

# Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern

## V. Band

Erstes Heft (abgeschlossen am 12. April 1926)

Mit 170 Textabbildungen und 2 Tafeln

Unter Mitwirkung von

Dr. Fritz Ahrberg, Dr. Hans Becker, Dr. Otto Berg, Heinrich von Buol, Dr. Otto Dahl,  
Dr. Emil Duhme, Professor Viktor Engelhardt, Dr. Robert Fellingner, Dr. Ludwig Fischer,  
Dr. Dr.-Ing. e. h. Adolf Franke, Wilhelm Gaarz, Professor Dr. Hans Gerdien, Dr. Wilhelm  
Faußer, Friedrich Heintzenberg, Professor Dr. Karl Herrmann, Dr. Martin Hosenfeld,  
Dr.-Ing. e. h. Carl Köttgen, Karl Küpfmüller, Dr. Albert Lotz, Dr. phil. h. c. Fritz Lüschen,  
Dr. Georg Masing, Dr. Hans Ferdinand Mayer, Dr. Friedrich Natalis, Dr. Franz Ollendorff,  
Wilhelm Peters, Geheimrat Professor Dr. Dr.-Ing. e. h. Walter Reichel, August Rotth,  
Professor Dr. Dr.-Ing. e. h. Reinhold Rudenberg, Nikolaus Schönfeldt, Richard Schwenn,  
Richard Swinne

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten  
des Siemens-Konzerns



Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg GmbH  
1926

# Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern

Fünfter Band  
1926—1927



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>

ISBN 978-3-662-22751-0 ISBN 978-3-662-24682-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-24682-5

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1926

# Inhaltsübersicht.

## 1. Heft.

	Seite
I. Aus dem Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Charlottenburg (Leiter: H. Beiersdorf).	
Fr. Natalis: Unsymmetrische Drehstromsysteme . . . . .	1
II. Aus der Wissenschaftlichen Abteilung der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. R. Rüdenberg).	
F. Ollendorff und W. Peters: Schwingungsstabilität parallelarbeitender Synchronmaschinen . . . . .	7
III. Aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: H. von Buol), Meßinstrumentenabteilung (Leiter: R. Schwenn).	
F. Ahrberg und W. Gaarz: Das Verhalten des Differentialschutzes nach Merz-Price bei Verwendung von Stromwandlern kleiner Leistung. II. Teil . . . . .	26
F. Ahrberg und W. Gaarz: Verhalten des Differentialschutzes nach Merz-Price in Mehrphasensystemen, insbesondere bei äußerem Erdschluß . . . . .	33
IV. Aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerks der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: Dr. phil. h. c. F. Lüschen).	
K. Küpfmüller und H. F. Mayer: Über Einschwingvorgänge in Pupinleitungen und ihre Verminderung . . . . .	51
R. Swinne: Elektronenionisierung und Ausbildung von Röntgenspektren . . . . .	80
V. Aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: H. von Buol), Physikalisches Laboratorium (Leiter: Dr. W. Haußer).	
O. Berg: Über neue Beobachtungen bei der Reflexion von Röntgenstrahlen am Kristallgitter . . . . .	89
VI. Aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerks der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: Prof. V. Engelhardt).	
K. Herrmann, M. Hosenfeld und N. Schönfeldt: Raumgitteranalyse von Kaliumchromat . . . . .	119
VII. Aus dem Forschungslaboratorium des Siemens-Konzerns zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr. H. Gerdien).	
E. Duhme und A. Lotz: Gold aus Quecksilber . . . . .	128
G. Masing und O. Dahl: Über die Erstarrung von eisenhaltigem Aluminium . . . . .	152
H. Becker: Über die Erhöhung der Viskosität von Ölen unter dem Einfluß der stillen Entladung . . . . .	160

## 2. Heft.

Dr. Hans Riegger. Von Professor Dr. H. Gerdien . . . . .	1
I. Aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Siemensstadt (Leiter: Geheimrat Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. W. Reichel).	
K. Krapp: Synchronmaschinen im untererregten Betrieb . . . . .	8
M. Liwshitz: Gleichlaufanordnung für Gleichstrommotoren mit Hilfe von synchronen Drehfeldmaschinen . . . . .	27

## IV

## Inhaltsübersicht des fünften Bandes.

	Seite
II. Aus dem Kabelwerk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Gartenfeld (Leiter: Dr. phil. und Dr.-Ing. e. h. A. Ebeling).	
A. Gyemant: Der dielektrische Effekt hochgespannter Felder . . . . .	55
III. Aus der Wissenschaftlichen Abteilung der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. R. Rüdberg).	
W. Peters: Der wirksame Widerstand von Stahlluminiumseilen . . . . .	61
IV. Aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: H. von Buol), Meßinstrumenteabteilung (Leiter: R. Schwen n).	
G. Keinath: Wechselspannungsmessung mit Meßkondensatoren . . . . .	69
F. Ahrberg u. W. Gaarz: Das Verhalten des Differentialschutzes mit wattmetrischem Relais bei äußerem Erdschluß . . . . .	93
V. Aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr.-Ing. e. h. V. Engelhardt).	
H. Fischer: Ein neues Verfahren zur Erkennung und quantitativen Bestimmung kleinster Mengen Beryllium . . . . .	99
VI. Aus dem Forschungslaboratorium des Siemens-Konzerns zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr. H. Gerdien).	
F. Trendelenburg: Beiträge zu Schallfeldmessungen . . . . .	120
G. Masing: Berechnung von Dehnungs- und Stauchungslinien auf Grund von inneren Spannungen . . . . .	135
G. Masing und W. Mauksch: Über das Verhalten von kaltgerecktem Messing bei Zug- und Stauchbelastung . . . . .	142
G. Masing: Über die Berechnung von Einwirkungsgrenzen in Mischkristallen . . . . .	156
G. Masing und L. Koch: Desoxydation von Nickel . . . . .	170
G. Masing: Thermokraft von metallischen Aggregaten . . . . .	175
G. Masing und C. Haase: Über die elektrische Leitfähigkeit des technischen Aluminiums	183
W. Nagel und R. H. Abelsdorf: Zur Kenntnis des Zerfalls organischer Verbindungen in der Wärme . . . . .	193
F. Evers und R. Schmidt: Die künstliche Alterung von Mineralölen. . . . .	211
E. Tiedemann: Neuer Vakuumsublimationsapparat . . . . .	229

## 3. Heft.

I. Aus der Wissenschaftlichen Abteilung der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. R. Rüdberg).	
R. Rüdberg: Schwachstromstörungen beim Schalten von Gleichstrombahnen . . . . .	1
F. Ollendorff: Der Stromübergang aus langgestreckten Leitern in die Erde . . . . .	8
W. Espe: Über den Emissionsmechanismus von Oxydkathoden . . . . .	29
W. Espe: Die Austrittsarbeit von Elektronen aus Erdalkalioxydkathoden . . . . .	46
II. Aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Siemensstadt (Leiter: Geheimrat Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. W. Reichel).	
M. Liwschitz: Die Asynchronmaschine in Verbindung mit fremderregter Drehstrom-Erregermaschine . . . . .	62
III. Aus dem Kabelwerk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Gartenfeld (Leiter: Dr. phil. und Dr.-Ing. e. h. A. Ebeling).	
A. Gyemant: Die Aufladung von Nichtleitern durch hochgespannte Leiter . . . . .	87
IV. Aus der Versuchs- und Lehranstalt für Bodenfräskultur der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Gieshof (Leiter: Prof. Dr. H. Holdack).	
W. Nitzsch: Die Gesetzmäßigkeiten in den Porositätsverhältnissen des Ackerbodens und ihre Beziehungen zur Bodenkultur . . . . .	96
V. Aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: Dr. phil. h. c. F. Lüschen).	
J. Wallot: Beweis der Determinantenbeziehung der Vierpoltheorie mit Hilfe von Umwandlungssätzen . . . . .	121

Inhaltsübersicht des fünften Bandes.

V

	Seite
F. Strecker u. R. Feldtkeller: Über Anpassung und Nachbildung von Kettenleitern . . . . .	128
F. Strecker u. R. Feldtkeller: Über die Nachbildung einer verlustbehafteten Pupinleitung . . . . .	134
VI. Aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt (Leiter: H. von Buol).	
a) Physikalisches Laboratorium (Leiter: Dr. K. W. Hauber).	
K. W. Hauber und P. Scholz: Metall-Einkristalle . . . . .	144
b) Meßinstrumenteabteilung (Leiter: R. Schwenn).	
F. Ahrberg u. W. Gaarz: Kritische Betrachtungen zu den verschiedenen Transformator- schutzsystemen . . . . .	165
VII. Aus dem Forschungslaboratorium des Siemens-Konzerns zu Siemensstadt (Leiter: Prof. Dr. H. Gerdien).	
F. Trendelenburg: Über Aufzeichnung und Wiedergabe von Herztönen und Atem- geräuschen . . . . .	175
E. Lübecke: Über die Beeinflussung von Wandströmen in Quecksilberdampfentladungen . . . . .	182
G. Masing: Zur Frage der Blaubrüchigkeit des Eisens und seiner Anomalien bei der pla- stischen Beanspruchung . . . . .	188
E. Cremer u. B. Fetkenheuer: Über die analytische Trennung von Chrom, Wolfram, Molybdän und Vanadin und ihre Anwendung auf die Untersuchung stelliteähnlicher Legierungen . . . . .	199
W. Nagel, M. Matuschefska u. E. Tiedemann: Über Gleitschutzstoffe bei Ledertrans- missionen, Riemenpflegemittel und Adhäsionspulver . . . . .	204

# Unsymmetrische Drehstromsysteme.

Von Friedrich Natalis.

Mit 10 Textabbildungen.

Mitteilung aus dem Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H.

Eingegangen am 16. November 1925.

Die Methode der symmetrischen Koordinaten zur Zerlegung unsymmetrischer Mehrphasensysteme ist wohl zunächst von C. L. Fortescue (Transactions of American Institute of Electrical Engineers 1918) entwickelt. F. hat nachgewiesen, daß ein unsymmetrisches Drehstromsystem in drei symmetrische, ein einphasiges und zwei symmetrische Drehstromsysteme — ein rechts- und ein linksläufiges — zerlegt werden kann. Inzwischen ist diese Methode in mehreren Abhandlungen benutzt, z. B. von Bekku: Archiv für Elektrotechnik 1925, S. 543. Auch in den Vorschriften des V. D. E. (REM § 14) ist von diesen Auffassungen teilweise Gebrauch gemacht, indem bestimmt wurde, daß bei Maschinen ein schädliches gegenläufiges Drehfeld nur 5% des nützlichen betragen soll (vgl. G. Rasch: ETZ 1925, S. 1446). Hierbei konnte von der Berücksichtigung des oben erwähnten einphasigen Feldes — allerdings nur bei Sternschaltung der Maschine — abgesehen werden, da die Summe der Ströme in einem Knotenpunkt gleich Null ist, so daß sich die drei Stromvektoren zu einem geschlossenen Dreieck zusammenfügen lassen. Diese Vereinfachung ist jedoch für Vektoren nicht allgemein zulässig, da z. B. die drei Phasenspannungen eines Generators sich nicht immer zu einem geschlossenen Dreieck zusammenfügen lassen.

Die Methode der symmetrischen Koordinaten kann übrigens als eine Weiterentwicklung älterer Anschauungen angesprochen werden, denn in der Wechselstromtechnik ist es schon seit mehreren Jahrzehnten üblich, ein Einphasensystem durch zwei gleiche, aber gegenläufige Drehstromsysteme zu ersetzen.

Im nachfolgenden soll nun versucht werden, die Zerlegung unsymmetrischer Drehstromsysteme, welche bisher meist unter Verwendung komplexer Zahlen bewirkt ist, durch anschaulichere geometrische Hilfsmittel darzustellen. Wir machen dabei zunächst keinerlei Einschränkungen über die Größe und Phasenwinkel der unsymmetrischen Vektoren und sehen z. B. davon ab, daß die Vektoren sich zu einer geschlossenen Masche zusammensetzen lassen, und behandeln erst zum Schluß derartige Sonderfälle.

Ein symmetrisches Dreiphasensystem ist bestimmt durch einen Vektor und seinen Drehsinn; denn der zweite und dritte Vektor desselben läßt sich durch

Vordrehen des ersten um  $120^\circ$  bzw.  $240^\circ$  darstellen. Um einen Vektor  $r$ , Abb. 1, um  $120^\circ$  zu verdrehen, multiplizieren wir ihn mit einem Vektorverhältnis  $\frac{e}{f}$ , dessen beide Vektoren ( $e$ ) und ( $f$ ) gleich groß sind und die den Phasenwinkel  $120^\circ$  einschließen. Die Konstruktion wird bekanntlich in der Weise ausgeführt, daß das Vektorverhältnis  $\frac{e}{f}$  mit dem Nennervektor  $f$  an  $r=OA$  gelegt und die Parallele  $AB$  zu  $ab$  gezogen wird. Dadurch entsteht der um  $120^\circ$  verdrehte Vektor

$$OB = r \frac{e}{f}.$$

Wiederholen wir die gleiche Operation mit dem Vektor  $OB$ , so erhalten wir den um  $240^\circ$  gegen  $r$  verdrehten Vektor

$$OC = OB \frac{e}{f} = r \cdot \frac{e}{f} \cdot \frac{e}{f}.$$

Drehen wir schließlich den Vektor  $OC$  um  $120^\circ$ , so erreichen wir den Ursprungsvektor  $OA$ . Daraus ergibt sich:

$$r \cdot \frac{e}{f} \cdot \frac{e}{f} \cdot \frac{e}{f} = r \tag{1}$$

und

$$\left(\frac{e}{f}\right)^3 = \frac{1}{1}; \quad \frac{e}{f} = \sqrt[3]{1}. \tag{2}$$

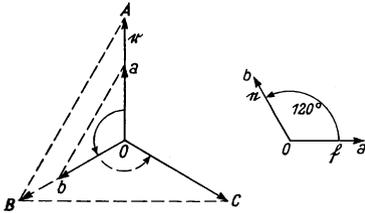


Abb. 1.

Diese Gleichung gibt 3 Lösungen<sup>1)</sup>:

$$\left(\frac{e}{f}\right)_1 = +1; \quad \left(\frac{e}{f}\right)_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-3}; \quad \left(\frac{e}{f}\right)_3 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-3}. \tag{3}$$

Diese Lösungen besagen, daß man in drei gleichen Winkelsprüngen zum Ursprungsvektor gelangen kann:

1. Durch dreimalige Drehung um den Winkel  $0^\circ$ ,
2. „ „ „ „ „ „ „ „  $+120^\circ$ ,
3. „ „ „ „ „ „ „ „  $-120^\circ$ .

Diese Entwicklung zeigt weiter, daß man die komplexen Zahlen in einfachster und anschaulichster Weise durch Vektorverhältnisse darstellen kann. Setzen wir z. B. in Abb. 2

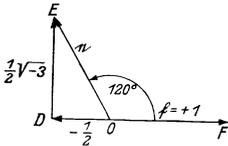


Abb. 2.

so ist  $\frac{e}{f} = +1$ ,

$$e = OE = OD + DE \\ = -\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j\sqrt{-3}.$$

In gleicher Weise kann man z. B. die  $n$ te Wurzel aus 1 bilden

$$\sqrt[n]{1} = \cos \frac{2k\pi}{n} + j \sin \frac{2k\pi}{n}, \tag{4}$$

worin  $k$  eine beliebige ganze positive Zahl zwischen 1 und  $(n - 1)$  ist.

<sup>1)</sup> Vgl. Fr. Natalis: Die Berechnung von Gleich- und Wechselstromsystemen, 2. Aufl., S. 38—49. Berlin: Julius Springer 1924.

Stellen wir ein symmetrisches Dreiphasensystem in der üblichen Weise durch drei gleiche um je  $120^\circ$  gegeneinander verdrehte Vektoren dar, so können wir diese mit

$$r, \quad r \cdot \frac{e}{f}, \quad r \cdot \frac{e}{f} \cdot \frac{e}{f}$$

bezeichnen oder, wenn wir zur Abkürzung

$$\frac{e}{f} \text{ mit } \varepsilon$$

bezeichnen, durch

$$r, \quad r\varepsilon, \quad r\varepsilon^2 \quad (\text{Abb. 3}). \quad (5)$$

Wir hätten den dritten Vektor auch durch Verdrehung des Vektors  $r$  um  $120^\circ$  im Uhrzeigersinn erhalten und daher mit

$r \frac{f}{e} = \frac{r}{\varepsilon}$  bezeichnen können ( $r\varepsilon^2 = \frac{r}{\varepsilon}$ ), wollen aber die Bezeichnung  $r\varepsilon^2$  beibehalten.

Wie Abb. 4 zeigt, lassen sich die 3 Vektoren eines symmetrischen Dreiphasensystems stets zu einer geschlossenen Masche zusammenfügen.

Es ist daher

$$r + r\varepsilon + r\varepsilon^2 = 0. \quad (6)$$

Diese Bezeichnung wird später benutzt, um aus unseren Vektorgleichungen ein symmetrisches Dreiphasensystem zu eliminieren.

Wir wollen nunmehr die Zerlegung eines unsymmetrischen Drehstromsystems  $a, b, c$  in drei symmetrische, nämlich ein einphasiges Wechselstromsystem  $w$ , ein rechtsdrehendes Drehstromsystem  $r$  und ein linksdrehendes  $l$  vornehmen.

Bei derartigen vektoranalytischen Aufgaben kommt man meist schneller zum Ziel, wenn man die Aufgabe umdreht; d. h. in unserem Fall, wir nehmen die Systeme  $w, r$  und  $l$  als bekannt an und bestimmen daraus  $a, b$  und  $c$ ,

um schließlich aus den erhaltenen Beziehungen  $a, b$  und  $c$  rückwärts als Funktionen von  $w, r$  und  $l$  zu entwickeln.

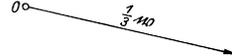
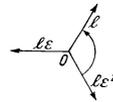
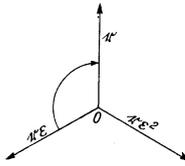


Abb. 5.

Abb. 5 zeigt zunächst die als bekannt angenommenen Systeme  $r(r\varepsilon, r\varepsilon^2), l(l\varepsilon, l\varepsilon^2)$  und  $w$  bzw.  $\frac{1}{3}w$ , wobei ein Vektor  $r$  willkürlich in die Ordinatenachse gelegt ist.

Wir setzen zunächst die Systeme  $r.$  und  $l.$  zusammen, wobei angenommen wird, daß  $r$  und  $l$  bzw.  $r\varepsilon$  und  $l\varepsilon^2$  bzw.  $r\varepsilon^2$  und  $l\varepsilon$  gleichzeitig ihr Amplituden(-Maximum) zeigen.

Wir dürfen daher, ohne die Gesamtwirkung der beiden gegenläufigen Systeme zu verändern, die Vektoren  $r$  und  $l$  geometrisch addieren bzw.  $r\varepsilon + l\varepsilon^2$  sowie  $r\varepsilon^2 + l\varepsilon$ . Dieses ist in Abb. 6 von dem Mittelpunkt  $S$  aus geschehen, wodurch das Dreieck  $ABC$  entstanden ist. Wir haben nunmehr noch den Einphasenvektor  $w$  zu berücksichtigen.



in der aus den unsymmetrischen Vektoren  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , die symmetrischen  $w$ ,  $r$ ,  $i$  zu bestimmen sind.

Wir wollen nunmehr die Konstruktion dieser 3 Vektoren und ihre Bedeutung erläutern.

Da in Abb. 6 der Vektor  $\frac{1}{3}w = OS$  eingetragen ist, so bilden wir

$$\frac{1}{3}w = \frac{1}{3}\alpha + \frac{1}{3}\beta + \frac{1}{3}\gamma. \quad (10a)$$

Wir fügen daher nach Abb. 7, in der  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und damit die Punkte  $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  als bekannt angenommen sind,  $\frac{1}{3}\alpha$ ,  $\frac{1}{3}\beta$ ,  $\frac{1}{3}\gamma$  geometrisch zusammen und erhalten dadurch den Punkt  $S$  bzw.  $OS = \frac{1}{3}w$  und untersuchen die Bedeutung des Punktes  $S$  in dem Dreieck  $ABC$ . Wir behaupten, daß  $S$  der Schwerpunkt dieses Dreiecks ist und

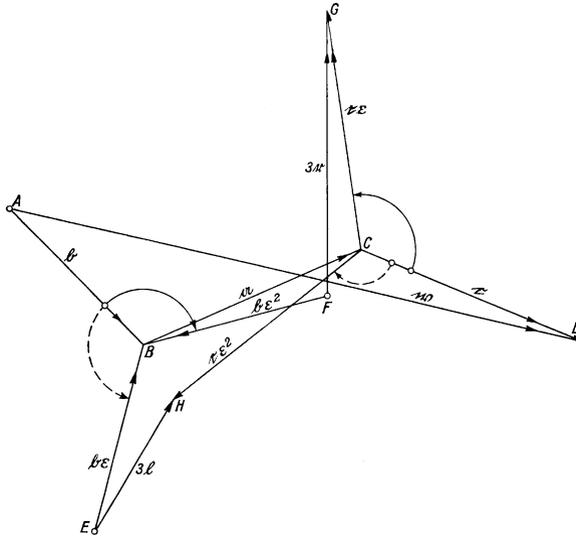


Abb. 8.

bestimmen zum Beweise den Vektor  $AS$  und den Vektor  $SM$ , wenn  $M$  der Mittelpunkt der Strecke  $BC$  ist. Es ist

$$AS = AO + OS = -\alpha + \frac{1}{3}w = -\alpha + \frac{1}{3}\alpha + \frac{1}{3}\beta + \frac{1}{3}\gamma = \frac{-2\alpha + \beta + \gamma}{3}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} SM &= SO + OB + BM = -\frac{1}{3}w + \beta + \frac{\gamma - \beta}{2} \\ &= -\frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{3}\beta - \frac{1}{3}\gamma + \beta + \frac{\gamma - \beta}{2} = \frac{-2\alpha + \beta + \gamma}{6}. \quad (16) \end{aligned}$$

Aus Gl. (15) und (16) ergibt sich, daß der Vektor  $SM$  die gleiche Richtung hat wie  $AS$ , aber halb so groß ist, d. h. daß  $S$  der Schwerpunkt des Dreiecks  $ABC$  ist.

Bei der Darstellung der Vektoren  $r$  bzw.  $i$  nach Gl. (12) bzw. (14) ist zu beachten, daß der Vektor  $\alpha$  in beiden Gleichungen (ohne den Faktor  $\epsilon$  oder  $\epsilon^2$ ) unverändert vorkommt.

Wir setzen daher nach Abb. 8  $\mathfrak{b}$ ,  $\mathfrak{a}$  und  $\mathfrak{c}$  so zusammen, daß  $\mathfrak{a}$  in der Mitte liegt (Linienzug  $ABCD$ ). Außer  $\mathfrak{b}$  und  $\mathfrak{c}$  sind noch die Vektoren  $\mathfrak{b}\varepsilon = EB$  und  $\mathfrak{b}\varepsilon^2 = FB$  bzw.  $\mathfrak{c}\varepsilon = CG$  und  $\mathfrak{c}\varepsilon^2 = CH$  eingetragen. Dann erhält man den

$$\begin{aligned} \text{Vektor } \mathfrak{w} &= AD \text{ durch den Linienzug } \mathfrak{b} + \mathfrak{a} + \mathfrak{c}, \\ \text{,, } 3\mathfrak{r} &= FG \text{ ,, ,, ,, } \mathfrak{b}\varepsilon^2 + \mathfrak{a} + \mathfrak{c}\varepsilon, \\ \text{,, } 3\mathfrak{l} &= EH \text{ ,, ,, ,, } \mathfrak{b}\varepsilon + \mathfrak{a} + \mathfrak{c}\varepsilon^2. \end{aligned}$$

Zur Bestimmung von  $3\mathfrak{r}$  sind daher  $\mathfrak{b}$  bzw.  $\mathfrak{c}$  entsprechend den (ausgezogenen) Pfeilen  $\zeta$  bzw.  $\eta$  und zur Bestimmung von  $3\mathfrak{l}$  entsprechend den (punktierten) Pfeilen  $\xi$  bzw.  $\zeta$  um je  $120^\circ$  umzuklappen.

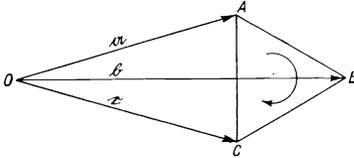


Abb. 9.

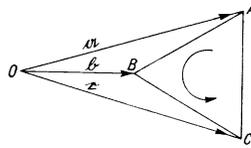


Abb. 10.

Es drängt sich nun die Frage auf, ob man etwa aus der Reihenfolge der Vektoren  $\mathfrak{a}$ ,  $\mathfrak{b}$ ,  $\mathfrak{c}$  in Abb. 9 auf ein überwiegendes rechts- oder linksläufiges Drehfeld schließen kann? Dieses ist, wie der Vergleich mit Abb. 10 (in der unter Beibehaltung der Phasenwinkel zwischen  $\mathfrak{a}$ ,  $\mathfrak{b}$  und  $\mathfrak{c}$  lediglich der Vektor  $\mathfrak{b}$  kleiner als in Abb. 9 gewählt ist) zeigt, nicht möglich. Das Hauptfeld ist vielmehr durch den Umlaufsinn  $ABC$  in dem durch die Vektorspitzen gebildeten Dreieck bestimmt.

Wir kommen nunmehr zur Erörterung der Sonderfälle an Hand der Abb. 6:

1. Der Vektor  $\mathfrak{w}$  verschwindet, wenn der Punkt  $O$  mit dem Schwerpunkt  $S$  des Dreiecks  $ABC$  zusammenfällt. Dieses ist der Fall, wenn sich  $\mathfrak{a}$ ,  $\mathfrak{b}$  und  $\mathfrak{c}$  zu einer geschlossenen Masche zusammenfügen lassen.

2. Das Drehfeld  $\mathfrak{r}$  (bzw.  $\mathfrak{l}$ ) verschwindet, wenn das Dreieck  $ABC$  gleichseitig ist. Ist dabei der Umlaufsinn  $ABC$  entgegen dem Uhrzeiger, so verschwindet  $\mathfrak{l}$ , im umgekehrten Fall  $\mathfrak{r}$ .

3. Ist das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig, so sind  $\mathfrak{r}$  und  $\mathfrak{l}$  gleichphasig.

Der unter 1. erwähnte Sonderfall ist bei den Bestimmungen des REM 1923, § 14, angenommen.

### Zusammenfassung.

Die Zerlegung unsymmetrischer Mehrphasen- und besonders Drehstromsysteme kommt immer mehr zur Anwendung und dürfte künftig in der Literatur häufiger angetroffen werden. Es erschien daher dem Verfasser erwünscht, die dabei vorkommenden Grundbegriffe in einer möglichst anschaulichen Form darzustellen.

# Schwingungsstabilität parallelarbeitender Synchronmaschinen.

Von Franz Ollendorff und Wilhelm Peters.

Mit 27 Textabbildungen.

Mitteilung aus der Wissenschaftlichen Abteilung der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 19. März 1926.

## Inhaltsübersicht:

1. Ziel der Arbeit.
- A. Grundlagen.
  2. Mathematische Formulierung der Aufgabe.
  3. Das stationäre Drehmoment der Synchronmaschine.
  4. Integration der Grundgleichung.
- B. Anwendung auf besondere Fälle.
  - $\alpha$ ) Maschine mit sinusförmiger Synchronisierkraft.
    5. Stabilität der widerstandsfreien, ungedämpften Maschine nach plötzlicher Laststeigerung.
    6. Stabilität der widerstandsfreien, ungedämpften Maschine nach vorübergehendem Laststoß.
    7. Einfluß der Dämpfung auf die Stabilitätsgrenze.
    8. Einfluß des Widerstandes auf die Schwingungsvorgänge.
  - $\beta$ ) Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft.
    9. Schwingungen der ungedämpften Maschine.
    10. Schwingungen der gedämpften Maschine.
    11. Zusammenfassung.

## Einleitung.

### 1. Ziel der Arbeit.

Jede stationär auf ein Netz konstanter Spannung arbeitende Synchronmaschine fällt nach Überschreitung einer durch Bauart und Erregungsstärke der Maschine gegebenen Grenzlast aus dem Tritt. Sie vermag demnach bei dauernder Vorbelastung nur noch eine Zusatzlast bis zur Gesamthöhe jener Grenze zu tragen.

Diese fundamentale Eigenschaft der Synchronmaschine findet ihre physikalische Deutung in der mechanischen Gleichgewichtsbilanz des am Ankerumfang synchron umlaufenden Drehfeldes mit dem am Polkreis haftenden Magnetsystem: Sobald ein Pol des einen Feldes genau in die Mitte zwischen zwei Pole des anderen Feldes gelangt, wird das Gleichgewicht labil.

Diese einfache Überlegung verliert indes ihre Gültigkeit, sobald beide Felder relativ zueinander Bewegungen ausführen; nicht nur wird dann die elektrische Leistungszufuhr durch das Spiel der elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge modifiziert, sondern zu den stationär wirksamen mechanischen Kräften

gesellen sich die Trägheitsreaktionen der bewegten Massen. Beiden Erscheinungen zusammen ist es zuzuschreiben, daß die im Synchronlauf tragbare plötzliche Auflast von der oben genannten statisch noch zu bewältigenden verschieden ist.

Gerade der dynamische Vorgang aber besitzt entscheidende Bedeutung für den Betrieb parallelarbeitender Synchronkraftwerke. Denn die störungsfreie Aufnahme von Laständerungen größten Ausmaßes gehört zu den regelmäßigen Aufgaben dieser Zentralen, sei es, daß sie durch beabsichtigte Schalthandlungen, sei es, daß sie durch äußere Eingriffe in das Netz, wie Erdschluß oder Kurzschluß, bewirkt werden.

Will man daher die Schwingungsstabilität parallelarbeitender Synchronmaschinen beurteilen, so ist die Einführung der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge unerlässlich. Die Berechnung der Schwingungsvorgänge und die Bestimmung der für stabilen Betrieb höchstzulässigen Laststöße auf der genannten Grundlage bildet das Ziel vorliegender Arbeit.

## A. Grundlagen.

### 2. Mathematische Formulierung der Aufgabe.

Wir formulieren das Stabilitätsproblem an dem Beispiel eines Synchronmotors, an dessen Welle das zeitlich variable Lastmoment

$$D_t = -D(t) \quad (1)$$

angreife. In Übereinstimmung mit praktisch vorliegenden Verhältnissen setzen wir die Laständerungen langsam gegen die Periodendauer der elektrischen Ströme voraus. Wir dürfen dann von den rasch vorübergehenden freien elektromagnetischen Ausgleichsvorgängen absehen, also das im Luftspalt des Motors umlaufende Drehfeld in jedem Augenblick als quasistationär betrachten.

Über diese Annahme hinaus sehen wir im folgenden den Erregerstrom als konstant an. Diese Idealisierung besteht allerdings nur dann zu Recht, wenn der Erregerwiderstand oder die Erregerreaktanz hinreichend groß ist, da andernfalls das relativ zu den Polen oszillierende Feld beträchtliche Strompulsationen in der Erregerwicklung erzeugt. Indessen kann man zeigen, daß die Vernachlässigung dieses Umstandes keinen großen Fehler bei der Ermittlung der Stabilitätsgrenzen verursacht.

Nummehr ist der elektromagnetische Zustand der Maschine in jedem Augenblick durch die Lage des Polkreuzes relativ zum resultierenden Drehfeld völlig bestimmt. Zum Ausgleich der durch das Pendeln erzwungenen Feldänderungen erleidet die Stromzufuhr zum Anker kräftige Pulsationen. Ebenso ergibt sich das Triebdrehmoment, welches von dem Drehfeld auf den Läufer ausgeübt wird, als eindeutige Funktion des Winkels  $\vartheta$  zwischen der polradgebundenen Spannung  $E_p$  und der Klemmenspannung  $E_k$ , für welche wir zunächst allgemein schreiben

$$D_t = f(\vartheta). \quad (2)$$

Zu diesem Triebdrehmoment gesellt sich das durch Gl. (1) gegebene Lastdrehmoment sowie ein durch etwaige Dämpfungsvorrichtungen hervorgebrachtes Dämpfungsdrehmoment

$$D_d = 2\delta \cdot \Theta \cdot \frac{d\vartheta}{dt}. \quad (3)$$

Hierzu müssen wir allerdings die Einschränkung

$$\delta \geq 0 \quad (4)$$

setzen, welche die notwendige Bedingung eines stabil möglichen Gleichgewichts bildet; sie ist bei hinreichend kleinem Ständerwiderstand erfüllt<sup>1)</sup>.

Das resultierende Moment

$$D_r = -D(t) + f(\vartheta) + 2\delta \Theta \frac{d\vartheta}{dt} \quad (5)$$

hält dem Beschleunigungsmoment der rotierenden Massen mit der Trägheit  $\Theta$  das Gleichgewicht

$$\Theta \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + 2\delta \cdot \Theta \frac{d\vartheta}{dt} + f(\vartheta) - D(t) = 0. \quad (6)$$

In dieser Grundgleichung unseres Problems sind bereits alle Gesetzmäßigkeiten des Bewegungsverlaufes enthalten. Indessen können wir sie erst auswerten nach Kenntnis der Funktion (2); wir wollen sie daher im folgenden für die wichtigsten Fälle bestimmen.

### 3. Das Drehmoment der Synchronmaschine.

Man erkennt die Bildung des Triebdrehmomentes am reinsten bei Betrachtung einer idealisierten Maschine, welche keinerlei Verluste besitzt und deren Magnetisierungskurve im betriebsmäßig bestrichenen Bereich geradlinig verläuft. In einer solchen Maschine äußert sich die Stromzufuhr vom Netz aus allein durch die Entstehung eines Ankerrückwirkungsfeldes, welches dem Ankerstrom  $J$  proportional ist. Nennen wir  $E_k$  die Klemmenspannung,  $E_p$  die polradgebundene Spannung, so liefert demnach die Gleichgewichtsbedingung für eine Ankerphase (Abb. 1)

$$E_p - E_k = -j\omega L \cdot J; \quad E_k = E_p + j\omega L J, \quad (7)$$

wo  $\omega L$  die sog. Synchronreaktanz der Maschine bedeutet. Wir veranschaulichen Gl. (7) durch das Vektordiagramm der Abb. 2. Sei  $\psi$  der Winkel zwischen  $J$  und  $E_p$ , während  $\vartheta$  die Phasenverschiebung zwischen  $E_p$  und  $E_k$  messe, so folgen aus Abb. 2 die Beziehungen

$$\omega L J \sin \psi = E_k \cos \vartheta - E_p, \quad (8)$$

$$\omega L J \cos \psi = E_k \sin \vartheta. \quad (9)$$

Auf den Läufer wird also durch das Drehfeld die Leistung übertragen

$$N = E_p \cdot J \cos \psi = \frac{E_p \cdot E_k \cdot \sin \vartheta}{\omega L},$$

wobei mechanische Kräfte längs des Läuferumfangs mit dem Drehmoment

$$D = \frac{N}{\omega} = \frac{E_p \cdot E_k \cdot \sin \vartheta}{\omega^2 L} \quad (10)$$

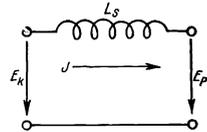


Abb. 1.

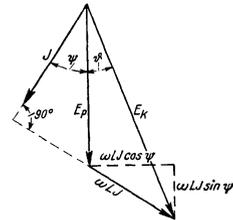


Abb. 2.

<sup>1)</sup> Über die Existenz und Bedeutung des Anfachungsfalles  $\delta < 0$  vgl. W. Rogowski: Archiv f. Elektrotechnik Bd. III, S. 150. 1915.

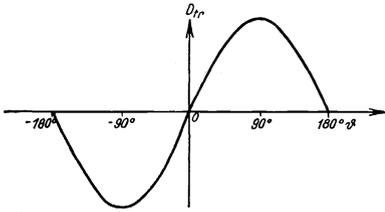


Abb. 3.

angreifen. Durch Vergleich mit (2) folgt sogleich für den betrachteten Fall der einfach harmonische Verlauf der Funktion  $f(\vartheta)$  nach Abb. 3.

Wir wenden das gleiche Verfahren an, um den Einfluß des Widerstandes  $R$  der Ankerwicklung auf die Drehmomentbildung kennenzulernen. An Stelle der Gl. (7) tritt jetzt

$$E_p - E_k + JR = -j\omega L \cdot J; \quad E_k = E_p + JR + Jj\omega L. \quad (11)$$

Aus Abb. 4, welche diese Gleichung darstellt, entnehmen wir die Beziehungen

$$RJ \cos \psi + \omega L \cdot J \sin \psi = E_k \cdot \cos \vartheta - E_p, \quad (12)$$

$$\omega L J \cos \psi - RJ \sin \psi = E_k \sin \vartheta. \quad (13)$$

Durch Auflösung ergibt sich

$$J \sin \psi = \frac{-R \cdot E_k \sin \vartheta + \omega L (E_k \cos \vartheta - E_p)}{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (12a)$$

$$J \cos \psi = \frac{R (E_k \cos \vartheta - E_p) + \omega L \cdot E_k \sin \vartheta}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (13a)$$

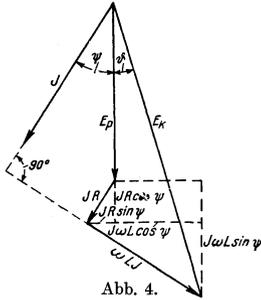


Abb. 4.

und die auf den Läufer übertragene Leistung

$$N = E_p \cdot J \cos \psi = \frac{E_p \cdot E_k}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \left[ \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sin \vartheta + \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \vartheta - \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \frac{E_p}{E_k} \right]. \quad (14)$$

Führt man hier durch die Definition

$$\operatorname{tg} \varrho = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (15)$$

den Widerstandswinkel  $\varrho$  ein, so geht (14) in die Form über

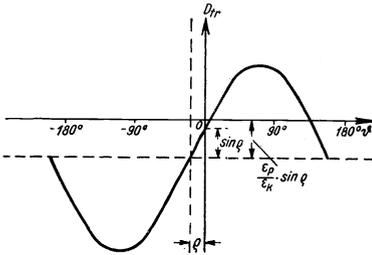


Abb. 5.

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{E_p \cdot E_k}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\vartheta + \varrho) \\ -\frac{E_p}{E_k} \cdot \sin \varrho &= \omega D. \end{aligned} \right\} \quad (14a)$$

Wir erkennen hieraus, daß die Drehmomentenfunktion auch der widerstandsbehafteten Maschine durch eine einfach harmonische Kurve dargestellt ist, welche gemäß Abb. 5 einseitig zur Nullachse liegt und gegen den Ursprung die Phasenverschiebung  $\varrho$  besitzt. Selbstverständlich gilt Gl. (14a) auch

für eine Maschine, welche über eine Leitung beträchtlicher Länge am Netz liegt, sofern nur unter  $R$  und  $L$  Widerstand und Selbstinduktion des Gesamtsystemes verstanden werden.

Endlich untersuchen wir den Drehmomentenverlauf einer Maschine mit ausgeprägten Polen. Ihre hervorragendste Eigenschaft ist die unterschiedliche magnetische Leitfähigkeit durch das Poleisen einerseits, durch die Pollücke andererseits. Nach dem Vorgang Blondels<sup>1)</sup> erfassen wir diese Fundamenteigenschaft durch Einführung zweier Ankerrückwirkungsreaktanzen  $\omega L_q$  für das Querfeld,  $\omega L_l$  für das Längsfeld, wobei wir

$$\omega L_l > \omega L_q \quad (16)$$

voraussetzen. Sehen wir zunächst vom Ohmschen Widerstande ab, so ergibt sich nunmehr das in Abb. 6 gezeichnete Diagramm, aus welchem wir die Gleichungen ablesen

$$\omega L_l \cdot J \sin \psi = E_k \cos \vartheta - E_p, \quad (17)$$

$$\omega L_q \cdot J \cos \psi = E_k \sin \vartheta. \quad (18)$$

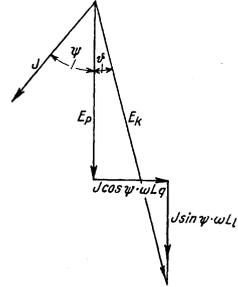


Abb. 6.

Die gesamte, von der Maschine an den Klemmen aufgenommene Leistung beträgt

$$N = E_k \cdot J \cdot \cos(\psi + \vartheta) = E_k \cdot J \cos \psi \cdot \cos \vartheta - E_k \cdot J \sin \psi \cdot \sin \vartheta \quad (19)$$

oder mit (17, 18)

$$N = E_k^2 \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{\omega L_q} - E_k^2 \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{\omega L_l} + \frac{E_k \cdot E_p \cdot \sin \vartheta}{\omega L_l} \quad (20)$$

oder

$$N = E_k^2 \frac{\sin 2\vartheta}{2} \cdot \left( \frac{1}{\omega L_q} - \frac{1}{\omega L_l} \right) + \frac{E_k \cdot E_p \cdot \sin \vartheta}{\omega L_l}. \quad (20a)$$

Hier finden wir in dem zweiten Glied das schon früher berechnete Erregerdrehmoment wieder, während das erste Glied das infolge der magnetischen Unsymmetrien auftretende Reaktionsmoment angibt. Man erkennt aus Abb. 7, in welchem die Funktion (20a) für verschiedene Erregungsverhältnisse  $E_p/E_k$  gezeichnet ist, daß die Drehmomentkurve vom einfach harmonischen Verlauf stark abweicht: Für  $E_p = 2E_k$  nähert sich die Kurve dem gebrochenen Linienzug nach Abb. 8.

Man kann die hier durchgeführte Überlegung auf den Fall der widerstandsbehalteten Maschine übertragen. Die Rechnung, die wir ihres Umfangs halber

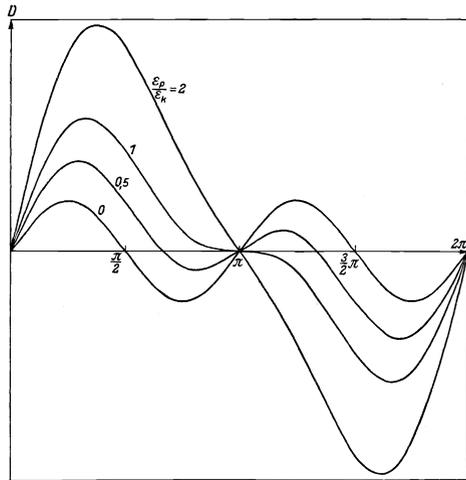


Abb. 7. Drehmoment der Schenkelpolmaschine  $L_l/L_q = 2$  in Abhängigkeit des Pendelwinkels bei verschiedenen Erregungsverhältnissen  $E_p/E_k$ .

<sup>1)</sup> Compléments à la théorie des alternateurs à deux réactions, branchés sur un réseau à potentiel constant. Rev. gén. d'Electr. 1922, Nr. 6 u. 7, S. 203 u. S. 235.

unterdrücken, ergibt auch hier das Drehmoment als Summe zweier mit  $\vartheta$  und mit  $2\vartheta$  harmonisch fortschreitender Funktionen, welche beide einseitig zur Nullachse liegen und gegen den Ursprung — mit im allgemeinen verschiedenen Beträgen — phasenverschoben sind.

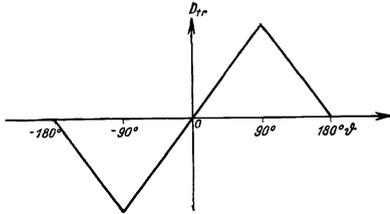


Abb. 8.

Obwohl es grundsätzlich keinerlei Schwierigkeiten bietet, mit den verwickelten Drehmomentenkurven nach Gl. (20) oder ihrer Erweiterung bei Berücksichtigung des Widerstandes zu rechnen, wollen wir uns im Interesse einer einfachen Durchführung der Untersuchung auf zwei Grenzfälle beschränken, welche sich aus den entwickelten Funktionen ergeben: Es werde als Dreh-

momentenkurve einmal die Sinuskurve nach Abb. 3, zum zweiten der gebrochene Linienzug der Abb. 8 zugrunde gelegt. Gerade die letztgenannte Idealisierung darf um so eher praktisches Interesse beanspruchen, als man zeigen kann, daß die von uns eingangs völlig vernachlässigten Pulsationen des Erregerstromes in ihr einen wenigstens qualitativ richtigen Ausdruck finden.

#### 4. Integration der Grundgleichung.

Wir kehren noch einmal zu der allgemeingültigen Grundgleichung (6) zurück, deren Integration wir vornehmen wollen. Hierzu möge zunächst verschwindend kleine Dämpfung sowie ein zeitlich konstantes Lastmoment vorausgesetzt werden. Gl. (6) nimmt hiermit die besondere Form an

$$\Theta \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + f(\vartheta) = D. \quad (21)$$

Unter Benutzung der Identität<sup>1)</sup>

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = \frac{d \left( \frac{d \vartheta}{dt} \right)}{dt} = \frac{d \dot{\vartheta}}{dt} = \frac{d \dot{\vartheta}}{d \vartheta} \cdot \dot{\vartheta} = \frac{d \left( \frac{1}{2} \dot{\vartheta}^2 \right)}{d \vartheta} \quad (22)$$

geht (21) über in

$$\Theta \frac{d \left( \frac{1}{2} \dot{\vartheta}^2 \right)}{d \vartheta} + f(\vartheta) = D. \quad (23)$$

Integration nach  $\vartheta$  ergibt sofort die Energiebilanz der schwingenden Maschine

$$\frac{1}{2} \Theta (\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_0^2) + \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} f(\vartheta) d\vartheta = D \cdot (\vartheta - \vartheta_0). \quad (24)$$

Durch Auflösung nach  $\dot{\vartheta}$  folgt

$$\dot{\vartheta} = \frac{d \vartheta}{dt} = \sqrt{\frac{D \cdot (\vartheta - \vartheta_0) - \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} f(\vartheta) d\vartheta + \frac{1}{2} \Theta \dot{\vartheta}_0^2}{\frac{1}{2} \Theta}}, \quad (25)$$

<sup>1)</sup> Vgl. R. Rüdberg: Einige unharmonische Schwingungsformen bei großer Amplitude. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 3, S. 457. 1923, wo sich eine ähnliche Behandlungsweise findet.

durch nochmalige Integration erhält man

$$t = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \Theta} d\vartheta}{D \cdot (\vartheta - \vartheta_0) - \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} f(\vartheta) d\vartheta + \frac{1}{2} \Theta \vartheta_0^2}. \quad (26)$$

Bei gegebenen Anfangsbedingungen  $(\vartheta_0, \dot{\vartheta}_0)$  ist hierdurch die Aufgabe formal gelöst. Offenbar bereitet es auch keine Schwierigkeiten, auf dem gleichen Wege das Problem mit beliebiger Genauigkeit für ein zeitlich veränderliches Lastmoment zu behandeln: Man hat hierzu nur die stetige Variation des Lastmomentes durch eine in Abständen  $\Delta t$  unstetig stattfindende zu ersetzen und für jedes neue Intervall  $\Delta t$  aus dem nach (26) bekannten Bewegungsverlauf des vorigen Zeitabschnittes die Anfangsbedingungen zu ermitteln. Wichtiger indes als diese Frage ist die Berücksichtigung der Dämpfung.

Auf die nunmehr entstehende Gleichung

$$\Theta \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2 \delta \Theta \frac{d\vartheta}{dt} + f(\vartheta) = D \quad (27)$$

ist das oben benutzte Integrationsverfahren nicht mehr anwendbar.

Hier greift eine Näherungsmethode ein, welche den praktisch stets vorliegenden Fall kleiner Dämpfung erfaßt: Aus der Energiebilanz (24), welche als erste Näherung angesehen wird, ergibt sich durch Einsetzen in (25) die Energievergeudung

$$\frac{1}{\Theta} V(\vartheta) = 2 \delta \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{dt} \cdot d\vartheta \quad (28)$$

als Funktion des Pendelwinkels  $\vartheta, \vartheta_0$ . Das gleiche gilt somit für die Summe aus Lastarbeit, Arbeit der Triebkräfte und Energievergeudung

$$-U(\vartheta) = 2 \delta \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{dt} \cdot d\vartheta + \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} f(\vartheta) d\vartheta - D \cdot (\vartheta - \vartheta_0). \quad (29)$$

Auf (29) ist wiederum der Energiesatz anwendbar, welcher in

$$\frac{1}{2} \Theta (\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_0^2) = U(\vartheta); \quad \dot{\vartheta} = \sqrt{\frac{U(\vartheta) + \frac{1}{2} \Theta \dot{\vartheta}_0^2}{\frac{1}{2} \Theta}}. \quad (30)$$

Energie- und Geschwindigkeitsverlauf in zweiter Näherung und mittels

$$t = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \Theta} \cdot d\vartheta}{\sqrt{U(\vartheta) + \frac{1}{2} \Theta \dot{\vartheta}_0^2}} \quad (31)$$

die Abhängigkeit des Pendelwinkels von der Zeit mit gleicher Genauigkeit liefert.

Obwohl es keine Schwierigkeiten bietet, dieses Approximationsverfahren beliebig weit zu treiben, kann man sich im allgemeinen mit der zweiten Näherung nach (31) begnügen. Wir dürfen dies für vorliegende Aufgabe um so eher, als uns die auf anderem Wege streng durchführbare Integration im Falle einer Synchronisierkraft nach Abb. 8 ein hinreichendes Kriterium für die Genauigkeit der Näherung liefern wird.

## B. Anwendung auf besondere Fälle.

### α) Maschine mit sinusförmiger Synchronisierkraft.

#### 5. Stabilität der widerstandsfreien, ungedämpften Maschine nach plötzlicher Laststeigerung<sup>1)</sup>.

Unter Benutzung der Drehmomentengleichung (10) lautet die Grundgleichung (21)

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \omega_0^2 \sin \vartheta = \frac{D}{\Theta} = Z, \quad (32)$$

wo

$$\omega_0^2 = \frac{E_p \cdot E_k}{\omega^2 L \cdot \Theta} \quad (33)$$

substituiert ist.

Unter der Wirkung der konstanten „Vorbelastung“  $Z_0$  wird nach Gleichung (32)

das Polrad stationär ( $\frac{d\vartheta}{dt} = 0$ ) um den Winkel

$$\vartheta_0 = \arcsin \frac{Z_0}{\omega_0^2} \quad (34)$$

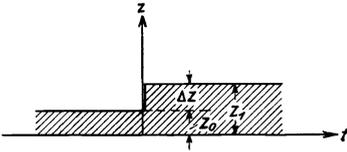


Abb. 9.

zurückgedrückt. Steigt nun die Last nach Abb. 9 plötzlich auf

$$Z_1 = Z_0 + \Delta Z \quad (35)$$

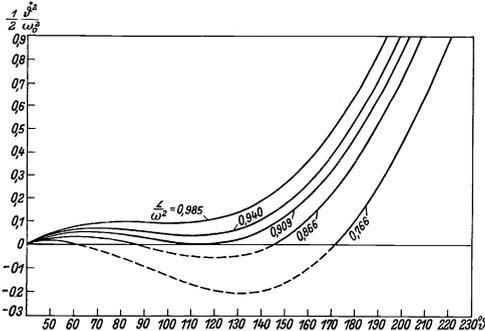
an, so beginnt ein mechanischer Ausgleichsvorgang; diesem ist durch die Bedingung einer stets endlichen Beschleunigung die Forderung

$$t = 0; \quad \dot{\vartheta} = 0 \quad (36)$$

aufgelegt. Durch Einsetzen von (34) und (36) in (24) erhalten wir also die Größe der kinetischen Energie

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{\vartheta}^2 &= Z(\vartheta - \vartheta_0) \\ &- \omega_0^2 (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta) \end{aligned} \right\} (37)$$

Für die Bedeutung dieser Gleichung ist nun die Überlegung von höchster Wichtigkeit, daß die Energie ihrer physikalischen Bedeutung nach nur positiver Werte fähig ist. In Abb. 10 ist diese Größe für verschiedene Werte der Auflast  $\Delta Z$  gezeichnet. Für hinreichend kleine Laständerungen existiert ein endlicher Winkel, für welchen die kinetische Energie und damit die Geschwindigkeit Null wird; die Bewegung vermag



$$\frac{1}{2} \dot{\vartheta}^2 = \frac{Z}{\omega_0^2} (\vartheta - \vartheta_0) - (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta) = f(\vartheta).$$

Abb. 10. Kinetische Energie des Läufers in Abhängigkeit vom Winkel für verschiedene Laststöße.

<sup>1)</sup> Die bei Schwingungen mit endlicher Amplitude auftretenden Erscheinungen behandeln auch folgende Arbeiten, wiewgleich die dort behandelten Aufgaben auf andere Fragen zielen:

H. Cotton: Synchronous Motor operations. Analysis of the Phenomenon of Pulling into Step. Electrician Bd. X.C II, S. 220. 1924.

O. Böh m: Über das Intrittwerfen asynchron anlaufender Synchronmaschinen. E. T. Z. 1922, S. 426.

daher diesen Winkel nicht zu überschreiten, sie kehrt um, die Maschine führt (unharmonische) Schwingungen aus. Ihr Verlauf ergibt sich leicht nach (26)

$$t = \int_{\vartheta = \vartheta_0}^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{\sqrt{2[Z(\vartheta - \vartheta_0) - \omega_0^2(\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta)]}}, \quad (38)$$

wobei das Integral allerdings numerisch oder graphisch auszuwerten ist (Abb. 11 u. 12).

Anders gestalten sich die Bewegungsvorgänge bei großer Stoßlast. Hier verschwindet die kinetische Energie bei keinem Winkel, die Bewegung setzt sich daher

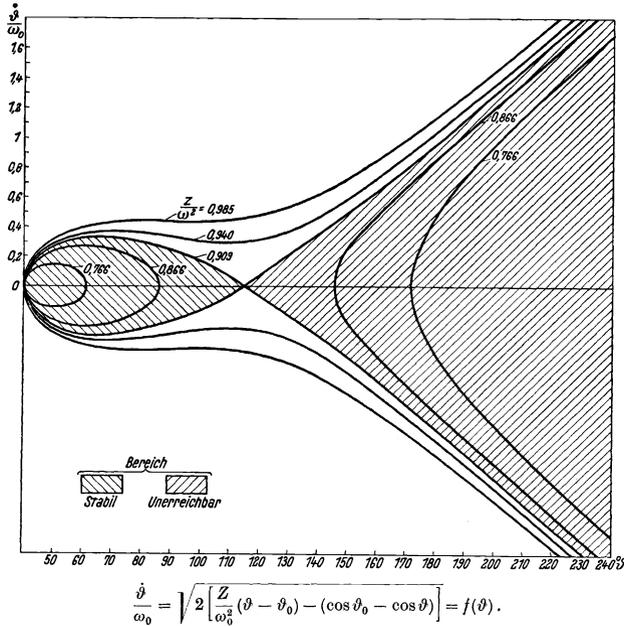


Abb. 11. Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Pendelwinkel für verschiedene Laststöße.

in der einmal eingeschlagenen Richtung fort: Die Maschine fällt außer Tritt. Zwischen die beiden Extreme: Unharmonische Schwingungen und Außertrittfallen ist jener Fall gestellt, in welchem die kinetische Energie gerade noch verschwinden kann (Abb. 10,  $\frac{Z}{\omega^2} = 0,909$ ). Offenbar stellt die zugehörige Stoßlast den höchstzulässigen Laststoß dar, die Stabilitätsgrenze. Für ihre Größe erhalten wir demnach die Grenzgleichgewichtsbedingung

$$\frac{Z}{\omega_0^2} (\vartheta - \vartheta_0) \leq \cos \vartheta_0 - \cos \vartheta. \quad (39)$$

Sie läßt sich graphisch deuten als Berührungslage zwischen der Synchronisiercharakteristik

$$y_s = \cos \vartheta \quad (40)$$

mit der Belastungsgeraden

$$y_b = -\frac{Z}{\omega_0^2}(\vartheta - \vartheta_0) + \cos \vartheta_0 \tag{41}$$

(Abb. 13). Hierbei wird die Zeichnung der Belastungsgeraden durch die Bemerkung erleichtert, daß für  $\vartheta = \vartheta_0$  aus (40) und (41)

$$y_{b, \vartheta = \vartheta_0} = +\cos \vartheta_0 = y_{s, \vartheta = \vartheta_0} \tag{42}$$

folgt: Die Stabilitätsgrenze wird gefunden, indem man vom Punkte  $\vartheta_0$  der Synchronisiercharakteristik die Tangente an diese Kurve zieht. Das Ergebnis der Konstruktion ist für verschiedene Vorbelastungswinkel in Abb. 14 zusammengestellt. Zugleich ist dort der größte Pendelwinkel eingetragen, welchem das System unter der Einwirkung des Laststoßes zustrebt. Man erhält das interessante Resultat, daß dieser Winkel

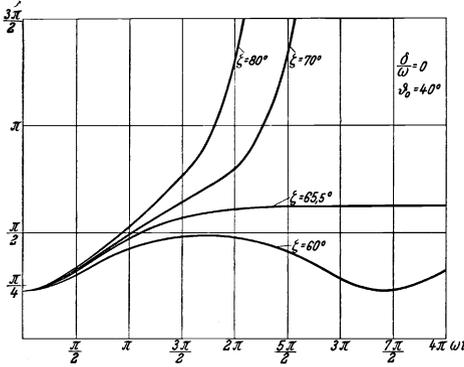


Abb. 12. Zeitlicher Verlauf der Bewegung für verschiedene Stöße bei konstanter Vorbelastung. Sinusförmige Synchronisierkraft.

winkel der Maschine, 90°, erheblich überschreiten kann. Hierin findet die Trägheitswirkung der beschleunigten Masse ihren klarsten physikalischen Ausdruck.

Es ist bemerkenswert, daß die Grenzbedingung (36) samt den an sie knüpfenden Folgerungen noch einen ganz anderen Belastungsfall näherungsweise zu behandeln

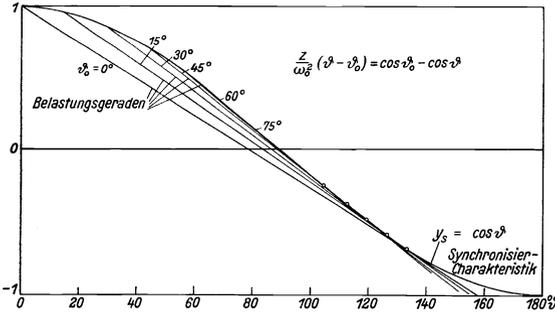


Abb. 13.

gestattet. Wir betrachten ein Kraftübertragungssystem nach Abb. 15; dort ist in die Mitte einer langen Übertragungsleitung zwischen Generator  $G$  und Verbraucher  $V$  ein Phasenschieber  $Ph$  zur Kompensation der Blindströme geschaltet. Jede Steigerung der verbrauchten Leistung wird am Phasenschieber als Änderung der Klem-

menspannung fühlbar; insbesondere bewirkt ein Laststoß am Verbraucher eine plötzliche Drehung des Klemmenspannungsvektors am Phasenschieber um einen endlichen Winkel. Für die einsetzende Bewegung, welche das System wieder in seine Gleichgewichtslage zu bringen sucht, gilt nun in der Tat die Grenzbedingung (36). Während aber früher die Vorbelastung in dem Winkel  $\vartheta_0$  gegeben

war und die höchstzulässige Auflast gesucht wurde, ist hier die Auflast gegeben und der zulässige Winkel  $\vartheta_0$  gefragt: Bis zu ihm darf der Klemmenspannungsvektor sich drehen, ohne daß die Maschine aus dem Tritt fällt. Diese umgekehrte Aufgabe läßt sich leicht mit Hilfe des Diagramms Abb. 14 lösen: Man greift für gegebene Last den stationären Betriebspunkt und den Wert der Stabilitätsgrenze ab. Die Differenz der zugehörigen Winkel liefert unmittelbar die höchstzulässige Drehung des Klemmenspannungsvektors: Sie ist in Abhängigkeit von der Last in Abb. 16 dargestellt. Allerdings gilt dies nur mit der Einschränkung, daß der elektromagnetische Ausgleichsvorgang auch hier vernachlässigt werden darf; da dies praktisch nicht zutrifft, muß man häufig mit merklichen Abweichungen von den hier entwickelten Ausgleichsgesetzen nach plötzlicher elektrischer Laststeigerung im Netze rechnen.

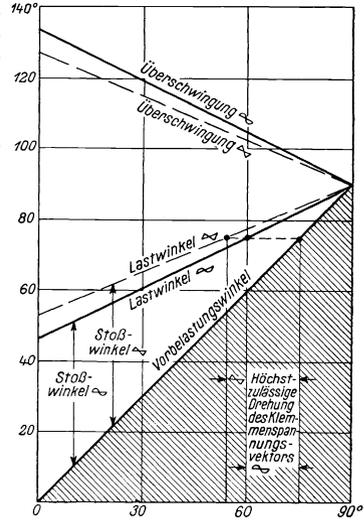


Abb. 14. Abhängigkeit des höchstzulässigen Stoßwinkels und des größten Pendelwinkels von der Vorbelastung.

## 6. Stabilität der widerstandsfreien, ungedämpften Maschine nach vorübergehendem Laststoß.

Wir untersuchen nunmehr die Wirkung eines vorübergehenden Laststoßes nach Abb. 17, wie er etwa einem rasch vorübergehenden Erdschluß oder Kurzschluß im Netz entspricht. Wir erfassen seine Merkmale in reiner Form, indem wir den Stoß auf unendlich kurze Zeit zusammendrängen, derart aber, daß das Integral

$$\int D_1 dt \quad (43)$$

endlich bleibt. Unter der Wirkung dieses Impulses erfahren die rotierenden Massen den Drall

$$\Theta \dot{\vartheta}_0 = \int D_1 dt. \quad (44)$$

Der Laststoß wirft also die rotierenden Massen mit der Geschwindigkeit

$$\dot{\vartheta}_0 = \frac{\int D_1 dt}{\Theta} \quad (45)$$

aus der Gleichgewichtslage. Setzen wir dies in (37) ein und berücksichtigen (34), so entsteht

$$\frac{1}{2} \dot{\vartheta}^2 = \frac{1}{2} \dot{\vartheta}_0^2 - \omega_0^2 (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta) + \omega_0^2 \sin \vartheta_0 (\vartheta - \vartheta_0). \quad (46)$$

Schwingungen treten auf, wenn es Lagen gibt, für welche die kinetische Energie verschwindet:

$$\frac{1}{2} \frac{\dot{\vartheta}^2}{\omega_0^2} = (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta) + \sin \vartheta_0 (\vartheta - \vartheta_0) = 0. \quad (47)$$

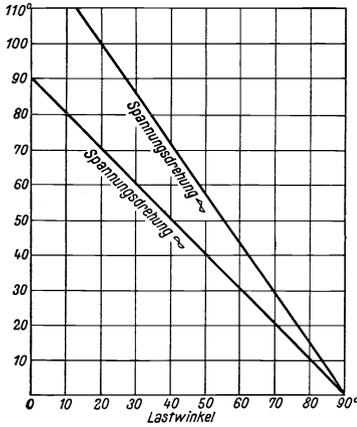


Abb. 16. Abhängigkeit der zulässigen Drehung des Klemmspannungsvektors von der Belastung.

Die Abhängigkeit des höchstzulässigen Stoßes vom Vorbelastungswinkel zeigt Abb. 19: Bei Leerlauf darf der Stoßimpuls bis 200% des Pendelimpulses erreichen, muß jedoch mit wachsender Vorlast nach einem annähernd kubischen Gesetze abnehmen, bis schließlich bei (statischer) Kipplast die Maschine überhaupt keinen Stoß mehr aufnehmen kann.

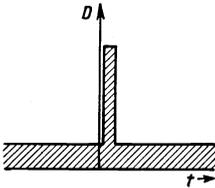


Abb. 17. Vorübergehender Laststoß.

7. Einfluß der Dämpfung auf die Stabilitätsgrenze.

Die bisherige Rechnung führte auf ungedämpfte Bewegungen. Im Gegensatz hierzu wird in Wahrheit der Pendelwinkel durch die Energieentziehung mittels der Dämpferwicklung reduziert. Durch Anwendung der Gl. (28) ergibt sich die gesamte Energievergeudung

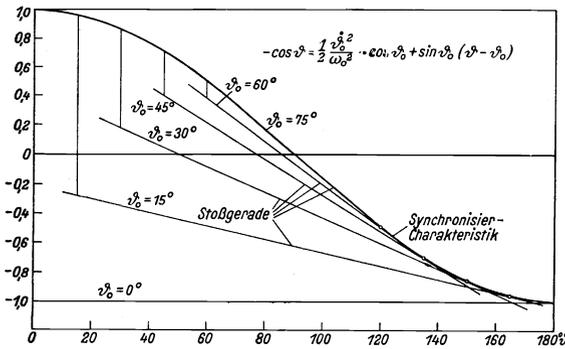


Abb. 18. Graphische Ermittlung des höchstzulässigen Stoßes.

Wir veranschaulichen diese Gleichung durch Zeichnung der Synchronisiercharakteristik

$$y_s = + \cos \vartheta \tag{48}$$

und der Stoßgeraden

$$y_{st} = - \frac{1}{2} \frac{\vartheta_0^2}{\omega_0^2} + \cos \vartheta_0 - \sin \vartheta_0 (\vartheta - \vartheta_0) \tag{49}$$

(Abb. 18). Wieder liefert uns die Berührungslage beider Charakteristiken die Stabilitätsgrenze, welche hier in der oberen Schranke für  $\vartheta_0$  den höchstzulässigen Stoß  $\frac{\vartheta_0}{\omega_0}$  angibt. Seine physikalische Bedeutung ergibt sich mittels der Identität

$$\frac{\dot{\vartheta}'}{\omega_0} = \frac{\Theta \dot{\vartheta}'}{\Theta \omega_0}$$

als „Stoßimpuls“  $\Theta \dot{\vartheta}'$ , ausgedrückt in Vielfachen des „Pendelimpulses“  $\Theta \omega_0$ .

$$2 \delta \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \dot{\delta} d\vartheta = v(\vartheta) - v(\vartheta_0) \tag{50}$$

als Funktion des Schwingungswinkels.

Für den Fall der plötzlichen Laststeigerung ist uns die ungedämpfte Bewegung durch Gl. (37) und Abb. 10 gegeben. Nun ist es allerdings nicht möglich, das Integral (50) in geschlossener analytischer Form darzustellen; wir sind zu einer graphischen

Quadratur gezwungen. Bei der Ausführung dieser Operation beschränken wir uns auf die Grenzbewegung entsprechend Gl. (39), welche uns die praktisch wichtigste Frage beantwortet: den Einfluß der Dämpfung auf die höchstzulässige Last. In Abb. 20 ist demgemäß zunächst der Verlauf der Geschwindigkeit im stabilen Grenzfall für verschiedene Vorbelastungswinkel

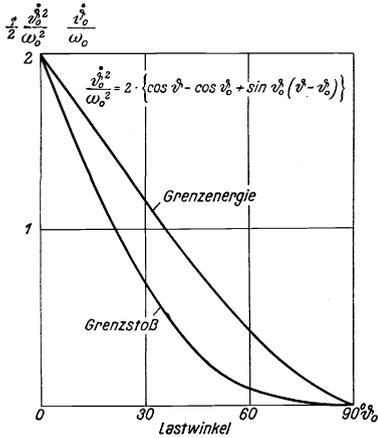


Abb. 19. Vorübergehender Grenzstoß bei verschiedenen Vorbelastungswinkeln.

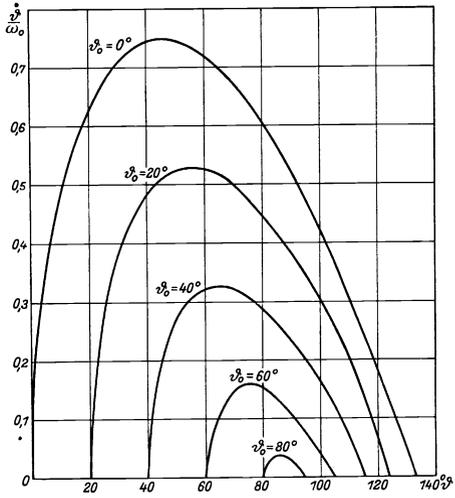


Abb. 20. Geschwindigkeitsverlauf im stabilen Grenzfall für verschiedene Vorbelastungswinkel.

kel gezeichnet worden, und aus ihnen entstanden durch Planimetrierung die Energievergeudungskurven der Abb. 21. Schreibt man nunmehr entsprechend der Grenzbedingung (36) Gl. (29) in spezieller Form

$$\frac{1}{2} \dot{\theta}^2 = Z(\theta - \theta_0) - \omega^2(\cos \theta_0 - \cos \theta) - v(\theta) + v(\theta_0), \quad (51)$$

so läßt sich die Stabilitätsbedingung durch die Ungleichung

$$\frac{Z}{\omega^2}(\theta - \theta_0) \leq (\cos \theta_0 - \cos \theta) - \frac{v(\theta) - v(\theta_0)}{\omega^2} \quad (52)$$

wiedergeben. Ähnlich Abb. 18 können wir diese Beziehung durch die Berührungslage der „gedämpften Synchronisiercharakteristik“

$$y_{sa} = +\cos \theta + \frac{v(\theta)}{\omega^2} \quad (53)$$

mit der Belastungsgeraden

$$y_b = -\frac{Z}{\omega^2}(\theta - \theta_0) + \cos \theta_0 + \frac{v(\theta_0)}{\omega^2} \quad (54 a)$$

veranschaulichen, wo, wie früher, die für

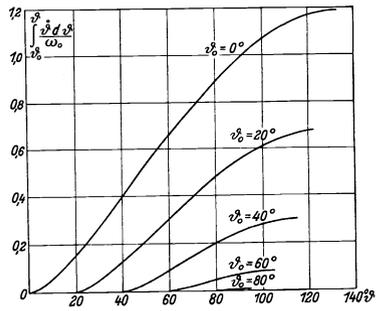


Abb. 21. Energievergeudung im stabilen Grenzfall.

die Zeichnung bequeme Relation der gleichen Anfangsordinaten im Vorbelastungspunkt ( $\vartheta = \vartheta_0$ )

$$(y_{\delta a})_{\vartheta = \vartheta_0} = (y_b)_{\vartheta = \vartheta_0} \tag{54 b}$$

gewahrt ist. Die Durchführung der Konstruktion (Abb. 22) zeigt überaus deutlich den günstigen Einfluß der Dämpfung: Der Überschwingwinkel ist kleiner

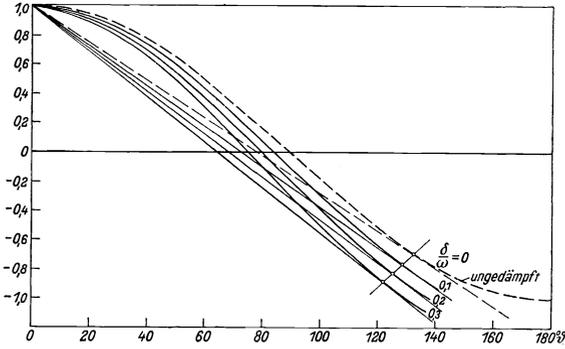


Abb. 22. Einfluß der Dämpfungen auf die Größe der Überschwingung und des höchstzulässigen Stoßes.

geworden, die zulässige Stoßkraft dagegen ist vergrößert. Das Maß dieser Vergrößerung geht aus Abb. 23 hervor, in welcher die zulässigen Stoßkräfte für verschiedene Dämpfungen als Funktion der Vorbelastung gezeichnet sind.

Man übersieht leicht, daß die hier angewandte Methode den Fall des vorübergehenden Stoßes in gleicher Weise zu beherrschen gestattet. Wir dürfen indes diese Rechnung um so eher übergehen, als das hier vorliegende Problem aufs engste mit den Vorgängen beim Eintrittwerfen asynchron angelaufener Synchronmaschinen verwandt ist.

### 8. Einfluß des Widerstandes auf die Schwingungsvorgänge.

Durch Einsetzen der in Nr. 3 abgeleiteten Drehmomentengleichung (14a) gewinnen wir als Grundgleichung dieser Maschine

$$\Theta \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2 \delta \Theta \frac{d \vartheta}{dt} + \frac{E_k E_p}{\omega \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} (\sin(\vartheta + \varrho) - \frac{E_p}{E_k} \sin \varrho) = D. \tag{55}$$

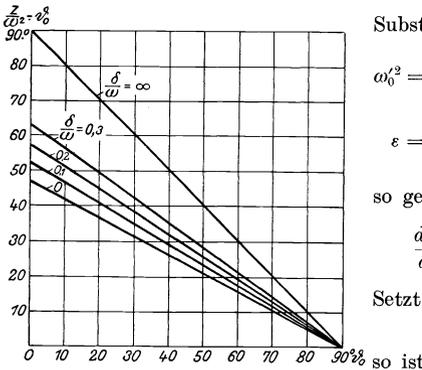


Abb. 23. Einfluß der Dämpfung auf den zulässigen Stoßwinkel bei sinusförmiger Synchronisierkraft.

Substituieren wir

$$\left. \begin{aligned} \omega_0'^2 &= \frac{E_k E_p}{\Theta \omega \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}; \\ \varepsilon &= \frac{E_p^2}{\omega \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin \varrho; \quad Z' = \frac{D + \varepsilon}{\Theta}, \end{aligned} \right\} \tag{56}$$

so geht Gl. (55) über in

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2 \delta \frac{d \vartheta}{dt} + \omega_0'^2 \sin(\vartheta + \varrho) = Z'. \tag{57}$$

Setzt man nun

$$\vartheta + \varrho = \vartheta', \tag{58}$$

$$\frac{d \vartheta}{dt} = \frac{d \vartheta'}{dt}; \quad \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = \frac{d^2 \vartheta'}{dt^2}, \tag{59}$$

so daß man an Stelle von (57) schreiben kann

$$\frac{d^2 \vartheta'}{dt^2} + 2 \delta \frac{d \vartheta'}{dt} + \omega_0^2 \sin \vartheta' = Z'. \quad (60)$$

Diese Gleichung ist aber formal mit den Bewegungsgesetzen der widerstandsfreien Maschinen identisch. Daher folgt der Satz:

Der Bewegungsvorgang der widerstandsbehafteten Maschine stimmt bei gleicher Dämpfung mit dem der widerstandsfreien Maschine überein, wofern man sich nur deren Pendelwinkel und Lastmoment um ein bestimmtes Maß vergrößert denkt. Dieses für die Anwendung überaus bequeme Ergebnis führt die Stabilitätsuntersuchung auf die bereits behandelten Fälle zurück.

### β) Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft.

#### 9. Schwingungen der ungedämpften Maschine.

Wir gehen nun dazu über, die Stabilitätsbedingungen der Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft aufzustellen. Die Behandlung dieses Falles ist, über die von uns genannte praktische Bedeutung hinaus, von besonderem theoretischen Werte: Hier allein ist die strenge Berechnung auch der gedämpften Bewegungen möglich.

Um die dreieckförmige Synchronisierkraft in einfacher Weise darzustellen, spalten wir die Differentialgleichung (6) in zwei Differentialgleichungen auf, deren eine für den Bereich 1

$$-\frac{\pi}{2} < \vartheta < +\frac{\pi}{2}$$

(zunehmende Synchronisierkraft), deren zweite für den Bereich 2

$$\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{3\pi}{2}$$

(abnehmende Synchronisierkraft) Gültigkeit hat. So entstehen die Forderungen

$$\text{Für Bereich 1: } \left. \begin{aligned} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \omega^2 \vartheta = Z \end{aligned} \right\} Z = \frac{D}{\omega} \quad (61)$$

$$\text{Für Bereich 2: } \left. \begin{aligned} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \omega^2 (\pi - \vartheta) = Z \end{aligned} \right\} \omega = \sqrt{\frac{c}{\vartheta}}. \quad (62)$$

Die entstehenden Differentialgleichungen sind aus der Theorie der harmonischen Schwingungen bekannt. Im Bereiche der ansteigenden Rückführkraft erhält man einfach harmonische Schwingungen, deren Verlauf sich für die Annahme einer nach Abb. 9 veränderlichen Belastung entsprechend der Grenzbedingung (36) nach der Gleichung

$$\vartheta = \frac{Z}{\omega^2} \left( \vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2} \right) \cos \omega t \quad (63)$$

regelt.

Solange der Pendelwinkel  $90^\circ$  nicht überschreitet, findet die Bewegung stets im Gebiete zunehmender Synchronisierkraft statt, sie ist daher unbedingt stabil. Sind indessen die Stoßkräfte hinreichend groß, so erreicht sie den Kulminationspunkt zur Zeit  $t = T_0$

$$\cos \omega T_0 = \frac{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}}{\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}} \quad (64)$$

mit der Geschwindigkeit

$$\vartheta_{t=T_0} = -\left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right) \omega \cdot \sin \omega T_0 = \left(\frac{Z}{\omega^2} - \vartheta_0\right) \omega - \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}}{\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}}\right)^2}. \quad (65)$$

Wir brechen nunmehr die Bewegung (63) ab und lassen ihr eine neue (Index 1) folgen, welche an sie gemäß den Stetigkeitsbedingungen

$$\begin{aligned} \vartheta_{t=0} = \vartheta_{t=T_0} &= \frac{\pi}{2} \\ \dot{\vartheta}_{t=0} = \dot{\vartheta}_{t=T_0} &= \left(\frac{Z}{\omega^2} - \vartheta_0\right) \omega \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}}{\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}}\right)^2} = \left(\frac{Z}{\omega^2} - \vartheta_0\right) \omega \sqrt{\frac{\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{2}\right)\left(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2}\right)}{\left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right)^2}} \end{aligned} \quad (66)$$

anschließt. Diesen Bedingungen genügt die Lösung der Differentialgleichung (62)

$$\vartheta_1 = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}\right) (1 - \mathfrak{C}\mathfrak{O}\mathfrak{I} \omega t) + \left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right) \sqrt{\frac{\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{2}\right)\left(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} - 2\frac{Z}{\omega^2}\right)}{\left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right)^2}} \mathfrak{S}\mathfrak{I}\mathfrak{N} \omega t. \quad (67)$$

Die hierdurch gegebene Bewegung kann wegen des exponentiellen Charakters der Hyperbelfunktionen divergieren. Soll die Bewegung im Endlichen bleiben, so muß der Pendelwinkel nach Überschreitung eines Maximums abnehmen und die Maschine wieder in den Bereich zunehmender Synchronisierkraft schwingen. Somit erhalten wir die Stabilitätsbedingung

$$\dot{\vartheta}_1 = -\left(\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}\right) \omega \mathfrak{S}\mathfrak{I}\mathfrak{N} \omega t + \left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right) \sqrt{\frac{\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{2}\right)\left(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} - 2\frac{Z}{\omega^2}\right)}{\left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right)^2}} \omega \mathfrak{C}\mathfrak{O}\mathfrak{I} \omega t = 0 \quad (68)$$

oder

$$\mathfrak{T}\mathfrak{G} \omega t = \frac{\sqrt{\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{2}\right)\left(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} - 2\frac{Z}{\omega^2}\right)}}{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}}. \quad (68a)$$

Diese Beziehung ergibt indes nur dann reale Lösungen, wenn

$$\frac{\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{2}\right)\left(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} - 2\frac{Z}{\omega^2}\right)}{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}} \leq 1 \quad (69)$$

erfüllt ist. Hierin liefert das Gleichheitszeichen den äußerst möglichen Wert, die Stabilitätsgrenze

$$\frac{Z}{\omega^2} = \pi - \vartheta_0 - \frac{\pi}{2} \sqrt{2} + \vartheta_0 \sqrt{2}; \quad (70)$$

während sich der Überschwingwinkel aus Gl. (67) zu

$$\vartheta_{\max} = \pi - \frac{Z}{\omega^2} = \vartheta_0 + \frac{\pi}{2} \sqrt{2} - \vartheta_0 \sqrt{2} = \sqrt{2} \left(\frac{\pi}{2} - 0,293 \vartheta_0\right) \quad (71)$$

berechnet. Wir veranschaulichen Gl. (70) und (71) in den Kurven der Abb. 14, welche einen bequemen Vergleich mit den in der gleichen Abbildung eingetragenen Werten der Maschine mit sinusförmiger Synchronisierkraft gestatten; hierbei sind dem Vergleiche Maschinen mit derselben Pendelfrequenz (für unendlich kleine Schwingungen) zugrunde gelegt. Offenbar vermag die Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft stärkeren Stößen Widerstand zu leisten als jene Maschine, eine Folge der in der Umgebung der statischen Kippgrenze größeren Synchronisierkraft. Indessen ist der Unterschied nicht sehr bedeutend. Der Grund hierfür wird aus dem zeitlichen Verlaufe der Schwingung ersichtlich, welche gemäß Gl. (63) und (67) in Abb. 24 gezeichnet sind: Die Schwingungskurven stimmen mit denen der Abb. 12 in überraschend weitem

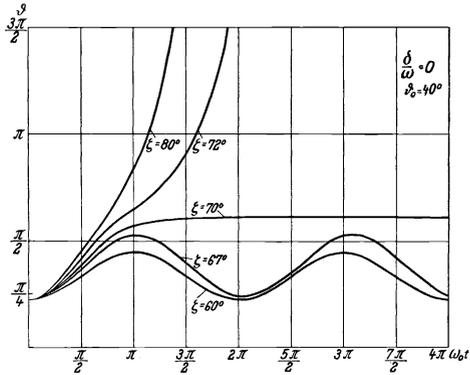


Abb. 24. Zeitlicher Verlauf der Bewegung für die dämpfungsfreie Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft.

Maße überein. Dieses Ergebnis erlaubt uns, den in (6) behandelten Fall hier auszuschließen und uns fortan auf die Untersuchung einer Laststeigerung zu beschränken.

### 10. Schwingungen der gedämpften Maschine.

Für die mit Dämpferwicklung versehene Maschine entstehen aus Gl. (6) für die beiden Bereiche zunehmender und abnehmender Synchronisierkraft die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\pi}{2} < \vartheta < +\frac{\pi}{2} : \\ \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2\delta \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + \omega_0^2 \cdot \vartheta = Z \end{aligned} \right\} (72)$$

$$\left. \begin{aligned} +\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{3\pi}{2} : \\ \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2\delta \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + \omega_0^2 (\pi - \vartheta) = Z. \end{aligned} \right\} (73)$$

Obwohl diese ihrem physikalischen Verhalten nach natürlich nicht mehr aussagen als Gl. (6), sind sie darum besonders wertvoll, weil sie infolge der linear ansteigenden bzw. abnehmenden Synchronisierkraft eine analytische Integration in strenger Form gestatten. Für die Bewegung innerhalb des Bereiches der zunehmenden Synchronisierkraft erhalten wir dann mit der Grenzbedingung (36) das Gesetz

$$\vartheta = \frac{Z}{\omega^2} + (\vartheta_0 - \zeta) \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos \omega t + \left( \vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2} \right) \cdot \frac{\delta}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin \omega t. \quad (74)$$

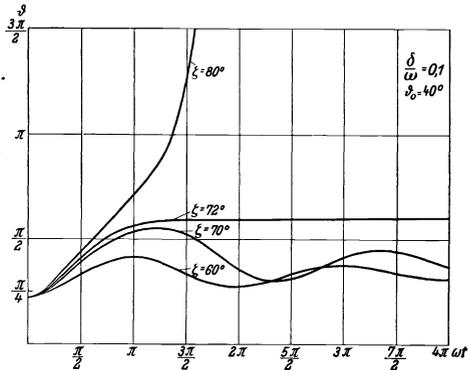


Abb. 25. Zeitlicher Verlauf der Bewegung für die gedämpfte Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft.

Auch hier sind die Fälle unbedingt stabiler Bewegung und einer Bewegung zu unterscheiden, welche über die statische Kippgrenze der Maschine hinausgeht. Beschränken wir uns auf diese, welche für die Stabilitätsuntersuchung allein Interesse besitzt, so ergibt sich die Geschwindigkeit im Augenblick des Erreichens der Kippgrenze aus Gl. (74) in der Form

$$\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_{t=T} = -\left(\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}\right) \cdot e^{-\delta T} \cdot \omega_0 \cdot \sin \omega T, \quad (75)$$

wobei die Durchlaufzeit  $T$  durch die transzendente Gleichung

$$\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2}}{\vartheta_0 - \frac{Z}{\omega^2}} = e^{-\delta T} \cdot \cos\left(\omega T - \frac{\delta}{\omega}\right) = e^{-\frac{\delta}{\omega} \cdot \omega T} \cdot \cos\left(\omega T - \frac{\delta}{\omega}\right) \quad (76)$$

bestimmt ist. An diese Bewegung ist nunmehr die Bewegung im Bereiche der abnehmenden Rückführkraft (Index 1) mittels der Stetigkeitsbedingungen des

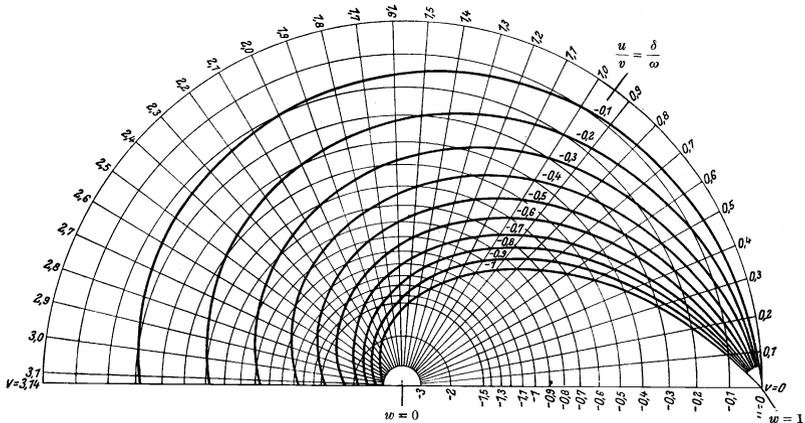


Abb. 26. Spiraldiagramm zur Lösung der transzendenten Gleichung 76:

Die Funktion  $w = e^z = e^{u+iv} = e^u \cdot \cos v + i \cdot e^u \cdot \sin v$ ; Spiralen  $\frac{u}{v} = \text{const.}$

Winkels sowohl wie der Bewegungsgeschwindigkeit anzuschließen. Wie oben ergibt sich

$$\vartheta_1 = \pi - \frac{Z}{\omega^2} + \left(\frac{Z}{\omega^2} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{-\delta t} \cdot \mathfrak{C} \cos \omega t + \left(\frac{Z}{\omega^2} - \vartheta_0\right) \cdot e^{-\delta t} \sin \omega T \cdot e^{-\delta T} \cdot \mathfrak{S} \sin \omega t, \quad (77)$$

wovon man sich durch Einsetzen leicht überzeugt. Die Stabilitätsbedingung erfordert das Erreichen eines maximalen Winkels und liefert somit die Bedingung

$$\mathfrak{I} \mathfrak{G} \omega t = \frac{-\frac{\delta}{\omega^2} \left(\frac{Z}{\omega^2} - \frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{Z}{\omega^2} - \vartheta_0\right) \cdot e^{-\delta T} \cdot \sin \omega T}{\frac{\pi}{2} - \frac{Z}{\omega^2} + \frac{\delta}{\omega} \left(\frac{Z}{\omega^2} - \vartheta_0\right) \cdot e^{-\delta T} \cdot \sin \omega T} \leq 1. \quad (78)$$

Wegen der verwickelten Form der Gl. (78) ist es allerdings nicht möglich, aus (78) die höchstzulässige Last explizite zu berechnen. Wir müssen daher entweder den Schwingungsverlauf aufzeichnen, um aus ihm die Größe  $T$  zu entnehmen (Abb. 25)

oder bequemer die Wurzeln von (76) graphisch mittels des Spiraldiagramms der Abb. 26 aufsuchen. Nach diesem Verfahren sind in Abb. 27 die zulässigen Auflasten für verschiedene Dämpfungen als Funktion der Vorbelastung gezeichnet. Man erkennt, daß die Stabilität durch die Dämpfung nicht unerheblich vergrößert wird; dieses Ergebnis stimmt mit dem oben gefundenen Verhalten der Maschine mit sinusförmiger Synchronisierkraft überein. Zahlenmäßig ergibt sich, daß die plötzlich mechanisch aufschaltbare Last bei der ungedämpften Maschine mit sinusförmiger Synchronisierkraft 52%, bei der ungedämpften Maschine mit dreieckförmiger Synchronisierkraft 59% der statisch zulässigen Laststeigerung (bis zur Kippgrenze) beträgt. Bei der in normalen Synchronmaschinen üblichen Dämpfung  $\delta = \sim 0,3 \omega$  erhöht sich die Auflast im ersten Falle auf 69%, im zweiten Falle auf 77%.

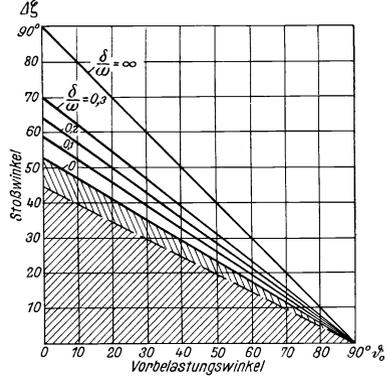


Abb. 27. Einfluß der Dämpfung auf den zulässigen Stoßwinkel bei dreieckförmiger Synchronisierkraft.

## 11. Zusammenfassung.

Die statische Kippgrenze, bei der stationär arbeitende Synchronmaschinen nach Überschreiten einer Grenzlast außer Tritt fallen, wird durch plötzliche Zustandsänderungen verkleinert. Die „dynamische Grenzlast“ wird unter Vernachlässigung der elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge berechnet; der mechanische unharmonische Bewegungsvorgang wird durch Kurven veranschaulicht.

Für den Fall harmonischen Zusammenhangs zwischen Synchronisierkraft und Pendelwinkel wird die Bewegungsgleichung der dämpfungsfreien Maschine mittels des Energieprinzips integriert. Die Bedingung eben noch verschwindender kinetischer Energie liefert die Stabilitätsgrenze sowohl für den Fall einer plötzlichen Laststeigerung, wie für den Fall eines vorübergehenden Laststoßes. Die mit Dämpfung behaftete Maschine wird näherungsweise behandelt, ihre Stabilität übertrifft die der dämpfungsfreien Maschine, sie erreicht im Grenzfall die Höhe der statischen Stabilität.

Der Einfluß des bei Schenkelpolmaschinen hinzutretenden Reaktionsmomentes auf die Stabilität wird durch Einführung einer dreieckförmigen Synchronisierkraft dargestellt. Für diese läßt sich die Rechnung selbst mit Berücksichtigung der Dämpfung streng durchführen. Aus dieser ergibt sich, daß der Bewegungsverlauf qualitativ weitgehend mit den Gesetzen der Maschine mit sinusförmiger Synchronisierkraft übereinstimmt.

Die mathematische Behandlung der genauen Schwingungsgleichung liefert über das analytische Stabilitätskriterium hinaus die Quantität der Stabilitätsgrenzen. Diese werden in Kurventafeln niedergelegt, welche ihre Auswertung für praktische Fragen des Netzbetriebes gestatten. Für die Maschinentchnik läßt sich aus ihnen die Stabilitätserhöhung durch Anwendung einer kräftigen elektromechanischen Dämpfung sowie der günstige Einfluß des Reaktionsmomentes ablesen.

# Das Verhalten des Differentialschutzes nach Merz-Price bei Verwendung von Stromwandlern kleiner Leistung.

## Zweiter Teil.

Von Fritz Ahrberg und Wilhelm Gaarz.

Mit 10 Textabbildungen.

Mitteilung aus der Meßinstrumenten-Abteilung des Wernerwerkes  
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 16. Februar 1926.

### 1. Dimensionierung der Wandler.

Im ersten Teil der Arbeit auf S. 103—104 wurde festgestellt, daß die Rechnung und der Versuch nicht ganz übereinstimmen. Solche Abweichungen lassen sich teilweise durch die Verschiedenheit der Magnetisierungskurven des verwendeten Eisens erklären. Hierzu kommt noch, daß der Magnetisierungsstrom des stärker gesättigten Wandlers schon bei einem „B“ von einigen Tausend Linien erheblich von der Sinusform abweicht. Abb. 1 zeigt die sich bei verschiedenen Induktionen ergebenden Kurvenformen der Leerlaufströme eines Ringstromwandlers normaler Type der in Abb. 2 wiedergegebenen Abmessungen bei angelegter sinusförmiger Spannung. Wie daraus ersichtlich, nimmt mit ansteigender Induktion im Eisenkern der prozentische Anteil des dritten Obertones mehr und mehr zu. Diese höheren, besonders die dritten Harmonischen gleichen sich, über das Relais aus, auch wenn der Effektivwert des Leerlaufstromes bei beiden Wandlern gleich ist. Ferner haben die Leerlaufströme der beiden Wandler auch noch eine gewisse Phasenverschiebung gegeneinander, da infolge der verschiedenen Eisenverluste der Leerlaufstrom des höher gesättigten Wandlers etwas voreilt, so lange das Knie der Magnetisierungskurve nicht überschritten wird.

Der Einfluß der höheren Harmonischen und der Phasenverschiebung macht sich nur wenig bemerkbar, wenn der Leerlaufstrom der Wandler, namentlich bei Überlastungen, noch klein bleibt (etwa weniger als 1 A, bezogen auf die Sekundärseite der Wandler). So ist in unserem Beispiel nach Tab. 1 auf S. 101 der Leerlaufstrom 1 A, wenn die Induktion im stärkeren Wandler bereits 11 000 beträgt, bei einer Überlastung, die dem 15fachen des Nennwertes entspricht. Der lediglich durch Oberwellen und Phasenverschiebung hervorgerufene Ausgleichsstrom im Relais wird dann im ungünstigsten Falle kaum 1 A übersteigen, so daß das Ansprechen erst stattfindet, wenn infolge der hohen Magnetisierung des stärkeren Wandlers dessen Leerlaufstrom schnell ansteigt.

In den meisten Fällen werden die Verhältnisse ähnlich liegen wie bei dem erwähnten Beispiel. In der Regel haben wir Transformatoren, die von hoher Spannung auf eine erheblich kleinere Spannung übersetzen oder umgekehrt. So ergeben sich beispielsweise für einen Leistungstransformator von 10 000 kVA Stern-Stern-Schaltung und einem Übersetzungsverhältnis von  $\frac{100}{10}$  kV folgende Verhältnisse für

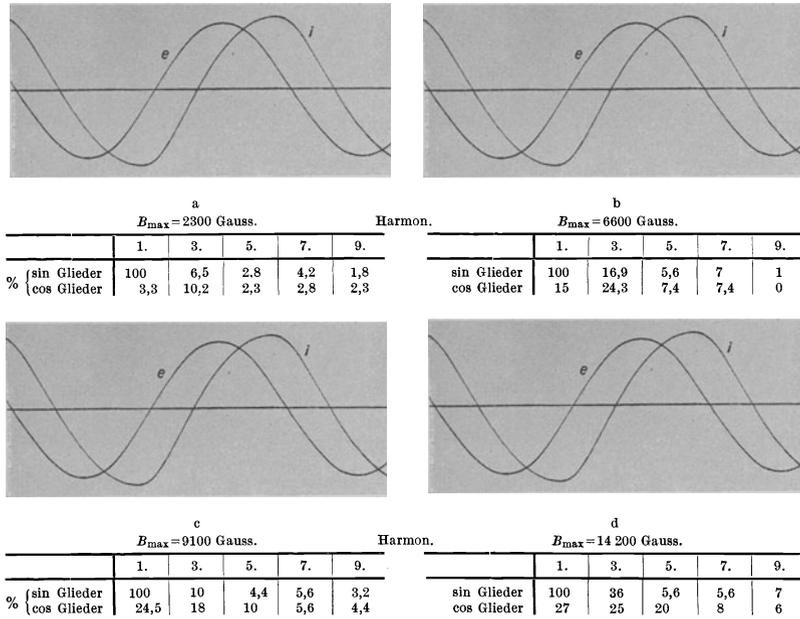


Abb. 1 a—d.

die benötigten Stab- oder Einleiterwandler: Oberspannungsseitig  $\frac{60}{5}$  A sek. Windungszahl  $n_2 = 12$ , unterspannungsseitig  $\frac{600}{5}$  A sek. Windungszahl  $n_2 = 120$ . Nimmt man die Länge der sek. Verbindungsleitung zu 0,2 Ohm entsprechend 60 m bei 6 qmm Cu Querschnitt an, so ergibt sich, wenn man ein  $B_{\max}$  von 2000 Gauss im Stromwandler  $\frac{600}{5}$  A zuläßt, ein Eisenquerschnitt von ca. 12 qcm bei einem Kurzschlußstrom, der dem 10fachen Nennwert des Stromwandlers entspricht. Bei der kleineren Spannung ist aber die Stromstärke ziemlich groß, also auch die Windungszahl des Wandlers. Außerdem ist der Durchmesser des Ringkerns bei der kleinen Spannung gering wegen der geringeren Isolation. Hohe Windungszahl und kleiner Kraftlinienweg bedingen aber einen kleinen Leerlaufstrom. Im vorstehenden Beispiel würde der Ausgleichstrom, der über die Differentialstromrelais fließt, beim 10fachen Überstrom etwa 0,4 A betragen. Das Schutzsystem würde also auf einen äußeren Kurzschlußstrom vom mehr als 10fachen Betrage des Nennwertes noch nicht ansprechen.

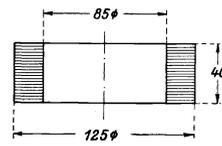


Abb. 2.

Eisenquerschnitt (rein) = 7,1 cm  
 Windungszahl  $n = 200$   
 hochleg. Eisenblech. 0,5 mm

Anders liegen die Verhältnisse, wenn es sich um Transformatoren handelt, die zur Kuppelung von großen Hochspannungsnetzen dienen. Hier ist die Spannung auf beiden Seiten oft nur wenig verschieden und die Stromstärke meist ziemlich klein. Verwendet man in diesem Falle Stabwandler, so wird auch der stärkere Wandler noch eine geringe Windungszahl und einen großen Kraftlinienweg besitzen. Soll er den Spannungsabfall der Verbindungsleitungen decken, so wird er einen verhältnismäßig hohen Leerlaufstrom verbrauchen und es kann infolge der Oberwellen und Phasenverschiebung des Leerlaufstromes ein Ansprechen des Differentialschutzes erfolgen, auch wenn der Effektivwert des Leerlaufstromes bei beiden Wandlern gleich ist. Das gleiche kann auch bei den im vorigen Absatz erwähnten Transformatoren eintreten, wenn der Widerstand der Verbindungsleitungen der Wandler groß ist. Der Einfluß der verschiedenen Kurvenformen der Leerlaufströme soll an einem Beispiel an Hand von Oszillogrammen gezeigt werden. Um festzustellen, wie weit der aus der Differenz der Leerlaufströme errechnete Ausgleichsstrom sich mit dem gemessenen deckt, wurden mit Stromwandlerabmessungen, die den in der Praxis

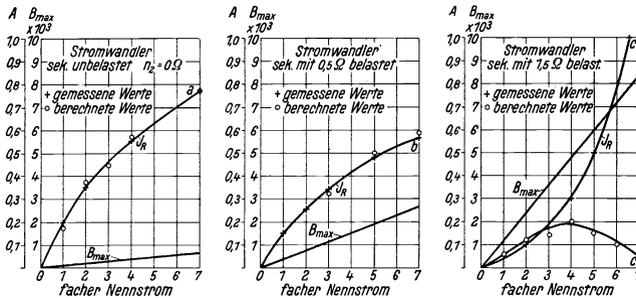


Abb. 3. Ausgleichstrom  $J_R$  in Abhängigkeit vom Belastungsstrom.

vorkommenden Verhältnissen entsprechen, noch einige Versuche angestellt. Dabei konnte durch Hinzufügen von Widerstand in den Sekundärstromkreis der Widerstand der Verbindungsleitungen beliebig geändert werden. Das Differentialstromrelais war hierbei durch einen Strommesser mit gleicher Wicklungsimpedanz ersetzt. Der Strommesser lag parallel zu den Sekundärklemmen des Stromwandlers der Hochvoltseite, so daß der Stromwandler der Niedervoltseite mit dem Verbrauch der Verbindungsleitungen belastet war. Es wurden in den Sekundärkreis 0 Ohm, 0,5 Ohm und 1,5 Ohm gelegt. Die Abmessungen der Stromwandler waren folgende:

Hochvoltseitig: Stabwandler, Kernquerschnitt 108 qcm Länge des mittleren Kraftlinienweges 85 cm  $n_2 = 15$   $r_2 = 0,04$  Ohm.

Niedervoltseitig: Stabwandler, Kernquerschnitt 48 qcm Länge des mittleren Kraftlinienweges 48 cm  $n_2 = 60$   $r_2 = 0,1$  Ohm.

In Abb. 3 sind die Ergebnisse gemessen und unter Berücksichtigung nur der Effektivwerte errechnet wiedergegeben. Wie man sieht, stimmen die rechnerischen Ergebnisse mit denen der Messung bei den Kurven  $a$  und  $b$  gut überein, während  $c$  gegenüber den errechneten Werten erheblich abweicht. Der Grund hierfür ist, wie oben ausgeführt, der wachsende Einfluß der oberen Harmonischen bei höheren Eisen-

sättigungen. Im Oszillogramm Abb. 4 sind einmal die Leerlaufströme sowohl der Stromwandler der Hoch- als auch der Niederspannungsseite, sodann der Ausgleichstrom durch das Relais bei ca. 6fachem Nennstrom und einer sek.Verbindungsleitung von ca. 1,5 Ohm wiedergegeben. Die gestrichelte Kurve ist die errechnete Differenzkurve, also der Ausgleichstrom durch das Relais bei diesen Belastungen. Wie ersichtlich weichen die errechneten von den oszilligraphisch ermittelten Werten nur wenig voneinander ab.

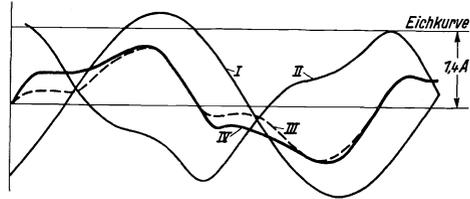


Abb. 4.

- I Leerlaufstrom: Hochvoltseitig } Oszillogrammaufnahme.
- II „ „ Niedersvoltseitig } Oszillogrammaufnahme.
- III Ausgleichstrom durch Relais, berechnet.
- IV „ „ „ „ gemessen (Oszillogrammaufnahme).

Es bleibt nun noch zu untersuchen, auf welche Art man die Induktion im stärker gesättigten Wandler herabsetzen kann, um ein Ansprechen durch die Kurvenform des Leerlaufstromes zu verhindern. Man könnte vielleicht auf den Gedanken kommen, den Leerlaufstrom des schwächeren Wandlers zu erhöhen, damit er mit einem größeren Teil der Verbindungsleitungen belastet werden kann und durch eine Änderung der Windungszahl, etwa durch Verringerung der Windungszahl des schwächeren Wandlers den Sekundärstrom beider Wandler wieder auf den gleichen Wert zu bringen.

Dies ist aber wirkungslos, wie schon auf S. 103 angedeutet ist. Wenn der Leerlaufstrom des schwächeren Wandlers, bezogen auf die Sekundärseite, nämlich größer ist als der Leerlaufstrom des stärkeren Wandlers, ebenfalls auf die Sekundärwicklung bezogen, so erhalten die Sekundärströme beider Wandler eine entsprechende Phasenverschiebung gegeneinander und die geometrische Differenz fließt durch das Relais.

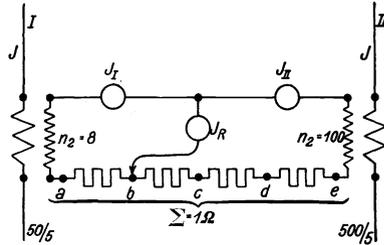


Abb. 5.

Die Wirkung einer Änderung der Windungszahl soll nach den im ersten Teil der Arbeit benutzten Wandlern gezeigt werden.

Der stärkere Wandler erhielt wieder 100 Windungen, der schwächere aber anstatt 10 nur 8 Windungen. Der erste Wandler hat primär 500 AW, der andere 50 AW. Die Wandler wurden nach Abb. 5 geschaltet, der eine Anschlußpunkt des Relais war beweglich und konnte an verschiedenen Stellen des im ganzen 1 Ohm betragenden Leitungswiderstandes angelegt werden. Legt man das Relais nacheinander an die Punkte a—e, so ergeben sich folgende Ausgleichströme bei Nennstrom:

	$J_R$	$J_I$	$J_{II}$
a)	0,9	6	5,0
b)	0,8	5,5	5,0
c)	0,9	5,3	5,0
d)	1,1	5,0	5,0
e)	1,25	4,8	4,86

Der Widerstand im Relais mit Zuleitung betrug wieder 0,2 Ohm.

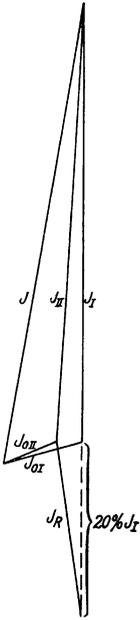


Abb. 6.

Man sieht also, daß es keinen Anschlußpunkt des Relais gibt, wo der Relaisstrom nicht unzulässig hoch wird.

Für den Fall, daß das Relais an *a* angeschlossen ist, ergeben sich die Ströme nach dem Diagramm Abb. 6. Trotzdem das Relais an den Klemmen des Wandlers *I* liegt, ist der Leerlaufstrom dieses Wandlers noch etwas größer als der des Wandlers *II*, da das Spannungsminimum nach S. 102 noch innerhalb des Wandlers *I* liegen müßte und dieser auch noch den Spannungsabfall des Relais von etwa 0,2 V überwinden muß. Immerhin bleibt der Leerlaufstrom des Wandlers *I* noch sehr klein und sein Sekundärstrom wird wegen der geringen Windungszahl etwa 20% größer als der Nennstrom. Dieser Überschub fließt über das Relais, dessen Strom gegenüber den in den Verbindungsleitungen fließenden Strömen nur geringe Phasenverschiebung hat. (Oszillogramm Abb. 7.)

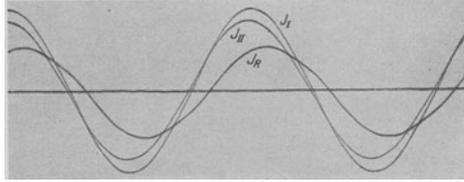


Abb. 7.

Liegt das Relais an *c*, so gilt das Diagramm Abb. 8. Der Leerlaufstrom des Wandlers *I* ist groß, der Strom  $J_I$  ist der Größe nach ungefähr gleich  $J_{II}$ , aber stark phasenverschoben. Der Ausgleichstrom  $J_R$  ist daher fast um  $90^\circ$  gegenüber  $J_I$  verschoben (Oszillogramm Abb. 9).

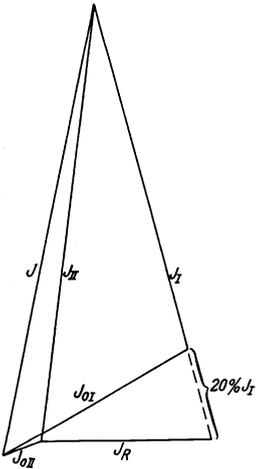


Abb. 8.

Eine Abweichung vom Nennwert der Übersetzung bei einem der Wandler durch Änderung der Windungszahl führt also nicht zum Ziele, ja sie ist sogar unzulässig. Etwas anderes ist es natürlich, wenn bei beiden Wandlern die Windungszahl im gleichen Verhältnis geändert wird. So kann man die Wandler für sekundär 2 oder 1 A ohne weiteres wickeln.

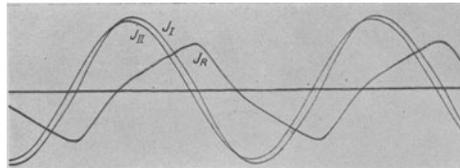


Abb. 9.

Um die Induktion im Wandlerkern herabzusetzen, kann man auch den Eisenquerschnitt vergrößern, aber hierin ist man meist an bestimmte zulässige Kernlängen gebunden. Das beste und wirksamste Mittel ist die Wicklung der Wandler für eine kleinere Sekundärstromstärke, etwa 1 A zu wählen. Dann ist bei gleichem Querschnitt der Verbindungsleitungen der Energieverbrauch nur  $\frac{1}{25}$  von dem Verbrauch bei 5 A, die Induktion im Eisen kann also klein gehalten werden. Man wird dann zweckmäßig dafür sorgen, daß B den Wert von etwa 2000 bei Kurzschluß nicht überschreitet. Dazu ist natürlich auch die Kenntnis der maximal bei einem Kurzschluß unmittelbar hinter dem Leistungstransformator auftretenden Dauerkurzschlußstromes erforderlich. Es ist zu empfehlen, in den Fällen, wo der Leerlaufstrom bei Kurzschluß 1 A überschreitet, die Grenze für B durch die Wahl einer höheren Windungszahl einzuhalten, da es praktisch Schwierigkeiten macht, die Oberwellen der Leerlaufströme vorherzubestimmen und den zu erwartenden Ausgleichstrom genau zu berechnen. Die Diagramme Abb. 1 lassen das Ansteigen der oberen Harmonischen gegenüber der Grundwelle mit wachsendem „B“ deutlich erkennen.

## 2. Beeinflussung der Wandler durch starke Ströme der anderen Phasen.

Kommen beim Differentialschutz große Ströme von etwa 1000 A und darüber vor, so kann bei Kurzschluß eine Beeinflussung der Wandler durch die Ströme der benachbarten beiden Phasen stattfinden, und dann den Differentialschutz bei einem außerhalb des geschützten Transformators auftretenden Kurzschlusses zum Ansprechen bringen. Eine solche Beeinflussung ist also bei Mehrphasensystem möglich. Führt man dicht an einem Wandlerkern, dessen Wicklung über einen Strommesser kurzgeschlossen ist, eine Leitung, die von einem starken Strom durchflossen wird, vorbei, so ist diese zweite Leitung mit einem Teil der Sekundärwicklungen magnetisch verkettet und induziert hier eine Spannung. Ein merklicher Strom fließt aber in der Sekundärwicklung nicht, weil der Eisenkern mit den nicht verketteten Windungen als Drosselspule wirkt. Wird dagegen auf dem Kern noch eine Kurzschlußwindung aufgebracht, so fällt die Drosselwirkung fort und es fließt Strom im Wandler. Bei normalem Betrieb ist also keine Beeinflussung der Wandler zu erwarten. Entsteht dagegen ein Kurzschluß dicht hinter den Stromwandlern, so bildet die Primärwicklung des Wandlers mit der Wicklung des Leistungstransformators einen Kurzschlußkreis, so daß durch die Beeinflussung der Wandler ein Ausgleichstrom in den Relais hervorgerufen werden kann, der zum Ansprechen führt.

Ein solcher Beeinflussungsversuch wurde ausgeführt. Es wurde ein Einphasentransformator über einen Stromwandler 800/5 A (Ringkern 170/100 × 20 mm) kurzgeschlossen. Die Stromstärke betrug 640 A. Der Stromwandler war mit einem Dreieisenstrommesser für 5 A belastet. An dem Wandlerkern wurde ein Kabel mit 2000 A vorbeigeführt. Waren die Ströme des Wandlers und des Kabels in Phase, so ergab sich keine wesentliche Beeinflussung. Betrug dagegen die Phasenverschiebung 90°, so war eine Änderung des Wandlerstromes festzustellen, die vom Abstand des Kabels abhängig war. Es wurden bei verschiedenen Abständen die aus Abb. 10 ersichtlichen Wandlerströme gemessen. Bei Verdrehen der Phase um 180° war die

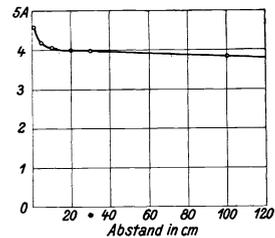


Abb. 10.

Beeinflussung umgekehrt. Daß bei Phasengleichheit die Beeinflussung so gering ist, erklärt sich daraus, daß dann der durch die Beeinflussung im Wandler hervorgerufene Strom etwa um  $90^\circ$  gegenüber dem normalen Wandlerstrom verschoben ist. Da bei Kurzschluß erheblich größere Ströme vorkommen, kann die Beeinflussung auch bei  $120^\circ$  Phasenverschiebung ziemlich groß sein. Bei einem Kurzschluß zwischen zwei Phasen dürfte die Beeinflussung, da die Ströme in diesem Fall um  $180^\circ$  in der Phase gegeneinander verschoben sind, verhältnismäßig gering sein. Findet ein Kurzschluß dreiphasig statt, so wird sich, da die Ströme jetzt ca.  $120^\circ$  phasenverschoben sind, eine stärkere Beeinflussung bemerkbar machen. Es empfiehlt sich daher, den Abstand der Schienen bei großen Nennstromstärken vorsichtig zu bemessen oder evtl. durch starke Eisenbleche die Wandler abzuschirmen. Entsteht der Kurzschluß in größerer Entfernung vom Transformator, so ist die Beeinflussung gering, weil im Kurzschlußkreis eine erhebliche Leitungsimpedanz liegt. Dies wurde auch bei dem Versuch nachgewiesen, indem noch eine Impedanz in den Primärkreis des Wandlers gelegt wurde.

### Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß auch bei gleichem Effektivwert der Leerlaufströme beider Stromwandler ein größerer Ausgleichsstrom über das Relais fließen kann infolge der Verschiedenheit der Kurvenform beider Leerlaufströme und der Ungleichheit der Eisenverluste. Diese Verschiedenheiten kommen dadurch zustande, daß bei Überlastung der stärkere Wandler höher gesättigt wird, während der schwächere noch immer mit geringerer Induktion arbeitet. Die Erscheinungen werden durch Oszillogramme erläutert. Ferner wird nachgewiesen, daß durch Änderungen der Windungszahl nur eines Wandlers keine Abhilfe geschaffen werden kann, sondern daß es notwendig ist, in solchen ungünstigen Fällen die Wandler für eine kleinere Sekundärstromstärke zu wickeln, um ihre Bürde und damit ihre magnetische Induktion herabzusetzen. Schließlich wird noch gezeigt, daß bei großen Nennströmen ein Anprechen der Relais infolge Beeinflussung der Stromwandler durch die benachbarten Phasen erfolgen kann, so daß in diesem Falle ein bestimmter Schienenabstand eingehalten werden muß.

# Verhalten des Differentialschutzes nach Merz-Price in Mehrphasensystemen, insbesondere bei äußerem Erdschluß.

Von Fritz Ahrberg und Wilhelm Gaarz.

Mit 32 Textabbildungen.

Mitteilung aus der Meßinstrumenten-Abteilung des Wernerwerkes *M* der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 11. Februar 1926.

Der Differentialschutz nach Merz - Price erfaßt folgende Fehler im Transformator:

1. Kurzschluß zwischen zwei Phasen, und zwar innerhalb und außerhalb des Transformators, solange der Kurzschluß zwischen den Stromwandlern des Schutzsystems auftritt;

2. Windungsschluß, beides durch Überspannungen hervorgerufen (besonders bei schlechtem Öl, schlechter Kühlung, Überlastung, Lockerung der Spulen, Luftblasen im Öl);

3. Gestellschluß durch Überschlag nach dem Kessel. In diesem Fall spricht der Schutz nur an, wenn zwei Phasen gleichzeitig Schluß haben, wenn der Nullpunkt der fehlerhaften Wicklung geerdet ist oder an der Wicklung ein genügend langes Kabel oder eine ausreichende Freileitung angeschlossen ist, so daß der Erdschlußstrom so groß wird, daß er das Differentialstromrelais betätigt.

Der Differentialschutz spricht auf alle diese Fehler an, sofern sie zwischen den Stromwandlern der Ober- und Unterspannungsseite auftreten, also auch an den Transformatordurchführungen, den Zuführungskabeln oder ihren Endverschlüssen und Muffen. Gerade solche Durchführungsschäden treten bei Gewittern manchmal auf, während die Wicklung in der Regel unbeschädigt bleibt<sup>1)</sup>. Andererseits darf der Schutz nicht auf Kurzschlüsse, Überlastungen und Erdschlüsse im Netz außerhalb des geschützten Teiles ansprechen, da er sonst seine Selektivwirkung verlieren würde. Über das Verhalten des Differentialschutzes bei Kurzschlüssen und Überlastungen ist bereits an dieser Stelle berichtet<sup>2)</sup>. Das Verhalten bei Erdschluß soll in dieser Abhandlung erörtert werden. Hierzu ist es erforderlich, über die Wirkungsweise des Differentialschutzes bei Drehstromtransformatoren einiges vor auszuschicken.

<sup>1)</sup> Matthias: Gewitterstörungen und Blitzschutz. ETZ. 1925, H. 24, S. 873.

<sup>2)</sup> Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern. IV/2, S. 95.

## I. Verhalten des Differentialschutzes bei Drehstrom im ungeerdeten Netz.

### a) Schaltung der Transformatoren.

Bei Drehstrom verwendet man in der Regel dreischenkligte Kerntransformatoren. Es gibt allerdings auch solche Transformatoren mit viertem oder fünftem Schenkel ohne Wicklung, ferner werden gelegentlich auch Manteltransformatoren oder drei Einphasentransformatoren in Drehstromschaltung verwendet. Auch hinsichtlich der Schaltung der Wicklung gibt es sehr viele Ausführungsarten, und diese sind vom Verband Deutscher Elektrotechniker zusammengestellt und nach Buchstaben gekennzeichnet (Abb. 1). Die Schaltung der Transformatoren hat einen großen Einfluß auf die Wirkungsweise des Differentialschutzes, so daß die Untersuchungen sich auf alle Schaltungsmöglichkeiten erstrecken müssen. Hierbei ist immer angenommen, daß die Windungszahl der Primärspulen die gleiche ist, wie die der Sekundärspulen, da sich hierdurch die Betrachtungen im Prinzip vereinfachen. Die in Wirklichkeit verschiedenen Windungszahlen werden durch die Wandlerübersetzung berücksichtigt, so daß die Überlegungen in gleicher Weise für Transformatoren mit verschiedener primärer und sekundärer Windungszahl gelten. Ferner ist der Belastungsstrom des Transformators nicht berücksichtigt, da er keinen Einfluß auf den Schutz hat und sich den Fehlerströmen einfach überlagert.

### b) Schaltung der Wandler und Relais.

Ist die Primärwicklung des Transformators auf beiden Seiten in gleicher Weise geschaltet (Stern—Stern; Dreieck—Dreieck), so könnte man jeden Wandler der Primärseite mit dem entsprechenden Wandler der Sekundärseite zusammenschalten entsprechend der Schaltung bei Einphasensystemen<sup>1)</sup>. In der Regel schaltet man aber die Wandler zusammen, und zwar entweder in Stern oder in Dreieck, da man dann nur 3 an Stelle von 6 Verbindungsleitungen braucht. Diese Art der Wandler-schaltungen ist notwendig, wenn der Transformator auf der Oberspannungsseite anders geschaltet ist als auf der Unterspannungsseite, ferner auch bei Transformatoren mit geerdetem Nullpunkt. Hierüber wird noch Näheres gesagt werden.

Die drei Differentialstromrelais kann man entweder in Stern (Abb. 2) oder in Dreieck schalten (Abb. 3). In der Regel wählt man die Sternschaltung; denn bei der Sternschaltung der Relais geht der ganze Fehlerstrom über das eine Relais, während bei der Dreieckschaltung der Strom sich auf zwei Relais verteilt. Man müßte also, um bei Dreieckschaltung der Relais die gleiche Empfindlichkeit zu erhalten, die Relais für eine kleinere Ansprechstromstärke wickeln. Andererseits gibt es Fälle, wo beim Versagen eines Relais bei der Dreieckschaltung die Empfindlichkeit des Schutzes geringer wird, während dies bei Sternschaltung nicht der Fall ist (Abb. 12 weiter unten). Die Polung des Transformators ist in den Abbildungen immer so gewählt, daß der Strom in der Primär- und Sekundärspule in der gleichen Richtung fließt. Das gleiche gilt von den Wandlern.

### c) Das Differentialstromrelais für Drehstrom.

Als Relais bei Leistungstransformatoren in Einphasennetzen wird man sich vorzugsweise solcher Konstruktionen bedienen, wie sie an dieser Stelle IV/2, S. 98

<sup>1)</sup> Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern. IV/2, S. 96.

Dreiphasen- Transformator		Vektorbild		Schaltbild	
		Ober- Spannung	Unter- Spannung	Ober- Spannung	Unter- Spannung
Schaltgruppe A	A <sub>1</sub>				
	A <sub>2</sub>				
	A <sub>3</sub>				
Schaltgruppe B	B <sub>1</sub>				
	B <sub>2</sub>				
	B <sub>3</sub>				
Schaltgruppe C	C <sub>1</sub>				
	C <sub>2</sub>				
	C <sub>3</sub>				
Schaltgruppe D	D <sub>1</sub>				
	D <sub>2</sub>				
	D <sub>3</sub>				

Abb. 1.

beschrieben sind. Auch in Drehstromschaltungen können derartige Relais Verwendung finden; es kommen hierbei drei dieser Relais in Stern- oder Dreieckschaltung in Frage (Abb. 2 und 3). Bei einem auftretenden Fehler sind stets mindestens zwei dieser Relais stromdurchflossen.

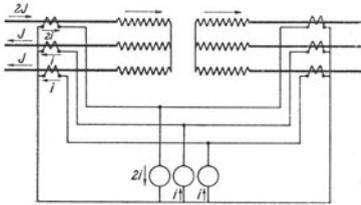


Abb. 2.

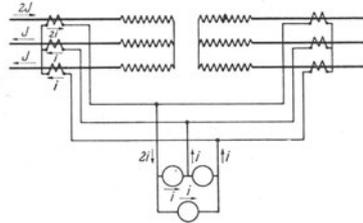


Abb. 3.

Eine neue Relaiskonstruktion nach elektromagnetischem Prinzip, welche die drei getrennten Stromrelais zu einem einzigen Relais zusammenfaßt, zeigt Abb. 4.

Das Relais ist nach den gleichen Gesichtspunkten entwickelt wie das auf S. 98, IV/2, beschriebene. Der Energiebedarf beträgt für jeden magnetischen Kreis nur ca. 0,15 V-A, so daß es auch dann verwendet werden kann, wenn die zur Verfügung stehende Stromwandlerleistung nur gering ist.

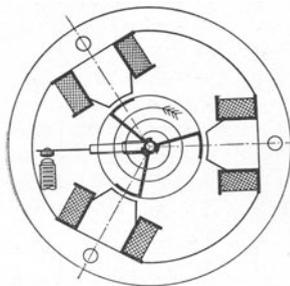


Abb. 4.

Hinsichtlich der Kurzschlußfestigkeit und Überlastbarkeit entspricht das Relais dem auf S. 98 beschriebenen. Gegenüber der Verwendung von drei getrennten Relais besitzt es außer dem Vorzug geringeren Platzbedarfs an Stelle von drei Kontakten nur einen Kontakt. Die Stromspulen sind normalerweise in Stern geschaltet (Abb. 5). Betriebsmäßig sind diese stromlos, im Fehlerfalle sind immer zwei bzw. drei Stromspulen stromdurchflossen, so daß infolge der unsymmetrischen Ruhelage des

Ankers gegenüber dem Magnetsystem eine Drehung im Sinne der Kontaktgabe und damit ein richtiges Abschalten erfolgt.

Um den Einfluß des Stoß-Kurzschlußstromes auszuschalten, der das Gleichgewicht der Differentialschaltung bei Kurzschlüssen, die außerhalb des Differentialsystems liegen, stört und damit eine unerwünschte Abschaltung des

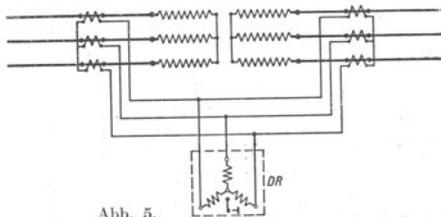


Abb. 5.

Transformators herbeiführen kann, läßt man auch hier das Differentialstromrelais nicht unmittelbar auf die Auslösespule des Ölschalters, sondern auf ein auf kurze Zeit eingestelltes Zeitrelais wirken. Die Kontakte des Zeitrelais schalten dann den Ölschalter nach der eingestellten Zeit ab.

**d) Einfluß des Kernes und der Wicklungsschaltung des Leistungstransformators.**

1. Schenkeltransformator (Drehstrom - Kern - Transformator mit verkettetem magnetischen Kreis) in Stern-Sternschaltung (Abb. 1, A 2).

Bei einem dreischenkligen Kerntransformator sind die drei Phasen magnetisch vollkommen verkettet, d. h. der resultierende Kraftfluß zweier Phasen muß sich über den dritten Schenkel schließen. Entsteht in einer Phase ein Windungsschluß, so fließt in den kurzgeschlossenen Windungen ein Fehlerstrom. Um das hierdurch erzeugte Feld zu kompensieren, nimmt der Transformator primär einen erhöhten Strom auf, und zwar fließt der Phase, die fehlerhaft ist, der doppelte Strom zu wie den beiden anderen Phasen. Alle drei Ströme sind phasengleich<sup>1)</sup>. In Abb. 6

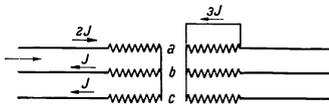


Abb. 6.

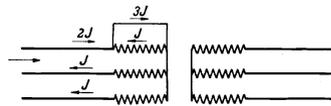


Abb. 7.

ist der Windungsschluß auf der sekundären Seite angenommen, in Abb. 7 auf der primären. Abb. 7 entsteht aus Abb. 6, wenn man die fehlerhafte Sekundärwicklung auf die Primärwicklung gelegt denkt. Der Strom, der der Wicklung *a* zufließt, muß gleich der Summe der in den Wicklungen *b* und *c* abfließenden Ströme sein. Ferner muß die magnetisierende Kraft des Schenkels  $a + b$ ,  $a + c$  und  $b + c = 0$  sein. Da primär und sekundär die gleiche Windungszahl angenommen ist, so können diese vier Bedingungen nur erfüllt sein, wenn die Stromverteilung so ist, wie in Abb. 6 und 7 angegeben und wenn alle Ströme in Phase sind bzw. um  $180^\circ$  verschoben (vgl. auch das Oszillogramm Abb. 13). Bei dem Fall der Abb. 7 fließen in den drei Primärwicklungen drei gleiche Ströme gleicher Phase. Es ist der Einfachheit halber angenommen, daß die ganze Wicklung kurzgeschlossen ist. Ist nur ein Teil kurzgeschlossen, wie es gewöhnlich der Fall ist, so ändert sich nichts Wesentliches. Abb. 8 behandelt denselben Fall wie Abb. 7, es ist aber angenommen, daß nur die halbe Windungszahl kurzgeschlossen ist. Der Ausgleich der Fehlerströme über die Relais vollzieht sich nach Abb. 2.

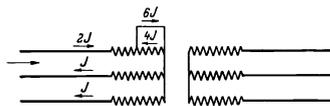


Abb. 8.

Ist der Transformator primär und sekundär in gleicher Weise geschaltet, so müssen auch die Wandler mit ihren Sekundärwicklungen gleichartig geschaltet sein. Nach Abb. 2 ist Sternschaltung der Wandler angenommen.

2. Schenkeltransformator in Dreieck - Stern- oder Stern - Dreieck - Schaltung (Abb. 1,  $C_1$  oder  $D_1$ ).

Bei dieser Schaltung sind die Ströme auf der Primär- und Sekundärseite des Transformators um  $30^\circ$  verschoben. Man muß also die von den Sekundärwicklungen der Wandler in die Verbindungsleitungen gelieferten Ströme ebenfalls auf der einen Seite im umgekehrten Sinne um  $30^\circ$  verschieben, damit das Wandlersystem bei fehlerfreiem Transformator im Gleichgewicht ist, also keine Ausgleichströme über die Relais fließen können. In der Regel schaltet man die Wandler auf der Dreieckseite des Trans-

<sup>1)</sup> Bauch: Elektrotechnik und Maschinenbau 1917, H. 31, 35 u. 36.

formators in Stern und auf der Sternseite in Dreieck (Abb. 9). Hierbei ist zu beachten, daß die in Stern geschalteten Wandler sekundär den  $\sqrt{3}$ -fachen Strom führen müssen wie die in Dreieck geschalteten, damit die Ströme auf den Verbindungs-

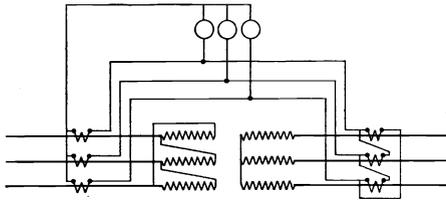


Abb. 9.

leitungen für beide Wandlergruppen gleich sind. Erfolgt nun die Speisung des Transformators von links, so ist bei einem Windungsschluß die Stromaufnahme die gleiche wie beim Transformator in Stern-Stern-Schaltung (Abb. 6—8). Erfolgt dagegen die Speisung von rechts (auf der Dreieckseite), so führen nur zwei Phasenstrom (Abb. 10 und 11).

3. Schenkeltransformator in Stern-Zickzack-Schaltung (Abb. 1,  $C_3$  oder  $D_3$ ).

Hier gilt bezüglich der Wandleranschaltung das unter Nr. 2 Gesagte.

4. Schenkeltransformator in Dreieck-Zickzack-Schaltung (Abb. 1,  $A_3$  oder  $B_3$ ).

Bei dieser Schaltung sind die primär dem Transformator zugeführten Ströme wieder in Phase mit den abgegebenen. Die Wandler sind also auf beiden Seiten in gleicher Weise zu schalten, entweder in Stern oder in Dreieck.

5. Drehstrommanteltransformator in Stern-Stern- oder Stern-Zickzack-Schaltung.

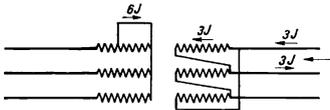


Abb. 10.

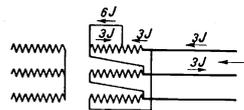


Abb. 11.

Tritt beim Manteltransformator in Sternschaltung ein Windungsschluß in einer Phase auf, so kann der Kurzschlußstrom nicht so groß werden, da die drei Phasen nicht vollkommen magnetisch verkettet sind. Die beiden anderen Phasen wirken daher wie Vorschaltrosseln. Die Stromerhöhung bewirkt, daß die Spannung an der beschädigten Phase fällt, die Spannung an den anderen Phasen dagegen steigt. Der Strom, den der Transformator aufnimmt, kann also jedenfalls nicht größer werden als der Leerlaufstrom der fehlerfreien Phasen, wenn sie an der verketteten Spannung liegen. Der Strom ist daher um so größer, je höher das Eisen gesättigt ist. Gerade bei ölgekühlten Transformatoren wird deshalb der Fehlerstrom am größten sein. Außerdem hängt der Strom auch von der Größe des Fehlers ab. Jedenfalls sieht man, daß der Schutz nicht in allen Fällen ansprechen kann. Ähnlich liegen die Verhältnisse beim Schenkeltransformator mit unbewickeltem vierten oder fünften Schenkel sowie bei der Verwendung von drei Einphasenleistungstransformatoren.

6. Drehstrommanteltransformator mit Dreieckswicklung.

Sind die unter Nr. 5 genannten Transformatoren primär oder sekundär in Dreieck geschaltet, so wird die Spannung an der fehlerhaften Phase nicht zusammenbrechen. Ist die Primärwicklung in Dreieck geschaltet, so liegt jede Phase unmittel-

bar an der Netzspannung, ist die Sekundärwicklung in Dreieck geschaltet, so wird die Spannung der fehlerhaften Phase durch die Spannung der anderen beiden Phasen aufrecht erhalten. Der Schutz ist also voll wirksam, eine Drosselwirkung der fehler freien Phasen kommt nicht in Betracht. Aus diesen Überlegungen folgt also, daß ein wirksamer Schutz nach dem Differentialprinzip Merz - Price sich nur erzielen läßt:

1. bei Kerntransformatoren mit drei Schenkeln für alle Schaltungen,
2. bei drei Einphasentransformatoren oder Manteltransformatoren, wenn die eine Seite in Dreieck geschaltet ist.

#### e) Empfindlichkeit des Schutzes.

Über die Empfindlichkeit des Differentialschutzes bei Einphasensystemen sowie über den Unempfindlichkeitsfaktor  $\varrho\% = (J_R + J_{OI} + J_{OII}) \cdot 20$ , wo  $J_R$  den Ansprechstrom des Relais,  $J_{OI}$  und  $J_{OII}$  die Leerlaufströme des primären und sekundären Wandlers bedeuten, ist bereits im vorigen Heft der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen Ausführliches gesagt. Bei Drehstrom läßt sich die Empfindlichkeit in gleicher Weise bestimmen, wenn die Wandler sekundär in Stern geschaltet und auch die Relais in Stern geschaltet sind. Wie in Abschnitt b gezeigt ist, ist die Empfindlichkeit verschieden, wenn die Relais in Stern oder in Dreieck geschaltet sind, gleiche Wicklung der Relais vorausgesetzt. Im übrigen muß man bei Drehstrom die Empfindlichkeit von Fall zu Fall ermitteln, wie an dem Beispiel der Stern-Dreieck-Schaltung (Abb. 9) gezeigt werden soll. Es sei

$J$  = der normale Strom in den Zuleitungen des Leistungstransformators,

$i_I$  = der Strom in der Sekundärwicklung der Wandler,

$i_{II}$  = der Strom in den Verbindungsleitungen der beiden Wandlersysteme.

Zunächst sei angenommen, der Transformator wird von links (Sternwicklung) gespeist. Die Wandler auf der Primärseite sind sekundär in Dreieck geschaltet und haben normalerweise 5 A sekundär.  $J_R$  sei = 1,  $J_{OI}$  und  $J_{OII}$  sollen vernachlässigt werden. Bei normaler Belastung mit Nennstrom fließt dann in den Verbindungsleitungen  $5 \cdot \sqrt{3} = 8,66$  A. Tritt in der oberen Phase ein Fehler auf, so fließt in ihr der Strom  $2J$ , während in den anderen beiden Phasen  $J$  fließt. Alle drei Ströme sind wieder in Phase. In der Sekundärwicklung des oberen Wandlers fließt dann  $2i_I$ , in der Sekundärwicklung der beiden anderen Wandler  $i_I$  aber im entgegengesetzten Sinne (Abb. 12). In der oberen Verbindungsleitung fließt dann  $3i_I$ , was bei Sternschaltung der Relais auch durch das eine Relais geht. Ist nun der Relaisstrom =  $J_2 = 1$  A, so wird  $3i_I = 1$  und  $2i_I = 0,66$  A. Dieser Strom muß also sekundär im Wandler fließen, wenn der Schutz gerade ansprechen soll, er beträgt aber 13,2% vom Normalstrom, d. h.  $\varrho$  ist = 13,2%. Würde man die Wandler so wickeln, daß in den Verbindungsleitungen 5 A fließt, dann würde  $\varrho = 13,2 \cdot \sqrt{3} = 23\%$  betragen, der Schutz wäre also unempfindlicher.

Erfolgt die Speisung des Transformators von der rechten Seite (Dreieckschaltung) und ist der Windungsschluß wieder in der oberen Phase, so fließt primär nur in der oberen und mittleren Zuleitung Strom. Die beiden oberen Wandler werden also von dem gleichen Strom im entgegengesetzten Sinne durchflossen und dieser Wandlerstrom fließt auch über zwei Relais. Ist also der Strom im Relais gerade wieder 1 A, so fließt in den Sekundärwicklungen der Wandler ebenfalls 1 A. Führen nun die Verbindungsleitungen wieder bei Nennstrom  $5 \cdot \sqrt{3}$  A, so ist dies auch der sekundäre

Nennstrom der in Stern geschalteten Wandler, es wird also  $\varrho$  diesmal 11,5%. Würde man die Wandler wieder so wickeln, daß in den Verbindungsleitungen 5 A fließt, so würde  $\varrho = 20\%$  werden. Der Unempfindlichkeitsfaktor wird natürlich in der Praxis noch etwas größer, weil die Leerlaufströme der Wandler noch berücksichtigt werden müssen. Das Beispiel zeigt aber jedenfalls, daß man bei Drehstrom sehr verschiedene Empfindlichkeiten je nach der Schaltung bekommen kann. Bei Dreieckschaltung der Relais wäre die Empfindlichkeit nur  $\frac{1}{2}$  bzw.  $\frac{2}{3}$  so groß, allerdings wird dann der Leerlaufstrom der Wandler etwas kleiner, weil der Energieverbrauch der Relaischaltung geringer ist, so daß die Empfindlichkeit praktisch etwas mehr als halb so groß wird. Man könnte aber die Relais für eine entsprechend kleinere Anprechstromstärke wickeln, um dieselbe Empfindlichkeit wie bei Sternschaltung der Relais zu erhalten.

Wie das eben betrachtete Beispiel zeigt, kann es vorkommen, daß der Unempfindlichkeitsfaktor  $\varrho$  verschieden ist, je nachdem der Leistungstransformator von der einen oder anderen Seite gespeist wird. Trotzdem ist die Empfindlichkeit des Schutzes in beiden Fällen die gleiche; denn bei einem bestimmten

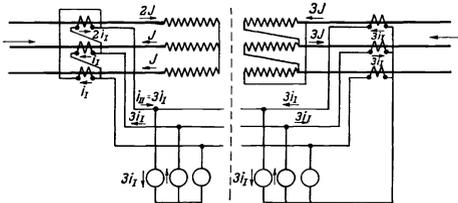


Abb. 12.

Fehler im Transformator ist der durch das Relais fließende Strom derselbe, gleichgültig, ob die Speisung auf der Stern- oder der Dreieckseite erfolgt. Die Verschiedenheit von  $\varrho$  kommt daher, daß die Verteilung des Fehlerstromes auf die drei Phasen eine andere ist, wenn die Speisung auf der einen oder der anderen Seite erfolgt (Abb. 12).

Da der Strom in den einzelnen Phasen verschieden ist, wählt man zweckmäßigerweise das Verhältnis des größten Fehlerstromes zum Nennstrom zur Bestimmung des Unempfindlichkeitsfaktors, wie es auch schon bei dem erwähnten Beispiel geschehen ist. Erfolgt die Speisung des Leistungstransformators von beiden Seiten, so wird  $\varrho$  sich zwischen beiden Grenzwerten bewegen, im Beispiel also zwischen 11,5 und 13,2% bzw. zwischen 20 und 23%. Es ist auch schon erwogen worden, das Verhältnis der Fehlervoltampere zur Nennleistung des Transformators als Empfindlichkeitsmaß zu verwenden, aber dies Verfahren ist vor allem mit Rücksicht auf die Leerlaufströme der Wandler nicht gut durchführbar

#### f) Experimentelle Nachbildung eines Windungsschlusses.

Die Stromaufnahme eines Transformators in Stern-Dreieck-Schaltung bei Speisung auf der Sternseite wurde noch experimentell nachgeprüft. Der Windungsschluß wurde durch die Belastung einer Sekundärphase angedeutet. Für die Versuche stand ein Drehstromschenkeltransformator mit verketteten magnetischen Kreisen von nur geringer Leistung (ca. 5 kVA) zur Verfügung. Die Schaltung entsprach dem Schaltbilde der Vorschriften des VDE (siehe S. 35). Durch das Zusammenklappen des Spannungsdreieckes am Transformator wurden die Versuchsergebnisse etwas gefälscht. Das Zusammenklappen der Spannungen war auf die Spannungsabfälle im Transformator und Generator als auch in den Zuleitungen zurückzuführen.

Das Oszillogramm Abb. 13 zeigt, daß die Primärströme  $J_2$  und  $J_3$  fast phasengleich sind, während der Strom  $J_1$  nahezu  $180^\circ$  Verschiebung dagegen besitzt. Die geringe Phasendifferenz zwischen den Strömen  $J_2 - J_3$  ist auf den verhältnismäßig hohen Leerlaufstrom des für die Versuche benutzten Leistungstransformators zurückzuführen.

Der Strom  $J_1$  in der Phase, die sekundär belastet war, betrug 7 A, der Strom der anderen beiden  $J_2$  und  $J_3$  war 3,3 bzw. 3,6 A. Der sekundäre Belastungsstrom war 10 A. Man sieht also, daß  $J_1$  etwa  $\frac{2}{3}$  des Belastungsstromes,  $J_2$  und  $J_3$  etwa  $\frac{1}{3}$  betragen.

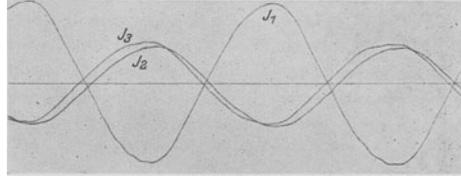


Abb. 13.

## II. Verhalten des Differentialschutzes bei Erdschluß.

### a) Ungeerdetes Netz.

Auf einen Erdschluß außerhalb des geschützten Teiles darf der Differentialschutz ebenso wenig ansprechen wie auf einen äußeren Kurzschluß. Hat in ungeerdeten Netzen eine Phase Erdschluß, so erhalten die beiden anderen Phasen gegen Erde die verkettete Spannung. Infolge der Kapazität der beiden Phasen gegen Erde fließt von ihnen ein Ladestrom nach der dritten Phase über die Erdschlußstelle<sup>1)</sup>. Liegt nun der Erdschluß außerhalb des geschützten Teiles, so liegt ein normaler Belastungsfall vor, auf den der Schutz nicht anspricht, auch wenn der Erdschlußstrom beliebig groß ist (Abb. 14). Die sekundären Wandlerströme sind immer mit  $i$  bezeichnet.

Liegt dagegen der Erdschluß innerhalb der Wandlersysteme, so tritt eine Unsymmetrie auf, die das Relais zum Ansprechen bringt, wenn der Erdschlußstrom, der von der Leitungskapazität abhängt, groß genug ist. In Abb. 15 ist dieser Fall für einen Transformator in Dreieck-Stern-Schaltung dargestellt, der auf der Dreieckseite gespeist wird. Der Erdschluß, der auch ein Gestellschluß sein kann, befindet sich an der unteren Phase der Sternseite.

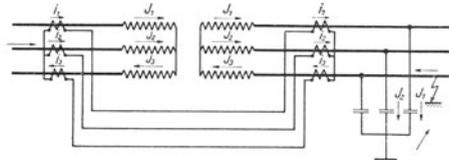


Abb. 14.

Es ist ferner ohne weiteres zu ersehen, daß bei einem Erdschluß innerhalb der Wandlersysteme auf der Dreieckseite des Transformators nur einer von den primären Wandlern Strom führt, und zwar der Wandler in der fehlerhaften Phase. Die übrigen fünf Wandler bleiben stromlos.

In diesem Falle kann sich der Wandlerstrom aber nur dann über das Relais ausgleichen, wenn der Relaissternpunkt mit dem Sternpunkt der primären Wandler verbunden ist. Fehlt diese Verbindung, so kann auch der Wandler in der fehlerhaften Phase, obwohl er primär Strom führt, sekundär nur den Leerlaufstrom für die

<sup>1)</sup> M. Schleicher u. W. Gaarz: Die betriebsmäßige Erdschluß-Überwachung. Siemens-Zeitschrift 1923, Heft 11.

übrigen Wandler abgeben, so daß der dem Wandler primär zugeführte Strom die Wandler stark magnetisiert, als ob sie sekundär offen wären. Das ist aber nicht zulässig, außerdem würde das Relais nicht ansprechen. Man muß daher die Nullpunktverbindung herstellen, wenn der kapazitive Erdschlußstrom groß ist. Bei Transformatoren bei primär und sekundär gleicher Schaltung erreicht man dasselbe, wenn die Wandler beiderseits im Dreieck geschaltet sind.

Der in Abb. 15 dargestellte Fall eines Gestellschlusses auf der Sternseite des in Dreieck-Stern geschalteten Leistungstransformators bei Speisung auf der Dreieckseite wurde auch experimentell an einem kleineren Drehstromtransformator von etwa 5 kVA nachgeprüft. Die primäre Windungszahl des Transformators war gleich der sekundären, die Stromwandler übersetzten 5 : 5 A. An Stelle der Kapazitäten wurden Ohmsche Widerstände verwendet, was auf das Ergebnis keinen Einfluß hat. Die Ströme  $J_1$  und  $J_2$  wurden auf 1,73 A eingestellt. Die übrigen Ströme hatten dann folgende Werte:

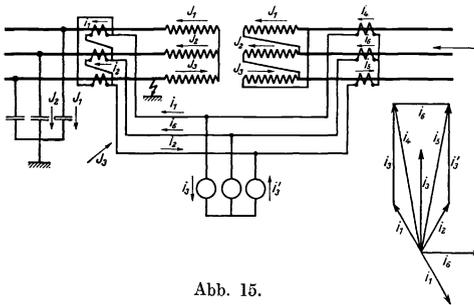


Abb. 15.

hatten dann folgende Werte:

$$\begin{aligned} J_3 &= 3 \text{ A} & i_3 &= 3,0 \text{ A} \\ i_1 &= 1,65 \text{ ,,} & i_3' &= 2,8 \text{ ,,} \\ i_2 &= 1,65 \text{ ,,} & i_4 &= 4,6 \text{ ,,} \\ i_6 &= 1,65 \text{ ,,} & i_5 &= 4,5 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Der Leerlaufstrom des Transformators betrug 0,4 A, infolgedessen floß in dem mittleren Relais ein Ausgleichstrom von ebenfalls 0,4 A. Bei verschwindendem Leerlaufstrom verschwindet auch dieser Ausgleichstrom. Der

Strom  $i_6$  in dem mittleren der in Stern geschalteten Wandler war ebenfalls infolge des Leerlaufstromes etwas zu groß, nämlich gleich 2 A. Im übrigen stimmen die gemessenen Ströme sehr gut mit dem Diagramm der Abb. 15 überein.

Mit derselben Schaltung wurde in gleicher Weise auch ein äußerer Erdschluß nachgebildet, indem die Erdung der unteren Phase außerhalb der Wandlersysteme vorgenommen wurde. Hier bleiben die Relais bis auf den Leerlaufstrom alle drei stromlos, wie zu erwarten war. Der Leerlaufstrom eines Leistungstransformators beträgt nicht mehr als 5% des normalen Belastungsstromes, bleibt also ohne Einfluß auf die Relais<sup>1)</sup>.

Transformatoren mit Stern- und Zickzackwicklung haben nun öfter einen geerdeten Nullpunkt. Der Nullpunkt kann direkt oder über einen Widerstand geerdet sein. Zur Begrenzung des Erdschlußstromes auf einen unschädlichen Wert verwendet man auch häufig die Löschrösselspule oder den Löschtransformator. Bei derart geerdeten Netzen läßt sich die Frage, ob der Differentialschutz durch einen äußeren Erdschluß betätigt wird, nicht so einfach entscheiden, so daß diese Fälle für die verschiedenen Schaltungsarten der Transformatoren eingehend erörtert werden müssen. Zunächst wird der Fall der unmittelbaren oder Widerstands-erdung besprochen, dann die Erdung durch Löschrösselspule und schließlich die Erdung durch den Löschtransformator.

<sup>1)</sup> Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern IV/2, S. 97, 1925.

**b) Direkte und Widerstandserdung.**

Der Transformatornullpunkt kann unmittelbar oder über einen ohmschen Widerstand geerdet sein. Bei direkter Erdung bedeutet der Erdschluß einen Kurzschluß, der den Überstromschutz zum Ansprechen bringt. Bei Widerstandserdung wird der Fehlerstrom nicht so groß sein, er wird aber oft noch ausreichen, um den Differentialschutz zum Ansprechen zu bringen. Liegt der Erdschluß außerhalb des vom Differentialschutz geschützten Netzteiles, so darf der Differentialschutz durch den Erdschluß, wie schon erwähnt, nicht betätigt werden. Die kapazitiven Ströme haben in diesem Falle genau so wie im ungeerdeten Netz (Abschnitt a) keinen Einfluß. Der Einfluß der einphasigen Belastung durch den Erdschluß kann aber oft nur durch besondere Maßnahmen unschädlich gemacht werden.

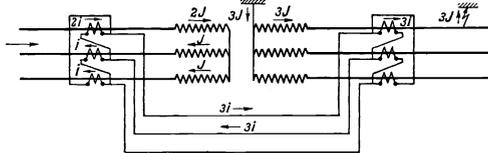


Abb. 16.

In Abb. 16 ist ein Transformator in Sternschaltung angenommen mit auf der Sekundärseite geerdetem Nullpunkt. Bei einem Erdschluß auf der Sekundärseite treten wieder genau so wie bei Abb. 6 alles phasengleiche Ströme auf. Schaltet man die Wandler sekundär auf beiden Seiten in Dreieck, so können sich die Ströme ohne weiteres über die Verbindungsleitungen ausgleichen; das Relais wird also nicht betätigt. Dagegen sieht man, daß bei Sternschaltung der Wandler ein solcher Ausgleich nicht möglich wäre. Entweder würden die Wandler stark magnetisiert werden, oder der Fehlerstrom würde über die Relais fließen, falls nämlich der Sternpunkt der Relais mit den Wandlersternpunkten verbunden ist. Man muß also bei Stern-Stern-Schaltung des Transformators mit geerdetem Nullpunkt die Wandlergruppen in Dreieck schalten. Man könnte allerdings auch Sternschaltung anwenden, wenn man noch eine besondere Ausgleichschaltung vorsieht (Abb. 20). Hierüber wird noch Näheres gesagt werden. In dem oben betrachteten Falle wird man aber die Wandler-Dreieck-Schaltung vorziehen.

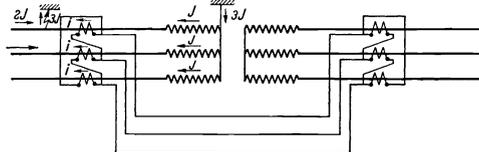


Abb. 17.

Befindet sich der geerdete Sternpunkt auf der Primärseite des Transformators (Abb. 17), so fließen bei einem äußeren Erdschluß in den drei primären Wandlern drei gleiche, gleichphasige Ströme, die sich bei einer sekundären Sternschaltung der Wandler nicht ausgleichen können, wohl aber bei Dreieckschaltung. Wie aus der Abbildung hervorgeht, können sich diese gleichgerichteten Ströme in dem Wandlerdreieck ausgleichen.

Wird ein Transformator in Stern-Dreieck-Schaltung auf der Sternseite gespeist, so liegen die Verhältnisse genau so wie bei Abb. 17, da ja die Wandler nach Abschnitt I. d. 2. auf der Sternseite des Haupttransformators sekundär in Dreieck geschaltet werden. In diesem Falle ist es also zweckmäßig, nicht die Wandler auf der Sternseite in Stern und auf der Dreieckseite in Dreieck zu schalten, sondern umgekehrt.

Bei Speisung des Transformators von der Dreieckseite aus erfolgt der Ausgleich der sekundären Wandlerströme nach Abb. 18.

Ein Ansprechen des Schutzes findet nicht statt.

Verschiedene Möglichkeiten ergeben sich bei Zickzackschaltung des Leistungstransformators. Bei Stern-Zickzack kann der Nullpunkt auf der Stern- und auf der Zickzackseite geerdet sein, die Speisung kann auf der Stern- oder auf der Zickzackseite erfolgen. Ferner kommt auch Dreieck-Zickzack-Schaltung vor.

Bei Stern-Zickzack muß man das eine Wandlersystem in Dreieck, das andere in Stern schalten. In Abb. 19 ist der Sternnullpunkt geerdet, die Speisung erfolgt

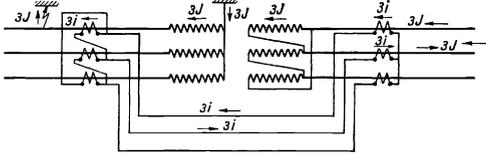


Abb. 18.

auf der Zickzackseite, die Wandler sind auf der Sternseite in Dreieck geschaltet.

Die Windungszahl des Transformators ist so gewählt, daß die gesamte primäre Windungszahl eines Schenkels gleich der gesamten sekundären ist. Fließt dann

bei normaler Belastung auf der Sternseite der Strom  $J$ , so erhält man auf der Zickzackseite  $J \frac{2}{\sqrt{3}}$ . Wählt man die Übersetzung der Wandler auf der Sternseite = 1,

so fließt in den sekundären Wandlerwicklungen ebenfalls  $J$  und in den Verbindungsleitungen  $J\sqrt{3}$ , welcher Strom dann auch in den sekundären Wicklungen der Wandler auf der Zickzackseite fließen muß. Diese Wandler müssen also 2 : 3 übersetzen. Wenn sie also primär  $2J$  führen, führen sie sekundär  $3J$ . Die sekundären Wandlerströme sind in den Abbildungen immer mit  $i$  bezeichnet im Gegensatz zu den primären  $J$ . Nach Abb. 19 findet ein vollkommener Ausgleich der Fehlerströme statt, die Relais bleiben stromlos. Erfolgt die Speisung des Transformators von der Stern-

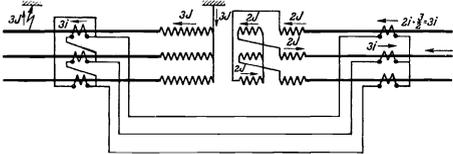


Abb. 19.

seite aus, so liegt derselbe Fall vor wie in Abb. 17, und auch hier spricht der Schutz nicht an. Mit Rücksicht auf das etwaige Auftreten eines Gestellschlusses verbindet man den Sternpunkt der Relais mit dem Sternpunkt der Wandler (Abschnitt 2a).

Wird der Nullpunkt auf der Zickzackseite geerdet, und erfolgt die Speisung auf der Sternseite, so ist ein Ausgleich der Wandlerströme bei Erdschluß auf der Zickzackseite nur möglich, wenn der Sternpunkt der Relais mit dem Sternpunkt der Wandler verbunden wird. In diesem Falle aber würden die Relais ansprechen, da dann alle drei Relais in der gleichen Richtung von einem gleichen Strom durchflossen werden. Um dieses unzulässige Ansprechen aber zu vermeiden, kann man eine von Neugebauer im Laboratorium von S. & H. gefundene Hilfsschaltung verwenden (Abb. 20). Diese besteht aus drei kleinen Wandlern, die primär in Stern und sekundär in Dreieck geschaltet sind. Der primäre Sternpunkt wird mit dem Sternpunkt der Hauptwandler verbunden. Der Sternpunkt der Relais wird zweckmäßig nach Abschnitt 2a ebenfalls mit verbunden. Dieses Wandlergebilde wirkt gegenüber einem Wechselstrom oder Drehstrom wie eine Drosselspule. Drei Ströme,

die in Größe, Phase und Richtung gleich sind, setzt das Wandlergebilde aber keinen Widerstand entgegen, da in den Sekundärwicklungen entgegengesetzte Ströme fließen, die sich in der Dreieckwicklung ausgleichen. Ist der Relaissternpunkt aber mit verbunden, so muß der Widerstand der Relaisleitungen so groß sein, daß nicht parallel zu den Hilfswandlern noch so viel Strom durch das Relais fließen kann, daß der Ansprechstrom erreicht wird. Den Leitungswiderstand wird man am zweckmäßigsten in

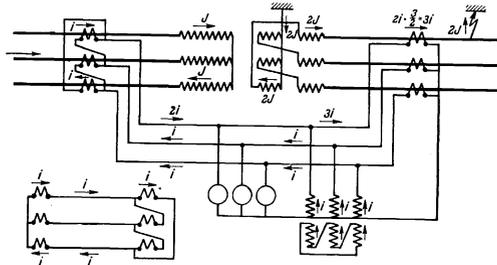


Abb. 20.

die Verbindung vom Relaissternpunkt mit dem Sternpunkt der Hilfswandler legen. Erfolgt die Speisung des Transformators auf der Zickzackseite, so entstehen in den Wandlern nach Abb. 21 wieder drei gleiche, gleichphasige und gleichgerichtete Ströme, die sich in der Hilfsschaltung ausgleichen können.

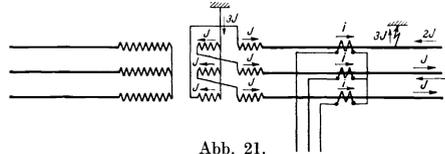


Abb. 21.

In beiden Fällen kommt man aber auch ohne Hilfsschaltung aus, wenn man die Wandler auf der Sternseite in Stern und auf der Zickzackseite in Dreieck schaltet. Nur ist hierbei zu beachten, daß dann die Wandlerübersetzung auf der Zickzackseite 2 : 1 wird, wenn die anderen Wandler 1 : 1 übersetzen. (Abb. 20 links unten.) Dagegen muß die Hilfsschaltung verwendet werden, wenn der Nullpunkt auf beiden Seiten des Transformators geerdet ist, was praktisch wohl aber kaum vorkommen wird.

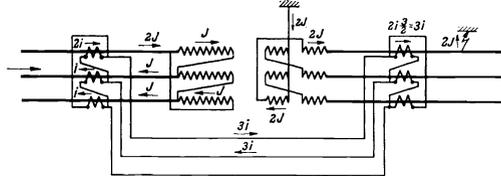


Abb. 22.

Bei Dreieck-Zickzack-Wicklung mit Speisung auf der Dreieckseite nach Abb. 22 sowie bei Speisung auf der Zickzackseite (Abb. 23) können die Wandlerströme sich ebenfalls ohne Hilfsschaltung ausgleichen, wenn die Wandler beiderseits nicht in Stern, sondern in Dreieck geschaltet sind.

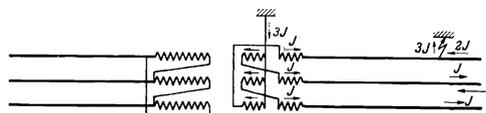


Abb. 23.

Tritt ein Gestellschluß auf der Seite auf, wo die Erdung des Sternpunktes sich befindet, so wirkt der Gestellschluß genau so wie ein Windungsschluß, der Schutz ist also auch bei Widerstandserdung wirksam.

### c) Belastbarer Nulleiter.

Haben die Leistungstransformatoren einen belastbaren Nulleiter, so darf der Differentialschutz auf eine Belastung des Nulleiters natürlich ebenfalls nicht an-

sprechen. Eine solche Nulleiterbelastung wirkt aber ebenso wie ein Erdschluß bei geerdetem Sternpunkt, es gilt also dasselbe, was über diesen letzteren Fall gesagt ist.

#### d) Erdung durch Löschdrosselspule.

Da der Erdschlußlichtbogen, der an der Erdschlußstelle zwischen der fehlerhaften Phase und der Erde auftritt, Überspannungen erzeugt, die auch die gesunden Teile der Anlage gefährden, wendet man häufig Löscheinrichtungen an, die keinen Lichtbogen zustande kommen lassen. Solche Einrichtungen sind die Löschdrosselspule und der Löschtransformator. Die Löschdrosselspule liegt zwischen Sternpunkt und Erde. Solange kein Erdschluß auftritt, bleibt die Spule stromlos, da der Sternpunkt ebenfalls Erdpotential hat. Im Falle des Erdschlusses dagegen erhält die

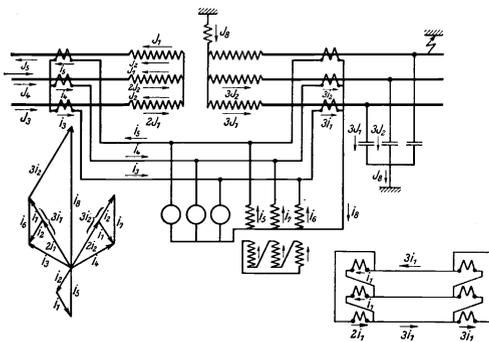


Abb. 24.

Drosselspule zwischen ihren Klemmen die Sternspannung der Phase, die den Erdschluß hat. Von den beiden anderen Phasen fließt nun, wie im Abschnitt a erläutert, ein Ladestrom über die Erdkapazität (Abb. 14). Dieser Strom fließt jetzt aber nicht über die Erdschlußstelle zurück, sondern wird von der Löschdrosselspule abgesaugt (Abb. 24). Man kann sich auch dieses Absaugen so vorstellen, daß über den Erdschluß der Ladestrom zum

Transformator zurückfließt, daß sich aber diesem Erdschlußstrom ein um  $180^\circ$  verschobener Strom der gleichen Größe überlagert, der von der Sternspannung der fehlerhaften Phase in der Drosselspule erzeugt wird. Die Drosselspule wird so abgestimmt, daß der induktive und der kapazitive Strom gleich sind, sich also aufheben. Über die Erdschlußstelle fließt dann nur der sog. Reststrom, der durch unvollkommene Abstimmung der Drosselspule und durch die Verluste in der Drosselspule hervorgerufen wird. Dieser Reststrom ist aber so klein, daß er auf den Differentialschutz keinen Einfluß hat.

Bei genügender Ausdehnung des Netzes ist dagegen der bei Erdschluß auftretende Ladestrom so groß, daß er zur Betätigung des Differentialstromrelais ausreichen würde. Es muß daher für die einzelnen Transformatorenschaltungen untersucht werden, ob bei Vorhandensein einer Löschdrosselspule ein Ausgleich der durch den Erdschluß hervorgerufenen Ströme stattfindet, ohne daß die Relais betätigt werden.

In Abb. 24 ist Stern-Stern-Schaltung des Transformators angenommen. Die Löschdrosselspule befindet sich auf der Sekundärseite, wo auch der Erdschluß auftritt. Die Wandler sind ebenfalls in Stern geschaltet. Man sieht aus dem Schaltbild und dem zugehörigen Diagramm, daß die Relais stromlos bleiben, wenn man auch die Hilfsschaltung nach Neugebauer anwendet. Zu demselben Ergebnis kommt man, wenn man zunächst annimmt, daß nur der Ladestrom der einen Phase  $3J_1$  fließt. Die dann auftretenden Ströme gleichen sich in derselben Weise aus wie die

Gesamtströme. Das gleiche gilt von dem Ladestrom  $3J_3$ . Die primären Ströme ergeben sich nach Abschnitt Id. Schaltet man die Wandler beiderseits in Dreieck, so findet der Ausgleich auch ohne die Hilfsschaltung statt. (Abb. 24 rechts.) Wird der Transformator von der anderen Seite gespeist, so treten in der Transformatorwicklung nach Abb. 25 drei gleiche Ströme von gleicher Phase und Richtung auf ( $J_1, J_2, J_3$ ). Die Sekundärseite des Transformators ist stromlos. Die drei Ströme können sich bei Dreieckschaltung der Wandler in den Sekundärwicklungen ausgleichen, der Schutz spricht also auf den Erdschluß nicht an. Man kann natürlich auch Sternschaltung verbunden mit Hilfsschaltung anwenden.

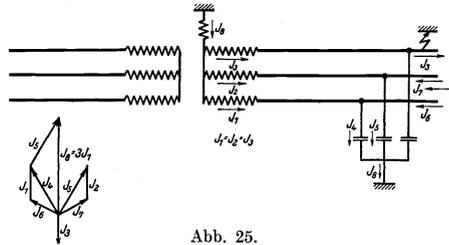


Abb. 25.

Erfolgt bei Stern-Dreieck-Schaltung die Speisung des Transformators auf der Sternseite, so liegen die Verhältnisse genau so wie bei Abb. 25. Da die Wandler

auf der Sternseite des Transformators in Dreieck geschaltet werden, können sich die drei gleichen Ströme in den Sekundärwicklungen der Wandler ausgleichen. Erfolgt die Speisung auf der Dreieckseite des Transformators, so betrachtet man am besten wieder zunächst den Strom  $J_1$  der einen Phase für sich, dann den Strom  $J_2$ . Die dem

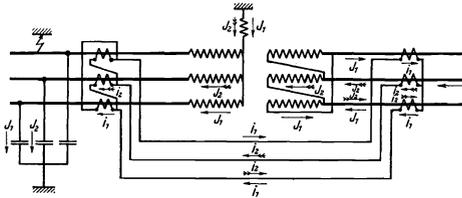


Abb. 26.

Strome  $J_2$  entsprechenden Pfeile sind gefiedert (Abb. 26). Das gleiche gilt auch für die folgenden Abbildungen. Man sieht, daß auch hier ein vollkommener Ausgleich der Wandlerströme ohne Ansprechen der Relais stattfindet.

Bei Stern-Zickzack-Schaltung kann die Löschrösselspule auf der Sternseite und der Zickzackseite liegen. Erfolgt in ersterem Falle die Speisung auf der Sternseite, so liegt wieder der Fall der Abb. 25 vor. Die Wandler sind auf der Sternseite des Transformators in Dreieck, auf der Zickzackseite in Stern geschaltet. Wird der Transformator auf der Zickzackseite gespeist, so können sich die Wandlerströme

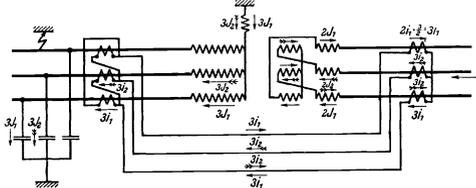


Abb. 27.

nach Abb. 27 ausgleichen. Zu beachten ist wieder, daß die Wandlertübersetzung auf der Zickzackseite  $2 : 3$  ist, wenn die anderen Wandler  $1 : 1$  übersetzen (S. 44).

Ist der Sternpunkt auf der Zickzackseite über eine Löschrössel geerdet, so treten sowohl bei Speisung auf der Sternseite wie bei Speisung auf der Zickzackseite drei gleiche Ströme gleicher Phase und Richtung auf, für die durch die Hilfsschaltung

ein Ausgleich geschaffen werden kann (Abb. 28 und 29). Man kann aber andererseits auch die Wandler auf der Sternseite in Stern und auf der Zickzackseite in Dreieck schalten. Man sieht dann ohne weiteres, daß bei Speisung auf der Zickzack-

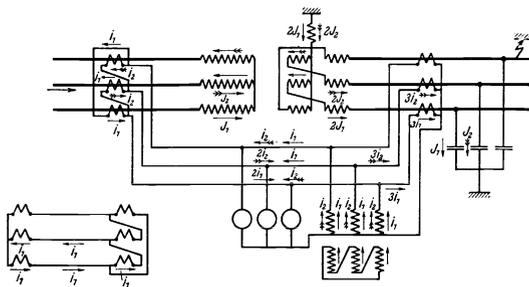


Abb. 28.

seite ein Ausgleich der drei Ströme in der Dreieckswicklung stattfindet. Bei Speisung auf der Sternseite (Abb. 28) gleichen sich die Ströme dann ebenfalls aus. Nur muß man beachten, daß die Wandlerübersetzung auf der Zickzackseite dann 2 : 1 wird, wenn die Übersetzung auf der Sternseite 1 : 1 ist. Zu Abb. 28 ist

links die Schaltung der Wandler auch für diesen Fall angedeutet.

Wird bei Dreieck-Zickzack-Schaltung der Transformator auf der Zickzackseite gespeist, so liegen die Verhältnisse genau so wie bei Abb. 29 (vgl. auch Abb. 25). Bei

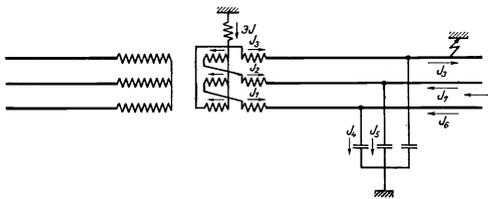


Abb. 29.

Speisung auf der Dreieckseite bestimmt sich die Stromverteilung nach Abb. 30. Bei Dreieck-Zickzack werden die Wandler, wie schon erwähnt, auf beiden Seiten gleichmäßig, also entweder in Stern oder in Dreieck geschaltet. Bei Sternschaltung der Wandler erfolgt der Ausgleich wie in

Abb. 24 mit Hilfsschaltung, bei Dreieckschaltung nach Abb. 30.

Es ist also bewiesen, daß auch bei Vorhandensein einer Löschdrosselspule der Differentialschutz nicht auf einen äußeren Erdschluß anspricht. Da die Erdschlußstelle keinen Strom führt, so ist es aber auch gleichgültig, ob der Erdschluß außerhalb oder innerhalb des geschützten Netzteiles entsteht.

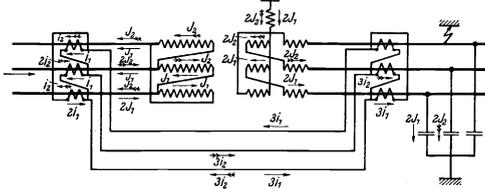


Abb. 30.

Der Differentialschutz wird daher auch nicht auf einen Gestellschluß ansprechen, der auf der mit Löschdrosselspule versehenen Seite auftritt. Liegt der Gestellschluß nicht am Anfang der Wicklung, sondern mehr nach dem Stern-

punkt zu, so wird der Erdschlußstrom allerdings nicht mehr ganz kompensiert, so daß unter Umständen noch ein Ausgleichstrom auftreten kann. Dieser wird um so mehr verschwinden, als der Erdschlußpunkt sich dem Sternpunkt nähert, da der Sternpunkt normalerweise Erdpotential hat. Andererseits tritt der Gestell-

schluß in der Regel am Wicklungsanfang auf, wo die höchste Spannung gegen Körper vorhanden ist. Man muß daher damit rechnen, daß der Differentialschutz auf einen Gestellschluß nicht anspricht, wenn der Schluß an der mit Löserspule versehenen Seite auftritt.

Die bisherigen Betrachtungen haben demnach ergeben, daß bei Erdung mit Widerstand oder Löserspule der Differentialschutz auf äußere Erdschlüsse nicht anspricht, wenn man die Wandler richtig schaltet. Ferner hat sich gezeigt, daß man in der Regel die Neugebauersche Hilfsschaltung vermeiden kann, wodurch sich die Schaltung vereinfacht. Voraussetzung ist dann allerdings, daß man in der Wahl der Wandler vollkommen freie Hand hat.

**e) Erdung durch Löschtransformator.**

Ebenso wie mit der Löschdrosselspule kann man den Strom von der Erdschlußstelle auch durch den Löschtransformator nach Bauch absaugen. Dieser Löschtransformator ist ein Drehstromtransformator, der mit der Primärwicklung am Netz liegt, während der Sternpunkt der Primärwicklung geerdet ist. Die Sekundärwicklung ist eine offene Dreieckwicklung, die mit einer einstellbaren Drosselspule belastet ist (Abb. 31). Im gewöhnlichen Betrieb nimmt der

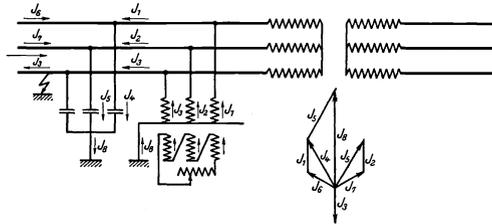


Abb. 31.

Transformator nur den normalen Leerlaufstrom auf, da die Sekundärspannungen im Gleichgewicht sind. Im Falle eines Erdschlusses wird die eine Phase des Löschtransformators überbrückt, die anderen beiden erhalten die verketteten Spannungen. Die in der Dreieckwicklung wirksame Spannung wird dann gleich der dreifachen normalen Sternspannung und ist phasengleich mit der Sternspannung der fehlerhaften Phase. Der in der einstellbaren Drosselspule entstehende Strom, der die drei Sekundärwicklungen in gleicher Richtung durchfließt, ist daher wieder gegenüber dem Ladestrom des Netzes um

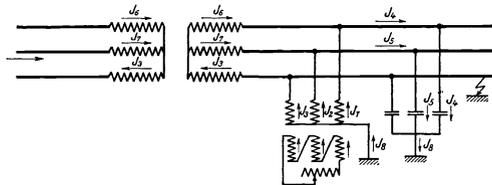


Abb. 32.

180° verschoben. In den primären Spulen müssen also ebenfalls drei Ströme gleicher Größe, Richtung und Phase fließen, durch die der Strom von der Erdschlußstelle abgesaugt wird, so daß dort nur noch der Reststrom fließt, wenn die Drosselspule entsprechend eingestellt ist. Die Stromverteilung ist aus Abb. 31 ersichtlich, wo der Löschtransformator auf der Primärseite des Leistungstransformators liegt. Dieser wird durch den Ladestrom gar nicht beeinflusst. Man sieht also, daß in diesem Falle der Differentialschutz auf den Erdschluß nicht anspricht, wenn der Löschtransformator außerhalb der Stromwandler liegt. Würde er zwischen den Wandlern und dem

Leistungstransformator abgeschlossen sein, so müßte für die drei gleichen Ströme ein Ausgleich durch Dreieckschaltung der Wandler oder durch die Hilfsschaltung geschaffen werden. Abb. 31 gilt für alle Transformatorschaltungen. Liegt der Löschtransformator auf der Sekundärseite, so verteilen sich die Ströme nach Abb. 32. Der Leistungstransformator hat eine normale Drehstrombelastung. Liegt also der Löschtransformator außerhalb der Wandler, so spricht der Schutz auf Erdschluß nicht an. Würde der Löschtransformator zwischen dem Leistungstransformator und den Wandlern liegen, würde der Schutz ebenfalls nicht ansprechen, wenn für den Ausgleich der drei gleichgerichteten Stromkomponenten auf der Primärseite gesorgt wird.

Hinsichtlich des Gestellschlusses gilt dasselbe, was im vorigen Abschnitt über die Löschdrosselspule gesagt ist.

### **Zusammenfassung.**

Es wird das Verhalten des Differentialschutzes nach Merz - Price in Drehstromanlagen erörtert. Es wird gezeigt, wie die Wandler und Relais geschaltet werden müssen, auch wird ein neues dreiphasiges Relais beschrieben. Der Einfluß der Transformatorrente und Schaltung auf die Schaltung der Wandler und die Empfindlichkeit des Schutzes wird untersucht. Die Berechnung der Empfindlichkeit wird an Beispielen gezeigt.

Ferner wird die Wirkungsweise des Schutzes bei Gestellschlüssen untersucht und die Unabhängigkeit von äußeren Erdschlüssen nachgewiesen. Diese Fragen werden für ungeerdete Netze und für solche mit Nullpunktserdung behandelt. Die Fälle der Erdung durch Widerstand, Löschdrosselspule und Löschtransformator werden für die einzelnen Transformatorschaltungen eingehend besprochen.

---

# Über Einschwingvorgänge in Pupinleitungen und ihre Verminderung.

Von **Karl Küpfmüller** und **Hans Ferdinand Mayer**.

Mit 27 Textabbildungen.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes  
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 23. März 1926.

## Inhaltsverzeichnis.

- I. Die verschiedenen Arten der Verzerrung in Fernverbindungen.
  - 1. Die Dämpfungsverzerrung.
  - 2. Die nichtlineare Verzerrung.
  - 3. Die Phasenverzerrung.
- II. Phasenverzerrung in Pupinleitungen.
  - 4. Die Einschwingvorgänge in Pupinleitungen.
  - 5. Die „leichte Pupinisierung“.
  - 6. Der „Phasenausgleich“.
- III. Theorie der Ausgleichsvorgänge in Systemen mit reiner Phasenverzerrung.
  - 7. Das Einsetzen eines Wechselstromzeichens.
  - 8. Der Ablauf des Einschwingvorganges.
  - 9. Die Einschwingzeit.
  - 10. Einige allgemeine Sätze
- IV. Der Phasenausgleich in Pupinleitungen.
  - 11. Die Kreuzglieder-Kettenleiter.
  - 12. Der Mindestaufwand an Ausgleichsmitteln.
  - 13. Die Berechnung der Ausgleichsleitungen.
  - 14. Einige besondere Typen von Ausgleichsleitungen.
  - 15. Die Dämpfung der Ausgleichsleitungen.
- V. Experimentelle Ergebnisse.
  - 16. Messungen an langen Verbindungen.
  - 17. Einschwingvorgänge.
- VI. Allgemeine technische Gesichtspunkte beim Phasenausgleich.
  - 18. Die Reichweite der Leitungen.
  - 19. Einige wirtschaftliche Überlegungen.
- VII. Zusammenfassung.

## I. Die verschiedenen Arten der Verzerrung in Fernverbindungen.

Wird an den Anfang eines beliebigen Übertragungssystems eine Wechselspannung von der Form  $V_1 e^{i\omega t}$  gelegt, so entsteht am Ende des Systems, am Empfangsapparat, nach hinreichend langer Zeit eine Wechselspannung mit einer im allgemeinen von

$V_1$  verschiedenen Amplitude  $cV_1$ . Diese Spannung wird außerdem im allgemeinen Fall um einen Winkel  $a$  gegen  $V_1$  phasenverschoben sein. Man kann daher schreiben

$$V_2 = cV_1 e^{i\omega t - ia}.$$

Die Größe  $c$  gibt das Verhältnis der Amplitude von  $V_2$  zu  $V_1$  an. In der Fernmelde-technik ist es üblich, solche Verhältnisse durch den natürlichen Logarithmus zu messen, also zu schreiben

$$V_2 = V_1 e^{-b+i\omega t - ia}, \quad (1)$$

$b$  ist eine verallgemeinerte „Dämpfung“. Das Übertragungssystem wird in der Gleichung (1) durch die Größen  $a$  und  $b$  charakterisiert. Diese Größen ändern sich im allgemeinen, wenn die Frequenz  $\omega$  oder die Spannung  $V_1$  geändert werden. Durch die Frequenzabhängigkeit von  $b$  entsteht die sog. „Dämpfungsverzerrung“, durch die Amplitudenabhängigkeit eine „nichtlineare Verzerrung“ der Signal- oder Sprechströme. Bis vor kurzem hat man in der Technik nur diese beiden Arten der Verzerrung beachtet. Bei der Herstellung von Weitverbindungen mit Pupinleitungen und Verstärkern, bei denen Dämpfungsverzerrung und nichtlineare Verzerrung weitgehend beseitigt waren, zeigte sich eine dritte Verzerrungserscheinung, als deren Ursache die besondere Frequenzabhängigkeit der Größe  $a$  erkannt wurde. Diese Art der Verzerrung wird daher Phasenverzerrung genannt. Sie soll im Folgenden näher betrachtet werden. Es wird jedoch nützlich sein, zunächst kurz die Merkmale der beiden anderen Formen der Verzerrung zu besprechen.

### 1. Die Dämpfungsverzerrung.

Die einfachste und praktisch wichtigste Form der Dämpfungsverzerrung liegt vor, wenn von dem Frequenzbereich, den die dem System zugeführten Schwingungen umfassen, gewisse Gebiete vollständig unterdrückt sind. Die zwischen diesen Gebieten liegenden Frequenzen bilden die sog. Durchlässigkeitsbereiche. Die Ströme, um deren Übertragung es sich in der Fernmeldetechnik handelt, enthalten im allgemeinen Schwingungen eines außerordentlich ausgedehnten Frequenzbereiches. Es wäre daher an sich erwünscht, die Dämpfungsverzerrung überhaupt zu vermeiden, die Durchlässigkeitsbereiche also unendlich groß zu machen. Andererseits ergeben sich jedoch wesentliche wirtschaftliche Vorteile, wenn die Durchlässigkeitsbereiche so weit eingeschränkt werden, als es die Anforderungen an die Vollkommenheit der Übertragung erlauben. Zuweilen erzielt man so eine Verbilligung des Übertragungssystems selbst, wie bei den Pupinleitungen. Der Durchlässigkeitsbereich ist hier im wesentlichen gegeben durch die Grenzfrequenz

$$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LCs}}, \quad (2)$$

wobei mit  $L$  die Spuleninduktivität, mit  $s$  der Spulenabstand und mit  $C$  die Leitungskapazität pro Längeneinheit bezeichnet ist. Andererseits gilt für die Dämpfung, wenn nur die Verluste im Leitungswiderstand  $R$  berücksichtigt werden, die Näherungsformel

$$\beta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{Cs}{L}}.$$

Setzt man hier aus Gleichung (2)  $L$  ein, so folgt

$$\beta = \frac{R}{2} Cs \omega_0. \quad (3)$$

Dämpfung und Durchlässigkeitsbereich sind also hier proportional. Die Verkleinerung von  $\omega_0$  ergibt eine Verminderung der Leitungsdämpfung und damit die Möglichkeit, die Zahl der in der Sprechverbindung notwendigen Verstärker zu verringern oder  $R$  zu vergrößern, also Kupfer zu sparen.

In anderen Fällen ergibt die Einschränkung der Durchlässigkeitsbereiche eine Erhöhung der Wirtschaftlichkeit dadurch, daß eine mehrfache Ausnützung des Übertragungssystemes ermöglicht wird.

Über den Zusammenhang zwischen Durchlässigkeitsbereich und der Güte der Verständigung bei der Sprachübertragung hat H. Fletcher zuerst genauere Daten veröffentlicht<sup>1)</sup>. Abb. 1 zeigt die von Fletcher angegebene Abhängigkeit der sog. Silbenverständlichkeit — das ist das Verhältnis der Zahl der verstandenen zu der Zahl der gesprochenen Silben — von der Breite des Durchlässigkeitsbereiches. Bei uns ausgeführte Versuche haben für die deutsche Sprache ganz ähnliche Kurven ergeben; es wird darüber demnächst besonders berichtet werden. Bei den mit Pupinkabeln hergestellten Fernverbindungen wird die Dämpfungsverzerrung durch geeignete Bauart der Verstärker<sup>2)</sup> in einem Frequenzbereich zwischen  $f = 300$  und  $f = 2000 \div 2500$  Hertz beseitigt.

In der Telegraphie bewirkt die Einschränkung des Durchlässigkeitsbereiches eine Abflachung der Telegraphierzeichen. Es dauert eine gewisse Zeit, bis der Strom am Ende „eingeschwungen“ ist. Vor kurzem ist gezeigt worden<sup>3)</sup>, daß die Größe dieser Einschwingzeit  $\tau$  praktisch gegeben ist durch die Beziehung

$$\tau = \frac{k}{w}, \quad (4)$$

wobei  $w$  die Breite des Durchlässigkeitsbereiches und  $k$  eine universelle Konstante bedeuten. Wird  $w$  in Hertz gemessen, so kann für praktische Zwecke  $k = 0,8$  gesetzt werden. Aus der verlangten Telegraphiergeschwindigkeit ergibt sich eine obere zulässige Grenze für die Einschwingzeit  $\tau$ , die beispielsweise für Schnelltelegraphie bei 10 ms liegt, und damit aus Gleichung (4) die zulässige Breite  $b$  des Durchlässigkeitsbereiches, für Schnelltelegraphie also

$$w = \frac{0,8}{0,01} = 80 \text{ Hertz.}$$

## 2. Die nichtlineare Verzerrung.

Die nichtlineare Verzerrung bewirkt zwei verschiedene Arten von Störungen in der Übertragung. Sie zeigen sich am einfachsten, wenn man folgende Abhängigkeit zwischen Endspannung  $V_2$  und Anfangsspannung  $V_1$  annimmt:

$$V_2 = m_1 V_1 + m_2 V_1^3. \quad (5)$$

<sup>1)</sup> H. Fletcher: Journ. Frankl. Inst. S. 193. 1922.

<sup>2)</sup> K. Höpfner u. B. Pohlmann: „Das Fernsprechen im Weitverkehr“, herausgegeben vom Reichspostministerium 1923, Berlin.

<sup>3)</sup> K. Küpfmüller: E. N. T. Bd. 1, S. 141. 1924.

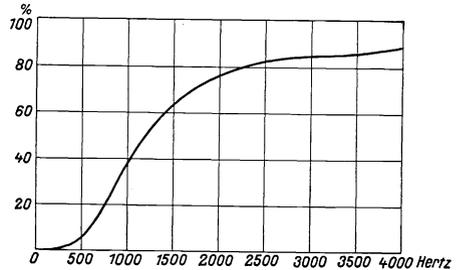


Abb. 1.

Die Größen  $m_1$  und  $m_2$  sollen hier nur noch von der Frequenz abhängen. Eine derartige Verzerrung kann z. B. bei Verstärkerröhren vorliegen, wenn die Gittervorspannung dem Wendepunkt der Charakteristik zugehört. Setzt man

$$V_1 = A \sin \omega t,$$

so wird aus Gleichung (5)

$$V_2 = A(m_1 + \frac{3}{4} m_2 A^2) \sin \omega t - \frac{1}{4} m_2 A^3 \sin 3 \omega t. \quad (6)$$

Zunächst ist also das Hauptglied  $A \sin \omega t$  mit einem von  $A$  abhängigen Faktor multipliziert. Da  $m_1$  und  $m_2$  sich im allgemeinen verschieden mit der Frequenz ändern, zeigt das System also bei verschiedenen großen Amplituden  $A$  eine verschiedene Dämpfungsverzerrung. Eine weitere Folge der nichtlinearen Verzerrung ist das Auftreten von Schwingungen mit neuen Frequenzen, im vorliegenden Falle der dritten harmonischen. Werden, wie bei der Sprachübertragung, gleichzeitig mehrere Schwingungen verschiedener Frequenz in das System geschickt, so bildet sich eine ganze Reihe von Kombinationstönen. Beide Erscheinungen können natürlich die Güte der Übertragung stark beeinträchtigen. Sie lassen sich jedoch, wie die Praxis gezeigt hat, durch geeignete Wahl der Verstärker- und Leitungselemente in zulässigen Grenzen halten.

### 3. Die Phasenverzerrung.

Setzt man in Gleichung (1)

$$a = t_0 \omega, \quad (7)$$

wobei  $t_0$  eine Konstante sein soll, so wird

$$V_2 = V_1 e^{-b+i\omega(t-t_0)}.$$

Da uns hier der Einfluß von  $b$  nicht interessiert, setzen wir ferner  $b = 0$  und erhalten

$$V_2 = V_1 e^{i\omega(t-t_0)}. \quad (8)$$

Die Spannung  $V_2$  wird demnach identisch mit der Spannung  $V_1$ , wenn man die Zeit  $t$  um den Betrag  $t_0$  zurückdatiert. Da jeder beliebige Vorgang nach Fourier in eine Reihe von einfachen Schwingungen zerlegt werden kann,  $t_0$  aber nach Voraussetzung unabhängig von der Frequenz sein soll, ergibt also jeder beliebige zeitliche Verlauf der Anfangsspannung genau den gleichen Verlauf der Endspannung mit der zeitlichen Verzögerung  $t_0$ . Man bezeichnet in diesem Falle  $t_0$  als die Laufzeit und erkennt, daß unter der gemachten Voraussetzung das System verzerrungsfrei ist. Die in Gleichung (7) enthaltene Bedingung läßt sich auch schreiben

$$\frac{da}{d\omega} = \text{konst.} \quad (9)$$

oder

$$\frac{d^2 a}{d\omega^2} = 0. \quad (10)$$

Dies ist die hinreichende und notwendige Bedingung für das Fehlen von Phasenverzerrung. Genügt der Phasenwinkel  $a$  nicht der Bedingung (10), so liegt Phasenverzerrung vor.

Auch die Phasenverzerrung äußert sich bei der Sprachübertragung in zweierlei Weise. Zunächst werden die Klangbilder der Sprachlaute dadurch verändert, daß die Formanten gegeneinander zeitlich verschoben werden. Diese Wirkung der Phasen-

verzerrung ist seit langem bekannt. Man hat gefunden, daß sie praktisch weitgehend unschädlich ist. Die Helmholtzsche Theorie des Hörens liefert hierfür die Erklärung. Die zweite Wirkung der Verzerrung tritt erst bei sehr langen Sprechverbindungen auf. Sie besteht darin, daß eine an den Anfang des Systems plötzlich angelegte Wechselspannung am Ende nicht sprungweise einsetzt; vielmehr findet, ähnlich wie in Systemen mit Dämpfungsverzerrung, ein allmählicher Aufbau des Wechselstromes statt. Diese Erscheinung ist zuerst bei Pupinleitungen störend aufgetreten; die erste Veröffentlichung hierüber ist die von A. B. Clark<sup>1)</sup>. Im folgenden werden wir sie näher betrachten.

## II. Die Phasenverzerrung in Pupinleitungen.

### 4. Die Einschwingvorgänge in Pupinleitungen.

Das Oszillogramm Abb. 2 zeigt in der oberen Kurve das Einschwingen eines Wechselstromzeichens von 1900 Hertz am Ende einer Sprechverbindung von 1020 km Länge. Die Verbindung war mit einer Stammleitung des Normalkabels (2 km Spulenabstand, Grenzfrequenz  $f_0 = 2680$  Hertz) und 8 Vierdrahtverstärkern in Abständen von 140 bis 150 km hergestellt. Die Zeit, die vom Einsetzen des Zeichens am Anfang der Leitung (untere Kurve) bis zum Einsetzen am Ende verstreicht, beträgt 61 ms. Es ist dies die Laufzeit in der homogenen Ersatzleitung von der gleichen Länge  $l$ :

$$t_0 = \frac{\alpha l}{\omega}.$$

Das Winkelmaß  $\alpha$  ist bekanntlich angenähert gegeben durch

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{CL}{s}},$$

und es wird bei Benutzung von Gleichung (2)

$$t_0 = \frac{2l}{s\omega_0}. \quad (11)$$

Setzt man hier die Werte  $s = 2$ ,  $l = 1020$  und  $\omega_0 = 16\,800$  ein, so folgt  $t = 60,8$  ms. Der Aufbau des Zeichens nimmt etwa 25–30 ms in Anspruch. Versuche haben gezeigt, daß die Einschwingzeit ziemlich genau proportional der Länge ist. Der Abbau des Zeichens vollzieht sich in ähnlicher Weise. Man kann ihn sich so zustande kommend denken, daß von einem gewissen Zeitpunkt ab eine neue Schwingung gleicher Frequenz einsetzt, die im stationären Zustand um  $180^\circ$  gegen die erste phasenverschoben ist. Die Abbaupzeit beträgt also ebenfalls 25–30 ms. Bei niedrigen Frequenzen sind die Übergangzeiten wesentlich kürzer. Es ist auffällig, daß die ersten Stromimpulse beim Einsetzen des Zeichens am Leitungsende einer Schwingung mit wesentlich kleinerer Frequenz entsprechen als der der stationären Schwingung. Dies ist jedoch nicht charakteristisch für die durch Phasenverzerrung entstehenden Einschwingvorgänge überhaupt, sondern durch die besonderen Eigenschaften der Pupinleitungen bedingt.

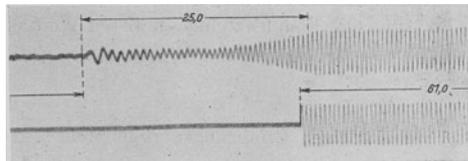


Abb. 2.

<sup>1)</sup> Journ. A. J. E. E. Bd. 42, Nr. 1. 1923.

Bei der Sprachübertragung bewirken die Einschwingvorgänge ein Ineinanderfließen der einzelnen Sprachlaute. Außerdem entsteht infolge der zeitlichen Zerlegung der Zeichen ein eigentümliches metallisches Klingeln. Diese Erscheinungen setzen die Verständlichkeit herab und begrenzen die Reichweite der Verbindung. Zu ihrer Beseitigung gibt es zwei Wege, die leichte Pupinisierung und den Phasenausgleich.

### 5. Die leichte Pupinisierung.

Der Vorschlag, durch Erhöhung der Grenzfrequenz eine Verminderung der Störung durch Einschwingvorgänge herbeizuführen, wird zuerst in einer Patentschrift der Bell-Gesellschaft gemacht<sup>1)</sup>. Es werden dort Regeln aufgestellt, wie die Grenzfrequenz zu bemessen ist, damit die Einschwingzeiten unter einem gewissen zulässigen Werte bleiben. Für die Einschwingzeit  $\tau$  wird ohne Ableitung die folgende Formel angegeben

$$\tau = t_0 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} - 1 \right]. \quad (12)$$

$t_0$  bedeutet die durch Gleichung (11) gegebene Laufzeit der homogenen Ersatzleitung. Für die praktischen Fälle kann man aus Gleichung (12) die Näherungsformel

$$\tau = t_0 \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

ableiten oder mit Gleichung (11)

$$\tau = \frac{l \omega^2}{s \omega_0^3}. \quad (13)$$

Die Einschwingzeit wächst demnach mit der Frequenz. Sie soll für die höchste zu übertragende Frequenz einen gewissen Wert nicht überschreiten. Es muß daher nach Gleichung (13)

$$\frac{s \omega_0^3}{l} \cong c \quad (14)$$

sein, wobei  $c$  einen Erfahrungswert darstellt<sup>2)</sup>. Die Reichweite der Leitung ergibt sich aus

$$l = \frac{s \omega_0^3}{c}. \quad (15)$$

Werden sehr hohe Anforderungen an die Güte der Verständigung gestellt, so muß bei einem Durchlässigkeitsbereich von der in Abschnitt 2 genannten Größe  $c$  erfahrungsgemäß etwa gleich  $2,3 \cdot 10^{10}$  gesetzt werden. Es ergeben sich dann die in Tab. 1 zusammengestellten Reichweiten, wenn der Spulenabstand entsprechend den deutschen Verhältnissen zu 2 km angenommen wird.

Tabelle 1.

Grenzfrequenz . . . . . $\omega_0 =$	17 000	20 000	25 000	30 000	35 000
Reichweite . . . . . $l =$	450	700	1 400	2 400	3 700 km

Da bisher in der Praxis keine Mittel zur Verfügung standen, die Phasenverzerrung anders als durch Erhöhen der Grenzfrequenz zu vermindern, mußte man

<sup>1)</sup> Deutsche Anmeldung B 103 603 (1921).

<sup>2)</sup> K. Küpfmüller: Tel.- u. Fernspr.-Techn. Bd. 12, S. 53. 1923.

aus wirtschaftlichen Gründen etwas größere Verzerrung zulassen. Man hat durch Sprechversuche gefunden, daß man bis herab zu etwa  $c = 10^{10}$  gehen kann. Dann erhöhen sich die Reichweiten auf die in Tab. 2 angegebenen Werte.

Tabelle 2.

Grenzfrequenz . . . . . $\omega_0 =$	17 000	20 000	25 000	30 000	35 000
Reichweite . . . . . $l =$	1 050	1 600	3 200	5 500	8 500 km

Praktisch kann man natürlich nicht die Grenzfrequenz von Fall zu Fall ändern. Man beschränkt sich daher im allgemeinen auf 2 Leitungstypen, eine für kurze und eine für lange Verbindungen, etwa mit  $\omega_0 = 17\,000$  und  $34\,000$ .

### 6. Der Phasenausgleich.

Für das Phasenmaß  $a$  der Pupinleitung gibt die Theorie der Kettenleiter<sup>1)</sup> die folgende Näherungsformel

$$a = \frac{2l}{s} \arcsin \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (16)$$

Es ist also

$$\frac{da}{d\omega} = \frac{2l}{s\omega_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (17)$$

und

$$\frac{d^2a}{d\omega^2} = \frac{2l}{s\omega_0^3} \frac{\omega}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}^3}. \quad (18)$$

Die Bedingung (10) ist nicht erfüllt. Das Prinzip des Phasenausgleichs<sup>2)</sup> besteht nun darin, daß durch besondere Schaltmittel der Phasenwinkel  $a$  so ergänzt wird, daß die durch Gleichung (9) geforderte lineare Frequenzabhängigkeit im Ganzen möglichst genau erreicht wird. Diese Schaltmittel (Ausgleichsleitungen) können an irgendeiner Stelle in die Leitung eingeschaltet werden. Praktisch kommen hierzu die Verstärkerämter in Betracht.

Bewirken die Ausgleichsleitungen eine Phasenverschiebung um  $\varphi$ , so muß nach dem oben Gesagten sein

$$\varphi + a = n \cdot \omega,$$

wenn mit  $n$  eine beliebige Konstante bezeichnet wird. Mit Gleichung (16) ergibt dies

$$\varphi = n\omega - \frac{2l}{s} \arcsin \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (19)$$

Diese Gleichung enthält die Konstruktionsregel für den Bau der Ausgleichsleitungen. Die praktisch wichtige Frage ist hier die, mit welcher Genauigkeit sie in Wirklichkeit erfüllt sein muß, damit eine gewünschte Verkleinerung der Einschwingzeiten herbeigeführt wird. Der Beantwortung dieser Frage dienen die folgenden Ausführungen. Es ist dabei nötig, zunächst die allgemeinen Zusammenhänge zwischen Einschwingvorgang und Phasenwinkel aufzusuchen.

<sup>1)</sup> K. W. Wagner: Arch. Elektrot. Bd. 8, S. 61. 1919.

<sup>2)</sup> Deutsche Patentanmeldung S. 63 992 Siemens & Halske A.-G. v. 5. 10. 1923. Deutsche Patentanmeldung S. 64 402 Siemens & Halske A.-G. v. 27. 11. 1923. — K. Kämpf Müller: E. N. T. Bd. 3, S. 82. 1926.

### III. Theorie der Ausgleichsvorgänge in Systemen mit reiner Phasenverzerrung.

#### 7. Das Einsetzen eines Wechselstromzeichens.

Das Problem der Ausgleichsvorgänge in linearen Systemen ist durch die bekannte Gleichung von O. Heaviside<sup>1)</sup> formal in eleganter Weise gelöst worden. Sie hat in dem hier besonders interessierenden Falle, dem der Pupinleitung, zahlreiche Anwendungen gefunden<sup>2)</sup>. Die Vorausberechnung der Ausgleichsvorgänge mit Hilfe der so abgeleiteten Formel ist jedoch verhältnismäßig kompliziert, da die Auswertung in den meisten Fällen nur graphisch erfolgen kann. Andererseits genügt für praktische Zwecke meist die Kenntnis der Dauer des Einschwingvorganges. Eine nützliche Theorie der Ausgleichsvorgänge muß daher in erster Linie die Frage nach Beginn und Ende des Einschwingvorganges beantworten. Mit diesem Ziel werden wir im folgenden die Vorgänge in Systemen mit reiner Phasenverzerrung untersuchen. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß die Dämpfung  $b$  gleich Null sei. Dies ist ersichtlich keine Einschränkung der Allgemeinheit. Wir sprechen ferner der Einfachheit wegen nur von Spannungen. Die Betrachtungen gelten jedoch in gleicher Weise auch für irgendwelche andere lineare Systemgrößen, z. B. Ströme, Ladungen oder Feldstärken.

Für die Spannung am Ende des Systems gelte also die Beziehung

$$V_2 = V_1 e^{i(\omega t - a)}, \quad (20)$$

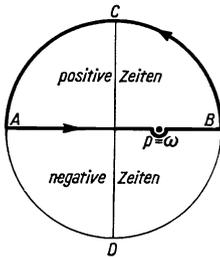


Abb. 3.

wobei  $a$  eine beliebige Funktion der Frequenz sein soll. Wir verfolgen nun die Umgestaltung, die ein am Anfang des Systems plötzlich einsetzendes Wechselstromzeichen der Frequenz  $\omega$  beim Durchlaufen des Systems erfährt. Das Wechselstromzeichen läßt sich am Anfange des Systems durch das Fouriersche Integral

$$V_a = \frac{V_1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ipt}}{p - \omega} dp \quad (21)$$

darstellen. Die  $p$ -Ebene, Abb. 3, enthält einen einzigen Pol  $p = \omega$ . Die Integration erstreckt sich längs der reellen  $p$ -Achse von  $p = -\infty$  bis  $p = +\infty$  und geht an der Stelle  $p = \omega$  an dem Pol vorbei. Damit der Wert des Integrals für negative Zeiten verschwindet, muß der Pol längs der Integrationslinie stets im Gegensinne des Uhrzeigers umgangen werden. Diese Feststellung ist für das Spätere wichtig.

Man kann in Gleichung (21)  $p$  als Frequenz der Teilschwingungen auffassen, aus denen sich das Wechselstromzeichen zusammensetzt. Wir betrachten daher die Funktion

$$A(p) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{|p - \omega|} \quad (22)$$

als Darstellung des Amplitudenspektrums eines plötzlich einsetzenden Wechselstromzeichens vom Betrage 1 und der Frequenz  $\omega$ . Abb. 4 zeigt das Amplitudenspektrum  $A$  für die Frequenz  $\omega = 5000$ . Man erkennt, daß das Zeichen alle Fre-

<sup>1)</sup> O. Heaviside: Elektrom. Mag. Theory Bd. 1, § 196.. — K. W. Wagner: Arch. Elektrot. 1915 S. 159.

<sup>2)</sup> J. R. Carson: A. J. E. E. 1919, S. 345; Bell System Techn. Journ. Bd. 3, Nr. 4. 1924. — Auf anderem Wege: F. Breisig: Z. Fernmeldetechn. 1920, S. 146. F. Pollaczek: E. N. T. 1923, S. 197.

quenzen von  $p = 0$  bis  $p = \infty$  enthält, in der Hauptsache jedoch Frequenzen in der Umgebung von  $\omega = 5000$ .

Erzeugt gemäß Gleichung (20) eine Teilschwingung  $e^{ipt}$  am Anfang eine Teilschwingung  $e^{i(p't - a)}$  am Ende eines Systems, so läßt sich entsprechend Gleichung (21) das Zeichen am Ende des Systems darstellen durch

$$V_e = \frac{V_1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i(p't - a)}}{p - \omega} dp. \quad (23)$$

Hierbei ist  $a$  nach Voraussetzung eine beliebige Funktion von  $p$ ,  $a = a(p)$ . Die Integration von Gleichung (23) ist im allgemeinen nicht in geschlossener Form durchführbar. Es läßt sich jedoch feststellen, zu welcher Zeit  $V_e$  wesentlich von Null verschiedene Werte annimmt. Diesen Zeitpunkt betrachten wir als den Beginn des Ausgleichsvorganges am Ende des Systems. Wir machen hierzu folgende Transformation:

$$p't - a = qt \quad (24)$$

und betrachten  $q$  als neue Integrationsvariable. Dann wird aus Gleichung (23)

$$V_e = \frac{V_1}{2\pi i} \int \frac{e^{iqt}}{(p - \omega) \frac{\partial q}{\partial p}} dq. \quad (25)$$

Hier ist der Nenner gemäß Gleichung (24) als eine Funktion von  $q$  und  $t$  zu betrachten.

Man müßte  $p$  aus Gleichung (24) ausrechnen und in Gleichung (25) einsetzen; im allgemeinen Falle ist dies nicht möglich. Das Integral (25) stellt eine Summe von Partialschwingungen dar, deren Amplituden von der Zeit  $t$  abhängen. Der Integrationsbereich ist dadurch bestimmt, daß  $p$  von  $-\infty$  bis  $+\infty$  gehen soll.

Der Integrand von Gleichung (25) hat eine Anzahl von Polen in der  $q$ -Ebene, die durch  $p - \omega = 0$  und  $\frac{\partial q}{\partial p} = 0$  gegeben sind, oder wegen Gleichung (24) durch

$$p - \omega = 0 \quad (26)$$

und

$$t - \frac{da}{dp} = 0. \quad (27)$$

Für den ersten Pol ergibt sich aus Gleichung (26) in Verbindung mit (24)

$$q = \omega - \frac{a(\omega)}{t}.$$

Dieser Pol befindet sich also zur Zeit  $t = -\infty$  im Punkte  $q = \omega$  und läuft mit wachsender Zeit längs der reellen  $q$ -Achse ins Unendliche. Er kommt für positive Zeiten aus dem Unendlichen zurück und nähert sich mit wachsender Zeit dem Ausgangspunkt  $q = \omega$ .

Zur Bestimmung der Integrationsgrenzen in Gleichung (25) denken wir uns  $a$  als Funktion von  $p$  gegeben. Die Gleichung (24) stellt dann eine eindimensional unendliche Schar von Kurven mit dem Parameter  $t$  dar. Es ist

$$q = p - \frac{a(p)}{t}. \quad (28)$$

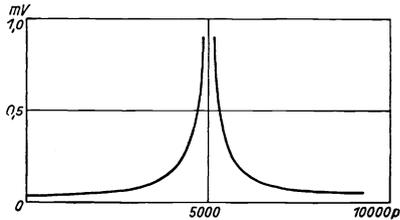


Abb. 4.

Für  $t = 0$  ist die durch Gleichung (28) dargestellte Kurve die  $q$ -Achse selbst (Abb. 5). Dabei erfolgt die Integration von  $q = +\infty$  nach  $q = -\infty$ , wenn  $p$  gemäß Gleichung (23) von  $-\infty$  nach  $+\infty$  geht. Die Integrationsrichtungen sind also entgegengesetzt. Für  $t = \infty$  ist  $q = p$ ; Integrationsrichtung und Integrationsgrenzen stimmen überein. Für dazwischen liegende Zeiten, z. B.  $t_1$  und  $t_2$ , möge  $q$  den in Abb. 5 dargestellten Verlauf haben. Wenn  $t = t_1$  ist, erfolgt die Integration noch längs der reellen  $q$ -Achse von  $+\infty$  nach  $-\infty$ , also umgekehrt wie in Gleichung (23). Die auf der Achse liegenden Pole sollen dabei im Gegensinne des Uhrzeigers um-

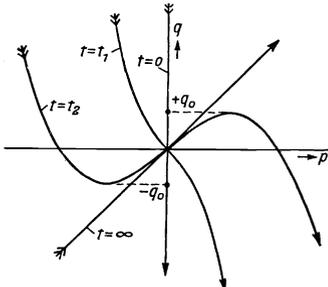


Abb. 5.

gehen werden (Abb. 6), liefern also keinen Beitrag; der Wert des Integrals (25) ist nur durch Pole außerhalb der reellen Achse bestimmt, die sich aus Gleichung (27) berechnen. Sie liefern für die praktisch interessierenden Funktionen von  $a$  keinen wesentlichen Beitrag<sup>1)</sup>. Für die Zeit  $t_2$  tritt die  $q$ -Kurve dreimal durch die  $p$ -Achse. Die Integration erfolgt also längs der reellen  $q$ -Achse von  $q = +\infty$  über  $q = 0$  bis  $q = -q_0$ , von  $-q_0$  nach  $+q_0$  und von  $q = +q_0$  zurück über  $q = 0$  bis  $q = -\infty$ . Hierbei liefert der Integrationsweg von  $q = +\infty$  nach  $q = 0$  und von  $q = 0$  nach  $q = -\infty$

keinen Beitrag, so daß für die Integration nur noch die in Abb. 7 dargestellte Integrationsschleife zwischen  $-q_0$  und  $+q_0$  übrigbleibt. Das Integral (25) nimmt jetzt einen von den Grenzen  $q_0$  abhängigen, von Null wesentlich verschiedenen Wert an. Zum ersten Male tritt dies ein, wenn eine Integrationsschleife entsteht, wenn also,

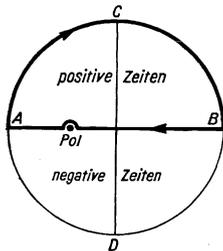


Abb. 6.

analytisch ausgedrückt, zum ersten Male  $\frac{\partial q}{\partial p} = 0$  wird (Abb. 5). Nach Gleichung (28) ist dies der Fall, wenn

$$t = \left. \frac{da}{dp} \right|_{\min},$$

d. h. eine Schleife tritt frühestens zu einer Zeit  $t$  auf, die durch den kleinsten Wert von  $\frac{da}{dp}$  gegeben ist.

Außer der in Abb. 7 dargestellten Integrationsschleife können je nach den analytischen Eigenschaften von  $a$  mehrere Schleifen gleichzeitig oder nacheinander auftreten. Diese liegen wegen der für alle linearen Systeme gültigen Beziehungen  $a(p) = -a(-p)$  symmetrisch zu  $q = 0$ . Die Umkehrpunkte der Schleifen sind durch gewisse Werte  $q_0$  gegeben, die sich aus der Gleichung  $\frac{\partial q}{\partial p} = 0$  bestimmen; man erkennt, daß sie mit den Polen (27) identisch sind. Mit wachsender Zeit nehmen die Schleifen an Ausdehnung zu und erstrecken sich schließlich über den ganzen Integrationsbereich; der Vorgang wird dann stationär. Um eine Integration gemäß Abb. 7 auszuführen, müßte man den hier zweiwertigen Integranden von Gleichung (25)

<sup>1)</sup> Dies gilt um so genauer, je größer  $a$  im Vergleich zu  $2\pi$  ist; praktisch handelt es sich um Systeme, bei denen  $a$  in der Größenordnung  $100\pi$  bis  $1000\pi$  liegt.

in einer zweiblättrigen Riemannschen Ebene darstellen, wobei sich die Integration von  $-q_0$  nach  $+q_0$  in der ersten Ebene und von  $+q_0$  nach  $-q_0$  in der zweiten Ebene zu erstrecken hätte. Man erkennt, daß die Pole  $q_0$  keine Pole im eigentlichen Sinne, sondern gemeinsame Punkte der beiden Riemannschen Ebenen sind. Eine geschlossene Integration ist jedoch für beliebige Funktionswerte von  $a$  nicht durchführbar.

Wir nennen nunmehr  $\frac{da}{d\omega}$  die zur Frequenz  $\omega$  gehörige Laufzeit (im Gegensatz zur „Phasenlaufzeit“  $\frac{a}{\omega}$ ) und kommen so zu folgendem Ergebnis:

„Ein auf ein System mit reiner Phasenverzerrung gegebenes beliebiges Wechselstromzeichen ruft am Ende des Systems wesentliche Spannungen zu einer Zeit hervor, die durch die kleinste Laufzeit des Systems gegeben ist. Als Laufzeit ist hierbei die durch die Gleichung

$$t = \frac{da}{d\omega} \quad (29)$$

definierte Zeit anzusehen.“

Wir haben diesen Satz der Anschaulichkeit halber für ein plötzlich einsetzendes Wechselstromzeichen abgeleitet. Für einen anderen Vorgang hätte man das Spektrum  $A$  durch eine andere Funktion  $A(p)$  zu ersetzen. Man sieht jedoch leicht ein, daß die Gl. (29) dann gilt, wenn  $A(p)$  für alle Frequenzen von Null verschiedene Werte aufweist. Das hier abgeleitete Resultat gilt daher in großer Allgemeinheit für plötzlich einsetzende Spannungen beliebiger Kurvenform.

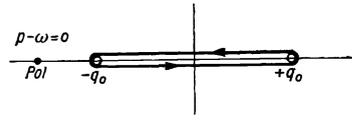


Abb. 7.

Irgendwohin auf ein räumlich ausgedehntes Übertragungssystem gegebener Anstoß pflanzt sich längs des Systems in Gestalt einer Welle fort; die Geschwindigkeit des Wellenkopfes — auch Signalgeschwindigkeit genannt — ist nach dem Vorstehenden angenähert durch

$$v = \frac{1}{\left. \frac{d\alpha}{d\omega} \right|_{\min}} \quad (30)$$

gegeben, wobei  $\alpha$  das Phasenmaß der Längeneinheit bezeichnet.

Es ist interessant, dieses Ergebnis auf einige spezielle Leitertypen anzuwenden. Für die verlustfreie homogene Leitung mit den kilometrischen Werten von Selbstinduktion  $L$  und Kapazität  $C$  gilt  $\alpha = \omega\sqrt{LC}$ . Hieraus folgt für die kilometrische Laufzeit  $t = \frac{d\alpha}{d\omega} = \sqrt{LC}$  und für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Alle Wellen laufen hier mit derselben Geschwindigkeit  $v$  über die Leitung und ergeben so am Ende das ursprüngliche Zeichen. Die Bedingung (10) für die Verzerrungsfreiheit ist erfüllt. Für eine Pupinleitung gilt die bereits oben erwähnte Beziehung

$$a = \frac{2l}{s} \arcsin \frac{\omega}{\omega_0},$$

und die Laufzeit  $t$  wird

$$t = \frac{da}{d\omega} = \frac{2l}{s\omega_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}. \quad (17)$$

Die Laufzeit hat hier den in Abb. 8 dargestellten Verlauf. Die kleinste Laufzeit ist die zur Frequenz  $\omega = 0$  gehörige Zeit  $t_0 = \frac{2l}{s\omega_0}$ . Zu dieser Zeit beginnt also praktisch der Einschwingvorgang, was wir bereits in Abschnitt 4 bestätigt fanden. Für die Grenzfrequenz  $\omega_0$  ist theoretisch  $t = \infty$ . Praktisch wird  $t$  wegen der Wirkung der Verluste in der Leitung nie unendlich groß.

### 8. Der Ablauf des Einschwingvorgangs.

Der Einschwingvorgang dauert streng genommen unendlich lang. Für praktische Zwecke hingegen ist es wichtig, zu wissen, zu welcher Zeit die Schwingung eine bestimmte Annäherung an den Endzustand erreicht hat. Die Einhüllende des Spannungsverlaufes hat im allgemeinen die in Abb. 9 gezeigte Form. Wir wollen den Einschwingvorgang als beendet ansehen, wenn die maximale Amplitude erreicht ist, also zur Zeit  $t_e$ .

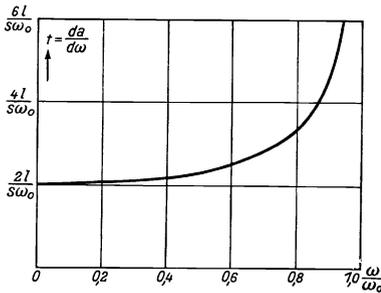


Abb. 8.

Man würde zwar die praktisch interessierende Größe etwas genauer treffen, wenn man das Ende des Einschwingvorganges durch die Unterschreitung einer gewissen maximalen Abweichung vom Endwert bestimmen würde. Durch die gewählte Kennzeichnung werden jedoch die Rechnungen und Ergebnisse vereinfacht. Praktisch sind die Unterschiede nicht groß.

a) Erste Annäherung. Um den Ablauf des Ausgleichsvorgangs zu berechnen, kann man zunächst von Gleichung (23) ausgehen. Wir führen dort die Transformation  $p - \omega = p_1$  ein und ersetzen wieder  $p_1$  durch  $p$ . Aus Gleichung (23) wird dann nach einer kleinen Umformung

$$V_e = V_1 e^{i\omega t - ia(\omega)} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(pt - a(p+\omega) + a(\omega))} \frac{dp}{p}. \quad (31)$$

Hierin bezeichnet wieder wie früher  $p$  die Frequenz der Teilschwingungen,  $\omega$  die Frequenz des Wechselstromzeichens. Der Faktor  $V_1 e^{i\omega t - ia(\omega)}$  stellt die Endspannung im eingeschwingenen Zustand dar; die Einhüllende des Ausgleichsvorgangs ist daher gegeben durch

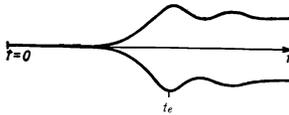


Abb. 9.

$$\psi = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(pt - a(p+\omega) + a(\omega))} \frac{dp}{p}. \quad (32)$$

Die Hauptbeiträge des Integranden liegen in der Umgebung von  $p = 0$ . Wir entwickeln daher  $a(p + \omega)$  in eine Potenzreihe um den Punkt  $p = 0$  und erhalten

$$a(p + \omega) = a_0 + a_1 \frac{p}{1!} + a_2 \frac{p^2}{2!} + a_3 \frac{p^3}{3!} + \dots, \quad (33)$$

worin  $\left. \frac{d^n a(p)}{dp^n} \right|_{p=\omega} = a_n$  gesetzt ist. Vernachlässigt man in Gleichung (33) alle Potenzen von  $p$  mit Ausnahme der ersten, so erhält man für die Einhüllende

$$\psi = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ip(t-a_1)} \frac{dp}{p}.$$

Dieses Integral stellt bekanntlich einen zur Zeit  $t = a_1$  stattfindenden Spannungssprung vom Werte Null auf den Wert Eins dar. Für das Ende des Ausgleichsvorganges ist also in erster Annäherung die zur Trägerfrequenz  $\omega$  gehörige Laufzeit maßgebend; wir schreiben daher für die Zeit, die das Ende des Ausgleichsvorganges charakterisiert,

$$t_e \approx \left. \frac{da}{d\omega} \right|_{\omega}. \quad (34)$$

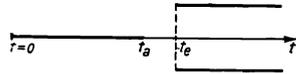


Abb. 10.

Das bis jetzt gewonnene Bild des Ausgleichsvorganges ist folgendes. Bis zur Zeit  $t_a$  ist das Ende der Leitung in Ruhe, Abb. 10. Zur Zeit  $t_e$  erreicht die Einhüllende ihren stationären Wert. Für Zeiten zwischen  $t_a$  und  $t_e$  bleibt der Verlauf unbestimmt. Ob tatsächlich die Annäherung zutrifft, daß für Zeiten  $t > t_e$  die Einhüllende als stationär betrachtet werden darf, hängt davon ab, wie schnell die Reihe (33) konvergiert.

b) Zweite Annäherung. Bricht man die Entwicklung (Gleichung 33) erst hinter dem dritten Gliede ab, so folgt

$$\psi = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ip(t-a_1-\frac{1}{2}a_2 p)} \frac{dp}{p}. \quad (35)$$

Wir machen hier die Substitutionen

$$p\sqrt{a_2} = x \quad (36)$$

und

$$\frac{t-a_1}{\sqrt{a_2}} = u. \quad (37)$$

Es ergibt sich

$$\psi = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixu - \frac{x^2}{2}} \frac{dx}{x}. \quad (38)$$

$\psi$  hängt also nur von der Variablen  $u$  ab. Diese Funktion hat bereits J. Carson<sup>1)</sup> gefunden unter der Annahme, daß der Phasenwinkel im Durchlässigkeitsbereich durch die Beziehung

$$a = a_0 + a_1 p + a_2 \frac{p^2}{2}$$

dargestellt werden kann. Würde jedoch die Funktion (38) auch für den Beginn des Einschwingvorganges gelten, so müßten die Einschwingzeiten proportional  $\sqrt{a_2}$  sein, was mit der Erfahrung in Widerspruch steht. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Darstellung von  $a$  durch eine quadratische Funktion nur für schmale Bereiche (z. B. in der Umgebung der Trägerfrequenz) zulässig ist, da  $a$  aus physikalischen Gründen eine ungerade Funktion sein muß. Für den Beginn des Einschwingvorganges

<sup>1)</sup> Bell-System. Techn. Journ. Bd. 3, Nr. 4. 1924.

kommt es aber auf den Verlauf von  $a$  im ganzen Durchlässigkeitsbereich an. Für irgendeinen Wert von  $u$  hat  $\psi$  eine bestimmte vorgegebene Annäherung an den Endwert angenommen. Aus diesem Zahlenwert  $u_e$  folgt mit Gleichung (37)

$$t_e = a_1 + u_e \sqrt{a_2},$$

oder

$$t_e = \left. \frac{da}{d\omega} \right|_{\omega} + u_e \sqrt{\left. \frac{d^2 a}{d\omega^2} \right|_{\omega}}. \quad (39)$$

Die Zahl  $u_e$  hängt davon ab, wann der Vorgang als abgelaufen angesehen wird. Für die eingangs gemachte Festsetzung findet man durch Ausrechnung aus Gleichung (38)  $u_e = 2,12$ .

Für Frequenzen, bei denen der zweite Differentialquotient verschwindet ( $a_2 = 0$ ), erhält man in ähnlicher Weise

$$t_e = \left. \frac{da}{d\omega} \right|_{\omega} + v_e \sqrt[3]{\left. \frac{d^3 a}{d\omega^3} \right|_{\omega}}, \quad (40)$$

wobei  $v_e$  wiederum einen Zahlenwert bedeutet. Die Glieder mit den höheren Differentialquotienten von  $a$  spielen im allgemeinen nur die Rolle einer Korrektur.

### 9. Die Einschwingzeit.

Aus Anfangszeit  $t_a$  und Endzeit  $t_e$  des Ausgleichsvorganges bestimmt sich dessen Dauer unmittelbar zu  $t_e - t_a$ . Mit der durch Gleichung (34) gegebenen ersten Annäherung von  $t_e$  ergibt sich in Verbindung mit (29) für die Einschwingzeit

$$\tau = t_e - t_a = \left. \frac{da}{d\omega} \right|_{\omega} - \left. \frac{da}{d\omega} \right|_{\min}. \quad (41)$$

Diese Gleichung drückt folgende einfache Regel zur Berechnung der Einschwingzeit in Systemen mit reiner Phasenverzerrung aus. Man berechnet aus der Phase  $a$  die Laufzeitkurve  $t = \frac{da}{d\omega}$ . Die Einschwingzeit eines plötzlich einsetzenden Wechselstromzeichens der Trägerfrequenz  $\omega$  ergibt sich dann als Differenz zwischen der Laufzeit für die Trägerfrequenz gegen die kleinste im System vorkommende Laufzeit, Abb. 11. Wir wollen diesen Satz bei einigen Leitertypen anwenden.

a) Die Spulenleitung. Aus Gleichung (17) ergibt sich sofort

$$\tau = \frac{2l}{s\omega_0} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} - 1 \right). \quad (42)$$

Das ist die in Abschnitt 6 angeführte Beziehung. Sie folgt also als Spezialfall aus der allgemeinen Gleichung (41). Die Formel (42) wurde durch Messungen an wirklichen Kabeln gut bestätigt gefunden. Abb. 12 zeigt die bei der in Abschnitt 17 beschriebenen künstlichen Kabelleitung experimentell gefundenen Einschwingzeiten.

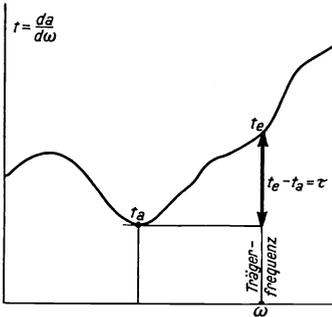


Abb. 11.

b) Die Kondensatorleitung. Aus den bekannten Formeln für den Phasenwinkel der verlustfreien Kondensatorleitung ergibt sich die Einschwingzeit<sup>1)</sup> bei  $n$  Gliedern zu

$$\tau = \frac{2\omega_0}{\omega^2} \frac{n}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}. \quad (43)$$

Für  $\omega = \infty$  wird  $\tau = 0$ ; mit abnehmender Frequenz  $\omega$  nimmt die Einschwingzeit zu und wird am größten für die Grenzfrequenz  $\omega_0$ .

### 10. Einige allgemeine Sätze.

a) Der Satz vom Phasenmaß: „Der Phasenwinkel  $\alpha$  im Durchlässigkeitsbereich eines beliebigen verlustfreien Wellenfilters kann mit der Frequenz nur zunehmen.“ Der Beweis folgt unmittelbar aus der oben abgeleiteten Bedeutung

von  $\frac{da}{d\omega}$  als Laufzeit. Die Laufzeit kann aus physikalischen Gründen nur positiv sein. Auf einem anderen Wege hat O. J. Zobel diesen Satz bewiesen<sup>2)</sup>.

b) Die Einschwingzeit in der Umgebung der Grenzen des Durchlässigkeitsbereiches von Wellenfiltern. „In einem verlustfreien allgemeinen Wellenfilter strebt mit wachsender Annäherung an die Grenzfrequenzen die Laufzeit umgekehrt proportional der Wurzel aus dem Abstand von der Grenzfrequenz gegen Unendlich.“

Es ist allgemein

$$\cos a = f(\omega). \quad (44)$$

In der Umgebung der Grenzen des Durchlässigkeitsbereiches kann man setzen

$$f(\omega) = \pm 1 \pm \varepsilon(\omega_0 - \omega), \quad (45)$$

wobei  $\varepsilon$  eine Konstante,  $\omega_0$  eine Grenzfrequenz bedeuten. Aus den Gleichungen (44) und (45) folgt

$$\frac{da}{d\omega} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{\sqrt{\pm(\omega_0 - \omega)}}. \quad (46)$$

Das Vorzeichen unter der Wurzel ist dabei so zu wählen, daß  $\frac{da}{d\omega}$  im Innern des Durchlässigkeitsbereiches reell wird.

c) Der Flächensatz. „Im Durchlässigkeitsbereich eines verlustfreien allgemeinen Wellenfilters ist die zwischen Laufzeitkurve und Frequenzachse liegende Fläche stets ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$ .“

Der Beweis des Satzes folgt ohne weiteres daraus, daß an den Grenzen des Durchlässigkeitsbereiches der Phasenwinkel ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$  wird. Die genannte Fläche ist daher allgemein gegeben durch die Differenz zweier ganzzahliger Vielfachen von  $\pi$ . Wir werden von diesem Satz bei der Berechnung des Aufwandes an Ausgleichsleitungen eine nützliche Anwendung machen.

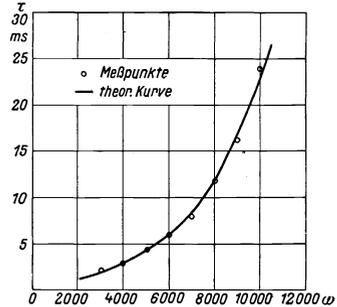


Abb. 12.

<sup>1)</sup> Diese Formel findet sich ohne Ableitung bei J. Carson und O. J. Zobel: Bell. Syst. Techn. Journ. 1923.

<sup>2)</sup> Bell Syst. Techn. Journ. Bd. 2, Nr. 1, S. 1. 1923; siehe ferner H. F. Mayer: E. N. T. 1925, S. 335.

## IV. Der Phasenausgleich in Pupinleitungen.

### 11. Die Kreuzgliederkettenleiter.

Nach der im vorhergehenden Abschnitt gewonnenen Erkenntnis kommen die Einschwingvorgänge — soweit sie durch Phasenverzerrung bedingt sind — dadurch zustande, daß die Schwingungen, aus denen sich das zu übertragende Wechselstromzeichen zusammensetzt, zu verschiedenen Zeiten am Ende der Leitung eintreffen. Maßgebend hierfür ist die aus dem Phasenwinkel  $\alpha$  hergeleitete Laufzeit  $t = \frac{d\alpha}{d\omega}$ . Das dem Phasenausgleich zugrunde liegende Prinzip besteht daher darin, zu dem Übertragungssystem ein zweites System — die Ausgleichsleitung — hinzuzufügen, dessen Laufzeiten so frequenzabhängig sind, daß die resultierende Laufzeit in dem zu übertragenden Frequenzbereich möglichst konstant wird.

Wir beschränken uns im folgenden auf den praktisch wichtigsten Fall, nämlich den Ausgleich der Pupinleitung. Hier liegen die Verhältnisse so, daß am Ende der Leitung zuerst die tiefen und dann die hohen Frequenzen eintreffen, wie es die Laufzeitkurve der Pupinleitung (Abb. 8) zeigt. Das Ausgleichssystem muß daher so beschaffen sein, daß seine Laufzeit für die tiefen Frequenzen groß und für die hohen Frequenzen klein ist; es muß natürlich ferner in dem Frequenzbereich, der den Durchlässigkeitsbereich der Pupinleitung umfaßt, ebenfalls durchlässig sein. Die Forderung, daß die Laufzeit des Ausgleichssystems bei allen Frequenzen endlich bleiben soll, läßt erkennen, daß Systeme mit endlichem Durchlässigkeitsbereich für den Ausgleich nicht gut geeignet sind, da an den Grenzen nach Abschnitt 10 die Laufzeit stets unendlich groß wird. Dies führte dazu, als Ausgleichsleitungen Kettenleiter mit unendlich großem Durchlässigkeitsbereich zu verwenden. Die einzigen bis jetzt bekannten Kettenleiter, die einen solchen Durchlässigkeitsbereich aufweisen, sind die aus sog. Kreuzgliedern<sup>1)</sup>, deren Theorie im Folgenden zusammengestellt ist.

Das allgemeine symmetrische Kreuzglied besteht aus zwei Längsimpedanzen  $\Re$  und zwei über Kreuz liegenden Querreaktanzen  $\Im$  (Abb. 13). Wir charakterisieren, wie in der Theorie der Kettenleiter allgemein üblich, das Kreuzglied durch sein Übertragungsmaß  $g = ia + b$  und seinen Wellenwiderstand  $\mathfrak{Z}$ . Das Übertragungsmaß ergibt sich aus dem Verhältnis von Anfangs- und Endspannung bei Leerlauf,  $\cos g = \frac{V_a}{V_e}$  oder, wie aus Abb. 13 ohne weiteres ersichtlich,

$$\cos g = \frac{1 + \Re \Im}{1 - \Re \Im}. \quad (47)$$

Der Wellenwiderstand  $\mathfrak{Z}$  wird am einfachsten aus Kurzschlußwiderstand  $\mathfrak{Z}_2$  und Leerlaufwiderstand  $\mathfrak{Z}_1$  zu  $\mathfrak{Z} = \sqrt{\mathfrak{Z}_1 \mathfrak{Z}_2}$  berechnet. Dies ergibt

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{\Re}{\Im}}. \quad (48)$$

Im allgemeinen sind  $\Re$  und  $\Im$  beliebige, aus Spulen und Kondensatoren zusammengesetzte Zweige. Das Kreuzglied weist dann nach Maßgabe von Gleichung (47) eine mehr oder minder große Zahl von einzelnen Durchlässigkeits- und Sperrbereichen auf. Für die Grenzfrequenzen ( $\cos g = \pm 1$ ) wird der Wellenwiderstand  $\mathfrak{Z} = 0$  oder  $\mathfrak{Z} = \infty$ . Nur in dem besonderen Falle, daß die beiden Zweige  $\Re$  und  $\Im$

<sup>1)</sup> O. I. Zobel: Bell Syst. Techn. Journ. Bd. 2, Nr. 1, S. 1. 1923.

widerstandsreziprok<sup>1)</sup> sind, ergibt sich ein einziger, alle Frequenzen umfassender Durchlässigkeitsbereich, und der Wellenwiderstand wird eine von der Frequenz unabhängige Konstante  $Z$ .

a) Glieder erster Ordnung (A-Glieder). Die sog. A-Glieder (Abb. 13) stellen den einfachsten Typ eines symmetrischen widerstandsreziproken Kreuzgliedes dar. Hier besteht  $\mathfrak{R}$  aus einer verlustfreien Spule mit der Induktivität  $L_1$  und  $\mathfrak{G}$  aus einem verlustfreien Kondensator mit der Kapazität  $K_1$ . Mit den Werten  $\mathfrak{R} = i\omega L_1$  und  $\mathfrak{G} = i\omega K_1$  erhält man aus Gleichung (47) und (48) die Gleichungen

$$\cos a = \frac{1 - \omega^2 L_1 K_1}{1 + \omega^2 L_1 K_1} \quad (49)$$

und

$$Z = \sqrt{\frac{L_1}{K_1}}. \quad (50)$$

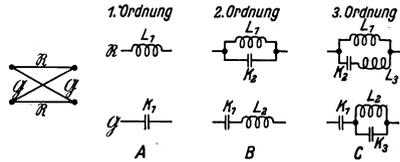


Abb. 13.

Die Dämpfung  $b$  verschwindet also im ganzen Frequenzbereich, und der Wellenwiderstand wird frequenzunabhängig.

Für die weitere Rechnung erweist es sich als praktisch, die Bezeichnungen  $x = \omega^2$  und  $L_1 K_1 = m_1$  einzuführen; hiermit ergibt sich aus Gleichung (49) für die Laufzeit  $t = \frac{da}{d\omega}$

$$t_1 = 2\sqrt{m_1} \frac{1}{1 + m_1 x}. \quad (51)$$

Die Laufzeit hat hier den in Abb. 14A dargestellten Verlauf.

b) Glieder zweiter Ordnung (B-Glieder). Hier tritt zu der Spule  $L_1$  ein Parallelkondensator  $K_2$ , zum Kondensator  $K_1$  eine Reihenspule  $L_2$  (Abb. 13). Ein solches Glied ist widerstandsreziprok, wenn

$$\frac{L_1}{K_1} = \frac{L_2}{K_2} = Z^2. \quad (52)$$

Mit den Abkürzungen  $L_1 K_1 = m_1$ ,  $L_1 K_2 = L_2 K_1 = m_2$  erhält man für die Laufzeit

$$t_2 = 2\sqrt{m_1} \frac{1 + m_2 x}{1 + (m_1 - 2m_2)x + m_2^2 x^2}. \quad (53)$$

Der Verlauf von  $t$  ist für einen bestimmten Fall ( $m_1 = 1$ ,  $m_2 = \frac{1}{2}$ ) in Abb. 14B dargestellt. Man bemerkt, daß Gleichung (53) für  $m_2 = 0$  in die Gleichung (51) übergeht.

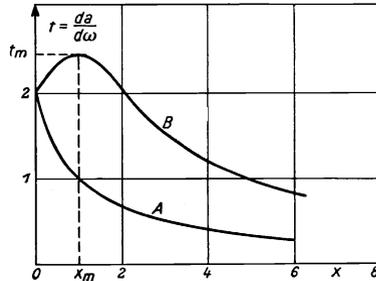


Abb. 14.

c) Glieder höherer Ordnung. Ein Glied  $n$  ter Ordnung setzt sich zusammen aus je zwei Zweigen  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{G}$ , von denen  $\mathfrak{R}$  aus  $k$  Spulen und  $n-k$  Kondensatoren und der andere Zweig aus  $k$  Kondensatoren und  $n-k$  Spulen besteht. Das Glied enthält also im ganzen  $2n$  Spulen und  $2n$  Kondensatoren. Jeder Induktivität  $L_i$  im einen Zweig entspricht eine Kapazität  $K_i$  im anderen Zweig, und die Anordnung der Kondensatoren und Spulen ist so, daß jeder Serienschaltung im einen Zweige

<sup>1)</sup> K. Matthies u. F. Strecker, Arch. f. Elektr. 1924, Bd. 14. S. 1.

eine Parallelschaltung im anderen Zweig entspricht und umgekehrt. Hierzu kommt noch die Reziprozit atsgleichung

$$\frac{L_1}{K_1} = \frac{L_2}{K_2} = \frac{L_3}{K_3} = \dots = \frac{L_k}{K_k} = Z^2, \quad (54)$$

die bewirkt, daß der Wellenwiderstand  $Z$  frequenzunabhängig wird.

Für den Entwurf eines Gliedes  $n$ ter Ordnung kann man sich zunächst den  $\Re$ -Zweig gegeben denken, z. B. den  $\Re$ -Zweig eines Gliedes dritter Ordnung, wie er in Abb. 13 C dargestellt ist. Man erhält dann aus dem  $\Re$ -Zweig den  $\Im$ -Zweig, indem man jede Spule, z. B.  $L_3$ , durch einen Kondensator  $K_3$  und jeden Kondensator durch eine Spule ersetzt; ferner jede Serienschaltung in eine Parallelschaltung verwandelt und umgekehrt. Die absoluten Werte der Spulen und Kondensatoren des  $\Re$ -Zweiges bestimmen sich aus den bekannten Werten des  $\Im$ -Zweiges und dem Wellenwiderstand  $Z$  nach Gleichung (54). Man bemerkt, daß in der gewählten Bezeichnungsweise das Glied dritter Ordnung durch  $L_3 = K_3 = 0$  in ein Glied zweiter Ordnung, dieses durch  $L_2 = K_2 = 0$  in ein Glied erster Ordnung übergeht.

Ein Kreuzglied  $n$ ter Ordnung läßt sich charakterisieren durch  $n$  voneinander unabhängige Konstanten

$$\begin{aligned} m_1 &= L_1 K_1, \\ m_2 &= L_1 K_2 = L_2 K_1, \\ m_3 &= L_1 K_3 = L_3 K_1 \dots, \\ m_n &= L_1 K_n = L_n K_1. \end{aligned}$$

Die Laufzeit  $t = \frac{da}{d\omega}$  ergibt sich dann in Abhängigkeit von  $x = \omega^2$  als eine Funktion

$$t_n = f(m_1, m_2 \dots m_n, x), \quad (55)$$

die außer  $x$  noch  $n$  voneinander unabhängige Konstanten enthält. Die Laufzeit  $t_n$  ist in bezug auf  $x$  bei allen widerstandsreziproken Kreuzgliedern eine gebrochene rationale Funktion, deren Zähler aus einer ganzen Funktion  $(n-1)$ . Grades und deren Nenner aus einer ebensolchen Funktion  $n$ ten Grades besteht. Die Funktion (55) hat ferner die Eigenschaft, daß sie nirgend Unendlich oder Null wird, mit Ausnahme von  $x = \infty$ , wo  $t_n$  monoton mit  $2\sqrt{m_1} \frac{1}{m_n x}$  gegen  $t_n = 0$  konvergiert. Bemerkenswert ist noch, daß infolge Gleichung (47) jedes Glied  $n$ ter Ordnung im ganzen Frequenzbereich maximal eine Phasendrehung von  $n\pi$  hervorruft.

Von Gleichung (47) ausgehend, läßt sich leicht zeigen, daß die Dämpfung  $b$  im Idealfalle, d. h. bei verlustfreien Spulen und Kondensatoren für alle Frequenzen verschwindet. Die Verluste in den Spulen und Kondensatoren bewirken jedoch, daß eine im allgemeinen geringe Dämpfung auftritt. Praktisch liegen bei den Ausgleichsleitungen die Verhältnisse so, daß alle Spulen gleiche Werte von  $\frac{R}{L}$  und alle Kondensatoren gleiche Werte von  $\frac{G}{K}$  aufweisen, wobei  $R$ ,  $L$ ,  $G$  und  $K$

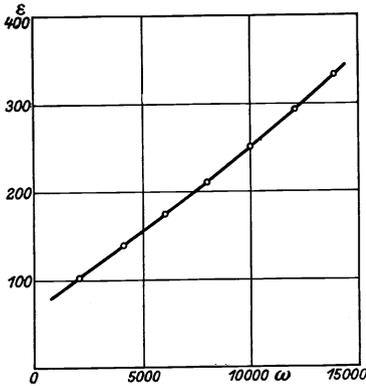


Abb. 15.

in der üblichen Weise Widerstand, Induktivität, Ableitung und Kapazität bezeichnen.

In diesem Falle läßt sich die Dämpfung in einfacher Weise aus der Laufzeit  $t = \frac{da}{d\omega}$  berechnen; es ist<sup>1)</sup>

$$b = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \frac{da}{d\omega}, \tag{56}$$

worin  $\varepsilon = \frac{R}{L} + \frac{G}{K}$  gesetzt ist. Die Verlustzahl  $\varepsilon$  ist mit der Zeitkonstanten  $T = \frac{L}{R}$  der Spulen und dem Verlustwinkel  $\delta = \frac{G}{\omega K}$  der Kondensatoren demnach durch die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{1}{T} + \omega \delta \tag{57}$$

verknüpft. Der Verlauf von  $\varepsilon$  mit der Frequenz ist für einen bestimmten praktischen Fall in Abb. 15 dargestellt. Mit Hilfe dieser Kurve kann man beim Entwurf von Ausgleichsleitungen, deren Laufzeitkurve  $t$  ohnehin berechnet werden muß, die zu erwartende Dämpfung  $b$  leicht ermitteln.

### 12. Der Mindestaufwand an Ausgleichsmitteln.

Liegt die Aufgabe vor, eine Pupinleitung hinsichtlich der Phasenverzerrung auszugleichen, so muß man sich zunächst über den dazu notwendigen Aufwand Rechenschaft geben. Die technische Lösung der Aufgabe erfordert naturgemäß, daß der Ausgleich mit einem möglichst geringen wirtschaftlichen Aufwand erfolgt. Wie im Folgenden gezeigt wird, ist diesem Bestreben physikalisch eine Grenze gesetzt.

Wir beurteilen den Grad des Ausgleichs nach der Höhe der oberen „Entzerrungsgrenze“  $\omega_e$ . In Abb. 16 stellt  $AB$  die Laufzeitkurve des auszugleichenden Kabels,  $CB$  die ideal ausgeglichene Laufzeitkurve dar. Die Laufzeitkurve des Ausgleichssystems ist durch die Differenz der beiden Kurven  $CB$  und  $AB$  gegeben. Nach einem früher ausgesprochenen Satz ist dann die durch  $ABC$  eingeschlossene Fläche  $F = n\pi$ , wobei  $n$  die Zahl der voneinander unabhängigen Spulen oder Kondensatoren der Ausgleichsleitung bezeichnet. Andererseits ist auch  $F = 0\omega_e BC - 0\omega_e BA$ , und hieraus ergibt sich in Verbindung mit Gleichung (16) und (17)

$$n\pi = \frac{2l}{s\omega_0} \frac{\omega_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_e}{\omega_0}\right)^2}} - 2 \frac{l}{s} \arcsin \frac{\omega_e}{\omega_0}$$

oder

$$n = \frac{2l}{\pi s} \left( \frac{\omega_e}{\omega_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_e}{\omega_0}\right)^2}} - \arcsin \frac{\omega_e}{\omega_0} \right). \tag{58}$$

Der Verlauf von  $\frac{ns}{l}$  ist in Abhängigkeit von der oberen Entzerrungsgrenze  $\omega_e$  in

<sup>1)</sup> H. F. Mayer: E. N. T. Bd. 2, S. 335. 1925.

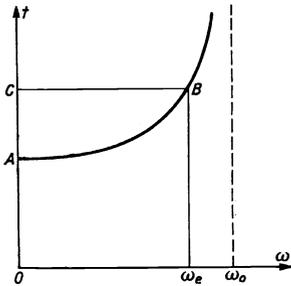


Abb. 16.

Abb. 17 dargestellt. Man erkennt, wie der Aufwand mit der oberen Entzerrungsgrenze rasch ansteigt.

Die folgende Tab. 3 gibt an, wie groß die Zahl  $n$  für eine normale Pupinkabelleitung der Grenzfrequenz  $\omega_0 = 16\ 800$  bei 150 km Länge ist.

Tabelle 3.

$\omega_e =$	8000	9000	10 000	11 000	12 000	13 000	14 000
$n =$	2	3	5	8	11	16	25

Um z. B. bis zur Frequenz  $\omega_e = 12\ 000$  auszugleichen, sind hiernach mindestens 11 Ausgleichselemente pro Verstärkerfeld notwendig, d. h. im ganzen 22 Kondensatoren und 11 Doppelspulen. Dies ist gänzlich unabhängig von der Art der verwendeten Ausgleichsleitungen.

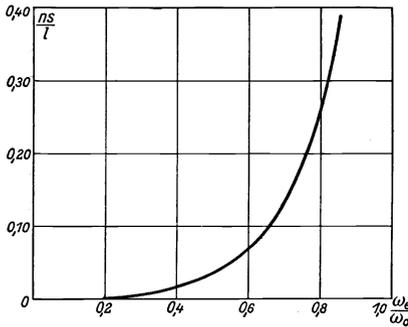


Abb. 17.

### 13. Die Berechnung der Ausgleichsleitungen.

Der Ausgleich einer Pupinleitung erfolgt zweckmäßig in Abschnitten von der Länge eines Verstärkerfeldes. Liegt die obere Entzerrungsgrenze für den Phasenausgleich fest, so ist hiermit nach Gleichung (58) der Mindestaufwand  $n$  an Ausgleichselementen gegeben. Der auf den ersten Blick am einfachsten scheinende Weg wäre der, ein Kreuzglied  $n$ ter Ordnung mit den Konstanten  $m_1 \dots m_n$  mit dem Verstärkerabschnitt zu kombinieren.

In Analogie mit der bei den Kreuzgliedern verwendeten Bezeichnungweise ersetzen wir in Gleichung (17), die die Laufzeit der Pupinleitung angibt,  $\omega^2$  durch  $x$  und  $\omega_0^2 = \frac{4}{LCs}$  durch  $\frac{1}{m_0}$ . Für die Laufzeit der  $n_0$  Spulenfelder des Verstärkerabschnittes gilt dann

$$t_0 = 2n_0 \frac{\sqrt{m_0}}{\sqrt{1 - m_0 x}}. \quad (59)$$

Die Summe der Laufzeiten  $t_0$  Gleichung (59) und  $t_n$  Gleichung (55) soll möglichst angenähert eine Konstante  $k$  ergeben:

$$2n_0 \frac{\sqrt{m_0}}{\sqrt{1 - m_0 x}} + f_n(m_1, m_2 \dots m_n, x) = k. \quad (60)$$

Aus dieser Gleichung hätte man mit Hilfe der bekannten Methoden der Fehlerrechnung die Konstanten  $m_1 \dots m_n$  so zu bestimmen, daß  $t_0 + f_n - k$  im Durchlässigkeitsbereich ein Minimum wird. Dieser Weg erweist sich jedoch als ziemlich schwierig.

Man kommt schneller zum Ziel, wenn man sich für den Ausgleich auf Glieder erster und zweiter Ordnung beschränkt. Der Ausgleich besteht dann darin, daß man eine gewisse Anzahl,  $n_1$ ,  $A$ -Glieder mit den Konstanten  $m_1$  mit einer Anzahl,  $n_2$ ,  $B$ -Glieder und den Konstanten  $m_1$  und  $m_2$  geeignet zusammensetzt. Hierbei können

natürlich alle  $A$ -Glieder und alle  $B$ -Glieder unter sich verschieden sein. Für die resultierende Laufzeit soll dann sein

$$\frac{2n_0\sqrt{m_0}}{\sqrt{1-m_0x}} + \sum \frac{2n_1\sqrt{m_1}}{1+m_1x} + \sum \frac{2n_2\sqrt{m_1}(1+m_2x)}{1+(m_1-2m_2)x+m_2^2x^2} = k. \quad (61)$$

Diese Gleichung läßt sich in einfacher Weise durch Probieren lösen. Einige allgemeine Anhaltspunkte zur Lösung seien im Folgenden gegeben.

Die Laufzeit der  $A$ -Glieder (Abb. 14) nimmt mit wachsender Frequenz dauernd ab; die Laufzeit des  $B$ -Gliedes hat an der Stelle

$$x_m = \frac{1}{m_2} \left( 2\sqrt{1 - \frac{m_1}{4m_2}} - 1 \right) \quad (62)$$

einen Maximalwert  $t_m$ . Wenn  $m_1 \ll 4m_2$ , so wird

$$x_m \approx \frac{1}{m_2} \quad (63)$$

und

$$t_m \approx \frac{4m_2}{\sqrt{m_1}}. \quad (64)$$

Man beginnt den Ausgleich der Laufzeit des Kabels durch Hinzufügen von Gliedern zweiter Ordnung und nimmt versuchsweise an, daß ihre Höchstwerte  $t_m$  bei  $x_m = 0,4x_0$ ,  $0,3x_0$ ,  $0,2x_0$  liegen ( $x_0 = \omega_0^2$ ). Damit sind die Werte von  $m_2$  aus Gleichung (63) näherungsweise zu bestimmen. Soll z. B. bis  $x = 0,50x_0$  ausgeglichen werden, so fängt man an mit einem  $B$ -Glieder, dessen Höchstwert bei  $x_m = 0,40x_0$  liegt. Man setzt dann versuchsweise fest, daß der Höchstwert  $t_m$  Einheiten betragen soll und bestimmt hieraus den Wert von  $m_1$  mit Hilfe von Gleichung (64). Durch eine bestimmte Anzahl von  $B$ -Gliedern läßt sich erreichen, daß die resultierende Laufzeit von der oberen Entzerrungsgrenze bis nahe  $x = 0$  ziemlich horizontal verläuft. Zuletzt setzt man so viele  $A$ -Glieder hinzu, bis die Laufzeitkurve auch bei  $x = 0$  dieselbe Höhe erreicht wie für die übrigen Frequenzen. Ergibt sich, daß die resultierende Laufzeitkurve noch Unebenheiten aufweist, so sind die Werte von  $m_1$  und  $m_2$  schrittweise abzuändern.

Hat man auf diese Weise die einzelnen  $m_1$ - und  $m_2$ -Werte der  $A$ - und  $B$ -Glieder bestimmt, so erhält man die  $L$ - und  $K$ -Werte der Spulen bzw. Kondensatoren aus

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= Z\sqrt{m_1}, \quad L_2 = \frac{m_2 Z}{\sqrt{m_1}}, \\ K_1 &= \frac{\sqrt{m_1}}{Z}, \quad K_2 = \frac{m_2}{Z\sqrt{m_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

#### 14. Einige besondere Typen von Ausgleichsleitungen.

Nach der im Abschnitt 13 angegebenen Methode wurden eine Anzahl von Ausgleichsleitungen berechnet, von denen einige in der folgenden Zusammenstellung beschrieben sind.

a) Die  $A_2B_2$ -Leitung. Diese besteht aus zwei  $A$ -Gliedern und zwei  $B$ -Gliedern und dient zum Ausgleich von 150 km (Verstärkerabschnitt) eines Pupin-

kabels der Grenzfrequenz  $\omega_0 = 16\,800$  (deutsches Normalkabel). Die Spulen- und Kondensatorenwerte (in Henry und Mikrofarad) sind in Tab. 4 zusammengestellt.

Tabelle 4.  $A_2B_2$ -Leitung ( $n = 6$  Elemente).

Anzahl	Type	$L_1$	$K_1$	$L_2$	$K_2$	$\frac{Z}{Q}$	$n$
2	A	0,60	0,20	—	—	1730	2
2	B	0,30	0,10	0,30	0,10	1730	4

Abb. 18 zeigt das Prinzipschaltbild der  $A_2B_2$ -Ausgleichsleitung. Die Induktivitäten sind zu Doppelspulen zusammengefaßt, so daß die Ausgleichsleitung schließlich aus 6 Spulen und 12 Kondensatoren besteht. Diese Ausgleichsleitung diente dazu, die in den vorstehenden Abschnitten entwickelte Theorie des Phasenausgleichs experimentell zu prüfen; für den praktischen Ausgleich längerer Pupinleitungen kommt sie wegen der niedrigen oberen Entzerrungsgrenze von  $\omega_e = 9500$  (Abb. 19) nicht in Betracht.

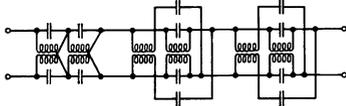


Abb. 18.

b) Die  $A_3B_3$ -Leitung. Sie besteht aus 3 A-Gliedern und 5 B-Gliedern mit den in Tab. 5 verzeichneten Spulen- und Kondensatorwerten.

Tabelle 5.  $A_3B_3$ -Leitung ( $n = 13$ ).

Gliederzahl	Type	$L_1$	$K_1$	$L_2$	$K_2$	$Z$	$n$
3	A	0,635	0,212	—	—	1730	3
1	B	0,075	0,025	0,470	0,157	1730	2
1	B	0,105	0,034	0,529	0,169	1730	2
1	B	0,205	0,067	0,520	0,169	1730	2
2	B	0,565	0,189	0,370	0,124	1730	4

Bei einem Aufwand von 13 Spulen und 26 Kondensatoren pro Verst rkerfeld ergibt sie einen nahezu idealen Verlauf der Laufzeitkurve bis zur Frequenz  $\omega = 12\,000$ .

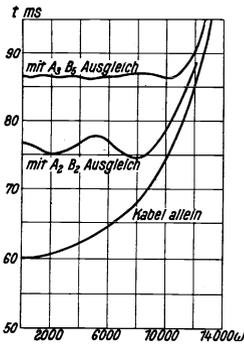


Abb. 19.

Abb. 19 zeigt die berechneten Laufzeiten für eine Stammleitung des deutschen Normalkabels von

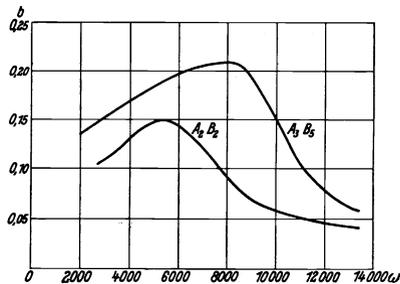


Abb. 20.

1000 km Länge mit und ohne Ausgleichsleitung. Die kleinste Laufzeit beträgt ohne Ausgleich 60 msec. Bei  $\omega = 12\,000$  ist dagegen  $t = 85$  msec. Durch die  $A_3B_3$ -Leitung wird die Laufzeit in diesem Frequenzbereich auf den Betrag von etwa 87—90 msec gebracht.

### 15. Die Dämpfung der Ausgleichsleitungen.

Die Verluste in den Spulen und Kondensatoren der Ausgleichsleitungen bewirken eine Dämpfung, die zu derjenigen des ausgleichenden Verstärkerabschnittes hinzukommt. Diese zusätzliche Dämpfung muß aus wirtschaftlichen Gründen so gering sein, daß sie durch die Verstärkung der normalen Vierdrahtverstärker noch kompensiert werden kann, da sonst die Rohrzahl des Verstärkers erhöht werden müßte. Unter Zugrundelegung der in Abb. 15 gezeigten  $\varepsilon$ -Werte ergeben sich nach den im Abschnitt 11 angegebenen Regeln für die Ausgleichsleitungen  $A_2B_2$  und  $A_3B_3$  die in Abb. 20 aufgezeichneten Dämpfungen. Man hat es natürlich in der Hand, durch Verwendung von Spulen und Kondensatoren mit geringeren Verlusten die Dämpfung beliebig zu vermindern; freilich wachsen damit die Kosten der Ausgleichsleitungen.

## V. Experimentelle Ergebnisse.

### 16. Messungen an langen Verbindungen.

Das Verhalten einer langen Fernsprechverbindung in bezug auf Einschwingvorgänge soll nach der vorstehend entwickelten Theorie durch den Verlauf der „Laufzeitkurve“ bestimmt sein.

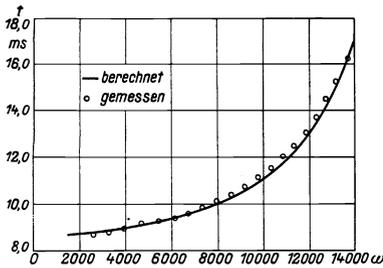


Abb. 21.

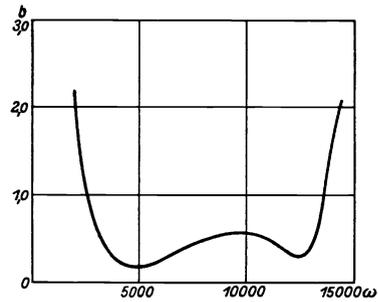


Abb. 22.

Ein anschauliches Bild über den Ablauf des Ausgleichsvorganges gewinnt man mit dem Oszillographen. Aus oszillographischen Aufnahmen lassen sich der Zeitpunkt  $t_a$  des Beginns des Ausgleichsvorganges und der Zeitpunkt  $t_e$  seines Endes entnehmen. Die Zeiten  $t_a$  und  $t_e$  sollen andererseits nach der entwickelten Theorie gemäß Gleichung (29) und (34) durch den Verlauf von  $\frac{da}{d\omega}$  bestimmt sein. Zum Vergleich der Theorie mit der oszillographischen Beobachtung ist es daher noch notwendig, den Verlauf von  $\frac{da}{d\omega}$  mit der Frequenz zu ermitteln. Man kann zwar den Verlauf der Phase einer Pupinleitung mit genügender Genauigkeit vorausberechnen, Gleichung (17), wenn Gliederzahl und Grenzfrequenz bekannt sind. Da jedoch in langen Leitungen Reflexionen und Verluste Abweichungen der Phase vom theoretischen Verlauf bewirken können, ist es zweckmäßig, für die Nachprüfung der Theorie die Systemgröße  $\frac{da}{d\omega}$  direkt zu messen. Bei langen Pupinleitungen, wie sie hier in Betracht kommen, hat sich wegen der außerordentlich starken Frequenzabhängigkeit des Phasenwinkels  $a$  als einzige brauchbare Methode hierzu die des „Schleifen-

dämpfungsmessers“ erwiesen<sup>1)</sup>. Mit diesem lassen sich diejenigen Frequenzen  $\omega_k$  feststellen, bei denen die Phase  $a$  ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$  ist, etwa  $a = k \cdot \pi$ . Aus drei Frequenzen  $\omega_{k-1}$ ,  $\omega_k$ ,  $\omega_{k+1}$  aufeinanderfolgender Durchgänge des Phasenwinkels durch  $\pi$  kann dann der Differenzenquotient

$$\frac{\Delta a}{\Delta \omega} = \frac{2\pi}{\omega_{k+1} - \omega_{k-1}} \quad (66)$$

bestimmt werden, der mit dem Differentialquotient  $\frac{da}{d\omega}$  genügend genau übereinstimmt, da bei langen Leitungen die Durchgänge der Phase durch  $\pi$  rasch aufeinanderfolgen.

Abb. 21 zeigt eine auf diese Weise aufgenommene Laufzeitkurve eines vollständigen Verstärkerabschnitts von 150 km Länge. Zum Vergleich sind die theoretischen

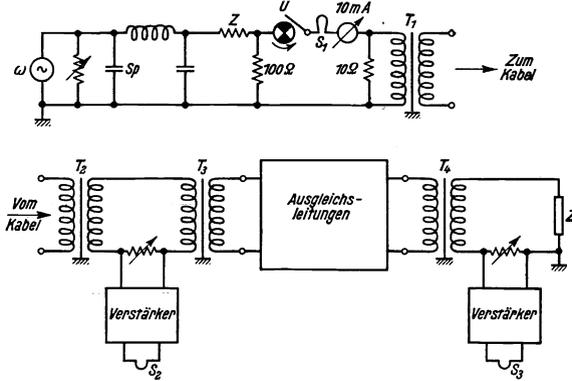


Abb. 23.

tischen, nach Gleichung (17) berechneten Werte eingezeichnet. Die geringen Abweichungen sind zum Teil durch den Verstärker, die Übertrager und Reflexionen bedingt, ferner durch die Verluste in der Pupinleitung.

Die Restdämpfung  $b$  des Übertragungssystems soll im Übertragungsbereich möglichst konstant sein. Dies wurde bei den Versuchen ebenfalls mit dem Schleifendämpfungsmesser nachgeprüft. Abb. 22 zeigt die Restdämpfungskurve einer bei den Versuchen benutzten wirklichen Leitung von 1020 km Länge.

### 17. Einschwingvorgänge.

Für die Versuche stand ein „künstliches Kabel“, also eine aus Spulen, Kondensatoren, Widerständen und Verstärkern zusammengesetzte Nachbildung einer Sprechverbindung zur Verfügung. Das Kabel war in 20 Verstärkerabschnitte eingeteilt; jedes Verstärkerfeld enthielt 71 Glieder einer Spulenleitung der Grenzfrequenz  $\omega_0 = 15\,600$  und entsprach einer Länge von 142 km Pupinkabel, so daß die gesamte elektrische Länge der Kabelnachbildung  $20 \cdot 142 \text{ km} = 2840 \text{ km}$  betrug. Abb. 23 zeigt die für die oszillographischen Aufnahmen verwendete Schaltung. Mit den

<sup>1)</sup> H. F. Mayer: E. N. T. Bd. 3, S. 141. 1926.

drei Schleifen  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  konnte das Zeichen vor dem Kabel, hinter dem Kabel und hinter der Ausgleichsleitung aufgenommen werden. Eine große Zahl von Oszillogrammen diente der Prüfung von Gleichung (12) für die Einschwingzeiten in Pupinleitungen. Es ergab sich, daß sowohl der Zeitpunkt  $t_a$  des Beginns des Ausgleichsvorganges als auch seines Endes  $t_e$  sich aus den Gleichungen (29) und (34) mit großer Genauigkeit vorausberechnen lassen. (Z. B. Abb. 12.)

Von Interesse sind die an Ausgleichsleitungen selbst auftretenden Einschwingvorgänge. Abb. 24 zeigt in der oberen Kurve, in welcher Weise ein Gleichstromstoß am Ende einer Kette aus 40 gleichen  $A$ -Gliedern seinen Endwert erreicht. Man erkennt, wie entsprechend der Laufzeitkurve der  $A$ -Glieder (Abb. 14) das Zeichen sofort mit hohen Frequenzen beginnt und mit dem Eintreffen der zuletzt ankommenden „Trägerfrequenz“ praktisch abgeschlossen ist. Es war hier  $\sqrt{m_1} = \frac{1}{2800}$ , so daß mit den Gleichungen (29), (34) und (51) folgt:

$$t_a = 0,$$

$$t_e = 2 \cdot \frac{40}{2800} = 0,029 \text{ sec.}$$

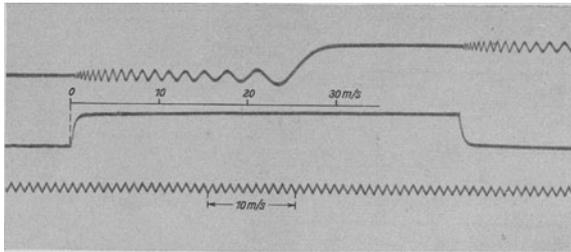


Abb. 24.

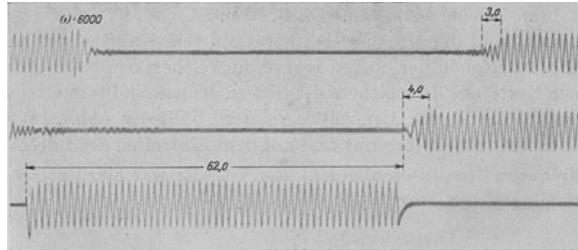
Die Einschwingzeit beträgt also theoretisch

$$\tau = t_e - t_a = 29 \text{ m sec.}$$

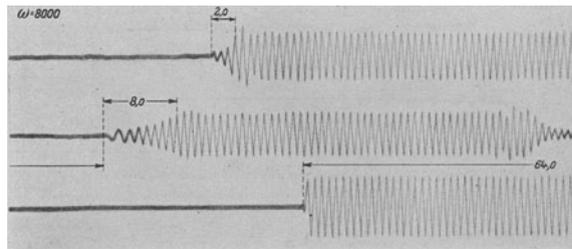
Wie Abb. 24 zeigt, wird dieser Wert gut bestätigt.

Eine weitere Reihe von Oszillogrammen wurde an einer wirklichen Kabelleitung von 1020 km Länge (Berlin-Greding-Berlin) aufgenommen, von denen einige in Abb. 25 zusammengestellt sind. Die untere Kurve stellt jeweils das auf den Anfang des Kabels gegebene Wechselstromzeichen vor. Die ersten Regungen am Ende des Kabels (mittlere Zeichen) machen sich nach etwa 62 m sec bemerkbar. Dieses entspricht der kleinsten im System auftretenden Laufzeit, die hier bei etwa  $\omega = 2500$  liegt. Man erkennt deutlich, wie am Ende des Kabels, entsprechend der kürzeren Laufzeit, zuerst die tiefen Frequenzen eintreffen, bis schließlich eine stationäre Frequenz und Amplitude erreicht ist. Das obere Zeichen gibt die Endspannung hinter den Ausgleichsleitungen ( $A_2 B_2$ -Leitung), die hier sämtlich am Ende der Leitungsschleife lagen. Der Beginn des Zeichens ist zeitlich verschoben, entsprechend der Verzögerung der tiefen Frequenzen in den Ausgleichsleitungen. Der Einschwingvorgang ist ungefähr um diese zeitliche Verschiebung verkürzt; man erkennt ferner, wie die hinter dem Kabel vorhandene Frequenzmischung weitgehend aufgehoben ist.

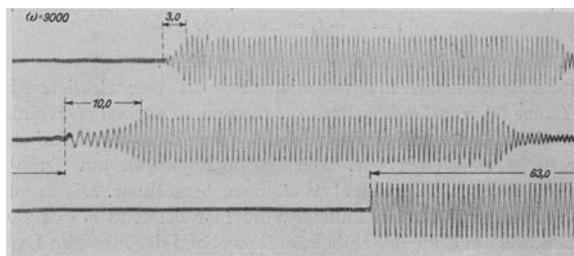
Abb. 26 zeigt schließlich noch die aus solchen Oszillogrammen entnommenen Einschwingzeiten mit und ohne  $A_2B_2$ -Ausgleich. Der Anstieg der Einschwingzeiten bei Frequenzen unterhalb  $\omega = 4000$  ist nicht durch Phasenverzerrung, sondern durch die untere Entzerrungsgrenze (Dämpfungsverzerrung) bedingt.



a



b



c

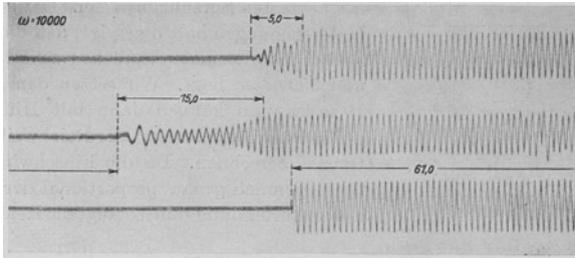
Abb. 25 a—c.

Die experimentellen Untersuchungen bestätigten durchweg die Ergebnisse der Theorie, so daß die mit dem Phasenausgleich zusammenhängenden grundsätzlichen und physikalischen Fragen als geklärt angesehen werden können.

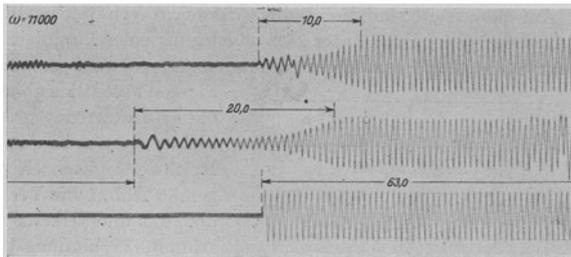
## VI. Allgemeine technische Gesichtspunkte für den Phasenausgleich.

### 18. Die Reichweite der Leitungen.

Das Ziel des Phasenausgleichs ist die Erhöhung der Reichweite der Leitungen. Um zu untersuchen, wieweit dieses Ziel erreicht werden kann, muß man bestimmte



d



e

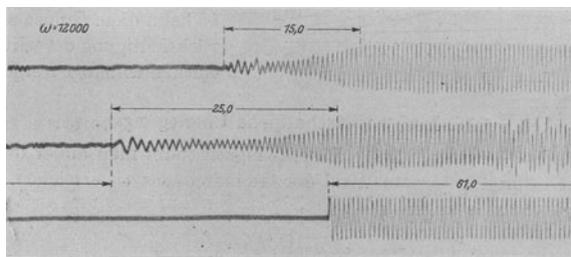


Abb. 25 d—f.

Voraussetzungen über die praktisch zulässige Stärke des zu beseitigenden Effektes, also der Phasenverzerrung, machen. Hierüber liegen bis jetzt nur wenige praktische Unterlagen vor. Zu einer einfachen, wenn auch nicht ganz richtigen Vorstellung

kommt man, wenn man als Maß für die Phasenverzerrung die Einschwingzeit  $\tau$  betrachtet. Da die Sprachlaute eine gewisse Mindestzeitdauer haben, ist es wahrscheinlich, daß die Phasenverzerrung praktisch unschädlich ist, wenn  $\tau$  unabhängig von den sonstigen Bedingungen unter einem bestimmten Grenzwerte  $\tau_0$  bleibt. Von einer guten Sprechverbindung kann man etwa fordern, daß  $\tau$  kleiner als die Dauer

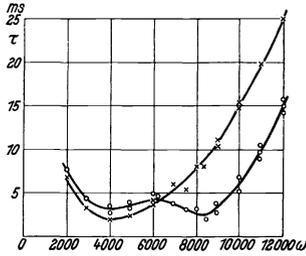


Abb. 26.

des kürzesten Sprachlautes sei. Oszillographische Untersuchungen haben gezeigt, daß die Dauer der Laute beim normalen Sprechen zwischen 10 m sec und 300 m sec liegt. Wir setzen demgemäß  $\tau_0 = 10$  m sec und können dann mit Hilfe der oben gefundenen Beziehungen die Reichweiten der Leitungen berechnen. Da die Einschwingzeiten danach ziemlich genau proportional der Länge der Sprechverbindung sind, so folgt die Reichweite  $l$  aus

$$l = \frac{\tau_0}{\tau_{\max}} = \frac{0,01}{\tau_{\max}}, \quad (67)$$

wenn die maximale Einschwingzeit im Durchlässigkeitsbereich für die Längeneinheit  $\tau_{\max}$  beträgt. Auf diese Weise sind die in Abb. 27 gezeichneten Reichweiten für einige Formen des Phasenausgleichs und unter Zugrundelegung einer Pupinleitung des oben öfters erwähnten Normaltyps mit der Grenzfrequenz  $\omega_0 = 16\ 800$  gefunden worden.

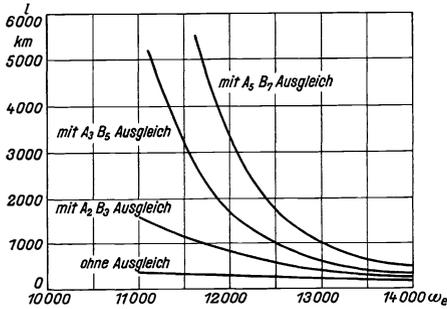


Abb. 27.

Sie sind wesentlich abhängig von der oberen Entzerrungsgrenze  $\omega_e$ . Mit kleiner werdendem  $\omega_e$  wächst die Reichweite, gleichzeitig nimmt aber gemäß Abb. 1 die Verständlichkeit ab. Da andererseits für eine bestimmte Verbindungslänge ein um so größerer Aufwand an Phasenausgleichsmitteln erforderlich ist, je höher die Entzerrungsgrenze liegt, so kann diese Grenze nur unter Berücksichtigung der wirtschaftlichen Zusammenhänge festgelegt werden.

### 19. Einige wirtschaftliche Überlegungen.

Die zulässige Grenze  $\tau_0$  für die Einschwingzeit kann man außer durch Phasenausgleich auch durch geeignete Wahl der Grenzfrequenz  $\omega_0$  erreichen. Nach Gleichung (13) gilt hierfür angenähert:

$$\omega_0 = \sqrt[3]{\frac{l \omega_e^2}{s \tau_0}}. \quad (68)$$

Abb. 27 gibt beispielsweise für den  $A_5 B_7$ -Ausgleich bei der Entzerrungsgrenze  $\omega_e = 12\ 500$  eine Reichweite von  $l = 1700$  km. Wollte man die gleiche Reichweite nur durch Veränderung von  $\omega_0$  erzielen, so müßte nach Gleichung (68) sein

$$\omega_0 = \sqrt[3]{\frac{1700 \cdot 12\ 500^2}{2 \cdot 0,01}} = 23\ 500.$$

Das bedeutet eine Erhöhung der Grenzfrequenz um 40 vH. Diese Erhöhung bringt eine Verteuerung der Anlage mit sich, sei es, daß man die Leiterstärke vergrößert, sei es, daß man den Abstand der Verstärker verkleinert; andererseits steigt, wie Abb. 27 zeigt, der Aufwand für den Phasenausgleich mit wachsender Verbindungslänge an. Nimmt man wiederum die Zahl  $n$  der Ausgleichselemente (Abschnitt 12) als Maß für den Aufwand, so ist also bei  $\omega_e = 12\,500$  ein Aufwand von  $n = 13$  ( $A_3B_5$ -Leitung) erforderlich für eine Reichweite von 1000 km. Um von 1000 km auf 1700 km zu kommen, muß man den Aufwand entsprechend der  $A_5B_7$ -Leitung auf  $n = 19$  erhöhen. Nähere Untersuchungen haben gezeigt, daß diese Erhöhung wesentlich geringeren Einfluß auf die Anlagekosten hat als die äquivalente Erhöhung der Grenzfrequenz.

Bei Anwendung des Phasenausgleichs ergibt sich noch ein zweites wirtschaftliches Problem. Um die Einschwingzeit  $\tau_0$  einzuhalten, kann man entweder die Grenzfrequenz der Leitung klein und  $n$  groß machen oder die Grenzfrequenz der Leitung erhöhen und damit den Aufwand für die Ausgleichsleitungen verkleinern. Es gibt daher für jede Entzerrungsgrenze eine ganz bestimmte Grenzfrequenz, bei der die Gesamtkosten der Anlage zu einem Minimum werden. Beispielsweise ergibt sich für die bei Vierdrahtverbindungen mit normal belasteten Kabelleitungen zur Zeit gebräuchliche Entzerrungsgrenze von  $\omega_e = 12\,500$  das wirtschaftliche Optimum der Grenzfrequenz  $\omega_0$  zwischen 16 000 und 17 000. Die deutschen Normalkabel ergeben also mit einer Grenzfrequenz  $\omega_0 = 16\,800$  bereits die wirtschaftlich günstigsten Verhältnisse für den Phasenausgleich.

### Zusammenfassung.

Es werden zunächst kurz die verschiedenen Arten der Verzerrung in Fernverbindungen besprochen. Zu diesen ist in neuerer Zeit die Phasenverzerrung hinzugegetreten, die darin besteht, daß infolge der nichtlinearen Frequenzabhängigkeit des Phasenwinkels  $a$  der Pupinleitungen die einzelnen Schwingungskomponenten der Sprechströme zu verschiedener Zeit beim Empfänger eintreffen. Maßgebend für die Dauer der so zustande kommenden „Einschwingvorgänge“ ist die Laufzeit

$$t = \frac{da}{d\omega}.$$

Ist  $t$  unabhängig von der Frequenz, so tritt keine Phasenverzerrung ein. In allen anderen Fällen ergeben sich die Einschwingzeiten in erster Annäherung als Differenz der Laufzeit für die Frequenz der betreffenden Schwingung und dem kleinsten Werte von  $t$ . Bei Pupinleitungen nimmt  $t$  mit wachsender Frequenz stark zu; entsprechend wächst also die Einschwingzeit mit der Frequenz. Der Phasenausgleich besteht darin, daß durch geeignete Schaltmittel die Frequenzabhängigkeit von  $t$  des ganzen Übertragungssystems aufgehoben wird. Es werden die zur Berechnung dieser Schaltmittel, die im besonderen aus den sog. Kreuzgliederkettenleitern bestehen, dienenden Grundsätze abgeleitet. Einige Beispiele von Ausgleichsleitungen und ihre Wirkung auf die Phasenverzerrung werden näher betrachtet. Die Ergebnisse der Theorie sind durch umfangreiche Versuche bestätigt gefunden worden. Zum Schluß werden einige mit dem Phasenausgleich zusammenhängende wirtschaftliche Fragen kurz erörtert.

# Elektronenisomerie und Ausbildung von Röntgenspektren.

Von Richard Swinne.

Mit 1 Abbildung und 1 Tafel.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 18. März 1926.

Die quantentheoretische Deutung des periodischen Systems der Elemente ist im Anschluß an Bohr (1921) jüngst durch Landé, Main Smith, Stoner und W. Pauli jr. (1924/25) zu einem gewissen Abschluß gelangt<sup>1)</sup>. Hiernach erscheinen die stationären Elektronenbahnen der verschiedenen Elemente durch vier verschiedene Quantenzahlen charakterisiert; dieses sind die den Durchmesser der Bahn bestimmende Hauptquantenzahl  $n$ , die die Exzentrizität der Bahn bestimmende Nebenquantenzahl  $k$ , die innere Quantenzahl  $j$ , welche die Geschwindigkeit der räumlichen Präzessionsbewegung in einem schwachen Magnetfelde bestimmt, und endlich die magnetische Quantenzahl  $m$ , welche die räumliche Einstellung des wirksamen Impulsmomentes in einem starken Magnetfelde bestimmt. Zwischen diesen Größen gibt es gewisse zahlenmäßige Beziehungen, welche bewirken, daß die maximale Besetzungszahl einer Elektronenhauptgruppe von der Hauptquantenzahl  $n$  gleich  $2n^2$  und von einer Elektronenteilgruppe von der inneren Quantenzahl  $j$  gleich  $2j$  ausmacht.

Dieses führt in Übereinstimmung mit den chemischen, optischen, röntgenographischen Erfahrungen zu folgender Zuordnung der Quantenzahlen und zu nachstehender Elektronenbesetzung der einzelnen Elektronenteilgruppen der Edelgase. (Vgl. Tab. 1), in welcher  $Z$  die Atomnummer bedeutet, während unter Term der zugehörige Röntgenserienterm zu verstehen ist.

Tabelle 1. Elektronenanordnungen der Edelgase.

$Z$	Term	$K_I$		$L_I L_{II} L_{III}$			$M_I M_{II} M_{III} M_{IV} M_V$				$N_I N_{II} N_{III} N_{IV} N_V N_{VI} N_{VII}$				$O_I O_{II} O_{III} O_{IV} O_V O_{VI} O_{VII}$				$P_I P_{II} P_{III} P_{IV} P_V$			$Q_I Q_{II} Q_{III}$		Periode	
		$n$	1	2	3			4				5				6			7						
		$k$	1	1	2	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	1	2				
		$j$	1	1	1	2	1	2	2	3	1	1	2	2	3	3	4	1	1	2	2	3	1		1
2	He	2																						I	
10	Ne	2	2	2	4																			II	
18	A	2	2	2	4	2	2	4																III	
36	Kr	2	2	2	4	2	2	4	4	6	2	2	4											IV	
54	X	2	2	2	4	2	2	4	4	6	2	2	4	4	6									V	
86	Em	2	2	2	4	2	2	4	4	6	2	2	4	4	6	6	8							VI	
118	Eka Em	2	2	2	4	2	2	4	4	6	2	2	4	4	6	6	8	2	2	4	4	6	2	2	VII

<sup>1)</sup> Vgl. den zusammenfassenden Bericht des Verf. in Z. f. techn. Phys. Bd. 7, S. 166—180 u. 205 bis 216. 1926.

Über die allmähliche Ausbildung der Elektronenbesetzung der ersten 2 und letzten 7 Vertikalen des periodischen Systems in dem Schema von Tab. 2 unterrichtet Tab. 3 im Anschluß an Main Smith und Stoner. Die Hauptquantenzahl  $n$  nimmt dabei von Periode zu Periode je um eins zu.

Tabelle 2. Periodisches System der Elemente.

Ia	IIa	IIIb	IVb	Vb	VIb	VIIb	VIII						Ib	IIb	IIIa	IVa	Va	VIa	VIIa	O
1 H																				2 He
3 Li	4 Be													5 B	6 C	7 N	8 O	9 F		10 Ne
11 Na	12 Mg													13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl		18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr			
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Ma	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 Jn	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 J	54 X			
55 Cs	56 Ba	57—71 La usw.	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Jr	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 —	86 Em			
87 —	88 Ra	89 Ac	90 Th	(Pa)	(U)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	118 —

Tabelle 3. Elektronen-Besetzungszahlen der Teilgruppen.

$k$	$j$	Ia	IIa—b	IIIa	IVa	Va	VIa	VIIa	0
1	1	1	—	2	2	2	2	2	2
2	1	—	—	1	2	2	2	2	2
2	2	—	—	—	—	1	2	3	4

Während soweit Übereinstimmung zu herrschen scheint, ergeben sich jedoch Schwierigkeiten bei der Zuordnung der Quantenzahlen und Elektronenzahlen bei den sog. Zwischenschalenelementen, d. h. den Vertikalen IIIb bis Ib des periodischen Systems (Tab. 2). Main Smith<sup>2)</sup> war der erste, der hier die Ausbildung der Elektronenteilgruppen durchführte, wobei er zuerst die Auffüllung der Teilgruppen mit höherem  $j$  und dann erst mit niedrigerem  $j$  annahm. Ohne Kenntnis dieser Arbeit hat Verfasser<sup>3)</sup> bei den Zwischenschalenelementen zuerst die Auffüllung der Teilgruppen mit niedrigerem  $j$  und dann mit höherem  $j$  angesetzt, wobei als experimentelle Unterlage die allmähliche Ausbildung der Röntgenspektren diente. Gleichzeitig wurde vom Verfasser sehr allgemein die Möglichkeit des Vorkommens verschieden durch Quanten- oder Besetzungszahlen charakterisierter Elektronenteilgruppen (Elektronenisomerie) bei diesen Elementen und ihren Ionen nicht nur in gasförmigen, sondern auch in festen kristallisierten und in flüssig gelösten Zuständen erörtert. Einzelne Gedanken des Verfassers sind kurz vor seinem Vortrag<sup>3)</sup> oder bald nachher auch von anderen Forschern ausgesprochen worden.

Es seien die Elemente der IVb bis VIII-Spalten des periodischen Systems (Tab. 2), bei welchen die Elektronenuntergruppen mit  $k = 3$  aufgefüllt werden, betrachtet. Bei ihnen legt die valenzchemische Erfahrung nahe, wegen ihrer konstanten geringsten Wertigkeit gleich 2, zwei gleich leicht abtrennbare Valenzelektronen an-

<sup>2)</sup> Main Smith: Chemistry and atomic structure, London 1924, besonders S. 196—198; Phil. Mag (6) Bd. 50, S. 878—879. 1925.

<sup>3)</sup> R. Swinne: Vortrag Bunsentagung 23. V. 1925, Z. f. Elektrochem. Bd. 31, S. 417—423. 1925. Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern V, 1.

zunehmen<sup>4)</sup>. Ihr spektroskopisches Verhalten im Dampfzustande läßt aber, soweit bisher Untersuchungen vorliegen, darauf schließen, daß bei den Elementen der Eisenreihe im Normalzustande (d. h. im energieärmsten Falle) tatsächlich zwei Elektronen mit  $n = 4$ ,  $k = 1$  vorhanden sind. Eine einzige Ausnahme bildet aber Cr mit nur einem Elektron mit  $n = 4$ ,  $k = 1$ ; die übrigen Valenzelektronen fallen in die Untergruppe mit  $n = 3$ ,  $k = 3$ , bei allen Elementen dieser Reihe<sup>5)</sup>. Anders liegen aber die spektroskopischen Ergebnisse bei der Palladiumreihe, indem hier von Zr bis Rh im Normalzustande auf nur 1 Valenzelektron mit  $n = 5$ ,  $k = 1$  geschlossen werden muß, bei Rh eventuell auch auf solche 2. Bei Pd aber findet sich aber kein einziges Elektron mit  $n = 5$ ,  $k = 1$  in diesem energieärmsten Zustande, so daß sich für dieses Element eine vollbesetzte Elektronenteilgruppe mit  $n = 4$ ,  $k = 3$  ergibt<sup>6)</sup>. Für letzteres spricht auch die konstante Einwertigkeit des auf Pd folgenden Elementes Ag im Gegensatz zu dessen Homologen Cu und Au<sup>7)</sup>. Die spektroskopische Erforschung der Pt-Reihe ist noch nicht zu einem Abschluß gelangt, um hier umfassendere Aussage machen zu können. Die so aus valenzchemischen und spektroskopischen Erfahrungen folgende verschiedene Besetzung der Elektronenteilgruppen dieser Metalle liegt vollständig im Sinne der Elektronenisomerie und dürfte als experimenteller Beleg für letztere anzusehen sein.

Aber auch elektrochemische, an diesen Metallen genommene Erfahrungen sprechen ja hierfür. So hat Russell<sup>8)</sup> die Passivität der Metalle der Fe-Reihe in diesem Sinne zu deuten versucht; ohne Kenntnis dieser kurz vorher erschienenen Mitteilung hat dieses auch der Verfasser<sup>3)</sup> ganz allgemein bei den Zwischenschalenelementen unternommen.

Die besondere Eignung der letzteren als Katalysatoren hat der Verfasser<sup>3)</sup> auch mit der Elektronenisomerie verknüpft. Stock<sup>9)</sup> hat die allgemeinen Gesichtspunkte des Verfassers auch auf organische Katalysatoren, die Enzyme, und die Probleme des Lebens anzuwenden versucht. Bei Verfolgung der Rolle der Enzyme bei dem Stoffwechsel, insbesondere bei dem Eisenstoffwechsel, hat Baudisch<sup>10)</sup> einen Zusammenhang zwischen katalytischem und magnetischem Verhalten aufgefunden. So ist Natrium-Ferrocyanid diamagnetisch und ohne Einfluß auf Klebelebewesen, während das aus diesem durch den Einfluß von Sonnenlicht entstehende Natrium-Pentacyanoaquoferroat stark paramagnetisch ist und sich gleichzeitig wie ein Vitamin verhält.

Damit kommt die Beziehung zwischen Elektronenisomerie und magnetischen Eigenschaften zur Betrachtung. Verfasser<sup>3)</sup> hat hauptsächlich gewisse schwankende oder verschiedene Magnetonzahlen bei Ionen der Zwischenschalenelemente wie auch ihrer selbst in diesem Sinne zu erklären versucht. Baudisch u. Welo<sup>10)</sup> <sup>11)</sup> haben einen interessanten Fall bei  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  verfolgen können, und, ohne Kenntnis des

<sup>4)</sup> R. Ladenburg: Z. f. Elektrochem. Bd. 26, S. 262—274. 1920.

<sup>5)</sup> F. Hund: Z. f. Phys. Bd. 33, S. 362. 1925.

<sup>6)</sup> K. Bechert u. M. A. Catalan: Z. f. Phys. Bd. 35, S. 459. 1926.

<sup>7)</sup> H. G. Grimm u. A. Sommerfeld: Z. f. Phys. Bd. 36, S. 40. 1926.

<sup>8)</sup> A. S. Russell: Nature Bd. 115, S. 455—456. 1925; Bd. 117, S. 47—48. 1926.

<sup>9)</sup> A. Stock: Naturwiss. Bd. 13, S. 1002—1003. 1925; vgl. auch Z. f. angew. Chem. Bd. 38, S. 1204. 1925.

<sup>10)</sup> O. Baudisch u. Lars A. Welo: Naturwiss. Bd. 13, S. 749—755. 1915.

<sup>11)</sup> L. A. Welo u. O. Baudisch: Sc. Bd. 62, S. 311—312. 1925; Phil. Mag. (6) Bd. 50, S. 399—408. 1925; J. Biol. Chem. Bd. 65, S. 215—227. 1925; Phys. Rev. (2) Bd. 25, S. 587. 1925.

Vortrages des Verfassers, eine mit ihm übereinstimmende Deutung für möglich erklärt. Während das gewöhnliche  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  schwach ferromagnetisch und kein Sauerstoffüberträger in bestimmten Fällen ist, sowie rhomboedrisch kristallisiert, ist das bereits von Robbins (1859) synthetisch durch Oxydation von  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  hergestellte  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  stark ferromagnetisch und ein Sauerstoffüberträger, begünstigt auch das Wachstum von Bakterien und kristallisiert dabei kubisch.

Es liegen noch weitere Beispiele vor, für welche eine ähnliche Erklärung, wie vom Verfasser gesucht wurde. So hat Oseen<sup>12)</sup> das unmagnetische Verhalten äußerst dünner Ni-Schichten [nach den Untersuchungen von Ingersoll<sup>13)</sup>] im gleichen Sinne aufgefaßt. Daß das gleiche Ion (z. B.  $\text{Fe}^{+++}$ ) in verschiedenen Verbindungen eine verschiedene Anzahl von Magnetonen aufweisen kann, zeigen schon die ersten Zusammenstellungen von Weiss<sup>14)</sup>. Neuerdings fand Foëx<sup>15)</sup>, daß das gleiche Salz, wie  $\text{Fe-NH}_4$ -Sulfat, eine verschiedene Anzahl Weißscher Magnetonen ergeben können (24,5 bzw. 26,0); ähnlich auch  $\text{CoSO}_4$ . Jackson<sup>16)</sup> hat diesen Befund (auch nach Messungen von Théodoridés und nach eigenen) mit der Russellschen Erklärung der Passivität der Metalle in Beziehung gesetzt [somit in gleichem Sinne, wie der Verfasser<sup>3)</sup>]. Weitere ähnliche Maßergebnisse werden von Welo<sup>17)</sup> gebracht, wobei auch auf analoge Erscheinungen verwiesen wird. Vgl. auch Serres<sup>17a)</sup> über  $\text{Co}^{++}$ .

Eine umfassende Behandlung des Zusammenhanges zwischen magnetischen Eigenschaften und dem Bau der Atome und der Molekeln ist besonders von Cabrera<sup>18)</sup> gegeben worden. Auch er behauptet die Existenz verschiedener magnetischer Zustände bei Ionen, wie  $\text{Mn}^{++}$ ,  $\text{Fe}^{+++}$ ,  $\text{Fe}^{++}$ ,  $\text{Co}^{++}$ ,  $\text{Ni}^{+++}$ ,  $\text{Cu}^{++}$ , welche durch die verschiedene Anzahl Weißscher Magnetonen charakterisiert werden. Er hatte bereits vorher<sup>19)</sup> auch bei der seltenen Erde  $\text{Gd}^{+++}$  auf Grund eigener und fremder Messungen zwei solche verschiedene magnetische Zustände (mit 38 bzw. 40 Weißschen Magnetonen) gefolgert. Auch Cabrera erörtert als Ursache dieser Erscheinung die Auffüllung der Zwischenschale, wobei auch er die Stoner-Main Smithsche Unterteilung der Elektronenhauptgruppen verwendet, ohne Main Smith bei der Elektronenunterteilung bei den Ionen der Zwischenschalenelemente im ganzen zu folgen. Bei der Fe-Reihe schließt sich Cabrera im allgemeinen Smith an, steht also im Gegensatz zum Verfasser bezüglich der anfänglichen Auffüllung der Mv-Teilgruppe bei  $\text{Ti}^{+++}$  bis  $\text{Cr}^{++}$ . Bei den seltenen Erden vertritt er im Anschluß an die Röntgenspektren-Untersuchung von Nishina<sup>20)</sup> im wesentlichen den gleichen Standpunkt, wie der Verfasser<sup>3)</sup>. Cabrera gibt auch eine Diskussion und eine Abänderung der Sidgwick<sup>21)</sup>schen Elektronentheorie der Komplexverbindungen, um eine Deutung ihrer para- und dia-magnetischen Eigenschaften zu erhalten; auch Bose<sup>22)</sup> hat so eine Verknüpfung versucht.

<sup>12)</sup> C. W. Oseen: Z. f. Phys. Bd. 32, S. 940—941. 1925.

<sup>13)</sup> L. R. Ingersoll: Phys. Rev. Bd. 25, S. 114. 1925.

<sup>14)</sup> P. Weiß: C. R. Bd. 152, S. 367. 688. 1911.

<sup>15)</sup> S. Foëx: C. R. Bd. 180, S. 919. 1925.

<sup>16)</sup> L. C. Jackson: Nature Bd. 115, S. 981; Bd. 116, S. 360. 1925.

<sup>17)</sup> L. A. Welo: Nature Bd. 116, S. 359. 1925.

<sup>17a)</sup> A. Serres, C. R., Bd. 181, S. 714. 1925.

<sup>18)</sup> B. Cabrera: J. de Phys. et le Radium (6) Bd. 6, S. 241—258, S. 273—286. 1925.

<sup>19)</sup> S. Cabrera: C. R. Bd. 180, S. 688. 1925.

<sup>20)</sup> J. Nishina: Phil. Mag. Bd. 49, S. 52. 1925.

<sup>21)</sup> N. Sidgwick: Trans. Chem. Soc. London Bd. 123, S. 725. 1923.

<sup>22)</sup> D. M. Bose: Z. f. Phys. Bd. 35, S. 219. 1925; Nature Bd. 117, S. 84. 1926.

Aus obigem ist zu ersehen, daß im Laufe des vergangenen Jahres besonders hinsichtlich der Aufklärung gewisser magnetischer Erfahrungen im Prinzip ähnliche Anschauungen von verschiedenen Seiten ausgesprochen wurden. Zwar ist eine auf dem Elektronenaufbau der  $N_{VI}$ - $N_{VII}$ -Teilgruppen beruhende atomtheoretische Deutung der Magnetonenkurve im Bereich der Ionen der seltenen Erden Hund<sup>23)</sup> gelungen, nicht aber im Bereich der Ionen der Fe-Reihe trotz der Versuche von Tamm<sup>24)</sup> und von Stoner<sup>25)</sup> ( $M_{IV}$ - $M_V$ -Teilgruppen). Es erscheint danach wünschenswert, weiteres experimentelles Material zu beschaffen, um das Vorhandensein der in den einzelnen Elementen in verschiedenen Modifikationen und verschiedenen Verbindungen normal vorhandenen Elektronenteilgruppen nachzuweisen, welche von dem normalen (energieärmsten) der betreffenden Gase abweichen können.

Es ist naheliegend, hierbei an die Eruierung der zugehörigen Röntgenterme durch Nachweis der auf diese zurückgehenden Röntgenlinien zu denken. Die Feststellung der aus diesen Elektronengruppen bei entsprechender Bestrahlung ausgelösten Elektronen bestimmter Geschwindigkeit [Methode von de Broglie und von Robinson<sup>26)</sup>] ist wegen der geringen, höchstens wenige Volt betragenden Energiewerte die nicht vollbesetzten, in Ausbau begriffenen Elektronengruppen fürs erste kaum in Betracht zu ziehen. Dagegen kommen die kritischen Potentiale von Atomen, besonders oberhalb der ersten Ionisierungsspannung, sowie hauptsächlich die Röntgenniveaus bei niederen Spannungen und die mit diesen verknüpften weichen Röntgenstrahlen in Frage. Soweit aus dem vorliegenden unvollständigen Beobachtungsmaterial zu ersehen<sup>27)</sup>, liegen hier noch keine experimentellen Unterlagen zu so einem Nachweis von Elektronenisomeren vor.

Für den vorliegenden Zweck ist es passend, ein übersichtliches Schema der allmählichen Ausbildung der Elektronenteilgruppen nebst zugehörigen Röntgentermen innerhalb des periodischen Systems zu gewinnen. Von Coster<sup>28)</sup> sind im Anschluß an Bohrs Quantentheorie des periodischen Systems solche Schemata für die Edelgase Kr, X und Em bereits gegeben. In der Tafel I ist das in gleicher Weise für alle Elektronengruppen entsprechend der Quantenzahlenzuordnung von Main Smith-Stoner (vgl. Tab. I) durchgeführt, in dem die zwischen den einzelnen Edelgasen zur Ausbildung gelangenden Elektronenteilgruppen durch wagerecht gezeichnete verschiedenfarbige Linien unterschieden sind, und zwar

schwarz	von He	bis Ne
violett	von Ne	bis A
blau	von A	bis Kr
grün	von Kr	bis X
gelb	von X	bis Em
rot	von Em	bis EkaEm (Z 118).

<sup>23)</sup> F. Hund: Z. f. Phys. Bd. 33, S. 855—859. 1925.

<sup>24)</sup> J. Tamm: Z. f. Phys. Bd. 32, S. 582—895. 1925.

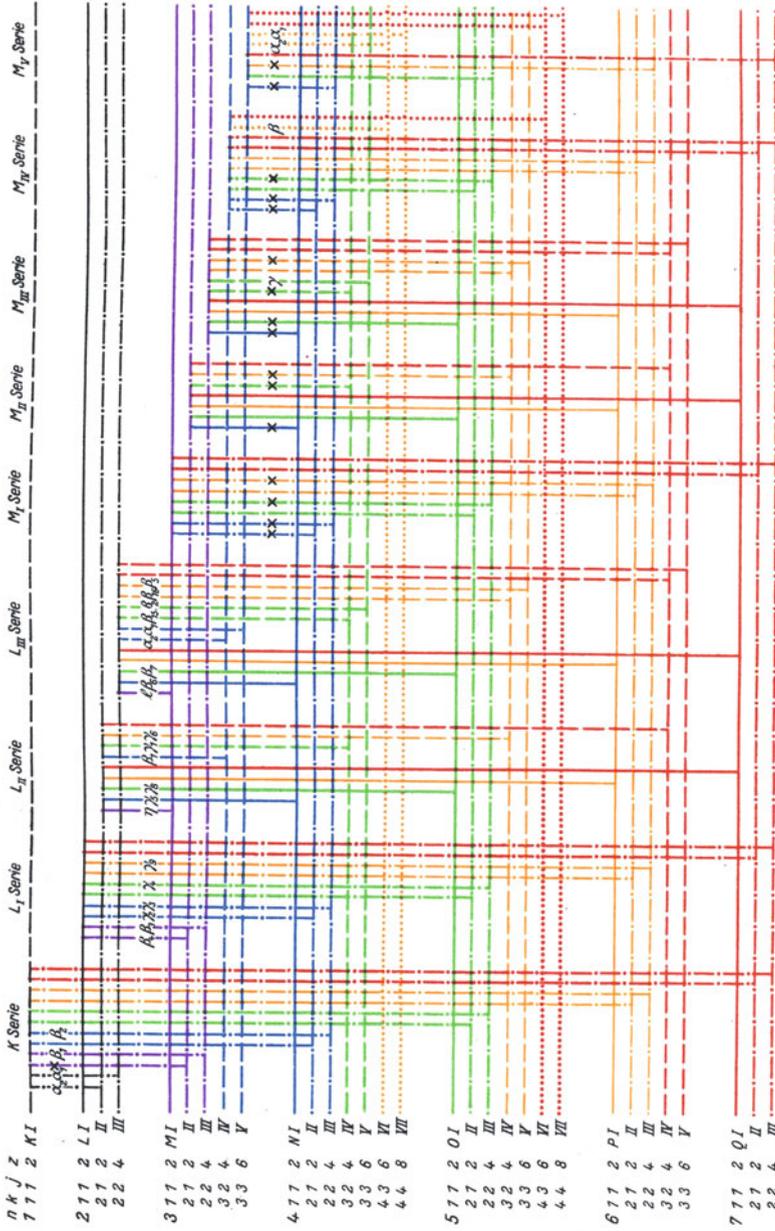
<sup>25)</sup> E. C. Stoner: Phil. Mag. (6) Bd. 49, S. 1289—1309. 1925.

<sup>26)</sup> H. R. Robinson: Phil. Mag. (6) Bd. 50, S. 241—250. 1925.

<sup>27)</sup> Vgl. K. T. Compton und F. L. Mohler: Ionisierungs- und Anregungsspannungen, Berlin 1925.

<sup>28)</sup> D. Coster: Phil. Mag. (6) Bd. 43, S. 1070—1107; Bd. 44, S. 546—573. 1922. Vgl. auch N. Bohr und D. Coster: Z. f. Phys. Bd. 12, S. 342—374. 1923.

Tafel 1 zu Swinne, Elektroneniserie und Ausbildung von Röntgenspektren.



Ausbildung der Röntgenspektrenlinien durch Kombination der Röntgenspektrenterme  
 ( $\Delta k = \pm 1, \Delta l = \pm 1$  oder 0)

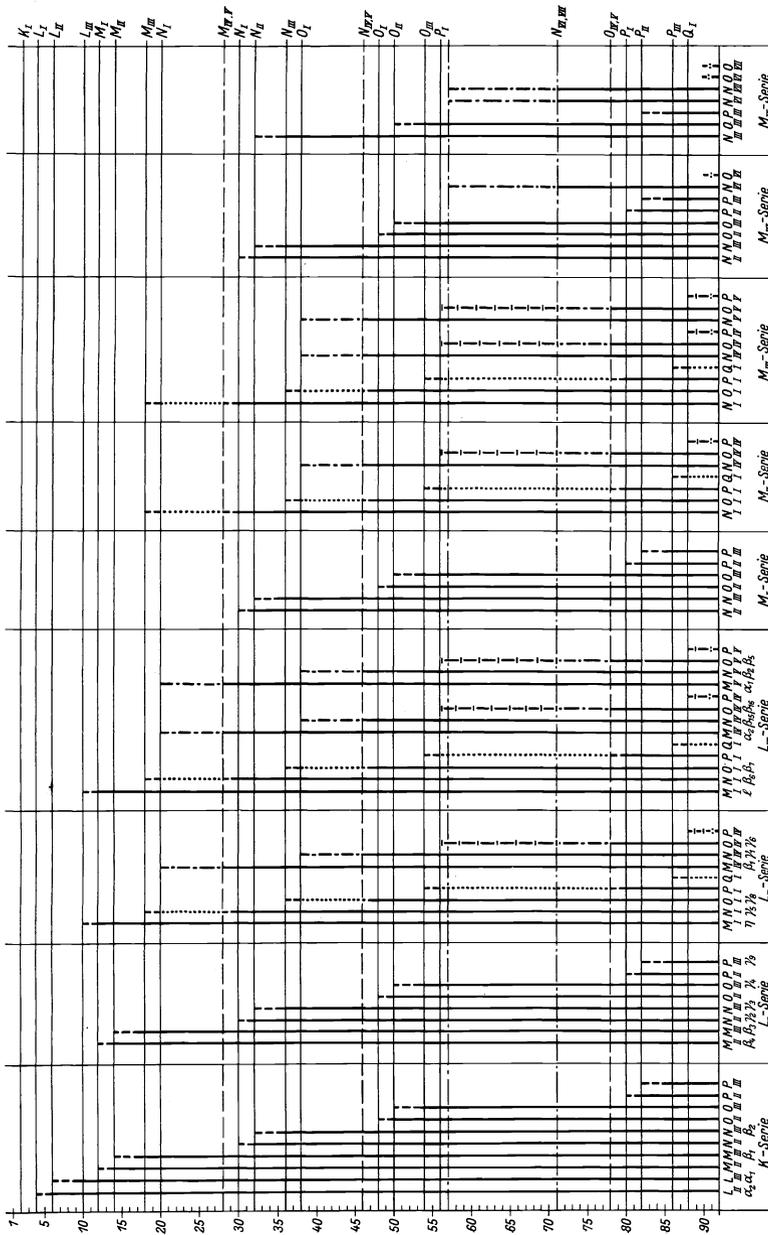


Abb. 1. Ausbildung der Röntgen-Serienlinien.

Dabei sind die Elektronenteilgruppen mit  $k = 1$ , welche zuerst am Anfang jeder Periode bei den Alkali- und Erdalkalimetallen (Vertikale Ia und IIa) des periodischen Systems, Tab. 2, auftreten, ausgezogen, während die am Ende jeder Periode bei den Elementen der Vertikalen IIIa bis VIIa zur Ausbildung kommenden Elektronengruppen mit  $k = 2$  durch—.—. wiedergegeben sind. Gestrichelt sind in der Tafel 1 die Elektronengruppen mit  $k = 3$  dargestellt, welche dem Einbau von 10 Elektronen in den Nebenfamilien (Sc bis Cu, Y bis Ag usw.) entsprechen. Punktiert sind aber die Elektronengruppen mit  $k = 4$  wiedergegeben, welche durch den Einbau von 14 Elektronen bei den seltenen Erden (Ce bis Cp) und wohl auch in der VII. Periode an noch nicht feststehender Stelle zur Ausbildung kommen. Letztere Unsicherheit ist auch der Grund, daß in Tab. 2 bei EkaTa und EkaW keine Atomnummer angegeben ist, da ja, wie der Verfasser in seinem anfangs erwähnten Aufsatz<sup>1)</sup> ausführt, dieser Einbau der  $O_{VI}$ ,  $VII$ -Elektronengruppen bereits nach Th (Z 90) beginnen könnte. Aus diesem Grunde ist es auch zweifelhaft, zu welchen Elektronengruppen die zwei nach Th beim Uran (Z 92) hinzugekommenen Valenzelektronen gehören, ob zu  $P_{IV}$ ,  $v$  oder zu  $O_{VI}$ ,  $VII$  (vgl. Abb. 1 und Tafel 1).

Die an der linken Seite der Termlinien angeführten Zahlen betreffen die zugehörigen Quantenzahlen  $n$ ,  $k$ ,  $j$  und die maximale Besetzungszahl  $z (= 2j)$ . Die vertikalen Linien bedeuten die durch Kombination dieser Terme entsprechend den Auswahlregeln ( $\Delta k = \pm 1$  und  $\Delta j = \pm 1$  und  $\Delta j = 0$ ) zu erwartenden Röntgenspektrenlinien, von Röntgenfunkenlinien und halboptischen Röntgenlinien abgesehen. Die Bezeichnung der Röntgenlinien ist entsprechend Siegbahn durchgeführt; die angekreuzten Linien sind bereits beobachtet, nur ist ihre buchstabemäßige Bezeichnung schwankend bzw. nicht durchgeführt; die Linien  $\beta_{15}$  und  $\beta_{16}$  der L-Serie sind von Crofutt<sup>29)</sup> gemessen.

Nach diesem Schema der Ausbildung der Röntgenterme und der mit ihnen verknüpften Röntgenlinien ist unter Zugrundelegung der Besetzungszahlen der einzelnen Elektronenuntergruppen entsprechend Tab. 1 und 3 und unter Berücksichtigung der verschiedenen oben erörterten Meinungen betreffend Auffüllung der „Zwischenschalen“ die Abb. 1 zusammengestellt. Die wagerechten ausgezogenen Linien geben an, von welchem Element an, dessen Atomnummer links steht, der rechts angeführte Röntgenterm auf eine voll (im Sinne der Quantentheorie) besetzte Elektronenteilgruppe zurückgeht. So ist z. B. der  $K$ -Term von  $Z = 2$  ab, der  $L_I$ -Term von  $Z = 4$  ab, der  $L_{III}$ -Term von  $Z = 10$  ab voll ausgebildet. In Anbetracht der oben erwähnten Unsicherheiten und Mehrdeutigkeiten bei den Nebenfamilien-elementen (der Fe-, Pd- und Pt-Reihen) ist durch — — — wagerechte Linien der gemeinsame Abschluß beider Teilgruppen der Elektronenuntergruppen mit  $k = 3$  wiedergegeben. Der analoge Fall bei den seltenen Erden (also der Untergruppe mit  $k = 4$ ) ist sowohl in seinem Anfang, als auch in seinem Abschluß durch —.—. wagerechte Linien dargestellt.

Die senkrechten Linien beziehen sich aber auf die Röntgenserien und geben ein anschauliches Bild von ihrer allmählichen Ausbildung innerhalb der Reihe der Elemente. Dargestellt sind die Röntgenserienterme, wobei sie nach denjenigen Termen gruppiert sind, durch Kombination mit welchen entsprechend den Auswahlregeln die Röntgenserienlinien entstehen. Die Bezeichnung dieser Terme und Linien ist in Abb. 1 unten längs der Abszissenachse aufgetragen.

<sup>29)</sup> Ch. B. Crofutt: Phys. Rev. (2) Bd. 24, S. 9. 1924.

Ausgezogene senkrechte Linien geben an, von welcher Atomnummer  $Z$  ab die den Ursprung einer Röntgenlinie (im Sinne Kossels) ausmachende Elektronenteilgruppe und damit auch der zugehörige Röntgenterm voll besetzt ist; — — — bedeutet eine allmähliche, gleichmäßig zunehmende Besetzungszahl des Ursprungsterms. Punktirt sind die auf Valenzelektronenterme der Nebenfamilielemente mit  $k = 1$  zurückgehenden Röntgenlinien dargestellt, bei welchen (wie oben dargelegt) gewisse Unterschiede bezüglich der Besetzung zwischen valenzchemischen und spektroskopischen Erfahrungen bestehen. —·— bedeutet bei diesen Zwischenschalenelementen, daß von den zugehörigen Termen (mit den Indices IV, V; VI, VII) anfänglich wohl nur der eine Term, aber allmählich mit zunehmender Atomnummer stärker besetzt wird, bis dann auch der andere Term zur Ausbildung kommt. —|— soll auf eine konstante Besetzungszahl, aber wohl nur der einen Teilgruppe (IV oder V) hinweisen; —|— soll bedeuten, daß Zweifel über Vorhandensein oder Erhöhung der Besetzung der Teilgruppen bestehen.

Die unvollständige Besetzung einer Elektronenteilgruppe bewirkt einen unnormalen Gang des Energiewertes des zugehörigen Röntgenterms, als Funktion der Atomnummer betrachtet, im Vergleich mit dem Gang nach erfolgter, bleibender Ausbildung dieser Untergruppe (dank der Wechselwirkung der Elektronen der gleichen Teilgruppe). Gleichzeitig tritt aber auch eine ausgesprochene Änderung der Stärke der zugehörigen Röntgenserienlinien ein, bei Voraussetzung gleicher Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den Elektronenteilgruppen für das die Röntgenserienlinie im Sinne Kossels hervorrufende Elektron. Daher ist die Abb. 1 bei der Erörterung der relativen Stärke der Röntgenserienlinien von Wert, besonders bei Koinzidenzen solcher Linien bekannter Elemente mit Linien anderer, auch unbekannter Elemente.

Das vorliegende experimentelle Material<sup>30)</sup> ist, abgesehen von den letzten Yttererden<sup>20)</sup>, noch ungenügend, um sichere Schlüsse zu gestatten. In dieser Hinsicht ist jede Ausdehnung der Röntgenspektren nach längeren Wellenlängen hin zu begrüßen, da ja in diesem Bereich der größere Teil dieser strittigen Röntgenspektrenterme Röntgenlinien hervorruft. So wird die im Siegbahnschen Institut jüngst gelungene Verfolgung des Spektrums bis zu 21,5 AE<sup>31)</sup> innerhalb der L-Serie der Fe-Reihe manche Aufklärung über die Ausbildung der  $M_{IV}$ - und  $M_V$ -Teilgruppen bringen können, sobald erst sorgfältige Intensitätsmessungen der L-Serienlinien  $\beta$ , sowie  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  hier vorliegen.

### Zusammenfassung.

Im Anschluß an die quantentheoretische Deutung des periodischen Systems der Elemente wird die Quantenzahlezuordnung und Elektronenbesetzung auch der Atome der Elemente der mittleren Spalten des Systems (Tab. 2) behandelt. Bei diesen sog. Nebenfamilielementen ist Gelegenheit zur Bildung von „Elektronenisomerien“ gegeben, d. h. zu einer verschiedenen Besetzung der peripheren Elektronenordnungen. Dieses zeigt sich nicht nur im Vorkommen verschiedener optischer

<sup>30)</sup> Vgl. A. Sommerfeld: Atombau und Spektrallinien, IV. Aufl., Braunschweig, S. 316—319. 1924. M. Siegbahn: Spektroskopie der Röntgenstrahlen Berlin 1924, S. 174—175, 180, 185—189.

<sup>31)</sup> R. Thoraes, Phil. Mag. (7) Bd. 1, S. 312—321. 1926.

Terme, sondern auch im Vorhandensein verschiedener magnetischer Zustände, in der Passivierbarkeit der Metalle, in einer besonderen Befähigung derselben zur katalytischen Wirksamkeit u. a. Es wird eine kritische Übersicht über die unabhängig vom Verfasser auch von anderen Forschern jüngst ausgesprochenen, obiges betreffenden Gedanken gegeben. Zur direkten experimentellen Prüfung sind besonders die Röntgenserierterme und die mit ihnen verknüpften Röntgenlinien geeignet. Es werden Abbildungen über deren allmähliche Ausbildung im periodischen System gebracht. Hieraus ergeben sich Schlüsse hinsichtlich der Änderung der Stärke der Röntgenlinien in der Reihe der Elemente.

---

# Über neue Beobachtungen bei der Reflexion von Röntgenstrahlen am Kristallgitter.

Von **Otto Berg**<sup>1)</sup>.

Zum Teil nach Versuchen gemeinsam mit Herrn H. Beuthe, Fräulein R. Klein  
und Herrn H. Th. Meyer.

Mit 15 Textabbildungen und 1 Tafel.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerks M.  
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 12. April 1926.

## I. Beobachtungen.

### A. Ausgangspunkt und Versuchsmethode.

1. Röntgenspektralaufnahmen zeigen im allgemeinen einen kontinuierlichen Untergrund, überlagert von den charakteristischen Emissionslinien der Antikathoden-substanz und einigen typischen Intensitätssprüngen bei der Silberbandkante und Brombandkante. Dazu kommen unter Umständen, nämlich wenn im Strahlengang sich irgend welche absorbierende Substanzen befinden, deren Absorptionsbandkanten. Dagegen spielen Absorptionslinien, die sich umgekehrt wie Emissionslinien hell vom dunklen Grunde abheben, eine geringe Rolle. Sie können unter geeigneten Bedingungen in der Nachbarschaft von Absorptionskanten auftreten. Dazu kann die absorbierende Wirkung des Stoffes auf der Antikathodenfläche ausreichen. Bei einer Reihe von Spektralaufnahmen, die in unserem Laboratorium zu chemisch-analytischen Zwecken gemacht wurden, beobachteten wir eine helle Linie, anscheinend eine Absorptionslinie, an einer Stelle des Spektrums mit der Wellenlänge  $1,778 \text{ \AA}$ . Sie ließ sich nicht ohne Zwang durch Absorption irgendeines Elementes erklären, zumal sich herausstellte, daß sie bei genügender Schwärzung des Spektralgrundes stets an derselben Stelle auftrat, gleichgültig welche Substanzen sich auf der Antikathode befanden. Es war daher zu vermuten, daß diese helle Linie auf irgendeine Weise durch die zur Erzeugung des Spektrums verwandte Apparatur entstanden sei. Diese bestand aus einem Bragg'schen Drehkristallspektrographen mit Steinsalzkristall. Als Strahlenquelle diente ein Glühkathodenrohr mit Metallkörper und Aluminiumfenster. Tatsächlich verschwand die Linie, wenn der Steinsalzkristall durch einen Kalkspatkristall ersetzt wurde. Jedoch trat sie bei allen untersuchten Exemplaren von Steinsalz verschiedener Herkunft auf, ebenso beim Sylvin, allerdings bei anderer Wellenlänge.

<sup>1)</sup> Die Versuchsergebnisse dieser Untersuchung sind bereits in der Festsitzung der Deutschen Gesellschaft für technische Physik am 30. Januar dieses Jahres kurz mitgeteilt worden.

Sie rührte also vom Kristall her, und zwar ist sie in ihrer Lage bedingt durch die Form des Kristallgitters.

Eine merkwürdige Beziehung ergab sich durch die Untersuchung des Verlaufs des einfallenden und reflektierten Strahles, dem die helle Linie im Spektrum entspricht, gegenüber dem Kristall. Der Einfallswinkel und Reflexionswinkel ist in bekannter Weise nach der Bragg'schen Gleichung  $\lambda = 2d \sin \vartheta$  durch Wellenlänge  $\lambda$  und Gitterkonstante  $d$  des Steinsalzes bestimmt. Es fand sich nun, daß der Reflexionswinkel genau den Wert hat, der dem  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3}$  entspricht ( $\vartheta = 18^\circ 26'$ ). Der einfallende und reflektierte Strahl haben also,

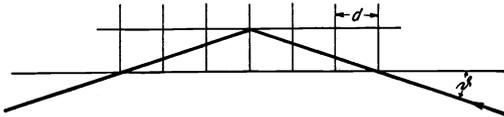


Abb. 1. Lage des einfallenden und reflektierten Strahls im kubischen Gitter für die erste Aufhellungslinie ( $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3}$ ).

unabhängig von der Gitterkonstante  $d$ , die in Abb. 1 veranschaulichte Lage gegenüber dem Kristallgitter. Es lag nun nahe, für andere in Kristallgitter ausgezeichnete Richtungen des Strahlenverlaufs nach entsprechenden hellen Linien im Spektrum zu suchen. Es fand sich zunächst nur eine neue Linie bei  $\lambda = 0,796 \text{ \AA}$ ,  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{2}$  entsprechend. Freilich muß betont werden, daß die mit zunehmender Wellenlänge schnell ansteigende Absorption der Röntgenstrahlen ein Arbeiten bei größeren Wellenlängen erschwert. Bei der dem  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{2}$  und erst recht  $\operatorname{tg} \vartheta = 1$  entsprechenden Wellenlänge wurde eine für den Nachweis der hellen Linie genügende Schwärzung des Spektralgrundes nicht erhalten.

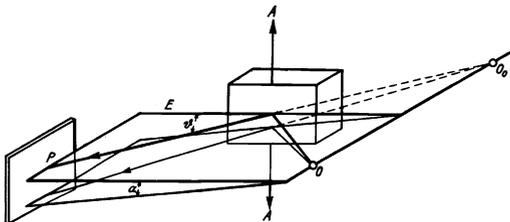


Abb. 2. Schema des Strahlengangs im Röntgenspektrographen in der Axialebene ( $E$ ) und in einer gegen diese um den Winkel  $\alpha$  gedrehten Ebene:

$O$  = Strahlenquelle (punktförmig).  $AA$  = Drehkristallachse.  
 $O_0$  = deren Spiegelbild an der reflektierenden Kristallfläche.  $P$  = Aufnahmeplatte.  
 $\vartheta$  = Einfallswinkel.

einen deutlichen Unterschied der Krümmungen beider Linien erkennen: ihr Abstand ist in der Mitte größer als an beiden Rändern des Spektrums. Die helle Linie scheint im Gegensatz zu den Spektrallinien völlig gerade zu sein; sie verläuft also nicht isochromatisch; ihrer Mitte entspricht eine etwas größere Wellenlänge als beiden Enden.

Die Krümmung der Emissionslinien des Röntgenspektrums ist dadurch bedingt, daß man die Strahlenquelle mit gewisser Annäherung als punktförmig ansehen kann. In Abb. 2 gehen die Röntgenstrahlen von  $O$  aus. Ein in der Axialebene  $E$  verlaufender Strahl gelangt nach Reflexion am Kristall unter dem Winkel  $\vartheta$  zum Punkt  $P$ . Er entspricht der Mitte einer Spektrallinie. Die den Enden der Linie entsprechenden Strahlen sind in Ebenen verlaufen, die um einen gewissen Winkel  $\alpha$  gegen die Axial-

reflektierte Strahl haben also, unabhängig von der Gitterkonstante  $d$ , die in Abb. 1 veranschaulichte Lage gegenüber dem Kristallgitter.

Es lag nun nahe, für andere in Kristallgitter ausgezeichnete Richtungen des Strahlen-

Die Frage, ob dort helle Linien liegen, blieb noch offen.

2. Die genaue Betrachtung der dem  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3}$  entsprechenden Linie führte zu einer für die Fortführung der Untersuchung wichtigen Feststellung. Die Emissionslinien des Röntgenspektrums zeigen, als Kegelschnitte, eine deutlich bemerkbare Krümmung. Ein Vergleich der hellen Linie bei  $1,778 \text{ \AA}$  mit der nahen Eisenlinie  $K \beta_1$  ( $1,753 \text{ \AA}$ ) läßt

ebene  $E$  gedreht sind, und zwar um eine durch das Strahlenzentrum  $O$  und dessen Bildpunkt  $O_0$  gehende Achse. Alle von  $O$  ausgehenden und unter dem Winkel  $\vartheta$  reflektierten Strahlen liegen nach der Reflexion auf dem Mantel eines Kegels mit der Achse  $OO_0$  und der Spitze  $O_0$ . Eine Spektrallinie entsteht als Schnitt dieses Kegelmantels mit der photographischen Platte. Die Linie erscheint also nach der langwelligeren Seite hin (großes  $\vartheta$ ) konkav.

Im Gegensatz dazu hängt offenbar der Reflexionswinkel  $\vartheta$  der Strahlen, die der hellen Linie entsprechen, vom Winkel  $\alpha$  ab, den die Einfallsebene mit der zur Axialebene parallelen Kante des Kristalles bildet. Um diese Abhängigkeit genauer festzustellen, war es wünschenswert, den Winkel  $\alpha$  möglichst zu vergrößern. Das wäre durch ein sehr weit geöffnetes Strahlenbündel zu erreichen, mit dem sich sehr lange Spektrallinien erzeugen lassen. Dieser Weg ist aber nicht gangbar; denn durch Verbreiterung der photographischen Platte käme man bald in den Bereich der aus dem See man n s c h e n „vollständigen Diagramm“ bekannten Nebenspektra, deren Linien hier aber wie die des Hauptspektrums, entsprechend der Weite des Röntgenstrahlenbündels, verlängert erscheinen würden. Man bekäme also auf der photographischen Platte ein schwer entwirrbares System sich kreuzender Spektrallinien.

Man kann dem entgegen, wenn man den Steinsalzkrystall, wie in Abb. 3 angedeutet, aus seiner normalen Stellung herausdreht, derart, daß die reflektierende Spaltfläche nur in sich selbst verschoben wird.

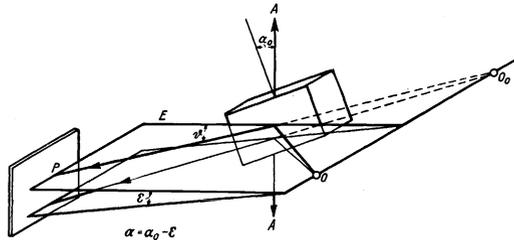


Abb. 3. Schema wie in Abb. 2. Der Kristall ist jetzt um den Winkel  $\alpha_0$  in seiner reflektierenden Fläche gedreht.

Die vorher der Drehkristallachse parallele Kante erscheint nun um den Winkel  $\alpha_0$  gegen diese gedreht. Die Axialebene erscheint um denselben Winkel  $\alpha_0$  gegen die ihr vorher parallele Kristallkante gedreht. Andere Einfallsebenen, die mit der Axialebene den Winkel  $\epsilon$  bilden, erscheinen gegen dieselbe Kante um den Winkel  $\alpha = \alpha_0 - \epsilon$  gedreht. Das Hauptspektrum, das nur durch den Abstand der zur reflektierenden Fläche parallelen Netzebenen bestimmt ist, bleibt bei dieser Anordnung völlig ungeändert. Die Nebenspektren bleiben so weit entfernt, daß sie nicht stören. Was aber geschieht mit der hellen Linie?

3. Die Antwort hierauf ergab sich aus einer Reihe von Drehkristallaufnahmen, die mit zunehmendem Einstellwinkel  $\alpha_0$  des Kristalls gemacht wurden. Die Linie beginnt nach der kurzwelligen Seite hin durch das Spektrum zu wandern, indem sie sich gleichzeitig schräg stellt. In Abb. 4 sind Spektralaufnahmen mit verschiedenen Einstellwinkeln des Kristalls, nämlich  $\alpha_0 = 0^\circ$ ,  $\alpha_0 = 10^\circ$ ,  $\alpha_0 = 22^\circ$  wiedergegeben. Die erste Aufnahme ( $\alpha_0 = 0^\circ$ ) zeigt die helle Linie in ihrer Ausgangslage, etwa den Spektrallinien parallel. In der zweiten Aufnahme ( $\alpha_0 = 10^\circ$ ) findet man die Linie in schräger Lage rechts (langwellig) neben den  $K\alpha$ -Linien des Nickels; in der dritten ( $\alpha_0 = 22^\circ$ ) bereits links neben den Nickellinien. Der hellen Linie entspricht nach diesen Beobachtungen eine im Kristall entstandene Aufhellung des kontinuierlichen Spektralgrundes, deren Lage im Spektrum von dem oben definierten Winkel  $\alpha$  abhängt. Es wurde zunächst eine eindeutige Abhängigkeit angenommen.

4. Soll die helle Linie auch bei starker Schrägstellung in der Spektalaufnahme scharf erscheinen, so muß jedem Punkt der photographischen Platte, der einen bestimmten Abstand von der Mittellinie des Spektrums hat, auch ein bestimmter Neigungswinkel der Einfallsebene der Strahlen entsprechen. Damit diese Bedingung erfüllt sei, müssen die das Spektrum erzeugenden Röntgenstrahlen von einem Punkte

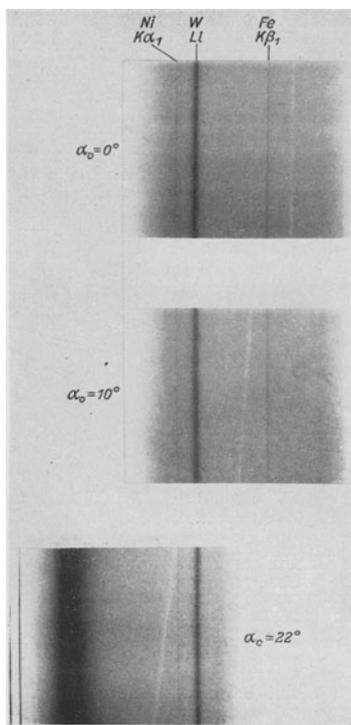


Abb. 4.

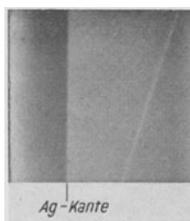


Abb. 5.

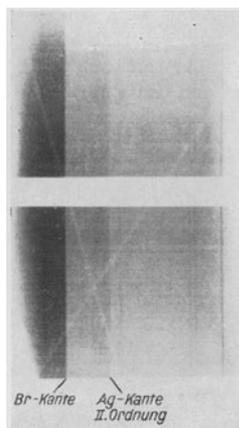


Abb. 6.

Abb. 4. Spektrogramme im langwelligen Gebiet mit der Aufhellungslinie  $\text{tg } \vartheta = \frac{1}{2} \cdot \cos \alpha$  für drei verschiedene Einstellungen des Spektrographenkristalls ( $\alpha_0 = 0^\circ$ ,  $\alpha_0 = 10^\circ$ ,  $\alpha_0 = 22^\circ$ ). Wellenlänge der Linie in der Ausgangslage ( $\alpha_0 = 0^\circ$ ):  $\lambda = 1,778 \text{ \AA}$ . Wellenlänge der Linie Wolfram Ll:  $\lambda = 1,675 \text{ \AA}$ .

Abb. 5. Aufhellungslinie in der Nähe der Silberbandkante ( $\lambda = 0,485 \text{ \AA}$ ) für  $\alpha_0 = 72^\circ$ .

Abb. 6. Zwei sich kreuzende Aufhellungslinien in der Nähe der Brombandkante ( $\lambda = 0,918 \text{ \AA}$ ) für  $\alpha_0 = 30^\circ$ .

aus divergieren. (Punkt *O* in Abb. 2, aus der diese Bedingung anschaulich hervorgeht.) Spektalaufnahmen werden aber im allgemeinen mit einem Spalt von endlicher Höhe aufgenommen. Bei Spektrellinien, die dem Spalt etwa parallel verlaufen, wird die Wirkung der Längsausdehnung des Spaltes unter Umständen durch eine gewisse Linienverbreiterung merkbar; dagegen kann die den schräg gestellten Linien entsprechende Aufhellung infolge der Spaltausdehnung der Beobachtung gänzlich ent-

gehen. Die genauere Untersuchung der Aufhellungen wurde erst dadurch möglich, daß dicht vor dem Spalt des Spektrographen quer zur Spaltrichtung eine Spaltblende von nur 0,2 bis 0,1 mm Weite gesetzt wurde. Es entstand so eine quadratische Blendenöffnung von etwa 0,12 mm Kantenlänge, die gelegentlich durch eine runde Blende von 0,18 mm Durchmesser ersetzt wurde. Die zur Erzeugung des Spektrums verwandte Strahlenmenge war dadurch natürlich erheblich eingeschränkt. Da der kontinuierliche Grund des Spektrums zur Beobachtung der Aufhellungen gut geschwärzt erscheinen muß, waren relativ lange Belichtungszeiten (4 bis 8 Stunden für einen Spektralbereich von  $4^\circ$ ) nötig. Als Antikathode diente meist Kupfer, das durch Zerstäubung von der Glühkathode her von selbst einen dünnen Wolframüberzug erhält, ein Umstand, der günstig ist, da die Intensität des kontinuierlichen Spektrums mit der Ordnungszahl des Elementes auf der Antikathodenfläche wächst. Es wurden darum auch Antikathoden mit eingesetzter Wolframscheibe verwandt.

5. Die so entwickelte Versuchsanordnung gestattete den Verlauf der Aufhellungslinien für jedes Azimut ( $\alpha$ ) der Einfallsebene durch das ganze Spektrum hindurch zu verfolgen. Es zeigte sich, daß die in normalen Spektralaufnahmen ( $\alpha = 0^\circ$ ) bei 1,778 Å aufgefundene helle Linie mit zunehmendem  $\alpha$  durch das ganze Spektrum hindurch wandert. Wir finden sie z. B. in dem auf Abb. 5 wiedergegebenen Spektrum, das mit einem mittleren Einfallszimut  $\alpha_0 = 72^\circ$  aufgenommen ist, in der Nähe der Silberbandkante ( $\lambda = 0,485$  Å). Die Verfolgung bis zu dieser Stelle hatte aber bereits eine Reihe von Überraschungen ergeben. An mehreren Stellen fanden sich Kreuzungspunkte mit anderen hellen Linien. Damit war die Existenz einer Reihe von neuen Aufhellungslinien festgestellt. Sie wandern mit zunehmendem Azimut  $\alpha$  zum Teil nach der kurzwelligen, zum Teil nach der langwelligen Seite, und zwar mit verschiedener Geschwindigkeit. Das bedingt eine große Anzahl von Kreuzungspunkten. Abb. 6 gibt dafür ein Beispiel für etwa  $\alpha = 30^\circ$ . Auffällig erschien, daß sich in diesen Kreuzungspunkten meist mehr als zwei Linien schneiden; meist schienen 3 bis 4 Linien durch einen Punkt zu gehen.

In die zunächst verwirrende Fülle des Beobachtungsmaterials kommt eine gewisse Ordnung bereits durch folgende Überlegung. Wenn die Aufhellungslinien mit der Gitterstruktur des Kristalls im Zusammenhang stehen, so muß sich die Symmetrie des Kristallgitters auch in der Linienanordnung bemerkbar machen. Da die drei Spaltflächen (Würfel Flächen) beim Steinsalz gleichwertig sind, so muß bei einem Einstellwinkel des Kristalls von  $\alpha = 45^\circ$  ein symmetrisches Linienbild erwartet werden: tatsächlich kreuzt sich für  $\alpha = 45^\circ$  die erst gefundene helle Linie symmetrisch mit einer zweiten.

## B. Auswertung der Beobachtungsergebnisse.

1. Zur quantitativen Darstellung der Beobachtungsergebnisse wurden zunächst versuchsweise die den aufgehellten Stellen des Spektrums entsprechenden Reflexionswinkel  $\vartheta$  als Funktion des Einfallszimuts in einem Kurvenbild aufgetragen. Dabei ist zu bedenken, daß die Reflexionswinkel  $\vartheta$ , die den einzelnen Stellen einer hellen Linie entsprechen, aus der Lage im Spektrum, d. h. durch Abstandsmessung gegen bekannte Spektrallinien, mit großer Genauigkeit bestimmbar sind. Die Messung des Azimuts  $\alpha$  der Einfallsebene erfordert dagegen die Bestimmung der beiden Winkel  $\alpha_0$  und  $\varepsilon$ , aus denen sich das Azimut additiv zusammensetzt ( $\alpha = \alpha_0 - \varepsilon$ , siehe Abb. 3).

Der Winkel  $\varepsilon$  bestimmt die Neigung der Einfallebene gegen die Axialebene; er bedingt die Schrägstellung der Linie im Spektrum. Er ist für jeden Punkt der Linie mit derselben Genauigkeit wie  $\vartheta$  zu berechnen, und zwar als Quotient des Abstandes von der Mittellinie des Spektrums dividiert durch die Länge des Strahlenweges vom Spektralspalt bis zur photographischen Platte. Die Bestimmung des Einstellwinkels  $\alpha_0$  erfordert dagegen eine Winkelmessung am Kristall mit einer Genauigkeit von etwa 1 Bogenminute. Bei den vorliegenden Beobachtungen wurde die Messung zunächst nur durch Anlegen eines Transporteurs ausgeführt. Diese grobe Meßmethode genügte indes für einen zunächst wichtigen Nachweis. Die Schrägstellung der hellen Linie in *einer* Aufnahme ergibt bereits eine bestimmte Abhängigkeit des Reflexionswinkels  $\vartheta$  vom Winkel  $\varepsilon$ . Es zeigte sich nun, daß sich diese als Abhängigkeit von  $\alpha$  betrachten läßt, da sie sich dem Kurvenzug glatt einfügt, der bei Einstellung verschiedener Winkel  $\alpha_0$  die Änderung des Winkels  $\vartheta$  mit dem Winkel  $\alpha$  wiedergibt. In Abb. 7 ist eine Anzahl zusammengehöriger, d. h. *einer* Spektralaufnahme (gleichem  $\alpha_0$ ) entsprechender Beobachtungspaare durch Klammern gekennzeichnet. Man sieht, daß ein Beobachtungspaar der Neigung der Kurven stets sehr gut angepaßt ist, entsprechend der Genauigkeit der Bestimmung von  $\varepsilon$ . Dagegen liegen manche Paare infolge der Unsicherheit in der Bestimmung von  $\alpha_0$  seitwärts des Kurvenzuges.

Trotzdem wurde fürs erste auf eine genauere Winkelmessung von  $\alpha_0$  verzichtet. Es gelang nämlich sofort, für die erst gefundene Linie, später auch für die anderen Linien, die sehr einfache Gesetzmäßigkeit des Linienverlaufs zu erkennen. Sie ist gegeben durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \cos \alpha,$$

während sie die unter  $\alpha = 45^\circ$  kreuzende symmetrische Kurve durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \sin \alpha$$

bestimmt ist. Im folgenden wurde die exakte Glütigkeit dieser Gleichungen vorausgesetzt. Durch diese Annahme war es möglich, nach nur grober Winkelbestimmung den Winkel  $\alpha$  auf allen Aufnahmen zu korrigieren, die eine der beiden Linien enthielten.

Das in Abb. 7 wiedergegebene Beobachtungsmaterial wurde in der Weise gewonnen, daß zunächst durch geeignete Einstellung des Kristalls und geeignete Wahl des aufzunehmenden Spektralbezirkes der Verlauf der Kurven  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \cos \alpha$  und  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \sin \alpha$ , die im folgenden die Bezeichnung 3,0 und 0,3 tragen sollen, verfolgt wurde. Sodann wurde der Verlauf der Kurven, die an den einzelnen Kreuzungspunkten neu auftraten, verfolgt und so fortgefahren, bis die Gesetzmäßigkeit der Kurvenzüge hinreichend festgestellt zu sein schien. Die Abb. 7 steht in einfacher Beziehung zu den Spektralaufnahmen: eine Spektralaufnahme stellt einen horizontalen Streifen-ausschnitt aus dem Bilde dar, in einer Breite von etwa  $4^\circ$  des Winkels  $\alpha$ . Allerdings erscheint die Neigung der hellen Linien im Bilde flacher als in den Spektren, da der Abszissenmaßstab ( $\vartheta$ ) etwa doppelt so groß gewählt ist als der Maßstab der Ordinaten  $\alpha$ .

Das Kurvenbild läßt eine Reihe von übersichtlichen Zügen ohne weiteres erkennen. Erwähnt wurde bereits das Vorherrschen mehrfacher Knotenpunkte und die Symmetrie um die Gerade  $\alpha = 45^\circ$ . Sie tritt in der Darstellung nicht augenfällig hervor, da die Kurven oberhalb  $45^\circ$  nur angedeutet sind, hat sich aber bei allen Be-

obachtungen bestätigt. Sie deutet auf einen engen Zusammenhang mit der Gitterstruktur des Kristalls. Unter den Kurven lassen sich verschiedene Typen erkennen: eine Schar konvergiert mit verschwindendem  $\vartheta$  gegen den Punkt  $\alpha = 0$ , eine zweite gegen den Punkt  $\alpha = 26^\circ 34'$  ( $\text{tg } \alpha = \frac{1}{2}$ ), eine dritte gegen den Punkt  $\alpha = 45^\circ$  ( $\text{tg } \alpha = 1$ ). Die Bedeutung dieser Konvergenzpunkte wird später zu besprechen sein.

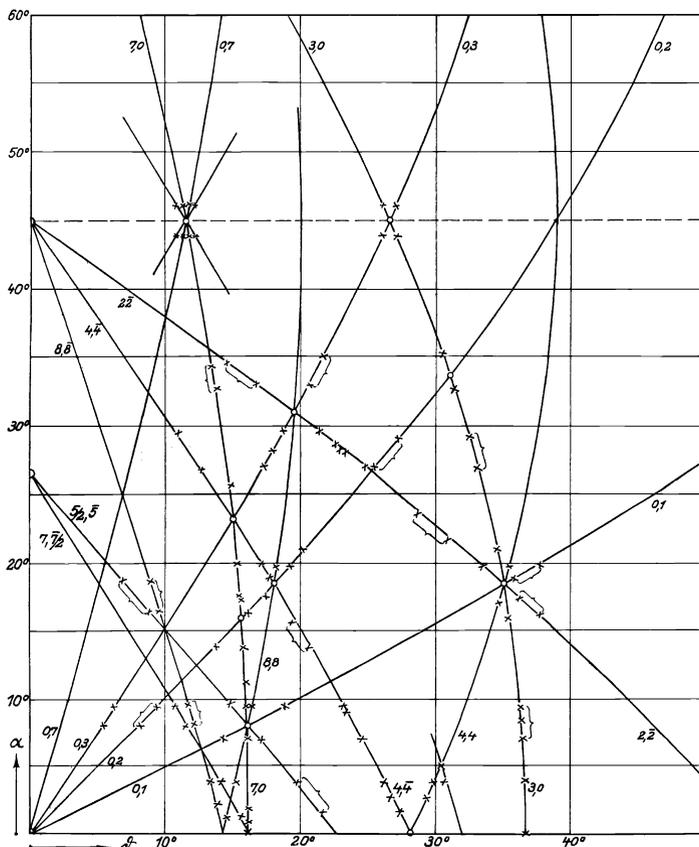


Abb. 7. Beobachtete Aufhellungskurven. Kurven von der Gleichung  $\text{tg } \vartheta = \frac{\cos \alpha}{m} + \frac{\sin \alpha}{n}$  tragen die Bezeichnung  $m, n$ . Negative Zahlen  $m$  oder  $n$  sind durch einen Strich über der Zahl bezeichnet (z. B. 8,8, entsprechend  $\text{tg } \vartheta = \frac{\cos \alpha}{8} - \frac{\sin \alpha}{8}$ ).

Die ausgemessenen Punkte sind durch ein Kreuz bezeichnet. Einige der einer Aufnahme entnommenen Beobachtungspaare sind durch Klammern gekennzeichnet.

Berichtigung zu Abb. 7: Die Abszissenwerte ( $\vartheta$ ) sind durch ein Versehen falsch bezeichnet.

Die Bezeichnung für $\vartheta$ mit . . . . .	10°	20°	30°	40°
ist zu ersetzen durch . . . . .	5°	10°	15°	20°
Diesen Einfallswinkeln $\vartheta$ entsprechen die Wellenlängen $\lambda =$	0,490	0,977	1,457	1,925 Å

Scheinbar gibt es noch eine andere Art von Kurven, die schräg in der Abszissenachse münden, und zwar zum Teil gemeinsam mit Kurven des dritten Typs. Diese schräg einmündenden Kurven lassen sich als schräge Aufhellungslinien in normalen Spektrogrammen ( $\alpha = 0^\circ$ ) beobachten, wenn man den Spektrographenspalt durch eine Lochblende ersetzt. Nur dadurch, daß man bei Spektralaufnahmen mit einem Spalt von endlicher Höhengausdehnung zu arbeiten gewohnt ist, sind sie bisher der Beobachtung entgangen.

2. Geometrische Deutung. Die beobachteten Kurvenzüge lassen sich durch folgende Gleichungen darstellen.

1. die vom Punkt  $\alpha = 0$ ,  $\vartheta = 0$  ausgehenden Kurven:

$$\begin{aligned} \text{Kurve 0, 1: } & \operatorname{tg} \vartheta = \sin \alpha, \\ \text{,, 0, 2: } & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{2} \sin \alpha, \\ \text{,, 0, 3: } & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \sin \alpha, \\ \text{,, 0, 7: } & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{7} \sin \alpha. \end{aligned}$$

Diese 4 Kurven schneiden für  $\alpha = 90^\circ$  die Abszissenachse senkrecht. Die ihnen durch Symmetrie entsprechenden: 1,0 ( $\operatorname{tg} \vartheta = \cos \alpha$ ) erscheinen also im normalen Spektrum als helle, den Spektrallinien nahezu parallele, scheinbare Absorptionslinien. Danach müssen außer den beiden schon bekannten Linien für  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3}$  und  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{7}$  auch die obenerwähnten Linien für  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{2}$  und  $\operatorname{tg} \vartheta = 1$  auftreten ( $\vartheta = 26^\circ 34'$  und  $= 45^\circ$ ). Sie entsprechen beim Steinsalz Wellenlängen von 2,517 und 3,980 Å. Zum Nachweis dieser Linien müßte ein Vakuumspektrograph verwandt werden.

2. Die vom Punkt  $\alpha = 26^\circ 34'$ ,  $\vartheta = 0$  ausgehenden Linien:

$$\begin{aligned} \text{Kurve}^1) \text{ 5/2, } \bar{5}: & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{2}{5} \cos \alpha - \frac{1}{5} \sin \alpha, \\ \text{,, 7/2, } \bar{7}: & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{2}{7} \cos \alpha - \frac{1}{7} \sin \alpha. \end{aligned}$$

3. Die vom Punkt  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\vartheta = 0$  ausgehenden Linien:

$$\begin{aligned} \text{Kurve 2, } \bar{2}: & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha, \\ \text{,, 4, } \bar{4}: & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{4} \cos \alpha - \frac{1}{4} \sin \alpha, \\ \text{,, 8, } \bar{8}: & \operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{8} \cos \alpha - \frac{1}{8} \sin \alpha. \end{aligned}$$

Aus Gründen der Gittersymmetrie folgen aus diesen Gleichungen neue Linien durch Vertauschung von  $\sin \alpha$  mit  $\cos \alpha$  (Symmetrie um  $\alpha = 45^\circ$ ) und durch Vertauschung von  $\sin \alpha$  mit  $-\sin \alpha$ , also  $\alpha$  mit  $-\alpha$  (Symmetrie um  $\alpha = 0^\circ$ ). Auf diese Weise entstehen außer den schon bekannten Linien  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \cos \alpha$  usw. neue Linien, wie z. B. die Linien  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{4} \cos \alpha + \frac{1}{4} \sin \alpha$  und  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{8} \cos \alpha + \frac{1}{8} \sin \alpha$ , die im Kurvenbild mit 4,4 und 8,8 bezeichnet sind. Diese beiden ordnen sich also ebenfalls in den Typ 3 ein; sie konvergieren gegen  $\alpha = -45^\circ$ ;  $\vartheta = 0$ .

Bis auf einige bisher nicht unterzubringende Kurvenstücke sind also alle beobachteten Kurven  $m$ ,  $n$  darstellbar durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{m} \cos \alpha + \frac{1}{n} \sin \alpha.$$

<sup>1)</sup> Die Bezeichnung der Kurve durch „5/2,  $\bar{5}$ “ deutet hin auf die reziproken Werte der Faktoren ( $\frac{2}{5}$  bzw.  $\frac{1}{5}$ ) von  $\cos \alpha$  bzw.  $\sin \alpha$  in der Kurvengleichung. Das Minuszeichen von  $-\frac{1}{5}$  ist dabei der Kürze halber über die Zahl 5 gesetzt, entsprechend einer bei kristallographischen Indizes üblichen Schreibweise.

Es ist nun die Frage zu stellen, welches der Verlauf der einem Kurvenzug  $m, n$  entsprechenden Strahlen im Kristall ist. Es soll gezeigt werden, daß diese Strahlen im Kristall einer Ebene parallel laufen, deren Richtung durch  $m$  und  $n$  bestimmt ist. Die hellen Linien einer Spektralaufnahme entstehen als Schnittlinien dieser ausgezeichneten Ebenen mit der photographischen Platte. Wir legen, um das zu zeigen, ein rechtwinkliges Koordinatensystem  $X, Y, Z$  mit den Koordinaten parallel zu den Kanten des Steinsalzwürfels (Gittertranslationen), und zwar so, daß die  $X, Z$ -Ebene mit der reflektierenden Spaltfläche des Steinsalzwürfels zusammenfällt. Die Drehkristallachse (Drehachse des Bragg'schen Spektrographen) möge bei der normalen Spektralaufnahme ( $\alpha_0 = 0^\circ$ ) mit der  $Z$ -Achse zusammenfallen. Für endliche Werte von  $\alpha_0$  bildet sie dann den Winkel  $\alpha_0$  mit der  $Z$ -Achse, bleibt aber in der  $X, Z$ -Ebene. Wir betrachten nun die Strahlen in der Axialebene, die durch die  $Y$ -Koordinate gelegt ist. Sie verlaufen beim Austritt aus dem Kristall für den Fall  $\alpha = 0$  in der  $X, Y$ -Ebene. Im allgemeinen Fall ist die Axialebene  $OBR$  um den Winkel  $\alpha_0$  gegen die  $X, Z$ -Ebene geneigt. In Abb. 8 sei  $BR$  ein Strahl, der in einer um den Winkel  $\alpha$  gegen die  $X, Y$ -Ebene geneigten Ebene verläuft.  $ORB$  ist dann das Komplement des Reflexionswinkels  $\vartheta$ . Wir legen durch den Strahl außerdem eine Ebene, die auf den Koordinaten die Strecken  $a, b, c$  abschneidet (Schnittpunkte  $A, B, C$ ). Die Gleichung der Geraden  $AC$  ist dann:

$$\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 1$$

oder da  $x = OR \cos \alpha$ ;  $z = OR \cdot \sin \alpha$ , aber  $OR = \frac{b}{\operatorname{tg} \vartheta}$ :

$$\frac{\cos \alpha}{m} + \frac{\sin \alpha}{n} = \operatorname{tg} \vartheta,$$

mit

$$\frac{a}{b} = m, \quad \frac{c}{b} = n.$$

Man erhält also die für die Aufhellungskurven aus den Beobachtungen abgeleitete Gleichung. Damit ist auch die Beziehung der Achsenabschnitte der ausgezeichneten Ebene zu den ihr entsprechenden Konstanten  $m$  und  $n$  der Kurven festgelegt.

Bei der Reflexion von Röntgenstrahlen am Kristall spielen Ebenen von ganz bestimmten im Kristall festliegenden Richtungen eine ausgezeichnete Rolle: die in ihnen verlaufenden Strahlen treten bei der Reflexion mit geschwächter Intensität aus. — Wir bezeichnen diese Ebenen im folgenden als „ausgezeichnete Ebenen.“

## II. Theoretische Deutung der Aufhellungserscheinungen.

### A. Erklärungsgrundlage.

Die Erklärung der hier beschriebenen Aufhellungserscheinungen aus der Gitterstruktur schien zunächst auf eine Schwierigkeit zu stoßen: „die ausgezeichneten Ebenen“ haben im Gitter zum Teil eine so hohe Indizierung (wie z. B. die Ebene

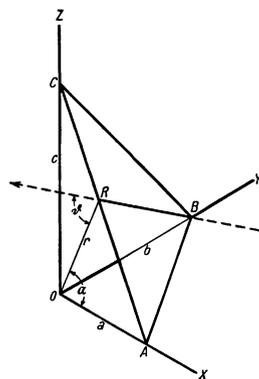


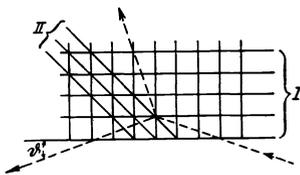
Abb. 8. Perspektivische Skizze für den Zusammenhang der Aufhellungskurve ( $\vartheta = f(\alpha)$ ) mit der ausgezeichneten Ebene  $ABC$ .  $a, b, c$  sind die Achsenabschnitte dieser Ebene.

mit den Millerschen Indizes (170), daß man ihnen kaum noch eine besondere physikalische Bedeutung zutrauen möchte. Auch war ein einfaches Zusammenwirken interferierender Strahlenbündel von vornherein als Erklärung auszuschließen<sup>1)</sup>, denn es können durch Zusammenwirken einer großen Zahl von Wellenzügen zwar scharfe Maxima in der Verteilung der Intensität entstehen, niemals aber scharf begrenzte Minima. Es ist hier vielmehr der Grund anzugeben, warum die Intensität der entsprechend der Braggschen Regel durch Interferenzwirkung erzeugten Reflexion an einzelnen scharf begrenzten Stellen geschwächt erscheint.

Nach der Braggschen Auffassung entsteht die Reflexion der Röntgenstrahlen an einer Netzebenenschar durch das Zusammenwirken der einzelnen Wellenzüge, die von den gleich wie mit Atomen besetzten einzelnen Netzebenen gebeugt bzw. reflektiert werden. Nun kann man jedes Atom einer Netzebene auch eingeordnet denken in andere, die betrachtete Netzebenenschar kreuzende, Netzebenen. Das bei der Reflexion an der ersten Netzebenenschar mitwirkende Atom wirkt also gleichzeitig mit bei der Reflexion desselben Strahles an anders gerichteten Netzebenenscharen. Diese gleichzeitige Reflexion an verschiedenen Netzebenenscharen ist vom Laue-Diagramm her bekannt. Ein monochromatischer Strahl, der unter dem durch die Braggsche Gleichung bestimmten Einfallswinkel auf eine Netzebenenschar trifft, wird an dieser reflektiert, wird aber im allgemeinen von den sie kreuzenden Netzebenenscharen nicht reflektiert werden, da seine Wellenlänge der Braggschen Reflexionsbedingung nicht entspricht. Es gibt aber Fälle, in denen solch eine mehrfache Reflexion zustande kommt, in denen also das entsprechende Laue-Diagramm mehrere Flecke von gleicher Wellenlänge aufweist. Ich werde zur Erklärung der Aufhellungen im Röntgenspektrum von der Annahme ausgehen, daß in solchen Fällen eine gegenseitige Schwächung der Reflexionsintensitäten eintritt. Ein Atom, das zwei verschiedenen, gleichzeitig denselben monochromatischen Strahl reflektierenden Netzebenen angehört, würde danach eine bestimmte Menge Streuenergie, die es im allgemeinen in einer bestimmten Reflexionsrichtung abgibt, in diesem besonderen Falle auf zwei Richtungen verteilen<sup>2)</sup>.

Man pflegt als Zentrum der Streuung das einzelne Elektron zu betrachten. Nach der klassischen Vorstellung nimmt das Elektron durch Mitschwingen Energie aus

<sup>1)</sup> Die Summierung der von den einzelnen Streuzentren herrührenden Teilwellenzüge zur Gesamtwirkung (Interferenzwirkung) kann in verschiedener Reihenfolge erfolgen; das Ergebnis muß von der Reihenfolge unabhängig sein, wie auch die Gleichheit des Ergebnisses der von Laueschen und der späteren Braggschen Behandlungsmethode zeigt. Es wäre also aussichtslos, die vorliegenden Auslöschungserscheinungen durch irgendein anderes Summierungsverfahren herausrechnen zu wollen. Die hier vor zuschlagende Erklärung ist vielmehr vom Typ der von P. Ewald für die endliche Breite der Interferenzmaxima (Spektrallinien) verwandten; sie berücksichtigt die den Primärstrahl schwächende Wirkung der gerichteten Streuung. Ob sie in den Ewaldschen Ansätzen enthalten ist, habe ich noch nicht untersuchen können.



Schema der Reflexion des unter dem Einfallswinkel  $\text{tg } \varphi = \frac{1}{3}$  auf ein einfach kubisches Gitter fallenden Strahls durch 2 Netzebenenscharen I und II.

<sup>2)</sup> Man überzeugt sich z. B. durch eine einfache Rechnung leicht, daß der in nebenstehendem Bild angedeutete Strahl gleichzeitig an den Netzebenen I und II reflektiert wird. Es wird sich herausstellen, daß zur Erklärung aller beobachteten Aufhellungen nur Ebenen mit niedrigen Indizes herangezogen zu werden brauchen. Die hohen Indizes der „ausgezeichneten Ebenen“ bieten also nur scheinbar eine Schwierigkeit; sie erklären sich durch Reflexion an sehr niedrig indizierten Netzebenen.

dem Strahlungsfeld auf, das wir als monochromatisch annehmen wollen, und strahlt sie, in jedem Augenblick seiner Beschleunigung entsprechend, wieder in die Umgebung aus. Die Verteilung des Energiestromes in unmittelbarer Umgebung des Elektrons zeigt noch keine bevorzugte Interferenzrichtung; der in der Reflexionsrichtung verlaufende Interferenzstrahl ist erst in einer Entfernung vom Elektron ausgebildet, die groß ist gegen die Atomabstände. Legen wir eine Kugel eng um das Elektron, so erscheint der ausgestrahlte Energiestrom auf der Kugeloberfläche etwa so verteilt, wie es einem schwingenden Dipol entspricht. Der Gesamtbetrag des aus der Kugel austretenden Energiestromes erscheint auf einer großen um das Elektron gelegten Kugeloberfläche an der einen Stelle konzentriert, die dem „reflektierten“ Interferenzstrahl entspricht. Dorthin ist die Energie dem Poynting'schen Satz entsprechend gelangt, und zwar in Bahnen, die vom Elektron allseitig ausgehen, zum Teil also anfangs stark gekrümmt, dann immer gestreckter verlaufen.

Sind mehrere reflektierte Strahlen (von verschiedenen Netzebenenscharen) vorhanden, so muß die vom Elektron ausgestrahlte Gesamtenergie sich auf diese Strahlen verteilen. Die Energieaufnahme des Elektrons ist aber nur von dem Strahlungsfeld in unmittelbarer Umgebung des Elektrons abhängig, insbesondere also unabhängig von den Bahnen, in die der vom Elektron kommende Energiestrom durch Interferenzwirkung späterhin gelenkt wird. Die Energieausstrahlung des Elektrons ist durch dessen jeweiligen Beschleunigungszustand bestimmt. Demnach kann das Elektron für zwei reflektierte Strahlen zusammen nicht mehr Energie zur Verfügung stellen wie für den im allgemeinen Fall entstehenden einen reflektierten Strahl.

Bei diesen Betrachtungen ist von gewissen Schwierigkeiten ganz abgesehen worden, die auftreten, wenn man nicht etwa die Kernelektronen allein als Zentren der Streuung ansehen will, aber der Vorstellung der gerichteten Streuung ganz allgemein anhaften. Auf quantentheoretischer Grundlage ist die gerichtete Streuung zur Zeit noch nicht deutbar. Aber auch hier wäre es plausibel, daß bei Streuung von Lichtquanten nach zwei Richtungen auf jede einzelne Richtung eine geringere Zahl von Quanten kommen als bei Streuung in einer Richtung.

Es soll nach diesen Überlegungen die Erklärungsgrundlage der Aufhellungserscheinungen folgende sein: Eine Intensitätsschwächung der monochromatischen, von einer Netzebenenschar reflektierten Strahlung tritt dann ein, wenn diese Strahlung gleichzeitig von anderen Netzebenen reflektiert, dabei also in mehrere Teilbündel geteilt wird. Quantitativ ist diese Aufhellung in erster Annäherung durch den Ansatz zu bestimmen, daß die Gesamtintensität der Teilbündel ebenso groß ist wie die bei einfacher Reflexion reflektierte Strahlenmenge. Die Verteilung der Strahlung auf die einzelnen Teilbündel richtet sich nach dem Reflexionsvermögen der betreffenden Netzebenen. Man wird versuchen können, die Verteilung nach Analogie des bei Behandlung der Kristallreflexion üblichen Verfahrens mit Hilfe des Lorentz-Faktors und des Polarisationsfaktors zu berechnen.

## B. Allgemeine Folgerungen.

Im folgenden sind zunächst einige allgemeine Folgerungen aus diesen Sätzen zu besprechen. Dann sollen die Aufhellungskurven bis zu einem gewissen Aufhellungsgrade herab berechnet und mit den beobachteten Aufhellungslinien (Abb. 7) verglichen werden.

### 1. Anwendung des reziproken Gitters.

Wir stellen zunächst die geometrischen Bedingungen fest, unter denen ein Strahl von bestimmter Wellenlänge  $\lambda$  durch zwei Netzebenen gespalten und in verschiedenen Richtungen reflektiert wird.

Wir bedienen uns dabei, wie bei allen folgenden Überlegungen, der Darstellung durch das reziproke Gitter<sup>1)</sup>, das die Reflexionsbedingungen stets in einfacher und übersichtlicher Weise erkennen läßt. Im reziproken Gitter erscheinen die Netzebenen für den Reflexionsvorgang durch das Einfallslot vertreten. Es läßt sich folgendermaßen aufbauen: Es seien  $\mathfrak{h}_1, \mathfrak{h}_2, \mathfrak{h}_3$  drei Vektoren, deren Richtungen mit den Loten der drei Hauptnetzebenenscharen eines einfachen Kristallgitters zusammenfallen. Den absoluten Betrag dieser Vektoren machen wir den reziproken Abständen der ihnen entsprechenden Netzebenenscharen gleich und stellen mit  $\mathfrak{h}_1, \mathfrak{h}_2, \mathfrak{h}_3$  als Translationen ein Punktgitter her. Jeder Gitterpunkt bestimmt dann einen Vektor  $\mathfrak{h} = h_1 \mathfrak{h}_1 + h_2 \mathfrak{h}_2 + h_3 \mathfrak{h}_3$  mit den Vektorkomponenten  $h_1, h_2, h_3$ ; er entspricht einer auf ihm senkrechten Netzebenenschar mit den Millerschen Indizes  $h_1, h_2, h_3$ , deren Netzebenenabstand durch die reziproke Länge des Vektors bestimmt ist, soweit  $h_1, h_2, h_3$  teilerfremd sind. Haben sie einen gemeinsamen Teiler  $n$ , so liegen auf dem Vektor  $\mathfrak{h}$  außer einem Endpunkte noch  $(n - 1)$  Punkte des reziproken Gitters; die Länge des Vektors würde einem Netzebenenabstand entsprechen, der nur  $\frac{1}{n}$  des wirklichen Netzebenenabstandes ist. Falls in den Reflexionsbedingungen Indextrippel  $h_1, h_2, h_3$  mit dem gemeinsamen Teiler  $n$  vorkommen, bedeuten sie also Reflexionen  $n$ ter Ordnung an den Ebenen  $\left(\frac{h_1}{n}, \frac{h_2}{n}, \frac{h_3}{n}\right)$ .

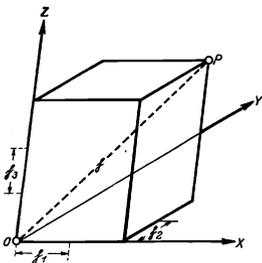


Abb. 9. Perspektivische Skizze zur Veranschaulichung der Bezeichnung einer Netzebene (223) im reziproken Gitter durch den Punkt  $P$ .

Damit ist jede Netzebenenschar im reziproken Gitter durch die Richtung von  $\mathfrak{h}$  (Einfallslot) gekennzeichnet, während ihr Gitterabstand der Länge des Vektors  $\mathfrak{h}$  entspricht. In Abb. 9 ist zur Veranschaulichung an einem Beispiel der zur Netzebene (223) gehörige Vektor  $\mathfrak{h}$  mit dem Endpunkt  $P$  angedeutet.

### 2. Reflexionsbedingung und ausgezeichnete Ebene.

Es sei in Abb. 10  $r$  der einfallende Röntgenstrahl, der bei  $O$  von einer Netzebene  $\mathfrak{h}$  mit der Gitterkonstanten  $d$  reflektiert wird. Der Strahl bildet also mit  $\mathfrak{h}$  (dem Einfallslot) den Winkel  $\varphi = 90 - \vartheta$ . Der reflektierte Strahl liegt mit  $r$  und  $\mathfrak{h}$  in derselben Ebene und bildet mit  $\mathfrak{h}$  denselben Winkel  $\varphi$ . Das Diagramm gibt aber auch sofort die Wellenlänge  $\lambda$  des Strahles. Wir errichten auf der Vektorstrecke  $\mathfrak{h}$  das Mittellot, das den Strahl  $r$  im Punkt  $P$  schneidet; da  $|\mathfrak{h}| = d$ , ist die Strecke  $OP = r = \frac{1}{2d \sin \vartheta}$ . Nach der Bragg'schen Reflexionsbedingung ist aber  $\lambda = 2d \sin \vartheta$ .

Also ist  $r = \frac{1}{\lambda}$ . Der Endpunkt des Vektors  $\mathfrak{h}$  liegt auf dem mit dem Radius  $r$  um  $P$ , den „Ausbreitungspunkt“, geschlagenen Kreis. Bezeichnet  $\mathfrak{f}$  irgendeine andere Netzebenenschar, deren Einfallslot mit  $r$  und  $\mathfrak{h}$  in derselben Ebene liegt, so ist für diese die

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. Ewald: Kristalle und Röntgenstrahlen. S. 246ff., Berlin 1923.

Reflexionsbedingung dann erfüllt, wenn der Endpunkt von  $\mathfrak{f}$  ebenfalls auf die Kreisperipherie fällt; denn das Mittellot auf  $\mathfrak{f}$  geht dann ebenfalls durch den Ausbreitungspunkt  $P$ . Man sieht hieraus, daß es in der Normalebene zweier Netzebenenscharen  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  stets einen Strahl von ganz bestimmter Richtung und Wellenlänge gibt, der von beiden Netzebenen gemeinsam reflektiert, also in zwei reflektierte Strahlen gespalten wird. Man findet den Ausbreitungspunkt  $P$ , und damit Richtung und Wellenlänge des Strahls, als den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf den beiden Vektorstrecken  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$ .

Es möge nun der Fall betrachtet werden, daß der Strahl nicht in der durch  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  bestimmten Ebene liegt. Zur geometrischen Darstellung dieses allgemeineren Falles denken wir uns den Punkt  $P$  aus der Zeichenebene in Abb. 10 herausgezogen. Die Einfallsebenen des Strahles  $r$  für die Netzebenen  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  schneiden sich dann in der Geraden  $PO$ . Der Ausbreitungspunkt  $P$  ist wieder der Schnittpunkt der beiden auf  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  in ihren Einfallsebenen errichteten Mittellote; er liegt also stets auf der Schnittgeraden der beiden auf  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  mittelsenkrechten Ebenen. Alle von beiden Ebenen gemeinsam reflektierten Strahlen verlaufen also in der durch diese Schnittgerade und den Punkt  $O$  gelegten Ebene; sie entspricht der durch die Beobachtungen nachgewiesenen „ausgezeichneten Ebene“. Die Endpunkte der Vektoren  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  liegen auf der mit dem Radius  $r$  um den Ausbreitungspunkt  $P$  beschriebenen Kugelfläche, der „Ausbreitungskugel“.

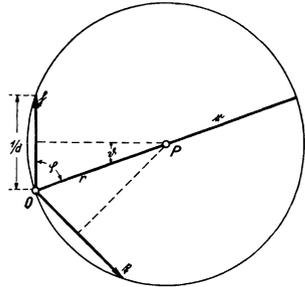


Abb. 10. Zwei Netzebenen  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  im reziproken Gitter mit dem einfallenden Strahl  $r$ .

### 3. Gleichung der Aufhellungslinie.

Bei den im ersten Teil geschilderten Versuchen wurde stets die von einer und derselben Netzebene reflektierte Strahlung beobachtet, die zur Erzeugung des Spektrums diente. Die Aufnahme des Spektrums nach der Drehkristallmethode ist gleichbedeutend mit einem Wandern des Ausbreitungspunktes  $P$  in der Einfallsebene längs der Mittelsenkrechten auf  $\mathfrak{h}$ . Dabei durchschreitet der Punkt die in Abb. 10 für  $P$  angegebene Lage, für die gleichzeitig Reflexion durch  $\mathfrak{f}$  und damit Schwächung des von  $\mathfrak{h}$  reflektierten Strahles eintritt. Bei dieser Lage wird Aufhellung im Spektrum beobachtet. Bezeichnet man den Winkel, den die Einfallsebene des Strahles  $r$  (Ebene  $r, \mathfrak{h}$ ) mit der Ebene von  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  bildet, durch  $\alpha$ , so entspricht jeder Lage des Ausbreitungspunktes ein bestimmtes Wertepaar von  $\alpha$  und dem Einfallswinkel  $\vartheta$  (und damit der Wellenlänge). Läßt man nun  $P$  auf der Geraden senkrecht zur Zeichenebene wandern, so ist stets die Aufhellungsbedingung erfüllt; man erhält also eine Beziehung zwischen  $\alpha$  und  $\vartheta$ , die der Gleichung der hellen Linie im  $\alpha, \vartheta =$  Diagramm entspricht. Sie läßt sich aus der Abb. 10 ohne weiteres ablesen. Bezeichnet man dort den Abstand des Punktes  $P$  vom Vektor  $\mathfrak{h}$  in der Zeichenebene mit  $m_1$ , den senkrechten Abstand des Punktes  $P$  von der Zeichenebene mit  $m_2$ , so ist offenbar

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}, \quad \text{wo} \quad |\mathfrak{h}| = \frac{1}{d},$$

$$\cos \alpha = \frac{m_1}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}.$$

Also

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{m_1} \cdot \cos \alpha ,$$

da  $m_1$  für jede Lage von  $P$  auf der zur Zeichenebene senkrechten Geraden konstant ist, ist diese Gleichung identisch mit der früher aus den Beobachtungen abgeleiteten Gleichung

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{m} \cos \alpha$$

mit

$$\frac{1}{m} = \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{m_1} .$$

Die Richtung der Drehkristallachse bei der Aufnahme eines als „normal“ bezeichneten Spektrums (S. 90) würde in Abb. 10 zur Zeichenebene senkrecht stehen;  $\alpha$  bezeichnet auch die Abweichung der Drehkristallachse aus dieser Normallage. Es möge nun außer  $\mathfrak{f}$  noch eine zweite aufhellende Netzebene  $i$  vorhanden sein, deren Ebene nicht mit der  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{f}$  gemeinsamen Ebene zusammenfällt. Zur Ableitung der Gleichung der ihr zukommenden Aufhellungslinie können wir die Zeichenebene mit der Ebene  $\mathfrak{h}$ ,  $i$  zusammenfallen lassen, die mit der Ebene  $\mathfrak{h}$ ,  $\mathfrak{f}$  den Winkel  $\eta$  bilden möge. Die Gleichung dieser neuen Linie unterscheidet sich von der vorigen nur dadurch, daß  $\alpha$  von einem anderen Anfangspunkt an gerechnet ist; wir erhalten sie also, indem wir  $\alpha$  durch  $\alpha - \eta$  ersetzen, in folgender Form:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \left( \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{m_1} \cos \eta \right) \cdot \cos \alpha + \left( \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{m_1} \cdot \sin \eta \right) \cdot \sin \alpha . \quad (1)$$

Dies entspricht der aus den Beobachtungen gewonnenen allgemeinen Gleichung:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{m} \cos \alpha + \frac{1}{n} \sin \alpha ,$$

mit

$$\frac{1}{m} = \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{m_1} \cos \eta ; \quad \frac{1}{n} = \frac{\frac{1}{2} |\mathfrak{h}|}{m_1} \sin \eta .$$

Man übersieht nun unmittelbar folgendes: In allen  $\alpha$ ,  $\vartheta$ -Kurven hat  $\vartheta$  (und damit  $\lambda$ ) einen Maximalwert (helle Linie parallel zu den Spektrallinien) für den Wert  $\alpha$ , wo die Drehkristallachse den beiden zusammenwirkenden Netzebenen parallel ist. Ferner nimmt  $\vartheta$  den Wert 0 an (die Kurve konvergiert gegen die Wellenlänge  $\lambda = 0$ ), wenn die Drehkristallachse in der Ebene der Normalen beider zusammenwirkenden Netzebenen liegt<sup>1)</sup>. Die beiden Werte  $\vartheta = \text{Maximum}$  und  $\vartheta = 0$  der  $\alpha$ ,  $\vartheta$ -Kurven liegen auf der  $\alpha$ -Achse um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben.

#### 4. Zusammenfassung.

Ohne Voraussetzung einer besonderen Form des Kristallgitters führt die angenommene Erklärungsgrundlage auf das Vorhandensein der ausgezeichneten Ebenen und auf eine mit den Beobachtungen übereinstimmende Beziehung zwischen der Lage der Aufhellungen im Spektrum ( $\vartheta$ ) und dem Einfallssazimut der Strahlung ( $\alpha$ ).

<sup>1)</sup> Die Drehkristallachse liegt stets in der Ebene der zur Erzeugung des Spektrums verwandten reflektierenden Fläche (hier der „reflektierenden“ Netzebene  $\mathfrak{h}$ , also  $\perp \mathfrak{h}$ ), da nur dann die Bragg'sche Fokussierungsbedingung für die Erzeugung des Spektrums erfüllt ist.

### C. Folgerungen für das einfache kubische Gitter.

#### 1. Vorbemerkungen über die Ermittlung der Aufhellungslinien.

Um die angenommene Erklärung genauer und im einzelnen zu prüfen, sollen die für ein einfaches kubisches Gitter zu erwartenden Aufhellungslinien abgeleitet und mit den am Steinsalz beobachteten Linien verglichen werden. Die ungleichartige Besetzung der Gitterpunkte (Cl und Na) soll dabei unberücksichtigt bleiben. Es sei vorweggenommen, daß sie sich bei den bisher angestellten Beobachtungen, die nur einen Überblick über die Aufhellungserscheinungen geben, nicht geltend zu machen scheint.

Der Versuchsanordnung entsprechend werden wir uns zunächst nur mit den Aufhellungen im Spektrum der Strahlen beschäftigen, die an einer Würfelfläche des Gitters (Steinsalzpaltfläche) reflektiert werden. Die Drehkristallachse liegt dann in dieser Würfelfläche. Als „normale“ Stellung der Drehkristallachse werden wir die einer zweiten Würfelfläche parallele Stellung bezeichnen. Die dritte Würfelfläche ist dann der „normalen“ Lage der Einfallsebene parallel. Den Winkel, um den Einfallsebene und Drehachse bei nicht normaler Stellung aus ihren Normalstellungen herausgedreht erscheinen, bezeichnen wir wie vorher mit  $\alpha$ . Wir benutzen ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen  $X, Z$ -Ebene die reflektierende Ebene ist. Seine  $Y$ -Achse soll mit der Normallage der Drehkristallachse zusammenfallen; die  $X, Y$ -Ebene ist dann die normale Einfallsebene. Den Koordinatenanfang legen wir in den Auftreffpunkt des Strahles, der von der positiven  $X, Y$ -Richtung her einfallen möge (siehe Abb. 11).

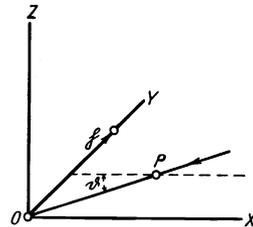


Abb. 11. Perspektivische Skizze für die Lage des einfallenden Strahls (Ausbreitungspunkt  $P$ ) und der reflektierenden Spaltfläche  $\eta$  des Steinsalzkristalls im Koordinatensystem  $X, Y, Z$ .

Das reziproke Gitter ist hier ein ebenfalls einfaches kubisches Gitter mit den Translationen  $\frac{1}{d}$  in der Richtung  $X, Y, Z$ , wenn  $d$  die Gitterkonstante des kubischen Kristallgitters bezeichnet. Die durch den Vektor  $\eta$  im reziproken Gitter vertretene reflektierende Netzebene bleibt dann stets der  $X, Z$ -Ebene parallel,  $\eta$  fällt dauernd in die  $Y$ -Achse. Die Länge von  $h$  ist  $\frac{1}{d}$ , wo  $d$  die Gitterkonstante bedeutet. Der Ausbreitungspunkt  $P$  liegt stets in der zu  $\eta$  mittelsenkrechten Ebene. Wir werden nun derartig vorgehen, daß wir den Ausbreitungspunkt zunächst in der  $X, Y$ -Ebene, also in Abb. 11 entlang der punktierten Linie, wandern lassen (normale Spektralaufnahme) und alle Lagen aufsuchen, in denen Netzebenenpunkte des reziproken Gitters auf den Ausbreitungskreis in der  $X, Y$ -Ebene fallen, in denen also Netzebenen mitreflektierend (aufhellend) auftreten. So werden alle aufhellend wirkenden Netzebenen aufzufinden sein, die der  $Z$ -Achse parallel sind. Sodann werden wir den Ausbreitungspunkt von den aufgefundenen Lagen aus der  $Z$ -Achse parallel aus der  $X, Y$ -Ebene herauswandern lassen, wobei wir uns nach den oben angestellten Überlegungen längs der  $\alpha, \vartheta$ -Werte einer Aufhellungslinie bewegen. Bei dieser Wanderung längs der  $Z$ -Achse wird jedesmal eine Reihe neuer mitreflektierender Ebenen aufgefunden werden. Die jeder mitwirkenden Ebene entsprechende Aufhellungslinie ist dann ebenfalls mit Hilfe des reziproken Gitters zu berechnen.

## 2. Überblick über das Zusammenwirken von Netzebenen.

Einen guten Überblick gibt allein schon die Betrachtung der Ausbreitungskreise in verschiedenen Ebenen.

a) Wir betrachten zunächst den Fall einer normalen Spektralaufnahme, wo der Ausbreitungspunkt in der  $X, Y$ -Ebene liegt, und zwar auf dem Mittellot der reflektierenden Würfel­fläche (siehe Abb. 11). Abb. 12 gibt noch einmal die  $X, Y$ -Ebene mit den Punkten des reziproken Gitters. Der erste Gitterpunkt auf der positiven  $Y$ -Achse vertritt die als reflektierende Fläche benutzte Würfel­fläche (010). Wir lassen nun den Ausbreitungspunkt  $P$  von der Mitte von  $\mathfrak{h}$  aus auf der punktierten Geraden fortwandern. Dabei dehnt sich der Ausbreitungskreis, der stets durch Anfangs- und Endpunkt von  $\mathfrak{h}$  gehen muß, mehr und mehr aus. Um die Frage der Mitreflexion

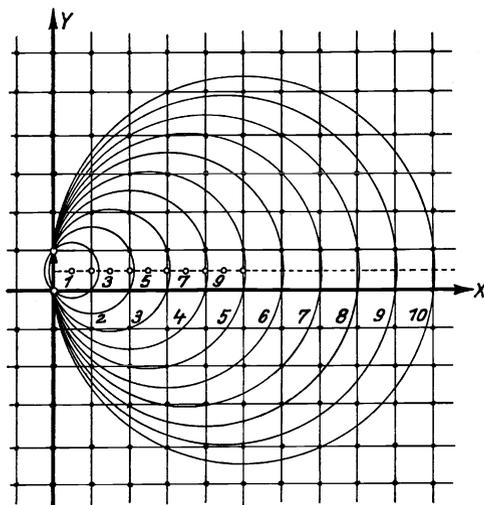


Abb. 12. Ausbreitungskreise in der  $X, Y$ -Ebene des reziproken Gitters. Die Mittelpunkte der Kreise tragen dieselbe Numerierung wie die zugehörigen Kreis­peripherien.

von Netzebenen zu entscheiden, haben wir dabei nur zu beachten, wann ein Punkt des reziproken Gitters auf die Peripherie des Ausbreitungskreises fällt. Die ganzzahligen Koordinaten dieses Punktes (mit der Translation  $\frac{1}{d}$  des Gitters als Einheitsmaß) geben unmittelbar die Millerschen Indizes der reflektierenden Netzebene. Der Radiusvektor  $OP$  bezeichnet die Strahlrichtung und die Wellenlänge. Man erkennt nun ohne weiteres, daß es eine Reihe von bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes gibt. Jedesmal nämlich, wenn die  $X$ -Koordinate von  $P$  ein halbes Vielfaches der Gittertranslation  $\frac{1}{d}$  ist, fällt eine Anzahl von Gitterpunkten auf den Ausbreitungskreis. Diese ausgezeichneten Lagen des Ausbreitungspunktes sind in Abb. 12 ebenso wie die entsprechenden Kreise mit den Zahlen 1, 2, 3... bezeichnet. Man sieht zunächst, daß alle Gitterpunkte der  $X$ -Achse,  $x = \frac{1}{d}, \frac{2}{d}, \frac{3}{d} \dots$  (also die Punkte (100), (200), (300)... auf den betreffenden Kreisen gleicher Nummer liegen. Das bedeutet, daß in allen bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes auch die zur  $X$ -Achse senkrechte Würfel­fläche den einfallenden Strahl reflektiert, und zwar in den Lagen 1, 2, 3... jeweils in 1., 2., 3. Ordnung usw. Auf denselben Kreisen liegen auch die Punkte (110), (210), (310) usw. Auf die ihnen entsprechenden Netzebenen fällt der Strahl stets senkrecht auf. Man überzeugt sich von diesen Beziehungen auch leicht durch Betrachtung des Strahlenganges im Kristallgitter selbst.

Es hat danach zunächst den Anschein, als käme man für jede bevorzugte Lage des Ausbreitungspunktes zu einer Aufhellung. Jedoch muß berücksichtigt werden,

von Netzebenen zu entscheiden, haben wir dabei nur zu beachten, wann ein Punkt des reziproken Gitters auf die Peripherie des Ausbreitungskreises fällt. Die ganzzahligen Koordinaten dieses Punktes (mit der Translation  $\frac{1}{d}$  des Gitters als Einheitsmaß) geben unmittelbar die Millerschen Indizes der reflektierenden Netzebene. Der Radiusvektor  $OP$  bezeichnet die Strahlrichtung und die Wellenlänge. Man erkennt nun ohne weiteres, daß es eine Reihe von bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes gibt. Jedesmal nämlich, wenn die  $X$ -Koordinate von  $P$  ein halbes Vielfaches der Gittertranslation  $\frac{1}{d}$  ist, fällt

eine Anzahl von Gitterpunkten auf den Ausbreitungskreis. Diese ausgezeichneten Lagen des Ausbreitungspunktes sind in Abb. 12 ebenso wie die entsprechenden Kreise mit den Zahlen 1, 2, 3... bezeichnet. Man sieht zunächst, daß alle Gitterpunkte der  $X$ -Achse,  $x = \frac{1}{d}, \frac{2}{d}, \frac{3}{d} \dots$  (also die Punkte (100), (200), (300)... auf den betreffenden Kreisen gleicher Nummer liegen. Das bedeutet, daß in allen bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes auch die zur  $X$ -Achse senkrechte Würfel­fläche den einfallenden Strahl reflektiert, und zwar in den Lagen 1, 2, 3... jeweils in 1., 2., 3. Ordnung usw. Auf denselben Kreisen liegen auch die Punkte (110), (210), (310) usw. Auf die ihnen entsprechenden Netzebenen fällt der Strahl stets senkrecht auf. Man überzeugt sich von diesen Beziehungen auch leicht durch Betrachtung des Strahlenganges im Kristallgitter selbst.

daß deren Beobachtung erst von einem gewissen Aufhellungsgrad an möglich ist. Wo der Schwellenwert der Beobachtbarkeit liegt, werden wir an Hand der Beobachtungen selbst abzuschätzen versuchen. Dabei soll der theoretisch zu erwartende Aufhellungsgrad in Ermangelung eines anderen Ansatzes nach dem Reflexionsvermögen der mitwirkenden Netzebenen abgeschätzt werden. Dieses Reflexionsvermögen nimmt ab mit der Höhe der Indizierung. Für die Netzebene ( $k_1, k_2, k_3$ ) ist es proportional

$$\frac{1}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2} \text{ (Lorentzfaktor; für die Würfel­fläche (010) also gleich 1 gesetzt).}$$

Außerdem ist es vom Einfallswinkel  $\vartheta$  abhängig („Polarisationsfaktor“). Diese Abhängigkeit, die im ungünstigsten Falle eine Änderung im Verhältnis 1 : 2 bewirken kann, werden wir im folgenden der Übersichtlichkeit halber außer acht lassen. Mit zunehmenden Indizes nimmt danach die aufhellende Wirkung der Netzebenen schnell ab, z. B. bei der auf den Kreis 3 fallenden Netzebene (300) auf  $\frac{1}{3}$ , der Netzebene (310) auf  $\frac{1}{4}$  des Reflexionsvermögens von (100) (auf Kreis 1). Wir werden für die Aufhellung nur die dem Anfangspunkt 0 nächstgelegenen Gitterpunkte zu berücksichtigen brauchen.

Wir betrachten nun die bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes im einzelnen.

**Kreis 1.** Aufhellung durch Ebene (100) und (110). Unter Berücksichtigung der Lorentzfaktoren für diese Ebenen und die reflektierende Würfel­fläche (010) wäre als Aufhellungsgrad anzusetzen:

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + 1 + \frac{1}{2}} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ferner wird für die Aufhellungslinie  $\text{tg } \vartheta = 1$ ;  $\vartheta = 45^\circ$ ;  $\lambda = 3,980 \text{ \AA}$ .

**Kreis 2.** Aufhellende Ebenen: (200) und (210).

$$\text{Aufhellungsgrad: } \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = 0,31,$$

$$\text{tg } \vartheta = \frac{1}{2}; \quad \vartheta = 26^\circ 34'; \quad \lambda = 2,517 \text{ \AA}.$$

**Kreis 3.** Aufhellende Ebenen: (110), (210), (300), (310), (220), (120). Aufhellungsgrad: 0,56.

$$\text{tg } \vartheta = \frac{1}{3}; \quad \vartheta = 18^\circ 26'; \quad \lambda = 1,778 \text{ \AA}.$$

**Kreis 4.** Aufhellende Ebenen: (400), (410). Aufhellungsgrad: 0,11.

$$\text{tg } \vartheta = \frac{1}{4}; \quad \vartheta = 14^\circ 2'; \quad \lambda = 1,365 \text{ \AA}.$$

Da diese Linie nicht beobachtet wurde, wäre zu schließen, daß eine Aufhellung um etwa  $\frac{1}{10}$  schon unter der Beobachtungsschwelle liegt. Zwischen den Kreisen 3 und 4 bleiben 2 Gitterpunkte liegen: (3 $\bar{1}$ 0) und (320). Sie fallen gemeinsam auf einen zwischen 3 und 4 liegenden Kreis; eine entsprechende Linie ist nicht beobachtet worden. Der Aufhellungsgrad von diesem Betrag, etwa  $\frac{1}{5}$ , würde also ebenfalls der Beobachtung entgehen.

**Kreis 5** mit den Netzebenen (220), (320), (500), (510), (230), (330) würde eine Aufhellung von 0,28, also mehr als  $\frac{1}{4}$  ergeben. Sie dürfte unter günstigen Umständen beobachtbar sein; doch dürfte hier die Berücksichtigung des Polarisationsfaktors die Aufhellung in Wirklichkeit noch etwas herabsetzen.

Wir werden jedenfalls nicht fehlgehen, wenn wir hiernach Netzebenen, die Indizes höher als 2 besitzen, oder bei denen die Summe der Quadrate der Indizes 9 über-

schreitet, überhaupt außer acht lassen. Darunter fallen z. B. alle zwischen den Kreisen mit bevorzugter Lage des Mittelpunktes liegende Gitterpunkte, da sie sämtlich bemerkenswert große Indizes haben. Gitterpunkte mit kleinen Indizes finden sich außer auf den besprochenen Kreisen nur noch auf dem Kreis 7. Er enthält den Punkt  $(1\bar{2}0)$ , der für sich allein einer Aufhellung um  $\frac{1}{3}$  entsprechen würde. Tatsächlich ist die dem  $\text{tg } \vartheta = \frac{1}{3}$ ;  $\vartheta = 8^\circ 8'$ ;  $\lambda = 0,796 \text{ \AA}$  entsprechende helle Linie, wie eingangs berichtet, aufgefunden worden.

Es kann zweifelhaft erscheinen, ob die angewandte Abschätzungsmethode für den Aufhellungsgrad einwandfrei ist. Es hat den Anschein, als ob in Wirklichkeit eine niedrig indizierte Netzebene eine relativ größere Aufhellung bewirkt als mehrere hoch indizierte nach der angewandten Berechnungsart zusammen. Wir werden darum dem verschiedenen Aufhellungsvermögen der Netzebenen zunächst einfach dadurch Rechnung tragen, daß wir die Reihe der zu berücksichtigenden Netzebenen von einem gewissen Index an abbrechen. Man übersieht, daß man die Zahl der zu erwartenden Aufhellungslinien beliebig vermehren kann, wenn man bis zu genügend hohen Indizes hinaufgeht.

Die Betrachtung der Ausbreitungskreise zeigt also den Grund, warum von den im normalen Spektrum möglichen Aufhellungslinien gerade die den  $\text{tg } \vartheta = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$  entsprechenden beobachtet werden konnten: sie sind die kräftigsten, da sie durch Wirkung der niedrigst indizierten Netzebenen entstehen.

b) Etwas umständlicher gestaltet sich das Verfahren, wenn es sich um Untersuchung der im Raum außerhalb der  $X, Y$ -Ebene liegenden Punkte des reziproken Gitters handelt. Schon wenn der Ausbreitungspunkt in der  $X, Y$ -Ebene bleibt, können auf die Ausbreitungskugel derartige Gitterpunkte fallen. Dadurch entstehen schräg durch das normale Spektrum verlaufende Aufhellungslinien. Da das Gesamtbild der Aufhellungslinien systematisch auf rechnerischem Wege ermittelt werden wird, soll auf graphischem Wege nur noch ein Überblick in einem Fall gegeben werden. Wir gehen von der Lage des Ausbreitungspunktes in der  $X, Y$ -Ebene aus, die dem  $\text{tg } \vartheta = \frac{1}{3}$  entspricht ( $\lambda = 1,788 \text{ \AA}$ ), und lassen den Ausbreitungspunkt  $P$  von hier aus parallel der Richtung von  $Z$  in den Raum wandern. Die Ausbreitungskugel dehnt sich dabei in der Weise aus, daß sie aus der  $X, Y$ -Ebene stets den gleichen Kreis ausschneidet, der anfangs der Kugeläquator war und allmählich ein immer kleineres Kugelsegment wird. Die vom Ausbreitungspunkt bestimmten zusammengehörigen  $\alpha, \vartheta$ -Werte liegen auf unserer Aufhellungslinie  $\text{tg } \alpha = \frac{1}{3} \cos \alpha$ . Was bedeutet es, wenn beim Wandern von  $P$  irgend ein neuer Punkt des reziproken Gitters mit den Koordinaten  $k_1, k_2, k_3$  von der Ausbreitungskugel erreicht wird? Die Netzebene  $(k_1, k_2, k_3)$  bestimmt zusammen mit der Würfeläche (010) eine ausgezeichnete Ebene (siehe S. 101) und damit eine Aufhellungslinie. Deren ausgezeichnete Ebene geht durch den Koordinatenanfang und die Schnittlinie der auf den Vektoren  $0, 1, 0$  und  $k_1, k_2, k_3$  errichteten mittelsenkrechten Ebenen. Sie wird also im allgemeinen keiner der Koordinatenachsen parallel sein, sondern alle drei schneiden. Die Gleichung der durch sie bestimmten Aufhellungslinie hat also die allgemeine Form  $\frac{1}{m} \cos \alpha + \frac{1}{n} \sin \alpha$  mit im allgemeinen endlichen Konstanten  $m$  und  $n$ ; sie schneidet offenbar an der durch  $P$  bestimmten Stelle die Kurve  $\text{tg } \vartheta = \frac{1}{3} \cos \alpha$  (Kurve 3,0) unter irgendeinem endlichen Winkel. Indem man  $P$  aus der  $X, Y$ -Ebene in senkrechter Richtung herauswandern läßt und alle Lagen von  $P$  anmerkt, in denen Gitterpunkte von der Aus-

breitungskugel überstrichen werden, findet man also die Kreuzungspunkte der Linie 3,0 mit anderen Linien. Es gelingt, auf diese Weise das ganze  $\alpha, \theta$ -Feld nach etwa vorhandenen Aufhellungslinien abzusuchen, wobei man sich wieder auf Gitterpunkte von kleinen Indizes beschränken wird, um nur die wirklich beobachtbaren Linien zu finden.

Um die Untersuchung graphisch durchzuführen, kann man nacheinander die der  $X, Z$ -Achse parallelen Ebenen betrachten, in denen die Ausbreitungskugel ihre Kreise ausschneidet. In

Abb. 13 ist als Grundriß die  $X, Y$ -Ebene des reziproken Gitters mit den Koordinatenanfang  $O$ , dem Ausbreitungspunkt  $P$  und dem Ausbreitungskreis (Schnitt der Ausbreitungskugel mit der  $X, Y$ -Ebene) gezeichnet. Darüber und darunter sind Schnitte parallel zur  $X, Z$ -Ebene durch das Gitter und die Ausbreitungskugel gezeichnet, einerseits  $y = 0$  oder  $y = +1$ , andererseits  $y = -1$  oder  $y = +2$  entsprechend. Die Ausbreitungspunkte sind mit den ihnen entsprechenden Ausbreitungskreisen wie in Abb. 12 in den bevorzugten Lagen dargestellt, die den halben Vielfachen der Gittertranslation  $\frac{1}{d}$  entsprechen. Kreis und Mittelpunkt sind gleichnamig numeriert. Man erkennt, daß namentlich bei kleinen Indizes die Gitterpunkte vorzugsweise auf die bevorzugten Kreise fallen und nicht dazwischen; ferner daß die Kreise niemals einen Gitterpunkt allein, sondern stets mehrere auf einmal treffen.

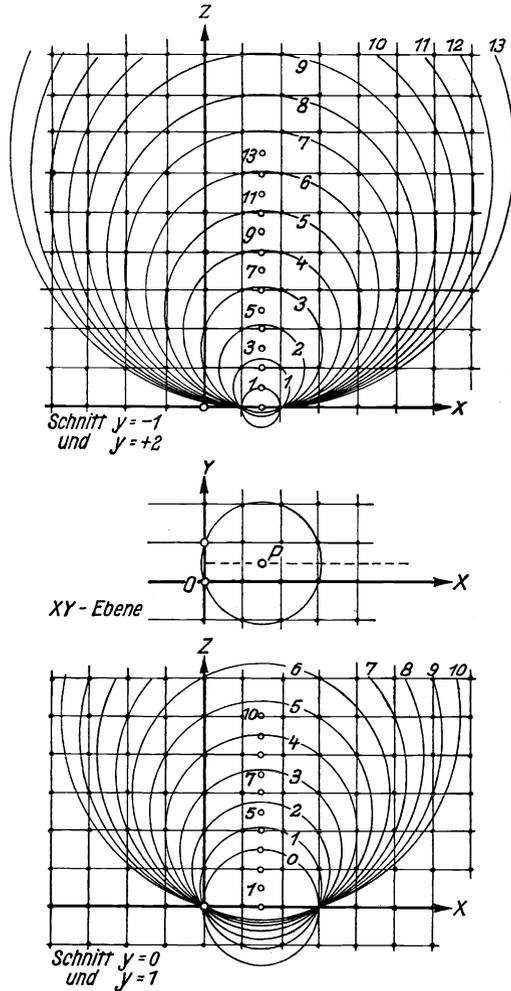


Abb. 13. Mitte: Grundriß ( $X, Y$ -Ebene) mit dem Ausbreitungspunkt  $P$  und dem Horizontalschnitt durch die Ausbreitungskugel.  
 Oben: Schnitte  $y = -1$  und  $y = +2$  durch die Ausbreitungskugeln. Mittelpunkt und die Peripherien tragen gleiche Numerierung.  
 Unten: Schnitte  $y = 0$  und  $y = 1$  durch die Ausbreitungskugeln.

Wir werden später zeigen, daß diejenigen dieser Gitterpunkte, bei denen der Quotient  $\frac{k_2}{k_1}$  derselbe ist, dieselbe Aufhellungslinie erzeugen, auch wenn sie in verschiedenen  $X$ -,  $Z$ -Ebenen liegen. Immerhin bleiben Punkte übrig, denen verschiedene Aufhellungskurven entsprechen. Demnach werden den bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes Schnittpunkte entsprechen, in denen eine ganze Anzahl von Aufhellungslinien zusammentrifft. Tatsächlich wurden Knotenpunkte mit 4 sich schneidenden Linien beobachtet und ein Knotenpunkt nachgewiesen, in dem sich 6 beobachtete Linien schneiden. Es ist dies der hier mit 1 bezeichnete Knotenpunkt der Kurve 3,0. Die Knotenpunkte sind für das Bild der  $\alpha$ ,  $\vartheta$ -Kurven sehr charakteristisch. Ihre Lagen sind, den Lagen von  $P$  entsprechend, durch irgendeinen rationalen Wert des  $\text{tg } \alpha$  gekennzeichnet. Jedoch entsprechen nicht jedem dieser Werte beobachtbare Knotenpunkte. Aus Abb. 13 entnimmt man, daß die Kreise 6, 8, 9, 10, 12 keine Knotenpunkte liefern werden, wenn man Indizes über 2 nicht mehr berücksichtigt. (Dabei sind beide Vertikalschnitte zu beachten!)

Einordnung der Netzebenen in Zonen. Die auf einem Ausbreitungskreise der  $X$ ,  $Y$ -Ebene liegenden Gitterpunkte bestimmen gemeinsam nur eine Aufhellungslinie in dem von der Würfel­fläche (010) erzeugten Spektrum. Von den auf einem Kreis der  $X$ ,  $Z$ -Ebenen liegenden Punkten kann dasselbe nur unter besonderen Bedingungen gelten. Die allgemeinen Betrachtungen über das Zusammenwirken zweier Netzebenen  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{i}$  (S. 104) haben gezeigt, daß der Ausbreitungspunkt sich auf der Senkrechten zur Ebene der Vektoren  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{i}$  bewegen muß, wenn die durch ihn bestimmten Wertpaare  $\alpha$ ,  $\vartheta$  der Aufhellungslinie angehören sollen. Die Bedingung bleibt für jeden dritten Vektor, dessen Ende auf dem Ausbreitungskreis in der Ebene  $\mathfrak{h}$ ,  $\mathfrak{i}$  liegt, erfüllt. Alle Netzebenen, deren Vektoren  $\mathfrak{h}$ ,  $\mathfrak{i}$ ,  $\mathfrak{i}$  usw. in einer Ebene liegen, bestimmen also dieselbe Aufhellungslinie. Solche Netzebenen gehören zu einer „Zone“. Sie schneiden sich sämtlich in der Zonenachse. Ihre gemeinsame Aufhellungslinie erhält man, indem man den Ausbreitungspunkt parallel der Richtung der Zonenachse wandern läßt. Es sei nun  $\mathfrak{h}$  wieder die reflektierende Netzebene (010). Alle Punkte des reziproken Gitters, die mit dem Koordinatenanfang und dem Punkt (010) gemeinsam in einer Ebene liegen, gehören zu Netzebenen einer Zone und bestimmen zusammen nur eine Aufhellungslinie im Spektrum von (010). Läßt man den Ausbreitungspunkt parallel der Zonenachse ins Unendliche rücken, so wird  $\vartheta = 0$  und das entsprechende  $\alpha$  bezeichnet die Richtung der Zonenachse. Die Konvergenzpunkte der Aufhellungskurven auf der  $\alpha$ -Achse im  $\alpha$ - $\vartheta$ -Diagramm bezeichnen also durch ihren  $\alpha$ -Wert die Richtung der verschiedenen Zonenachsen aller bei der Aufhellung zusammenwirkenden Netzebenen. Man sieht, daß in den  $\alpha$ ,  $\vartheta$ -Kurven von Abb. 7 die Wirkung von nur drei verschiedenen Zonen<sup>1)</sup> zur Geltung kommt.

### 3. Rechnerisches Verfahren.

#### a) Hilfsmittel für die Rechnung.

Mit zunehmender Größe der Ausbreitungskugel müßten außer den beiden in Abb. 13 benutzten Vertikalschnitten neue Schnitte hinzugenommen werden, um alle auf die Kugel fallenden Gitterpunkte zu fassen. Dadurch verliert das zeichnerische Verfahren an Anschaulichkeit, und es wächst die Gefahr von Irrtümern. Eine planmäßige Ermittlung der Aufhellungslinien soll darum rechnerisch durchgeführt

<sup>1)</sup> Dazu kommen die durch die Gittersymmetrie aus ihnen folgenden Zonen.

werden. Zu diesem Zwecke ist die Bedingung dafür, daß ein Punkt des reziproken Gitters auf die Ausbreitungskugel fällt, analytisch aufzustellen, so daß sich die Indizes der aufhellenden Netzebenen errechnen lassen. Um aus diesen Indizes die Aufhellungskurven zu bestimmen, ist dann eine Beziehung zwischen den Indizes und den Konstanten der Gleichung dieser Kurven aufzustellen.

Wir beginnen mit Ableitung dieser Beziehung für das einfache kubische Gitter. In dem zu diesem reziproken, ebenfalls einfach kubischen Gitter seien zwei Netzebenen durch die Vektoren  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{k}$  gegeben mit den Komponenten  $h_1, h_2, h_3; k_1, k_2, k_3$  in einem rechtwinkligen den kubischen Achsen parallelen Koordinatensystem. Die zu beiden Vektoren gehörige ausgezeichnete Ebene geht durch den Koordinatenanfang und die Schnittlinie der auf den Enden der Vektoren errichteten senkrechten Ebenen.

Ist  $d$  die Gitterkonstante, also  $\frac{1}{d}$  die Translation im reziproken Gitter, so ist die Länge des Vektors  $\mathfrak{h}$   $|\mathfrak{h}| = \frac{\sqrt{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}}{d}$ . Sie stellt die Projektion jedes der Achsenabschnitte der auf dem Endpunkt von  $\mathfrak{h}$  senkrechten Ebene dar. Diese Achsenabschnitte sind also gleich  $\frac{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}{d \cdot h_1}, \frac{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}{d \cdot h_2}, \frac{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}{d \cdot h_3}$  und die Gleichung der Ebene läßt sich in der Form schreiben:

$$h_1 x + h_2 y + h_3 z = \frac{1}{d} (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2) = \frac{1}{d} \sum h^2.$$

Analog ist die Gleichung der in dem Endpunkt von  $\mathfrak{k}$  errichteten lotrechten Ebene:

$$k_1 x + k_2 y + k_3 z = \frac{1}{d} (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) = \frac{1}{d} \sum k^2.$$

Durch die Schnittgerade beider Ebenen läßt sich die ausgezeichnete Ebene erzeugen, indem man die Länge von  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{k}$  in gleichem Verhältnis zusammenschumpfen bzw. wachsen läßt, was bei festgehaltenen  $\mathfrak{h}$  und  $\mathfrak{k}$  durch Dehnung von  $d$  gedacht werden kann. Man erhält also die Gleichung der ausgezeichneten Ebene, indem man  $d$  aus den beiden letzten Gleichungen eliminiert. Durch Division dieser Gleichungen folgt also:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$$

als Gleichung der ausgezeichneten Ebene, wo

$$\left. \begin{aligned} a &= h_1 \sum k^2 - k_1 \sum h^2 \\ b &= h_2 \sum k^2 - k_2 \sum h^2 \\ c &= h_3 \sum k^2 - k_3 \sum h^2 \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

die Achsenabschnitte einer Ebene, die zu dieser ausgezeichneten, formal durch den Nullpunkt gehenden Ebene parallel ist, verhalten sich wie  $a : -b : c$ . Nach den Überlegungen auf S. 106 sind dann die Konstanten in der Gleichung der Aufhellungskurven

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{m} \cos \alpha + \frac{1}{n} \sin \alpha \quad (2)$$

gegeben durch

$$m = -\frac{a}{b}; \quad n = -\frac{c}{b}. \quad (2b)$$

Bei den Beobachtungen war, wie eingangs festgestellt,  $h$  die reflektierende Würfel-  
fläche (010), also

$$h_1 = h_3 = 0; \quad h_2 = 1; \quad |h| = \frac{1}{d}.$$

Damit erhält man aus (2a) für die gesuchten Werte der Konstanten der Gl. (2):

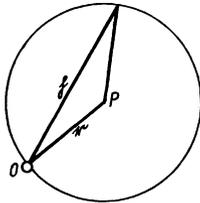


Abb. 14.

$$\left. \begin{aligned} a &= -k_1; & b &= k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - k_2; & c &= -k_3, \\ m &= \frac{k_1}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - k_2}; & n &= \frac{k_3}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - k_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Ermittlung der reflektierenden Netzebenen bei-  
gegebener Lage des Ausbreitungspunktes. Die Be-  
dingung dafür, daß ein Punkt  $h$  des reziproken Gitters auf  
die Ausbreitungskugel fällt, lautet in Vektorschreibweise:

$$(h - r)^2 = (r)^2, \quad (4)$$

wo  $r$  den Vektor des Ausbreitungspunktes  $P$  bezeichnet (Abb. 14). Bezeichnet man  
die Koordinaten von  $P$  mit  $\frac{m_1}{2d}, \frac{m_2}{2d}, \frac{m_3}{2d}$ , so daß man für ganzzahlige  $m$  die  
bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes erhält, während  $\frac{h_1}{d}, \frac{h_2}{d}, \frac{h_3}{d}$  die  
Koordinaten des Gitterpunktes sind, so folgt aus (4) die Bedingung:

$$\left(\frac{h_1}{d} - \frac{m_1}{2d}\right)^2 + \left(\frac{h_2}{d} - \frac{m_2}{2d}\right)^2 + \left(\frac{h_3}{d} - \frac{m_3}{2d}\right)^2 = \left(\frac{m_1}{2d}\right)^2 + \left(\frac{m_2}{2d}\right)^2 + \left(\frac{m_3}{2d}\right)^2.$$

Nach Unterdrückung des gemeinsamen Faktors  $\left(\frac{1}{2d}\right)^2$  folgt hieraus:

$$h_1(h_1 - m) + h_2(h_2 - m) + h_3(h_3 - m) = 0. \quad (5)$$

Unsere geometrischen Betrachtungen entsprechend werden wir die ganzzahligen  
Lösungen dieser Gleichung für  $h_1, h_2, h_3$  bei gegebenen  $m_1, m_2, m_3$  (gegebenen Lage des  
Ausbreitungspunktes) aufzusuchen haben. Bei bevorzugter Lage des Ausbreitungspunktes  
(ganzzahlige  $m$ ) sind je 2 Werte für die  $h$  ohne weiteres angebar, nämlich

$$\begin{aligned} h_1 &= 0, & h_2 &= 0, & h_3 &= 0, \\ h_1 &= m_1, & h_2 &= m_2, & h_3 &= m_3. \end{aligned}$$

Diese Werte dürfen in beliebiger Kombination zu einem Indextripel zusammen-  
gesetzt werden, so daß sich acht verschiedene Indextripel ergeben, von denen aber  
eins, nämlich (000), keine physikalische Bedeutung hat. Man erhält also sofort fol-  
gende sieben auf der Ausbreitungskugel liegende Gitterpunkte (gemeinsam reflek-  
tierende Netzebenen):

$$(0\ 0\ m_3), (0\ m_2\ 0), (0\ m_2\ m_3), (m_1\ 0\ 0), (m_1\ 0\ m_3), (m_1\ m_2\ 0), (m_1\ m_2\ m_3).$$

Später wird sich zeigen, daß die Zahl der hiervon praktisch in Betracht kommen-  
den Ebenen stark eingeschränkt wird.

Arbeitet man, wie bei unseren Beobachtungen, mit dem von der Würfel-  
fläche (010) reflektierten Spektrum, so ist stets  $m_2 = 1$ , da der Ausbreitungspunkt auf der  
zum Vektor (010) mittelsenkrechten Ebene liegen muß. Unter den angegeben sieben  
Ebenen befindet sich dann auch stets die reflektierende Würfel-  
fläche (010). Wir werden im folgenden die bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes behandeln,  
also  $m_1$  und  $m_3$  als ganzzahlig annehmen.

Um die anderen Lösungen der Gl. (5) angeben zu können, empfiehlt sich die Einführung der Substitution:

$$h_1 = \frac{m_1 \pm p}{2}, \quad h_2 = \frac{m_2 \pm q}{2}, \quad h_3 = \frac{m_3 \pm r}{2}, \quad (6)$$

wo  $p, q, r$  ganze Zahlen sein müssen, die gemeinsam mit den entsprechenden  $m$  gerade oder ungerade sind. Die Gl. (5) kommt dann auf die Form:

$$p^2 + q^2 + r^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2, \quad (5a)$$

und die Lösung von (5) erscheint zurückgeführt auf die Aufgabe, eine aus 3 Quadraten ganzer Zahlen ( $m_1, m_2, m_3$ ) zusammengesetzte Zahl auf alle möglichen Weisen in die Quadrate dreier Zahlen zu zerlegen. Dabei sind zwei Einschränkungen dieser Zahlen zu berücksichtigen. Einmal sind die  $p, q, r$  gerade oder ungerade, je nachdem die entsprechenden  $m$  gerade oder ungerade sind; ferner kommen für die Indizes  $h$  nur kleine Werte in Betracht (siehe S. 97). Wir wollen festsetzen, daß nur Indizes bis einschließlich 3 berücksichtigt werden sollen. Nach Gl. (6) können wir uns dann auf Werte von  $p, q, r$  beschränken, die zwischen  $m + 6$  und  $m - 6$  liegen, also auf die Werte:

$$m + 6, \quad m + 4, \quad m + 2; \quad m; \quad m - 2, \quad m - 4, \quad m - 6.$$

Aus diesen 7 Werten sind dann alle Werte der  $p, q, r$  auszusuchen, die der Gl. (5a) genügen. Die daraus nach (6) berechneten Werte der  $h$  liegen zum Teil noch über 3, werden also zum Teil noch außer Betracht bleiben. Zu beachten ist, daß jedem Wert der  $p$  ein Wertepaar der  $h$  entspricht.

Rechenschema zur Ermittlung der Netzebenen. Die der trivialen Lösung von (5a),  $p = m_1; q = m_2; r = m_3$  entsprechenden Wertepaare von  $h_1, h_2, h_3$  haben wir oben bereits kennengelernt. Die anderen Lösungen von (5a) lassen sich mit Hilfe eines Rechenschemas leicht und mit Sicherheit herausuchen. Dies Schema stützt sich auf eine Eigenschaft der Differenzreihe der Quadrate aufeinanderfolgender gerader bzw. ungerader Zahlen; diese Differenzreihe besteht nämlich aus ganzen Vielfachen von 4, deren Differenzreihe wiederum die Reihe der ungeraden bzw. geraden Zahlen ist. Das Rechenschema möge nur an einem Beispiel erläutert werden. Es sei ein Ausbreitungspunkt in bevorzugter Lage gegeben, mit den Koordinaten

$$m_1 = 7, \quad m_2 = 1, \quad m_3 = 8,$$

einem Punkt der Kurve 7,0 entsprechend. Im oberen Teil des unten folgenden Schemas

$p$	(Quadrat-) differenz): 4	$q$	(Quadrat-) differenz): 4	$r$	(Quadrat-) differenz): 4
1	-12			2	-15
3	-10			4	-12
5	-6			6	-7
7	0	1	0	8	0
9	+8	3	+2	10	+9
		5	+6		
		7	+12		

	$h_1$	$h_2$	$h_3$	Reflektierende Netzebenen		
7	0 (7)	1	0 1	8	0 (8)	(010)
5	1 (6)	5	2 3	8	0 (8)	(120) (130)
1	3 (4)	7	3 (4)	8	0 (8)	(330)
7	0 (7)	7	3 (4)	4	2 (6)	(032)

gedrückt in vielfachen von 4:

Negative Werte der  $p, q, r$  sind nicht zu berücksichtigen, da stets  $+p$  und  $-p$  usw. Lösungen von (5a) sind. Wir bilden nun mit Hilfe dieses oberen Schemas das darunterstehende Schema der Lösungen, indem wir für  $p, q, r$  in die erste Reihe ihrer Kolonnen die triviale Lösung 7, 1, 8 setzen. Sodann ersetzen wir versuchsweise den  $p$ -Wert 7 durch den nächstkleineren Wert 5 und beachten, daß dabei, der Kolonne der Differenzen entsprechend, ein Fehlbetrag  $-6 \times 4$  in der Quadratsumme  $p^2 + q^2 + r^2$  entsteht. Dieser Fehlbetrag läßt sich ausgleichen durch den Mehrbetrag, der nach der Differenzenreihe bei  $q$  entsteht, indem wir dessen Wert 1 durch den Wert 5 ersetzen. Wir erhalten so die in der zweiten Reihe stehende Lösung 5, 5, 8. In der angedeuteten Art fahren wir systematisch fort, bis alle Kombinationsmöglichkeiten erschöpft sind. So lassen sich alle Lösungen schnell und mit einem Mindestmaß von Zahlenrechnung ermitteln. Die Berechnung der Quadratsumme ( $p^2 + q^2 + r^2$ ), hier = 114, ist nur zur Kontrolle nötig. Neben den Lösungen für  $p, q, r$  sind in den Kolonnen unter  $h_1, h_2, h_3$  die nach Gl. (6) berechneten Wertpaare der  $h$  eingetragen. Durch deren Kombination ergeben sich die daneben eingetragenen Indextripel der gesuchten Netzebenen. Dabei sind bereits diejenigen fortgelassen, die Indizes größer als 3 erhalten würden. (Solche Indizes sind in Klammern gesetzt.) Dadurch ist die große Zahl der zu erwartenden Lösungen erheblich zusammengeschrumpft; von den  $3 \times 8 + 7 = 31$  Indextripeln der 4 Lösungen sind nur 5 übriggeblieben.

Die Zahl der durch die Netzebenen bestimmten Aufhellungskurven ist aber noch geringer; denn von den Netzebenen, die für eine Lage des Ausbreitungspunktes gemeinsam zur Reflexion kommen, bestimmen alle diejenigen, die in einer Zone zusammenliegen, zusammen jedesmal nur eine Aufhellungskurve<sup>1)</sup>.

Um alle Aufhellungskurven zu erhalten, genügt es, mit je einer der Netzebenen jeder Zone als deren Vertreter zu rechnen. (Gl. 3.) Es ist also noch anzugeben, wie man die Zusammengehörigkeit in Zonen an den Indextripeln erkennen kann.

Drei Netzebenen mit den Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & h_1 x + h_2 y + h_3 z = 0, \\ \text{II)} \quad & k_1 x + k_2 y + k_3 z = 0, \\ \text{III)} \quad & i_1 x + i_2 y + i_3 z = 0, \end{aligned}$$

gehören zu einer Zone, wenn sie sich in derselben durch den Nullpunkt gehenden Geraden schneiden, d. h. wenn die Gl. (I) und (II) zusammen dieselben Gerade bestimmen wie die Gl. (I) und (III). Die Bedingung dafür ist das Verschwinden der aus den  $h, k, i$  gebildeten Determinante:

$$\begin{vmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \\ i_1 & i_2 & i_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Da im vorliegenden Fall  $h_1 = h_3 = 0, h_2 = 1$  ist, erhält man hier als Bedingung:

$$\begin{vmatrix} k_3 & k_1 \\ i_3 & i_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{oder} \quad \frac{k_1}{k_3} = \frac{i_1}{i_3}. \quad (7)$$

Es gehören also von unseren Netzebenen alle die zu einer Zone, bei denen das Verhältnis des ersten zum dritten Index das gleiche ist.

<sup>1)</sup> Der Satz gilt natürlich nicht allgemein, sondern nur für eine bestimmte Lage des Ausbreitungspunktes, d. h. für einen bestimmten Knotenpunkt der Aufhellungslinien.

Additional information of this book

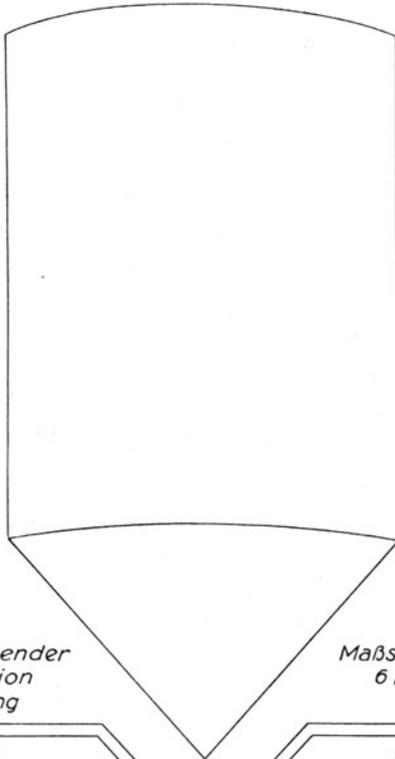
(*Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, 978-3-662-22751-0*) is provided:



<http://Extras.Springer.com>

Bild 1

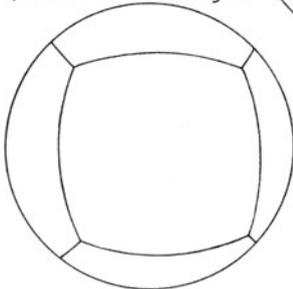
Kupfereinkristall



mit kennzeichnender  
Kristallreflexion  
nach Ätzung

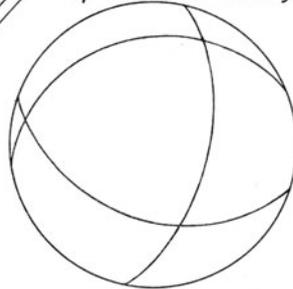
Maßstab  $\frac{1}{5}$  nat. Größe  
6 kg Gewicht

Bild 15  
Kupfereinkristallkugel



mit Würfelzeichnung

Bild 16  
Kupfereinkristallkugel



mit Oktaederzeichnung

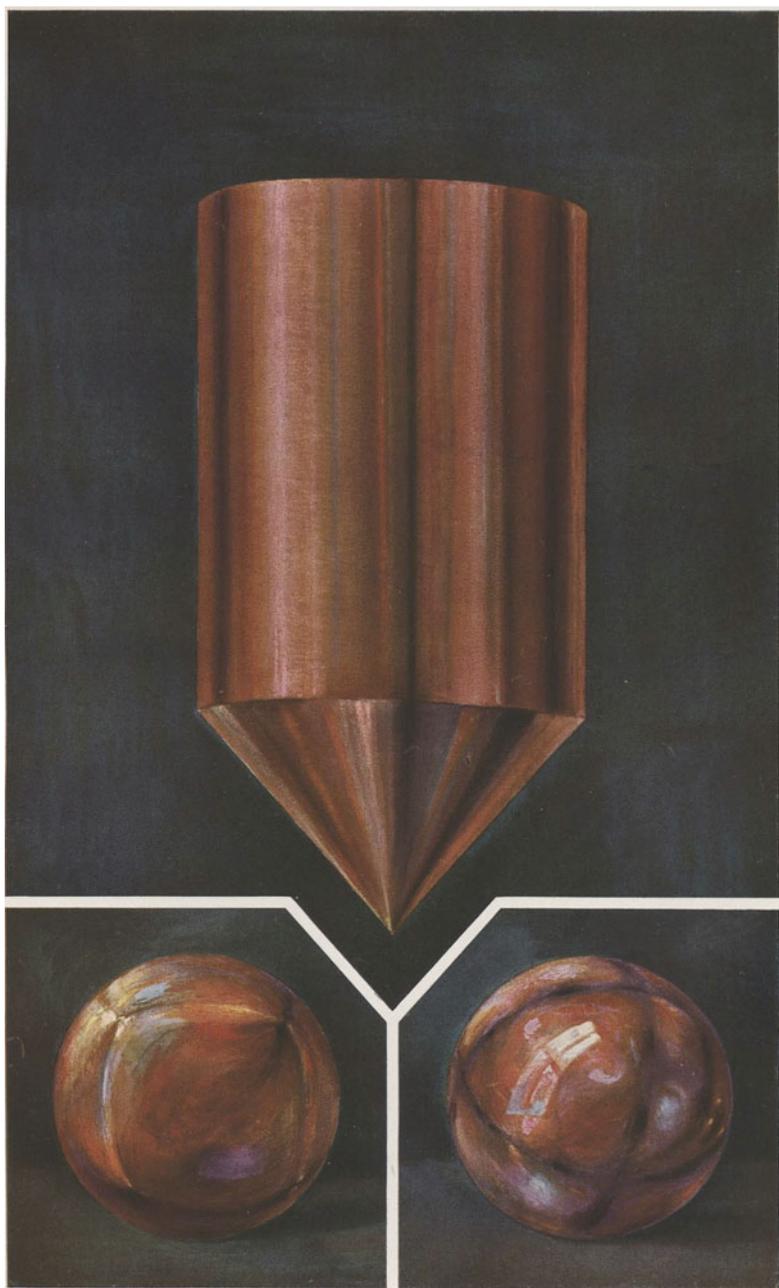
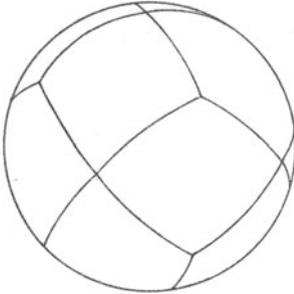


Bild 17 Kupfereinkristallkugel



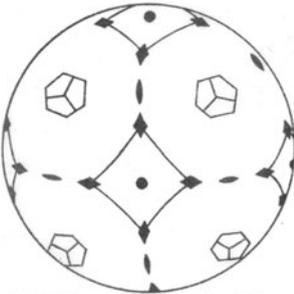
mit Rhombendodekaederzeichnung

Bild 18 Kupfereinkristallkugel



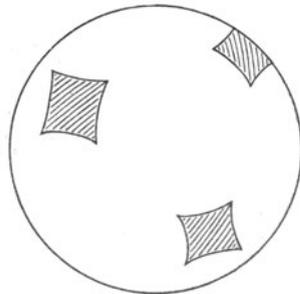
mit Zeichnung der Kombination von Würfel und Oktaeder

Bild 19 Kupfereinkristallkugel



mit Zeichnung der Kombination vieler Kristallformen

Bild 22 Kupfereinkristallkugel



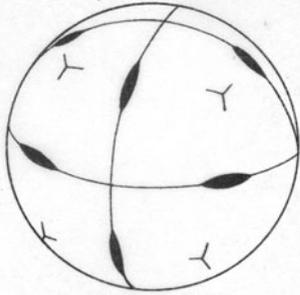
Oxydation nur auf den Würfelflächen

Bild 23 Kupfereinkristallkugel

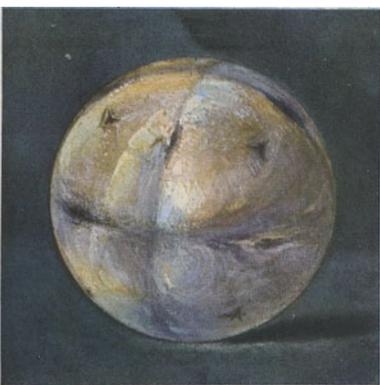
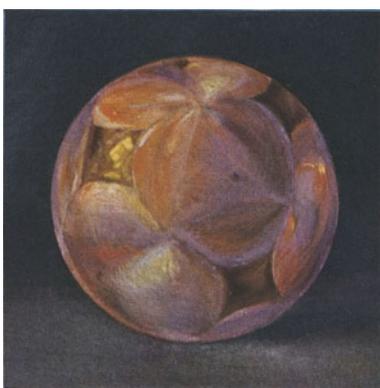
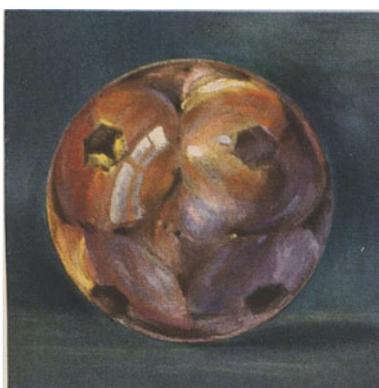
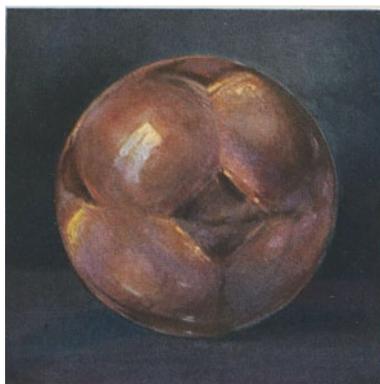
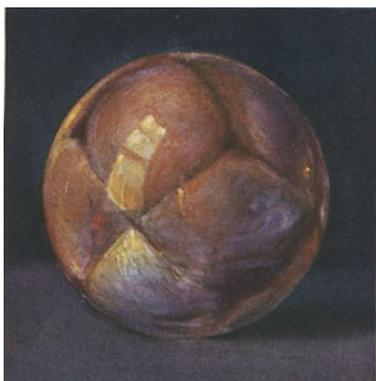


nach Ätzung mit Quecksilber enthaltender Salpetersäure

Bild 24 Silbereinkristallkugel



Kombinierte Ätzfigur



b) Ergebnisse der Rechnung. Vergleich mit den Beobachtungen.

Eine Zusammenstellung der Ergebnisse, die mit den angegebenen Berechnungsmethoden erhalten wurden, bringen die unten folgenden Tabellen. Sie enthalten für die vier Hauptkurven 1,0 ( $\operatorname{tg} \vartheta = \cos \alpha$ ), 2,0 ( $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{2} \cos \alpha$ ), 3,0 ( $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{3} \cos \alpha$ ) und 7,0 ( $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{1}{7} \cos \alpha$ ) die Knotenpunkte, die den ersten 11 oder 12 bevorzugten Lagen des Ausbreitungspunktes entsprechen. Diese sind bezeichnet durch Angabe des Wertepaares  $m_3, m_1$ ; z. B. bedeutet 7,1 einen Knotenpunkt, bei dem  $m_3 = 7, m_1 = 1$  ist. Diese Bezeichnung ist eindeutig, da stets  $m_2 = 1$  ist. Daneben stehen die zugehörigen Werte von  $\alpha$  (Einfallssazimut) und  $\vartheta$  (Einfallswinkel). Aus den Koordi-

Tabelle 1. Knotenpunkte der Linie 1,0.

Knotenpunkt $m_3, m_1$	Azimut $\alpha$	Reflexionswinkel $\vartheta$	Netzebenen $(h_1, h_2, h_3)$	Aufhellungslinie $m, n$
0,1	0°	45°	010 100 110	1,0
1,1	45°	35° 16'	010 100 110 001 011 101 111	1,0 0,1 2,2
2,1	63° 26'	24° 6'	010 100 110 012 002 102 112	1,0 0,2 5, 5/2
3,1	71° 26'	17° 33'	010 100 110 011 012 021 022 003 013 111 121 202 212 $\bar{1}01$ $\bar{1}11$ 201 211 $\bar{1}\bar{1}2$ $\bar{1}22$ $\bar{1}01$ $\bar{1}\bar{1}2$	1,0 0,3 4,4 — 2, 2 5/2, 5 7, 7/2 — 5, 5/2
4,1	75° 58'	13° 38'	010 100 110 $\bar{2}\bar{1}2$ $\bar{2}22$ $\bar{1}\bar{1}2$ $\bar{1}22$	1,0 (5,5) — 7, 7/2
5,1	78° 41'	11° 6'	010 100 110 $\bar{0}2\bar{2}$ $\bar{0}2\bar{3}$ $\bar{0}32$ $\bar{0}33$ $\bar{1}\bar{1}1$ $\bar{1}21$ $\bar{2}02$ $\bar{2}12$ $\bar{2}\bar{1}\bar{1}$ $\bar{2}21$ $\bar{1}22$ $\bar{1}32$	1,0 (0,5) — 4, 4 7/2, 7 (11, 11/2)
6,1	80° 32'	9° 20'	010 100 110 $\bar{2}\bar{1}2$ $\bar{2}22$ $\bar{2}22$ $\bar{2}32$ $\bar{1}22$ $\bar{1}32$	1,0 (— 5, 5) (7,7) (— 11, — 11/2)
7,1	81° 52'	8° 31'	010 100 110 $\bar{0}2\bar{1}$ $\bar{0}31$ $\bar{0}33$ $\bar{1}21$ $\bar{1}31$ $\bar{3}23$ $\bar{3}33$ $\bar{2}01$ $\bar{2}11$	1,0 0,7 8,8 — 5/2, 5
8,1	82° 53'	7° 4'	010 100 110	1,0
9,1	83° 40'	6° 18'	010 100 110 $\bar{1}21$ $\bar{1}31$ $\bar{3}23$ $\bar{3}33$ $\bar{2}\bar{2}\bar{1}$ $\bar{2}31$ $\bar{2}\bar{1}\bar{1}$ $\bar{2}21$	1,0 — 8, 8 (11/2, 11) — 7/2, 7
10,1	84° 17'	5° 41'	010 100 110	1,0
11,1	84° 49'	5° 10'	010 100 110	1,0

Tabelle 2. Knotenpunkte der Linie 2,0.

Knotenpunkt $m_2, m_1$	Azimet $\alpha$	Reflexions- winkel $\vartheta$	Netzebenen $(h_1 h_2 h_3)$	Aufhellungs- linie $m, n$
0,2	0°	26° 34'	010 200 210 101 111 10 $\bar{1}$ 11 $\bar{1}$	2,0 2,2 2, — 2
1,2	26° 34'	24° 6'	010 200 210 001 011 201 211	2,0 0,1 5/2, 5
2,2	45°	19° 28'	010 200 210 002 012 202 212	2,0 0,2 4,4
3,2	56° 19'	15° 30'	010 200 210 0 $\bar{1}$ 1 021 0 $\bar{1}$ 2 022 003 013 2 $\bar{1}$ 2 222 2 $\bar{1}$ 1 221	2,0 0,3 (9/2, 9/2) 7/2, 7
4,2	63° 26'	12° 36'	010 200 210 10 $\bar{1}$ 111	2,0 — 2, 2
5,2	68° 12'	10° 31'	010 200 210 022 023 032 033	2,0 (0,5)
6,2	71° 34'	8° 59'	010 200 210 1 $\bar{1}$ 1 121 202 212 1 $\bar{2}$ 1 131 323 333	2,0 — 4, 4 8,8
7,2	74° 3'	7° 49'	010 200 210 0 $\bar{2}$ 1 031 033 2 $\bar{2}$ 1 231 2 $\bar{1}$ 2 222	2,0 0,7 (11/2, 11) (5, — 5)
8,2	75° 58'	6° 55'	010 200 210	2,0
9,2	77° 28'	6° 11'	010 200 210 201 211	2,0 — 5/2, 5
10,2	78° 41'	5° 36'	010 200 210 1 $\bar{2}$ 1 131 323 333	2,0 — 8, 8
11,2	79° 42'	5° 6'	010 200 210 2 $\bar{1}$ 1 221	2,0 — 7/2, 7
12,2	80° 32'	4° 42'	010 200 210	2,0

naten des Ausbreitungspunktes  $\left(\frac{m_1}{2d}, \frac{m_2}{2d}, \frac{m_3}{2d}\right)$  berechnen sich diese Winkel offenbar nach den Gleichungen  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_2}{m_1}$ ,  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{m_2}{\sqrt{m_1^2 + m_3^2}}$ . Ferner sind die für jeden Knotenpunkt errechneten reflektierenden Netzebenen angegeben. Die zu je einer Zone gehörenden sind in Unterreihen zusammengefaßt. Neben den Ebenen jeder Zone stehen in der nächsten Kolonne die zur Zone gehörigen Aufhellungslinien, und zwar bezeichnet durch  $m, n$ , die nach Gl. (3) berechneten Konstanten der Liniengl. (2). In die Tabellen sind nur solche Netzebenenzonen aufgenommen, deren niedrigst indizierte Ebene keinen Index  $> 2$  hat. In diesen Zonen sind aber die einzelnen Netzebenen bis zum Index 3 mit aufgeführt.

Der Vergleich der in den Tabellen angegebenen berechneten Aufhellungskurven mit den in der Kurventafel (Abb. 7) dargestellten beobachteten Kurven ergibt,

Tabelle 3. Knotenpunkte der Linie 3,0.

Knotenpunkt $m_3, m_1$	Azimut $\alpha$	Reflexionswinkel $\beta$	Netzebenen $h_1 h_2 h_3$	Aufhellungs- linie $m, n$
0,3	0°	18° 26'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310	3,0
1,3	18° 26'	17° 33'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 330 310 001 011 111 121 202 212 10 $\bar{1}$ 11 $\bar{1}$ 2 $\bar{1}\bar{1}$ 221 20 $\bar{1}$ 21 $\bar{1}$ 102 112	3,0 0,1 4,4 2, — 2 7/2, 7 5/2, — 5 5, 5/2
2,3	33° 41'	15° 30'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 002 012 2 $\bar{1}\bar{2}$ 222 1 $\bar{1}\bar{2}$ 122	3,0 0,2 (9/2, 9/2) 7, 7/2
3,3	45°	13° 16'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 0 $\bar{1}\bar{1}$ 021 0 $\bar{1}\bar{2}$ 022 033 013	3,0 0,3
4,3	53° 8'	11° 19'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 10 $\bar{2}$ 1 $\bar{1}\bar{2}$ 122 132	3,0 — 5, 5/2 (11, 11/2)
5,3	59° 2'	9° 44'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 022 023 032 033 1 $\bar{2}\bar{1}$ 131 3 $\bar{2}\bar{3}$ 333 10 $\bar{1}$ 1 $\bar{1}\bar{1}$ 221 231	3,0 0,5 8,8 — 2, 2 (11/2, 11)
6,3	63° 26'	8° 29'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310	3,0
7,3	66° 48'	7° 29'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 0 $\bar{2}\bar{1}$ 031 1 $\bar{1}\bar{1}$ 121 1 $\bar{2}\bar{2}$ 132	3,0 0,7 — 4, 4 (—11, —11/2)
8,3	69° 27'	6° 41'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 2 $\bar{1}\bar{2}$ 222	3,0 (— 9/2, 9/2)
9,3	71° 34'	6° 1'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310	3,0
10,3	73° 18'	5° 28'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310	3,0
11,3	74° 45'	5° 1'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310 1 $\bar{2}\bar{1}$ 131 3 $\bar{2}\bar{3}$ 333	3,0 — 5/2, 5
12,3	75° 58'	4° 37'	010 $\bar{1}\bar{1}0$ 120 $\bar{2}\bar{1}0$ 220 300 310	3,0

daß eine Anzahl der berechneten Kurven fehlen. Es sind dies solche, deren niedrigst indizierten Netzebenen ein Lorentzfaktor  $1/(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)$  zukommt, der kleiner ist als  $\frac{1}{6}$ . Sie sind in den Tabellen durch Einklammerung gekennzeichnet. Der Aufhellungsgrad dieser Linien reicht offenbar noch nicht aus, um sie bei der angewandten Beobachtungsmethode nachzuweisen. In das Kurvenblatt von Abb. 15, das die berechneten Kurven wiedergibt, sind dementsprechend nur die durch solche Netzebenen erzeugten Kurven aufgenommen worden, bei denen die Quadratsumme der Indizes ( $h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$ ) den Wert 6 nicht überschreitet. Die Kurven und deren Knotenpunkte tragen dieselben Bezeichnungen wie in den Tabellen. Die beobachteten Teile der Kurven, den in Kurvenbild 7 wiedergegebenen Beobachtungen entsprechend, sind dick ausgezogen. Die Darstellung ergibt folgendes:

Tabelle 4. Knotenpunkte der Linie 7,0.

Knotenpunkt $m_s, m_t$	Azimet $\alpha$	Reflexionswinkel $\phi$	Netzebenen $(h_1 h_2 h_3)$	Aufhellungs- linie $m, n$
0,7	0°	8° 8'	010 120 130 330 222 232 222 232 112 122 112 122	7,0 (7, 7) (7, — 7) 7, 7/2 7, — 7/2
1,7	8° 8'	8° 3'	010 120 130 330 001 011 121 131 323 333 102 112	7,0 0,1 8,8 5, — 5/2
2,7	15° 57'	7° 49'	010 120 130 330 002 012 212 222 122 132	7,0 0,2 (5, — 5) (11, 11/2)
3,7	23° 12'	7° 29'	010 120 130 330 011 012 021 022 003 013 111 121 221 231	7,0 0,3 4, — 4 (11/2, — 11)
4,7	29° 45'	7° 4'	010 120 130 330	7,0
5,7	35° 32'	6° 38'	010 120 130 330 022 023 032 033 101 111	7,0 (0, — 5) 2, — 2
6,7	40° 36'	6° 11'	010 120 130 330 102 112	7,0 — 5, 5/2
7,7	45°	5° 46'	010 120 130 330 021 031 033 211 221 112 122	7,0 0,7 7/2, — 7 — 7, 7/2
8,6	48° 49'	5° 22'	010 120 130 330	7,0
9,7	52° 8'	5° 1'	010 120 130 330 101 111 201 211 122 132	7,0 — 2, 2 5/2, — 5 (—11, —11/2),
10,7	55° 0'	4° 41'	010 120 130 330	7,0
11,7	57° 32'	4° 23'	010 120 130 330 111 121 202 212	7,0 — 4,4

1. Alle beobachteten Kurvenstücke sind in den berechneten Kurven enthalten.

2. Von allen wiedergegebenen berechneten Kurven sind größere oder kleinere Stücke auch wirklich beobachtet worden. Die Wiedergabe der Kurven bis zu dem oben gekennzeichneten Aufhellungsgrad entspricht offenbar gerade der Beobachtungsschwelle. Dabei sind zusammenhängende Kurvenzüge, wie z. B. 8,8 und 8, — 8 oder 5, 5/2 und 5/2, 5, die sich gegenseitig vermöge der Gittersymmetrie bedingen, als eine Kurve gerechnet worden. Einzelne in Abb. 7 noch nicht benannte beobachtete Kurvenstücke erweisen sich als Teile der Kurve — 7, 7/2 und 7/2, — 7.

Mit abnehmender Wellenlänge häufen sich die Knotenpunkte und die Linien; eine Tatsache, die auch bei den Beobachtungen hervortrat. Mit der Häufung der Linien nimmt aber ihr Aufhellungsgrad ab. Dem entspricht eine Beobachtung, die

an Spektralaufnahmen in sehr kurzwelligem Gebiet (bis unter  $0,3 \text{ \AA}$ ) gemacht wurde; dort schien anschließend an die beiden Aufhellungslinien  $5, -5/2$  und  $7, -7/2$  eine allgemeine Aufhellung nach der kurzwelligen Seite hin zu beginnen.

Theoretisch und durch Beobachtungen sind also folgende Aufhellungslinien nachgewiesen:

$$1,0 \quad 2,0 \quad 3,0 \quad 7,0; \quad 2,2 \quad 4,4 \quad 8,8; \quad 5, 5/2 \quad 7, 7/2.$$

Sie entsprechen nach Gl. (2) und (2b) folgenden, durch Millersche Indizes bezeichneten ausgezeichneten Ebenen:

$$(1\bar{1}0) \quad (2\bar{1}0) \quad (3\bar{1}0) \quad (7\bar{1}0); \quad (2\bar{1}2) \quad (4\bar{1}4) \quad (8\bar{1}8); \quad (10 \quad \bar{2} \quad 5) \quad (14 \quad \bar{2} \quad 7).$$

dazu kommen infolge der Gittersymmetrie die Ebenen, die aus den angegebenen durch Vertauschung der äußeren Indizes und durch Vorzeichenwechsel bei den äußeren Indizes entstehen. Da alle diese Kurven zwischen  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$  in der Kurventafel eingetragen sind, tritt die Symmetrie um  $\alpha = 45^\circ$  deutlich hervor. Durch Spiegelung des ganzen Bildes um  $\alpha = 0^\circ$  würde auch diese Symmetrie zum Vorschein kommen und der gleichartige Charakter aller Kurven ins Auge fallen.

Von den Knotenpunkten ist der Punkt 1,3 als Schnittpunkt von 6 Kurven bemerkenswert. Auch die in Abb. 7 beim Punkt 1,3 fehlenden Stücke der Kurven  $7/2, 7$  und  $5/2, -5$  dürften unter geeigneten Bedingungen dort beobachtbar sein. Bemerkenswert sind ferner einzelne zwischen die Knotenpunkte fallende Schnittpunkte (siehe Abb. 15), z. B. der zwischen den Punkten 2,2 und 2,3 liegende Kreuzungspunkt der Linie  $7/2, 7$  mit der Linie  $2,0$ . Sie entsprechen ganzzahligen Lösungen der Gl. (5) bei nicht ganzzahligen Werten von  $m_1, m_3$ .

Warum Ebenen mit so hohen Indizes wie die aufgefundenen ausgezeichneten Ebenen im Kristall überhaupt eine physikalische Bedeutung haben können, ist auf einfache Weise erklärt: Sie verdanken ihren Ursprung einer Reflexion an Netzebenen von durchweg sehr niedrigen Indizes.

Damit erscheint die vorgeschlagene Erklärung durch die Beobachtungen völlig bestätigt. Sie gibt auch Rechenschaft von einer Tatsache, die sich bei den Beobachtungen störend geltend machte, namentlich solange die Sachlage noch nicht richtig erkannt war: Die Aufhellungslinien erscheinen in den Aufnahmen nicht immer mit gleicher Deutlichkeit. Der Unterschied war manchmal so auffällig, daß er sich nicht durch Zufälligkeiten der Beobachtungsbedingungen erklären zu lassen schien, wie z. B. verschieden starke Schwärzung des Spektraluntergrundes auf der photographischen Platte. Es ist vielmehr zu berücksichtigen, daß bei Bragg'schen Drehkristallaufnahmen scharfe Spektrallinien nur dann erhalten werden, wenn die Drehachse in der reflektierenden Fläche liegt. Bei den vorliegenden Beobachtungen war der Kristall, wie üblich, so justiert, daß die zur Reflexion benutzte Spaltfläche des Steinsalzes in der Drehachse lag. Natürlich ist es nicht möglich, diese Bedingung gleichzeitig auch für verschieden gerichtete Netzebenen zu erfüllen, welche durch ihre Reflexion die Aufhellung erzeugen. Dadurch müssen die Aufhellungslinien je nach den Umständen mehr oder weniger verwaschen erscheinen, wenn dem nicht durch geeignete Versuchsbedingungen Rechnung getragen wird.

Die Beobachtungen sind bisher vorwiegend an einem Steinsalzkrystall gemacht worden, um die Erscheinungen zunächst in einem Einzelfall genau kennenzulernen. Daneben sind zur Kontrolle einige Beobachtungen an Sylvin angestellt. Die Versuche sind auch am Steinsalz noch nach mehreren Richtungen hin auszudehnen,

namentlich aber sind andere Kristalle, auch mit nicht einfachem und mit nicht kubischem Gitter zu untersuchen. Die Aufhellungserscheinungen werden auch umgekehrt zur Untersuchung der Gitterstruktur verwendet werden können. Mit abnehmender Gittersymmetrie muß im Kurvenbild der Aufhellungslinien eine Änderung in dem Sinne eintreten, daß die mehrfachen Knotenpunkte zunehmend in nebeneinanderliegende Einzelschnittpunkte aufgelöst erscheinen, wobei die Zahl der Linien zunimmt, ihr Aufhellungsgrad freilich abnimmt. Die Frage, ob es gewisse Einzelheiten in den Aufhellungserscheinungen gibt, die im Schwerpunktgitter allein ihre Erklärung nicht finden, ist bisher noch nicht zu entscheiden.

### Zusammenfassung.

1. Es werden Beobachtungen von hellen Linien auf dem dunklen Grunde des kontinuierlichen Röntgenspektrums mitgeteilt.

2. Es wird gezeigt, daß diese Linien nichts mit der Emission und Absorption der Röntgenstrahlen zu tun haben, sondern durch das auflösende Kristallgitter erzeugt werden.

3. Die hellen Linien wandern bei einer Drehung des Kristalls in seiner reflektierenden Ebene durch das Spektrum, wobei sie sich im allgemeinen schräg stellen und vielfach kreuzen. Die Gesetzmäßigkeiten ihrer Wanderung wurden insbesondere bei Steinsalz untersucht.

4. Zur Erzielung einer scharfen Abbildung schräger Linien muß die Höhe des Spektrographenspalts äußerst gering gemacht werden.

5. Die beobachteten Gesetzmäßigkeiten der Linienverschiebung entsprechen genau folgendem Sachverhalt: es sind Ebenen von bestimmten gegen den Kristall festliegenden Richtungen angebar („ausgezeichnete Ebenen“); die in ihnen verlaufenden Strahlen treten bei der Reflexion mit geschwächter Intensität aus.

6. Zur Erklärung wird angenommen, daß eine Aufhellung dann entsteht, wenn die entsprechenden Strahlen von bestimmter Wellenlänge bei der Reflexion am Kristall gleichzeitig an zwei oder mehreren Netzebenen reflektiert werden, so daß eine Teilung des reflektierten Strahls in verschiedene Strahlenbündel erfolgt. Allen ausgezeichneten Ebenen entsprechen derartige gleichzeitige reflektierende Netzebenen.

7. Mit Hilfe des reziproken Gitters werden die für mehrfache Reflexion in Betracht kommenden Ebenen geometrisch veranschaulicht und analytisch berechnet.

8. Die Zahl der aus der Rechnung folgenden ausgezeichneten Ebenen läßt sich beliebig vermehren, wenn man Netzebenen mit genügend hohen Indizes in Rechnung setzt; jedoch nimmt dann der Grad der Aufhellung entsprechend ab. Nur niedrig indizierte Netzebenen ergeben beobachtbare Aufhellung.

9. Alle beobachteten Linien stehen mit der Theorie in Übereinstimmung.

10. Alle Linien bis zu einem gewissen Aufhellungsgrad, die aus der Theorie folgen, sind auch beobachtet.

# Raumgitteranalyse von Kaliumchromat.

Von **Karl Herrmann, Martin Hosenfeld** und **Nikolaus Schönfeldt**.

Mitteilung aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes  
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 22. März 1926.

Das Kaliumchromat  $K_2CO_4$  kristallisiert nach Groth<sup>1)</sup> in der bipyramidalen Klasse des rhombischen Kristallsystems. Schöne durchsichtige Nadeln waren dadurch leicht zu erhalten, daß eine Lösung des käuflichen Kahlbaumpräparates in einer Kristallierschale langsam abgedunstet wurde. Die Kristalle erwiesen sich als analysenrein.

Der zur Untersuchung dienende Röntgenapparat bestand aus einer Assar-Haddingschen Röhre, die mittels einer Volmerschen Diffusionspumpe evakuiert wurde. Die Röhre wurde mit Wasser, die Antikathode mit Öl gekühlt. Gearbeitet wurde mit durchschnittlich 38 000 V Spannung und 20–30 mA Belastung. Benutzt wurde das Schiebold-Polányische Drehkristallverfahren. Die Dauer der Belichtung längs der Achsen belief sich auf etwa 15 Stunden.

## I. Bestimmung des Elementarkörpers.

Bei der ersten Aufnahme wurde um die Nadelachse, die wir mit *c*-Achse bezeichnen werden, gedreht. Die vermessenen Schichtlinienabstände zeigt uns die

Tabelle 1<sup>2)</sup>.

<i>n</i>	$2e$	$\cos\mu$
1	19,8	0,261
2	45,0	0,514

Mittelwert für  $J$  : 5,88 Å.E.

Die Gitterperiode längs der *b*-Achse bringt die

Tabelle 2.

<i>n</i>	$2e$	$\cos\mu$
1	11,2	0,149
2	23,0	0,299
3	36,8	0,448
4	54,8	0,597

Mittelwert für  $J$  : 10,3 Å.E.

<sup>1)</sup> P. Groth: Chemische Krystallographie. Bd. 2, S. 450.

<sup>2)</sup> Bei den Berechnungen wurde das empfehlenswerte Buch von Balzer und Dettwiler: Sinus- und Tangentenfunktionen neuer Teilung für Maschinenrechnen, Stuttgart: Verlag Konrad Wittwer, benutzt, in dem die trigonometrischen Funktionen in Hunderterteilung enthalten sind.

Die Schichtlinienabstände des Drehdiagramms um die  $a$ -Achse sind in der Tabelle 3 enthalten.

Tabelle 3.

$n$	$2e$	$\cos \mu$
1	15,5	0,206
2	33,0	0,410
3	56,0	0,606

Mittelwert für  $J$ : 7,45 Å.E.

Mit den Werten 7,45, 10,3 und 5,88 für die  $a$ -,  $b$ - und  $c$ -Achse ergibt sich für das Achsenverhältnis des Kaliumchromats

$$a : b : c = 0,571 : 1 : 0,724,$$

in guter Übereinstimmung mit dem von Mitscherlich<sup>1)</sup> berechneten

$$a : b : c = 0,5694 : 1 : 0,7298 .$$

Es wurde weiterhin auch um die  $[ab]$ -Flächendiagonale gedreht. Die ermittelte Identitätsperiode zeigt die

Tabelle 4.

$n$	$2e$	$\cos \mu$
1	8,9	0,120
2	18,0	0,239
3	28,2	0,359
4	40,5	0,482

Mittelwert für  $J$ : 12,82 Å.E.

Der Wert 12,82 für die  $[110]$ -Achse stimmt mit dem nach  $\sqrt{a^2 + b^2}$  berechneten Wert 12,7 gut überein.

Auf Grund der Tabellen 1 bis 4 läßt sich die quadratische Form von Kaliumchromat zu

$$\sin^2 \vartheta / 2 = 0,0106 h^2 + 0,0056 k^2 + 0,0171 l^2 .$$

angeben.

Weiterhin ergibt sich für die Anzahl der Molekel im Elementarkörper

$$n = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot s^2}{M \cdot 1,64 \cdot 10^{-24}} = 3,88, \text{ also } 4$$

(wobei  $a = 7,45$  Å.E.,  $b = 10,30$  Å.E.,  $c = 5,88$  Å.E.,  $M = 194,2$ ,  $s = 2,74$  ist).

## II. Indizierung der Drehdiagramme.

Eine Bestätigung der quadratischen Form erfolgt durch die Möglichkeit, die Diagramme restlos durchindizieren zu können. Die Tabellen 5 bis 7 bringen die  $\sin \frac{\vartheta}{2}$ -Werte des Drehdiagramms um die  $a$ -Achse.

<sup>1)</sup> Mitscherlich: Poggendorffs Annalen d. Physik Bd. 18, S. 169. 1830.

<sup>2)</sup> Das spez. Gewicht des Kaliumchromats wurde von Gossner: Zeitschr. f. Krystall. Bd. 39, S. 163. 1904, bestimmt.

Tabelle 5.

$S_0^{[100]}$ Schichtlinienbedingung $h = 0$				
$2p$	$\sin \frac{\theta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\theta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
22,5	0,152	0,150	0 2 0	schw.
45,0	0,301	0,299	0 4 0	st.
61,5	0,406	$\beta$ -Linie		schw.
68,5	0,449	0,449	0 6 0	m.
83,7	0,539	{0,539 {0,541	{0 7 1 0 5 3}	m.
94,1	0,597	0,599	0 8 0	m.
104,3	0,651	0,654	{0 7 3 {0 0 5}	m.
110,0	0,680	0,689	0 6 4	schw.
124,0	0,747	{0,749 {0,552	{0 10 0 0 5 5}	schw.
133,5	0,790	0,785	0 0 6	m.
143,0	0,826	0,839	0 7 5	schw.
167,0	0,907	{0,902 {0,916	{0 6 6 0 0 7}	m.

Aus der Tabelle 5 ist zu entnehmen, daß das 2. Pinakoid ( $OkO$ ) nur in gerader Ordnung auftritt.

Tabelle 6.

$S_1^{[100]}$ Schichtlinienbedingung $h = 1$				
$2p$	$\sin \frac{\theta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\theta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
22,8	0,185	0,182	{1 1 1 {1 2 0}	st.
34,3	0,251	0,246	1 3 0	m.
49,2	0,341	0,342	1 4 1	m.
56,7	0,385	0,388	1 5 0	m.
72,0	0,476	0,478	1 5 2	m.
81,5	0,531	{0,523 {0,530	{1 0 4 1 6 2}	schw.

Tabelle 7.

$S_2^{[100]}$ Schichtlinienbedingung $h = 2$				
$2p$	$\sin \frac{\theta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\theta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
9,0	0,221	0,219	2 1 0	st.
22,5	0,255	0,255	2 2 0	st.
34,5	0,305	0,305	{2 1 1 {2 3 0}	st.
46,5	0,363	{0,365 {0,363	{2 2 2 2 4 0}	st.
59,0	0,427	0,426	2 5 0	m.
71,5	0,492	0,494	2 6 0	m.
83,5	0,555	0,562	2 7 0	schw.
116,0	0,710	0,701	2 2 5	m.

Tabelle 8.

$S_3^{[100]}$ Schichtlinienbedingung $h = 3$				
$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
17,5	0,332	0,335	3 2 0	st.
33,0	0,375	0,383	3 3 0	st.
47,5	0,425	{ 0,426 0,430 }	{ 3 1 1 4 4 0 }	schw.
52,0	0,444	0,450	3 4 1	m.
65,0	0,497	0,495	{ 3 0 3 3 5 0 }	m.
78,6	0,555	{ 0,545 0,555 }	{ 3 6 0 3 5 2 }	m.
89,5	0,602	{ 0,607 0,606 }	{ 3 7 0 3 0 4 }	schw.
92,5	0,615	0,610	3 1 4	m.

Die  $\sin \frac{\vartheta}{2}$ -Werte des Drehdiagramms um die  $b$ -Achse enthalten die Tabellen 9 bis 12.

Tabelle 9.

$S_0^{[101]}$ Schichtlinienbedingung $k = 0$				
$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
27,5	0,186	$\beta$ -Linie		schw.
30,4	0,205	0,203	2 0 0	st.
55,5	0,369	$\beta$ -Linie		schw.
61,3	0,405	{ 0,404 0,410 }	{ 3 0 2 4 0 0 }	st.
64,5	0,424	0,432	4 0 1	schw.
76,8	0,499	0,499	3 0 3	schw.
95,6	0,606	0,606	3 0 4	m.
105,6	0,658	{ 0,666 0,654 }	{ 4 0 4 0 0 5 }	s. schw.
135,8	0,798	0,785	0 0 6	schw.
147,5	0,843	0,834	5 0 5	m.

In der Tabelle 10 tritt das erste Pinakoid ( $hOO$ ) nur in gerader Ordnung auf.

Tabelle 10.

$S_1^{[101]}$ Schichtlinienbedingung $k = 1$				
$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
30,6	0,222	0,219	2 1 0	schw.
41,3	0,284	0,291	1 1 2	m.
46,0	0,314	0,318	3 1 0	st.
65,8	0,436	0,438	4 1 1	s. schw.
81,0	0,526	0,521	5 1 0	st.
95,0	0,603	0,610	3 1 4	schw.
106,5	0,664	0,669	4 1 4	schw.
118,2	0,693	0,690	2 1 5	schw.
138,6	0,809	0,815	2 1 6	schw.
167,4	0,907	0,892	7 1 0	m.
182,0	0,943	0,940	5 1 6	st.

Tabelle 11.

 $S_2^{(010)}$  Schichtlinienbedingung  $k = 2$ 

$2p$	$\sin \frac{\theta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\theta}{2}$ ber.	$h k l$	Int.
15,0	0,183	0,182	1 2 0	m.
30,5	0,252	0,255	2 2 0	st.
46,6	0,339	0,342	3 2 0	m.
79,8	0,521	0,521	3 2 3	st.
91,0	0,587	$\left\{ \begin{array}{l} 0,581 \\ 0,589 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 2 2 4 \\ 4 2 3 \end{array} \right\}$	m.
121,0	0,732	0,737	3 2 5	st.
128,3	0,764	0,750	5 2 4	m.
167,5	0,901	0,896	4 2 6	schw.
176,5	0,920	0,911	6 2 5	m.

Tabelle 12.

 $S_3^{(010)}$  Schichtlinienbedingung  $k = 3$ 

$2p$	$\sin \frac{\theta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\theta}{2}$ ber.	$h k l$	Int.
18,5	0,258	0,260	0 3 1	m.
30,5	0,300	0,305	2 3 0	m.
47,5	0,376	0,382	3 3 0	m.
64,5	0,462	0,462	3 3 2	m.
67,5	0,476	0,469	4 3 0	schw.
77,5	0,528	0,536	4 3 2	schw.
95,0	0,614	0,619	5 3 2	s. schw.
112,5	0,693	0,698	1 3 5	m.
151,8	0,844	0,840	$\left\{ \begin{array}{l} 2 3 6 \\ 6 3 4 \end{array} \right\}$	schw.

Die  $\sin \frac{\theta}{2}$ -Werte des Diagramms um die  $c$ -Achse sind in den Tabellen 13 bis 15 enthalten.

Tabelle 13.

 $S_0^{(001)}$  Schichtlinienbedingung  $l = 0$ 

$2p$	$\sin \frac{\theta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\theta}{2}$ ber.	$h k l$	Int.
27,0	0,182	0,182	1 2 0	schw.
30,2	0,204	0,203	2 0 0	schw.
33,8	0,228	0,219	2 1 0	schw.
37,5	0,253	0,255	2 2 0	m.
45,0	0,301	$\left\{ \begin{array}{l} 0,299 \\ 0,305 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 0 4 0 \\ 2 3 0 \end{array} \right\}$	schw.
46,5	0,311	0,316	1 4 0	m.
50,5	0,337	0,342	3 2 0	schw.
54,5	0,362	0,363	2 4 0	schw.
56,9	0,377	0,382	3 3 0	m.
61,4	0,406	0,411	4 0 0	schw.
64,5	0,424	$\left\{ \begin{array}{l} 0,418 \\ 0,426 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 4 1 0 \\ 2 5 0 \end{array} \right\}$	schw.
68,5	0,449	0,449	0 6 0	schw.
70,5	0,460	0,461	1 6 0	m.
75,5	0,491	0,495	3 5 0	schw.
81,5	0,527	0,533	1 7 0	m.
85,2	0,548	0,556	4 5 0	m.

Am Äquator des Diagramms um die  $c$ -Achse treten die ersten beiden Pinakoide ( $OkO$ ) und ( $hOO$ ) gleichfalls nur in gerader Ordnung auf.

Tabelle 14.

 $S_1^{(001)}$  Schichtlinienbedingung  $l = 1$ 

$2p$	$\sin \frac{\phi}{2}$ gef.	$\sin \frac{\phi}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
19,7	0,148	0,151	0 1 1	schw.
32,5	0,227	0,224	1 2 1	schw.
34,1	0,239	0,244	2 0 1	schw.
38,0	0,263	0,260	0 3 1	schw.
48,5	0,344	0,342	1 4 1	m.
67,0	0,451	0,450	3 4 1	schw.
72,5	0,483	0,487	4 3 1	m.
80,8	0,529	{0,531 0,526}	{5 0 1 4 4 1}	schw.
85,2	0,548	0,550	5 2 1	schw.
94,5	0,604	0,610	5 4 1	m.
98,0	0,622	0,622	4 6 1	schw.
102,5	0,644	0,650	5 5 1	schw.
118,5	0,721	0,728	4 8 1	schw.

Tabelle 15.

 $S_2^{(001)}$  Schichtlinienbedingung  $l = 2$ 

$2p$	$\sin \frac{\phi}{2}$ gef.	$\sin \frac{\phi}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
32,8	0,328	0,333	2 0 2	schw.
40,0	0,366	{0,359 0,365}	{1 3 2 2 2 2}	m.
47,5	0,397	0,398	0 4 2	schw.
49,0	0,405	0,401	{3 0 2 2 3 2}	m.
69,0	0,488	0,488	4 0 2	m.
73,5	0,517	0,520	0 6 2	m.
76,5	0,533	0,536	4 3 2	schw.
81,2	0,553	0,550	3 5 2	schw.
85,0	0,571	0,571	4 4 2	m.
88,8	0,590	0,596	5 2 2	m.
94,0	0,614	{0,614 0,619}	{4 5 2 5 3 2}	schw.
100,5	0,643	0,650	5 4 2	m.
104,5	0,661	0,661	4 6 2	m.

Schließlich enthalten die Tabellen 16 bis 20 die Vermessung des Diagramms um die  $[110]$ -Achse.

Tabelle 16.

 $S_0^{(110)}$  Schichtlinienbedingung  $h + k = 0$ 

$2p$	$\sin \frac{\phi}{2}$ gef.	$\sin \frac{\phi}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
34,0	0,229	$\beta$ -Linie		schw.
37,5	0,252	0,255	2 2 0	st.
56,8	0,377	0,382	3 3 0	st.
101,5	0,634	0,635	5 5 0	st.
121,8	0,737	0,730	4 4 4	schw.
127,0	0,760	{0,758 0,764}	{4 4 5 6 6 0}	m.
157,7	0,871	0,873	3 3 6	m.
163,4	0,896	0,887	8 8 2	m.
171,0	0,918	{0,913 0,916}	{5 5 5 0 0 7}	m.

Tabelle 17.

$$S_1^{(110)} \quad \text{Schichtlinienbedingung } h+k=1$$

$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
25,0	0,179	0,182	1 2 0	m.
31,3	0,217	0,219	2 1 0	schw.
44,0	0,299	0,305	2 3 0	m.
50,5	0,340	0,342	3 2 0	schw.
63,8	0,424	0,430	3 4 0	m.
67,0	0,442	0,440	$\left. \begin{matrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{matrix} \right\}$	schw.
70,5	0,463	0,469	4 3 0	m.
73,3	0,480	0,487	4 3 1	m.
84,7	0,547	0,554	1 2 4	m.
92,0	0,586	0,581	3 4 3	schw.
94,5	0,598	0,594	5 4 0	m.

Tabelle 18.

$$S_2^{(110)} \quad \text{Schichtlinienbedingung } h+k=2$$

$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
25,0	0,202	0,206	2 0 0	m.
32,0	0,241	$\left. \begin{matrix} 0,246 \\ 0,244 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{matrix} \right\}$	schw.
44,3	0,314	0,318	3 1 0	m.
51,4	0,357	$\left. \begin{matrix} 0,363 \\ 0,359 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{matrix} \right\}$	m.
97,3	0,618	0,619	4 6 0	schw.
119,0	0,690	0,686	6 4 0	schw.
121,3	0,734	0,734	5 7 0	schw.
137,0	0,793	0,791	6 4 3	schw.
145,7	0,833	0,845	3 1 6	schw.

Tabelle 19.

$$S_3^{(110)} \quad \text{Schichtlinienbedingung } h+k=3$$

$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
27,5	0,250	0,255	2 1 1	m.
59,3	0,417	0,418	4 1 0	schw.
78,8	0,524	0,535	5 2 0	m.
83,8	0,551	0,550	5 2 1	m.
90,2	0,585	0,580	2 5 3	schw.

Tabelle 20.

$$S_4^{(110)} \quad \text{Schichtlinienbedingung } h+k=4$$

$2p$	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ gef.	$\sin \frac{\vartheta}{2}$ ber.	$h \ k \ l$	Int.
6,5	0,241	0,246	1 3 0	m.
30,0	0,304	0,299	0 4 0	schw.
51,5	0,400	$\left. \begin{matrix} 0,398 \\ 0,411 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \end{matrix} \right\}$	m.
68,3	0,483	0,488	4 0 2	schw.
72,3	0,503	0,503	3 1 3	schw.
76,5	0,525	0,521	5 1 0	schw.
94,3	0,612	$\left. \begin{matrix} 0,610 \\ 0,607 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 3 & 1 & 4 \\ 3 & 7 & 0 \end{matrix} \right\}$	schw.
103,5	0,654	0,650	5 1 3	schw.
116,5	0,716	0,717	2 6 4	schw.

### III. Diskussion der Raumgruppe.

Aus den Tabellen 5 bis 20 lassen sich folgende Tatsachen entnehmen:

- der Elementarkörper ist einfach primitiv,
- das erste und zweite Pinakoid treten nur in gerader Ordnung auf, während das dritte Pinakoid normal ist,
- zwei Prismenzonen sind normal, eine nur, wenn die Indizesumme eine gerade ist.

Begründung zu a): Wegen der auftretenden Ebenen (210), (320), (520), (450), (540), (630), (650) ist eine Zentrierung der  $ab$ -Ebene nicht möglich, zudem wurde die Flächendiagonale entsprechend  $\sqrt{a^2 + b^2}$  bestimmt; wegen der Ebenen (302), (401), (304) kommt eine Zentrierung der  $ac$ -Ebene, der Ebenen (323), (423), (325), (625) eine Zentrierung der  $bc$ -Ebene, der Ebenen (111), (210), (250), (225), (522), eine Raumzentrierung nicht in Frage.

zu b): Es treten nur die Ebenen (020), (040), (060) und (200), (400), (600), (800), (1000) auf, während (010), (030), (050) und (100), (300), (500) usw. nicht vorkommen. Dagegen treten (005), (006), (007) auf.

zu c): Von den Prismen erster Art treten auf: (120), (320), (520), (210), (430) usw. von den Prismen zweiter Art (302), (304), (201), (401) usw., während von den Prismen dritter Art nur die Ebenen mit gerader Indizesumme (031), (042), (053), (055), (064), (066), (071), (073), (075) auftreten.

Infolge a) scheiden aus der rhombisch holoedrischen Klasse die flächen- bzw. raumzentrierten Raumgruppen aus. Das sind  $\mathfrak{R}_h^{17} - \mathfrak{R}_h^{27}$ ; infolge b) kommen die Raumgruppen  $\mathfrak{R}_h^1 - \mathfrak{R}_h^3$ ,  $\mathfrak{R}_h^5$ ,  $\mathfrak{R}_h^6$ ,  $\mathfrak{R}_h^{10}$ ,  $\mathfrak{R}_h^{12}$ ,  $\mathfrak{R}_h^{14} - \mathfrak{R}_h^{16}$  nach der Haupttabelle 12 von Niggli<sup>1)</sup> nicht in Frage. Nach b) sind nämlich 2 Pinakoide anomal, während das dritte normal auftritt. Dagegen fordert  $\mathfrak{R}_h^1$ , daß alle 3 Pinakoide mit normaler Röntgenperiode auftreten sollen, in  $\mathfrak{R}_h^3$  und  $\mathfrak{R}_h^5$  dürfte nur ein Pinakoid anomal sein, in  $\mathfrak{R}_h^2$ ,  $\mathfrak{R}_h^4$ ,  $\mathfrak{R}_h^8$ ,  $\mathfrak{R}_h^{12}$  und  $\mathfrak{R}_h^{16}$  dürften alle drei Pinakoide nur in gerader Ordnung auftreten. Infolge c) scheiden auch die Raumgruppen  $\mathfrak{R}_h^4$ ,  $\mathfrak{R}_h^7 - \mathfrak{R}_h^9$  und  $\mathfrak{R}_h^{11}$  aus, denn sie fordern zwei anomale Prismenzonen, während nach c) nur eine anomal ist.

Dementsprechend ist die Raumgruppe  $\mathfrak{R}_h^{13}$  die wahrscheinlichste. Die Raumgruppe  $\mathfrak{R}_h^3$  enthält folgende vierzählige Lagen: Zwei mit der Eigensymmetrie  $C_i$ , und eine mit der Symmetrie  $C_s$ . Für das Kaliumchromatmolekel sind nun theoretisch beide Symmetriemöglichkeiten denkbar. Man wird sich jedoch im Einklang mit der Vorstellung der Koordinationslehre eher für die Eigensymmetrie  $C_i$  entschließen als für  $C_s$ , die die Forderung enthält, daß alle Atome in einer Ebene liegen müssen. Die 4 Molekel würden also folgende Parameter haben

$$\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 0\right] \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 0\right]$$

oder

$$\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right].$$

Die Bestimmung der Atomschwerpunktsslagen sei einer späteren Arbeit vorbehalten. Sie wird sich gleichzeitig mit den Isomorphen  $\text{K}_2\text{SO}_4$ <sup>2)</sup> und  $\text{K}_2\text{MnO}_4$  be-

<sup>1)</sup> P. Niggli: Geometrische Kristallographie des Diskontinuums S. 496.

<sup>2)</sup> Für  $\text{K}_2\text{SO}_4$  liegen schon Debye-Scherrer-Aufnahmen vor von E. Vegard: Zeitschr. f. Physik Bd. 5, S. 18. 1921.

schäftigen, und kann erst die sichere Bestätigung der hier vorgeschlagenen Raumgruppe bringen.

Vorliegende Arbeit wurde auf Anregung der Abteilung für Elektrochemie im Zusammenhang mit einer dort aufgetretenen Frage im Institut für physik. und Elektrochemie der techn. Hochschule Charlottenburg ausgeführt.

### Zusammenfassung.

Es wurde das Gitter des rhombisch-bipyramidal kristallisierenden Kaliumchromats untersucht. Der Elementarkörper ist einfach primitiv und hat die Kantenlängen:  $a = 7,45$ ,  $b = 10,3$  und  $c = 5,88$  Å.E. Er enthält 4 Moleküle. Für die Raumgruppe ist  $\mathfrak{R}_h^{13}$ , für die Moleküleigensymmetrie  $C_i$  die wahrscheinlichste. Die 4 Moleküllagen haben die Parameter

$$\left[\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 0\right] \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 0\right]\right]$$

oder

$$\left[\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right] \left[\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right]\right].$$

# Gold aus Quecksilber.

Von Emil Duhme und Albert Lotz.

Mit 38 Textabbildungen.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium Siemensstadt.

Eingegangen am 27. Februar 1926.

Im Anschluß an die ersten Veröffentlichungen<sup>1)</sup> über den Zerfall des Quecksilberatoms haben wir im Einverständnis mit den Herren A. Miethe und H. Stammreich die Versuche zur Gewinnung von Gold aus Quecksilber aufgenommen und nach vielen Richtungen hin sowohl elektrisch wie analytisch untersucht. Wir konnten in vielen Fällen das Auftreten von Gold in Quecksilber nach der elektrischen Behandlung entsprechend dem damaligen Stande unserer Quecksilberdestillationsmethoden und der Erkenntnis der analytischen Methode zum Nachweis von Gold in Quecksilber bestätigen. Das verwendete Quecksilber war im Vakuum destilliert und vor der elektrischen Behandlung als goldfrei angesehen. Da die Resultate bald positiv, bald negativ waren und bei keiner Versuchsanordnung irgendein Zusammenhang zwischen aufgewendeter elektrischer Energie und Ausbeute erkennbar war, wurden wir in unserem Zweifel in bezug auf den Zerfall des Quecksilberatoms mehr und mehr bestärkt.

Wir werden im folgenden über alle Versuche, die zur Frage des Zerfalls des Quecksilberatoms angestellt wurden, berichten und die Folgerungen, die wir aus den Ergebnissen gezogen haben, besprechen.

Von prinzipieller Bedeutung zur Klärung des Problems war bei unseren Untersuchungen die Herstellung reinen Quecksilbers und der analytische Nachweis von Gold. Zum Nachweis des Goldes haben wir die von A. Miethe und H. Stammreich<sup>2)</sup> angegebene Methode, Auflösung des Quecksilbers in verdünnter, halogenfreier Salpetersäure, benutzt.

Inwieweit und unter welchen Bedingungen diese Methode geeignet ist, Gold im Quecksilber mit Sicherheit nachzuweisen, haben wir eingehend untersucht und die Reinigungsverfahren für Quecksilber bis an die Grenze der analytischen Nachweisbarkeit für Gold durchgeführt.

## Die Trennung von Gold und Quecksilber durch Destillation.

Vor der Destillation wird das Quecksilber mechanisch und chemisch gereinigt. Bei Anwesenheit unedler Metalle erwies sich Filtrieren und Durchleiten von Sauerstoff durch das über 100° erwärmte Quecksilber als zweckmäßig. Im allgemeinen

<sup>1)</sup> Naturwissensch. 12, 597 u. 744. 1924.

<sup>2)</sup> Zeitschr. f. anorg. u. allg. Chemie 140, 368, 1924 u. 148, 93, 1925.

genügte Schütteln mit saurer Mercurinitratlösung oder 80 proz. Schwefelsäure, Waschen und Trocknen.

Bei der Destillation von goldhaltigem Quecksilber<sup>1)</sup> kann unter verschiedenen Bedingungen Gold in das Destillat gelangen, ganz abgesehen von dem unmittelbaren Übergang von Spritzern durch zu große Verdampfungsgeschwindigkeit oder ungleichmäßige Beheizung. Die Möglichkeit des Übergehens von Gold besteht zunächst bei der Destillation in mangelhaftem Vakuum oder bei dauerndem Zutritt von Luft. Der Übergang erfolgt auf folgende Weise: Das verdampfende Quecksilber bildet im Verlaufe der Destillation an der Oberfläche Häute, die aus Oxyden und Nitriden metallischer Beimengungen im Quecksilber bestehen. Diese reichern sich an der Oberfläche an, adsorbieren, solange sie das Quecksilber benetzen, Gold und goldhaltiges Quecksilber und werden zum Teil als fein verteilte, voluminöse Körper durch den Dampfstrahl in das Destillat befördert. So ergibt z. B. die Destillation eines 0,01 proz. Goldamalgames in einer Versuchsordnung nach Abb. 1, wie sie von A. Miethe und H. Stammreich und auch von uns zur Einengung von Quecksilber für die Analyse benutzt wurde, ein Destillat mit  $\frac{1}{10\,000}$  mg Gold in 1 g Quecksilber und  $3-5 \cdot 10^{-4}$  mg, wenn zum Goldamalgam 10 mg Silber und 10 mg Kupfer zugesetzt wurde. Alle Destillationsapparate, die mangelhaft dichtende Schiffe besitzen, sind deshalb ungeeignet.

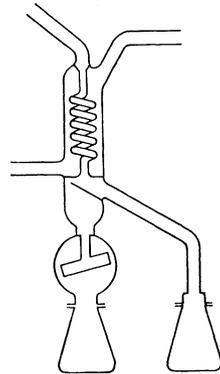


Abb. 1.

Auch eine Destillation im Hochvakuum schließt den Übergang von Gold in das Destillat nicht in allen Fällen aus. Verwendet man niedrige Verdampfungstemperaturen und weite Rohrquerschnitte wie bei der in Abb. 2 gezeichneten Anordnung<sup>2)</sup>, so gelingt es, bei mehrmals wiederholter Destillation ein weitgehend von Gold befreites Quecksilber zu erhalten. Die allerletzten Spuren von Gold lassen sich mit diesem Apparat aus zweierlei Gründen nur schwer entfernen. Erstens, das im Ofen befindliche Quecksilber kommuniziert im Steigrohr *c* mit der Außenluft und schließt den Zutritt von Luft nicht aus, und zweitens besteht die Möglichkeit eines Hinüberführens kleiner, goldhaltiger Quecksilberpartikelchen als Folge elektrostatischer Vorgänge an den Glas- bzw. Quarzwandungen. Gerade bei der Hochvakuumdestillation treten starke berührungselektrische Erscheinungen auf, die zu dauerndem Aufleuchten des Quecksilberdampfes führen können<sup>3)</sup>. Betrachten wir ein unmittelbar über der Quecksilberoberfläche kondensiertes Quecksilberpartikelchen an der Glaswand (bei *a*), das infolge seiner Bewegung gegenüber dem Glas berührungselektrisch aufgeladen und als Kondensat in unmittelbarer Nähe der verdampfenden Oberfläche als erste Fraktion anzusprechen ist, d. h. noch

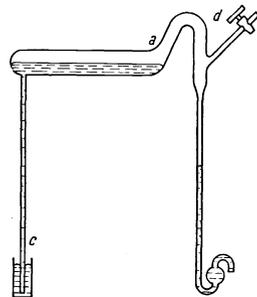


Abb. 2.

<sup>1)</sup> Siehe Riesenfeld u. Haase und Thiede, Schleede u. Goldschmidt: Naturwissensch. Bd. 13, S. 745. Berlin: Julius Springer. 1925.

<sup>2)</sup> Rohn: ZS. f. Instrumentenk. 34, S. 349–352. 1924.

<sup>3)</sup> Siehe auch W. Gerlach: Diskussion der Vorträge von A. Miethe und H. Stammreich in Danzig, Sept. 1925; Physikal. ZS. 26, S. 46. 1925.

kleine Mengen von Verunreinigungen enthält, so wird dieses elektrisch aufgeladene Tröpfchen die Annäherung kleinerer Quecksilbertröpfchen mit gleicher elektrischer Ladung verhindern, sie gegebenenfalls wieder abstoßen und als kleine Schwebekörperchen in den Dampfstrahl zum Kondensationsraum nach *d* gelangen lassen. Wir konnten bei der Destillation von 0,01 proz. Goldamalgam im Destillat einen Goldgehalt von  $\frac{1}{100\,000}$  mg in 1 g Quecksilber feststellen. Die elektrischen Aufladungserscheinungen sind bei den einzelnen Glassorten verschieden, bei Quarz am größten.

Es zeigte sich im Verlaufe unserer Untersuchungen jedenfalls sehr oft, daß das Quecksilber trotz aller Vorsichtsmaßregeln kleine Mengen Gold enthielt, so daß

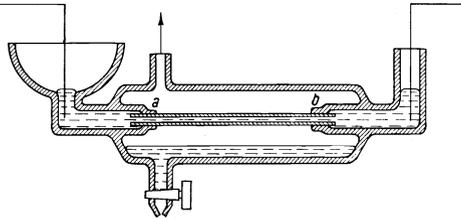


Abb. 3.

wir auf anderem Wege versuchten, den Übergang von Gold ins Destillat zu verhindern. Ein mit Quecksilber gefülltes Rohr aus vorgebranntem Porzellan (Abb. 3) von 1 mm lichter Weite und 30 cm Länge, dessen Wandungen für flüssiges Quecksilber undurchlässig, für Quecksilberdampf aber durchlässig sind, wird in einem evakuierten

Glasgefäß elektrisch geheizt. Der entstehende Quecksilberdampf durchdringt das Rohr und kondensiert sich in dem äußeren Glasgefäß. Im Destillat konnte Gold nicht nachgewiesen werden. Die Apparatur hat den Mangel, daß das Glasgefäß *d* an den Verbindungsstellen des Porzellanrohres *a*, *b* leicht springt.

Einen geeigneten Destillationsapparat stellt Abb. 4 dar, der aus zwei Gefäßen *a* und *b* besteht, die durch eine Glasspirale von mehreren Windungen verbunden



Abb. 4.

sind. In das Gefäß *a* wird Quecksilber gefüllt, das Ganze evakuiert und abgeschmolzen. Hierauf wird die Vorrichtung horizontal in einem elektrischen Ofen in der Weise geheizt, daß

das mit Quecksilber gefüllte Gefäß *a* auf  $160^\circ$  erwärmt, während bis zum zweiten Gefäß *b* ein Temperaturgefälle von  $100^\circ$  durchlaufen wird. Das Quecksilber destilliert von *a* in die erste Windung, verschließt dieselbe, destilliert in die zweite usw. Der Ofen wird entsprechend der Beheizung so gedreht, daß die Einzelkondensate in der Spirale durch Rotation des Ofens stets wieder nach *a* zurückbefördert werden. Man erreicht durch diese Anordnung eine Reihe von Einzeldestillationen im Hochvakuum, ohne daß Spritzer oder Oxydteilchen von einem Raum in den übernächsten gelangen können. Die Analyse ergibt, daß auf diese Weise destilliertes Quecksilber mit 0,5% Gold einen Reinheitsgrad erhält, der nur durch vielfache Hochvakuumdestillation in anderen Anordnungen erreicht werden kann.

### Der analytische Nachweis von Gold in Quecksilber.

Beim Nachweis der in Frage kommenden sehr kleinen Mengen Gold im Quecksilber besteht die Möglichkeit, daß das Gold aus den verwendeten Reagenzien stammt oder während des Analysenganges hineingerät. Es hat sich ferner gezeigt, daß unter Umständen kleine Mengen Gold bei der von M i e t h e und S t a m m r e i c h angegebenen

Methode zum Nachweis von Gold der Beobachtung unter dem Mikroskop entgehen können. Wir haben unsere analytischen Untersuchungen in einem eigens für diesen Zweck eingerichteten Laboratorium in einem neuerbauten Hause ausgeführt, um einerseits Chlor und Ammoniumchloriddämpfe auszuschließen und andererseits um goldverdächtige Räume zu vermeiden.

Wir überzeugten uns zunächst, daß die verwendete Salpetersäure und das destillierte Wasser chlor- und goldfrei waren. Die Löslichkeit von Gold (2 qcm Oberfläche) in dieser Salpetersäure betrug bis zu  $\frac{1}{10}$  mg bei  $120^\circ$  in 10 Minuten. Der Nachweis des gelösten Goldes geschah in der Weise, daß die Salpetersäure mit 1 ccm konz. Mercuronitratlösung versetzt, mit Ammoniak neutralisiert und mit Hydrazinsulfat unter Erwärmen gefällt wurde. Das gefällte Quecksilber wurde in 30–50 proz. Salpetersäure langsam gelöst und das Gold gewichtsanalytisch bestimmt. Bei geringem Überschuß von Salpetersäure beobachtet man, daß das Gold in verschiedenartigster Form zutage tritt und keine nachweisbaren Mengen Gold neben viel Quecksilber in Lösung gehen.

Hierauf befaßten wir uns mit der Auflösung reinsten Quecksilbers und verschiedener Goldamalgame, die in 1 ccm 1 mg bis  $1 \cdot 10^{-8}$  mg Gold enthielten. Während sich  $1 \cdot 10^{-5}$  mg Gold mit Sicherheit nachweisen ließ, wird bei  $1 \cdot 10^{-7}$  mg Gold die Grenze des sicheren Nachweises erreicht. Bei  $10^{-7}$ – $10^{-8}$  mg Gold tritt manchmal noch ein feiner Goldkristall, meist aber eine Haut auf, die aber nicht mit Sicherheit als Gold erkannt werden konnte. Wir möchten zur Herstellung unseres reinsten Quecksilbers bemerken, daß nach sorgfältigster chemischer Reinigung und mehrfacher Hochvakuumdestillation diese Haut fast immer auftrat, bis wir zuletzt die am Schlusse des vorhergehenden Abschnitts besprochene Destillation (s. Abb. 4) anwendeten.

Die Auflösung dieses reinsten Quecksilbers in 30–50 proz. Salpetersäure vollzieht sich gleichmäßig bis zum letzten Augenblick unter ständiger Stickoxydentwicklung. Während des Auflösungs Vorganges, der an der Berührungsstelle Quecksilber—Glasgefäß vor sich geht, ist der Quecksilbertropfen von einer zähen, konzentrierten Mercuronitratlösung umgeben, die Geschwindigkeit der Auflösung ist von Säurekonzentration, Temperatur und Rührung stark abhängig. Je nach Wahl kann geringe Säurekonzentration und höhere Temperatur bzw. umgekehrt oder Auflösung des Quecksilbers mit oder ohne Rührung des Lösungsmittels (Konvektionsrührung durch Temperaturunterschiede) vorgenommen werden. Unter keinen Umständen darf bei der Auflösung des Quecksilbers ein Herumrollen des letzten Tropfens eintreten, weil durch zu schnelle Auflösung bei der damit verbundenen stürmischen Gasentwicklung unübersehbare Lösungsvorgänge eintreten. Die Erfahrung hat gezeigt, daß man keine Auflösungs vorschritt geben kann, die Verhältnisse in einem System Quecksilber—Beimengung—Säure wechseln fortwährend, kleine Änderungen der Konzentration und Temperatur führen aber zum gewünschten Ziel. Wir haben bei der Auflösung der im allgemeinen 10 ccm nicht überschreitenden Mengen 30–50 proz. halogenfreie Salpetersäure angewendet und die Temperatur im letzten Stadium der Auflösung sowie die Konzentration der Säure gesteigert.

Es zeigt sich nun in den meisten Fällen, daß bei immer kleiner werdenden Quecksilbertropfen die blanke Oberfläche verschwindet, das Quecksilber nimmt die Gestalt eines Körpers mit geschrumpfter Oberfläche an. In diesem Augenblick beobachtet man auch keine Gasentwicklung mehr, die Auflösung schreitet unter der hautartigen

Oberfläche langsamer vorwärts, während von Zeit zu Zeit eine sprunghafte Verkleinerung des sich auflösenden Gebildes eintritt, bis zuletzt eine durchsichtige gewebeartige Haut zurückbleibt.

Da die Menge so gering ist, daß schon ein Wiederauffinden unter dem Mikroskop sehr schwer ist, konnte natürlich keine chemische Methode zum Nachweis der Restsubstanz angewendet werden. Das Aussehen dieser Haut ist verschieden, manchmal ist sie gelblichbraun, oft aber auch fast wasserklar.

Die Häute deuten wir als Verunreinigungen, und zwar in vielen Fällen als Gold. Wenn nämlich die Goldkonzentration des sich in Salpetersäure auflösenden Quecksilbertropfens nicht ausreicht, größere Goldkristalle zu bilden, oder wenn die Auflösungsgeschwindigkeit größer ist als die Diffusionsgeschwindigkeit des Goldes im Quecksilber (d. h. den Zusammenschluß kleiner Goldpartikelchen zu größeren Kristallen nicht zuläßt), dann unterbindet die an Verunreinigungen und Gold angereicherte Oberfläche des sich lösenden Amalgames den ungehinderten Zutritt der Salpetersäure zum Quecksilber. Der Lösungsvorgang schreitet trotzdem, wenn auch langsamer fort, bis die an der Oberfläche angereicherten Verunreinigungen eine Haut bilden, diese schrumpft im weiteren Verlauf des Lösungsvorganges und platzt in den meisten Fällen. Die freigelegte Stelle des kleinen Quecksilbertropfens stellt ein neues Angriffszentrum für die lösende Säure dar, an dem aber durch die benachbarte Haut der Zutritt der Salpetersäure stark behindert ist. Die Folge ist starke Konzentrationszunahme des sich bildenden Mercuronitrats, die bis zum Auskristallisieren führen kann. Wir werden später zeigen, daß die sich bildenden Kristalle imstande sind, das Gold aus dem Quecksilber herauszufangen. Beobachtungen haben gezeigt, daß nach Auflösung des letzten Quecksilbers beim Auftreten einer Haut häufig ein kleiner Goldkristall von derselben eingeschlossen ist oder auch herausgeholt ist.

Wir betrachten nun die Auflösung von goldhaltigem Quecksilber, das in der Weise hergestellt wurde, daß ein Stückchen Feingold zu einem dünnen Plättchen ausgewalzt wurde, gereinigt, gewogen und einer bestimmten Menge Quecksilber beigemischt wurde. Eine gleichmäßige Durchmischung wurde dadurch geprüft, daß das Quecksilber mehrere Male durch eine sehr feine Kapillare gepreßt wurde, um mit Sicherheit größere, ungelöste Kristalle festzustellen. Wir stellten Quecksilberproben her, die in 1 ccm 1 mg bis  $1 \cdot 10^{-8}$  mg Gold enthielten, um aus ihrem Verhalten bei der Auflösung Rückschlüsse über die Veränderung des Quecksilbers nach der elektrischen Behandlung und Aussagen über die Größenordnung des gefundenen Goldes machen zu können.

Löst man 1 ccm Quecksilber mit  $\frac{1}{10}$  mg Gold in Salpetersäure, so treten mannigfaltige Erscheinungen auf, von denen wir die wichtigsten herausgreifen wollen.

Der Auflösungs Vorgang unterscheidet sich anfangs nicht von dem reinen Quecksilbers. Der Tropfen wird unter Stickoxydbildung ständig kleiner, bis plötzlich die Gasentwicklung in kurzen Abständen periodisch verstärkt, im nächsten Augenblick schwächer erscheint. Diese Erscheinung dauert nur sehr kurze Zeit, wird daher nur selten beobachtet. Tritt sie auf, so ist sie der sichere Vorbote einer bald beginnenden Deformation des bis dahin kugelförmigen Tröpfchens. Die Goldkonzentration hat in dem Augenblick die Größe erreicht, bei der die Goldausscheidung aus der bis dahin homogenen Quecksilberschmelze beginnt. Der Tropfen beginnt unruhig zu werden. Die Vorgänge, die sich abspielen, sind elektrokapillarer Natur. Ist an einer Stelle die Goldkonzentration so groß geworden, daß an einer Stelle eine nennenswerte

Potentialänderung gegenüber der Umgebung eintritt, so wirken sich Oberflächenspannungsänderungen aus, die zu lebhaften Zuckungen des kleinen Tropfens führen können. Die Goldkonzentration steigt weiter, der Tropfen wird mehr und mehr fest und zeigt keine Bewegung mehr. Die Auflösung scheint noch einen Augenblick zu stocken, um dann fast augenblicklich unter starker Gasentwicklung das letzte Quecksilber in Lösung gehen zu lassen. Die Gestalt des zurückbleibenden Goldes ist verschieden. Je nach Geschwindigkeit des Auflösungs Vorganges oder aber bei Anwesenheit fremder Metalle findet sich das Gold als eine aus vielen kleinen Kristallen bestehende Kugel oder als einzeln verstreute Kristallkomplexe verschiedenartigster Struktur. Es hat sich gezeigt, daß es nicht immer möglich ist, die kugelförmige Gestalt des Goldrückstandes, aus der vielleicht Gewichtsbestimmung aus Durchmesser und Gewichtsverhältnis zu massiver Kugel möglich wäre, zu erhalten. Verschiedene Ursachen bewirken völliges Zersprätzen des Goldes in kleine Kristalle.

Löst man in zu konzentrierter Säure oder in verdünnter Säure ohne Rührung, so kann man beobachten, daß aus der das goldhaltige Quecksilber umschließenden Schliere konzentrierten Mercuronitrats Kristallausscheidung beginnt. Findet zwischen Quecksilber und Mercuronitratkristall Berührung statt, so geht die weitere Auflösung des Quecksilbers unter sofortiger Mercuronitratkristallbildung sehr schnell vorwärts. Das sich bildende Salz umschließt bei höher werdender Goldkonzentration des sich lösenden Amalgams die aus der Oberfläche hervortretenden Goldkristalle und fängt sie aus dem sich lösenden Amalgam heraus, wobei der immer kleiner werdende Quecksilbertropfen von den sich bildenden Mercuronitratkristallen fortbewegt wird. Man kann diesen Vorgang durch Impfen der das Quecksilber umschließenden Schliere Mercuronitrats mit einem Mercuronitratkristall einleiten. Diese Vorgänge sind geeignet, das Gold fein zu verteilen und es größtenteils der Beobachtung unter dem Mikroskop zu entziehen.

Während Beimengungen von Kupfer keine wesentlichen Änderungen des Auflösungs Vorganges hervorrufen, erweist sich die Anwesenheit von Eisen von großem Einfluß. Die Ursache dieser Erscheinung liegt besonders an der Eigenschaft des Eisens, einmal der Salpetersäure gegenüber passiv zu sein, und zweitens daran, daß das Eisen schon bei verhältnismäßig geringer Konzentration im Quecksilber als primäre Ausscheidung aus der Schmelze vorliegt. Ist dann Eisen- und Goldkonzentration des Amalgams so groß geworden, daß die elektromotorische Kraft Gold—Eisen wirksam wird, so vollzieht sich der Auflösungs Vorgang unter starker Gasentwicklung augenblicklich. Das Gold findet sich in so außerordentlich feiner Verteilung vor, daß eine mikroskopische Erfassung nicht möglich ist.

Wir bringen im folgenden einige Aufnahmen der wichtigsten Auflösungs Vorgänge:

Abb. 5 und 6. Auflösung von Quecksilber mit  $\frac{1}{10}$  mg Gold. Die Auflösung geht unter starker Gasentwicklung vor sich.

Abb. 7. Unter stürmischer Gasentwicklung geht das letzte Quecksilber in Lösung. Das bereits erstarrte Amalgam zeigt keine kugelförmige Gestalt mehr.

Abb. 8 zeigt den Goldrückstand von  $\frac{1}{10}$  mg.

Abb. 9 zeigt den Goldrückstand von  $\frac{1}{50}$  mg. Das Gold besteht aus einem Gefüge vieler kleiner Kristalle.

Abb. 10. Auflösung von Quecksilber mit  $\frac{1}{10}$  mg Gold in zu konzentrierter Säure. Bevorzugtes Lösungsgebiet.

Abb. 11. Die starke örtliche Konzentrationszunahme des Mercuronitrats hat Kristallausscheidung bewirkt. Der am Rande des Salzes liegende Quecksilbertropfen wird durch das sich deutlich an einer Stelle bildende Salz zur Seite verdrängt.

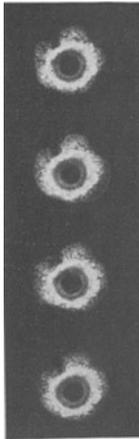


Abb. 5.

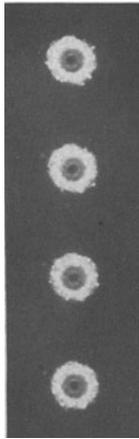


Abb. 6.

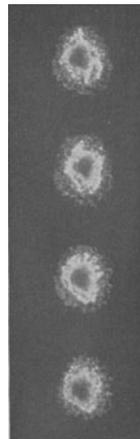


Abb. 7.

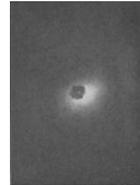


Abb. 8.

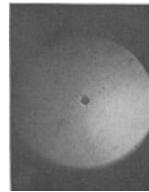


Abb. 9.



Abb. 10.



Abb. 11.

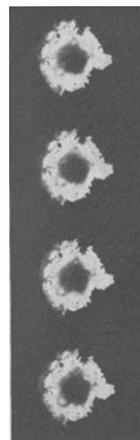


Abb. 12.

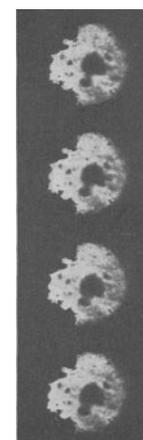


Abb. 13.

Abb. 12. Durch Mercuronitratsalze völlig eingeschlossener Quecksilbertropfen.  
Abb. 13 und 14. Die im Quecksilber befindlichen größeren Goldkristalle werden durch das entstehende Mercuronitratsalz eingefangen.

Abb. 15. Nach Auflösung des letzten Quecksilbers ist das Gold in dem Mercuronitratsalz eingeschlossen.

Abb. 16. Gestalt des Goldrückstandes nach Auflösung des Salzes.

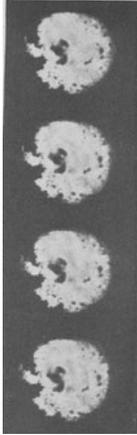


Abb. 14.



Abb. 15.

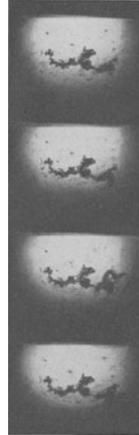


Abb. 16.

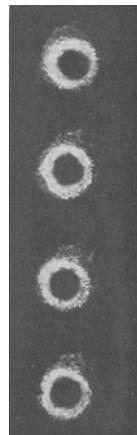


Abb. 17.

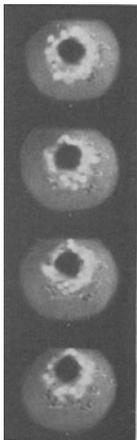


Abb. 18.

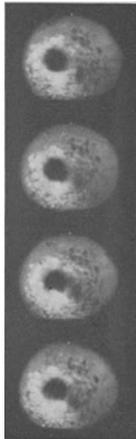


Abb. 19.



Abb. 20.

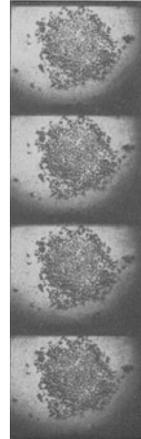


Abb. 21.

Abb. 17. Auflösung eines Quecksilbertropfens mit  $\frac{1}{10}$  mg Gold und Spuren von Eisen unter starker Gasentwicklung.

Abb. 18 und 19. Beginn des Herausschleuderns kleiner Goldteilchen.

Abb. 20. Weiteres Zersprätzen des Goldes.

Abb. 21. Der Goldrückstand nach Auflösung des letzten Quecksilbers. Die Vergrößerung der vorliegenden Aufnahmen ist 15fach. Die Aufnahmen wurden bei Zeiss in Jena im Versuchslaboratorium des Herrn Prof. Dr. phil. Dr.-Ing. e. h. Siedentopf ausgeführt. Wir möchten an dieser Stelle Herrn Prof. Siedentopf und seinem Assistenten Herrn Dipl.-Ing. Gerlach für die lebenswürdigen Ratschläge sowie für die Zurverfügungstellung der optischen Einrichtungen bei der mikroskopischen Erfassung der Auflösungs Vorgänge nochmals unseren herzlichen Dank aussprechen.

### Die elektrischen Anordnungen zur Umwandlung von Quecksilber in Gold und die mit ihnen erzielten Ergebnisse.

Wir werden in diesem Abschnitt zunächst einen Überblick geben über die Versuche zur Umwandlung von Quecksilber in Gold und, im Anschluß daran, die Ergebnisse bringen. Wir bemerken, daß dieser Abschnitt viele Einzelheiten enthält, die kein allgemeines Interesse haben.

#### 1. Der abgeänderte Lichtbogen nach Miethe.

Die ursprünglich von Miethe verwendete Quarzlampe wurde etwas abgeändert und in der folgenden Form benutzt: Ein U-förmig gebogenes 20 mm weites und etwa 1000 mm langes Quarzrohr (Abb. 22) taucht mit seinen unten offenen auf etwa 5 mm verengerten Schenkeln in die Gefäße *a* und *b* hinein, die mit Quecksilber gefüllt sind und zwei Elektroden *e* und *e*<sub>1</sub> aus Eisen besitzen. Durch den Hahn *d* kann das Rohr evakuiert werden. Das Gefäß *f* von 1 Liter Inhalt dient als Vakuumreserve für die während des Brennens etwa eindringenden oder frei werdenden Gase. Vor Beginn des Versuches wird das Quarzrohr evakuiert und dadurch mit dem in *a* und *b* stehenden Quecksilber gefüllt. Nach dem Einschalten des Stromes (10 Amp. bei 220 Volt) wird die Stelle *h* des Rohres mit dem Gebläse erhitzt, bis der Dampfdruck des Quecksilbers so weit gestiegen ist, daß die Verbindung bei *h* unterbrochen wird. In dem Augenblick entsteht der Lichtbogen, der nun seinerseits die weitere Dampfbildung unterhält. Nach dem Zünden des Bogens wird das Gebläse entfernt und die Verbindung zur Pumpe unterbrochen. Die Lampen werden im allgemeinen mit etwa 6—8 Amp. bei einer Klemmspannung von 120—160 Volt gebrannt.

Wenn während des Brennens der Bogen plötzlich erlosch, zündete er meist von selbst wieder, sobald bei der Abkühlung das Quecksilber bei *h* sich vereinigte. Da diese Zündung aber öfter versagte, so war noch eine besondere Hilfszündung durch einen Hochspannungsstoß angebracht, deren Erläuterung hier zu weit führen würde.

Da das Quecksilber in diesen Lampen mit der Außenluft in Verbindung steht, so wurde, um einen etwaigen Einfluß der Luft auszuschließen, der folgende Vakuumlichtbogen verwendet.

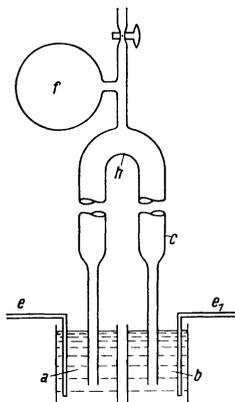


Abb. 22.

## 2. Vakuumlichtbogen.

Von einer Quecksilberdampfstrahlpumpe mit Lichtbogenheizung (Abb. 23) wurde die Heizwicklung entfernt und die Platinstromzuführung durch eine goldfreie Eisenlegierung ersetzt. Die Anordnung wurde mit einer zweiten Dampfstrahlpumpe evakuiert und mit Quecksilber durch das Rohr *b* so weit gefüllt, daß durch Schütteln des Ganzen der Lichtbogen zwischen den Quecksilberelektroden *e* und *e*<sub>1</sub> gezündet werden konnte. Zwischen dem Apparat und dem Pumpensatz wurde für die Dauer des Evakuierens eine mit flüssiger Luft gekühlte Quecksilberfalle eingeschaltet, um ein Überdestillieren des Quecksilbers aus der Dampfstrahlpumpe zu vermeiden. Nach dem Zünden wurde der Apparat bei *a* und *b* abgeschmolzen und sich selbst überlassen.

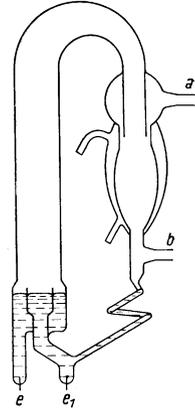


Abb. 23.

## 3. Unterbrochener Gleichstromlichtbogen.

Auf Grund einiger Beobachtungen bei dem Lichtbogen Nr. 1 glaubten wir, daß unruhig brennende und öfter verlöschende Lichtbögen besonders gute Ausbeute an Gold ergeben. Wir haben deshalb eine Anordnung gewählt, die in Abb. 24 schematisch wiedergegeben ist. Das U-förmige Quarzrohr *c*, in dessen Enden die Elektroden *e* und *e*<sub>1</sub> aus Invar eingeschliffen sind, konnte um die Achse *ab* von der senkrechten Brennstellung in die wagerechte Zündlage automatisch gedreht werden; es hatte einen Durchmesser von 25 mm und eine Schenkellänge von 1000 mm. Bei den einzelnen Versuchen wurde mit Stromstärken bis zu 40 A bei einer Klemmenspannung von 30—300 V in einer Schaltung nach Abb. 25 gearbeitet. In dem Augenblick, wo die höchste Stromstärke durch Kurzschließen von Widerständen erreicht ist, wird der Bogen ausgeschaltet und der Vorgang wiederholt.

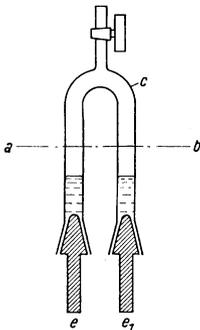


Abb. 24.

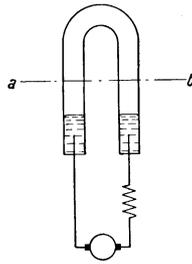


Abb. 25.

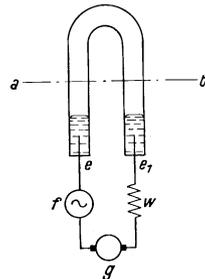


Abb. 26.

## 4. Mit Wechselstrom überlagert unterbrochener Gleichstrombogen.

Unter etwas abgeänderten elektrischen Bedingungen wurde dieselbe Anordnung noch in der Weise betrieben, daß dem Gleichstrom eine Wechselspannung überlagert wird, in einer Schaltung, die in Abb. 26 wiedergegeben ist. Die Gleichstromquelle *g* von 440 V war durch die Wechselstrommaschine *f* von 120 V Spannung über den

Widerstand  $w$  mit den Elektroden  $e$  und  $e_1$  verbunden. Der Widerstand  $w$  war so bemessen, daß die Stromstärke während der Brennperiode im Höchsthalle 50 A betrug.

5. Gleichstromlichtbogen, dessen Bogenlänge dauernd geändert wird, ohne daß der Bogen zum Verlöschen kommt.

Eine in der Wirkungsweise der Apparatur Nr. 3 ähnliche Versuchsanordnung ist in Abb. 27 schematisch gezeichnet. In das etwa 20 cm lange und 5 cm weite Quarzrohr  $a$  ist das Quarzdreieck  $xyz$  in der Weise eingeschmolzen, daß das in das Rohr eingefüllte Quecksilber bei wagerechter Rohrstellung zwei elektrisch getrennte Massen bildet. Neigt man das Ende  $x$  etwas, so fließen die Quecksilbermassen bei  $x$  über die Scheidewand hinweg zusammen. Da jede der beiden Gefäßteile eine besondere Stromzuführung  $e$  und  $e_1$  hat, so wird nach dem Zurückdrehen des Rohres um die Achse  $fg$  der Strom bei  $x$  unterbrochen und der Lichtbogen eingeleitet, der an der Stelle der kürzesten Lichtbogenbahn, d. h. bei  $z$ , stehenbleibt. Mit Hilfe des Magneten  $m$  wird der Bogen über die Quecksilberoberflächen nach  $z$  geblasen. Sobald er dort angekommen ist, wird der Magnet automatisch umgepolt und der Bogen nach  $x$  zurückgezogen. Ist der Bogen wieder in  $x$  angekommen, so schaltet sich der Magnet um, und das Spiel beginnt von neuem. Bei dieser Anordnung wird erreicht, daß der Bogen dauernd an anderer Stelle des Quecksilbers brennt und gleichzeitig eine Spannungsänderung durch Längerwerden (durch die ansteigende Quarzscheidewand) erleidet. Um den Bogen auch bei höheren Spannungen brennen zu können, wurde in Wasserstoff bis zu 30 mm Quecksilbersäule gearbeitet. Die Klemmenspannung betrug bei diesen Versuchen 30—150 V, je nach Druck bei einem Strom von etwa 5—10 A.

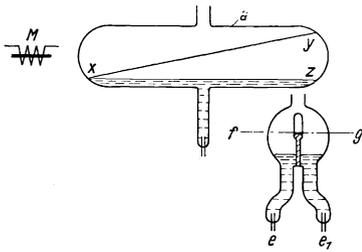


Abb. 27.

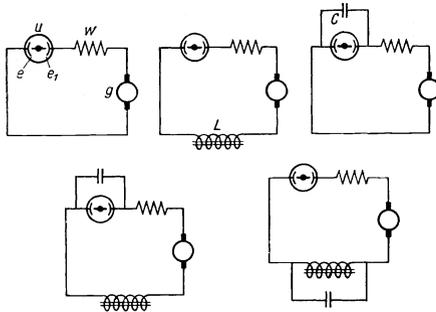


Abb. 28.

6. Turbinenunterbrecher.

Als weitere elektrische Anordnung wurde ein Quecksilberstrahl- oder Turbinenunterbrecher verwendet, wie er noch heute in älteren Röntgenanlagen benutzt wird. Die einzelnen Schaltungen, die untersucht wurden, sind in der Abb. 28 gezeichnet: Der Unterbrecher arbeitet in der Weise, daß durch einen rotierenden Quecksilberstrahl die Kontaktsegmente  $e$  und  $e_1$  leitend verbunden und wieder getrennt werden. Dieser Apparat, bei dem durch die eingeschaltete veränderliche Selbstinduktion  $L$ , die Kapazität  $C$  und den Ohmschen Widerstand  $W$  die verschiedensten elektrischen Entladungsbedingungen vom Lichtbogen bis zur Glimmentladung durchlaufen werden, ermöglicht 10—40 Unterbrechungen in der Sekunde. Zur Füllung werden

1,5–3 kg Quecksilber benötigt, Die Unterbrechungen erfolgen in Leuchtgas oder in Wasserstoff. Variiert wurden die Verhältnisse noch durch die Verwendung von Elektroden aus verschiedenen Stoffen, wie Eisen, Nickel, Kupfer, Aluminium, Wolfram und Kohle. In einigen Versuchen wurden Elektroden verwendet, bei denen ein Teil aus Eisen, der andere aus Kupfer bestand. Einige Versuche wurden ausgeführt mit einem Unterbrecher, bei dem auch die feststehenden Elektroden aus Quecksilber bestanden. Die Stromstärke bei diesen Versuchen betrug 3–6 Amp. bei einer Netzspannung von 220 Volt. Bei Verwendung von Selbstinduktion konnte die entstehende Öffnungsspannung bis auf 2000 Volt gesteigert werden.

### 7. Quecksilberunterbrecher mit Wolframkontakt.

Um mit kleineren Quecksilbermengen (0,2–1 ccm) als im Turbinenunterbrecher auskommen zu können, wurde eine Anordnung gewählt, bei der ein Wolframstift *w* (Abb. 29) in einen Quecksilbertropfen *t* eintaucht. Durch die Magnetspule *m* wurden mit Hilfe einer besonderen Kontaktvorrichtung Stromstöße geschickt und dadurch der Unterbrecher betätigt. Die Apparatur war in einem luftdicht abgeschlossenen Glasgefäß eingebaut, so daß der Entladungsvorgang in beliebigen Gasen oder im Vakuum erfolgen konnte. Bei einigen Versuchen wurde das Quecksilber *t* in dem kleinen Eisengefäß *g* mit verschiedenen Flüssigkeiten, wie Wasser, Paraffinöl und Petroleum, überschichtet. Die Anzahl der Unterbrechungen konnte mit Hilfe eines elektrischen Zählwerkes *Z* festgestellt werden. Das Quecksilber wurde sowohl als Anode wie auch als Kathode verwendet. Es konnte mit 1–25 Unterbrechungen in der Sekunde gearbeitet werden. Die Spannung betrug 6–220 Volt bei einem Strom von 0,5–10 Amp. Bei höheren Stromstärken zerstäubte das Quecksilber so schnell, daß nur wenige Unterbrechungen vorgenommen werden konnten.

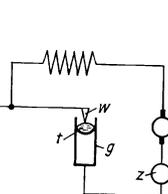


Abb. 29.

### 8. Glimmstromentladungen.

Die Abb. 30 zeigt eine Anordnung, in der mit einer Spannung von 8000 V bei 50 mA eine Glimmentladung unterhalten wurde. Sie arbeitete in der Weise, daß das Quecksilber in dem Gefäß *a* durch einen in der Abbildung nicht gezeichneten Ofen erhitzt wurde. Der erzeugte Dampf strömte in den eigentlichen Entladungsraum *c*, wo er durch die bei *e* und *e*<sub>1</sub> zugeführte Hochspannung einer Glimmentladung ausgesetzt wurde. Das in *c* kondensierte Quecksilber floß durch das Rohr *d* in das Gefäß *a* zurück. Die Biegung des Rohres *d* an dem Punkte *f* verhinderte durch das dort liegenbleibende Quecksilber ein unmittelbares Eindringen des im Siedegefaß *a* erzeugten Dampfes in *d*. Durch diese Anordnung sollte bei einem etwa zwischen Gold und Quecksilber bestehenden Gleichgewicht der Entladungsbahn dauernd reiner Quecksilberdampf zugeführt werden.

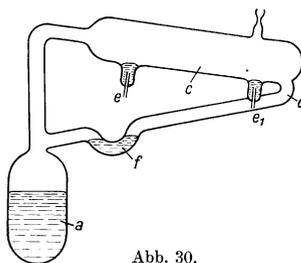


Abb. 30.

Eine andere Glimmstromröhre ist in Abb. 31 dargestellt, die mit Hochfrequenzentladung betrieben wurde in einer Schaltung, wie sie aus der Zeichnung hervorgeht.

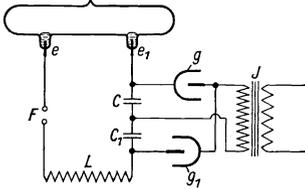


Abb. 31.

Die von dem Induktor  $J$  erzeugte Wechselspannung wird in den Gleichrichtern  $gg_1$  gleichgerichtet und damit die Kapazitäten  $C$  und  $C_1$  von 60 000 cm aufgeladen, die sich periodisch bei genügend hoher Spannung über die Selbstinduktion  $L$  und die Funkenstrecke  $F$  durch die Elektroden  $e$  und  $e_1$  der Glimmstromröhre entladen. Für höhere Belastungen wurde die elektrische Anordnung mit einem Zwischenkreis versehen und ein Entladungsgefäß aus Quarz gewählt.

### 9. Elektrodenloser Ringstrom.

Als eine Art Glimmentladung können auch die Versuche zur Erzeugung eines elektrodenlosen Ringstromes angesehen werden, die in der in Abb. 32 dargestellten Anordnung durchgeführt werden:

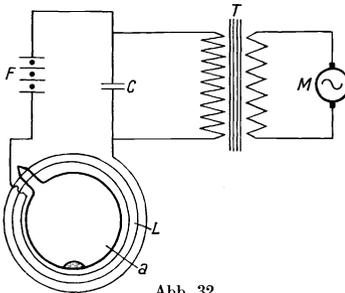


Abb. 32.

Die hoch evakuierte Glaskugel  $a$  von 30 cm Durchmesser, in der sich etwa 1 ccm Quecksilber befindet, wird in eine Spule  $L$  gebracht, die von Hochfrequenzstrom durchflossen ist.  $M$  ist eine 500-Perioden Wechselstrommaschine,  $T$  ein Hochspannungstransformator,  $F$  eine Löschfunkenstrecke,  $C$  eine Kapazität, die mit der Spule  $L$  zusammen den Schwingungskreis bildet. Der bei den Versuchen angewendete Hochfrequenzzwischenkreis ist in der Zeichnung der besseren Übersicht halber weggelassen. Die

Leistungsaufnahme der Kugel betrug etwa 2 kW. Die Versuche boten besonderes Interesse, weil bei ihnen mehrfach ionisiertes Quecksilber auftrat.

### 10. Kapazitätsentladungen bei Niederspannung.

Die in der Abb. 33 dargestellte Anordnung sollte zur Behandlung des Quecksilbers mittels Kapazitätsentladungen von hoher Stromstärke und geringer Spannung dienen. Sie bestand aus einem kleinen U-förmigen Quarzrohr von etwa 5 mm innerem Durchmesser bei einer Schenkellänge von etwa 50 mm.

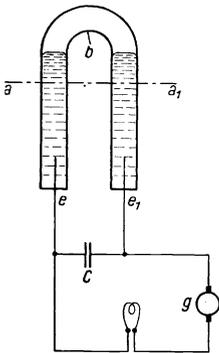


Abb. 33.

Das auf Hochvakuum gepumpte Entladungsrohr war so weit mit Quecksilber gefüllt, daß bei senkrechter Stellung das Quecksilber an der Stelle  $b$  getrennt war, beim Drehen um die Achse  $a a_1$  aber zusammenfloß. Die an den Enden der beiden Schenkel eingeschliffenen Metallelektroden  $e$  und  $e_1$  bestanden aus Eisen. Die Anordnung wurde so geschaltet, wie die Abbildung angibt. Die Kapazität  $C$  betrug 50 MF. Es erfolgten in der Minute etwa 100 Unterbrechungen bzw. Kapazitätsentladungen. Die verwendete Gleichspannung betrug 220 Volt.

## 11. Glühkathodenversuche.

Auf die Versuche, Quecksilber einem Elektrodenbombardement auszusetzen, hatten wir besondere Hoffnungen gesetzt, da sie vielleicht einen Fingerzeig zur Aufklärung der Frage einer Umwandlung mit Hilfe der Antropoffschen Theorie geben konnten. Die Anordnung gibt die Abb. 34 schematisch wieder, die aus der Glühkathode  $K$  austretenden Elektronen werden durch das zwischen der Kathode  $K$  und der gitterförmigen Anode  $A$  liegende elektrische Feld beschleunigt, treten zum Teil durch die Anode hindurch und treffen auf das am Boden des Gefäßes  $G$  liegende Quecksilber. Um Elektronen von genügender Beschleunigung zu erhalten, wurde das Gefäß  $G$  mit flüssiger Luft gekühlt; als Beschleunigungsspannungen wurden 0,5–11 000 V verwendet.

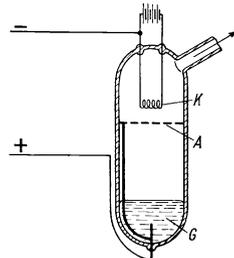


Abb. 34.

## 12. Durchschlagsversuche mit dielektrischen Flüssigkeiten.

Eine Versuchsanordnung, bei der Funkenentladungen unter Flüssigkeiten auf das Quecksilber einwirken sollten, zeigt die Abb. 35. Das Glasrohr  $a$  trägt an seinem unteren Ende die Spitze  $s$ , aus der einzelne Quecksilbertropfen austreten und zwischen den Eisenelektroden  $e$  und  $e_1$  hindurchfallen und sich in dem Gefäß  $c$  sammeln. Das Gefäß  $c$  ist mit einer isolierenden Flüssigkeit gefüllt; die Elektroden  $e$  und  $e_1$  sind mit der Stromquelle (Induktor mit und ohne Kapazität) verbunden und auf einen solchen Abstand gebracht, bei dem gerade keine Entladung mehr übergeht. Sobald jedoch ein Quecksilbertropfen aus  $s$  zwischen die Elektroden gelangt, erfolgt ein Durchschlag, wobei das Quecksilber zerstäubt und langsam zu Boden sinkt. Mit Hilfe einer kleinen Mammutpumpe  $m$  konnte das in  $c$  sich ansammelnde Quecksilber nach  $a$  zurückbefördert werden, so daß Versuche mit etwa 100 cem Quecksilber mehrere Stunden hindurch betrieben werden konnten. Die Spannung bei den einzelnen Versuchen ist anfangs hoch (60 000 V) und nimmt mit zunehmender Zahl der Durchschläge ab.

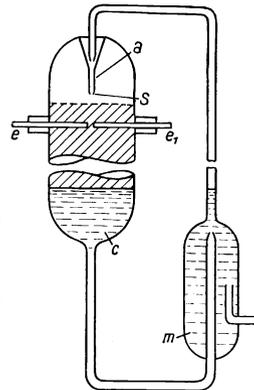


Abb. 35.

Die Versuche selbst sind nicht ganz ungefährlich, da bei Verwendung großer Energien einerseits das die Flüssigkeit enthaltende Gefäß explosionsartig zertrümmert werden kann und andererseits bei Verwendung von Alkohol und dergleichen Quecksilberalkyle entstehen können, auf deren außerordentliche Giftigkeit hingewiesen werden muß.

## 13. Durchschlagsversuche mit festem Paraffin.

Festes Paraffin wurde als Dielektrikum in der Weise verwendet, daß ein Paraffinblock  $p$ , Abb. 36, eine Bohrung  $a$  bis zur Mitte erhält. In diese Öffnung wird Queck-

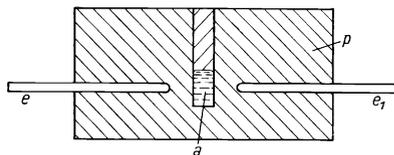


Abb. 36.

silber (etwa 1 cm) eingefüllt und mit Paraffin vergossen. Senkrecht zu dieser Bohrung werden die Elektroden  $e$  und  $e_1$  bis auf etwa 1 mm Abstand an das Quecksilber herangebracht. Durch die Elektroden wird eine Kapazitätsentladung (Induktor von 30 cm Funkenlänge mit parallel geschalteter Kapazität von 40 000 cm) geschickt, die das Quecksilber völlig zerstäubt.

#### 14. Durchschlagsversuche mit festem Quecksilber als Elektroden.

Eine besondere Art von Durchschlagsversuchen bei Anwendung von Quecksilberelektroden wurde in der Weise angestellt, daß

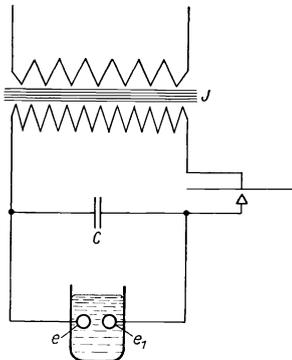


Abb. 37.

in kleine, mit Quecksilber gefüllte Glaskugeln ein Kupferdraht als Zuleitung eintauchte. Die Kugeln wurden in flüssiger Luft gekühlt und das Glas nach dem Erstarren des Quecksilbers zerschlagen. Von den auf diese Weise hergestellten festen Quecksilberelektroden wurden je zwei in flüssiger Luft, in Alkohol von  $-80^\circ$ , in Äther von  $-80^\circ$  als Funkenstrecken eingesetzt und mit der Sekundärspule eines Induktors verbunden, wie die Abb. 37 angibt. Die Kapazität  $C$  von 40 000 cm wurde so lange aufgeladen, bis ein Überschlag zwischen den Elektroden  $e$  und  $e_1$  erfolgte. Die verwendeten Gleichspannungen betragen bis zu 70 000 V (etwa 50 mm Schlagweite zwischen Metallkugeln und 1 cm Radius in der Luft).

#### 15. „Leitungsversuche.“

Untersuchungen von Quarzlampen nach Heraeus hatten ergeben, daß das Quecksilber in den Zuleitungsgefäßen im allgemeinen mehr Gold enthält als das Quecksilber in der Lampe selbst. Wir haben deshalb „Leitungsversuche“ mit „strom-

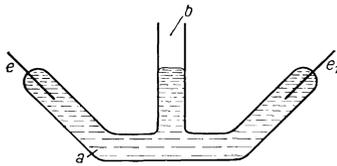


Abb. 38.

durchflossenem“ Quecksilber angestellt, bei denen Elektroden mit verschiedenem Material verwendet wurden; teilweise wurden die Elektroden vor dem Einsetzen in die Apparatur in Paraffinöl und auch Tetrachlorkohlenstoff eingetaucht und während des Stromdurchganges damit überschichtet, um den Übergangswiderstand zu erhöhen. Durch eine solche Anordnung einfachster Art, wie sie z. B. in Abb. 38 dargestellt

ist, werden Ströme bis zu 800 Amp. geleitet.  $e$  und  $e_1$  sind die Elektroden, das Quarzrohr  $a$  wird bei  $b$  mit Quecksilber gefüllt. Als Elektroden wurden verwendet: blankes Eisen, angelassenes Eisen, Invar, Wolfram, Silizium und Kohle. Wir haben eine ganze Reihe ähnlicher Versuche angestellt, deren Anordnung aber übergangen werden kann, da das Prinzip und die Ergebnisse dieselben sind wie die mit der in der Abbildung schematisch gezeichneten Vorrichtung.

#### 16. „Leitungsversuche“ ohne Elektroden.

Um einen etwaigen Einfluß der Elektroden selbst auszuschalten, wurden Leitungsversuche ohne Elektroden in der Weise angestellt, daß ein ringförmiges

mit Quecksilber gefülltes Quarzrohr als Sekundärspule eines Transformators verwendet wurde.

## Ergebnisse.

In diesem Abschnitt werden wir die Ergebnisse unserer Versuche einordnen und die der positiv verlaufenen einschließlich der orientierenden Vorversuche besonders berücksichtigen. Die Vorversuche werden wir kenntlich machen und es dem Urteil des Lesers überlassen, ob sie als beweisend anzusprechen sind.

Tabelle 1. Lichtbogen-Versuche.

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt	Betriebsdauer Std.	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	13	aus Ofen	6	160	200	$\frac{1}{50}$	Vorversuch
2	13	„ „	8	120	200	$\frac{1}{100}$	„
3	13	„ „	6	150	50	negativ	„
4	10	„ „	3	140	15	$\frac{1}{100}$	„
5	12	„ „	9	120	200	5	„
6	12	„ Nr. 3	7	150	131	negativ	
7	10	„ „ 2	8	120	200	$\frac{1}{1000}$	
8	11	„ „ 6	8	170	32	$\frac{1}{10000}$	
9	11	„ „ 5	7.5	130	115	$\frac{1}{1000}$	
10	10,5	„ „ 8	6	160	150	negativ	
11	13	„ Ofen	7	155	84	$\frac{1}{10000}$	
12	10	„ Nr. 10	6	140	103	negativ	
13	10	„ Ofen	7	130	45	„	
14	10	„ „	6	150	100	„	
15	10	„ „	6	130	88	„	

Die Versuche Nr. 1—5 sind als Vorversuche deshalb kenntlich gemacht, weil sie zu einer Zeit angestellt worden sind, in der wir nicht genügende Erfahrungen in der Herstellung goldfreien Quecksilbers gemacht hatten.

Tabelle 2. Vakuumlichtbogen.

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt	Betriebsdauer Std.	Ergebnis	Bemerkungen
1	1,5	aus Ofen	4	38	674	negativ	
2	1,3	„ Nr. 1	4	35	120	„	
3	1,3	„ Ofen	4	36	150	„	

Tabelle 3. Unterbrochener Gleichstrombogen.

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt	Anzahl der Unterbrechungen pro Stunde	Betriebsdauer Std.	Ergebnis mg Au
1	5	aus L. B. 3 <sup>1)</sup>	8	300	etwa 40	4	negativ
2	5	„ Ofen	7	340	„ 40	35	$\frac{1}{10000}$
3	5	„ L. B. 1 <sup>2)</sup>	35	300	„ 40	78	negativ
4	6	„ Ofen	30	310	„ 40	120	„

<sup>1)</sup> L. B. 3. Siehe Lichtbogenversuch 3, Tabelle 1.

<sup>2)</sup> L. B. 1. Siehe Lichtbogenversuch 1, Tabelle 1.

Tabelle 4. Wechselstromüberlagerter unterbrochener Gleichstromlichtbogen.

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt	Anzahl der Unterbrechungen pro Stunde	Versuchsdauer Std.	Ergebnis mg Au
1	5	aus Tab. 3 Nr. 3	50	350	etwa 40	81	negativ
2	5	aus Nr. 1	40	360	„ 40	24	„
3	5	„ Ofen	30	300	„ 40	34	$\frac{1}{100\ 000}$
4	5	„ „	40	300	„ 40	36	$\frac{1}{10\ 000}$
5	5	„ Nr. 4	40	310	„ 40	19	negativ

Tabelle 5. Lichtbogen mit veränderlicher Bogenlänge.

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt	Gasfüllung	Betriebs- dauer Std.	Ergebnis mg Au	Bemerkung
1	1	aus Ofen	6	40	Vakuum	4	negativ	Luft einge- drungen
2	1	„ „	4	130	Wasserstoff 5 mm Druck	2	$\frac{1}{10\ 000}$	
3	1	„ Nr. 1	4	140	Wasserstoff 4 mm Druck	7	negativ	
4	1	„ Ofen	8	40	Vakuum	5	$\frac{1}{100\ 000}$	
5	1	„ „	10	105	Wasserstoff 30 mm Druck	16	negativ	
6	1	„ „	5	150	Wasserstoff 10 mm Druck	16	„	
7	1	„ „	5	180	Wasserstoff 15 mm Druck	3	„	
8	1	„ „	7	200	Wasserstoff 40 mm Druck	21	„	
9	1	„ „	6	38	Vakuum	46	„	

Tabelle 6. Turbinenunterbrecher.

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Span- nung Volt	Be- triebs- dauer Std.	Art der Elektroden	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	2,5	aus Ofen	6	220	14	Kupfer	10 mg	Vorversuch
2	2,8	„ „	7	220	24	„	1 mg	„
3	2,9	„ „	6	220	11	„	negativ	„
4	2,6	„ „	8	220	17	„	$\frac{1}{25}$	„
5	2,4	„ „	3	220	15	„	$\frac{1}{10}$	„
6	2,1	„ Nr. 2	7	220	24	„	$\frac{1}{50}$	„
7	2,7	„ Ofen	4	220	50	Nickel	negativ	„
8	2,4	„ „	5	220	26	„	„	„
9	1,8	„ „	6	220	8	„	$\frac{1}{100}$	„
10	2,6	„ Nr. 4	2	120	24	Kupfer	$\frac{1}{1000}$	Wasserstoff
11	2,8	„ Ofen	4	120	32	„	negativ	
12	1,5	„ Nr. 4 ÷ 500 g a. Ofen	5	220	8	„	$\frac{1}{50}$	„
13	1,5	aus Ofen	5	220	7	„	negativ	„
14	1,5	„ „	4	120	20*	„	„	„
15	1,5	„ „	6	220	13	„	$\frac{1}{1000}$	„
16	1,5	„ „	2	120	18	„	$\frac{1}{50\ 000}$	„
17	1,5	„ Nr. 5	3	120	24	„	negativ	„
18	1,5	„ Nr. 7	3	220	7	„	„	„
19	1,8	„ Nr. 3 und Nr. 8	5	220	4	„	„	„
20	1,4	aus Nr. 13	8	120	10	Nickel	„	„

Tabelle 6. (Fortsetzung).

Nr.	Hg-Menge kg	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt	Betriebs- dauer Std.	Art der Elektroden	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
21	2	aus Tab. 1 Nr. 12	5	220	13	Nickel	negativ	
22	1,6	aus Nr. 9	2	220	1	Kupfer	„	analytisch nicht bestimmbar
23	1,4	„ Nr. 15	5	220	6	Aluminium	—	
24	1,5	„ Nr. 12	8	120	9	Amalgamiertes Nickel	$\frac{1}{10\,000}$	
25	1,3	„ Nr. 23	6	220	7	Kupfer	negativ	
26	1,8	„ Ofen	6	220	3	„	$\frac{1}{1000}$	
27	1,6	„ „	6	220	1	„	$\frac{1}{10\,000}$	Zusatz von 0,5 g Ag
28	1,3	„ Nr. 24	5	220	16	Nickel	negativ	Zusatz von 0,5 g Ag
29	1,5	„ Nr. 17	1,6	220	2	„	„	
30	1,3	„ Nr. 25	2	220	6	„	„	
31	2,4	„ Ofen	2	220	1	„	„	Zusatz von 50 mg Ag
32	1,4	„ Nr. 29	2	220	5	„	$\frac{1}{100\,000}$	
33	1,4	„ Ofen	2	220	9	Eisen	negativ	
34	2	„ Nr. 21	5	220	40	Nickel	„	
35	1,3	„ Nr. 30	3	220	8	Kupfer	„	
36	2	„ Ofen	5	220	60	Eisen	„	
37	2,1	„ „	5	220	32	„	„	
38	1,5	„ „	3,5	220	40	Eisen-Kupfer	„	Zusatz von 1 mg Ag
39	1,5	„ „	4	220	22	Quecksilber	„	
40	1,5	„ „	7	220	16	„	„	

In der Tabelle sind der besseren Übersicht wegen die elektrischen Daten (Kapazität, Selbstinduktion und Widerstand) bei den einzelnen Versuchen fortgelassen. Die Versuche, bei denen nichts über die Art der Gasfüllung angegeben ist, wurden in Leuchtgasatmosphäre angestellt. Die Versuche Nr. 1 bis 9 müssen bei der Beurteilung ausgeschieden werden, weil wir bei einer gründlichen Untersuchung des Unterbrechers eine Stelle fanden, an der sich Quecksilber festgesetzt hatte. Wir haben diese Versuche deshalb als Vorversuche bezeichnet, weil bei Anstellung der Versuche das in dem Unterbrecher vorhandene Quecksilber, über dessen Herkunft nichts bekannt war, einen Goldgehalt von 90 mg gehabt hatte. In dem Unterbrecher kommen außerdem große Mengen anderer Metalle, wie z. B. Kupfer (als Elektroden) und besonders Eisen (Gehäuse) mit dem Quecksilber in innige Berührung. Da wir geringe Spuren Gold in den verwendeten Metallen quantitativ nicht haben erfassen können, so sind nach unserer Ansicht diese Versuche nicht geeignet, den Beweis für oder gegen eine Umwandlung des Quecksilbers in Gold zu erbringen.

Tabelle 7. Unterbrecher mit Wolframstift.

Nr.	Hg-Menge g	Strom Amp.	Spannung Volt	Anzahl der Unter- brechungen	Unter- brecherzahl pro Sek.	Füllung	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	4	0,8	220	10 000	1 bis 2	Vakuum	negativ	Hg negativ. Pol
2	4	0,8	220	10 000	„	„	„	„
3	4	0,8	220	30 000	„	„	„	„
4	2	0,8	220	10 000	„	„	$\frac{1}{10\,000}$	Hg positiv. Pol

Tabelle 7. (Fortsetzung).

Nr.	Hg-Menge g	Strom Amp.	Spannung Volt	Anzahl der Unter- brechungen	Unter- brecherzahl pro Sek.	Füllung	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
5	10	0,8	220	10 000	1 bis 2	Wasserstoff	negativ	Hg negativ. Pol
6	10	0,8	220	10 000	„	Vakuum	„	Hg positiv. Pol
7	10	0,8	220	15 000	„	„	„	„
8	10	0,8	220	10 000	„	„	„	„
9	10	0,8	220	75 000	„	„	„	„
10	10	6,0	15	40 000	„	„	„	„
11	10	1,0	220	20 000	„	Dest. Wasser	$\frac{1}{10\ 000}$	„
12	10	1,0	220	20 000	„	„	negativ	„
13	10	1,0	220	25 000	„	„	„	„
14	10	1,0	220	21 000	„	„	„	Hg negativ. Pol
15	10	0,3	220	100 000	15 bis 20	„	„	„
16	10	0,3	220	100 000	„	„	„	Hg positiv. Pol
17	10	0,3	220	100 000	„	„	„	„

Tabelle 8a. Glimmstromversuche.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Strom Amp.	Spannung Volt prim.	Dauer Std.	Ergebnis	Bemerkungen
1	700	aus Ofen	3	120	22	negativ	Spannung sek. 8000 Volt
2	700	„ „	3	120	154	„	„
3	700	„ Nr. 1	3	120	114	„	„
4	700	aus Turbinen-Unterbr.- Versuch Nr. 21	3	120	53	„	„

Tabelle 8b. Hochfrequenzentladungen.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Spannung Volt	Aufgenommene Energie in Watt	Dauer Std.	Ergebnis	Bemerkungen
1	100	aus Ofen	40 000	300	5	negativ	Spannung a. d. Funkenstrecke
2	100	„ „	40 000	300	8	„	„
3	100	„ „	40 000	300	2	„	„
4	100	„ Nr. 1	30 000	300	17	„	„
5	150	„ Ofen	100 bis 500	2 kW	11	„	Spannung anfangs hoch, später 100
6	150	„ L. B. 12	„	2 „	19	„	„
7	150	„ L. B. 6	„	2 „	7	„	„

L. B. 12 siehe Lichtbogenversuche Tabelle 1, Nr. 12.

L. B. 6 siehe Lichtbogenversuche Tabelle 1, Nr. 6.

Die Versuche 1 bis 4 sind in einem Glasgefäß, die 5 bis 7 in einer Quarzlampe nach Heraeus angestellt.

Tabelle 9. Elektrodenloser Ringstrom.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Aufgenommene Leistung kW	Dauer Min.	Ergebnis mg Au
1	15	aus Ofen	2	15	negativ
2	15	„ „	2	35	„
3	12	„ „	2	11	„
4	15	„ „	2	40	„
5	10	„ „	2	18	„
6	15	„ „	2	55	„

Tabelle 10. Kapazitätsentladungen bei Niederspannung.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Anzahl der Entladungen etwa	Dauer Std.	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	50	aus Ofen	50 000	100	$\frac{1}{10\,000}$	Haut mit einer win- zigen Goldnadel
2	50	„ L. B. 14	50 000	100	negativ	
3	50	„ L. B. 14	50 000	100	„	
4	50	„ L. B. 14	50 000	100	„	

L. B. 14 siehe Lichtbogenversuche Tabelle 1, Nr. 14.

Tabelle 11. Glühkathodenversuche.

Nr.	Herkunft des Hg	Strom, Spannung primär	Dauer Min.	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	aus Vorrat	10 A. 100 V.	11	$\frac{1}{200}$	flüssige Luft
2	„ „	10 „ 100 „	10	negativ	„ „
3	„ „	10 „ 100 „	15	$\frac{1}{100}$	„ „
4	„ „	10 „ 100 „	7	$\frac{1}{200}$	„ „
5	„ „	26 „ 124 „	12	$\frac{1}{1000}$	„ „
6	„ „	17 „ 120 „	17	$\frac{1}{500}$	„ „
7	„ Nr. 6	17 „ 100 „	9	negativ	„ „
8	„ Vorrat	2 „ 100 „	10	„	„ „
9	„ Nr. 7	2 „ 100 „	10	„	„ „
10	„ Vorrat	2 „ 110 „	6	„	„ „
11	„ „	2 „ 110 „	6	$\frac{1}{10\,000}$	„ „
12	„ „	22 „ 110 „	8	negativ	ohne Kühlung
13	„ „	30 „ 12 „	12	„	„ „
14	„ „	— „ 2 „	120	„	„ „ mit Niederspannung
15	„ „	— „ 2 „	60	„	„ „
16	„ „	5 „ 80 „	15	$\frac{1}{20\,000}$	flüssige Luft
17	„ L. B. 14	2 „ 110 „	12	negativ	„ „
18	„ L. B. 14	20 „ 100 „	12	„	ohne Kühlung
19	dest. aus App.	4 „ 120 „	10	„	flüssige Luft
20	Fig. 4, „ „	2 „ 100 „	10	„	„ „
21	„ „ „	4 „ 120 „	40	„	„ „
22	„ „ „	10 „ 140 „	15	„	„ „

L. B. 14 siehe Lichtbogenversuche Tabelle 1, Nr. 14.

Die einzelnen Versuche wurden mit etwa 30 g Hg durchgeführt. Die Spannung betrug bei allen Versuchen etwa 11 000 V mit Ausnahme der Versuche 14 und 15, die mit 2 V angestellt worden sind.

Tabelle 12. Durchschlagsversuche mit dielektrischen Flüssigkeiten.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Dielektrikum	Anzahl der Funken	Ergebnis	Bemerkungen
1	120	aus Ofen	Paraffinöl	400	negativ	Analysenschwierigkeit. „
2	120	„ „	„	400	$\frac{1}{100\,000}$	
3	120	„ „	„	400	negativ	
4	120	„ „	Äther	400	„	
5	110	„ Nr. 3	„	400	„	
6	130	„ Ofen	„	400	$\frac{1}{100\,000}$	
7	120	„ Nr. 5	„	400	negativ	
8	130	„ Ofen	CCl <sub>4</sub>	400	$\frac{1}{100\,000}$	
9	120	„ Nr. 7	CCl <sub>4</sub>	400	negativ	
10	140	„ Ofen	CCl <sub>4</sub>	400	„	
11	100	„ Nr. 8	CCl <sub>4</sub>	400	„	

Tabelle 13. Durchschlagsversuche mit festem Paraffin.

Nr.	Herkunft des Hg	Spannung Volt	Ergebnis	Bemerkungen
1	aus Ofen	70 000	negativ ?	Analysenschwierigkeiten
2	„ „	70 000	$\frac{1}{100\ 000}$ ?	„
3	„ „	70 000	negativ ?	„
4	„ „	70 000	„	„

Die Versuche sind wegen der schwierigen Trennung des zerstäubten Quecksilbers von Paraffin und dem entstandenen fein verteilten Kohlenstoff nicht weiter verfolgt worden. Die Ergebnisse sind unsicher. Wir führen die Versuche ebenfalls nur der Vollständigkeit halber an.

Tabelle 14. Durchschlagsversuche mit festen Quecksilberelektroden.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Dielektrikum	Anzahl der Durchschläge	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	7	aus Ofen	Alkohol	20	negativ	Analysenschwierigkeiten
2	7	„ „	„	20	„	
3	7	„ „	„	20	„	
4	7	„ „	„	20	„	
5	7	„ „	Äther	20	$\frac{1}{100\ 000}$	
6	7	„ „	„	20	negativ	
7	7	„ „	„	20	„	
8	7	„ „	flüss. Luft	3	„	
9	7	„ „	„ „	2	„	
10	7	„ „	„ „	5	„	
11	7	„ „	„ „	1	„	

Die verwendeten Spannungen betragen etwa 70 000 V, bei den Analysen fanden sich im Quecksilber wiederholt Spuren von Gold, die geringer als  $\frac{1}{100\ 000}$  mg und nur sehr schwer erkennbar waren. Das in der Flüssigkeit zerstäubte Quecksilber war schwer zu vereinigen. Die Analyse war bei Alkohol und Äther wegen der Verunreinigung durch ausgeschiedenen Kohlenstoff sehr erschwert. Bei den Versuchen mit flüssiger Luft gelang es nicht, das zerstäubte Quecksilber zu fassen.

Tabelle 15. „Leistungsversuche“ mit Elektroden.

Nr.	Strom Amp.	Elektrodenmaterial	Dauer Min.	Ergebnis mg Au	Bemerkungen
1	50	angelas. Eisen	5	$\frac{1}{10\ 000}$	
2	150	„ „	5	negativ	
3	150	„ „	5	„	
4	150	„ „	5	$\frac{1}{10\ 000}$	Paraffinöl
5	50	„ „	5	negativ	
6	80	„ „	30	„	
7	400	„ „	10	„	
8	40	blankes „	10	„	
9	40	„ „	10	„	„
10	40	„ „	10	„	„
11	200	„ „	5	„	Tetrachlorkohlenstoff
12	40	„ „	10	„	
13	40	„ „	10	„	
14	140	„ Invar	30	„	
15	3	Silizium	260	$\frac{1}{20\ 000}$	Hg aus den Glühkathodenversuche Nr. 12

Die Quecksilbermengen betragen bei den Versuchen etwa 100 bis 200 g, die einer Destillation entnommen sind mit Ausnahme des Versuches 15. Die Spannung an den Elektroden war meist kleiner als 1 V.

Tabelle 16. „Leitungsversuche“ ohne Elektroden.

Nr.	Hg-Menge g	Herkunft des Hg	Strom Spannung primär	Dauer Std.	Ergebnis
1	200	aus Ofen	5 A. 120 V.	16	negativ
2	200	„ „	5 „ 120 „	50	„
3	200	„ Nr. 1	5 „ 120 „	9	„

### Folgerungen aus den Ergebnissen.

In diesem Abschnitt werden wir uns mit den positiven Ergebnissen der Versuche beschäftigen, soweit diese nicht schon in der Zusammenstellung besprochen worden sind.

Die positiven Ergebnisse können gedeutet werden aus der Tatsache, daß in diesen Fällen nicht völlig goldfreies Quecksilber zur Verwendung kam. Wir haben von allen Versuchen vor der elektrischen Behandlung Quecksilberproben entnommen und die von den positiv verlaufenen aufbewahrt. Diese Quecksilberproben haben nach mehrmonatigem Stehen bei späterer Nachprüfung Goldmengen ergeben, annähernd in der Größenanordnung, wie wir sie bei den Versuchen selbst gefunden haben. Eine Quecksilberprobe von dem negativ verlaufenen Lichtbogenversuch Nr. 14 hat dementsprechend nach längerem Stehen kein Gold gezeigt. Die Quecksilberproben wurden in Glasgefäßen aufbewahrt, die mit Königswasser sorgfältig gereinigt waren, so daß der nach unseren Erfahrungen später aufgefundene Goldgehalt nicht aus dem Glase stammen kann. Auch die Annahme einer etwaigen Umwandlung des Quecksilbers durch eine durchdringende Strahlung ist unwahrscheinlich, da in diesem Falle alle an demselben Orte aufbewahrten Proben hätten Gold zeigen müssen.

Das Auftreten von Gold im Quecksilber, das vor und nach der elektrischen Behandlung in gleicher Weise analysiert wurde, erklärt sich außer dem bei einigen Versuchen ausgesprochenen Verdacht, das Gold entstamme den mit dem Quecksilber in Berührung kommenden Metallen, auch auf Grund anderer Beobachtungen.

Bei der Destillation des Quecksilbers können kleine Mengen Gold in das Destillat gelangen. Diese werden bei der Prüfung des Quecksilbers auf Gold entweder übersehen oder gehen in Lösung. In beiden Fällen wird dann ein Nichtvorhandensein von Gold vorgetäuscht. Die Möglichkeit eines späteren Nachweises erklärt sich auf folgende Weise:

Bringt man ein kleines, vollkommen amalgamiertes Stückchen Gold in Quecksilber, so wirken auf dieses Teilchen keine Kräfte mit Ausnahme der Schwerkraft. Das Gold sinkt zu Boden und löst sich langsam im Quecksilber. Läßt man aber ein kleines amalgamiertes Goldteilchen auf eine Quecksilberoberfläche fallen, so sinkt es nur dann unter, wenn sein Gewicht im Quecksilber größer ist als die Adhäsionskräfte an der Oberfläche als Folge von Oberflächenspannungsänderungen. Die Kräfte, die ein Goldteilchen an der Oberfläche zu halten bestrebt sind, sind sehr groß und

werden noch erhöht, wenn das Quecksilber durch andere Beimengungen bereits eine Änderung der Oberflächenspannung erfahren hat. Dies ist besonders dann der Fall, wenn eine sichtbare Hautbildung an der Oberfläche vorliegt und diese obendrein die Auflösung des Goldes im Quecksilber verhindert. Die Ursache der Hautbildung ist in den meisten Fällen die Folge einer Verunreinigung des Quecksilbers durch andere Metalle und der sich dann bildenden Oxyde. Amalgame von Metallen, die unedler sind als Quecksilber, sind im Verlaufe der Zeit nicht beständig. Die metallische Zusammensetzung der Lösung bleibt also nicht homogen. Ist in einer solchen metallischen Lösung Gold vorhanden, so wird sich auch dieses an den Stellen anreichern, an denen bereits eine Inhomogenität der Lösung besteht. Solche Stellen sind Adsorptionszentren für Gold, an denen es sich bei genügender Konzentration im Quecksilber zu größeren Komplexen zusammenlagert, die bei der Analyse leichter erfaßt werden. Goldamalgame, die in evakuierten Gefäßen aufbewahrt werden, bleiben im allgemeinen homogen. Stehen sie aber mit der Luft in Berührung, und ferner in nicht peinlichst gesäuberten Glasgefäßen, so beobachtet man beim Schütteln des Quecksilbers Stellen, an denen das Quecksilber immer wieder in kleinen Tröpfchen anhaftet<sup>1)</sup>. Entfernt man das Quecksilber durch Verdampfen, so tritt das Gold an diesen Stellen vielfach deutlich zutage.

Die Bedingungen für das Zusammentreten kleiner in Quecksilber gelöster Mengen Gold sind um so günstiger, je ausgeprägter die Adsorptionszentren (Hautbildung bei Anwesenheit von Luft) und je größer die Konvektionsströmungen (starke Temperaturunterschiede) sind. Dies ist nun der Fall bei jeder elektrischen Entladung und besonders da, wo in Anwesenheit von Luft und von anderen Metallen adsorbierende Oberflächen geschaffen werden, und dort, wo der Temperaturwechsel besonders groß ist. — Kommt dann bei der elektrischen Entladung noch eine Wanderung des Goldes in Quecksilber unter dem Einfluß des elektrischen Stromes hinzu, wie es bei Kalium und Natrium im Quecksilber nachgewiesen werden konnte<sup>2)</sup>, dann ist die elektrische Entladung die günstigste Bedingung, um sehr kleine, chemisch nicht nachweisbare Mengen Gold in Quecksilber in eine nachweisbare Form überzuführen.

Verwendet man bei den Umwandlungsversuchen Quecksilber, in dem nach vielfacher Hochvakuumdestillation in keiner Weise Gold mehr festgestellt werden kann, so gelingt es nach der elektrischen Behandlung nicht, das Auftreten von Gold nachzuweisen. Quecksilber, das mit dem auf S. 130, Abb. 4 beschriebenen Apparat einmal destilliert war, hat nach der elektrischen Behandlung in den Versuchsanordnungen Nr. 7, Abb. 27, und Nr. 11, Abb. 34, ebenfalls keine Spur Gold ergeben.

### Zusammenfassung.

1. Bei der Destillation des Quecksilbers können, auch bei der Hochvakuumdestillation, kleine Mengen Gold aus goldhaltigem Quecksilber in das Destillat gelangen.

2. Es wird eine Apparatur angegeben, die es ermöglicht, in einem einzigen Arbeitsgang goldfreies Quecksilber zu gewinnen.

<sup>1)</sup> Siehe W. Venator: Z. S. f. angew. Chem. Bd. 39, S. 229. 1926.

<sup>2)</sup> Siehe Lewis, Adams u. Lanmann: Elektr. Überführung in Amalgamen. Chem. Zentralblatt Bd. 1, S. 829. 1916.

3. Die von A. Miethe und H. Stammreich<sup>1)</sup> angegebene Methode zum Nachweis von Gold in Quecksilber ist unter Beachtung verschiedener Vorsichtsmaßregeln geeignet, Gold bis zu  $10^{-6}$  mg zu erfassen.

4. Das Auffinden von Gold in Quecksilber nach der elektrischen Behandlung wird gedeutet als die Folge eines Zusammentretens kleiner im Quecksilber vorhandener, chemisch nicht nachweisbarer Mengen Gold, ein Vorgang, der auch ohne elektrische Behandlung des Quecksilbers unter anderen physikalischen Bedingungen vor sich gehen kann.

5. Umwandlungsversuche mit Quecksilber, in dem auf keine Weise Gold nachgewiesen werden konnte, verliefen negativ.

---

<sup>1)</sup> Siehe Z. S. f. anorg. u. allg. Chemie Bd. 148, S. 93. 1925.

# Über die Erstarrung von eisenhaltigem Aluminium.

Von Georg Masing und Otto Dahl.

Mit 8 Textabbildungen.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium Siemensstadt.

Eingegangen am 13. März 1926.

## 1.

Das Eisen bildet in geringen Mengen eine nie fehlende Verunreinigung des technischen Aluminiums und reichert sich bei manchen technischen Behandlungsarten des Aluminiums, absichtlich oder unbeabsichtigt, bis zu mehreren Prozenten an. Die Kenntnis der Einzelheiten des Erstarrungsvorganges des eisenhaltigen Aluminiums ist deshalb von erheblichem Interesse, zumal hierbei gewisse Anomalien auftreten. Es ist beobachtet worden, daß Eisen die Schwindung des Aluminiums herabsetzt<sup>1)</sup>. Wohl im Zusammenhang damit steht die Bildung von Warzen bei der Erstarrung von eisenhaltigem Aluminium, die bei geeigneten Abkühlungsbedingungen durch Herauspressen der Restschmelze erfolgt<sup>2)</sup>.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit war, diese Erscheinung im Zusammenhang mit dem Erstarrungsdiagramm der Eisen-Aluminium-Legierungen aufzuklären.

## 2.

Über den Eisengehalt der bei der Erstarrung des eisenhaltigen Aluminiums an der Oberfläche gebildeten Warzen finden sich in der Literatur folgende Angaben<sup>3)</sup>: Unterhalb ca. 2% Eisen findet in den Warzen eine Anreicherung an Eisen statt, während bei hoch eisenhaltigen Aluminiumlegierungen die Warzen im Gegenteil weniger Eisen enthalten als das Gesamtaluminium. Diese Tatsachen werden verständlich, wenn man annimmt, daß das Zustandsdiagramm der Eisen-Aluminium-Legierungen in der Nähe des Aluminiums etwa die in Abb. 1 nach Rosenhain, Hanson und Archbutt<sup>3)</sup> dargestellte Gestalt hat. Danach liegt das Eutektikum

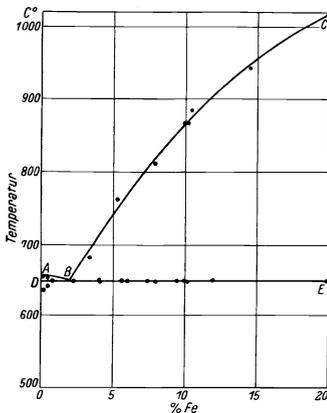


Abb. 1. Zustandsdiagramm der Eisen-Aluminium-Legierungen.

<sup>1)</sup> E. Schirmeister: Stahleisen Bd. 35, S. 649. 1915.

<sup>2)</sup> J. Czochralski: ZS. f. Metallkunde Bd. 16, S. 162. 1924, Bd. 18, S. 64. 1926.

<sup>3)</sup> Eleventh Report to the Alloys Research Committee of The Institution of Mechanical Engineers 1921. S. 211.

bei ca. 2,2% Eisen, und es ist verständlich, daß bei den untereutektischen Legierungen eine Anreicherung des Eisens in den Warzen stattfindet und bei den eisenreicheren umgekehrt eine Verarmung. Auf Grund der Angaben von Rosenhain, Hanson und Archbutt<sup>1)</sup> sowie von Wetzel<sup>2)</sup> und auf Grund der Erfahrungen bei der Bildung von Warzen hält es Czochralski<sup>3)</sup> für sehr wahrscheinlich, daß die Konzentration des Eutektikums bei ca. 2,0–2,5% liegt. Es erschien jedoch wünschenswert, diese Frage noch einmal zu untersuchen, da bei der thermischen Feststellung der eutektischen Temperaturen und Konzentrationen wegen des geringen Temperaturunterschiedes gegenüber dem Schmelzpunkt des reinen Aluminiums eine erhebliche Unsicherheit besteht, wie man das auch aus den im Zustandsdiagramm 1 angegebenen Punkten ersieht, und da die von Wetzel angegebenen Bilder infolge der schlechten Reproduktion leider nicht ganz überzeugend sind.

Nach einigen Versuchen, die Frage mit Hilfe der thermischen Methode zu verfolgen, haben wir wegen zu großer Streuung der Temperaturen (bis ca. 5°) diesen Weg verlassen und die Methode der mikroskopischen Schlußuntersuchung angewandt. Als Ausgangsmaterial diente Aluminium von folgender Zusammensetzung: 0,4% Si, 0,36% Fe, Rest Al. Dieses Aluminium wurde in einem Kohlerohr geschmolzen und mit Hilfe einer Vorlegierung mit 25% Eisen mit verschiedenen Eisenmengen legiert. Die angewandte Metallmenge betrug stets 20 g. Nach dem Schmelzen wurde das Kohlerohr aus dem Ofen herausgenommen und an der Luft erstarren gelassen. Auf diese Weise wurden Legierungen mit 0,36; 0,9; 1,4; 1,9; 2,5, 3 und 3,5% Eisen hergestellt. Ihre Strukturen sind in den Abb. 2–8 dargestellt. Man sieht auf den Abb. 2–5 außerordentlich deutlich ein primäres Kristallgefüge, das von eutektischen Säumen in steigender Menge umschlossen ist. Durch Ätzung mit 10proz. H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> [auf 60–70° erwärmt<sup>4)</sup>] wurde bei stärkerer Vergrößerung festgestellt, daß die beobachteten eutektischen Einschlüsse tatsächlich aus FeAl<sub>3</sub> bestehen und kein Si enthalten. Bei der benutzten schnellen Abkühlung war das gesamte Silizium in fester Lösung im Aluminium verblieben und konnte auf keinem der Schlitze identifiziert werden. Auf Abb. 6 findet man annähernd eine eutektische Struktur, und auf Abb. 7 mit 3% Eisen in der deutlichsten Weise primäre Ausscheidungen von FeAl<sub>3</sub> innerhalb eines gröbereren Eutektikums. Die eutektische Konzentration liegt also tatsächlich unterhalb 3% und oberhalb 2,0% Fe, anscheinend in unmittelbarer Nähe von 2,5%. Die Angabe von Wetzel, daß das primär ausgeschiedene FeAl<sub>3</sub> leicht von dem sekundär im Eutektikum gebildeten unterschieden werden kann, konnte auf das beste bestätigt werden.

Die Frage der eutektischen Konzentration läßt sich der Größenanordnung nach noch auf andere Weise rechnerisch prüfen. Wenn auch die Fehler bei den einzelnen Temperaturmessungen nicht unerheblich sind, so kann doch als Ergebnis der bisher bekanntgewordenen Untersuchungen als ziemlich sicher angenommen werden, daß das Aluminium bei 658–659° schmilzt und daß die eutektische Temperatur des eisenhaltigen Eutektikums ca. 648–650° beträgt. Wenn man annimmt, daß die Verbindung FeAl<sub>3</sub> in der Schmelze nicht polymerisiert ist und mit dem Al keine Mischkristalle bildet, was durch die Struktur Abb. 2 erneut bestätigt wird, so

<sup>1)</sup> Eleventh Report to the Alloys Research Committee of The Institution of Mechanical Engineers 1921. S. 211.

<sup>2)</sup> Metallbörse 1923, I, S. 737.

<sup>3)</sup> J. Czochralski: ZS. f. Metallkunde Bd. 16, S. 162, 1924; Bd. 18, S. 64, 1926.

<sup>4)</sup> J. Czochralski, ZS. f. Metallkunde Bd. 15, S. 257, 1923.

kann man die durch Zusatz von Eisen bewirkte Gefrierpunktsermittlung nach der van 'tHoffschen Formel berechnen. Die molare Gefrierpunktsermittlung des Aluminiums beträgt etwa  $205 \pm 17^\circ$ , und die beobachtete Schmelzpunktniedrigung um  $8-10^\circ$  bis zur eutektischen Temperatur entspricht einem Gehalt von ca. 1,8–3% Eisen. Die Unsicherheit dieser Rechnung, die sich aus den mitgeteilten Zahlen-  
grenzen ergibt, beruht auf der ungenügend genauen Kenntnis der Schmelzpunkte,

V = 100.

V = 100.

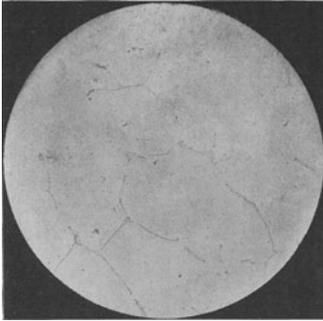


Abb. 2.  
Al mit 0,36% Fe.

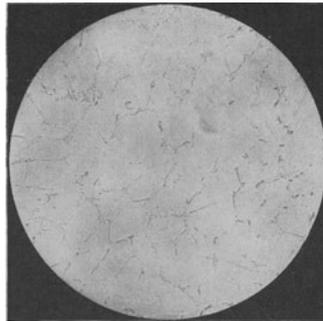


Abb. 3.  
Al mit 0,9% Fe.

V = 100.

V = 100.

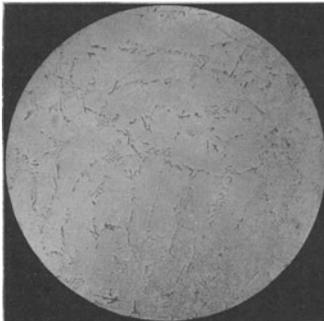


Abb. 4.  
Al mit 1,4% Fe.

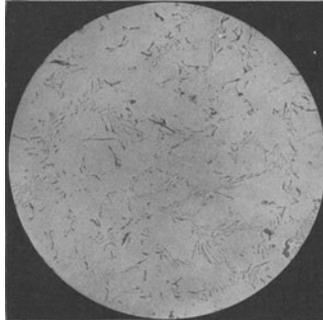


Abb. 5.  
Al mit 1,9% Fe.

der Schmelzwärme des Aluminiums und der in demselben in jedem Einzelfall vorhanden gewesen Verunreinigungen. Mit ziemlicher Sicherheit ergibt sie jedoch die untere Grenze von 1,8% für die eutektische Konzentration, während die obere Grenze bei Annahme einer Polymerisation der  $Al_3Fe$ -Verbindung in der Schmelze sich nach höheren Konzentrationen verschieben würde, die jedoch auf Grund der mikroskopischen Untersuchung ausgeschlossen sind.

Auf Grund der Strukturuntersuchung im Zusammenhang mit der mitgeteilten Rechnung und mit den Überlegungen von Czochralski kann nunmehr mit voller

Sicherheit behauptet werden, daß die eutektische Konzentration der Eisen-Aluminium-Legierungen oberhalb 2%, wahrscheinlich bei 2,2–2,6% Fe liegt. Entgegenstehende Angaben, wie z. B. die, daß bereits aus dem flüssigen Aluminium mit ca. 1% Fe sich dieses primär ausscheidet<sup>1)</sup>, müssen auf einem Irrtum beruhen.

Die Zusammensetzung der bei der Erstarrung von eisenhaltigem Aluminium heraustretenden Restschmelze entspricht also dem Zustandsdiagramm. Durch einige

V = 100.

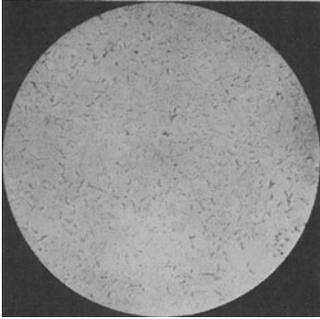


Abb. 6.  
Al mit 2,5% Fe.

V = 100.

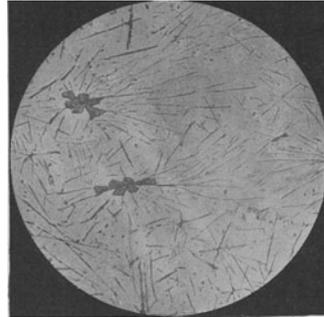


Abb. 7.  
Al mit 3,05% Fe.

V = 100.

Beobachtungen an Legierungen mit höherem Eisengehalt konnte gezeigt werden, daß auch die Temperaturen, bei denen die Warzen aus der Oberfläche der Legierung herausquellen, unter Berücksichtigung ihrer Zusammensetzung ungefähr dem Zustandsdiagramm entsprechen. Unklar blieb die Ursache ihrer Bildung, deren Aufklärung die weiteren Versuche galten.

### 3.

Zur künstlichen Erzeugung von Warzen wurde folgendermaßen verfahren. Zur Herstellung der Eisen-Aluminium-Legierungen wurde eine Vorlegierung mit 45% Eisen benutzt, die leicht mit Al legiert werden konnte. Das verwendete Aluminium enthielt 99,2% Al mit den üblichen technischen Verunreinigungen.

Vorversuche zeigten, daß die konvexe Aufblähung der Oberfläche eines Gußstückes bzw. die Warzenbildung stark von den Abkühlungsbedingungen abhängt. Eine 50 g schwere Schmelze einer Legierung mit 20% Eisen zeigte z. B. weder bei langsamer Erstarrung im Tammannofen (Abkühlungsgeschwindigkeit 20° pro Minute bei 600° Ofentemperatur) noch beim Ausgießen in kalte Eisenkokillen von 2 cm

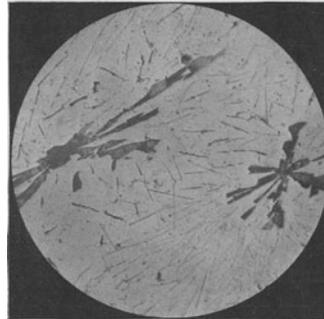


Abb. 8.  
Al mit 3,5% Fe.

<sup>1)</sup> J. Czochralski: a. a. O.

Durchmesser und 2,5 cm Höhe eine Warzenbildung. Dagegen trat eine solche bei mittlerer Abkühlungsgeschwindigkeit ein, z. B. bei der Erstarrung in dem aus dem Tammannofen herausgezogenen, sich an der Luft schnell abkühlenden Schmelzrohr (Abkühlungsgeschwindigkeit  $90^\circ$  pro Minute bei  $600^\circ$  Ofentemperatur). Die Warzenbildung war hierbei eine außerordentlich starke, es wurden bis zu 4,5 g, also beinahe 10% des Gesamtlegierungsgewichtes, erzielt. Zur Herbeiführung der Warzenbildung wurde bei den weiteren Versuchen die Schmelze nach gutem Durchmischen bei einer Temperatur von etwa  $75^\circ$  über der primären Ausscheidung der  $\text{FeAl}_3$ -Kristalle in Sandformen vergossen, wobei die Erstarrung ebenfalls mit mittlerer Geschwindigkeit erfolgt. Das Gewicht der Gußstücke betrug stets 50–60 g.

Die Erstarrung der Oberfläche einer in Sand vergossenen Schmelze mit ca. 20% Fe und die Bildung der Warzen geschieht folgendermaßen. Der zunächst noch flüssige Metallspiegel bedeckt sich mit einer zusammenhängenden festen Metallhaut, in der man deutlich das Anschließen der  $\text{Al}_3\text{Fe}$ -Verbindungskristalle wahrnehmen kann. Die Oberfläche beult sich mit fortschreitender Erkaltung etwas auf und wird endlich von der in einem dünnen Strahl (0,2–1 mm Durchmesser) austretenden Schmelze, öfters an mehreren Stellen gleichzeitig, durchbrochen. Die ausgetretene Flüssigkeitskugel erstarrt meist unter deutlicher Kontraktion, wobei die Oberfläche einsinkt, zu einer rauhen Warze. Die Temperatur, bei der das Herausquellen der Schmelze beginnt, richtet sich, wie in Absatz 2 erwähnt, abgesehen von den Abkühlungsbedingungen, nach dem Eisengehalt der Schmelze.

In Tab. I sind die Gewichte der wie oben angegeben erzeugten Warzen für einige Fe-Al-Legierungen zusammengestellt. Das Gewicht der Schmelzen, die vollständig gleich behandelt wurden, betrug hier 60 g.

Tabelle I. Gewichte der bei der Erstarrung Fe-haltiger Al-Legierungen ausgepreßten Warzen.

Eisengehalt der Guß- stücke in %	Gewicht der Warzen in	
	g	% des Gesamt- gewichts
3	0	0
7	3,7	6,2
13,5	4,5	7,5
20	4,3	7,1
27	3,3	5,5

Auch bei Legierungen mit 3% Eisen läßt sich unter günstigen Bedingungen noch eine Aufbeulung der Oberfläche und Warzenbildung erreichen. Meistens entsteht höchstens eine flache Oberfläche, bei Kokillenguß sogar eine oberflächliche Lunkenbildung. Bei einer Legierung mit 2% Eisen konnte eine schwache Warzenbildung erreicht werden, wenn die Legierung bei  $1100^\circ$  erhitzt und nach Abkühlung auf  $800^\circ$  in Sandformen von 30 mm Durchmesser vergossen wurde. Die hierbei erhaltenen Warzen waren nur klein und saßen auf der Oberflächenschicht breit auf, im Gegensatz zu der Warzenbildung bei höherem Eisengehalt. An einzelnen Stellen kam es nicht zum Durchbruch der Oberfläche durch die Schmelze, sondern die erstarrte Oberflächenschicht wurde nur etwas angehoben.

In der Diskussion zum Vortrag von J. Czochralski<sup>1)</sup> ist die Vermutung ausgesprochen worden, daß die Ausdehnung des Siliziums bei der Erstarrung von

<sup>1)</sup> J. Czochralski: a. a. O.

Einfluß auf die Warzenbildung ist. Es wurde deshalb der Einfluß des Siliziumgehalts untersucht. Eine Schmelze mit 8% Si und 92% Al zeigte beim Vergießen in Sandformen keine Warzenbildung. Bei einer Legierung mit 20% Fe, 2,5% Si und 77,5% Al trat unter den gleichen Bedingungen wie bisher eine dünne, 0,3 g kleinere Warze auf als bei der entsprechenden Legierung ohne Siliziumgehalt. Die Warzenbildung und die damit zusammenhängende Ausdehnung der Legierung ist also nicht auf das Silizium, sondern einzig und allein auf das im Aluminium enthaltene Eisen zurückzuführen.

J. Czochralski weist darauf hin, daß die Erstarrung des Fe-Al-Eutektikums unter beträchtlicher Ausdehnung erfolgt. Eine solche wäre nur verständlich, wenn auch die Verbindung  $\text{FeAl}_3$  bei der Erstarrung eine erhebliche Volumenzunahme zeigen würde. Diese Annahme ist jedoch unzulässig. Die Verbindung  $\text{FeAl}_3$  hat nach den Angaben von Biltz und Haase<sup>1)</sup> ein um ca. 5% geringeres Volumen, als sich nach der Mischungsregel aus den Volumina der Komponenten berechnen läßt. Andererseits zeigt eine einfache Berechnung auf Grund des Gewichtes der Legierung mit 20% Eisen und des Gewichtes und der Dichte der Warzen sowie der berechneten Dichte der Verbindung  $\text{FeAl}_3$ , daß bei der Warzenbildung eine Ausdehnung des  $\text{FeAl}_3$  um mindestens 22% stattfinden muß. Wollte man eine derartige Ausdehnung bei der Erstarrung der Verbindung  $\text{FeAl}_3$  aus der Schmelze annehmen, die auch sonst niemals beobachtet worden ist, so würde daraus folgen, daß das Volumen der Schmelzen um 20–30% geringer ist als der Mischungsregel entspricht. Das ist eine ganz unwahrscheinliche Annahme, die auch durch die weiteren Befunde widerlegt wird.

Bereits der oben beschriebene Versuch, bei dem bei einer 2 proz. Fe-Al-Legierung eine Warzenbildung nach einer Erhitzung auf 1100° erreicht wurde, ließ vermuten, daß die bei der hohen Erhitzung von der Schmelze aufgenommenen Gase, die bei der Erstarrung ausgeschieden werden, Ursache der Warzenbildung sind. Diese Annahme wird qualitativ durch die auf den Schliffflächen auftretenden Hohlräume bestätigt. Zu ihrer quantitativen Prüfung wurden Bestimmungen des spezifischen Gewichtes der unter verschiedenen Bedingungen erstarrten Gußblöckchen mit 20% Eisen durchgeführt. Die Resultate sind in Tab. 2 wiedergegeben. Man sieht, daß sowohl bei der sehr schnellen als auch bei der langsamen Erstarrung die Dichte am größten

Tabelle 2.  
Dichte der Fe-Al-Legierungen in Abhängigkeit von der Erstarrungsgeschwindigkeit.

Art der Erstarrung	Dichte
Kokillenguß . . . . .	2,96
Sandguß a) Gußblock . . . . .	2,75
b) Warze . . . . .	2,37
Langsame Erstarrung im Ofen .	2,97

ist und sich der nach der Mischungsregel berechneten nähert. Die Dichte des im Sandguß hergestellten Blockes beträgt etwa um 12% weniger, entsprechend der Größe der unter diesen Bedingungen aus der Legierung herausgepreßten Warzen. Am geringsten ist das spezifische Gewicht der Warzen. Auf dem Schliffbild konnten sowohl im Gußinnern als auch in der Warze des Sandgusses Hohlräume wahrgenommen werden, nicht dahingegen beim Kokillenguß und beim langsam erstarrten Stück. Auch diese müssen jedoch eine gewisse Porosität aufweisen, da ihr Volumen noch von dem

<sup>1)</sup> ZS. f. anorg. Chem. Bd. 129, S. 158. 1923.

nach der Mischungsregel aus den Volumina des Aluminiums und der Verbindung  $\text{FeAl}_3$  berechneten abweicht.

Die Verhältnisse bei den Eisen-Aluminium-Legierungen liegen also genau ebenso, wie sie beim Kupfer bekannt sind und wie sie auch neuerdings von Archbutt<sup>1)</sup> bei der  $\gamma$ -Legierung (4% Cu, 2% Ni, 1,5% Magnesium, Rest Aluminium) beobachtet worden sind. Die von der Schmelze aufgenommenen Gase werden bei nicht zu schneller Erstarrung ausgeschieden und haben bei sehr langsamer Abkühlung und geringem Temperaturgefälle zwischen dem Innern der Schmelze und ihrer Oberfläche Gelegenheit, an die letztere zu gelangen und aus dem Metall herauszutreten. Findet die Abkühlung an der Oberfläche schneller statt, so bildet sich dort eine erstarrte Kruste, ehe die Gase das Innere des Metalls verlassen haben. Sie bewirken deshalb ein Anheben der Oberfläche, wobei sie gelegentlich lokal durchbrochen wird und hier unter dem Druck der im Innern enthaltenen Gase der Austritt der Schmelze unter Warzenbildung stattfindet. Bei einer schnellen Abkühlung scheinen sie vom Metall teilweise zurückgehalten zu werden.

## 4.

Der Zusammenhang der Warzenbildung mit der Gasaufnahme der Schmelzen wurde ferner durch einige Schmelzversuche in verschiedenen Gasen und im Vakuum verfolgt. Von 3 Legierungen gleicher Zusammensetzung (13,5% Eisen, Rest Aluminium) wurden zwei im offenen Ofen erhitzt und über die erste bei  $1150^\circ$  Wasserstoff, über die zweite Stickstoff je 5 Minuten lang unter öfterem Umrühren geleitet. Die Legierung 3 wurde dagegen im Vakuumofen die gleiche Zeit bei  $1150^\circ$  unter  $4 \cdot 10^{-2}$  mm Druck gehalten. Die Versuchsmenge betrug in allen drei Fällen je 60 g. Sodann wurden alle drei im Rohr an der Luft schnell zur Abkühlung gebracht. Bei der im Wasserstoff geschmolzenen Legierung trat eine starke Aufbeulung und eine Warze im Gewicht von 11 g auf. Bei der im Stickstoff geschmolzenen war die Oberfläche nach der Erstarrung leicht eingesunken, jedoch war noch eine Warze von 0,6 g Gewicht herausgepreßt worden. Die Vakuumschmelze dagegen zeigte keine Warzen, sondern einen größeren, nach oben geschlossenen Lunker in normaler Lage. Die Oberfläche des Lunkers unterscheidet sich durch ihre scharfe kantige Form charakteristisch von den glatten abgerundeten Hohlräumen in den beiden ersten Legierungen, die durch Gasentwicklung entstanden waren. Die Schnittflächen zeigten bei 1. sehr starke Hohlraumbildung, bei 2. geringe Porosität, bei 3. waren sie, abgesehen vom Lunker, ganz dicht.

Tabelle 3.  
Dichte der Fe-Al-Legierungen in Abhängigkeit von der Atmosphäre.

Schmelzatmosferaere	Dichte
$\text{H}_2$ -Strom . . . . .	2,22
$\text{N}_2$ -Strom . . . . .	2,75
Vakuum . . . . .	2,92

Die Dichten der drei Reguli sind in Tab. 3 zusammengestellt. Man sieht, daß sie im Einklang mit dem Aussehen der Schmelze stehen, und daß die Dichte des im Vakuum geschmolzenen Stückes nach der Öffnung des Lunkers nur noch 1,25% niedriger als die theoretische ist.

<sup>1)</sup> Archbutt: Journ. Inst. of Metals Bd. 33, 227. 1925.

Aus obigem folgt, daß die scheinbare Herabsetzung der Erstarrungskontraktion des Aluminiums durch Zusatz von Eisen und die hierbei auftretende Warzenbildung einzig und allein auf eine Gasentbindung bei der Erstarrung und nicht etwa auf eine Abnahme des wahren spezifischen Gewichtes zurückzuführen ist. Hieraus folgt, daß die gelegentlich zur Verminderung des Lunkerns empfohlene Zugabe von Eisen zum Aluminium unzweckmäßig ist, da hierbei undichte Legierungen erzielt werden. Die Verbindung  $\text{FeAl}_3$  zeichnet sich dadurch aus, daß sie im flüssigen Zustande Gas aufnimmt. Bei der Herstellung von Vorlegierungen, die beinahe aus der reinen Verbindung bestanden, wurde beim Vergießen in Kokillen von 2 cm Durchmesser ein Herausquellen einer großen Menge durch die erstarrende Oberfläche beobachtet, und das Gußstück erwies sich als außerordentlich porös. Die Neigung zur Gasaufnahme teilt die Eisen-Aluminium-Legierung mit verschiedenen anderen Bestandteilen der bekannten Aluminiumlegierungen, wodurch die viel größere Empfindlichkeit dieser Legierungen gegen Gasaufnahme dem reinen Aluminium gegenüber zu erklären ist. Auch in dieser Beziehung erweist sich das Eisen im Gegensatz zum Silizium als eine schädliche Verunreinigung des Aluminiums, und seine weitestgehende Beseitigung aus dem technischen Aluminium wäre geeignet, die Wichtigkeit des technischen Aluminiums zu verbessern.

#### **Zusammenfassung.**

Es wird gezeigt, daß die Ausdehnung der Eisen-Aluminium-Legierungen bei der Erstarrung auf eine Gasentbindung zurückzuführen ist. Die Zusammensetzung und die Bildungsbedingungen der bei der Ausdehnung herausgepreßten Warzen entsprechen dem Zustandsdiagramm der Eisen-Aluminium-Legierungen. Das Eutektikum liegt bei zirka 2,5% Eisen.

---

# Über die Erhöhung der Viskosität von Ölen unter dem Einfluß der stillen Entladung.

Von Hans Becker.

Mit 2 Textabbildungen.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium Siemensstadt.

Eingegangen am 27. Februar 1924<sup>1)</sup>.

Setzt man Mineralöle oder fette Öle der Einwirkung stiller Entladungen aus, so findet unter dem Einfluß der Entladung eine Erhöhung der Viskosität dieser Öle statt. Dieser Vorgang wurde zuerst von dem Belgier de Hemptinne zu einem technischen Verfahren ausgestaltet, um aus minderwertigen Ölen durch Viskositäts-erhöhung hochwertige Schmieröle zu erzeugen. Im Laufe der Jahre wurden einige Fabriken zuerst in Belgien, später in Deutschland gebaut, die nach dem Verfahren

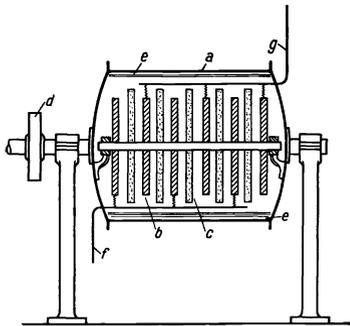


Abb. 1.

von de Hemptinne, das durch eine Reihe von Patenten geschützt ist<sup>2)</sup>, Schmieröle aus minderwertigen Ölen herstellen. — Die deutsche Fabrik, die von den Ölwerken Stern-Sonneborn A.-G. betrieben wird, befindet sich in Potschappel bei Dresden. Einige technische Angaben über ihren Betrieb sind von Friedrich<sup>3)</sup> veröffentlicht. Der von de Hemptinne benutzte Apparat, mit dem heute noch, wenn auch nach manchen Änderungen und Verbesserungen, im Großbetrieb gearbeitet wird, ist schematisch in Abb. 1<sup>4)</sup> dargestellt. Hier ist *a* eine um ihre Längsachse drehbar gelagerte Trommel, die durch den mit *d* angedeuteten Antrieb in Umdrehungen versetzt werden kann. Mit *b* sind auf der Trommelachse isoliert aufsitzende Metallscheiben bezeichnet, zwischen denen Platten *c* aus isolierendem Material angeordnet sind. Die Metallplatten *b* sind abwechselnd miteinander und durch die Leitungen *g* und *f* mit den Polen einer Wechselstromhochspannungsquelle verbunden. Die Trommel *a* wird in ihrem unteren Teil mit dem zu behandelnden Öl gefüllt. Wird nun nach Herstellung eines genügenden Unterdruckes in der Trommel diese in Um-

<sup>1)</sup> Die Arbeit kann aus internen Gründen erst jetzt veröffentlicht werden.

<sup>2)</sup> A. de Hemptinne: D. R. P. 167 107, 234 543, 236 294, 251 591.

<sup>3)</sup> Friedrich: Voltol, Z. V. D. I. Bd. 65, S. 1171. 1921. (Für die durch Hochspannungsentladungen veredelten Öle ist die Bezeichnung „Voltol“ eingeführt worden.)

<sup>4)</sup> Die Abbildung ist der Patentschrift 234 543 von de Hemptinne entnommen.

drehungen versetzt, und die Entladung eingeschaltet, so wird das Öl von den aus der Masse des Öles beim Rotieren heraustauchenden Platten *b* und *c* mitgenommen und in dünner Schicht der Wirkung der Entladung ausgesetzt. Zur Verstärkung der Wirkung sind an der zylindrischen Wand der Trommel lange, zur Trommelachse parallele Schöpfrinnen *e* angebracht, von denen das zu behandelnde Öl beim Rotieren der Trommel mitgenommen und zwischen die Entladungselemente ausgeschüttet wird. Hierdurch soll bewirkt werden, daß das Öl in möglichst feiner Verteilung der Entladung ausgesetzt wird, und daß immer wieder neue Ölteilchen zur Behandlung gelangen. De Hemptinne erzielte nach seinem Verfahren technisch brauchbare Resultate; er hatte jedoch noch keine einwandfreie Erklärung für den bei der Viskositätserhöhung eintretenden Vorgang.

Erst sehr viel später, nachdem sich das Verfahren von de Hemptinne in der Praxis längst bewährt hatte, wurden im Nernstschen Institut in Berlin und im Siemenschen Laboratorium unabhängig voneinander und unter verschiedenen theoretischen Gesichtspunkten die Vorgänge beim Hemptinne-Verfahren wissenschaftlich untersucht. Im Nernstschen Institut wurden diese Untersuchungen, die sich hier auf die Viskositätserhöhung bei Ölen beschränkten, von Stern und Hock<sup>1)</sup> begonnen und von H. Vogel fortgesetzt, der sie später im Laboratorium der Ölwerke Stern-Sonneborn A.-G. zum Teil in Gemeinschaft mit E. Eichwald<sup>2)</sup> weiter ausführte, während sich im Siemensschen Laboratorium H. Gerdien<sup>3)</sup> damit befaßte.

Soweit aus der von Hock veröffentlichten Arbeit zu ersehen ist, lehnen sich die Versuche des Nernstschen Institutes an die von de Hemptinne angegebene Apparatur an. Statt der plattenförmigen Entladungselemente werden jedoch röhrenförmige, nach Art der Siemensozonröhren gebaute Entladungselemente benutzt. Das Charakteristikum dieser Apparaturen ist die horizontale Anordnung des Siemensrohres, das um seine Längsachse gedreht werden kann, damit dauernd neue Öloberflächen der Entladung ausgesetzt werden. Die Versuche finden entsprechend der Erfahrung von de Hemptinne unter vermindertem Druck statt, wobei der Apparat im allgemeinen mit einer Stickstoff- oder Wasserstoffatmosphäre gefüllt wird. Bei weiteren Versuchen dagegen benutzten H. Vogel einerseits und H. Gerdien andererseits nach dem Prinzip der Siemensröhre arbeitende Entladungselemente der üblichen vertikal stehenden Anordnung. Die Herstellung neuer Öloberflächen, die der Entladung ausgesetzt werden sollten, wurde unabhängig voneinander von beiden Autoren dadurch erzielt, daß durch das zu behandelnde Öl aus einer Düse oder sonst einer geeigneten Vorrichtung ein Gas geleitet wurde, daß das Öl zum Schäumen, also zu möglichst feiner Verteilung bringen sollte. Hierbei hatten die Versuche von H. Gerdien, über die aus naheliegenden Gründen bisher nichts veröffentlicht ist, nicht nur die Viskositätserhöhung von Ölen zum Zweck, sondern verfolgten von Anfang an wesentlich weitere Ziele. Es wurden organische Flüssigkeiten von ganz verschiedenem Typus der Einwirkung der Entladung bei Gegenwart reagierender und nicht reagierender Gase ausgesetzt.

<sup>1)</sup> L. Hock: Die Einwirkung elektrischer Glimmentladungen auf fette Öle (Voltverfahren). Z. Elektrochem. Bd. 29, S. 111. 1923.

<sup>2)</sup> E. Eichwald: Die Einwirkung von Glimmentladungen auf freie Fettsäuren und ihre Glyceride. Z. angew. Chem. Bd. 35, S. 505. 1922. — Zur Einwirkung von Glimmentladungen auf Urteere. Z. angew. Chem. Bd. 36, S. 611. 1923.

<sup>3)</sup> Die Versuche, über die nichts veröffentlicht ist, wurden im Februar 1921 begonnen.

Die Versuche von Vogel knüpften an eine von Nernst aufgestellte Theorie an, nach der die Umwandlung der Öle auf die Stoßwirkung von Elektronen oder Ionen zurückzuführen ist. Nach Eichwald<sup>1)</sup> und Vogel, die diese Theorie weiter ausgebaut haben, ist dabei das Vorhandensein ungesättigter Gruppen in den zu behandelnden Kohlenwasserstoffverbindungen notwendig. Nach ihrer Darstellu „prallen ionisierte Moleküle bzw. Elektronen<sup>2)</sup> mit großer Energie auf die Ölsäuremoleküle auf und schleudern daraus Wasserstoff ab. Dieser abgeschleuderte Wasserstoff, der natürlich hoch reaktionsfähig ist, tritt sofort an die ungesättigten Gruppen eines zweiten Ölsäuremoleküls, indem er damit Stearinsäure bildet. Dasjenige Molekül aber, aus welchem der Wasserstoff abgeschleudert wurde, ist nun stärker ungesättigt als vorher und wird demnach sofort mit einem weiteren Molekül unter Bildung hochmolekularer Polymerisationsprodukte — die wir der Bequemlichkeit wegen Voltolölsäuren nennen — reagieren<sup>3)</sup>. So konnten Eichwald und Vogel in ihren gemeinsam ausgeführten Versuchen zeigen, daß sich unter dem Einfluß der Entladung in einer Stickstoffatmosphäre aus Ölsäure Stearinsäure bildet. Hiermit war die Entstehung von Stearinsäure aus Ölsäure, sowie allgemein die Entstehung gesättigter

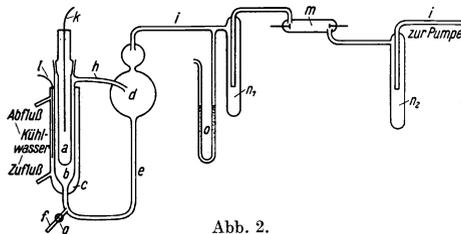


Abb. 2.

Verbindungen aus ungesättigten unter der Einwirkung der stillen Entladung in einer Stickstoffatmosphäre aufgeklärt durch die Annahme, daß der aus der Ölsäure bzw. aus der ungesättigten Verbindung abgespaltene atomare Wasserstoff sich sofort an ein Ölsäuremolekül anlagert. Wesentlich für die Theorie der Verfasser ist

die Anwesenheit von ungesättigten Verbindungen, da sie offenbar aus diesen und auch aus späteren<sup>4)</sup> Versuchen nicht folgern wollten, daß unter dem Einfluß der Entladung freier, also molekularer Wasserstoff entwickelt wird. Die Viskositätserhöhung bei Mineralölen, die unter dem Einfluß der Entladung auch bei Abwesenheit ungesättigter Verbindungen eintritt, konnte jedoch durch die eben erwähnte Theorie nicht erklärt werden.

Bei eigenen Versuchen<sup>5)</sup> des Verfassers im Siemensschen Laboratorium wurden Mineralöle in dem in Abb. 2 skizzierten Apparat, der auch für die Behandlung anderer Flüssigkeiten benutzt wurde, der Entladung ausgesetzt. Von den drei konzentrisch ineinander gesetzten Glasröhren *a*, *b*, *c* bilden *a* und *b* ein Siemensches Ozonrohr mit etwas größerem Elektrodenabstand als er sonst bei Ozonröhren üblich ist. Das dritte Rohr *c* dient als Kühlgefäß und trägt zwei Ansätze für den Zu- und Abfluß von Kühlwasser. Das zu behandelnde Mineralöl befindet sich in einer größeren Glaskugel *d*, aus der es durch die Rohrleitung *e* in den Entladungsraum des Ozon-

<sup>1)</sup> E. Eichwald: Z. angew. Chem. Bd. 35, S. 505. 1922.

<sup>2)</sup> Die Annahme, daß es sich bei der Wirkung der stillen Entladung um Stoßwirkung von Elektronen od. dgl. handelt, wurde bereits von F. Krüger gemacht, vgl. z. B. F. Krüger u. M. Möller: Phys. Z. Bd. 13, S. 1040. 1912, und ferner M. Möller: Das Ozon, S. 64. Braunschweig 1921. (Anmerkung des Verfassers).

<sup>3)</sup> E. Eichwald: Z. angew. Chem. Bd. 35, S. 505. 1922. (Wörtliches Zitat.)

<sup>4)</sup> E. Eichwald: Z. angew. Chem. Bd. 36, S. 611. 1923.

<sup>5)</sup> Die Versuche wurden im Februar 1923 ausgeführt.

rohres strömen kann. Dicht unterhalb des Ozonrohres ist in die Leitung *e* das in eine Düse endende Gaszuleitungsrohr *f* eingeführt, das durch den Hahn *g* abgesperrt werden kann. Die entstehenden Reaktionsprodukte werden aus dem Ozonrohr durch das Rohr *h* ab- und in die Kugel *d* zurückgeleitet. Die Kugel *d* und damit der ganze Apparat wird durch das zu einer Hochvakuumölpumpe führende Rohr *i* evakuiert. In der Leitung *i* befinden sich eine Reihe von Hilfsapparaten, auf die später eingegangen wird. Außerdem besitzt der Apparat noch Ansätze zum Ein- und Abfließen der Ölfüllung, die in der Abbildung nicht gezeichnet sind. Der jeweilige Druck im Apparat wurde mit dem Manometer *o* gemessen. Die Zuführung der Hochspannung geschieht in der üblichen Weise durch zwei Drähte *k* und *l*, die in das im Rohr *c* und in dem unten geschlossenen Rohr *a* befindliche Kühlwasser eintauchen. In den Apparat wird soviel Öl gegeben, daß der Entladungsraum zu einem Drittel oder bis zur Hälfte mit Öl gefüllt ist. Leitet man nun durch das Rohr *f* ein Gas in den Apparat ein, so bringt dieses das Öl im Entladungsraum zum Aufschäumen. Bei richtiger Wahl der Verhältnisse steigt das Öl-Gas-Gemisch (der Schaum) durch das Rohr *h* in die Kugel *d*, in der Öl und Gas sich wieder trennen. Gleichzeitig wird dabei neues Öl aus der Kugel *d* durch das Rohr *e* in den Entladungsraum eingesaugt. In dem Apparat wird also das Öl nach dem Prinzip der Mammutpumpe aus der Kugel *d* abgesaugt und in dauerndem Kreislauf in diese zurückgeführt<sup>1)</sup>.

Beim Arbeiten mit diesem Apparat wurde nun folgendes beobachtet: Wurde durch das Rohr *f* Stickstoff eingeleitet, indem dabei gleichzeitig ein bestimmter Unterdruck im Apparat eingehalten wurde, so kam es unter gewissen Verhältnissen vor, daß das Öl nicht gleichmäßig aufschäumte, sondern daß der Stickstoff in großen Blasen durch das Öl hindurchperlte. Wurde nun die Wechselstromentladung eingeschaltet, so geriet das Öl unter dem Einfluß der Entladung in lebhaftes Schäumen, eine Erscheinung, die als solche bereits von H. Vogel bei seinen Versuchen beobachtet wurde<sup>2)</sup>. Dieser Schaum ist jedoch nicht einheitlich. Er besteht neben äußerst winzigen Bläschen oder Tröpfchen aus größeren oder kleineren Blasen (die Größe der Blasen ist von verschiedenen Faktoren, z. B. Druck im Apparat, Elektrodenabstand usw. abhängig), die in eigentümlich bläulicher<sup>3)</sup> Färbung leuchten. Daneben aber treten noch andere meist recht große Blasen auf, die in dem rötlichen Licht des Stickstoffs leuchten und die deshalb ohne weiteres als Stickstoffblasen angesehen werden mußten.

Nun wurde durch Zudrehen des Hahnes *g* die Stickstoffzufuhr gänzlich abgestellt. Dabei ergab sich überraschend, daß das Öl nunmehr vollständig gleichmäßig weiter-schäumte unter einheitlicher Ausstrahlung des bereits erwähnten bläulichen Lichtes. Nach dem Ausschalten der Entladung setzte sich der Schaum langsam ab. Wurde die Entladung nach völligem Absetzen wieder eingeschaltet, so fing das Öl von neuem an zu schäumen, ohne daß eine Gaszufuhr stattfand.

Diese Beobachtung führte notwendigerweise zu der Annahme, daß aus dem Öl unter dem Einfluß der Entladung eine Gasentwicklung stattfand. Dieses Gas konnte abgespaltener Wasserstoff sein; es war aber auch möglich, daß die Ölmoleküle durch die Wirkung der Entladung teilweise zertrümmert wurden, und daß dabei gasförmige

<sup>1)</sup> Ein nach dem gleichen Prinzip arbeitender Apparat wurde bereits von H. Gerdien bei seinen bisher nicht veröffentlichten Versuchen benutzt.

<sup>2)</sup> Persönliche Mitteilung.

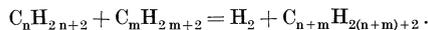
<sup>3)</sup> Die Farbe dieses Leuchtens ist u. a. abhängig von dem benutzten Öl (Absorption).

Spaltungsprodukte unter den gewählten Druck- und Temperaturbedingungen (die Versuche fanden bei Zimmertemperatur und einem Druck von 1–5 mm Quecksilbersäule statt) entstanden.

Zur Untersuchung dieser Verhältnisse wurde in die zur Pumpe führende Leitung  $i$  (Abb. 2) ein Spektralrohr  $m$  mit Aluminiumelektroden eingeschaltet. Vor und hinter dem Spektralrohr wurden mit flüssiger Luft gekühlte Kühlgefäße  $n_1$  und  $n_2$  angeordnet, um Kohlenwasserstoffe, die aus dem Öl, sei es durch Verdampfung, sei es durch die Wirkung der Entladung, entwichen, abzufangen bzw. Öldämpfe aus der Vakuumpumpe von dem Spektralrohr abzuhalten. Der mit Öl beschickte Apparat wurde nun zunächst mit einer Stickstoffatmosphäre gefüllt; das Spektralrohr gab dann nach dem Herstellen des nötigen Unterdruckes das Stickstoffspektrum. Wurde nun das Öl der Wirkung der Entladung ausgesetzt, so traten nach kurzer Zeit die Wasserstofflinien auf, und wenn das Evakuieren unter Beibehaltung des Anfangsdruckes dauernd fortgesetzt wurde, so waren nach einiger Zeit die Stickstofflinien vollständig verschwunden und man hatte spektralreinen Wasserstoff im Apparat.

Hierdurch war bewiesen, daß aus gesättigten Kohlenwasserstoffen (Mineralöl) durch die Wirkung der Entladung Wasserstoff, und zwar molekularer Wasserstoff, abgespalten werden kann. Über die Vorgänge bei der Wasserstoffabspaltung kann aus diesen Versuchen, ebenso wie aus den früheren natürlich nichts gefolgert werden. Ob es sich hierbei um Stoßwirkung von Elektronen, Ionen od. dgl. handelt oder ob ultraviolette Strahlung in Frage kommt, wie Warburg<sup>1)</sup> zuerst (beim Ozon) angenommen hat, oder ob man etwa an thermische Wirkung der einzelnen Entladungsbahnen zu denken hat, ist zur Zeit noch gänzlich ungeklärt.

Die bei der Einwirkung von stillen Entladungen auf Mineralöle eintretende Viskositätserhöhung ist also so zu erklären, daß aus den Kohlenwasserstoffmolekülen ein, vielleicht auch mehrere Wasserstoffatome abgespalten werden, die sich zu molekularem Wasserstoff vereinigen, und daß mindestens zwei solcher durch Wasserstoffabspaltung entstandenen Molekülreste zu einem neuen größeren Molekül zusammentreten. Für den Vorgang der Viskositätserhöhung bei gesättigten Kohlenwasserstoffen gilt also folgendes allgemeine Reaktionsschema:



Sind in einem solchen Öl ungesättigte Verbindungen vorhanden, so geht, wie Eichwald und Vogel<sup>2)</sup> gezeigt haben, der — zunächst atomar — abgespaltene Wasserstoff an die doppelte Bindung heran. Dies ist jedoch ein sekundärer Vorgang.

Im Anschluß an die Feststellung der Wasserstoffentwicklung aus gesättigten Kohlenwasserstoffen durch die Wirkung der stillen Entladung drängen sich zwei Fragen auf: Einmal, wie groß ist die pro Kilowattstunde abgeschiedene Wasserstoffmenge und ferner: Kann Wasserstoff auch aus anderen Verbindungen als Kohlenwasserstoffen, insbesondere auch aus anorganischen Verbindungen abgespalten werden?

Zur Untersuchung der ersten Frage wurde in die zur Pumpe führende Leitung ein Strömungsmanometer eingebaut, das bei dem in der Apparatur herrschenden Druck auf Liter Wasserstoff pro Stunde geeicht worden war. Hiermit ergab sich eine

<sup>1)</sup> E. Warburg: Ann. d. Phys. Bd. 13, S. 475. 1903. Bd. 17, S. 10. 1905, ferner Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik Bd. 6, H. 2, S. 207.

<sup>2)</sup> l. c.

Ausbeute von etwa 7—10 l Wasserstoff pro Kilowattstunde. Die Menge hängt ab von den Dimensionen des Apparates. Im allgemeinen kann gesagt werden, daß ein weiter Entladungsraum günstig wirkt. Bei einem Apparat, der eine Ausbeute von 10 l Wasserstoff pro Kilowattstunde gab, betrug der Abstand zwischen den Elektroden, also die Weite des Entladungsraumes, etwa 6 mm. Die Belastung war so gewählt, daß pro Kubikzentimeter Entladungsraum 0,5—1 Watt aufgewandt wurden. Dabei wurde Wechselstrom von 500 Perioden benutzt, der auf eine Spannung von 7—8000 Volt transformiert wurde. Selbstverständlich kann man statt 500 Perioden auch andere Wechselstromfrequenzen benutzen. Bei Verwendung kleiner Wechselstromfrequenzen, etwa 50 Perioden, muß jedoch der Elektrodenabstand erheblich verkleinert werden, weil andernfalls sehr hohe, die Glaswände gefährdende Spannungen angewandt werden müssen, um die zum Aufschäumen des Öles nötige Energiedichte zu erhalten.

Bei einem Kontrollversuch wurde der Wasserstoff nicht mit einem Strömungsmanometer gemessen, sondern es wurde die Druckänderung bestimmt, die in dem gegen die Vakuumpumpe abgesperrten Apparat auftritt, wenn die Entladung einige Zeit gewirkt hat. (Das Volumen des Gasraumes über der Ölfüllung war vor dem Versuch mittels eines an den Apparat angesetzten bekannten Hilfsvolumens bestimmt.) Die Druckmessung gab mit der Strömungsmessung genügend gut übereinstimmende Werte. Dabei waren die Druckmessungen mit einem verhältnismäßig großen Fehler behaftet, teils, weil die Apparatur für derartige Messungen nur unvollkommen geeignet war, teils, weil nur kleine Druckänderungen beobachtet werden konnten, um die Energieaufnahme des Apparates genügend konstant zu halten. (Die Energieaufnahme des Apparates ist vom Druck abhängig und kann sich unter Umständen schon bei verhältnismäßig kleinen Druckänderungen erheblich ändern.)

Die Ausbeuten von 10 l Wasserstoff pro Kilowattstunde sind natürlich klein gegenüber der beim elektrolytischen Verfahren erzielten Ausbeute und besonders klein gegenüber den bei anderen Verfahren erhaltenen Ausbeuten an Wasserstoff. Der durch Hochspannungsentladungen aus Kohlenwasserstoffen entwickelte Wasserstoff hat jedoch den Vorteil, daß er sehr rein ist. Wenn man durch Vermeiden jeglicher Hähne dafür sorgt, daß keine Luft in den Apparat eindringen kann, so ist der Wasserstoff, wenn er 1 oder 2 Kühlgefäße mit flüssiger Luft passiert hat, durch die mechanisch mitgerissene organische Substanz zurückgehalten wird, absolut rein. Als Ausgangsmaterial kann dabei Paraffinöl oder auch gewöhnliches Schmieröl benutzt werden. Es ist nur darauf zu achten, daß das jeweils verwendete Ausgangsmaterial auch bei niedrigen Drucken kleinen Dampfdruck besitzt. Bei geeignetem Bau des Entwicklungsapparates kann auch bei sehr viel höheren Drucken im Apparat gearbeitet werden als oben angegeben.

Bei der zweiten Frage betreffend die Abspaltbarkeit von Wasserstoff aus anderen Verbindungen ist zwischen organischen und anorganischen Verbindungen zu unterscheiden. Bei organischen Verbindungen geht die Abspaltung am leichtesten aus gesättigten Kohlenwasserstoffen (Mineralölen) vor sich. Die weiteren Untersuchungen die noch nicht abgeschlossen sind, beschäftigen sich damit, festzustellen, ob für die Abspaltbarkeit des Wasserstoffes besondere Stellen im Molekül bevorzugt werden und sodann wie sich substituierte Verbindungen verhalten. Hierbei tritt nun die weitere Frage auf, ob auch andere Atome, Chlor, Stickstoff usw. aus substituierten Kohlenwasserstoffen abgespalten werden können. Gelingt es, Gesetzmäßigkeiten

auf diesem Gebiet zu finden, so ist für die organische Synthese ein weites Arbeitsgebiet eröffnet, auf dessen Bedeutung bereits von H. Gerdien<sup>1)</sup> sowie von Eichwald und Vogel<sup>2)</sup> hingewiesen ist.

Auf anorganischem Gebiet liegen die Verhältnisse bezüglich der Wasserstoffentwicklung durch Elektronenstoß wesentlich komplizierter. Immerhin kann jetzt schon mitgeteilt werden, daß auch hier eine Reaktion gefunden ist, bei der Wasserstoff aus einer Verbindung abgespalten wird und bei der die zurückbleibenden Molekülreste sich zu einem neuen Molekül vereinigen. Näheres darüber ist späteren Veröffentlichungen vorbehalten.

### Zusammenfassung.

1. Es wird gezeigt, daß aus gesättigten Kohlenwasserstoffen unter dem Einfluß stiller Entladungen molekularer Wasserstoff abgespalten wird.

2. Die Viskositätserhöhung, die Mineralöle bei der Behandlung mit stillen Entladungen erfahren, ist dadurch zu erklären, daß die nach der Abspaltung des Wasserstoffatoms entstehenden Molekülreste sich zu einem größeren Molekül vereinigen.

3. Es wird darauf hingewiesen, daß auch aus anorganischen Verbindungen Wasserstoff durch stille Entladungen entwickelt werden kann, wobei die übrigbleibenden Molekülreste sich zu einem neuen Molekül — einer neuen Verbindung — vereinigen.

<sup>1)</sup> Persönliche Mitteilung.

<sup>2)</sup> Z. angew. Chem. Bd. 35, S. 506. 1922.

### Berichtigung.

In Bd. IV, H. 2, S. 87, in der 1. Zeile muß es heißen statt „verschieden große kapillare Porenmenge“

„verschieden große nicht kapillare Porenmenge“

und auf S. 94 in der 11. Zeile statt „entzogene“

„endogene Kräfte . . .“

**Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern.**

I. Band. Erstes Heft (abgeschlossen am 1. März 1920). Mit 115 Textfiguren und 2 Bildnis-  
tafeln. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. **Carl Dietrich Harries**,  
Geheimer Regierungsrat. VI, 201 Seiten. 1920. Vergriffen

I. Band. Zweites Heft (abgeschlossen am 1. März 1921). Mit 86 Textfiguren, 1 Bildnis und  
1 Tafel. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. **Carl Dietrich Harries**,  
Geheimer Regierungsrat. IV, 125 Seiten. 1921. RM 6.30

Bauch: Die Theorie des Drehstrom-Manteltransformers. — Friese: Über Durchschlagfestigkeit von Isolierölen. —  
Michalke: Rechnen mit zerstreut zurückgeworfenem Licht. — Natalis-Behrend: Kreisdiagramme in verketteten  
Wechselstromkreisen. — Lichtenstein: Bemerkungen über das elektromagnetische Verhalten gekreuzter Frei-  
leitungen. — Wilke-Dörfurt: Über die Bestimmung des Magnesiums in Legierungen. — Harries-Evers: Beiträge  
zur Bestimmung der Molekulargröße des Kautschukkohlenwasserstoffes auf chemischem Wege. — Masing: Über die  
Rekristallisation bei kalt geredetem Zinn. — Jaeger: Wärmedrosseln an stromdurchflossenen Einschmelzungen in  
Vakuumröhren. — Schottky: Röhrevoltmeter und Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung.

I. Band. Drittes Heft (abgeschlossen am 1. November 1921). Mit 90 Textfiguren, 3 Kurven-  
blättern und 3 Tafeln. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. **Carl  
Dietrich Harries**, Geheimer Regierungsrat. IV, 182 Seiten. 1922. RM 10.50

Lüschen-Krause: Behandlung induktiv gekoppelter Schwingungskreise als Siebkette. — Krause-Clausing:  
Einschaltvorgänge bei ein- und zweigliedrigen Siebketten beim Anlegen einer sinusförmigen E.M.K. — Küpfmüller:  
Zur Theorie und Messung des Nebensprechens in Spulenleitungen. — Masing: Primäre und sekundäre Rekristallisation. —  
Noether: Über Stromaufnahme in Metallrohrleitungen und verwandte Erdungsfragen. — Rüdtenberg: Über den  
räumlichen Verlauf von Erdschlußströmen. — Wandenberg: Beiträge zur Kenntnis des Schleichens der Drehstrom-  
Asynchronmotoren. — Riegger: Über Kettenleiter. — v. Siemens: Über die Ableitung des zweiten Hauptsatzes der  
Thermodynamik und verwandte Fragen. — Fetkenheuer: Über den Nachweis von Fluor. — Harries-Nagel:  
Zur Kenntnis der Aleuritinsäure.

II. Band (abgeschlossen am 1. Juli 1922). Mit 384 Textfiguren und 1 Tafel. **Zum Gedenken der  
75. Wiederkehr des Gründungstages des Hauses Siemens & Halske 1847. 12. Oktober 1922.**  
Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. **Carl Dietrich Harries**,  
Geheimer Regierungsrat. VI, 505 Seiten. 1922. RM 29.40

Fischer: Werner Siemens und der Schutz der Erfindungen. — Görges: Die elektromotorischen Kräfte der Ruhe  
und der Bewegung in Kommutatormaschinen. — Ossanna: Über die Erzeugung asymmetrischer Wechselspannungen  
in elektrischen Maschinen. — Emdé: Die Phasengeschwindigkeit von Wechselströmen. — Unger: Vom einphasigen  
Drehtransformator. — Schwaiger: Über die Kugelfunktenstrecke. — Richter: Die Streuinduktivität der Wicklungs-  
köpfe elektrischer Maschinen. — Binder: Über die Vorgänge an den Bürsten von Schleifringen und Stromwendern. —  
Kloss: Vorzeichen- und Richtungsregeln für Wechselstrom-Vektor-Diagramme. — Wagner: Einschaltvorgänge bei  
Siebketten mit beliebigier Gliederzahl. — Noether: Über eine Aufgabe der Kapazitätsberechnung. — Pirani-Lax:  
Einige Beobachtungen über das Nachleuchten von aktiviertem Stickstoff. — Stark-Friedrichs: Untersuchungen  
über den Spitzenstrom. — Rüdtenberg: Das Ausschalten von Gleichstrom und Wechselstrom bei induktiven Stark-  
stromkreisen. — Schenkel-Schottky: Über die Beteiligung des metallenen Gehäuses an den Entladungsvorgängen  
in Großgleichrichtern. — Natalis: Vektorverhältnisse und Vektorprodukte. — Michalke: Theorie des Phasen-  
und Periodenvergleiches. — Kohler: Über eine Funkenüberschlagerscheinung an Transformatoren mit reiner Luft-  
isolation. — Hauber-Jaeger-Vahle: Röhrengalvanometer. — Berg-Ellinger: Über die Emission von Resonanz-  
kurven bei Bestrahlung verschiedener Substanzen mit Röntgenstrahlen. — Sell: Über eine elektrische Tonquelle  
kontinuierlich-veränderlicher Frequenz und reproduzierbarer Schallenergie. — Sell: Bestimmung bei Resonanz-  
kurven von Membranen. — Sell: Methoden zur Ausmessung von Schallfeldern. — Berg: Über eine Nullmethode  
zur elektrostatischen Messung sehr kleiner Ströme und sehr großer Widerstände. — Kafka: Wechselstrombrücke  
für Temperaturmessungen an elektrischen Maschinen. — Schleicher: Die Berechnung des Widerstandes zylindrischer  
Eisenleiter bei technischen Wechselzahlen. — Zölllich: Mechanische Resonanzschwingungen in der  
Meßtechnik. — Lüschen-Küpfmüller: Leitungsnachbildungen in der Fernsprech- und Telegraphentechnik. —  
Krause-Zastrow: Über die Schutzwirkung des Kabelmantels bei Induktionsbeeinflussungen von Schwachstrom-  
Kabeladern durch Starkstromleitungen. — Lubberger: Wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung weit unterteilter  
Betriebsysteme zum Zwecke der Gewährleistung. — Engelhardt-Hosenfeld: Raffination von Rohkupfer aus  
kupferchloridhaltigen Elektrolyten. — Becker-Rossenbeck: Beiträge zur Kenntnis der Vorgänge in Entladungsröhren  
nach Art der Siemens'schen Ozonröhren. — v. Siemens-Zander: Über die Darstellung von reinem Zirkonoxid. —  
Gerdien-Loetz: Über eine Lichtquelle von sehr hoher Flächenhelligkeit. — Masing: Änderungen des Gesamtvolumens  
eines Körpers durch innere Spannungen.

*Fortsetzung umstehend.*

**Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern.**

III. Band. Erstes Heft (abgeschlossen am 15. Mai 1923). Mit 204 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. phil. und Dr.-Ing. e. h. **Carl Dietrich Harries**, Geheimer Regierungsrat. 256 Seiten. 1923. RM 25.20

Natalis: Vektoranalytische Berechnung von Transformatoren und Asynchronmotoren. — Michalke: Der Zeitbegriff in der Photometrie. — Oelschläger: Wärmewanderung in Zylindern aus homogenen Wärmeleitern. — Kaden: Zur Theorie des Gleichrichters: Die Änderung des Leistungsfaktors auf dem Wege vom Generator zum Gleichrichter. — Pflieger-Haertel: Zur Theorie des Gleichrichters: Die Konstruktion der genauen Strom- und Spannungskurven für Mehrphasenstrom-Quecksilberdampf-Gleichrichteranlagen. — Wolf: Nomographisches Verfahren zur Lösung wärmetechnischer Probleme sowie mathematisch verwandter Aufgaben. — Koczyski: Die Oriskurven und Zustandsdiagramme eines Wechselstromkreises, angewandt auf die Fahrtregulierung bei Wechselstromlokomotiven. — Metzler: Über die Wechselspannungen an Einankerformern. — Lüschen-Küpfmüller: Die Ausbildung von dauernden Sinusschwingungen in einem langen homogenen Kabel. — Küpfmüller: Über einen Umwandlungssatz zur Theorie der linearen Netze. — Gerlach: Messung von Schall-Druckamplituden. — Kafka: Untersuchungen über die Gleichgewichtslagen von elektrischen Meßinstrumenten. — Holm: Zur Theorie des Glühstromes. — Riegger: Über Letzenleiter. — Trendelenburg: Wirkungsweise und Anwesenheit des Thermophons. — Gerdien-Riegger: Ein Kathodenstrahlrohr. — Masing: Zur Heyschens Theorie der Verfestigung der Metalle durch verborgene elastische Spannungen. — Masing: Zur Konstitution des Messings. — Becker: Eine vereinfachte graphische Darstellung der Ausbeute und Konzentration bei Ozonapparaten. — Harries: Kolloidchemische Betrachtungen auf dem Gebiet des Schellacks und Kautschuks. — Harries-Nagel: Über verschiedene Modifikationen des Schellackreinzharzes.

III. Band. Zweites Heft (abgeschlossen am 16. April 1924). Mit 97 Textabbildungen, 1 Bildnis und 4 Tafeln. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. phil. und Dr.-Ing. e. h. **Carl Dietrich Harries** †, Geheimer Regierungsrat. 207 Seiten. 1924. RM 21.—

Wilke-Dörfurt: Über die Fällung von Magnesium mit Phosphat aus tartrathaltiger Lösung in Gegenwart von Aluminium. — Harries†-Nagel: Zur Aufklärung der Harznatur des Schellacks. Versuch einer Partialsynthese. — Fetkenhauer-Konarsky: Über die Bestimmung von Magnesium in Aluminium-, Zink- und Billegerungen. — Masing-Haase: Innere Spannungen im Messing und ihre Beseitigung. — Duhme: Über die elektrolytische Darstellung reinsten Eisens. — Trendelenburg: Objektive Klangaufzeichnung mittels des Kondensatormikrophons. — Riegger: Zur Theorie des Lautsprechers. — Backhaus: Über Siebketten und deren Anschluß an Leitungen. — Küpfmüller: Vergleichende Geräuschmessung. — Berg-Schwerdtfeger-Thaller: Ein Normal-Meßgerät für Röntgenstrahlen. — Jaeger-Hinze: Methoden zur Messung hochohmiger Widerstände. — Strecker: Über die Erweiterung der perspektivischen Skalen zu Rechentafeln. — Rüdtenberg: Über die Vorausbestimmung des Dauerkschludstromes von Wechselstrom-Generatoren.

IV. Band. Erstes Heft (abgeschlossen am 15. Februar 1925). Mit 171 Textabbildungen und 3 Tafeln. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von der **Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten des Siemens-Konzerns**. 299 Seiten. 1925. RM 28.50

Trendelenburg: Objektive Klangaufzeichnung mittels des Kondensatormikrophons. — Holm: Die Theorie der Korona an Hochspannungsleitern. — Holm-Störmer: Koronamessungen an Hochspannungsleitern. — Backhaus: Über Siebketten. — Gerdien-Jutzig: Über Messungen der Wärmeausdehnung. — Masing-Haase: Über die Größe und Verteilung von Eigenspannungen in kaltgerecktem Rundmessing. — Masing-Mauksch: Einfluß der plastischen Dehnung und Stauchung auf die Festigkeitseigenschaften und inneren Spannungen des Messings. — Masing-Hoehorst: Über das elektrische Leitvermögen des kaltgereckten Aluminiums. — Masing-Koch: Zur Konstitution der Kupfer-Aluminium-Legierungen. — Masing-Haase: Zur Frage der umgekehrten Blockseigerung. — Von Issendorff: Energetik der Wandströme in Quecksilberdampfentladungen. — Krapp: Die Grenzen der voreilenden Belastung von Turbo-Synchrongeneratoren. — Liwschitz: Der Anlauf- und Bremsvorgang bei Asynchronmotoren mit Wirbelstromläufer. — Koczyski: Ein Beitrag zur schnellen Lösung von Wechselstromaufgaben durch eine kombinierte rechnerisch-graphische Methode. — Natalis: Maxima und Minima von Vektorfunktionen. — Peters: Die Temperaturverteilung in den Nuten von Zweistabwicklungen. — Tunkel: Schwingungsvorgänge bei Nadelgleichrichtern. — Jaeger-Scheffers: Ein hochempfindliches Röhrengalvanometer mit Gleichstromrückkopplung. — Moeller-Schmick: Über die Strahlung der Feuertase. — Bückle: Die Zusammensetzung und Teilung von Verkehrsmengen im Fernsprechen. — Reinau-Kertscher: Die Umwandlung der Sonnenenergie, des Wassers und des Kohlenstoffes in der Landwirtschaft.

IV. Band. Zweites Heft (abgeschlossen am 15. Oktober 1925). Mit 194 Textabbildungen, 1 Bildnis und 2 Tafeln. Unter Mitwirkung von Fachleuten herausgegeben von der **Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten des Siemens-Konzerns**. IV, 340 Seiten. 1925. RM 30.—

Krauss: Die Charakteristik des Bahnmotors. — Rüdtenberg: Die Spannungsregelung großer Drehstromgeneratoren nach plötzlicher Entlastung. — Dyellant: Zur Theorie des Durchschlages flüssiger Dielektrika. — Nitzsch: Zustand und Veränderung der Struktur des Ackerbodens. — Ahlberg-Gaatz: Das Verhalten des Differentialschlages nach Merz-Price bei Verwendung von Stromwandlern kleiner Leistung. — Grüss: Die Herstellung stark raumtemperaturabhängiger elektrischer Widerstände. — Hänsel: Beiträge zum Studium der Kupferelektrolyse in kupferchlorürhaltigen Elektrolyten. — Fischer: Die Metallverbindungen des Diphenylthiocarbazon und ihre Verwendbarkeit für die chemische Analyse. — Fischer: Das Verhalten aliphatischer Aminbasen und einiger zyklischen basischen Stickstoffkerne zu Metallsalzlösungen. — Walde-Schuch: Beiträge zur analytischen Betriebskontrolle bei der Permanganatdarstellung. — Trendelenburg: Über eine Methode zur objektiven Lautsprecheruntersuchung. — Backhaus-Trendelenburg: Akustische und physiologische Beobachtungen am Lautsprecher. — Backhaus: Über Ausgleichsvorgänge an kurzen Siebketten. — Masing-Miehring: Die Reaktion des Messings mit Kupferchlorür. — Masing: Rekristallisation und Erholung (Kristallvergiftung) bei Metallen. — Masing-Mauksch: Eigenspannungen und Verfestigung des plastisch gedehnten und gestauchten Messings. — Masing-Koch: Studien über die Entzinkung von Messing bei der Korrosion. — Von Auwers: Über den Einfluß der Korngröße auf die magnetischen Eigenschaften silizierter Bleche. — Mauksch: Ein Quecksilber-Eichstand. — Nagel-Grüss: Beitrag zur Kenntnis des chinesischen Holzöl. — Nagel: Der Erweichungspunkt von Harzen. — Evers: Der Einfluß von Wärme auf Mineralöl. I. Die Zersetzungsprodukte des Öls durch den elektrischen Lichtbogen. — Namenverzeichnis des vierten Bandes. — Sachverzeichnis des vierten Bandes.