

Deutsches Reich
Reichsamt für Wetterdienst

Wissenschaftliche Abhandlungen
Band II

Nr. 3

Die Störungen des zonalen atmosphärischen Grundzustandes
durch stratosphärische Druckwellen

von

H. Philipps

ISBN 978-3-662-01870-5 ISBN 978-3-662-02165-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-02165-1

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung	3
I. Der ungestörte zonale Grundzustand der Atmosphäre. (Der zirkulare Wirbel.)	4
1. Die Bewegungsgleichungen	4
2. Das ungestörte troposphärische und stratosphärische System	5
3. Anwendung der erhaltenen Ergebnisse	8
II. Der gestörte zonale Grundzustand der Atmosphäre. (Der gestörte zirkulare Wirbel.)	14
1. Herleitung und Integration der Störungsgleichungen	14
2. Entstehung und Wanderung der zyklonalen und antizyklonalen Druckgebilde	23
3. Das Druck-, Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld	36
4. Die Steig- und Fallgebiete des Druckes und der Temperatur	45
Schlußbetrachtung	49
Literaturverzeichnis	52

Aus der Forschungsstelle für langfristige Witterungsvorhersage
des Reichsamts für Wetterdienst zu Bad Homburg v. d. H.

Einleitung.

Die letzten anderthalb Jahrzehnte meteorologischer Forschung haben ein Kernproblem in den Vordergrund gerückt, die stratosphärische Steuerung, d. h. die Beeinflussung des in den unteren Schichten beobachteten Wettergeschehens durch Vorgänge, deren Sitz in der Stratosphäre zu suchen ist. Eingeleitet wurden die auf breiter Basis durchgeführten Forschungen über diesen Gegenstand nach vorbereitenden Untersuchungen F. M. Exners über die Advektion troposphärischer Luftmassen durch die bekannten grundlegenden Arbeiten H. v. Fickers¹⁾, welche die komplexe Natur des Bodendruckes erwiesen. Eine Fülle von Arbeiten und Untersuchungen teils synoptischen, teils statistischen und teils theoretischen Inhalts hat sich daran angeschlossen. Eine umfassende, bis in die letzten Einzelheiten gehende, zum Teil historisch gewürdigte Darstellung des Problems und eine kritische Auseinandersetzung mit allen gegen die stratosphärische Beeinflussung erhobenen Einwänden hat H. Ertel²⁾ in seinem Wiener Referat 1931 gegeben, auf das hier als einschlägige Gesamtdarstellung des gesamten Problembereiches, insbesondere auch wegen der Vollständigkeit der Literaturangaben, verwiesen werden muß.

Im Hinblick auf den theoretischen Charakter dieser Arbeit interessieren uns vorwiegend die über diesen Gegenstand veröffentlichten theoretischen Untersuchungen³⁾, also in der Hauptsache G. Stüves⁴⁾ „Thermozyklogese“ und A. Defants⁵⁾ „Primäre und sekundäre Druckwellen in der Atmosphäre“. Die Thermozyklogese G. Stüves unterscheidet sich dadurch grundlegend von der Abhandlung Defants und auch von der hier vorliegenden, daß in ihr das Problem graphisch, in jener dagegen analytisch behandelt wird. Es liegt in der Natur der Sache, daß die graphische Behandlung an sehr vereinfachende Annahmen gebunden ist, weshalb für weiter ausbauende Untersuchungen, die vor allem zu quantitativen Ergebnissen führen sollen, die viel anpassungsfähigere analytische Methode vorzuziehen ist. Unter diesem Gesichtswinkel betrachtet, ist die vorliegende Arbeit in ihrer Anlage am ehesten mit der Defants zu vergleichen, deren Ergebnisse durch ihre Einfachheit und Klarheit und doch weittragende Bedeutung besonders wertvoll sind. Es muß lediglich festgestellt werden, inwieweit diese Arbeit von der Defantschen verschieden ist. Sie unterscheidet sich von ihr in den folgenden drei Punkten:

1. Methodisch durch die Zerlegung in Zustand und Vorgang, d. h. durch die Trennung der Störung eines Feldes von seinem Grundzustand, wobei die Störungen als klein im Sinne der theoretisch-physikalischen Definition vorausgesetzt werden.
2. Im Umfang, insofern die vorliegende Untersuchung nicht in der Hauptsache auf die Bildung und Bewegung der Bodendrucksituationen beschränkt bleibt, sondern auf die Eigenschaften der Felder des Druckes der Temperatur, der Geschwindigkeit und der Druck- und Temperaturänderung ausgedehnt und auf die gleichen Vorgänge, wie sie sich auf einer ungleich mit Land und Meer bedeckten Erde abspielen, erweitert wird.
3. In der entscheidenden Annahme über die Druckstörungen an der Stratosphärenengrenze in der Weise, daß, was physikalisch vernünftiger erscheint, nicht nur die Fortbewegung der schon ausgebildeten Druckwelle, sondern auch ihre Entwicklung berücksichtigt wird.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, an dieser Stelle Herrn Professor Dr. Baur für die Ratschläge, mit denen er diese Arbeit gefördert und für das Interesse, mit dem er ihren Fortgang verfolgt hat, meinen Dank auszusprechen.

¹⁾ Insbesondere H. v. Ficker, Beziehungen zwischen Änderungen des Luftdruckes und der Temperatur in den unteren Schichten der Troposphäre. (Zusammensetzung der Depressionen). Wien. Sitzber. 1920.

²⁾ H. Ertel, Der Einfluß der Stratosphäre auf die Dynamik des Wetters. Met. Zeitschr. 48, 1931, S. 461.

³⁾ Erst kürzlich hat H. Ertel in zwei grundlegenden Arbeiten, Advektiv dynamische Theorie der Luftdruckschwankungen und ihrer Periodizitäten, Gerl. Beitr. z. Geophys. 46, 1935 Heft 1/2, S. 227 und Veröffentl. d. Met. Instituts d. Univ. Berlin, Bd. I Heft 1, eine dynamisch-advektive Theorie niedergelegt, auf die hier leider nicht näher eingegangen werden kann, da sie erst während der Drucklegung erschien. Es muß aber der Strenge der Ableitungen und der erzielten allgemeinen Resultate wegen vornehmlich auf diese beiden Abhandlungen hingewiesen werden.

⁴⁾ G. Stüve, Thermozyklogese, Beitr. zur Phys. d. fr. Atm. 12, 1926, S. 23.

⁵⁾ A. Defant, Primäre und sekundäre, freie und erzwungene Druckwellen in der Atmosphäre. Wien. Sitzber. 1926, S. 357.

I. Der ungestörte zonale Grundzustand der Atmosphäre. (Der zirkulare Wirbel.)

1. Die Bewegungsgleichungen.

Die Gesamterscheinungen des Wetters unterliegen in ihrer Vielfältigkeit den hydrodynamischen Bewegungsgleichungen, die unter Vernachlässigung der Reibung die Form haben:

$$\mathbf{v} + 2 (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0. \quad (2a)$$

(Es bedeuten hierin $\boldsymbol{\omega}$ den Vektor der Erddrehung, \mathbf{v} den Geschwindigkeitsvektor, \mathbf{g} den Vektor der Schwerkraft, ρ die Dichte und p den Druck.) Als weitere Gleichungen treten hinzu: die allgemeine Zustandsgleichung und der Wärmehauptsatz sowie die verschiedenen Randbedingungen. Die Integration dieser Gleichungen und damit die Bestimmung ihrer sechs Veränderlichen v , p , T , ρ stößt bisher auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Dagegen weist uns die Natur selbst den Weg, der Lösung des Problems wenigstens näherzukommen, indem sie uns bei der Betrachtung der recht gleichmäßig verlaufenden Wettererscheinungen südlicherer Zonen lehrt, die verwickelteren Erscheinungen unserer Breiten als durch Störungen entstanden zu betrachten, die sich dem ungestörten leichter übersehbaren Grundzustand überlagern. Dieser stationäre Grundzustand – die allgemeine atmosphärische Zirkulation – wäre dann durch die Gleichungen:

$$(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + 2 (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1b)$$

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0 \quad (2b)$$

in Verbindung mit den anderen oben genannten bestimmt. Auch die strenge Lösung dieses Gleichungssystems ist zunächst noch unzugänglich. Der Übergang von der physischen Erde mit der wirklichen Land- und Meerverteilung zur homogenen mit gleichförmiger Land- oder Meerverteilung, der ganz auf der von Anfang an ins Auge gefaßten Linie liegt, die Grundzustände durch die Eliminierung der Störungen immer klarer herauszustellen, bringt alsdann den Vorteil mit sich, alle Größen als nur von y und z (y -Achse nach Norden, x -Achse nach Osten, z -Achse vertikal) ansehen zu dürfen. Die Gesamtzirkulation setzt sich zusammen aus der Zonal- und Meridionalzirkulation; mit Rücksicht aber darauf, daß die letztere quantitativ gegen die erste – mit Ausnahme niedriger Breiten – bedeutend zurücktritt, insbesondere auf der homogenen Erde mit fehlenden zonalen Druckgradienten, welche die meridionale Zirkulation aufrecht zu erhalten imstande wären¹⁾, mit Rücksicht ferner darauf, daß die zonale Zirkulation als die – wenigstens für unsere Untersuchungen – wichtigere sich vom stationären Gleichgewichtszustand nur wenig entfernt, im Hinblick schließlich auf die Vereinfachung des Integrationsproblems beschränken wir uns auf die Untersuchung des zonalen Grundzustandes der homogenen Erde, des zirkularen Wirbels. Mit $v_y = v_z = 0$ und $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ wird dann bei Beschränkung auf nicht zu große meridionale Erstreckungen, wenn zulässigerweise die Vertikalkomponente von $2 (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$ gegen \mathbf{g} vernachlässigt und ρ aus der Zustandsgleichung durch T ersetzt wird:

$$\begin{aligned} -\frac{l v_x}{RT} &= \frac{\partial}{\partial y} \ln p(y, z) \\ -\frac{g}{RT} &= \frac{\partial}{\partial z} \ln p(y, z) \end{aligned} \quad l = 2 \omega \sin \varphi. \quad (1c)$$

Die Kontinuitätsgleichung ist von selbst erfüllt. In den zwei Differentialgleichungen (1c) treten die drei abhängigen Variablen v_x , p und T auf, wenn wir die Größe l , die streng genommen auch eine Funktion von y ist, den üblichen Gepflogenheiten folgend, als konstant annehmen.

¹⁾ In einer neueren Arbeit („La circulation générale de l'atmosphère sur un globe uniforme déduite d'un principe de moindre dissipation“, Mem. d. l'association de Météorologie de l'U.G.G.I. Lisbonne – Septembre 1933) weichen die Verf., G. Dedeant und Ph. Werlé, so weit von den klassischen Auffassungen ab, daß sie die Existenz des Passats überhaupt leugnen und unter allgemeiner Zirkulation ausschließlich den zirkularen Wirbel verstehen.

2. Das ungestörte troposphärische und stratosphärische System.

Mit drei Unbekannten und zwei Gleichungen ist das Problem unterbestimmt. Um daher zu dem zirkularen Wirbel „Atmosphäre“ zu gelangen, müssen wir eins der drei Felder v_x , p , T , so wie es meridional und vertikal beobachtet wird, als analytisch bekannt voraussetzen. Da es uns auf die Bestimmung des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes ankommt, wählen wir als bekannt die Temperatur, die sich für diese Zwecke auch als am geeignetsten erweist. Denn wenn wir im folgenden das Temperaturfeld als lineare Funktion der Koordinaten ansetzen, und zwar so, daß T in der Troposphäre mit der Höhe und am Erdboden nach Norden abnimmt, so bleiben wir sicher in Übereinstimmung mit der Erfahrung. Es ist dann:

$$T = T_0 - \gamma_y y - \gamma_z z. \quad (3)$$

Darin bedeuten T_0 die mittlere Temperatur am Erdboden für $y = 0$ und γ_y und γ_z die als konstant angenommenen Temperaturgefälle längs eines Meridians und vertikal. Durch passende Wahl der drei Größen T_0 , γ_y und γ_z wird man das mittlere troposphärische Temperaturfeld im betrachteten Gebiet innerhalb eines bestimmten Zeitraumes mit einer für diese Betrachtungen genügenden Genauigkeit darstellen können.

Gehen wir mit der Gleichung (3) in (1c) ein, so muß, damit p in beiden Gleichungen (1c) dieselbe analytische Funktion darstellt, für v_x die Differentialgleichung bestehen:

$$\frac{\partial^2 \ln p}{\partial y \partial z} = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_x}{T} \right) = -\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{T} \right) = \frac{\partial^2 \ln p}{\partial z \partial y}$$

oder anders geschrieben:

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\gamma_z}{T} v_x - \frac{\alpha \gamma_y}{T} = 0; \quad \alpha = \frac{g}{1}. \quad (4)$$

Die Lösung dieser inhomogenen, linearen Differentialgleichung erster Ordnung ist:

$$v_x = C(y) T + \alpha \frac{\gamma_y}{\gamma_z}, \quad (4a)$$

in der $C(y)$ eine vorläufig noch unbestimmte Funktion von y allein bedeutet. Setzen wir (4a) in (1b) ein, so haben wir zwei Gleichungen der Form:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \ln p &= f_1(y, z) \\ \frac{\partial}{\partial z} \ln p &= f_2(y, z) \end{aligned} \quad (1d)$$

mit zwei bekannten Funktionen f_1 und f_2 , die der Bedingung genügen:

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} = \frac{\partial f_2}{\partial y}.$$

Wir haben also:

$$d \ln p = f_1 dy + f_2 dz$$

mit der Lösung:

$$\ln p = \int f_1 dy + \int [f_2 - \frac{\partial}{\partial z} \int f_1 dy] dz + \text{const.},$$

wobei die Integrationen immer als gewöhnliche zu betrachten sind. Man erhält dann:

$$\ln p = -\frac{1}{R} c(y) + \frac{g}{R \gamma_z} \ln T + \text{const.}; \quad c(y) = \int C(y) dy$$

oder:

$$p = p_0 e^{-\frac{1}{R} c(y)} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \gamma_z}}, \quad (5)$$

worin p_0 den zu T_0 gehörenden Druck bedeutet. Im ungestörten zonalen Grundzustand haben wir also in der Troposphäre die folgenden drei Felder:

$$\begin{aligned} T &= T_0 - \gamma_y y - \gamma_z z \\ v_x &= \frac{d}{dy} c(y) T + \alpha \frac{\gamma_y}{\gamma_z} \\ p &= p_0 e^{-\frac{1}{R} c(y)} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \gamma_z}} \end{aligned} \quad (6)$$

mit der willkürlichen Funktion $c(y)$, die wir später zur Erfüllung der Grenzbedingungen in ganz bestimmter Weise festsetzen werden.

Die Troposphäre ist durch eine Grenzfläche, die *Tropopause*, von der Stratosphäre getrennt. Wir verstehen darunter jene in etwa 9 bis 16 km Höhe gelegene Fläche, in welcher die Temperaturumkehr mit der Höhe eintritt. Die Tropopause ist eine gewöhnliche Diskontinuität erster Ordnung¹⁾, die bekanntlich dadurch definiert ist, daß sich Temperatur und Geschwindigkeit beim Durchtritt durch die Fläche nicht ändern, hingegen die zur Fläche vertikalen Gradienten beider Größen Sprünge erleiden. Die Tropopause können wir stückweise als Ebene ansehen, deren Meridianschnitt der Gleichung genügt:

$$z_h(y) = h - m y \quad (m \geq 0), \quad (7)$$

wenn h die Höhe der Tropopause für $y = 0$ und m die Neigung der Tropopause bedeuten. Aus der ersten der Gleichungen (6) folgt nun für $z = z_h$:

$$\begin{aligned} \bar{T} &= T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y & \text{mit } \gamma'_y &= m \gamma_z - \gamma_y \\ \bar{T} &= \bar{T}_0 + \gamma'_y y \end{aligned} \quad (8a)$$

als Temperaturverteilung \bar{T} längs der Tropopause. Die einfachste Annahme für die Temperaturverteilung T' in der Stratosphäre ist die, daß von der Tropopause an die Temperatur linear nach oben zunimmt, natürlich mit einem wesentlich schwächeren Gradienten γ'_z als in der Troposphäre. Wir haben also zu setzen:

$$T' = \bar{T} + \gamma'_z (z - z_h)$$

oder

$$T' = \bar{T}_0 + \gamma'_y y + \gamma'_z (z - z_h) \quad (8b)$$

als Temperaturverteilung in der Stratosphäre. Für die Stratosphäre gelten also dieselben Gleichungen (1c) nur mit der Temperaturverteilung (8b). Man erhält zunächst wieder eine Differentialgleichung für v_x' :

$$\frac{\partial v_x'}{\partial z} - \frac{\gamma'_z}{T'} v_x' + \frac{\alpha}{T'} \Gamma = 0 \quad \text{mit} \quad \Gamma = \gamma'_y + \frac{\gamma_y + \gamma'_y}{\gamma_z} \gamma'_z. \quad (9a)$$

Als Lösung ergibt sich:

$$v_x' = \bar{C}(y) T' + \alpha \frac{\Gamma}{\gamma_z} \quad (9b)$$

und dann in derselben Weise wie vorher die Druckverteilung:

$$p' = p_0 e^{-\frac{1}{R} \bar{c}(y)} \left(\frac{T'}{\bar{T}_0} \right)^{-\frac{g}{R \gamma_z}}; \quad \bar{c}(y) = \int C(y) dy; \quad (10)$$

\bar{p}_0 ist der \bar{T}_0 zugeordnete Druck. Im ungestörten zonalen Zustand haben wir also in der Stratosphäre die folgenden drei Felder:

$$\begin{aligned} T' &= \bar{T}_0 + \gamma'_y y + \gamma'_z (z - z_h) & z_h &= h - m y \\ v_x' &= \frac{d}{dy} \bar{c}(y) T' + \alpha \frac{\Gamma}{\gamma_z} & \Gamma &= \gamma'_y + \frac{\gamma_y + \gamma'_y}{\gamma_z} \gamma'_z \\ p' &= \bar{p}_0 e^{-\frac{1}{R} \bar{c}(y)} \left(\frac{T'}{\bar{T}_0} \right)^{-\frac{g}{R \gamma_z}} \end{aligned} \quad (11)$$

Wir haben jetzt p , T , v_x und p' , T' , v_x' so bestimmt, daß alle sechs Größen die Differentialgleichung (1c) erfüllen. Es sind noch die beiden willkürlichen Funktionen $c(y)$ und $\bar{c}(y)$ so zu bestimmen, daß die Grenzbedingungen erfüllt werden. Wie bereits erwähnt, ist eine Diskontinuitätsfläche erster Ordnung (Tropopause) dadurch bestimmt, daß Temperatur und Geschwindigkeit an der Fläche stetig sind, aber die Ableitungen senkrecht zur Fläche einen Sprung erleiden. Da die Neigung der Fläche sehr klein ist, kann man ohne Bedenken die Normalableitung gleich der Vertikalableitung setzen. Wir haben dann folgende vier Bedingungen zu erfüllen:

$$\begin{aligned} T - T' &= 0 & \text{für } z &= z_h \\ v_x - v_x' &= 0 & \text{für } z &= z_h \\ \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial T'}{\partial z} &= \text{const.} & \text{für } z &= z_h \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_x'}{\partial z} &= \text{const.} & \text{für } z &= z_h \end{aligned}$$

¹⁾ s. dazu: V. Bjerknes, Physikalische Hydrodynamik 2. Teil, S. 628.

Durch unsere Annahme über T und T' sind die erste und dritte Bedingung bereits erfüllt, die zweite und vierte führen zu den Gleichungen:

$$\frac{d}{dy} c(y) \bar{T} - \frac{d}{dy} \bar{c}(y) \bar{T} = \frac{g}{l} \left[\frac{\Gamma}{\gamma'_z} - \frac{\gamma_y}{\gamma_z} \right] = E$$

$$\frac{d}{dy} c(y) \gamma_z + \frac{d}{dy} \bar{c}(y) \gamma'_z = c_1.$$

Wir finden aus diesen beiden Gleichungen:

$$\frac{d}{dy} c(y) = \frac{\begin{vmatrix} E - \bar{T} \\ c_1 & \gamma'_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \bar{T} - \bar{T} \\ \gamma_z & \gamma'_z \end{vmatrix}} \quad ; \quad \frac{d}{dy} \bar{c}(y) = \frac{\begin{vmatrix} \bar{T} & E \\ \gamma_z & c_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \bar{T} - \bar{T} \\ \gamma_z & \gamma'_z \end{vmatrix}}.$$

Mit $C_1 = \frac{c_1}{\gamma_z + \gamma'_z}$ kann man die vorstehenden Gleichungen auf die Form bringen:

$$\frac{d}{dy} c(y) = \alpha \frac{\gamma'_y}{\gamma_z} \frac{1}{\bar{T}} + C_1 \quad ; \quad \frac{d}{dy} \bar{c}(y) = -\alpha \frac{\gamma'_y}{\gamma'_z} \frac{1}{\bar{T}} + C_1$$

oder integriert:

$$c(y) = \frac{\alpha}{\gamma_z} \ln \bar{T} + C_1 y + a_0 \quad ; \quad \bar{c}(y) = -\frac{\alpha}{\gamma'_z} \ln \bar{T} + C_1 y + a_1.$$

Die beiden Konstanten lassen sich unschwer bestimmen. Damit für $z = 0, y = 0, p = p_0$ und für $z = h, y = 0, p' = \bar{p}_0$ wird, müssen $c(y)$ und $\bar{c}(y)$ für $y = 0$ verschwinden. Damit sind a_0 und a_1 bestimmt. Man erhält:

$$c(y) = \frac{\alpha}{\gamma_z} \ln \frac{\bar{T}}{\bar{T}_0} + C_1 y \quad ; \quad \bar{c}(y) = -\frac{\alpha}{\gamma'_z} \ln \frac{\bar{T}}{\bar{T}_0} + C_1 y.$$

Die Konstante C_1 bestimmen wir aus der Geschwindigkeit v_{x0} für $y = z = 0$. Es ergibt sich damit:

$$z = \gamma_z C_1 = \frac{v_{x0} \gamma_z - \alpha \gamma_y}{\bar{T}_0} - \frac{\alpha \gamma'_z}{\bar{T}_0}.$$

Setzen wir die Größen $c(y), \bar{c}(y), \frac{d}{dy} c(y)$ und $\frac{d}{dy} \bar{c}(y)$ und die Konstante C_1 in die für die Troposphäre und für die Stratosphäre gefundenen Gleichungen ein, so finden wir schließlich, wenn wir noch \bar{p}_0 durch p_0 ausdrücken:

Troposphäre.

$$v_x = v_{x0} \frac{T}{T_0} + \frac{\alpha}{\gamma_z} \left[\gamma_y \left(1 - \frac{T}{T_0} \right) - \frac{\gamma'_y{}^2 T}{(T_0 - \gamma_z h) (T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y)} y \right]$$

$$p = p_0 e^{-\frac{1}{R \gamma_z} z y} \left[\frac{(T_0 - \gamma_z h) T}{T_0 (T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y)} \right]^{\frac{g}{R \gamma_z}} \quad (12a)$$

$$T = T_0 - \gamma_y y - \gamma_z z.$$

Stratosphäre.

$$v_{x'} = v_{x0} \frac{T}{T_0} - \frac{\alpha}{\gamma_z} \left[-\gamma_y \left(1 - \frac{T'}{T_0} \right) + \gamma'_y \frac{\gamma_z (T_0 - \gamma_z h) + \gamma'_z (T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y)}{\gamma'_z (T_0 - \gamma_z h) (T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y)} T' - \frac{\gamma'_y}{\gamma'_z} (\gamma_z + \gamma'_z) \right]$$

$$p' = p_0 e^{-\frac{1}{R \gamma_z} z y} \left(1 - \frac{\gamma_z h}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \gamma_z}} \cdot \left(\frac{T'}{T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y} \right)^{-\frac{g}{R \gamma_z}} \quad (12b)$$

$$T' = T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y + \gamma'_z (z - z_h)$$

$$\alpha = \frac{g}{l}; \quad \gamma'_y = m \gamma_z - \gamma_y; \quad z = \frac{v_{x0} \gamma_z - \alpha \gamma_y}{T_0} - \frac{\alpha \gamma'_z}{T_0 - \gamma_z h}; \quad z_h = h - m y.$$

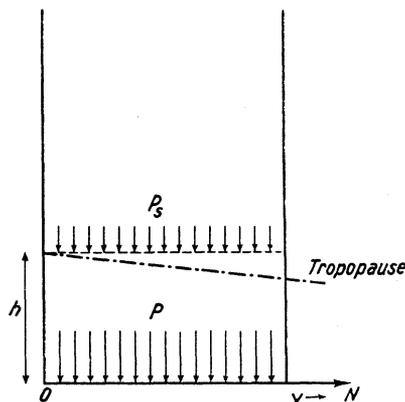


Abb. 1. Druckeffekt der Stratosphäre und der gesamten Atmosphäre.

Insbesondere erhält man daraus für $z = h$ den Druckeffekt P_s der Stratosphäre auf die gerade noch ganz in der Stratosphäre gelegene Horizontalebene (Abbildung 1) und für $z = 0$ den der gesamten Atmosphäre (Bodendruck P), beide in Abhängigkeit von der Breite:

$$P_s = p_0 e^{-\frac{1}{R\gamma_z} z y} \left(1 - \frac{\gamma_z h}{T_0}\right) \frac{g}{R\gamma_z} \left(\frac{T_0 - \gamma_z h + (\gamma'_y + \gamma'_z m) y}{T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y}\right) - \frac{g}{R\gamma'_z}$$

$$P = p_0 e^{-\frac{1}{R\gamma_z} z y} \left(\frac{(T_0 - \gamma_z h)(T_0 - \gamma_y y)}{(T_0 - \gamma_z h + \gamma'_y y) T_0}\right) \frac{g}{R\gamma_z} \quad (12c)$$

$$P_T = P - P_s$$

(P_T = Massenwirkung der Troposphäre.)

(Für P_T wurde absichtlich die Bezeichnung Druckeffekt vermieden, da wir unter atmosphärischem Druck immer eine reale meßbare Größe, nämlich den Druck der gesamten Luftmasse auf ein in der Höhe z befindliches Teilchen verstehen, P_T ist daher als Druck nur eine fiktive, als Masse jedoch eine reale Größe.)

In den Gleichungen (12a), (12b) und (12c) treten außer den Variablen y und z nur noch die Konstanten T_0 , p_0 , v_{x0} , ferner die beiden vertikalen Temperaturgradienten der Troposphäre und der Stratosphäre, der horizontale Temperaturgradient der Troposphäre und Höhe und Neigung der Tropopause auf, alles Größen, die sich für mittlere Verhältnisse einigermaßen genau angeben lassen. Die Formeln (12) gelten dann mit hinreichender Genauigkeit für jede Zone, in welcher man in erster Annäherung die Tropopause als Ebene und die meridionale Temperaturverteilung als linear betrachten kann.

3. Anwendung der erhaltenen Ergebnisse.

Die Anwendung und Diskussion der Formeln (12) kann sich nur auf ungestörte zonale atmosphärische Zustände beziehen. Dabei dürfen wir den Begriff des ungestörten Zustandes nicht zu eng fassen. Dem mittleren jährlichen meridionalen Druck- und Geschwindigkeitsfeld wird in erster Linie unsere Betrachtung gelten, jedoch gibt es auch solche Zustände, die im Hinblick auf dieses bereits die Rolle der Störung übernehmen, wohingegen sie in Bezug auf die kleinen Schwankungen von der Dauer eines oder mehrerer Tage durchaus als ungestörter Zustand angesprochen werden können. So ist es ohne weiteres möglich, daß sich – z. B. infolge veränderter Strahlungsbedingungen – einmal über längere Zeit ein von dem jährlichen abweichendes Temperaturgefälle innerhalb einer Zone einstellt, das, selbst eine Störung des jährlichen Grundzustandes, doch gegenüber dem täglichen „Wetter“ den Charakter eines festen und ungestörten Zustandes besitzt. Die Untersuchung wird sich daher in zweiter Linie auch auf die Fälle erstrecken, in denen die Gradienten Werte annehmen, die von den normalen abweichen; sie wird auf diese Weise auf verschieden mögliche Lagen des „Großwetter“ ausgedehnt, das seinerseits durch die Überlagerung kurzfristiger Störungen dann als letzte Entwicklungsphase das „Kleinwetter“ hervortreten läßt.

Für die Diskussion und den Gebrauch sind die Formeln (12) noch etwas ungeeignet. Wir werden sie deshalb durch für diese Zwecke brauchbarere Näherungen ersetzen. Wenn wir in (12c) zu den Logarithmen übergehen, können wir schreiben:

$$\ln P_s = \ln \left[p_0 \left(1 - \frac{\gamma_z h}{T_0} \right)^\varepsilon \right] - \frac{1}{R \gamma_z} x y + \varepsilon' \left[\ln \left(1 + \frac{\gamma'_y y}{T_0} \right) - \ln \left(1 + \frac{(\gamma'_y + \gamma'_z m) y}{T_0} \right) \right]$$

$$\ln P = \ln p_0 - \frac{1}{R \gamma_z} x y + \varepsilon \left[\ln \left(1 - \frac{\gamma'_y y}{T_0} \right) - \ln \left(1 + \frac{\gamma'_y y}{T_0} \right) \right]$$

$$\varepsilon = \frac{g}{R \gamma_z} \quad ; \quad \varepsilon' = \frac{g}{R \gamma'_z}.$$

Selbst wenn wir einen Bereich von 30 Breitengraden zulassen, sind die Glieder $\frac{\gamma_y y}{T_0}$ und $\frac{\gamma'_y y}{T_0}$ für alle in Frage kommenden γ_y, γ'_y, T_0 und \bar{T}_0 stets klein gegen 1, sodaß wir den Logarithmus durch seine nach dem quadratischen Gliede abgebrochene Reihenentwicklung ersetzen können. Es ergibt sich dann:

$$P_s = p_0 \left(1 - \frac{\gamma_z h}{T_0} \right)^\varepsilon e^{-U_s y} \quad ; \quad P = p_0 e^{-U y}$$

mit

$$U_s = \frac{\varepsilon \gamma_y}{T_0 \bar{T}_0} \left[-m \frac{\gamma_z}{\gamma_y} \left(\gamma'_y + \frac{\gamma'_z m}{2} \right) \frac{T_0}{\bar{T}_0} y + \left(T_0 - \bar{T}_0 \left[1 - \frac{v_{x_0} \gamma_z}{\alpha \gamma_y} \right] \right) \right] = U_{s1} y + U_{s2}$$

$$U = \frac{\varepsilon}{2 T_0^2} \left[\left(\gamma_y^2 - \gamma'_y \frac{T_0^2}{T_0} \right) y + \frac{2 v_{x_0}}{\alpha} \gamma_z T_0 \right] = U_1 y + U_2. \quad (13)$$

Der vertikale und meridionale Aufbau des Temperatur-, Druck- und Geschwindigkeitsfeldes läßt sich am besten durch die vertikalen und meridionalen Gradienten der genannten Größen darstellen. Aus (12a) folgt für die Geschwindigkeitsgradienten:

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} \right)_{y=0} = -v_{x_0} \frac{\gamma_z}{T_0} + \alpha \frac{\gamma_y}{T_0};$$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{z=0} = -\frac{v_{x_0} \gamma_y}{T_0} + \frac{\alpha \gamma_y^2}{\gamma_z T_0} - \frac{\alpha \gamma_y'^2}{\gamma_z \bar{T}_0} \left[\frac{T_0 - \gamma_y y}{\bar{T}_0 + \gamma'_y y} \left(1 - \frac{\gamma'_y y}{\bar{T}_0 + \gamma'_y y} \right) - \frac{\gamma_y y}{\bar{T}_0 + \gamma'_y y} \right]$$

oder, wenn man die letzte Klammer entwickelt und nur die linearen Glieder – linear, weil es sich bereits um die Ableitung nach y handelt – beibehält:

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{z=0} = -\frac{v_{x_0}}{T_0} \gamma_y + \frac{\alpha}{\gamma_z T_0} \left[\gamma_y^2 - \left(\gamma'_y \frac{T_0}{\bar{T}_0} \right)^2 \left(1 - 2 \left(\frac{\gamma'_y}{\bar{T}_0} + \frac{\gamma'_y}{T_0} \right) y \right) \right].$$

Wir erhalten dann folgende für den Aufbau der drei Felder P, P_s und v_x wichtige Zusammenstellung der Näherungsformeln:

$$1a) P = p_0 e^{-U y} \quad ; \quad U_1 = \frac{\varepsilon}{2 T_0^2} \left[\gamma_y^2 - \left(\gamma'_y \frac{T_0}{\bar{T}_0} \right)^2 \right]$$

$$1b) \frac{\partial P}{\partial y} = -p_0 e^{-U y} [2 U_1 y + U_2] \quad ; \quad U_2 = \frac{v_{x_0} \varepsilon}{\alpha T_0} \gamma_z$$

$$2a) P_s = p_0 \left(1 - \frac{\gamma_z h}{T_0} \right)^\varepsilon e^{-U_s y} \quad ; \quad U_{s1} = -m \gamma_z \frac{\varepsilon}{T_0^2} \left(\gamma'_y + \gamma'_z \frac{m}{2} \right) \quad (14)$$

$$2b) \frac{\partial P_s}{\partial y} = -p_0 \left(1 - \frac{\gamma_z h}{T_0} \right)^\varepsilon e^{-U_s y} [2 U_{s1} y + U_{s2}]; \quad U_{s2} = \left[T_0 - \bar{T}_0 \left(1 - \frac{v_{x_0} \gamma_z}{\alpha \gamma_y} \right) \right] \frac{\varepsilon \gamma_y}{T_0 \bar{T}_0}$$

$$3) \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} \right)_{y=0} = [\alpha \gamma_y - v_{x_0} \gamma_z] \frac{1}{T_0}$$

$$4) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{z=0} = -\frac{v_{x_0}}{T_0} \gamma_y + \frac{\alpha}{\gamma_z T_0} \left[\gamma_y^2 - \left(\gamma'_y \frac{T_0}{\bar{T}_0} \right)^2 \left(1 - 2 \left(\frac{\gamma'_y}{\bar{T}_0} + \frac{\gamma'_y}{T_0} \right) y \right) \right].$$

Zunächst soll mit Hilfe der Formeln (14) untersucht werden, ob die meridionale Verteilung des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes an der Erdoberfläche und die Druckverteilung in der Stratosphäre, wie sie sich theoretisch ergibt, den beobachteten Verhältnissen entspricht. Wir teilen zu diesem Zwecke die ganze meridionale Erstreckung von 0° bis 90° in drei Bereiche und zwar von 0° bis etwa 20° , 20° bis etwa 50° und 50° bis 90° . Im ersten und dritten Bereich ist die Neigung der Tropopause sehr nahe an Null, sodaß wir mit Rücksicht auf die zunächst nur auf qualitative Ergebnisse abzielende Untersuchung für

diese beiden $m = 0$ setzen können, wohingegen m im mittleren Bereich etwa $1,5 \cdot 10^{-3}$ ist²⁾). Wie im einzelnen aus der quantitativen Berechnung hervorgeht, ergibt sich dann mit diesem Wert von m , daß im mittleren Bereich mit $\gamma_y \approx 6,3 \cdot 10^{-6}$, $\gamma_z \approx 5,5 \cdot 10^{-3}$

$$|\gamma_y| > |\gamma'_y| \frac{T_0}{T_0},$$

während für den ersten und dritten mit $m \approx 0$:

$$|\gamma'_y| \frac{T_0}{T_0} > |\gamma_y|$$

ist. Wie Abbildung 2 zeigt, legen wir den Nullpunkt des Koordinatensystems nacheinander in die beiden Punkte $\varphi_1 = 30^\circ$ und $\varphi_2 = 60^\circ$ und bedienen uns des Vorteils, daß in diesen Breiten $v_{x0} \approx 0$ ist. Mit φ_1 und φ_2 als Nullpunkten ergibt sich dann aus (14) 4:

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{z=0, \varphi=\varphi_1} = \frac{\alpha}{\gamma_z T_0} \left[\gamma_y^2 - \left(\gamma'_y \frac{T_0}{T_0} \right)^2 \right]_{\varphi_1} > 0$$

und

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{z=0, \varphi=\varphi_2} = \frac{\alpha}{\gamma_z T_0} \left[\gamma_y^2 - \left(\gamma'_y \frac{T_0}{T_0} \right)^2 \right]_{\varphi_2} < 0.$$

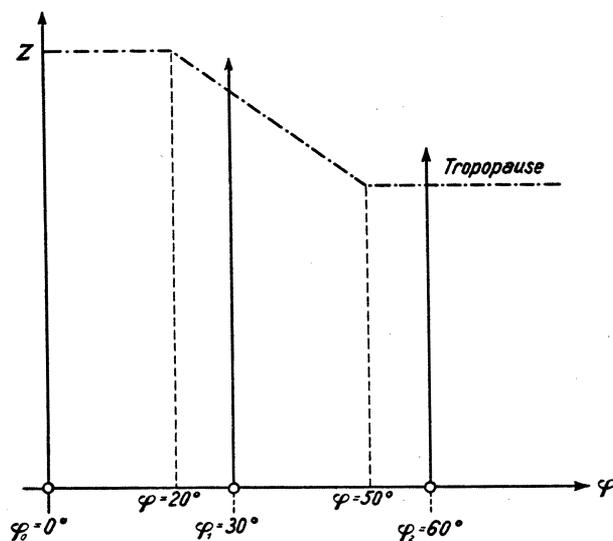


Abb. 2.

Die vorstehenden Beziehungen besagen nichts anderes, als daß zwischen etwa 0° und 30° und etwa 60° und 90° das Gebiet der Ostwinde, zwischen etwa 30° und 60° das der Westwinde liegt, also ein mit der Erfahrung übereinstimmendes Resultat³⁾. Aus (14) 3. folgt ferner, daß in den Ostwindgebieten der Wind mit der Höhe (algebraisch) größer wird, d. h., als Ostwind kleiner wird und schließlich in Westwind übergeht. Für den mittleren Bereich ergibt sich mit folgenden abgerundeten Mittelwerten: $\alpha \approx 10^5$, $\gamma_z \approx 6 \cdot 10^{-3}$, $\gamma_y \approx 6 \cdot 10^{-6}$

$$\alpha \gamma_y - v_{x0} \gamma_z = 0,6 - 0,6 v_{x0} \cdot 10^{-2}.$$

Damit dieser Ausdruck negativ wird, müßte v_{x0} , der Bodenwert der Geschwindigkeit, im Gebiete der Westwinde den absoluten Betrag 100 m/sec überschreiten; es nimmt also auch im Gebiet der Westwinde der Wind algebraisch mit der Höhe zu, was einer Zunahme der Westwinde mit der Höhe entspricht. Beide Ergebnisse decken sich mit den Beobachtungen. Darüber hinaus findet man, da $\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} \right)$ längs der ganzen meridionalen Erstreckung positiv ist, in etwa 30° und 60° Breite in der freien Atmosphäre Westwinde. Da ferner die Ostwinde der polaren und äquatorialen Zone mit der Höhe in Westwinde übergehen, muß man schließen, daß sich die südliche und die nördliche Linie verschwindender Zonalgeschwindigkeit vom Boden aus gegen Süden bzw. gegen Norden erheben. Das Gebiet der Westwinde schiebt

1) Als Einheiten werden stets m, kg, sec, grad gewählt.

2) S. z. B. E. Palmén, Met. Zeitschr. 51, 1934, S. 17 und V. Bjerknes, Physikalische Hydrodynamik S. 628, 629.

3) S. z. B. V. Bjerknes, a. a. O. S. 648.

sich also wie ein Keil zwischen die beiden Ostwindgebiete, wie es etwa die bekannte, von V. B j e r k n e s¹⁾ gegebene bildliche Darstellung der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation zeigt.

Der oft in Äquatornähe in der Höhe beobachtete Ostwind von nicht geringer Stärke steht scheinbar zu den vorstehenden Ergebnissen in Widerspruch. Berücksichtigt man dagegen, daß auf der physischen Erde der thermische Äquator im Jahresmittel in etwa 10° Breite liegt, sodaß südlich davon bereits $\gamma_y < 0$ ist, so folgt Abnahme des Windes mit der Höhe, d. h. Zunahme des Ostwindes in Übereinstimmung mit der Beobachtung.

Die meridionale Druckverteilung an der Erdoberfläche ergibt sich aus (14) 1 b. Es folgt ohne weiteres:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_1} &= 0 & ; & & \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_2} &= 0 \\ \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_1-\Delta y} &> 0 & ; & & \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_2-\Delta y} &< 0 & ; & & \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_0} &= 0 \\ \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_1+\Delta y} &< 0 & ; & & \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_2+\Delta y} &> 0 \end{aligned}$$

Die Theorie ergibt also die Existenz von drei Extremwerten des Druckes und zwar des subtropischen Hochdruckrückens, der Tiefdruckrinne in etwa 60° Breite und infolge der Symmetrie der Druckverteilung beider Hemisphären in bezug auf den Äquator auch die der äquatorialen Tiefdruckrinne. Es steht schließlich noch die Untersuchung des stratosphärischen Druckgefälles nach (14) 2 b aus. Es wird in den drei Breiten φ_0 , φ_1 und φ_2 bestimmt durch das Vorzeichen von U_{s2} , d. h. von γ_y . Wir finden daher

$$\left(\frac{\partial P_s}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_0} < 0 & ; & \left(\frac{\partial P_s}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_1} < 0 & ; & \left(\frac{\partial P_s}{\partial y}\right)_{\varphi=\varphi_2} < 0$$

Auch dieses Resultat, eine stetige Druckabnahme in der Stratosphäre vom Äquator zum Pol, steht in vollkommener Übereinstimmung mit der Erfahrung. Zusammenfassend können wir sagen:

Bei gegebenem Temperaturfeld ergibt die Integration der Bewegungsgleichungen für den ungestörten zonalen Grundzustand der Atmosphäre im Jahresmittel an der Erdoberfläche einen Rücken hohen Druckes im Gebiet der Roßbreiten und zwei Tiefdruckrinnen in etwa 60° Breite und am Äquator. Der Druckverlauf in der Stratosphäre dagegen zeigt gleichmäßigen Abfall der isobaren Fläche vom Äquator gegen den Pol. Der Masseneffekt der Troposphäre allein ist dem der Stratosphäre entgegengesetzt, in mittleren Breiten wird er durch den letzteren überkompensiert. Die Windverteilung ergibt das polare Ostwindgebiet, das Gebiet vorherrschender Westwinde mittlerer Breiten zwischen etwa 30° und 60° sowie das äquatoriale Ostwindgebiet. Die Westwinde verstärken sich mit zunehmender Höhe, die Ostwinde nehmen mit der Höhe ab und können sogar in Westwinde übergehen. Das Gebiet der Westwinde schiebt sich keilförmig zwischen die Gebiete der Ostwinde.

Um den Druckverlauf in der Stratosphäre und am Boden zwischen 35° und 60° nördlicher Breite im Jahresmittel zu bestimmen, legen wir den Nullpunkt des Koordinatensystems nach 35° Breite. Wir benötigen dann, wenn wir beachten, daß in 35° Breite v_{x0} in guter Annäherung gleich Null gesetzt werden kann, die Größen γ_z , γ'_z , m , h , T_0 , γ_y , p_0 . Die Größen γ_y , γ_z , T_0 , p_0 wurden unter Benutzung der in H a n n - S ü r i n g, Lehrbuch der Meteorologie, enthaltenen Angaben berechnet; h , m und γ'_z wurden einer neueren Arbeit von P a l m é n²⁾ entnommen. Es ergab sich dabei:

$$\begin{aligned} \gamma_z &= 5,9 \cdot 10^{-3} & ; & & m &= 1,71 \cdot 10^{-3} & ; & & T_0 &= 230^{\circ} \text{ K} & ; & & \gamma_y &= 6,6 \cdot 10^{-6} & ; & & U_1 &= 6,7 \cdot 10^{-16} \\ \gamma'_z &= 1 \cdot 10^{-3} & ; & & h &= 14 \cdot 10^3 & ; & & p_0 &= 1016,4 \text{ mb} & ; & & U_2 &= 0 & ; & & U_{S1} &= -0,59 \cdot 10^{-14} \\ & & & & & & & & & & & & & & & & U_{S2} &= 5,2 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

und als Druckverlauf am Boden und in 14 km Höhe.

φ	Boden	14 km
35°	1016,4 mb (1016,4)	152 mb (149)
40°	1016,2 " (1015,8)	148 " (146)
45°	1015,6 " (1015,2)	144 " (144)

1) V. B j e r k n e s, Geof. Publ. Bd. II No. 4, S. 86.

2) E. P a l m é n, a. a. O. S. 17.

φ	Boden	14 km
50°	1014,5 mb (1014,1)	141 mb (142)
55°	1013,0 „ (1012,8)	139 „ (140)
60°	1011,1 „ (1011,4)	137 „ (138)

(In Klammern sind die aus den Beobachtungen gewonnenen Ergebnisse, am Boden nach H a n n-S ü r i n g und in 14 km Höhe nach I. B j e r k n e s hinzugefügt.) Der Druckverlauf stimmt, wie man aus Abbildung 3 ersieht, gut mit dem beobachteten überein. Man erkennt aus der Abbildung 3 ferner die meridionale Abschwächung des stratosphärischen und die Verstärkung des Bodengefälles sowie das kräftigere Durchsetzen des oberen Druckgefälles bis zum Boden gegenüber dem umgekehrten Masseneffekt der Troposphäre. Als Temperatur T_0 in 14 km ergibt sich 207° K, nach P a l m é n etwa 208° K. Es sei noch bemerkt, daß sich in 35° Breite in 14 km Höhe ein Westwind von etwa 30 m/sec errechnet, ein Resultat, das sich gut mit den Beobachtungen deckt.

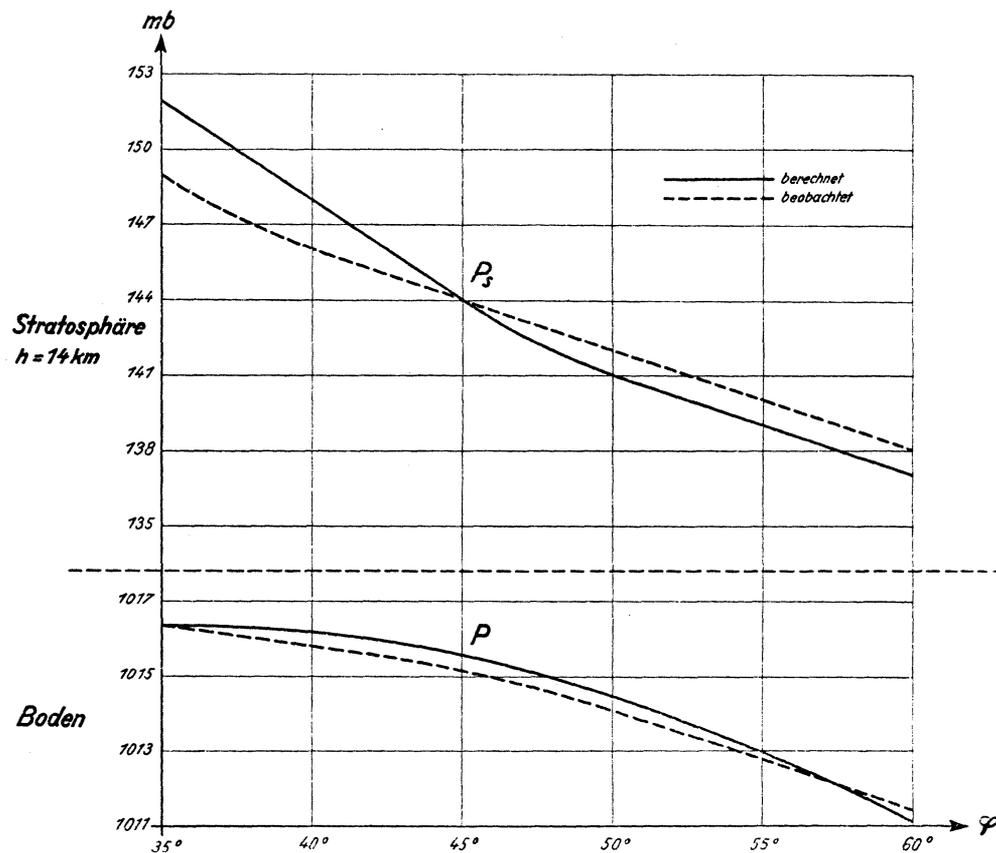


Abb. 3. Die Druckverteilung am Boden und in der Stratosphäre in 14 km Höhe zwischen 35° und 60° nördlicher Breite.

Im Anschluß an diese Untersuchungen wollen wir noch die wichtigsten Fälle festlegen, die mit den Gleichungen (14) für verschiedene – auch von dem Normalen abweichende – Gradienten verträglich sind. Als ordnendes Prinzip soll dabei die Einteilung in 2 Typen A und B gewählt werden, die durch $\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)_{y=0} > 0$ bzw. durch $\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)_{y=0} < 0$ gekennzeichnet sind. Zu Typus A gehören also alle Fälle, in denen der Wind mit der Höhe algebraisch zunimmt, zu Typus B alle die, in denen er mit der Höhe algebraisch abnimmt. Es gehören also zu A bzw. zu B alle Fälle, für welche $\gamma_y \geq \frac{\gamma_z}{\alpha} v_{x0}$ ist. Da sich aber, wie wir bereits angedeutet haben, $\frac{\gamma_z}{\alpha} v_{x0}$ von Null nur sehr wenig unterscheidet – für $v_{x0} = 1$ m/sec ist in 45° Breite $\frac{\gamma_z}{\alpha} v_{x0} \approx 0,05^\circ$ je 10 Breitengrade – können wir ohne weiteres die beiden Typen auf die beiden Klassen des Parameters γ_y zurückführen, für welche

$$\gamma_y \geq 0$$

ist. Wir legen bei den nachfolgenden Betrachtungen das Koordinatensystem immer so, daß die x-Achse mit der unteren Grenze des gewählten zonalen Bereiches zusammenfällt. Die beiden Parameter m und v_{x0} bestimmen dann in jeder Klasse eine Reihe von mathematisch möglichen Grundzuständen, die aber physikalisch durchaus nicht alle möglich zu sein brauchen. Denn tatsächlich sind ja der Temperaturgradient und die Neigung der Tropopause nicht voneinander unabhängig, einer Umkehr des Gradienten entspricht im allgemeinen auch eine Umkehr der normalen Tropopausenneigung. Um die physikalisch nicht verwirklichten Fälle auszuschalten, wollen wir uns daher dieser Regel bedienen. Unter Benutzung der Formeln (14) ergibt sich dann die folgende Zusammenstellung der zu den Typen A und B gehörenden Fälle (Abbildung 4). Die Indizes w und k geben Aufschluß über die Temperaturverhältnisse (w=warm, k=kalt). Die Windgeschwindigkeit wird nach Größe und Richtung durch Pfeile veranschaulicht. (In A nimmt also der Westwind mit der Höhe zu.)

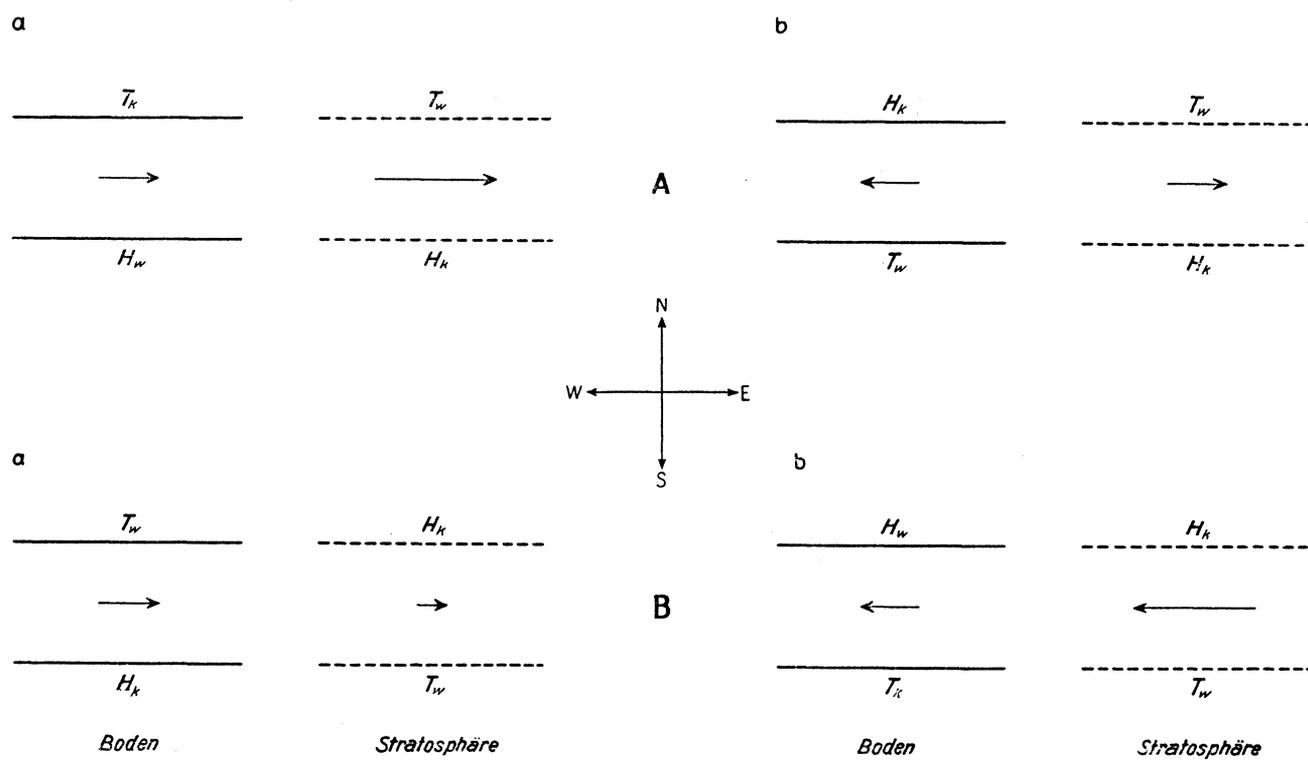


Abb. 4. Die verschiedenen möglichen Grundzustände.

Man erkennt in den beiden Darstellungen Aa und Ab die bereits diskutierten allgemeinen ungestörten zonalen Zustände wieder, in Aa den in mittleren Breiten und in Ab die in der Polar- und Tropenregion beobachteten. Dagegen herrscht südlich des thermischen Äquators der hier durch Bb wiedergegebene Zustand vor. Der Zustand Aa entspricht auch im kleinen der wesentlichsten und häufigsten Struktur der Atmosphäre unserer Breiten, weil, insbesondere bei starkem oberem Druckgefälle, dieser Aufbau in unseren Breiten, in der Zone der kräftigsten atmosphärischen Störungen, die notwendige Grundlage für das veränderliche und am häufigsten auftretende Westwetter bildet. Mit Rücksicht auf das hier benutzte Ordnungsprinzip liegt es auf der Hand, wenigstens die Fälle Aa und Ba mit den von R. Mügge¹⁾ eingeführten Wassertypen I (polar) und II (subtropisch) zu vergleichen²⁾. Jedoch ist dabei mit der nötigen Vorsicht zu verfahren, insbesondere sei daran erinnert, daß die Typen I und II ja gesteuerte Vorgänge, die Typen A und B aber ungesteuerte Zustände sind, und daß sich erst beim Durchzug der Kalt- und Warmluftkörper in diesen ungestörten Systemen die Wettererscheinungen des einen oder des anderen der Typen I und II einstellen. Wir können also die durch die Typen Aa und Ba gekennzeichneten Zustände lediglich als die für das Auftreten der Typen I und II notwendigen Grundzustände bezeichnen. Denn auch R. Mügge gibt in der zitierten Arbeit das Vorhandensein eines stark ausgeprägten nord-südlichen und das Vorhandensein eines gerade umgekehrten stratosphä-

¹⁾ R. Mügge, Synoptische Betrachtungen. Met. Zeitschr. 48, 1931, 1.

²⁾ Über den Zusammenhang dieser Typen mit den Hauptzirkulationsformen s. F. Baur, Die Formen der atmosphärischen Zirkulation in der gemäßigten Breite. Gerl. Beitr. z. Geophys. 34, 1931, S. 264-309.

rischen Druckgradienten, wie es A a und B a zeigen, als Voraussetzung für das Auftreten des polaren bzw. des subtropischen Typs an.

Bei der Anwendung der Formeln (12) oder der aus ihnen resultierenden Näherungen (14) muß man sich immer der Einschränkungen erinnern, unter denen sie abgeleitet wurden. Insbesondere ist die Unabhängigkeit der beiden Temperaturgradienten von der Höhe in der Wirklichkeit nicht erfüllt. Dies gilt weniger von γ_z als vielmehr von γ_y , und es trifft sehr viel weniger dort zu, wo die Tropopausenneigung groß ist, als dort, wo sie sehr klein wird. Man muß dann, besonders für höhere troposphärische Schichten besser einen troposphärischen Mittelwert von γ_y oder auch den Wert von γ'_y in der Schicht ansetzen, auf die man die Untersuchung bezieht. Am größten wird der durch die Annahme $\gamma_y = \text{const.}$ gemachte Fehler im Polargebiet, am kleinsten in mittleren Breiten. Wir haben aus diesem Grunde die *quantitativen* Berechnungen des mittleren Druckes auch nur für diese durchgeführt.

II. Der gestörte zonale Grundzustand der Atmosphäre. (Der gestörte zirkulare Wirbel.)

1. Herleitung und Integration der Störungsgleichungen.

Wir haben eingangs festgestellt, daß die allgemeine Lösung des atmosphärischen Integrationsproblems bisher auf unüberwindliche Schwierigkeiten stößt. Wenn wir trotzdem versuchen wollen, unsere Überlegungen über den ungestörten Zustand hinaus auf die Untersuchung der Störungen auszudehnen, so ist das nur unter Vornahme gewisser *grundsätzlicher Vereinfachungen* möglich, die zwar nicht mehr die ideale Lösung zulassen, aber doch den wesentlichen Einfluß solcher Störungen zeigen werden.

Die erste Vereinfachung beruht auf der Anwendung der *Theorie der kleinen Störungen* auf die in der Atmosphäre sich abspielenden, hier dargestellten Vorgänge. Die Theorie der kleinen Störungen, die längst zum Allgemeingut der Methoden der theoretischen Physik gehört, haben in ihrer Bedeutung für die theoretische Meteorologie besonders V. Bjerknes und H. Solberg¹⁾ erkannt und gewürdigt. Die Frage nach der Berechtigung der Anwendung dieser Methode ist identisch mit der Frage, ob die in der Natur auftretenden, dem Grundzustand überlagerten Störungen als so klein angesehen werden können, daß man ohne Fehler zur Linearisierung der Differentialgleichungen schreiten kann. Für das Anfangsstadium der Störung ist diese Frage sicher zu bejahen; hier werden die gewonnenen Resultate mit umso größerer Genauigkeit gelten, je weniger die Störung in ihrer Entwicklung fortgeschritten ist; aber auch für den weiteren Verlauf werden die Resultate jedenfalls als erste Annäherung betrachtet werden können. Schließlich rechtfertigt die Anwendung der Theorie der kleinen Störungen die bei der Betrachtung der atmosphärischen Vorgänge stets festgestellte Tatsache, daß sich als Folge einer Störung eine Reihe immer wieder beobachteter Eigenschaften heraushebt, die offenbar nur an die Existenz der Störung, nicht aber an ihr quantitatives Ausmaß geknüpft sind, und die selbstverständlich einer Behandlung mit der erwähnten Theorie zugänglich sein müssen.

Die zweite Vereinfachung beruht auf der Anwendung der *quasistatischen Methode*, die bekanntlich ihre Berechtigung aus der Tatsache herleitet, daß infolge der verschieden großen Erstreckung der Atmosphäre in vertikaler und horizontaler Richtung auch die vertikalen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen von kleinerer Größenordnung sind als die horizontalen. Sie gestattet demnach, v_z gegen g zu vernachlässigen, was bedeutet, daß die Bewegungsgleichungen sich auf die beiden für horizontale Bewegung geltenden Gleichungen reduzieren, und daß in der Vertikalen die statische Grundgleichung stets als erfüllt anzusehen ist. Die quasistatische Methode oder vielmehr die Berechtigung ihrer Anwendung stellt einen methodischen Divergenzpunkt der mitteleuropäischen und der norwegischen Auffassungen vom Wesen der Zyklonenbildung dar. Während die norwegische Schule ihr diese abspricht²⁾, wird sie in allen Arbeiten deutscher Meteorologen, z. B. bei Exner, v. Ficker, Stüve, Defant u. a., welche gleichfalls die Zyklonenbildung und den Einfluß der Stratosphäre auf die Wetterentwicklung zum Gegenstand der Behandlung machten, als grundsätzliche Voraussetzung vorangestellt. Da außerdem die mit ihrer Anwendung bisher erzielten Erfolge unbestreitbar sind, schließlich auch mit Rücksicht auf die nicht zu unterschätzenden Vorteile in der mathematischen Behandlung, die sie mit sich bringt, glauben wir auf ihre Anwendung nicht verzichten zu dürfen.

1) V. Bjerknes, a. a. O. I, Kap. 7 ff.

2) V. Bjerknes, a. a. O. S. 452.

Wir werden uns schließlich noch der durch zahlreiche Beobachtungen erhärteten Tatsache zu bedienen haben, daß in der freien Atmosphäre die Windrichtung innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit mit der der Isobaren übereinstimmt. Von der Reibung, welche die Ergebnisse zwar quantitativ, aber sicher nicht qualitativ verändern könnte, sehen wir hier ab.

Wir gehen zunächst wieder von den allgemeinen hydrodynamischen Bewegungsgleichungen aus, zu sicher nicht qualitativ ändern könnte, schon wir hier ab.

$$\begin{aligned} \frac{d v^*}{dt} &= g - 2 (w \times v^*) - \frac{1}{\rho^*} \nabla p^* \\ \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho^* v^*) &= 0, \end{aligned} \quad (15a)$$

oder in Komponenten geschrieben, jetzt aber mit Rücksicht auf die Annahme eines quasistatischen Zustandes

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x^* - l v_y^* + l' v_z^* &= - \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial x} & l' &= 2 \omega \cos \varphi \\ \frac{d}{dt} v_y^* + l v_x^* &= - \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial y} \\ g &= - \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial z} \\ \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho^* v^*) &= 0. \end{aligned} \quad (15b)$$

(Um anzudeuten, daß es sich jetzt um die gestörten Größen handelt, sind alle Veränderlichen mit * versehen.) Statt die Zerlegung in rechtwinkelige Koordinaten vorzunehmen, können wir $\frac{d}{dt} v^*$ auch zerlegen in eine Komponente in Bewegungsrichtung und in eine Komponente senkrecht dazu. Sei t_0 der Einheitsvektor der Bahntangente und n_0 der Einheitsvektor der Normalen, so ist bekanntlich¹⁾

$$\frac{d v^*}{dt} = \frac{d v^*}{dt} t_0 + \frac{v^{*2}}{r} n_0 \quad (r = \text{Krümmungsradius}).$$

Führt man diese Beziehung links in (15 a) ein und multipliziert skalar mit v^* , so folgt für horizontale Koordinaten:

$$(v^* \nabla p^*)_h = -\rho^* v^* \dot{v}^*. \quad (16)$$

Nachdem nun wie erwähnt, in der freien Atmosphäre die Bewegung innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit parallel den Isobaren verläuft, muß in vorstehender Gleichung \dot{v}^* verschwinden. Die Gleichungen (15 b) bleiben also auch richtig, wenn auf der linken Seite $\frac{d v^*}{dt} (t_0 \cdot i)$ bzw. $\frac{d v^*}{dt} (t_0 \cdot j)$ subtrahiert wird. Ersetzt man noch ρ^* durch p^* und T^* aus der Zustandsgleichung, so ergibt sich aus den beiden ersten Gleichungen (15 b) nach Zerlegung in die lokalen und advektiven Bestandteile der zeitlichen Änderung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x^*}{\partial t} - \frac{\partial v^*}{\partial t} \frac{v_x^*}{v^*} + v_x^* \frac{\partial v_x^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v_x^*}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial v_x^*}{\partial z} - \frac{v_x^{*2}}{v^*} \frac{\partial v^*}{\partial x} - \frac{v_x^* v_y^*}{v^*} \frac{\partial v^*}{\partial y} - \frac{v_x^* v_z^*}{v^*} \frac{\partial v^*}{\partial z} - \\ l v_y^* + l' v_z^* = -R T^* \frac{\partial}{\partial x} \ln p^* \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_y^*}{\partial t} - \frac{\partial v^*}{\partial t} \frac{v_y^*}{v^*} + v_x^* \frac{\partial v_y^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v_y^*}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial v_y^*}{\partial z} - \frac{v_x^* v_y^*}{v^*} \frac{\partial v^*}{\partial x} - \frac{v_y^{*2}}{v^*} \frac{\partial v^*}{\partial y} - \frac{v_y^* v_z^*}{v^*} \frac{\partial v^*}{\partial z} + \\ l v_x^* = -R T^* \frac{\partial}{\partial y} \ln p^*. \end{aligned}$$

Die Einführung der kleinen Störungen geschieht nun in der Weise, daß wir uns die ungestörten Größen des Grundzustandes p , T , v durch kleine überlagerte Störungen des Druckes (π), der Temperatur (τ) und der Geschwindigkeit (u) korrigiert denken, derart, daß der gestörte Zustand zur Zeit t gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} p^*(x, y, z, t) &= p(y, z) + \pi(x, y, z, t) \\ T^*(x, y, z, t) &= T(y, z) + \tau(x, y, z, t) \\ v^*(x, y, z, t) &= v(y, z) + u(x, y, z, t). \end{aligned} \quad (18)$$

¹⁾ Vergl. z. B. Baur, Met. Zeitschr. 52, 1935, S. 69.

Wie es in der Theorie der kleinen Störungen üblich ist, setzen wir die störenden Größen als so klein voraus, daß wir in allen nun folgenden Entwicklungen nur bis zur ersten Ordnung zu gehen haben und gleichfalls alle Produkte zweier Größen π , τ , u_x und u_y oder ihrer Ableitungen als klein vernachlässigen dürfen. Die Vereinfachungen, die man mit dieser Linearisierung erzielt, sind wegen $v_y = 0$ und wegen $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$ von großer Bedeutung für die Integration. Es ist:

$$\begin{aligned} T^* \frac{\partial}{\partial x} \ln p^* &= (T + \tau) \frac{\partial}{\partial x} \ln p \left(1 + \frac{\tau}{p}\right) = (T + \tau) \frac{\partial}{\partial x} \ln p + (T + \tau) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\tau}{p} = T \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau}{p}\right) \\ T^* \frac{\partial}{\partial y} \ln p^* &= T \frac{\partial}{\partial y} \ln p + \tau \frac{\partial}{\partial y} \ln p + T \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{p}\right) \\ \frac{\partial v_x^*}{\partial t} - \frac{\partial v^*}{\partial t} \frac{v_x^*}{v^*} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} - \frac{v_x^*}{v^{*2}} \left(v_x^* \frac{\partial u_x}{\partial t} + v_y^* \frac{\partial u_y}{\partial t}\right) = \frac{\partial u_x}{\partial t} \left[1 - \left(\frac{v_x^*}{v^*}\right)^2\right] = 0 \\ \frac{\partial v_y^*}{\partial t} - \frac{\partial v^*}{\partial t} \frac{v_y^*}{v^*} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} - \frac{v_y^*}{v^{*2}} \left(v_x^* \frac{\partial u_x}{\partial t} + v_y^* \frac{\partial u_y}{\partial t}\right) = \frac{\partial u_y}{\partial t} - \frac{v_x^*}{v^{*2}} u_y \frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} \\ \frac{1}{v^*} \left[v_x^* \frac{\partial v^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v^*}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial v^*}{\partial z}\right] &= \frac{1}{v^*} \left[\frac{v_x^{*2}}{v^*} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{u_y}{v^*} v_x^* \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{u_z}{v^*} v_x^* \frac{\partial v_x}{\partial z}\right] = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{u_y}{v_x} \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{u_z}{v_x} \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{v_x^*}{v^*} \left[v_x^* \frac{\partial v^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v^*}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial v^*}{\partial z}\right] &= v_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{v_y^*}{v^*} \left[v_x^* \frac{\partial v^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v^*}{\partial z}\right] &= 0 \\ v_x^* \frac{\partial v_x^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v_x^*}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial v_x^*}{\partial z} &= v_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial v_x}{\partial z}; \quad l'v_y^* = l'u_y; \quad l'v_z^* = l'u_z \\ v_x^* \frac{\partial v_y^*}{\partial x} + v_y^* \frac{\partial v_y^*}{\partial y} + v_z^* \frac{\partial v_y^*}{\partial z} &= v_x \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad l'v_x^* = l'v_x + l'u_x. \end{aligned} \tag{19}$$

Setzen wir alle hier berechneten Größen (19) in (17) ein und beachten, daß für die ungestörten Größen gilt:

$$l'v_x = -RT \frac{\partial}{\partial y} \ln p.$$

so folgt aus (17), wenn $l'u_z$ gegen $l'u_y$ als klein von höherer Ordnung unterdrückt wird ($u_z \approx u_y \cdot 10^{-2}$):

$$\begin{aligned} u_y &= \frac{RT}{lp} \frac{\partial \pi}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + l'u_x &= -R\tau \frac{\partial}{\partial y} \ln p - RT \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi}{p}\right). \end{aligned}$$

Eliminiert man hier in der zweiten Gleichung u_y mittels der ersten, so ergibt sich schließlich:

$$\begin{aligned} u_y &= \frac{RT}{l} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi}{p}\right) \\ u_x &= -\frac{RT}{l} \left[\frac{\partial \ln p}{\partial y} \left(\frac{\tau}{T}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi}{p}\right) + \frac{1}{l} \frac{\partial^2 \pi/p}{\partial x \partial t} + \frac{v_x}{l} \frac{\partial^2 \pi/p}{\partial x^2}\right]. \end{aligned} \tag{20}$$

Kennen wir also in irgend einem Niveau π und τ als Funktion von x , y und t , so sind durch (20) auch die Störungen des Geschwindigkeitsvektors festgelegt.

Die Kontinuitätsgleichung aus (15 b) schreiben wir mit der Zustandsgleichung in der folgenden Form:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p^*}{T^*}\right) + \text{div} \left(v^* \frac{p^*}{T^*}\right) = 0.$$

Nun ist nach Einführung der Störungen:

$$\begin{aligned} \frac{p^*}{T^*} &= \frac{pT + \pi T - \tau p}{T^2}; \quad \frac{\partial p^*}{\partial t T^*} = \frac{1}{T} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{p}{T^2} \frac{\partial \tau}{\partial t}; \quad v^* \frac{p^*}{T^*} = \left[\frac{v_x(Tp + \pi T - \tau p)}{T^2} + u_x \frac{p}{T}\right] i + u_y \frac{p}{T} j \\ \text{div} \left(v^* \frac{p^*}{T^*}\right) &= \frac{v_x}{T} \frac{\partial \pi}{\partial x} - \frac{v_x p}{T^2} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{p}{T} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{T} u_y\right) \end{aligned}$$

oder mit den u_x und u_y aus (20), wenn man wieder $l v_x = -RT \frac{\partial}{\partial y} \ln p$ beachtet:

$$\operatorname{div} \left(v^* \frac{p^*}{T^*} \right) = -\frac{R}{l^2} \frac{d}{dt} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{T} u_z \right).$$

Es ist daher:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p^*}{T^*} \right) + \operatorname{div} \left(v^* \frac{p^*}{T^*} \right) = \frac{1}{T} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{p}{T^2} \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{R}{l^2} \frac{d}{dt} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{T} u_z \right) = 0.$$

Ist also die Größe

$$V = \frac{1}{T} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{p}{T^2} \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{R}{l^2} \frac{d}{dt} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{T} u_z \right) \quad (21a)$$

positiv bzw. negativ, so besagt das, daß das betrachtete Flächenelement zur Zeit t in vertikaler Richtung Masse empfängt bzw. abgibt. Wir haben damit in der Bestimmung des Vorzeichens von V aus (21) eine Möglichkeit gewonnen, die Gebiete der auf- und absteigenden Luftströme in unmittelbarer Nähe der Erdoberfläche zu ermitteln. In unmittelbarer Erdbodennähe ($z = \Delta_z$) gilt:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{T} u_z \right) = \left[\frac{p(\Delta_z)}{T(\Delta_z)} u_z(\Delta_z) + \frac{p(0)}{T(0)} u_z(0) \right] \frac{1}{\Delta_z}.$$

Da $u_z(0) = 0$ sein muß, erhält man für die Vertikalbewegung der untersten Schicht in guter Annäherung:

$$u_z = -\Delta_z \left(\frac{T}{p} V \right)_{z=0}. \quad (21b)$$

Da alle Größen jetzt durch π und τ ausgedrückt sind, steht allein noch die Bestimmung der Variablen π und τ aus, zu deren Ermittlung wir zunächst die dritte, bisher noch nicht benutzte der Gleichungen (15 b) heranziehen. Nach Einführung der Störungsgrößen erhalten wir:

$$g = -RT \frac{\partial}{\partial z} \ln p - R \tau \frac{\partial}{\partial z} \ln p - RT \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\pi}{p} \right)$$

oder, da ja die ungestörten Größen so bestimmt sind, daß:

$$g = -RT \frac{\partial}{\partial z} \ln p$$

ist,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\pi}{p} \right) = -\frac{\tau}{T} \frac{\partial}{\partial z} \ln p = \frac{\tau g}{RT^2}. \quad (22)$$

Gewöhnlich führt man zur Integration Mitteltemperaturen ein; wir wollen aber einen etwas anderen Weg einschlagen. Setzen wir:

$$\tau(x, y, z, t) = \bar{\tau}(x, y, t) \frac{T(y, z_0)}{T(y, 0)},$$

was bedeutet, daß an einem bestimmten Ort x, y zur Zeit t die Temperaturstörung in der Troposphäre mit der Höhe proportional der Temperatur abnimmt, so wird:

$$\frac{\pi}{p} = \frac{\pi_s}{P_s} + \frac{\bar{\tau} g}{T(y, 0)} \int_h^z \frac{dz}{T} = \frac{\pi_s}{P_s} - \frac{g \bar{\tau}}{RT(0) T(y) \gamma_z} \ln \frac{T_0 - \gamma_y y - \gamma_z z}{T_0 - \gamma_y y - \gamma_z h}$$

oder, wenn man den \ln entwickelt und nach dem linearen Gliede abbricht,

$$\pi(x, y, z_0, t) = \frac{p}{P_s} \pi_s - \frac{g(h - z_0) p}{RT(0) T(y) z_0} \tau(x, y, z_0, t) \quad T(0) = T(y, 0). \quad (23)$$

π_s bedeutet dabei $\pi(x, y, h, t)$, d. h. die Störung an der Stratosphäregrenze. In der Höhe $z_0 = h$ wird, wie es sein muß $\pi = \pi_s$. (Zu einer ganz ähnlich gebauten Formel kommt man durch Einführung von Mitteltemperaturen.)

Die vorstehende Gleichung (23), die statische Grundgleichung für die Störungen gilt also an jedem Orte x, y im Niveau z_0 zur Zeit t . Differenzieren wir (23) zuerst partiell nach t , so folgt:

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = \frac{p}{P_s} \frac{\partial \pi_s}{\partial t} - \frac{g}{R} \frac{(h - z_0) p}{T(0) T(y, z_0)} \frac{\partial \tau}{\partial t}, \quad (24a)$$

d. h., der Störungsdruck im Niveau z_0 im Orte x, y ist in seiner Änderung zur Zeit t an die Änderung des Störungsdruckes über demselben Orte in der Stratosphäre und an die Änderung der Temperaturen

der betrachteten Luftsäule gebunden. Wir wollen diese Änderung wie üblich die lokale nennen, im Gegensatz zu der advektiven, welche sich durch die auf (23) angewendete Operation $v^* \nabla$ ergibt:

$$v^* \nabla \pi = \frac{p}{P_s} v^* \nabla \pi_s - \frac{g(h-z_0)p}{RT(0)T(y, z_0)} v^* \nabla \tau. \quad (24b)$$

Ein im Niveau z_0 bewegtes Teilchen kann also seinen Störungsdruck dadurch ändern, daß es bei seiner Bewegung unter anderen von oben aufgeprägten Störungsdruck und in Gebiete anderer Störungstemperatur gelangt. Zusammengezogen lassen sich die beiden Gleichungen (24 a) und (24 b) als individuelle Änderungen des Störungsdruckes des einzelnen Massenteilchens in der Form schreiben:

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{p}{P_s} \frac{d\pi_s}{dt} - \frac{g(h-z_0)p}{RT(0)T} \frac{d\tau}{dt}. \quad (24c)$$

Zu dieser Gleichung tritt der erste Wärmehauptsatz:

$$\frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} = \frac{dT^*}{dt} - k \frac{T^*}{p^*} \frac{dp^*}{dt} \quad k = \frac{AR}{c_p} \quad (25a)$$

(A = Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit),

worin $\frac{dQ}{dt}$ die einem individuellen Teilchen pro Massen- und pro Zeiteinheit zugeführte Wärmemenge bedeutet. Wir wollen hier von der Annahme ausgehen, daß die gestörten Bewegungen innerhalb der Troposphäre adiabatisch erfolgen, eine sicher nicht ohne weiteres zutreffende Vereinfachung. Indessen hat schon Defant¹⁾ von dieser Vereinfachung Gebrauch gemacht, und auch G. Stüve und R. Mügge²⁾ haben in ihrer Arbeit „Energetik des Wetters“ gezeigt, daß durch obere Druckänderungsfelder ebenso wie durch ungleiche troposphärische Erwärmung Zyklonogenese bzw. Zyklolyse einsetzen kann. Wenn wir also $\frac{dQ}{dt} = 0$ setzen, so legen wir damit das Hauptgewicht auf das Studium der Auswirkungen stratosphärischer Druckänderungsfelder. Wir haben dann statt (25 a)

$$\frac{dT^*}{dt} = k \frac{T^*}{p^*} \frac{dp^*}{dt} \quad (25b)$$

oder, wenn wir wieder die Störungen einführen:

$$\frac{d\tau}{dt} = k \frac{T}{p} \frac{d\pi}{dt} + \left(k \frac{T}{p} \frac{\partial p}{\partial y} + \gamma_y \right) u_y. \quad (25c)$$

Eliminieren wir mit u_y aus (20) u_y in (25 c) und setzen die rechte Seite von (25 c) in (24 c) ein, so erhalten wir die folgende Differentialgleichung für π :

$$\frac{d\pi}{dt} + \frac{1}{C} \frac{g(h-z_0)}{T(0)} \left\{ \gamma_y + k \frac{T}{p} \frac{\partial p}{\partial y} \right\} \frac{\partial \pi}{\partial x} = \frac{1}{C} \frac{p}{P_s} \frac{d\pi_s}{dt} \quad \text{mit} \quad C = 1 + \frac{k g(h-z_0)}{RT(0)}$$

oder nach einigen Umformungen und indem $\frac{d\pi}{dt}$ und $\frac{d\pi_s}{dt}$ in die partiellen Differentialquotienten aufgelöst werden:

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + L \frac{\partial \pi}{\partial x} = M \frac{\partial \pi_s}{\partial t} + N \frac{\partial \pi_s}{\partial x} \quad (26a)$$

mit

$$L = \frac{1}{C} \left[v_x + \frac{\gamma_y}{1} \frac{g(h-z_0)}{T(0)} \right]; \quad M = \frac{p}{P_s} \frac{1}{C}; \quad N = v_x M = \frac{p}{P_s} \frac{v_x}{C} \quad (26b)$$

$$C = 1 + \frac{A}{c_p} \frac{g(h-z_0)}{T(0)}.$$

Die sehr wichtige Gleichung (26) wollen wir die Differentialgleichung der stratosphärischen Druckübertragung³⁾ in Bezug auf das Niveau z_0 nennen. Für $z_0 = h$ annulliert sich die Gleichung, wie es sein muß. Den späteren Ergebnissen und Erörterungen vorgreifend, wollen wir bereits an dieser Stelle darauf hinweisen, daß die Struktur der Differentialgleichung der stratosphärischen Druckübertragung schon die wesentlichen Effekte sichtbar macht. Wäre $M = 1$ und $L = N$, so

1) A. Defant, a. a. O.

2) G. Stüve und R. Mügge, a. a. O.

3) A. Defant erhält a. a. O. eine ähnliche Gleichung in abgewandelter Form, den Verschiedenheiten in den Annahmen und der Methode der Ableitung entsprechend.

würde die Druckübertragung kongruent auf jedes Niveau erfolgen. Daß aber M der Koeffizient der zeitlichen Ableitung von π_s gleich $\frac{p}{P_s} \frac{1}{C} > 1$ ist, läßt erkennen, daß allein nach diesem Glied beurteilt, die Druckübertragung nicht kongruent erfolgt, insofern nämlich, als die oberen Druckänderungen sich zwar nach unten durchsetzen, aber mit einer mit wachsender Distanz von der Tropopause gleichfalls zunehmenden Intensität. Einer kreisförmigen stratosphärischen Isallobare mit der Änderungsnummer n würde also in irgendeinem Niveau wieder eine kreisförmige Isallobare, aber mit der Nummer $n \frac{p}{P_s} \frac{1}{C}$ entsprechen, wenn wir für den Augenblick von der geringen Veränderlichkeit von $\frac{p}{P_s}$ im betrachteten Gebiet absehen, dagegen würde in dem betrachteten Niveau die Isallobare mit der Nummer n zwar auch ein Kreis sein, jedoch mit einem Radius, der verschieden ist von demjenigen der erzeugenden stratosphärischen Isallobare. Die Druckübertragung erfolgt also nicht mehr kongruent, sondern nur mehr ähnlich. Dazu kommt, daß L , der Koeffizient der advektiven Änderung von π , sich von N um das Glied

$$\left(1 - \frac{p}{P_s}\right) \frac{v_x}{C} + \frac{1}{C} \frac{\gamma_y}{1} \frac{g(h-z_0)}{T(0)}$$

unterscheidet, was besagt, daß die advektive Veränderung der Druckverteilung im Niveau z_0 , d. h. die Fortpflanzung der Druckstörung, im allgemeinen nicht dieselbe sein kann wie in der Stratosphäre. Später werden wir die hier nur aus den Koeffizienten flüchtig abgelesenen Eigenschaften als Ergebnisse der Integration viel exakter wiederfinden.

Die Integration der partiellen Differentialgleichung (26) läßt sich, insbesondere dadurch, daß alle Koeffizienten nur von y abhängen – ein weiterer Vorteil der Trennung in Grundzustand und Störung – leicht und auf sehr durchsichtige Weise durchführen. Um aus der Differentialgleichung (26) auf den Mechanismus der stratosphärischen Druckübertragung zu schließen, ist sinngemäß die Kenntnis der Funktion π_s zu fordern, die wir hiermit als bekannt voraussetzen, ohne sie vorerst spezialisieren zu wollen. Damit ist auch

$$M \frac{\partial \pi_s}{\partial t} + N \frac{\partial \pi_s}{\partial x} = f(x, y, t)$$

eine bekannte Funktion. Die partielle Differentialgleichung (26) ist dann dem folgenden System gewöhnlicher Differentialgleichungen (charakteristische Differentialgleichungen)

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{L} = \frac{dy}{0} = \frac{d\pi}{f(x, y, t)} \quad \text{oder} \quad \begin{aligned} dy &= 0 \\ L dt &= dx \\ f(x, y, t) &= d\pi \end{aligned} \quad (27)$$

äquivalent. Die erste und zweite ergeben als Lösungen:

$$\begin{aligned} y &= c_1 \\ x - Lt &= c_2, \end{aligned}$$

die dritte dagegen

$$\pi - \int f [c_2 + Lt, c_1, t], dt = c_3$$

Die Lösung der partiellen Differentialgleichung (26) läßt sich nun bekanntlich in der Form

$$Z(c_1, c_2, c_3) = 0$$

schreiben, oder nach π aufgelöst:

$$\pi = \int f [c_2 + Lt, c_1, t] dt + \zeta(x - Lt, y). \quad (28)$$

wobei nach ausgeführter Quadratur $c_1 = y$ und $c_2 = x - Lt$ wieder einzusetzen sind, und ζ eine willkürliche Funktion ihres Argumentes bedeutet, die wir durch eine passend gewählte Bedingung noch zu bestimmen haben.

Es handelt sich jetzt um die Festlegung der Funktion π_s . Die Vorstellungen, die man sich heute von den täglichen kurzfristigen Störungen macht, haben ohne Ausnahme die Auffassung gemeinsam, daß man sich solche Störungen als Wellenvorgänge an den großen atmosphärischen Grenzflächen vorzustellen habe. Darüber hinaus gehen die Meinungen bereits wieder sehr auseinander. Es liegt ganz in der schon angedeuteten Richtung, der Dynamik die Hauptwirkungen im Wettergeschehen zuzuschreiben, wenn die Norweger die Wellenbildung in die troposphärischen Grenzflächen (Polarfront, Intertropikfront) verlegen. Demgegenüber steht die Auffassung der mitteleuropäischen Meteorologen von der Bedeutung des quasistatischen Aufbaus der Atmosphäre; konsequenterweise sehen sie die Ursache der Störungen in Wellen-

bewegungen längs der Tropopause. Wir haben bereits erwähnt, daß sich die letzte Auffassung allmählich allgemein durchzusetzen scheint. Ohne auf das Für und Wider beider Theorien einzugehen¹⁾, schließen wir uns — im Sinne unserer bisherigen Ableitungen — der letzten an. Es erscheint dies umso berechtigter, als auch durch Wellen längs der Polarfront schließlich Wellen an der Tropopause hervorgerufen werden, die dann ihrerseits als primäre Wellen betrachtet werden können (Koppelung zwischen Polarfront — und Tropopausenwelle²⁾), wie denn überhaupt die Wichtigkeit dieser Frage im ganzen vielleicht ein wenig überschätzt wird.

In der Annahme einer oberen Druckstörung unterscheiden wir uns also von denen früherer Arbeiten nicht. Bei der Wahl des analytischen Ausdrucks hingegen scheint eine genauere Anpassung an die Wirklichkeit, als dies bisher geschehen, erforderlich. G. Stüve nahm in seiner *Termozyklogenese*³⁾ eine Druckwelle endlicher unveränderlicher Amplitude an; A. Defant⁴⁾ hielt zwar ebenfalls an einer Welle endlicher konstanter Amplitude fest, erteilte aber dieser Welle eine bestimmte Fortpflanzungsgeschwindigkeit, worauf Stüve mit Rücksicht auf seine geometrische Darstellungsweise verzichten mußte. Bei Defant ist die Annahme einer Druckwelle mit zeitlich unveränderlicher Amplitude wenigstens in dem Falle vollauf gerechtfertigt, in dem er von bereits ausgebildeten Drucksituationen am Erdboden ausgeht, die man sich unter der Einwirkung einer oben sich ausbildenden Druckwelle entstanden denken kann; der Zeitpunkt $t = 0$ ist dann bei Defant ein beliebiger Augenblick innerhalb des Störungsprozesses, in welchem die obere Druckwelle bereits völlig ausgebildet ist und sich als solche noch eine Zeitlang weiter bewegt, ehe sie abzusterben beginnt. Sobald man aber von dem ungestörten Grundzustand ausgeht, tut die Annahme einer Druckwelle endlicher, zeitlich konstanter Amplitude der physikalischen Vorstellung einigen Zwang an und läßt sich auch nicht in das Gerüst der Stetigkeit verlangenden mathematischen Ableitungen zwanglos einfügen. Wir werden deshalb, wie es der Wirklichkeit entspricht, eine Druckwelle sich längs der Tropopause von West nach Ost bewegen lassen, von der wir verlangen, daß sie allmählich aufbaut und in entsprechender Weise wieder abbaut. Als Störungsdruckwelle längs der Tropopause setzen wir also an:

$$\pi_s = \delta(t) \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right).$$

Hierin bedeutet $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Druckwelle, σ ist ein die Länge der Welle regelnder Parameter. Die zeitlich veränderliche Amplitude $\delta(t)$ erfüllt gewiß die Bedingung des Auf- und Abbaus der Druckänderung, wenn

$$\delta(t) = \delta \sin \sigma_t t$$

gesetzt wird. Hierin bedeutet δ , das als klein im Sinne unserer Annahmen anzusehen ist, den Betrag der größten überhaupt auftretenden Störung an der Tropopause und σ_t eine Konstante, welche die Dauer der oberen Störung festzulegen gestattet. Als Druckstörung an der Stratosphärengrenze haben wir also zu setzen:

$$\pi_s(x, y, t) = \delta \sin \sigma_t t \sin \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right). \quad (29)$$

Dann ist:

$$f(x, y, t) = M \frac{\partial \pi_s}{\partial t} + N \frac{\partial \pi_s}{\partial x} = \delta M [\sigma_t \cos \sigma_t t \sin(\sigma x - \sigma_0 t) - \sigma_0 \sin \sigma_t t \cos(\sigma x - \sigma_0 t)] \\ + \delta N \sigma \sin \sigma_t t \cos(\sigma x - \sigma_0 t). \quad (30)$$

Gehen wir mit diesem $f(x, y, t)$ in (28) ein, so haben wir, um π zu finden, nur mehr eine Reihe von Quadraturen auszuführen. Geschieht dies gemäß (28), so erhält man ein Anzahl verschiedener Sinus- und Kosinusprodukte. Faßt man in geeigneter Weise zusammen, so kann man schließlich schreiben:

$$\pi = \frac{\delta M}{\sigma_t^2 - (\sigma L - \sigma_0)^2} [S_1 \sin \sigma_t t \sin(\sigma x - \sigma_0 t) + S_2 \cos \sigma_t t \cos(\sigma x - \sigma_0 t)] + \zeta(x - Lt) \quad (31)$$

mit

$$S_1 = \sigma_t^2 + (\sigma L - \sigma_0)(\sigma_0 - \sigma v_x) \\ S_2 = \sigma_t(\sigma L - \sigma v_x).$$

¹⁾ Dazu vergleiche man insbesondere: H. Ertel, Der Einfluß der Stratosphäre auf die Dynamik des Wetters, Met. Zeitschr. 48, 1931, S. 461 und F. Baur, die Bedeutung der Stratosphäre für die Großwetterforschung, Met. Zeitschr. 53, 1936, Heft 7.

²⁾ V. Bjerknes, a. a. O. S. 749 ff.

³⁾ G. Stüve, a. a. O.

⁴⁾ A. Defant, a. a. O.

Wir haben nun die Funktion ζ noch so zu bestimmen, daß zur Zeit $t = 0$ in jedem Niveau die Störung π verschwindet. Das ist offenbar erfüllt, wenn

$$\zeta(x - Lt) = - \frac{\delta M S_p}{\sigma_t^2 - (\sigma L - \sigma_0)^2} [\cos(\sigma x - \sigma_0 t) \cos(\sigma L - \sigma_0) t + \sin(\sigma x - \sigma_0 t) \sin(\sigma L - \sigma_0) t]$$

gesetzt wird. Nach einigen zusammenfassenden Umformungen erhalten wir schließlich:

$$\pi = \delta' [D \sin \sigma (x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t) + D' \cos \sigma (x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t)] \quad (32a)$$

mit

$$D = \frac{\sigma_t \sigma (L - v_x) \sin(\sigma L - \sigma_0) t - [\sigma_t^2 + (\sigma L - \sigma_0) (\sigma_0 - \sigma v_x)] \sin \sigma_t t}{(\sigma L - \sigma_0)^2 - \sigma_t^2}$$

$$D' = -\sigma_t \sigma (L - v_x) \frac{\cos \sigma_t t - \cos(\sigma L - \sigma_0) t}{(\sigma L - \sigma_0)^2 - \sigma_t^2}$$

$$\delta' = \frac{1}{C} \frac{p}{P_s} \delta; \quad C = \frac{A}{c_p} \frac{g(h - z_0)}{T(0)}; \quad L = \frac{1}{C} \left[v_x + \frac{\gamma_y}{1} \frac{g(h - z_0)}{T(C)} \right]. \quad (32b)$$

Wir gelangen damit zu folgendem Ergebnis:

Ist der ungestörte zonale Grundzustand der Atmosphäre durch die Felder

$$p, T, v$$

gegeben (s. 1. Abschn.), und überlagert sich an der Stratosphärenengrenze eine kleine wellenförmige Druckstörung der Form:

$$\pi_s = \delta \sin \sigma_t t \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right), \quad (33)$$

die eine auf- und abbauende, von West nach Ost fortschreitende Druckwelle darstellt, so geht mit (20), (21), (23) und (32) der ungestörte in den folgenden gestörten Zustand über:

$$\begin{cases} p^* = p + \delta' \left[D_p \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) + D'_p \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) \right] \\ T^* = T + \delta' \left[D_T \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) + D'_T \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) \right] \\ v_x^* = v_x + \delta' \left[D_{v_x} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) + D'_{v_x} \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) \right] \\ v_y^* = \delta' \left[D_{v_y} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) + D'_{v_y} \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) \right] \\ v = \delta' \left[D_v \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) + D'_v \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) \right] \end{cases} \quad (34a)$$

mit

$$\begin{cases} D_p = D \\ D'_p = D' \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_T = - \frac{RT(0)}{g(h - z_0)} \frac{T}{p} (D - C \sin \sigma_t t) \\ D'_T = - \frac{RT(0)}{g(h - z_0)} \frac{T}{p} D' \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{v_x} = - \left[\frac{C RT(0)}{g(h - z_0)} \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial y} \ln p \sin \sigma_t t + \left\{ \left(\frac{RT}{l^2 p} \sigma^2 - \frac{1}{p} - \frac{RT(0)}{g(h - z_0)p} \right) \frac{\partial \ln p}{\partial y} - \frac{1}{p} \frac{\partial \ln P_s}{\partial y} + \frac{\sigma_0 \sigma}{pl} \right\} D + \frac{1}{p} \frac{\partial D}{\partial y} - \frac{\sigma}{lp} \frac{\partial D^2}{\partial t} \right] \frac{RT}{l} \\ D'_{v_x} = - \left[\left\{ \left(\frac{RT}{l^2 p} \sigma^2 - \frac{1}{p} - \frac{RT(0)}{g(h - z_0)p} \right) \frac{\partial \ln p}{\partial y} - \frac{1}{p} \frac{\partial \ln P_s}{\partial y} + \frac{\sigma_0 \sigma}{pl} \right\} D' + \frac{1}{p} \frac{\partial D'}{\partial y} + \frac{\sigma}{lp} \frac{\partial D}{\partial t} \right] \frac{RT}{l} \end{cases} \quad (34b)$$

$$\begin{cases} D_{v_y} = - \frac{RT}{l p} \sigma D' \\ D'_{v_y} = + \frac{RT}{l p} \sigma D \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_v = + \left[\frac{R}{l^2} \sigma^2 (\sigma_0 - \sigma v_x) + \frac{\sigma_0}{T} + \frac{RT(0)}{g(h-z_0)} \frac{\sigma_0}{T} \right] D' + \left(\frac{RT(0)}{g(h-z_0)} \frac{1}{T} + \frac{1}{T} + \frac{R \sigma^2}{l^2} \right) \frac{\partial D}{\partial t} - \frac{RT(0)}{g(h-z_0)} \frac{\sigma_t}{T} C \cos \sigma_t t \\ D'_v = - \left[\frac{R}{l^2} \sigma^2 (\sigma_0 - \sigma v_x) + \frac{\sigma_0}{T} + \frac{RT(0)}{g(h-z_0)} \frac{\sigma_0}{T} \right] D + \left(\frac{RT(0)}{g(h-z_0)} \frac{1}{T} + \frac{1}{T} + \frac{R \sigma^2}{l^2} \right) \frac{\partial D'}{\partial t} + \frac{RT(0)}{g(h-z_0)} \frac{\sigma_0}{T} C \sin \sigma_t t \end{cases}$$

und

$$\begin{cases} D = \frac{\sigma_t \sigma (L - v_x) \sin (\sigma L - \sigma_0) t - [\sigma_t^2 + (\sigma L - \sigma_0) (\sigma_0 - \sigma v_x)] \sin \sigma_t t}{(\sigma L - \sigma_0)^2 - \sigma_t^2} \\ D' = - \sigma_t \sigma (L - v_x) \frac{\cos \sigma_t t - \cos (\sigma L - \sigma_0) t}{(\sigma L - \sigma_0)^2 - \sigma_t^2} \end{cases} \quad (34c)$$

$$\delta' = \frac{1}{C} \frac{p}{P_s} \delta ; \quad C = 1 + \frac{A}{c_p} \frac{g(h-z_0)}{T(0)} ; \quad L = \frac{1}{C} \left[v_x + \frac{\gamma_y}{l} \frac{g(h-z_0)}{T(0)} \right].$$

In den Formeln (34) ist die allgemeine Lösung des Problems, d. h., soweit sie unter den gemachten Einschränkungen allgemein sein kann, gegeben. Man wird von ihr verlangen können, daß sie in einem beliebigen Niveau z_0 in guter Annäherung die unter dem Einfluß einer noch jungen stratosphärischen Druckwelle sich ausbildenden und sich verändernden Felder des Druckes, der Temperatur und der Geschwindigkeit wiedergibt und die Eigenschaften jener Felder, welche von der Größe der Störung nicht oder nur wenig abhängen, enthält.

Da wir die Druckstörung in der Stratosphäre vorgegeben haben, muß p^* für $z = h$ in

$$p^*(h) = P_s + \pi_s = P_s + \delta \sin \sigma_t t \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right)$$

übergehen. Das ist in der Tat der Fall, da für $z = h$ $C = 1$ und $L = v_x$ und damit $\delta' = \delta$ und $D' = 0$ und $D = \sin \sigma_t t$ wird.

Wir haben bisher angenommen, daß sich das einzelne Luftteilchen adiabatisch bewegt. Nach Margules¹⁾ ist für langsamer bewegte Teilchen die Annahme, daß das Teilchen sich isotherm bewege, eher zutreffend. Unsere Resultate lassen sich leicht auch dieser Annahme anpassen. Für das isotherm bewegte Teilchen gilt $\frac{dT^*}{dt} = 0$, und man erkennt im Verfolg der Rechnung von Formel (25 a) an, daß der Unterschied gegenüber der bisher benutzten Annahme lediglich darin zum Ausdruck kommt, daß man formal k gleich Null setzen muß. Das hat $C = 1$ zur Folge, während jetzt z. B. für unsere Breiten C zwischen 1 für $z = h$ und etwa 1,4 am Erdboden schwankt. Die neue Annahme kann also die Ergebnisse nur quantitativ etwas beeinflussen, sodaß die Entscheidung für die eine oder die andere Annahme ohne große Bedeutung ist. Im allgemeinen werden wir daher die Formeln (34) mit $C \neq 1$ verwenden, ebenso wie mit $C = 1$.

Die Formeln (34) scheinen auf den ersten Blick ziemlich undurchsichtig, immerhin lassen sich schon jetzt eine Reihe von Besonderheiten in der Struktur der Formeln (34) erkennen, von denen die hervorstechendste hervorgehoben werden soll. Im Gegensatz zu der Druckstörung längs der Tropopause, die durch eine einzige Welle dargestellt wird, treten in den Störungen aller Felder in der Troposphäre zwei Wellen auf. Allerdings lassen sich diese beiden auch zu einer zusammenfassen, die sich aber von der der Druckstörung π_s wesentlich unterscheidet. Bekanntlich läßt sich ein Ausdruck der Form

$$a \sin \alpha + b \cos \alpha$$

durch

$$\pm \sqrt{a^2 + b^2} \sin \left(\alpha + \arctg \frac{b}{a} \right) ; \quad a \geq 0$$

ersetzen. Mit Rücksicht auf die Formeln (34) bedeutet das, daß alle Felder (34 a) sich wie folgt schreiben lassen:

¹⁾ Denkschr. d. Wiener Akad. d. Wiss. **73**, 338 (1901).

$$\begin{aligned}
p^* &= p \pm \delta' \sqrt{D_p^2 + D'_p{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_p}{D_p} \right) & D_p &\geq 0 \\
T^* &= T \pm \delta' \sqrt{D_T^2 + D'_T{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_T}{D_T} \right) & D_T &\geq 0 \\
v_x^* &= v_x \pm \delta' \sqrt{D_{v_x}^2 + D'_{v_x}{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_{v_x}}{D_{v_x}} \right) & D_{v_x} &\geq 0 \\
v_y^* &= \pm \delta' \sqrt{D_{v_y}^2 + D'_{v_y}{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_{v_y}}{D_{v_y}} \right) & D_{v_y} &\geq 0 \\
V &= \pm \delta' \sqrt{D_V^2 + D'_V{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_V}{D_V} \right) & D_V &\geq 0.
\end{aligned} \tag{35}$$

Wie man erkennt, erzeugt die obere Druckwelle Störungen aller Felder in der Troposphäre, die sich aber – und das ist die sehr wichtige Erkenntnis, die wir den Formeln (34) entnehmen können – mit Geschwindigkeiten fortbewegen, die von denen der oberen Druckwelle verschieden sind und durch eine ganze Reihe von Größen bestimmt werden, unter denen der durch γ_y gegebene meridionale Temperaturenbau der Troposphäre eine hervorragende Rolle spielt.

Wir haben dieses Ergebnis vorangestellt, weil es in seiner allgemeinen Gültigkeit für alle Felder den anderen Einzelresultaten gewissermaßen übergeordnet ist und gleichsam die Wurzel bildet, auf welche sich die anderen zurückführen lassen. Im übrigen aber wollen wir die Eigenschaften der Felder einzeln untersuchen und uns hier zunächst nur auf die der Beobachtung am leichtesten zugänglichen Höhen, praktisch also auf die der Erdoberfläche aufliegenden Schichten beschränken. Wir werden daher die Untersuchung nur für das Niveau $z_0 = 0$ durchführen. Unsere Betrachtung gilt zunächst dem durch die obere Druckwelle gestörten Druckfeld am Erdboden.

2. Entstehung und Wanderung der zyklonalen und antizyklonalen Druckgebilde.

Wir haben gefunden, daß durch eine sich von West nach Ost fortbewegende aufbauende Druckwelle an der Stratosphärenengrenze

$$\pi_s = \delta \sin \sigma_t t \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right)$$

an dieser eine Druckverteilung

$$p_s^* = P_s + \delta \sin \sigma_t t \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right),$$

am Erdboden dagegen eine Druckverteilung

$$p^* = P + \delta' \left[D \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) + D' \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t \right) \right]$$

entsteht. Für p_s^* und p^* können wir auch schreiben:

$$\begin{aligned}
p_s^* &= P_s + \delta \sqrt{D_s^2 + D'_s{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_s}{D_s} \right) \\
p^* &= P + \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma\pi}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right) \\
\gamma &= \left. \begin{array}{l} 0 : D > 0 \\ 1 : D < 0 \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{36}$$

mit

$$D_s = \sin \sigma_t t \quad ; \quad D'_s = 0$$

und D, D', δ' nach (34 c). Man erkennt zunächst aus den für die folgenden Betrachtungen grundlegenden Formeln (36), daß für $t = 0$ die beiden Druckfelder gegeben sind durch:

$$p_s^* = P_s \quad ; \quad p^* = P,$$

d. h., zu Beginn verlaufen die Isobaren an der Stratosphärenengrenze und an der Erdoberfläche auf der homogenen Erde, für welche unsere Betrachtungen vorerst nur gelten, geradlinig und parallel zu den Breitenkreisen.

Unsere erste Untersuchung wird der Feststellung gelten, ob sich mit dem Aufbau der oberen Druckwellen irgendwo an der Stratosphäregrenze oder am Erdboden geschlossene Isobaren bilden können. Sind solche vorhanden, so müssen Extremwerte des Druckes existieren, die wir aus

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial p^*}{\partial y} = 0$$

ermitteln, und die vorhanden sind, wenn für ihre Ortskoordinaten

$$\left(\frac{\partial^2 p^*}{\partial x \partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2} \frac{\partial^2 p^*}{\partial y^2} < 0$$

ist. Bekanntlich liegt dann für

$$\frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2} \leq 0 \quad \text{ein Maximum} \\ \frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2} > 0 \quad \text{ein Minimum vor.}$$

Aus

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = \delta \sigma \sqrt{D^2 + D'^2} \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma \pi}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right) = 0$$

und

$$\frac{\partial p^*}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \pi}{\partial y} = 0$$

folgt mit $\sigma = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ =Wellenlänge der oberen Störung):

$$x_v = \frac{2v+1}{4} \lambda - \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{\gamma}{\sigma} \pi \\ y_v = y_0 \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (37)$$

wenn y_0 die Lösung von $\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \pi}{\partial y} = 0$ oder, da $\frac{\partial \pi}{\partial y}$ im Sinne unserer Annahmen sehr klein gegen $\frac{\partial P}{\partial y}$ ist,

die Lösung von $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ bedeutet. Da $\frac{\partial^2 p^*}{\partial x \partial y} = 0$ ist, liegt ein Extremwert vor, wenn

$$\mp \delta \sigma^2 \sqrt{D^2 + D'^2} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} > 0,$$

d. h., wenn

$$\mp \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} > 0$$

ist, und zwar ein Maximum für das negative, ein Minimum für das positive Vorzeichen. Diese Ungleichung ist selbstverständlich von selbst erfüllt für jede Lösung y_0 aus $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$, d. h., eine obere Druckstörung der vorgegebenen Art erzeugt geschlossene Isobaren am Erdboden, und zwar liegen die Zentren der dabei auftretenden isobarischen Gebilde in jenen Breiten y_0 , in denen der Druck des ungestörten Feldes Extremwerte aufweist. Die gleiche Beziehung gilt natürlich für das Druckfeld an der Stratosphäregrenze, denn die vorher angestellten Überlegungen gelten infolge der Symmetrie der Gleichungen (36) auch für p_s^* , nur müssen die entsprechenden, mit dem Index s versehenen Größen eingesetzt werden. Im Jahresmittel haben wir in der Stratosphäre vom Äquator bis zum Pol nur abnehmenden Druck, es existiert daher keine Lösung y_0 der Gleichung $\frac{\partial P_s}{\partial y} = 0$, was besagt, daß sich in Tropopausenhöhe durch die vorgegebene wellenförmige Druckstörung keine geschlossenen Isobaren bilden können. Anders dagegen am Erdboden. Hier bilden sich geschlossene Isobaren in jenen Breiten y_0 aus, in denen $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ ist, d. h. in den großen atmosphärischen Druckrinnen und Druckrücken, die im Jahresmittel in etwa 65° Breite und in Äquatornähe (5° bis 10° Breite) und in etwa 35° Breite liegen. Wie aus dem Vorzeichen von $\frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2}$ folgt, treten in der südlichen und nördlichen Druckrinne nur geschlossene zyklonale, und längs des Druckrückens mittlerer Breiten nur geschlossene antizyklonale Druckgebilde auf. Nach (37) sind die x -Koordinaten der Zyklonen

$$x_\nu = \frac{4\nu + 3}{4} \lambda - \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{\gamma}{\sigma} \pi \quad \nu = 0, 1, 2 \dots \quad (38)$$

und die der Antizyklogen

$$x_\nu = \frac{4\nu + 1}{4} \lambda - \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{\gamma}{\sigma} \pi \quad \nu = 0, 1, 2 \dots$$

Zwischen je zwei Zyklogen schiebt sich ein Hochdruckkeil und zwischen je zwei Antizyklogen ein Tiefdruckausläufer (kohärente Gebilde nach Schmauß).

Die Abszissen der Kerne hohen und tiefen Druckes sind, wie man aus (38) erkennt, wegen des Auftretens von D und D' Funktionen der Zeit. Die wellenförmige Druckstörung längs der Tropopause übt also noch in anderer Hinsicht ihre Wirkung auf die Druckgestaltung am Boden aus; sie läßt nicht nur Kerne hohen und tiefen Druckes entstehen, sondern setzt sie auch längs der betreffenden Breitenkreise in Bewegung, und zwar mit einer aus (38) in Verbindung mit (34 c) folgenden Geschwindigkeit:

$$U = \frac{\partial x_\nu}{\partial t} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} + \frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \frac{D' \frac{\partial D}{\partial t} - D \frac{\partial D'}{\partial t}}{D^2 + D'^2} + \frac{\sigma_0}{\sigma}. \quad (39a)$$

Dabei ist:

$$\begin{aligned} D &= a \sin \alpha t - b \sin \beta t & a &= \frac{\sigma_t \sigma (L - v_x)}{(\sigma L - \sigma_0)^2 - \sigma_t^2}; & b &= \frac{\sigma_t^2 + (\sigma L - \sigma_0) (\sigma_0 - \sigma v_x)}{(\sigma L - \sigma_0)^2 - \sigma_t^2} \\ D' &= -a (\cos \beta t - \cos \alpha t) & \alpha &= \sigma L - \sigma_0; & \beta &= \sigma_t \\ \frac{\partial D}{\partial t} &= a \alpha \cos \alpha t - b \beta \cos \beta t \\ \frac{\partial D'}{\partial t} &= a \beta \sin \beta t - a \alpha \sin \alpha t. \end{aligned} \quad (39b)$$

Da zu Beginn der Störung D , D' und $\frac{\partial D'}{\partial t}$ gleich Null sind, nimmt U für $t = 0$ eine unbestimmte Form an. Es ist daher:

$$\begin{aligned} U_{t=0} &= \frac{1}{2\sigma} \frac{\left[\frac{\partial D'}{\partial t} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} + D' \frac{\partial^3 D}{\partial t^3} - \frac{\partial D}{\partial t} \frac{\partial^2 D'}{\partial t^2} - D \frac{\partial^3 D'}{\partial t^3} \right]_{t=0}}{\left[\left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial D'}{\partial t} \right)^2 + D \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} + D' \frac{\partial^2 D'}{\partial t^2} \right]_{t=0}} + \frac{\sigma_0}{\sigma} \\ U_{t=0} &= -\frac{1}{2\sigma} \left[\frac{\partial^2 D'}{\partial t^2} \right]_{t=0} + \frac{\sigma_0}{\sigma} = -\frac{1}{2\sigma} \frac{a [\beta^2 - \alpha^2]}{a \alpha - b \beta} + \frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{L - v_x}{2} + \frac{\sigma_0}{\sigma}. \end{aligned}$$

Beachten wir, daß für y_0 $v_x = 0$ ist, so folgt schließlich als Anfangsgeschwindigkeit der Zyklogen bzw. Antizyklogen am Erdboden:

$$U_{t=0} = \frac{L}{2} + \frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{1}{2C} \frac{\gamma_y}{1} \frac{g h}{T(0)} + \frac{\sigma_0}{\sigma}. \quad (40)$$

Die Anfangsgeschwindigkeit der in den unteren atmosphärischen Schichten entstehenden Druckgebilde setzt sich also aus zwei Geschwindigkeiten zusammen, von denen die zweite U_2 mit der Geschwindigkeit der oberen Wellen übereinstimmt. Dazu tritt eine Geschwindigkeit $U_1 = \frac{L}{2}$, welche wir die Relativgeschwindigkeit der unteren Druckgebilde gegen die oberen nennen wollen. Durch die Verschiebung der unteren Drucksituation gegen die obere mit der Anfangsgeschwindigkeit U_1 stellt sich die bekannte, bei hochreichenden Zyklogen und Antizyklogen beobachtete Achsenneigung ein, die wir, wie man aus (40) erkennt, in erster Linie dem troposphärischen meridionalen Temperaturgefälle zu verdanken haben, und welche diesem direkt proportional ist. Wir können dem sehr wichtigen Ausdruck

$$U_1 = \frac{L}{2} = \frac{1}{2C} \frac{\gamma_y}{1} \frac{g h}{T(0)}$$

eine andere, sehr anschauliche Form geben, wenn wir die Formel (12 a) oder (12 b) heranziehen und die x -Achse des Koordinatensystems mit y_0 zusammenfallen lassen. Wir finden dann für die ungestörte Geschwindigkeit längs der Breite y_0 an der Stratosphärenengrenze mit $v_{x0} = 0$, $y = 0$, $z = h$

$$v_x(h) = v'_x(h) = v_{xs} = \alpha \frac{\gamma_y}{T(0)} h = \frac{\gamma_y}{1} \frac{g h}{T(0)} = 2 C U_1.$$

d. h., die Anfangsgeschwindigkeit der unteren Drucksituation gegen die obere ist bei adiabatischer Bewegung der einzelnen Luftteilchen

$$\frac{1}{C} \frac{v_{xs}}{2}$$

bei isothermer etwas größer, nämlich

$$\frac{v_{xs}}{2}.$$

Dieses Ergebnis gilt ohne Rücksicht auf die Wahl der Größen σ_0 , σ und σ_t , welche die Struktur der erzeugenden Druckwelle festlegen, es ist also von allgemeinerer Bedeutung. Dagegen ist die Relativgeschwindigkeit U_1 in einem späteren Zeitpunkt von den Größenbeziehungen zwischen den Parametern der erzeugenden Druckwelle in nicht leicht zu übersehender Weise abhängig. Einer allgemeinen Untersuchung der Relativgeschwindigkeit U_1 nach (39) in Abhängigkeit von den Wellenparametern steht die nur sehr geringe Kenntnis der Beziehungen entgegen, welchen jene Parameter unterliegen. Wir sind dabei auf Schätzungen angewiesen und wollen uns mit der Erörterung der Grenzfälle begnügen, die immerhin in den nicht so ganz einfachen Mechanismus der relativen Bewegung beider Drucksituationen gegeneinander einen Einblick gewähren wird. Wir haben zunächst die drei Geschwindigkeiten L , $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ und $\frac{\sigma_t}{\sigma}$ gegeneinander

größenmäßig festzulegen. L ist, wie wir sahen, im wesentlichen identisch mit der ungestörten Geschwindigkeit der oberen Strömung, die in unseren Breiten etwa zwischen 15 und 20 m/sec liegt¹⁾, wie sich im übrigen auch direkt durch Berechnung von L ergibt. Die mittlere Bodengeschwindigkeit der Zyklogen unserer Breiten, die also größer als $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ ist, wie (40) zeigt, liegt bei etwa 10 bis 12 m/sec, d. h., sie ist im allgemeinen kleiner als L . Wir wollen für $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ daher als obere Grenze L , als untere Grenze Null wählen.

Da ferner $\sigma = \frac{2\pi}{\lambda}$ und $\sigma_t = \frac{\pi}{2T}$ ist, wenn T die Dauer des oberen Druckanstiegs bedeutet, gilt $\frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{\lambda}{4T}$. Setzen wir überschlagsmäßig: $T = 3 \text{ Tage} = 3 \cdot 86,4 \cdot 10^3 \text{ sec}$ und $\lambda = 4000 \text{ km}$, so wird: $\frac{\sigma_t}{\sigma} \approx 4 \text{ m/sec}$.

Vermutlich wird in unseren Breiten im allgemeinen $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ zwischen L und $\frac{\sigma_t}{\sigma}$ liegen²⁾. Wir werden zur Vollständigkeit aber außer den vorhergenannten noch die Fälle $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$ und $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{L}{2}$ untersuchen.

Aus (39 b) ergibt sich:

- 1) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$: $D = \sin \sigma_t t$; $D' = -\frac{\sigma L}{\sigma_t} (1 - \cos \sigma_t t)$
- 2) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = 0$: $D = \frac{\sigma_t \sigma L \sin \sigma L t - \sigma_t^2 \sin \sigma_t t}{(\sigma L)^2 - \sigma_t^2}$; $D' = -\frac{\sigma_t \sigma L}{(\sigma L)^2 - \sigma_t^2} (\cos \sigma_t t - \cos \sigma L t)$ (41)
- 3) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$: $D = \frac{\sigma_t \sigma L}{(\sigma L - \sigma_t)^2 - \sigma_t^2} (\sin (\sigma L - \sigma_t) t - \sin \sigma_t t)$; $D' = \frac{-\sigma_t \sigma L}{(\sigma L - \sigma_t)^2 - \sigma_t^2} (\cos \sigma_t t - \cos (\sigma L - \sigma_t) t)$
- 4) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{L}{2}$: $D = \sigma_t t \cos \sigma_t t$; $D' = -\sigma_t t \sin \sigma_t t$.

Gemäß (39) ergeben sich dann nach einigen Umformungen die folgenden Relativgeschwindigkeiten:

- 1) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$: $U_1 = \frac{L}{2} \frac{1}{\cos^2 \frac{\sigma_t}{2} t + \left(\frac{\sigma}{\sigma_t} L\right)^2 \sin^2 \frac{\sigma_t}{2} t}$
- 2) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = 0$: $U_1 = \frac{L}{2} \frac{2 [(\sigma L)^2 + \sigma_t^2] (1 - \cos \sigma L t \cos \sigma_t t) - 2 \sigma_t \sigma L \sin \sigma L t \sin \sigma_t t}{(\sigma L)^2 (1 + \cos^2 \sigma_t t) + \sigma_t^2 \sin^2 \sigma_t t - 2 \sigma L [\sigma_t \sin \sigma L t \sin \sigma_t t + \sigma L \cos \sigma L t \cos \sigma_t t]}$ (42)
- 3) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$: $U_1 = \frac{L}{2}$
- 4) $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{L}{2}$: $U_1 = \frac{L}{2} = \frac{\sigma_0}{\sigma}$.

1) A. Wagner, Klimatologie der freien Atmosphäre. Handbuch der Klimatologie Bd. I, F.

2) Nach Untersuchungen Hesselbergs (Beitr. z. Phys. d. fr. Atm. V, S. 198) beträgt $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ 0,3 bis 0,6 der oberen Strömung.

Unter Berücksichtigung der vorher angegebenen Zahlenwerte von L und $\frac{\sigma_t}{\sigma}$ können wir 1), 2) und 3) als repräsentativ für sehr große, sehr kleine und mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der oberen Druckwelle betrachten. Aus (42) 1) folgt dann für unsere Breiten, daß bei großer Geschwindigkeit des oberen Wellenzuges die Relativgeschwindigkeit der unteren Drucksituation von ihrem Anfangswert $\frac{L}{2}$ im Verlauf des Aufbaus der Druckstörung abnimmt. Für sehr kleine Geschwindigkeiten $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ gilt das Umgekehrte. Denn wie man aus (42) 2) erkennt, wird z. B. zur Zeit $t = T$, wenn also die obere Druckstörung ihr Maximum erreicht hat, $U_1 = L$. Dagegen bleibt für $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$ die Relativgeschwindigkeit zeitlich konstant gleich $\frac{L}{2}$. Wir erhalten damit als Ergebnis: Die Geschwindigkeit der stratosphärischen Druckwellen reguliert die Relativgeschwindigkeit der unteren Drucksituation in der Weise, daß sich bei einer großen Geschwindigkeit $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ eine kleinere U_1 und umgekehrt bei einer kleinen Geschwindigkeit $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ eine größere Geschwindigkeit U_1 einstellt. Die Druckwelle steuert also die Drucksituation am Erdboden nicht nur dadurch, daß sie diese in Bewegung setzt, sie steuert auch die Relativgeschwindigkeit, und zwar in der oben angegebenen kompensierenden Weise. Diese Kompensation wirkt sich auf die sich wirklich einstellende Zuggeschwindigkeit $U = U_1 + U_2$ in folgender Weise aus. Während in den von uns betrachteten Grenzflächen die Anfangsgeschwindigkeiten zwischen $\frac{L}{2}$ und $\frac{3L}{2}$ liegen, nähern sie sich im Verlauf des Aufbaus der Störung der Geschwindigkeit L . Wenn die Geschwindigkeit der Druckwelle gerade gleich dem Quotienten aus $\frac{\gamma}{2}$ und der Dauer der Störung ist $\left(\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{\lambda}{\sigma} : 2 T\right)$, bewegt sich nach (43) 3) die untere Drucksituation gegen die obere mit der mittleren troposphärischen ungestörten Zonalgeschwindigkeit $\frac{L}{2}$. Ist außerdem $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ gerade gleich $\frac{L}{2}$, so haben wir vollständige Resonanz, die bekanntlich immer dann eintritt, wenn die Frequenzen der erzwungenen und der freien Welle übereinstimmen. Die untere Drucksituation bewegt sich dann doppelt so rasch wie die obere mit der konstanten Geschwindigkeit L . Man erkennt bereits durch vorstehende Betrachtungen die fundamentale Bedeutung dieser Größe L für das Problem der Steuerung der unteren Druckfelder durch stratosphärische Druckwellen. Die Intensität der Wettervorgänge wird in jeder Hinsicht – nämlich was die Größe des Druckfalls und das Wettertempo angeht – durch die Größe L bestimmt.

Die Verschiebung Δx der unteren Druckgebilde gegen die oberen zur Zeit der kräftigsten Entwicklung ($t = T$) der oberen Störung ist mit (41) durch

$$\Delta x = -\frac{1}{\sigma} \left[\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right]_{t=T} + \frac{\gamma \pi}{\sigma}$$

oder die Achsenneigung gegen den Horizont zu dieser Zeit durch

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{h}{\Delta x}$$

gegeben. Aus (42) folgt indessen sofort, daß für $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$

$$\Delta x_{t=T} = \frac{L}{2} T$$

und daß für sehr kleine Geschwindigkeiten $\left(\frac{\sigma_0}{\sigma} = 0\right)$

$$\Delta x_{t=T} > \frac{L}{2} T,$$

für sehr große dagegen $\left(\frac{\sigma_0}{\sigma} = L\right)$

$$\Delta x_{t=T} < \frac{L}{2} T$$

ist. Darin spricht sich wieder die oben erwähnte Tatsache der Geschwindigkeitskompensation aus. Insbesondere ist im Falle der Resonanz:

$$\Delta x_{t=T} = \frac{\pi}{2\sigma} = \frac{\lambda}{4} ; \quad \operatorname{tg} n = \frac{4h}{\lambda}.$$

Wenn also die obere Druckwelle vollständig abgebaut hat ($t = 2T$), hat sich die untere Drucksituation gerade um eine halbe Wellenlänge, d. h. um eine Zyklonenbreite gegen die obere nach Osten bewegt. Mit einem Durchschnittswert von $\lambda = 4000$ km wird:

$$\Delta x_{t=T} = 1000 \text{ km} ; \quad \operatorname{tg} n = 0.01 ; \quad n \approx 0.5^\circ.$$

Der Winkel n hat also die Größenordnung des Neigungswinkels der Grenzflächen zwischen warmen und kalten Luftmassen. Gemäß dem Vorstehenden ist dann bei schneller bewegten Druckwellen die Achsenneigung gegen den Horizont größer, bei sehr langsam bewegten kleiner.

Nach (36) ist die Druckabweichung vom ungestörten Druck am Erdboden zur Zeit t im Innern der Zyklone durch

$$\Delta P = -\delta' \sqrt{D^2 + D'^2}$$

in der Höhe dagegen durch

$$\Delta P_s = -\delta \sin \sigma_t t$$

gegeben. Den periodischen Schwankungen des Druckes in der Höhe entsprechen solche also auch am Erdboden, mit Ausnahme des Resonanzfalles, der durch Aperiodizität der Amplitude gekennzeichnet ist. Für diesen findet man aus (41):

$$\Delta P = -\delta' \sigma_t t.$$

Mit der Zeit würde also die Druckabweichung am Boden unendlich groß werden¹⁾. Das Maximum des Druckabweichungsbetrages ist in der Höhe gleich δ und wird zur Zeit $t = T$ erreicht, am Erdboden tritt es zu einer Zeit t_0 ein, die aus der nach t aufgelösten Gleichung:

$$D \frac{\partial D}{\partial t} + D' \frac{\partial D'}{\partial t} = 0$$

folgt. Es ergibt sich dann als Maximum des Druckabweichungsbetrages:

$$|\Delta P|_{\max} = \frac{\delta}{C} \frac{P}{P_s} \sqrt{D^2(t_0) + D'^2(t_0)}.$$

Aus (39 b) folgt:

$$D \frac{\partial D}{\partial t} + D' \frac{\partial D'}{\partial t} = [a(a\beta - \alpha b) \cos \alpha t + \beta(b^2 - a^2) \cos \beta t] \sin \beta t + a(a\alpha - b\beta) \sin \alpha t \cos \beta t = 0, \quad (43)$$

wobei die Größen a , b , α , β durch (39 b) festgelegt sind. Ist $\frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{\sigma_0}{\sigma}$, so wird $a = b$ und die Gleichung (43) reduziert sich auf

$$\sin |\sigma L - 2\sigma_t| t = 0$$

mit den Lösungen

$$t_0 = \frac{2\nu\pi}{|\sigma L - 2\sigma_t|}$$

und

$$t_0 = \frac{(2\nu + 1)\pi}{|\sigma L - 2\sigma_t|},$$

$$\nu = 0, 1, 2, \dots$$

von denen die zweiten diejenigen Zeiten darstellen, zu welchen der Betrag der Druckabweichung im Innern der Zyklone seinen größten Wert erreicht. Das erste Maximum wird demnach zu einer Zeit

$$t_0 = \frac{\pi}{|\sigma L - 2\sigma_t|} = \frac{T}{\left| \frac{\sigma L}{2\sigma_t} - 1 \right|}$$

erreicht. Die Zyklone hat also am Erdboden in diesem Fall ihre kräftigste Entwicklung gleichzeitig mit der oberen Druckstörung erreicht, wenn $L = 4 \frac{\sigma_t}{\sigma}$ ist. Dagegen ist das früher bzw. später der Fall, wenn $\sqrt{L} \geq \frac{4\sigma_t}{\sigma}$ ist. Das erste wird eher bei langsam aufbauenden und entsprechend langsam bewegten, das

¹⁾ S. dazu auch A. Defant, a. a. O. S. 89.

zweite umgekehrt bei Druckwellen größerer Intensität eintreten. Der Fall der Resonanz ist selbstverständlich darin enthalten. Für $\frac{L}{2} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$ wird $t_0 = \infty$, das Maximum wird nie erreicht. Es ist damit gezeigt, daß je nach dem Verhältnis der Größen L , σ und σ_t zueinander der Fall eintreten kann, daß die Zyklone am Boden bereits abgebaut hat, ehe die Druckstörung in der Höhe verschwunden ist oder, daß die Zyklone am Boden noch hinreichend kräftig entwickelt ist, während sich in der Stratosphäre bereits der ungestörte Druck wiederhergestellt haben kann. Das letzte erkennt man sehr schön am Beispiel (41) 1). ($\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$, d. h., sehr rasche Fortbewegung der oberen Wellen.) Man hat in (43) dann $\alpha = 0$ zu setzen und erhält:

$$[a^2 + (b^2 - a^2) \cos \beta t] \sin \beta t = 0.$$

Da die Klammer für $L \geq \frac{\sigma_t}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2}}$ keine Lösung¹⁾ gibt, ist

$$t_0 = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi}{\sigma_t} = 2 T$$

die Zeit der stärksten Entwicklung der Zyklone am Erdboden. Wir haben hier also den Fall, daß das Maximum der Vertiefung am Erdboden gerade dann eintritt, wenn die Druckwelle in der Höhe zu existieren aufgehört hat.

Der Betrag der größten Druckabweichung ist in dem ersten hier behandelten Fall, für den $\frac{\sigma_t}{\sigma} = \frac{\sigma_0}{\sigma}$ ist,

$$|\Delta P|_{\max} = \frac{\delta P}{C P_s} \frac{2 \sigma_t}{|\sigma L - 2 \sigma_t|},$$

im zweiten dagegen ($\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$):

$$|\Delta P|_{\max} = \frac{\delta P}{C \cdot P_s} \left(2 \frac{\sigma L}{\sigma_t} \right).$$

Der erste Wert kann sehr groß werden, sobald L nicht viel von $\frac{2 \sigma_t}{\sigma}$ verschieden ist. Ist dagegen L sehr groß gegen $\frac{2 \sigma_t}{\sigma}$, so kann die Druckabweichung auch sehr klein werden, kleiner jedenfalls als bei rein statischer Druckübertragung ohne Berücksichtigung der thermischen Vorgänge, also für $C = 1$ kleiner

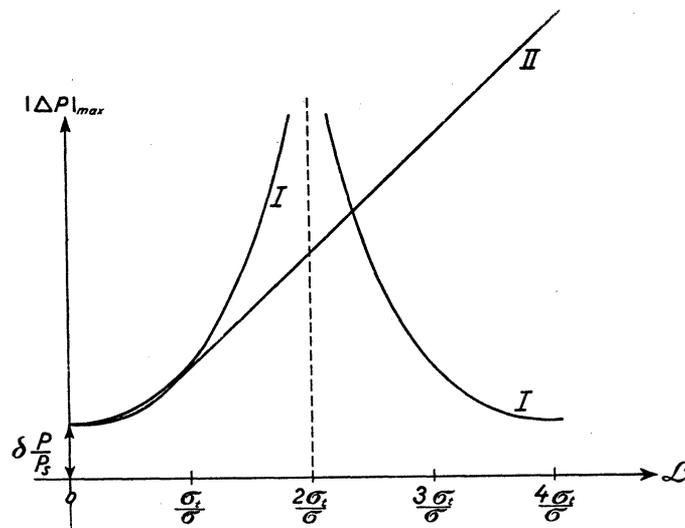


Abb. 5.

1) Solange unter der Voraussetzung $\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$ außerdem $L \geq \frac{\sigma_t}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \frac{\sigma_t}{\sigma}$ ist, was in der Regel der Fall sein dürfte, wird das Maximum der Vertiefung immer zur Zeit $t_0 = 2 T$ erreicht; dagegen früher, sobald $L < 0,707 \frac{\sigma_t}{\sigma}$ wird, im Grenzfall $L \rightarrow 0$ geht $t_0 \rightarrow T$. Im folgenden werden wir immer, um mit der Erfahrung in Übereinstimmung zu bleiben, bei $\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$ als Lösung $t_0 = 2 T$ verwenden.

als $\delta \frac{P}{P_s}$. In Abbildung 5 sind die beiden Werte $|\Delta P|_{\max}$ in Abhängigkeit von L gezeichnet, wobei I für $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$ und II für $\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$ gilt. Sobald $L > \frac{2\sigma_t}{\sigma}$ ist, was in unseren Breiten meist der Fall sein dürfte, wird I mit wachsenden L kleiner, II mit wachsendem L größer. Man erkennt daraus, daß, je nachdem $\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{\sigma_t}{\sigma}$ oder $\frac{\sigma_0}{\sigma} = L$ ist, bei starkem meridionalen Temperaturgefälle bald sehr kräftige, bald nur flache Tiefs sich ausbilden können.

Wenn die untere Druckstörung gleichzeitig mit der oberen, d. h. also zur Zeit $t = 2T$ verschwinden soll, muß die Amplitude, d. h. es müssen D und D' einzeln verschwinden. Damit D' zur Zeit $t = 2T$ verschwindet, ist erforderlich, daß

$$\cos 2\sigma_t T - \cos 2(\sigma L - \sigma_0) T = -2 \sin [\sigma_t + (\sigma L - \sigma_0)] T \sin [\sigma_t - (\sigma L - \sigma_0)] T = 0$$

wird. Das ist offenbar dann erfüllt, wenn $\sigma L - \sigma_0$ ein ungerades Vielfache von σ_t wird, womit auch $D = 0$ wird. Daher ist nach einer solchen Periode einer Störung das Wiederherstellen des rein westöstlichen Isobarenverlaufs sicher selten. Dagegen zeigen schon die Druckkarten im Niveau 5000 Berk oder die Topographie der 500 mb-Fläche, die nach dem Vorgange von E H e r s t r ö m¹⁾ bereits in gewissem Maße für die Druckverteilung in der Stratosphäre als repräsentativ angesehen werden kann, oft fast genau parallelen Isobarenverlauf, weit öfter jedenfalls als unten.

Die Größe L bzw. $L - v_x$ für nicht verschwindendes v_x :

$$L - v_x = \frac{\gamma_y}{1} \frac{g h}{T(0)} ; \quad C = 1$$

ist bestimmend für Größe und Richtung der Geschwindigkeit. Nun ist in der äquatorialen Tiefdruckrinne bereits $\gamma_y < 0$, sodaß die sich dort bildenden tropischen Zyklonen mit nach Osten geneigter Achse im allgemeinen eine nach West gerichtete Geschwindigkeit besitzen, was die Erfahrung bestätigt.

Z u s a m m e n f a s s e n d läßt sich sagen:

Durch eine an der Stratosphärenengrenze sich ausbildende und sich fortbewegende Druckstörung bilden sich in bestimmten Breiten am Erdboden eine Reihe von Druckgebilden mit geschlossenen Isobaren, und zwar in den Tiefdruckrinnen in etwa 60° bis 65° Breite und in ungefähr 10° Breite zyklonale und in etwa 35° Breite (Roßbreiten) antizyklonale Gebilde, ohne daß es in der Höhe zu geschlossenen Isobaren kommt. Die Zyklonen und Antizyklonen, zwischen welche sich Hochdruckkeile bzw. Tiefdruckausläufer schieben, bewegen sich mit Ausnahme der tropischen Zyklonen von West nach Ost, letztere dagegen von Ost nach West. Die am Boden durch die Druckwelle in der Höhe erzeugte Drucksituation verschiebt sich dabei gegen diese, und zwar bei den Zyklonen der hohen und den Antizyklonen der mittleren Breiten nach Osten, bei den Zyklonen der niederen Breiten gegen Westen, eine Tatsache, die in der bekannten Achsenneigung ihren Ausdruck findet. Relativgeschwindigkeit (Achsenneigung), Größe und Dauer des Druckfalls, bzw. des Druckanstiegs werden bestimmt durch die zwei sich auf die Druckwelle beziehenden Parameter σ und σ_t und durch die vom thermischen Aufbau der Troposphäre (meridionales Temperaturgefälle) abhängige Größe L . Je nach dem Betrag und dem Verhältnis dieser drei Größen zueinander können sich die am Erdboden entstehenden Zyklonen sehr vertiefen oder auch relativ flach bleiben und ihre kräftigste Entwicklung früher oder später als die obere Druckwelle erreichen.

Die vorstehenden Ergebnisse gelten freilich nur für eine h o m o g e n e Erde, und es bedarf einer besonderen Untersuchung, in welcher Weise sich die gewonnenen Ergebnisse unter dem Einfluß der ungleichen Land- und Meerverteilung abändern. Die ausgezeichneten Isobaren y_0 , für welche $\frac{\partial P}{\partial y}$ verschwindet, werden auf der physischen Erde, wenn sie auch im großen ganzen zonal verlaufen, doch nicht mehr mit den Breitenkreisen zusammenfallen. Sie werden auch im Laufe des Jahres, den verschiedenen Strahlungsverhältnissen entsprechend, ihre Lage und Gestalt ändern, was zur Folge hat, daß die Bildung und das Wandern der Zyklonen längs im großen und ganzen zonal verlaufender Linien erfolgt, deren Lage aber jahreszeitlichen Schwankungen unterliegt. Die monatlichen Karten der normalen Druckverteilung der Nordhalbkugel zeigen aber, daß auch diese Annahme von drei im großen und ganzen zwar zonal verlaufenden, aber durch die ungleiche Land- und Meerverteilung mehr oder weniger von der zonalen Richtung abweichenden Druckrinnen und Druckrücken unrichtig ist. Vielmehr müssen wir konstatieren, daß sich insbesondere über den großen Landmassen wie etwa dem eurasiatischen Kontinent, sich

¹⁾ E. H e r s t r ö m, Zur stratosphärischen Steuerung. Synopt. Bearb. d. Wetterdienststelle Frankfurt/Main.

ihrer Kontur anpassend, große geschlossene, auf der verschiedenen Erwärmung der Kontinente und der Meere beruhende Hochs und Tiefs gebildet haben, welche es zur Ausbildung der großen atmosphärischen Druckrinnen und Druckrücken einer homogenen Erde nicht kommen lassen. Wie man sich leicht klar macht, treten an Stelle jener oben behandelten ausgezeichneten Isobaren jetzt solche Linien, welche, ohne selbst Isobaren zu sein, die Eigenschaft haben, daß senkrecht zu ihrem Verlauf der Druck entweder beiderseits zunimmt oder beiderseits abnimmt. Längs dieser Linien erfolgt dann am Boden die Bildung der durch die stratosphärische Druckwelle erzeugten Kerne hohen und tiefen Druckes.

Um einen solchen Fall der Bewegung der Zyklonen in einer durch die Land- und Meerverteilung gestörten Druckrinne zu untersuchen, nehmen wir an, daß sich in einer Druckfurche an irgendeiner Stelle eben infolge der ungleichen Land- und Meerverteilung ein geschlossenes Minimum gebildet hat, und daß sich einer solchen Druckverteilung wieder die an der Stratosphäregrenze entstehende Druckwelle überlagert. Der Druckverteilung $p_1^* = P(y)$ des ungestörten Feldes auf der homogenen Erde kann man in der Nähe der Druckrinne $y = y_0$ die Form geben:

$$p_1^* = P(y) + a_0 (y - y_0)^2, \quad (44a)$$

wobei die Konstante a_0 so zu bestimmen ist, daß sich p_1^* dem wahren Druckverlauf in der Nachbarschaft der Druckfurche möglichst genau anpaßt.

Überlagern wir dem Druckfeld (44a) das Störungsfeld

$$\psi(x, y) = -\psi_0 + a_1 (x - x_0)^2; \quad \psi_0 \text{ und } a_1 \text{ konstant,}$$

so haben wir

$$p_2^* = P(y_0) - \psi_0 + a_0 (y - y_0)^2 + a_1 (x - x_0)^2. \quad (44b)$$

(44b) ergibt als Isobaren elliptische Linien, deren zonale Achsenlänge wir durch die Wahl von a_1 noch innerhalb bestimmter Grenzen frei wählen können. Das Isobarensystem $p_2^* = \text{const}$ stellt also ein in der Tiefdruckrinne gelegenes stationäres geschlossenes Minimum mit elliptischen Isobaren und den Kernkoordinaten $x = x_0$, $y = y_0$ dar. Aus Überlegungen, welche zur Differentialgleichung (26) der Druckübertragung führen, erkennt man leicht, daß die durch die obere Druckwelle am Boden hervorgerufene Störung die gleiche ist, ob wir für den ungestörten Druck $p_1^* = P(y)$ oder aber $p_2^* = P(y) + \psi(x, y)$ setzen, solange die Funktion $\psi(x, y)$ klein in dem von uns festgelegten Sinne bleibt, d. h., solange a_1 als kleine Größe im Sinne unserer Störungen anzusehen ist, was wir hiermit voraussetzen. Der durch die obere Druckwelle gestörte Druck ist dann wieder:

$$p^* = P(y) - \psi_0 + a_0 (y - y_0)^2 + a_1 (x - x_0)^2 + \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \left(\sigma x - \sigma_0 t - \gamma\pi + \text{arctg} \frac{D'}{D} \right). \quad (44c)$$

Die Extremwerte des Druckes ergeben sich aus:

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = 2a_1 (x - x_0) + \delta' \sigma \sqrt{D^2 + D'^2} \cos \left(\sigma x - \sigma_0 t - \gamma\pi + \text{arctg} \frac{D'}{D} \right) \quad (45)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial y} = 2a_0 (y - y_0),$$

wobei wie vorher das Glied mit δ als klein gegen das mit a_0 in $\frac{\partial p^*}{\partial y}$ unterdrückt wurde. Aus der zweiten Gleichung folgt:

$$y = y_0.$$

Extremwerte können also nur längs $y = y_0$ auftreten. Weiter ist

$$\left(\frac{\partial^2 p^*}{\partial x \partial y} \right)_{y=y_0} = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 p^*}{\partial y^2} \right)_{y=y_0} = 2a_0 > 0; \quad \left(\frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2} \right)_{y=y_0} = 2a_1 - \sigma^2 \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \left(\sigma x - \sigma_0 t - \gamma\pi + \text{arctg} \frac{D'}{D} \right).$$

Aus der Bedingung für die Existenz von Extremwerten folgt, daß längs $y = y_0$ nur Minima auftreten können und zwar an einer Stelle x' , die sich aus

$$2a_1 (x' - x_0) = -\sigma \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \cos \left(\sigma x' - \sigma_0 t - \gamma\pi + \text{arctg} \frac{D'}{D} \right) \quad (46a)$$

ergibt, wenn nebenher

$$2a_1 > \sigma^2 \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \left(\sigma x - \sigma_0 t - \gamma\pi + \text{arctg} \frac{D'}{D} \right) \quad (46b)$$

erfüllt ist. Den beiden Gleichungen (46) können wir eine sehr viel einfachere Form geben, wenn wir

$$c = \frac{2 a_1}{\sigma^2 \delta' \sqrt{D^2 + D'^2}}; \quad \sigma x' - \sigma_0 t - \gamma \pi + \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} = X; \quad \sigma x_0 - \sigma_0 t - \gamma \pi + \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} = X_0 \quad (47a)$$

setzen. Dann gehen die Gleichungen (46) über in:

$$\cos X = -c (X - X_0) \quad (47b)$$

$$c > \sin X. \quad (47c)$$

Zwei einfache Sonderfälle seien vorangestellt. Ist zunächst keine obere Störung vorhanden ($\delta = 0$), so folgt — am besten aus (46 a) — $x' = x_0$, es liegt also das durch die ungleiche Land- und Meerverteilung erzeugte Minimum, das wir zur Unterscheidung von dem durch die obere Druckwelle erzeugten das „lokale“ nennen wollen, zeitlich unverändert an der Stelle $x' = x_0$, ein selbstverständliches Resultat. Ist aber keine lokale Störung vorhanden, so folgt wegen $a_1 = 0$ und damit $c = 0$, daß als Minima nur die Schnittpunkte von $\cos X$ mit der X -Achse in Frage kommen, von diesen aber wegen (47c) auch nur die Punkte, für welche gleichzeitig $\sin X < 0$ ist, also die Punkte

$$X = \frac{4\nu + 3}{4} 2\pi \quad \text{d. h.} \quad x' = \frac{4\nu + 3}{4} \lambda - \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} + \frac{\sigma}{\sigma} t + \frac{\gamma}{\sigma} \pi \quad \nu = 0, 1, 2 \dots$$

ein Resultat, das sich mit (38) deckt. Auch das ist selbstverständlich; denn die Schar der Zyklonen äquidistanten Abstandes, die in der Tiefdruckfurche der gemäßigten Breiten von West nach Ost wandern, muß natürlich als Grenzfall ebenfalls in den Gleichungen (47) enthalten sein.

Die Gleichung (47 c) läßt sich — als transzendente Gleichung — am besten graphisch diskutieren. Die obere Druckwelle wollen wir dabei so wählen, daß die Parameter einigermaßen mit der Beobachtung übereinstimmen und daß doch dabei möglichst übersichtliche Verhältnisse entstehen. Das ist der Fall, wenn

$$1) \sigma_2 = \sigma_t$$

$$2) \sigma L - \sigma_0 = 3\sigma_t \quad \text{d. h.} \quad \sigma L = 4\sigma_t$$

gesetzt wird. Mit $\frac{\sigma_t}{\sigma} = 4 \text{ m/sec}$, wie früher angegeben, entspräche das einer zwar kleinen Wellengeschwindigkeit, aber dem etwa normalen durch L gekennzeichneten thermischen troposphärischen Aufbau. Auf der homogenen Erde ($\psi = 0$) wäre der Druckverlauf, wie man sich aus dem vorhergehenden leicht überlegt, der folgende. Die Zyklonen wandern mit einer Relativgeschwindigkeit von $\frac{2\sigma_t}{\sigma}$ gegen die obere Druckwelle in äquidistanten Abständen von West nach Ost und mit einer Zuggeschwindigkeit von $\frac{3\sigma_t}{\sigma} \approx 12 \text{ m/sec}$. Sie erreichen ihre kräftigste Entwicklung zu gleicher Zeit wie diese. Der Druck in den Zyklonen ist um diese Zeit gegen den ungestörten Druck gerade um δ' gefallen, was dem rein statischen Druckfall entspricht. Gleichzeitig mit der oberen Druckwelle bauen die Zyklonen ab, um wieder gleichzeitig mit dieser zu verschwinden. Die Druckverteilung oben und unten besteht dann wieder in zonal verlaufenden Isobaren. Bis zum Augenblick des Auflösens haben die unteren Zyklonen den Weg $\Delta x = \frac{3\pi}{\sigma} = \frac{3}{2} \lambda$ zurückgelegt, also bei $\lambda = 4000 \text{ km}$ etwa $\Delta x = 6000 \text{ km}$ und zwar in rund 6 Tagen.

Auf der physischen Erde wird das Bild ein ganz anderes. Allgemein gilt, daß die Abszissen der Schnittpunkte der Kosinuskurve $\cos X$ und der durch die Gleichung $y = -c (X - X_0)$ festgelegten Geraden G Lösungen der Gleichungen (47 b) sind und damit Abszissen der Druckminima sein können, falls (47 c) erfüllt ist. Für Schnittpunkte im dritten und vierten Quadranten der Kosinuskurve bedarf es keiner Untersuchung von (47 c), da für diese stets $c > \sin X$ erfüllt ist. Da c positiv ist, hat die Gerade für alle Werte c stets solche Neigung, daß sie nur in den beiden ersten Quadranten der Kosinuskurve Tangente sein kann. Ist die Gerade Tangente an die Kosinuskurve, so ist

$$c = \left| \frac{d}{dX} \cos X \right| = |\sin X|,$$

d. h. die Ungleichung ist dann gerade erst oder gerade noch erfüllt. Die Tangentenlagen von G bestimmen also diejenigen Zeiten, in denen Zyklonen entstehen oder absterben. Geht die Gerade aus der Tangentenlage in die Sekantenlage über, so ist immer nur für den Schnittpunkt der absolut größeren Ordinate die Ungleichung (47 c) erfüllt. Dieser bestimmt dann den Ort eines Tiefdruckkerns, der andere den eines Hoch-

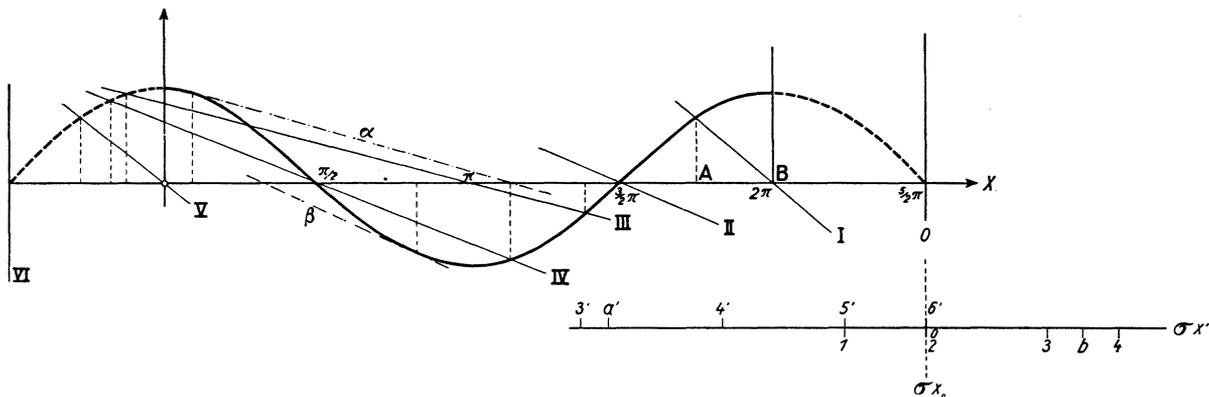


Abb. 6.

druckkeils. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache brauchen wir die Gleichung (47 c) bei der Konstruktion nicht mehr zu beachten. Die Lage der Geraden G hängt von den Größen D und D', also von der Zeit einerseits, andererseits aber auch von der Abszisse x_0 , d. h. von der Lage des lokalen Minimums ab. Die Konstruktion ist für den oben herausgestellten Fall in Abbildung 6 durchgeführt, unter der Annahme, daß das lokale Minimum im Punkte $x_0 = \frac{1}{\sigma} \frac{5}{2} \pi$ bzw. $\frac{1}{\sigma} \frac{\pi}{2}$ liegt, d. h., die obere Druckwelle ist in bezug auf das lokale Minimum derart orientiert, daß zu Beginn der oberen Störung der größte Druckanstieg gerade über x_0 liegt. Zur Zeit $t = 0$ ist $c = \infty$, die Gerade G steht senkrecht auf der X-Achse und schneidet sie im Punkte $\sigma X' = \sigma X_0$, zur Zeit $t = 0$ existiert also nur das lokale Minimum im Punkte $\sigma x_0 = \frac{5}{2} \pi$. Zur Zeit $t = \frac{T}{3}$ hat G die in Abbildung 6 durch I wiedergegebene Lage; c nimmt angenähert reziprok mit der Zeit ab und X_0 ist jetzt gleich $\sigma X_0 - \sigma_0 \frac{T}{3} + \arctg \frac{D'}{D} = \sigma x_0 - \sigma_t \frac{T}{3} - \frac{L \sigma}{2} \frac{T}{3} = \sigma x_0 - \sigma_t T = \frac{5}{2} \pi - \frac{\pi}{2} = 2 \pi$. Es ist dann: $\overline{OB} = X_0$ und $\overline{OA} = X$ bzw. $(X - X_0) = -|\overline{AB}|$. Die wirkliche Lage des Minimums für $t = \frac{T}{3}$ ergibt sich gemäß (47 a) zu

$$\sigma x' = X - \arctg \frac{D'}{D} + \sigma_0 \frac{T}{3} = X - (X_0 - \sigma x_0) = \sigma x_0 + (X - X_0) = \frac{5}{2} \pi - |\overline{AB}|.$$

Die wirkliche Lage ist auf der unter der X-Achse gezeichneten $\sigma x'$ -Achse durch den Punkt 1 markiert. Die Konstruktion verläuft nun im folgenden genau so. Es existiert zunächst nur eine Zyklone, die sich aus dem lokalen Minimum entwickelt und zwar bis fast zur Zeit T, also bis fast zur Zeit der kräftigsten Entwicklung der Zyklone. Etwas vor diesem Zeitpunkt wird die erste Tangentenlage α erreicht, die der Bildung a' einer neuen Zyklone westwärts von x_0 entspricht. Die Lagen dieser neuen Zyklone sind durch gestrichelte Zahlen auf der x-Achse gekennzeichnet. In $X = \pi$ hat die Zyklone ihr kräftigstes Stadium erreicht. Die Gerade G beginnt dann, sich wieder aufzurichten. Zwischendurch wird die zweite Tangentenlage β erreicht, die dem Absterben der ersten Zyklone entspricht (b). Die zweite Zyklone nähert sich inzwischen dem Ort $\sigma x' = \sigma x_0$, den sie im Augenblick $t = 2T$ erreicht, d. h., wenn die obere Druckwelle vollkommen abgebaut hat. Nach Beendigung der Störung ist also nur mehr wieder das lokale Minimum vorhanden. In Abbildung 7 a sind die Lagen der beiden Zyklonen zu den einzelnen äquidistanten Zeitpunkten nochmals wiedergegeben. Der Unterschied gegenüber der entsprechenden Zyklonogenese der homogenen Erde tritt sehr klar hervor. Für die zur Zeit $t = 0$ entstehende Zyklonenreihe mit äquidistanten Abständen ihrer einzelnen Komponenten, die sich mit untereinander gleicher Geschwindigkeit ziemlich rasch von Westen nach Osten bewegen, ist auf der physischen Erde kein Raum mehr, ihre Zyklonogenese erfolgt sehr viel unregelmäßiger. Wir können sie im Falle $\sigma x_0 = \frac{5}{2} \pi$ in der folgenden Weise be-

schreiben. Bevor sich die obere Störung auszubilden beginnt, existiert nur das lokale Minimum (0). Aus diesem entwickelt sich mit beginnender Störung eine Zyklone, die sich in ihrem ersten Stadium etwas nach rückwärts verlagert (1), dann aber, immer kräftiger werdend, nach Osten abwandert (2), (3), (4). Im Laufe der Entwicklung entsteht westlich eine sekundäre Depression (a'), zwischen dieser und dem Hauptminimum bildet sich ein Hochdrucksattel (der zweite Schnittpunkt der Geraden G mit der Kosi-

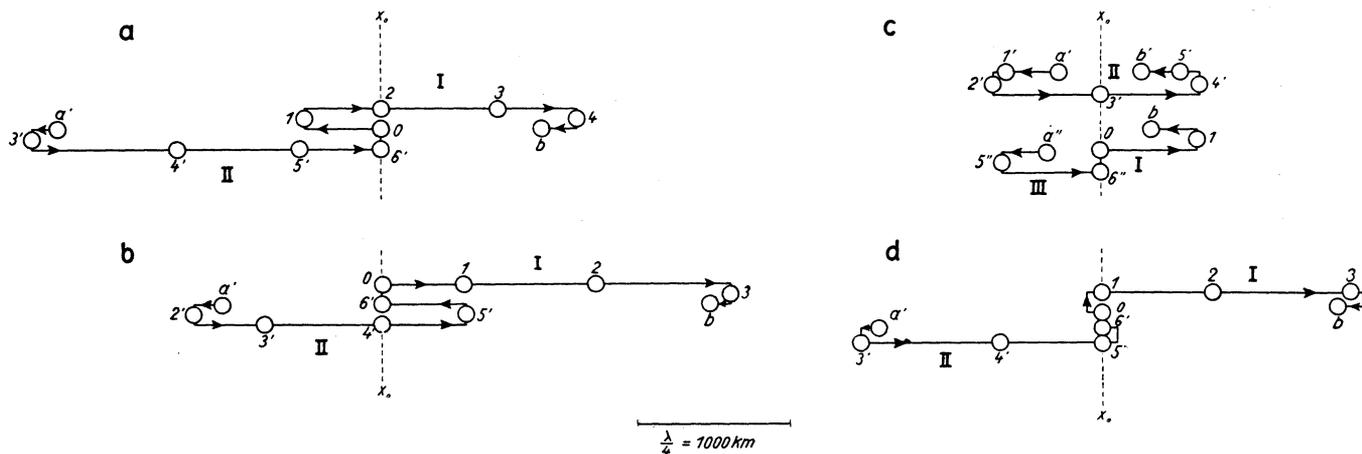


Abb. 7. Zur Zyklognese im Bereiche eines lokalen Minimums.

nuskurve). Im weiteren Verlauf verlagern sich alle Gebilde nach Osten (4). Während das anfängliche schwache Teilminimum rasch an Raum gewinnt, baut die Hauptdepression ab und wird dabei fast stationär (b). Die jetzt zum Haupttief entwickelte sekundäre Depression bewegt sich rasch weiter nach Osten und hat zur Zeit $t = 2T$, also nach Abschluß der Störung $x' = x_0$ erreicht, wo sie dann wieder als stationäres lokales Minimum erscheint.

Die gleiche Konstruktion haben wir für $\sigma x_0 = \pi, \frac{3}{2}\pi$ und 2π durchgeführt und als Ergebnis den durch die Abbildung 7 b, c, d dargestellten Verlauf erhalten. Ein zu dem in Abbildung 7 a wiedergegebenen spiegelbildlicher Verlauf ergibt sich, wenn $\sigma x_0 = \frac{3}{2}\pi$ ist, die Druckwelle also zum lokalen Minimum so liegt, daß zu Beginn der Druckstörung der größte Druckfall gerade über x_0 einsetzt. (Abbildung 7 b.) Ein ganz ähnliches Bild entsteht, wenn $\sigma x_0 = 2\pi$ ist (Abbildung 7 d), wenn also die Druckwelle so zum lokalen Minimum liegt, daß im Augenblick ihrer kräftigsten Entwicklung die größte negative Druckabweichung über x_0 herrscht. Es steht noch der Fall $\sigma x_0 = \pi$ aus, in welchem zur Zeit $t = T$ die größte positive Druckabweichung der Welle mit x_0 zusammenfällt (Abbildung 7 c). Er unterscheidet sich in doppelter Hinsicht von den anderen, einmal dadurch, daß sich während der Dauer der Störung im ganzen drei geschlossene Tiefs bilden, von denen jedoch nie mehr als zwei gleichzeitig bestehen, zum anderen auch dadurch, daß diese Zyklonen als Ganzes kleinere Verlagerungen erfahren, also auch im Mittel geringere Geschwindigkeiten haben müssen. Gleich nachdem die erste Zyklone aus x_0 hervorgegangen ist, bildet sich etwas westwärts von x_0 die zweite, die sich leicht nach rückwärts verlagert. Inzwischen hat das erste offenbar nur flachere Tief abgebaut und das zweite verlagert sich nun ostwärts. Kurz bevor es abbaut, bildet sich im Westen, an derselben Stelle, an der die zweite Zyklone entstand, eine dritte, welche sich nach anfänglich geringer Westverlagerung schließlich ostwärts bewegt auf x_0 zu, während die zweite Zyklone an derselben Stelle wie die erste inzwischen abgebaut hat.

Die sehr spezielle Wahl der Parameter der Druckwelle, durch welche insbesondere nach erfolgter Störung auch am Boden der ungestörte Zustand (lokales Minimum) wiederhergestellt wird, was in der Natur nur selten vorkommen mag, die ebenso spezielle Annahme einer ganz symmetrischen, in westöstlicher Richtung nicht begrenzten lokalen Störung der Druckfurche lassen erkennen, daß die vorangehenden Untersuchungen nur ein angenähertes qualitatives Abbild der wirklichen Vorgänge geben können. Immerhin treten die Merkmale der Zyklognese der physischen Erde, insbesondere aber ihre Unterschiede gegen diejenige der homogenen Erde deutlich hervor. Das scheinbar willkürliche Auf- und Abbauen der Zyklonen, ihr Wandern in verschiedenen nicht äquidistanten Abständen, ihr Stationärwerden kurz vor ihrem Abbau und gelegentliches geringes Rückwärtsverlagern, schließlich die Tatsache, daß die lokalen Minima — denn um ein solches wie das im Winter bei Island gelegene handelt es sich hier offenbar — als Brutstätten von Zyklonen anzusprechen sind, all das erfährt hier eine gewisse theoretische Bestätigung. Insbesondere im Januar ist die bei Island vorhandene, sich mit ihrer Längsachse etwa von Südwest nach Nordost erstreckende lokale Störung, die Islandzyklone, der von uns angenommenen wenigstens in Lage und Form

ziemlich ähnlich, wenn wir die $\sigma x'$ -Achse nach Nordost zeigend wählen; die oben angedeuteten Eigenschaften lassen sich dann auch in erster Linie bei den Januarzyklonen, die in der Nähe Islands entstehen und nordostwärts wandern, verfolgen.

Wir haben vorher festgestellt, daß sich auf der homogenen Erde in der Tiefdruckfurche der höheren Breiten nur geschlossene Tiefdruckkerne mit dazwischen liegenden Hochdruckkeilen, jedenfalls keine geschlossenen Antizyklonen bilden können. Das gleiche gilt erst recht, wenn sich in die Tiefdruckfurche ein lokales Minimum einbettet. Wenn allerdings die lokale Störung positiv ist, können auch wandernde Hochdruckgebiete entstehen¹⁾. Dieser Fall wird allerdings nur eintreten können, wenn die lokale Störung groß genug ist, um sich gegen die Tendenz zur Bildung von Tiefdruckwirbeln durchzusetzen. Immer aber wird sich aus dem eben erwähnten Grunde dann der Effekt einstellen, daß die wandernden Antizyklonen in der Regel flacher sind als die wandernden Zyklonen. Im Winter, wenn im Mittel über dem nördlichen Nordatlantik eine ihre Ausläufer über Nordeuropa erstreckende stationäre Zyklone liegt, ziehen in der Regel, von den stationären Hochs abgesehen, nur mehr oder weniger kräftige, von Hochdruckkeilen getrennte Tiefdruckwirbel über Europa. Dagegen werden im Winter über dem nordamerikanischen Kontinent infolge der dort lagernden Antizyklone durch obere Druckwellen auch wandernde Antizyklonen erzeugt.

Die Südhalbkugel weist infolge ihrer nur geringen Landbedeckung sehr viel mehr Ähnlichkeit mit der homogenen Erde auf als die Nordhalbkugel; die auf ihr beobachteten Vorgänge sind daher zum Vergleich mit den für die homogene Erde hergeleiteten Ergebnissen sehr viel geeigneter. Leider fehlen hier Beobachtungen der höheren Breiten²⁾, doch liegen Untersuchungen über den fraglichen Gegenstand von H. C. Russel³⁾ aus dem südlichen Australien vor (etwa 35° Süd), also vom subtropischen Hochdruckgürtel der Südhalbkugel. Nach Russell „... wird das Wetter im subtropischen Australien hauptsächlich durch das Fortschreiten der Antizyklonen bestimmt, die Depressionen dazwischen, die V-förmig sind, machen nur $\frac{1}{4}$ der gesamten Area aus. Eigentliche Zyklonen sind selten, es gibt deren durchschnittlich nur eine in zwei bis drei Monaten...“. Auch Lockyer⁴⁾ kommt zu dem Ergebnis, „... daß dort (in den subtropischen, südlichen Breiten) die Antizyklonen mit den V-Depressionen dazwischen das hauptsächlich die Witterung beherrschende Element sind (im Gegensatz zu den Zyklonen der höheren Breiten.)...“. Das alles stimmt genau zu den hergeleiteten Ergebnissen.

Ein weiteres Beispiel für das Wandern der Zyklonen in einer Druckfurche bieten die tropischen Zyklonen in Äquatornähe, jene Wirbelzentren, welche in ihrem Isobarenverlauf dem klassischen Vorbild der Zyklone am nächsten kommen. Die äquatoriale Tiefdruckrinne liegt im Jahresmittel bei etwa 10° N, im Januar in 5° S und im Juli in 15° N. I. Bjerknes⁵⁾ führt die Bildung tropischer Zyklonen auf das seltene Zusammentreffen der an sich selten ausgeprägten Instabilität der Intertropikfront mit besonders großer Feuchtlabilität zurück. Wenn wir von dem bereits erwähnten grundlegenden Unterschied der norwegischen und der mitteleuropäischen Auffassung über die Auslösung der Druckstörung absehen, kann man sich dieser Argumentation, was die Instabilität betrifft, ohne weiteres anschließen. Denn ob Intertropikfront oder tropische Tropopause, beide sind nur schwach geneigt und geben daher weit seltener zu Wellenbildungen Anlaß als die Polarfront bzw. die Tropopause gemäßigter Breiten. Es ist eine bekannte Tatsache, daß die Brutstätten tropischer Zyklonen nie auf dem Kontinent, und auf dem Ozean auch nur an ganz bestimmten Stellen liegen, nämlich vorwiegend in den großen Buchten der tropischen Meere, während weder die tropischen Regionen des Atlantik noch die des offenen stillen Ozeans in der Regel von tropischen Wirbelstürmen begangen werden. Dagegen sind die zwischen den Philippinen und dem asiatischen Kontinent gelegene Chinasee, dann die Bai von Bengalen und schließlich das zwischen Indien und Arabien gelegene Meer, ferner noch die Gebiete der Westindischen Inselgruppe von solchen Zyklonen heimgesucht.

1) Von den strahlungsbedingten stationären Hochs, den sogenannten selbständigen Systemen, deren Entstehung auf andere Ursachen zurückzuführen ist (vergl. G. Stüve und R. Mügge, a. a. O.), sehen wir hier ab.

2) Erst nachträglich wurde mir der von W. Meinardus und L. Mecking anlässlich der deutschen Südpolar-expedition herausgegebene Atlas „Meteorologie“ bekannt, der mir aber leider nicht zur Verfügung stand.

3) H. C. Russel, Moving anticyclones in the southern hemisphere. Quart.-Journ. R. Met. Soc. Vol. XIX, 1893.

4) Wm. Lockyer, Southern hemisphere surface air circulation. Solar Physics comm. 1910.

5) V. Bjerknes und Mitarbeiter, Physikalische Hydrodynamik. Springer 1933, S. 756.

Aus (34 c) folgt, daß $L - v_x$, jener Ausdruck, der den Druckfall in einer Zyklone maßgebend bestimmt, in erster Linie proportional ist dem Quotienten $\frac{\gamma_y}{1}$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma_y} (L - v_x) d\gamma_y = \frac{g h}{T(0)} \frac{d\gamma_y}{1}; \quad (C=1)$$

gibt also im wesentlichen die Änderung der Wirbelintensität mit der Abweichung des Temperaturgefälles γ_y von seinem Normalwert an. Man erkennt, daß in Äquatornähe, wo $\frac{1}{1}$ ziemlich groß werden kann, schon eine viel kleinere Abweichung $d\gamma_y$ vom normalen γ_y dieselbe Änderung der Wirbelintensität hervorrufen kann wie eine sehr viel größere in höheren Breiten. Nun wird im Mittel das ziemlich kleine γ_y in 10^0 Breite nicht ausreichen, um eine lebhafte Zyklonentätigkeit wie in höheren Breiten hervorzurufen. Andererseits genügen aber schon nicht zu große Abweichungen $d\gamma_y$ des Temperaturgefälles von seinem Normalwert, um $L - v_x$ rasch wachsen zu lassen. Im allgemeinen— von besonderen Ausnahmen abgesehen— werden solche Abweichungen in der tropischen Zone, die durch ziemlich gleichförmigen Temperaturverlauf gekennzeichnet ist, weder auf dem Kontinent noch auf dem offenen Ozean auftreten. Dagegen stellen sich in den Übergangsbereichen, jenen genannten großen Buchten der tropischen Meere, sicher oft nicht unbedeutende Abweichungen und meridionale thermische Gegensätze ein, insbesondere, wenn das Festland bereits stark überhitzt ist. Tatsächlich fällt ja die Haupttätigkeit der arabischen, der indischen und der chinesischen Wirbelstürme und Taifune in die Zeit stärkster Temperaturgegensätze zwischen Land und Meer in den Tropen, also in die Monate Mai, Juni und September, Oktober¹⁾. Da die Temperaturgegensätze zwischen Land und Meer im allgemeinen in den Monaten Juli und August etwas zurückgehen, müßte sich dasselbe auch in einer geringen Abnahme der Häufigkeit der Zyklonen feststellen lassen. Tatsächlich aber verschwinden z. B. im Golf von Bengalen und im arabischen Meer die Zyklonen um diese Zeit fast ganz¹⁾. Ihre Begründung findet diese auffallende Tatsache darin, daß die in diesen Monaten am weitesten nach Norden vorgeschobene Tiefdruckfurche als geschlossenes Minimum über dem Festland liegt, wo eben eine Bildung von Wirbeln des zu kleinen γ_y wegen kaum möglich erscheint. Da die Zyklonen sich stets in der Tiefdruckfurche bewegen, müssen sie deren jahreszeitlichen Verlagerungen folgen, eine übrigens lange bekannte Tatsache, die sehr schön mit der in den einzelnen Monaten beobachteten Häufigkeit übereinstimmt. Dabei kommt es auch zu sehr merkwürdigen Erscheinungen. Solange nämlich das Temperaturmaximum, das einen ähnlichen jahreszeitlichen Gang wie das Druckminimum hat, nördlich der Tiefdruckfurche liegt, ist $\gamma_y < 0$, und daher erfolgt die Bewegung von Ost nach West. Im Januar und Juli ist das gewiß der Fall; denn es liegt dann das Temperaturmaximum etwa um 5 Breitengrade höher als das Druckminimum. Dagegen kommen sich beide in den Zwischenzeiten sehr nahe. Es kann dann gelegentlich kurze Zeit einmal das Temperaturmaximum auch etwas südlich vom Druckminimum liegen, zumal beide im Jahresmittel in etwa 10^0 Breite liegen. Dies hätte eine West-Ost-Bewegung der Zyklonen zur Folge. Tatsächlich berichtet Dallas²⁾ von der Eigentümlichkeit der vormonsunischen Zyklonen (April bis Mai) des arabischen Meeres, nach Osten zu wandern.

3. Das Druck-, Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld.

Nach (36) ist das durch die stratosphärische Druckwelle am Boden erzeugte Druckfeld durch

$$p^* = P + \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{D'}{D} \right); \quad \gamma = \frac{0}{1} \text{ für } D \geq 0$$

gegeben. Es enthält, wie wir bereits gesehen haben, die Tiefdruckkerne der Druckrinne der gemäßigten Breiten, die von Hochdruckkeilen getrennt werden. Wir legen dabei das Koordinatensystem so, daß die x-Achse mit der Druckrinne zusammenfällt, so daß deren Gleichung $y = 0$ wird. Führen wir dann eine Koordinatentransformation der folgenden Art durch:

$$x = \xi + \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{D'_0}{D_0} + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma}, \quad (48)$$

¹⁾ Hann-Süring, Lehrbuch der Meteorologie, 4. Auflage, S. 616

²⁾ Hann-Süring, a. a. O. S. 609.

wobei D'_0 und D_0 für $D'(0, t)$ und $D(0, t)$ gesetzt sind, so erhalten wir, da in allen von uns herausgestellten Sonderfällen (41) wenigstens während des Aufbaus der oberen Druckwelle $D > 0$ und somit $\gamma = 0$ zu setzen ist:

$$p^* = P + \delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \sigma \left[\xi + \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} \right] \quad (49)$$

(49) stellt, was für die Untersuchung der Feldeigenschaften ohne Rücksicht auf die Bewegung von Vorteil ist, das auf ein mit dem Zyklonenmittelpunkt mitgeführtes Koordinatensystem ξ, η bezogene Druckfeld dar. In der Tat ist jetzt unabhängig von der Zeit der Nullpunkt des neuen Koordinatensystems ($\xi = \eta = 0$) immer der Zyklonenmittelpunkt. Die Troglinie¹⁾ der Zyklone genügt dann definitionsgemäß der Gleichung:

$$\frac{\partial p^*}{\partial \xi} = \sigma \cos \left[\xi + \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} \right] = 0,$$

d. h., wenn wir uns auf die in $\xi = 0, \eta = 0$ liegende Zyklone beschränken:

$$\xi + \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} = \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma}$$

oder

$$\xi = - \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right). \quad (50)$$

Entwickeln wir den rechtsstehenden Ausdruck in der Umgebung der Stelle $\eta = 0$, so wird:

$$\xi = - \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right)_{\eta=0} \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \Big|_{\eta=0} \eta^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{\partial^3}{\partial \eta^3} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right)_{\eta=0} \eta^3 + \dots \right] \quad (51a)$$

die Gleichung der Troglinie, und daher ist die Gleichung der Tangente an die Troglinie im Wirbelkern:

$$\xi = - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right)_{\eta=0} \eta \quad (51b)$$

Man kann aus der Neigung $\operatorname{tg} m$ der durch (51 b) bestimmten Geraden:

$$\operatorname{tg} m = - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right)_{\eta=0} = \left[\frac{D' \frac{\partial D}{\partial \eta} - D \frac{\partial D'}{\partial \eta}}{\sigma (D^2 + D'^2)} \right]_{\eta=0} \quad (51c)$$

auf die Drehbewegungen der Zyklone schließen. Es genügt uns, festzustellen, in welche Richtung die große Ellipsenachse sich einzustellen strebt, d. h., wir betrachten den Vorgang der Drehung nur für sehr kleine Zeiten, was die analytische Behandlung vereinfacht und das Ergebnis durchsichtiger gestaltet. Entwickelt man also die sinus und cosinus in den D und D' und bricht nach den quadratischen Gliedern ab, wobei im folgenden der Einfachheit halber immer $C = 1$ gesetzt werden soll, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} D &= \sigma t \\ D' &= - \frac{(\sigma t)^2}{2} \frac{\sigma}{\sigma_t} (L - v_x). \end{aligned} \quad (52)$$

Nach (51 c) wird dann:

$$\operatorname{tg} m = A(t) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\gamma_y}{T} \right)_{\eta=0}$$

und, wenn wir mit Rücksicht auf die Untersuchungen auf der physischen Erde neben T auch γ_y von η abhängen lassen.

$$\operatorname{tg} m = A(t) \left[\frac{1}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}^2 - \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right)_{\eta=0} \right] \quad (53)$$

mit

$$A(t) = \frac{g h}{2 l T_0 \sigma_t} \frac{\sigma t}{1 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_t} L_0 \right)^2 \left(\frac{\sigma t}{2} \right)^2}$$

$A(t)$ ist positiv, das Vorzeichen von $\operatorname{tg} m$ wird also durch den Ausdruck:

$$\frac{1}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}^2 - \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right)_{\eta=0}$$

¹⁾ Hann-Süring, Lehrbuch der Meteorologie. 3. Aufl. S. 524-525.

bestimmt, d. h. durch Neigung und Krümmung der meridionalen Temperaturkurve $T(y)$ in derjenigen Breite, in der sich die Zyklone bewegt. Auf der homogenen Erde ist die Krümmung nach unserer Annahme (lineare Temperaturverteilung) gleich Null. Selbst wenn diese Annahme nicht ganz stimmt, bleibt doch die Krümmung gegenüber der Neigung stets klein, sodaß $tg m$ positiv wird. Wir werden also dort auf der Erdoberfläche, wo sich das Isothermenfeld von dem der homogenen Erde nicht allzusehr unterscheidet, also hauptsächlich über den offenen Ozeanen und inmitten der großen Kontinente, eine Rechtsdrehung, eine Neigung der Hauptachse der Tiefdruck- und Hochdruckkerne in nordöstliche Richtungen zu erwarten haben.

An dieser Tatsache, die bereits van Bebbler¹⁾ auf Grund zahlreicher Beobachtungen festgestellt hat, wollen wir im folgenden festhalten. Auf der Nordhalbkugel wird sich infolge der starken Störungen durch die ungleiche Land- und Meerverteilung oft eine Abweichung von dieser Regel (Rechtsdrehung) ergeben, indem nämlich z. B. in Küstengebieten mit stark gestörtem Isothermenverlauf $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} > \frac{1}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2$ werden kann.

Wir müssen an dieser Stelle der Vollständigkeit halber noch einer Tatsache Erwähnung tun, die wir an anderer Stelle — und dort mit Recht — als geringfügig vernachlässigt haben. Wir haben nämlich festgestellt, daß die Bewegung der Zyklone in der Tiefdruckrinne erfolgt, wobei wir die sehr kleine Größe $\frac{\partial \pi}{\partial y}$ gegen $\frac{\partial P}{\partial y}$ vernachlässigt haben. Mit Rücksicht auf die Untersuchung der zonalen Bewegung ist diese Vernachlässigung selbstverständlich ohne Belang. Hier aber darf sie nicht unerwähnt bleiben. Die Tiefdruckkerne liegen also tatsächlich in jenen Breiten y_0 , für welche mit (34 a)

$$\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \pi}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\delta' \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{D'}{D} \right) \right] = 0 \quad (54)$$

ist. Andererseits gilt für jeden Tiefdruckkern:

$$\sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{D'}{D} \right] = -1,$$

sodaß:

$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} (\delta' \sqrt{D^2 + D'^2}) = 0$$

sein muß. Es genügt, auch hier wieder die Verlagerungstendenz festzustellen. Setzt man in der Nähe der Druckrinne, wie schon vorher:

$$P = P(y_0) + a_0 (y - y_0)^2,$$

so wird mit (52)

$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} (\delta' \sqrt{D^2 + D'^2}) = 2 a_0 (y - y_0) + \frac{\delta'}{P_s} \sqrt{D^2 + D'^2} \frac{\partial P_s}{\partial y} - \frac{\delta}{P_s} \sqrt{D^2 + D'^2} 2 a_0 (y - y_0) - \frac{\delta' (\sigma_t t)^4 \left(\frac{\sigma}{\sigma_t} \right)^2 (L - v_x) \frac{\partial}{\partial y} (L - v_x)}{4 \sqrt{D^2 + D'^2}},$$

d. h.

$$y = y_0 - \frac{\delta'}{2 a_0} \frac{\sqrt{D^2 + D'^2}}{(P_s - \delta \sqrt{D^2 + D'^2})} \frac{\partial P_s}{\partial y} + \frac{\delta' (\sigma_t t)^4 \left(\frac{\sigma}{\sigma_t} \right)^2 (L - v_x) \frac{\partial}{\partial y} (L - v_x)}{8 a_0 \sqrt{D^2 + D'^2} (P_s - \delta \sqrt{D^2 + D'^2})} P_s. \quad (55)$$

Da $\frac{\partial P_s}{\partial y}$ negativ und das dritte Glied positiv ist, folgt, daß sich die Zyklonen im Laufe ihrer Entwicklung etwas nördlich gegen die Druckrinne verlagern. Diese Verlagerungen sind bei uns infolge unserer Annahmen über die Größe der Störungen stets klein im Sinne dieser Voraussetzungen, in Wirklichkeit werden sie selbstverständlich oft nicht unbeträchtliche Beträge annehmen können. Vorstehendes Ergebnis hat bereits V. Bjerknes auf anderem Wege als Teilergebnis seiner Polarfronttheorie gefunden. Ohne diese Tatsache bei den Rechnungen weiter zu berücksichtigen, werden wir sie für die anschließenden Betrachtungen im Auge behalten.

Die Untersuchung des Temperaturfeldes bietet in vieler Hinsicht Bemerkenswertes. Mit (35) ist nach kleiner Umformung

¹⁾ van Bebbler, Typische Witterungserscheinungen, Archiv der Deutschen Seewarte V, 1882.

$$T^* = T + \delta' \sqrt{D^2_T + D'^2_T} \sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_T}{D_T} \right] \quad \gamma = \frac{0}{1} \text{ für } D_T \geq 0, \quad (56)$$

wobei D_T und D'_T durch (34 b) gegeben sind. Auch hier können wir die den Troglinien entsprechenden Linien für die Temperatur durch $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ festlegen. Die erste dieser Linien ist

$$x_T = \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{\gamma}{\sigma} \pi - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_{T_0}}{D_{T_0}} - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial}{\partial y} \operatorname{arctg} \frac{D'_T}{D_T} \right)_{y=0} y \quad (57a)$$

die entsprechende für den Druck dagegen

$$x_p = \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial}{\partial y} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right)_{y=0} y. \quad (57b)$$

Für $-\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right)_{y=0}$ erhielten wir eine positive Größe $\alpha(t) = \operatorname{tg} m$; die gleichen Überlegungen ergeben mit (52) und (34 b), daß für kleine t

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'_T}{D_T} \right)_{y=0} = 0$$

ist, die Troglinien der Temperaturverteilung zeigen also im Gegensatz zu denen der Druckverteilung nicht die Tendenz, sich zu neigen, mindestens wird die Verlagerung mit wachsender Zeit nur sehr viel schwächer sein. Wir können daher in Annäherung die Gleichungen der Troglinien (57) auch so schreiben:

$$x_T = \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{\gamma}{\sigma} \pi - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_{T_0}}{D_{T_0}} \quad (58a)$$

und

$$x_p = \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} + \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} + \alpha(t) y. \quad (58b)$$

Die Verlagerung dieser Troglinien und damit des Temperatur- und des Druckfeldes geht mit verschiedenen Geschwindigkeiten vor sich, da $\frac{D'_0}{D_0} \neq \frac{D'_{T_0}}{D_{T_0}}$ ist, wobei sich das Druckfeld noch dreht. Diese Tatsache ist von entscheidender Bedeutung und erfordert nähere Untersuchung. Zunächst führen wir die neue Transformation:

$$x = \xi' + \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma}$$

ein und erhalten dann aus (58)

$$\xi'_T = \frac{\gamma}{\sigma} \pi - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_{T_0}}{D_{T_0}} \quad (59a)$$

und

$$\xi'_p = - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} + \alpha(t) y. \quad (59b)$$

Um den nachfolgenden Überlegungen eine gewisse Durchsichtigkeit zu sichern, beschränken wir die Erörterungen auf den schon früher herangezogenen Fall $L_0 = \frac{\sigma_0}{\sigma}$, der den Vorteil erheblicher Vereinfachung der analytischen Ausdrücke gewährt; wir sind uns aber dabei bewußt, daß wir damit nur einen besonders klaren Grenzfall herausstellen, der indessen das Wesentliche ebenso zeigen dürfte, wie die viel schwerer diskutierbaren allgemeinen Fälle. Es ist dann:

$$\xi'_T = - \frac{1}{\sigma} \frac{\pi}{2} \quad (60a)$$

$$\xi'_p = + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_t} \operatorname{tg} \frac{\sigma_t}{2} t \right) + \alpha(t) y. \quad (60b)$$

In dem neuen Koordinatensystem ξ' , y , das nur die Bewegung der oberen Druckwelle mitmacht, ist ξ'_T konstant, d. h. das Temperaturfeld als ganzes betrachtet, führt eine von West nach Ost gerichtete Translation von der Größe $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ der Zuggeschwindigkeit der oberen Welle aus. Es hat also keine Relativgeschwindigkeit gegen diese. Die Schnittpunkte der Linien tiefster Temperatur und tiefsten Druckes mit

der x-Achse liegen zu Beginn um $\frac{1}{\sigma} \frac{\pi}{2}$ voneinander entfernt, der letzte bei $\xi = 0$, der erste bei $\xi = -\frac{1}{\sigma} \frac{\pi}{2}$.

Im Laufe der Entwicklung vergrößert sich dieser Abstand bis zu $\frac{\pi}{\sigma}$ im Augenblick der kräftigsten Entwicklung der Zyklone am Boden. Dann fällt der Schnittpunkt der Linie tiefsten Druckes mit der x-Achse mit dem der Linie höchster Temperatur mit der x-Achse, d. h. also die Schnittpunkte der Troglinie des Druckes mit der x-Achse und der Kammlinie der Temperatur mit der x-Achse zusammen. Beide schließen den Winkel $\arctg \alpha$ ein. Wir haben bisher an den Begriffen „Trog-“ und „Kammlinie“ absichtlich festgehalten und die Begriffe „Minimum“ und „Maximum“ vermieden, weil es nicht ohne weiteres klar ist, ob in den ausgezeichneten Breiten y_0 (Druckrinnen und Druckrücken) des ungestörten Feldes sich infolge der Störung auch geschlossene Isothermen bilden können. Tatsächlich ist ja die Bildung geschlossener Isothermen nur in jenen Breiten möglich, in welchen $\frac{\partial T}{\partial y}$ verschwindet, d. h. also nur über dem thermischen Äquator. Er fällt – insbesondere im Frühjahr und im Herbst – mit der Druckrinne der niederen Breiten nahezu zusammen. Eine Bildung geschlossener Isothermen ist daher auf der homogenen Erde nur in der Gegend der Druckrinne der niederen Breiten, nicht aber längs des subtropischen Hochdruckgürtels und der Druckrinne der gemäßigten Breiten möglich.

Dies Ergebnis ist deshalb von Bedeutung, weil es sich unmittelbar auf die Symmetrie bzw. Asymmetrie des zyklonalen und antizyklonalen Temperaturfeldes umdeuten läßt. Geschlossene Isothermen bedeuten immer Temperatursymmetrie in den einzelnen Quadranten, nicht geschlossene sinusförmige (s. später) Asymmetrie.

In der Tat sind ja auch bei den wenigsten tropischen Zyklonen nennenswerte Temperaturunterschiede der einzelnen Quadranten festgestellt worden. Freilich kann man das der an und für sich sehr flachen tropischen Temperaturverteilung zuschreiben, aber nichtsdestoweniger besteht zwischen den zu jenen Druckgebilden gehörenden Temperaturfeldern und denen der gemäßigten Breiten der grundlegende Unterschied, daß sich in jenen Breiten überhaupt eine symmetrische Temperaturverteilung ausbilden kann, daß dagegen in unseren Breiten, wo T nicht nur kein Extremum, sondern sogar das größte meridionale Gefälle aufweist, eine asymmetrische Temperaturverteilung die Regel sein muß. Hier sind die Isothermen, also die Linien $T^* = \text{constans}$, wie man aus (56) erkennt, sinusförmige Linien mit zeitlich wachsender Amplitude. Der Aufbau einer Zyklone hinsichtlich ihrer Temperaturverteilung geht dann gemäß (60) und der bereits gewonnenen Ergebnisse, wie Abbildung 8 zeigt, in der folgenden Weise vor sich.

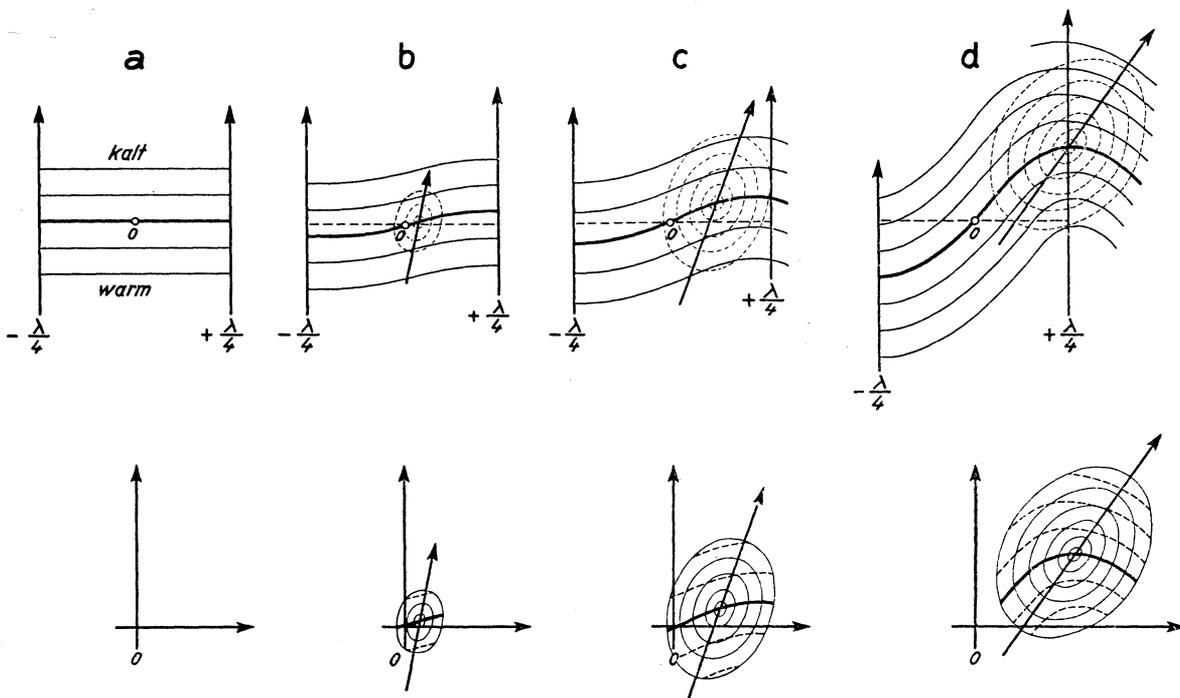


Abb. 8. Aufbau des Temperatur- und Druckfeldes einer Zyklone am Erdboden.

Zur Zeit $t = 0$ sind die Isothermen und die Isobaren den Breitenkreisen parallele Linien (Abbildung 8 a). Unmittelbar darauf entwickelt sich in $\xi' = -\frac{1}{\sigma} \frac{\pi}{2}$ eine Troglinie, in $\xi' = +\frac{1}{\sigma} \frac{\pi}{2}$ eine Kamm-
linie der Temperatur, die beide immer ausgeprägter werden (Abbildung 8 b, c, d). Gleichzeitig entsteht in $\xi' = 0$ ein geschlossenes Isobarenfeld, ein Zyklonenkern, der sich im Laufe der Entwicklung nach Osten bewegt und sein kräftigstes Stadium für unser Beispiel zur Zeit $t = 2T$ erreicht (Abbildung 8 a, b, c, d). Gleichzeitig verlagert er sich nach Norden und dreht seine große Achse in nordöstliche Richtungen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde unter jeder der oberen Abbildungen noch einmal nur die Zyklone in ihrer Entwicklung nach Lage und Größe mit dem zugehörigen Isothermenfeld eingetragen. Die unteren Abbildungen 8 geben also den wahren Störungsverlauf, wenn man sich die konstante Geschwindigkeit der oberen Druckwelle noch addiert denkt.

Das Ergebnis entspricht ganz der Beobachtung. Die Temperaturasymmetrie, gekennzeichnet durch die warme Vorderseite und kalte Rückseite der Zyklone, tritt deutlich hervor. Ebenso ist, was hier nicht mehr zur Darstellung gelangt, was man aber ohne weiteres sieht, die Vorderseite des nachfolgenden Hochdruckgebildes kalt, die Rückseite warm. Die Amplitude der Temperaturwellen in (56) zur Zeit $t=2T$ ist proportional D' und damit proportional dem Temperaturgefälle γ_y des ungestörten Feldes. Da dieses und mithin auch die Amplitude im Winter am größten ist, müssen sich die stärksten Temperaturasymmetrien, also die stärksten Temperaturgegensätze zwischen Vorder- und Rückseite bei Winterzyklonen zeigen. Auch das stimmt mit der Erfahrung überein¹⁾.

Die Berücksichtigung der Diskontinuitäten führt zu einer Unstetigkeitsfläche, deren Existenz schon Helmholtz²⁾ erkannt hat, die durch die grundlegenden Arbeiten von V. Bjerknes erschlossene „Polarfront“, welche die Luftmassen polaren Ursprungs von denen der Subtropen trennt. Im ungestörten Zustande verläuft ihre Schnittlinie mit dem Erdboden etwa längs des 60. Breitenkreises, wahrscheinlich aber etwa südlicher³⁾. Diese Unstetigkeitslinie, welche die kalten und warmen Luftmassen am Erdboden trennt und als Band unendlich dicht aufeinanderfolgender Isothermen aufgefaßt werden kann, unterliegt den gleichen Deformationen wie die übrigen Isothermen. Sie ist in der Abbildung 8 stark ausgezogen. In ihr die Kurs- und Böenlinie und im eingeschlossenen Gebiet den Warmsektor der Bjerknes'schen Idealzyklone wiederzuerkennen, hält nicht schwer. Die Kurslinie weist anfangs noch fast genau in die Richtung der Bewegung, was ja dazu führte, ihr diesen Namen zu geben.

Es sei zum Schluß nochmals auf den Hinweis Wert gelegt, daß die hervortretendsten Merkmale des gestörten Druck- und Temperaturfeldes, nämlich die Bildung geschlossener Hoch- und Tiefdruckkerne und die Erzeugung asymmetrischer Temperaturfelder in den zyklonalen und antizyklonalen Druckgebilden, nicht explizit den Störungen, sondern vielmehr diesen erst in Verbindung mit den Grundeigenschaften des ungestörten Feldes zuzuschreiben sind. Die genannten Merkmale sind damit auf die (hier angenommene) zonale Temperaturverteilung, d. h. auf die primäre Ursache alles atmosphärischen Geschehens, auf den stationären Strahlungshaushalt der Lufthülle, zurückgeführt. Es ist dies ein erneuter Beweis für die nicht nur mathematisch nahegelegte, sondern auch physikalisch vernünftige Methode, in allen Betrachtungen über diesen Gegenstand vom ungestörten Grundzustand auszugehen. Denn es ist immer sinnvoll, die Einzelercheinungen auf ein großes Gesetz oder einen umfassenden Gesetzeskomplex (Strahlungshaushalt) zurückzuführen, die Tiefe der Zusammenhänge wird auf diese Weise der Erkenntnis am eindringlichsten vermittelt.

Das durch die obere Druckwelle erzeugte Feld der Meridionalgeschwindigkeit läßt sich gemäß (34) in der folgenden Form schreiben:

$$v_y^* = \delta' \sqrt{Dv_y^2 + D'v_y^2} \sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'v_y}{Dv_y} \right]; \quad \gamma = \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \text{ für } Dv_y \gtrless 0$$

oder

$$v_y^* = \delta' \frac{RT}{1P} \sigma \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t + \frac{\pi}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'}{D} \right]. \quad (61)$$

Mit der Substitution (48) geht (61) dann über in:

$$v_y^* = \delta' \frac{RT}{1P} \sigma \sqrt{D^2 + D'^2} \sin \sigma \left[\xi + \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) \right]. \quad (62)$$

1) S. Hann-Süring, a. a. O. 4. Auflage, S. 551.

2) H. Helmholtz, Über atmosphärische Bewegungen. Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akademie 1888.

3) F. Baur u. H. Philipps, Der Wärmehaushalt der Lufthülle. 2. Mitt., Gerl. Beitr. z. Geophys., 45, 132 (1935).

Das Feld der Meridionalgeschwindigkeit macht also als Ganzes die Translations- und die Drehbewegung des Druckfeldes mit, aber die Linie kleinster Meridionalgeschwindigkeit, d. h. die Linie größter Südkomponente (Troglinie des v_y^* -Feldes) ist gegen die Troglinie des Druckfeldes um $\frac{\pi}{2\sigma} = \frac{\lambda}{4}$ verschoben. Längs der Troglinie des Druckfeldes

$$\xi = -\frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'}{D} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right)$$

ist keine Meridional Komponente vorhanden. Bezeichnen wir die Amplitude in (62) mit c_1 , so können wir, wieder unter der Voraussetzung, daß die Troglinie eine Gerade ist, auch schreiben:

$$v_y^* = c_1 \sin \sigma [\xi - \alpha y]. \quad (63)$$

Ganz entsprechend finden wir für das Feld der Zonalgeschwindigkeit aus (34):

$$v_x^* = v_x + \delta' \sqrt{Dv_x^2 + D'v_x^2} \sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'v_x}{Dv_x} \right]; \gamma = \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \text{ für } Dv_x \gtrless 0, \quad (64)$$

wobei allerdings Dv_x und $D'v_x$ wesentliche kompliziertere Ausdrücke als Dv_y und $D'v_y$ sind¹⁾. Mit der Substitution (48) geht (64) dann über in

$$v_x^* = v_x + \delta' \sqrt{Dv_x^2 + D'v_x^2} \sin \sigma \left[\xi + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'v_x}{Dv_x} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) \right].$$

Wenn wir wieder $\frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'v_x}{Dv_x}$ entwickeln:

$$\frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'v_x}{Dv_x} = \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'v_x}{Dv_x} \right)_{y=0} + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'v_x}{Dv_x} \right) \right]_{y=0} y = \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'v_{x0}}{Dv_x} - \beta(t) y$$

und

$$\delta' \sqrt{Dv_x^2 + D'v_x^2} = c_2 \quad ; \quad \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D'v_{x0}}{Dv_{x0}} - \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) = s(t)$$

setzen wird:

$$v_x^* = v_x + c_2 \sin \sigma [\xi - \beta y + s]. \quad (65)$$

Dabei sind die beiden Felder (63) und (65) jetzt auf das mit der Zyklone mitbewegte Koordinatensystem bezogen, sie geben also das horizontale Windfeld in der als ruhend gedachten Zyklone an. Die Vektorlinien der Geschwindigkeit, also die Stromlinien, genügen dann der Differentialgleichung:

$$\frac{d\xi}{v_x^*} = \frac{dy}{v_y^*}.$$

Um diese Stromlinien zu finden, setzen wir zunächst bei kontinuierlich vorausgesetztem Übergang der ungestörten Westströmung in die Ostströmung

$$v_x = -b y \quad (b = \text{const} \ ; \ b > 0)$$

in der Nähe der Druckrinne. Wir erhalten dann als Differentialgleichung der Stromlinien:

$$\frac{\partial y}{d\xi} = \frac{c_1 \sin \sigma [\xi - \alpha y]}{c_2 \sin \sigma [\xi - \beta y + s] - b y}. \quad (66a)$$

Dabei sind c_1 und c_2 Funktionen von y und t , α und β und s Funktionen von t allein. Zunächst sieht man, daß für $t = 0$, für welches $c_1 = 0$ wird, die Stromlinien parallel zu den Breitenkreisen verlaufen. Zur allgemeineren Untersuchung sehen wir von der Veränderlichkeit der Amplitude mit der Breite ab, zumal wir die Untersuchung nur auf einen begrenzten Raum erstrecken werden, sodann bestimmen wir den Punkt ξ_0 , y_0 , in welchem keine Geschwindigkeit herrscht. Damit v_y^* verschwindet, muß $\xi_0 = \alpha y_0$ sein, der Punkt liegt also auf der Troglinie des Druckes, ferner muß, damit $v_x^* = 0$ wird:

¹⁾ An dieser Stelle darf nicht unerwähnt bleiben, daß die Störung u_x für $t = 0$ nicht verschwindet. Das hat seinen Grund in folgendem. In der oberen Druckstörung wurde $\delta(t) = \delta \sin \sigma t$ gesetzt, womit zwar erreicht wird, daß π_s für $t = 0$ verschwindet, aber nicht, was billigerweise verlangt werden müßte, daß auch die Störungsgeschwindigkeit $\frac{\delta \pi_s}{\delta t}$ zu Null wird. Das würde z. B. für $\delta(t) = \delta \sin^2 \sigma t$ der Fall sein. Indessen führt diese Annahme zu sehr viel komplizierteren und undurchsichtigeren, aber im wesentlichen nicht viel anders zu deutenden Ausdrücken, sodaß selbst im Hinblick auf die erwähnte Unstimmigkeit, die sich nur überall dort zeigt, wo zeitliche Ableitungen auftreten, also in v_x^* und V , davon Abstand genommen wurde. Wir umgehen die genannte Schwierigkeit so weit wie möglich dadurch, daß wir nur die vollentwickelte Zyklone betrachten.

$$c_2 \sin \sigma [(\alpha - \beta) y_0 + s] - b y_0 = 0$$

sein. Da c_2 sehr klein ist, kann auch die Verrückung y_0 gegen die Druckrinne nur sehr klein sein. Durch die Transformation

$$\zeta = \xi - \xi_0 \quad ; \quad \eta = y - y_0$$

machen wir den Punkt ξ_0, y_0 zum neuen Koordinatenmittelpunkt und erhalten dann statt (66 a):

$$\frac{d\eta}{d\zeta} = \frac{c_1 \sin \sigma [\zeta - \alpha \eta]}{c_2 \sin \sigma [\zeta - \beta \eta] \cos \sigma [(\alpha - \beta) y_0 + s] - b \eta + c_2 \cos \sigma [\zeta - \beta \eta] \sin \sigma [(\alpha - \beta) y_0 + s] - b y_0} \quad (66b)$$

Solange wir uns auf die Untersuchung der Stromlinien in der Umgebung des windstillen Punktes ξ_0, y_0 beschränken, läßt sich leicht eine Lösung von (66 b) angeben. Wir gehen also in der Entwicklung nur bis zu den linearen Gliedern und erhalten dann:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{\kappa \zeta + \lambda \eta}{\mu \zeta + \nu \eta} \quad (67a)$$

mit:

$$\begin{aligned} \kappa &= c_1 \sigma & \lambda &= -c_1 \sigma \alpha \\ \mu &= c_2 \sigma \cos \sigma [(\alpha - \beta) y_0 + s] & \nu &= -b - c_2 \sigma \beta \cos \sigma [(\alpha - \beta) y_0 + s]. \end{aligned} \quad (67b)$$

Die homogene Differentialgleichung (67 a) ist bekannt aus der Theorie der einfachen isolierten singulären Punkte. Der Punkt $\zeta = 0, \eta = 0$ oder $\xi = \xi_0, y = y_0$ ist ein solcher; durch ihn gehen mehr als eine Integralkurve, d. h. also mehr als eine Stromlinie. Die lösenden Integralkurven finden wir in der folgenden

Weise. Durch die Substitution $v = \frac{\eta}{\zeta}$ geht (67 a) über in

$$\zeta \frac{dv}{d\zeta} = \frac{\kappa + (\lambda - \mu) v - \nu v^2}{\mu + \nu v} = \frac{-\nu (v - v_1) (v - v_2)}{\mu + \nu v}.$$

Dabei sind v_1 und v_2 die Lösungen der quadratischen Gleichung des Zählers, nämlich

$$v_{1,2} = \frac{\lambda - \mu}{2\nu} \pm \frac{\lambda}{2|\nu|} \sqrt{(\lambda - \mu)^2 + 4\nu\kappa},$$

die nur dann reell sind, wenn

$$(\lambda - \mu)^2 + 4\nu\kappa > 0$$

ist. Da c_1 und c_2 mit δ immer sehr klein sind, wird der Integrand $(\lambda - \mu)^2 + 4\nu\kappa \approx -4b c_1 \sigma < 0$. Die Wurzeln sind also konjugiert komplex und etwa von der Form:

$$v_{1,2} = \psi \pm \omega i,$$

wobei

$$\psi = \frac{\lambda - \mu}{2\nu} \quad ; \quad \omega = \sqrt{-(4\nu\kappa + (\lambda - \mu)^2)}$$

ist. Setzt man das in die obige Gleichung ein, so führt die Trennung der Variablen zu folgendem Integral:

$$\ln \zeta = -\frac{1}{2} \ln [(v - \psi)^2 + \omega^2] - \frac{\left(\frac{\mu}{\nu} + \psi\right)}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{v - \psi}{\omega}$$

oder, wenn wieder η eingeführt wird,

$$\ln \sqrt{(\eta - \psi \zeta)^2 + \omega^2 \zeta^2} = -\frac{\frac{\mu}{\nu} + \psi}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\eta - \psi \zeta}{\zeta \omega}.$$

Um die Gleichung in eine übersichtlichere Form zu bringen, unterwerfen wir sie zum Schluß noch einer affinen Transformation:

$$\bar{\eta} = \eta - \psi \zeta \quad ; \quad \bar{\zeta} = \omega \zeta,$$

die einer mit Maßstabänderung verbundenen Drehung, einer Drehstreckung, gleichkommt. Führen wir dann in dem neuen Koordinatensystem Polarkoordinaten $\bar{r}, \bar{\varphi}$ ein, so folgt schließlich:

$$\bar{r} = \text{const } e^{k \bar{\varphi}} \quad (68)$$

mit

$$k = \mu' + \lambda' \quad ; \quad \mu' = \frac{\mu}{2 \sqrt{bc_1} \sigma} \quad ; \quad \lambda' = \frac{\lambda}{2 \sqrt{bc_1} \sigma}$$

(68) stellt die Gleichung der logarithmischen Spirale dar, die für $k = 0$ den Kreis mitenthält. Bezieht man sich statt auf ξ und $\bar{\eta}$ wieder auf ζ und η , so bleibt das Resultat erhalten; die logarithmischen Spiralen bleiben Kurven, die den Punkt $\zeta = 0, \eta = 0$ unendlich oft umkreisen, ehe sie ihn erreichen, und die Kreisbahnen gehen in elliptische Bahnen über. In jedem Falle ist die Bewegung zyklonal, wie man aus dem Vorzeichen von v_y^* , am besten aus (63), erkennt. Dort ist für $y = 0$ und $\xi = \frac{\pi}{2\sigma}$, also auf der Vorderseite der Zyklone, die Meridionalkomponente der Bewegung nach Norden gerichtet. Wie stark das Einbiegen gegen das Zentrum ist, läßt die Größe k erkennen. Selbstverständlich gelten die hier angestellten Überlegungen infolge der abgebrochenen Entwicklung des sinus und cosinus nur in der Nähe des Wirbelpunktes. Das ist auch deswegen nicht anders zu erwarten, weil in weiter Entfernung vom Zyklonenzentrum kein geschlossenes Isobarenfeld und damit kein Wirbelfeld existiert.

Die meridionale Verlagerung des Wirbelpunktes, für $L_0 = \frac{\sigma_0}{\sigma}$ zur Zeit der kräftigsten Zyklonenentwicklung errechnet aus

$$c_2 \sin \sigma [(\alpha - \beta) y_0 + s] - b y_0 = c_2 \cos [(\alpha - \beta) y_0] - b y_0 = 0$$

ist, wie man sieht, nach Norden gerichtet in Übereinstimmung mit der Nordverlagerung des Druckzentrums.

Ganz kurz wollen wir noch die Größe V einer Betrachtung unterziehen; die Umformungen verlaufen analog denen der anderen Größen.

$$V = \delta' \sqrt{D_v^2 + D'_v{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D'_v}{D_v} \right); \quad \gamma = \frac{0}{1} \text{ für } D_v \geq 0$$

oder

$$V = \delta' \sqrt{D_v^2 + D'_v{}^2} \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{\pi}{2\sigma} - \frac{1}{\sigma} \operatorname{arctg} \frac{D_v}{D'_v} \right)$$

und mit der Substitution (48)

$$\begin{aligned} V &= \delta' \sqrt{D_v^2 + D'_v{}^2} \sin \sigma \left[\xi - \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D_v}{D'_v} + \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) - \frac{\gamma}{\sigma} \pi \right] \\ V &= \delta' \sqrt{D_v^2 + D'_v{}^2} \sin \sigma \left[\xi - \frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D_{v_0}}{D'_{v_0}} + \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) - \frac{\gamma}{\sigma} \pi - \alpha_v y. \right] \end{aligned} \quad (69)$$

Setzen wir der Einfachheit halber wieder $L_0 = \frac{\sigma_0}{\sigma}$ und berechnen jetzt D_{v_0} und D'_{v_0} , so zeigt sich, daß

$$D'_{v_0} = -d D_0 \quad (d > 0)$$

ist. Es ist dann für $t = 2T$:

$$\frac{1}{\sigma} \left(\operatorname{arctg} \frac{D_{v_0}}{D'_{v_0}} + \operatorname{arctg} \frac{D'_0}{D_0} \right) - \frac{\pi}{\sigma} = -\frac{\pi}{\sigma}.$$

Zur Zeit der kräftigsten Entwicklung der Zyklone ist also

$$V = -\delta' |D_v| \sin \sigma [\xi - \alpha_v y] \quad (70)$$

$\xi = \alpha_v y$ ist wieder die Gleichung der Troglinie, diesmal für die Verteilung V . Wir finden, daß für Werte $\xi > \alpha_v y$, d. h. für Punkte vor der Troglinie $V < 0$, für Punkte hinter der Troglinie $V > 0$ ist, d. h. die Vorderseite der Zyklone hat im allgemeinen $V < 0$, die Rückseite $V > 0$. Nun ist mit (21 b) in unmittelbarer Erdbodennähe:

$$u_z = -\Delta z \left(\frac{T}{p} V \right)_{z=0}.$$

Mit Rücksicht auf das Vorstehende heißt das: die Vorderseite der ausgebildeten Zyklone hat im allgemeinen aufsteigende, die Rückseite absteigende Bewegung.

Wenn man in den Größen D und D'_v allein die Glieder mit D und D' in Rechnung setzt, die sicher den maßgeblichen Anteil ausmachen, so wird $\alpha_v = \alpha$, d. h. die Vertikalbewegungen sind dann exakt auf der Troglinie des Druckes gleich Null, was sonst, je nach dem Einfluß, der im Einzelfalle den anderen

Größen in Dv und $D'v$ zukommt, mehr oder weniger scharf der Fall ist. Selbstverständlich gelten die gleichen örtlichen Begrenzungen für die an jene Vertikalbewegungen gebundenen Wettervorgänge.

Zusammenfassend läßt sich daher sagen:

Die wellenförmige obere Druckstörung baut am Erdboden Zyklonen und Antizyklonen auf, die neben der Translationsbewegung auch eine Drehbewegung ausführen, derart, daß sich ihre langen Achsen in nordöstliche Richtungen einzustellen trachten. Dabei verlagern sich die Zyklonen gegen die Druckrinne nordwärts, die Antizyklonen dazwischen südwärts. Das durch die obere Druckrinne erzeugte Temperaturfeld ist in der Weise asymmetrisch, daß die Vorderseite der Zyklone warm, ihre Rückseite dagegen kalt ist; für die Antizyklonen gilt das Umgekehrte. Eine Ausnahme bilden die tropischen Zyklonen, bei denen eine Temperatursymmetrie möglich ist. Unter Berücksichtigung der durch die Polarfront hineingetragenen Unstetigkeit erscheinen die bekannten Unstetigkeitslinien der Bjerkneschen Idealzyklone, die Kurs- und die Böenlinie, als Häufungslinien des Isothermenfeldes. Das durch die stratosphärische Druckstörung erzeugte Windfeld zeigt einen bei den Zyklonen gegen die Tiefdruckrinne nach Norden verschobenen singulären Punkt – in Übereinstimmung mit der Nordverlagerung des Zyklonenkerns – gegen welchen in spiralförmigen Bahnen ein Einströmen (zyklonale Bewegung) erfolgt; im Grenzfall können die Stromlinien auch elliptisch sein. Schließlich zeigt es sich, daß die obere Druckwelle auf der Zyklonenvorderseite aufsteigende, auf der Rückseite absteigende Luftbewegung hervorruft, sodaß etwa vom Südwesten der Zyklonen über Süden bis Nordosten im Durchschnitt Aufzugbewölkung und Aufgleitregen bei höheren Temperaturen, auf der Rückseite zwischen Südwesten über Westen bis Nordosten mit absinkender Luftbewegung verbundenes Aufklaren bei tieferen Temperaturen zu erwarten ist. Die stratosphärische Druckwelle, als primäre Störung aufgefaßt, kann also nicht allein zur Erklärung der am Erdboden entstehenden zyklonalen und antizyklonalen Drucksituationen mit den ihnen eigenen Bewegungsgesetzen, sondern auch zur Deutung ihrer Feldeigenschaften – und zwar der des isobaren, des isothermen und des Geschwindigkeitsfeldes – und der mit ihnen verbundenen Wettervorgänge herangezogen werden. Die Gesamtheit der Ergebnisse fügt sich zum Bild der Zyklone in allen Einzelheiten mit den für sie typischen Wettererscheinungen zusammen, so wie es die Beobachtungen ergeben¹⁾.

4. Die Steig- und Fallgebiete des Druckes und der Temperatur.

Erst in jüngster Zeit sind in dem Maße, in dem die Erforschung der Stratosphäre in ihren Auswirkungen auf das Wetter an Bedeutung gewann, auch die Druckänderungskarten (Isallobarenkarten) zu einem wichtigen Hilfsmittel der Synoptik geworden, deshalb, weil sie viel reiner und unverfälschter die Vorgänge in der Höhe anzuzeigen vermögen als die Isobarenkarten, in denen außer den oberen auch die advektiven troposphärischen Einflüsse zur Geltung kommen. Entgegen der früheren Meinung, in den Fall- und Steiggebieten des Druckes nur ein Hilfsmittel der Darstellung zu sehen und sie als sekundäre, an die Existenz von Zyklonen und Antizyklonen gebundene Erscheinungen aufzufassen, hat sich, nachdem die Arbeiten Ekholm²⁾ lange Zeit nicht die Würdigung fanden, die sie verdienen, allmählich – wenigstens in der mitteleuropäischen Meteorologie – die Auffassung durchgesetzt, daß die Steig- und Fallgebiete selbständige Gebilde primären Charakters seien. Diese Tatsache äußert sich vor allem schon in den Verschiedenheiten der Eigenschaften der isallobarischen Gebilde einerseits, der isobarischen andererseits. Als Hauptkennzeichen tritt dabei die Abhängigkeit der Eigenschaften des Druckfeldes von dem troposphärischen Grundzustand stark hervor, welche bei denen des Druckänderungsfeldes nahezu fehlt. Der Feststellung der Unterschiede und einiger Haupteigenschaften der Änderungsfelder des Druckes und der Temperatur soll die nachfolgende kurze Untersuchung gelten.

Streng genommen hängt der ungestörte Zustand selbstverständlich auch von der Zeit ab, aber seine Veränderung mit der Jahreszeit ist, gemessen an dem ungleich rascheren Tempo des Störungsablaufs, so gering, daß wir während der Dauer einer Störung, so wie es ja bisher immer geschah, den Grundzustand als zeitlich konstant betrachten können. Das Druckänderungsfeld ist dann gegeben durch:

$$\frac{\partial p^*}{\partial t} = \bar{P} = \delta' \sqrt{\bar{D}^2 + \bar{D}'^2} \sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0}{\sigma} t - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{\bar{D}'}{\bar{D}} \right]; \quad \gamma = \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \text{ für } \bar{D} \gtrless 0 \quad (71)$$

mit

$$\bar{D}' = \frac{\partial D'}{\partial t} - \sigma_0 D \quad ; \quad \bar{D} = \frac{\partial D}{\partial t} + \sigma_0 D'$$

¹⁾ Hann-Süring, a. a. O. 4. Aufl. Abb. 55, S. 521.

²⁾ N. Ekholm, M. Z. 1906 und 1907.

Mit der Transformation (48) läßt es sich gewiß auf die Form:

$$\bar{P} = \delta f(y, t) \sin \sigma [\xi + F(y, t)] \quad ; \quad (f > 0) \quad (72)$$

bringen. Wir fragen zunächst wieder danach, wo und unter welchen Bedingungen geschlossene isallobarische Gebilde auftreten können. Es ist:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi} &= \delta f \sigma \cos \sigma [\xi + F] = 0 \\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} (\delta f) \sin \sigma [\xi + F] + \delta f \sigma \cos \sigma [\xi + F] \frac{\partial F}{\partial y} = 0. \end{aligned}$$

Die Orte ξ_0, y_0 , an welchen sich die Kerne der Steig- und Fallgebiete zur Zeit t befinden können, sind also aus:

$$\cos \sigma [\xi_0 + F] = 0$$

und

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} (\delta f) \right]_{y=y_0} = 0$$

zu ermitteln. Dabei muß aber an jenen Orten ξ_0, y_0 wieder die Nebenbedingung

$$\left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \xi \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} \right) < 0$$

erfüllt sein. Sie führt zu:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (\delta f) < 0.$$

Der Vergleich mit der analogen Betrachtung für die isobarischen Gebilde ist interessant. Die entsprechende Bedingung lautet hier:

$$\pm \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} < 0.$$

Der Unterschied in beiden Betrachtungen ist der folgende: Für die isobaren Felder ist die Nebenbedingung notwendig immer erfüllt, d. h., es gibt immer geschlossene Isobaren in der Breite, für welche $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ ist, aber je nach dem Vorzeichen von $\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}$ entweder nur geschlossene Zyklonen oder nur geschlossene Antizyklonen in ein und derselben Breite; für die isallobarischen Gebilde braucht die Nebenbedingung nicht notwendig erfüllt zu sein, ist sie es aber, so gibt es in der Breite, für die sie erfüllt ist, geschlossene Steig- und Fallgebiete nebeneinander. So selbstverständlich dieses Resultat ist, so zeigt es doch in der Gegenüberstellung der gleichen Ableitungen mit verschiedenen Ergebnissen den grundlegenden, zwischen isobaren und isallobaren Gebilden bestehenden Unterschied. Erstere sind wegen des Auftretens von $\frac{\partial P}{\partial y}$ in ihrer meridionalen Lage von der ungestörten troposphärischen Druckverteilung abhängig, letztere hauptsächlich von der stratosphärischen Aktivität. Damit nämlich die erwähnte Nebenbedingung für das Druckänderungsfeld erfüllt ist, muß δf , die Amplitude der Druckänderungswelle, in meridionaler Richtung ein Maximum aufweisen, was hauptsächlich dort der Fall sein wird, wo δ relativ zu seiner Umgebung seinen größten Wert erreicht, d. h., in jenen Breiten, in denen die stratosphärische Aktivität besonders stark ist.

Bei der Untersuchung der zonalen Lageänderung der Steig- und Fallgebiete ziehen wir wieder den schon oft gewählten Fall $L_0 = \frac{\sigma_0}{\sigma}$ heran. Für $y = 0$ ist dann:

$$D = \sin \sigma_t t \quad ; \quad D' = -\frac{\sigma_0}{\sigma} (1 - \cos \sigma_t t)$$

und daher

$$\bar{D} = -\frac{\sigma_0^2}{\sigma_t} + \frac{\sigma_0^2 + \sigma_t^2}{\sigma_t} \cos \sigma_t t \quad ; \quad \bar{D}' = -2\sigma_0 \sin \sigma_t t.$$

Die Durchführung der Substitution (48) ergibt dann in (72):

$$F = -\frac{\pi}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sigma_0^2 - (\sigma_0^2 + \sigma_t^2) \cos \sigma_t t}{2\sigma_0 \sigma_t \sin \sigma_t t} - \operatorname{arctg} \frac{\sigma_0}{\sigma_t} \operatorname{tg} \frac{\sigma_t}{2} t \right]. \quad (73a)$$

Genau dieselben Überlegungen, die wir bisher durchgeführt haben, können wir in gleicher Weise auch auf Isallothermen übertragen, indem wir in (71) alle Größen D mit dem Index T versehen. Aus (71) in Verbindung mit (34) folgt dann:

$$\bar{D}_T = \frac{c \sigma_0^2}{\sigma_t} (1 - \cos \sigma_t t) \quad \text{und} \quad \bar{D}_T' = c \sigma_0 \sin \sigma_t t \quad ; \quad \left(c = \frac{RT^2}{ghP} \right)$$

Daraus ergibt sich wieder mit der Transformation (48) und einem der Formel (72) entsprechendem Ausdruck für das Temperaturänderungsfeld \bar{T} :

$$F_T = 0 \quad (73b)$$

Wir erhalten demnach für die Änderungsfelder des Druckes und der Temperatur:

$$\bar{P} = \delta \bar{f}_p \sin \sigma \left[\xi - \frac{\pi}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \left(\arctg \frac{\sigma_0^2 - (\sigma_0^2 + \sigma_t^2) \cos \sigma_t t}{2 \sigma_0 \sigma_t \sin \sigma_t t} - \arctg \frac{\sigma_0}{\sigma_t} \operatorname{tg} \frac{\sigma_t}{2} t \right) \right] \quad (74a)$$

$$\bar{T} = \delta \bar{f}_T \sin \sigma \xi \quad (74b)$$

Für das Druck- und das Temperaturfeld finden wir demgegenüber:

$$p^* = P + \delta f_p \sin \sigma \left[\xi - \frac{\pi}{2\sigma} \right] \quad (75a)$$

$$T^* = T + \delta f_T \sin \sigma \left[\xi + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{\sigma_t}{\sigma} \operatorname{tg} \frac{\sigma_t}{2} t \right] \quad (75b)$$

Für die Zeiten $t = 0$ (Beginn der Störung) und $t = 2T$ (kräftigste Entwicklung der Zyklone am Erdboden) ergibt sich für die vier Felder:

$$\begin{array}{ll} \underline{t=0} & \underline{t=2T} \\ \bar{P} = -\delta \bar{f}_p \sin \sigma \left(\xi + \frac{\pi}{2\sigma} \right) & \bar{P} = -\delta \bar{f}_p \sin \sigma \xi \quad (76a) \\ \bar{T} = \delta \bar{f}_T \sin \sigma \xi & \bar{T} = \delta \bar{f}_T \sin \sigma \xi \quad (76b) \end{array}$$

$$p^* = P - \delta f_p \sin \sigma \left(\xi + \frac{\pi}{2\sigma} \right) \quad p^* = P - \delta f_p \sin \sigma \left(\xi + \frac{\pi}{2\sigma} \right) \quad (77a)$$

$$T^* = T + \delta f_T \sin \sigma \xi \quad T^* = T + \delta f_T \sin \sigma \left(\xi + \frac{\pi}{2\sigma} \right) \quad (77b)$$

Mit Rücksicht darauf, daß wir alle Felder auf das in der bewegten Zyklone ruhende Koordinatensystem ξ, y beziehen, entnehmen wir (76) und (77) die folgenden Relativgeschwindigkeiten gegen das als ruhend gedachte Druckfeld. Das Änderungsfeld der Temperatur hat keine Relativgeschwindigkeit, das Temperaturfeld eine negative, das Druckänderungsfeld eine positive; die Größe der Verschiebung während des Aufbaus der Felder beträgt in diesem Falle immer gerade $\frac{\pi}{2\sigma} = \frac{\lambda}{4}$. Wir können aus dem Vorstehen-

den den Schluß ziehen, daß sich das Änderungsfeld jeder Größe schneller bewegt als das Feld der Größe selbst. Dabei bewegt sich in diesem Spezialfall das isallotherme Feld mit der gleichen Geschwindigkeit wie das Druckfeld, dagegen schneller als das Temperaturfeld und langsamer als das Druckänderungsfeld. Die Tatsache, daß sich das isallobare Feld schneller bewegt als das Druckfeld hat schon Ekhölm¹⁾ nachgewiesen, sie erweist sich in den weitaus meisten Fällen als zutreffend.

Um die Lage der Minima und Maxima des Druck- und Temperaturfeldes und der entsprechenden Änderungsfelder gegeneinander in der ausgebildeten Zyklone festzustellen, haben wir uns auf die zweite Kolonne von (76) und (77) zu beschränken. Der Kern der Zyklone liegt mit dem Temperaturmaximum im Punkte $\xi = 0$. Im Punkte $\xi = \frac{\pi}{2\sigma} = \frac{\lambda}{4}$, also auf der Vorderseite der Zyklone, liegt ein Fallgebiet des Druckes und ein Steiggebiet der Temperatur. Auf der Zyklonenrückseite findet sich dann ein Steiggebiet des Druckes und ein Fallgebiet der Temperatur. Es entspricht also einem Druckfallgebiet ein Steiggebiet der Temperatur und umgekehrt. Diese hier abgeleitete Erscheinung ist eine im Wetterdienst bekannte Regel²⁾. Sie entspricht den bei schnellem Wettertempo, d. h. bei ausgesprochen zyklogenetischer Wetterlage (Westwetter) beobachteten Wettervorgängen. (Müggescher polarer Wettertyp);

1) N. Ekhölm, a. a. O.

2) A. Defant, Wetter und Wettervorhersage. F. Deuticke, Wien, S. 160, 2. Aufl.

insbesondere erkennt man das an der Zuordnung der Aufgleit- und Abgleitgebiete an die isallobarischen Felder.

In der ausgebildeten Zyklone fällt nämlich das Druckänderungsfeld, wie man durch Vergleich von (76 a) mit (70) erkennt, mit dem V-Feld zusammen, d. h., das Fallgebiet des Druckes mit dem Gebiet aufgleitender Bewegung und damit verbundenen Aufgleitregens, das Steiggebiet mit dem Gebiet des Aufklarens und der absinkenden Luftmassen. Die Geschwindigkeit der Steig- und Fallgebiete des Druckes ist in diesem Falle gleich der Geschwindigkeit des Temperaturfeldes, vermehrt um $\frac{\lambda}{4T}$, also gleich $\frac{\sigma_0}{\sigma} + \frac{\lambda}{4T}$. Mit $\lambda = 4000$ km und $T = 3$ Tage und $\frac{\sigma_0}{\sigma} = 18$ m/sec erhalten wir rund 22 m/sec als Geschwindigkeit der Steig- und Fallgebiete des Druckes.

(Daß $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ hier reichlich hoch, nämlich wie es das Beispiel verlangt, gleich L_0 angenommen wurde, wird durch die für große $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ entsprechend kleinere Relativgeschwindigkeit kompensiert.) Die von den Steig- und Fallgebieten in 24 Stunden zurückgelegte Strecke beträgt dann rund 1900 km $\approx \frac{\lambda}{2}$. Wo also heute ein Fallgebiet ist, liegt morgen ein Steiggebiet und umgekehrt, oder mit Rücksicht auf die vorangehenden Beziehungen, wo heute ein geschlossenes Regengebiet auf der Wetterkarte vorhanden ist, wird morgen der Luftdruck steigen, bzw. wo heute der Luftdruck steigt, wird es morgen regnen. Für diese Regeln, die selbstverständlich nur dann gelten bzw. anwendbar sind, wenn eine durch Druckwellen hervorgerufene Wetterlage besteht und die natürlich auch dann noch viele Ausnahmen haben können, hat A. Defant in dem oben zitierten Buch eine Reihe schöner Beispiele gebracht¹⁾.

Schließlich untersuchen wir noch die Achsenneigung der Vertikalachse der Steig- und Fallgebiete des Druckes gegen die Vertikale. Zu diesem Zwecke bilden wir

$$\frac{\partial p_s^*}{\partial t} = \bar{P}_s = \delta [\sigma_t \cos \sigma_t t \sin \sigma \left(x - \frac{\sigma_0 t}{\sigma} \right) - \sigma_0 \sin \sigma_t t \cos \sigma \left(x - \frac{\sigma_0 t}{\sigma} \right)]$$

$$\bar{P}_s = \delta \bar{f}_{ps} \sin \sigma \left[x - \frac{\sigma_0 t}{\sigma} - \frac{\gamma}{\sigma} \pi + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{\bar{D}'_{ps}}{\bar{D}_{ps}} \right] ; \quad \gamma = \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \text{ für } \bar{D}_{ps} \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0 \quad (78)$$

mit

$$\bar{D}_{ps} = \sigma_t \cos \sigma_t t \quad \text{und} \quad \bar{D}'_{ps} = -\sigma_0 \sin \sigma_t t.$$

Bezieht man \bar{P}_s und p_s^* beide auf das Koordinatensystem ξ, η mittels der Transformation (48), so wird

$$\bar{P}_s = \delta \bar{f}_{ps} \sin \sigma \left[\xi + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} - \frac{\gamma}{\sigma} \pi - \frac{1}{\sigma} \left(\arctg \frac{\sigma_0}{\sigma_t} \operatorname{tg} \sigma_t t - \arctg \frac{\sigma_0}{\sigma_t} \operatorname{tg} \frac{\sigma_t}{2} t \right) \right]$$

$$p_s^* = P_s + \delta f_{ps} \sin \sigma \left[\xi + \frac{3}{2} \frac{\pi}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \arctg \frac{\sigma_0}{\sigma_t} \operatorname{tg} \frac{\sigma_t}{2} t \right].$$

Insbesondere ergibt sich zur Zeit $t = 2T$

$$\bar{P}_s = -\delta \bar{f}_{ps} \sin \sigma \xi \quad \text{für } t = 2T \quad (79)$$

$$p_s^* = P_s - \delta f_{ps} \sin \sigma \left(\xi + \frac{\pi}{\sigma} \right). \quad (80)$$

Der Vergleich von (79) und (80) mit (76 a) und (77 a) lehrt folgendes. Das Druckfeld weist zur Zeit $t = 2T$ eine nach Westen gerichtete Achse auf mit der Neigung $\frac{\lambda}{4} : h$ gegen die Vertikale, während das Druckänderungsfeld auch für $t = 2T$ keine Achsenneigung besitzt. Da ja die Verschiebung der unteren Druckgebilde gegen die oberen und damit die Achsenneigung ein rein advektiver troposphärischer Effekt ist, dürfte diese Tatsache als Beweis dafür angesehen werden, daß die durch obere Druckwellen erzeugten Steig- und Fallgebiete des Druckes von den Vorgängen in der Troposphäre sicher nur unbedeutend beeinflußt werden. Bei eintretender stratosphärisch bedingter Wetteränderung (Änderung der Großwetterlage) wird man ihnen, als den ersten von oben zum Boden vordringenden sicheren Signalen, große Beachtung schenken müssen.

¹⁾ A. Defant a. a. O. S. 164–166.

Dem Druckverlauf auf der homogenen Erde haben wir den auf der physischen Erde, der Wirklichkeit näher kommenden, entgegengestellt. Wollen wir mit dem Druckänderungsfeld in der gleichen Weise verfahren, so haben wir die Druckverteilung (44 c) nach t zu differenzieren. Da aber das durch die Land- und Meerverteilung gestörte Feld stationär ist, finden wir das keineswegs überraschende Ergebnis, daß es ganz allgemein für die Druckänderungsfelder den Unterschied zwischen homogener und physischer Erde nicht gibt. Darin liegt auch sicher der Grund für die Regelmäßigkeit und Gesetzmäßigkeit, mit der sich die Steig- und Fallgebiete auf nahezu gradlinigen Bahnen unter normalen Verhältnissen von Westen nach Osten bewegen, ganz im Gegensatz zu den Zyklonen, welche dem Einflusse des durch die Land- und Meerverteilung gestörten Grundfeldes unterliegen. Beispiele dafür bringen die Arbeiten Ekholm¹⁾. Die Zyklognese auf der physischen Erde ist durch Abbildung 7 und die daran geknüpften Bemerkungen beschrieben. Verbinden wir die Darstellung der Abbildung 7 mit der Bewegung des Druckänderungsfeldes, so ist der Vorgang der folgende: die sich im Aktionszentrum bildende Zyklone, die sich rasch nach Osten bewegt, ist von einem Fall- und Steiggebiet des Druckes begleitet. Während aber die Zyklone bald stationär wird und sich auffüllt, muß das Änderungsfeld nach dem oben Gesagten unabhängig davon seine Bahn fortsetzen. Wir haben dann den nicht zu selten beobachteten Fall vor uns, daß sich von einer stationär werdenden Zyklone das zu ihr gehörige Steig- und Fallgebiet abtrennt und selbständig weiterwandert.

Abschließend läßt sich sagen, daß auch die synoptisch sehr wichtigen Änderungsfelder sich zwanglos dem gesamten Fragenkomplex einfügen, und daß man dabei zu Ergebnissen gelangt, welche durch die Beobachtungen bestätigt werden. Insbesondere treten dabei von selbst immer jene Eigenschaften der Druckänderungsfelder hervor, die ihre Bedeutung als Vermittler rein stratosphärischer Vorgänge ohne die verwischenden Einflüsse der troposphärischen Advektion erkennen lassen und die sie zu einem bedeutsamen Hilfsmittel der neuzeitlichen Synoptik machen.

Schlußbetrachtung.

In der vorliegenden Arbeit wurde das Ziel verfolgt, die durch stratosphärische Druckwellen am Boden hervorgerufenen Störungen des zonalen Grundzustandes zu untersuchen. Zu diesem Zwecke wurde zunächst unter der Annahme einer linearen Temperaturverteilung durch Integration der hydrodynamischen Differentialgleichungen das ungestörte zonale Druck-, Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld der Luft-hülle festgelegt. Die dabei gewonnenen Ergebnisse enthalten die bekannten Eigenschaften des zonalen atmosphärischen Grundzustandes. Als Störung wurde sodann — in Erweiterung aller bisherigen Annahmen, die stets nur eine Druckwelle unveränderlicher Amplitude voraussetzen — eine an der Stratosphären-grenze entstehende und allmählich abklingende, dabei fortschreitende Druckwelle angenommen. Alle Untersuchungen sind nur auf kleine Störungen im Sinne der aus der theoretischen Physik bekannten Definition bezogen worden, eine Einschränkung, die durch den für die strengere mathematische Durchführung damit freigegebenen Weg wettgemacht wird. Nach Herleitung und Integration der Störungsgleichungen werden die Entstehung und Wanderung der am Boden sich unter dem Einfluß der oberen Störung ausbildenden Drucksituationen, ferner die Eigenschaften des Druck-, Temperatur- und Windfeldes, schließlich der Änderungsfelder des Druckes und der Temperatur einer näheren Untersuchung unterzogen. Dabei ergeben sich im wesentlichen die folgenden kurz zusammengestellten Resultate:

Infolge der oberen Druckstörung bilden sich auf der „homogenen“ Erde in den zonal verlaufenden Tiefdruckrinnen Tiefdruckkerne mit dazwischen liegenden Hochdruckkeilen, längs des subtropischen Hochdruckrückens dagegen Kerne hohen Druckes mit dazwischen liegenden Tiefdruckausläufern. Diese Zyklonen und Antizyklonen bewegen sich von West nach Ost mit Ausnahme der tropischen Zyklonen, welche von Ost nach West wandern. Die Geschwindigkeit der unten entstehenden Druckgebilde ist größer als die der oberen, sodaß die vertikale Achse der hochreichenden Zyklonen und Antizyklonen nach rückwärts geneigt ist. Die Entwicklung der Zyklonen am Boden hängt außer von der Entwicklung und Fortbewegung der oberen Druckwelle hauptsächlich von dem meridionalen troposphärischen Temperaturgefälle ab.

Auf der durch die ungleiche Land- und Meerverteilung gestörten „physischen“ Erde verläuft die geschilderte Zyklognese in Bezug auf die Aufeinanderfolge der sich bildenden Zyklonen sehr viel unregelmäßiger. Die Bildung der Zyklonen, bei der das lokale Minimum maßgebenden Anteil hat, erfolgt nicht mehr gleichzeitig und in äquidistanten Abständen. Auch werden die Zyklonen kurz vor ihrem Absterben

¹⁾ N. Ekholm a. a. O.

stationär. Wieviel Zyklonen sich unter dem Einfluß der oberen Störung bilden können, hängt ganz von der Lage der Druckwelle zum lokalen Minimum (Islandzyklone) ab.

Auch die tropischen Zyklonen lassen sich als Folge von Störungen deuten; insbesondere wird eine Erklärung dafür gegeben, daß die Entstehung tropischer Zyklonen ausschließlich an gewisse Bildungsstätten (die Buchten der tropischen Meere) gebunden ist.

Die Untersuchung der Einzelzyklone führt zu folgenden Ergebnissen. Die Zyklone zeigt die Tendenz, ihre Längsachse in nordöstliche Richtungen einzustellen, wenigstens überall dort, wo das ungestörte Temperaturfeld nicht zu stark gekrümmt ist, bei ihrem Fortschreiten verlagert sie sich nördlich gegen die Druckrinne.

Das Temperaturfeld, das in seiner Bewegung gegen das Druckfeld zurückbleibt, erweist sich in Bezug auf die Zyklonen und die Antizyklonen der hohen und der mittleren Breiten als asymmetrisch, (warme Vorder-, kalte Rückseite der Zyklone), bei tropischen Zyklonen ist Temperatursymmetrie möglich. Unter Berücksichtigung der polaren troposphärischen Unstetigkeitsfläche (Polarfront) erscheinen im Zyklonenbild die bekannten Unstetigkeitslinien der Bjerknesschen Idealzyklone als Häufungslinien der Isothermen.

Als Stromlinien ergeben sich spiralenförmige Bahnen, die im zyklonalen Sinne durchlaufen werden und die im Grenzfall auch die Ellipse mit enthalten.

Die für die Wettervorgänge wichtigen Vertikalbewegungen zeigen innerhalb der ausgebildeten Zyklone die folgende Verteilung. Auf der Vorderseite herrscht aufsteigende Luftbewegung mit Aufgleiten und Bewölkung vor, auf der Rückseite dagegen Absinken mit Aufklaren.

Die Änderungsfelder des Druckes und der Temperatur sind in ihren Eigenschaften von denen des Druck- und Temperaturfeldes sehr verschieden. Es können sich zunächst in ein und derselben Breite positive und negative Kerne (Steig- und Fallgebiete) des Druckänderungsfeldes bilden. Außerdem hat das Änderungsfeld des Druckes oder der Temperatur eine größere Geschwindigkeit als das entsprechende Feld dieser Größen selbst. Auf der Vorderseite der ausgebildeten Zyklone liegt ein Fallgebiet des Druckes und ein Steiggebiet der Temperatur, auf der Rückseite ist die Zuordnung umgekehrt. Daraus und aus der Lagebeziehung zwischen dem Druckänderungsfeld und dem der Vertikalbewegung ergeben sich einige aus dem Wetterdienst bekannte Regeln. Die enge Verbundenheit des isallobarischen Feldes mit den oberen Druckwellen geht aus der Tatsache hervor, daß die Steig- und Fallgebiete praktisch keine Neigung ihrer vertikalen Achse aufweisen. Schließlich zeigt es sich, daß die Druckänderungsfelder sich auf der homogenen Erde genau so verlagern, wie auf der physischen, woraus sich die Regelmäßigkeit ihres Fortschreitens auf meist geradlinigen Bahnen und der Umstand erklärt, daß sich das eine Zyklone begleitende Fall- und Steiggebiet, wenn diese stationär wird, von ihr abtrennen und selbständig weiterwandern kann.

Alle Teilergebnisse fügen sich zu einem bis in die Einzelheiten vollständigen, durch die Erfahrung bestätigten Bild einer durch stratosphärische, wellenförmige Druckstörungen verursachten Zyklonogenese zusammen.

Freilich darf man den Anwendungsbereich des Ergebnisses nicht überschätzen. Es gilt selbstverständlich nur für den Teil der Wettererscheinungen, die tatsächlich stratosphärischen Ursprungs sind, und auch hier wieder nur eingeschränkt. Ausgeschaltet bleiben nämlich auch die sogenannten selbständigen stratosphärischen Systeme, die vorwiegend strahlungsbedingt sind¹⁾; umfaßt wird durch die vorstehenden Betrachtungen also im wesentlichen nur der stratosphärisch gesteuerte polare Typus²⁾, der in unseren Breiten der häufigste und in seinen Wettererscheinungen besonders typisch ist, und dem auch in der Hauptsache die Untersuchungen der norwegischen Schule gelten.

Damit rühren wir wieder an den in diesen Fragen bestehenden Unterschied der mitteleuropäischen und norwegischen Auffassung, gekennzeichnet durch die Stichworte: „stratosphärisch-statisch“ und troposphärisch-dynamisch“. Da sich die in der Niederung beobachteten Erscheinungen im großen und ganzen, wenn man von geringfügigen Unterschieden absieht, auf die eine, wie auf die andere Weise erklären lassen, hat der ursprünglich viel krassere Gegensatz³⁾, besonders seit auch die Möglichkeit der Beeinflussung durch — allerdings nur sekundäre — Tropopausenwellen von der Gegenseite nicht mehr in Abrede gestellt wird⁴⁾, einer beide Gegensätze immerhin annähernden Fragestellung Platz gemacht, nämlich der: Sind die Druck-

¹⁾ Über ihre Entstehung siehe G. Stüve und R. Mügge, Energetik des Wetters, Beitr. d. fr. Atm. 22 (1935), 206–248.

²⁾ Bezeichnung nach G. Stüve und R. Mügge, a. a. O., siehe auch R. Mügge, Synoptische Betrachtungen, M. Z. 48 (1931), 1.

³⁾ Siehe z. B. T. Bergeron, Über die dreidimensional verknüpfende Wetteranalyse.

⁴⁾ Siehe z. B. Bjerknes, Physikalische Hydrodynamik § 183, S. 749.

wellen längs der Tropopause oder die längs der Polarfront die primären? Als Beitrag zu dieser Fragestellung aus der vorliegenden Arbeit — und zwar zugunsten der mitteleuropäischen Auffassung — kann wohl die nicht unwichtige Tatsache gewertet werden, daß auch dann noch eine kräftige troposphärische, durch die obere Druckwelle erzeugte Aktivität vorhanden sein kann, wenn diese selbst bereits abgebaut hat und nicht durch ihre Existenz mehr ihre Urheberschaft an den unteren Vorgängen erweisen kann. Man wird also beobachtete troposphärische Druckwellen bei fehlender stratosphärischer Störung nicht ohne weiteres als primär und die Polarfront als ihre Bildungsstätte ansehen dürfen. Andererseits soll damit selbstverständlich nicht jede Existenz troposphärischer Wellenbildung ohne erzeugenden stratosphärischen Einfluß gezeugnet werden. Bei dieser Gelegenheit mag einem Einwand begegnet werden, der möglicherweise gegen die Annahme stratosphärischer Wellen auch in den tropischen Gebieten mit der Begründung erhoben werden könnte, daß die Beobachtungen die tropischen Zyklonen als flache und nicht alzu hoch reichende Drucksysteme erkennen lassen. Aber einmal sind die Beobachtungen in den Tropen doch so spärlich, daß sie keine sehr sichere Unterlage für den obigen Einwand bieten können, zum anderen mögen, wenn man selbst einmal die primäre und ausschließliche troposphärische Aktivität in jenen Breiten als gesichert ansehen wollte, die hier gemachten Bemerkungen als Beweis dafür angesehen werden, daß es zur Erklärung der Erscheinungen am Boden in der Hauptsache auf die Wellenbildung überhaupt, weit weniger darauf ankommt, wo diese Wellen sich bilden, oder welches die primären sind. In der Tat kommt ja die Praxis, die Synoptik, auch ohne Stellungnahme und Entscheidung in dieser Frage zu vernünftigen Prognosen.

Das Problem wird erst dann einer vollständigen Lösung näher gebracht werden können, wenn man, was die Natur der stratosphärischen Druckwellen angeht, über Mutmaßungen hinauskommt und für eine der vorhandenen Hypothesen ein gesichertes Fundament schafft und damit eine Entscheidung zu ihren Gunsten herbeiführt.

Literaturverzeichnis.

- Baur, F., Beschleunigung und Bahnbeschleunigung von Luftströmungen. *Met. Zeitschr.* **52** (1935), 69.
- Baur, F., Die Formen der atmosphärischen Zirkulation in der gemäßigten Breite. *Gerl. Beitr. z. Geophys.* **34** (1931), 264.
- Baur, F. und Philipps, H., Der Wärmehaushalt der Lufthülle, 2. Mitt. *Gerl. Beitr. z. Geophys.* **45** (1935), 132.
- Baur, F., Die Bedeutung der Stratosphäre für die Großwetterforschung. *Met. Zeitschr.* **53** (1936), Heft 7.
- van Bebbber, Typische Witterungserscheinungen. *Archiv der Deutschen Seewarte V* 1882.
- Bergeron, T., Über die dreidimensional verknüpfende Wetteranalyse. *Geof. Publ. Vol. V, No. 6.*
- Bjerknes, V., *Physikalische Hydrodynamik.* Springer 1933.
- Bjerknes, V., On the Dynamics of the Circular Vortex etc. *Geof. Publ. Vol. II, No. 4,* 1921.
- Defant, A., Primäre und sekundäre – freie und erzwungene Druckwellen in der Atmosphäre. *Wien. Sitzber.* 1926, S. 357.
- Defant, A., *Wetter und Wettervorhersage.* 2. Auflage, F. Deuticke, Wien.
- Ekholm, N., Untersuchungen über unperiodische Druckschwankungen. *Met. Zeitschr.* 1906, 228 und 1907, 1, 102, 145.
- Ertel, H., Der Einfluß der Stratosphäre auf die Dynamik des Wetters. *Met. Zeitschr.* **48** (1931), 461.
- Ertel, H., Advektiv dynamische Theorie der Luftdruckschwankungen und ihrer Periodizitäten. *Gerl. Beitr. z. Geophys.* **46** (1935), Heft 1/2, S. 227.
- Ertel, H., Advektiv dynamische Theorie der Luftdruckschwankungen und ihrer Periodizitäten. *Veröffentl. d. Met. Instituts d. Univ. Berlin, Bd. I, Heft 1.*
- Exner, F. M., *Dynamische Meteorologie* 2. Auflage. Springer. Wien 1925.
- v. Ficker, H., Beziehungen zwischen Änderungen des Luftdruckes und der Temperatur in den unteren Schichten der Troposphäre. *Wien. Sitzber.* 1920.
- Hann-Süring, *Lehrbuch der Meteorologie,* 3. und 4. Auflage. Tauchnitz, Leipzig.
- Helmholtz, H., Über atmosphärische Bewegungen. *Sitzungsber. der Kgl. Preuß. Akademie* 1888.
- Herström, E., Zur stratosphärischen Steuerung. *Synopt. Bearb. d. Wetterdienststelle Frankfurt/Main.*
- Lockyer, Wm., Southern hemisphere surface air circulation. *Solar Physics comm.* 1910.
- Mügge, R., Synoptische Betrachtungen. *Met. Zeitschr.* **48** (1931), 1
- Pálmén, E., Über die Temperaturverteilung in der Stratosphäre etc. *Met. Zeitschr.* 1934, Heft 1, Seite 17.
- Russel, H. C., Moving anticyclones in the southern hemisphere. *Quart. Journ. R. Met. Soc. Vol. XIX* 1893.
- Stüve, G., Thermozyklogenese, *Beitr. z. Phys. d. fr. Atm.* **12** (1926), 23.
- Stüve, G., Der Mechanismus der atmosphärischen Steuerung. *Synopt. Bearb. d. Wetterdienststelle Frankfurt/Main, Linke-Sonderheft* 1933.
- Stüve, G. und Mügge, R., Energetik des Wetters. *Beitr. z. Phys. d. fr. Atm.* **22** (1935), Seite 206.
- Wagner, A., *Klimatologie der freien Atmosphäre.* *Handbuch der Klimatologie.* Bd. I, F.
-