

Untersuchung über den zeitlichen Verlauf der Meßgröße und der angezeigten Größe bei den gebräuchlichen Fernmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der stetigen Übertragung.

**Von der Technischen Hochschule München
zur Erlangung der Würde eines
Doktors der technischen Wissenschaften (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung.**

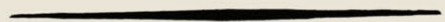
Vorgelegt von

Diplom-Ingenieur Herbert Dallmann,
geb. zu Kolberg.

1. Berichterstatter: o. Professor Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Hans Piloty.
2. Berichterstatter: o. Professor Dr.-Ing. Winfried Otto Schumann.

Tag der Einreichung der Arbeit: 14. Juni 1933.

Tag der Annahme der Arbeit: 3. Juli 1933.



Untersuchung über den zeitlichen Verlauf der Meßgröße und der angezeigten Größe bei den gebräuchlichen Fernmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der stetigen Übertragung.

**Von der Technischen Hochschule München
zur Erlangung der Würde eines
Doktors der technischen Wissenschaften (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung.**

Vorgelegt von

Diplom-Ingenieur Herbert Dallmann,
geb. zu Kolberg.

1. Berichterstatter: o. Professor Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Hans Piloty.
2. Berichterstatter: o. Professor Dr.-Ing. Winfried Otto Schumann.

Tag der Einreichung der Arbeit: 14. Juni 1933.
Tag der Annahme der Arbeit: 3. Juli 1933.

ISBN 978-3-662-37334-7 ISBN 978-3-662-38073-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-38073-4

Inhalt: Die bei einem idealisierten Fernmeßverfahren infolge der Trägheit der Übertragungsapparaturen auftretende Verzerrung der Anzeige des Empfangsinstrumentes wird untersucht, wobei der Begriff der „mittleren Verschiebungszeit“ eingeführt wird, der die Abbildung eines Einheitsstoßes durch die Anlage abzuschätzen gestattet. Für genauere Untersuchungen wird ein graphisches Verfahren entwickelt. Dann wird betrachtet, wieweit die gebräuchlichen Verfahren dem idealisierten entsprechen.

Die Zentral-Lastverteilungsstelle eines von mehreren Kraftwerken gespeisten Netzes muß über den Energiefluß im Netz laufend unterrichtet werden. Solange es sich um einfache Netzgebilde handelt, können hierfür bei normalem Betriebszustand die Fernsprechverbindungen benutzt werden. Im Falle von Störungen oder plötzlichen Laständerungen ist die telephonische Übermittlung der Lastverhältnisse auch bei einfachen Netzen unzulänglich. Die Meldungen gehen wegen der erst herzustellenden Sprechverbindungen zumindest verspätet ein. Oft hat aber das Personal zunächst gar keine Zeit für die Meldung, da es mit der Feststellung des Fehlers beschäftigt ist. Der Lastverteiler steht daher vor der schwierigen Aufgabe, die zu verschiedenen Zeitpunkten aufgegebenen Meldungen im Gedächtnis zu behalten und auszuwerten. Bei größeren Anlagen ist es auch bei ruhigem Betrieb unwirtschaftlich, laufend eine Vielzahl von Meßwerten telephonisch zu übermitteln, und führt zur Überlastung der Fernsprechverbindungen.

Alle Wünsche des Lastverteilers wären befriedigt, wenn es ihm durch eine Fernsehanlage ermöglicht würde, die Instrumente in den Speise- und Knotenpunkten des Netzes dauernd zu beobachten. Derartige Anlagen sind zur Zeit jedoch noch nicht genügend betriebssicher und vor allem zu teuer. Es werden aber seit einer Reihe von Jahren für diese Zwecke elektrische Fernmeßanlagen errichtet, die die für die Betriebsüberwachung wichtigen Meßwerte nach der Zentralstelle automatisch und dauernd übertragen. Der Lastverteiler bei einer modernen Anlage hat somit keinen Grund mehr zur Klage. Er kann mit der verantwortlichen Führung des Betriebes betraut werden.

Für die Fernmessung stehen mehrere Verfahren zur Verfügung. Die Auswahl wird maßgebend beeinflußt durch den vorhandenen Verbindungskanal zwischen Sende- und Empfangsstelle. Steht eine metallische Verbindung (Leitungsschleife) zur Verfügung, so arbeitet man zweckmäßig mit einem Gleichstromverfahren, bei dem der Geber den Übertragungsstrom proportional dem Meßwert einstellt. An der Empfangsstelle ist dann lediglich ein in Einheiten der Meßgröße (Leistung, Spannung) geeichter Gleichstrommesser vorzusehen. Im folgenden sind die Verfahren, bei denen die Meßgröße als Strom oder Spannung übertragen wird, als Fernmeßverfahren mit stetiger Übertragung bezeichnet. Bei der anderen Gruppe von Verfahren, die mit unstetiger Übertragung arbeiten, werden Impulse ausgesandt, deren Dauer oder Frequenz dem Meßwert proportional ist. Da die Empfangsapparaturen in diesem Falle nicht auf die Intensität des Übertragungsstromes, sondern, ähnlich wie bei der

Telegraphie, auf Dauer oder Abstand der Zeichen ansprechen, eignen sich diese Verfahren vornehmlich für die Übertragung über lange Leitungsstrecken oder Hochfrequenzkanäle. Ein größerer Aufwand an Apparaten muß bei ihnen in Kauf genommen werden.

Für die Güte des Fernmeßverfahrens ist neben der Meßgenauigkeit die Übertragungsgeschwindigkeit von ausschlaggebender Bedeutung. Eine möglichst verzögerungsfreie Übertragung muß vor allem dann vorgesehen werden, wenn automatische Regelapparaturen (Leistungs- oder Frequenzfernregelung) von der Fernmeßanlage gesteuert werden sollen. Eine zu große Verzögerung würde in diesen Fällen zu unzulässigen, und die Stabilität des Netzes gefährdenden Leistungspendelungen führen. Hinsichtlich der Übertragungsgeschwindigkeit sind die stetigen Verfahren den unstetigen grundsätzlich überlegen.

Die wesentlichen technischen Merkmale einer Fernmeßanlage sind somit folgende: Die Ansprüche an den Übertragungskanal, die Genauigkeit der Messung und die Übertragungsgeschwindigkeit. Eine vergleichende Übersicht über die beiden erstgenannten Eigenschaften der gebräuchlichen Verfahren hat W. Brückel gegeben. Bei den folgenden Ableitungen vernachlässigen wir den Übertragungsfehler und nehmen an, daß sich das Empfangsinstrument nach hinreichend langer Zeit auf einen dem Meßwert proportionalen Ausschlag einstellt. Wir betrachten lediglich die bei der Übertragung sich abspielenden Ausgleichsvorgänge, die die dynamische Verzerrung bei zeitlich sich ändernden Meßwerten bestimmen.

Als Ausgangsinstrumente für die Fernübertragung dienen im allgemeinen Meßinstrumente der üblichen Bauart, die die Meßgröße zunächst in einen proportionalen Ausschlag oder in eine proportionale Geschwindigkeit umsetzen. Die Übertragungsgeschwindigkeit der Anlage ist somit von dem dynamischen Verhalten dieser Instrumente abhängig, das wir zunächst kurz betrachten wollen.

I. Die dynamische Abbildung bei einem direkt messenden Instrument.

Da die zeitliche Änderung der Meßgröße nach unbegrenzt vielen Möglichkeiten erfolgen kann, läßt sich das Nachfolgen des Instrumentes nicht allgemein explicite angeben. Um ein möglichst anschauliches Bild von dem dynamischen Verhalten der Meßanlage zu gewinnen, betrachten wir:

1. die Abbildung von sinusförmigen Lastschwankungen, die durch die Amplitudenverzerrung und die Phasenverschiebung festgelegt wird,
2. die Abbildung eines plötzlich einsetzenden Laststoßes (Einheitsstoßes).

Die Abbildung von Sinusschwingungen. Grundverschiebungszeit.

Bei einem Instrument mit ausschlagendem Meßsystem werden die Einschwingvorgänge durch die drei als konstant anzusehenden Größen bestimmt: Trägheitsmoment J (cmg sec²), Dämpfungsfaktor K (cmg sec), Richtvermögen der Feder D (cmg); s. auch Bild 4. Es ist zweckmäßig, den Ausschlag z des Systems nicht in absoluten Einheiten zu messen, sondern ihn zu dem Ausschlag in Beziehung zu setzen, den das System jeweils aufweisen würde, wenn es sich verzögerungsfrei auf den Gleichgewichtszustand einstellen würde. Wir führen daher den relativen Ausschlag y ein:

$$y = (\text{tatsächlicher Ausschlag}) : (\text{Ausschlag des trägheits- und dämpfungsfrei gedachten Systems}) \quad (1)$$

Die Abbildung von Sinusschwingungen mit der Kreisfrequenz $\omega_z = 2\pi f_z$ ergibt sich aus der Differentialgleichung für den Bewegungsvorgang:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + 2\alpha \frac{dy}{d\tau} + y = \sin \frac{\omega_z}{\omega_0} \tau, \quad (2)$$

wobei die Zeit nicht in Sekunden (t), sondern durch die Zeiteinheit τ gemessen wird, entsprechend der Substitution:

$$\tau = \omega_0 t. \quad (3)$$

ω_0 ist die Kreisfrequenz des ungedämpften, frei schwingenden Systems:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}, \quad (4)$$

und α gibt als Dämpfungsgrad das Verhältnis des Dämpfungsfaktors K zu dem für den aperiodischen Grenzfall erforderlichen Dämpfungsfaktor $2J\omega_0$ an:

$$\alpha = \frac{K}{2J\omega_0} = \frac{K}{2\sqrt{D}\sqrt{J}}. \quad (5)$$

Die relative Amplitude Y der sinusförmig verlaufenden Instrumentenschwingung ergibt sich zu:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\alpha^2 \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2}}. \quad (6)$$

Die Phasenverschiebung wollen wir mit einem Zeitmaß messen (in τ -Einheiten) und diesen Ausdruck als Verschiebungszeit τ' bezeichnen. Die Verschiebungszeit gibt somit an, mit welcher zeitlichen Verzögerung eine Sinuswelle durch das System abgebildet wird.

$$\tau' = \frac{\omega_0}{\omega_z} \cdot \arctg 2\alpha \frac{\omega_0 \cdot \omega_z}{\omega_0^2 - \omega_z^2}. \quad (7)$$

Für sehr langsam verlaufende Vorgänge, denen man die Frequenz Null zuschreiben kann und für solche, die mit konstanter Geschwindigkeit verlaufen, ergibt sich die Verschiebungszeit (wir nennen sie in diesem Falle Grundverschiebungszeit τ'_g) aus (7), wenn $\omega_z \rightarrow 0$ gesetzt wird. Es ist:

$$\tau'_g = 2\alpha \quad (8)$$

Die Gleichungen (6) und (7) sind in Bild 1 graphisch dargestellt.

Bei einigen Fernmeßverfahren werden für den Geber Instrumente mit rotierendem System (Zähler) benutzt. Ähnlich der Definition (1) setzen wir die jeweilige Zählergeschwindigkeit ins Verhältnis zu der Geschwindigkeit des masselos gedachten Zählers und nennen diesen

Relativwert entsprechend der früheren Bezeichnung γ . Das Zählersystem kann lediglich kinetische Energie enthalten; es ist also kein schwingungsfähiges Gebilde wie das bisher betrachtete ausschlagende System. Die Ausgleichsfunktion ist eine Exponentialfunktion mit der Basis ε und der Zeitkonstanten T_0 .

$$T_0 = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Dämpfungsfaktor}} = \frac{J \text{ (cmg sec}^2\text{)}}{K \text{ (cmg sec)}}. \quad (9)$$

Aus rein formalen Gründen empfiehlt es sich jedoch, dem Zählersystem eine Kreisfrequenz r_0 zuzusprechen. Wir definieren diese fiktive Kreisfrequenz zu:

$$r_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{K}{J}. \quad (10)$$

Ähnlich der Definition (3) führen wir wieder ein besonderes Zeitmaß τ ein:

$$\tau = r_0 t \quad (11)$$

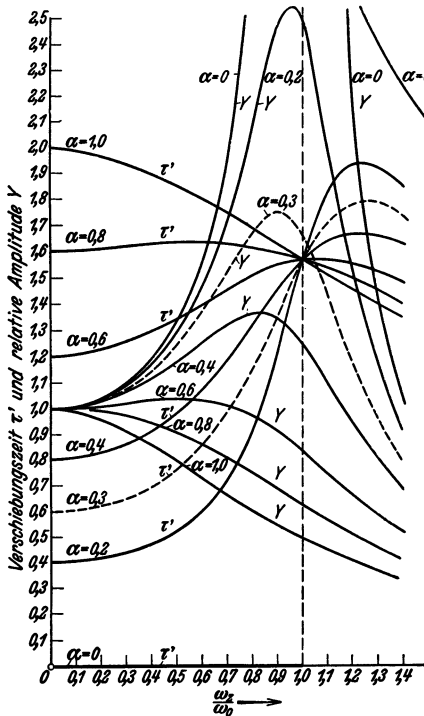


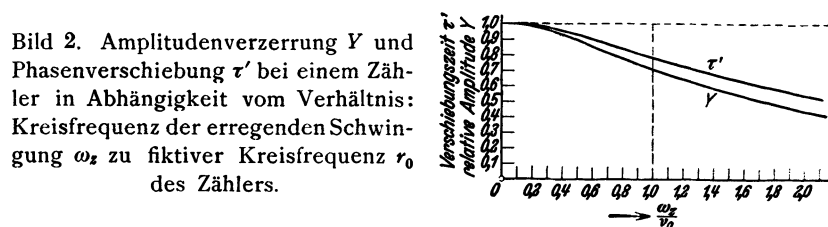
Bild 1. Amplitudenverzerrung, ausgedrückt durch die relative Amplitude Y , und Phasenverschiebung, ausgedrückt durch die Verschiebungszeit τ' , bei einem ausschlagenden Meßinstrument in Abhängigkeit von dem Verhältnis: Kreisfrequenz der erregenden Schwingung ω_z zu Kreisfrequenz des ungedämpften Systems ω_0 für verschiedene Werte des Dämpfungsgrades α .

Die die Abbildung von Sinusschwingungen kennzeichnenden Größen: Amplitudenverzerrung Y und Phasenverschiebung τ' (wieder als Verschiebungszeit ausgedrückt) werden durch folgende Gleichungen festgelegt:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_z}{r_0}\right)^2}}, \quad (12)$$

$$\tau' = \frac{r_0}{\omega_z} \cdot \arctg \frac{\omega_z}{r_0}. \quad (13)$$

Die graphische Darstellung dieser Gleichungen ist in Bild 2 durchgeführt. Der Vergleich mit den entsprechenden Werten für ein gerade aperiodisch gedämpftes, ausschlagendes Instrument, die sich für $\alpha = 1$ aus (6) und (7) ergeben, liefert die Erkenntnis, daß durch Quadratur von (12) und Verdopplung von (13) eine Verzerrung



festgelegt wird, die der eines gerade aperiodisch gedämpften Instrumentes genau entspricht. Voraussetzung dabei ist, daß r_0 des Zählers gleich ω_0 des Instrumentes gewählt wird.

Aus (13) ergibt sich sofort, daß die Grundverschiebungszeit τ'_g

$$\tau'_g = \lim_{\omega_z \rightarrow 0} \tau' = 1 \quad (14)$$

für sämtliche Zähler ist. Die absolute zeitliche Verschiebung von sehr langsam verlaufenden Vorgängen ist daher nach den Beziehungen (10) und (11) gleich der Zeitkonstanten des Zählers.

Die Abbildung eines Laststoßes. Mittlere Verschiebungszeit.

Wenn der Meßwert stoßartig von Null auf einen konstanten Wert übergeht, gilt bei einem ausschlagenden Instrument mit den Bezeichnungen von (2) für die Übergangsfunktion die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + 2\alpha \frac{dy}{d\tau} + y = 1. \quad (15)$$

Für alle Werte $\alpha > 0$ findet während der Einschalterschwingung ein Energieverbrauch statt, so daß nach hinreichend langer Zeit die Glieder mit $\frac{d^2 y}{d\tau^2}$ und $\frac{dy}{d\tau}$ Null werden. Der Endwert von y ist also 1, d. h. das Instrument spielt auf den statischen Wert ein. Die ausführliche Diskussion der Gleichung findet sich in der Literatur.

Für überschlägige Betrachtungen der Anzeigeverzögerung einer Fernmeßanlage empfiehlt es sich, den Begriff der mittleren Verschiebungszeit einzuführen, die für die einzelnen Elemente der Anlage leicht zu bestimmen ist und die sich für die Gesamtanlage sehr einfach als Summe der Werte für die Elemente ergibt (s. S. 438). Die mittlere Verschiebungszeit wird durch die Verlustfläche F definiert, die bei einem Instrument mit ausschlagendem System in dem Ausschlag-Zeitdiagramm von der Kurve des ideellen Ausschlages (eines trägheits- und dämpfungsfrei gedachten Systems) und der Kurve des wirklichen Ausschlages eingeschlossen wird. Als mittlere Verschiebungszeit bezeichnen wir die Abszisse eines F

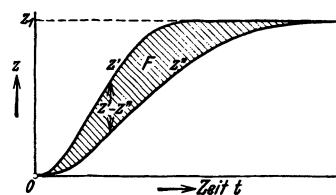


Bild 3. Ableitung der mittleren Verschiebungszeit.

flächengleichen Rechtecks, dessen Ordinate gleich der stationären Ausschlagsänderung ist.

An Hand des Bildes 3 leiten wir mit Hilfe des Drallsatzes aus der Mechanik den Inhalt der Fläche F ganz allgemein für ein Zeitintervall ab, an dessen Beginn und Ende der Ausschlag konstant ist. Hierin ist der Fall enthalten, der beim Auftreten eines Laststoßes vorliegt und daher besonders interessiert. Es sei z' der ideelle Ausschlag und z'' der wirkliche Ausschlag. Dann stellt $D(z' - z'')$ das Moment dar, das den Ausschlag z'' in den Ausschlag z' überführen will. Diesem Moment wirkt das Dämpfungsmoment $K \frac{dz''}{dt}$ entgegen, so daß die Bewegungsgleichung lautet:

$$D(z' - z'') - K \frac{dz''}{dt} = J \frac{d^2 z''}{dt^2}.$$

Da der Drall nach der Voraussetzung zu Ende des Intervalls so groß wie zu Beginn ist, ist das Zeitintegral des resultierenden Momentes Null.

$$\begin{aligned} D \int_{z''=0}^{z_1} (z' - z'') dt - K \int_{z''=0}^{z_1} dz'' &= 0, \\ D \cdot F - K \cdot z_1 &= 0, \\ F &= \frac{K \cdot z_1}{D}. \end{aligned}$$

Die mittlere Verschiebungszeit ist definitionsgemäß

$$t'_m = \frac{F}{z_1} = \frac{K}{D} = \frac{2\alpha}{\omega_0}$$

unter Benutzung von (4) und (5). In τ -Einheiten ausgedrückt wird schließlich die mittlere Verschiebungszeit:

$$\tau'_m = \omega_0 \frac{2\alpha}{\omega_0} = 2\alpha, \quad (16)$$

wie sich sofort mit (3) ergibt.

Die mittlere Verschiebungszeit τ'_m ist somit gleich der Grundverschiebungszeit τ'_g , wie der Vergleich mit (8) zeigt. Für beide Werte ergibt sich der sehr einfache Ausdruck: 2α .

Der Begriff der mittleren Verschiebungszeit verliert an Anschaulichkeit, wenn es sich um ein wenig gedämpftes System handelt. Die Fläche F ergibt sich dann als Summe einer Reihe, mit wechselndem Vorzeichen zu bewertender, Flächenstücke; eine Unstimmigkeit besteht insofern, als die mittlere Verschiebungszeit kleiner als bei einem höher gedämpftem System ist, während die Beruhigungszeit größer ist.

Die Einführung des Begriffes erscheint jedoch gerechtfertigt, da bei Fernübertragungsanlagen selten der Fall eintritt, daß Geber und Empfänger so wenig gedämpft sind, daß die Einschwingkurve des Empfängers wesentlich über den Endwert hinausläuft. In solchen Fällen ist zumindest die mittlere Verschiebungszeit der Gesamtanlage als kennzeichnende Größe anzusprechen.

Wie bereits erwähnt, ist die Einschaltkurve eines Zählers eine Exponentialfunktion. Sie nimmt mit den unter (10) und (11) eingeführten Bezeichnungen die sehr einfache Form an:

$$y = 1 - e^{-\tau}. \quad (17)$$

Für die mittlere Verschiebungszeit ergibt sich:

$$\tau'_m = r_0 t'_m = 1. \quad (18)$$

Wie der Vergleich mit (14) zeigt, hat die Grundverschiebungszeit die gleiche Größe.

II. Die dynamische Abbildung bei Fernmeßverfahren mit stetiger Übertragung.

Die hier betrachteten Fernmeßverfahren haben folgenden grundsätzlichen Aufbau. Als Meßorgan dient ein Instrument, dessen Ausschlag oder Geschwindigkeit

dem Meßwert proportional ist. Von diesem Instrument wird die Übertragungsgröße (z. B. elektrischer Strom) eingeregelt, die durch die Fernleitung übertragen wird und am Empfangsort auf den Empfänger einwirkt. Die durch die Leitung bewirkte Verzerrung wollen wir vernachlässigen; sie ist in den weitaus meisten Fällen größenordnungsmäßig geringer als die der übrigen Elemente: des mechanischen Teils des Gebers, des Regelorgans des Gebers (des eigentlichen Fernsenders) und des Empfangsgerätes.

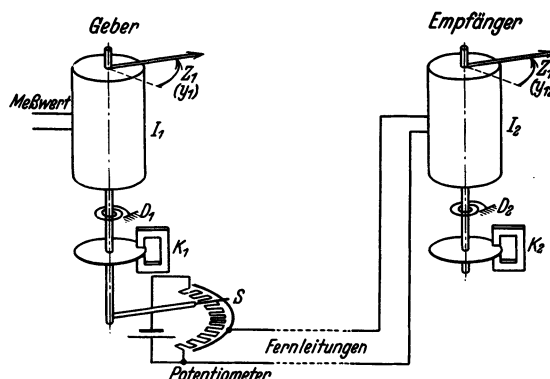
Wir verwenden in der Folge den Index 1 zur Kennzeichnung der zum Geber gehörenden Größen, den Index 2 zur Kennzeichnung der Empfängergrößen und den Doppelindex 12 für die Größen, die von dem Zusammenwirken von Geber und Empfänger abhängen.

Ausschlagendes Geberinstrument.

Als Ausführungsbeispiel ist in Bild 4 das Potentiometerverfahren gezeigt. Der Geber verstellt die Schleifbürste S , deren Reibungsmoment vernachlässigbar klein gegenüber dem Einstellmoment des Gebers ist, und greift damit am Potentiometer eine seinem Ausschlag proportionale Spannung ab, die dem Empfänger zugeführt wird.

Bild 4. Potentiometerverfahren.

- z = Absoluter Ausschlag;
- y = relativer Ausschlag;
- D = Richtvermögen;
- J = Trägheitsmoment;
- K = Dämpfungsfaktor;
- S = Schleifbürste.



wird. Da das dynamische Verhalten eines ausschlagenden Instrumentes nach den früheren Betrachtungen durch die Kreisfrequenz ω_0 und den Dämpfungsgrad α eindeutig festgelegt wird, liegen bei einer Fernmeßanlage der eben beschriebenen Art 4 Bestimmungsgrößen vor: ω_0 und α_1 des Gebers, ω_0 und α_2 des Empfängers. Die besondere Ausbildung des Regelorgans und die Eichung des Empfängers brauchen wir nicht zu berücksichtigen, wenn wir wie früher mit den relativen Ausschlägen y arbeiten.

Wir betrachten zunächst die Wiedergabe von sinusförmigen Lastschwankungen. Der Geber bildet sie mit der relativen Amplitude Y_1 ab, die sich aus (6) nach Einsetzen von ω_0 und α_1 ergibt. Der Empfänger verursacht eine weitere Amplitudenverzerrung Y_2 , die durch seine Kenngrößen ω_0 und α_2 festgelegt ist. Y_1 und Y_2 sind aus Bild 1 unmittelbar zu entnehmen. Resultierend ergibt sich somit als relative Verzerrung der Amplitude von Sinusschwingungen:

$$Y_{12} = Y_1 \cdot Y_2. \quad (19)$$

Die Phasenverschiebung der Fernmeßanlage ist offenbar die Summe der Verschiebungen von Geber und Empfänger, wobei, wenn wir wieder mit Verschiebungszeiten rechnen, diese im absoluten Zeitmaß zu messen sind. Die Phasenverschiebung zwischen Empfängerausschlag und Meßwert beträgt somit:

$$t'_{12} = t'_1 + t'_2 = \frac{\tau'_1}{\omega_0} + \frac{\tau'_2}{\omega_0}. \quad (20)$$

Eine entsprechende Beziehung besteht naturgemäß für die Grundverschiebungszeiten und die mittleren Verschiebungszeiten. Die τ' -Werte zeigt ebenfalls Bild 1 für verschiedene Parameter ω_0 und α .

Die Gleichungen (19) und (20) bleiben ungeändert, wenn die Indizes 1 und 2 vertauscht werden. Wir kommen also zu folgendem Schluß: die dynamische Verzerrung der Anlage bleibt ungeändert, wenn die dynamischen Daten von Geber- und Empfängersystem miteinander vertauscht werden.

Die Differentialgleichung für die Einschaltsschwingung des Gebers ist unter (15) bereits aufgeführt. Der Empfänger bewegt sich nach einer ähnlichen Gleichung; er befindet sich im statischen Gleichgewicht, wenn sein Ausschlag y_{12} gleich dem Ausschlag y_1 des Gebers ist. Somit ergibt sich folgendes Gleichungspaar:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{d\tau_1^2} + 2\alpha_1 \frac{dy_1}{d\tau_1} + y_1 &= 1 \\ \frac{d^2 y_{12}}{d\tau_2^2} + 2\alpha_2 \frac{dy_{12}}{d\tau_2} + y_{12} &= y_1 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Für das Verhältnis der Eigenfrequenzen der ungedämpften Systeme $\frac{\omega_0}{\omega_0'}$, das nach (3) gleich $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ ist, führen wir die Abkürzung κ ein:

$$\kappa = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\omega_0}{\omega_0'} \quad (22)$$

Damit wird $\frac{d y_{12}}{d\tau_2} = \kappa \frac{d y_{12}}{d\tau_1}$ und $\frac{d^2 y_{12}}{d\tau_2^2} = \kappa^2 \frac{d^2 y_{12}}{d\tau_1^2}$. Das Gleichungspaar (21) lösen wir unter Einführung des Heavisideschen Operators, indem wir symbolisch schreiben:

$$\frac{d}{d\tau_1} = p, \quad (23)$$

so daß sich ergibt:

$$\begin{aligned} y_1 (p^2 + 2\alpha_1 p + 1) &= 1 \\ y_{12} (\kappa^2 p^2 + 2\alpha_2 \kappa p + 1) &= y_1. \end{aligned}$$

y_{12} wird somit durch die Operatorengleichung dargestellt:

$$y_{12} = \frac{1}{(p^2 + 2\alpha_1 p + 1)(\kappa^2 p^2 + 2\alpha_2 \kappa p + 1)} = \frac{1}{H(p)}. \quad (24)$$

Nach dem Entwicklungssatz (Methode der Partialbruchzerlegung) kann man y_{12} darstellen durch:

$$y_{12} = \frac{1}{H(0)} + \sum_{z=a}^d \frac{e^{p_z \cdot \tau_1}}{p_z \cdot H'(p_z)}. \quad (25)$$

p_a, p_b, p_c, p_d sind die Lösungen der Gleichung $H(p) = 0$. Die Wurzeln sind paarweise konjugiert komplex, wenn α_1 und α_2 zwischen 0 und 1 liegen. Für $\alpha_1 = 1$ und $\alpha_2 = 1$ ergeben sich Doppelwurzeln. Für α_1 und α_2 größer als 1, sind die Wurzeln rein reell. Wir beschränken uns auf Fälle, bei denen Geber und Empfänger nicht überaperiodisch gedämpft sind, da diese die interessantesten und praktisch wichtigsten sind. Die Wurzeln der Stammfunktion erscheinen dann in der Form:

$$\left. \begin{aligned} p_a &= -\alpha_1 + i\sqrt{1-\alpha_1^2} & p_c &= -\frac{\alpha_2}{\kappa} + \frac{i}{\kappa}\sqrt{1-\alpha_2^2} \\ p_b &= -\alpha_1 - i\sqrt{1-\alpha_1^2} & p_d &= -\frac{\alpha_2}{\kappa} - \frac{i}{\kappa}\sqrt{1-\alpha_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Es ist ferner $H(0) = 1$ und:

$$H'(p) = \frac{dH(p)}{dp} = (2p + 2\alpha_1)(\kappa^2 p^2 + 2\alpha_2 \kappa p + 1) + (p^2 + 2\alpha_1 p + 1)(2\kappa^2 p + 2\alpha_2 \kappa).$$

Neben der Konstanten $\frac{1}{H(0)} = 1$ enthält die Lösung zwei ähnlich aufgebaute Teile entsprechend den konjugiert komplexen Wurzelpaaren. Der erste Teil y'_{12} , der zu den Wurzeln p_a und p_b gehört, hat die Form:

$$y'_{12} = \frac{\varepsilon(-\alpha_1 + i\sqrt{1-\alpha_1^2}) \cdot \tau_1}{u' + i v'} + \frac{\varepsilon(-\alpha_1 - i\sqrt{1-\alpha_1^2}) \cdot \tau_1}{u' - i v'}.$$

Bei Einführung der Kreisfunktionen wird:

$$y'_{12} = \frac{2 \cdot \varepsilon^{-\alpha_1 \tau_1}}{\pm \sqrt{u'^2 + v'^2}} \cdot \sin \left(\sqrt{1-\alpha_1^2} \cdot \tau_1 + \arctg \frac{u'}{v'} \right).$$

Für $u'^2 + v'^2$ ergibt sich:

$$u'^2 + v'^2 = 4(1 - \alpha_1^2) \cdot \kappa^2 \left[\left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right)^2 + 4 \left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_1 \alpha_2 \left(\kappa + \frac{1}{\kappa} \right) \right) \right].$$

Analog aufgebaute Ausdrücke (es ist α_1 durch α_2 und umgekehrt, ferner κ durch $\frac{1}{\kappa}$ zu ersetzen) findet man für den durch die Wurzeln p_c und p_d bestimmten Teil y'_{12} : Es ist:

$$y_{12} = 1 + y'_{12} + y''_{12}$$

$$y_{12} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right)^2 + 4 \left[\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_1 \alpha_2 \left(\kappa + \frac{1}{\kappa} \right) \right]}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\varepsilon^{-\alpha_1 \tau_1}}{\kappa \sqrt{1-\alpha_1^2}} \cdot \sin \left(\sqrt{1-\alpha_1^2} \tau_1 + \arctg \frac{u'}{v'} \right) + \frac{\kappa \cdot \varepsilon^{-\alpha_2 \tau_2}}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \cdot \sin \left(\sqrt{1-\alpha_2^2} \tau_2 + \arctg \frac{u''}{v''} \right) \right\} \quad (27)$$

worin

$$\frac{u'}{v'} = \sqrt{1-\alpha_1^2} \frac{\left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right) + 4 \alpha_1 (\alpha_2 - \kappa \alpha_1)}{\alpha_1 \cdot \left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right) + 2(2\alpha_1^2 - 1) \cdot (\alpha_2 - \kappa \alpha_1)}$$

und

$$\frac{u''}{v''} = \sqrt{1-\alpha_2^2} \frac{\kappa \left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right) + 4 \alpha_2 (\alpha_2 - \kappa \alpha_1)}{\kappa \cdot \alpha_2 \left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right) + 2(2\alpha_2^2 - 1) (\alpha_2 - \kappa \alpha_1)}.$$

Die Auswertung von (27) ist recht umständlich. Es treten jedoch wesentliche Vereinfachungen ein, wenn man $\kappa = 1$ setzt, wenn man also mit gleichen Eigenfrequenzen ω_0 von Geber und Empfänger rechnet. Daß diese Annahme in vielen Fällen zulässig ist, ist darin begründet, daß die Eigenfrequenz eines Meßsystems nach (4) der Wurzel aus dem Verhältnis von Richtvermögen der Feder zu Trägheitsmoment proportional ist und dieses Verhältnis bei Instrumenten derselben Klasse nicht wesentlich variiert.

In Bild 5 sind für $\kappa = 1$ die resultierenden Verzerrungen Y_{12} und τ'_{12} von Sinusschwingungen für einige Wertepaare α_1 und α_2 unter Benutzung des Bildes 1 entworfen. Besonders günstige Verhältnisse ergeben sich für $\alpha_1 = 0,3$ und $\alpha_2 = 1,0$. Alle Frequenzen zwischen Null und 90 % von ω_0 werden mit einem Amplitudenfehler von höchstens 5 % wiedergegeben. Die Verschiebungszeit ist bis zu $\frac{\omega_x}{\omega_0} = 0,5$ fast konstant. Das Beispiel zeigt, daß es möglich ist, die Dämpfungsgrade von Geber und Empfänger derart zu wählen, daß eine weitgehende Kompensation der Verzerrung der Einzelsysteme erfolgt.

Wir betrachten jetzt die Abbildung eines Laststoßes. Gleichung (27) nimmt nach Einsetzen von $\kappa = 1$ und $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ die Form an:

$$y_{12} = 1 + \frac{f(\alpha_1, \tau) - f(\alpha_2, \tau)}{\alpha_1 - \alpha_2}, \quad (28)$$

wobei die Hilfsfunktion $f(\alpha, \tau)$ bestimmt wird durch:

$$f(\alpha, \tau) = \frac{\varepsilon^{-\alpha \tau}}{2 \sqrt{1-\alpha^2}} \cdot \sin \left(\sqrt{1-\alpha^2} \cdot \tau + \arctg \frac{2 \alpha \sqrt{1-\alpha^2}}{2 \alpha^2 - 1} \right). \quad (29)$$

Sieht man von der Konstanten 1 ab, so läßt sich nach (28) das zu einem bestimmten τ gehörende y_{12} als Differenzenquotient der Funktion $f(\alpha, \tau)$ auffassen. Für $\alpha_1 = \alpha_2$ geht der Differenzenquotient in den Differentialquotienten $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$ über.

Dies führt zu einer sehr einfachen graphischen Entwicklung der Einschaltkurve, die aus Bild 6 zu entnehmen ist. Für verschiedene, konstante Werte von τ ist nach (29) die Funktion $f(\alpha, \tau)$ in Abhängigkeit von α dargestellt. Die zu diesen τ -Werten

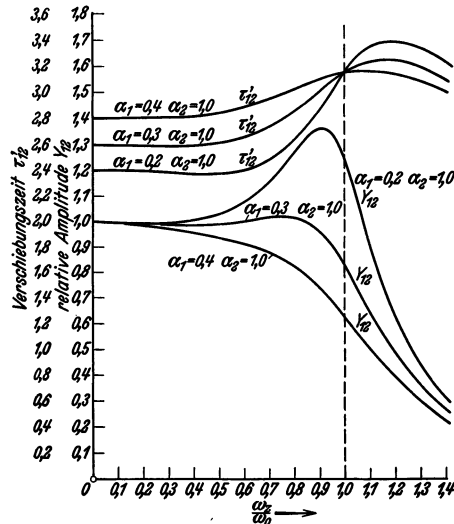


Bild 5. Amplitudenverzerrung Y_{12} und Phasenverschiebung τ'_{12} bei einem stetigen Übertragungsverfahren.
 $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$.

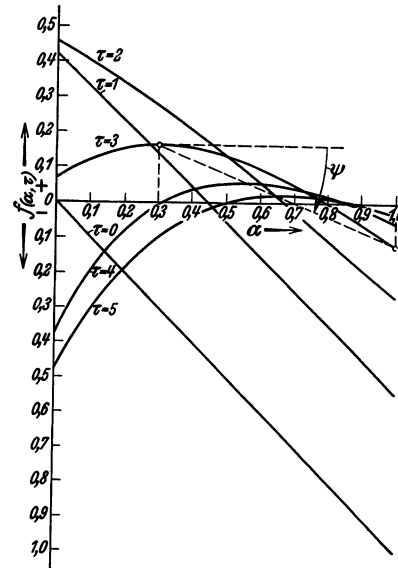


Bild 6. Die Hilfsfunktion $f(\alpha, \tau)$ in Abhängigkeit vom Dämpfungsgrad α für verschiedene Zeitpunkte τ . Beispiel: Bei einer Anlage mit $\alpha_1 = 0,3$ und $\alpha_2 = 1,0$ ist zur Zeit $\tau = 3$ der relative Ausschlag des Empfängers $y_{12} = 1 + \operatorname{tg} \psi$.

gehörende Ausgleichsschwingung wird durch den Anstieg der durch die Punkte: $\alpha = \alpha_1$ und $\alpha = \alpha_2$ gelegten Geraden bestimmt entsprechend (28). Als Beispiel ist die Bestimmung von y_{12} für die Zeit $\tau = 3$ und die Dämpfungsgrade $\alpha_1 = 0,3$ und $\alpha_2 = 1,0$ angedeutet; es ist $y_{12} = 1 + \operatorname{tg} \psi$. Das eben genannte Wertepaar der

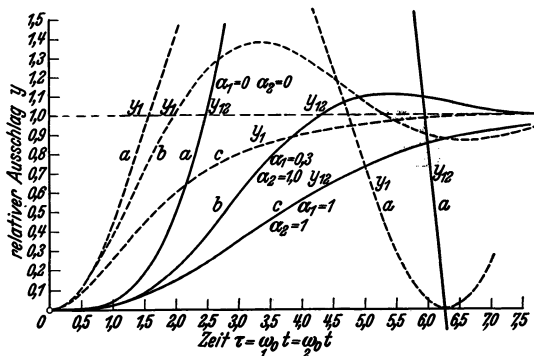


Bild 7.
Die Abbildung eines Laststoßes durch den Geber (y_1) und den Empfänger (y_{12}) bei einem stetigen Übertragungsverfahren. $\omega_{01} = \omega_{02}$.
Kurven a: Dämpfungsgrad $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$,
Kurven b: Dämpfungsgrad $\alpha_1 = 0,3$, $\alpha_2 = 1,0$,
Kurven c: Dämpfungsgrad $\alpha_1 = 1,0$, $\alpha_2 = 1,0$.

Dämpfungsgrade war uns bei Betrachtung der Abbildung von Sinusschwingungen als besonders günstige Kombination aufgefallen. Es ist daher von Interesse, hierfür die vollständige Einschaltkurve zu entwickeln, wie es in Bild 7 (Kurve b) durchgeführt ist unter Benutzung einer gegenüber Bild 6 erweiterten Kurvenschar für $f(\alpha, \tau)$. Der Empfänger schwingt etwa 10% über den Endwert hinaus. Der Anstieg erfolgt jedoch erheblich steiler als bei der Kurve c, bei der Geber und Empfänger gerade aperiodisch

gedämpft sind. Nimmt man beide Systeme als dämpfungsfrei an, so schwingt der Empfänger mit immer größer werdender Amplitude (Kurve *a*).

Interessant ist ferner die nähere Betrachtung des Falles der gerade aperiodischen Dämpfung von Geber und Empfänger. Es ist also außer $\kappa = 1$ auch $\alpha_1 = 1$ und $\alpha_2 = 1$. (Wir werden später diese Anlage vergleichen mit einer, die mit rotierendem Geber arbeitet). Die Operatorengleichung (24) nimmt jetzt die sehr einfache Form an:

$$\gamma_{12} = \frac{1}{(p+1)^4}. \quad (30)$$

γ_{12} läßt sich nach dem Verschiebungssatz darstellen als:

$$\gamma_{12} = \varepsilon^{-\tau} \frac{\tau^4}{4!} + \int_0^{\tau} \varepsilon^{-\tau} \frac{\tau^4}{4!} d\tau.$$

Die Integration liefert:

$$\gamma_{12} = 1 - \varepsilon^{-\tau} \left(1 + \frac{\tau}{1!} + \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^3}{3!} \right). \quad (31)$$

Der Geber bewegt sich dabei, wie die Entwicklung seiner Operatorengleichung $\gamma_1 = \frac{1}{(p+1)^2}$ ergibt, nach der Beziehung:

$$\gamma_1 = 1 - \varepsilon^{-\tau} (1 + \tau). \quad (32)$$

Zur experimentellen Prüfung der rechnerischen Entwicklungen wurde eine Fernmeßanlage nach Art der in Bild 4 gezeigten aufgebaut. Die Ausschläge des Geber- und Empfangsinstrumentes wurden oszillographisch aufgezeichnet. Die bei den Versuchen aufgenommenen Einschaltkurven stimmen mit den errechneten gut überein.

Die Oszillogramme in Bild 8 bestätigten die auf S. 438 angestellten Überlegungen bezüglich der Vertauschbarkeit von Geber- und Empfängersystem. Bei den Oszillogrammen Gruppe *a* war der Geber so schwach gedämpft, daß er beim Einschalten eine größere Zahl von Schwingungen ausführte (γ_1). Der Empfänger stellte sich, entsprechend seinem Dämpfungsgrad $\alpha_2 = 0,8$, bei unmittelbarem Einschalten fast ohne Pendelung ein (Verlauf wie γ_1). Wurde nun der Empfänger an den Geber angeschlossen, so ergab sich für ihn bei Einschaltung des Gebers eine schwingende Einstellung nach γ_{12} . Bei Vertauschung der Dämpfungsgrade (Oszillogramme Gruppe *b*). Da die Schwingungszeiten der ungedämpften Systeme gleich waren, entspricht dies einer Vertauschung von Geber und Empfänger) stellte sich der Geber fast aperiodisch ein (γ_1), während der Empfänger die gleiche Schwingung wie vordem ausführte (γ_{12}).

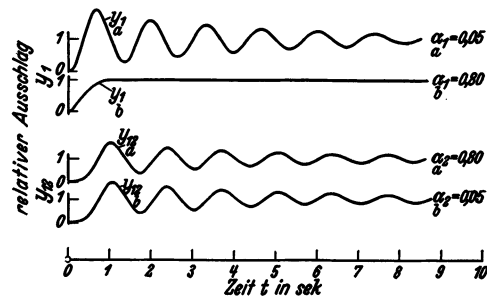


Bild 8. Oszillogramme der Ausschläge vom Geber (γ_1) und Empfänger (γ_{12}) bei einem Laststoß.

$$\omega_0 = \omega_0 = 4,72 \text{ sec}^{-1}.$$

Ausschlagendes Geberinstrument mit Kompensations-Sender (AEG).

Solange man für den Geber ausschlagende Instrumente der üblichen Bauart verwendet, liefern die eben behandelten Fernmeßverfahren, bei denen die Übertragungsgröße verzögerungsfrei vom Geber eingestellt wird, die kleinst mögliche Verzerrung. Wegen der Schwierigkeit der konstruktiven Ausbildung (der Schleifwiderstand erfordert hohe Verstärkung) und einiger grundsätzlicher meßtechnischer Nachteile (Abhängigkeit von der Hilfsspannung und dem Leitungswiderstand) werden sie für die Übertragung von elektrischen Größen nur noch wenig verwendet. Für ihre

ausführliche Behandlung sprachen prinzipielle Gründe und der Wunsch, eine Basis für die Beurteilung der Übertragungsgeschwindigkeit der anderen Fernmeßverfahren zu gewinnen.

Ein besonders interessantes Übertragungsverfahren ist das von der AEG entwickelte Kompensationsverfahren. Bei diesem Verfahren wird durch ein wie ein Schnellregler arbeitendes polarisiertes Relais ein pulsierender Gleichstrom eingeregelt, dessen Mittelwert von Spannungs- und Leitungswiderstandsänderungen unabhängig ist und vom Empfänger angezeigt wird. Die Arbeitsweise des Regelrelais bis in alle Einzelheiten zu verfolgen, führt zu recht umständlichen Entwicklungen und braucht hier nicht unternommen zu werden. Es zeigt sich nämlich, daß die durch die endliche Regelgeschwindigkeit bedingte Verzerrung, die durch die elektrische Zeitkonstante des Regelkreises bestimmt wird, gegenüber der Verzerrung des ausschlagenden Systems, das die Steuerung des Relais vornimmt, nicht in Erscheinung tritt. Das Verfahren entspricht somit in seinem dynamischen Verhalten den Verfahren mit verzögerungsfreier Einregelung der Übertragungsgröße.

Damit das Empfangsinstrument auf die Wechselkomponente des Übertragungsstromes nicht anspricht, muß es hohe Dämpfung ($\alpha_2 \approx 1$) besitzen. Hiermit ist aber nicht zwangsweise eine erhöhte Verzerrung der Gesamtanlage verbunden. Wenn es möglich ist, den Geber mit einem Dämpfungsgrad von $\alpha_1 \approx 0,3$ zu versehen, weist die Anlage sehr gute Frequenzcharakteristiken auf (s. S. 439).

Rotierendes Geberinstrument.

Das Gebergerät ist ein Zähler, der in einem starr gekuppelten kleinen Gleichstromgenerator eine Spannung erzeugt, die seiner Geschwindigkeit proportional ist. Das Verfahren wird in Deutschland „Telewatt-Verfahren“ genannt. Über die Fernleitung wird die Gleichspannung dem Empfänger zugeführt, dessen Ausschlag im Beharrungszustand ihr proportional anzusetzen ist.

Da der Fernmeßstrom kein reiner Gleichstrom ist, sondern erhebliche Welligkeit besitzt, müssen die Empfangsinstrumente hoch gedämpft werden, so daß α_2 etwa 1 ist. Es sind ähnliche Verhältnisse wie bei dem AEG-Kompensationsverfahren. Jedoch ist es dort, wie wir gesehen haben, möglich, durch geringe Dämpfung des Gebergerätes die Gesamtanlage weitgehend zu entdämpfen, während beim Telewatt-Verfahren das dynamische Verhalten des Gebers nicht ohne Beeinflussung seiner statischen Charakteristik zu verändern ist. Eine Variation der Dämpfungskonstanten K ändert neben der Zeitkonstanten T_0 [s. Gleichung (9)] die stationäre Drehgeschwindigkeit, über die man aus konstruktiven und meßtechnischen Gründen nicht frei verfügen kann.

Der Anlaufvorgang der Fernmeßanlage wird durch ein Paar von Operatorengleichungen festgelegt:

$$\left. \begin{aligned} y_1(p+1) &= 1 \\ y_{12}(\lambda^2 p^2 + 2\alpha_2 \lambda p + 1) &= y_1 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Die erste Gleichung ergibt sich sofort aus der zu (17) gehörenden Differentialgleichung für den Anlauf eines Zählers, wenn man wie in (23) schreibt:

$$p = \frac{d}{d\tau_1}.$$

Die zweite ist bereits bekannt für den Einschwingvorgang des Empfängers, wobei jetzt

$$\lambda = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{r_{01}}{\omega_{02}} \quad (34)$$

eingeführt ist. Für y_{12} gilt somit:

$$y_{12} = \frac{1}{(p+1)(\lambda^2 p^2 + 2\alpha_2 \lambda p + 1)} = \frac{1}{H(p)}. \quad (35)$$

Wir benutzen wieder die Methode der Partialbruchzerlegung. Die Stammfunktion hat folgende Wurzeln ($\alpha_2 < 1$):

$$\left. \begin{aligned} p_a &= -1, \\ p_b &= -\frac{\alpha_2}{\lambda} + \frac{i}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha_2^2}, \\ p_c &= -\frac{\alpha_2}{\lambda} - \frac{i}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Es ist ferner: $H(0) = 1$ und:

$$\frac{dH(p)}{dp} = (\lambda^2 p^2 + 2\alpha_2 \lambda p + 1) + (p + 1)(2\lambda^2 p + 2\alpha_2 \lambda).$$

Die Wurzel $p_a = -1$ liefert den Beitrag

$$\gamma'_{12} = -\frac{\varepsilon^{-\tau_1}}{\lambda^2 - 2\lambda\alpha_2 + 1},$$

das konjugiert komplexe Wurzelpaar den Teil:

$$\gamma''_{12} = \frac{\varepsilon^{\frac{(-\alpha_2 + i\sqrt{1-\alpha_2^2})\tau_1}{\lambda}}}{u + iv} + \frac{\varepsilon^{\frac{(-\alpha_2 - i\sqrt{1-\alpha_2^2})\tau_1}{\lambda}}}{u - iv},$$

wobei

$$u = \frac{2}{\lambda} (1 - \alpha_2^2) (2\alpha_2 - \lambda)$$

und

$$v = \frac{2}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha_2^2} (2\alpha_2 - \lambda\alpha_2 - 1)$$

ist. Nach Einführung der Kreisfunktionen läßt sich γ_{12} in der Form schreiben:

$$\gamma_{12} = 1 - \frac{1}{\lambda^2 - 2\lambda\alpha_2 + 1} \left\{ \varepsilon^{-\tau_1} + \lambda \cdot \varepsilon^{-\alpha_2 \tau_1} \left[(\lambda - 2\alpha_2) \cdot \cos \sqrt{1 - \alpha_2^2} \tau_2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1 + \lambda\alpha_2 - 2\alpha_2^2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} \cdot \sin \sqrt{1 - \alpha_2^2} \tau_2 \right] \right\} \quad (37)$$

Wir wollen den Grenzwert für den Fall betrachten, daß der Empfänger gerade aperiodisch gedämpft ist. Für $\alpha_2 = 1$, wird γ_{12} :

$$\gamma_{12}^{\alpha_2=1} = 1 - \frac{1}{(\lambda - 1)^2} \{ \varepsilon^{-\tau_1} + \lambda \cdot \varepsilon^{-\tau_1} [\lambda - 2 + (\lambda - 1) \tau_2] \}. \quad (38)$$

Wird schließlich auch $\lambda = 1$, d. h. ist die fiktive Kreisfrequenz des Zählers gleich der Kreisfrequenz des ungedämpften Empfängers ($\tau_1 = \tau_2 = \tau$), so geht γ_{12} über in:

$$\gamma_{12}^{\alpha_2=1}_{\lambda=1} = 1 - \varepsilon^{-\tau} \left(1 + \tau + \frac{1}{2} \tau^2 \right). \quad (39)$$

Zusammenstellung von charakteristischen Einschaltkurven.

Bild 9 enthält eine Zusammenstellung von charakteristischen Einschaltkurven. Kurve *a* gibt den Verlauf des Meßwertes an.

Kurve *b* zeigt nach (17) den Anlaufvorgang von einem direkt angeschlossenen Zähler.

Kurve *c* gibt nach (32) die Einschaltkurve eines gerade aperiodisch gedämpften, ausschlagenden Instrumentes wieder.

Kurve *d* stellt nach der eben abgeleiteten Gleichung (39) den Einschaltvorgang für den Empfänger einer Telewatt-Anlage dar bei gerade aperiodischer Dämpfung, wobei sich der Geber nach Kurve *b* einstellt.

Kurve *e* zeigt schließlich nach (31) den Verlauf des Ausschlages eines gerade aperiodisch gedämpften Empfängers, der von einem Geber nach Kurve *c* gesteuert wird unter Voraussetzung eines stetigen Übertragungsverfahrens.

Die Kurven sind unter der Annahme gleicher r_0 - bzw. ω_0 -Werte der Instrumente entworfen, so daß $\tau = r_0 \cdot t = \omega_0 \cdot t$ ist. Kurve *c* läßt sich auch als Einschaltkurve eines Empfangszählers auffassen, der von einem Geberzähler nach Kurve *b* gesteuert wird, wie sich aus den bei der Diskussion von (12) und (13) angestellten Überlegungen sofort schließen läßt.

Die von den Kurven eingeschlossenen Flächen F sind untereinander gleich. Bei den gewählten Maßstäben ist ihr Inhalt 1. Mathematisch ist dies darin begründet, daß

$$\int_0^{\infty} \varepsilon^{-\tau} d\tau = \int_0^{\infty} \tau \cdot \varepsilon^{-\tau} d\tau = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \tau^2 \cdot \varepsilon^{-\tau} d\tau = \int_0^{\infty} \frac{1}{6} \tau^3 \cdot \varepsilon^{-\tau} d\tau = 1 \quad (40)$$

ist. Die allgemeine physikalische Begründung hatten wir bei der Einführung der mittleren Verschiebungszeit kennengelernt. Die dort aufgestellten Gleichungen (16) und (18) geben für den Inhalt der Fläche ebenfalls den Wert 1 an.

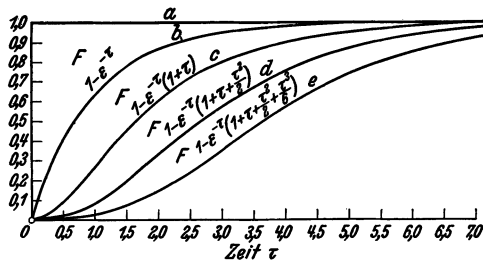


Bild 9. Vergleich von charakteristischen Einschaltkurven bei einem Lastverlauf nach Kurve a (Einheitsstoß).

Kurve b: direkt angeschlossener Zähler. $\tau = r_0 \cdot t$.
 Kurve c: direkt angeschlossenes, gerade aperiodisch gedämpftes, ausschlagendes Instrument. $\tau = \omega_0 \cdot t$.
 Kurve d: gerade aperiodisch gedämpftes Empfangsinstrument bei einem stetigen Übertragungsverfahren mit rotierendem Geberinstrument (Telewatt-Verfahren). $\tau = r_0 \cdot t = \omega_0 \cdot t$. Der Geber stellt sich nach Kurve b ein.
 Kurve e: gerade aperiodisch gedämpftes Empfangsinstrument bei einem stetigen Übertragungsverfahren mit ausschlagendem Geberinstrument (Potentiometerverfahren). $\tau = \omega_0 \cdot t = \omega_0 \cdot t$. Der Geber stellt sich nach Kurve c ein.
 Inhalt der Flächen $F = 1$.

III. Grundsätzliche Betrachtungen zur dynamischen Abbildung bei unstetiger Übertragung.

Die gebräuchlichsten Verfahren mit unstetiger Übertragung sind das Impulsfrequenz- und das Impulskompensationsverfahren. Bei beiden Verfahren wird die Meßgröße als Impulsfolge übertragen, deren Frequenz dem Meßwert proportional ist. Ist die Impulsfrequenz hinreichend hoch, so kann die Übertragung als stetig angesehen werden. Bei den praktischen Ausführungen arbeitet man jedoch meist mit verhältnismäßig geringen Frequenzen, etwa 5 . . 10 Hz. Dann ist neben den abgeleiteten Verzerrungen von Geber- und Empfangsinstrument noch die Verzerrung der an der Empfangsseite vorzusehenden Glättungseinrichtung zu betrachten, die die Aufgabe hat, den im Takte der Übertragungsfrequenz pulsierenden Empfängerstrom in einen kontinuierlich fließenden, für die Anzeige geeigneten, Strom umzuwandeln.

Unabhängig von der Wirkungsweise des Glättungskreises läßt sich seine Mindesteinschwingzeit aus der Theorie der Siebketten ableiten. Bei günstigster Auslegung unterdrückt der Kreis nur die Frequenzen, die niedriger als die kleinste, zur Übertragung benutzte Frequenz f_0 sind. Seine Einschwingzeit beträgt in diesem Falle bekanntlich $1:2 f_0$. Die durch die Literatur für das Impulsfrequenzverfahren bekannt gewordene Glättungseinrichtung besitzt erheblich längere Einschwingzeit.

IV. Zusammenfassung und Ausblick.

Bezüglich der dynamischen Abbildung bei den behandelten Fernmeßverfahren läßt sich zusammenfassend sagen: Unterhalb einer bestimmten Frequenz, die durch die Eigenschwingungszahl und den Dämpfungsgrad der verwendeten Instrumente bestimmt wird, erfolgt die Abbildung ohne wesentliche Formverzerrung. Die zeitliche Verschiebung von langsam oder mit konstanter Geschwindigkeit verlaufenden Vorgängen wird durch die Grundverschiebungszeit festgelegt, die als Summe der für die Elemente der Anlage geltenden Werte leicht zu ermitteln ist. Da die mittlere Verschiebungszeit gleich der Grundverschiebungszeit ist, kann dann auch die Abbildung eines einmaligen, beliebig schnell verlaufenden Vorganges bezüglich der mittleren

zeitlichen Verschiebung exakt angeben und bezüglich des speziellen Verlaufes in vielen Fällen abgeschätzt werden.

In besonderen Fällen erhält man bei Anwendung der beschriebenen Fernmeßverfahren, insbesondere der Impulsfrequenzverfahren, eine unzulässig große Nachteiligung und Formverzerrung. Dies gilt insbesondere für Anlagen, an die Regelleinrichtungen für die automatische Verteilung von Lastschwankungen auf mehrere Kraftwerke angeschlossen werden sollen. Es sei daher erwähnt, daß man die Verzerrungen mit einem einfachen Mittel wesentlich herabsetzen kann. Es besteht darin, die Übertragungsgröße nicht nur von dem augenblicklichen Meßwert, sondern auch von der Geschwindigkeit seiner Änderung abhängig zu machen. Bei Anwendung auf ein Frequenzverfahren wirkt sich dieses Mittel in der Weise aus, daß das Gebergerät bei wachsendem Meßwert die Impulsfrequenz proportional der zeitlichen Änderung des Meßwertes erhöht und bei fallendem Meßwert entsprechend herabsetzt. In dieser Richtung ausgeführte Versuche ergaben eine erhebliche Verringerung der Amplituden- und Phasenverzerrung.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Piloty, Technische Hochschule München, und Herrn Oberingenieur W. Brückel, AEG Berlin, bin ich für die Förderung der Arbeit zu großem Dank verpflichtet.

Literatur.

W. Jäger, Elektrische Meßtechnik. Leipzig: J. A. Barth, 3. Aufl. (1928) S. 31f. — J. R. Carson, Elektrische Ausgleichsvorgänge und Operatorenrechnung. Berlin: Julius Springer 1929 S. 29. — H. Piloty, Wesen und Bedeutung der Fernwirkanlagen im Kraftwerksbetrieb. Elektrotechn. Z. Bd. 52 (1931) S. 1157 u. 1221. — W. Brückel, Die Systemwahl in der Fernmessung. V.D.E.-Fachberichte 1931 S. 111. — M. Schleicher, Die elektrische Fernüberwachung und Fernbedienung für Starkstromanlagen und Kraftbetriebe. Berlin: Julius Springer 1932 S. 28. — W. Brückel und W. Stäblein, Neuere Fortschritte in der Fernmeßtechnik. AEG-Mitteilungen 1930, Heft 3. — E. Hudec, Über die Messung sehr kleiner Frequenzen und ihre Anwendung für Fernmessungen. Elektrotechn. Z. (1930) S. 380. — H. Dallmann, Fernmessung nach dem Impulskompensationsverfahren. AEG-Mitteilungen 1932, Heft 3.
