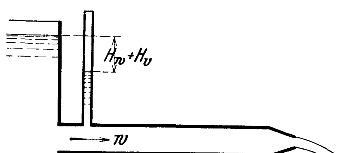

Fig. 43.

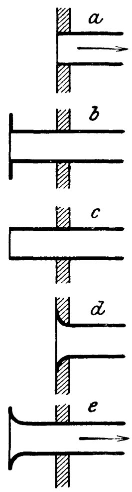

Fig. 44.

Für Röhren von kreisförmigem Querschnitt kann etwa gesetzt werden:

Fig. 44	a und b	$\zeta = 0{,}5$
„	c	$\zeta \gtreqqless 1$ [1])
„	d und e	$\zeta = 0{,}06$ bis $0{,}08$.

[1]) Je dünner und schärfer der Rand ist, desto größer ist der Koeffizient.

Ist der Rohransatz mit einem Seiher versehen, so läßt sich der Eintrittsverlust folgendermaßen überschlagen. Bedeutet F_s die Summe aller Lochquerschnitte des Seihers, so darf mit Rücksicht auf die Kontraktion nach Abschnitt 29 für die Durchflußgeschwindigkeit durch die Löcher gesetzt werden

$$w_s = \frac{3}{2} \frac{Q}{F_s}.$$

Die entsprechende Geschwindigkeitshöhe

$$H_s = \frac{w_s^2}{2g}$$

stellt den Eintrittsverlust dar; denn sie ist als vollständig verloren zu betrachten, weil das Wasser im Innern des Seihers beinahe zur Ruhe kommt.

33. Rohrreibung. In dem an einen Behälter sich anschließenden zylindrischen horizontalen Rohrstrang (Fig. 45) beobachtet man nach

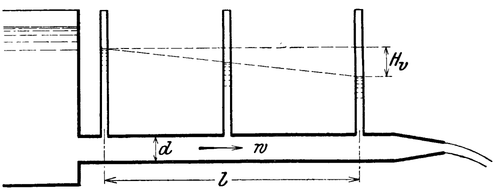

Fig. 45.

Abschnitt 32 hinter der Eintrittsstelle einen bestimmten Piezometerstand. Setzt man auf die Röhre noch weitere Piezometer auf, so findet man, daß ihre Stände um so niedriger werden, je weiter man in der Richtung des Durchflusses fortschreitet. Der Energieverlust, der durch diese stetige Abnahme zum Ausdruck gebracht wird, ist der Reibung des Wassers an den Rohrwänden oder der Rohrreibung zuzuschreiben. Wie dieser Verlust entsteht, davon kann man sich bei einer Wasserfahrt auf einem schnellen Fahrzeuge eine recht anschauliche Vorstellung verschaffen. Es läßt sich besonders im Meerwasser deutlich verfolgen, wie einzelne Teile des Wassers von der Schiffshaut durch die Adhäsion eine Strecke weit mitgerissen werden, bis sie sich wirbelnd ablösen und im ruhenden Wasser verlieren. Ganz ähnlich, nur umgekehrt, wird in der Röhre das strömende Wasser bei der Berührung mit der Wand zurückgehalten und weiterhin durch die benachbarten strömenden Wasserteilchen unter Wirbelbildung wieder abgelöst und neuerdings beschleunigt. In der Wasserschicht, die der Wand anliegt, findet ein fortwährender Übergang von der Bewegung zur Ruhe und umgekehrt statt. Zur Neubeschleunigung des Wassers aber, das seine Geschwindigkeit eingebüßt hat, wird fortwährend Energie verbraucht. Die Rohrreibung ist ihrem Wesen nach etwas ganz anderes als die Reibung zwischen festen Körpern; sie ist denn auch völlig unabhängig von dem Drucke, unter dem das Wasser steht.

Man darf von vornherein annehmen, daß der Verlust mit der Länge der Leitung im geraden Verhältnis wachse, und da er auf der Zerstörung von kinetischer Energie beruht, ist vorauszusetzen, daß er etwa der zweiten Potenz der Durchflußgeschwindigkeit proportional sei. Ferner wird der Verlust in demselben Verhältnis zunehmen, als die Wassermasse, die abwechselnd verzögert und wieder beschleunigt wird, gegenüber der ganzen Durchflußmenge größer ist. Da die erstere etwa dem benetzten Umfange U und die letztere dem Querschnitt F der Leitung proportional gesetzt werden darf, erhielte man schließlich für die verlorene Druckhöhe einen Ausdruck von der Form

$$H_v = \zeta \frac{U}{F} l \frac{w^2}{2g} \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

Für den gewöhnlichen Fall, daß die Röhre **kreisrunden** Querschnitt habe, ist $U = d\pi$ und $F = \frac{1}{4}\pi d^2$, und daher bekommt man

$$H_v = 4\zeta \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g}$$

oder

$$H_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g} \quad \dots \dots \dots \quad (42)$$

Die Zahl

$$\lambda = 4\zeta$$

wird als der **Koeffizient der Rohrreibung** bezeichnet; sie muß durch Versuche ermittelt werden.

Da die Frage der Rohrreibung von großer praktischer Bedeutung ist, sind sehr viele derartige Versuche angestellt worden. Es ergibt sich aus denselben, daß λ nicht ganz konstant ist. Man sieht sofort ein, daß der Wert von der Glätte der Rohrwand abhängen muß. Es zeigt sich ferner, daß er für dieselbe Röhre mit zunehmender Geschwindigkeit kleiner wird. Das ließe sich darauf zurückführen, daß sich mit abnehmender Geschwindigkeit die Dicke der Schicht, auf die sich der Bewegungswechsel erstreckt, mehr ausdehnt und umgekehrt. Man hat im weiteren gefunden, daß der Koeffizient mit abnehmender Rohrweite größer wird. Das läßt sich damit erklären, daß die Masse der Wechselschicht, auch wenn ihre Dicke unveränderlich bleibt, im Verhältnis zur gesamten Wassermasse größer wird bei abnehmendem Durchmesser.

Weisbach stellt auf Grund einer großen Anzahl fremder und eigener Versuche mit Röhren von 27 bis 490 mm Durchmesser und mit Geschwindigkeiten von 0,0436 bis 4,6 m die Formel auf

$$\lambda = 0{,}01439 + \frac{0{,}01692}{\sqrt{w}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

Zeuner leitet aus denselben und einer Anzahl weiterer Versuche folgenden Wert ab

$$\lambda = 0{,}01431 + \frac{0{,}01033}{\sqrt{w}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Darcy gibt für Geschwindigkeiten über 0,2 m die Formel

$$\lambda = 0{,}01989 + \frac{0{,}0005078}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

H. Lang[1]) gibt für neue gußeiserne Röhren den Wert

$$\lambda = 0{,}02 + \frac{0{,}0018}{\sqrt{w\,d}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

R. Biel[2]) stellt auf Grund einer großen Anzahl von veröffentlichten Versuchen anderer Beobachter eine Formel auf, die für neue Gußröhren mit Wasser von 12° den Wert ergibt

$$\lambda = 0{,}00942 + \frac{0{,}00565}{\sqrt{d}} + \frac{0{,}000895}{n\sqrt{d}} \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Gl. 41 kann auch zur Berechnung der Gefällsverluste im offenen Kanal benutzt werden, wenn man unter U den benetzten Umfang des Kanalprofiles versteht. Für den Widerstandskoeffizienten ζ hat man nach Bazin[3]) zu setzen

$$\zeta = 2g\left(\frac{1 + c\sqrt{U:F}}{87}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Darin ist etwa zu nehmen:

$c = 0{,}06$ für Zement,
$c = 0{,}16$ „ Quadermauerwerk,
$c = 0{,}47$ „ Bruchsteinmauerwerk,
$c = 0{,}85$ „ Erde.

34. Bestimmung der Rohrweite für gegebenen Druckverlust. Man kommt häufig in die Lage, die Weite einer Rohrleitung er-

1) Taschenbuch der „Hütte“, 19. Aufl., Bd. I, S. 249.

2) Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure, Heft 44.

3) Taschenbuch der „Hütte“, 19. Aufl., Bd. I, S. 255.

mitteln zu müssen, die bei einer bestimmten Länge eine gegebene Wassermenge mit einem gewissen Druckverlust zu führen hat. Man kann sich zu diesem Zwecke die Formeln etwas bequemer zurechtlegen. Schreibt man

$$1000 \frac{H_v}{l} = i, \quad \text{oder} \quad H_v = \frac{li}{1000},$$

so daß also i den Druckverlust in Tausendsteln der Länge bedeuten würde, so wäre nach Gl. 42, Abschnitt 33

$$i = 51 \frac{\lambda}{d} w^2$$

oder, da $w = \frac{4}{\pi} \frac{Q}{d^2}$,

$$i = 82{,}6\, \lambda \frac{Q^2}{d^5}$$

$$d^5 = 82{,}6\, \lambda \frac{Q^2}{i}.$$

Dabei sind alle Größen auf den Meter und die Sekunde bezogen. Rechnet man auf Dezimeter und Minutenliter um, so erhält man

$$d^5 = 22{,}94 \frac{\lambda}{i} \left(\frac{Q}{100}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (49)$$

Da λ selbst eine Funktion des zu bestimmenden Durchmessers ist, würde die Lösung dieser Gleichung sehr mühsam. Weil man sich aber ohnehin an die im Handel vorkommenden Durchmesser halten muß, ist eine genaue Lösung überhaupt nicht notwendig, und man kann zunächst einen versuchsweise gewählten Wert von λ einsetzen. Durch eine Tabelle der fünften Potenzen der gebräuchlichen Durchmesser kann man sich die Rechnung noch weiter erleichtern.

d mm	d^5 dm	d mm	d^5 dm	d mm	d^5 dm	d mm	d^5 dm
25	0,0010	90	0,590	200	32,00	400	1 024
30	0,0024	100	1,000	225	57,66	450	1 865
40	0,0102	110	1,610	235	71,67	500	3 125
45	0,0184	120	2,488	250	97,66	550	5 033
50	0,0312	125	3,052	275	157,3	600	7 776
60	0,0778	135	4,484	300	243,0	650	11 602
70	0,168	150	7,594	325	362,6	700	16 807
75	0,237	165	12,23	350	525,2	800	32 768
80	0,328	180	18,89	375	741,6	900	59 049
						1000	100 000

Weitaus am bequemsten aber ist die Benutzung der graphischen Tabelle Fig. 46. Diese ist folgendermaßen entstanden. Zu einer

Anzahl verschiedener Rohrweiten wurden für eine Reihe von verschiedenen Wassermengen nach der Formel von Lang die Druckverluste in Tausendsteln der Rohrlänge ausgerechnet und die erhaltenen Werte i als Ordinaten über den Rohrweiten d als Abszissen aufgetragen. Indem man die Punkte gleicher Wassermengen miteinander verband, erhielt man eine Schar von Kurven, von denen jede einer bestimmten Wassermenge entspricht, und die daher kurzweg als die Q-Kurven bezeichnet werden sollen.

Nimmt man auf einer dieser Q-Kurven einen beliebigen Punkt an und liest man die Koordinaten d und i desselben ab, so gehören diese Werte von Q, d und i zusammen. Das Verfahren wurde sodann für die Wassergeschwindigkeiten w wiederholt und lieferte die Schar der w-Kurven. Diejenige w-Kurve, die durch den gewählten Punkt hindurchgeht, bezeichnet die Geschwindigkeit w, die dem Durchmesser d, der Wassermenge Q und dem Druckverlust i entspricht. Man kann durch Interpolation mit Hilfe dieser graphischen Tabelle zu je zwei beliebig gewählten Größen die beiden andern zugehörigen ermitteln.

Anstatt der Größen d und i selbst wurden ihre Logarithmen aufgetragen. Wäre λ konstant, so würde die Q- und w-Kurve geradlinig verlaufen. Dies ist nun freilich nicht der Fall; immerhin fallen die Kurven so langgestreckt aus, daß dadurch die Interpolation sehr erleichtert wird.

Im Laufe der Jahre können sich in der Rohrleitung durch Rosten, Ansetzen von Algen und Wasserstein starke Verkrustungen bilden, die den Querschnitt verengen und zu einer erheblichen Steigerung des Druckverlustes führen. Diesem Umstande hat man Rechnung zu tragen. Soll z. B. die Rohrweite für eine gewisse Leitung gewählt werden, die bei einem gegebenen Gefälle eine bestimmte Wassermenge führen soll, und will man sicher sein, daß die Leitung noch nach Jahr und Tag genügt, so hat man nur den Durchmesser um den doppelten Betrag der mutmaßlichen Krustendicke größer zu nehmen, als er sich aus der Tabelle ergibt. Wenn man umgekehrt wissen möchte, wieviel Wasser auch später noch durch eine gegebene Leitung bei einem bestimmten Druckverlust hindurchfließt, so wird man in der Tabelle die Wassermenge für einen der Krustendicke entsprechend verkleinerten Rohrdurchmesser ablesen. Über die Stärke der Krustenbildung muß die Erfahrung mit dem betreffenden Wasser die nötigen Anhaltspunkte liefern.[1])

---

[1]) Die Ausdehnung der Tabelle Fig. 46 bis auf 2 m Rohrweite ist unsicher, aber insofern ungefährlich, als die Verluste bei großen Rohrweiten kleiner sind als nach der Formel von Lang. Man wird gut tun, bei allen diesen

Additional material from *Die Theorie der Wasserturbinen*
978-3-662-40883-4, is available at http://extras.springer.com

EXTRA
MATERIALS
extras.springer.com

35. Drucklinie. Durch die Rohrleitung (Fig. 47) ströme in der Zeiteinheit eine gegebene Wassermenge. Darf man den Unterschied zwischen der Länge der Leitung und derjenigen ihrer Horizontalprojektion als verschwindend ansehen, so werden sich die Piezometerstände nach einer geraden Linie einstellen, die mit dem Horizonte einen Winkel α einschließt; und zwar ist

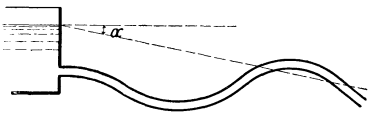

Fig. 47.

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{H_v}{l} = \frac{\lambda}{d} \frac{w^2}{2g}.$$

Der Abstich von dieser Linie bis auf die Leitung gibt den Druck an, der darin herrscht; man nennt daher die Linie die Drucklinie. Dieselbe darf die Leitung nirgends schneiden, wenn nicht der Druck stellenweise negativ, d. h. kleiner als der atmosphärische werden soll.

36. Luftsäcke. Liegt eine Leitung nicht im stetigen Gefälle, so können Lufteinschlüsse darin zurückbleiben und den Durchfluß erheblich erschweren, wenn nicht gar vollständig verhindern. Der bei A (Fig. 48) liegende Luftsack verschiebt sich so lange, bis das Wasser über den Scheitel bei A wegfließt. Das Gefälle H_v geht verloren und kommt also nicht mehr für die Überwindung der Widerstände in Betracht. Wird die Luftansammlung so stark, daß $H_v = H$, so hört der Durchfluß überhaupt auf. In diesem Falle würde $H_2 = H_1$.

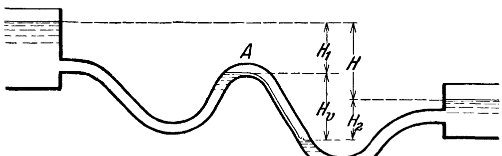

Fig. 48.

Wo Luftsäcke der Bodenverhältnisse wegen nicht vermieden werden können, ist für Entlüftung durch selbsttätige Vorrichtungen zu sorgen. Liegen die Verhältnisse so, daß sich der Durchfluß des Wassers beim Füllen der Leitung von selbst einstellt, so kann man durch kräftiges Spülen die Luft entfernen. Bei heberförmigen Leitungen nach Fig. 49 ist indessen darauf nicht zu zählen; die Luft muß ausgepumpt werden, wenn man nicht dafür besorgt ist, daß man mit Hilfe der Abschlüsse A und B und des Füllhahnes C den Heber füllen kann. Unter dem verminderten Drucke scheidet sich Luft aus dem Wasser aus. Wird diese nicht fortwährend oder wenigstens in kurzen Zeiträumen im Scheitel ausgepumpt, so steht der Heber ab.

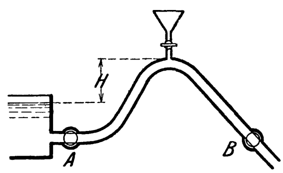

Fig. 49.

37. Zusammengesetzte Leitungen. Besteht die Leitung aus mehreren hintereinander geschalteten verschiedenen Teilen, so ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Widerstände in den einzelnen Teilen.

Rechnungen dessen eingedenk zu bleiben, daß ihnen stets eine große Unsicherheit anhaftet, da die Beschaffenheit der Rohrwände einen sehr starken Einfluß hat.

Setzt sich die Leitung aus zwei nebeneinander geschalteten Zweigen zusammen, so kann man die Ermittlung des Druckverlustes für eine gegebene Durchflußmenge auf folgendem Wege vornehmen. Die Durchflußmenge Q teilt sich in zwei Teile Q_1 und Q_2, denen offenbar in ihren Leitungszweigen I und II dieselben Druckverluste entsprechen müssen. Nimmt man diese Teilung auf gut Glück vor und trägt man nach Fig. 50 die berechneten Druckverluste als Ordinaten über der Wassermenge als Abszisse auf, so erhält man nach einigen Wiederholungen mit anderen Teilungen zwei Kurven, deren Schnittpunkt den gesuchten Druckverlust angibt. Die Methode ließe sich unschwer auf mehrere parallel geschaltete Zweige ausdehnen.

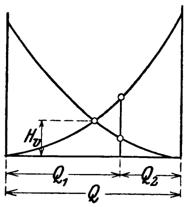

Fig. 50.

38. Reibung in verlängerten Mündungen. Wird die gut abgerundete Mündung (Fig. 51) um die Größe l länger fortgeführt, als zur Parallelführung der Wasserfäden gerade notwendig wäre, so können sich daraus sehr erhebliche Verluste ergeben. Nach Gl. 42, Abschnitt 33, ist der Druckverlust für kreisförmigen Querschnitt

$$H_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g}.$$

Die Größe $w^2 : 2g$ mißt die kinetische Energie, die im austretenden Wasser enthalten ist; also drückt $\lambda l : d$ den Verlust durch

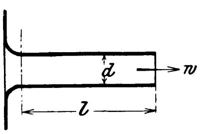

Fig. 51.

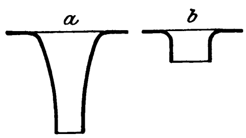

Fig. 52.

Reibung innerhalb der Verlängerung in Teilen der verfügbaren Energie aus. Ist z. B. $H_w = 40$ m, so wird $w = 28$ m, und nach Weisbach erhält man $\lambda = 0{,}0176$. Für jedes Vielfache von d, um das die Mündung unnütz verlängert wird, erleidet man somit einen Verlust von 1,76 v. H.

Nach dieser Betrachtung wird man keinen Augenblick darüber im Zweifel sein, daß von den beiden Mündungen in Fig. 52 die eine a schlechter ist als b. Dieser Lehre wolle man sich beim Entwerfen der Turbinenkanäle erinnern!

39. Plötzliche Erweiterung. Geht der Querschnitt einer Leitung nach Fig. 53 unvermittelt von einem Werte F_1 in einen größeren Wert F_2 über, so beobachtet man, daß das Piezometer im weiteren Teil um einen gewissen Betrag H_u höher steht als im engeren; es findet also eine Druckzunahme statt, und dies beweist, daß beim

Übergange ein Teil der anfänglich vorhandenen Bewegungsenergie sich in potentielle Energie umsetzt. Ein anderer Teil der kinetischen Energie geht verloren; derselbe läßt sich nach Carnot folgendermaßen berechnen. Die Wassermasse besitzt anfänglich eine Geschwindigkeit w_1; beim Übergange stößt sie auf den Inhalt des weiteren Rohres, der die Geschwindigkeit w_2 besitzt. Das Auftreffen erfolgt mit einer relativen Geschwindigkeit $w_1 - w_2$, und da man es mit dem Stoß völlig unelastischer Massen zu tun hat, ist die ganze Energie, die dieser relativen Geschwindigkeit entspricht, als verloren in die Rechnung einzusetzen. Die Druckhöhe, die diesen Verlust an kinetischer Energie mißt, hat den Wert

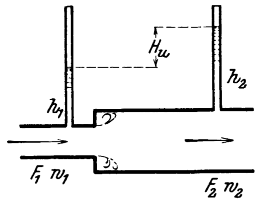

Fig. 53.

$$H_v = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (50)$$

Die Energiebilanz, die man erhält, indem man die ankommende Energie mit der Summe des Ausganges und des Verlustes vergleicht, liefert die Beziehung

$$\frac{w_1^2}{2g} + h_1 = \frac{w_2^2}{2g} + h_2 + H_v,$$

und daraus erhält man als Maß für die umgesetzte Energie

$$H_u = h_2 - h_1 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} - H_v \quad \ldots \quad (51)$$

Führt man für H_v seinen Wert ein, so bekommt man

$$H_u = \frac{w_1^2 - w_2^2 - (w_1 - w_2)^2}{2g}$$

oder

$$H_u = 2\frac{w_1 w_2 - w_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (51\text{a})$$

Will man H_v und H_u auf die anfängliche Geschwindigkeit w_1 beziehen, so hat man nur für w_2 den Ausdruck

$$w_2 = \frac{F_1}{F_2} w_1$$

einzuführen und bekommt alsdann

$$H_v = \frac{w_1^2}{2g}\left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right)^2$$

$$H_u = 2\frac{w_1^2}{2g}\left[\frac{F_1}{F_2} - \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2\right] \quad \ldots \ldots \quad (51\text{b})$$

Es könnte der Fall eintreten, daß man sucht, diese umgesetzte Druckhöhe möglichst groß im Verhältnis zur anfänglich vorhandenen Bewegungsenergie zu halten. Wenn man den Ausdruck in der Klammer in Gl. 51b nach $F_1 : F_2$ differenziert und den Differentialquotienten gleich null setzt, so erhält man als Bedingung hierfür

$$F_2 = 2 F_1 .$$

Für diesen Fall wird die verlorene Druckhöhe

$$H_v = \tfrac{1}{4} \frac{w_1^2}{2g},$$

die umgesetzte Druckhöhe

$$H_u = \tfrac{1}{2} \frac{w_1^2}{2g},$$

und im wegfließenden Wasser ist noch eine Energie vorhanden, die einer Druckhöhe

$$H_w = \tfrac{1}{4} \frac{w_1^2}{2g}$$

entspricht. Die Summe ergibt die anfängliche kinetische Energie.

40. Allmähliche Erweiterung. Geht der engere Querschnitt nach und nach in den weiteren über, wie in Fig. 54 angegeben ist, so wäre zu erwarten, daß der ganze Überschuß an kinetischer Energie sich in Druck umsetze. Dem ist indessen doch nicht so; es geht vielmehr auch hier ein Teil verloren. Man muß darausschließen, daß auch in diesem Falle der Strahl zunächst seinen Querschnitt beizubehalten suche und sich erst später plötzlich über den ganzen Rohrquerschnitt ausbreite. Auf Grund seiner Versuche empfiehlt Fliegner[1]), sicherheitshalber den Verlust gerade wie für plötzliche Erweiterung zu berechnen, also die Verbesserung durch die Allmählichkeit des Überganges gar nicht in Anschlag zu bringen. Nach diesen Versuchen gibt das Taschenbuch der „Hütte“ [2]) eine Formel, die nach Berichtigung eines offenbaren Schreibfehlers lautet

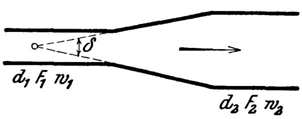

Fig. 54.

$$H_v = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \sin \delta , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

wobei δ nach Fig. 54 den Divergenzwinkel der konischen Erweiterung bedeutet.

---

[1]) Civilingenieur 1875, S. 98.

[2]) 19. Aufl., Bd. I, S. 251. Fliegner lehnt die Verantwortlichkeit für diese Formel ausdrücklich ab.

Es scheint, daß man δ nicht größer als etwa 10^0 nehmen darf, wenn man mit der allmählichen Erweiterung noch etwas gewinnen will. Für diesen Wert und für $F_2 = 2F_1$, $w_2 = \frac{1}{2} w_1$ und $d_2 = 1{,}414\, d_1$ erhält man, da $\sin 10^0 = 0{,}174$,

$$H_v = \frac{(w_1 - \frac{1}{2} w_1)^2}{2g}\, 0{,}174$$

$$= 0{,}0435 \frac{w_1^2}{2g}.$$

Ferner ist

$$H_w = 0{,}2500 \frac{w_1^2}{2g},$$

also

$$H_u = 0{,}7065 \frac{w_1^2}{2g}.$$

41. Plötzliche Verengung. Geht der Querschnitt nach Fig. 55 unvermittelt von einem größeren Wert in einen kleineren über, so tritt an der Übergangsstelle eine starke Kontraktion auf. Bedeutet w_x die Geschwindigkeit in dem am stärksten zusammengezogenen Querschnitt, und wäre der Wert bekannt, so könnte man sofort den Druckverlust berechnen. Da das Wasser mit der Geschwindigkeit w_x auf den Abfluß mit der Geschwindigkeit w_2 stößt, betrüge der Druckverlust

$$H_v = \frac{(w_x - w_2)^2}{2g}.$$

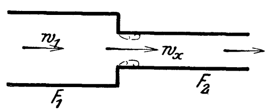

Fig. 55.

Da aber w_x sich der direkten Bestimmung entzieht, schreibt man

$$H_v = \zeta \frac{w_2^2}{2g}$$

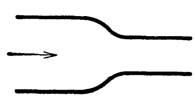
Fig. 56.

und leitet ζ aus dem Versuche ab. Nach Weisbach[1]) ist für den scharfkantigen Übergang

	$\zeta =$	0,50	0,50	0,42	0,33	0,25	0,15,
wenn	$F_2 : F_1 =$	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8 .

Daß der Verlust um so kleiner wird, je weniger die Querschnitte voneinander verschieden sind, liegt auf der Hand; denn es wird dabei offensichtlich die Kontraktion immer schwächer.

Die Eintrittsverluste nach Abschnitt 32 sind auf die hier besprochene Erscheinung zurückzuführen.

Schon eine mäßige Abrundung der Übergänge nach Fig. 56 bringt den Verlust völlig zum Verschwinden.

[1]) „Hütte" 1905, 19. Aufl., Bd. I, S. 253.

42. Knie- und Bogenrohr. Ähnliche Erscheinungen stellen sich überall ein, wo in der Rohrleitung Richtungsänderungen auftreten. In dem Krümmer (Fig. 57) löst sich der Wasserstrom wegen seiner Trägheit von der inneren Wand ab, und es entsteht ein Zwischenraum, der mit wirbelndem Wasser erfüllt ist. Das strömende Wasser muß einen kleineren Querschnitt und somit eine größere Geschwindigkeit w_x annehmen und stößt unter Einbuße eines entsprechenden Betrages von Energie auf das mit der Geschwindigkeit w fortfließende Wasser. Der Verlust, als Druckhöhe gemessen, wäre wie vorhin

$$H_v = \frac{(w_x - w)^2}{2g}.$$

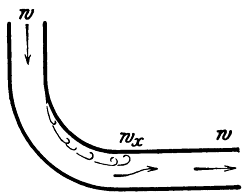

Fig. 57.

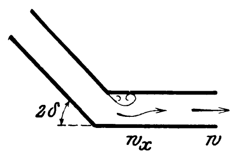

Fig. 58.

Da auch hier w_x sich nicht unmittelbar bestimmen läßt, schreibt man wiederum

$$H_v = \zeta \frac{w^2}{2g}.$$

Dabei wäre nach Weisbach zu nehmen: für plötzliche knieförmige Ablenkung nach Fig. 58

$$\zeta = 0{,}9457 \sin^2\delta + 2{,}047 \sin^4\delta, \quad . \; . \; . \quad (52)$$

woraus sich folgende kleine Tabelle ergibt

$2\delta =$	20^0	40^0	60^0	80^0	90^0
$\zeta =$	0,0416	0,139	0,364	0,740	0,984;[1]

ferner für einen Rohrbogen von kreisförmigem Querschnitt, dessen mittlerer Krümmungshalbmesser mit ϱ und dessen halbe Lichtweite mit r bezeichnet werden mag

$$\zeta = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{r}{\varrho}\right)^{\frac{7}{2}}. \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (53)$$

Für die lichte Rohrweite d umgerechnet, lautet die Formel

$$\zeta = 0{,}131 + 0{,}163 \left(\frac{d}{\varrho}\right)^{3,5}. \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (53a)$$

---

[1] Taschenbuch der „Hütte“, 19. Aufl., Bd. I, S. 254.

Darnach ist folgende kleine Tabelle berechnet:

$d:\varrho = 0{,}2$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\zeta = 0{,}132$	0,133	0,137	0,145	0,158	0,179	0,205
$d:\varrho = 0{,}9$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$\zeta = 0{,}243$	0,294	0,359	0,436	0,539	0,660	0,805

In den obigen Formeln kommt der Ablenkungswinkel nicht vor; hat sich der Strahl infolge der Richtungsänderung einmal abgelöst, so bleibt er in diesem Zustande, bis er sich in der geraden Fortsetzung der Rohrleitung endlich wieder über den ganzen Querschnitt ausbreitet. Da sich der Verlust erst in diesem Augenblick vollzieht, tritt er auch nur einmal auf, ob der Ablenkungswinkel größer oder kleiner sei. Wird die Röhre nach Fig. 59 zweimal nach verschiedenen Richtungen abgebogen, so kommt die Ablösung auch zweimal zustande, und der Verlust ist doppelt so groß.

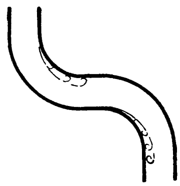

Fig. 59.

Wenn die Röhre in der Krümmung so stark verjüngt wird, daß die Ablösung sich gar nicht bilden kann, wird auch der Verlust vermieden. Nicht die Krümmung an sich ist schädlich, sondern die nachfolgende plötzliche Erweiterung.

43. Wassermesser. Es ist eine Aufgabe von praktischer Bedeutung, die durch einen Rohrstrang fließende Wassermenge in der Leitung selbst zu messen, ohne daß man sich mit dem Ausflusse zu beschäftigen braucht. Zu diesem Behufe baut man in die Leitung besondere Wassermesser ein. Es sind zwei Hauptarten davon im Gebrauch.

Die Kolbenmesser sind Kolbenmotoren, bei denen das durchfließende Wasser den Kolben hin und her treibt. Das vom Kolben beschriebene Volumen mißt die Durchflußmenge recht genau und zuverlässig. Man hat nur die Zahl der Kolbenspiele zu registrieren. Die Kolbenmesser sind teuer und werden darum nur dort angewandt, wo es auf Genauigkeit ankommt, wie z. B. beim Messen von Kesselspeisewasser. Sie kommen nur für kleine Wassermengen in Betracht.

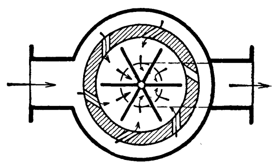

Fig. 60.

Die am häufigsten gebrauchten Wassermesser oder Wasseruhren können als Wirbelmesser bezeichnet werden. Das Wasser wird nach Fig. 60 durch eine Anzahl schräger Bohrungen in das Innere eines zylindrischen Gehäuses geleitet und aus demselben durch eine axiale Öffnung wieder abgeführt, so daß es in dem Gehäuse eine wirbelnde Bewegung ausführt. In diesen Wirbel wird ein leicht bewegliches Flügelrädchen gesetzt, dessen Geschwindigkeit wenigstens angenähert diejenige des Durchflusses und damit auch die Wassermenge selbst mißt. In Bezug auf die Anordnung des Zählwerkes, durch das die Umdrehungen des Rädchens registriert werden, trifft man zwei Arten. Entweder liegt das Zählwerk im Trocknen; dann muß eine Achse durch eine Stoffbüchse ins Freie geführt werden; durch die Stoffbüchsenreibung wird aber die Angabe des Messers unzuverlässig. Oder das Zählwerk steht im Wasser; dann muß die davorliegende Glasscheibe stark genug sein, um den Wasserdruck auszuhalten.

Die Wirbelmesser bedürfen auf alle Fälle einer besonderen Eichung. Dennoch können sie auf Genauigkeit keinen Anspruch erheben. Im besonderen geben sie kleine Durchflußmengen nur ungenau an. Sie sind billiger als die Kolbenmesser und werden vielfach zur Kontrolle des aus öffentlichen Wasserleitungen bezogenen Wassers gebraucht.

Beide Arten von Wassermessern erzeugen nicht unwesentliche Druckverluste.

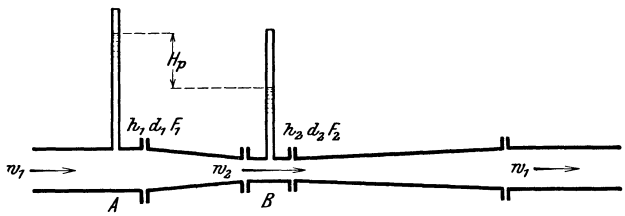

Fig. 61.

Der Venturi-Wassermesser[1]) von C. Herschel ist dazu bestimmt, die Durchflußmengen von größeren Rohrsträngen ohne bedeutende Druckverluste zu messen. Es wird in die Leitung nach Fig. 61 eine allmähliche Verengung eingebaut. Der Höhenunterschied der Piezometerstände vor und in der Verengung gibt ein Maß für die augenblicklich vorhandenen Geschwindigkeiten. Die auf Kosten des Druckes erzeugte Vermehrung der Bewegungsenergie wird durch eine allmähliche Erweiterung so vollständig als möglich wieder in Druck umgesetzt.

Darf man die Reibungsverluste zwischen den Punkten A und B vernachlässigen, so erhält man die Energiebilanz

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h_2 + \frac{w_2^2}{2g}.$$

[1]) Von seinem Erfinder zu Ehren des italienischen Hydraulikers Venturi so benannt.

Daraus wird für das piezometrische Gefälle von A bis B:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = H_p,$$

oder, wenn man für das Verhältnis der Geschwindigkeiten dasjenige der Querschnitte einführt,

$$\frac{w_1^2}{2g}\left[\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1\right] = H_p,$$

und endlich erhält man für die Berechnung der Durchflußgeschwindigkeit aus dem piezometrischen Gefälle

$$w_1^2 = \frac{2gH_p}{\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1}.$$

Die Durchflußmenge selbst ist

$$Q = F_1 w_1.$$

Die in der Erweiterung verlorengehende Druckhöhe ist nach Abschnitt 39 und 40.

$$H_v \overline{\overline{<}} \frac{(w_2 - w_1)^2}{2g}$$

$$H_v \overline{\overline{<}} \frac{w_1^2}{2g}\left(\frac{F_1}{F_2} - 1\right)^2 \overline{\overline{<}} H_p \frac{\frac{F_1}{F_2} - 1}{\frac{F_1}{F_2} + 1}.$$

Es sei z. B. $d_2 = 0{,}4\,d_1$

also

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{100}{16} = 6{,}25,$$

so findet man

$$w_1 = 0{,}1621\sqrt{2gH_p} = 0{,}718\sqrt{H_v}$$

$$H_v \overline{\overline{<}} 0{,}724\,H_p.$$

Ist beobachtet worden

$$H_p = 210 \text{ mm},$$

so wäre

$$w_1 = 0{,}329 \text{ m},$$

$$H_v \overline{\overline{<}} 0{,}152 \text{ m},$$

Für die Durchmesser

$$d_1 = 250 \text{ mm},$$

$$d_2 = 100 \text{ mm},$$

erhielte man

$$Q = 16 \text{ Sekundenliter.}$$

Es kann sich auch bei diesem Wassermesser nicht sowohl um eine genaue Bestimmung als vielmehr nur um eine gewisse Kontrolle des Durchflusses handeln.

Der Venturi-Messer wird mit selbsttätigen totalisierenden Registriervorrichtungen versehen, die es möglich machen, die ganze während eines gewissen Zeitraumes durchgeflossene Wassermenge abzulesen.

B. Mechanische Wirkungen des strömenden Wassers.

4. Kapitel.

Wasserstoß.

44. Stoß des freien Strahles auf eine ebene Fläche. Wenn eine in Bewegung begriffene Masse eine Änderung ihres Bewegungszustandes erfährt, d. h. wenn sich ihre Geschwindigkeit nach Größe oder Richtung oder nach beiden zugleich ändert, so ist dies auf die Einwirkung von vorhandenen Kräften zurückzuführen. Aus der Größe der Änderung muß auf die Größe der wirksamen Kräfte geschlossen werden. Wird eine strömende Flüssigkeitsmasse durch feste Körper, die sich ihr in den Weg stellen, aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt, so kommen in diesen Ablenkungen die Kräfte zum Ausdruck, mit denen die festen ablenkenden Körper auf das Wasser einwirken. Ebenso groß wie diese Kräfte, aber entgegengesetzt gerichtet, sind die Rückwirkungen oder Reaktionen, mit denen die Flüssigkeitsmasse, indem sie der Ablenkung widerstrebt, gegen die ablenkenden Körper drückt. Die Untersuchung dieser dynamischen Rückwirkungen ist von großer praktischer Bedeutung, weil wir durch derartige Vorgänge am einfachsten die im Wasser enthaltene Energie auf Räder übertragen können.

Erleidet die Flüssigkeit eine plötzliche Ablenkung, so spricht man von einem Stoß. Den Gegensatz dazu bildet die allmähliche Ablenkung.

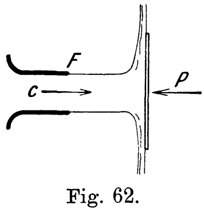

Fig. 62.

Ein freier Wasserstrahl treffe nach Fig. 62 rechtwinklig auf eine feststehende ebene Fläche, die gegenüber dem Strahlquerschnitt ausgedehnt genug ist, um sämtliche Wasserteilchen rechtwinklig ablenken zu können. Die Fläche muß mit einer gewissen Kraft P festgehalten werden, damit sie nicht unter der Wirkung des Stoßes zurückweiche.

Ein mit der Geschwindigkeit c herantretendes Wasserteilchen von der Masse dm büßt vor der Stoßfläche seine ganze ursprüngliche Geschwindigkeit in der Richtung der Strahlachse ein, und es verbleibt ihm nur noch eine beschränkte Geschwindigkeit in radialer Richtung. Während des Stoßes, der eine zwar kurze, aber doch endliche Dauer hat, möge das Wasserteilchen in der unendlich kleinen Zeit dt seine Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung um dw ändern. Für die unendlich kleine Kraft dP, die diese Geschwindigkeitsänderung hervorbringen soll, besteht alsdann die Beziehung

$$dP = dm\,\frac{dw}{dt}\,.$$

Treffen wir die Verabredung, daß unter dm die in der Zeit dt ausströmende Wassermasse zu verstehen sei, so ist

$$\frac{dm}{dt} = M$$

die in der Zeiteinheit herbeifließende Wassermasse, und man kann schreiben

$$dF = M dw \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Bei der Integration ist zu berücksichtigen, daß das Wasser seine Anfangsgeschwindigkeit c nach vollendetem Stoß vollständig eingebüßt hat, daß also der Endwert der Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung gleich null wird. Es ergibt sich somit

$$P = -Mc \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

als Größe der totalen Kraft, durch die in der Zeiteinheit die Wassermasse M ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit c beraubt wird. Ebenso groß, aber entgegengesetzt, ist die Rückwirkung des Wassers auf die feste Fläche.

Bedeutet F den Querschnitt des Strahles oder der gut abgerundeten Mündung, aus der das Wasser ausfließt, so ist

$$M = \frac{Fc\gamma}{g}$$

die in der Sekunde ausströmende Wassermasse. Für die Stoßkraft findet sich

$$P = -Mc = -2F\gamma\,\frac{c^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55\text{a})$$

Bedeutet ferner

$$H = \frac{c^2}{2g}$$

die Druckhöhe, unter welcher der Ausfluß erfolgt (Abwesenheit aller

Widerstände vorausgesetzt), so kann man den Ausdruck auf die Form bringen

$$P = 2FH\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55\,b)$$

Das Produkt $FH\gamma$ bedeutet nichts anderes als den statischen Druck des Wassers auf die Mündungsfläche. Die Stoßkraft ist also doppelt so groß.

Der Versuch zeigt, daß die Stoßkraft tatsächlich etwas kleiner ausfällt als nach Gl. 55. Man muß noch einen Korrektionsfaktoren beifügen und schreiben

$$P = -\varphi M c = -2\varphi F\gamma \frac{c^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55\,c)$$

Weisbach fand den Wert

$$\varphi = 0{,}92 \text{ bis } 0{,}96,$$

und zwar sowohl für Wasser als auch für Luft.

45. Messung einer ausströmenden Luftmenge durch Stoß. Alle diese Entwicklungen und Widerstandskoeffizienten gelten angenähert auch für die Bewegung der Luft, sobald sich das Volumen derselben nicht wesentlich ändert, d. h. so lange es sich nur um kleine Druckunterschiede handelt. So kann man auch die korrigierte Gleichung

$$P = -\varphi\, 2F\gamma \frac{c^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55\,c)$$

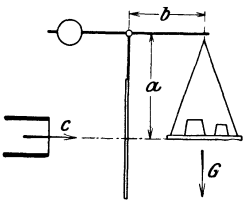

Fig. 63.

mangels genauerer Methoden zur Messung des Ausflusses von Luft verwenden. Für Wasser hätte dies keinen Wert, da man hierfür direktere Mittel hat. Gegenüber der Mündung eines Gebläses, dessen Lieferung bestimmt werden soll, wird nach Fig. 63 eine runde Platte an einem Winkelhebel aufgehängt und ausgewuchtet. Nachdem das Gebläse in Tätigkeit gesetzt wurde, belastet man die Wagschale, bis die Platte in die Anfangslage zurückkehrt. Für den Druck, den der Luftstrom auf die Platte ausübt, erhält man

$$P = G\frac{b}{a}.$$

Aus Gl. 55c ergibt sich

$$F^2 c^2 = \frac{g}{\varphi\gamma} FP,$$

wobei F den Querschnitt der Mündung bedeutet. Die Größe Fc ist aber nichts anderes als das Volumen V der Luft, die in der Zeiteinheit austritt, und man hat somit

$$V = \sqrt{\frac{g}{\varphi\gamma} FP} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Für mittelfeuchte Luft kann das Gewicht eines Kubikmeters bei einer Temperatur von 15° und bei einem Barometerstand von 720 mm zu 1,155 kg angenommen werden. Setzt man $\varphi = 0{,}94$, so wird

$$V = \sqrt{\frac{FP}{0{,}1107}} = 3\sqrt{FP}.$$

Für einen Barometerstand von 760 mm wird $\gamma = 1{,}221$ und

$$V = \sqrt{\frac{FP}{0{,}117}} = 2{,}923\sqrt{FP}.$$

46. Arbeitsübertragung beim Stoß. Weicht die Stoßfläche mit der Geschwindigkeit u in der Richtung des Wasserstrahles zurück, so wird die Geschwindigkeit, mit der das Wasser auf die Fläche trifft, gleich $c - u$, und es findet sich für die Stoßkraft

$$P = M(c - u).$$

Dieselbe wird um so kleiner, je mehr sich die Geschwindigkeit der Stoßfläche derjenigen des Wassers nähert.

Es wird in der Sekunde auf die Stoßfläche eine Arbeit übertragen

$$L = Pu = M(cu - u^2).$$

Diese Leistung wird im Maximum für

$$u = \tfrac{1}{2} c,$$

und zwar erreicht sie hierbei den Wert

$$L = \tfrac{1}{2}\frac{Mc^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

$Mc^2 : 2$ ist aber die im Wasser enthaltene kinetische Energie.

Es folgt daraus, daß im besten Falle nur die Hälfte der im Wasser enthaltenen Bewegungsenergie auf die Stoßfläche übertragen wird. Die zweite Hälfte geht verloren; sie ist zum einen Teil noch in Form von kinetischer Energie im wegfließenden Wasser enthalten; zum andern Teil hat sie sich in Wärme umgesetzt.

47. Stoß auf eine hohle Fläche. Es treffe nach Fig. 64 ein Strahl mit der Geschwindigkeit c in der Richtung der Achse auf eine Rotationsfläche, deren Rand mit der Richtung des Strahles den Winkel α einschließe. Das Wasser verlasse den Rand mit einer Geschwindigkeit c_2, die stets kleiner als c sein wird, da beim Stoß Energie verloren geht. Das Wasser hat beim Eintritt die axiale Geschwindigkeit c; beim Austritt ist die axiale Komponente $c_2 \cos\alpha$. Die Gl. 54, Abschnitt 44, ist somit zwischen den Grenzen w und $w_2 \cos\alpha$ zu integrieren und ergibt hierbei:

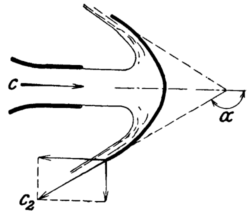

Fig. 64.

$$P = \int_c^{c_2 \cos\alpha} M\,dw = M(c_2 \cos\alpha - c) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Dies wäre also die Kraft, die von der Stoßfläche auf das Wasser ausgeübt werden muß, um die Ablenkung hervorzubringen. Der Druck des Wassers gegen die Fläche ist umgekehrt

$$P = M(c - c_2 \cos\alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58a)$$

48. Stoßfreier Aufschlag. Wird die Fläche, auf die der Strahl trifft, nach Fig. 65 derart ausgebildet, daß das Wasser nur allmählich abgelenkt wird und keinen Stoß erleidet, so kann man — wenigstens angenähert — von der Voraussetzung ausgehen, daß sich das Wasser mit unveränderter Geschwindigkeit längs der Fläche bewege, daß also $c_2 = c$ sei. In diesem Falle nimmt der Ausdruck 58a den Wert an

$$P = Mc(1 - \cos\alpha) \, , \quad . \quad . \quad (59)$$

und wenn man $\alpha = 180^0$ setzt, erhält man

$$P = 2Mc \, ,$$

oder in der Schreibweise von 55b

$$P = 4FH\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59a)$$

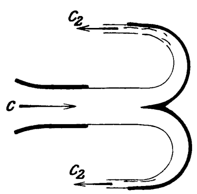

Fig. 65.

Dabei bedeutet F den Mündungs- oder Strahlquerschnitt und H die Ausflußhöhe. Es ist also der Druck des Wassers gegen die Fläche gleich dem vierfachen statischen Druck auf den Mündungsquerschnitt.

Weicht die Fläche mit der Geschwindigkeit u zurück, so ist die Geschwindigkeit, mit der der Strahl aufschlägt, gleich $c - u$; man erhält für den Druck des Wassers auf die Fläche

$$P = 2M(c - u) \, .$$

Auch hier wird, wie in allen ähnlichen Fällen, der Druck um so kleiner, je schneller die Fläche zurückweicht.

Die vom Wasser in der Sekunde auf die Fläche übertragene Arbeit ist

$$L = Pu = 2M(cu - u^2) \, .$$

Sie wird im Maximum für $u = \frac{1}{2}w$ und erreicht den Wert

$$L = \frac{Mc^2}{2} \, , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

d. h. hier wird die ganze Bewegungsenergie des Wassers auf die Fläche übertragen.

Das Wasser trifft mit der Geschwindigkeit $c - u$ auf und behält nach unseren Annahmen diese Geschwindigkeit längs der Fläche bei; es hat somit beim Austritt relativ zur Fläche eben diese Geschwindigkeit $c - u$ entgegengesetzt zur Eintrittsrichtung. Die Fläche aber weicht in der Richtung des Strahles mit der Geschwindigkeit u zurück. Die absolute Austrittsgeschwindigkeit ist somit gleich der algebraischen Summe dieser beiden Geschwindigkeiten, also

$$c_2 = c - 2u .$$

Für den Sonderfall der besten Arbeitsübertragung, wo $u = \frac{1}{2}c$, erhält man

$$c_2 = 0 ,$$

d. h. das Wasser geht seiner Geschwindigkeit und damit auch seiner Bewegungsenergie völlig verlustig, und da dieser Verlust allmählich vor sich geht, wird die ganze Energie an die Fläche abgegeben.

Die Voraussetzungen — stoßfreier Eintritt und reibungsfreie Bewegung längs der Fläche, Austrittsrichtung entgegengesetzt zur Eintrittsrichtung — lassen sich nie genau erfüllen, und darum kann in Wirklichkeit auch nie die ganze Energie des Wassers gewonnen werden.

49. Stoß im unbegrenzten Wasser. Die Stoßkraft eines freien Strahles gegen eine ebene Fläche wurde gefunden

$$P = Mc \quad \dots\dots\dots\dots \quad (55)$$

Voraussetzung dabei war, daß die Fläche groß genug sei, um sämtliche Wasserteilchen rechtwinklig abzulenken.

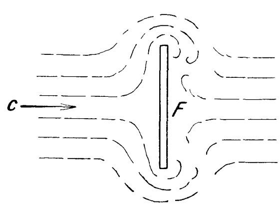

Fig. 66.

Stellt man nach Fig. 66 eine ebene Fläche von der Ausdehnung F rechtwinklig zur Stromrichtung in eine mit der Geschwindigkeit c strömende Wassermasse von verhältnismäßig großem Querschnitt, so tritt offenbar eine völlig rechtwinklige Ablenkung gar nicht ein, und die Stoßkraft im unbegrenzten Wasser fällt daher kleiner aus als diejenige eines freien Strahles vom Querschnitt F und der Geschwindigkeit c. Verwendet man die Schreibweise 55c, so kann man den Stoßdruck im vorliegenden Falle durch den Ausdruck darstellen

$$P = \zeta F \gamma \frac{c^2}{2g} , \quad \dots\dots\dots \quad (61)$$

wobei der Korrektionsfaktor $\zeta < 2$ sein muß. Man kann nach Dubuat etwa setzen

$$\zeta = 1{,}86 .$$

Bewegt man die ebene Fläche gegen das ruhende Wasser, so ist erfahrungsgemäß der Widerstand erheblich kleiner.

Wird die Stoßfläche nicht durch eine dünne Wand, sondern durch die Vorderfläche eines Prismas gebildet, so nimmt die Stoßkraft bis zu einem gewissen Maße um so mehr ab, je länger das Prisma ist. Durch Zuschärfung des vorderen Teiles kann die Stoßkraft stark herabgezogen werden.

Diese Fragen haben bei der Bestimmung des Widerstandes der Schiffe eine große praktische Bedeutung. Es handelt sich hierbei darum, durch Schärfe der Formen den Stoß an der Vorderseite möglichst zu vermeiden und am Achterschiff das Wasser möglichst ruhig wieder zusammentreten zu lassen, um dort die Bildung einer Depression zu verhindern. Der größte Teil des Schiffswiderstandes ist indessen auf die Reibung der Schiffswand zurückzuführen, die gleicher Art wie die Rohrreibung ist (Abschnitt 33).

50. Pansterrad. Weicht die ins unbegrenzte Wasser gestellte Fläche F, wie in Fig. 67 angedeutet, mit einer Geschwindigkeit u zurück, so kann nach Abschnitt 47 eine Leistung

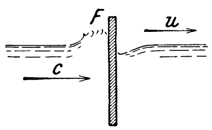

Fig. 67.

$$L = \varphi M (c - u) u$$

gewonnen werden, wobei φ ein aus dem Versuche zu bestimmender Korrektionskoeffizient ist und

$$M = \frac{F c \gamma}{g}$$

die in der Sekunde aufschlagende Wassermasse bedeutet. Es findet sich hiernach

$$L = \varphi \gamma F \frac{c - u}{g} c u .$$

Nach Versuchen an Pansterrädern[1]) liegt φ in den Grenzen

$$\varphi = 0{,}70 \text{ bis } 0{,}88,$$

und die günstigste Umfangsgeschwindigkeit ist zu setzen

$$u = 0{,}4\, c .$$

Es messe beispielsweise die eingetauchte Fläche einer Radschaufel

$$F = 8 \times 0{,}7 = 5{,}6 \text{ qm}.$$

Die Geschwindigkeit des Stromes sei

$$c = 2{,}5 \text{ m},$$

die Umfangsgeschwindigkeit des Rades

$$u = 1 \text{ m}.$$

Mit dem Werte $\varphi = 0{,}8$ berechnet sich die Leistung des Rades zu

$$L = 0{,}8 \cdot 1000 \cdot 5{,}6 \cdot \frac{1{,}5}{9{,}81} \cdot 2{,}5 \cdot 1.$$
$$= 1711 \text{ mkg}$$

oder 22,8 Pferdestärken.

Es lassen sich also auf diesem Wege selbst mit Rädern von bedeutenden Abmessungen nur verhältnismäßig kleine Kräfte gewinnen.

51. Wasserschlag. Wird der Ausfluß einer längeren Leitung (Fig. 68) rasch geschlossen, so kann unter Umständen am untern Ende derselben eine sehr erhebliche Drucksteigerung auftreten. Diese Erscheinung wird als Wasser-

[1]) Das sind Wasserräder, die ohne Gerinne in einen stark fließenden Strom gestellt und durch das „Pansterwerk" je nach dem Wasserstand gehoben und gesenkt werden.

schlag bezeichnet. Die genaue Untersuchung dieses Vorgangs ist zu verwickelt, als daß sie hier unternommen werden könnte. Da die Frage bei Hochdrukturbinen mit langen Zuleitungen von einer gewissen Bedeutung ist, soll sie wenigstens auf Grund vereinfachender Annahmen etwas näher beleuchtet werden.[1]) Die Vereinfachung soll darin bestehen, daß man unter Vernachlässigung der Reibungsverluste usw. den dynamischen Piezometerstand am Ende der Leitung bei Beharrungszustand gleich dem Gefälle H setzt und daß man annimmt, es sei sowohl das Material der Rohrleitung als auch das Wasser völlig unelastisch.

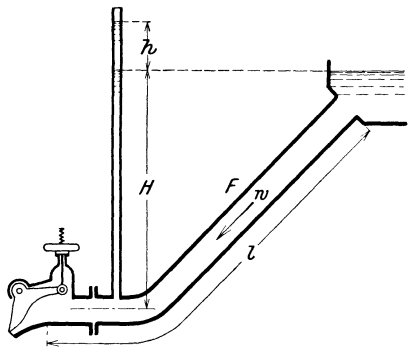

Fig. 68.

Wird in einem gegebenen Augenblick der Ausfluß rasch vermindert, so muß eine Druckzunahme auftreten, weil das Wasser in der Leitung vermöge seiner Trägheit die ursprüngliche Geschwindigkeit beizubehalten sucht und von hinten nachschiebt. Der Überdruck wirkt verzögernd auf das Wasser; dieses kommt nach einer gewissen Zeit wieder in Beharrungszustand und in demselben Augenblick wird auch die Druckzunahme verschwunden sein. Druckzunahme und Verzögerung entsprechen sich als Wirkung und Gegenwirkung, und man bekommt sofort die Gleichung

$$h F \gamma = - M \frac{dw}{dt}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (62)$$

wobei h die Überdruckhöhe, F den Querschnitt der Leitung, M die Wassermasse und w die augenblickliche Geschwindigkeit in der Leitung bezeichnet.

Für M ergibt sich der Ausdruck

$$M = \frac{Fl}{g} \gamma,$$

wenn l die Länge der Leitung bedeutet. Mit Einführung dieses Wertes nimmt die Gleichung die Form an

$$h = - \frac{l}{g} \frac{dw}{dt}$$

oder

$$dw = - g \frac{h}{l} dt \quad \ldots \ldots \ldots \quad (63)$$

Da die Überdruckhöhe h im allgemeinen sich mit der Zeit ändert, je nach der Art des Schließens, so kann die Gleichung nur integriert werden, wenn dieser Zusammenhang bekannt ist.

Es läßt sich eine deutliche Vorstellung der Vorgänge gewinnen, wenn man von den umgesetzten Energiemengen ausgeht. Fließt in der Zeit dt das Wasservolumen dV herbei, so ist die Arbeit, die erforderlich ist, um dasselbe unter den Überdruck h zu setzen

$$dA = \gamma h \, dV.$$

---

[1]) Michaud, Bulletin Technique de la Suise Romande 1903, S. 35.

Die gleichzeitig in der Verzögerung des Wassers zum Ausdruck kommende Arbeit ist

$$dA = -Mw\,dw\,.$$

Durch Gleichsetzen dieser Ausdrücke erhält man

$$\gamma h\,dV = -Mw\,dw\,.$$

Dehnt man die Integration dieser Gleichung über den vollständigen Schließvorgang aus und bezeichnet c die anfängliche Wassergeschwindigkeit in der Leitung, so kann man schreiben

$$\int_0^V h\,dV = \frac{1}{\gamma}\,\frac{Mc^2}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (64)$$

Die Größe V, durch die die obere Integrationsgrenze bezeichnet wird, bedeutet die ganze Wassermenge, die während des Schließvorganges noch durchfließt. Trägt man nach Fig. 69 im rechtwinkligen Koordinatensystem die Durchflußmenge als Abszisse und die Überdruckhöhe als Ordinate auf, so stellt die von der Kurve eingeschlossene Fläche das Integral links dar. Diese Fläche muß also nach Gl. 64 einen durch den Anfangszustand bestimmten Inhalt besitzen. Der Verlauf der Kurve und damit der Höchstwert des Überdruckes sind durch die Art des Schließens bedingt.

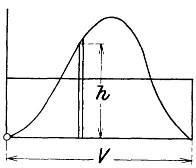

Fig. 69.

Den geringsten Überdruck erhält man, wenn der Abschluß derart vollzogen wird, daß der Überdruck konstant bleibt. In diesem Falle wird die Fläche h/V (Fig. 69) zum Rechteck, und Gl. 63 gibt beim Integrieren

$$c = g\frac{h}{l}\,t$$

oder

$$h = \frac{c}{t}\,\frac{l}{g} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (65)$$

Um diesen Vorgang herbeizuführen, muß das Abschlußorgan in besonderer Weise gehandhabt werden. Zunächst muß die Auslaßöffnung plötzlich auf einen gewissen Betrag zurückgeführt werden, so daß der Überdruck ebenso plötzlich auf den Betrag h hinaufspringt. Soll der Überdruck weiterhin konstant bleiben, so darf sich die ausfließende Wassermenge selber im Augenblick des Beginnes des Schließens nicht plötzlich ändern. Bezeichnet daher f_1 den ursprünglichen Ausflußquerschnitt und f den Betrag, auf den er plötzlich zurückgeführt wird, so muß die Beziehung bestehen

$$f_1\sqrt{2gH} = f\sqrt{2g(H+h)}$$

oder

$$\frac{f_1}{f} = \sqrt{1+\frac{h}{H}}\,.$$

Weil h immer kleiner als H ist, kann man angenähert schreiben

$$\frac{f_1}{f} = 1 + \frac{h}{2H}\,.$$

Soll der Überdruck in der Leitung weiterhin unveränderlich bleiben, so muß die Geschwindigkeit des Wassers in der Leitung und somit auch die Ausflußmenge gleichförmig abnehmen; es muß mit anderen Worten der Auslaß mit gleichförmiger Geschwindigkeit geschlossen werden. Ist die Schließzeit gegeben oder gewählt, so läßt sich aus Gl. 65 der auftretende Überdruck berechnen.

Nun ist diese Art des Schließens in Wirklichkeit gar nicht ausführbar. Am gewöhnlichsten wird der Abschluß mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt werden. Es läßt sich annehmen, daß an den Überdrucksverhältnissen wenig geändert werde, wenn die anfängliche Verminderung des Ausflußquerschnittes von f_1 auf f statt plötzlich, in demselben Tempo vorgenommen wird, in dem man den völligen Abschluß ausführt, so daß also nur die ganze Schlußzeit verlängert wird. Bezeichnet man diese mit t_1, so wäre

$$\frac{t_1}{t} = \frac{f_1}{f} = 1 + \frac{h}{2H}$$

oder

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1}\left(1 + \frac{h}{2H}\right).$$

Setzt man diesen Wert in Gl. 65 ein, so erhält man

$$h = \left(1 + \frac{h}{2H}\right)\frac{c}{t_1}\,\frac{l}{g}.$$

Es ist aber nach Gl. 65

$$\frac{c}{t_1}\,\frac{l}{g} = h_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65\,\mathrm{a})$$

nichts anderes als der konstante Überdruck, der in der Zeit t_1 die Wassersäule zur Ruhe brächte. Es ist also

$$h = \left(1 + \frac{h}{2H}\right)h_1,$$

und daraus findet sich

$$h = h_1\,\frac{2H}{2H - h_1}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

die Aufgabe ist durch die beiden Gl. 65a und 66 gelöst.

Wäre z. B. die Wassergeschwindigkeit im Beharrungszustande $c = 2$ m und die Schließzeit 4 Sekunden, so hätte man nach Gl. 65a

$$h_1 = \frac{1}{19{,}6}\,l.$$

Für $l = 800$ m erhielte man $h_1 = 40{,}8$ m. Ist $H = 300$ m, so wird $h = 43{,}9$ m.

Leitung und Inhalt besitzen eine gewisse Elastizität. Die Folge davon ist, daß bei einer Störung des Beharrungszustandes Schwingungen auftreten, durch die eine wesentliche Änderung der Vorgänge herbeigeführt wird. Eine wichtige Rolle hierbei spielt das Verhältnis zwischen der Schwingungsdauer und der Schlußzeit; doch soll auf diese Untersuchung, die nicht unerhebliche Verwicklungen bietet, nicht näher eingetreten werden. Die Elastizität der Leitung und des Wassers übt tatsächlich so, wie die Verhältnisse zumeist liegen, eine mildernde Wirkung auf den Wasserschlag aus. Man beobachtet bei Gußleitungen heftigere Schläge als bei Leitungen aus Blech.

5. Kapitel.

Mechanische Wirkung des Wassers bei allmählicher Ablenkung im ruhenden Kanal.

52. Wichtigkeit der allmählichen Ablenkung. Überall, wo in der Bewegung des Wassers ein Stoß, d. h. eine plötzliche Änderung auftritt, geht Energie verloren. Bei den Turbinen (von lat. turbo = Wirbel, Kreisel) handelt es sich darum, dem Wasser seine Energie möglichst vollständig zu entziehen und sie auf das Rad über zu tragen. Dem Wasser ist seine Energie nach Möglichkeit genommen, wenn es mit einer Geschwindigkeit aus dem Rad tritt, die so klein ist, als es die Umstände erlauben. Die Energie wird um so vollständiger auf das Rad übertragen, je weniger davon durch Stoß und Reibung verloren geht. Möglichst kleine Austrittsgeschwindigkeit und möglichst reibungsfreier und stoßfreier Durchfluß sind die Bedingungen für eine gute Turbine. Wie man sie zu erfüllen sucht, sei an der Skizze (Fig. 70) nachgewiesen, die eine Turbine nach der Bauart von Fourneyron darstellt.

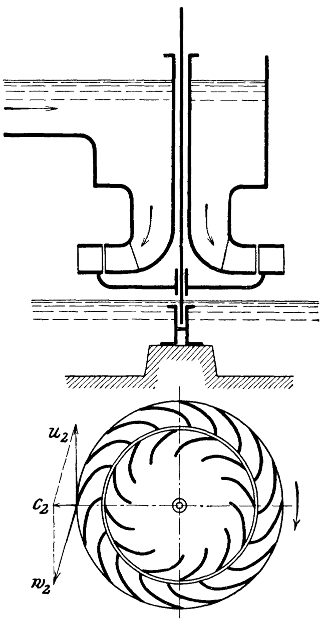

Fig. 70.

Das eigentliche Turbinenrad oder Laufrad besteht aus zwei flachen Kränzen und dazwischen liegenden Schaufeln. Diese bilden eine Folge von im Kreise angeordneten, gekrümmten Kanälen. Im Innern des Laufrades liegt das feste Leitrad mit einer ähnlichen Folge von Kanälen, die entgegengesetzt gekrümmt sind und das Wasser angenähert tangential in das Laufrad führen. Durch richtiges Zusammenstimmen der Schaufelwinkel, der Umfangs- und der Durchflußgeschwindigkeit gelingt es, das Wasser derart aus dem Leitrad in das Laufrad überzuführen, daß es hierbei fast gar keinen Stoß erfährt. Durch die krummen Laufradschaufeln wird sodann das Wasser allmählich derart abgelenkt, daß es rückwärts beinahe in der Richtung des Umfanges austritt. Die Geschwindigkeit w_2, mit der das Wasser das Rad verläßt, ist an und für sich ziemlich bedeutend; da aber das Wasser noch die Umfangsgeschwindigkeit u_2 mit dem Rade gemeinsam besitzt, fällt schließlich die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2, d. i. die Resultante von w_2 und u_2, recht klein aus, sobald man nur sich so einrichtet, daß w_2 und u_2 zusammen passen. Wenn man im ferneren noch die Kanäle derart gestaltet, daß sie das Wasser schonend und stetig ablenken und zugleich möglichst wenig Reibung erzeugen, so kann man auf eine gute Ausnutzung der Wasserkraft rechnen.

Es sind nun vor allem die Gesetze festzustellen, nach denen sich das Wasser in den Kanälen des Leit- und des Laufrades bewegt und nach denen die Energie auf die Laufradschaufeln übertragen wird. Es müssen die verschiedenen Energieverluste untersucht und die Bedingungen ermittelt werden, unter denen sie möglichst klein ausfallen. Man wird damit nicht nur einen klaren Einblick in die Wirkungsweise des Wassers bekommen, sondern auch in den Stand gesetzt werden, die Abmessungen einer neu zu bauenden Turbine zu bestimmen. Da jeder Wasserstrahl als eine Summe von Wasserfäden und jeder Wasserfaden als eine Folge von einzelnen Teilchen anzusehen ist, gehen wir von der Bewegung eines Massenpunktes aus.

53. Bewegung eines Massenpunktes in einem gekrümmten festen Kanal ohne Einwirkung äußerer Kräfte. Ein materieller Punkt von der Masse m führe eine reibungsfreie Bewegung längs eines feststehenden gekrümmten Kanales (Fig. 71) aus, der in einer horizontalen Ebene enthalten ist, so daß die Schwerkraft keinen Einfluß auf die Bewegung hat. Außer der Rückwirkung der Kanalwand sollen keine weiteren Kräfte tätig sein.

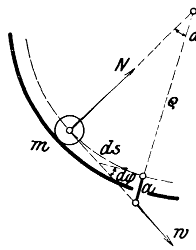

Fig. 71.

Da die Rückwirkung N der Rinnenwand bei Abwesenheit aller Reibung nicht anders als normal zur Wand und zur Bahn des Teilchens gerichtet sein kann, kommen keinerlei tangentiale Kraftkomponenten vor; die Bewegung geht also mit einer unveränderlichen Geschwindigkeit w vor sich. Die Rückwirkung der Kanalwand ergibt sich aus folgender Betrachtung. Ohne die Rinne würde sich der Massenpunkt mit der Geschwindigkeit w geradlinig weiter bewegen und sich dabei in der Zeit dt um die Strecke a von der vorgeschriebenen Bahn entfernen. Um ihn tatsächlich auf der Bahn zu erhalten, muß die Kanalwand einen Druck N in der Richtung des Krümmungshalbmessers auf ihn ausüben, der so groß ist, daß er für sich allein imstande wäre, den Massenpunkt in der Zeit dt um die Strecke a von seiner geradlinigen Bahn abzubringen. Man bezeichnet diese Strecke als die Deviation (von lat. via = Weg).

Die Kraft N wird durch die Größe der Deviation in folgender Weise bestimmt. Sie kann für die unendlich kleine Zeit dt als unveränderlich angesehen werden und läßt sich daher als die konstante Kraft definieren, die die Masse m in der Zeit dt aus der Anfangsgeschwindigkeit null über die Strecke a bewegt. Nach der Definitionsgleichung 11, Abschnitt 14 ist

$$\frac{dw}{dt} = q$$

die Beschleunigung, die der Geschwindigkeitszunahme dw während der Zeit dt entspricht. Es ist also

$$dw = q\,dt\,.$$

War die Anfangsgeschwindigkeit gleich null, so ist für $q = \text{const.}$

$$w = \frac{ds}{dt} = qt\,.$$

Für den in der Zeit dt zurückgelegten Weg erhält man

$$ds = w\,dt = q\,t\,dt\,,$$

und für den ganzen Weg, der in der endlichen Zeit t zurückgelegt wird:

$$s = \tfrac{1}{2} q\,t^2\,,$$

woraus

$$q = \frac{2\,s}{t^2}\,.$$

Um die Beschleunigung der Normalkraft N zu bekommen, hat man a für s und dt für t einzusetzen und erhält damit

$$q = \frac{2\,a}{dt^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (67)$$

Aus Fig. 71 läßt sich für a der Ausdruck ableiten

$$a = \tfrac{1}{2} ds\,d\varphi\,.$$

Mit diesem Wert erhält man

$$q = \frac{ds}{dt}\,\frac{d\varphi}{dt}$$

oder, da nach der Definition $ds : dt = w$,

$$q = w\,\frac{d\varphi}{dt}\,.$$

Da $d\varphi = ds : \varrho$, wird endlich

$$q = \frac{w^2}{\varrho} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (68)$$

Für den Druck, den die Kanalwand auf das Teilchen ausüben muß, bekommt man dann

$$N = m\frac{w^2}{\varrho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

Diese Kraft ist nach dem Krümmungsmittelpunkt gerichtet und heißt die Zentripetalkraft (von griech. petalon = Blatt, Blumenblatt; man denkt hier an das Zusammenlaufen der Blumenblätter nach der Mitte zu). Durch dieselbe wird der Massenpunkt auf der vorgeschriebenen Bahn erhalten; sie wird von der Kanalwand aufgebracht. Mit einer eben so großen aber entgegengesetzt gerichteten Kraft drückt das Massenteilchen auf die Wand der Rinne. Mit dieser Kraft sucht das Massenteilchen vom Krümmungsmittelpunkt weg nach außen zu fliehen; sie wird daher die Zentrifugalkraft genannt (von lat. fugare = fliehen). Mit dieser Kraft strebt der Massenpunkt darnach, die ihm innewohnende Bewegung geradlinig weiter zu führen, oder in anderen Worten, mit dieser Kraft widersetzt er sich vermöge seiner Trägheit der Ablenkung durch den Kanal. Die Zentrifugalkraft ist eine sog. Trägheitskraft.

54. Bewegung eines Massenpunktes in einem gekrümmten Kanal unter dem Einfluß beliebiger Kräfte. Wirkt auf einen Punkt von der Masse m in der Richtung seiner Bahn eine Kraft P, so erteilt sie ihm nach Abschnitt 14 eine Beschleunigung $q = P : m$. Man kann das Verhältnis zwischen der Kraft und der bewegten Masse so auffassen, daß man sagt, die Masse setze der Beschleunigung durch die Kraft einen Widerstand mq entgegen, der ebenso groß ist, wie die Kraft.[1]) Dieser Widerstand wird als Trägheitskraft bezeichnet. Man hat

$$P = mq$$

$$P - mq = 0\,.$$

Die bewegende Kraft ist mit der Trägheitskraft im Gleichgewicht. Dieser Satz ist als das Prinzip von d'Alembert bekannt. Die Kraft wird völlig dazu verbraucht, die Beschleunigung hervorzubringen; sie kann daneben keine weiteren Wirkungen erzeugen.

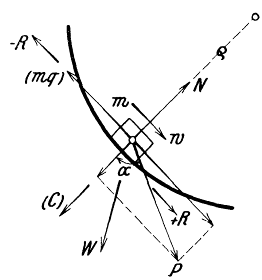

Fig. 72.

Auf das Massenteilchen m (Fig. 72) mögen äußere Kräfte wirken, deren Resultante eine Projektion P auf die Ebene der Rinne ergebe, und zwar soll P mit der Normalen zur Bahn den Winkel α ein-

[1]) Man bekommt eine recht eindringliche Vorstellung hiervon, wenn man eine schwere Flügeltüre rasch zu öffnen sucht.

schließen. Weiter kommt dazu die Normalkraft N, die die Kanalwand auf das Teilchen ausübt, ferner die Reibung R entgegen der Bewegungsrichtung. Fügt man zu diesen äußeren Kräften noch die Trägheitskräfte hinzu, so muß nach dem Prinzip von d'Alembert Gleichgewicht bestehen.

An Trägheitskräften sind vorhanden der Beschleunigungswiderstand mq nach rückwärts und die Zentrifugalkraft C vom Krümmungsmittelpunkt nach außen. Es mögen diese Trägheitskräfte durch Einklammern als solche hervorgehoben werden. Die Gleichgewichtsbedingung ergibt

$$\text{Res.}\left[P, N, -R, (C), (mq)\right] = 0 \quad \ldots \quad (70)$$

Daraus findet sich für den Normaldruck, den die Kanalwand auf das Teilchen ausübt:

$$N = -\text{Res.}\left[P, -R, (C), (mq)\right].$$

Die Rückwirkung W auf die Rinne setzt sich aus den Kräften $-N$ und $+R$ zusammen, wobei die Reibung im Sinne der Bewegung zu zählen ist. Man hat somit

$$W = \text{Res.}\left[-N, +\text{R}\right].$$

Setzt man für N den obenstehenden Ausdruck ein, so erhält man

$$W = \text{Res.}\left[P, (C), (mq)\right] \quad \ldots \quad (71)$$

Die Rückwirkung, die das bewegte Massenteilchen auf die Rinne ausübt, ist gleich der Resultanten der äußeren Kräfte und der Trägheitskräfte.

Daß die Reibung hierbei außer Betracht fallen soll, muß befremden; der scheinbare Widerspruch läßt sich indessen leicht aufklären. Für die Bewegung längs der Rinnen fallen die sämtlichen Tangentialkomponenten in die Rechnung. Es muß auch für diese nach d'Alembert Gleichgewicht bestehen:

$$\text{Res.}\left[P\sin\alpha, (mq), -R\right] = 0$$

oder

$$P\sin\alpha - (mq) - R = 0.$$

Für die zur Wirkung gelangende beschleunigende Kraft erhält man

$$mq = P\sin\alpha - R \quad \ldots \quad (72)$$

Die Reibung kommt also in der Gl. 71 indirekt in der Größe mq zur Geltung.

55. Schiefe Ebene. Es gleite beispielsweise ein materieller Punkt von der Masse m unter dem ausschließlichen Einflusse seines Eigengewichtes über eine schiefe Ebene, die mit dem Horizont den

Winkel α einschließt. Da $C = 0$, wird die Rückwirkung auf die Unterlage

$$W = \text{Res.}\,[P, (mq)]\,,$$

wobei $P = mg$ ist.

Für die wagrechte und senkrechte Komponente von W erhält man nach Fig. 73

$$\left.\begin{aligned} X &= mq \cos\alpha \\ Y &= mg - mq \sin\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (73)$$

Die senkrechte Komponente Y ist um die senkrechte Komponente der Beschleunigung kleiner als das Eigengewicht. Es wird eben ein Teil der Schwerkraft für die Beschleunigung verbraucht, so daß nur der Rest als Belastung wirksam ist. Auffällig ist, daß die Ebene einen rückwärts gerichteten Horizontalschub erfahren soll, obwohl nur die senkrecht wirkende Schwerkraft vorhanden ist. Auch diese Erscheinung hängt mit der Beschleunigung zusammen. Wäre der Massenpunkt mit der Ebene fest verbunden, so brächte er keinen Horizontalschub zustande und er belastete die Unterlage mit seinem ganzen Gewicht. Sobald aber die Verbindung aufgehoben wird, stellt sich der rückwärtsgerichtete Horizontalschub und die senkrechte Entlastung ein.

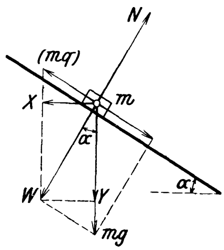

Fig. 73.

Was die beschleunigende Kraft mq anbelangt, so hat man dafür mit Rücksicht auf die Reibung R

$$mq = mg \sin\alpha - R\,.$$

Da nach bekannten Anschauungen über die gleitende Reibung

$$R = \mu N = \mu\, mg \cos\alpha\,,$$

wo μ der Reibungskoeffizient ist, bekommt man

$$mq = mg\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,.$$

Man erhält schließlich für die beiden Komponenten der Rückwirkung auf die schiefe Ebene

$$\left.\begin{aligned} X &= mg\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cos\alpha \\ Y &= mg\,[1 - (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sin\alpha] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (73\,\text{a})$$

Von dem Augenblicke an, wo durch wachsende Widerstände die Beschleunigung aufgehoben wird und die Geschwindigkeit konstant bleibt, hört der Horizontalschub auf, und der Massenpunkt drückt mit seinem vollen Gewicht auf die Unterlage.

56. Durchfluß eines Wasserfadens durch einen gekrümmten feststehenden Kanal. Es wird sich hierbei um die Untersuchung zweier Fragen handeln. Erstens ist das Gesetz aufzustellen, nach welchem der Durchfluß erfolgt, und zweitens sind die Rückwirkungen auf den Kanal zu bestimmen.

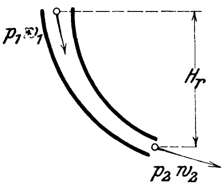

Fig. 74.

Der Kanal (Fig. 74) sei in einer senkrechten Ebene enthalten. Bedeuten w_1 und p_1 die Geschwindigkeit und den Druck für den Anfang und w_2 und p_2 die entsprechenden Größen für den Endpunkt des Kanales, so ist nach dem Prinzip von Bernoulli (Abschnitt 20)

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = H_r - \frac{p_2 - p_1}{\gamma},$$

worin H_r den Höhenunterschied zwischen Ein- und Austritt bezeichnet. Hierbei ist nun allerdings vorausgesetzt, daß das Wasser während des Durchflusses keine Reibungsverluste erleide. Da dies tatsächlich stets der Fall ist, hat man dafür noch eine gewisse Druckhöhe H_v als verloren in Abzug zu bringen und zu schreiben

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = H_r - H_v - \frac{p_2 - p_1}{\gamma}.$$

Die verlorene Druckhöhe wächst ungefähr mit dem Quadrate der Geschwindigkeit. Da man bei den Kanälen der Turbinen auf große Eintrittswerte und starke Verjüngung nach dem Austritt hält, wird besonders die Geschwindigkeit w_2 für die Höhe des Reibungsverlustes maßgebend sein, während w_1 um so weniger in Betracht kommt, je kleiner es gegenüber w_2 ist. Man pflegt daher den Reibungsverlust auf die Geschwindigkeit w_2 zu beziehen und zu schreiben

$$H_\iota = \zeta \frac{w_2^2}{2g}.$$

Man erhält somit

$$(1 + \zeta) \frac{w_2^2}{2g} = H_r + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Diese Gleichung gibt über alle Fragen Auskunft, die den Durchfluß des Fadens durch die Rinne betreffen.

Für Turbinenkanäle kann man etwa setzen

$$\zeta = 0{,}08 \text{ bis } 0{,}10.$$

57. Die **Rückwirkung des Wasserfadens auf den Kanal** möge zuerst unter der Voraussetzung bestimmt werden, daß der Druck in allen Punkten derselbe sei, daß der Faden frei durch den Kanal ströme (Fig. 75).

Es sei m die Masse eines einzelnen Teilchens. Nach Gl. 71 ist die Rückwirkung derselben auf die Rinne

$$W = \text{Res.}\,[mg, (C), (mq)]\,.$$

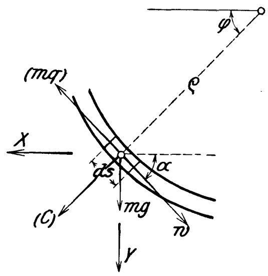

Fig. 75.

Es ergibt sich für die wagrechte Komponente

$$dX = C \sin\alpha + mq\cos\alpha\,.$$

Nach Gl. 68 ist aber

$$C = \frac{mw^2}{\varrho}$$

oder, da

$$\varrho\, d\varphi = ds\,,\quad d\varphi = -d\alpha\,,\quad \text{also } \varrho = -\frac{ds}{d\alpha},$$

$$C = -mw^2\frac{d\alpha}{ds},$$

und, da nach der Definition $w = ds : dt$,

$$C = -\frac{m}{dt}\, w\, d\alpha\,.$$

Für das zweite Glied in dem Ausdruck für dX kann man schreiben

$$mq\cos\alpha = \frac{m}{dt}\, dw \cdot \cos\alpha\,.$$

Setzt man diesen Ausdruck und denjenigen für C ein, so erhält man

$$dX = -\frac{m}{dt}\, w \sin\alpha\, d\alpha + \frac{m}{dt}\cos\alpha\, dw.$$

Versteht man unter m die unendlich kleine Flüssigkeitsmasse, die in der Zeit dt vorüberfließt, so ist $m : dt = M$ die in der Zeiteinheit durchfließende Masse. Es wird somit

$$dX = Md\,(w\cos\alpha)\,.$$

Auf ganz ähnlichem Wege erhält man für die senkrechte Komponente

$$dY = mg - Md\,(w \sin\alpha)\,.$$

Integriert man diese beiden Gleichungen zwischen zwei Punkten der Rinne, für die w und α die Werte w_1 und α_1, bzw. w_2 und α_2 annehmen, so bekommt man

$$\left.\begin{aligned} X &= M(w_2 c_2 \cos\alpha_2 - w_1 c_1 \cos\alpha_1) \\ Y &= -M(w_2 c_2 \sin\alpha_2 - w_1 c_1 \sin\alpha_1) + \Sigma(mg) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (75)$$

Dabei ist unter $\Sigma(mg)$ das Gewicht der ganzen augenblicklich in der Rinne enthaltenen Flüssigkeit zu verstehen.

Die Reibung tritt in diesen Formeln nicht direkt auf; sie gelangt indirekt zum Ausdruck in ihrem Einflusse auf die Geschwindigkeiten.

Man kann übrigens die beiden Werte für X und Y unmittelbar ableiten. Ein Flüssigkeitsteilchen m besitze in den Richtungen der Achsen am Anfang des Kanales die Geschwindigkeitskomponenten w_{x1} und w_{y2}, und zu Ende des Kanales die Komponenten w_{x2} und w_{y2}. Die in irgend einem Punkte vorhandene Horizontalgeschwindigkeit w_x wird in der Zeit dt um dw_x größer. Die zur Erzeugung dieser Beschleunigung erforderliche horizontale Kraft

$$dX = m\frac{dw_x}{dt} = M\,dw_x$$

muß von der Rinnenwand aufgebracht werden, und eben so groß ist die Rückwirkung des Wassers auf die Rinne. Auf ähnlichem Wege erhält man auch

$$dY = mg - m\frac{dw_y}{dt} = mg - M dw_y\,.$$

Die Integration ergibt schließlich

$$\left.\begin{aligned} X &= M(w_{x2} - w_{x1}) \\ Y &= \Sigma(mg) - M(w_{y2} - w_{y1}) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75\,a)$$

welche Ausdrücke mit jenen in Gl. 75 identisch sind.

58. Gestauter Durchfluß. Wenn der Kanal ringsum geschlossen ist und sich nach dem Austritte hin stark verjüngt, so kann der Durchfluß nicht mehr frei erfolgen; das Wasser staut sich im Kanal, und am Eintritt entsteht ein Überdruck; es ist also $p_1 > p_2$. Dieser Zustand läßt sich nach Fig. 76 herstellen, wenn man dem Kanal einen beweglichen, aber dennoch (einigermaßen) dichten Anschluß an einen festen Kanalteil gibt. Für die Rückwirkung auf den Kanal kommt der Flüssigkeitsdruck nur insofern in Betracht, als er auf die Anschlußfläche wirkt und somit als äußere Kraft auftritt; dagegen kann der Flüssigkeitsdruck im Innern des Kanals offenbar keine nach außen gelangende Wirkung ausüben; er fällt als innere Kraft außer Betracht.

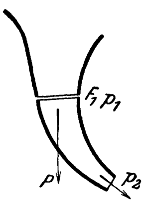

Fig. 76.

Der bewegliche Kanalteil erfährt in der Richtung normal zur Anschlußfläche einen Druck

$$P = F_1\,(p_1 - p_2)$$

und es sind für diesen Fall die Komponenten von P in Gl. 75 noch hinzuzufügen. Bei den Turbinenkanälen fällt die Anschlußfläche stets in die Bewegungsrichtung und es wird daher der Flüssigkeitsdruck keine Komponenten in dieser Richtung liefern. Dagegen kann der normal zur Anschlußfläche gerichtete Druck je nach der Lage der Kanäle gegenüber der Achse eine bedeutende Zapfenbelastung hervorrufen.

Hat der Flüssigkeitsdruck somit auch keinen direkten Einfluß auf die horizontale Komponente X der Rückwirkung, so besteht dennoch ein indirekter Einfluß, der auf dem Wege durch die Beschleunigung hineinkommt.

59. Reaktion des ausfließenden Wassers. Beim Ausströmen des Wassers aus dem Gefäße (Fig. 77) kann die Anfangsgeschwindigkeit gleich null gesetzt werden. Man bekommt daher nach Gl. 75a, Abschnitt 57

$$X = Mc_x,$$
$$Y = \Sigma(mg) - Mc_y,$$

wobei M die in der Zeiteinheit ausfließende Wassermasse, $\Sigma(m)$ die Masse des ganzen Gefäßes samt Inhalt bedeutet.

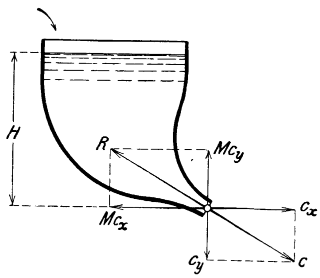

Fig. 77.

Die beiden Kräfte Mc_x und Mc_y kann man zu einer Resultanten zusammensetzen, für die sich ergibt

$$R = Mc, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

und die entgegengesetzt zum Ausfluß gerichtet ist. Man bezeichnet diese Kraft R als die Reaktion des ausfließenden Wassers. Bedeutet F den Ausflußquerschnitt, so hat man unter der Annahme, daß der Ausfluß reibungsfrei und ohne Kontraktion erfolge

$$M = Fc\frac{\gamma}{g},$$

$$R = F\frac{\gamma}{g}c^2,$$

oder, da

$$c^2 = 2gH,$$

$$R = 2FH\gamma. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

Die Reaktion ist also doppelt so groß wie der statische Druck auf den Mündungsquerschnitt, oder nach Abschnitt 44 gleich der Stoßkraft, die der Strahl auf eine ebene Fläche hervorbrächte.

6. Kapitel.

Mechanische Wirkungen des Wassers im rotierenden Kanal.

60. Absolute und relative Bewegung im rotierenden Kanal. Wenn die Rinne sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit geradlinig parallel zu sich selbst fortbewegt, so treten keine neuen Beschleunigungen auf; es kommen somit zu den vorhandenen Kräften keine neuen hinzu und es gelten sowohl für den Durchfluß als auch für die Rückwirkungen auf den Kanal ohne weiteres die im vorigen Kapitel entwickelten Gesetze. Dasselbe wird der Fall sein, wenn der Kanal in einer Zylinderfläche enthalten ist, die sich um ihre senkrechte Achse dreht; denn die als Folge der Rotation auftretende Zentripetalbeschleunigung ist normal zur Achse gerichtet und liefert keine Komponenten in der Richtung des Kanals; sie ist daher ohne Einfluß auf die Bewegung des Wasserfadens. Liegt dagegen die Rinne auf einer beliebigen Drehfläche, so sind die Verhältnisse wesentlich anders und bedürfen einer besonderen Untersuchung. Wir nehmen dabei an, daß die Drehachse senkrecht stehe, da hierbei die Richtung der Schwerkraft gegenüber dem rotierenden System stets dieselbe bleibt. Im andern Falle würde die Berücksichtigung der Schwerkraft äußerst lästig und schwierig. Zuuächst schließen wir die Wirkung der Schwerkraft durch die Annahme aus, daß die Rinne in einer horizontalen Ebene enthalten sei. Wir beginnen die Untersuchung auch hier mit der Bewegung eines Massenteilchens, um sie erst später auf einen Wasserfaden auszudehnen.

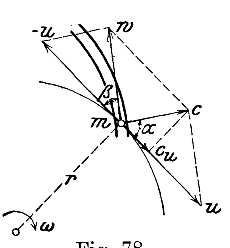

Fig. 78.

Besitzt ein Massenpunkt m (Fig. 78) der sich in einer rotierenden Rinne bewegt, längs derselben die relative Geschwindigkeit w, befindet er sich augenblicklich im Abstande r von der Drehachse und ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Rinne, so erhält man die absolute Geschwindigkeit c auf folgendem Wege. Der Punkt hat auf der Rinne die Geschwindigkeit w und mit der Rinne die Umfangsgeschwindigkeit $u = r\omega$; es ist darum die absolute Geschwindigkeit c nichts anderes als die Resultierende von w und u.

Will man umgekehrt aus der absoluten Geschwindigkeit c die relative Geschwindigkeit w bestimmen, so hat man dem beweglichen Punkte zu seiner wirklichen Geschwindigkeit c noch die Umfangsgeschwindigkeit u des Rinnenpunktes in umgekehrtem Sinne hinzuzufügen.

Liegt die Rinne in einer Ebene normal zur Achse, so ergeben sich nach Fig. 78 die folgenden Beziehungen

$$c^2 = u^2 + w^2 - 2uw\cos\beta$$
$$w^2 = c^2 + u^2 - 2cu\cos\alpha\,.$$

Die Umfangskomponente der absoluten Geschwindigkeit ist

$$c_u = u - w\cos\beta$$

oder

$$c_u = c\cos\alpha\,.$$

Damit wird

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2uc_u\,. \quad \ldots\ldots \quad (78)$$

61. Bewegung eines Massenpunktes in einem rotierenden Kanal; Satz von Coriolis. Der Kanal sei in einer wagrechten Ebene enthalten und drehe sich mit der gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit ω um eine feste, senkrechte Achse. Die Schwerkraft übt keinen Einfluß auf die Bewegung aus; andere äußere Kräfte seien nicht vorhanden. Ein Teilchen von der Masse m bewege sich längs der Rinne AA' (Fig. 79 und 80); es befinde sich

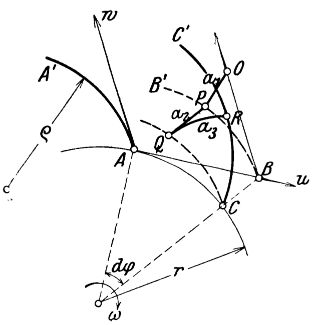

Fig. 79.

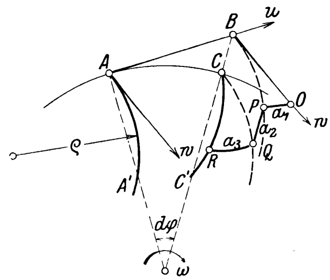

Fig. 80.

augenblicklich im Punkte A mit dem Abstande r von der Achse und besitze längs der Rinne die Geschwindigkeit w. In Fig. 79 ist angenommen, daß die Bewegung auswärts, in Fig. 80, daß sie einwärts gehe. Der Punkt A des Kanals besitzt eine Umfangsgeschwindigkeit $u = r\omega$. Die Rinne gelange in der Zeit dt von AA' nach CC'; es wäre also $AC = u\,dt$. Ist

$$AB = u\,dt,$$
$$BO = w\,dt,$$

so würde der Massenpunkt vermöge der ihm innewohnenden Geschwindigkeiten u und w ohne die Rinne in der Zeit dt von A nach O gelangen. Ist ferner

$$CR = w\,dt,$$

so ist R der Punkt, in dem das Massenteilchen nach Verfluß der Zeit dt tatsächlich anlangt; dasselbe hat somit eine Deviation $a = OR$ erlitten. Dieser entspricht nach Gl. 67, Abschnitt 53 eine in der Richtung von O nach R wirksame Beschleunigung

$$q = \frac{2a}{dt^2}.$$

Die entsprechende Kraft ist

$$P = 2m\frac{a}{dt^2}.$$

Mit einer ebenso großen, aber entgegengesetzt von R nach O gerichteten Trägheitskraft (P) widerstrebt das Massenteilchen der Ablenkung. Nach Abschnitt 54 ist die Rückwirkung auf die Rinne gleich der Resultierenden sämtlicher äußeren und Trägheitskräfte, und da hier keine äußeren Kräfte vorhanden sind, so erhält man für die Rückwirkung des Teilchens auf den Kanal

$$W = \text{Res.}\,[(P), (mq)],$$

wobei q die Beschleunigung der Bewegung längs der Rinne und (mq) die entsprechende, rückwärts gerichtete Trägheitskraft bedeutet.

Die Deviation $a = OR$ ist im Ganzen nicht gut bestimmbar; sie läßt sich aber leicht in einzelne Teile zerlegen, von denen sich jeder berechnen läßt. Man führt zu diesem Zwecke den Übergang von der Anfangsstellung AA' in die Endstellung CC' durch eine Reihe passend gewählter Teilbewegungen aus. Die hierbei auftretenden Deviationen, Beschleunigungen und Kräfte liefern beim Zusammensetzen die entsprechenden Größen der tatsächlichen Gesamtbewegung.

Als Teilbewegungen wählt man die folgenden:

1. Die Rinne wird parallel zu sich selber in der Richtung von u bis BB' verschoben, wobei der Massenpunkt auf der Rinne in Ruhe bleibt.
2. Der Massenpunkt wird in der Richtung der Tangente nach O gebracht.
3. Das Massenteilchen wird normal zur Rinne auf diese letztere nach P geschafft.
4. Der Kanal wird samt dem Teilchen parallel zu sich selbst in radialer Richtung derart verschoben, daß B nach C und das Massenteilchen selbst nach Q gelangt.
5. Durch eine Schwenkung im Betrage von $d\varphi$ um den Punkt C wird der Kanal mit samt dem Teilchen in die Endstellung gebracht.

Die letzten drei Bewegungen ergeben die drei Teildeviationen

$$a_1 = OP,$$
$$a_2 = PQ = BC,$$
$$a_3 = QR = CQ \cdot d\varphi = w\,dt\,d\varphi = \frac{w\,u}{r}\,dt^2.$$

Nach Gl. 68, Abschnitt 53 entspricht der Deviation a_1 eine Beschleunigung

$$q_1 = \frac{w^2}{\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

die als die Zentripetalbeschleunigung der relativen Bewegung bezeichnet werden mag.

Ebenso gibt die Deviation a_2 eine Teilbeschleunigung

$$q_2 = \frac{u^2}{r} = \omega^2 r, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (80)$$

die wir die Zentripetalbeschleunigung des Rinnen- oder Systempunktes heißen wollen.

Endlich liefert die Deviation a_3 eine Beschleunigung

$$q_3 = \frac{2\,a_3}{dt^2} = 2\,\frac{w\,u}{r}, \quad \ldots\ldots \quad (81)$$

die man die zusammengesetzte Zentripetalbeschleunigung nennt.

Diesen drei Beschleunigungen setzt das Massenteilchen die entsprechenden Trägheitskräfte entgegen:

$$\left.\begin{aligned} (P_1) &= m\,\frac{w^2}{\varrho} \\ (P_2) &= m\,\omega^2 r \\ (P_3) &= 2\,m\,\frac{w\,u}{r} \end{aligned}\right\} \quad (82)$$

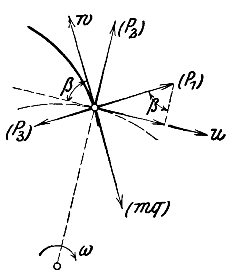

Fig. 81.

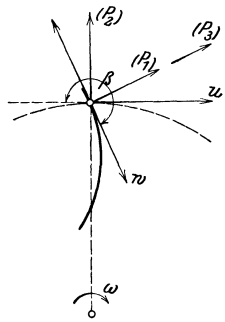

Fig. 82.

Ihre Richtungen, die den Deviationen entgegenlaufen, sind in Fig. 81 und 82 für die beiden Fälle Fig. 79 und 80 eingetragen.

Will man die Rückwirkung auf die Rinne kennen lernen und sind keine äußeren Kräfte wirksam, so hat man nur noch die Trägheitskraft (mq) für die Bewegung längs der Rinne hinzuzufügen und erhält dann nach Abschnitt 54

$$W = \text{Res.}\,[(P_1), (P_2), (P_3), (mq)]\,. \quad \ldots \quad (83)$$

Die Gesetze der relativen Bewegung oder der Bewegung längs der Rinne ergeben sich abermals nach dem Prinzip von d'Alembert daraus, daß sich sämtliche äußeren und Trägheitskräfte das Gleichgewicht halten müssen. Dabei braucht man die Kräfte normal zur Rinne gar nicht erst in den Ansatz aufzunehmen, da sie ja keine Tangentialkomponenten liefern und somit auch keinen Einfluß auf die relative Bewegung haben. Man erhält

$$(P_2) \sin\beta - (mq) - R = 0\,,$$

wobei R die Reibung des Teilchens an der Kanalwand bedeutet. Dabei ist der Winkel β zwischen den Richtungen $-u$ und w durch eine Drehung im Sinne derjenigen des ganzen Systems zu messen. Für die beschleunigende Kraft der relativen Bewegung ergibt sich somit

$$mq = (P_2) \sin\beta - R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

Stünde die Rinne still, so fielen die Trägheitskräfte (P_2) und (P_3) dahin, und es bliebe nur noch (P_1) übrig. Will man daher die Bewegung eines Massenpunktes in einer rotierenden Rinne so behandeln, als ob diese in Ruhe wäre, so hat man zu den vorhandenen Kräften noch die beiden scheinbaren, fingierten oder Ergänzungskräfte (P_2) und (P_3) hinzuzufügen, von denen die erste der Zentrifugalbeschleunigung des Systempunktes und die zweite der zusammengesetzten Zentrifugalbeschleunigung entspricht. Dies ist der Satz von Coriolis.

Über die Richtung der verschiedenen Trägheitskräfte ergibt sich folgendes aus der Natur der Dinge: (P_1) ist vom Krümmungsmittelpunkt des Kanals weg gerichtet, (P_2) geht von der Drehachse nach außen und (P_3) ist derart gerichtet, daß das Drehmoment dieser Kraft gegenüber dem Punkte, den das Massenteilchen unmittelbar vorher einnahm, negativ wird, d. h. der Drehung der Rinne entgegengesetzt ist.

Wirken auf das Massenteilchen äußere Kräfte, deren Größe und Richtung nur von den Koordinaten im beweglichen System abhängen, so ist die Untersuchung der Bewegung leicht zu führen; man hat nach dem Coriolisschen Satze nun noch die Ergänzungskräfte (P_2) und (P_3) beizufügen, um das Problem gerade so lösen zu können, als ob der Kanal in Ruhe wäre. Entsprechen aber die äußeren Kräfte nicht jener Bedingung, so wird sich die Untersuchung sehr verwickelt gestalten, so z. B. wenn sich die Rinne um eine horizontale Achse dreht. Wohl hat hier die Schwerkraft, absolut genommen, stets dieselbe Richtung; gegenüber dem beweglichen System aber ändert sich diese fortwährend. (Poncelet-Rad.)

62. Durchfluß eines Wasserfadens durch einen rotierenden Kanal. Es sei wiederum vorausgesetzt, daß der Kanal in einer wagrechten Ebene liege und sich um eine senkrechte Achse drehe. Sobald man es mit einem Flüssigkeitsfaden zu tun hat, ist noch der Flüssigkeitsdruck in Betracht zu ziehen. Ist F der Querschnitt des Fadens oder der Rinne, so wirkt der Flüssigkeitsdruck nach Abschnitt 19 mit einer Kraft $-F dp$ auf ein einzelnes Teilchen von der Masse dm. Für den Durchfluß fallen alle Kräfte, die normal zur Rinne stehen, aus der Rechnung, und es bleiben nur noch die Komponente von (P_2) in der Richtung der Bahn, der Flüssigkeitsdruck und die Reibung übrig. Man erhält für die auf das Teilchen wirksame beschleunigende Kraft

$$q\,dm = (P_2)\sin\beta - F\,dp - dR.$$

Wir müssen indessen — wenigsten für einstweilen — darauf verzichten, die Reibung in die Rechnung einzuführen, und gehen daher von dem Ansatze aus

$$q\,dm = (P_2)\sin\beta - F\,dp \quad \ldots\ldots \quad (85)$$

Nach früherem ist

$$(P_2) = dm\cdot\omega^2 r;$$

ferner ist

$$\sin\beta = \frac{dr}{ds} \quad \text{und} \quad q = \frac{dw}{dt}.$$

Die Masse des Teilchens ist

$$dm = \frac{F\,ds\cdot\gamma}{g}.$$

Führt man diese Ausdrücke in den obigen Ansatz ein, so bekommt man nach einfacher Rechnung und unter Rücksicht darauf, daß $ds:dt = w$:

$$w\,dw = \omega^2 r\,dr - g\frac{dp}{\gamma} \quad \ldots\ldots \quad (86)$$

Diese Gleichung gilt für alle Flüssigkeiten, also für Dampf und Luft ebenso gut wie für Wasser; denn es wurde über die Natur der Flüssigkeit nichts anderes vorausgesetzt, als daß sich immer ein Teilchen an die Stelle des andern setzt, d. h. daß der Durchfluß kontinuierlich sei. Sie ist aber ungenau, weil die Reibung keine Berücksichtigung gefunden hat. Die Integration ist nur möglich, wenn der Zusammen-

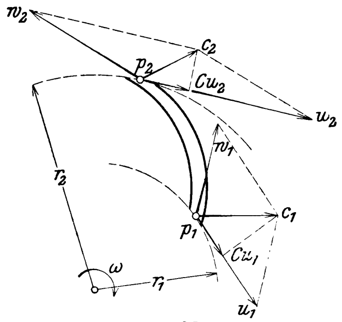

Fig. 83.

hang zwischen p und γ bekannt ist. Für tropfbare Flüssigkeiten ist γ als unveränderlich anzusehen, und es ergibt dann die Integration zwischen den aus Fig. 83 ersichtlichen Grenzen

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = \omega^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{2g} - \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

oder unter Rücksicht darauf, daß $\omega r = u$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (87)$$

Es soll dies als die Durchflußgleichung bezeichnet werden. Die Reibung ist darin nicht berücksichtigt.

Bezieht man den Zeiger 1 auf den Eintritt und 2 auf den Austritt, so kann man die Gleichung auch für die Anordnung nach Fig. 80 verwenden.

63. Rückwirkung eines Wasserfadens auf einen rotierenden Kanal. Uns interessieren ausschließlich die auf Drehung der Rinne wirkenden Kräfte, die darum allein untersucht werden sollen.

Nach Abschnitt 58 kommt der Flüssigkeitsdruck nur in sofern in Betracht, als er einen Druck auf die Anschlußfläche ausübt, und da diese der Beweglichkeit halber in die Richtung des Umfanges fallen muß, liefert er keinen Beitrag zur Drehkraft. Auch die Reibung braucht nicht besonders in die Rechnung eingesetzt zu werden, da sie nach Abschnitt 54 schon in der Beschleunigung zum Ausdruck kommt. Ferner fällt auch die Trägheitskraft (P_2) aus dem Spiel, da sie radial gerichtet ist; somit bleiben nur noch die Umfangskomponenten von (P_1), (P_3) und $(\mathfrak{m} q)$ übrig.

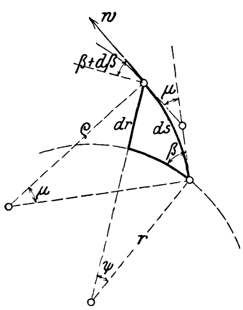

Fig. 84.

Für das im Abstande r von der Achse liegende Teilchen von der Masse dm ergibt nach Fig. 81 die Rückwirkung ein Drehmoment

$$d\mathfrak{M} = r\left[(P_1)\sin\beta + (q\,dm)\cos\beta - (P_3)\sin\beta\right] \quad . \quad (88)$$

Die Ausdrücke für die drei Komponenten der Drehkraft müssen etwas umgeformt werden. Es ist

$$(P_1) = \frac{w^2}{\varrho}\,dm.$$

Unter Hinweis auf Fig. 84 hat man

$$\varrho = \frac{ds}{\mu}; \quad \mu = \psi - d\beta; \quad \psi = \frac{ds \cdot \cos\beta}{r}; \quad ds \cdot \sin\beta = dr.$$

Daraus bekommt man für den Krümmungshalbmesser der relativen Bahn oder des Kanals

$$\varrho = \frac{r\,ds}{ds \cdot \cos\beta - r\,d\beta} = \frac{r\,ds \cdot \sin\beta}{ds \cdot \sin\beta\,\cos\beta - r\,\sin\beta\,d\beta}$$

$$\varrho = \frac{r\,ds \cdot \sin\beta}{d\,(r\,\cos\beta)}.$$

Damit erhält man, da $w = ds:dt$,

$$(P_1) = w\,dm\,\frac{ds}{dt}\,\frac{d\,(r\,\cos\beta)}{r\,ds \cdot \sin\beta}$$

oder, da $dm:dt$ die in der Zeiteinheit durchströmende Flüssigkeits masse M bedeutet

$$(P_1) = Mw\,\frac{d\,(r\,\cos\beta)}{r\,\sin\beta} \quad \ldots\ldots \quad (89)$$

Nach der Definition ist

$$(q\,dm) = \frac{dw}{dt}\,dm = M\,dw \quad \ldots\ldots \quad (90)$$

Sodann ergibt sich aus

$$(P_3) = 2\,w\,\omega\,dm$$

mit Rücksicht darauf, daß $w = ds:dt$ und $ds = dr:\sin\beta$,

$$(P_3) = 2\,M\omega\,\frac{dr}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots \quad (91)$$

Führt man die Ausdrücke 89, 90 und 91 in Gl. 88 ein, so erhält man

$$\begin{aligned} d\mathfrak{M} &= M\left[\,w\,d\,(r\,\cos\beta) + r\,\cos\beta\,dw - 2\,\omega\,r\,dr\,\right] \\ &= M\left[\,d\,(r\,w\,\cos\beta) - d\,(\omega\,r^2)\,\right]. \end{aligned}$$

Weil $\omega r = u$ ist, kann man auch schreiben

$$d\mathfrak{M} = M\,d\left[\,r\,(w\cos\beta - u)\,\right].$$

Nach Abschnitt 60 ist aber

$$u - w\,\cos\beta = c_u, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (92)$$

wobei c_u die Umfangskomponente der absoluten Geschwindigkeit c bedeutet. Es ergibt sich damit

$$d\mathfrak{M} = -\,M\,d\,(r\,c_u) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93)$$

Integriert man zwischen den Grenzen nach Fig. 85 über den ganzen Kanal, so erhält man für das gesamte Drehmoment, das der Wasserfaden auf die Rinne überträgt

$$\mathfrak{M} = M\,(r_1\,c_{u1} - r_2\,c_{u2}) \quad \ldots\ldots \quad (94)$$

Die Umfangskomponenten c_{u1} und c_{u2} gelten als positiv, wenn ihre Richtung mit dem Drehungssinne übereinstimmt.

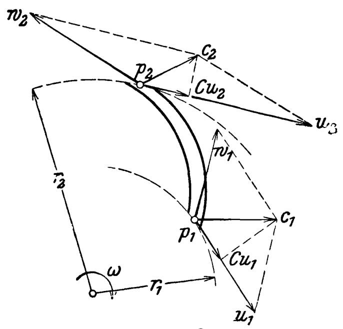

Fig. 85.

Der vorstehende Ausdruck für das Drehmoment wurde zuerst im Jahre 1754 von Leonhard Euler veröffentlicht.

Die Leistung, die bei dem Vorgange gewonnen wird, erhält man nach Gl. 17 Abschnitt 14, indem man das Drehmoment mit der Winkelgeschwindigkeit multipliziert:

$$L = M(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}) \quad (95)$$

Diese Gleichung mag die Arbeitsgleichung heißen. Sie gilt für jede beliebige, elastische oder tropfbare Flüssigkeit; denn bei ihrer Ableitung wurde über die Natur der Flüssigkeit keine besondere Voraussetzung gemacht; die einzige Bedingung ist, daß die Flüssigkeit die Rinne stetig erfüllt, daß also für jeden Punkt

$$\frac{dm}{dt} = M = \text{const.}$$

Die Gleichung ist auch für den Fall gültig, daß Reibung vorhanden ist; diese kommt indirekt in der Verminderung der Durchflußgeschwindigkeit zum Ausdruck.

Wie die Arbeitsgleichung deutlich erkennen läßt, kommt es für die Größe der übertragenen Leistung außer auf die Durchflußmenge nur noch auf die Geschwindigkeiten beim Ein- und beim Austritte an; wie aber der Anfangszustand in den Endzustand übergeführt werden soll, davon sagt die Gleichung nichts. In der Tat kommt es darauf nicht weiter an, sobald nur der Übergang stetig und mit möglichst geringen Widerständen verläuft. Im Besonderen ist dem Umstande keine Bedeutung beizumessen, ob sich die Arbeitsübertragung gleichmäßig über die Länge des Kanales verteile oder nicht. Dieser Punkt kann höchstens für die Festigkeit der Kanalwände in Betracht fallen.

Behält man den Zeiger 1 für den Eintritt und 2 für den Austritt bei, so gilt die Arbeitsgleichung für jede Kanalanordnung.

64. Bewegung in einem doppelt gekrümmten Kanal. Behält man die frühere Annahme über die Lage der Achse bei, so bereitet die Ausdehnung der vorstehenden Untersuchungen auf den Fall, wo der Kanal in einer beliebigen Drehfläche enthalten ist, keinerlei Schwierigkeiten. Projiziert man nach Fig. 86 die Bewegung auf eine Ebene normal zur Drehachse, so ist für diese Projektion die Eulersche Gleichung ohne weiteres anwendbar. Da die relative Geschwindigkeit w längs des Kanales und ihre Projektion dieselbe Umfangskomponente w_u ergeben, liefert die Eulersche Gleichung dasselbe Resultat, ob man mit w oder mit der Projektion rechne. Die senkrechte Bewegungskomponente aber kann keinen Einfluß auf das Drehmoment ausüben; die aus derselben sich ergebenden Rückwirkungen kommen nur als Axialschübe zur Geltung.

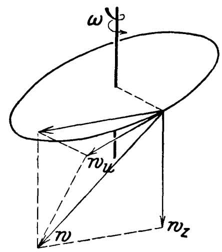

Fig. 86.

Auch die Durchflußverhältnisse lassen sich leicht übersehen. Liegt der Austritt um die Höhe H_r tiefer als der Eintritt, so kann die Überdruckhöhe, wenn die Geschwindigkeiten dieselben bleiben sollen, um eben diesen Betrag kleiner sein. Die Durchflußgleichung nimmt die Form an

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - H_r .$$

Wollte man noch die Reibung zum Ausdruck bringen, und bezeichnet man mit H_v den Druckhöhenverlust, der durch dieselbe veranlaßt wird, so müßte man die Überdruckhöhe um ebenso viel vermehren und schreiben:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - H_r + H_v \quad . \quad (96)$$

Die Arbeitsgleichung bleibt dieselbe wie früher. Welches auch die Gestalt der Rinne sei, es kommen außer der Durchflußmenge nur die Geschwindigkeiten in der Richtung des Umfanges in Betracht, wie sie beim Ein- und beim Austritt vorhanden sind.

65. Summarische Ableitung der Grundgleichungen. Die beiden Gl. 95 und 96, die die Grundlage der Turbinentheorie bilden, lassen sich auch direkt ableiten. Es sei in Fig. 87 ein Kanal dargestellt, der sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω um eine senkrechte Achse dreht und der in der Richtung von außen nach innen von Wasser durchströmt wird. Denkt man sich den Kanal außen und innen abgeschlossen, so stellen sich an beiden Enden Piezometerstände ein, die nach Abschnitt 12 auf einer Parabelfläche liegen, und die nach Gl. 8a einen Höhenunterschied von

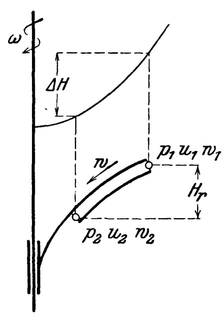

Fig. 87.

$$\Delta H = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$$

aufweisen. Zwischen Ein- und Austritt besteht somit ein Druckhöhenunterschied von

$$\Delta H - H_r .$$

Ist ein äußerer Überdruck von diesem Betrage vorhanden, so bleibt das Wasser auch ohne Verschlüsse im Gleichgewicht. Soll aber nicht nur Gleichgewicht erhalten, sondern überdies noch das Wasser von der Geschwindigkeit w_1 auf w_2 beschleunigt werden, so ist darüber hinaus noch eine weitere Überdruckhöhe im Betrage von

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$$

erforderlich. Rechnet man endlich für die Überwindung der Reibung noch eine Überdruckhöhe H_v hinzu, so erhält man für die im Ganzen nötige Überdruckhöhe:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - H_r + H_v .$$

Dies ist die Durchflußgleichung in der früher aufgestellten Form. Die Arbeitsgleichung läßt sich aus der Energiebilanz ableiten. Man hat an eingehender Energie

$$Mg\left(\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + H_r\right),$$

wobei c_1 die absolute Geschwindigkeit beim Eintritt bezeichnet. An austretender und verlorener Energie ist zu buchen

$$Mg\left(\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + H_v\right),$$

wobei c_2 die absolute Geschwindigkeit beim Austritt bedeutet. Der Unterschied zwischen Ein- und Ausgang muß die auf die Rinne übertragene Arbeit sein; man erhält dafür

$$L = Mg\left(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r - H_v\right).$$

Setzt man für $(p_1 - p_2) : \gamma$ den Wert aus der Durchflußgleichung 96 ein, so bekommt man als Arbeitsgleichung

$$L = \frac{M}{2}\left(c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_2^2 - u_1^2\right).$$

Man beachte, daß hierbei H_v aus der Rechnung gefallen ist; die Gleichung ist also ohne Rücksicht auf vorhandene Reibung gültig.

Nach Abschnitt 60 ist

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2 u_1 c_{u1}$$

und

$$w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2 u_2 c_{u2}.$$

Beim Einsetzen dieser Werte nimmt die Arbeitsgleichung die frühere Form an

$$L = M(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}).$$

Es lassen sich somit die beiden Gleichungen, auch ohne Zutrittszunahme des Coriolisschen Satzes aufstellen. Die auf dem weiteren Wege gewonnene Vertiefung der Begriffe und des Einblickes in die Einzelheiten der Vorgänge dürften für den Mehraufwand an Zeit und Arbeit reichlich entschädigen.[1])

66. Kanäle von endlichem Querschnitt. Die Untersuchungen über die Wirkungen des strömenden Wassers sind unter der Annahme geführt worden, daß es sich um einzelne Wasserfäden oder um Kanäle von sehr kleinem Querschnitt handle. Geht man zu Kanälen von verhältnismäßig großem Querschnitt über, wie sie die Turbinen stets besitzen, so ist die Frage aufzuwerfen, inwiefern man die gewonnenen Ergebnisse auch auf diese anwenden dürfe. Die Übertragung erscheint sofort als zulässig, wenn alle Wasserfäden je beim Ein- und beim Austritt unter denselben Geschwindigkeits- und Druckverhältnissen stehen. Wo dies nicht zutrifft, wird man die Anpassung mit Hilfe von gewissen mittleren Geschwindigkeiten und Drücken suchen müssen. Es wird in jedem einzelnen Falle zu untersuchen sein, ob die Bedingungen für die unmittelbare Anwendbarkeit der aufgestellten Grundbeziehungen erfüllt sind oder wie man die Mittelwerte der Geschwindigkeiten und Drücke zu wählen hat, um mit jenen Sätzen rechnen zu dürfen.

Die Kanäle selbst sind derart zu bilden, daß sie das Wasser stetig und mit möglichst geringen Verlusten durchströmen lassen. Die Stetigkeit der Bewegung sucht man durch flüssige Längsprofile der Kanäle und durch sorgfältige Gestaltung der Kanalwände beim Übergang vom Leit- ins Laufrad zu erreichen. Bei sanfter Biegung erhalten aber die Kanäle eine größere Länge, und dadurch entsteht vermehrte Reibung. Man muß suchen, die richtige

[1]) Es gibt bis auf den heutigen Tag noch genug Leute, die im Ernste glauben, es lasse sich aus der Zentrifugalkraft Arbeit gewinnen. Sie vergessen, daß die Zentrifugalkraft als Rückwirkung der Trägheit erst durch die Drehung hervorgerufen wird und somit nicht wieder fördernd auf die Drehbewegung zurückwirken kann. Man denkt beinahe unwillkürlich an den Herrn Baron von Münchhausen, der sich selbst am Zopfe aus dem Sumpfe herausgezogen hat.

Mitte zu halten und sich bemühen, die Kanäle so kurz zu machen, als es die Stetigkeit des Durchflusses gestattet. Diese wird gestört, sobald der Wasserstrahl sich von der hohlen Seite des Kanals ablöst, und dazu darf es unter keinen Umständen kommen. Die Bedingungen für das günstigste Kanalprofil lassen sich nicht mathematisch formulieren, und daher ist man darauf angewiesen, die Kanalprofile nach der Erfahrung und nach dem Gefühl zu entwerfen.

Besondere Aufmerksamkeit ist den Ausgängen der Kanäle zu widmen. Sie sollen das Wasser ungezwungen austreten lassen, damit keine Kontraktionen auftreten und die Geschwindigkeits- und Richtungsverhältnisse sich möglichst einfach und übersichtlich gestalten.

Die Turbinenkanäle oder Zellen werden durch gekrümmte plattenförmige Körper oder Schaufeln gebildet, die zwischen zwei konzentrischen Wänden oder Kränzen befestigt sind. Fig. 88 stellt als Beispiel das Laufrad einer Jonval-Turbine mit den zylindrisch um die Achse gruppierten Kanälen dar. Der Einfachheit wegen gibt man den Schaufeln die Gestalt von Regelflächen, deren Erzeugende die Achse unter rechtem Winkel schneiden; die Kanäle erhalten somit trapezförmigen Querschnitt.

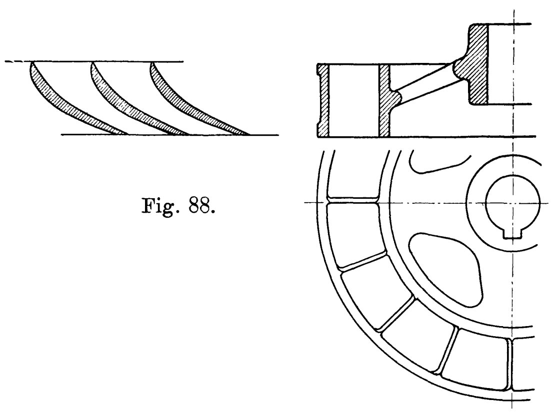

Fig. 88.

Man sucht die Schaufeln so dünn als möglich zu halten, damit sie den Wasserstrom möglichst wenig unterbrechen; dies ist im besonderen für den Ein- und den Austritt erwünscht. Die Schaufeln werden häufig aus Blech hergestellt und in die Kränze eingegossen; sie sind dann natürlich überall gleich dick. Vielfach werden sie mit den Kränzen aus einem Stück gegossen; in diesem Falle ist es zweckmäßig, sie in der Mitte etwas zu verdicken, um sie dafür an beiden Enden um so dünner halten zu können. Die später zu entwickelnden Bedingungen bringen es mit sich, daß die Schaufeln am Eintritt steil ansetzen und am Austritt flach auslaufen. Da sich die Reihe der Kanäle im Kreise herum schließen soll, müssen die Schaufeln alle unter sich kongruent sein. So ergibt sich die in Fig. 88 dargestellte Kanalform als typisch.

67. Schaufelprofil. Die Schaufeln haben den Zweck, das Wasser mit möglichst geringen Energieverlusten in einer bestimmten Richtung abzulenken. Zu diesem Behufe müssen sie enge genug gestellt werden, oder die lichte Weite des Kanals in der Ablenkungsebene gemessen, muß hinreichend klein gegenüber der Länge des Kanals sein.

Ungezwungenen, kontraktionsfreien Austritt erhält man bei unendlich großem Halbmesser der Turbine, indem man die Schaufelflächen nach Fig. 89 in den Punkten A und B parallel zueinander verlaufen läßt; es werden in diesem Falle auch die Wasserfäden parallel zueinander austreten.

Die Reibung hängt von der benetzten Fläche und von der Geschwindigkeit ab. Die letztere ist aber gegeben; somit läßt sich die Reibung nur vermindern, indem man die benetzte Fläche möglichst klein, den Kanal möglichst kurz hält, namentlich in denjenigen Teilen, wo die Geschwindigkeit am größten ist. Es hätte daher nur Nachteile im Gefolge, wenn der Parallelismus der Schaufeln über den Punkt B rückwärts weiter fortgeführt würde, der dem äußersten Punkte A der vorangehenden Schaufel gegenüber liegt. Es soll sich vielmehr von B an der Kanal nach rückwärts so rasch erweitern, als die gute Führung des Wasserses gestattet (vgl. Abschnitt 38).

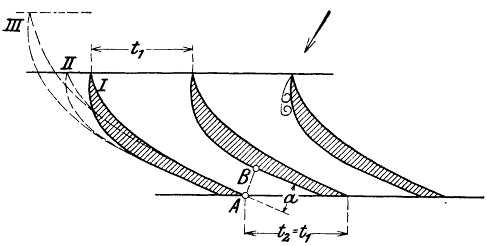

Fig. 89.

Ist die Schaufel im Ansatz zu stark gekrümmt, so kann es vorkommen, daß sich der Wasserstrahl vom gewölbten Schaufelrücken ablöst und erst weiterhin mit einer plötzlichen Erweiterung und entsprechendem Stoßverlust sich wieder anlegt (vgl. Abschnitt 42)[1]. Kann Luft zutreten, so füllt sich die Ablösung damit an; im anderen Falle bildet sich ein Wasserwirbel. Diese Wirbelbildungen können für die gußeisernen Randkränze sehr gefährlich werden. Kommen Luftblasen mit dem Wasser in den Wirbelraum hinein oder scheiden sich solche unter dem Einflusse einer Druckverminderung aus dem Wasser aus, so tanzen sie die längste Zeit in dem Wirbel herum, ehe sie fort geschwemmt werden. Ihr Sauerstoff oxydiert das

[1]) Die Krümmung ist nicht an sich schädlich; sie wird es nur, wenn sich infolge derselben eine Ablösung des Wasserstrahls vollzieht.

Eisen, und die Oxyde werden durch das Wasser fortgespühlt, so daß immer neue Eisenteile bloßgelegt werden. So können an derartigen Wirbelstellen ganz unglaubliche Ausfressungen entstehen, während hart daneben, wo der volle Strahl übers Eisen fährt, die Oberfläche ganz unberührt ist.

Je kürzer die Schaufel ist, desto stärker gebogen ist ihr Ansatz. Hier handelt es sich also darum, zwischen zwei einander zuwider laufenden Vorschriften die richtige Mitte zu finden. In Fig. 89 dürfte diese durch die Schaufel I dargestellt sein; die Schaufel III ist unnötig lang. Die Schaufel II ist unten zu lang gestreckt und dafür im Ansatz zu stark gebogen; sie ist auch länger und darum in jeder Hinsicht schlechter als I.[1])

68. Zwangloser Austritt aus dem Leitrad. Die austretenden Wasserfäden sollen durch die Schaufeln derart geführt werden, daß sie einander nicht stören und weder plötzliche Bewegungsänderungen noch Stauungen aufeinander hervorbringen. Für unendlich großen Halbmesser der Turbine und desgleichen für die Turbine, deren Kanäle nach Fig. 88 zwischen zwei Zylinderflächen eingeschlossen sind, ist diese Bedingung erfüllt, wenn die Schaufeln einen parallelen Austritt der Wasserfäden ergeben. Für den Fall aber, daß die Kanäle zwischen zwei zur Achse normal stehenden Ebenen liegen und das Wasser von außen nach innen strömt, ist die Bedingung besonders abzuleiten.[2]) Wir nehmen dabei keine Rücksicht auf die Schaufeldicke.

Ein im Punkte A (Fig. 90) befindliches Wasserteilchen besitze in einem bestimmten Augenblick eine absolute Geschwindigkeit c von gegebener Richtung. Wird der Raum vom Wasser gleichmäßig durchströmt, so haben alle Punkte auf einer zur Achse konzentrischen Zylinderfläche denselben Bewegungszustand und alle Teilchen, die

---

[1]) Von Versuchen, die Vorgänge im Kanal genau zu verfolgen, seien die theoretischen Untersuchungen von Brauer in seinem Buche „Turbinentheorie", Leipzig 1899, angeführt. Österlen gibt in seinen experimentellen „Untersuchungen über die Energieverluste des Wassers in Turbinenkanälen", Berlin 1903, interessante Beobachtungen über die Druckverteilung im Kanal.

Ein Versuch des Verfassers, durch Rechnung festzustellen, unter welchen Bedingungen der Strahl sich nicht vom Schaufelrücken ablöse, ergab hierfür

$$\frac{dw}{w} > \frac{d\varrho}{\varrho},$$

wobei w die Geschwindigkeit und ϱ der Krümmungshalbmesser des innersten Wasserfadens bedeutet. Das würde also heißen, daß die Geschwindigkeit verhältnismäßig rascher als der Krümmungshalbmesser wachsen müsse. Eine starke Verjüngung des Kanals verhindert die Ablösung.

[2]) Prášil, Über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen. Schweiz. Bauzeitung 1903, Bd. 41, S. 207.

sich gleichzeitig auf einer gewissen Zylinderfläche befinden, bewegen sich stets so, daß sie eine konzentrische Zylinderfläche bilden. Es ist somit für jeden Halbmesser

$$2\pi r b c_m = Q = \text{const.},$$

wobei b die axiale Entfernung zwischen den beiden festen Ebenen und c_m die meridionale (radiale) Geschwindigkeitskomponente bedeuten soll. Wir schreiben kurzerhand

$$r c_m = \text{const.}$$

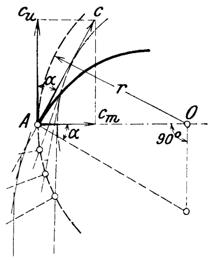

Fig. 90.

Da die Bewegung zwanglos vor sich gehen soll, darf das Wasser Energie weder abgeben noch aufnehmen. Die Bedingung hierfür ist nach Gl. 94, Abschnitt 63

$$r c_u = \text{const.}$$

Es ist also auch

$$\frac{c_m}{c_u} = \operatorname{tang} \alpha = \text{const.}$$

oder

$$\alpha = \text{const.}$$

Die absolute Bahn schneidet alle Umfänge unter demselben Winkel; sie ist eine logarithmische Spirale. Die Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes ist in Fig. 90 angedeutet; die Spirale selbst läßt sich genau genug als Trajektorie zeichnen. Werden die Schaufeln des Leitrades beim Auslaufe nach logarithmischen Spiralen gekrümmt, so wird das austretende Wasser sich zwanglos auf derselben Spirale weiter bewegen, bis es durch die Laufradschaufeln abgelenkt wird.

69. Für den **zwanglosen Austritt aus dem Laufrad** ist dieselbe Bedingung zu erfüllen; d. h. die absolute Bewegung des austretenden Wassers muß nach einer logarithmischen Spirale vor sich gehen. Da aber für die Gestalt des Auslaufes der Schaufeln die relative Bewegung maßgebend ist, wäre die Aufgabe darauf zurückgeführt, aus der gegebenen absoluten Bewegung die relative zu finden (vgl. Abschnitt 60). Aus Gründen, die sich später ergeben werden, läßt man das Wasser in radialer Richtung aus dem Laufrad treten; unter diesen Umständen wird die Bestimmung der relativen Bahn wesentlich einfacher. Die radiale Geschwindigkeitskomponente c_m ist dem Halbmesser umgekehrt proportional, also

$$r c_m = r \frac{dr}{dt} = \text{const.},$$

für gleiche Zeiträume wird

$$r\,dr = \text{const.}$$

und auch

$$r_1^2 - r^2 = \text{const.}$$

Wird daher der Halbmesser OA (Fig. 91) mit Hülfe einer Parabel derart eingeteilt, daß die Teilpunkte diesem Gesetze genügen, so hat man nur diese Punkte um die entsprechenden Drehwinkel rückwärts zu drehen, um Punkte der relativen Bahn zu bekommen. Hat man die Vorsicht gebraucht, die Parabel so anzulegen, daß sie den Umfang in A unter dem nämlichen Winkel β schneidet, den w damit einschließt, so erhält man jene Drehwinkel, indem man die gleichmäßige Teilung der Parabelachse auf den Umfang überträgt.

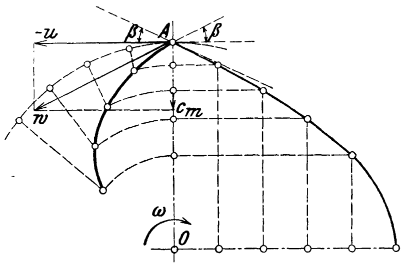

Fig. 91.

Beim Aufzeichnen der Schaufeln darf man übrigens sowohl für den Auslauf aus dem Leitrad als auch für jenen aus dem Laufrad diese Kurven ohne merklichen Fehler durch die Evolvente und noch einfacher durch deren Krümmungskreis ersetzen.

Sind die Schaufeln nach den Bedingungen des zwanglosen Austrittes gestaltet, so darf man annehmen, daß die Winkel, unter denen die einzelnen Wasserfäden den Austrittsumfang schneiden, unter sich und dem Schaufelwinkel selbst gleich seien.

Die Turbinen.

III. Allgemeines.

7. Kapitel.

Überblick über die verschiedenen Bauarten.

70. Turbinen mit gestautem und freiem Durchfluß. Die Turbinen zeigen eine große Mannigfaltigkeit in der Bauart. Bevor wir auf die einzelnen Formen näher eingehen, wird es zweckmäßig sein, einen allgemeinen Überblick zu gewinnen. Eine kritische Beleuchtung der verschiedenen Turbinenformen aber muß auf den Zeitpunkt verschoben werden, wo wir uns einen vollständigen Einblick in ihre besonderen Eigentümlichkeiten verschafft haben.

Ein einschneidendes Unterscheidungsmerkmal bilden die Druckverhältnisse, unter denen der Durchfluß durch die Kanäle des Laufrades erfolgt. Ziehen sich die Kanäle nach dem Austritt hin stark zusammen, so wird hierdurch das Wasser gestaut; es tritt mit mäßiger Geschwindigkeit unter Druck in das Laufrad ein, nimmt während des Durchflusses eine immer größer werdende Geschwindigkeit an, und in demselben Maße wird der Druck immer geringer. Während des Durchflusses vollzieht sich ein Umsatz von Spannungsenergie in kinetische Energie. Die Kanäle sind gänzlich mit Wasser gefüllt. Wir sprechen von einer Turbine mit gestautem Durchfluß oder kurzweg von einer Stauturbine.

Wenn sich dagegen die Kanäle nach der Austrittsseite hin erweitern, so löst sich der Strahl gleich von Anfang an vom Schaufelrücken ab und strömt längs der hohlen Seite der Schaufeln dahin, ohne deren Rücken wieder zu berühren. Läuft die Turbine in der Luft (was hier stets der Fall sein muß), so tritt diese in den Kanal ein und füllt den Zwischenraum zwischen Wasserstrahl und Schaufelrücken. Das Wasser strömt unter atmosphärischem Druck ungestaut wie durch eine offene Rinne. Der Druck beim Eintritt ist derselbe wie beim Austritt; das ans Laufrad übergehende Wasser enthält keine Spannungsenergie mehr. Da die Schaufeln beim Austritt den Radumfang unter kleinem Winkel schneiden müssen, läßt sich die Erweiterung des Querschnittes nur durch eine starke Verbreiterung des Radkranzes erreichen. So entsteht die in Fig. 92 dargestellte Form des Laufradquerschnittes, die kennzeichnend ist für die Turbinen mit ungestautem Durchfluß oder staufreien Turbinen.

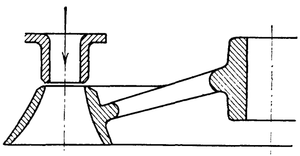

Fig. 92.

Die Turbinen erster Art, bei denen sich während des Durchflusses Spannungsenergie in Bewegungsenergie verwandelt, werden gewöhnlich als Reaktionsturbinen bezeichnet. Man vergleicht den Ausfluß des Wassers mit dem Ausfluß aus einem Gefäß nach Abschnitt 59, und belegt dementsprechend die Rückwirkung des Wassers auf die Schaufel mit dem Namen Reaktion. Andere gebräuchliche Namen sind: Vollturbine[1]), Überdruckturbine[2]) und Preßstrahlturbine[3]). Die Turbinen der ersten Art werden durch die Formel $p_1 > p_2$ gekennzeichnet.

Die Turbinen der zweiten Art, bei denen der Druck im ganzen Kanal überall derselbe ist, tragen wohl auch die Namen Aktionsturbine[4]), Partialturbine[5]), Druckturbine[6]) und Freistrahlturbine[7]). Die kennzeichnende Formel ist $p_1 = p_2$. Die vom Verfasser vorgeschlagenen Bezeichnungen Stauturbine und staufreie Turbine[8]) dürften den wesentlichen Unterschied schärfer hervorheben als die andern.

Die staufreien Turbinen müssen stets frei hängen, d. h. über dem Unterwasserspiegel in der Luft schweben. Die Stauturbinen können unter Wasser arbeiten, ohne daß die Wirkung darunter leidet.

---

[1]) Weil die Kanäle ganz mit Wasser gefüllt sind.

[2]) Da zwischen dem Ein- und Austritt ein Drucküberschuß besteht.

[3]) Davon abgeleitet, daß der Strahl während des Durchflusses unter Pressung steht.

[4]) Die Bezeichnung ist an und für sich sinnlos und wird überhaupt erst durch den Gegensatz zur Reaktionsturbine verständlich. Nach Abschnitt 57 und 58 ist die Wirkung des Wassers auf die Schaufeln in beiden Fällen genau gleicher Art und es liegt durchaus keine Veranlassung vor, zwischen Aktion und Reaktion zu unterscheiden.

[5]) Der Name wird davon abgeleitet, daß die Kanäle nur partiell mit Wasser gefüllt sind.

[6]) Auch diese Bezeichnung hat keinen Sinn; denn in allen Fällen drückt das in der Ablenkung begriffene Wasser gegen die Schaufeln. Sie ist augenscheinlich als Gegensatz zur Überdruckturbine gedacht.

[7]) Von Freiheit kann doch wahrlich nicht die Rede sein, wenn der Strahl gezwungen wird, der krummen Schaufel entlang zu fließen.

[8]) Schweiz. Bauzeitung 1901, Bd. 38, Seite 281.

71. Axial- und Radialturbinen. Ein ferneres Unterscheidungsmerkmal liegt in der Stellung der Kanäle gegenüber der Achse. Liegen Ein- und Austritt gleich weit von der Achse ab, sind die Kanäle in einer Zylinderfläche enthalten, so spricht man von einer Axialturbine (weil das Wasser hierbei neben der Geschwindigkeitskomponente in der Richtung des Umfanges nur noch eine axiale Komponente besitzt). Beispiele dieser Form sind in den Fig. 88, 92 und 93 dargestellt. Die Axialturbine mit gestautem Durchfluß nach Fig. 93 wird Jonval-Turbine genannt. Die staufreie Form (Fig. 92) wird nach Girard benannt.

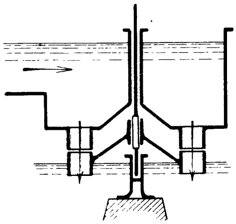
Fig. 93.

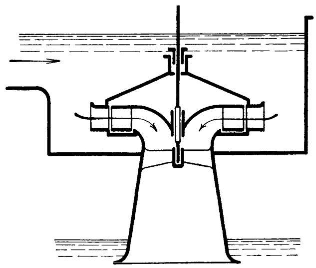
Fig. 94.

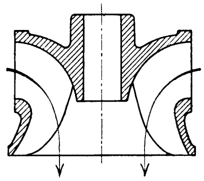
Fig. 95.

Liegen die Kanäle in einer Ebene rechtwinklig zur Achse, so daß das Wasser neben der Umfangskomponente noch eine Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung annehmen muß, so braucht man die Bezeichnung Radialturbine, und zwar wird die Form Fig. 70, Abschnitt 52, mit innerem Eintritt oder die Fourneyron-Turbine als innerschlächtig bezeichnet. Die Bauart Fig. 94, Francis-Turbine genannt, wird als außerschlächtige Form unterschieden. Mittelformen zwischen Axial- und Radialturbinen kommen vielfach vor. Fig. 95 stellt z. B. das Laufrad einer modernen Francis-Turbine dar, bei dem der Eintritt radial, der Austritt axial vor sich geht.

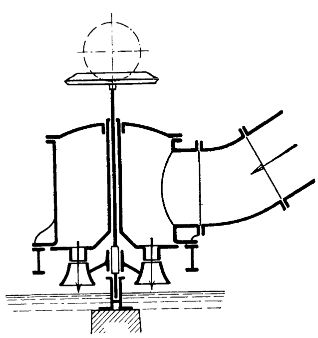
Fig. 96.

72. Offene und geschlossene Aufstellung. Bei kleinem Gefälle kann die Turbine nach Fig. 70, 93 und 94 offen in einen Wasserkasten eingebaut werden. Bei größeren Gefällen geht das nicht mehr an, weil die Welle zu lang würde, wenn man sie bis über den Oberwasserspiegel führen müßte. In diesem Falle wird man die Turbine geschlossen aufstellen. Sie wird z. B. nach Fig. 96 in einem geschlossenen Kasten untergebracht, dem man das Wasser von der Seite her durch eine Druckleitung zuführt. Man ist hierbei mit der Anordnung des Triebwerkes ganz unabhängig von der Lage des Oberwasserspiegels. Bei der geschlossenen Aufstellung spricht man wohl auch von Kasten- oder Rohrturbinen.

73. Teil- und vollschlächtige Turbinen. Bei größeren Gefällen und kleineren Wassermengen fielen die Turbinen leicht zu klein und die Umdrehungszahlen zu groß aus, wenn man ihnen das Wasser auf dem ganzen Umfange zuführen wollte. Man begnügt sich in diesem Falle damit, den Eintritt nach Fig. 97 nur über einen gewissen Bruchteil des Umfanges auszudehnen. Diese Form wird als die teilschlächtige Turbine von der vollschlächtigen unterschieden, die das Wasser auf dem ganzen Umfang zugeführt bekommt. Die teilschlächtigen Turbinen werden immer staufrei gebaut. Die Form Fig. 97 mit wagrechter Achse wird etwa als Schwammkrug-Turbine bezeichnet.

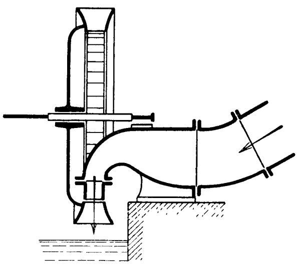

Fig. 97.

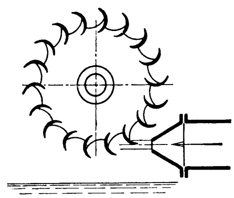

Fig. 98.

Bei Gefällen von sehr beträchtlicher Höhe und bei kleinen Wassermengen ist vielfach die in Fig. 98 angedeutete Turbinenform gebräuchlich. Das Wasser wird dem Rade in tangentialer Richtung in Gestalt eines oder mehrerer vereinzelter Wasserstrahlen zugeführt. Die Turbine wird darum als Tangentialrad bezeichnet. Die Achse liegt in der Regel wagrecht. Zumeist ist das Laufrad an seinem Umfange mit schüssel- oder löffelförmigen Schaufeln besetzt, die nicht durch Kränze seitlich miteinander verbunden sind, sondern unabhängig voneinander frei herausstehen. Hier kann nicht mehr von Kanälen gesprochen werden; der Weg steht dem Wasser nach allen Seiten hin offen. Diese Turbinen heißen Löffelräder; sie werden auch nach dem kalifornischen Konstrukteur Pelton benannt, dessen Löffelräder zuerst in Europa allgemein bebekannt wurden.

74. Lage der Achse im Raume. Von großem Einfluß auf die Konstruktion der Turbine ist die Orientierung ihrer Achse. Man kann eine Turbine von bestimmter Bauart in gewissen Fällen nach Belieben mit liegender oder mit stehender Achse ausführen; in beiden Fällen ergibt sich aber ein ganz verschiedener Aufbau. Gewisse Turbinenformen setzen geradezu eine wagrechte Lage der Achse voraus, wie z. B. die Schwammkrugturbine und das Löffelrad. In andern Fällen, wo beide Lagen möglich sind, entscheidet die Bequemlichkeit oder die Art der Kraftübertragung. Für Riemen- oder Seiltransmission ist die wagrechte Lage der Welle gegeben. Ausnahmsweise kommt auch die schräge Lage der Achse vor.

75. Turbinen mit und ohne Saugrohr. Wichtig ist ferner die Lage der Turbine gegenüber dem Unterwasser. Es kommt darauf an, daß beim Austritt aus dem Laufrad kein Gefälle verloren gehe, es wäre denn, man verfüge über so viel Gefälle, daß man es damit nicht so genau zu nehmen brauche. Staufreie Turbinen müssen stets über dem Unterwasserspiegel liegen. Die Größe dieses Spielraumes, den man das Freihängen nennt, richtet sich nach den Schwankungen des Unterwassers. Bei stehender Lage der Welle ist das Freihängen für alle Punkte des Radaustrittes dasselbe; diese Achsenstellung ist daher für vollschlächtige staufreie Turbinen das Gegebene. Bei teilschlächtigen Turbinen mit liegender Welle wird man den Wassereintritt möglichst tief legen, um nicht zu viel Freihängen geben zu müssen.

Stauturbinen können ganz eintauchen. Legt man sie völlig ins Unterwasser, so wird das Gefälle vollständig ausgenützt. Diese Tieflage der Turbine hat aber unter Umständen große Unbequemlichkeiten im Gefolge; die Zugänglichkeit leidet besonders schwer darunter. Man kann sich damit helfen, daß man die Turbine nach Fig. 94 und 99 mit einem Saugrohre versieht, das sich an den Austritt des Laufrades anschließt und unten in das Unterwasser eintaucht. Übersteigt die Höhe des Sauggefälles einen Betrag von 6 bis 7 m nicht wesentlich, so wird trotz der hohen Lage der Turbine nach Abschnitt 24 doch das ganze Gefälle ausgenützt. Wenn man das Saugrohr nach unten konisch erweitert, so kann darin ein Teil der Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Laufrad wieder in Druck umgesetzt und so zurückgewonnen werden. Fig. 99 stellt eine Francis-Turbine mit liegender Welle, Spiralgehäuse und doppeltem Saugrohr dar.

Es ist überflüssig, am unteren Ende des Saugrohres einen Verschluß (Ringschütze oder Drosselklappe) anzubringen in der Meinung, ihn zum Füllen nötig zu haben; die anfänglich im Saugrohr enthaltene Luft wird beim Anlassen der Turbine durch das Wasser in kürzester Frist hinausgefegt. Dagegen ist Vorsorge zu treffen, daß der Rand nie aus dem Unterwasser austaucht; es würde sonst die hängende Wassersäule sofort abreißen.

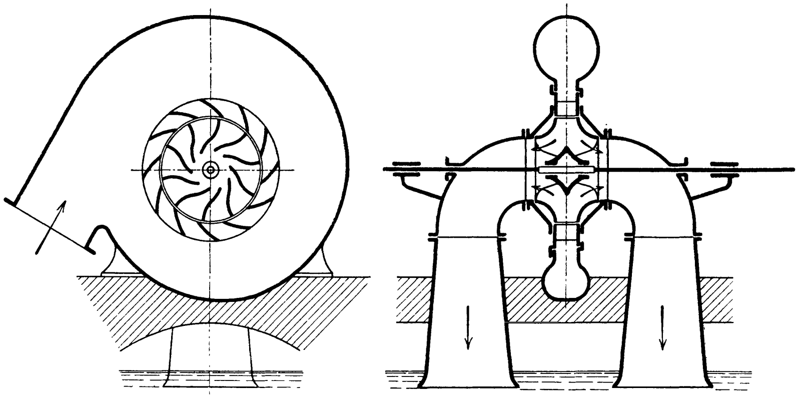

Fig. 99.

Man hat das Saugrohr auch für staufreie Turbinen angewandt, um den Betrag des Freihängens unabhängig von den Schwankungen des Unterwasserspiegels einstellen zu können. Man läßt so viel Luft oben in das Saugrohr eintreten, daß sich unter der Turbine ein Luftraum von genügender Höhe bildet. Da das stark zersplittert austretende Wasser die Luft sehr energisch mitreißt, muß sie fortwährend ersetzt werden. Durch ein Schwimmerventil wird ein Lufteinlaß derart geregelt, daß der Wasserspiegel unter der Turbine unveränderlich gehalten wird. Im Saugrohre hat man ein Gemisch von Wasser und Luft, dessen spezifisches Gewicht kleiner ist als dasjenige des Wassers; es darf daher nicht das ganze Sauggefälle in die Rechnung eingesetzt werden.

76. Mehrfache Turbinen. Die Elektrotechnik hat für den direkten Antrieb von Dynamomaschinen ein starkes Bedürfnis nach möglichst hohen Geschwindigkeiten gezeitigt. Um auch bei großen Wassermengen und kleinen Gefällen dieses Ziel zu erreichen, werden zwei oder mehr Turbinen auf einer Achse befestigt und zu einem Ganzen verbunden. Da auf jede Einzelturbine nur ein Bruchteil der ganzen Wassermenge entfällt, werden ihre Abmessungen entsprechend kleiner und somit ihre Umlaufszahl in demselben Verhältnis größer. Ordnet man die Turbinen symmetrisch an, so heben sich allfällige Axialschübe auf und der Spurzapfen wird entlastet.

Für die mehrfachen Turbinen erscheint die wagerechte Lage der Achse als das Nächste. Fig. 100 zeigt eine doppelte Francis-

Turbine mit gemeinsamem Saugrohr. Die Francis-Turbine nach Fig. 99 ist streng genommen ebenfalls als Doppelturbine aufzufassen.

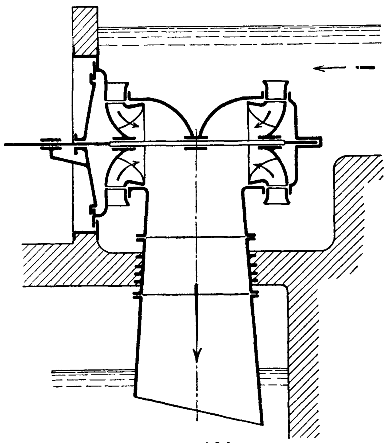

Fig. 100.

Bei den an größeren Flüssen errichteten hydroelektrischen Zentralen, die bedeutende Wassermengen bei kleinem Gefälle zu bewältigen haben, ist man aus Gründen der Raumersparnis zur senkrechten Lage der Welle übergegangen. Die Turbinen liegen wie in verschiedenen Stockwerken übereinander, so daß man von Etagenturbinen spricht. Die Dynamomaschine ist direkt auf das obere Ende der Welle aufgesetzt. Fig. 101 stellt eine Turbine[1]) des Elektrizitätswerkes Rheinfelden dar. Das Werk ist für 20 Einheiten eingerichtet. Die Laufräder haben 2,350 m Durchmesser bei 1,240 m Breite. Die Umlaufzahl beträgt 65, die Leistung eines Turbinensatzes 840 PS. Von dem starken Wechsel in den Verhältnissen bei verschiedenen Wasserständen geben folgende Zahlen eine Vorstellung:

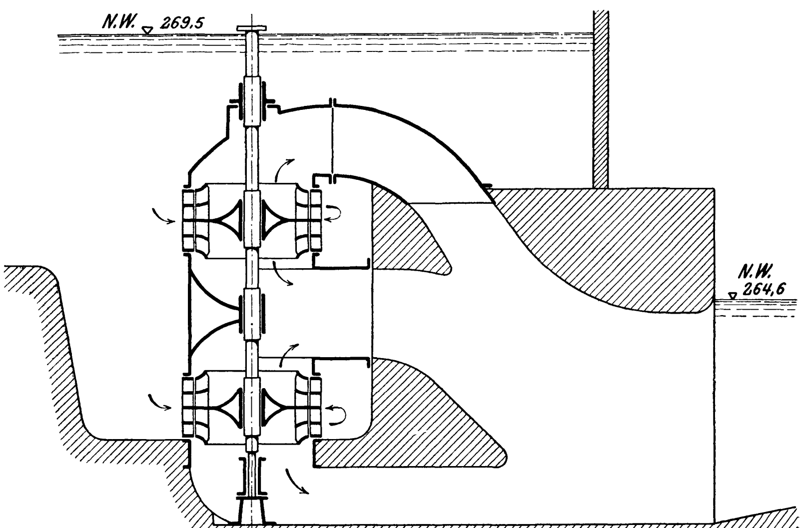

Fig. 101.

[1]) erbaut von Escher, Wyß & Co.

	Hochwasser	Niederwasser
Oberwasserspiegel	273 m	269,5 m ü. M.
Unterwasserspiegel	270 „	264,6 „
Gefälle	3 „	4,9 „
Wassermenge pro Turbinensatz	25 cbm	17,0 cbm.

8. Kapitel.

Rechnungsunterlagen; Grundgleichungen.

77. Aufgabe der Theorie. Die Theorie, d. i. die rechnungsmäßige Darstellung des Zusammenhanges zwischen den verschiedenen Größen und Vorgängen, kann den Zweck haben, eine bestehende Turbine zu beurteilen, also zu untersuchen, ob sie richtig gebaut und demgemäß imstande ist, ihre Aufgabe zu erfüllen. Weit wichtiger aber ist ihre Verwendung für die Bestimmung der Abmessungen einer neu zu bauenden Turbine, die unter gegebenen Bedingungen arbeiten soll. Diese Bedingungen werden in erster Linie durch das Gefälle und die Wassermenge umschrieben. Die Aufgabe, aus der gegebenen Wasserkraft so viel als möglich herauszuziehen, führt dazu, die Bedingungen für den günstigsten Wirkungsgrad aufzusuchen und aufzustellen. Damit läßt sich der Zusammenhang zwischen dem Gefälle und den Durchflußgeschwindigkeiten verfolgen. Aus den Geschwindigkeiten und der Wassermenge ergeben sich sodann die Querschnitte der Turbinenkanäle, und schließlich findet man aus diesen die Abmessungen der Turbine.

Die ganze Aufgabe stellt keineswegs ein eindeutiges mathematisches Problem dar; zu einer befriedigenden Lösung, besonders zur Anpassung derselben an die besonderen Bedingungen des betreffenden Falles sind Geschick und Erfahrung unentbehrlich.

78. Wassermenge und Gefälle bei einer bestehenden Turbine. Handelt es sich darum, ein Urteil über eine vorhandene Anlage zu gewinnen, so kommt als Wassermenge der tatsächliche Durchfluß in Betracht, der durch den Versuch zu ermitteln ist.

Als reines oder Nettogefälle H_n hat man bei einer Turbine mit offener Aufstellung den Höhenunterschied zwischen Ober- und Unterwasserspiegel anzusehen. Bei einer geschlossenen Turbine setzt man am Gehäuse, bzw. am Ende der Druckleitung, wenn diese stetig in den Leitapparat übergeht, ein Piezometer auf, und erhält das Gefälle, indem man vom Stande des Piezometers bis auf den Unterwasserspiegel mißt.

Für die Untersuchung des Durchflusses durch die Turbine ist indessen noch eine Korrektur vorzunehmen. Geht das Druckrohr nach Fig. 102 stetig in den Leitapparat über, so kommt der Turbine auch noch die der Zuflußgeschwindigkeit entsprechende Höhe $c_e^2 : 2g$ zugute; sie ist daher zu addieren. Ferner ist für den Austritt nicht sowohl die Höhe bis zum Unterwasserspiegel, als vielmehr diejenige bis zum Stande des Piezometers am Saugrohr in Betracht zu ziehen. Zum Piezometergefälle H_p hat man also noch die Geschwindigkeitshöhe $c_e^2 : 2g$ hinzuzurechnen, wenn man das der Turbine dargebotene Gefälle H ermitteln will, über dessen Ausnützung sich dieselbe ausweisen soll. Das dargebotene Gefälle ist also

$$H = H_p + \frac{c_e^2}{2g}.$$

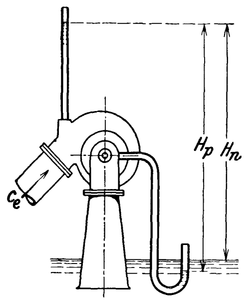

Fig. 102.

Geht die Zuflußgeschwindigkeit c_e verloren, weil die Druckleitung nicht stetig an den Leitapparat anschließt, wie z. B. in Fig. 96, so ist das dargebotene Gefälle mit dem Piezometergefälle identisch.

Etwas anders stellt sich die Frage, wenn es sich darum handelt, Turbinen von verschiedener Bauart miteinander zu vergleichen. Während die eine Turbine die Geschwindigkeitshöhe $c_e^2 : 2g$ verloren gehen läßt und im Saugrohr keinen Unterdruck erzeugt, bietet die andere Turbine durch die Ausnützung der Zuflußgeschwindigkeit und durch ein besser gebautes Saugrohr einen Vorteil, den ihr nicht anzurechnen unbillig wäre. Um für beide Turbinen denselben Maßstab zu bekommen, muß die Vergleichung auf Grund des reinen Gefälles vom oberen Piezometer bis zum Unterwasserspiegel vorgenommen werden.

Da der Konstrukteur es in der Hand hat, die Eintrittsgeschwindigkeit zu erhöhen und der Turbine damit einen kleinen Rechnungsvorteil zuzuwenden, ist es ratsam, auf diese Umstände beim Abschluß von Lieferungsverträgen mit scharfen Bestimmungen zum voraus Rücksicht zu nehmen und alle Einzelheiten über die Art der Gefällsmessung in den Vertrag aufzunehmen.

Bei staufreien Turbinen ergibt sich nach den vorausgegangenen Betrachtungen von selbst, daß für die Beurteilung der Turbine das dargebotene Gefälle bis auf den Austritt aus dem Laufrad zu messen ist. Will man dagegen Turbinen miteinander vergleichen, die nach ihrer Bauart verschieden großes Freihängen verlangen, so sollte auch hier das reine Gefälle bis auf den Unterwasserspiegel gerechnet werden. Bedingen die örtlichen Verhältnisse ein ungewöhnlich großes Freihängen, so darf davon der Turbine nicht mehr angerechnet werden, als für ihren sicheren Betrieb erforderlich wäre. Man erhielte sonst unrichtige Vergleichzahlen.

79. Leistung und Wirkungsgrad. In der sekundlich unter dem dargebotenen Gefälle H durch die Turbine fließenden Wassermenge Q ist eine Energie enthalten im Betrage von

$$L = Q\gamma H.$$

Diese werde die dargebotene Leistung genannt. An der Turbinenwelle erhält man eine Leistung L_e, die kleiner ist als L und die man als die effektive Leistung bezeichnet. Versteht man unter L_r die Leistung, die zur Überwindung der Reibung in den Lagern und im umgebenden Mittel verbraucht wird, so stellt der Ausdruck

$$L_\varepsilon = L_e + L_r$$

die Leistung dar, die vom Wasser auf die Turbine übertragen worden ist, und die man darum die hydraulische Leistung nennt.

Unter dem gesamten Wirkungsgrad versteht man das Verhältnis

$$e = \frac{L_e}{L}.$$

Als hydraulischen Wirkungsgrad bezeichnet man das Verhältnis

$$\varepsilon = \frac{L_\varepsilon}{L}$$

und endlich heißt das Verhältnis

$$\eta = \frac{L_e}{L_\varepsilon} = \frac{L_e}{L_e + L_r}$$

der mechanische Wirkungsgrad. Dieser hängt hauptsächlich von der Größe der Eigenreibung der Turbine ab.

Mißt man die Wassermenge Q in l/Sek. und das Gefälle H in m, so erhält man bei einem Wirkungsgrad von 0,75 (= 75 v. H.) eine Leistung von

$$N = \frac{QH}{75} \cdot 0{,}75 = \frac{QH}{100} \text{ Pferdestärken,}$$

d. h. man kann für je 100 l Wasser und 1 m Gefälle auf eine effektive Leistung von einer Pferdestärke rechnen.

Der Wirkungsgrad einer guten Turbine soll den Betrag von 75 v. H. überschreiten.

80. Wassermenge für eine neue Turbine. Die Frage, was für eine Wassermenge der Berechnung einer Neuanlage zugrunde zu legen sei, bedarf in vielen Fällen einer eingehenden und umständlichen Prüfung. Es kommt vor, daß man aus dem Vollen schöpfen kann; dann wird die Wassermenge durch den Kraftbedarf und das vorhandene Gefälle bestimmt. Dieser Fall tritt z. B. bei kleinen Turbinen ein, die an eine Wasserversorgung angeschlossen sind. In anderen Fällen, wo ein Gewerbskanal aus einem reichlich strömenden Flusse gespeist wird, hat man eine ganz bestimmte Wassermenge, wie sie der Fassungsfähigkeit des Kanales entspricht, zur Verfügung. Zumeist wird es sich aber darum handeln, einen gegebenen Wasserlauf, Bach oder Fluß, so vorteilhaft als möglich auszunützen. Die fließenden Gewässer zeigen aber je nach Witterung, Jahreszeit und selbst Jahrgang einen außerordentlich starken Wechsel in der Wassermenge. Es hätte augenscheinlich keinen Wert, die Anlage für die größte vorkommende Wassermenge auszubauen, die jeweilen nur für verhältnismäßig kurze Zeit vorhanden ist; denn man erhielte in diesem Falle eine große, teure Anlage, die man die meiste Zeit über wegen Wassermangel nicht voll betreiben könnte. Wollte man umgekehrt die Anlage für die kleinste Wassermenge einrichten, so bekäme man, auf die Einheit der Leistung bezogen, hohe Anlagekosten, und während des größten Teils des Jahres ginge ein mehr oder minder großer Wasserüberschuß verloren. Man wird also der Rechnung eine mittlere Wassermenge unterlegen müssen, hat sich aber darauf gefaßt zu machen, daß während eines Teiles des Jahres Wassermangel ist. Entweder muß dann der Betrieb eingeschränkt werden, oder, wo dies nicht tunlich ist, hat man für eine Reserve, z. B. Dampfkraft, zu sorgen. Wie groß diese mittlere Wassermenge anzusetzen sei, läßt sich nur auf Grund mehrjähriger Beobachtungen der Wassermenge und eingehender Studien über die Betriebsverhältnisse entscheiden. Abgesehen von dem Umfange des Kraftbedarfes und seiner Verteilung über die Tages- und Jahreszeiten spielen eine ganze Menge von Umständen mit, wie z. B. die Dauer und die Verteilung der Niederwasserperioden, die Kosten der Reservekraft und ganz besonders auch der Wert der erzeugten Kraft.

Von der größten Wichtigkeit ist die Möglichkeit, einen augenblicklichen Wasserüberschuß in größeren Sammelbecken aufzuspeichern. Je größer der Sammler im Verhältnis zur mittleren Wassermenge ist, desto vollständiger kann das sämtliche Wasser ausgenützt werden.[1]) Die Wasserkräfte mit hohem Gefälle und

[1]) Bei Turbinenanlagen für elektrischen Licht- und Kraftbetrieb, deren Sammelbecken groß genug sind, um den Jahresausgleich durchzuführen, kann man etwa das dreifache der mittleren Kraft verkaufen.

kleiner Wassermenge haben in dieser Hinsicht einen bedeutenden Vorsprung, weil die Ansammlung mit verhältnismäßig kleinen Becken durchgeführt werden kann.

81. Gefälle einer neu anzulegenden Turbine. Auch die Bestimmung des Gefälles, das einer neuen Turbine zugrunde zu legen ist, bedarf eines besonderen Studiums.

Bei einer Hochdruckanlage ist in der Regel der Wasserstand an den Punkten, wo das Wasser gefaßt und wieder entlassen wird, nicht in weiten Grenzen veränderlich; ein Nivellement zwischen diesen beiden Punkten liefert das rohe oder Gesamtgefälle.

In der Zuleitung zur Turbine und wiederum in der Ableitung treten eine Anzahl von Verlusten auf, die man vom rohen Gefälle in Abzug zu bringen hat, um das reine Gefälle H_n zu bekommen. Diese Verluste sind die folgenden.

1. Im Oberwasserkanal:
   Eintrittswiderstand und Geschwindigkeitshöhe, Verlust beim Durchgang durch den Rechen, Reibung im Kanal.
2. In der Druckleitung:
   Eintrittswiderstand, Geschwindigkeitshöhe[1]), Reibung.
3. Im Unterwasserkanal:
   Geschwindigkeitshöhe und Reibung.

Die Größe dieser Verluste hängt in erster Linie von den Wassergeschwindigkeiten ab. Kleine Wassergeschwindigkeiten ergeben kleine Verluste, verlangen aber große Querschnitte und bedingen somit größere Anlagekosten. Ist das Gefälle an und für sich groß, so kann man sich einen größeren Verlust gefallen lassen und erreicht damit eine Ersparnis in den Kosten der Anlage. Bei niedrigem Gefälle aber kommen die Verluste verhältnismäßig stärker in Betracht, und man wird lieber etwas teurer bauen und dafür an den Gefällsverlusten sparen. Es ist nicht möglich, allgemein anwendbare Vorschriften hierüber aufzustellen. Während man im einen Falle z. B. mit der Geschwindigkeit des Wassers in einer Druckleitung auf 1 m und darunter zurückgeht, kann man es bei einer anderen Anlage für zweckmäßig erachten, auf 3 m und mehr zu steigen. Man könnte daran denken, den Verlust in ein bestimmtes Verhältnis zum ganzen Gefälle zu bringen; allein auch damit wäre nicht viel gewonnen. Es bleibt nichts anderes übrig, als die Entscheidung in jedem einzelnen Falle auf Grund aller wirtschaftlichen und technischen Bedingungen zu treffen.

---

[1]) Geht der Querschnitt der Druckleitung stetig in denjenigen des Leitapparates über, so ist diese Geschwindigkeitshöhe nicht verloren; sie kommt der Turbine zugute und ist in ihrem Soll zu buchen.

Ist die Geschwindigkeit gewählt, so kann die Berechnung der Verluste unschwer nach Abschnitt 32 und 33 vorgenommen werden.

Bei Anlagen mit niedrigem Gefälle an großen Flüssen wird die Bestimmung des Gefälles noch verwickelter. Hier können die Wasserstände je nach den Wassermengen, die der Fluß gerade führt, in sehr weiten Grenzen wechseln (vgl. die Angaben Abschnitt 76). Bei Hochwasser steigt der Unterwasserspiegel stärker als das Oberwasser. Es gestalten sich nämlich die Reibungsverhältnisse im Zufluß günstiger, und die Geschwindigkeit wächst stärker als der Wasserstand. Beim Austritt aus den Turbinen aber hat man es mit einer sehr geringen Anfangsgeschwindigkeit zu tun, und daher tritt im Unterwasser eine stärkere Stauung ein. Das Gefälle wird bei Hochwasser am kleinsten und bei Niederwasser am größten, ein Umstand, der von Bedeutung ist, weil sich daraus eine gewisse Ausgleichung der Leistung ergibt. Dem Turbinenbauer erwächst freilich die schwierige Aufgabe, seine Turbinen so einzurichten, daß sie bei unveränderlicher Geschwindigkeit mit stark in entgegengesetztem Sinne wechselnden Gefällen und Wassermengen doch möglichst günstig arbeiten. Der Einfluß der Wehr- und Kanalbauten auf die Stauung ist auf das Sorgfältigste im voraus zu berechnen. So bedarf es andauernder Beobachtungen und eingehender Studien, ehe man zu brauchbaren und zuverlässigen Anhaltspunkten für das zu erwartende Gefälle kommt.

82. Abhängigkeit des Durchflusses vom Gefälle. Es sei zunächst angenommen, der Durchfluß erfolge reibungsfrei. Unter diese Voraussetzung fällt in der Durchflußgleichung 96, Abschnitt 64, das letzte Glied weg und wir schreiben

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^{\,2} - w_1^{\,2}}{2g} - \frac{u_2^{\,2} - u_1^{\,2}}{2g} - H_r .$$

Es ist zuerst festzustellen, wie groß die Drücke p_1 und p_2 am Eintritt und am Austritt des Laufrades sind. Bezeichnet H_d nach Fig. 103 die mittlere Tiefe des Leitradaustrittes unter dem Oberwasserspiegel, ist ferner c_0 die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Leitrad, so hat man für den Druck p_0 daselbst nach dem Prinzip von Bernoulli

$$\frac{p_0}{\gamma} = H_d - \frac{c_0^{\,2}}{2g} .$$

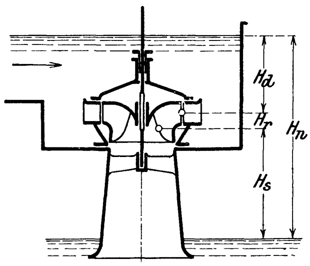

Fig. 103.

Die Geschwindigkeit c_0 hängt außer vom Gefälle von den Durchflußverhältnissen im Laufrad ab; je mehr das

Wasser im Laufrad gestaut wird, desto größer wird p_0 und desto kleiner c_0.

Im Interesse eines guten Wirkungsgrades sucht man einen stoßfreien Übergang vom Leit- ins Laufrad herbeizuführen. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist p_0 zugleich auch der Druck beim Eintritt ins Laufrad, also $p_0 = p_1$, und man hat für diesen

$$\frac{p_1}{\gamma} = H_d - \frac{c_0^2}{2g}.$$

Wenn nach unseren Annahmen alle Wasserfäden sich gleichartig bewegen, so herrscht in dem schmalen ringförmigen Raum zwischen Leit- und Laufrad, den man den Spalt nennt, überall derselbe Druck $p_0 = p_1$; derselbe wird als der Spaltdruck bezeichnet.[1]

Träte beim Übergang ins Laufrad ein Stoß ein, so verwandelte sich hierbei ein Teil der Geschwindigkeit in Druck, und es wäre die Pressung beim Eintritt ins Laufrad größer als beim Austritt aus dem Leitrad: $p_1 > p_0$.

Der Druck p_2 am Austritt aus dem Laufrad kann gleich dem Druck im umgebenden Raume gesetzt werden. Geht man von der Voraussetzung aus, daß im Saugrohr keinerlei Energie umgesetzt werde, daß also weder Druck durch Reibung verloren gehe, noch Geschwindigkeit sich in Druck umsetze, so erhält man für diesen Druck

$$\frac{p_2}{\gamma} = -H_s,$$

wenn H_s die Saughöhe, d. h. die Höhe der Mitte des Laufradaustrittes über dem Unterwasser bedeutet.

Für den Druckunterschied zwischen Ein- und Austritt des Laufrades bekommt man somit

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = H_d + H_s - \frac{c_0^2}{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (97)$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Durchflußgleichung ein, und beachtet man dabei, daß

$$H_d + H_r + H_s = H_n,$$

so nimmt sie die Form an

$$2gH_n - c_0^2 = (w_2^2 - w_1^2) - (u_2^2 - u_1^2) \quad . \quad . \quad (98)$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, daß der Durchfluß ohne Reibung vor sich gehe und daß der Übergang vom Leit-

[1]) Tatsächlich werden wegen der endlichen Weite der Kanäle die Wasserfäden nie ganz gleichartig verlaufen: daher kann auch der Spaltdruck nicht überall genau derselbe sein.

ins Laufrad stoßfrei sei. Sie enthält fünf unbekannte Geschwindigkeiten. Eine zweite Gleichung ergibt sich aus der Bedingung des stoßfreien Überganges; eine dritte erhält man aus der Bedingung, daß die absolute Austrittsgeschwindigkeit eine bestimmte günstige Richtung haben soll. Damit lassen sich zwei Geschwindigkeiten eliminieren, und wenn man endlich noch zwei willkürliche Annahmen macht, erhält man eine eindeutige Gleichung, aus der sich die Geschwindigkeiten in ihrer Abhängigkeit vom Gefälle berechnen lassen.

83. Stoßfreier Eintritt, rechtwinkliger Austritt. Ein am Anfange der Laufradschaufel stehendes Wasserteilchen habe nach Fig. 104 längs der Schaufel die relative Geschwindigkeit w_1 und mit dem Rade die Umfangsgeschwindigkeit u_1, so ist die Resultante c_1 die absolute Geschwindigkeit des Teilchens in diesem Augenblick. Dieselbe schließe mit dem Umfange den Winkel α_1 ein. Ist α_0 der Auslaufwinkel der Leitschaufel und c_0 die Geschwindigkeit, mit der das Wasser aus dem Leitrad tritt, und soll beim Übergange ins Laufrad kein Stoß, also keine plötzliche Änderung im Bewegungszustand eintreten, so müssen folgende Übereinstimmungen bestehen:

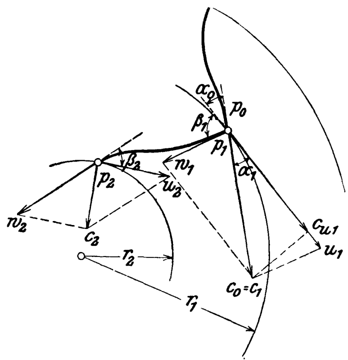

Fig. 104.

$$c_0 = c_1\,; \qquad \alpha_0 = \alpha_1\,; \qquad p_0 = p_1\,;$$

und als Bedingung für den stoßfreien Eintritt bekommt man

$$w_1^{\,2} = c_0^{\,2} + u_1^{\,2} - 2\,u_1\,c_0 \cos\alpha_0\,.$$

Führt man diesen Ausdruck in Gl. 98 ein, so nimmt diese unter Berücksichtigung der Übereinstimmungen zwischen c_0 und c_1, α_0 und α_1, die Gestalt an

$$2\,g\,H_n = w_2^{\,2} - u_2^{\,2} + 2\,u_1\,c_1 \cos\alpha_1 \quad . \quad . \quad . \quad (99)$$

Die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 aus dem Laufrad ist die Resultante von u_2 und w_2. Die entsprechende Energie geht für die Turbine verloren (soweit sie nicht hernach im konischen Saugrohr wieder in Druck umgesetzt wird); man muß also darnach trachten, c_2 möglichst klein zu halten. Dies wird erreicht, indem man den Austrittswinkel β_2 aus dem Laufrad klein wählt und zugleich darauf Bedacht nimmt, daß c_2 rechtwinklig zum Radumfang gerichtet ist.[1]) Dieser Bedingung wird genügt, wenn nach Fig. 104

$$w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 .$$

Damit geht die Gl. 98 in die Form über

$$2gH_n - c_2^2 = 2u_1 c_1 \cos\alpha_1 .$$

Schreibt man

$$c_1 \cos\alpha_1 = c_{u1} ,$$

so kann man die Durchflußgleichung in die Gestalt bringen

$$2gH_n - c_2^2 = 2u_1 c_{u1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (100)$$

Diese Gleichung setzt also stoßfreien Eintritt und rechtwinkligen Austritt voraus. Überdies sind die Verluste beim Durchgang durch die Turbine außer acht gelassen.

Da es bei eingetauchten Stauturbinen nicht auf die Höhe des Laufrades über dem Unterwasser ankommt, gilt die Gleichung auch bei wagrechter Lage der Achse, obwohl hier die Drücke p_1 und p_2 in jedem Punkte des Umfanges wieder andere Werte annehmen; der Unterschied bleibt stets derselbe.

84. Einführung der Widerstände; wirksames Gefälle. Die soeben entwickelten Gleichungen eignen sich noch nicht als Grundlagen für die Berechnung der Turbinen, weil die Reibungsverluste in der Turbine selbst vernachlässigt wurden. Diese Verluste müssen unbedingt berücksichtigt werden, und das könnte in der Weise geschehen, daß man sie als Funktionen der Geschwindigkeiten in die Rechnung einführt. Dieser Weg wird in der Tat von vielen Schriftstellern eingeschlagen, immerhin mit der Beschränkung, daß die einen Verluste eingesetzt, die andern aber vernachlässigt werden, wie es gerade für die Rechnung bequemer ist. Damit ist nicht viel gewonnen. Dafür fallen die Gleichungen so verwickelt aus, daß es äußerst schwer ist, die Einflüsse zu überblicken, die die zu treffenden Annahmen auf das Ergebnis ausüben. Es empfiehlt sich daher der folgende Weg als der übersichtlichere und somit bessere.

Man berücksichtigt den gesamten Energieverlust in der Turbine dadurch, daß man am reinen Gefälle einen entsprechenden Abzug macht. Der Rest wird dann bei Ausschluß aller Verluste den Durchfluß des Wassers gerade so bewirken, wie er tatsächlich vor sich geht. Wir bezeichnen daher diesen Teil des Gefälles als das wirksame Gefälle; es möge durch das Zeichen H_w dargestellt werden.

---

[1]) Wenn diese Richtung auch nicht genau ein Minimum für c_2 ergibt, so ist sie doch nicht weit davon entfernt. Diese Annahme empfiehlt sich außer durch ihre Bequemlichkeit für die Rechnung noch aus anderen Gründen, die später berührt werden.

Mit diesem wirksamen Gefälle wird die Rechnung durchgeführt, als ob gar keine Verluste vorhanden wären.

Hinsichtlich der Größe des Abzuges ist man allerdings auf die Erfahrung, oder, wo diese nicht ausreicht, auf die Schätzung angewiesen. Dies trifft aber auch zu, wenn man die Widerstände einzeln in die Rechnung einführt, und es ist auch unter diesem Gesichtspunkte eine Selbsttäuschung, wenn man glaubt, auf jenem Wege zu einer größeren Genauigkeit zu gelangen.

Wurde die Turbine auf Grund einer Annahme für das wirksame Gefälle durchgerechnet, so ist es nicht schwer, die Verluste im einzelnen nachzurechnen und so die gemachten Annahmen auf ihre Richtigkeit oder, besser gesagt, auf ihre Wahrscheinlichkeit zu prüfen.

Hat man eine Annahme für das wirksame Gefälle H_w gemacht, so braucht man nur in Gl. 100, Abschnitt 83, diese Größe an die Stelle von H_n zu setzen und zu schreiben

$$2gH_w - c_2^2 = 2u_1 c_{u1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101)$$

um damit die Grundlage für die Rechnung zu bekommen. Unter der Voraussetzung des stoßfreien Eintrittes und des rechtwinkligen Austrittes gilt diese Gleichung für alle Turbinenarten.

Die linke Seite der Gleichung hat eine besondere Bedeutung. Es ist H_w das Gefälle, das im Durchfluß des Wassers durch die Turbine zur Wirkung kommt; dasselbe mißt zugleich die Energie, die für die Arbeitsleistung in der Turbine zur Verfügung steht. Die Geschwindigkeit c_2 geht für die Arbeitsleistung verloren[1]); also wird das entsprechende Gefälle der Ausnutzung in der Turbine entzogen, und es kommt tatsächlich nur das Gefälle

$$H' = H_w - \frac{c_2^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

zur nützlichen Verwendung. Es wird darum auch wohl als das Nutzgefälle bezeichnet. Man könnte die Grundgleichung auch schreiben

$$H' = 2u_1 c_{u1}.$$

Es ist aber damit nichts gewonnen, da H' nicht sicherer angenommen werden kann als H_w; im Gegenteil. Zudem ist es zweckmäßig, die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 in der Rechnung und in der Wahl zu lassen, um sie je nach den Umständen so oder so ansetzen zu können.

---

[1]) Vorausgesetzt, daß nicht ein Teil davon durch ein konisches Saugrohr zurückgewonnen wird.

Unter der Voraussetzung, daß kein Wasser durch den Spalt entweiche, gibt das Verhältnis

$$\varepsilon = \frac{H'}{H}$$

an, wie groß die in der Turbine umgesetzte Energie im Verhältnis zur zugeführten ist; wir haben es darum als den hydraulischen Wirkungsgrad bezeichnet. Die Grundgleichung ließe sich damit auch so schreiben

$$2 g \varepsilon H = 2 u_1 c_{u1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101\,\mathrm{a})$$

Bei staufreien Turbinen ist das wirksame Gefälle auf den Austritt aus dem Leitapparat zu beziehen. Es findet sich somit aus dem reinen Gefälle, wenn man davon die Höhe vom Unterwasserspiegel bis zum Austritt aus dem Leitapparat und die Widerstandshöhe des letztern in Abzug bringt.

Multipliziert man die Durchflußgleichung in der Form 101 mit der Masse M des in der Sekunde durchfließenden Wassers, so nimmt sie die Gestalt an

$$M g H_w - \frac{M c_2^{\,2}}{2} = M u_1 c_{u1} \,.$$

Die linke Seite ist aber nichts anderes, als die tatsächlich auf die Turbine übertragene Leistung; somit kann man schreiben

$$L = M u_1 c_{u1} \,.$$

Diese Gleichung ergibt sich aber auch sofort aus der Eulerschen Arbeitsgleichung 95, Abschnitt 63

$$L = M(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}),$$

wenn man darin entsprechend der Annahme des rechtwinkligen Austrittes $c_{u2} = 0$ einsetzt.

9. Kapitel.

Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten und den Schaufelwinkeln.

85. Geschwindigkeitsdiagramme. Für eine neu zu berechnende Turbine ist das reine Gefälle H_n als gegeben anzusehen. An Hand der Erfahrung kann man ziemlich genau zum voraus angeben, wie groß H_w für die in Frage kommende Turbinenform ausfallen wird.

Wenn daher noch die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 gewählt wird[1]), so ist in der Durchflußgleichung 101, Abschnitt 84

$$2gH_w - c_2^2 = 2u_1 c_{u1}$$

die linke Seite bestimmt; die Gleichung kann nunmehr dazu benutzt werden, den Zusammenhang zwischen der Umfangsgeschwindigkeit u_1 des Rades und der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 oder vielmehr ihrer Umfangskomponente c_{u1} zu studieren. Dies geschieht am bequemsten durch eine graphische Konstruktion. Wir schreiben

$$v^2 = \frac{2gH_w - c_2^2}{2}$$

und können damit der Gleichung die Form erteilen

$$v^2 = u_1 c_{u1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (103)$$

Die Größe

$$v = \sqrt{2g\frac{1}{2}\left(H_w - \frac{c_2^2}{2g}\right)}$$

hat eine bestimmte Bedeutung. Der Ausdruck in der Klammer unter der Wurzel ist nach Gl. 102 nichts anderes als das Nutzgefälle; somit wäre v die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles. Aus Gl. 103 ergibt sich, daß v die mittlere geometrische Proportionale zwischen u_1 und c_{u1} ist. Zieht man daher nach Fig. 105 im Punkte A des Eintrittsumfanges eine Tangente an den letztern und schlägt man von A aus mit v als Halbmesser einen Kreisbogen; nimmt man sodann auf diesem einen beliebigen Punkt B an und zieht man von B aus die Tangente an den Bogen und die Normale zur Radtangente, so schneiden diese auf der Radtangente selbst zwei Strecken ab, zu denen v die mittlere geometrische Proportionale ist, und die daher die beiden Geschwindigkeiten u_1 und c_{u1} in demselben Maßstabe messen, in dem v aufgetragen wurde. Man kann dabei ganz nach Belieben den einen oder den andern Abschnitt für u_1 und für c_{u1} nehmen; es ergeben sich daher für einen gewählten Winkel α_1 mit jedem Punkte B zwei

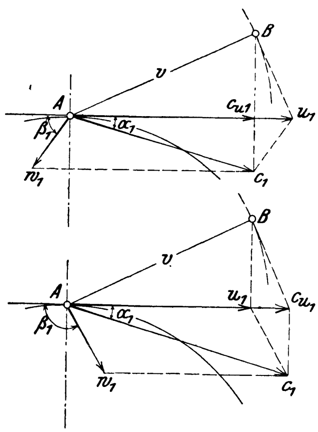

Fig. 105a und b.

[1]) Die Geschwindigkeit c_2 bedeutet einen Energieverlust; man wird sie darum tunlichst klein wählen.

verschiedene Geschwindigkeitsdiagramme, wie aus Fig. 105a und b ersichtlich ist.

Anstatt den Punkt B zu wählen, kann man ebenso gut die eine der beiden Geschwindigkeiten u_1 und c_{u1} annehmen und die andern bestimmen. Man kann aber auch von c_1 ausgehen; sobald der Winkel α_1 angenommen ist, läßt sich das Parallelogramm der Geschwindigkeiten zeichnen, und es ergeben sich alle übrigen Größen daraus.

Diese Konstruktion möge das Eintrittsdiagramm genannt werden.

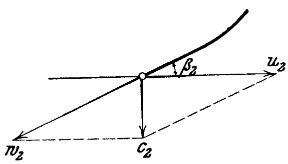

Fig. 106.

Ist u_1 bestimmt, das Verhältnis $r_1 : r_2$ gegeben oder gewählt und damit auch u_2 festgelegt, so läßt sich nunmehr auch noch das Austrittsdiagramm nach Fig. 106 aufzeichnen.

Da die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 nach Größe und Richtung bereits angenommen ist, ergibt sich aus dem Diagramm die relative Austrittsgeschwindigkeit w_2 und der Winkel β_2, unter dem die Schaufeln den Austrittsumfang treffen müssen.

86. Wahl des Austrittswinkels α_0 aus dem Leitrad. Unter der Annahme des stoßfreien Überganges darf derselbe als identisch mit dem Eintrittswinkel α_1 im Laufrad betrachtet werden. Die Freiheit, die das Eintrittsdiagramm bezüglich der Wahl der einzelnen Größen anscheinend zuläßt, ist in Wirklichkeit durch die Rücksichten auf die Widerstände und den Wirkungsgrad stark beschränkt. Um die Reibung im Laufrade möglichst herabzuziehen, soll man die Geschwindigkeiten des Durchflusses, also auch w_1 möglichst klein halten. Ein Blick auf Fig. 105 lehrt, daß man zu diesem Zwecke den Winkel α_0 möglichst klein zu wählen hat. Doch darf man damit nicht zu weit gehen, da sonst die Radabmessungen zu groß und die Umlaufzahlen zu klein ausfallen. Die üblichen Ausnahmen liegen etwa in den Grenzen

$$\alpha_0 = 18 \text{ bis } 22 \text{ bis } 25^0.$$

87. Umfangsgeschwindigkeit und Ansatzwinkel. Es wird in vielen Fällen, besonders wo man auf eine bestimmte Umlaufzahl hält, zweckmäßig sein, von der Umfangsgeschwindigkeit u_1 auszugehen. Wenn auch nach dem Eintrittsdiagramm Fig. 105 die Wahl anscheinend ganz frei ist, so hat man doch gewisse Rücksichten zu nehmen. Je nachdem $u_1 \gtreqless v$ genommen wird, fällt der Winkel β_1, unter dem die Laufradschaufeln ansetzen, $\lesseqgtr 90^0$ aus.

Für $\beta_1 > 90^0$ ergibt sich nach Fig. 107 eine stark gekrümmte, sackförmige Schaufel. Läuft der Kanal voll, wie das bei der Stauturbine der Fall ist, so wird die Ablösung des Wasserstrahls vom Schaufelrücken nicht zu vermeiden sein, auch wenn man durch Verdickung der Schaufeln in der Mitte (Rückschaufeln) eine stetige Verjüngung des Kanals nach dem Austritte hin herbeiführt. Es soll daher diese Schaufelform für Stauturbinen nicht ohne Not, d. h. nur dort angewandt werden, wo man Gewicht auf eine kleine Umlaufgeschwindigkeit legt. Hingegen leistet sie gute Dienste, wenn man durch Verbreiterung des Radkranzes den Kanalquerschnitt gegen den Austritt hin erweitert und damit dem Wasserstrahl Raum verschafft, um sich vom Schaufelrücken völlig frei zu machen, wie das bei den staufreien Turbinen der Fall ist.

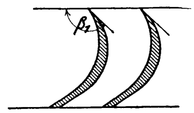

Fig. 107.

Für Stauturbinen wird in der Regel

$$u_1 \geqq v .$$

Es wird hierbei

$$\beta_1 \leqq 90^0 .$$

Wie ein Blick auf das Diagramm Fig. 105 zeigt, nimmt mit wachsender Umfangsgeschwindigkeit u_1 die Eintrittsgeschwindigkeit c_1 ab; es kommt darin eine Zunahme des Staues im Laufrad zum Ausdruck. Zugleich wird der Ansatzwinkel β_1 der Laufradschaufeln kleiner und der Eintritt der Kanäle enger. Letzteres ist im allgemeinen als ungünstig anzusehen, weil sich daraus große Durchflußgeschwindigkeiten und Widerstände ergeben. Trotzdem kann man bei außerschlächtigen Radialturbinen mit der Umfangsgeschwindigkeit u_1 recht weit gehen, wenn man große Umlaufzahlen erzielen soll. Fällt hierbei auch β_1 klein aus, so weisen dennoch die Laufradkanäle, da sie nach der Mitte zusammenlaufen, noch immer eine genügende Verjüngung auf, so daß die Eintrittsgeschwindigkeit w_1 immer noch klein gegen w_2 bleibt. Die Schaufeln erhalten dabei eine der gewöhnlichen entgegengesetzte Krümmung, d. h. die führende Fläche wird konvex, wie in Fig. 108 gezeigt ist.[1])

Fig. 108.

[1]) Der Verfasser, „Niederdruckturbinen mit gesteigerter Umlaufzahl" Schweiz. Bauzeitung 1898, Bd. 31, S. 12.

88. Stauverhältnis. Die Größe der Stauung, die das Wasser beim Durchfluß durch das Laufrad erleidet, könnte durch den Spaltüberdruck gemessen werden. Bequemer ist indessen der folgende Maßstab.

Beim Austritt aus dem Leitrad wohnt dem Wasser eine kinetische Energie inne, die durch die Geschwindigkeitshöhe $c_0^2 : 2g$ gemessen wird. Beim Austritt aus dem Laufrad besitzt das Wasser noch eine kinetische Energie, die durch die Geschwindigkeitshöhe $c_2^2 : 2g$ dargestellt wird; die Differenz

$$\frac{c_0^2 - c_2^2}{2g}$$

ist somit die kinetische Energie, die im Laufrad verwertet wurde. Die ganze Energie, die vom Laufrad aufgenommen wird, entspricht dem Nutzgefälle H'. Der Unterschied

$$H' - \frac{c_0^2 - c_2^2}{2g}$$

stellt offenbar den Vorrat an potentieller Energie dar, der beim Austritt aus dem Leitrad vorhanden war.[1]) Das Verhältnis dieser Energie zur ganzen, im Nutzgefälle H' verkörperten Energie ist um so größer, je stärker das Wasser im Laufrad gestaut wird; es kann daher zum Messen des Staues gebraucht werden. Dieses Verhältnis

$$\sigma = 1 - \frac{c_0^2 - c_2^2}{2gH'} \qquad (103)$$

möge darum das Stauverhältnis genannt werden.[2])

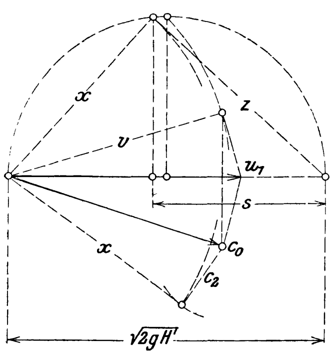

Fig. 109.

Das Stauverhältnis läßt sich nach Fig. 109 leicht konstruieren. Als Grundlage dient die Geschwindigkeit des Nutzgefälles

$$\sqrt{2gH'} = \sqrt{2gH_w - c_2^2},$$

und der darüber geschlagene Halbkreis. Nachdem die Geschwindigkeit v des halben Nutzgefälles als Sehne des Viertelskreises graphisch bestimmt wurde, zeichnet man das Eintrittsdiagramm. Sodann bestimmt man

[1]) Es ist hier vorausgesetzt, daß die Radhöhe H_r vernachlässigt werden dürfe.

[2]) Es wird gewöhnlich Reaktionsverhältnis geheißen. Man tut besser, diesem unklaren Ausdruck aus dem Wege zu gehen.

$$x = \sqrt{c_0^2 - c_2^2}$$

und schneidet mit dem Kreisbogen vom Halbmesser x in den Halbkreis ein. Die Projektion des Schnittpunktes schneidet eine Strecke s ab, die, mit der Geschwindigkeit des Nutzgefälles gemessen, das Stauverhältnis darstellt, wie leicht zu beweisen ist. Es ist nämlich

$$x^2 = c_0^2 - c_2^2$$

$$z^2 = 2gH' - x^2,$$

zugleich aber auch

$$z^2 = s\sqrt{2gH'},$$

und daher

$$\frac{s}{\sqrt{2gH'}} = 1 - \frac{c_0^2 - c_2^2}{2gH'} = \sigma.$$

Sind die Größen H_w und c_2 für eine gewisse Anlage ermittelt oder gewählt und ist α_0 angenommen worden, so kann man von den drei Größen c_0, u_1 und σ je eine annehmen und die übrigen durch Konstruktion finden.

Die rechnerische Behandlung der Frage könnte auf folgendem Wege vor sich gehen. Es ist

$$\sigma = 1 - \frac{c_0^2}{2gH'} + \frac{c_2^2}{2gH'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

Sodann hat man nach Fig. 110

$$\frac{u_1}{c_0} = \frac{\sin(\alpha_0 + \beta_1)}{\sin\beta_1}.$$

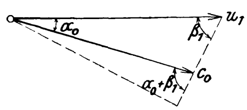

Fig. 110.

Setzt man den hieraus sich ergebenden Ausdruck für u_1 in die Durchflußgleichung

$$2gH' = 2u_1 c_0 \cos\alpha_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (100\text{a})$$

ein, leitet man daraus einen Ausdruck für c_0 ab und führt man endlich diesen in Gl. 103 ein, so erhält man schließlich für das Stauverhältnis

$$\sigma = 1 - \frac{1}{2}\,\frac{\sin\beta_1}{\sin(\alpha_0 + \beta_1)\cos\alpha_0} + \frac{c_2^2}{2gH'} \quad . \quad . \quad (103\text{a})$$

Der Zusammenhang zwischen der Austrittsgeschwindigkeit c_0 aus dem Leitrad, der Umfangsgeschwindigkeit u_1 des Laufrades und dem Stauverhältnis σ läßt sich am leichtesten übersehen, wenn man schreibt

$$c_0 = i\sqrt{2gH_n}$$

$$u_1 = k\sqrt{2gH_n},$$

wobei H_n das reine Gefälle bedeutet. Aus der Durchflußgleichung 100a erhält man, wenn für c_0 und u_1 diese Schreibweise benutzt wird,

$$c_0 = \frac{H'}{H_n} \, \frac{1}{2k \, \cos\alpha_0} \sqrt{2gH_n}$$

oder

$$i = \frac{H'}{H_n} \, \frac{1}{2k \cos\alpha} .$$

Für σ findet man aus Gl. 103 mit obigem Werte von c_0 den Ausdruck

$$\sigma = 1 - \frac{H'}{H_n} \, \frac{1}{4k^2 \cos^2\alpha} + \frac{c_2^{\,2}}{2gH_n} \, \frac{H_n}{H'} .$$

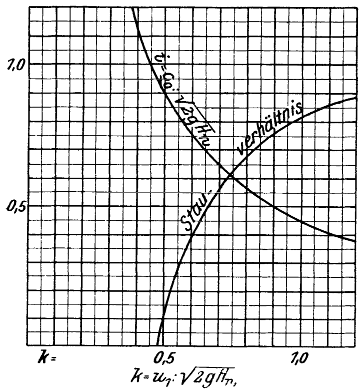

Fig. 111.

Mit den besonderen Werten

$$H_w = 0{,}90\,H_n$$

$$\frac{c_2^{\,2}}{2g} = 0{,}05\,H_n$$

$$H' = 0{,}85\,H_n$$

$$\alpha_0 = 20^0$$

wurde die graphische Tabelle (Fig. 111) berechnet. Das Stauverhältnis wird gleich null, wenn

$$i = 0{,}949$$

$$k = 0{,}477.$$

Diese Werte entsprechen also dem staufreien Durchfluß.

Negative Werte von σ ergäben Ausflußgeschwindigkeiten c_0, die über die Gefällsgeschwindigkeit hinausgingen; das Laufrad übte eine saugende Wirkung aus und müßte im Anfang Energie auf das Wasser übertragen, was natürlich für Turbinen keinen Sinn hätte, wohl aber für Zentrifugalpumpen.

Gewöhnlich ist i etwas größer als k, und es liegt σ zumeist zwischen 0,5 und 0,65; d. h. es ist beim Übergange ins Laufrad die größere Hälfte der Energie noch als Druck vorhanden.

89. Geschwindigkeiten und Winkel bei staufreien Turbinen. Bei der Girard-Turbine hat die Austrittsgeschwindigkeit c_0 aus dem Leitapparat einen ganz bestimmten Wert

$$c_0 = \sqrt{2gH_w}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (104)$$

wobei H_w das wirksame Gefälle bis zum Austritt aus dem Leitapparat bedeutet. Es wäre leicht, die Beziehungen zwischen den

Winkeln und Geschwindigkeiten aus der Durchflußgleichung in der Form 100 abzuleiten. Man bekommt indessen ein deutlicheres Bild, wenn man von der Form 87, Abschnitt 62 ausgeht:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g},$$

bei der das Radgefälle und die Reibung im Laufrad vernachlässigt sind.[1]) Da bei der staufreien Turbine $p_1 = p_2$ ist, kann die Gleichung auf die Form gebracht werden

$$w_2^2 - u_2^2 = w_1^2 - u_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (105)$$

Soll das Wasser rechtwinklig zum Radumfang austreten, so ist die Bedingung zu erfüllen

$$w_2^2 - u_2^2 = c_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (106)$$

Durch Gleichsetzen von Gl. 105 und 106 bekommt man die Durchflußgleichung in der bequemsten Form:

$$w_1^2 - u_1^2 = c_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (107)$$

Die Gleichung setzt stoßfreien Eintritt voraus und gilt ohne Unterschied für Radial- und Axialturbinen.[2])

Die Untersuchung soll zunächst für eine Axialturbine durchgeführt werden. Hier ist $u_2 = u_1$ und also auch $w_2 = w_1$. Fig. 112 läßt er-

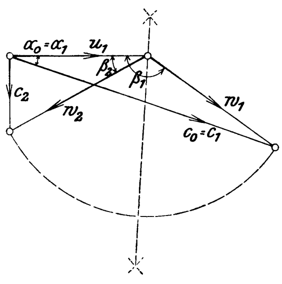

Fig. 112.

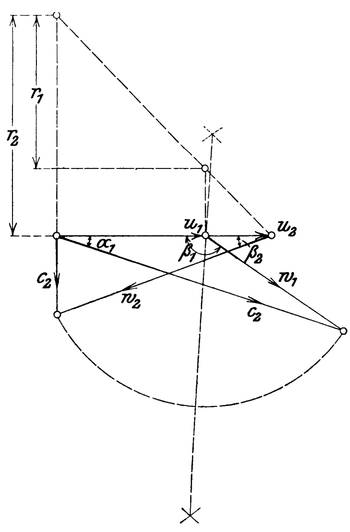

Fig. 113.

[1]) Da das Radgefälle und die Reibung in entgegengesetztem Sinne wirken, kann man ohne zu großen Fehler die beiden Einflüsse gegeneinander wett schlagen.

[2]) Bei staufreien Turbinen mit liegender Welle ist das wirksame Gefälle für jeden Punkt des Leitradaustrittes wieder ein anderes. Auf eine derartige Verwicklung kann man sich bei der Rechnung unmöglich einlassen; man wird eben von einem Mittelwerte ausgehen müssen.

kennen, wie mit einem gegebenen Werte von $c_0 = c_1$, gewähltem Winkel $\alpha_0 = \alpha_1$, und angenommener Austrittsgeschwindigkeit c_2 die sämtlichen übrigen Größen durch eine einfache Konstruktion gefunden werden können. Dieselbe beruht darauf, daß c_1, u_1 und w_1 das Eintrittsparallelogramm liefern müssen und daß $w_1 = w_2$.

Für die Radialturbinen ist die Konstruktion nach Fig. 113 abzuändern. Es ist hier angenommen, daß $r_2 > r_1$. Dementsprechend fällt $w_2 > w_1$ aus; das Wasser erfährt längs der Schaufeln eine Beschleunigung. Bei einer außerschlächtigen Turbine träte umgekehrt eine Verzögerung ein.

90. Absolute Austrittsgeschwindigkeit bei veränderter Umfangsgeschwindigkeit. Wenn die Geschwindigkeit c_0 und der Winkel α_0 für den Austritt aus dem Leitapparat einer Girard-Turbine gegeben oder gewählt sind, so entspricht dem nach Geschwindigkeit und Richtung angenommenen absoluten Austritt aus dem Laufrad eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit u_1 und ein gewisser Ansatzwinkel β_1. Man kann die Sache umdrehen und fragen, wie sich der Austritt gestalte, wenn man bei unveränderten Werten von c_0, α_0 und β_2 die Umfangsgeschwindigkeit u_1 variiert; dabei muß der Winkel β_1 des stoßfreien Eintrittes wegen dem Wechsel ebenfalls folgen. Diese Frage wird für die axiale Turbine, wo $w_2 = w_1$ ist, durch die leicht verständliche Konstruktion (Fig. 114) beantwortet. Die Endpunkte der verschiedenen Werte von c_2 liegen auf einer Kurve, über deren Natur die folgende Betrachtung Aufschluß gibt.

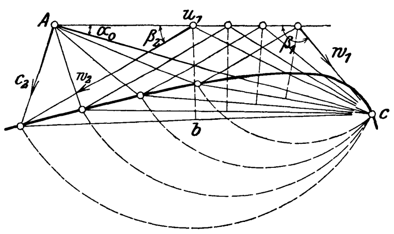

Fig. 114.

Dreht sich mit wachsendem u_1 der Strahl w_1 um einen gewissen Winkel, so beschreibt die Höhenlinie des gleichschenkligen Dreieckes $w_1 w_2$ den halben Winkel; desgleichen die Grundlinie b. Zöge man die mit ihren Scheiteln zusammenfallenden Strahlenbüschel w_1 und b auseinander, so ständen sie als Büschel von Zentri- und Peripheriewinkeln über demselben Kreise; sie sind daher als projektivisch ausgewiesen. Da das Büschel paralleler Strahlen w_2 mit dem Büschel w_1 über derselben Punktreihe u_1 steht, sind die Büschel b und w_2 projektivisch zueinander; ihr Durchschnitt bildet somit einen Kegelschnitt, und zwar eine Hyperbel.

Für die Radialturbine würde sich das Ergebnis ähnlich gestalten, da das Büschel w_2 über der Punktreihe u_2 steht, die der Punktreihe u_1 ähnlich ist.

Den Minimalwert von c_2 für die gegebenen Größen c_0, α_0 und α_2 erhält man durch Fällen der Normalen von A aus auf die Hyperbel. Dieselbe steht nicht rechtwinklig auf dem Umfang; sie ist vielmehr etwas nach vorne gerichtet. Der Unterschied gegenüber dem rechtwinkligen Werte ist indessen so klein, daß er als belanglos erscheint. Wir begehen somit keinen merklichen Fehler, wenn wir unseren Rechnungen den rechtwinkligen Austritt zugrunde legen.

91. Zusammenhang zwischen den verschiedenen Geschwindigkeiten bei Stauturbinen. Will man den Einfluß verfolgen, den eine bestimmte Geschwindigkeit erleidet, wenn sich die übrigen ändern, so greift man am besten auf die Form 98 der Durchflußgleichung zurück. Sie wird dabei so geordnet, daß die zu untersuchende Größe für sich allein zu stehen kommt, z. B.

$$w_2{}^2 = 2gH_w - c_0{}^2 + w_1{}^2 - u_1{}^2 + u_2{}^2 .$$

Man kann innerhalb der Grenzen der Möglichkeit und der Zweckmäßigkeit die vier Geschwindigkeiten rechts annehmen und die fünfte bestimmen. Dabei ist Rücksicht darauf zu nehmen, daß u_1 und u_2 in demselben Verhältnis zueinander stehen wie die Halbmesser, und daß c_0, w_1 und u_1 miteinander das Eintrittsparallelogramm zu bilden haben, daß also zwei zusammen immer größer als die dritte sein müssen.

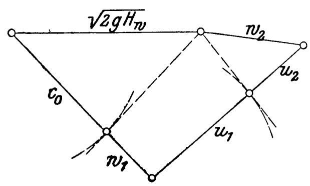

Fig. 115.

Fig. 115 zeigt, wie die Gleichung mit rechtwinkligen Dreiecken konstruiert werden kann, wie man z. B. mit H_w, c_0, w_1, u_1 uud u_2 die Geschwindigkeit w_2 finden kann. Diese letztere liefert mit u_2 und der beliebig zu wählenden absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_2 das Parallelogramm für den Austritt und damit auch den Winkel β_2.

10. Kapitel.

Energie- und Wasserverluste in der Turbine.

92. Druckverluste im Leitrad. Wenn es für die Berechnung einer neuen Turbine auch bequemer und zugleich genau genug ist, den sämtlichen Verlusten, die in der Turbine auftreten, durch einen schätzungsweise vorgenommenen Abzug am reinen Gefälle Rechnung zu tragen, so wird doch unter gewissen Umständen eine nachträgliche Überprüfung nicht zu umgehen sein; es sollen daher die sämtlichen Verluste einer Besprechung unterworfen werden.

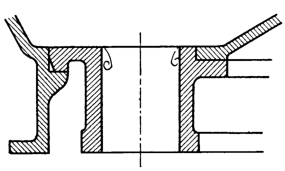
Fig. 116.

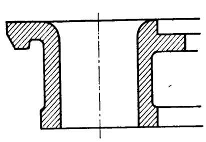
Fig. 117.

Beim Eintritt ins Leitrad können den Rändern der Kränze entlang nach Fig. 116 Verluste durch Kontraktion entstehen. Sie sind etwa nach Abschnitt 32 Fig. 44a zu beurteilen. Durch Abrunden der Kanten nach Fig. 117 lassen sie sich vermeiden.

Durch Stoß des Wassers auf die Schaufelkanten geht ein Teil der Bewegungsenergie des einströmenden Wassers verloren; unter

Verwendung der Bezeichnung aus Fig. 118 kann er durch den Ausdruck

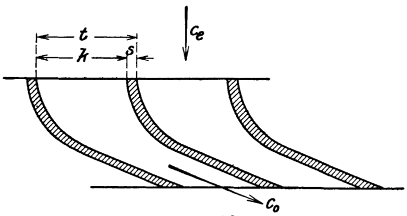

Fig. 118.

$$H_{ve} = \frac{c_e^2}{2g} \frac{s}{t}$$

dargestellt werden. Er ist nicht bedeutend und läßt sich durch Zuschärfen der Kanten noch wesentlich herabziehen.

Unter der Voraussetzung, daß c_e^2 klein gegen c_0^2 sei, kann der Reibungsverlust in den Leitkanälen wie derjenige in einer gut abgerundeten Mündung nach Abschnitt 28 und 38 behandelt werden. Der entsprechende Druckverlust wäre also

$$H_{v0} = \zeta_0 \frac{c_0^2}{2g};$$

dabei ist etwa zu nehmen

$$\zeta_0 = 0{,}08 \text{ bis } 0{,}10\,.$$

Es müssen aber hierbei die Schaufeln möglichst kurz und doch so gestaltet sein, daß sie das Wasser stetig ablenken und beim Austritt zwanglos führen (vgl. Abschnitt 69).

93. Verluste beim Eintritt ins Laufrad. Nach Abschnitt 83 hat man durch passende Wahl der Geschwindigkeiten und Schaufelwinkel dafür zu sorgen, daß das Wasser in der Richtung der Schaufelansätze herbeifließt. Indessen treten, selbst wenn diese Bedingung erfüllt ist, wegen der endlichen Dicke der Schaufeln stets gewisse Stoßverluste auf.

Da ist vor allem der Stoß auf die Eintrittskanten, der nach Abschnitt 92 berechnet und durch Zuschärfung derselben vermindert werden kann. Es stelle Fig. 119 die Ansätze der gußeisernen Schaufeln einer axialen Stauturbine dar, die nach der punktierten Linie gegossen und mit Meißel und Feile hernach zugeschärft worden sind. Die schädlichste Erscheinung, die beim Eintritt sich zeigen kann, ist die Bildung von Wirbeln am Schaufelrücken, wie sie in der Figur angedeutet sind; und es würde sich fragen, in welcher Richtung das Wasser herbeifließen muß, damit sie nicht entstehen. Man hat hier die Wahl, ob man eine plötzliche Ablenkung des Strahles mehr auf der Vorder- oder mehr auf der Rückseite der Zuschärfung bekommen will. Der günstigste Fall dürfte etwa in der

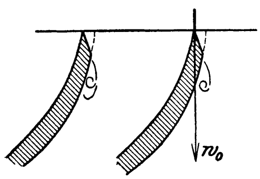

Fig. 119.

Mitte liegen, d. h. das Wasser soll relativ zum Schaufelansatz etwa in der Halbierungsrichtung der Zuschärfung eintreten. Dabei bestimmt sich die relative Eintrittsgeschwindigkeit w_0 nach Größe und Richtung daraus, daß sie die der Umfangsgeschwindigkeit u_1 zugeordnete zweite Komponente von c_0 ist.

Bei staufreien Turbinen ist unbedingt ein Aufschlagen auf den Rücken der Zuschärfung zu vermeiden, da dies eine Zersplitterung des frei strömenden Wasserstrahles zur Folge hätte; hier muß also w_0 in die Flucht des Rückens fallen.

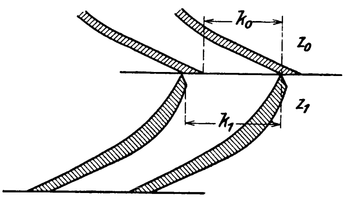

Fig. 120.

Unausweichlich ist bei Stauturbinen der folgende Stoßverlust, der seine Ursache in der Verengung der Querschnitte durch die Schaufeln hat. Es bedeuten c_{m0} und c_{m1} die Geschwindigkeitskomponenten normal zum Umfange beim Austritt aus dem Leitrad und beim Eintritt ins Laufrad; ferner seien nach Fig. 120 die lichten Kanalweiten in der Richtung des Umfanges mit k_0 und k_1 bezeichnet, während z_0 und z_1 die Schaufelzahlen bedeuten. Es besteht offenbar die Bezeichnung

$$c_{m0} k_0 z_0 = c_{m1} k_1 z_1$$

oder

$$c_{m1} = c_{m0} \frac{k_0 z_0}{k_1 z_1}.$$

Da die Leitschaufeln flach auslaufen und die Laufradschaufeln steil ansetzen, ist $k_0 z_0 < k_1 z_1$ oder $c_{m1} < c_{m0}$. Es geht somit beim Übertritt ins Laufrad eine Geschwindigkeitshöhe verloren

$$H_{v01} = \frac{(c_{m0} - c_{m1})^2}{2g}.$$

Der Verlust ist um so geringer, je dünner die Schaufeln sind; man übersieht sofort, daß für unendlich dünne Schaufeln $k_0 z_0 = k_1 z_1$, also auch $c_{m0} = c_{m1}$ würde. Unter normalen Verhältnissen ist der Verlust unbedeutend. Dabei soll als normale Geschwindigkeit der Turbine diejenige bezeichnet werden, bei der das Wasser vor und nach dem Eintritt ins Laufrad dieselbe Umfangskomponente besitzt, bei der also $c_{u0} = c_{u1}$ ist.

Trotz der Zuschärfung der Schaufeln im Laufrad erfährt der Austrittsquerschnitt aus dem Leitrad eine merkliche Verengung durch die endliche Dicke der Schaufel; man trägt derselben durch eine entsprechende Vergrößerung der Radbreite Rechnung. Ist t_1

nach Fig. 121 die Schaufelteilung beim Eintritt und s_1 die Schaufeldicke, so müßte die Verbreitung im Verhältnis von $(t_1 - s_1) : t_1$ vorgenommen werden. Welchen Wert man für s_1 einzuführen hat, darüber können allerdings bei zugeschärften Schaufeln Zweifel bestehen; man wird sicherheitshalber nicht zu niedrig greifen.

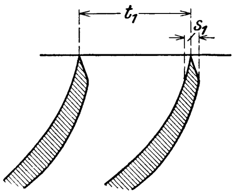

Fig. 121.

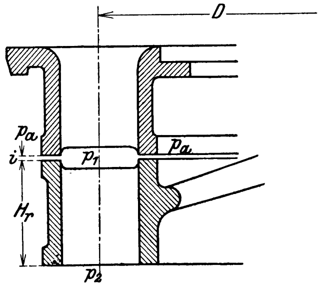

Fig. 122.

Bei Turbinen mit radialem Durchflusse ist es zweckmäßig, die Breite des Laufrades etwas größer als diejenige des Leitrades zu nehmen, damit nicht schon durch eine kleine Ungenauigkeit in der axialen Stellung eine Verengung des Übergangsquerschnittes herbeigeführt werde.

Die Übergangsverluste werden etwas gemildert, wenn man nach Fig. 122 zwischen Leit- und Laufradschaufeln etwas Spielraum läßt; das Wasser hat alsdann Gelegenheit, diejenige Bewegung anzunehmen, die ihm den geringsten Zwang auferlegt.

94. Wasserverlust am Spalt. Bei Turbinen mit gestautem Durchfluß ist der Druck p_1 beim Eintritt ins Laufrad erheblich größer als beim Austritt und in dem Raum, der das Laufrad umgibt. Die Folge davon ist, daß durch den Spielraum zwischen den Radkränzen eine gewisse Wassermenge entweicht; damit geht selbstverständlich auch die entsprechende Energie verloren. Die entweichende Wassermenge, die man als den Spaltverlust bezeichnet, läßt sich folgendermaßen überschlagen.

Bedeutet nach Fig. 122 p_a den Druck außen am Spalt, und steht jener Raum in reichlicher Verbindung mit dem Austritt, so kann man nach Fig. 103, Abschnitt 82, annehmen, daß die Beziehung bestehe

$$\frac{p_1 - p_a}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r,$$

woraus

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{p_1 - p_a}{\gamma} - H_r.$$

Führt man diesen Wert in die Gl. 97, Abschnitt 82, ein, so findet sich

$$\frac{p_1 - p_a}{\gamma} = H_n - \frac{c_0^{\,2}}{2g}.$$

Ist c_0 bekannt, so ist es also auch der Überdruck am Spalt. Bezeichnet F_s die Spaltfläche, für die sich der Ausdruck ergibt

$$F_s = 2\pi D i\,,$$

wobei i die lichte Spaltweite bedeutet, so findet sich schließlich der Spaltverlust

$$Q_s = F_s \mu \sqrt{2g\,\frac{p_1 - p_a}{\gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

Der Ausflußkoeffizient μ mag etwa 0,5 bis 0,6 gesetzt werden. In der Regel wird man angenähert rechnen dürfen

$$\frac{p_1 - p_a}{\gamma} = \tfrac{1}{2} H_n\,.$$

Die Spaltbreite muß groß genug sein, damit sich das Laufrad frei drehen könne. In Fig. 123 soll ein Laufrad dargestellt sein, das beim Aufkeilen etwas schräg zu stehen kam. Es geht sofort aus der Skizze hervor, daß der axiale Spielraum i_a größer sein muß als der radiale i_r, sofern der Radhalbmesser größer ist als die Radbreite, was tatsächlich wohl immer zutrifft. Es braucht somit die Axialturbine mehr Spiel als die Radialturbine. Dazu kommt noch, daß bei der Axialturbine die Spaltbreite wächst, wenn sich der Spurzapfen abnützt. Bei Radialturbinen wird die Spaltbreite davon nicht berührt.

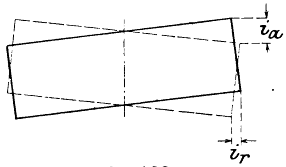

Fig. 123.

Die Spaltbreite wird man selbst bei kleinen Jouval-Turbinen kaum unter 2 mm nehmen dürfen, während diese Breite auch bei größeren Francis-Turbinen ausreichen dürfte.

Der Spaltverlust kann auch unter normalen Verhältnissen mehrere Hundertstel der ganzen Wassermenge ausmachen. Bei ungenauer Einstellung steigt er außerordentlich hoch an. Man sucht dem Verlust entgegenzuarbeiten, indem man den Druck p_a durch Verengung der Verbindung mit dem Austritt steigert oder indem man Labyrinthdichtungen nach Fig. 124 verwendet.

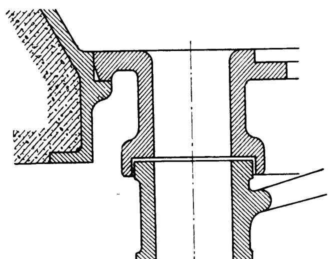
Fig. 124.

Bei sandhaltigem Wasser nützen

sich die Ränder am Spalt rasch ab. Man pflegt sie wohl mit auswechselbaren Ringen zu besetzen.

Der Spaltverlust ist bei der Bemessung der Laufradquerschnitte in Abzug zu bringen.

Bei der staufreien Turbine entweicht am Spalt kein Wasser. Man pflegt den Spalt sehr reichlich zu nehmen, um den Zutritt der Luft zu erleichtern.

95. Der **Druckverlust im Laufrad** der Stauturbinen hängt in erster Linie von der größten darin vorkommenden Geschwindigkeit w_2 ab, und man pflegt auch hier zu schreiben

$$H_{v2} = \zeta_2 \frac{w_2^2}{2g}.$$

Der Widerstandskoeffizient ζ_2 bewegt sich ungefähr zwischen den Grenzen

$$\zeta_2 = 0{,}08 \text{ bis } 0{,}12.$$

Die kleinere Zahl wäre etwa für die stark verjüngten Kanäle der außerschlächtigen Turbinen, die größere für die lang gestreckten Schaufeln der innerschlächtigen Turbinen zu verwenden.

Wie übrigens der Reibungsverlust mit der Bauart der Turbine zusammenhängt, zeigt die folgende Betrachtung.

Die Durchflußgleichung 98, Abschnitt 82,

$$2gH_w - c_0^2 = (w_2^2 - w_1^2) - (u_2^2 - u_1^2)$$

kann auf die Form gebracht werden

$$w_2^2 = 2gH_w - c_0^2 = w_1^2 + (u_2^2 - u_1^2).$$

Da c_0 und w_1 für gegebene Gefälls- und Winkelverhältnisse bestimmte Werte haben, hängt w_2^2 und damit auch H_{v2} nur von $u_2^2 - u_1^2$ ab. Der Reibungsverlust wird am größten für die innerschlächtige Turbine, wo $u_2 > u_1$, während er für die außerschlächtige Turbine mit $u_2 < u_1$ am kleinsten ist; die Axialturbine hält die Mitte zwischen beiden.

Stark verjüngte Kanäle zeigen günstigere Reibungsverhältnisse. Schwach verjüngte Kanäle sind zu vermeiden. Nimmt man die Stauung als Maß für die Verjüngung an, so kann man dies in der Form aussprechen, daß es *unzweckmäßig ist, Turbinen mit schwacher Stauung zu bauen.* Bei der sogenannten *Grenzturbine* haben die Kanäle überall denselben Querschnitt; die Stauung ist null, und die Geschwindigkeit hat überall den Höchstwert w_2. Daraus muß sich eine große Reibung und ein schlechter Wirkungsgrad ergeben, und dies um so mehr, als bei der sackförmigen Gestalt der Schaufeln ein Ablösen des Wassers vom

Rücken der Schaufel mit nachfolgender plötzlicher Erweiterung gar nicht zu vermeiden ist.

Bei der staufreien Turbine, deren Querschnitte sich nach dem Austritte hin erweitern, löst sich der Strahl vollständig und bleibend vom Schaufelrücken ab; er liegt nur an einer Seite an, und darum ist die Reibung verhältnismäßig kleiner. Man sucht sie dadurch noch weiter zu vermindern, daß man durch Wahl eines sackförmigen Schaufelprofiles die relative Eintrittsgeschwindigkeit w_1 möglichst klein hält. Mangels genauerer Erfahrung mag der Reibungsverlust geschätzt werden zu ungefähr:

$$H_{v2} = 0{,}15 \frac{w_1^2}{2g} .$$

Auch hier tritt bei der innerschlächtigen Turbine wegen der Beschleunigung der relativen Geschwindigkeit längs der Schaufel eine Steigerung des Reibungsverlustes ein.

96. Austrittsverlust. Das Wasser verläßt das Laufrad mit einer gewissen absoluten Geschwindigkeit c_2, die sich nach Fig. 125 als Resultante von u_2 und w_2 ergibt. Den entsprechenden Energieverlust pflegt man als Gefällsverlust in die Rechnung zu setzen, indem man schreibt

$$\frac{c_2^2}{2g} = \varphi H_n .$$

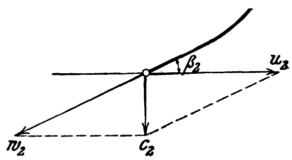

Fig. 125.

Dabei würde also φ angeben, welchen Bruchteil des reinen Gefälles jener Verlust ausmacht.

Fig. 125 läßt sofort erkennen, wie man durch Verkleinern des Austrittswinkels β_2 den Verlust beliebig vermindern kann. Die Rücksicht auf die Größe der Turbine, die mit abnehmender Geschwindigkeit c_2 einen immer größeren Austrittsquerschnitt brauchte, legt indessen gewisse Beschränkungen auf.

Es ist zweckmäßig, von der Wahl von φ auszugehen, da man hierbei gleich den Austrittsverlust im Energiebudget hat. Man setzt in der Regel

$$\varphi = 0{,}04 \text{ bis } 0{,}06 ,$$

d. h. man opfert von vornherein 4 bis 6 v. H. des Gefälles für den Austrittsverlust, geht aber, namentlich dort, wo große Umlaufzahlen verlangt werden, bis auf 10 v. H. Übrigens kommt es hierbei noch darauf an, ob man durch ein konisches Saugrohr einen Teil der Austrittsenergie zurückgewinnen können oder nicht.

97. Energieumsatz im Saugrohr. Damit die Energie, die in der Austrittsgeschwindigkeit c_2 enthalten ist, im Saugrohr möglichst vollständig in Spannungsenergie verwandelt werde, muß vor allem der Übergang aus dem Laufrad ins Saugrohr stetig und wirbelfrei vor sich gehen. Das ist denn auch der Grund, warum man die Austrittsgeschwindigkeit normal zum Umfang richtet. Ferner soll der Austrittsquerschnitt stetig in denjenigen des Saugrohres übergehen. Diese Bedingung läßt sich nur bei der Francis-Turbine befriedigend, aber wegen der endlichen Dicke der Schaufeln selbst hier nicht genau erfüllen. Sodann muß sich das Saugrohr nach dem Austritt hin langsam und stetig erweitern. Bezüglich der Größe der Verluste und der Umsätze kann auf Abschnitt 40 verwiesen werden.

Das Saugrohr wird etwa im Betonfundament der Turbine ausgespart, wie in Fig. 126 angedeutet ist. Das hat den Vorteil, daß man den Querschnitt aus der Kreisform ganz allmählich in die Rechteckform überführen und zugleich das Saugrohr in die Richtung des Unterwasserkanals abbiegen kann. Es läßt sich dadurch beim Austritt noch eine Depression des Unterwassers erzielen; das reine Gefälle wäre dann bis dorthin zu messen, wo der Unterwasserspiegel seine normale Höhe angenommen hat.

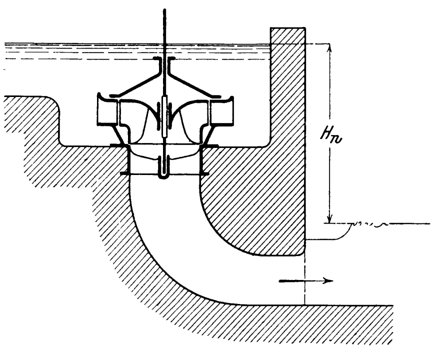

Fig. 126.

Der Austritt aus dem Saugrohr muß frei sein; sollte der Druck dort infolge einer Stauung größer sein, als dem Stand des Unterwassers entspräche, so bedeutete dies einen entsprechenden Gefällsverlust.

98. Die **Größe des wirksamen Gefälles** H_w und des Austrittsverlustes $c_2^2 : 2g$, verglichen mit dem reinen Gefälle H_n, kann zum Zwecke der Bestimmungen der Abmessungen ungefähr nach folgender Zusammenstellung angenommen werden:

	H_w	$\frac{c_2^2}{2g}$
Langsam gehende Francis-Turbine mit Spiralgehäuse und langem konischen Saugrohr	0,90	0,04 bis 0,06
Normale Francis-Turbine, sonst wie oben	0,92	0,05 bis 0,06
Schnell gehende Francis-Turbine, sonst wie oben	0,85 bis 0,88	0,06 bis 0,10

Normale Francis-Turbine, ohne Spiralgehäuse, mit kurzem Saugrohr . .	0,88	0,05 bis 0,06
Jouval-Turbine	0,85	0,05 bis 0,06
Staufreie Turbine nach Girard[1] . .	0,90 bis 0,92	0,05 bis 0,06
Löffelrad mit konischer Düse[1] . . .	0,92 bis 0,95	— —

Es ist ratsam, eher mit einem etwas zu kleinen wirksamen Gefälle zu rechnen; man erhält dann etwas zu große Querschnitte und ist um so sicherer, daß man die vorgeschriebene Wassermenge tatsächlich durchsetzen kann. Der Einfluß eines kleinen Fehlers im Gefälle auf die Geschwindigkeit ist belanglos.

[1] Hier ist das wirksame Gefälle auf den Austritt aus dem Leitapparat zu beziehen, vgl. Abschnitt 84.

IV. Die besonderen Turbinenformen.

A. Die Turbinen mit staufreiem Durchfluß.

11. Kapitel.

Die Girard-Turbine.

99. Geschwindigkeitsdiagramm unter Berücksichtigung der Widerstände. Kennzeichnend für die Girard-Turbine sind die Verbreiterung des Laufrades am Austritt und die sackförmigen Schaufeln, beide bedingt durch den staufreien Durchfluß. Die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitapparat entspricht dem wirksamen Gefälle bis zum Austritt aus den Leitkanälen. Um das wirksame Gefälle zu bekommen, hat man somit vom reinen Gefälle zunächst das Freihängen und die Laufradhöhe und weiterhin noch die Widerstände im Leitapparat in Abzug zu bringen.

Für das Freihängen genügt eine Höhe von 10 bis 15 cm, wenn der Unterwasserspiegel sich nur wenig ändert. Wo er größeren Schwankungen unterworfen ist, muß man eben die Turbine höher hängen, oder wenn man diesen Gefällsverlust vermeiden will, sie mit einem Saugrohr ausstatten (vgl. Abschnitt 75). Die Radhöhe muß vorläufig schätzungsweise angenommen werden; sie beträgt wohl selten mehr als 30 cm.

Bezeichnet H_n' das reine Gefälle bis Unterkante Leitrad, so mag man setzen

$$H_w = 0{,}9\, H_n';$$

d. h. der Verlust im Leitapparat beträgt etwa 9 bis 10 v. H. des reinen Gefälles. Die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 sei etwa so angesetzt, daß die entsprechende Geschwindigkeitshöhe 5 v. H. des reinen Gefälles ausmacht, also

$$c_2^2 = 0{,}05 \cdot 2g\, H_n'.$$

Wählt man noch

$$\alpha_0 = 20 \text{ bis } 25^0,$$

so kann man nach Abschnitt 89, Fig. 112 oder 113 des Geschwindigkeitsdiagramm aufzeichnen. Die dort gemachte Annahme, daß der Einfluß des Radgefälles und der Reibung im Laufrad sich aufheben, ist ungenau, und es soll daher das Diagramm hier noch einmal, aber unter genauerer Berücksichtigung der tatsächlichen Verhältnisse besprochen werden. Eine Vereinfachung soll immerhin in dem Sinne platzgreifen, daß der Einfluß der Radhöhe als verschwindend klein angesehen wird.[1])

Zunächst bekommt man wegen der endlichen Dicke der Schaufeln einen Stoß beim Eintritt ins Laufrad. Nach Abschnitt 93 soll die relative Eintrittsgeschwindigkeit w_0 in die Richtung der Zuschärfung fallen, wie Fig. 127 zeigt. Ist δ der Zuschärfungswinkel, so kann der Verlust, der durch die plötzliche Ablenkung entsteht, etwa durch den Ausdruck

$$\frac{w_0^2 \sin^2 \delta}{2g}$$

dargestellt werden. Für $\delta = 15^0$ wird derselbe

$$0{,}067 \frac{w_0^2}{2g}$$

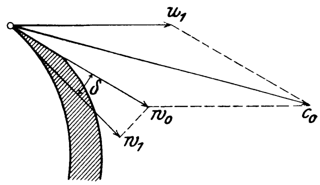

Fig. 127.

oder wahrscheinlich noch etwas größer wegen der starken Zersplitterung, die das eintretende Wasser nach Fig. 128 erfährt, besonders dort, wo der Laufradkanal aus dem offenen Teil des Leit-

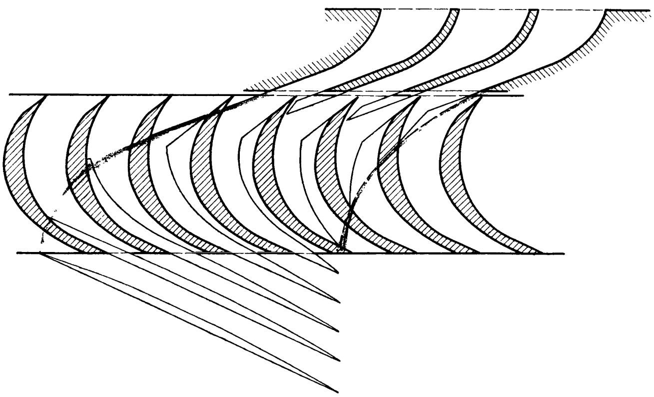

Fig. 128.

---

[1]) Die vollständige Gleichung für den Durchfluß durch das Laufrad würde lauten:

$$\frac{w_1^2}{2g} + H_r = \frac{w_2^2}{2g} + H_{vr}.$$

rades in den zugedeckten kommt oder umgekehrt. Rechnungsmäßig lassen sich diese Verluste nicht verfolgen, so wenig als diejenigen, die das Wasser während seiner Bewegung längs der Laufradschaufeln erleidet. Versuche hierüber liegen keine vor, und es bleibt daher nichts anderes übrig, als eine Schätzung vorzunehmen. Auf Grund der Kenntnis, die man aus Versuchen über den Wirkungsgrad gewonnen hat und mit Hilfe der etwas zuverlässigeren Schätzung der übrigen Verluste kann man die Einbuße durch Reibung an den Laufradschaufeln auf etwa 8 v. H. des reinen Gefälles ansetzen. Demnach wäre also

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = 0{,}08\, H_n'\text{[1]}$$

und da

$$\frac{c_0^2}{2g} = 0{,}9\, H_n', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

ergibt sich etwa für die relative Austrittsgeschwindigkeit

$$w_2^2 = w_1^2 - (0{,}3\, c_0)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110)$$

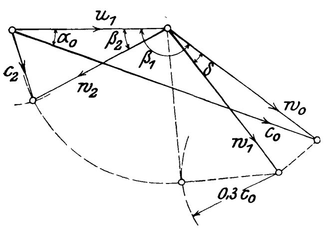

Fig. 129.

Fig. 129 zeigt die Konstruktion des Geschwindigkeitsdiagrammes für eine Axialturbine. Als gegeben ist anzusehen die Austrittsgeschwindigkeit c_0 und als gewählt der Austrittswinkel α_0 aus dem Leitrad, die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 aus dem Laufrad und der Zuschärfungswinkel δ. Versuchsweise ist die Umfangsgeschwindigkeit u_1 anzunehmen; man muß auf diese Wahl zurückkommen, wenn das Austrittsdiagramm ungeschickt ausfällt.

100. Faustregeln. Man bekommt befriedigende Werte, wenn man von folgenden Annahmen ausgeht:

$$\begin{aligned} c_0 &= 0{,}95 \sqrt{2g H_n'} \\ u_1 &= \tfrac{1}{2} c_0 \\ \alpha_0 &= 20 \text{ bis } 25^0 \\ \beta_2 &= 25 \text{ bis } 30^0. \end{aligned}$$

Der Winkel β_1 beim Schaufelansatz ergibt sich aus dem Geschwindigkeitsparallelogramm; er wird etwa $180^0 - 2\alpha_0$. Der Zuschärfungswinkel sei ungefähr

$$\delta = 15^0.$$

[1]) Wollte man die Radhöhe auch noch in die Rechnung einführen, so wäre hier der passende Ort dazu.

101. Verbreiterung des Laufrades beim Austritt. Der längs der Laufradschaufel dahinströmende Strahl breitet sich mehr und mehr aus, und der Kanal soll dies ungestört vor sich gehen lassen. Über das Gesetz der Ausbreitung liegen zurzeit noch keine Untersuchungen vor; man ist somit auf die Erfahrung angewiesen. Nach dieser reicht es aus, wenn man den Austrittsquerschnitt des Kanals um ein Drittel größer nimmt, als den Eintrittsquerschnitt, also unter Verwendung der Bezeichnungen aus Fig. 130

$$a_2 b_2 \geqq 1{,}33\, a_1 b_0 \quad \text{. . . . .} \quad (111)$$

Für den Eintritt kommt augenscheinlich die Breite b_0 des Laufrades in Betracht; die obere Breite b_1 des Leitrades wird erheblich größer gewählt, damit das Wasser um so freier eintrete und zugleich der Luftzutritt erleichtert werde. Häufig gibt man den Radkränzen seitlich noch besondere Luftlöcher, wie in Fig. 130 für den Außenkranz angegeben ist. Wiederum der Erleichterung des Luftzutrittes wegen ist es zweckmäßig, die Spaltbreite ziemlich weit einzustellen; eine Gefahr, Wasser zu verlieren, besteht hier nicht.

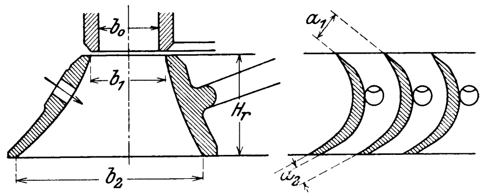

Fig. 130.

Da sich der Austritt über eine sehr beträchtliche Breite erstreckt, sind die Bedingungen guten Austrittes für einen großen Teil des Wassers nur sehr mangelhaft erfüllt, und zwar um so schlechter, je weiter der Austritt vom mittleren Faden abliegt. Es ist darum anzunehmen, daß ein Teil der Verluste, die in Abschnitt 95 der Reibung längs der Schaufeln zugeschrieben wurden, tatsächlich auf die unvermeidlichen Mängel des Austritts zurückzuführen ist.

Damit die Ausbreitung des Strahles derjenigen des Rades folgen könne, darf die Radhöhe H_r im Verhältnis zur Breite nicht zu gering sein; es genügt etwa, zu nehmen

$$H_r = 1{,}3 \text{ bis } 1{,}4\, b_0 \quad \text{. . . . . . .} \quad (112)$$

102. Die **Berechnung einer neuen, vollschlächtigen axialen Girard-Turbine** nimmt ihren Ausgangspunkt am besten beim Leitrad. Es bedeute H_n' das reine Gefälle bis zur Unterkante des Leitrades, wie es sich ergibt, wenn man vom ganzen reinen Gefälle die schätzungsweise angenommenen Werte für das Freihängen und die Radhöhe abzieht. Die Ausflußgeschwindigkeit aus dem Leitrade kann angenommen werden.

$$c_0 = 0{,}95 \sqrt{2 g H_n'} = \sqrt{17{,}7\, H_n'} \quad \text{. . . .} \quad (113)$$

Für den Ausflußquerschnitt der sämtlichen Leitkanäle, deren Anzahl gleich z_0 sein mag, erhält man unter Zuschlag von 10 v. H. als Sicherheit

$$z_0 f_0 = 1{,}1 \frac{Q}{c_0}, \quad \ldots \ldots \quad (114)$$

wobei Q die ganze Durchflußmenge und $f_0 = a_0 b_0$ den Querschnitt eines Kanales bedeutet.

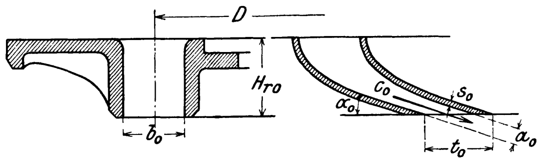

Fig. 131.

Unter Benutzung der Bezeichnungen aus Fig. 131 ist

$$z_0 f_0 = \pi D \left(\frac{a_0}{t_0}\right) b_0. \quad \ldots \ldots \quad (115)$$

Daraus läßt sich für den mittleren Raddurchmesser der Ausdruck gewinnen

$$D^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{D}{b_0}\right) \left(\frac{t_0}{a_0}\right) z_0 f_0 \quad \ldots \ldots \quad (116)$$

Setzt man darin vorläufig etwa ein:

$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{b_0} &= 8 \text{ bis } 10 \\ \frac{t_0}{a_0} &= 3{,}7 \text{ für Gußschaufeln} \\ &= 3{,}3 \text{ für Blechschaufeln} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (117)$$

so gelangt man damit zu *vorläufigen* Werten von D und b_0.

Für die *endgültige* Bestimmung entwirft man nach Abschnitt 99 mit

$$\alpha_0 = 20 \text{ bis } 25^0 \quad \ldots \ldots \quad (118)$$

$$\delta = 15^0 \quad \ldots \ldots \quad (119)$$

und

$$c_2^{\,2} = 0{,}05 \cdot 2 g H_n' \quad \ldots \ldots \quad (120)$$

das Geschwindigkeitsdiagramm, das die Werte von u_1, β_1 und β_2 liefert. Wählt man den Durchmesser D an Hand der vorläufigen Rechnung, so erhält man die Umlaufzahl

$$n = \frac{19{,}1\, u_1}{D}, \quad \ldots \ldots \quad (121)$$

wobei man bei Bedarf n und D gegeneinander abstimmen kann.

Die Anzahl der Schaufeln im Leitrad sei etwa

$$\left.\begin{aligned} z_0 &= 2{,}8 \text{ bis } 3{,}2\sqrt{D} \\ \text{oder} \qquad z_0 &= 20 \text{ bis } 24 + \tfrac{1}{10} D \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (122)$$

Darin ist D in Zentimetern zu messen.

Die Schaufeldicke am Austritt sei etwa

$$\left.\begin{aligned} s_0 &= 0{,}22\sqrt{b_0} \text{ für Guß} \\ s_0 &= 0{,}13\sqrt{b_0} \text{ für Blech} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (123)$$

wobei die Radbreite b_0 nach der vorläufigen Berechnung in Zentimetern einzusetzen ist.

Aus D und z_0 ergibt sich die Schaufelteilung t_0; damit bekommt man die lichte Kanalweite

$$a_0 = t_0 \sin \alpha_0 - s_0.\text{[1]} \quad \ldots \quad (124)$$

Sodann findet man die lichte Radbreite b_0 aus der Beziehung

$$z_0 f_0 = 11 \frac{Q}{c_0} = z_0 a_0 b_0 \quad \ldots \quad (125)$$

Die Höhe des Leitrades sei etwa

$$H_{r0} = 3{,}5 \text{ bis } 4 a_0 \quad \ldots \quad (126)$$

Damit sind alle Abmessungen des Leitrades bestimmt. Für das Laufrad nehme man die Schaufelzahl etwa

$$z_1 = 1{,}3 \text{ bis } 1{,}4 z_0, \quad \ldots \quad (127)$$

woraus sich die Teilung t_1 ergibt.

Mit t_1 und dem durch das Geschwindigkeitsdiagramm bestimmten Winkel β_1 findet man die lichte Kanalweite beim Eintritt

$$a_1 = t_1 \sin \beta_1 \quad \ldots \quad (128)$$

und ähnlich auch die Kanalweite beim Austritt

$$a_2 = t_2 \sin \beta_2 - s_2, \quad \ldots \quad (129)$$

wobei $t_2 = t_1$ und (für Guß)

$$s_2 = 0{,}5 \text{ cm} + \tfrac{1}{30} b_0, \quad \ldots \quad (130)$$

während β_2 dem Geschwindigkeitsdiagramm zu entnehmen ist.

Die Radbreite b_2 am Austritt ergibt sich aus Gl. 111, Abschnitt 101.

Endlich sei noch die Radhöhe angenommen:

$$H_r = 1{,}3 \text{ bis } 1{,}4 b_0 \quad \ldots \quad (131)$$

---

[1]) Sitzt man so wie so am Reißbrett, so wird man derartige Bestimmungen am bequemsten graphisch vornehmen.

Sollte sich ergeben, daß der Unterschied dieser Abmessung gegenüber demjenigen Werte, der zur schätzungsweisen Bestimmung des reinen Gefälles benutzt wurde, einen beträchtlichen Bruchteil des Gefälles ausmacht, so daß der Wert von c_0 davon stark berührt wird, so bliebe nichts anderes übrig, als nochmals auf den Anfang zurückzukommen. Das wird indessen nur selten nötig sein.

103. Schaufelung. Die führende Schaufelfläche wird gewöhnlich als Regelfläche gebildet, deren Erzeugende die Achse rechtwinklig schneiden; sie wird daher durch die Abwicklung des zylindrischen Mittelschnittes bestimmt.

Die Leitradschaufeln können nach Fig. 132 unter Benutzung der Größen t_0, a_0, s_0 und H_{r0} leicht aufgezeichnet werden. Der Betrag, um den sich die Schaufeln überdecken, sei etwa 0,3 bis 0,35 der Überdeckung e, die sich ergäbe, wenn man die Schaufeln gradlinig rückwärts verlängerte. Der Parallelismus der Schaufelausläufe ist genau bis zum Punkte B, der der Kante A der nächsten Schaufel gegenübersteht, fortzuführen (vgl. Abschnitt 38 und 68). Gußeiserne Schaufeln werden zweckmäßig in der Mitte verdickt; die Vorderseite geht dann erst am untern Rand in den Winkel α_0 über.

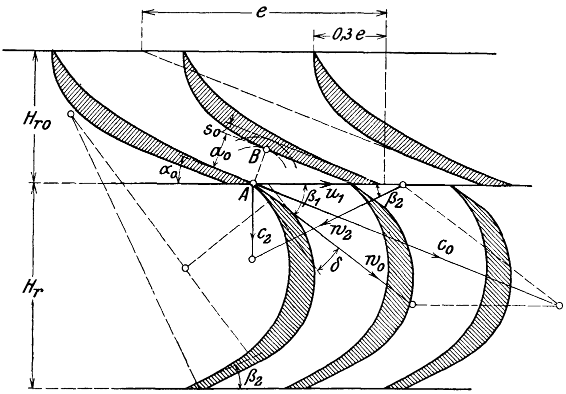

Fig. 132.

Für die Schaufeln des Laufrads, längs deren sich das Wasser mit wenig veränderlicher Geschwindigkeit bewegt, erscheint eine gleichmäßige Krümmung, wie sie der Kreisbogen nach Fig. 132 gibt, am angemessensten.[1]) Der Krümmungshalbmesser wird (am

[1]) Das kreisförmige Profil ergibt unter der Voraussetzung konstanter Geschwindigkeit längs derselben augenscheinlich eine gleichförmige Verteilung des Normaldruckes über die ganze Länge (vgl. Fig. 133): Es ist bei konstantem Krümmungshalbmesser

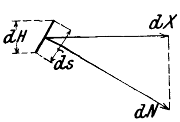

Fig. 133.

$$\frac{dN}{ds} = \text{const.}; \quad \text{aber auch} \quad \frac{dX}{dH} = \text{const.}$$

Es verteilt sich somit die Umfangskraft gleichmäßig über die Radhöhe.

besten durch Probieren) derart bestimmt, daß oben Platz für einen kürzeren und unten für einen längeren gradlinigen Ansatz bleibt. Der Übergang vom Kreis in den untern Ansatz mag wohl durch eine etwas flachere Krümmung vermittelt werden.

104. Absolute Bahn. Unter der Voraussetzung, daß sich das Wasser längs der Schaufel mit unveränderlicher Geschwindigkeit bewege, läßt sich die absolute Bahn eines Wasserteilchens nach Fig. 134 bestimmen. Man nehme zwei genügend kleine Strecken e und f an, die sich verhalten wie u_1 zu w_1. Trägt man die Strecke f auf dem Schaufelprofil und jeweilen vom x ten Punkt die Länge xe in der Richtung des Umfanges auf, so erhält man einzelne Punkte der absoluten Bahn. Die aufeinander folgenden Punkte werden vom Wasserteilchen jeweilen nach gleichen Zeiträumen erreicht; sie geben daher ein deutliches Bild davon, wie dem Wasser seine Geschwindigkeit allmählich entzogen wird.

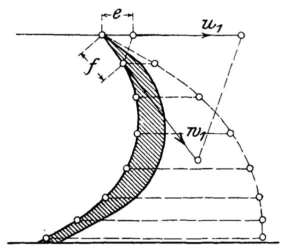

Fig. 134.

Ist die Geschwindigkeit längs der Schaufel veränderlich, wie das tatsächlich stets der Fall ist, so wird die Bestimmung etwas umständlicher. Die Schwierigkeit liegt darin, die Punktreihe auf dem Schaufelprofil zu finden, die gleichen Zeiträumen entspricht. Hat man über das Gesetz, nach dem die Geschwindigkeit w_1 in w_2 übergeht, eine (mehr oder weniger willkürliche) Annahme gemacht, so ist diese Aufgabe lösbar und damit die absolute Bahn ohne weitere Schwierigkeiten zu finden. Da die Sache wenig Bedeutung hat, soll sie nicht weiter verfolgt werden.

105. Unterschied zwischen Ein- und Austrittshalbmesser. Man pflegt häufig den Radquerschnitt nach Fig. 135 unsymmetrisch zu gestalten. Darf man voraussetzen, daß der mittlere Wasserfaden bei dem Durchfluß durch das Laufrad seine Eintrittsebene beibehalten, und stellt AB die absolute Bahn vor, so liegt der Austrittspunkt B um die Strecke e weiter von der

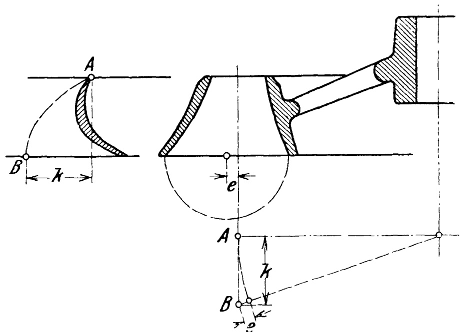

Fig. 135.

Achse ab als der Eintrittspunkt A, und um ebensoviel muß der ganze Austrittsquerschnitt nach außen verschoben werden. Die Voraussetzung trifft aber nur zu, wenn die Schaufelfläche zu den Resultanten der Beschleunigungen, die auf das Wasser einwirken, rechtwinklig steht. Das ist aber bei der üblichen Schaufelform offenbar nicht der Fall; vielmehr muß hierbei das Wasser noch stärker nach außen abgelenkt werden. Es ist schon versucht worden, die Schaufelfläche derart zu bilden, daß sie jene Bedingung erfüllt, oder daß sie den mittleren Wasserfaden auf einer Zylinderfläche erhält; doch hat sich der Wirkungsgrad hierbei nicht merklich verbessert, und ebensowenig haben sich Schaufeln bewährt, denen man konkave Horizontalprofile gab, um der übermäßigen Ausbreitung des Wasserstrahles entgegenzuarbeiten.

106. Bei der **Berechnung einer voll- und innerschlächtigen Girard-Turbine** nach Fig. 136 muß das Aufzeichnen des Geschwindigkeitsdiagramms verschoben werden, bis die Raddurchmesser wenigstens vorläufig bestimmt oder angenommen sind. Die Eintrittsgeschwindigkeit sei etwa

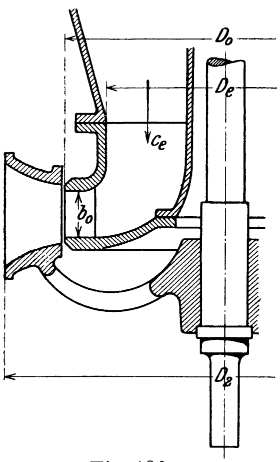

Fig. 136.

$$c_e = 0{,}10 \text{ bis } 0{,}20 \cdot 2gH'_n.$$

Daraus ergibt sich der Eintrittsdurchmesser D_e, und man kann nun den Durchmesser D_0 ohne Gefahr eines großen Mißgriffes schätzungsweise annehmen. In enger Anlehnung an Abschnitt 102 kann man nunmehr folgendermaßen vorgehen. Mit der Wassermenge Q und der Ausflußgeschwindigkeit c_0 berechnet man den Ausflußquerschnitt $z_0 f_0$, und weiterhin vorläufig die axiale Radbreite b_0 aus der Beziehung

$$z_0 f_0 = \pi D_0 b_0 \left(\frac{a_0}{t_0}\right).$$

Sodann wählt man die Zahl der Schaufeln z_0 und die Schaufeldicke s_0. Damit findet sich die lichte Kanalweite a_0. Es soll die radiale Breite des Leitrades etwa 3,5 bis 4 a_0 werden; widrigenfalls wäre die Annahme für den Durchmesser D_0 oder auch die Schaufelzahl zu ändern. Ist diese Abmessung festgelegt, so kann man zur genauen Berechnung der axialen Radweite b_0 schreiten. Nimmt man die radiale Breite des Laufrads zu 1,3 bis 1,4 b_0, so ist damit der Außendurchmesser D_2 gegeben.

Man kann nunmehr zum Aufzeichnen des Geschwindigkeitsdiagramms Fig. 137 übergehen.

Als Grundlage hierzu dient die Durchflußgleichung 87, Abschnitt 62, in der $p_1 = p_2$ zu setzen und der noch ein Glied beizufügen ist für die Reibungsverluste des Wassers längs der Schaufel. Setzen wir dafür in Ermangelung besseren Wissens wie in Abschnitt 99

$$H_v = \frac{(0{,}3\, c_0)^2}{2g},$$

so bekommt man

$$w_2^{\,2} = w_1^{\,2} - (0{,}3\, c_0)^2 + u_2^{\,2} - u_1^{\,2},$$

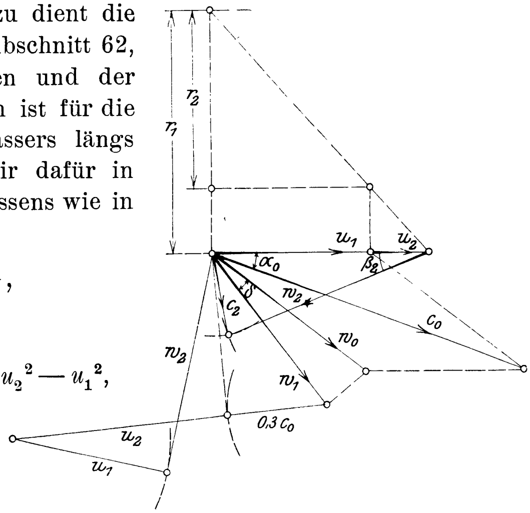

Fig. 137.

und diese Gleichung läßt sich nach Fig. 137 mit rechtwinkligen Dreiecken lösen. Man wird dabei u_1 versuchsweise annehmen. Ob die Wahl zweckmäßig war, ergibt sich daraus, das w_2 mit der anzunehmenden absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_2 ein brauchbares Austrittsdiagramm ergeben muß.

107. Zur **teilschlächtigen Girard-Turbine** greift man, wenn die vollschlächtige Turbine zu klein ausfiele oder eine zu große Umlaufzahl bekäme, d. i. bei größeren Gefällen mit kleinen Wassermengen.

Soll der Wassereintritt auf der Hälfte oder auf dem dritten Teil usw. des ganzen Umfanges vor sich gehen, so kann die Berechnung wie für eine vollschlächtige Turbine durchgeführt werden, indem man die doppelte, dreifache Wassermenge usw. einsetzt. Damit die Turbine symmetrisch belastet werde, teilt man den Eintrittsbogen in zwei gleiche Teile, die man einander diametral gegenüber anordnet.

Etwas anders würde man die Aufgabe an die Hand nehmen, wenn der Eintrittsbogen gegenüber dem ganzen Umfange klein ausfällt. Hier wird man lieber die Anzahl der Leitkanäle annehmen, wobei Rücksichten auf die Abstufung der Wassermenge beim Regulieren und auf die Größe der Kanäle leitend sein werden; dabei darf weder die eine noch die andere Größe zu klein ausfallen. Ist der Querschnitt f_0 eines Leitkanals festgesetzt, so bestimme man die Abmessungen derselben derart, daß etwa

$$a = \sqrt{b}, \quad \ldots\ldots \quad (132)$$

wobei a die lichte Weite und b die Breite eines Kanales in cm bedeutet. Wird f_0 in qcm gemessen, so wäre also

$$b_0 = \sqrt[3]{f_0^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (133)$$

Wählt man nach früheren Vorschriften den Eintrittswinkel α_0 und die Schaufeldicke s_0, so ergibt sich daraus mit a_0 die Teilung t_0. Diejenige des Laufrades sei etwa

$$t_1 = 0{,}7 \text{ bis } 0{,}8\, t_0 \quad \ldots \ldots \quad (134)$$

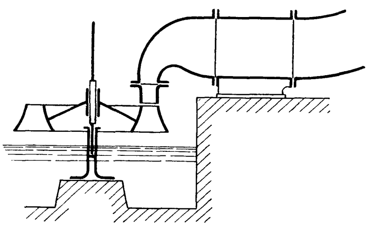

Fig. 138.

Aus dem Geschwindigkeitsdiagramm ergibt sich die Umfangsgeschwindigkeit u_1, und indem man den Eintrittsdurchmesser nach der einzuhaltenden Umlaufzahl oder nach Rücksichten auf den Platzbedarf bemißt, wären die wichtigsten Abmessungen ermittelt. Das Weitere wird sich auf bekannten Wegen finden lassen.

Die teilschlächtige Girard-Turbine wird am gewöhnlichsten nach der Anordnung von Schwammkrug (Fig. 97) innerschlächtig mit liegender Welle gebaut. Die frühere viel gebrauchte Form nach Fig. 138 mit axialem Durchfluß und stehender Welle kommt wohl nicht mehr zur Ausführung.

108. Der **Wirkungsgrad** einer Girard-Turbine wird, ob sie voll- oder teilschlächtig sei, nicht viel mehr als 75 v. H. sein. Wenn man die Zuflußmenge durch Schließen einzelner Leitkanäle (Zellenregulierung) vermindert, so geht der Wirkungsgrad nicht wesentlich zurück. Immerhin ist hierbei vorausgesetzt, daß die Kanäle der Reihe nach geschlossen werden, damit die Zahl der Übergänge vom offenen zum geschlossenen Teil des Leitrades und umgekehrt nicht vergrößert werde. (Vgl. Fig. 128.)

109. Grenzturbinen. Um den Gefällsverlust zu vermeiden, der bei stark schwankendem Unterwasserspiegel infolge des großen Freihängens entsteht, suchte man die Turbine so einzurichten, daß sie ohne Schaden zeitweilig tauchen kann. Da bei eingetauchtem Laufrad die Luft keinen Zutritt hat, laufen die Kanäle voll, und es war die Aufgabe zu lösen, das Wasser trotz des sackförmigen Schaufelprofiles in gleichförmiger Bewegung, ohne Ablösungen und Wirbel, zu führen. Man glaubte dieser Anforderung zu genügen, wenn man den Kanälen konstanten Querschnitt gab.

Haenel verwendete Rückschaufeln nach Fig. 139, d. h. er verdickte die Schaufeln in der Mitte so stark, daß das Produkt ab

für alle Punkte des Durchflusses denselben Wert ergab. Knop suchte dasselbe Ziel durch eine Einschnürung des Kranzprofiles nach Fig. 140 zu erreichen.

Diese Formen bilden gewissermaßen die Grenze zwischen den staufreien und den Stauturbinen. Mit den ersten haben sie das gemein, daß das Wasser in den Laufradkanälen nicht

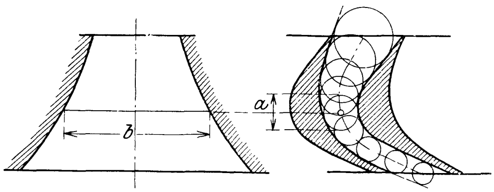

Fig. 139.

unter Druck steht, mit den zweiten teilen sie die Eigentümlichkeit, daß die Kanäle ganz mit Wasser gefüllt sind. Sie haben darum den Namen Grenzturbinen bekommen. Sie können als Stauturbinen aufgefaßt werden, bei denen die Stauung gerade verschwindet.

Bei näherer Prüfung erkennt man bald, daß die Lösung der Aufgabe unvollkommen ist. Trotz der Konstanz des Querschnittes läßt sich bei Kanälen von so starker Krümmung das Auftreten von Ablösungen nicht vermeiden; Wirbelbildungen und Stoßverluste sind die Folgen. Die Durchflußgeschwindigkeit ist dieselbe wie bei einer staufreien Turbine; da aber der benetzte Umfang des Kanalquerschnittes bei der Grenzturbine viel größer ist, muß die Reibung größer ausfallen. Der Wirkungsgrad wird also zu wünschen übrig lassen. Da man überdies andere Mittel zur Verfügung hat, um sich unabhängig von den Schwankungen des Unterwassers zu machen, besitzt die Grenzturbine keine Berechtigung mehr.

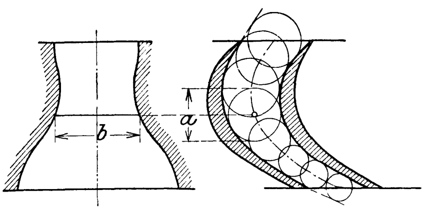

Fig. 140.

12. Kapitel.

Das Tangentialrad.

110. Tangentialrad mit enggestellten Schaufeln. Das wesentliche Merkmal des Tangentialrades ist darin zu erblicken, daß das Wasser in Gestalt eines einzigen oder einiger wenigen freien Strahlen fast tangential auf den äußeren Radumfang aufschlägt. Es ergibt sich daraus von selbst, daß die Turbine in der freien Luft arbeiten und das Wasser staufrei durch das Rad fließen muß, und im ferneren, daß das Tangentialrad sich für kleine Wassermengen und große Gefälle eignet.

Das Zuppingersche Tangentialrad, wovon Fig. 141 einen Grundriß gibt, hatte eine stehende Welle und einen oder zwei einander gegenüberstehende Einläufe mit je einem bis drei Leitkanälen von gestreckter Gestalt. Die heutigen Formen haben ausnahmslos eine liegende Welle und in jedem Einlauf nur einen Kanal. Gewöhnlich ist nur ein Einlauf vorhanden, ausnahmsweise aber auch zwei oder mehrere.

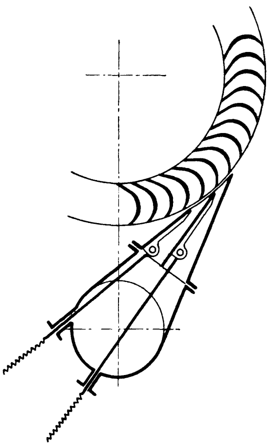

Fig. 141.

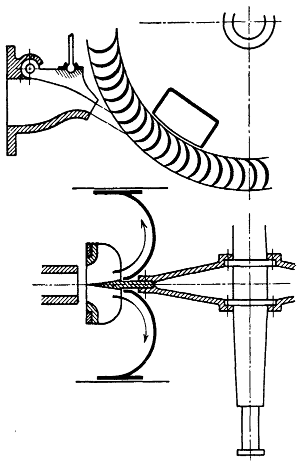

Fig. 142.

Bei der Schaufelung des Laufrades kann man ähnlich wie bei allen übrigen Turbinenformen darauf ausgehen, die eintretenden Wasserteilchen alle in annähernd derselben Weise zu führen, also den Zusammenhang der zuströmenden Wasserfäden auch während des Durchflusses durch das Laufrad aufrecht zu erhalten. Man erreicht dies durch viele und enggestellte Schaufeln. Beim Durchfluß nach innen zu nimmt die relative Geschwindigkeit des Wassers ab; die Kanäle müssen sich daher erweitern. Diesem Bedürfnis sowie der natürlichen Ausbreitung des Wasserstrahles trägt man durch eine starke Verbreiterung des Rades am inneren Umfange Rechnung, wie in Fig. 142 gezeigt.[1]) Damit das Wasser bei liegender Achse nicht dem Austritte gegenüber wieder ins Rad falle, hat man Wasserfänger zur seitlichen Ablenkung anzubringen.

[1]) Turbinen des Elektrizitätswerkes Luzern-Engelberg, erbaut von Bell & Co. (siehe Kilchmann, Schweiz. Bauzeitung 1906, Bd. 48, S. 54) mit einem Gefälle von 300 m und einer Leistung von 2500 P.S.

Der in Fig. 142 vorhandene Mittelgrat hat mit der seitlichen Ablenkung nichts oder doch nur wenig zu schaffen; er soll lediglich die Schaufeln untereinander verbinden und den Anschluß des Radkranzes an den Radkörper vermitteln. Das Rad Fig. 143 zeigt ähnliche Verhältnisse, nur daß hier die seitlichen Radkränze fehlen. Die Schaufelflächen sind etwas emporgezogen, und es ist dadurch eine Form entstanden, die mit den Schaufeln des in den folgenden Abschnitten zu besprechenden Löffelrades eine rein äußerliche Ähnlichkeit hat, während sie sich in Beziehung auf die Führung des Wassers nicht von der Schaufelung in Fig. 142 unterscheidet.

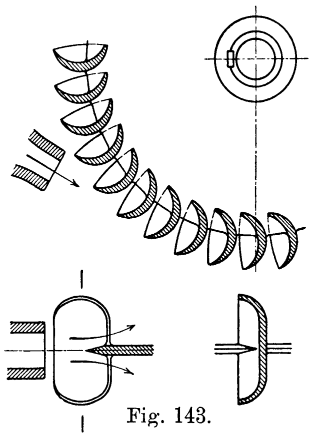
Fig. 143.

111. Das Löffelrad. Durch die zahlreichen, enggestellten Schaufeln wird das Wasser stark zerplittert, besonders in dem Augenblick, wo sie aus dem Strahl austreten. Darunter muß der Wirkungsgrad leiden. Sucht man diesem Umstande dadurch entgegenzuarbeiten, daß man die Schaufeln weit auseinanderrückt und jede einzelne länger dem Strahl aussetzt, so bedarf es einer besonderen Schaufelform, die den Strahl möglichst stoßfrei empfängt. Dieser Bedingung entspricht die in Fig. 144 angedeutete Schaufelform, deren Hauptmerkmal ein in der Radebene liegender, scharf ausgebildeter Mittelgrat ist. Indem sich die Schaufel unter dem Strahl wegdreht, wird sie von diesem unter stets wechselnder Richtung getroffen; der Grat aber fängt das Wasser in jeder Lage stoßfrei auf, teilt den Strahl mitten durch und lenkt jede Hälfte nach der Seite ab (vgl. Abschnitt 48, Fig. 65). Wenn aber die Richtung, unter der das Wasser auf die Schaufel schlägt, sich stetig ändert, so wird auch die Bewegung längs der Schaufel in jedem Augenblick wieder eine andere sein. Der Durchfluß zeigt keinen Beharrungszustand mehr; von den einzelnen Teilchen eines eintretenden Wasserfadens beschreibt jedes wieder eine andere Bahn. Der Ort des Austrittes ist einem fortwährenden Wechsel unterworfen, und darum muß die Schaufel so gestaltet sein, daß sie das Wasser an allen Punkten ihres Randes in der Richtung entgegengesetzt zur Umfangsgeschwindigkeit entlassen kann. Das führt ohne weiteres zu jenen Rädern mit

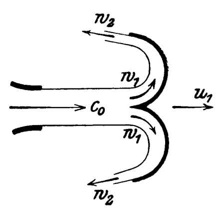

Fig. 144.

freistehenden, rundlich löffelförmigen Schaufeln, die unter dem Namen Löffelräder bekannt sind. Der stark ausgeprägte Mittelgrat und damit zusammenhängend die beidseitige Ablenkung des Wassers gehören wesentlich zur Sache, da ohne dies ein stoßfreies Auffangen des Strahles nicht möglich wäre. Der beidseitige Wasseraustritt führt notwendig zur wagrechten Lage der Welle.[1])

112. Schaufelteilung. Die Schaufeln sollen so weit als möglich auseinander stehen; indessen darf man damit nicht über einen gewissen Punkt hinausgehen; sonst schlüpft ein Teil des Wassers unbenützt dazwischen hindurch. Die Bedingungen, unter denen sich dies vermeiden läßt, können aus Fig. 145 abgeleitet werden. Es sei EA die Bahn des fadenförmig gedachten Strahles, der mit der Geschwindigheit c_0 und unter dem Winkel α in das Rad eintritt, S_1 und S_2 seien zwei aufeinander folgende Schaufeln. In dem Augenblicke, wo die Außenkante der Schaufel S_2 in den Strahl eintritt, wird der Faden abgeschnitten, und es kann kein weiteres Wasser hinter die Schaufel gelangen; das abgeschnittene Stück aber setzt seine Bewegung ungestört fort. Das hintere Ende desselben würde, wenn nichts dazwischen träte, in der Zeit $l : c_0$ nach A gelangen und sich damit dem Bereich des Rades entziehen. Soll dies nicht geschehen, so ist dafür zu sorgen, daß das Ende noch vorher von der vorausgehenden Schaufel S_1 abgefangen werde. Es darf zu diesem Zwecke diese Schaufel nicht eher in A ankommen als das sich selbst überlassene Fadenende. Die Zeit, die die Schaufel S_1 braucht, um in A einzutreffen, ist offenbar $\delta : \omega$, und so ergibt sich folgender Ausdruck für die Bedingung:

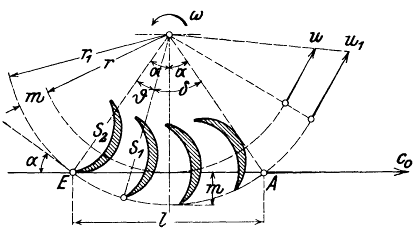

Fig. 145

$$\frac{\delta}{\omega} > \frac{l}{c_0} \quad \text{oder} \quad \delta > \frac{l\omega}{c_0}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (135)$$

Nach Fig. 145 ist

$$l = 2 r_1 \sin\alpha,$$

und da $r_1 \omega = u_1$, nimmt die Bedingung die Form an:

$$\delta > \frac{2 u_1 \sin\alpha}{c_0}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

[1]) Der Verfasser, „Die Schaufelung des Löffelrades", Schweiz. Bauzeitung, 1905, Bd. 45, S. 207; ferner: L. Hartwagner, „Theoretische Untersuchungen am Peltonrade", Zeitschr. f. d. gesamte Turbinenwesen 1905, S. 98.

Somit erhält man für den Teilungswinkel

$$\vartheta < 2\alpha - \frac{2u_1 \sin\alpha}{c_0} \quad \ldots \ldots \quad (137)$$

Die Größe des Eintrittswinkels α läßt sich durch die Pfeilhöhe m des Bogens EA ausdrücken:

$$\cos\alpha = \frac{r_1 - m}{r_1} \quad \ldots \ldots \quad (138)$$

Für die Schaufelzahl z bekommt man

$$z > \frac{2\pi}{\vartheta} \quad \ldots \ldots \quad (139)$$

Dabei mag man zur Sicherheit etwa 10 bis 20 v. H. zuschlagen.

Bei Strahlen von endlichem Querschnitt ist der äußerste Wasserfaden für die Anzahl der Schaufeln bestimmend.

113. Richtung des Aufschlages. Die Frage nach der Richtung, unter der die Schaufel vom Wasserstrahl getroffen wird, läßt sich leicht beantworten, wenn man die relative Bahn kennt, die ein Wasserteilchen auf der Radebene beschreibt. Dieselbe läßt sich nach Kotzur[1]) am bequemsten auf folgendem Wege konstruieren. Ein Punkt O des Wasserfadens EA (Fig. 146) lege in einer gewissen Zeit τ die Strecke s zurück und gelange so nach den Zeiten τ, 2τ, 3τ in die Stellungen I, II, III.... In denselben Zeiträumen habe sich das Rad um die Winkel φ, 2φ, 3φ.... gedreht. Es bestehe also die Beziehung

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{u}{c_0}.$$

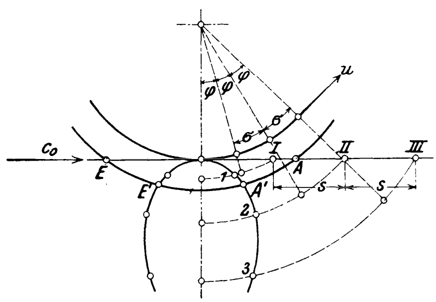

Fig. 146.

Die Punkte 1, 2, 3 .... der relativen Bahn des Punktes O sind diejenigen Punkte der Radebene, die nach den Zeiten τ, 2τ, 3τ .... mit O in I, II, III .... zusammentreffen. Um sie zu bekommen, hat man somit nur die Punkte I, II, III .... um die Winkel φ, 2φ, 3φ .... zurückzudrehen. Die relative Bahn ist eine verlängerte Evolvente, die zum Grundkreis denjenigen Radkreis hat, dessen Umfangsgeschwindigkeit gleich c_0 ist. Den Punkt O wählt man am besten auf der Mittellinie; diese ist eine Symmetrie-

[1]) Zeitschr. f. d. gesamte Turbinenwesen 1906, S. 54.

achse der relativen Bahn. Der Bogen $E'A'$, den diese aus dem Radumfang herausschneidet, gibt die Größe an, die die Schaufelteilung nicht überschreiten darf.[1])

Will man den Winkel kennen lernen, unter dem ein gegebener Punkt der Schaufel vom Strahl getroffen wird, so hat man nur die Schaufel mit dem Punkte in die relative Bahn zu drehen; diese gibt die gesuchte Richtung an. Wenn man die Schaufel mit ihrem äußersten Rande in die relative Bahn dreht, so darf diese nicht in den Schaufelrücken einschneiden.

Das zuerst eintretende Wasser flösse in der Mittelebene weiter, wenn es nicht durch den Grat geteilt und abgelenkt würde. Die Basis, mit der die Schaufel am Radkörper sitzt, muß schmal genug sein, um zwischen den beiden Teilen des Strahles Platz zu finden. Später fällt das Wasser je länger je stumpfer auf die Schaufel und wird dabei immer mehr nach beiden Seiten abgelenkt. Zuletzt trifft das Wasser schräg von innen heraus auf die Schaufel, und dementsprechend wird auch der Austritt auswärts gerichtet sein. Der Austritt verschiebt sich somit nach und nach über den ganzen Schaufelrand; dieser muß daher überall stark emporgezogen sein, damit er den Umfang unter hinreichend kleinem Winkel schneide.

Da das letzte Wasser von innen nach außen abfließt, darf die Schaufel kein frisches Wasser erhalten, ehe sie sich nicht völlig entleert hat; im andern Falle wäre ein Zusammenprallen nicht zu vermeiden. Gibt man daher dem Rade mehrere Einläufe, so müssen diese im Lichten mindestens je um den Bogen $E'A'$ auseinander stehen.[1])

Bei einem Strahl von endlichem Querschnitt ist für die Schaufelteilung der äußerste Wasserfaden maßgebend; für den Abstand zweier aufeinander folgender Einläufe kommt es aber offenbar auf den innersten Faden an.

114. Zerteilung des Wasserstrahls. Mit Hilfe der relativen Bahnen, die die Schaufelkanten gegenüber dem Wasserstrahl beschreiben, kann man sich eine deutliche Vorstellung davon machen, wie das eintretende Wasser zerschnitten und zerhackt wird. Die relative Bahn der Schaufelkante K läßt sich nach Fig. 147 punktweise bestimmen, wie folgt. Man drehe die Schaufelkante K um

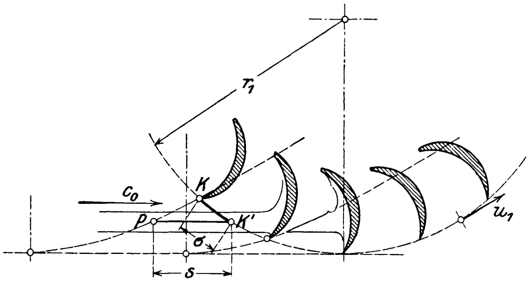

Fig. 147.

[1]) E. Kotzur, a. a. O.

einen beliebigen Bogen σ nach K'; hierauf schiebe man K' um eine Strecke s in der Richtung des Strahles nach rückwärts, die so gewählt wird, daß

$$\frac{s}{\sigma}=\frac{c_0}{u_1}$$

oder

$$s=\frac{c_0}{u_1}\sigma .$$

Der so erhaltene Punkt P trifft offenbar mit K in K' zusammen, ist also ein Punkt der relativen Bahn. Diese ist eine verkürzte Zykloide, die entsteht, wenn man denjenigen Radkreis, dessen Umfangsgeschwindigkeit gleich c_0 ist, auf einer Geraden parallel zum Strahl abrollt. Der Wasserstrahl wird durch die von den verschiedenen Schaufelkanten beschriebenen relativen Bahnen in schräg abgeschnittene Stücke geteilt, von denen jedes die auf eine Schaufel entfallende Wassermenge darstellt. Die Stücke laufen vorn und hinten dünn aus; daher kann das Wasser zu Beginn und am Ende nicht zur vollen Wirkung gelangen.

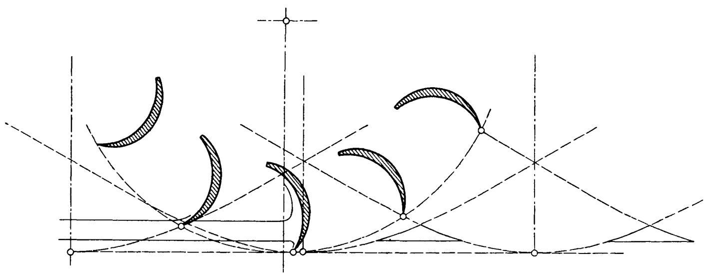

Fig. 148.

Fig. 148 zeigt, wie ein Teil des Wassers entweicht, wenn die Schaufeln zu weitläufig gestellt sind; sie läßt auch erkennen, wie man den größten zulässigen Schaufelabstand mittels der relativen Bahnen der Schaufelkanten gegenüber dem Wasserstrahl bestimmen könnte.

115. Verschiedene Einlauf- und Schaufelformen. Das Regeln des Wasserzuflusses geschieht durch Verändern der Eintrittsöffnung. Wird dieses nach Fig. 149 durch eine Zunge bewirkt, die in der Richtung der Radebene beweglich ist, so erhält man besonders bei vorgeschrittenem Schluß einen flachen Strahl. Diesen Strahl der Höhe nach frei durch die Mittelkante der Schaufel spalten zu lassen, ohne daß er hierbei in Unordnung gerät, ist nicht möglich. Man wird daher besser tun, den Strahl zuerst möglichst flach auf die Schaufel laufen zu lassen und ihn erst hernach zu spalten. Man läßt dem Grat nach Fig. 152 hinter den Schaufelrand zurücktreten. Der Strahl wird möglichst auf den Rand der Schaufel gerichtet und die Teilung etwas enger genommen.

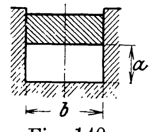

Fig. 149.

Wird dagegen die Öffnung nach Fig. 150 mittels zweier seitlichen Zungen geregelt, oder hat die Mündung eine kreisförmige Gestalt, so liegt kein Bedenken dagegen vor, den Strahl der Höhe nach zu spalten. Man läßt ihn frei gegen den Grat treffen, den man nach Fig. 154 stark über die Schaufelfläche vorspringen läßt. Der Strahl wird tiefer ins Rad hinein gerichtet, und die Schaufelteilung kann größer genommen werden. Das Wasser wird vorzugsweise nach der Richtung der Achse beidseitig abgelenkt und weniger stark zersplittert.

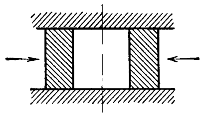

Fig. 150.

116. Löffel mit zurücktretendem Mittelgrat. Es können hierfür etwa die folgenden Konstruktionsregeln aufgestellt werden.

Die Ausflußgeschwindigkeit aus dem Leitapparat ist etwa

$$c_0 = 0{,}95 \sqrt{2 g H_n'} = \sqrt{17{,}7\, H_n'} \quad . \; . \; . \quad (140)$$

wobei H_n' das reine Gefälle bis auf die Mündung bedeutet. Der Querschnitt der letzteren ist

$$F = \frac{Q}{c_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (141)$$

mit der gutscheinenden Aufrundung.

Nimmt man zwischen den beiden Abmessungen der Mündung das Verhältnis an

$$\frac{a}{b} = 0{,}7 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (142)$$

so erhält man

$$\left.\begin{aligned} a &= 0{,}84 \sqrt{F} \\ b &= 1{,}2 \;\; \sqrt{F} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (143)$$

Für die Geschwindigkeit u_1 am äußeren Umfange kann nach der Erfahrung etwa genommen werden

$$u_1 = 0{,}5\, c_0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (144)$$

Der äußere Radhalbmesser sei

$$\left.\begin{aligned} r_1 &\gtreqless 4{,}7 \sqrt{F} \\ &\gtreqless 3{,}9\, b \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (145)$$

Damit findet sich die Umdrehungszahl

$$n = \frac{9{,}55\, u_1}{r_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (146)$$

Zum Zwecke, dieselbe zu vermindern, kann man den Halbmesser beliebig größer wählen.

Die Tiefe m, um die der Strahl ins Rad eintritt (vgl. Fig. 151), sei ungefähr

$$m = 0{,}6\,a = 0{,}5\,\sqrt{F} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (147)$$

Die Anzahl der Schaufeln ist nach Abschnitt 112 zu ermitteln. Man findet zunächst den Eintrittswinkel α aus der Zeichnung oder durch Rechnung:

$$\cos\alpha = \frac{r_1 - m}{r_1},$$

und bekommt den Teilungswinkel

$$\vartheta < 2\alpha - \sin\alpha, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

der sich übrigens auch mit dem Zirkel aus der Figur abgreifen läßt. Damit ist auch die Schaufelzahl gegeben.

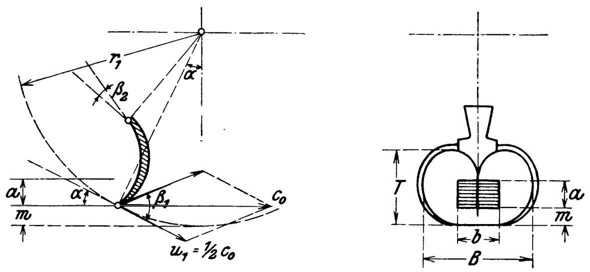

Fig. 151.

Die Ausdehnung der Schaufeln darf nicht zu gering sein, da sonst das Wasser zu schroff abgelenkt wird; sie soll aber auch nicht zu weitläufig sein; andernfalls breitete sich das Wasser zu stark aus und erführe einen übermäßigen Reibungswiderstand. An Hand der Erfahrung lassen sich etwa die Vorschriften aufstellen

$$\left.\begin{array}{l} B = 3{,}6 \text{ bis } 4{,}1\,\sqrt{F} = 3 \text{ bis } 3{,}4\,b \\ T = 0{,}7 \text{ bis } 0{,}75\,B \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (149)$$

Den Ansatzwinkel β_1 der Schaufel bestimme man derart, daß der äußerste Wasserfaden stoßfrei eintritt. Hierbei wird der Schaufelrücken beim Eintritt in den Strahl vom Wasser gestreift. Wollte man diesen Umstand vermeiden, so müßte man die Schaufeln etwas steiler setzen; dann schlüge aber der Strahl weiterhin um so stumpfer auf, und es ginge darüber mehr verloren, als auf der andern Seite gewonnen würde.

Den Austrittswinkel wähle man etwa

$$\beta_2 = 8 \text{ bis } 10^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

Er darf so klein angenommen werden, weil sich das Wasser stark ausbreitet, so daß die Schichtdicke gering ist.

Da der Durchfluß vorzugsweise von der Außenkante nach innen stattfindet, beginnt man beim Entwerfen der Schaufel am besten mit dem Längenprofil. Man gibt demselben zweckmäßig die Gestalt eines Kreisbogens. Nimmt man sodann noch das Profil des Mittelgrates derart an, daß dieser allmählich aus der Schaufelfläche ansteigt und innen noch genügenden Spielraum für den Strahl übrigläßt, so hat man ausreichende Anhaltspunkte, um das Querprofil über die größte Breite aufzeichnen zu können; der Rest ist durch Interpolation zu bestimmen.

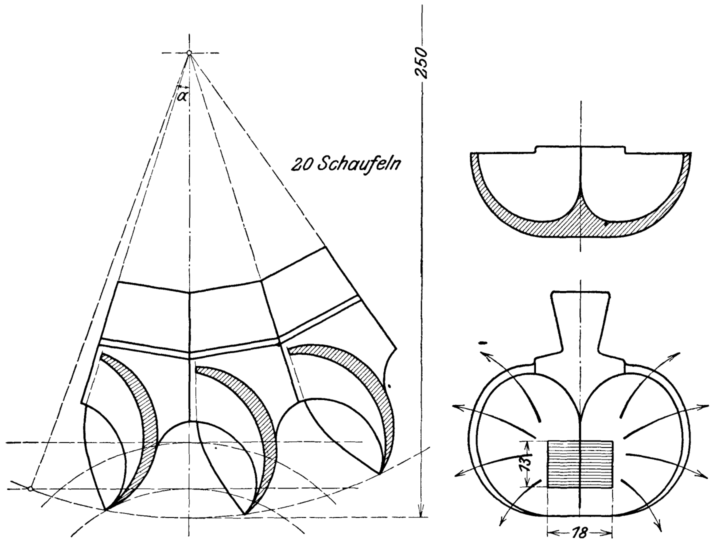

Fig. 152.

Für das in Fig. 152 dargestellte Rad mit dem Halbmesser $r_1 = 10a$ ergeben sich unter der Voraussetzung, daß $m = 0{,}6a$ und $u_1 = 0{,}5\,c$, die folgenden Werte

$$\alpha = 20^0$$
$$\vartheta < 0{,}356$$
$$z > 17{,}8 = 20 \text{ Schaufeln}$$
$$\beta_1 = 51^0.$$

Für ein doppelt so großes Rad mit $r_1 = 20a$ bekäme man

$$\alpha = 14^0$$
$$z > 25{,}5 = 28 \text{ Schaufeln}$$
$$\beta_1 = 31^0$$

oder, wenn man auf stoßfreien Eintritt für den mittleren Wasserfaden rechnet,

$$\beta_1 = 47^0.$$

117. Löffel mit vorspringendem Grat. Ist der Wasserstrahl rund oder (annähernd) quadratisch, so richtet man ihn tiefer ins Rad hinein und läßt ihn frei auf den Grat treffen; dieser wird stark vorspringend ausgebildet.

Es soll zunächst die Umfangsgeschwindigkeit ermittelt werden. Nach Fig. 144, Abschnitt 111, ist die relative Eintrittsgeschwindigkeit

$$w_1 = c_0 - u .$$

Dabei soll die Umfangsgeschwindigkeit u auf den Eintrittshalbmesser r, d. h. auf denjenigen Halbmesser bezogen werden, der den mittleren Wasserfaden berührt. Man darf annehmen, daß der Austritt durchschnittlich auf demselben Halbmesser r erfolge; dann würde eine Differenz $w_1 - w_2$ nur auf der Reibung längs der Schaufel beruhen. Schlägt man den Reibungsverlust auf 8 v. H. des wirksamen Gefälles an, so wäre rund

$$w_1^2 - w_2^2 = 0{,}08\, c_0^2 .$$

Als Austrittsbedingung sei angenommen

$$u = w_2 .$$

Aus diesen drei Gleichungen ergibt sich für die Umfangsgeschwindigkeit im Eintrittshalbmesser

$$u = 0{,}46\, c_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (151)$$

Für die Ausflußgeschwindigkeit aus dem Einlauf darf man bei sorgfältiger Ausführung, besonders bei Rundstrahl setzen

$$c_0 = 0{,}97 \sqrt{2 g H_n'} \quad \ldots\ldots \quad (152)$$

Der Strahlquerschnitt ist

$$F = \frac{Q}{c_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (153)$$

und der Durchmesser des Rundstrahles

$$s = 1{,}13 \sqrt{F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (154)$$

Der Halbmesser des Rades, bis auf die Strahlachse gemessen, sei

$$\left.\begin{aligned} r &\gtreqless 4{,}2\, s \\ &\gtreqless 3{,}7 \sqrt{F} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (155)$$

Die Umlaufzahl

$$n = \frac{9{,}55\, u}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (156)$$

läßt sich durch Vergrößerung von r nach Bedürfnis vermindern.

Den Strahl lasse man mit dem äußersten Faden um den Betrag

$$m = 0{,}8\,s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157)$$

in das Rad eintreten.

Für die Bestimmung der Teilung und der Schaufelzahl hat man sich an den äußersten Wasserfaden zu halten. Nach Abschnitt 112 ist der Teilungswinkel

$$\vartheta < 2\alpha - \frac{2\,u_1 \sin \alpha_1}{c_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (158)$$

Dabei ist nach Fig. 153

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{r + \frac{1}{2}s}{r + \frac{1}{2}s + m} = \frac{r_1 - m}{r_1} \\ u_1 &= u\,\frac{r + \frac{1}{2}s + m}{r} = u\,\frac{r_1}{r_1 - \frac{1}{2}s - m} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (159)$$

und

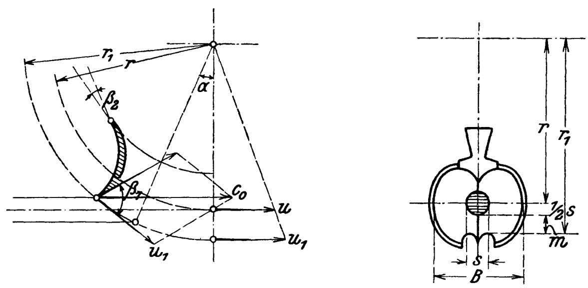

Fig. 153.

Der Winkel β_1, nach welchem der Schaufelrücken zu unterscheiden ist, ergibt sich nach Fig. 153 aus der Bedingung, daß selbst der **innerste** Faden nicht auf den Rücken aufschlagen soll.

Der Austrittswinkel sei ungefähr

$$\beta_2 = 8 \text{ bis } 10^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (160)$$

Die Schaufelbreite wird

$$\left.\begin{aligned} B &= 3{,}2 \text{ bis } 3{,}6\,s \\ &= 3{,}6 \text{ bis } 4{,}1\,\sqrt{F} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (161)$$

Den kleinern Wert nehme man, wenn die Turbine noch bei verminderter Füllung möglichst günstig arbeiten soll. Die größere Breite wird die beste Wirkung für den vollen Strahl ergeben.

Die radiale Schaufelabmessung findet sich von selbst, da man inwendig vom Strahl noch etwas Spielraum lassen muß. Das letzte Ende des abgeschnittenen Fadens schlägt schräg von innen nach außen auf die Schaufel, und damit die Wirkung dieses Restes nicht verloren gehe, ist nach Fig. 153 und 154 die Schaufelfläche zu beiden Seiten des Eintrittes über diesen hinaus zu verlängern und stark heraufzuziehen.

Die Unterschneidung des Rückens braucht nur für den eintretenden Strahl den nötigen Platz zu lassen, sie wird daher, wie Fig. 154 zeigt, rinnenförmig gehalten.

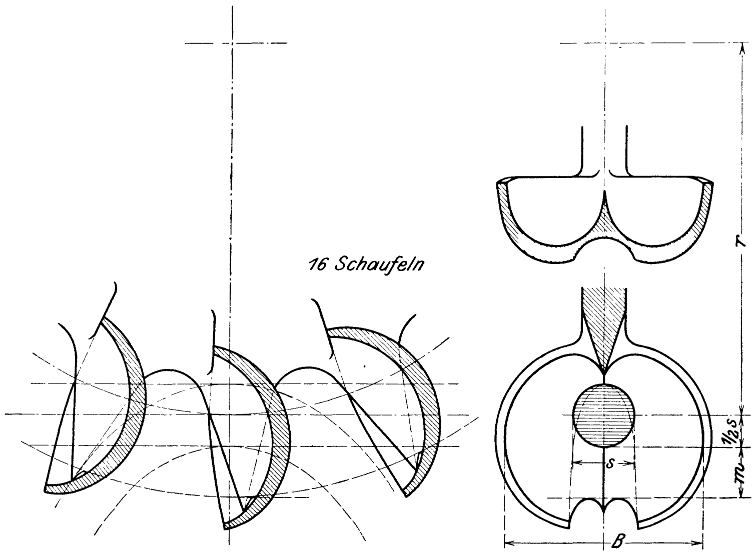

Fig. 154.

Beim Entwerfen wird man wieder mit dem Längenprofil beginnen; als gegeben sind die Winkel β_1 und β_2 und die radiale Schaufelabmessung anzusehen. Das Profil erhält die Gestalt eines Kreisbogens. Mit der gewählten Schaufelbreite zeichnet man sodann das Querprofil auf, indem man auf die rinnenförmige Unterschneidung des Rückens achtet. Diese wird auch bei der Stellung des Grates mitsprechen. Das richtigste wäre wohl, den Grat radial zu stellen, damit er vom Strahl möglichst rechtwinklig getroffen werde. Allein die Rücksicht auf die Unterschneidung zwingt dazu, ihn stark nach rückwärts zu neigen.

Das Beispiel Fig. 154 ist für einen Eintrittshalbmesser $r = 6\,s$ entworfen. Es findet sich hierbei die Schaufelzahl

$$z > 14,6$$
$$z = 16\,.$$

Mit wachsendem Durchmesser ergibt sich eine langsame Zunahme der Schaufelzahl; so bekäme man für einen doppelt so großen Halbmesser $z > 18$; die Schaufeln stehen also bedeutend weitläufiger.

Das Löffelrad mit vorspringendem Grat bekommt bei demselben Durchmesser viel weniger Schaufeln als dasjenige, dessen Mittelgrate zurücktreten. Das hängt mit dem tieferen Eintreten des Wassers ins Rad zusammen. Die geringere Schaufelzahl bedingt eine geringere Zersplitterung des Wassers und darum auch eine bessere Wirkung.

118. Befestigung der Löffel. Die Schaufeln können mit dem Radkörper aus einem Stück gegossen werden, wie in Fig. 154 angenommen wurde. Es geht hierbei am wenigsten Raum für den Austritt nach innen verloren. Die Schaufeln werden mit Kernen geformt; die Kernbüchsen dazu sind ziemlich schwierig anzufertigen, und da man für ein gegebenes Turbinenmodell je nach der Stärke des Strahles jeweilen Schaufeln von größerer oder kleinerer Breite verwenden sollte, wird das Gießen aus einem Stück recht unbequem. Es ist daher vorzuziehen, die Schaufeln einzeln zu gießen und auf dem Radumfange zu befestigen, da die Modelle für Einzelschaufeln leichter herzustellen sind und mit geringen Kosten nach Bedürfnis abgestuft werden können. Der Verfasser, der häufig in den Fall kommt, solche Schaufelmodelle anzufertigen, pflegt zuerst die in Pappe ausgeschnittenen Hauptprofile der führenden Schaufelfläche auf einem Brettchen zusammenzustellen und die Gestalt durch Ausfüllen mit Lehm zu ergänzen. Ein Gipsabguß dient als erstes Modell; nach diesem wird das eigentliche Modell in Messing abgegossen.

Bei der Befestigung der Schaufeln auf dem Rade ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß der Austritt nach innen nicht unzulässig beschränkt werde. Es sind aus diesem Grunde Befestigungen, wie sie z. B. Pfarr in seinem Buche[1]) in Fig. 447a und 448 abbildet, nicht zu billigen. Besser sind die in Fig. 155[2]) und Fig. 156[3]) skizzierten Verbindungen. Die erstere, von der A. Doble Co. in San Francisco, ist nur für verhältnismäßig große Räder zu gebrau-

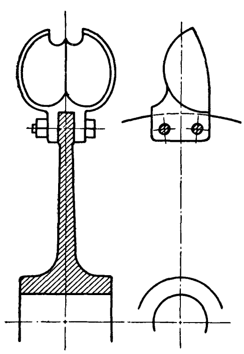

Fig. 155.

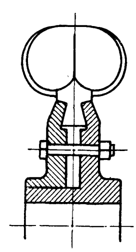

Fig. 156.

[1]) Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb, Berlin 1907.

[2]) Homberger, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1904, S. 1901.

[3]) Der Verfasser, Zeitschr. f. d. gesamte Turbinenwesen 1907, S. 135.

chen, weil sonst kein Platz bleibt für die zwei Schrauben, die jede Schaufel haben muß. Die zweite Befestigung, die der Verfasser für U. Boßhard Söhne in Zürich entworfen hat, ist auch für sehr gedrungene Räder brauchbar.

Als Material für die Schaufeln kommt Bronze oder Grauguß zur Anwendung. Weichguß wird stark vom Rost zerfressen. Grate und Eintrittsränder sollen möglichst scharf und die Hohlflächen glatt sein.

119. Einlauf. Der Leitapparat ist sehr sorgfältig derart auszubilden, daß er einen gut geschlossenen Strahl bei möglichst geringen Reibungsverlusten liefert. Die Wände sollen glatt sein, der Querschnitt ist stetig, aber möglichst rasch zusammenzuziehen. An dem in Fig. 157 gezeichneten Zungeneinlauf wäre die punktierte Linienführung vorzuziehen.

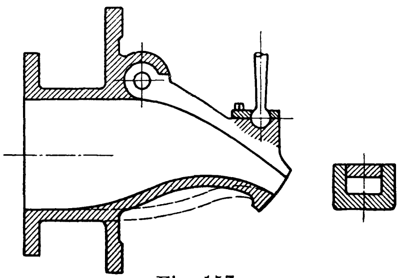

Fig. 157.

Die rechteckige Mündung gibt nur dann einen geschlossenen Strahl, wenn die Wasserfäden parallel austreten, also wenn die Wandungen der Mündung beim Austritt parallel geführt sind. Dieser Parallelismus darf sich aber nur auf eine möglichst kleine Länge (wenige Millimeter) erstrecken; im andern Falle entstehen erhebliche Reibungsverluste.

Bei rundem Strahle erhält die Mündung die Gestalt einer stark sich verjüngenden kegelförmigen Düse. Bei der Bestimmung ihres Durchmessers ist auf die Kontraktion Rücksicht zu nehmen. Nach Gl. 30a, Abschnitt 28, wäre für den Kontraktionskoeffizienten etwa zu setzen

$$\alpha = 1 - 0{,}22 \operatorname{tang} \delta ,$$

wobei δ den halben Kegelwinkel bedeutet.

Für $\delta = 40^0$ wird $\alpha = 0{,}815$. Der Düsendurchmesser wäre somit

$$d = \frac{s}{\sqrt{0{,}815}} = 1{,}11\, s ,$$

wobei unter s die Strahldicke zu verstehen ist. Für $\delta = 35^0$ wird $\alpha = 0{,}846$ und $d = 1{,}09\, s$. Der Winkel δ soll nicht kleiner als 35^0 gewählt werden.

Die vorstehende Formel für den Kontraktionskoeffizienten ist aus Versuchen mit vollkommener Kontraktion abgeleitet; d. h. das Wasser war vor der Ausflußdüse in Ruhe. Im Einlauf der Turbine besitzt aber das Wasser schon eine gewisse Geschwindigkeit, so daß man es hier mit unvollkommener Kontraktion zu tun hat. Über die Größe der unvollkommenen Kontraktion bei konischen Düsen liegen keine Versuche vor. Da aber eher etwas mehr Wasser durchfließt, läuft man keine Gefahr, wenn man mit jener Formel rechnet, zumal der Unterschied bei den Verhältnissen, wie sie hier auftreten, nicht groß sein kann.

Der Leitapparat soll so nahe als möglich an das Rad herangerückt werden; eine Stauung des Ausflusses durch die Radschaufeln ist ausgeschlossen. Einige gebräuchliche Ausführungsformen finden sich in Abschnitt 146 dargestellt.

120. Gehäuse. Die Tangentialräder mit liegender Achse werden in einem Gehäuse eingeschlossen, das das Herumschleudern von Wasser verhindert. Das Gehäuse soll das Rad mit ziemlich viel Spielraum umgeben, damit nicht das an den Wänden abprallende Wasser in größeren Mengen ins Rad zurückfalle. Es sei etwa die Breite des Gehäuses $\geqq 2{,}5\,B$.

Das stark zersplittert austretende Wasser fegt die Luft sehr energisch fort, und wenn keine Erneuerung möglich ist, so könnte es vorkommen, daß das Unterwasser infolge der eintretenden Luftverdünnung bis zum Rade emporsteigt. Sitzen die Lager dicht am Gehäuse, so wird bei ungenügender Lufterneuerung das Schmieröl lebhaft abgesogen.

Dem Austreten von Wasser aus den Ausschnitten für die Achse ist durch Dichtungen entgegenzutreten. Ledermanschetten greifen die Achse stark an; Labyrinthdichtungen sind vorzuziehen.

121. Der **Wirkungsgrad** gut gebauter Tangentialräder ist sehr hoch. Der Verfasser erzielte bei ganz kleinen Löffelrädchen von 100 mm Durchmesser mit konischer Düse Wirkungsgrade von über 70 v. H. bei Leistungen, die sich bei 3,5 Atm. Druck, am Einlauf gemessen, auf 16 mkg beliefen. Ein größeres Modell mit einer Leistung von 92 mkg oder 1,22 P. S. bei 3,75 Atm. ergab einen Wirkungsgrad von 76 v. H. Große Ausführungen können Wirkungsgrade von 80 v. H. und selbst mehr erreichen (vgl. Abschnitt 176, Fig. 236).

B. Die Turbinen mit gestautem Durchfluß.

13. Kapitel.

Die Jonval-Turbine.

122. Annahmen. Geschwindigkeitsdiagramm. Die Turbine von Jonval (Fig. 158) ist eine vollschlächtige axiale Stauturbine mit

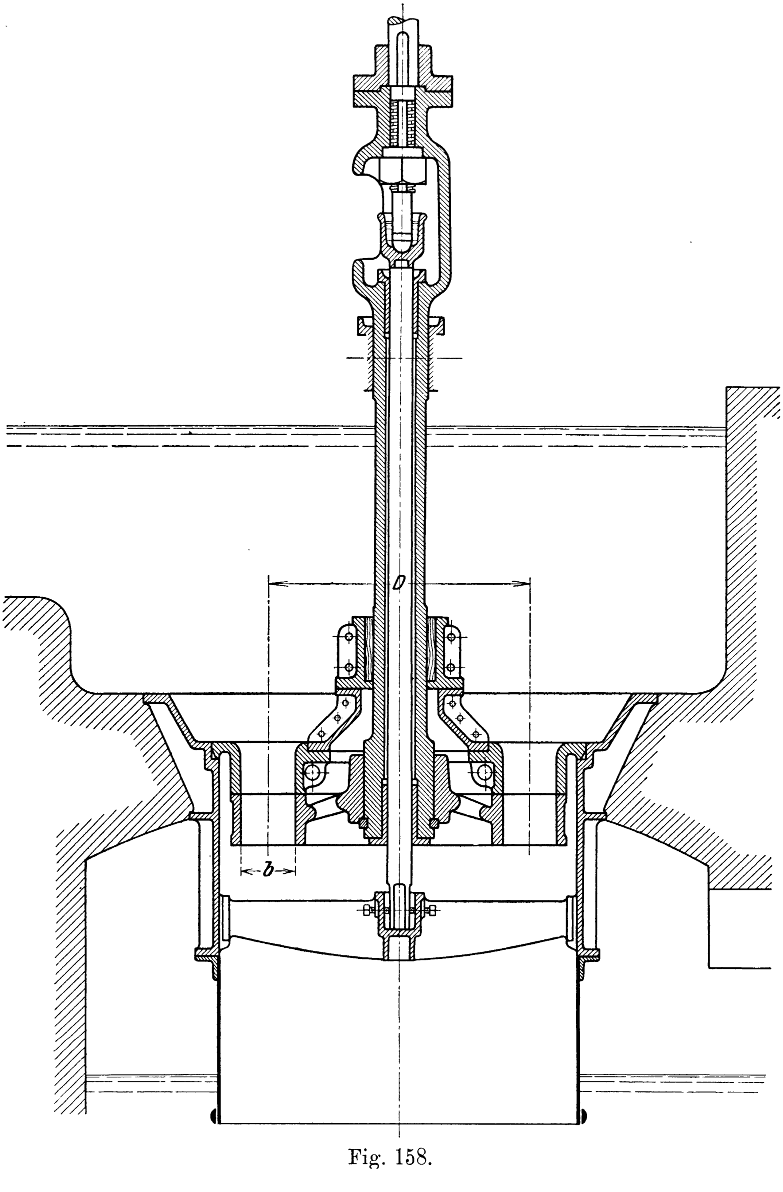

Fig. 158.

unveränderlicher Radbreite. Sie wurde für die Anwendung eines Saugrohres ersonnen, und da hierbei das Wasser sowohl drückend als saugend wirkt, bezeichnete sie der Erfinder als „turbine à double effet". Gegenüber der älteren Turbine von Fourneyron, die sich für das Saugrohr nicht eignet, bot sie einen wesentlichen Fortschritt. Immerhin läßt der Anschluß des Saugrohres noch sehr viel zu wünschen übrig; denn, wie ein Blick auf Fig. 158 beweist, geht die Bewegungsenergie des aus dem Laufrad austretenden Wassers beim Übergang ins Saugrohr fast vollständig verloren.[1])

Die vorliegende Turbinenform bietet unter gewissen Annahmen für die Rechnung sehr einfache Verhältnisse und eignet sich daher gut für die Einführung in die Theorie der Stauturbinen. Eine praktische Bedeutung besitzt sie zurzeit nicht mehr.

Wir legen unserer Betrachtung den mittleren Wasserfaden zugrunde und nehmen an, daß sich die übrigen Wasserfäden nach denselben Gesetzen bewegen. Insbesondere setzen wir voraus, daß der Druck beim Eintritt ins Laufrad überall derselbe sei. Diese Voraussetzung träfe nur zu, wenn die Radbreite b gegenüber dem Durchmesser D verschwindend klein wäre. Infolge der Zentrifugalbeschleunigung, der das Wasser unterworfen ist, tritt bei endlicher Radbreite in Tat und Wahrheit eine Druckzunahme von innen nach außen auf. Bei den Verhältnissen zwischen b und D, wie sie üblich sind, fällt diese Druckzunahme schon recht beträchtlich aus, und darum bestehen auch große Unterschiede in der Bewegung der einzelnen Wasserfäden.

Nimmt man zunächst an, die Dicke der Schaufeln sei verschwindend klein, so ergibt sich aus der Annahme, daß sich alle Wasserfäden gleichartig bewegen und daß die Radbreite b unveränderlich sei, für die axiale Komponente der Geschwindigkeit überall derselbe Wert. Setzt man endlich voraus, daß durch den Spalt kein Wasser entweiche, so lassen sich die Geschwindigkeitsverhältnisse nach Abschnitt 85 durch das Diagramm (Fig. 159) übersichtlich darstellen.

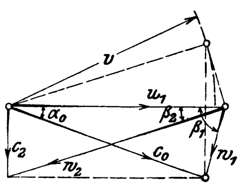

Fig. 159.

Als gegeben sind c_2 und

$$v = \sqrt{2g\,\tfrac{1}{2}\left(H_w - \frac{c_2{}^2}{2g}\right)},$$

die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles, anzusehen. Es kann nunmehr eine der sieben übrigen Größen innerhalb der Grenzen der Zweckmäßigkeit beliebig angenommen

[1]) Es hätte daher keinen Sinn, das Saugrohr nach unten zu erweitern.

werden, worauf die anderen sich bestimmen lassen. Die Konstruktion wird unbequem für β_1 als Ausgangspunkt, während von allen übrigen Größen aus die Bestimmung mühelos durchgeführt werden kann. Am ehesten wird man von α_0 oder u_1 ausgehen.

Wie die Aufgabe auf dem Wege der Rechnung zu lösen wäre, ist leicht einzusehen; doch soll darauf nicht näher eingetreten werden.

123. Absoluter Wasserweg. Unter Beibehaltung der Annahme, daß die axiale Geschwindigkeitskomponente unveränderlich sei, findet man die absolute Wasserbahn nach Fig. 160 auf folgendem Wege. Das bei A eintretende Wasserteilchen legt in gleichen Zeiten gleiche Höhen zurück und würde daher ohne die Schaufel gleichmäßig in der Richtung von c für die absolute Bewegung und in der Richtung von w_1 für die relative Bewegung fortschreiten, käme also gleichzeitig in C, bzw. in W an. Durch die Schaufel AB aber wird es nach rückwärts um die Strecke $WS = a = CP$ abgelenkt.

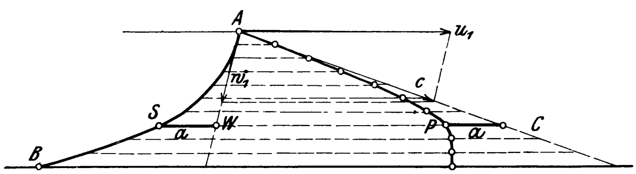

Fig. 160.

Die in gleichen Höhenabständen aufeinander folgenden Punkte der absoluten Bahn lassen deutlich erkennen, wie das Wasser seine Geschwindigkeit allmählich verliert.

Für endliche Schaufeldicken bleibt die axiale Geschwindigkeit des Wassers nicht mehr konstant, und die Bestimmung des absoluten Wasserweges wird umständlicher. Da die Frage für die Praxis wenig Bedeutung hat, soll sie nicht weiter verfolgt werden.

124. Bei der **Berechnung einer neuen Jonval-Turbine** ist als gegeben die Wassermenge Q und das reine Gefälle H_n anzusehen. Damit ist die Aufgabe aber noch keineswegs bestimmt; vielmehr müssen noch einige Bedingungen oder Abmessungen mehr oder weniger willkürlich angenommen werden, wenn sie uns nicht etwa schon durch gewisse äußere Verhältnisse auferlegt sind. So könnte es vorkommen, daß man durch Rücksichten auf den verfügbaren Raum in Bezug auf den Durchmesser gebunden wäre, oder daß man sich an eine bestimmte Umlaufzahl zu halten hätte, während ein anderes Mal die Aufgabe gestellt ist, eine möglichst hohe Umlaufzahl zu erreichen. In andern Fällen kommt es nur darauf an, die Wasserkraft möglichst vollständig auszunützen, während unter anderen Verhältnissen mehr Wert auf eine möglichst kleine und billige Turbine gelegt wird usw.

Wo man nicht durch äußere Rücksichten gebunden ist, wird man auf einen möglichst hohen Wirkungsgrad sehen. Es wird zweckmäßig sein, hierbei von denjenigen Größen auszugehen, die zugleich einen bestimmenden und einen leicht übersehbaren Einfluß haben. Dies trifft für die Winkel, mit deren Wahl man gewöhnlich beginnt, nicht zu, und wir schlagen darum einen anderen Weg ein. Von entscheidendem Einfluß ist vor allem die absolute Austrittsgeschwindigkeit, und wir gehen daher wie bei der Girard-Turbine von c_2 aus. Es sei etwa

$$c_2{}^2 = 0{,}04 \text{ bis } 0{,}06 \cdot 2g\,H_n\,,$$

d. h. der Austrittsverlust soll etwa 4 bis 6 v. H. des reinen Gefälles betragen. Es ist dabei Rücksicht darauf genommen, daß die Austrittsgeschwindigkeit verloren geht, selbst wenn ein Saugrohr vorhanden ist.

Die Aufgabe der Berechnung einer Turbine läuft darauf hinaus, die Querschnitte so groß zu bemessen, daß das vorhandene Wasser auch wirklich hindurchfließt oder daß die Turbine tatsächlich das Wasser schluckt. Es ist unbedingt notwendig, der Verengung der Querschnitte durch die Schaufeln Rechnung zu tragen. Da aber die Anzahl und die Dicke der Schaufeln mit den Abmessungen der Turbine eng zusammenhängen, muß man sich zunächst durch eine vorläufige Berechnung eine zutreffende Vorstellung von der Größe der Turbine verschaffen.

Versteht man unter F_2 die freie oder nützliche Unterfläche des Laufrades, d. h. die Summe aller Kanalquerschnitte beim Austritt, in der Ebene normal zur Achse gemessen, so besteht, wenn c_2 axial gerichtet ist, die Beziehung

$$F_2 = \frac{Q}{c_2}\,.$$

Da man unter Verwendung der Bezeichnungen aus Fig. 161 schreiben kann

$$F_2 = \pi D b \left(\frac{k_2}{t_2}\right), \quad \ldots \ldots \quad (162)$$

ergibt sich zur Berechnung des Durchmessers die Gleichung:

$$D^2 = F_2 \frac{1}{\pi} \left(\frac{D}{b}\right) \left(\frac{t_2}{k_2}\right) \quad \ldots \ldots \quad (163)$$

Darin mag für die vorläufige Berechnung eingesetzt werden

$$\frac{D}{b} = 3 \text{ bis } 7, \text{ im Mittel etwa } 5\ ^{1)} \quad \ldots \quad (164)$$

[1]) Je kleiner diese Zahl gewählt wird, desto kleiner fällt die Turbine und desto größer ihre Umlaufzahl aus, desto größer werden aber auch die

$$\left.\begin{aligned}\frac{t_2}{k_2} &= \tfrac{5}{4} \text{ für Blechschaufeln} \\ &= \tfrac{4}{3} \text{ für Gußschaufeln}\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (165)$$

Daraus ergeben sich vorläufige Werte für den mittleren Durchmesser D und die Radbreite b. Man kann nunmehr zur Wahl der Schaufelzahl schreiten, etwa an Hand der empirischen Formeln

$$\left.\begin{aligned} & z_2 = 2\sqrt{D} \\ \text{oder} \qquad & z_2 = 0{,}12\,D + 6 \text{ bis } 8\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (166)$$

wobei D in Zentimeter einzusetzen ist.

Die Schaufeldicke am Austrittsrand sei etwa

$$\left.\begin{aligned} s_2 &= 0{,}13\sqrt{b} \text{ für Blech} \\ &= 0{,}25\sqrt{b} \text{ für Guß}\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (167)$$

worin b ebenfalls in Zentimeter auszudrücken ist.

Die endgültige Berechnung beginnt wiederum am besten beim Laufrad. Es ist hierbei auch noch der Tatsache Rechnung zu tragen, daß nicht alles Wasser durch das Laufrad fließt, indem ein Bruchteil davon schon vorher durch den Spalt entweicht.

Man wird nun zunächst den mittleren Durchmesser D an Hand der vorläufigen Berechnung fest annehmen und die Umfangsgeschwindigkeit u_1 wählen. Gewöhnlich ist

$$u_1 \overline{\gtrless} 1{,}1\, v\,, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (168)$$

wobei also

$$v = \sqrt{2g\tfrac{1}{2}(H_w - c_2^2)}\,.$$

Eine gute Annahme ist

$$u_1 = v\,.$$

Dabei wird nach dem Geschwindigkeitsdiagramm

$$\beta_1 = 90^0$$

$$c_{u1} = u_1\,.$$

Will man die Umlaufzahl möglichst hoch hinauftreiben, so kann man u_1 noch größer als $1{,}1\,v$ wählen.

Vorkommendenfalls wird man die Werte von u_1 und D_1 einander anpassen, wenn z. B. eine gewisse Umlaufzahl einzuhalten ist.

Die Zahl der Umläufe ist

$$n = \frac{19{,}1\,u_1}{D}\,. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (169)$$

Unterschiede in der Bewegung der äußeren Wasserfäden gegenüber denjenigen der mittleren, desto unzuverlässiger ist die ganze Rechnung und desto schlechter der Wirkungsgrad.

Den Wasserverlust am Spalt berechnet man nach den Angaben des Abschnittes 94. Ist Q_s dieser Verlust, so wäre das Laufrad auf eine Durchflußmenge

$$Q_2 = Q - Q_s \quad \ldots \ldots \quad (170)$$

zu berechnen.

Da das Wasser rechtwinklig zum Umfang austreten soll, ergeben sich aus $u_2 = u_1$ und aus c_2 ohne weiteres die Größen w_2 und α_2; es ist

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 \quad \ldots \ldots \quad (171)$$

und

$$\sin \alpha_2 = \frac{c_2}{w_2}. \quad \ldots \ldots \quad (172)$$

Die aus der vorläufigen Berechnung hervorgegangenen Werte für die Schaufelzahl und die Dicke können ohne Rücksicht auf allfällige Änderungen der Größen D und b beibehalten werden. Aus der Schaufelteilung

$$t_2 = \frac{D\pi}{z_2} \quad \ldots \ldots \quad (173)$$

und der Schaufeldicke s_2 findet man die lichte Kanalweite

$$a_2 = t_2 \sin \alpha_2 - s_2 , \quad \ldots \ldots \quad (174)$$

und weiter gibt die Gleichung

$$z_2 a_2 b_2 = \frac{Q_2}{w_2} \quad \ldots \ldots \quad (175)$$

das Mittel zur Berechnung der lichten Radbreite b_2.

Damit sind für den Austritt aus dem Laufrad alle Verhältnisse geregelt, und es bleibt noch übrig, den Austritt aus dem Leitrad und den Übergang ins Laufrad zu behandeln.

Die Schaufelzahl sei in Leit- und Laufrad dieselbe, also

$$z_0 = z_2$$
$$t_0 = t_1 = t_2 .$$

Aus der Geschwindigkeit v des halben Nutzgefälles und der angenommenen Umfangsgeschwindigkeit u_1 ergibt sich mittels des Eintrittsdiagrammes (vgl. Fig. 161) die Umfangskomponente c_{u1} der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit, und dieser soll die Umfangskomponente der Ausflußgeschwindigkeit aus dem Leitrad gleich werden, so daß in der Richtung des Umfanges kein Stoß auftritt.

Zwischen dem rechtwinklig zum Umfange gemessenen lichten Kanalabstich m_0 und der lichten Kanalweite a_0 besteht die Beziehung

$$m_0 c_{u0} = a_0 c_0 ,$$

und da

$$z_0 a_0 b_0 c_0 = Q,$$

ergibt sich

$$m_0 = \frac{1}{z_0 b_0} \frac{Q}{c_{u0}}.$$

Um der Verengung des Austrittes durch die Laufradschaufeln Rechnung zu tragen, hat man indessen den Kanalabstich im Verhältnis von $k_1 : t_1$ zu vergrößern, wobei sich k_1 schätzungsweise ergibt, indem man sicherheitshalber den Einfluß der Zuschärfung außer acht läßt. Es wäre also

$$m_0 = \frac{1}{z_0 b_0} \frac{t_1}{k_1} \frac{Q}{c_{u0}} \quad \ldots \ldots \quad (176)$$

Dabei ist nach Annahme $b_0 = b_2$, und Q bedeutet die ganze Wassermenge.

Mit m_0, s_0 und t_0 findet sich α_0, weiterhin mittels des Geschwindigkeitsdiagrammes β_1, und damit sind auch für den Austritt aus dem Leitrad und den Eintritt ins Laufrad alle Verhältnisse geordnet.

Die Radhöhe setze man für Leit- und Laufrad ungefähr

$$H_r = 3{,}6 \text{ bis } 4\,a_0 \quad \ldots \ldots \quad (177)$$

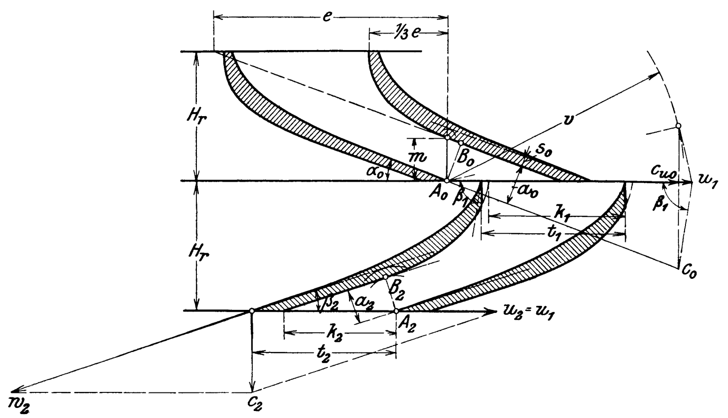

Fig. 161.

125. Schaufelung. Für das Aufzeichnen der Schaufeln nach Fig. 161 gelten dieselben Gesichtspunkte, die in Abschnitt 103 für das Leitrad der Girard-Turbine aufgestellt wurden, also gradlinige Führung des Schaufelrückens bis zum Punkte B, der der Kante A

der nächsten Schaufel gegenüberliegt[1]); Überdeckung der Schaufeln gleich rund 0,3 bis 0,35 derjenigen, die sich bei graden Schaufeln ergäbe; Verdickung der Schaufeln in der Mitte bei Gußeisen, wobei die Vorderfläche die Schaufeltangente erst im untersten Punkt erreichen soll; Zuschärfung derart, daß die Eintrittsrichtung des Wassers etwa mit dem Halbierungswinkel übereinstimmt; Krümmung der Kurven derart, daß der Krümmungshalbmesser mit der Geschwindigkeit wächst.[2])

126. Zahlenbeispiel. Es mag die Berechnung einer neuen Jonval-Turbine durchgeführt werden, der folgende Annahmen zugrunde liegen sollen.

$$Q = 1200\,\text{l./Sek.},$$
$$H = 4{,}2\,\text{m}.$$

Das wirksame Gefälle kann angenommen werden zu

$$H_w = 0{,}9\,H = 3{,}78\,\text{m}.$$

Der Austrittsverlust betrage 5 v. H. der ganzen verfügbaren Energie, also

$$\frac{c_2^{\,2}}{2g} = 0{,}05\,H = 0{,}21\,\text{m},$$
$$c_2 = 2{,}03\,\text{m}.$$

Wir berechnen zunächst als Vergleichswert die Geschwindigkeit, die dem Gefälle entspricht

$$\sqrt{2gH} = 9{,}07\,\text{m}.$$

Die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles ist

$$v = \sqrt{2g\,\tfrac{1}{2}\left(H_w - \frac{c_2^{\,2}}{2g}\right)} = \sqrt{2g\,0{,}425\,H},$$
$$v = 5{,}92\,\text{m}.$$

---

[1]) Der rechtwinklige Kanalabstich m_0 ist also nicht bis in die Rückfläche selbst, sondern nur bis zur gradlinigen Verlängerung des untersten Teiles nach rückwärts zu messen.

[2]) Es ist vielfach versucht worden, das Aufzeichnen der Schaufeln zu einer bestimmten geometrischen Aufgabe zu machen. Dies gelingt nur, wenn man gewisse willkürliche Annahmen macht, z. B. solche über die absolute Wasserbahn, über die Änderung der relativen Bewegung nach Richtung und Geschwindigkeit oder über die Verteilung der Energieabgabe längs der Schaufel u. dgl. Bei den dynamischen Wirkungen des strömenden Wassers kommen nur der Anfangs- und der Endzustand in Betracht; wie der Übergang vor sich geht, ist ganz gleichgültig, sobald er sich nur stetig und möglichst reibungsfrei vollzieht. Ob dies aber der Fall sein wird, läßt sich, zwar nicht rechnungsmäßig, aber doch dem Gefühl nach, am Schaufelprofil selbst am besten beurteilen. Jene Konstruktionen haben daher keinen inneren Wert und höchstens die Bedeutung von brauchbaren Rezepten.

Die Durchflußgleichung nimmt also die Form an

$$5{,}92^2 = u_1 c_{u1} .$$

Als Material für die Schaufeln sei Gußeisen angenommen. Man kann vorläufig den Querschnittsverlust infolge der Dicke der Schaufeln auf etwa ein Viertel anschlagen, oder

$$\frac{t_2}{k_2} = \frac{4}{3} .$$

Es ergibt sich für die Unterfläche des Laufrades

$$F_2 = \pi D b_2$$

oder mit Rücksicht auf die durchfließende Wassermenge

$$F_2 = \frac{t_2}{k_2} \frac{Q}{c_2} = \frac{4}{3} \frac{1200}{20{,}3} = 78{,}8 \text{ qdcm.}$$

Setzt man die beiden Ausdrücke einander gleich und führt man das Verhältnis ein

$$\frac{D}{b_2} = 5 ,$$

so erhält man als vorläufige Radabmessungen für den Durchmesser und die Radbreite

$$D^2 = \frac{78{,}8 \cdot 5}{\pi} ,$$

$$D = 1120 \text{ mm} ,$$

$$b = 224 \text{ mm} .$$

Der endgültigen Berechnung muß ein bestimmter Durchmesser und eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit unterlegt werden. Man kann diese Größen etwa mit Rücksicht auf eine gegebene Umlaufzahl innerhalb gewisser Grenzen beliebig wählen. Für die Umfangsgeschwindigkeit ist die Bedingung einzuhalten

$$u_1 \gtreqless v \qquad \text{oder} \qquad \gtreqless 5{,}92 \text{ m} ,$$

und zwar wird u_1 nicht leicht den Betrag $1{,}1\,a = 6{,}5$ m überschreiten dürfen.

Es mag gewählt werden

$$d = 1{,}100 \text{ m} ,$$

$$n = 110 \text{ Umdrehungen pro Minute,}$$

so ergibt sich

$$u_1 = 6{,}33 \text{ m} = 0{,}7 \sqrt{2 g H_n} .$$

Für die Schaufelzahl, die im Lauf- und Leitrad gleichgroß genommen wird, liefert die Regel

$$z = 2\sqrt{110} = 21 \sim 20\,,$$

woraus. sich die Schaufelteilung findet

$$t = 172{,}7 \text{ mm}\,.$$

Die Dicke der gußeisernen Schaufeln am Austrittsrande sei etwa

$$s = 0{,}25\sqrt{22{,}4} = 1{,}2 \text{ cm}\,.$$

Für den Spaltverlust erhält man bei 2 mm Spaltbreite nach Abschnitt 94

$$F_s = 2 \cdot 11 \cdot \pi \cdot 0{,}02 = 1{,}38 \text{ qdcm}\,,$$
$$\sqrt{2g\tfrac{1}{2}H_n} = 6{,}42 \text{ m}\,,$$
$$Q_s = 0{,}6 \cdot 1{,}38 \cdot 64{,}2 = 54 \text{ l}\,.$$

Das Laufrad ist somit auf eine Wassermenge von 1200 — 54 = 1146 l zu berechnen. Der Spaltverlust beträgt 4,5 v. H. der ganzen Wassermenge.

Für die relative Ausflußgeschwindigkeit w_2 aus dem Leitrad findet man nach Fig. 161

$$w_2{}^2 = u_2{}^2 + c_2{}^2\,,$$

wobei

$$u_2 = u_1\,,$$

also

$$w_2{}^2 = 6{,}33^2 + 2{,}03^2\,,$$
$$w_2 = 6{,}65 \text{ m}\,.$$

Ferner ist

$$\sin\beta_2 = \frac{c_2}{w_2} = \frac{2{,}03}{6{,}55} = 0{,}31\,,$$
$$\beta_2 \cong 18^0\,.$$

Die lichte Kanalweite ist nach Fig. 161

$$a_2 = t_2 \sin\beta_2 - s_2 = 172{,}7 \cdot 0{,}31 - 12\,,$$
$$= 41{,}5 \text{ mm}\,.$$

Der ganze Ausflußquerschnitt sämtlicher Laufradkanäle ist

$$z_2 f_2 = \frac{Q - Q_s}{w_2} = \frac{1146}{66{,}5} = 17{,}15 \text{ qdcm}\,.$$

Das trifft auf einen Kanal

$$f_2 = \frac{17{,}15}{20} = 0{,}8575 \text{ qdcm}\,,$$

und es bedarf hierzu einer lichten Radbreite

$$b_2 = \frac{85{,}75}{4{,}15} = 20{,}6 \text{ cm}\,.$$

Damit sind alle Abmessungen des Laufrades bestimmt. Die Radbreite tritt nicht stark aus dem Rahmen des ursprünglich angenommenen Verhältnisses $D:b=5$ heraus; es kann daher bei diesen Ergebnissen sein Bewenden haben.

Für den Austritt aus dem Leitrad ermittelt man zunächst aus der Durchflußgleichung

$$5{,}92^2 = u_1 c_{u1}$$

den Wert von c_{u1}, der der Umfangsgeschwindigkeit $u_1 = 6{,}33$ m entspricht; man findet

$$c_{u1} = 5{,}56 \text{ m}\,.$$

Die auf einen Leitkanal entfallende Wassermenge ist $1200:20 = 60$ l. Für die lichte Radbreite $b_0 = b_2 = 206$ mm ergibt sich der senkrechte Abstich

$$m_0 = \frac{60}{55{,}6 \cdot 2{,}06} = 0{,}522 \text{ dm}$$

oder, wenn man der Verengung durch die Laufradschaufeln Rechnung tragen will und für deren Dicke am oberen Rand (ohne die Zuschärfung) 8 mm einsetzt,

$$m_0 = 52{,}2 \cdot \frac{172{,}7}{172{,}7 - 8} = 55 \text{ mm}.$$

Auf graphischem Wege finden sich endlich die Winkel α_0 und β_1.

Mit Rücksicht darauf, daß die Querschnitte der Kanäle beim Gießen in der Regel eher etwas enger ausfallen als angenommen, würde es sich empfehlen, mit der lichten Radbreite von 206 auf etwa 215 mm hinaufzugehen.

127. Anpassung eines Modells an veränderte Verhältnisse. Es kann sich etwa die Aufgabe darbieten, ein Modell, das für gewisse Verhältnisse entworfen worden ist, für abweichende Umstände zu verwenden. Wenn zufällig die Größe $Q:\sqrt{2gH_n}$ denselben Wert behält, so ist das Modell ohne weiteres tauglich; besteht aber eine Abweichung, würde z. B. die Turbine zu wenig Wasser schlucken, so kann das Modell innerhalb gewisser Grenzen unter Beibehaltung der Hauptabmessungen D und b durch Veränderung der Schaufelwinkel mit geringen Kosten angepaßt werden. Ein Blick auf Fig. 162 lehrt, wie man durch Vergrößern des Winkels α_0 die Austrittsgeschwindigkeit c_0 aus dem Leitrad steigern kann. Da hierbei zugleich auch der Austrittsquerschnitt größer wird, kann die Turbine erheblich mehr Wasser aufnehmen. Vermindert man die Umfangsgeschwindigkeit u_1, so wird c_0 abermals größer. Der Austrittswinkel β_2 aus dem Laufrad wird hierbei ebenfalls in Mitleidenschaft gezogen, wenn man nicht den rechtwinkligen Austritt, der der Konstruktion zugrunde liegt, preisgeben will. Dabei wird sich aber auch die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 ändern, und zwar in dem Sinne, daß sie mit β_1 wächst. Hierin liegt insofern eine kleine Schwierigkeit, als c_2 bei der Geschwindigkeit v

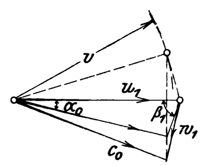

Fig. 162.

des halben Nutzgefälles mitspricht, wenn auch nicht in hohem Maße. Man würde daher die Konstruktion etwa mit einem auf gut Glück angenommenen Werte von c_2 durchführen, die Annahme auf Grund des Ergebnisses berichtigen und die Konstruktion damit wiederholen.

Es kann sich als zweckmäßig erweisen, die Bedingung des rechtwinkligen Austrittes fallen zu lassen. Der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten wird in diesem Falle durch die Gl. 98, Abschnitt 82, dargestellt, wobei man indessen, um den Reibungsverlusten in den Turbinen Rechnung zu tragen und H_w für H_n zu schreiben hat. Da überdies für die Axialturbine $u_2 = u_1$ ist, nimmt die Gleichung die Form an

$$2gH_w - c_0^2 = w_2^2 - w_1^2, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (98\,a)$$

die sich nach Fig. 163 durch zwei rechtwinklige Dreiecke darstellen läßt.

Man kann von den drei Geschwindigkeiten zwei annehmen und die dritte bestimmen. Nimmt man noch u_1 an, so ist das Geschwindigkeitsdreieck für den Eintritt ins Laufrad festgelegt; sodann kann man mit w_2 den Austrittsquerschnitt aus dem Laufrad berechnen, woraus sich mit dem Durchmesser, der Radbreite, der Schaufelzahl und der Schaufeldicke zum Schluß noch der Winkel β_2 ergibt. Damit ist also auch für den Austritt alles bestimmt. Es wird sich namentlich aus der Größe der absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_2 ergeben, ob die Lösung annehmbar ist oder nicht.

Prášil erwähnt einen Fall, wo eine Jonval-Turbine die vorgeschriebene Wassermenge nicht ganz zu fassen und darum die vertragsmäßige Leistung nicht völlig aufzubringen vermochte. Es erwuchs daraus die Aufgabe, die Turbine mit möglichst geringen Kosten für die ganze Wassermenge umzubauen. Man behielt das Leitrad bei und setzte ein neues Laufrad ein. Als gegeben waren anzusehen die Größen c_0, α_0, D und b, sowie u_1, da die Umlaufzahl nicht geändert werden durfte.

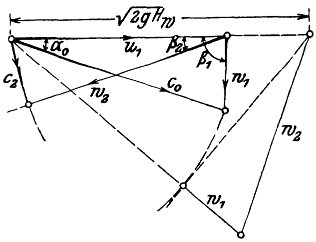

Fig. 163.

Fig. 163 zeigt, wie mit α_0, c_0 und u_1 zunächst w_1 und β_1 gefunden wird, und wie man sodann nach Gl. 98 a mit $\sqrt{2gH_w}$, c_0 und w_1 die Geschwindigkeit w_2 ermitteln kann. Aus der Gleichung

$$z_2\,(t_2 \sin \beta_2 - s_2)\, b = \frac{Q_2}{w_2}$$

ergibt sich β_2. Schließlich ist mit β_2, w_2 und u_1 auch das Austrittsdreieck, also auch c_2 bestimmt. Von der letzteren Größe wird es hauptsächlich abhängen, ob die umgebaute Turbine in Beziehung auf den Wirkungsgrad befriedigt.

128. Winkelausgleichung. Die vorstehenden Rechnungen haben streng genommen nur für diejenigen Wasserfäden Gültigkeit, die sich auf der mittleren Zylinderfläche bewegen. Es muß die Frage aufgeworfen werden, wie sich die übrigen Wasserfäden verhalten. Sie ist sehr verwickelter Natur und soll darum hier nur andeutungsweise behandelt werden.

Der Spaltdruck muß von innen nach außen stetig zunehmen, da er die der Umfangskomponente c_{u0} entsprechende Zentripetalbeschleunigung zu erzeugen hat. Wenn aber der Druck wächst, so wird die Ausflußgeschwindigkeit c_0 aus dem Leitrad nach außen hin abnehmen müssen. Der Winkel α_0 wird bei der üblichen Gestalt der Schaufelflächen nach außen hin kleiner, die Umfangsgeschwindigkeit u_1 wächst, und so verändern sich alle Elemente des Geschwindigkeitsdiagrammes mit dem Halbmesser. Dementsprechend müßte sich auch der Winkel β_1 ändern, wenn man die Bedingung des stoßfreien Eintrittes aufrecht erhalten will. Die Aufgabe, den Ansatz der Laufradschaufel diesem Bedürfnis entsprechend auszubilden, ist unter dem Namen der Winkelausgleichung bekannt.

Es sei in Fig. 164 ein Wasserteilchen beim Austritt aus dem Leitrad dargestellt. Dasselbe werde durch zwei konzentrische Zylinderflächen mit dem Abstand dr, zwei unendlich nahe Ebenen normal zur Achse und zwei unendlich nahe Axialebenen begrenzt. Die Außenfläche sei df, und c_{u0} bedeute die Geschwindigkeitskomponente in der Umfangsrichtung. Da der Überdruck von außen nach innen die Zentripetalbeschleunigung erzeugen muß, besteht die Beziehung

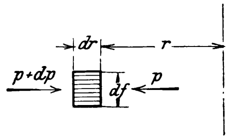

Fig. 164.

$$df \cdot dp = df \cdot dr \frac{\gamma}{g} \frac{c_{u0}^2}{r}$$

$$dp = \frac{\gamma}{g} c_{u0}^2 \frac{dr}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (178)$$

Bedeutet H_{w0} das wirksame Gefälle bis zur Unterkante des Leitrades, so ist ferner nach dem Prinzip von Bernoulli

$$H_{w0} - \frac{p}{\gamma} = \frac{c_0^2}{2g}.$$

Differenziert man, so findet sich

$$dp = -\frac{\gamma}{g} c_0 \, dc_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (179)$$

Setzt man diese beiden Ausdrücke für dp einander gleich, so erhält man mit Rücksicht darauf, daß

$$c_{u0} = c_0 \cos \alpha_0 \,,$$

die Gleichung

$$\cos^2 \alpha_0 \frac{dr}{r} = -\frac{dc_0}{c_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (180)$$

Ist $\cos \alpha_0$ als Funktion des Halbmessers bekannt, so wäre damit die Aufgabe im Prinzip gelöst; die Möglichkeit der Durchführung hängt indessen von der Natur dieser Funktion ab. Da α_0 ziemlich klein ist, wird sich $\cos \alpha_0$ nicht stark ändern, und man wird keinen großen Fehler begehen, wenn man setzt

$$\cos \alpha_0 = \text{const.}$$ [1]

Wenn r_1 und r_2 den innersten und den äußersten Halbmesser bedeuten, so erhält man bei der Integration

$$\log \frac{c_{01}}{c_{02}} = \cos^2 \alpha_0 \log \frac{r_2}{r_1}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (181)$$

und zwar gilt diese Gleichung für Logarithmen von beliebiger Basis.

Es sei z. B. $\alpha = 20^0 = \text{const.}$, $\cos^2 \alpha = 0{,}885$; ferner sollen sich der innere, mittlere und äußere Halbmesser verhalten wie $4 : 5 : 6$, entsprechend einem Breitenverhältnis von $D : b = 5$, so würden sich die Ausflußgeschwindigkeiten c_0 verhalten wie

$$1{,}218 : 1 : 0{,}850 \,.$$

---

[1]) Es würde keine Schwierigkeiten verursachen, die Schaufeln so zu bilden, daß diese Bedingung genau erfüllt ist.

Die Unterschiede werden recht beträchtlich. Fig. 165 zeigt, wie stark sich der Ansatzwinkel β_1 über die Kranzbreite weg ändern müßte. Für den innern Halbmesser ergäbe sich eine stark sackförmige Schaufel, und es kann sich fragen, ob der aus diesem Profil erwachsende Schaden nicht größer ist als der Nachteil, der entsteht, wenn der Ansatzwinkel unausgeglichen bleibt. Jedenfalls geht aus diesen Betrachtungen hervor, daß die weiter außen oder innen liegenden Fäden unter wesentlich ungünstigeren Bedingungen durchfließen, und damit hängt die Tatsache zusammen, daß man mit der Jonval-Turbine keine Wirkungsgrade erzielt, die viel über 75 v. H. hinausgehen.

Bei größeren Kranzbreiten pflegt man die Turbinen mehrkränzig zu bauen; d. h. der Kranz wird durch zylindrische Zwischenwände in zwei bis drei konzentrische Ringe geteilt. Für jeden dieser Ringe werden die Schaufelwinkel derart

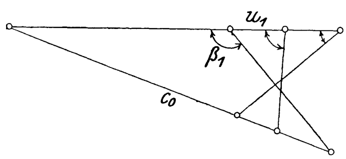

Fig. 165.

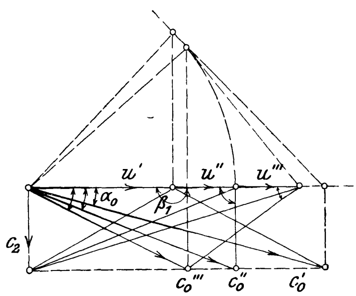

Fig. 166.

gewählt, daß sie für den Mittelschnitt stoßfreien Eintritt und rechtwinkligen Austritt ergeben; die Winkelausgleichung wird also wenigstens im groben durchgeführt. In dieser Form bietet die Aufgabe keine Schwierigkeit. Fig. 166 deutet an, wie sie etwa durchzuführen wäre.

129. Mittlerer Halbmesser. Je weiter ein Wasserfaden vom mittleren Halbmesser r_m abliegt, für den die Bedingungen des besten Ganges erfüllt sind, desto größer ist der Verlust an Energie, den er infolge des unrichtigen Ganges erleidet. Es handelt sich darum, den Gesamtverlust möglichst klein zu halten. Darf man annehmen, der Verlust im einzelnen Wasserfaden sei dem Abstande x vom richtig laufenden mittleren Wasserfaden proportional, so wäre dafür zu sorgen, daß der Ausdruck

$$\int x\, df$$

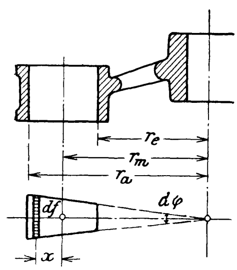

Fig. 167.

für das ganze kleine Trapez in Fig. 167 zu einem Minimum wird. Dies ist augenscheinlich der Fall, wenn der mittlere Halbmesser gleich dem Schwerpunktsabstand wird. Es wäre

$$r_m = \frac{2}{3}\,\frac{r_a^3 - r_e^3}{r_a^2 - r_e^3} \quad . \quad . \quad . \quad (182)$$

Da es sich indessen um Verluste an kinetischer Energie handelt, erscheint die Annahme wahrscheinlicher, daß der Verlust des einzelnen Wasserfadens mit der zweiten Potenz seines Abstandes vom mittlern Faden wachse. Es würde sich also um den Ausdruck

$$\int x^2\, df$$

handeln, der zu einem Minimum gemacht werden soll. Dieser Bedingung entspricht ein mittlerer Halbmesser, der bis auf den Schwingungsmittelpunkt des Trapezes gemessen wird, und für den sich ergibt

$$r_m^2 = \tfrac{1}{2}(r_a^2 + r_e^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (183)$$

Wäre z. B. $r_a = 6$, $r_e = 4$, so bekäme man

für den Abstand der halben Kranzbreite . . $r_m = 5$
für den Schwerpunktsabstand . . . . $= 5{,}07$
für den Abstand des Schwingungsmittelpunktes . $= 5{,}1$

Die beiden Werte weichen übrigens wenig voneinander ab.

Diese Betrachtungen würden dazu führen, die berechneten Abmessungen einer neuen Turbine noch etwas abzuändern. Es soll indessen hier nicht weiter darauf eingetreten werden, da die allgemeine Lösung sich nicht durchführen läßt; am einzelnen Falle aber wird man die erforderliche Änderung auf dem Wege des Probierens leicht vornehmen können.

Diese Frage taucht übrigens bei allen Turbinenformen auf, bei denen der Ein- oder Austritt der Wasserfäden nicht je auf demselben Halbmesser erfolgt, bei denen also die Ein- und Austrittsflächen keine Zylinderflächen sind.

14. Kapitel.

Die Fourneyron-Turbine.

130. Die **Berechnung einer neuen Fourneyron-Turbine** mit konstanter Radbreite kann unter Verwendung der Bezeichnung aus Fig. 168 etwa auf folgendem Wege durchgeführt werden.

Man wählt die Geschwindigkeit im Einlauf

$$\frac{c_{e1}^2}{2g} = 0{,}02 \text{ bis } 0{,}06\, H_u \quad (184)$$

Daraus findet sich unter Rücksichtnahme auf vorhandene Verengungen der Einlaufdurchmesser D_{e1}; weiterhin ist der Eintrittsdurchmesser D_e etwas größer als D_{e1} zu wählen.

Vorläufig nehme man die radiale Kranzbreite

$$\Delta r = 1{,}4 \text{ bis } 1{,}6\sqrt{D_e} \ . \quad (185)$$

worin D_e in Zentimetern einzusetzen ist. Damit erhält man Näherungswerte für die Durchmesser D_1 und D_2.

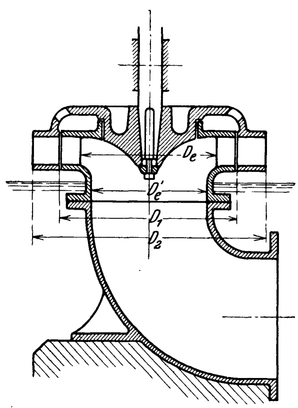

Fig. 168.

Ferner sei für den Austrittsverlust etwa

$$\frac{c_2^2}{2g} = 0{,}04 \text{ bis } 0{,}06\, H_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (186)$$

Schlägt man zum Austrittsquerschnitt aus dem Laufrad für die Verengung durch die Schaufeln ungefähr 20 bis 25 v. H. zu, so ergibt sich damit für die vorläufige Berechnung der lichten Radbreite b_2

$$\pi D_2 b_2 = 1{,}2 \text{ bis } 1{,}25 \frac{Q}{c_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (187)$$

Mißt man b_2 in Zentimetern, so kann man für die Dicke der Schaufeln etwa nehmen

$$\left.\begin{array}{l} s = 0{,}13\sqrt{b_2} \text{ für Blech} \\ s = 0{,}25\sqrt{b_2} \text{ für Guß} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (188)$$

Die radiale Kranzbreite soll etwa sein

$$\Delta r = 4\sqrt{b_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (189)$$

wobei b_2 wie vorhin in Zentimetern einzusetzen ist. Trifft dies nicht zu, so sind mit diesem Werte von Δr die ersten Annahmen für die Durchmesser D_1 und D_2 zu berichtigen.

Die Schaufelzahl des Laufrades sei etwa

$$z_2 = \frac{D_1 \pi}{0{,}8 \cdot \Delta r} \text{ bis } \frac{D_1 \pi}{0{,}9 \cdot \Delta r}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (190)$$

diejenige des Leitrades ungefähr

$$z_1 = 0{,}8 z_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (191)$$

Mit dem wirksamen Gefälle

$$H_w = 0{,}85 \text{ bis } 0{,}9\, H_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (192)$$

findet man die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles

$$v = \sqrt{2g\,\tfrac{1}{2}\left(H_w - \frac{c_2^{\,2}}{2g}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (193)$$

Aus der Durchflußgleichung

$$v^2 = u_1 c_{u1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (194)$$

findet man c_{u1}, nachdem man gewählt hat

$$u_1 = 1 \text{ bis } 1{,}1\, v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (195)$$

Aus D_1 und u_1 ergibt sich die Umlaufzahl

$$n = \frac{19{,}1\, u_1}{D_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (196)$$

Nunmehr läßt sich für den Austritt aus dem Laufrad alles bestimmen. Es ist (vgl. Fig. 169)

$$u_2 = u_1 \frac{D_2}{D_1} \qquad \ldots \ldots \quad (197)$$

$$w_2{}^2 = c_2{}^2 + u_2{}^2 \qquad \ldots \ldots \quad (198)$$

$$\sin \beta_2 = \frac{c_2}{w_2} \qquad \ldots \ldots \quad (199)$$

Bedeutet t_2 die äußere Schaufelteilung, so läßt sich die lichte Kanalweite ermitteln aus der Beziehung

$$a_2 = t_2 \sin \beta_2 - s_2 \qquad \ldots \ldots \quad (200)$$

Berechnet man nach Abschnitt 94 den Spaltverlust Q_s, so ist die durch das Laufrad strömende Wassermenge

$$Q_2 = Q - Q_s, \qquad \ldots \ldots \quad (201)$$

und man erhält den endgültigen Wert für die lichte Radbreite aus der Gleichung

$$z_2\, a_2\, b_2 = \frac{Q_2}{w_2} \qquad \ldots \ldots \quad (202)$$

Für den Austritt aus dem Leitrad ist noch der radiale Kanalabstich m_0 aus der Gleichung

$$z_0\, m_0\, b_0 = \frac{Q}{c_{u1}} \qquad \ldots \ldots \quad (203)$$

zu berechnen.

Die Breite b_0 beim Austritt aus dem Leitrad soll etwas kleiner als die Eintrittsbreite des Laufrades sein; im andern Falle würde durch eine kleine axiale Verschiebung infolge ungenauer Montierung oder Abnutzung des Spurzapfens der Austritt verengt.

Ob die ermittelten Abmessungen nach allen Richtungen befriedigen, wird sich erst beim Aufzeichnen der Schaufeln ergeben; je nachdem muß man auf die Annahmen zurückkommen und die Rechnung wiederholen.

131. Schaufelung. Vor allem ist dem Austritt aus Leit- und Laufrad besondere Sorgfalt zu widmen. Aus Fig. 169 läßt sich erkennen, wie sich die Verhältnisse beim Austritt aus dem Laufrad graphisch bestimmen lassen. Mit u_2 und c_2 findet man w_2 und β_2; die Größen t_2, β_2 und s_2 bestimmen die lichte Kanalweite a_2. Die Bedingung, daß das Wasser ungezwungen austrete, wird nach Abschnitt 69 angenähert erfüllt, wenn man die Schaufeln im Auslauf nach einer Evolvente gestaltet, und zwar muß diese bis zum Punkte B reichen, der dem Endpunkt A der nächsten Schaufel gegenüberliegt. Darüber, wie man den Grundkreis der Evolvente und die Mittelpunkte der Krümmungskreise findet, die als bequemer Ersatz für die Evolventen selbst dienen, ist wohl kein Wort mehr beizufügen, weil sich das alles aus der Zeichnung von selbst ergibt.

Für den Austritt aus dem Leitrad wird der Winkel α_0 durch t_0, m_0 und s_0 bestimmt; über den evolventenförmigen Auslauf ist nichts weiteres zu bemerken. In Fig. 169 sind die Leitradschaufeln außen etwas zurückgeschnitten, damit Platz für den Spaltschieber frei wird.

Der übrige Teil der Schaufel wird nach dem Gefühl gezogen und so lange abgeändert und verbessert, bis man einen Kanal erhält, der bei möglichster Kürze doch dem Wasser eine bequeme Führung zu geben verspricht. Man bemerkt, daß die Laufradkanäle schließlich doch recht lang geraten. Die Geschwindigkeit w_2 erfährt infolge der Zentrifugalbeschleunigung einen erheblichen Zuwachs. Bei den Leitkanälen ist die Verjüngung schwach und daher die Geschwindigkeit schon beim Eintritt groß.[1] Alle diese Um stände wirken auf vermehrte Reibung hin, und es ist darum auch der Wirkungsgrad kaum höher als bei der Jonval-Turbine, d. h. rund 75 v. H., obwohl die Wasserfäden augenscheinlich viel besser und gleichartiger geführt werden.

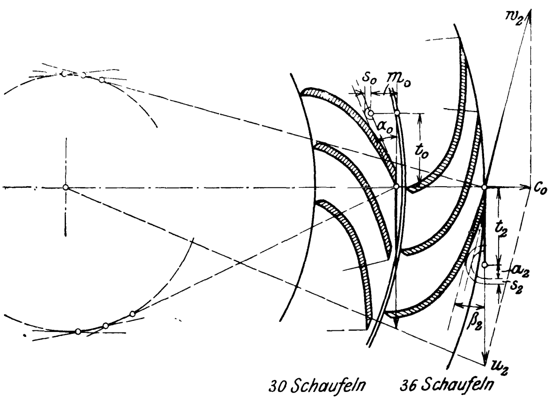

Fig. 169.

Bei der normalen Aufstellung nach Fig. 70, Abschnitt 52, ist das Laufrad schlecht zugänglich. Vorzuziehen ist in dieser Hinsicht die umgekehrte Aufstellung nach Fig. 168. Für den Anschluß eines Saugrohres eignet sich die Fourneyron-Turbine wenig. Alle diese Gründe haben dazu geführt, daß diese Bauart nur ausnahmsweise verwendet wird.[2]

---

[1] Man kann dem begegnen, indem man die axiale Weite beim Eintritt vergrößert.

[2] Immerhin lassen sich mehrere Beispiele von Fourneyron-Turbinen aus der Neuzeit anführen, so die ersten Niagara-Turbinen von Piccard & Pictet, die neueren Turbinen in Chèvres bei Genf, von Escher, Wyss & Co., und diejenigen in Montbovon, von J. J. Rieter & Co. Die letzteren sind mit Saugrohr versehen; die Turbinen mit Eintritt von unten sind in einem größeren Kessel eingeschlossen, der nach unten in ein Saugrohr übergeht.

15. Kapitel.

Die Francis-Turbine.

132. Saugrohr. Die Francis-Turbine eignet sich besser als irgend eine andere Form für den Anschluß eines Saugrohres. Wohl kann sie so gut wie irgend eine andere auch ohne Saugrohr arbeiten; allein da sich dessen Anwendung fast von selbst ergibt, bildet sie die Regel.

Das Saugrohr soll nicht nur zu dem Zwecke angeordnet werden, die Turbine über dem Unterwasser aufstellen zu können; es muß auch derart eingerichtet sein, daß darin die kinetische Energie des aus der Turbine austretenden Wassers möglichst vollständig in Druck umgesetzt wird. Dadurch ergibt sich beim Austritt aus der Turbine eine Druckverminderung, die einen entsprechenden Gewinn an Gefälle bedeutet.

Die Bedingungen, unter denen die Geschwindigkeit möglichst vollständig in Druck umgesetzt wird, sind die folgenden: stetiger Übergang des Wassers aus der Turbine ins Saugrohr, schlank konische Erweiterung des letzteren nach unten und Abwesenheit jeder drehenden Bewegung des Wassers im Saugrohr. Bei Turbinen mit wagrechter Achse wird der Anschluß durch einen Krümmer vermittelt; damit in diesem keine Ablösungen des Wassers auftreten, sollte er sich stetig bis zum Saugrohr verengen.

Sollen im Saugrohr selbst keine Ablösungen des Wassers von den Wänden entstehen, so muß die Erweiterung schlank genug gewählt werden. Bezeichnet nach Fig. 172, Abschnitt 134, D_3 den oberen und D_4 den unteren Durchmesser und L die Länge des Saugrohrs, so sei etwa

$$L \gtreqless 6\,(D_4 - D_3)\,.$$

Es hätte wenig Sinn, dem unteren Querschnitt mehr als das Doppelte des oberen zu geben.

Prášil weist nach[1]), daß die Bedingung einer wirbelfreien Bewegung ein trompetenförmig sich erweiterndes Saugrohr verlangt. Da das Saugrohr in der Regel aus Blech hergestellt ist, wird man ihm der bequemeren Anfertigung wegen lieber die Gestalt eines Kegels geben.

Bezeichnen c_3 und c_4 die Geschwindigkeiten im oberen und im unteren Saugrohrquerschnitt, so wäre nach Gl. 51, Abschnitt 39, die gewonnene oder umgesetzte Druckhöhe

---

[1]) Über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen. Schweiz. Bauzeitung 1903, Bd. 41, S. 207.

$$H_u = \frac{c_3^{\,2} - c_4^{\,2}}{2g} - H_v\,,$$

wobei H_v nach Gl. 52 zu ermitteln wäre. Für den Druck im oberen Saugrohrquerschnitt bekommt man

$$\frac{p_3}{\gamma} = -H_s - \frac{c_3^{\,2} - c_4^{\,2}}{2g} + H_v\,,$$

wobei H_s die Saughöhe bedeutet.

133. Normale Wassermenge. Bedingung für einen günstigen Energieumsatz im Saugrohr ist die Abwesenheit jeder drehenden Bewegung; das Wasser muß in der Richtung normal zum Umfang aus dem Laufrad austreten. Diese Vorschrift ist also beim Vorhandensein eines Saugrohres von doppelter Bedeutung.

Wenn die der Turbine zufließende Wassermenge abnimmt, so muß das Leitrad entsprechend geschlossen werden, damit das Gefälle erhalten bleibt. Dies geschieht gewöhnlich durch Verstellen der Finkschen Drehschaufeln (siehe Abschnitt 148, Fig. 200 u. 201). Indem sich die Durchflußmenge vermindert, ändern sich auch die Verhältnisse beim Austritt aus dem Rade. Da die Umfangsgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben muß, und da die relative Austrittsgeschwindigkeit w_2 mit der Wassermenge sinkt, wird die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 nach Größe und Richtung sich ebenfalls ändern, wie ein Blick auf Fig. 170 lehrt. Sobald die Wassermenge unter das normale Maß sinkt, tritt ein Wirbel im Saugrohr auf, und bei starker Abnahme des Wassers wächst die absolute Austrittsgeschwindigkeit. Die Erfahrung zeigt tatsächlich, daß bei abnehmender Wassermenge die Umlaufgeschwindigkeit, die den besten Wirkungsgrad gibt, immer kleiner wird. Da aber die Geschwindigkeit der Turbine stets dieselbe bleiben muß, ergibt sich die unangenehme Tatsache, daß der Wirkungsgrad sich um so mehr verschlechtert, je knapper das Wasser wird. Man sucht diesen Übelstand dadurch zu mildern, daß man als normale Geschwindigkeit diejenige wählt, die etwa bei drei Vierteln der größten Wassermenge den besten Wirkungsgrad, also stoßfreien Eintritt und rechtwinkligen Austritt ergibt. Man berechnet mit andern Worten die Turbine auf eine normale Wassermenge

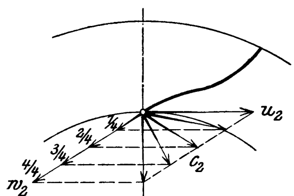

Fig. 170.

$$Q = \tfrac{3}{4}\,Q_{max}\,, \qquad \qquad (204)$$

ist aber darauf bedacht, daß sich das Leitrad weit genug öffnen läßt, um die volle Wassermenge zu schlucken. Bei voller Öffnung ist dann die Turbine überfüllt; ihr Wirkungsgrad wird dabei zwar nicht auf den erreichbaren Höchstwert ansteigen, dafür fällt er aber auch weniger stark ab, wenn der Zufluß zurückgeht.

Die Spaltbreite kann kleiner gehalten werden als bei der Jonval-Turbine (vgl. Abschnitt 94); sie wird auch bei eintretender Abnützung im Spurlager nicht größer; der Spaltverlust fällt also kleiner aus. Da zudem die Francis-Turbine für stark veränderliche Wassermengen eingerichtet wird, ist es nicht nötig, bei der Berechnung des Laufrades den Spaltverlust in Betracht zu ziehen.

134. Verschiedene Radformen. Es lassen sich drei Hauptformen der Francis-Turbinen unterscheiden, die indessen mehr oder weniger allmählich ineinander übergehen.

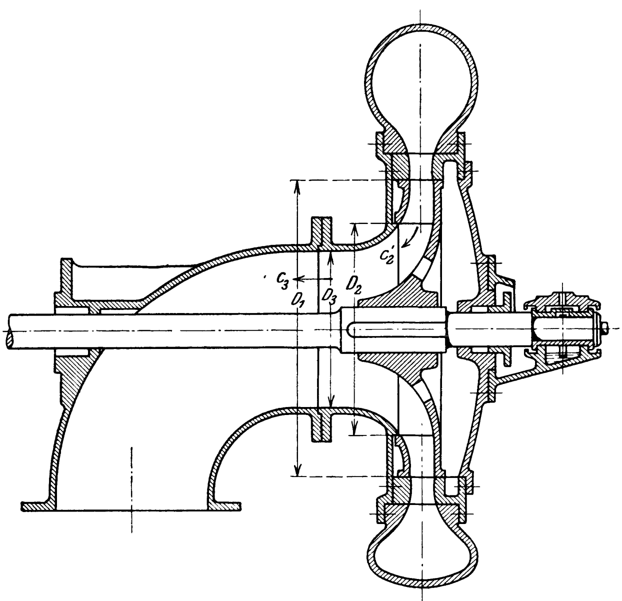

Fig. 171.

Bei der langsam gehenden Turbine nach Fig. 171 geht der Durchfluß in angenähert radialer Richtung vor sich. Um genügend Raum für einen milden Übergang ins Saugrohr zu bekommen, muß man den Durchmesser der Turbine verhältnismäßig groß wählen, und das bedingt eine kleine Umlaufzahl. Die Eintrittsbreite wird klein im Verhältnis zum Raddurchmesser. Will man bei großen Gefällen die Umlaufzahl nach Möglichkeit herabziehen, so kann man die Umfangsgeschwindigkeit dadurch vermindern,

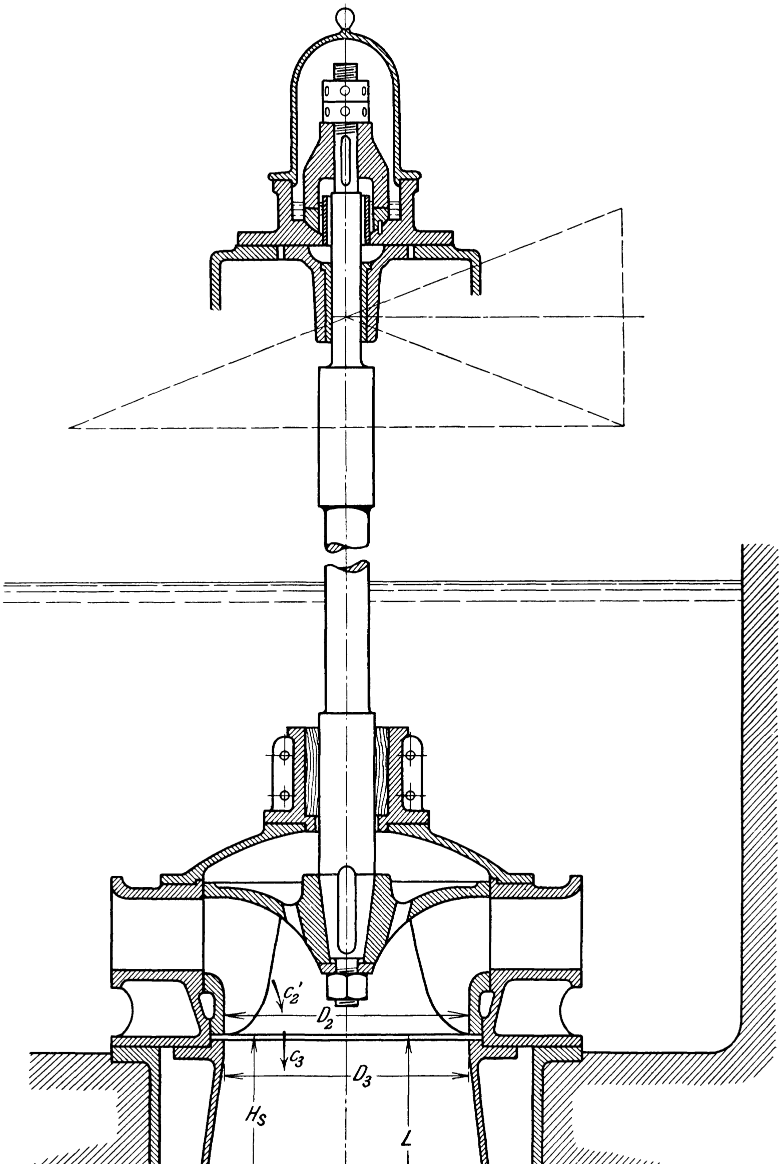

Fig. 172.

daß man den Ansatzwinkel β_1 der Schaufeln größer als 90^0 wählt, also den Schaufeln sackförmige Gestalt gibt.

Als normale Turbine kann die Form nach Fig. 172 bezeichnet werden. Der Austritt aus dem Rade erfolgt in axialer Richtung, und das Saugrohr schließt sich unmittelbar an das Laufrad an. Der äußere Raddurchmesser fällt wenig größer aus als der obere Saugrohrdurchmesser. Der Ansatzwinkel β_1 ist wenig von 90^0 verschieden; die Umfangsgeschwindigkeit ist mäßig und ebenso die Umlaufzahl. Diese Form gibt den besten Anschluß an das Saugrohr und überhaupt die günstigsten Verhältnisse und den höchsten Wirkungsgrad. Die Eintrittsbreite ist ungefähr gleich dem vierten Teil des Raddurchmessers.

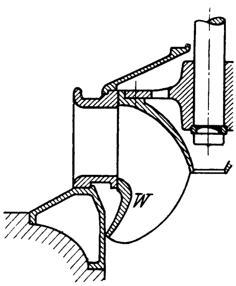

Fig. 173.

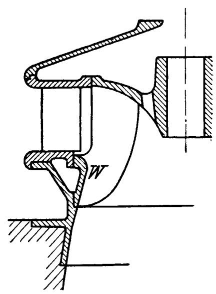

Fig. 174.

Beim Schnelläufer nach Fig. 173 u. 174 sucht man die Umlaufzahl so hoch als möglich hinaufzutreiben, indem man den Austrittsdurchmesser durch Annahme einer großen Austrittsgeschwindigkeit klein hält und den Eintrittsdurchmesser kleiner als den Austrittsdurchmesser wählt, wobei noch überdies der Ansatzwinkel β_1 kleiner als 90^0 genommen wird, um die Umfangsgeschwindigkeit zu steigern. Die Radbreite b_1 am Eingang wird oft größer als der Eintrittshalbmesser.

135. Eintritt ins Laufrad. Beim Studium der Durchflußverhältnisse legen wir zunächst wieder die Annahme zugrunde, daß in allen Punkten eines und desselben Parallelkreises die nämlichen Pressungs- und Bewegungszustände bestehen. Unter dieser Voraussetzung darf man bei der Turbine mit rein radialem Durchfluß, wo die Ein- und Austrittsflächen des Laufrades zylindrisch sind, die Annahme als zulässig gelten lassen, daß sämtliche Wasserfäden sich gleichartig bewegen und im besonderen in allen Punkten des Ein- und des Austrittes je dieselben Zustände herrschen. Die Turbine mit radialem Durchfluß zeigt die einfachsten Durchflußverhältnisse. Ist aber die Turbine so gebaut, daß das Wasser in axialer Richtung abgelenkt wird, so bestehen für jeden Punkt des Meridians der Austrittsfläche wieder andere Zustände; denn da jeder Punkt einen andern Halbmesser und somit auch eine andere Umfangsgeschwindigkeit besitzt, werden im allgemeinen auch die übrigen Größen anders sein. Es wird sich fragen, ob diese Veränderlichkeit sich auch auf den Eintritt erstrecke.

Unter der Voraussetzung stoßfreien Eintrittes und rechtwinkligen Austrittes nimmt die Durchflußgleichung die Gestalt an

$$2gH_w - c_2^2 = 2u_1 c_{u1}.$$

Nun darf angenommen werden, daß das wirksame Gefälle H_w sich von einem Wasserfaden zum anderen nicht wesentlich ändert. Ferner tritt das zweite Glied links gegenüber dem ersten stark zurück, so daß selbst unter der Voraussetzung, daß c_2 nicht für alle Wasserfäden denselben Wert habe, doch die linke Seite als unveränderlich gelten kann. Das ist natürlich auch mit der rechten Seite der Fall, und es erscheint somit die Annahme zulässig, daß in der zylindrischen Eintrittsfläche sämtliche Wasserfäden dieselbe Geschwindigkeit besitzen und dementsprechend auch unter demselben Drucke stehen.

136. Bei der **Berechnung einer langsamgehenden Francis-Turbine** wählt man zunächst die Geschwindigkeit c_3 im obern Saugrohrquerschnitt; es sei etwa

$$\frac{c_3^2}{2g} \lesseqgtr 0{,}05\, H_n \quad \ldots \ldots \quad (205)$$

Aus c_3 und der Wassermenge Q findet man unter Berücksichtigung vorhandener Verengungen im Saugrohr dessen Eintrittsdurchmesser D_3. Sodann wähle man den innern Raddurchmesser D_2 erheblich größer, damit man Platz genug für einen sanften Übergang aus dem Laufrad ins Saugrohr bekomme; es sei vorläufig etwa

$$D_2 = 1{,}2 \text{ bis } 1{,}4\, D_3 \quad \ldots \ldots \quad (206)$$

Ferner sei die Geschwindigkeit, mit der das Wasser vom Laufrad wegfließt,

$$c_2' = c_3 \quad \ldots \ldots \quad (207)$$

Man kann nunmehr die Austrittsbreite b_2 des Laufrades vorläufig aus der Beziehung berechnen

$$\pi D_2 b_2 = \frac{Q}{c_2'} \quad \ldots \ldots \quad (208)$$

Die Anzahl der Schaufeln im Laufrad sei etwa

$$z_2 = D_2 \sqrt{\frac{2}{b_2}} \text{ bis } D_2 \sqrt{\frac{2{,}5}{b_2}}, \quad \ldots \quad (209)$$

wobei D_2 und b_2 in Zentimetern zu messen sind.

Für die Schaufeldicke am Austrittsrand kann man nehmen

$$\left.\begin{array}{l} s = 0{,}15\sqrt{b_2} \text{ für Blech} \\ s = 0{,}26\sqrt{b_2} \text{ für Guß} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (210)$$

Aus der Schaufelzahl z_2 und dem Innendurchmesser D_2 ergibt sich die Teilung t_2. Die radiale Kranzbreite kann vorläufig gesetzt werden

$$\Delta r = 1{,}2 \text{ bis } 1{,}5\, t_2\,^{1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (211)$$

Damit ist auch der äußere Raddurchmesser D_1 bestimmt.

Das wirksame Gefälle kann man etwa ansetzen

$$H_w = 0{,}9\, H_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (212)$$

Die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 aus dem Laufrad ist wegen der endlichen Schaufeldicke größer als die Geschwindigkeit c_2', mit der das Wasser vom Laufrad wegfließt, und zwar wäre nach Fig. 175, Abschnitt 137

$$\frac{c_2'}{c_2} = \frac{k_2}{t_2}.$$

Man nehme ungefähr

$$c_2 = 1{,}25 \text{ bis } 1{,}3\, c_2' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (213)$$

Damit berechnet man die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles

$$v = \sqrt{2g\,\tfrac{1}{2}\left(H_w - \frac{c_2^2}{2g}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (214)$$

und kann nun an Hand der Durchflußgleichung

$$v = u_1 c_{u1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (215)$$

zum Aufzeichnen des Eintrittsdiagrammes schreiten, wobei man den Austrittswinkel aus dem Leitrad etwa nimmt

$$\alpha_0 = 18 \text{ bis } 20^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (216)$$

Mit der Umfangsgeschwindigkeit kann man, wenn nötig, herabgehen bis auf

$$u_1 = 0{,}8\, v\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (217)$$

was ungefähr einem Werte von

$$u_1 = 0{,}5\sqrt{2gH_n}$$

entspricht.

Aus u_1 und D_1 ergibt sich die Umlaufzahl

$$n = \frac{19{,}1\, u_1}{D_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (218)$$

[1]) Sie muß um so größer sein, je größer der Winkel β_1 beim Eintritt ins Laufrad ist.

Dabei wird man je nach Bedürfnis die Werte von D_1, u_1 und n einander anpassen.

Mit der Geschwindigkeit c_0, die man aus dem Diagramm bekommt, kann man nunmehr das Leitrad vollständig bestimmen, sobald man noch über die Schaufelzahl

$$z_0 = z_2 \text{ bis } 1{,}25\, z_2 \quad \ldots \ldots \quad (219)$$

und über die Schaufeldicke s_0 am Austrittsrande verfügt hat. Es findet sich die lichte Kanalweite

$$a_0 = t_0 \sin \alpha_0 - s_0, \quad \ldots \ldots \quad (220)$$

und endlich erhält man die axiale Radbreite b_0 aus der Gleichung

$$z_0 a_0 b_0 = \frac{Q}{c_0}. \quad \ldots \ldots \quad (221)$$

Vom Laufrad kennt man bereits den äußern Durchmesser D_1 und den innern D_2, die Schaufelzahl z_2 und aus dem Diagramm den Ansatzwinkel β_1. Für den Austritt ist bekannt

$$u_2 = u_1 \frac{D_2}{D_1} \quad \ldots \ldots \quad (222)$$

und die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2.

Es ergibt sich die relative Austrittsgeschwindigkeit

$$w_2{}^2 = u_2{}^2 + c_2{}^2; \quad \ldots \ldots \quad (223)$$

für den Auslaufswinkel β_2 ist

$$\sin \beta_2 = \frac{c_2}{w_2}, \quad \ldots \ldots \quad (224)$$

die lichte Kanalweite

$$a_2 = t_2 \sin \beta_2 - s_2,$$

und endlich findet man die lichte axiale Kanalbreite b_2 aus der Gleichung

$$z_2 a_2 b_2 = \frac{Q}{w_2}. \quad \ldots \ldots \quad (225)$$

137. Schaufelung. Erst beim Aufzeichnen der Schaufeln wird es sich zeigen, ob die Annahmen zweckmäßig gewählt wurden; wenn nötig, muß man nochmals darauf zurückkommen.

Besondere Aufmerksamkeit ist dem Auslauf der Schaufeln im Hinblick darauf zu widmen, daß das Wasser sowohl aus dem Leitrad als auch aus dem Laufrad zwanglos austreten soll. Nach Abschnitt 69 wird dies angenähert der Fall sein, wenn man die Ausläufe nach Evolventen krümmt. Diese müssen die Radumfänge unter den Winkeln α_0 bzw. β_2 schneiden. Fig. 175 läßt erkennen, wie man die Grundkreise dieser Evolventen mit Hilfe jener Winkel bestimmen kann. Es ist darin auch angegeben, wie die Evolventen durch Kreisbogen ersetzt werden können.

Die Leitschaufeln sind innen so kurz zu halten, daß sie selbst in völlig geöffnetem Zustande das Laufrad nicht berühren.

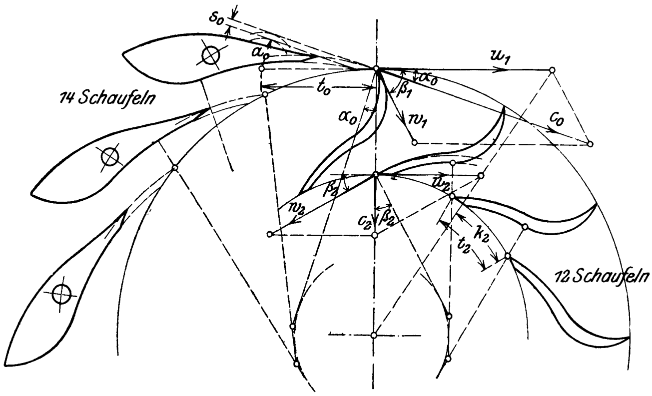

Fig. 175.

Der übrige Teil der Schaufel ist so zu entwerfen, daß er dem Wasser möglichst gute Durchflußbedingungen bietet. Bei den Laufradschaufeln ist der Ansatzwinkel β_1 in dem Sinne einzuhalten, daß der Zuschärfungswinkel ungefähr von der relativen Eintrittsrichtung halbiert wird. Beim Ansatz der Leitschaufeln ist ebenso auf die Richtung des Eintrittes Rücksicht zu nehmen. So muß z. B. bei einer Turbine mit Spiralgehäuse der Ansatz fast tangential gerichtet sein.

Nicht zu vergessen ist, daß die Eintrittsbreite b_1 des Laufrades etwas größer als die Austrittsbreite b_0 des Leitrades sein soll, damit nicht schon bei einer kleinen Ungenauigkeit in der Lagerung der Turbine eine Verengung des Austrittes aus dem Leitrad erfolge.

138. Normale Turbine. Um die Abmessungen einer normalen Turbine zu erhalten, wäre etwa folgender Weg einzuschlagen.

Das wirksame Gefälle darf nach Abschnitt 98 etwa angenommen werden zu

$$H_w = 0{,}88 \text{ bis } 0{,}92\, H_n\,, \quad \ldots \quad (226)$$

je nach den Umständen.

Die Geschwindigkeit im obern Saugrohrquerschnitt werde gewählt:

$$c_3^{\,2} = 0{,}05 \text{ bis } 0{,}06 \cdot 2 g H_n \quad \ldots \quad (227)$$

Mit dieser Annahme findet sich der Saugrohrdurchmesser D_3 unter Berücksichtigung der Verengung durch allfällig vorhandene Lager u. dgl.

Der Austrittsdurchmesser D_2 des Laufrades wird gewöhnlich sein:

$$D_2 = D_3 \,, \qquad (228)$$

also auch

$$c_2' = c_3 \,. \qquad (229)$$

Setzt man schätzungsweise

$$c_2 = 1{,}2 \text{ bis } 1{,}25\, c_2' \,, \qquad (230)$$

so kann man die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles

$$v = \sqrt{2g\, \tfrac{1}{2} \left(H_w - \frac{c_2^2}{2g}\right)} \qquad (231)$$

berechnen, und damit ist die Grundgleichung

$$v^2 = 2 u_1 c_{u1} \qquad (232)$$

bestimmt.

Man wird die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades etwa wählen

$$u_1 = v \,. \qquad (233)$$

Nimmt man noch den Eintrittswinkel an

$$\alpha_0 = 18 \text{ bis } 20 \text{ bis } 22^0 \,, \qquad (234)$$

so kann man das Eintrittsdiagramm aufzeichnen und daraus die Größen c_0 und β_1 ermitteln.

Man schreitet darauf zur Wahl des äußeren Raddurchmessers D_1, bei der man darauf zu sehen hat, daß das Wasser längs des äußern Kranzes nicht zu heftig abgelenkt wird, damit keine Ablösungen entstehen. Es sei etwa

$$D_1 \geqq 1{,}15\, D_2 \text{ bis } 1{,}2\, D_2 \,. \qquad (235)$$

Für die Umlaufzahl hat man

$$n = \frac{19{,}1\, u_1}{D_1} \,. \qquad (236)$$

Die lichte Breite b des Leitrades kann vorläufig aus der Gleichung bestimmt werden

$$\left(\frac{a_0}{t_0}\right) \pi D_1 b_0 = \frac{Q}{c_0} \,, \qquad (237)$$

wenn man schätzungsweise für das Verhältnis zwischen der lichten Kanalweite und der Schaufelteilung den Wert einsetzt

$$\left(\frac{a_0}{t_0}\right) = 0{,}22 \text{ bis } 0{,}25 \,. \qquad (238)$$

Die Zahl der Leitschaufeln sei etwa

$$\left.\begin{aligned} z &= D_1 \sqrt{\frac{1}{b_0}} \text{ bis } D_1 \sqrt{\frac{1,5}{b_0}} \\ \text{oder} \qquad z &= 2 \text{ bis } 2,5 \sqrt{D_1}\,. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (239)$$

In diesen Formeln sind D_1 und b_0 in Zentimetern einzusetzen.

Die Dicke der Schaufeln am Austrittsrande sei bei Annahme von Gußeisen als Material etwa

$$s_0 = 0,2 \sqrt{b_0} \text{ bis } 0,25 \sqrt{b_0}\,. \quad \ldots \quad (240)$$

Die lichte Kanalweite ist

$$a_0 = t_0 \sin \alpha_0 - s_0\,, \quad \ldots \quad (241)$$

Damit findet man die endgültige lichte Leitradbreite b_0 aus der Gleichung

$$z_0 a_0 b_0 = \frac{Q}{c_0}\,. \quad \ldots \quad (242)$$

Die Breite des Laufrades beim Eintritt ist etwas größer zu nehmen.

Die Anzahl der Schaufeln im Laufrad sei etwa

$$z_2 = 0,8\, z_0 \text{ bis } z_0\,; \quad \ldots \quad (243)$$

die Schaufeldicke am Austrittsrand mag etwa genommen werden

$$\left.\begin{aligned} s_2 &= 0,10 \text{ bis } 0,12 \sqrt{D_1} \text{ für Guß,} \\ s_2 &= 0,06 \text{ bis } 0,08 \sqrt{D_1} \text{ für Blech,} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (244)$$

wobei D_1 in Zentimetern einzusetzen ist.

Die Besprechung der Austrittsverhältnisse soll zunächst noch etwas zurückgestellt werden (vgl. Abschnitt 140).

139. Bei der **schnellgehenden Turbine** hat man auf einen kleinen Durchmesser und eine große Umfangsgeschwindigkeit zu halten. Damit der Durchmesser möglichst klein ausfällt, nimmt man eine große Austrittsgeschwindigkeit aus dem Laufrad an; man läßt sich also große Austrittsverluste gefallen, die man dann durch ein konisches Saugrohr wieder herabzuziehen sucht. Die Umfangsgeschwindigkeit steigert man dadurch, daß man mit stark gestautem Durchfluß arbeitet, also den Ansatzwinkel β_1 klein wählt.

Das wirksame Gefälle ist etwas niedriger anzuschlagen; man setze etwa

$$H_w = 0,85 \text{ bis } 0,88\, H_n\,. \quad \ldots \quad (245)$$

Für die Eintrittsgeschwindigkeit im obern Saugrohrquerschnitt nehme man etwa

$$\frac{c_3^{\,2}}{2g} = 0{,}06\,H_n \text{ bis } 0{,}10\,H_n \quad \ldots \ldots \quad (246)$$

Damit findet sich die obere Saugrohrweite D_3. Auch hier sei

$$c_2' = c_3 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (247)$$

und

$$D_2 = D_3 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (248)$$

Ferner ist ungefähr

$$c_2 = 1{,}2 \text{ bis } 1{,}25\,c_2' \quad \ldots \ldots \quad (249)$$

Man erhält mit diesen Annahmen die Geschwindigkeit des halben Nutzgefälles

$$v = \sqrt{2g\,\tfrac{1}{2}\left(H_n - \frac{c_2^{\,2}}{2g}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (250)$$

Es wird ungefähr

$$v = 0{,}6 \text{ bis } 0{,}63\,\sqrt{2gH_n}\,.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit u_1 betrage

$$u_1 = v \text{ bis } 1{,}1\,v \quad \ldots \ldots \quad (251)$$

oder selbst mehr.

Wählt man noch den Austrittswinkel aus dem Leitrad

$$\alpha_0 = 18 \text{ bis } 20^0, \quad \ldots \ldots \quad (252)$$

so kann man das Eintrittsdiagramm aufzeichnen und demselben die Werte von c_0 und β_1 entnehmen.

Der Eintrittsdurchmesser wird möglichst klein gewählt

$$D_1 \overline{\overline{<}}\, 0{,}9\,D_2 \quad \ldots \ldots \quad (253)$$

Die Rechnung wird im weiteren ganz wie bei der Normalturbine fortgeführt. Für die Eintrittsbreite b_1 des Rades ergibt sich ein sehr großer Wert; er ist etwa

$$b_1 \overline{\overline{>}}\, 0{,}5\,D_1\,.$$

140. Austritt aus dem Laufrad. Die Austrittsverhältnisse bei Francis-Turbinen mit axialer Ablenkung des Wassers sind von verwickelter Art. Für jeden Punkt des Meridianes der Austrittsfläche hat der Halbmesser r_2 und die Umfangsgeschwindigkeit u_2 wieder einen andern Wert. Das Wasser ist nach dem Austritt aus dem Laufrade noch immer in einer Änderung des Bewegungszustandes begriffen, und es läßt sich daher über die Verteilung des Druckes und über Geschwindigkeit und Richtung des Wassers von vornherein nichts Bestimmtes sagen. Wir können diese Fragen nur in vereinfachter Gestalt behandeln. Wohl sind in den letzten Jahren mit einem gewissen Erfolge verschiedene Versuche gemacht worden, das ganze Durchflußproblem mathematisch zu verfolgen, und es ist auch gelungen, unter gewissen Annahmen über die Kranzprofile und die Art des Durchflusses die Aufgabe zu lösen.[1]) Allein diese besonderen Annahmen umfassen, was die Kranzprofile betrifft, gerade die wichtigsten Formen nicht, wie sie aus den Bedürfnissen der Praxis herausgewachsen sind. Sodann sind die Annahmen über die Art der Bewegung einseitig auf Wirbelfreiheit gerichtet; dagegen wird die Reibung an den Kanalwänden nicht in Betracht gezogen. Nun ist aber leicht einzugehen, daß ein Wirbel, der am Punkte W (Fig. 173 und 174, Abschnitt 134) auftritt, wo der Kanal noch weit und die Geschwindigkeit klein ist, keine große Tragweite haben kann. Viel wichtiger ist es, und das muß mit allem Nachdruck betont werden, das Wasser dort, wo der Kanal am engsten ist, gut aber kurz zu führen.

Jede Behandlung des Problems beruht auf der Annahme, daß auf einem Parallelkreise in allen Punkten derselbe Bewegungszustand bestehe. Daraus würde folgen, daß alle Wasserfäden, die irgend einen Parallelkreis schneiden, in ihrer Gesamtheit eine Drehfläche bilden; dieselbe möge als Stromfläche bezeichnet werden. Das Ziel ist, die Schaufeln derart zu gestalten, daß sie das Wasser ohne Umfangsgeschwindigkeit in das Saugrohr entlassen.

Nehmen wir vorläufig an, wir könnten die Stromflächen zu zwei gegebenen Kranzprofilen bestimmen, und es seien in Fig. 176 eine Anzahl von Meridianen von Stromflächen eingezeichnet, die sich zu gleichen Teilen in das Wasser teilen. Die Räume zwischen den einzelnen Stromflächen sollen Wasserstraßen genannt werden. Aus dem Querschnitt der Wasserstraßen ergibt sich für eine bestimmte Durchflußmenge die meridionale Geschwindigkeit; die Meridiane oder Stromlinien geben ihre Richtung an.

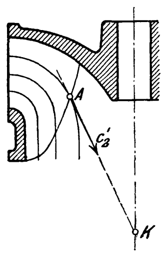

Fig. 176.

Kennt man für irgend einen Punkt A der Austrittskante die Geschwindigkeit c_2', mit der das Wasser vom Laufrad wegfließt, so ist es leicht, die Beschaffenheit des Schaufelrandes an der betreffenden Stelle so zu gestalten, daß das Wasser rechtwinklig zum Umfange austritt. Wenn man den Kegel AK, der die Stromfläche

[1]) Prášil, „Über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen", Schweiz. Bauzeitung 1903, Bd. 41, S. 207. „Die Bestimmung der Kranzprofile und der Schaufelprofile für Turbinen und Kreiselpumpen", a. a. O. Bd. 48, S. 277.

Lorenz, „Neue Grundlagen der Turbinentheorie". Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1905, S. 257. „Theorie und Berechnung der Vollturbinen und Kreiselpumpen", München u. Berlin 1906. Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingenieure 1905, S. 1670.

Bauersfeld, Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingenieure 1905, S. 1670.

im Parallelkreis durch A berührt, mit den Schaufeln zum Schnitt bringt und abwickelt, so erhält man das Bild Fig. 177. Als Bedingung für den zwanglosen Austritt darf man auch hier näherungsweise die Evolventenform des Schaufelauslaufes gelten lassen.

Macht man AA' gleich der Schaufelteilung $t_2 = AA_1$ und zieht man in B_1 die Tangente an die Evolvente bis E_1, so ist $A_1E_1 = A'E' = m_2$. Soll der Austritt rechtwinklig erfolgen, so ist die Bedingung hierfür

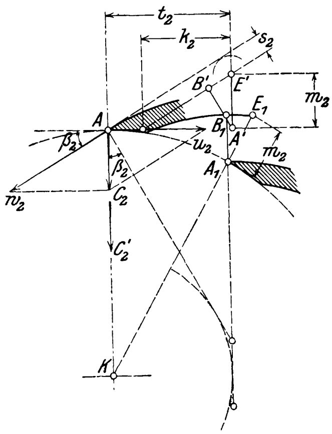

Fig. 177.

$$\frac{m_2}{k_2} = \frac{c_2}{u_2}.$$

Bezeichnet c_2' die Geschwindigkeit, mit der das Wasser vom Laufrad wegfließt, so ist ferner

$$\frac{k_2}{t_2} = \frac{c_2'}{c_2}.$$

Sodann läßt sich für die Schaufelteilung t_2 der Ausdruck aufstellen

$$t_2 = \frac{60\,u_2}{z_2\,n},$$

wo n die Umlaufzahl bedeutet. Durch Verbindung dieser drei Gleichungen erhält man

$$m_2 = \frac{60}{z_2\,n}\,c_2'. \quad \ldots \ldots \quad (254)$$

Diese Größe m_2, die wir als den rechtwinkligen Kanalabstich bezeichnet haben, ist in der Richtung der Erzeugenden des Berührungskegels KA zu messen. Sie ist unabhängig vom Halbmesser und kann darum als bequeme Grundlage für das Aufzeichnen des Schaufelrandes dienen, sobald nur c_2' bekannt oder angenommen ist. Es bedarf im weiteren hierzu außer der Kenntnis der Teilung t_2 nur noch derjenigen der Schaufeldicke. Dabei gilt aber nicht die wirkliche Dicke s_2, sondern die scheinbare Dicke s_2', die sich aus dem Schnitt mit dem Kegel AK (Fig. 176) ergibt. Wie diese ermittelt wird, ist aus Fig. 178 zu ersehen. Es ist darin ein

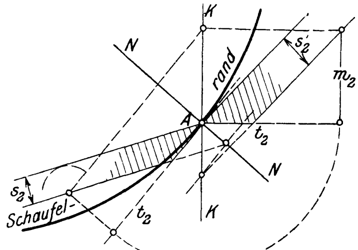

Fig. 178.

Stück der Austrittskante dargestellt, von der vorausgesetzt ist, daß sie in einer Meridianebene enthalten sei.

Gegeben sind t_2 und m_2 in der Ebene AK. Damit und mit s_2 wird der Normalschnitt AN durch den Schaufelrand konstruiert und in der Umklappung gezeichnet. Es ergibt sich daraus die Umklappung des Schnittes AK und die scheinbare Dicke s_2'.

141. Die **Stromlinien** lassen sich im allgemeinen nur unter gewissen willkürlichen Annahmen ziehen. Es mag z. B. vorausgesetzt werden, daß sich die Stromflächen gleichmäßig sowohl in den Querschnitt als auch in das Wasser teilen, d. h. daß in jedem Punkte der die Stromlinien normal schneidenden Trajektorien dieselbe meridionale Geschwindigkeit herrsche. Es soll dabei der Einfachheit wegen keine Rücksicht auf die Verengung der Querschnitte durch die Schaufeldicke genommen werden.

Hat man die beiden Kranzprofile nach Fig. 179 gewählt und die Flächen F_1 und F_3 in x flächengleiche Ringe geteilt, wobei für F_3 eine Parabel gute Dienste leistet, so ziehe man nach dem Augenmaß die Stromlinien und einige Normaltrajektorien. Darauf ändere man durch Probieren die Stromlinien so lange ab, bis in ein und derselben Trajektorie das Produkt $r \cdot \varDelta b$ für jede Wasserstraße den nämlichen Wert annimmt. Die Geschwindigkeit c_2' unmittelbar nach dem Austritt ergibt sich aus der Gleichung

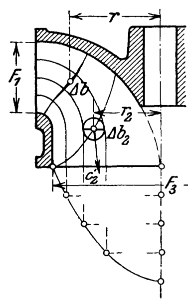

Fig. 179.

$$2\pi r_2 \cdot \varDelta b_2 = \frac{Q}{x c_2'}.$$

Mit c_2' läßt sich nach Gl. 254, Abschnitt 140, der rechtwinklige Kanalabstich m_2 berechnen, und damit kann der Schaufelrand bestimmt werden.

Die Frage, in welchem Sinne die Annahmen und damit auch die Ergebnisse fehlerhaft seien, läßt sich folgendermaßen beantworten. Da das Wasser eine axiale Ablenkung erfährt, muß der Druck gegen die Achse hin zunehmen, also wird die Durchfluß- und die Austrittsgeschwindigkeit der inneren Fäden kleiner ausfallen als nach unserer Annahme. Die Stromlinien müßten also etwas nach außen verschoben werden.

Die einfachste und bequemste Annahme wäre die, daß die Geschwindigkeit c_2', mit der das Wasser vom Laufrade wegfließt, überall dieselbe sei. Das würde bedeuten, daß der Druck p_2 in allen Punkten des Austrittes der nämliche sei. In diesem Falle wäre auch der rechtwinklige Kanalabstich

$$m_2 = \frac{60}{z_2 n} c_2'$$

für alle Punkte des Austrittes konstant. Da man hier die Stromlinie nur noch braucht, um die Richtung festzulegen, in der der Abstich zu messen ist, und da ein kleiner Fehler hierbei nicht von Belang sein kann, genügt es, die Stromlinien nach dem Augenmaß einzuzeichnen.

Für den Camererschen Schnelläufer Fig. 180 wird die Annahme offenbar recht gut zutreffen; allein die Übereinstimmung ist etwas teuer erkauft. Der innere Schaufelrand läuft noch weit der Nabe entlang, nachdem das Wasser bereits seine Energie mit der Annäherung an die Achse beinahe vollständig abgegeben hat. Die Verlängerung der Schaufel muß eine Vermehrung der Reibung zur Folge haben.

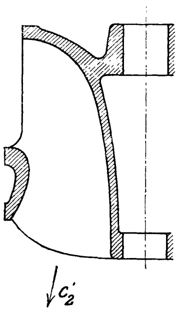

Fig. 180.

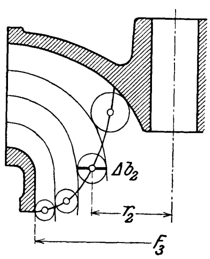

Fig. 181.

Man darf die Voraussetzung auch für die Normalturbinen (Fig. 181) als Näherung gelten lassen, sofern für die Austrittskante die Bedingung erfüllt ist

$$2\pi \cdot \Sigma (r_2 \cdot \Delta b_2) = F_3 .$$

In diesem Falle darf man indessen nicht beide Kranzprofile zugleich annehmen. Man geht am besten von dem äußeren Kranzprofil und der Austrittskante aus, zieht vorläufig die Stromlinien nach dem Augenmaß und ändert sie so lange ab, bis für jede der x vorhandenen Wasserstraßen

$$2\pi r_2 \cdot \Delta b_2 = \frac{F_3}{x} .$$

Daraus ergibt sich genügender Anhalt, um das obere Kranzprofil zu zeichnen. Der Schaufelrand kann sodann mit $m_2 = \text{const.}$ bestimmt werden.

Man findet häufig, daß die konische Erweiterung schon im Laufrad sehr kräftig einsetzt (vgl. Fig. 173 u. 174, Abschnitt 134). Damit wird aber die Beurteilung der Austrittsverhältnisse erst recht unsicher und auch wohl der Austritt selbst unregelmäßig. Kann man ein genügend langes konisches Saugrohr anbringen, so dürfte es ratsamer sein, die Erweiterung für dieses aufzusparen; der Druckumsatz bleibt schließlich derselbe. Die starke Erweiterung des Laufradaustrittes wäre somit als Notbehelf für den Fall vorzubehalten wo es an Raum fehlt, dem Saugrohr die gehörige Länge zu geben.

142. Das Aufzeichnen der Schaufeln. Die doppelt gekrümmten Schaufelflächen werden am einfachsten durch zwei Scharen von ebenen Schnitten dargestellt. Die eine Schar wird durch Ebenen

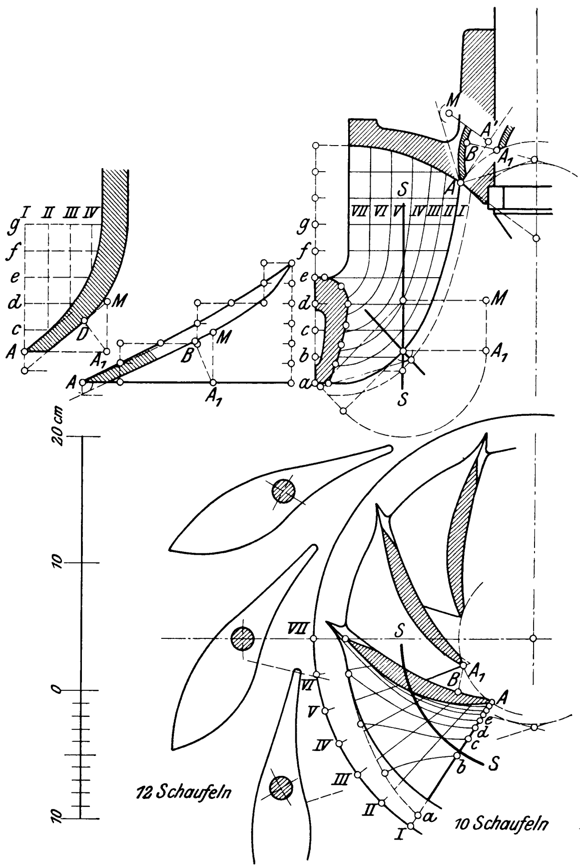

Fig. 182.

erzeugt, die in gleichen Abständen normal zur Achse durch die Turbine gelegt werden; die zweite Schar wird durch Axialebenen unter gleichen Winkeln gebildet, wobei man die Schnitte in der Umklappung zeichnet. Vgl. Fig. 182.[1])

[1]) Die Turbine ist berechnet für ein reines Gefälle von 7,5 m, eine maximale Wassermenge von 300 l pro Sek. und 535 Umläufe in der Minute.

Beim Entwerfen hat man als gegebene Ausgangspunkte anzusehen: die Kranzprofile und die Anzahl der Schaufeln, ferner für den Eintritt den Durchmesser, den Ansatzwinkel und die Schaufeldicke, und sodann für den Austritt den rechtwinkligen Kanalabstich $m_2 = A_1 M$ und die Schaufeldicke.

Man beginnt mit dem Schaufelprofil längs des äußeren Kranzes, das die stärkste Krümmung zeigt, bei dem am leichtesten Ablösungen des Wassers eintreten werden und das darum am vorsichtigsten zu behandeln ist. Den vollständigsten Überblick über die Krümmungsverhältnisse des Profiles ergäbe die Abwicklung mit der Schmiegungsfläche, d. h. mit der windschiefen Fläche, die durch die Tangenten der Kurve gebildet wird. Da dieser Weg aber recht mühsam ist, empfiehlt sich folgendes Verfahren. Es sei in Fig. 183 der Meridian einer Drehfläche und der Grundriß einer darin enthaltenen Kurve gegeben. Man lege über diese Kurve einen treppenförmigen Linienzug, der abwechselnd aus Stücken von Parallelkreisen und Meridianen besteht. Es ist hierbei zweckmäßig, die Stufenhöhe in der Richtung des Meridianes konstant zu nehmen und durch die Kurve halbieren zu lassen. Durch Übertragung dieses Treppenzuges in rechtwinklige Koordinaten erhält man eine Abbildung der Kurve, die für unendlich kleine Stufen völlig längen- und winkeltreu wäre, und die man daher durch Wahl genügend kleiner Stufen beliebig genau erhalten kann. Da es ebensogut möglich ist, von der Abbildung in den Grundriß überzugehen, wird ein kombiniertes Verfahren am Platze sein: man zieht die Kurve zuerst dort, wo man die beste Übersicht hat; man wird z. B. den Ansatz der Schaufel im Grundriß annehmen und in die Abbildung übertragen, dagegen den Auslauf im Abbilde beifügen und erst hernach in den Grundriß übertragen.

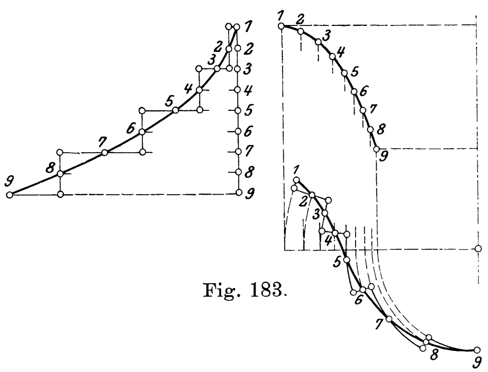

Fig. 183.

Der Ausgang muß lang genug sein, daß sich die Schaufeln genügend, etwa um die halbe Teilung, überdecken.

Die Eintrittskante wird fast immer gradlinig, und zwar parallel zur Achse angelegt. Obwohl man sie beliebig anders annehmen könnte, sprechen Gründe der Bequemlichkeit für diese Annahme.

Weiterhin wäre die Austrittskante zu wählen. Auch hier sprechen Gründe der bequemeren Durchführung für eine besondere Annahme; man pflegt sie in eine Axialebene zu legen.

Sodann geht man dazu über, das oberste Schaufelprofil zu entwerfen: Man beginnt damit, nach Fig. 177 den Auslauf in der Abwicklung des Berührungskegels aufzuzeichnen und in den Grundriß zu übertragen; der übrige Teil kann gleichfalls im Grundriß unter Einhaltung des Eintrittswinkels ohne weiteres angeschlossen werden, da sich die Krümmungsverhältnisse in dieser Projektion deutlich genug übersehen lassen.

Anstatt sich nunmehr mit den etwas problematischen Stromlinien herumzuschlagen, wird es in den meisten Fällen genügen, noch den zylindrischen Mittelschnitt abzuwickeln, der die Austrittsfläche in zwei gleiche Teile zerlegt. Man darf von dieser Zylinderfläche annehmen, daß sie sich namentlich bei erweitertem Austritt des Laufrades gut genug an die mittlere Stromfläche anschmiege, um damit ohne merklichen Fehler unter Verwendung der entsprechenden Größen t_2 und m_2 und unter Berücksichtigung der scheinbaren Schaufeldicke nach Fig. 178 die Gestalt des Schaufelrandes festlegen zu können.

Diese drei Hauptprofile liefern für jeden Schnitt normal zur Achse drei Punkte. Ergänzt man die Normalprofile nach dem Augenmaß, indem man gleichzeitig die Axialprofile bestimmt und die beiden Profilscharen aneinander verbessert, so gelangt man ohne zu großen Arbeitsaufwand zu einer vollständig bestimmten Fläche. Gelegentlich erkennt man im Verlaufe der Arbeit, daß man in den Annahmen fehlgegriffen hat. Unter Benutzung der inzwischen gemachten Erfahrungen wird man imstande sein, die Annahmen zu verbessern und die Arbeit zum guten Ende zu führen.

Bei Gußschaufeln ist die Bestimmung für die Rückfläche nochmals besonders durchzuführen und dabei an allen Punkten für Einhaltung der gehörigen Wandstärken zu sorgen. Bei Blechschaufeln stehen die beiden Flächen um die Blechdicke voneinander ab.

In Bezug auf das Aufzeichnen der Leitschaufeln genügt es, auf früher Gesagtes zu verweisen.

143. Der **Wirkungsgrad** guter Francis-Turbinen kann unter günstigen Umständen 85 v. H. erreichen und selbst überschreiten. Derartige Zahlen werden erhalten bei normalen Turbinen mit einem Ansatzwinkel β_1 von rund 90^0, die mit konisch erweitertem Saugrohr versehen sind. Vorausgesetzt ist normaler Gang, d. h. stoßfreier Eintritt und rechtwinkliger Austritt.

Langsam gehende und schnellaufende Turbinen arbeiten mit etwas größeren Verlusten und ergeben etwas geringere Wirkungsgrade.

Wird der Turbine mehr oder weniger Wasser zugeführt, als dem normalen Gange entspricht, so sinkt auch der Wirkungsgrad. Legt man Wert darauf, daß die Turbine bei stark vermindertem Zufluß noch einen recht günstigen Wirkungsgrad aufweise, so kann man dies bei Turbinen mit Finkschen Drehschaufeln dadurch erreichen, daß man sie bei der vollen Wassermenge mit starker Überfüllung arbeiten läßt.

V. Das Regulieren.

16. Kapitel.

Das Regulieren der Durchflußmenge.

144. Das Wesen des Regulierens. Das Regulieren kann sich auf zwei verschiedene Richtungen erstrecken. Entweder will man den Durchfluß mit dem vorhandenen Zufluß in Einklang bringen, oder es ist die Leistung der Turbine mit der Belastung ins Gleichgewicht zu setzen, so daß eine gleichförmige Geschwindigkeit erzielt wird. Die erste Aufgabe wird dadurch gelöst, daß man den Durchflußquerschnitt dem vorhandenen Zuflusse entsprechend verändert. Bei der zweiten Aufgabe wird die Leistung der Turbine der augenblicklichen Belastung angepaßt; dies geschieht in der Regel auch durch Veränderung der Durchflußmenge, indem man den Durchflußquerschnitt entsprechend größer oder kleiner macht. In beiden Fällen wird somit der Durchflußquerschnitt verändert; man verwendet für die Lösung beider Aufgaben dieselben Mittel.

Eine Turbine sei derart beschaffen, daß sie bei einem gewissen Gefälle H eine bestimmte Wassermenge Q durchfließen läßt. Geht der Zufluß auf einen Betrag Q_1 zurück, so bleibt der Durchfluß zunächst auf der alten Höhe. Der Oberwasserspiegel muß daher so lange sinken, bis der Durchfluß gleich dem Zufluß geworden ist. Der Oberwasserspiegel stellt sich auf ein gewisses Gefälle H_1 ein, dessen Größe sich aus der Beziehung

$$\frac{Q_1}{Q} = \sqrt{\frac{H_1}{H}}$$

ergibt. Der Durchfluß regelt sich also von selbst; man erleidet aber dabei eine unverhältnismäßig große Einbuße an Energie, wie folgender Überschlag zeigt. Für das Verhältnis der Leistung im neuen Zustande gegenüber des früheren findet sich unter der Voraussetzung, daß der Wirkungsgrad derselbe geblieben sei:

$$\frac{L_1}{L} = \frac{Q_1 H_1}{Q H} = \frac{{Q_1}^3}{Q^3}.$$

Die Leistung nimmt also mit der dritten Potenz der Wassermenge ab. Tatsächlich ist das Verhältnis noch ungünstiger, weil die Umlaufgeschwindigkeit, die unverändert bleiben soll, nicht dem verminderten Gefälle entspricht, so daß der Wirkungsgrad schlechter wird. Der Verlust rührt in der Hauptsache davon her, daß das Wasser nach Fig. 184 um die Höhe $H - H_1$ tot herunterfällt, ohne Arbeit zu verrichten.[1])

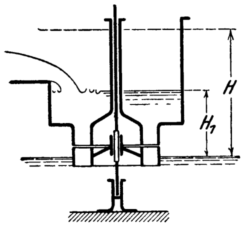

Fig. 184.

Diesen Verlust kann man vermeiden, indem man den Durchflußquerschnitt derart verengt, daß das ursprüngliche Gefälle erhalten bleibt. In diesem Falle geht die Leistung, immer unter der Voraussetzung, daß der Wirkungsgrad sich nicht ändere, nur im Verhältnis zur Wassermenge zurück.

Die Vorrichtungen zur Verminderung des Durchflußquerschnittes bilden einen wichtigen Bestandteil der Turbinen. Sie mögen mit dem Namen Abschützung belegt werden.

Bei der Turbine mit gestautem Durchfluß stehen Geschwindigkeiten, Querschnitte und Wassermenge in eindeutigem Zusammenhang unter sich und mit dem Gefälle. Sollen daher bei unverändertem Gefälle die Geschwindigkeiten dieselben bleiben, so müßte man die sämtlichen Querschnitte gleichzeitig der Wassermenge entsprechend ändern. Das führt aber zu Schwierigkeiten, zu deren Überwindung bis anhin nur schwache und erfolglose Versuche gemacht worden sind. Man begnügt sich der Einfachheit wegen damit, den Leitradquerschnitt allein zu verändern, während beim Laufrad alles gleich bleibt. Dabei wird freilich das Verhältnis der Geschwindigkeiten zueinander gestört und der Wirkungsgrad herabgezogen.

Anders liegen die Dinge bei der staufreien Turbine. Hier sind die Geschwindigkeiten nur vom Gefälle abhängig. Das Laufrad bietet dem Wasser ohnehin schon einen überreichlichen Querschnitt, und wenn der Überschuß bei Verminderung des Wasserzuflusses noch größer wird, so verdirbt das nicht viel am Wirkungsgrad.

Wo die Anlage nur eine einzige Turbine enthält, ist es wichtig, daß diese imstande sei, auch kleine Teile der vollen Wassermenge noch mit gutem Wirkungsgrad auszunützen. Besteht aber die Anlage aus mehreren Einheiten, so tritt dieser Gesichtspunkt zurück;

[1]) Es ist hierbei der Einfachheit wegen angenommen, daß der Unterwasserspiegel unverändert bleibe. In den meisten Fällen wird er mit der Wassermenge sinken; das Gefälle nimmt etwas zu, und das verbessert die Sache ein klein wenig.

denn wenn das Wasser nicht mehr zum Betriebe des Ganzen ausreicht, wird man eine oder mehrere Einheiten ausschalten und die übrigen annähernd voll, also möglichst günstig arbeiten lassen.

145. Zellenregulierung. Enthält die Turbine eine größere Anzahl von Leitkanälen, so kann der Durchflußquerschnitt dadurch vermindert werden, daß man eine entsprechende Zahl von Kanälen zudeckt. Man bezeichnet dies als die Zellenregulierung, da die Kanäle wohl auch Zellen genannt werden.

Die Laufradkanäle treten abwechselnd aus dem geschlossenen Teil in den offenen und umgekehrt. Bei der staufreien Turbine, die in der Luft arbeitet, kann das Wasser im Laufrad sofort beim Eintritt in den offenen Teil seine normale Geschwindigkeit annehmen, da die Kanäle vorher nur Luft enthielten; es setzt seine Bewegung ungestört fort, wenn der betreffende Laufradkanal unter den toten Teil des Leitrades gelangt; denn die Luft kann ungestört nachströmen. Verluste werden somit nur infolge der unvermeidlichen Zersplitterung entstehen, die Fig. 128, Abschnitt 99, erkennen läßt. Der Wirkungsgrad wird unter der Voraussetzung, daß man die Zahl der Übergänge auf das Unvermeidliche beschränke, durch das Abschließen einzelner Leitkanäle nicht wesentlich herabgedrückt. Die Kanäle müssen also der Reihe nach zugedeckt werden. Damit die Belastung des Laufrades symmetrisch bleibe, pflegt man zumeist die Zellen in zwei einander gegenüberliegenden Gruppen zu schließen.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse bei der Stauturbine, deren Laufradkanäle auch unter dem toten Teil des Leitrades gefüllt bleiben, sofern die Turbine unter Wasser arbeitet. Beim Eintritt in den offenen Teil muß das Wasser im Laufradkanal plötzlich beschleunigt werden, und umgekehrt erfährt es beim Austritt wieder eine plötzliche Verzögerung; beide Vorgänge sind aber mit größeren Energieverlusten verbunden, und es ergibt sich daraus, daß der Wirkungsgrad durch das Zudecken der Leitradzellen verschlechtert werden muß. Noch schlimmer fast sind die chemisch-mechanischen Wirkungen der bei den Übergängen auftretenden Wirbel. Die in den letzteren sich ausscheidende Luft oxydiert das Eisen der Kanalwände, das Wasser spült die Oxydschicht weg und legt das Eisen immer wieder frei. So entstehen an den Kränzen und Schaufeln Ausfressungen, die unter Umständen eine unglaubliche Größe erreichen und zur völligen Zerstörung der Laufräder führen können. Wenn die Turbine wenig oder gar nicht taucht, so kann man das Übel nach beiden Richtungen mildern, indem man sie ventiliert, d. h. indem man Luft in die geschlossenen Leitradzellen einführt. Man setzt dadurch die Laufradkanäle in den Stand, sich vollständig zu entleeren, wenn sie unter den geschlossenen Teil des Leitrades kommen.

In ihrer besseren Eignung für die Zellenregulierung liegt der wichtigste Vorzug der staufreien Turbine, die aus denselben Gründen allein für teilschlächtige Zuführung des Wassers in Betracht fällt.

Die Regulierung erfolgt stufenweise, da in der Regel mindestens eine ganze Leitradzelle ein- oder ausgeschaltet werden muß. Ist die Zahl der Kanäle nicht zu klein, so fallen die Stufen fein genug aus.

In dem folgenden sind einige der gebräuchlichsten Zellenabschlüsse für Axialturbinen dargestellt.

Die Klappe (Fig. 185) reicht über eine bis zwei Leitzellen weg. Der Teller (Fig. 186) deckt in der Regel mehrere Leitkanäle zugleich zu. Die Steckschütze (Fig. 187) wird einzeln oder in Gruppen bewegt; sie gibt keinen vollkommenen Abschluß. Werden die Zugstangen dieser drei Anordnungen als Röhren ausgebildet, so können sie zum Ventilieren gebraucht

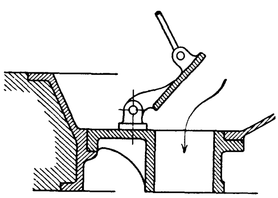

Fig. 185.

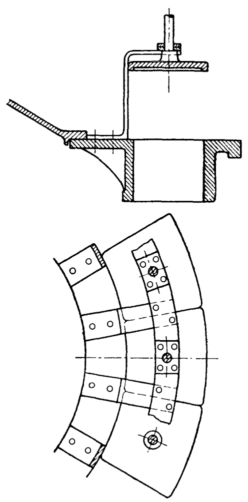

Fig. 186.

werden. Einen noch unvollkommeneren Abschluß gibt die Drehklappe (Fig. 188) die zwei Zellen zugleich abdeckt.

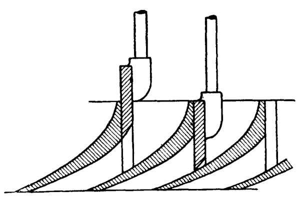

Fig. 187.

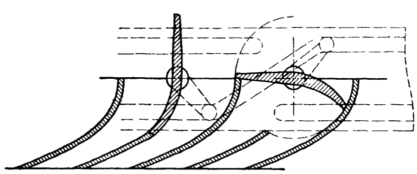

Fig. 188.

Alle diese Vorrichtungen können nur bei verhältnismäßig geringen Drücken zur Anwendung kommen.

Bei mehrkränzigen Jonval-Turbinen werden etwa die einzelnen

Kränze je völlig durch ringförmige Teller zugedeckt. Das gibt indessen nur eine ganz grobe Abstufung.

Bei teilschlächtigen Turbinen kommt sowohl für axiale als auch für radiale innerschlächtige Anordnung der einfachere und dauerhaftere Schieber (Fig. 189, 190, 191) zur Anwendung. Derselbe soll nach Fig. 189 beim Schließen gegen die Schaufeln laufen,

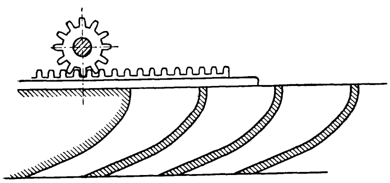

Fig. 189.

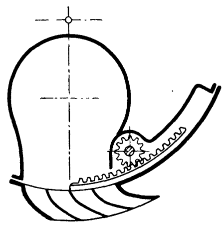

Fig. 190.

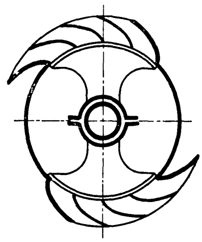

Fig. 191.

damit bei teilweisem Schluß das vor der Schieberkante eintretende Wasser an der Schaufel Führung finde. Der Schieber ermöglicht eine annähernd stetige Änderung der Durchflußmenge. Fig. 190 ist für eine Girard-Turbine in der Schwammkrugschen Anordnung gedacht. Fig. 191 zeigt einen Schieber mit zwei symmetrischen Hälften, bei dem die Drücke sich völlig aufheben; dieser Schieber gibt daher auch bei hohem Drucke einen leichten Gang; dagegen ist der Abschluß nicht vollkommen.

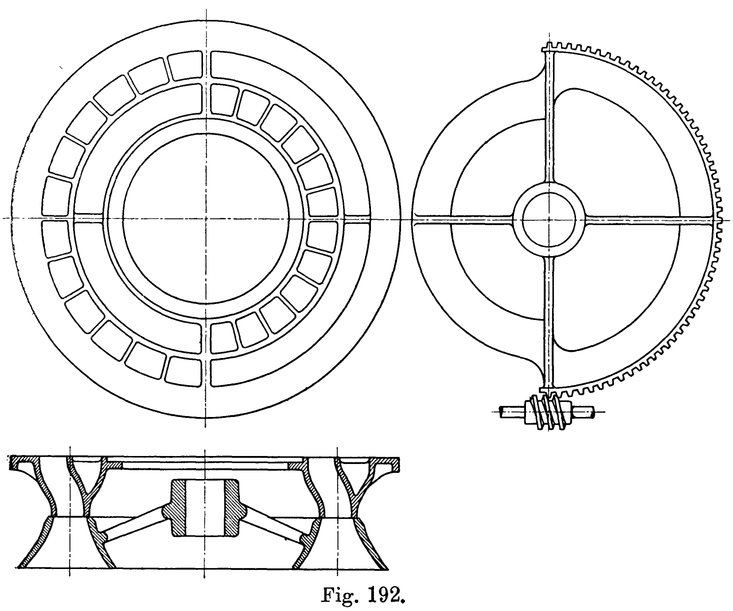

Fig. 192.

Da für den Schieber auf dem kanalfreien Teil des Leitapparates noch Raum bleiben muß, kann sich der Wassereintritt nicht über mehr als die Hälfte des Umfanges erstrecken. Fig. 192 zeigt indessen, wie mittels eines geschickten Griffes der Schieber auch für vollschlächtige Turbinen verwendbar gemacht werden kann. Indem man die Eintrittsöffnungen der Leitkanäle auf der einen Hälfte des Umfanges um etwas mehr als die halbe Breite nach außen und auf der andern Hälfte um ebensoviel nach innen rückt, gewinnt man den freien Raum für zwei je einen Halbkreis umfassende Schieber, die zu einem Ganzen verbunden sind und miteinander gedreht werden.

Es ist leicht einzusehen, daß dieser Gedanke sich auch auf innerschlächtige Turbinen übertragen läßt.

Der Schieber wird mit mechanischen Hilfsmitteln bewegt und eignet sich daher auch für die automatische Regulierung. Dasselbe ist für die Steckschützen und die Drehklappen der Fall, wenn man sie durch den in Fig. 188 punktiert angedeuteten Zweinutenring in Gang setzt. Dagegen werden die Klappen und Teller (Fig. 185 und 186) von Hand bedient.

146. Regulieren vereinzelter Leitkanäle. Besitzt der Leitapparat nur einen einzigen Kanal, so bleibt nichts anderes übrig, als den Austrittsquerschnitt zu verändern. Fig. 193 zeigt einen vielgebrauchten Einlauf für Tangentialräder, bei dem die Veränderung durch eine drehbare Zunge herbeigeführt wird (siehe Fig. 157, Abschnitt 119). Die Zunge öffnet sich unter dem Drucke des Wassers von selbst und braucht nur zugedrückt zu werden. Die maximale Kraft, die dabei aufzuwenden ist, tritt auf, wenn die Zunge ganz geschlossen ist; sie läßt sich leicht bestimmen.

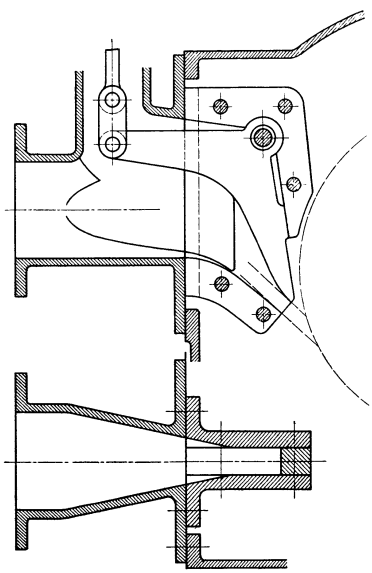
Fig. 193.

Der feste Teil des Einlaufes soll auf die äußere Seite des Strahles zu liegen kommen, damit das Wasser immer so flach als möglich auf die Schaufel treffe.

Die Drehzunge gibt nur für eine ganz bestimmte Stellung einen parallelen Austritt der Wasserfäden. Verkleinert man die Öffnung, so konvergieren die beiden Flächen, und der Strahl wird seitlich auseinander getrieben; darunter leidet aber der Wirkungsgrad. Frei von diesem Fehler ist der Schiebereinlauf (Fig. 214, Abschnitt 159). Der Schieber ist mit Ausnahme des untersten Teiles ganz entlastet, und da er überdies mit Starrschmiere gefettet wird, spielt er so leicht, daß er sich langsam von selbst öffnet. Er kann daher ebenso leicht durch einen Servomotor bedient werden wie die Drehzunge.

Sowohl Zunge als Schieber sind zur Verhütung des Zusammenrostens aus Bronze auszufertigen. Genau eingeschabt, geben sie einen dichten Abschluß, der allerdings bei der Zunge im Laufe der Zeit verloren geht. Beim Schieber hätte eine kleine Undichtigkeit wenig zu bedeuten, da nur aus dem untersten Teil etwas Wasser entweichen könnte.

Einen vorzüglichen Einlauf für Tangentialräder liefert die konische Düse mit spitzer Reguliernadel nach W. A. Doble in S. Francisco[1]) (Fig. 194 u. 195). Die Düse gibt selbst bei stark vorgeschobener Nadel einen dichten, glashellen Strahl; erst bei stärkerer Verengung werden die Widerstände beträchtlich. Voraussetzung ist, daß die Nadel gut zentriert sei. Die dreiarmige

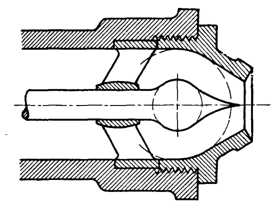

Fig. 194.

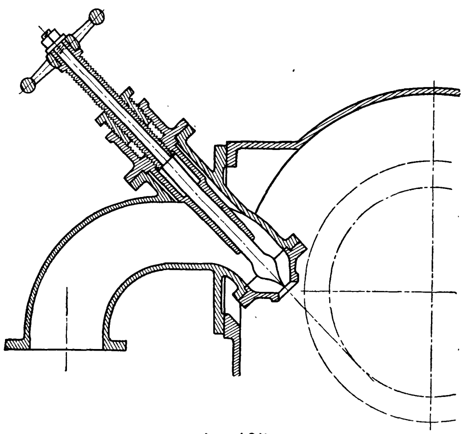

Fig. 195.

Führung nach Fig. 194 hat den Nachteil, daß sich bei unreinem Wasser leicht Gras und Laub an die dünnen Stege anhängt. In diesem Falle wäre die Nadel nach Fig. 195 von hinten her durch eine Hülse zu führen. An und für sich wäre die erstere vorzuziehen, da sie genauer zentriert.

Die Gewinde an Spindel und Stopfbüchse in Fig. 195 müssen dieselbe Ganghöhe haben.

Die Konvergenz der Düse ist so stark zu nehmen, als mit Rücksicht darauf möglich ist, daß der Querschnitt auch bei ganz

[1]) H. Homberger, Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingenieure 1904, S. 1901.

zurückgezogener Nadel sich stetig verjüngen muß. Der Knopf der Nadel soll gerade so dick sein, daß er die Mündung noch abschließt.

Wird die Nadel zum Zwecke der automatischen Geschwindigkeitsregulierung unter den Einfluß eines Servomotors gestellt, so ist darauf zu achten, daß die Änderung des Düsenquerschnittes nicht dem Nadelvorschub proportional ist, sondern erst langsamer und später schneller vor sich geht. Es bedarf daher einer besonderen Einrichtung, um die Änderungen der Geschwindigkeit und der Leistung einander proportional zu halten.[1])

Während die vorbeschriebenen Einrichtungen für Tangentialräder bestimmt sind, ist die außenliegende Schwinge (bascule extérieure, Fig. 196) von Piccard in Genf für innerschlächtige Räder gedacht. Der Strahl nimmt unter der scharfen Kante des Schiebers eine kräftige Kontraktion an. Da seine Richtung in der Hauptsache durch die der Kante gegenüberliegende Fläche bestimmt wird, hat die Stellung der Schwinge wenig Einfluß darauf. Der Druck auf den Schieber ist völlig ausgewuchtet; die Vorrichtung spielt daher leicht. Die Dichtigkeit wird nicht auf die Dauer erhalten bleiben.

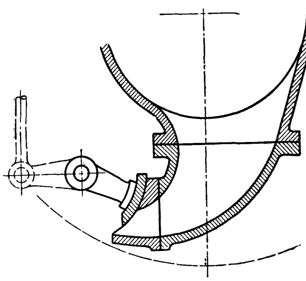
Fig. 196.

Die soeben beschriebenen Einrichtungen sind für beliebig hohe Drücke zu gebrauchen.

147. Spaltschieber. Die in den Spalt der vollschlächtigen Radialturbine eingeschobene Ringschütze (Fig. 197 und 198) ist ein sehr einfaches und dauerhaftes Mittel, um alle Leitkanäle zugleich beim Austritt zu verengen. Da sich die Drücke im Gleichgewicht halten, spielt die Schütze leicht; sie kann bequem durch mechanische Hilfsmittel bewegt werden und eignet sich darum sehr gut für automatische Regulierung.

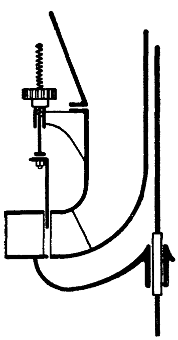
Fig. 197.

Bei Stauturbinen verursacht sie bedeutende Arbeitsverluste, da sich der Durchflußquerschnitt im Laufrad plötzlich erweitert. Wird bei der Francis-Turbine die Schütze nach Fig. 198 von oben her eingeführt, so kommt der Übelstand hinzu, daß das Wasser am Radkranz keine Führung findet, so daß

[1]) Der Verfasser: Alte und neue Tangentialräder, Zeitschr. f. d. gesamte Turbinenwesen 1907, S. 133.

sich der Durchfluß ziemlich regellos vollziehen muß. Die auf die Laufradschaufeln nach amerikanischem Muster aufgesetzten Kämme können das nicht ändern und besitzen darum kaum irgend welchen Wert. Etwas besser wäre es, die Schütze in der entgegengesetzten Richtung eintreten zu lassen; dann bekäme das Wasser wenigstens am Radboden noch eine leidliche Führung. Bei der liegenden Anordnung hätte dies keine Schwierigkeiten.

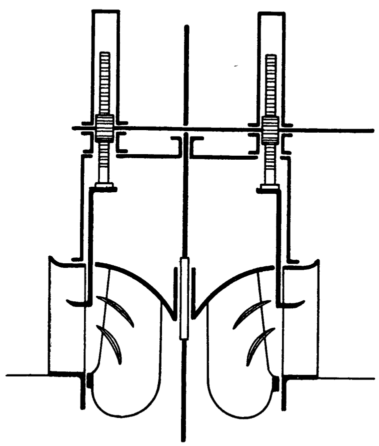

Fig. 198.

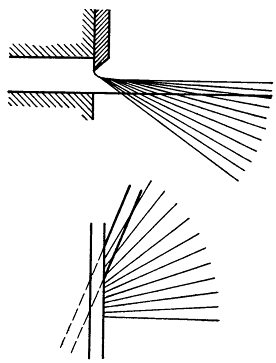

Fig. 199.

Ist die Ringschütze schmal, so erleiden die an der Kante streifenden Fäden eine Ablenkung rechtwinklig dazu, wie in Fig. 199 für einen frei austretenden Strahl angedeutet ist. Man kann diesen Fehler vermeiden, wenn man an der Schütze die in Fig. 198 angedeuteten, zwischen die Leitschaufeln zurückreichenden Ansätze anbringt.

Die Ringschütze wird bei der Fourneyron-Turbine etwa auch beim Austritt aus dem Laufrad angebracht. Der Einfluß auf den Wirkungsgrad ist wohl kaum weniger verhängnisvoll. Besser gestalten sich die Verhältnisse sowohl für die äußere Ringschütze als auch für den Spaltschieber, wenn man die Turbine mehrkränzig baut und jedesmal einen ganzen Kranz abdeckt.

148. Finksche Drehschaufel. Die beste Vorrichtung, um gleichzeitig alle Leitradkanäle beim Austritt zu verengen, besitzen wir in der Drehschaufel von Fink (Fig. 200 und 201). Sämtliche Leitschaufeln drehen sich gleichzeitig um feste Bolzen, und dadurch wird in allen Kanälen zumal die lichte Weite a_0 verändert. Die Ränder der Schaufel müssen mit den Radkränzen in steter Berührung bleiben. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Radkränze die Gestalt von konzentrischen Kugelflächen erhalten und die Drehbolzen radial gerichtet sind. Von praktischer Bedeutung ist indessen nur der Fall, wo der Kugelradius unendlich groß ist, wo also die Kränze flach werden. Die Drehschaufel kommt somit nur für die radiale Turbine in Betracht, und ihre Verwendung ist tatsächlich auf die außerschlächtige Turbine beschränkt, weil die innerschlächtige im Leitapparat den genügenden Platz für die Drehschaufel nicht zu bieten vermag.

Wird der Leitapparat durch Drehen der Schaufeln teilweise geschlossen, so tritt weniger Wasser ins Laufrad, und die Stauung in diesem wird geringer, also nimmt

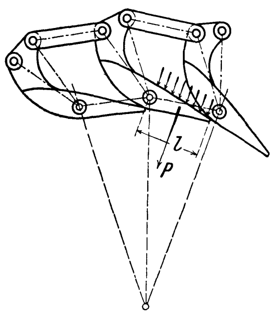

Fig. 200.

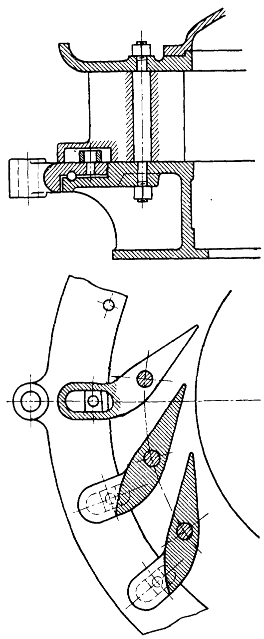
Fig. 201.

auch der Spaltdruck ab, und infolgedessen wächst die Geschwindigkeit des Ausflusses aus dem Leitrad; doch gleicht diese Zunahme die Verminderung des Querschnittes nicht aus, und die Durchflußmenge nimmt endgültig ab. Es werden die Größen α_0, a_0, Q, w_1 und w_2 kleiner, und einzig c_0 erfährt eine kleine Erhöhung. Die Bedingung des stoßfreien Eintrittes ist nicht mehr erfüllt, und das Wasser tritt auch nicht mehr rechtwinklig zum Umfang aus, sondern wird etwas im Sinne der Bewegung abgelenkt; der Wirkungsgrad geht daher etwas zurück, es wäre denn, daß die Turbine vorher mit Überfüllung gearbeitet habe (vgl. Abschnitt 133).

Die Drehbolzen sind fest, da ihnen noch die Aufgabe zufällt, die Kränze des Leitrades unter sich zu verbinden. Die Schaufeln erhalten der Bolzen wegen in der Mitte eine starke Verdickung. Die Belastung der Bolzen und der Schaufeln ist durch eine besondere Untersuchung festzustellen. Die größte Belastung, auf die es im wesentlichen ankommt, tritt bei ganz vollzogenem Schluß auf. Sie kann nach Fig. 200 leicht bestimmt werden. Bezeichnet l die Länge, um die die Schaufel über den Bolzen vorspringt, und b die Radbreite, so ist

$$P = l b H \gamma,$$

wobei H das Gefälle zwischen Ober- und Unterwasserspiegel bedeutet. Das zum Festhalten der Schaufel erforderliche Drehmoment ergibt sich aus der Lage der Resultierenden P gegenüber dem Drehbolzen.

Die Schaufeln sind unter sich in einer Art verbunden, die ihnen allen eine gleichzeitige Drehung sichert. In Fig. 200 wird dieser Zusammenhang durch Zugstangen hergestellt, deren Angriffspunkte an den hebelförmigen Verlängerungen der Schaufeln mit den Drehpunkten der letzteren lauter kongruente Parallelogramme bilden müssen.[1] Die in sich selbst geschlossene Gelenkkette wird von zwei diametral einander gegenüberliegenden Punkten aus in Bewegung gesetzt. Die Zahl der Gelenke ist ziemlich groß und gibt Anlaß zum Klapperigwerden.

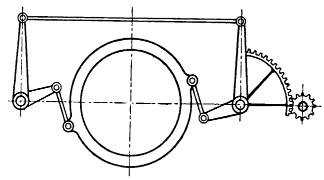

Fig. 202.

Gewöhnlich wird um das Leitrad herum ein drehbarer Ring gelegt, mit dem die einzelnen Drehschaufeln durch kleine Gelenk- oder Schubkurbeln verbunden sind (vgl. Fig. 201). Der Schlitz des Schubkurbelgetriebes kann entweder im Ring oder in der Schaufel angebracht sein. Der Ring soll leicht beweglich sein; man läßt ihn bei großen Ausführungen häufig auf Kugeln laufen. Dem Ringe wird die Bewegung von zwei Punkten aus erteilt. Der Bewegungsmechanismus sollte streng symmetrisch sein, die Angriffspunkte einander genau gegenüberliegen, wie z. B. in Fig. 202. Aus Platzmangel wird vielfach die in Fig. 203 skizzierte Einrichtung gewählt, bei der indessen beim Heraustreten aus der Mittelstellung die Symmetrie der Schubstangen verloren geht. Um ein Klemmen zu verhüten, hat man der Achse des zweiarmigen Antriebhebels etwas Spiel im Lager zu geben.

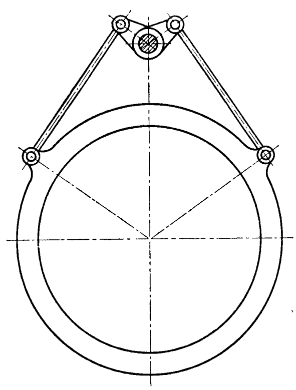

Fig. 203.

[1]) A. Foresti, Mailand, Schweiz. Patent Nr. 23392.

Die vielen Gelenke sind einer ziemlich starken Abnützung unterworfen; der ganze Mechanismus wird leicht schlotterig. Die Ursache kann am Sande liegen, den das Wasser führt; man pflegt darum nach Fig. 201 die Gelenke durch Vorsprünge an den Schaufeln zu decken. Wichtiger dürfte der Umstand sein, daß die im strömenden Wasser stehenden Schaufeln eine schütternde Bewegung annehmen, etwa wie die Fahne, die im Wind flattert. Bestehen die Gelenkflächen teilweise oder ausschließlich aus Eisen, so wird durch Rosten und Zittern eine starke Abnützung herbeigeführt, indem durch die Erschütterung immer frisches Eisen bloßgelegt wird. Man kann ihr begegnen, wenn man sämtliche Reibungsflächen reichlich bemißt und sie aus Metall herstellt, also auch die Bolzen mit Messing überzieht. Erschwerend ist der Umstand, daß die Gelenke nicht wohl geschmiert werden können.

149. Die Regulierungen von Schaad und von Zodel. Weniger vollkommen ist hinsichtlich der Wasserführung die Regulierung von Schaad (Fig. 204). Jede Leitschaufel besteht aus einem festen und einem drehbaren Teil. Die festen Teile sind mit den Kränzen aus einem Stück gegossen, was dem ganzen Leitrad eine große Festigkeit gibt. Die beweglichen Teile sind um große, scheibenförmige Zapfen drehbar und werden alle gleichzeitig wie bei der Finkschen Regulierung von einem Ring aus gedreht. Bei teilweise geschlossener Regulierung erleidet das Wasser eine starke Kontraktion und wird in einzelne Strahlen mit größeren Zwischenräumen aufgelöst; die Wiedervereinigung im Laufrad geht nicht ohne erhebliche Wirbelbildungen und Stoßverluste vor sich.

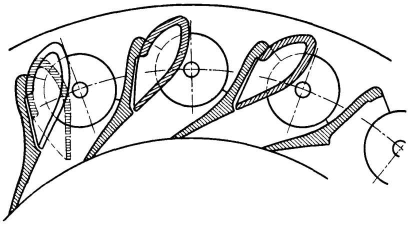

Fig. 204.

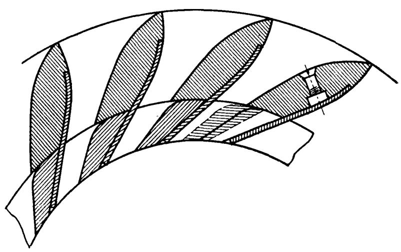

Fig. 205.

Bei der Regulierung von Zodel (Fig. 205) liegt innerhalb der festen Leitschaufel ein beweglicher Ansatz, der in der Richtung des Umfanges verschoben werden kann. Diese Ansätze sind mit zwei schmalen Kränzen zusammengegossen und bilden einen Gitterschieber, der sich im Innern des Leitrades verdrehen läßt, wodurch die sämtlichen Austrittsöffnungen gleichzeitig verkleinert werden. Die Rücken der festen Leitschaufeln werden durch aufgeschraubte Blechplatten bis zum innern Umfange verlängert.

Auch hier liefert der teilweise geschlossene Leitapparat lauter einzelne Strahlen mit größeren Zwischenräumen. Die Parallelführung der einzelnen Wasserfäden ist etwas besser als bei Schaad; ungünstig ist aber das Heraustreten der stumpfen Kante des beweglichen Ansatzes in den Weg des Wassers.

Die Regulierungen von Fink, Schaad und Zodel haben den großen Vorteil miteinander gemein, daß es nur einer verhältnismäßig kleinen Bewegung bedarf, um das Leitrad vollständig zu schließen oder zu öffnen, und daß sie leicht gehen. Sie eignen sich daher vorzüglich für die automatische Geschwindigkeitsregulierung.

17. Kapitel.

Das Regulieren der Geschwindigkeit.

150. Überblick über die Aufgabe. Für die Leistung einer Turbine haben wir den Ausdruck

$$L = eGH;$$

wobei G das Gewicht des sekundlich durchströmenden Wassers, H das Gefälle und e den gesamten Wirkungsgrad bedeutet. Bezeichnet man mit W den Widerstand, den die Turbine an einem gewissen Hebelarme zu überwinden hat, dessen Endpunkt die Umfangsgeschwindigkeit u besitze, so wäre

$$L = Wu = eGH.$$

Ist die Turbine im normalen Gang begriffen, und wird nun der Widerstand vermindert, so muß offenbar die Geschwindigkeit zunehmen. Das Wachsen der Geschwindigkeit wird aber nicht unbegrenzt andauern, da der Wirkungsgrad um so schlechter wird, je mehr die Geschwindigkeit von der normalen abweicht. Es stellt sich für jede Belastung eine ganz bestimmte Geschwindigkeit ein. Wird der Widerstand ganz aufgehoben, so erreicht die Turbine die größte Geschwindigkeit, deren sie bei dem gegebenen Gefälle überhaupt fähig ist. Diese hat einen ganz bestimmten Wert; man nennt sie die Leerlaufgeschwindigkeit. Wird umgekehrt die Belastung vermehrt, so nimmt die Geschwindigkeit ab, bis endlich die Turbine stecken bleibt, wenn der Widerstand einen bestimmten Größtwert angenommen hat.

Diese Selbstausgleichung kann bei Betrieben genügen, wo die

Belastung nicht stark schwankt und die Ansprüche an die Gleichförmigkeit des Ganges klein sind. Wo dies nicht zutrifft, muß nach jeder Störung das Gleichgewicht zwischen Kraft und Widerstand sofort wiederhergestellt werden, ehe sich die Geschwindigkeit erheblich verändern kann. Die erste Voraussetzung für die Lösbarkeit dieser Aufgabe ist, daß die vorhandene Wassermenge und die Größe der Turbine ausreichen, um den höchsten vorkommenden Widerstand zu überwinden. Es muß also gegenüber dem normalen Bedarf noch ein Überschuß an Leistung vorhanden sein, der genügt, um die augenblicklichen Mehrforderungen des Betriebes zu befriedigen. Geht der Wasserzufluß zurück, so muß an der Belastung so viel abgebrochen werden, daß die vorhandene Leistung genügend überschießt.

Zur Erhaltung der Geschwindigkeit können zwei Wege eingeschlagen werden. Entweder paßt man die Leistung der Turbine der wechselnden Belastung an, oder man bringt durch Hinzufügen einer veränderlichen zusätzlichen Belastung den Widerstand in Einklang mit der unveränderlichen Leistung der Turbine. Die zusätzliche Belastung wird durch sog. Bremsregler hervorgebracht; das sind Vorrichtungen, in denen mechanische Arbeit durch veränderliche Widerstände aufgezehrt und in Wärme übergeführt wird. Meist sind es Pumpen nach Art der Kapselräder, die die geförderte Flüssigkeit immer wieder ansaugen, wobei durch eine in den Kreislauf eingeschaltete Drosselvorrichtung von einem Tachometer aus der Widerstand selbsttätig geregelt wird. Zur Aufnahme größerer Energiemengen eignen sie sich nicht, da die umgetriebene Flüssigkeit sich stark erhitzt. Ihre Anwendung ist auf die Fälle beschränkt, wo man den Gang einer Turbine ausgleichen will, die keine anderweitige Reguliervorrichtung besitzt.

Der gebräuchlichere Weg ist die Veränderung der Turbinenleistung selbst. Da diese letztere sich aus der Wassermenge und aus dem wirksamen Gefälle zusammensetzt, ergeben sich zwei Punkte, von denen aus man die Aufgabe anfassen kann. Baut man in das Zuleitungsrohr eine Drosselklappe ein, oder versieht man das Saugrohr mit einer Ringschütze, so kann damit das wirksame Gefälle zugleich mit der Durchflußmenge verringert werden. Beide Vorrichtungen haben den Fehler, daß ihre Wirkung nicht dem zurückgelegten Weg proportional ist; sie müssen schon ziemlich weit geschlossen werden, ehe der Einfluß spürbar ist; von da an aber wächst der Widerstand sehr stark an.

Weitaus am häufigsten wird nur die Durchflußmenge verändert, indem man die Abschützung des Leitapparates mehr oder weniger öffnet oder schließt. Bei Tangentialrädern kommt es vor, daß man den Ausflußquerschnitt des Leitapparates unverändert läßt und einen mehr oder minder großen Teil des Ausflusses derart ablenkt, daß er nicht auf das Rad schlägt. So wird z. B. von californischen Konstrukteuren die Leitdüse mehr oder weniger aus dem Rade herausgeschwenkt; Briegleb, Hansen & Co. in Gotha spalten durch zwei stellbare Keile zwei seitliche Teile vom Wasserstrahl ab.

Mit der Abschützung zu regeln, hat den Vorteil, daß nicht mehr Wasser verbraucht wird, als zur Überwindung des Widerstandes notwendig ist. Freilich kommt dieser Vorteil nur dort zur Geltung, wo das nicht verbrauchte Wasser aufgespart werden kann, wo also die Turbine aus einem Sammler gespeist wird. In allen andern Fällen kommt es im Grunde auf dasselbe heraus, ob das Wasser verbraucht und der Kraftüberschuß abgebremst wird, oder ob man das Wasser spart und den Überschuß beim Wehr entweichen läßt.

Arbeitet die Turbine mit einer Dampfmaschine zusammen, so wird die Turbine auf die vorhandene Wassermenge fest eingestellt und die Regulierung der Dampfmaschine überlassen. Es ist natürlich wichtiger, an den Kohlen als am Wasser zu sparen.

Die verschiedenen Reguliervorrichtungen können von Hand betätigt werden. Die Handregulierung genügt in denjenigen Fällen, wo der Kraftbetrieb nicht stark oder nicht häufig wechselt, oder wo man nur geringe Anforderungen an die Gleichmäßigkeit des Ganges stellt. In allen andern Fällen muß zur automatischen Regulierung gegriffen werden.

Es soll hier nur die mit der Abschützung arbeitende Regulierung behandelt werden. Nicht jede Abschützung eignet sich für den automatischen Betrieb. Damit sie brauchbar sei, muß sie

1. überhaupt sich mechanisch antreiben lassen,
2. mit kleinem Wege große Veränderungen der Füllung bewirken, also rasch arbeiten,
3. die Leistung angenähert proportional dem zurückgelegten Wege ändern und
4. leicht gehen.

Die Anforderungen an die Schnelligkeit und Genauigkeit der Regulierung sind besonders durch die Elektrotechnik ganz bedeutend gesteigert worden, und manche Vorrichtung, die genügte, solange es sich um den Betrieb von Fabriken handelte, mußte aufgegeben werden, weil sie den großen Schwankungen des elektrischen Betriebes nicht rasch und genau genug zu folgen vermochte. Hierher gehören die sämtlichen Zellenregulierungen. Weitaus am besten entsprechen allen Bedingungen die Abschützungen der Francis-Turbine nach Fink, Schaad und Zodel und diejenigen für die einzelnen Leitkanäle der Tangentialräder. Auch die vor oder hinter dem Laufrade eingeschaltete Ringschütze kann in den Fällen Verwendung finden, wo es nicht darauf ankommt, daß die Turbine auch bei kleinen Füllungen vorteilhaft arbeite. Immerhin sind die hinter der Schütze auftretenden Wirbel wegen der Anfressungen etwas bedenklich.

151. Ausgangspunkt für das Regulieren. Die Aufgabe der automatischen Geschwindigkeitsregulierung, die sich bei allen Motoren in ähnlicher Weise darbietet, ist von großer praktischer Bedeutung. Da sie eine unerschöpfliche Quelle für mathematische Untersuchungen bildet, hat sie von jeher die Aufmerksamkeit der Theoretiker auf sich gezogen. Bei der verwickelten Natur des Gegenstandes müssen wir uns auf eine vereinfachte Darstellung der wichtigsten Punkte beschränken.

Es handelt sich darum, die Abschützung im richtigen Augenblick, d. h. sobald sich der Widerstand der Turbine ändert, in Bewegung zu setzen, und zwar soll der Ausschlag genau der Änderung der Belastung entsprechen, damit alsbald wieder Gleichgewicht eintrete. Folgerichtigerweise wäre somit die Ingangsetzung der Abschützung von der Veränderung der Belastung selbst abzuleiten. Das könnte in der Weise geschehen, daß man die Leistung der Turbine durch eine Feder überträgt, deren Durchbiegung sich alsbald ändert, wenn die Belastung größer oder kleiner wird. Es wäre dann die Veränderung der Feder dazu zu benutzen, den Bewegungsmechanismus der Abschützung einzurücken. Dieser Weg bietet sehr große Schwierigkeiten und ist darum wohl noch nie ernstlich versucht worden.

Der einzig gebräuchliche Weg ist, das Einsetzen des Reguliervorganges von der Geschwindigkeitsänderung abzuleiten, die sich infolge der Störung des Gleichgewichtes einstellt. Daraus geht sofort hervor, daß sich auf diesem Wege die Aufgabe in voller Strenge gar nicht lösen läßt; denn es muß ja bereits eine Geschwindigkeitsänderung eingetreten sein, bevor sich die Abschützung in Bewegung setzt. Da man es aber in der Gewalt hat, diese Bewegung schon durch eine sehr kleine Geschwindigkeitsänderung einleiten zu lassen, gelangt man schließlich doch dazu, allen Bedürfnissen der Praxis zu genügen.

Den Ausgangspunkt des ganzen Reguliermechanismus bildet eine Vorrichtung, die bei jeder Geschwindigkeit eine ganz bestimmte Stellung einnimmt und dadurch die augenblickliche Geschwindigkeit zum Ausdruck bringt; sie wird darum das Tachometer (von griech. tachos = Geschwindigkeit) genannt. Man bezeichnet sie gewöhnlich schlechtweg als den Regulator.

Der Ausschlag des Tachometers muß sodann durch einen Zwischenmechanismus auf die Abschützung übertragen werden, der mit dem Namen Stellzeug belegt werden soll.

Die ganze Reguliervorrichtung setzt sich somit aus dem Tachometer, dem Stellzeug und der Abschützung zusammen.

152. Als **Tachometer** verwendet man vorzugsweise das konische Pendel mit Federbelastung. Fig. 206 stellt eine viel gebrauchte Ausführungsform dar. Der Einfachheit wegen sei angenommen, daß die Pendelarme in der Mittellage senkrecht stehen. Bei zunehmender Geschwindigkeit gehen die Kugeln auseinander, und indem die Feder zusammengedrückt wird, verschiebt sich das Gehäuse mit der Hülse abwärts. Die gesamte Masse der Kugeln, deren im ganzen m vorhanden sein mögen, sei M. Gewöhnlich ist $m = 2$.

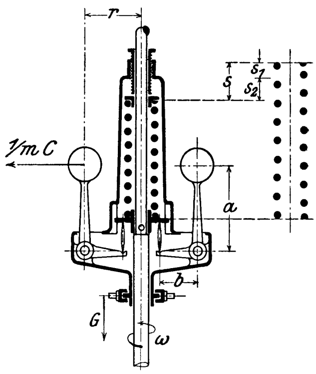

Fig. 206.

Um die Kugeln bei einer Winkelgeschwindigkeit ω im Abstande r von der Achse zu erhalten, bedarf es einer Zentripetalkraft

$$C = M\omega^2 r,$$

die durch die Feder aufzubringen ist. Zugleich hat die Feder noch die sämtlichen Teile zu tragen, die sich gemeinsam mit der Hülse auf und ab bewegen, und deren Gewicht G sein mag.

Die Feder kann als vollkommen elastischer Körper angesehen werden; die Längenänderung ist der Belastung proportional zu setzen. Es möge einer Belastung von p kg eine Durchdrückung von 1 cm entsprechen. Dann ist die Durchdrückung unter dem Einflusse des Eigengewichtes

$$s_1 = \frac{G}{p}$$

und diejenige unter dem Einflusse der Zentrifugalkraft der Kugeln

$$s_2 = C\frac{a}{bp} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (255)$$

Die ganze Durchdrückung ist somit

$$s = s_1 + s_2 .$$

Als Gleichgewichtsbedingung des ganzen Systems ergibt sich

$$ps = G + \frac{a}{b}C \quad \ldots\ldots\ldots \quad (256)$$

oder, wenn man für C seinen Wert einführt:

$$ps = G + \frac{a}{b} M\omega^2 r.$$

Daraus findet man

$$\omega^2 = \frac{ps - G}{rM} \frac{b}{a} = \frac{ps_2}{rM} \frac{b}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (257)$$

Jeder Winkelgeschwindigkeit entspricht eine ganz bestimmte Durchdrückung der Feder. Dadurch, daß man diese mehr oder weniger spannt, kann man das Tachometer innerhalb gewisser Grenzen für beliebige Geschwindigkeiten einstellen. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Tragkraft der Feder nicht überschritten werde.[1])

Wird bei unveränderter Winkelgeschwindigkeit das Gleichgewicht gestört, indem man z. B. die Hülse um den unendlich kleinen Betrag ds abwärts schiebt, so gehen die Kugeln auseinander und ihre Zentrifugalkraft wächst. Gleichzeitig erfährt die Feder eine stärkere Durchdrückung, und dieser entsprechend nimmt ihr Widerstand zu.

Differenziert man Gl. 256 und dividiert man das Ergebnis

$$ds = \frac{a}{bp} dC$$

durch die Gleichung selbst, so erhält man

$$\frac{ds}{s_2} = \frac{dC}{C}$$

als Bedingung dafür, daß das Tachometer auch in der neuen Lage im Gleichgewicht bleibe.

Führt man für C seinen Wert ein und berücksichtigt man, daß aus dem Mechanismus sich die Beziehung ergibt

---

[1]) Bedeutet P die ganze Belastung der Feder $= ps$ in Kilogrammen,
d die Drahtstärke in Zentimetern,
D den mittleren Durchmesser der Feder in Zentimetern,
σ die zulässige Spannung (für gehärteten Federstahl 4000 bis 4500 kg/qcm),
γ den Elastizitätsmodul der Schubfestigkeit (850000 für Kilogramm und Quadratzentimeter),
x die Anzahl der spielenden Windungen,

so lassen sich sich Abmessungen der Feder aus der Gleichung bestimmen

$$\frac{PD}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \sigma.$$

Die Belastung p, die eine Durchdrückung von 1 cm erzeugt, ist

$$p = \frac{d^4 \gamma}{16 x D^2}.$$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{b}{a},$$

so bekommt man als Bedingung des indifferenten Gleichgewichtes

$$s_2 = \frac{b}{a} r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (258)$$

Wächst die Federspannung verhältnismäßig stärker als die Zentrifugalkraft, ist also

$$\frac{ds}{s_2} > \frac{dC}{C}$$

oder

$$s_2 < \frac{b}{a} r, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (259)$$

so kehrt das Tachometer in die ursprüngliche Lage zurück, das Gleichgewicht ist stabil. Ist umgekehrt

$$s_2 > \frac{b}{a} r, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (260)$$

so schlagen die Pendel bei der geringsten Störung so weit aus, als sie können; das Gleichgewicht ist labil.

Man kann somit einem Federtachometer durch Veränderung des Wertes von s_2, also durch entsprechendes Spannen der Feder ganz verschiedene Eigenschaften erteilen; ein Tachometer, das zu wenig stabil ist, kann durch Entspannen der Feder beruhigt werden. Nur ist dabei zu berücksichtigen, daß nach Gl. 257 jeder Federspannung auch eine ganz bestimmte Geschwindigkeit entspricht.

153. Geschwindigkeit und Hülsenweg. Einen deutlichen Einblick in die Eigenschaften eines Tachometers gibt die Kurve, die entsteht, wenn man nach Fig. 207 den Hülsenweg als Ordinate über der Umlaufzahl als Abszisse aufträgt. Je steiler die Kurve verläuft, desto mehr nähert sich der Zustand dem indifferenten Gleichgewicht oder der Astasie.

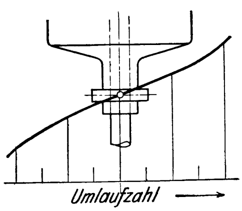

Fig. 207.

Die Richtung der Tangente für irgend einen Kurvenpunkt, der der Geschwindigkeit ω entspricht, läßt sich durch folgende Rechnung ermitteln. Es ändere sich die Geschwindigkeit ω um $d\omega$ und damit die Federkraft P um dP und die Zentrifugalkraft C sämtlicher Kugeln um dC. In dem neuen Zustand bestehe wieder Gleichgewicht; die Bedingung hierfür ist

$$\frac{dP}{P - G} = \frac{dC}{C},$$

wobei G das Gewicht der sämtlichen Teile bedeutet, die der Hülsenbewegung folgen. Es ist aber

$$P = ps \qquad C = M\omega^2 r$$
$$dP = p\,ds \qquad dC = M\,(2\,r\,\omega\,d\omega + \omega^2 dr)$$
$$G = p\,s_1$$
$$s - s_1 = s_2 \,.$$

Mit diesen Werten nimmt die Gleichgewichtsbedingung die Form an

$$\frac{ds}{s_2} = 2\,\frac{d\omega}{\omega} + \frac{dr}{r}\,,$$

oder, da

$$dr = \frac{a}{b}\,ds\,,$$

$$\frac{ds}{s_2} = 2\,\frac{d\omega}{\omega} + \frac{a}{b}\,\frac{s_2}{r}\,\frac{ds}{s_2}\,.$$

Löst man die Gleichung nach $ds : s_2$ auf, so erhält man, indem man gleichzeitig statt ω die Umlaufzahl n einführt,

$$\frac{ds}{s_2} = 2\,\frac{dn}{n}\,\frac{r}{r - \frac{a}{b}\,s_2}\,, \quad \ldots\ldots \quad (261)$$

eine Beziehung, die man angenähert auch für nicht zu große endliche Änderungen gelten lassen darf, und die man in dem Satz aussprechen kann, daß die Durchdrückung der Feder sich zweimal so stark ändere wie die Umlaufzahl.

Für den Richtungskoeffizienten der Tangente an die Kurve erhält man aus Gl. 261

$$\frac{ds}{dn} = 2\,\frac{r\,s_2}{n\left(r - \frac{a}{b}\,s_2\right)}\,. \quad \ldots\ldots \quad (262)$$

Es wird $ds : dn = \infty$, wenn der Nenner rechts gleich Null wird, also wenn

$$s_2 = \frac{b}{a}\,r\,.$$

Dies ist die schon früher aufgestellte Bedingung der Astasie.

154. Stellkraft. Wenn sich die Geschwindigkeit um einen gewissen Betrag ändert, so verschiebt sich die Hülse. Da hierbei das Stellzeug bewegt werden soll, ist von Bedeutung, zu wissen, welchen Widerstand das Tachometer zu überwinden vermag.

Um die Hülse bei stillestehendem Tachometer in die Stellung zu bringen, die sie bei normalem Gange einnimmt, hat man einen gewissen Widerstand zu überwinden, den man als die Hülsenlast bezeichnet. Wenn das Tachometer seine normale Geschwindigkeit hat, so ist es die Zentrifugalkraft des Pendels, die die Hülse in ihre Stellung bringt und die Hülsenlast im Gleichgewicht hält. Es besteht somit zwischen der Hülsenlast S und der Zentrifugalkraft Proportionalität. Da die Zentrifugalkraft mit der zweiten Potenz der Winkelgeschwindigkeit ω wächst oder abnimmt, hat man die Beziehung

$$S = \varphi\,\omega^2,$$

wobei φ von den Massen und Abmessungen des Tachometers abhängt und unverändert bleibt, solange sich die Hülse nicht verschiebt. Wird die Umlaufgeschwindigkeit um $d\omega$ geändert und soll die Hülse ihre Stellung beibehalten, so muß man eine zusätzliche Kraft dS daran anbringen, für die man durch Differentiation den Ausdruck erhält

$$dS = 2\varphi\omega\,d\omega.$$

Dividiert man die zweite Gleichung durch die erste, so bekommt man

$$\frac{dS}{S} = 2\frac{d\omega}{\omega}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (263)$$

Die Größe dS ist gleich der Anstrengung, die gemacht werden muß, um die Hülse trotz der veränderten Geschwindigkeit in der alten Stellung zu erhalten. Ändert sich die Geschwindigkeit noch weiter, so setzt sich die Hülse in Bewegung, wenn die Anstrengung nicht ebenfalls gesteigert wird. Es stellt somit dS die Kraft dar, mit der das Tachometer vorhandene Widerstände zu überwinden und das Stellzeug zu verschieben vermag, wenn sich die Winkelgeschwindigkeit um $d\omega$ ändert; sie wird die Stellkraft genannt. Das Verhältnis zwischen Stellkraft und Hülsenlast ist doppelt so groß wie die verhältnismäßige Geschwindigkeitsänderung. Um eine große Stellkraft zu erhalten, muß man die Hülsenlast groß machen.

Diese Betrachtung läßt sich ohne merklichen Fehler auf kleine endliche Bewegungen übertragen; sie ist für alle Zentrifugaltachometer ohne Rücksicht auf ihre besondere Einrichtung gültig.

155. Unempfindlichkeit. Bevor das Tachometer ausschlägt und das Stellzeug in Bewegung setzt, muß sich die Geschwindigkeit ω um einen Betrag $\Delta\omega$ geändert haben, der so groß ist, daß die entstehende Stellkraft nicht nur ausreicht, den Widerstand W des Stellzeuges, sondern auch die Reibung R im Innern des

Tachometers selbst zu überwinden. Läßt man Gl. 263 auch für kleine endliche Änderungen gelten, so liefert sie die Beziehung

$$\varDelta S = R + W = 2\,S\frac{\varDelta\omega}{\omega},$$

woraus

$$\frac{\varDelta\omega}{\omega} = \frac{R+W}{2\,S}.$$

Bei wachsender Geschwindigkeit muß der Wert $\omega + \varDelta\omega$, und beim Abnehmen die Größe $\omega - \varDelta\omega$ erreicht werden, ehe sich die Hülse in Bewegung setzt. Zwischen diesen beiden Grenzen bleibt das Tachometer unempfindlich. Als Maß für die Unempfindlichkeit verwendet man die Zahl

$$\varepsilon = \frac{(\omega + \varDelta\omega) - (\omega - \varDelta\omega)}{\omega} = \frac{2\,\varDelta\omega}{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad (264)$$

Mit dem obigen Ausdruck für $\varDelta\omega : \omega$ ist

$$\varepsilon = \frac{R+W}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (265)$$

Die Unempfindlichkeit darf je nach der Natur des Betriebes einen gewissen Grad nicht überschreiten. Die Größen R und W lassen sich meist nicht zum voraus berechnen; namentlich ist die innere Reibung stark von den Zufälligkeiten der Ausführung abhängig und kann bei Tachometern nach demselben Modell recht verschieden ausfallen. Man sucht die innere Reibung nach Möglichkeit herabzuziehen; so werden die Pendelgelenke als Schneiden statt als Zapfen ausgeführt. Man sehe darauf, daß die Feder zentrisch drückt.

156. Ölbremse. Es ist für eine genaue Regulierung wichtig, daß das Tachometer sofort in die neue Gleichgewichtsstellung übergehe, wenn sich die Geschwindigkeit geändert hat. Je schneller das Tachometer sich in Bewegung setzt, desto größer sind die lebendigen Kräfte, die sich in seinen ausschlagenden Teilen ansammeln. Diese lebendigen Kräfte aber veranlassen das Tachometer, über die neue Gleichgewichtslage hinauszuschießen, um alsbald wieder in der entgegengesetzten Richtung nach der Gleichgewichtslage zurückzupendeln usw. Es tritt eine schwingende Bewegung um die neue Gleichgewichtslage ein, die sich mit abnehmenden Schwingungen so lange fortsetzt, bis sie durch die inneren und äußeren Widerstände gedämpft worden ist. Das Überschießen wird um so stärker sein, je bedeutender die Massen sind. Die Federtachometer werden den früher üblich gewesenen Gewichts tachometern ihrer geringeren Massen wegen vorgezogen. Um die pendelnden Bewegungen energisch zu dämpfen, benützt man die

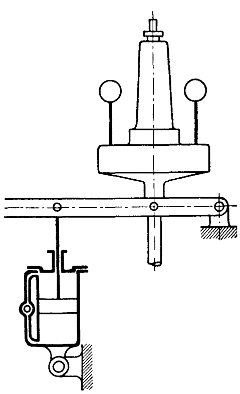

Fig. 208.

Ölbremse, deren Einrichtung durch Fig. 208 verdeutlicht wird. Mit der Hülse steht direkt oder indirekt ein mit Öl gefüllter Zylinder in Verbindung. Wenn die Hülse ausschlagen will, so muß der Kolben das Öl verdrängen. Dem Öl ist Gelegenheit gegeben, durch einen kleinen Kanal von einer Seite des Kolbens auf die andere zu entweichen. Der Kanal kann mehr oder minder gedrosselt und damit das Entweichen mehr oder minder erschwert werden. Die Ölbremse gestattet der Hülse nicht, eine große Geschwindigkeit anzunehmen. Bei kleiner Geschwindigkeit vollzieht sich die Verdrängung des Öls ohne merklichen Widerstand. Die Hülse wird sich ruhig in die neue Stellung begeben.

157. Indirekt wirkendes Stellzeug. Bei der Dampfmaschine genügt ein einfaches, aus Stangen und Hebeln zusammengesetztes Stellzeug, um vom Tachometer aus die Abschützung direkt in Bewegung zu setzen, da hier diese Organe äußerst leicht beweglich gebaut werden können und nur sehr geringe Widerstände bieten. Bei den Turbinen ist es ganz ausgeschlossen, daß das Tachometer die Kraft für die Bewegung der Abschützung liefere; denn selbst unter den günstigsten Verhältnissen sind die Widerstände so bedeutend, daß zu ihrer Überwindung Tachometer von ungeheurer Größe erforderlich wären. Einzig die Bremsregulatoren bieten die Möglichkeit einer direkten Verbindung. Man hilft sich damit, daß man zur Bewegung der Abschützung eine besondere motorische Kraft benützt, die unter der Kontrolle des Tachometers steht. Das Tachometer hat nur noch die motorische Kraft ein- und auszuschalten, und dazu genügt eine Stellkraft von recht mäßigem Betrage.

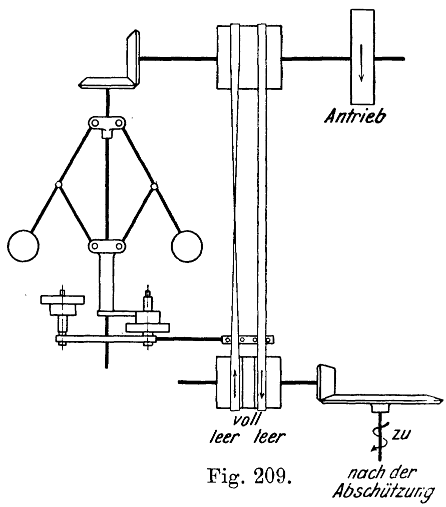

Fig. 209.

Als motorische Kraft zum Bewegen der Abschützung kann z. B. diejenige der Turbine selbst verwendet werden. Fig. 209 zeigt eine derartige Vorrichtung in vereinfachter Gestalt. Auf der Hülse ist am unteren Ende eine Daumenscheibe befestigt, die mittels zweier abgestufter Rollen die Riemengabel eines Wechseltriebes verschiebt. In der gezeichneten Mittelstellung liegen beide Riemen auf den Leerscheiben. Nimmt die Geschwindigkeit zu, so steigt die Hülse; die Riemengabel wird nach links verschoben; der offene Riemen gelangt zur Herrschaft und bewegt die Abschützung im Sinne des Schließens. Sobald die normale Geschwindigkeit wiederhergestellt ist, kehren sämtliche Organe in die Mittelstellung zurück, und die Bewegung der Abschützung wird unterbrochen. Sinkt die Geschwindigkeit und damit auch die Hülse, so wird umgekehrt der gekreuzte Riemen eingerückt, die Abschützung geöffnet usw. Jedesmal, wenn die normale Geschwindigkeit erreicht ist, hört die Einwirkung auf; es scheint also die Aufgabe gelöst zu sein. Die nähere Untersuchung zeigt indessen, daß dem nicht so ist.

Man erkennt leicht, daß bei der beschriebenen Anordnung zwischen der Stellung des Tachometers und derjenigen der Abschützung kein bestimmter Zusammenhang besteht. Man spricht darum von einem indirekt wirkenden Stellzeug.

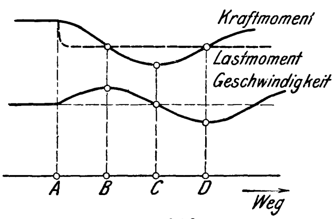

Fig. 210.

Die Wirkungsweise der Vorrichtung läßt sich deutlich verfolgen, wenn man über dem Weg der Turbine als Abszisse das Kraft- und das Lastmoment und die Geschwindigkeit als Ordinaten aufträgt. Bis zum Punkte A (Fig. 210) habe Gleichgewicht bestanden, d. h. Kraft- und Lastmoment waren einander gleich und die Geschwindigkeit gleichförmig. In A sinke das Lastmoment plötzlich um einen gewissen Betrag. Die Geschwindigkeit steigt, und die Abschützung wirkt im Sinne einer Verminderung des Kraftmomentes.

Im Punkte B sei das Kraftmoment auf den Betrag des Lastmomentes zurückgegangen. Es könnte jetzt wieder Gleichgewicht eintreten; der Mechanismus erlaubt es aber nicht. Solange das Kraftmoment einen Überschuß zeigte, also bis zum Punkte B, wuchs die Geschwindigkeit immer mehr; sie steht somit höher als normal, und das Tachometer hält demnach die Abschützung noch immer in Tätigkeit. Die Folge davon ist, daß das Kraftmoment noch weiter abnimmt. Nun sinkt allerdings die Geschwindigkeit; hat sie endlich in C den normalen Stand erreicht, so ist inzwischen das Kraftmoment erheblich unter das Lastmoment gesunken; also kann wiederum kein Gleichgewicht eintreten; vielmehr fährt die Geschwindigkeit fort, zu sinken. Das hat weiterhin ein Wachsen des Kraftmomentes zur Folge usw. Jedesmal, wenn die Geschwindigkeit den Mittelwert erreicht, steht das Kraftmoment in einem Maximum oder in einem Minimum. Die Einwirkung auf die Abschützung wird nie in demjenigen Augenblicke ausgeschaltet, wo Kraft- und Lastmoment einander gleich geworden sind. Es kann sich also überhaupt kein Gleichgewicht einstellen; das System führt vielmehr eine pendelnde Bewegung um die Gleichgewichtslage aus. Ob diese Schwankungen zu- oder abnehmen oder in gleicher Stärke unbegrenzt fortfahren, hängt von den besonderen Umständen des Falles ab. Die stets vorhandenen Reibungswiderstände im Tachometer und im Stellzeug wirken dämpfend und beruhigend, und darin liegt der Grund, warum derartige Vorrichtungen trotz ihrer prinzipiellen Fehlerhaftigkeit befriedigen können, solange es sich nicht um große und rasche Schwankungen in der Belastung handelt. Dies ist beim Fabrikbetrieb zumeist der Fall. Für elektrischen Betrieb ist der indirekt wirkende Regulator ungenügend.

158. Direkt wirkendes Stellzeug. Wesentlich anders verhält sich eine Regulierung, bei der die Abschützung mit dem Tachometer eindeutig zusammenhängt, wo also jedem Tachometerausschlag eine ganz bestimmte Stellung der Abschützung und somit auch ein bestimmtes Kraftmoment entspricht.

Es sei zunächst angenommen, zwischen Hülse und Abschützung sei die Verbindung durch einen unveränderlichen Mechanismus hergestellt; es sollen aber die Reibungen der Abschützung, des Stellzeuges und des Tachometers selbst verschwindend klein sein und ebenso die Masse der beweglichen Tachometerteile. Unter diesen Voraussetzungen würde das Tachometer und damit auch die Abschützung in jedem Augenblick der Änderung der Geschwindigkeit auf das genaueste folgen.

Während bis zum Punkte A (Fig. 211) Beharrungszustaud vorlag, soll dort das Lastmoment plötzlich um einen gewissen Betrag sinken. Die Geschwindigkeit wächst, die Abschützung tritt in Tätigkeit und das Kraftmoment sinkt. Sobald dasselbe dem neuen Lastmoment gleich geworden ist, hört jeder Anlaß zu einer weiteren Beschleunigung auf; Tachometer und Abschützung gehen in Ruhe über, indem sie in der erlangten Stellung verharren, und es tritt neuerdings Gleichgewicht ein. Freilich entspricht dieses nicht dem früheren; die neue Geschwindigkeit ist größer als die alte. Die Lösung ist nicht vollkommen; es ist aber diese bleibende Zunahme an Geschwindigkeit viel weniger lästig als die periodischen Schwankungen, die beim indirekten Stellzeug auftreten. Man hat überdies Mittel und Wege, die Geschwindigkeitsänderung in weitgehendem Maße einzuschränken und schließlich sogar völlig zum Verschwinden zu bringen.

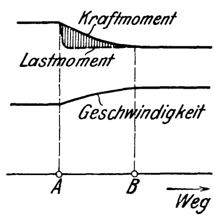

Fig. 211.

Die Fläche zwischen Kraft- und Lastmoment hat eine bestimmte Bedeutung; sie stellt die Mehrarbeit vor, die in den mit der Turbine sich drehenden Teilen gegen früher vorhanden ist. Durch Vermehrung der Massen kann man den Übergang mildern, d. h. in die Länge ziehen.

Das Bild, das die Wirklichkeit zeigt, sieht allerdings etwas anders aus, da sich die Voraussetzungen nicht erfüllen lassen. Vermöge der stets vorhandenen Reibung wird die Einwirkung des Tachometers verzögert, und wegen der Trägheit schießt jede Bewegung über den neuen Gleichgewichtszustand hinaus. Das Ergebnis wird sein, daß der Übergang in den neuen Gleichgewichtszustand nach Fig. 212 auch hier wellenförmig verlaufen wird. Sind die Massen und die Reibungen möglichst klein gehalten, so verschwindet die Wellenbewegung sehr bald, und es stellt sich der neue Beharrungszustand dauernd ein. Bei größeren Reibungen können sich allerdings stehende Schwankungen einstellen.

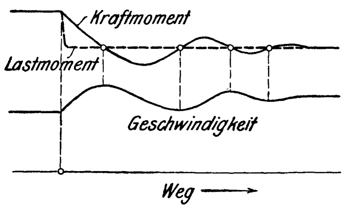

Fig. 212.

159. Servomotor mit Rückführung. Die Abschützungen der Turbinen haben viel zu viel Reibung, als daß man daran denken könnte, sie wirklich direkt durch ein Tachometer bewegen zu lassen. Es bleibt somit doch nichts anderes übrig, als einen besonderen Motor zu Hilfe zu nehmen und dem Tachometer nur die Steuerung desselben zu überbinden. Die Vorrichtung muß aber derart abgeändert werden, daß sie nicht wie bei der Anordnung nach Fig. 209 zu lange in Tätigkeit bleibt. Wie früher wird der Hilfsmotor vom Tachometer eingerückt, sobald sich die Geschwindigkeit ändert. Die Ausschaltung wird aber nicht dem Tachometer überlassen, sondern von der Abschützung selbst bewirkt, sobald sie die dem Tachometerausschlag entsprechende Stellung erreicht hat. Dieser Art gibt das Tachometer nur die Anweisung, die der Hilfsmotor als folgsamer und starker Diener ausführt. Die Vorrichtung wird daher als Servomotor bezeichnet. Die Abschützung erhält eine Bewegung fast genau so, als ob sie mit dem Tachometer direkt zusammenhinge.

Fig. 213 stellt den Servomotor für Dampf in einer der Formen dar, in der er von Farcot erdacht worden ist. Wird der Handgriff *H* des Hebels um ein Stück nach unten gedrückt und dann in dieser Lage festgehalten, so hat dies zunächst nur eine Hebung des Muschelschiebers zur Folge; da aber infolge davon der Dampf unter den Kolben tritt, steigt dieser in die Höhe. Die aufsteigende

Bewegung des Kolbens aber zwingt durch die Vermittlung des Hebels *R* den Schieber zu einer Bewegung nach unten; damit kommt aber der Dampfzufluß und somit auch die aufwärtsgehende Bewegung des Kolbens zum Stehen. Eine Fortsetzung tritt erst ein, wenn der Handgriff neuerdings herabgedrückt wird. Führt man den Handhebel langsamer oder schneller auf und ab, so bewegt sich der Kolben genau in demselben Tempo ab und auf. Während aber die Hand nur die verhältnismäßig geringe Schieberreibung zu überwinden hat, kann man mit dem Dampfkolben eine Kraft erzeugen, die ausreicht, um das Steuerruder des größten Fahrzeuges zu regieren. Man erkennt, daß der Mittelpunkt des ganzen Mechanismus durch den Hebel *R* gebildet wird, der den Schieber jedesmal in die Ruhestellung zurückführt, sobald der Kolben denjenigen Ausschlag vollzogen hat, der der Stellung des Handhebels entspricht. Dieser Hebel wird darum als die Rückführung bezeichnet.

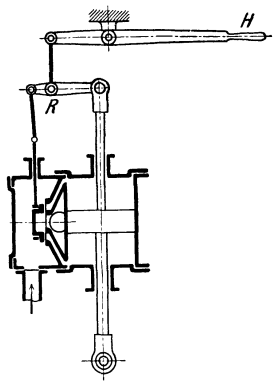

Fig. 213.

Wie dieser Gedanke auf die Regulierung der Turbinen übertragen werden kann, ist leicht einzusehen. An die Stelle des Dampfes tritt irgend eine gespannte Flüssigkeit; bei Hochdruckturbinen nimmt man Wasser aus dem Druckrohr; bei Niederdruckanlagen wird durch ein eigenes Pumpwerk Öl auf hohen Druck gebracht. Das Tachometer tritt an die Stelle der Hand, und vom Kolben aus wird die Abschützung bewegt.

Die in Fig. 214 dargestellte Schieberregulierung für Löffelräder, die der Verfasser für die Firma U. Boßhard Söhne in Zürich entworfen hat, mag als Beispiel dienen. Der Servomotor, der unmittelbar an der Stange des Reguliersehiebers angreift, ist mit einem Differentialkolben ausgerüstet, der auf der unteren Seite fortwährend mit dem Druckwasser in Verbindung steht. Gebohrte Kanäle, die durch Schrauben nach Bedürfnis noch abgedrosselt werden können, führen das Druckwasser auf die obere Kolbenfläche und wieder fort. Der Auslauf steht unter der Herrschaft des Regulierventiles. Wird dieses niedergedrückt, so steigt der Druck auf die obere Kolbenfläche, und der Schieber geht abwärts. Tritt umgekehrt eine Entlastung des Regulierventiles und eine Erleichterung des Austrittes ein, so sinkt der Oberdruck; der Unterdruck wird Meister, und der Schieber steigt. Die Anordnung der Rückführung entspricht genau derjenigen in Fig. 213 und braucht daher keine weitere Erklärung.

Den geometrischen Zusammenhang zwischen Servomotor und Tachometer läßt Fig. 215 erkennen. Geht die Turbine zu langsam und kommt der Tachometerhebel in die Stellung A, so wird das Steuerventil gelüftet, und der Kolben steigt und öffnet den Schieber; sobald er aber hierbei nach D gelangt, hat er das Regulierventil durch den Rückführhebel wieder in die Gleichgewichtslage C zurückgebracht; der Kolben kann nicht weiter steigen, als ihm durch den Ausschlag des Tachometerhebels gestattet wird.

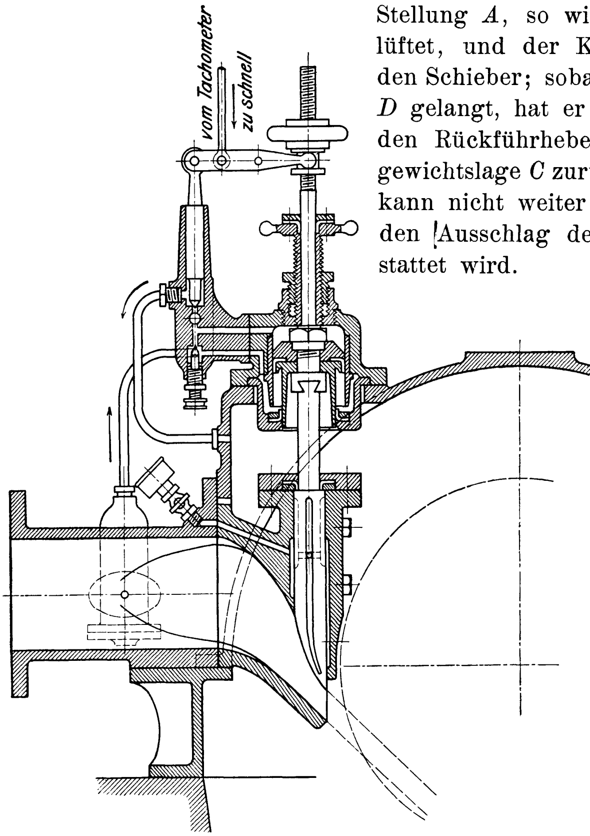

Fig. 214.

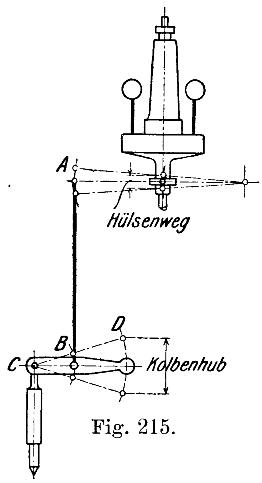

Fig. 215.

Bei plötzlichen und starken Geschwindigkeitsänderungen kann der Servomotor nicht immer dem Tachometer folgen. Die Verzögerung wird das Auftreten von Schwankungen zur Folge haben.

Der neue Gleichgewichtszustand wird durch eine ganz bestimmte Leistung und somit durch eine gewisse Stellung des Rückführhebels herbeigeführt, und der letzteren entspricht eine ganz bestimmte Stellung des Tachometers, also auch eine bestimmte Geschwindigkeit. Wünscht man die frühere Geschwindigkeit auch im neuen Zustand zu haben, so braucht man nur die Länge der Verbindung zwischen Tachometerhebel und Rückführhebel derart zu ändern, daß die neue Lage des Rückführhebels bei der alten Tachometerstellung bestehen kann. Diese Veränderung kann von Hand geschehen; es sind aber auch Einrichtungen ersonnen worden, die sie automatisch herbeiführen.

Der Servomotor kann statt auf hydraulischen auch auf mechanischen Betrieb eingerichtet werden, indem man zur Bewegung der Abschützung einen Wechselbetrieb irgendwelcher Art verwendet, der vom Tachometer unter Mitwirkung einer Rückführung ein- und ausgerückt wird.

160. Ungleichförmigkeit. Bei einem reibungsfreien Tachometer, das keine äußeren Widerstände zu überwinden hat, entsprechen dem Gleichgewicht bei der größten Turbinenleistung und beim Leergang zwei ganz bestimmte Geschwindigkeiten ω_{min} und ω_{max}. Bedeutet ω die mittlere Geschwindigkeit, die ungefähr dem arithmetischen Mittel aus den beiden Grenzwerten gleichgesetzt werden darf, so wird die Größe

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (266)$$

als der Ungleichförmigkeitsgrad bezeichnet.

Da das Tachometer stets noch innere Reibung und äußere Widerstände zu überwinden hat, ist der wirkliche Ungleichförmigkeitsgrad i noch etwas größer. Bedeutet $\Delta\omega$ die Geschwindigkeitsänderung, die eintreten muß, damit die Stellkraft des Tachometers zur Überwindung dieser inneren und äußeren Widerstände genüge, so wäre

$$i = \frac{(\omega_{max} + \Delta\omega) - (\omega_{min} - \Delta\omega)}{\omega}$$

oder

$$i = \frac{(\omega_{max} - \omega_{min})}{\omega} + 2\frac{\Delta\omega}{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (267)$$

Der zweite Ausdruck rechts ist aber nach Gl. 264, Abschnitt 155, nichts anderes als der Unempfindlichkeitsgrad ε, und es wird somit

$$i = \delta + \varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (268)$$

Die Größe δ hängt nur von dem kinematischen Zusammenhang zwischen Tachometer und Abschützung ab; in der Größe ε kommen die Reibungen und Widerstände im ganzen System des Tachometers und des Stellzeuges zum Ausdruck, soweit sie nicht durch den Servomotor übernommen werden.

Man pflegt etwa folgende Werte anzunehmen, bzw. zuzulassen:

$$\delta = 0{,}02 \text{ bis } 0{,}03,$$
$$\varepsilon = 0{,}005 \text{ bis } 0{,}02,$$

also

$$i = 0{,}025 \text{ bis } 0{,}05.$$

Diese Zahlen gelten für die Gleichgewichtszustände und somit auch für langsame Übergänge. Da aber bei schnellen Übergängen stets wellenförmige Schwankungen der Geschwindigkeit auftreten, werden die wirklichen Werte noch erheblich größer ausfallen können.

Die Schwankungen werden um so stärker, je größer die Belastungsänderungen sind und je plötzlicher sie eintreten. Sie fallen um so größer aus, je langsamer das Tachometer der Beschleunigung der Turbine und der Servomotor dem Tachometerausschlag folgt. Durch Anbringen von bedeutenden Schwungmassen kann man die Beschleunigung mildern; das Tachometer sowohl als der Servomotor erhalten dadurch mehr Zeit, ihre Bewegungen ruhig auszuführen.

Bei Turbinen für elektrischen Betrieb, wo durch Kurzschlüsse plötzliche Änderungen in hohen Beträgen eintreten können, muß der Regulator gegebenenfalls sehr rasch eingreifen; er soll daher imstande sein, die Abschützung in Zeit von 3 bis 4 Sekunden vollständig zu schließen.

161. Regulieren bei langen Druckleitungen.[1]) Es kann vorkommen, daß selbst ein ganz vollkommener Regulator, der jede Änderung der Geschwindigkeit sofort mit einer genau entsprechenden Verstellung der Abschützung beantwortet, nicht imstande ist, einen gleichförmigen Geschwindigkeitszustand aufrechtzuerhalten. Wenn bei Hochdruckturbinen die Rohrleitung im Verhältnis zum Gefälle lang ist, so werden am Ende der Leitung mehr oder minder starke Druckschwankungen auftreten, sobald die Größe der Mündung und damit die Ausflußmenge verändert wird. Diese Druckschwankungen sind die Folge der Trägheit der in der Leitung enthaltenen Wassermasse; sie können dem Regulator die Erfüllung seiner Aufgabe ganz unmöglich machen.

Der Beharrungszustand werde in einem gegebenen Augenblick durch eine plötzliche Abnahme der Belastung gestört. Die Geschwindigkeit wächst, der Regulator verkleinert die Öffnung und die Ausflußmenge nimmt ab. Das Wasser in der Leitung erfährt eine Verzögerung, schiebt von hinten nach, und dadurch kann unter Umständen der Druck am untern Ende so weit steigen (vgl. Abschnitt 51), daß die Energie des austretenden Wassers trotz der Verkleinerung der Öffnung größer ist als zuvor. Die Geschwindigkeit der Turbine wächst daher weiter, und der Regulator schließt die Öffnung noch mehr, bis schließlich das Gleichgewicht zwischen Kraft und Last wiederhergestellt ist. Dasselbe ist aber nicht von Dauer; inzwischen hat sich das Wasser in der Leitung dem neuen Zustande anbequemt,

---

[1]) Stodola, Über die Regulierung von Turbinen. Schweiz. Bauzeitung 1903, Bd. 22, S. 113.

der Nachschub hat aufgehört, und es stellt sich wieder der normale Druck ein. Für diesen ist aber die augenblickliche Öffnung zu klein, die Leistung der Turbine genügt nicht, und die Geschwindigkeit beginnt zu sinken. Der Regulator antwortet darauf mit einer Vergrößerung der Einlauföffnung. Indem die Ausflußmenge dadurch vermehrt wird, sinkt der Druck in der Leitung so lange, bis sich die Wassermasse in der letzteren wieder in schnellere Bewegung gesetzt hat. Unterdessen kann aber der Druck so weit gefallen sein, daß die Leistung des ausfließenden Wassers trotz der vergrößerten Öffnung kleiner geworden ist als vorher; die Folge ist, daß die Turbine noch langsamer läuft und der Regulator noch mehr öffnet. Hat sich dann die Beschleunigung der Wassermasse in der Leitung vollzogen und der normale Druck wieder eingestellt, so findet sich, daß die Öffnung viel zu groß ist. Es wiederholt sich somit das Spiel in entgegengesetztem Sinne usw.; ein Gleichgewichtszustand wird sich entweder überhaupt nicht oder erst nach mehrfachen Schwankungen einstellen.

Es kommt offenbar nicht sowohl auf die absolute Größe der Druckschwankungen als vielmehr auf ihr Verhältnis zum normalen Druck an. Mißt man die Schwankungen mit diesem Maße, so müssen sie wachsen

1. mit dem Verhältnis der Länge der Leitung zum Gefälle,
2. mit der Geschwindigkeit des Wassers in der Leitung und
3. mit der Schnelligkeit, mit der der Regulator eingreift.

Der erste Punkt bietet keine Gelegenheit zur Abhilfe, weil er durch die örtlichen Verhältnisse festgelegt ist. Bei der Wahl der normalen Wassergeschwindigkeit in der Leitung sprechen die Rücksichten auf die Anlagekosten das entscheidende Wort. Es bliebe also nur noch der dritte Punkt übrig: der Regulator darf nicht zu schnell eingreifen. Dieser aber soll sofort auf jede Geschwindigkeitsänderung hin einschreiten; somit bleibt nur noch der eine Ausweg offen, die Geschwindigkeitsschwankungen selbst zu verzögern. Das Mittel hierzu liefern genügend schwere Schwungräder, mit denen man die Turbine ausrüstet. Sie verschaffen dem Regulator bei plötzlichen Belastungsänderungen die nötige Zeit, daß er seines Amtes langsam genug walten kann, um in der Leitung keine übermäßigen Druckschwankungen aufkommen zu lassen.

Es ist mit Erfolg versucht worden, mittels Windkesseln auf der Druckleitung die Schwankungen so weit zu verzögern, daß der Regulator zu folgen vermag. Der Unterhalt der Luftfüllung ist etwas umständlich, und es werden die Windkessel heute nicht mehr angewandt. Dafür gebraucht man häufig den Freilauf. Dieser besteht aus einem Leerlauf an der Druckleitung, der mit der Abschützung unmittelbar zusammenhängt. Wenn sich diese um einen gewissen Betrag schließt, so öffnet sie den Freilauf um ungefähr ebensoviel, so daß die Durchflußmenge annähernd dieselbe bleibt. Hernach aber schließt sich der Freilauf wieder selbsttätig unter der Kontrolle eines Kataraktes, und zwar langsam genug, daß der Regulator nachkommen kann, ohne größere Schwankungen in der Leitung hervorzurufen. So wird der Wasserverschwendung ein Ende gemacht. Die Vorrichtung tritt nur beim Schließen der Abschützung in Tätigkeit. Nimmt die Belastung der Turbine zu und öffnet sich die Abschützung, so sinkt der Druck, und erst, wenn die Gegenwirkung kommt, greift der Freilauf ein. Es sind somit in diesem Falle eher Schwankungen zu erwarten.

Einfacher ist die Anwendung eines federbelasteten Sicherheitsventiles, dessen Schließen unter der Einwirkung eines Kataraktes so stark verzögert vor sich geht, daß kein periodisches Spielen eintritt. Der Freilauf hat den grundsätzlichen Vorzug, daß er durch die Ursache der Druckstörung in Wirksamkeit gesetzt wird, während das Sicherheitsventil erst spielt, wenn die Folgen schon eingetreten sind.

VI. Verhalten der Turbinen unter veränderten Betriebsverhältnissen.

18. Kapitel.

Verhalten einer gegebenen Turbine bei unverändertem Gefälle und wechselnder Belastung.

162. Überblick. Es ist von Wichtigkeit, das Verhalten einer gegebenen Turbine bei den wechselnden Verhältnissen, unter denen sie betrieben werden muß, zum voraus zu kennen. Im Besonderen ist es für den Turbinenbauer nötig, zu wissen, was er in Bezug auf Leistung und Wirkungsgrad bei verschiedenen Wassermengen versprechen darf. Hierbei wird stets eine ganz bestimmte, zum voraus festgesetzte Geschwindigkeit zugrunde gelegt werden müssen, die als normale Betriebsgeschwindigkeit angenommen wurde und möglichst genau einzuhalten ist. Wir wollen indessen die Untersuchung nicht auf diesen Fall beschränken, vielmehr soll sie auf die Veränderung aller Faktoren ausgedehnt werden. Der Zusammenhang ist ziemlich verwickelt, da häufig die Änderung des einen Faktors ohne weiteres auch eine solche der anderen Größe herbeiführt. So wird z. B. bei einer Wasserkraft an einem größeren Flusse das Gefälle um so niedriger werden, je mehr Wasser der Fluß führt, indem bei zunehmender Wassermenge der Unterwasserspiegel schneller wächst als der Oberwasserstand. Bei hohen Gefällen wird ebenfalls eine verhältnismäßig allerdings viel geringere Abnahme des Gefälles beim Wachsen der Wassermenge eintreten, weil die Druckverluste in der Zuleitung zunehmen. Bei radialen Stauturbinen übt die Umlaufgeschwindigkeit einen starken Einfluß auf die durchströmende Wassermenge aus; damit ändert sich aber auch zugleich das Gefälle.

Wir gehen nun in der Weise vor, daß wir das Gefälle als unveränderlich annehmen. Bei der experimentellen Untersuchung würde man dem Belastungsmoment der Reihe nach verschiedene

Werte erteilen und zusehen, wie sich hierbei die Geschwindigkeiten und die Durchflußmengen einstellen. Für die Rechnung aber und für die graphische Darstellung ist es bequemer, von der Geschwindigkeit als Urvariabler auszugehen. Es wäre demnach der Zusammenhang zwischen der Umlaufgeschwindigkeit einerseits und der Durchflußmenge, dem Drehmoment, der Leistung und dem Wirkungsgrad andererseits zu verfolgen. Sodann wäre die Untersuchung auf verschiedene Öffnungsgrade auszudehnen. Später soll noch der Einfluß einer Gefällsänderung in Betracht gezogen werden.

Die Rechnung läßt sich nur unter Annahme gewisser Vereinfachungen durchführen; es kann daher das gewonnene Bild nicht genau mit der Wirklichkeit übereinstimmen. Die Untersuchung ist indessen lehrreich genug, um die darauf verwandte Zeit zu lohnen.

Die Schwierigkeit liegt im besonderen darin, daß das Wasser beim Übertritt vom Leit- ins Laufrad einen Stoß erleidet, sobald die Umlaufgeschwindigkeit nicht einen ganz bestimmten Wert hat. Es muß vor allem diese Frage untersucht werden.

163. Stoß beim Eintritt ins Laufrad. Weicht die Geschwindigkeit der Turbine von derjenigen des stoßfreien Eintrittes ab, so erfährt das Wasser beim Übergange vom Leit- ins Laufrad eine plötzliche Ablenkung, die mit Energieverlusten verbunden ist. Bei staufreien Turbinen, wo das Wasser im Laufrad einen Überschuß an Querschnitt findet, wird die Durchflußmenge wenig oder gar nicht davon berührt. Bei den Stauturbinen hingegen erleidet der Durchfluß eine Hemmung, die in die Rechnung einzuführen wäre. Man verfährt dabei in der Regel so, daß man annimmt, es gehe die Komponente w_n der relativen Eintrittsgeschwindigkeit w_0 normal zur Schaufel verloren, während die tangentiale Komponente w_1 erhalten bleibe (Fig. 216). Diese Annahme führt allerdings zu einer leidlich bequemen Rechnung; das Ergebnis stimmt aber schlecht mit der Erfahrung; denn die Druckverluste sind in Wirklichkeit kleiner als nach dieser Rechnung. Das erscheint sofort erklärlich, wenn man bedenkt, daß nur diejenigen Wasserfäden, die der Schaufel entlang fließen, eine ganz schroffe Ablenkung erfahren; die übrigen verlaufen um so sanfter, je weiter sie von der führenden Fläche abliegen.

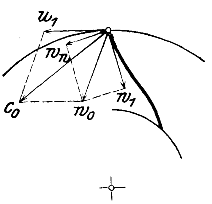

Fig. 216.

Der Stoßverlust hängt offenbar von der Geschwindigkeit ab, mit der das Wasser auf die Schaufel trifft. Ebenso ist die Richtung des Aufschlagens von Einfluß. Daneben kommt aber auch noch die Gestalt der Schaufel in Betracht. Es ist ein anderes, ob das Wasser bei zu kleiner Radgeschwindigkeit nach *a* (Fig. 217) auf die hohle Führungsfläche der Schaufel trifft, oder wenn es bei größerer Geschwindigkeit nach *b* auf den gewölbten Rücken aufschlägt. Der zweite Fall gibt augenscheinlich den kleineren Verlust, weil das Wasser weniger heftig abgelenkt wird. Wiederum liegen die Verhältnisse anders, wenn die Schaufeln gestreckt, als wenn sie stark gekrümmt sind.

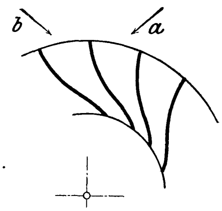

Fig. 217.

Reichen die Leitschaufeln bis ans Laufrad heran, so kann eine Unsicherheit über die Richtung des Aufschlages kaum aufkommen. Besteht aber zwischen Leit- und Laufradschaufeln ein erheblicher Zwischenraum, wie das bei teilweise geschlossenen Drehschaufeln nach Fink der Fall ist, so ist das Wasser sich selbst überlassen; es ist anzunehmen, daß es sich seinen Weg um so bequemer auswählen kann, je größer der Spielraum ist, so daß der Stoßverlust kleiner ausfällt. Nimmt die Durchflußmenge bei der Francis-Turbine mit wachsender Geschwindigkeit mehr und mehr ab, so hat das Wasser beim Eintritt ins Laufrad mehr Platz zur Verfügung, nud der Übergang wird sich mit geringerem Stoß vollziehen.

Diese Bemerkungen werden genügen, um eine Vorstellung davon zu geben, wie außerordentlich schwierig es ist, den Stoßverlust in die Rechnung einzuführen. Geht man diesen Schwierigkeiten dadurch aus dem Wege, daß man den Einfluß des Stoßes ganz vernachlässigt, so hat man sich Rechenschaft davon zu geben, in welchem Sinne und in welchem Grade das Ergebnis ungenau ausfallen muß. Es läßt sich erwarten, daß die Rechnung für alle Umlaufgeschwindigkeiten, die von derjenigen des stoßfreien Eintrittes abweichen, eine zu große Durchflußmenge ergeben muß. Die Erfahrung zeigt indessen, daß bei der Francis-Turbine, die im Vordergrund des Interesses steht, der Fehler gering ist, wenn die Geschwindigkeit nach oben abweicht. Die Gründe hierfür sind vorhin angedeutet worden. Die Rechnung gibt daher für diesen Bereich ein sehr ähnliches Bild. Für kleinere Geschwindigkeiten wäre dann allerdings noch eine ziemlich starke Korrektur anzubringen.

Bei der Fourneyron-Turbine nimmt die Durchflußmenge mit der Umlaufgeschwindigkeit rasch zu. Hier wächst der Stoßverlust immer mehr, wenn die Umlaufgeschwindigkeit über das normale Maß hinaus zunimmt. Daher wird hier das Bild, das die vereinfachte Rechnung gibt, nach beiden Richtungen hin um so ungenauer, je mehr man sich von der normalen Geschwindigkeit entfernt.

164. Allgemeine Durchflußgleichung der Stauturbine. Bezeichnet man mit ζ_1 und ζ_2 die Widerstandskoeffizienten für den Durchfluß durch Leit- und Laufrad, so gestaltet sich die Energiebilanz für den Durchfluß durch das Laufrad bei stoßfreiem Eintritt wie folgt:

Beim Eintritt steht, auf die doppelte Masseneinheit der sekundlichen Durchflußmenge bezogen, zur Verfügung

an potentieller Energie . . . . . $2gH-(1+\zeta_1)c_0^2$
an kinetischer Energie . . . . w_1^2

Daraus ist zu bestreiten

die kinetische Energie beim Austritt und die Reibung beim Durchfluß durch das Laufrad $(1+\zeta_2)w_2^2$
die Energie zur Erzeugung der Zentripetalbeschleunigung . . . . $u_1^2-u_2^2$

Hier fehlen noch einige Posten, wie der Stoßverlust beim Auftreffen auf die Schaufelkanten und der Wasserverlust am Spalt. Man könnte sie berücksichtigen durch eine entsprechende Erhöhung der Werte von ζ_1 und ζ_2. Man erzielt gute Übereinstimmung mit Versuchen an sorgfältig gebauten Turbinen, wenn man setzt

$$\zeta_1=\zeta_2=0{,}08 \text{ bis } 0{,}10\,.$$

Die Bilanz ergibt die Gleichung:

$$2gH=(1+\zeta_1)c_0^2-w_1^2+(1+\zeta_2)w_2^2+u_1^2-u_2^2.$$

Es mögen die gesamten Kanalquerschnitte beim Austritt aus dem Leitrad, beim Eintritt ins Laufrad und beim Austritt daraus mit den Buchstaben F_0, F_1 und F_2 bezeichnet werden. Die verschiedenen Wassergeschwindigkeiten lassen sich dann folgendermaßen auf c_0 beziehen

$$w_1=\frac{F_0}{F_1}c_0\,; \qquad w_2=\frac{F_0}{F_2}c_0\,.$$

Im ferneren ist

$$u_0=r_1\omega\,; \qquad u_2=r_2\omega\,.$$

Damit nimmt die Gleichung die Form an

$$2gH=\left[1+\zeta_1+(1+\zeta_2)\left(\frac{F_0}{F_2}\right)^2-\left(\frac{F_0}{F_1}\right)^2+(r_1^2-r_1^2)\,\omega^2\right]c_0^2 \quad (269)$$

Die Bedingung für den stoßfreien Eintritt kann nach Fig. 104, Abschnitt 83, geschrieben werden

$$u_1=c_0\cos\alpha_0+w_1\cos\beta_1$$

oder

$$u_1=\left(\cos\alpha_0+\frac{F_0}{F_1}\cos\beta_1\right)c_0\,. \quad . \quad . \quad . \quad (270)$$

Drückt man die Geschwindigkeit c_0 durch die Wassermenge Q und den Ausflußquerschnitt F_0 aus dem Leitrad aus und führt man statt der Winkelgeschwindigkeit die Umlaufzahl $n = 9{,}55\,\omega$ ein, so erhalten die beiden Gl. 269 und 270 die Gestalt:

$$2gH = \left[\frac{1+\zeta_1}{F_0^{\,2}} + \frac{1+\zeta_2}{F_2^{\,2}} - \frac{1}{F_1^{\,2}}\right] Q^2 + \frac{n^2}{91{,}2}(r_1^{\,2} - r_2^{\,2}) \qquad (271)$$

$$n = \frac{9{,}55}{r_1}\left(\frac{\cos\alpha_0}{F_0} + \frac{\cos\beta_1}{F_1}\right) Q \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (272)$$

Die Gl. 271 setzt stoßfreien Eintritt voraus; sie gilt also, genau genommen, nur für die durch Gl. 272 bestimmte Umlaufzahl. Bei jeder andern Geschwindigkeit wäre in der ersten Klammer rechts noch ein Glied mit positiven Vorzeichen für die Stoßverluste beim Eintritt ins Laufrad beizufügen. Sind indessen diese Verluste nicht beträchtlich, so kann man Gl. 271 dazu verwenden, näherungsweise den Zusammenhang zwischen der Durchflußgeschwindigkeit und der Umlaufzahl darzustellen; wir können sie somit als die allgemeine Durchflußgleichung gelten lassen.

Die Kurve, die man erhält, indem man Q und n in rechtwinkliger Koordinate aufträgt, soll die Durchflußkurve oder die Wasserkurve heißen. Sie ist hinsichtlich Q und n vom zweiten Grade, und da diese beiden Größen nur in der zweiten Potenz auftreten, ist sie die Achsengleichung eines Kegelschnittes. Je nachdem das zweite Glied recht positiv oder negativ ist, je nachdem als $r_1 \gtrless r_2$ ist, stellt sie eine Ellipse oder eine Hyperbel dar.

165. Rechnungsmäßige Halbmesser. Bevor man zur Anwendung der Gl. 271 schreitet, hat man sich Rechenschaft davon zu geben, was für Werte für die Halbmesser r_1 und r_2 und für die Querschnitte F_0 und F_1 einzuführen sind. Handelte es sich um enge Kanäle, so könnte ein Zweifel nicht bestehen; bei größerer Weite aber, wie sie die Turbinenkanäle tatsächlich besitzen, ist die Frage nicht ohne weiteres zu beantworten, und es gehen denn auch die Meinungen auseinander.

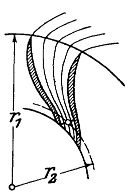

Fig. 218.

Versucht man nach Fig. 218 den mutmaßlichen Lauf der Wasserfäden beim Eintritt ins Laufrad für den Fall zu zeichnen, daß die relative Eintrittsrichtung nicht dem stoßfreien Gang entspricht, so kommt man fast von selbst darauf, daß die Ablenkung der Fäden im äußeren Umfang beginnt. Für die Arbeitsübertragung ist aber die Ablenkung bestimmend, und es ergäbe sich daraus, daß r_1 bis auf die Schaufelkante zu messen wäre. Damit ist auch die Frage entschieden, wie der Austrittsquerschnitt F_0 aus dem Leitrad zu rechnen ist, wenn die Leitschaufeln bis an den Umfang des Laufrades heranrücken. Besteht aber zwischen Leit- und Laufrad ein erheblicher Spielraum, so ist die Frage wieder offen. Da das Wasser indessen den Spielraum ohne wesentlichen Zwang durchfließt, so darf man annehmen, daß es sich in logarithmischen Spiralen bewege. Die Fäden treffen also den Umfang des Laufrades unter demselben Winkel α_0, unter dem sie das Leitrad verlassen, und man hat daher

$$F_0 = 2\pi r_1 b_0 \sin \alpha_0 ,$$

ohne daß für die Dicke der Leitschaufeln ein Abzug zu machen wäre.

Für den Eintrittsquerschnitt ins Laufrad hat man zu nehmen

$$F_1 = (2\pi r_1 \sin \beta_1 - z_2 s_1) b ,$$

wobei β_1 etwa bis auf die Halbierungsebene der zugeschärften Schaufelkante zu messen ist und wobei z_2 die Schaufelzahl im Laufrad und s_1 die Schaufeldicke beim Eintritt bedeutet.

Den Austrittsquerschnitt F_2 hat man etwa dort zu messen, wo die beidseitige Führung des Wassers aufhört, und der Austrittsdurchmesser wäre etwa bis auf den Schwerpunkt (oder wohl richtiger bis auf den Schwingungspunkt) dieser Fläche zu rechnen (vgl. Abschnitt 129).

166. Francis-Turbine, Durchfluß und Geschwindigkeit. Wir behandeln zunächst den Fall der Francis-Turbine, bei der

$$r_1 > r_2 .$$

Die Gl. 271 stellt in diesem Falle eine Ellipse vor (vgl. Fig. 219). Es werde die Turbine durch einen genügend starken Widerstand festgehalten. Die Wassermenge, die in diesem Zustand durch die Turbine fließt, wird erhalten, wenn man in Gl. 271, Abschnitt 164, für n den Wert Null einsetzt. Der Durchfluß für den Stillstand ist:

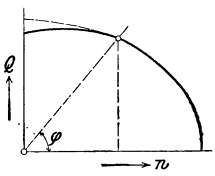

Fig. 219.

$$Q_s = \sqrt{\frac{2gH}{\frac{1+\zeta_1}{F_0^2} + \frac{1+\zeta_2}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2}}} \tag{273}$$

Wird die Turbine allmählich mehr und mehr entlastet, so setzt sie sich mit immer wachsender Geschwindigkeit in Bewegung. Dabei nimmt die Durchflußmenge ab, da die Zentripetalbeschleunigung einen immer zunehmenden Teil des Gefälles in Anspruch nimmt. Wird die Belastung ganz aufgehoben, so läuft die Turbine leer; das ganze Gefälle wird dazu verbraucht, das Wasser durch die

Turbine hindurchzutreiben, ohne daß eine andere Leistung verrichtet wird, als diejenige, die zur Überwindung der Reibung in den Zapfen und im umgebenden Mittel verbraucht wird. Gäbe man der Turbine einen äußeren Antrieb, so nähme bei immer wachsender Geschwindigkeit die Wassermenge mehr und mehr ab, bis schließlich der Durchfluß ganz aufhörte. Man erhält die betreffende Umlaufzahl, wenn man in Gl. 271 für Q den Wert Null einsetzt. Die entsprechende Geschwindigkeit wäre

$$n' = 9{,}55 \sqrt{\frac{2gH}{r_1^2 - r_2^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (274)$$

Hierin würde H das ganze Gefälle bedeuten.

In diesem Zustand wird das Gefälle gänzlich für die Zentripetalbeschleunigung aufgebraucht; das Wasser wird durch die Umdrehung gerade in der Schwebe gehalten. Steigert man die Geschwindigkeit noch mehr, so setzt sich das Wasser im umgekehrten Sinne in Bewegung; die Turbine wirkt als Pumpe.

Der Zustand des Schwebens ist nur denkbar, wenn der Wert $r_1^2 - r_2^2$ für alle Wasserfäden derselbe ist. Bei der Turbine Fig. 220 wird bei einer bestimmten Umlaufgeschwindigkeit das Wasser am innern Kranz schon auswärts fließen, während es am äußern noch die ursprüngliche Bewegungsrichtung hat. Es gibt also auch für diese Form eine Geschwindigkeit, bei der der Durchfluß aufhört; nur ist dies kein Zustand der Ruhe, sondern der eines stetigen Kreislaufes.

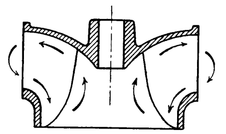

Fig. 220.

Die beiden Größen Q_s und n' sind die Halbachsen der Ellipse, die sich mit deren Hilfe nun ohne weiteres zeichnen läßt. Die Geschwindigkeit des stoßfreien Eintrittes erhielte man, wenn man Q aus den beiden Gl. 271 und 272 eliminierte. Bequemer findet man sie, indem man die durch den Anfangspunkt gehende Gerade, für die

$$\operatorname{cotg} \varphi = \frac{9{,}55}{r_1}\left(\frac{\cos\alpha_0}{F_0} + \frac{\cos\beta_1}{F_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (275)$$

nach Fig. 219 zum Schnitt mit der Durchflußkurve bringt.

Der Einfluß des Stoßes beim Eintritt ist nach der Erfahrung nur bei Geschwindigkeiten unter derjenigen des stoßfreien Eintrittes stark fühlbar. Die wirkliche Durchflußkurve weicht von der Ellipse in dem Sinne ab, wie das in Fig. 219 angedeutet ist. Man findet, daß die Durchflußmenge vom Stillstande aus zunächst größer wird und erst späterhin abnimmt.

167. Francis-Turbine, Drehmoment und Geschwindigkeit. Die nächste Aufgabe ist, das Drehmoment und damit zugleich die Leistung im Zusammenhang mit der Durchflußmenge und der Geschwindigkeit zu verfolgen. In der Eulerschen Gleichung 94, Abschnitt 63,

$$\mathfrak{M} = M(r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2})$$

bedeutet $\mathfrak{M}$ das vom Wasser auf den Kanal übertragene Drehmoment, M die Masse des in der Zeiteinheit durchfließenden Wassers, r_1 und c_{u1} den Halbmesser und die Umfangskomponente der absoluten Wassergeschwindigkeit am Anfange und r_2 und c_{u2} die entsprechenden Werte am Ausgange des Kanales. Dabei zählen c_{u1} und c_{u2} als positiv, wenn sie im Sinne der Drehung gerichtet sind. Die Gleichung gilt ohne Rücksicht auf vorhandene Widerstände, sobald nur beim Eintritt kein Stoß erfolgt und weder beim Ein- noch beim Austritt Drehmomente infolge des Flüssigkeitsdruckes auftreten. Das letztere kann bei Turbinenkanälen als zutreffend angesehen werden. Den Stoß aber kann man dadurch in die Rechnung hineinziehen, daß man als Anfangszustand nicht denjenigen nach dem Eintritt ins Laufrad, sondern jenen unmittelbar vorher annimmt. Bezeichnet c_{u0} die Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit, so hat man

$$\mathfrak{M} = M(r_1 c_{u0} - r_2 c_{u2}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (276)$$

Nach Fig. 221 ist

$$c_{u2} = u_2 - w_{u2},$$

wenn w_{u2} die Umfangskomponente der relativen Austrittsgeschwindigkeit w_2 bedeutet. Damit wird

$$\mathfrak{M} = M(r_1 c_{u0} + r_2 w_{u2} - r_2 u_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (277)$$

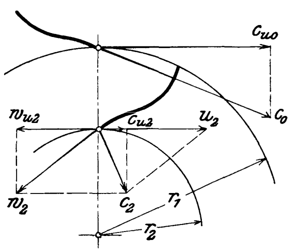

Fig. 221.

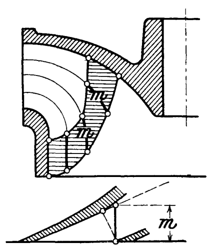

Fig. 222.

Bezeichnet man die Summe der Kanalquerschnitte, rechtwinklig zum Umfange gemessen, mit F_{m0} für den Austritt aus dem Leitrade und mit F_{m2} für den Austritt aus dem Laufrad, so kann man schreiben

$$c_{u0} = \frac{Q}{F_{m0}}; \qquad w_{u2} = \frac{Q}{F_{m2}}.$$

Für den Fall, daß die Austrittskanten in einer Zylinderfläche enthalten sind, hätte man

$$F_{m0} = z_0 \, b_0 \, m_0 \,,$$

$$Fm_2 = z_2 \, b_2 \, m_2 \,.$$

Wenn aber die Austrittskante auf einer beliebigen Drehfläche enthalten ist, trägt man nach Fig. 222 die Größen m in der Richtung der Stromlinien von der auf eine Meridianebene zurückgeklappten Austrittskante auf usw.

Mit den beiden Ausdrücken für c_{u0} und w_{u2} schreibt sich schließlich das Drehmoment

$$\mathfrak{M} = \frac{\gamma}{g} \, Q \left[Q \left(\frac{r_1}{F_{m0}} + \frac{r_2}{F_{m2}} \right) - 0{,}1047 \, r_2^{\,2} \, n \right], \quad . \quad (278)$$

wenn man einsetzt

$$u = 0{,}1047 \, r_2 \, n \,.$$

Der Ausdruck für $\mathfrak{M}$ ist hinsichtlich von Q vom zweiten Grade. Kennt man den Zusammenhang zwischen Q und n, so läßt sich auch das Drehmoment als Funktion der Umlaufgeschwindigkeit darstellen. Ist für jenen Zusammenhang die quadratische Gl. 271 maßgebend, so erhält man für denjenigen zwischen $\mathfrak{M}$ und n eine Gleichung vierten Grades. Wenn jener durch eine Kurve dargestellt ist, so läßt sich auch für diesen eine Kurve punktweise finden wie folgt:

Schreibt man

$$\frac{r_1}{F_{m0}} + \frac{r_2}{F_{m2}} = k,$$

und bringt man k vor die Klammer, so nimmt Gl. 278 die Form an

$$\mathfrak{M} = \frac{\gamma}{g} \, k \, Q \left(Q - \frac{0{,}1047 \, r_2^{\,2} \, n}{k} \right).$$

Wir betrachten zunächst den Ausdruck in der Klammer.

Zieht man durch den Anfangspunkt die Gerade

$$y = \frac{0{,}1047 \, r_2^{\,2}}{k} \, n \,,$$

die mit der n-Achse einen Winkel ψ einschließt, für den

$$\operatorname{tang} \psi = \frac{0{,}1047 \, r_2^{\,2}}{k} \,,$$

und vermindert man die Ordinaten der Q/n-Kurve um die entsprechenden Ordinaten dieser Geraden, so erhält man eine Kurve

$$z = Q - \frac{0{,}1047 \, r_2^{\,2}}{k} \, n \,,$$

die den Verlauf des Klammerausdruckes darstellt. Man kann somit Gl. 278 auch so schreiben

$$\frac{\mathfrak{M}}{Q} = \frac{z}{\frac{g}{\gamma k}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (279)$$

und aus dieser Form ergibt sich sofort, wie man nach Fig. 223 die Momentenkurve mit Hilfe ähnlicher Dreiecke punktweise bestimmen kann.

Kennzeichnend für die $\mathfrak{M}/n$-Kurve ist, daß sie bei niedrigen Geschwindigkeiten auswärts, späterhin aber ein wenig einwärts gebogen ist. Die durch den Versuch erhaltene Momentenkurve zeigt in der Tat einen derartigen Verlauf.

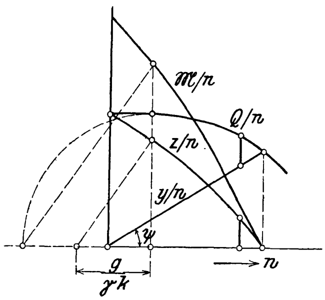

Fig. 223.

Der Schnittpunkt der Geraden y/n mit der Q/n-Kurve entspricht dem Zustand, wo das Wasser kein Drehmoment mehr auf das Rad überträgt. Hätte die Turbine keine Eigenreibung, so würde er die Leerlaufgeschwindigkeit bestimmen. Das Moment, das die Turbine nach außen abgibt, ist um den Betrag des Momentes der Eigenreibung kleiner als dasjenige, das das Wasser auf das Rad überträgt. Dementsprechend fällt auch die Leerlaufgeschwindigkeit tatsächlich etwas kleiner, die Leerlaufmenge hingegen etwas größer aus, als sich aus dem Schnittpunkt der y/n-Linie mit der Q/n-Kurve ergäbe.

Von dem Moment $\mathfrak{M}_r$ der Eigenreibung läßt sich annehmen, daß es aus einem konstanten Gliede für die Zapfenreibung und einem veränderlichen Gliede für die Reibung im umgebenden Mittel zusammengesetzt sei, und zwar würde das zweite Glied etwa mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wachsen. Man könnte also etwa schreiben

$$\mathfrak{M}_r = a + b n^2.$$

Zuverlässige Anhaltspunkte für die Berechnung der Eigenreibung besitzen wir indessen nicht, und es bleibt nichts anderes übrig, als sie schätzungsweise in die Rechnung einzuführen. Sie wird in der Regel nicht mehr als 3 bis 4 v. H. des normalen Drehmomentes betragen.

168. Leistung und Geschwindigkeit. Ist das Drehmoment in seiner Abhängigkeit von der Umlaufgeschwindigkeit bekannt, so läßt sich sofort auch die Leistung bestimmen. Es ist

$$L = \mathfrak{M}\omega = \frac{\mathfrak{M}n}{9{,}55}$$

oder

$$\frac{L}{n} = \frac{\mathfrak{M}}{9{,}55},$$

und man kann nach Fig. 224 die L/n-Kurve punktweise mittels ähnlicher Dreiecke konstruieren.

Die Geschwindigkeit, für die die Leistung einen Größtwert erreicht, läßt sich übrigens schon aus der Momentenkurve bestimmen. Die Leistung wird ein Maximum für

$$\frac{d(\mathfrak{M}n)}{dn} = 0.$$

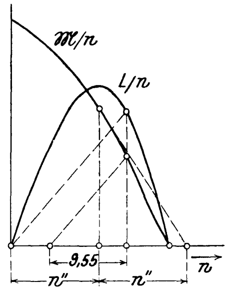

Fig. 224.

Führt man die Differentiation aus, so läßt sich die Bedingung leicht auf die Form bringen

$$\mathfrak{M}\frac{dn}{d\mathfrak{M}} = -n;$$

d. h. die Subtangente für den betreffenden Punkt der Momentenkurve muß gleich der zugehörigen Umlaufzahl sein. Man findet daher die betreffende Umlaufzahl n'', indem man durch Probieren denjenigen Punkt der Momentenkurve bestimmt, dessen Tangente auf der Abszissenachse die Strecke $2n''$ abschneidet.

169. Wirkungsgrad und Geschwindigkeit. Auf ähnlichem Wege läßt sich noch der Zusammenhang zwischen dem hydraulichen Wirkungsgrad und der Umlaufgeschwindigkeit finden, wenn einerseits die Durchflußkurve und andererseits die Leistungs- oder die Momentenkurve bekannt ist. Es soll hier nur die Ableitung aus der Momentenkurve gegeben werden.

Die hydraulische Leistung ist

$$L = \frac{\mathfrak{M}n}{9{,}55}$$

und der hydraulische Wirkungsgrad somit

$$\varepsilon = \frac{L}{Q\gamma H},$$

also

$$\frac{\varepsilon}{n} = \frac{\mathfrak{M}}{(9{,}55\,H\gamma)\,Q}.$$

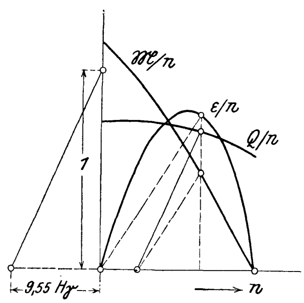

Fig. 225.

Es ist aus Fig. 225 ohne weitere Erklärung zu ersehen, wie man mit Hilfe ähnlicher Dreiecke zunächst 9,55 $Qh\gamma$ und weiterhin ε findet.

Der absteigende Ast, sowohl der Leistungs- als auch der Wirkungsgradskurve verläuft steiler als der ansteigende. Die Geschwindigkeit des größten Wirkungsgrades und diejenige der größten Leistung, die übrigens durchaus nicht identisch sind, fallen größer als die halbe Leerlaufgeschwindigkeit aus.

170. Korrektur. Das Ergebnis der Rechnung bedarf noch einer Verbesserung. Die Durchflußmenge für den Stillstand, die nach Gl. 273, Abschnitt 166, berechnet wird, fällt erheblich zu groß aus, da der Stoßverlust unberücksichtigt blieb. Um diesem letzteren Rücksicht zu tragen, ist in der ersten Klammer rechts der Gl. 271 noch ein Glied c_v^2 beizufügen, das die Druckhöhe mißt, die durch den Stoß verloren geht. Es läßt sich annehmen, daß der Druckverlust dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional sei und mit der Größe des Ablenkungswinkels $\vartheta = 180^0 - (\alpha_0 + \beta_1)$ rasch wachse. Der Verfasser erhielt eine befriedigende Übereinstimmung mit Prášils Versuchen an Francis-Turbinen mit stark verschiedenen Ansatzwinkeln β_1,[1]) indem er setzte

$$c_v^2 = 0{,}78 \left(\frac{\vartheta}{100}\right)^3 c_0^2 ,$$

wobei ϑ in Graden zu messen ist. Für das festgehaltene Rad mit $n = 0$ ergibt sich damit nach Gl. 271

$$2gH = \left[1 + \zeta_1 + (1 + \zeta_2)\left(\frac{F_0}{F_2}\right)^2 - \left(\frac{F_0}{F_1}\right)^2 - 0{,}78\left(\frac{\vartheta}{100}\right)^3\right] c_0^2 ,$$

und es findet sich daraus für die Durchflußmenge

$$Q_s^2 = \frac{2gH}{\frac{1+\zeta_1}{F_0^2} + \frac{1+\zeta_2}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} - \frac{0{,}78}{F_0^2}\left(\frac{\vartheta}{100}\right)^3} . \qquad (280)$$

Hat man diese Durchflußmenge berechnet, so kann man ohne große Gefahr die Ergänzung nach dem Augenmaß vornehmen, indem man nach Fig. 219 die Kurve in der Nähe des stoßfreien Ganges in die Ellipse übergehen läßt.

171. Unregelmäßigkeiten. Eine eigentümliche Abweichung von der Ellipse wird häufig bei Geschwindigkeiten jenseits der normalen beobachtet. Sie besteht nach Fig. 226 in einer ziemlich kräftigen Eindrückung, die sich bei noch größeren Geschwindig-

---

[1]) Prášil, Vergleichende Untersuchungen an Niederdruckturbinen. Schweiz. Bauzeitung 1905, Bd. 45, S. 81.

keiten wieder verliert. Sie dürfte ihre Ursache in Wirbelbildungen nach Fig. 227 haben. Nimmt sodann bei zunehmender Umlaufgeschwindigkeit die Durchflußmenge stärker ab, so findet das Wasser besser Platz und kann sich den Verhältnissen leichter anschmiegen; die Wirbel werden schwächer.

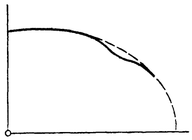

Fig. 226.

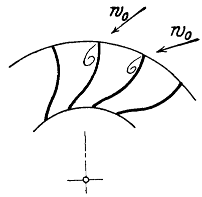

Fig. 227.

Die Eindrückung tritt, wie aus den Abbildungen 20 und 21 der vorhingenannten Arbeit von Prášil zu ersehen ist, besonders scharf in den Wirkungsgradkurven hervor. Sie ist kräftiger, wenn der Spielraum zwischen Leit- und Laufradschaufeln klein ist, was ohne weiteres einleuchtet. Warum sie aber bei halber Öffnung ganz besonders deutlich auftritt, dürfte schwierig zu erklären sein. Die Versuche, die wohl die vollständigsten sind, die je angestellt und veröffentlicht wurden, lassen indessen über die Tatsache selbst keinen Zweifel.

172. Der **Einfluß des Öffnungsgrades** auf den Gang der Francis-Turbine kann auf dem Wege der Rechnung unter der Voraussetzung verfolgt werden, daß die Durchflußverhältnisse für alle Punkte des Eintrittsumfanges dieselben seien. Dies trifft für die Finksche Drehschaufel gut genug zu, nicht aber für die Regulierungen von Schaad und von Zodel. Es bedeute F_0 den gesamten Austrittsquerschnitt aus dem Leitrad für normale Stellung; für irgend eine andere Stellung habe der Querschnitt den Wert kF_0, wobei der Faktor k als Öffnungsgrad bezeichnet werden mag. Unter der Voraussetzung, daß man den Stoß beim Eintritt ins Laufrad außer acht lassen dürfe, fände man für jeden Öffnungsgrad die Durchflußkurve, indem man in Gl. 269 und 271, Abschnitt 164, statt F_0 überall den Wert kF_0 einsetzte. Aus Gl. 271 ergibt sich für die Durchflußmenge

$$Q^2 = \frac{\left[2gH - \dfrac{n^2}{91{,}2}\left(r_1^{\,2} - r_2^{\,2}\right)\right] F_1^{\,2} F_2^{\,2}}{(1+\zeta_1) F_1^{\,2} F_2^{\,2} + \left[(1+\zeta_2) F_1^{\,2} - F_2^{\,2}\right](kF_0)^2} (kF_0)^2 . \quad (281)$$

Rechnet man z. B. für die Geschwindigkeit, die bei normaler Öffnung stoßfreien Eintritt gibt, für verschiedene Öffnungsgrade die Durchflußmenge aus, so kann man die Durchflußkurven als affine Ellipsen über derselben Halbachse n' (vgl. Abschnitt 166) bequem zeichnen.

Die Gl. 281 ist in Bezug auf Q und k vom vierten Grade.

Aus der Art, wie der Öffnungsgrad k im Nenner auftritt, läßt sich ersehen, daß die Durchflußmenge nicht mit dem Öffnungsgrade proportional, sondern langsamer wächst. Daß dem so sein muß, leuchtet sofort ein, wenn man bedenkt, daß bei zunehmender Durchflußmenge die Stauung im Laufrad wachsen und darum die Ausflußgeschwindigkeit c_0 aus dem Leitrad abnehmen muß.

Die Durchflußkurven sind noch im inneren Teil zu berichtigen. Zu diesem Zwecke hätte man die Durchflußmengen für den Stillstand unter Rücksicht auf den Stoßverlust zu berechnen. Dieser nimmt jedenfalls mit kleiner werdendem Öffnungsgrad progressiv ab, da eine kleinere Wassermenge den Übergang ins Laufrad mit um so weniger Zwang volführen kann, als ja auch der Spielraum zwischen Leit- und Laufrad größer wird. Bei der Berechnung der in Fig. 228 dargestellten Kurven wurde die Annahme zugrunde gelegt, der Stoßverlust sei der dritten Potenz des Öffnungsgrades k proportional. Es nähme in diesem Falle Gl. 280 die Form an

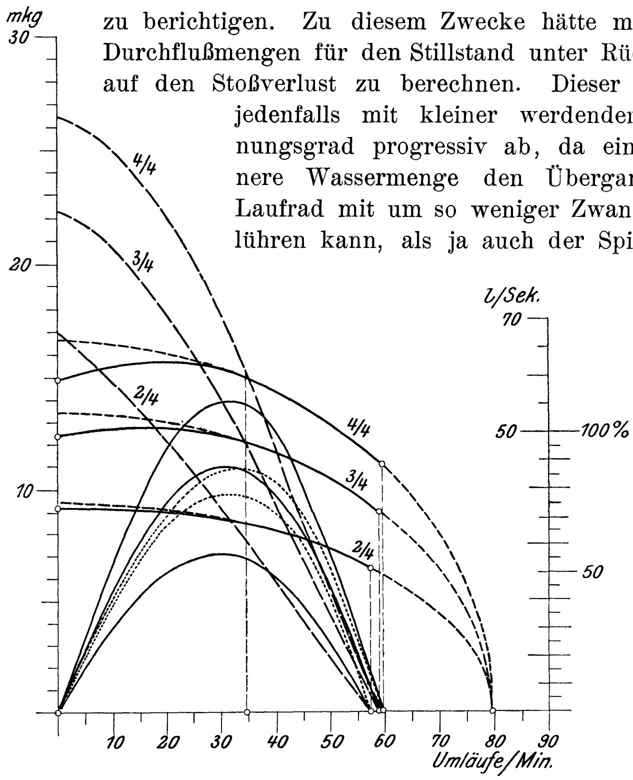

Fig. 228.

$$Q_s^{\,2} = \frac{2gH}{\dfrac{1+\zeta_1}{(kF_0)^2} + \dfrac{1+\zeta_2}{F_2^{\,2}} - \dfrac{1}{F_1^{\,2}} - \dfrac{0{,}78}{(kF_0)^2}\left(\dfrac{k\vartheta}{100}\right)^3}. \qquad (282)$$

Bei der Anwendung ist Rücksicht darauf zu nehmen, daß sich der Ablenkungswinkel ϑ mit der Schaufelstellung ebenfalls ändert.

Mit Hilfe der vorstehenden Formeln wurde das von Prášil[1]) untersuchte Rad I für die Öffnungsgrade $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{4}$ nachgerechnet; in Fig. 228 sind die erhaltenen Werte graphisch aufgetragen.

Die punktierten Kurven bedeuten den Wirkungsgrad; die Kurve für $\frac{3}{4}$ Öffnung fällt mit derjenigen für $\frac{4}{4}$ so nahe zusammen, daß man sie weglassen mußte.

Die Geschwindigkeit der größten Leistung ist etwas kleiner als jene des besten Wirkungsgrades. Ferner wird die Geschwindigkeit des besten Wirkungsgrades kleiner mit abnehmender Öffnung. Prášil hat gefunden, daß sie mit der Durchflußmenge linear abnimmt.[1])

In Fig. 229 ist der Zusammenhang zwischen dem Öffnungsgrad und derjenigen Durchflußmenge dargestellt, die sich nach der Rechnung für die Geschwindigkeit des stoßfreien Eintrittes ergibt. Es geht deutlich daraus hervor, daß die Wassermenge langsamer wächst als die Öffnung. Der Öffnungsgrad 1 entspricht der normalen Füllung; die betreffende Turbine kann übrigens nicht weiter geöffnet werden.

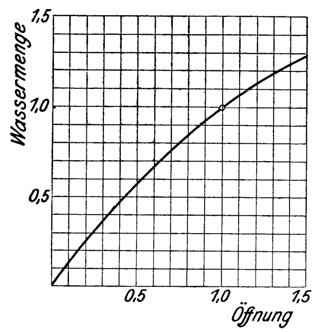

Fig. 229.

173. Verhalten der Forneyron-Turbine. Hier ist $r_1 < r_2$; das letzte Glied in Gl. 269 wird negativ, und die Kurve der Durchflußmengen ist eine Hyperbel. Die Wassermenge ist ein Minimum für das festgehaltene Rad; sie nimmt bei wachsender Geschwindigkeit immer mehr zu und ist somit beim Leergang am größten. Erteilt man dem Rade durch äußeren Antrieb eine ausreichende Geschwindigkeit, so kann die Turbine ein negatives Gefälle überwinden, d. h. als Pumpe arbeiten. Es findet hierbei kein Wechsel in der Durchflußrichtung statt.

Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Durchflußmenge, Drehmoment usw. läßt sich mit den nämlichen Mitteln verfolgen wie bei der Francis-Turbine. Fig. 230 gibt eine Vorstellung von dem Verlaufe

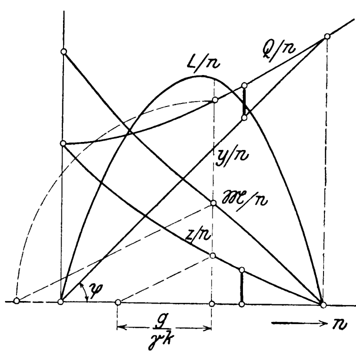

Fig. 230.

[1]) Untersuchungen an Niederdruckturbinen; a. a. O. Die Ergebnisse sind auf ein Gefälle umgerechnet, für das $\sqrt{2gH}=1$ ist.

der verschiedenen Kurven. Die Momentenkure zeigt eine etwas andere Beschaffenheit; sie beginnt mit einer Eindrückung und wendet erst später ihre Wölbung nach außen. Die Leistungskurve dagegen verläuft ähnlich wie bei der Francis-Turbine; auch hier erhält man die größte Leistung bei einer Geschwindigkeit, die etwas größer ist als die halbe Leerlaufsgeschwindigkeit.

Die Durchflußmenge wird stets mit einem Spaltschieber geregelt. Hierbei geht der Austritt aus dem Leitrad mit starker Kontraktion vor sich und beim Übergang ins Laufrad erfolgt eine plötzliche Erweiterung. Diesen höchst unregelmäßigen Vorgängen auf dem Wege der Rechnung folgen zu wollen, erschiene aussichtslos.

174. Verhalten der Jonval-Turbine. In diesem Falle ist $r_1 = r_2$, und das letzte Glied in der Durchflußgleichung 269, Abschnitt 164, das die Umlaufgeschwindigkeit enthält, verschwindet. Wenn also der Einfluß des Stoßes beim Eintritt ins Laufrad unbeachtet bleiben darf, so ist die Durchflußmenge unveränderlich. Die Erfahrung beweist, daß dies innerhalb weiter Grenzen tatsächlich der Fall ist, und das kann umgekehrt als Beweis dafür angesehen werden, daß der Stoßverlust beim Eintritt innerhalb eines weiten Spielraumes nicht wesentlich ins Gewicht fällt.

Ist bei irgend einer Stauturbine die Durchflußmenge konstant, so sind es natürlich auch die Durchflußgeschwindigkeiten, im besonderen auch c_{u0} und w_{u2}. Es wird daher die Momentengleichung 277, Abschnitt 167, die Gestalt annehmen

$$\mathfrak{M} = a_1 - b_1 n\,,$$

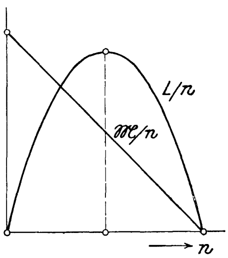

Fig. 231.

worin a_1 und b_1 für den gegebenen Fall als konstant anzusehen sind. Das Moment nimmt also bei allen Stauturbinen linear mit der Geschwindigkeit ab, sofern die Durchflußmenge unveränderlich bleibt.[1]) Dies ist bei unveränderlichem Gefälle nur für die Jonval-Turbine der Fall; es ist also die geradlinige Beschaffenheit der Momentenkurve für diese Turbinenform kennzeichnend.

Für die Leistung ergäbe sich eine Gleichung von der Form

$$L = a_2 n - b_2 n^2\,.$$

Diese Gleichung stellt eine durch den Anfangspunkt gehende

[1]) Prášil hat bei seinen vorhin erwähnten Untersuchungen die Turbinen mit unveränderlicher Wassermenge betrieben, indem er das Gefälle sich frei einstellen ließ. Die Momentenkurven zeigen tatsächlich einen fast genau geradlinigen Verlauf.

Parabel mit senkrechter Achse dar, wie in Fig. 231 angedeutet. Eine ähnliche Kurve würde sich für den Wirkungsgrad geben, und die Geschwindigkeit der größten Leistung fiele zusammen mit jener des besten Wirkungsgrades; die Leerlaufgeschwindigkeit wäre doppelt so groß, alles unter der Voraussetzung, daß man die Eigenreibung der Turbine außer acht lassen dürfe.

175. Verhalten der staufreien Turbinen. Auch hier ist die Durchflußmenge unabhängig von der Geschwindigkeit; denn da beim Eintritt ins Laufrad Querschnitt im Überfluß vorhanden ist, hat ein allfälliger Stoß keine stauende Rückwirkung auf den Austritt aus dem Leitapparat. Allein es darf daraus nicht ohne weiteres gefolgert werden, daß das Drehmoment linear verlaufe. Dies würde voraussetzen, daß w_{u2} in Gl. 277, Abschnitt 167, ebenfalls konstant sei. Da aber der Strahl den Kanal nicht ausfüllt, darf aus der Konstanz der Wassermenge nicht zugleich auf Unveränderlichkeit der Durchflußgeschwindigkeiten geschlossen werden. Die Erfahrung zeigt indessen, daß das Drehmoment wirklich linear mit der Geschwindigkeit zusammenhängt. Daraus ergibt sich wiederum ein parabolischer Verlauf der Leistungs- und der Wirkungsgradkurve

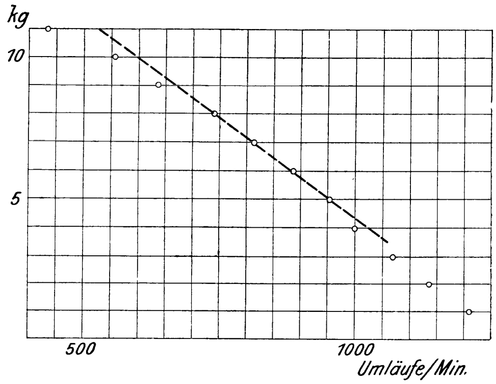

Fig. 232. Löffelrad.

und das Zusammenfallen der größten Leistung mit dem höchsten Wirkungsgrad. Auch hier wäre die beste Geschwindigkeit gleich der halben Leerlaufgeschwindigkeit, vorausgesetzt, daß die Eigenreibung der Turbine unberücksichtigt bleiben darf.

Eine Abweichung zeigt die Momentenkurve des Löffelrades, siehe Fig. 232. Innerhalb gewisser Geschwindigkeiten ist auch hier der Verlauf linear. Bei wachsender Umlaufzahl tritt aber an einem gewissen Punkte plötzlich ein Bruch ein. Diese Unregelmäßigkeit, die Prášil zuerst im Maschinenlaboratorium des eidgenössischen Polytechnikums beobachtet hat, ist hauptsächlich darauf zurückzuführen, daß bei zu großer Geschwindigkeit ein Teil des Wassers gar nicht mehr mit den Schaufeln in Berührung kommt, sondern unbenützt dazwischen entweicht, gerade wie wenn das Rad zu weitläufig geschaufelt wäre (vgl. Abschnitt 114). Man bemerkt, daß auch bei starker Verminderung der Geschwindigkeit das Moment unter die gerade Linie sinkt.

Die in Fig. 232 aufgetragenen Ergebnisse wurden mit einem Löffelrad von U. Boßhard Söhne in Zürich erhalten, das nach Zeichnungen des Verfassers ausgeführt war. Die Hauptabmessungen sind:

Düsenweite	40 mm
Halber Konvergenzwinkel der Düse	36^0
Eintrittshalbmesser (auf die Düsenachse bezogen)	150 mm
Schaufelzahl	18
Schaufelbreite	113 mm.

Die Versuche wurden mit teilweise geschlossener Düse erhalten; die Wassermenge betrug bei einem Drucke von 35 m 14,5 l pro Sekunde. Die ganz geöffnete Düse ließ 27 l pro Sekunde austreten.

Die Ordinaten in Fig. 232 bedeuten die Gewichte auf der Wage. Der Bremshebel hatte eine Länge von $l = 4 : 2\pi = 0{,}637$ m, so daß die Leistung durch die Formel

$$L = \frac{Pu}{15} \text{ mkg}$$

ausgedrückt wird (vgl. Abschnitt 198). Die günstigste Geschwindigkeit liegt bei 740 Umläufen. Diese war vorgeschrieben; darum mußten der Durchmesser und die Schaufelabmessungen ungewöhnlich knapp gehalten werden. Die Turbine ist daher bei ganz geöffneter Düse stark überfüllt.

176. Einfluß des Füllungsgrades. Es soll untersucht werden, wie sich bei normaler Geschwindigkeit der Wirkungsgrad ändert, wenn die Durchflußmenge abnimmt. Dabei werde die Wassermenge in Bruchteilen der maximalen Durchflußmenge angegeben, und dieses Verhältnis heiße der Füllungsgrad. Dieser hängt mit dem Öffnungsgrad zusammen, ist aber nicht immer damit identisch.

Wenn bei einer Änderung des Füllungsgrades die Geschwindigkeitsverhältnisse in den Laufradkanälen, soweit diese überhaupt Wasser bekommen, dieselben bleiben, so ist anzunehmen, daß das Drehmoment mit der Wassermenge proportional wachse, also durch einen Ausdruck von der Form

$$\mathfrak{M} = aQ - b$$

dargestellt werde. Diese Voraussetzung trifft bei Zellenregulierung für staufreie Turbinen zu; für Stauturbinen nur dann, wenn die zugedeckten Leitkanäle ventiliert sind, so daß die Laufradkanäle darunter sich entleeren können.

Für den unbelasteten Zustand der Turbine wird $\mathfrak{M} = 0$, und es bedeutet

$$Q_0 = \frac{b}{a}$$

diejenige Wassermenge, die die leergehende Turbine braucht, um die normale Geschwindigkeit anzunehmen.

Die Leistung ist

$$L = \mathfrak{M}\omega .$$

Der Ausdruck für den Wirkungsgrad

$$\varepsilon = \frac{L}{QH\gamma}$$

kann auf die Form gebracht werden

$$\varepsilon = \frac{\omega}{H\gamma} \frac{aQ - b}{Q} .$$

Trägt man ε als Ordinate über Q als Abszisse auf, so stellt die Gleichung eine gleichseitige Hyperbel dar, deren eine Asymptote in die ε-Achse fällt, während die andere wagrecht verläuft.

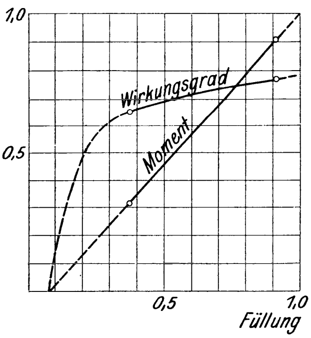

Fig. 233. Schwammkrug-Turbine.

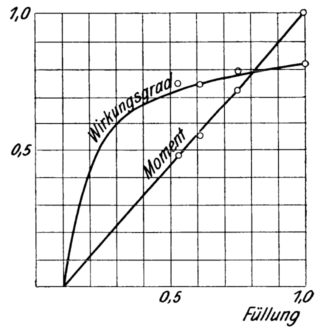

Fig. 234. Jonval-Turbine.

In Fig. 233 sind die (ausgeglichenen) Ergebnisse der vom Verfasser untersuchten Schwammkrug-Turbine[1]) des Elektrizitätswerkes der Stadt Chur aufgetragen. Der Leitapparat hat 12 Zellen; die Bremse reichte noch aus, um die Turbine mit 11 offenen Zellen zu bremsen; es ergab sich dabei eine Leistung von 410 P.S.

Fig. 234 enthält nach Schröter[2]) die Ergebnisse der Jonval-Turbine[3]) der Nähfadenfabrik Göggingen. Das Leitrad kann zur

[1]) Erbaut von der Maschinenfabrik St. Georgen bei St. Gallen.

[2]) Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingenieure 1886, Bd. XXX, S. 781.

[3]) Erbaut von der Maschinenfabrik Augsburg.

Hälfte mit sechs ventilierten Deckeln zugedeckt werden. Die volle Leistung der Turbine beträgt 270 P.S.

In beiden Fällen verläuft die Momentenlinie gradlinig. Je kleiner Q_0, die Wassermenge für den Leerlauf bei normaler Geschwindigkeit, ausfällt, desto mehr schließt sich die Kurve des Wirkungsgrades den Asymptoten an, und desto weniger sinkt der Wirkungsgrad bei abnehmender Füllung. Es ist also wichtig, daß die Leerlaufsmenge klein ausfalle.

Beim Tangentialrad ändert sich mit dem Füllungsgrad die Wassermenge, die es auf eine Laufradschaufel trifft. Es wird daher der Zusammenhang zwischen Moment und Wassermenge ein anderer sein. Die Erfahrung zeigt, daß das Moment nicht mehr proportional mit der Wassermenge wächst; die Momentenkurve neigt sich der Q-Achse zu. Dementsprechend fällt auch der Wirkungsgrad langsamer bei abnehmender Füllung.

Fig. 235 wurde mit einem Tangentialrad[1]) des Elektrizitätswerkes Luzern-Engelberg erhalten, das bei voller Öffnung eine (elektrisch gemessen) Leistung von 2569 P. S. ergab.[2])

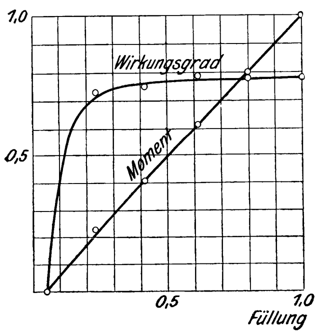

Fig. 235. Tangentialrad.

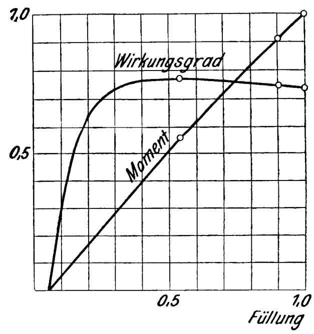

Fig. 236. Überfülltes Löffelrad.

Das in Abschnitt 175 erwähnte Löffelrad lieferte die Kurven (Fig. 236). Die Schaufeln sind für die volle Öffnung zu klein; der größte Wirkungsgrad stellt sich daher erst bei wesentlich verminderter Füllung ein; er bleibt dann aber selbst für kleine Bruchteile der größten Wassermenge noch ziemlich hoch. Ist dieser Punkt von Bedeutung, so hat man es in der Hand, durch Anwendung von knapp bemessenen Schaufeln eine Überfüllung bei ganzer Öffnung herbeizuführen; dabei wird dann allerdings der Wirkungsgrad nicht

---

[1]) Erbaut von Th. Bell & Co. in Luzern.

[2]) Siehe Kilchmann, Schweiz. Bauzeitung 1906, Bd. 48, S. 13; vgl. Fig. 142, Abschnitt 110.

den größten möglichen Wert erreichen; dafür arbeitet die Turbine bis zu einem gewissen Punkte um so günstiger, je mehr die Wassermenge abnimmt.

Die Kurven in Fig. 237 erhielt der Verfasser an der Turbine der Spinnerei und Weberei Glattfelden.[1]) Die Turbine ist eine Francis-Turbine mit liegender Welle, Spiralgehäuse und doppeltem Austritt. Sie arbeitet bei maximaler Öffnung mit starker Überfüllung und gibt daher den besten Wirkungsgrad erst bei vermindertem Zufluß. Die Leistung bei voller Öffnung wurde zu 293 P. S. gefunden. Die Wassermengen wurden mit einem Überfall mit Seitenkontraktion gemessen. Da die Überfallbreite nur wenig kleiner war als die Kanalbreite, sind die berechneten Wassermengen wahrscheinlich etwas zu klein und die Wirkungsgrade etwas zu groß.

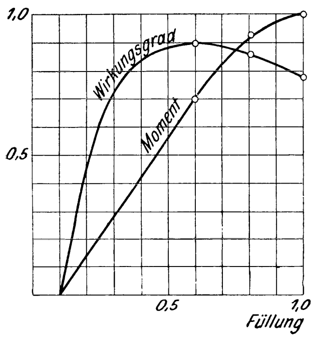

Fig. 237. Überfüllte Francis-Turbine.

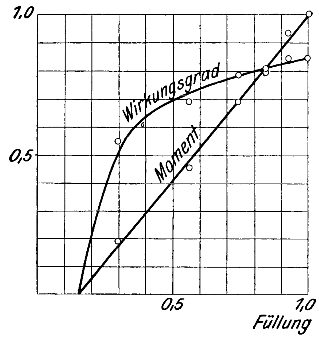

Fig. 238. Francis-Turbine.

Das Verhalten einer nicht überfüllten Francis-Turbine zeigt Fig. 238, die nach Prášil[2]) für das Rad *I* der Niederdruckturbine des Maschinenlaboratoriums in Zürich aufgetragen wurde.

19. Kapitel.

Verhalten ähnlicher Turbinen bei verschiedenen Gefällen.

177. Gegebene Turbine unter verändertem Gefälle. Spezifische Größen eines Modells. Ist das Verhalten einer bestimmten Turbine bei einem Gefälle H und einer Umlaufzahl n bekannt, und setzt man die Turbine unter ein anderes Gefälle H_1, so läßt sich leicht die Umlaufzahl n_1 ermitteln, bei der die Turbine ein ähnliches Ver-

[1]) Von Escher, Wyss & Co. erbaut.

[2]) Untersuchungen an Niederdruckturbinen, a. a. O.

halten zeigt, d. h. bei der sich die sämtlichen Geschwindigkeiten in demselben Verhältnis geändert haben, und weiterhin lassen sich sofort Durchflußmenge, Leistung und Drehmoment für den neuen Zustand berechnen. Die Lösung beruht darauf, daß sich für ähnliche Zustände die Geschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus den Gefällen verhalten. Man erhält daraus die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{n}{n_1} &= \left(\frac{H}{H_1}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{Q}{Q_1} &= \left(\frac{H}{H_1}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{N}{N_1} &= \frac{QH}{Q_1 H_1} = \left(\frac{H}{H_1}\right)^{\frac{3}{2}} \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_1} &= \frac{N}{n}\frac{n_1}{N_1} = \frac{H}{H_1}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (283)$$

Handelt es sich darum, die dem Gefälle entsprechende normale Geschwindigkeit einzuhalten, und dies wird ja in der Mehrzahl der Fälle zutreffen, so kann man sich nach Camerer die Umrechnung in folgender Weise etwas bequemer machen. Man berechnet zunächst ein für allemal für das betreffende Modell die Größen n_0, Q_0, N_0 und $\mathfrak{M}_0$, die einem Gefälle von 1 m entsprechen. Mit diesen spezifischen Größen des Modelles findet man für irgend ein Gefälle H:

$$\left.\begin{aligned} n &= n_0 H^{\frac{1}{2}} \\ Q &= Q_0 H^{\frac{1}{2}} \\ N &= N_0 H^{\frac{3}{2}} \\ \mathfrak{M} &= \mathfrak{M}_0 H \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (284)$$

Prášil legt das Gefälle $H = \frac{1}{2g}$,

für das $\sqrt{2gH} = 1$ m,

als Vergleichsmaßstab an. Werden die betreffenden Größen durch den Zeiger r unterschieden, so bekommt man

$$\left.\begin{aligned} \frac{n}{n_r} &= \left(\frac{H}{2g}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{Q}{Q_r} &= \left(\frac{H}{2g}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{N}{N_r} &= \left(\frac{H}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_r} &= \frac{H}{2g} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (285)$$

178. Ähnliche Turbinen. Dehnt man die Untersuchung auf zwei ähnliche Turbinen von verschiedenen *D*urchmessern D_1 und D_2 aus, und läßt man sie zunächst unter demselben Gefälle arbeiten, so ergeben sich, da die Umfangs- und Durchflußgeschwindigkeiten die nämlichen sind, die Flächen aber sich wie die Quadrate der Durchmesser verhalten, sofort die nachstehenden Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{n_1}{n_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{-1} \\ \frac{Q_1}{Q_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2} \\ \frac{N_1}{N_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2} \\ \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (286)$$

Sind sodann auch die Gefälle verschieden, so gehen diese Gleichungen in die folgenden über:

$$\left.\begin{aligned} \frac{n_1}{n_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{-1} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{Q_1}{Q_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{N_1}{N_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{3} \frac{H_1}{H_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (287)$$

Wenn die Aufgabe gestellt ist, den Durchmesser und die Umlaufzahl einer ähnlichen Turbine zu finden, die jedoch mit einem andern Gefälle und einer andern Wassermenge arbeiten soll, so bringt man die Gleichungen besser auf folgende Formen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{D_1}{D_2} &= \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{1}{4}} \\ \frac{D_1}{D_2} &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{-\frac{3}{4}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (288)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{n_1}{n_2} &= \left(\frac{Q}{Q_1}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{3}{4}} \\ \frac{n_1}{n_2} &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{5}{4}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (289)$$

179. Spezifische Größen der Bauart. Wenn man für eine bestimmte Anlage die Bauart der Turbine wählen soll, ist es wünschenswert, sich schnell eine zutreffende Vorstellung von den wichtigsten Größen zu machen, die sich unter den vorliegenden Verhältnissen für die verschiedenen Bauarten ergeben. Es wird sich dabei besonders um den Durchmesser und die Umlaufzahl handeln. Man stellt zu diesem Zwecke die betreffenden Größen für die Turbinen verschiedener Bauart, aber für einerlei Gefälle und Wassermengen zusammen und kann sodann leicht die Untersuchung auf den gerade vorliegenden Fall ausdehnen.

Es ist zweckmäßig, ein Gefälle von 1 m und eine Wassermenge von 0,1 cbm = 100 l als Grundlage der Zusammenstellung zu benutzen. Die betreffenden Größen mögen die spezifischen Größen der Bauart genannt und mit dem Index s bezeichnet werden.[1]

Für den Zusammenhang zwischen den spezifischen Größen und denjenigen, die einer Turbine für ein Gefälle H und eine Wassermenge Q entsprechen, erhält man sofort nach Gl. 286 und 287 die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{D_s} &= (10\,Q)^{\frac{1}{2}}\,H^{-\frac{1}{4}} \\ \frac{n}{n_s} &= (10\,Q)^{-\frac{1}{2}}\,H^{\frac{3}{4}} \\ \frac{n\,D}{n_s\,D_s} &= H^{\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (290)$$

Der Zusammenhang kann etwas übersichtlicher dargestellt werden, wenn man die Größe

$$f = \frac{Q}{\sqrt{2\,g\,H}}$$

einführt, die nichts anderes ist als der Querschnitt einer abgerundeten Mündung, die bei reibungsfreier Bewegung die Wassermenge Q unter dem Gefälle H ausfließen läßt. Man hat

$$Q = 4{,}43\,f\,H^{\frac{1}{2}}.$$

Führt man diesen Wert in Gl. 286 ein, so erhält man:

[1]) Camerer vergleicht die Turbinen miteinander, die bei 1 m Gefälle eine Leistung von 1 PS ergeben. Da die Leistung mit vom Wirkungsgrade abhängt, schien es einfacher, diesen Einfluß auszuschalten und von einer bestimmten Wassermenge auszugehen. Für einen Wirkungsgrad von 0,75 fallen die beiden Maßstäbe zusammen.

$$\left.\begin{aligned}\frac{D}{D_s} &= 6{,}66 f^{\frac{1}{2}} \\ \frac{n}{n_s} &= 0{,}15\, H^{\frac{1}{2}} f^{-\frac{1}{2}}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (291)$$

oder

$$\left.\begin{aligned}\frac{D_s}{D} &= 0{,}15 f^{-\frac{1}{2}} \\ \frac{n_s}{n} &= 6{,}66\, H^{-\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{2}}.\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (291\text{a})$$

Damit kann man ebensowohl, von einer bekannten Turbine ausgehend, die spezifischen Werte der betreffenden Bauart ableiten, als auch umgekehrt mit den spezifischen Größen der Bauart die Abmessungen der Turbine für den betreffenden Fall ermitteln.[1])

180. Zahlenangaben. Man kann überschlagsweise für die spezifischen Durchmesser und Umlaufzahlen der verschiedenen Turbinenformen die folgenden Zahlenwerte benutzen. Als Durchmesser ist der Eintrittsdurchmesser, bei Axialturbinen der mittlere Durchmesser zu verstehen. Ferner ist

$$f = \frac{Q}{\sqrt{2gH}}.$$

Vollschlächtige Girard-Turbine:

für $D:b =$	8	10
$D_s =$	0,56 m	0,63 m
$n_s =$	72	64
$D =$	$3{,}75\sqrt{f}$	$4{,}3\sqrt{f}$
$nD =$	$40\sqrt{H}$.	

Löffelrad mit einem Rundstrahl:

$D_s =$	1,4 m	bis	2 m
$n_s =$	26,7	bis	18,75
$D =$	$9{,}35\sqrt{f}$	bis	$13{,}4\sqrt{f}$
$nD =$	$37{,}5\sqrt{H}$.		

Der Durchmesser kann beliebig größer gewählt werden; damit fällt die Umlaufzahl entsprechend kleiner aus. Bei mehreren Einläufen ist der Durchmesser erheblich größer zu nehmen.

[1]) Es ist vielleicht am Platze, ausdrücklich zu sagen, daß schon mit Rücksicht auf die Schaufelzahlen und Schaufeldicken von einer strengen Ähnlichkeit zwischen verschieden großen Turbinen derselben Bauart in der Regel nicht die Rede sein kann.

Jonval-Turbine:

für $D:b=$	3	5
$D_s=$	0,35 m	0,45 m
$n_s=$	152	117
$D=$	$2{,}33\sqrt{f}$	$3\sqrt{f}$
$nD=$	$54\sqrt{H}$.	

Fourneyron-Turbine:

$D_s=$	0,58 m	bis	0,62
$n_s=$	86	bis	100
$D=$		$3{,}8\sqrt{f}$	
$nD=$	$50\sqrt{H}$	bis	$62\sqrt{H}$.

Langsamgehende Francis-Turbine:

$D_s=$	0,6 m	bis	0,9 m
$n_s=$	75	bis	50
$D=$	$4\sqrt{f}$	bis	$6\sqrt{f}$
$nD=$		$45\sqrt{H}$.	

Normale Francis-Turbine:

$D_s=$	0,4 m
$n_s=$	136
$D=$	$2{,}66\sqrt{f}$
$nD=$	$54\sqrt{H}$.

Schnellaufende Francis-Turbine:

$D_s=$	0,28 m	bis	0,30 m
$n_s=$	225	bis	210
$D=$	$1{,}86\sqrt{f}$	bis	$2\sqrt{f}$
$nD=$		$63\sqrt{H}$.	

Verteilt man eine gegebene Wassermenge, statt sie in einer einzigen Turbine auszunützen, auf m ähnliche unter sich gleichartige kleinere Turbinen, so wird deren Umlaufgeschwindigkeit gesteigert im Verhältnis von

$$1:\sqrt{m}.$$

181. Turbinensätze. Bei der fabrikmäßigen Herstellung von Turbinen nach einer bestimmten Bauart wird man danach trachten müssen, den vorkommenden Bedürfnissen mit einer möglichst kleinen Anzahl verschiedener Modelle oder Nummern zu genügen, die man passend abstuft. Eine derartige Folge ähnlicher Turbinen bezeichnet man als einen Turbinensatz. Die Größe der Stufen hängt ab von der Anpassungsfähigkeit der betreffenden Bauart an abnehmende Wassermengen und von den Anforderungen, die man in Bezug auf den Wirkungsgrad noch im ungünstigsten Falle stellt. Es bezeichne

Q_{max} die größte Wassermenge, die ein Modell bei 1 m Gefälle aufnehmen kann,

$Q_{min} = \varphi Q_{max}$ die kleinste Wassermenge, die noch einen annehmbaren Wirkungsgrad ergibt,

$Q = \psi Q_{min} = \varphi \psi Q_{max}$ diejenige Wassermenge, auf die man im Maximum bei der kleinsten Wasserkraft zu rechnen hat, für die das Modell noch Verwendung finden soll. Es mißt die Zahl ψ den Spielraum, innerhalb dessen der Zufluß sich ändern kann, ohne daß der Wirkungsgrad unter die angenommene Grenze sinkt.

Benutzt man für zwei aufeinanderfolgende Modelle die Zeiger 1 und 2, so ist die Bedingung dafür, daß sich die Reihe lückenlos schließt:

$$Q_2 = Q_{max\,1}$$

oder

$$\varphi \psi Q_{max\,2} = Q_{max\,1}.$$

Als Stufengröße hinsichtlich der Wassermenge findet man somit

$$\frac{Q_{max\,2}}{Q_{max\,1}} = \frac{1}{\varphi \psi}.$$

Daraus ergibt sich die Stufengröße für die Abmessungen

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{\sqrt{\varphi \psi}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (292)$$

Es ergebe z. B. eine gewisse Turbinenbauart noch einen ordentlichen Wirkungsgrad bei $\frac{1}{4}$ Füllung. Im ungünstigsten Falle soll die Zuflußmenge bis auf die Hälfte sinken dürfen, ehe der Wirkungsgrad unter diese Grenze sinkt. Es wäre somit

$$\varphi = \tfrac{1}{4},$$
$$\psi = 2.$$

Daraus findet sich die Größenabstufung für die Wassermenge

$$\frac{Q_{max\,2}}{Q_{max\,1}} = 2$$

und für die Abmessungen

$$\frac{D_2}{D_1} = \sqrt{2}\,.$$

Bei Radialturbinen kann man die Radbreite b eines Modelles und damit die Durchflußmenge stark abändern, ohne daß das Modell im übrigen davon betroffen wird. Sehr anpassungsfähig ist ferner das Löffelrad, das man durch Änderung der Düse und der Schaufeln für sehr weit auseinanderliegende Verhältnisse zurichten kann.[1]) In derartigen Fällen kann man entweder die Stufengröße steigern, oder man bekommt für jeden Punkt innerhalb des Verwendungsbereiches einer Nummer gleichmäßigere Verhältnisse hinsichtlich des Wirkungsgrades bei verminderter Durchflußmenge.

---

[1]) Eine Beschränkung liegt vor allem in der lichten Weite des Einlaufstutzens, die schließlich der Zuflußmenge eine Grenze setzt.

VII. Vergleichung der verschiedenen Bauarten.

20. Kapitel.

Eignung der verschiedenen Turbinenformen für gegebene Umstände.

182. Wahl der Bauart. Soll eine Turbine für bestimmte Verhältnisse entworfen werden, so hat man sich zuerst über die zu wählende Bauart schlüssig zu machen. Die Entscheidung wird sich in vielen Fällen von selbst ergeben; im allgemeinen sind aber nicht nur die Verhältnisse, sondern auch die Bedürfnisse viel zu verschiedenartig, als daß man die Wahl von vorneherein, etwa an der Hand einiger einfachen Regeln, zu treffen vermöchte. Es bleibt dann nichts anderes übrig, als einige Lösungen für den gegebenen Fall zu studieren und sich auf Grund dieser Vorarbeiten zu entscheiden.

Bei der Wahl fallen als maßgebend vor allem das Gefälle und die Wassermenge in Betracht. Ferner kann es auf die Umlaufzahl und auf die Regulierfähigkeit oder auch auf die Lage der Achse im Raum ankommen. Daß man auf einen möglichst hohen Wirkungsgrad sehen wird, ist selbstverständlich. Endlich kann auch der Preis in Betracht fallen, obwohl dazu bemerkt werden muß, daß er gegenüber den Kosten der ganzen Anlage in der Regel stark zurücktritt, so daß es nicht gerechtfertigt ist, um einer mäßigen Ersparnis willen irgendwelche Nachteile in den Kauf zu nehmen.

Eine vollschlächtige Turbine fällt immer kleiner und daher billiger aus als eine teilschlächtige. Wo keine Gegengründe vorliegen, wird man also am liebsten zur vollschlächtigen Turbine greifen. Diese gibt für größere Gefälle sehr hohe Umlaufzahlen, vor denen man sich scheut. Zwar hat man schon in der Jugendzeit des Turbinenbaues sich in aller Naivität an diese großen Geschwindigkeiten herangewagt.[1]) Unangenehme Erfahrungen, Rücksichten auf die Übertragung durch Zahnräder u. a. ließen indessen bald die Erfindung des Zuppingerschen Tangentialrades mit seiner verhältnismäßig geringen Umlaufzahl als eine wahre Erlösung erscheinen. Seither hat sich indessen vieles geändert: man hat gelernt, rasch laufende schwere Massen dauerhaft zu lagern; die Übertragung selbst großer Kräfte von rasch laufenden Wellen mittels Riementrieb oder auf elektrischem Wege ist ein geläufiges Mittel geworden, und so bieten die großen Geschwindigkeiten bei weitem nicht mehr dieselben Schwierigkeiten wie früher. Es steht daher zu erwarten, daß die vollschlächtige Turbine über kurz oder lang in vielen Fällen an Stellen treten wird, die man zurzeit noch mit teilschlächtigen Turbinen besetzt.

183. Gefälle und Wassermenge. Für große Gefälle kommt die teilschlächtige Turbine mit staufreiem Durchfluß zur Anwendung. Für Gefälle von 20 m aufwärts und für Wassermengen, die etwa 2 bis 2,5 l auf je 1 m Gefälle nicht überschreiten, eignet sich das Löffelrad mit einem Strahl. Entsprechend größere Wassermengen kann man mit mehrstrahligen Löffelrädern bewältigen. Bei Gefällen unter 20 m wird das Löffelrad im Verhältnis zu seiner Leistung zu groß und darum zu teuer.

Für mittlere Gefälle und etwas größere Wassermengen griff man bis jetzt meistens zur teilschlächtigen Girard-Turbine. Mehr und mehr dehnt sich indessen zurzeit der Gebrauch der Francis-Turbinen auch in diesem Bereiche aus. Diese wird, selbst für größere Gefälle, immer dort in Frage kommen, wo die Wassermenge über 5 bis 6 l auf je 1 m Gefälle beträgt. Für kleine Gefälle und größere Wassermengen kommt sie allein in Betracht; es wäre denn, man griffe in Fällen konstanten Kraftverbrauches der Einfachheit wegen auf die Jonval-Turbine, die immer am billigsten ist.

Die Turbine mit Sauggefälle arbeiten zu lassen, hat den großen Vorteil, daß sie aus dem Bereich des Unterwassers kommt und daher leichter zugänglich ist. Es empfiehlt sich das Saugrohr im ferneren dadurch, daß man sich damit von den Schwankungen des Unterwassers unabhängig macht. In diesem Sinne wird es öfters bei Turbinen mit staufreiem Durchfluß verwendet. Nur ist dann dafür zu sorgen, daß sich oben ein Luftraum von unveränderlicher Höhe erhalten kann (vgl. Abschnitt 75). Sehr gute Dienste

[1]) Die seinerzeit berühmt gewesene Turbine von St. Blasien im Schwarzwald, die Fourneyron selbst aufgestellt hatte, lief bei 108 m Gefälle nach Rühlmanns Angaben mit 2200 bis 2300 Umdrehungen.

leistet das Saugrohr bei der Francis-Turbine zur Ausnützung der kinetischen Energie des austretenden Wassers.

Liegt der Oberwasserspiegel um mehr als 3 bis 4 m über der Turbine, so muß die geschlossene Aufstellung gewählt werden. Da das Sauggefälle 7 bis 8 m nicht überschreiten darf, hätte das größte Gefälle, bei dem noch an die offene Aufstellung gedacht werden kann, eine Höhe von 10 bis 12 m.

An ventilierten Stauturbinen kann kein Saugrohr angebracht werden.

184. Wirkungsgrad. Die beste Turbine in Bezug auf den Wirkungsgrad ist diejenige, die die geringsten Verluste hat. Es müssen daher diese Verluste einer vergleichenden Prüfung unterzogen werden.

Die Verluste in der Zuleitung hängen außer von der Länge, die durch die örtlichen Verhältnisse bestimmt wird, hauptsächlich von der gewählten Geschwindigkeit ab; für diese sind die Rücksichten auf die Erstellungskosten mit bestimmend. Hat man sich zu einer großen Geschwindigkeit in der Zuleitung entschlossen (bei Hochdruckleitungen bis zu 3 m und selbst mehr), so ist darauf Bedacht zu nehmen, daß die kinetische Energie beim Eintritt in den Leitapparat möglichst erhalten bleibe; es muß die Zuleitung stetig in den Leitapparat übergehen. Dieser gute Anschluß läßt sich leicht gewinnen beim Tangentialrad, bei der Schwammkrug-Turbine, bei der Fourneyron-Turbine in der umgekehrten Aufstellung (mit dem Eintritt von unten) und bei der Francis-Turbine mit Spiralgehäuse; schwieriger wird er für vollschlächtige Axialturbinen.

Damit die Reibung im Leitapparat möglichst gering ausfalle, sollen die Kanäle so kurz und beim Eintritt so weit gehalten werden, als es die Sicherheit der Wasserführung erlaubt. Desgleichen sollen die Kanäle nach dem Austritt hin so rasch als möglich zusammengezogen werden. In dieser Beziehung bietet die innerschlächtige Radialturbine die schlechtesten, die außerschlächtige Radialturbine die besten Bedingungen; die Axialturbinen halten die Mitte. Da die Ausflußgeschwindigkeit aus dem Leitapparat bei der staufreien Turbine größer ist, hat man hier auch mit größeren Reibungsverlusten zu rechnen.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bezüglich der Reibung in den Laufradkanälen der Stauturbinen. Auch hier steht die Francis-Turbine gegenüber der Fourneyron-Turbine im Vorteil, und zwar nicht nur wegen der Kanalform, sondern auch wegen der geringeren Größe der relativen Austrittsgeschwindigkeit.

Die staufreien Turbinen mit eng geschaufeltem Laufrad zeigen alle eine starke Zersplitterung des Wassers, unter der der Wirkungsgrad Not leidet. Wesentlich besser liegen die Verhältnisse beim weit geschaufelten Löffelrad, das darum auch einen hohen Wirkungsgrad besitzt. Bei der Axialturbine kommt als ungünstiger Umstand hinzu, daß nur der mittlere Wasserfaden richtig geführt wird.

Die Austrittsverluste aus dem Laufrade lassen sich durch ein stetig anschließendes konisches Saugrohr stark herabziehen. Die Gelegenheit dazu bietet indessen nur die Francis-Turbine.

An hohem Wirkungsgrad kommt keine Turbinenform derjenigen von Francis gleich. Unter den staufreien Turbinen steht das Löffelrad voran.

185. Geschwindigkeit. In vielen Fällen kommt es nicht weiter darauf an, wie schnell die Turbine geht; man kann sie dann so entwerfen, daß sie unter den sonstigen Gesichtspunkten möglichst zweckmäßig ausfällt. Es tritt aber häufig genug der Fall ein, daß man sich an eine gegebene Umlaufzahl zu halten hat oder daß man die Geschwindigkeit bei kleinem Gefälle möglichst groß oder, bei großem Gefälle, umgekehrt möglichst klein zu halten wünscht. Es ist im besonderen die Elektrotechnik, die für den unmittelbaren Antrieb der Dynamomaschinen größere Anforderungen an die Geschwindigkeit stellt.

Eine Verminderung der Umlaufzahl läßt sich durch eine Vergrößerung des Durchmessers leicht herbeiführen, und dazu eignet sich die teilschlächtige Turbine am besten, bei der, abgesehen von den Kosten, keine Grenzen in dieser Hinsicht bestehen.

Soll umgekehrt die Umlaufzahl möglichst hoch hinauf getrieben werden, so hat man den Durchmesser tunlichst zu verkleinern und die Umfangsgeschwindigkeit zu steigern. Dazu eignet sich die Francis-Turbine am besten. Bei größeren Anlagen mit mehreren Turbinen kann man sich helfen, indem man die Einheiten kleiner und ihre Anzahl größer wählt, oder, was im Grunde auf dasselbe hinausläuft, indem man mehrere Turbinen auf dieselbe Welle setzt. Zu demselben Ziele führt bei teilschlächtigen Turbinen das Anbringen mehrerer Einläufe an demselben Rade.

186. Regulierfähigkeit. Die Anpassung an die sinkende Wassermenge soll derart erfolgen, daß der Wirkungsgrad möglichst wenig darunter leidet. Dieser Bedingung entsprechen am besten die staufreien Turbinen. Auch die Jonval-Turbine mit ventilierter Zellenregulierung befriedigt. Unter den Regulierungen für vollschlächtige Radialturbinen ist die Finksche Drehschaufel die günstigste; der Spaltschieber dagegen gibt die größten Verluste.

Zwar zeigt auch die Finksche Regulierung bei vorgerücktem Schlusse eine verhältnismäßig beträchtliche Einbuße am Wirkungsgrade. Man kann indessen durch Anwendung einer starken Überfüllung dafür sorgen, daß auch kleine Bruchteile der Wassermenge noch vorteilhaft ausgenützt werden, und es steht darum die Francis-Turbine mit Finkschen Drehschaufeln in der ersten Linie. Sie hat leider den Nachteil, daß für große Gefälle die Lagerung der Drehschaufeln an Dauerhaftigkeit zu wünschen übrig läßt.

Die Anforderungen an die Genauigkeit der Geschwindigkeitsregulierung sind durch die Bedürfnisse der Elektrotechnik stark in die Höhe getrieben worden. Bei elektrischen Betrieben können äußerst starke und plötzliche Schwankungen der Belastung auftreten, denen sich die Turbine sofort anpassen muß. Es wird darum verlangt, daß die Leistung der Turbine in Zeit von 2 bis 4 Sekunden von ihrem vollen Werte auf null zurückgeführt werden könne. Dieser Anforderung genügen nur jene Abschützungen, bei denen schon eine kleine Bewegung den völligen Schluß herbeiführt; das sind diejenigen, die sämtliche Leitkanäle zugleich verengen. Bei Turbinen mit einzelnen Leitkanälen kommen die in Abschnitt 146 abgebildeten Vorrichtungen zur Verwendung. Bei vollschlächtigen Radialturbinen erfüllt der Spaltschieber diese Bedingung, allerdings auf Kosten des Wirkungsgrades. Die Regulierungen von Fink, Schaad und Zodel lösen die Aufgabe für die Francis-Turbine. Ganz ungenügend sind die Zellenregulierungen, und da man für Axialturbinen keine andere Art der Abschützung hat, werden diese Turbinenformen heute nicht mehr gebaut.

187. Lage der Welle im Raum. Zu der Zeit, als die Turbine noch ausschließlich für den Fabrikbetrieb verwendet wurde und der Räderantrieb das gebräuchliche Übertragungsmittel war, pflegte man die Turbinenwelle senkrecht zu stellen. Seither ist die wagrechte Lage sehr gebräuchlich geworden, weil sich diese für die Übertragung mit Seilen oder Riemen und auch für den direkten Antrieb von Dynamomaschinen besser eignet.

Die senkrechte Lage ist mit Rücksicht auf die Verhältnisse beim Austritte als gegeben anzusehen für die Fourneyron- und für die vollschlächtige Girard-Turbine.[1]) Sie gibt den bequemsten Anschluß für das Saugrohr und die einfachste Aufstellung für Jonval- und Francis-Turbinen. In den großen hydro-elektrischen Zentralen

[1]) Es kommt zwar diese in der innerschlächtigen Form auch mit liegender Welle zur Ausführung; man verliert dabei etwas mehr Gefälle für das Freihängen und muß besondere Ablenkungsvorrichtungen für das austretende Wasser anbringen, damit es nicht auf das Rad zurückfällt.

für niederes Gefälle ist die senkrechte Welle mit mehrfacher Francis-Turbine und der Dynamomaschine am oberen Ende sehr beliebt, weil sie eine sehr gedrängte Anordnung gibt. Neuerdings wird der Ringspurzapfen endständig ausgeführt und das Spurlager auf der Dynamomaschine befestigt; man spart damit ein Stockwerk des Unterbaues.

Die wagrechte Lage der Welle versteht sich von selbst für das Löffelrad und die Schwammkrug-Turbine sowie für die Francis-Turbine mit Spiralgehäuse; sie kann aber auch für die offene Aufstellung von einfachen oder mehrfachen Francis-Turbinen zur Anwendung gelangen, wo dies nötig erscheint.

Turbinen mit schrägliegender Welle kommen nur ganz ausnahmsweise vor.

188. Schlußfolgerungen. Überblickt man die Eigenschaften der verschiedenen Turbinenformen, so kommt man zum Schluß, daß das Löffelrad und die Francis-Turbine, jedes in seinem Bereich, allen andern gegenüber im Vorsprung sind. Da man mit diesen beiden Formen allen vorkommenden Bedürfnissen genügen kann, so haben die übrigen viel von ihrer Bedeutung verloren, und abgesehen von besonderen Fällen werden sie seit einigen Jahren kaum noch ausgeführt; wo ältere Turbinen in Abgang kommen, werden sie durch eine der beiden Formen ersetzt. Daß hierbei der Francis-Turbine der Löwenanteil zufällt, hat seinen auf der Hand liegenden Grund.

VIII. Der Spurzapfen.

21. Kapitel.

Die Belastung und Bemessung des Spurzapfens.

189. Zusammensetzung der Zapfenbelastung. Der Spurzapfen bildet bei Turbinen mit senkrechter Welle einen wichtigen Bestandteil des ganzen Baues, und von seinem guten Verhalten hängt die Betriebssicherheit der Turbine in hohem Maße ab; Heißlaufen und Anfressen bringen die schwersten Störungen hervor. Soll sich der Zapfen dauernd in gutem Zustand erhalten, so muß man seine Tragfläche der Belastung und der Geschwindigkeit anpassen und überdies für eine ausgiebige Schmierung sorgen. Befindet sich der Zapfen am unteren Ende der Welle, so ist er schlecht zugänglich und kann nicht beaufsichtigt werden. Man hat darum sinnreiche Einrichtungen erdacht, durch die der Zapfen in die Mitte oder an das obere Ende der Welle verlegt wird (ober- und mittelständige Zapfen, die als Überwasser- und als Ringzapfen ausgeführt werden, vgl. Fig. 158, Abschnitt 122, und Fig. 172, Abschnitt 134).

Für die Bestimmung der Zapfenfläche ist die Kenntnis der Belastung erforderlich. Die Posten, aus denen sich diese zusammensetzt, sind die folgenden:

1. Das Eigengewicht des Laufrades, der Welle und aller übrigen Teile, die fest damit verbunden sind, das Eigengewicht des im Laufrad enthaltenen Wassers und allfällige Axialschübe, die sich aus dem Rädereingriff ergeben.
2. Der statische Druck des Wassers auf das Laufrad, der übrigens nur bei Turbinen mit gestautem Durchfluß auftreten kann.
3. Die dynamische Rückwirkung des durch das Laufrad strömenden Wassers.

190. Das **Eigengewicht** setzt sich zusammen aus demjenigen des Wassers im Laufrad und aus demjenigen des Laufrades selbst mit allen damit fest verbundenen Teilen, als Welle, Kupplungen, Zahnräder usw. Die Berechnung muß an Hand der Zeichnung durchgeführt werden, und da die Abmessungen der Welle häufig mit dem erst noch zu berechnenden Zapfendurchmesser zusammenhängen, wird man sich vorläufig mit einem mehr oder weniger flüchtigen Entwurfe begnügen müssen, indem man sich vorbehält, nach genauerer Ausführung des Entwurfes eine Nachprüfung vorzunehmen.

Faustregeln, die aus bekannten Ausführungen abgeleitet sind, kürzen die vorläufige Gewichtsbestimmung sehr ab, sind aber mit Vorsicht anzuwenden, da sie nicht allen Umständen Rechnung tragen können. Reiffer[1]) gibt für das Gewicht in Kilogramm der Laufräder der vollschlächtigen Axialturbine die Formel

$$G = k\, D^2 \sqrt[3]{Q}\,,$$

wo D der mittlere Durchmesser in Metern und Q die Wassermenge in l/sek bedeutet. Darin wäre zu nehmen

$k = 30$ für Gußschaufeln,

$k = 40$ für Blechschaufeln.[2])

Eine andere Faustformel für Francis-Turbinen lautet

$$G = 3000 \text{ bis } 3500\, D^2 b\,,$$

wobei D der äußere Durchmesser und b die Eintrittsbreite in Metern bedeutet.

Für das Gewicht der Zahnräder kann etwa die Formel benutzt werden

$$G = 0{,}06 \text{ bis } 0{,}08\, a^2 b\, z\,,$$

wo a und b die Dicke und die Breite der Zähne in Zentimetern und z die Anzahl derselben bedeutet.

Bei ganz eingetauchten Turbinen kommt der Auftrieb in Abzug, und das Gewicht des Wassers im Laufrad fällt aus der Rechnung.

191. Wasserdruck. Es sind hier der Druck auf den Spalt und der Druck auf die Seitenflächen der Radkränze zu unterscheiden. Beide treten nur auf, wenn der Durchfluß durch das Laufrad gestaut ist, wenn also $p_1 > p_2$.

Der Druck auf den Spalt läßt sich leicht so genau bestimmen, als für den vorliegenden Zweck nötig ist. Bedeutet F_s die ganze Anschlußfläche des Laufrades an das Leitrad und F_s' die Projektion

---

[1]) Einfache Berechnung der Turbine, Zürich 1896.

[2]) Da bei eingegossenen Blechschaufeln die Kränze dicker sein müssen, fällt hier das Gewicht größer aus.

dieser Fläche auf eine Ebene normal zur Achse, so ist der Druck auf den Spalt

$$P_s = F_s' (p_1 - p_2).$$

Als Maß für den Spaltüberdruck $p_1 - p_2$ kann man meistens genau genug das halbe Gefälle nehmen.

Der Druck auf die Seitenflächen der Radkränze liefert nur dann einen Axialschub, wenn die Seitenflächen selbst eine endliche Projektion auf eine Ebene normal zur Achse ergeben. Dies ist bei der Francis-Turbine (Fig. 239) der Fall. Über die Drücke p_0 und p_u läßt sich weiter nichts sagen, als daß sie zwischen p_1 und p_2 liegen. Ihre Größe hängt ab von der Menge des durch den Spalt fließenden Wassers, von den Widerständen an der Anschlußfläche, von den Widerständen beim Übergang in den Saugraum und von der Geschwindigkeit, mit der das Wasser an der Drehung des Laufrades teilnimmt. Das gäbe eine recht verwickelte Untersuchung, die nicht ohne eine ganze Reihe von mehr oder weniger willkürlichen Annahmen durchführbar wäre.[1]) Man wird darauf Bedacht nehmen, den Druck p_0 so stark als möglich zu vermindern, indem man dem oberen Raum eine reichliche Verbindung mit dem Saugraume gibt.

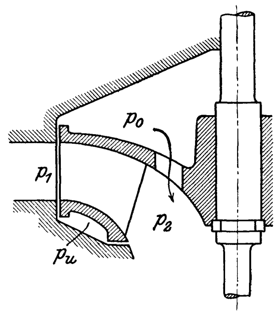

Fig. 239.

192. Dynamische Rückwirkung. Für die Bestimmung der dynamischen Rückwirkung des strömenden Wassers liefern die Untersuchungen in Abschnitt 58 die nötigen Anhaltspunkte. Bezeichnet man mit c_{0z} und c_{2z} die axialen Komponenten der absoluten Geschwindigkeiten beim Austritt aus dem Leit- und dem Laufrad, und bedeutet M die in der Sekunde durch die Turbine fließende Wassermasse, so ist die dynamische Rückwirkung

$$P_d = M(c_{0z} - c_{2z}).$$

Dabei gilt als positiv der Druck, der denselben Sinn wie c_{2z} hat.

Bei der Jonval-Turbine würde sich für unendlich dünne Schaufeln sofort ergeben

$$c_{0z} = c_{2z}$$

und

$$P_d = 0.$$

Für endliche Schaufeldicken wird dies wenigstens annähernd

[1]) Kobes, Der Druck auf den Spurzapfen. Leipzig und Wien 1906.

zutreffen. Auch für die staufreien Axialturbinen ist der Unterschied zwischen c_{0z} und c_{2z} klein und somit auch die Rückwirkung. Bei Turbinen mit ganz radialem Durchfluß fällt der Axialschub von vornherein dahin. Für Francis-Turbinen mit axialem Austritt ist die Rückwirkung

$$P_d = -Mc_3\,,$$

wobei c_3 die Geschwindigkeit im oberen Saugrohrquerschnitt bedeutet. Der Axialschub ist nach oben gerichtet und bringt eine Entlastung hervor. Wird infolge des teilweisen Schließens des Leitrades die Wassermenge kleiner, so nimmt auch die Geschwindigkeit c_3 in demselben Verhältnis ab. Der Druck sinkt also mit dem Quadrate der Durchflußmenge.

193. Entlastung. Eine völlige Entlastung von allen statischen und dynamischen Wasserdrücken erreicht man dadurch, daß man die Turbine streng symmetrisch zu einer Ebene normal zur Achse baut. Die Symmetrie ist vorhanden beim Tangentialrad und bei der Francis-Turbine mit beidseitigem Austritt. Sie läßt sich leicht erzielen, wo mehrere Turbinen auf ein und derselben Welle sitzen. Bei liegender Welle bestehen dann überhaupt keine Axialschübe mehr.

Ferner kann man durch Einbauen von Entlastungskolben[1]) den Axialschub auf jeden beliebigen Grad zurückführen. Es ist aber damit zu rechnen, daß die Belastung sich zum Teil mit der Durchflußmenge ändert. Die Entlastungskolben können der Einwirkung des Triebwassers unterstellt werden. Es kommen aber auch solche zur Anwendung, die mit gepreßtem Öl belastet werden. Wird Öl mit hohem Druck unter den Spurzapen gepreßt, so wirkt dieses sowohl durch die ausgeübte Entlastung günstig als auch durch die sichere und reichliche Schmierung, die damit erreicht wird.

194. Größe des Spurzapfens. Die Zapfenfläche wird in der Mitte etwas ausgenommen, weil sonst bei eintretender Abnutzung am äußeren Teile innen zu hohe Pressungen entstünden.

Bei der Bemessung der Zapfenfläche sind zwei Rücksichten zu nehmen. Erstens darf der Druck auf die Flächeneinheit oder der spezifische Druck p nicht zu groß ausfallen, da sonst das Öl zwischen den Berührungsflächen herausgequetscht würde. Man nimmt etwa

$$p = 40 + 0{,}3\,\sqrt{P}\ \mathrm{kg/qcm.}^{2)}$$

Das will sagen, man macht aus der Not eine Tugend und läßt

---

[1]) Bei der Turbine Fig. 168, Abschnitt 130, wird das Laufrad selbst als Entlastungskolben benutzt.

[2]) Taschenbuch der „Hütte", 19. Aufl., Bd. I, S. 847.

für große Belastungen größere Werte von p zu. Bei der Berechnung der Fläche sind die Ölnuten usw. in Abzug zu bringen.

Sodann muß die Fläche reichlich genug bemessen werden, daß die Reibungswärme sicher abgeleitet wird. Hier kommt die Umlaufgeschwindigkeit zur Geltung. Nach Pfarr[1]) soll die Breite b der tragenden Ringfläche sein

$$b \geqq \frac{P \mu n}{4000}.$$

Der Reibungskoeffizient μ wird gewöhnlich zu 0,05 angesetzt; bei sorgfältiger Ausführung und reichlicher Schmierung kann er bis auf 0,02 sinken.

Als Material für die Zapfenflächen benutzt man feinkörniges Gußeisen, Bronze und gehärteten Gußstahl; doch soll nie Bronze auf Bronze und noch weniger Stahl auf Stahl laufen.

Um eine reichliche Schmierung zu erzielen, läßt man den Zapfen im Ölbad laufen. Durch zweckmäßig angelegte Ölnuten soll dem Öl der Zutritt zu allen Punkten der Tragfläche gesichert werden. Bei schwer belasteten Zapfen leitet man im Ölbad einen zwangläufigen Kreislauf ein und kühlt das warm gewordene Öl durch eine Wasserkühlung, oder es wird ein Wasserkreislauf durch das Ölbad geführt.

---

[1]) Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb, Berlin 1907, S. 469.

IX. Die experimentelle Untersuchung.

---

22. Kapitel.

Prüfung der Turbinen auf ihre Betriebseigenschaften.

195. Ziel der Untersuchung. Die vollständige experimentelle Untersuchung hat zum Ziel, die Eigenschaften einer bestehenden Turbine in dem Umfange festzustellen, daß man bei einem gegebenen Gefälle für jeden Öffnungsgrad der Abschützung und für jede Umlaufzahl die Leistung und den Wirkungsgrad angeben kann. In dieser Vollständigkeit erfordert die Untersuchung mehr Zeit, als der regelmäßige Betrieb einzuräumen in der Lage ist. Man wird sich in der Regel darauf beschränken müssen, zu untersuchen, ob die vertraglichen Garantien erfüllt sind. Der Konstrukteur hat versprochen, daß die Turbine bei einem bestimmten Gefälle und einer gewissen Geschwindigkeit für eine festgesetzte maximale Wassermenge und deren Bruchteile gewisse Leistungen mit vorgeschriebenen Wirkungsgraden aufbringen werde. Es ist häufig nicht möglich, die Untersuchungen genau unter den vertraglichen Bestimmungen durchzuführen; so kann je nach den Wasserverhältnissen infolge von Rückstau im Unterwasser usw. das Gefälle nicht unerheblich von dem vertraglich angenommenen abweichen, oder es will beim Versuch nicht immer gelingen, die vorgeschriebene Umlaufzahl genau einzuhalten, usw. Dann bleibt nichts anderes übrig, als aus den Beobachtungen auf dem Wege der Rechnung zu ermitteln, was die Turbine unter den im Vertrage vorgesehenen Verhältnissen leisten würde. Das ist aber mit einiger Zuverlässigkeit nur möglich, wenn man das Verhalten der Turbine innerhalb eines gewissen Spielraumes kennt; man darf sich also nicht zu enge an die normale Geschwindigkeit halten, sondern es soll die Untersuchung auf möglichst verschiedene Geschwindigkeiten ausgedehnt werden. Das ist auch aus einem andern Grunde zu empfehlen. Es stellt sich hierbei nicht selten heraus, daß die angenommene Betriebsgeschwindigkeit nicht zusammenfällt mit der Geschwindigkeit des besten Wirkungsgrades. In solchen Fällen kann man durch eine Änderung der Übersetzung, den Austausch einer Riemenscheibe und dgl. die Turbine dahin bringen, daß sie mit der besten Geschwindigkeit läuft und damit den vertraglichen Wirkungsgrad erreicht.

Die Größen, die unmittelbar bestimmt werden, sind:

Gefälle,
Umlaufzahl,
Drehmoment und
Wassermenge.

Durch eine einfache Rechnung finden sich daraus:

Leistung und
Wirkungsgrad.

196. Das **Gefälle** ist meistens einem fortwährenden Wechsel unterworfen und muß daher in regelmäßigen Zwischenräumen von wenigen Minuten notiert werden. Man rechnet dann mit dem arithmetischen Mittel.

Wo der Oberwasserspiegel leicht zugänglich ist, bei fehlendem oder kurzem Zuleitungsrohr, wird der Oberwasserstand mittels eines Schiebepegels abgestochen. Eine scharfe Einstellung gestattet die auftauchende Spitze nach Fig. 240, sofern der Wasserspiegel gut beleuchtet und ruhig ist. Der Unterwasserspiegel läßt in dieser Hinsicht meistens alles zu wünschen übrig. Hier leistet ein handgroßes, stumpf auf das untere Ende des Pegels aufgenageltes Brettchen gute Dienste. Der Pegel wird derart eingestellt, daß die Oberfläche des Brettchens ungefähr die halbe Zeit überschwemmt und die halbe Zeit außer Wasser ist; man kann das von oben sehr gut beobachten.

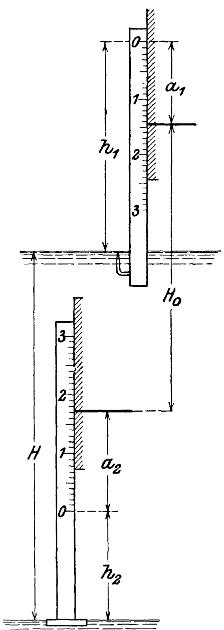

Fig. 240.

Bei der in Fig. 240 gewählten Anordnung der Skalennullpunkte ist das Gefälle

$$H = (H_0 - h_1 + h_2) + a_1 + a_2 .$$

Der Klammerausdruck ist kontant und wird zu Beginn des Versuches genau ausgemittelt; man hat nur die beiden Pegelablesungen hinzuzählen, um das Gefälle zu erhalten.

Bei langen Zuleitungsröhren muß der Oberwasserstand mittels eines Manometers abgelesen werden, damit nicht die Verluste der Zuleitung ungerechterweise der Turbine zur Last geschrieben werden. Das Manometer soll möglichst an einem geraden Teil des Zuflußrohres aufgesetzt werden, so daß man annehmen darf, der abgelesene Druck herrsche in allen Punkten des Querschnittes. Das Manometer sollte kontrolliert werden, indem man bei abgeschlossener Turbine seine Angaben mit dem durch Nivellement ermittelten Gefälle vergleicht. Zuverlässiger als das Manometer ist das Piezometer, das bei mäßigen Gefällen häufig gute Dienste leistet. Die Geschwindigkeitshöhe sollte streng genommen zum Druckgefälle hinzugeschlagen werden (vgl. Abschnitt 78).

197. Die **Umlaufzahl** kann bei mäßigen Geschwindigkeiten direkt ermittelt werden, wenn jeder Umlauf ein hörbares Zeichen gibt. Man kann das z. B. dadurch herbeiführen, daß man eine hölzerne Feder anbringt, die gegen einen Keil schlägt. Das hörbare Zeichen ist deutlicher als das sichtbare, weil das Ohr rhythmisch besser geschult ist als das Auge; dieses ist dann zudem für die Beobachtung der Sekundenuhr frei. Wenn man drei oder vier Schläge zu einem

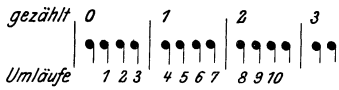

Fig. 241.

Takt zusammenfaßt, kann man ganz gut bis 300 Umläufe in der Minute abzählen. Hört die Minute mit einem schlechten Taktteil auf, so liegt für den Anfänger die Gefahr nahe, sich um eine Umdrehung zu verzählen, vgl. Fig. 241. Ist das eine Wellenende zugänglich, so wird man am sichersten einen mechanischen Umlaufzähler anwenden. Der Antrieb sollte nicht durch die dreikantige Spitze, sondern durch einen Mitnehmer erfolgen. Beim Ein- und Ausrücken entstehen leicht Fehler. Besser ist es, den Umlaufzähler stets im Antrieb zu belassen, und nur das Zählwerk aus- und einzurücken. Wo dies nicht möglich ist, beobachtet man mit Hilfe der Stechuhr die Zeit, die auf eine größere runde Zahl von Umläufen entfällt, und rechnet daraus die Zahl der Umläufe in der Minute aus.

198. Das **Drehmoment** wird mittels des Pronyschen Zaumes gemessen, von dessen Einrichtung Fig. 242 eine Vorstellung gibt. Es ist hier angenommen, daß die Welle wagrecht liege. Auf derselben ist eine Rolle mit zylindrischem Kranze aufgekeilt. Diese ist von einem mit Holz garnierten Zaum umgeben, den man mittels Schrauben nach Bedarf anziehen kann. Durch die Reibung, die hierbei entsteht, überträgt die Rolle das Drehmoment der Turbine auf den Zaum. Die Gegenwirkung der Brückenwage hält den Zaum im Gleichgewicht und mißt das Moment. Es bedeute T den Druck, den der Hebel des Bremszaumes vermöge seines Eigengewichtes auf die Wage ausübt, oder die Tara. Q bezeichne die ganze Rückwirkung der Wage. Dann ist

$$P = Q - T$$

der Druck, den das Drehmoment auf die Wage überträgt, und man hat für das Moment selbst

$$\mathfrak{M} = Pl\,.$$

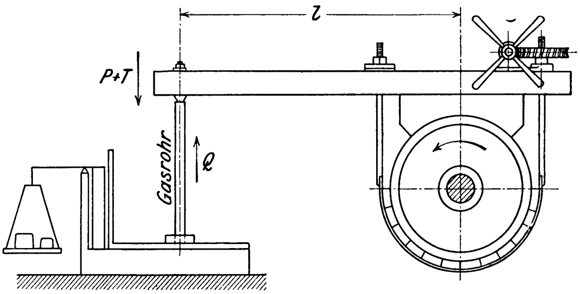

Fig. 242.

Ist n die Umlaufzahl, so findet sich die Leistung

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{Pn}{\dfrac{9{,}55}{l}} \text{ mkg} \\ N &= \frac{Pn}{\dfrac{716{,}21}{l}} \text{ P. S.} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (293)$$

Hierbei sind P und l in Kilogramm und Meter auszudrücken.

Die Bestimmung der Tara kann in der Weise vorgenommen werden, daß man den Zaum lockert und oben zwischen Backen und Rolle ein dünnes Rundeisen parallel zur Achse genau senkrecht über dem Mittel einschiebt.[1]) Das Ergebnis wird leicht un-

[1]) Hierbei sind die Ränder der Rolle sehr hinderlich. Man kann sich dadurch helfen, daß man sie durchbohrt und die Rolle so dreht, daß die Löcher genau senkrecht über dem Mittel liegen. Es ist übrigens ein Schlendrian, die Rollen mit Rändern zu versehen. Richtiger wäre, den Kranz völlig glatt zu machen und den Zaum übergreifen zu lassen. Hierbei würde das Kühlwasser besser zusammengehalten.

sicher, wenn der Zaum an der Rolle streift. Bequem, aber nicht sehr genau findet man die Tara, indem man den Zaum lockert und beobachtet, bei welcher Belastung die Brücke der Wage nach oben und bei welcher Entlastung sie nach unten ausschlägt und das arithmetische Mittel nimmt. Der sicherste Weg ist folgender. Nachdem die Rolle abgenommen wurde, stellt man den Zaum wieder darüber zusammen und lagert die Rolle auf einem in die Nabe eingelegten Rundeisenstab. Gibt man dem Bremszaum dieselbe Neigung gegen den Horizont, die er während des Versuches inne hatte, so kann man die Tara abwägen.

Die ganze Leistung der Turbine wird durch die Reibung aufgezehrt und in Wärme übergeführt. Damit die Bremse dauernd spiele, muß ein gleichmäßiger Reibungszustand erhalten werden. Bei steigender Temperatur wächst die Reibung äußerst schnell und zudem würde die Bremse in kürzester Zeit zerstört; es ist daher für ausreichende Ableitung der Wärme zu sorgen; die Bremse muß ausgiebig gekühlt werden. Am besten ist Seifenwasser, das zugleich kühlt und schmiert; man hat aber Mühe, es für größere Kräfte in genügenden Mengen zu beschaffen. Für eine Pferdestärke ist in der Minute eine Wärmemenge von

$$\frac{75 \cdot 60}{427} = 10{,}5 \text{ Cal.}$$

abzuleiten. Läßt man eine Erwärmung des Wassers um 30^0 zu, so bedarf es für je eine Pferdestärke in der Minute einer Kühlwassermenge von 0,35 l. Möglichst viel Kühlwasser ist die erste Bedingung für eine sichere Bremsung.

Eine Schwierigkeit besteht darin, das aufgeleitete Wasser auch wirklich zum Kühlen der Reibungsfläche auszunützen, so daß es nicht nur gleich wieder abläuft. Dies gelingt am besten, wenn man den Kranz der Bremsrolle hohl gießt und das Wasser stetig durchströmen läßt. Für die Zu- und Ableitung des Wassers sind besondere Einrichtungen nötig. Bei dem schlechten Wärmeleitungsvermögen des Holzes ist indessen noch immer eine Außenkühlung in mäßigem Betrage erforderlich, die zugleich schmierend wirken soll. Man nimmt hierzu Seifenwasser in kleineren Mengen. Zuverlässiger dürften ein Tropfschmierer für Öl zum Schmieren und ein Wasserstrahl zum Kühlen nebeneinander wirken. Die Holzbekleidung des Zaumes soll reichliche Nuten haben.

Sehr wichtig ist es, der Umfläche der Bremsrolle eine Ausdehnung zu geben, die im richtigen Verhältnis zur abzubremsenden Kraft ist. Die Größe der Umfläche steht im Zusammenhang mit der Wärmemenge, die abzuleiten ist, also mit der Leistung. Hauptsächlich aber kommt es darauf an, daß der Schmierung wegen die spezifische Pressung zwischen Backen und Rollenkranz ein gewisses Maß nicht überschreite; demnach wäre also die Größe des Momentes maßgebend.[1]) Hierbei ist aber auch das Mittel von Einfluß, das man für die Außenkühlung anwendet. Mit Seifenwasser kann man mehr als das Anderthalbfache von dem leisten, was man mit gewöhnlichem Wasser erreicht.

Bezeichnet B die Kranzbreite und D den Durchmesser der Bremsrolle in Metern, so sei für reichliche Innenkühlung und Seifenwasser zur Außenkühlung

$$BD = 0{,}15 \frac{N}{n},$$

wobei sich N und n auf die normale Geschwindigkeit beziehen; es bleibt hierbei noch Spiel genug, um den Versuch auf kleinere Geschwindigkeiten ausdehnen zu können. Ist nur Außenkühlung, selbst mit beträchtlichen Wassermengen, vorhanden, so ist die Umfläche der Bremsscheibe bedeutend größer zu nehmen, nämlich etwa

$$BD = 0{,}23 \frac{N}{n}.$$

Die Anordnung der Bremse kann sehr verschiedenartig getroffen werden; zwei Punkte sind dabei im Auge zu behalten: das Moment der Rückwirkung der Wage soll wachsen, wenn der Hebel im Sinne der Drehung ausschlägt, ansonst kein stabiler Gleichgewichtszustand eintritt, und zweitens ist die Bewegung des Hebels durch starke Anschläge so eng zu begrenzen, daß jede Gefahr für die Bedienungsmannschaft ausgeschlossen ist.

Die Genauigkeit der Bremsung hängt davon ab, ob es dem Bremsführer gelingt, die Wage dauernd in der Schwebe zu halten. Die erste Voraussetzung hierzu ist die genügende Umfläche der Bremsrolle und reichliche Kühlung. Es ist aber von Seite desjenigen, der die Bremse bedient, noch recht viel Geschick und Übung erforderlich. Der Holzbelag des Zaumes nützt sich fortwährend ab, und es muß daher die Bremse immer wieder nachgezogen werden, und nun besteht die Schwierigkeit darin, dieses Anziehen rasch und doch so vorsichtig auszuführen, daß ja nicht übers Ziel hinausgeschossen werde. Der Bremsführer soll jede Änderung der Geschwindigkeit sofort wahrnehmen und ebensosehr mit dem Gehör als mit dem Gesicht aufmerken. Damit er nicht die ganze Zeit die Hand

---

[1]) Das steht im Einklang mit der Tatsache, daß man um so mehr Mühe hat, die Bremse in der Schwebe zu erhalten, je mehr die Geschwindigkeit infolge gesteigerter Belastung abnimmt, obwohl die Leistung hierbei kleiner wird.

am Griffrad habe und damit einen ungewollten falschen Druck auf die Wage hervorbringe, empfiehlt es sich, das Griffrad durch leichte Schläge (mit einem Holzhammer) anzutreiben. Kautschukunterlagen unter den Muttern erleichtern die Führung sehr, da sie einen elastischen Druck ergeben.

Die Bremsung auf der vertikalen Welle ist umständlicher als die auf der liegenden. Der Hebel der Bremse muß aufgehängt werden; der Druck wird durch Winkelhebel auf die Wage übertragen.

Häufig ist man durch örtliche Verhältnisse dazu gezwungen, auf dem Vorgelege zu bremsen. Es müssen dann die Arbeitsverluste von der Turbinenwelle bis zur Bremse so gut als möglich berechnet und der Turbine gutgeschrieben werden.

199. Die **Wassermenge** ist diejenige Größe, deren Bestimmung in der Regel am meisten Schwierigkeiten bereitet und am unsichersten ist. Ob man den Zu- oder den Abfluß mißt, ist gleichgültig, sofern unterwegs keine Verluste eintreten können; man kann also hierüber die Bequemlichkeit entscheiden lassen.

Die sicherste Methode ist die direkte Messung mit großen Gefäßen. Ihre Anwendung ist auf kleine Wassermengen beschränkt und an die Bedingung gebunden, daß genügendes Gefälle vorhanden ist, um das Wasser in das Gefäß hineinlaufen zu lassen. Das Meßgefäß muß so groß sein, daß sich eine Füllzeit von hinreichender Länge ergibt, um sie scharf genug beobachten zu können. In der Regel wird es sich um Bottiche von einigen hundert Liter Inhalt handeln. Eine bewegliche Blechrinne wird derart angeordnet, daß man den Wassereintritt genau im gewollten Augenblick einleiten und wieder unterbrechen kann. Die Wassermenge im Bottich kann durch Eichung oder durch Wägung bestimmt werden; die letztere ist zuverlässiger. Benützt man gleichzeitig zwei Brückenwagen, auf die man den Bottich (mit Walzenunterlagen) stellt, so kann man mit sehr großen Bottichen arbeiten. Je länger die Meßzeit dauert, desto weniger kommen die Fehler beim Ein- und Ausrücken zur Geltung.

Kann man im Zu- oder Abfluß einen Überfall einbauen, so ist dieser weitaus das bequemste Mittel zur Bestimmung mittlerer Wassermengen. Die ganze Beobachtung beschränkt sich auf das Abstechen der Überfallhöhe; man kann daher in kurzer Zeit sehr viele Messungen durchführen. Dies ist besonders wertvoll, wenn die Durchflußmenge sich mit der Umlaufzahl ändert, wie z. B. bei der Francis-Turbine. Das Wasser soll dem Überfall möglichst ruhig und namentlich auch ganz blasenfrei zuströmen. Nötigenfalls muß es durch vorgesetzte Hindernisse beruhigt werden. Der Pegel zum Abstechen der Überfallhöhe ist an einer Stelle anzubringen, die weit genug hinter dem Überfalle liegt, daß dort noch keine Senkung des Wasserspiegels eintritt. Der Pegel ist direkt auf die Überfallkante einzunivellieren; der Wasserspiegel der Hinterfüllung des Überfalles ist wegen der Wölbung, die er an der Kante annimmt, unzuverlässig.

Wo sich der Überfall nicht anwenden läßt, bleibt die Messung mit dem Woltmannschen Flügel übrig. Sie erfordert ziemlich viel Zeit; ihre Zuverlässigkeit hängt in erster Linie vom benützten Instrumente ab. Die Prüfung desselben erfordert besondere Einrichtungen, über die in der Regel nur staatliche Institute verfügen. Für die Vornahme der Flügelmessung wählt man ein Stück des Ober- oder Unterwasserkanals mit regelmäßigem Quer- und Längenprofil und gleichmäßigem Durchfluß. In einer größeren Anzahl von Punkten, die man gleichmäßig über den Querschnitt verteilt, wird mittels des Flügels die Geschwindigkeit gemessen. Durch Interpolation (auf graphischem Wege) findet man die mittlere Wassergeschwindigkeit und aus dem bekannten Inhalt des Querprofiles die Durchflußmenge. Wesentlich ist, daß man die Beobachtung für jeden einzelnen Punkt lang genug ausdehnt, daß die Fehler in der Zeitmessung kein zu großes Gewicht annehmen können.

200. Durchführung der Versuche. Nachdem man sich durch einen Vorversuch davon überzeugt hat, daß die Bremse gut spielt, geht man am besten in der Weise vor, daß man die Turbine bei normaler Öffnung durchbremst, d. h. eine größere Anzahl von Versuchen mit derselben Öffnung bei den verschiedensten Belastungen vornimmt. Die Beobachter notieren sich die Zeiten nach gleichgestellten Uhren, damit man hernach sofort die zusammengehörenden Größen der Bremsbelastung, der Umlaufzahl und des Gefälles finden kann. Diese Versuche werden wo möglich vom Stillstand bis zum Leergang ausgedehnt. Die Bestimmung des Bremsdruckes bei festgehaltener Turbine hat ihre Schwierigkeiten, da die Wage bei ruhender Welle wegen der Lagerreibung der letzteren nicht mehr frei spielt. Man entlastet die Wage so lange, bis sie sinkt, belastet sie wieder bis zum Steigen und nimmt den Mittelwert.[1]) Die Leerlaufgeschwindigkeit wird man in der Regel erst am

[1]) Bei Tangentialrädern ist der Versuch nicht durchführbar, weil das vom Wasser ausgeübte Drehmoment sich je nach der Stellung der Schaufel zum Strahl stark ändert. Man macht darum die Erfahrung, daß die Bremse bei kleinen Geschwindigkeiten nicht mehr spielen will.

Schlusse sämtlicher Versuche nach Abnahme des Zaumes bestimmen können.

Ist für die Wassermessung ein Überfall vorhanden, so wird bei jedem Versuche gleich die Überfallhöhe notiert, aus der sich die zugehörige Wassermenge berechnen läßt. Man wiederholt die Durchbremsung für die verschiedenen Öffnungsgrade, soweit es die Bremse gestattet, und bekommt so eine sehr große Zahl von vollständigen Einzelversuchen in recht kurzer Zeit.

Muß die Wassermenge mit dem Flügel gemessen werden, so ist es notwendig, das Programm etwas einzuschränken, da die Flügelmessung viel Zeit erfordert. Nachdem eine Durchbremsung bei normaler Öffnung durchgeführt wurde, belastet man die Wage so stark, daß die Turbine möglichst genau die dem gerade vorhandenen Gefälle entsprechende normale Geschwindigkeit annimmt. Während man diesen Zustand möglichst unverändert beibehält, wird die Wassermessung vorgenommen. Der Versuch wird für verschiedene Füllungsgrade wiederholt; wenn es die Zeit erlaubt, wird er auch auf andere Geschwindigkeiten ausgedehnt.

Wenn es die Umstände erlauben, sollte man nicht unterlassen, diejenige Wassermenge zu ermitteln, bei der die unbelastete Turbine die normale Geschwindigkeit annimmt. Dieser Versuch wäre im Anschluß an die Leerlaufversuche vorzunehmen. Er ist nur möglich, wenn die Abschützung derart beschaffen ist, daß sie eine stetige Änderung der Wassermenge ergibt.

Beim Ausrechnen werden zunächst die Wassermengen und Geschwindigkeiten nach Abschnitt 177 auf einerlei Gefälle umgerechnet. Die durch das Eigengewicht der Bremsrolle und des Zaumes hervorgerufene Reibungsarbeit ist so gut als möglich zu berechnen und der Turbine gutzuschreiben; man pflegt dabei einen Zapfenreibungskoeffizienten von 0,05 anzuwenden. Bei der Anordnung nach Fig. 237 ist Rücksicht darauf zu nehmen, daß der Gegendruck der Wage eine Entlastung hervorbringt.

Wurde das Wasser mit dem Überfall gemessen, so kennt man für jeden Einzelversuch die Geschwindigkeit, das Moment und die Wassermenge. Man trägt diese Werte im rechtwinkligen Koordinatensystem auf, nimmt auf graphischem Wege eine Ausgleichung vor und berechnet weiterhin die Leistungen und die Wirkungsgrade, die, graphisch aufgetragen, nunmehr ein vollständiges Bild geben.

Mußte man dagegen das Wasser mit dem Flügel messen, so besitzt man in der Regel nur für einen Öffnungsgrad eine vollständige Momentenkurve; von den übrigen ist nur je ein Punkt bekannt. Desgleichen ist auch von den Wasserkurven je nur ein

Punkt vorhanden, und zwar wird dieser im allgemeinen nicht genau derjenigen Geschwindigkeit entsprechen, auf die es ankommt. Man muß darum das Bild zu ergänzen suchen. Das gelingt am sichersten von den Momentenkurven aus, die man in ihrem mittleren Verlauf ohne Gefahr als affin hinsichtlich der n-Achse ansehen darf und somit an Hand der einen aufgenommenen Momentenkurve leicht ein Stück weit ziehen kann. Aus den Momentenkurven lassen sich aber nach Fig. 223, Abschnitt 167, mit einem bekannten Punkte die Wasserkurven finden, sobald noch die Wassermenge für den Leergang bekannt ist.[1]) Damit bekommt man aber auch alles Weitere.

Es empfiehlt sich, schon während des Versuches die graphische Aufzeichnung zur Kontrolle zu benützen, um nötigenfalls sofort auf einen Versuch zurückzukommen, der aus der Reihe fällt. Nachträglich ist dies in den meisten Fällen nicht mehr möglich, weil der Betrieb nicht mehr gestört werden darf.

---

[1]) Bei der Francis-Turbine kann zur Festlegung der Wasserkurve bequem die Geschwindigkeit des Schwebens herangezogen werden, die man nach Abschnitt 166 aus den Radhalbmessern berechnet.