

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik

von
Dr. Adolf Thomälen

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik.

Von

Dr. Adolf Thomälen,
Elektroingenieur.

Zweite, verbesserte Auflage.

Mit 287 in den Text gedruckten Figuren.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1906

ISBN 978-3-662-35701-9 ISBN 978-3-662-36531-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-36531-1

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1906

Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den populären Darstellungen und den Spezialwerken. Es macht demnach den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik bekannt, sondern es sucht ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ zu erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen anzueignen, mit deren Hilfe wir uns die Erscheinungen in der Elektrotechnik erklären. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf mathematischem und graphischem Wege zu verfolgen. Dabei sind jedoch die mathematischen Entwicklungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben sowie das Eingehen auf konstruktive Details verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender sowie konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg (S.-A.), im Mai 1903.

Ad. Thomälen.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die Art der Darstellung ist dieselbe geblieben wie in der ersten Auflage, aber Inhalt und Form weisen erhebliche Änderungen auf.

Im sechsten Kapitel wurden Nutenwickelungen berücksichtigt und die Serienparallelwickelung näher erklärt.

Im siebenten Kapitel wurden die Bedingungen für das Angehen übersichtlich zusammengestellt, Kompensationswickelungen und Spannungsteiler berücksichtigt und die Bedingungen für funkenlosen Gang nach Rothert aufgestellt.

Das achte Kapitel erfuhr eine formelle Durcharbeitung. Der elektrische Wirkungsgrad ist dabei weggelassen und Auslaufmethoden berücksichtigt; ebenso Anlaßsaggregate im neunten Kapitel.

Beim Transformator wurde der Leerstrom aus der Hysteresisfläche korrekter entwickelt, die günstigste Verteilung der Kupferverluste abgeleitet und die Streulinien allein dem primären Strome zugeschrieben.

Das dreizehnte Kapitel erfuhr eine formelle Durcharbeitung.

Im vierzehnten Kapitel wurde der Einfluß der Voreilung einer parallel geschalteten Wechselstrommaschine zunächst unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes dargestellt und dabei der Kurzschlußstrom statt der Impedanz eingeführt. Das Pendeln und der Einfluß der Dämpfung wurde nach Rosenberg behandelt.

Im siebzehnten Kapitel wurde die aufgeschnittene Gleichstromwicklung berücksichtigt und der Abschnitt über die Kraftlinien des Drehstrommotors kürzer gehalten.

Das wichtige achtzehnte Kapitel wurde in der Form erheblich vereinfacht. Dabei wurde das Kreisdiagramm im Anschluß an die ursprüngliche Heylandsche Auffassung und Bezeichnung dargestellt. Für den Ossannaschen Kreis ergab sich eine kürzere Ableitung und eine einfache Konstruktion.

Das neunzehnte Kapitel ist neu hinzugekommen. Es enthält die Ableitung des Kreisdiagramms für den Einphasenmotor auf Grund des Prinzips der entgegengesetzt rotierenden Amperewindungen. Kommutatormotoren wurden, wenn auch nur kurz, berücksichtigt.

Beim rotierenden Umformer wurde die physikalische und rechnerische Behandlung durchsichtiger gewählt.

Das Sachregister wurde erweitert und die Zusammenstellung der Gleichungen weggelassen, weil bei jeder Anführung einer Gleichung auf die betreffende Seite zurückverwiesen ist.

Infolge der erwähnten Vereinfachungen ist der Umfang trotz des größeren Materials der gleiche geblieben.

Der Verfasser spricht auch dieses Mal der Verlagsbuchhandlung seinen Dank aus.

Altenburg (S.-A.), im Dezember 1905.

Dr. Ad. Thomälen.

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.		Seite
1. Der elektrische Strom		1
2. Die elektromotorische Kraft		3
3. Das Ohmsche Gesetz		5
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters		9
5. Die Kirchhoffschen Regeln		11
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife		14
7. Serien- und Parallelschaltung von Elementen		16
8. Die Wheatstonesche Brücke		18
9. Spannungsmessung durch Kompensation		20
10. Das Joulesche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung		22
11. Die Potentialdifferenz		24
12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme		26
Zweites Kapitel.		
13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse		29
14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse		32
15. Die Polarisaton		35
16. Die Akkumulatoren		38
17. Die chemischen Vorgänge in Elementen		43
18. Die Voltameter		46
Drittes Kapitel.		
19. Die magnetische Polstärke		48
20. Die magnetische Feldstärke		49
21. Die Kraftlinientheorie		51
22. Das magnetische Potential		54
23. Eisen im magnetischen Feld		56
24. Der Erdmagnetismus		58
Viertes Kapitel.		
25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters		59
26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes		63
27. Magnetische Wirkung einer Spule		67
28. Die Magnetisierungskurven		70
29. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus		74
30. Die Tragkraft eines Elektromagneten		81
31. Die Hysterisis		83
32. Die Ampereschen Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme		87
33. Die elektromotorische Kraft der Induktion		89
34. Die Gesetze der gegenseitigen Induktion		94
35. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion		97
36. Foucaultströme		101

Fünftes Kapitel.

	Seite
37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem . . .	105
38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft	106
39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl .	109
40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand	111
41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung	113
42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität	115

Sechstes Kapitel.

43. Zweipolige Ringwicklung	118
44. Zweipolige Trommelwicklung	125
45. Ringanker mit Parallelwicklung	130
46. Trommel mit Parallelwicklung	133
47. Ring mit Serienwicklung	139
48. Trommel mit Serienwicklung	143
49. Ring mit Serienparallelwicklung	147
50. Trommel mit Serienparallelwicklung	151

Siebentes Kapitel.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen	155
52. Die Feldmagnete	159
53. Die Bürstenstellung	165
54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung	167
55. Funkenfreie Kommutierung	173
56. Spannungsteilung	181

Achstes Kapitel.

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung	185
58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung	194
59. Die Nebenschlussmaschine bei Veränderung der Belastung	196
60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung	200
61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen	208

Neuntes Kapitel.

62. Drehungsrichtung der Motoren	216
63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors	219
64. Der konstant erregte Motor	224
65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlussmotors	230
66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren	237
67. Beispiel	241
68. Die Regelung von Hauptstrommotoren	245

Zehntes Kapitel.

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft	251
70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke	256
71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes	257
72. Das Vektordiagramm	261

	Seite
73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion	264
74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom	269
75. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung	274
76. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung	276
77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung	277
78. Die Kapazitätsspannung	284
79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serienschaltung	287
80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom	288
81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung	291

Elftes Kapitel.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte	293
83. Der Magnetisierungsstrom	294
84. Der Hysteresisstrom	296
85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung	299
86. Der Transformator bei induktiver Belastung	306
87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung	310

Zwölftes Kapitel.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschine	316
89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen	322
90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld	324
91. Die elektromotorische Kraft für Einlochwicklung	327
92. Die elektromotorische Kraft bei Zweilochwicklung	328
93. Die elektromotorische Kraft bei Dreilochwicklung	330
94. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung	331
95. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung	334
96. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Stabwicklung	336
97. Die elektromotorische Kraft der schleichenden Spulenwicklung	338

Dreizehntes Kapitel.

98. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine	340
99. Das Diagramm der Amperewindungen	344
100. Berechnung der Ankerrückwirkung	346
101. Experimentelle Ermittlung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung	350
102. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles	353
103. Berücksichtigung der primären Streuung	355

Vierzehntes Kapitel.

104. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemm- spannung	360
105. Die synchronisierende Kraft des Ankers	367
106. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen	370
107. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung	374
108. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen	379

Fünfzehntes Kapitel.

109. Prinzip der Synchronmotoren	386
110. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung	388
111. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung	392

Sechzehntes Kapitel.

	Seite
112. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor	395
113. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor	398
114. Die Dreieckschaltung	400
115. Die Sternschaltung	403
116. Die Leistung des Dreiphasenstromes	406
117. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors	410

Siebzehntes Kapitel.

118. Die verteilten Wickelungen und die in ihnen induzierten elektromotorischen Kräfte	414
119. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors	420
120. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes	425
121. Das Drehmoment des Drehstrommotors	431
122. Berechnung der Schlüpfung	434

Achtzehntes Kapitel.

123. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung	437
124. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste	441
125. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm	444
126. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment	447
127. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste	450
128. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes	456
129. Das Kreisdiagramm in seiner einfachsten Form	458
130. Praktisches Beispiel	463
131. Der Streuungsfaktor	467

Neunzehntes Kapitel.

132. Die Zerlegung der Wechseleerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen	475
133. Die im wirklichen Stator induzierte elektromotorische Kraft	478
134. Der geometrische Ort für den Endpunkt des primären Stromvektors	480
135. Einphasige Kommutatormotoren	483

Zwanzigstes Kapitel.

136. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer	487
137. Die Effektverluste im rotierenden Umformer	489
138. Vergleich des rotierenden Umformers mit dem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker	492

Anhang. Die symbolische Darstellung der Wechselstromgrößen	494
Bezeichnungen	505
Sachregister	508

Erstes Kapitel.

1. Der elektrische Strom. — 2. Die elektromotorische Kraft. — 3. Das Ohmsche Gesetz. —
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters. — 5. Die Kirchhoffschen Regeln. — 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife. — 7. Parallel- und Serienschaltung von Elementen. — 8. Die Wheatstone'sche Brücke. — 9. Spannungsmessung durch Kompensation. — 10. Das Joulesche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung. — 11. Die Potentialdifferenz. —
12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens im Elektromagneten, die Zersetzung von Flüssigkeiten etc. der Wirkung des elektrischen Stromes zu. Es fragt sich, warum man gerade das Strömen der Elektrizität als die Ursache aller dieser Erscheinungen ansieht.

Die Elektrizität, mit der man es hier zu tun hat, ist ihrem Wesen nach dieselbe, wie die statische oder Reibungselektrizität. Eine mit Seide geriebene Glasstange zeigt sich elektrisch, d. h. sie zieht kleine, leichte Körper an. Ebenso wird eine mit Wolle geriebene Harzstange elektrisch, aber entgegengesetzt wie die Glasstange. Dieser Gegensatz besteht vor allem darin, daß Glas- und Harzelektrizität sich gegenseitig neutralisieren. Infolgedessen hat man die Glaselektrizität positiv, die Harzelektrizität negativ genannt. Der Ausgleich zwischen beiden erfolgt dann in derselben Weise, wie der Ausgleich zwischen Wärme und Kälte oder zwischen Überdruck und Unterdruck. Ähnlich, wie das Wasser vom höheren zum niederen Niveau fließt, oder wie nach unserer Vorstellung die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, fließt auch die Elektrizität vom höheren, positiven Niveau zum niederen, negativen Niveau. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es im Prinzip gleichgültig, ob sich der Ausgleich zwischen den Klemmen eines Elementes bzw. einer Dynamo vollzieht, oder zwischen zwei Metallkugeln, die mit ungleichnamiger Elektrizität statisch geladen sind.

Es muß jedoch der Unterschied zwischen der Reibungselektrizität und der durch Elemente oder Dynamomaschinen erzeugten strömenden Elektrizität ins Auge gefaßt werden. Die Elektrizitätsmenge, die auf einer Leydener Flasche gesammelt wird und die sich durch den Funken entladet, ist verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit

von einem Daniellelement geliefert wird, oder gar gegenüber der Elektrizität, die während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Dagegen ist die Spannung der Reibungselektrizität außerordentlich viel höher als die übliche Spannung der Dynamomaschinen. Man erkennt das daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem ist der Ausgleich zwischen den ungleichnamigen Elektrizitäten bei der Reibungselektrizität in der Regel ein plötzlicher, dagegen bei der strömenden Elektrizität ein kontinuierlicher, so daß eigentlich nur bei der letzteren von einem elektrischen Strome gesprochen werden kann.

Wir gehen nun von der Vorstellung aus, daß beim elektrischen Strome nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann definiert als die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde durch den Querschnitt eines Leiters fließt. Um diese Stromstärke zu messen, benutzt man die elektrolytischen und magnetischen Wirkungen des Stromes. Man nennt also einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet, oder wenn er unter sonst gleichen Bedingungen auf eine Magnethadel die doppelte Kraft ausübt.

Nun läßt sich eine elektrolytisch abgeschiedene Gewichtsmenge viel genauer bestimmen als die vom Strom ausgeübte magnetische Kraft. Daher erfolgt die gesetzliche Festlegung der Einheit der Stromstärke auf Grund der elektrolytischen Wirkung des Stromes. Die Einheit der Stärke hat nach dieser Festsetzung der Strom, der in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Diese Stromstärke heißt ein Ampere.

Für praktische Zwecke benutzt man zum Messen der Stromstärke bequemer die magnetischen Wirkungen des Stromes, wobei eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Magneten oder auf ein Stück Eisen wirkt. Die auf diesem Prinzip beruhenden Instrumente nennt man Strommesser oder Amperemeter. Sind sie zum Messen schwacher Ströme bestimmt, so heißen sie Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde durch den Querschnitt geht, wenn die Stromstärke ein Ampere beträgt, heißt ein Coulomb. Nehmen wir z. B. an, daß die Stromstärke einer Glühlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen pro Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden durchgeflossene Elektrizitätsmenge gleich $0,5 \cdot 3600$ oder 1800 Coulomb. Bezeichnet also allgemein

Q_ϵ die Elektrizitätsmenge in Coulomb,
 i die Stromstärke in Ampere,
 t die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich

$$Q_\epsilon = i \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist dann gleich 3600 Coulomb.

2. Die elektromotorische Kraft.

Wir haben schon die Vorstellung erwähnt, daß die Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau herunterfließt. Die Niveaudifferenz wird entweder durch Maschinen hergestellt, in denen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch galvanische Elemente, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Das Chromelement besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure (CrO_3) und Schwefelsäure (H_2SO_4) tauchen. Die Untersuchung des Elementes mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen des Elementes herrscht also eine elektrische Niveaudifferenz, und wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle C zum Zink Zn (Fig. 1).

Nun findet trotz dieses Ausgleiches ein dauerndes Hinüberströmen von Elektrizität statt, so lange die Klemmen durch den äußeren Leiter verbunden sind. Wir müssen also annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern des Elementes wieder vom Zink zur Kohle zurückfließt, also gleichsam wieder vom niederen zum höheren Niveau hinaufgeschafft wird. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder auf das hohe Niveau gehoben, indem es durch die Sonnenwärme zum Verdunsten gebracht wird. Wir haben also im Element eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislaufe durch den inneren Widerstand des Elements und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft, und vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser vom niederen zum höheren Niveau emporhebt. Die elektromotorische Kraft ist gleich der bei offenem Element gemessenen Niveaudifferenz oder Spannung.

Es fragt sich nun, wie man die Größe dieser Spannung bestimmen, d. h. eine Spannung messen oder mehrere Spannungen untereinander vergleichen kann. Zu diesem Zwecke könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblattelektroskops verwenden. Man mißt jedoch in der Regel die Spannung durch den Strom, den sie verursacht. Wenn z. B. bei zwei kommunizierenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichsleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene,

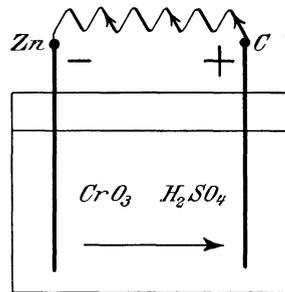


Fig. 1.

unveränderliche Gröfse ist, so ist die pro Sekunde fließende Wassermenge dem Drucke oder der Niveaudifferenz proportional. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichsleiter, z. B. die Kupferwicklung eines Galvanometers, nacheinander an die zu vergleichenden Elemente oder an die zu messenden Spannungen. Die gröfsere oder geringere Stromstärke im Galvanometer ist uns dann ein Mafs für den gröfseren oder geringeren elektrischen Druck, d. h. für die Spannung oder die elektromotorische Kraft.

Dabei ergibt sich nun, dafs die Spannung oder die elektromotorische Kraft eines Elementes eine wesentlich konstante Gröfse ist, die vor allem von der Gröfse des Elementes unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht ein Element mit einem hochgelegenen Reservoir. Durch dieses ist ein für allemal eine gegebene Niveaudifferenz geschaffen, die durch die Höhe zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist, und es ist dabei gleichgültig, ob das Reservoir grofs oder klein ist, sofern es nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich von den Konsumenten ab, je nachdem diese mehr oder weniger Wasserhähne aufdrehen. Es ist demnach sehr irreführend, von der Stromstärke eines Elementes zu sprechen. Das klingt, als säfse der Strom im Element und müfste mit einer ein für allemal gegebenen Stärke herausfliefsen. Nein, nur die elektromotorische Kraft ist eine wesentliche Eigenschaft des Elementes, die auch vorhanden ist, während das Element unbenutzt dasteht. Die Stromstärke aber hängt ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder gröfseren äufseren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgend eine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die in der Praxis gebrauchte Einheit ist halb so grofs wie die Spannung des oben erwähnten Chromsäureelementes und wird ein Volt genannt. Dann ergibt sich für die gebräuchlichen Elemente folgende Tabelle:

Bezeichnung	Zusammensetzung	Spannung in Volt
Chromelement	Zink und Kohle in Schwefelsäure und Chromsäure	2
Daniellelement	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kupfer in Kupfervitriollösung	1,07
Bunsenelement	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kohle in konzentrierter Salpetersäure	1,8—1,9
Leclanchéelement	Zink und von Braunstein umgebene Kohle in Salmiaklösung	1,4
Westonelement	Cadmiumamalgam und Quecksilber, das mit Quecksilberoxydulsulfat bedeckt ist, in Cadmiumsulfatlösung	1,019

Das Zink, respektive das dem Zink chemisch nahestehende Cadmium, bildet in diesen Elementen den negativen Pol, und der Strom fließt ausfen vom Pluspol zum Zink.

3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir denselben Ausgleichsleiter nacheinander an verschiedene elektromotorische Kräfte legen, so ist die Stromstärke, wie wir schon sahen, der elektromotorischen Kraft proportional. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen ein und desselben Elementes nacheinander durch Drähte, die nach Material, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke eine verschiedene ist, und schliessen daraus, daß die Drähte dem Strome einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schliessen wir z. B. auf einen hohen Widerstand des Leiters, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärke ist also umgekehrt proportional dem Widerstand des Leiters. Ähnlich ist bei gegebenem Drucke die Wassermenge pro Sekunde, die durch ein enges Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand ist und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohrs ist. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse: die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional dem elektrischen Widerstand. Bezeichnet also

E die elektromotorische Kraft in Volt,

i die Stromstärke in Ampere.

w den Widerstand des ganzen Stromkreises,

so folgt
$$i = \frac{E}{w}. \quad (2)$$

Dieses Fundamentalgesetz der Elektrotechnik heisst das Ohmsche Gesetz. Man sollte darin hinter dem Gleichheitszeichen noch einen Proportionalitätsfaktor vermuten. Dieser fällt aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im richtigen Mafß eingesetzt wird. Umgekehrt folgt aus der Form des Ohmschen Gesetzes in Gleichung (2) mit Notwendigkeit die Einheit des elektrischen Widerstandes, die nun nicht mehr willkürlich gewählt werden kann. Ist in Gleichung (2) $i = 1$ und $E = 1$, so ist auch $w = 1$. Das heisst: als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung von einem Volt den Strom 1 Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Experimentell ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt.

Ist z. B. die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine 115 Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ergibt sich

$$E = 115 \text{ Volt,}$$

$$w = 0,05 + 1,1 = 1,15 \text{ Ohm,}$$

$$i = \frac{E}{w} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Ampere.}$$

Die gesetzliche Definition der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings auf andere Weise. Es wird nämlich im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere gesetzlich als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber pro Sekunde niederschlägt, und das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Daraus folgt dann: ein Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand von einem Ohm den Strom 1 Ampere erzeugt.

Formt man nun die Gleichung (2) um, so erhält man

$$w = \frac{E}{i}. \quad (3)$$

Diese Gleichung ist der mathematische Ausdruck für die schon früher erwähnte Tatsache, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz großer angewandeter elektromotorischer Kraft dennoch die Stromstärke eine geringe ist. Der Widerstand ist also eigentlich nur genau zu definieren als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke. Man muß sich hüten, den Widerstand als einen Gegendruck aufzufassen. Vielmehr erhält man den Druck oder die Spannung erst, wenn man den Widerstand mit der Stromstärke multipliziert. Durch Umformung von Gleichung (2) ergibt sich nämlich

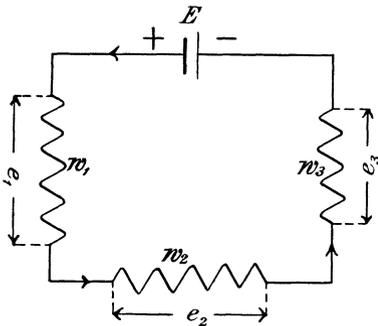


Fig. 2.

$$E = i \cdot w. \quad (4)$$

In dieser Gleichung ist die linke Seite die von der Stromquelle gelieferte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand w bei dem Strome i verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nun aber nicht bloß für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom i durchfließe z. B. nacheinander die Widerstände w_1 , w_2 und w_3 (Fig. 2). Bezeichnen wir die Klemmspannungen an den Widerständen w_1 , w_2 und w_3 resp. mit e_1 , e_2 , e_3 , so ergibt sich das Experiment:

$$\begin{aligned} e_1 &= i \cdot w_1 & w_1 &= \frac{e_1}{i} \\ e_2 &= i \cdot w_2 & w_2 &= \frac{e_2}{i} \\ e_3 &= i \cdot w_3 & w_3 &= \frac{e_3}{i} . \end{aligned}$$

Wie stark man also auch den Strom etwa durch Anwendung eines stärkeren Elementes macht, so hat doch beispielsweise das Verhältnis der Klemmspannung e_1 zu der Stromstärke i immer einen konstanten Wert vorausgesetzt, daß Länge, Querschnitt, Material und Temperatur dieselben geblieben sind. Dieses konstante Verhältnis nennen wir eben den Widerstand w_1 . Dieser ist also im Grunde genommen nichts anderes als ein Faktor, durch den der Spannungsverlust in einem Leiter proportional der Stromstärke gesetzt wird, nach der Gleichung

$$e_1 = i \cdot w_1 .$$

Liegt also beispielsweise ein Widerstand von 1 Ohm vor zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen, und ist die Stromstärke gleich 15 Ampere, so beträgt der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand $1 \cdot 15 = 15$ Volt. Wenn dabei die Netzspannung 110 Volt beträgt, so bleiben für die beiden Lampen zusammen nur $110 - 15 = 95$ Volt übrig.

Bezeichnet nun allgemein e die Klemmspannung an den Enden eines Widerstandes w , so folgt

$$e = i \cdot w . \quad (5)$$

Diese Gleichung liefert uns ein Mittel, um die Unterschiede der Strom- und Spannungsmesser zu verstehen. Beide Arten von Instrumenten beruhen auf den magnetischen Wirkungen des Stromes. Sie unterscheiden sich aber durch ihre Schaltung und konstruktive Ausführung. Ampere-meter liegen im Hauptstrom und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes. Infolgedessen ist auch bei hoher Stromstärke die entwickelte Wärme und der Spannungsverlust im Instrument sehr gering. Soll dagegen ein Instrument als Voltmeter dienen, so gibt man ihm viele Windungen eines dünnen Drahtes und legt es, eventuell unter Zuschaltung eines konstanten Widerstandes, an die zu messende Spannung, also z. B. in Fig. 3 an die Klemmen der Maschine. Dadurch liegt das Voltmeter zugleich im Nebenschluß zu dem Widerstand, dessen Klemmspannung gemessen werden soll.

Der Strom, der dabei in den Spannungsmesser fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Der große Widerstand des Instruments hat also den

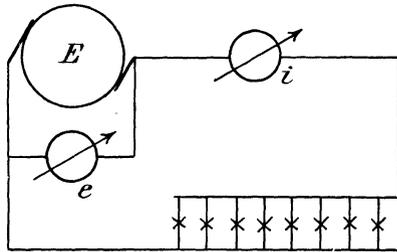


Fig. 3.

Zweck, diesen Strom möglichst gering zu machen. Das ist auch deswegen nötig, damit das Einschalten eines Spannungsmessers ohne Einfluss auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper ist. Natürlich hat man dabei zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung viele Windungen nötig, und räumliche und ökonomische Gründe führen dann zur Verwendung eines dünnen Drahtes. Das Instrument funktioniert jetzt ebenfalls eigentlich als Strommesser, indem der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird. Multipliziert man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Voltmeters, so erhält man die Spannung an den Enden des Instrumentes, die natürlich gleich auf der Skala aufgetragen ist. Die prinzipielle Gleichheit der Amperemeter und Voltmeter ist am besten ersichtlich daraus, dass es Instrumente gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Die Empfindlichkeit eines Amperemeters sei z. B. derartig, dass ein Tausendstel Ampere einen Grad Ausschlag hervorruft. Wenn man das Instrument als Voltmeter schaltet und seinen Widerstand durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von $\frac{1}{1000} \cdot 1000 = 1$ Volt.

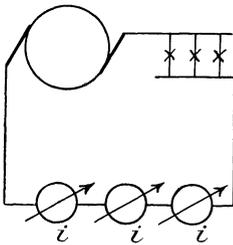


Fig. 4.

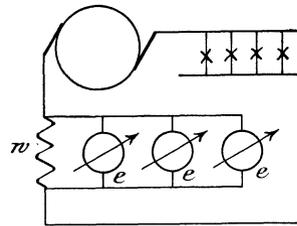


Fig. 5.

Aus dem vorhergehenden folgt nun von selbst, dass zwei oder mehr Strommesser, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Fig. 4). Dagegen sind zwei oder mehr Spannungsmesser, die miteinander zu vergleichen sind, parallel zu schalten, und zwar sind sie sämtlich mit ihren Klemmen an die Enden des Widerstandes w zu legen, dessen Klemmspannung gemessen werden soll. In Fig. 5 ist eine solche Schaltung gezeichnet, wobei die vorgeschalteten Lampen dazu dienen, einen größeren oder geringeren Betrag der Maschinenspannung zu vermindern und so die Spannung am Widerstand w zu regulieren.

Vor allen Dingen muss man sich dabei hüten, zwei Spannungsmesser, die verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten, da die Gesamtspannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungsmesser in ungleicher Weise auf beide Instrumente verteilt.

Nachdem auf diese Weise das Prinzip der Strom- und Spannungsmesser dargestellt ist, haben wir nun noch ihre Verwendung zur Widerstandsmessung zu erwähnen. Besonders sehr kleine oder sehr große

Widerstände bestimmt man vorteilhaft durch Beobachtung der Spannung und der Stromstärke, d. h. auf indirektem Wege. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines ruhenden Elektromotors und mißt die Klemmspannung an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand w_a gegeben durch die Gleichung:

$$w_a = \frac{e}{i} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Ohm.}$$

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgend eines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Voraussetzung ist aber dabei, daß in dem untersuchten Zweige keine elektromotorische Kraft wirksam ist, wenigstens gestaltet sich dann die Rechnung nicht so einfach.

4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Die Bedeutung des Ohmschen Gesetzes liegt darin, daß der Widerstand eines Leiters, d. h. das konstante Verhältnis der Spannung an seinen Enden zu der durchfließenden Stromstärke, in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Drahtes steht, außerdem wesentlich vom Material und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig ist. Bedeutet also

l die Länge des Leiters in m,
 q den Querschnitt in qmm,
 ρ einen konstanten Materialkoeffizienten,

so ergibt das Experiment: $w = \rho \cdot \frac{l}{q}$. (6)

Der Widerstand eines Drahtes ist also proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt. Der Faktor ρ ist bei den verschiedenen Materialien ein verschiedener. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (6) $l=1$ und $q=1$ gesetzt wird. Dann wird $w = \rho$. Der Koeffizient ρ ist also der Widerstand eines Drahtes aus dem betreffenden Material von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt. Man nennt diese Größe den spezifischen Widerstand. Um ihn zu bestimmen, beobachtet man bei einem beliebigen Drahte die Größen w , l und q und berechnet daraus ρ . Die Messung ergibt folgende Werte:

Kupfer bei 15°	$\rho = 0,017,$
Quecksilber	$\rho = 0,94 = \frac{1}{1,063},$
Neusilber (Nickelin)	$\rho = 0,2-0,4,$
Kohle	$\rho = 100-1000,$
Schwefelsäure 25—30 0/0	$\rho = 14000.$

Man stellt also z. B. die Widerstände zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung aus Nickelin her, während man die Wickelungen der Maschinen und die Leitungen aus dem bestleitenden Material, dem Kupfer, herstellt, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, die Stromstärke $i = 60$ Ampere und der Querschnitt $q = 50$ qmm, so ergibt sich für Hin- und Rückleitung zusammen $l = 2 \cdot 20 = 40$, und wir erhalten:

$$w = \rho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Der Spannungsverlust e_1 in der Zuleitung ergibt sich dann zu

$$e_1 = i \cdot w = 0,0136 \cdot 60 = 0,8 \text{ Volt.}$$

Der spezifische Widerstand ist nun keine konstante Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturerhöhung. Man definiert dabei den Temperaturkoeffizienten als die Widerstandszunahme, die ein Ohm pro ein Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet also

$$\begin{aligned} w_1 &\text{ den Anfangswiderstand bei der Temperatur } T_1, \\ w_2 &\text{ den Endwiderstand } \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad T_2, \\ \Delta\rho &\text{ den Temperaturkoeffizienten,} \end{aligned}$$

so folgt:

$$w_2 = w_1 [1 + \Delta\rho (T_2 - T_1)]$$

oder

$$\Delta\rho = \frac{w_2 - w_1}{w_1 (T_2 - T_1)}. \quad (7)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt den Wert $\Delta\rho = 0,004$, d. h. der Widerstand des Kupfers wächst pro Grad Temperaturerhöhung um 0,4 ‰. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa $0,4 \cdot 50 = 20$ ‰. Deswegen rechnet man mit einem spezifischen Widerstand des warmen Kupfers von rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des bekannten Temperaturkoeffizienten 0,004 läßt sich nun die Temperaturerhöhung selbst in einem Teil einer Maschine feststellen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Es sei z. B. der Widerstand der Magnetwicklung bei $15^\circ = 50$ Ohm, und der Magnetstrom sei nach mehrstündigem Betriebe gleich 2 Ampere. Die Klemmspannung an den Enden der Magnetwicklung sei 114 Volt. Dann ergibt sich der Magnetwiderstand während des Betriebes zu $\frac{114}{2} = 57$ Ohm, und es wird:

$$w_1 = 50, \quad w_2 = 57, \quad T_1 = 15, \quad \Delta\rho = 0,004.$$

Wir haben dann aus Gleichung (7):

$$0,004 = \frac{57 - 50}{50(T_2 - 15)}.$$

Daraus ergibt sich

$$T_2 = 50^\circ.$$

Die Temperaturerhöhung beträgt also 35° .

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für Präzisionswiderstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, das neben dem Vorteil eines hohen spezifischen Widerstandes noch den eines sehr niedrigen Temperaturkoeffizienten besitzt. Dieser ist $0,0002$ — $0,0004$. Der Widerstand des Manganins, einer Legierung aus Kupfer und Mangan, ist so gut wie unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen nun die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Bei der beträchtlichen Temperaturänderung, der die Glühlampe unterworfen ist, ist es also notwendig, den Widerstand immer zu bestimmen, während die Lampe brennt, d. h. der Widerstand ist aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Unter Umständen ist es vorteilhaft, in die Rechnung das Leitvermögen, d. h. den reziproken Wert des Widerstandes, einzuführen. Das spezifische Leitvermögen des Kupfers ist z. B. $1 : 0,017 = 59$ oder rund $= 60$. Das spezifische Leitvermögen der Flüssigkeiten wurde dabei früher nicht auf den umgekehrten Wert des Ohm bezogen, sondern auf Quecksilber. Neuerdings ist jedoch auch in den Werken über Elektrochemie das Leitvermögen schon immer auf den reziproken Wert des Ohm bezogen.

5. Die Kirchhoffschen Regeln.

a) Erste Kirchhoffsche Regel:

An jedem Punkte ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man also die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden Ströme als negativ ein, so ergibt sich für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum i = 0. \tag{8}$$

Diese Regel ist von prinzipieller Wichtigkeit für das Verständnis des elektrischen Stromes. Die Auffassung vieler Anfänger, daß die Elektrizität längs des ganzen Verlaufes von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, ist falsch. Vielmehr fließt die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht fortwährend neu erzeugt, sondern es wird nur ein

und dieselbe Elektrizitätsmenge durch den ganzen Kreis in Bewegung gesetzt, wobei sie sich nirgends staut und nirgends verschwindet. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt zum niederen Niveau und wird von dort aus durch die Verdunstung wieder zum höheren Niveau geschafft. Wenn man dennoch in der Praxis von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung.

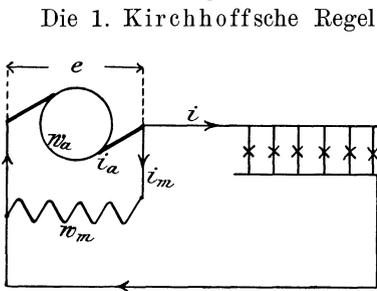


Fig. 6.

Die 1. Kirchhoffsche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Strömen einen anderen Strom zu berechnen. Die Klemmspannung einer Nebenschlussmaschine sei z. B. $e = 220$ Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Fig. 6) $i = 100$ Ampere, und der Widerstand der im Nebenschluß liegenden Magnetwicklung $w_m = 50$ Ohm. Gesucht wird der Ankerstrom i_a .

Aus dem Ohmschen Gesetz ergibt sich:

$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ Ampere.}$$

Die erste Kirchhoffsche Regel ergibt dann:

$$i_a = i + i_m = 100 + 4,4 = 104,4 \text{ Ampere.}$$

b) Zweite Kirchhoffsche Regel.

In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke mal Widerstand gleich der Summe der in demselben Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte:

$$\Sigma i \cdot w = \Sigma E. \quad (9)$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und elektromotorischen Kräfte als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder der elektromotorischen Kraft im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn die Rechnung dann für diesen Wert ein negatives Resultat ergibt, so heißt dies, daß die Richtung die entgegengesetzte ist, als wie vorläufig angenommen wurde.

Eine Maschine liefere z. B. eine elektromotorische Kraft $E = 116$ Volt und sei gegen eine Akkumulatorenbatterie von 50 Elementen à 2 Volt geschaltet, um sie zu laden (Fig. 7). Der Maschinenwiderstand w_a sei 0,1 Ohm, der Batteriewiderstand w_b sei 0,18 Ohm und der Leitungswiderstand w_l sei 0,12 Ohm. Gesucht wird die Stromstärke i , sowie die Klemmspannung der Maschine und der Batterie.

Die elektromotorische Gegenkraft der Batterie ist $E_b = 50 \cdot 2 = 100$ Volt. Verfolgen wir nun den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach Gleichung (9):

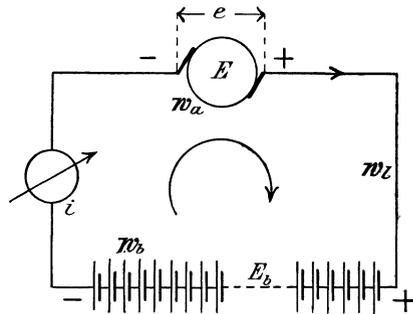


Fig. 7.

$$i \cdot w_a + i \cdot w_b + i \cdot w_l = E - E_b$$

oder

$$i = \frac{E - E_b}{w_a + w_b + w_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohmschen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$i \cdot w_a = 40 \cdot 0,1 = 4 \text{ Volt}$$

$$i \cdot w_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ „}$$

$$i \cdot w_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ „}$$

dazu die elektromotorische Gegenkraft von 100 „

Zusammen 116 Volt.

Wie man sieht, wird die elektromotorische Kraft von 116 Volt gerade aufgebraucht, um die elektromotorische Gegenkraft der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern.

Um nun die Klemmspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Widerstandes ist, zu finden, haben wir zu beachten, daß von der elektromotorischen Kraft der Maschine ein Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für die äußeren Widerstände. Ähnlich hat man bei der Wasserleitung den vollen, der Niveaudifferenz entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sowie aber Wasser verbraucht wird, tritt ein Druckverlust wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden auf, und der Druck an der Verbrauchsstelle ist dann geringer als die ursprüngliche Niveaudifferenz. Wir ziehen also zur Berechnung der Maschinenspannung e den inneren Spannungsverlust von der elektromotorischen Kraft ab und erhalten:

$$e = E - i \cdot w_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

Anders liegen die Verhältnisse dagegen bei der Batterie, die geladen wird. Hier hat die Klemmspannung e_b der Batterie eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Gegenkraft E_b zu überwinden und den Ohm'schen Spannungsverbrauch $i \cdot w_b$ zu liefern. Wir erhalten also:

$$e_b = E_b + i \cdot w_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Es ist selbstverständlich, daß der Widerstand mehrerer hintereinander geschalteter Leiter gleich der Summe der Einzelwiderstände ist. Dagegen ergibt die Parallelschaltung, zweier Widerstände w_1 und w_2 wie sie in Fig. 8 gezeichnet ist, keinesfalls eine Vergrößerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom durch die Parallelschaltung ein bequemerer geworden ist. Der Gesamtwiderstand w muß also kleiner sein, als jeder einzelne Widerstand w_1

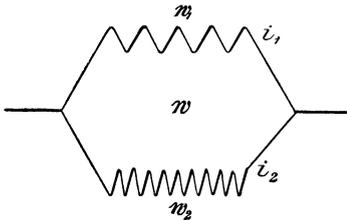


Fig. 8.

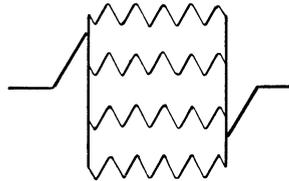


Fig. 9.

oder w_2 . Wohl aber ist, wie auch experimentell nachgewiesen wird, das Leitvermögen der Verzweigung gleich der Summe der Leitvermögen der parallelen Zweige, also:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}.$$

Daraus ergibt sich:

$$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2}. \quad (10)$$

Bei Abgleichung kleiner Widerstände ist es z. B. fast unmöglich, genau die entsprechende Drahtlänge abzapassen. Man stellt sich dann einen um einige Prozente zu großen Widerstand w_1 her und erniedrigt dessen Wert durch Parallelschaltung eines zweiten Widerstandes w_2 . Der Widerstand w_1 sei z. B. 0,102 Ohm. Wir fragen uns nun: Wie viel Ohm müssen parallel geschaltet werden, damit der Gesamtwiderstand w gleich 0,1 Ohm wird?

Aus Gleichung (10) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot w_2}{0,102 + w_2},$$

also

$$w_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Gesetzt nun, man macht bei der Abgleichung dieser 5,1 Ohm einen Fehler von 2 0/0, so dafs w_2 in Wirklichkeit nur 5 Ohm beträgt. Dann ergibt sich:

$$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2} = \frac{0,102 \cdot 5}{0,102 + 5} = 0,09996.$$

Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04 0/0.

Bei mehr als zwei parallel geschalteten Widerständen ergibt sich in ähnlicher Weise wie oben:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \dots \dots \quad (11)$$

Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Der Ankerwiderstand einer vierpoligen Maschine mit Parallelwicklung besteht z. B. aus 4 gleichen parallelen Abteilungen (Fig. 9). Ist nun die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 qmm, so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers gegeben durch:

$$q \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200/4}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen parallelen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$w_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Um nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Fig. 8 gezeichneten Verzweigung zu finden, beachte man, dafs die Klemmspannung e sowohl am Widerstand w_1 als am Widerstand w_2 liegt. Ist also i_1 der Strom im Widerstande w_1 und i_2 der Strom im Widerstande w_2 , so ergibt sich:

$$e = i_1 \cdot w_1 = i_2 \cdot w_2$$

und daraus

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1} \quad (12)$$

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht von dieser Regel Gebrauch, wenn man einen starken Strom mit einem empfindlichen Galvanometer messen will, das nur für schwache Ströme gebaut ist. Dabei legt man in den Hauptstrom einen grofsen Widerstand und legt das Galvanometer in den Nebenschlufs zu einem bekannten, kleinen Abzweigungswiderstand. Ist dann w_g der Galvanometerwiderstand und w_z der Abzweigungswiderstand, i_g der Galvanometerstrom und i_z der Strom im Abzweigungswiderstand, so ergibt sich (Fig. 10):

$$\frac{i_g}{i_z} = \frac{w_z}{w_g}$$

oder

$$\frac{i_g}{i_g + i_z} = \frac{w_z}{w_g + w_z}.$$

Nun ist nach Fig. 10 $i_g + i_z$ nichts anderes als der Hauptstrom i . Daraus folgt dann:

$$i = i_g \cdot \frac{w_z + w_g}{w_z}. \quad (13)$$

Am bequemsten macht man dabei den Abzweigungswiderstand gleich $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ des Galvanometerwiderstandes. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand = 100 Ohm und der Abzweigungswiderstand $\frac{100}{999}$ Ohm, so ergibt sich:

$$i = i_g \cdot \frac{\frac{100}{999} + 100}{\frac{100}{999}} = 1000 i_g.$$

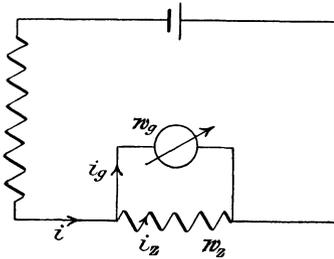


Fig. 10.

Der Hauptstrom ist also 1000mal so stark wie der Galvanometerstrom. Es ist übrigens zu beachten, dass der Widerstand im Hauptstrom nicht fehlen darf, da sonst die Spannung des Elements

direkt an der Verzweigung liegen würde. Dann würde durch das Parallelschalten des Widerstandes w_z der Galvanometerstrom überhaupt nicht beeinflusst werden.

7. Serien- und Parallelschaltung von Elementen.

Bei der Serien- oder Reihenschaltung von Elementen ist die positive Klemme des einen Elementes mit der negativen Klemme des anderen Elementes verbunden (Fig. 11). Dabei durchfließt derselbe Strom alle

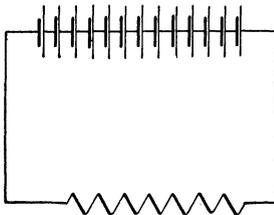


Fig. 11.

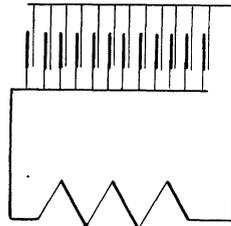


Fig. 12.

Elemente hintereinander, und alle elektromotorischen Kräfte wirken in einer Richtung. Sowohl die elektromotorischen Kräfte als auch die innern Widerstände der Elemente addieren sich also. Man verwendet daher die Serienschaltung, wenn man bei hohem äußeren Widerstande eine große Stromstärke erzielen will. Die Vermehrung des Batteriewiderstandes durch die

Serienschaltung kommt dann nicht in Betracht gegenüber dem Gewinn an elektromotorischer Kraft.

Bei der Parallelschaltung (Fig. 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander. Durch diese Parallelschaltung wird der Batteriewiderstand sehr klein, aber andererseits liegt nun an dem äußeren Widerstand nur die Spannung eines einzelnen Elementes. Denn parallel geschaltete elektromotorische Kräfte addieren sich ebensowenig wie parallel geschaltete Drücke. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Reservoiren zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen vom Druckverlust, nur den gleichen Druck, wie bei Anwendung eines einzelnen Reservoirs. Man verwendet also zur Erzielung einer hohen Stromstärke die Parallelschaltung, wenn der äußere Widerstand klein ist und man daher keiner hohen Spannung zur Erzielung eines starken Stromes bedarf. Man hat dabei den Vorteil, daß der Batteriewiderstand, der jetzt gegenüber dem kleinen äußeren Widerstand erheblich in Betracht kommt, sehr gering wird, und dadurch eine hohe Stromstärke möglich macht.

Daneben kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Fig. 13), wobei einige von den Elementen hintereinander geschaltet und mehrere derartige Zweige parallel geschaltet sind. Wir fragen uns dabei, unter welchen Umständen die Stromstärke ein Maximum wird. Es sei

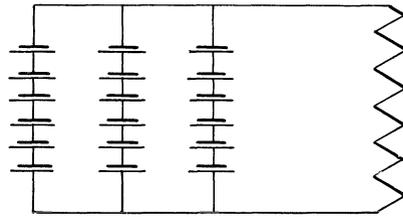


Fig. 13.

- w der äußere Widerstand,
- w_b der Batteriewiderstand,
- w_i der innere Widerstand eines Elementes,
- x die Zahl der hintereinander geschalteten Elemente,
- E die elektromotorische Kraft eines Elementes,
- z die Zahl der Elemente.

Dann ist die Anzahl der parallelen Zweige z/x und der Widerstand eines Zweiges gleich $w_i x$. Der Batteriewiderstand ist also:

$$w_b = \frac{w_i x}{z/x} = \frac{w_i x^2}{z}.$$

Da nun die elektromotorische Kraft der Batterie gleich der elektromotorischen Kraft eines Zweiges, also gleich $E \cdot x$ ist, so ist die Stromstärke i in der gesamten Batterie nach dem Ohmschen Gesetz

$$i = \frac{E \cdot x}{w + \frac{w_i x^2}{z}} = \frac{E}{\frac{w}{x} + \frac{w_i x}{z}}.$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum wird. Wir betrachten also x als Variable und differenzieren die Funktion

$$f(x) = \frac{w}{x} + \frac{w_i x}{z}.$$

Dadurch ergibt sich:

$$f'(x) = -w x^{-2} + \frac{w_i}{z}.$$

Wenn wir den Differenzialquotienten gleich Null setzen und für w auflösen, erhalten wir:

$$w = \frac{w_i x^2}{z}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nun nichts anderes dar als den inneren Widerstand der Batterie. Dieser muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Elementenzahl ein Maximum wird.

8. Die Wheatstonesche Brücke.

Eine wichtige und lehrreiche Anwendung der Kirchhoffschen Regel bietet die Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke (Fig. 14 a).

Das Element E , dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt und nicht konstant zu sein braucht, liegt an den Enden A und B eines mit einer Teilung versehenen blanken Messdrahtes, auf dem der Schleifkontakt C verschoben werden kann. Parallel zu dem Drahte liegt mit Hilfe widerstandsfrei gedachter Verbindungen ein Stromzweig, der aus dem unbekanntem, zu messenden Widerstande x und aus dem bekannten Widerstande w besteht. Ein Galvanometer liegt mit dem einen Ende am Schleifkontakt C , mit dem anderen Ende am Verbindungspunkt von x und w . Man verschiebt den Schleifkontakt, bis das Galvanometer stromlos ist.

Dann fließt der Strom i_1 gleichmäßig durch die Widerstände a und b und der Strom i_2 gleichmäßig durch die Widerstände x und w . Wir verfolgen nun den linken unteren Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in Richtung des punktierten Pfeiles, und beachten dabei, daß in diesem Kreise keine elektromotorische Kraft enthalten ist, und daß der Galvanometerstrom gleich Null ist. Dann ergibt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel:

$$i_1 \cdot a + 0 - i_2 \cdot x = 0.$$

Ebenso ergibt sich im rechten unteren Stromkreis:

$$i_1 \cdot b - i_2 \cdot w + 0 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{w}. \quad (14)$$

In dieser Gleichung bedeutet das Verhältnis $a : b$ zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Mefsdrahtes, dann aber direkt das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Es ist nun von Vorteil, wenn man dieses Resultat ohne die Kirchhoffsche Regel aus dem Vergleich mit einem Wasserstrom ableitet, der sich in zwei parallele vertikale Rohre verzweigt. Wenn man dabei von irgend einem Punkte des ersten Rohres eine horizontale Leitung nach dem zweiten Rohr legt, so fließt durch die Verbindungsleitung kein Strom, weil keine Niveaudifferenz an ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Wheatstoneschen Brücke. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so ist zwischen den Punkten C und D keine Niveau-

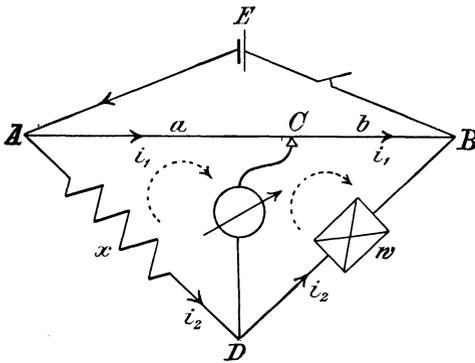


Fig. 14 a.

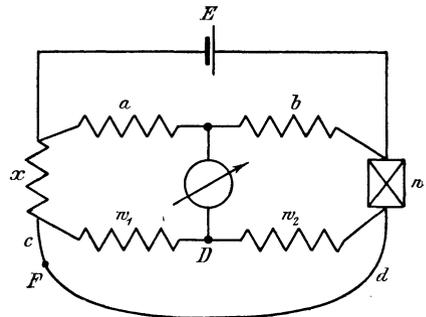


Fig. 14 b.

differenz und der Spannungsverbrauch von A bis C ist gleich dem von A bis D . Oder in einer Gleichung:

$$i_1 \cdot a = i_2 \cdot x.$$

Ebenso ergibt sich:

$$i_1 \cdot b = i_2 \cdot w.$$

Daraus folgt sofort Gleichung (14).

Eventuell kann man statt der Drahtlängen a und b Präzisionswiderstände anwenden. Die Methode eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

Bei sehr kleinen Widerständen würden die Zuleitungswiderstände einen erheblichen Mefsfehler verursachen. Man vermeidet diesen, indem man das Element direkt an die Enden der Widerstände x und w legt und statt des Mefsdrahtes Präzisionswiderstände a und b benutzt, die so groß sind, daß der Zuleitungswiderstand dabei nicht in Betracht kommt. Dagegen läßt sich der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen x und w bei der gewöhnlichen Brücke nicht eliminieren. Legt man in Fig. 14 a das Galvanometer direkt an das Ende von x , so wird w um den Betrag der Zuleitung zwischen x und w vergrößert. Legt man das Galvanometer dagegen direkt an w , so mißt man x zu groß.

Es liegt daher nahe, das Galvanometer vermittelt zweier Widerstände w_1 und w_2 an x und w zugleich anzuschließen, wie das in der Thomsonschen Doppelbrücke geschieht (Fig. 14 b). Dabei bleiben die Widerstände x und w durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Ferner ist darauf zu achten, daß je zwei Zuleitungen direkt zu jedem Ende des Widerstandes x geführt werden. Die Widerstände w_1 und w_2 sind so zu wählen, daß sie sich wie $a : b$ verhalten. Ist beispielsweise das Verhältnis $a : b = 1 : 10$, so macht man auch das Verhältnis $w_1 : w_2 = 1 : 10$. Der Punkt D hat dann dasselbe Niveau wie der Punkt F , der den Zuleitungswiderstand im Verhältnis $c : d = 1 : 10$ teilt. Wir können also das Galvanometer statt an D direkt an F gelegt denken und erhalten, wenn das Galvanometer durch Veränderung des Widerstandes w stromlos geworden ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{w + d}$$

oder in unserem Falle, wo das Verhältnis $a : b$ gleich $1 : 10$ ist:

$$\frac{x + c}{w + d} = \frac{1}{10}.$$

Da nun $c : d$ sich wie $1 : 10$ verhielt, so muß notwendig auch das Verhältnis $x : w$ genau gleich $1 : 10$ sein. Der Widerstand der Zuleitung ist dabei eliminiert und es ist daher möglich, sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, mit großer Genauigkeit zu messen.

9. Spannungsmessung durch Kompensation.

An den Enden eines kalibrierten Drahtes AB (Fig. 15) liege ein konstantes Element, dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt zu sein braucht. Sie muß aber größer sein als die zu messende Spannung x und als die elektromotorische Kraft E_o des Normalelementes. Man kann z. B. für E ein Bunsenelement und für E_o ein Daniellelement wählen. Das Galvanometer, das Normalelement und ein Ballastwiderstand liegen hintereinander zwischen dem Anfang A des Meßdrahtes und dem Schleifkontakt, und zwar so, daß die elektromotorischen Kräfte E und E_o gegeneinander geschaltet sind. Man verschiebt dann den Schleifkontakt nach C , bis das Galvanometer stromlos ist, wobei man zuletzt den Ballastwiderstand kurz schließt. Nun ersetzt man das Normalelement durch das unbekannte, zu messende Element mit der elektromotorischen Kraft x , wobei natürlich E und x wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Galvanometer sei stromlos, wenn der Schleifkontakt nach C' verschoben ist.

Um dann aus den gemessenen Längen AC und AC' auf das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte E_o und x schließen zu können, beachten wir, daß die Klemmspannung des Bunsenelementes E längs des ganzen Meßdrahtes verbraucht wird. An dem halben Meßdraht herrscht

z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen dem Widerstande proportional sind. Demnach verhält sich, auch ohne daß der untere Zweig dagegen geschaltet wird, die Spannung zwischen A und C zur Spannung zwischen A und C' wie die Drahtlänge AC zur Drahtlänge AC' . Nun hält die Spannung zwischen A und C gerade der elektromotorischen Kraft E_o das Gleichgewicht, während die Spannung zwischen A und C' der elektromotorischen Kraft x das Gleichgewicht hält. Daraus ergibt sich, wenn wir statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen:

$$\frac{AC}{AC'} = \frac{E_o}{x}. \quad (15)$$

Diese Methode, die dem Anfänger ein anschauliches Bild von dem Spannungsabfall längs eines Widerstandes gibt, bietet das bequemste

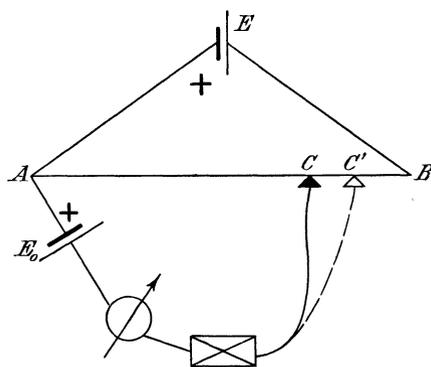


Fig. 15.

Mittel zur Eichung von Instrumenten, und man kann wohl sagen, daß fast alle Instrumente nach dieser Methode geeicht werden. Man ersetzt dann den Meßdraht durch Präzisionswiderstände, die elektromotorische Kraft E durch eine Akkumulatorenbatterie und nimmt als Normalelement ein Westonelement (Kompensationsapparat der Reichsanstalt).

In ähnlicher Weise wie oben ergibt sich die Spannung y zwischen den Punkten A und B nach der Gleichung:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{y}{E_o}.$$

Man muß dabei allerdings im Auge behalten, daß y nicht die elektromotorische Kraft E des oberen Elementes ist, sondern nur dessen Klemmspannung. Das Element E ist nämlich nicht stromlos, wie die Elemente x und E_o , und daher ist seine Klemmspannung y um den Spannungsverlust im Innern kleiner als seine elektromotorische Kraft.

10. Das Joulesche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung.

Ein vom elektrischen Strome durchflossener Leiter wird erwärmt. Die dabei entwickelte Wärme wurde von dem englischen Physiker Joule gemessen und ihre Beziehung zur Spannung, Stromstärke und Zeit festgestellt. Als Maß für die Wärmemenge dient in der Elektrotechnik die Grammkalorie, das ist die Wärmemenge, die ein Gramm Wasser von 0° auf 1° erwärmt, oder, was praktisch dasselbe ist, die Wärmemenge, die ein Gramm Wasser um einen Grad erwärmt. Bezeichnet Q_w die Wärmemenge in Grammkalorien, e die Klemmspannung des Leiters in Volt, i die Stromstärke in Ampere, t die Zeit in Sekunden, so ergibt der Versuch:

$$Q_w = 0,24 e . i . t \text{ gkal.} \quad (16)$$

Man kann den Versuch leicht wiederholen, wenn man (Fig. 16) eine Platinspirale mittels angelöteter, widerstandsfrei gedachter Kupferdrähte in eine abgemessene Menge Wasser taucht. Das innere Glasgefäß, das das Wasser enthält, ruht auf Korkschnitten und ist durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man leitet nun einen Strom durch die Spirale und bestimmt die Temperaturerhöhung $T_2 - T_1$, die Spannung, die Stromstärke und die Zeit. Dann ergibt sich die Wärmemenge, wenn man das Wassergewicht G in Gramm mit der Temperaturerhöhung $T_2 - T_1$ multipliziert. Man findet, daß diese Wärmemenge dem Produkt $e . i . t$ proportional ist:

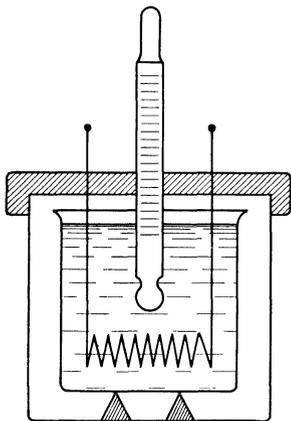


Fig. 16.

$$Q_w = G (T_2 - T_1) = c . e . i . t.$$

Für c ergibt sich bei einiger Vorsicht der Wert 0,24. Man tut dabei gut, den Versuch ebensoviel über Zimmertemperatur zu beenden, wie man unter Zimmertemperatur angefangen hat. Dann strömt in der zweiten Hälfte des Versuchs ebensoviel Wärme von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und der Fehler hebt sich heraus. Ferner hat man zu beachten, daß die Größe G durch das eigentliche Wassergewicht in Gramm und den Wasserwert des inneren Glases gebildet wird. Man findet diesen, indem man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19 multipliziert.

Der Joulesche Versuch ist nun für die Elektrotechnik von ähnlich fundamentaler Bedeutung wie die Bestimmung des mechanischen Wärme-

äquivalents, wonach eine Kilogrammkalorie 427 mkg entspricht. Das Joulesche Gesetz sagt nämlich aus, daß das Produkt $e \cdot i \cdot t$ einer Wärmemenge proportional ist. Da nun Wärme nichts anderes ist als eine besondere Form der Energie, so stellt das Produkt $e \cdot i \cdot t$ ebenfalls eine Form der Energie dar, es ist also ein Maß für die elektrische Arbeit.

Die Einheit der elektrischen Arbeit wird geleistet, wenn ein Volt den Strom 1 Ampere eine Sekunde lang erzeugt. Man nennt diese Arbeit ein Joule oder eine Wattsekunde. Die elektrische Arbeit A ergibt sich dann nach der Formel:

$$A = e \cdot i \cdot t \text{ Joule.} \quad (17)$$

Es gilt jetzt, die Beziehung zwischen der elektrischen Arbeit in Joule und der mechanischen Arbeit in Meterkilogramm zu ermitteln. Setzen wir im Jouleschen Gesetz e , i und $t = 1$, so ist die Arbeit gleich einem Joule und die Wärme Q_w wird gleich 0,24. Das heißt: 1 Joule ist gleichwertig mit 0,24 gkal. Da nun eine Grammkalorie nach dem mechanischen Wärmeäquivalent gleichwertig mit 0,427 mkg ist, so folgt:

$$1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.} = 0,24 \cdot 0,427 \text{ mkg} = 0,102 \text{ mkg}$$

oder

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule.} \quad (18)$$

Daß dabei gerade die Zahl 9,81, die Beschleunigung der Schwere, herauskommt, ist kein Zufall, sondern beruht auf den gewählten Einheiten.

Liefert nun z. B. eine Dynamo bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere durch 10 Stunden, also durch 36000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule,}$$

das entspricht $40,5 \cdot 10^6$ mkg. Liefert andererseits ein Daniellelement eine Stunde lang einen Strom von 0,55 Ampere bei einer Klemmspannung von 1 Volt, so ergibt sich die geleistete elektrische Arbeit A zu:

$$A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule.}$$

Das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um $\frac{1980}{9,81} = 200$ kg einen Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die pro Sekunde geleistete Arbeit. Stellt nämlich das Produkt $e \cdot i \cdot t$ die elektrische Arbeit dar, so ist das Produkt $e \cdot i$ die elektrische Leistung. Die Einheit der elektrischen Leistung wird also geliefert von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt. Diese Einheit der elektrischen Leistung heißt ein Watt. Bezeichnet also P die elektrische Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$P = e \cdot i \text{ Watt.} \quad (19)$$

Die Beziehung des Watt zum Sekundenmeterkilogramm ergibt sich dabei aus Gleichung (18). Ein Meterkilogramm pro Sekunde ist gleich 9,81 Joule pro Sekunde oder gleich 9,81 Watt. Daraus folgt:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

Ein 10pferdiger Elektromotor mit dem totalen Wirkungsgrad 0,85 verbraucht also einen elektrischen Effekt:

$$P = \frac{10 \cdot 736}{0,85} = 8700 \text{ Watt.}$$

Bei einer Spannung von 220 Volt verbraucht er dann einen Strom:

$$i = \frac{8700}{220} = \sim 40 \text{ Ampere.}$$

Die genannten Einheiten für Arbeit und Leistung sind nun für die Praxis zu klein. Man gebraucht daher gröfsere Einheiten, und zwar:

1 Hektowatt	= 100 Watt,
1 Kilowatt	= 1000 Watt,
1 Wattstunde	= 3600 Wattsekunden oder Joule,
1 Kilowattstunde	= $3,6 \cdot 10^6$ „ „ „ .

11. Die Potentialdifferenz.

Im Vorhergehenden ist die Berechnung der elektrischen Arbeit aus dem experimentell bestimmten Jouleschen Gesetz abgeleitet, und es erscheint ratsam, erst hinterher die theoretische Begründung zu geben. Wir haben schon wiederholt den elektrischen Strom mit dem Wasserstrom verglichen. Der Vergleich trifft auch bei der elektrischen Arbeit in hohem Mafse zu. Man erhält bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm, wenn man das Gewicht der heruntergefallenen Wassermasse in Kilogramm mit der Fallhöhe in Metern multipliziert. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, indem wir das Produkt $e \cdot i \cdot t$ bilden. Denn e ist die Spannung oder Niveaudifferenz und das Produkt $i \cdot t$ ist die Elektrizitätsmenge, die während der Zeit t vom höheren zum niederen Niveau geflossen ist. Daraus ergibt sich nun eine genauere Definition der bisher mit dem Buchstaben e bezeichneten und mit Niveaudifferenz oder Spannung benannten Gröfse. Setzen wir nämlich in der Formel

$$A = e \cdot i \cdot t$$

das Produkt $i \cdot t = 1$, also gleich ein Coulomb, so wird $A = e$. D. h. also in Worten: Die Spannung e in Volt ist die Arbeit, gemessen in Joule, die geleistet wird, wenn ein Coulomb vom höheren zum niederen Niveau fließt. Indem dieses Coulomb sich auf dem höheren Niveau befindet, wohnt ihm eine potentielle Energie, eine Arbeitsfähigkeit

inne, ebenso wie ein in die Höhe gehobenes Gewicht eine potentielle Energie besitzt, die um so größer ist, je größer die Niveaudifferenz ist. Man spricht daher auch von einer elektrischen Potentialdifferenz und definiert sie als die Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau fließt.

Umgekehrt hätten wir die Potentialdifferenz definieren können als die Arbeit in Joule, die wir leisten müssen, um ein Coulomb positiver Elektrizität vom niederen zum höheren Potential zu führen. Nach Abschnitt 2 schreiben wir nun der elektromotorischen Kraft die Aufgabe zu, dieses Zurückführen der Elektrizität vom niederen zum höheren Niveau zu besorgen. Elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz oder Spannung sind also in gewissem Sinne identisch und werden in demselben Maße gemessen.

Die obige Definition der Potentialdifferenz ist identisch mit der Definition, die aus der Elektrostatik bekannt ist. In Fig. 17 sei z. B. eine Kugel mit positiver Elektrizität statisch geladen. Auf der Oberfläche der Kugel befinde sich außerdem ein kleiner, frei beweglicher Körper, der mit der Einheit positiver Elektrizität geladen ist. Dieser wird, da gleichnamige Elektrizitäten sich abstoßen, von der großen Kugel bis ins Unendliche abgestoßen. Dabei wird entweder eine mechanische Arbeit geleistet oder es wird dem kleinen Körper eine lebendige Kraft mitgeteilt, die gleich ist der Summe aus Kraft mal Weg längs der ganzen Strecke. Das Potential auf der Oberfläche ist dann die Arbeit, die die elektrischen Kräfte leisten, indem sie die Einheit der positiven Elektrizität bis ins Unendliche abstoßen.

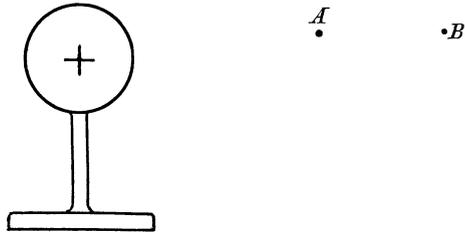


Fig. 17.

Während sich ferner der kleine Körper in A befindet, besitzt er dem Punkte B gegenüber eine Arbeitsfähigkeit, d. h. eine potentielle Energie, vergleichbar einem hochgehobenen Gewichte. Das Potential in A ist also höher als in B , d. h. es existiert eine Potentialdifferenz oder Niveaudifferenz zwischen beiden Punkten. Diese ist gleich der Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität von A nach B getrieben wird.

Es ist nun prinzipiell gleichgültig, ob die Einheit der Elektrizität, die von A nach B getrieben wird, sich auf einem kleinen Körper befindet und mit diesem fortgetrieben wird, oder ob sich die Einheit der Elektrizität, wie bei der strömenden Elektrizität, längs eines Leiters bewegt. Nur muß darauf hingewiesen werden, daß wir bei dem in Fig. 17 dargestellten Falle als Einheit der Elektrizität ebenfalls ein Coulomb und als Einheit der Arbeit das Joule annehmen müssen, um die Potentialdifferenz direkt in Volt zu erhalten.

12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung $e = i \cdot w$ die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$P = e \cdot i = i^2 \cdot w. \quad (20)$$

Der Effektverbrauch im Nutzwiderstand, z. B. den Lampen, ist also dem Quadrate des Stromes und dem Widerstande proportional, und das gleiche gilt auch für den Effektverlust in der Zuleitung. Diese Tatsache ist von besonderem Einfluß auf die Entwicklung der Elektrotechnik gewesen. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, es seien 10000 Pferdestärken auf 30 km einfache Entfernung zu übertragen. Wir können nun diesen Effekt mit hoher Stromstärke und niedriger Voltzahl oder niedriger Stromstärke und hoher Voltzahl übertragen. Allgemein ergibt sich bei einem Gesamteffekt von 10000 Pferdestärken, d. i. 7360000 Watt:

$$i = \frac{P}{e} = \frac{7360000}{e}.$$

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000 und 10000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 73600, 7360 und 736 Ampere.

Lassen wir nun $10^0/0$, also 736000 Watt Verlust in der Zuleitung zu, so ergibt sich, wenn w_l der Zuleitungswiderstand ist:

$$i^2 \cdot w_l = 736000$$

oder

$$w_l = \frac{736000}{i^2}.$$

Die ganze Länge der Leitung ist 2.30 km = 60000 m, und es ergibt sich nach Gleichung (6) auf S. 9 ein Drahtquerschnitt:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{w_l}$$

oder mit Einsetzung der Werte von ρ , l und w_l :

$$q = \frac{0,017 \cdot 60000}{\frac{736000}{i^2}} = 13,9 \cdot 10^{-4} \cdot i^2.$$

Der Kupferquerschnitt ist also dem Quadrate der gewählten Stromstärke direkt und dem Quadrate der gewählten Spannung indirekt proportional. Es ergeben sich dann folgende Werte:

e	i	$q = 13,9 \cdot 10^{-4} \cdot i^2$
100	73600	$750 \cdot 10^4$ qmm.
1000	7360	$750 \cdot 10^2$ „
10000	736	750 „

Es ist ersichtlich, daß nur die letzte Anordnung überhaupt ausführbar ist.

Wir gehen nun dazu über, den Einfluss einer höheren Betriebsspannung auf die Verluste in der Zuleitung resp. auf den Kupferquerschnitt der Anlage durch die Besprechung des Dreileitersystems deutlich zu machen. Eine Glühlampe sei so konstruiert, daß sie mit 0,5 Ampere gerade normal brennt, und ihr Widerstand sei im heißen Zustand 220 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmspannung von $220 \cdot 0,5 = 110$ Volt, damit ein Strom von 0,5 Ampere hindurchfließt. Es sollen nun 200 Lampen auf eine Entfernung von 2 km gespeist werden, wobei der Verlust in der Zuleitung 10% betragen soll. Gesucht wird der Kupferquerschnitt der Leitung bei einer Betriebsspannung von 110 und von 220 Volt.

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen parallel (Fig. 18).

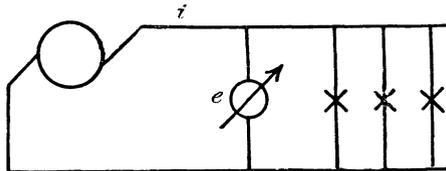


Fig. 18.

Bei 200 Lampen à 0,5 Ampere ist der Gesamtstrom $i = 0,5 \cdot 200 = 100$ Ampere. Der gesamte übertragene Effekt ist:

$$P = e \cdot i = 110 \cdot 100 = 11000 \text{ Watt.}$$

Bei 10% Verlust werden in der Leitung 1100 Watt in Wärme umgesetzt. Dann ergibt sich, wenn w_l den Widerstand der Leitung bedeutet:

$$i^2 \cdot w_l = 100^2 \cdot w_l = 1100$$

oder

$$w_l = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge l ist $2 \cdot 2000$ m, also 4000 m. Aus der Gleichung

$$w = \frac{\rho \cdot l}{q}$$

ergibt sich dann:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{w} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ qmm.}$$

2. Fall. Wir wählen eine Betriebsspannung von 220 Volt und schalten zu diesem Zwecke zwei Maschinen à 110 Volt hintereinander (Fig. 19).

Wenn wir nun ebenfalls je zwei Lampen hintereinander schalten, so bekommt jede Lampe eine Spannung von 110 Volt. Wir haben dann bei 200 Lampen nur 100 Zweige à 0,5 Ampere, also ergibt sich eine Stromstärke $i = 100 \cdot 0,5 = 50$ Ampere. Die übertragene Leistung ist also

$$P = e \cdot i = 220 \cdot 50 = 11000 \text{ Watt.}$$

Das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen natürlich wie früher 10 0/0, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$i^2 \cdot w_l = 50^2 \cdot w_l = 1100,$$

demnach

$$w_l = \frac{1100}{50^2} = 0,44$$

und

$$q = \frac{e \cdot I}{w_l} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ qmm.}$$

Der Kupferquerschnitt ist also durch das Verdoppeln der Netzspannung 4mal so klein geworden. Um nun auch im 2. Fall zu ermöglichen, daß alle Lampen unabhängig von den anderen ein- und ausgeschaltet

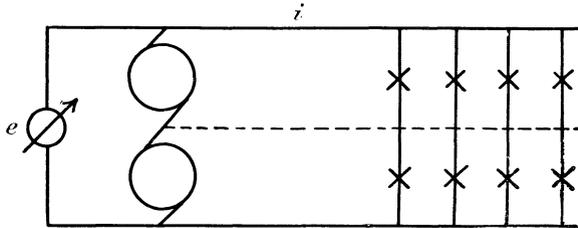


Fig. 19.

werden können, ist eine Ausgleichsleitung, ein Nulleiter, vom Mittelpunkt der Maschinen nach den Mittelpunkten von je zwei Lampen geführt. Dieser Leiter hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz der drei Leiter ist aber doch die Ersparnis an Kupfer bedeutend. Umgekehrt ergibt sich, daß man bei ein und demselben Kupferquerschnitt bei gleichen prozentischen Verlusten den 4fachen Effekt übertragen kann, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Das obige Beispiel ist deswegen im einzelnen durchgerechnet, da es dem Anfänger erfahrungsgemäß schwer wird, sich unter einer Kraftübertragung bei höherer oder niedriger Spannung etwas Greifbares vorzustellen. Man sieht deutlich, daß in den beiden obigen Fällen gleich viele Lampen gespeist werden und jede Lampe in beiden Fällen den gleichen Strom erhält, also gleich hell brennt. Der Effekt ist also in beiden Fällen der gleiche.

Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse. — 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse. — 15. Die Polarisation. — 16. Die Akkumulatoren. — 17. Die chemischen Vorgänge in Elementen. — 18. Die Voltmeter.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse.

Die Leiter erster Klasse sind solche, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren. Dazu gehören die Metalle und die Kohle. Die Leiter zweiter Klasse sind dagegen solche, die durch den Stromdurchgang eine chemische Veränderung oder eine Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung die Elektrolyse und bezeichnet die betreffenden Leiter als Elektrolyte. Zu ihnen gehören die Basen, die Säuren und die Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand.

Man bezeichnet den Apparat, in dem die Zersetzung vor sich geht, als Zersetzungszone und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, vermittels deren der Strom zugeführt und abgeleitet wird, als die Elektroden. Die positive Elektrode, bei der der Strom in die Flüssigkeit eintritt, heißt die Anode, die negative Elektrode, bei der der Strom aus der Flüssigkeit austritt, heißt die Kathode.

Die Bestandteile, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, treten an den Elektroden auf, indem der eine Bestandteil mit dem Strom zur Kathode und der andere Bestandteil gegen den Strom zur Anode wandert. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer. Nach der modernen Anschauung ist ein Teil der Ionen mit positiver Elektrizität geladen. Diese sogenannten Kathionen wandern in der positiven Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die andern Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Es ist übrigens für den Anfänger schwierig, diese Anschauungen mit der sonst herrschenden Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach der elektrische Strom nur durch das Fließen der positiven Elektrizität verursacht wird, und man wird am besten beide Vorstellungen ruhig nebeneinander bestehen lassen.

Zum Verständnis der Elektrolyse möge nun zunächst auf den Unterschied zwischen Metallen und Nichtmetallen hingewiesen werden. Die Metalle wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold zeichnen

sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus; sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff sind Basen, z. B. Natronlauge ($NaOH$), Kalilauge (KOH), gelöschter Kalk ($Ca[OH]_2$). Der basische Charakter der Metalloxyde zeigt sich darin, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren. Bei vielen Metalloxyden tritt der basische Charakter mehr zurück und zeigt sich nur noch dadurch, daß Säuren durch sie abgestumpft oder neutralisiert werden.

Die Metalle, wie sie auf diese Weise charakterisiert sind, zeigen nun in einer Lösung dem elektrischen Strome gegenüber das besondere Verhalten, daß ihre Ionen immer mit dem Strome zur Kathode wandern. Sie sind also elektropositiv, d. h. die Träger oder Transporteure der positiven Elektrizität (Kationen). Da auch der Wasserstoff mit dem Strome zur Kathode wandert, so ist er ebenfalls zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er chemisch durch Metalle vertreten werden kann.

Zu den Nichtmetallen gehören Chlor, Brom, Jod, Stickstoff, Sauerstoff, Schwefel, die dadurch charakterisiert sind, daß ihnen der Metallglanz fehlt. Ferner sind sie, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität. Endlich bilden ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren, z. B. Salzsäure (HCl), Schwefelsäure (H_2SO_4), Salpetersäure (HNO_3), Phosphorsäure (H_3PO_4). Die Säuren sind dadurch charakterisiert, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und die Basen unter Salzbildung neutralisieren.

Von den Nichtmetallen wandern Chlor, Brom, Jod, Fluor direkt gegen den Strom, sie gehören also ohne weiteres zu den Anionen; ferner gehören zu den Anionen noch die Hydroxylgruppe OH der Basen, sowie die Säureradikale SO_4 , PO_4 , NO_3 etc.

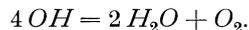
Wir gehen nun dazu über, die Vorgänge bei der Elektrolyse durch einige charakteristische Beispiele deutlich zu machen.

1. Elektrolyse von Basen.

Bei der Zersetzung von Kalilauge (KOH) wandert das Metall Kalium mit dem Strome und veranlaßt an der Kathode das Auftreten von Wasserstoff nach der Gleichung:



Die Hydroxylgruppe OH wandert dagegen gegen den Strom und veranlaßt an der Anode das Auftreten von Sauerstoff nach der Gleichung:

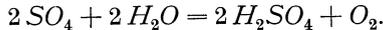


Das Resultat ist also dasselbe, als wenn allein Wasser zersetzt wäre, während tatsächlich die Kalilauge zersetzt ist. Denn reines Wasser wäre ein vollkommener Isolator.

2. Elektrolyse von Säuren.

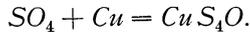
Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei der Zersetzung der Salzsäure (HCl). Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf. Wir haben es dabei also nur mit einem primären Vorgang zu tun.

Bei der Zersetzung der Schwefelsäure (H_2SO_4) tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf. Das Säureradikal SO_4 wandert dagegen zur Anode und zerfällt dort, falls die Anode aus Kohle oder Platin besteht, nach der Gleichung:



Das Resultat ist also dasselbe, als wenn Wasser allein zersetzt worden wäre.

Besteht jedoch die Anode aus Kupfer, so löst die Gruppe SO_4 das Kupfer zu Kupfersulfat, nach der Gleichung:



3. Elektrolyse von Salzen.

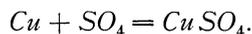
Bei der Zersetzung von Chlorkaliumlösung (KCl) wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode und es bildet sich dort, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch ein Diaphragma, d. h. durch eine trennende Schicht, wie z. B. eine poröse Tonzelle, getrennt, so sind die Endprodukte Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne Diaphragma, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein und es entsteht bei diesem tertiären Vorgang unterchlorigsaures Kali ($KClO$) nach der Gleichung:



Arbeitet man jedoch mit heifser Lösung, so bildet sich chlorsaures Kali ($KClO_3$) nach der Gleichung:



Als weiteres Beispiel der Zersetzung einer Salzlösung nennen wir die Elektrolyse des Kupfersulfats ($CuSO_4$). Das schwefelsaure Kupferoxyd oder Kupfersulfat wird in der Weise durch den elektrischen Strom zerlegt, daß das Kupfer mit dem Strome zur Kathode wandert und dort die Elektrode verkupfert. Die Gruppe SO_4 wandert dagegen wieder zur Anode. Besteht nun die Anode aus Platin oder Kohle, so wird, wie früher, Sauerstoff frei. Besteht aber die Anode aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, indem sich wieder Kupfersulfat bildet, nach der Gleichung:



14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge eines Elementes oder einer chemischen Verbindung ist, wie Faraday ermittelte, proportional der Stromstärke und proportional der Zeit, also proportional der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Bedeutet also

m die Gewichtsmenge in Milligramm,
 i die Stromstärke in Ampere,
 t die Zeit in Sekunden,
 c einen Proportionalitätsfaktor,

so ergibt sich experimentell

$$m = c \cdot i \cdot t.$$

Der Faktor c ist bei den einzelnen Ionen ein verschiedener. Faradays Untersuchungen haben ergeben, daß er dem Atomgewicht direkt und der Wertigkeit indirekt proportional ist. Ist also

a das Atomgewicht,
 k die Wertigkeit,

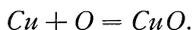
so ergibt sich experimentell

$$m = 0,010386 \frac{a}{k} \cdot i \cdot t \text{ mg.} \quad (21)$$

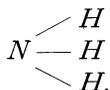
Zum Verständnis dieses Gesetzes ist die Definition des Atomgewichtes und der Wertigkeit erforderlich. Unter dem Atomgewicht eines Elementes versteht man die kleinste relative Gewichtsmenge, bezogen auf Wasserstoff, die mit anderen Elementen eine chemische Verbindung eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure (HCl) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Das Wasser enthält andererseits auf einen Teil Wasserstoff 8 Teile Sauerstoff. Es läge also nahe, das Atomgewicht des Sauerstoffes gleich 8 zu setzen, wenn nicht die Volumverhältnisse, in denen Wasserstoff und Sauerstoff verbunden sind, es nötig machten, die Formel des Wassers zu H_2O anzunehmen. Demnach kommt auf 2 Atome Wasserstoff 1 Atom Sauerstoff und das Atomgewicht des letzteren ist gleich 16 zu setzen, damit das Verhältnis $1 : 8 = 2 : 16$ herauskommt. Mit Hilfe der bekannten Atomgewichte und der Formel der Verbindung läßt sich nun umgekehrt berechnen, wieviel Prozent eines Elementes eine Verbindung enthält. Es ist also klar, daß das Atomgewicht in erster Linie in Frage kommt, wenn es sich um die bei der Elektrolyse ausgeschiedene Gewichtsmenge handelt.

Außerdem kommt nun noch nach Gleichung (21) die Wertigkeit in Frage. Unter der Wertigkeit oder der Valenz versteht man die Anzahl der Wasserstoffatome, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure (HCl)

bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es das einwertige Chlor zu Chlorkalium (KCl) bindet, oder weil es im Chlorkalium ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser (H_2O) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, vermittelt deren sich die Elemente aneinander hängen. Kupfer ist z. B. in den meisten seiner Verbindungen zweiwertig, es hängt sich also mit seinen beiden Armen in die beiden Arme eines zweiwertigen Sauerstoffatoms und bildet Kupferoxyd nach der Gleichung:



Der dreiwertige Stickstoff bindet dagegen mit seinen drei Armen drei einwertige Wasserstoffatome unter Bildung von Ammoniak (NH_3), und das Molekül des Ammoniaks ist nach der folgenden Form zusammengesetzt:



Jetzt sind wir in der Lage, das Faradaysche Gesetz durch ein einfaches Beispiel zu erläutern. Wir leiten unter Benutzung von Platin-

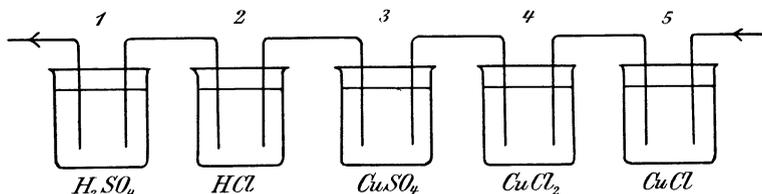


Fig. 20.

elektroden ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure (H_2SO_4), Salzsäure (HCl), Kupfervitriol ($CuSO_4$), Kupferchlorid ($CuCl_2$) und Kupferchlorür ($CuCl$) (Fig. 20). Nehmen wir nun an, wir setzen den Versuch so lange fort, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir gleichzeitig die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen, bei denen in Klammern die Atomgewichte angegeben sind:

In der 1. Zelle (H_2SO_4):

2 mg Wasserstoff ($H = 1$), 16 mg Sauerstoff ($O = 16$).

In der 2. Zelle (HCl):

2 mg Wasserstoff ($H = 1$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

In der 3. Zelle ($CuSO_4$):

63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 16 mg Sauerstoff ($O = 16$).

In der 4. Zelle ($CuCl_2$):

63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Bis dahin ist alles regelmäÙig, und es erhellt sofort die vorläufige Tatsache, daÙ die ausgeschiedenen Gewichtsmengen eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Verbindung man das Element abscheidet. Ferner erscheint das Verhältnis der Gewichtsmengen in erster Linie bestimmt durch das Atomgewicht. Wir erhalten in allen Zellen das Atomgewicht selbst oder ein ganzes Vielfaches desselben. Mit Hilfe dieser Tatsachen hätte man aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort die der nächsten drei Zellen berechnen können. Bei der fünften Zelle finden wir jedoch eine Schwierigkeit. Wir wissen nicht im voraus, ob wir so viel Kupfer erhalten, wie in der dritten und vierten Zelle, also 63,2 mg. Das ergäbe bei der Verbindung $CuCl$ eine gleichzeitige Ausbeute von nur 35,4 mg Chlor. Oder aber wir erhalten so viel Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, also 70,8 mg, dann haben wir in der fünften Zelle eine Ausbeute von 126,4 mg Kupfer. Das Experiment entscheidet für den zweiten Fall. Tatsächlich erhält man bei der Elektrolyse einer Kupferchlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Kupferchloridlösung.

Nun bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe SO_4 getrennt, also zwei Bindungen oder Valenzen gelöst. Ebenso findet man, daÙ in allen folgenden Zellen je zwei Valenzen oder Arme gelöst sind, und man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Valenzen.

Wir können nun diesem Gesetz noch eine andere Form geben. Die Gewichtsmengen verschiedener Elemente, die man erhält, wenn man das Atomgewicht durch die Wertigkeit dividiert, nennt man die chemischen Äquivalentgewichte. Bei der gleichen durchgeflossenen Elektrizitätsmenge verhalten sich also die Gewichtsmengen wie die chemischen Äquivalentgewichte, d. h. sie sind chemisch äquivalent. Nun werden nach der neueren Anschauung die in der Flüssigkeit im freien Zustand vorhandenen elektrisch geladenen Ionen durch den elektrischen Strom in Bewegung gesetzt und geben dann ihre positive, respektive negative Ladung an den Elektroden ab. Sie sind also die Transporteure der Elektrizität, und zwar transportieren äquivalente Gewichtsmengen immer und überall die gleichen Elektrizitätsmengen. Äquivalente Gewichtsmengen verschiedener Ionen haben also, wie man sich ausdrückt, den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt nun die Gewichtsmenge eines Elements in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Man kann dieses aus Gleichung (21) mit Hilfe der bekannten Atomgewichte

und Wertigkeiten ableiten. So ergibt sich das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers bei dem Atomgewicht 107,6 und der Wertigkeit 1 zu $\frac{0,010386 \cdot 107,6}{1} = 1,118$ und das des Kupfers zu $\frac{0,010386 \cdot 63,2}{2} = 0,328$. Ebenso läßt sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wassertoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergibt sich dann das ausgeschiedene Gasvolum: Ein Ampere liefert in einer Sekunde 0,174 ccm trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Was nun die Volumverhältnisse des bei der Elektrolyse entwickelten Wasserstoffs und Sauerstoffs betrifft, so verhalten sich die Volumina nach dem Avogadro'schen Gesetz wie die Anzahl der Moleküle. Da beim Wasserstoff und Sauerstoff jedes Molekül aus zwei Atome besteht, so verhalten sich die Gasvolumina wie die Anzahl der Atome, also nach der Formel H_2O wie 2 zu 1.

15. Die Polarisation.

Elektrolysiert man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Klemmspannung von 2—3 Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist, so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man (Fig. 21) eine höhere Spannung E ,

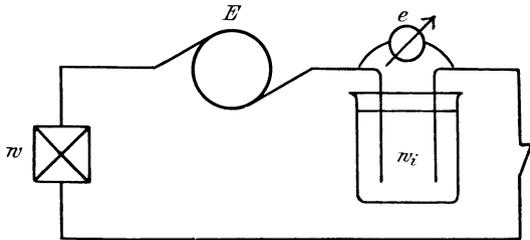


Fig. 21.

z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes w daran, so stellt sich von selbst eine Klemmspannung e im Betrage von 2—3 Volt her. Die Stromstärke ergibt sich dann aus der Beziehung

$$i = \frac{E - e}{w},$$

wo E die elektromotorische Kraft der Stromquelle und e die Klemmspannung der Zersetzungszelle ist. Es ist nun auffällig, daß diese Klemmspannung zwar von außen her an die Zelle gelegt wird, und daß sie es ist, die den Strom durch die Zelle treibt, daß aber ihre Größe von der Zelle bestimmt wird. Sie erscheint also als Funktion der Zersetzungszelle, die wir nicht willkürlich ändern können, die also z. B. wesentlich dieselbe bleibt, auch wenn wir durch Änderung von E und w die Stromstärke

erheblich ändern. Sie bleibt sogar ziemlich dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, variieren. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmspannung an den Enden eines Metallwiderstandes, durch das Produkt aus der Stromstärke i und dem innern Widerstand w_i gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer, als der aus der Stromstärke und dem innern Widerstand berechnete Wert.

Das wird erklärlich, wenn wir beachten, daß die Zersetzungszelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch das Voltmeter sendet. Sie funktioniert also jetzt als eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme der Zelle her austreibt, in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom und die jetzt wirksame elektromotorische Kraft ist die elektromotorische Kraft der Polarisation. Sie ist nur so lange wirksam, wie die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei ein Element vor uns, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht, und dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet ist.

Nun ist dieses Element schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmspannung e hatte dabei also eine zweifache Aufgabe, nämlich den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch in der Zersetzungszelle zu liefern und die elektromotorische Kraft E_1 der Polarisation zu überwinden. Es ergibt sich dann für die Klemmspannung der Zersetzungszelle die Gleichung:

$$e = E_1 + i \cdot w_i.$$

Wir definieren demnach als elektromotorische Kraft der Polarisation die elektromotorische Kraft des neuen Elementes, das durch die chemische Veränderung der Elektroden aus der Zersetzungszelle entstanden ist. Ist nun, wie gewöhnlich, die Polarisation sehr groß gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch, so folgt, daß die Klemmspannung fast nur bedingt ist durch den Wert von E_1 und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand.

Durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit wird uns das Auftreten der Polarisation noch deutlicher. Multiplizieren wir nämlich die obige Gleichung mit i , so erhalten wir:

$$e \cdot i = E_1 \cdot i + i^2 \cdot w_i.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt $e \cdot i$ die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und der Ausdruck $i^2 \cdot w_i$ den Effektverbrauch durch Joulesche Wärme in der Flüssigkeit dar. Wir kommen dadurch zu dem Resultat, daß die durch $E_1 \cdot i$ dargestellte Arbeit bei der Wasserzersetzung verbraucht sein muß. Das ist nun auch in der Tat der Fall, weil das entwickelte Knallgas ein Kapital von Arbeit, eine potentielle Energie darstellt. Wir können es jeden Augenblick zur Explosion bringen, und die dabei entwickelte Wärme oder geleistete Arbeit ist gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit.

Nun ist die im Knallgase aufgespeicherte Energie proportional der Menge des entwickelten Knallgases, also proportional der bei der Wasserzersetzung durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Ist c ein Proportionalitätsfaktor, der speziell nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu:

$$A = c \cdot i \cdot t.$$

Andererseits ist die dazu angewendete elektrische Arbeit:

$$A = E_1 \cdot i \cdot t.$$

Daraus folgt, daß $E_1 = c$ ist, oder daß die elektromotorische Kraft der Polarisation für gleiche Zersetzungszellen überall den gleichen, konstanten Wert c hat. Dabei ist natürlich überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt. Dagegen hat die Polarisation für anders zusammengesetzte Zellen einen anderen Wert, da ihre Größe durch den Verbrennungswert oder Arbeitswert der Endprodukte gegeben ist. Sie ist z. B. eine andere, wenn wir bei Anwendung von Platinelektroden Kupfersulfat zersetzen, als wenn wir Schwefelsäure zersetzen. Denn im ersteren Falle erhalten wir Kupfer an der Kathode und Sauerstoff an der Anode. Wenn aber Kupfer und Sauerstoff zu Kupferoxyd verbrennen, so ist die entwickelte Wärme eine andere, als wenn die äquivalenten Gewichtsmengen Wasserstoff und Sauerstoff sich zu Wasser vereinigen.

Man könnte nun versuchen, auf Grund dieser Tatsachen die elektromotorische Kraft der Polarisation im voraus zu berechnen. Man weiß z. B. aus der Chemie, daß bei der Bildung von 18 g Wasser aus Wasserstoff und Sauerstoff eine Wärmemenge von 68000 gkal. frei wird. Die zur Zersetzung von 18 g Wasser erforderliche elektrische Arbeit muß dieser Wärmemenge gleichwertig sein, sie ergibt sich also nach dem Jouleschen Gesetz aus der Gleichung:

$$68000 = 0,24 \cdot E_1 \cdot i \cdot t.$$

Andererseits liefert 1 Ampere in einer Sekunde nach Gleichung 21 auf S. 32

$$\frac{0,010386 \cdot 1}{1} \text{ mg Wasserstoff und } \frac{0,010386 \cdot 16}{2} \text{ mg Sauerstoff,}$$

zusammen also $\frac{0,010386 \cdot 18}{2} \text{ mg} = 9,35 \cdot 10^{-5} \text{ g Knallgas.}$

Die bei Abscheidung von 18 g Knallgas durchgeflossene Elektrizitätsmenge $i \cdot t$ ergibt sich also zu:

$$i \cdot t = \frac{18}{9,35 \cdot 10^{-5}} = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Coulomb.}$$

Setzen wir diesen Wert in das Joulesche Gesetz ein und lösen für E_1 auf, so erhalten wir:

$$E_1 = \frac{68000}{1,92 \cdot 10^5 \cdot 0,24} = 1,47 \text{ Volt.}$$

Man kann also z. B. mit einem Daniellelement als Stromquelle kein Wasser zersetzen. Dabei muß aber betont werden, daß die tatsächlich gemessene elektromotorische Gegenkraft viel höher ist, als der theoretisch berechnete Wert. Die vorstehenden Erörterungen haben also nur den Zweck, die wesentlichste Ursache der Polarisation rechnerisch zu verfolgen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, wo die Polarisation fast Null wird, weil auch während und nach der elektrochemischen Zersetzung die Elektroden gleich bleiben und die Endprodukte kein Kapital von aufgespeicherter Arbeit darstellen. Zersetzt man nämlich Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben dabei dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen ein Element bilden. Die Polarisation ist in diesem Falle gleich Null, und die Klemmspannung e ist gleich dem Produkt $i w_i$. Dasselbe Resultat folgt aus der Überlegung, daß die zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode aufgewendete Arbeit gleich ist der bei der Lösung, d. h. bei der Oxydation des Kupfers an der Anode gewonnenen Arbeit, so daß die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

16. Die Akkumulatoren.*)

Die ersten Akkumulatoren wurden nach Planté in der Weise hergestellt, daß verdünnte Schwefelsäure zwischen Bleiplatten als Elektroden zersetzt wurde, wobei die Bleiplatten oberflächlich chemisch verändert, d. h. formiert wurden. Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faureverfahren Nuten- oder Gitterplatten, die mit Mennige, Bleioxyd oder fein verteiltem metallischen Blei ausgestrichen waren. Jetzt verwendet man häufig als positive Platten die Grobflächenplatten (Fig. 22 a), die aus Blei hergestellt sind und deren Gitter eine große Anzahl enger Maschen enthält, so daß sie der Flüssigkeit eine besonders große Oberfläche darbieten. Diese Bleiplatten werden in der Fabrik unter Anwendung von chemischen Zusätzen zur Schwefelsäure durch einen starken Strom in kurzer Zeit formiert, d. h. oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt. Die negativen Platten (Fig. 22 b) bestehen ebenfalls aus Bleigittern, aber mit weiteren Maschen, die mit

*) Vergl. den betreffenden Abschnitt in Heim, Die Einrichtung von elektrischen Beleuchtungsanlagen für Gleichstrombetrieb. 4. Aufl. 1903.

Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgestrichen sind. Diese Platten werden unfertig verschickt und nach Aufstellung der Batterie durch eine erste ununterbrochene 40 stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt. Die Zusammenstellung der Zellen geschieht dabei in der Weise, daß die Platten mit ihren Nasen auf den Rand der Glasgefäße gelegt und die gleichnamigen Platten einer Zelle durch Bleistreifen miteinander verlötet werden (Fig. 22 c).

Um nun die Wirkungsweise eines Akkumulators zu verstehen, nehmen wir an, daß wir ihn nach dem Planteverfahren aus reinen Bleiplatten herstellen. Wir betrachten ihn also zunächst als Zersetzungszelle, in der Schwefelsäure zwischen Bleielektroden zersetzt wird. Dann wird an der negativen Platte Wasserstoff frei, wobei in diesem Falle die negative Platte nicht verändert wird. An der positiven Platte tritt dagegen Sauerstoff auf, der mit dem Blei braunes Bleisuperoxyd (PbO_2) bildet. Dadurch aber haben wir in der Zersetzungszelle ein Element vor uns, das aus Blei, Schwefelsäure und Bleisuperoxyd besteht, und dessen elektromotorische Kraft 2 Volt beträgt. Diese wirkt schon während des Stromdurchganges,

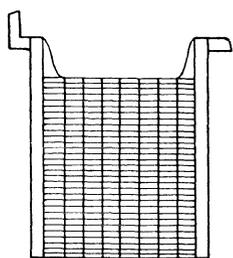


Fig. 22 a.

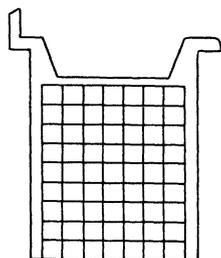


Fig. 22 b.

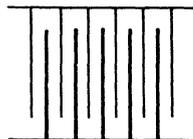
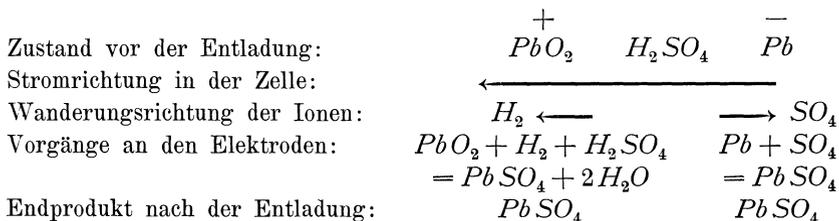


Fig. 22 c.

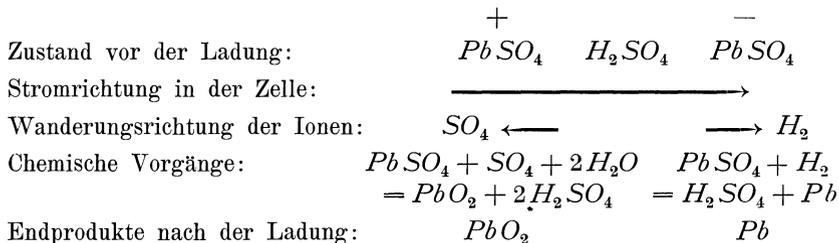
d. h. während der Ladung, dem Strome oder der Klemmspannung entgegen. Trennt man nun die Batterie von der Stromquelle und verbindet man die Klemmen der Batterie durch einen Widerstand, so fließt der Strom bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, wo er bei der Ladung eingetreten war. Die positive Klemme bei der Ladung ist also auch wieder die positive Klemme bei der Entladung. Man bezeichnet nämlich die Klemme einer Zersetzungszelle als positiv, in die der Strom eintritt, dagegen die Klemme einer Stromquelle als positiv, aus der der Strom heraustritt.

Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also zu schwefelsaurem Blei: die positive durch Reduktion des Bleisuperoxyds zu (schwefelsaurem) Bleioxyd mittels des Wasserstoffes, die negative durch Oxydation des Bleies zu (schwefelsaurem) Bleioxyd mittels des Sauerstoffes. Das Resultat ist also, daß das Bleisuperoxyd seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte abgibt. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist dann in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Energie, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Quelle der Wärmeenergie ist. Hat schließlic die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben und ist die negative Platte dadurch oberflächlich oxydiert, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Akkumulator entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle oder Element mehr bilden können. Es darf allerdings nicht unerwähnt bleiben, daß neben den Oxydations- und Reduktionsvorgängen die Konzentrationsänderungen der Säure mit an der Lieferung der Energie beteiligt sind. Das spezifische Gewicht der Säure wird während der Entladung geringer.

Der entladene Akkumulator wird nun wieder als Zersetzungszelle behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, und aus der Zersetzungszelle ist wieder eine Stromquelle, ein Element geworden. Außerdem ist an beiden Platten Schwefelsäure frei geworden, wodurch das spezifische Gewicht der Säure größer geworden ist.

Wir sehen also, daß der Prozeß der Ladung nicht etwa, wie beim Kondensator, in der Aufspeicherung von Elektrizität besteht, sondern in einer chemischen Umwandlung der sogen. aktiven Masse. Wenn man also von der Kapazität des Akkumulators spricht, so ist das eigentlich etwas ganz anderes als die Kapazität eines Kondensators. Die Kapazität eines Kondensators bedeutet die Elektrizitätsmenge, die durch die Einheit der Spannung auf den Kondensator gedrückt wird, und die der Kondensator bei der Entladung wieder liefert. Dagegen bedeutet die Kapazität des Akkumulators die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Akkumulators in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung, wie beim Kondensator, ist dabei natürlich nicht die Rede.

Was nun die Amperestunden bei der Entladung betrifft, so ist es im Prinzip gleichgültig, ob mit starkem Strom eine kurze Zeit oder mit schwachem Strom eine längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen worden ist. Der Akkumulator besitzt nämlich, wie ein Daniellelement, eine bestimmte elektromotorische Kraft und nicht etwa eine bestimmte Stromstärke. Wenn dennoch eine solche von der liefernden Firma angegeben wird, so bedeutet das nicht etwa den Strom, den eine Zelle liefern muß, auch nicht den maximalen Strom, den sie überhaupt liefern kann. Vielmehr ist der maximale Strom gemeint, der passend nicht überschritten werden soll, damit die aktive Masse nicht herunterfällt und die Platten sich nicht krumm ziehen. Man kann also innerhalb der praktischen Grenzen die Stromstärke bei der Entladung größer oder kleiner wählen und wird dabei eine kürzere oder längere Zeit der Entladung erhalten. Dabei bleibt die Kapazität theoretisch dieselbe, da das Produkt $i \cdot t$ nach dem Faradayschen Gesetz der Menge der umgewandelten aktiven Masse proportional ist.

Praktisch findet man allerdings, daß die Kapazität bedeutend kleiner ist, wenn man mit starkem Strom entladet, als wenn man mit schwachem Strom entladet. Das erklärt sich sehr einfach dadurch, daß die aktive Masse bei starkem Strom nur oberflächlich umgewandelt wird und nur teilweise an dem ganzen Prozeß teilnimmt.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist nun das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu den Amperestunden bei der Ladung. Theoretisch müßte dieses Verhältnis gleich 1 sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der aktiven Masse bestehen, und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten aktiven Masse proportional sind. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Akkumulator ein wenig infolge der mehr oder weniger mangelhaften Isolation. Dazu kommt die Selbstentladung durch Lokalströme an einer und derselben Platte, wie sie durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung der Platte oder ungleiche Konzentration der Säure auftreten können. Endlich wird ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Amperestunden nutzlos zur Gasentwicklung verwendet. Wenn nämlich gegen Ende der Ladung die aktive Masse größtenteils umgewandelt ist, so kann der Wasserstoff und der Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen und es beginnt die Gasentwicklung. Daher kommt es, daß der Wirkungsgrad in Amperestunden kleiner ist als 1. Er ist aber immerhin verhältnismäßig hoch, übersteigt meist den Wert 0,9 und wird bei geeigneter Anordnung des Versuchs fast gleich 1.

Bei der Bestimmung des Wirkungsgrades in Amperestunden kommt natürlich sehr viel darauf an, wann man die Ladung resp. die Entladung unterbricht. Man setzt die Ladung gewöhnlich so lange fort, bis die aktive Masse an der Oberfläche fast vollständig umgeformt ist, also bis

zum „Kochen“ des Akkumulators, wobei die Spannung infolge der an den Elektroden haftenden Gasblasen bis auf 2,6—2,7 Volt steigt. Andererseits unterbricht man die Entladung, wenn die Spannung infolge des zunehmenden inneren Widerstandes, der wesentlich durch den Übergangswiderstand des Bleisulfats gegeben ist, bis auf etwa 1,8 Volt gesunken ist. Dieser Endwert von 1,8 Volt gilt für die Endzeit der Entladung mit normaler Stromstärke, und nicht für die Zeit nach der Entladung. Denn ein normal entladener Akkumulator hat zwar am Endpunkt der Entladung eine Klemmspannung von 1,8 Volt, aber noch eine elektromotorische Kraft von 2 Volt. Das zeigt sich daran, daß die Klemmspannung nach der Stromunterbrechung auf 2 Volt steigt. Praktisch ist also die Entladung keine vollständige. Aber eine weitere Entladung würde den Platten schaden und auch praktisch ohne Wert sein, da die Spannung nun sehr schnell auf Null fällt.

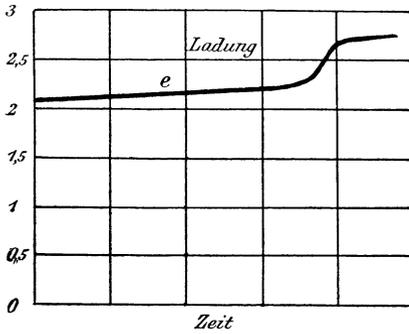


Fig. 23 a.

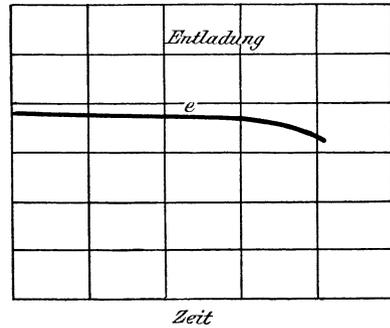


Fig. 23 b.

Von praktischerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Amperestunden ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um diesen zu ermitteln, beobachten wir die Klemmspannung während der Ladung und Entladung und tragen die Zeit als Abszisse und die Klemmspannung als Ordinate auf (Fig. 23a und b). Wir sehen, daß die mittlere Spannung bei der Ladung größer ist als die mittlere Spannung bei der Entladung. Bei der Ladung ergibt sich nämlich die Klemmspannung durch die Gleichung:

$$e = E_1 + i \cdot w_i, \quad (22)$$

während für die Entladung die Gleichung gilt:

$$e = E_1 - i \cdot w_i. \quad (23)$$

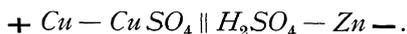
Die mittlere Klemmspannung bei der Entladung ist also um den doppelten inneren Spannungsverlust kleiner als bei der Ladung, abgesehen davon, daß auch die elektromotorische Kraft bei der Entladung kleiner ist, als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert der elektro-

motorischen Kraft bei der Ladung. Der Wirkungsgrad in Wattstunden ist also kleiner als der in Amperestunden, also etwa 0,8—0,9, da zu den schon früher erwähnten Verlusten noch der Verlust durch Joulesche Wärme hinzukommt.

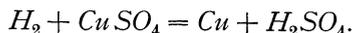
17. Die chemischen Vorgänge in Elementen.

Das einfachste Element besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure, wobei sich das Kupfer außen positiv, das Zink negativ geladen zeigt. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strom zum Kupfer, wo er sich in Bläschen ansetzt. Dadurch entsteht nun ein neues Element, bestehend aus Wasserstoff, Schwefelsäure, Zink, dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Element entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Stromstärke allmählich; man sagt, das Element polarisiert sich. Da man ein Interesse daran hat, Elemente von konstanter elektromotorischer Kraft zu besitzen, so gilt es, die Polarisation infolge des freien Wasserstoffs zu verhindern. Der Wasserstoff muß also im Augenblick des Entstehens gebunden werden, oder statt des Wasserstoffes muß ein Metall ausgefällt werden.

Das Daniellelement besteht zu diesem Zwecke aus zwei Flüssigkeiten, Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine poröse Tonzelle voneinander getrennt sind:



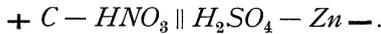
Eine Kupferplatte, die in das Kupfervitriol taucht, bildet den positiven Pol, die Zinkplatte, die in die Schwefelsäure taucht, den negativen Pol. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit des Elementes von der Schwefelsäure gelöst wird. Der Strom, den das Element erzeugt, fließt nun im Element vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus nach der Gleichung:



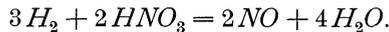
Das Zink wird dagegen durch die Gruppe SO_4 , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat (ZnSO_4) gelöst und liefert, da dies ein Oxydationsprozeß ist, die der Stromarbeit entsprechende Energie. Diese umfaßt die Arbeit im äußeren Kreise, die Joulesche Wärme im Element und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Energie. Man kann auch einfacher die gesamte vom Element gelieferte elektrische Energie auffassen als die Differenz der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Energie.

Da, wie man sieht, die Elektroden unverändert bleiben, so tritt eine Polarisation nicht ein, und die elektromotorische Kraft ist konstant 1,07 Volt, vorausgesetzt, daß man es mit reinen Materialien zu tun hat. Die Stromstärke schwankt dagegen je nach dem äußeren Widerstand. Wenn wir den inneren Widerstand, der sich nach der Größe des Elementes richtet, im Mittel zu 0,5 Ohm rechnen, so würde bei Kurzschluss eine Stromstärke von $1,07 : 0,5 = 2,14$ Ampere durch das Element fließen.

Das Bunsenelement besteht aus Kohle in konzentrierter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch ein Diaphragma getrennt:



Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Der Vorgang in der Schwefelsäure ist derselbe wie beim Daniellelement. Der mit dem Strom wandernde Wasserstoff wird jetzt dagegen an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden nach der Gleichung:

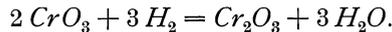


Das dabei frei werdende Stickoxyd (*NO*) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickend riechendem Stickstoffdioxid (*NO*₂). Die elektromotorische Kraft des Bunsenelementes ist 1,8—1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als beim Daniellelement.

Das Chromsäureelement besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat (*K*₂*CrO*₄, *CrO*₃):



Das Element enthält keine Tonzelle. Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe *SO*₄ löst wieder das Zink, und der Wasserstoff wird an der Kohle durch Sauerstoff aus dem doppelt chromsauren Kali gebunden. Dieses enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure *CrO*₃, die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird, nach der Gleichung:



Die bisher rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich sinkt dadurch die elektromotorische Kraft, die ursprünglich 2 Volt betrug. Das Element ist also bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz konstant.

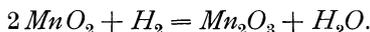
Das Leclanchéelement besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen.



Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst es zu Chlorzink. Das ist ein Vorgang, der dem Oxydationsvorgang sehr ähnlich ist, und der die Quelle für die vom Element gelieferte Energie ist. Die Gruppe NH_4 , die sich wie ein Metall verhält, wandert dagegen mit dem Strome, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde das Element polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd (MnO_2) ist eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, die ihren Sauerstoff an den Wasserstoff unter Bildung von Manganoxyd (Mn_2O_3) abgibt, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder der Chromsäure wird der Braunstein unter Umständen den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden können. Die elektromotorische Kraft ist infolgedessen nur im stromlosen Zustand 1,4 Volt und sinkt, wenn Strom entnommen wird. Das Element ist also ebenfalls nicht ganz konstant.

Das Westonelement*) (Fig. 24) besteht aus einem Glasgefäß in H form, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind, und das als positive Elektrode

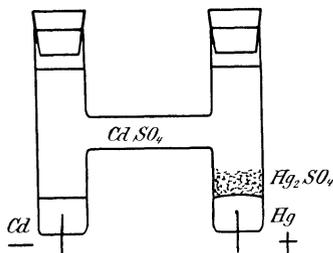
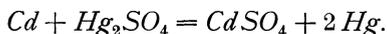


Fig. 24.

Quecksilber (Hg), als negative Elektrode Kadmium (Cd) oder richtiger ein Kadmiumamalgam mit 12—13% Kadmium enthält. Als Flüssigkeit dient eine konzentrierte Kadmiumsulfatlösung ($CdSO_4$), deren Konzentration durch extra beigegebene Kadmiumsulfatkristalle konstant gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmium mit dem Strome und würde sich an der positiven Elektrode mit dem Quecksilber legieren. Dadurch würden beide Elektroden mehr und mehr gleich werden und die elektromotorische Kraft würde sinken. Nun befindet sich aber über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat (Hg_2SO_4), Kadmiumsulfatkristallen und metallischem Quecksilber. Die Kadmiumionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat metallisches Quecksilber und Kadmiumsulfat nach der Gleichung:



*) Vergl. Wiedemannsche Annalen 1898, S. 926.

Die positive Elektrode bleibt also, was sie war, nämlich metallisches Quecksilber, und die Polarisation ist vermieden. An der negativen Elektrode wird natürlich Kadmium von der Gruppe SO_4 gelöst.

Die elektromotorische Kraft ist konstant 1,019 Volt. Allerdings soll das Element nur ganz schwache Ströme liefern, kommt also nur für Kompensationsmethoden in Betracht. Fast sämtliche Meßinstrumente werden mit diesem Normalelement geeicht.

18. Die Voltmeter.*)

Die gesetzliche Bestimmung der Stromstärke geschieht mit dem Silbervoltmeter. Ein Platintiegel dient als Kathode und enthält eine Lösung von 20—40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ($AgNO_3$) in 100 Teilen Wasser. Die Anode besteht aus reinem Silber. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 ccm der Lösung ausgeschieden sind, und auf der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber pro Quadratcentimeter niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünfteil Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere pro Quadratcentimeter betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen und nach dem Versuche mit chlorfreiem destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung weißes, unlösliches Chlorsilber nach der Gleichung:



Dann wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70—90° ausgelaugt und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Exsikkator erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung.

Bei der Ausführung der voltametrischen Messung hat man eine Berührung des inneren Tiegels mit der Hand streng zu vermeiden, da der Niederschlag sonst nicht fest haftet. Es empfiehlt sich, vor Ausführung des Versuches den silberfreien Tiegel in der Spitze der nicht-leuchtenden Bunsenflamme zu glühen, damit etwaige Verunreinigungen organischer Natur zerstört werden.

Es ist jedoch unzulässig, den silberhaltigen Tiegel zu glühen, da sich aus Silber und Platin eine leicht schmelzbare Legierung bildet. Ebenso ist es unzulässig, den Tiegel dem unteren, kalten Teil der Bunsenflamme oder der leuchtenden Bunsenflamme auszusetzen, da sich dabei Kohlenstoffplatin bildet und der Tiegel dadurch brüchig wird.

*) Vergl. die Bestimmungen des deutschen Reichsgesetzes, ETZ 1901, S. 435.

Bezeichnet nun

m_1 das Gewicht des Tiegels vor der Wägung in Milligramm,

m_2 " " " " nach " " " "

t die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich, da ein Ampere in 1 Sek. 1,118 mg Silber niederschlägt:

$$i = \frac{m_2 - m_1}{1,118 \cdot t} \text{ Ampere.} \quad (24)$$

Was nun das Kupfervoltmeter und das Knallgasvoltmeter betrifft, so sind diese allerdings für stärkere Ströme geeignet, sie geben aber weniger zuverlässige Resultate. Sie dürften daher bei der Umständlichkeit, die eine voltametrische Messung mit sich bringt, nur als Übungsaufgaben in Frage kommen.

Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke. — 20. Die magnetische Feldstärke. — 21. Die magnetischen Kraftlinien. — 22. Das magnetische Potential. — 23. Eisen im magnetischen Feld. — 24. Der Erdmagnetismus.

19. Die magnetische Polstärke.*)

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Fähigkeit wurde zuerst an Eisenerzen beobachtet, die bei der Stadt Magnesia gefunden wurden. Daher nennt man Stahl, der Eisen anzieht, magnetisch. Taucht man einen solchen Stahlstab in Eisenfeilspäne, so bemerkt man, daß die Eisenspäne besonders an den Enden des Stabes haften (Fig. 25). Man bezeichnet diese Stellen, an denen die Anziehungskraft am stärksten ist, als die Pole des Magneten. Näherungsweise können wir bei langen und dünnen Magneten annehmen, daß die magnetische Anziehungskraft von einem Punkt ausgeht, daß also die Pole sich etwa

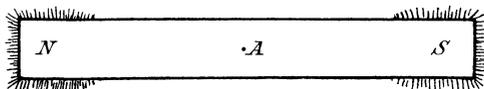


Fig. 25.

an den in Fig. 25 mit N und S bezeichneten Stellen befinden. Diese Stellen sind dann nicht genau an den Enden, sondern in der Nähe der Enden anzu-

nehmen. Der Abstand der Pole wird die magnetische Achse genannt.

Ist der Magnet um eine vertikale Achse A drehbar, so stellt er sich so, daß einer von den beiden Polen nach dem geographischen Norden zeigt. Man nennt diesen Pol den Nordpol des Magneten, den entgegengesetzten Pol den Südpol. Nähert man nun zwei Magnete einander, so beobachtet man, daß zwei gleichnamige Pole einander abstofsen, zwei ungleichnamige einander anziehen. Daraus folgt, daß im geographischen Norden eigentlich ein physikalischer Südpol und im geographischen Süden ein physikalischer Nordpol liegt.

Die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, wurde zuerst von Coulomb gemessen. Er hängte einen langen, dünnen Magneten an einem Metallfaden auf, so daß seine magnetische Achse sich in horizontaler Richtung befand. Durch Verdrehung des Aufhängefadens entfernte er nun

*) Vergl. über Magnetismus und Elektromagnetismus: Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. 2. Aufl. 1892.

den Nordpol dieses Magneten von dem Südpol eines anderen Magneten mit vertikaler Achse. Da die Kraft, die ein gedrehter Faden ausübt, proportional dem Verdrehungswinkel ist, so konnte Coulomb das Verhältnis zwischen der Entfernung der Magnetpole und der Kraft, mit der sie sich anziehen, feststellen. Es ergab sich, daß die Kraft dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Außerdem wird die Kraft doppelt so groß, wenn man durch Verdoppelung der Magnetstäbe die magnetische Menge oder die Polstärke eines Pols verdoppelt. Bezeichnet also:

f die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken,
 m_1 die Polstärke des einen Poles,
 m_2 die Polstärke des anderen Poles,
 r die Entfernung in Zentimetern,

so ergibt sich:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \quad (25)$$

Wenn wir die Einheiten für die Länge und die Kraft wählen, so ergibt sich daraus die Einheit für die Polstärke m . Als Einheit der Länge setzen wir das Zentimeter und als Einheit der Kraft diejenige, die der Masse von 1 cm Wasser die Beschleunigung 1 erteilt, d. h. in jeder Sekunde die Geschwindigkeitszunahme von 1 cm pro Sekunde erteilt. Wir nennen diese Kraft ein Dyn. Da ein Kilogrammgleich der Kraft ist, die einem Kilogramm oder 1000 cm Wasser eine Beschleunigung von 981 cm erteilt, so ist das Kilogrammgleich 981000 Dyn. Daraus folgt:

$$1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981000} \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. *)$$

Soll nun das Coulombsche Gesetz seine in Gleichung (25) gegebene einfache Form behalten, so dürfen wir die Einheit für die Polstärke nicht mehr willkürlich wählen, sondern sie folgt aus den gewählten Einheiten. Setzen wir also in Gleichung (25) $m_1 = 1$, $m_2 = 1$ und $r = 1$, so wird $f = 1$. Der Pol hat also die Stärke 1, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Wir messen demnach die Stärke eines Poles oder die Menge des Magnetismus durch die Kraft, die unter ganz bestimmten Verhältnissen ausgeübt wird, und definieren die Polstärke m als die Kraft, die der Pol in der Entfernung von einem Zentimeter auf den Pol 1 ausübt.

20. Die magnetische Feldstärke.

Das magnetische Feld ist die Umgebung des Magneten oder überhaupt jeder Ort, wo wir z. B. durch Ablenkung der Magnetnadel

*) Um anzudeuten, daß nicht Masse, sondern Gewichte, d. h. Kräfte gemeint sind, wird hinter die betreffende Masseinheit ein Stern gesetzt.

magnetische Wirkungen beobachten. Im allgemeinen ergibt sich diese Wirkung aus der gemeinsamen Wirkung der beiden Pole eines Magneten. Wir denken uns z. B. in dem Punkte A (Fig. 26) in der Umgebung des Magneten einen frei beweglichen Nordpol, dessen zugehöriger Südpol so weit entfernt sei, daß er vernachlässigt werden kann. Dann wird der Nordpol in A von dem Nordpol N in der Richtung AB abgestoßen und von dem Südpol S in der Richtung AC angezogen. Die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung. In Fig. 26 verhalten sich z. B. die Entfernungen von A bis zu den beiden Polen wie 2 : 1, also verhalten sich die entsprechenden Kräfte wie 1 : 4.

Aus den beiden Kräften ergibt sich dann graphisch nach dem Parallelogramm der Kräfte die Resultierende AD . Diese gibt uns die Richtung der magnetischen Kraft an der betreffenden Stelle an. Bringen wir nun eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel in das magnetische Feld, so greift die von unserem Magnetstab ausgehende magnetische Kraft an den Enden der Nadel an und dreht die Nadel, bis die magnetische Achse

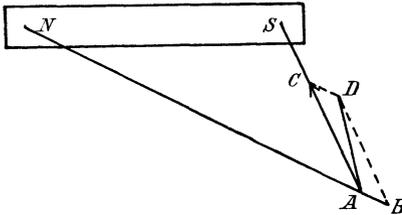


Fig. 26.

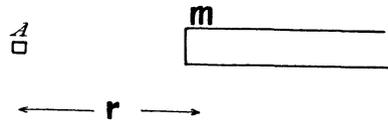


Fig. 27.

mit der Krafrichtung zusammenfällt. In dieser Stellung ist die Nadel im Gleichgewicht. Die magnetische Achse einer in jeder Richtung drehbaren Magnetnadel zeigt uns also die Richtung der magnetischen Kraft an jeder Stelle des magnetischen Feldes an.

Um nun ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes zu finden, bringen wir einen bestimmten Pol m an die betreffende Stelle und ermitteln die Kraft, mit der er angezogen oder abgestoßen wird. Diese Kraft ist einerseits proportional der Polstärke m , auf die das magnetische Feld wirkt, andererseits aber proportional der Feldstärke. Bezeichnen wir also diese Feldstärke mit H , so erhalten wir:

$$f = m \cdot H. \quad (26)$$

Setzen wir in dieser Gleichung $m = 1$, so folgt $H = f$. Die Feldstärke H ist also gleich der Kraft in Dyn, die an der betreffenden Stelle auf den Pol 1 ausgeübt wird. Die Einheit der Feldstärke hat dann das Feld, das auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausübt.

In Fig. 26 wurde die Kraft in dem Punkte A von den beiden Polen N und S ausgeübt. Wir betrachten jetzt in Fig. 27 den Fall, wo der eine Pol unseres Magneten sehr weit entfernt ist. Dann können wir bei

Berechnung der Feldstärke seine Wirkung vernachlässigen, da sie dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Um dann die Feldstärke in einem beliebigen Punkt \mathcal{A} der Umgebung des Magnetstabes zu bestimmen, bringen wir auf den Punkt A einen Pol von der Stärke 1. Ist die Polstärke des Magnetstabes gleich m und die Entfernung des Punktes \mathcal{A} vom Pol m gleich r , so ergibt sich nach Coulomb eine Kraft:

$$\mathbf{H} = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}. \quad (27)$$

Dabei haben wir für diese Kraft direkt die Bezeichnung \mathbf{H} statt der Bezeichnung f eingeführt, da wir es mit der auf den Pol 1 wirkenden Kraft, d. h. mit der Feldstärke zu tun haben.

Wir bringen nun eine Magnetnadel in ein gleichförmiges magnetisches Feld von der Stärke \mathbf{H} . Die Polstärke eines Poles der Nadel sei m und die Länge der magnetischen Achse sei l (Fig. 28). Die Achse der Nadel stehe dabei senkrecht auf der Richtung der magnetischen Kraft, die in der Figur von oben nach unten angenommen ist. Dann wirkt auf den Nordpol die Kraft $f_1 = m \cdot \mathbf{H}$ am Hebelarm $l/2$ und ebenso auf den Südpol S die Kraft $f_2 = m \cdot \mathbf{H}$ am Hebelarm $l/2$. Wir erhalten also ein gesamtes Drehmoment:

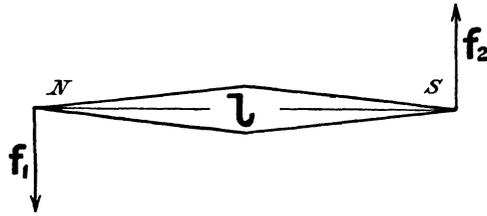


Fig. 28.

$$l/2 (f_1 + f_2) = 2m \mathbf{H} \cdot l/2 = \mathbf{H} \cdot m l.$$

Da die Kraft in Dyn und die Länge in Zentimetern gemessen ist, so erhalten wir das Drehmoment in Zentimeterdyn. Das Drehmoment besteht also aus zwei Größen, von denen die erste durch das äußere Feld \mathbf{H} und die zweite durch die magnetischen Eigenschaften der Nadel, nämlich durch das Produkt aus Polstärke mal Achse gegeben ist. Man nennt dieses Produkt $m \cdot l$ das magnetische Moment der Nadel.

21. Die Kraftlinientheorie.

In dem Bisherigen haben wir die alte Anschauung zugrunde gelegt, wonach an den punktförmigen Polen ein gewisses Quantum Magnetismus vorhanden ist, von dem Wirkungen in die Ferne ausgehen. Nun hat man es in Wirklichkeit niemals mit punktförmigen Polen zu tun, und die Wirkungen in die Ferne werden in der neueren Physik nicht mehr anerkannt. Dennoch ist die alte Anschauung von großem Wert, weil sie die magnetischen Erscheinungen, die experimentell gefunden werden, auf einfache Weise erklärt und in mathematische Form bringt. Zu einem

innerlichen Verständnis und zu einer anschaulichen Vorstellung der magnetischen Erscheinungen kommen wir aber erst durch Faradays geniale Kraftlinientheorie. Faraday kennt keine Wirkung in die Ferne, und nach ihm tritt die Kraft in der Umgebung eines Magneten nicht erst auf, wenn ein anderer Pol hingebraucht wird, auf den sie wirkt. Vielmehr ist die Umgebung des Magneten dauernd in einem besonderen Zustand. Sie ist gleichsam selbst magnetisiert und von einer Kraftströmung erfüllt, die von den Polen ausgeht. Diese Anschauung erklärt die magnetischen Erscheinungen ebenso gut, wenn nicht noch besser, wie die alte Theorie, und die Übereinstimmung zwischen den Resultaten der mathematischen Forschung und der anschaulichen Vorstellung erhöht unser Vertrauen zu der Richtigkeit beider.

Die Grundlage für Faradays Anschauung bildet ein einfaches Experiment, dessen selbständige Wiederholung jedem zu empfehlen ist.

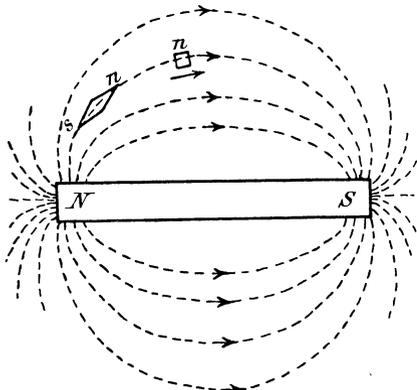


Fig. 29.

Streut man Eisenfeile durch ein Sieb auf einen Magneten, wobei man die Unterlage etwas erschüttert, so ordnen sich die Eisenfeile in charakteristischen Kurven an (Fig. 29). Indem nämlich die Eisenfeilspäne während des Herunterfallens selbst magnetisiert werden, richten sie sich wie eine Magnetnadel, so daß ihre Längsrichtung mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammenfällt. Dabei zieht ein Eisenteilchen das andere an und es entstehen Kurven, die die Richtung der magnetischen Kraft viel

deutlicher angeben, als es in der geometrischen Konstruktion in Fig. 26 geschah. Wir nennen diese Kurven Kraftlinien und betrachten sie willkürlich als vom Nordpol ausgehend und in den Südpol einmündend. Eine Magnetnadel stellt sich so ein, daß ihre Achse eine Tangente an die Kraftlinie bildet und daß der Nordpol der Magnetnadel nach der positiven Richtung der Kraftlinien zeigt. Ferner bewegt sich ein freibeweglicher Nordpol n , dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, in Richtung der Kraftlinie von N nach S (Fig. 29). Die Kraftlinie ist also definiert als die Bahn eines frei beweglichen Nordpoles, und sie ist im Grunde nichts anderes als die Richtung der magnetischen Kraft. Man gewöhnt sich aber schließlic und vielleicht nicht mit Unrecht daran, mit Kraftlinien zu rechnen, als wenn sie reale Existenz hätten und als wenn sie etwas ähnliches wären wie die sichtbaren Linien der Eisenfeilspäne.

Nun ist aber die Kraftlinie nicht bloß ein sehr bequemer Ausdruck für die Richtung der magnetischen Kraft, sondern sie gestattet auch, die

Stärke der Kraft, also die magnetische Feldstärke, sehr bequem auszudrücken. Zu dem Zwecke beachten wir, daß die von einem Pol ausgehende Kraftströmung nicht bloß in der Ebene vorhanden ist, sondern daß sie strahlenförmig in den ganzen Raum dringt. Denken wir nun um einen Pol als Zentrum eine Reihe von konzentrischen Kugeln gelegt, so dringt die Kraftströmung von innen aus durch die verschiedenen Kugeloberflächen hindurch. Da die Kugeloberflächen sich wie die Quadrate ihrer Radien verhalten, so nimmt die Kraftströmung pro Quadratcentimeter Kugeloberfläche mit dem Quadrate des Radius ab. Nun erst verstehen wir, warum in dem Coulombschen Gesetz die Kraft f umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ist, und warum nach Gleichung (26) auf S. 50 die Feldstärke in der Umgebung eines Poles mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Wir können also die Feldstärke jetzt einfach ausdrücken als die Kraftströmung pro Quadratcentimeter oder als die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter.

Soll aber die Feldstärke sowohl durch die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, wie auch durch die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gemessen werden, so daß beides dieselbe Zahl ergibt, so ist damit die Einheit für die Kraftlinie bestimmt. Im Felde von der Stärke 1 ist dann pro Quadratcentimeter eine Kraftlinie vorhanden. Das läßt sich noch etwas deutlicher machen, wenn man den Pol 1 im Zentrum einer Kugel vom Radius 1 cm befindlich denkt (Fig. 30).

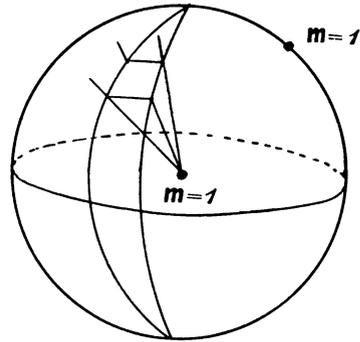


Fig. 30.

Bringen wir auf die Oberfläche dieser Kugel einen zweiten Pol 1, so ergibt sich die Kraft, die auf ihn wirkt, oder die Feldstärke nach dem Coulombschen Gesetz zu:

$$H = \frac{1 \cdot 1}{1^2}.$$

Nach unserer obigen Festsetzung ist nun die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter ebenso groß, also auch gleich 1. Eine Kraftlinie ist also die Kraftströmung, die, vom Pol 1 ausgehend, ein Quadratcentimeter der Kugeloberfläche vom Radius 1 cm durchdringt. Allgemein ist die Kugeloberfläche gleich $4r^2 \cdot \pi$, in unserm Falle also gleich 4π qcm. Da wir nun pro Quadratcentimeter eine Kraftlinie haben, so ist die Gesamtzahl der vom Pol 1 ausgehenden Kraftlinien gleich 4π . Eine Kraftlinie ist also der 4π te Teil der vom Nordpol 1 ausgehenden Kraftströmung.

Die Gesamtzahl N der von einem Pol m ausgehenden Kraftlinien berechnet sich dann nach der Formel:

$$N = 4\pi m, \quad (28)$$

und die Gesamtzahl der auf eine Fläche von Q qcm treffenden Kraftlinien ergibt sich bei gleichmäßiger Feldstärke zu

$$N = H \cdot Q. \quad (29)$$

Wenn z. B. die Feldstärke in dem Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker einer Dynamomaschine gleich 7000 ist, so bedeutet dies, daß aus jedem Quadratzentimeter der Nordpolfläche 7000 Kraftlinien austreten. Ist also die dem Anker gegenüberstehende Polfläche gleich 400 qcm, so ergibt sich die Gesamtzahl der vom Nordpol austretenden Kraftlinien zu:

$$N = H \cdot Q = 7000 \cdot 400 = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

22. Das magnetische Potential.

Wir haben schon gesehen, daß ein frei beweglicher Nordpol sich im magnetischen Feld längs der Kraftlinie bewegt. Bilden wir nun an jeder Stelle das Produkt aus der Kraft, die auf ihn wirkt, mal dem Weg, über den sie wirkt, und summieren die Produkte, so bekommen wir die

Arbeit, die vom magnetischen Feld bei der Bewegung geleistet wird. Diese wird entweder dazu verbraucht, um einen mechanischen Widerstand zu überwinden, wobei sie sich also in mechanische Arbeit umsetzt, oder sie setzt sich in lebendige Kraft um. Wenn wir andererseits einen Nordpol n (Fig. 31) entgegen der Kraftlinie von S nach N bewegen, so haben wir dabei die entgegenwirkenden Kräfte des magnetischen Feldes zu überwinden, indem der Nordpol

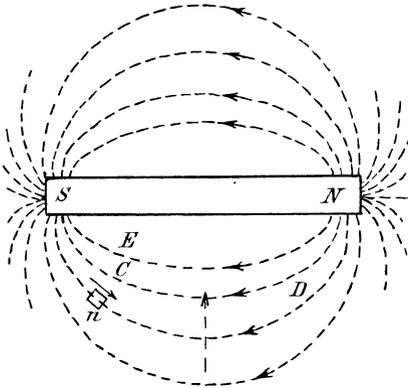


Fig. 31.

zugleich von S angezogen und von N abgestoßen wird. Wir müssen also eine mechanische Arbeit aufwenden, die sich als die Summe aus den einzelnen Produkten Kraft mal Weg längs der ganzen Strecke ergibt. Diese Arbeit ist dann als potentielle Energie aufgespeichert, um wieder frei zu werden, wenn der Nordpol unter dem Einfluß des Feldes zurückgetrieben wird. Dabei wird dann entweder wieder mechanische Arbeit geleistet, oder es wird dem Pol 1, den wir uns auf einem Eisenkörper befindlich denken, eine lebendige Kraft mitgeteilt. Die Verhältnisse liegen also ganz ebenso, wie wenn wir ein Gewicht hochheben und dabei die entgegenwirkende Schwerkraft überwinden. Die dabei geleistete und

als potentielle Energie aufgespeicherte Arbeit wird wieder frei, wenn das Gewicht vom höheren zum niederen Niveau herunterfällt. Demnach haben wir zwischen den verschiedenen Punkten einer Kraftlinie eine magnetische Niveaudifferenz oder magnetische Potentialdifferenz. Wir definieren diese, ähnlich wie in Abschnitt 11, als die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die positive Einheit der magnetischen Menge, also den Pol 1, vom niederen zum höheren Niveau zu führen. Umgekehrt läßt sie sich auch definieren als die Arbeit, die von den Kräften des Feldes geleistet wird, wenn der Pol 1 vom höheren zum niederen Niveau getrieben wird. Bezeichnen wir das Niveau des Nordpols als positiv, so haben wir das Niveau des Südpoles als negativ einzuführen, und das Niveau oder das Potential in der Mitte der Kraftlinie ist gleich Null.

Bei der Bewegung des Nordpols n von C nach D in Fig. 31 ist es nun gleichgültig, ob wir ihn auf direktem Wege, d. h. längs der Kraftlinie, bewegen oder auf einem Umwege. Das folgt aus dem Gesetze von der Erhaltung der Arbeit. Die Energie, die man aufwendet, den Nordpol n von C nach D zu führen, ist — ohne Rücksicht auf den Weg — konstant, weil sie als potentielle Energie aufgespeichert ist und ihr Betrag allein durch die Anfangs- und Endlage gegeben ist. Sie wird in allen Fällen in gleichem Betrage wieder gewonnen, wenn der Pol n unter dem Einfluß der Kräfte des magnetischen Feldes wieder von D nach C zurückgetrieben wird.

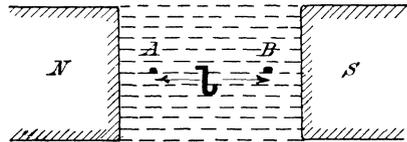


Fig. 32.

Um andererseits den Pol n von C nach E zu führen, haben wir keine Arbeit aufzuwenden, da die Bewegung senkrecht zur Krafttrichtung erfolgt. Zwischen den Punkten C und E herrscht also keine Niveaudifferenz, d. h. es sind Punkte gleichen Potentials. Derartige Punkte liegen übrigens nicht bloß in der Ebene, sondern auch im Raume. Sie bilden eine sogenannte Niveaufläche, die überall senkrecht auf der Krafttrichtung steht und auf der eine Verschiebung ohne Arbeitsleistung erfolgt.

Wir betrachten nun ein gleichförmiges Feld, dessen Kraftlinien sämtlich parallel laufen. Wenn wir dann den Pol entgegen der Kraftlinie bewegen (Fig. 32), so ist die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, längs des ganzen Weges l die gleiche. Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B , deren Entfernung l ist, berechnet sich dann durch das Produkt aus der Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, mal dem Weg, sie ist also gleich $H \cdot l$.

In dem Bisherigen haben wir nun immer nur von Potentialdifferenzen gesprochen und gehen jetzt dazu über, das magnetische Potential selbst zu definieren. Wir denken uns also einen punktförmigen Nordpol m , dessen Südpol unendlich weit entfernt gedacht werden möge (Fig. 33). Die Kraftlinien dringen dann strahlenförmig in den Raum und unter ihrem

Einfluß wird ein in \mathcal{A} befindlicher Nordpol von der Stärke 1 in der Richtung des Pfeiles in die Unendlichkeit getrieben. Die Kraft, die dabei auf ihn wirkt, nimmt längs des ganzen Weges mit dem Quadrate der Entfernung ab und wird schließlich gleich 0. Die gesamte Arbeit, die dabei frei wird, wenn der Pol 1 vom Punkte \mathcal{A} in die Unendlichkeit getrieben wird, würde die Potentialdifferenz zwischen \mathcal{A} und der Unendlichkeit sein. Man nennt sie das Potential des Punktes \mathcal{A} oder das Potential des Poles m im Punkte \mathcal{A} und setzt demzufolge das Potential des unendlich entfernten Punktes gleich 0.

Es könnte nun auffallen, daß das Potential oder Niveau des unendlich entfernten Punktes das gleiche ist wie das des Mittelpunktes einer Kraftlinie, für das wir oben ebenfalls den Wert 0 fanden. Tatsächlich würde es aber gelingen, ohne Arbeitsleistung einen Nordpol aus der Unendlichkeit

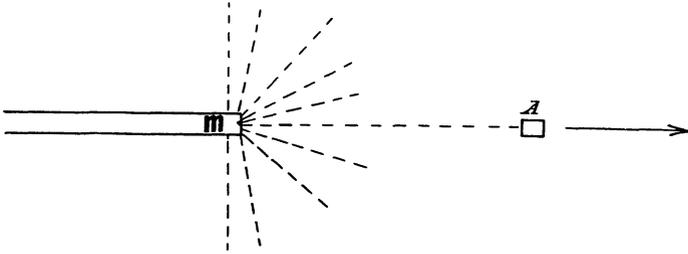


Fig. 33.

in Richtung des punktierten Pfeiles in Fig. 31 auf die Mitte einer Kraftlinie zu bringen, da der Pol dabei gleichmäßig vom Südpol des Magneten angezogen und vom Nordpol des Magneten abgestoßen wird, oder da die Bewegung immer senkrecht zu den Kraftlinien geschieht.

Sollte übrigens der Begriff des Potentials dem Anfänger Schwierigkeiten machen, so wird er gut tun, den Begriff des Potentials durch den Niveaubegriff zu ersetzen und zu bedenken, daß man in der Regel nur mit Potentialdifferenzen oder Niveaudifferenzen rechnet und nicht mit dem Potential selbst.

23. Eisen im magnetischen Feld.

Streuen wir Eisenfeile auf einen Magneten, in dessen Nähe sich ein Eisenstück befindet, so sehen wir, daß das Eisen im magnetischen Feld die Kraftlinien in sich hineinzieht (Fig. 34). Infolgedessen treten an dem Ende des Eisenstücks, das dem Magnetpol zugekehrt ist, zahlreiche Kraftlinien auf, während das magnetische Feld an anderen Stellen geschwächt wird. Früher erklärte man diese Erscheinung als magnetische Induktion. Danach werden Pole im Eisen „induziert“, und zwar ist das Vorzeichen des induzierten Poles dem Vorzeichen des induzierenden gegenüberliegenden Magnetpoles entgegengesetzt. Aus der Ungleichnamigkeit

der gegenüberliegenden Pole folgt dann die Erklärung der schon früher besprochenen Tatsache, daß Eisen von einem Magneten angezogen wird.

Zu denselben Resultaten gelangt nun auch die Kraftlinientheorie. Danach schreiben wir dem Eisen eine besondere Leitfähigkeit für Kraftlinien zu, so daß die Kraftlinien mit besonderer Vorliebe durch das Eisen verlaufen. Die Anziehung des Eisens durch den Pol führt uns dann zu der Annahme, daß die Kraftlinien nicht unnötig einen langen Weg machen, wenn sie einen kürzeren Weg haben können, daß sie sich also wie ein gespanntes, in sich geschlossenes Gummiband zusammenzuziehen suchen. Dabei müssen wir ihnen dann aber weiter eine Abneigung gegen großes Gedränge zuschreiben, denn sonst würden sie sich ja alle dicht am Magneten entlang den kürzesten Weg vom Nordpol *N* zum Südpol *S* suchen.

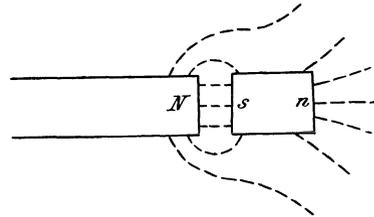


Fig. 34.

Sie stoßen sich also gegenseitig senkrecht zu ihrer eigenen Richtung ab, ebenso wie zwei parallele Magnetstäbe sich abstossen, wenn sich ihre Nordpole beide auf einer Seite, ihre Südpole auf der anderen Seite befinden.

Wenn nun die Kraftlinien mit großer Vorliebe durch das Eisen verlaufen, weil dieses sie besser leitet als die Luft, so wird es deutlich, daß in Fig. 34 die Kraftlinien des Poles *N* zahlreich in die gegenüberliegende Seite des Eisens eintreten. Diese erscheint infolgedessen als ein Südpol, in den die Kraftlinien ja nach unserer früheren Festsetzung eintreten. Die entgegengesetzte Seite des Eisens erscheint dann als ein Nordpol, weil die Kraftlinien aus ihr austreten. Die Magnetisierung des Eisens ist dabei um so stärker, je besser es die Kraftlinien leitet. Beispielsweise ist sie unter sonst gleichen Verhältnissen bei Schmiedeeisen oder weichem Stahl stärker als bei dem harten Gufiseisen oder gehärtetem Stahl.

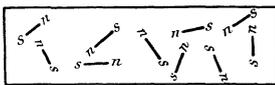


Fig. 35 a.

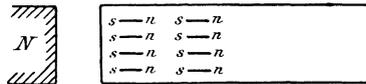


Fig. 35 b.

Diese Tatsache führt uns nun zu der Anschauung, daß der Vorgang der Magnetisierung ein ähnlicher ist wie der bei dem Richten der Eisenfeilspäne beobachtete Vorgang. Man nimmt an, daß die kleinsten Teilchen, die sogenannten Moleküle des Eisens oder Stahls, von Natur magnetisch sind, daß sie aber wirt durcheinander liegen (Fig. 35 a). Sie können also nach außen keine Wirkung ausüben und das Eisen erscheint daher unmagnetisch. Bei Annäherung eines Magneten (Fig. 35 b) werden die Moleküle nun gleichgerichtet, zeigen also an den Endflächen „freien“ Magnetismus, während sich ihre Wirkungen mehr in der Mitte gegenseitig

aufheben. Es ist dabei leicht einzusehen, daß die Moleküle im weichen Schmiedeeisen sich leichter richten lassen als im harten Stahl.

Eine Bestätigung findet diese Webersche Theorie des Molekularmagnetismus durch die Tatsache, daß Schmiedeeisen nur vorübergehend oder temporär, Stahl dagegen permanent magnetisch wird. Beim elastischen Schmiedeeisen kehren nämlich die Moleküle nach Entfernung des induzierenden Poles fast vollständig wieder in ihre frühere Lage zurück, und es bleibt nur ein geringer remanenter Magnetismus zurück. Dagegen bleiben die Moleküle des harten Stahls, nachdem sie einmal gerichtet sind, in ihrer neuen Lage, und der Stahl wird permanent, d. i. dauernd magnetisch. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet in der Mitte der Achse unmagnetisch ist, und daß man dennoch, wenn man ihn senkrecht zur Achse durchbricht, an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet.

Die beste Bestätigung der Weberschen Theorie ist jedoch die bei der Ummagnetisierung des Eisens beobachtete Wärmeentwicklung. Die Ummagnetisierung ist nämlich mit einer Umdrehung der Moleküle verbunden, und diese kann nicht ohne Reibung erfolgen, da die Eisenmoleküle in ihrer früheren Lage zurückzubleiben suchen und sich einer Änderung widersetzen. Man bezeichnet diese Erscheinung daher als magnetische Reibung oder als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben. Die beim Ummagnetisieren aufgewendete Arbeit setzt sich dann in Wärme um, und zwar ist der Arbeitsverlust pro Sekunde der Anzahl der Polwechsel pro Sekunde und dem Volumen des Eisens proportional. Außerdem ist er von der Härte des Eisens abhängig.

24. Der Erdmagnetismus.

Da die Lage der magnetischen Pole der Erde nicht mit den geographischen Polen zusammenfällt, so bildet die magnetische Achse einer Magnetnadel mit dem geographischen Meridian einen Winkel, den man als Deklinationswinkel bezeichnet. Die Deklination ist in Deutschland eine westliche und beträgt gegenwärtig in Berlin $9^{\circ} 40'$. Andererseits bildet das Nordende einer in jeder Richtung beweglichen Magnetnadel mit der Horizontalen einen Winkel, den man als Inklinationswinkel bezeichnet. Die Inklinationswinkel beträgt in Berlin gegenwärtig 66° . Bei den gewöhnlichen, um eine vertikale Achse drehbaren Magnetnadeln kommt nur ein Teil der erdmagnetischen Kraft, nämlich die sogenannte Horizontalkomponente, zur Geltung. Ihr Betrag ist gegenwärtig in Berlin 0,19, d. h. auf den Pol 1 wirkt in horizontaler Richtung eine Kraft von 0,19 Dyn.

Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters. — 26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes. — 27. Magnetische Wirkung einer Spule. — 28. Magnetisierungskurven. — 29. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus. — 30. Die Tragkraft eines Elektromagneten. — 31. Die Hysteresis. — 32. Dynamische Wirkungen paralleler Ströme. — 33. Die elektromotorische Kraft der Induktion. — 34. Gesetze der gegenseitigen Induktion. — 35. Die Selbstinduktion. — 36. Foucaultströme.

25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters.

Das Experiment ergibt, dafs eine Magnetnadel in der Nähe eines Stromleiters aus ihrer Nord-Südrichtung abgelenkt wird. Der elektrische Strom erzeugt also in seiner Umgebung ein magnetisches Feld. Die Richtung der Kraftlinien dieses Feldes läfst sich ermitteln, indem man eine kleine Magnetnadel in Richtung ihrer Achse weiter bewegt, oder indem man Eisenfeilspäne auf eine Ebene streut, die der Leiter senkrecht durchdringt (Fig. 36).

Die Eisenspäne ordnen sich dann in konzentrischen Kreisen an, die den Stromleiter zum Mittelpunkt haben. Die vom Strome erzeugten Kraftlinien sind also geschlossene Kurven, und ein frei beweglicher Nordpol, dessen Südpol weit entfernt ist, umkreist den Leiter in Richtung der Kraftlinie. Diese Richtung steht stets senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene. Sie ergibt sich aus der Ampereschen Schwimmerregel:

Schwimmt man mit dem Strome und sieht nach einer Magnetnadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

Die Wirkung zwischen Stromleiter und Pol ist natürlich eine gegenseitige. Steht also der Pol fest und ist der Leiter beweglich, so bewegt sich der Leiter, und zwar senkrecht zu einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene. D. h. die Bewegung erfolgt senkrecht zu einer Ebene, die durch den Leiter und die ihn treffende Kraftlinie gelegt ist. Die Richtung der Bewegung ergibt sich dann durch Umkehrung der Ampere-

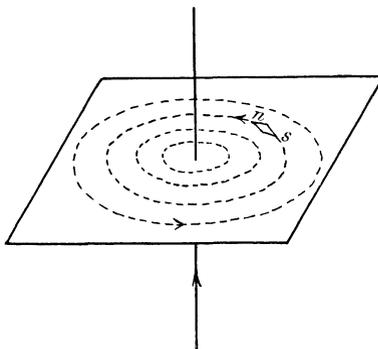


Fig. 36.

sehen Schwimmerregel: Schwimmt man mit der Richtung des Stromes und sieht nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, so würde der Nordpol nach links abgelenkt. Steht er fest, so weicht der Leiter nach rechts aus. In dieser Form ist die Regel auch anwendbar auf Motore, wo man es mit einem gleichmäßigen, aus einer großen Polfläche austretenden Kraftlinienfeld zu tun hat. In Fig. 37 a

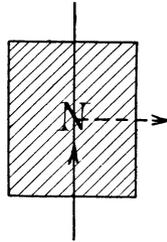


Fig. 37 a.

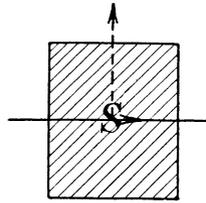


Fig. 37 b.

befinde sich z. B. ein im Sinne des Pfeiles durchflossener Leiter vor einem Nordpol, dessen Kraftlinien aus der Papierebene heraustreten. Schwimmen wir nun mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach rechts in Richtung des punktierten Pfeiles. Ebenso befinde sich in Fig. 37 b ein stromdurchflossener Leiter vor einem Südpol, in den also die Kraftlinien eintreten. Diese dringen also von vorne nach hinten in die Papierebene hinein. Wir schwimmen nun wieder in Richtung

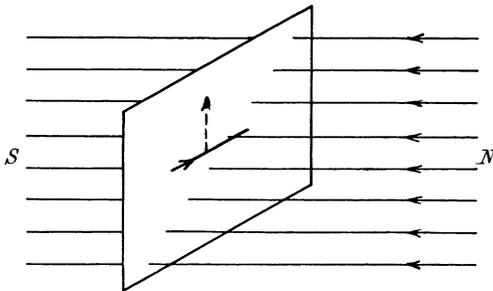


Fig. 38.

des Stromes, also in Fig. 37 b mit dem Kopf rechts und mit den Füßen links, und sehen nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, also nach der Richtung vor der Papierebene. Dann bewegt sich der Leiter nach unserer rechten Hand, das ist nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

Befindet sich ferner der stromdurchflossene Leiter in horizontaler Lage in einer vertikalen Ebene und treten die Kraftlinien senkrecht von rechts nach links in diese Ebene hinein (Fig. 38), so denken wir uns rechts, von wo die Kraftlinien herkommen, einen Nordpol befindlich. Schwimmen wir nun in Richtung des Stromes und sehen nach diesem Nordpol, so würde derselbe sich nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen. Steht er fest und ist der Leiter beweglich, so erfolgt die Bewegung nach unserer rechten Hand, also nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

Es gilt jetzt, die Gröfse der von einem Pol und einem geraden Leiterelemente aufeinander ausgeübten Kraft zu bestimmen. In Fig. 39 bedeutet

J die Stromstärke in einem noch näher zu bestimmenden Mafs,
 dl die Länge des Leiterelementes in Zentimetern,
 m die Polstärke in dem früher definierten Mafs,
 r die Entfernung zwischen Pol und Leiterelement in Zentimetern,
 φ den Winkel zwischen r und dl ,
 df die Kraft in Dyn, mit der Pol und Leiterelement aufeinander wirken.

Dann ergibt das Experiment, dafs die Kraft der Stromstärke, der Polstärke und der Länge des Leiterelementes proportional ist. Statt der Länge des Leiterelementes ist, falls φ kein rechter Winkel ist, die Gröfse $dl \cdot \sin \varphi$ einzuführen, da auf die Länge dl nur so viele vom Pol m ausgehende Kraftlinien treffen wie auf die Strecke $AB = dl \cdot \sin \varphi$. Endlich ist die Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung,

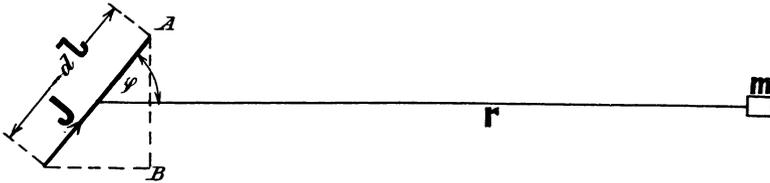


Fig. 39.

da ja der Pol m seine Kraftlinien in den ganzen Raum sendet, die Kraftliniendichte also mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Wir erhalten also experimentell:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^2}. \quad (30)$$

Diese Gleichung, die gewöhnlich das Biot-Savartsche Gesetz genannt wird, ist in Wirklichkeit von Laplace aufgestellt. Nun stellt $\frac{m}{r^2}$ nach Gleichung (27) auf S. 51 nichts anderes dar als die Feldstärke H , die vom Pol m an der Stelle geschaffen wird, wo sich der Leiter befindet. Setzen wir also H in Gleichung (30) ein, so erhalten wir:

$$df = H \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi. \quad (31)$$

Dabei bedeutet dann φ den Winkel, den der Leiter mit der ihn treffenden Kraftlinie bildet. Ist nun das Feld ein gleichförmiges und befindet sich der Leiter von der Länge l senkrecht zu den Kraftlinien, so ergibt sich die gesamte auf den Leiter wirkende Kraft zu:

$$f = H \cdot J \cdot l \text{ Dyn.} \quad (32)$$

Diese Gleichung gilt für die in Fig. 37a, b und 38 dargestellten Fälle. Es muß jedoch nun erst die Einheit bestimmt werden, in der die

Stromstärke zu messen ist. Denn nachdem die Einheiten für f , H und l gewählt sind, kann die Stromstärke nicht mehr in einem willkürlichen Maß, wie es das Ampere ist, eingesetzt werden.

Setzen wir also in Gleichung (32) $f = 1$, $H = 1$ und $l = 1$, so ergibt sich $J = 1$. Man nennt die so berechnete Einheit der Stromstärke die absolute Einheit. Sie ist definiert als die Stromstärke, die eine Kraft von 1 Dyn ausübt, wenn sie 1 cm senkrecht zu den Kraftlinien eines Feldes von der Stärke 1 durchfließt. Diese absolute Einheit erschien früher für praktische Zwecke zu groß. Man hat daher den zehnten Teil davon als praktische Einheit gewählt und ein Ampere genannt. Dann erst hat man experimentell ermittelt, wieviel Silber durch diese praktische Einheit der Stromstärke niedergeschlagen wird, und hat gefunden, daß 1,118 mg pro Sekunde ausgeschieden werden. Bezeichnet nun

J die Stromstärke im absoluten Maß,

i „ „ in Ampere,

so ergibt sich, daß die Zahl der Ampere immer 10mal so groß ist wie die gleichwertige Zahl der absoluten Einheiten. Oder in einer Gleichung:

$$i = 10J,$$

$$J = \frac{i}{10}. \quad (33)$$

Setzen wir nun die Stromstärke in Ampere ein, so nimmt Gleichung (32) die Form an:

$$f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l. \quad (34)$$

Die Wichtigkeit dieser Ableitungen fällt sofort ins Auge, wenn wir sie auf Motoren anwenden. Auf dem Umfang einer eisernen Trommel

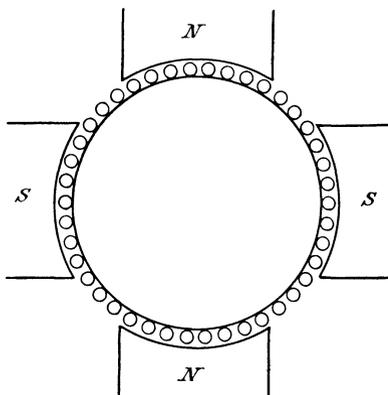


Fig. 40.

(Fig. 40) liegen z. B. 944 Drähte von 24 cm Länge. Zwei Drittel von den Drähten mögen vor den Polen liegen und jeder Draht führe einen Strom $i = 10$ Ampere. Es kommt dabei für uns noch nicht darauf an, wie die Leiter untereinander geschaltet sind. Die Stromrichtung sei aber in allen Leitern so, daß die vor den verschiedenen Polen geschaffenen Drehmomente sich addieren. Die Feldstärke oder die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter der Polfläche sei gleich 7000 und der Durchmesser

des Ankers 40 cm. Gesucht wird das Drehmoment des Motors in Meterkilogramm.

Die Summe der Leiterlängen vor den Polen ist $l = \frac{2}{3} \cdot 944 \cdot 24 = 15000$.
Aus Gleichung (34) ergibt sich dann:

$$f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l = 7000 \cdot \frac{10}{10} \cdot 15000 = 105 \cdot 10^6 \text{ Dyn.}$$

Nun ist nach S. 49 1 Dyn gleich $\frac{1}{981000}$ kg*.

Demnach ist die Zugkraft F am Ankerumfang gegeben durch:

$$F = \frac{105 \cdot 10^6}{981000} = 107 \text{ kg*}.$$

Da nun der Hebelarm gleich 20 cm = 0,2 m ist, so ergibt sich das Drehmoment M_a in Meterkilogramm zu:

$$M_a = 107 \cdot 0,2 = 21,4 \text{ mkg.}$$

26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes.

Die Amperesche Schwimmerregel ergibt, daß die von einer Stromschleife erzeugten Kraftlinien sämtlich von der einen Seite in die Ebene der Schleife eindringen und auf der anderen Seite aus der Ebene heraustrreten, um sich dann außen herum zu schließsen (Fig. 41). Die Stromschleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Südpol an der Seite liegt, wo die Kraftlinien eintreten, und deren Nordpol an der Seite liegt, wo die Kraftlinien aus der Ebene der Schleife austreten. Sehr bequem ist dann die Regel: Man sehe auf die Ebene der Schleife. Fließt der Strom dann im Sinne des Uhrzeigers, so hat man einen Südpol vor sich. Fließt er entgegengesetzt dem Uhrzeiger, so hat man einen Nordpol vor sich.

Um nun die Größe der magnetischen Kraft auf einen im Zentrum des Reifens befindlichen Pol m zu bestimmen, betrachten wir ein Leiterelement dl des Reifens. Seine Richtung bildet einen rechten Winkel mit dem Radius, also mit der Verbindungslinie des Leiterelementes und des im Zentrum befindlichen Poles. Der Wert $\sin \varphi$ wird demnach 1. Ist also r der Radius des Reifens, so ergibt sich nach Gleichung (30) auf S. 61:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl}{r^2}.$$

Die Summe der Leiterelemente ist $2r\pi$. Die gesamte Kraft ergibt sich also zu:

$$f = \frac{m \cdot J \cdot 2r\pi}{r^2} = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}. \quad (35)$$

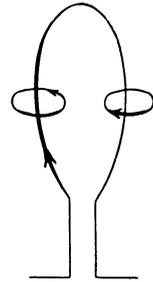


Fig. 41.

Nun ist die Feldstärke H definiert als die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter oder als die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Setzen wir also in Gleichung (35) $m = 1$, so erhalten wir die Feldstärke im Zentrum zu:

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{r}. \quad (36)$$

Wir benutzen nun die gewonnenen Resultate zur Darlegung der Wirkungsweise der gewöhnlichen Meßinstrumente. Die meisten Meßinstrumente beruhen auf der Wirkung, die eine stromdurchflossene Schleife oder Spule auf Eisen oder auf einen Magneten ausübt. Dabei aber verändert sich gerade durch die Messung die Entfernung zwischen der Spule und dem Eisen, und man kann dann keine Proportionalität zwischen der Stromstärke und der Kraft, die auf das Eisen wirkt, erwarten. Solche Instrumente sind also empirisch zu eichen.

Bei anderen Instrumenten findet aber eine gesetzmäßige Beziehung zwischen der Stromstärke und dem Ausschlag statt. Man kann nämlich

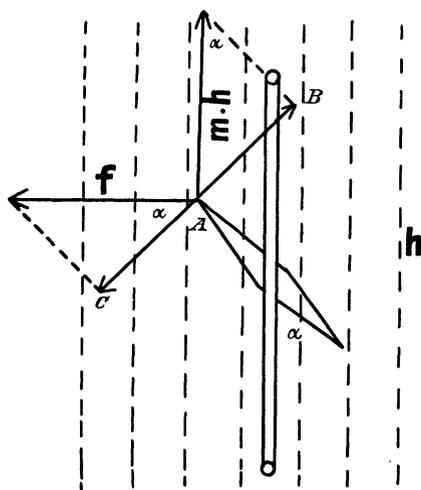


Fig. 42.

durch Drehung einer Feder den abgelenkten Magneten in seine ursprüngliche Lage zurückzuführen, so daß das Drehmoment der Feder dem vom Strom ausgeübten Drehmoment das Gleichgewicht hält. Da das Torsionsmoment einer Feder dem Verdrehungswinkel proportional ist, so erhält man bei einem solchen Torsionsgalvanometer eine gesetzmäßige Proportionalität zwischen der Stromstärke und dem Verdrehungswinkel.

Man kann aber auch mit geringen Ausschlägen arbeiten, die dann durch Fernrohr und Skala beobachtet werden müssen.

Dann bleibt in gewissen Grenzen die Entfernung zwischen dem Magneten und der stromdurchflossenen Spule so gut wie konstant. Solche Spiegelgalvanometer ergeben also in gewissen Grenzen ebenfalls eine Gesetzmäßigkeit zwischen Stromstärke und Ausschlag.

Man kann aber endlich den Durchmesser des stromdurchflossenen Reifens so groß gegenüber der Länge der im Zentrum befindlichen Magnetnadel wählen, daß auch nach der Ablenkung die beiden Pole der Magnetnadel als im Zentrum befindlich angesehen werden können. Das geschieht in der Tangentenbussole. In der Zeichnung (Fig. 42) mußte dabei der Deutlichkeit wegen die Magnetnadel im Verhältnis zum Durchmesser des

Reifens viel größer gezeichnet werden, als sie in Wirklichkeit ist. Die Tangentenbussole wird nun so gestellt, daß die Ebene des Reifens senkrecht steht und sich im magnetischen Meridian befindet. Bei Stromlosigkeit muß also die Richtung der im Zentrum befindlichen Magnetnadel in die Ebene des Reifens fallen. Wenn wir dann von oben herab auf den Reifen sehen, so projiziert er sich als eine Gerade, die den Horizontalkraftlinien h des Erdmagnetismus parallel ist. Fließt nun ein Strom durch den Reifen, so wirken auf die Nadel zwei an den Polen angreifende Kräfte. Die Erde übt auf den Pol m eine Kraft $m \cdot h$ aus, die parallel zur Projektion des Reifens gerichtet ist. Der Strom dagegen übt nach Gleichung (35) eine Kraft

$$f = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}$$

aus. Unter dem Einfluß beider Kräfte kommt dann die Nadel unter dem Winkel α zur Ruhe. In Richtung der Drehung wirkt dabei von der Erde aus die Kraft

$$AB = m \cdot h \cdot \sin \alpha,$$

dagegen ist die vom Stromreifen in Richtung der Drehung ausgeübte Kraft:

$$AC = f \cdot \cos \alpha = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r} \cos \alpha.$$

Da Gleichgewicht herrscht, so ergibt sich $AB = AC$ oder:

$$m \cdot h \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r} \cos \alpha.$$

Aus dieser Gleichung hebt sich m heraus. Da auch die magnetische Achse gar nicht in das Gesetz eingeht, so sind die Angaben der Bussole überhaupt von der Beschaffenheit der Magnetnadel unabhängig. Lösen wir nun die obige Gleichung für J auf, so erhalten wir:

$$J = \frac{h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha. \quad (37)$$

Da die Anzahl der Ampere 10mal so groß ist wie die Anzahl der absoluten Einheiten, so ergibt sich:

$$i = \frac{10 \cdot h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha. \quad (38)$$

Ist also die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus für einen Ort bekannt, so läßt sich aus ihr in Verbindung mit den Werten von r und α die Stromstärke berechnen. Umgekehrt läßt sich mit Hilfe eines geeichten Strommessers die Horizontalkomponente bestimmen.

Wir betrachten nun weiter den Fall, wo der Pol m auf der Achse AA in einer beliebigen Entfernung vom Reifen liegt (Fig. 43). Ist dabei α der Winkel, den die Verbindungslinie α des Poles und des Leiter-elementes mit der Achse AA bildet, so ergibt sich:

$$a = \frac{r}{\sin \alpha}.$$

Da das Leiterelement bei B senkrecht durch die Papierebene dringt, so schließt es einen rechten Winkel mit der in der Papierebene liegenden Verbindungslinie a ein. Wir erhalten also nach Gleichung (30) auf S. 61, indem wir $\sin \varphi = 1$ setzen:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl}{a^2} = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin^3 \alpha}{r^2}.$$

Diese Kraft wirkt senkrecht zu einer durch Leiterelement und Pol gelegten Ebene und ist in der Figur durch die Strecke CD gegeben. Davon kommt in Richtung der Achse AA nur die Komponente $CE = df \cdot \sin \alpha$ zur Geltung. Summieren wir nun die von den einzelnen Leiter-

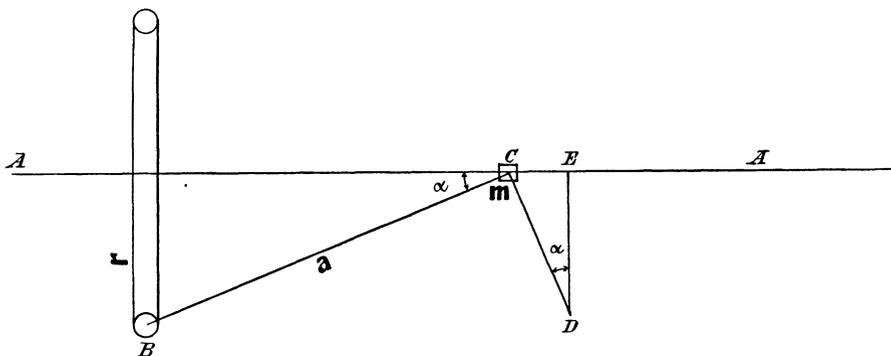


Fig. 43.

elementen des ganzen Reifens ausgeübten Kräfte, so heben alle vertikalen Komponenten sich gegenseitig auf, während die horizontalen Komponenten sich addieren. Wir erhalten also die gesamte, auf den Pol m wirkende Kraft zu

$$f = \Sigma df \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot J \cdot \sin^3 \alpha}{r^2} \cdot \Sigma dl.$$

Da Σdl wieder gleich $2r\pi$ ist, so erhalten wir:

$$f = \frac{2\pi m \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha. \quad (39)$$

Wir suchen nun die Feldstärke im Punkte C , wo sich der Pol befindet, ermitteln also die Kraft, die dort auf den Pol 1 wirkt. Wir setzen zu dem Zwecke in Gleichung (39) $m = 1$ und erhalten

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha. \quad (40)$$

Diese Gleichung wird uns im folgenden Abschnitt wichtige Dienste leisten, wo es sich darum handelt, das magnetische Feld einer Spule zu berechnen.

27. Magnetische Wirkung einer Spule.

Die Kraftlinien zweier paralleler Leiter, die von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden, setzen sich zu Kraftlinien zusammen, die beide Leiter umgeben. In Fig. 44a sind z. B. zwei Leiter gezeichnet, die die Papierebene vertikal durchdringen und in denen der Strom von hinten nach vorne fließt. Die Punkte in den Querschnitten der Leiter bedeuten

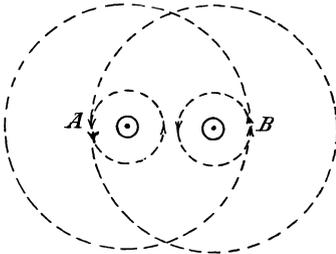


Fig. 44a.

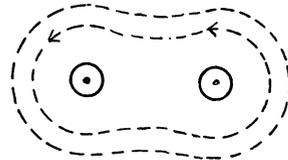


Fig. 44b.

also die Spitzen der Pfeile, die die Stromrichtung angeben. Zeichnen wir jetzt die Kraftlinien der Leiter, so finden wir, daß die Kraftlinien im Zwischenraum zwischen den Leitern entgegengesetzt verlaufen, sich also gegenseitig aufheben oder neutralisieren. Dagegen addieren sich z. B. an den Punkten *A* und *B* die beiden von den einzelnen Leitern ausgeübten Kräfte, und die Kraftliniendichte wird dort größer als bei einem einzelnen Leiter. Wir könnten nun die Richtung und Stärke des Feldes an jedem einzelnen Punkt berechnen, ziehen es aber vor, die Richtung des Feldes durch Eisenfeile zu bestimmen (Fig. 44b). Dadurch wird es deutlich, daß die Kraftlinien beide Leiter umgeben.

Winden wir jetzt die Drähte zu einer Spule, so dringen die Kraftlinien, wie im vorigen Abschnitt, durch die Ebenen der einzelnen Schleifen. Sie vereinigen sich aber jetzt zu großen Kraftlinien, die mehr oder weniger die ganze Spule durchdringen, im Innern der Spule wesentlich parallel zur Achse verlaufen und sich außenherum schließen. Die Kraftlinien 1 und 1' in Fig. 45 sind dabei durch die beiden mittelsten Windungen geschaffen, die Kraftlinien 2 und 2' durch die 4 mittelsten Windungen, die Kraftlinien 3 und 3' durch die 6 mittelsten Windungen, während die Kraft-

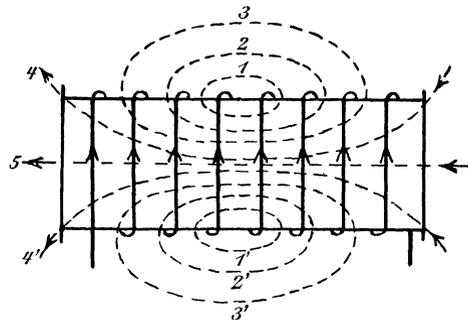


Fig. 45.

5*

linien 4, 4' und 5 durch die vereinigte Wirkung sämtlicher Windungen entstanden sind. Die stromdurchflossene Spule verhält sich also wie ein Magnet, dessen Kraftlinien ebenfalls nicht sämtlich aus der einen Stirnfläche austreten und in die andere Stirnfläche eintreten, sondern sich zum Teil schon an den Seitenflächen schließen.

Die Pole des Solenoids, wie man eine stromdurchflossene Spule nennt, findet man nach der Ampereschen Schwimmerregel. Man schwimmt in Richtung des Stromes und sieht nach einer im Innern befindlichen Magnetnadel. Der Nordpol zeigt dann nach links und gibt damit die positive Richtung der Kraftlinien an. Der Nordpol des Solenoids liegt dann an der Stirnfläche, wo die Kraftlinien austreten, also in der Zeichnung an der linken Seite.

Wie man sieht, gehen sämtliche erzeugten Kraftlinien durch die Mitte der Spule, während durch die Stirnflächen nur ein Teil hindurchdringt. Die Feldstärke oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadrat-

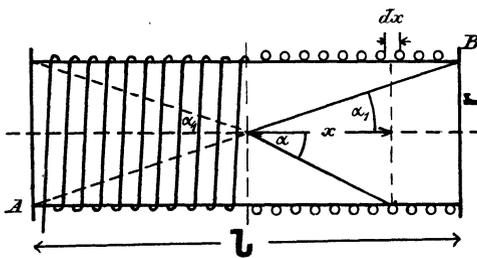


Fig. 46.

zentimeter im Innern der Spule nimmt also von den Stirnflächen aus nach der Mitte hin zu. Das ist auch der Grund, warum Eisen in stromdurchflossene Spulen hineingezogen wird. Das Eisen stellt sich nämlich im magnetischen Felde immer so, daß es von einem Maximum der Kraftlinien durch-

flossen wird. Denken wir uns nun einen Eisenstab halb in die Spule hineinragen, so verlaufen die Kraftlinien durch das Eisen und werden dadurch aufsen zu einer längeren, ihnen unbequemen Bahn veranlaßt. Die Folge ist, daß sie sich zusammenzuziehen suchen und dabei das Eisen in die Spule hineinziehen. Darauf beruhen die gebräuchlichen Konstruktionen der Galvanometer, Amperemeter und Voltmeter.

Wir gehen nun dazu über, die Kraftliniendichte oder Feldstärke im Zentrum des Solenoids zu bestimmen. Es bezeichne

- \mathcal{J} die Stromstärke im absoluten Maß,
- ξ die Anzahl der Windungen,
- l die Länge der Spule in Zentimetern,
- r den Radius der Spule in Zentimetern.

Dann entsprechen die ξ Windungen, die vom Strome \mathcal{J} durchflossen werden, einem einzigen breiten Stromband von der Breite l und der Stromstärke $\xi \cdot \mathcal{J}$. Der Strom, der in Fig. 46 in dem Streifen von der Breite dx fließt, ist also gleich $\xi \cdot \mathcal{J} \cdot \frac{dx}{l}$.

Wir bringen nun den Pol 1 ins Zentrum der Spule und bestimmen die vom Stromstreifen dx auf ihn ausgeübte Kraft nach Gleichung (40) auf S. 66. Dabei müssen wir für \mathbf{J} den Wert $\xi \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{dx}{l}$ einführen. Dann ergibt sich:

$$d\mathbf{H} = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{r} \cdot \frac{dx}{l} \cdot \sin^3 \alpha.$$

Nun ist:

$$x = r \cdot \cot \alpha.$$

Also wird:

$$dx = -\frac{r}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha.$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für $d\mathbf{H}$ ein und integrieren zwischen den Grenzen $\pi - \alpha_1$ und $+\alpha_1$, so erhalten wir:

$$\mathbf{H} = -\int_{\pi - \alpha_1}^{+\alpha_1} \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \left[\cos \alpha \right]_{\pi - \alpha_1}^{+\alpha_1} = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \cos \alpha_1. \quad (41)$$

Für lange Spulen können wir ohne Fehler $\cos \alpha_1$ gleich 1 setzen und erhalten:

$$\mathbf{H} = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l}. \quad (42)$$

Setzen wir die Stromstärke in Ampere ein, so nimmt die Gleichung die Form an:

$$\mathbf{H} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}. \quad (43)$$

Hätten wir den Pol 1 auf die Mitte der Stirnfläche gebracht, statt in das Zentrum der Spule, so hätten wir die Integration zwischen den Grenzen $\pi/2$ und α_1 ausführen müssen (Fig. 47). Wir hätten dann erhalten:

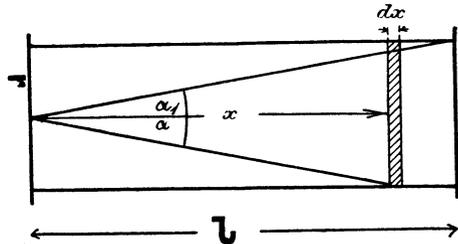


Fig. 47.

$$\mathbf{H} = -\int_{\pi/2}^{\alpha_1} \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \left[\cos \alpha \right]_{\pi/2}^{\alpha_1} = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \cos \alpha_1. \quad (44)$$

Ist die Spule wieder sehr lang, so wird α_1 sehr klein und $\cos \alpha_1 = 1$. Die Feldstärke an den Stirnflächen ist also halb so groß wie im Zentrum, d. h. die Hälfte aller Kraftlinien geht durch die Stirnfläche, während die Hälfte schon an der Mantelfläche austritt.

28. Die Magnetisierungskurven.

Die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter wird unter sonst gleichen Umständen außerordentlich vermehrt, wenn sich Eisen statt der Luft in der Spule befindet. Das Solenoid wird dadurch zum Elektromagneten. Man kann sich dabei vorstellen, daß die Kraftlinien, die in der Luft vorhanden sein würden, eine so viel größere Kraftlinienzahl im Eisen erzeugen oder induzieren. Man nennt daher die Feldstärke oder die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter in der Luft, die mit dem Buchstaben H bezeichnet wurde, auch die magnetisierende Kraft. Dagegen nennt man die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter im Eisen die magnetische Induktion und bezeichnet sie mit dem Buchstaben B . Dabei ist zu beachten, daß der Wert der Induktion B sowohl die im Eisen neugeschaffenen Kraftlinien umfaßt, als auch die etwa vor dem Hineinschieben des Eisens in der Luft vorhandenen.

Die unter sonst gleichen Verhältnissen so viel größere Kraftlinienzahl im Eisen führt nun dazu, daß man dem Eisen eine viel größere magnetische Leitfähigkeit zuschreibt, als der Luft. Man bezeichnet diese mit dem Buchstaben μ . Die Leitfähigkeit μ gibt also an, wie vielmal mehr Kraftlinien im Eisen entstehen, als unter sonst gleichen Verhältnissen in der Luft, oder wie vielmal besser das Eisen die Kraftlinien leitet, als es die Luft tut. Daraus folgt dann:

$$B = \mu \cdot H \quad (45)$$

oder

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (46)$$

Für die Luft ergibt sich demnach die Leitfähigkeit 1 und es wird $B = H$.

Der Wert von μ hängt nun zuerst von der Eisensorte ab. Bei ausgeglühtem Ankerblech oder weichem Dynamogufsstahl kann μ unter Umständen den Wert 3000 übersteigen. Außerdem ändert sich der Wert von μ bei ein und derselben Eisensorte wesentlich mit dem Grade der Magnetisierung.

Die experimentelle Beobachtung erfolgt in der Weise, daß man mit einer Sekundärspule durch die im Eisen erzeugten Kraftlinien hindurchschneidet (Fig. 48). Dadurch wird in der Sekundärspule eine elektromotorische Kraft und ein Stromstoß geschaffen, der nun in einem sog. ballistischen Galvanometer G einen der geschnittenen Kraftlinienzahl entsprechenden Ausschlag hervorruft. Zu diesem Zwecke ist (Fig. 48) der zu untersuchende Eisenstab zweiteilig gemacht und durch die Löcher a und a_1

des massiven eisernen Rahmens, sowie durch die magnetisierenden Spulen S und S_1 und durch die Sekundärspule E hindurchgesteckt. Durch die Spulen S und S_1 wird ein Strom i geleitet und mit Hilfe der bekannten Windungszahlen und der Länge l des Eisenstabes der Wert

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$$

berechnet. Dabei ist für l nur der zwischen dem Rahmen oder Joch liegende Teil des Eisenstabes einzusetzen, da die Kraftlinien sich sofort nach Eintritt in das Joch nach beiden Seiten hin teilen. Der in den

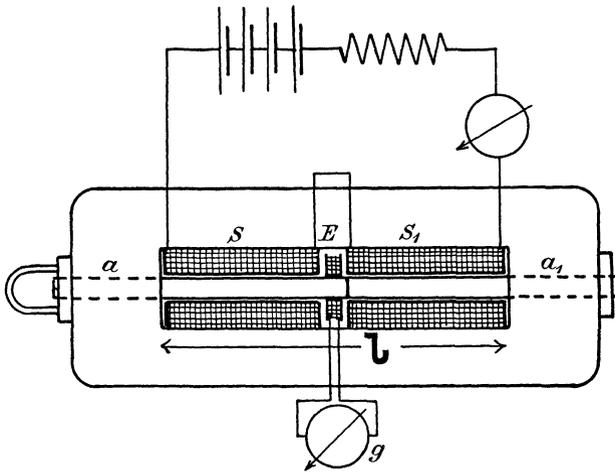


Fig. 48.

Löchern a und a_1 befindliche Teil des Eisenstabes wird also überhaupt nicht von allen Kraftlinien durchflossen und wird ebenso vernachlässigt, wie der Weg der Kraftlinien durch das Joch selbst, das ebenfalls keinen erheblichen Widerstand für die Kraftlinien darstellt.

Zieht man nun die eine Hälfte des Eisenstabes heraus, so reißt gleichzeitig eine Feder die Sekundärspule aus dem Bereich der Kraftlinien heraus. Dabei schneidet die Sekundärspule alle Kraftlinien, die im Eisen vorhanden waren, und es wird in ihr nach Abschnitt 33 eine elektromotorische Kraft induziert, die einen Stromstoß und Ausschlag im Galvanometer hervorruft. Aus der Größe des Ausschlags läßt sich dann die Anzahl der Kraftlinien berechnen. Man verändert nun den magnetisierenden Strom und erhält auf diese Weise eine Reihe von zusammengehörigen Werten von H und B . So ergab die Untersuchung von Grusonstahl durch die physikalisch-technische Reichsanstalt folgende Werte (vergl. Fig. 49):

$H = 0,9$	$B = 1130$	$\mu = \frac{B}{H} = 1260$
1,55	5200	3350
2,7	8160	3020
3,75	9480	2530
8,55	12440	1460
18,1	14510	800
34,5	15710	460
82,7	17150	210
145,3	18200	130.

Auffallend ist dabei die geringe Leitfähigkeit bei schwacher Magnetisierung. Auf kleine magnetisierende Kräfte reagieren also die Moleküle des Eisens nur wenig. Bei stärkerer Magnetisierung, also von $B = 5000$ bis $B = 9000$, zeigt die Tabelle annähernd Proportionalität zwischen der

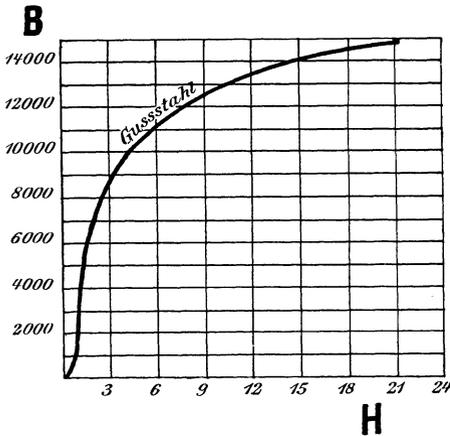


Fig. 49.

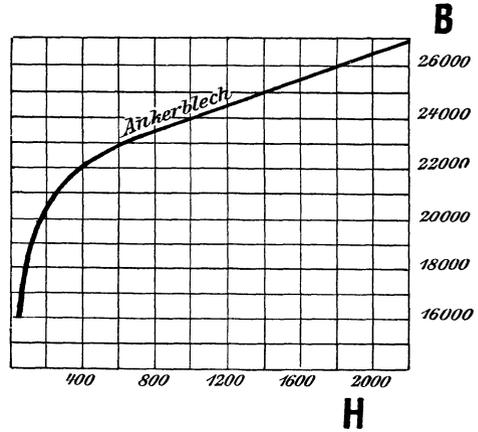


Fig. 50.

magnetisierenden Kraft H und der Induktion B . Schließlich bewirkt eine noch weiter fortgesetzte Verstärkung des magnetisierenden Stromes kaum mehr eine Verstärkung der Kraftlinienzahl im Eisen. Das Eisen ist, wie man sagt, gesättigt. Ein bestimmter Wert läßt sich allerdings für den Punkt, wo die Sättigung eintritt, nicht angeben.

Tragen wir nun die magnetisierende Kraft H als Abszisse und die Induktion B als Ordinate auf, so erhalten wir die sogen. Magnetisierungskurve, wie sie für den erwähnten Gufsstahl in Fig. 49 gezeichnet ist. Daneben ist in Fig. 50 die Magnetisierungskurve für Ankerblech in ihrem oberen Verlauf gezeichnet, der deswegen von besonderem Interesse ist, weil man im Interesse eines funkenlosen Ganges der Dynamomaschinen die Ankerzähne so hoch wie möglich sättigt. Die Kurve ergibt folgende Werte:*)

*) Vergl. ETZ 1901, S. 769.

H	B	μ
100	18700	187
300	21300	71
500	22500	45
700	23100	33

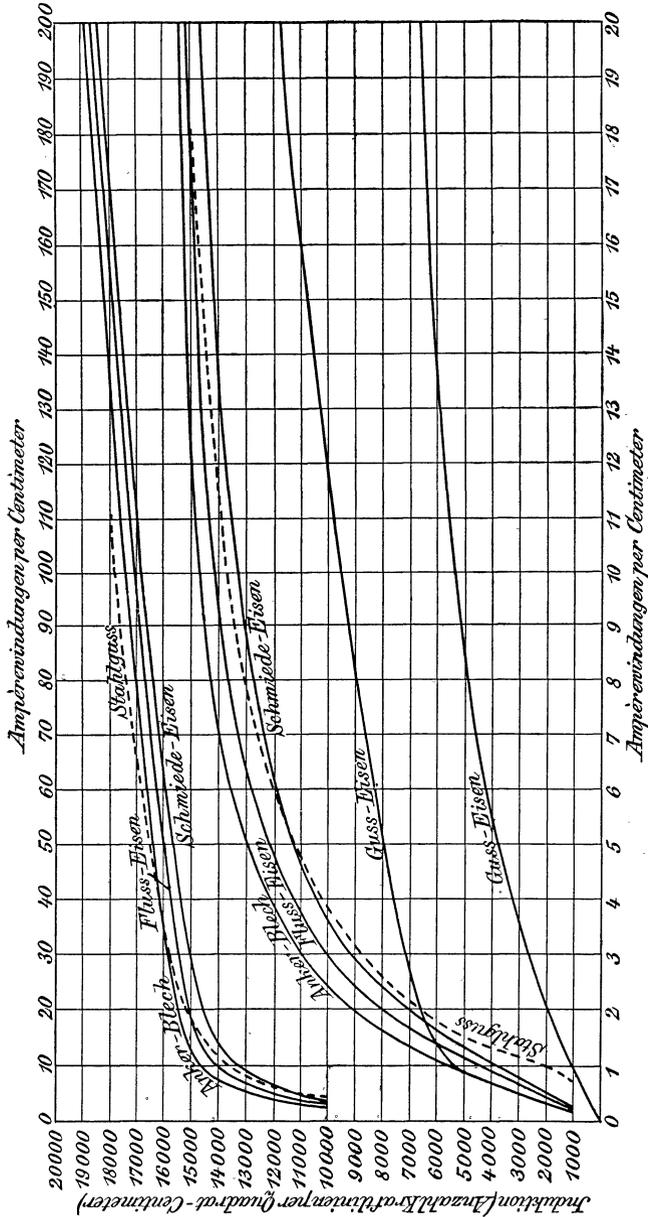


Fig. 51. (Aus Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom.)

Steigert man die magnetisierende Kraft noch mehr, so ist die Zunahme von B dauernd 2,5 mal so groß wie die Zunahme von H . Der letzte Teil der Kurve in Fig. 50 ist also eine Gerade. Wenn wir diese nach rückwärts verlängern, so schneidet sie die Ordinatenachse im Punkte $B = 21350$. Für große Sättigung gilt also die Gleichung:

$$B = 21350 + 2,5 H.$$

Für den praktischen Gebrauch eignen sich die Magnetisierungskurven nicht ohne weiteres, da man die zu einer bestimmten Induktion erforderlichen Amperewindungen pro Zentimeter Kraftlinienweg nicht direkt daraus ablesen kann. Man hat dazu immer erst nach Gleichung (43) auf S. 69 den betreffenden Wert von H durch $0,4\pi$ zu dividieren. Bezeichnen wir also die Amperewindungen mit X , so ergeben sich die Amperewindungen pro Zentimeter zu:

$$\frac{X}{l} = \frac{\xi \cdot i}{l} = \frac{H}{0,4\pi} = 0,8 H. \quad (47)$$

Um nun die Berechnung einfacher zu gestalten, sind in Fig. 51 nicht die Werte von H , sondern die damit proportionalen Werte $\frac{X}{l}$ als Abszissen aufgetragen. Man kann dann direkt für eine gegebene Induktion die pro Zentimeter nötigen Amperewindungen aus den Kurven entnehmen.

Fig. 51 zeigt, daß Schmiedeeisen, Gufsstahl und Flufseisen bis zu einer Induktion von $B = 14000$ eine sehr geringe magnetisierende Kraft erfordern. Dagegen verhält sich das Gufseisen sehr viel ungünstiger, und es ist daher erklärlich, daß das Magnetgestell größerer Maschinen jetzt trotz des höheren Preises aus Gufsstahl oder Flufseisen hergestellt wird.

29. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus.

Für einen geschlossenen magnetischen Kreis, z. B. für einen Eisenring, ist es gleichgültig, ob die Amperewindungen auf den ganzen Umfang verteilt sind, oder ob sie, wie in Fig. 52, auf einen Teil des Umfangs zusammengedrängt sind. In beiden Fällen ergibt sich nach Gleichung (43) auf S. 69:

$$B = \mu \cdot H = \frac{\mu \cdot 0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l} = \mu \cdot 0,4\pi \cdot \frac{X}{l}, \quad (48)$$

wobei l jetzt nicht mehr die Länge der Spule, sondern die mittlere Länge des Kraftlinienweges in Zentimetern bedeutet.

Ist nun Q der Eisenquerschnitt in Quadratcentimetern, gemessen senkrecht zu den Kraftlinien, so ist die gesamte Kraftlinienzahl gegeben durch die Gleichung:

$$N = B \cdot Q = \mu \cdot H \cdot Q = \frac{\mu \cdot 0,4\pi \cdot X \cdot Q}{l}$$

oder

$$N = \frac{X}{\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l}}. \quad (49)$$

Der Nenner der rechten Seite hat eine ähnliche Form wie der Ausdruck für den elektrischen Widerstand in der Gleichung

$$w = \rho \cdot \frac{l}{q}.$$

Die Übereinstimmung wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das Leitvermögen der reziproke Wert des Widerstandes ist, und wenn wir in Gleichung (49) das Produkt $0,4\pi \cdot \mu$ zusammenfassen und als spezifisches Leitvermögen bezeichnen. Dann entspricht der Wert $\frac{1}{0,4\pi \cdot \mu}$ dem spezifischen Widerstand ρ .

Demnach stellt uns der Ausdruck $\frac{l}{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}$ einen Widerstand, und zwar einen magnetischen Widerstand dar. Dieser ist proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Leitvermögen und dem Querschnitt des Kraftlinienweges.

Wir gelangen auf diese Weise zu der Vorstellung, daß die Kraftlinien in ähnlicher Weise durch den magnetischen Widerstand getrieben werden, wie der elektrische Strom durch den elektrischen Widerstand getrieben wird. Um diesen Vergleich noch deutlicher zu machen, spricht man von einem Kraftlinienfluß. Der Druck, der diesen Kraftlinienfluß durch den magnetischen Kreis treibt, wird von den Amperewindungen X ausgeübt. Wir können diese also mit der elektromotorischen Kraft vergleichen, die den elektrischen Strom durch den ganzen Kreis treibt. Vielleicht wird das noch deutlicher, wenn wir die aus Gleichung (43) auf S. 69 abgeleitete Beziehung

$$H \cdot l = 0,4\pi X$$

ins Auge fassen. Da der Wert von H die Kraft ist, die auf den Pol 1 wirkt, so stellt das Produkt $H \cdot l$ die Arbeit dar, die aufgewendet werden muß, um in der Luft den Pol 1 entgegen den Kraftlinien längs des ganzen Weges l zu führen. Das ist aber dasselbe, was wir im Abschnitt 22 als die magnetische Potentialdifferenz kennen gelernt haben. Wir können also die Größe X als den magnetischen Druck oder als die magnetische Spannung auffassen. Indem wir sie mit einer elektromotorischen Kraft vergleichen, nennen wir sie die magnetomotorische Kraft und erhalten so das in Gleichung (49) gegebene Gesetz in der Form:

$$\text{Kraftlinienfluß} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{Magnetischer Widerstand}}.$$

Ogleich nun dieses Ohmsche Gesetz für Magnetismus von bahnbrechender Bedeutung für die Berechnung der Dynamomaschinen und Motoren

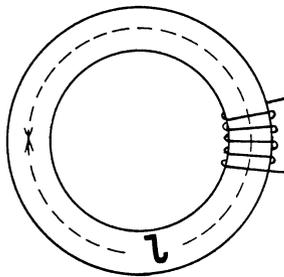


Fig. 52.

geworden ist, so muß man doch im Auge behalten, daß jeder Vergleich hinkt, und daß daher eine Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Verhältnisse nur in gewissem Sinne richtig ist. Zunächst bezeichnet man zwar die Gesamtzahl N der Kraftlinien als den Kraftlinienfluß, aber das ist nur ein bloßer Name, der den Vergleich mit dem elektrischen Strom etwas passender macht. Tatsächlich fließen die Kraftlinien nicht, sondern sie sind, nachdem sie einmal geschaffen sind, in Ruhe.

Nun ist es ja allerdings zweifelhaft, ob denn auch die Vorstellung des Fließens der Elektrizität eine tatsächliche Berechtigung hat, so bequem man auch alle elektrischen Erscheinungen damit erklären kann. Dennoch aber bleibt der wichtige Unterschied, daß beim sogenannten elektrischen Strom eine Arbeit geleistet werden muß, um die Elektrizität durch den Widerstand des Leiters zu treiben, eine Arbeit, die sich dann in Joulesche Wärme umsetzt. Dagegen erfordert die Aufrechterhaltung eines Kraftlinienfeldes oder die Aufrechterhaltung der magnetischen Induktion keine Arbeit. Der Effektverlust in der Magnetwicklung einer Dynamo ist z. B. nicht darauf zurückzuführen, daß ein bestimmter Betrag von Energie etwa in Magnetismus umgesetzt wird. Vielmehr setzt sich der in der Magnetwicklung der Dynamo verbrauchte Effekt direkt in Joulesche Wärme um, die sich durch das Produkt $i_m^2 \cdot w_m$ berechnet. Der Effektverbrauch wäre z. B. derselbe, wenn sich bei gleicher Stromstärke statt des Eisens Luft innerhalb der Spulen befände, wenn also außerordentlich wenig Kraftlinien erzeugt würden. Aus diesem Grunde ist es auch kein direkter Arbeitsverlust, wenn sich z. B. ein Teil der Kraftlinien einer Dynamomaschine am Anker vorbei durch die Luft schließt.

Endlich aber muß darauf hingewiesen werden, daß der elektrische Widerstand in einfacher Weise von Länge und Querschnitt abhängig ist, während der magnetische Widerstand außerdem noch vom Sättigungsgrad des Eisens abhängt.

Ein Beispiel möge nun die Anwendung des Ohmschen Gesetzes für Magnetismus auf die Berechnung von Dynamomaschinen zeigen. Der magnetische Kreis sei zusammengesetzt aus einzelnen Teilen, die nach Länge, Querschnitt und Material verschieden sind (Luft, Schmiedeeisen, Gußeisen). Außerdem soll ein Teil der Kraftlinien durch Streuung verloren gehen, d. h. einen Seitenweg durch die Luft einschlagen, so daß ein Teil des magnetischen Kreises eine größere Kraftlinienzahl führt, als die anderen Teile. Gesucht werden die Amperewindungen, die nötig sind, um die Kraftlinien durch den ganzen Kreis zu treiben. Um die Aufgabe zu lösen, dividiert man die Kraftlinien, die einen Teil des magnetischen Kreises durchfließen, durch den Querschnitt dieses Teiles. Man erhält so die magnetische Induktion oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratmeter in diesem Teile:

$$B_1 = \frac{N_1}{Q_1} . \quad (50)$$

Dann sucht man sich aus der Magnetisierungskurve für das betreffende Material den entsprechenden Wert von H_1 , d. h. die Kraftlinien pro Quadrat-zentimeter, die in der Luft vorhanden sein müßten, um im Eisen die betreffende Induktion B_1 zu erzeugen. Leider stehen B und H nicht in einer einfachen Beziehung zueinander, weil ja, wie wir sahen, der Grad der Sättigung eine so große Rolle spielt, und man ist infolgedessen auf die empirischen Magnetisierungskurven angewiesen. Aus H_1 ergibt sich nun nach Gleichung (47) auf S. 74:

$$X_1 = 0,8 H_1 \cdot l_1, \quad (51)$$

wobei l_1 die Länge des Kraftlinienweges in dem betreffenden Teile des magnetischen Kreises ist. Diese Rechnung führt man für alle Teile des magnetischen Kreises durch und erhält dann:

$$\Sigma X = X_1 + X_2 + X_3 \dots = 0,8 H_1 \cdot l_1 + 0,8 H_2 \cdot l_2 + 0,8 H_3 \cdot l_3 \dots \quad (52)$$

Sind in den Magnetisierungskurven direkt die Werte $\frac{X}{l}$, d. h. die Amperewindungen pro Zentimeter als Abszissen aufgetragen, so wird die Rechnung für den Eisenweg einfacher, während für die Luft die Gleichung

$$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 0,8 H_l \cdot l_l$$

bestehen bleibt. Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = \left(\frac{X}{l}\right)_1 \cdot l_1 + \left(\frac{X}{l}\right)_2 \cdot l_2 \dots \dots + 0,8 H_l \cdot l_l.$$

Gegeben sei zum Beispiel das Eisengestell einer Dynamomaschine durch die Daten:

Ankerdurchmesser	$D = 20$ cm,
Wellendurchmesser	$d_w = 3$ "
Ankerlänge (in axialer Richtung)	$b = 20$ "
Länge des Kraftlinienweges im Anker	$l_a = 20$ "
Winkel der Polbohrung	$\beta = 120^\circ$,
Abstand zwischen Anker- und Magneteisen	0,4 cm,
Querschnitt der Magnetkerne und des Jochs	$Q_m = 400$ qcm,
Länge des Kraftlinienweges in den Magneten	$l_m = 110$ cm.

Der Anker sei aus schmiedeeisernen Blechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander isoliert sind, und der Raumverlust durch diese Papierisolation betrage 15 %/o. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Wie in Fig. 53 angedeutet ist, geht ein Teil der in den Magneten erzeugten Kraftlinien durch Streuung verloren. Wir nehmen an, es bestehe zwischen den Kraftlinien N im Anker und den Kraftlinien N_m in den Magneten die Beziehung:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

Gesucht werden die Amperewindungen, die erforderlich sind, wenn die Kraftlinienzahl im Anker $N = 2,5 \cdot 10^6$ sein soll.

Zu dem Zwecke berechnen wir zunächst den Querschnitt und die Länge für jeden einzelnen Teil des Kraftlinienweges. Der Querschnitt des Ankers senkrecht zur Kraftlinienrichtung ergibt sich, wenn wir die Differenz $D - d_w$ mit der Ankerlänge b und außerdem wegen der Papierisolation mit 0,85 multiplizieren. Wir erhalten dann:

$$Q_a = b (D - d_w) \cdot 0,85 = \sim 290 \text{ qcm},$$

$$l_a \text{ gegeben} = 20 \text{ cm}.$$

Der Querschnitt der Luft Q_l ergibt sich, wenn wir die Mantelfläche des Ankers im Verhältnis $\beta : 360$ reduzieren. Es ist dabei selbstverständlich, daß nur die Fläche der Bohrung eines Poles als Luftquerschnitt einzusetzen ist. Es ergibt sich also:

$$Q_l = D \cdot \pi \cdot b \cdot \frac{\beta}{360} = \sim 420 \text{ qcm}.$$

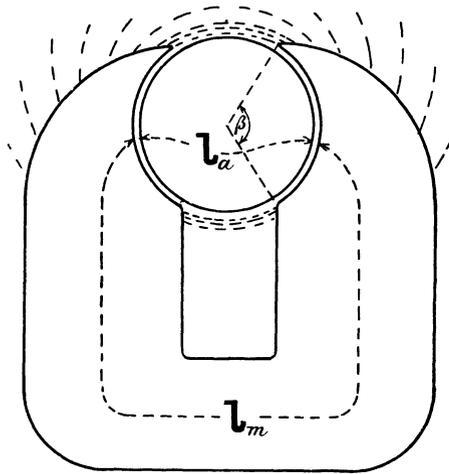


Fig. 53.

Die Länge des Kraftlinienweges l_l in der Luft erhalten wir, wenn wir den Abstand des Ankerreisens vom Magneteisen mit 2 multiplizieren, da ja die Kraftlinien beim Eintritt in den Anker und beim Austritt die Luftstrecke passieren. Es ergibt sich also:

$$l_l = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ cm},$$

$$Q_m \text{ gegeben} = 400 \text{ qcm},$$

$$l_m \quad \quad = 110 \text{ cm}.$$

Ferner ergibt sich noch:

$$N_m = 1,2 N = 3 \cdot 10^6.$$

Stellen wir diese Resultate zusammen, so erhalten wir:

$$N = 2,5 \cdot 10^6 \qquad N_m = 3 \cdot 10^6$$

$$Q_a = 290, \qquad Q_l = 420, \qquad Q_m = 400,$$

$$l_a = 20, \qquad l_l = 0,8, \qquad l_m = 110.$$

Dann ergibt sich:

$$B_a = \frac{N}{Q_a} = 8600, \qquad B_l = \frac{N}{Q_l} = 5960, \qquad B_m = \frac{N_m}{Q_m} = 7500.$$

Aus der Magnetisierungskurve für Ankerblech in Fig. 51 auf S. 73 ergibt sich dann für eine Induktion $B_a = 8600$ eine Amperewindungszahl pro Zentimeter:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_a = 2.$$

Das sind die Amperewindungen, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß B_a durch ein Zentimeter des Ankereisens zu treiben. Die ganzen für den Anker nötigen Amperewindungen ergeben sich also zu:

$$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 40.$$

Ebenso findet man aus der Magnetisierungskurve für Gufseisen zu einer Induktion $B_m = 7500$ einen Wert:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_m = 40.$$

Daraus folgen dann die Amperewindungen X_m , die den Kraftlinienfluß B_m durch das Magnetgestell längs des Weges $l_m = 110$ cm treiben, zu:

$$X_m = \left(\frac{X}{l}\right)_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400.$$

Die Amperewindungen X_l für die Luft folgen endlich aus der Gleichung:

$$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 3820.$$

Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = X_a + X_m + X_l = 8260.$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen à 1 Ampere oder 4130 Windungen à 2 Ampere auf den Magnetschenkeln liegen, vorausgesetzt, daß der Wirkungsgrad der Maschine vorläufig außer Betracht bleibt. In vielen Fällen bilden übrigens noch die Zähne des Ankers oder die Polkerne der Magnete besondere Teile des magnetischen Kreises, für die die Amperewindungen dann ähnlich wie oben zu berechnen sind.

Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus gestattet nun auch unter Umständen, die Streuung aus den Abmessungen der Maschine zu berechnen. Gerade diese Rechnung dient hier dazu, es deutlich zu machen, daß die Amperewindungen als magnetische Potentialdifferenz aufzufassen sind. Liegt an einer elektrischen Spannung eine Lampe und ein dazu parallel geschalteter Widerstand, so fließt ein Teil des Gesamtstromes durch die Lampe, ein Teil durch die parallele Leitung. Besteht diese letztere aus einem mehr oder weniger starken Erdschluf, so ist der betreffende Teil des Stromes für den wirtschaftlichen Betrieb verloren. Ähnlich liegt an den Polköpfen einer Maschine ein magnetischer Druck, der einerseits den Kraftlinienfluß durch den Anker und andererseits das Streufeld durch die Luft treibt. Dieser magnetische Druck berechnet sich aus den Amperewindungen $X_a + X_z + X_l$, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß durch den Anker, die Zähne und die Luft zu treiben.

Bei der in Fig. 54 gezeichneten mehrpoligen Wechselstrommaschine sei z. B. die Summe $X_a + X_z + X_l = 6200$. Dieser magnetische Druck liegt zugleich an dem Widerstand des Streufeldes zwischen den Polköpfen. Die Länge des Ankers in axialer Richtung betrage 30 cm. Die Breite der Polköpfe in radialer Richtung sei 2,5 cm und der Abstand der Polköpfe voneinander sei $l_{s_1} = 6,5$ cm. Der Querschnitt des Streufeldes zwischen einem Nordpol und einem Südpol ist dann $30 \cdot 2,5 = 75$ qcm.

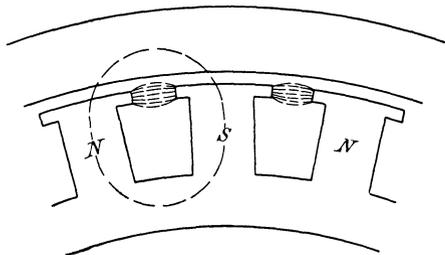


Fig. 54.

Da aber die von einem Nordpol ausgehenden Kraftlinien nach rechts und links hinüber zum Südpol verlaufen, so ist der Gesamtquerschnitt des Streufeldes vorläufig gleich $2 \cdot 75 = 150$ qcm zu setzen. Nehmen wir nun an, daß sich der Querschnitt infolge der in Fig. 54 angedeuteten Ausbreitung der Kraftlinien in der Mitte verdoppelt,

so ergibt sich der mittlere Querschnitt des Streufeldes zwischen den Polköpfen zu:

$$Q_{s_1} = \frac{150 + 300}{2} = 225 \text{ qcm.}$$

Setzen wir jetzt die Werte $Q_{s_1} = 225$ und $l_{s_1} = 6,5$ in Gleichung (49) auf S. 74 ein und berücksichtigen wir, daß die Leitfähigkeit μ der Luft gleich 1 wird, so erhalten wir den zwischen den Polköpfen verlaufenden Streufluß N_{s_1} zu

$$N_{s_1} = \frac{6200}{\frac{6,5}{0,4\pi \cdot 1 \cdot 225}} = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Dasselbe Resultat hätte sich auch aus der Grundgleichung

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$$

ergeben.

Zu der Streuung zwischen den Polköpfen addiert sich nun noch die Streuung zwischen den Seitenflächen der Magnetschenkel. Der Abstand der Seitenflächen sei im Mittel $l_{s_2} = 10$ cm und die radiale Länge der Schenkel gleich 16 cm. Bei einer Ankerlänge von 30 cm ist dann der ganze Querschnitt für die Streulinien, die von den Seitenflächen eines Nordpols nach links und rechts hin verlaufen:

$$Q_{s_2} = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ qcm.}$$

Der magnetische Druck ist dabei an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich 0. Wir können also für den magnetischen Druck X einen mittleren Wert, nämlich 3100, einführen und erhalten den Streufluß zwischen den Seitenflächen zu:

$$N_{s_2} = \frac{X}{\frac{l_{s_2}}{0,4\pi \cdot Q_{s_2}}} = \frac{3100}{\frac{10}{0,4\pi \cdot 960}} = 0,37 \cdot 10^6.$$

Der gesamte Streufluß ergibt sich also zu:

$$N_s = N_{s_1} + N_{s_2} = 0,27 \cdot 10^6 + 0,37 \cdot 10^6 = 0,64 \cdot 10^6.$$

Nehmen wir nun an, daß der durch den Anker tretende nutzbare Kraftlinienfluß N gleich $3 \cdot 10^6$ ist, so führt das Joch die Kraftlinienzahl:

$$N_m = N + N_s = 3,64 \cdot 10^6,$$

und es ergibt sich ein Streukoeffizient:

$$\sigma = \frac{N_m}{N} = \frac{3,64 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^6} = 1,2.$$

30. Die Tragkraft eines Elektromagneten.

Wenn auch nach dem vorigen Abschnitt bei der Aufrechterhaltung eines Magnetfeldes keine Arbeit verbraucht wird, so findet doch bei der Bildung des Magnetfeldes ein Arbeitsverbrauch statt. Der Ring in Fig. 55 sei z. B. auf seinem ganzen Umfange mit ξ Windungen bewickelt,

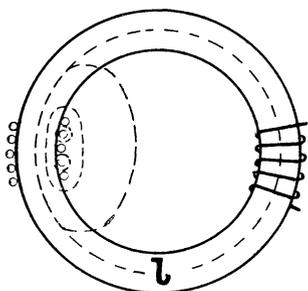


Fig. 55.

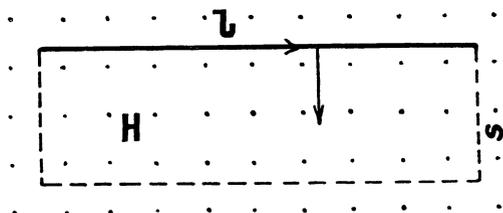


Fig. 56.

die rechts in Ansicht, links im Schnitt gezeichnet sind. Die punktiert gezeichneten Kraftlinien sollen hier nicht andeuten, daß ein Teil der Kraftlinien sich etwa dauernd infolge der Streuung durch die Luft schließt, sondern sie sollen andeuten, wie die Kraftlinien zeitlich wachsen, wenn der Strom geschlossen wird. Sie umgeben zunächst den Leiter, der sie erzeugt, als ein Kreis mit kleinem Radius. Dann vereinigen sich die benachbarten Kraftlinien zu gemeinsamen Kraftlinien, die mehrere Leiter umschließen. Und am Schlusse haben sich die Kraftlinien so ausgedehnt, daß sie ihrer ganzen Länge nach durch das Eisen verlaufen. Indem also die Kraftlinien sich so ausdehnen, schneiden sie durch die inneren Drähte der Spule hindurch, deren Zahl gleich der Windungszahl ξ ist.

Um die Arbeit zu berechnen, die dabei aufgewendet werden muß, betrachten wir in Fig. 56 einen geraden Leiter von der Länge l , der den

Strom \mathbf{J} führt, und der im Felde von der Stärke \mathbf{H} senkrecht zu den Kraftlinien um die Strecke \mathbf{s} fortbewegt wird. Die Kraftlinien sollen von vorn nach hinten in die Papierebene eintreten und sind durch Punkte angedeutet. Die Bewegung geschehe in einer solchen Richtung, daß dabei die vom Leiter ausgeübte Kraft überwunden wird. Dann ergibt sich die geleistete Arbeit \mathbf{A} in Zentimeterdyn oder Erg, wenn wir die Kraft in Dyn mit dem Weg in Zentimetern multiplizieren. Wir erhalten also mit Benutzung von Gleichung (32) auf S. 61:

$$\mathbf{A} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \text{ Erg.}$$

Nun ist $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ die vom Leiter beschriebene Fläche in Quadratcentimetern. Da \mathbf{H} die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter ist, so ist $\mathbf{H} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ die vom Leiter geschnittene Kraftlinienzahl \mathbf{N} , und wir erhalten:

$$\mathbf{A} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{J} \text{ Erg.} \quad (53)$$

Wächst also der Strom \mathbf{J} in dem in Fig. 55 dargestellten Falle um den Betrag $d\mathbf{J}$, so wächst damit die Kraftliniendichte im Ringe, gleichgültig, ob er Eisen oder Luft enthält, um den Betrag $d\mathbf{B}$. Ist \mathbf{Q} der Querschnitt des Ringes oder die Fläche einer Windung, so ist die Zahl der neu erzeugten Kraftlinien $d\mathbf{N} = d\mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}$. Diese neu erzeugten Kraftlinien schneiden durch ξ Drähte hindurch, die den Strom \mathbf{J} führen. Demnach ergibt sich die dabei aufzuwendende Arbeit nach Gleichung (53) zu:

$$d\mathbf{A} = \xi \cdot d\mathbf{N} \cdot \mathbf{J} = \xi \cdot d\mathbf{B} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}.$$

Setzen wir jetzt nach Gleichung 42 auf S. 69

$$\xi \cdot \mathbf{J} = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{l}}{4\pi},$$

so erhalten wir allgemein:

$$d\mathbf{A} = \frac{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{l}}{4\pi} \cdot \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}. \quad (54)$$

Befindet sich nun im speziellen Falle Luft innerhalb der Spule, so ist \mathbf{H} gleich \mathbf{B} und wir erhalten die Arbeit, die aufgewendet wird, um die Induktion vom Wert Null auf den Wert \mathbf{B} zu bringen, zu

$$\mathbf{A} = \int_0^{\mathbf{B}} \frac{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{l}}{4\pi} \cdot \mathbf{B} \cdot d\mathbf{B} = \frac{\mathbf{B}^2 \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{l}}{8\pi}. \quad (55)$$

Diese Arbeit wird, wie sich im Abschnitt 35 ergeben wird, dem Solenoid in Form elektrischer Energie zugeführt.

Wir gehen jetzt dazu über, das in Gleichung (55) gewonnene Resultat für die Berechnung der Tragkraft eines Elektromagneten zu verwenden. Zu dem Zwecke denken wir uns das ganze ringförmige Solenoid elastisch und weiten es von innen heraus auf, so daß aus der Länge \mathbf{l} die Länge \mathbf{l}_1 wird. Gleichzeitig verstärken wir den Strom allmählich etwas, so daß trotz der allmählichen Vergrößerung des magnetischen

Widerstandes die Kraftlinienzahl konstant bleibt. Da also in diesem Falle keine neuen Kraftlinien entstehen, so ist auch die Verstärkung des Stromes ohne Aufwendung von Arbeit erfolgt. Wir haben aber bei der Aufweitung der Spule eine mechanische Arbeit geleistet, die wir leicht berechnen können, wenn wir die potentielle Energie der ursprünglichen Spule von der potentiellen Energie der aufgeweiteten Spule abziehen. Die nach der Aufweitung in der Spule aufgespeicherte Arbeit ist nach Gleichung (55):

$$A_1 = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot l_1.$$

Demnach ist die bei der Aufweitung geleistete mechanische Arbeit

$$A_1 - A = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot (l_1 - l).$$

Da $l_1 - l$ der Weg ist, längs dessen wir die Arbeit aufgewendet haben, so ist der Faktor $\frac{B^2}{8\pi} \cdot Q$ die Kraft, die wir aufwenden mußten, oder umgekehrt die Kraft, mit der die Kraftlinien sich einer Verlängerung widersetzen. Sie ergibt sich also zu:

$$f = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi} \text{ Dyn} \quad (56)$$

oder, wenn F die Kraft in Kilogramm bedeutet:

$$F = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000} = 4 \cdot B^2 \cdot Q \cdot 10^{-8} \text{ kg}^*. \quad (57)$$

Dabei ist es gleichgültig, ob die Kraftlinien durch Luft oder Eisen verlaufen, so daß die Gleichung auch für einen Elektromagneten gilt.

Bei einem Hufeisenmagneten ist für Q der doppelte Einzelquerschnitt einzusetzen. Ist also der Einzelquerschnitt $\frac{Q}{2} = 10$ qem und die Induktion $B = 18000$, so ergibt sich:

$$F = 4 \cdot 18000^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 260 \text{ kg}.$$

Unter Umständen wird jedoch die Tragkraft noch durch eine nützliche Streuung beträchtlich vermehrt.

31. Die Hysteresis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus und verstärkt allmählich den magnetisierenden Strom, wodurch die Werte der magnetisierenden Kraft H und der Induktion B gleichzeitig wachsen. Trägt man die magnetisierende Kraft $H = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$ als Abszisse und die Induktion B als Ordinate auf, so erhält man die Kurve OA in Fig. 57.

Schwächt man nun nach Erreichung einer willkürlichen Induktion $AG = B_{max}$ den magnetisierenden Strom wieder ab, so ist für einen gleichen Wert der magnetisierenden Kraft die Induktion größer als bei ansteigender Magnetisierung. Trägt man wieder die magnetisierende Kraft als Abszisse und die zugehörige Induktion als Ordinate auf, so erhält man die Kurve AB . Es ist also, als ob von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus zurückbleibt, und man bezeichnet daher diese Erscheinung als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben. Für eine magnetisierende Kraft $H=0$ ist dann die Induktion gleich OB . Diese ist identisch mit der Kraftliniendichte des remanenten Magnetismus. Hysteresis und remanenter Magnetismus sind also in gewissem Sinne ein und dasselbe. Wir erklären beide Erscheinungen daraus, daß die einmal gerichteten Eisenmoleküle infolge einer mechanischen Reibung in ihrer einmal angenommenen Lage zu verharren suchen.

Kehrt man nun die Richtung des Stromes um, so ist ein bestimmter

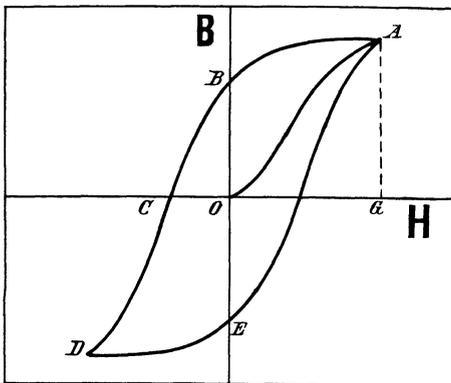


Fig. 57.

Betrag an magnetisierender Kraft nötig, um den remanenten Magnetismus zu vernichten. Man nennt diesen Betrag, der in Fig. 57 durch die Abszisse OC gegeben ist, die Koerzitivkraft. Man sieht deutlich, daß die Eisenmoleküle sich einer Um-magnetisierung widersetzen. Erst wenn die magnetisierende Kraft über den Betrag OC gesteigert wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. Die

Kurve CD entspricht dann wieder der ansteigenden und die Kurve DE der abfallenden Magnetisierung. Die Ordinate OE ist wieder der remanente Magnetismus etc.

Für den früher erwähnten Grusonstahl ergaben sich z. B. bei der Untersuchung durch die physikalisch-technische Reichsanstalt folgende Werte:

Abnehmende Induktion		Ansteigende Induktion	
H	B	H	B
145,3	18250	— 2,2	— 6240
62,7	16800	— 5,9	— 11060
24,2	15590	— 11,9	— 13460
3,2	13080	— 34,2	— 15710
0	10200	— 61,6	— 16680
— 1,25	6110	— 145,3	— 18250.
— 1,5	0		

Für den remanenten Magnetismus erhalten wir aus dieser Tabelle den Wert $B = 10200$ und für die Koerzitivkraft den Wert 1,5. Beide Werte sind von dem willkürlich gewählten Wert von B_{max} abhängig, wiewohl die Unterschiede sehr gering werden, wenn man überhaupt bis zu starker Sättigung magnetisiert.

Trägt man jetzt die Werte der obigen Tabelle in ein Koordinatensystem ein und mißt man die Abszissen im Maßstab von H und die Ordinaten im Maßstab von B , so ergibt sich die von den beiden symmetrischen Ästen eingeschlossene Fläche zu 170000. Es läßt sich zeigen, daß diese Fläche in bestimmter Beziehung zu der bei einer vollen Periode durch die Reibung der Eisenmoleküle verbrauchten Leistung steht. Nach Gleichung (54) auf S. 82 ergibt sich nämlich die Arbeit, die aufgewendet wird, wenn die Induktion B um den Betrag dB wächst, zu:

$$dA = \frac{Q \cdot l}{4\pi} \cdot H \cdot dB.$$

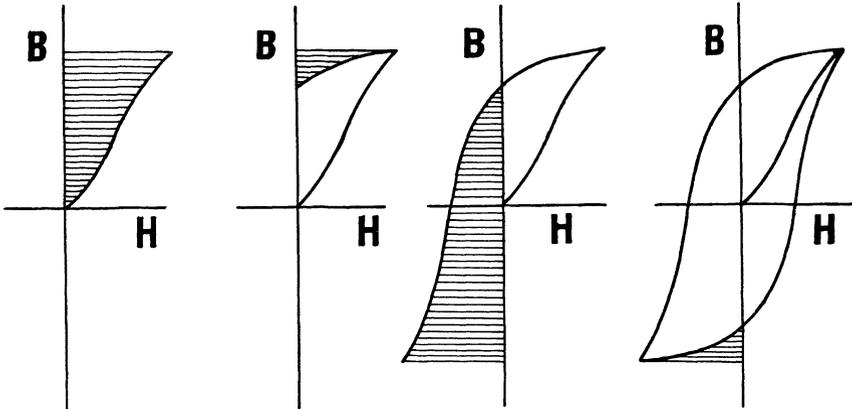


Fig. 58 a.

Fig. 58 b.

Fig. 58 c.

Fig. 58 d.

Für $Q \cdot l$ setzen wir das Volumen V des Eisenringes in Kubikzentimetern. Wenn wir dann durch V dividieren und zwischen den Grenzen 0 und B summieren, so erhalten wir die pro Kubikzentimeter verbrauchte Arbeit zu:

$$\frac{A}{V} = \frac{1}{4\pi} \int_0^B H \cdot dB. \quad (58)$$

Nun ist $H \cdot dB$ allgemein ein schmaler Flächenstreifen in Fig. 58a und $\int H \cdot dB$ die ganze schraffierte Fläche in derselben Figur. Wir erhalten also die bei der Magnetisierung aufgewendete Arbeit, wenn wir die schraffierte Fläche in Fig. 58a durch 4π dividieren. Verschwinden jetzt die Kraftlinien, d. h. wird dB negativ, so wird auch die Arbeit negativ, und wir erhalten einen Teil der verbrauchten Arbeit wieder. Dieser ist

durch die schraffierte Fläche in Fig. 58b gegeben. Wenn man jetzt den Strom umkehrt, so wird auch die magnetisierende Kraft H negativ, und die Produkte $H \cdot dB$ werden wieder positiv. Die während dieses Zeitraumes verbrauchte Arbeit entspricht der schraffierten Fläche in Fig. 58c. Von dieser Arbeit wird der in Fig. 58d schraffierte Teil bei abnehmender Magnetisierung wiedergewonnen.

Die tatsächlich während einer Periode aufgewendete Arbeit ist die Summe der positiven und der negativen Arbeit. Sie ist also gegeben durch die von den beiden Ästen der Kurve in Fig. 57 eingeschlossene Fläche, und zwar ist sie nach Gleichung (58) gleich dem 4π ten Teil dieser Hysteresisfläche. Für den erwähnten Grusonstahl war die Fläche gleich 170000, demnach ergibt sich pro Kubikzentimeter und pro Periode ein Verlust:

$$\frac{A}{V} = \frac{\Sigma H \cdot dB}{4\pi} = \frac{170000}{12,5} = 13600 \text{ Erg pro Kubikzentimeter.}$$

Wiewohl nun die Messung des Arbeitsverlustes vermittelt der Ausmessung der Hysteresisfläche von großer Wichtigkeit für das Verständnis der Hysterisis ist, so wird man doch in der Praxis von dieser Methode absehen müssen, weil die experimentelle Ermittlung der Hysteresisfläche mit Hilfe des ballistischen Galvanometers sehr zeitraubend ist. Außerdem hat man es sich zur Regel gemacht, die Eisensorten unter den Verhältnissen zu untersuchen, unter denen sie der Ummagnetisierung beim Betriebe unterworfen sind. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch ein Wattmeter, in dem die elektrodynamische Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft und dadurch die Anzahl der Watt mißt.

Wie Steinmetz gefunden hat, ist der Arbeitsverlust in Erg pro Kubikzentimeter und pro Periode proportional der 1,6ten Potenz der maximalen Induktion.

$$\frac{A}{V} = \eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \text{ Erg.} \quad (59)$$

Dabei ist η_h ein Koeffizient, der sich tatsächlich für ein und dieselbe Eisensorte bis zu einer Induktion $B_{max} = 7000$ als wesentlich konstant ergeben hat. Er liegt bei den gebräuchlichen Eisensorten zwischen 0,001—0,004. Für den obigen Grusonstahl ergibt sich z. B. mit Benutzung des Wertes $B_{max} = 18250$ und des oben aus der Hysteresisfläche berechneten Wertes $A/V = 13600$:

$$\eta_h = \frac{A}{V \cdot B_{max}^{1,6}} = \frac{13600}{18250^{1,6}} = 0,0028.$$

Dieser Wert hat übrigens in unserem Falle kaum ein Interesse, weil die Hysterisis nur bei Wechselstrom eine Rolle spielt und man für Wechselstrommaschinen und -Apparate kein massives Eisen verwenden kann.

Die Steinmetzsche Formel gestattet nun, wenn der Wert von η_h bekannt ist, in einfacher Weise den Wattverlust durch Hysteresis zu berechnen. Bedeutet G das Eisengewicht in Kilogramm, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 das Volumen in Kubikzentimetern zu

$$V = \frac{G \cdot 1000}{7,7}.$$

Demnach erhalten wir die bei \sim Perioden pro Sekunde¹⁾ aufgewendete Leistung zu:

$$\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot \sim \text{Erg pro Sekunde.}$$

Nun ist nach Abschnitt 41

$$1 \text{ Erg} = 1 \text{ Zentimeterdyn} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{981000} \text{ mkg},$$

also

$$1 \frac{\text{Erg}}{\text{sek.}} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^7} \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = \frac{1}{10^7} \text{ Watt.}$$

Die obige Leistung in Erg pro Sekunde haben wir also noch durch 10^7 zu dividieren und erhalten den Effektverlust in Watt zu:

$$P_h = \frac{\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot G \cdot \sim \cdot 10^{-4}}{7,7} \text{ Watt.} \quad (60)$$

Ist z. B. $\eta_h = 0,002$, $G = 100$ kg, $\sim = 50$ und $B_{max} = 7000$, so erhalten wir:

$$P_h = \frac{0,002 \cdot 7000^{1,6} \cdot 100 \cdot 50 \cdot 10^{-4}}{7,7} = 184 \text{ Watt.}$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Rechnung mit dem Steinmetzschen Koeffizienten η_h mehr ab. Wenn man nämlich den Forderungen der Praxis Rechnung trägt und den Hysteresisverlust mittelst eines Wechselstromes bestimmt, so tritt die neue Schwierigkeit auf, daß dann zugleich andere Verluste, nämlich durch Foucaultströme, mitgemessen werden. Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Wattverbrauch pro Kilo Eisen bei 50 Perioden und einer maximalen Induktion von 10000 anzugeben. Diese Verlustziffer beträgt bei den gebräuchlichen Eisenblechen 3—4 Watt pro Kilo Eisen.

32. Die Ampereschen Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme.

In Fig. 59 sind zwei Stromleiter gezeichnet, die von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Wenn wir dann von A und B aus auf die Leiter blicken, so sehen wir den Schaft des Pfeiles, was in der Zeichnung

¹⁾ Zur Bezeichnung der Periodenzahl pro Sekunde verwendet man häufig das von der Form der Sinuskurve hergenommene Zeichen \sim (sprich per).

des Drahtquerschnittes durch ein Kreuz angedeutet ist. Die durch die Ströme erzeugten Kraftlinien setzen sich, wie wir schon in Abschnitt 27 sahen, zu großen Kraftlinien zusammen, die beide Leiter umgeben. Wir haben nun die Kraftlinien schon früher mit einem gespannten Gummiband verglichen, das sich zusammenzuziehen sucht, und wir haben auch in einem besonderen Falle die Kraft berechnet, mit der die Kraftlinien sich einer Verlängerung widersetzen. Demnach ziehen sich auch in unserm Falle die Kraftlinien zusammen und nähern dabei die beiden Leiter einander.

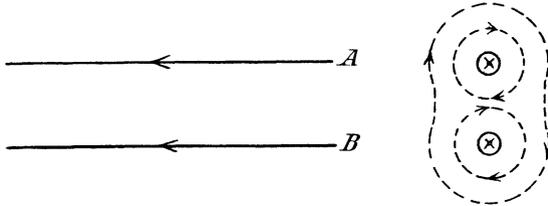


Fig. 59.

Das ist um so mehr der Fall, als die Kraftlinien im Zwischenraum zwischen den Leitern entgegengesetzte Richtung haben, so daß die Feldstärke dort gleich Null ist. Wir kommen also zu dem Resultate: Parallele Leiter ziehen einander an, wenn sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden.

Sind dagegen die Ströme in den beiden Leitern einander entgegengesetzt (Fig. 60), so sehen wir von A aus die Spitze, von B aus den

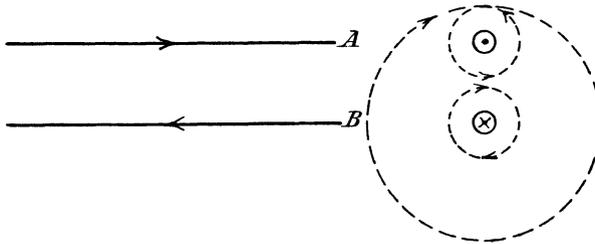


Fig. 60.

Schaft des Stropfweiles. Zeichnen wir nun die Kraftlinien rings um den Querschnitt des Leiters, so zeigt sich, daß die von den beiden Leitern erzeugten Kraftlinien sich innen addieren, weil sie gleichgerichtet sind, daß sie sich aber außen aufheben. Die Kraftlinien innen suchen sich nun möglichst viel Platz zu schaffen, stoßen sich gegenseitig ab und drängen dabei die beiden Leiter auseinander. Parallele Leiter stoßen also einander ab, wenn sie von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden.

Die Anwendung dieser dynamischen Wirkung auf die Konstruktion der Wattmeter ist schon im vorigen Abschnitt erwähnt worden. In ähnlicher Weise wird die dynamische Wirkung paralleler Ströme zur Messung der Stromstärke bzw. der Spannung benutzt (Dynamometer).

33. Die elektromotorische Kraft der Induktion.

Ein zu den Kraftlinien senkrechter Leiter von der Länge l werde durch das Kraftlinienfeld von der Stärke H senkrecht zu seiner eigenen Richtung und senkrecht zu den Kraftlinien bewegt (Fig. 61). Wenn in der Zeit dt die Strecke ds zurückgelegt wird, so ergibt sich die Geschwindigkeit v zu:

$$v = \frac{ds}{dt} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$$

In der Figur sind die senkrecht zur Papierebene von vorn nach hinten verlaufenden Kraftlinien durch Punkte angedeutet, und der Leiter l wird an den in der Papierebene liegenden metallischen Gleitschienen herunter bewegt. Dann ergibt der Versuch, daß während der Zeit der Bewegung eine elektromotorische Kraft in dem Leiter induziert wird. Diese dauert nur so lange, wie die Bewegung währt, und erzeugt, falls die Schienen unten metallisch verbunden sind, einen Strom, dessen Richtung durch den punktierten Pfeil angedeutet ist. Während der Zeit dt wird dabei eine elektrische Arbeit geleistet, die sich nach Abschnitt 10 durch das Produkt aus elektromotorischer Kraft mal Stromstärke mal Zeit berechnet. Indem wir vorläufig von der früher gewählten Einheit der elektromotorischen Kraft absehen, setzen wir fest, daß die Stromstärke im absoluten Maß und die Arbeit ebenfalls im absoluten Maß, also in Zentimeterdyn oder Erg gemessen werden soll. Wir erhalten also die Arbeit zu

$$dA = E \cdot J \cdot dt,$$

wo E die elektromotorische Kraft in einem noch näher zu definierenden Maß ist. Diese Arbeit wird natürlich nur gewonnen durch Aufwand einer gleichwertigen mechanischen Arbeit. Der erzeugte Strom und das Magnetfeld üben nämlich nach S. 60 eine Kraft f aus, die bei der Bewegung mechanisch überwunden werden muß. Allgemein sucht nach dem Lenzschen Gesetz der durch Bewegung induzierte Strom die Bewegung zu hindern. Die Größe der Kraft ist nach Gleichung (32) auf S. 61

$$f = H \cdot J \cdot l.$$

Die mechanische Arbeit ist das Produkt aus Kraft mal Weg, ergibt sich also zu

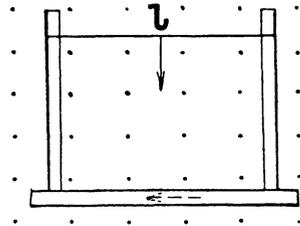


Fig. 61.

$$dA = H \cdot J \cdot l \cdot ds.$$

Durch Gleichsetzung der aufgewendeten und gewonnenen Arbeit erhalten wir:

$$E \cdot J \cdot dt = H \cdot J \cdot l \cdot ds.$$

Daraus folgt:

$$E = H \cdot l \cdot \frac{ds}{dt} = H \cdot l \cdot v. \quad (61)$$

Die elektromotorische Kraft, die durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld induziert wird, ist also proportional der Feldstärke, der Länge des Leiters und der Geschwindigkeit der Bewegung. Aus Gleichung (61) ergibt sich nun auch die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft. Ist in Gleichung (61) $H=1$, $l=1$ und $v=1$, so wird auch $E=1$. Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn ein Leiter von der Länge 1 cm mit der Geschwindigkeit 1 cm pro Sekunde senkrecht durch das Feld von der Stärke 1 hindurchbewegt wird.

Wir sind jetzt in der Lage, die elektromotorische Kraft einer Maschine in einfacher Weise zu berechnen. Gesucht wird z. B. der Maximalwert der elektromotorischen Kraft einer Wechselstrommaschine, d. h. die elektromotorische Kraft in dem Augenblick, in dem die Drähte des Ankers gerade vor der Polmitte liegen. Dabei sei die Drahtzahl gleich 400, die Länge eines induzierten Drahtes gleich 30 cm und die Feldstärke vor der Polmitte gleich 5000. Dann ergibt sich bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 20 m pro Sekunde = 2000 cm/sek. eine elektromotorische Kraft

$$E = 5000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 = 1200 \cdot 10^8 \text{ absolute Einheiten.}$$

Für die Praxis ist die absolute Einheit viel zu klein, und man faßt daher 10^8 absolute Einheiten unter dem Namen ein Volt zusammen. Dies ist die praktische Einheit der Spannung, die im zweiten Abschnitt schon eingeführt wurde, die aber damals nicht genau definiert werden konnte. Bezeichnet also E die elektromotorische Kraft in Volt, so ergibt sich:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}. \quad (62)$$

Im obigen Beispiel werden demnach in dem betreffenden Augenblick 1200 Volt induziert.

Bildet nun der Leiter mit den Kraftlinien den Winkel φ , so ergibt sich nach Gleichung (31) auf S. 61:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi \cdot 10^{-8}. \quad (63)$$

Erfolgt ferner die Bewegung nicht senkrecht zu den Kraftlinien, sondern schräge, so ist für v die senkrechte Komponente der Geschwindigkeit einzusetzen.

Die bisher aufgestellten Gleichungen lassen sich nun noch vereinfachen. Das Produkt $l \cdot ds$ in Gleichung (61) stellt die vom Leiter be-

schriebene Fläche und das Produkt $H \cdot l \cdot ds$ die vom Leiter l geschnittene Kraftlinienzahl dN dar. Wir schreiben dabei dN , weil es sich um eine unendlich kleine Strecke ds handelt, in der also auch die unendlich kleine Kraftlinienzahl dN geschnitten wird. Dann ergibt sich für einen einzelnen Leiter aus Gleichung (61):

$$E = \frac{dN}{dt}. \quad (64)$$

Die elektromotorische Kraft im absoluten Mafß wird also gefunden, wenn man die Kraftlinienschnitte durch die Zeit dividiert, in der sie geschehen. Sie ist also definiert als das Verhältnis der Kraftlinienschnitte zur Zeit.

$$\text{Elektromotorische Kraft im absoluten Mafß} = \frac{\text{Kraftlinienschnitte}}{\text{Zeit}}.$$

Wird also in der Zeit t die Kraftlinienzahl N von ξ Windungen geschnitten, so ist die Anzahl der Kraftlinienschnitte gleich $N \cdot \xi$ und die mittlere elektromotorische Kraft in Volt ergibt sich zu

$$E = \frac{N \cdot \xi}{t} \cdot 10^{-8}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn eine Kraftlinie pro Sekunde geschnitten wird. Ein Volt wird dagegen induziert, wenn 10^8 Kraftlinien pro Sekunde geschnitten werden.

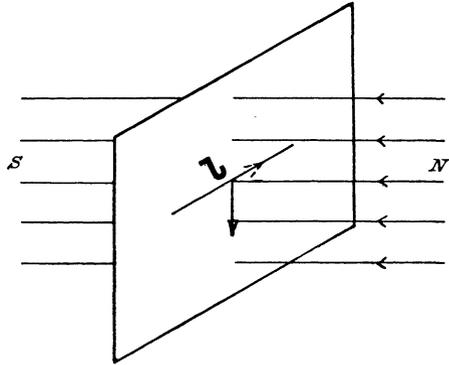


Fig. 62.

Nachdem wir im Bisherigen die GröÙe der induzierten elektromotorischen Kraft ermittelt haben, gehen wir nun dazu über, ihre Richtung zu bestimmen. Diese ergibt sich aus der Faradayschen Schwimmerregel: Schwimmt man in Richtung der Kraftlinien, also vom Nordpol zum Südpol, und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts. In Fig. 62 treten z. B. die Kraftlinien von rechts aus senkrecht in eine vertikale Ebene ein. In dieser Ebene wird der horizontale Leiter l von oben nach unten bewegt. Schwimmen wir also von rechts nach links mit dem Gesicht nach unten, so zeigt der ausgestreckte rechte Arm die Richtung der elektromotorischen Kraft oder des Stromes an. Diese ist in der Figur durch den punktierten Pfeil angedeutet.

Die Richtigkeit und Notwendigkeit dieser Stromrichtung erhellt aus der Übereinstimmung der Faradayschen und Ampereschen Schwimmerregel. Denken wir uns nach Ampere im erzeugten Strome

schwimmend, also von vorn nach hinten, und sehen nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, also nach rechts, so würde sich der Nordpol nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen. Steht er fest, so weicht der Leiter nach unserer rechten Hand hin aus, also nach oben. Der Leiter sucht also, wie das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenzsche Gesetz es fordert, unserer Bewegung entgegenzuwirken, und die von uns angegebene Stromrichtung ist die richtige.

Wir können diese Regel nun sofort auf den Anker von Dynamomaschinen anwenden. In Fig. 63 ist ein eiserner Hohlzylinder oder Anker mit einer geschlossenen Wicklung aus isoliertem Kupferdraht versehen und wird in Richtung des Pfeiles zwischen den Polen *N* und *S* eines Elektromagneten gedreht. Die Kraftlinien verlaufen vom Nordpol aus rechts und links durch das Ankereisen zum Südpol, so daß der innere Hohlraum fast frei von Kraftlinien ist. Infolgedessen erfolgen Kraftlinienschnitte

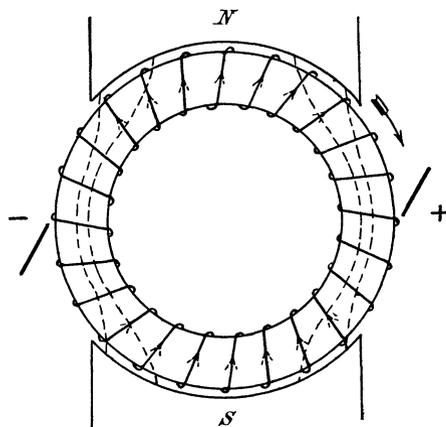


Fig. 63.

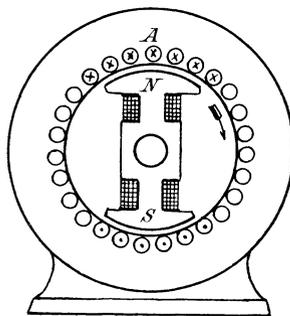


Fig. 64.

nur an der äußeren Mantelfläche. Die Anwendung der Faradayschen Schwimmerregel ergibt dann, daß die induzierte elektromotorische Kraft in den Drähten vor dem Nordpol in unserem Falle von vorne nach hinten und in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorne gerichtet ist. Wenn ein Strom zustande kommt, so fließt er bei der gegebenen Drehungsrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche vom Südpol weg und auf den Nordpol zu, wie durch die punktierten Pfeile angedeutet ist. Man sieht, daß der Strom auf der oberen und unteren Ankerhälfte nach rechts auf die Mitte zwischen den beiden Polen zufließt. Hier treffen also die beiden Ströme aufeinander und fließen gemeinsam durch die positive Bürste ins äußere Netz. Der Einfachheit wegen ist dabei angenommen, daß die Bürsten auf der außen blank gedachten Kupferwicklung schleifen. An der negativen Bürste fließt der Strom dann in die Maschine zurück, um sich wieder in den oberen und den unteren Zweig zu teilen.

Wird umgekehrt das Polrad gedreht, wie es bei der Wechselstrommaschine üblich ist, so hat man die relative Drehungsrichtung des Leiters in die Faradaysche Schwimmerregel einzuführen. Wird z. B. der Nordpol in Fig. 64 nach rechts gedreht, so ist es, als ob die vor dem Nordpol liegenden Drähte nach links gedreht würden. Wir schwimmen also z. B. bei A in der positiven Richtung der Kraftlinien, also von unten nach oben, und sehen nach der relativen Drehrichtung des Leiters, d. h. in der Figur nach links. Dann wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, d. h. von vorne nach hinten in die Papierebene hinein. Wir haben also in den Drähten, die vor dem Nordpol liegen, den Schaft des Pfeiles zu zeichnen. Ebenso ergibt sich, daß die elektromotorische Kraft in den Drähten vor dem Südpol unter diesen Umständen von hinten nach vorne gerichtet ist.

Auch hier wieder muß scharf im Auge behalten werden, daß man durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld nicht in erster Linie einen Strom, sondern eine elektromotorische Kraft induziert. Die elektromotorische Kraft wird geschaffen, auch wenn die Enden des Leiters ℓ in Fig. 61 nicht metallisch verbunden sind, und sie würde sich dann durch ein Elektroskop nachweisen lassen. Deswegen muß man sich daran gewöhnen, die elektromotorische Kraft der Maschine bei gegebener Kraftlinienzahl, Umfangsgeschwindigkeit und Länge der induzierten Leiter als die zuerst gegebene Größe anzusehen, während die Stromstärke ganz willkürlich von dem Widerstand im äußeren Kreise, d. h. vom Stromverbrauch der Konsumenten abhängt. Die von der Firma angegebene Stromstärke bedeutet dann den Wert, den die Maschine, ohne Schaden zu nehmen, noch aushält. Daß bei den Dynamomaschinen die Konstanz der elektromotorischen Kraft nicht zutrifft, weil sich auch die Kraftlinienzahl während des Betriebes bei wechselndem Stromverbrauch ändert, darf uns nicht hindern, die elektromotorische Kraft als die Ursache und die Stromstärke als die Folge anzusehen.

Im Bisherigen haben wir immer die Anschauung zugrunde gelegt, wonach die elektromotorische Kraft durch das Schneiden von Kraftlinien erfolgt. In vielen Fällen ist jedoch eine andere Anschauung bequemer, wonach die elektromotorische Kraft durch das Entstehen oder Verschwinden von Kraftlinien erfolgt, die durch die Fläche einer Schleife treten. In Fig. 61 wird z. B. die Kraftlinienzahl, die von dem Leiter und den Gleitschienen umfaßt wird, kleiner. Es wird dabei ein Strom induziert, der nach der Ampereschen Schwimmerregel im Sinne des Uhrzeigers fließt. Dieser Strom erzeugt Kraftlinien, die im Raum zwischen Leiter und Gleitschienen in die Papierebene eintreten, also den ursprünglichen Kraftlinien gleichgerichtet sind. Daraus folgt:

Nimmt die Zahl der durch eine Fläche tretenden Kraftlinien ab, so wird ein Strom induziert, der die Kraftlinien aufrecht zu halten sucht. Nimmt umgekehrt die Kraftlinien-

zahl zu, so wird ein Strom induziert, der die Kraftlinien zu schwächen sucht. Das allgemeine Lenzsche Gesetz lautet dann: Der durch Änderung der Kraftlinien induzierte Strom wirkt der Änderung der Kraftlinien entgegen.

Aus diesem Grunde nimmt dann Gleichung (64) die Form an:

$$E = - \frac{dN}{dt}. \quad (65)$$

Darin bedeutet dN eine Zunahme der Kraftlinien. Ist diese positiv, so ist die elektromotorische Kraft negativ, d. h. sie erzeugt einen Strom, der die Kraftlinien zu schwächen sucht. Es ist dabei nicht einmal nötig, die Windungszahl einzuführen, wenn man nämlich die Windungsfläche einer Spule, d. h. die Summe der von den einzelnen Windungen umfaßten Flächen ins Auge faßt. Dann bedeutet dN die Änderung der durch die Windungsfläche tretenden Kraftlinien.

34. Die Gesetze der gegenseitigen Induktion.

Bisher haben wir die Fälle betrachtet, wo ein Leiter die Kraftlinien eines Magneten scheidet und dadurch eine elektromotorische Kraft induziert wird. Wir betrachten nun die Vorgänge, wenn ein Leiter die Kraftlinien eines zweiten Stromleiters schneidet. Man bezeichnet die dadurch bewirkte Induktion als gegenseitige oder als Voltainduktion (Fig. 65). Im primären Leiter I fließt z. B. ein Strom von rechts nach

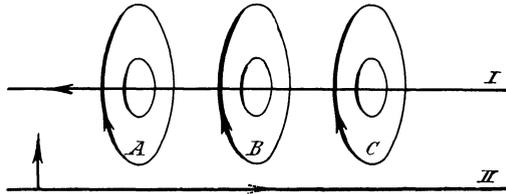


Fig. 65.

links. Die Kraftlinien dieses Leiters, wie sie sich aus der Ampereschen Schwimmerregel ergeben, sind in der Figur gezeichnet. Sie dringen bei A , B und C von hinten nach vorne durch die Papierebene.

Wenn nun der sekundäre Leiter II von unten nach oben in Richtung des Pfeiles bewegt wird, so schneidet er bei A , B und C durch die Kraftlinien des primären Leiters. Um die Richtung der dabei induzierten elektromotorischen Kraft zu bestimmen, schwimmen wir in Richtung der Kraftlinien, also von hinten nach vorne, und sehen nach der Bewegungsrichtung des Leiters, also nach oben. Dann wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts, also in Richtung des punktierten Pfeiles im Leiter II .

Auch hier wieder erhalten wir eine Kontrolle durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenzsche Gesetz, das nur ein spezieller Teil des allgemeinen Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit ist. Sind nämlich die Enden des Leiters II aufsen leitend miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, der dem primären Strom entgegengesetzt ist. Nach den Ampereschen Regeln über die dynamische Wirkung paralleler Ströme stoßen sich dann die Leiter I und II gegenseitig ab und hindern dadurch die Bewegung. Die bei der Bewegung geleistete Arbeit setzt sich dann im sekundären Leiter in Joulesche Wärme um. Daraus folgt die Regel:

Bei Annäherung der beiden Leiter ist der induzierte sekundäre Strom dem primären entgegengesetzt. Bei Entfernung der beiden Leiter ist er gleichgerichtet.

Es ist nun nicht nötig, daß beide Leiter mechanisch genähert werden, vielmehr wird eine elektromotorische Kraft auch durch eine Zunahme und Abnahme des primären Stromes induziert, da seine Kraftlinien auch hierbei durch den sekundären Leiter hindurchschneiden.

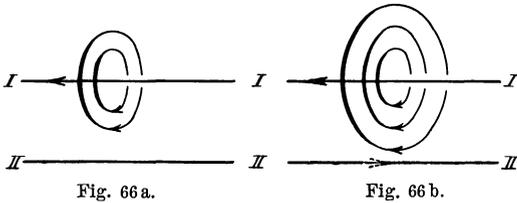


Fig. 66 a.

Fig. 66 b.

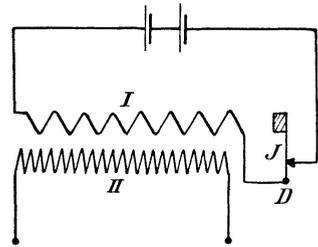


Fig. 67.

Wir kommen dadurch zu der ungemein wichtigen, schon im 30. Abschnitt benutzten Vorstellung, daß die Kraftlinien eines Stromes nicht plötzlich vorhanden sind oder plötzlich verschwinden. Vielmehr entstehen sie, indem sie in der in Fig. 66 a gezeichneten Weise aus dem Leiter heraustreten und allmählich wachsen, bis sie dann den sekundären Leiter in Fig. 66 b von oben nach unten schneiden. Es ist also, als ob der sekundäre Leiter von unten nach oben bewegt und die beiden Leiter einander genähert würden. Die induzierte elektromotorische Kraft ist demnach dem anwachsenden primären Strome entgegengesetzt gerichtet. Ebenso ergibt sich, daß sie dem abfallenden primären Strom gleichgerichtet ist.

Durch diese gegenseitige Induktion wird es nun möglich, Gleichstrom in Wechselstrom umzuformen. Der Induktionsapparat (Fig. 67) enthält eine von einem Gleichstrom durchflossene primäre Spule I , deren eines Ende an die Stromquelle angeschlossen ist, während das andere Ende mit dem Drehpunkt D der Feder J verbunden ist. Durch die Kontaktspitze ist die Feder mit der Stromquelle leitend verbunden. Sobald der Strom ge-

geschlossen wird, wird die Spule magnetisch und zieht ein an der Feder befestigtes Eisenstück und damit die Feder selbst an. Dadurch wird der Strom unterbrochen, die Spule wird unmagnetisch, die Feder geht zurück und schließt wieder den Strom. Wir haben also in der primären Spule einen intermittierenden, d. h. unterbrochenen Gleichstrom. Über die primäre Spule ist nun eine sekundäre Spule geschoben, die in Fig. 67 der Deutlichkeit wegen neben der primären gezeichnet ist. Indem nun die primären Kraftlinien entstehen und verschwinden, treten sie in die sekundäre Spule ein und wieder heraus. Sie schneiden also die sekundären Windungen bald in der einen, bald in der anderen Richtung und induzieren dadurch elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Sind die Klemmen der sekundären Spule leitend verbunden, so entstehen im sekundären Kreise Wechselströme. Diese wachsen von Null an bis zu einem maximalen Wert, nehmen dann bis auf Null ab und ändern darauf ihre Richtung. Sie sind also zeitlich wechselnd in ihrer Stärke und in ihrer Richtung. Durch Erhöhung der sekundären Windungszahl und durch möglichst plötzliches Unterbrechen des primären Stromes läßt sich die sekundäre elektromotorische Kraft derartig steigern, daß eine Luftstrecke von bedeutender Länge durchschlagen wird. Es gibt z. B. Funkeninduktoren bis zu einem Meter Funkenlänge.

Von noch größerer technischer Wichtigkeit ist die Verwendung der gegenseitigen Induktion, wenn es sich darum handelt, den in Maschinen erzeugten hochgespannten Wechselstrom an der Verbrauchsstelle in niedriggespannten Wechselstrom umzuformen. Wir haben schon gesehen, daß man zur Kraftübertragung auf weite Entfernungen sehr hohe Spannungen anwenden muß, um die Verluste in den Leitungen herabzudrücken, oder umgekehrt, um bei gegebenen Verlusten mit einem verhältnismäßig geringen Kupferquerschnitt auszukommen. Zur direkten Verwendung des hochgespannten Stromes müßte man dann eine große Anzahl von Lampen hintereinander schalten. Dabei aber fällt die Unabhängigkeit der einzelnen Lampen voneinander weg, und die Isolierung der ganzen Anlage wird bei der hohen Spannung unmöglich. Dazu kommt noch besonders, daß Spannungen über 500 Volt schon sehr nahe an die Grenze heranreichen, bei der eine Berührung der Leitungen lebensgefährlich ist. Durch Versuche ist festgestellt, daß der menschliche Körper noch einen Strom von ein hundertstel Ampere im allgemeinen ohne großen Schaden eine ganz kurze Zeit verträgt. Schätzen wir nun den Widerstand des menschlichen Körpers bei oberflächlicher Berührung der Leitungen mit den Fingerspitzen auf 50000 Ohm, so ist die gerade noch ungefährliche Spannung:

$$e = i \cdot w = \frac{1}{100} \cdot 50000 = 500 \text{ Volt.}$$

Haben wir also höher gespannten Strom, so muß er an der Verbrauchsstelle in niedrig gespannten umgeformt werden. Das geschieht sehr

einfach durch die Wechselstromtransformatoren (Fig. 68). Diese bestehen aus einem Eisenkern, der aus Blechen zusammengesetzt ist und der eine primäre und sekundäre Wickelung trägt. Die primäre Wickelung liegt in unserm Falle an der Hochspannung und besteht aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Die vom primären Strom geschaffenen Kraftlinien schneiden nun beim Entstehen und Verschwinden durch die sekundäre Spule und induzieren in ihr eine elektromotorische Kraft, die wegen der geringen Windungszahl der sekundären Spule einen verhältnismäßig niedrigen Wert hat. Nun schneiden die Kraftlinien beim Entstehen und Verschwinden aber auch durch die primäre Spule selbst hindurch und schaffen hier eine elektromotorische Kraft, die der primären Windungszahl proportional ist. Wie sich später ergeben wird, ist diese elektromotorische Kraft fast genau gleich und entgegengesetzt der an die primäre Spule gelegten Hochspannung. Daraus folgt, daß primäre und sekundäre Spannung sich wie die betreffenden Windungszahlen verhalten. Das Verständnis der Wirkungsweise des Transformators wird erst dann schwierig, wenn die sekundäre Spule Strom liefert, indem dann ein von beiden Spulen erzeugtes Kraftlinienfeld durch beide Spulen hindurchschneidet. Wir werden daher zum vollen Verständnis des Transformators erst im 11. Kapitel gelangen.



Fig. 68.

35. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Am Schluß des vorigen Abschnitts wurde schon erwähnt, daß die Kraftlinien einer Spule, wenn sie sich bilden oder verschwinden, nicht bloß durch die neben der Spule liegenden Drähte hindurchschneiden, sondern auch durch die Windungen der Spule selbst. In Fig. 69 ist dabei die Art und Weise angedeutet, wie eine Kraftlinie, aus einem einzelnen Leiter heraustretend, zeitlich sich vergrößert und schließlich durch den Eisenkern verläuft. Dabei werden nacheinander sämtliche inneren Drähte der Windungen durchschnitten.

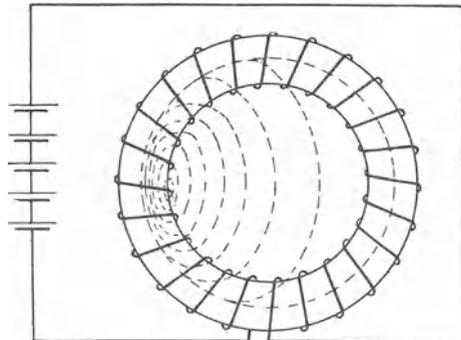


Fig. 69.

Wir stellen uns nun zunächst die Aufgabe, die Gröfse der dabei induzierten elektromotorischen Kraft zu berechnen. Die Windungszahl der Spule sei ξ , der Querschnitt des Eisens Q und die Länge des Kraftlinienweges im Eisen sei gleich l . Wir machen ferner die Annahme, daß die Leitfähigkeit μ des Eisens konstant ist, was im Anfang der Magnetisierungskurve wegen der Proportionalität der Induktion B und der magnetisierenden Kraft H zutrifft. Der Strom von der Stärke J absolute Einheiten wachse nun in der Zeit dt um den Betrag dJ . Die Anzahl der pro Quadratzentimeter neuerzeugten Kraftlinien ist dann nach Gleichung (42) auf S. 69:

$$dB = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot dJ \cdot \mu}{l}$$

und die Gesamtzahl der neuerzeugten Kraftlinien ist:

$$dN = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot dJ \cdot \mu}{l} \cdot Q.$$

Diese Kraftlinien schneiden in der Zeit dt durch ξ Windungen hindurch. Dabei schaffen sie eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die nach dem Schlufs des Abschnittes 33 dem zunehmenden Strome entgegenwirken und den abnehmenden Strom verstärken mufs. Da dN wieder eine positive Zunahme der Kraftlinien bedeutet, so haben wir auf der rechten Seite unserer Gleichung negatives Vorzeichen einzuführen und erhalten nach Gleichung (65) auf S. 94:

$$E = - \xi \cdot \frac{dN}{dt}$$

oder mit Benutzung des obigen Wertes für dN :

$$E = - \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot \frac{dJ}{dt} \text{ abs. Einheiten.} \quad (66)$$

Wenn wir nun die Stromstärke in Ampere einsetzen, so ist die Zahl, die wir einsetzen, 10 mal zu groß; wir müssen also rechts mit 10^{-1} multiplizieren. Um andererseits die elektromotorische Kraft in Volt zu erhalten, müssen wir rechts noch mit 10^{-8} multiplizieren. Dann erhalten wir:

$$E = - \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (67)$$

Die Gröfse $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$ ist der Selbstinduktionskoeffizient im praktischen Mafse oder in Henry. Wenn wir ihn mit dem Buchstaben L bezeichnen, so ergibt sich:

$$E = - L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (68)$$

Die Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten hat die Spule, bei der der Ausdruck $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$ gleich 1 wird. Man nennt diese Ein-

heit ein Henry. Sie paßt direkt für die Rechnung mit Volt und Ampere. — Wie man sieht, hängt die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion einmal von der Beschaffenheit der Spule, andererseits aber auch von der Änderungsgeschwindigkeit des Stromes ab.

Es ist nun wichtig, daß das Produkt $\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l}$ die von einer Amperewindung erzeugten Kraftlinien darstellt. Diese lassen sich z. B. bei Dynamomaschinen auf Grund einiger Erfahrung mit ziemlicher Genauigkeit schätzen. Demnach ist die vom Strome i in ξ Windungen erzeugte Kraftlinienzahl

$$N = \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot \xi \cdot i.$$

Wird nun dieser Strom $+i$ in der Zeit T auf den Betrag $-i$ kommutiert, so haben wir $2N \cdot \xi$ Kraftlinienschnitte in der Zeit T . Der Mittelwert der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion ist dann

$$E_{s \text{ mittel}} = \frac{2N \cdot \xi}{T} \cdot 10^{-8} = 2 \cdot \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q \cdot \xi^2 \cdot i}{l \cdot T} \cdot 10^{-8}.$$

oder, da $L = \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot \xi^2 \cdot 10^{-8}$ ist:

$$E_{s \text{ mittel}} = \frac{2L \cdot i}{T}.$$

Dabei berechnet sich L in besonders einfacher Weise, wenn man die von einer Amperewindung erzeugten Kraftlinien mit dem Quadrat der Windungszahl und mit 10^{-8} multipliziert.

Der Einfluß der Selbstinduktion zeigt sich beim Schließen des Stromes darin, daß der Strom erst allmählich zu seiner vollen Stärke anwächst. Andererseits verlangsamt die Selbstinduktion bei Schwächung des Stromes den Abfall des Stromes, sie wirkt also in jedem Falle, wie eine Art Trägheit, der Änderung des Stromes entgegen. Eine beträchtliche Größe erreicht sie, wenn der Stromkreis von Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann zieht sich die sehr bedeutende Kraftlinienzahl des Eisens ganz plötzlich zusammen und schneidet durch die vielen Windungen des Elektromagneten hindurch. In der Grundgleichung (62) auf S. 90

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$$

ist dann jeder einzelne der Faktoren sehr groß, und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion kann dabei derartig hoch werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es mit einer bedeutenden Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zu tun, indem die Selbstinduktion den Strom noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht zu halten sucht.

Man unterbricht daher den Magnetstrom von Maschinen und Motoren oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt hat, oder man schaltet vor dem Ausschalten einen Widerstand w parallel

zur Magnetwicklung w_m (Fig. 70). Wenn dann der Hauptstrom unterbrochen wird, so verschwindet der Strom und die Kraftlinienzahl in dem Elektromagneten nicht plötzlich. Denn die verschwindenden Kraftlinien erzeugen in der Magnetwicklung eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die dem abnehmenden Strome gleichgerichtet ist. Diese treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den Widerstand w , und die Spule des Elektromagneten wird nicht plötzlich, sondern ganz allmählich stromlos.

Unter Umständen ist es erforderlich, die Selbstinduktion eines Apparates ganz aufzuheben. Es gibt z. B. eine Anordnung der Wheatstoneschen Brücke, wobei als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates und als Meßinstrument im Brückenweig ein Telephon benutzt wird. In diesem Falle würde eine Selbstinduktion in dem zu messenden Widerstand die Messung stören, da der hineinfließende Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand abhängt, sondern auch von der Selbstinduktion, die zeitweise den Strom verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade

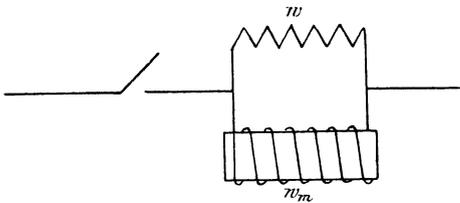


Fig. 70.

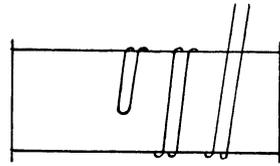


Fig. 71.

Leiter, nach dieser Methode untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen dabei natürlich ebenfalls selbst induktionsfrei sein. Man erreicht das, indem man den aufzuwickelnden Draht in der Mitte umbiegt und dann zweifädig (bifilar) aufwickelt (Fig. 71). Dabei wird die magnetische Wirkung einer Windung durch die magnetische Wirkung der nächstliegenden Windung aufgehoben.

Wir sind jetzt in der Lage, den in Abschnitt 30 besprochenen Arbeitsverbrauch bei der Bildung des Kraftlinienfeldes, sowie das Freiwerden von Arbeit bei dem Verschwinden des Kraftlinienfeldes besser zu verstehen. Es ergab sich dort, daß nach dem Laplaceschen Gesetz die inneren Leiter der ringförmigen Spule die Bewegung der allmählich anwachsenden Kraftlinien hindern. Wir berechneten die dabei verbrauchte Arbeit durch das Produkt aus Kraftlinienschnitten mal Strom und fragten uns sofort, in welcher Form diese Arbeit zugeführt wird. Wir können diese Frage jetzt genauer beantworten. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist bei Bildung des Kraftlinienfeldes dem Strome entgegengerichtet, muß also durch die Klemmspannung überwunden werden. Ist

also i der Momentanwert des Stromes und w der Widerstand der Spule, so gilt für einen beliebigen Zeitpunkt die Gleichung:

$$e = E_s + i \cdot w.$$

Multiplizieren wir beide Seiten der Gleichung mit $i \cdot dt$, so erhalten wir:

$$e \cdot i \cdot dt = E_s \cdot i \cdot dt + i^2 \cdot w \cdot dt.$$

In dieser Gleichung stellt $e \cdot i \cdot dt$ die ganze zugeführte Arbeit während der Zeit dt dar und $i^2 \cdot w \cdot dt$ ist der Betrag, der in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Demnach ist der Betrag $E_s \cdot i \cdot dt$ verwendet, um die Kraftlinien durch die Stromleiter hindurchzudrücken. Die auf diese Weise aufgespeicherte Energie wird in derselben Form, nämlich als elektrische Energie wiedergewonnen, wenn der Strom abnimmt und die Kraftlinien sich dabei wie ein gespanntes Gummiband zusammenziehen. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hält dann den Strom noch eine kurze Zeit aufrecht und wir erhalten die beim Spannen der Kraftlinien aufgewendete Arbeit in ihrem vollen Betrage und in derselben Form, nämlich als elektrische Energie wieder. Sie setzt sich dabei in der Regel in Joulesche Wärme um, was durch den Unterbrechungsfunken deutlich wird. Nur wenn die Spule Eisen enthält, ist der wiedergewonnene Betrag kleiner als der aufgewendete, da ein Teil bei der Hysteresisarbeit in Wärme umgesetzt wird.

36. Foucaultströme.

Mit dem Namen Foucault- oder Wirbelströme bezeichnet man Ströme, die nicht in einer linearen Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Sie werden z. B. induziert, wenn Kraftlinien massive Leiter schneiden, lassen sich aber in ihrer Bahn nicht genau verfolgen. Nur so viel läßt sich sagen, daß sie an der Stelle, wo der Kraftlinienschnitt erfolgt, senkrecht zur Kraftlinienrichtung und senkrecht zur Bewegungsrichtung verlaufen. Ist z. B. eine Kupferwindung (Fig. 72) auf einen massiven Eisenzylinder gewickelt, und wird dieser so gedreht, daß der obere Leiter in Fig. 72 aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faradaysche Regel, daß die im Draht induzierte elektromotorische Kraft in Richtung des Pfeiles wirkt. Eine gleiche elektromotorische Kraft wird aber auch in dem darunterliegenden Eisen induziert. Infolgedessen entstehen im Eisen Ströme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes sehr erheblich sind. Diese würden eine ungemaine Temperaturerhöhung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Fig. 72 als eine kurzgeschlossene Dynamo betrachtet, deren Drehung einen Arbeitsverlust verursacht, weil der induzierte Strom der Bewegung entgegenwirkt.

Man kann den Energieverbrauch durch Wirbelströme auch z. B. in einfacher Weise dadurch demonstrieren, daß man eine kupferne Scheibe zwischen den Polen eines Elektromagneten hin und her pendeln läßt. Sowie der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die induzierten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die lebendige Kraft des Pendels setzt sich dabei in Joulesche Wärme im Kupfer um. Wirbelströme bedeuten also unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit. Man setzt daher den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammen, wie es der untere Teil des Ankers in Fig. 72 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre Oxydschicht, oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander isoliert. Allgemein gilt die Regel, daß man die Metallmassen senkrecht zum induzierten Leiter zu unterteilen hat, um den Wirbelströmen die Bahn zu unterbrechen.

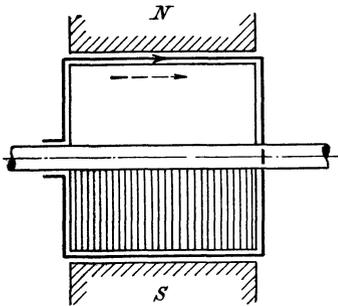


Fig. 72.

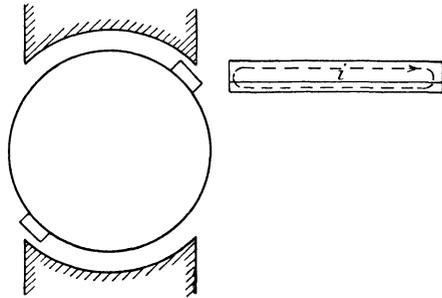


Fig. 73.

Bei Nutenankern ist es unter Umständen auch nötig, die Polschuhe zu lamellieren, da die Kraftlinien das Bestreben haben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen (vergl. Fig. 109b). Sie erfahren daher an der Stelle, wo der Anker aus der Polecke austritt, eine zeitweise Dehnung und induzieren dadurch Wirbelströme in den Polecken. Fig. 109b zeigt zugleich, daß auch unter der Polfläche Wirbelströme auftreten können, da die Kraftliniendichte im Poleisen gegenüber dem Zahn eine größere ist als gegenüber der Nut. Bei der Drehung des Ankers verschieben sich dann die Orte der größten und kleinsten Kraftliniendichte.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, was Fig. 73 in einer übertriebenen Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise eine Kante des Stabes noch im Kraftlinienfeld, während die andere Kante sich nicht mehr im Bereiche des Poles befindet. Der Deutlichkeit wegen ist der von der Seite gesehene Stab auf der rechten Seite der Figur herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters induzierte elektromotorische Kraft treibt zwar hauptsächlich den Strom durch die Stirnverbindungen und das äußere

Netz, aber andererseits schließt sich ein Strom in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst. Man vermeidet diese Wirbelströme, indem man die Polecken abschrägt oder abrundet, oder indem man den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des magnetischen Feldes. Ein radikales Mittel zur Vermeidung der Wirbelströme im Ankerkupfer besteht in der Anwendung von Nutenankern. Die Kraftlinien verlaufen dann nach Fig. 109 b fast vollständig durch die Zähne des Ankers und werden bei der Drehung ein wenig mitgenommen, wobei sie eine Dehnung erfahren. Schliesslich schneiden sie dann momentan durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und induzieren alle Teile des Ankerleiters gleichzeitig, so daß die Bildung von Wirbelströmen ausgeschlossen ist.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als direkt schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von großem Vorteil. Beispielsweise erregt man zur Bremsung eines Straßenbahnwagens die Schenkel eines Elektromagneten, vor dessen Polen eine auf der Achse befestigte Eisenscheibe rotiert. Die in der Eisenscheibe induzierten Wirbelströme hemmen dann die Bewegung des Wagens, und seine lebendige Kraft setzt sich in der Eisenscheibe in Joulesche Wärme um.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Galvanometerdämpfung, indem man den beweglichen Magneten eines Galvanometers innerhalb eines massiven Kupferstückes aufhängt. Der Magnet stellt sich dann aperiodisch, d. h. ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Instrument aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, so geschieht die Dämpfung in ähnlicher Weise, indem man die Galvanometerspule kurz schließt. Die in der Spule durch die Schwingungen induzierten Ströme bringen das Galvanometer dann oft momentan zur Ruhe. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen in linearen Stromleitern zu tun.

Es gehört aber noch hierher die Besprechung der Wechselstrominstrumente, bei denen der Ausschlag durch dynamische Wirkung von Wirbelströmen erzielt wird (Fig. 74 a und b). Die betreffenden Instrumente der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft bestehen z. B. aus einem Elektromagneten, zwischen dessen Polen M sich eine um die Achse A drehbare Metallscheibe, sowie zwei feste Metallplatten T befinden.*) Wenn die Spule des Elektromagneten von einem Wechselstrom durchflossen wird, so schneiden die entstehenden und verschwindenden Kraftlinien durch die Scheibe und die feststehenden Platten hindurch. Die Bewegungsrichtung der Kraftlinien ist dabei eine vertikale und der in den Metallplatten und

*) Nach der ETZ vom Jahre 1899, S. 82.

der Scheibe induzierte Strom verläuft unten horizontal. Indem dann der Strom an der linken Kante der Metallplatte T in Fig. 74a entlang fließt, übt er eine Anziehung auf den im gleichen Sinne durchflossenen linken

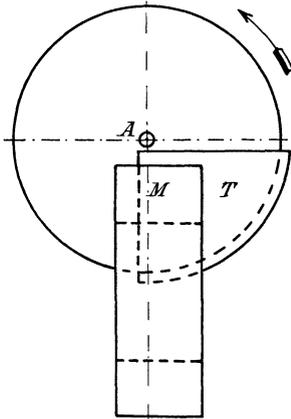


Fig. 74 a.

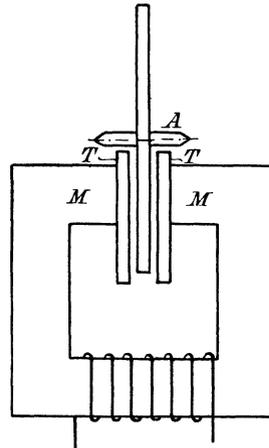


Fig. 74 b.

Teil der Scheibe aus. Dadurch erfolgt ein Drehmoment im Sinne des Pfeiles. Es ist dabei jedenfalls nicht ohne Bedeutung, daß der rechte Teil der Platten T in Fig. 74 a nach außen hin weggebogen ist, so daß dieser Teil keine Wirkung auf die Scheibe ausübt.

Fünftes Kapitel.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem. — 38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. — 39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl. — 40. Dimension und Einheit für Spannung, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand. — 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung. — 42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem.

Die Einheit der Länge im absoluten Maßsystem ist das Zentimeter. Dieses ist definiert als der 100. Teil des in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes, während das Meter selbst willkürlich ungefähr gleich dem 10millionsten Teil des durch Paris gehenden Erdquadranten gewählt ist. Die Länge wird also im absoluten Maßsystem in Zentimetern gemessen. Indem wir für die im absoluten Maß gemessenen Größen durchweg fette Buchstaben einführen, bezeichnen wir die Länge in Zentimetern mit dem Buchstaben l . Dagegen bezeichnen wir mit dem gewöhnlichen Buchstaben l die Länge in Metern.

Die Einheit der Masse im absoluten Maßsystem ist das Gramm. Dieses ist definiert als die Masse eines Kubikzentimeters Wasser bei 4° C. oder besser als die Masse, die so viel wiegt wie 1 ccm Wasser. Das Gewicht eines Körpers in Gramm gibt also direkt seine Masse im absoluten Maß an.

So einfach das ist, so bietet es doch dem Anfänger einige Schwierigkeiten, weil er gewohnt ist, zur Berechnung der Masse eines Körpers das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere zu dividieren. Ein Körper wiege z. B. 9,81 kg. Dann ist seine Masse im gewöhnlichen technischen Maß gleich $9,81 : 9,81$, d. h. eine technische Masseneinheit. Dagegen ist seine Masse im absoluten Maß gleich seinem Gewicht in Gramm, also gleich $9,81 \cdot 1000 = 9810$ g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten. Bei genauer Betrachtung ist indessen diese Schwierigkeit nicht größer, als wenn man sagt, dass $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ ist. Wenn man die erste Schwierigkeit überwunden hat, erscheint sogar die Wahl des Grammes als Masseneinheit besonders praktisch und einfach, weil man es bei dem Kubikzentimeter Wasser wirklich mit einem Stoff, also mit einer Masse zu tun hat. Allerdings muß man nun im absoluten

Maßsystem darauf verzichten, die Kräfte in so einfachem Maß zu messen, wie in der Technik. — Wir bezeichnen die in Gramm gemessene Masse mit dem Buchstaben M .

Als Einheit der Zeit ist die Sekunde gewählt. Sie ist definiert als der 86400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit dem Buchstaben t .

Es ergibt sich nun, daß die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit etc., sich als Funktionen oder Dimensionen der Länge, Masse und Zeit darstellen lassen. Da der Ausdruck „Dimension“ im Anfang Schwierigkeiten macht, so soll er an einigen besonders einfachen Fällen deutlich gemacht werden. Die Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, und ebenso ist der Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil ihr Betrag sich rechnerisch ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit dividieren. In derselben Weise können wir die meisten vorkommenden Größen als Funktionen der Länge (L), der Masse (M) und der Zeit (T) darstellen. Die Dimension der Fläche ist z. B. L^2 , die des Raumes L^3 und die der Geschwindigkeit LT^{-1} .

Dann aber ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern daß sie mit Notwendigkeit aus den gewählten Einheiten des Zentimeters, des Grammes und der Sekunde folgen. So z. B. ergibt sich mit Notwendigkeit die Einheit der Fläche als ein Quadratcentimeter, die Einheit des Raumes als ein Kubikcentimeter und die Einheit der Geschwindigkeit als ein Zentimeter pro Sekunde. Ist in dieser Weise eine Größe im absoluten Maß gemessen, so setzt man hinter den Zahlenwert die Bezeichnung (cgs). Wir stellen uns nun im folgenden die Aufgabe, die Dimensionen der verschiedenen Größen abzuleiten, ihre Einheiten im absoluten Maß daraus zu folgern und diese Einheiten mit den praktischen Einheiten zu vergleichen.

38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft.

a) Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit ist definiert als das Verhältnis des Weges zur Zeit oder als der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Es ergibt sich also:

$$\text{Dimension der Geschwindigkeit: } \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}.$$

Bezeichnet nun v die Geschwindigkeit im absoluten Maß, so erhalten wir:

$$v = \frac{l}{t} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} . \tag{69}$$

Die absolute Einheit der Geschwindigkeit ist ein Zentimeter pro Sekunde oder per Sekunde, oder kürzer 1 cm/sek. Da das Wort „per“ gleichbedeutend mit „durch“ ist, so gibt die Bezeichnung „Zentimeter per Sekunde“ uns direkt an, welches die Funktion der Geschwindigkeit ist oder wie man die Geschwindigkeit aus den Zentimetern und den Sekunden berechnet.

Beispiel: Der Durchmesser des Ankers einer Wechselstrommaschine sei gleich 1,6 m und die Tourenzahl pro Minute gleich 300. Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Ankerumfang} & 1,6 \cdot \pi = 5 \text{ m,} \\ \text{Weg pro Minute} & 5 \cdot 300 = 1500 \text{ m.} \end{aligned}$$

Drücken wir nun den Weg in Zentimetern und die Zeit in Sekunden aus, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} l &= 1500 \cdot 100 = 150\,000 \text{ cm,} \\ t &= 60 \text{ sek.} \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich die Umfangsgeschwindigkeit zu:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{150\,000}{60} = 2500 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} = 2500 \text{ (cgs).}$$

b) Beschleunigung.

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme pro Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}} .$$

Dabei ist die Dimension der Geschwindigkeitszunahme die gleiche wie die der Geschwindigkeit, nämlich L · T⁻¹. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Beschleunigung: } \frac{\text{L} \cdot \text{T}^{-1}}{\text{T}} = \text{L} \cdot \text{T}^{-2} .$$

Bezeichnet nun v_1 die Anfangsgeschwindigkeit, v_2 die Endgeschwindigkeit, und ist die Beschleunigung eine gleichförmige, so ergibt sie sich im absoluten Maß zu:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \text{ (cgs).} \tag{70}$$

Die absolute Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um die absolute Einheit, d. h. um 1 cm/sek. wächst.

Beispiel: Die Anfangsgeschwindigkeit sei 0, die Endgeschwindigkeit nach 3 Sek. 29,43 m pro Sekunde. Wie groß ist die Beschleunigung im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm}, \quad t = 3.$$

Demnach:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}^2} = 981 (cgs).$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erkennt, daß man das Resultat im absoluten Maß erhält, wenn man die einzelnen Werte in der Rechnung im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in Zentimetern anzugeben ist, auch nicht in Zentimetern pro Sekunde, sondern, wenn man genau sein will, in Zentimetern durch Sekundequadrat. Ebensovienig wie wir eine Fläche in Zentimetern messen können, ebensovienig dürfen wir eine Beschleunigung in einem Maß ausdrücken, das nur für die Geschwindigkeit gilt. Es ist auch z. B. 1 PS nicht gleich 75 mkg, sondern 75 mkg pro Sekunde. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung. Man kann nur solche Größen miteinander vergleichen, deren Dimensionen gleich sind, und ein Rechenfehler hat sich schon oft einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen auf beiden Seiten einer Gleichung nicht übereinstimmten. Es ist also sehr wichtig, daß man in bezug auf die Dimensionen eine strenge Gewissenhaftigkeit übt und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

c) Kraft.

Die Kraft ist in der Mechanik definiert als das Produkt aus Masse mal Beschleunigung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}.$$

Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Kraft: } M \cdot L \cdot T^{-2} = L \cdot M \cdot T^{-2}. *)$$

Ist nun f die Kraft und M die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$f = M \cdot a. \quad (71)$$

*) Von dem mechanischen Kraftbegriff unterscheidet sich der astronomische. Das Gravitationsgesetz lautet nämlich in seiner einfachsten Form:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

wo f die Kraft, m die Masse und r die Entfernung bedeutet. Daraus ergibt sich die Dimension der Kraft im astronomischen Maß zu $M^2 \cdot L^{-2}$. Es wäre nicht zulässig, beide Dimensionen der Kraft einander gleich zu setzen (vergl. die verschiedenen Dimensionen der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen und im absoluten Maß auf Seite 112). Jedenfalls zeigt der Unterschied zwischen der Dimension der Kraft im absoluten und astronomischen Maßsystem, daß die Dimensionen nicht a priori im Wesen der betreffenden Größe begründet sind, oder daß sie wenigstens ihr Wesen nicht vollständig erschöpfen.

Die absolute Einheit ist also die Kraft, die der absoluten Masseneinheit oder einem Kubikzentimeter Wasser die Beschleunigung 1 cm/sek.^2 erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn.

Beispiel: Wie groß ist die Kraft, mit der die Erde ein Kilogramm-gewicht anzieht.

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg} &= 1000 \text{ g,} \\ 9,81 \text{ m/sek.}^2 &= 981 \text{ cm/sek.}^2. \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich im absoluten Maß:

$$M = 1000, \quad a = 981.$$

Also:

$$f = 1000 \cdot 981 \text{ (cgs)} = 981000 \text{ Dyn.}$$

Das Kilogramm-gewicht oder die technische Einheit der Kraft ist also gleich 981000 Dyn. Wenn wir nun für das Kilogramm-gewicht die Bezeichnung kg^* einführen, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn,} \\ 1 \text{ Dyn} &= 1/981000 \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. \end{aligned} \quad (72)$$

39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl.

a) Polstärke.

Die Polstärke oder die Menge des nach außen wirkenden freien Magnetismus wird gemessen durch die vom Pol unter bestimmten Verhältnissen ausgeübte Kraft. Nach dem Coulombschen Gesetz ist die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo m_1 und m_2 die Polstärken der beiden Pole und r die Entfernung zwischen beiden Polen ist. Sehen wir jetzt, wo es sich noch nicht um Zahlenwerte handelt, von den Indizes ab und schreiben:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

so erhalten wir:

$$m = r \sqrt{f}.$$

Um also die Dimension der Polstärke zu finden, haben wir aus der Dimension der Kraft die Wurzel zu ziehen und das Resultat mit der Dimension der Entfernung r , d. h. mit einer Länge zu multiplizieren. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Polstärke: } L \cdot \sqrt{L \cdot M \cdot T^{-2}} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Nach dem Coulombschen Gesetz hat also der Pol die Einheit der Polstärke, der auf den gleichen Pol 1 in der Entfernung von einem Zentimeter die Kraft 1 Dyn ausübt. Es ist vorgeschlagen, diese Einheit 1 Weber zu nennen, aber dieser Name hat sich kaum eingebürgert.

b) Feldstärke.

Die Kraft, die von einem magnetischen Feld auf einen Pol ausgeübt wird, ist nach Gleichung (26) auf Seite 50 um so größer, je größer die Feldstärke und je größer die Polstärke ist:

$$f = m \cdot H.$$

Daraus folgt:

$$H = \frac{f}{m}.$$

Man muß sich gewöhnen, derartige Gleichungen in Worten zu lesen. Die Feldstärke H ist die Kraft pro Poleinheit oder die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Ihre Dimension ergibt sich also, wenn wir die Dimension der Kraft durch die Dimension der Polstärke dividieren. Wir erhalten dann:

$$\text{Dimension der Feldstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{\frac{3}{L^2} \cdot \frac{1}{M^2} \cdot T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Feldstärke hat das Feld, das mit der Kraft 1 Dyn auf den Pol 1 wirkt.

Beispiel: Auf den Nordpol von 100 absoluten Einheiten wirke in einem magnetischen Felde die Kraft 20 Dyn. Wie stark ist das Feld?

Wir erhalten:

$$H = \frac{f}{m} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ (cgs)}.$$

c) Die Kraftlinienzahl.

Nach Abschnitt 21 ist die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gleich der Feldstärke. Die Kraftlinien N sind dann das Produkt aus der Feldstärke mal der Fläche:

$$N = H \cdot Q.$$

Die Dimension der Kraftlinien erhalten wir also, wenn wir die Dimension der Feldstärke mit der Dimension einer Fläche multiplizieren:

$$\text{Dimension der Kraftlinien: } L^2 \cdot L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Kraftlinie pro Quadratcentimeter ist dort vorhanden, wo auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausgeübt wird. Es fällt nun auf, daß die Dimension der Kraftlinien die gleiche ist wie die Dimension der Polstärke. Das stimmt damit überein, daß man die Kraftlinienzahl eines

Poles direkt findet, indem man nach Gleichung (28) auf Seite 54 die Polstärke mit 4π multipliziert:

$$N = 4\pi m.$$

Wenn also die Werte der Kraftlinienzahl und der Polstärke sich nur durch den konstanten Faktor 4π unterscheiden, so sind ihre Dimensionen gleich. Eine Kraftlinie läßt sich dann einfach definieren als der 4π te Teil der vom Pol 1 ausgehenden Kraftströmung.

40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand.

a) Elektromotorische Kraft.

Die elektromotorische Kraft ist definiert als die Anzahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde. Demnach folgt:

$$\text{Dimension der elektromotorischen Kraft: } L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird induziert, wenn eine Kraftlinie pro Sekunde geschnitten wird. Das 10^8 fache der absoluten Einheit nennen wir 1 Volt.

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ Kraftlinienschnitte pro sek.} = 10^8 (cgs).$$

Bezeichnet also E die elektromotorische Kraft in Volt, und treten dN Kraftlinien in der Zeit dt in eine Spule von ξ Windungen, so ergibt sich:

$$E = - \frac{dN \cdot \xi}{dt} \cdot 10^{-8}$$

oder nach Gleichung (62) auf Seite 90:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

b) Stromstärke.

Im Felde H wird auf den Leiter von der Länge l , der vom Strome J durchflossen wird, eine Kraft ausgeübt, die sich nach dem Laplace'schen Gesetz zu

$$f = H \cdot J \cdot l$$

berechnet. Wir erhalten dann:

$$J = \frac{f}{H \cdot l}.$$

Die Dimension der Stromstärke ergibt sich also aus den Dimensionen der Kraft, der Feldstärke und der Länge zu:

$$\text{Dimension der Stromstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot L} = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die absolute Einheit der Stärke hat der Strom, der 1 cm im Felde 1 durchfließend die Kraft 1 Dyn ausübt. Der zehnte Teil dieser absoluten Einheit ist willkürlich als praktische Einheit gewählt und 1 Ampere genannt:

$$1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} (cgs).$$

Die Zahl der Ampere ist also immer 10 mal so groß wie die Zahl der gleichwertigen absoluten Einheiten.

Gesetzlich ist das Ampere definiert als die Stromstärke, die pro Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung ausscheidet.

e) Elektrizitätsmenge.

Da die Stromstärke die Elektrizitätsmenge ist, die pro Sekunde durch den Querschnitt fließt, so ist die Elektrizitätsmenge das Produkt aus der Stromstärke mal der Zeit. Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension der Elektrizitätsmenge: } L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot T = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}.$$

Die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge fließt pro Sekunde durch den Querschnitt, wenn die Stromstärke gleich der absoluten Einheit ist. Der zehnte Teil, der also dem Ampere entspricht, ist die praktische Einheit und heißt 1 Coulomb.

$$1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} (cgs).$$

Bezeichnet nun Q_ϵ die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$Q_\epsilon = i \cdot t.$$

Von der Einheit des Coulomb leiten sich dann folgende Einheiten ab:

$$1 \text{ Mikrocoulomb} = \frac{1}{10^6} \text{ Coulomb} = 10^{-6} \text{ Coulomb},$$

$$1 \text{ Amperestunde} = 3600 \text{ Coulomb}.$$

Anders ergibt sich die Dimension der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen Maß. Nach dem Coulombschen Gesetz für Elektrizität ist die Kraft, mit der zwei Elektrizitätsmengen aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo m_1 und m_2 die Elektrizitätsmengen im elektrostatischen Maß sind. Die elektrostatische Einheit ist dabei die Elektrizitätsmenge, die auf die gleiche Elektrizitätsmenge in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit ist $3 \cdot 10^9$ mal so klein wie ein Coulomb, d. h. $3 \cdot 10^{10}$ mal so klein wie die absolute Einheit der strömenden Elektrizität. Die Dimension der Elektrizitätsmenge im statischen Maß ist

$$\dim m = \dim r \sqrt{f} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheiten der Elektrizitätsmenge im statischen und dynamischen Maß unterscheiden sich also nicht bloß durch den Faktor $3 \cdot 10^{10}$, sondern auch in der Dimension durch den Faktor $L \cdot T^{-1}$, d. h. durch die Dimension der Geschwindigkeit.

Das wird von besonderer Bedeutung durch den Versuch von Rowland: Erteilt man einem Ring, der pro Zentimeter Bogenlänge mit der statischen Einheit der Elektrizität geladen ist, eine Rotationsgeschwindigkeit von $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{sek.}}$, so übt der Ring dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein Kreisstrom mit der absoluten Einheit der Stromstärke. Dabei ist $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{sek.}}$ zugleich die Geschwindigkeit des Lichts und der Elektrizität.

d) Der Widerstand.

Der Widerstand ist definiert als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke.

$$w = \frac{E}{i}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension des Widerstandes: } \frac{L^2 \cdot M^2 \cdot T^{-2}}{L^2 \cdot M^2 \cdot T^{-1}} = L \cdot T^{-1}.$$

Die Dimension des Widerstandes ist also die gleiche wie die Dimension der Geschwindigkeit, und die absolute Einheit ist, so sonderbar es klingt, ein Zentimeter pro Sekunde. Es ist dies der Widerstand, in dem die sehr kleine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft die verhältnismäßig große absolute Einheit der Stromstärke erzeugt. Das 10^9 fache dieser absoluten Einheit des Widerstandes nennt man ein Ohm. Dies ist der Widerstand, in dem ein Volt den Strom 1 Ampere erzeugt.

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \text{ (cgs)}.$$

Gesetzlich ist das Ohm definiert als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Aus der gesetzlichen Definition des Ohm und des Ampere folgt dann die gesetzliche Definition für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die an den Enden von einem Ohm liegend die Stromstärke 1 Ampere erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die der Strom von 1 Ampere an den Enden eines Widerstandes von einem Ohm schafft.

41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung.

a) Arbeit.

Mechanische Arbeit ist definiert als das Produkt aus Kraft mal Weg. Daraus folgt ihre Dimension:

$$\text{Dimension der Arbeit: } L^2 \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet, wenn die Kraft ein Dyn längs des Weges von 1 cm Länge wirkt. Man nennt diese absolute Arbeitseinheit ein Zentimeterdyn oder ein Erg. Bezeichnet also A die Arbeit in Erg und s den Weg in Zentimetern, so ergibt sich:

$$A = f \cdot s. \quad (73)$$

Beispiel: Wie groß ist die Arbeit in Erg, die geleistet wird, wenn ein Kilogrammgewicht einen Meter hoch gehoben wird?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn}, \\ 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm}. \\ f &= 981000, \quad s = 100. \\ A = f \cdot s &= 981000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg}. \end{aligned}$$

Ein Meterkilogramm oder die technische Arbeitseinheit ist also gleich $9,81 \cdot 10^7$ Erg.

Wenn nun nach Abschnitt 10 das Produkt $E \cdot i \cdot t$ die elektrische Arbeit darstellt, so muß es auch die Dimension der Arbeit haben. Das ergibt sich in der Tat, wenn man die Dimensionen der elektromotorischen Kraft, Stromstärke und Zeit miteinander multipliziert. Die absolute Einheit der elektrischen Arbeit ist natürlich ebenfalls das Erg.

Nun ist ein Volt gleich 10^8 (cgs) und 1 Ampere gleich 10^{-1} (cgs). 1 Joule oder das Produkt aus 1 Volt \times 1 Ampere \times 1 sek. ist also gleich $10^8 \cdot 10^{-1}$ absoluten Arbeitseinheiten oder gleich 10^7 Erg.

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}.$$

Ferner ergab sich oben:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg}.$$

Daraus folgt:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule}.$$

b) Wärme.

Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so ist ihre Dimension dieselbe wie die der Arbeit. Da aber die Skala des Thermometers willkürlich gewählt ist, so dürfen wir uns nicht wundern, wenn beim Jouleschen Gesetz ein konstanter Faktor auftritt, der z. B. bei den Gesetzen von Ohm, Coulomb, Laplace durch die äußerst zweckmäßige Wahl der betreffenden Einheiten vermieden ist. Es hat eben mit dem absoluten Maßsystem nichts zu tun, wenn wir die Wärme als Einheit wählen, die 1 g Wasser von 0 Grad auf einen Grad erwärmt. Diese Einheit heißt eine Grammkalorie. Ihre Beziehung zur mechanischen Arbeit ergibt sich durch das experimentell bestimmte mechanische Wärmeäquivalent, wonach $1 \text{ kgkal.} = 427 \text{ mkg}$ ist. Daraus folgt:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \text{ mkg}.$$

Da ein Meterkilogramm gleich 9,81 Joule ist, so erhalten wir:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \cdot 9,81 = \frac{1}{0,24} \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Das ist nur ein anderer Ausdruck für das Joulesche Gesetz, wonach die Wärmemenge Q_w in Grammkalorien sich nach der Gleichung:

$$Q_w = 0,24 E \cdot i \cdot t$$

ergibt.

c) Leistung.

Leistung oder Effekt ist die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit.

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$$

Daraus folgt:

$$\text{Dimension der Leistung: } L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$$

Die absolute Einheit der Leistung ist 1 Erg pro Sekunde. Diese Leistung ist außerordentlich klein und man faßt daher 10^7 Erg pro Sekunde unter der Bezeichnung „ein Watt“ zusammen.

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg pro Sekunde} = 1 \text{ Joule pro Sekunde.}$$

Da nun die elektrische Arbeit in Joule gleich dem Produkt $E \cdot i \cdot t$ war, so ist $E \cdot i$ die elektrische Arbeit in Joule pro Sekunde oder in Watt. Bezeichnet also P die Leistung in Watt, so erhalten wir:

$$P = E \cdot i$$

Beispiel: Wieviel Watt entsprechen einer Pferdestärke? Wir erhalten:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}}$$

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Demnach:

$$1 \text{ PS} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität.

a) Der Selbstinduktionskoeffizient.

Nach Abschnitt 35 ergibt sich der Selbstinduktionskoeffizient im absoluten Maß zu:

$$\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l}$$

Da 4π , ξ und μ reine Zahlen sind, so ergibt sich:

Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten: $\frac{L^2}{L} = L$.

Die Dimension ist also eine Länge und die Einheit das Zentimeter. Setzt man jedoch bei Berechnung der Selbstinduktion die Spannung in Volt und die Stromstärke in Ampere ein, so erhält man nach Gleichung (67) auf S. 98:

$$E = - \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt} = - L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Dabei ist:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \quad (74)$$

der Selbstinduktionskoeffizient im praktischen Maß oder in Henry. Da die Zahl der Henry 10^9 mal so klein ist wie die Zahl der absoluten Einheiten, so ist die Einheit des Henry 10^9 mal so groß wie die absolute Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten und wir erhalten:

$$1 \text{ Henry} = 10^9 \text{ (cgs)} = 10^9 \text{ cm.}$$

Nun sind 10^9 cm gleich 1000 km oder gleich dem vierten Teil des Erdumfanges. Man hat daher früher die praktische Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten auch als Quadrant bezeichnet. Die Spule hat nun nach Gleichung (74) den Wert 1 Henry, bei der der Wert $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$ gleich eins ist, oder in der die Spannung von einem Volt induziert wird, wenn die Stromstärke gleichmäßig pro Sekunde um 1 Ampere wächst.

b) Kapazität.

Ein Kondensator besteht aus zwei sich möglichst dicht gegenüberstehenden Metallplatten, die durch eine isolierende Schicht, das sogenannte Dielektrikum, voneinander getrennt sind. Werden beide Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle verbunden, so lädt sich der Kondensator, indem positive Elektrizität auf die eine Platte und negative auf die andere Platte fließt. Dieses Fließen dauert so lange, bis der Gegendruck des Kondensators der Spannung der Elektrizitätsquelle das Gleichgewicht hält. Die Elektrizitätsmenge Q_ϵ , die dabei auf den Kondensator gedrückt wird, ist um so größer, je größer die Spannung der Stromquelle und je größer die Aufnahmefähigkeit oder Kapazität C des Kondensators ist. Diese Kapazität ist proportional der Fläche der Platten und umgekehrt proportional dem Abstand. Außerdem hängt sie von der Natur des Dielektrikums ab.

Es ergibt sich also die Beziehung:

$$\text{Elektrizitätsmenge} = \text{Spannung} \times \text{Kapazität.}$$

Die Dimension der Kapazität erhalten wir demnach, wenn wir die Dimension der Elektrizitätsmenge durch die der Spannung dividieren:

$$\text{Dimension der Kapazität: } \frac{\frac{1}{L^2} \cdot \frac{1}{M^2}}{\frac{3}{L^2} \cdot \frac{1}{M^2} \cdot T^{-2}} = L^{-1} \cdot T^2.$$

Die absolute Einheit der Kapazität hat also der Kondensator, der durch die absolute Einheit der Spannung mit der absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge geladen wird, oder der durch die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge zu der absoluten Einheit der Spannung geladen wird. Nun wissen wir schon, daß die absolute Einheit der Spannung ganz außerordentlich klein, nämlich gleich dem 100millionsten Teil eines Volt ist. Dagegen ist die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge verhältnismäßig groß, nämlich gleich 10 Coulomb. Demnach müßte der Kondensator, der die absolute Einheit der Kapazität besitzen soll, ganz unglaubliche Dimensionen besitzen, wenn er trotz einer großen Ladung einen ganz geringen Gegendruck ausüben soll. Man sieht daher von der absoluten Einheit ab und nimmt als praktische Einheit die Kapazität des Kondensators, der durch 1 Volt mit einem Coulomb geladen wird, oder umgekehrt, der durch 1 Coulomb zu der (Gegen)spannung von einem Volt geladen wird. Man nennt diese Einheit ein Farad. Bezeichnet also C die Kapazität in Farad und Q_ϵ die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} Q_\epsilon &= C \cdot E \text{ Coulomb} \\ \text{oder } C &= \frac{Q_\epsilon}{E} \text{ Farad.} \end{aligned} \tag{75}$$

Die Beziehung des Farad zur absoluten Einheit ergibt sich aus der Gleichung:

$$1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} = \frac{10^{-1} \text{ cgs}}{10^8 \text{ cgs}} = 10^{-9} \text{ cgs}.$$

Ein Farad ist also gleich 10^{-9} absoluten Einheiten.

In der Praxis ergibt sich, daß auch die Einheit des Farad noch zu groß ist, und man rechnet daher mit Mikrofarad.

$$1 \text{ Mikrofarad} = \frac{1}{10^6} \text{ Farad} = 10^{-6} \text{ Farad}.$$

Sechstes Kapitel.

43. Zweipolige Ringwicklung. — 44. Zweipolige Trommelwicklung. — 45. Ring mit Parallelwicklung. — 46. Trommel mit Parallelwicklung. — 47. Ring mit Serienwicklung. — 48. Trommel mit Serienwicklung. — 49. Ring mit Serienparallelwicklung. — 50. Trommel mit Serienparallelwicklung.

43. Zweipolige Ringwicklung.*)

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel „Experimental researches on electricity“ veröffentlichte, waren die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten und vor allem die

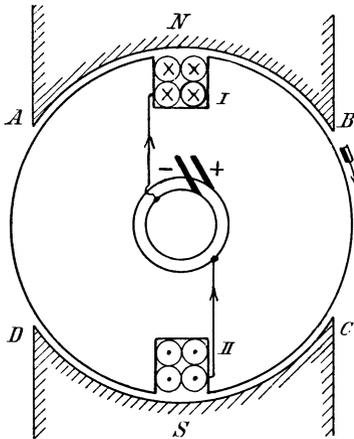


Fig. 75 a.

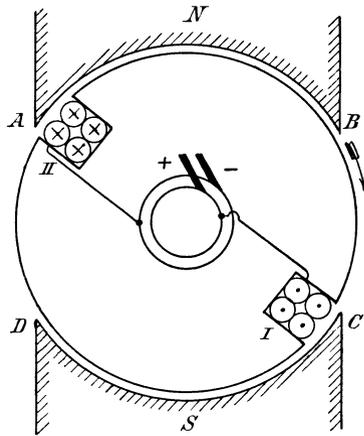


Fig. 75 b.

Induktion von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld bekannt geworden. Die ersten Maschinen, die dann gebaut wurden, enthielten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht, die in zwei Nuten eines Eisenzylinders untergebracht war. Die Enden der Spule waren zu zwei isoliert auf der verlängerten Achse sitzenden Schleifringen geführt, die in Fig. 75 a der Deutlichkeit wegen übereinander statt nebeneinander gezeichnet sind. Auf den Schleifringen schleifen die beiden

*) Über Ankerwicklungen siehe Arnold, Die Gleichstrommaschine, 1903, Bd. I.

feststehenden Federn, die mit den Klemmen des äußeren Stromkreises leitend verbunden sind.

Wird der Eisenzylinder zwischen den Polen eines Stahlmagneten gedreht, so schneiden die in der Nut liegenden Drähte durch die Kraftlinien hindurch, und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert. In Fig. 75 a befindet sich die Spulenseite, d. h. die zu einer Gruppe gehörige Drahtzahl, gerade vor den Polen. Wie die Faradaysche Schwimmerregel (Abschnitt 33) ergibt, ist die induzierte elektromotorische Kraft bei der gegebenen Drehungsrichtung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten gerichtet. Da sie gleichzeitig in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist, so addieren sich die in den beiden Teilen einer Windung induzierten elektromotorischen Kräfte. Ebenso addieren sich auch die elektromotorischen Kräfte aller einzelnen Windungen. Sind nun die Federn oder Bürsten außen durch den äußeren Widerstand miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, der vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist und dann in den äußeren Schleifring fließt. Die auf dem letzteren schleifende Bürste ist also die, wo der Strom aus der Maschine austritt, und wir bezeichnen sie daher mit positivem Vorzeichen. Der Strom fließt dann weiter durch den äußeren Widerstand, wo da durch die negative Bürste zum inneren Schleifring und von da aus weiter auf den Nordpol zu.

Die vom Nordpol austretenden Kraftlinien dringen in gleichmäßiger Verteilung senkrecht in das gegenüberliegende Eisen des Ankers ein, und die Feldstärke H im Luftzwischenraum ist wesentlich konstant. Während also die Spulenseite sich vor dem Polbogen befindet, ist die elektromotorische Kraft über den ganzen Zeitraum gegeben durch Gleichung (62) auf S. 90:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei haben wir für l die Gesamtlänge der vor beiden Polen liegenden Leiter in Zentimetern ohne die Stirnverbindungen einzusetzen, während v die Umfangsgeschwindigkeit in Zentimetern pro Sekunde bedeutet.

Tritt nun die Spulenseite I bei B aus dem Bereiche des Poles heraus, so sinkt die elektromotorische Kraft ziemlich rasch auf Null und bleibt Null, solange die Spulenseiten sich in dem Zwischenraum zwischen den Polspitzen befinden. Tritt aber jetzt die Spulenseite I bei C in den Bereich des Südpoles (Fig. 75 b), so wird in ihr eine elektromotorische Kraft induziert, die von hinten nach vorn wirkt, und die Stromrichtung in der Spule ist die entgegengesetzte wie früher. Die Maschine liefert also, da gleichzeitig auch die Vorzeichen der Bürsten und die Stromrichtung im äußeren Kreise sich umkehren, einen Wechselstrom. Sein Verlauf läßt sich darstellen, wenn man den Umfang $ABCD$ als Abszisse und die elektromotorische Kraft, die an den einzelnen Punkten des Umfanges induziert wird, als Ordinate aufträgt (Fig. 76). Dividieren wir dann noch die einzelnen elektromotorischen Kräfte durch den Gesamtwiderstand des

Stromkreises, so erhalten wir den Strom in jedem Augenblick. Es ergibt sich deutlich, daß die Maschine Ströme liefert, die in ihrer Richtung wechseln, und die außerdem noch intermittieren, d. h. zeitweise vollständig aufhören.

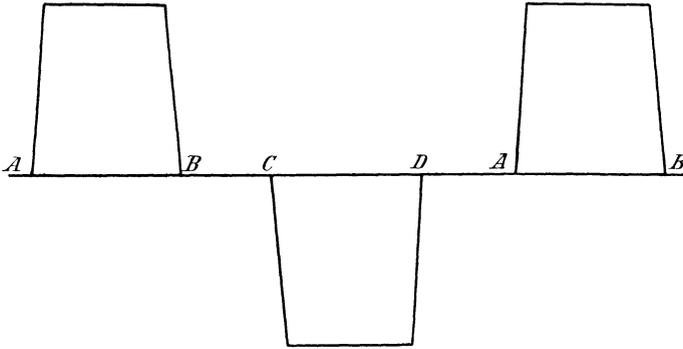


Fig. 76.

Den Übergang zu den modernen Maschinen bildete nun die Anordnung (Fig. 77 a und b), bei der die Wicklung an zwei voneinander isolierte Hälften eines einzigen Schleifringes angeschlossen war. In Fig. 77 a ergibt sich aus der Stromrichtung in den Drähten, daß die rechte Bürste die positive ist, weil der Strom dort aus der Maschine herausfließt. Sie

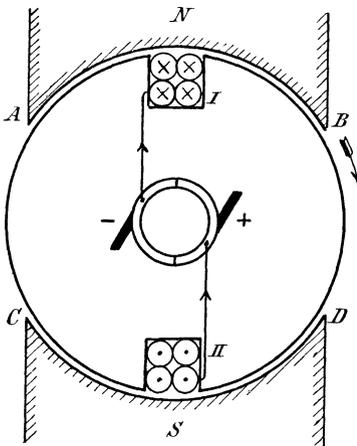


Fig. 77 a.

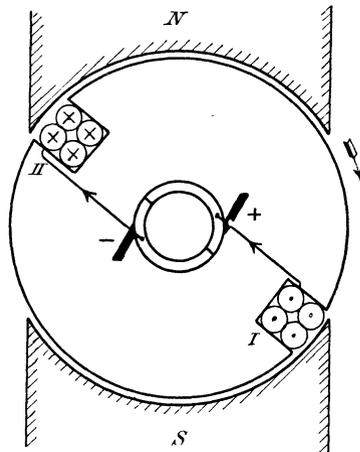


Fig. 77 b.

bleibt auch die positive, nachdem die Spulenseite *I* in den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Fig. 77 b). Dabei müssen die Bürsten in der neutralen Zone, d. h. in dem Ankerdurchmesser liegen, der senkrecht auf den Kraftlinien steht, vorausgesetzt, daß die Isolation, die den Schleifring in zwei Hälften

teilt, in der Windungsebene der Spule liegt. Dann findet zwar in der neutralen Zone ein Stromwechsel innerhalb der Spule statt, aber die Enden der Spule werden dann gleichzeitig an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Widerstandes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe, es ist also im äußeren Stromkreise aus dem Wechselstrom ein intermittierender Gleichstrom geworden (Fig. 78).

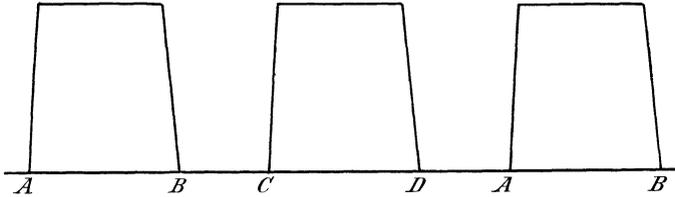


Fig. 78.

Damit nun der äußere Strom nicht bloß in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke konstant bleibt, muß man den Schleifring in mehrere Teile teilen, d. h. einen mehrteiligen Kommutator anwenden. Das geschah zuerst im Jahre 1860 durch Pacinotti, dessen Erfindung aber unbeachtet blieb und später von Gramme selbständig wiederholt wurde. Der Grammesche Ring besteht aus einem eisernen Hohlzylinder mit einer fortlaufenden, in sich geschlossenen Spiralwicklung aus isoliertem Kupferdraht (Fig. 79). Die Art, wie die Wickelung gezeichnet ist, darf uns nicht verleiten, anzunehmen, daß wir es bei dem Ring mit einer geringen Ausdehnung in axialer Richtung zu tun haben. Vielmehr besitzt der Ring eine ziemlich bedeutende Ausdehnung in axialer Richtung, und man sollte lieber vom Grammeschen Hohlzylinder als vom Grammeschen Ring sprechen. In

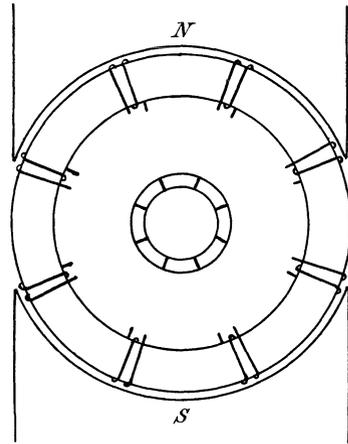


Fig. 79.

Fig. 79 besteht die Wickelung aus 8 Spulen à 2 Windungen. Die Zahl der Spulen und die Zahl der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer, und die Windungen liegen dabei alle dicht nebeneinander. Sie müssen sämtlich in gleichem Sinne gewickelt sein.

Auf der verlängerten Achse befindet sich nun der vierteilige Kollektor oder Kommutator aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist durch Schnitte parallel zur Achse in ebensoviele voneinander isolierte Segmente geteilt,

wie der Anker Spulen enthält. Man zeichnet am besten wieder, wie in Fig. 77 a und b, die Isolation der Segmente so, daß sie den Spulen gegenüberliegt.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem Kollektorsegment hin ab (Fig. 80 a und b). Man erhält dadurch zwar eine einfache Zeichnung, bei der die fortlaufende, in sich geschlossene Spirale deutlich zum Ausdruck kommt, aber bei der praktischen Ausführung ergibt sich eine große Reihe von Lötstellen in der Ankerwicklung. Man zieht daher die Anordnung vor, bei der das Ende einer Spule direkt zu einem Kollektorsegment geführt wird, und dort mit dem Anfang der nächsten Spule vereinigt wird. Das Kollektorsegment bildet dann die Verbindung zwischen zwei nebeneinander liegenden Spulen.

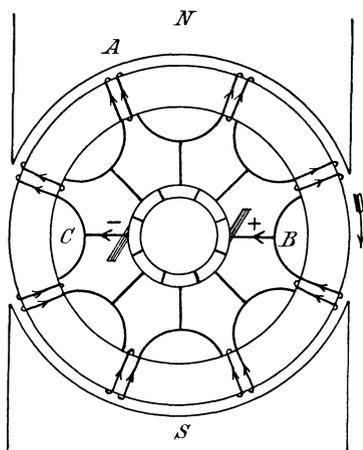


Fig. 80 a.

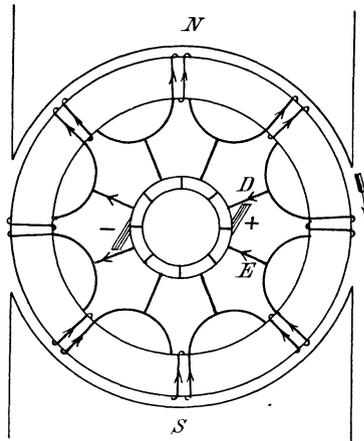


Fig. 80 b.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines starken Elektromagneten in Rotation versetzt, so schneiden die Drähte der Wicklung durch die Kraftlinien hindurch. Es wird in ihnen dann eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich wieder aus der Faradayschen Schwimmerregel ergibt. Da die Kraftlinien durch das Eisen des Ringes vom Nordpol zum Südpol verlaufen und der Luftraum innen beinahe frei von Kraftlinien ist, so finden die Kraftlinienschnitte nur an der äußeren Mantelfläche vor den Polen statt. Schwimmen wir nun z. B. in Fig. 80 a bei A vom Nordpol zum Südpol und sehen nach der Richtung der Bewegung, also nach rechts, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, also in die Papierebene hinein. Anstatt nun die Stromrichtung durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die entsprechenden Pfeile in den Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich,

dafs bei Rechtsdrehung des Ankers der Strom in den vorderen Stirnverbindungen auf den Nordpol zu und vom Südpol wegfließt.

Ob aber dieser Strom überhaupt zustande kommt, hängt davon ab, dafs wir ihm Gelegenheit geben, an der geeigneten Stelle in den äufseren Widerstand zu fliefsen. Die Pfeile in Fig. 80 a zeigen, dafs eine elektromotorische Kraft in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stofsen, die sich gegenseitig neutralisieren und aufheben. Legen wir aber bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch den äufseren Widerstand, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äufseren Widerstand und kehrt bei *C* wieder in die Maschine zurück, um auf zwei parallelen Wegen durch die Wicklung nach *B* weiterzuzuliefsen. Wir haben also bei *B* die positive und bei *C* die negative Bürste. Die Bürsten liegen dabei wieder auf einem zu den Kraftlinien senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone, vorausgesetzt, dafs die Isolation zwischen den Kollektorsegmenten sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet.

Die elektromotorische Kraft der Maschine ergibt sich nun wie früher nach der Gleichung:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

Da die elektromotorischen Kräfte in den beiden Ankerhälften sich nicht addieren, sondern parallel geschaltet sind, so bedeutet *l* die induzierte Leiterlänge vor einem einzigen Pol. Ist nun die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang sehr grofs, so liegen vor den Polen immer gleich viel Drähte, und die elektromotorische Kraft ist praktisch in allen Augenblicken konstant. Der grofse Vorteil, der durch den Grammeschen Ring mit dem vielteiligen Kollektor gegenüber den früheren Maschinen erzielt ist, liegt auf der Hand.

Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt nun auch dann nicht ein, wenn infolge der Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Kollektorsegmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 80 b). Dann werden allerdings die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen aus dem Stromkreise ausgeschaltet, da jede durch eine Bürste kurzgeschlossen ist. Der Strom fließt dann z. B. in Fig. 80 b direkt von den Punkten *D* und *E* aus auf die positive Bürste zu. Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft kann aber dadurch nicht eintreten, weil die ausgeschalteten Spulen bei der theoretisch richtigen Bürstenstellung überhaupt keine Kraftlinien schneiden. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlicher Bedeutung, wenn die Zahl der Spulen, d. h. die Zahl der Kollektorsegmente, grofs genug gewählt wird.

Bedeutet nun

D den Ankerdurchmesser in Zentimetern,

b die Ankerlänge in Zentimetern,

β den Winkel der Polbohrung,

N die Gesamtzahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien,

z die Gesamtzahl der äußeren Leiter,

n die Tourenzahl pro Minute,

so ergibt sich:

$$v = D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Die Anzahl der Leiter vor einem Pol ist $\frac{z \cdot \beta}{360}$.

Die induzierte Drahtlänge l vor einem Pol ergibt sich also zu:

$$l = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Setzen wir die Werte von l und v in die Gleichung für E ein, so ergibt sich die elektromotorische Kraft der Maschine zu:

$$E = H \cdot \frac{z \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

In dieser Gleichung ist der Ausdruck $\frac{D \cdot \pi \cdot \beta}{360}$ nichts anderes als der Bogen der Polbohrung. Demnach stellt das Produkt $\frac{D \cdot \pi \cdot \beta}{360} \cdot b$ die Fläche der Polbohrung dar. Wenn wir diese mit der Kraftliniendichte H multiplizieren, so erhalten wir die Gesamtzahl N der vom Nordpol austretenden Kraftlinien. Führen wir also die Kraftlinienzahl N in die obige Gleichung ein, so erhalten wir:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (76)$$

Ist z. B. $N = 3 \cdot 10^6$, $n = 1100$ und $z = 200$, so wird:

$$E = 3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1100 \cdot 200}{60} \cdot 10^{-8} = 110 \text{ Volt.}$$

Was nun den Ankerwiderstand w_a betrifft, so ergibt er sich aus der Überlegung, daß die beiden Ankerhälften parallel geschaltet sind.

Bedeutet also

l die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,

q den Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern,

so ist der Widerstand eines der beiden Zweige gleich $\varrho \cdot \frac{l/2}{q}$. Der Widerstand der beiden parallelen Zweige ist halb so groß, ergibt sich also bei zweipoliger Wicklung zu:

$$w_a = \frac{\varrho \cdot l/2}{2q} = \frac{\varrho \cdot l}{4q}. \quad (77)$$

Der spezifische Widerstand ϱ des warmen Kupfers kann dabei zu 0,02 geschätzt werden.

44. Zweipolige Trommelwicklung.

Der im vorigen Abschnitt besprochene Ringanker besitzt den Vorteil einer besonders einfachen Wickelung, bei der unter Umständen auch eine Spule repariert werden kann, ohne daß man den ganzen Anker abzuwickeln braucht. Auch ist die Spannung zwischen zwei nebeneinander liegenden Drähten immer nur ein geringer Bruchteil der ganzen Maschinenspannung, so daß sich eine genügende Isolation sehr leicht erreichen läßt. Demgegenüber besitzt der Ringanker den Nachteil, daß die induzierte äußere Drahtlänge verhältnismäßig klein gegenüber der gesamten Drahtlänge ist. Der Widerstand und das Gewicht der Ankerwicklung werden also verhältnismäßig groß.

In dieser Beziehung ist die jetzt zu besprechende Trommelwicklung von Hefner-Alteneck etwas günstiger gestellt. Unter Umständen liegen dabei allerdings zwei Drähte, zwischen denen eine bedeutende Spannung herrscht, dicht übereinander. Bei der Trommelwicklung werden nämlich die Drähte auf der Mantelfläche vor dem Nordpol entlang und dann quer über die Stirnfläche zu dem diametral gegenüberliegenden Punkte des Südpoles geführt. Je eine vor dem Nordpol und vor dem Südpol liegende Spulenseite gehören also zu einer Spule zusammen. Das Ende der ersten Spule ist dann mit dem Anfang der zweiten Spule zu verbinden, wobei aber zu beachten ist, daß die Wickelung auf dem ganzen Ankerumfang gleichmäßig werden muß.

Zu dem Zwecke teilen wir den Ankerumfang in eine beliebige Anzahl Teile (in Fig. 81 a sind 8 Teile gewählt) und numerieren die Teilpunkte fortlaufend mit 1, 2, 3 etc. Die so bezeichneten Punkte stellen uns die Anfänge der Spulen dar. Wir führen nun den Draht bei 1 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten ihn dann eigentlich hinten zur diametral gegenüberliegenden Stelle führen. Da diese aber durch den Anfang der fünften Spule besetzt ist, so führen wir die punktiert gezeichnete hintere Stirnverbindung von 1 aus nach dem neben Punkt 5 liegenden Punkte 1'. Bei 1' gehen wir auf der Mantelfläche von hinten nach vorn. Die Drähte 1-1' bilden dann mit den zugehörigen Stirnverbindungen eine Windung. Von 1' gehen wir dann vorn nach 1 zurück und wickeln die Spule 1-1', 1-1', 1-1' etc. zu Ende. Der Einfachheit wegen besteht in Fig. 81 a jede Spule nur aus einer Windung. Es hindert uns aber nichts, anzunehmen, daß jede Windung uns eine aus mehreren Windungen bestehende Spule darstellt.

Nachdem nun die erste Spule fertig gewickelt ist, gehen wir von 1' aus auf der vorderen Stirnfläche zum Punkte 2, d. h. zum Anfang der 2. Spule. Wir führen wieder den Draht bei 2 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten hinten nach dem Punkte 6 hin umbiegen. Da Punkt 6 besetzt ist, so führen wir den Draht in Richtung der

punktierter Strecke nach dem Punkt 2' neben dem Punkte 6. Von 2' hinten geht die Wickelung weiter nach 2 vorn und dann nach Fertigstellung der Spule 2-2' auf der vorderen Stirnfläche nach 3 etc.

Wir können nun für die Wickelung folgendes Schema aufstellen, wobei die hinteren Stirnverbindungen durch die horizontalen Striche 1-1' etc., die vorderen Stirnverbindungen durch die schrägen Striche 1'-2 etc. dargestellt werden:

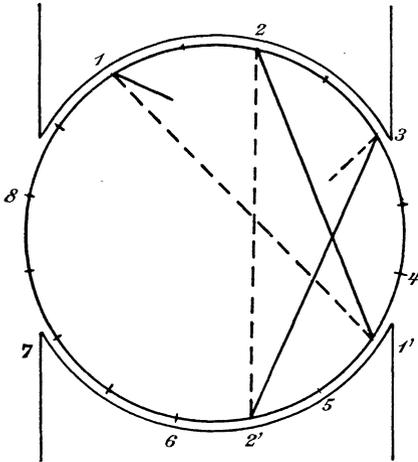
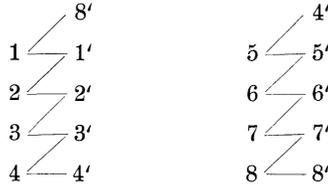


Fig. 81 a.

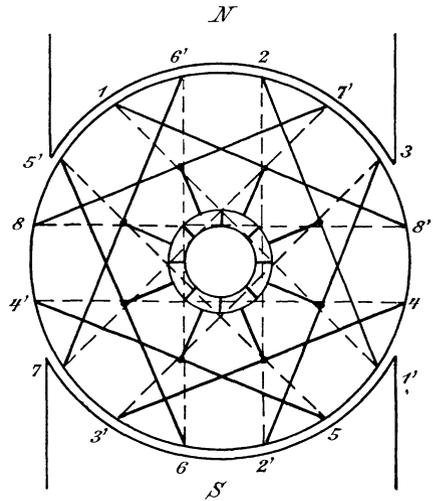


Fig. 81 b. *)

Der Wickelungsschritt, d. h. die Anzahl der Felder, um die die Wickelung vorwärts schreitet, ist in unserem Falle:

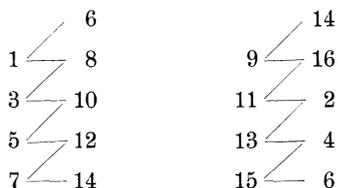
$$y_1 = 7.$$

Das Feld 1' ist nämlich das 7. Feld, das man erreicht, wenn man von 1 aus nach 1' um je ein Feld weiter schreitet. Von 1' aus schreitet dann die Wickelung um 5 Felder nach 2 zurück; der Wickelungsschritt rückwärts, den wir mit y_2 bezeichnen wollen, ergibt sich also zu:

$$y_2 = 5.$$

*) Denken wir uns den Kollektor mit den Stirnverbindungen elastisch und weiten wir dann den Kollektor von innen heraus auf, so kommen schliesslich alle Stirnverbindungen auf die verlängerte Mantelfläche der Trommel zu liegen.

Hätten wir die 16 Felder fortlaufend numeriert (Fig. 82a), so wäre die Wickelung ebenfalls um y_1 Schritte vorwärts und um y_2 Schritte zurück zu führen, also von 1 nach $1 + 7 = 8$ vorwärts und von 8 nach $8 - 5 = 3$ zurück. Das ergibt dann für Fig. 82a das Schema:



Bestehen die einzelnen Spulen aus vielen Windungen, so legen sich die Stirnverbindungen der zuletzt gewickelten Spulen über die Stirnverbindungen der zuerst gewickelten Spulen und der Widerstand der einzelnen Spulen wird ungleich. Man kann das vermeiden, wenn man zuerst von allen Spulen je eine Windung wickelt, darauf von jeder Spule eine zweite Windung etc., oder besser, indem man die auf einer Schablone gewickelten Spulen übereinanderschiebt.

Wir haben dann am Schlusse, wie es in Fig. 81b und den folgenden Figuren geschehen ist, das Ende der ganzen Wickelung mit dem Anfang zu verbinden und so die Wickelung kurz zu schliessen. Dann sind noch die Verbindungspunkte je zweier Spulen mit den Kollektorsegmenten zu verbinden. Wir zeichnen dabei am einfachsten die Isolation zweier Segmente gegenüber den Eckpunkten des regulären Achtecks, das von den vorderen Stirnverbindungen gebildet wird. Von jeder Stirnverbindung, die zwei verschiedene Spulen miteinander verbindet, führen wir dann einen Draht zum nächstliegenden Segment.

Es ist nun sehr nützlich, sich zu vergegenwärtigen, daß Ring- und Trommelwicklung im Prinzip identisch sind, indem immer das Ende einer Spule an den Anfang der räumlich nächstfolgenden Spule angeschlossen ist. Nur liegen bei der Trommel die Anfänge etwas weiter auseinander und lassen so zwischen sich den nötigen Platz für die Spulenenenden. Die Übereinstimmung zwischen Ring und Trommel wird noch deutlicher, wenn man bei Betrachtung der Trommel die Spulenenenden, also z. B. 1', 2' etc. in Fig. 81b, als völlig gleichwertig mit den Anfängen 1, 2, 3 etc. ansieht, weil sie dieselbe relative Lage zu einem Pol haben, wie der zugehörige Anfang. Die elektromotorischen Kräfte in zwei zusammengehörigen Spulenseiten sind also, abgesehen von einer verschwindenden Unsymmetrie, in jedem Augenblicke gleichwertig. Wir können demnach bei Betrachtung der Trommel die Spulenenenden vernachlässigen und dafür die Drahtzahl der Anfänge verdoppelt denken. Dann erhalten wir sofort auf der äußeren Mantelfläche die fortlaufend hintereinander geschalteten Spulenseiten des Ringankers.

Um nun den Verlauf der Ströme im Trommelanker zu bestimmen, betrachten wir zunächst die in Fig. 82a gezeichnete Stellung des Ankers.

Wir wissen aus dem vorigen Abschnitt, daß der Strom bei Rechtsdrehung des Ankers vor dem Nordpol von vorn nach hinten und vor dem Südpol von hinten nach vorn fließt. Die Strompfeile in den vorderen Stirnverbindungen sind also dann auf den Nordpol zu und vom Südpol weg gerichtet. Wenn man demgemäß die Pfeile in die vorderen Stirnverbindungen hineinzeichnet, so sieht man deutlich, daß die elektromotorischen Kräfte in den Drähten einer Windung sowie in den verschiedenen Windungen sich im allgemeinen addieren. Nur in der Stirnverbindung 5, 10 stoßen die beiden Drücke aufeinander, wir müssen also an das zugehörige Kollektorsegment die eine Bürste anlegen. Aus ihr fließt der

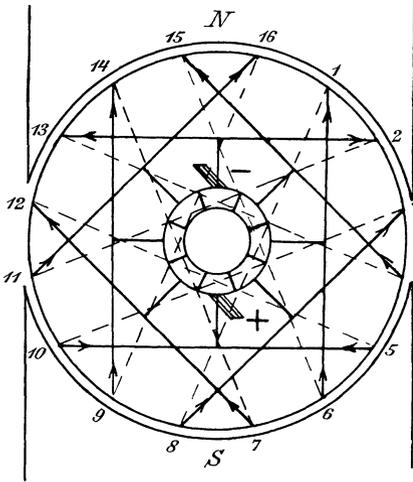


Fig. 82 a.

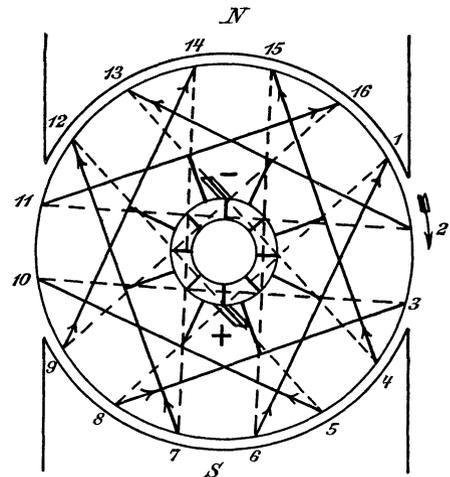


Fig. 82 b.

Strom, falls der Stromkreis geschlossen ist, in das äußere Netz und wir bezeichnen sie daher mit $+$. Ebenso haben wir an das Segment, das an die Verbindungsstelle der Drähte 2, 13 angeschlossen ist, die negative Bürste zu legen.

Wie man sieht, teilt sich der aus dem Netz in die Maschine zurückfließende Strom an der negativen Bürste und fließt in 2 parallelen Zweigen auf die positive Bürste zu. Das Stromlaufschema innerhalb der Maschine läßt sich also für den in Fig. 82a gezeichneten Zeitpunkt auf folgende Weise darstellen:

$$-- \left| \begin{array}{cccccccc} 2 & 11 & 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 & 3 & 10 \end{array} \right| +.$$

Wir betrachten jetzt den Fall, wo je eine Bürste auf zwei Segmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 82b). In diesem Augenblick ist einerseits die Spule 2, 11 durch die negative Bürste, andererseits die Spule 3, 10 durch die positive Bürste kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Wir zeichnen also keine Pfeile in die Stirn-

Zahl der äusseren Drähte. Es zeigt sich jetzt, wie vorteilhaft es ist, für Trommel und Ring nicht die Windungszahl, sondern die äussere Drahtzahl z in die Gleichung für die elektromotorische Kraft einzuführen. Wir erhalten also auch für die zweipolige Trommelwicklung:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Auch die Gleichung für den Ankerwiderstand ist natürlich bei Ring und Trommel dieselbe.

45. Ringanker mit Parallelwicklung.

Wir haben schon früher darauf hingewiesen, daß die elektromotorische Kraft der Maschine als die ursprüngliche GröÙe anzusehen ist, die durch die Konstruktion der Maschine und ihre Tourenzahl gegeben ist. Die Stromstärke, die man aus der Maschine entnehmen kann, ist jedoch ganz von dem eingeschalteten äusseren Widerstand, also z. B. von der Willkür der Konsumenten abhängig. Dennoch darf die Stromstärke einen gewissen Betrag nicht überschreiten, damit nicht die Joulesche Wärme im Anker einen gefahrdrohenden Betrag erreicht. Man muß also bei Maschinen für hohe Stromstärken den Ankerwiderstand genügend klein und die Oberfläche des Ankers genügend groß machen. Das führt dann zu großen Kupferquerschnitten des Leiters, wobei man statt der Drahtwicklung eine Stabwicklung anwendet.

Nun wird aber bei zu großem Kupferquerschnitt der Verlust durch Foucaultströme sehr bedeutend. Außerdem wird bei zunehmender GröÙe der Maschine das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen, massiven Form in bezug auf Ventilation sehr ungünstig. Endlich aber führt der Kurzschluß der Spulen durch die Bürsten zu einer Funkenbildung, wenn der Strom in den einzelnen Spulen zu stark ist. Man wendet daher mehrpolige Maschinen an, deren Ankerwicklung in so viele parallele Abteilungen zerfällt, wie Pole vorhanden sind. Am einfachsten gestaltet sich hier die Spiralwicklung für einen mehrpoligen Ringanker. Die Wicklung (Fig. 84) ist genau dieselbe wie für eine zweipolige Maschine. Das Magnetgestell ist so angeordnet, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Drehen wir wieder den Ring im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg. Man sieht, daß der Strom je von zwei Seiten auf die Punkte A und B zuströmt und von hier aus vermittelt des Kollektors zu den positiven Bürsten fließt. Beide positive Bürsten sind miteinander und mit der positiven Klemme des äusseren Widerstandes verbunden. Ebenso sind beide negativen Bürsten miteinander und mit der negativen Klemme des äusseren Widerstandes verbunden.

Wie man sieht, zerfällt der Anker in vier parallel geschaltete Abteilungen. Ist also

l die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,
 p die Zahl der Polpaare,
 q der Querschnitt des Drahtes in Quadratmillimetern,
 so ergibt sich der Widerstand einer zwischen zwei ungleichnamigen Bürsten
 liegenden Abteilung zu $\frac{\rho \cdot l / 2p}{q}$. Der ganze Ankerwiderstand bei $2p$
 parallelen Zweigen ist $2p$ mal so klein, ergibt sich also zu:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l}{4p^2 \cdot q} \quad (78)$$

Die Parallelwicklung hat also den Vorteil, daß der Ankerwiderstand sehr klein wird. Zugleich wird die Stromdichte, d. h. die Amperezahl pro Quadratmillimeter, im einzelnen Draht verhältnismäßig gering,

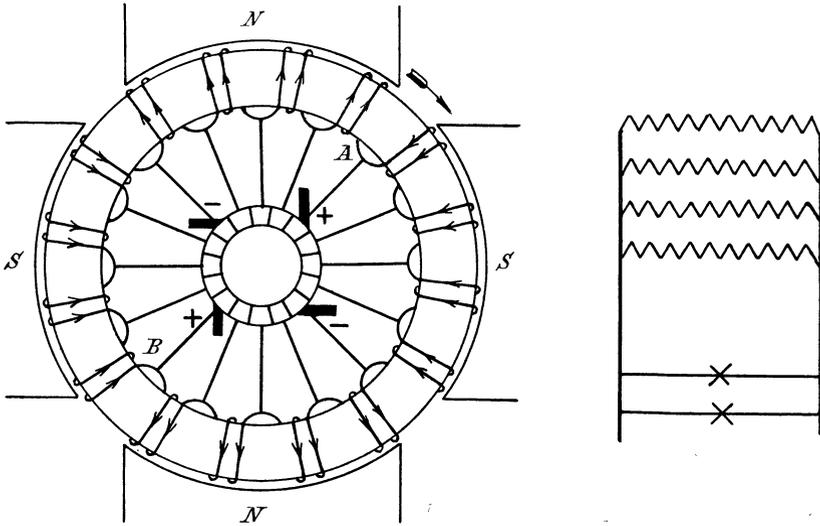


Fig. 84.

da ja der ganze Ankerstrom sich in $2p$ Teile teilt. Sie ergibt sich bei Parallelwicklung zu $\frac{i_a / 2p}{q} = \frac{i_a}{2p \cdot q}$. Ist z. B. bei einer Maschine für 110 Volt und 100 Ampere Ankerstrom die gesamte aufgewickelte Drahtlänge gleich 200 m, der Drahtquerschnitt 10 qmm und die Zahl der Pole gleich 4, d. h. $p = 2$, so ergibt sich:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l}{4p^2 \cdot q} = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 10} = 0,025.$$

Der Effektverlust durch Joulesche Wärme wird dann:

$$i_a^2 \cdot w_a = 100^2 \cdot 0,025 = 250 \text{ Watt.}$$

Das ist etwa 2,5% der Gesamtleistung. Der Spannungsverlust im Anker ergibt sich ferner zu:

$$i_a \cdot w_a = 100 \cdot 0,025 = 2,5 \text{ Volt}$$

und die Stromdichte zu:

$$\frac{i_a}{2p \cdot q} = \frac{100}{4 \cdot 10} = 2,5 \frac{\text{Ampere}}{\text{qmm}}.$$

Um nun die elektromotorische Kraft bei Ankern mit Parallelschaltung zu berechnen, hat man zu beachten, daß zwar die Anzahl der Kraftlinienschnitte pro Leiter und pro Umdrehung p mal so groß ist wie bei zweipoliger Maschine mit der gleichen Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien. Andererseits ist aber die Anzahl der hintereinander

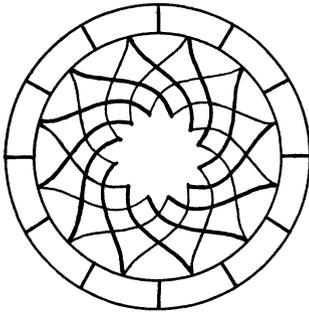


Fig. 85 a.

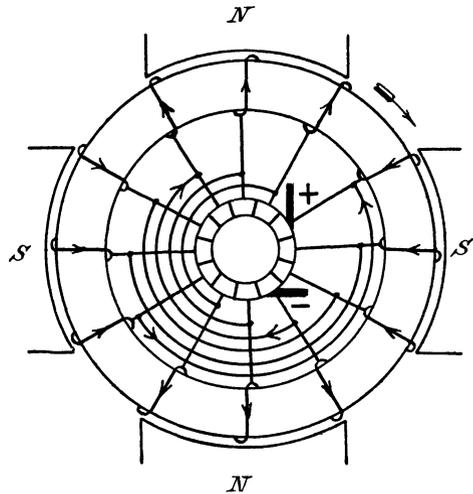


Fig. 85 b.

geschalteten Leiter p mal so klein wie bei der zweipoligen Maschine mit gleicher Drahtzahl. Demnach ergibt sich die elektromotorische Kraft der mehrpoligen Maschine mit Parallelwicklung, wenn N wieder die aus einem Nordpol austretende Kraftlinienzahl bedeutet, zu:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

wie bei der zweipoligen Maschine.

Was die Bürstenzahl betrifft, so haben wir in jeder neutralen Zone eine Bürste, also allgemein $2p$ Bürsten. Um diese Zahl zu reduzieren, verbindet man alle Kollektorsegmente miteinander, die um einen Winkel von $\frac{360}{p}$ Grad voneinander abstehen. Diese Verbindungen können an der dem Anker zugekehrten Seite des Kollektors vorgenommen werden. In Fig. 85 a ist das für eine sechspolige Maschine mit Parallelschaltung gezeichnet ($p = 3$). Es sind also je drei um $\frac{360}{3} = 120^\circ$ voneinander ent-

fernte Segmente miteinander verbunden und dadurch gleichsam die Verbindung hergestellt, die sonst aufsen durch Verbindung der gleichnamigen Bürsten zu geschehen pflegt. Liegen dabei die stark ausgezogenen und die schwach ausgezogenen, aus Blechen hergestellten Verbindungen in getrennten Ebenen, so läßt sich die Schaltung ausführen, ohne daß die einzelnen Verbindungen sich berühren.

Nun ist allerdings nicht bloß eine Verbindung der drei Segmente geschaffen, an denen die Bürsten gerade anliegen, sondern auch alle anderen Segmente sind je drei und drei miteinander verbunden. Da jedoch alle Punkte, die miteinander verbunden sind, gleiches Potential haben, so wird durch ihre Verbindung in der ganzen Stromverteilung nichts geändert. Nur die Verbindung der Segmente, an denen die Bürsten gerade aufliegen, wird überhaupt vom Strom durchflossen; alle anderen Verbindungen sind stromlos, weil sie an Punkten gleichen Niveaus liegen. Das wird noch deutlicher durch Fig. 85b, wo die Äquipotential- oder Mordeyverbindungen direkt an die zum Kollektor führenden Drähte angeschlossen sind.

Die Verminderung der Bürstenzahl ist selbstverständlich nur zulässig, wo die Stromdichte unter den Bürsten nicht zu groß wird. Die Mordeyverbindungen haben überhaupt weniger den Zweck, die Bürstenzahl zu reduzieren, als zu erreichen, daß Ungleichmäßigkeiten in der Stromverteilung sich innerhalb des Ankers ausgleichen, so daß eine Funkenbildung am Kollektor durch übermäßige Belastung einzelner Bürsten nicht eintreten kann.

46. Trommel mit Parallelwicklung.

(Schleifenwicklung).

Bei der mehrpoligen Schleifenwicklung schaltet man hinter den vor dem Nordpol liegenden Leiter direkt den entsprechenden vor dem nächsten Südpol. Nach Fertigstellung der betreffenden Spule kehrt man dann fast an den Ausgangspunkt zurück und beginnt mit der zweiten Spule. Läßt man in Gedanken den Draht vor dem Südpol weg, so sieht man die prinzipielle Gleichheit der Ringwicklung und Schleifenwicklung. Man erkennt dadurch auch, daß die Schleifenwicklung, ebenso wie die Ringwicklung, zur Parallelschaltung führen muß. Wir betrachten nun zunächst:

a) Die Wicklung mit langen Spulen.

Dabei umfaßt ein Spulenkopf mindestens eine volle Polteilung. Es sei z. B. die Polzahl gleich 4 und die Spulenzahl gleich 8. Wir teilen also den Ankerumfang in Fig. 86a in 8 Teile und benennen die Anfänge der 8 Spulenseiten mit 1, 2, 3 etc. Wir führen dann einen Draht auf der Mantelfläche bei 1 von vorn nach hinten, biegen hinten auf der Stirnfläche um und sollten nach dem Prinzip der Trommelwicklung zu der ent-

sprechenden Stelle eines Südpoles gehen, also z. B. nach 3. Da dieser Platz besetzt ist, so wählen wir den Platz für das Ende der ersten Spule daneben und bezeichnen ihn mit 1'. Die Spule 1, 1' wird nun fertig gewickelt und dann die nächste Spule dahinter geschaltet. Der Anfang der zweiten Spule ist 2, wir haben also 1' auf der vorderen Stirnfläche mit 2 zu verbinden. Auf diese Weise fahren wir fort und schliessen endlich die ganze Wickelung in sich kurz. Die Verbindungspunkte zweier Spulen, wie z. B. der Punkt zwischen 1' und 2, werden dann an den Kollektor angeschlossen. Entsprechend den 8 Spulen sind 8 Kollektorsegmente vorhanden.

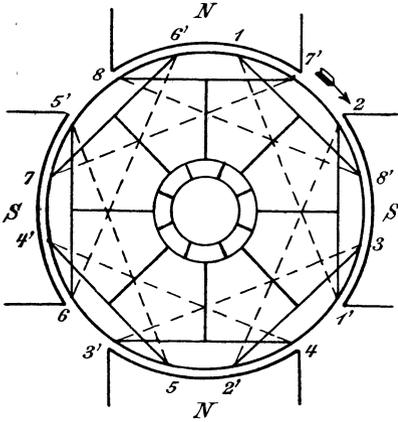


Fig. 86 a.

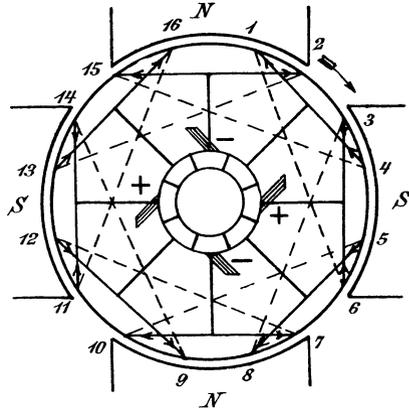


Fig. 86 b.

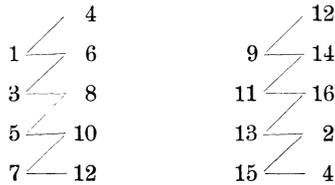
Der Wickelungsschritt von 1 nach 1' ist im vorliegenden Falle 5, der Schritt von 1' zurück nach 2 ist gleich 3. Bezeichnet also wieder y_1 den Schritt vorwärts und y_2 den Schritt rückwärts, so wird

$$y_1 = 5, \quad y_2 = 3.$$

Hat man allgemein p Polpaare, also $2p$ Pole, so muß man theoretisch um den $2p$ ten Teil des Ankerumfanges weiterschreiten, praktisch also einen Schritt weniger oder einen Schritt weiter als den $2p$ ten Teil. Bedeutet also s die Anzahl der auf dem Ankerumfang angelegten Felder oder die Anzahl der Spulenseiten, so ergibt sich für die Schleifenwicklung mit langem Wickelungsschritt:

$$y_1 = \frac{s}{2p} + 1, \quad y_2 = \frac{s}{2p} - 1.$$

Dabei muß s durch $2p$ teilbar sein, damit y_1 und y_2 ganze Zahlen werden, und y_1 und y_2 müssen außerdem ungerade sein. Das letztere wird deutlich, wenn wir, wie es in Fig. 86 b geschehen ist, die Felder auf dem Umfang fortlaufend numerieren und dann die Wickelungstabelle aufstellen:



Wäre der Wicklungsschritt ein gerader, so würde man, mit 1 beginnend, immer nur auf die ungeraden Spulenseiten treffen, und die Wicklung wäre in sich geschlossen, ohne überhaupt die geraden Spulenseiten zu enthalten.

Die Anwendung der Faradayschen Schwimmerregel ergibt nun wieder, daß der Strom bei der gezeichneten Drehungsrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg fließt. Wir erhalten dann für Fig. 86 b folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 7 & 12 & 9 & 14 \\ 10 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 13 & 16 & 11 \\ 15 & 4 & 1 & 6 \end{vmatrix} + .$$

Die Figuren 86 a und b beziehen sich zunächst auf glatte Anker oder auf Nutenanker mit einer Spulenseite pro Nut. Nun kommen glatte Anker neuerdings kaum mehr vor, da man auf dem Umfang nur eine beschränkte Drahtzahl unterbringen kann. Außerdem wird das Einlegen einer auf der Schablone gewickelten Spule in eine Nut bei Massenfabrikation billiger als das Wickeln des glatten Ankers. Endlich fallen nach Abschnitt 36 bei Nutenankern die Wirbelströme im Ankerkupfer fast vollständig fort. Die modernen Maschinen besitzen daher alle Nutenanker, und zwar liegen praktisch immer mehrere Spulenseiten in einer Nut. An und für sich gilt dann Fig. 86 b und der dafür angegebene Wicklungsschritt auch für Nutenanker. Man müßte z. B. bei 2 Spulenseiten pro Nut die Spulenseite 2 nicht neben, sondern unter der Spulenseite 1 anordnen und die unten liegenden Spulenseiten bei Berechnung des Wicklungsschrittes mitzählen.

Einfacher bezieht man den Wicklungsschritt nicht auf die Anzahl der Spulenseiten, sondern auf die Nuten. Man macht dabei die selbstverständliche Voraussetzung, daß von zwei zusammengehörigen Spulenseiten 1 und 1' in Fig. 86 c die eine oben und die andere unten liegt. Bei zwei Spulenseiten übereinander ist dann unter allen Umständen der Wicklungsschritt, bezogen auf die Spulenseiten, ungerade. Man hat daher bei der Nutenwicklung eigentlich gar keinen Schritt auszurechnen, sondern einfach um so viel Nuten weiterzuschreiten, bis man an die entsprechende Stelle des nächsten Pols kommt. Der „Nutenschritt“ ist dann gleich der Polteilung. Man schreitet dann nach Fertigstellung der Spule 1 1' bis zu der Nute 2 zurück, die dem Anfang benachbart ist etc. Dies ist in Fig. 86 c

für 4 Pole und 12 Nuten durchgeführt. Der Vergleich zeigt, daß Fig. 86 c im Prinzip und in der Bezeichnung mit Fig. 86 a übereinstimmt. Die hinten liegenden Stirnverbindungen sind der Deutlichkeit wegen außen herumgelegt.

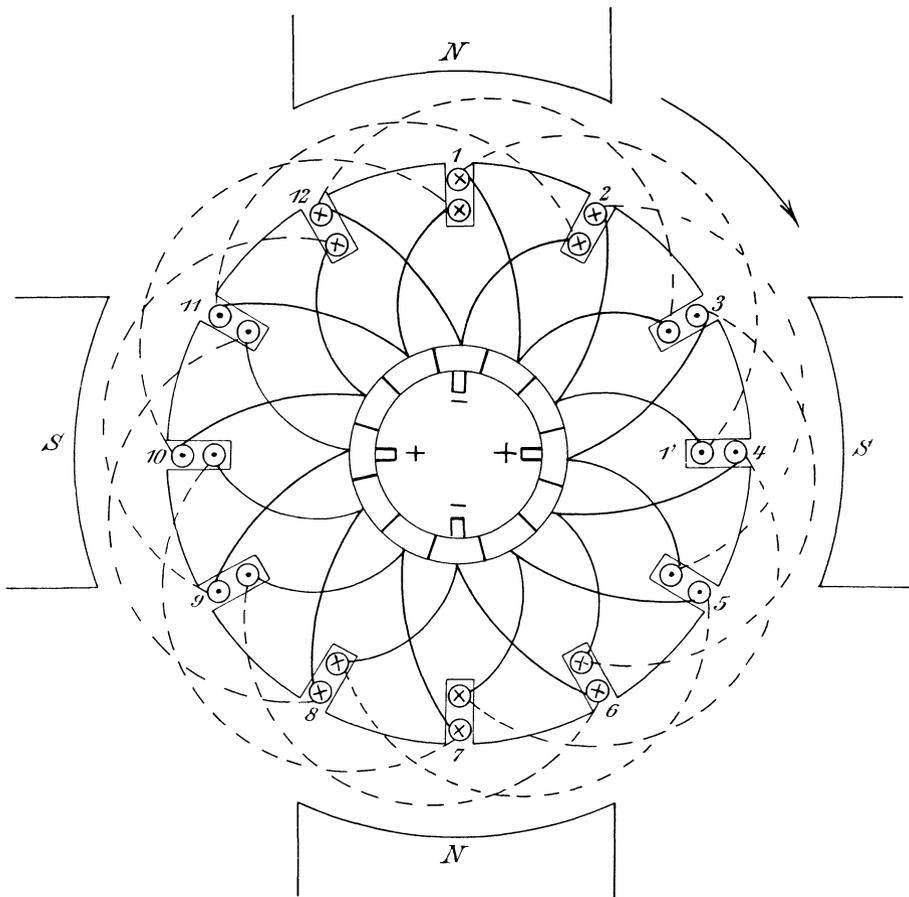


Fig. 86 c.

b) Schleifenwicklung mit kurzen Spulen.

Der Spulenkopf braucht nicht immer eine ganze Polteilung zu umfassen. Man kann auch den Wicklungsschritt kürzer wählen und kommt dadurch zu der Sehnwicklung von Swinburne. Für die glatte Wicklung ergeben sich dann ohne weiteres die Wicklungsschritte, bezogen auf die fortlaufend nummerierten Spulenseiten:

$$y_1 = \frac{s-b}{2p} + 1, \quad y_2 = \frac{s-b}{2p} - 1.$$

Dabei ist b eine willkürlich gewählte Zahl, die nur der Bedingung genügt, daß y_1 und y_2 ungerade Zahlen sind. Ist z. B. $s = 22$, $p = 2$ und $b = 6$, so erhält man die in Fig. 87a gezeichnete Wicklung. In dieser ist

$$y_1 = 5, \quad y_2 = 3.$$

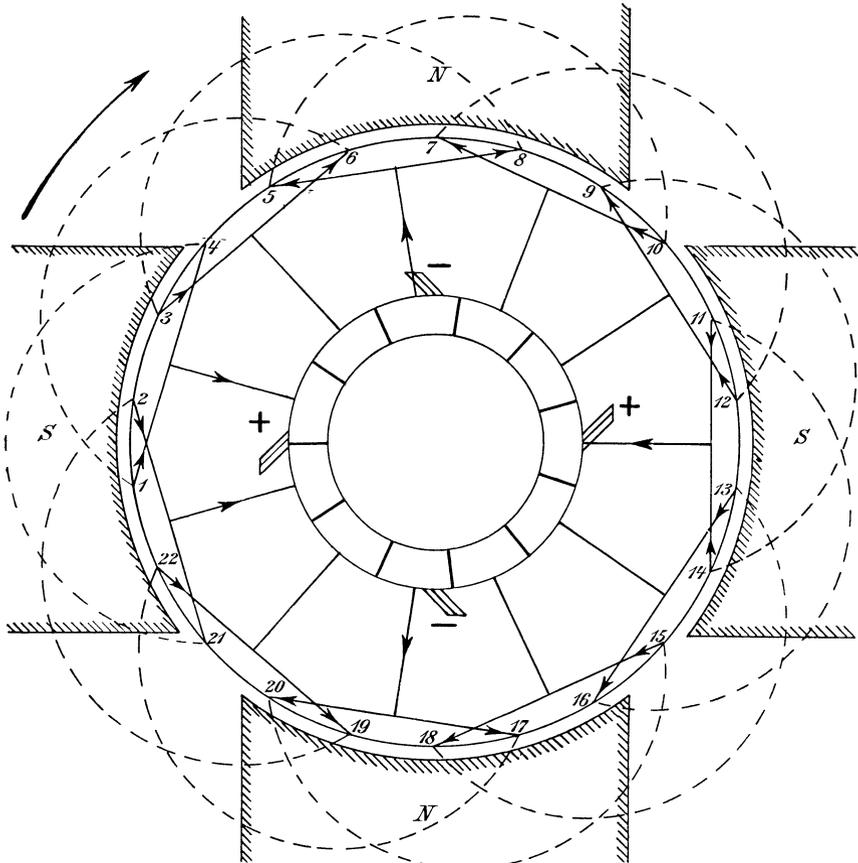


Fig. 87 a.

Die Lage der Bürsten ergibt sich, wenn wir in die Drähte vor den Polen die entsprechenden Strompfeile hineinzeichnen. Daraus folgt, daß der Strom aus Draht 11 und 14 auf die Bürste rechts zu fließt. Diese bezeichnen wir also mit $+$ und ordnen die anderen Bürsten im Abstand von $\frac{360}{2p}$ Grad an. Dabei schließt die linke Bürste die Spule 21, 4, die gerade in der neutralen Zone liegt, kurz. Es ergibt sich dann folgendes Stromlaufschema:

5	10	7	12	9	$+$.
8	3	6	1		
20	15	18	13	16	
17	22	19	2		

In unserm Falle kommt immer nur eine einzige Spule gleichzeitig zum Kurzschlufs. Das ist immer der Fall, wenn die Lamellenzahl nicht durch die Polzahl teilbar ist. Im allgemeinen ist dies von Vorteil in bezug auf funkenlosen Gang, aber es ist nachteilig, wenn dadurch die Spulenzahl pro Ankerzweig eine verschiedene wird. Es sollte daher immer die Lamellenzahl durch die Zahl der Polpaare teilbar sein.

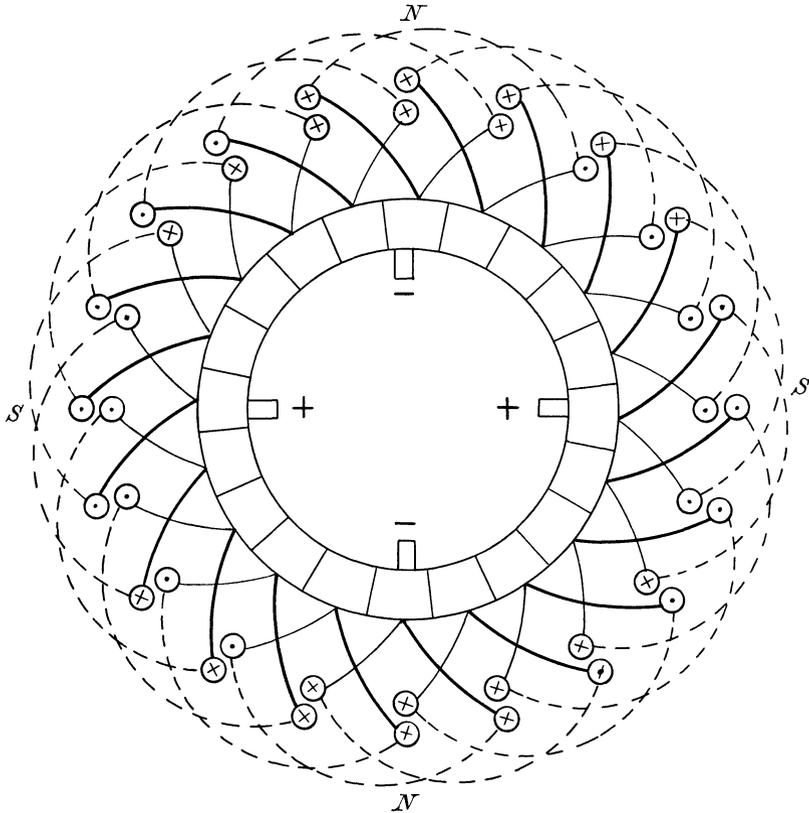


Fig. 87 b.

Der Vorteil der Sehnenswicklung besteht darin, daß die in der neutralen Zone liegenden Drähte von entgegengesetzten Strömen durchflossen werden und daher keine entmagnetisierende Wirkung ausüben können (vergl. Abschnitt 54). Das wird besonders deutlich bei Nutenwicklung (Fig. 87 b), bei der zugleich wieder die Einfachheit des Wicklungsschemas ins Auge tritt. Wir brauchen dazu wieder durchaus gar keine Berechnung des Wicklungsschrittes und stellen nur den Grundsatz auf, daß von den beiden Seiten einer Spule die eine in der oberen und die andere in der unteren Lage liegt. Für die Nutenzahl $Z = 20$ erhalten wir bei 4poliger Wicklung eigentlich einen „Nutenschritt“ von 5 Nuten

vorwärts und 4 Nuten zurück. Wählen wir statt dessen die verkürzten „Nutenschritte“ $Y_1 = 3$ und $Y_2 = 2$, so erhalten wir die Wicklung in Fig. 87b. Wie man sieht, werden dabei die in der neutralen Zone liegenden Drähte von entgegengesetzten Strömen durchflossen. Eine so starke Verkürzung des Wicklungsschrittes würde übrigens eine Verringerung der elektromotorischen Kraft mit sich bringen.

47. Ring mit Serienwicklung.

Bei der mehrpoligen Maschine mit Serienwicklung zerfällt der Anker, wie bei der zweipoligen Maschine, nur in zwei parallele Abteilungen. Bezeichnet also wieder N die Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien, so wird bei gleicher Drahtzahl z und gleicher Tourenzahl n die induzierte elektromotorische Kraft p mal so groß wie bei der zweipoligen Maschine. Es ergibt sich also für Serienwicklung:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Es ist nun bequem, bei Serien- und Parallelwicklung dieselbe Gleichung für die elektromotorische Kraft zu benutzen. Bezeichnet zu dem Zwecke a die halbe Anzahl der parallelen Stromzweige, so ergibt sich sowohl für Serien- als auch für Parallelwicklung:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (79)$$

Der Widerstand eines Serienankers ist natürlich, wie bei der zweipoligen Maschine:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l}{4q},$$

wo l die gesamte Drahtlänge in Metern und q der Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern ist. Man erkennt leicht aus den Gleichungen für die elektromotorische Kraft und den Widerstand, daß die Serienwicklung sich für Maschinen mit hoher Spannung und niederer Stromstärke eignet.

Das Prinzip der Serien-Ringwicklung ist nun folgendes: Hinter eine vor dem Nordpol liegende Spule wird die fast gleichliegende Spule des nächsten Nordpols und die der folgenden Nordpole geschaltet. Der Wicklungsschritt y erfolgt also nicht vorwärts und zurück, sondern immer nur vorwärts. Nach py Schritten gelangt man so einmal um den Umfang herum auf das Feld $s \pm 1$, das dem Anfang benachbart ist. Daraus folgt für glatte Serien-Ringwicklung:

$$py = s \pm 1$$

oder

$$y = \frac{s \pm 1}{p}.$$

Damit die Wickelung einfach geschlossen wird, müssen y und s teilerfremd sein. Die Zahl s der Spulenseiten ist unter Umständen ungerade.

Bei der zweipoligen Ringwicklung schließt sich die benachbarte Spule direkt an die erste Spule an. Bei der Serienwicklung erfolgt dieser Anschluß auch, aber unter Zwischenschaltung der entsprechenden Spulen vor den übrigen Polen. Dadurch ist die mehrpolige Wickelung auf die

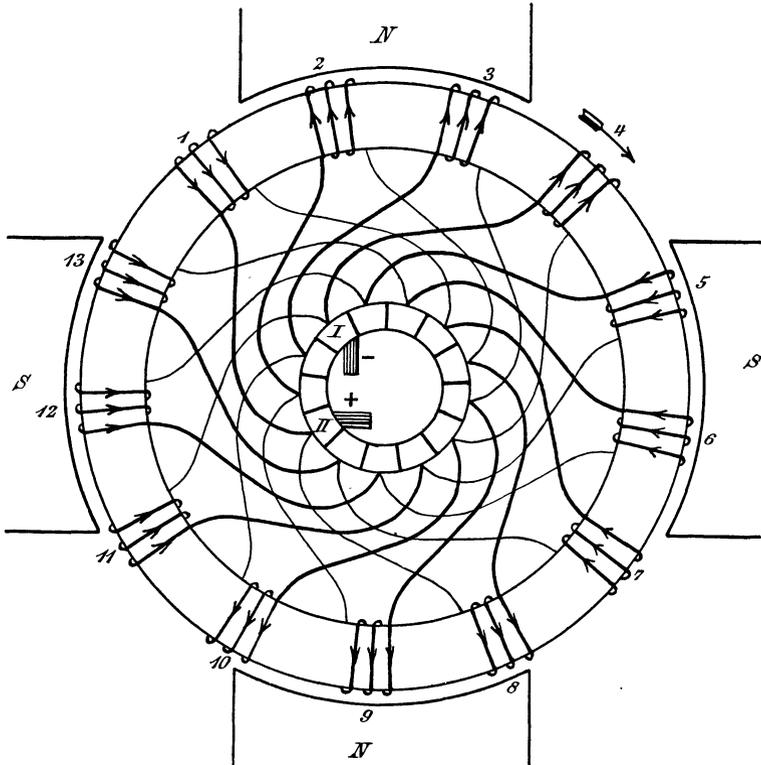


Fig. 88.

einfachere einpolige zurückgeführt. Bei einem vollen Umgang „schleicht“ die Wickelung gleichsam nur um einen Schritt vorwärts. Zwischen zwei benachbarte Segmente sind also p Spulen geschaltet.

Ist z. B. $p = 2$ und $s = 13$, so wird $y = 7$ oder 6 . In Fig. 88 ist $y = 6$ gewählt. Die Anfänge der Spulen sind vom Kollektor aus an der vorderen Stirnfläche des Ankers entlang geführt und die Enden der Spule auf der inneren Mantelfläche wieder von hinten nach vorn zurückgeführt. Jedes Kollektorsegment stellt wieder den Verbindungspunkt zweier Spulen dar und die Verbindung erfolgt nach dem Schema:



Wir zeichnen wieder in der bekannten Weise die Pfeile in die Drähte auf der Stirnfläche. Da in Spule 1 und 4 keine elektromotorische Kraft induziert wird, so lassen wir dort die Pfeile vorläufig weg. In allen anderen Spulen können wir über die Stromrichtung nicht zweifelhaft sein und selbst Spule 7 betrachten wir noch als zum Südpol gehörig.

Wir legen jetzt wegen der Stromrichtung in Spule 11 die negative Bürste an Segment I und wegen der Stromrichtung in Spule 8 die positive Bürste an Segment II, wobei die Bürsten miteinander einen Winkel von genau 90° oder allgemein $\frac{360}{2p}$ Grad bilden. Jetzt ist zugleich über die Stromrichtung in den Spulen 1 und 4 entschieden und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccccc} 11 & 5 & 12 & 6 & 13 & 7 & 1 & \\ 4 & 10 & 3 & 9 & 2 & 8 & & \end{array} \right| + .$$

Die geringe Unsymmetrie in den Ankerabteilungen ist ohne wesentliche Bedeutung.

Es ergibt sich nun leicht, daß man die Bürsten mit demselben Rechte wie an Segment I und II auch an die diametral gegenüberliegenden Stellen hätte anlegen können. Dadurch hätte sich nur die Stromrichtung in den Spulen 4 und 7 geändert, die in der neutralen Zone liegen. Allgemein hätten wir das Bürstenpaar um den $\frac{360}{p}$ -ten Teil des Umfangs verschieben können. Von da aus aber ist es nur ein Schritt vorwärts, wenn man nun überhaupt auch bei Serienwicklung p positive und p negative Bürsten verwendet, wobei dann die in der neutralen Zone liegenden Spulen durch die Bürsten kurzgeschlossen werden. Man kommt aber bei Serienwicklung mit zwei Bürsten aus.

Einen kleinen Zeitraum später nach dem in Fig. 88 gezeichneten Augenblick liegt nun die positive Bürste auf zwei Segmenten zugleich und dadurch kommen die Spulen 1 und 7 in Serie geschaltet zum Kurzschluß. Weil man nach dem Prinzip der Serienringschaltung nach p Schritten wieder an die dem Ausgangspunkt benachbarte Stelle kommt, so liegen allgemein p Spulen zwischen zwei benachbarten Segmenten, und diese werden daher in Serie geschaltet kurzgeschlossen, wenn die Bürste gleichzeitig zwei Lamellen berührt.

Will man nun immer nur eine Spule gleichzeitig zum Kurzschluß bringen, so macht man die Zahl der Segmente p mal so groß wie die Spulenzahl. Dann kann die Zahl der Spulen verhältnismäßig kleiner gewählt werden. Der Anfang und das Ende jeder Spule werden dabei je

zu einem besonderen Kollektorsegment geführt. Die Verbindung der Spulen unter sich geschieht dann durch Verbindung der entsprechenden Kollektorsegmente, wobei man je p gleichliegende Segmente miteinander zu verbinden hat. Das Resultat ist dann dasselbe, wie wenn man die Spulen unter Anwendung des Wicklungsschrittes

$$y = \frac{s \pm 1}{p}$$

verbunden hätte. In Fig. 89 ist z. B. $s = 7$ und $p = 3$. Die Zahl der Kollektorsegmente ist also 21. Entsprechend den drei Polpaaren sind je drei um 120° voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden.

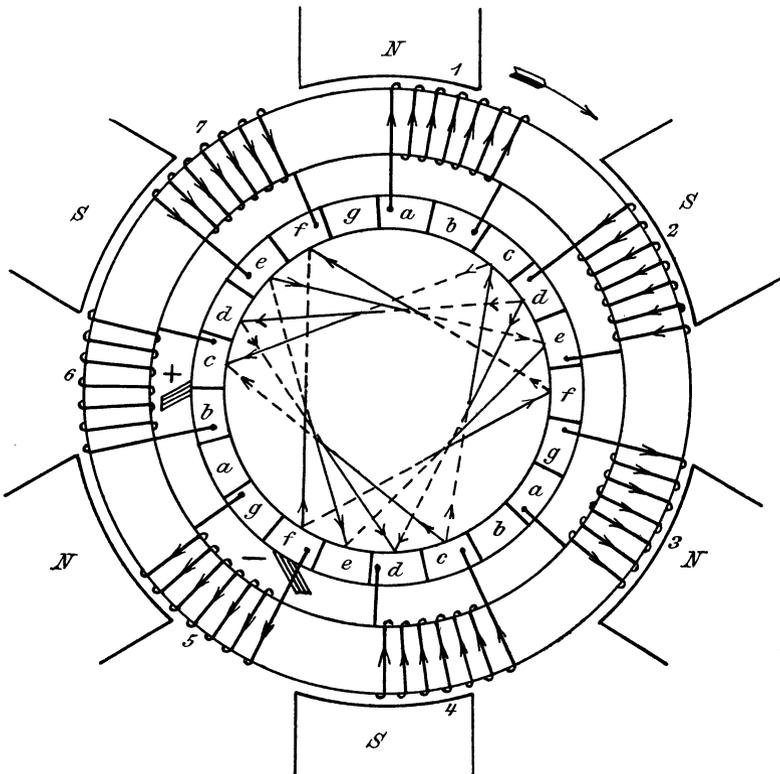


Fig. 89.

Diese Verbindung ist der Deutlichkeit wegen nur bei einigen Segmenten gezeichnet und bei den andern Segmenten durch gleiche Buchstabenbezeichnung ersetzt.

Es sei nun die Spule 6, die genau in der neutralen Zone liegt, durch die positive Bürste kurzgeschlossen. Die negative Bürste liegt dann um 60° von der positiven entfernt. Dann ergibt sich aus den Strompfeilen in den Drähten auf der Stirnfläche folgendes Schema:

$$- \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} +$$

Man sieht jetzt ganz deutlich, daß man p positive und p negative Bürsten anwenden kann, da immer p Segmente untereinander verbunden und gleichwertig sind.

Von besonderer Wichtigkeit ist es wieder, daß man sich die relative Lage der Spulen einer Ankerabteilung gegenüber den Polen klar macht. Spule 4 liegt z. B. am Anfang eines Südpoles, Spule 2 in der Mitte eines Südpoles, Spule 7 am Ende eines Südpoles. Alle drei Spulen sind also gleichwertig einer einzigen Spule von dreifacher Windungszahl, die sich über eine ganze Polteilung ausdehnt.

48. Trommel mit Serienwicklung.

Bei der Trommel mit Serienwicklung bildet eine vor dem Nordpol liegende Spulenseite mit der zugehörigen Spulenseite des nächsten Südpoles eine Spule. Hinter diese Spule schaltet man, ohne direkt zum Anfangspunkt zurückzukehren, die ähnlich liegenden Spulen der folgenden Polpaare. Man kommt dann bei einem vollen Umgang auf die Spulenseite, die dem Anfang die zweitnächste ist. Hat man dabei nur einen Draht oder Stab pro Spulenseite, so verliert die Wickelung ihren spulenartigen Charakter ganz und wird zu einer reinen Wellenwicklung (Fig. 90).

Aus dem Obigen ergibt sich dann für die Trommel mit Serienwicklung:

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2$$

oder:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p}.$$

Beide Wickelungsschritte sind in gleichem Sinne fortlaufend (Wellenwicklung). Dabei müssen y_1 und y_2 ungerade Zahlen sein, da man sonst, bei Spulenseite 1 anfangend, immer nur auf die ungeraden Spulenseiten treffen würde. Ferner muß s , wie bei jeder Trommelwicklung, eine gerade Zahl sein. Wird der Wickelungsschritt y_1 gleich y_2 gewählt, so erhält man:

$$y = \frac{s \pm 2}{2p} \quad \text{oder} \quad 2py = s \pm 2.$$

Dabei ist s gerade und y ungerade.

Die Wahl eines verschiedenen Wertes von y_1 und y_2 kann zweierlei Ursachen haben. Unter Umständen ist die Drahtzahl oder die Zahl der Spulenseiten festgelegt und man erhält dann nur bei ungleichem Wickelungsschritt ungerade Werte von y_1 und y_2 . Ist z. B. $s = 214$ und $p = 6$, so erhält man:

$$y_1 + y_2 = \frac{214 + 2}{6} = 36.$$

Nun darf man y_1 nicht gleich $y_2 = 18$ wählen, da ein gerader Wicklungsschritt keine einfach geschlossene Wicklung liefert. Demnach wird man

$$y_1 = 19, \quad y_2 = 17$$

wählen können. Ferner aber kann ein erheblich ungleicher Wicklungsschritt dann in Frage kommen, wenn es sich darum handelt, die Rückwirkung der in der neutralen Zone liegenden Ankerleiter auf das Magnetfeld zu verringern. Das Resultat ist dann dasselbe wie bei der Sehnenswicklung von Swinburne.

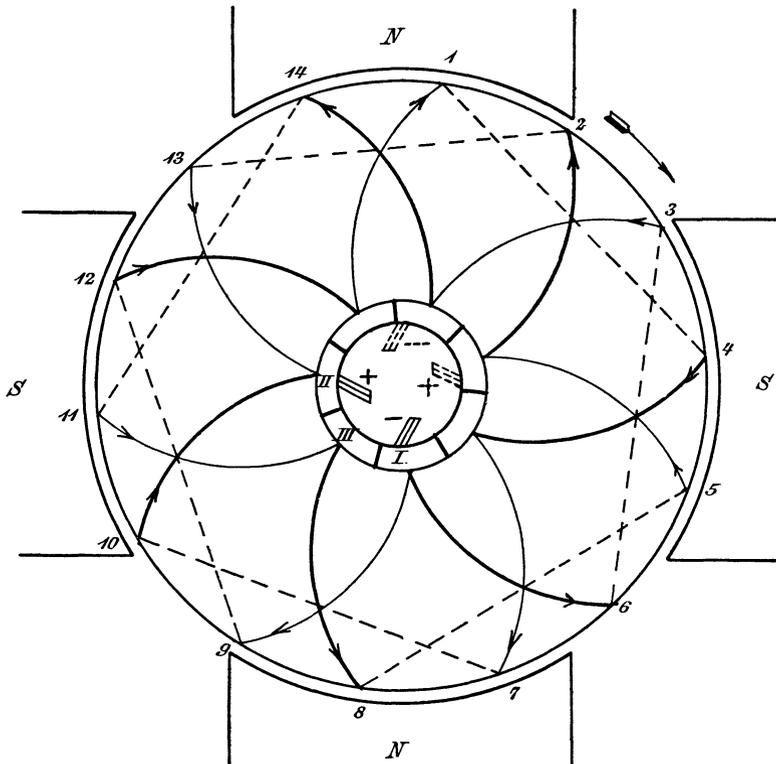


Fig. 90.

In Fig. 90 ist eine Trommel mit Serienwicklung für $s = 14$ und $p = 2$ gezeichnet. Dabei ergibt sich:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p} = \frac{14 \pm 2}{2} = 8 \text{ oder } 6.$$

Wir wählen $y_1 + y_2 = 6$, also $y_1 = y_2 = 3$.

Das Wicklungsschema ergibt sich dann zu 1—4—7—10—13—2 etc. Man führt also die Wicklung bei 1 von vorn nach hinten auf der Mantel-

fläche entlang, weiter auf der hinteren Stirnfläche nach 4, dort von hinten nach vorn und dann auf der vorderen Stirnfläche auf dem Umwege über ein Kollektorsegment nach 7. Die punktierten Verbindungen in Fig. 90 liegen auf der hinteren Stirnfläche.

Wir zeichnen nun wieder die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte, lassen jedoch die Strompfeile in den Drähten 13 und 6 vorläufig fort, da diese Drähte in der neutralen Zone liegen. Wir legen dann wegen der Stromrichtung in Draht 9 die negative Bürste an Segment I und die positive wegen der Stromrichtung in Draht 10 an Segment II. Dadurch ist aber die Stromrichtung in Draht 6 und 13 mit bestimmt und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} & 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ 6 & 3 & 14 & 11 & 8 & 5 & 2 & 13 \end{array} \right| +.$$

Die ungerade Spulenzahl ergibt also zeitweise eine geringe Unsymmetrie.

Man hätte übrigens in unserm Falle auch wieder 4 Bürsten oder allgemein $2p$ Bürsten anwenden können, deren Abstand gleich $\frac{360}{2p}$ Grad ist. In Fig. 90 sind z. B. noch zwei Bürsten punktiert gezeichnet, die den auf Segment I und II liegenden Bürsten diametral gegenüber liegen. Dadurch werden im gezeichneten Augenblick die ohnehin wenig oder gar nicht induzierten Drähte 3, 6 einerseits und 2, 13 andererseits kurzgeschlossen, weil die gleichnamigen Bürsten miteinander verbunden sind. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ 14 & 11 & 8 & 5 & & \end{array} \right| +.$$

Ebenso wie beim Ring mit Serienwicklung sind zwischen zwei benachbarte Segmente immer p Spulen geschaltet. Will man im Interesse eines funkenlosen Ganges vermeiden, das beim Berühren zweier Lamellen durch eine Bürste so viele Spulen kurzgeschlossen werden, so macht man die Zahl der Segmente p mal so groß wie die Zahl der Spulen. Man verbindet dann alle Segmente miteinander, die um $\frac{360}{p}$ Grade voneinander abstehen. Ist z. B., wie in Fig. 91, $s = 16$ und $p = 3$, so ergibt sich:

$$y = \frac{16 + 2}{6} = 3.$$

Das Wicklungsschema ergibt sich also zu 1—4—7—10— etc. Von den Verbindungen innerhalb des Kollektors sind nur die gezeichnet, die im dargestellten Augenblick gerade von Bedeutung sind. Die Verbindung der übrigen Segmente ist durch gleichmäßige Buchstabenbezeichnung deutlich gemacht.

Wir zeichnen nun die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte. Unter der Annahme, das die in der neutralen Zone liegenden

Spulen 1—4 und 9—12 grade kurzgeschlossen sind, ergibt sich die gezeichnete Stellung der beiden Bürsten. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 6 & 3 & 16 & 13 & 10 & 7 \\ 15 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \end{vmatrix} +.$$

Selbstverständlich läßt sich nun ohne weiteres die p fache Bürstenzahl verwenden, da ja je p Kollektorsegmente gleichwertig sind.

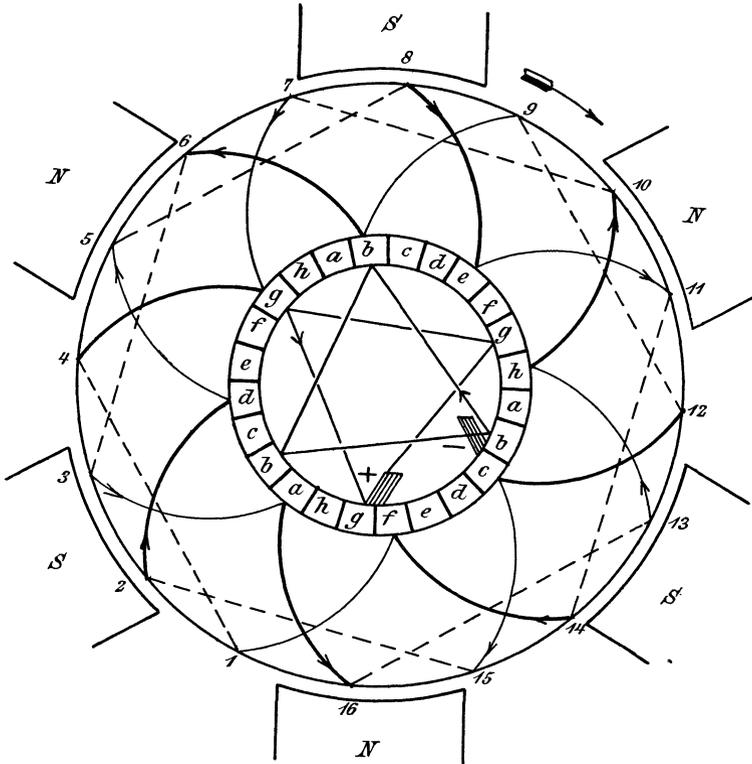


Fig. 91.

Besonders einfach ist nun wieder die Nutenwicklung mit zwei Spulenseiten pro Nut. Bei einem vollen Umgang, also nach $2p$ Schritten, kommt man dabei auf die dem Anfang benachbarte Nut. Dann erhält man das gleiche Resultat, wie wenn man bei glatter Wicklung auf die zweitnächste Spulenseite kommt. Bezeichnet nun Y_1 und Y_2 den Wicklungsschritt, bezogen auf die Nuten, und ist S die Nutenzahl, so erhält man aus der obigen Überlegung:

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm 1$$

oder

$$Y_1 + Y_2 = \frac{S \pm 1}{p}.$$

Ist also z. B. $S = 15$ und $p = 2$, so erhält man:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{15 \pm 1}{2} = 8 \text{ oder } 7.$$

Wir wählen

$$Y_1 = Y_2 = 4$$

und erhalten so die in Fig. 91 a dargestellte Wickelung.

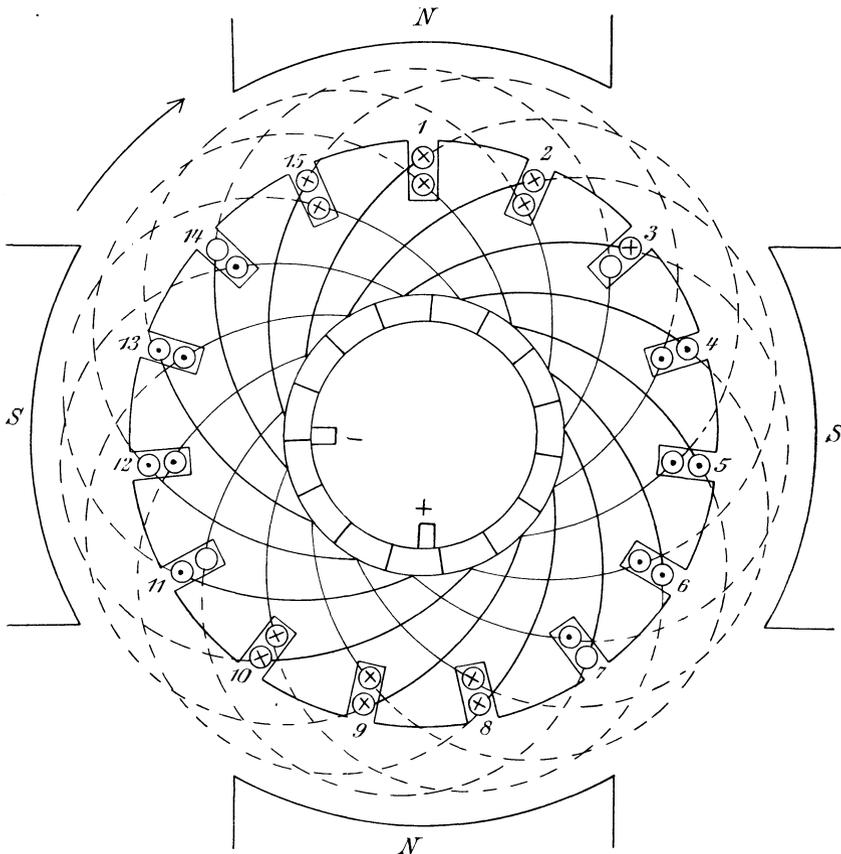


Fig. 91 a.

49. Ring mit Serien-Parallelwicklung.

Bisher haben wir eine Parallelwicklung kennen gelernt, die sich für Maschinen mit großer Stromstärke eignet, und eine wellenförmig angeordnete Serienwicklung, die sich für Maschinen mit hoher Spannung eignet. Im ganzen wird man die Entscheidung, ob Serien- oder Parallel-

wicklung anzuordnen ist, davon abhängig machen, daß die Stromstärke pro Ankerdraht einen passenden Wert erhalten muß. Ist z. B. der Ankerstrom 300 Amp., so wird bei Serienwicklung die Stromstärke pro Ankerzweig 150 Amp. Das erscheint nach praktischen Erfahrungen zulässig, und man wird die Serienwicklung dabei unbedingt vorziehen, weil dabei die Stabzahl kleiner und der Stabquerschnitt größer ist als bei Parallelwicklung. Der Raumverlust durch Isolation des Ankerdrahtes wird also gering. Ist andererseits der Gesamtstrom 600 Amp., so würde bei Serienwicklung die Stromstärke pro Ankerleiter zu groß werden, und man ist genötigt, Parallelwicklung anzuwenden.

Bei den bisher besprochenen Parallelwickelungen tritt aber eine Schwierigkeit auf, die dadurch veranlaßt wird, daß immer eine Ankerabteilung allein vor einem Polpaar liegt. Haben nun die einzelnen Polpaare ungleiche Kraftlinienzahlen, so sind die in den einzelnen Abteilungen induzierten elektromotorischen Kräfte ungleich. Dadurch wird aber die

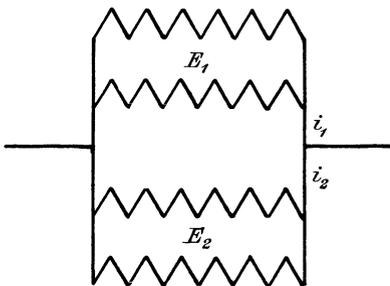


Fig. 92.

Belastung der einzelnen Zweige, d. h. die Stromstärke, die hindurchfließt, eine sehr verschiedene. In Fig. 92 werde z. B. in der oberen, aus zwei parallelen Zweigen gebildeten Abteilung eine elektromotorische Kraft $E_1 = 115$ Volt induziert. In der unteren Abteilung werde infolge ungleicher Kraftlinienzahl der Polpaare nur eine elektromotorische Kraft $E_2 = 114$ Volt induziert. Der Widerstand

jedes Doppelzweiges sei $w' = 0,05$ Ohm. Wie groß wird der Strom in jedem der beiden Zweige, wenn der Gesamtstrom 100 Ampere beträgt?

Da die Klemmspannung für beide Zweige dieselbe ist, so ergibt sich:

$$E_1 - i_1 \cdot w' = E_2 - i_2 \cdot w' = e$$

oder

$$115 - i_1 \cdot 0,05 = 114 - i_2 \cdot 0,05,$$

dennach

$$i_1 - i_2 = 20.$$

Da der Gesamtstrom gleich 100 Ampere ist, so ergibt sich:

$$i_1 = 60 \text{ Ampere.}$$

$$i_2 = 40 \quad ,,$$

Die Mehrbelastung, d. h. die größere Stromstärke vor dem einen Polpaar kann dann eine Funkenbildung zur Folge haben. Am besten versteht man dann solche Schleifenwickelungen mit Mordeyverbindungen, damit die Ungleichmäßigkeiten der verschiedenen Zweige sich schon innerhalb des Ankers ausgleichen können und wenigstens die Belastung der Bürsten überall die gleiche ist.

Dagegen erreicht man eine fast vollständige Beseitigung jeder Unregelmäßigkeit durch die Arnoldsche Serien-Parallelwicklung, die im Gegensatz zu der früheren Schleifenwicklung eine Wellenwicklung ist. Hierbei verteilt sich jede Ankerabteilung auf die verschiedenen Pole, so daß eine Ungleichheit der Pole alle Ankerabteilungen gleichmäßig beeinflusst. Die Wickelung schreitet dabei immer in einem Sinne vorwärts, so daß man nach dem Wickeln einer Spule zu der entsprechenden Stelle des nächsten Polpaares weiter geht.

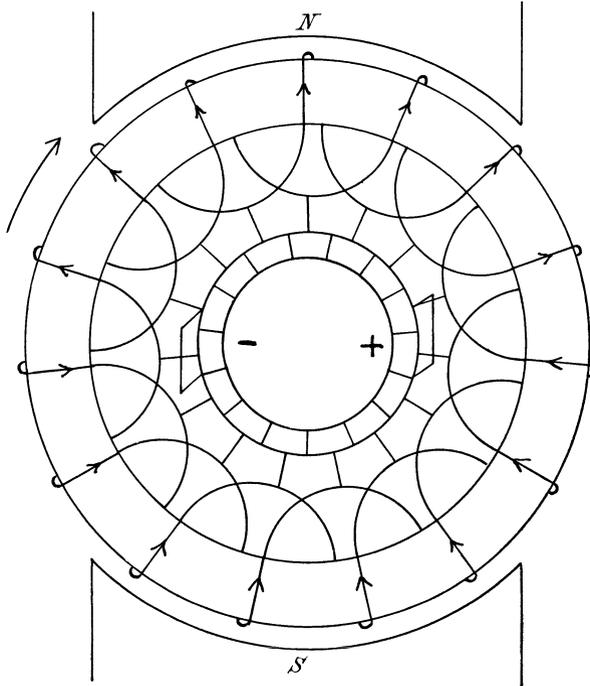


Fig. 92 a.

Insofern unterscheidet sich eine Arnoldsche Wickelung nicht von der früher besprochenen Serienwicklung. Dennoch aber zerfällt die Arnoldsche Wickelung in mehr als zwei parallele Zweige. Das wird dadurch erreicht, daß man nach einem vollen Umgang nicht zu der dem Anfang benachbarten Spule kommt, wie bei der Serienwicklung, sondern zu der zweitnächsten bzw. drittnächsten etc.

Um das deutlich zu machen, gehen wir wieder auf eine zweipolige Wickelung zurück und untersuchen, welchen Einfluß es bei dieser hat, wenn wir bei der Wickelung eine Spule überschlagen (Fig. 92a). Der Wicklungsschritt ist in unserm Falle gleich 2 und die Zahl der Spulen-seiten gleich 15. s und y haben also keinen gemeinsamen Teiler und wir erhalten eine einfach geschlossene Wickelung, die aber elektrisch in vier

parallele Zweige zerfällt. Die Bürsten sind dann so breit zu wählen, daß sie mehr als ein Segment bedecken. Hätten wir den Wicklungsschritt allgemein gleich a gemacht, so zerfiel die Wicklung in $2a$ parallele Zweige.

Daraus leiten wir dann für mehrpolige Maschinen mit Wellenwicklung die Regel ab: Kommt man nach einem Umgang zum a ten Spulenanfang neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt die Wicklung in $2a$ parallele Zweige. Man erkennt leicht, daß die früher besprochene Serienwicklung nur ein spezieller Fall der Serien-Parallelwicklung ist, indem nämlich dabei die Zahl a gleich 1 ist.

Wir beschränken uns nun auf den wichtigsten Fall, wo die Zahl der parallelen Stromzweige gleich der Polzahl ist ($p = a$). Beim Ringanker mit Serien-Parallelwicklung kommen wir dann nach einem vollen Umgang, d. h. nach py Schritten, auf das p te Feld neben dem Anfang. Daraus folgt:

$$py = s \pm p$$

oder

$$y = \frac{s}{p} \pm 1.$$

Dabei ist s , je nach den Umständen, gerade oder ungerade. s und y dürfen aber keinen gemeinsamen Teiler haben, wenn die Wicklung einfach geschlossen sein soll. In Fig. 93 ist z. B. $s = 16$ und $p = 2$. Das ergibt $y = 9$ oder 7 . Gewählt ist $y = 7$. Dann ergibt sich das überaus einfache Wicklungsschema: 1 — 8 — 15 — 6 — etc.

Die Verbindungen der Spulen untereinander liegen alle auf der vorderen Stirnfläche, aber in zwei verschiedenen Ebenen, so daß eine gegenseitige Berührung ausgeschlossen ist.

Zeichnen wir jetzt wieder die Strompfeile in die Ankerdrähte auf der vorderen Stirnfläche, so ergibt sich, daß der Strom einerseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 8 und 15, andererseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 16 und 7 zufließt. Daraus ergibt sich die Lage der beiden positiven Bürsten und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccc} 11 & 2 & 9 & 16 \\ 4 & 13 & 6 & 15 \\ 12 & 5 & 14 & 7 \\ 3 & 10 & 1 & 8 \end{array} \right| +.$$

Einen kleinen Zeitraum nach dem in Fig. 93 gezeichneten Augenblick werden die vier Bürsten gleichzeitig je auf 2 Segmenten liegen. Dadurch bilden z. B. die negativen Bürsten den kurzgeschlossenen Stromkreis:

$$\underline{\text{I, II, 3, III, IV, 11, I.}}$$

Durch die negativen Bürsten sind also in diesem Augenblick die in der neutralen Zone liegenden Spulen 3 und 11 in Serie geschaltet, in sich kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausge-

schaltet. Allgemein werden durch die positiven und die negativen Bürsten gleichzeitig je p Spulen in Serie geschaltet kurzgeschlossen. Da ein kurzgeschlossener Stromkreis an einer Stelle unterbrochen werden kann, ohne

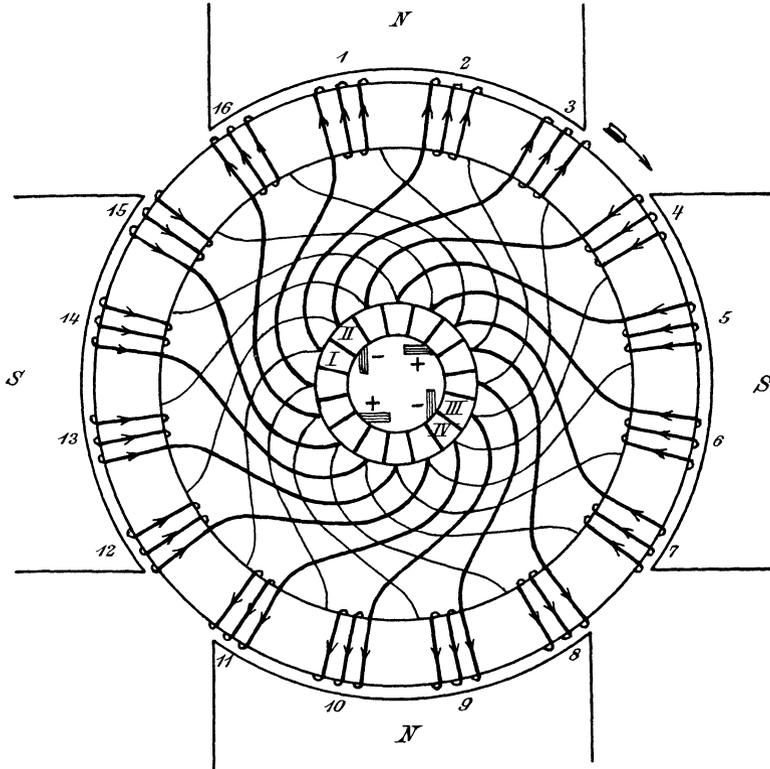


Fig. 93.

dafs die leitende Verbindung zwischen den einzelnen Teilen aufhört, so kann man je eine positive und negative Bürste weglassen. Der betreffende Strom fließt dann, statt zu dieser Bürste, durch die in der neutralen Zone liegenden Spulen zu den anderen Bürsten.

50. Trommel mit Serien-Parallelwicklung.

Wir haben schon früher die prinzipielle Gleichheit der Ring- und Trommelwicklung betont und benutzen sie auch hier, um die Formel für den Wicklungsschritt der Serien-Parallelwicklung abzuleiten. Nach S. 150 ergab sich: Kommt man nach einem Umgang zum a ten Spulenanfang neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt der Anker in $2a$ Zweige. Nun liegen bei der Trommel auf dem Raum, wo sich a Spulenanfänge befinden, $2a$ Spulenseiten. Andererseits machen wir bei einem Umgang p mal den Schritt $y_1 + y_2$. Für reine Parallelschaltung ($p = a$) ergibt sich also

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2p.$$

Da zwischen den beiden Spulenseiten ein und derselben Spule immer eine gerade Anzahl von anderen Spulenseiten liegt, so ist sowohl y_1 , als auch y_2 ungerade. Dadurch wird $y_1 + y_2$ gerade, also haben $y_1 + y_2$ und s den gemeinsamen Teiler 2. Davon abgesehen müssen $y_1 + y_2$ und s teilerfremd sein.

Ist der Wicklungsschritt hinten und vorn derselbe, so ergibt sich aus der obigen Formel:

$$y = \frac{s}{2p} \pm 1.$$

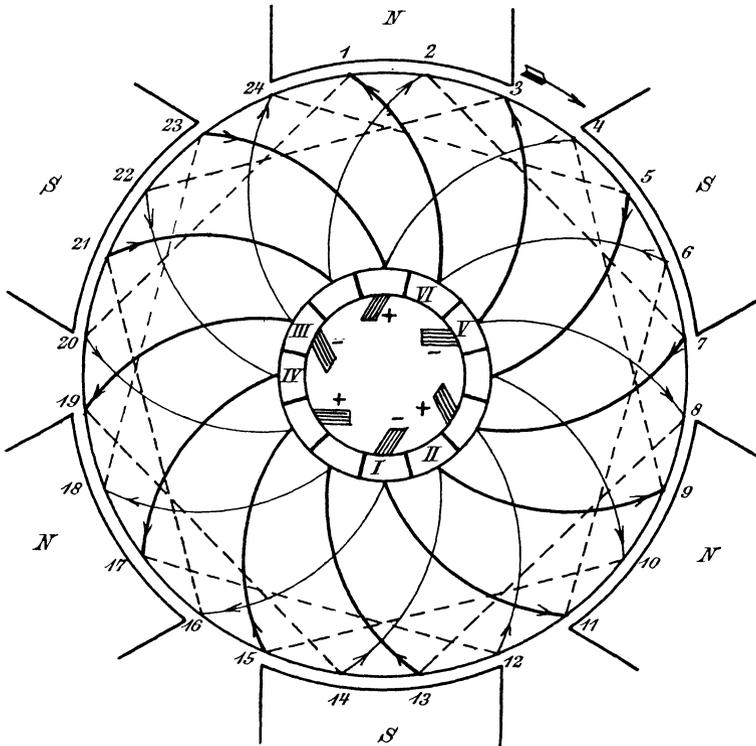


Fig. 94.

Dabei müssen s und y teilerfremd sein. Ist z. B. $s = 24$ und $p = 3$, so ergibt sich $y = 5$ oder 3 . Der Wicklungsschritt 3 führt zu keiner einfach geschlossenen Wicklung, da in diesem Falle s und y einen gemeinschaftlichen Teiler haben. Man würde z. B., von 1 anfangend, schon nach 8 Schritten wieder auf die Spulenseite 1 treffen. Wählen wir dagegen $y = 5$, so ergibt sich das Schema: 1 — 6 — 11 — 16 — etc.

In Fig. 94 ist diese Wicklung gezeichnet, wobei angenommen werden kann, daß jede Spule, z. B. 2, 7, aus mehreren Windungen besteht. In der

Zeichnung sind die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche ausgezogen, die auf der hinteren Stirnfläche sind punktiert. Die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche, durch die zwei Drähte unter sich und mit dem Kollektorsegment verbunden werden, liegen wieder in 2 verschiedenen Ebenen, und zwar liegen die stark ausgezogenen Verbindungen in einer vorderen, die schwach ausgezogenen in einer hinteren Ebene. Die Anzahl der Segmente ist halb so groß wie die der Spulenseiten. Zeichnen wir nun in der bekannten Weise die Strompfeile in sämtliche Verbindungen der vorderen Stirnfläche, so ergeben sich die Stellen, wo die positiven Bürsten anliegen. Das sind die Punkte, auf die der Strom von 2 Seiten zufließt. Ebenso ergeben sich die Orte für die negativen Bürsten als die, von wo der Strom nach 2 Seiten wegfliest. Wir erhalten also folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|cccc|} \hline 11 & 6 & 1 & 20 \\ 16 & 21 & 2 & 7 \\ 8 & 13 & 18 & 23 \\ 3 & 22 & 17 & 12 \\ 24 & 5 & 10 & 15 \\ 19 & 14 & 9 & 4 \\ \hline \end{array} +.$$

Einen Augenblick später wird durch das Aufliegen der negativen Bürsten auf je 2 Segmenten folgender kurzgeschlossener Stromkreis hergestellt:

$$\underline{I}, \underline{II}, 14, 19, \underline{III}, \underline{IV}, 22, 3, \underline{V}, \underline{VI}, 6, 11, \underline{I}.$$

Gleichzeitig werden auch drei Spulen durch die positiven Bürsten kurzgeschlossen. Die auf diese Weise kurzgeschlossenen Spulen liegen in der neutralen Zone. Allgemein werden durch die Bürsten p Spulen oder $2p$ Spulenseiten in serie kurzgeschlossen. Über die Weglassung je einer Bürste gilt also das beim Ringanker Gesagte.

Besonders einfach wird nun wieder die obige Wicklung, wenn man die Nuten fortlaufend numeriert und zwei Spulenseiten pro Nut annimmt. Dann lautet die Regel für die Serien-Parallelwicklung: Kommt man nach einem vollen Umgang auf die a te Nut neben dem Anfang, so zerfällt der Anker in $2a$ parallele Zweige. Ist also wieder Y_1 und Y_2 der Nutenschritt, so gilt für reine Parallelschaltung ($p = a$) die Gleichung:

$$p(Y_1 + Y_2) = S \pm p$$

oder

$$Y_1 + Y_2 = \frac{S}{p} \pm 1.$$

Ist z. B., wie in Fig. 94a, die Spulenzahl gleich 12 und die Zahl der Polpaare $p = 2$, so ist die Nutenzahl $S = 12$ und wir erhalten für reine Parallelschaltung

$$Y_1 + Y_2 = \frac{12}{2} \pm 1 = 7 \text{ oder } 5.$$

Wir wählen $Y_1 = 3$, $Y_2 = 2$ und erhalten so die Wickelung in Fig. 94 a.

Unter Umständen ergeben sich auch bei Serien-Parallelwicklung Schwierigkeiten in bezug auf funkenlosen Gang, besonders wenn man, bei der neutralen Zone anfangend, nach einem Umgang schon in die Nähe der

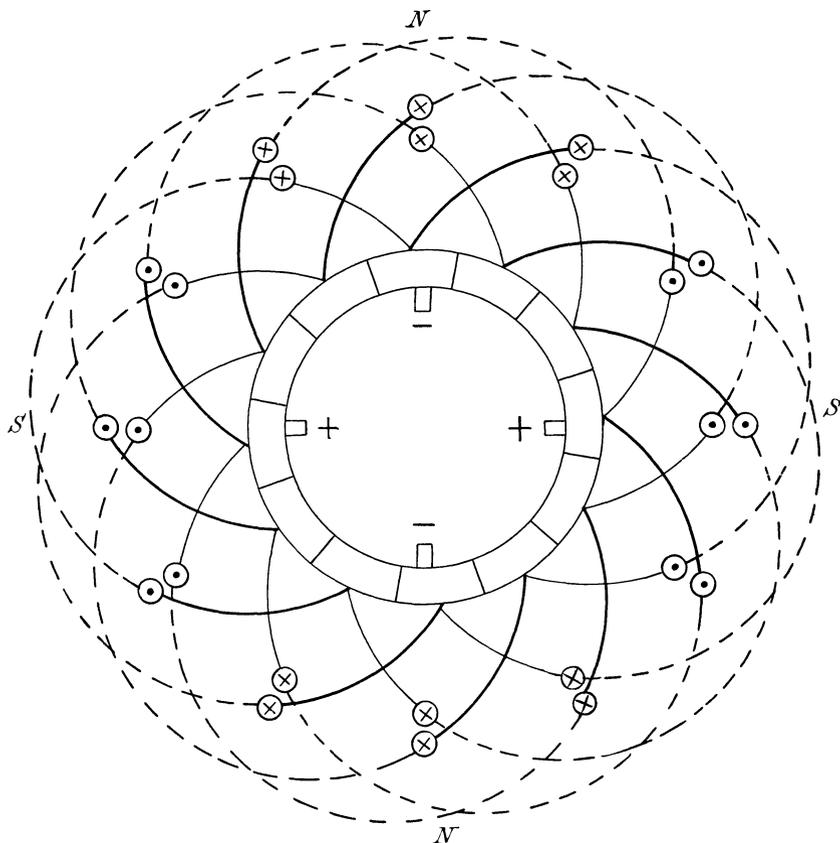


Fig. 94 a.

Polspitze kommt. Es empfiehlt sich daher auch bei dieser Wickelung die Anbringung von Mordeyverbindungen. Ist die Anzahl der Kollektorlamellen durch die Zahl der Polpaare teilbar, was so wie so im Interesse einer symmetrischen Anordnung und eines funkenlosen Ganges wünschenswert ist, so sind die zu verbindenden Segmente leicht zu finden. Es ist dabei nicht nötig, dass sämtliche entsprechenden Segmente verbunden werden.

Siebentes Kapitel.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen. — 52. Die Feldmagnete. — 53. Die Bürstenstellung.
— 54. Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung. — 55. Funkenfreie Kommutierung. —
56. Spannungsteiler.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen.

Die ersten Maschinen, in denen durch mechanische Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft erzeugt wurde, enthielten Stahlmagnete. Man setzte diese aus einzelnen Lamellen zusammen, die sich stärker magnetisieren ließen als massive Stahlmassen. Trotzdem war die Kraftlinienzahl, die von solchen Stahlmagneten geliefert wurde, verhältnismäßig klein. Infolgedessen waren auch die erzeugte elektromotorische Kraft und die Stromstärke gering.

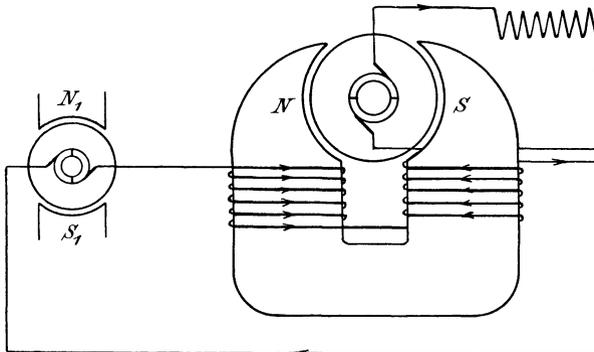


Fig. 95.

Es war daher ein prinzipieller Fortschritt, als Wilde in Manchester den in einer solchen Maschine mit Stahlmagneten und zweiteiligem Kommutator erzeugten Gleichstrom zur Magnetisierung der Eisenschenkel einer zweiten Maschine benutzte. Da Schmiedeeisen durch einen verhältnismäßig schwachen magnetisierenden Strom außerordentlich stark magnetisch wird, so war die in den Wildeschen Maschinen erzielte elektromotorische Kraft von erheblicher Stärke. In Fig. 95 ist eine solche Anordnung gezeichnet, wobei N_1 und S_1 die Stahlmagnete der Erregermaschine darstellen. Der Strom, den diese Maschine liefert, fließt durch die Schenkelwicklung einer

größeren Maschine, deren Magnetgestell aus Schmiedeeisen oder Gufseisen besteht. Die Magnetspulen sind dabei derartig verbunden, daß entgegengesetzte Pole N und S induziert werden. Wenn also das untere Ende der linken Spule vorn liegt, so muß das angeschlossene untere Ende der rechten Spule hinten liegen.

Der gewaltige Aufschwung der Elektrotechnik während der letzten Jahre des vergangenen Jahrhunderts wurde aber erst möglich durch das von Werner von Siemens entdeckte Dynamoprincip. In einem Vortrag, den Siemens 1866 in der Berliner Akademie der Wissenschaften hielt, wies er nach, daß der remanente Magnetismus des Eisens zur Selbsterregung der Maschinen benutzt werden könne.*) Die einfache Form dieser Abhandlung steht in merkwürdigem Gegensatz zu der großen Bedeutung, die das Dynamoprincip in Verbindung mit dem mehrteiligen Kollektor für die Entwicklung der Elektrotechnik gehabt hat. Erst seit

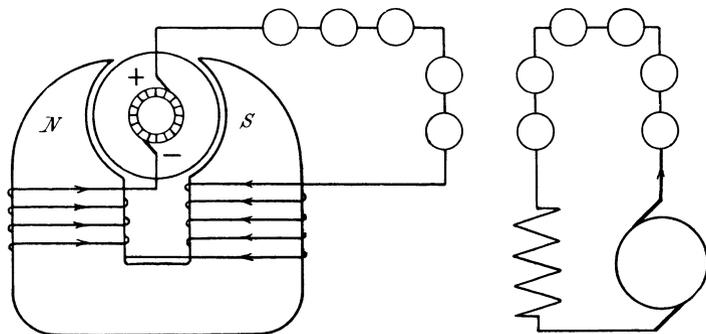


Fig. 96.

der Entdeckung desselben gibt es „Dynamomaschinen“. Es ist übrigens von Interesse, daß wenige Tage nach der Siemesschen Veröffentlichung auch in England das Prinzip der Selbsterregung selbständig bekannt gemacht wurde, und daß in Amerika bereits einige Wochen vorher ein vorläufiges Patent darauf angemeldet gewesen ist.

Als Dynamomaschinen bezeichnete man früher die selbsterregenden Maschinen zum Unterschied von den Maschinen mit fremder Erregung. Jetzt dagegen ist es Gebrauch geworden, als Dynamo jede Maschine zu bezeichnen, in der durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft geschaffen wird. Dynamo und Generator sind also jetzt gleichbedeutend, und man spricht jetzt sogar von Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom, obgleich beim Wechselstrom die Selbsterregung in der Regel ausgeschlossen ist.

Der Vorgang der Selbsterregung der Gleichstrommaschinen vollzieht sich derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur die Kraftlinien

*) Siehe Poggendorfsche Annalen 1867.

des remanenten Magnetismus geschnitten werden. Dadurch wird eine geringe elektromotorische Kraft und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem aber dieser Strom nach Fig. 96 um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den remanenten Magnetismus. Dadurch wächst dann die Zahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde, also die elektromotorische Kraft, und dadurch wieder der Strom etc. So arbeitet sich die Maschine beim „Angehen“ selbst in die Höhe und schafft sich ihren Magnetismus selbst. Die Stärke des auf diese Weise geschaffenen Magnetfeldes und der induzierten elektromotorischen Kraft hängt dann von den Betriebsverhältnissen ab. Auf den ersten Blick könnte man allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr relativer Begriff ist. Vielmehr wächst

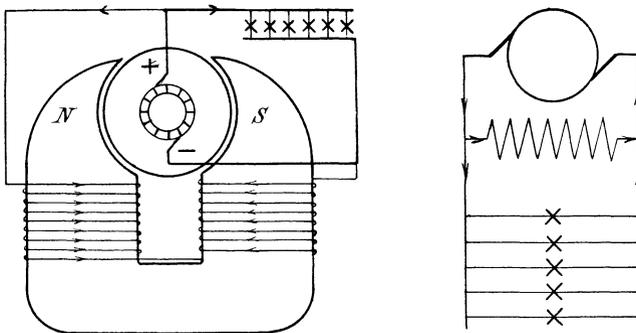


Fig. 97.

der Strom nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke mal dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der elektromotorischen Kraft ist, die bei den betreffenden Kraftlinien induziert wird.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen sehr erschwert, da die betreffende Kraftlinienzahl ja vom Strome selbst abhängig ist. Wir kommen dabei zu dem merkwürdigen Resultat, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die elektromotorische Kraft und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die elektromotorische Kraft selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist. Jetzt ist also unsere frühere Vorstellung kaum mehr aufrecht zu halten, daß die elektromotorische Kraft und der Widerstand des Kreises ursprünglich gegeben sind, und daß sich die Stromstärke erst nach dem Ohmschen Gesetz aus beiden ableitet. Bei der Dynamomaschine ist die elektromotorische Kraft nicht allein eine Funktion der Maschine, die etwa durch konstante Kraftlinienzahl, Tourenzahl und Drahtzahl gegeben wäre. Vielmehr hängt sie außerdem noch ab von den

Betriebsverhältnissen, also von dem zwischen den Klemmen liegenden Widerstand, d. h. praktisch von dem Stromverbrauch.

Was nun die Magnetwicklung betrifft, so besteht sie bei der Hauptstrommaschine (Fig. 96) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes, der vom Hauptstrom durchflossen wird. Anker, Magnetwicklung und äußeres Netz sind also hintereinander geschaltet.

Bei der Nebenschlußmaschine (Fig. 97) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Die Wickelung liegt direkt an den Bürsten, ist also parallel zum äußeren Netz geschaltet. Infolge des großen Widerstandes der Wickelung ist der Magnetstrom dann sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

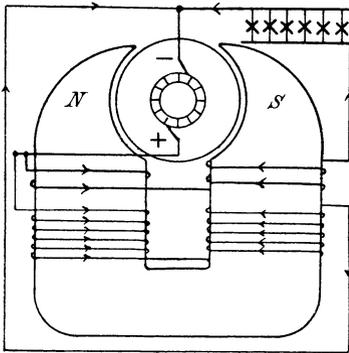


Fig. 98 a.

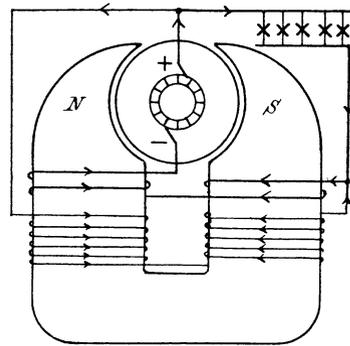


Fig. 98 b.

Die Kompoundmaschine endlich ist eine Vereinigung von Hauptstrom- und Nebenschlußmaschine (Fig. 98 a und b). Sie ist im wesentlichen eine Nebenschlußmaschine, deren Magnetfeld durch die Wirkung einer Hauptstromspule verstärkt wird. Die Wickelung ist also so anzuordnen, daß die Ströme in der Hauptstrom- und der Nebenschlußwicklung gleichgerichtet sind. In Fig. 98 a ist der Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt. Er liegt also parallel zum Widerstand der Hauptstromwicklung und dem äußeren Widerstand. In Fig. 98 b ist der Nebenschluß dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt; er liegt also parallel zum äußeren Widerstand. Die Kompoundwicklung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches trotz des dadurch vergrößerten Spannungsverlustes im Anker die Klemmspannung konstant zu halten.

Von besonderem Interesse sind nun die Bedingungen, bei denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen unmöglich wird. Das „Angehen“ wird erschwert bezw. verhindert:

- I. wenn die im ersten Augenblick induzierte elektromotorische Kraft zu gering ist, d. h.
 1. bei zu geringem remanenten Magnetismus,
 2. bei zu niedriger Tourenzahl;
- II. wenn der erzeugte magnetisierende Strom zu gering ist, d. h.
 1. bei großem Übergangswiderstand der Bürsten,
 2. bei großem äußeren Widerstand der Hauptstrommaschine,
 3. bei großem Magnetwiderstand der Nebenschlussmaschine,
 4. bei sehr kleinem äußeren Widerstand der Nebenschlussmaschine, z. B. bei Kurzschluss, wo die Spannung an den Klemmen und dadurch der Magnetstrom gleich Null wird;
- III. wenn die erzeugten Kraftlinien den remanenten Magnetismus ungenügend oder gar nicht verstärken, d. h.
 1. bei großem Luftabstand zwischen Anker und Polen,
 2. durch falsche Schaltung der Magnetwicklung bei gegebener Drehrichtung,
 3. durch Umkehrung der Drehrichtung bei gegebener Schaltung der Magnetwicklung.

Dagegen hat eine Umpolarisierung der Magnete keinen Einfluss auf das Angehen der Maschine, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

52. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete bestehen meist aus mehreren miteinander verschraubten Teilen verschiedenen Materials. Als Material wird Ankerblech, Schmiedeeisen, Gufseisen, Dynamogufsstahl und Flufseisen verwendet.

Für Generatoren mit Fremderregung oder für Motore empfiehlt sich unter Umständen das Schmiedeeisen wegen seiner hohen magnetischen Leitfähigkeit. Dagegen ist es unmöglich, die Feldmagnete einer Maschine mit Selbsterregung ganz aus Schmiedeeisen herzustellen, weil die Maschine bei dem geringen remanenten Magnetismus des Schmiedeeisens nicht angehen würde. Bei Dynamomaschinen, d. h. Maschinen mit Selbsterregung, verwendet man also das Schmiedeeisen nur für die Magnetkerne, wobei der Kernquerschnitt verhältnismäßig klein gewählt werden kann. Dabei erzielt man nicht nur eine Ersparnis an Eisen, sondern auch an Kupfer. Der Umfang einer Windung ist dann verhältnismäßig klein, und bei gegebenem Wirkungsgrad kann dann zugleich der Kupferquerschnitt kleiner gewählt werden als bei Verwendung von Gufseisen.

Das Ankerblech kommt als Material für die Polschuhe in Betracht, weil dabei der Verlust durch Wirbelströme vermieden wird.

Das Gufseisen mit seinem höheren remanenten Magnetismus wurde früher fast allgemein als Material für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Leitfähigkeit kommt es indessen jetzt nur noch für kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringeren Herstellungskosten und der billigere Preis des Gufseisens wiegen dann den Nachteil des durch die schlechte Leitfähigkeit veranlafsten gröfseren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Dagegen hat der Dynamogufsstahl das Gufseisen neuerdings überall da verdrängt, wo es gilt, grofse Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er vereinigt den Vorteil einer hohen magnetischen Leitfähigkeit, die sich von der des Schmiedeeisens kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen als bei Gufseisen und braucht

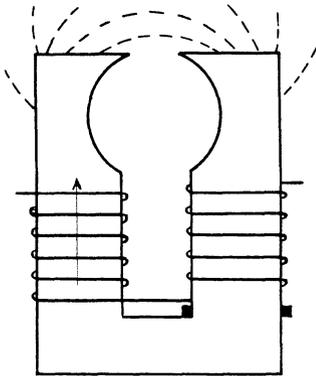


Fig. 99 a.

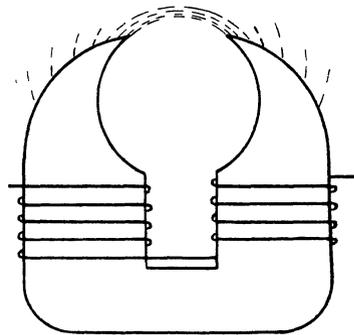


Fig. 99 b.

dabei noch verhältnismäßig wenig Amperewindungen auf den Schenkeln. Während früher oft die Hälfte aller Amperewindungen verbraucht wurde, um den Kraftlinienfluß durch das Gufseisen der Feldmagnete zu treiben, ist es jetzt bei gröfseren Maschinen die Regel, daß für den gesamten Eisenweg inklusive Zähne und Anker nur etwa 25 % der gesamten Amperewindungen verbraucht werden.*) Das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete wird also bei Verwendung von Gufsstahl bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem ist die gröfser zulässige Kraftliniendichte, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß. Diesen Vorteilen steht nur

*) Dabei kommt es aber immer noch darauf an, für welche Zwecke die Maschine gebaut ist. Bei Maschinen, die ohne parallelgeschaltete Batterie auf Glühlampen arbeiten, wird oft die Hälfte der Amperewindungen für den Eisenweg und für Kompensation der Ankerrückwirkung verbraucht (vergl. Abschnitt 59).

der höhere Preis des Gufsstahles und unter Umständen die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Gestell mit der Fundamentplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Was nun die Form des Magnetgestelles betrifft, so baute man zuerst hufeisenförmige Magnetgestelle (Siemenstype). Man erkannte dabei bald, daß die zuerst gewählten langen Schenkel den Eisenweg für die Kraftlinien ganz unnütz verlängern. Ferner ergab sich, daß eine möglichst gefällige, dem Verlauf der Kraftlinien sich anschmiegende Form am günstigsten ist. Eine Kraftlinie bildet, solange sie in demselben Material verläuft, niemals Ecken, und die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Fig. 99a vergrößern unnützerweise das Eisengewicht der Maschinen. Die Pole sind also in der Weise, wie es in Fig. 99b gezeichnet ist, abzurunden oder abzuschrägen.

Von geschichtlichem Interesse ist ferner die Manchestertype (Fig. 100). Die Schaltung der Erregerspulen ist dabei derartig, daß die magnetischen Drücke beider Schenkel parallelgeschaltet sind. Die Kraft-

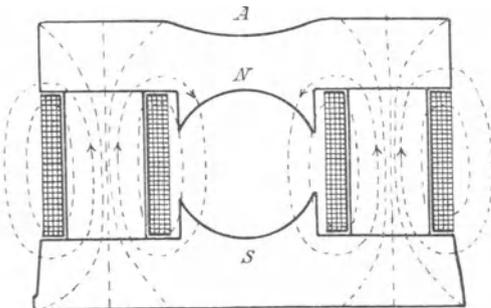


Fig. 100.

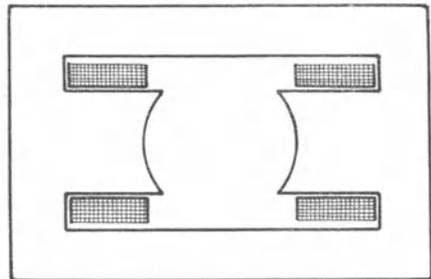


Fig. 101.

linien verlaufen also in Fig. 100 in beiden Schenkeln von unten nach oben, stoßen bei *N* aufeinander und bilden dort einen sog. Folgepol. Bei der Berechnung der Amperewindungen für die Maschine teilt man die Maschine am besten durch einen vertikalen Schnitt parallel zur Achse in 2 Hälften und berechnet die Amperewindungen für jede Hälfte einzeln. Dabei ist zu berücksichtigen, daß jeder Kernquerschnitt jetzt nur die Hälfte der Kraftlinien führt. Ferner sind die berechneten Amperewindungen auf jedem der beiden Kerne unterzubringen, da die magnetischen Drücke beider Spulen parallel geschaltet sind und sich nicht addieren.

Die neuerdings wegen ihrer vorzüglichen magnetischen Disposition allgemein verwendete Form des Magnetgestells ist die Lahmeyertype (Fig. 101). Fast alle mehrpoligen Magnetgestelle gehören dieser eisenumschlossenen Form an. In der Regel trägt dabei jeder Pol auch eine Erregerspule (Fig. 109a), jedoch läßt sich die Erregung eines Polpaares auch durch eine

einzigste Erregerspule bewirken (Fig. 102). Diese Anordnung kann in Frage kommen, wo es sich, wie bei Strafsenbahnmotoren, darum handelt, die eine Dimension der Maschine möglichst klein zu machen. Die Unsymmetrie der magnetischen Anordnung kann aber eine Funkenbildung am Kollektor verursachen.

Was nun endlich die Innenpolmaschinen betrifft, so bietet die Befestigung des Ankers, der um das feststehende Polrad rotiert, gewisse Schwierigkeit, so daß man von dieser sonst vorzüglichen Konstruktion wieder abgekommen ist. Dagegen ist die Innenpolmaschine die beste Konstruktion für Wechselstrommaschinen, und zwar rotiert bei diesen das Polrad, während der außen angeordnete Anker feststeht.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die verschiedenen Maschinentypen in bezug auf die Streuung zu vergleichen.

Unter den Streulinien versteht man die Kraftlinien, die sich direkt

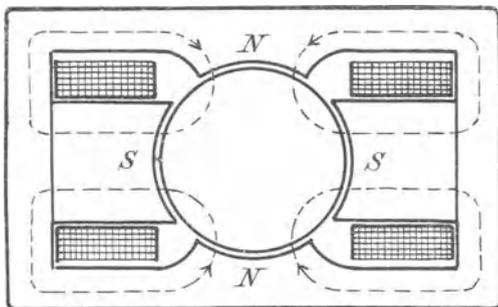


Fig. 102.

zwischen den Polkernen oder zwischen den Polspitzen durch die Luft hindurch schließen, ohne den Anker zu durchsetzen. Infolge der Streuung ist die Kraftlinienzahl in den Magneten größer als die nutzbare Kraftlinienzahl im Anker. Die dadurch vergrößerte Induktion in den Magnetkernen und

im Joch veranlaßt dann einen unverhältnismäßig großen Aufwand von Amperewindungen auf den Magnetschenkeln.

Es sei nun

$$\begin{aligned}
 N & \text{ die von einem Nordpol in den Anker eintretende Kraftlinienzahl,} \\
 N_s & \text{ der von einem Nordpol nach beiden Seiten austretende Streufluß,} \\
 N_m & = N + N_s \text{ die Gesamtkraftlinienzahl innerhalb des Polkernes,} \\
 \sigma & = \frac{N_m}{N} \text{ der Streukoeffizient.} \quad (80)
 \end{aligned}$$

Um diesen Streukoeffizienten experimentell zu ermitteln, wird eine Sekundärspule in der in Fig. 99 a gezeichneten Weise um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem ballistischen Galvanometer geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes ziehen sich alle Kraftlinien zusammen und schneiden durch die Sekundärspule. Der Ausschlag des Galvanometers ist dann ein Maß für die Kraftlinienzahl. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Sekundärspule wiederholt und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann direkt den Koeffizienten σ . Man findet im Mittel

$$\begin{aligned}\sigma &= 1,5 \quad \text{für die Manchester-type,} \\ \sigma &= 1,36 \quad \text{für die Siemenstype,} \\ \sigma &= 1,1 \text{ bis } 1,2 \quad \text{für die Lahmeyertype.}\end{aligned}$$

Die Streuung ist bei der Manchester-type am grössten, weil die Kraftlinien an dem Folgepol aufeinander stossen, sich gegenseitig aufbäumen und in grosser Zahl in die Luft entweichen (vergl. Fig. 100). Es nützt wenig, wenn man durch Aussparungen bei A den Eisenweg dem natürlichen Kraftlinienweg anzupassen sucht.

Auch die Siemenstype (Fig. 99 a und b) ist in bezug auf Streuung ungünstig gestellt, weil die Magnetkerne sich verhältnismässig nahe gegenüber stehen, und weil die Magnetpole grosse Flächen besitzen, die nach aussen Streulinien ausstrahlen. Die Abrundung der Pole in Fig. 99 b vermindert allerdings die Streuung etwas, weil der Weg für die Streulinien länger und unbequemer wird.

Am günstigsten arbeitet die Lahmeyertype (Fig. 101), weil die Erregerspulen dabei ganz dicht in der Nähe des Ankers liegen, und weil infolgedessen der Querschnitt des Streufeldes von Polspitze zu Polspitze verhältnismässig klein ist.

Nun muss man allerdings im Auge behalten, dass die angegebenen Werte von σ nur eine rohe Annäherung darstellen können. Zunächst kann nämlich die Streuung bei Maschinen ein und derselben Type verschieden sein, je nachdem der magnetische Widerstand des Streufeldes ein gröfserer oder geringerer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluss gröfser bei rechteckigem Polquerschnitt, als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls gröfser, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Ausserdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der Luftabstand zwischen Polen und Anker besonders gross, so sind zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes viele Amperewindungen nötig. Diese schaffen uns dann einen besonders grossen Streufluss bei verhältnismässig geringem nutzbaren Kraftfluss.

Diese Verhältnisse werden noch deutlicher, wenn man den Streufluss und den nutzbaren Kraftlinienfluss als zwei parallelgeschaltete Ströme auffasst, die den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege umgekehrt proportional sind. Demnach ist das Verhältnis der Streulinien zu den nutzbaren Kraftlinien gleich dem Verhältnis des Widerstandes des nutzbaren Feldes zum Widerstand des Streufeldes. Wie man also sieht, können Maschinen derselben Type eine ganz verschiedene prozentische Streuung besitzen.

Andererseits kann der Wert von σ bei ein und derselben Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man nicht immer die gleiche Kraftlinienzahl im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt und ihr

magnetischer Widerstand ist nicht konstant. Dazu kommt noch, daß die Amperewindungen des Ankers nach Abschnitt 54 einen je nach den Betriebsverhältnissen wechselnden magnetischen Gegendruck X_g darstellen, wodurch die erforderlichen Amperewindungen der Feldmagnete und dadurch auch die Streuung vergrößert wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Widerstand des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine eine geometrische Ausmessung zuläßt. Ist Q_s der Querschnitt und l_s die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Abschnitt 29 der Widerstand W_s des Streufeldes zu:

$$W_s = \frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s}. \quad (81)$$

Ist nun der magnetische Druck $X_a + X_z + X_l$ nötig, um den betreffenden Kraftlinienfluß N durch den Anker zu treiben, und ist außerdem noch der Gegendruck X_g der Amperewindungen des Ankers zu überwinden, so ergibt sich die Zahl N_s der Streulinien nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus zu:

$$N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{W_s}. \quad (82)$$

Der Kraftfluß in den Magneten ist dann $N_m = N + N_s$. Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 29 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

Noch viel ungünstiger liegt die Sache, wenn man den Widerstand des Streufeldes nicht durch geometrische Ausmessung bestimmen kann. Man kann allerdings bei mehrpoligen Maschinen annehmen, daß der Polbogen etwa 70 % der Polteilung beträgt, so daß der Rest von 30 % der Teilung gleich der neutralen Zone ist. Demnach ist die Länge l_s des Streuweges der Teilung $\frac{D\pi}{2p}$ proportional. Andererseits ist der Querschnitt Q_s des Streufeldes jedenfalls der axialen Ankerlänge b und schätzungsweise der radialen Länge der Magnetschenkel proportional. Die letztere wird nun wieder in einer rohen Schätzung dem Polbogen oder der Polteilung $D\pi/2p$ proportional sein, so daß der Querschnitt des Streufeldes proportional dem Produkt $b \cdot D\pi/2p$ ist. Analog der Gleichung für den elektrischen Widerstand ($w = \rho \cdot \frac{l}{q}$) ergibt sich also der magnetische Widerstand des Streufeldes aus Länge und Querschnitt zu

$$W_s = c_1 \cdot \frac{D\pi/2p}{b \cdot D\pi/2p} = \frac{c_1}{b}.$$

Dabei ist c_1 ein Faktor, der für die verschiedenen Typen verschiedene Werte hat. Wir können ihn den spezifischen Widerstand des Streufeldes nennen. Kapp setzt statt des Nenners b das geometrische Mittel aus der

Polteilung und der Ankerlänge, also abgesehen von einem konstanten Faktor den Wert $\sqrt{\frac{D}{p}} \cdot b$ ein. *) Dadurch nimmt unsere Gleichung für den magnetischen Widerstand des Streufeldes die Form an:

$$W_s = \frac{c}{\sqrt{\frac{D}{p}} \cdot b} \quad (83)$$

Dabei bedeutet c einen konstanten Faktor, für den Kapp folgende Werte angibt:

$$\begin{aligned} \text{Manchestertype} & c = 0,12, \\ \text{Siemenstype} & c = 0,29, \\ \text{Lahmeyertype} & c = 0,35-0,55. \end{aligned}$$

Ist z. B. der Durchmesser 60 cm, die Ankerlänge 40 cm, die Zahl der Polpaare gleich 2, und wird, entsprechend der Lahmeyertype, der spezifische Widerstand des Streufeldes $c = 0,35$ geschätzt, so ergibt sich:

$$W_s = \frac{c}{\sqrt{\frac{D}{p}} \cdot b} = \frac{0,35}{\sqrt{1200}} = 0,01.$$

Für einen an den Polköpfen liegenden Druck von beispielsweise 10000 Amperewindungen ergibt das einen Streufluß:

$$N_s = \frac{10000}{0,01} = 1 \cdot 10^6.$$

Man muß aber auch hier wieder im Auge behalten, daß die Berechnung der Streuung verhältnismäßig sehr unsichere Resultate ergibt.

53. Die Bürstenstellung.

Im 43. Abschnitt ergab sich, daß der Strom aus jeder Ankerabteilung auf die neutrale Zone zufließt. Die Bürsten müssen also theoretisch in der neutralen Zone stehen. Da nun die Zuleitungen zum Kollektor mehr oder weniger gekröpft sind, so sind allgemein die Bürsten so zu stellen, daß der Übergang einer Spule von einer Ankerabteilung in die andere in der neutralen Zone erfolgt. Die neutrale Zone ist dabei der Ankerdurchmesser, der senkrecht auf den Kraftlinien steht. Bei falscher Bürstenstellung würde z. B. eine Ankerabteilung des Ringankers gleichzeitig vor ungleichnamigen Polen liegen. In den einzelnen Drähten einer Abteilung werden dann entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kräfte induziert, die sich zum Teil aufheben. Das hat dann einen Verlust an elektromotorischer Kraft zur Folge.

Dazu kommt noch, daß die Bürste, sobald sie auf zwei Kollektorsegmenten steht, eine oder unter Umständen mehrere Spulen kurz schließt.

*) Siehe Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom.

Wenn nun dieser Kurzschluss nicht in der neutralen Zone, sondern in einem starken magnetischen Feld erfolgt, so wird in den rotierenden, kurzgeschlossenen Spulen durch das äußere Feld eine starke elektromotorische Kraft induziert. Diese erzeugt in dem geringen Spulenwiderstand während der Zeit des Kurzschlusses einen starken Strom. Die Folge ist eine starke Funkenbildung, wenn die Bürste dann im Laufe der Rotation von dem einen der kurzgeschlossenen Segmente abgleitet. Auch im Interesse des funkenlosen Ganges ist es also nötig, daß die Bürsten wesentlich in der neutralen Zone stehen.

Dabei ist aber zu beachten, daß die neutrale Zone nur bei stromloser Maschine, also bei Leerlauf, senkrecht auf der Kraftlinienrichtung der Magnete steht. Das Experiment mit Eisenfeilspänen zeigt, daß die Richtung der den Anker durchlaufenden Kraftlinien in Richtung der Drehung verschoben wird, sobald die Maschine Strom liefert (Fig. 103a).

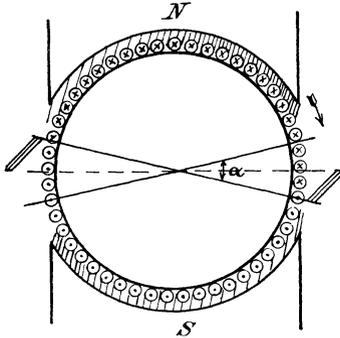


Fig. 103 a.

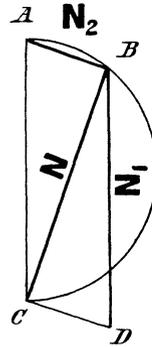


Fig. 103 b.

Demnach sind die Bürsten ebenfalls im Sinne der Drehung aus der theoretischen, bei Leerlauf bestehenden neutralen Zone in die praktische neutrale Zone zu verschieben, sobald der Anker Strom liefert.

Die Richtung dieser praktischen neutralen Zone ergibt sich aus der Überlegung, daß der stromdurchflossene Anker selbst zu einem Elektromagneten wird, dessen Kraftlinien den Anker in Richtung des Bürstendurchmessers durchdringen. Die vom Anker erzeugten Kraftlinien N_2 setzen sich dabei mit den von Magneten erzeugten Kraftlinien N_1 zu dem resultierenden Kraftfluß N zusammen.

Die Amperesche Schwimmerregel liefert uns die Richtung der Kraftlinien N_2 in Fig. 103b. Da der Bürstendurchmesser bei richtiger Bürstenstellung senkrecht auf dem resultierenden Kraftfluß N steht und andererseits mit der Richtung der Ankerkraftlinien N_2 zusammenfällt, so folgt der rechte Winkel zwischen N_2 und N .

Bezeichnet nun α den doppelten Bürstenverschiebungswinkel, so ist der einfache Verschiebungswinkel $\alpha/2$ durch die Gleichung gegeben:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Bei dieser Bürstenverschiebung liefert die Maschine bei dem betreffenden Ankerstrom die höchste Voltzahl. Es ist aber zu beachten, daß der Anker nicht ganz von Eisen umgeben ist, und daß daher der magnetische Widerstand für die vom Anker erzeugten Kraftlinien ein anderer ist als für die Magnetkraftlinien. Daher ist eine Vorausberechnung der Bürstenverschiebung auf Grund der obigen Gleichung nicht ausführbar. Dazu kommt noch, daß die Bürsten im praktischen Betrieb bis in die Nähe der Polecken vorgeschoben werden. In der kurzgeschlossenen Spule soll nämlich der Strom während der Zeit des Kurzschlusses seine Richtung umkehren. Dieser Vorgang wird nach Abschnitt 35 durch die Selbstinduktion der Spule verzögert. Man verschiebt daher die Bürsten bei Generatoren in Richtung der Drehung über die praktische neutrale Zone hinaus bis in das aktive Feld (Fig. 103c). Dann wird durch das äußere Feld in der Spule eine elektromotorische Kraft induziert, die die Selbstinduktion aufhebt und dadurch [die Kommutierung ohne Funkenbildung ermöglicht. Der geringe Verlust an elektromotorischer Kraft, der dadurch bedingt wird, ist ohne Bedeutung.

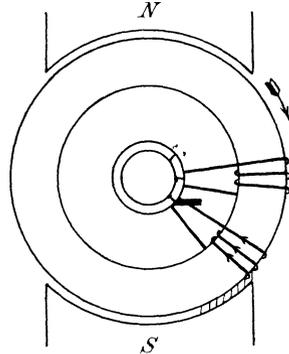


Fig. 103c.

54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung.

Stehen die Bürsten in der Nähe der Polspitzen, so zerfällt die ganze Ankerwicklung in 2 Teile, von denen der erste Teil innerhalb des Winkels α der neutralen Zone und der zweite Teil innerhalb des Polbogens β liegt. Wie man aus Fig. 104a erkennt, wirken dann die innerhalb der neutralen Zone liegenden Windungen den Magnetwindungen direkt entgegen, indem sie die punktiert angedeuteten Kraftlinien zu erzeugen suchen. Das geht auch aus Fig. 103b hervor, wo ebenfalls eine Komponente der Ankerkraftlinien N_2 den Magnetkraftlinien entgegen gerichtet ist. Der wirkliche, resultierende Kraftfluß, der Magnete und Anker durchsetzt, kommt also zustande durch die Differenz der Magnetamperewindungen und der entgegenwirkenden Amperewindungen des Ankers X_g . Ist z die gesamte Drahtzahl, so liegt innerhalb eines Winkels α die Drahtzahl $\frac{z \cdot \alpha}{360}$ (Fig. 104a). Das ist zugleich die Windungszahl innerhalb der neutralen Zone. Ist ferner $2a$ die Anzahl der

parallelen Stromzweige, so ist $\frac{i_a}{2a}$ der Strom pro Ankerdraht, und der Betrag der Gegenamperewindungen ist:

$$X_g = \frac{i_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot \alpha}{360}. \quad (84)$$

Diese Gegenamperewindungen werden als Ankerrückwirkung bezeichnet. Gleichung (84) gilt gleichmäßig für Serien- und Parallelwicklung und gleichmäßig für Trommel- und Ringanker. Denn die Windungen des Ringes, die in Fig. 104b auf den beiden Seiten in der neutralen Zone den Einzelquerschnitt umgeben, sind gleichwertig einer einzigen Spule, die nach Art der Trommel den ganzen Anker umspannt.

Der Einfluß der Ankerrückwirkung besteht darin, daß die Kraftlinien bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf geschwächt und dadurch die Spannung

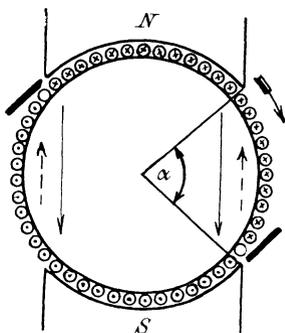


Fig. 104 a.

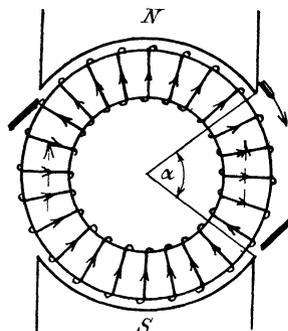


Fig. 104 b.

der Maschine vermindert wird. Bei Konstruktion der Maschine sind also die berechneten Amperewindungen für Anker-, Luft- und Magnetweg um den Betrag der Ankerrückwirkung X_g zu erhöhen. Dieser Betrag macht in der Regel 10—15% der ganzen Magneterregung aus. Da die Maschinen aber meist mit Sättigung des Eisens arbeiten, also da, wo die Magnetisierungskurve flach verläuft, so entspricht einer verhältnismäßig großen Ankerrückwirkung doch nur ein geringer Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Belastung. Bei Sehnenwicklung wird die Ankerrückwirkung besonders klein (vergl. S. 138).

Wir betrachten jetzt die Wirkung der Amperewindungen, die innerhalb des Polbogens β liegen. Man nennt diese die Queramperewindungen, weil sie Kraftlinien erzeugen, die quer durch den Anker verlaufen. Die Querkraftlinien, die man auch als Streulinien bezeichnen kann, schließen sich auf dem in Fig. 105 a und b gezeichneten Wege durch die Luft und das Poleisen. Am dichtesten sind sie an den Polecken, weil dort die ganzen vor dem Polbogen liegenden Amperewindungen wirksam sind. Wie man sieht, wirken sie den Magnetkraftlinien an der

Eintrittsstelle des Ankers entgegen, während sie die Magnetkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers verstärken. Dadurch kommt zwar keine Schwächung des Feldes, wohl aber eine Verzerrung des Feldes zustande, wie sie schon in Fig. 103a gezeichnet ist. Nun ist gerade die Eintrittsstelle des Ankers von ganz besonderer Wichtigkeit, weil hier die kurzgeschlossene Spule das zum funkenfreien Kommutieren nötige äufere Feld vorfinden mufs (vergl. Abschnitt 55). Sind demnach die Queramperewindungen zu beträchtlich, so wird das Feld an der Eintrittsstelle zu schwach. Unter Umständen wird es sogar negativ und die Maschine kann dann nie funkenfrei arbeiten. Man kann in roher Schätzung annehmen, dafs beim Trommelanker 1500 und beim Ringanker 2500 Kraftlinien pro Quadratcentimeter zur funkenfreien Kommutierung vorhanden sein müssen.

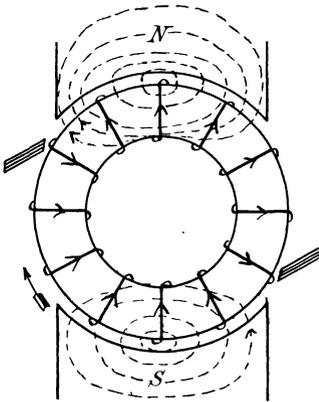


Fig. 105 a.

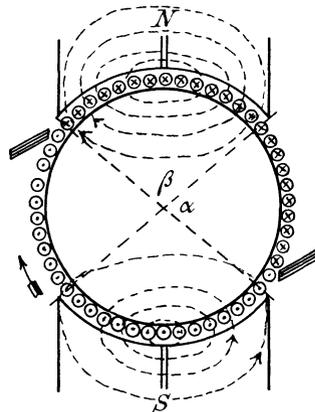


Fig. 105 b.

Dafs beim Ringanker zur funkenfreien Kommutierung eine gröfsere Kraftlinienzahl erforderlich ist, kommt nicht etwa daher, dafs der Einfluss der Querwindungen beim Ring gröfsere ist als bei der Trommel. Der Grund liegt vielmehr darin, dafs der Hohlraum des Ringes nicht frei von Ankerkraftlinien ist. Infolgedessen ist die Selbstinduktion beim Ring gröfsere als bei der Trommel, und es ist ein stärkeres Kommutierungsfeld nötig, um während des Kurzschlusses die Selbstinduktion aufzuheben.

Bezeichnet nun B_l die mittlere Kraftliniendichte in dem Luftzwischenraum und B_q die von den Querwindungen erzeugte Kraftliniendichte an den Polkanten, so ergibt sich an der Eintrittsstelle des Ankers eine resultierende Feldstärke:

$$B = B_l - B_q.$$

Nun ist die wirksame magnetomotorische Kraft der Querwindungen:

$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{i_a}{2a}. \quad (85)$$

Der magnetische Widerstand, den diese Querwindungen vorfinden, ist wesentlich durch die Luftstrecke gegeben, man erhält also nach Gleichung (43) auf S. 69:

$$\mathbf{B}_q = \frac{0,4\pi \cdot X_q}{l_i},$$

wo l_i der doppelte Luftabstand in Zentimetern ist.

Mit Benutzung der Gleichung

$$\mathbf{B}_l = \frac{0,4\pi \cdot X_l}{l_i}$$

erhält man die tatsächlich an der Eintrittsstelle des Ankers vorhandene Kraftliniendichte zu:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_l - \mathbf{B}_q = 0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_i}.$$

Dann gilt die oben erwähnte empirische Bedingung für funkenlosen Gang:

$$0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_i} \geq 1500 \text{ für Trommelanker,} \quad (86)$$

$$0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_i} \geq 2500 \text{ für Ringanker.} \quad (87)$$

Diese Gleichungen zeigen zunächst, daß mit Zunahme des Ankerstromes auch der Einfluß der Queramperewindungen wächst, und daß schliesslich dadurch die Überlastungsfähigkeit der Maschine begrenzt wird. Diese ist nämlich nicht allein dadurch bestimmt, daß mit zunehmender Überlastung die Joulesche Wärme im Anker zu groß wird, sondern vor allen Dingen durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang. Es ist daher bei der Konstruktion vor allen Dingen die Quermagnetisierung zu beschränken, und zwar durch folgende Mittel:

1. Nach Gleichung (85) ist ein kleiner Winkel β der Polbohrung von Vorteil. Im allgemeinen ist der Polbogen etwa $\frac{2}{3}$ der Teilung.

2. Vorteilhaft ist ferner eine kleine Drahtzahl z auf dem Anker. Dies führt dann, damit die geforderte elektromotorische Kraft erreicht wird, zu großen Kraftlinienzahlen.

3. Die dadurch bedingte hohe Luftinduktion (8000—10 000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter) erfordert dann zugleich einen hohen Betrag an magnetomotorischer Kraft X_l und dadurch wird dann Gleichung (86) und (87) leichter erfüllt.

4. Eine Vergrößerung des Betrages von X_l wird auch durch eine Vergrößerung des doppelten Luftabschnittes l_i erreicht. Dieses Mittel wirkt radikal, da dadurch zugleich der Nenner in Gleichung (86) und (87) größer wird. Aber der Vorteil wird nur durch übermäßigen Aufwand an Amperewindungen auf den Magneten erkauft.

5. Besonders wichtig erscheint auch eine geringe Zahnbreite, so daß die Zähne stark gesättigt sind (18000—24000 Kraftlinien pro Quadrat-

zentimeter). Es wird allerdings eingewendet,*) dafs gerade an der Eintrittsstelle des Ankers die Sättigung der Zähne durch die Quermagnetisierung verhindert wird. Aber man mufs bedenken, dafs die Querkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers sich zu den Hauptkraftlinien addieren und dafs ihr Zustandekommen durch hohe Sättigung an dieser Stelle überhaupt verhindert wird. Ferner wird auch den Selbstinduktionslinien der kurzgeschlossenen Spule durch starke Sättigung der Zähne die Bahn erschwert.

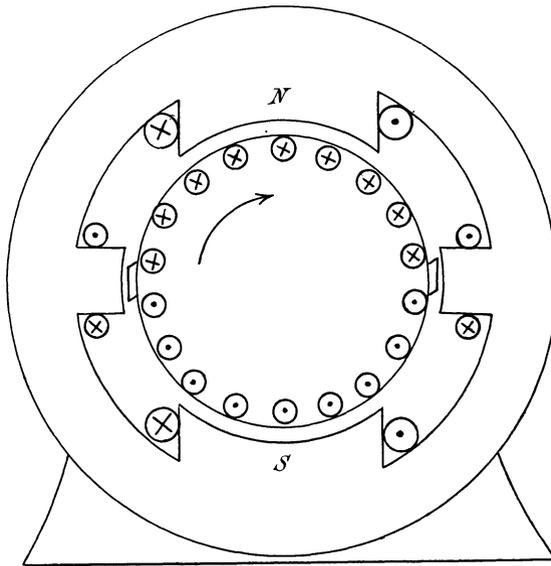


Fig. 105 c.

6. Ferner hat man versucht, durch Schlitzten der Pole nach Fig. 105 b den Querkraftlinien die Bahn zu erschweren. Das Mittel scheint aber nicht zum erwünschten Resultat zu führen, selbst wenn man den Schlitz bis zu Ende durchführt und dadurch das ganze Magnetgestell spaltet. Vielleicht ist der Querschnitt für die den Schlitz passierenden Querkraftlinien so groß, dafs der Schlitz keinen genügenden magnetischen Widerstand darstellt.

7. Eine vorzügliche Aufhebung der Quermagnetisierung erreicht man durch Hilfspole, die in der neutralen Zone angeordnet sind. Diese werden so vom Hauptstrom umflossen, dafs das vom Anker erzeugte Querfeld aufgehoben wird. Derartige Konstruktionen sind von Menges, Swinburne und Fischer-Hinnen angegeben.***) In Fig. 105 c verlaufen

*) Siehe Fischer-Hinnen, Gleichstrommaschinen. 5. Aufl. 1904.

**) Vergl. den Aufsatz von Breslauer, Gleichstrommaschinen mit Hilfspolen, ETZ 1905, S. 641.

z. B. die Querkraftlinien des Ankers von rechts nach links, während die Kraftlinien der Hilfspole von links nach rechts verlaufen. Derartig kompensierte Maschinen lassen eine viel größere Belastung zu, ohne daß Funkenbildung zu befürchten ist. Es ist dann schließlich nur die Rücksicht auf die Joulesche Wärme im Anker, die der Belastung eine Grenze setzt. Dennoch werden derartige Konstruktionen bis jetzt nur in Ausnahmefällen ausgeführt, da die Herstellungskosten durch die Kompensationswicklung erhöht werden.

Noch idealer in der Wirkungsweise, aber noch schwieriger in der Herstellung, ist die Maschine von Deri. Das Magnetgestell besitzt dabei keine ausgeprägten Pole, sondern wird, wie beim Induktionsmotor, durch einen Ring dargestellt, der eine Trommelwicklung trägt (Fig. 105 d).

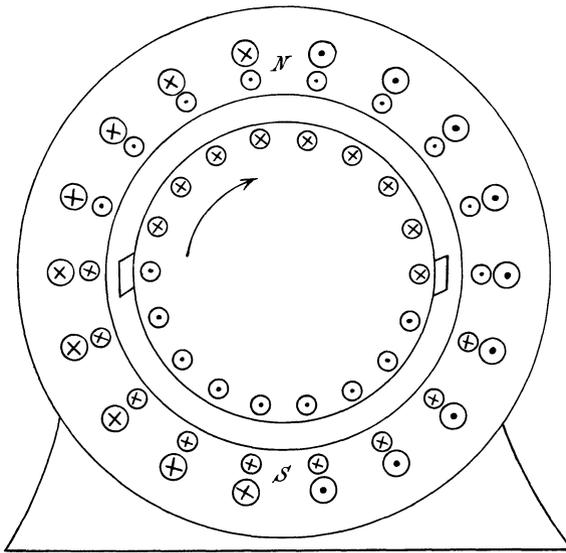


Fig. 105 d.

Diese Trommelwicklung ist die in der Figur außen dargestellte, und die Achse des erzeugten Magnetfeldes verläuft senkrecht von oben nach unten. Um 90° verschoben ist auf dem Ring die Kompensationswicklung angeordnet, die vom Ankerstrom durchflossen wird. Wie die Figur zeigt, hebt diese Wicklung die Wirkung des Ankerstromes genau auf. Dadurch, daß man die Achse der Kompensationswicklung in der Drehrichtung verschiebt, kann man zugleich eine Verstärkung des Hauptmagnetfeldes erreichen. Dadurch wird dann ein Spannungsabfall bei starker Belastung ausgeglichen, so daß die Maschine als Compoundmaschine arbeitet.*)

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. 1902. Bd. 1, S. 405.

55. Funkenfreie Kommutierung.

Um den Vorgang der Kommutierung zu verstehen und die Bedingung für funkenfreien Gang zu ermitteln, behandeln wir nur den einfachsten Fall, wo eine Bürste gleichzeitig nicht mehr als zwei Lamellen kurz schließt. Dabei vernachlässigen wir außerdem den etwaigen Einfluß eines gleichzeitigen Kurzschlusses benachbarter Drähte durch eine andere ungleichnamige Bürste. Wir betrachten nun:

1. den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußstromes unter dem Einfluß des Übergangswiderstandes der Bürsten, also unter Vernachlässigung der Selbstinduktion;
2. den Einfluß der Selbstinduktion auf den Kurzschlußstrom;
3. die Bedingung für funkenlosen Gang bei Kommutierung in der neutralen Zone;
4. die Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion durch Verschiebung der Bürsten.

1. Die Spule besitze keine Selbstinduktion und die Bürsten mögen so stehen, daß der Kurzschluß in der praktischen neutralen Zone erfolgt. Die Bürstenbreite sei gleich der Lamellenbreite, und der Widerstand einer Spule und der Zuleitungen zum Kollektor werde wegen seiner Kleinheit vernachlässigt. Es sei ferner:

J der Strom in einer Ankerabteilung,
 t die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses,
 T die Zeitdauer des Kurzschlusses,
 i der zeitlich wechselnde Kurzschlußstrom,
 i_1 der Strom unter der auflaufenden Bürstenspitze,
 i_2 der Strom unter der ablaufenden Bürstenspitze,
 W der Übergangswiderstand der Bürste,
 w_1 der Widerstand der auflaufenden Bürstenspitze,
 w_2 der Widerstand der ablaufenden Bürstenspitze.

Wenn wir von dem Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so sind die Übergangswiderstände w_1 und w_2 der Berührungsfläche umgekehrt proportional. Es ist also

$$w_1 = W \cdot \frac{T}{t}, \quad w_2 = W \cdot \frac{T}{T-t}.$$

Der Strom $2J$ fließt aus dem Netz auf die Bürste zu und teilt sich dort in 2 ungleiche Teile. Durch den Widerstand w_2 fließt nach Fig. 106 der Strom J der rechten Ankerhälfte und der Strom i der kurzgeschlossenen Spule. Es ist also

$$i_1 = J - i, \quad i_2 = J + i.$$

Diese Gleichungen bleiben auch richtig, nachdem der Strom i seine

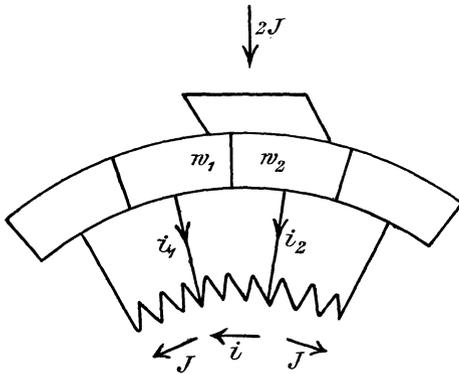


Fig. 106 a.

Richtung umgekehrt hat, also negativ geworden ist. Wenn nun der Widerstand der kurzgeschlossenen Spule wegen seiner Kleinheit vernachlässigt wird, so ergibt die 2. Kirchhoffsche Regel im Kurzschlusskreis (Fig. 106a):

$$-i_1 w_1 + i_2 w_2 = 0.$$

Mit Einsetzung der obigen Werte für i_1 , i_2 , w_1 und w_2 erhalten wir:

$$-(J-i) \cdot \frac{W \cdot T}{t} + (J+i) \cdot \frac{W \cdot T}{T-t} = 0.$$

Wenn wir für i auflösen, erhalten wir:

$$i = J - 2J \cdot \frac{t}{T}. \tag{a}$$

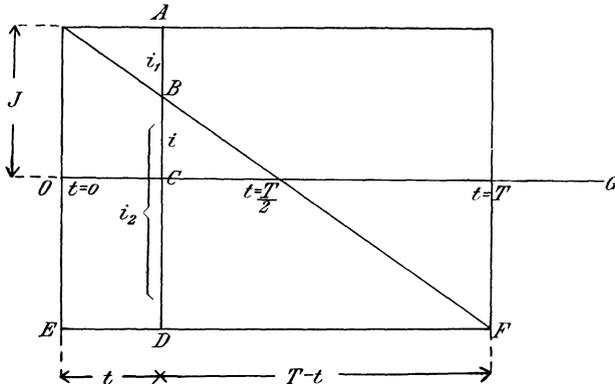


Fig. 106 b.

In Fig. 106 b ist nun OG die Abszissenachse, und es ist die Zeit t als Abszisse und der Momentanwert des Kurzschlussstromes i als Ordinate aufgetragen. Aus Gleichung (a) erhalten wir beispielsweise für:

$$\begin{aligned} t = 0, & \quad i = J, \\ t = \frac{T}{2}, & \quad i = 0, \\ t = T, & \quad i = -J. \end{aligned}$$

Es ergibt sich so die gezeichnete Gerade. Zu einer beliebigen Zeit $t = OC$ ist dann:

$$i = BC, \quad i_1 = J - i = AB, \quad i_2 = J + i = BD.$$

Die Ordinaten zwischen der Horizontalen EF und der schrägen Geraden stellen uns also den Strom i_2 in der ablaufenden Bürstenspitze dar. Nun ist die Berührungsfläche der ablaufenden Bürstenspitze proportional dem Werte $T - t$. Demnach ist die Stromdichte unter dieser Bürstenspitze proportional dem Verhältnis $\frac{i_2}{T - t}$. Da dieses Verhältnis nach der Figur konstant gleich $\frac{2J}{T}$ ist, so folgt, daß die Stromdichte in allen Stadien des Kurzschlusses konstant ist. Eine schädliche Funkenbildung tritt dabei nicht auf, indem der Strom in der ablaufenden Lamelle proportional mit der abnehmenden Berührungsfläche abnimmt und zuletzt bis auf Null sinkt. Zugleich fließt am Ende des Kurzschlusses in der Spule schon der Strom $-J$, d. h. der Übergang in die neue Ankerhälfte erfolgt beim Aufhören des Kurzschlusses ohne Änderung in der Spule selbst.

2. Tatsächlich liegen die Verhältnisse wesentlich ungünstiger, da nämlich die kurzgeschlossene Spule Kraftlinien erzeugt, die beim Verschwinden des alten Stromes und beim Entstehen des neuen Stromes durch die Spule selbst hindurchschneiden. Dadurch entsteht eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die das Abfallen des Stromes verlangsamt und ebenso das Anwachsen im entgegengesetzten Sinne verzögert. Die Kurve des Kurzschlussstromes verläuft dann nicht geradlinig, wie in Fig.

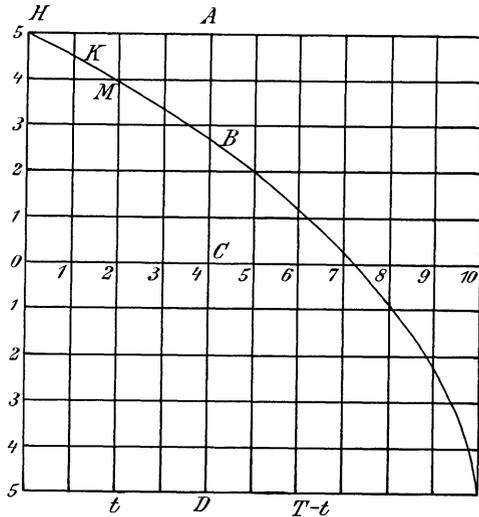


Fig. 106 c.

106 b, sondern konkav gegen die untere Horizontale, wie in Fig. 106 c. Der Kurzschlussstrom geht also nicht mehr zur Zeit $\frac{T}{2}$, sondern erst viel später durch Null hindurch.

Um die Kurve zu konstruieren, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel für den Kurzschlusskreis mit Selbstinduktion auf. Dabei berücksichtigen wir, daß die Selbstinduktion E_s dem abfallenden Strome i , also auch im gezeichneten Augenblick dem Strome i_2 gleichgerichtet ist. Wir erhalten also

$$E_s = i_2 \cdot w_2 - i_1 \cdot w_1.$$

Setzen wir für E_s nach Gleichung (68) auf S. 98 den Wert $-L \cdot \frac{di}{dt}$ und für w_1 und w_2 die betreffenden Werte aus S. 173, so erhalten wir:

$$-L \cdot \frac{di}{dt} = i_2 \frac{W \cdot \mathbf{T}}{\mathbf{T} - t} - i_1 \cdot \frac{W \cdot \mathbf{T}}{t}.$$

Daraus folgt:

$$\frac{di}{dt} = - \frac{W \cdot \mathbf{T}}{L} \left(\frac{i_2}{\mathbf{T} - t} - \frac{i_1}{t} \right). \quad (\text{b})$$

Dabei ist $i_2 = J + i$ und $i_1 = J - i$. Die Auflösung der Differenzialgleichung (b) ist von Arnold gegeben. Es erscheint jedoch hier zweckmäßiger, die Kurzschlußkurve graphisch zu ermitteln.*) Es sei der Einfachheit wegen:

$$\mathbf{T} = 10, \quad J = 5, \quad L = 1, \quad W = \frac{1}{10}.$$

Dann ist:

$$\frac{W \cdot \mathbf{T}}{L} = 1.$$

Wir bestimmen zunächst die Neigung der Kurve für die Zeit $t = 0$. In diesem Augenblick wird nach Fig. 106 c, wenn wir den ersten Teil der Kurve als gradlinig betrachten und die Bezeichnungen der Fig. 106 b benutzen:

$$- \frac{di}{dt} = \frac{i_1}{t}.$$

Gleichzeitig wird für $t = 0$ $i_2 = 2J$ und $\mathbf{T} - t = \mathbf{T}$. Gleichung (b) nimmt dann die Form an:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{W \cdot \mathbf{T}}{L} \left(\frac{2J}{\mathbf{T}} - \frac{i_1}{t} \right)$$

oder

$$\frac{i_1}{t} = \frac{2J \cdot W}{L \left(1 + \frac{W \cdot \mathbf{T}}{L} \right)}.$$

Diese Gleichung gibt uns den Neigungswinkel der Kurve für die Zeit $t = 0$ an. In unserm Falle erhalten wir dafür den Wert:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{10 \cdot \frac{1}{10}}{1 + \frac{1}{10} \cdot 10} = \frac{1}{2}.$$

Wir ziehen also in Fig. 106 c vom Punkt H aus eine Gerade mit der Neigung 1:2 gegen die Horizontale und wählen auf der Geraden willkürlich einen Punkt K , der der Zeit $t = 1$ entspricht. Dafür wird

$$i_1 = 0,5, \quad i_2 = 9,5, \quad t = 1, \quad \mathbf{T} - t = 9.$$

Demnach wird nach Gleichung (b):

$$\frac{di}{dt} = -1 \left(\frac{9,5}{9} - \frac{0,5}{1} \right) = -0,555.$$

*) Vergl. Rothert, Beitrag zur Theorie der Stromwendung. ETZ 1902, S. 865.

Dieser Wert ist die trigonometrische Tangente des Winkels, den die geometrische Tangente im Punkt K mit der Horizontalen bildet. Wir legen also durch K eine Gerade mit dem Gefälle 0,555:1 und wählen auf ihr willkürlich einen Punkt M , für den $t = 2$ ist. Dafür wird

$$i_1 = 1,055, \quad i_2 = 8,945, \quad t = 2, \quad T - t = 8.$$

Wir berechnen dann wieder $\frac{di}{dt}$ und ziehen durch M die entsprechende Gerade. Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so unsere Kurve mit ziemlich großer Genauigkeit. Für eine beliebige Zeit t ist dann $AB = i_1$, $BC = i$, $BD = i_2$. Der Wert von i wird schließlich negativ. Man sieht deutlich, daß die Änderung des Stromes im zweiten Teil des Kurzschlusses sehr schnell erfolgt.

3. Zur Aufstellung der Bedingung für funkenlosen Gang bei Kommutierung in der neutralen Zone bestimmen wir die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze. Wir sahen schon oben, daß diese Stromdichte umgekehrt proportional der Berührungsfäche, also umgekehrt proportional dem Werte $T - t$ ist. Wir erhalten also, abgesehen von einem konstanten Faktor:

$$s = \frac{i_2}{T - t}.$$

Nun wird in Gleichung (b) für die Zeit T der Wert von i_1 fast gleich $2J$, weil am Ende des Kurzschlusses fast der ganze Strom durch die auflaufende Lamelle fließt. Andererseits ist, wenn wir den letzten Teil der Kurzschlußkurve als gradlinig betrachten und den spitzen Neigungswinkel gegen die Horizontale mit α bezeichnen:

$$tg \alpha_{(t=T)} = - \frac{di}{dt} = \frac{i_2}{T - t}.$$

Demnach gilt für den Endpunkt des Kurzschlusses

$$s = \frac{i_2}{T - t} = - \frac{di}{dt},$$

oder, mit Benutzung von Gleichung (b), indem $\frac{i_1}{t} = \frac{2J}{T}$ gesetzt wird:

$$s = \frac{W \cdot T}{L} \left(s - \frac{2J}{T} \right).$$

Wenn wir für s auflösen, erhalten wir

$$s = \frac{2J \cdot W}{W \cdot T - L}. \quad (88)$$

Daraus geht hervor, daß bei Kommutierung in der neutralen Zone die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze nur dann einen positiven endlichen Wert hat, wenn $\frac{W \cdot T}{L}$ größer ist als 1. Diese theoretisch abgeleitete Bedingung für funken-

losen Gang stimmt bei Kohlebürsten gut mit den praktischen Erfahrungen überein. Bei Kupferbürsten ist der Widerstand W dagegen sehr gering, so daß die obige Bedingung nicht erfüllt ist und trotzdem die Maschinen funkenfrei laufen können. Dieser Widerspruch erklärt sich wahrscheinlich daraus, daß durch eine minimale Funkenbildung der Übergangswiderstand der Kupferbürsten rasch wächst.

Aus der Bedingung

$$\frac{W \cdot T}{L} > 1$$

folgt nun zunächst, daß zur Erzielung eines funkenlosen Ganges ein großer Übergangswiderstand in den Bürsten, eventuell auch die Einschaltung eines Beruhigungswiderstandes zwischen Spule und Kollektor vorteilhaft ist. Man gibt daher fast allgemein den Kohlebürsten den Vorzug vor den Kupferbürsten. Nur bei Maschinen mit ganz geringer Spannung und hoher Stromstärke für elektrolytische Zwecke sind die Kohlebürsten wegen des hohen Voltverlustes nicht verwendbar.

Ferner ergibt sich der ungünstige Einfluß einer hohen Tourenzahl, da dadurch die Zeitdauer der Kommutierung zu klein wird. Es ist daher unter Umständen erforderlich, die Bürsten viel breiter zu wählen und dadurch die Zeitdauer der Kommutierung zu verlängern. Durch den gleichzeitigen Kurzschluss mehrerer Spulen werden dann allerdings die Verhältnisse viel komplizierter.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist es aber, daß der Selbstinduktionskoeffizient der kurzgeschlossenen Spule genügend klein gehalten wird. Man verwendet daher offene Nuten und bei großen Maschinen nur einen Stab pro Spulenseite.

Zur Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten hat man die pro Ampere von der Spule erzeugten Kraftlinien mit der Windungszahl der Spule und eventuell mit der Anzahl der in Serie kurzgeschlossenen Spulen zu multiplizieren. Oft wird gleichzeitig ein in derselben Nut liegender Draht, der in demselben Sinne durchflossen wird, durch eine ungleichnamige Bürste kurz geschlossen. In diesem Falle wird die Selbstinduktion erhöht, und es ist für die Drahtlänge innerhalb der Nut der doppelte Wert einzusetzen. Im übrigen wird die Berechnung dadurch verhältnismäßig einfach, daß man nach Hobart pro Ampere und pro Zentimeter bei Einbettung in Eisen 4 Kraftlinien rechnet, während man pro Ampere und pro Zentimeter freier Länge 0,8 Kraftlinien annimmt.

Wie weit die Verhältnisse geändert werden, wenn eine Bürste gleichzeitig mehr als 2 Segmente überdeckt, läßt sich rechnerisch kaum verfolgen. Hobart*) nimmt an, daß die Selbstinduktion mit der Anzahl der von derselben Bürste gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen zunimmt. Das scheint aber kaum mit den günstigen Erfahrungen zu stimmen, die

*) ETZ 1903, S. 821.

man mit breiten Bürsten gemacht hat. Diese günstigen Erfahrungen beruhen neben der Verlängerung der Zeit T darauf, daß die Änderungen in einer Spule auf die benachbarte, kurzgeschlossene Spule zurückwirken. Dadurch werden in dieser zusätzliche Ströme induziert, die nach dem Lenzschen Gesetz einer Änderung der Kraftlinien entgegenwirken.

Multiplizieren wir die Ungleichung $\frac{W \cdot T}{L} > 1$ mit $2J$, so erhalten wir

$$2J \cdot W > \frac{2J \cdot L}{T}.$$

Darin stellt die linke Seite den Ohmschen Spannungsverlust im Übergangswiderstand der Bürsten bei gleichmäßiger Stromdichte dar, während die rechte Seite nach S. 99 die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule angibt. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also, daß die Ohmsche Spannung größer sein soll als die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Es ist übrigens neuerdings Gebrauch geworden, statt mit der mittleren elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion mit der sogenannten Reaktanzspannung E_r zu arbeiten. Diese berechnet man, wie bei Wechselstrom, nach der Gleichung

$$E_r = L \omega \cdot J.$$

Darin ist J die Stromstärke pro Ankerleiter und $\omega = 2\pi \sim$ die Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromes. Da in unserm Falle in der Zeit T eine halbe Periode durchlaufen wird, so ist die Periodenzahl pro Sekunde

$$\sim = \frac{1}{2T}.$$

Die auf diese Weise berechnete Reaktanzspannung soll bei Kommutation in der neutralen Zone den Wert von 1 Volt im allgemeinen nicht übersteigen. Jedoch herrscht auf diesem Gebiete noch eine ziemliche Unsicherheit, so daß auf Durchführung eines Zahlenbeispiels hier verzichtet wird.

4. Die unter (3) aufgestellte Bedingung für funkenlosen Gang gilt für Maschinen, deren Bürsten in der neutralen Zone stehen, also z. B. für Motore, die umgesteuert werden sollen. Bei Generatoren verschiebt man die Bürsten so weit in Richtung der Drehung über die praktische neutrale Zone hinaus, daß der Kurzschluss in einem aktiven Felde von passender Stärke erfolgt (Fig. 103c). Wir sahen schon früher, daß das äußere Feld dann eine elektromotorische Kraft E_k erzeugt, die die Selbstinduktion aufhebt.

Um den Einfluß des „Kommutierungsfeldes“ zu zeigen, greifen wir zwei besonders einfache Fälle heraus. Wir sahen oben unter (1), daß eine konstante Stromdichte unter der Bürste, d. h. ein geradliniger Verlauf

der Kurve des Kurzschlußstromes günstig ist. Wir wollen nun annehmen, daß unter der Entgegenwirkung der Selbstinduktion und der von außen induzierten elektromotorischen Kraft ein geradliniger Verlauf der Kurve zustande kommt. Dann ist der konstante Wert von $\frac{di}{dt}$ nach Fig. 106 b gleich $\frac{2J}{T}$, und es wird in jedem Moment

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt} = -L \cdot \frac{2J}{T}.$$

Die von außen induzierte elektromotorische Kraft E_k muß dann in jedem Augenblick ebenso groß sein, d. h., um den geradlinigen Verlauf der Kurve und konstante Stromdichte unter der Bürste zu erreichen, muß der Kurzschluß während der ganzen Zeit T in einem gleichmäßigen äußeren Felde von passender Stärke stattfinden.*) Dabei kann theoretisch die Selbstinduktion beliebig hoch sein. Es ist jedoch zu beachten, daß sich ein solches Feld praktisch nicht vollkommen herstellen läßt, und daß sich die Stärke des Kommutierungsfeldes durch die Quermagnetisierung des Ankers bei wachsender Belastung verschiebt.

Besonders günstig wird es, wenn die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze im Moment des Abgleitens schon zu Null geworden ist. Um die Bedingung dafür zu finden, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel auf:

$$E_s - E_k = i_2 \cdot w_2 - i_1 \cdot w_1.$$

Wir setzen nun nach dem früheren:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad \text{und} \quad i_2 w_2 - i_1 w_1 = WT \cdot \left(\frac{i_2}{T-t} - \frac{i_1}{t} \right).$$

Am Ende des Kurzschlusses ist wieder:

$$\frac{i_2}{T-t} = -\frac{di}{dt}, \quad \frac{i_1}{t} = \frac{2J}{T}.$$

Demnach nimmt die Kirchhoffsche Regel die Form an:

$$L \cdot \frac{i_2}{T-t} - E_k = WT \cdot \left(\frac{i_2}{T-t} - \frac{2J}{T} \right).$$

Wenn wir für $\frac{i_2}{T-t}$ auflösen und dafür die Stromdichte s unter der ablaufenden Bürstenspitze einführen, so erhalten wir, abgesehen von einem konstanten Faktor:

$$s = \frac{2JW - E_k}{WT - L}. \quad (89)$$

Die Gleichung zeigt, daß auch bei Kommutierung durch ein äußeres Feld für $\frac{WT}{L} = 1$ die Stromdichte unendlich wird, abgesehen von dem Spezialfall, wo $E_k = 2JW$ ist.

*) Vergl. Pichelmeyer, ETZ 1903, S. 1081.

Für $\frac{WT}{L} > 1$ wird die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze gleich Null, wenn die von aussen induzierte elektromotorische Kraft $E_k = 2JW$ wird, d. h. gerade genügt, um den Voltverlust in der Bürste zu decken.

Es kommt also alles darauf an, ein äusseres Feld von passender Stärke zu schaffen. In erster Linie erreicht man dies durch passende Formen der Polschuhe. Unter allen Umständen muß der Übergang der Spulenseite aus der neutralen Zone in das aktive Feld ein ganz allmählicher sein. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Polschuhe, wie sie bei den Schuckertmaschinen üblich ist, scheint die Einstellung der Bürsten zu erleichtern. Dagegen scheint die früher übliche Konstruktion mit zusammenhängenden Polen (Polbüchse von Doliwo-Dobrowolsky) ziemlich aufgegeben zu sein. Dabei ist zwar der Übergang des äusseren Feldes in die neutrale Zone ein sehr allmählicher, aber das Kommutierungsfeld ändert sich gerade bei diesen Maschinen sehr stark durch die Quermagnetisierung. Die Konstruktion war also zulässig, solange man während des Betriebes die Bürsten verstellte.

Seitdem man aber fordert, daß die Maschine zwischen Leerlauf und 25% Überlastung ohne Bürstenverstellung funkenfrei arbeitet, sind die Schwierigkeiten viel gröfsere geworden. Tatsächlich arbeiten die Maschinen jetzt bei halber Last mit idealer Kommutierung durch ein äusseres Feld. Bei Leerlauf und Vollbelastung arbeiten sie nur dann noch funkenfrei, wenn der Einfluss der Quermagnetisierung gering ist (vergl. S. 168).

56. Spannungsteilung.

Der Vorteil der Spannungsteilung ist schon auf S. 28 gezeigt worden. Ebenso ist dort die erste und einfachste Methode der Spannungsteilung durch zwei hintereinander geschaltete Generatoren erwähnt worden. Da nun aber zwei kleine Maschinen teurer werden als eine einzige gröfsere, so sind eine Reihe von anderen Verfahren zur Anwendung gekommen.

Besonders einfach erreicht man eine Spannungsteilung, wenn eine Batterie parallel zur Maschine arbeitet. Man führt dann einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Allerdings hat man dabei den Nachteil, daß die beiden Batteriehälften in ungleicher Weise beansprucht werden.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, elektrisch hintereinander geschaltete Motore als Spannungsteiler verwenden (Fig. 107a). Bei gleicher Belastung beider Netzhälften läuft das Motorenaggregat leer, und bei gleicher Konstruktion und Erregung verteilt sich die ganze Maschinen-

spannung in gleicher Weise auf beide Motore. Ist nun das Netz, wie in der Figur, ungleich belastet, so wirkt die Maschine *I* als Generator, der den zusätzlichen Strom in der oberen Netzhälfte liefert. In den Motor *II* fließt dabei jetzt so viel Strom, wie nötig ist, um die Leerlaufarbeit beider Motore und die Arbeitsleistung des Generators *I* zu liefern. Um die Verhältnisse zu übersehen, machen wir die Annahme, daß der Ohmsche Widerstand beider Motore zu vernachlässigen ist. Es sei nun i_0 der Leerstrom jedes Motors bei gleichmäßiger Netzbelastung und e die Spannung jeder Netzhälfte. Dann ist die Leerlaufleistung für das Aggregat gleich $2e \cdot i_0$. Wird nun die Maschine *I* zum Generator und liefert sie einen

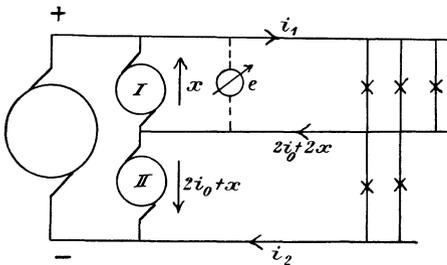


Fig. 107 a.

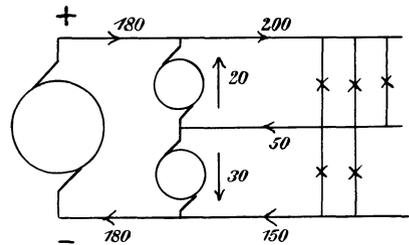


Fig. 107 b.

Strom x , so ist ihre Leistung $e \cdot x$. Die als Motor laufende Maschine *II* konsumiert also die Leistung $2e \cdot i_0 + e \cdot x$ bei einer Spannung e . Die Stromstärke in der Maschine *II* ist also $2i_0 + x$. Nach der 1. Kirchhoffschen Regel ist dann der Strom im Mittelleiter $2i_0 + 2x$. Das ist zugleich die Differenz der Ströme i_1 und i_2 . Daraus folgt

$$i_1 - i_2 = 2i_0 + 2x$$

oder

$$x = \frac{i_1 - i_2}{2} - i_0.$$

Ist z. B. $i_1 = 200$, $i_2 = 150$, $i_0 = 5$, so wird der Strom des Generators *I*

$$x = \frac{200 - 150}{2} - 5 = 20.$$

Die Maschine *II* konsumiert dann den Strom

$$x + 2i_0 = 20 + 10 = 30$$

und die Stromstärke der Hauptmaschine wird nach Fig. 107 b gleich 180 Ampere.

Wie sich in Abschnitt 63 ergeben wird, wird im Motor eine elektromotorische Gegenkraft induziert, die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes gleich und entgegengesetzt der Klemmspannung ist. Da nun die Maschinen *I* und *II* in bezug auf Konstruktion, Erregung und Tourenzahl gleich sind, so folgt, daß ihre elektromotorischen Kräfte dieselben

sind. Demnach sind auch ihre Klemmspannungen gleich, und die Spannungsteilung ist eine vollkommene.

In Wirklichkeit wird das Resultat durch den Spannungsverlust im Anker beeinflusst, da die Klemmspannung des Generators der Gleichung

$$e = E - i_a \cdot w_a$$

und die des Motors der Gleichung

$$e = E + i_a \cdot w_a$$

entspricht. Da der Generator an der stärker belasteten Seite liegt, so hat diese Seite die geringere Spannung. Man kann den Unterschied verringern, wenn man jede Einzelmaschine von der nicht zugehörigen Netzhälfte erregt, oder indem man den Strom des Mittelleiters benutzt, um das Feld des Generators zu verstärken und das des Motors zu schwächen.*)

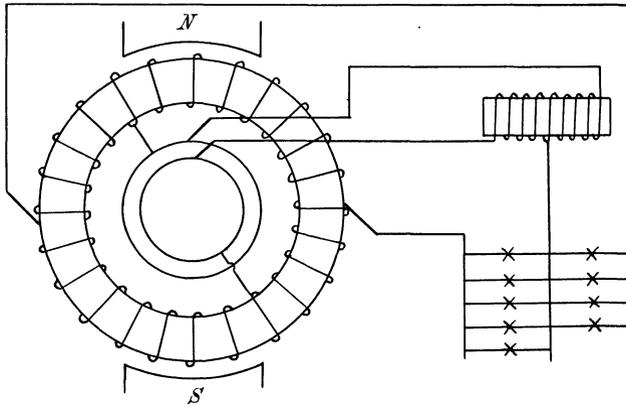


Fig. 107 c.

Besonders einfach ist die Spannungsteilung mittels einer Drosselspule nach Doliwo-Dobrowolsky (Fig. 107c). Dabei werden zwei Punkte der Wicklung, die um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu Schleifringen geführt. An diese wird eine sogenannte Drosselspule angeschlossen, die um einen Eisenkern gewickelt ist. Durch die Wicklung der Drosselspule fließt dann ein Wechselstrom, und dieser erzeugt Kraftlinien, die beim Entstehen und Verschwinden durch die Windungen der Spule hindurchschneiden. Wie sich bei der Besprechung der Transformatoren ergeben wird, wirkt die dadurch induzierte elektromotorische Kraft dem Strome entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Magnetisierung nötig ist. Infolgedessen ist der Wechselstrom außerordentlich gering, während die Drosselspule durchlässig für Gleichstrom ist. Wenn

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. II. Bd. 1903, S. 600.

nun der Mittelleiter an den Mittelpunkt der Drosselspule angeschlossen wird, so herrscht zwischen ihm und jedem Außenleiter die halbe Maschinen- spannung. Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel, bei der drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung abstehende Punkte der Wicklung zu Schleifringen geführt werden. Man stellt sich dann aus drei Drosselspulen eine Sternschaltung her, an deren Mittelpunkt man den Nulleiter anschließt (vergl. die Sternschaltung bei Drehstrom).

In eigenartiger Weise löst Dettmar das Problem der Spannungsteilung durch eine zwischen den Hauptbürsten angeordnete Hilfsbürste*)

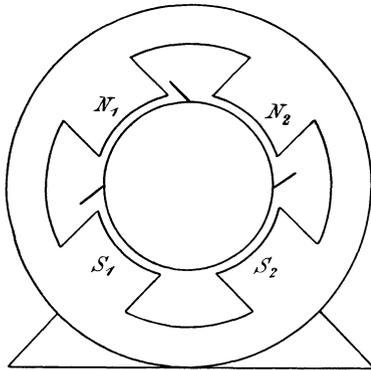


Fig. 107 d.

(Fig. 107 d). Da diese zeitweise zwei Segmente kurz schließt und dieser Kurzschluß nicht in einem starken Felde erfolgen darf, so ist dort für eine geringe Feldstärke zu sorgen, d. h. der Pol ist in seiner Mitte zu spalten. Die Pole N_1 und N_2 zählen also in Wirklichkeit als ein einziger Pol. Damit die Spannung einer Netzhälfte unabhängig von der andern reguliert werden kann, müssen die Wicklungen von N_2 und S_1 und ebenso die von N_1 und S_2 hintereinander geschaltet sein, da die sich diametral gegenüberliegenden Drähte

der Trommel hintereinander geschaltet sind.

Wie sich leicht ergibt, wird durch die Quermagnetisierung die Spannung der einen Netzhälfte geschwächt und die der andern Netzhälfte erhöht. In ähnlicher Weise wie oben ist es daher auch hier vorteilhaft, die Erregerwicklung für die elektromotorische Kraft der einen Netzhälfte von der anderen Netzhälfte zu speisen.

*) ETZ 1897, S. 55 und 230.

Achstes Kapitel.

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung. — 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung. — 59. Die Nebenschlussmaschine bei Veränderung der Belastung. — 60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung. — 61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung.

Bei einer magnetelektrischen Maschine wird die Schenkelwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist (Fig. 108 a).

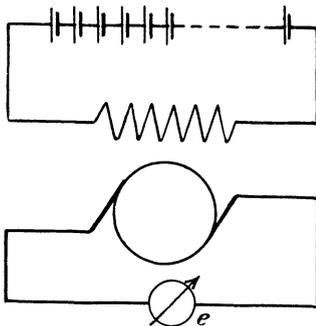


Fig. 108 a.

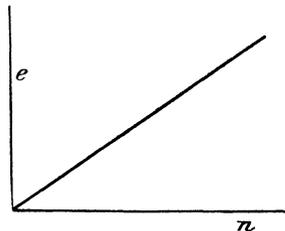


Fig. 108 b.

Wir betrachten nun zunächst eine solche Maschine bei Leerlauf, lassen die Erregung ungeändert und variieren nur die Tourenzahl. Nach Gleichung (79) auf Seite 139 ist dann die elektromotorische Kraft:

$$E = \frac{\rho}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung n jetzt die einzige Variable ist, so ist die elektromotorische Kraft der Tourenzahl proportional. Wenn wir also die beobachtete Tourenzahl als Abszisse und die Spannung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Gerade in Fig. 108 b.

Wir verändern jetzt unsern Versuch, indem wir die Tourenzahl konstant lassen und den Erregerstrom durch einen Vorschaltwiderstand

varriieren (Fig. 108c). Wir tragen dann den Erregerstrom i_m bezw. die Amperewindungen der Magnete als Abszisse und die abgelesene Spannung als Ordinate auf (Fig. 108d) und erhalten so die Leerlaufcharakteristik. Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schliesslich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung der Kraftlinien und der Spannung bewirkt.

Nun ist die Spannung bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft. Da diese der Kraftlinienzahl N proportional ist, so stellen uns die Ordinaten der Fig. 108d im passenden Mafsstabe die Kraftlinien N dar. Wir können die Leerlaufcharakteristik daher mit Recht als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen.

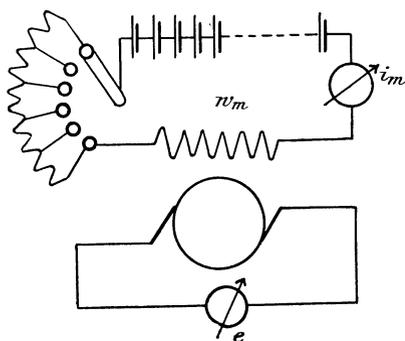


Fig. 108 c.

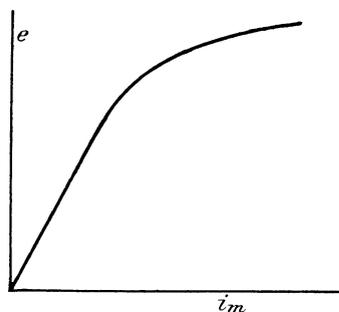


Fig. 108 d.

Es besteht jedoch ein wesentlicher Unterschied zwischen den früher erwähnten Magnetisierungskurven und der Leerlaufcharakteristik. Die Abszissen der Magnetisierungskurven sind die Amperewindungen pro Zentimeter, die der Charakteristik sind die Amperewindungen für den ganzen Kraftlinienweg. Ebenso geben uns die Ordinaten der Magnetisierungskurven die Kraftlinien pro Quadratcentimeter, die der Charakteristik aber die gesamten Kraftlinien im Anker, bezw. die induzierte Spannung.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufcharakteristik einer gegebenen Maschine voraus zu berechnen, und ermitteln dazu zunächst die Querschnitte der Kraftlinienpfade in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Es sei nach der im Mafsstabe 1 : 4 gezeichneten Fig. 109a und der im Mafsstab 1 : 1 gezeichneten Fig. 109b

der Ankerdurchmesser $D = 15$ cm,
 der Durchmesser des inneren Hohlraumes (bei
 massiven Ankern der Wellendurchmesser) . . $D_0 = 3,5$ „
 die Ankerlänge (axial) $b = 11$ „

die Nutentiefe	$t_1 = 2$ cm
die Nutenbreite	$t_2 = 0,5$ "
die Nutenzahl	$S = 36$
der Abstand zwischen Anker und Pol	$= 0,2$ "
der Winkel der Polbohrung	$\beta = 70^\circ$,
der Raumverlust durch Papierisolation	$= 15\%$
der Einzelquerschnitt des Joches	$= 37$ qcm.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien zu:

$$Q_a = 0,85 (D - D_0 - 2t_1) \cdot b = 70 \text{ qcm.}$$

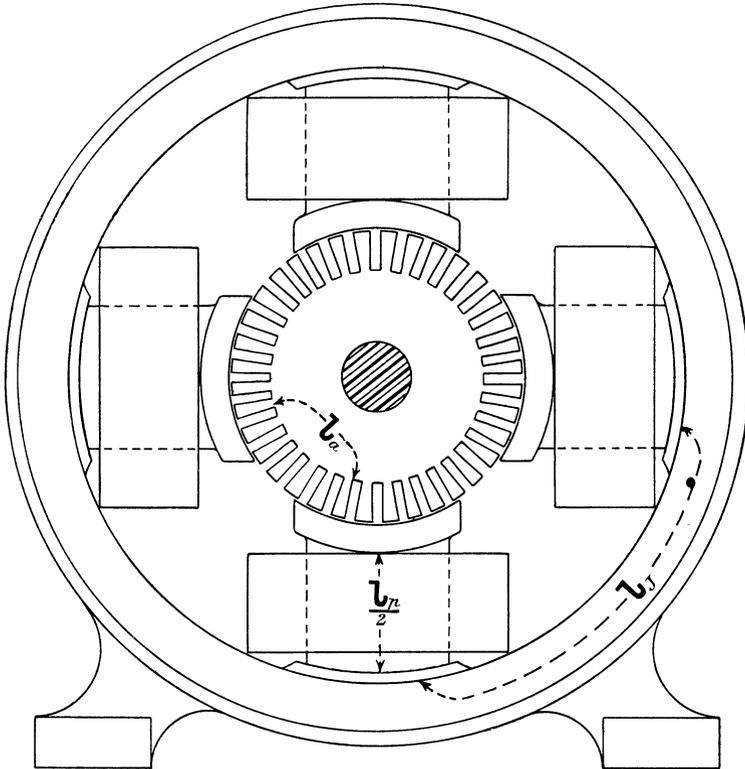


Fig. 109 a.

Den Zahnquerschnitt für die Kraftlinien erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und die Differenz mit $\frac{b \cdot \beta}{360}$ multiplizieren. Berücksichtigen wir dann noch den Faktor 0,85 für die Papierisolation, so ergibt sich der Zahnquerschnitt zu:

$$Q_z = 0,85 \left[(D - t_1) \pi - S \cdot t_2 \right] \frac{b \cdot \beta}{360} = 41,5 \text{ qcm.}$$

Der Luftquerschnitt Q_l ist das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol, da die Kraftlinien in der in Fig. 109b gezeichneten Weise in den Anker treten. Ist also der doppelte Luftabstand

$$l_l = 0,4 \text{ cm},$$

so ergibt sich die Fläche der Polbohrung zu:

$$\left(D + l_l \right) \pi \cdot \frac{\beta \cdot b}{360} = 104 \text{ qcm.}$$

Andererseits ist die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten:

$$\left(D\pi - 36 \cdot t_2 \right) \cdot \frac{b \cdot \beta}{360} = 62 \text{ qcm.}$$

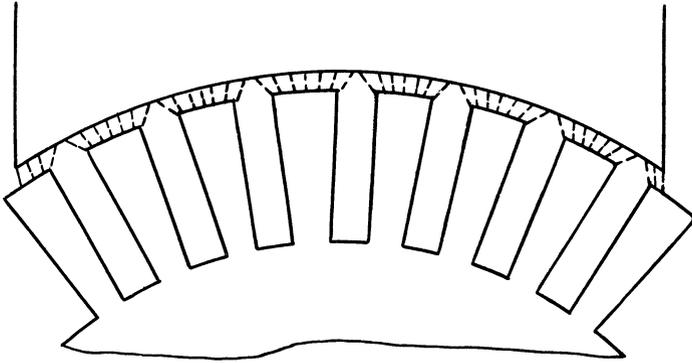


Fig. 109b.

Als Mittel aus den beiden ermittelten Werten erhalten wir:

$$Q_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ qcm.}$$

Der Polquerschnitt der runden Polkerne ergibt sich aus der Zeichnung zu

$$Q_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ qcm.}$$

Der Jochquerschnitt ist das Doppelte des Einzelquerschnittes, da der Kraftlinienfluß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt. Wir erhalten so:

$$Q_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ qcm.}$$

Die Längen der Kraftlinienwege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für l_l der doppelte Luftabstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für l_z die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet l_p die doppelte Länge eines Polkernes, da die Kraft-

linien eines magnetischen Kreises durch den Nordpol und den Südpol verlaufen. Dagegen ist für l_J die einfache Länge eines Kraftlinienweges im Joch einzusetzen. Der Kraftlinienweg in den Polschuhen ist zu vernachlässigen. Es ergeben sich so die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polschuhe (Schmiedeeisen)	Joch (Gufseisen)
$Q_a = 70$	$Q_z = 41,5$	$Q_l = 83$	$Q_p = 43$	$Q_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22.$

Wir gehen nun dazu über, die Amperewindungen für jeden einzelnen Teil des magnetischen Kreises zu bestimmen. Zu dem Zwecke wählen wir nacheinander beliebige Werte der Kraftlinienzahl N und dividieren sie durch den Querschnitt des betreffenden Teiles. Für die so berechneten Induktionen B erhalten wir aus Fig. 51 die zugehörigen Amperewindungen pro Zentimeter $\left(\frac{X}{l}\right)$. Diese haben wir mit der Länge des Kraftlinienweges zu multiplizieren, um die Amperewindungen für den betreffenden Teil des magnetischen Kreises zu erhalten.

1. Anker.

	$N = 0,2$	$0,4$	$0,5$	$0,6 \cdot 10^6$
$B_a = \frac{N}{Q_a} = \frac{N}{70} =$	2850	5700	7150	8550
$\left(\frac{X}{l}\right)_a$ aus der Kurve für Ankerblech =	0,5	1,1	1,4	1,8
$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 7 \left(\frac{X}{l}\right)_a =$	3,5	7,7	9,8	12,6

2. Zähne.

	$N = 0,2$	$0,4$	$0,5$	$0,6 \cdot 10^6$
$B_z = \frac{N}{Q_z} = \frac{N}{41,5} =$	4800	9650	12000	14400
$\left(\frac{X}{l}\right)_z$ aus der Kurve für Ankerblech =	0,8	2,3	4	9
$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_z = 4 \left(\frac{X}{l}\right)_z =$	3,2	9,2	16	36

3. Luft.

Für die Luft gilt die Grundgleichung (43) auf S. 69:

$$B_l = H_l = \frac{0,4\pi \cdot X_l}{l_l}$$

oder

$$X_l = \frac{B_l \cdot l_l}{0,4\pi} = 0,8 B_l \cdot l_l.$$

Wir erhalten also

$$\begin{array}{rcccc}
 N = & 0,2 & 0,4 & 0,5 & 0,6 \cdot 10^6 \\
 \mathbf{B}_l = \frac{N}{Q_l} = \frac{N}{83} = & 2400 & 4820 & 6020 & 7220 \\
 X_l = 0,8 \mathbf{B}_l \cdot l_l = 0,32 \mathbf{B}_l = & 770 & 1540 & 1930 & 2310.
 \end{array}$$

4. Polkerne.

Bei Berechnung der für die Polkerne und das Joch nötigen Amperewindungen müssen wir berücksichtigen, daß die Kraftlinienzahl N_m in den Magneten wegen der Streuung größer ist als die Kraftlinienzahl N im Anker. Ist nun das Verhältnis der Kraftlinien in den Magneten zu denen im Anker gleich σ und schätzen wir

$$\sigma = \frac{N_m}{N} = 1,2,$$

so erhalten wir

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

Wir erhalten dann:

$$\begin{array}{rcccc}
 N = & 0,2 & 0,4 & 0,5 & 0,6 \cdot 10^6 \\
 N_m = 1,2 N = & 0,24 & 0,48 & 0,6 & 0,72 \cdot 10^6 \\
 \mathbf{B}_p = \frac{N_m}{Q_p} = \frac{N_m}{43} = & 5600 & 11200 & 14000 & 16800 \\
 \left(\frac{X}{l}\right)_p \text{ aus der Kurve für Schmiedeeisen} = & 1,6 & 5 & 14 & 100 \\
 X_p = \left(\frac{X}{l}\right)_p \cdot l_p = 12,5 \left(\frac{X}{l}\right)_p = & 20 & 62,5 & 175 & 1250.
 \end{array}$$

5. Joch.

$$\begin{array}{rcccc}
 N = & 0,2 & 0,4 & 0,5 & 0,6 \cdot 10^6 \\
 N_m = 1,2 N = & 0,24 & 0,48 & 0,6 & 0,72 \cdot 10^6 \\
 \mathbf{B}_J = \frac{N_m}{Q_J} = \frac{N_m}{74} = & 3250 & 6500 & 8100 & 9720 \\
 \left(\frac{X}{l}\right)_J \text{ aus der Kurve für Gußeisen} = & 4,1 & 19 & 53 & 107 \\
 X_J = \left(\frac{X}{l}\right)_J \cdot l_J = 22 \left(\frac{X}{l}\right)_J = & 90 & 418 & 1160 & 2350.
 \end{array}$$

Zusammenstellung:

	$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$X_a =$	3,5	7,7	9,8	12,6	
$X_z =$	3,2	9,2	16	36	
$X_l =$	770	1540	1930	2310	
$X_p =$	20	62,5	175	1250	
$X_J =$	90	418	1160	2350	
$\Sigma X = X_a + X_z + X_l + X_p + X_J =$	890	2040	3290	5960.	

Wir tragen nun die Kraftlinienzahl N als Ordinate und die entsprechenden Amperewindungen X_a, X_z, X_l etc. als Abszisse auf und erhalten so die Kurven in Fig. 110. Die Kurve X_l ist dabei eine Gerade. Da die Werte X_a und X_z in unserem Falle überhaupt kaum in Betracht kommen, so sind in Fig. 110 nur die Kurven für X_l, X_p, X_J und ΣX gezeichnet. Aus der Figur ist nun sehr leicht zu erkennen, wieviel von der gesamten Magneterregung ΣX für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises verbraucht wird. So z. B. ist für die Kraftlinienzahl OA die

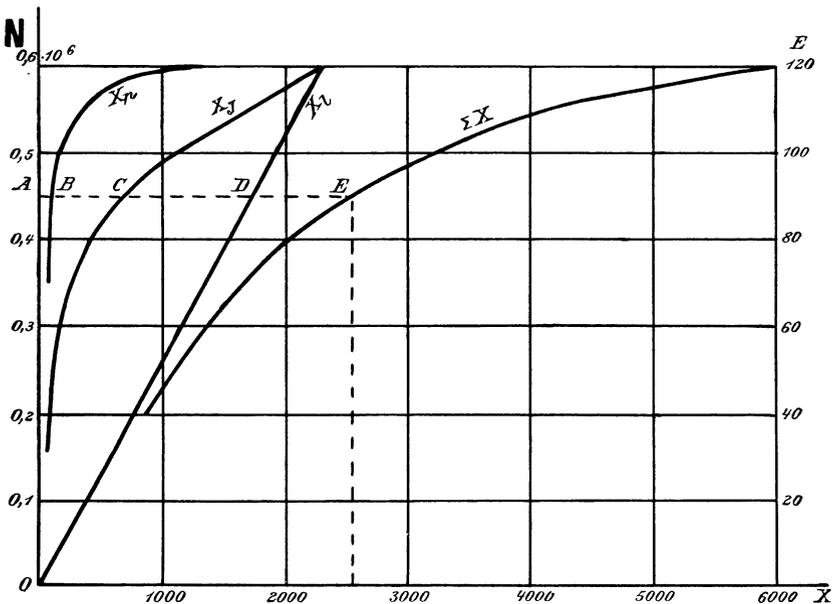


Fig. 110.

Erregung AE aufzuwenden. Davon entfällt auf die Polkerne der Betrag AB , auf das Joch der Betrag AC und auf die Luft der Betrag AD . Dabei ist die Bedingung erfüllt:

$$AB + AC + AD = AE.$$

Man sieht ferner, daß die Kurve für ΣX sich anfangs der Geraden X_l anschmiegt, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens flacher und flacher verläuft.

Nun erhalten wir aus den Kraftlinien N direkt die elektromotorische Kraft nach Gleichung (79) auf S. 139:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Ist also z. B. die Tourenzahl n gleich 1665 und die Drahtzahl z auf dem Anker gleich 720, so erhalten wir bei Parallelwicklung:

$$E = N \cdot \frac{1665}{60} \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 200 \cdot N \cdot 10^{-6}.$$

Die Ordinaten der Kurve ΣX geben uns also in dem an der rechten Seite der Figur eingeschriebenen Maßstabe direkt die elektromotorische Kraft. Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß der Wert von ΣX sich auf ein Polpaar bezieht, da die ganze Rechnung für einen magnetischen Kreis durchgeführt ist und die Kraftlinienzahl eines Nordpols mit dem Buchstaben N bezeichnet war. Die Amperewindungen auf allen Polpaaren sind also gleich $p \cdot \Sigma X$.

Nachdem wir nun bei einer magnetelektrischen Maschine die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Erregung besprochen haben, gehen wir jetzt dazu über, das Verhalten derselben Maschine bei veränderter Belastung darzustellen. Wir lassen dabei die Erregung und die Tourenzahl konstant und schließen die Klemmen der Maschine durch einen äußeren Widerstand, also z. B. durch parallel geschaltete Glühlampen. Je mehr solcher parallel liegender Lampen wir einschalten, desto größer ist der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. die Belastung der Maschine. Dabei verändert sich nun, wenn auch in geringem Maße, die Klemmspannung der Maschine. Während bei Leerlauf die Klemmspannung gleich der elektromotorischen Kraft war, ist sie bei Belastung um den Betrag des inneren Ohmschen Spannungsverlustes geringer geworden. Ist also w_a der Ankerwiderstand, so ergibt sich die Klemmspannung durch die Gleichung:

$$e = E - i \cdot w_a.$$

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die elektromotorische Kraft infolge der ungeänderten Erregung konstant, also durch die Gerade E in Fig. 111a gegeben. Der Ohmsche Spannungsverlust ist der Stromstärke, also der Abszisse proportional. Wir ziehen also die Gerade e so, daß die Tangente des Neigungswinkels α der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot w_a}{i} = w_a.$$

Eventuell ist bei Konstruktion des Winkels α ein verschiedener Maßstab der Ordinaten und Abszissen zu berücksichtigen. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der Kurven E und e stellen dann den Ohmschen Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Ordinaten der geneigten Geraden uns die Klemmspannung angeben. Experimentell verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Werte der Klemmspannung abliest, zu diesen den Ohmschen Spannungsverlust im Anker addiert und so die konstante elektromotorische Kraft berechnet.

Wir können nun auch den äußeren Widerstand w , d. h. den Quotienten aus e und i als Abszisse und die zugehörigen Werte von e und i als

Ordinate auftragen (Fig. 111b). Da das Produkt $i(w + w_a)$ gleich der konstanten elektromotorischen Kraft ist, so ergibt sich für die Kurve der Stromstärke eine gleichseitige Hyperbel. Ihre Asymptoten sind die Abszissenachse und eine im Abstände w_a parallel zur Ordinatenachse gezogene Gerade. Die Kurve i schneidet die Ordinatenachse im Punkte A . Für diesen Betriebszustand ist der äußere Widerstand gleich Null, die Maschine ist also kurz geschlossen und $OA = \frac{E}{w_a}$ ist der Kurzschlussstrom. Dieser liegt selbstverständlich weit außerhalb der Betriebsgrenzen. Man könnte ihn höchstens auf die Weise experimentell ermitteln, daß man von Anfang an die Erregung und dadurch die elektromotorische Kraft sehr niedrig wählt und für diesen willkürlich gewählten Zustand die Kurven aufnimmt.

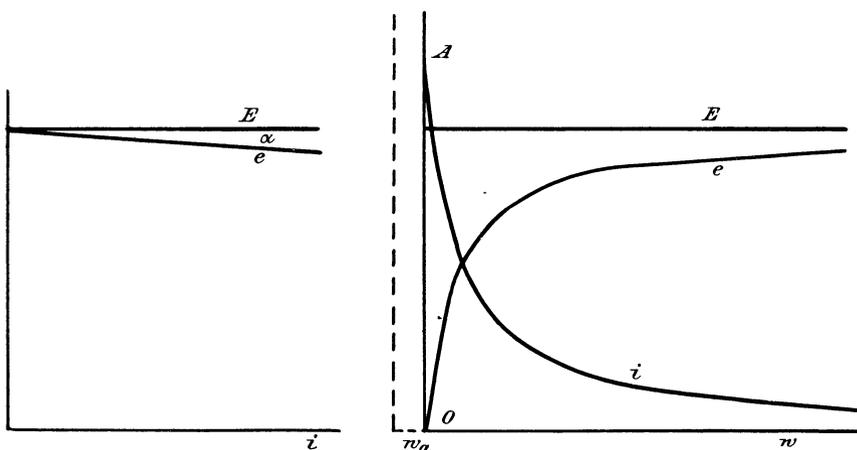


Fig. 111 a.

Fig. 111 b.

Der Verlauf der Kurve e in Fig. 111b ergibt sich aus der Überlegung, daß die Klemmspannung einerseits gleich dem Produkte $i \cdot w$, andererseits gleich der Differenz $E - i \cdot w_a$ ist. Sie wird also gleich Null bei Kurzschluss, wobei beide Klemmen gleichsam einen einzigen Punkt bilden und von einer Niveaudifferenz zwischen beiden Klemmen nicht mehr gesprochen werden kann. Die ganze elektromotorische Kraft wird dabei aufgebraucht, um den starken Kurzschlussstrom durch den inneren Widerstand zu treiben. — Dagegen erreicht die Klemmspannung ihren maximalen Wert und wird gleich der elektromotorischen Kraft E , wenn der äußere Widerstand unendlich groß ist, d. h. bei Leerlauf.

Es ist übrigens schon oben darauf hingewiesen worden, daß die Kurven durch die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Veränderung erfahren. Dazu kommt noch, daß der Ankerwiderstand keine konstante Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung des Ankers,

also mit zunehmender Belastung, wächst. Jedoch ist eine rechnerische Berücksichtigung dieser Verhältnisse kaum in einfacher Weise möglich. Auch der Einfluß des remanenten Magnetismus ist in unserer Darstellung wie auch in den folgenden Abschnitten vernachlässigt.

58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung.

Das Verhalten der magnetelektrischen Maschine im Betrieb ist deswegen besonders einfach, weil bei konstanter Tourenzahl und konstanter Erregung die elektromotorische Kraft von den Veränderungen im äußeren Stromkreise unabhängig ist. Sehr viel schwieriger ist dagegen das Verständnis der selbsterregenden Maschinen, d. h. der Dynamomaschinen im eigentlichen Sinne, weil bei diesen sowohl der magnetisierende Strom, als auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft von den Änderungen im äußeren Stromkreise abhängig sind.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse noch bei der Hauptstrommaschine, weil bei dieser der Ankerstrom mit dem magnetisierenden Strom und dem äußeren Strom identisch ist. Die Hintereinanderschaltung von Anker, Magnetwicklung und äußerem Widerstand war das einfachste und nächstliegende. Die Hauptstrommaschinen haben jedoch als Generatoren nur für den Betrieb hintereinander geschalteter Bogenlampen Verwendung gefunden, während die jetzt gebräuchliche Parallelschaltung der Verbrauchskörper die Verwendung von Hauptstromgeneratoren ausschließt. Als Motoren sind dagegen die Hauptstrommaschinen von außerordentlicher Wichtigkeit geblieben.

Wir betrachten im folgenden einen Hauptstromgenerator, der mit konstanter Tourenzahl angetrieben wird und dessen äußerer Widerstand w variiert wird (Fig. 112a). Wir beobachten dabei die Stromstärke und die Klemmspannung und tragen die Stromstärke i als Abszisse und die Klemmspannung e als Ordinate auf (Fig. 112b). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel α gegen die Abszissenachse, so daß die Bedingung erfüllt ist

$$tg \alpha = w_a + w_d,$$

wobei w_d der Widerstand der Hauptstromwicklung auf den Magneten ist. Die Ordinaten der Geraden stellen dann den Ohmschen Spannungsverlust $i(w_a + w_d)$ im Innern der Maschine dar. Wenn wir also die Ordinaten der Geraden zu den Ordinaten der Klemmspannungskurve addieren, so erhalten wir die Kurve E der elektromotorischen Kraft. Diese Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine und stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft vom magnetisierenden Strom dar. Hätten wir statt der Stromstärke i das Produkt aus Stromstärke mal Windungszahl der Magnete als Abszisse aufgetragen, so hätten wir

genau die im vorigen Abschnitt besprochene Magnetisierungskurve der Maschine erhalten (Fig. 110).

Wie man sieht, ist die elektromotorische Kraft gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf, weil mit dem magnetisierenden Strom auch die Kraftlinienzahl gleich Null wird. Schließen wir jedoch die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, und dadurch kommt eine elektromotorische Kraft und ein Strom zustande. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetz die Stromstärke, desto größer also auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, bis sie bei Kurzschluss ihren maximalen Wert erreicht. Zugleich wird bei Kurzschluss die Klemmspannung gleich Null; die ganze elektromotorische Kraft AB wird dabei verbraucht, um den Strom OB durch den inneren Widerstand zu treiben. Der Punkt A ist also der Schnittpunkt der Geraden mit der Kurve E .

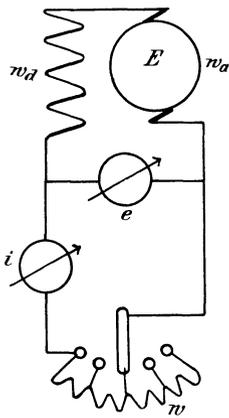


Fig. 112 a.

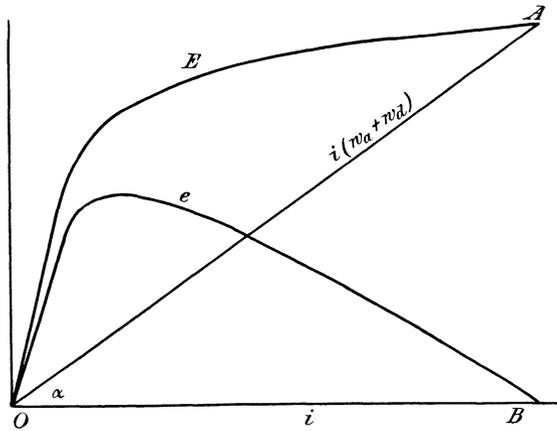


Fig. 112 b.

Was die Klemmspannung betrifft, so steigt sie mit wachsender Belastung an, um nachher nach Erreichung ihres höchsten Wertes wieder zu fallen. Infolge der Sättigung des Eisens muß nämlich einmal der Punkt eintreten, wo der Gewinn an elektromotorischer Kraft durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine. Für den Betrieb von hintereinander geschalteten Bogenlampen wurde diese Tatsache früher insofern wichtig, als man gezwungen war, das Anwachsen der Stromstärke bei Kurzschluss einer Lampe möglichst zu beschränken. Man konstruierte die Maschinen also absichtlich mit geringem Eisenquerschnitt, so daß das Eisen bei dem normalen Strom, für den der Anker und der Ankerdraht dimensioniert waren, schon stark gesättigt war. Dann arbeiteten die Maschinen normal oberhalb des Knies

der Charakteristik, wo eine Erhöhung des Stromes kaum mehr eine Verstärkung der elektromotorischen Kraft zur Folge hat. Der Kurzschluss einer Lampe verursacht dann zwar nach dem Ohmschen Gesetz eine Verstärkung des Stromes, aber diese ist nicht so erheblich, wie wenn die Verstärkung des Stromes zugleich eine Erhöhung der elektromotorischen Kraft zur Folge hat.

Das eigentümliche Verhalten der selbsterregenden Maschinen, wonach die elektromotorische Kraft vom Nutzstrom abhängt, wird noch deutlicher, wenn wir den äußeren Widerstand ins Auge fassen. Es erhebt sich nämlich immer die Frage, ob bei der Dynamomaschine die elektromotorische Kraft uns nach dem Ohmschen Gesetz den Strom schafft oder ob der (magnetisierende) Strom uns die Kraftlinien und dadurch die elektromotorische Kraft schafft. Man muß beides als richtig anerkennen, aber man weiß dann nicht mehr, was die Ursache und was die Wirkung ist. Tatsächlich aber liegt die Sache beim praktisch ausgeführten Experiment so, daß in erster Linie, also ursächlich, der äußere Widerstand variiert wird, und daß sich dadurch gleichzeitig die Stromstärke und die elektromotorische Kraft ändern. Bei vielen hintereinander geschalteten Bogenlampen ist der äußere Widerstand groß, und der Strom, sowie die elektromotorische Kraft der Hauptstrommaschine ist gering. Bei wenig hintereinander geschalteten Bogenlampen ist der äußere Widerstand klein, und die Stromstärke, sowie die elektromotorische Kraft sind groß.

59. Die Nebenschlußmaschine bei Veränderung der Belastung.

Man unterscheidet bei der Nebenschlußmaschine eine innere und eine äußere Charakteristik. Man ermittelt die innere oder statische Charakteristik, indem man die Maschine leer mit konstanter Tourenzahl antreibt und den Widerstand des Magnetkreises durch einen Regulierwiderstand verändert. Man trägt dann den Magnetstrom i_m als Abszisse und die Klemmspannung e als Ordinate auf und erhält so eine Kurve, die die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft, von dem magnetisierenden Strome darstellt. Die statische Charakteristik verläuft also genau wie die Charakteristik der Hauptstrommaschine oder wie die Leerlaufcharakteristik der magnetelektrischen Maschine. Wir gehen daher sofort zur Besprechung des Verhaltens der Nebenschlußmaschine bei Veränderung des äußeren Stromverbrauches über.

Bei der Hauptstrommaschine sind Magnetwicklung und äußeres Netz hintereinander geschaltet, und die elektromotorische Kraft ist in hohem Maße vom Stromverbrauch abhängig. Dagegen liegt die Magnetwicklung einer Nebenschlußmaschine parallel zum äußeren Netz, also direkt an den Bürsten der Maschine (Fig. 113a). Infolgedessen wirkt die Veränderung des äußeren Stromverbrauches nicht mehr direkt auf die

Kraftlinien zurück. Der Einfluß des äußeren Stromverbrauches auf die Erregung und auf die elektromotorische Kraft ist vielmehr verhältnismäßig gering, und wir haben es in den praktischen Betriebsgrenzen mit einer verhältnismäßig konstanten elektromotorischen Kraft zu tun. Das Verhalten der Nebenschlußmaschine im Betrieb ist daher ziemlich einfach, wiewohl ein genaues Verständnis des Verhaltens der Maschine dem Anfänger nicht ganz leicht werden dürfte.

Zunächst bedingt eine Vergrößerung des äußeren Stromverbrauches auch eine Erhöhung des Ankerstromes i_a nach der Gleichung

$$i_a = i + i_m.$$

Infolgedessen wird auch der Ohmsche Spannungsverlust im Anker größer, und die Klemmspannung fällt nach der Gleichung

$$e = E - i_a \cdot w_a.$$

Die Klemmspannung ist also am größten bei Leerlauf und fällt mit zunehmender Belastung. Weil nun die Magnetwicklung direkt an den

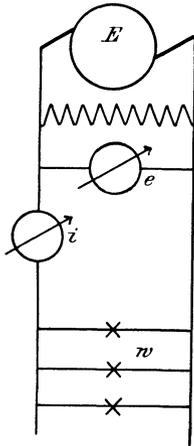


Fig. 113 a.

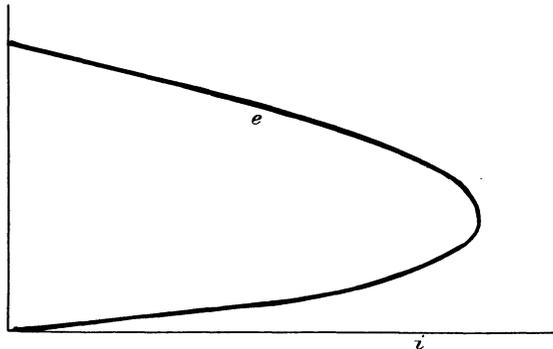


Fig. 113 b.

Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmspannung auch der Magnetstrom geringer. Dadurch sinkt die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, wodurch natürlich die Klemmspannung nochmals verringert wird. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlußmaschine größer als bei der magnetelektrischen Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so groß ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Man kann es jedoch auch bei der Nebenschlußmaschine erreichen, daß der Spannungsabfall bei Mehrbelastung fast ebenso klein wird wie bei der magnetelektrischen Maschine. Man konstruiert die Maschinen zu

diesem Zwecke mit großer Sättigung in einem Teil des magnetischen Kreises. Dann hat selbst eine verhältnismäßig starke Änderung der Erregung kaum einen Einfluss auf die Kraftlinien, und der Spannungsabfall bei Belastung ist dann nur gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch $i_a \cdot w_a$, wie bei der magnetelektrischen Maschine. Solche Maschinen eignen sich also besonders für Lichtanlagen, bei denen im Interesse des ruhigen Brennens der Lampen eine konstante Klemmspannung gefordert wird. Etwa noch vorkommende Spannungsschwankungen lassen sich dann noch durch Veränderung des Regulierwiderstandes im Magnetkreis der Maschine ausgleichen.

Dagegen arbeiten Maschinen zum Laden von Akkumulatoren mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfange der Ladung ist dann im Magnetkreis Widerstand eingeschaltet, der im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird. Man verstärkt dadurch allmählich die Kraftlinien und die elektromotorische Kraft der Maschine und erreicht dadurch, daß die Stromstärke trotz der größer werdenden Gegenkraft der Batterie konstant bleibt.

Wenn wir nun dazu übergehen, die äußere Charakteristik experimentell aufzunehmen, und zu diesem Zwecke durch Einschalten von Lampen den äußeren Stromverbrauch variieren, so bemerken wir, daß die Klemmspannung anfangs mit Vergrößerung des Stromverbrauchs mehr und mehr abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Erwägungen verständlich ist, entspricht dem oberen Teil der Kurve in Fig. 113b. Wenn wir jedoch die Zahl der parallel geschalteten Lampen übermäßig vergrößern, so wird schließlich die Stromstärke nicht mehr dadurch vergrößert, wie wir erwarten sollten, sondern verringert. Dabei fällt zugleich auch die Klemmspannung mehr und mehr, bis sie schließlich bei Kurzschluss naturgemäß gleich Null wird. Dadurch wird auch der Magnetstrom und die induzierte Kraftlinienzahl gleich Null. Hätte die Maschine keinen remanenten Magnetismus, so wäre auch die elektromotorische Kraft und der Ankerstrom bei Kurzschluss gleich Null.

Vielleicht wird das Verhalten der Nebenschlussmaschine noch deutlicher, wenn wir unter Vernachlässigung der Ankerrückwirkung die dynamische Charakteristik aus der statischen ableiten. Wir tragen dazu den Magnetstrom bei Betrieb als Abszisse und die elektromotorische Kraft aus der statischen Charakteristik als Ordinate auf (Fig. 114). Da wir bei dem jetzigen Versuch nur den äußeren Stromverbrauch variieren, dagegen den Magnetwiderstand ungeändert lassen, so ist die Klemmspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung:

$$e = i_m \cdot w_m.$$

Wir erhalten also als Kurve der Klemmspannung die Gerade e in Fig. 114. Die Differenzen der Ordinaten der Kurven E und e ergeben uns dann den Spannungsverlust $i_a \cdot w_a = (i + i_m) \cdot w_a$, sie

sind uns also ein Maß für den Ankerstrom. Wenn wir von dem so gefundenen Ankerstrom den Magnetstrom abziehen, so erhalten wir den äußeren Strom, der, als Ordinate aufgetragen, die Kurve i ergibt. Für einen bestimmten Betriebszustand wird, wie die Figur zeigt, die Stromstärke ein Maximum.

Da die Abszisse i_m in Fig. 114 der Klemmspannung proportional ist, so ist die Kurve i in Fig. 114 bei passender Wahl des Maßstabes völlig identisch oder besser symmetrisch mit der Kurve e in Fig. 113a. Dabei entspricht der linke Teil der Fig. 114 dem unteren Teil von Fig. 113b, wo sich der Betriebszustand infolge sehr großer Zahl der parallel geschalteten Lampen dem Kurzschluss nähert. Dagegen entspricht der rechte Teil der Fig. 114 dem oberen Teil der Fig. 113a, d. h. dem praktischen Betriebszustand, wobei die Spannung bei starker Änderung des Stromes nur wenig heruntergeht.

Was nun die Compoundmaschine betrifft, so können wir sie als eine Nebenschlussmaschine ansehen, deren Magnetfeld bei Belastung durch einige Hauptstromwindungen verstärkt wird. Dadurch wird der Spannungsabfall durch Ohmschen Widerstand im Anker ausgeglichen und die Maschine liefert eine konstante Klemmspannung. Diese ist bekanntlich bei Glühlampen erforderlich:

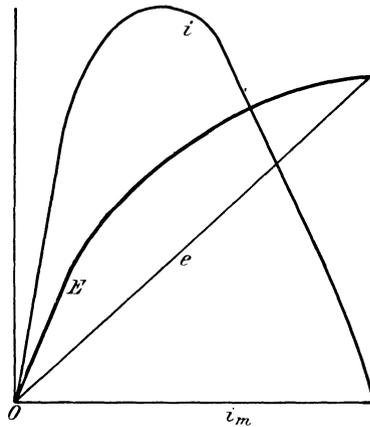


Fig. 114.

1. weil die Stromstärke jeder Lampe der darangelegten Spannung proportional ist und die pro Sekunde in Wärme umgesetzte Arbeit mit dem Quadrate der Spannung wächst;
2. weil die Lampe bei normaler Spannung ein mehr gelbliches, bei übernormaler Spannung ein intensiv weißes Licht ausstrahlt. Geringe Spannungsänderungen haben also eine unverhältnismäßig große Lichtschwankung zur Folge. Derartige Lichtschwankungen werden aber vom Auge besonders unangenehm empfunden.

Die Compoundmaschinen eignen sich also vorzüglich für Lichtanlagen. Wenn sie dennoch keine besonders große Verbreitung gefunden haben, so liegt das zunächst daran, daß sie bei momentanen Belastungsschwankungen ebenfalls momentanen Schwankungen der Klemmspannung unterworfen sind. Das hat seine Ursache in einer momentanen Änderung der Tourenzahl der Antriebsmaschine, deren Regulator immer eine gewisse Unempfindlichkeit besitzt. Diese momentanen Schwankungen der Tourenzahl verursachen dann eine Änderung der elektromotorischen Kraft

und der Klemmspannung. Dadurch ändert sich aber auch der Erregerstrom der Nebenschlußwicklung und die Kraftlinienzahl. Die Spannungsschwankungen sind also viel größer wie die Tourenschwankungen.

Ferner aber eignen sich Compoundmaschinen ebensowenig wie Hauptstrommaschinen zum Laden von Akkumulatoren. Wenn nämlich die Tourenzahl der Antriebsmaschine aus irgend einem Grunde einmal nachläßt, so überwiegt der Gegendruck der Batterie und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptstromwindungen der Magnete. Diese können dadurch umpolarisiert werden, und die elektromotorischen Kräfte der Maschine und der Batterie sind dann nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so erreicht die Stromstärke in diesem Falle einen gefährlichen Betrag.

Bei Anwendung einer Nebenschlußmaschine zur Ladung einer Batterie liegt dagegen der positive Pol der Batterie immer am positiven Pol der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die elektromotorischen Kräfte der Batterie und Maschine bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Bei Umkehrung des Hauptstromes läuft die Maschine dann als Motor, und die Stromstärke kann nicht übermäßig ansteigen. Höchstens kann die Umkehrung des Hauptstromes eine Funkenbildung am Kollektor verursachen. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen Minimalausschalter, d. h. einen Elektromagneten, dessen Wickelung vom Hauptstrom durchflossen wird. Wenn dann die elektromotorische Gegenkraft der Batterie überwiegt und der Hauptstrom abnimmt, so fällt der Anker des Elektromagneten herunter und schaltet dadurch die Batterie ab.

60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung.

Die im vorigen Abschnitt geforderte konstante Netzspannung wird in beinahe idealer Weise durch Parallelbetrieb mit Maschine und Batterie erreicht. Daneben bietet die Batterie eine schätzenswerte Reserve, die es ermöglicht, die Maschine nur für einen mittleren und nicht für den maximalen Kraftverbrauch anzuschaffen oder auch die Maschine zeitweise ganz abzustellen. Endlich verursacht die parallel geschaltete Batterie eine konstante Belastung der Dynamo auch bei stark wechselndem Stromverbrauch (Pufferbatterien bei Strafsenbahnen). Dadurch wird auch der Dampfverbrauch ein konstanter, so daß eine bedeutende Ersparnis an Kohlen erzielt wird.

Die genannten Vorteile der Batterie beruhen auf den beiden wesentlichen Eigenschaften des Akkumulators, nämlich auf der konstanten elektromotorischen Kraft und auf dem geringen

Widerstand. Daraus folgt, daß die Klemmspannung praktisch gleich der elektromotorischen Kraft der Batterie, also konstant ist, da der Ohmsche Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt werden kann. Die Maschine arbeitet dabei gleichsam mit Fremderregung, weil die Magnetwicklung zugleich an der konstanten Batteriespannung liegt. Wir betrachten nun im folgenden den Einfluß

1. des äußeren Stromverbrauchs,
2. einer Tourenschwankung der Maschine,
3. einer Veränderung der Magneterregung.

1. Der Einfluß des äußeren Stromverbrauchs.

Ist E die elektromotorische Kraft der parallel geschalteten Maschine und bleibt die Erregung und die Tourenzahl der Maschine ungeändert, so ist auch der Ankerstrom konstant nach der Gleichung

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Unabhängig von Änderungen des äußeren Stromverbrauchs sind also die Klemmspannung und der Ankerstrom konstant. Wenn z. B. die Batterie entladen wird (Fig. 115 a) und im äußeren Netz parallel liegende

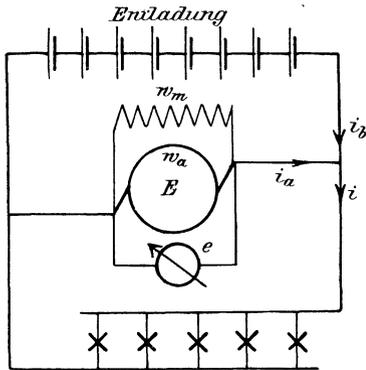


Fig. 115 a.

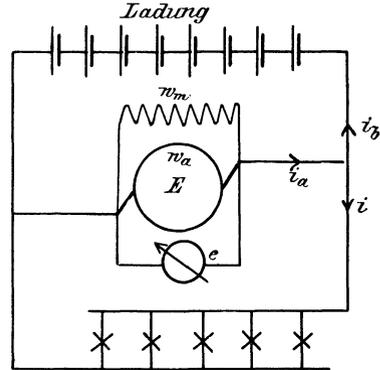


Fig. 115 b.

Glühlampen eingeschaltet werden, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt. Wird umgekehrt die Batterie geladen (Fig. 115 b) und es werden im Netz mehr Lampen eingeschaltet, so nimmt gleichsam das Netz der Batterie einen Teil des Stromes weg. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, wo die Stromquelle ein und denselben Strom liefert, den wir außen in willkürlicher Weise in die Batterie und ins Netz verteilen können.

Die Batterie wird sogar durch die Änderungen des äußeren Stromverbrauchs aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung übergehen

können. Ist z. B. der äußere Strom kleiner als der Ankerstrom, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Ist der äußere Stromverbrauch dagegen größer als der Ankerstrom, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wenn also die Maschine gerade einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie dauernd aus der Entladung in Ladung über und umgekehrt. Das ist natürlich nur dadurch möglich, daß in der Klemmspannung geringe Änderungen eintreten. Denn bei der Ladung ist die Klemmspannung größer als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung:

$$e = E_b + i_b \cdot w_b.$$

Dagegen ist bei der Entladung die Klemmspannung kleiner als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung:

$$e = E_b - i_b \cdot w_b.$$

Wir vernachlässigen aber bei unserer Betrachtung die geringen Änderungen der Klemmspannung, ebenso wie wir auch den Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt haben.

2. Die Tourenschwankungen der Maschine.

Wir haben im Bisherigen mit einer konstanten elektromotorischen Kraft der Maschine gerechnet und untersuchen jetzt, welchen Einfluß eine Tourenschwankung der Betriebsmaschine auf Klemmspannung und Ankerstrom hat. Dabei wollen wir den äußeren Stromverbrauch ungeändert lassen. Läuft die Maschine ohne Batterie, so hat eine Tourenschwankung eine erhebliche Spannungsänderung zur Folge. Jetzt aber ist die Netzspannung zugleich Batteriespannung, also praktisch konstant. Dagegen ändert sich der Ankerstrom, wenn sich die elektromotorische Kraft E der Maschine ändert, nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Nimmt z. B. die Tourenzahl für einen Moment ab, so sinkt die elektromotorische Kraft E und der Ankerstrom. Da der äußere Stromverbrauch i derselbe geblieben ist, so liefert bei Entladung die Batterie um so mehr Strom, je weniger der Anker liefert. Bei Ladung fließt umgekehrt, wenn der Ankerstrom heruntergeht, entsprechend weniger Strom in die Batterie. Tourenschwankungen der Antriebsmaschine setzen sich also um in Stromschwankungen der Batterie.

3. Änderung der Magneterregung.

Den gleichen Einfluß wie eine Tourenschwankung hat natürlich auch die Änderung des Regulierwiderstandes im Magnetkreis. Will man z. B. eine Batterie laden, so bringt man durch Änderung der

Erregung die Maschinenspannung auf einen solchen Betrag, daß sie die Batteriespannung nur um wenige Volt übersteigt. Dann schaltet man ein, und zwar den positiven Pol der Maschine gegen den positiven Pol der Batterie. Da die beiden entgegengesetzten elektromotorischen Kräfte sich fast aufheben, so ist die Stromstärke noch fast gleich Null. Nach dem Einschalten bringt man dann durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag (vergl. die obige Gleichung für i_a). Der Ausschlag des Voltmeters ändert sich dabei so gut wie gar nicht, da die Maschinenspannung und die Batteriespannung jetzt identisch sind.

Umgekehrt unterbricht man die Ladung, indem man durch Schwächung der Erregung den Ankerstrom bis auf den Betrag abschwächt, der im äußeren Netz verbraucht wird. Dabei wird der Batteriestrom zu Null, die Batterie bleibt jedoch als Spannungsregulator an den Klemmen des Netzes und der Maschine liegen.

Bei starkem äußeren Stromverbrauch dient endlich der Nebenschlußwiderstand dazu, die Belastung in geeigneter Weise auf Maschine und Batterie zu verteilen. Man verändert dann die Erregung so, daß die Maschine dauernd voll belastet ist, und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert.

Wir nahmen bisher an, daß die Batteriespannung konstant ist, und diese Annahme ist insofern richtig, als die Stromstärke kaum einen Einfluß auf die Spannung hat. Jedoch ist die Batteriespannung, entsprechend der Lade- und Entladekurve, allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die durch den Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, sind bei dem in Fig. 116a angedeuteten Zellschalter zwischen den Hauptkontakten noch Zwischenkontakte angeordnet und je zwei benachbarte Segmente durch einen Zwischenwiderstand miteinander verbunden. Der Hebel ist dabei so breit, daß er die Isolation zwischen einem Hauptkontakt und einem Zwischenkontakt überbrückt. In der gezeichneten Stellung des Hebels liegen die Lampen noch allein an dem linken Teil der Batterie, und die erste Schaltzelle ist durch den Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung liegt dann der Hebel allein auf dem Zwischensegment. Dadurch ist die erste Schaltzelle mit aufs Netz geschaltet, also die elektromotorische Kraft um 2 Volt erhöht, aber der Netzstrom hat noch den Zwischenwiderstand zu durchfließen. Bei passender Wahl des Zwischenwiderstandes kann man erreichen, daß der Spannungsverlust in ihm bei normalem Strom gerade ein Volt beträgt, so daß die Netzspannung nur um $2 - 1 = 1$ Volt erhöht wird. Bei noch weiterer Rechtsdrehung kommt der Hebel dann auf einen Hauptkontakt zu liegen, so daß die erste Schaltzelle direkt ans Netz geschlossen ist. Dabei beträgt die Spannungserhöhung dann wieder ein Volt, im ganzen also zwei Volt.

Man kann jedoch auch zwei starr miteinander verbundene, aber voneinander isolierte Hebel verwenden, die durch einen Zwischenwiderstand miteinander verbunden sind (Fig. 116b). In der gezeichneten Stellung ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Bei noch weiterer Rechtsdrehung liegen dann beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, von links aus gerechnet, und schließlicb gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab, so dafs das Netz dann direkt an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt.

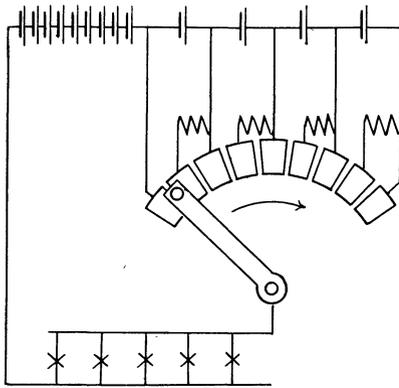


Fig. 116 a.

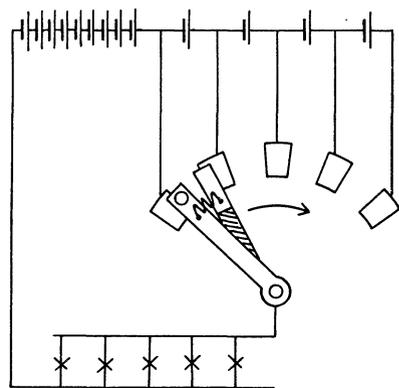


Fig. 116 b.

Die Anwendung eines solchen Einfachzellenschalters empfiehlt sich überall da, wo während der Ladung keine Lampen brennen (Fig. 117a). Der Hebel dient in diesem Falle z. B. während der Morgenstunden als Ladehebel und schaltet dabei die letzten Schaltzellen rechts nach und nach ab. Diese sind nämlich nur während der letzten Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen worden und daher eher voll geladen als der Hauptteil der Batterie. Im Laufe der Ladung wandert der Schalthebel dann bis auf den linken Kontakt. Da die Batteriespannung während der Ladung größer ist als die Netzspannung, für die die Lampen konstruiert sind, so muß der Ausschalter A während der Ladung offen sein. Nach beendigtger Ladung wird auch der Schalter A_1 geöffnet.

Wenn dann abends Lampen brennen sollen, so stellt man den Hebel, der jetzt als Entladehebel funktioniert, auf einen solchen Kontakt, dafs die Spannung der Batterie bis zum Hebel gleich der normalen Netzspannung ist, bei der die Lampen brennen sollen. Man schließt dann den Ausschalter A und schaltet die Maschine in der oben beschriebenen Weise auf das Netz, d. h. zugleich auf die Batterie. Dann reguliert man die Magneterregung derartig, dafs die Maschine stets möglichst voll belastet

ist und die Batterie nur für die Stunden des höchsten Stromverbrauchs, bzw. in den Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen wird. Dabei wandert der Schalthebel, entsprechend der allmählich sinkenden Spannung der Zellen, allmählich nach rechts, so daß er dauernd eine konstante Lampenspannung aufrecht erhält.

Die Zahl der Schaltzellen ergibt sich bei dieser Anordnung daraus, daß die Spannung einer Zelle im Anfang der Entladung etwa 2 Volt, am Ende der Entladung etwa 1,8 Volt beträgt. Für eine Lampenspannung von 110 Volt brauchen wir im Anfang der Entladung $110 : 2 = 55$ Zellen und am Ende der Entladung $110 : 1,8 = 60$ Zellen. Es sind also etwa 10% aller Zellen an den Zellschalter anzuschließen.

Die obige Bedingung, daß während der Ladung kein Stromverbrauch im äußeren Netz stattfinden soll, wird nur in den wenigsten Fällen erfüllt sein. Wenn während der Ladung auch das äußere Netz gespeist werden

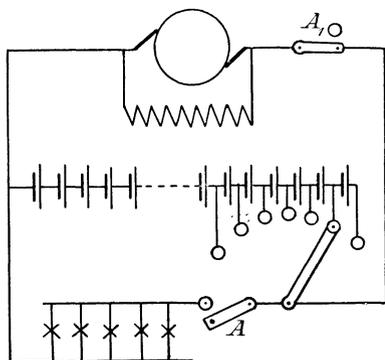


Fig. 117 a.

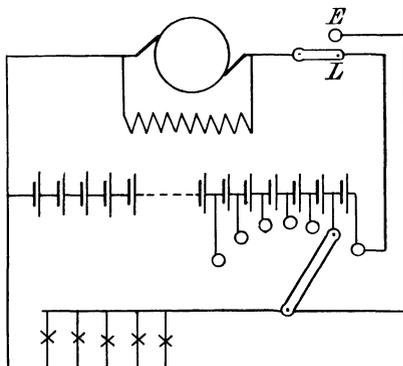


Fig. 117 b.

soll, so ist man gezwungen, den Hebel des Einfachzellenschalters dauernd als Entladehebel, d. h. als Spannungsregulator zu benutzen (Fig. 117b). Die Maschine bleibt dann mittels eines Umschalters, der auf *L* steht, während der Ladung dauernd am Ende der Batterie liegen, während das Netz mittels des Entladehebels immer an so viel Zellen liegt, daß die Netzspannung die normale ist. Der Maschinenstrom teilt sich dann am linken Pol der Batterie in den Batteriestrom und den äußeren Strom. Beide Ströme vereinigen sich wieder an dem Punkte, wo gerade der Hebel steht, und fließen gemeinsam durch den rechten Teil der Schaltzellen zur Maschine zurück. Nach beendigter Ladung muß dann die Maschine, die ja die hohe Spannung am Ende der Ladung besitzt, von der Batterie abgeschaltet werden und ihre Spannung auf die Netzspannung ermäßigt werden. Dann wird sie durch den auf *E* zu stellendem Umschalter aufs Netz geschaltet. Die Batterie dient dabei vorläufig wieder nur als Spannungsregulator, bis abends das Parallelarbeiten von Maschine und Batterie beginnt.

Der Nachteil eines Einfachzellenschalters bei der gleichzeitigen Speisung des Netzes während der Ladung liegt auf der Hand. Da das Abschalten der vollgeladenen Schaltzellen nicht mehr möglich ist, so wird ein großer Teil der Maschinenleistung ganz nutzlos zur Wasserzersetzung verwendet. Dazu kommt, daß durch die Schaltzellen die Summe des Batteriestromes und des Netzstromes fließt. Die Gasentwicklung wird also besonders stürmisch, so daß die Platten mechanisch besonders stark beansprucht werden. Endlich muß die Maschine die volle Spannung am Ende der Ladung liefern, muß also z. B. bei 110 Volt Netzspannung und den oben berechneten 60 Zellen eine Klemmspannung von $60 \cdot 2,7 = 162$ Volt liefern, während man bei Abschaltung der vollgeladenen Schaltzellen erfahrungsgemäß mit 150 Volt auskommt. Die Anschaffungskosten für die Maschine werden also unnötig groß. Denn eine solche Maschine ist immer für die maximale Spannung, d. h. für die entsprechende Kraft-

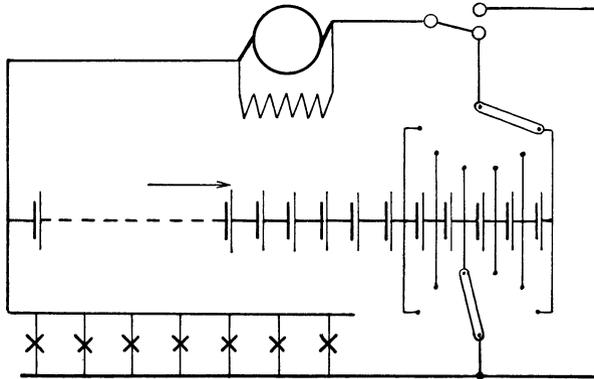


Fig. 118.

linienzahl in den Magneten entworfen. Liefert die Maschine dann etwa beim Parallelarbeiten nur 110 Volt, so ist eben der Magnetstrom durch den Regulierwiderstand willkürlich abgeschwächt und die Kraftlinienzahl dadurch vermindert. Die Maschine wird dabei in magnetischer Beziehung nicht vollständig ausgenutzt, sie enthält also für diesen Betriebszustand verhältnismäßig große Eisenquerschnitte und ist teuer in der Anschaffung.

Wenn man also während der Ladung Lampen brennen will, so ist man genötigt, einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Fig. 118). Dabei liegt das Netz dauernd am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung, als auch während der Entladung nur als Spannungsregulator dient. Der Ladehebel steht dabei in Fig. 118 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb vom Entladehebel. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht mehr, wie in Fig. 117b, durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings noch von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen.

Am Schlusse der Ladung stehen dann beide Hebel ganz nach links auf demselben Kontakt, wobei also Maschinenspannung, Batteriespannung und Netzspannung identisch sind. Man macht dann durch Regulieren im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um, so daß die Maschine direkt am Netz, d. h. am Entladehebel liegt. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregulator, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Dabei sinkt dann ihre Spannung allmählich; der Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt vermittels eines Anschlagens den Ladehebel mit. Prinzipiell würde also die erwähnte Umlegung des Schalthebels nicht nötig gewesen sein. Praktisch ist sie jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Zuleitungen zwischen Zusatzzellen und Entladehebel durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden.

Wie man sieht, sind die betreffenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt in Wirklichkeit mit einer Kontaktreihe aus, auf der beide Hebel schleifen. Der Deutlichkeit wegen sind jedoch in Fig. 118 zwei Kontaktreihen gezeichnet.

Bei Anwendung eines Doppelzellenschalters ist nun allerdings die Möglichkeit gegeben, während der Ladung Lampen zu brennen, die Netzspannung konstant zu halten und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Dieser besteht darin, daß die Maschine für eine wesentlich höhere Spannung als die Netzspannung konstruiert sein muß und doch während des eigentlichen Parallelarbeitens nur die Netzspannung liefert. Dabei wird sie nicht vollständig ausgenutzt und die Anschaffungskosten sind unnötig groß. Dieser Nachteil wird nun vollständig vermieden bei Anwendung einer Zusatzmaschine, wobei man die Hauptmaschine nur für die Netzspannung konstruiert, so daß eine wesentliche Erhöhung der Spannung dabei nicht vorgesehen ist. Das bedeutet, daß das Magneteisen bei normalem Betrieb verhältnismäßig gesättigt ist, und daß ein größerer Regulierwiderstand bei der Konstruktion nicht vorgesehen ist. Eine solche Maschine besitzt verhältnismäßig geringere Eisenquerschnitte als die zum Laden von Akkumulatoren bestimmten Maschinen und wird infolgedessen viel billiger.

In diesem Falle (Fig. 119) liegt die Maschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch eine Zusatzmaschine geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß durch Regulieren der Zusatzmaschine der Ladestrom der Schaltzellen gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom direkt vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also dann stromlos, weil er, wie der Brückenweig in der

Wheatstoneschen Brücke, zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregulator.

Was nun die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelzellenschalters betrifft, so haben wir am Ende der Ladung eine Spannung von 2,7 Volt pro Zelle; der Hauptteil der Batterie mufs also bei 110 Volt

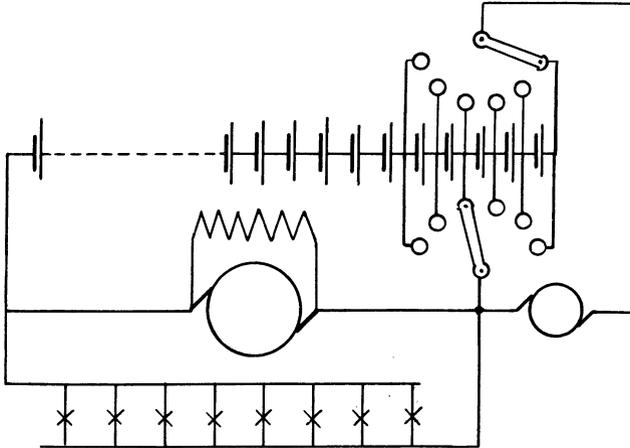


Fig. 119.

Netzspannung aus $110 : 2,7 = 40$ Zellen bestehen. Andererseits haben wir am Schlufs der Entladung eine Spannung von 1,8 Volt pro Zelle. Die ganze Batterie inklusive Schaltzellen mufs also aus $110 : 1,8 = 60$ Zellen bestehen. Es müssen also $60 - 40 = 20$ Zellen oder etwa 30% aller Zellen an den Zellenwechsler angeschlossen sein.

61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

Bei den Verlusten einer Dynamomaschine unterscheiden wir zunächst den Leerlaufverlust P_0 . Er wird zunächst verursacht durch mechanische Reibung in den Lagern und an den Bürsten. Dazu kommt der Verlust durch Luftreibung, besonders seitdem man durch Zwischenräume im Ankereisen für genügende Ventilation sorgt. Der Reibungsverlust ist natürlich unabhängig von der Erregung. Zu den Reibungsverlusten kommt dann noch der Verlust durch Hysterisis im Ankereisen. Dieser ist bei geringer Induktion der 1,6ten Potenz der Induktion proportional und kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von über 10000 Kraftlinien pro qcm im Ankereisen und von 20000 Kraftlinien pro qcm in den Ankerzähnen dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden. Endlich kommt noch der Verlust durch Foucaultströme im Ankereisen, Poleisen und im Ankerkopper und in den Ankerbolzen in Betracht. Dieser Verlust ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Kraftliniendichte nicht

blofs die elektromotorische Kraft, sondern auch die Stromstärke des Wirbelstromes wächst. Im allgemeinen kann bei gegebener Erregung der Leerverlust als konstant angesehen werden. Zu den Leerlaufverlusten kommt nun noch

der Kupferverlust im Anker $i_a^2 \cdot w_a$,

der Kupferverlust in der Hauptstromwicklung $i_a^2 \cdot w_a$,

der Kupferverlust in der Nebenschlußwicklung $e \cdot i_m$.

Der letztere Verlust ist natürlich von der Erregung abhängig, ändert sich aber doch verhältnismäßig wenig bei den verschiedenen Belastungszuständen. Wir setzen dabei voraus, daß durch Änderung der Erregung die Klemmspannung bei wechselnder Belastung konstant gehalten wird. Dann muß zwar bei starkem Ankerstrom der Magnetstrom erhöht werden, damit der größere Spannungsverlust gedeckt und die Ankerrückwirkung kompensiert wird. Aber der zusätzliche Verlust durch Joulesche Wärme in der Magnetwicklung kommt doch gegenüber der Jouleschen Wärme im Anker weniger in Betracht. Wir wollen daher im folgenden den Verlust $e \cdot i_m$ als konstant ansehen.

Allgemein ergibt sich der Wirkungsgrad als das Verhältnis der Nutzleistung $e \cdot i$ zu der gesamten zugeführten Leistung. Die letztere wird zur Erzeugung der totalen elektrischen Leistung $E \cdot i_a$ und zur Deckung der Leerlaufleistung verbraucht.

Wir erhalten also den Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{E \cdot i_a + P_0} \quad (90)$$

oder mit Einführung der einzelnen Verluste:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{e \cdot i + i_a^2 \cdot w_a + i_a^2 \cdot w_a + e \cdot i_m + P_0} \quad (91)$$

Diese Gleichung gilt allgemein für Hauptstrom-, Nebenschluß- und Compoundmaschinen. Speziell für Nebenschlußmaschinen ist der Strom i_a in den direkten Windungen gleich Null und es wird außerdem $i_a = i + i_m$.

Wir erhalten so:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{e \cdot i + i^2 \cdot w_a + 2i \cdot i_m \cdot w_a + i_m^2 \cdot w_a + e \cdot i_m + P_0} \quad (92)$$

oder:

$$\eta = \frac{e}{e + 2i_m \cdot w_a + i \cdot w_a + \frac{P_0 + i_m^2 \cdot w_a + e \cdot i_m}{i}}$$

Der Wirkungsgrad wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum wird. Wir differenzieren also nach i als variabler und setzen den Differenzialquotienten gleich Null. Dabei haben wir nach den obigen Darlegungen e und i_m als konstant anzusehen. Wenn wir gleichzeitig das Produkt $i_m^2 \cdot w_a$ wegen seiner Kleinheit vernachlässigen, so erhalten wir:

$$w_a - \frac{P_0 + e \cdot i_m}{i^2} = 0$$

oder:

$$i^2 \cdot w_a = P_0 + e \cdot i_m.$$

Da der äußere Strom fast gleich dem Ankerstrom ist, so stellt die linke Seite den Verlust im Anker dar. Dagegen stellt die rechte Seite den wesentlich konstanten Verlust durch Reibung und durch Joulesche Wärme in den Magneten dar. Der Wirkungsgrad wird also ein Maximum, wenn die variablen Verluste gleich den wesentlich konstanten Verlusten sind.

Es ist übrigens bemerkenswert, daß die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Maximums über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verläuft. Daher hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Bei einer Maschine für 110 Volt und 100 Ampere sei z. B. die Leerlaufsleistung 500 Watt. Der totale Wirkungsgrad sei 0,88. Dann ist die auf die Welle zu übertragende Leistung $\frac{110 \cdot 100}{0,88} = 12500$ Watt. Die gesamten Verluste sind dann $\frac{12}{100} \cdot 12500 = 1500$ Watt. Unter der Voraussetzung, daß die Maschine bei normaler Belastung gerade mit ihrem günstigsten Wirkungsgrad arbeitet, und daß die betreffende Maschine sich praktisch ausführen läßt, müßte die Joulesche Wärme im Anker die Hälfte der Gesamtverluste, also 750 Watt sein. Von der anderen Hälfte entfallen dann 500 Watt auf Leerlauf und 250 Watt auf die Magnete. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} e \cdot i_m &= 250, \\ i_m &= \frac{250}{110} = 2,3, \\ i_a = i + i_m &= 100 + 2,3 = 102,3, \\ i_a^2 \cdot w_a &= 750, \\ w_a &= \frac{750}{i_a^2} = \frac{750}{102,3^2} = 0,071. \end{aligned}$$

Gesetzt nun, wir belasteten die Maschine zur Hälfte bzw. auf das Doppelte. Dadurch erhalten wir, wenn wir den Magnetstrom wieder als konstant annehmen:

$$\begin{array}{rcl} i & = & 50 \text{ bzw. } 200 \\ i_a = i + i_m & = & 50 + 2,3 = 52,3 \quad \text{,,} \quad 202,3 \\ i_a^2 \cdot w_a = 52,3^2 \cdot 0,071 & = & 194 \quad \text{,,} \quad 2900 \\ e \cdot i_m & = & 250 \quad \text{,,} \quad 250 \\ e \cdot i & = & 5500 \quad \text{,,} \quad 22000 \\ P_0 & = & 500 \quad \text{,,} \quad 500 \\ & & \underline{\hspace{1cm}} \quad \text{,,} \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ & & 6450 \quad \text{,,} \quad 25650 \\ \eta = \frac{5500}{6450} & = & 0,85 \quad \text{,,} \quad \frac{22000}{25650} = 0,86. \end{array}$$

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad in der Nähe des Maximums sehr wenig, selbst bei starken Änderungen der Belastung. Bei der Konstruktion hat man daher die Freiheit, die Gesamtverluste willkürlich auf Anker und Magnete zu verteilen. Die Rücksicht auf den Spannungs-

abfall im Anker wird es in den meisten Fällen überhaupt verbieten, die Maschine so zu konstruieren, daß sie bei normaler Belastung mit ihrem maximalen Wirkungsgrad arbeitet. Dieser Spannungsabfall ist in dem obigen Beispiel $i_a \cdot w_a = 100 \cdot 0,071 = 7$ Volt, die elektromotorische Kraft ist dann $110 + 7 = 117$ Volt und der prozentische Spannungsabfall $7 : 117 = 6\%$. Dazu kommt, daß der verhältnismäßig große Ankerwiderstand eine übergroße Joulesche Wärme im Anker verursacht, für die die Ankeroberfläche dann nicht ausreicht. Überhaupt sind für die Verteilung der Verluste auf Anker und Magnete ganz andere praktische Gesichtspunkte maßgebend, als die Rücksicht auf den maximalen Wirkungsgrad. Die praktisch ausgeführten Maschinen arbeiten in der Regel so, daß der Ankerverlust bei normalem Betrieb kleiner ist als der Verlust durch mechanische Reibung und durch Joulesche Wärme in den Magneten. Bei Überlastung steigt daher der Wirkungsgrad.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufverluste experimentell zu trennen. Wenn zwei gleiche Maschinen vorhanden sind, so können wir sie miteinander kuppeln und die erste Maschine als Elektromotor antreiben, während wir die zweite Maschine unerregt lassen. Die gemessene Leistung des Motors wird verbraucht für die mechanische Reibung beider Maschinen und für Hysterese und Wirbelströme in der ersten Maschine. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die zweite Maschine normal erregen, so daß sie als Generator leer läuft. Der Effektverbrauch in der ersten Maschine ist dann um den Hysterese- und Wirbelstromverlust $P_h + P_w$ in der zweiten Maschine größer geworden.

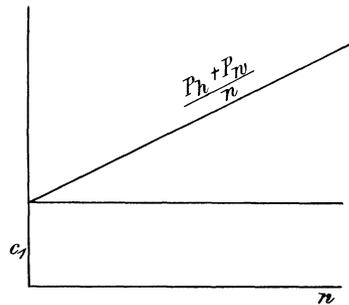


Fig. 120.

Ist auf diese Weise der Hysterese- und Wirbelstromeffekt einerseits und der Reibungseffekt andererseits ermittelt, so wiederholt man den Versuch mit anderer Tourenzahl. Dabei muß natürlich die Erregung, d. h. die Kraftlinienzahl der Maschinen, dieselbe bleiben und die Veränderung der Tourenzahl durch einen Vorschaltwiderstand im Ankerkreis des Motors vorgenommen werden.

Wir dividieren dann den Effektverbrauch $P_h + P_w$ durch die Tourenzahl n und tragen die Tourenzahl n als Abszisse und den Wert $\frac{P_h + P_w}{n}$ als Ordinate auf (Fig. 120). Nun ist der Effektverlust durch Hysterese der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Tourenzahl proportional, d. h.

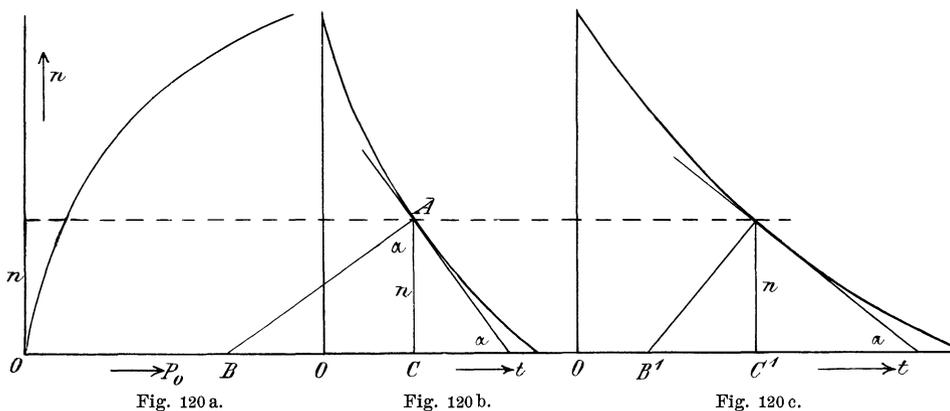
$$P_h + P_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2. \quad (93)$$

Daraus folgt

$$\frac{P_h + P_w}{n} = c_1 + c_2 \cdot n.$$

Demnach erhalten wir in Fig. 120 eine Gerade, deren Abschnitt c_1 auf der Ordinatenachse uns den Hysteresisverlust bei einer Umdrehung pro Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Tourenzahl zu multiplizieren, um den Hysteresisverlust zu erhalten und auf diese Weise die gesamte Leerlaufsleistung in ihre drei Teile zu zerlegen.

Zur Trennung der Verluste bei einer einzelnen Maschine verwendet man die sogenannte Auslaufmethode. Wir wählen dazu eine bestimmte Magnetenerregung, lassen die Maschine als Motor leer laufen und messen den Leerverlust P_0 bei den verschiedenen Tourenzahlen. In Fig. 120a tragen wir dann den Verlust P_0 als Abszisse und die Tourenzahl n als Ordinate auf.



Wir unterbrechen dann den Ankerstrom, lassen aber die Magnetenerregung ungeändert und lassen die Maschine auslaufen. Dabei tragen wir die Zeit als Abszisse und die jeweilige Tourenzahl als Ordinate auf (Fig. 120b). Eventuell kann an Stelle der Touren die damit proportionale Spannung der Maschine beobachtet werden. Beim Auslaufen verringert sich die Tourenzahl, und es ist die Abnahme der lebendigen Kraft gleich der während der betreffenden Zeit durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme verzehrten Arbeit. Zu einer bestimmten Zeit t ist die Tourenzahl $n = AC$, und es ändert sich die lebendige Kraft A in Joule in der Zeit dt um den Betrag dA . Dann ist die Arbeit pro Sekunde, die durch die Leerverluste verzehrt wird, gleich $\frac{dA}{dt}$. Andererseits ist die lebendige Kraft proportional dem Quadrate der Tourenzahl. Wir erhalten also, wenn k einen Proportionalitätsfaktor bedeutet:

$$A = k \cdot n^2,$$

$$dA = k \cdot 2 \cdot n \cdot dn$$

und

$$\frac{dA}{dt} = 2k \cdot n \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Dieselbe Leistung ist entgegengesetzt gleich der bei Leerlauf mit der entsprechenden Tourenzahl zugeführten Leistung P_0 . Wir erhalten also:

$$P_0 = -2k \cdot n \cdot \frac{dn}{dt}. \quad (94)$$

Wir zeichnen nun im betrachteten Punkte A die Tangente und Normale der Auslaufkurve in Fig. 120b*) und erhalten:

$$\operatorname{tg} a = -\frac{dn}{dt} = \frac{BC}{AC}.$$

Demnach, da $AC = n$ ist:

$$-n \cdot \frac{dn}{dt} = BC.$$

Demnach ist:

$$P_0 = 2k \cdot BC.$$

Daraus läßt sich der Faktor $2k$ berechnen, indem man BC in Sekunden mißt und mit dem Quadrate des Verhältnisses der Maßstäbe der Ordinaten und Abszissen multipliziert. Man führt diese Rechnung für verschiedene Tourenzahlen durch und nimmt aus den erhaltenen Werten von $2k$ das Mittel.

Wiederholt man den Auslaufversuch mit unterbrochenem Magnetstrom, so wird die Auslaufzeit größer, weil die bremsende Wirkung der Wirbelströme und Hysteresis fehlt. Wir erhalten so die Auslaufkurve in Fig. 120c, die uns für den betrachteten Wert von n die Subtangente $B'C'$ gibt. Genau wie oben, ergibt sich dann der Effektverlust allein durch mechanische Reibung zu

$$P_r = 2k B'C',$$

wo $B'C'$ in Sekunden zu messen ist.

Einfacher, wenn auch ungenauer, ergibt sich ohne Rücksicht auf den Maßstab:

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{B'C'}{BC}.$$

Bisher ist nun immer vorausgesetzt, daß bei gleicher Erregung und Tourenzahl der Verlust bei Leerlauf und Betrieb derselbe ist. Da diese Voraussetzung nun nicht genau zutrifft, so empfiehlt sich unter Umständen ein Verfahren, das die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend große Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen miteinander und treibt die erste Maschine von einer äußeren Stromquelle als Motor an. Dieser Motor treibt dann die zweite Maschine als Dynamo an, und diese speist dann wieder durch ihren Strom den ersten Motor. Die äußere Stromquelle und die zweite

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine 1903, S. 505.

Maschine sind also auf den Motor parallel geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle natürlich nur den durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingten Effekt, der auf diese Weise leicht gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß die Tourenzahl und die Stromstärke beider Maschinen dem normalen Betriebszustand entsprechen. Auf den ersten Blick erscheinen die Verhältnisse allerdings nicht ganz einfach, man muß aber bedenken, daß bei beiden Maschinen die Klemmspannung und die Tourenzahl die gleichen sind. Die elektromotorische Kraft der als Motor angetriebenen Maschine ist nun nach Abschnitt 63 kleiner als die Klemmspannung, während die elektromotorische Kraft der als Generator angetriebenen Maschine größer als die Klemmspannung ist. Da die Tourenzahl, Drahtzahl und Klemmspannung für beide Maschinen die gleichen sind, so müssen wir den Generator etwas stärker erregen als den Motor, oder umgekehrt: Von den beiden Maschinen läuft die stärker erregte als Generator und die schwächer erregte als Motor. Ist also:

- N_1 die Kraftlinienzahl des Motors,
- N_2 die Kraftlinienzahl des Generators,
- i_1 die Stromstärke des Motors,
- i_2 die Stromstärke des Generators,
- $i_1 - i_2 = i_0$ der aus der Stromquelle zufließende Leerstrom,
- E_1 die elektromotorische Gegenkraft des Motors,
- E_2 die elektromotorische Kraft des Generators,

so ergibt sich nach Abschnitt 63 für den Motor:

$$e = E_1 + i_1 \cdot w_a = \frac{p}{a} \cdot N_1 \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} + i_1 \cdot w_a$$

und ebenso für den Generator:

$$e = E_2 - i_2 \cdot w_a = \frac{p}{a} \cdot N_2 \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} - i_2 \cdot w_a.$$

Durch Addition der beiden Gleichungen erhalten wir:

$$2e = \frac{p}{a} (N_1 + N_2) \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} + i_0 \cdot w_a.$$

Vernachlässigen wir dabei den außerordentlich kleinen Wert $i_0 \cdot w_a$, so ergibt sich:

$$\frac{p}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} = \frac{2e}{N_1 + N_2}.$$

Die Tourenzahl ist also der Summe der gewählten Kraftlinien N_1 und N_2 umgekehrt proportional. Setzen wir nun den gefundenen Wert für $\frac{p}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$ in die zweite oben für e angegebene Gleichung ein, so erhalten wir:

$$e = \frac{N_2 \cdot 2e}{N_1 + N_2} - i_2 \cdot w_a,$$

oder wenn wir für i_2 auflösen:

$$i_2 = \frac{N_2 - N_1}{N_1 + N_2} \cdot \frac{e}{w_a}.$$

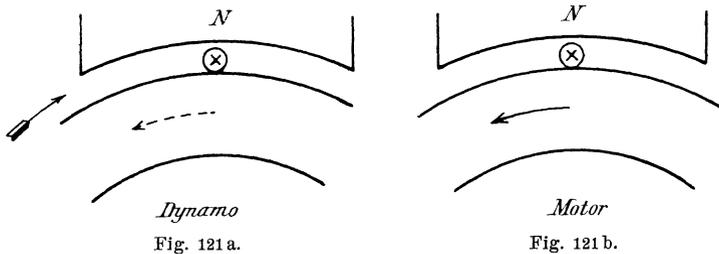
Während also die Tourenzahl durch die Summe der gewählten Kraftlinien gegeben ist, ist uns die Stromstärke des Generators durch den Quotienten $\frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1}$ gegeben. Wir haben es dadurch in der Hand, einerseits die Tourenzahl, andererseits die Stromstärke herzustellen, wofür die Leerlaufarbeit ermittelt werden soll. Das dabei gemessene Produkt $e \cdot i_0$ ist natürlich die für den Leerlauf beider Maschinen zusammen verbrauchte Leistung.

Neuntes Kapitel.

62. Drehungsrichtung der Motoren. — 63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors. — 64. Der konstant erregte Motor. — 65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors. — 66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren. — 67. Beispiel. — 68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

62. Drehungsrichtung der Motoren.

Die Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Konstruktion nicht von den Gleichstromgeneratoren. Da ein und dieselbe Maschine in einem Augenblick als Generator und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten kann, so können wir das Kapitel über Motoren besonders kurz fassen. Uns interessieren bei den Motoren besonders die mechanischen Eigenschaften, wie die Drehungsrichtung, das Drehmoment, die Tourenzahl und die mechanische Leistung, und es wird unsere Aufgabe sein, die Abhängigkeit dieser mechanischen Eigenschaften von den elektrischen und magnetischen Verhältnissen festzustellen.

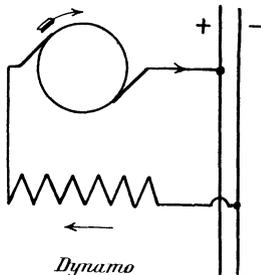


Um die Drehungsrichtung eines Motors zu bestimmen, erinnern wir uns, daß die Drehung einer stromliefernden Dynamo nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie einen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert. Der durch die Bewegung induzierte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird also die in Fig. 121a angedeutete Dynamo im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten, vor dem Südpol von hinten nach vorn. Dieser Strom übt in Verbindung mit den Kraftlinien eine Kraft aus, deren Richtung wir nach der Ampereschen Schwimmer-

regel oder bequemer nach dem Lenzschen Gesetz bestimmen können. Diese Kraft sucht in unserem Falle den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des punktierten Pfeiles zu drehen. Wir können uns dabei vorstellen, daß die Maschine als Motor zu funktionieren sucht, daß es ihr aber nicht gelingt, weil ihre Kraft durch die Antriebsmaschine überwunden wird.

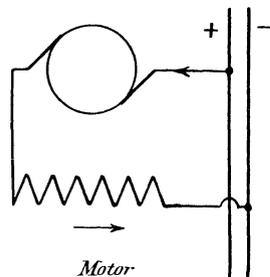
Diese Kraft kommt dagegen zur freien Wirksamkeit, wenn wir die Antriebsmaschine plötzlich abgestellt und den Anker von einer äußeren Stromquelle gespeist denken. Dabei soll die Stromrichtung in der Anker- und Magnetwicklung so gewählt werden, daß sie die gleiche ist wie bei der als Dynamo arbeitenden Maschine (Fig. 121 b). Dann folgt mit Notwendigkeit, daß unter diesen Umständen der Motor sich entgegen dem Uhrzeiger drehen muß, also im Sinne des ausgezogenen Pfeiles in Fig. 121 b. Wir schließen daraus:

„Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Dynamo angetrieben wurde.“ Dasselbe ist der Fall, wenn der Strom gleichzeitig im Anker und in den Magneten umgekehrt wird.



Dynamo

Fig. 122 a.



Motor

Fig. 122 b.

Aus dem Gesagten darf man nun aber nicht etwa die dem Anfänger sehr nahe liegende Folgerung ziehen, daß überhaupt jede Maschine, wenn sie aus dem Zustand des Generators in den des Motors übergeht, ihre Drehungsrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehungsrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker und den Magneten beim Motor die gleiche ist wie beim Generator. Wir wenden uns also jetzt den speziellen Fällen, nämlich dem Hauptstrom- und dem Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptstrommaschine liegen Anker und Magnete hintereinander. Wir nehmen nun an, daß die in Fig. 122 a angedeutete Hauptstrommaschine als Generator im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß das Vorzeichen der Bürste rechts positiv ist. Wir benutzen dann dieselbe Maschine ohne Änderung der Schaltung als Motor. Nach dem oben Gesagten ist es für die Drehungsrichtung gleichgültig, wie wir die

Hauptleitung an die Klemmen des Motors anschließen. Am nächstliegenden ist es natürlich, wenn die Maschine in der früheren Weise am Netz liegen bleibt (Fig. 122b). Dann ergibt sich, daß der Motorstrom gegenüber der Dynamo seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt hat. Das Resultat ist also das gleiche, wie wenn der Strom in beiden Teilen derselbe ist wie in der Dynamo. Die Hauptstrommaschine läuft also ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Dynamo, d. h. gegen die Bürsten.

Soll dagegen die Drehungsrichtung die gleiche bleiben, so hat man in Fig. 122b die Magnete umzuschalten. Man erreicht dadurch zugleich, daß die Stromrichtung in der Magnetwicklung beim Motor und Generator ungeändert bleibt. Das ist wichtig, weil die Hysteresis des Eisens die Ummagnetisierung erschwert und dadurch eventuell unter sonst gleichen Umständen nach der Ummagnetisierung eine geringere Kraftlinienzahl im Eisen auftritt wie vorher.

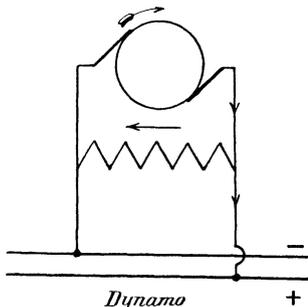


Fig. 123 a.

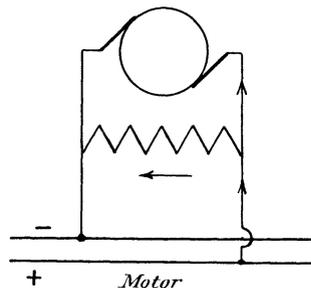


Fig. 123 b.

Wir betrachten nun den Fall, wo eine als Motor laufende Hauptstrommaschine in derselben Drehungsrichtung als Generator benutzt wird. Dieser Fall ist von praktischer Wichtigkeit, da die Bremsung von Hauptstrommotoren dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Generator auf Widerstände geschaltet wird. Die lebendige Kraft des Straßenbahnwagens z. B. setzt sich dabei in elektrische Energie um, und der Wagen wird dadurch gebremst. Man muß dabei beachten, daß die elektromotorische Kraft des Motors nach Abschnitt 63 dem Strome entgegenwirkt. Nun ist die Richtung der Drehung dieselbe geblieben und ebenso die Richtung der Kraftlinien (remanenter Magnetismus). Die elektromotorische Kraft im Generator ist also gleichgerichtet mit der im Motor und erzeugt uns beim Angehen einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt ist. Dieser würde ohne Änderung der Schaltung den remanenten Magnetismus abschwächen, statt ihn zu verstärken, und die Maschine würde nicht als Generator angehen. Man muß daher die Magnete umschalten, wenn man von der Fahrt zur Bremsung übergeht.

Anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Fig. 123a und b zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Generator und Motor derselbe geblieben ist, wenn wir die Nebenschlußmaschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Der Ankerstrom dagegen hat in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall die gleiche, so liefere der Motor entgegengesetzt wie die Dynamo. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor in gleichem Sinne wie als Dynamo. Eine Nebenschlußdynamo, als Motor benutzt, läuft also mit den Bürsten, und ebenso: Ein Nebenschlußmotor kann ohne Änderung der Schaltung in der alten Drehungsrichtung als Generator angetrieben werden.

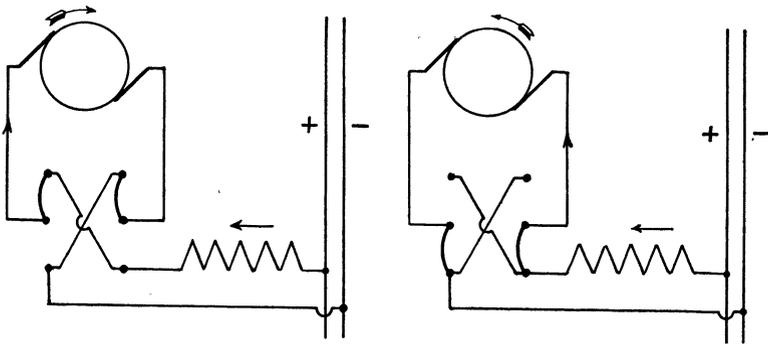


Fig. 124.

Wir haben nun noch zum Schlusse die Umsteuerung von Motoren zu erwähnen. Wollte man dazu die Hauptleitungen vertauschen, so würde der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt, und die Drehungsrichtung bliebe dieselbe. Man muß also entweder allein den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom kommutieren. In der Regel kommutiert man wegen des oben erwähnten Einflusses der Hysterisis den Ankerstrom (Fig. 124).

63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors.

Das Laplacesche Gesetz liefert uns ein einfaches Mittel, um aus der Kraftlinienzahl, Drahtzahl und Stromstärke das Drehmoment des Elektromotors zu bestimmen. Diese Bestimmung ist schon im Abschnitt 25 an einem Beispiel durchgeführt, und wir haben jetzt noch die allgemeine Gleichung für das Drehmoment zu entwickeln. Es sei

- H die Feldstärke im Luftzwischenraum,
- b die Ankerlänge in Zentimetern,
- D der Ankerdurchmesser in Zentimetern,

z die Gesamtzahl der äußeren Ankerdrähte,
 β der Winkel der Polbohrung,
 J die Stromstärke pro Leiter in absolutem Maß,
 i_a der Ankerstrom in Ampere.

Dann ergibt sich die von den Kraftlinien auf die Ankerdrähte ausgeübte Kraft nach Gleichung (32) auf S. 61 zu:

$$f = H \cdot J \cdot l \text{ Dyn.}$$

Ferner ist die vor $2p$ Polen liegende Drahtlänge:

$$l = \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ cm.}$$

Die Zugkraft ist also:

$$f = H \cdot J \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ Dyn.} \quad (95)$$

Um die Zugkraft in Kilogramm zu erhalten, haben wir die Kraft in Dyn mit 981000 zu dividieren. Der Radius ergibt sich ferner zu:

$$r = \frac{D}{2 \cdot 100} \text{ m.}$$

Wir erhalten also das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_d = H \cdot J \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \cdot \frac{D}{2 \cdot 100} \cdot \frac{1}{981000}.$$

Nun ist die Gesamtkraftlinienzahl N eines Poles gleich der Polfläche mal der Feldstärke vor den Polen:

$$N = \frac{D \cdot \pi \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot H. \quad (96)$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot J}{\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-7}. \quad (97)$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen, sowie für Parallel- und Serienwicklung. Ist wieder, wie früher, die halbe Anzahl der Ankerstromzweige gleich a , so ergibt sich:

$$J = \frac{i_a}{10 \cdot 2a}.$$

Gleichung (97) nimmt dann die Form an:

$$M_d = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (98)$$

Für Serienwicklung ist a gleich eins und für Parallelwicklung ist a gleich p .

Diese Gleichungen beziehen sich auf das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment inkl. Reibung etc. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung des Motors erforderlich ist.

Die ganze Bedeutung der für das Drehmoment abgeleiteten Gleichung ergibt sich nun erst, wenn wir ihre beiden Seiten miteinander vertauschen. Ursprünglich besagten die Gleichungen, daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment dem Produkt aus der Kraftlinienzahl mal dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustande entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Resultat, daß das Produkt $N \cdot i_a$ sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir in den Motor einen willkürlichen Strom hineinschieken, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist höchstens der Fall, solange der Motor still steht und die Stromstärke noch nicht für das Drehmoment genügt. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß die Gleichung (98) erfüllt sein, d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Dabei bleibt jedoch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Es fehlt scheinbar ein Regulator, der die Elektrizität mehr oder weniger drosseln könnte. Aber wir haben im Motor eine elektromotorische Gegenkraft, die ebenso wie der Regulator der Dampfmaschine von der Tourenzahl beeinflusst wird. Offenbar ist es gleichgültig, ob die Maschine von aufsen als Generator angetrieben wird, oder ob sie infolge der vom Ankerstrom und Pol aufeinander ausgeübten Kraft rotiert. In jedem Falle schneiden die Kraftlinien durch die Ankerdrähte hindurch und induzieren in ihnen eine elektromotorische Kraft. Der Motor gleicht also nicht bloß konstruktiv einer Dynamo, und die Maschine kann nicht bloß abwechselnd als Motor und Generator benutzt werden, sondern die Maschine sucht, während sie als Motor läuft, selbst als Generator zu funktionieren. Dabei erzeugt sie zwar keinen Strom, sondern nur eine elektromotorische Kraft. Daß diese elektromotorische Kraft der Klemmspannung und dem Strome entgegenwirkt, läßt sich aus der Faradayschen Schwimmerregel ableiten. Einfacher ergibt sich diese Tatsache aus der bloßen Überlegung, daß man unmöglich erwarten kann, daß die elektromotorische Kraft des Motors den Strom verstärkt. Dadurch, daß wir den Motor mechanische Arbeit leisten lassen, können wir unmöglich noch einen Strom erhalten, der uns etwa miteingeschaltete Glühlampen speist.

Die elektromotorische Gegenkraft ist natürlich der Tourenzahl proportional, und das ist der Grund, warum sich immer genau die für das Drehmoment erforderliche Stromstärke einstellt. Wird z. B. die Belastung des Motors vergrößert, so genügt das bisher ausgeübte Drehmoment nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Demnach findet eine momentane Verzögerung statt, wodurch die Zahl der Kraftlinienschnitte und die

elektromotorische Gegenkraft verringert wird. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufließen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor noch ausgeübte Drehmoment zu groß. Der Motor wird dadurch beschleunigt, und die dadurch vergrößerte elektromotorische Gegenkraft drosselt den Strom ab. Im Beharrungszustand ist dann wieder das ausgeübte Drehmoment genau gleich dem durch die Belastung geforderten Drehmoment und durchaus nicht etwa größer, wie viele Anfänger glauben. Man muß aber dann natürlich unter der Belastung das Drehmoment an der Riemenscheibe inkl. das Drehmoment der Leerlaufreibung verstehen.

Was nun die Tourenzahl betrifft, so ergibt sie sich aus der elektromotorischen Gegenkraft nach Gleichung (79) auf S. 139:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Dabei folgt die elektromotorische Gegenkraft aus dem Ankerstrom durch die Überlegung, daß die an den Anker gelegte Netzspannung e sowohl die Gegenkraft E zu überwinden hat, als auch den Ohmschen Spannungsverlust $i_a \cdot w_a$ zu decken hat, d. h.:

$$e = E + i_a \cdot w_a. \quad (99)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt dann:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^{-8}}{p/a \cdot N \cdot z} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^{-8}}{p/a \cdot N \cdot z}. \quad (100)$$

Die Gleichung läßt erkennen, daß eine Veränderung der Belastung, also des Ankerstromes, nicht bloß eine momentane, sondern auch eine dauernde Änderung der Tourenzahl zur Folge hat, wenn auch diese Änderung unter Umständen gering ist.

Wir haben nun noch die Gleichung für die mechanische Leistung abzuleiten. Absichtlich haben wir nämlich bei der allgemeinen Besprechung der mechanischen Größen des Motors das Drehmoment vorangestellt, obgleich man ja sonst meist die Leistung als die wichtigste Größe des Motors anzusehen pflegt. Zum Verständnis der Wirkungsweise des Motors muß aber unbedingt die Betrachtung des Drehmoments vorausgehen, weil sich die Leistung immer erst aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Tourenzahl ergibt.

Ist nun M_a das Drehmoment in mkg und

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

die Winkelgeschwindigkeit, so ist die mechanische Leistung in mkg pro Sekunde nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich $M_a \cdot \omega$. Um die mechanische Leistung P in Watt zu erhalten, haben wir nach Abschnitt 41 noch mit 9,81 zu multiplizieren und erhalten:

$$P = M_a \cdot \omega \cdot 9,81 = M_a \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (101)$$

Es ist nun für uns von Wichtigkeit, diese Leistung auch als Funktion der elektrischen Gröfsen auszudrücken. Zu diesem Zwecke multiplizieren wir die Gleichung (99) mit i_a und erhalten:

$$e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a. \quad (102)$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt $e \cdot i_a$ die auf den Anker übertragene Leistung dar, während das Produkt $i_a^2 \cdot w_a$ uns die im Anker in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach mufs das Produkt $E \cdot i_a$ den Effektverbrauch für die mechanische Leistung des Motors darstellen. Diese schliesft die Nutzleistung und den Leerlauf-effekt ein.

Wir haben nun sofort die Möglichkeit, unsere Gleichungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit zu kontrollieren. Der elektrische Effekt $E \cdot i_a$ mufs gleich der mechanischen Leistung sein, und es mufs daher die Gleichung erfüllt sein:

$$E \cdot i_a = M_a \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81. \quad (103)$$

Setzen wir für E und M_a die entsprechenden Werte aus Gleichung (79) auf S. 139, und Gleichung (98) auf S. 220 ein, so ergibt sich in der Tat, dafs beide Seiten unserer Gleichung identisch sind.

Was nun die Abhängigkeit der Leistung vom Ankerstrom betrifft, so ergibt sich, dafs die Leistung bei sehr kleinem Drehmoment, also bei geringem Ankerstrom, ebenfalls gering ist. Mit zunehmender Belastung wird die mechanische Leistung gröfser, bis sie schliesslich infolge der Abnahme der Tourenzahl bei sehr grofser Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ein Maximum wird, differenzieren wir die Gleichung

$$P = E \cdot i_a = e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a$$

und setzen den ersten Differenzialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann:

$$P' = e - 2i_a \cdot w_a = 0$$

oder
$$i_a \cdot w_a = \frac{e}{2}.$$

Für diesen Fall ist $i_a \cdot w_a$ auch gleich E .

Das gleiche Resultat ergibt sich*) aus Fig. 125a und b, wo die Klemmspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Ohmschen Spannungsverbrauch und die elektromotorische Gegenkraft zerlegt ist. Abgesehen vom Faktor w_a ist dann das schraffierte Rechteck gleich der

*) Vergl. Kapp, Kraftübertragung.

mechanischen Leistung und das schraffierte Quadrat gleich dem Verlust durch Joulesche Wärme. Man sieht, daß das Rechteck für kleine und für große Werte von i_a besonders klein ist. Das Rechteck wird am größten, wenn es selbst zu einem Quadrate wird, d. h. wenn $i_a \cdot w_a = E$

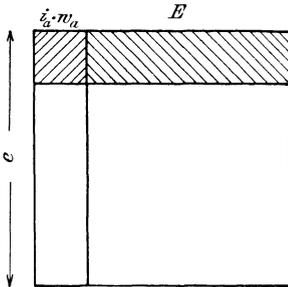


Fig. 125 a.

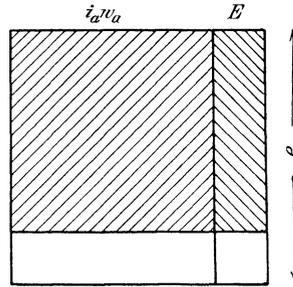


Fig. 125 b.

ist. Unter dieser Bedingung hat auch die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall wegen des hohen Ankerstromes weit außerhalb der Betriebsgrenzen. Außerdem wird die Hälfte der zugeführten Leistung in Joulesche Wärme umgesetzt.

64. Der konstant erregte Motor.

Wir betrachten im folgenden einen Motor, dessen Magnetwicklung an der konstanten Netzspannung liegt. Es soll zunächst das Verhalten dieses Motors vorausbestimmt werden, wenn auch der Anker direkt an die Netzspannung angeschlossen ist.

Das ganze Drehmoment unseres Motors ergibt sich nach Gleichung (98) auf S. 220 zu:

$$M_d = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot \varepsilon \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}.$$

Da der Magnetisierungsstrom und die Kraftlinienzahl in unserm Falle konstant sind, so ist das gesamte Drehmoment dem Ankerstrom proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und das ganze Drehmoment M_d als Ordinate auf, so erhalten wir die durch den Nullpunkt gehende Gerade in Fig. 126 a.

Das nutzbare Drehmoment M_n ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf für Reibung, Hysteresis und Foucaultströme aufgewendet werden muß. Ist also i_0 der Leerstrom im Anker, so ist das nutzbare Drehmoment der Differenz $i_a - i_0$ proportional. Wenn wir das nutzbare Drehmoment M_n als Ordinate auftragen, so erhalten wir ebenfalls eine Gerade, die der ersten Geraden parallel ist und auf der Abszissenachse den Abschnitt i_0 abschneidet (Fig. 126 a).

Die Tourenzahl ist nach Gleichung (100) auf S. 222:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\rho |a \cdot N \cdot z} \quad (104)$$

Da bei unserm Motor die Kraftlinienzahl wieder konstant ist, so ist die Tourenzahl der elektromotorischen Kraft proportional. Der Tourenabfall gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Ohmschen Spannungsverlust $i_a \cdot w_a$ proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und die Tourenzahl als Ordinate auf, so erhalten wir die geneigte Gerade in Fig. 126 b. Da der Ohmsche Spannungsabfall immer sehr gering ist, so hat der konstant erregte Motor zwischen Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Tourenzahl.

Die Nutzleistung in PS ergibt sich entweder aus dem nutzbaren Drehmoment und der Winkelgeschwindigkeit zu $\frac{M_n \cdot 2\pi \cdot n}{75 \cdot 60}$ oder aus der elektromotorischen Gegenkraft und dem Arbeitsstrom $i_a - i_0$ zu $E \cdot (i_a - i_0)$.

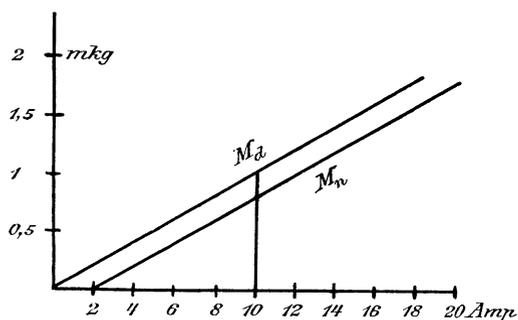


Fig. 126 a.

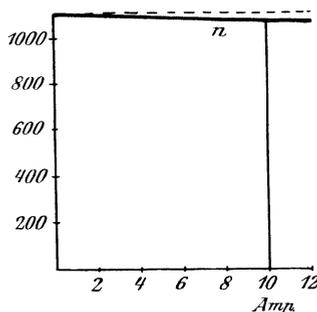


Fig. 126 b.

Der totale Wirkungsgrad η des konstant erregten Motors ist, wenn i die Summe des Ankerstromes i_a und des Magnetstromes i_m bezeichnet:

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot (i_a + i_m)} \quad (105)$$

Es ist klar, dafs bei Leerlauf, also für den Wert $i_a = i_0$ der Wirkungsgrad gleich Null sein mufs. Endlich ist der Wirkungsgrad ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig grofs wird, dafs selbst der stärkste mögliche Ankerstrom

$$i_a = \frac{e}{w_a}$$

den Motor nicht zum Anziehen bringt. Dafs der Ankerdraht diesen Strom überhaupt nicht aushält, ist für unsere jetzige Betrachtung Nebensache. Der totale Wirkungsgrad mufs also für eine mittlere Belastung ein Maximum werden. Um die günstigste Belastung, d. h. den günstigsten

Ankerstrom zu finden, multiplizieren wir zunächst den Zähler in der Gleichung für η aus und erhalten:

$$\eta = \frac{e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a - e \cdot i_0 + i_a \cdot i_0 \cdot w_a}{e \cdot (i_a + i_m)}$$

Wir differenzieren dann nach i_a und setzen den Differenzialquotienten gleich Null. Dabei ist der Einfachheit wegen der Faktor e im Nenner vernachlässigt. Wir erhalten dann:

$$\eta' = \frac{(e - 2i_a \cdot w_a + i_0 \cdot w_a) \cdot (i_a + i_m) - (e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a - e \cdot i_0 + i_a \cdot i_0 \cdot w_a)}{(i_a + i_m)^2}$$

Der Ausdruck wird gleich Null, wenn der Zähler gleich Null wird. Multiplizieren wir also den Zähler aus und setzen ihn gleich Null, so erhalten wir:

$$i_a^2 \cdot w_a - e \cdot i_m - e \cdot i_0 + i_m \cdot w_a \cdot (2i_a - i_0) = 0.$$

Die Bedeutung dieser Gleichung tritt zutage, wenn wir bedenken, daß das letzte Glied der linken Seite wegen des geringeren Magnetstromes eine sehr kleine Größe darstellt, also für unsere Betrachtung vernachlässigt werden kann. Wir erhalten dann als Bedingung für den günstigsten Wirkungsgrad:

$$i_a^2 \cdot w_a = e \cdot i_m + e \cdot i_0 = e \cdot (i_m + i_0). \quad (106)$$

Nun stellt die Summe $i_m + i_0$ den ganzen Strom dar, der bei Leerlauf in den Motor fließt. Der Wirkungsgrad wird also ein Maximum, wenn die variablen Verluste durch Joulesche Wärme im Anker gleich dem konstanten Verlust durch mechanische Reibung und durch Stromwärme in den Magneten sind. Dabei ist es ohne Bedeutung, daß die Reibungsverluste entsprechend dem Tourenabfall bei Betrieb gleich $E \cdot i_0$, bei Leerlauf aber gleich $e \cdot i_0$ sind.

Wir gehen nun dazu über, die bisherigen Ableitungen durch ein Zahlenbeispiel deutlich zu machen.

Es sei z. B. bei einem zweipoligen Motor ($p = 1, a = 1$):

$$\begin{array}{lll} e = 110 & N = 2 \cdot 10^6 & z = 300 \\ w_a = 0,3 & i_m = 1 & i_0 = 2. \end{array}$$

Dann ergibt sich:

$$M_a = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,1 \cdot i_a,$$

$$M_n = 0,1 (i_a - i_0) = 0,1 \cdot i_a - 0,2,$$

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = 1100 - 3i_a.$$

Ist z. B. der normale Strom, für den der Motor konstruiert ist, gleich 10 Ampere, so erhalten wir für die normale Belastung ein totales Drehmoment von 1 mkg, ein nutzbares Drehmoment von 0,8 mkg und

eine Tourenzahl gleich 1070. Der Tourenabfall gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3⁰/₁₀.

Der totale Wirkungsgrad wird dann bei 10 Ampere Ankerstrom:

$$\eta = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot (i_a + i_m)} = \frac{107 \cdot 8}{110 \cdot 11} = 0,7.$$

Um die Verhältnisse beim maximalen Wirkungsgrad zu finden, berechnen wir die Summe der konstanten Verluste:

$$e \cdot i_0 + e \cdot i_m = 330.$$

Beim günstigsten Wirkungsgrad ist der Verlust $i_a^2 \cdot w_a$ auch gleich 330 Watt. Daraus erhalten wir:

$$i_a = \sqrt{\frac{330}{0,3}} = 33 \text{ Ampere.}$$

Wir addieren nun dazu den Magnetstrom von 1 Ampere und erhalten so einen Gesamtstrom von 34 Ampere und eine zugeführte Leistung:

$$e \cdot i = 110 \cdot 34 = 3740 \text{ Watt.}$$

Ziehen wir davon die Verluste im Betrage von 2 \cdot 330 Watt ab, so erhalten wir eine Nutzleistung von 3740 - 660 = 3080 Watt und einen totalen Wirkungsgrad:

$$\eta_{max} = \frac{3080}{3740} = 0,825.$$

Die Nutzleistung ist dabei 3080 : 736 = 4,2 PS. Der prozentische Tourenverlust gegenüber dem absoluten Leerlauf ist nach S. 225 gleich dem prozentischen Spannungsverlust im Anker, also 0,3 \cdot 33 auf 110 oder 9⁰/₁₀.

Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, wie sich der totale Wirkungsgrad ändert, wenn wir die Belastung in weiten Grenzen ändern. Zu dem Zwecke nehmen wir an, der Motor wäre etwa halb belastet, so daß z. B. nur ein Strom von 17 Ampere in den Anker fließt. Dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} E &= e - i_a \cdot w_a = 110 - 17 \cdot 0,3 = 105 \text{ Volt,} \\ i &= i_a + i_m = 17 + 1 = 18 \text{ Ampere,} \\ i_a - i_0 &= 17 - 2 = 15 \text{ Ampere.} \end{aligned}$$

Dann erhalten wir einen totalen Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{105 \cdot 15}{110 \cdot 18} = 0,8.$$

Ebenso berechnen wir den Wirkungsgrad für eine etwa doppelte Überlastung, also für einen Ankerstrom von 66 Ampere, und erhalten:

$$\begin{aligned} E &= e - i_a \cdot w_a = 110 - 66 \cdot 0,3 = 90 \text{ Volt,} \\ i &= i_a + i_m = 66 + 1 = 67 \text{ Ampere,} \\ i_a - i_0 &= 66 - 2 = 64 \text{ Ampere.} \end{aligned}$$

Der totale Wirkungsgrad ergibt sich für diesen Betriebszustand zu:

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{90 \cdot 64}{110 \cdot 67} = 0,78.$$

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad unwesentlich, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Es braucht daher auch bei der Konstruktion nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, daß der Zustand der normalen Belastung mit dem Zustand des günstigsten Wirkungsgrades zusammenfällt. Besonders gebietet die Rücksicht auf einen niedrigen Tourenabfall meist, daß die Motoren normal unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung arbeiten.

Wir betrachten jetzt das Verhalten eines Motors, dessen Magnetwicklung direkt an der konstanten Klemmspannung liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regulierbaren Widerstandes an die Klemmspannung angeschlossen ist (Fig. 127).

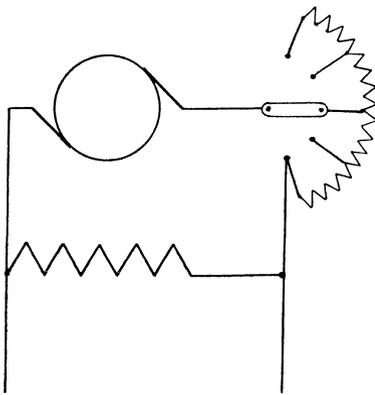


Fig. 127.

Wir machen nun, gleichgültig ob der Motor belastet oder unbelastet läuft, die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist. Gleichung (98) auf S. 220 fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht geändert wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand variiert. Zwar nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu, aber dadurch wird das vom Anker ausgeübte Dreh-

moment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment. Der Anker wird also beschleunigt und läuft dauernd mit erhöhter Tourenzahl weiter. Durch diese erhöhte Tourenzahl wächst aber die elektromotorische Gegenkraft, und die Stromstärke nimmt daher wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke läßt sich beim konstant erregten Motor nur durch eine Änderung der Belastung erzielen.

Dagegen ist die Tourenzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande w abhängig. Die Netzspannung e hat jetzt nämlich die Aufgabe, die elektromotorische Gegenkraft zu überwinden und den Ohm'schen Spannungsverbrauch im Anker und im vorgeschalteten Widerstand w zu decken. Es ergibt sich also:

$$e = E + i_a \cdot w_a + i_a \cdot w$$

oder

$$E = e - i_a \cdot w_a - i_a \cdot w.$$

In dieser Gleichung ist e und w_a ohne weiteres konstant, und i_a ist konstant, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die elektromotorische Gegenkraft und die Tourenzahl stark beeinflusst.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Ohmschen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung direkt gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch ein an den Bürsten liegendes Voltmeter direkt die elektromotorische Kraft. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes w , daß die Tourenzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. *) Die Genauigkeit ist um so größer, je kleiner der Ohmsche Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem oben gerechneten Beispiel ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (104) auf S. 225 eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1094.$$

Legen wir nun vor den Anker einen Widerstand von 27,5 Ohm, so wird dadurch der Leerstrom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also $27,5 \cdot 2 = 55$ Ohm, und die Spannung, die wir mit dem Voltmeter an den Bürsten messen, ist $110 - 55 = 55$ Volt. Wir erhalten also eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Tourenzahl wie bei 110 Volt. Die Tourenzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Annähernd bleibt dies Gesetz auch für die verschiedenen Betriebszustände gültig. Wir kommen dadurch zu dem interessanten Ergebnis: Bei einem konstant erregten Motor hängt die Stromstärke allein von der Belastung und die Tourenzahl allein von der Bürstenspannung ab. Man kann also durch Veränderung der Bürstenspannung die Tourenzahl beliebig regulieren.

Dabei muß man sich aber vor zwei Irrtümern hüten. Erstens hat man zu beachten, daß bei den soeben geschilderten Versuchen der Vorschaltwiderstand allein im Ankerzweig liegt, so daß die Magneterregung während des Versuches ungeändert bleibt. Liegen dagegen Anker und Magnetwicklung mit beiden Klemmen direkt aneinander, und liegt der Vorschaltwiderstand in der gemeinsamen Zuleitung, so bewirkt eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes unter Umständen nur eine geringe Änderung der Tourenzahl. Erhöhen wir z. B. die Klemmspannung des Ankers und der Magnete auf das Doppelte, so wächst die Kraftlinienzahl

*) Vergl. Kapp, Kraftübertragung.

bei wenig gesättigten Magneten auch fast das Doppelte. Dann aber wächst in der Gleichung

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}$$

sowohl der Wert von E im Zähler, als auch der Wert von N im Nenner auf das Doppelte, und die Tourenzahl bleibt die frühere. Nur wenn die Magnete annähernd gesättigt sind, bewirkt eine Verdoppelung der Klemmspannung auch annähernd eine Verdoppelung der Tourenzahl, und der Motor verhält sich fast wie ein konstant erregter Motor.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Tourenzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Regulierwiderstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei den Hauptstrommotoren der Strafsenbahnwagen der Fall ist. In jedem anderen Falle sind Vorschaltwiderstände auch abgesehen von dem Effektivverlust durch Joulesche Wärme unmöglich. Jede Änderung der Belastung bewirkt nämlich sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß dabei auch die Bürstenspannung und die Tourenzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leer laufenden Motor, vor dessen Anker noch ein Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Tourenzahl unter Umständen so weit zurück, daß der Motor stehen bleibt.

65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors.

Der Nebenschlußmotor ist im Grunde nichts anderes als der im vorigen Abschnitt besprochene Motor mit konstanter Felderregung. Er besitzt also alle wesentlichen Eigenschaften desselben, nämlich die völlige Proportionalität zwischen Stromstärke und Belastung, und bei Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Tourenzahl. Die letztere Eigenschaft macht ihn besonders geeignet zum Antrieb von Transmissionen. Indem wir also in bezug auf die Wirkungsweise des Nebenschlußmotors auf den vorigen Abschnitt verweisen, haben wir nur noch das Wesentlichste über das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors zu erwähnen.

Der Anlaufwiderstand erfüllt den Zweck, den Anker beim Anlassen vor zu starkem Strom zu schützen. Im Moment des Anlassens steht der Motor noch still, es fehlt also noch die elektromotorische Gegenkraft. Infolgedessen wird die Stromstärke außerordentlich hoch, wenn man den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand direkt an die volle Netzspannung legt. Man hat demnach so viel Anlaufwiderstand einzuschalten, daß die Stromstärke die durch die Erwärmung des Ankerdrahtes gesetzte Grenze nicht überschreitet. Außerdem ist es aus mechanischen Gründen unzulässig, wenn das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist, besonders wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind. Endlich muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein

plötzlicher, starker Stromverbrauch einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung der benachbarten Lampen verursacht.

Wenn nun der Motor mit Hilfe des Anlassers in Rotation versetzt ist, so wächst mit zunehmender Geschwindigkeit die elektromotorische Gegenkraft, und diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaufwiderstand wird also dann allmählich ausgeschaltet.

Wird nun für den Nebenschlufmotor noch eine Regulierung der Tourenzahl gefordert, so muß diese durch Veränderung des Widerstandes der Magnetwicklung geschehen. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir Gleichung (104) auf S. 225 auf den absoluten Leerlauf anwenden. Wir erhalten dann:

$$n = \frac{e \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}.$$

Schaltet man also Regulierwiderstand in den Magnetkreis ein und schwächt dadurch den Magnetstrom und die Kraftlinienzahl N , so wird nach der obigen Gleichung die Tourenzahl größer. Wir können uns das auch so deutlich machen, daß der Motor bei der kleineren Kraftlinienzahl schneller laufen muß, um eine der Klemmspannung gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Natürlich kann eine derartige Schwächung des Magnetfeldes bei gleichbleibender Belastung nicht ohne Einfluß auf den Ankerstrom sein. Da die Belastung dem Produkt $N \cdot i_a$ proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Magnetfeldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. Um das deutlich zu machen, gehen wir auf unser obiges Beispiel zurück, wo die Klemmspannung $e = 110$ Volt, der Ankerwiderstand $w_a = 0,3$ Ohm, die Drahtzahl $z = 300$ und die Kraftlinienzahl $N = 2 \cdot 10^6$ Kraftlinien war. Für eine Stromstärke $i_a = 10$ Ampere ergibt sich dann bei einem zweipoligen Motor nach Gleichung (104) auf S. 225:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = \frac{(110 - 10 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1070.$$

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung das Kraftlinienfeld im Verhältnis 0,8 : 1 schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis 1 : 0,8 zu. Wir erhalten dann:

$$N = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6,$$

$$i_a = \frac{10}{0,8} = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt $N \cdot i_a$ ist dann dasselbe geblieben wie früher, aber der Ankerstrom ist größer geworden. Da hierdurch auch der Ohmsche Spannungsverlust vergrößert ist, so wird die elektromotorische Gegenkraft geringer wie früher. Das kann natürlich nicht ohne Einfluß auf die

Tourenzahl sein. Beispielsweise erwarten wir eine Steigerung der Tourenzahl im Verhältnis 1 : 0,8, also $1070 \cdot \frac{1}{0,8} = 1338$. Tatsächlich ist aber die Tourenzahl nach Schwächung des Feldes:

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Daraus geht zugleich hervor, daß man das Kraftlinienfeld nicht unbegrenzt abschwächen darf, um die Tourenzahl zu erhöhen. Schliesslich wird nämlich der Einfluß des Ohmschen Spannungsverlustes auf die Tourenzahl so groß, daß die Tourenzahl bei übermäßiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Das muß ja auch notwendig eintreten, da wir ja sonst zu dem Schlusse kämen, daß der belastete (!) Motor mit unendlicher Tourenzahl laufen müßte, wenn wir das Kraftlinienfeld durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null schwächten. In diesem Falle bleibt in Wirklichkeit der Motor stehen, weil der eine der beiden Faktoren, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muß also einen Wert für N oder für i_a geben, für den die Tourenzahl bei der gegebenen Belastung ein Maximum wird. Um den betreffenden Wert von i_a zu finden, benutzen wir Gleichung (103) auf S. 223, wo die mechanische Leistung gleich der elektrischen Leistung gesetzt war:

$$E i_a = e i_a - i_a^2 w_a = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81.$$

Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert werden soll, ist M_d konstant. Wir erhalten dann mit Einführung eines Proportionalitätsfaktors c :

$$n = c \cdot (e i_a - i_a^2 w_a).$$

Wenn wir differenzieren und den ersten Differenzialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir:

$$n' = e - 2 i_a \cdot w_a = 0$$

oder

$$i_a \cdot w_a = \frac{e}{2}.$$

Die Tourenzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren maximalen Wert, wenn das Kraftlinienfeld so weit geschwächt ist, bis der Ohmsche Spannungsabfall halb so groß ist wie die Klemmspannung. Der elektrische Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle 0,5, und der betreffende Betriebszustand liegt, zumal wegen des sehr großen Wertes von i_a , weit außerhalb der Betriebsgrenzen.

Was nun die Anordnung des im Ankerkreis liegenden Anlaufwiderstandes und des im Magnetkreis liegenden Regulierwiderstandes betrifft, so hat man darauf zu achten, daß beim Abschalten des Motors der Magnetstrom nicht plötzlich unterbrochen wird. Das würde eventuell ein Durchschlagen der Isolation infolge der Selbstinduktion, jedenfalls aber eine

Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben. Man erreicht ein funkenfreies Ausschalten, indem man die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Ausschalter in Fig. 128a öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch seine lebendige Kraft in seiner alten Richtung weiter, und es wird in ihm durch das nur langsam verschwindende Feld noch eine elektromotorische Kraft induziert. Da diese gleiche Richtung mit der vorher bei Betrieb wirksamen elektromotorischen Gegenkraft hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit die Kraftlinienzahl ganz allmählich bis auf Null.

Nun ist ein solches Ausschalten des Hauptstromes sehr bedenklich, weil dabei der Hebel des Anlagers in einer Stellung verbleibt, die beim Wiedereinschalten des Hauptstromes einen gefährlichen Kurzschluss veranlassen würde. Der in Fig. 128b gezeichnete Ausweg, daß man Anker

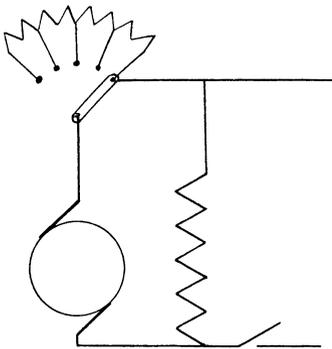


Fig. 128 a.

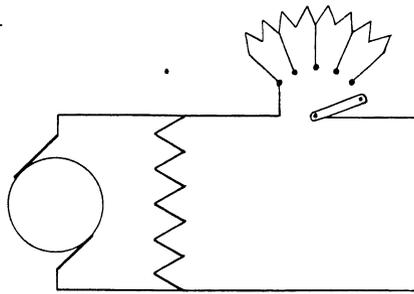


Fig. 128 b.

und Magnete direkt aneinander legt und den Anlasser sowie den Ausschalter in den gemeinsamen Stromzweig legt, ist nicht gangbar. Denn beim Anlassen ist der Anker in Ruhe, die Spannung an den Bürsten also nur durch das Produkt $i_a \cdot w_a$ gegeben und demnach außerordentlich klein. Demnach sind Magnetstrom und Kraftlinienzahl fast gleich Null und der Motor läuft nicht an.

Dagegen erreicht man das zum funkenfreien Ausschalten erforderliche Aneinanderbleiben der Anker- und Magnetwicklung, wenn man die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und das freie Ende des Anlagers schaltet (Fig. 129a).*) Bei einer mittleren Stellung des Hebels ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil des Widerstandes im Magnetkreis liegt und den Magnetstrom schwächt. Die Schaltung hat den großen Vorteil, daß Anker und Magnete dauernd aneinander liegen, und daß dadurch das Ausschalten funkenfrei erfolgt,

*) Vergl. den Aufsatz von R. Krause, ETZ 1901, S. 233.

besonders wenn man es bei voller Tourenzahl vornimmt. Man hat aber den Nachteil, daß bei normalem Betrieb ein Zusatzwiderstand im Magnetkreis liegt, und daß die Joulesche Wärme in diesem Widerstand einen unnötigen Verlust darstellt.

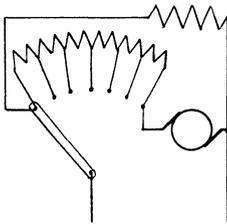


Fig. 129 a.

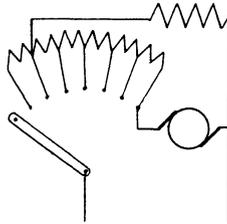


Fig. 129 b.

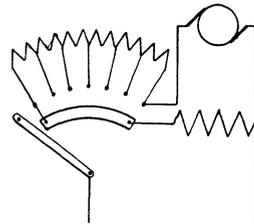


Fig. 129 c.

Um diesen Verlust zu verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlassers abzweigen (Fig. 129 b). Bei dieser Anordnung besteht allerdings der Nachteil, daß der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert erreicht. Das Drehmoment kommt also nur allmählich zustande, um so mehr, als die Selbstinduktion der Magnetspulen so wie so die Bildung der Kraftlinien verlangsamt.

In Fig. 129 c wird dieser Nachteil sowie der zusätzliche Verlust vermieden, indem die Magnete durch einen kurzen Hebel sofort voll eingeschaltet werden und eingeschaltet bleiben, während der Ankerstrom

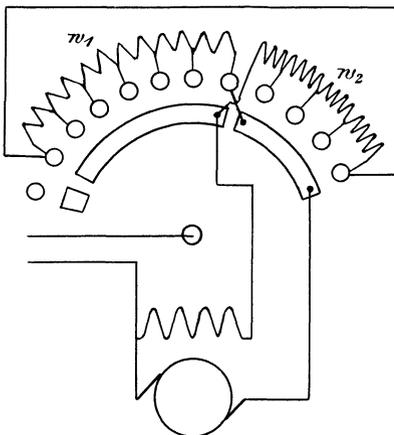


Fig. 129 d.

mittels des längeren Hebels und des Anlaufwiderstandes eingeschaltet wird. Das Ausschalten erfolgt dann nicht ganz so funkenfrei wie in Fig. 129 a, weil im Augenblick des Ausschaltens der vom Anker erzeugte Magnetstrom den Anlaufwiderstand zu durchfließen hat und der Magnetstrom dadurch sofort etwas geschwächt wird.

Noch mehr ist das in Fig. 129 d der Fall. Im Anfang werden die Magnete durch einen kurzen Hebel und das linke Segment eingeschaltet, während der Ankerstrom durch einen langen Hebel und durch den Anlasser w_1 geschlossen wird. Normal steht dann der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Soll dann die Tourenzahl noch erhöht werden, so dreht man den Hebel nach rechts. Dabei wird nach und nach der Regulierwiderstand w_2 in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom direkt durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Normal steht dann der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Soll dann die Tourenzahl noch erhöht werden, so dreht man den Hebel nach rechts. Dabei wird nach und nach der Regulierwiderstand w_2 in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom direkt durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Zum funkenfreien Ausschalten ist dann das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regulierwiderstandes verbunden. Nach dem Ausschalten treibt dann die als Generator weiter laufende Maschine einen Strom hintereinander durch Anker, Magnete, Regulierwiderstand w_2 und Anlasser w_1 .

Die Konstruktion von Anlassern für sehr große Motore bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht große Effektivverluste, besonders wenn große Massen zu beschleunigen sind. Man hat daher bei Förderanlagen zum Anlassen und Tourenregulieren unter Umständen eine Batterie verwendet, die mittels Zellschalters in mehrere Gruppen geteilt ist. Beim Anlassen wird nur ein kleiner Teil der Batterie direkt an den Anker gelegt. Wenn dann mit zunehmender Tourenzahl die elektromotorische Gegenkraft des Motors wächst, so vergrößert man seine Klemmspannung allmählich durch Zuschalten von Zellen. Die Batterie dient dann zugleich als Pufferbatterie.

Man kann aber auch zum Anlassen und zum Regulieren der Tourenzahl besondere Anlaßsaggregate verwenden.*) So z. B. wird in der Leonardschaltung (Fig. 130a) vom Netz aus ein Hilfsmotor gespeist, der mit einem separat erregten Generator gekuppelt ist. Zum Anlassen des Arbeitsmotors wird der mit voller Tourenzahl laufende Generator schwach erregt und direkt auf den Arbeitsmotor geschaltet. Indem man dann die Erregung des Generators allmählich verstärkt, bringt man den Arbeitsmotor auf volle Tourenzahl und schaltet ihn dann direkt auf das Netz.

Diese Umschaltung ist natürlich nur möglich, wenn die Kraftstation ebenfalls Gleichstrom liefert und nicht etwa Drehstrom. Andernfalls muß der Hilfsmotor so konstruiert sein, daß er nicht bloß während des Anfahrens, sondern auch während der Arbeitsperiode tätig ist. Die Umformung des Drehstromes in Gleichstrom erscheint dabei allerdings als eine große Komplikation der Anlage; aber sie ist oft so wie so nötig, weil die Konstruktion eines langsam laufenden Fördermotors als Drehstrommotor erhebliche Schwierigkeiten macht.

Besonders vorteilhaft ist es nun, wenn man nach dem System Ilgner zwischen Hilfsmotor und Generator ein schweres Schwungrad anordnet. Dieses gibt bei starker Belastung einen Teil der aufgespeicherten Energie ab, während bei geringer Belastung Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Durch diese „Pufferwirkung“ bleibt die Kraftstation von Änderungen der Belastung unbeeinflusst.

Man muß dabei allerdings den Hilfsmotor so konstruieren, daß das Schwungrad zur Geltung kommt, d. h. daß er bei Belastung einen starken Tourenabfall zeigt. Das erreicht man durch einen verhältnismäßig großen

*) Vergl. Köttgen, ETZ 1902, S. 601, und Meyersberg, ETZ 1903, S. 260.

Ankerwiderstand oder bei Gleichstrommotoren durch eine Kompoundwicklung, die so vom Hauptstrom durchflossen wird, daß sie das Feld des Nebenschlußmotors verstärkt (vergl. den Einfluß des Hauptstromes auf die Tourenzahl beim Hauptstrommotor in Abschnitt 66).

Von Interesse ist ferner das Anlassen großer Motore mittels einer Maschine, deren elektromotorische Kraft der Netzspannung zuerst entgegen und nachher gleichgerichtet ist. In Fig. 130b ist die Maschine *I* der Fördermotor, der für 1000 Volt konstruiert ist. Das Zusatzaggregat besteht aus zwei miteinander gekuppelten Maschinen *II* und *III*, die beide für 500 Volt konstruiert sind, und die dauernd mit annähernd konstanter Tourenzahl laufen. Die Netzspannung ist 500 Volt. Wir beschränken uns nun im folgenden darauf, die Vorgänge beim Anlassen zu beschreiben, wiewohl ein völliges Verständnis sich nur durch die Aufstellung der Kirchhoffschen Gleichungen ergeben kann.

Vor dem Anlassen steht der Motor *I* still und dient nur als Zuleitung für den Motor *II*. Dieser treibt die Maschine *III* an, leistet

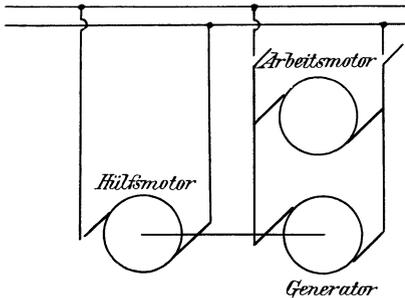


Fig. 130 a.

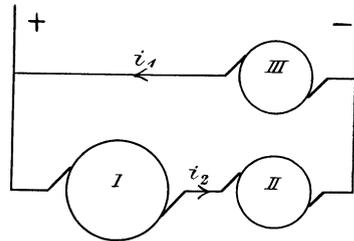


Fig. 130 b.

jedoch nur die Leerlaufarbeit, da die elektromotorische Kraft der Maschine *III* durch geeignete Erregung gleich der Netzspannung gemacht ist.

Durch Schwächung der Erregung beschleunigen wir jetzt die Maschine *II* ein wenig. Infolge der etwas größer gewordenen Tourenzahl überwiegt dann die elektromotorische Kraft der Maschine *III* über die Netzspannung und liefert uns einen Strom i_1 . Dadurch wird zugleich der Motor *II* stärker belastet und es wächst der Strom i_2 . In Wirklichkeit fließt also der Strom i_1 direkt aus dem Generator *III* in den Motor *II*.

Bei weiterer geringer Schwächung der Erregung des Motors *II* wird der Strom i_2 schließlich so stark, daß der Motor *I* anzieht. Er erreicht dann bei einer bestimmten Erregung des Motors *II* eine ganz bestimmte Tourenzahl, indem sich die Netzspannung in bestimmter Weise auf die Motore *I* und *II* verteilt. So ist es auch erklärlich, daß der Motor *II* bei weiter fortgesetzter Schwächung seines Feldes etwas langsamer (!) läuft, indem seine Bürstenspannung mehr abnimmt wie seine Kraftlinienzahl. Die Folge dieses etwas langsameren

Laufens auf den Generator *III* ist dann, daß seine elektromotorische Kraft ein wenig geringer wird und dadurch seine Stromstärke stark abfällt.

Schließlich haben wir das Feld des Motors *II* bis auf Null geschwächt. Dann ist seine elektromotorische Gegenkraft gleich Null und der Motor *I* liegt an 500 Volt Bürstenspannung. Zugleich ist die Tourenzahl des Zusatzaggregates jetzt so weit heruntergegangen, daß die Netzspannung über die elektromotorische Kraft der Maschine *III* überwiegt. Der Strom i_1 kehrt dann seine Richtung um und die Maschine *III* ist zum Motor geworden.

Die Maschine *II* wird dabei mechanisch angetrieben. Wir kehren nun ihren Magnetstrom um und verstärken ihn allmählich. Die Maschine *II* wird dadurch zum Generator, dessen elektromotorische Kraft sich zur Netzspannung addiert und schließlich 500 Volt beträgt. So wächst die Bürstenspannung des Motors *I* allmählich bis auf 1000 Volt, und damit ist dann seine volle Tourenzahl erreicht. Seine Leistung wird dann direkt zur Hälfte vom Netz und zur Hälfte vom Generator *II* geliefert. Indirekt wird natürlich die ganze Leistung aus dem Netz entnommen.

66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren.

Die Verhältnisse liegen beim Hauptstrommotor deshalb viel komplizierter als beim Nebenschlußmotor, weil das Magnetfeld des Hauptstrommotors bei den verschiedenen Betriebszuständen variiert. Anker- und Magnetwicklung sind hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit der Kraftlinienzahl das Drehmoment ergibt, ist zugleich der magnetisierende Strom. Belasten wir also z. B. einen Hauptstrommotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker, als auch in der Magnetwicklung. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gleichung (98) auf S. 220 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Faktoren N und i_a zustande.

Arbeitet nun der Motor im ersten Teil der Magnetisierungskurve, also mit ungesättigtem Eisen, so entspricht einem doppelten Strom auch die doppelte Kraftlinienzahl, also nach der obigen Gleichung das vierfache Drehmoment. Oder umgekehrt: Wird die Belastung vervierfacht, so nimmt die Stromstärke nur auf das Doppelte zu.

Was nun die Tourenzahl des Hauptstrommotors betrifft, so ist sie nach Gleichung (104) auf S. 225:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\phi |a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist der Einfachheit wegen unter w_a der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen wird der Nenner und dadurch

die Tourenzahl jetzt erheblich geändert, weil mit dem Ankerstrom auch die Kraftlinienzahl variiert. Bei einer erhöhten Kraftlinienzahl genügt z. B. eine kleinere Tourenzahl, um eine der Klemmspannung fast gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Das große Drehmoment des Hauptstrommotors bei verhältnismäßig niederem Strom und die Veränderlichkeit der Tourenzahl machen nun den Hauptstrommotor ganz besonders geeignet für den Betrieb von Hebezeugen und Straßenbahnwagen. Beim Anfahren muß das vom Motor ausgeübte Drehmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann eine sehr schätzenswerte Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig niederem Strome liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptstrommotor außerordentlich günstig. Wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, so liefert er es ohne besonders großen Aufwand von Strom, und die in diesem Augenblick aus der Zentrale entnommene Leistung ist verhältnismäßig gering.

Natürlich kann dabei das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Tourenzahl eintritt. Abgesehen von der oben gegebenen Ableitung wird das auch ohne weiteres klar, wenn man die mechanische Seite der Sache betrachtet. Leistung ist Kraft mal Geschwindigkeit. Wenn also ein Hauptstrommotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus der Zentrale entnimmt, so muß seine Tourenzahl dabei gering sein. Die Generatoren und Motoren brauchen dann nicht für eine übermäßige Leistung konstruiert zu sein, und der Effektverbrauch wird nicht so außerordentlich schwanken. Wir müssen demnach die Veränderlichkeit der Tourenzahl als einen ganz besonders großen Vorteil der Hauptstrommotoren ansehen, und es ist im Interesse eines gleichmäßigen Betriebes einer Kraftstation sehr zweckmäßig, daß z. B. die vollbesetzten Wagen einen Berg langsam hinauffahren.

Wir gehen nun dazu über, das Verhalten des Hauptstrommotors während der verschiedenen Betriebszustände rechnerisch zu verfolgen. Zu dem Zwecke ermitteln wir zunächst die Magnetisierungskurve, indem wir den Motor als Generator mittels eines anderen Motors mit einer bestimmten Tourenzahl n_0 antreiben und durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den von unserem Generator gelieferten Strom i_a und die Klemmspannung e_0 . Wir berechnen dann die elektromotorische Kraft E_0 des Hauptstromgenerators nach der Gleichung:

$$E_0 = e_0 + i_a \cdot w_a,$$

wobei wieder w_a den gesamten innern Widerstand bedeutet. Wir tragen dann, wie wir es im Abschnitt 58 getan haben, die elektromotorische Kraft

als Ordinate und den äußeren Strom, der zugleich Anker- und Magnetstrom ist, als Abszisse auf. Die so erhaltene Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine. Wir dividieren nun die Werte der elektromotorischen Kraft E_0 durch den konstanten Wert $\frac{\phi \cdot n_0 \cdot z \cdot 10^{-8}}{a \cdot 60}$ und erhalten dadurch die Kraftlinienzahl N , die durch den jeweiligen Magnetisierungsstrom i_a geschaffen wurde. Die Kurve N unterscheidet sich von der Kurve E_0 nur durch den Maßstab (Fig. 131a) und gilt im Gegensatz zu der Kurve E_0 nicht nur für den Generator, sondern auch für den Motor.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei konstanter Klemmspannung als Motor laufen lassen und

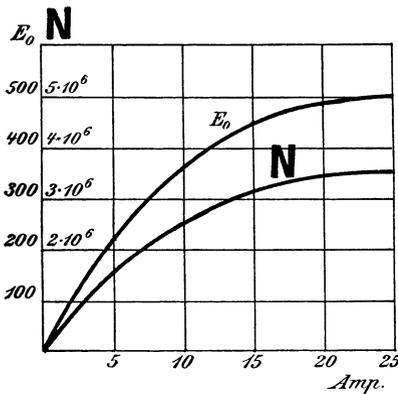


Fig. 131a.

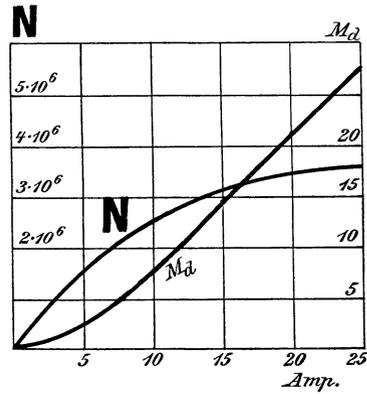


Fig. 131b.

mechanisch belasten. Man misst dann die Tourenzahl n und die Stromstärke des Motors und berechnet die jeweilige Kraftlinienzahl nach Gleichung (104) auf S. 222 zu:

$$N = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\phi \cdot a \cdot z \cdot n}$$

Ist nun auf diese oder die andere Weise die Kraftlinienzahl für jede Stromstärke i_a ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von N und i_a und trägt es als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve M_d in Fig. 131b, deren Ordinaten uns mit Berücksichtigung des Maßstabes das Drehmoment für jede einzelne Abszisse angeben. Die Kurve M_d ist anfangs konvex gegen die Abszissenachse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich aber, wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve M_d geradlinig, und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme der Stromstärke proportional.

Die Kurve der Kraftlinienzahlen N setzt uns nun zugleich in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Tourenzahl zu

ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke (Fig. 132a) eine Horizontale im Abstände e von der Abszissenachse (in Fig. 132a ist dieser Abstand gleich 500 Volt) und ziehen durch den Schnittpunkt der Horizontalen mit der Ordinatenachse eine Gerade, die mit der Horizontalen einen Winkel α bildet. Dieser entspricht der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = w_a.$$

Natürlich sind dabei die Ordinaten im Voltmaßstab und die Abszissen im Amperemaßstab zu messen. Dann ist für jeden Betriebszustand die Differenz zwischen der Horizontalen und der geneigten Geraden gleich $i_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = i_a \cdot w_a$, d. h. gleich dem Ohmschen Spannungsverlust. Die Ordinaten der geneigten Gerade stellen uns also die elektromotorische Gegenkraft E dar. Wenn wir sie durch die zugehörige Kraftlinienzahl dividieren, so erhalten wir nach Gleichung (104) auf S. 225 ein Maß für die Tourenzahl n . Auf diese Weise ist die Kurve n in Fig. 132a ermittelt.

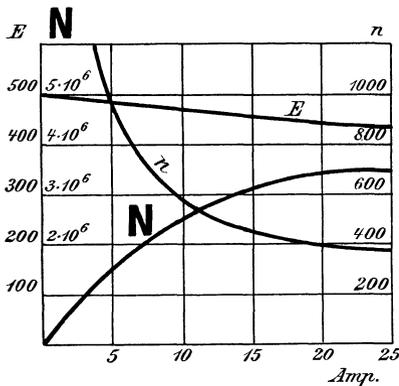


Fig. 132 a.

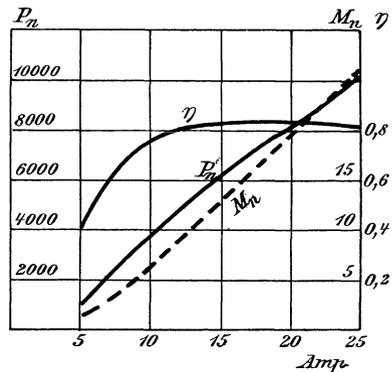


Fig. 132 b.

Diese Kurve zeigt, daß der Hauptstrommotor bei Leerlauf durchgeht. Seine Tourenzahl steigert sich derartig, daß der Motor in Stücke fliegt. Mit zunehmender Belastung nimmt die Tourenzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, innerhalb des praktischen Betriebes einem fast konstanten Werte nähert.

Der totale Wirkungsgrad ergibt sich nun, wenn wir die Verluste durch Joulesche Wärme und mechanische Reibung von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und die Differenz durch die zugeführte Leistung dividieren. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen wie beim konstant erregten Nebenschlußmotor. Da das Kraftlinienfeld beim Hauptstrommotor nicht konstant ist, gibt es keinen Leerstrom, der wie beim Nebenschlußmotor mit dem Feld multipliziert, bei Betrieb und bei Leerlauf das für die Reibung nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber wenigstens annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Drehmoment M_0 ausgehen, das bei Leerlauf wirksam ist, und wenn wir dieses bei den verschiedenen Betriebszuständen als konstant voraussetzen. Diese Voraussetzung trifft annähernd zu, wenn wir den totalen Wirkungsgrad des Motors allein ohne die Übersetzung ins Auge fassen. Wir haben dann von den Werten von M_d den konstanten Wert M_0 abzuziehen und erhalten dadurch die punktierte Kurve in Fig. 132b, die das nutzbare Drehmoment M_n darstellt.

Multiplizieren wir das nutzbare Drehmoment mit der Tourenzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung P_n . Um dann den Wirkungsgrad zu erhalten, haben wir die Nutzleistung durch die zugeführte Leistung $e \cdot ia$ zu dividieren. Wir erhalten auf diese Weise die Kurve η , deren Ordinaten uns den Wirkungsgrad angeben. Wie man sieht, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung gering wegen der Leerlaufarbeit. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem Maximum, um dann schließlicly wieder zu fallen, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Jouleschen Verluste zu groß werden.

67. Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, die Werte für Tourenzahl, Zugkraft und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors an einem Beispiel zu ermitteln, für das die betreffenden Daten aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen sind. Bei einem Straßenbahnmotor der Firma Örlikon mit vier Polen und Serienwicklung für eine Klemmspannung von 500 Volt ist der innere Widerstand $w_a = 2,75$ Ohm und die Drahtzahl auf dem Anker $z = 944$. Die Charakteristik der Maschine als Hauptstromgenerator bei einer Tourenzahl $n_0 = 450$ ist durch die beiden ersten Vertikalreihen der unten folgenden Tabelle gegeben.

Wir erhalten dann die von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Kraftlinienzahlen nach Gleichung (79) auf S. 139 zu:

$$N = \frac{E_0 \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot n_0 \cdot z} = \frac{E_0 \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_0.$$

Diese Kraftlinien ergeben uns in Verbindung mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (98) auf S. 220:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot ia \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = \frac{2 \cdot N \cdot ia \cdot 944}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot ia \text{ mkg.}$$

Zur Berechnung der Tourenzahlen des Motors brauchen wir die elektromotorische Gegenkraft E . Diese ergibt sich zu:

$$E = e - ia \cdot w_a = 500 - 2,75 \cdot ia.$$

Dann erhalten wir die Tourenzahl nach Gleichung (100) auf S. 222 zu:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot \pi} = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot N \cdot 944} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}.$$

Die Resultate dieser Rechnung sind in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt und nach den Werten dieser Tabelle die Kurven des vorigen Abschnittes gezeichnet.

Generator		Motor und Generator	
i_a	E_0	$N = 7070 \cdot E_0$	$M_a = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot i_a$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3

Motor		
i_a	$E = 500 - 2,75 \cdot i_a$	$n = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}$
5	486,2	970
10	472,5	590
15	458,7	460
20	445	410
25	431,2	390

Diese Werte gestatten, für jede Steigung bei gegebenem Wagengewicht den entsprechenden Strom und die entsprechende Wagengeschwindigkeit zu bestimmen. Ist

G das Wagengewicht in Tonnen (1 Tonne = 1000 kg*),

f der Traktionskoeffizient, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,

s die Steigung pro Mille,

so ist die auf ebener Strecke nötige Zugkraft gleich $G \cdot f$. Andererseits ist bei Steigungen die Komponente der Schwerkraft, die der Bewegungsrichtung direkt entgegenwirkt, nach Fig. 133 gegeben durch die Beziehung

$$AO = AB \cdot \sin \vartheta.$$

Setzen wir für $\sin \vartheta$ den Wert $s/1000$ und für AB das Wagengewicht in Kilogramm, also $1000 G$ ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ergibt sich also die am Radumfang auszuübende Zugkraft zu:

$$F = G \cdot f + G \cdot s = G \cdot (f + s) \text{ kg}^*$$

Ist r der Radius des Rades in Metern, so ist das Drehmoment an der Radachse:

$$F \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r \text{ mkg.}$$

Es sei nun k das durch die Übersetzung gegebene Verhältnis der Tourenzahl des Motors zur Tourenzahl des Rades. Läuft der Motor k mal so schnell wie das Rad, so ist nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit sein Drehmoment k mal so klein als das des Rades. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad η der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszuübende Drehmoment zu:

$$\Sigma M_a = \frac{F \cdot r}{k \cdot \eta} = \frac{G \cdot r \cdot (f + s)}{k \cdot \eta}.$$

Im vorliegenden Falle ist der Radius des Rades $r = 0,39$ m und das Verhältnis der Tourenzahl des Motors zur Tourenzahl des Rades $k = 4,9$. Nehmen wir an, daß das Wagengewicht 8 Tonnen und der Traktionskoeffizient der Bahn $f = 12$ ist, so erhalten wir:

$$\Sigma M_a = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot \eta} = \frac{0,635 \cdot (12 + s)}{\eta}.$$

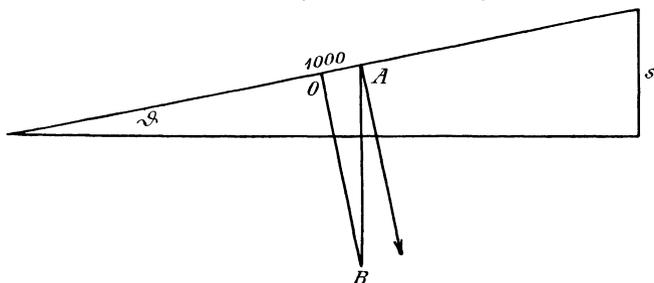


Fig. 133.

In unserem Falle sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, also hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also für einen Motor:

$$M_a = \frac{\Sigma M_a}{2} = \frac{0,318 \cdot (12 + s)}{\eta}.$$

Lösen wir für s auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Werten von M_a nimmt, zu:

$$s = 3,14 \cdot \eta \cdot M_a - 12.$$

Im allgemeinen kann man mit einem mittleren Wirkungsgrad $\eta = 0,8$ rechnen, jedoch sind unserem speziellen Falle die Werte von η durch ein Experiment ermittelt. Sie sind in der unten folgenden Tabelle angegeben und zur Berechnung der Steigung benutzt, wobei die Werte des Drehmomentes M_a aus S. 242 entnommen sind. Negative Werte der Steigung bedeuten dabei ein Gefälle.

Wir haben nun noch die Wagengeschwindigkeit K in Kilometern pro Stunde zu berechnen. Wir erhalten die Tourenzahl der Räder pro Stunde, wenn wir die Tourenzahl des Motors pro Minute mit 60 multiplizieren und durch den Faktor k dividieren. Diese Tourenzahl der Räder haben wir mit dem Umfang des Rades in Kilometern zu multiplizieren und erhalten die Wagengeschwindigkeit in Kilometern pro Stunde zu:

$$K = \frac{n \cdot 60}{k} \cdot \frac{2r \cdot \pi}{1000}$$

Setzen wir für r den Wert 0,39 und für k den Wert 4,9 ein, so erhalten wir:

$$K = 0,03 \cdot n.$$

Danach sind die Werte in der vorletzten Reihe der folgenden Tabelle berechnet, wobei die Werte von n wieder aus Seite 242 ent-

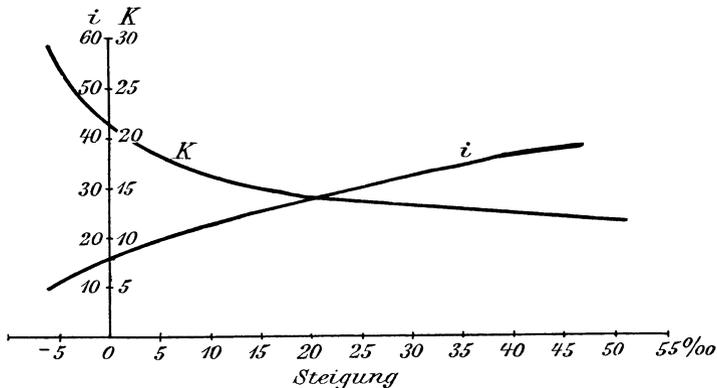


Fig. 134.

nommen sind. In der letzten Reihe der Tabelle ist dann noch der gesamte in den Wagen fließende Strom $i = 2 \cdot i_a$ angegeben. Wir erhalten dann:

i_a	η	$s = 3,14 \cdot \eta \cdot M_d - 12$	$K = 0,03 \cdot n$	$i = 2 i_a$
5	0,75	- 6,2 ‰	29 km/Std.	10
10	0,775	+ 7 ‰	17,7 ″	20
15	0,805	+ 25 ‰	13,8 ″	30
20	0,835	+ 44 ‰	12,3 ″	40
25	0,85	+ 61 ‰	11,7 ″	50

Wir tragen nun die Steigung als Abszisse und die zugehörigen Werte des in den Wagen fließenden Gesamtstromes i , sowie die Wagengeschwindigkeit K als Ordinate auf und erhalten so die in Fig. 134 gezeichneten Kurven.

68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

Die Tourenzahl eines Motors ist nach Gleichung (100) auf S. 222:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\phi/a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist unter e die Klemmspannung des Motors selbst zu verstehen. Der nächstliegende Weg zur Regulierung des Hauptstrommotors ist also eine Regulierung der Klemmspannung mittels des Anlassers. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dann im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Klemmspannung erniedrigt wird. Man kann den Vorgang aber auch anders auffassen und unter e die Spannung des Netzes verstehen. Die Vorschaltung eines Regulierwiderstandes w_1 wirkt dann als eine Vergrößerung des Gesamtwiderstandes, so daß sich die Tourenzahl nach der Gleichung

$$n = \frac{\{e - i_a \cdot (w_a + w_1)\} \cdot 60 \cdot 10^8}{\phi/a \cdot N \cdot z}$$

ergibt. Es ist vollständig gleichgültig, welche von beiden Auffassungen wir anwenden. Ob wir nun das positive Glied im Zähler verkleinern oder das negative Glied vergrößern, in jedem Falle ergibt sich rechnerisch eine Verminderung der Tourenzahl. Diese Regulierung durch Vorschaltwiderstände hat sich am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Joulesche Verlust ziemlich bedeutend, und man reguliert daher unter Umständen die Tourenzahl wie beim Nebenschlußmotor durch Veränderung des Magnetfeldes. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird z. B. der Wert für die Tourenzahl n größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlußmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein so geschalteter Widerstand beim Hauptstrommotor nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat man nach Fig. 135 den Regulierwiderstand parallel zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch den Magnetwiderstand fließt.

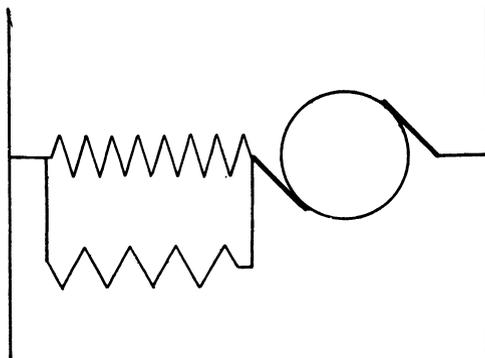


Fig. 135.

Wenn der Einfachheit wegen angenommen wird, daß der parallel geschaltete Widerstand gleich dem Magnetwiderstand ist, und daß die Kraftlinien dem magnetisierenden Strom proportional sind, so scheint es auf den ersten Blick, als wäre das Magnetfeld gegen früher auf die Hälfte reduziert, demnach die Tourenzahl auf das Doppelte erhöht. Diese Annahme trifft jedoch nicht zu. Denn wie wir schon beim Nebenschlufmotor sahen, muß bei gleichbleibender Belastung eine Schwächung des Magnetfeldes notwendig eine Erhöhung des Ankerstromes zur Folge haben. Um nun die Stromstärke zu ermitteln, die nach Parallelschaltung des Widerstandes durch den Anker fließt, zeichnen wir zunächst in der gewöhnlichen Weise die charakteristischen Kurven des Motors ohne den Widerstand (Fig. 136a). Die Ordinaten der Kurve M_d sind das Produkt aus den zugehörigen Werten der Kraftlinienzahl N und der Stromstärke i_a .

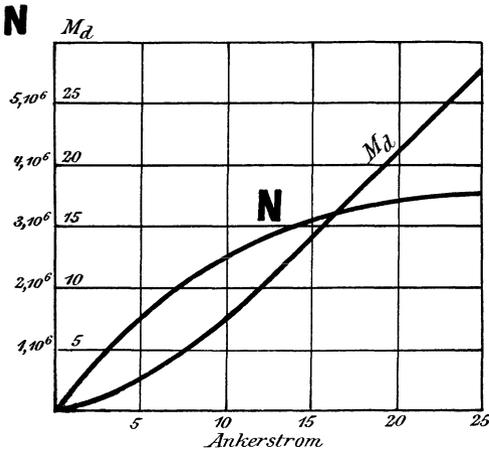


Fig. 136a.

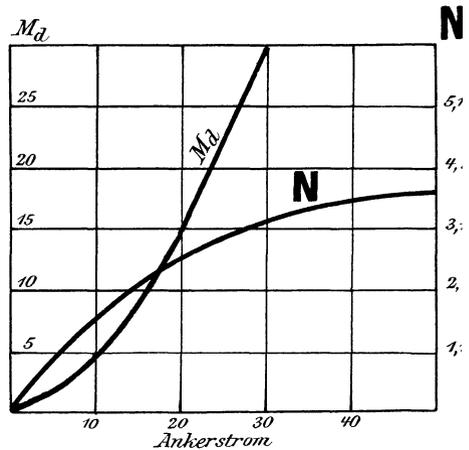


Fig. 136b.

Wir zeichnen nun in Fig. 136b dieselben Kurven für den Motor mit einem parallel geschalteten Widerstand, der gleich dem Widerstand der Magnetwicklung ist. Die Kurve für die Kraftlinien ist genau die gleiche wie in Fig. 136a, nur haben sich die Zahlenwerte der Abszissen gegenüber Fig. 136a verdoppelt, weil die gleiche Kraftlinienzahl bei dem gleichen Magnetstrom, also jetzt bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wird. Durch Multiplikation der Werte von N und i_a erhalten wir wieder die Kurve M_d in Fig. 136b. Aus Fig. 136a u. b ergeben sich dann für dasselbe Drehmoment in beiden Fällen die zugehörigen Werte des Stromes und der Kraftlinien. Beispielsweise finden wir ohne parallel geschalteten Widerstand aus Fig. 136a für eine Belastung von 14 mkg einen Ankerstrom von 15 Ampere und eine Kraftlinienzahl von $3,1 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Bei der gleichen Belastung finden wir nach Schwächung des Feldes aus Fig. 136b eine Stromstärke von etwa 19 Ampere und eine Kraftlinienzahl

von $2,5 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Wenn wir von dem geringen Einfluß des Ohmschen Spannungsverlustes absehen, sind die Tourenzahlen den Kraftlinien umgekehrt proportional. Wir haben also die Tourenzahl im vorliegenden Falle im Verhältnis 3,1:2,5 erhöht, indem wir zum Magnetwiderstand einen gleichgroßen Widerstand parallel geschaltet haben.

Diese Regulierung der Tourenzahl durch Einschaltung eines Widerstandes parallel zur Magnetwicklung bedingt ebenfalls noch einen Verlust durch Joulesche Wärme. Vielfach ist daher die Spragueschaltung verwendet, bei der die Magnetspulen beim Anfahren in Serie geschaltet sind. Bei voller Fahrt werden sie dann parallel geschaltet, so daß in jeder Magnetwicklung nur ein Teil des Ankerstromes fließt. Dadurch wird die Tourenzahl erheblich variiert. In Fig. 137 sind zwei derartige Schaltungsstufen dargestellt.

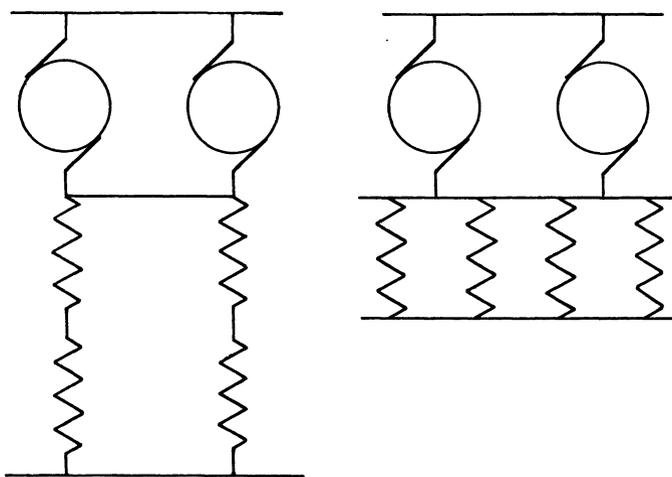


Fig. 137.

Neuerdings ist man aber von der Regelung der Tourenzahl durch Schwächung des Magnetfeldes mehr zurückgekommen.*) Nach dem, was wir in Abschnitt 54 über den Einfluß der Quermagnetisierung kennen gelernt haben, gibt eine übermäßige Schwächung des Magnetfeldes zur Funkenbildung Anlaß. Ferner liegt die Gefahr vor, daß bei Wagen mit mehreren Motoren die Kraftlinienzahlen der einzelnen Motoren nicht gleich sind. Das kann eintreten, wenn der magnetische Widerstand der einzelnen Motoren ungleich ist, oder wenn durch das wiederholte Umschalten der Magnetwickelungen die Kontakte gelitten haben und dadurch die Stromstärken in den einzelnen Zweigen verschieden sind. Der Einfluß solcher Unregelmäßigkeiten möge durch ein Beispiel deutlich gemacht werden.

*) Vergl. den Aufsatz von Sieber in der ETZ 1901, S. 35.

Ein Wagen besitze z. B. zwei parallel geschaltete Motoren, deren Bürstenspannung e gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Die Stromstärke des einen Motors sei 15 Ampere. Seine elektromotorische Gegenkraft ist dann:

$$E = 500 - 15 \cdot 1 = 485 \text{ Volt.}$$

Wir wollen nun annehmen, das Magnetfeld des zweiten Motors sei um 5% schwächer als das des ersten Motors. Da der zweite Motor auf demselben Wagen arbeitet, so läuft er mit genau derselben Tourenzahl wie der erste Motor. Seine elektromotorische Kraft ist also um 5% geringer als die des ersten Motors und ergibt sich zu:

$$E = 485 \cdot 0,95 = 460 \text{ Volt.}$$

Demnach fließt in den zweiten Motor eine Stromstärke:

$$i_a = \frac{e - E}{w_a} = \frac{500 - 460}{1} = 40 \text{ Ampere.}$$

Zusammen fließen also in den Wagen $40 + 15 = 55$ Ampere. Davon fließen nur 15 Ampere in den stärker erregten und 40 Ampere in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Es ist nicht schwer, Verhältnisse auszurechnen, bei denen die elektromotorische Gegenkraft des einen Motors infolge seiner stärkeren Erregung ebensogroß ist wie die Klemmspannung, so daß seine Stromstärke und seine Leistung gleich Null werden. Ja, es kann sogar vorkommen, daß bei der betreffenden Tourenzahl die elektromotorische Kraft der stärker erregten Maschine größer ist wie die Klemmspannung, so daß sie als Generator Strom in das Netz oder in den anderen Motor liefert. Der letztere hat dann nicht bloß für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Generator wirkende Maschine anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine durch zu große Joulesche Wärme zerstört wird.

Übrigens kommt es auch vor, daß die Ankerwiderstände der parallel geschalteten Motoren ungleich sind, was ebenfalls bei der Spragueschaltung besonders nachteilig wird.

Man kommt demnach mehr davon ab, die Tourenzahl durch Regulierung der Magnetwickelungen zu verändern, und begnügt sich oft mit der Regulierung durch Vorschaltwiderstände. Dabei bleibt der Anker eines Motors immer mit seiner Magnetwicklung verbunden, so daß der Ankerstrom immer identisch mit dem Magnetstrom desselben Motors ist. Man hat dabei noch die Möglichkeit, durch Schaltung der beiden Motoren in Serie den Strom und die Leistung beim Anfahren ganz bedeutend zu erniedrigen. Ein Motor dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen (Fig. 138a), und es kommt auf jeden Motor nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus der Kraftstation nur der einfache Strom entnommen, was bei der überaus hohen, beim Anfahren erforderlichen

Stromstärke sehr wesentlich ist. Bei voller Fahrt werden die Motoren dann parallel geschaltet (Fig. 138b). Allerdings scheint es dann, als ob die Gefahr einer ungleichen Verteilung der Stromstärke und der Belastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleicher Feldstärke nicht ausgeschlossen ist. Ist z. B. der Widerstand eines Ankers etwas zu groß, so ist anscheinend die Stromstärke nach der Gleichung

$$i_a = \frac{e - E}{w_a}$$

zu klein gegenüber dem anderen parallel geschalteten Motor. Da aber gleichzeitig dadurch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Gegenkraft dieses Motors abnehmen, so gleicht sich die Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder aus. Es seien z. B. für den einen Motor folgende Werte gegeben:

$$e = 500, \quad N = 3 \cdot 10^6, \quad i_a = 20, \quad w_a = 2.$$

Der Widerstand des zweiten Motors sei verschieden von dem des ersten Motors. Infolgedessen sei seine Stromstärke 18 Ampere und diesem

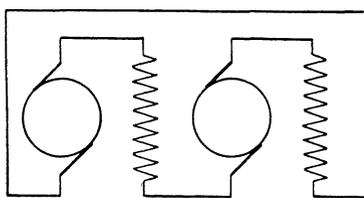


Fig. 138 a.

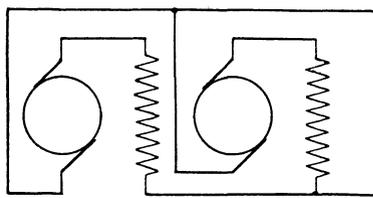


Fig. 138 b.

Strom entspreche aus der Charakteristik eine Kraftlinienzahl von $2,9 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Gesucht wird der Widerstand x des zweiten Motors. Da beide Motoren die gleiche Tourenzahl besitzen, so ergibt sich nach Gleichung (100) auf S. 222:

$$n = \frac{(500 - 20 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot z} = \frac{(500 - 18 \cdot x) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 2,9 \cdot 10^6 \cdot z}$$

Daraus erhalten wir:

$$x = 3,05.$$

Wir sehen, daß eine Vergrößerung des Widerstandes im Verhältnis 3 : 2 nur eine Verringerung der Stromstärke im Verhältnis 18 : 20 zur Folge hat. Ebenso wird eine Differenz in den Kraftlinienzahlen beider Motoren immer nur wenig ausmachen (Fig. 139a und b). Nehmen wir z. B. an, der zweite Motor besäße einen größeren Abstand des Ankerisens vom Magneteisen als der erste Motor. Seine Charakteristik, die die Abhängigkeit der Kraftlinienzahl vom Erregerstrom darstellt, verläuft also flacher. In Fig. 139a und b ist der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, daß die Kraftlinienzahl des zweiten Motors für gleiche Werte

des Stromes um 10 % kleiner ist als die des ersten Motors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmspannung und unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für die Tourenzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Tourenkurve des zweiten Motors höher als die des ersten Motors. Für eine beliebige, beiden Motoren gleiche Tourenzahl, wie sie durch die punktierte Horizontale gegeben ist, ergibt sich dann allerdings beim zweiten Motor eine größere Strom-

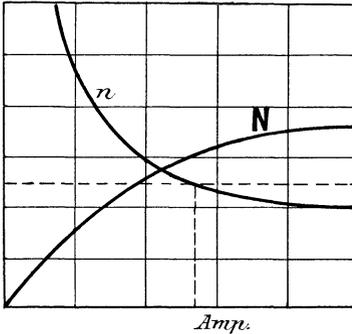


Fig. 139 a.

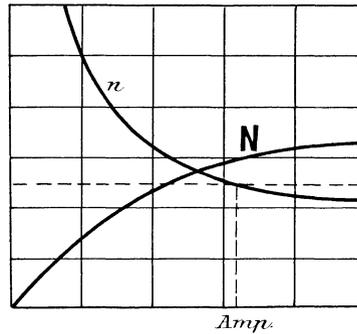


Fig. 139 b.

stärke als beim ersten Motor. Aber die Differenzen zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Sprague-schaltung kennen gelernt haben. Der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand hat, entwickelt allerdings eine kleinere elektromotorische Gegenkraft, und dadurch wird die Stromstärke im Anker dieses Motors größer. Aber indem dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er diese verhältnismäßig stark, so daß die Differenzen in den Kraftlinienzahlen keine erheblichen Beträge annehmen können.

Zehntes Kapitel.

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft. — 70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke. — 71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes. — 72. Das Vektordiagramm. — 73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. — 74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 75. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung. — 76. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung. — 77. Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung. — 78. Die Kapazitätsspannung. — 79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serienschaltung. — 80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft.

Wird eine Drahtschleife in einem gleichförmigen magnetischen Felde gedreht, so werden in ihr elektromotorische Kräfte induziert, die sich zeitlich nach Richtung und Stärke ändern. In Fig. 140a und b rotiert eine rechteckige Drahtschleife, die auf einen Zylinder aus unmagnetischem

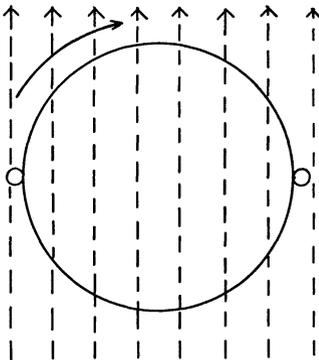


Fig. 140a.

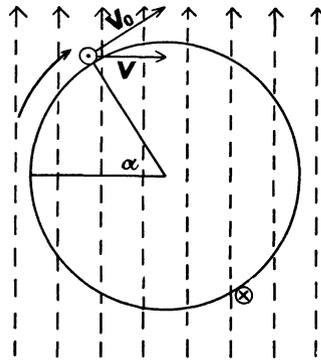


Fig. 140b.

Material gewickelt ist, um eine zu den Kraftlinien senkrechte Achse. Die Kraftlinien sind gestrichelt gezeichnet. In Fig. 140a steht die Ebene der Schleife gerade senkrecht auf der Kraftlinienrichtung, und die Kraftlinienzahl, die die Ebene der Schleife durchsetzt, ist ein Maximum. In diesem Augenblick ist die Bewegungsrichtung der auf der Mantelfläche liegenden induzierten Leiter parallel zur Kraftlinienrichtung, und die induzierte elektromotorische Kraft ist gleich Null. Man bezeichnet daher die in Fig. 140a gezeichnete Lage als die Nulllage.

In Fig. 140 b ist dagegen der Fall gezeichnet, in dem die Ebene der Schleife mit der Nulllage den Winkel α bildet. In diesem Augenblicke schneiden die auf der Mantelfläche liegenden Leiter schräg durch die Kraftlinien, und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich aus der Faradayschen Schwimmerregel ergibt. Unter der Annahme, daß die Trommel im Sinne des Uhrzeigers rotiert und daß die Kraftlinien in der Zeichnung von unten nach oben verlaufen, ergeben sich der gezeichnete Schaft und die gezeichnete Spitze der Strompeile in den induzierten Leitern.

Die elektromotorische Kraft ist nun um so größer, je mehr Kraftlinien pro Sekunde geschnitten werden, d. h. je weniger schräge der Kraftlinienschnitt erfolgt. Sie erreicht also ihren Maximalwert bei senkrechtem Kraftlinienschnitt, wenn die Ebene der Schleife parallel zu den Kraftlinien steht und von keinen Kraftlinien durchsetzt wird. Bei weiterer Drehung nimmt der Momentanwert der elektromotorischen Kraft wieder ab und wird gleich Null, wenn die Ebene der Schleife wieder in die Nulllage fällt. In diesem Augenblicke ändert sich die Richtung, in der die induzierten Leiter durch die Kraftlinien schneiden. Solange sich z. B. ein Leiter auf der oberen Hälfte der Trommel befindet, schneidet er in Fig. 140 b wesentlich von links nach rechts durch die Kraftlinien. Sowie er aber auf der unteren Hälfte der Trommel liegt, schneidet er von rechts nach links. Infolgedessen ändert sich die induzierte elektromotorische Kraft zeitlich nicht bloß nach ihrer Stärke, sondern auch nach ihrer Richtung.

Es bedeute nun:

H die Feldstärke in Kraftlinien pro Quadratcentimeter,

N die Zahl der in der Nulllage umfassten Kraftlinien,

v_0 die konstante Umfangsgeschwindigkeit in Zentimetern pro Sekunde,

n die Tourenzahl pro Minute,

D der Durchmesser der Trommel in Zentimetern,

b die Länge eines induzierten Leiters in Zentimetern,

z' die Anzahl der hintereinander geschalteten induzierten Leiter (auch bei mehreren hintereinander geschalteten Windungen),

dann ergibt sich allgemein der Momentanwert der elektromotorischen Kraft nach Gleichung (62) auf S. 90 zu:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei ist für die induzierte Leiterlänge l in unserem Falle das Produkt $z' \cdot b$ einzusetzen. Es fragt sich nur, was wir für die Geschwindigkeit v einzusetzen haben. Ohne weiteres ergibt sich aus Fig. 140 b, daß der mit der Geschwindigkeit v_0 bewegte Leiter in der Zeiteinheit nur so viele Kraftlinien schneidet, wie wenn er mit der kleineren Geschwindigkeit $v = v_0 \cdot \sin \alpha$ senkrecht durch die Kraftlinien bewegt wird. Nun ist

$$v_0 = D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Mit Einsetzung der gefundenen Werte von l und v in die Gleichung für die elektromotorische Kraft erhalten wir:

$$E = H \cdot z' \cdot b \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist das Produkt $b \cdot D$ gleich der Fläche der Schleife in Quadratcentimetern. Da die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gleich H ist, so stellt das Produkt $H \cdot b \cdot D$ die Gesamtzahl N der durch die Fläche tretenden Kraftlinien dar. Wir schreiben daher kürzer:

$$E = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha. \quad (107)$$

Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ändert sich also mit dem Sinus des Winkels, den die Ebene der Schleife mit der Nulllage bildet. Für $\alpha = 0$ wird auch $E = 0$. Für $\alpha = 90^\circ$ wird $\sin \alpha = 1$, die elektromotorische Kraft hat also in diesem Falle, d. h. bei senkrechtem Kraftlinienschnitt, ihren maximalen Wert. Dieser ergibt sich aus Gleichung (107) zu:

$$E_{max} = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (108)$$

Wir können also Gleichung (107) auch in der Form schreiben:

$$E = E_{max} \cdot \sin \alpha. \quad (109)$$

Für Werte von α , die zwischen 0 und 180° liegen, ist der Wert von $\sin \alpha$ positiv, für Werte von α zwischen 180° und 360° ist $\sin \alpha$ negativ. Das bedeutet in unserem Falle, daß die elektromotorische Kraft bei $\alpha = 180^\circ$ ihre Richtung wechselt. Wenn wir nun den Bogen als Abszisse und die jeweilige elektromotorische Kraft als Ordinate auftragen, so erhalten wir die bekannte Sinuskurve. Wir können aber auch die Zeit t als Variable einführen und die elektromotorische Kraft als Funktion der Zeit darstellen. Bezeichnet ω die Winkelgeschwindigkeit, d. h. den pro Sekunde zurückgelegten Bogen, so ist der in der Zeit t zurückgelegte Bogen α gleich ωt , und wir erhalten mit Einführung dieses Wertes in Gleichung (109):

$$E = E_{max} \cdot \sin (\omega t). \quad (110)$$

Wenn wir dann die Zeit t statt des Bogens α als Abszisse auftragen, so ändert sich nur der Maßstab, und wir erhalten die in Fig. 141 gezeichnete Kurve. Diese gibt uns ein deutliches Bild von den zeitlichen Änderungen der elektromotorischen Kraft. Die Zeit t_1 einer vollen Umdrehung entspricht dem Bogen 2π . Innerhalb dieser Zeit erreicht die elektromotorische Kraft je ein positives und ein negatives Maximum, und nach einer vollen Umdrehung wiederholt sich der Vorgang. Man bezeichnet den Zeitraum, innerhalb dessen sich der gleiche Zustand wiederholt, als den Zeitraum einer Periode. Während dieses Zeitraums finden zwei Pol-

wechsel statt. Die gebräuchliche Zahl von 50 Perioden pro Sekunde entspricht also 100 Polwechseln pro Sekunde.

Das Gesetz, daß die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion der Zeit ist, bleibt auch annähernd gültig, wenn eine auf eine Eisentrommel

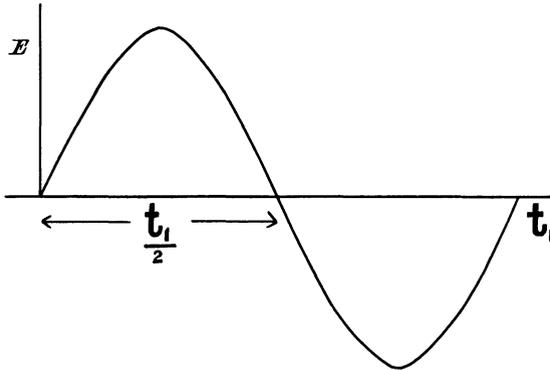


Fig. 141.

gewickelte Spule vor den Polen eines Elektromagneten rotiert (Fig. 142). Allerdings haben wir es jetzt mit einer anderen Kraftlinienverteilung zu tun wie in dem oben besprochenen Falle. Die Kraftlinien treten in dem jetzigen Fall meist senkrecht in die Ankeroberfläche ein, und ein gesetzmäßiger, schräger Kraftlinienschnitt, wie früher, findet nicht mehr statt. Infolge der Abrundung der Polecken ist jedoch der Übergang aus der neutralen Zone in die maximale Feldstärke vor den Polen ein ganz allmählicher. Wir können also ohne großen Fehler annehmen, daß die Feldstärke vor der Polmitte ein Maximum ist und nach der neutralen

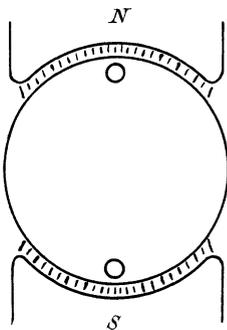


Fig. 142.

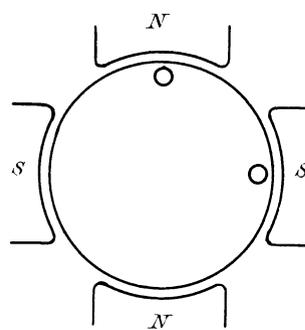


Fig. 143.

Zone zu, dem Sinusgesetz folgend, abfällt. Dann wird die induzierte elektromotorische Kraft wieder eine Sinusfunktion der Zeit und Gleichung (107) ist wieder anwendbar. Dabei ist, wie früher, unter N die maximale, von der Spule umfasste Kraftlinienzahl zu verstehen. Das ist aber hier gleichbedeutend mit der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinienzahl.

Für mehrpolige Maschinen mit p Polpaaren bedarf jedoch unsere Gleichung einer Abänderung. Die Wickelung erfolgt, wie beim Gleichstromanker, in der Weise, daß von Mitte des Nordpols über die Stirnfläche bis Mitte des nächsten Südpols gewickelt wird (Fig. 143). Dann aber wird die Kraftlinienzahl N während einer Umdrehung p mal so oft geschnitten wie bei einer zweipoligen Maschine mit der gleichen Drahtzahl. Wir erhalten also auch eine p mal so große elektromotorische Kraft, und es ergibt sich allgemein:

$$E = \pi \cdot N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist das Produkt $p \cdot \frac{n}{60}$ gleich der Anzahl der Perioden pro Sekunde. Wir wählen dafür das Zeichen \sim (sprich per), ein Zeichen, das von der Form der Sinuskurve hergenommen ist. Setzen wir also:

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60},$$

so ergibt sich für die elektromotorische Kraft der Wert:

$$E = \pi \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha. \quad (111)$$

Ebenso ergibt sich:

$$E_{max} = \pi \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (112)$$

Diese Gleichungen gelten ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen. Allerdings ändert dabei der Winkel α seine Bedeutung. Bei der vierpoligen Maschine in Fig. 143 entspricht z. B. die Drehung eines Leiters aus der Nulllage bis vor die Polmitte einer räumlichen Drehung von 45° . Dabei ist aber die elektromotorische Kraft von Null bis auf den maximalen Wert angestiegen, so daß für die Stellung vor der Polmitte der Wert $\sin \alpha$ den maximalen Wert 1 erreichen müßte. Wir dürfen also nicht gedankenlos in diesem Falle für $\sin \alpha$ den Wert $\sin 45^\circ$ einsetzen. Man könnte diese Schwierigkeit dadurch beseitigen, daß man statt $\sin \alpha$ den Wert $\sin (p : \alpha)$ in alle Gleichungen einführt, wobei dann α den wirklichen, räumlichen Drehungswinkel bedeutet. Das ist jedoch eine unnötige Komplikation. Wir machen die ausdrückliche Festsetzung, daß ein Grad nicht den 360. Teil einer vollen Umdrehung, sondern den 360. Teil einer vollen Periode bedeuten soll. In diesem Sinne entspricht der Bogen 2π einer vollen Periode. Der Bogen π entspricht dann einer halben Periode oder dem Zeitraum, in dem ein Ankerdraht den Abstand zweier benachbarter Polmitten ungleichen Vorzeichens, d. h. eine Polteilung zurücklegt. Ein Irrtum infolge dieser Festsetzung ist ausgeschlossen.

70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke.

Wir haben im vorigen Abschnitt gesehen, daß die elektromotorische Kraft der Induktion eine Sinusfunktion der Zeit ist. Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß der Stromkreis nur Ohmschen Widerstand und keine Selbstinduktion enthält, so ergibt sich die Stromstärke in jedem Augenblick, wenn wir die jeweilige elektromotorische Kraft durch den konstanten Widerstand dividieren. Dadurch ändert sich in unserer Sinuskurve nur der Maßstab der Ordinate. Der Momentanwert des Stromes ändert sich also zeitlich ebenfalls mit dem Sinus des Winkels α , den die Ebene der Spule mit der Nulllage bildet, und wir erhalten den Momentanwert des Stromes zu:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Um nun den Mittelwert des Stromes experimentell festzustellen, führen wir die Enden der Ankerspule zu einem zweiteiligen Kommutator, wie wir ihn im Abschnitt 43 kennen gelernt haben. Wir erhalten dann im äußeren Stromkreise einen pulsierenden Gleichstrom. Wenn dieser durch ein Kupfervoltmeter geleitet wird, so ist die ausgeschiedene Gewichtsmenge ein Maß für die während dieser Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Dividieren wir diese Gewichtsmenge m in Milligrammen durch die Zeit t und durch das elektrochemische Äquivalentgewicht 0,328, so erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{m}{0,328 \cdot t}.$$

Man nennt den so gefundenen Wert den elektrolytischen Mittelwert. Um diesen Mittelwert graphisch zu bestimmen, tragen wir die Zeit t als Abszisse und die Stromstärke i als Ordinate auf. Nach einer bestimmten Zeit t , von der Nulllage an gerechnet, ist die Stromstärke gegeben durch:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Während der unendlich kleinen Zeit dt können wir diese Stromstärke als konstant ansehen. Da sie als die Elektrizitätsmenge pro Sekunde definiert ist, so ist das Produkt $i \cdot dt$ oder der Inhalt des schmalen, vertikalen Flächenstreifens in Fig. 144a gleich der während der Zeit dt in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Die ganze während der Zeit t_1 einer Periode in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ergibt sich also als die Summe aller Flächenstreifen oder als die schraffierte Fläche in Fig. 144a. Um den Mittelwert der Stromstärke zu erhalten, dividieren wir diese Fläche, d. h. die ganze Elektrizitätsmenge durch die Zeit. Wir ersetzen dazu die Fläche durch ein Rechteck über derselben Basis. Dann ist die Höhe dieses Rechtecks der gesuchte Mittelwert.

Angenähert ergibt sich dieser Mittelwert, wenn man aus den Werten von $\sin 0^\circ$, $\sin 10^\circ$, $\sin 20^\circ$ etc. bis $\sin 90^\circ$ das Mittel nimmt und mit

i_{max} multipliziert. Zur genauen Berechnung bestimmen wir durch Integration die von der Sinuskurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche über eine halbe Periode. Die Rechnung wird dabei am einfachsten, wenn man direkt die Bögen als Abszisse aufträgt (Fig. 144 b). Der Flächeninhalt des vertikalen Streifens in Fig. 144 b ist:

$$i \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Um die schraffierte Fläche in Fig. 144 b zu finden, haben wir zwischen den Grenzen 0 und π zu summieren und erhalten:

$$\sum_0^{\pi} i \cdot d\alpha = i_{max} \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot d\alpha = 2 \cdot i_{max}.$$

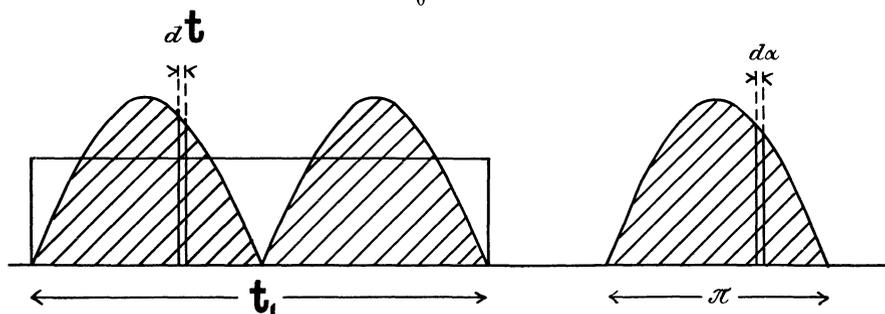


Fig. 144 a.

Fig. 144 b.

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren, erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,636 \cdot i_{max}. \quad (113)$$

Der elektrolytische Mittelwert verhält sich also zum Maximalwert wie $2 : \pi$ oder wie $7 : 11$. Dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. In derselben Weise erhalten wir den Mittelwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{max} = 0,636 \cdot E_{max}. \quad (114)$$

In der Technik spielen indessen diese Mittelwerte nur eine untergeordnete Rolle, weil sie zur Berechnung des Effektes nicht zu gebrauchen sind.

71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Es wäre fehlerhaft, zur Berechnung der Leistung die Mittelwerte der Spannung und Stromstärke zu multiplizieren. Vielmehr haben wir zunächst den Momentanwert P der Leistung zu berechnen, indem wir die Momentanwerte der Spannung und Stromstärke multiplizieren. Statt

dessen können wir auch den Momentanwert des Stromes ins Quadrat erheben und mit dem Widerstand multiplizieren. Wir erhalten so den Momentanwert der Leistung zu:

$$P = e_{max} \cdot \sin \alpha \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha = (i_{max} \cdot \sin \alpha)^2 \cdot w.$$

Wir tragen nun den Momentanwert der Leistung als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 145a. Da Leistung gleich Arbeit pro Sekunde ist, so ist der schmale Flächenstreifen $P \cdot dt$ in Fig. 145a gleich der Arbeit während der Zeit dt . Die ganze schraffierte Fläche ist dann die Arbeit während einer Periode. Wenn wir diese durch die Zeit t_1 dividieren, erhalten wir die mittlere Arbeit pro Sekunde, d. h. die mittlere Leistung. Wir ersetzen also die schraffierte Fläche durch ein Rechteck über derselben Basis und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks die gesuchte mittlere Leistung. Sie ergibt sich als die Hälfte der maximalen Leistung.

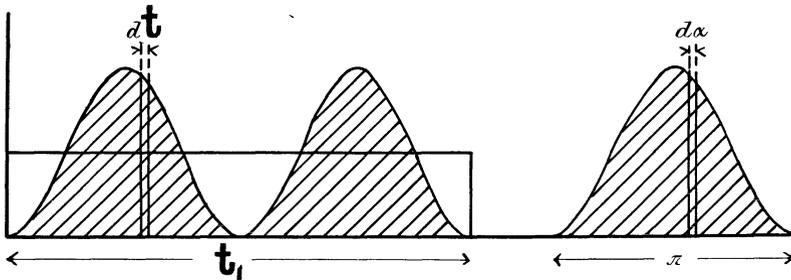


Fig. 145 a.

Fig. 145 b.

Zu demselben Resultat führt uns die Rechnung. Um diese wieder möglichst einfach zu gestalten, tragen wir nicht die Zeit, sondern direkt den Bogen α als Abszisse auf (Fig. 145b). Der schmale Flächenstreifen in Fig. 145b ist dann $P \cdot d\alpha$. Mit Benutzung des obigen Wertes für P erhalten wir dann die ganze schraffierte Fläche in Fig. 145b zu:

$$\int_0^{\pi} P \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} i_{max}^2 \cdot w \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha.$$

Mit Hilfe der teilweisen Integration erhalten wir dann:

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}.$$

Die schraffierte Fläche in Fig. 145b ergibt sich also zu:

$$i_{max}^2 \cdot w \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = i_{max}^2 \cdot w \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren, erhalten wir die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{i^2_{max} \cdot w}{2}. \quad (115)$$

Enthält nun der Stromkreis keine Selbstinduktion, so gilt die Beziehung:

$$E_{max} = i_{max} \cdot w$$

und wir erhalten die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}. \quad (116)$$

Es ist nun von Interesse, daß sich das obige Resultat auch ohne Hilfe der höheren Mathematik herleiten läßt, obgleich sich die Rechnung dann weniger dem Wesen der Sache anschließt. Wir denken uns zu diesem Zwecke auf der Trommel einer zweipoligen Maschine zwei gleiche selbständige Wickelungen liegen, die um 90° gegeneinander versetzt sind. Beide Wickelungen mögen durch einen gleich großen äußeren Widerstand geschlossen sein. Wenn dann die Ebene der einen Spule mit der Nulllage den Winkel α bildet, so bildet die andere Spule mit der Nulllage den Winkel $90^\circ + \alpha$ und der Momentanwert der Leistungen beider Spulen zusammen ist:

$$E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \sin^2 [90^\circ + \alpha]) = E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha).$$

Da $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ gleich 1 ist, so folgt, daß der Momentanwert der gemeinsamen Leistung in jedem Augenblick konstant gleich $E_{max} \cdot i_{max}$ ist. Dieser Wert ist dann natürlich gleich den mittleren Leistungen beider Spulen zusammen, und es ergibt sich für die einzelne Spule die Hälfte, nämlich wie oben:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Hätten wir zur Berechnung des Effektes die Mittelwerte der Spannung und Stromstärke miteinander multipliziert, so hätten wir $\frac{2}{\pi} \cdot E_{max} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,405 E_{max} \cdot i_{max}$ erhalten. Der Fehler wäre also 20% gewesen.

Wir gehen daher jetzt dazu über, die Werte der Spannung und Stromstärke zu definieren und zu berechnen, die direkt zur Berechnung des Effektes verwendbar sind. Zu dem Zwecke schreiben wir Gleichung (115) in der Form:

$$P = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot w.$$

Darin stellt der Ausdruck $\frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ eine Stromstärke dar, die in das Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert die mittlere Leistung ergibt. Diese Stromstärke nennen wir den quadratischen Mittelwert oder die effektive Stromstärke und bezeichnen

sie mit dem Buchstaben i . Es erscheint unnötig, für den Effektivwert und den Momentanwert besondere Bezeichnungen einzuführen, da eine Verwechslung ausgeschlossen ist. Wir erhalten also:

$$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_{max}. \quad (117)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also definiert:

1. als die Größe, die ins Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert die mittlere Leistung ergibt,
2. als die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Momentanwerte,
3. bei Sinuskurven als das 0,707fache des Maximalwertes.

Da der elektrolytische Mittelwert gleich $\frac{2}{11}$ des Maximalwertes ist, so verhält sich der Effektivwert zum Mittelwert wie 11 : 10. Wollten wir also ein Wechselstromamperemeter unter Anwendung eines Kommutators und eines Voltameters eichen, so hätten wir die aus dem Voltameternieder-schlag berechnete mittlere Stromstärke mit 1,1 zu multiplizieren und das Resultat auf der Skala aufzutragen. Gleichmäßig zeigen dagegen für Gleich- und Wechselstrom die Instrumente, deren Ausschlag durch das Quadrat des momentanen Stromes bewirkt wird. Sie nehmen dann gleichsam selbsttätig das Mittel aus den Quadraten der Momentanwerte und zeigen, wenn sie mit Gleichstrom geeicht sind, direkt den Effektivwert des Wechselstromes an.

Dahin gehören zunächst die Instrumente, bei denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt. Die Größe der ausgeübten Kraft ist proportional dem Momentanwert der Stromstärke und dem im Eisen induzierten Magnetismus. Sie ist also bei geringer Eisensättigung dem Quadrate des Stromes proportional, so daß wir prinzipiell eine gleiche Teilung für Gleich- und Wechselstrom erwarten dürfen. Die Hysteresis des Eisens wirkt jedoch wie eine entmagnetisierende Kraft, und daher ist im allgemeinen zur Erzielung desselben Ausschlags bei Wechselstrom eine größere Amperezahl erforderlich als bei Gleichstrom.

Dagegen gibt es Instrumente, die genau gleiche Skala für Gleichstrom und Wechselstrom besitzen. Dahin gehören die Hitzdrahtinstrumente, bei denen die Joulesche Wärme eine Verlängerung eines stromdurchflossenen Platindrahtes und dadurch den Ausschlag des Zeigers hervorruft. Da die Temperatur des Platindrahtes den periodischen Schwankungen der Leistung nicht folgt, und da überhaupt das Instrument eine gewisse Trägheit besitzt, so nimmt es gleichsam selbsttätig das Mittel aus den Momentanwerten der Leistung, die im Platindraht in Joulesche Wärme umgesetzt ist. Nun ist auf der Skala der Effektivwert aufgetragen, d. h. die Stromstärke, die, gleichmäßig den Platindraht durchfließend, denselben Effekt in Joulesche Wärme umsetzen würde, wie der periodisch schwankende Wechselstrom. Daraus folgt dann, daß das Instrument dieselbe Teilung für Gleichstrom und Wechselstrom besitzen muß.

Das gleiche gilt von den Dynamometern, die aus einer festen und einer beweglichen Spule bestehen. Beide werden hintereinander vom Strome durchflossen. Nach Abschnitt 32 ziehen gleichgerichtete Ströme sich an, ungleich gerichtete stoßen sich ab. Da der Strom sich in beiden Spulen gleichzeitig umkehrt, so erfolgt das Drehmoment fortdauernd in demselben Sinne. Nun ist der Ausschlag von der Stromstärke in der festen und in der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig. Infolge der Trägheit des beweglichen Systems stellt sich wieder eine mittlere Zeigerstellung her, die durch eine mittlere Kraft oder durch das Mittel aus den Quadraten der Stromstärke hervorgerufen wird. Die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate oder die effektive Stromstärke ist dann auf der Skala aufgetragen. Das ist nun wieder die Stromstärke, die gleichmäßig fließend denselben Ausschlag hervorruft wie der sich periodisch ändernde Wechselstrom. Die Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes ist also dieselbe. Das gleiche gilt natürlich auch für Wattmeter.

72. Das Vektordiagramm.

Die Sinuskurve gibt uns ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft oder der Stromstärke, und wir werden sie daher oft benutzen, um die Vorgänge in Wechselstromkreisen deutlich

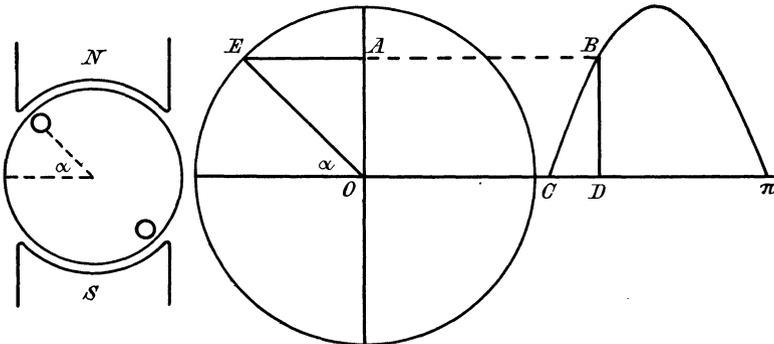


Fig. 146 a.

Fig. 146 b.

zu machen. Dagegen ist da, wo es auf schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung der Wechselstromgrößen ankommt, das Vektordiagramm vorzuziehen. In diesem Diagramm (Fig. 146 b) rotiert der Strahl $OE = E_{max}$ mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot$. Haben wir es also mit einer zweipoligen Maschine zu tun, so dreht sich der Vektor mit derselben Geschwindigkeit wie die Maschine. Die Drehungsrichtung ist beliebig und wird von uns immer im Sinne des Uhrzeigers gewählt.

In der Nulllage fällt der Radius Vektor in die Abszissenachse. Der Winkel α , den der Radius Vektor in einem beliebigen Augenblick mit der

Abszissenachse bildet, ist dann gleich dem Winkel, den die Ebene der Ankerspule in Fig. 146a mit der Nulllage bildet. Wie man sieht, ist die Projektion OA des Vektors auf die Ordinatenachse gleich $OE \cdot \sin \alpha$, also gleich $E_{max} \cdot \sin \alpha$. Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ist also in jedem Augenblicke gleich der Projektion des Radius Vektor auf die Ordinatenachse.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 146b noch gezeigt, wie das Vektordiagramm und die Sinuskurve zusammenhängen. Der Radius des vom Punkte O beschriebenen Kreises ist gleich der maximalen Ordinate der Sinuskurve. Der Momentanwert OA im Vektordiagramm ist gleich der Ordinate BD der Sinuskurve. Im Vektordiagramm ist endlich der zu dem Winkel α gehörige Bogen des Kreises vom Radius 1 gleich der Abszisse CD der Sinuskurve.

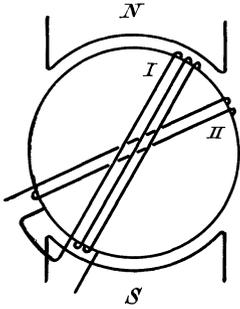


Fig. 147 a.

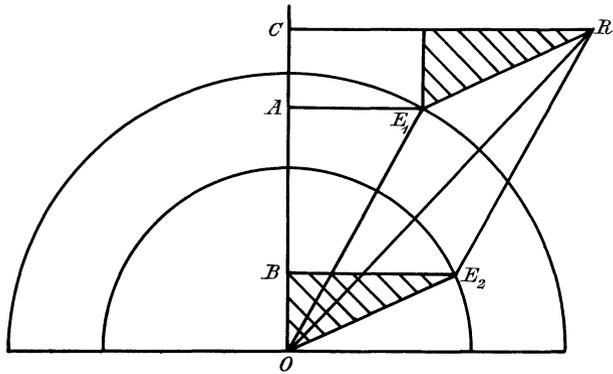


Fig. 147 b.

Das Vektordiagramm bietet nun ein sehr bequemes Mittel, um elektromotorische Kräfte von verschiedener Größe und verschiedener Phase, d. h. verschiedenem zeitlichen Zustand zusammenzusetzen. Auf dem Anker der Maschine in Fig. 147a liegen z. B. zwei hintereinander geschaltete Wicklungen, die ungleiche Drahtzahl besitzen und um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule I besitzt die größere Drahtzahl, also ist ihre maximale elektromotorische Kraft auch größer als die der Spule II. Wir schlagen nun in Fig. 147b mit den Radien $OE_1 = E_{1max}$ und $OE_2 = E_{2max}$ zwei Kreise und ziehen die Vektoren OE_1 und OE_2 in einer durch die Stellung der Spulen gegebenen Richtung. Wir konstruieren dann aus beiden Vektoren die Resultierende OR nach dem Parallelogramm der Kräfte. Dann ist:

- OA der Momentanwert der elektromotorischen Kraft in Spule I,
- OB " " " " " " " " II,
- OC die Projektion der Resultierenden OR auf die Ordinatenachse.

Aus der Kongruenz der schraffierten Dreiecke ergibt sich dann:

$$OC = OA + OB.$$

Nun ist aber OC nichts anderes als der Momentanwert einer elektromotorischen Kraft, die nach Größe und Phase durch den Vektor OR gegeben ist. Die Summe der Momentanwerte der elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen ist also in jedem Augenblicke gleich dem Momentanwert der Resultierenden. Daraus folgt, daß man elektromotorische Kräfte ebenso wie mechanische Kräfte nach dem Parallelogramm zusammensetzen kann.

Um dieses Resultat noch etwas deutlicher zu machen, betrachten wir den Zeitpunkt, wo die resultierende elektromotorische Kraft gerade ihren maximalen Wert erreicht (Fig. 148a). Ihr Vektor fällt dabei in die Ordinatenachse, während der Vektor von E_1 links und der Vektor von E_2 rechts von der Ordinatenachse liegt. Wir fassen nun in unserer Betrachtung die Drähte der beiden Spulen zusammen, die nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, und nennen sie die gemeinsame Spulenseite. Das Maximum der elektromotorischen Kraft wird in ihr induziert, wenn

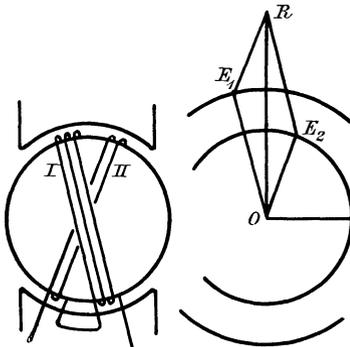


Fig. 148 a.

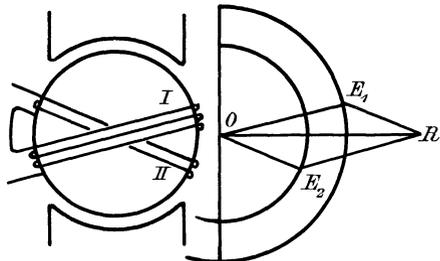


Fig. 148 b.

sie vor der Polmitte liegt. Dann liegt die Seite der Spule I dicht vor der Polmitte und die Seite der Spule II dicht hinter der Polmitte. Das sind dieselben Stellungen, die wir auch durch das Vektordiagramm ermittelt haben.

Ebenso betrachten wir den Fall, wo die gemeinsame Spulenseite wesentlich in der neutralen Zone liegt und die elektromotorische Kraft gleich Null wird (Fig. 148b). Dabei liegt die eine Einzelspulenseite im Bereiche des Nordpols, die andere im Bereiche des Südpols, und die vor beiden Polen induzierten elektromotorischen Kräfte heben sich gegenseitig auf. Zu dem gleichen Resultat gelangen wir durch das Vektordiagramm, wo im gezeichneten Augenblicke der Vektor der Resultierenden in die Abszissenachse fällt, und wo seine Projektion auf die Ordinatenachse gleich Null ist. Dabei fällt der Vektor OE_1 oberhalb und der Vektor OE_2 unterhalb der Abszissenachse. Die Projektion des Vektors OE_1 ist also positiv, die des Vektors OE_2 ist negativ, und da beide sich entgegenwirken,

so ist die Resultierende gleich Null. Auch hier wieder entsprechen die Richtungen der Radien Vektoren der geometrischen Stellung der Ankerspulen. — Diese und ähnliche Überlegungen vermindern die Schwierigkeit, die zuerst für den denkenden Studierenden darin liegt, daß die Phase von elektromotorischen Kräften unter Umständen eine verschiedene ist, und daß man elektromotorische Kräfte nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen kann.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Maximalwerte direkt die Effektivwerte in das Vektordiagramm ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Vektor OR gibt dann direkt den Effektivwert der Resultierenden an. In ganz derselben Weise kann man ferner bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind. Man nennt eine solche Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften oder Strömen eine vektorielle oder geometrische Addition.

73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Nach Abschnitt 35 ist die Selbstinduktion:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt},$$

wo

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$$

der Selbstinduktionskoeffizient in Henry ist.

Nun ist die Winkelgeschwindigkeit oder der pro Sekunde zurückgelegte Bogen

$$\omega = 2\pi \cdot \sim.$$

Demnach ist

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin(\omega t).$$

Durch Differenziation erhalten wir:

$$\frac{di}{dt} = i_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = i_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für E_s erhalten wir:

$$E_s = -L \omega \cdot i_{max} \cdot \cos \alpha. \quad (118)$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist demnach eine Kosinusfunktion, und wenn wir den Bogen α oder die Zeit t als Abszisse und die Selbstinduktion als Ordinate auftragen, so erhalten wir eine Kosinuslinie. Ihre Form ist genau die gleiche wie die einer Sinuslinie, nur ist sie gegen die Sinuslinie um 90° verschoben. Wir können also die früher für die Sinusfunktion abgeleitete Beziehung anwenden und erhalten für den Effektivwert der Selbstinduktion das 0,707fache des Maximalwertes.

Der Maximalwert wird nach Gleichung (118) erreicht, wenn $\cos \alpha = -1$, also $\alpha = 180^\circ$ ist. Sein Betrag ergibt sich zu:

$$E_{smax} = L \omega \cdot i_{max}.$$

Wenn wir nun auf beiden Seiten der Gleichung mit 0,707 multiplizieren, so erhalten wir auf beiden Seiten die Effektivwerte. Es ergibt sich dann die effektive elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot i.$$

Ihr Wert ist also gegeben durch den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule, die Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromes und die effektive Stromstärke.

Eine Drosselspule, wie sie in Fig. 151 angedeutet ist, besteht z. B. aus einem Eisenkern, der an einer Stelle aufgeschnitten ist und von einer Kupferwicklung umgeben ist. Wenn die Induktion nicht zu hoch ist, so kann der magnetische Widerstand des Eisenweges vernachlässigt werden, und es kommt zur Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten nur die Luft in Betracht.

Es sei nun

die Länge des Kraftlinienweges in der Luft . . .	$l = 0,6$ cm,
der Luftquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien . .	$Q = 12$ qcm,
die Windungszahl	$\xi = 200$,
die Stromstärke	$i = 10$ Amp.
die Periodenzahl	$\sim = 50$,

dann erhalten wir, da die Leitfähigkeit der Luft gleich 1 ist:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} = 12,5 \cdot \frac{200^2 \cdot 1 \cdot 12}{0,6} \cdot 10^{-9} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Ferner wird

$$\omega = 2\pi \sim = 314.$$

Demnach erhalten wir die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot i = 0,01 \cdot 314 \cdot 10 = 31,4 \text{ Volt.}$$

Es wird sich unten ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegtes Voltmeter fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Vorschaltwiderstand, diese Spannung abdröselt.

Zur Berechnung einer Drosselspule muß allerdings die Formel umgeformt werden, damit man nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahlen auf ungünstige Werte der magnetischen Induktion im Eisen kommt. Es besteht nämlich zwischen der maximalen magnetischen Induktion und der Stromstärke nach Abschnitt 29 die Beziehung:

$$B_{max} = \mu \cdot H_{max} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i_{max} \cdot \mu}{l}.$$

Führen wir nun den effektiven Wert der Stromstärke ein, schreiben also $i_{max} = \sqrt{2} \cdot i$ und lösen für i auf, so erhalten wir:

$$i = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu}. \quad (119)$$

Diese Gleichung wird besonders wichtig für die Berechnung des Magnetisierungsstromes eines Transformators. Wir benutzen sie jetzt nur, um die Gleichung für die induzierte elektromotorische Kraft umzuformen. Setzen wir nämlich die berechneten Werte von L , ω und i in die Gleichung $E_s = L \omega i$ ein, so erhalten wir:

$$E_s = 4,44 \cdot B_{max} \cdot Q \cdot \sim \cdot \xi \cdot 10^{-8}.$$

Da das Produkt $B_{max} \cdot Q$ nichts anderes ist als die maximale, von der Spule umfasste Kraftlinienzahl N , so erhalten wir:

$$E_s = 4,44 \cdot N \cdot \sim \cdot \xi \cdot 10^{-8}. \quad (120)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (119) und (120) läßt sich nun eine Drosselspule unter Zugrundelegung einer passenden maximalen magnetischen Induktion berechnen. Es soll z. B. eine elektromotorische Kraft $E_s = 30$ Volt geschaffen werden bei einem Strome von 10 Ampere und einer Periodenzahl $\sim = 50$. Die Induktion werde gleich 5000 gewählt und der Eisenweg vernachlässigt, so daß nur der Kraftlinienweg l in der Luft in Betracht kommt. Der Querschnitt des Eisens sei $Q = 15$ qcm. Dann ergibt sich:

$$N = B_{max} \cdot Q = 5000 \cdot 15 = 75000.$$

Dann folgt aus Gleichung (120):

$$\xi = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \cdot N \cdot \sim} = \frac{30 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 75000 \cdot 50} = 180.$$

Aus Gleichung (119) ergibt sich dann der Luftzwischenraum zu:

$$l = \frac{1,78 \cdot \xi \cdot \mu \cdot i}{B_{max}} = \frac{1,78 \cdot 180 \cdot 1 \cdot 10}{5000} = 0,64 \text{ cm.}$$

Dabei ist der Querschnitt der Luft gleich dem Querschnitt des Eisens angenommen. Tatsächlich ist aber der Luftquerschnitt größer als der des Eisens, weil am Luftzwischenraum eine sehr nützliche Streuung der Kraftlinien auftritt, und weil durch die Papierisolation zwischen den Eisenblechen der Querschnitt der ganzen Drosselspule vergrößert wird. Tatsächlich drosselt die Spule also bei 10 Ampere etwas mehr als 30 Volt.

Nachdem wir im bisherigen die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion bestimmt haben, haben wir jetzt noch ihre Phase zu besprechen. Wir sahen oben, daß die Kurve der Selbstinduktion eine Kosinuslinie ist und als solche um 90° gegen die Sinuslinie des Stromes verschoben ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir in den

charakteristischen Zeitpunkten die Größe und Richtung der Selbstinduktion einzeln bestimmen.

Die Kurve des Stromes ist in Fig. 149 stark ausgezogen. Für $\alpha = 0$ ist $\sin \alpha$ gleich Null und $\cos \alpha$ gleich 1. Die Stromstärke ist also gleich Null, und die Selbstinduktion erreicht nach Gleichung (118) auf S. 264 ihr negatives Maximum. Die Kurve der Stromstärke ist nämlich in diesem Augenblicke am steilsten, so daß die Änderung der Kraftlinien pro Zeiteinheit am größten ist. Daß in diesem Zeitpunkt die Ordinate der Selbstinduktion nach unten gerichtet ist, wird auch durch die Überlegung bestätigt, wonach die Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet und dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist.

Für den Wert $\alpha = 90^\circ$ wird $\sin \alpha$ gleich 1 und $\cos \alpha$ gleich Null. Die Stromstärke ist also ein Maximum, und die Selbstinduktion ist gleich Null. Im Augenblick der maximalen Stromstärke verläuft nämlich die

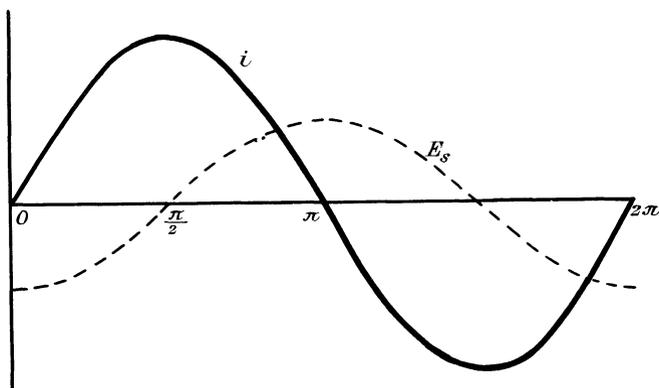


Fig. 149.

Kurve des Stromes in Fig. 149 parallel zur Abszissenachse, und die Stromstärke sowie die Kraftlinien ändern sich dabei für eine kleine Zeit gar nicht. Die Kraftlinienschnitte und die Selbstinduktion sind also in diesem Augenblicke gleich Null, und die gestrichelt gezeichnete Kurve der Selbstinduktion schneidet die Abszissenachse.

Man kann auf diese Weise die einzelnen Punkte der Kurve E_s konstruieren und kommt dadurch zu dem Resultat, daß die Kurve der Selbstinduktion um 90° hinter der Kurve des Stromes zurückbleibt. Man muß sich allerdings nicht durch den ersten Anblick der Fig. 149 zu der Annahme verleiten lassen, daß die Kurve der Selbstinduktion etwa vorseilt, weil sie weiter nach rechts verschoben ist. Vielmehr muß man schließen, daß die Selbstinduktion ihren höchsten Wert erst zu einer Zeit erreicht, wenn die Stromstärke ihr Maximum bereits überschritten hat. Die Selbstinduktion bleibt also um eine viertel Periode oder um einen Winkel von 90° hinter der Stromstärke zurück.

Das Vektordiagramm in Verbindung mit den aus Abschnitt 35 bekannten Gesetzen über die Selbstinduktion wird uns diese Verhältnisse noch deutlicher machen. In Fig. 150 a, b und c ist das Diagramm für verschiedene Zeitpunkte gezeichnet. Passiert der Vektor des Stromes die Abszissenachse (Fig. 150 b), so ist eine Projektion auf die Ordinatenachse, also auch der Momentanwert des Stromes gleich Null. In diesem Augenblick hat die Selbstinduktion ihren grössten Wert, ihr Vektor fällt also in die Ordinatenachse, und zwar ist er nach unten gerichtet, weil die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion um 90° hinter der Stromstärke zurückbleibt.

Wir betrachten ferner die Verhältnisse in den kurz vorausgehenden und kurz darauffolgenden Augenblicken. In Fig. 150 a haben wir abnehmenden Strom, und der Vektor des Stromes liegt noch unterhalb der Abszissenachse, seine Projektion hat also in diesem Augenblick gleiche Richtung wie die Projektion der Selbstinduktion. Die Selbstinduktion ist also dem abfallenden Strome gleichgerichtet, wie es nach Abschnitt 35 gefordert wird.

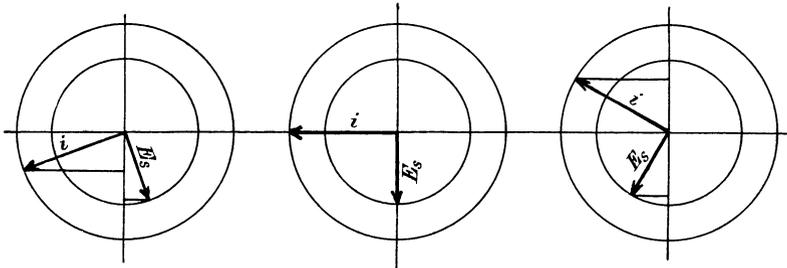


Fig. 150 a.

Fig. 150 b.

Fig. 150 c.

In Fig. 150 c dagegen hat der Strom die Nulllage schon passiert, wir haben also jetzt zunehmenden Strom. Dabei fällt die Projektion seines Vektors in die positive Richtung der Ordinatenachse, während die Projektion des Vektors der Selbstinduktion in die negative Richtung fällt. Die Selbstinduktion wirkt also im Vektordiagramm dem anwachsenden Strome entgegen, wie das nach Abschnitt 35 gefordert wird.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß die Kraftlinien immer im gleichen Sinne gerechnet werden wie der Strom, der sie erzeugt, so besteht keine Phasendifferenz zwischen dem magnetisierenden Strom und den von ihm erzeugten Kraftlinien. Die Stromkurve gibt uns dann direkt in passendem Maßstabe die Kurve der durch die Fläche der Windungen tretenden Kraftlinien an. Die induzierte elektromotorische Kraft bleibt also nicht bloß um 90° hinter dem Strome zurück, sondern auch um 90° hinter den Kraftlinien, durch deren Änderung sie erzeugt wird.

74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir betrachten jetzt den in Fig. 151 dargestellten Fall, wo ein Ohmscher Widerstand w und eine Spule mit Selbstinduktion hintereinander geschaltet sind. Die Windungen der Spule mögen aus so starkem Draht bestehen, daß ihr Widerstand vernachlässigt werden kann. Es liegt nun die Frage nahe: Welche Stromstärke stellt sich in dem Widerstande w unter dem Einfluß der Klemmspannung e und der Selbstinduktion E_s her, und welche Phase hat die Stromstärke gegenüber der Klemmspannung?

Wir formen diese Aufgabe vorläufig so um: Welche Klemmspannung ist nötig, um einen bestimmten Strom durch den äußeren Kreis zu treiben? Zur Lösung der Aufgabe berechnen wir zunächst die Momentanwerte des Ohmschen Spannungsverbrauchs, indem wir die Momentanwerte des Stromes mit dem Widerstand multiplizieren.

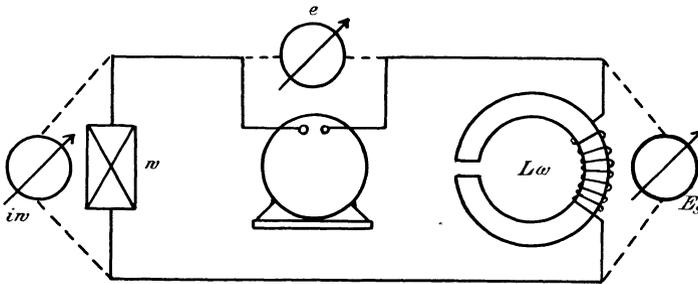


Fig. 151.

Die Ohmsche Spannung tragen wir dann als Ordinate auf und erhalten so die stark ausgezogene Kurve $i.w$ in Fig. 152. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch in dem Augenblick am größten ist, wo die Stromstärke am größten ist, so hat er gleiche Phase mit dem Strom. Die Kurve $i.w$ unterscheidet sich also von der Stromkurve nur durch den Maßstab.

Diese Ohmsche Spannung kommt nun zustande einerseits durch die Maschinenspannung e , andererseits durch die elektromotorische Kraft E_s , deren Kurve um 90° hinter der Kurve $i.w$ zurückbleibt. Wir gehen also jetzt dazu über, für die einzelnen charakteristischen Zeitpunkte die Werte der Klemmspannung zu ermitteln.

Im Zeitpunkt O ist die Stromstärke gleich Null, obwohl in diesem Augenblicke eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wirksam ist, die sogar gerade ihr negatives Maximum erreicht. Ihr Einfluß muß also gerade aufgehoben sein durch einen entgegengesetzten Momentanwert OF der Klemmspannung. Denn nur wenn Druck und Gegendruck einander aufheben, kann der Strom gleich Null sein.

Im Zeitpunkte A hat dagegen die Klemmspannung nicht bloß eine erhebliche Ohmsche Spannung zu liefern, sondern auch noch eine entgegen-

gesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Die Summe aus den Werten der Ohmschen Spannung und der (negativ genommenen) Selbstinduktion liefert uns den in diesem Augenblick nötigen Momentanwert GA der Klemmspannung.

Im Zeitpunkte B ist die Selbstinduktion gleich Null, und die Klemmspannung hat nur die Ohmsche Spannung HB zu liefern. Die Kurven der Klemmspannung und der Ohmschen Spannung schneiden sich also im Punkte H .

Endlich ist im Zeitpunkte C die Ohmsche Spannung gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, so daß diese gerade ausreicht, um den Strom durch den Widerstand zu treiben. Die erforderliche Klemmspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null, und die Kurve e schneidet die Abszissenachse im Punkte C . Auf diese Weise ist die in Fig. 152 schwach ausgezogene Kurve der Klemmspannung gezeichnet, und zwar für die Werte

$$i = 10 \text{ Ampere}, \quad \omega = 10 \text{ Ohm}, \quad L\omega = 6,28.$$

Dafür ist der Maximalwert der Ohmschen Spannung

$$i_{max} \cdot \omega = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 10 = 141,4 \text{ Volt}$$

und der Maximalwert der Selbstinduktion

$$E_s_{max} = L\omega \cdot i_{max} = 6,28 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 88,8.$$

Aus Fig. 152 entnehmen wir ferner den Maximalwert der Maschinenspannung zu $e_{max} = 167 \text{ Volt}$.

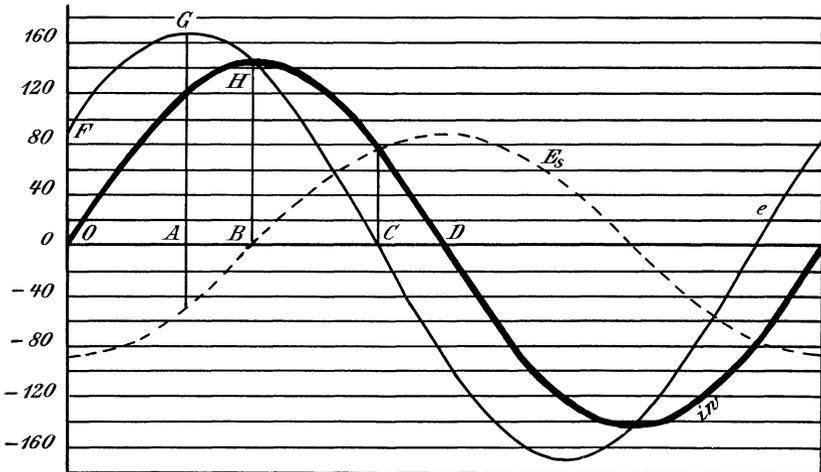


Fig. 152.

Ein Blick auf unsere Figur lehrt nun folgende wichtige Tatsachen:

1. Die Kurve der Ohmschen Spannung ist flacher als die Kurve der Klemmspannung, d. h. die Stromstärke ist kleiner, als man nach der Klemmspannung und dem Widerstand erwarten sollte. Die Gleichung $e = i \cdot w$ gilt demnach nicht mehr für einen Wechselstromkreis mit Selbstinduktion.

2. Die Summe aus den Maximalwerten der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion ist gröfser als der Maximalwert der Klemmspannung. Addieren wir nämlich die Maximalwerte der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion, so erhalten wir 230,2 Volt, während der Maximalwert der Klemmspannung sich aus der Zeichnung nur zu etwa 167 Volt ergibt. Diese Tatsache wird besonders auffällig, wenn man, wie es in Fig. 151 gezeichnet ist, je ein Voltmeter an den Ohmschen Widerstand, an die Drosselspule und an die Maschinenspannung gelegt denkt. Wir lesen dann für die Effektivwerte der Spannungen folgende Werte an den Mefsinstrumenten ab:

$$e = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{167}{\sqrt{2}} = 118,$$

$$i \cdot w = 10 \cdot 10 = 100,$$

$$E_s = L \omega \cdot i = 6,28 \cdot 10 = 62,8.$$

Die Summe der Teilspannungen $i \cdot w$ und E_s ist also gröfser als die Gesamtspannung e . Dies Resultat scheint vollständig den Anschauungen zu widersprechen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Es mufs aber betont werden, dafs es sich nur auf die Effektivwerte bezieht. Für die Momentanwerte behält die Kirchhoffsche Regel Gültigkeit, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist.

3. Die Kurve der Ohmschen Spannung oder der Stromstärke bleibt hinter der Kurve der Klemmspannung um einen Winkel φ zurück, der in Fig. 152 durch die Strecke CD gegeben ist. Der Strom erreicht also den maximalen Wert um einen gewissen Zeitabschnitt oder Winkel später als die elektromotorische Kraft. Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und spricht von einer positiven Phasenverschiebung, wenn der Strom, wie in unserem Falle, hinter der Spannung zurückbleibt. Eilt der Strom dagegen in der Phase vor der Klemmspannung voraus, so ist die Phasenverschiebung eine negative.

Die auffallenden Erscheinungen in einem Stromkreise mit Selbstinduktion treten besonders deutlich im Vektordiagramm zutage. Wir lassen statt der Stromstärke den damit proportionalen Vektor der Ohmschen Spannung rotieren und nehmen an, dafs er gerade die Nulllage passiert (Fig. 153). Dabei fällt der Vektor der Selbstinduktion nach unten in die Ordinatenachse. Wenn dann in diesem Augenblicke die Stromstärke gleich Null ist, so mufs die Selbstinduktion aufgehoben sein durch eine

entgegengesetzte Komponente der Klemmspannung. Wir nennen diese Komponente $-E_s$ und tragen sie von O aus auf der positiven Richtung der Ordinatenachse auf. Aus den Spannungen $-E_s$ und $i \cdot w$ ergibt sich dann die Resultierende e als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion und durch die Ohmsche Spannung gegeben sind.

Die Klemmspannung hat demnach die doppelte Aufgabe: den Ohmschen Widerstand zu überwinden und der elektromotorischen Gegenkraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten. Obgleich also die Selbstinduktion dem Strom zeitweise gleichgerichtet und zeitweise entgegengesetzt gerichtet ist, betrachten wir sie dennoch im wesentlichen als eine Gegenspannung, die durch eine Komponente der Klemmspannung überwunden werden muß. Das wird besonders deutlich in dem gezeichneten Falle, wo der ganze Momentanwert der Klemmspannung dafür aufgebraucht wird, um der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

Auch hier wieder erkennen wir die im vorigen Abschnitt besprochenen Eigentümlichkeiten. Die Klemmspannung e ist größer als der Ohmsche Spannungsverbrauch $i \cdot w$, und außerdem ist die algebraische Summe aus den effektiven Teilspannungen $i \cdot w$ und E_s größer als die Gesamtspannung e . Ferner bleibt auch hier wieder die Stromstärke um den in der Figur gezeichneten Winkel φ hinter der Klemmspannung der Maschine zurück. Dabei ist zu beachten, daß der Phasenverschiebungswinkel φ immer zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete des rechtwinkligen Spannungsdreiecks liegt.

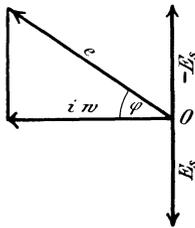


Fig. 153.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Vektordiagramms die durch die Selbstinduktion geschaffenen Verhältnisse rechnerisch zu verfolgen. In Fig. 153 ergibt sich nämlich:

$$e^2 = (i \cdot w)^2 + E_s^2.$$

Setzen wir für E_s den Wert $L \omega \cdot i$ ein und lösen für i auf, so erhalten wir:

$$i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + (L \omega)^2}}. \quad (121)$$

Man nennt diese Gleichung das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Sie ist der deutlichste Ausdruck für die Tatsache, daß die Selbstinduktion wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, da statt des einfachen Widerstandes w die Größe $\sqrt{w^2 + (L \omega)^2}$ in den Nenner einzusetzen ist.

Graphisch ergibt sich der vergrößerte Widerstand als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Widerstand w und durch die Größe $L \omega$ gebildet werden. (Flemingsches

Diagramm.) Da dieses rechtwinklige Dreieck (Fig. 154a) dem entsprechenden Spannungsdreieck ähnlich ist, so ist der Winkel zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete gleich dem Phasenverschiebungswinkel φ , und wir erhalten die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w}. \quad (122)$$

Man bezeichnet nun die GröÙe $\sqrt{w^2 + (L \omega)^2}$ als den scheinbaren Widerstand oder die Impedanz und die GröÙe $L \omega$ als die Induktanz oder den induktiven Widerstand. Zu einer solchen Bezeichnung ist man natürlich nur deshalb berechtigt, weil die GröÙe $L \omega$ die Dimension eines elektrischen Widerstandes hat. Die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten ist nämlich eine Länge und die der Winkelgeschwindigkeit der reziproke Wert einer Zeit. Daraus folgt:

Dimension der Induktanz : $L \cdot T^{-1}$.

Das ist aber nach Abschnitt 40 dieselbe Dimension wie die der Geschwindigkeit oder des elektrischen Widerstandes. Da nun ein Henry

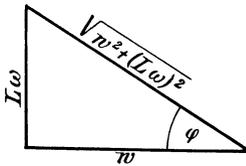


Fig. 154 a.

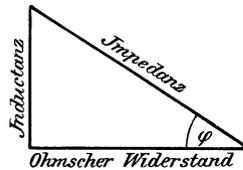


Fig. 154 b.

gleich 10^9 absoluten Einheiten und ein Ohm ebenfalls gleich 10^9 absoluten Einheiten ist, so gibt uns das Produkt $L \omega$ direkt den induktiven Widerstand in Ohm an.

Mit Hilfe von Gleichung (121) können wir nun bei gegebenen Werten von e , w und $L \omega$ die Stromstärke bestimmen, während wir uns früher darauf beschränken mußten, umgekehrt zu einer gegebenen Stromstärke die nötige Klemmspannung zu finden. Wir wählen dieselben Verhältnisse wie im Anfang dieses Abschnitts, also nach S. 270 und 271:

$$e = 118, \quad w = 10, \quad L \omega = 6,28.$$

Dann ergibt sich aus Gleichung (121):

$$i = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Ampere.}$$

Dabei ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen Klemmspannung und Stromstärke aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w} = \frac{6,28}{10} = 0,628.$$

Dazu gehört ein Winkel von etwa $32^{\circ} 10'$ oder etwa ein Bogen $\frac{\pi}{6}$. Wie der Augenschein zeigt, entspricht dieser Bogen der Länge CD in Fig. 152, die für diese Verhältnisse gezeichnet ist.

75. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo nach Fig. 155a zwei Teile eines Stromkreises hintereinander geschaltet sind, die beide Ohmsche Widerstand und Selbstinduktion besitzen. In diesem Falle ist die gesamte Spannung e die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der Ohmschen Spannungen $i \cdot w_1$ und $i \cdot w_2$ und dessen andere Kathete durch die Summe der Selbstinduktion E_{s1} und E_{s2} gegeben ist (Fig. 155b).

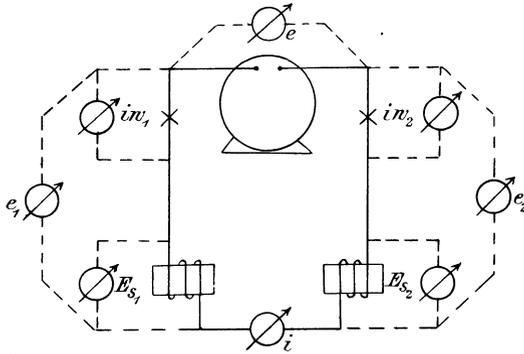


Fig. 155 a.

$i \cdot w_1$ und E_{s1} . Sie bildet mit dem Vektor der Stromstärke den Winkel φ_1 , dessen Tangente gegeben ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{E_{s1}}{i \cdot w_1} = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

Ebenso ist die Klemmspannung e_2 der rechten Abteilung die Hypotenuse zu den Katheten $i \cdot w_2$ und E_{s2} . Sie bildet mit dem Vektor des Stromes den Winkel φ_2 , dessen Tangente der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{E_{s2}}{i \cdot w_2} = \frac{L_2 \omega}{w_2}.$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ des gesamten Stromkreises liegt dem Werte nach zwischen den Winkeln φ_1 und φ_2 . Während also die Phase des Stromes in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe ist, sind die Spannungen an den einzelnen Teilen im allgemeinen von verschiedener Phase (Fig. 155b).

andererseits ist die Gesamtspannung zugleich die geometrische Summe aus den Klemmspannungen e_1 und e_2 der beiden Teile des Stromkreises. Dabei ergeben sich für jeden einzelnen Teil die charakteristischen Spannungsdreiecke. Die Klemmspannung e_1 der linken Abteilung ist die Hypotenuse zu den Katheten

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn ein Generator auf einen äußeren Stromkreis arbeitet, der Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzt.

Bei einer Wechselstrommaschine sei z. B.

- die Klemmspannung $e = 2000$ Volt,
- die Stromstärke $i = 50$ Ampere,
- der Ankerwiderstand $w_a = 1$ Ohm,
- der Selbstinduktionskoeffizient des Ankers $L = 0,04$ Henry,
- die Periodenzahl $\sim = 50$,
- die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise . . $\cos \varphi = 0,8$.

Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine, sowie die erforderliche elektromotorische Kraft nach Größe und Phase. Wir erhalten dann zur Zeichnung des Diagramms in Fig. 155 c folgende Werte:

$$i \cdot w_a = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Volt,}$$

$$E_{s \text{ innen}} = L \omega \cdot i = 0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 = 628 \text{ Volt.}$$

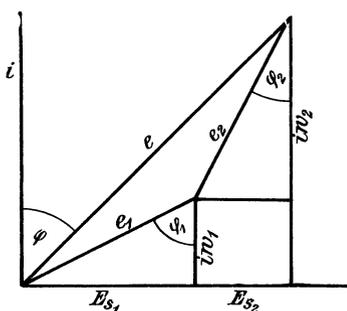


Fig. 155 b.

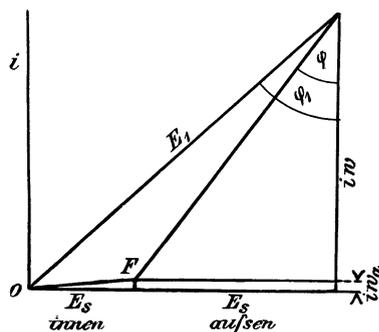


Fig. 155 c.

Aus diesen beiden Werten ergibt sich der innere Spannungsverlust OF als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Spannungsverlust in der Maschine und die innere Selbstinduktion gebildet werden. Wir erhalten:

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630 \text{ Volt.}$$

Wir berechnen dann den äußeren Ohmschen Spannungsverbrauch $i \cdot w$ und erhalten:

$$i \cdot w = e \cdot \cos \varphi = 2000 \cdot 0,8 = 1600 \text{ Volt.}$$

Zu einem Werte $\cos \varphi = 0,8$ gehört der Wert $\sin \varphi = 0,6$. Wir erhalten also die äußere Selbstinduktion zu:

$$E_{s \text{ außen}} = e \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Summe der Ohmschen Spannungen im ganzen Kreise berechnet sich also zu:

$$i \cdot w_a + i \cdot w = 50 + 1600 = 1650 \text{ Volt,}$$

und ebenso die Summe der Selbstinduktion zu:

$$E_{s \text{ innen}} + E_{s \text{ au/ßen}} = 628 + 1200 = 1828 \text{ Volt.}$$

Aus beiden Werten ergibt sich die elektromotorische Kraft E_1 der Maschine als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch die Summe der Ohmschen Spannung und die Summe der Selbstinduktion gebildet werden. Wir erhalten also:

$$E_1 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ_1 zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\Sigma i \cdot w}{E_1} = \frac{1650}{2460} = 0,67.$$

Von sekundären Einflüssen abgesehen, ist die Leerlaufspannung gleich der elektromotorischen Kraft E_1 . Die Differenz zwischen Leerlaufspannung und Betriebsspannung beträgt also $2460 - 2000 = 460$ Volt, während der gesamte Spannungsverbrauch im Anker $OF = 630$ Volt ist. Das kommt daher, weil der Vektor OF in Fig. 155 c nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahiert werden muß, um die Klemmspannung e zu erhalten.

Der erwähnte Spannungsabfall von 460 Volt zwischen Leerlauf und Vollbelastung ist $18,6\%$ der Leerlaufspannung. Da er zum allergrößten Teil auf die innere Selbstinduktion zurückzuführen ist, so sieht man deutlich, wie nachteilig die scheinbare Vergrößerung des Widerstandes durch die Selbstinduktion wirkt.

76. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung.

In dem in Fig. 156 a gezeichneten Falle sind zwei Zweige parallel geschaltet, von denen jeder Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzt. Dann ist die Klemmspannung e für beide Zweige nach Größe und Phase dieselbe. Selbstverständlich ist es dabei gleichgültig, ob in jedem Zweige ein einziger Verbrauchskörper liegt, der Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion enthält, oder ob, wie es in Fig. 156 a gezeichnet ist, in jedem Zweige ein Ohmscher Widerstand und eine Induktanz hintereinander geschaltet sind. Es seien nun die Werte w_1 und $L_1 \omega$, w_2 und $L_2 \omega$, sowie die Klemmspannung e gegeben, und es soll die Stromstärke in der Verzweigung nach Größe und Phase bestimmt werden. Zu dem Zwecke schlagen wir in Fig. 156 b über der Klemmspannung e als Durchmesser einen Halbkreis und ziehen den Strahl OA so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_1 bildet. Dabei ist φ_1 gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

Dann stellt uns der Strahl OA den Ohmschen Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir dividieren ihn durch den Widerstand w_1 und erhalten dadurch die Stromstärke i_1 , die in der Figur gleich der Länge OC sein möge. Ebenso ziehen wir den Strahl OB so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_2 bildet. Dabei ist φ_2 gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{w_2}.$$

Dann stellt uns der Strahl OB den Ohmschen Spannungsverbrauch in dem zweiten Zweige dar. Wir dividieren ihn wieder durch den Widerstand w_2 und erhalten dadurch die Stromstärke i_2 , die gleich der Länge OD sein möge. Die Resultierende OJ aus i_1 und i_2 gibt uns dann die gesamte Stromstärke i nach GröÙe und Phase. Wir verlängern nun den Vektor i , bis er den Halbkreis im Punkte F schneidet. Dann ist der

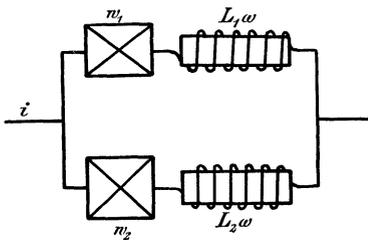


Fig. 156 a.

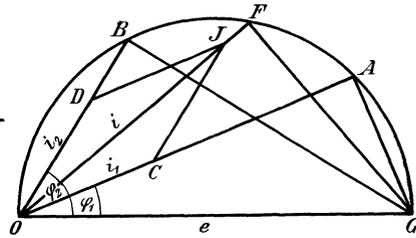


Fig. 156 b.

Strahl OF der Ohmsche Spannungsverbrauch und die Sehne FG die Selbstinduktion eines einzigen Verbrauchskörpers, der unserer Verzweigung gleichwertig ist. Der Gesamtstrom i bleibt dabei um den Winkel FOG hinter der Klemmspannung e zurück.

77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung.

Bei Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist der Momentanwert der Leistung positiv, wenn die Momentanwerte der Spannung und der Stromstärke gleiche Richtung haben (Fig. 157 a). Dagegen ist der Momentanwert der Leistung negativ, wenn die Momentanwerte der Spannung und des Stromes ungleiche Richtung haben (Fig. 157 b). Um die Bedeutung dieser Tatsache zu verstehen, erinnern wir uns, daß bei einem Gleichstromgenerator die Stromstärke gleiche Richtung hat wie die elektromotorische Kraft, und daß dabei die von der Maschine gelieferte Leistung positiv ist. Läuft dagegen die Maschine als Motor, so ist ihre elektromotorische Kraft der Stromstärke entgegengerichtet, und die elek-

trische Leistung der Maschine ist negativ. Wir kommen also zu dem Schlusse, dafs ein Wechselstromgenerator, bei dem die Phase des Stromes gegen die der elektromotorischen Kraft verschoben ist, nur zeitweise als Generator arbeitet, während er zeitweise Arbeit aus dem Netz empfängt und als Motor angetrieben wird.

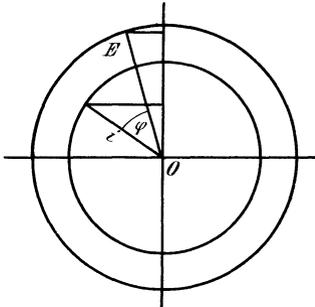


Fig. 157 a.

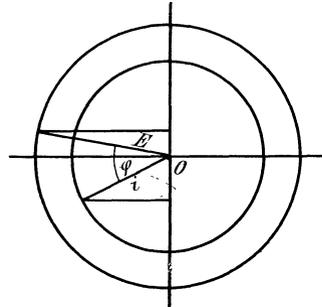


Fig. 157 b.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Verbrauchskörpern. Bei diesen ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Leistung positiv, solange die Momentanwerte der Klemmspannung und des Stromes gleichgerichtet sind. Während des Zeitraums aber, wo Klemmspannung und Stromstärke

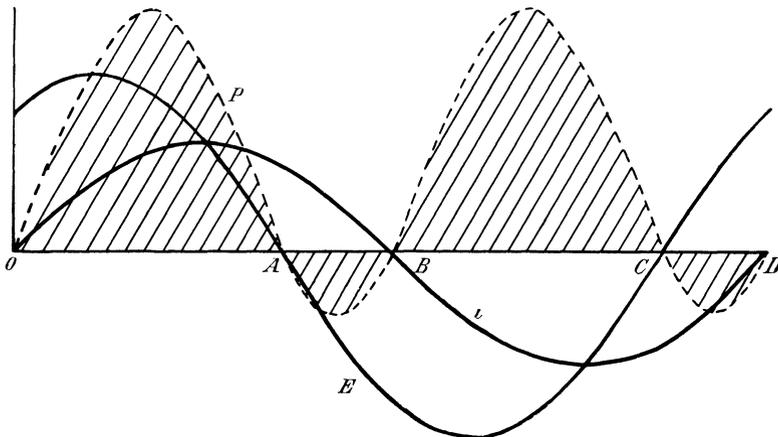


Fig. 158.

einander entgegengerichtet sind, ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Arbeit negativ. Der Verbrauchskörper liefert während dieser Zeit Arbeit ins Netz zurück und verhält sich dabei wie ein Generator.

Fig. 158 bezieht sich auf einen Generator, dessen Stromstärke i infolge der Selbstinduktion der Maschine und des äußeren Kreises um den Winkel φ hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt. Die Zeit ist

als Abszisse und die Stromstärke bzw. die elektromotorische Kraft als Ordinate aufgetragen. Der Phasenverschiebungswinkel φ entspricht dabei der Zeit AB , um die der Strom hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt.

Wir bilden nun die Momentanwerte der Leistung P , indem wir die zueinander gehörenden Werte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke multiplizieren. Diese Momentanwerte der Leistung sind positiv über die Zeit OA und BC , dagegen negativ über die Zeit AB und CD . Wenn wir dann die Momentanwerte der Leistung in einem beliebigen Maßstabe als Ordinate auftragen, so erhalten wir die gestrichelt gezeichnete Kurve P . Die von dieser Kurve und der Abszissenachse eingeschlossene schraffierte Fläche stellt uns die von der Maschine abgegebene elektrische Arbeit dar. Diese Fläche liegt zum Teil oberhalb, zum Teil unterhalb der Abszissenachse. Wir erhalten also die mittlere Leistung, wenn wir die Differenz der oberen und unteren Flächen durch die Zeit dividieren. Daraus geht sofort hervor, daß die Leistung kleiner sein muß, als man nach der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke erwarten sollte.

Um die mittlere Leistung zu berechnen, denken wir uns wieder, wie früher, statt der Zeit den Bogen α aufgetragen. Ist dann zu einer beliebigen Zeit die Stromstärke gleich $i_{max} \cdot \sin \alpha$, so ist zu derselben Zeit die elektromotorische Kraft gleich $E_{max} \cdot \sin(\alpha + \varphi)$ und die momentane Leistung ergibt sich zu:

$$P = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi).$$

Diese Leistung bleibt über den unendlich kleinen Bogen $d\alpha$ konstant, und die Fläche eines unendlich schmalen, vertikalen Streifens ist dann:

$$P \cdot d\alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Die mittlere Leistung erhalten wir, wenn wir zwischen den Grenzen 0 und π integrieren und durch die Basis π dividieren. Dann ergibt sich:

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Wir setzen nun:

$$\sin(\alpha + \varphi) = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi$$

und erhalten:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi \cdot d\alpha + \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot d\alpha.$$

Der allgemeine Wert des zweiten Integrals ist $\sin \varphi \cdot \left[\frac{\sin^2 \alpha}{2} \right]$ und wird für beide Grenzen gleich Null. Wenn wir also das zweite

Glied der obigen Gleichung gleich Null setzen und im ersten Glied für

$\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$ den auf S. 258 ermittelten Wert $\frac{\pi}{2}$ einführen, so erhalten wir:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin (\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \cos \varphi \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \cos \varphi \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für P ergibt sich:

$$P = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Führen wir statt der Maximalwerte die Effektivwerte ein, so erhalten wir:

$$P = E \cdot i \cdot \cos \varphi. \quad (123)$$

Das Gesetz, daß das Produkt aus Spannung und Stromstärke die Leistung ergibt, gilt also nur für die Momentanwerte, aber nicht mehr für die Effektivwerte. Vielmehr haben wir bei Phasenverschiebung die scheinbare Leistung $E \cdot i$ noch mit dem Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zu multiplizieren. Man nennt daher den Wert $\cos \varphi$ auch den Leistungsfaktor. Eine solche Bezeichnung ist um so mehr angebracht, als praktisch die Form der Kurven von der Sinuskurve abweicht und dadurch streng genommen die Größe $\cos \varphi$ ihre eigentliche Bedeutung verliert. Der Leistungsfaktor ist dann allgemein definiert als das Verhältnis der mit dem Wattmeter abgelesenen wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung:

$$\cos \varphi = \frac{P}{E \cdot i}. \quad (124)$$

In dem Beispiel des Abschnitts 75 war z. B. die Klemmspannung der Maschine $e = 2000$ Volt und die Stromstärke $i = 50$ Ampere. Die scheinbare Leistung ist in diesem Falle $2000 \cdot 50 = 100000$ Watt. Dagegen ist wegen des gegebenen Leistungsfaktors $\cos \varphi = 0,8$ die wirkliche Leistung nur

$$P = e \cdot i \cdot \cos \varphi = 100000 \cdot 0,8 = 80000 \text{ Watt.}$$

Nun verringert sich die von der Dampfmaschine auf die Dynamo übertragene Leistung in dem gleichen Maße wie die wirkliche Leistung. Obgleich daher die Verkleinerung der Leistung kein direkter Verlust ist, so ist doch die Phasenverschiebung von nachteiligem Einfluß. Die Leistung von 80000 Watt wird nämlich im obigen Falle nur durch eine unverhältnismäßig hohe Klemmspannung erreicht, die neben dem Ohmschen Widerstand noch die Selbstinduktion überwinden muß. Die Maschine muß also für die hohe Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Das wird besonders deutlich, wenn wir zur Berechnung der Leistung auf die für Gleich- und Wechselstrom gleichmäÙig geltende Gleichung

$$P = i^2 \cdot w$$

zurückgehen. Wir schreiben zu dem Zwecke die Gleichung in der Form:

$$P = i \cdot w \cdot i$$

und setzen statt $i \cdot w$ nach Fig. 153 das Produkt $e \cdot \cos \varphi$ ein. Dann erhalten wir:

$$P = e \cdot \cos \varphi \cdot i.$$

Die Gleichung zeigt in dieser Form deutlich, daÙ zur Berechnung der Leistung von der ganzen Spannung nur die Komponente $e \cdot \cos \varphi$ in Betracht kommt, die mit der Stromstärke gleiche Phase hat.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und in der Gleichung $P = e \cdot i \cdot \cos \varphi$ das Produkt $i \cdot \cos \varphi$ zusammenfassen.

Aus Fig. 159 ergibt sich, daÙ $i \cdot \cos \varphi$ die Projektion OC des Vektors i auf den Vektor e ist. Wir haben also, um die Leistung zu erhalten, die Spannung mit der Komponente des Stromes zu multiplizieren, die mit der Spannung gleiche Phase hat.

Man nennt diese Komponente $OC = i \cdot \cos \varphi$ die Wattkomponente des Stromes oder den Wattstrom, während die dazu senkrechte Komponente OD der wattlose Strom genannt wird. Gerade weil man gewohnt ist,

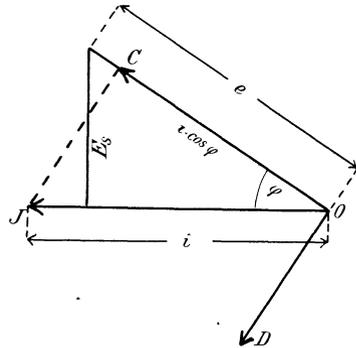


Fig. 159.

in den Zentralen mit einer konstanten Netzspannung zu rechnen, hat sich die Trennung des Stromes in seine Komponenten außerordentlich bequem erwiesen, obgleich ursprünglich wohl die Trennung der Spannung in zwei Komponenten sachgemäÙser sein dürfte.

Wir sahen nun oben den Einfluss der Phasenverschiebung darin, daÙ bei gegebener Leistung und Stromstärke die Spannung unverhältnismäÙig groÙ sein muÙ. Jetzt werden wir dagegen sagen, daÙ bei gegebener Leistung und Spannung die Stromstärke unnötig groÙ sein muÙ, da zur Berechnung der Leistung nur die eine Komponente des Stromes in Frage kommt. Die vermehrte Stromstärke erfordert natürlich bei Generatoren, Leitungen und Motoren einen gröÙeren Kupferquerschnitt, oder es wird bei gegebenem Kupferquerschnitt der Verlust durch Joulesche Wärme unnötig groÙ. Man sucht daher die Phasenverschiebung möglicherweise zu vermeiden, indem man die Selbstinduktion in Generatoren und Motoren möglicherweise gering macht.

Besonders deutlich wird der Einfluss der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen variablen

Ohmschen Widerstand hintereinander an eine konstante Klemmspannung legt (Fig. 160). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch ein Wattmeter gemessen. Steht der Hebel des gezeichneten Rheostaten nach rechts und ist infolgedessen der eingeschaltete Widerstand groß, so ist die Stromstärke und damit die Leistung gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke, und die Leistung wird, wie man erwartet, größer. Schliesslich aber wird ein Punkt erreicht, wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter wächst, wo aber der Ausschlag des Wattmeters wieder heruntergeht. Das erklärt sich sehr einfach daraus, daß der Flächeninhalt des Spannungsdreiecks in Fig. 153 auf S. 272 gleich dem halben Produkt aus Grundlinie mal Höhe ist, also gleich $\frac{1}{2} e \cdot \cos \varphi \cdot L \omega \cdot i$ ist. Da $L \omega$ in unserem Falle konstant ist, so ist der Flächeninhalt proportional dem Werte $e \cdot i \cdot \cos \varphi$, er ist also ein Maß für die Leistung. Bei gegebener Hypotenuse e ist nun der Flächeninhalt ein Maximum, wenn das Dreieck

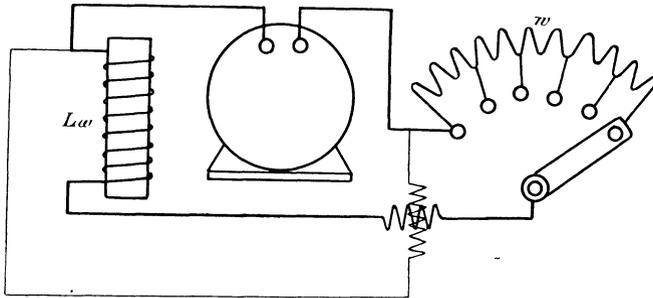


Fig. 160.

ein gleichschenkliges ist. Dann ist der Widerstand w gleich der Induktanz $L \omega$ und der Winkel der Phasenverschiebung ist gleich 45° . Dabei erreicht die Leistung für die gegebene Klemmspannung und Induktanz ihren höchsten Wert.

Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu, aber trotzdem geht der Ausschlag des Wattmeters fast auf Null zurück. Dieses eigentümliche Verhalten erklärt sich daraus, daß zuletzt fast nur mehr Selbstinduktion im Kreise vorhanden ist. In diesem Falle wird die Phasenverschiebung nach der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w}$$

sehr groß. Dadurch wird der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ und demnach die Leistung trotz der hohen Stromstärke fast gleich Null, und der Strom ist fast wattlos.

Um das anschaulich zu machen, zeichnen wir die Sinuskurven für einen Stromkreis, der viel Selbstinduktion und wenig Ohmschen Widerstand

enthält (Fig. 161). Die Kurve der Ohmschen Spannung verläuft dann derartig flach, daß ihre Ordinaten bei Zusammensetzung der Spannungen kaum in Betracht kommen. Die Klemmspannung hat also jetzt eigentlich nur die Aufgabe, die entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Infolgedessen ist die Kurve e der Klemmspannung fast um 180° gegen die Kurve E_s der Selbstinduktion verschoben, und wir haben eine Phasendifferenz von fast 90° zwischen der Klemmspannung und der Stromstärke. Wenn wir jetzt die Produkte aus den Momentanwerten der Spannung und der Stromstärke bilden, so sind diese im Zeitraum von O bis A positiv und von A bis B negativ. Da beide Zeiträume fast gleichwertig sind, so ist die Gesamtleistung fast Null. Sie würde vollständig gleich Null werden, wenn die Kupferwicklung der Drosselspule

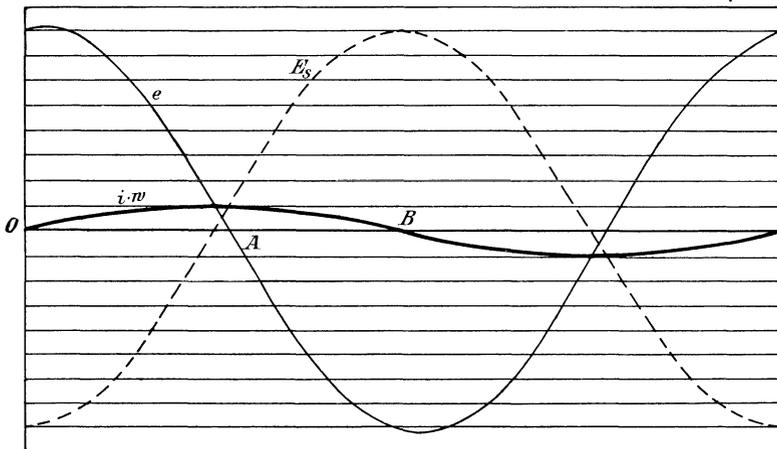


Fig. 161.

ganz widerstandslos wäre und die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erforderte.

Drosselspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten direkten Effekverlust abzudrosseln. Man hat sie daher früher vielfach als Beruhigungswiderstände für Bogenlampen verwendet. Die oben erwähnten lästigen Eigenschaften des wattlosen Stromes haben aber dazu geführt, diese Verwendung der Drosselspulen für Bogenlampen einzuschränken. Handelt es sich um eine erhebliche Reduzierung der Spannung, so wird ohnehin ein kleiner Transformator günstiger wirken als eine vorgeschaltete Drosselspule.

Von Bedeutung sind jedoch die Drosselspulen für den Betrieb hintereinander geschalteter Glühlampen geworden, um zu verhindern, daß beim Durchbrennen einer Lampe der ganze Stromkreis unterbrochen wird. Eine selbsttätige Kurzschlußvorrichtung würde in diesem Falle zu einer Erhöhung

der Stromstärke im ganzen Kreise führen, was für die übrigen Lampen schädlich wäre. Schaltet man aber eine Drosselspule parallel zu jeder Glühlampe, so fließt nach Erlöschen der Lampe der ganze Strom durch die Drosselspule, und die übrigen Lampen brennen ungestört weiter. Allerdings ist der Widerstand des ganzen Kreises nun etwas größer und die Stromstärke etwas geringer. Aber das macht bei der großen Zahl der hintereinander geschalteten Lampen wenig aus, und in unserm Falle noch besonders wenig, weil der Selbstinduktionskoeffizient der Drosselspule nicht konstant ist. Wenn nämlich jetzt der ganze Strom durch die Drosselspule fließt, so erzeugt er zwar eine Erhöhung der Kraftlinien und der elektromotorischen Gegenkraft und daher eine Schwächung des Stromes im ganzen Kreise. Aber die Erhöhung der Kraftlinien findet ihre Grenze in der Sättigung des Eisens, vorausgesetzt, daß die Drosselspule schon normal mit hoher Induktion arbeitet.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung für die Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie wir in Abschnitt 35 sahen, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen. Diese Eigenschaft der Selbstinduktion macht man sich zunutze, wenn die Gefahr besteht, daß starke Ströme zwischen den einzelnen parallel geschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vergl. Abschnitt 106 und 108). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die zwischen Generator und Sammelschiene eingeschaltet werden. Der dabei erzielte Vorteil ist so groß, daß er den Nachteil des Spannungsverlustes in den Drosselspulen aufwiegt. Der Effektverlust in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast 90° hinter der Klemmspannung der Drosselspule zurückbleibt.

78. Die Kapazitätsspannung.

Ein Kondensator besteht aus zwei Metallplatten, die durch eine dünne isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Verbindet man die beiden Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle, so lädt sich die eine Platte positiv, die andere negativ. Diese Anschauung, die man von der Elektrostatik her gewohnt ist, paßt nun nicht zu der von Maxwell eingeführten Theorie, wonach nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Wir können aber beide Anschauungen in Übereinstimmung bringen, indem wir annehmen, daß die Ladung der negativen Platte nicht durch Hinzufliessen von negativer Elektrizität, sondern durch Wegfliessen von positiver Elektrizität zustande kommt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, der von der positiven Klemme der Maschine zum Kondensator fließt und von der negativen Klemme des Kondensators zur Maschine zurückfließt. Dieser Strom dauert so lange, bis der Kondensator geladen ist, d. h. bis die Gegenspannung E_c der hineingedrückten Elektrizitätsmenge gleich der daran gelegten Spannung

ist. Man sagt deswegen auch: der Kondensator wird durch eine bestimmte Elektrizitätsmenge zu einer (Gegen-)Spannung E_c geladen.

Der Einfluß der Kapazität in Wechselstromkreisen ist nun deswegen von Interesse, weil jedes konzentrische Kabel sich wie ein Kondensator verhält. Um die Verhältnisse möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir zunächst an, daß die Leitung weder Ohmschen Widerstand noch Selbstinduktion besitzt. Der Momentanwert der Maschinenspannung ist:

$$e = e_{max} \cdot \sin \alpha = e_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Die Maschinenspannung wachse nun in der Zeit dt um den Betrag de . Dieser ergibt sich durch Differentiation zu

$$de = e_{max} \cdot \cos (\omega t) \cdot \omega \cdot dt.$$

Die dabei auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge dQ_ϵ ist nach S. 116 proportional der Spannungszunahme de und proportional der Kapazität des Kondensators. Dabei ist C in dem für Volt und Ampere passenden Maß, also in Coulomb einzusetzen. Wir erhalten also:

$$dQ_\epsilon = C \cdot de = C \cdot e_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha \cdot dt.$$

Nun ist der Quotient $dQ_\epsilon : dt$ die in der Zeiteinheit auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge oder die Stärke i des Kapazitätsstromes. Wir erhalten also den Momentanwert des Stromes zu

$$i = \frac{dQ_\epsilon}{dt} = C \cdot \omega \cdot e_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die Stromstärke ist demnach eine Kosinusfunktion des Winkels α , wobei α der Winkel ist, den der Vektor der Maschinenspannung mit der Nulllage bildet. Für $\alpha = 0$ wird $\cos \alpha = 1$, und die Stromstärke hat ihren höchsten Wert:

$$i_{max} = C \cdot \omega \cdot e_{max}.$$

Führen wir auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein, so erhalten wir den Effektivwert des Kapazitätsstromes zu

$$i = C \cdot \omega \cdot e. \quad (125)$$

Da sich der Druck der Maschinenspannung und der Gegendruck E_c des Kondensators in jedem Augenblicke das Gleichgewicht halten, so ist die elektromotorische Gegenkraft E_c des Kondensators numerisch gleich der Maschinenspannung e und wir erhalten aus der obigen Gleichung

$$E_c = \frac{i}{C \cdot \omega}. \quad (126)$$

Jetzt ist also in dem Stromkreise nicht bloß die Maschinenspannung, sondern noch eine von der Maschinenspannung zu überwindende elektromotorische Gegenkraft vorhanden. Wir haben nun im folgenden die Phase derselben zu bestimmen.

In Fig. 162 stellt die schwach ausgezogene Kurve den zeitlichen Verlauf der Maschinenspannung dar, wobei als Abszisse der Bogen aufgetragen ist, um den der Vektor der Maschinenspannung von der Nulllage aus fortgeschritten ist. Unter der obigen Annahme, daß der Stromkreis keine Selbstinduktion und keinen Widerstand besitzt, ergab sich, daß die Stromstärke proportional dem Kosinus des Winkels α ist. Sie wird also ein positives Maximum für $\alpha = 0$ und gleich Null für $\alpha = 90^\circ$. Wir erhalten so die stark ausgezogene Kurve i des Kapazitätsstromes. Aus der Überlegung, daß die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators direkt der Klemmspannung entgegengesetzt ist, ergibt sich dann weiter die gestrichelt gezeichnete Kurve E_c . Diese eilt der Kurve der Stromstärke um 90° voraus.

Es ist jedoch notwendig, daß man die auf mathematischem Wege gewonnenen Resultate durch Betrachtung der charakteristischen Zeitmomente kontrolliert. Im Punkte O schneidet die Kurve der Klemmspannung die

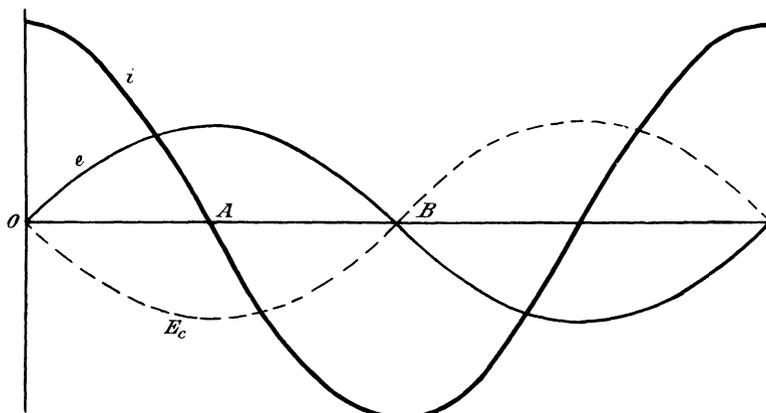


Fig. 162.

Abszissenachse und ist am steilsten. Die Klemmspannung der Maschine ändert sich daher in diesem Augenblick pro Zeiteinheit am meisten, und die Elektrizitätsmenge, die sie pro Zeiteinheit auf den Kondensator drückt, ist am größten. Die Stromstärke hat also ihren maximalen Wert. Solange nun die Klemmspannung anwächst, also über den Zeitraum OA , hat der Strom gleiche Richtung mit der Spannung, und die Ordinaten sind beide positiv.

Wenn jedoch die Maschinenspannung im Zeitpunkte A ihren maximalen Wert erreicht, so ändert sie sich für eine kleine Zeit gar nicht, und die Stromstärke ist deshalb in diesem Augenblick gleich Null. Wenn dann die Maschinenspannung abnimmt, so überwiegt der Gegendruck des jetzt voll geladenen Kondensators und sendet einen Strom in die Maschine zurück, dessen Richtung der Klemmspannung entgegengesetzt ist. Im Zeitraum von A bis B sind also die Ordinaten der Stromstärke den Ordinaten der

Spannung entgegengesetzt. Auf diese Weise bestätigt die Vorstellung von den beiden gegeneinander geschalteten Spannungen uns die Richtigkeit unserer Kurven, und es ergibt sich, daß die Stromstärke der ladenden Spannung um 90° vorseilt, und ebenso, daß die Kapazitätsspannung, d. h. die Gegenspannung E_c des Kondensators, um 90° vor dem Strom vorseilt.

79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serienschaltung.

Wir haben bisher angenommen, daß zwischen Maschine und Kondensator kein Ohmscher Widerstand liegt, daß also die Maschinen- spannung identisch mit der Klemmspannung des Kondensators ist. Liegt jedoch zwischen Maschine und Kondensator der Widerstand w , so hat

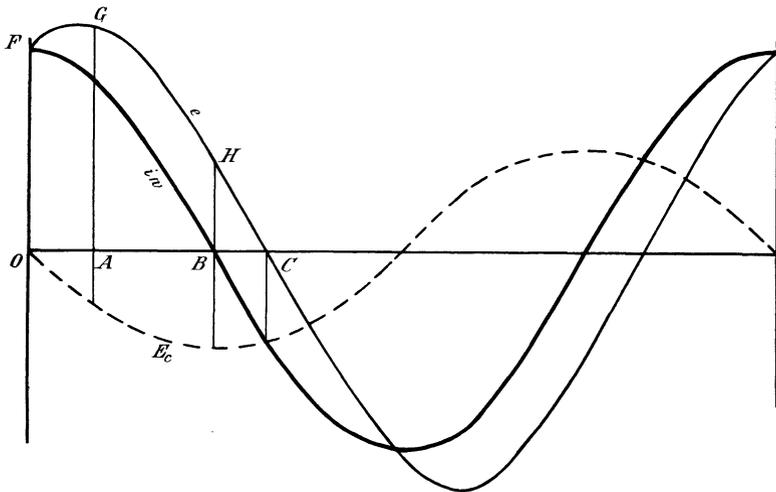


Fig. 163.

die Maschinenspannung e sowohl den Ohmschen Spannungsverbrauch $i.w$ zu decken, als auch die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators zu überwinden. Wir zeichnen also in Fig. 163 zunächst die stark ausgezogene Kurve der Ohmschen Spannung $i.w$ und die um 90° vorseilende Kurve der Kapazitätsspannung E_c .

Dann ergibt sich:

Im Zeitpunkt O ist die Kapazitätsspannung E_c gleich Null. Die Maschinenspannung e hat also nur die Ohmsche Spannung zu liefern; ihr Momentanwert ist also OF .

Im Zeitpunkt A hat die Klemmspannung eine erhebliche Ohmsche Spannung zu liefern und außerdem noch eine entgegengesetzte Kondensatorspannung zu überwinden. Daraus ergibt sich der Momentanwert GA der Klemmspannung.

Im Zeitpunkt B ist die Ohmsche Spannung Null und die Klemmspannung HB hat nur die gleich große und entgegengesetzte Kondensatorspannung zu überwinden.

Endlich ist im Zeitpunkt C die Ohmsche Spannung gleich der vom Kondensator gelieferten Spannung, die Klemmspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null.

Wenn man auf diese Weise die Kurve e zeichnet, so ergibt sich, daß die Kurve des Stromes der Kurve der Spannung voraufeilt. Der Phasenverschiebungswinkel entspricht in Fig. 163 dem Betrage BC . Die Kapazität hat also die entgegengesetzte Wirkung wie die Selbstinduktion, indem sie ein Vorauseilen des Stromes vor der Klemmspannung oder eine negative Phasenverschiebung bewirkt.

80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, wo Ohmscher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität hintereinander geschaltet sind. In Fig. 164 passiere der Vektor OB der Ohmschen Spannung $i \cdot \omega$ gerade die Nulllage. Dann bleibt der Vektor E_s der Selbstinduktion um 90° hinter dem Strome zurück, fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dieser Vektor wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente $-E_s$ der Klemmspannung. Aus $i \cdot \omega$ und $-E_s$ ergibt sich eine Resultierende OA . Zugleich ist aber im Stromkreise noch die Spannung E_c wirksam, die dem Strome um 90° voraufeilt, deren Vektor also in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt. Diese Spannung E_c muß durch eine entgegengesetzte Komponente $-E_c$ der Klemmspannung aufgehoben werden. Aus dem Vektor OA und dem Vektor $-E_c$ ergibt sich dann die Resultierende OC als der gesuchte Wert der Klemmspannung e . Diese ist unter Umständen kleiner als die Einzelwerte der Selbstinduktion und der Kapazität.

Das Diagramm in Fig. 164 setzt uns nun in den Stand, die Stromstärke zu berechnen, wenn die Klemmspannung, der Ohmsche Widerstand, die Selbstinduktion und die Kapazität gegeben sind. Es ist nämlich

$$BC = E_c - E_s.$$

Demnach ergibt sich im rechtwinkligen Dreieck OBC :

$$e^2 = (i \cdot \omega)^2 + (E_c - E_s)^2.$$

Setzen wir nun nach Gleichung (126) auf S. 285:

$$E_c = \frac{i}{E \cdot \omega}$$

und ferner:

$$E_s = L \omega \cdot i,$$

so erhalten wir:

$$e^2 = (i \cdot w)^2 + \left(\frac{i}{C\omega} - L\omega \cdot i \right)^2,$$

oder wenn wir für i auflösen:

$$i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega \right)^2}}. \quad (127)$$

In diesem vollständigen Ohmschen Gesetz für Wechselstrom ist der Nenner der scheinbare Widerstand oder die Impedanz des ganzen Kreises. Er ist dargestellt als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete der Ohmsche Widerstand und dessen andere Kathete die Differenz $\frac{1}{C\omega} - L\omega$ ist. Dabei muß wieder darauf hingewiesen werden, daß die Kapazität in Farad einzusetzen ist. Man hat die Anzahl der Mikrofarad mit 10^{-6} zu multiplizieren, um die Anzahl der Farad zu erhalten.

Es ist nun bedeutungsvoll, daß der Wert von ω in der Klammergröße der Gleichung (127) einmal im Zähler und einmal im Nenner steht. Es muß also eine Periodenzahl geben, für die diese Differenz gleich Null wird. Wir erhalten diesen Wert aus der Gleichung:

$$\frac{1}{C\omega} - L\omega = 0,$$

oder wenn wir für ω auflösen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}. \quad (128)$$

Die Periodenzahl, bei der die Differenz verschwindet, ergibt sich also zu:

$$\sim = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}}. \quad (129)$$

Für diesen Wert wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich 0 und wir erhalten:

$$i = \frac{e}{w}.$$

Die Stromstärke ist in diesem Falle ein Maximum, und zwar ist sie gerade so groß, als wenn wir ohne Selbstinduktion und ohne Kapazität direkt den Widerstand w an die Spannung e legen.

Es sei z. B. die elektromotorische Kraft einer Wechselstrommaschine $E = 10000$ Volt, ihr Selbstinduktionskoeffizient $L = 0,4$ Henry, die Kapazität

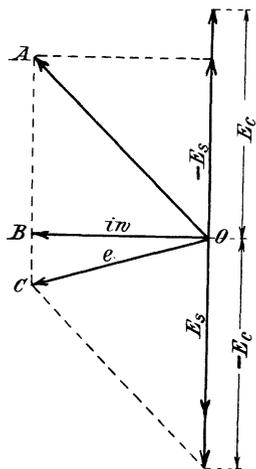


Fig. 164.

zität eines Kabels $C = 2,5$ Mikrofarad und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung zusammen betrage 5 Ohm.

Die Periodenzahl ω sei zunächst die normale, nämlich gleich 50.

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann ebenfalls die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich 2,5 Ohm einzusetzen. Durch diese oberflächliche Rechnung erhalten wir bei der normalen Periodenzahl $\omega = 50$ nach Gleichung (127) einen Kapazitätsstrom:

$$i = \frac{10\,000}{\sqrt{2,5^2 + \left(\frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28} - 0,4 \cdot 6,28 \cdot 50\right)^2}} = 8,7.$$

Diese Stromstärke fließt in unserem Falle in das Kabel, trotzdem es offen ist. Die Phasenverschiebung ist dabei fast 90° , der Wert $\cos \varphi$ fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Periodenzahl die Stromstärke bei den oben gegebenen Werten der elektromotorischen Kraft, der Induktanz und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht.

Die kritische Periodenzahl ergibt sich aus Gleichung (129) zu:

$$\omega = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Periodenzahl wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und die Stromstärke ergibt sich, trotzdem das Kabel offen ist, zu:

$$i = \frac{E}{w} = \frac{10\,000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und der Selbstinduktion jede den enormen Wert:

$$\frac{i}{C\omega} = L\omega \cdot i = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt.}$$

Natürlich hält der Kupferquerschnitt die hohe Stromstärke und die Isolation die hohe Spannung nicht aus. Man nennt den bei der kritischen Periodenzahl eintretenden Zustand die Resonanz. Das Eigentümliche ist dabei die außerordentliche Stromstärke trotz des offenen Kabels und die enorme Spannung trotz normal erregter Maschine. Dabei ist aber zu beachten, daß der obige Wert $L = 0,4$ verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist der Wert von L kleiner, so liegt die kritische Periodenzahl natürlich weit höher als bei 160.

81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

In Fig. 165 a ist der Fall gezeichnet, wo zwei Stromzweige parallel geschaltet sind, von denen der eine Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion, der andere Ohmschen Widerstand und Kapazität enthält. Die Klemmspannung e ist beiden Zweigen gemeinsam. Ihr Vektor bildet also die Hypotenuse einerseits für die Katheten $i_1 \cdot w_1$ und $L \omega \cdot i_1$, andererseits für die Katheten $i_2 \cdot w_2$ und $\frac{i_2}{C \cdot \omega}$ (Fig. 165 b). Dabei bleibt der Strom i_1 hinter der Klemmspannung e um den Winkel φ_1 zurück, der durch die Gleichung gegeben ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

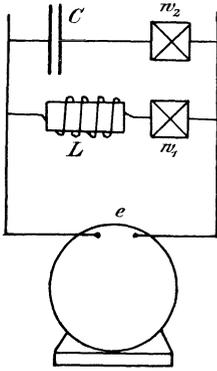


Fig. 165 a.

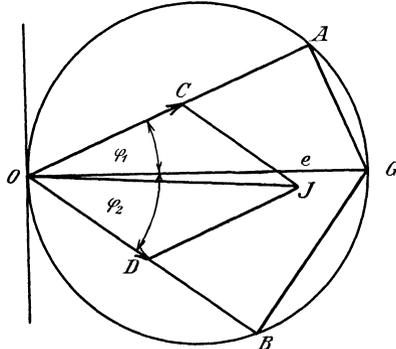


Fig. 165 b.

Dagegen eilt die Stromstärke i_2 der Klemmspannung um den Winkel φ_2 voraus, und zwar ist, wenn E_c die Kapazitätsspannung bedeutet:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{E_c}{i_2 \cdot w_2} = \frac{1/C \omega}{w_2}.$$

Wir schlagen nun über der Klemmspannung $e = OG$ als Durchmesser einen Kreis und ziehen den Strahl OA so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_1 bildet. Dann stellt OA den Ohmschen Spannungsverlust und AG die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion im ersten Zweige dar. Wir ziehen nun ferner den Strahl OB so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_2 bildet. Dann stellt OB den Ohmschen Spannungsverlust und BG die Kapazitätsspannung in dem zweiten Zweige dar. Dabei liegen die Winkel φ_1 und φ_2 auf verschiedenen Seiten des Durchmessers. Wir dividieren nun die Sehne OA durch den Widerstand w_1 und erhalten

$$i_1 = \frac{OA}{w_1} = OC.$$

Ebenso erhalten wir den Strom i_2 , wenn wir die Spannung OB durch den Widerstand w_2 dividieren:

$$i_2 = \frac{OB}{w_2} = OD.$$

Aus den Komponenten $i_1 = OC$ und $i_2 = OD$ ergibt sich dann die Resultierende OJ nach dem Parallelogramm der Kräfte. Diese stellt den Gesamtstrom i nach Stärke und Phase dar. Es ist bemerkenswert, daß der Vektor dieses Gesamtstromes um einen sehr kleinen Winkel gegen die Klemmspannung verschoben ist. Durch geeignete Wahl der Kapazität läßt sich also die Phasenverschiebung im Netzleiter und in der Maschine zu Null machen. Leider muß man aber wegen der geringen Haltbarkeit der Kondensatoren darauf verzichten, sie zum Ausgleich der durch die Selbstinduktion verursachten Phasenverschiebung zu verwenden. Es wird sich jedoch im Abschnitt 111 ergeben, daß ein übererregter Synchronmotor, dessen elektromotorische Gegenkraft größer als die Netzspannung ist, ebenfalls eine negative Phasenverschiebung veranlaßt. Man hat daher derartige Motoren mit Vorteil verwendet, um die Phasenverschiebung im Hauptleiter auf Null zu reduzieren.

Elftes Kapitel.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte. — 83. Der Magnetisierungsstrom. — 84. Der Hysteresisstrom. — 85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung. — 86. Der Transformator bei induktiver Belastung. — 87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte.

Das Prinzip des Transformators ist schon in Abschnitt 34 dargestellt. Das vom Wechselstrom erzeugte Kraftlinienfeld schneidet bei seinem Entstehen und Verschwinden durch zwei auf einen Eisenkern gewickelte Spulen hindurch und induziert in beiden Spulen elektromotorische Kräfte, die den Windungszahlen proportional sind. Um den Vorgang in der primären Spule zu verstehen, betrachten wir zunächst den Transformator bei Leerlauf, d. h. wir entnehmen aus der sekundären Wickelung keinen Strom.*) In diesem Falle ist die Primärwicklung nichts anderes als eine Drosselspule, in deren Windungen die vom Wechselstrom erzeugten Kraftlinien eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion induzieren. Man vermeidet dabei allerdings den Ausdruck Selbstinduktion und gebraucht dafür den Ausdruck „induzierte elektromotorische Kraft“ oder „elektromotorische Gegenkraft“. Ist N die maximale Kraftlinienzahl, die die Fläche der Windungen durchsetzt, \sim die Periodenzahl und ξ_1 die primäre Windungszahl, so ergibt sich die primäre elektromotorische Kraft nach Gleichung (120) auf S. 266 zu:

$$E_1 = 4,44 \cdot N \cdot \sim \cdot \xi_1 \cdot 10^{-8}. \quad (130)$$

Die von außen an den Transformator gelegte primäre Klemmspannung hat nun nach dem grundlegenden Diagramm auf S. 272 eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern. Der letztere ist aber beim Transformator wegen des geringen Kupferwiderstandes immer sehr gering. Demnach ist die durch die Kraftlinienschnitte induzierte elektromotorische Kraft E_1 fast genau gleich und entgegengesetzt der Klemmspannung e_1 und läßt nur so viel Strom

*) Der Ausdruck „Leerlauf“ beim ruhenden Transformator erscheint allerdings nicht recht passend.

zufliessen, wie zur Erzeugung des Kraftlinienfeldes erforderlich ist. Der Leerstrom ist also immer sehr gering, da schon ein schwacher Strom genügt, um in dem geschlossenen Eisenkern die erforderliche Kraftlinienzahl zu erzeugen.

Wenn nun das schwingende Feld zugleich auch eine Sekundärwicklung schneidet, so induziert es in ihr eine elektromotorische Kraft E_2 , die mit der primären elektromotorischen Kraft gleiche Phase hat. Ist ξ_2 die Windungszahl der sekundären Spule, so ergibt sich nach Gleichung (120) auf S. 266

$$E_2 = 4,44 \cdot N \cdot \xi_2 \cdot 10^{-8}. \quad (131)$$

Die elektromotorischen Kräfte in beiden Spulen verhalten sich also wie die Windungszahlen. Bei Leerlauf, also stromloser sekundärer Spule, ist nun die elektromotorische Kraft E_2 gleich der sekundären Klemmspannung e_2 . Wir erhalten demnach unter Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverlustes:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (132)$$

Die Klemmspannungen verhalten sich also bei Leerlauf wie die Windungszahlen.

83. Der Magnetisierungsstrom.

Da die primäre Wickelung des unbelasteten Transformators gleichwertig ist mit einer Drosselspule, so ergibt sich der zur Magnetisierung erforderliche Strom nach Gleichung (119) auf S. 266 zu

$$i_\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi_1 \cdot \mu}.$$

Dabei ist B_{max} die grösste, von den Windungen umfasste Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter, l die Länge des Kraftlinienweges im Eisen und μ die Leitfähigkeit des Eisens. Der letztere Wert ist allerdings während der Dauer einer Periode nicht konstant, wie es bei Ableitung der obigen Gleichung vorausgesetzt wurde. Die Transformatoren arbeiten jedoch im Interesse eines geringen Hysteresisverlustes und eines geringen Magnetisierungsstromes mit geringer Induktion, also im ersten Teil der Magnetisierungskurve, wo der Wert von μ fast konstant ist.

Es scheint jedoch bedenklich, den Wert von μ aus den Magnetisierungskurven zu entnehmen, die nach der ballistischen Methode mit Gleichstrom aufgenommen sind. Man bestimmt vielmehr an einem mit der betreffenden Eisensorte gebauten Transformator den Magnetisierungsstrom experimentell. Aus Gleichung (130) auf S. 293 berechnet man dabei den Wert der maximalen Kraftlinienzahl N , und durch Division mit dem Querschnitt des Eisens die maximale Induktion B_{max} . Der gemessene

Magnetisierungsstrom i_μ und die maximale Induktion ergeben uns dann den Wert von μ nach der Gleichung:

$$\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1} \tag{133}$$

Dieser praktisch gefundene Wert ist dann für die entsprechende Eisensorte zuverlässig richtig, obgleich die Größe μ sich jetzt nicht mehr so einfach definieren lässt. Vielleicht können wir unter μ eine mittlere Leitfähigkeit verstehen, die nach Gleichung (133) berechnet ist.

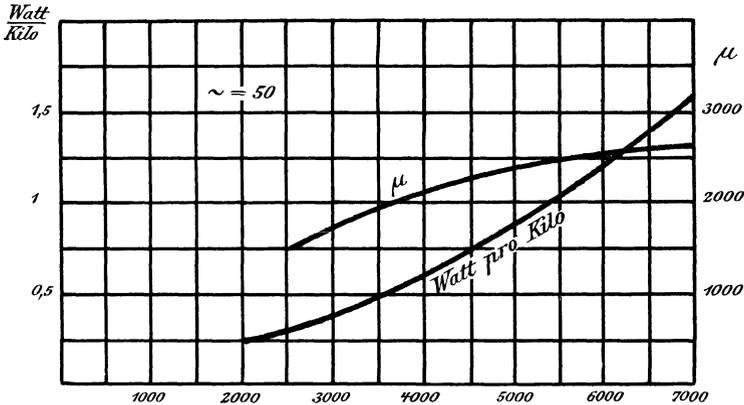


Fig. 166.

Auf die bezeichnete Weise ist die Kurve μ in Fig. 166 aufgenommen, wo die Abszissen die maximale Induktion B_{max} und die Ordinaten der Kurve μ die Leitfähigkeit des Eisens darstellen. Die Kurve ist aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen. Der Verlauf der Kurve ist insofern auffällig, als die Leitfähigkeit bei wachsender magnetischer Induktion zunimmt, während man aus dem gewöhnlichen Verlauf der Magnetisierungskurve das Gegenteil erwarten sollte. Tatsächlich ist aber, wie z. B. Fig. 49 auf S. 72 zeigt, die Magnetisierungskurve im Anfang konvex gegen die Abszissenachse, d. h. man erhält für eine Zunahme des magnetisierenden Stromes anfangs eine unverhältnismäßig große Zunahme der Induktion B . Die Leitfähigkeit des Eisens wächst also anfangs mit zunehmender Induktion. Der höchste Wert der Induktion ist in Fig. 166 gleich 7000. Würde man sie allerdings noch höher wählen, so würde die Kurve für die Leitfähigkeit μ mit zunehmender Sättigung des Eisens natürlich wieder fallen.

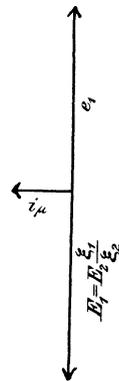


Fig. 167.

Wir gehen nun dazu über, die Phasen der Spannungen und des Leerstromes durch das Vektordiagramm festzustellen (Fig. 167). Die

induzierte elektromotorische Kraft bleibt um 90° hinter dem magnetisierenden Strome zurück. Wenn wir also den Vektor des Stromes i_μ nach links in die Abszissenachse legen, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 nach unten in die Ordinatenachse. Zugleich ergibt sich, da die elektromotorischen Kräfte sich wie die Windungszahlen verhalten:

$$E_1 = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}.$$

Der Vektor der primären elektromotorischen Kraft E_1 stellt uns also im passenden Maßstabe direkt den Vektor der sekundären elektromotorischen Kraft dar, wodurch das Diagramm außerordentlich vereinfacht wird. Sämtliche sekundären Spannungen werden dabei durch die Multiplikation mit ξ_1/ξ_2 auf die primären Verhältnisse reduziert.

Da die primäre Klemmspannung e_1 bei Leerlauf der elektromotorischen Gegenkraft E_1 direkt gleich und entgegengesetzt ist, so fällt ihr Vektor in die positive Richtung der Ordinatenachse. Der Winkel zwischen der Klemmspannung e_1 und der Stromstärke i_μ ist dabei 90° , und die bei Leerlauf verbrauchte Leistung ist, abgesehen von dem zu vernachlässigenden Verlust durch Joulesche Wärme, gleich Null. Dabei haben wir allerdings bisher die Voraussetzung gemacht, dafs die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erfordert, und gehen jetzt dazu über, die Verluste durch Hysteresis in Rechnung zu setzen.

84. Der Hysteresisstrom.

Tatsächlich beobachteten wir bei Untersuchung des leerlaufenden Transformators einen Wattverbrauch, der auf die Umkehrung der Eisenmoleküle zurückzuführen ist. Messen wir also die Klemmspannung e_1 , den Leerstrom i_0 und den Wattverbrauch P_h , so ergibt sich für Leerlauf

$$\cos \varphi = \frac{P_h}{e_1 \cdot i_0}.$$

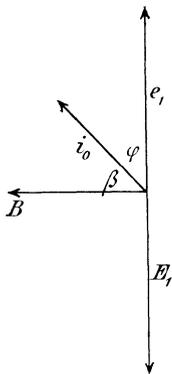


Fig. 168.

Der Leerstrom bleibt dann, wie Fig. 168 zeigt, um den Winkel φ hinter der Klemmspannung zurück, während die elektromotorische Gegenkraft, wie früher, der Klemmspannung direkt entgegengesetzt ist. Nun bleibt die induzierte elektromotorische Kraft nach S. 268 um 90° hinter den Kraftlinien zurück, durch deren Änderung sie erzeugt wird. Wenn also beispielsweise die elektromotorische Kraft in Fig. 168 ein Maximum ist, so muß die Kraftliniendichte gleichzeitig Null sein, da unter diesen Umständen die Änderung der Kraftlinien entsprechend der Steilheit der Sinuskurve am größten ist. Wir tragen also den Vektor B der tatsächlich vorhandenen Induktion nach links in Richtung der Abszissenachse

auf. Dadurch ergibt sich, daß die Induktion B um den Winkel β hinter dem Leerstrom i_0 zurückbleibt.

Um das noch näher zu verstehen, zeichnen wir in Fig. 169 eine Hysterisischleife, wobei der Momentanwert des Leerstromes als Abszisse und die Induktion B als Ordinate aufgetragen ist. Wenn die Klemmspannung e_1 eine Sinusfunktion der Zeit ist, ist auch die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion. Die rechts gezeichnete Kurve der Kraftlinien, die um 90° gegen die Kurve der elektromotorischen Kraft verschoben ist, ist dann ebenfalls eine Sinuslinie. Ihr Maximalwert ist gleich dem Maximalwert der Hysterisiskurve im linken Teil der Figur.

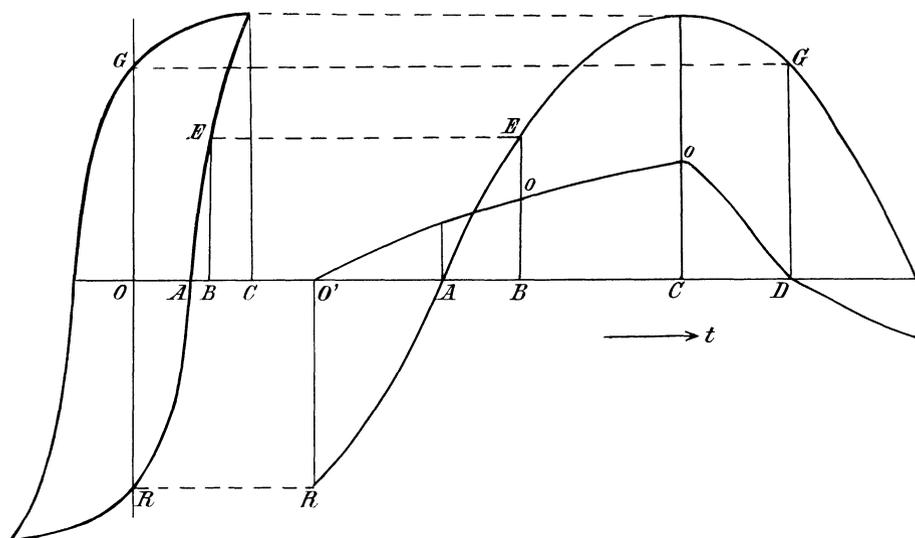


Fig. 169.

Wir suchen nun in der Kurve der Induktion die Ordinate, die gleich der Kraftliniendichte OR des remanenten Magnetismus ist. Dieser Wert tritt nach der Zeichnung im Zeitpunkte O' auf und für diesen Zeitpunkt ist die Stromstärke gleich Null.

Im Zeitpunkt A dagegen ist die Kraftliniendichte gleich Null und wir entnehmen dafür aus der Hysterisiskurve die zugehörige Abszisse OA , die dann im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen ist.

Im Zeitpunkt B ist nach dem rechten Teil der Figur die Kraftliniendichte gleich EB und der zugehörige Strom nach der Hysterisiskurve gleich OB . Dieser Wert wird wieder im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen.

Im Zeitpunkt C erreicht die Induktion und der Leerstrom gleichzeitig den Maximalwert. Um dann den Zeitpunkt D zu ermitteln, in dem die Stromkurve die Abszissenachse schneidet, suchen wir uns in der Sinus-

kurve die Ordinate GD , die gleich der Kraftliniendichte GO des remanenten Magnetismus ist etc.

Aus Fig. 169 geht dann deutlich hervor, daß Leerstrom und Induktion ungleiche Phase haben, indem die Induktion um die Zeit $O'A$ hinter dem Leerstrom zurückbleibt. Zugleich aber sieht man, daß die Kurve des Stromes verzerrt ist. Um den Vektor i_0 also ins Diagramm einführen zu können, müssen wir uns den tatsächlichen Strom ersetzt denken durch einen sinusförmigen Strom von gleichem Effektivwert.

Wir zerlegen nun den Leerstrom nach Fig. 169a in den Hysteresisstrom i_h in Richtung der Klemmspannung und den Magnetisierungsstrom i_μ in Richtung der tatsächlichen Induktion.

Dann ist

$$i_h = i_0 \cdot \cos \varphi.$$

Nun ist die Leerlaufsleistung $P_h = e_1 \cdot i_0 \cdot \cos \varphi$. Damit jedoch unsere Gleichung für den Hysteresiseffekt auch in dem später behandelten Fall gültig bleibt, wo ein Teil der Klemmspannung für Überwindung eines Ohmschen Widerstandes verbraucht wird, setzen wir bei Leerlauf $e_1 = E_1$ und erhalten:

$$P_h = E_1 \cdot i_0 \cdot \cos \varphi$$

oder

$$i_h = \frac{P_h}{E_1}. \quad (134)$$

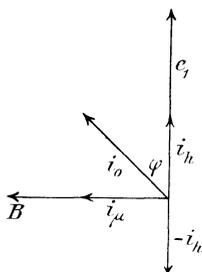


Fig. 169 a.

Dann ergibt sich

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2}. \quad (135)$$

Es läßt sich nun nicht leugnen, daß bis jetzt die Größen i_h und i_μ rein rechnerisch ermittelte Werte sind. Ihre physikalische Bedeutung wird uns klar, wenn wir den Vektor $-i_h$ in Fig. 169a nach unten hin auftragen. Dann ist der Magnetisierungsstrom i_μ die Resultierende aus dem ganzen Leerstrom i_0 und aus dem Strom $-i_h$, d. h. aus der entmagnetisierenden Wirkung der Hysteresis. Der Vektor $-i_h$ stellt also die entmagnetisierende Wirkung der Hysteresis dar, während der Vektor i_μ die wirkliche magnetisierende Kraft darstellt. Diese magnetisierende Kraft i_μ würde zur Erzeugung des tatsächlichen Feldes genügen, wenn keine Hysteresis vorhanden wäre.

Wir gehen jetzt dazu über, die gewonnenen Resultate an einem Beispiel deutlich zu machen. Bei dem in Kapps elektromechanischen Konstruktionen beschriebenen 36 Kilowatt-Transformator ist z. B.

der Querschnitt des Eisens . . .	$Q = 900$ qcm,
die Länge des Kraftlinienweges . .	$l = 100$ cm,
die primäre Windungszahl . . .	$\xi_1 = 315$,
die Periodenzahl	$\sim = 50$,
die primäre Klemmspannung . .	$e_1 = 2000$ Volt,

der Leerstrom $i_0 = 0,36$ Amp.,
 der Effektverbrauch bei Leerlauf $P_h = 400$ Watt,
 das Eisengewicht = 765 kg.

Gesucht wird die Leitfähigkeit μ der betreffenden Eisensorte. Wir erhalten dann nach Gleichung (134):

$$i_h = \frac{P_h}{e_1} = \frac{400}{2000} = 0,2 \text{ Ampere,}$$

und nach Gleichung (135) den Magnetisierungsstrom i_μ zu

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2} = \sqrt{0,36^2 - 0,2^2} = 0,3 \text{ Ampere.}$$

Um nun die Leitfähigkeit der betreffenden Eisensorte zu berechnen, brauchen wir die maximale Induktion. Zu diesem Zwecke setzen wir nach Gleichung (130) auf S. 293:

$$B_{max} = \frac{N}{Q} = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot \xi_1 \cdot Q} = 3180.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir aus Gleichung (133) auf S. 295 die magnetische Leitfähigkeit μ zu

$$\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1} = \frac{3180 \cdot 100}{1,78 \cdot 0,3 \cdot 315} = 1900.$$

Das ist ungefähr der gleiche Wert, den wir für eine Induktion von 3180 aus Fig. 166 entnehmen. Gleichzeitig ergibt sich der Wattverlust pro Kilo bei 50 Perioden zu:

$$\frac{\text{Watt}}{\text{Kilo}} = \frac{400}{765} = 0,52.$$

Auf ähnliche Weise ist die entsprechende Kurve in Fig. 166 experimentell bestimmt. Diese ergibt für eine Induktion von 3180 einen etwas niedrigeren Wert, nämlich 0,42 Watt pro Kilogramm bei 50 Perioden. Wenn nun die Kurven für Eisenverlust und Leitfähigkeit genau bekannt sind, so kann man bei Berechnung von Transformatoren den Wattverlust und den Leerstrom zuverlässig vorausbestimmen. Man geht ja dabei nur denselben Weg rückwärts, den man bei Untersuchung der Eisensorte eingeschlagen hat.

85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung.

Für den, der einigermaßen mit den Wirkungen der Selbstinduktion und dem Wesen einer Drosselspule vertraut ist, bietet das in Abschnitt 82 dargestellte Verhalten des unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Dagegen ist das Verständnis der Wirkungsweise des belasteten Transformators im Anfang nicht so leicht. Man begreift es nicht recht, daß man der sekundären Spule eine beliebige Stromstärke entnehmen kann, und daß die primäre Stromstärke sich selbsttätig darnach einstellt. Während

bei Leerlauf die groÙe elektromotorische Gegenkraft das HineinflieÙen des Stromes fast vollständig verhindert, wächst die primäre Stromstärke sofort, wenn man sekundären Strom entnimmt. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch diese Zunahme des primären Stromes oder die scheinbare Abnahme des Selbstinduktionskoeffizienten eigentlich veranlaÙt ist. Mit andern Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden Wickelungen, die ja vollständig voneinander isoliert sind.

Nun ist es ja allerdings einfach genug, aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie den Zusammenhang zwischen dem primären und dem sekundären Strom zu folgern. Die primär zugeführte Leistung muÙ gleich der Summe aus der sekundären Nutzleistung und sämtlichen Verlusten sein. Wenn wir also mit w_1 den Widerstand der primären und mit w_2 den Widerstand der sekundären Spule bezeichnen und die Phasenverschiebung im primären Kreise wegen des geringen Betrages des wattlosen Stromes i_μ vernachlässigen, so erhalten wir für induktionslose Belastung die Gleichung:

$$e_1 \cdot i_1 = e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h.$$

Nun sind die Verluste sehr gering und wir können sie bei unserer Betrachtung vernachlässigen. Dann erhalten wir:

$$e_1 \cdot i_1 = e_2 \cdot i_2$$

oder

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (136)$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Obleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Energie uns derartig geläufig geworden ist, daÙ es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so lässt sich doch nicht leugnen, daÙ in unserm Falle noch immer die oben erwähnte Schwierigkeit für den denkenden Studierenden bestehen bleibt. Diese Schwierigkeit fällt jedoch vollständig fort, wenn wir nach den Vorgang von Kapp die magnetischen Wirkungen des primären und sekundären Stromes ins Auge fassen und im Diagramm der magnetomotorischen Kräfte zur Darstellung bringen.

Der sekundäre Strom hat bei induktionsloser Belastung gleiche Phase mit der induzierten elektromotorischen Kraft. Dagegen hat der primäre Strom wesentlich gleiche Phase mit der primären Klemmspannung, die der induzierten elektromotorischen Kraft entgegengesetzt ist. Daraus folgt, daÙ primärer und sekundärer Strom eine Phasenverschiebung von fast 180° zu einander haben und sich in ihrer magnetisierenden Wirkung gegenseitig aufheben. Demnach ist die scheinbare Abnahme des Selbstinduktionskoeffizienten bei Belastung daraus zu erklären, daÙ der weitaus groÙte Teil der primären Amperewindungen direkt durch entgegenwirkende sekundäre Amperewindungen neutralisiert wird.

Das wird noch deutlicher, wenn wir bedenken, daß unter Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverlustes die elektromotorische Gegenkraft numerisch gleich der konstanten primären Klemmspannung ist. Demnach ergibt sich die Kraftlinienzahl zu

$$N = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot \xi_1}.$$

Da sämtliche Größen der rechten Seite konstant sind, so ist der Maximalwert der Kraftlinien immer ein und derselbe, gleichgültig, ob der Transformator leer läuft, oder ob er belastet ist. Wenn wir nun einen bisher leer laufenden Transformator belasten, so übt der sekundäre Strom eine starke entmagnetisierende Wirkung aus. Die Kraftlinien und die elektromotorische Gegenkraft werden dadurch für einen Augenblick verringert. Primär fließt daher so viel Strom zu, daß die entmagnetisierende Wirkung der sekundären Amperewindungen aufgehoben und das ursprüngliche Leerlauffeld wiederhergestellt wird. Mit andern Worten: Die primären Amperewindungen $i_1 \xi_1$ und die sekundären Amperewindungen $i_2 \xi_2$ üben zusammen dieselbe magnetische Wirkung aus, wie die Amperewindungen $i_0 \xi_1$ bei Leerlauf. Im Diagramm ist dann der Vektor $i_0 \xi_1$ die Resultierende aus den Vektoren $i_1 \xi_1$ und $i_2 \xi_2$.

Wir gehen dann noch einen Schritt weiter und dividieren sämtliche Amperewindungen durch die primäre Windungszahl ξ_1 . Dadurch erhalten wir das Diagramm der Ströme (Fig. 170a), worin der Vektor i_0 die Resultierende aus den Vektoren i_1 und $\frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}$ ist.

Bei der Konstruktion des Diagramms zeichnen wir zunächst das Stromdreieck OAB bei Leerlauf aus den Vektoren i_0 , i_h und i_u . Fällt der Vektor i_u in die Abszissenachse, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft $E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$ nach unten in die Ordinatenachse, da ja die induzierte elektromotorische Kraft um 90° hinter dem magnetisierenden Strom zurückbleibt. Es ist also in Fig. 170a

$$OE = E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

In die gleiche Richtung wie E_1 und E_2 fällt auch der Vektor des sekundären Stromes, weil bei induktionsloser Belastung Phasengleichheit zwischen sekundärer Spannung und Stromstärke besteht. Die sekundäre Stromstärke wird, weil das Diagramm aus dem Amperewindungsdiagramm entstanden ist, in einem auf die primären Verhältnisse reduzierten Maßstabe aufgetragen. Es ist also

$$OC = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

Die obige Überlegung, daß der Leerstrom i_0 die Resultierende aus dem Primärstrom und dem reduzierten Sekundärstrom ist, ergibt dann den Primärstrom nach Größe und Phase. Es ist also:

$$OD = i_1.$$

Dieser primäre Stromvektor bildet mit dem Vektor der primären Klemmspannung einen sehr kleinen Winkel φ_1 , der in Fig. 170 a der Deutlichkeit wegen viel größer gezeichnet ist, als es der Wirklichkeit entspricht. Bei induktionsloser sekundärer Belastung verhält sich also der Transformator auch im primären Kreise wie ein induktionsloser Verbrauchskörper.

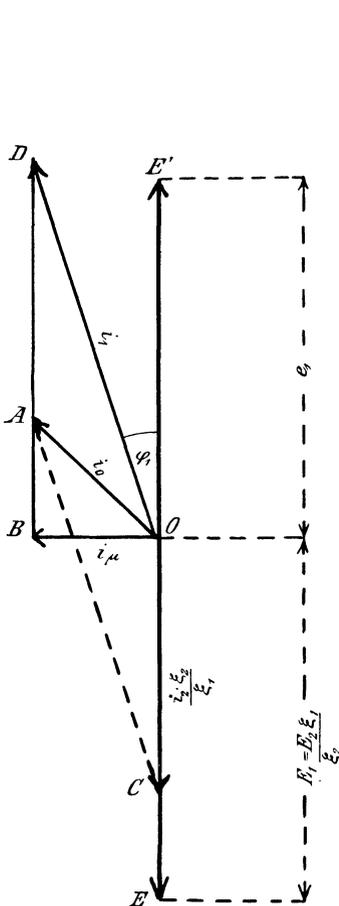


Fig. 170 a.

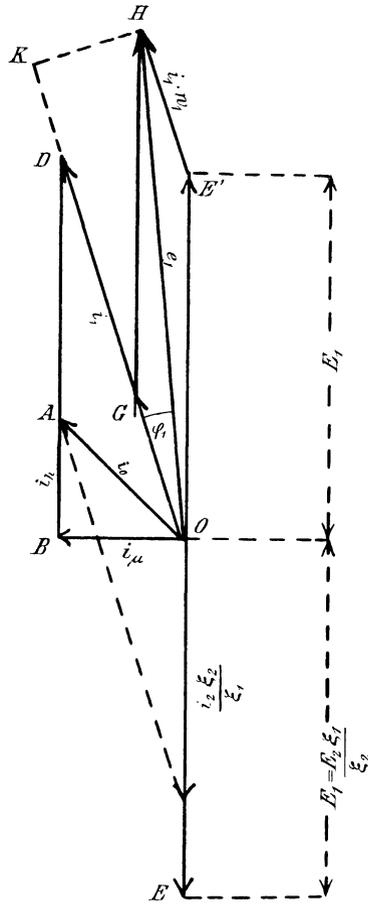


Fig. 170 b.

Um nun noch den primären Spannungsverlust $i_1 w_1$ zu berücksichtigen, tragen wir in Richtung des primären Stromes den Vektor $i_1 \cdot w_1 = OG$ auf (Fig. 170 b). Ferner machen wir OE' gleich der elektromotorischen Kraft E_1 . Die Resultierende OH aus den Vektoren OG und OE' gibt uns dann die primäre Klemmspannung e_1 nach Größe und Phase.

Die Richtigkeit der Konstruktion folgt aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit. Wenn wir nämlich den Vektor der Klemmspannung auf den Vektor des Stromes projizieren, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} OK &= e_1 \cdot \cos \varphi_1, \\ GK &= OK - OG = e_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1 \cdot w_1. \end{aligned}$$

Andererseits ist

$$GH = E_1, \quad OD = i_1, \quad DB = i_2 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} + i_h.$$

Nun folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke GKH und DBO :

$$\frac{DB}{OD} = \frac{GK}{GH},$$

oder mit Einsetzung der obigen Werte:

$$\frac{i_2 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} + i_h}{i_1} = \frac{e_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1 \cdot w_1}{E_1}.$$

Indem wir quer herüber multiplizieren, erhalten wir:

$$E_1 \cdot \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1} + E_1 \cdot i_h = e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1^2 \cdot w_1.$$

Setzen wir $E_1 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} = E_2$, so erhalten wir:

$$e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 = E_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + E_1 \cdot i_h. \quad (137)$$

Nun ist das Produkt $E_2 \cdot i_2$ die gesamte sekundäre Leistung innen und außen. Das Produkt $i_1^2 \cdot w_1$ ist die in Joulesche Wärme umgesetzte primäre Leistung und das Produkt $E_1 \cdot i_h$ stellt den Verlust durch Hysterisis dar. Die aufgewendete Leistung ist also gleich der Summe aus der sekundären Leistung und den Verlusten.

Es ist aber zu beachten, daß die elektromotorische Gegenkraft durch den Ohmschen Verlust beeinflusst wird. Unter Voraussetzung konstanter Klemmspannung e_1 ist dann die Kraftlinienzahl bei Betrieb tatsächlich etwas kleiner als bei Leerlauf. Man müßte also eigentlich die Leeruntersuchung mit einer Spannung vornehmen, die gleich der elektromotorischen Gegenkraft bei Betrieb ist. Dann hat man absolut gleiche Kraftlinien bei Leerlauf und Betrieb und erhält ein korrektes Leerlaufdreieck, das aber nur für diesen einen Betriebszustand gilt. Der Fehler ist aber verschwindend gering, wenn wir das Leerlaufdreieck für alle Betriebsverhältnisse als konstant annehmen.

Wir gehen nun dazu über, den Wirkungsgrad bei induktionsloser Belastung zu bestimmen. Ist w_2 der sekundäre innere Widerstand, so ist die sekundäre Klemmspannung e_2 um den Betrag $i_2 \cdot w_2$ kleiner als die elektromotorische Kraft E_2 . Der sekundäre Verlust durch Joulesche Wärme ist dann $i_2^2 \cdot w_2$ und die sekundäre Nutzleistung $e_2 \cdot i_2$. Der Wirkungsgrad wird dann bei induktionsloser Belastung:

$$\eta = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h}. \quad (138)$$

Wie die Gleichung zeigt, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung sehr schlecht, weil der Hysteresisverlust zu sehr in Betracht kommt. Bei steigender Belastung kommt der Hysteresisverlust weniger in Betracht, und die Jouleschen Verluste sind auch anfangs noch gering im Verhältnis zur Nutzleistung, so daß der Wirkungsgrad mit steigender Belastung zunimmt. Er wird ein Maximum, wenn die variablen Jouleschen Verluste zusammen ungefähr gleich dem wesentlich konstanten Verlust durch Hysteresis werden. Bei noch größerer Belastung fallen die Jouleschen Verluste, die ja vom Quadrate des Stromes abhängig sind, zu sehr ins Gewicht, und der Wirkungsgrad wird wieder geringer.

Wir fragen nun, wie der Effektverlust durch Joulesche Wärme auf beide Spulen zu verteilen ist, damit der Wirkungsgrad bei gegebenem Wickelungsraum am größten wird.

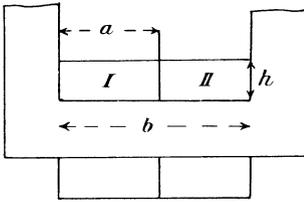


Fig. 170 c.

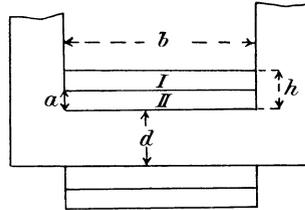


Fig. 170 d.

Da $i_2 = i_1 \xi_1 / \xi_2$ ist, so ist der Effektverlust in beiden Spulen:

$$P_v = i_1^2 w_1 + i_2^2 w_2 = i_1^2 \left(w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Dabei ist, wenn l_1 bzw. l_2 die mittlere Länge einer Windung bedeutet:

$$w_1 = \rho \cdot \frac{l_1 \cdot \xi_1}{q_1}, \quad w_2 = \rho \cdot \frac{l_2 \cdot \xi_2}{q_2}.$$

Demnach erhalten wir, indem wir gleichzeitig den Faktor $\xi_1^2 \cdot \rho$ absondern:

$$P_v = i_1^2 \xi_1^2 \rho \cdot \left(\frac{l_1}{\xi_1 \cdot q_1} + \frac{l_2}{\xi_2 \cdot q_2} \right). \quad (a)$$

Bei Scheibenwicklung ist die mittlere Länge l einer Windung in beiden Spulen dieselbe, d. h.:

$$l_1 = l_2 = l.$$

Ferner ist nach Fig. 170 c, abgesehen von einem konstanten Faktor:

$$\xi_1 \cdot q_1 = a \cdot h, \quad \xi_2 \cdot q_2 = (b - a) h.$$

Demnach ist der Effektverlust:

$$P_v = \frac{i_1^2 \xi_1^2 \rho \cdot l}{h} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b - a} \right). \quad (b)$$

Wir setzen nun den ersten Differenzialquotienten nach a gleich Null und erhalten unter Vernachlässigung der konstanten Faktoren:

$$-\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(b-a)^2} = 0$$

oder

$$a = \frac{b}{2}.$$

Daraus folgt für beide Spulen der gleiche Wickelungsraum. Demnach verhalten sich die Kupferquerschnitte umgekehrt wie die Windungen, also direkt wie die Stromstärken. Die Stromdichte ist dann in beiden Spulen die gleiche. Ferner ergibt sich, wenn wir den Wert $a = \frac{b}{2}$ in Gleichung (b) einsetzen, daß der Effektverlust sich gleichmäßig auf beide Spulen verteilt.

Bei Zylinderwicklung ergibt sich nach Fig. 170d:

$$\begin{aligned} l_2 &= (d+a)\pi, \\ l_1 &= [d+2h-(h-a)] \cdot \pi = (d+h+a)\pi, \\ q_1 \cdot \xi_1 &= b(h-a), \quad q_2 \cdot \xi_2 = b \cdot a. \end{aligned}$$

Demnach nimmt Gleichung (a) die Form an:

$$P_v = \frac{i_1^2 \xi_1^2 \rho \cdot \pi}{b} \cdot \left[\frac{d+h+a}{(h-a)} + \frac{d+a}{a} \right].$$

Wenn wir den ersten Differenzialquotienten nach a gleich Null setzen und die Gleichung ordnen, erhalten wir:

$$a^2 + ad - \frac{h \cdot d}{2} = 0.$$

Das ist dieselbe Gleichung, die man erhält, wenn man in der letzten Gleichung für P_v die beiden Summanden gleichsetzt. *) Der Wirkungsgrad wird also wieder bei gegebenem Wickelungsraum am größten, wenn die Verluste gleichmäßig auf beide Spulen verteilt werden. Die Bedingung der gleichen Stromdichte ist in diesem Falle nicht erfüllt. Übrigens ist bei unserer Rechnung auf den bei beiden Spulen verschieden großen Raumverlust durch Isolation keine Rücksicht genommen.**) Es sei nun die primäre Klemmspannung gleich 2000 Volt, der primäre Strom 20 Ampere und die Übersetzung 10:1, dann ist die sekundäre Leerlaufspannung 200 Volt und der sekundäre Strom 200 Ampere. Bei einem Effektverlust von 3% durch Joulesche Wärme hat man dann einen Spannungsverbrauch von 3% durch Ohmschen Widerstand, und man hat diesen Verbrauch

*) Vergl. Kapp, Transformatoren, 2. Aufl., S. 88.

**) Zur genauen Berechnung hat man $q_1 \xi_1 = k_1 Q_1$ und $q_2 \xi_2 = k_2 Q_2$ zu setzen, wo Q_1 und Q_2 die Querschnitte der Wickelungsräume sind. Die Werte von k_1 und k_2 lassen sich auf Grund des voraussichtlichen Raumverlustes durch Isolation schätzen. Ebenso ist, genau genommen, die mittlere Länge der primären Windung in Fig. 170d gleich $(d+h+a+c) \cdot \pi$, wo c der Abstand der beiden Wickelungen ist.

gleichmäÙsig auf die primäre und sekundäre Spule zu verteilen. Dadurch erhält man:

$$i_1 \cdot w_1 = \frac{1,5}{100} \cdot 2000 = 30 \text{ Volt,}$$

$$i_2 \cdot w_2 = \frac{1,5}{100} \cdot 200 = 3 \text{ Volt.}$$

Daraus ergibt sich:

$$w_1 = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ Ohm,}$$

$$w_2 = \frac{3}{200} = 0,015 \text{ Ohm.}$$

Wir machen nun einen verschwindend kleinen Fehler, wenn wir der Einfachheit wegen den Ohmschen Spannungsverlust algebraisch, statt geometrisch addieren. Dadurch wird:

$$E_1 = e_1 - i_1 \cdot w_1 = 1970 \text{ Volt,}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{10} = \frac{1970}{10} = 197 \text{ Volt}$$

und

$$e_2 = E_2 - i_2 \cdot w_2 = 194 \text{ Volt.}$$

Der Spannungsverlust zwischen Leerlauf und Vollbelastung beträgt also $200 - 194 = 6$ Volt oder 3% .

86. Der Transformator bei induktiver Belastung.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, wo die sekundären Klemmen des Transformators durch Ohmsche und induktive Widerstände geschlossen sind. Ist W_2 der Widerstand und $L_2\omega$ die Induktanz des äußeren sekundären Kreises, so ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen sekundärer Klemmspannung und Stromstärke durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2\omega}{W_2}.$$

Dagegen ist der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen der elektromotorischen Kraft E_2 und der Stromstärke i_2 gegeben durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L_2\omega}{W_2 + w_2}.$$

Wir machen also in Fig. 171a den Vektor OE gleich $\frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$ und konstruieren das rechtwinklige Dreieck OME so, daß die Kathete OM um den obigen Winkel φ hinter der Hypotenuse zurückbleibt. Dann ist OM die gesamte sekundäre Ohmsche Spannung, bestehend aus dem inneren Ohmschen Spannungsverbrauch OL und der äußeren Ohmschen Spannung LM . Da das Übersetzungsverhältnis zu berücksichtigen ist, so ist:

$$OM = i_2 (W + w_2) \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad OL = i_2 w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Ebenso ist EM im passenden Maßstabe gleich der Selbstinduktion im äußeren sekundären Kreis, d. h.

$$EM = L_2 \omega \cdot i_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

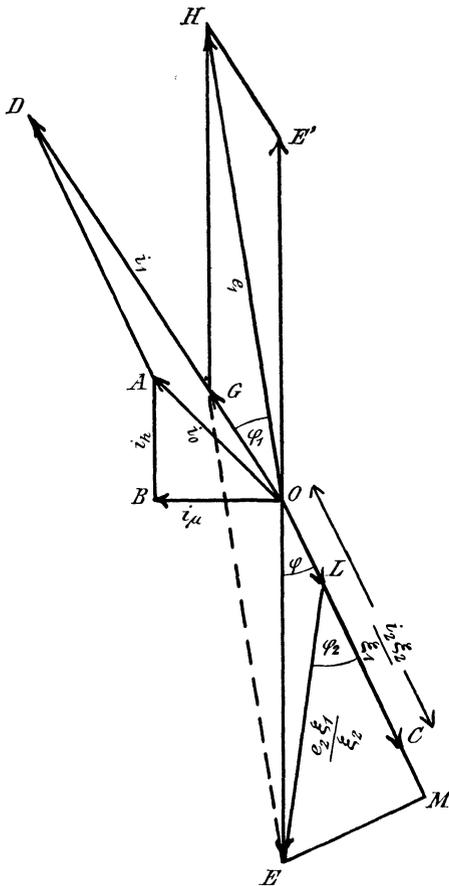


Fig. 171 a.

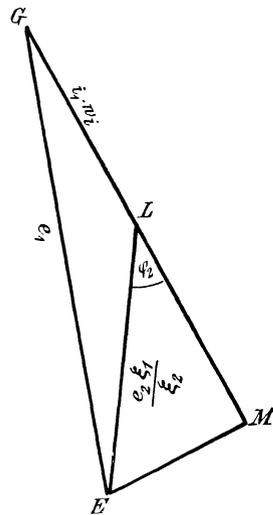


Fig. 171 b.

Um die sekundäre Klemmspannung zu bestimmen, haben wir von der sekundären elektromotorischen Kraft OE den sekundären Spannungsverlust OL geometrisch abzuziehen. Dadurch erhalten wir

$$LE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

Die sekundäre Klemmspannung ist dann, wie die Figur ergibt, die Hypotenuse für die Katheten der Selbstinduktion und Ohmschen Spannung im äußeren sekundären Kreise.

Es gilt jetzt, den sekundären und primären Stromvektor zu zeichnen. Der Vektor des sekundären Stromes fällt in die Richtung der sekundären

Ohmschen Spannung. Wir tragen ihn in passendem Mafse auf, indem wir auf gleiche Windungszahl reduzieren, und erhalten:

$$OC = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

Wir ziehen dann den Strahl OD so, dafs der Leerstrom OA die Resultierende aus OD und OC wird. Der Vektor OD stellt dann die primäre Stromstärke i_1 nach Gröfse und Phase dar, weil die Amperewindungen bei Leerlauf die Resultierende aus den primären und sekundären Amperewindungen sind.

Wir tragen nun in Richtung des primären Stromvektors den Ohmschen Spannungsverlust $i_1 \cdot w_1 = OG$ auf und ebenso in Richtung der Ordinatenachse die Spannung OE' , die die primäre elektromotorische Kraft zu überwinden hat. Aus beiden Spannungen erhalten wir als Resultierende die primäre Klemmspannung $e_1 = OH$. Das Diagramm ergibt uns dann folgende wichtige Tatsachen:

1. Der primäre und der sekundäre Stromvektor sind sich jetzt fast genau entgegen gerichtet. Die Amperewindungen bei Leerlauf sind also fast gleich der algebraischen Differenz aus den primären und sekundären Amperewindungen. Da nun der Leerstrom in Wirklichkeit viel kleiner ist als in der Figur, so ist annähernd wieder die Gleichung erfüllt:

$$i_1 = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

2. Der Vektor der Klemmspannungen e_1 und e_2 fällt bei kleinem Ohmschen Spannungsverlust fast genau in die Richtung der Ordinatenachse, also mit der Richtung der elektromotorischen Kraft zusammen.

3. Demnach ist der Phasenverschiebungswinkel φ_2 im äußeren sekundären Kreis annähernd gleich dem Winkel φ_1 zwischen der primären Klemmspannung und dem primären Strome. Die sekundäre Phasenverschiebung wirkt also direkt auf den primären Kreis zurück.

Dieses Verhalten des Transformators führt uns zu einer Anschauung, die auf elegante und einfache Weise den Zusammenhang zwischen der primären und sekundären Spule deutlich macht. Bei dieser Anschauung wird geistig die Trennung zwischen beiden Spulen überbrückt, und der ganze Transformator bildet dann gleichsam einen einzigen Apparat. Die Verbindungslinie GE in Fig. 171a ist nämlich als Seite eines Parallelogramms gleich der primären Klemmspannung e_1 . Da ferner die Ohmschen Spannungsverluste OG und OL wesentlich gleiche Richtung haben, so addieren sie sich zu einem gemeinsamen Ohmschen Spannungsverlust, und es ist mit grofser Annäherung:

$$GL = OG + OL = i_1 \cdot w_1 + i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wir setzen nun für i_2 den Wert $\frac{i_1 \cdot \xi_1}{\xi_2}$ ein und erhalten:

$$GL = i_1 \cdot w_1 + i_1 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = i_1 \cdot \left(w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Es sieht also nach dieser Gleichung so aus, als ob der primäre Strom hintereinander den Widerstand w_1 und den Widerstand $w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$ durchfließt. Der letztere Wert heißt der auf die primäre Spule reduzierte sekundäre Widerstand. Von der ganzen ursprünglichen Spannung e_1 bleibt dann nach Überwindung des gesamten Widerstandes die Spannung e_2 übrig. Der ganze Transformator verhält sich dabei wie ein Generator mit einer elektromotorischen Kraft e_1 , einem inneren Widerstand $w_i = w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$ und einer Klemmspannung $e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$. Der Deutlichkeit wegen ist das entsprechende Diagramm dieses Generators in Fig. 171 b herausgezeichnet, und zwar genau in derselben Lage, die es im Transformator-diagramm einnimmt. Die Spannung e_1 ist die Hypotenuse, während die eine Kathete GM die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannungen und die andere Kathete EM die äußere Selbstinduktion darstellt. Dabei ist die innere Selbstinduktion des Generators gleich Null anzunehmen.

Es sei z. B. in dem Beispiel am Schlusse des vorigen Abschnitts der Leistungsfaktor im äußeren sekundären Kreis $\cos \varphi_2 = 0,7$ und die primäre Stromstärke $i_1 = 20$ Ampere. Die Widerstände sind wie früher $w_1 = 1,5$ und $w_2 = 0,015$ Ohm und die Übersetzung $10:1$. Gesucht wird die Primärspannung, die nötig ist, um eine sekundäre Spannung von 200 Volt zu erzeugen. Wir erhalten:

$$w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = 1,5 + 0,015 \cdot 100 = 3 \text{ Ohm.}$$

Der gesamte innere Ohmsche Spannungsabfall, bezogen auf die primäre Spule, ist also:

$$GL = i_1 \cdot \left(w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right) = 60 \text{ Volt.}$$

Dazu kommt der äußere Ohmsche Spannungsverbrauch, reduziert auf die primäre Spule:

$$LM = e_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,7 \cdot 10 = 1400 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Ohmsche Kathete ist also für den ganzen Transformator $1400 + 60 = 1460$ Volt. Da nun zu einem Wert $\cos \varphi_2 = 0,7$ ein Wert $\sin \varphi_2 = 0,714$ gehört, so ist die Kathete der Selbstinduktion

$$EM = e_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,714 \cdot 10 = 1428 \text{ Volt.}$$

Die Hypotenuse als die Wurzel aus der Summe der Quadrate über den Katheten ergibt sich dann zu

$$e_1 = \sqrt{1460^2 + 1428^2} = 2040 \text{ Volt.}$$

Bei dieser Primärspannung ist dann die Sekundärspannung gerade 200 Volt. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß sämtliche, von der Primärspule erzeugten Kraftlinien auch in die Sekundärspule hineinschneiden und umgekehrt, so daß nur ein beiden Spulen gemeinsames Feld existiert. Tatsächlich findet jedoch eine teilweise Streuung der Kraftlinien statt, die den Spannungsabfall bei Vollbelastung vergrößert. Wir werden im folgenden Abschnitt sehen, daß auch für diese tatsächlichen Verhältnisse die Zusammenfassung beider Spulen zu einem einzigen Apparat sehr einfache Resultate liefert.

87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

Wir haben im Abschnitt 82 die in der Primärspule induzierte elektromotorische Kraft mit der Selbstinduktion einer Drosselspule verglichen, haben aber dann absichtlich den Ausdruck „Selbstinduktion“ fallen gelassen und dafür den Ausdruck „elektromotorische Gegenkraft“ eingeführt.

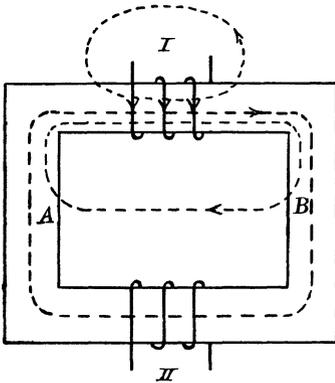


Fig. 172 a.

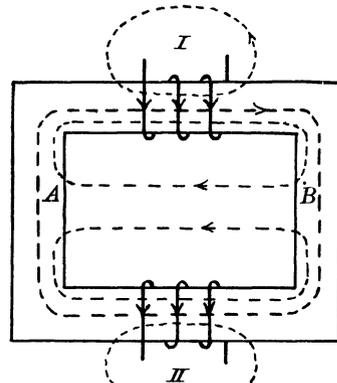


Fig. 172 b.

Das war deshalb nötig, weil tatsächlich aufser dieser nützlichen induzierten elektromotorischen Kraft noch eine durch die Streulinien veranlasste, schädliche Selbstinduktion in beiden Spulen auftritt.

Um das Auftreten der Streuung zu verstehen, betrachten wir den ganz extremen Fall, wo die Primärspule auf der einen Seite, die Sekundärspule auf der anderen Seite eines Kerntransformators angeordnet ist (Fig. 172a). Die bei Leerlauf erzeugten Kraftlinien verlaufen dann zwar zum größten Teile durch das Eisen, ein Teil schließt sich aber durch die Luft und bildet dort das sogenannte Streufeld. Dann wird die sekundäre Spule nur von den im Eisen verlaufenden Kraftlinien geschnitten, während die primäre Spule aufserdem noch von den Streulinien geschnitten wird.

Die induzierte elektromotorische Kraft in der sekundären Spule ist also kleiner als die ganze elektromotorische Kraft in der primären Spule. Wir können das auch so auffassen, daß von der primären Klemmspannung ein Teil verbraucht wird, um die primäre Selbstinduktion zu überwinden, die von den Streulinien induziert wird. Der Rest dient dann zur Überwindung der normalen elektromotorischen Kraft E_1 , die von den ganz im Eisen verlaufenden Kraftlinien induziert wird. Die letztere ist also kleiner als die Klemmspannung, und dadurch wird auch die sekundäre Spannung etwas geringer. Bei Leerlauf ist aber dieser Einfluß der Streuung zu vernachlässigen, weil der magnetische Widerstand der Luft sehr viel größer ist als der des Eisens und daher das Streufeld im Verhältnis zum „Nutzfeld“ verschwindend gering ist.

Sobald wir aber den Transformator belasten, wächst der Einfluß der Streuung ganz bedeutend. Der sekundäre Strom ist, wie wir sahen, dem primären entgegengerichtet. Wenn also der primäre Strom in Fig. 172b im gezeichneten Augenblick auf der vorderen Fläche von außen nach innen gerichtet ist, so fließt er gleichzeitig in der sekundären Spule von innen nach außen. Wenden wir nun die Amperesche Schwimmerregel an, so erkennen wir, daß die von beiden Spulen erzeugten Kraftlinien sich im Eisenkern entgegenwirken, dagegen im Streufeld addieren. Die primären und sekundären Amperewindungen sind also in Bezug auf den Eisenweg gegeneinander und in Bezug auf den Streuweg parallel geschaltet. Die Zahl der Streulinien im Verhältnis zu den nutzbaren Kraftlinien wird also außerordentlich groß.

Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß bei Leerlauf zwischen den Punkten A und B der Fig. 172a nur der geringe Druck herrscht, der nötig ist, um die Kraftlinien durch das Eisen zu treiben. Dagegen herrscht bei Betrieb in Fig. 172b außerdem zwischen den Punkten A und B der große magnetische Druck, der nötig ist, um den Gegendruck der sekundären Amperewindungen zu überwinden. Dieser große magnetische Druck treibt dann eine sehr große Zahl von Streulinien durch die Luft. Es ist, wie wenn wir Wasser durch ein undichtes Rohr drücken. Je größer dabei der Gegendruck ist, der der Vorwärtsbewegung des Kolbens entgegenwirkt, desto mehr Wasser wird seitlich durch die Undichtigkeiten herausgedrückt.

Es könnte nun scheinen, als ob der gesamte Streufluß durch die primären Amperewindungen geschaffen wird, und daß der Verlauf der Kraftlinien nach Fig. 172c erfolgt. Dabei werden die Kraftlinien infolge des Gegendrucks der sekundären Amperewindungen in den Streuweg gedrängt. Diese Vorstellung erscheint insofern berechtigt, als in Fig. 172b die nutzbaren Kraftlinien und die Streulinien innerhalb der Sekundärspule entgegengesetzte Richtung haben. Sie ergeben also als Resultierende die Differenz beider; das sind die in Fig. 172c innerhalb der sekundären Spule gezeichneten Kraftlinien.

Wäre die Phasenverschiebung zwischen dem primären und sekundären Strom genau 180° , so wären die Streulinien zweifellos allein dem primären Strome zuzuschreiben. Es kann jedoch nach Fig. 170a der Zeitpunkt eintreten, wo der primäre Strom gleich Null ist, während der sekundäre Strom nicht gleich Null ist. Die Streulinien werden in diesem Augenblicke sicher vom sekundären Strome erzeugt.*) Wir werden daher sagen müssen, daß der Streufluß zu jeder Zeit und an jedem Ort durch die vereinigte Wirkung des momentanen primären und sekundären Stromes zustande kommt.

Um den Einfluß der Streuung so gering wie möglich zu machen, legt man die beiden Spulen möglichst dicht übereinander, oder man zerlegt jede Spule in mehrere Scheiben, so daß immer eine Scheibe der einen Wickelung zwischen zwei Scheiben der andern Spule liegt. Aber auch dann noch hat man mit einem geringen Spannungsabfall durch Selbstinduktion zu rechnen.

Um nun das Vektordiagramm mit Berücksichtigung der Streuung zu zeichnen, vernachlässigen wir den Leerstrom wegen seines geringen Betrages**) und nehmen an, daß der primäre und sekundäre Stromvektor einander direkt entgegengesetzt sind. Der Winkel zwischen dem Vektor i_2 und dem Vektor $OE = E_2 \cdot \xi_1 / \xi_2$ ist in Fig. 173a willkürlich gewählt, hängt jedoch in Wirklichkeit von dem Verhältnis der gesamten sekundären Selbstinduktion zum gesamten sekundären Widerstand ab. Wir tragen nun wieder in Richtung der Stromvektoren die betreffenden Ohmschen

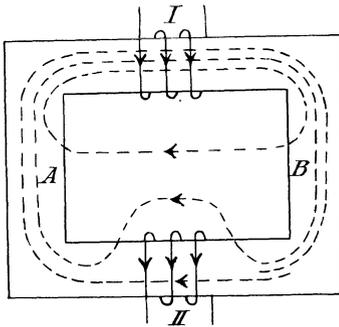


Fig. 172 c.

Spannungsverluste auf. Es ist also

$$OG = i_1 \cdot w_1,$$

$$OL = i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Die innere sekundäre Selbstinduktion, die durch die Streulinien geschaffen wird, bleibt nach S. 267 um 90° hinter der Stromstärke zurück. Sie muß durch eine entgegengesetzte Komponente ON der sekundären elektromotorischen Kraft aufgehoben werden, die dem sekundären Strome um 90° voraufeilt. Dann stellt die Resultierende OR aus dem inneren Ohmschen Spannungsverlust und der inneren Selbstinduktion den gesamten

*) Vergl. Heyland, ETZ 1904, S. 60.

**) Das genaue Transformatoridiagramm wird bei Besprechung des Drehstrommotors im Abschnitt 124 gegeben werden.

sekundären Spannungsabfall dar. Die Verbindungslinie RE ist dann die sekundäre Klemmspannung nach GröÙe und Phase. Es ist also

$$RE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Der Deutlichkeit wegen sind übrigens in Fig. 173a die Vektoren der Spannungsverluste und der Selbstinduktion verhältnismäÙig groÙ gezeichnet. In Wirklichkeit sind sie viel kleiner, so daÙ die sekundäre Klemmspannung sich wenig von der elektromotorischen Kraft unterscheidet.

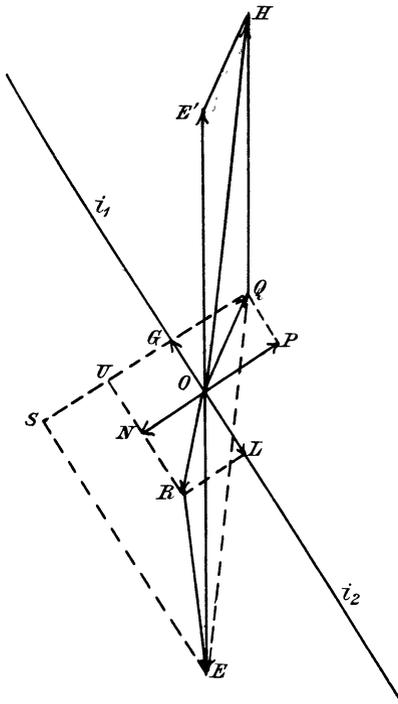


Fig. 173 a.

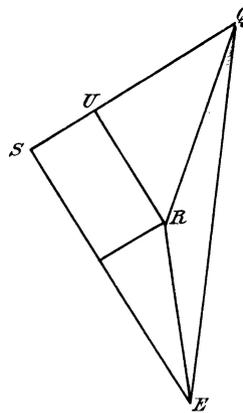


Fig. 173 b.

Die Komponente OP der Primärspannung, die der primären Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, eilt nun dem primären Stromvektor um 90° voraus. Dann stellt der Strahl OQ die Resultierende aus dem Ohmschen Spannungsverlust und der Selbstinduktion, d. h. den gesamten primären Spannungsverlust dar. Wir setzen ihn mit der Spannung OE' , die der elektromotorischen Gegenkraft das Gleichgewicht hält, zu einer Resultierenden zusammen und erhalten:

$$OH = e_1.$$

Damit sind sämtliche Vektoren nach GröÙe und Phase gegeben, und wir können nun wieder dazu übergehen, beide Spulen zu einem

einzigem Apparat zusammenzufassen. Wir verbinden deswegen den Punkt Q mit den Punkten G und E und fällen von R und E aus Senkrechte auf die Verlängerung von QG . Das so erhaltene, in Fig. 173b herausgezeichnete Dreieck QES stellt nun das Spannungsdreieck für den gesamten Transformator dar. Die Hypotenuse QE ist als Seite eines Parallelogramms gleich OH , also gleich der primären Klemmspannung e_1 . Die Strecke QU ist gleich der Summe der beiden inneren Selbstinduktionen und die Strecke RU gleich der Summe der beiden Ohmschen Spannungsverluste. Dann stellt die Strecke QR uns den gesamten Spannungsverlust durch Ohmschen Widerstand und Induktanz im ganzen Transformator dar, während die sekundäre Klemmspannung nach Größe und Phase durch die Strecke RE gegeben ist. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß der gemeinsame innere Spannungsverlust in Wirklichkeit viel kleiner ist als die Strecke QR in Fig. 173a und b.

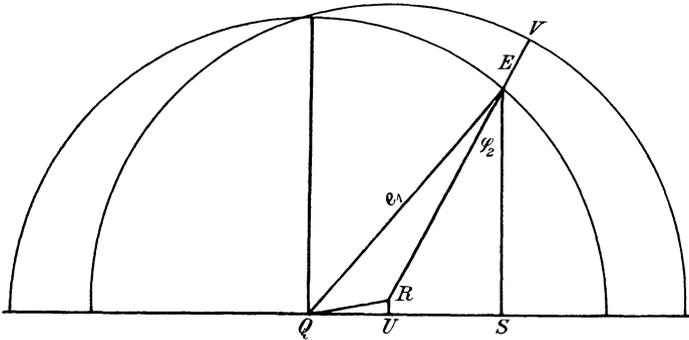


Fig. 174.

Es ist nun von Wichtigkeit, daß das Dreieck QRU sich experimentell ermitteln läßt. Schließt man nämlich die sekundäre Spule kurz, so wird $RE = 0$ und der Punkt E fällt mit dem Punkt R zusammen. Natürlich muß dabei die primäre Spannung so niedrig gewählt werden, daß gerade nur der normale Strom im kurzgeschlossenen Transformator erzeugt wird. Dann ist die bei diesem Versuch angewandte primäre Spannung direkt gleich QR . Da nun die gesamte Ohmsche Spannung sich für die betreffende Stromstärke berechnen läßt, so ist das Dreieck QRU leicht zu konstruieren.

Damit sind die Grundlagen des Kappschen Transformatorendiagramms für konstante Stromstärke und variable äußere Phasenverschiebung gegeben (Fig. 174). Wir zeichnen das Dreieck QRU aus der primären Kurzschlußspannung QR und dem gesamten Ohmschen Spannungsverlust RU , beides natürlich bei normalem Strom, und schlagen mit $QE = e_1$ als Radius 2 Kreise mit den Mittelpunkten Q und R . Für einen gegebenen Phasenverschiebungswinkel φ_2 im äußeren sekundären Kreis ist dann RE

die reduzierte sekundäre Klemmspannung und EV der sekundäre Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung. Das gilt natürlich nur für ein und dieselbe Stromstärke, für die die Länge QR experimentell ermittelt ist. Für eine andere Stromstärke hätte man diese Länge proportional der Stromstärke zu ändern und ein neues Diagramm zu zeichnen.

Nach dem Diagramm in Fig. 174 wird die Differenz zwischen der Leerspannung und der Spannung bei Belastung um so größer, je weiter der Punkt E auf dem Kreise nach unten rückt, je größer also der Phasenverschiebungswinkel φ_2 ist.

Bei negativer Phasenverschiebung liegt der Punkt E dicht an der Ordinatenachse oder links von der Ordinatenachse. Dadurch wird dann die sekundäre Klemmspannung RE bei Betrieb größer als die Leerlaufspannung QE . Dieser Fall tritt ein, wenn im sekundären Kreis Kapazität oder übererregte Motoren eingeschaltet sind (vergl. das entsprechende Diagramm des Generators in Abschnitt 98, sowie die Abschnitte 79 und 111).

Zwölftes Kapitel.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschinen. — 89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen. — 90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld. — 91. Die elektromotorische Kraft bei Einlochwicklung. — 92. Die elektromotorische Kraft bei Zweilochwicklung. — 93. Die elektromotorische Kraft bei Dreilochwicklung. — 94. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung. — 95. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung. — 96. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Stabwicklung. — 97. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Spulenwicklung.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschinen.

Obgleich sich im Laufe der Zeit herausgestellt hat, daß die einfache Innenpolmaschine fast in allen Fällen am günstigsten ist, wird es doch zweckmäßig sein, die verschiedenen Maschinentypen zu überblicken. Dabei empfiehlt es sich, den geschichtlichen Gang zu verlassen und die einfachsten Maschinen voranzustellen. Wir werden dabei vorläufig die

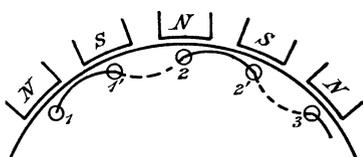


Fig. 175 a.

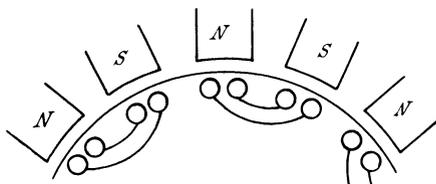


Fig. 175 b.

Ein- und Mehrphasenmaschinen zusammen behandeln, da die Besprechung der Eigentümlichkeiten der Drehstrommaschinen besser im Zusammenhang mit der Theorie des Drehstromes erfolgt. Es sei nur zum Verständnis dieses Kapitels erwähnt, daß die Einphasenmaschinen eine einzige Wicklung tragen. Jede Spulenseite kann dabei, wie in Fig. 175 a, in einem Loch untergebracht sein oder, wie in Fig. 175 b, in mehreren Löchern. Dabei liegt vor jedem Pol eine einzige Spulenseite. Im Gegensatz dazu tragen die Mehrphasenmaschinen mehrere, in bestimmter Weise verbundene Wicklungen, die räumlich gegeneinander verschoben sind. Diese Wicklungen oder Phasen können wir vorläufig als voneinander getrennt betrachten, so daß die Zweiphasenmaschine nichts anderes ist, als eine Maschine mit zwei Einphasenwicklungen. Wir fassen demnach in Fig. 175 c beispielsweise vorläufig nur die Wicklung 1 ins Auge, ohne uns um die andere Wicklung 2 zu kümmern. Auf diese Weise können wir im folgenden Wechselstrom- und Drehstrommaschinen gemeinsam behandeln.

Die Maschinen mit Aufsenspolen wurden früher sowohl für Ring- als auch für Trommelanker gebaut. Bei dem in Fig. 175d angedeuteten Ringanker sind alle Spulen im gleichen Sinne gewickelt und dann in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet. Zeichnet man, wie beim Gleichstromanker, die Strompfeile in die Drähte der vorderen Stirnfläche und verfolgt die Stromrichtung, so findet man, daß die gleichzeitig induzierten elektromotorischen Kräfte sich addieren.

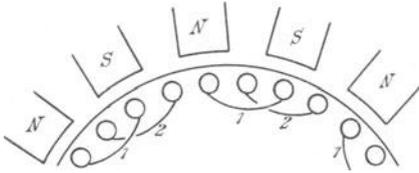


Fig. 175 c.

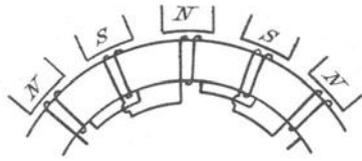


Fig. 175 d.

Die Maschine mit Aufsenspolen und Trommelanker (Fig. 175 a) wird auch heute noch für kleinere Leistungen und hohe Tourenzahlen gebaut. Prinzipiell haben wir pro Pol eine Spulenseite, und zwar wird, wie beim Gleichstromanker, von Mitte Nordpol bis Mitte Südpol gewickelt. Der

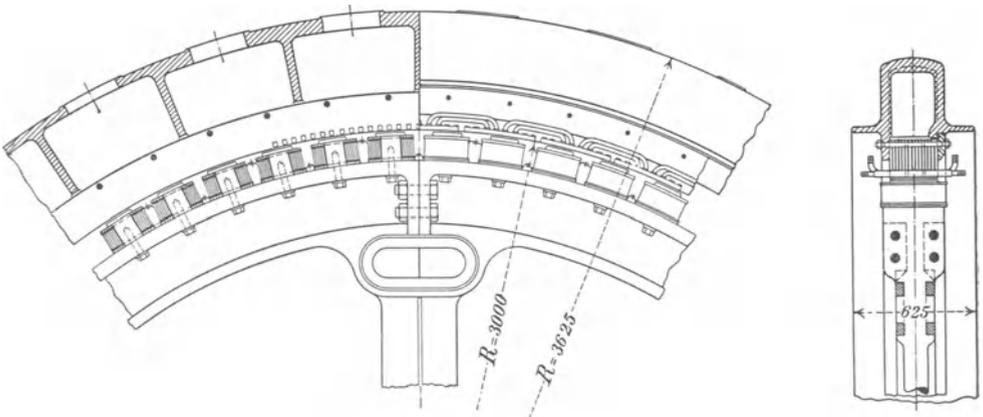


Fig. 176.

Dreiphasengenerator der Electricité et Hydraulique.

(Aus der Elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900, Seite 1013.)

Draht sei z. B. in Fig. 175 a im Loch 1 von hinten nach vorn und in 1' von vorn nach hinten geführt. Dann wird nach Fertigstellung der Spule 1, 1' die Spule 2, 2' durch die hinten liegende, punktiert gezeichnete Stirnverbindung dahinter geschaltet.

Die Innenpolmaschine (Fig. 176), die in ihrer Konstruktion und Wirkungsweise von bestechender Einfachheit ist, hat im Laufe der Zeit alle übrigen Konstruktionen verdrängt. Bei dieser Type steht der aus

Blechen zusammengesetzte Anker fest. Er trägt auf seinem inneren Umfang Nuten, die bei Hochspannungsmaschinen mit Mikanit, bei Niederspannungsmaschinen mit Prefspan ausgekleidet sind. Die Wicklung erfolgt nach dem gewöhnlichen Prinzip der Trommel und die Enden der Wicklung sind zu feststehenden Klemmen geführt, so daß ein Abnehmen des hochgespannten Stromes durch Schleifringe vermieden ist. Im Innern des Ankers rotiert das Polrad mit Wechselpolen, die, wie neuerdings allgemein üblich, auf dem Umfang eines als Joch dienenden Schwungrades befestigt sind. Die Erregerwicklung ist in unserem Falle aus flach aufgewickelmtem Kupferband hergestellt. Häufig besteht sie auch aus einer einzigen Lage Flachkupfer, das hochkantig gewickelt ist, und dessen einzelne Windungen

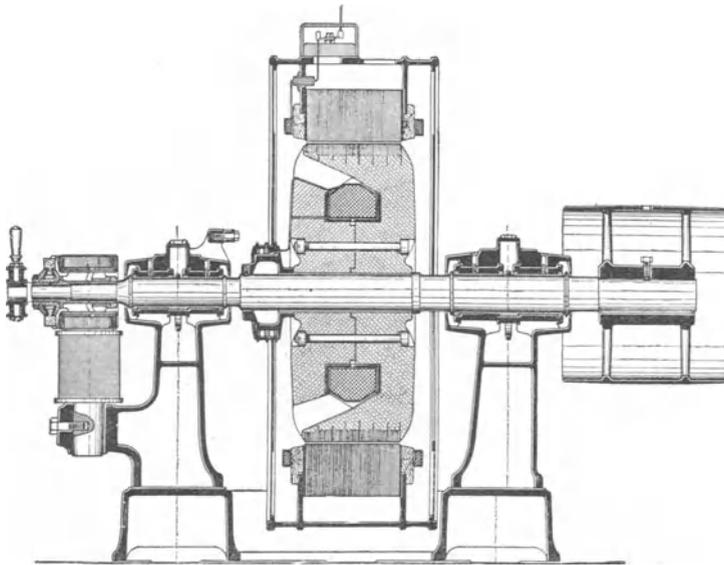


Fig. 177.

(Aus Kapp, Dynamomaschinen.)

durch Prefspan voneinander isoliert sind. Der Erregerstrom wird durch eine Gleichstrommaschine oder durch eine Akkumulatorenbatterie geliefert und dem Polrade durch Bürsten und Schleifringe zugeführt.

Die Erregung sämtlicher Magnetpole durch eine einzige Erreger-
spule wurde in der sogenannten Lauffener-Type durchgeführt, wie sie für die berühmte Kraftübertragung von Lauffen nach Frankfurt im Jahre 1891 angewendet wurde. Das Polrad enthält einen zweiteiligen eisernen Zylinder, der von der Erreger-
spule umschlossen ist (Fig. 177). Der Zylinder trägt klauenförmige Ansätze, die abwechselnd von rechts nach links und von links nach rechts über die Mitte hintbergreifen. Die Kraftlinien verlaufen dabei z. B. im Innern des Zylinders von links nach

rechts in Richtung der Achse und dringen durch die in der Papierebene liegende Polklaue der rechten Hälfte in den aufsen angeordneten Anker. Hier teilen sie sich in zwei Teile und kehren durch die vor und hinter der Papierebene liegenden Polklauen der linken Hälfte zum Innern der Spule zurück. Natürlich schließt sich ein großer Teil der Kraftlinien schon direkt von Polklaue zu Polklaue. Die Streuung solcher Maschinen ist also eine unverhältnismäßig große, und der Vorteil, den die eine Erregerspule bietet, ist zu teuer erkauft.

Während die bisher besprochenen Maschinen einen einzigen Polkranz besitzen, haben die Maschinen mit Scheibenankern zwei Polkranze, die so angeordnet sind, daß Polflächen ungleichen Vorzeichens einander gegenüber stehen. Wir betrachten zunächst den Fall, wo Wechsellpole aufeinander folgen, wie z. B. bei der älteren Ferrantimaschine (Fig. 178a). Dabei rotiert ein schmales, wellenförmiges Kupferband zwischen den Polflächen zweier Polkranze. Die in der Figur angedeuteten Pole liegen also hinter der Papierebene, und vor der Papierebene ist ein

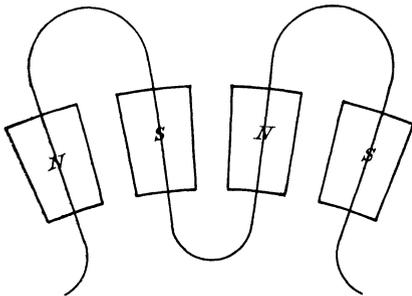


Fig. 178 a.

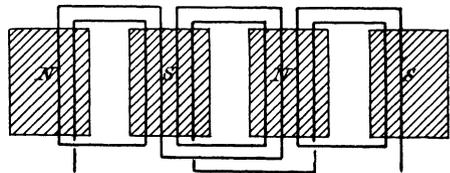


Fig. 178 b.

zweites Polsystem derartig angeordnet, daß ungleichnamige Pole sich gegenüberstehen. Diese ältere Ferrantimaschine ist deshalb von besonderem Interesse, weil sie am deutlichsten zeigt, daß man den Draht vor einem Nordpol entlang führt und vor dem nächsten Südpol zurückführt. Die Wicklung hat dabei ihren spulenartigen Charakter ganz verloren und ist zu einer reinen Wellenwicklung geworden.

Die neuere Ferrantimaschine besitzt das gleiche Polsystem wie die ältere, enthält jedoch scheibenförmige Spulen, wie sie auch bei den ersten Wechselstrommaschinen der Firma Siemens & Halske angewendet wurden. Um die prinzipielle Gleichheit der Scheibenwicklung und der Trommelwicklung deutlich zu machen, ist in Fig. 178b eine Spulenwicklung gezeichnet, die ebensogut für eine Ferrantimaschine, wie für eine Trommelwicklung gilt. Damit Fig. 178b eine Ferrantimaschine darstellt, haben wir die durch alle Polmitten gehende Gerade, wie in Fig. 178a, in der Papierebene zu einem Kreise zu biegen und vor der Papierebene noch einen zweiten Polkranz liegend zu denken. Andererseits

können wir Fig. 178b aber auch als den abgerollten Mantel einer Trommel auffassen, wobei die im Ankereisen induzierten Pole den hinter der Papier-ebene liegenden Magnetpolen gegenüberstehen.

Damit die elektromotorischen Kräfte in den einzelnen Spulen sich addieren, sind die Spulen wieder im umgekehrten Sinne hintereinander zu schalten. Es ist dabei zu beachten, daß bei der gezeichneten Wickelung zwei Einzelspulen-seiten verschiedener Spulen nebeneinander vor einem Pol liegen. Sie werden also in gleichem Sinne induziert und bilden eine gemeinsame Spulenseite von doppelter Drahtzahl.

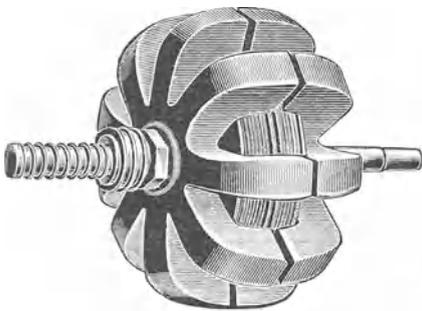


Fig. 179 a.

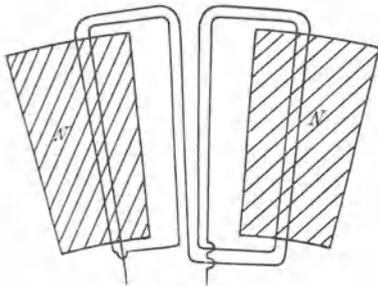


Fig. 179 c.

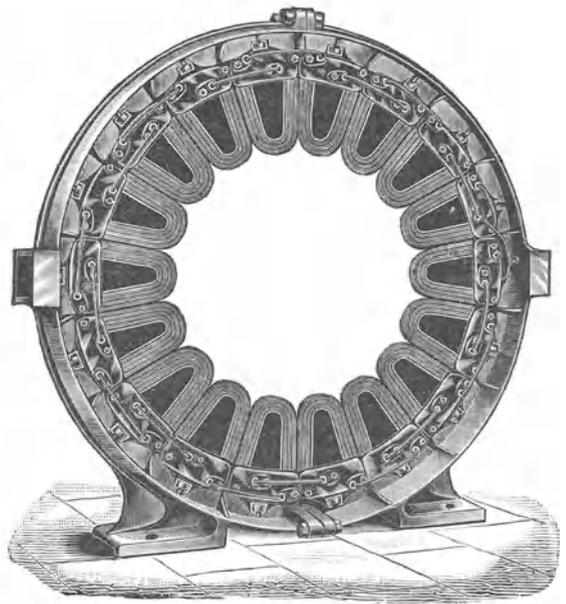


Fig. 179 b.

(Aus Kapp, Dynamomaschinen.)

Wir haben nun noch die Maschinen mit Gleichpolen zu erwähnen, obgleich sie eigentlich nur noch ein historisches Interesse haben. Zu den Gleichpolmaschinen gehört zunächst die Mordeymaschine, deren Magnet-system große Ähnlichkeit mit der Lauffener Type hat. Nur sind die klauenförmigen Ansätze nicht gegeneinander versetzt und ragen nicht über die Mitte hinaus, sondern die Pole der einen Hälfte stehen denen der andern Hälfte nach Fig. 179 a gerade gegenüber. Wir haben also auf der einen Seite eine Reihe von Nordpolen, auf der andern Seite eine Reihe von Südpolen. Wenn nun das Polrad rotiert, so schneiden die Kraftlinien durch die scheibenförmig gewickelten Spulen des feststehenden Ankers hindurch (Fig. 179b). Die Anzahl der Spulen ist doppelt so

grofs, wie die Zahl der auf einer Seite befindlichen Pole. Wenn von Mitte Nordpol bis Mitte Nordpol gewickelt wäre, so wäre die elektromotorische Kraft jeder Windung in jedem Augenblicke gleich Null. Es ist demnach, wie Fig. 179c zeigt, wesentlich von Mitte Nordpol bis Mitte der neutralen Zone gewickelt. Die elektromotorische Kraft kommt also nicht dadurch zustande, daß gleichzeitig beide Seiten einer Spule induziert werden wie bei der gewöhnlichen Trommelwicklung. Vielmehr liegt die eine Spulenseite gerade in der neutralen Zone, wenn sich die andere Spulenseite vor der Polmitte befindet. Die elektromotorische Kraft ist also bei gleicher Kraftlinienzahl, gleicher Drahtzahl und gleicher Periodenzahl halb so grofs, wie die einer Maschine mit Wechselecken.

Wir können diesen Unterschied auch so definieren: Bei einer Wechseleckenmaschine treten die Kraftlinien eines Poles während einer Periode in die Fläche der Spule hinein, wieder heraus, von der entgegengesetzten Seite hinein und wieder heraus. Dagegen tritt die Kraftlinienzahl eines Poles der Gleichpolmaschine während einer Periode in die Fläche der Spule nur einmal hinein und heraus.

Die Verbindung zweier Spulen geschieht wieder so, daß die elektromotorischen Kräfte sich addieren. Dabei haben wir zu beachten, daß zwei räumlich nebeneinander liegende Seiten verschiedener Spulen, wie in Fig. 178b, eine gemeinsame Gruppe bilden und gleichzeitig vor einem Pol liegen. Zwei benachbarte, in gleichem Sinne gewickelte Spulen müssen also nach Fig. 179c in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet werden, damit die elektromotorischen Kräfte in den verschiedenen Spulen sich addieren.

Zu den Maschinen mit Gleichpolen gehören nun auch die sogenannten Induktormaschinen. Das Eigentümliche dieser Maschinen besteht darin, daß weder die Hochspannungswickelung, noch die Erregerwicklung, sondern nur ein Eisenkörper rotiert. Dieser schließt den Kraftlinienweg bald an der einen, bald an der anderen Stelle des Ankers und induziert auf diese Weise elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Diese Maschinen lassen eine außerordentlich hohe Umfangsgeschwindigkeit zu. Fig. 180 stellt eine solche Induktormaschine der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft dar. Die Maschine besitzt zwei Anker *A* und *B*, die aus Blechen zusammengesetzt und durch das gemeinsame Joch *C* miteinander verbunden sind. Innerhalb des so gebildeten Hohlraumes liegt die Erregerspule *F*. Zwischen den beiden Ankern rotieren nun die Eisenklötze *G*, die an einem Schwungrad befestigt sind. Die Kraftlinien schließen sich da am zahlreichsten, wo der magnetische Widerstand am kleinsten ist. Sie dringen also vom Anker *A* durch den Polklotz *G* zum Anker *B*, und wenn der Polklotz rotiert, werden die Kraftlinien mitgenommen. Wir können also die rotierenden Polklötze durch rotierende Elektromagnete ersetzt denken. Die Ankerwicklung erfolgt natürlich, wie bei allen Gleichpolmaschinen, von der Polmitte bis zur Mitte der neutralen Zone.

Wäre keine Streuung vorhanden, so wäre die in der neutralen Zone liegende Spulenseite an der Induzierung der elektromotorischen Kraft unbeteiligt. Infolge der Streuung werden aber in zwei zusammengehörigen Spulenseiten elektromotorische Kräfte induziert, die sich entgegenwirken. Bezeichnen wir also die Streulinien mit N_s , die Kraftlinien des Polklotzes mit N_p , so entspricht die elektromotorische Kraft der Differenz $N_p - N_s$. Mit Berücksichtigung dessen, daß der Induktionsfluß nicht zwischen dem positiven und negativen Maximum, sondern nur zwischen dem Maximum und Null wechselt, hat man daher in die allgemeine Gleichung (143) auf S. 324 für N den Wert

$$N = \frac{N_p - N_s}{2} \quad (139)$$

einzusetzen.

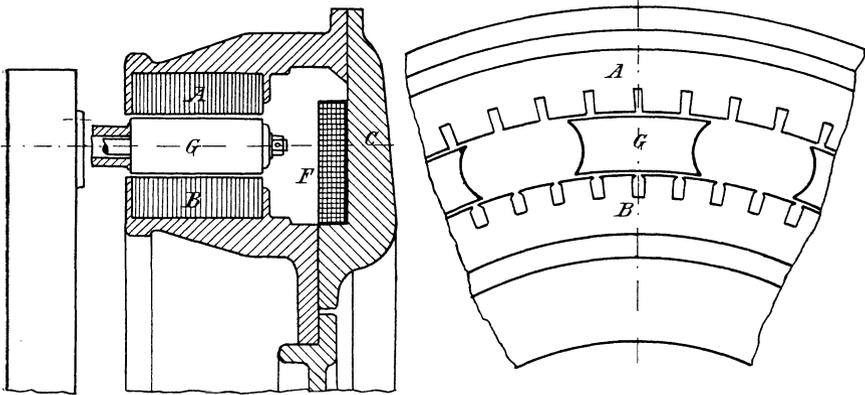


Fig. 180.

Der große Einfluß der Streuung bei den Induktormaschinen hat dazu geführt, daß sie, wie die Lauffener Type, ebenso schnell wieder verlassen sind, wie sie aufkamen. Die Streuung bedingt nämlich eine größere Kraftlinienzahl im Joch und daher eine größere, für das Joch erforderliche Amperewindungszahl. Das ist jedoch noch von geringer Bedeutung. Die Hauptsache ist, daß die Streuung der Feldmagnete einen erheblichen Spannungsabfall bei Belastung verursacht (vergl. Abschnitt 103).

89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen.

Der Unterschied der Gleichstrom- und Wechselstromwickelungen besteht darin, daß bei der Gleichstrommaschine die Ankerdrähte auf dem ganzen Umfang verteilt sind, während bei der Wechselstrommaschine die Drähte einer Spulenseite meist in eine Nut oder wenige nebeneinanderliegende Nuten zusammengedrängt sind. Die Breite einer Spulenseite ist dabei also in der Regel kleiner als die Polbreite und sogar kleiner als die

neutrale Zone. Die gleichzeitig in den verschiedenen Drähten induzierten elektromotorischen Kräfte addieren sich in jedem Augenblick. Wir erhalten also den Mittelwert der induzierten elektromotorischen Kraft, wenn wir die während einer Umdrehung stattfindenden Kraftlinienschnitte durch die Zeitdauer einer Umdrehung dividieren und mit 10^{-8} multiplizieren. Bezeichnet also:

N die Kraftlinienzahl eines Poles,

p die Zahl der Polpaare,

z' die Zahl der hintereinander geschalteten Leiter,

so ergeben sich pro Umdrehung $2p \cdot N \cdot z'$ Kraftlinienschnitte. Da die Zeitdauer einer Umdrehung $\frac{1}{n/60}$ Sekunde ist, so ergibt sich die mittlere elektromotorische Kraft zu

$$E_{\text{mittel}} = \frac{2p \cdot N \cdot z'}{\frac{1}{n/60}} \cdot 10^{-8} = 2N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (140)$$

Setzen wir nun

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60},$$

so erhalten wir:

$$E_{\text{mittel}} = 2N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (141)$$

Es ist von Interesse, diese Gleichung mit der für einen Gleichstromanker mit Serienwicklung zu vergleichen. Für diesen erhalten wir nach Gleichung (79) auf S. 139, indem wir die halbe Anzahl a der parallelen Stromzweige gleich 1 setzen:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Dabei bedeutete z die Gesamtzahl der Drähte auf dem Gleichstromanker. Von diesen ist aber nur die Hälfte hintereinander geschaltet. Wenn wir also die Zahl z' der hintereinander geschalteten Drähte einführen, so haben wir zu setzen:

$$z = 2z'$$

und erhalten für den Gleichstromanker:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot 2z' \cdot 10^{-8} = 2N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Das ist dieselbe Gleichung, die wir für die mittlere elektromotorische Kraft des Wechselstromankers gefunden haben.

Wir vergleichen jetzt eine Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine von derselben gesamten Drahtzahl und demselben Drahtquerschnitt. Bei gleicher gesamter Drahtzahl ist die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschine doppelt so groß wie die der Gleichstrommaschine. Dagegen ist die Stromstärke der Wechselstrommaschine halb so groß wie die der entsprechenden Gleichstrommaschine, weil der Strom der Wechselstrommaschine alle Drähte hinter-

einander in seiner vollen Stärke durchfließt, während der Gleichstromanker in zwei parallelen Zweigen durchflossen wird.

Dabei ist aber immer vorausgesetzt, daß alle Drähte der Wechselstrommaschine hintereinander geschaltet sind, und daß die in den einzelnen Drähten induzierten elektromotorischen Kräfte sich in jedem Augenblicke addieren. Unsere Ableitungen sind also nicht anwendbar auf rotierende Umformer (vergl. Abschnitt 95 und 136).

90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld.

Unter der Voraussetzung, daß die Feldstärke am Ankerumfang eine Sinusfunktion des Ortes ist und alle Drähte in einer Nut liegen, ergibt sich die maximale elektromotorische Kraft nach Gleichung (112) auf S. 255 zu

$$E_{max} = \pi \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Der Effektivwert ist $\sqrt{2}$ mal so klein wie der Maximalwert, er ergibt sich also zu

$$E = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2,22 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (142)$$

Man nennt das Verhältnis des Effektivwertes zum Mittelwert den Formfaktor. Dieser ist von der Form der Feldkurve und von der Art der Wicklung abhängig, und ergibt sich in unserem Falle zu $2,22 : 2 = 1,11$.

Wir gehen jetzt dazu über, die effektive elektromotorische Kraft auch für andere Verhältnisse zu bestimmen und schreiben daher Gleichung (142) ganz allgemein in der Form:

$$E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (143)$$

Bei Mehrlochwicklung ist die elektromotorische Kraft etwas kleiner als für Einlochwicklung mit gleicher gesamter Drahtzahl. Wir erhalten sie bei sinusförmiger Verteilung des Feldes in einfacher Weise, indem wir die elektromotorische Kraft für die verschiedenen liegenden Löcher einzeln nach Gleichung (142) berechnen. Die gefundenen Werte haben wir dann mit Berücksichtigung des Lochabstandes nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen.

Es sei z. B. bei sinusförmigem Feld und Zweilochwicklung der Lochabstand gleich ein Drittel der Teilung. Nun entspricht eine Teilung dem Bogen π . Die ganze elektromotorische Kraft ergibt sich also als die Resultierende aus zwei einzelnen elektromotorischen Kräften, die um den Bogen $\pi/3$ verschoben sind, und für die die Drahtzahl gleich $z'/2$ ist. Jede einzelne elektromotorische Kraft ist dann nach Gleichung (142):

$$E' = 2,22 \cdot N \sim \frac{z'}{2} \cdot 10^{-8}.$$

Wenn wir zwei gleiche elektromotorische Kräfte E' , die um den Bogen $\pi/3$ verschoben sind, nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen, so erhalten wir $2 \cdot \cos \pi/6 \cdot E' = 1,73 E'$. Die elektromotorische Kraft für den ganzen Anker ist also:

$$E = 1,73 \cdot E' = 1,92 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Von besonderem Interesse ist nun der Fall, wo die Spulenseite in so viel Löchern untergebracht ist, daß die Wickelung mit einer glatten Wickelung gleichwertig ist. Dieser Fall mag gleich bei dieser Gelegenheit behandelt werden, obgleich er weniger für Wechselstrommaschinen, als für Drehstrommotoren in Betracht kommt. Bei diesen haben wir es mit einem rotierenden, fast sinusförmigen Feld und einer Mehrlochwicklung zu tun, die ziemlich gleichwertig mit einer glatten Wickelung ist. Um dabei die Rechnung zu vereinfachen, ersetzen wir die Teilung durch den Bogen π und nehmen an, daß die Mitte der Spulenseite gerade um den Bogen α von der neutralen Zone entfernt ist (Fig. 181). Wir betrachten

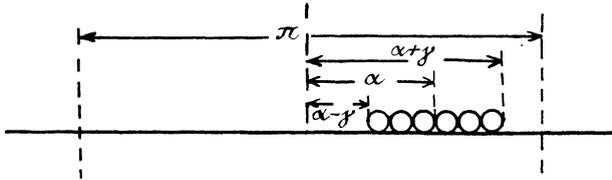


Fig. 181.

nun einen unendlich kleinen Teil der Spulenseite, der die Breite $d\varphi$ besitzt und von der neutralen Zone um den Winkel φ entfernt ist. Entspricht dann allgemein die Breite der Spulenseite dem Bogen 2γ , so liegt auf dem Bogen 2γ (vor allen Polen zusammen) die Drahtzahl z' , auf dem Bogen $d\varphi$ also die Drahtzahl $d\varphi \cdot z'/2\gamma$. Wenn diese Drahtzahl durch das sinusförmige Feld hindurchschneidet, so ergibt sich nach Gleichung (112) auf S. 255 eine maximale elektromotorische Kraft

$$\pi \cdot N \sim \frac{d\varphi \cdot z'}{2\gamma} \cdot 10^{-8}.$$

Der Momentanwert ist dem Sinus des Winkels φ proportional, ergibt sich also zu

$$dE = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \sim z' \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot 10^{-8}.$$

Da nun nach Fig. 181 der Anfang der Spulenseite um den Winkel $\alpha - \gamma$ von der neutralen Zone entfernt ist, das Ende derselben aber um den Winkel $\alpha + \gamma$, so haben wir zwischen den Grenzen $\alpha - \gamma$ und $\alpha + \gamma$ zu integrieren und erhalten den Momentanwert:

$$E = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \int_{\alpha - \gamma}^{\alpha + \gamma} \sin \varphi \cdot d\varphi.$$

Nun ist

$$\int_{\alpha-\gamma}^{\alpha+\gamma} \sin \varphi \cdot d\varphi = \cos(\alpha - \gamma) - \cos(\alpha + \gamma) = 2 \sin \alpha \cdot \sin \gamma.$$

Demnach ergibt sich der Momentanwert der elektromotorischen Kraft zu

$$E = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Der Momentanwert ist also proportional dem Sinus des Winkels, den die Mitte der Spulenseite mit der neutralen Zone bildet, und der Maximalwert ist:

$$E_{max} = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Dieser Wert unterscheidet sich von dem Maximalwert bei Einlochwicklung nur durch den Faktor $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$. Demnach wird die effektive elektromotorische Kraft auch in demselben Verhältnis kleiner und wir erhalten:

$$E = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (144)$$

Ist z. B., wie bei Drehstrommotoren mit Dreiphasen-Spulenwicklung die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} 2\gamma &= \frac{\pi}{3}, \\ \sin \gamma &= \sin \frac{\pi}{6} = 0,5, \\ \frac{\sin \gamma}{\gamma} &= \frac{0,5}{\pi/6} = \frac{3}{\pi}, \end{aligned}$$

und wir erhalten nach Gleichung (144):

$$E = 2,22 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2,12 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (145)$$

Für eine Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung, wie wir sie bei der schleichenden Dreiphasenwicklung haben, ergibt sich:

$$\begin{aligned} 2\gamma &= \frac{2}{3} \pi, \\ \sin \gamma &= \sin \frac{\pi}{3} = 0,866, \end{aligned}$$

und daraus nach Gleichung (144):

$$E = 2,22 \cdot \frac{0,866}{\pi/3} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 1,84 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (146)$$

Die Gleichungen (145) und (146) werden uns für Drehstrommotoren von besonderer Wichtigkeit werden, während für Wechselstrom- und

Drehstromgeneratoren mehr die Gleichungen des folgenden Abschnittes in Betracht kommen.

91. Die elektromotorische Kraft bei Einlochwicklung.

Während wir im vorigen Abschnitt ein sinusförmiges Feld voraussetzen, nehmen wir jetzt an, daß die Feldstärke unter dem Polbogen überall konstant ist und an der Polecke plötzlich auf Null fällt. Dann besteht die Kurve der elektromotorischen Kraft aus lauter Rechtecken. In Wirklichkeit hat allerdings die Abrundung der Pole und die Wirkung der Selbstinduktion zur Folge, daß die Kurve der elektromotorischen Kraft sich einer Sinuskurve nähert. Die im folgenden berechneten theoretischen Werte fallen also etwa um 10% zu groß aus.

In Fig. 182a ist die theoretische Kurve der elektromotorischen Kraft für Einlochwicklung gezeichnet. Die elektromotorische Kraft erreicht ihren maximalen Wert sofort, wenn das Loch des Ankers unter den Pol

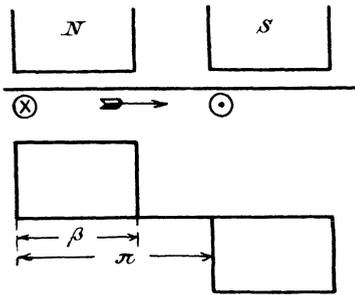


Fig. 182 a.

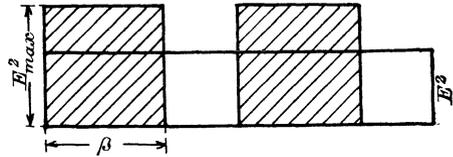


Fig. 182 b.

tritt, und behält diesen Wert, solange sich das Loch unter dem Pol befindet. Zur Berechnung dieses Maximalwertes dividieren wir die Kraftlinienschnitte vor dem ganzen Polbogen durch die Zeitdauer der Bewegung. Ist N die Kraftlinienzahl eines Poles und z' die Zahl der hintereinander geschalteten Drähte, so ergeben sich vor dem Polbogen $N \cdot z'$ Kraftlinienschnitte. Ist ferner das Verhältnis des Polbogens zur Teilung gleich $\beta : \pi$, so ergibt sich nach Fig. 182a:

der Bogen π wird in der Zeit $\frac{1}{2 \sim}$ zurückgelegt,
 " " β " " " " $\frac{1}{2 \sim} \cdot \frac{\beta}{\pi}$ " .

Wir erhalten also den Maximalwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{max} = \frac{N \cdot z' \cdot 10^{-8}}{\frac{1}{2 \sim} \cdot \frac{\beta}{\pi}} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (147)$$

Wir tragen nun, wie es in Fig. 182b geschehen ist, das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf und ersetzen die schraffierten Flächen durch ein Rechteck über der Basis 2π . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu $\frac{\beta}{\pi} \cdot E_{max}^2$. Wenn wir daraus die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (148)$$

Ist z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta/\pi = 2/3$, so ergibt sich nach Gleichung (147):

$$E_{max} = 3 N \sim z' \cdot 10^{-8}$$

und nach Gleichung (148):

$$E = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot E_{max} = 2,45 N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Nimmt man die oben erwähnte Reduktion um $10^0/0$ vor, so erhält man bei dem Verhältnis $\beta/\pi = 2/3$ fast genau denselben Wert wie bei sinusförmigem Feld und Einlochwicklung.

92. Die elektromotorische Kraft bei Zweilochwicklung.

Bei Zweilochwicklung ist die Breite 2γ der Spulenseite gleich dem Lochabstand (Fig. 183a). Wir betrachten der Einfachheit wegen nur den in der Praxis immer vorkommenden Fall, daß der Lochabstand kleiner

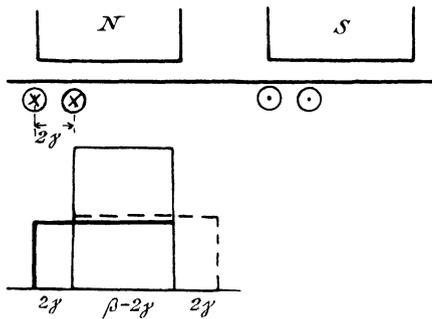


Fig. 183 a.

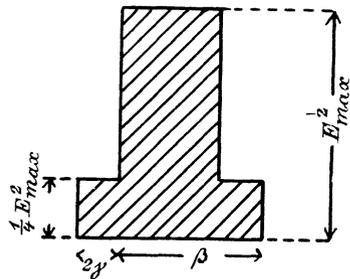


Fig. 183 b.

ist als die neutrale Zone. Wenn die Polteilung dem Bogen π und die Polbreite dem Bogen β entspricht, so entspricht die neutrale Zone dem Bogen $\pi - \beta$, und wir machen daher die Voraussetzung:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft setzt sich nun aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen 2γ gegeneinander verschoben

sind. Während der Zeit, wo sich beide Löcher vor dem Pol befinden, also über den Bogen $\beta - 2\gamma$, ist die elektromotorische Kraft ein Maximum. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte in einem oder in zwei Löchern angeordnet sind, so erhalten wir nach Gleichung (147):

$$E_{max} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Während sich dagegen nur ein einziges Loch vor dem Pol befindet, d. h. über den Bogen 2γ , ist die elektromotorische Kraft nur die Hälfte des Maximalwertes.

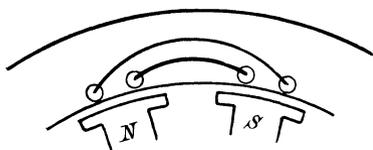


Fig. 184 a.

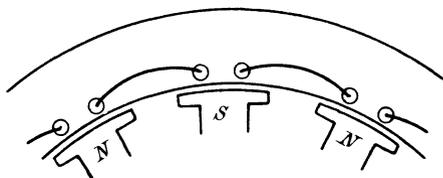


Fig. 184 b.

Wir tragen nun wieder das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf (Fig. 183 b) und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{2}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2 = (\beta - \gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren und aus dem Resultat die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (149)$$

Diese Gleichung gilt gleichmäßig für die in Fig. 184 a und b angedeuteten Wickelungen. In Fig. 184 a zählt der gezeichnete Teil der Wickelung als eine einzige Spule mit 2 Löchern pro Spulenseite, und die Zahl solcher Spulen auf dem Anker ist gleich p . In Fig. 184 b haben wir dagegen $2p$ Einzelspulen, deren Seiten in je einem Loch untergebracht sind. Für die Rechnung aber ist auch Fig. 184 b

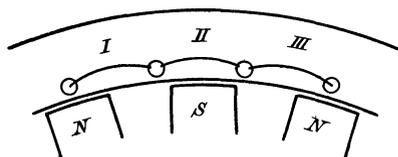


Fig. 185.

zu behandeln wie eine Zweilochwicklung mit p Spulenseiten. Natürlich muß dabei derart gewickelt sein, daß der Draht durch zwei dicht nebeneinander liegende Löcher in gleichem Sinne geführt wird.

Es ist übrigens von Interesse, daß die Wickelung mit sogenannten kurzen Spulen, wie sie in Fig. 185 gezeichnet ist, sich ebenfalls auf die Zweilochwicklung zurückführen läßt. Bei diesen kurzen Spulen umspannt eine Stirnverbindung oder ein Spulenkopf nicht die ganze Teilung, sondern

nur $\frac{2}{3}$ der Teilung. Auf diese Weise lassen sich ohne Überkreuzung drei verschiedene Wickelungen oder Phasen auf dem Anker unterbringen, die um 120° voneinander abstehen. Dabei ist allerdings der Nachteil, daß Drähte zweier verschiedener Phasen in einem Loch liegen. Elektrisch ist eine solche Wickelung gleichwertig mit einer Zweilochwicklung, da z. B. die Drähte der Phase I zur Hälfte vor einer Polmitte und zur anderen Hälfte um den Bogen $\pi/3$ von der Polmitte entfernt liegen. Dabei ist π wieder der Bogen, der einer Polteilung entspricht. In den beiden Spulenseiten einer Phase werden also zwei elektromotorische Kräfte induziert, die um den Bogen $\pi/3$ verschoben sind. Wir haben demnach für die Spulenbreite 2γ den Wert $\pi/3$ einzusetzen und die elektromotorische Kraft nach Gleichung (147) und (149) zu berechnen.

93. Die elektromotorische Kraft bei Dreilochwicklung.

Wir beschränken uns bei der Dreilochwicklung wieder auf den Fall, wo die Breite der Spulenseite kleiner ist als die neutrale Zone:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft ergibt sich nun einfach, wenn wir in Fig. 186a die Ordinaten dreier Kurven addieren, deren

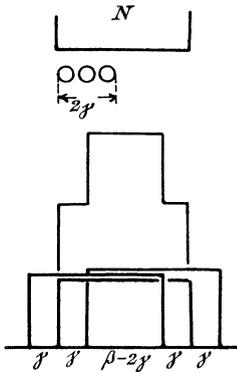


Fig. 186 a.

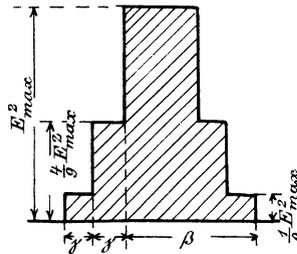


Fig. 186 b.

Phasendifferenz dem Lochabstand oder der halben Spulenbreite entspricht. Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 186a die Ordinaten der drei Kurven nicht genau gleich groß gezeichnet.

Im ersten Zeitraum, wo sich nur ein Loch unter dem Polbogen befindet, entspricht die elektromotorische Kraft dem dritten Teil der Ankerdrähte. Dieser Zeitraum dauert über den Bogen γ , wenn 2γ wieder die ganze Breite der Spulenseite ist. Über den weiteren Bogen γ entspricht die elektromotorische Kraft zwei Dritteln der Ankerdrähte und weiter über den Bogen $\beta - 2\gamma$ hat sie einen konstanten Wert, der durch die

ganze Drahtzahl gegeben ist. Die beiden ersten Vorgänge wiederholen sich dann, wenn die Spulenseite aus dem Polbogen heraustritt. Wir quadrieren nun die Momentanwerte, tragen die Quadrate in Fig. 186 b als Ordinaten auf und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{3}\right)^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot E_{max}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wir vereinigen die zusammengehörigen Größen, dividieren durch den Bogen π und ziehen die Wurzel. Dann erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}. \tag{150}$$

Dabei berechnet sich der Maximalwert wieder aus Gleichung (147) auf S. 327:

$$E_{max} = \frac{2\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Bei einer Dreiphasenmaschine mit Dreilochwicklung haben wir z. B. $3 \cdot 3 = 9$ Löcher pro Polteilung. Der Lochabstand, d. h. in unserem Falle der Wert von γ , ist also gleich $\pi/9$. Ist nun z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta : \pi = 1 : 2$, so erhalten wir nach Gleichung (147):

$$E_{max} = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 4 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Ferner ergibt sich nach Gleichung (150):

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{9}} \cdot E_{max} = 2,53 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

94. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung.

Im Gegensatz zu den Ausführungen auf S. 322 betrachten wir hier zunächst einen Fall, wo die Breite der Spulenseite größer als die Polbreite ist:

$$2\gamma > \beta.$$

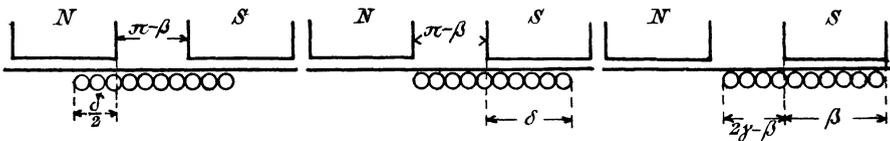


Fig. 187 a.

Fig. 187 b.

Fig. 187 c.

Jetzt ragt die Spulenseite selbst in den Augenblicken der maximalen Induktion (Fig. 187 c) über die Polbreite hinaus, und dann ist nicht die Breite 2γ , sondern die Breite β ein Maß für den Wert von E_{max} . Wir beginnen nun unsere Betrachtung mit dem Augenblick, wo die Mitte der Spulenseite in die neutrale Zone fällt (Fig. 187 a). Dann werden vor den

beiden Polen elektromotorische Kräfte induziert, die sich genau aufheben. Die elektromotorische Kraft der Spulenseite ist daher Null. Wenn dann die Spule um den Bogen α weiter schreitet, so nimmt die elektromotorische Kraft vor dem Südpol um einen Betrag zu, der dem Bogen α entspricht. Gleichzeitig nimmt die entgegengesetzte elektromotorische Kraft vor dem Nordpol um denselben Betrag ab. Daher entspricht die Zunahme der elektromotorischen Kraft dem Bogen 2α . Da der Bogen β ein Maß für den Wert von E_{max} ist, so ergibt sich der Momentanwert zu:

$$E = E_{max} \cdot \frac{2\alpha}{\beta}.$$

Dieser Zeitraum dauert so lange, bis die Spulenseite ganz aus dem Bereiche des Nordpols herausgetreten ist (Fig. 187b).

Bezeichnen wir nun den Betrag, um den die Spulenseite größer ist als die neutrale Zone, mit δ , so ergibt sich aus Fig. 187b:

$$\delta = 2\gamma - (\pi - \beta) = 2\gamma + \beta - \pi. \quad (151)$$

Der Weg, um den die Spulenseite im ersten Zeitraum vorwärts geschritten ist, ist dann nach Fig. 187a gleich $\delta/2$. Wir tragen nun die Quadrate der elektromotorischen Kraft als Ordinaten auf und berechnen die Fläche F_1 in Fig. 188. Sie ergibt sich zu:

$$F_1 = \int_0^{\delta/2} E_{max}^2 \cdot \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^2 \cdot d\alpha = \frac{4 \cdot E_{max}^2}{\beta^2} \cdot \left[\frac{\alpha^3}{3}\right]_0^{\delta/2}.$$

Setzen wir die Grenzen ein, so erhalten wir:

$$F_1 = \frac{E_{max}^2 \cdot \delta^3}{6 \cdot \beta^2}.$$

Der zweite Zeitraum liegt zwischen dem in Fig. 187b und 187c gezeichneten Augenblick. Er

ist dadurch bestimmt, daß die Spulenseite eine einzige Polfläche teilweise bedeckt. Bezeichnen wir jetzt den Betrag, um den die Spulenseite unter einen Polbogen getreten ist, mit α , so ist allgemein der Momentanwert der elektromotorischen Kraft während des zweiten Zeitraumes:

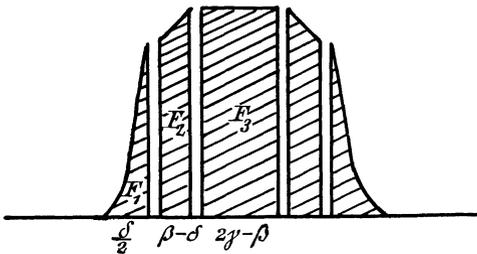


Fig. 188.

$$E = E_{max} \cdot \frac{\alpha}{\beta}.$$

Im Anfang unseres Zeitraumes ist α nach Fig. 187b gleich δ . Am Ende des Zeitraumes ist α nach Fig. 187c gleich β . Wir haben also die

Quadrate der Momentanwerte als Ordinaten aufzutragen und zwischen den Grenzen $\alpha = \delta$ und $\alpha = \beta$ zu integrieren. Wir erhalten dann die Fläche F_2 in Fig. 188 zu:

$$F_2 = \int_{\delta}^{\beta} E_{max}^2 \cdot \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot d\alpha = \frac{E_{max}^2 \cdot (\beta^3 - \delta^3)}{3\beta^2}.$$

Im dritten Zeitraum ist die ganze Polfläche von der Spulenseite bedeckt und die elektromotorische Kraft ist gleichmäfsig ein Maximum. Der Zeitraum dauert nach Fig. 187c über den Bogen $2\gamma - \beta$. Wir erhalten also, wenn wir das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auftragen:

$$F_3 = E_{max}^2 \cdot (2\gamma - \beta).$$

In Fig. 188 sind die Flächen getrennt gezeichnet, weil der Koordinatenanfang für die einzelnen Integrale nicht derselbe ist. Als Summe der Flächen erhalten wir dann:

$$2F_1 + 2F_2 + F_3 = E_{max}^2 \cdot \left(2\gamma - \frac{\beta}{3} - \frac{\delta^3}{3\beta^2} \right).$$

Wenn wir dann durch π dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma > \beta). \quad (152)$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, dafs die Breite der Spulenseite gröfser ist als die Polbreite. Deswegen haben wir nun auch den Wert von E_{max} in Gleichung (147) auf S. 327 im Verhältnis $\beta:2\gamma$ zu reduzieren, da von der ganzen Drahtzahl nur im Maximum der Betrag $\beta/2\gamma$ vor einem Pol liegt. Wir erhalten also für eine Spulenseite, die gröfser als die Polbreite ist, mit Berücksichtigung der Gleichung (147):

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \cdot z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma > \beta). \quad (153)$$

Ist dagegen die Spulenseite kleiner als die Polbreite, so bleibt für die maximale elektromotorische Kraft Gleichung (147) auf S. 327 ohne weiteres bestehen. Bei der Berechnung des Effektivwertes ist aber jetzt nicht mehr der Polbogen β , sondern die Breite 2γ ein Mafs für die maximale elektromotorische Kraft. Ferner sind die Integrationsgrenzen für den zweiten Zeitraum δ und 2γ , und der dritte Zeitraum währt über den Bogen $\beta - 2\gamma$. Dann ergibt sich, ähnlich wie oben:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^3}{12\gamma^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma < \beta). \quad (154)$$

Dabei berechnet sich jetzt der Maximalwert aus Gleichung (147) auf S. 327.

Ist nun die Breite 2γ der Spulenseite sogar kleiner als die neutrale Zone, so erhalten wir aus Gleichung (151) auf S. 332 einen negativen Wert für δ . Wir haben in diesem Falle δ gleich Null zu setzen und im übrigen nach Gleichung (154) zu rechnen. Der Beweis ergibt sich einfach daraus, daß die Fläche F_1 in diesem Falle gleich Null wird und daß die Fläche F_2 zwischen den Grenzen 0 und 2γ zu rechnen ist. Beides wird erfüllt, wenn wir δ gleich Null setzen.

95. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung.

Ein besonders wichtiges Beispiel für die glatte Wickelung der Wechselstrommaschinen bietet der Gleichstrom-Wechselstrom-Umformer. Dieser besteht aus einer Gleichstrommaschine, deren geschlossene Wickelung an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten mit zwei Schleifringen ver-

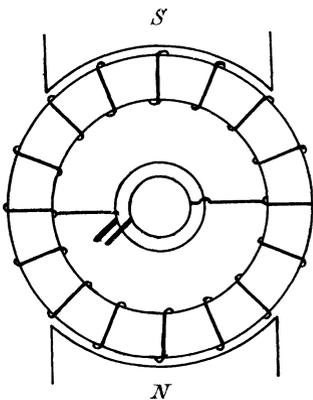


Fig. 189 a.

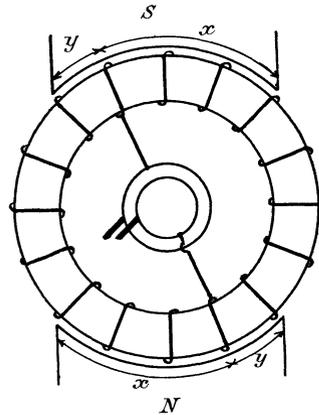


Fig. 189 b.

bunden ist. Ist die Maschine eine mehrpolige Maschine mit Parallelwicklung, so werden zwei Punkte, die um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu zwei Schleifringen geführt, und die beiden angeschlossenen Punkte werden mit den gleichliegenden durch Mordeyverbindungen verbunden.

Derartige Maschinen eignen sich sowohl zur gleichzeitigen Erzeugung von Gleichstrom und Wechselstrom (Laboratoriumsmaschinen), als auch zur Umwandlung der einen Stromart in die andere (rotierende Umformer). Sie können z. B. als Motoren von der Wechselstromseite aus angetrieben werden und liefern als Generatoren Strom auf der Gleichstromseite. Solange sich die Abzweigungspunkte, die mit den Schleifringen verbunden sind, in der neutralen Zone befinden (Fig. 189 a), sind die Bürsten auf den Schleifringen gleichbedeutend mit den Bürsten auf dem Kollektor.

Während dieser Zeit ist die elektromotorische Kraft des Wechselstromes konstant, und zwar ist sie gleich der Gleichstromspannung der Maschine. Sie ist also nach Gleichung (79) auf S. 139 gegeben durch:

$$E_{max} = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8},$$

wo z die gesamte Drahtzahl auf dem Anker bedeutet. Nun ist $z/2a$ die Drahtzahl einer Ankerabteilung. Es wird also

$$z' = \frac{z}{2a};$$

andererseits ist

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60}.$$

Mit Einführung dieser Werte in die Gleichung für E_{max} erhalten wir:

$$E_{max} = 2 N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Derselbe Wert hätte sich direkt aus Gleichung (153) ergeben.

Sobald nun die zu den Schleifringen geführten Punkte der Wickelung unter den Polbogen treten (Fig. 189b), ergibt sich die in einer Abteilung induzierte elektromotorische Kraft aus der Differenz der beiden elektromotorischen Kräfte, die auf dem Bogen y und dem Bogen x induziert werden. Die Spannung nimmt daher ab und wird schließlich gleich Null, wenn die beiden Zuführungsstellen vor der Polmitte stehen.

Der Effektivwert der elektromotorischen Kraft beim Umformer für einphasigen Wechselstrom ergibt sich, wenn wir in Gleichung (152) auf S. 333 für 2γ den Wert π einführen. Für das gebräuchliche Verhältnis $\beta : \pi = 2 : 3$ wird dann nach Gleichung (151) auf S. 332:

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = \frac{2}{3}.$$

Der Effektivwert wird dann aus Gleichung (152)

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\delta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2\pi}} = 0,745 E_{max},$$

oder mit Hilfe des oben berechneten Wertes von E_{max} :

$$E = 0,745 \cdot 2 N \sim z' \cdot 10^{-8} = 1,49 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Die effektive Wechselstromspannung ist also in unserem Beispiel das 0,745fache der Gleichstromspannung oder die Gleichstromspannung ist 1,34 mal größer als die Wechselstromspannung. Dieses konstante Verhältnis der Spannungen wird nun wichtig, wenn man hochgespannten Wechselstrom in Gleichstrom transformieren will. Man muß den Wechselstrom dann erst durch einen ruhenden Transformator auf den 0,745fachen Wert der gewünschten Gleichstromspannung transformieren. Die Höhe dieser letzteren ist dadurch nach oben hin begrenzt, daß der Kollektor der Gleichstrommaschine sich schwer für Spannungen über 1000 Volt

konstruieren läßt und das nur in Ausnahmefällen der Gleichstrom von hoher Spannung für Beleuchtungszwecke anwendbar ist. Die besprochene Umformung auf niedere Spannung kompliziert und verteuert nun allerdings die Anlage und man zieht daher unter Umständen eine Doppelmaschine vor, d. h. einen Wechselstrommotor, der mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt ist (Motorgenerator). Wiewohl die Frage, welches System vorzuziehen ist, noch nicht abgeschlossen ist, so scheint es doch, als ob die rotierenden Umformer, die in Amerika sehr verbreitet sind, sich auch in Europa Eingang verschaffen.

96. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Stabwicklung.

Ein weiteres Beispiel für die Berechnung der elektromotorischen Kraft nach Gleichung (152) und (153) bietet uns die schleichende Stabwicklung für Dreiphasenstrom (Fig. 190). Der Wicklungsschritt ist dabei wie bei Gleichstromserienwicklung etwas größer oder kleiner als die Teilung, so daß man bei einem vollen Umfang fast an die neben dem

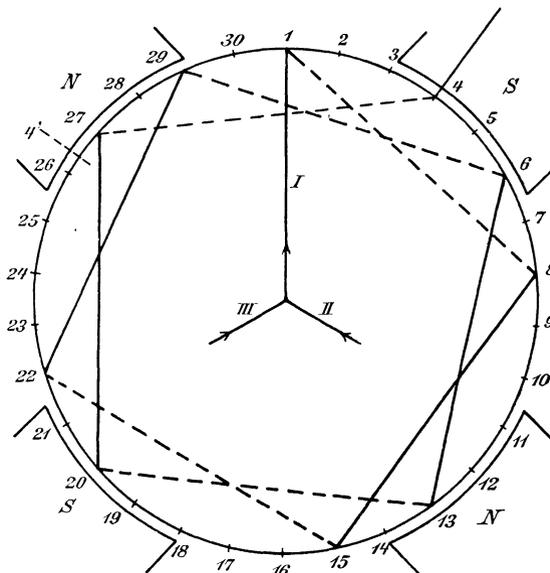


Fig. 190.

Ausgangspunkt liegende Stelle zurückkommt. Selbstverständlich bleibt dazwischen noch wieder Platz frei für den rückwärtigen Draht einer Windung. Man schreitet nun, wenn y der Wicklungsschritt ist, bei einem Umgang um $2p \cdot y$ Felder weiter und diese Zahl ist dann um zwei größer oder kleiner als die Gesamtzahl der Drähte. Ist z' die Drahtzahl pro Phase, so ist $3z'$ die gesamte Drahtzahl und wir erhalten:

oder

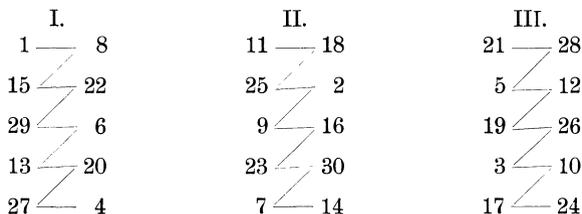
$$3z' = 2p \cdot y \pm 2$$

$$y = \frac{3z' \pm 2}{2p}.$$

Dabei muß y eine ungerade Zahl sein. Ist z. B., wie in Fig. 190, die gesamte Drahtzahl gleich 30, also $z' = 10$, so erhalten wir bei zwei Polpaaren:

$$y = \frac{30 \pm 2}{2 \cdot 2} = 8 \text{ oder } 7.$$

Der Wicklungsschritt 8 ist unbrauchbar und wir müßten schon statt dessen $y_1 = 7$ und $y_2 = 9$ wählen. Dagegen ist $y = y_1 = y_2 = 7$ direkt brauchbar. Wir führen also den Draht bei 1 von vorn nach hinten, biegen hinten um nach 8, führen den Draht bei 8 von hinten nach vorn etc. Im wesentlichsten ist wieder das Prinzip gewahrt, daß vor dem einen Pol hin- und vor dem ungleichnamigen Pol zurückgewickelt wird. Wir erhalten also für die drei Phasen die drei Wicklungsschemata:



Vorläufig können wir annehmen, daß alle sechs Enden der Wicklungen zu Schleifringen geführt werden, während in Wirklichkeit die Anfänge der drei Phasen in der gezeichneten Weise aneinandergelegt sind. Der Deutlichkeit wegen ist nur eine einzige Phase gezeichnet. Verfolgen wir nun die Wicklung der Phase I, so sehen wir, daß der Draht 8 fast gleichwertig ist mit dem Drahte 1. Er ist gerade so viel wert wie ein Draht, der (nun natürlich bei Ringwicklung) dicht neben 1 zwischen 1 und 30 liegt. Die vier Drähte 8, 15, 22 und 29 sind gerade so viel wert, als wenn sie direkt nebeneinander zwischen 1 und 29 liegen würden. Sämtliche Drähte der ersten Phase liegen auf diese Weise gleichsam auf dem Raume von 1 bis 27 oder richtiger zwischen 1 und 4', wo 4' die Stelle bedeutet, die dem Draht 4 äquivalent ist.

Wie man sieht, ist die Breite der so gebildeten glatten Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung ($2\gamma : \pi = 2 : 3$). Das Verhältnis der Polbreite zur Teilung sei $\beta : \pi = 1 : 2$. Da die Breite der Spulenseite größer ist als die Polbreite, so ist Gleichung (153) auf S. 333 anzuwenden und wir erhalten:

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 3 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Nach Gleichung (151) auf S. 332 ergibt sich dann:

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{6}$$

und nach Gleichung (152) auf S. 333:

$$E = E_{max} \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{162}} = 0,493 E_{max}.$$

Mit Einsetzung des obigen Wertes für E_{max} erhalten wir den Effektivwert zu :

$$E = 2,11 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

97. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Spulenwicklung.

Die schleichende Dreiphasenspulenwicklung, die in Fig. 191 gezeichnet ist, läßt sich ebenfalls auf eine glatte Wicklung zurückführen. In Fig. 191 zerfällt die ganze Wicklung in drei Abteilungen oder Phasen,

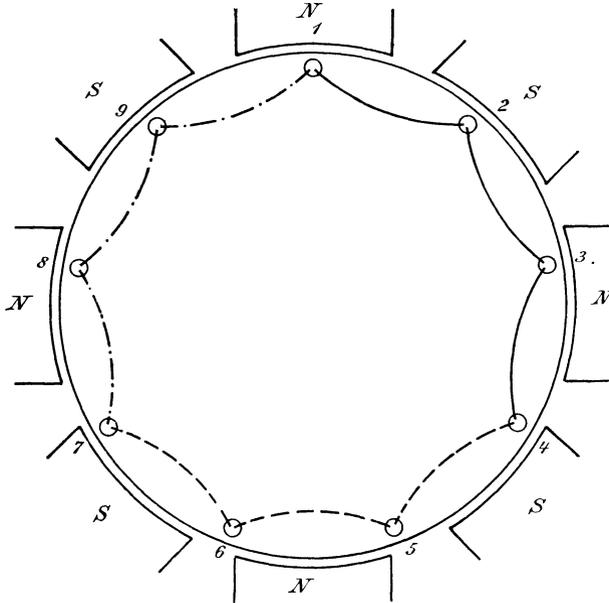


Fig. 191.

die so gewickelt sind, daß jedesmal zwei Einzelseiten verschiedener Spulen in einem Loch untergebracht sind. Dabei ist der Lochabstand ein wenig größer oder kleiner als die Teilung. Die drei Phasen liegen räumlich je auf dem dritten Teil des Umfanges, und zwar liegt eine Phase in den Löchern 1, 2, 3 und 4, die zweite, davon getrennte Phase in den Löchern 4, 5, 6 und 7, die dritte Phase in den Löchern 7, 8, 9 und 1. Wir haben auf einer Stirnfläche 9 Spulenköpfe (Stirnverbindungen) bei 8 Polen. Allgemein ergibt sich, daß die Anzahl der Pole um 1 kleiner oder größer

ist als die Zahl der Spulenköpfe. Da die letztere Zahl wegen der drei Phasen durch 3 teilbar ist, folgt, daß $2p \pm 1$ ebenfalls durch drei teilbar sein muß.

Betrachten wir die erste Phase, so sehen wir, daß das Loch 4 (natürlich bei einer Ringwicklung) identisch ist mit einem links neben 1 vor der Polecke des Nordpoles gedachten Loch. Die erste Phase erstreckt sich also gleichsam von 1 an nach links über den dritten Teil der Teilung.

Zur Berechnung der elektromotorischen Kraft haben wir demnach das Verhältnis $2\gamma : \pi$ gleich $1 : 3$ zu setzen. Nehmen wir also z. B. ein Verhältnis der Polbreite zur Teilung $\beta : \pi = 2 : 3$ an, so erhalten wir nach Gleichung (151):

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 1 = 0.$$

Da nun die Spulenbreite kleiner ist als die Polbreite, so haben wir die Gleichungen (147) auf S. 327 und (154) auf S. 333 anzuwenden und erhalten:

$$E_{max} = 2 \cdot \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 3 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$$

und

$$E = E_{max} \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^3}{12\gamma^2 \cdot \pi}} = E_{max} \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{1}{9}}.$$

Mit Einsetzung des obigen Wertes von E_{max} erhalten wir:

$$E = 2,24 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Bei der praktischen Ausführung sind die nebeneinander liegenden Spulenseiten verschiedener Spulen in zwei Löchern unterzubringen. Es ergibt sich übrigens der Nachteil, daß eine Ungleichmäßigkeit der Pole die Momentanwerte der elektromotorischen Kräfte in den drei Phasen ungleich macht.

Dreizehntes Kapitel.

98. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine. — 99. Das Diagramm der Amperewindungen. — 100. Berechnung der Ankerrückwirkung. — 101. Experimentelle Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung. — 102. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles. — 103. Berücksichtigung der primären Streuung.

98. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine.

Unter der Voraussetzung, daß der Selbstinduktionskoeffizient einer Maschine bei den verschiedenen Betriebszuständen einen konstanten Wert hat, ist das Diagramm der Wechselstrommaschine ein außerordentlich einfaches. Die von den Magnetkraftlinien induzierte elektromotorische Kraft E_1 ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen eine Kathete durch die Summe der inneren und äußeren Selbstinduktion und dessen

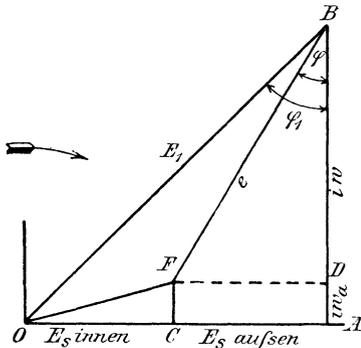


Fig. 192 a.

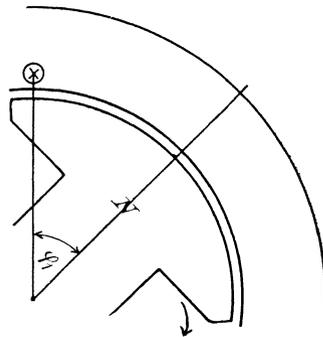


Fig. 192 b.

andere Kathete durch die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannung gebildet wird. In Fig. 192 a fällt der Vektor des Stromes in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die Selbstinduktion bleibt um 90° hinter dem Strome zurück und wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente OA der elektromotorischen Kraft. Die Strecke OA zerfällt wieder in zwei Teile, nämlich die innere Selbstinduktion OC und die äußere Selbstinduktion CA . Ebenso zerfällt die gesamte Ohmsche Spannung AB in den Ohmschen Spannungsverbrauch AD im Anker und in den Ohmschen Spannungsverbrauch DB im äußeren Stromkreise. Um nun die Klemmspannung zu ermitteln, zeichnen wir das Rechteck

CFDA. Dann stellt die Verbindungslinie *FB* die Klemmspannung der Maschine dar, denn sie ist die Hypotenuse zu den Katheten der äußeren Selbstinduktion und der äußeren Ohmschen Spannung. Ferner stellt *OF* den gesamten Spannungsverlust in der Maschine dar. Es ist schon im Abschnitt 75 darauf hingewiesen, daß man diesen nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahieren muß, um die Klemmspannung *e* zu erhalten.

Der Winkel *FBD* ist der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Klemmspannung und Stromstärke, also der Phasenverschiebungswinkel im äußeren Stromkreise. Dagegen stellt der Winkel φ_1 die Phasenverschiebung zwischen elektromotorischer Kraft und Stromstärke dar. Um die räumliche oder zeitliche Bedeutung dieses Winkels deutlich zu machen, ist in Fig. 192b der Pol gerade in dem Augenblick gezeichnet in dem die Stromstärke ihren maximalen Wert hat. Wäre die Phasenverschiebung gleich Null, so fiel dieses Maximum des Stromes mit dem Zeitpunkt zusammen, wo die Polmitte sich vor dem Draht befindet. Tatsächlich aber wird das Maximum des Stromes um den Winkel φ_1 später erreicht, nachdem die Polmitte den Draht schon passiert hat. Selbstverständlich ist der im Diagramm gezeichnete Winkel φ_1 nur bei einer zweipoligen Maschine gleich dem räumlichen Winkel. Bei mehrpoligen Maschinen mit *p* Polpaaren entspricht allgemein ein Winkel des Diagramms ein p mal so kleinen räumlichen Winkel.

Um nun das Diagramm in Fig. 192a zeichnen zu können, müssen wir die Leerlaufcharakteristik und den Selbstinduktionskoeffizienten der Maschine kennen. Wir können die Charakteristik leicht experimentell ermitteln, indem wir den Magnetstrom durch Veränderung eines Regulierstandes variieren oder indem wir die Spannung der Erregermaschine verändern. Wir tragen dann den Erregerstrom oder die Amperewindungen pro Polpaar als Abszisse und die Leerlaufspannung als Ordinate auf. Diese Spannung ist gleich der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Man erhält auf diese Weise die statische Charakteristik (Fig. 205). Diese steigt zunächst gradlinig an, solange die Kraftlinienzahl und damit die Eisensättigung gering ist. Denn dann spielt in dem ganzen magnetischen Kreis der Luftraum die Hauptrolle, und die erzeugten Kraftlinien sowie die elektromotorische Kraft sind den Erregeramperewindungen proportional. Sobald aber infolge zunehmender Sättigung des Eisens die magnetische Leitfähigkeit des Eisenweges abnimmt, wird die Kurve flacher und flacher.

Die statische Charakteristik sei nun durch Experiment bestimmt oder eventuell durch Rechnung nach Abschnitt 57 ermittelt. Es gilt nun noch, die innere Selbstinduktion zu bestimmen. Wir machen zunächst zu diesem Zwecke die Annahme, daß die Stellung des Ankers gegenüber den Polen keine wesentliche Veränderung der vom Anker erzeugten Selbstinduktionskraftlinien bewirken soll. Fig. 193a und b zeigt allerdings, daß der

magnetische Widerstand für die vom Ankerstrom erzeugten, in der Figur punktiert gezeichneten Kraftlinien je nach der relativen Lage des Poles und der Spule verschieden ist. Der Selbstinduktionskoeffizient ist also zunächst während einer Periode keine konstante Größe. Ferner aber wird er auch von der Phasenverschiebung beeinflusst, da es für die vom Anker erzeugten Kraftlinien nicht gleichgültig sein kann, ob das Maximum des Stromes in der neutralen Zone oder vor der Polmitte auftritt.

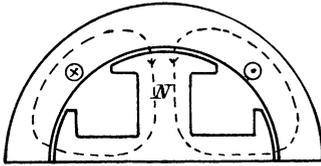


Fig. 193 a.

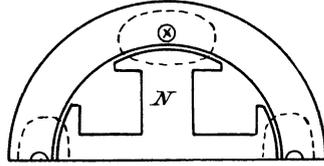


Fig. 193 b.

Sehen wir aber davon ab, so können wir die Selbstinduktion experimentell ermitteln, indem wir eine Wechselstromspannung an den Anker unserer feststehenden Maschine legen. Diese Spannung wird so niedrig gewählt, daß sie nur den normalen Strom durch den Anker treibt. *) Wenn wir dann von dem geringen Ohmschen Spannungsverbrauch absehen, ist die an den Anker gelegte Spannung gleich der elektromotorischen

Gegenkraft der Selbstinduktion. Wenn wir sie also durch die Stromstärke dividieren, erhalten wir direkt die Induktanz $L\omega$.

Nachdem so die Leerlaufcharakteristik und die Induktanz des Ankers bestimmt sind, können wir für eine gegebene Erregung die Klemmspannung bei einem bestimmten Stromverbrauch vorausbestimmen. Der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise muß dabei ebenfalls gegeben

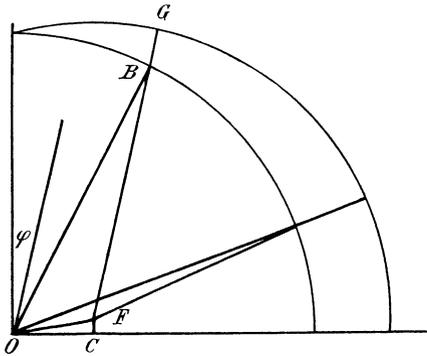


Fig. 194.

sein. Wir suchen dazu aus der statischen Charakteristik für die gegebene Erregung die elektromotorische Kraft E_1 und schlagen von O aus einen Kreis mit dem Radius $OB = E_1$ (Fig. 194). Dann konstruieren wir aus $CF = i \cdot w_a$ und $OC = L\omega \cdot i$ das Dreieck OFC . Um dann für einen bestimmten Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise

*) Bei größeren Maschinen ist dies Experiment unter Umständen sehr gefährlich, da die vom Anker erzeugten Kraftlinien mit der vollen Periodenzahl durch die Magnetwindungen hindurchschneiden und in ihnen Spannungen von gefährlicher Höhe induzieren.

das Diagramm zu ermitteln, ziehen wir von O aus einen Strahl unter dem Winkel φ gegen die Ordinatenachse. Durch F legen wir eine Parallele zu diesem Strahl, die den Kreis im Punkte B schneidet. Dann ist FB nach Fig. 192a die gesuchte Klemmspannung. Die algebraische Differenz $OB - FB$ gibt uns den Abfall der Klemmspannung zwischen Leerlauf und normaler Belastung an. Um diese Differenz bequem ablesen zu können, schlagen wir von F aus mit dem Radius $FG = E_1$ einen zweiten Kreis, der die Verlängerung von FB im Punkte G schneidet. Dann ist BG der gesuchte Spannungsabfall. Wie die Figur zeigt, wird dieser Spannungsabfall um so größer, je weiter der Punkt B sich auf dem Kreise nach unten bewegt, je größer also der Winkel φ ist.

Der Spannungsabfall erreicht seinen größten Wert, wenn die Phasenverschiebung 90° beträgt (Fig. 195a). In diesem Falle ist die äußere Ohmsche Spannung gleich Null und die Klemmspannung ist gleich der

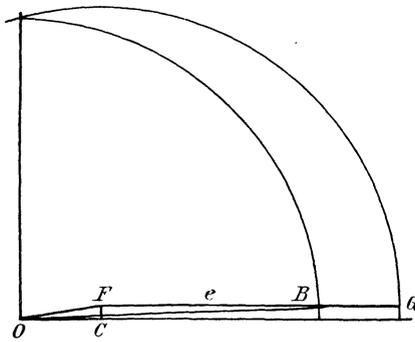


Fig. 195 a.

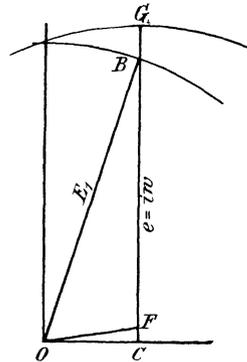


Fig. 195 b.

äußeren Selbstinduktion. Der innere Spannungsverlust OF subtrahiert sich jetzt fast algebraisch von der elektromotorischen Kraft OB und die Klemmspannung erreicht ihren niedrigsten Wert.

Dagegen zeigt Fig. 195b, daß der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung besonders klein wird, wenn die Maschine nur auf Glühlampen arbeitet und wenn infolgedessen die Phasenverschiebung aufsen gleich Null ist. Die Klemmspannung FB ist in diesem Falle gleich der äußeren Ohmschen Spannung und die äußere Selbstinduktion ist gleich Null.

Von besonderem Interesse ist nun noch der Fall, wo die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise negativ ist (Fig. 196). Dann gilt der Vektor des Stromes i dem Vektor FB der Klemmspannung um den Winkel φ voraus. Das kann eintreten, wenn eine Kapazität oder ein übererregter Synchronmotor im Stromkreise eingeschaltet ist. Unter diesen Umständen ist die Klemmspannung e sogar größer als die elektromotorische Kraft E_1 . Diese auffällige Erscheinung wird erst in den Abschnitten 107

und 111 vollständig besprochen werden können. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß Wechselstrommotoren eine elektromotorische Gegenkraft haben können, die größer als die Netzspannung ist und die sogar größer als die elektromotorische Kraft des Generators sein kann. Liefert z. B.

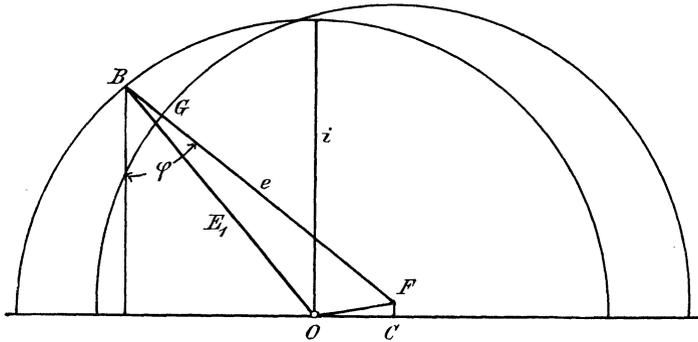


Fig. 196.

der Generator eine elektromotorische Kraft von 1000 Volt und ist die elektromotorische Gegenkraft des Motors 1200 Volt, so stellt sich eine Klemmspannung von etwa 1100 Volt her. Zugleich eilt dann die Stromstärke in der Phase voraus und wir erhalten Verhältnisse, wie sie in Fig. 196 gezeichnet sind.

99. Das Diagramm der Amperewindungen.

Das im vorigen Abschnitt besprochene Diagramm der elektromotorischen Kräfte liefert uns schnell und anschaulich ein Bild von der Wirkungsweise der Wechselstrommaschine. Es läßt uns aber im Stich, wenn wir die für einen bestimmten Betriebszustand nötige Erregung vorausberechnen wollen. Ein großer Teil der vom Anker erzeugten Kraftlinien verläuft nämlich durch die Magnetkerne und wirkt dort den Kraftlinien entgegen, die von der Magneterregung erzeugt werden.

Wir trennen daher zunächst die ganze, früher als Selbstinduktion bezeichnete elektromotorische Kraft in zwei Teile. Der erste Teil, den wir mit E_2 bezeichnen wollen, wird durch die vom Anker erzeugten Kraftlinien induziert, die sich nach Fig. 197a durch die Magnete hindurch schließen. Die Figur ist unter der Annahme gezeichnet, daß das Polrad im Sinne des Uhrzeiger gedreht wird, und daß infolge von Phasenverschiebung der Strom erst im gezeichneten Augenblick sein Maximum erreicht. Wie man sieht, wirken die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die durch die gestrichelte Kurve angedeutet sind, den Kraftlinien der Pole entgegen.

Der zweite Teil der Selbstinduktion, den wir von jetzt an als die Streuinduktion E_{st} bezeichnen wollen, wird durch die Streulinien des

Ankers geschaffen. Von diesen verläuft ein Teil nach Fig. 197 b durch die Stege der Ankerzähne und ein Teil schließt sich nach Fig. 197 c um die Stirnverbindungen herum. Endlich können wir auch die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die sich nach Art der Querkraftlinien eines Gleichstromankers durch den Polschuh schließen, zu den Streulinien rechnen.

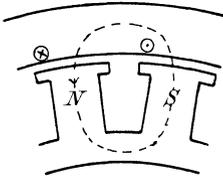


Fig. 197 a.

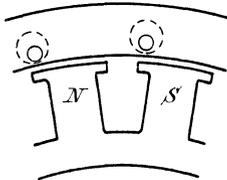


Fig. 197 b.

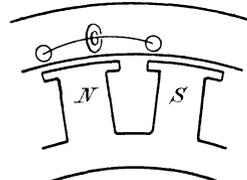


Fig. 197 c.

Wenn wir so die von den Ankerkraftlinien induzierte elektromotorische Kraft in die beiden Teile E_2 und E_{st} trennen, so erhalten wir das Diagramm in Fig. 198 a. Darin wird E_2 durch die Ankerrückwirkung und E_{st} durch die Ankerstreuung induziert, während E_1 bei der gegebenen Eisen-sättigung des Betriebes durch die Magneterregung geschaffen wird.

Wie man sieht, sind die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 rein fiktive Werte, die gar nicht tatsächlich auftreten, da ja die Kraftlinien, von denen sie induziert werden, nicht selbständig existieren, sondern sich in jedem Augenblicke zu einer Resultierenden zusammensetzen. Ja, die Selbstinduktion der Magnetspulen und die Wirbelströme im Poleisen werden

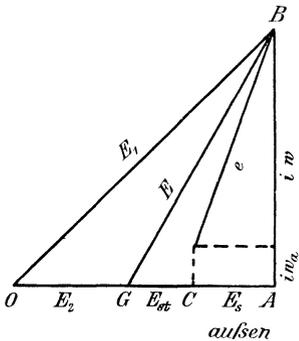


Fig. 198 a.

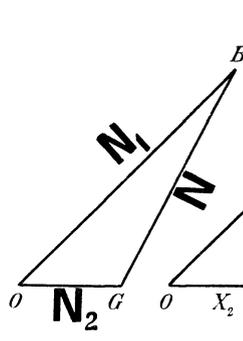


Fig. 198 b.

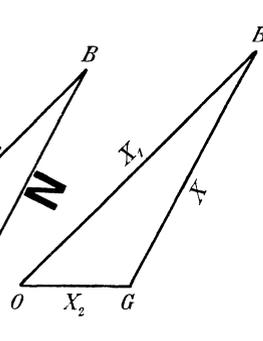


Fig. 198 c.

es sogar verhindern, daß die vom Wechselstrom erzeugten Gegenkraftlinien N_2 entstehen und verschwinden, wie etwa die Streulinien des Ankers. Es stellt sich vielmehr unter dem Einfluß der konstanten Erregung durch Gleichstrom und unter dem Einfluß einer mittleren Ankerrückwirkung eine wesentlich konstante Kraftlinienzahl N in den Magneten her.

In Fig. 198 b sind also die von der Magneterregung geschaffenen Kraftlinien N_1 und die von der Ankerrückwirkung geschaffenen Kraft-

linien N_2 ebenfalls noch fiktive Werte. Es existiert tatsächlich nur das resultierende Feld N , und durch dieses wird direkt die tatsächliche elektromotorische Kraft $E = GB$ in Fig. 198a induziert. Dabei sind die Dreiecke der Kraftlinien und der elektromotorischen Kräfte einander ähnlich, da bei der gegebenen Periodenzahl und Drahtzahl die elektromotorische Kraft der entsprechenden Kraftlinienzahl proportional ist.

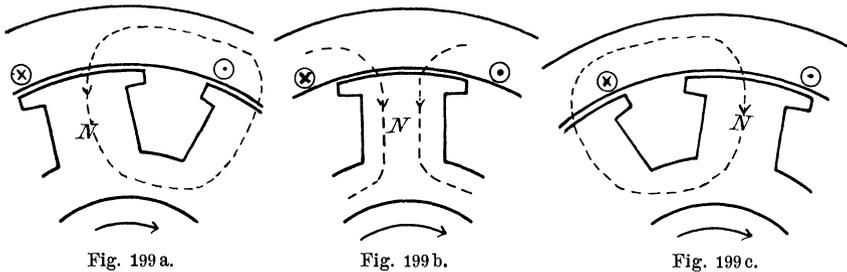
Da nun andererseits alle Amperewindungen auf denselben magnetischen Kreis wirken, so sind wieder die Kraftlinien den entsprechenden Amperewindungen proportional. Wir erhalten so das Dreieck in Fig. 198c, das wieder dem Dreieck in Fig. 198a ähnlich ist. Es bedeutet dabei:

- X_1 die Magneterregung,
- X_2 die Ankerrückwirkung,
- X die resultierende Erregung.

Der Vorteil ist nun, daß man es nicht mit fiktiven Kraftlinien und elektromotorischen Kräften zu tun hat, sondern mit den wirklich existierenden Amperewindungen X_1 und X_2 . Die daraus resultierende Erregung X schafft uns eine wirkliche Kraftlinienzahl und eine elektromotorische Kraft, deren Betrag direkt aus der Leerlaufcharakteristik entnommen werden kann (vergl. Abschnitt 102). Sie wird aufgebraucht für die innere Streuinduktion GC und die äußere Selbstinduktion CA , sowie für die ganze Ohmsche Spannung BA . Die elektromotorische Kraft $E = GB$ ist ein Maß für die im ganzen magnetischen Kreise verlaufenden Kraftlinien $N = GB$.

100. Berechnung der Ankerrückwirkung.

Bei Maschinen für einphasigen Wechselstrom gestaltet sich die Berechnung der Ankerrückwirkung verhältnismäßig unsicher. Ist die Phasenverschiebung gleich 90° (Fig. 199a, b, c), so erreicht der Anker-



strom seinen höchsten Wert in dem Augenblick, wenn der Ankerdraht sich in der neutralen Zone befindet. Schaft und Spitze der Strompfeile sind daher in Fig. 199b besonders stark gezeichnet. Wie durch die gestrichelt gezeichneten Kraftlinien angedeutet wird, wirkt der Ankerstrom in diesem Augenblick der Magneterregung direkt entgegen.

Bezeichnet dann z' die hintereinander geschaltete Drahtzahl des Ankers, so ist die Drahtzahl pro Spulenseite gleich $\frac{z'}{2p}$. Das ist zugleich die Windungszahl des Ankers pro Polpaar. Die Ankerrückwirkung pro Polpaar ist also für den Augenblick in Fig. 199b:

$$X_{2max} = \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

Da der Ankerstrom in den vorausgehenden und folgenden Augenblicken geringer ist, so werden wir eine mittlere Stromstärke statt der maximalen einführen müssen und erhalten:

$$X_2 = \frac{z'}{2p} \cdot i_{mittel} = \frac{z'}{2p} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max}.$$

Wenn wir für i_{max} den Wert $\sqrt{2} \cdot i$ einführen, wo i der Effektivwert des Ankerstromes ist, so erhalten wir pro Polpaar:

$$X_2 = 0,9 \cdot \frac{i \cdot z'}{2p}.$$

Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß der Weg für die Kraftlinien erschwert wird, wenn der Pol sich nicht gerade vor dem Spulenkopf befindet. *) Es kommt uns jedoch mehr darauf an, die Faktoren zu erkennen, die die Ankerrückwirkung bestimmen, als mathematisch genau ihren Wert zu berechnen. Überhaupt ist die Berechnung verhältnismäßig unsicher, weil das vom Anker erzeugte Feld trotz der Selbstinduktion der Magnetspulen und der Wirbelströme im Poleisen nicht unwesentlich fluktuiert.

Wesentlich zuverlässiger ist die Rechnung bei Dreiphasenmaschinen, bei denen auf dem Anker drei besondere Wickelungen liegen. Obgleich die Gesetze des Dreiphasenstromes erst später behandelt werden, können wir doch schon hier die Tatsache benutzen, daß der Strom immer in der einen Spulenseite ein Maximum ist, wenn er in der rechts und links liegenden Spulenseite den halben Wert hat. Bei einer Phasenverschiebung von 90° führt also der Leiter, der in der neutralen Zone liegt, den maximalen Strom, während die Leiter zu seinen beiden Seiten einen Strom von der gleichen Richtung, aber von der halben Stärke führen (Fig. 200).

Um nun die Ankerrückwirkung pro Polpaar zu ermitteln, betrachten wir zunächst die Löcher 2 und 5, in denen der Strom gerade seinen maximalen Wert hat. Ist die Drahtzahl pro Phase gleich z' , so ist die Drahtzahl pro Spulenseite gleich $\frac{z'}{2p}$. Die Amperewindungen der Spule 2, 5 sind dann $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$. Diese Amperewindungen wirken auf den ganzen Luft-

*) Kapp erhält durch genaue Berücksichtigung aller Verhältnisse statt des Faktors 0,9 den Faktor 0,736 für eine Polbreite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung und den Faktor 0,8 für eine Polbreite gleich $\frac{1}{2}$ der Teilung. (Siehe Kapp, Dynamomaschinen 4. Aufl., S. 423 ff.)

querschnitt, sind also den Amperewindungen der Magnete gleichwertig. Außerdem liegen aber noch vor dem Nordpol die Löcher 3, 4, die wir als die beiden Spulenseiten einer einzigen Spule auffassen können. Die Windungszahl dieser Spule ist ebenfalls $\frac{z'}{2p}$, während ihre Stromstärke nur $\frac{i_{max}}{2}$ ist. Ihre Wirkung wird unterstützt durch eine gleiche, vor dem Südpol liegende Spule, so daß sich für beide zusammen $\frac{2 \cdot z'}{2p} \cdot \frac{i_{max}}{2}$ Amperewindungen ergeben. Diese wirken jedoch nur auf den halben Luftquerschnitt unter der Voraussetzung, daß der Polbogen etwa $\frac{2}{3}$ der Teilung beträgt. Wir haben also den zuletzt gefundenen Wert wieder durch 2 zu dividieren und erhalten dann für die ganze Ankerrückwirkung pro Polpaar den Wert

$$X_2 = \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{z'}{2p} \cdot \frac{i_{max}}{2} = 1,5 \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}. \quad (155)$$

Das ist allerdings zunächst nur der Betrag der Ankerrückwirkung im gezeichneten Augenblick. Wenn jedoch das Polrad weiter gedreht wird, so nimmt der Strom in der einen Phase zu und in der andern ab, so daß

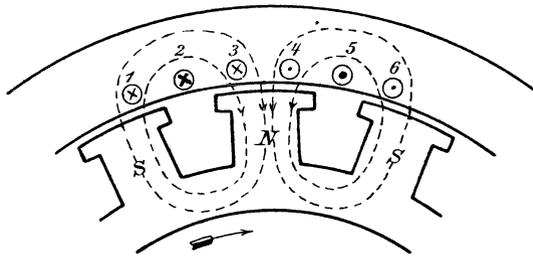
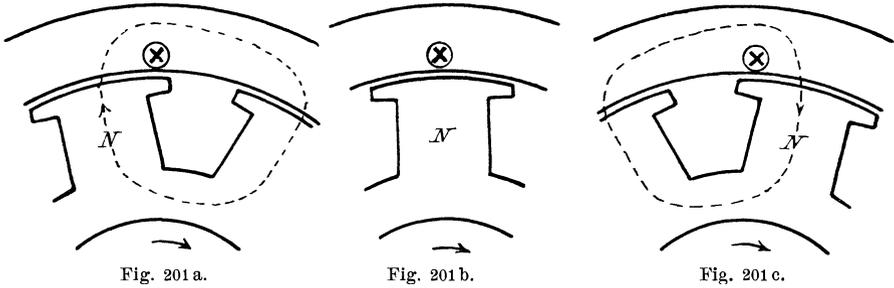


Fig. 200.

die magnetische Wirkung annähernd dieselbe bleibt. Außerdem kommt sehr bald wieder ein anderer Draht in die neutrale Zone zu liegen, und dieser führt wieder den maximalen Strom, so daß sich die gezeichneten Verhältnisse sofort wiederholen. Es muß aber auch wieder darauf hingewiesen werden, daß unsere Darlegungen nur die allgemeine Wirkungsweise der Ankerrückwirkung deutlich machen sollen, ohne daß eine mathematische Genauigkeit erzielt werden könnte.

Bisher wurde die Ankerrückwirkung nur für eine Phasenverschiebung von 90° abgeleitet, wo der Ankerstrom im Augenblicke des Maximums den Magneten direkt entgegenwirkt. Wir gehen nun dazu über, den Einfluß der Phasenverschiebung auf die Ankerrückwirkung zu besprechen. Ist die Phasenverschiebung gleich Null, so fällt das Maximum des Stromes zeitlich mit der Stellung des Ankerdrahtes vor der Polmitte zusammen (Fig. 201 b). Dabei erzeugt der Ankerstrom keine Kraftlinien, die sich durch das ganze Polgestell schließen. Dagegen erzeugt der zunehmende Strom nach Fig. 201 a Kraftlinien, die das Magnetfeld verstärken, und der abnehmende

Strom erzeugt nach Fig. 201c Kraftlinien, die das Magnetfeld schwächen. Da der Zeitraum der Schwächung gleichwertig ist mit dem Zeitraum der Verstärkung, so übt der Ankerstrom in unserm Falle keine entmagnetisierende Wirkung aus.



Bleibt dagegen die Stromstärke nach Fig. 202*) um den Winkel φ_1 hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so kommt die Ankerrückwirkung zur Geltung und erreicht für $\varphi_1 = 90$ ihren höchsten Wert. Im Diagramm kommt das dadurch zum Ausdruck, dass der Vektor X_2 dem Vektor X_1 um so direkter entgegengerichtet ist, je größer die Phasenverschiebung ist.

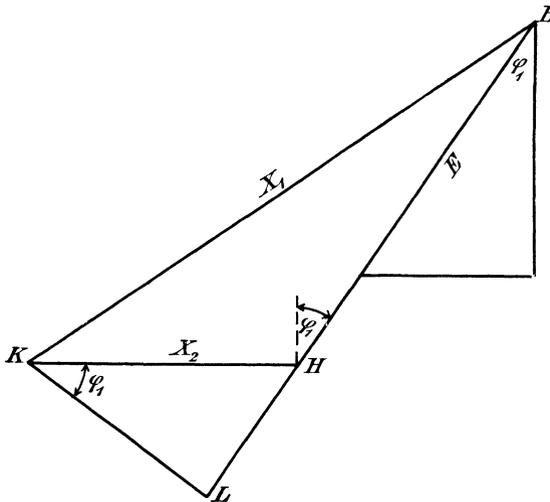


Fig. 202.

Bei 90° Phasenverschiebung subtrahiert sich die Ankerrückwirkung, wie in Fig. 199b, direkt von der Magneterregung.

Wir können das auch so auffassen, dass in Fig. 202 von der ganzen Ankerrückwirkung $X_2 = HK$ nur eine Komponente, nämlich $HL =$

*) Die Figur ist durch Aufeinanderlegung von Fig. 198a und c entstanden.

= $X_2 \cdot \sin \varphi_1$ in Richtung der resultierenden Erregung HB fällt. Wenn wir also diese Komponente, die direkt entmagnetisierend wirkt, mit X_g bezeichnen, so ergibt sich:

$$X_g = X_2 \cdot \sin \varphi_1 = HL.$$

Andererseits ist nach der Figur $HB + HL$ mit großer Annäherung gleich der primären Erregung X_1 , so daß die Gleichung besteht:

$$X_1 = X + X_g$$

oder

$$X = X_1 - X_g.$$

Für negative Werte von φ_1 wird auch die Ankerrückwirkung negativ, wie sich leicht ergibt, indem man in Fig. 199b die Stromrichtung im Ankerdraht entgegengesetzt zeichnet. Man drückt das auch so aus: Positive Phasenverschiebung entmagnetisiert, negative Phasenverschiebung magnetisiert. Damit stimmt die in Fig. 196 abgeleitete Erhöhung der Spannung überein.

101. Experimentelle Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung.

Im allgemeinen bestätigt das Experiment die Rechnungen des vorigen Abschnitts. Man schließt zum Zwecke der Untersuchung die Maschine kurz, wobei natürlich die Feldmagnete nur ganz schwach erregt werden

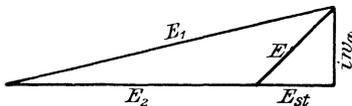


Fig. 203 a.

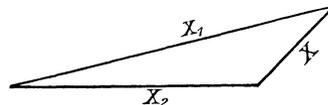


Fig. 203 b.

dürfen. Durch Veränderung der Erregung variiert man dann den Ankerstrom. Wir können nun die Voraussetzung machen, daß der Ohmsche Spannungsverbrauch außerordentlich klein ist, und daß auch die Streuinduktion gegenüber der Ankerrückwirkung sehr gering ist. Diese Voraussetzung trifft für moderne Maschinen zu, da diese offene oder halb-offene Nuten, großen Luftabstand und mehrere Löcher pro Spulenseite besitzen.

Wir erhalten dann bei Kurzschluß das Diagramm in Fig. 203a. Darin bedeutet wie früher:

E_1 die elektromotorische Kraft, die bei der gegebenen Eisensättigung von der Magneterregung allein herrühren würde.

E_2 die elektromotorische Kraft, die von den Gegenkraftlinien des Ankers allein herrührt.

E die wirklich induzierte elektromotorische Kraft, die vom resultierenden Feld induziert wird, und die dazu dient, den innern

Spannungsverbrauch durch Ohmschen Widerstand und Streuinduktion zu decken.

Das entsprechende Diagramm der Amperewindungen ist in Fig. 203b gezeichnet. In Wirklichkeit ist daher die Ankerrückwirkung X_2 annähernd gleich und entgegengesetzt der bei Kurzschluss gemessenen Magnet-
erregung X_1 .

Man braucht dabei die Windungszahlen des Ankers und der Magnete gar nicht zu kennen, sondern kann zur Zeichnung der Kurzschlusskurve direkt den Magnetstrom bei Kurzschluss als Abszisse und den Ankerstrom als Ordinate auftragen (Fig. 204). Die so gewonnene Kurzschlusscharakteristik gibt uns für jeden Ankerstrom die Ankerrückwirkung, d. h. den Betrag des Magnetstromes, der durch den Einfluss des Ankers neutralisiert wird. Die Kurve ist fast genau eine Gerade.

Um nun, wie es im folgenden geschehen soll, die zu einer bestimmten Klemmspannung erforderliche Erregung vorausbestimmen zu können, ist es erforderlich, dafs aufser der Ankerrückwirkung, X_2 auch die Streuinduktion $E_{st} = L \omega \cdot i$ bekannt ist. Diese läfst sich nur auf Grund sehr komplizierter Formeln berechnen, und nur die Erfahrung kann dabei dem Konstrukteur ein Urteil geben, ob und wie weit diese Formeln für eine bestimmte Maschine zuverlässig sind. Wir begnügen uns daher mit der Darstellung einer experimentellen Ermittlung, wie sie von Heyland in der Elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900, S. 1011 gegeben wurde. Das Experiment bezog sich auf den in Fig. 176 dargestellten Dreiphasengenerator der Societé anonyme Electricité et Hydraulique, der in Paris ausgestellt war. Seine Kurzschlusskurve ist in Fig. 204 und seine Leerlaufcharakteristik in Fig. 205 gegeben.

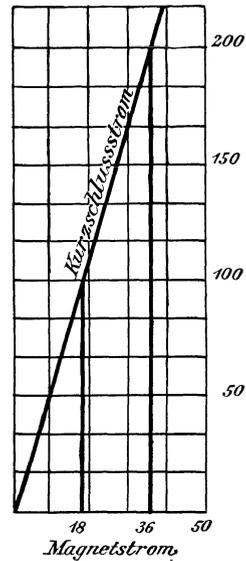


Fig. 204.

Der Generator wurde mittels Drosselspulen, bezw. mittels leerlaufender Drehstrommotoren rein induktiv belastet. Der Magnetstrom betrug dabei 150 Ampere, der Ankerstrom 100 Ampere und die Klemmspannung 2140 Volt.

Die entsprechenden Diagramme sind in Fig. 206 a und b gezeichnet. Man entnimmt dazu aus der Kurzschlusscharakteristik für den Ankerstrom von 100 Ampere eine Ankerrückwirkung

$$X_2 = 18 \text{ Ampere.}$$

Dieser Betrag subtrahiert sich nach Fig. 206b fast algebraisch von der Magneterregung X_1 und wir erhalten die resultierende Erregung X zu:

$$X = X_1 - X_2 = 150 - 18 = 132 \text{ Ampere.}$$

Diese resultierende Erregung schafft uns nach der Leerlaufcharakteristik in Fig. 205 eine tatsächliche elektromotorische Kraft:

$$E = 2240 \text{ Volt.}$$

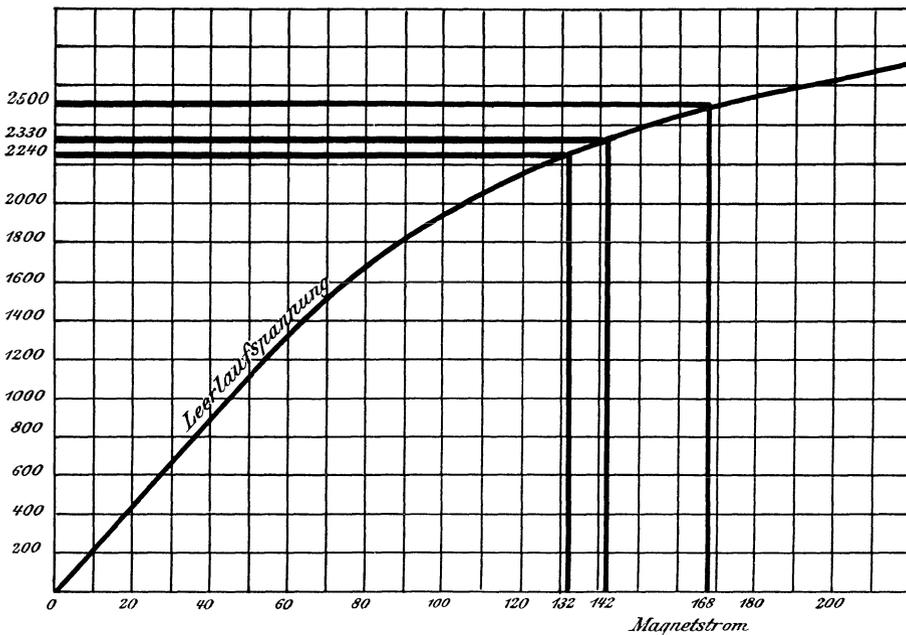


Fig. 205.

Nun ist diese elektromotorische Kraft E in Fig. 206a durch den Vektor GB gegeben, ist also mit großer Annäherung die Summe aus E_{st} und e . Daraus folgt:

$$E_{st} = E - e = 2240 - 2140 = 100 \text{ Volt}$$

oder

$$L \omega = \frac{E_{st}}{i} = 1.$$

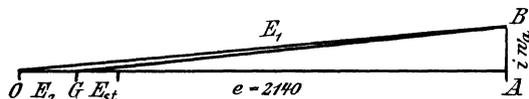


Fig. 206 a.

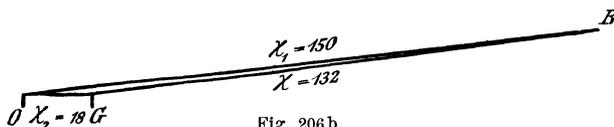


Fig. 206 b.

Mit Hilfe der ermittelten Werte der Ankerrückwirkung und der Streuinduktion läßt sich dann die erforderliche Erregung, sowie der

Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung bei verschiedener äußerer Phasenverschiebung vorausberechnen.

102. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles.

Wir stellen uns die Aufgabe, bei der im vorigen Abschnitt besprochenen Maschine die für eine Klemmspannung von 2200 Volt nötige Erregung vorauszubestimmen, und zwar:

1. bei $\cos \varphi = 1$,
2. „ $\cos \varphi = 0,8$,
3. „ $\cos \varphi = 0$.

Die Stromstärke sei in allen 3 Fällen 200 Ampere und der Ankerwiderstand sei $w_a = 0,22$ Ohm. Wir wollen dann annehmen, daß in allen drei Fällen das Netz abgeschaltet wird, und wollen die Spannungserhöhung ermitteln, die dadurch eintritt. Wir setzen also:

1. $\cos \varphi = 1$.

Der Ohmsche Spannungsverbrauch im Anker ist:

$$i \cdot w_a = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Der Ohmsche Spannungsverbrauch außen ist in diesem Falle gleich der Klemmspannung von 2200 Volt. Die Summe der Ohmschen Spannungen in Fig. 207a ist also:

$$AB = 2200 + 44 = 2244 \text{ Volt.}$$

Der innere Spannungsverbrauch durch Selbstinduktion ist bei $L \omega = 1$ und $i = 200$:

$$GA = L \omega \cdot i = 200.$$

Die nötige elektromotorische Kraft ist also:

$$GB = \sqrt{2244^2 + 200^2} = 2250.$$

Dazu gehört aus der statischen Charakteristik in Fig. 205 eine resultierende Erregung

$$X = BH = 133 \text{ Ampere.}$$

Andererseits erhalten wir aus der Kurzschlußkurve in Fig. 204 für 200 Ampere Ankerstrom eine Ankerrückwirkung

$$X_2 = 36 \text{ Ampere.}$$

Durch geometrische Addition der Amperewindungen X und X_2 in Fig. 207a erhalten wir:

$$X_1 = 141 \text{ Ampere.}$$

Damit ist die erforderliche Magneterregung bei induktionsloser Belastung bestimmt und wir können jetzt die Spannungserhöhung er-

mitteln, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 141 Ampere Erregung ergibt die statische Charakteristik eine Leerlaufspannung von 2315 Volt. Da die Klemmspannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von $2315 - 2200 = 115$ Volt. Das ist $5,2\%$ der Klemmspannung, also ein sehr günstiger Wert.

Wir setzen nun:

$$2. \cos \varphi = 0,8.$$

Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 275:

$$i \cdot \omega_a = 200 \cdot 0,22 \dots = 44,$$

$$i \cdot \omega_{\text{aufsen}} = e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8 = 1760,$$

$$E_{\text{aufsen}} = e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,6 = 1320,$$

$$E_{\text{innen}} = L \omega \cdot i = 1 \cdot 200 \dots = 200.$$

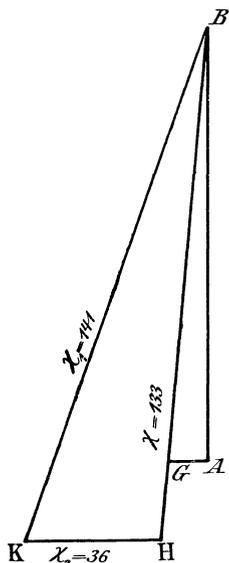


Fig. 207 a.

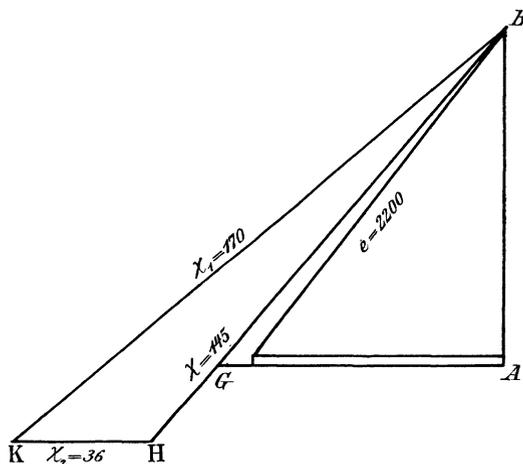


Fig. 207 b.

Die Summe der Ohmschen Spannungen ist also 1800 Volt und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion ist 1520 Volt. Die nötige elektromotorische Kraft GB (Fig. 207 b) ist also:

$$GB = E = \sqrt{1804^2 + 1520^2} = 2360 \text{ Volt.}$$

Dafür ergibt sich nach der Charakteristik in Fig. 205 eine resultierende Erregung

$$X = 145 \text{ Ampere.}$$

Dazu addieren wir geometrisch die Ankerrückwirkung $X_2 = 36$ Ampere und erhalten eine Magneterregung

$$X_1 = KB = 170 \text{ Ampere.}$$

Um also bei der Phasenverschiebung die Klemmspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung auf 170 Ampere zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt dann natürlich auch die Leerlaufspannung an, und zwar erhalten wir aus der Leerlaufcharakteristik für 170 Ampere Erregung eine Spannung von 2500 Volt. Die Spannungserhöhung ist also $2500 - 2200 = 300$ Volt oder $13,7\%$ der Klemmspannung.

Wir setzen endlich:

$$3. \cos \varphi = 0.$$

Bei rein induktiver Belastung ist die äußere Selbstinduktion gleich der Klemmspannung von 2200 Volt und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion ist dann $2200 + 200 = 2400$ Volt. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch von 44 Volt jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die elektromotorische Kraft gleich 2400 Volt. Dazu ergibt die Leerlaufcharakteristik eine resultierende Erregung

$$X = 152 \text{ Ampere.}$$

Hierzu addiert sich fast algebraisch die Ankerrückwirkung von 36 Ampere, ähnlich wie in Fig. 206 b, und wir erhalten die Magneterregung:

$$X_1 = 152 + 36 = 188 \text{ Ampere.}$$

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufcharakteristik bis auf 2580 Volt, also um $2580 - 2200 = 380$ Volt. Das sind $17,5\%$ der Klemmspannung, was wieder als sehr günstig zu bezeichnen ist.

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die Berechnungen unseres Abschnittes nur für solche Maschinen zuverlässig sind, bei denen die Streuung der Feldmagnete klein ist. Das ist bei der besprochenen Maschine der Fall, weil die Entfernung zwischen den Polköpfen und ebenso die Entfernung zwischen den Seitenflächen der Polkerne sehr groß ist. Außerdem ist auch die Länge der Schenkel auffallend klein und der Streufluß ist infolgedessen verhältnismäßig gering. Für Maschinen mit großer primärer Streuung ist noch eine Korrektur anzubringen, die im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

103. Berücksichtigung der primären Streuung.

Es scheint auf den ersten Blick, daß der Einfluß der primären Streuung schon in der statischen Charakteristik enthalten ist. Wenn man jedoch eine Maschine für eine bestimmte Belastung konstruiert und nachher die Diagramme zeichnet, so findet man, daß der berechnete Betriebszustand nachher nicht mit den Werten stimmt, die man aus dem Diagramm entnimmt.

Der Grund liegt darin, daß tatsächlich zur Erzeugung einer bestimmten elektromotorischen Kraft bei Betrieb eine größere resultierende

Erregung aufgewendet werden muß als bei Leerlauf. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen gleiche Kraftlinienzahlen im Anker vorhanden sind, bei denen also auch eine gleiche elektromotorische Kraft induziert wird. Um diese Kraftlinien durch Luft, Zähne und Anker zu treiben, ist ein Druck $X_a + X_z + X_l$ erforderlich. Dieser Druck liegt an den Polköpfen und treibt auch den Streufluß bei Leerlauf durch den Widerstand des primären Streufeldes.

Bezeichnet nun X_g die Komponente der Ankerrückwirkung, die der Magneterregung direkt entgegenwirkt, so muß an den Polköpfen ein magnetischer Druck $X_a + X_z + X_l + X_g$ aufgewendet werden, um denselben Kraftlinienfluß, wie oben bei Leerlauf, durch den Anker zu treiben. Da dieser Druck auch am Streufeld liegt, so wächst der Streufluß um einen Betrag, der der Erregung X_g entspricht. Dadurch wird dann die Induktion und der magnetische Spannungsverbrauch X_m in den Magneten bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Die Magneterregung ist also bei Betrieb nicht bloß um den Betrag X_g zu erhöhen, sondern auch um den Betrag, um den der magnetische Druckverbrauch X_m gewachsen ist. Damit ist bewiesen, daß zur Erzeugung einer bestimmten elektromotorischen Kraft der aus der Leerlaufcharakteristik entnommene Wert für die Amperewindungen zu klein ist.

Umgekehrt können wir sagen, daß bei gegebener Magneterregung die primäre Streuung in Verbindung mit der Ankerrückwirkung eine Vergrößerung des Spannungsabfalls zur Folge hat.

Zugleich geht aus unserer Beweisführung hervor, daß die Vergrößerung der primären Streuung bei solchen Maschinen ohne Bedeutung ist, bei denen der magnetische Druckverbrauch X_m überhaupt gering ist, bei denen also die Magnetkerne schwach gesättigt sind. Bei den modernen Maschinen ist aber die Sättigung der Magnete eine sehr hohe, damit die Spannung bei Belastungsänderungen möglichst wenig schwankt. Bei diesen Maschinen spielt dann aber die primäre Streuung eine erhebliche Rolle, und man erreicht eine möglichst konstante Spannung nur dann, wenn man gleichzeitig die primäre Streuung möglichst erniedrigt.

Die rechnerische Ermittlung des Einflusses der primären Streuung wird durch die inkonstante Leitfähigkeit des Eisens erschwert. Wir stellen demnach zunächst die Frage: Welche Leerlaufferregung schafft dieselbe Kraftlinienzahl in den Magneten, die sich bei Betrieb unter dem Einfluß der Amperewindungen der Magnete und des Ankers herstellt.

Wir betrachten also je einen Betriebszustand bei Leerlauf und bei Betrieb und machen die Voraussetzung, daß die Kraftlinienzahl in den Magneten beide Male dieselbe ist. Wir setzen ferner voraus, daß der ganze Streufluß an den Polecken auftritt, und daß der magnetische Wider-

stand des Ankers und der Zähne gegenüber dem Widerstand des Luftweges zu vernachlässigen ist. Es sei nun

W der Widerstand des Nutzfeldes,
 W_s „ „ „ Streufeldes.

Es sei ferner:

	Der magnetische Spannungsverbrauch		Das Nutzfeld	Das Streufeld	Die ganze Magneterregung
	im Nutzfeld	im Streufeld			
Bei Leerlauf . . .	X_{l_0}	X_{l_0}	$N_0 = \frac{X_{l_0}}{W}$	$N_{s_0} = \frac{X_{l_0}}{W_s}$	$X_0 = X_{l_0} + X_m$
Bei Betrieb	$X_l^*)$	$X_l + X_g$	$N = \frac{X_l}{W}$	$N_s = \frac{X_l + X_g}{W_s}$	$X_1 = X_l + X_m + X_g$

Da die Kraftlinienzahl in den Magneten bei Leerlauf und bei Betrieb die gleiche ist, so tritt in unserer Tabelle für Leerlauf und Betrieb der gleiche Wert von X_m auf. Zugleich ergibt sich die Kraftlinienzahl in den Magneten zu:

$$N_0 + N_{s_0} = N + N_s$$

oder mit Einsetzung der Werte aus der obigen Tabelle:

$$\frac{X_{l_0}}{W} + \frac{X_{l_0}}{W_s} = \frac{X_l}{W} + \frac{X_l + X_g}{W_s}.$$

Durch Multiplikation mit dem Generalnenner und einfache Umformung erhalten wir:

$$\frac{X_{l_0} - X_l}{W} = \frac{X_g}{W + W_s} \tag{a}$$

oder

$$X_{l_0} = X_l + X_g \cdot \frac{W}{W + W_s}. \tag{b}$$

Ist nun bei Leerlauf das Verhältnis der Kraftlinien in den Magneten zu den Kraftlinien im Anker gleich σ , so ergibt sich:

$$\frac{N_0 + N_{s_0}}{N_0} = \sigma$$

oder

$$\frac{N_0}{N_{s_0}} = \frac{1}{\sigma - 1}.$$

*) Die magnetische Spannung am Nutzfeld ist bei Betrieb allerdings $X_l + X_g$. Aber davon wird der Betrag X_g für die Gegenwindungen verbraucht, während der Betrag X_l den „Ohmschen Spannungsverlust“ darstellt. (Vergl. die ähnlichen Verhältnisse bei der Ladung eines Akkumulators.)

Da nun die Kraftlinien sich umgekehrt verhalten wie die magnetischen Widerstände, so erhalten wir:

$$\frac{N_0}{N_{s_0}} = \frac{1}{\sigma - 1} = \frac{W_s}{W}$$

oder durch Umformung:

$$\frac{W}{W + W_s} = \frac{\sigma - 1}{\sigma}. \quad (c)$$

Gleichung (b) nimmt dann die Form an:

$$X_{l_0} = X_l + X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma}$$

oder mit Einsetzung der Werte, die sich aus der letzten Vertikalreihe der Tabelle für X_{l_0} und X_l ergeben:

$$X_0 = X_1 - X_g + X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma} = X_1 - \frac{X_g}{\sigma}. \quad (156)$$

Damit ist die Leerlauferregung X_0 bestimmt, bei der die Kraftlinienzahl in den Magneten die gleiche ist wie bei Betrieb unter dem Einfluß der Magneterregung X_1 und der Ankerrückwirkung X_g .

Wir fragen nun weiter: Wie groß wird die nutzbare Kraftlinienzahl bei Betrieb für eine gegebene Magneterregung X_1 und eine Ankerrückwirkung X_g ?

Die nutzbare Kraftlinienzahl bei Betrieb ist um den Betrag $N_0 - N$ kleiner als bei Leerlauf mit gleicher Kraftlinienzahl in den Magneten. Dieser Betrag ergibt sich mit Hilfe der Tabelle zu:

$$N_0 - N = \frac{X_{l_0}}{W} - \frac{X_l}{W}$$

oder mit Benutzung der Gleichung (a):

$$N_0 - N = \frac{X_g}{W + W_s}.$$

Erweitern wir auf der rechten Seite mit W und benutzen Gleichung (c), so erhalten wir:

$$N_0 - N = \frac{X_g \cdot W}{W(W + W_s)} = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{X_g}{W}. \quad (157)$$

Da nun im Anfang der Magnetisierungskurve der magnetische Widerstand der Polkerne zu vernachlässigen ist, so stellt der anfängliche, gradlinige Verlauf der Kurve in Fig. 208a uns die Magnetisierungskurve der Luft dar. Wir machen also:

$$OD = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot X_g. \quad (158)$$

Dann ist nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus:

$$O'D = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{X_g}{W} = N_0 - N.$$

Um diesen Betrag ist unter Voraussetzung gleicher Kraftlinienzahl in den Magneten das Nutzfeld bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Wir machen also nach Gleichung (156):

$$OB = X_0 = X_1 - \frac{X_g}{\sigma}.$$

Dann ist AB in Fig. 208a gleich der Leerlaufkraftlinienzahl N_0 und AF gleich der nutzbaren Kraftlinienzahl N bei Betrieb. Dieselbe Konstruktion läßt sich natürlich auch direkt an der Leerlaufcharakteristik in Fig. 208b ausführen.

Wir fragen nun endlich: Welche resultierende Erregung ist für eine bestimmte Kraftlinienzahl oder elektromotorische Kraft erforderlich?

Zu dem Zwecke stellen wir die Gleichung auf:

$$DB = OB - OD = X_0 - X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma}$$

oder nach Gleichung (156):

$$DB = X_1 - \frac{X_g}{\sigma} - X_g \frac{\sigma - 1}{\sigma} = X_1 - X_g.$$

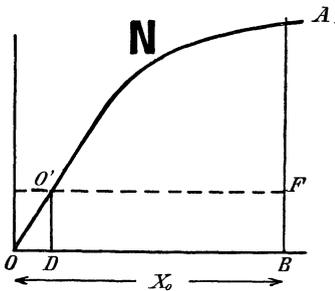


Fig. 208 a.

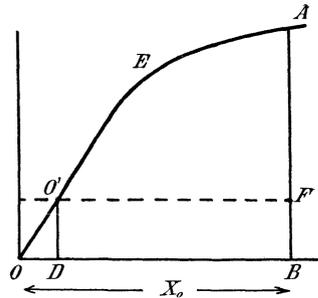


Fig. 208 b.

Demnach ist $DB = O'F$ die resultierende Erregung X . Daraus folgt dann eine besonders einfache Konstruktion. Wir betrachten den Punkt O' als den Anfangspunkt eines neuen Koordinatensystems, in dem uns die Ordinate AF die elektromotorische Kraft und die Abszisse $O'F$ die nötige resultierende Erregung darstellt. Die veränderte statische Charakteristik ist also direkt zur Vorausbestimmung der Erregung brauchbar. Natürlich muß die Strecke $OD = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot X_g$ für jeden Wert von X_g , d. h. für jeden Ankerstrom und jede Phasenverschiebung besonders berechnet werden.

Aus der Figur wird es nun deutlich, daß bei Maschinen, die im gradlinigen Teil der Charakteristik arbeiten, der Einfluß der primären Streuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von O nach O' ändert dann nämlich an der Charakteristik gar nichts.

Vierzehntes Kapitel.

104. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung. — 105. Die synchronisierende Kraft des Ankers. — 106. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen. — 107. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung. — 108. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen.

104. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung.

Wir betrachten im folgenden eine konstant erregte Maschine, die zu mehreren andern Maschinen parallel geschaltet ist. Dann ist die Klemmspannung nicht mehr blofs eine Funktion unserer Maschine, sondern auch eine Funktion der andern parallel geschalteten Maschinen. Sind nun diese besonders grofs, so wirken Veränderungen an unserer Maschine fast gar nicht auf die Klemmspannung e zurück, und wir können diese daher praktisch als konstant betrachten.

Wir machen ferner der Einfachheit wegen die Annahme, dafs die Ankerrückwirkung mit der Streuinduktion des Ankers zusammengefafst werden soll, so dafs das grundlegende Diagramm in Fig. 192a seine Gültigkeit behält. In diesem Diagramm ist dann der Vektor E_1 die bei Leerlauf und Betrieb gleichmäfsig induzierte elektromotorische Kraft, die infolge der ungeänderten Erregung bei allen Betriebsverhältnissen als konstant anzusehen ist.

Um nun einen beliebigen Betriebszustand der Maschine zu zeichnen, schlagen wir in Fig. 209a von O aus einen Kreis mit dem Radius E_1 . Wir ziehen dann den Strahl OM so, dafs die Gleichung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot w_a}{E_s} = \frac{w_a}{L \omega}.$$

Dabei verstehen wir jetzt unter E_s im Sinne des Abschnittes 98 die gesamte innere Selbstinduktion, d. h. die durch Ankerstreuung und Ankerückwirkung induzierte elektromotorische Kraft.

Von einem beliebigen Punkte F dieses Strahles schlagen wir mit der konstanten Klemmspannung e als Radius einen zweiten Kreis, der den ersten Kreis im Punkte B schneidet. Wir ziehen dann die Verbindungslinie OB gleich E_1 und die Senkrechte $BA = \Sigma i \cdot w$. Allerdings verliert diese Strecke jetzt ihre frühere Bedeutung, da von einem äufseren Widerstand der einzelnen Maschine bei Parallelbetrieb nicht mehr die Rede sein

kann. Wir können nur sagen, daß sich die Maschine in dem einen gezeichneten Betriebszustand jetzt genau verhält, als wenn sie für sich allein eine äußere Ohmsche Spannung BD zu liefern und eine äußere Selbstinduktion $FD = CA$ zu überwinden hätte.

Wiederholen wir dieselbe Konstruktion für einen anderen Punkt F' , so ergibt sich für einen anderen Betriebszustand bei gleichen Werten von E_1 und e das Diagramm in Fig. 209b. Die beiden gezeichneten Betriebszustände unterscheiden sich zunächst durch eine Verschiedenheit des Winkels γ zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung. Die Folge davon ist, daß die Werte OC und OC' , d. h. die elektromotorischen Kräfte der Selbstinduktion in der Maschine verschiedene sind. Da OC und OC' der Stromstärke proportional sind, so folgt, daß die

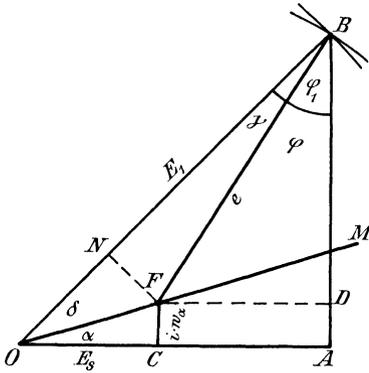


Fig. 209 a.

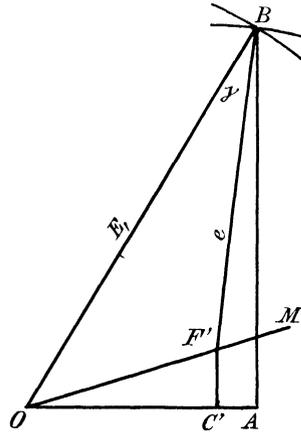


Fig. 209 b.

Stromstärken der Maschine bei beiden Betriebszuständen verschieden sind. Endlich ergibt sich, daß die gesamte von der Maschine gelieferte elektrische Leistung in beiden Fällen verschieden ist.

Wir wollen zunächst die Frage noch unentschieden lassen, wodurch diese Veränderung der Leistung bewirkt ist, ob durch Veränderung an der Maschine, wie bei Gleichstrom, oder durch direkte Vergrößerung der zugeführten mechanischen Leistung. Wir stellen uns vielmehr jetzt nur die Aufgabe, die gesamte elektrische Leistung der Maschine als Funktion des Winkels γ zu berechnen. Die ganze elektrische Leistung ist:

$$P_1 = E_1 \cdot i \cdot \cos (\varphi + \gamma).$$

Wenn wir den Ohmschen Widerstand w_a als verschwindend klein gegenüber der Selbstinduktion ansehen, so wird der Winkel $\alpha = 0$ und es wird $\cos (\varphi + \gamma) = \sin \delta$. Andererseits wird dann OF in Fig. 209a gleich $L \omega \cdot i$ und wir erhalten nach dem Sinussatz

$$\sin \delta = \frac{e}{L\omega \cdot i} \cdot \sin \gamma$$

oder

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot e}{L\omega} \cdot \sin \gamma.$$

Da nun $\frac{E_1}{L\omega}$ der Kurzschlufsstrom J_0 ist, so folgt

$$P_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin \gamma.$$

Dabei ist γ der Winkel, um den der Vektor der elektromotorischen Kraft vor dem Vektor der Klemmspannung voraufeilt. Dabei fassen wir die Klemmspannung als Funktion der Maschine auf, so daß sie wesentlich gleiche Phase mit E hat. Die elektrische Leistung ist also dem Sinus des Winkels γ proportional. Legen wir also den Vektor e in die Ordinatenachse (Fig. 209c) und machen den Kreisdurchmesser gleich $e \cdot J_0$, so stellt der Strahl OR uns die Leistung der Maschine dar.

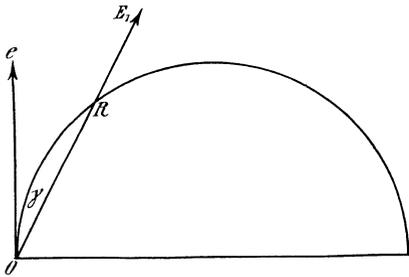


Fig. 209c.

Unter Berücksichtigung des inneren Ohmschen Widerstandes erhalten wir ähnliche Verhältnisse. Es wird nach Fig. 209a

$$P_1 = E_1 i \cdot \cos(\gamma + \varphi) = E_1 i \cdot \sin(\alpha + \delta) = E_1 i \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \delta + \cos \alpha \cdot \sin \delta).$$

Nun ist

$$\cos \delta = \frac{ON}{OF} = \frac{E_1 - e \cdot \cos \gamma}{i \cdot \sqrt{w a^2 + (L\omega)^2}},$$

$$\sin \delta = \frac{FN}{OF} = \frac{e \cdot \sin \gamma}{i \cdot \sqrt{w a^2 + (L\omega)^2}}.$$

Demnach

$$P_1 = E_1 \cdot \frac{\sin \alpha (E_1 - e \cdot \cos \gamma) + e \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha}{\sqrt{w a^2 + (L\omega)^2}}.$$

Nun ist der Kurzschlufsstrom J_0 durch die Gleichung gegeben:

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w a^2 + (L\omega)^2}},$$

und es ist

$$e \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - e \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha = e \cdot \sin(\gamma - \alpha).$$

Demnach wird

$$P_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma - \alpha) + E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (159)$$

Dabei ist γ wieder der Winkel, um den die elektromotorische Kraft vor der Klemmspannung voraufeilt. Wir legen nun den Vektor e in die

Ordinatenachse und ziehen in Fig. 210 den Strahl OP unter einem Winkel α gegen die Abszissenachse, so dafs die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{w_a}{L \omega}.$$

Über $OP = e \cdot J_0$ als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis und ziehen den Strahl OQ so, dafs er mit der Klemmspannung e einen beliebigen Winkel γ bildet. Ist Q der Schnittpunkt dieses Strahles mit dem Kreise, so ergibt sich:

$$OQ = OP \cdot \sin \beta_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin \beta_1.$$

Da nun der Peripheriewinkel β_1 gleich dem Sehnentangentenwinkel $\gamma - \alpha$ ist, so folgt:

$$OQ = e \cdot J_0 \cdot \sin (\gamma - \alpha).$$

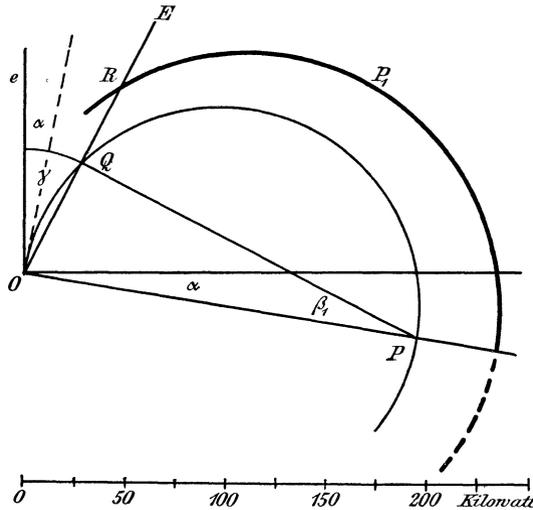


Fig. 210.

Wir addieren nun zu OQ den konstanten Wert:

$$QR = E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha$$

und erhalten nach Gleichung (159)

$$P_1 = OQ + QR.$$

Wenn wir auf diese Weise verschiedene Punkte R konstruieren und die gefundenen Punkte verbinden, so erhalten wir die in Fig. 210 stark ausgezogene Kurve. Diese unterscheidet sich praktisch nicht von einem Kreise, da der Winkel α immer sehr klein ist und dadurch $QR = E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha$ verschwindend gering ist. In unserm Falle ist die Figur für

$w_a = 1$ $L \omega = 6$ $e = 1000$ $E_1 = 1200$
gezeichnet

Wir bestimmen nun die Nutzleistung als Funktion des Winkels γ . Diese ergibt sich zu:

$$P = e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Nun ist nach Fig. 209a:

$$\cos \varphi = \sin(\gamma + \alpha + \delta) = \sin(\gamma + \alpha) \cdot \cos \delta + \cos(\gamma + \alpha) \cdot \sin \delta.$$

Mit Benutzung der obigen Werte für $\cos \delta$ und $\sin \delta$ ergibt sich dann:

$$P = e \cdot \frac{(E_1 - e \cdot \cos \gamma) \cdot \sin(\gamma + \alpha) + e \cdot \sin \gamma \cdot \cos(\gamma + \alpha)}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}}.$$

Wir sondern nun E_1 ab, setzen $\frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = J_0$ und setzen

$$- e \cdot \cos \gamma \cdot \sin(\gamma + \alpha) + e \cdot \sin \gamma \cdot \cos(\gamma + \alpha) = - e \cdot \sin \alpha.$$

Demnach wird

$$P = e \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma + \alpha) - \frac{e^2}{E_1} \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (160)$$

Um diese Nutzleistung graphisch zu ermitteln, ziehen wir in Fig. 211 den Strahl OS , so dafs er mit der Abszissenachse den Winkel α einschließt. Über $OS = e \cdot J_0$ als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wie man sieht, ist der Durchmesser der gleiche wie in Fig. 210.

Für einen beliebigen Wert von γ ergibt sich dann:

$$OT = OS \cdot \sin \beta = e \cdot J_0 \cdot \sin \beta = e \cdot J_0 \cdot \sin(\alpha + \gamma).$$

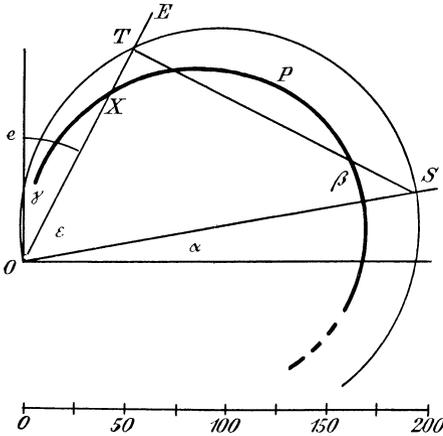


Fig. 211.

Wir ziehen nun von dem Strahl OT den konstanten Wert

$$XT = \frac{e^2 \cdot J_0}{E_1} \cdot \sin \alpha$$

ab und erhalten nach Gleichung (160):

$$OX = OT - XT = P.$$

Der Strahl OX ist also die gesuchte Nutzleistung. Verbinden wir alle so gefundenen Punkte X miteinander, so erhalten wir die stark ausgezogene Kurve der Nutzleistung, die sich wieder wenig von einem Kreise unterscheidet.

Sie ist ebenfalls unter der Voraussetzung $w_a = 1$, $L\omega = 6$, $e = 1000$ und $E_1 = 1200$ gezeichnet und der Maßstab für die Kilowatt ist wieder in der Figur angegeben.

Es handelt sich nun noch darum, für jede Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung die zu-

gehörige Stromstärke zu finden. Zu dem Zwecke tragen wir in Fig. 212 von O aus in Richtung der Ordinatenachse die Klemmspannung $e = OZ$ auf. Dann ist OY die elektromotorische Kraft E_1 , die der Klemmspannung um den Winkel γ vorausseilt, und die Verbindungslinie ZY im Voltmafs-

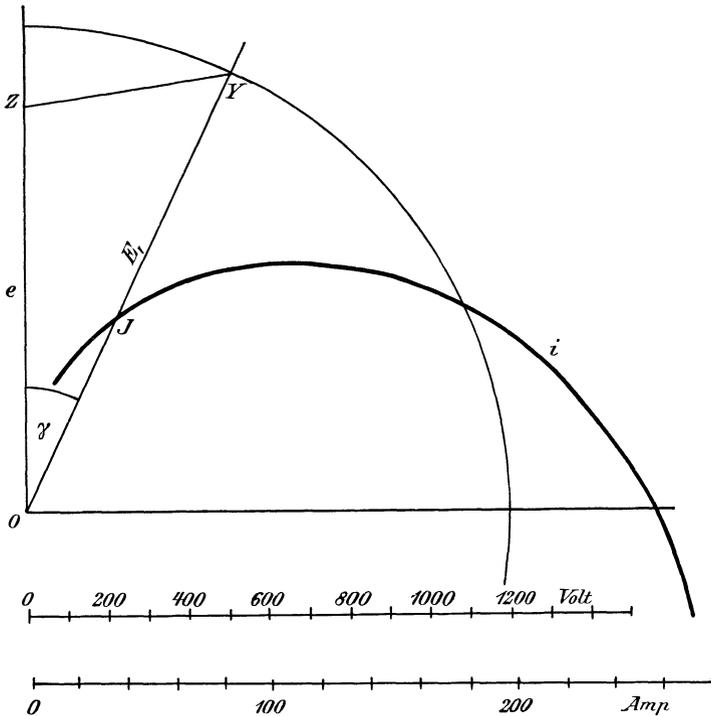


Fig. 212.

stabe ist gleich der Spannung OF in Fig. 209a. Wir erhalten also nach derselben Figur:

$$ZY = i \cdot \sqrt{\omega a^2 + (L\omega)^2} = i \cdot \frac{E_1}{J_0}$$

oder

$$i = \frac{J_0}{E_1} \cdot ZY. \tag{a}$$

Dabei ist ZY im Voltmafsstab zu messen. Wenn wir also den Mafsstab, wie es unten gezeigt wird, entsprechend ändern, so stellt uns ZY direkt die Stromstärke dar. Wir tragen nun ZY in Richtung des Vektors der elektromotorischen Kraft auf, machen also $OJ = ZY$. Wiederholen wir diese Konstruktion für verschiedene Werte von γ , so erhalten wir die stark ausgezogene Kurve in Fig. 212, deren Vektoren uns direkt die Stromstärke für jeden Wert von γ angeben.

Die drei Kurven P_1 , P und i aus Fig. 210, 211 und 212 sind dann in Fig. 213 zusammengestellt. Sie beziehen sich wieder auf eine Maschine,

bei der $L\omega = 6$, $w_a = 1$, $e = 1000$ und $E_1 = 1200$ ist. Die zur Konstruktion der Diagramme nötigen Daten sind dann:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{w_a}{L\omega} = \frac{1}{6} = 0,166, \quad \sin \alpha = \frac{w_a}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = 0,164.$$

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = 197.$$

Die Durchmesser OP und OS ergeben sich zu:

$$OP = OS = e \cdot J_0 = 197000 \text{ Watt.}$$

Ferner ergibt sich:

$$QR = E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha = 38600 \text{ Watt.}$$

$$XT = \frac{e^2}{E_1} \cdot J_0 \cdot \sin \alpha = 27000 \text{ Watt.}$$

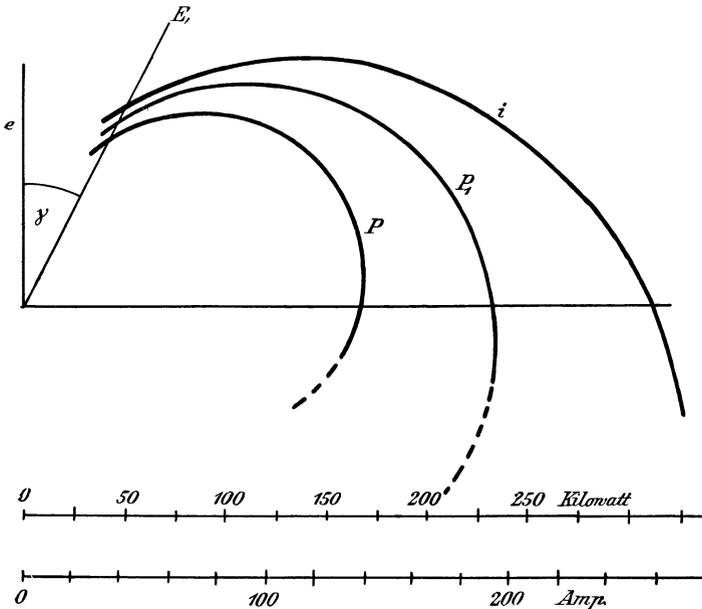


Fig. 213.

Die Maßstäbe für Leistung und Spannung sind willkürlich gewählt. Um den Maßstab für die Stromstärke zu erhalten, haben wir die Zahlen des Voltmaßstabes nach Gleichung (a) unseres Abschnittes mit $\frac{J_0}{E_1} = \frac{197}{1200} = 0,164$ zu multiplizieren. Bei der Ausführung des Maßstabes ergibt sich z. B., daß 200 Ampere durch dieselbe Länge dargestellt werden wie $\frac{200}{0,164} = 1220$ Volt.

Wie Fig. 213 zeigt, gehört zu einer bestimmten Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung eine ganz

bestimmte Gesamtleistung, Nutzleistung und Stromstärke. Ferner ergibt sich, daß die Differenz zwischen den Strahlen der Kurve P_1 und P um so größer ist, je größer der Winkel γ ist. Diese Differenz stellt uns aber den Jouleschen Verlust im Anker dar. Damit also der Wirkungsgrad günstig wird, arbeitet die Maschine normal im linken Teil des Diagramms.

Es ist nun von Interesse, daß die von der Maschine aufgenommene und in elektrische Arbeit umgesetzte Leistung zunächst mit Vergrößerung des Winkels γ zunimmt und schließlich für den Winkel $\gamma = 90^\circ + \alpha$ ein Maximum wird. Dieser Maximalwert ergibt sich nach Fig. 210 zu $OP + OR$, also zu:

$$P_1 \max = e \cdot J_0 + E_1 J_0 \cdot \sin \alpha.$$

Die Vergrößerung der Leistung mit zunehmender Voreilung der elektromotorischen Kraft vor der Klemmspannung wird nun von besonderer Wichtigkeit für das Parallelarbeiten der Wechselstrommaschinen, das im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

105. Die synchronisierende Kraft des Ankers.

Um das Verhalten der Wechselstrommaschinen zu verstehen, betrachten wir mehrere parallel geschaltete Maschinen von derselben Konstruktion, auf die die gleiche Leistung von der Antriebsmaschine übertragen wird. Die Erregung soll ebenfalls bei allen Maschinen dieselbe sein. Dann verteilt sich der im äußeren Kreise verbrauchte Effekt gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach dem Diagramm in Fig. 213 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Klemmspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die elektromotorische Kraft überall gleiche Phase hat, d. h. daß in einem gegebenen Augenblick der Ankerdraht einer Maschine genau dieselbe relative Lage zu den Polen hat wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht bloß eine gleiche Tourenzahl, sondern auch ein Takthalten in der Phase gemeint.

Wir wollen nun vorläufig nicht untersuchen, wie diese Übereinstimmung erzielt ist. Wir wollen vielmehr zunächst fragen, wie es kommt, daß diese Übereinstimmung in der Tourenzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich dauernd aufrecht erhält. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Beim Parallelbetrieb sind ja, wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, die elektromotorischen Kräfte so zu schalten, daß die gleichnamigen Klemmen aneinander liegen. Die einzelnen elektromotorischen Kräfte sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also Wechselstrommaschinen parallel geschaltet sind, so ist es nicht bloß nötig, daß in einem gegebenen Momente die Richtung der elektromotorischen Kräfte in allen Maschinen die gleiche

ist, sondern daß ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, daß alle Maschinen mit absolut gleicher Tourenzahl laufen oder daß sie bei ungleicher Polzahl mit absolut gleicher Periodenzahl laufen.

Diese absolut gleiche Tourenzahl ließe sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber parallel geschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen, d. h. sie veranlassen eine bei allen Maschinen absolut gleiche Periodenzahl und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Takt. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, daß eine einzelne Maschine infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Dampfmaschine vor den anderen Maschinen momentan ein wenig vorausgeilt ist. Diese mechanische oder räumliche Vorauseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels γ zwischen dem Vektor der elektromotorischen Kraft der einzelnen Maschine und dem Vektor der Klemmspannung e . Der letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels γ hat nun aber nach Fig. 213 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der erzeugten elektrischen Leistung P_1 zur Folge. Zur Erzeugung dieser vergrößerten Leistung reicht dann die gerade zugeführte mechanische Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den Anker in die normale Stellung gegenüber den Polen zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Fig. 213 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung P_1 der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die zugeführte mechanische Leistung. Die dadurch veranlaßte Beschleunigung bringt dann den Anker der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu den Polen, so daß seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die Dynamomaschinen halten also die Dampfmaschinen in mathematisch genauem Takt.

Dabei setzen wir allerdings voraus, daß die Dynamomaschinen im linken Teil des in Fig. 213 gegebenen Diagramms arbeiten, wo eine Zunahme des Winkels γ eine Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Arbeitet aber die Maschine in der Nähe ihrer maximalen Leistung, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels γ eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Ja, ist das Maximum der Leistung erreicht, so hat das Voreilen der Dynamo sogar eine Abnahme der Leistung zur Folge, wie aus dem punktierten Teil der Kurve P_1 hervorgeht. Die Folge ist, daß jetzt die zugeführte mechanische Leistung über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter überwiegt und daß die Maschine noch mehr beschleunigt wird. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze System ist gestört. Es

braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß dabei gewaltige Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen. Im allgemeinen arbeiten also die Wechselstrommaschinen normal im linken Teil des Diagramms in Fig. 213. Dabei werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung des Ankers energisch ausgeglichen. Das ist um so nötiger, als eine Verschiebung um wenige räumliche Grade gleichbedeutend ist mit einer gewaltigen Verschiebung in elektrischen Graden.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch die Voreilung, bezw. durch das Zurückbleiben verursacht wird. In der Praxis spricht man dagegen in der Regel von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß der voreilende Generator zu viel und der zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Synchronisierungsstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine addiert und sich vom Strom der zurückbleibenden Maschine subtrahiert. Die erstere wird gleichsam durch diesen Strom gebremst und die zweite beschleunigt, d. h. als Motor angetrieben.

Nun kommt es darauf an, daß für eine kleine Verschiebung die Zunahme der Leistung eine möglichst große wird. Nur unter dieser Bedingung ist die synchronisierende Kraft eine große. Wir müssen diese also genau definieren als das Verhältnis der Zunahme der Leistung zur Zunahme des Winkels γ , oder als den Differenzialquotienten $\frac{dP_1}{d\gamma}$. Nun war allgemein die erzeugte elektrische Leistung nach Gleichung (159) auf S. 362:

$$P_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma - \alpha) + E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha.$$

Daraus folgt:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = e \cdot J_0 \cdot \cos(\gamma - \alpha).$$

Diese Gleichung dient uns dazu, den Einfluß der Selbstinduktion auf die synchronisierende Kraft zu erkennen. Wir fassen dabei den Augenblick nach dem Einschalten ins Auge, wo nach Abschnitt 106 die elektromotorische Kraft und die Klemmspannung gleiche bezw. entgegengesetzte Phase haben, wo also der Winkel $\gamma = 0$ ist. Nun ist nach dem vorigen Abschnitt:

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_1}{w_a} \cdot \frac{w_a}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_1}{w_a} \cdot \sin \alpha.$$

Für $\gamma = 0$ wird also die synchronisierende Kraft:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = \frac{e \cdot E_1}{w_a} \cdot \sin \alpha \cdot \cos(-\alpha) = E_1 \cdot \frac{e \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot w_a}.$$

Dieser Ausdruck wird bei gegebenen Werten von E_1 , e und w_a ein Maximum, wenn $\alpha = 45^\circ$ ist, wenn also die Selbstinduktion so klein wie der Ohmsche Widerstand ist. Obgleich das praktisch nicht zu erreichen ist, so zeigt doch unsere Rechnung, daß die Selbstinduktion möglichst gering zu halten ist. Andererseits ist für $L\omega = 0$ $\alpha = 90^\circ$, also $\sin 2\alpha = 0$. Da dann auch die synchronisierende Kraft gleich Null ist, so folgt, daß die Selbstinduktion nicht ganz und gar fehlen darf und daß der synchrone Betrieb überhaupt erst durch sie möglich wird.

106. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen.

Das Hinzuschalten einer Wechselstrommaschine auf ein Netz mit gegebener Klemmspannung gleicht in mancher Beziehung dem ähnlichen Vorgang bei einer Gleichstrommaschine. Soll eine Nebenschlußmaschine auf das Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und variiert die Magneterregung, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei einer Wechselstrommaschine läßt man ebenfalls die Maschine leer anlaufen, jedoch muß die Tourenzahl der Periodenzahl des Netzes möglichst genau entsprechen. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterregung die elektromotorische Kraft der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man, wie bei der Gleichstrommaschine, sicher sein, daß wirklich die Klemme der Maschine, die momentan positives Vorzeichen hat, an die momentan positive Klemme des Netzes gelegt wird. Nur dann schaltet man wirklich die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Tourenzahl, resp. in der Periodenzahl, die für Gleichstrommaschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Parallelschaltens derselbe wie bei der Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es aber bei Wechselstrom schwieriger zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sogenannten Phasenlampen, durch die die Maschinenklemmen bei offenem Hauptauschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Fig. 214a). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Tourenzahl und schaltet bei der in Fig. 214a gezeichneten Anordnung den Ausschalter ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Druck und Gegendruck in diesem Augenblicke sich das Gleichgewicht halten, wie das aus den Vorzeichen der Klemmen in Fig. 214a hervorgeht. Diese Vorzeichen gelten natürlich nur für den gezeichneten Augenblick.

Man kann aber auch die in Fig. 214b angegebene Schaltung anwenden, wobei der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt wird, daß die Lampen hell aufleuchten. In dem in Fig. 214b gezeichneten Augenblick hat die durch einen Ausschalterhebel zu verbindende Klemme der Maschine und des Netzes gerade dasselbe Vorzeichen. Das Netz und die Maschine sind also in bezug auf die beiden Phasenlampen hintereinander geschaltet und die Lampen leuchten hell auf.

Natürlich erfordert die Erkennung des richtigen Zeitpunktes einige Übung. Der Vorgang geht überhaupt nicht ganz so glatt von statten wie beim Gleichstrom, da weder die Richtigkeit der Tourenzahl noch die Richtigkeit der Phase mit mathematischer Genauigkeit erkannt werden

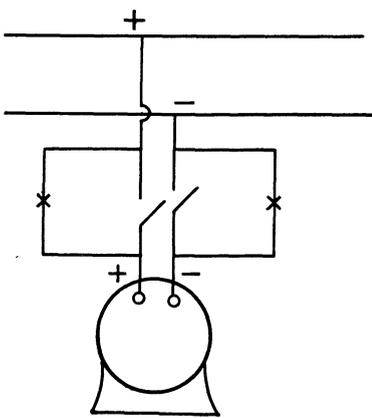


Fig. 214a.

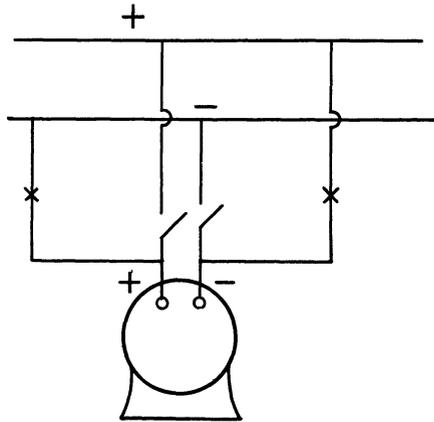


Fig. 214b.

kann. Aber eine solche Genauigkeit ist auch nicht erforderlich, da sofort nach dem Einschalten die synchronisierende Wirkung des Ankers in Tätigkeit tritt, die bald den vollen Synchronismus herstellt.

Wir haben dann, solange die Maschine noch unbelastet läuft, dieselben Verhältnisse wie beim Gleichstrom. Druck und Gegendruck von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet und die Stromstärke sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die prinzipielle Verschiedenheit des Betriebes von parallel geschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst hervor, wenn wir nun dazu übergehen, die Art und Weise der Belastung darzulegen.

Wir betrachten zunächst eine leer laufende Nebenschlußmaschine und schalten sie auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Nebenschlußmaschine, indem wir die Erregung der Maschine und dadurch die elektromotorische Kraft verstärken. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Mit der Ankerstromstärke wird dann auch die gesamte elektrische Leistung $E \cdot i_a$ größer.*) Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine Verzögerung ein, die ein Heruntergehen der Kugeln des Regulators bewirkt. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Dampf zugeführt und die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung ist wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung.

Dabei ist zu beachten, daß die Vergrößerung der elektrischen Leistung eine dauernde gewesen ist, daß demnach auch der Dampfverbrauch dauernd erhöht ist. Die Regulatorkugeln stehen also dauernd in einer anderen Stellung als früher und die Tourenzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Tourenzahl so klein, daß sie für den praktischen Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird. Wir fassen also unser Resultat zusammen: Bei der Nebenschlußmaschine wird die Belastung durch die Erregung variiert. Dabei wirkt die Dynamo auf die Dampfmaschine zurück und es ändert sich in geringem Maße die Tourenzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Dampfmaschine gibt das her, was die Dynamo fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Wir setzen auch dabei voraus, daß eine kleine Maschine auf das Netz geschaltet ist, das von mehreren großen Maschinen gespeist ist. Dann wird die Klemmspannung und Tourenzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflusst durch Änderungen der kleinen Maschine. Wir können also mit konstanter Periodenzahl und konstanter Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die elektromotorische Kraft E_1 unserer Maschine zu vergrößern. Wie wir erwarten, erhalten wir dabei auch eine Erhöhung der Stromstärke, aber keine Vergrößerung des Wattmeterauschlages und vor allen Dingen keine Vergrößerung des Dampfverbrauches. Wenn nun trotz der Erhöhung der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schließen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen E_1 und i größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung variiert werden kann. Denn die Wechselstrommaschine läuft entweder genau im Takt oder sie fällt aus dem Tritt.

*) Da der Stromverbrauch im äußeren Netz in unserer Betrachtung der gleiche geblieben ist, so kann die Leistung unserer einzelnen Maschine nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Eine Beeinflussung dieser anderen Maschinen ist allerdings nur dadurch möglich, daß gleichzeitig die Klemmspannung sich um einen kleinen Betrag ändert, der aber bei unserer Betrachtung keine Rolle spielt.

Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Dampfmaschine noch genau im alten Takt weiter und dabei stehen die Regulatorkugeln genau in der alten Stellung. Die Dampfeinströmung ist also noch die gleiche wie früher und die Leistung bleibt dieselbe. So z. B. leistet die Dampfmaschine in dem Zeitpunkt nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufsarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine variieren. Demnach kann eine Vergrößerung der Maschinenleistung nur durch mechanische Verstellung des Regulatorgewichtes erzielt werden. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regulator angebrachten und vom Schaltbrett betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die Dampfeinströmung bei der konstanten Tourenzahl, die der Maschine durch die Periodenzahl des Netzes aufgezwungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung der Dynamo zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung variieren. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot, d. h. die Dynamo gibt die elektrische Leistung her, die von der Dampfmaschine auf sie übertragen wird.

Es fragt sich dabei nur, wodurch die Dynamo veranlaßt wird, ihre erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun von großem Interesse, daß eine Vermehrung der Dampfeinströmung eine mechanische Voreilung der Maschine zur Folge hat, und daß dadurch der Vektor der elektromotorischen Kraft in Fig. 210 vorwärts geschoben wird. Dadurch wird die von der Dynamo geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Dampfmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine beliebig vergrößern, bis schließlich die Maschine in der Nähe ihrer maximalen Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrom- und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Nebenschlußmaschine wird vor dem Abschalten entlastet, indem man ihre Erregung abschwächt und dadurch die Maschine stromlos macht. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten stromlos gemacht, indem man durch Verstellung des Regulatorgewichtes die Dampfeinströmung vermindert.

Es erhebt sich jetzt nur noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich der automatische Regulator der Dampfmaschine hat, wenn doch die Tourenzahl der Dynamo und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Periodenzahl des Netzes gegeben ist. Nun ist es ja richtig, daß der Regulator einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß im ganzen System eine Änderung vor sich geht. Soll aber der von der Willkür des Konsumenten abhängige Mehrverbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen an allen Maschinen die Regulatoren automatisch in Tätigkeit treten. Sie lassen dann bei allgemein etwas verminderter Periodenzahl

überall mehr Dampf zuströmen. Natürlich läßt sich dann die verminderte Periodenzahl durch mechanische Verstellung aller Regulatorgewichte wieder auf den alten Betrag bringen.

Ferner erhebt sich die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung hat, da diese nicht, wie bei der Gleichstrommaschine, eine Veränderung der Leistung bedingt. Daß eine Verstärkung der Erregung sämtlicher Maschinen die Klemmspannung in die Höhe bringen muß, leuchtet ja allerdings ein. Uns interessiert hier jedoch die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung einer einzelnen Maschine auf diese Maschine selbst ausübt, unter der Voraussetzung, daß die Klemmspannung des ganzen Netzes nicht wesentlich dadurch geändert wird. Die Beantwortung dieser Frage wird sich im nächsten Abschnitt ergeben.

107. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung.

Wir betrachten im folgenden eine Wechselstrommaschine, die an einem Netz mit konstanter Klemmspannung liegt und der durch die Antriebsmaschine eine konstante Leistung zugeführt wird. Wir fragen uns, welche Veränderung in der Stromstärke und in der Phasenverschiebung durch eine Veränderung der Erregung bewirkt wird.

Zu dem Zwecke multiplizieren wir Gleichung (159) auf S. 362 mit $\frac{E_1}{J_0 \cdot \sin \alpha}$, addieren auf beiden Seiten $\left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2$ und setzen $\sin(\gamma - \alpha) = -\cos(90^\circ + \gamma - \alpha)$. Dadurch erhalten wir:

$$E_1^2 + \left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos(90^\circ + \gamma - \alpha) = \frac{P_1 \cdot E_1}{J_0 \cdot \sin \alpha} + \left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2. \quad (161)$$

Beachten wir, daß der Quotient $\frac{E_1}{J_0}$ bei allen Erregungen konstant gleich der inneren Impedanz ist, so folgt, daß wir für die rechte Seite unserer Gleichung den konstanten Wert R^2 einführen können. Unsere Gleichung hat dann die Form des Kosinussatzes. Es muß also ein Dreieck existieren, dessen Seiten durch E_1 , $e/2 \cdot \sin \alpha$ und R gebildet werden, während die beiden ersteren Seiten den Winkel $90^\circ + \gamma - \alpha$ einschließen. Daraus folgt ein einfaches Diagramm, das uns für jeden Wert von E_1 direkt den zugehörigen Wert des Winkels γ zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung angibt. Wir tragen in Fig. 215 von O aus auf der Ordinatenachse die Strecke OC gleich e ab und ziehen den Strahl $OA = e/2 \cdot \sin \alpha$ so, daß er mit der Abszissenachse den Winkel α bildet. Der Punkt A liegt dann in der halben Höhe wie der Punkt C . Wir schlagen dann mit A als Mittelpunkt einen Kreis, dessen Radius gleich R ist, und ziehen unter einem beliebigen Winkel γ gegen die Ordinatenachse einen Strahl, der den Kreis im Punkte E schneidet. Dann ist das Dreieck OAE das gesuchte Dreieck, da es die Seiten $e/2 \cdot \sin \alpha$, R und den gegebenen Winkel $AOE = 90^\circ + \gamma - \alpha$ enthält.

Demnach ist der Strahl OE gleich der zu dem Winkel γ gehörenden elektromotorischen Kraft E_1 . Umgekehrt ergibt sich, da der Punkt E stets auf dem Kreise liegt, zu einer gegebenen elektromotorischen Kraft E_1 auf einfache Weise der zugehörige Wert von γ . Das Diagramm ist für die schon früher gewählten Verhältnisse

$$e = 1000, \quad w_a = 1, \quad L\omega = 6$$

gezeichnet, und es ist angenommen, daß eine konstante Leistung $P_1 = 100\,000$ Watt auf die Maschine übertragen wird. Es ist klar, daß für einen bestimmten Betriebszustand, nämlich für die früher gewählte elektromotorische Kraft $E_1 = 1200$ Volt, unser Diagramm denselben Winkel γ ergeben muß, den wir in dem Leistungsdiagramm in Fig. 210 für einen

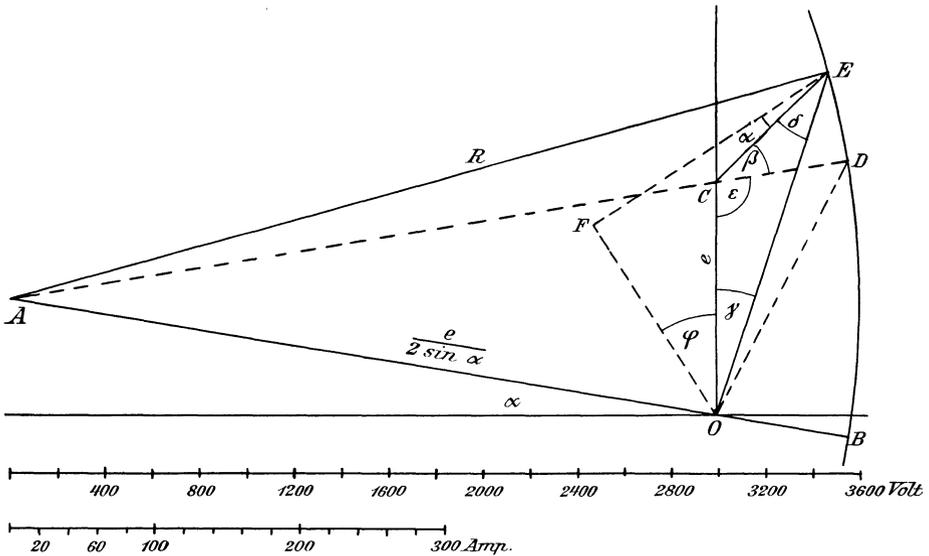


Fig. 215.

Vektor $P_1 = 100\,000$ Watt finden. Dabei muß aber bemerkt werden, daß diese Leistung unter den vorliegenden Verhältnissen mit Absicht zu hoch gewählt wurde, damit das Diagramm sich deutlicher zeichnen liefs.

Wir sehen nun sofort den Einfluß der Änderung der Erregung. Je mehr wir die Erregung, also die elektromotorische Kraft verringern, desto größer wird nach unserm Diagramm der Winkel γ , desto mehr rückt also der Punkt E nach unten. Das stimmt auch genau mit den mechanisch-räumlichen Verhältnissen überein, indem mit verkleinerter elektromotorischer Kraft im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung verbunden ist. Infolgedessen überwiegt für einen kleinen Augenblick die Leistung der Antriebsmaschine und es wird dadurch der

Winkel γ so weit vergrößert, bis die elektrische Leistung wieder der zugeführten mechanischen Leistung das Gleichgewicht hält.

Schließlich jedoch wird bei großer Schwächung der Erregung der Winkel γ so groß, daß der Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 in die Richtung von AO fällt, also gleich OB ist. Dieser Vektor OB stellt die kleinste elektromotorische Kraft dar, bei der die Maschine die Leistung von 100000 Watt noch konsumiert. Wir können auch umgekehrt sagen: Die Leistung von 100000 Watt ist die größte, die bei der Erregung $E_1 = OB$ auf die Maschine übertragen werden kann. Wird die Erregung noch mehr verringert oder die zugeführte Leistung gesteigert, oder eilt die Maschine selbst aus irgend einem Grunde noch weiter vor, so fällt sie aus dem Tritt. Auch hier wieder ergibt sich die Analogie mit dem Leistungsdiagramm auf S. 363, da das Außertrittfallen, wie früher, bei einem Verschiebungswinkel $90^\circ + \alpha$ stattfindet. Auch hier wieder zeigt es sich, daß man, damit die Maschinen sicher im Takt bleiben, den Winkel γ nicht zu groß wählen darf.

Von besonderem Interesse ist es nun, zu wissen, wie die Maschine erregt werden muß, damit sie bei der gegebenen zugeführten Leistung mit dem günstigsten Wirkungsgrad arbeitet. Die Verluste im Anker sind dem Quadrate des Ankerstromes proportional. Nun haben wir in dem Vektor CE der Fig. 215 ein Maß für die Stromstärke, da das Dreieck OCE mit dem Dreieck BOF im grundlegenden Diagramm (Fig. 209a) identisch ist. Wir erhalten also ähnlich wie in Gleichung (a) des Abschnittes 104:

$$i = \frac{J_0}{E_1} \cdot CE,$$

wo
$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} \text{ ist.}$$

Mit Hilfe der früheren Werte $w_a = 1$, $L\omega = 6$ und $E_1 = 1200$ erhalten wir also zur Zeichnung des Maßstabes für die Stromstärke die Beziehung

$$i = \frac{197}{1200} \cdot CE = 0,164 CE.$$

Der günstigste Wirkungsgrad wird nun erreicht, wenn von der zugeführten Leistung der geringste Betrag in Joulesche Wärme $i^2 \cdot w_a$ umgesetzt wird. Das tritt ein, wenn die Stromstärke den kleinsten Wert hat, d. h. wenn der Vektor CE die Verlängerung von AC bildet und mit CD zusammenfällt. Die günstigste elektromotorische Kraft ist also $OD = 1220$ Volt und dabei ist die Stromstärke nach dem Amperemaßstab $CD = 91,6$ Ampere. Der Joulesche Verlust ergibt sich dann zu

$$i^2 \cdot w_a = 91,6^2 \cdot 1 = 8400 \text{ Watt.}$$

Der Betrag ist zweifellos zu hoch bei einer Gesamtleistung von 100000 Watt. Aber es ist schon früher darauf hingewiesen, daß die Verhältnisse wegen der Deutlichkeit der Zeichnung anormal gewählt sind.

Wenn die Verluste am kleinsten sind, ist bei gegebener Gesamtleistung die Nutzleistung am grössten. Wir erhalten also eine Nutzleistung

$$P_{max} = 100\,000 - 8400 = 91\,600 \text{ Watt.}$$

Für jede andere Erregung, für die der Punkt E oberhalb oder unterhalb des Punktes D liegt, wird der Wirkungsgrad schlechter, weil die Stromstärke gröfser wird. Allerdings macht das gerade in der Nähe des Punktes D besonders wenig aus, da dort die Erregung in ziemlich weiten Grenzen geändert werden kann, ohne dafs die Stromstärke sich dabei wesentlich ändert.

Der letztere Umstand wird besonders deutlich, wenn wir die elektromotorische Kraft als Abszisse und die Stromstärke als Ordinate auftragen. Wir erhalten dann die sogenannte V -Kurve in Fig. 216. In dieser Figur sind als Abszissen direkt die Werte OE und als Ordinaten die Werte

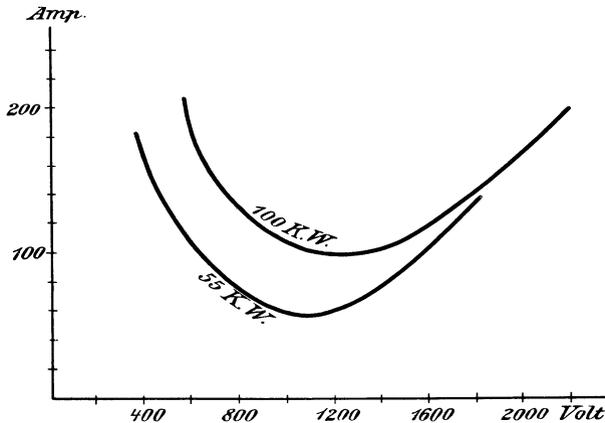


Fig. 216.

CE aus Fig. 215 verwendet. Man sieht deutlich, dafs die Stromstärke bei konstant zugeführter Leistung für eine bestimmte Erregung ein Minimum wird. Der linke Teil der Kurve ist der, wo sich die Maschine bei fortgesetzter Schwächung der Erregung der Gefahr des Aufsertrittfallens nähert.

Es geht nun ohne weiteres aus der Konstruktion in Fig. 215 hervor, dafs eine Änderung der elektromotorischen Kraft OE die Stromstärke CE sehr wenig beeinflusst, wenn der Kreis in Fig. 215 weit entfernt von der Ordinatenachse liegt, d. h. wenn CD sehr grofs ist. Ein grofser Spannungsabfall im Anker, also eine grofse Selbstinduktion $L\omega \cdot i$ macht demnach die Maschine gegen Änderungen der Erregung verhältnismäfsig unempfindlich. Die V -Kurve verläuft dann unten verhältnismäfsig flach.

Dagegen liefern Maschinen mit geringem Spannungsverlust $L\omega \cdot i$ im Anker eine spitzere V -Kurve. Um eine solche zu zeichnen, müfsten

wir die ganze Konstruktion in Fig. 215 für dieselbe Leistung, aber für einen kleineren Wert von $L\omega$ wiederholen. Wir können aber den Wert $L\omega \cdot i$ auch dadurch erniedrigen, daß wir die Maschine mit geringer Stromstärke arbeiten lassen, also z. B. nur etwa die halbe Leistung auf sie übertragen. Dann geht der Kreis mit dem Radius R etwa durch die Mitte von CD und eine Änderung der Erregung beeinflusst dann die Stromstärke verhältnismäßig stark. Wir erhalten so die spitzere Kurve in Fig. 216.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den Leistungsfaktor für die von unserer Maschine an das Netz abgegebene Leistung zu bestimmen. Allgemein erhalten wir den Winkel φ zwischen Klemmspannung und Stromstärke, wenn wir in Fig. 215 die Strecke EF so ziehen, daß sie mit EC den Winkel α bildet, und dann von O aus auf EF eine Senkrechte fallen. Wir erkennen dann leicht in dem Dreieck EOF das grundlegende Diagramm auf S. 361 und erkennen in dem Winkel COF den gesuchten Winkel φ . Nun ergibt sich mit Hilfe der in Fig. 215 eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$OA = \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha},$$

also

$$\frac{e}{2} = OA \cdot \sin \alpha.$$

Das Dreieck OAC ist also gleichschenkelig und der Strahl AC bildet mit der Abszissenachse den Winkel α . Daraus folgt:

$$\varepsilon = 90^\circ + \alpha.$$

Ferner ist

$$\varphi + \gamma = 90^\circ - (\alpha + \delta)$$

und

$$180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma + \delta.$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhalten wir:

$$\varphi = \beta.$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ ist also der Winkel, der durch die Verbindungslinien CD und CE gebildet wird. Erregen wir die Maschine so, daß sie eine elektromotorische Kraft OD liefert, so ist der Winkel β , also auch der Winkel φ gleich Null. Die Maschine liefert in diesem Falle reinen Wattstrom ins Netz. Das stimmt auch mit unserer obigen Rechnung überein, wonach die Nutzleistung für den Punkt D gleich 91600 Watt war. Da die Stromstärke dabei 91,6 Ampere und die Klemmspannung 1000 Volt war, so muß $\cos \varphi$ notwendig gleich Eins sein.

Es könnte nun scheinen, als ob es besonders gut wäre, die Maschine gerade so zu erregen, daß $\cos \varphi$ gleich Eins wird und die Stromstärke, sowie die Verluste bei gegebener Leistung am kleinsten werden. Das ist jedoch ein Irrtum. Wenn nämlich im äußeren Kreise infolge der dort vorhandenen Selbstinduktion eine Phasenverschiebung eintritt und unsere

Maschine nur Wattstrom liefert, so müssen eben die anderen Maschinen um so mehr wattlose Ströme liefern. Man wird vielmehr die Maschinen so erregen, daß sich die wattlosen Ströme gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, daß also die Phasenverschiebung in allen die gleiche ist.

Wenn wir unsere Maschine übermäßig stark erregen, so rückt der Punkt E nach oben und wir erhalten eine große Phasenverschiebung des Stromes gegen die Klemmspannung; die Maschine liefert dann vorwiegend wattlosen Strom ins Netz. Umgekehrt rückt der Punkt E nach unten, wenn wir die Maschine schwach erregen. Für eine solche untererregte Maschine wird der Winkel β , d. h. der Winkel φ negativ, d. h. die Stromstärke eilt der Klemmspannung voraus. Zugleich wird dabei die elektromotorische Kraft E_1 kleiner als die Klemmspannung. Das ist z. B. der Fall, wenn die Maschine auf übererregte Synchronmotoren arbeitet, deren elektromotorische Gegenkraft größer als die elektromotorische Kraft des Generators ist. Die zwischen Motor und Generator liegende Netzspannung ist dann annähernd das Mittel zwischen beiden elektromotorischen Kräften, also größer als die elektromotorische Kraft des Generators.

Die Bedeutung unseres Diagramms beruht darauf, daß es nicht bloß die elektromotorischen Kräfte, sondern auch die Stromstärken und die äußere Phasenverschiebung direkt abzulesen gestattet. Ferner ergibt sich deutlich der Zusammenhang zwischen den mechanischen und elektrischen Vorgängen, die durch eine Änderung der Erregung bewirkt werden.

108. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen.

Wir betrachten eine Maschine, die an einer absolut konstanten Netzspannung liegt. Sie werde zunächst von einer Turbine mit völlig gleichmäßiger Umfangsgeschwindigkeit angetrieben und durch Änderung der Belastung oder der Erregung sei zufällig eine momentane Voreilung vor der normalen Stellung eingetreten. Da die abgegebene Leistung dem Voreilungswinkel proportional ist, so bremst sich die Maschine selbst und erleidet eine Verzögerung. Sie kommt dadurch zunächst in ihre normale Lage, schwingt aber wie ein Pendel darüber hinaus und erleidet eine Nacheilung. Dadurch wird sie aber entlastet, so daß das Drehmoment der Antriebsmaschine überwiegt und wieder eine Beschleunigung hervorruft. Die Maschine pendelt also um ihre normale Lage, bis die Schwingungen durch mechanische Reibung oder durch Foucaultströme gedämpft werden.

Nun ist die Zunahme der Leistung pro elektrische Bogeneinheit nach S. 369 gleich $e \cdot J_0 \cdot \cos(\gamma - \alpha)$. Dabei ist der Winkel α unter allen Umständen sehr klein und γ ist ebenfalls im Interesse einer geringeren Selbstinduktion und einer großen Überlastungsfähigkeit nur etwa $10-20^\circ$. Wir können also $\cos(\gamma - \alpha)$ rund gleich 1 setzen. Ferner ist das Drehmoment gleich der Leistung dividiert durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit $2\pi \cdot \frac{\omega}{p}$. Endlich ist eine mechanische Bogeneinheit p mal

so groß wie eine elektrische Bogeneinheit und $1 \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = \frac{1}{9,81} \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}}$. Es wird also die Zunahme des Drehmoments pro mechanische Bogeneinheit, oder die sogenannte Direktionskraft

$$D = \frac{p \cdot e \cdot J_0}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \frac{\sim}{p}} = \frac{p^2 \cdot e \cdot J_0}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \sim} \text{ mkg.} \quad (\text{a})$$

Ist nun m die auf den Umfang reduzierte Masse im mechanischen Maß und r der Radius in Metern, so ist die Eigenschwingungszeit der Maschine nach einem bekannten Gesetz der Mechanik

$$t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m r^2}{D}}. \quad (\text{b})$$

Ist z. B. *) $m = 720$, $r = 2,75$, $p = 32$, $\sim = 48,5$, $e = 3000$, $J_0 = 670$, so folgt die Eigenschwingungszeit $t_1 = 0,55$.

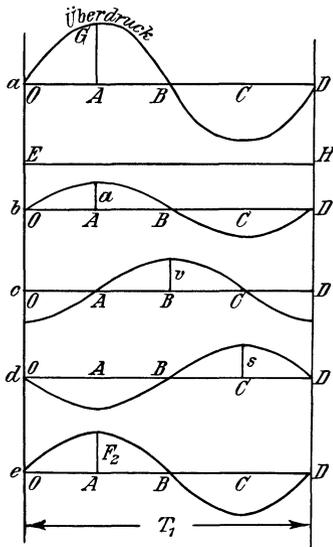


Fig. 216 a-e.

Im Gegensatz zu den erwähnten Eigenschwingungen betrachten wir nun die Schwingungen einer Dampfmaschine, und zwar soll die Dampfmaschine vorläufig eine Gleichstrommaschine antreiben. Es sei T_1 die Zeit, innerhalb der sich der Maximaldruck der Dampfmaschine wiederholt. Wir ersetzen dabei**) das Tangentialdruckdiagramm durch die Sinuskurve in Fig. 216 a, deren Ordinaten von EH an gemessen den Maschinendruck und von OD an gemessen den Überdruck über die mittlere Leistung darstellen. Ist nun $F_1 = GA$ der maximale Überdruck in Kilogramm am Ankerumfang, dann ist die maximale Beschleunigung

$$a = \frac{F_1}{m}.$$

Die Beschleunigung ist phasengleich mit dem Überdruck (Fig. 216 b). Solange sie positiv ist, nimmt die zusätzliche Geschwindigkeit zu, sie erreicht also ihren Höchstwert v im Zeitpunkt B (Fig. 216 c). Dieser berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung mal der Zeit $AB = \frac{T_1}{4}$ zu:

$$v = \frac{2a}{\pi} \cdot \frac{T_1}{4} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{F_1}{m} \cdot T_1. \quad (\text{c})$$

*) Vergl. Kapp, ETZ 1899, S. 134.

**) Vergl. Rosenberg, ETZ 1902, S. 425.

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der normalen Stellung zu. Die Voreilung erreicht also im Zeitpunkt C ihren Höchstwert s . Dieser ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit mit der Zeit $\frac{T_1}{4}$ multiplizieren, zu:

$$s = \frac{2}{\pi} \cdot v \cdot \frac{T_1}{4}.$$

Um den Bogen ε_1 der größten Voreilung zu finden, haben wir mit dem Radius zu dividieren. Mit Einsetzung der Werte von v und a erhalten wir:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{F_1 \cdot T_1^2}{m \cdot r}. \quad (d)$$

Dies ist die sogenannte initiale Voreilung der Dampfmaschine.

Wir betrachten jetzt den Einfluß der Wechselstrommaschine auf die Voreilung der Dampfmaschine und gehen dabei von der Voraussetzung aus, daß die Dampfmaschine dem ganzen System ihren Takt aufzwingt. Da die Wechselstrommaschine bei Voreilung stärker belastet und bei Nacheilung entlastet wird, so wird ihr gleichsam vom Netz aus ein Beschleunigungsdruck geliefert. Dieser ist am größten, wenn die Wechselstrommaschine am meisten entlastet wird. Er hat also seinen positiven Höchstwert F_2 im Augenblick der größten Nacheilung, also im Zeitpunkte A in Fig. 216 d und e. Die dadurch bedingten periodischen Schwankungen der ans Netz abgegebenen Leistung sind dann unter Umständen so erheblich, daß ein Parallelbetrieb unmöglich wird.

Aus dem Überdruck F_1 der Dampfmaschine und mit Überdruck F_2 des Netzes resultiert nun ein gesamtter Überdruck F . Dieser tritt an Stelle des bisher betrachteten Überdruckes F_1 und es ergibt sich die bemerkenswerte Tatsache aus Fig. 216 a und d, daß der vom Netz ausgeübte Beschleunigungsdruck gleiche Phase mit dem resultierenden Überdruck F hat. Die Kräfte F_1 und F_2 setzen sich also algebraisch zur resultierenden Kraft F zusammen. Der Grenzwert ε , dem sich die Voreilung nähert, ist dann nach Gleichung (d):

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{F \cdot T_1^2}{m \cdot r}. \quad (e)$$

Wenn sich ein gleichförmiger Zustand hergestellt hat, genügt dann diese Voreilung ε gerade, um eine Synchronisierungskraft F_2 zu schaffen, die in Verbindung mit dem Überdruck F_1 der Dampfmaschine die betreffende Voreilung ε hervorruft. Wir haben uns das so vorzustellen, daß die Voreilungen mit jedem Zyklus größer werden, sich aber einem Grenzwert nähern, der durch Gleichung (e) gegeben ist.

Dabei berechnet sich der maximale Beschleunigungsdruck, der durch Verminderung der elektrischen Leistung erzielt wird, wenn wir das Drehmoment D pro Bogeneinheit mit der Voreilung ε multiplizieren und mit dem Radius dividieren, mit Benutzung von Gleichung (e) zu:

$$F_2 = \frac{D}{r} \cdot \varepsilon = \frac{D}{m r^2} \cdot \frac{1}{4 \pi^2} \cdot F \cdot T_1^2$$

oder nach Gleichung (b):

$$\frac{F_2}{F} = \frac{T_1^2}{t_1^2}. \quad (f)$$

Wir unterscheiden nun drei Fälle:

1. Die Eigenschwingungszeit t_1 der Dynamo ist größer als die Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine. Dieser Fall ist bei Generatoren der gewöhnliche. Dann ist nach Gleichung (f) F größer als F_2 , d. h. es gilt die Gleichung:

$$F = F_1 + F_2.$$

Das ist besonders leicht verständlich, weil ja nach Fig. 216a und d der maximale Überdruck der Dampfmaschine zeitlich mit einer Entlastung der Wechselstrommaschine zusammenfällt, so daß der Überdruck vergrößert erscheint.

In diesem Falle wird nach Gleichung (f):

$$\frac{F_2}{F_1 + F_2} = \frac{T_1^2}{t_1^2}.$$

Mit Benutzung dieser Gleichung ergibt sich der Vergrößerungsfaktor, d. h. das Verhältnis der Voreilungen bei Wechselstrom und Gleichstrom zu:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{F_1 + F_2}{F_1} = \frac{1}{1 - \frac{T_1^2}{t_1^2}}. \quad (g)$$

Die Vergrößerung der ursprünglichen Voreilung ist also um so geringer, je größer die Eigenschwingungszeit t_1 der Dynamo im Verhältnis zur Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine ist. In dem auf S. 380 angeführten Falle war die Dampfmaschine eine Tandemcompoundmaschine mit 85 Touren pro Minute, also mit $\frac{2 \cdot 85}{60}$ Zyklen pro Sekunde, und es wird:

$$T_1 = \frac{1}{2 \cdot 85/60} = 0,353.$$

Der Vergrößerungsfaktor wird dann, da die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine $t_1 = 0,55$ war:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{1}{1 - \frac{0,353^2}{0,55^2}} = 1,7.$$

2. Die Eigenschwingungszeit t_1 der Dynamo ist gleich der Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine. In diesem Falle wird nach Gleichung (f) $F_2 = F$. Das bedeutet, daß der initiale Druck gegenüber dem Synchronisierungsdruck gar nicht in Betracht kommt. Der letztere ist also unendlich groß und es wird auch die schließliche Voreilung unendlich groß. Es

tritt also vollständige Resonanz ein und die Maschinen fallen aus dem Tritt. Die Gefahr wird um so kleiner, je größer die Eigenschwingungszeit der Dynamo im Verhältnis zur Schwingungszeit der Dampfmaschine ist.

3. Die Eigenschwingungszeit t_1 ist kleiner als die Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine. Das ist ein Fall, der bei Generatoren praktisch ausgeschlossen ist, da er sehr geringe Schwungmassen und eine große initiale Voreilung mit sich bringen müßte. Der Fall wird aber bei Synchronmotoren und vor allem bei rotierenden Umformern von Bedeutung. Bei diesen tritt dann eine etwa periodische Änderung der Belastung an die Stelle der Ungleichförmigkeit der Dampfmaschine. Nach Gleichung (f) ist dann F kleiner als F_2 . Das würde bedeuten, daß jetzt im Augenblick der größten Nacheilung ausnahmsweise die Dampfmaschine ihren geringsten Druck ausübt, daß aber doch infolge der großen Synchronisierungskraft der Dynamo eine Beschleunigung zustande kommt. Dann gilt die Gleichung:

$$F = F_2 - F_1.$$

Ähnlich wie oben ergibt sich dann ein Vergrößerungsfaktor:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{1 - \frac{t_1^2}{T_1^2}}.$$

Das Resultat ist dann wieder, daß der Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden muß, um den Vergrößerungsfaktor zu verringern und von dem Zustand der Resonanz möglichst weit entfernt zu bleiben. In diesem Falle würde eine Verringerung der Schwungmassen von Vorteil sein.

Im allgemeinen ist aber, wie bemerkt, bei Generatoren die Eigenschwingungszeit t_1 immer größer als T_1 , und es kann sich daher event. nur darum handeln, den Unterschied noch zu vergrößern, um den Parallelbetrieb günstiger zu gestalten. Dazu gibt es nach Gleichung (b) zwei Mittel. Der erste Weg ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Generator und Netzsammelschiene. Dadurch wird der Kurzschlussstrom J_0 kleiner, die Direktionskraft nach Gleichung (a) geringer und die Eigenschwingungszeit t_1 nach Gleichung (b) größer. Das ergibt nach Gleichung (g) eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors. Auch bei rotierenden Umformern ist oft die Einschaltung einer Drosselspule das einzige Mittel zur Vermeidung des Pendelns. — Der zweite Weg ist die Vergrößerung der Schwungmassen. Das Mittel hilft in den meisten Fällen radikal, da dadurch sowohl die initiale Voreilung verringert, als auch die Eigenschwingungszeit vergrößert wird.

Von besonderer Wichtigkeit ist nun unter Umständen ein dritter Weg, nämlich die Dämpfung der Schwingungen durch Wirbelströme nach Leblanc. Man verwendet dabei massive Polschuhe oder man ordnet in den Polköpfen in Richtung der Achse Kupferstäbe an, die an den Stirn-

flächen miteinander verbunden sind. Beim Schwingen der Maschine erzeugen dann die vom Ankerstrom erzeugten Kraftlinien Ströme in den Polen, die nach dem Lenzschen Gesetz die Bewegung hindern. Eine solche Dämpfung empfiehlt sich besonders auch bei Synchronmotoren und Umformern. Sie hat zugleich den Vorteil, daß bei einer zufälligen Überlastung die momentane Verzögerung nicht zu groß wird. Der Motor fällt dann also nicht aus dem Tritt, indem die Dämpferwicklung wie die Kurzschlußwicklung eines Asynchronmotors funktioniert.

Aber gerade der Vergleich mit dem Asynchronmotor zeigt, daß die Dämpfung nicht unter allen Umständen zum Ziele führt. Es ist nämlich nicht etwa die Joulesche Wärme in der Dämpferwicklung, die bremsend wirkt, sondern die Maschine wird tatsächlich zu einer Asynchronmaschine, die zeitweise Leistung ans Netz abgibt und zeitweise empfängt.

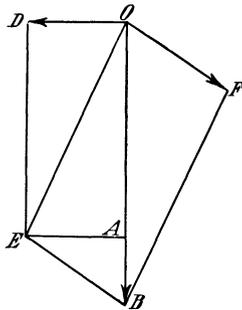


Fig. 216f.

Der Maximalwert dieser Leistung und damit das Maximum der Dämpferkraft F_d tritt in dem Augenblicke auf, wenn die Geschwindigkeit v am größten ist, also wenn die Maschine durch ihre normale Lage schwingt. Wir können diese Kraft proportional der Geschwindigkeit setzen. Da sie der Bewegung entgegenwirkt, so finden wir aus Fig. 216c, daß sie im Zeitpunkt B ein negatives Maximum hat. Sie eilt also dem resultierenden Druck F und dem synchronisierenden Druck F_2 um 90° voraus. Die Kraft F ist dann die Resultierende aus den drei Kräften F_1 , F_2 und F_d .

Um den Einfluß der Dämpfung zu erkennen, nehmen wir an, es seien aus den früheren Rechnungen der Überdruck AB der Dampfmaschine und der Synchronisierungsdruk OA der ungedämpften Maschine bekannt. Wenn wir dann den bei Generatoren gewöhnlichen Fall voraussetzen, ist die ganze Pendelkraft gleich $OA + AB$ (Fig. 216f). Wir nehmen nun an, wir hätten eine Maschine mit Dämpfung und wir wenden bei ihr einen anderen Überdruck der Dampfmaschine an, so daß trotz der Dämpfung eine resultierende Kraft OB auftritt. Bei dieser hat die Geschwindigkeit einen bestimmten Wert und diesem entspreche die dämpfende Kraft OD . Diese eilt der resultierenden Kraft nach dem Obigen um 90° voraus.

Bei derselben resultierenden Kraft und derselben Geschwindigkeit ist nun auch die Voreilung ε und damit auch die synchronisierende Kraft der gedämpften Maschine dieselbe wie ohne Dämpfung. Es ist also OA gleich der Synchronisierungskraft bei Dämpfung. Wir haben dann den (gedachten) Überdruck OF der Dampfmaschine so zu zeichnen, daß OB die Resultierende aus OA , OD und OF wird.

Jetzt erinnern wir uns aber, daß in Wirklichkeit der initiale Überdruck der Dampfmaschine der Größe nach nur gleich AB war. Wir haben also das ganze Diagramm im Verhältnis OA zu OF zu reduzieren.

Nun ist aber OA ein Maß für die Schwankung der ins Netz gelieferten Leistung bei ungedämpfter Maschine. Ebenso ist der reduzierte Vektor OE ein Maß für die Netzschwankung bei der gedämpften Maschine. Demnach ist der Verkleinerungsfaktor oder das Verhältnis der Netzschwankung mit und ohne Dämpfung:

$$\frac{OE \cdot \frac{AB}{OF}}{OA} = \frac{OE}{EB} \cdot \frac{AB}{OA}.$$

Nun nähert sich das Verhältnis $OE:EB$ mehr der Einheit als das Verhältnis $OA:AB$. Daher entscheidet das Verhältnis $OA:AB$, ob wirklich eine Verringerung der Netzschwankung auftritt. Ist also AB kleiner als OA , so hilft die Dämpfung. Dann aber ist bei ungedämpfter Maschine der Überdruck der Maschine kleiner als der Synchronisierungsdruck, d. h.:

$$F_1 < F_2 \text{ oder } \frac{F_1 + F_2}{F_1} > 2.$$

Demnach hilft die Dämpfung, wenn der Vergrößerungsfaktor größer ist als 2, d. h. bei Maschinen mit verhältnismäßig geringen Schwungmassen. Sie wird also dann besonders in Frage kommen, wenn pro Umdrehung mehr als zwei Antriebe vorkommen, da die Schwungmassen dabei verhältnismäßig gering gehalten werden.

Fünfzehntes Kapitel.

109. Prinzip der Synchronmotoren. — 110. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung. — 111. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung.

109. Prinzip der Synchronmotoren.

Wir unterscheiden bei den mit Wechselstrom betriebenen Motoren die Synchronmotoren, die bei Leerlauf und Betrieb mit genau derselben Tourenzahl laufen, und die Asynchron- oder Induktionsmotoren, deren Tourenzahl mit der Belastung etwas abnimmt. Zu den Asynchronmotoren gehört auch der gewöhnliche Drehstrommotor.

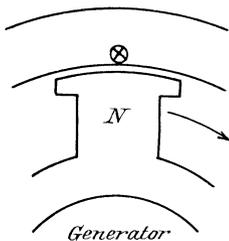


Fig. 217 a.

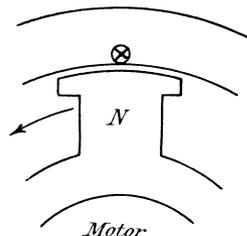


Fig. 217 b.

Die Synchronmotoren sind nichts anderes als eine Umkehrung der gewöhnlichen Wechselstromgeneratoren und können für ein- oder mehrphasigen Strom gebaut sein. Jede Wechselstrommaschine läßt sich ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzen. Wenn wir den Nordpol des in Fig. 217 a angedeuteten Wechselstromgenerators im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom induziert, der, abgesehen von der Phasenverschiebung, von vorn nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment mechanisch zu überwinden. Daraus folgt bei dem in Fig. 217 b gezeichneten Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht.

Nun steht im folgenden Zeitmoment statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom inzwischen seine

Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Die Tourenzahl des Polrades muß also schon beim Anlassen genau mit der Periodenzahl des Netzes übereinstimmen. Ist p die Zahl der Polpaare des Motors, $n/60$ seine Tourenzahl pro Sekunde und ω_1 die Periodenzahl des Netzes, so muß die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{n}{60} = \frac{\omega_1}{p}.$$

Der Synchronmotor muß also vor dem Einschalten mechanisch auf Synchronismus gebracht werden. Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, so treibt man zu dem Zwecke die mit dem Motor direkt gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor an. Synchronmotoren, die mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, werden von der Gleichstromseite aus angelassen. Die Notwendigkeit, den Synchronmotor vor dem Einschalten auf Synchronismus zu bringen, schließt seine Verwendung natürlich in vielen Fällen aus.

Was nun das Einschalten des synchron laufenden Motors betrifft, so vollzieht es sich genau wie das Parallelschalten einer Wechselstrommaschine. Um das zu veranschaulichen, nehmen wir an, es sei noch ganz unentschieden, ob die aufs Netz zu schaltende Maschine als Generator oder als Motor arbeiten soll. Gerade wenn die Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, können wir auch praktisch diese Annahme rechtfertigen. Denn wir haben es ja in der Hand, die Gleichstrommaschine auf eine Akkumulatorenbatterie zu schalten und ohne umständliche Veränderungen die Gleichstrommaschine als Generator oder als Motor arbeiten zu lassen. Wenn wir die Gleichstrommaschine so stark erregen, daß ihre elektromotorische Kraft über die der Batterie überwiegt, so wird die Batterie geladen und die Gleichstrommaschine arbeitet als Generator. Wenn wir die Gleichstrommaschine dagegen schwächer erregen, so überwiegt die elektromotorische Kraft der Batterie und treibt die Gleichstrommaschine als Motor an.

Wir bringen also, wie es im Abschnitt 106 besprochen wurde, die parallel zu schaltende Wechselstrommaschine durch die zuerst als Motor laufende Gleichstrommaschine auf die richtige Tourenzahl. Dann regulieren wir ihren Magnetstrom, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. In dem Augenblick, wo Maschinenspannung und Netzspannung sich genau entgegenwirken, schalten wir ein. Dann sind Druck und Gegendruck einander noch gleich, und die Stromstärke ist, wenn wir von sekundären Einflüssen absehen, gleich Null. Jedenfalls ist die von der Maschine aufgenommene oder abgegebene elektrische Arbeit noch Null, weil bei der betreffenden Tourenzahl die Leistung der Antriebsmaschine nur gerade genügt, um die Leerlaufverluste zu decken.

Unsere Wechselstrommaschine wird nun dadurch zum Generator, daß wir die zugeführte Leistung erhöhen. Wir schwächen dazu das Magnetfeld der direkt gekuppelten Gleichstrommaschine, die jetzt als Motor arbeitet und von der Batterie gespeist wird. Für gewöhnlich hat eine solche Schwächung des Magnetstromes beim Nebenschlußmotor eine Erhöhung der Tourenzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Tourenzahl unserer Doppelmaschine unweigerlich gegeben durch die Periodenzahl des Wechselstromnetzes. Bei dieser konstanten Tourenzahl bewirkt dann eine Feldschwächung des Gleichstrommotors eine Verringerung seiner elektromotorischen Kraft. Nach der Gleichung $i_a = \frac{e - E}{w_a}$ wächst dadurch die Stromstärke und der Anker wird beschleunigt. Der Anker der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche relative Lage zu den Polen, daß nach Abschnitt 104 die erzeugte elektrische Leistung des Wechselstromes vergrößert wird. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung der Gleichstromseite das Gleichgewicht. Durch die mechanisch bewirkte Vor-eilung wird also die Wechselstrommaschine zum Generator.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, statt ihn abzuschwächen. Bei der konstanten, durch die Wechselstromseite gegebenen Tourenzahl hat eine Verstärkung des Feldes der Gleichstrommaschine eine Erhöhung ihrer elektromotorischen Kraft zur Folge. Diese wird dadurch größer als die Klemmspannung oder als die elektromotorische Kraft der Batterie, so daß die Maschine Strom in die Batterie liefert und sie ladet. Die Gleichstrommaschine ist also zum Generator geworden und die Wechselstrommaschine arbeitet als Motor. Während dieses Vorganges ist die von der Batterie an die Maschinen abgegebene elektrische Leistung erst positiv, dann Null und endlich negativ, und es muß dabei eine mechanische Verzögerung der beiden Maschinen eintreten. Durch diese Verzögerung oder Nacheilung kommt der Wechselstromanker in eine derartige relative Lage zu den Polen, daß das Drehmoment für die auf der Gleichstromseite geforderte Leistung genügt. Durch die Verzögerung oder Nacheilung wird also die Maschine zum Motor. Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, diese Verhältnisse des Synchronmotors durch das Vektordiagramm noch deutlicher zu gestalten.

110. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung.

Das Vektordiagramm für den Wechselstrommotor (Fig. 218a) ist ganz ähnlich dem für die Wechselstrommaschine. Nur haben wir zu beachten, daß die elektromotorische Kraft E des Motors dem Strome und der Netzspannung e wesentlich entgegengesetzt ist. Die Netzspannung $e = OK$ und die elektromotorische (Gegen-)Kraft $E = OB$ ergeben eine

Resultierende OF , die den gesamten Spannungsverbrauch im Anker darstellt. Dieser ist andererseits wieder die Resultierende aus der Ohmschen Spannung OD und der Spannung OC , die die Selbstinduktion überwindet. Dabei haben wir willkürlich den Stromvektor in die negative Richtung der Ordinatenachse gelegt. Wir bezeichnen wieder den Winkel zwischen der Selbstinduktion OC und der Resultierenden OF mit α . Wie man aus Fig. 218a sieht und wie es aus dem Prinzip der Motoren folgt, ist der Vektor der elektromotorischen Gegenkraft dem Strome wesentlich entgegengesetzt. Es wird ferner deutlich, daß bei Leerlauf, also nach dem Einschalten, der Vektor E mit der Richtung des von O

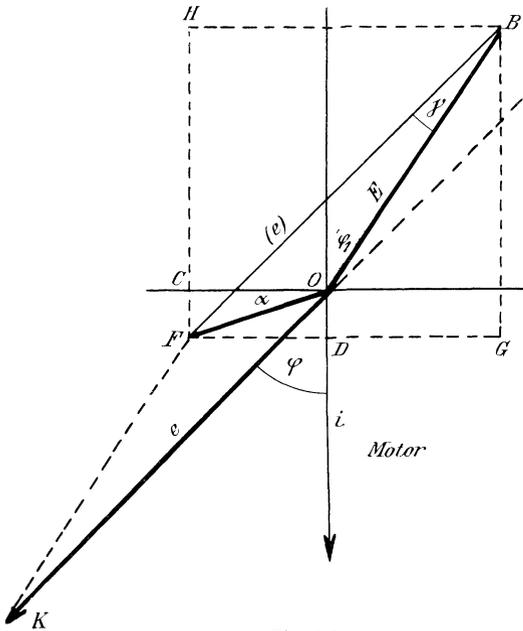
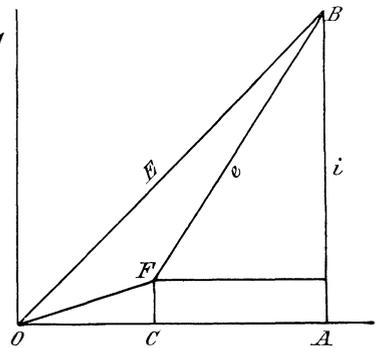


Fig. 218a.



Generator

Fig. 218b.

aus gezogenen punktierten Vektors zusammenfiel, und daß er durch die mechanische Belastung um den Winkel γ hinter dem punktierten Vektor zurückgeblieben ist. (Vergl. den Schluss des vorigen Abschnittes.)

Nun ergibt sich die auf den Motor übertragene Leistung zu:

$$P_1 = e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

wo φ der Winkel zwischen den Vektoren der Klemmspannung und Stromstärke ist. Setzen wir für $e \cdot \cos \varphi$ den Wert FH ein, so erhalten wir:

$$P_1 = i \cdot FH.$$

Der davon in Joulesche Wärme umgesetzte Betrag ist

$$i^2 \cdot \omega_a = i \cdot i \cdot \omega_a = i \cdot FC.$$

Demnach ist die mechanische Leistung P des Motors gegeben durch

$$P = P_1 - i^2 \cdot w_a = i(FH - FC) = i \cdot CH.$$

Bezeichnen wir nun den Winkel, den die elektromotorische Kraft mit der negativ genommenen Richtung der Stromstärke bildet, mit φ_1 , so erhalten wir

$$CH = E \cdot \cos \varphi_1.$$

Für die mechanische Leistung des Motors erhalten wir also die Gleichung:

$$P = E \cdot i \cdot \cos \varphi_1, \quad (162)$$

ein Resultat, das wir nach den für Gleichstrom abgeleiteten Gesetzen voraussehen konnten.

Vergleichen wir nun das Dreieck FBG mit dem Dreieck OBA in Fig. 209a, so erkennen wir eine sehr große Übereinstimmung. Der Deutlichkeit wegen ist das Vektordiagramm des Generators daneben gezeichnet (Fig. 218b). In beiden Diagrammen sind nur die Werte e und E miteinander vertauscht. Ferner tritt die gesamte, auf den Motor übertragene Leistung $P_1 = FB \cdot i \cdot \cos \varphi$ in Fig. 218a an die Stelle der gesamten vom Generator erzeugten elektrischen Leistung $P_1 = OB \cdot i \cdot \cos \varphi_1$ in Fig. 218b. Wir erhalten also die gesamte auf den Motor übertragene Leistung P_1 , wenn wir in Gleichung (159) auf S. 362 die Werte von e und E miteinander vertauschen. Dann wird zugleich

$$J_0 = \frac{e}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}},$$

wie das ja beim Motor nur natürlich ist und wir erhalten die auf den Motor übertragene Leistung P_1 zu:

$$P_1 = E \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma - \alpha) + e \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (163)$$

Ebenso tritt jetzt beim Motor die mechanische Leistung $P = OB \cdot i \cdot \cos \varphi_1$ in Fig. 218a an die Stelle der vom Generator gelieferten elektrischen Nutzleistung $FB \cdot i \cdot \cos \varphi$ in Fig. 218b. Wir erhalten also für beide Werte dieselben Gleichungen, haben aber wieder e und E miteinander zu vertauschen. Das ergibt nach Gleichung (160) auf S. 364 für die mechanische Leistung die Formel:

$$P = E \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma + \alpha) - \frac{E^2}{e} \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (164)$$

Dabei ist jetzt γ der Winkel, um den die elektromotorische Kraft des Motors hinter der negativ genommenen Netzspannung zurückbleibt.

Wir stellen nun wieder graphisch die Abhängigkeit der Leistung von der Phasenverschiebung zwischen Netzspannung und elektromotorischer Gegenkraft dar. Zu diesem Zwecke schlagen wir, wie in Fig. 210 und 211, zwei Kreise, die durch den Punkt O gehen, und deren Durchmesser nach oben und unten hin unter dem Winkel α gegen die Horizontale

geneigt sind (Fig. 219a und b). Der Durchmesser ist $E \cdot J_0$. Zu den Strahlen des Kreises in Fig. 219a addieren wir nach Gleichung (163) den konstanten Wert $e \cdot J_0 \cdot \sin \alpha$ und erhalten so die Kurve P_1 in Fig. 219a. Der Vektor der negativ genommenen Klemmspannung fällt dabei in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die Länge eines beliebigen Vektors der Kurve P_1 ist dann die gesamte elektrische Leistung, die von dem Netz auf den Synchronmotor übertragen wird. Der Winkel zwischen dem Strahl der Kurve P_1 und der Ordinatenachse ist der zugehörige Phasenverschiebungswinkel zwischen der elektromotorischen Kraft und der negativ genommenen Klemmspannung. Der Beweis ergibt sich genau wie bei dem entsprechenden Diagramm des Generators.

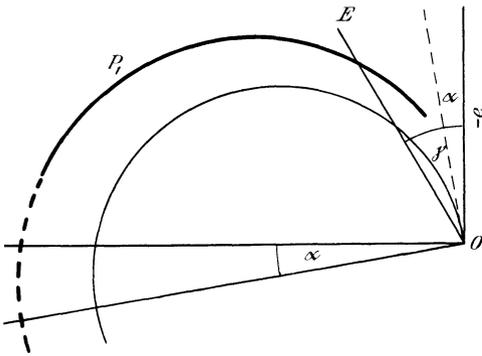


Fig. 219a.

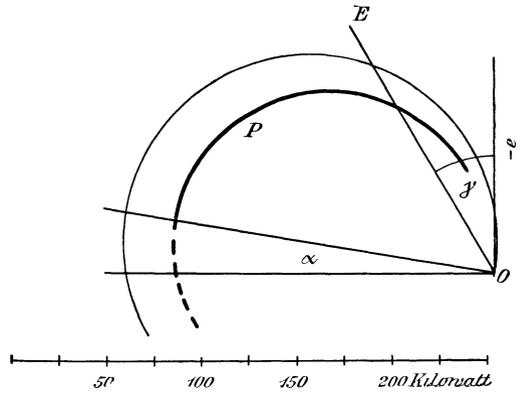


Fig. 219b.

Wir subtrahieren ferner von den Strahlen des Kreises in Fig. 219b nach Gleichung (164) den konstanten Wert $\frac{E^2 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha}{e}$ und erhalten so die Kurve P in Fig. 219b. Die Strahlen dieser Kurve stellen uns die zu den bestimmten Winkeln γ gehörige mechanische Leistung dar.

Die Kurven sind für die Werte $w_a = 1$, $L\omega = 6$, $e = 1200$ und $E = 1000$ gezeichnet. Wie man sieht, wird die mechanische Leistung ein Maximum für den Wert $\gamma = 90^\circ - \alpha$. Wenn wir den Motor noch stärker überlasten, so tritt zwar eine weitere Verzögerung ein und es wird der Winkel γ noch größer. Die vom Motor ausgeübte Leistung nimmt dagegen nach unserm Diagramm ab. Der Motor kann dann die Last nicht mehr durchziehen, fällt aus dem Tritt und bleibt stehen. Da das gleichbedeutend mit einem Kurzschluss ist, so muß der Motor normal im rechten Teil der Fig. 219b, also mit kleinem Winkel γ arbeiten. Tritt das normale Drehmoment bei etwa $\gamma = 30^\circ$ ein, so kann man auf eine Überlastungsfähigkeit gleich dem doppelten des normalen Drehmoments rechnen.

Um nun den Motor im linken Teil des Diagramms arbeiten zu lassen, muß man den Durchmesser des Diagrammkreises möglichst groß machen

gegenüber der normalen Leistung. Nach Gleichung (164) erreicht man das durch eine hohe elektromotorische Kraft und durch einen hohen Kurzschlussstrom, d. h. durch eine geringe Selbstinduktion.

Über die synchronisierende Kraft des Ankers und das Pendeln bei Motoren gilt das bei den Generatoren Gesagte. Es bleibt jetzt nur noch übrig, das Verhalten eines Motors darzustellen, dessen Belastung ungeändert bleibt, und dessen Erregung variiert wird.

111. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung.

Wir betrachten einen konstant belasteten Motor, der an konstanter Netzspannung liegt, und fragen uns, welchen Einfluss die Veränderung der Erregung auf die Stromstärke und Phasenverschiebung hat. Wir multiplizieren zu dem Zwecke Gleichung (164) auf S. 390 mit $-\frac{e}{J_0 \cdot \sin \alpha}$ und addieren links und rechts $\left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2$. Zugleich setzen wir $\sin(\alpha + \gamma) = \cos[90^\circ - (\alpha + \gamma)]$ und erhalten:

$$E^2 + \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos[90^\circ - (\alpha + \gamma)] = \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{P \cdot e}{J_0 \cdot \sin \alpha}. \quad (165)$$

Beachten wir nun wieder, daß $\frac{e}{J_0}$ beim Motor konstant gleich der ganzen Impedanz ist, so können wir die rechte Seite konstant gleich R^2 setzen. Gleichung (165) hat dann die Form des Kosinussatzes. Es muß also ein Dreieck existieren, dessen Seiten durch E , $\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}$ und R gebildet werden, während der Winkel zwischen den beiden ersteren Seiten gleich $90^\circ - (\alpha + \gamma)$ ist. Wir ziehen also in Fig. 220 den Strahl OA so, daß seine Länge gleich $\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}$ ist, und daß er mit der Horizontalen den Winkel α bildet. Dann schlagen wir von A aus einen Kreis mit dem Radius R . Der Vektor OE dieses Kreises stellt dann die elektromotorische Gegenkraft dar, während der Vektor OC der negativ genommenen Klemmspannung in die Richtung der Ordinatenachse fällt. Die Figur ist in der Annahme gezeichnet, daß $w_a = 1$, $L \omega = 6$, $e = 1200$ und die konstante Belastung $P = 50000$ Watt ist. Je schwächer wir nun den Motor erregen, desto mehr sinkt der Punkt E nach unten, desto größer wird also der Winkel γ . Dadurch nähert sich aber der Motor dem gefährlichen Zustand, der durch die elektromotorische Kraft OB gegeben ist. Diese Erregung ist die kleinste, bei der der Motor die konstante mechanische Leistung von 50000 Watt liefert, oder, wie wir im vorigen Abschnitt sagten: Die Leistung von 50000 Watt ist die größte, die der Motor bei der elektromotorischen Kraft OB in mechanische Arbeit umsetzt.

Wir stellen uns nun wieder die Aufgabe, in Fig. 220 den Phasenverschiebungswinkel zwischen Klemmspannung und Stromstärke zu be-

der in die Richtung von OF fällt, bleibt dann hinter der Klemmspannung zurück. Dieser Fall tritt ein, wenn die elektromotorische Kraft OE kleiner gewählt wird als die Klemmspannung OC .

Ist dagegen die elektromotorische Kraft des Motors größer als die Klemmspannung, was bei Gleichstrommotoren widersinnig wäre, so rückt der Punkt E von D aus auf dem Kreise nach oben. Dann nimmt der Winkel β , d. h. der Winkel φ zwischen Netzspannung und Netzstrom, einen negativen Wert an, und der Strom eilt der Spannung voraus. Wir haben schon früher gesehen, daß derartige negative Phasenverschiebungen durch übererregte Motoren mit Vorteil dazu verwendet werden, positive Phasenverschiebungen anderer Apparate auszugleichen, so daß der Netzstrom zu einem reinen Wattstrom wird.

Sechzehntes Kapitel.*)

112. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor. — 113. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor. — 114. Die Dreieckschaltung. — 115. Die Sternschaltung. — 116. Die Leistung des Dreiphasenstromes. — 117. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

112. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor.

Bei den Maschinen zur Erzeugung von zweiphasigem Wechselstrom liegen auf dem Anker zwei getrennte Spulen, die um 90° gegeneinander versetzt sind. Dann befinden sich die Spulenseiten der ersten Spule gerade vor den Polmitten, wenn die der zweiten Spule sich in der neutralen

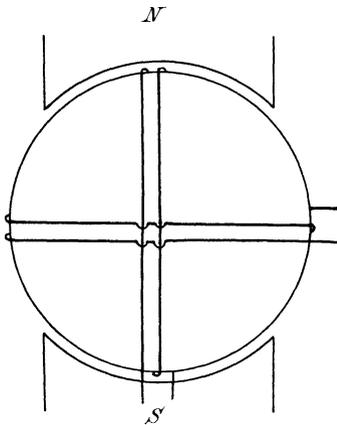


Fig. 221 a.

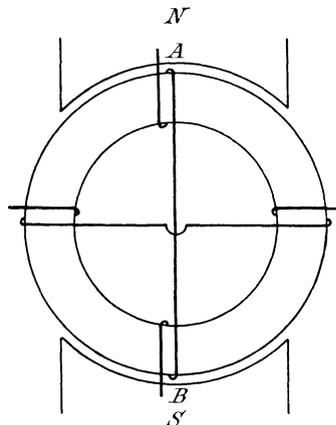


Fig. 221 b.

Zone befinden (Fig. 221 a und b). Die beiden Spulen unterscheiden sich also in ihrem zeitlich wechselnden Zustand, d. h. in ihrer Phase. Man nennt daher die beiden Spulen kurz die beiden Phasen des Generators.

Die auf diese Weise ausgeführte Trommelwicklung in Fig. 221 a ist ohne weiteres verständlich. Die zweiphasige Ringwicklung in

*) Über Drehstrommotoren siehe neben Kapps Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom noch Behrend, The induction Motor, sowie die deutsche Bearbeitung dieses Werkes: Induktionsmotoren von Behrend, unter Mitwirkung von Prof. Kübler bearbeitet von Dr. P. Berkitz. Ferner die sehr wertvollen Artikel und Briefe in der ETZ seit 1894. Endlich Heubach, Der Drehstrommotor.

Fig. 221 b ist in der Weise ausgeführt, daß die Stirnverbindung, wie bei der Trommel, quer über die vordere Stirnfläche hinübergeführt ist. Auf diese Weise wird der Wicklungssinn der beiden zusammengehörigen Einzelspulen allerdings ein verschiedener. Aber es tritt dabei die Identität der Ringwicklung mit der Trommelwicklung am deutlichsten hervor. Die Drähte auf der Mantelfläche bei *A* und *B* entsprechen dann den induzierten Drähten einer Windung des Trommelankers. Es ist leicht einzusehen, daß die elektromotorischen Kräfte in den beiden Teilen einer Phase sich dann addieren.

Der im Generator erzeugte Strom dient nun dazu, den feststehenden Eisenring des Drehstrommotors zu magnetisieren. Dieser Eisenring, der sogenannte Stator, ist aus Blechen zusammengesetzt und genau in derselben Weise bewickelt, wie der Anker des Generators. Die Enden der Phasenwicklung des Stators sind mit den entsprechenden Enden der Generator-

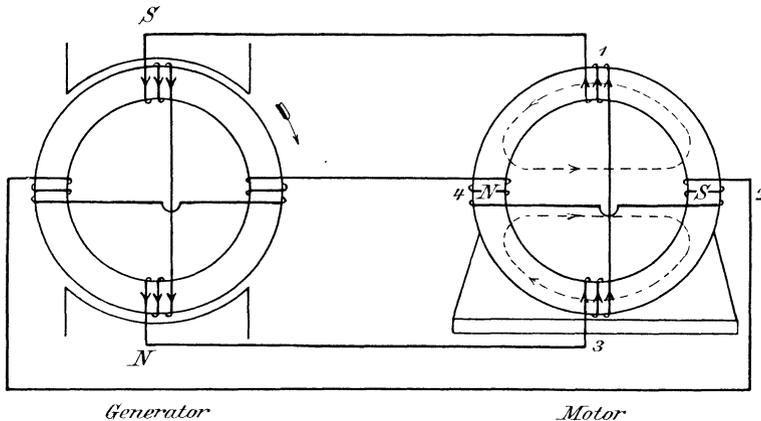


Fig. 222.

wicklung verbunden (Fig. 222). Falls der Anker des Generators rotiert, so ist diese Verbindung natürlich mit Hilfe von Schleifringen auf der Generatorachse auszuführen.

Wird nun der Anker des Generators im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf den Nordpol zu und vom Südpol weg. Wenn wir von einer Phasenverschiebung durch Selbstinduktion absehen, so hat der Strom in der Spule vor den Polmitten gerade seinen maximalen Wert, während er in der anderen Spule gleich Null ist. Verfolgen wir nun den Stromverlauf in der Statorwicklung, so ergeben sich auf Grund der Ampereschen Schwimmerregel die punktiert gezeichneten Kraftlinien im Stator. Sie stoßen bei *N* aufeinander und dringen von *N* nach *S* durch den inneren Hohlraum des Stators, bzw. durch einen innen befindlichen eisernen Zylinder. Die Kraftlinien bilden also bei *N* einen Nordpol und bei *S* einen Südpol.

Wir zeichnen nun den Generator nach einer Drehung von 45° , während der Stator in seiner früheren Stellung geblieben ist (Fig. 223). Jetzt liegen beide Phasen des Generators vor den Polen und wir haben in beide Phasen die entsprechenden Strompfeile hineinzuzeichnen. Nun ist die Feldstärke an den Polecken des Generators infolge der Abrundung der Kanten geringer als in der Mitte und die Spulenseiten liegen jetzt nicht mehr ihrer ganzen Ausdehnung nach vor den Polen. Wir können also annehmen, daß die Stromstärke nach dem Sinusgesetz variiert. Bezeichnet also i den Momentanwert des Stromes, so ergibt sich für den in Fig. 223 gezeichneten Fall:

$$i = i_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_{max}.$$

Die Abnahme des Stromes gegenüber dem ersten Falle ist in Fig. 223 durch schwächere Zeichnung der Strompfeile zum Ausdruck gebracht.

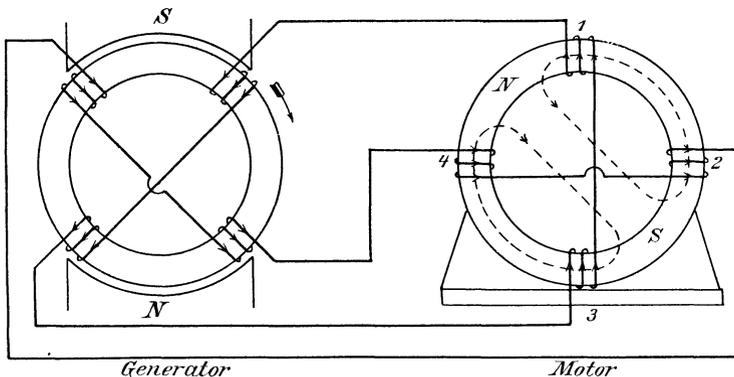


Fig. 223.

Verfolgen wir jetzt wieder den Stromverlauf im Stator, so sehen wir, daß alle Spulen des Stators vom Strome durchflossen werden. Obgleich dabei die Einzelspulen 1 und 2 zu verschiedenen Phasen gehören, so bilden sie doch für unsere Betrachtung eine einzige Spule von doppelter Windungszahl. Der Strom hat nämlich in beiden die gleiche Richtung, d. h. er fließt auf der vorderen Stirnfläche vom Zentrum nach der äußeren Peripherie zu. Ebenso gehören die Einzelspulen 3 und 4 in magnetischer Beziehung zusammen, um so mehr, als bei den praktisch ausgeführten Motoren der Umfang vollständig ausgenutzt wird und zwischen den einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen kein Zwischenraum frei bleibt.

Auf Grund der Ampereschen Schwimmerregel ergeben sich nun wieder die punktiert gezeichneten Kraftlinien, die wie vorhin bei N aufeinander stoßen, dort einen Nordpol bilden und von N nach S durch den inneren Hohlraum dringen. Die Pole N und S sind aber jetzt räumlich um 45° gegen die Pole in Fig. 222 verschoben. Nach einer weiteren Drehung des Generators um 45° würde die Statorphase 1, 3 stromlos

werden, während durch die Phase 2, 4 der maximale Strom fließt. Die Phase 2, 4 erzeugt dann einen Nordpol bei 1 und einen Südpol bei 3.

Es ergibt sich also das überraschende Resultat, daß infolge der Drehung des Generators ein rotierendes Feld im Motor auftritt oder daß in feststehenden Statoreisen die Magnetpole umlaufen. Wir können dann die mehrphasige, feststehende Statorwicklung durch ein rotierendes Polgestell ersetzt denken, dessen Pole nach innen gerichtet sind und dessen Kraftlinien bei ihrer Drehung durch einen im inneren Hohlraum drehbar gelagerten Eisenzylinder hindurchschneiden (vergl. Fig. 235 a).

Dieser Eisenzylinder, der sogenannte Rotor, ist ebenfalls aus Blechen zusammengesetzt und trägt eine längs des Umfanges in Nuten untergebrachte, in sich geschlossene Kupferwicklung. In dieser werden durch das rotierende Feld Ströme induziert, die nach dem Lenzschen Gesetz die relative Verschiebung zwischen Kraftlinienfeld und Rotorleitern aufzuhalten suchen. Die Folge ist, daß der Rotor von dem rotierenden Feld mitgenommen wird, also in der Drehungsrichtung des Feldes rotiert. Dabei hängt die Drehrichtung des Feldes, also auch des Rotors, von der Schaltung ab. Vertauscht man die Stromzuführungen einer Phase miteinander, so ändert man dadurch die Drehrichtung.

113. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor.

Bei den Maschinen zur Erzeugung von dreiphasigem Wechselstrom liegen auf dem Anker drei Wickelungen, die um 120° gegeneinander versetzt sind (Fig. 224). Bei der Zeichnung der Wickelung hat man zu

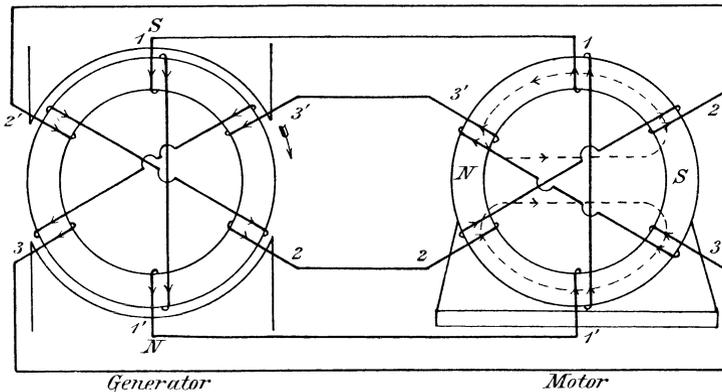


Fig. 224.

beachten, daß die Anfänge 1, 2 und 3 der drei Phasen um 120° voneinander abstehen, und daß diese Anfänge in gleichem Sinne gewickelt werden. In Fig. 224 sind sie z. B. auf der vorderen Stirnfläche von der äußeren zur inneren Peripherie geführt worden. Durch Schleifringe sind

die Enden der Phasen des Generators mit den entsprechenden Klemmen der Statorphasen verbunden. Es ist dabei gleichgültig, daß die Numerierung des Generators im Sinne des Uhrzeigers und die des Stators entgegen dem Uhrzeiger erfolgt ist. Man spart auf diese Weise in der Zeichnung eine Reihe von Überkreuzungen.

Die Phase 1 1' des Generators befindet sich in Fig. 224 gerade vor den Polen und führt den maximalen Strom, vorausgesetzt, daß keine Phasenverschiebung durch Selbstinduktion eintritt. Der Momentanwert des Stromes in den beiden andern Phasen ist dann:

$$i = i_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_{max}.$$

Verfolgen wir jetzt den Stromverlauf im Stator, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' magnetisch zusammengehören, da sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Ebenso bilden die

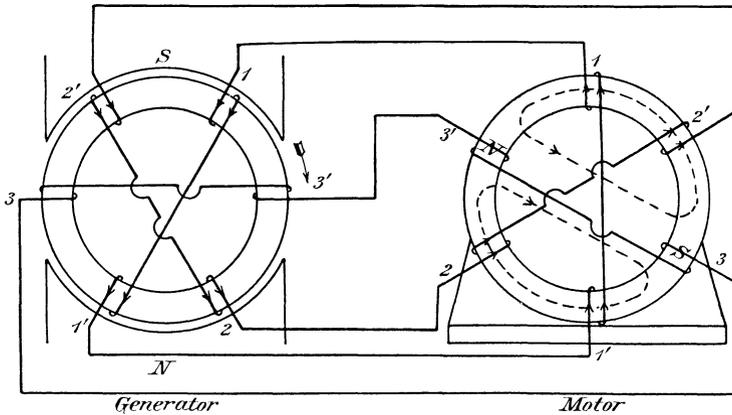


Fig. 225.

Spulenseiten 2, 1' und 3, obgleich sie zu verschiedenen Phasen gehören, gleichsam eine einzige Spule. Nach der Ampereschen Schwimmerregel ergeben sich nun wieder im Stator des Motors die punktiert gezeichneten Kraftlinien, sowie die Lage der Polmitten *N* und *S*.

Wir zeichnen jetzt den Generator nach einer Drehung von 30° (Fig. 225). In diesem Augenblicke liegt die Phase 3, 3' des Generators gerade in der neutralen Zone, ist also stromlos. Dagegen ist der Momentanwert des Stromes in den beiden anderen Phasen:

$$i = i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_{max}.$$

Beim Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 2' und andererseits die Spulenseiten 2 und 1' magnetisch zusammen. Die erzeugten Kraftlinien, die wieder durch punktierte Linien angedeutet sind, stoßen dann bei *N* aufeinander und bilden dort einen Nordpol. Da die Lage der Pole um 30° gegenüber Fig. 224 verschoben ist, so ergibt sich das Resultat, daß

infolge der Drehung des Generators ein rotierendes Feld im Motor entsteht. Bei der gezeichneten zweipoligen Wicklung des Stators macht das Feld während einer Periode eine Umdrehung.

114. Die Dreieckschaltung.

Die in Fig. 224 und 225 gezeichneten sechs Zuleitungen lassen sich durch Dreieckschaltung oder durch die Sternschaltung auf drei reduzieren.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden verbunden. Das Prinzip dieser Schaltung wird am deutlichsten bei den Maschinen, die gleichzeitig für Gleichstrom und Drehstrom gebaut sind. Der Drehstrom wird dabei durch Schleifringe von drei um 120° abstehenden Punkten einer Gleichstromwicklung abgenommen (vergl. den linken Teil von Fig. 228). Die Breite der Spulenseite ist dann gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Ist die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung, so erfolgt die Verbindung zweier Phasen nach Fig. 226.

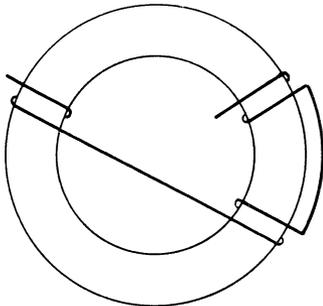


Fig. 226.

Die Berechtigung der Dreieckschaltung folgt aus dem Vektordiagramm in Fig. 227a, wo die Resultierende R aus den Vektoren 2 und 3 gleich und entgegengesetzt dem Vektor 1 ist. Wenn wir also nach Fig. 227b

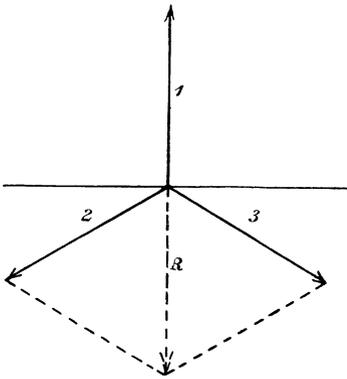


Fig. 227 a.

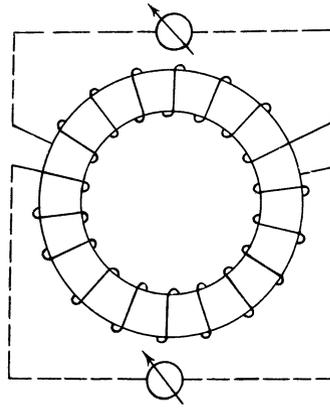


Fig. 227 b.

die zwei Phasen hintereinander schalten, so ist die elektromotorische Kraft in beiden zusammen in jedem Augenblick gleich der elektromotorischen Kraft in der dritten Phase. Die beiden Voltmeter zeigen dann den gleichen Ausschlag. Schließen wir also die ganze Wicklung zu einem

Ring, so schalten wir zwei gleiche Drücke gegeneinander, d. h. wir schalten sie im Verhältnis zum äußeren Kreise zueinander parallel. Innere Ströme können dabei nicht auftreten, weil die elektromotorischen Kräfte in den parallel geschalteten Ankerabteilungen sich das Gleichgewicht halten. Die Analogie mit den beiden Ankerhälften eines Gleichstromankers oder mit zwei parallel auf dasselbe Netz geschalteten Maschinen tritt dabei deutlich zutage. Es ist auch leicht einzusehen, daß die Spannung zwischen zwei Außenleitern bei Dreieckschaltung gleich der Spannung einer einzelnen Phase ist.

Dagegen bietet die Stromverteilung bei Dreieckschaltung im Anfang mehr Schwierigkeiten. Schon die Tatsache, daß man mit drei Zuleitungen auskommt, erscheint schwer verständlich. Der Hinweis darauf, daß die Elektrizität sich nirgends stauen kann, daß also in jedem Augen-

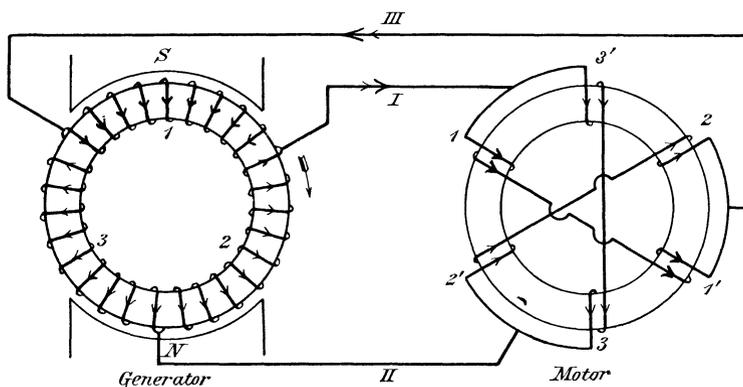


Fig. 228.

blicke der eine Leiter als Rückleitung für die beiden anderen dient, genügt kaum zum völligen Verständnis. Wir haben vielmehr Generatorstrom, Netzstrom und Statorstrom in den beiden schon früher erwähnten extremen Fällen zu betrachten.

Im ersten betrachteten Zeitmoment (Fig. 228) liegt die Phase 1 des Generators gerade vor der Polmitte, und die in ihr induzierte elektromotorische Kraft ist ein Maximum. Sehen wir wieder von einer Phasenverschiebung ab, so ist auch die Stromstärke in dieser Phase ein Maximum, während sie in den beiden anderen Phasen den halben Wert hat. Ist also der Strom in der Phase 1 gleich i_{max} , so ist er in den anderen Phasen gleich $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$ und der Strom im Netzleiter I ist im gezeichneten Augenblick gleich $1,5 \cdot i_{max}$. Von diesem Netzstrom fließt der Betrag i_{max} durch die Phase 1 1' des Stators, während ein halb so starker Strom durch die Phasen 3' 3 und 2' 2 hintereinander fließt. Im Motor wie im Generator wird also die eine Spulenseite, die den maximalen Strom führt, von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen, die einen gleichgerichteten Strom von halber Stärke führen. Zwischen 1' und 2 vereinigen sich die beiden

Statorströme, und es fließt der Strom $1,5 \cdot i_{max}$ durch den Netzleiter *III* zum Generator zurück, während der Netzleiter *II* stromlos ist.

In der zweiten extremen Stellung liegt die Generatorphase 3 in der neutralen Zone, ist also stromlos (Fig. 229), während die Phasen 1 und 2 den Strom $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$ führen. Aus ihnen fließt also der Strom $2 \cdot 0,866 \cdot i_{max} = 1,73 \cdot i_{max}$ in den Leiter *I*. Das ist zugleich, wie

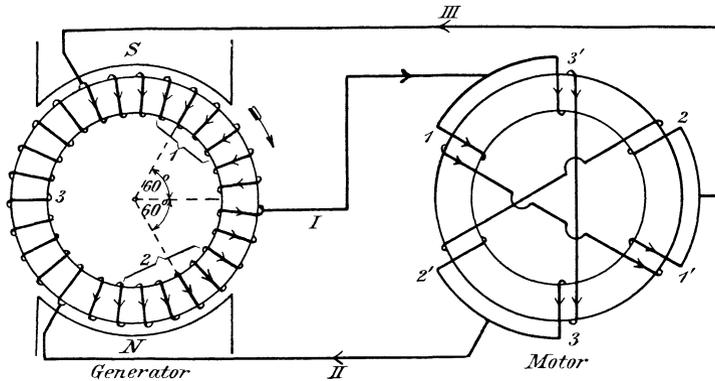


Fig. 229.

das Vektordiagramm unten ergeben wird, der Maximalwert des Netzstromes. Von diesem Strom fließt die eine Hälfte durch die Statorphase 3' 3 und durch den Netzleiter *II* zum Generator zurück, während die andere Hälfte durch die Phase 1 1' und durch den Netzleiter *III* zum Generator zurück fließt. In dem Zeitmomente also, wo die Netzleiter den maximalen resp. den halben Netzstrom führen, ist der Strom in einer Generator- und einer Motorphase gleich Null.

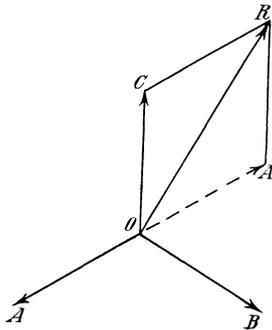


Fig. 229 a.

Wir finden also, daß das Maximum des Netzstromes größer ist als das des Phasenstromes und daß beide Maxima nicht gleichzeitig eintreten. Das wird noch deutlicher durch das Vektordiagramm. Dabei haben wir zu berücksichtigen, daß nicht die Anfänge zweier Phasen aneinander liegen, sondern daß

das Ende einer Phase mit dem Anfang der nächsten verbunden ist. Wir haben also bei der Zusammensetzung der Ströme in Fig. 229 a den einen Phasenstrom negativ zu nehmen. Addieren wir nun z. B. den Vektor *OC* und den punktierten Vektor *OA*, so erhalten wir einen Netzstrom *OR*. Dieser ist 1,73 mal so groß wie der Strom in der Phase *OC* und ist gegen diesen um 30° verschoben.

115. Die Sternschaltung.

Während bei der Dreieckschaltung das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden Phase verbunden ist, sind bei Sternschaltung die Anfänge der drei Phasen aneinander gelegt (Fig. 230 a). Dafs eine solche Schaltung ohne Störungen möglich ist, ergibt sich aus Fig. 230 b, wo aus den Vektoren OA und OB zweier Phasenströme die Resultierende OR gezeichnet ist. Diese ist genau gleich und entgegengesetzt dem Vektor OC der dritten Phase. Die Summe der drei Ströme ist also in jedem Augenblicke gleich Null, d. h. der im Nullpunkt zufließende Strom ist von Natur gleich den vom Nullpunkt wegfließenden Strömen, ohne dafs ein störender Ausgleich zu erfolgen braucht. Der Strom aus Phase 1 fließt in Fig. 230 a einfach zu zwei gleichen Teilen durch die Phasen 2 und 3 weiter.

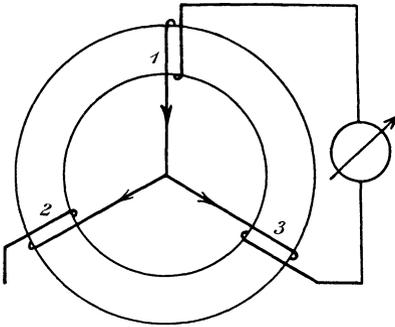


Fig. 230 a.

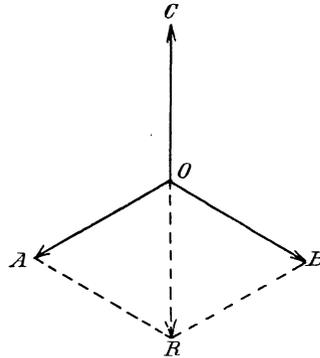


Fig. 230 b.

Es ist nun ohne weiteres deutlich, dafs der Netzstrom bei Sternschaltung nach Stärke und Phase identisch ist mit dem Strom in einer Wickelung. Dagegen ist die Netzspannung nicht gleich der Spannung einer einzelnen Phase, sondern gleich der Spannung zweier hintereinander oder besser gegeneinander geschalteter Phasen. In Fig. 230 a ist z. B. das Voltmeter an die Enden der Phasen 1 und 3 gelegt. Im gezeichneten Augenblick wird in der Spule 1 die maximale elektromotorische Kraft induziert. Dazu addiert sich der Momentanwert $E_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 E_{max}$, der in Spule 3 induziert wird. Demnach ist der Momentanwert der Spannung zwischen den Netzleitern, die an 1 und 3 angeschlossen sind, im gezeichneten Augenblick gleich der Summe, nämlich $1,5 E_{max}$.

Wir betrachten jetzt den Augenblick, wo die Phase 2 des Generators in der neutralen Zone liegt. Dann ist die elektromotorische Kraft in ihr gleich Null, während in den beiden anderen Phasen die elektromotorische Kraft gleich $E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 E_{max}$ ist (Fig. 231 a). Zeichnen wir wieder in bekannter Weise die Strompfeile in die Stirnverbindungen, so

ergibt sich, daß die beiden elektromotorischen Kräfte sich addieren. Ein Voltmeter zwischen den Netzleitern *I* und *III* mißt also in diesem Augenblick die Spannung $2 E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 E_{max}$. Es ergibt sich leicht, daß dieses der größte Momentanwert ist, der zwischen zwei Netzleitern auftreten kann.

Addieren wir nämlich zwei Phasenspannungen oder Sternspannungen im Vektordiagramm, so haben wir zu berücksichtigen, daß die Anfänge der Phasen aneinander liegen. Die Spulen sind dann nicht hintereinander sondern gegeneinander geschaltet. Wir haben also bei der vektoriellen Addition den einen Vektor negativ zu nehmen, d. h. statt des Vektors *OB* den entgegengesetzten Vektor *OB'* einzuführen. Aus *OA* und *OB'* ergibt sich dann die Resultierende *OR*, die uns die Netzspannung nach Größe und Phase angibt. Ihr Effektivwert ist nach dem Diagramm 1,73 mal so

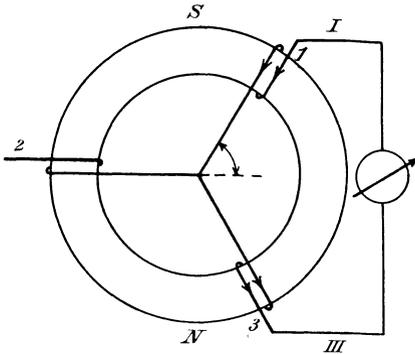


Fig. 231 a.

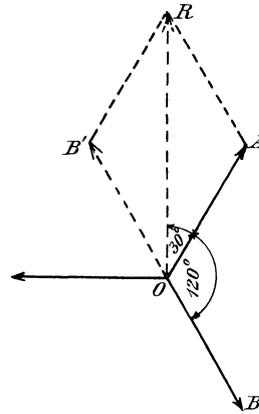


Fig. 231 b.

groß wie die Sternspannung und zeigt gegen diese eine Phasendifferenz von 30° resp. $120^\circ + 30^\circ = 150^\circ$.

Natürlich kann nun der Generator in Sternschaltung und der Motor in Dreieckschaltung angeordnet sein oder umgekehrt. Bei Kraftübertragungen auf weite Entfernungen zieht man natürlich die Sternschaltung bei Generator und Motor vor, weil die Netzspannung dabei 1,73 mal so groß ist wie die Spannung pro Phase. Sind Widerstände, also z. B. Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung angeordnet sein. Dabei ist aber zu beachten, daß nur bei Dreieckschaltung die Anzahl der Lampen in den drei Zweigen eine verschiedene sein darf.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung der drei Phasen ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Konstanz der Spannung gestört wird, so hat man

nach Fig. 232 die Nullpunkte des Generators und des Netzes miteinander zu verbinden. Dieser Nullleiter erfüllt dann die gleiche Aufgabe wie der Nullleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

Die bisher besprochenen Generatorwickelungen sind vollständig symmetrisch, da die Anfänge der drei Phasenwickelungen um den dritten Teil einer Periode voneinander entfernt sind. Es gibt jedoch auch unsymmetrische Wickelungen, unter denen das monocyclische System von Steinmetz das wichtigste ist. Bei diesem System liegt auf dem Anker zunächst eine Hauptspule, die in der gewöhnlichen Weise von Mitte Nordpol bis Mitte Südpol gewickelt ist. Diese Hauptspule können wir uns in zwei gleiche, hintereinander geschaltete Einzelpulen zerfallend denken. An den Mittelpunkt dieser beiden Einzelpulen ist nun nach Art der Sternschaltung eine aus schwächerem Draht bestehende Hilfswickelung an-

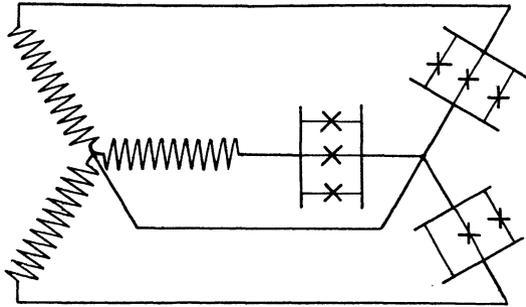


Fig. 232.

geschlossen, die gegen die Hauptspule um 90° versetzt ist. Man kann dann den freien Enden der Hauptspule und der Hilfsspule einen verketteten Dreiphasenstrom für Kraftbetrieb entnehmen, während die Hauptspule außerdem für Lichtbetrieb benutzt wird.

Durch geeignete Windungszahl der Hilfsspule kann man dabei erreichen, daß der Effektivwert der verketteten Spannung an den drei Klemmen der gleiche ist. Die Hauptspule liefere z. B. eine elektromotorische Kraft E und die Hilfsspule eine elektromotorische Kraft E' . Dann ergibt sich die verkettete Spannung zwischen dem freien Ende der Hauptspule und dem der Hilfsspule nach dem Parallelogramm der Kräfte zu:

$$\sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + (E')^2}.$$

Soll die Hauptspule dieselbe Spannung haben, so erhalten wir:

$$E = \sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + (E')^2}$$

oder

$$E' = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot E = 0,86 \cdot E.$$

Die Drahtzahlen der Hilfsspule und der Hauptspule müssen sich also wie 0,86 zu 1 verhalten.

116. Die Leistung des Dreiphasenstromes.

Bedeutet unabhängig von der Schaltung

e_1 die Spannung pro Phase, also bei Sternschaltung die Sternspannung,

i_1 den Strom pro Phase,

φ den Winkel zwischen der Spannung und dem Strom in einer Phase,

e die Netzspannung,

i den Netzstrom,

P die Gesamtleistung in Watt,

so ergibt sich für Stern- und Dreieckschaltung die Leistung pro Phase zu:

$$e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi.$$

Für Sternschaltung war:

$$e = 1,73 \cdot e_1,$$

$$i = i_1.$$

Daraus folgt für Sternschaltung die Leistung aller drei Phasen zusammen:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{e}{1,73} \cdot i \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Für Dreieckschaltung ergab sich:

$$i = 1,73 \cdot i_1,$$

$$e = e_1.$$

Daraus folgt:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e \cdot \frac{i}{1,73} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi. \quad (166)$$

Führt man also Netzspannung und Netzstrom in die Gleichung für die Leistung ein, so ergibt sich die gleiche Formel für beide Arten der Schaltung.

Es wird hier der Ort sein, um den prozentischen Verlust in Drehstromleitungen mit dem prozentischen Verlust in Gleichstromleitungen zu vergleichen. Wir setzen zu diesem Zwecke den Fall, daß die gleiche Leistung P auf die gleiche Entfernung übertragen werden soll. Dabei soll das eine Mal Gleichstrom, das andere Mal Drehstrom verwendet werden, bei gleicher Netzspannung und gleichem Effektverlust. Wir fragen uns dann, wie sich die Kupfervolumina beider Anlagen verhalten. Bezeichnen wir den Widerstand einer Einzelleitung bei Gleichstrom mit w_1 , bei Drehstrom mit w_2 und die entsprechenden Querschnitte mit q_1 und q_2 , so erhalten wir:

Gleichstrom:

$$P = e \cdot i,$$

$$i = \frac{P}{e}.$$

Drehstrom:

$$P = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

$$i = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot e \cdot \cos \varphi}.$$

Verlust in Hin- und Rückleitung:

$$2 \cdot i^2 \cdot w_1 = 2 \cdot \frac{P^2 \cdot w_1}{e^2}.$$

Verlust in drei Leitungen:

$$3 \cdot i^2 \cdot w_2 = \frac{P^2 \cdot w_2}{e^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Setzen wir nun die Verluste gleich, so ergibt sich:

$$2 \cdot w_1 = \frac{w_2}{\cos^2 \varphi}$$

oder

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Bei gleicher Länge sind die Querschnitte den Widerständen umgekehrt proportional. Wir erhalten also:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Nun verhalten sich bei gleicher Einzellänge die Kupfervolumina wie die Summe der Einzelquerschnitte. Ist also V_1 das Kupfervolumen bei Gleichstrom und V_2 das Kupfervolumen bei Drehstrom, so erhalten wir:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3 q_2}{2 q_1}$$

oder mit Benutzung des obigen Wertes von q_2/q_1

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{4 \cdot \cos^2 \varphi} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}.$$

Ist also $\cos \varphi = 1$, d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75% des Kupfers bei der Gleichstromleitung aufzuwenden. Die Verhältnisse liegen aber, wie unsere Gleichung zeigt, bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der experimentellen Bestimmung der Leistung über. Diese Bestimmung ist am übersichtlichsten bei einer Sternschaltung, deren Nullpunkt zugänglich ist. Man legt dann die Spannungsspule des Wattmeters zwischen den Nullpunkt und das Ende der einen Phase, während die Amperespule des Wattmeters von dem Strom derselben Phase durchflossen wird. Das Wattmeter zeigt dann die Leistung dieser einen Phase an und bei gleicher Belastung der drei Phasen ist die Gesamtleistung dreimal so groß. Bei ungleicher Belastung der drei Phasen hat man die Messung für jede einzelne Phase zu machen und die gemessenen Watt zu addieren. Das erfordert entweder drei Wattmeter oder das jedesmalige Umschalten eines Wattmeters.

Man kann jedoch die Spannungsspule des Wattmeters nicht an die Sternspannung, sondern an die verkettete Spannung, d. h. an das Netz

legen. Diese Messung ist dann gleichmässig bei Stern- und Dreieckschaltung möglich und erfordert zwei Wattmeter, die völlig gleichmässig zu schalten sind. In Fig. 233 sind z. B. die links gezeichneten Generatorphasen 1 und 3 beide zur linken Klemme der Amperespulen des Wattmeters geführt. Die Spannungsspulen liegen beide mit ihrem unteren Ende an der Amperespule und mit ihrem oberen Ende an dem Netzleiter, der nicht an die Amperespule angeschlossen ist. Sind dann e_1, e_2, e_3 die Momentanwerte der Sternspannungen und i_1, i_2, i_3 die Momentanwerte des Stromes, so ist der Momentanwert des Effekts:

$$P = e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3.$$

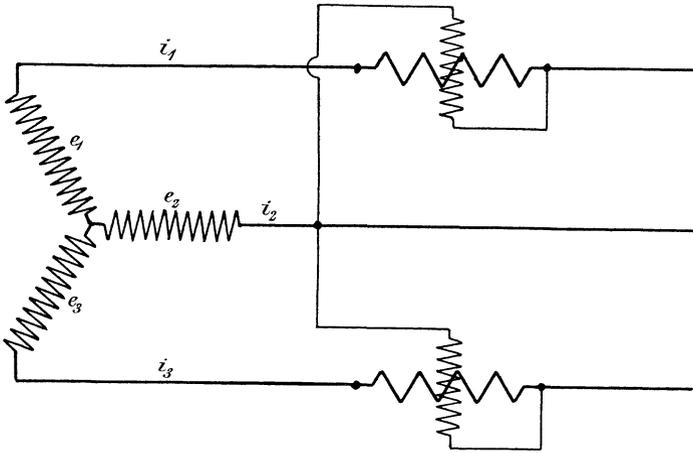


Fig. 233.

Ferner ist die Summe der drei Ströme, die aus den Generatorphasen ins Netz hineinfließen, in jedem Augenblicke gleich Null. Wir erhalten also:

$$i_2 = -(i_1 + i_3).$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für P ein, so ergibt sich:

$$P = e_1 \cdot i_1 - e_2 \cdot (i_1 + i_3) + e_3 \cdot i_3$$

oder, wenn wir umformen:

$$P = (e_1 - e_2) \cdot i_1 + (e_3 - e_2) \cdot i_3.$$

Dabei ist $e_1 - e_2$ nichts anderes als der Momentanwert der verketteten Spannung, an die die Spannungsspule des oberen Wattmeters angeschlossen ist. Ebenso ist $e_3 - e_2$ die momentane verkettete Spannung am unteren Wattmeter. Das Produkt $(e_1 - e_2) \cdot i_1$ bewirkt also das momentane Drehmoment im oberen Wattmeter und das Produkt $(e_3 - e_2) \cdot i_3$ bewirkt das momentane Drehmoment im unteren Wattmeter. Dafs in den Klammern dabei die Differenzen und nicht die Summen auftreten, erklärt sich daraus,

dafs die beiden betreffenden Phasen in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet sind.

Nun nimmt das Wattmeter infolge der Trägheit seines beweglichen Systems gleichsam das Mittel aus den Momentanwerten der Leistung. Die Gesamtleistung ergibt sich also aus der Summe der beiden Wattmeterausschläge. Dabei sind aber die Vorzeichen der einzelnen Glieder zu beachten. Im allgemeinen sind ja allerdings beide Ausdrücke der rechten Seite positiv, d. h. die Wattmeter schlagen bei der oben angegebenen Schaltung beide nach derselben Seite aus. In diesem Falle sind die Wattmeterausschläge zu addieren.

Ist jedoch eine erhebliche Selbstinduktion im Stromkreise vorhanden, so schlägt bei der gezeichneten Schaltung das eine Wattmeter nach der verkehrten Richtung aus. Der Vektor der Spannung OB' in Fig. 231b bleibt nämlich um 30° hinter der Netzspannung OR zurück. Wenn nun der Strom um mehr als 60° hinter der Spannung OB' zurückbleibt, so ist die Phasendifferenz zwischen dem betreffenden Phasenstrom und der

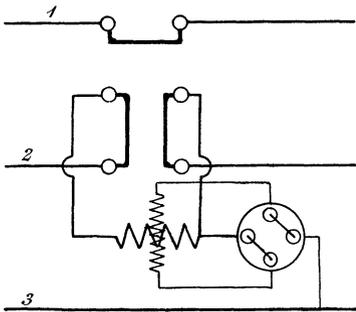


Fig. 234 a.

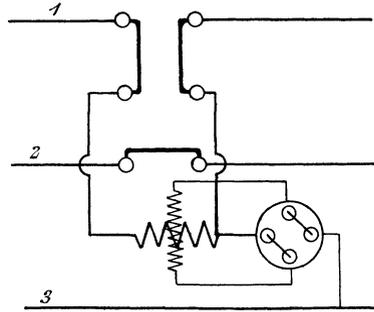


Fig. 234 b.

Netzspannung OR mehr als 90° . Die Folge ist, dafs das betreffende Wattmeter nach der entgegengesetzten Seite ausschlägt, also eine negative Leistung anzeigt. Dann ergibt sich die ganze Leistung nicht aus der Summe, sondern aus der Differenz beider Wattmeterausschläge. Sind dabei die Wattmeter nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so ist der Strom in der Spannungsspule des Wattmeters zu kommutieren, das nach der verkehrten Richtung ausschlägt.

Die Messung läfst sich nun auch mittels eines einzigen Wattmeters ausführen, wozu passend ein Quecksilberkommutator mit drei Bügeln verwendet wird. In Fig. 234 a fließt der Strom des Netzleiters 2 durch die Amperespule des Wattmeters, während nach Umlegung der drei Bügel (Fig. 234 b) der Strom des Netzleiters 1 durch die Amperespule fließt. Die Spannungsspule des Wattmeters liegt in beiden Fällen an der Amperespule und dem nicht an die Amperespule angeschlossenen Leiter 3. Ein Quecksilberkommutator erlaubt die Umkehrung der Stromrichtung in der Spannungsspule.

Will man doppelte Ableseung vermeiden, so muß man Wattmeter verwenden, die aus zwei Einzelwattmetern bestehen. Ihre beweglichen Teile sitzen auf ein und derselben Achse, so daß sich die ausgeübten Drehmomente addieren, beziehungsweise subtrahieren.

117. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

Nachdem wir bisher die Entstehung des Drehfeldes, sowie die Schaltung des Stators betrachtet haben, fassen wir jetzt die Wirkung des rotierenden Feldes auf den Rotor ins Auge. Der im Hohlraum des Stators drehbar gelagerte Eisenzyylinder ist aus Blechen zusammengesetzt und trägt auf seinem Umfang entweder eine Kurzschlußwicklung oder eine Phasenwicklung. Die Kurzschlußwicklung besteht aus lauter einzelnen, in sich geschlossenen Schleifen oder aus Stäben, die in Nuten

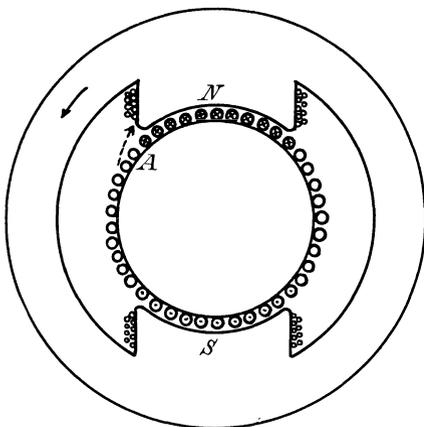


Fig. 235 a.

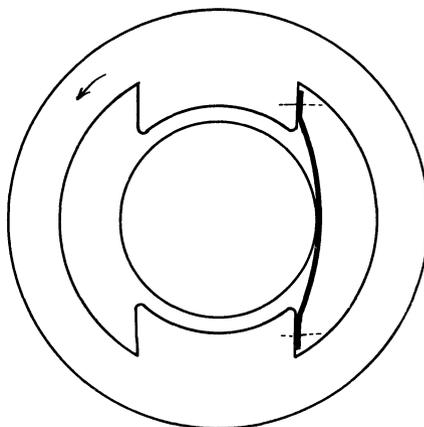


Fig. 235 b.

verlegt und durch Stirnringe sämtlich miteinander verbunden sind. Die Phasenwicklung des Rotors dagegen entspricht der Statorwicklung. Ihre Enden sind zu Schleifringen geführt, so daß beim Anlassen ein Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet werden kann.

Wir sahen nun, daß bei den bisher besprochenen zweipoligen Wicklungen das Feld des Stators während einer Periode des Generators einmal umläuft. Um die Wirkung dieses rotierenden Feldes besser zu veranschaulichen, ersetzen wir es durch ein Polrad, das in Fig. 235 a entgegengesetzt dem Uhrzeiger rotiert. Die Kraftlinien dieses Polrades schneiden in der Figur durch den Rotor in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Rotor im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach der bekannten Regel haben wir also in den Drähten vor dem Nordpol den

Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des induzierten Stromes anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich die vom Stator erzeugten Kraftlinien darstellt, sondern das resultierende Feld N , das sich aus der gemeinsamen Wirkung des Statorstromes und des Rotorstromes ergibt. In diesem Falle haben wir keine Phasenverschiebung zwischen der im Rotor induzierten elektromotorischen Kraft und dem Rotorstrom. Vor den Polmitten ist also nicht bloß die elektromotorische Kraft, sondern gleichzeitig auch der Strom ein Maximum.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der induzierte Strom der Bewegung entgegen. Der Rotorstrom sucht also die relative Verschiebung zwischen Magnetfeld und Rotordraht zu verhindern, d. h. er läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das noch deutlicher zu machen, schwimmen wir nach der Ampereschen Regel bei A von vorn nach hinten und sehen nach dem Nordpol. Dann wird eine Kraft ausgeübt, die den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben sucht. Durch diese Kraft, die durch den punktierten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Rotor gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das rotierende Polrad gegen einen Anschlag des Rotors stößt, den wir uns an Stelle des punktierten Pfeiles denken können, und durch den der Rotor mitgenommen wird. Noch besser ziehen wir Fig. 235 b zum Vergleich heran, wo das unmagnetische Eisengestell den Rotor vermittle eines Riemen mitnimmt.

Ist der Rotor unbelastet und läuft er ohne Reibung in den Lagern, so ist seine Tourenzahl pro Sekunde bei zweipoliger Wicklung gleich der Tourenzahl des primären Feldes. Da dann überhaupt keine Kraftlinienschnitte im Rotor stattfinden, so ist die elektromotorische Kraft und der Strom im Rotor gleich Null. Ist der Rotor dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Rotorstrom nötig. Infolgedessen bleibt der Rotor in seiner Tourenzahl etwas hinter der Tourenzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Diese Differenz der Tourenzahlen ermöglicht ein Schneiden von Kraftlinien durch die Rotordrähte, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Rotorstrom induziert wird. Unter normalen Verhältnissen genügt eine ganz geringe elektromotorische Kraft, also auch eine kleine Schlüpfung, um in dem kleinen Kupferwiderstand des Rotors den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist die Differenz der Touren oder die Schlüpfung immer sehr gering und beträgt oft nur 1—2 %.

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir den Vergleich mit dem Riemen (Fig. 235 b) dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist nämlich infolge des Riemengleitens die Tourenzahl des mitgenommenen Eisenzylinders ebenfalls geringer als die des rotierenden Eisengestelles. Diesen Tourenverlust durch das Riemen-

gleiten können wir also passend mit der Schlüpfung des Rotors vergleichen.

Wenn nun nach dem Obigen die Tourenzahl des Rotors bei normalen Verhältnissen annähernd gleich der Tourenzahl des primären Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wickelungen bei der üblichen Periodenzahl nicht anwendbar sind. Bei Anlagen für Licht und Kraft arbeitet man nämlich im Interesse eines ruhigen Brennens der Lampen mit 50 Perioden pro Sekunde. Bei zweipoliger Wickelung des Stators würden also das Feld und der Rotor 50mal in der Sekunde oder 3000mal in der Minute rotieren. Man vermeidet diese hohen Tourenzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wickelungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wickelung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahinterschaltet. In Fig. 236 a sind z. B.

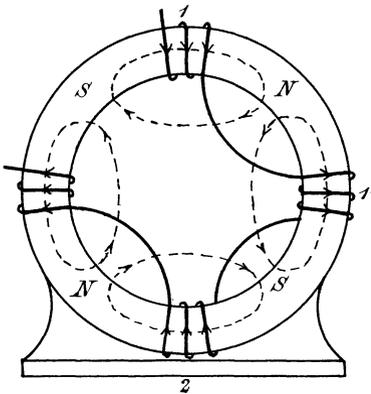


Fig. 236 a.

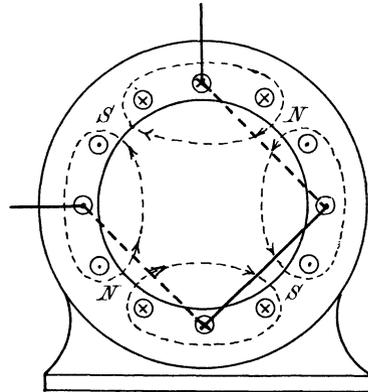


Fig. 236 b.

die nach Figur 221 b auf S. 395 geschalteten Spulen 1 und 1' eines dreiphasigen Motors nicht, wie früher, diametral einander gegenüber angeordnet, sondern nur um 90° gegeneinander verschoben. Die zu derselben Phase gehörigen Spulen 2 2' sind dann in entsprechender Weise dahinter geschaltet. Der Deutlichkeit wegen ist dabei in Fig. 236 a nur eine einzige Phase gezeichnet, aber die Stromrichtung in den anderen Phasen ergibt sich daraus von selbst. Die Spulenseite mit dem maximalen Strom wird rechts und links von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen, die einen gleichgerichteten Strom von der halben Stärke führen. Nehmen wir nun an, daß der maximale Strom in Fig. 236 a gerade in die Spule 1 hineinfließt, so erhalten wir auf Grund der Ampereschen Schwimmerregel die punktiert gezeichneten Kraftlinien und die Lage der 4 Pole.

Während einer Periode macht das Feld jetzt nur eine halbe Umdrehung. Ist allgemein p die Anzahl der Polpaare und \sim_1 die Perioden-

zahl des primären Stromes, so ergibt sich die Umdrehungszahl des Feldes pro Sekunde zu:

$$\frac{n_1}{60} = \frac{\sim_1}{p}.$$

Ist nun $\frac{n}{60}$ die Umdrehungszahl des Rotors, so ist die Differenz der Tourenzahlen gleich $\frac{n_1 - n}{60}$. Es ist, als wenn der Rotor mit dieser Tourenzahl die Kraftlinien eines feststehenden Feldes schneidet. Die Periodenzahl der Schlüpfung, die dieser Tourenzahl entspricht, ergibt sich dann bei p Polpaaren zu:

$$\sim = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p. \quad (167)$$

In Fig. 236b ist nun noch eine vierpolige Trommelwicklung gezeichnet, wobei wiederum die Wicklung nur für eine Phase durchgeführt ist. Bei den anderen Phasen sind nur Schaft und Spitze der Strompfeile in die Löcher hineingezeichnet, unter der Annahme, daß der Strom in der vollständig gezeichneten Phase ein Maximum und in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Für die praktische Ausführung kommt allein die Trommelwicklung in Betracht, wiewohl die Entstehung des Drehfeldes besser an der Ringwicklung zu erklären ist.

Was nun die Drehungsrichtung des Rotors betrifft, so ist sie durch die Drehungsrichtung des rotierenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen miteinander vertauscht.

In dieser Beziehung unterscheidet sich der Drehstrommotor von dem asynchronen Einphasenmotor. Wir können uns diesen aus dem Drehstrommotor entstanden denken, indem wir eine Zuleitung des in Sternschaltung angeordneten Stators unterbrechen. Erteilt man dem Kurzschlussanker eines solchen Motors eine bestimmte Geschwindigkeit, gleichgültig in welcher Richtung, eventuell, indem man den Motor mit einer Hilfswickelung als Drehstrommotor anlaufen läßt, so arbeitet sich die Tourenzahl fast bis auf den Betrag in die Höhe, der durch die primäre Periodenzahl gegeben ist. Die Drehungsrichtung ist dabei nur durch die anfänglich mitgeteilte Drehungsrichtung gegeben. Das Zustandekommen des Drehmomentes dabei läßt sich durch Zerlegung des schwingenden Feldes in zwei entgegengesetzt rotierende Felder erklären, doch bleiben auch dabei erhebliche Schwierigkeiten für das Verständnis bestehen (vergl. Abschnitt 132).

Siebzehntes Kapitel.

118. Die verteilten Wickelungen und die in ihnen induzierten elektromotorischen Kräfte. — 119. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors. — 120. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes. — 121. Das Drehmoment des Drehstrommotors. — 122. Berechnung der Schlüpfung.

118. Die verteilten Wickelungen und die in ihnen induzierten elektromotorischen Kräfte.

Wir haben bisher der Deutlichkeit wegen angenommen, daß eine Spulenseite in einem einzigen Loch untergebracht ist, oder daß die Breite der Spulenseite sehr klein ist, so daß zwischen den Spulenseiten ver-

schiedener Phasen ein erheblicher Raum frei blieb. In Wirklichkeit liegen nun aber die Drähte einer Spulenseite in mehreren Löchern längs des Umfangs verteilt. Dies geschieht um ein möglichst gleichmäßiges Feld zu erzeugen, das keine plötzlichen Änderungen in der Feldstärke besitzt, und um andererseits die Anzahl der Amperedrähte in einem Loch möglichst klein zu machen. Der Einfluß des letzteren Umstandes auf die Selbstinduktion oder Streuung wird später im Abschnitt 131 be-

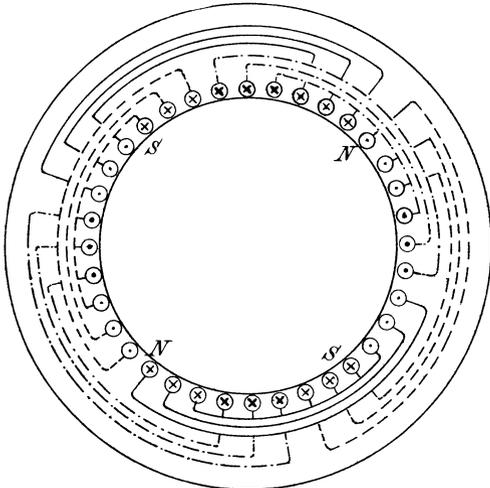


Fig. 237.

sprochen werden. Man wählt gewöhnlich 2—5 Löcher pro Spulenseite im Stator und 3—7 Löcher pro Spulenseite im Rotor. Die Anzahl der Löcher im Stator muß von der Lochzahl des Rotors verschieden sein, da sich sonst der Drehstrommotor leicht wie ein ruhender Transformator verhält und nicht anzieht.

In Fig. 237 ist nun eine vierpolige verteilte Spulenumwicklung gezeichnet, wobei die einzelnen Phasen durch Ausziehen, Stricheln und Strichpunktieren der Stirnverbindungen unterschieden sind. Dabei ist angenommen, daß der Strom in der strichpunktierten Phase gerade den maximalen Wert

hat, während er in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Das ist in Fig. 237 durch stärkere oder schwächere Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile angedeutet. Die Amperesche Schwimmerregel ergibt jetzt, daß die durch N und S bezeichnete Polmitte da liegt, wo zwei entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten aneinander grenzen. Die neutrale Zone liegt dann jedesmal in der Mitte einer gleichmäßig durchflossenen Gruppe von Drähten.

Zur Berechnung der induzierten elektromotorischen Kraft machen wir die Annahme, daß das rotierende Feld räumlich nach dem Sinusgesetz variiert. Ferner sollen so viele Löcher pro Spulenseite vorhanden sein, daß die Wicklung gleichwertig ist mit einer glatten Wicklung. Es sei endlich

N_0 die den Stator schneidende Kraftlinienzahl pro Pol,*)

z_1' die Drahtzahl des Stators pro Phase,

\simeq_1 die Periodenzahl des Statorstromes.

Bei unserer Wicklung, deren Spulenseiten eine Breite von $\frac{1}{3}$ der Teilung besitzen, ergibt sich dann nach Gleichung 145 auf S. 326:

$$E_1 = 2,12 N_0 \simeq_1 z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist wegen der Streuung die den Rotor schneidende Kraftlinienzahl N eine andere als die den Stator schneidende Kraftlinienzahl.***) Ebenso ist die Periodenzahl, mit der die Rotordrähte geschnitten werden, nicht gleich der primären Periodenzahl \simeq_1 , sondern gleich der Schlüpfung \simeq . Dann ergibt sich für den Rotor bei verteilter Spulenwicklung:

$$E_2 = 2,12 N \simeq z_2' \cdot 10^{-8},$$

wo z_2' die Drahtzahl des Rotors pro Phase bedeutet.

Bei der bisher besprochenen Spulenwicklung war die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung. Dabei wird die vor einem Polpaar liegende Spule einer Phase durch Hin- und Zurückschreiten fertig gewickelt, und dann werden die entsprechend vor den anderen Polen liegenden Spulen derselben Phase dahinter geschaltet.

Für den Stator und Rotor kommt außerdem die schleichende Stabwicklung in Betracht. Dabei schreitet man nach Art der Serienwicklung fortlaufend vorwärts und kommt nach einem Umgang fast an den Ausgangspunkt zurück. Wenn man dann weiter vorwärts wickelt, so legen sich bei den wiederholten Umgängen die Drähte einer Spulenseite aneinander. Bezeichnet z_1 die gesamte Drahtzahl, so ergibt sich der Wicklungsschritt nach der Regel:

*) Mit N_0 bezeichnen wir die gesamte Kraftlinienzahl im Stator. Sie ergibt sich aus den vom Stator und Rotor im gemeinsamen Kreis erzeugten Kraftlinien, sowie aus den Streulinien.

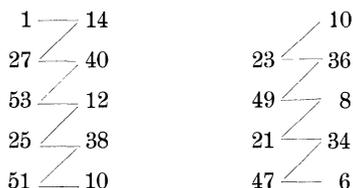
**) Mit N bezeichnen wir die Kraftlinienzahl im Rotor.

$$y = \frac{z_1 \pm 2}{2p}.$$

y muß dabei eine ungerade Zahl sein und z_1 muß durch 3, d. h. durch die Anzahl der Phasen teilbar sein. Das Prinzip dieser Wickelung wird nur bei ziemlich großer Drahtzahl deutlich, da eine unvermeidliche, geringe Unsymmetrie das Verständnis erschwert. Wir wählen also $z_1 = 54$, d. h. 18 Drähte pro Phase. Dann ergibt sich bei vierpoliger Wickelung ($p = 2$):

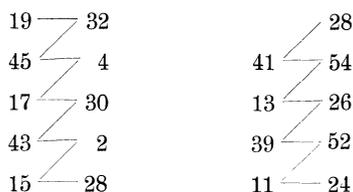
$$y = \frac{54 \pm 2}{4} = 14 \text{ oder } 13.$$

Davon ist nur $y = 13$ brauchbar, da die Wickelung sonst keine einfach geschlossene ist. Die Wickelung ist in Fig. 238 in Sternschaltung angeordnet und die erste Phase führt gerade den maximalen Strom. Dieser fließt in dem Sinne, wie wir wickeln, d. h. vom Nullpunkt aus nach 1, dann längs der Mantelfläche nach hinten und auf der hinteren Stirnfläche nach $1 + 13 = 14$ etc., nach dem Schema:

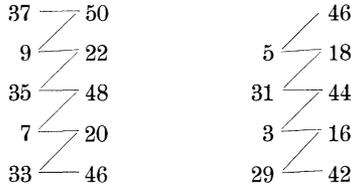


Wenn wir nun von 6 nach $6 + 13 = 19$ weiter schreiten würden, so erhielten wir eine gewöhnliche Gleichstromwickelung. Diese wird ohne weiteres zu einer Dreieckschaltung, wenn wir an drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung versetzte Punkte die Zuführung anschließen. Die Breite der Spulenseite ist dann nach Fig. 228 gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Statt dessen ist in Fig. 238 Sternschaltung gewählt, nach Art von Fig. 230a. Dabei bleibt die Breite der Spulenseite $\frac{2}{3}$ der Teilung. Wir beginnen also bei 19 die folgende Phase.

Der Deutlichkeit wegen sind die Löcher auf dem Umfang in zwei Lagen übereinander angebracht. Die Spulenseiten sind bei der ersten Phase stark umrahmt, bei der zweiten Phase schwach ausgezogen, und bei der dritten Phase gestrichelt. Da die Summe zweier Ströme in jedem Augenblicke gleich dem dritten ist, so fließt der Strom aus den beiden letzteren Phasen auf den Nullpunkt zu und die Stromrichtung ist also der jetzt folgenden, vom Nullpunkt ausgehenden Wickelungsrichtung entgegengesetzt. Das Schema der Wickelung der zweiten Phase ergibt sich zu:



Ebenso ergibt sich das Schema der dritten Phasenwicklung zu:



Die Umrahmung der zu einer Spulenseite gehörenden Drähte macht es deutlich, daß die einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen sich teil-

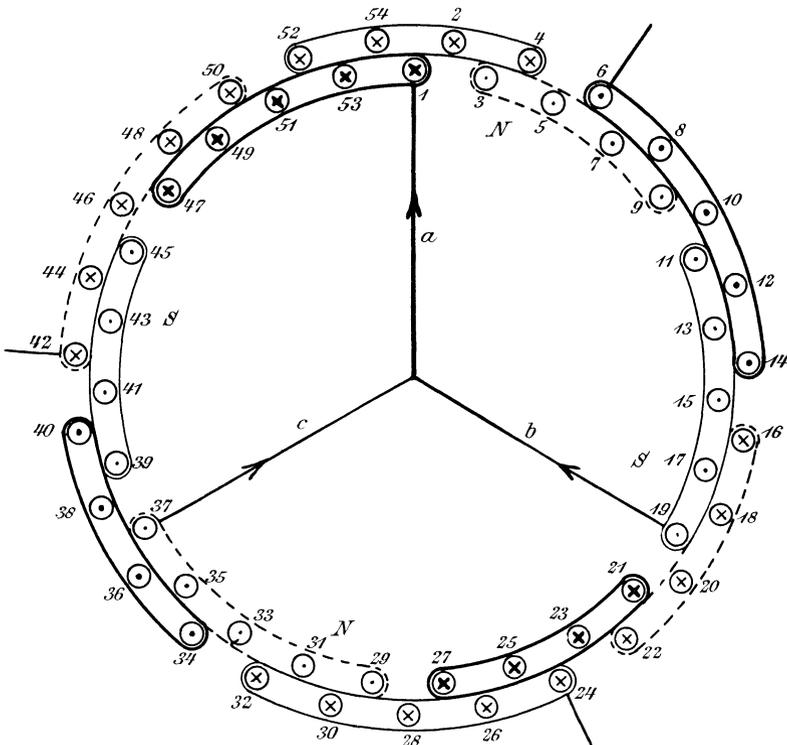


Fig. 238.

weise überdecken oder überlappen. Dabei ist die Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Bei großer Lochzahl pro Spulenseite und sinusförmigem Feld ergibt sich also nach Gleichung (146) auf S. 326 die elektromotorische Kraft des Stators zu:

$$E_1 = 1,84 N_0 \approx z'_1 \cdot 10^{-8}.$$

Bei gegebener Klemmspannung, d. h. bei gegebener elektromotorischer Gegenkraft des Motors, ist also die Kraftlinienzahl im Verhältnis 2,12 : 1,84

größer, als bei Spulenwicklung. Dies bedingt einen größeren Magnetisierungsstrom, um so mehr, als nach dem folgenden Abschnitt auch die magnetisierende Wirkung der schleichenden Wicklung ungünstig ist. Es empfiehlt sich daher, die Gleichstromwicklung aufzuschneiden und dadurch die Überlappung und die große Breite der Spulenseite zu vermeiden. *) Man wickelt also in zwei vollen Umgängen in Fig. 238 die Drähte 1 — 14, 27 — 40, 53 — 12, 25 — 38. Dadurch ist, abgesehen von der schon besprochenen Unsymmetrie, die Hälfte der 1. Phase fertiggestellt und zwar erstreckt sich eine Spulenseite, z. B. 1,53, etwa über $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Man wickelt dann nicht, wie früher, von 38 nach 51, sondern prinzipiell nach 2. Dann addieren sich bei den wiederholten, im selben Sinne ausgeführten Umgängen die Drähte 2, 54 und 52 zu den Drähten 1 und 53.

In Wirklichkeit ist die Ausführung eine etwas andere, indem man nach Fertigstellung der ersten Hälfte der Phase den Wicklungssinn umkehrt. Das ist aber ohne prinzipielle Bedeutung und hat nur den Zweck, die symmetrische Anordnung der Stirnverbindungen nicht zu stören. Man kann dabei noch die Unsymmetrie in Fig. 238 dadurch beseitigen, daß man auf die Bedingung $2p \cdot y = z \pm 2$ ganz verzichtet und die Drahtzahl pro Phase durch die Polzahl teilbar macht. Wir wählen z. B. pro Pol und pro Phase 4 Stäbe, d. h. 2 Nuten. Dann erhalten wir bei vier Polen 24 Nuten mit 48 Stäben (Fig. 238a). Der Nutenschritt wird gleich einer vollen Polteilung, also gleich 6 Nuten. Wir verfolgen nun die erste Phase vom Nullpunkt 0 nach 1, bei 1 von vorn nach hinten, auf der hinteren Stirnseite nach 7, dort von hinten nach vorn, und weiter nach 13 und 19. Von 19 würde uns der regelmässige Nutenschritt nach 1 führen, wir verbinden aber 19 (unten) durch die besonders stark ausgezogene längere Verbindung mit 2 (oben). Dann wickeln wir beim zweiten Umgang die Stäbe 2, 8, 14, 20. Von 20 (unten) müßten wir, um gleichliegende Drähte hintereinander zu schalten, nach 1 (unten) gehen und in demselben Sinne weiter schreiten. Um aber die Symmetrie der Stirnverbindungen nicht zu stören, verbinden wir 20 (unten) mit 2 (unten) und ändern den Wicklungssinn. Es ist leicht ersichtlich, daß wir bei den unten in der Nut liegenden Drähten mit 2 statt mit 1 anfangen müssen, wenn wir den Wicklungssinn vertauschen. Bei einem Umgang wird nun in regelmäßiger Weise der Stab 2 (unten) mit 20, 14, 8 verbunden. Dann wird mit Hilfe der längeren, stark ausgezogenen Verbindung 8, 1, die Gruppe 1, 19, 13, 7 dahinter geschaltet. Alle Verbindungen auf der hinteren Stirnfläche umfassen eine volle Polteilung. In unserem Falle ist in jeder Phase die vordere Stirnverbindung, die auf den Anfang und das Ende folgt, länger als die übrigen. Ist allgemein q' die Drahtzahl pro Spulen-

*) Ein solches Aufschneiden der Wicklung wurde schon in Fig. 221 b angewendet.

seite, so ist $\frac{q'}{2}$ die Anzahl der Umgänge in einem Sinne pro Phase, und die Zahl der neben dem Anfang, bzw. dem Ende der Phase liegenden längeren Stirnverbindungen ist $\frac{q'}{2} - 1$.

Die übrigen Phasen sind in genau derselben Weise verbunden. Der Anfang der 2. Phase sollte um $\frac{2}{3}$ der Polteilung gegen die erste verschoben sein, aber wir können natürlich statt des Drahtes 5 auch den

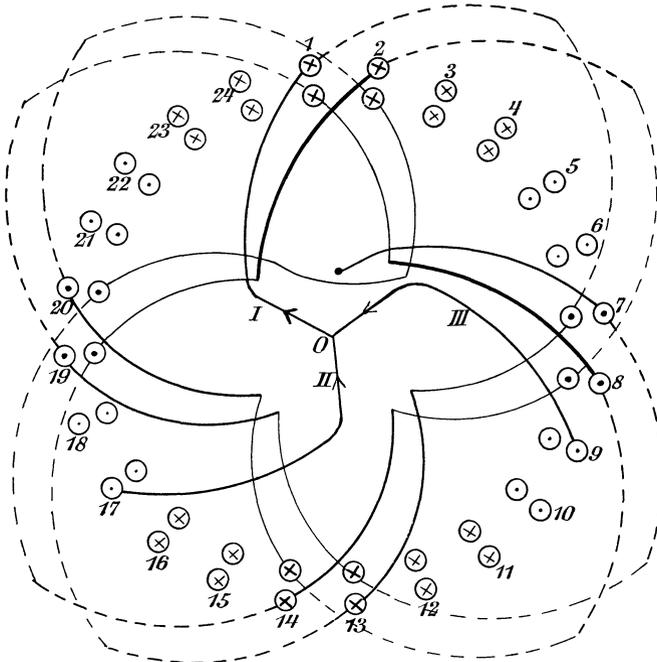


Fig. 238 a.

gleichliegenden Draht 17 wählen. Es ist aber zu beachten, daß das nur für 4polige Anordnung zulässig ist. Die elektromotorische Kraft ist natürlich jetzt dieselbe wie bei Spulenwicklung.

Für den Rotor kommt endlich noch die Einzelschleifen- oder die Käfigwicklung in Betracht. Bei sinusförmigem Feld ergibt sich die in einem Draht induzierte elektromotorische Kraft nach Gleichung (142) auf S. 324 zu:

$$2,22 \cdot N \sim 1 \cdot 10^{-8}$$

Wir können aber, wo es sich um den in Joulesche Wärme umgesetzten Effekt handelt, den dritten Teil der Drähte hintereinander geschaltet denken; wenn wir gleichzeitig als Widerstand den Widerstand der hintereinander gedachten Drähte einführen. In diesem Falle ergibt sich „pro Phase“ des Rotors die elektromotorische Kraft zu:

$$E = 2,22 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Allgemein ergibt sich also:

$$E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

In dieser Gleichung ist

$$\begin{aligned} k &= 2,22 \text{ bei Käfigwicklung,} \\ &2,12 \text{ „ Spulwicklung,} \\ &1,84 \text{ „ schleichender Wicklung.} \end{aligned}$$

119. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors.

Wir haben in diesem Abschnitt den Nachweis zu liefern, daß das Kraftlinienfeld des Drehstrommotors räumlich annähernd sinusförmigen Verlauf hat, und haben die von den Stator- und Rotorströmen erzeugten Kraftlinien für die verschiedenen Wicklungsarten zu berechnen. Zu dem Zwecke ist in Fig. 239 eine Spulwicklung mit vielen Löchern pro

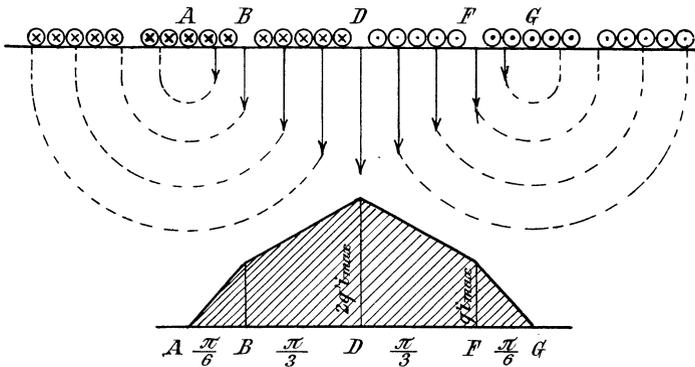


Fig. 239.

Spulenseite gezeichnet. Dabei ist der Statorumfang der Deutlichkeit wegen in eine Gerade gestreckt und die einzelnen Spulenseiten ein wenig voneinander getrennt. Der Strom hat in der einen Spulenseite gerade seinen maximalen Wert und ist also in den beiden benachbarten Spulenseiten halb so stark. Das ist in der Figur dadurch angedeutet, daß Schaft und Spitze der Strompfeile in den einzelnen Phasen verschieden stark gezeichnet sind.

Wir finden nun, daß der Punkt D die Polmitte eines Nordpols ist, während an den Punkten A und G der Nordpol in den Südpol übergeht. Von D an fällt also die Feldstärke entsprechend der an den einzelnen Stellen des Umfangs wirksamen Erregung nach beiden Seiten hin ab. Das ist durch die verschiedene Länge der in die Kraftlinien gezeichneten Pfeile angedeutet.

gleichmäßige Länge der Kraftlinienpfeile zwischen B und D angedeutet ist. Dagegen wird die wirksame Erregung nach links und rechts hin proportional dem Umfang schwächer. Wenn wir nun wieder die an den einzelnen Punkten des Umfanges wirksame Erregung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Kurve im unteren Teil der Fig. 240. Berechnen wir die schraffierte Fläche und dividieren sie durch die Basis, so erhalten wir eine mittlere Erregung:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,155 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Das ist fast genau derselbe Wert, den wir oben in dem ersten extremen Zeitpunkt fanden, d. h. die mittlere Erregung und die mittlere Kraftliniendichte ist annähernd konstant. Nehmen wir das Mittel aus den beiden gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1,166 + 1,155}{2} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,16 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (168)$$

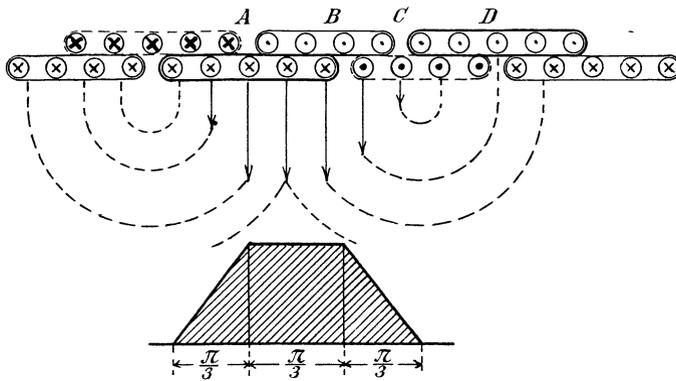


Fig. 241.

Nun sind die Kraftlinien proportional der Erregung. Das rotierende Feld hat also eine fast genau konstante Kraftlinienzahl, während sein Maximalwert nach Fig. 239 und 240 im Verhältnis $2 : 1,73$ schwankt. Daraus ergibt sich die Überlegenheit des Dreiphasenmotors gegenüber dem Zweiphasenmotor, bei dem nach Abschnitt 112 die Schwankungen viel bedeutender sind.

In ähnlicher Weise wie bei der Spulenwicklung ergibt sich die mittlere Erregung bei der schleichenden Stabwicklung. In Fig. 241 ist eine solche schleichende Stabwicklung noch einmal gezeichnet, und zwar ist der Strom in der einen Phase gerade ein Maximum, während er in den beiden anderen Phasen gleich $\frac{1}{2} \cdot i_{\text{max}}$ ist. Wie man sieht, heben sich die magnetischen Wirkungen der Stromleiter zwischen A und B auf. Wir haben dort also eine gleichmäßige Feldstärke, die von den Ampere-drähten zwischen B und D geschaffen wird. Die Zahl dieser Ampere-

drähte ist $q' \cdot i_{max} + 2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot \frac{i_{max}}{2} = 1,5 \cdot q' \cdot i_{max}$. Wenn wir wieder eine große Lochzahl pro Spulenseite voraussetzen, nimmt die wirksame Amperewindungszahl von B an proportional dem Umfang bis auf den Wert Null ab. Dieser Wert wird zwischen den Punkten B und D erreicht, wo der Nordpol in den Südpol übergeht. Wir tragen nun wieder die wirksamen Amperewindungen als Ordinaten auf und erhalten so die im unteren Teil der Fig. 241 gezeichnete Kurve.

Dieselbe Konstruktion führen wir nun auch für den zweiten Grenzfall aus, wo der Strom in der einen Phase gleich Null ist (Fig. 242). Die Drähte zwischen A und D bilden jetzt eine gemeinsame Spulenseite, in deren Mitte die Feldstärke gleich Null ist. Von da aus nimmt sie nach beiden Seiten proportional dem Ankerumfang zu. Bei B entspricht sie den zwischen B und C liegenden Ampereindrähten, also dem Betrage $2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot q' \cdot i_{max}$. Von B bis A nimmt die Feld-

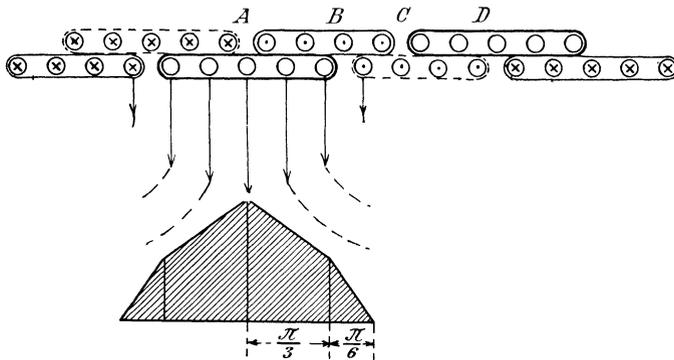


Fig. 242.

stärke dann ebenfalls noch zu, aber langsamer. Sie entspricht schließlich bei A allen Ampereindrähten, die zwischen A und D liegen, also dem Betrage $2 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 \cdot q' \cdot i_{max}$.

Wir vergleichen jetzt die Flächen in Fig. 241 und 242 mit den ähnlichen Flächen in Fig. 239 und 240 und finden, daß die beiden Flächen in den beiden extremen Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt haben. Die Ordinaten der jetzt erhaltenen Flächen sind aber 0,866 mal so klein wie die früheren; demnach ergibt sich mit Rücksicht auf Gleichung (168) eine mittlere Erregung:

$$X_{mittel} = 0,866 \cdot 1,16 \cdot q' \cdot i_{max} = 1,005 \cdot q' \cdot i_{max}. \quad (169)$$

Wir gehen nun dazu über, die von der Käfigwicklung des Rotors ausgeübte Erregung zu bestimmen. Die obere Kurve in Fig. 243 stellt das den Rotor schneidende Feld dar, das längs des Umfanges nach dem Sinusgesetz variiert. Die in den einzelnen Rotordrähten induzierte elektro-

motorische Kraft und der Rotorstrom i_2 sind dann ebenfalls eine Sinusfunktion des Ortes. Das ist in Fig. 243 durch entsprechend starke Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile in den Rotordrahnten angedeutet.

Die vom Rotor ausgeübte wirksame Erregung ist nun im Punkte B gleich Null und nimmt nach links und rechts hin bis zu einem Maximum zu, das bei A und C erreicht wird.

Es braucht wohl nicht bewiesen zu werden, dafs die Kurve der vom Rotor erzeugten Kraftlinien ebenfalls eine Sinuskurve ist, die räumlich um 90° gegen die Kurve des den Rotor schneidenden Feldes verschoben

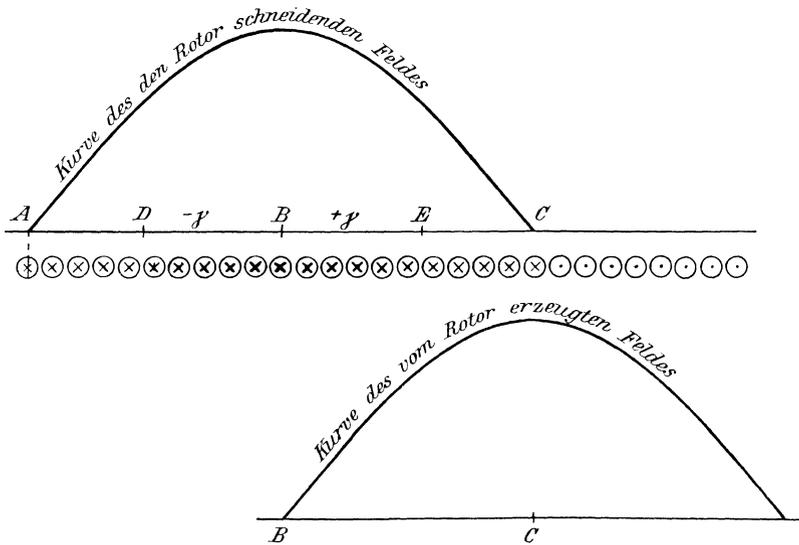


Fig. 243.

ist. *) Ist z_2 die Drahtzahl des Rotors, so ist die Drahtzahl pro Pol gleich $\frac{z_2}{2p}$ und die mittlere räumliche Stromstärke $\frac{2}{\pi} \cdot i_{max}$. Die bei C wirksame Erregung ist also:

$$X_{max} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} \cdot \frac{z_2}{2p}$$

Bei sinusförmig abgeschattierter Erregung ist dann die mittlere Erregung gleich $\frac{2}{\pi} \cdot X_{max}$. Wir setzen nun, um einen Vergleich mit den andern Wickelungen durchführen zu können:

*) Die mittlere Stromstärke im „Stromband“ DE ist $\frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} i_{max} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$ und die Drahtzahl gleich $\frac{z_2}{2p} \cdot \frac{2\gamma}{\pi}$. Die Amperewindungen, die an den Punkten D und E wirksam sind, sind also $\frac{z_2}{p \cdot \pi} \cdot i_{max} \cdot \sin \gamma$. Sie sind also dem Sinus des Bogens γ proportional.

$$z_2 = 3 \cdot 2p \cdot q'$$

und erhalten:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{\text{max}} \cdot \frac{3 \cdot 2p \cdot q'}{2p} = \frac{12}{\pi^2} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,22 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (170)$$

Allgemein wird für alle drei Wickelungen:

$$X_{\text{mittel}} = c \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (171)$$

Darin ist:

- $c = 1,005$ bei schleichender Wickelung,
 $c = 1,16$ „ Spulenwickelung,
 $c = 1,22$ „ Käfigwickelung.

Die Kraftlinienzahl pro Pol ergibt sich dann unter Vernachlässigung des Eisenwiderstandes mit Hilfe der Polfläche Q_l zu:

$$N = B_{\text{mittel}} \cdot Q_l = \frac{0,4\pi \cdot X_{\text{mittel}} \cdot Q_l}{l} = \frac{0,4\pi \cdot c \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \cdot Q_l}{l}. \quad (172)$$

Wie ein Vergleich zeigt, sind die Faktoren c fast genau den entsprechenden Faktoren k auf S. 420 proportional.

120. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Ein 150 PS Motor der Firma Örlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu kontrollieren. Die dazu nötigen Daten (vergl. Fig. 244) sind folgende:*)

Klemmspannung verkettet	$e = 3300$ Volt
Primäre Periodenzahl	$\sim_1 = 50$
Zahl der Polpaare	$p = 6$
Ankerlänge (axial)	$b = 32,5$ cm
Ankerdurchmesser	$D = 90$ „
Doppelter Luftabstand	$l_l = 0,15$ „
Drahtzahl des Stators	$z_1 = 2016$
Länge eines Stator- und Rotorzahnes zusammen	$= 6$ „
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite	$= 2,5$.

Daraus ergeben sich zunächst folgende Werte:

Spannung pro Phase	$e_1 = \frac{3300}{\sqrt{3}} = 1910$ Volt
Drahtzahl pro Phase	$z_1' = \frac{z_1}{3} = 672$
Drahtzahl pro Pol und pro Phase	$q' = \frac{z_1}{3 \cdot 2p} = 56$
Polfläche	$Q_l = \frac{D \cdot \pi \cdot b}{2p} = 763$.

*) Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktionstabellen für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Es sei nun N_0 das gesamte vom Stator erzeugte Feld bei Leerlauf. Da die Phasenspannung e_1 nahezu gleich und entgegengesetzt der induzierten elektromotorischen Kraft E_1 ist, so ergibt sich nach Gleichung (145) auf S. 326:

$$e_1 = E_1 = 2,12 \cdot N_0 \cdot \omega_1 \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Demnach:

$$N_0 = \frac{e_1 \cdot 10^8}{2,12 \cdot \omega_1 \cdot z_1'} = \frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6.$$

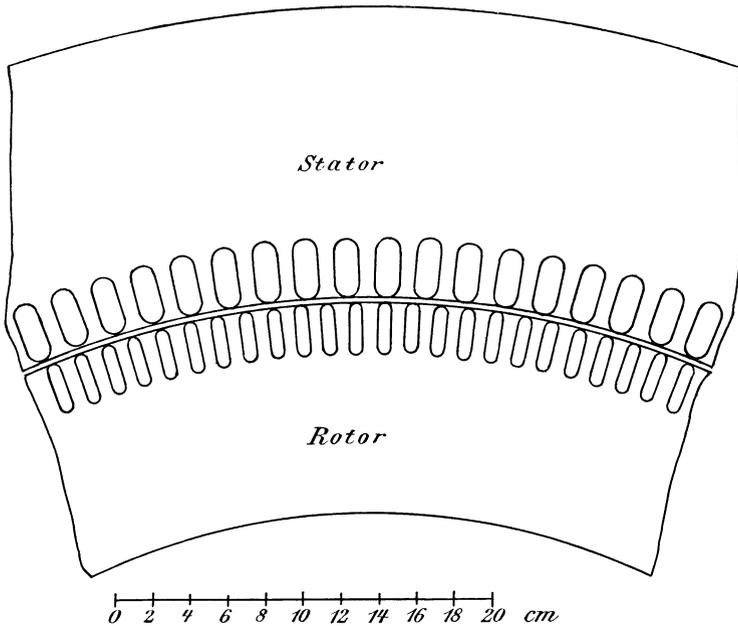


Fig. 244.

Nehmen wir an, daß 2% davon durch Streuung verloren gehen, so werden 98% auf den Rotor übertragen, und wir erhalten die auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl N zu:

$$N = 0,98 \cdot N_0 = 2,64 \cdot 10^6.$$

Für Spulenwicklung wird dann nach dem Schluß des vorigen Abschnittes der Faktor c gleich 1,16 und wir erhalten:

$$N = \frac{0,4 \pi \cdot c \cdot q' \cdot i_{max}}{l} \cdot Ql.$$

Wir führen nun den Effektivwert des Leerstromes $i_0 = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ ein und erhalten:

$$i_0 = \frac{N \cdot l}{\sqrt{2} \cdot 0,4 \pi \cdot c \cdot q' \cdot Ql} = 4,5 \text{ Ampere.}$$

Dieser Magnetisierungsstrom wäre bei Leerlauf erforderlich, wenn der magnetische Widerstand des Eisens gleich Null wäre. Tatsächlich ist nun für diesen Motor ein Leerstrom von 6 Ampere angegeben, d. h. 33% mehr, als theoretisch berechnet wurde.

Man könnte nun versucht sein, den magnetischen Widerstand der Zähne, auf den es hier besonders ankommt, durch einen entsprechenden Zuschlag zur Luftstrecke l_i in Rechnung zu setzen. Dabei hat man zu berücksichtigen, daß das Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite gleich 2,5 ist. Mit Berücksichtigung des Raumverlustes durch Papierisolation ist also das Verhältnis des Luftquerschnitts zum Zahnquerschnitt gleich $2,5 : 0,85 = 2,95$. Um dann den Zuschlag zur Luftstrecke zu finden, hat man die Zahnlänge mit 2,95 zu multiplizieren und durch die Leitfähigkeit μ zu dividieren. Dabei hätte man für μ die Leitfähigkeit bei mittlerer Zahninduktion einzusetzen. Die mittlere Luftinduktion ergibt sich im vorliegenden Falle zu:

$$B_{\text{mittel}} = \frac{N}{Q_i} = \frac{2,64 \cdot 10^6}{763} = 3450.$$

Die mittlere Zahninduktion ist 2,95 mal so groß als die mittlere Luftinduktion, also gleich $2,95 \cdot 3450 = 10200$. Dafür ergibt sich aus der Magnetisierungskurve (Fig. 245 a) die Amperewindungszahl pro Zentimeter zu

$$\frac{X}{l} = 2,6 \quad \text{oder} \quad H = 0,4 \pi \cdot \frac{X}{l} = 0,4 \pi \cdot 2,6 = 3,25.$$

Wir erhalten also:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{10200}{3,25} = 3140.$$

Die einfache Zahnlänge im Stator und Rotor zusammen ist 6 cm, der Kraftlinienweg hin und zurück ist also 12 cm. Diese sind gleichwertig einem Zuschlag zur Luftstrecke, der sich berechnet zu $\frac{12 \cdot 2,95}{3140} = 0,011$ cm. Um diesen Betrag hätten wir den Wert l_i zu vergrößern, also statt 0,15 cm den Wert 0,16 cm einzusetzen. Der Wert von i_0 wird dann ebenfalls im Verhältnis 0,16 zu 0,15 größer, ergibt sich also zu

$$i_0 = \frac{4,5 \cdot 0,16}{0,15} = 4,8.$$

Es zeigt sich, daß der Unterschied zwischen berechnetem und gemessenem Leerstrom immer noch zu groß ist und die Einführung der Leitfähigkeit des Eisens bei einer mittleren Induktion nicht zulässig ist. Der Grund der großen Differenz zwischen dem berechneten und gemessenen Leerstrom liegt hauptsächlich darin, daß das Eisen bei der mittleren Induktion von etwa 10200 Kraftlinien pro Quadratcentimeter gerade eine besonders große Leitfähigkeit besitzt und wir daher zu günstig rechnen. Man könnte nun auf den Gedanken kommen, statt der Leitfähigkeit bei einer mittleren Induktion lieber das Mittel aus den Leitfähigkeiten bei den

verschiedenen Induktionen längs des Umfanges einzusetzen. Die Rechnung ergibt dann aber keine wesentliche Verbesserung des Resultats.

Man hat demnach zunächst eine sogenannte Charakteristik des Motors zu zeichnen, die für jede Induktion im Luftraum die entsprechende Erregung angibt. *) Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve zu jeder längs des Umfangs wirksamen Erregung die entsprechende Kraftliniendichte. Man wählt zu diesem Zwecke beliebige Werte der Luftinduktion B_l und berechnet die für die Luft nötigen Amperewindungen nach der Gleichung:

$$X_l = 0,8 \cdot B_l \cdot l_l$$

oder, da in unserem Falle $l_l = 0,15$ ist:

$$X_l = 0,8 \cdot B_l \cdot 0,15 = 0,12 \cdot B_l.$$

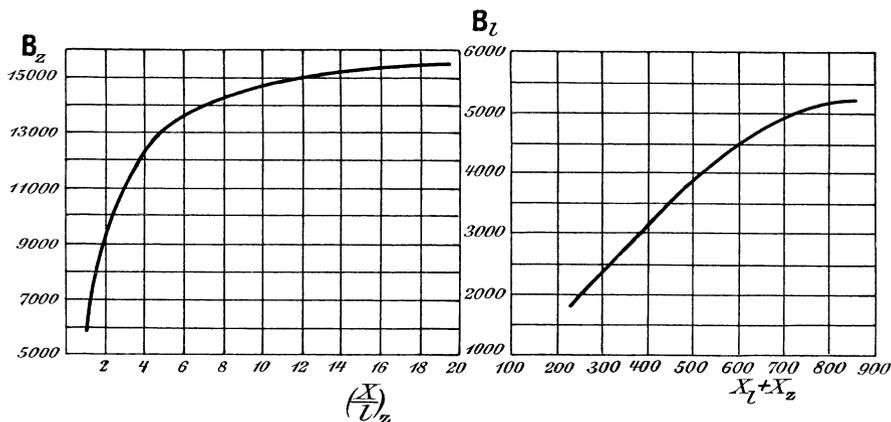


Fig. 245 a.

Fig. 245 b.

Dann berechnet man die Zahninduktion an der betreffenden Stelle aus der Luftinduktion und dem Verhältnis der Querschnitte. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle gleich 2,95. Wir erhalten also:

$$B_z = 2,95 \cdot B_l.$$

Zu B_z ergibt sich die betreffende Amperewindungszahl pro Zentimeter Weglänge der Kraftlinien aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Fig. 245 a. Dann ergibt sich:

$$X_z = \left(\frac{X}{l} \right)_z \cdot l_z.$$

Dabei ist für l_z das Doppelte der einfachen Zahnlängen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle:

$$X_z = \left(\frac{X}{l} \right)_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot \left(\frac{X}{l} \right)_z.$$

*) Vergl. Kapp, Elektromechanische Konstruktionen.

Die Summe aus X_l und X_z ergibt uns dann die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung X .

Diese Rechnung ist für Werte von $B_l = 2000$ bis $B_l = 5200$ ausgeführt und die Resultate in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

B_l	$X_l = 0,12 \cdot B_l$	$B_z = 2,95 \cdot B_l$	$\left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_z = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5900	1,1	13	253
3000	360	8850	1,9	23	383
4000	480	11800	3,6	43	523
4500	540	13300	5,4	65	605
5000	600	14800	10,7	128	728
5200	624	15300	18,5	222	850

Wir tragen nun den Wert $X_l + X_z$ als Abszisse und die Luftinduktion B_l als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 245b.

Wir wählen nun einen Magnetisierungsstrom, der gröfser ist als der theoretisch berechnete, schätzen also den Leerstrom zu

$$i_0 = 5,5 \text{ Ampere.}$$

Dann ergibt sich:

$$i_{0max} = \sqrt{2} \cdot i_0 = 7,78 \text{ Ampere.}$$

Wir tragen nun den Umfang als Abszisse und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung als Ordinate auf und erhalten so die Kurve X in Fig. 246a, die dem früher behandelten ersten Grenzfall in Fig. 239 entspricht. Für eine Abszisse gleich $\pi/2$ erhalten wir dabei eine maximale Ordinate:

$$2 \cdot q' \cdot i_{0max} = 2 \cdot 56 \cdot 7,78 = 870.$$

Dagegen ergibt sich für eine Abszisse gleich $\pi/6$ eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die maximale. Der Maßstab für die Erregung ist links an der Ordinatenachse aufgetragen.

Wir tragen ferner auf der Ordinatenachse von O aus die aus der Charakteristik in Fig. 245b oder aus der Tabelle entnommenen Werte

$$X = X_l + X_z = 253, \quad 383, \quad 523, \quad 605, \quad 728, \quad 850$$

auf und ziehen durch die Teilpunkte Parallele zur Abszissenachse. In den Schnittpunkten dieser Parallelen mit der Kurve X errichten wir Ordinaten, deren Länge nacheinander den betreffenden Werten

$$B_l = 2000, \quad 3000, \quad 4000, \quad 4500, \quad 5000, \quad 5200$$

entspricht. Der Maßstab für B_l ist dabei beliebig gewählt und im rechten Teil der Fig. 246b angegeben. Die Kurve, die die Endpunkte dieser Ordinaten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve bei einem Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu planimetrieren und die Fläche durch die Basis zu dividieren.

Wir erhalten dadurch die mittlere Feldstärke bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere.

Wenn wir die Planimetrierung ausführen und die so erhaltene Fläche durch die Basis dividieren, so erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = 3635.$$

Dieselbe Konstruktion ist für den zweiten Grenzfall in Fig. 246 b durchgeführt, und zwar wird dabei die maximale Ordinate der Kurve X nach Fig. 240

$$1,73 \cdot q' \cdot i_{0\text{max}} = 1,73 \cdot 56 \cdot 7,78 = 750.$$

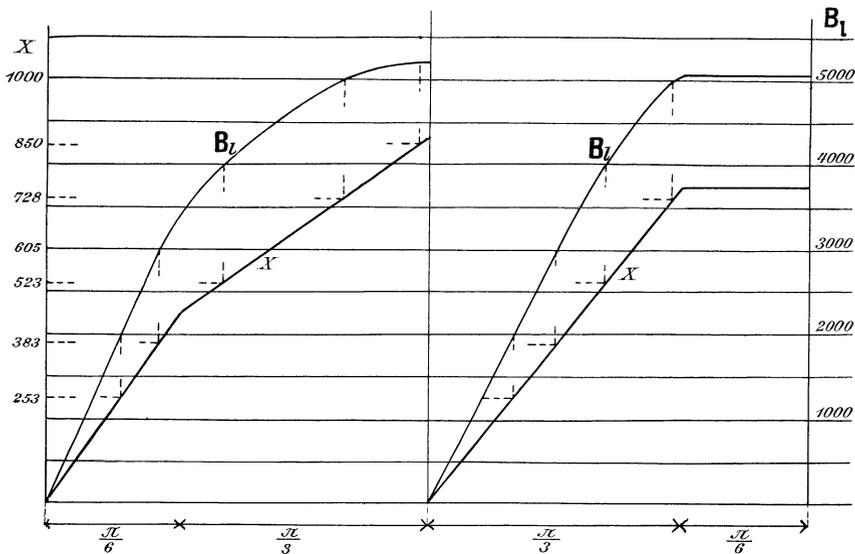


Fig. 246 a.

Fig. 246 b.

Wir zeichnen nun die Kurve X und B und planimetrieren die von der Kurve B_l und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche. Dadurch erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = 3583.$$

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Die gesamte übertragene Kraftlinienzahl N ergibt sich dann zu

$$N = B_{l\text{mittel}} \cdot Q_l = 3609 \cdot 763 = 2,75 \cdot 10^6.$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von $2,64 \cdot 10^6$ Kraftlinien, daß wir Proportionalität zwischen Stromstärke und

Kraftlinienzahl annehmen können. Der zur Erzeugung von $2,64 \cdot 10^6$ Kraftlinien erforderliche Magnetisierungsstrom ergibt sich also zu

$$i_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64 \cdot 10^6}{2,75 \cdot 10^6} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Dabei ist der Eisenwiderstand des Stator- und Rotorkernes noch nicht berücksichtigt. Außerdem kommt noch die Verringerung des von den Kraftlinien durchflossenen Luftquerschnittes durch die Nutenöffnungen in Betracht. Endlich ist der gemessene Leerstrom von 6 Ampere nicht durchweg Magnetisierungsstrom, sondern zum Teil Wattstrom, der für mechanische Reibung und Hysteresis verbraucht wird. Wir können uns also nicht wundern, daß der berechnete Leerstrom $i_0 = 5,3$ Ampere noch um 10% kleiner ist als der gemessene Leerstrom von 6 Ampere. Jedenfalls aber ist unser jetziges Resultat zuverlässiger als das frühere, das mit Hilfe der Leitfähigkeit des Eisens bei einer mittleren Induktion gewonnen war.

121. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns das rotierende Feld durch ein sinusförmiges Feld von gleicher Kraftlinienzahl ersetzt. Wir betrachten nun eine Spulenseite des Rotors, deren Breite wieder, wie früher, gleich 2γ ist, und deren Mitte sich im

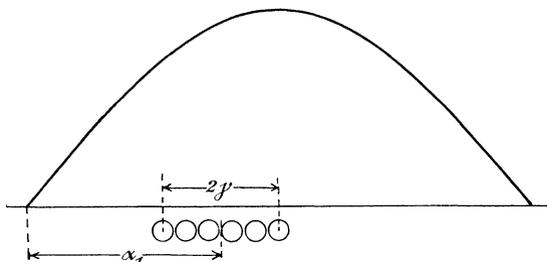


Fig. 247.

Abstand α_1 von der neutralen Zone befindet (Fig. 247). Wir wissen nun aus Abschnitt 90, daß die in dieser Spulenseite induzierte elektromotorische Kraft und demnach auch der Rotorstrom dem Sinus dieses Winkels α_1 proportional sind. Der Momentanwert des Rotorstromes ist also:

$$i_2 = i_{2max} \cdot \sin \alpha_1.$$

Dieser Strom fließt in allen Drähten der Spulenseite, aber die einzelnen Drähte befinden sich in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment in diesem Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere Kraftlinienzahl längs des Bogens 2γ kennen. Allgemein ist in

einem beliebigen Abstand α von der neutralen Zone die Feldstärke gleich $B_{max} \cdot \sin \alpha$. Die mittlere Feldstärke über dem Bogen 2γ ist also:

$$B = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha_1 - \gamma}^{\alpha_1 + \gamma} B_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = B_{max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha_1.$$

Zur Berechnung des Drehmomentes in diesem Augenblick bilden wir das Produkt aus der momentanen Stromstärke und dem momentanen Mittelwert der Induktion und erhalten:

$$i_2 \cdot B = B_{max} \cdot i_{2max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha_1.$$

Dabei bedeutet i_2 den Momentanwert des Stromes und B die mittlere Feldstärke über der Spulenseite in dem betreffenden Augenblick.

Nun kommt die Spulenseite fortdauernd in einen anderen Teil des Feldes zu liegen, d. h. der Winkel α_1 verändert sich zwischen 0 und 360° . Da der Momentanwert des Produktes $i_2 \cdot B$ vom Quadrate des Sinus α_1 abhängig ist, so ergibt sich der Mittelwert $i_2 \cdot B$ genau wie die mittlere Leistung in Abschnitt 71. Wir erhalten also analog der Gleichung (115) auf S. 259 den Mittelwert über eine ganze Periode:

$$(B \cdot i_2)_{mittel} = \frac{B_{max} \cdot i_{2max} \cdot \sin \gamma}{2 \gamma}.$$

Wenn wir die Zugkraft in Dyn haben wollen, müssen wir die Stromstärke im absoluten Maß einführen ($1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} \text{ cgs}$). Nach dem Laplaceschen Gesetz haben wir dann das Produkt aus Feldstärke und Stromstärke mit der gesamten Leiterlänge des Rotors, also mit $z_2 \cdot b$ zu multiplizieren. Das ergibt mit Hilfe des obigen Wertes von $(B \cdot i_2)_{mittel}$:

$$f = \frac{B_{max} \cdot i_{2max} \cdot \sin \gamma}{2 \cdot 10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.} \quad (173)$$

Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem diese Kraft wirkt, also den Radius r des Rotors in Zentimetern. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich dem Produkt aus der Polfläche mal der Anzahl der Pole:

$$2 r \pi \cdot b = 2 p \cdot Q_l$$

oder, wenn wir für r auflösen:

$$r = \frac{p \cdot Q_l}{\pi \cdot b}.$$

Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir das Produkt $f \cdot r$ durch $981000 \cdot 100$ zu dividieren und erhalten, wenn wir gleichzeitig mit 2 erweitern:

$$M_d = \frac{f \cdot r}{9,81 \cdot 10^7} = \frac{2 p \cdot B_{max} \cdot Q_l \cdot z_2 \cdot i_{2max} \cdot \sin \gamma}{\pi \cdot 40 \cdot 9,81 \cdot 10^7} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (174)$$

Wir setzen nun, ähnlich wie in Gleichung (113) auf S. 257:

$$\frac{2}{\pi} \cdot B_{max} = B_{mittel}.$$

Demnach

$$\frac{2}{\pi} \cdot \mathbf{B}_{max} \cdot \mathbf{Q}_l = \mathbf{N}.$$

Ferner setzen wir nach Gleichung (117) auf S. 260

$$i_2_{max} = \sqrt{2} \cdot i_2,$$

wo i_2 den Effektivwert des Stromes bedeutet.

Mit Benutzung dieser Gleichungen ergibt sich:

$$M_d = 3,6 \cdot p \cdot \mathbf{N} \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (175)$$

Dabei ist die Breite 2γ für Käfigwicklung gleich Null, für Spulenwicklung gleich $\pi/3$ und für schleichende Wicklung gleich $2/3 \pi$.

Nun ergaben sich auch die Koeffizienten k für die elektromotorischen Kräfte in Gleichung (144), (145) und (146) auf S. 326 mit Hilfe des Faktors $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$. Bei verschiedenen Wicklungen des Rotors verhalten sich also die Drehmomente wie die Koeffizienten k für die im Rotor induzierten elektromotorischen Kräfte.

Das obige Resultat ergibt sich auch direkt, wenn wir den Rotor festgebremst denken, so daß die ganze auf den Rotor übertragene Leistung im Rotor oder in einem vorgeschalteten Widerstand in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Nun ist \mathbf{N} das im Rotor wirklich vorhandene Feld, das von der gemeinsamen Wirkung des Stator- und Rotorstromes geschaffen wird. Dieses Feld schneidet bei Festbremsung des Rotors mit der primären Periodenzahl $\simeq_1 = p \cdot \frac{n_1}{60}$ durch die Rotordrähte, wobei n_1 die Tourenzahl des rotierenden Feldes ist. Dabei wird im Rotor eine elektromotorische Kraft E_2 induziert, die gleiche Phase mit dem Rotorstrom hat. Wenn also z_2 die Gesamtzahl der Rotordrähte ist, so ist die auf den Rotor übertragene Leistung in allen drei Phasen zusammen gegeben durch:

$$P_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = 3 \cdot k \cdot \mathbf{N} \simeq_1 \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot i_2 = k \cdot \mathbf{N} \simeq_1 \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2. \quad (176)$$

Diese Leistung wird auf den Rotor durch ein Feld übertragen, das mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n_1}{60} = 2\pi \cdot \frac{\simeq_1}{p}$$

rotiert. *) Nun ist die Leistung in mkg pro Sekunde gleich dem Produkt aus dem Drehmoment mal der Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 multiplizieren. Wir erhalten also:

$$P_2 = M_d \cdot \omega \cdot 9,81.$$

*) In diesem Falle ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \frac{n_1}{60}$ einzusetzen, während wir sonst gewöhnlich unter ω den Wert $2\pi \simeq_1 = 2\pi \cdot p \cdot \frac{n_1}{60}$ verstanden haben.

Lösen wir für M_a auf und setzen die obigen Werte für P_2 und ω ein, so erhalten wir:

$$M_a = \frac{k \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81}. \quad (177)$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob der Rotor läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von N und i_2 dieselben sind. Setzen wir die auf S. 326 angegebenen Werte für k ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wickelungen die gleichen Werte, wie wir sie oben berechnet haben, und damit zugleich eine Bestätigung unserer Rechnung.

Es ist nun von Interesse, das Drehmoment des Drehstrommotors mit dem eines Gleichstrommotors zu vergleichen. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gleichung (98) auf S. 220:

$$M_a = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot p \cdot N \cdot z \cdot \frac{i_a}{2a} \cdot 10^{-10}.$$

Dabei ist $i_a/2a$ die Stromstärke pro Ankerleiter.

Für Käfigwicklung erhalten wir aus Gleichung (175) den Faktor 3,6. Das Drehmoment des Drehstrommotors ist also für gleiche Verhältnisse bei Käfigwicklung um 10 % größer als das des Gleichstrommotors.

122. Berechnung der Schlüpfung.

Wie wir in Abschnitt 117 sahen, läuft der völlig unbelastete Rotor synchron mit dem Felde, also mit der Tourenzahl

$$n_1 = \frac{\simeq_1 \cdot 60}{p}.$$

Wie wir ferner sahen, ist die Tourenzahl n bei Belastung so viel geringer als die Tourenzahl n_1 des rotierenden Feldes, daß durch die Kraftlinienschnitte eine genügende elektromotorische Kraft E_2 im Rotor zustande kommt. Dadurch wird ein Rotorstrom geschaffen, der nach den Gleichungen des vorigen Abschnittes das erforderliche Drehmoment liefert.

Die Schlüpfung oder die Periodenzahl \simeq , mit der die Rotordrähte geschnitten werden, entspricht dann der Differenz der Tourenzahl des Feldes und des Rotors:

$$\simeq = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p.$$

Dieser Schlüpfung entspricht eine geringe, in den Rotordrähten induzierte elektromotorische Kraft E_2 , die sich nach der bekannten Gleichung berechnet:

$$E_2 = k \cdot N \simeq z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Nun verstehen wir unter N das tatsächliche, den Rotor schneidende Feld, wie es zustande kommt durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes. Wir haben daher, wie schon wiederholt bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft E_2 und dem Rotorstrom i_2 . Bezeichnet also w_2 den Rotorwiderstand pro Phase, so ergibt sich:

$$E_2 = i_2 \cdot w_2.$$

Die im Rotor in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung ist dann in allen drei Phasen zusammen:

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = k \cdot N \sim z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2. \quad (178)$$

Dabei ist z_2 für $3 \cdot z_2'$ eingesetzt. Mit Benutzung der Gleichung (176) erhalten wir dann:

$$\frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1}. \quad (179)$$

Die prozentischen Verluste im Rotor sind also gleich der prozentischen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so konstruiert, daß die Schlüpfung nur wenige Prozente beträgt. Es ist ferner klar, daß man durch Veränderung des Rotorwiderstandes bei der Konstruktion in einfacher Weise eine Veränderung der Schlüpfung erreichen kann.

Es ist von besonderem Interesse, dieses Verhalten des Drehstrommotors mit dem eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für diesen gilt die Gleichung

$$e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a \cdot w_a.$$

Darin ist $e \cdot i_a$ die auf den Anker übertragene Leistung, während $E \cdot i_a$ der in mechanische Leistung umgesetzte Effekt ist. Beide Leistungen verhalten sich also wie e zu E , d. h. wie die Tourenzahl n_0 bei absolutem Leerlauf zur Tourenzahl n bei Belastung:

$$\frac{E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{n}{n_0}.$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{e \cdot i_a - E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{i_a^2 \cdot w_a}{e \cdot i_a}.$$

Der prozentische Tourenverlust bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf ist also auch beim Nebenschlußmotor gleich dem prozentischen Effektverlust im Anker.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo die Schlüpfung 100 % beträgt. Dieser Fall tritt beim Anlassen ein, wo im ersten Moment der Rotor noch stillsteht. Dann schneidet das rotierende Feld mit der großen Periodenzahl \sim_1 durch die Rotordrähte und induziert in ihnen eine außerordentlich starke elektromotorische Kraft. Der Strom im Rotor (und entsprechend auch im Stator) wird dabei so stark, daß der Rotor in vielen Fällen beschädigt und eventuell der Betrieb durch die plötzliche übermäßige Stromentnahme gestört wird. Daher lassen sich Kurzschlußanker im allgemeinen nur für kleinere Motoren verwenden. Eventuell sind dabei noch Anlaufwiderstände in den Statorleitungen vorzusehen, damit nicht durch plötzlichen starken Stromverbrauch benachbarte Lampen gestört werden. Kurzschlußanker werden auch verwendet, wo man die Motoren vor dem Einschalten auf die normale Tourenzahl bringen kann, oder wo man den Generator zugleich mit dem Motor anlaufen lassen kann.

In allen anderen Fällen muß man Phasenanker verwenden und den Rotorstrom im Augenblick des Anlassens durch Anlafswiderstände im Rotorkreis abschwächen. Solche Phasenanker sind natürlich ebensogut in Dreieckschaltung wie in Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar mechanisch in sich geschlossen; elektrisch aber würde man sie, wie beim Generator, so lange als offen bezeichnen müssen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlafswiderstand oder Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlafswiderstände werden natürlich am besten in Sternschaltung angeordnet.

Als Anlafswiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden eine Verringerung des Widerstandes erzielt. Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß die Anlafswiderstände im Rotorkreise nicht bloß dazu dienen, den Anlaufstrom zu verringern, sondern auch dazu, das Drehmoment beim Anlaufen zu erhöhen (vergl. Abschnitt 126).

Die Gleichung (179) zeigt, daß man durch Einschaltung eines Widerstandes im Rotorkreis die Schlüpfung vergrößern, also die Tourenzahl verringern kann. Doch ist dabei, ähnlich wie beim Nebenschlußmotor mit Vorschaltwiderstand, der Effektverlust bedeutend. Außerdem ist die Tourenzahl dann bei jeder Belastungsschwankung stark veränderlich. Eine Umschaltung der Statorwicklung auf verschiedene Polzahl ist möglich, aber umständlich. Unter Umständen läßt man den Rotor des einen Motors, anstatt auf Vorschaltwiderstände, auf den Stator des anderen arbeiten und erniedrigt dadurch die Tourenzahl etwa im Verhältnis 1 : 2 (Kaskadenschaltung). Immerhin macht die unter gewöhnlichen Verhältnissen fast konstante Tourenzahl den Drehstrommotor für manche Zwecke ungeeignet.

Von besonderem Interesse ist nun die Untersuchung eines festgebremsten Phasenankers, in dessen Rotorkreis Widerstand eingeschaltet ist. Die gesamte auf den festgebremsten Rotor übertragene Leistung wird dann im Anker und im Vorschaltwiderstand in Joulesche Wärme umgesetzt und der Motor verhält sich genau wie ein Transformator. Unter Voraussetzung gleicher Stromstärke ist dabei die Gesamtleistung im Rotorkreis dieselbe wie die bei Betrieb auf den rotierenden Anker übertragene Leistung. Die gemessene Joulesche Leistung bei Festbremsung kann also sehr bequem zur Bestimmung der mechanischen Leistung dienen, die der Motor bei Betrieb mit demselben Strom hergeben würde. Zugleich wird das Verständnis des Drehstrommotors umgemein erleichtert, wenn man ihn als einen Transformator betrachtet, auf den alle früher besprochenen Gesetze des gewöhnlichen Transformators anwendbar sind. Daß das Kraftlinienfeld beim gewöhnlichen Transformator ein schwingendes, beim Drehstrommotor aber ein rotierendes ist, begründet keinen wesentlichen Unterschied.

Achtzehntes Kapitel.

123. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung. — 124. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste. — 125. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm. — 126. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment. — 127. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste. — 128. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes. — 129. Bequemste Form des Kreisdiagramms. — 130. Praktisches Beispiel. — 131. Der Streuungsfaktor.

123. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Streuung gleich Null ist, daß also z. B. zwischen den Stegen der Stator- oder Rotorzähne keine Kraftlinien verlaufen. Dann existiert nur ein einziger Kraftfluß, der gleichmäßig das Stator- und Rotoreisen und den Luftweg durchdringt.

Dieser Kraftfluß kommt durch die resultierende Wirkung des Stator- und Rotorstromes zustande. Wir wollen nun annehmen, daß der Kraftfluß N in Fig. 248 gerade bei A ein positives und bei B ein negatives Maximum hat. Dann bildet das Kraftlinienfeld bei A die Mitte eines Nordpols und bei B die Mitte eines Südpols.

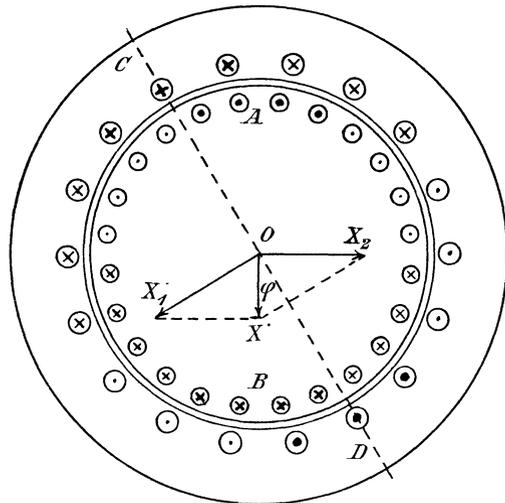


Fig. 248.

Die Kraftlinien dieses Feldes sind also gerade von oben nach unten gerichtet und wir zeichnen daher den Vektor der resultierenden Erregung OX vertikal von oben nach unten.

Wenn nun das Feld im Sinne des Uhrzeigers rotiert, so induziert es im Rotor einen Strom, der bei A und B ein Maximum ist. Wir

sehen dann nach der Faradayschen Regel bei A die Spitze und bei B den Schaft des Strompfeiles in den Rotordrahnten. Jede Phase des Rotors ist im vorliegenden Falle in 4 Löchern gewickelt. Wir zeichnen also in den Löchern des Rotors bei A und B den Schaft und die Spitze des Strompfeiles besonders stark. In den benachbarten Phasen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Der Vektor der vom Rotor ausgeübten Erregung OX_2 verläuft dann von links nach rechts, da er in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie die vom Rotor allein erzeugten Kraftlinien.

Damit nun die resultierende Erregung X zustande kommt, muf notwendig die Statorerregung nach Gröſse und Phase gleich OX_1 sein. Das Maximum des Statorstromes liegt also bei C und D , und zwar haben wir bei C den Schaft und bei D die Spitze des Strompfeiles anzudeuten. Jede Statorphase ist im vorliegenden Falle in 3 Löchern gewickelt. Wir zeichnen in der Phase bei C und D die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Phasen halb so stark.

Fig. 248 zeigt nun:

1. dafs der primäre und sekundäre Strom wie beim Transformator einander wesentlich entgegengesetzt sind;
2. dafs der induzierte Strom im Rotor da am stärksten ist, wo das den Rotor schneidende, resultierende Feld am stärksten ist;
3. dafs der Vektor des Rotorstromes senkrecht auf dem Vektor des Feldes, das den Rotor schneidet, steht.

Bedenken wir nun, dafs das Feld nicht blof durch den Rotor, sondern auch durch den Stator schneidet, so ergibt sich, dafs die maximale elektromotorische Kraft im Stator im gezeichneten Augenblick bei A und B induziert wird, während der Statorstrom bei C und D ein Maximum ist. Es ergibt sich also:

4. dafs der Statorstrom hinter der Statorspannung um den in der Figur gezeichneten Winkel φ zurückbleibt.

Diese verhältnismäfsig grose Phasenverschiebung ist darin begründet, dafs die Drehstrommotoren sich ihr eigenes Feld schaffen (Induktionsmotoren), und dafs dazu wegen des Luftzwischenraumes ein verhältnismäfsig starker, wattloser Strom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Trotzdem man den Abstand zwischen Anker und Stator oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird der Wert $\cos \varphi = 0,9$ nur bei gröſseren Motoren erreicht und nur bei besonders grosen Motoren noch überschritten. Der wattlose Strom bildet nun, wie wir früher sahen, eine unnötige Belastung des Drahtquerschnittes im Generator, im Netz und im Motor. Drehstrommotoren müssen also verhältnismäfsig grofer konstruiert werden als Gleichstrommotoren oder Synchronmotoren. Endlich wird der starke Magnetisierungsstrom besonders unangenehm bei Leerlauf.

Wir gehen nun dazu über, die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors rechnerisch zu bestimmen. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft ist, wenn der Ohmsche Spannungsverlust im Stator gering ist, fast gleich der konstanten, pro Phase an den Stator gelegten Spannung e_1 . Andererseits ist sie von der Kraftlinienzahl N abhängig, die beim streuungslosen Motor dem Rotor und dem Stator gemeinsam ist. Wir erhalten also die im Stator induzierte elektromotorische Kraft E_1 zu:

$$E_1 = k \cdot N \sim_1 z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Ist aber der Wert von E_1 gleich dem Wert von e_1 , also konstant, so muß auch nach der obigen Gleichung das resultierende Feld N konstant sein.

Wenn nun dieses gemeinsame Feld mit einer der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl \sim durch die Rotordrähte schneidet, so induziert es in ihnen eine elektromotorische Kraft

$$E_2 = k \cdot N \sim z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Der Einfachheit wegen setzen wir bei Stator und Rotor die gleiche Art der Wickelung voraus, so dass der Faktor k für Stator und Rotor der gleiche ist.

Der Rotorstrom ergibt sich dann zu $i_2 = E_2/w_2$, er ist also der Periodenzahl der Schlüpfung proportional. Wir erhalten demnach, wenn c_1 einen konstanten Faktor bedeutet:

$$i_2 = c_1 \sim.$$

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (177) auf S. 434 durch das Produkt aus dem Rotorstrom i_2 und der Kraftlinienzahl N . Die letztere ist in unserem Falle konstant, während der Rotorstrom der Schlüpfung proportional ist. Wir erhalten daher, wenn c_2 einen konstanten Faktor bedeutet:

$$M_d = c_2 \cdot \sim.$$

Die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 ist ebenfalls nach Gleichung (176) auf S. 433 dem Produkt aus der Kraftlinienzahl und dem Rotorstrom proportional. Bei konstanter Kraftlinienzahl ist sie also der Schlüpfung proportional. Wenn also c_3 einen konstanten Faktor bedeutet, so ergibt sich:

$$P_2 = c_3 \sim.$$

Die mechanische Leistung P ergibt sich endlich, wenn wir von der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung den Effektverlust durch Joulesche Wärme im Rotor abziehen. Nun sind die Verluste durch Joulesche Wärme dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Es ergibt sich also, wenn c_4 einen konstanten Proportionalitätsfaktor und w_2 den Rotorwiderstand pro Phase bedeutet:

$$P = P_2 - 3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = c_3 \sim - c_4 \cdot \sim^2.$$

Wir tragen nun in Fig. 249 die Tourenzahl als Abszisse und den Rotorstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die mechanische Leistung als Ordinaten auf. Ist dann OA die Tourenzahl n_0 bei absolutem Leerlauf und OB die Tourenzahl n bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist $OA - OB = AB$ der Tourenverlust durch Schlüpfung. Der Rotorstrom i_2 , das Drehmoment M_d und die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 sind diesem Tourenverlust proportional und werden daher durch die Ordinaten der Geraden in Fig. 249 dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung durch die Ordinate der Parabel gegeben. Sie ist gleich Null im Punkte O , wo die Tourenzahl gleich Null ist, wo also der Motor festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte A , also bei absolutem Leerlauf. Für eine Schlüpfung von 50 0/0, d. h. bei einer Tourenzahl n gleich $n_0/2$ erreicht die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Der normale Betrieb liegt natürlich viel weiter nach rechts, denn dann ist die Schlüpfung und der Verlust im Rotor verhältnismäßig gering, also der Wirkungsgrad verhältnismäßig hoch.

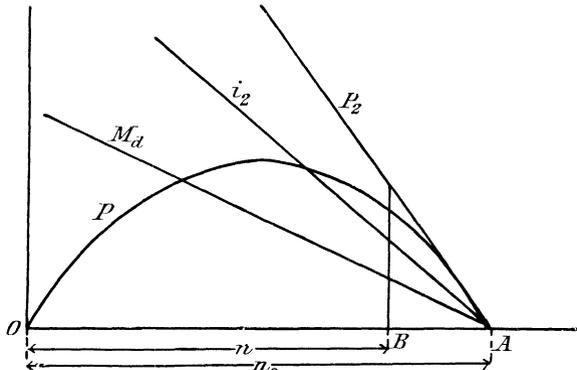


Fig. 249.

Der praktisch ausgeführte Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen idealen Motor besonders durch das Drehmoment beim Anlassen und durch die Überlastungsfähigkeit.

Beim Anlassen ist die Tourenzahl gleich Null und dafür ergibt unser Diagramm ein besonders großes Drehmoment. Dagegen ist das Anlaufmoment beim praktisch ausgeführten Motor infolge der Streuung besonders klein. Man erreicht dann das Anziehen mit Belastung nur durch Einschaltung von Widerständen in den Rotorkreis.

Wir können uns dabei vorstellen, daß der starke Anlaßstrom, der bei 100 0/0 Schlüpfung induziert wird, infolge der Selbstinduktion des Stators und des Rotors das magnetische Feld N außerordentlich schwächt, und daß das Drehmoment infolgedessen besonders klein wird. Demnach hat der Anlaßwiderstand nicht bloß den Zweck, eine zu große Stromdichte

im Motor zu verhindern, sondern auch ein hohes Drehmoment beim Angehen zu erzielen. Zum vollständigen Verständnis dieser Tatsachen kommen wir allerdings erst im folgenden Abschnitt durch das Heylandsche Kreisdiagramm.

124. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste.*)

Wir betrachten zunächst die durch die Streuung geschaffenen physikalischen Verhältnisse und gehen dann mit Hilfe des Vektordiagramms zur rechnerischen Behandlung über.

Bei Leerlauf besteht das gesamte Feld im Stator oder das sogenannte Hauptfeld aus dem auf den Rotor übertragenen Luftfeld und aus dem primären Streufeld N_{s_1} . Beide Felder werden durch den Leerstrom geschaffen, sind phasengleich und verhalten sich umgekehrt wie die magnetischen Widerstände des Luftfeldes und des primären Streufeldes.

Bei Belastung kommt, wie beim Transformator, das Luftfeld N_l durch die Entgegenwirkung des Stator- und Rotorstromes zustande.

Dieses Luftfeld durchdringt nach der älteren Anschauung den Rotor (Fig. 250) und induziert in ihm eine elektromotorische Kraft, die für Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion verbraucht wird. Die Ohmsche Spannung im Rotor kommt dann zustande durch zwei elektromotorische Kräfte, die vom Luftfeld N_l und vom Rotorstrefeld N_{s_2} induziert werden.

Dabei werden im Rotor zwei verschiedene Kraftlinien angenommen, die sich in Wirklichkeit zu dem tatsächlich im Rotor vorhandenen Kraftfluß N zusammensetzen. Daher folgen wir besser der neueren Anschauung, daß von dem Luftfeld N_l nur ein Teil N durch den Rotor fließt, während ein Teil N_{s_2} infolge des von den Rotorwindungen ausgeübten Gegendrucks in den sekundären Streuweg gedrängt wird (Fig. 251).

*) Die geschichtliche Entwicklung des Heylandschen Diagramms ist hochinteressant. Heyland gab in der ETZ am 11. Oktober 1894, sowie 1895 S. 649 und 823 zuerst den Diagrammkreis. Behrend veröffentlichte 1896 in der ETZ S. 63 zuerst die Ableitung auf analytischem Wege, wobei aber ein kleiner Fehler bei Bestimmung des Rotorstromes vorkam. Die bequeme Bestimmung der Schlüpfung und der Verluste gab Heyland 1896 in der ETZ S. 138 (vergl. auch Heyland, Eine Methode zur experimentellen Untersuchung an Induktionsmotoren, Voits Sammlung elektrotechnischer Vorträge Bd. II, 1900). — Emde veranlaßte dann durch seinen Brief in der ETZ 1900, S. 781 eine interessante Diskussion, wodurch die Auffassung von Behrend richtig gestellt wurde. — Die exakte Berücksichtigung der Statorverluste gab dann Ossanna in der Wiener Zeitschrift für Elektrotechnik 1899 (vergl. den Artikel Ossannas in der ETZ 1900, S. 712, sowie einen Artikel des Verfassers in der ETZ 1903, S. 972). Übrigens ist der Ossannasche Kreis schon in der ersten Veröffentlichung Heylands enthalten.

Es sei nun in Fig. 252 LD der Vektor der den Rotor durchdringenden Kraftlinien \mathcal{N} . Die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft bleibt um 90° hinter diesem Kraftfluß zurück und ist phasengleich mit dem Rotorstrom, weil sie nach der in Fig. 251 gegebenen Anschauung allein für Ohmschen Widerstand verbraucht wird. Daraus folgt der Vektor $LB = i_2$ rechtwinklig zu LD .

Der sekundäre Streufluß $\mathcal{N}_{s_2} = LE = DA$ ist dem Rotorstrom entgegengesetzt aufzutragen, weil er nach Fig. 251 durch einen Strom erzeugt wird, der dem Gegendruck des Rotorstromes das Gleichgewicht hält.

Das Luftfeld \mathcal{N}_l ist die Summe aus dem Kraftfluß \mathcal{N} im Rotor und dem Kraftfluß \mathcal{N}_{s_2} im Rotorstreufluß. Wir erhalten also $\mathcal{N}_l = LA$.

In diesem Luftfeld wirken sich die magnetischen Drücke des Stators und Rotors entgegen. Ist also c ein konstanter Faktor, \mathcal{W} der Widerstand des Luftfeldes und ist auf Stator und Rotor dieselbe Windungszahl, so

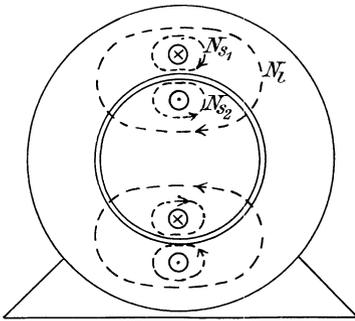


Fig. 250.

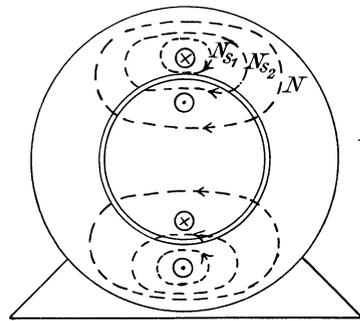


Fig. 251.

ergibt das Ohmsche Gesetz für Magnetismus den zur Überwindung der Luftstrecke verbrauchten Magnetisierungsstrom i_l aus der Gleichung

$$\mathcal{N}_l = \frac{c \cdot i_l}{\mathcal{W}}.$$

Wir nehmen nun an, es sei der Faktor $\frac{c}{\mathcal{W}} = 1$. Dies kann prinzipiell durch entsprechende Windungszahl oder entsprechende Dimensionen des Luftzwischenraumes realisiert werden. Bei einem gegebenen Motor läßt sich das durch entsprechende Wahl der Einheit des magnetischen Widerstandes erreichen, wobei natürlich die Stromstärke vorübergehend in einem andern Maß als in Ampere herauskommt. In Fig. 252 wird dann LA direkt gleich dem Magnetisierungsstrom für die Luftstrecke, wie er aus dem primären Strom i_1 und dem sekundären Strom i_2 resultiert. Es ist also, wenn wir statt der Parallelogrammkonstruktion die einfachere Dreieckskonstruktion anwenden, $AB = i_1$.

In Phase mit dem Primärstrom i_1 , also schräg nach unten, addieren wir nun zu dem Luftkraftfluß \mathcal{N}_l den primären Streufluß $\mathcal{N}_{s_1} = AO$ und

Luftwiderstandes zum primären Streuwiderstand teilt. Da sich die Kraftflüsse umgekehrt wie die parallel geschalteten Widerstände verhalten, so stellt bei Leerlauf OF den primären Streufluß und FL den Luftkraftfluß dar. Ist also i_0 der Leerstrom, so ergibt das Ohmsche Gesetz:

$$FL = \frac{c \cdot i_0}{W} = i_0.$$

Demnach ist

$$OF = \tau_1 \cdot FL = \tau_1 \cdot i_0.$$

Wenn wir nun AG parallel zu DL , also rechtwinklig zu FA ziehen, so ergibt sich:

$$FG = FL \cdot \frac{FA}{FA + AD} = i_0 \cdot \frac{\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot i_2}{\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot i_2 + \tau_2 i_2}.$$

Wenn wir umformen, und

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$$

setzen, so erhalten wir

$$FG = \frac{i_0 \cdot \tau_1}{\tau}.$$

Demnach liegt bei allen Betriebszuständen der Punkt A auf einem Halbkreise über dem Durchmesser $FG = \frac{i_0 \cdot \tau_1}{\tau}$. Wir vergrößern nun das Diagramm im Verhältnis $1 : \tau_1$. Dann wird, wenn wir gleichzeitig die Verschiedenheit der Drahtzahlen auf Rotor und Stator berücksichtigen:

$$OF = i_0, \quad FG = \frac{i_0}{\tau}. \quad (180)$$

$$OA = i_1, \quad FA = \frac{1}{1 + \tau_1} \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}. \quad (181)$$

Der Endpunkt des primären Stromvektors liegt also auf dem Halbkreise über dem Durchmesser $\frac{i_0}{\tau}$ (Fig. 253).

Wie man sieht, sind die Verhältnisse bei den verschiedenen Betriebszuständen wesentlich gegeben durch die beiden Streuungskoeffizienten τ_1 und τ_2 und den daraus folgenden Wert von τ . Die Werte von τ_1 und τ_2 liegen zwischen 0,07 und 0,02. Die Tabelle auf S. 449 gibt den Wert von τ , wenn τ_1 gleich τ_2 gesetzt wird.

125. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm.

Nach Gleichung (176) auf S. 433 war die auf den Rotor übertragene Leistung

$$P_2 = k \cdot N \sim_1 z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2.$$

Wir können jetzt die Probe machen, ob das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit in unserem Diagramm erfüllt ist.

$$M_a = \frac{3 \cdot e_1 \cdot \phi}{2\pi \sim_1 \cdot 9,81} \cdot AH = \frac{e_1 \cdot \phi}{20,5 \sim_1} \cdot AH. \quad (184)$$

Das Heylandsche Diagramm gestattet aber nicht blofs eine bequeme Ablesung der auf den Rotor übertragenen Leistung und des Drehmomentes, sondern auch eine direkte Ablesung der Schlüpfung für jeden Wert des Primärstromes i_1 . Wir benutzen dazu die durch Gleichung (179) auf S. 435 gegebene Beziehung, dafs die relativen Verluste im Rotor gleich der relativen Schlüpfung sind.

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2}.$$

Aus Gleichung (181) auf S. 444 ergibt sich nun, wenn wir einen bekannten Satz der Planimetrie auf Fig. 253 anwenden:

$$\frac{i_2^2 \cdot z_2^2}{(1 + \tau_1)^2 z_1^2} = FA^2 = \frac{i_0}{\tau} \cdot HF.$$

Wir setzen nun den daraus folgenden Wert von i_2^2 , sowie den Wert von $P_2 = 3 e_1 \cdot AH$ in die obige Formel für $\frac{\sim}{\sim_1}$ ein. Wir führen ferner für $\frac{HF}{AH}$ nach Fig. 253 den Wert $tg \beta$ ein und setzen:

$$\frac{(1 + \tau_1)^2}{\tau} \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} \cdot \frac{i_0 \cdot w_2}{e_1} = C. *) \quad (185)$$

Dadurch erhalten wir:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot tg \beta. \quad (186)$$

Die relative Schlüpfung ist also der Tangente des Winkels β proportional. Um sie graphisch zu ermitteln, ziehen wir in Fig. 253 den Strahl GK , so dafs die Bedingung erfüllt ist:

$$tg \beta_0 = \frac{1}{C}. \quad (187)$$

Ist J der Schnittpunkt dieses Strahles mit dem Halbkreis, so ergibt sich für den Betriebszustand mit dem primären Strom OJ :

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot tg \beta_0 = 1.$$

Die Schlüpfung erreicht also bei dem primären Strom OJ den Wert 100%, d. h. der Rotor steht still. OJ ist also der Kurzschlussstrom, d. h. der primäre Strom bei festgebremstem Rotor oder im Augenblicke des Anlassens.

*) Die Gröfse $\frac{z_1^2 \cdot w_2}{z_2^2}$ ist der auf die Primärwicklung reduzierte sekundäre Widerstand, wie wir ihn schon beim Transformator kennen gelernt haben. Bei ungleichen Wicklungen auf Stator und Rotor ist in den Gleichungen (181) und (185) $k_1 \cdot z_1$ statt z_1 und $k_2 \cdot z_2$ statt z_2 zu setzen (vergl. S. 425).

Wir fällen nun von einem Punkte K des Strahles GJ eine Senkrechte KN auf den Kreisdurchmesser, so daß KN gleich 100 mm ist. Diese Senkrechte schneidet die Verbindungslinie GA im Punkte M . Dann ergibt sich bei dem primären Strom OA nach Gleichung (186):

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{MN}{KN}.$$

Da KN gleich 100 mm gemacht war, so gibt die Länge MN in Millimetern direkt die prozentische Schlüpfung an.

Wir können nun, um die mechanische Leistung des Motors zu bestimmen, die auf den Rotor übertragene Leistung um einen der Schlüpfung entsprechenden Betrag vermindern. Einfacher ergibt sich jedoch die mechanische Leistung, wenn wir die Verbindungslinie FJ ziehen, die die Ordinate AH im Punkte P schneidet. Dann ist der Winkel FPH gleich β_0 und wir erhalten:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{HF}{AH} \cdot \frac{HF}{PH} = \frac{PH}{AH}.$$

Nun war die relative Schlüpfung gleich dem relativen Verluste im Rotor. Wir erhalten also:

$$\frac{3 i_2^2 \cdot w_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1} = \frac{PH}{AH}.$$

Da AH ein Maß für die dem Rotor zugeführte Leistung P_2 ist, so ist in demselben Maßstabe PH der Verlust im Rotor, und die Differenz AP die mechanische Leistung P . Wir erhalten also mit Berücksichtigung der Gleichung (183) auf S. 445 die mechanische Leistung zu

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot AP \text{ Watt.}$$

Diese mechanische Leistung P besteht aus der für Reibung verbrauchten Leistung und aus der Nutzleistung.

126. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment.

Die induzierte elektromotorische Kraft bleibt allgemein um 90° hinter dem magnetisierenden Strom zurück, und ihr Vektor wäre also in Fig. 254 senkrecht nach unten zu zeichnen. Unter Vernachlässigung der primären Verluste ist der Vektor der Klemmspannung dem Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft direkt entgegen gerichtet. Er bildet also mit dem primären Stromvektor den in Fig. 254 gezeichneten Winkel φ . Wie man sieht, ist die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke am geringsten, wenn der primäre Stromvektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Für diesen Betriebszustand ist also der Motor zu konstruieren. Der maximale Leistungsfaktor ergibt sich dann durch die Beziehung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{i_0/2\tau}{i_0/2\tau + i_0} = \frac{1}{2\tau + 1}. \quad (188)$$

Der maximale Leistungsfaktor hängt also unter Vernachlässigung der primären Verluste allein vom Streufaktor τ ab.

Die unten folgende Tabelle gibt den maximalen Leistungsfaktor für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten unter der Annahme, daß τ_1 gleich τ_2 ist. Wir erkennen aus der Tabelle, daß ein Wert $\cos \varphi = 0,9$ nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei ein Koeffizient $\tau_1 = \tau_2 = 0,03$ erfordert wird. *) Ferner ergibt sich, daß bei gegebenem Wert von τ der günstigste Betriebsstrom i_1 , dessen Vektor die Tangente bildet, in einer bestimmten Beziehung zum Werte von i_0 steht. Diese Beziehung ist durch die Gleichung

$$\frac{i_0/2\tau}{i_1} = (\cot \varphi)_{max}$$

gegeben.

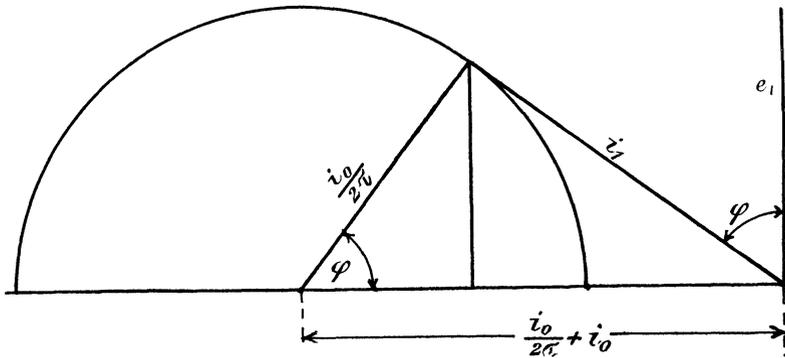


Fig. 254.

Daraus ergibt sich das Verhältnis des Leerstromes zum günstigsten Betriebsstrom. Die betreffenden Werte von i_0/i_1 sind in der Tabelle für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten berechnet. Man erkennt daraus, daß unter der Annahme eines günstigsten normalen Betriebs-

*) Heyland erreicht einen Wert $\cos \varphi = 1$, indem er den Magnetisierungsstrom nicht dem Stator, sondern mit Hilfe eines aus wenigen Lamellen bestehenden Kollektors dem Rotor zuführt. Da die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft nur der geringen Periodenzahl der Schlüpfung entspricht, so genügt eine ganz geringe Spannung, um den Magnetisierungsstrom durch die Rotorwicklung zu treiben. Gewöhnlich wird diese Spannung von einzelnen Statorspulen abgenommen. Infolgedessen ist der Verbrauch dieses wattlosen Stromes fast ohne Einfluß auf den ganzen, dem Stator zufließenden Strom, und die Phasenverschiebung zwischen der primären Spannung und dem primären Strom ist gleich Null (vergl. ETZ 1901, S. 633; 1902, S. 28 u. 533; 1903, S. 51, 72, 95 u. 213).

zustandes der Leerstrom $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{3}$ des Betriebsstromes ist. Dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom wird durch den Luftraum zwischen Stator und Rotor veranlaßt und bildet, obgleich er wattloser Strom ist, einen der größten Nachteile des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2% im Stator und Rotor ist der Leerstrom immer noch das 0,197 fache des normalen Betriebsstromes. So z. B. hat ein 500 PS Motor der Firma Alioth,*) der wegen seiner Größe besonders günstig gestellt ist, einen Leerstrom von 9,3 Ampere bei einem normalen Betriebsstrom von 50 Ampere. Das Verhältnis $i_0 : i_1$ ist also $9,3 : 50 = 0,186$. Wir können bei diesem Motor nach unserer Tabelle auf einen Streuungsfaktor $\tau_1 = \tau_2 = 0,02$ schließen, in der sicheren Voraussetzung, daß der normale Stromvektor von 50 Ampere die Tangente an den Halbkreis bildet.

Um nun die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei normalem Betrieb mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der primäre Vektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Ist i_1 wieder der normale Strom, d. h. die Tangente, so ist $i_1 (\cos \varphi)_{max}$ nach Gleichung (184) auf S. 446 ein Maß für das normale Drehmoment, während der Radius des Halbkreises $\frac{i_0}{2\tau}$ ein Maß für das maximale Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit nach der Gleichung:

$$\frac{\text{Maximales Drehmoment}}{\text{Normales Drehmoment}} = \frac{i_0/2\tau}{i_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}} = \frac{i_0/i_1}{2\tau \cdot (\cos \varphi)_{max}}$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten vertikalen Reihe in der folgenden Tabelle berechnet.

$\tau_1 = \tau_2$	$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	$\cos \varphi_{max} = \frac{1}{2\tau + 1}$	$\frac{i_0}{i_1} = 2\tau \cdot (\cos \varphi)_{max}$	Überlastungsfähigkeit $= \frac{i_0/i_1}{2\tau \cdot (\cos \varphi)_{max}}$
0,07	0,145	0,776	0,355	1,58
0,06	0,124	0,802	0,33	1,65
0,05	0,103	0,83	0,305	1,78
0,04	0,082	0,86	0,275	1,95
0,03	0,061	0,892	0,24	2,2
0,02	0,040	0,925	0,197	2,63

Man erkennt aus dieser Tabelle, daß eine Überlastung auf das 2,6fache des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments schwer erreicht wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so konstruieren, daß sein normaler primärer Stromvektor kleiner ist als die Tangente. Das wird den Winkel φ nur unwesentlich vergrößern,

*) Vergl. ETZ 1901, S. 547.

während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

Von besonderem Interesse ist nun das Drehmoment beim Angehen oder das Anzugsmoment. Ist der Rotorwiderstand gleich Null, so ergibt sich nach Gleichungen (185) und (187) auf S. 446:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{1}{C} = \frac{\tau \cdot z_2^2 \cdot e_1}{(1 + \tau_1)^2 \cdot z_1^2 \cdot w_2 \cdot i_0} = \infty.$$

Der Winkel β_0 ist dann 90° und die Punkte J und G in Fig. 253 fallen zusammen. OG ist also der theoretische Anlaufstrom im Stator, falls der Rotorwiderstand gleich Null ist. In diesem Falle ist auch die Kreisordinate und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null.

Aber auch wenn der praktische Wert des Rotorwiderstandes in die Gleichung für β_0 eingesetzt wird, ist die Richtung des Strahles OJ immer noch sehr steil. Der Punkt J , der dem Moment des Anlaufens entspricht, liegt also noch sehr niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist sehr gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaufwiderstandes im Rotorkreis der Widerstand w_2 beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der obigen Gleichung der Winkel β_0 kleiner, so daß die Kreisordinate und das Drehmoment beim Anlassen vergrößert werden. Damit der Motor mit seinem maximalen Drehmoment angeht, muß $\beta_0 = 45^\circ$, also $\operatorname{tg} \beta_0 = 1$ werden. Bezeichnet W_2 den Widerstand der Rotorwicklung und des Anlassers pro Phase, so ergibt sich für diesen Fall, also für $\beta_0 = 45^\circ$:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{\tau \cdot z_2^2 \cdot e_1}{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot z_1^2 \cdot W_2} = 1$$

oder

$$W_2 = \frac{\tau \cdot z_2^2 \cdot e_1}{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot z_1^2}.$$

Bei diesem Widerstand im Rotorkreis geht der Motor mit seinem maximalen Drehmoment an.

127. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste.

Wir haben bisher angenommen, daß der Ohmsche Spannungsverlust im Stator vernachlässigt werden kann. Dann ist die Klemmspannung e_1 gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Gegenkraft E_1 und sie bildet mit dem Vektor des Leerstromes i_0 einen Winkel von 90° . In Wirklichkeit hat die Klemmspannung e_1 nicht bloß die elektromotorische Gegenkraft E_1 zu überwinden, sondern auch den Ohmschen Spannungsverlust $i_1 \cdot w_1$ zu liefern. Wir lassen nun in Fig. 255 den Vektor der Klemmspannung in die Ordinatenachse fallen und lassen den primären Stromvektor $i_1 = OP$ um den Winkel φ hinter der Klemmspannung zurückbleiben. In Richtung von i_1 tragen wir den Ohmschen Spannungsverlust

Darin ist nach der Figur:

$$x_2 = x \cdot w_1, \quad y_2 = y \cdot w_1, \quad E_1^2 = e_1^2 + i_1^2 \cdot w_1^2 - 2 e_1 \cdot i_1 \cdot w_1 \cdot \cos \varphi.$$

Daraus folgt, indem $i_1 \cdot \cos \varphi = y$ und $i_1^2 = x^2 + y^2$ gesetzt wird:

$$x_1 = \frac{m \cdot e_1 - m \cdot y \cdot w_1}{e_1}, \quad y_1 = \frac{m \cdot x \cdot w_1}{e_1},$$

$$r_1^2 = \frac{r^2}{e_1^2} [e_1^2 + (x^2 + y^2) \cdot w_1^2 - 2 e_1 \cdot w_1 \cdot y].$$

Der Punkt A liegt nun auf dem Kreise mit dem Mittelpunkt P_1 , er erfüllt also mit seinen Koordinaten x und y die Gleichung:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2.$$

Darin führen wir für x_1 , y_1 und r_1^2 die berechneten Werte ein und setzen:

$$m^2 - r^2 = s^2, \quad z^2 = e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2.$$

Dann erhalten wir nach einigen Umformungen:

$$x^2 + y^2 - \frac{2m \cdot e_1^2}{z^2} \cdot x - \frac{2s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} \cdot y = -\frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}.$$

Wir setzen nun:

$$p = \frac{m \cdot e_1^2}{z^2}, \quad (189)$$

$$q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2}, \quad (190)$$

addieren links und rechts $p^2 + q^2$ und setzen:

$$R^2 = p^2 + q^2 - \frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}. \quad (191)$$

Dadurch erhalten wir:

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = R^2.$$

Der Punkt P liegt also auf einem Kreise (Fig. 256), dessen Mittelpunktskoordinaten gleich p und q sind und dessen Radius gleich R ist.

Man nennt diesen Kreis den Ossannaschen Kreis. Setzen wir nun die betreffenden Werte von p und q in die Gleichung (191) ein und erweitern im letzten Gliede mit

$$z^2 = e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2,$$

so erhalten wir:

$$R^2 = \frac{m^2 \cdot e_1^4}{z^4} + \frac{s^4 \cdot e_1^2 \cdot w_1^2}{z^4} - \frac{s^2 \cdot e_1^2 \cdot (e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2)}{z^4}.$$

Nach Auflösen der Klammer heben sich zwei Glieder weg und wir erhalten:

$$R^2 = \frac{m^2 \cdot e_1^4}{z^4} - \frac{s^2 \cdot e_1^4}{z^4}$$

oder, da $m^2 - s^2 = r^2$ ist:

$$R = \frac{r \cdot e_1^2}{s^2}. \tag{192}$$

Der Kreis mit dem Radius R gestattet dann, zu einem gegebenen Primärstrom i_1 direkt den zugehörigen Phasenverschiebungswinkel φ abzulesen.

Wenn wir nun in Fig. 255 den Strahl OA so ziehen, daß er mit OP den Winkel α einschließt, so bildet OA im ursprünglichen Diagramm mit e_1 denselben Winkel $\alpha + \varphi$, den der Strahl OP im verkleinerten Diagramm mit E_1 bildet. Da beide Diagrammkreise mit demselben Wert von τ konstruiert sind, so verhält sich:

$$\frac{OP}{OA} = \frac{OF_1}{OF} = \frac{E_1}{e_1}.$$

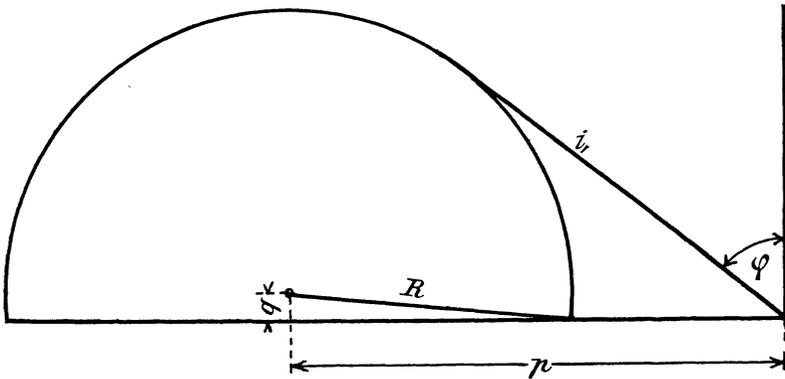


Fig. 256.

Wir können also für viele Zwecke vom Punkte A im ursprünglichen Diagramm ausgehen und das ursprüngliche Diagramm im Verhältnis $OP:OA$ reduziert und zugleich um den Winkel α nach oben gedreht denken. Dann fällt der Endpunkt des primären Stromvektors auf P , wobei P auf dem Ossannaschen Kreise liegt. Da nach der obigen Proportion die Dreiecke OPA und QP_2O ähnlich sind, so ist der Winkel OAP gleich φ . Nach dem Satze von der Gleichheit der Sehnen- und Sehnentangentenwinkel liegt dann der Punkt A des ursprünglichen Kreises und der zugehörige Punkt P des Ossannaschen Kreises auf einem Hilfskreise durch O mit dem Mittelpunkt auf der Abszissenachse.

Wir benutzen das in Fig. 257 zur graphischen Ermittlung des Ossannaschen Kreises. Es ist F der Endpunkt des Leerstromes und G der Endpunkt des Kurzschlußstromes auf dem ursprünglichen Kreise. F' und G' sind die entsprechenden Punkte auf dem Ossannaschen Kreise. Dann liegt F' auf einem Hilfskreise über OF und G' auf einem Hilfskreise über OG mit dem Mittelpunkt M_1 . Die Dreiecke $OF'F$ und $OG'G$

sind also rechtwinklig. Zugleich tangiert der Hilfskreis über OG den ursprünglichen Kreis in G , wir schließen also, daß er auch den Ossannaschen Kreis im Punkte G' tangiert. Der Mittelpunkt M_0 des Ossannaschen Kreises liegt dann auf der Verbindungslinie $G'M_1$.

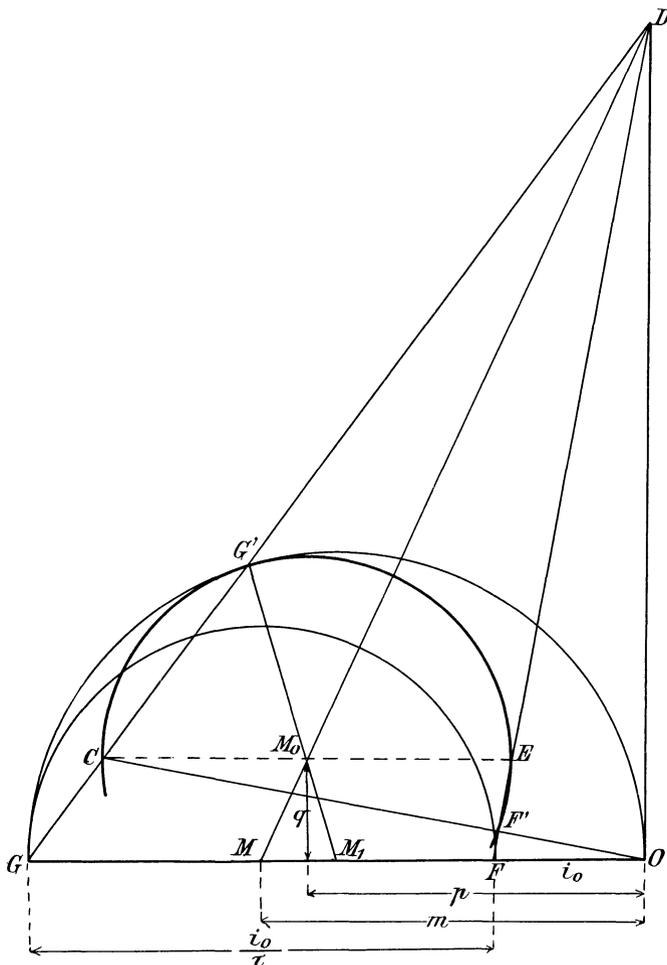


Fig. 257.

Wir verbinden nun ferner in Fig. 257 den Mittelpunkt M des ursprünglichen Kreises mit dem Mittelpunkt M_0 des Ossannaschen Kreises. Die Verbindungslinie schneidet die Ordinatenachse im Punkte D , und es ergibt sich aus der Figur:

$$\frac{m - p}{m} = \frac{q}{OD}.$$

Mit Benutzung der Gleichungen (189) und (190) erhalten wir dann:

$$OD = \frac{e_1}{w_1}.$$

Bei Leerlauf und bei Kurzschluss mit widerstandslosem Rotor verhält sich nun der Motor wie eine Drosselspule, d. h. die primäre Klemmspannung ist die Hypotenuse eines Dreiecks, dessen Ohmsche Kathete gleich dem primären Spannungsverlust ist.

Wenn wir die Seiten dieses rechtwinkligen Dreiecks durch den Widerstand w_1 dividieren, so erhalten wir als Hypotenuse $\frac{e_1}{w_1} = OD$. Die Ohmsche Kathete ist dann bei Leerlauf gleich OF' und bei Kurzschluss mit widerstandslosem Rotor gleich dem Kurzschlussstrom OG' . Die Dreiecke $OF'D$ und $OG'D$ sind also rechtwinklig. Da wir dasselbe für die Dreiecke $OG'G$ und $OF'F$ bewiesen haben, so folgt, dass die Punkte $GG'D$ und $FF'D$ je in einer Geraden liegen. Dasselbe war oben für die Punkte MM_0D der Fall. Zur Konstruktion des Ossannaschen Kreises verbinden wir also den Schnittpunkt G' des Kreises OG und der Geraden DG mit dem Punkt M_1 . Diese Verbindungslinie schneidet die Linie DM im Mittelpunkt M_0 des Ossannaschen Kreises. Dieser Kreis geht durch die Punkte F' und G' . Es schneidet dann OG' den Ossannaschen Kreis in einem Punkte E und die Verlängerung von OF' schneidet ihn im Punkte C . Es lässt sich dann nachweisen, dass die Punkte C , M_0 und E in einer Höhe liegen. Zugleich liegt dann C auf GD und E auf FD .

Die angegebene Konstruktion lässt sich nur für kleine Motore durchführen, da bei diesen der Ohmsche Widerstand einen verhältnismäßig großen Einfluss hat. Bei großen Motoren mit gutem Wirkungsgrad wird die Strecke $OD = \frac{e_1}{w_1}$ so groß, dass sie sich nicht mehr zeichnen lässt. Der Einfluss des Statorwiderstandes zeigt sich dann nur darin, dass der Kreismittelpunkt um die Strecke q fast senkrecht nach oben verschoben wird, während der Durchmesser fast genau gleich $\frac{i_0}{\tau}$ ist. Ist z. B., wie bei einem 600 PS-Motor der Maschinenfabrik Örlikon:*)

$$e_1 = 1900, \quad i_0 = 36, \quad w_1 = 0,4, \quad \tau = 0,117,$$

dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} r &= \frac{i_0}{2\tau} = 154, \\ m &= i_0 + \frac{i_0}{2\tau} = 190, \\ s^2 &= m^2 - r^2 = 12400, \\ z^2 &= e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2 = 3600 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Wenn wir also bei z^2 das zweite Glied vernachlässigen, so machen wir nur einen Fehler von 2 auf 3600 und es wird $z^2 = e_1^2$. Nach Gleichung (189) wird dann $p = m$ und nach Gleichung (192) $R = r$.

*) Vergl. ETZ 1900, Heft 52.

Der Radius bleibt also der ursprüngliche und der Mittelpunkt liegt senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises in der Entfernung:

$$q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} = \sim \frac{s^2 \cdot w_1}{e_1} = 2,6.$$

128. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes.

In Fig. 258 ist der ursprüngliche Diagrammkreis mit dem Radius $r = \frac{i_0}{\tau}$ gestrichelt gezeichnet, während der Ossannasche Kreis stark ausgezogen und der Hilfskreis durch O schwach ausgezogen ist. Im vorigen Abschnitt ergab sich dann die Ähnlichkeit der Dreiecke OPA und QP_2O . Wenn wir nun die Ordinate PK ziehen, so ist auch der Winkel OPK

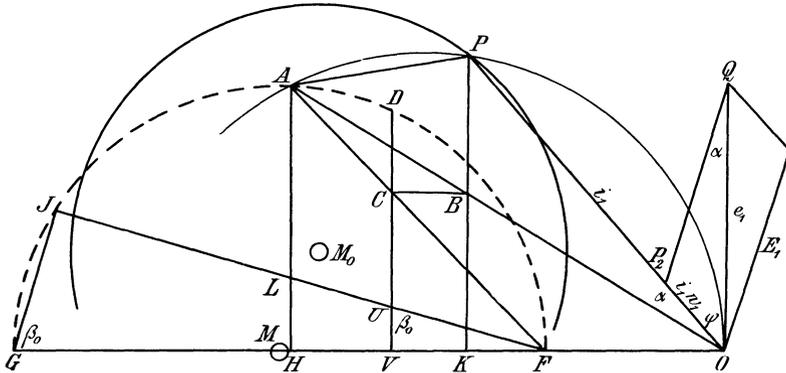


Fig. 258.

gleich φ . Demnach ist auch das Dreieck OBP dem Dreieck OPA und dem Dreieck QP_2O ähnlich und es verhält sich:

$$\frac{PB}{i_1 \cdot w_1} = \frac{i_1}{e_1}.$$

Die Joulesche Wärme im Stator ist dann:

$$3 i_1^2 \cdot w_1 = 3 e_1 \cdot PB.$$

Nun ist die zugeführte Leistung:

$$P_1 = 3 e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 e_1 \cdot PK.$$

Durch Subtraktion ergibt sich dann die auf den Rotor übertragene Leistung:

$$P_2 = 3 e_1 \cdot BK.$$

Nach Gl. (181) ist ferner in Fig. 255 F_1P ein Maß für den Rotorstrom. Dabei finden wir F_1P , wenn wir in unserer Figur FA im Verhältnis $E_1 : e_1 = OP : OA$ reduzieren:

$$\frac{i_2 \cdot z_2}{(1 + \tau_1) \cdot z_1} = F_1 P = FA \cdot \frac{OP}{OA}.$$

Um die Reduktion vorzunehmen, ziehen wir durch B eine Horizontale, die den Strahl FA im Punkte C schneidet. Eine Vertikale durch C schneidet den ursprünglichen Kreis im Punkte D . Dann ist nach bekannten Sätzen der Planimetrie:

$$\frac{FD^2}{FA^2} = \frac{FV}{FH} = \frac{FC}{FA} = \frac{OB}{OA}.$$

Nun ist, wenn wir mit OP erweitern:

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OB}{OP} \cdot \frac{OP}{OA} = \frac{OP^2}{OA^2}.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$FD = FA \cdot \frac{OP}{OA} = \frac{i_2 \cdot z_2}{(1 + \tau_1) \cdot z_1}.$$

Wir ziehen nun ferner den Strahl GJ unter dem Winkel β_0 gegen die Abszissenachse, wo β_0 den Gleichungen (185) und (187) auf S. 446 entspricht. Dann ist:

$$UV = \frac{FV}{i_g \beta_0}$$

und

$$FV = \frac{FD^2}{2r} = \frac{FD^2}{i_0/\tau} = \frac{i_2^2 \cdot z_2^2}{(1 + \tau_1)^2 \cdot z_1^2} \cdot \frac{i_0}{\tau}$$

Mit Benutzung dieses Wertes, sowie mit Benutzung von Gleichung (185) auf S. 446 ergibt sich:

$$UV = \frac{i_2^2 \cdot w_2}{e_1}.$$

Der Verlust im Rotor ist also:

$$3i_2^2 \cdot w_2 = 3e_1 \cdot UV.$$

Da CV gleich BK ist, so ergibt sich die mechanische Leistung zu

$$P = 3e_1 \cdot CU.$$

Da ferner die relative Schlüpfung gleich den relativen Verlusten im Rotor ist, so ergibt sich:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{UV}{CV} = \frac{LH}{AH}.$$

Zur Ermittlung der Schlüpfung dient also der Punkt A im nicht reduzierten Diagramm mit Hilfe der in Fig. 253 angegebenen Konstruktion.

129. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

Die genaue Berücksichtigung des Statorwiderstandes, wie sie in den vorigen Abschnitten vorgenommen wurde, ist umständlich. Man verwendet daher meist ein von Heyland angegebenes vereinfachtes Diagramm, wobei die Verluste im Stator und im Rotor von den Ordinaten des ursprünglichen Diagramms abgezogen werden. Der dadurch gemachte Fehler ist verhältnismäßig gering gegenüber dem durch Einfachheit des Diagramms gewonnenen Vorteil.

Im Abschnitt 127 hat sich ergeben, daß der Radius des tatsächlichen Diagrammkreises fast genau gleich $i_0/2\tau$ ist und daß der Mittelpunkt dieses Kreises um die kleine Strecke q fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt

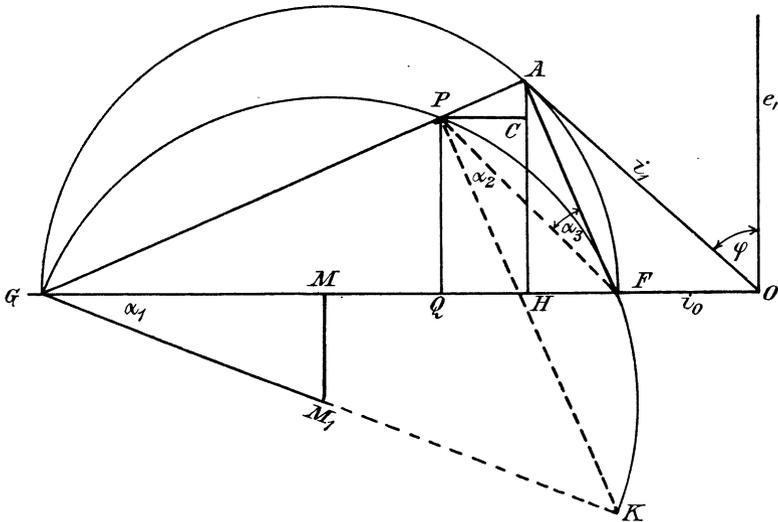


Fig. 259.

diesen Betrag q , lassen also den tatsächlichen Diagrammkreis mit dem ursprünglichen Kreis zusammenfallen. Der Vektor der primären Klemmspannung fällt dabei in die Ordinatenachse und die primär zugeführte Leistung in Fig. 259 ist

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Von dieser primär zugeführten Leistung ziehen wir nun die primären Kupferverluste ab. Zu diesem Zwecke ziehen wir den Strahl GK so, daß die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot w_1}{e_1} \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau} \right). \quad (193)$$

Der Strahl schneidet eine durch M gelegte Vertikale im Punkte M_1 . Wir schlagen nun mit M_1 als Mittelpunkt und mit M_1G als Radius einen Halbkreis. Dieser schneidet die Verlängerung von GM_1 im Punkte K und die Verbindungslinie GA im Punkte P . Durch P legen wir eine Parallele zur Abszissenachse, die die Höhe AH im Punkte C schneidet. Dann ist nach Fig. 259 $\alpha_1 = \alpha_2$ als Peripheriewinkel über gleichem Bogen. Da ferner KP parallel zu FA ist, so ist $\alpha_3 = \alpha_2 = \alpha_1$. Nun ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke AHF und PCA :

$$\frac{AC}{AP} = \frac{HF}{FA} \text{ und es ist } \frac{AP}{FA} = \operatorname{tg} \alpha_3.$$

Multiplizieren wir diese beiden Gleichungen miteinander, so erhalten wir:

$$AC = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_3 = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (\text{a})$$

Nun ergibt der allgemeine Pythagoras im Dreieck OAF :

$$i_1^2 = FA^2 + i_0^2 + 2 \cdot i_0 \cdot HF.$$

Dabei ist

$$FA^2 = GF \cdot HF = \frac{i_0}{\tau} \cdot HF.$$

Wir erhalten also:

$$i_1^2 = \frac{i_0}{\tau} \cdot HF + i_0^2 + 2 \cdot i_0 \cdot HF,$$

oder wenn wir für HF auflösen:

$$HF = \frac{i_1^2 - i_0^2}{i_0 \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau}\right)}.$$

Setzen wir diesen Wert in die obige Gleichung für AC ein, so erhalten wir mit Benutzung des oben gewählten Wertes von $\operatorname{tg} \alpha_1$:

$$AC = \frac{i_1^2 - i_0^2}{i_0 \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau}\right)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{(i_1^2 - i_0^2) \cdot w_1}{e_1}.$$

Wir vernachlässigen nun das Produkt $i_0^2 \cdot w_1$, das immer sehr klein ist, um so mehr, als wir dafür nachher bei Berücksichtigung der Leerlaufverluste eine entsprechende Korrektur anbringen können. Dann erhalten wir aus der letzten Gleichung die primären Kupferverluste zu

$$3 \cdot i_1^2 \cdot w_1 = 3 \cdot e_1 \cdot AC.$$

Durch einfache Subtraktion ergibt sich dann die auf den Rotor übertragene Leistung zu:

$$P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot CH = 3 \cdot e_1 \cdot PQ.$$

Um nun die Kupferverluste im Rotor zu bestimmen, ziehen wir in Fig. 260 den Strahl GL , so dafs die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot \varepsilon_1^2 \cdot \omega_2}{\tau \cdot \varepsilon_2^2 \cdot e_1} = C. \quad (194)$$

Der Ausdruck ist derselbe, den wir in Abschnitt 125 für Ermittlung der Schlüpfung verwendeten. Der Schnittpunkt unseres Strahles mit der durch M gelegten Senkrechten sei M_2 . Wir schlagen dann mit M_2 als Mittelpunkt und mit M_2G als Radius einen Halbkreis, der unseren Strahl im Punkte L und die Verbindungslinie GA im Punkte R schneidet. Dann ergibt sich wie früher:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3.$$

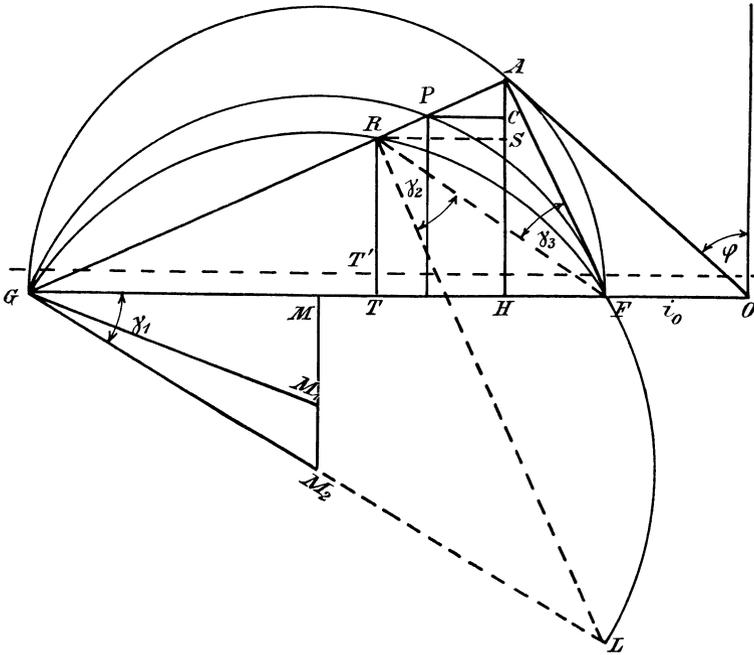


Fig. 260.

Wir ziehen nun durch R eine Parallele zur Abszissenachse, die die Höhe AH im Punkte S schneidet. Wir erhalten dann:

$$\frac{RA}{FA} = \operatorname{tg} \gamma_3 \quad \text{und} \quad \frac{AS}{RA} = \frac{HF}{FA}.$$

Durch Multiplikation der beiden Gleichungen miteinander erhalten wir:

$$AS = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_3 = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (b)$$

Mit Benutzung des auf S. 459 gefundenen Wertes von $AC = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$ erhalten wir:

$$CS = AS - AC = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_1 - HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = HF \cdot (\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1).$$

Nun ist nach dem bekannten Lehrsatz der Planimetrie

$$HF = \frac{FA^2}{i_0/\tau}.$$

Setzen wir diesen Wert, sowie den oben gewählten Wert von $tg \gamma_1 - tg \alpha_1$ in die Gleichung für CS ein, so erhalten wir:

$$CS = \frac{FA^2}{i_0/\tau} \cdot \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot \mathfrak{z}_1^2 \cdot w_2}{\tau \cdot \mathfrak{z}_2^2 \cdot e_1} = \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot FA^2 \cdot \mathfrak{z}_1^2}{\mathfrak{z}_2^2} \cdot \frac{w_2}{e_1}.$$

Nach Gleichung (181) auf S. 444 gilt nun im ursprünglichen Diagramm, also auch angenähert im jetzigen Diagramm, die Gleichung:

$$\frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot FA^2 \cdot \mathfrak{z}_1^2}{\mathfrak{z}_2^2} = i_2^2.$$

Demnach ergibt sich:

$$CS = \frac{i_2^2 \cdot w_2}{e_1}.$$

Daraus erhalten wir die Verluste durch Joulesche Wärme im Rotor zu:

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot e_1 \cdot CS.$$

Durch Subtraktion ergibt sich dann die mechanische Leistung P zu:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot SH = 3 \cdot e_1 \cdot RT.$$

Diese mechanische Leistung schließt nun noch die Leerlaufleistung mit ein. Diese läßt sich durch eine in Fig. 260 punktiert gezeichnete Parallele zur Abszissenachse in Rechnung setzen. Der Einfachheit wegen schlagen wir die Verluste durch Hysteresis mit zum mechanischen Leerlaufeffekt und erinnern uns zugleich, daß wir bei den Verlusten durch primäre Joulesche Wärme den Betrag $i_0^2 \cdot w_1$ vernachlässigt haben. Diesen Fehler korrigieren wir jetzt, indem wir den bei Leerlauf in Joulesche Wärme umgesetzten Effekt bei dem Verlust durch Reibung mitzählen. Ist also P_0 die gesamte Leistung bei Leerlauf, d. h. der Effektverlust durch mechanische Reibung, Hysteresis und Joulesche Wärme, so haben wir zu setzen:

$$P_0 = 3 \cdot e_1 \cdot T'T.$$

Die Strecke RT' ist dann ein Maß für die Nutzleistung.

Wir haben nun noch in unserem Diagramm ein Maß für die Schlüpfung zu ermitteln. Zu dem Zwecke ziehen wir von G einen Strahl GJ senkrecht auf GM_2 (Fig. 261). Dieser Strahl schneidet den ursprünglichen Diagrammkreis im Punkte J . Da GJ eine Tangente an den Kreis um M_2 ist, so gibt es überhaupt keinen Schnittpunkt des Strahles GJ mit dem Kreis um M_2 , d. h. der Punkt R in Fig. 260 fällt mit dem Punkte G zusammen und die mechanische Leistung ist Null. Der Motor steht dabei still und der Punkt J entspricht einer Schlüpfung von 100^o/₁₀. Der Strahl OJ ist also der Strom beim Anlaufen.

Dies Verhältnis $CS : CH$ ist aber nichts anderes als das Verhältnis des Effektverlustes durch Joulesche Wärme im Rotor zu der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung. Es gibt uns also direkt die relative Schlüpfung an, und wir erhalten:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{\sim}{\sim_1}.$$

Ist nun die Senkrechte DZ so gezogen, daß die Länge DY gleich 100 mm wird, so liefert uns die Strecke XY in Millimetern direkt die prozentische Schlüpfung.

130. Praktisches Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, das Heylandsche Diagramm für einen praktisch ausgeführten Motor zu zeichnen und wählen dazu einen Motor der Maschinenfabrik Örlikon.*) Der Motor ist für eine Leistung von 600 PS bei der besonders niedrigen Tourenzahl von 75 Umdrehungen pro Minute gebaut. Diese niedrige Tourenzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und infolgedessen, wie wir im 131. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde konnte die gewöhnliche Zahl von 50 Perioden nicht angewendet werden, sondern es mußte der Wert $\sim_1 = 22,5$ gewählt werden. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu

$$p = \frac{\sim_1}{n/60} = 18.$$

Der Durchmesser des Rotors beträgt rund 300 cm, der Abstand des Rotoreisens vom Statoreisen 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieckschaltung angeordneten Stators beträgt $e_1 = 1900$ Volt. Der Statorwiderstand ist $w_1 = 0,4$ Ohm pro Phase, der Rotorwiderstand $w_2 = 0,016$ Ohm pro Phase. Die Statorwicklung ist in 324 Löchern untergebracht. Jedes Loch enthält 8 Drähte, so daß die primäre Drahtzahl sich zu $z_1 = 324 \cdot 8 = 2592$ ergibt. Der Rotor besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Löchern untergebracht ist, und es ergibt sich daher der Wert z_2 zu 432. Da Stator und Rotor beide Spulenwicklung tragen, so sind die Wicklungskoeffizienten k_1 und k_2 einander gleich. — Der Leerstrom ist zu 62 Ampere, der normale Betriebsstrom zu 170 Ampere pro Netzleiter angegeben. Die entsprechenden Phasenströme erhalten wir also durch Division mit $\sqrt{3}$.

Zusammenstellung:

$$\begin{array}{ll} e_1 = 1900 & i_0 = \frac{62}{\sqrt{3}} = 36 \\ w_1 = 0,4 & \\ w_2 = 0,016 & \\ z_1 = 2592 & i_1 = \frac{170}{\sqrt{3}} = 100 \text{ (normal).} \\ z_2 = 432 & \end{array}$$

*) Vergl. ETZ 1900, Heft 52.

worden ist, so ist der Abstand der punktiert gezeichneten Horizontalen von der Abszissenachse gegeben durch

$$T \cdot T = \frac{P_0}{3 \cdot e_1} = \frac{16000}{3 \cdot 1900} = 2,8 \text{ Ampere.}$$

Wir gehen nun dazu über, die Abhängigkeit der Stromstärke, des Wirkungsgrades, des Leistungsfaktors und der Tourenzahl von der Belastung zu bestimmen, wobei wir unter der Belastung das nutzbare Drehmoment M_n verstehen. Dieses ergibt also nicht mehr, wie früher, aus der auf den Rotor übertragenen Leistung, sondern aus der Nutzleistung P_n in Verbindung mit der Tourenzahl nach der Gleichung:

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Da die Nutzleistung durch das Produkt $3 \cdot e_1 \cdot RT'$ gegeben ist, wobei RT' im Amperemaßstab zu messen ist, so ergibt sich:

$$M_n = \frac{3 \cdot 1900 \cdot RT'}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} = 5550 \cdot \frac{RT'}{n} \text{ mkg.}$$

Zu diesem nutzbaren Drehmoment gehört ein primärer Strom $i_1 = OA$ im Amperemaßstab

$$i_1 = OA.$$

Da die Wattkomponente des primären Stromes gleich AH ist, so ergibt sich der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{RT'}{AH}.$$

Um nun die Tourenzahl direkt ablesen zu können, ziehen wir DY senkrecht auf GM_1 , wobei Y auf der Abszissenachse liegt und die Strecke DY in Millimetern gleich der Tourenzahl bei Leerlauf, also gleich $\frac{\sphericalangle_1 \cdot 60}{p} = 75$ mm ist. Dann folgt leicht auf Grund des vorigen Abschnittes, daß DX in Millimetern direkt gleich der Tourenzahl ist:

$$n = DX \text{ in Millimetern.}$$

Auf diese Weise ergibt sich dann für beliebig gewählte Werte von i_1 außerordentlich schnell die folgende Tabelle. Die dritte horizontale Reihe entspricht dem normalen in Fig. 262 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte vertikale Reihe enthält den Netzstrom i , der sich bei der Dreieckschaltung des Stators zu $\sqrt{3} \cdot i_1$ ergibt.

$i_1 =$ OA	RT'	AH	$\eta =$ $\frac{RT'}{AH}$	$n =$ $\frac{DX}{\text{in mm}}$	$\cos \varphi =$ $\frac{AH}{OA}$	$M_n =$ $5550 \cdot \frac{RT'}{n}$	i
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,753	64,8	0,57	9 700	490)

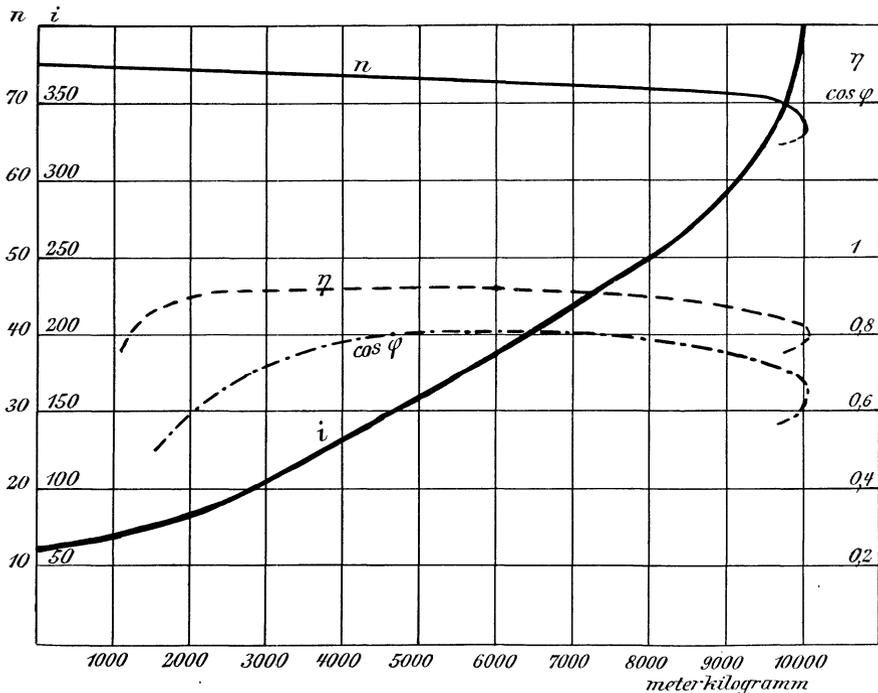


Fig. 263.

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Fig. 263 konstruiert, wobei das nutzbare Drehmoment als Abszisse aufgetragen ist. Wie man sieht, ist das maximale Drehmoment gleich 10000 mkg, während das Drehmoment bei normalem Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor kann also auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netzleiter von normal 173 Ampere auf 380 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem linken Teil des Diagramms in Fig. 262 entnommenen Werte sind daher nicht reell oder gelten vielmehr nur für die Anlaufperiode.

Was nun die Tourenzahl betrifft, so ist sie bei normalem Betrieb gleich 73, was einer Schlüpfung von 2 auf 75 oder 2,7% entspricht. Bei stärkerer Belastung nimmt die Tourenzahl dauernd ab und erreicht bei der maximalen Belastung den Wert 68,8.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der normalen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Maximums über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verlaufen. Es könnte nun auffallen, daß bei einem 600 PS-Motor nur ein totaler Wirkungsgrad von rund 92% und nur ein Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,81$ erzielt wird. Im folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Tourenzahl unseres Motors eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und der Wirkungsgrad wird ungünstig. Ein normaler Motor derselben Firma für die gleiche Leistung und 370 Umdrehungen pro Minute bei 50 Perioden ergab z. B. $\cos \varphi = 0,92$, $\eta = 0,95$ und eine Schlüpfung von 1,5%.

Wir werden uns nun im nächsten Abschnitt die Frage stellen, wie man den Streuungsfaktor τ , der die Grundlage für die Wirkungsweise des Motors bildet, experimentell bestimmt und wodurch seine Größe bedingt ist.

131. Der Streuungsfaktor.

Wenn der Rotor eine Phasenwicklung besitzt, so kann die experimentelle Bestimmung des Streuungsfaktors τ in folgender Weise geschehen. Man legt eine primäre Klemmspannung e_1 an den Stator und mißt die Spannung an den Klemmen der offenen Rotorwicklung. Der Drehstrommotor verhält sich dann wie ein ruhender unbelasteter Transformator und es sollten sich die Klemmspannungen e_1 und e_2 wie die Drahtzahlen z_1 und z_2 verhalten. Dabei ist natürlich gleiche Schaltung des Rotors und Stators vorausgesetzt. Bei ungleicher Schaltung wäre die verkettete Spannung durch den bekannten Faktor $\sqrt{3}$ zu dividieren, und es wäre event. auch die Verschiedenheit der Koeffizienten k zu berücksichtigen.

Wir erwarten nun an den Klemmen des Rotors eine Spannung $e_1 \cdot z_2/z_1$. Wenn aber infolge der Streuung nicht alle vom Stator erzeugten Kraftlinien in den Rotor dringen, so ist die sekundäre Spannung e_2 kleiner als der theoretisch berechnete Wert $e_1 \cdot z_2/z_1$. Das Verhältnis $e_2 : e_1 \cdot z_2/z_1$ gibt uns dann das Verhältnis der auf den Rotor übertragenen Kraftlinien zu den gesamten vom Stator erzeugten Kraftlinien an. Nun verhält sich bei Leerlauf

$$\frac{N}{N_{s_1}} = \frac{1}{\tau_1}.$$

Demnach

$$\frac{N}{N_{s_1} + N} = \frac{1}{1 + \tau_1}.$$

Wir erhalten also:

$$\frac{1}{1 + \tau_1} = \frac{e_2}{e_1 \cdot z_2 / z_1}.$$

In derselben Weise können wir eine äußere Drehstromquelle an den Rotor legen und dabei die Spannung e_1 an den Klemmen des Stators messen. Ist e_2 die an den Rotor gelegte Spannung, so ist $e_2 \cdot z_1 / z_2$ der Wert der Statorspannung, falls alle im Rotor erzeugten Kraftlinien auch in den Stator dringen. Ist dagegen eine Streuung vorhanden, so ist die am Stator gemessene Spannung e_1 geringer als die theoretisch berechnete, und es ergibt sich:

$$\frac{1}{1 + \tau_2} = \frac{e_1}{e_2 \cdot z_1 / z_2}.$$

Die Messung muß mit peinlicher Genauigkeit ausgeführt werden. Aus den Werten von τ_1 und τ_2 ergibt sich dann der Streuungskoeffizient τ nach Seite 444.

Diese Methode der Bestimmung des Streuungskoeffizienten hat den Vorzug großer Einfachheit und Übersichtlichkeit, weil sie direkt auf der Definition der Koeffizienten τ_1 und τ_2 beruht. Sie führt indessen in den meisten Fällen zu falschen Resultaten, weil der Streuungskoeffizient tatsächlich nicht, wie wir bisher angenommen haben, einen konstanten Wert hat. Bei hoher Stromstärke ist nämlich die Zahl der Streulinien und die Sättigung der Zahnstege eine sehr große. Der Widerstand des Streuweges ist also bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Da die Werte τ_1 und τ_2 dadurch ebenfalls kleiner werden, so arbeitet die Maschine bei Belastung günstiger, als nach dem oben ermittelten Wert von τ anzunehmen war.

Dadurch wird streng genommen die Richtigkeit des Heylandschen Diagramms beschränkt. Es gilt dann genau nur für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem angenommenen Wert von τ_1 und τ_2 entspricht. Es ist also unter Umständen nötig, für verschiedene Betriebszustände verschiedene Diagramme zu zeichnen, und es kommt vor allem darauf an, den Streuungskoeffizienten für den normalen Betriebszustand zu ermitteln. Das geschieht, indem man den Rotor kurz schließt und den Statorstrom J_0 bei ruhendem Rotor mißt. Unter der Annahme eines geringen Rotorwiderstandes fällt der Kurzschlußstrom $J_0 = OJ$ in Fig. 253 mit dem Vektor OG zusammen. Man erhält auf diese Weise direkt $OG = i_0 + \frac{i_0}{\tau} = J_0$. Man mißt außerdem den Leerstrom i_0 und erhält:

$$J_0 = i_0 + \frac{i_0}{\tau}$$

oder

$$\tau = \frac{i_0}{J_0 - i_0}. \quad (195)$$

Nimmt man nun diese Beobachtung des Kurzschlussstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Außerdem sind die Zahnstege dabei stark gesättigt. Während also die vorige Methode einen Wert von τ lieferte, der nur für den äußersten rechten Teil des Diagramms gilt, ist der jetzt erhaltene Wert nur für den äußersten linken Teil richtig. Man muß daher eine solche Spannung an den Stator legen, daß bei Kurzschluss gerade der normale Betriebsstrom durch den Stator fließt. Dann sind die Streulinien während des Kurzschlusses dieselben wie bei normalem Betrieb, also ist auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und des Nutzfeldes das gleiche wie bei normalem Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemein gültigen Wert von τ , aber wenigstens den Wert von τ für den normalen Betriebszustand. Natürlich ist in den obigen Gleichungen für i_0 ebenfalls der Magnetisierungsstrom bei der verkleinerten Spannung in Rechnung zu setzen.

Ein Beispiel wird diese Methode deutlich machen, wobei wir auf den im vorigen Abschnitt erwähnten Motor zurückgehen. Die experimentell ermittelten Daten sind aus No. 52 der ETZ vom Jahre 1900 entnommen. Zur Ermittlung des Wertes von τ wurde der Rotor kurz geschlossen, wobei nicht die normale Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannungen von 600 und 390 Volt an den Stator gelegt wurden. Dabei ergaben sich die Kurzschlussströme pro Netzleiter zu 200 und 110 Ampere, die Kurzschlussströme pro Phase also zu $J_0 = 200/\sqrt{3} = 116$ und $110/\sqrt{3} = 63,7$ Ampere.

Um nun daraus die entsprechenden Werte von τ für die beiden Betriebszustände zu berechnen, ermitteln wir die Leerströme, die bei den Spannungen von 390 und 600 Volt auftreten würden. Diese Leerströme sind ganz wesentlich Magnetisierungsströme und dienen zur Magnetisierung der Luftstrecke zwischen Stator und Rotor. Demnach sind sie der erzeugten Kraftlinienzahl, also der elektromotorischen Gegenkraft E_1 proportional, sie verhalten sich also wie die Klemmspannungen. Wenn wir also für eine bestimmte Klemmspannung den Wert des Leerstromes kennen, so können wir daraus die Leerströme bei anderen Klemmspannungen berechnen.

Demnach ergibt sich folgende Tabelle:

e_1	i_0	J_0 (gemessen)	$\tau = \frac{i_0}{J_0 - i_0}$
1900	36 (gemessen)	—	—
600	$36 \cdot \frac{600}{1900} = 11,4$	116	0,109
390	$36 \cdot \frac{390}{1900} = 7,4$	63,7	0,131

Wir sehen sehr deutlich, daß mit wachsender Stromstärke der Wert von τ kleiner wird, d. h. daß die Streuungskoeffizienten τ_1 und τ_2 nach

der Tabelle auf S. 449 ebenfalls kleiner werden. Der Grund liegt wieder darin, daß mit wachsender Stromstärke die Streulinien schließlicly wegen der Sättigung der Zahnstege kaum mehr zunehmen. Der prozentische Verlust durch Streuung wird also immer geringer, je stärker der Strom im Stator und Rotor ist.

Um nun den Wert von τ für den normalen Betriebszustand, also bei einem Phasenstrom $i_1 = 100$ Ampere zu finden, interpolieren wir zwischen den Werten

$$\begin{array}{ll} J_0 = 116 & \tau = 0,109 \\ & 63,7 & 0,131. \end{array}$$

Für eine Stromstärke von 100 Ampere erhalten wir dann

$$\tau = 0,117.$$

Aus der Gleichung für τ auf S. 444 ergibt sich dann, wenn wir $\tau_1 = \tau_2$ annehmen:

$$\tau = 2\tau_1 + \tau_1^2$$

oder mit Benutzung des Wertes $\tau = 0,117$:

$$\tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Das ist ein im Verhältnis zur Leistung des Motors ungünstiger Wert, aber ein im Verhältnis zur großen Polzahl immerhin günstiger Wert.

Der dritte Weg zur experimentellen Aufnahme des Diagramms besteht darin, daß man die Belastung des Rotors verändert oder bei festgebremstem Rotor den Anlaufwiderstand im Rotorkreis variiert. Man mißt dann die Netzspannung e , den Netzstrom i und mit Hilfe eines oder mehrerer Wattmeter die zugeführte primäre Leistung P_1 . Dann ergibt sich:

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot e \cdot i}.$$

Man trägt dann die primäre Klemmspannung auf der Ordinatenachse auf, legt den Winkel φ daran und trägt auf dem anderen Schenkel des Winkels φ den primären Strom i_1 auf. Die Kurve, die die Endpunkte des primären Vektors verbindet, ist allerdings wegen der Veränderlichkeit von τ kein Kreis. Sie nähert sich aber für den Bereich des praktischen Betriebes einem Kreise, dessen Durchmesser dann zur Berechnung von τ verwendet werden kann. Die in Fig. 264 gezeichnete Kurve ist vom Verfasser an einem $1\frac{1}{4}$ PS-Motor der mechanischen Werkstätte Darmstadt aufgenommen.

Da die Größe des Leistungsfaktors und die Überlastungsfähigkeit direkt vom Streufaktor τ abhängen, so ist die erste Aufgabe bei der Konstruktion des Drehstrommotors die Erreichung eines möglichst niedrigen Wertes von τ , also einer möglichst geringen Streuung. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Löchern wegen des geringen Widerstandes des Streuweges von ungünstigem Einfluß ist. Dieser Einfluß wird dann besonders groß, wenn die Löcher ziemlich weit von

dem Luftzwischenraum entfernt sind. Sind dagegen die Stege zwischen den Zähnen sehr dünn, d. h. liegen die Löcher unmittelbar am Luftzwischenraum, so wird gegen eine geschlossene Nut kaum etwas einzuwenden sein. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand des Streupfades dabei am größten ist und weil sich die Wickelung dabei leichter herstellen läßt. Allerdings verursachen derartige Nuten eine ungleichmäßige Verteilung der Kraftlinien im Luftzwischenraum und daher eine Erhöhung des Magnetisierungsstromes.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Löcher pro Spulenseite anzuwenden, damit die Anzahl der Streulinien, die von den Amperedrähten eines Loches geschaffen wird, möglichst gering ist. Natürlich kann man

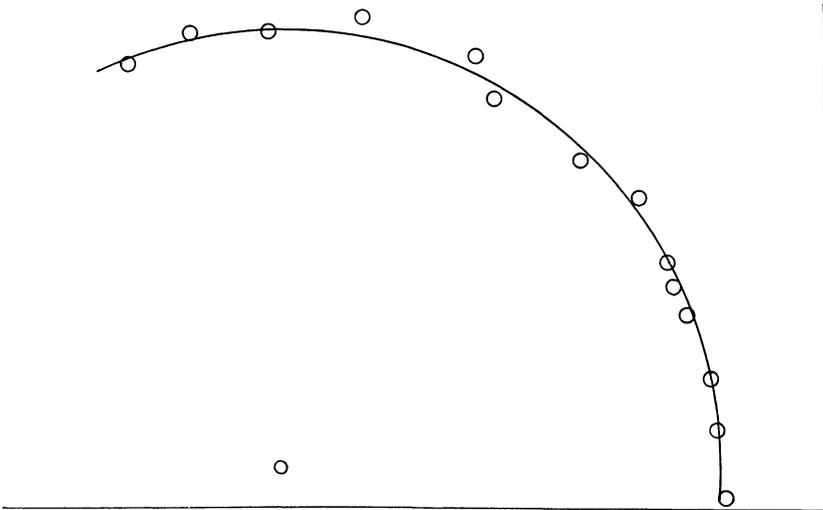


Fig. 264.

darin nicht beliebig weit gehen, weil bei großer Lochzahl der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Statorwicklung in 3 bis 5, die Rotorwicklung in 4 bis 7 Löchern pro Spulenseite unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß man bei Drehstrommotoren oft große Durchmesser mit kleiner Ankerlänge bevorzugt, da es bei großen Durchmessern, also verhältnismäßig großer Polteilung, viel leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Löcher zu verteilen. Allerdings werden Maschinen mit großem Durchmesser und geringer Ankerlänge ziemlich teuer. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung einer solchen Maschine ohne besondere Unkosten erheblich steigern kann, wenn man die Ankerlänge bei der Konstruktion größer wählt. Außerdem ist bei großer Polteilung auch der Einfluß der Stirnstreuung wieder unverhältnismäßig groß.

Ein zweites Mittel zur Verringerung des Streufaktors τ ist die Verringerung des Luftspaltes. Da in dem Faktor $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$ das letzte Glied wegen seiner Kleinheit fast verschwindet, so ist nach der Definition von τ_1 und τ_2 auf S. 443 der Wert von τ dem Luftwiderstand direkt proportional.*)

Es ist nun interessant, den Einfluss der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzigen Motor verwenden und zum Zwecke des Versuches den Rotor oder Stator abdrehen. Denn dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern man vergrößert zugleich den magnetischen Widerstand der Zahnstege.

Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren von derselben Nutenkonstruktion, aber mit verschieden großem Luftspalt miteinander. Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner wird der Wert von τ , desto größer wird der maximale Leistungsfaktor nach der Gleichung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{1}{2\tau + 1}.$$

Ebenso wird natürlich bei Verkleinerung des Luftabstandes der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung der Kraftlinien genügt. Dagegen ist das maximale Drehmoment durch die maximale Kreisordinate, also durch den Wert i_0/τ gegeben. Da dies Verhältnis für beide betrachtete Motoren das gleiche ist, so folgt, daß das maximale Drehmoment unabhängig von der Größe des Luftspaltes ist. Dabei ist vorausgesetzt, daß die betrachteten Motoren in allen andern Größen übereinstimmen.

Von besonders großem Einfluß auf den Wert des Streufaktors τ ist nun die gewählte Periodenzahl. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Motore, deren Eisengestell dieselben Dimensionen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung, Leistung und Tourenzahl bestimmt sind. Es soll aber der eine Motor für 50 Perioden, der andere für 30 Perioden gewickelt werden. Beide Motoren sollen in bezug auf die Ausnutzung des Nutenquerschnittes, auf die Zahl der Ampere pro Quadratmillimeter und die Zahl der Amperedrähte pro Zentimeter Umfang gleich sein.

Nun ergibt sich, wenn wir von der Verschiedenheit des Wertes von $\cos \varphi$ bei beiden Motoren absehen, daß bei gleicher Leistung und Spannung auch die Stromstärke in beiden Fällen dieselbe ist. Soll also die Zahl der Amperedrähte pro Zentimeter Umfang dieselbe sein, so haben wir in beiden Fällen dieselbe Drahtzahl und bei gleicher Lochzahl auch dieselbe Drahtzahl pro Loch.

*) Vgl. Behrend, The induction motor, sowie Behrend, ETZ 1904, S. 59.

Dagegen sind beide Motore in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden, nach der Gleichung:

$$p = \frac{\sim_1}{n_1/60}.$$

Wir müssen also bei gleicher Tourenzahl dem Motor für 50 Perioden eine im Verhältnis 5:3 gröfsere Polzahl geben, als dem Motor für 30 Perioden. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3:5. Auf dem ersten Motor (Fig. 265) sind

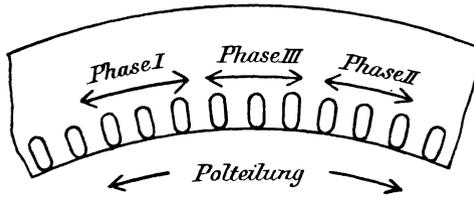


Fig. 265.

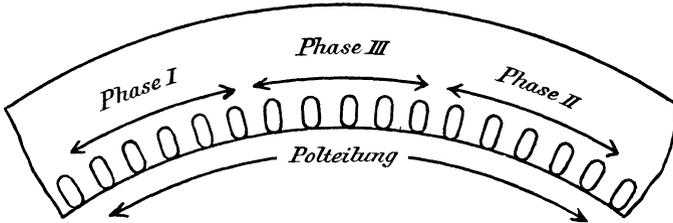


Fig. 266.

beispielsweise 3 Löcher pro Spulenseite oder 9 Löcher pro Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Löcher pro Spulenseite oder 15 Löcher pro Polteilung (Fig. 266). Die Drahtzahlen pro Spulenseite verhalten sich also wie 3:5.

Nun gilt die Gleichung:

$$e_1 = k \cdot N_0 \sim_1 z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Darin setzen wir N_0 rund gleich der übertragenen Kraftlinienzahl $B_{\text{mittel}} \cdot Q_l$ und \sim_1 rund gleich $p \cdot n/60$ und erhalten:

$$e_1 = k \cdot B_{\text{mittel}} \cdot Q_l \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist $Q_l \cdot p$ der halbe Umfang der inneren Statorfläche, hat also in beiden Fällen denselben Wert. Da ferner auch die Werte e_1 , k , n und z_1' in beiden Fällen gleich sind, so folgt, dass beide Motore mit derselben Kraftliniendichte B_{mittel} arbeiten.

Nun ist bei gleicher Induktion der Hysteresisverlust der Periodenzahl proportional. Er ist also bei dem Motor mit 50 Perioden im Verhältnis 5:3 gröfser, als bei dem Motor mit 30 Perioden.

Ferner ergibt sich, daß zur Erzeugung derselben Induktion bei beiden Motoren auch dieselben Amperedrähte pro Spulenseite erforderlich sind. Da die Spulenseite des ersten Motors im Verhältnis 3 : 5 weniger Drähte enthält, so verhalten sich die Leerströme wie 5 : 3, also direkt wie die Periodenzahlen.*)

Schwieriger gestalten sich dagegen die Verhältnisse, wenn wir den Streuungsfaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir können vielleicht annehmen, daß der magnetische Widerstand des Streufeldes für beide Motoren der gleiche geblieben ist. Dagegen erhalten wir bei 50 Perioden, entsprechend der geringeren Polbreite, einen im Verhältnis 5 : 3 größeren Widerstand des Nutzfeldes als bei 30 Perioden. Da nun nach S. 443 und 444 τ dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß er auch der Periodenzahl direkt proportional ist. Eine niedere Periodenzahl bedingt also einen kleinen Wert von τ , d. h. einen großen maximalen Leistungsfaktor. Behrend hat dieses Resultat ebenfalls experimentell bestätigt. Es ist jedoch zweifelhaft, ob seine Versuche allgemeine Gültigkeit haben, da es unsicher ist, ob wirklich der Widerstand des Streufeldes in beiden Fällen der gleiche geblieben ist. Jedenfalls ist die Kopfstreuung infolge der größeren Stirnverbindungen in Fig. 266 viel größer als in Fig. 265. Dagegen ist die Streuung zwischen den Zahnstegen in Fig. 266 kleiner, weil der Teil der Streulinien, der die ganze Spulenseite umfaßt, jetzt 5 statt 3 Nutenöffnungen zu passieren hat. Es ist fraglich, ob die Vergrößerung der Kopfstreuung aufgehoben wird durch eine Verringerung der Zahnstreuung.

Es ist nun interessant, daß die beiden betrachteten Motoren wesentlich die gleiche Überlastungsfähigkeit besitzen. Der Motor mit der größeren Polzahl hat zwar einen größeren Magnetisierungsstrom, aber auch einen größeren Streuungsfaktor τ . Infolgedessen ist bei ihm der Radius des Diagrammkreises und das maximale Drehmoment fast ebenso groß wie bei dem Motor für die geringe Periodenzahl.

Der wesentliche Unterschied beider Motoren besteht also in dem verschiedenen Magnetisierungsstrom und in dem verschiedenen Leistungsfaktor.

*) Bei ein und demselben Motor verhalten sich dagegen unter Voraussetzung derselben Klemmspannung die Leerströme umgekehrt wie die Periodenzahlen.

Neunzehntes Kapitel.

132. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen. — 133. Die im wirklichen Stator induzierte elektromotorische Kraft. — 134. Der geometrische Ort für den Endpunkt des primären Stromvektors. — 135. Einphasige Kommutatormotoren.

132. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen.

Unterbricht man eine Zuleitung eines rotierenden Drehstrommotors, so läuft der Motor in der gegebenen Drehrichtung als Einphasenmotor weiter. In Fig. 267a bilden dabei die Spulenseiten 1 und 2 eine einzige, gleichmäßig durchflossene Spulenseite von der Breite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Bei offener Rotorwicklung erzeugt dann der Statorstrom einen zeitlich wechselnden Kraftlinienfluß, dessen Achse im Raume feststeht und in der Figur senkrecht von unten nach oben den Rotor durchdringt.

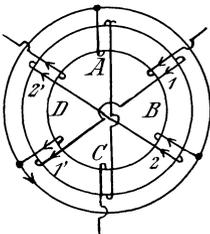


Fig. 267 a.

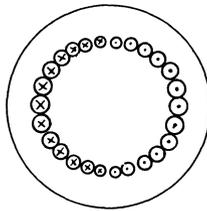


Fig. 267 b.

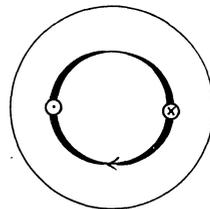


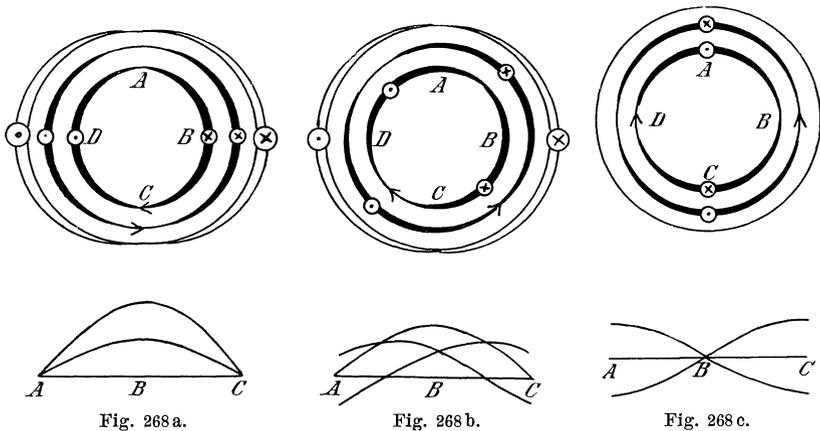
Fig. 267 c.

Die Polmitte ist dabei konstant bei *A* und *C* und die neutrale Zone bei *B* und *D*. Es ist schwer einzusehen, daß durch ein solches Wechselfeld ein Drehmoment zustande kommt, und daß die Richtung des Drehmomentes durch den willkürlich gewählten, ursprünglichen Drehsinn bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das Wechselfeld in zwei entgegengesetzt rotierende Felder. Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Kraftlinien, sondern auch die primären Amperewindungen in zwei entgegengesetzt rotierende Amperewindungen zerlegen. Dabei müssen wir annehmen, daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig variieren, wie in Fig. 267b durch verschieden große Löcher angedeutet ist. Theoretisch würde dies allerdings zu einer unendlich großen Zahl unendlich dünner Drähte führen. Wir können eine solche sinusförmig verteilte Erregung durch die in Fig. 267c gezeichnete Weise andeuten.

Unter der gemachten Annahme ist dann in jedem Augenblick und an jedem Orte die Wirkung der Wechselrerregung genau gleich der Wirkung zweier konstanter, sinusförmiger Erregungen, die entgegengesetzt rotieren, und von denen jede halb so stark ist, wie die Zahl der wirklichen Amperewindungen im Augenblicke des Maximums. In Fig. 268a ist der wirkliche Statorstrom ein Maximum. In diesem Augenblicke überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen, rotierenden Spulenseiten und addieren sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig den außen angedeuteten feststehenden Amperewindungen, die augenblicklich ihren Höchstwert haben.

Nach $\frac{1}{8}$ Periode ist der wirkliche Statorstrom gleich $J_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 J_{max}$. Wir finden dann, daß in Fig. 268b die rotierenden Amperewindungen sich bei *A* und *C* aufheben. Die Addition der beiden Sinus-



kurven im unteren Teil der Figur ergibt dann eine Sinuskurve, deren Maximum wieder bei *B* liegt. Ihre Ordinaten sind gegenüber Fig. 268a im Verhältnis $0,707 : 1$ verkleinert, so daß die magnetische Wirkung der rotierenden Erregungen wieder gleich der Wirkung der tatsächlichen Amperewindungen ist.

Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von $\frac{1}{8}$ Periode, wo der tatsächliche Statorstrom zu Null geworden ist (Fig. 268c). Damit stimmt überein, daß jetzt entgegengesetzte Spulenseiten der rotierenden Erregungen sich überdecken und in ihrer magnetischen Wirkung aufheben.

Wir fassen nun den absoluten Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Käfiganker ins Auge. Die Drehung des Rotors erfolge im Sinne des Uhrzeigers, und wir bezeichnen die in gleichem Sinne rotierenden Amperewindungen als die mitlaufende Erregung, die anderen als die gegenlaufende Erregung. Die mitlaufende Erregung treibt dann einen Kraftfluß durch den Rotor, der synchron mit dem Rotor rotiert und die Rotordrähte daher nicht schneidet. Dieser Kraftfluß ist für die drei be-

trachteten Zeitpunkte in Fig. 269a, b, c dargestellt. Natürlich sind im folgenden die Kraftlinien, elektromotorischen Kräfte, Rotorströme etc. für jede einzelne Erregung Sinusfunktionen des Ortes. —

Der Rotor hat nun gegenüber der gegenlaufenden Erregung eine Schlüpfung von 200 0/0. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlussstrom im Rotor, der der gegenlaufenden Statorerregung direkt entgegengesetzt ist und der den Kraftfluß ganz aus dem Rotor hinaus und in den sekundären Streuweg drängt (Fig. 270a, b u. c). Tatsächlich ist, wenn der Rotorwiderstand gleich Null ist, auch eine unendlich kleine Zahl von Kraftlinienschnitten ausreichend, um den Rotorstrom zu induzieren, der dem Druck der Statorerregung das Gleichgewicht hält. Wir haben also bei absolutem Leerlauf mit widerstandslosem Rotor ein mitlaufendes

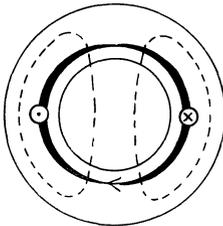


Fig. 269 a.

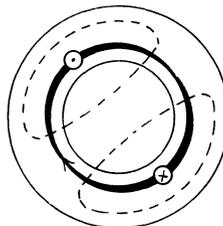


Fig. 269 b.

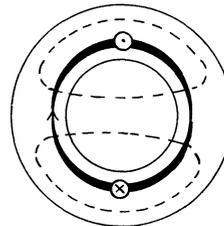


Fig. 269 c.

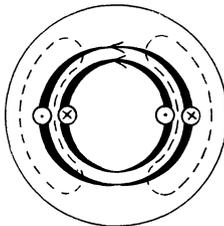


Fig. 270 a.

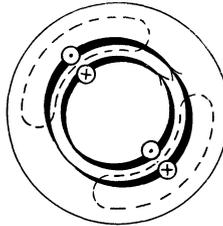


Fig. 270 b.

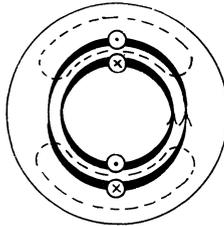


Fig. 270 c.

Rotorfeld und ein gegenlaufendes Rotorstreufeld, sowie eine gegenlaufende Rotorerregung. Da der Rotor selbst synchron läuft, so fließt im einzelnen Rotordraht ein Strom von doppelter Periodenzahl. Wenn wir nun zu den wirklichen Verhältnissen zurückkehren, so wird in Fig. 269a der Kraftfluß im Rotor durch die Differenz der wirklichen Amperewindungen auf Stator und Rotor erzeugt. Dagegen wird in Fig. 269c ein Kraftfluß erzeugt, der räumlich und zeitlich um 90° verschoben ist. Da der Statorstrom in diesem Augenblicke gleich Null ist, so sind tatsächlich die in Fig. 269c gezeichneten Kraftlinien von dem Rotorstrom in Fig. 270c erzeugt. Die Anwendung der Ampereschen Schwimmerregel bestätigt dies Resultat. Demnach ist das Problem des Einphasenmotors auf das des Zweiphasenmotors zurückgeführt, dessen eine Phase durch die Differenz des Stator- und Rotorstromes und dessen andere Phase durch

den Rotorstrom gegeben ist. Bei Leerlauf mit Berücksichtigung des wirklichen Rotorwiderstandes und bei normalem Betrieb werden die obigen Verhältnisse etwas geändert. Dazu kommt, daß der Zweiphasenmotor nicht die Regelmäßigkeit besitzt, die den gewöhnlichen Drehstrommotor auszeichnet. Es empfiehlt sich daher, die Theorie der rotierenden Erregungen bis in die letzten Konsequenzen durchzuführen.

Wir lassen dazu jede rotierende Erregung aus vielen Phasen bestehen, deren jede nur eine Windung besitzt. Die Drähte sind gleichmäßig auf dem Umfang angeordnet und in ihnen rotieren die sinusförmig verteilten Ströme, ähnlich wie in Fig. 248. Die maximale Stromstärke in einem Draht sei gleich der halben maximalen Stromstärke des wirklichen Stators, und die Zahl der Drähte sei so gewählt, daß die gesamten Ampere-drähte einer rotierenden Erregung halb so stark sind wie die wirklichen Ampere-drähte des Stators im Augenblick des maximalen Stromes. Dann ist der effektive wirkliche Statorstrom J doppelt so groß wie der effektive Strom i pro Phase der rotierenden Erregung.

133. Die im wirklichen Stator induzierte elektromotorische Kraft.

Bei einem bestimmten Betriebszustand sei Fig. 271a das Diagramm für eine Phase der mitlaufenden Erregung, während Fig. 271b das Dia-

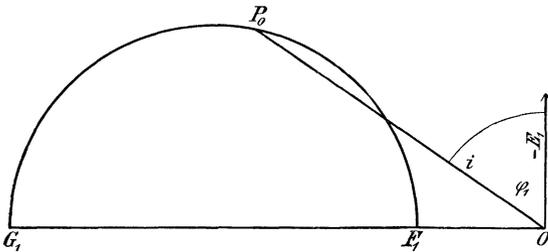


Fig. 271 a.

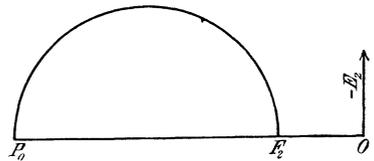


Fig. 271 b.

gramm für eine Phase der gegenlaufenden Erregung ist. Dabei sind die Bedingungen erfüllt:

$$i = OP_0 = \frac{J}{2}, \quad \frac{OF_1}{F_1G_1} = \frac{OF_2}{F_2P_0} = \tau.$$

Es soll nun gezeigt werden, daß trotz der entgegengesetzten Rotationsrichtung und abgesehen vom Maßstab die im wirklichen Stator induzierte elektromotorische Kraft die geometrische Summe aus den beiden elektromotorischen Kräften E_1 und E_2 ist, die in jeder Phase der rotierenden Erregungen induziert werden. Das Zentrum der sinusförmigen, mitlaufenden Erregung befinde sich bei F , sei also um den Winkel α gegen

die Anfangslage vorgeeilt, in der der wirkliche Statorstrom ein Maximum war (Fig. 272a). Dann befindet sich der Ort der negativ genommenen elektromotorischen Kraft E_1 bei G , wobei der Bogen FG dem Winkel φ_1 aus Fig. 271a entspricht. Da wir pro Phase der rotierenden Erregung eine Windung haben, so ist der Effektivwert E_1 direkt ein Maß für die Kraftliniendichte. Diese ist also bei G am größten und ist bei E proportional $E_1 \cdot \cos \varepsilon$. Nun variiert die Drahtzahl pro Bogeneinheit bei dem wirklichen Stator nach dem Kosinus des Bogenabstandes vom Punkte B . Auf dem Bogen $d\alpha$ liegt dann bei E eine Drahtzahl, die dem Werte $\cos BE \cdot d\alpha = \cos(\alpha + \varphi_1 - \varepsilon) \cdot d\alpha$ proportional ist. Im Stator wird also auf dem Bogen $d\alpha$ bei E durch das mitlaufende Feld eine elektromotorische Kraft induziert, deren Momentanwert dem Werte $E_1 \cdot \cos \varepsilon$ und $\cos(\alpha + \varphi_1 - \varepsilon) \cdot d\alpha$ proportional ist. Wir haben dann zwischen $\varepsilon = GC$ und $\varepsilon = GA$ zu summieren und erhalten, wenn c ein konstanter Faktor ist, den Momentanwert der im wirklichen Stator durch das mitlaufende Feld induzierten elektromotorischen Kraft zu

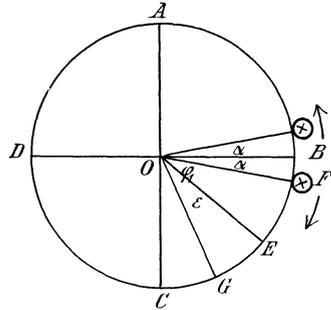


Fig. 272a.

$$E' = \int_{\alpha + \varphi_1 - \frac{\pi}{2}}^{\alpha + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}} c \cdot E_1 \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos(\alpha + \varphi_1 - \varepsilon) \cdot d\alpha = c \cdot \frac{\pi}{2} \cdot E_1 \cdot \cos(\alpha + \varphi_1).$$

Ebenso erhalten wir für den Momentanwert, der durch das gegenlaufende Feld induziert wird:

$$E'' = c \cdot \frac{\pi}{2} \cdot E_2 \cdot \cos(\alpha + \varphi_2).$$

In unserem speziellen Falle ist dabei φ_2 nach Fig. 271b gleich 90° . Die Summe der negativ genommenen elektromotorischen Kräfte ist also:

$$E' + E'' = c \cdot \frac{\pi}{2} \cdot [E_1 \cdot \cos(\alpha + \varphi_1) + E_2 \cdot \cos(\alpha + \varphi_2)].$$

Dieser negative Momentanwert der wirklichen elektromotorischen Kraft ist nun gleich der wirklichen Klemmspannung. Ist nun in Fig. 272b $J = OP$ der Vektor des wirklichen Statorstromes, dessen Momentanwert im gezeichneten Augenblick gleich $J_{max} \cdot \cos \alpha$ ist, so haben wir nach der Gleichung für $E' + E''$ den Vektor $-E_1$ um den Winkel φ_1 und den Vektor $-E_2$ um $\varphi_2 = 90^\circ$ voreilen zu lassen. Die Resultierende aus $-E_1$ und $-E_2$ ist dann konstant, und zwar abgesehen vom Maßstab gleich der wirklichen Klemmspannung. Der Winkel zwischen $-E_1$ und $-E_2$ ist dabei gleich $\varepsilon + \gamma = \varphi_2 - \varphi_1 = 90^\circ - \varphi_1$, und der wirkliche Phasenverschiebungs-

zwischen $J = OP$ und $-E_1$ gleich dem Winkel φ_1 für die mitlaufende Erregung. Demnach liegt der Punkt P_0 auf einem Kreise über dem Durchmesser F_1G_1 , wobei die Beziehung besteht:

$$\frac{OF_1}{F_1G_1} = \frac{OF_2}{OP_0} = \frac{OF}{OG} = \tau.$$

Dann ist FF_2 parallel GP_0 und der Winkel OGP_0 ist gleich ε .

Ebenso ist die Verbindungslinie der Kreismittelpunkte M und P_1 parallel mit FF_1 , und die Dreiecke OP_1M , OF_1F und GP_0O sind dann wegen Gleichheit der Winkel einander ähnlich. Wir rechnen nun die Abszissen von rechts nach links, setzen $OM = m$ und $OG = a$, und bezeichnen die Koordinaten der Punkte P_0 und P_1 mit dem entsprechenden Index. Dann erhalten wir:

$$\frac{x_1}{a - x_0} = \frac{m}{a}, \quad x_1 = \frac{m}{a} \cdot (a - x_0), \quad y_1 = -\frac{m}{a} \cdot y_0.$$

Ist ferner $r = MF$ der Radius des großen Kreises, so ist der Radius $P_1F_1 = r_1$ durch die Gleichung gegeben:

$$\frac{r_1}{r} = \frac{OF_1}{OF} = \frac{GP_0}{a},$$

oder, da $GP_0^2 = (a - x_0)^2 + y_0^2$ ist:

$$r_1^2 = \frac{r^2}{a^2} [(a - x_0)^2 + y_0^2].$$

Da nun der Punkt P_0 auf dem Kreise mit dem Radius r_1 liegt, so gilt die Gleichung:

$$(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 = r_1^2.$$

Wir setzen darin für x_1 , y_1 und r_1^2 die obigen Werte ein; ferner führen wir für x_0 und y_0 die Koordinaten x und y des Endpunktes P des wirklichen Statorstromes ein, nach den Gleichungen:

$$x_0 = \frac{x}{2}, \quad y_0 = \frac{y}{2}.$$

Dann erhalten wir nach wenigen Umrechnungen eine Gleichung, in der der Faktor für x^2 und y^2 derselbe wird und in der die Glieder mit xy und mit y fehlen.

Demnach liegt der Endpunkt P des wirklichen Statorstromes auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt auf der Abszissenachse. Setzt man $m = a - r$, so vereinfacht sich die Gleichung noch erheblich. Noch besser erhalten wir den Kreis, wenn wir den Leerstrom bei geschlossenem Rotor mit J_0 bezeichnen. Dann ist der Leerstrom pro rotierende Erregung gleich $\frac{J_0}{2}$. Das ist zugleich der Magnetisierungsstrom der mitlaufenden Erregung, während der Magnetisierungsstrom der gegenlaufenden Erregung nach dem Heylandschen Diagramm $\frac{\tau}{1 + \tau} \cdot \frac{J_0}{2}$ ist. Die algebraische Zusammensetzung ergibt dann:

$$\frac{J_0}{2} + \frac{\tau}{1+\tau} \cdot \frac{J_0}{2} = i_0,$$

oder

$$OB = J_0 = \frac{2i_0}{1 + \frac{\tau}{1+\tau}} = 2 \cdot i_0 \cdot \frac{1+\tau}{1+2\cdot\tau}. \quad (196)$$

Andererseits geht der Kreis für den Endpunkt des primären Stromvektors auch durch den Punkt G , da OG der Kurzschlussstrom ist. Demnach ist der Durchmesser des Diagrammkreises:

$$BG = OG - OB = i_0 + \frac{i_0}{\tau} - 2 \cdot i_0 \cdot \frac{1+\tau}{1+2\cdot\tau} = \frac{i_0}{\tau} \cdot \frac{1+\tau}{1+2\cdot\tau}. \quad (197)$$

Daraus ergeben sich nun folgende Eigenschaften des Einphasenmotors:

1. Da τ von der Größenordnung 0,1 ist, so wird der Leerstrom OB fast doppelt so groß wie der Leerstrom bei offenem Rotor.
2. Der maximale Leistungsfaktor ist geringer als beim Drehstrommotor.
3. Da beim vorausgesetzten widerstandslosen Rotor die Schlüpfung gleich Null ist, so ist die Tourenzahl konstant proportional der Periodenzahl. Demnach ist das Drehmoment proportional der Leistung, also durch die Ordinaten des Kreises GB gegeben. Die Überlastungsfähigkeit ist also viel geringer als beim Drehstrommotor.
4. Ein Angehen mit Belastung ist selbst nicht bei Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis zu erzielen, da bei Stillstand die beiden rotierenden Amperewindungen gleichwertig sind.

Es ergibt sich nun ferner,*) daß auch bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes der Endpunkt des primären Stromvektors auf einem Kreise liegt. Sein Mittelpunkt liegt senkrecht über dem Mittelpunkt des Kreises, der für widerstandslosen Rotor gezeichnet ist. Jedoch kann auf den Beweis dafür hier nicht näher eingegangen werden. Es läßt sich ferner nachweisen, daß die zugeführte Leistung, die mechanische Leistung, das Drehmoment und die Rotorverluste für den wirklichen Motor gleich der Summe der betreffenden Größen sind, die aus den Diagrammen der beiden rotierenden Erregungen entnommen werden. Dabei ist die Schlüpfung für beide rotierende Erregungen zusammen 200% und es sind mechanische Leistung und Drehmoment der gegenlaufenden Erregung als negativ einzuführen. Diese Resultate sind um so bemerkenswerter, als die tatsächlichen Verhältnisse sehr verwickelt sind. Beispielsweise ergibt sich bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes eine sinusförmig verteilte Rotorerregung, für die der Ort des maximalen Stromes entgegen der Drehrichtung rotiert und dabei zeitlichen Schwankungen unterworfen ist. Ebenso ergibt sich, daß auch das den Stator wirklich schneidende Feld ein sinusförmig verteiltes Drehfeld ist, das im Sinne der Drehrichtung rotiert, dabei aber zeitlichen Schwankungen unterworfen ist (Elliptisches Drehfeld).

*) Vergl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1905.

135. Einphasige Kommutatormotoren.*)

Die im vorigen Abschnitt erwähnten Eigenschaften des einphasigen Induktionsmotors machen ihn für die meisten Zwecke ungeeignet. Besonders verlangt man für Traktionszwecke eine große Zugkraft beim Angehen und eine große Überlastungsfähigkeit. Man erreicht diese durch Anwendung eines Kommutators auf dem Rotor. Gerade in der neueren Zeit sind derartige Konstruktionen mit praktischem Erfolg ausgeführt, und es soll daher im folgenden wenigstens das Prinzip deutlich gemacht werden. Die eigentliche theoretische Ableitung und Begründung erscheint aber nicht derartig einfach und deutlich, daß hier darauf eingegangen werden könnte. Mehr als auf anderen Gebieten schreitet hier die Praxis der Theorie voran.

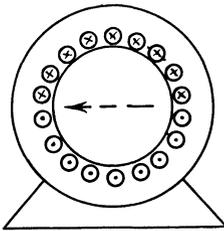


Fig. 273 a.

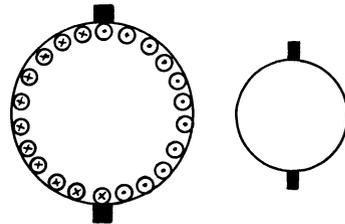


Fig. 273 b.

Gemeinsam ist allen einphasigen Kommutatormotoren eine Statorwicklung nach Art von Fig. 273 a. Diese Wicklung kann nach Art der Gleichstromwicklung eine geschlossene sein, wobei sich der zugeführte Strom in zwei parallele Zweige teilt, oder sie kann in einfacher Weise als offene Wicklung hergestellt werden. Dabei durchfließt der Strom

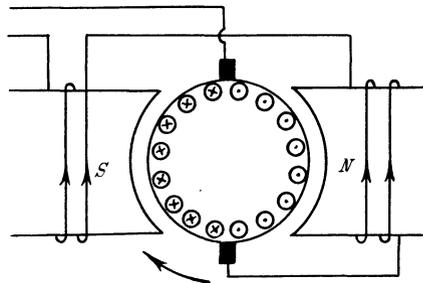


Fig. 273 c.

die Hälfte des Statorumfangs von vorn nach hinten, die andere Hälfte von hinten nach vorn. Schematisch ist eine solche Wicklung im rechten Teil von Fig. 273 a angedeutet. Dabei liegt die Wicklungsachse, d. h. die Richtung der erzeugten Kraftlinien, horizontal. Ebenso ist allen Kommutatormotoren gemeinsam ein Rotor, der wie ein Gleichstromanker gewickelt ist und auf dessen Kommutator zwei bzw. vier Bürsten schleifen (Fig. 273 b). Der Strom wird dem Rotor entweder von außen zugeführt, oder er ist ein

*) Vergl. die Aufsätze von Osnos ETZ 1904, S. 1; Eichberg ETZ 1904, S. 75 und Pichelmayer ETZ 1904, S. 464, aus denen auch ein Teil der folgenden Figuren entnommen ist.

Induktionsstrom, der sich über die aufsen kurz geschlossenen Bürsten schließt. In jedem Falle durchsetzen die vom Anker erzeugten Kraftlinien den Anker in Richtung des Bürstendurchmessers, wenn wir die Bürsten direkt auf dem aufsen blank gedachten Anker schleifen lassen. Der rechte Teil von Fig. 273 b gibt die schematische Darstellung eines solchen Ankers.

In Fig. 273 c ist der Deutlichkeit wegen die auf dem Umfang verteilte Wickelung durch eine Wickelung mit ausgeprägten Polen ersetzt. Der Stator trägt die Feldwickelung und der Rotor führt den motorisch wirkenden Strom. Beide sind hintereinander geschaltet (Serienmotor). Dabei ist, wie in allen folgenden Figuren und auch in Fig. 276 c (!), die Achse des motorisch wirkenden Feldes horizontal, und die Achse der motorisch wirkenden Stromwindungen vertikal angenommen. Bei der gezeichneten Stromrichtung ergibt sich ein Drehmoment im Sinne des Uhrzeigers. Da die Richtung des Feldes

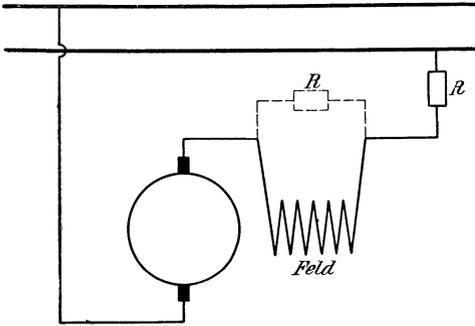


Fig. 274 a.

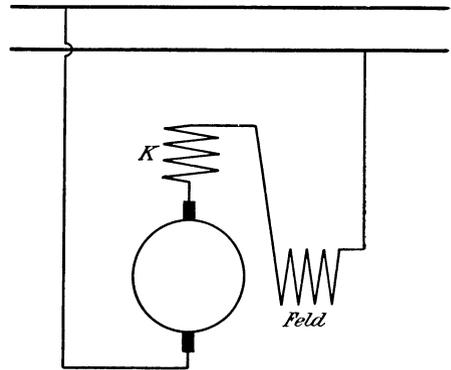


Fig. 274 b.

und des Ankerstromes sich gleichzeitig umkehrt, so erscheint das Problem des Einphasenmotors prinzipiell als gelöst. Fig. 274 a gibt eine schematische Darstellung des Serienmotors, wobei die Widerstände R zur Regulierung der Tourenzahl dienen.

Der Serienmotor erzeugt sich sein eigenes Magnetfeld, besitzt also, wie alle Induktionsmotoren, eine starke Phasenverschiebung. Diese könnte man nun an und für sich mit in Kauf nehmen, wenn nur nicht außer den nützlichen horizontalen Kraftlinien auch die vom Anker erzeugten vertikalen Querkraftlinien auftreten würden. Diese veranlassen eine schädliche Selbstinduktion und eine ganz bedeutende Phasenverschiebung. Dazu kommen noch Schwierigkeiten bei der funkenfreien Kommutierung.

Es ist daher ein Fortschritt, wenn man durch eine Kompensationswickelung K auf dem Stator die Quermagnetisierung aufhebt. Das nächstliegende ist dabei natürlich, die Wickelungen für Feld, Kompensation und Anker in Serie zu schalten (Fig. 274 b).

Vorteilhafter aber ist es, die Kompensationswicklung kurz zu schliessen (Fig. 275 a). Der Anker bildet dann den primären Teil und die Kompensationswicklung den sekundären Teil eines Transformators. Da der induzierte sekundäre Strom dem primären direkt entgegengesetzt ist, so wird die Quermagnetisierung kompensiert.

Dann aber ist es nur ein Schritt vorwärts, wenn man primären und sekundären Teil miteinander vertauscht, d. h. den Anker über die Bürsten kurz schließt und die Kompensationsspule mit der Feldwicklung in Serie schaltet. Fig. 275 b zeigt diese Schaltung mit ausgeprägten Polen, während Fig. 276 a dieselbe Schaltung mit einer auf der Mantelfläche verteilten Wicklung darstellt.

Ein weiterer Schritt vorwärts ist es dann, wenn man die beiden auf dem Stator angebrachten Wicklungen zu einer resultierenden Wicklung vereinigt. Man erhält so den Thomsonschen Repulsionsmotor

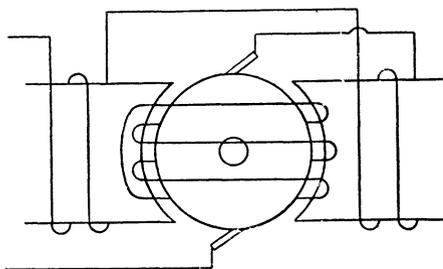


Fig. 275 a.

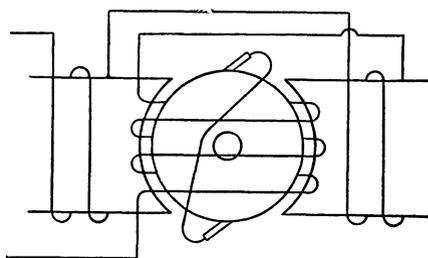


Fig. 275 b.

(Fig. 276 b). Die Achse der Statorwicklung ist dabei um etwa 45° gegen die Achse der Rotoramperewindungen geneigt. Man hat sich die Wirkungsweise dann so vorzustellen, dass die eine räumliche Komponente der Statorerregung das motorisch wirkende Feld schafft, während die dazu senkrechte Komponente durch Transformatorwirkung den Ankerstrom induziert. Dieser schafft in Verbindung mit dem Feld das Drehmoment, so dass der Motor mit Last angeht. Durch Rotation entsteht dann außerdem im Anker eine elektromotorische Kraft, die der Klemmspannung wesentlich entgegenwirkt. In ähnlicher Weise wie beim Gleichstrommotor, steht diese elektromotorische Kraft in direkter Beziehung zur Tourenzahl. Demnach hängt die Tourenzahl des Repulsionsmotors wesentlich von der Grösse der Komponente des Statorfeldes ab, die das motorisch wirksame Feld schafft. Die Tourenzahl ändert sich also mit der Bürstenverschiebung. Ein Umsteuern des Motors kann natürlich nur durch Verschiebung der Bürsten um etwa 90° erfolgen. Will man das vermeiden, so muss man zwei besondere Bürstenpaare, bzw. zwei Statorwicklungen benutzen, von denen immer nur der eine Teil benutzt wird.

Von besonderer Wichtigkeit ist nun die Kompensation des Querfeldes im Winter-Eichberg-Motor (Fig. 276 c). In diesem wird das motorisch wirksame, horizontale Feld vom Anker erzeugt, indem dieser mittels der Bürsten E_1 und E_2 mit den motorisch wirkenden, im unteren Teil der Figur gezeichneten Amperewindungen A des Stators in Serie geschaltet ist. In Wirklichkeit wird der Erregerstrom des Ankers von den Sekundärklemmen eines Transformators abgenommen, dessen primäre Wickelung von dem motorisch wirkenden Statorstrom gespeist wird. Da primärer

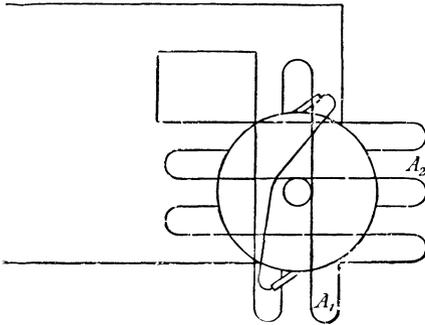


Fig. 276 a.

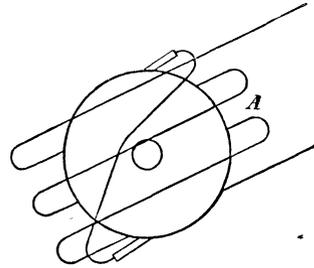


Fig. 276 b.

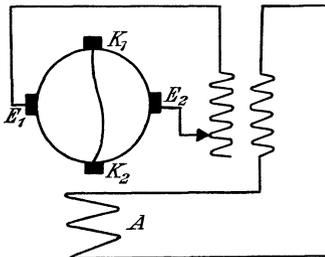


Fig. 276 c.

und sekundärer Strom wieder fast direkt entgegengesetzt sind, wird durch diese Schaltung im Prinzip nichts geändert. Man hat aber dabei den Vorteil, durch Änderung der Windungszahl des Transformators die Spannung für die Erregerrwicklung $E E_1$ zu variieren. Man kann dann durch Übererregung den Leistungsfaktor wesentlich verbessern. Die feststehende Statorwicklung führt, wie schon erwähnt wurde, den motorisch wirksamen Strom, und dieser erzeugt wieder Querkraftlinien, die in der Figur von oben nach unten verlaufen. Um sie zu neutralisieren, müßte man auf dem Anker eine besondere Wickelung anbringen und diese durch ein Bürstenpaar $K_1 K_2$ mit vertikalem Durchmesser schließen. Dann hätte man genau die Anordnung in Fig. 275 a, nur mit Vertauschung von Rotor und Stator. In Wirklichkeit kann man die doppelte Ankerwicklung sparen, indem man die beiden Bürstenpaare auf demselben Kollektor anordnet. Nach dem Gesetz von der Superposition der Ströme ist dann die Wirkung des tatsächlichen Ankerstromes gleich der Summe der Wirkungen aus der eben betrachteten Feldwicklung $E_1 E_2$ und der Kompensationswicklung $K_1 K_2$.

und dieser erzeugt wieder Querkraftlinien, die in der Figur von oben nach unten verlaufen. Um sie zu neutralisieren, müßte man auf dem Anker eine besondere Wickelung anbringen und diese durch ein Bürstenpaar $K_1 K_2$ mit vertikalem Durchmesser schließen. Dann hätte man genau die Anordnung in Fig. 275 a, nur mit Vertauschung von Rotor und Stator. In Wirklichkeit kann man die doppelte Ankerwicklung sparen, indem man die beiden Bürstenpaare auf demselben Kollektor anordnet. Nach dem Gesetz von der Superposition der Ströme ist dann die Wirkung des tatsächlichen Ankerstromes gleich der Summe der Wirkungen aus der eben betrachteten Feldwicklung $E_1 E_2$ und der Kompensationswicklung $K_1 K_2$.

Zwanzigstes Kapitel.

136. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer. — 137. Der Effektverlust im rotierenden Umformer. — 138. Vergleich des rotierenden Umformers mit einem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker.

136. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer.

Das Prinzip des rotierenden Umformers ist schon im Abschnitt 95 besprochen. Eine gewöhnliche Gleichstrommaschine, der ein Gleichstrom mit Hilfe eines Kollektors zugeführt wird, läuft als Gleichstrommotor und liefert zugleich Wechselstrom, der von Schleifringen auf der Achse abgenommen wird. Umgekehrt läuft eine solche Maschine als Synchronmotor, wenn ihr durch die Schleifringe ein Wechselstrom zugeführt wird, und sie liefert dann am Kommutator einen Gleichstrom. Das Eigentümliche dieser Maschine besteht also darin, das im Anker beide Ströme fließen, so daß sich der Wechselstrom zeitweise zu dem Gleichstrom addiert und zeitweise subtrahiert. Die Joulesche Wärme im Anker ist dann im Umformer eine ganz andere, als wenn die Maschine bei derselben Stärke des Gleichstromes mechanisch als Generator angetrieben wird.

Um nun die Joulesche Wärme im Umformer mit der eines Gleichstromgenerators vergleichen zu können, müssen wir das Verhältnis der Stärke des maximalen Wechselstromes i_{max} zu dem Gleichstrom c pro Ankerleiter kennen. Dieses Verhältnis sei gegeben durch die Gleichung

$$\eta = \frac{i_{max}}{c}. \quad (198)$$

Nun folgt, daß die Leistung des Wechselstromes gleich der Leistung des Gleichstromes ist. Ist also:

ν die Anzahl der Ankerabteilungen, also $\nu = 2$ bei Einphasenumformern,

$\nu = 3$ bei Dreiphasenumformern etc.,

z' die Drahtzahl pro Ankerabteilung,

$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ die effektive Stärke des Wechselstromes pro Ankerabteilung,

E die elektromotorische Kraft pro Ankerabteilung,

φ die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft E und der Stärke i des Wechselstromes,

so ergibt sich die Gesamtleistung des Wechselstromes zu:

$$P = \nu \cdot E \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Setzen wir nun $E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ und $i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{\eta \cdot c}{\sqrt{2}}$, und führen wir für $\nu \cdot z'$ die gesamte Drahtzahl z ein, so wird die Leistung des Wechselstromes:

$$P = k \cdot N \cdot \sim z \cdot \frac{\eta \cdot c}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8} \cdot \cos \varphi.$$

Andererseits ist die Leistung des Gleichstromes:

$$P = \frac{\dot{p}}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \cdot i_a.$$

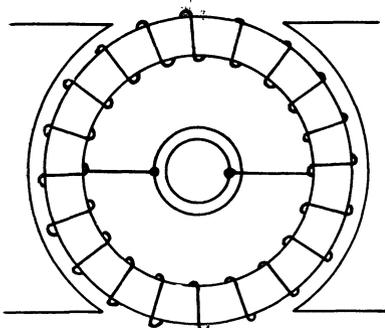


Fig. 277 a.

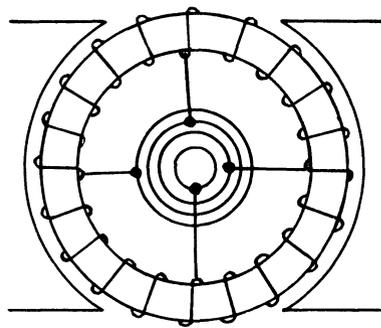


Fig. 277 b.

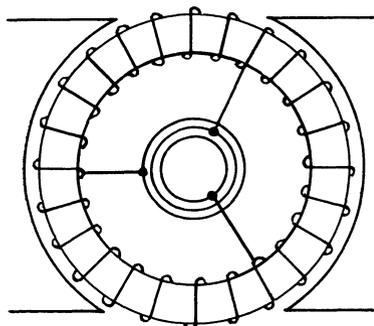


Fig. 277 c.

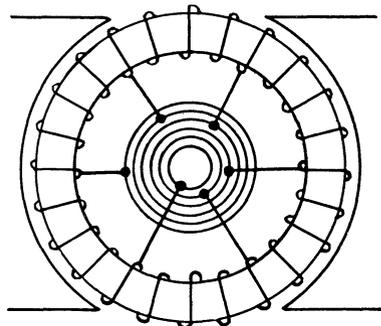


Fig. 277 d.

Wir setzen nun $i_a = 2a \cdot c$ und $\dot{p} \cdot \frac{n}{60} = \sim$, und setzen die Leistung des Wechselstromes gleich der des Gleichstromes. Dann erhalten wir:

$$\eta = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}. \quad (199)$$

Dabei hängt der Wert von k wesentlich von der Breite der Spulenseite ab. Bei Einphasenumformern (Fig. 277 a) entspricht die Breite 2γ einer Spulenseite einer Polteilung, ist also gleich dem Bogen π . Bei Zwei- oder Vierphasenumformern (Fig. 277 b) ist die Breite 2γ gleich dem Bogen $\pi/2$. Bei Dreiphasenumformern (Fig. 277 c) ist sie gleich $\frac{2}{3}\pi$ und bei Sechphasenumformern gleich dem Bogen $\pi/3$ (Fig. 277 d).

Ferner ist der Wert des Faktors k von der Gestaltung des magnetischen Feldes abhängig. Wir unterscheiden wieder, wie früher, ein sinusförmiges Feld, eine Polbreite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung und eine Polbreite gleich $\frac{1}{2}$ der Teilung.

Für ein sinusförmiges Feld ergibt sich nach Gleichung (144) auf S. 326:

$$k = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}.$$

Bei Polbreiten gleich $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ der Teilung gilt für Ein- und Dreiphasenumformer Gleichung (152) und (153) auf S. 333, da die Breite 2γ der Spulenseite größer ist als der Polbogen β . Dagegen ist für Vier- und Sechsphasenumformer die Spulenseite kleiner als der Polbogen β , und es gilt Gleichung (147) und (154) auf S. 327 und 333. Daraus ergibt sich dann die folgende Tabelle:

	$2\gamma/\pi$	Werte des Faktors k		
		für Sinusform	für $\beta/\pi = \frac{2}{3}$	für $\beta/\pi = \frac{1}{2}$
Einphasen	1	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}\sqrt{6}$
Dreiphasen	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}\sqrt{6}$	$\frac{1}{2}\sqrt{15}$	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$
Vierphasen	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$\frac{4}{3}\sqrt{3}$
Sechsphasen	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}\sqrt{14}$

Aus den Werten von k ergeben sich dann leicht die Werte von $\eta = \frac{2\sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$. Diese werden uns im folgenden Abschnitt dazu dienen, den Effektverlust durch Joulesche Wärme im Umformer zu ermitteln.

137. Der Effektverlust im rotierenden Umformer.

Der rotierende Umformer wird in der Regel mit Wechselstrom bzw. Mehrphasenstrom gespeist und er liefert dann am Kommutator Gleichstrom. Er läuft also als Wechselstromsynchronmotor und Gleichstromgenerator. Im wesentlichen ist dann der hineingesandte Wechselstrom der elektromotorischen Kraft entgegengerichtet, während der gelieferte Gleichstrom der elektromotorischen Kraft gleichgerichtet ist. Daraus folgt, daß Gleichstrom und Wechselstrom sich im Anker zum großen Teil gegenseitig aufheben, so daß die Joulesche Wärme verhältnismäßig gering ist.

Es leuchtet aber ein, daß dieses günstige Resultat nur erzielt wird, wenn zwischen elektromotorischer Kraft und Stromstärke des Wechselstromes keine Phasenverschiebung stattfindet. Außerdem aber liegt zeitweise die Spulenseite des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten

Polen, und es ist klar, daß dann in einzelnen Drähten eine Addition, in anderen eine Subtraktion beider Ströme stattfindet. Am günstigsten wäre natürlich eine unendliche Zahl von Kollektorlamellen und eine unendliche Zahl von Phasen, das heißt eine unendlich kleine Breite der Spulenseite.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird nun am leichtesten, wenn wir die Lamellenzahl des Kommutators als sehr groß voraussetzen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzigen Windung ins Auge fassen. *) Dazu wählen wir zunächst die Windung, die

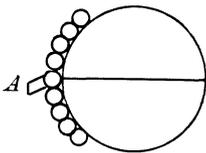


Fig. 278 a.

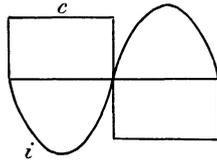


Fig. 278 b.

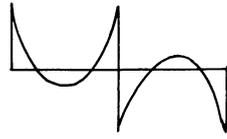


Fig. 278 c.

die Mitte der Spulenseite des Wechselstromes bildet, und setzen voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

Sowie nun der Draht der betrachteten Windung in Fig. 278 a die neutrale Zone passiert, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechselstrom seine Richtung um. Unter der Voraussetzung, daß wir den Gleichstrom als konstant betrachten dürfen, stellt uns dann die Kurve c in Fig. 278 b den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten

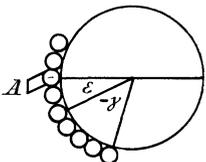


Fig. 279 a.

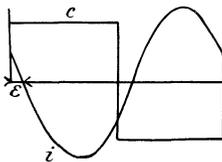


Fig. 279 b.

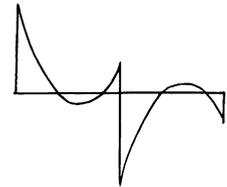


Fig. 279 c.

Windung dar. Ebenso stellt die Kurve i den Verlauf des Wechselstromes dar. Durch Summierung beider Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens erhalten wir dann die Stromkurve in Fig. 278 c. Die Ordinaten haben wir zu quadrieren und mit dem Widerstand w der betrachteten Windung zu multiplizieren, um die Momentanwerte des Effektverlustes zu erhalten.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, die um den Bogen ε von der Mitte der Spulenseite entfernt ist (Fig. 279 a). Sobald diese Windung bei A die neutrale Zone passiert, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Dagegen erfolgt, da die Phasenverschiebung gleich

*) Vergl. Steinmetz, Der rotierende Umformer in Voits Sammlung elektrischer Vorträge Bd. II, 1899.

Null angenommen ist, der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen ε später, wenn nämlich die Mitte der Spulenseite die neutrale Zone passiert. Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Fig. 279b nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Ordinaten erhalten wir die Kurve in Fig. 279c, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung darstellt.

Bleibt endlich der Strom um den Winkel φ hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so erscheint die Stromkurve um den Bogen φ noch weiter nach rechts verschoben (Fig. 280). Als Abszisse ist dabei der Einfachheit wegen, wie in früheren Abschnitten, der Bogen α aufgetragen, der der Zeit t entspricht. Der Momentanwert des Stromes in der betrachteten Windung ist dann:

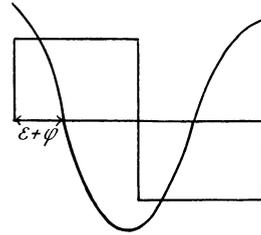


Fig. 280.

$$c - i_{max} \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) = c \left\{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \right\}.$$

Wir quadrieren den Momentanwert des Stromes und nehmen das Mittel zwischen 0 und π . Ist w der Widerstand der Windung, so erhalten wir den mittleren zeitlichen Effektverlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{c^2 \cdot w}{\pi} \int_0^{\pi} \left\{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \right\}^2 \cdot d\alpha = c^2 \cdot w \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}.$$

Die Integration ist dabei ausgeführt, indem ausquadriert wurde und ε als konstant angesehen wurde. Wie die Klammergröße der rechten Seite zeigt, enthält der mittlere zeitliche Effektverlust zwei konstante Glieder, die für alle Windungen dieselben sind, und ein Glied, dessen Wert mit dem räumlichen Winkel ε variiert. Der mittlere räumliche Wert dieses Gliedes innerhalb der Klammer wird:

$$\frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \cdot d\varepsilon = \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi.$$

Der mittlere räumliche und zeitliche Effektverlust pro Windung ist also:

$$P_v = c^2 \cdot w \left(1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi \right).$$

Setzen wir nun für η den früher ermittelten Wert $\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$, so erhalten wir:

$$P_v = c^2 \cdot w \cdot \left(1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right). \quad (200)$$

Diese Gleichung wird uns nun im folgenden Abschnitt dazu dienen, den Umformer mit dem Gleichstromgenerator in Hinsicht des Kupferverlustes im Anker zu vergleichen.

138. Vergleich des rotierenden Umformers mit einem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker.

In Gleichung (200) ist das Produkt $c^2 \cdot w$ der Effektverlust pro Windung, wenn die Maschine als Gleichstromgenerator angetrieben wird und dabei den Gleichstrom c liefert. Der Ausdruck in der Klammer:

$$\Gamma = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

gibt also an, wie viel mal größer der Effektverlust im Umformer ist, als wenn die Maschine denselben Gleichstrom als mechanisch angetriebener Generator liefert.

Je größer also der Phasenverschiebungswinkel φ ist, je kleiner also der Wert von $\cos \varphi$ ist, desto größer wird in der obigen Gleichung für Γ das zweite Glied und damit der Verlust. Ferner ergibt sich aus der Gleichung für Γ sehr deutlich der Einfluß der Spulenbreite. Ist z. B. das Feld sinusförmig, so ist der Faktor k dem Werte $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ proportional, d. h. das letzte Glied in der Gleichung für Γ ist für alle Spulenbreiten konstant. Demnach kommt der Einfluß der Spulenbreite nur in dem zweiten Gliede in Betracht. Je kleiner die Spulenbreite ist, desto größer wird der Faktor k . Dadurch wird dann das zweite Glied in der obigen Gleichung kleiner und demnach der Effektverlust ebenfalls geringer. Die Überlegenheit des Sechphasenumformers infolge seiner geringen Breite der Spulenseite tritt also klar hervor. Ist das Feld nicht sinusförmig, so werden diese Verhältnisse nur ganz unwesentlich geändert.

Die folgende Tabelle enthält für die verschiedenen Fälle die Werte von Γ , d. h. das Verhältnis des Verlustes im Umformer zu dem Verlust im Generator bei gleicher Stromstärke des Gleichstromes.

	$\cos \varphi$	$\Gamma = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = 2/3$	$\beta/\pi = 1/2$
Einphasen {	1	1,38	1,26	1,10
	0,8	2,50	2,28	1,94
Dreiphasen {	1	0,56	0,53	0,49
	0,8	1,23	1,13	0,99
Vierphasen {	1	0,38	0,36	0,35
	0,8	0,94	0,87	0,77
Sechphasen {	1	0,27	0,26	0,26
	0,8	0,77	0,71	0,63

Die Tabelle zeigt, daß man die Verluste ganz erheblich vermindert, wenn man durch geeignete Erregung der Maschine dafür sorgt, daß die

Phasenverschiebung gleich Null wird. Ferner zeigt die Tabelle die gewaltige Überlegenheit des mehrphasigen Umformers gegenüber dem einphasigen. Der Einfluß der Polform ist nach der Tabelle sehr gering und wird in Wirklichkeit wegen der Abrundung der Pole noch weniger ins Gewicht fallen.

Für die Praxis interessiert uns nun noch die Frage, wie stark wir den rotierenden Umformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Es sei unter Voraussetzung gleichen Verlustes:

- c der Gleichstrom, pro Ankerdraht, den der Umformer liefert,
- c_1 der Strom, den dieselbe Maschine als mechanisch angetriebener Gleichstromgenerator liefert.

Der Verlust pro Spulenseite ist dabei im Generator $c_1^2 \cdot w$, im Umformer dagegen nach Gleichung (200) $\Gamma \cdot c^2 \cdot w$. Wenn beide Verluste gleich sein sollen, so ergibt sich:

$$c_1^2 \cdot w = \Gamma \cdot c^2 \cdot w$$

oder

$$\frac{c}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}}$$

Unter Voraussetzung gleichen Effektverlustes im Anker ist also das Verhältnis des Gleichstromes im Umformer zum Gleichstrom im Generator durch den Wert $1/\sqrt{\Gamma}$ gegeben. Dieser Wert gibt also auch das Verhältnis der Leistungen beider Maschinen unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers an. In der folgenden Tabelle sind die Werte von $1/\sqrt{\Gamma}$ für die einzelnen Fälle zusammengestellt.

	$\cos \varphi$	$1/\sqrt{\Gamma}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = 2/3$	$\beta/\pi = 1/2$
Einphasen {	1	0,85	0,89	0,95
	0,8	0,63	0,66	0,72
Dreiphasen {	1	1,33	1,37	1,43
	0,8	0,90	0,94	1,00
Vierphasen {	1	1,62	1,66	1,70
	0,8	1,03	1,07	1,14
Sechphasen {	1	1,93	1,95	1,94
	0,8	1,14	1,18	1,26

Bei einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 1$ leistet also der Einphasenumformer bei gleicher Erwärmung des Ankers 85% von dem, was der Gleichstromgenerator leistet. Dagegen leistet der Sechphasenumformer bei $\cos \varphi = 1$ etwa das Doppelte des Gleichstromgenerators.

Anhang.

Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen.

(Nach Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen.)

1. Das Polardiagramm.

Wir haben früher im Vektordiagramm die Maximalwerte der Spannung oder der Stromstärke als Vektoren aufgetragen und haben diese Vektoren rotieren lassen. Die Richtung des Radius Vektor entsprach dann z. B. der räumlich wechselnden Stellung der Ankerspule und der Momentanwert der Spannung war durch die Projektion des Vektors auf die Ordinatenachse gegeben.

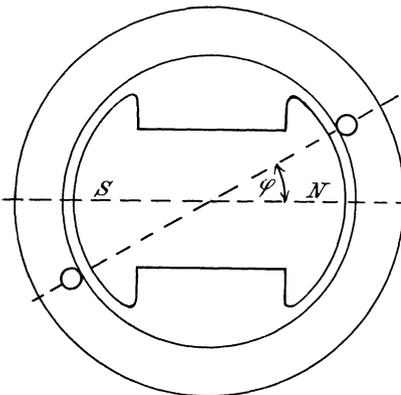


Fig. 281 a.

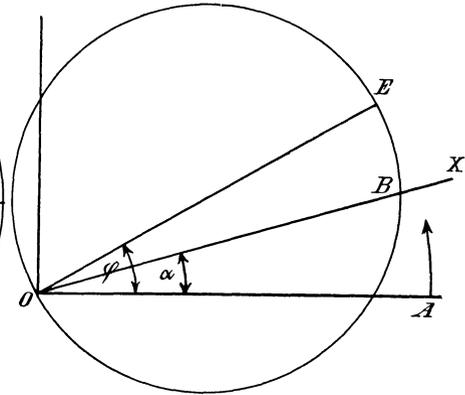


Fig. 281 b.

Im Gegensatz dazu betrachten wir in Fig. 281 a die Ankerspule als feststehend und lassen das Polrad rotieren. Die Anfangslage der magnetischen Achse des Polrades sei willkürlich in die Abszissenachse gelegt und die Ebene der feststehenden Spulenseite bilde mit der Anfangslage den konstanten Winkel φ . Wir betrachten nun im Polardiagramm (Fig. 281 b) ebenfalls die Abszissenachse als die Anfangslage und zeichnen den Vektor $OE = E_{max}$ in einer durch den Winkel φ gegebenen Richtung. Über OE als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wir betrachten nun OE als feststehend und lassen den Strahl OX entgegen dem Uhrzeiger rotieren. Wenn dieser Strahl um den Winkel α gegen die Null-

lage vorgeschritten ist, so schneidet er den Kreis im Punkte B . Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ist dann:

$$E_{max} \cdot \cos(\varphi - \alpha) = OB.$$

Wir bezeichnen nun den Durchmesser E_{max} als die Intensität der Sinuswelle und den Winkel φ als die Phase der Welle. In Polarkoordinaten ist also der Momentanwert als Funktion des Winkels α gegeben. Der Maximalwert wird in dem Augenblicke erreicht, wenn der rotierende Strahl OX mit dem Durchmesser OE zusammenfällt.

In Fig. 282 sind z. B. die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 von verschiedener Phase, weil ihre Maximalwerte OE_1 und OE_2 verschiedene Winkel φ_1 und φ_2 mit der Nulllage einschließen. Die elektromotorische Kraft E_2 bleibt hinter E_1 in der Phase zurück, weil der rotierende Strahl OX zuerst mit OE_1 und später mit OE_2 zusammenfällt. Es zeigt sich, daß wir bei Drehung des Strahles OX entgegen dem Uhrzeiger genau dieselbe Figur erhalten, wie früher, wo wir die Vektoren der Maximalwerte im Sinne des Uhrzeigers rotieren ließen.

2. Geometrische Addition.

Nach Fig. 281b ist der Momentanwert durch OB , d. h. durch die Projektion des Durchmessers OE auf den rotierenden Strahl OX gegeben.

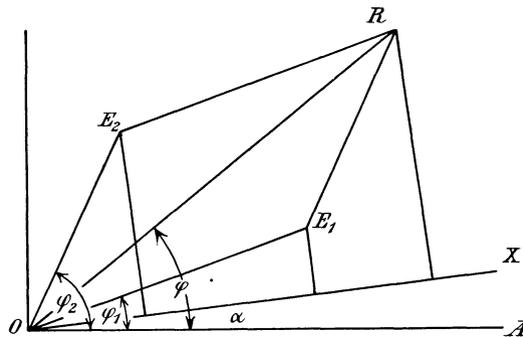


Fig. 282.

Ähnlich wie in Abschnitt 72 (S. 262) ergibt sich daraus, daß wir die beiden elektromotorischen Kräfte OE_1 und OE_2 in Fig. 282 durch eine Resultierende ersetzen können, deren Intensität gleich OR und deren Phase gleich φ ist.

Wir sehen nun im folgenden von den Momentanwerten ab und betrachten nur den Maximalwert (die Intensität) und die Phase der Welle. Selbstverständlich können wir wieder, wie früher, statt der Maximalwerte die Effektivwerte auftragen, da sich dadurch nur der Maßstab ändert. Wie wir sahen, ist eine Welle durch ihre Intensität und ihre Phase gegeben. Wir können aber statt der Intensität und der Phase die recht-

winkligen Koordinaten des Durchmessers OE einführen. In diesem Sinne ist die Welle in Fig. 283 durch die Abszisse $a = 3$ und die Ordinate $b = 4$ gegeben. Dabei gelten die Gleichungen:

$$OE = \sqrt{a^2 + b^2}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}.$$

Wie gebräuchlich, werden wir dabei die Abszissen, die rechts von der Ordinatenachse liegen, als positiv, die links von der Ordinatenachse als negativ einführen. Es empfiehlt sich nun, die Ordinaten in der positiven Richtung der Ordinatenachse als positiv imaginär und die Ordinaten in der negativen Richtung der Ordinatenachse als negativ imaginär einzuführen. Da der Buchstabe i schon zur Bezeichnung der Stromstärke dient,

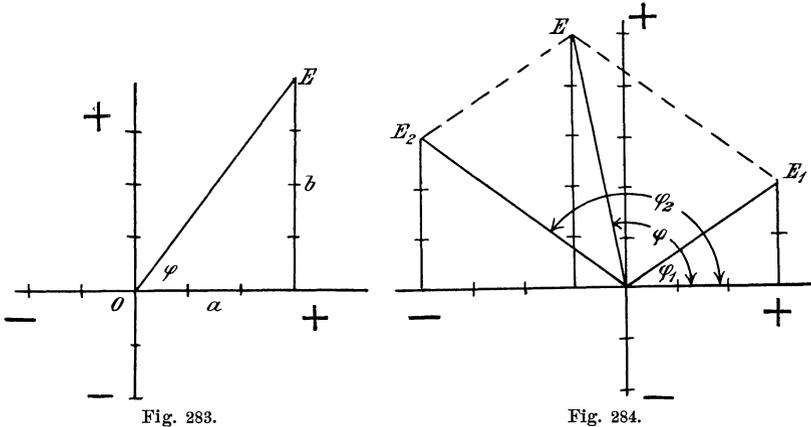


Fig. 283.

Fig. 284.

so wird zur Bezeichnung der imaginären Zahl $\sqrt{-1}$ der Buchstabe j gewählt. Dann ergibt sich zur symbolischen Bezeichnung der Wechselstromwelle in Fig. 283, wenn E die Intensität bedeutet, die Gleichung:

$$E = 3 + j \cdot 4.$$

Allgemein wählen wir, wie Steinmetz es in seinem Werke „Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen“ tut, für die Intensität große Buchstaben, für die Projektionen auf die Achsen kleine Buchstaben.

Nun ist die Projektion einer Resultierenden nach S. 262 gleich der Summe der Projektionen der Komponenten. Sind also z. B. zwei Wellen von verschiedener Phase gegeben, so können wir die geometrische Addition statt der früher benutzten graphischen Methode jetzt rechnerisch durchführen. In Fig. 284 ergeben z. B. die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 , deren Phase φ_1 und φ_2 ist, eine Resultierende, deren Intensität gleich E und deren Phase gleich φ ist. Eine Berechnung der Intensität mit Hilfe trigonometrischer Formeln wäre sehr umständlich. Auch die Zeichnung

ist umständlich, wenn man aus den gegebenen Winkeln φ_1 und φ_2 die Richtungen von E_1 und E_2 festzulegen hat. Nach der symbolischen Methode ergibt sich dagegen:

$$\begin{array}{r} E_1 = +3 + j \cdot 2 \\ E_2 = -4 + j \cdot 3 \\ \hline E = E_1 + E_2 = -1 + j \cdot 5. \end{array}$$

Wie man sieht, ist die geometrische Addition, die früher für uns ein bloßer Name war, jetzt wirklich zur Rechenoperation des Addierens geworden. Das $+$ Zeichen zwischen E_1 und E_2 bedeutet die geometrische Addition, und ein Blick auf Fig. 284 bestätigt uns, daß die geometrische Resultierende die Koordinaten -1 und $j \cdot 5$ hat. — Will man nun von der Rechnung mit komplexen Zahlen zur Rechnung mit reellen Werten zurückgehen, so hat man im obigen Resultat zu setzen:

und

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26},$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{+5}{-1} = -5.$$

3. Drehung der Wellen.

Wir betrachten in Fig. 285 zwei elektromotorische Kräfte von gleicher Intensität, von denen E_2 um 90° hinter E_1 zurückbleibt. Wie man sieht, ist

und

$$E_1 = +4 + j \cdot 3$$

$$E_2 = -3 + j \cdot 4.$$

Da $(j)^2 = -1$ ist, so folgt, daß man die Welle E_2 aus der Welle E_1 durch Multiplikation mit j erhält:

$$E_2 = j \cdot E_1 = j \cdot 4 - 3.$$

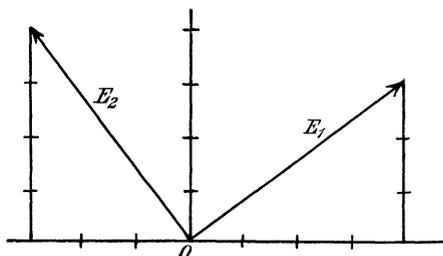


Fig. 285.

Die Multiplikation mit j verschiebt also den Durchmesser der Welle in Richtung des rotierenden Strahles OX , und man erhält eine Welle, die gegen die ursprüngliche Welle um 90° zurückbleibt.

Ebenso können wir die Welle E_1 aus der Welle E_2 entstanden denken durch Multiplikation mit $-j$:

$$E_1 = -j \cdot E_2 = -j(-3 + j \cdot 4)$$

oder, da $(-j)(+j) = +1$ ist:

$$E_1 = 4 + j \cdot 3.$$

Die Multiplikation einer Welle mit $-j$ bedeutet also die Verschiebung des Durchmessers entgegengesetzt der Rotations-

richtung des Strahles OX . Man erhält dadurch eine Welle, die der ursprünglichen Welle um 90° voraufeilt.

Haben wir endlich zwei Wellen, deren Phasendifferenz 180° beträgt, so sind die Koordinaten der einen Welle die negativen Werte der Koordinaten der andern Welle. Multiplikation mit -1 verschiebt also die Welle um 180° .

Wir sind jetzt in der Lage, die Ohmsche Spannung und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion durch symbolische Bezeichnung auszudrücken, wenn die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben ist. Es sei z. B. die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben durch:

$$J = 3 - j \cdot 2.$$

Der Widerstand w sei gleich 2 Ohm und die Induktanz $L\omega$, die wir der Einfachheit wegen mit x bezeichnen, sei 1,5 Ohm. Dann ergibt

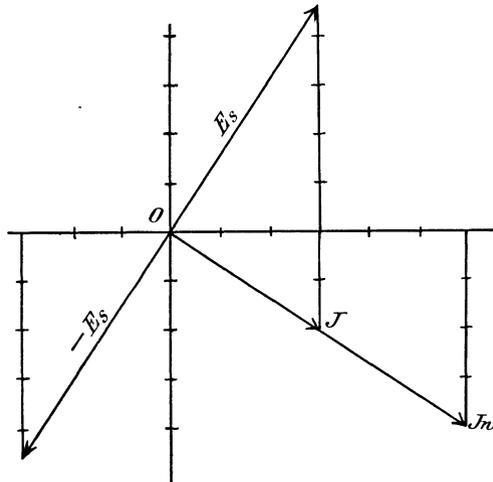


Fig. 286.

sich die Ohmsche Spannung nach Größe und Phase, indem wir einfach die Gleichung für J mit w multiplizieren.

Dadurch erhalten wir:

$$J \cdot w = 2 \cdot (3 - j \cdot 2) = 6 - j \cdot 4.$$

Um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion nach Größe und Phase zu bestimmen, haben wir aber die Gleichung für J nicht bloß mit x , sondern außerdem mit j zu multiplizieren. Dadurch erreichen wir, daß die berechnete Welle um 90° hinter der Stromwelle zurückbleibt. Wir erhalten also:

$$E_s = j \cdot x \cdot J$$

oder in unserm Falle:

$$E_s = j \cdot 1,5 \cdot (3 - j \cdot 2) = +3 + j \cdot 4,5.$$

Ein Blick auf Fig. 286 bestätigt uns dies Resultat. Dabei haben wir unter E_s die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion verstanden, die der Klemmspannung zum Teil entgegenwirkt. Wollen wir die Komponente der Klemmspannung haben, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, so haben wir die Gleichung für E_s noch mit -1 zu multiplizieren und erhalten:

$$-E_s = -3 - j. 4,5.$$

4. Induktanz und Ohmscher Widerstand in Serie.

Allgemein eilt die Komponente der Klemmspannung, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, dem Strome um 90° voraus. Wir erhalten sie also, wenn wir den Strom J mit x und außerdem mit $-j$ multiplizieren. Das ergibt $-j. x. J$. Die ganze Klemmspannung ist die Resultierende aus den beiden Spannungen, die zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes und der Selbstinduktion dienen. Sie ergibt sich also durch geometrische Addition zu:

$$E = J. w + (-j. x. J) = J. (w - j. x).$$

Als gesamter Widerstand oder als Impedanz Z ist also der Wert $w - j. x$ einzuführen:

$$Z = w - j. x.$$

Die Impedanz ergibt sich demnach ebenfalls aus zwei Katheten und ihr reeller Wert berechnet sich nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$z = \sqrt{w^2 + (-x)^2}.$$

Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom lautet also:

in symbolischer Darstellung:

in reeller Form:

$$J = \frac{E}{Z} = \frac{E}{w - j. x}, \quad i = \frac{e}{z} = \frac{e}{\sqrt{w^2 + x^2}}.$$

Wir gehen jetzt dazu über, die Klemmspannung eines Generators zu bestimmen, dessen innerer Widerstand gleich w_0 und dessen innere Induktanz gleich x_0 ist. Der äußere Widerstand sei w und die äußere Induktanz gleich x . Dann ist der gesamte innere Widerstand $Z_0 = w_0 - j. x_0$, während der scheinbare äußere Widerstand $Z = w - j. x$ ist (vergl. Fig. 155 c auf S. 275). Bezeichnen wir die konstante elektromotorische Kraft des Generators, ausgedrückt in komplexen Größen, mit E_0 und die Klemmspannung in komplexen Größen mit E_k , so erhalten wir:

$$J = \frac{E_0}{Z_0 + Z} = \frac{E_0}{w_0 + w - j. (x_0 + x)}$$

und

$$E_k = J. Z = \frac{E_0. Z}{w_0 + w - j. (x_0 + x)}.$$

Gehen wir jetzt zu reellen Werten über, so erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{(w_0 + w)^2 + (x_0 + x)^2}} = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{w_0^2 + 2w_0 \cdot w + w^2 + x_0^2 + 2x \cdot x_0 + x^2}}.$$

Nun ist

$$w_0^2 + x_0^2 = z_0^2$$

und

$$w^2 + x^2 = z^2.$$

Demnach erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{z_0^2 + z^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x)}}.$$

Dieselbe Gleichung hätte man natürlich auch direkt mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes aus Fig. 155 c ableiten können.

5. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serie.

Im Abschnitt 78 hat sich ergeben, daß die elektromotorische Gegenkraft E_c des Kondensators dem Strome um 90° voraufeilt. Die Kapazitätsspannung E_c ergibt sich dabei, wenn wir nach Gleichung (126) auf S. 285 die Stromstärke J durch $C\omega$ dividieren und wegen der Phasendifferenz mit $-j$ multiplizieren. Wir erhalten so:

$$E_c = -j \cdot \frac{J}{C\omega}.$$

Die Komponente der Klemmspannung, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators das Gleichgewicht hält, ist also $+j \cdot \frac{J}{C\omega}$. Demnach ergibt sich bei Hintereinanderschaltung von Kapazität und Ohmschem Widerstand eine Klemmspannung:

$$E = J \cdot w + j \cdot \frac{J}{C\omega} = J \cdot \left(w + j \cdot \frac{1}{C\omega} \right).$$

Wir haben also als Impedanz des Kreises den Ausdruck

$$Z = w + j \cdot \frac{1}{C\omega}$$

zu setzen, wobei w und $\frac{1}{C\omega}$ die rechtwinkligen Komponenten der Induktanz Z sind. Natürlich ergibt sich in reellen Werten:

$$z = \sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{C\omega} \right)^2}.$$

Vergleichen wir nun die Gleichungen

$$Z = w - j \cdot L\omega$$

und

$$Z = w + j \cdot \frac{1}{C\omega},$$

so erkennen wir, daß wir die Größe $\frac{1}{C\omega}$ als eine negative Induktanz auffassen können. Bezeichnen wir also die zum Ohmschen Widerstand

rechtwinklige Komponente der Impedanz allgemein als die Reaktanz x , so gilt die Gleichung

$$Z = w - j \cdot x$$

ganz allgemein für eingeschaltete Induktanzen und eingeschaltete Kapazität. Für Induktanzen ist $x = L\omega$ und für Kapazitäten ist $x = -\frac{1}{C\omega}$. Wir nennen die Größe $\frac{1}{C\omega}$ nach Steinmetz die Kondensanz.

6. Ohmscher Widerstand, Induktanz und Kondensanz in Serie.

Die Gleichung

$$J = \frac{E}{w - j \cdot x}$$

gilt jetzt ganz allgemein, indem wir unter x die Summe $L\omega - \frac{1}{C\omega}$ verstehen. Wir erhalten also:

$$J = \frac{E}{w - j \cdot \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}$$

In reellen Werten ergibt sich dann sofort:

$$J = \frac{E}{\sqrt{w^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}$$

Es gilt also jetzt auch allgemein die früher abgeleitete Gleichung für die Klemmspannung eines Generators:

$$E_k = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{z_0^2 + z^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x)}}$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß bei gegebenem äußeren Gesamtwiderstand $z = \sqrt{w^2 + x^2}$ und gegebener innerer Impedanz des Generators die Klemmspannung unter Umständen gleich der elektromotorischen Kraft ist. Das tritt ein, wenn der Nenner gleich z wird oder wenn

$$z_0^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x) = 0$$

ist. Vernachlässigen wir den kleinen inneren Widerstand w_0 und setzen dementsprechend die Impedanz z_0 gleich x_0 , so erhalten wir:

$$x_0^2 + 2x \cdot x_0 = 0$$

oder

$$x = -\frac{x_0}{2}$$

Die äußere Reaktanz, d. h. die Summe der positiven Induktanz und der negativen Kondensanz muß also gleich $-\frac{x_0}{2}$ sein, wenn die Klemmspannung gleich der elektromotorischen Kraft sein soll.

Überwiegt die äußere Kondensanz noch mehr, so wird der Nenner in der Gleichung für E kleiner als z , und die Klemmspannung ist größer als die elektromotorische Kraft (vergl. Fig. 196).

7. Induktanz und Kondensanz in Parallelschaltung.

In Fig. 287 ist der Fall gezeichnet, wo ein Kondensator im Nebenschluß zu einem Zweige liegt, der Ohmschen Widerstand und Induktanz hintereinander enthält. Dann gilt für den oberen Zweig die Gleichung:

$$J_1 = \frac{E}{w - j \cdot x}.$$

Da der Kondensatorstrom J_2 der Klemmspannung E um 90° voraufeilt, so ergibt sich nach der auf S. 497 angegebenen Regel:

$$J_2 = -j \cdot C \omega \cdot E.$$

Der Gesamtstrom J ergibt sich also zu:

$$J = J_1 + J_2 = \frac{E}{w - j \cdot x} - j \cdot C \omega \cdot E.$$

Wir sondern nun E ab und multiplizieren im Zähler und Nenner mit $w + j \cdot x$, damit die komplexen Größen aus dem Nenner wegfallen. Wir erhalten dann:

$$J = E \cdot \left\{ \frac{w + j \cdot x}{w^2 + x^2} - j \cdot C \omega \right\}$$

oder

$$J = E \cdot \left\{ \frac{w}{w^2 + x^2} + j \cdot \left(\frac{x}{w^2 + x^2} - C \omega \right) \right\}. \quad (a)$$

Kehren wir wieder zu reellen Werten zurück, so haben wir statt der Addition in der geschweiften Klammer die Addition nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu setzen und erhalten:

$$J = E \cdot \sqrt{\left(\frac{w}{w^2 + x^2} \right)^2 + \left(\frac{x}{w^2 + x^2} - C \omega \right)^2}.$$

Soll nun z. B. der Hauptstrom gleiche Phase mit der Klemmspannung E haben, so unterscheiden sich beide nur durch einen reellen Faktor und die imaginäre Größe in der Gleichung (a) muß Null sein. Wir erhalten dafür die Bedingung:

$$C \omega = \frac{x}{w^2 + x^2}.$$

In dieser Gleichung ist außer der Induktanz x auch der Widerstand w enthalten. Es zeigt sich also, daß eine vollständige Aufhebung der wattlosen Ströme durch Einschaltung einer Kapazität im Nebenschluß zwar erreicht werden kann, daß aber bei Veränderung des Widerstandes w wieder Phasenverschiebung eintritt.

8. Admittanz, Konduktanz und Suszeptanz.

Schon auf S. 11 haben wir erwähnt, daß man unter Umständen bequemer mit dem Leitvermögen, als mit dem Widerstand rechnet. Als

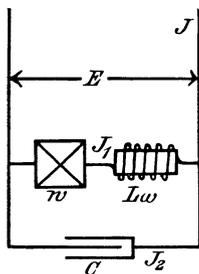


Fig. 287.

es sich darum handelte, den Widerstand mehrerer paralleler Zweige auszurechnen, erhielten wir als Resultat:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \cdot \dots$$

In dieser Gleichung sind direkt die Leitfähigkeiten enthalten. Wir stellen uns nun die Aufgabe, eine derartige Rechnung auch bei der symbolischen Methode anzuwenden. Wir führen nach Steinmetz für den reziproken Wert der Impedanz die Bezeichnung Admittanz ein und bezeichnen sie mit dem Buchstaben Y . Dann ergibt sich:

$$Y = \frac{1}{Z}, \quad y = \frac{1}{z}.$$

Dann erhalten wir:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{w - j \cdot x} = \frac{w + j \cdot x}{w^2 + x^2} = \frac{w}{w^2 + x^2} + \frac{j \cdot x}{w^2 + x^2}.$$

Die Admittanz Y besteht also ebenfalls aus einer reellen und einer imaginären Komponente. Wir nennen die reelle Komponente die Konduktanz und bezeichnen sie mit dem Buchstaben g . Ebenso nennen wir die imaginäre Komponente die Suszeptanz und führen dafür die Bezeichnung b ein. Wir erhalten dann:

$$g = \frac{w}{w^2 + x^2} = \frac{w}{z^2}, \quad (a)$$

$$b = \frac{x}{w^2 + x^2} = \frac{x}{z^2}, \quad (b)$$

$$Y = g + j \cdot b.$$

Das Ohmsche Gesetz lautet dann:

$$J = \frac{E}{Z} = E \cdot Y$$

oder

$$J = E \cdot (g + j \cdot b).$$

Der absolute Wert der Admittanz ergibt sich natürlich wieder nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{\frac{w^2}{z^4} + \frac{x^2}{z^4}}$$

oder, da $w^2 + x^2 = z^2$ ist:

$$y = \sqrt{\frac{1}{z^2}} = \frac{1}{\sqrt{w^2 + x^2}}.$$

Um die Anwendung dieser Gleichungen zu zeigen, fragen wir wieder, unter welchen Umständen der parallel geschaltete Kondensator in Fig. 277 die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null macht. In diesem Falle muß die imaginäre Komponente in der Gleichung

$$J = E \cdot (g + j \cdot b) \quad (c)$$

zu Null werden.

Nun ist die Admittanz des oberen Kreises in Fig. 287, wenn wir der Deutlichkeit wegen die Induktanz mit x_1 bezeichnen, nach Gleichung (b):

$$b_1 = \frac{x_1}{z^2} = \frac{x_1}{x_1^2 + w_1^2}.$$

Ebenso ergibt sich die Admittanz des unteren Stromkreises nach Gleichung (b), indem wir $x = -1/C\omega$ und $w = 0$ setzen, zu:

$$b_2 = -C\omega.$$

Wir erhalten also die gesamte Admittanz beider Stromzweige zu:

$$b = b_1 + b_2 = \frac{x_1}{x_1^2 + w_1^2} - C\omega.$$

Soll die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null werden, so unterscheiden sich E und J nur durch einen reellen Faktor und es muß daher b in Gleichung (c) gleich Null werden. Daraus ergibt sich, wie früher, die Bedingung:

$$C\omega = \frac{x_1}{w_1^2 + x_1^2}.$$

Es ist aber bemerkenswert,

1. daß die Konduktanz und Suszeptanz der einzelnen Zweige nicht die reziproken Werte des Widerstandes bzw. der Induktanz sind, sondern durch die Gleichungen

$$g = \frac{w}{z^2} \quad \text{und} \quad b = \frac{x}{z^2}$$

gegeben sind;

2. daß der Widerstand und ebenso die Reaktanz des ganzen Kreises nicht die Summe der einzelnen Widerstände bzw. der einzelnen Reaktanzen darstellt.

Um also in dem obigen Beispiel die Größe b zu berechnen, durften wir nicht etwa für den ganzen Kreis die Gleichung $b = \frac{x}{w^2 + x^2}$ benutzen und darin für x die Summe der außen liegenden Reaktanzen einsetzen, sondern wir mußten die Suszeptanzen b_1 und b_2 für jeden einzelnen Zweig berechnen und beide Werte zusammenzählen.

Bezeichnungen.

Für Größen, die im absoluten Maß gemessen sind, sind fett gedruckte Buchstaben verwendet. Auf den angeführten Seiten ist die betreffende Bezeichnung zuerst eingeführt. Von den Indizes bezeichnet:

<p><i>a</i> Anker, <i>b</i> Batterie, <i>c</i> Kapazität, <i>d</i> direkte Windungen, <i>d</i> Dämpfung, <i>g</i> Galvanometer, <i>g</i> Ankerrückwirkung, <i>i</i> Inneres, <i>J</i> Joch, <i>k</i> Kommutierung, <i>k</i> Klemmspannung, <i>l</i> Leitung, <i>l</i> Luft, <i>m</i> Magnete, μ Magnetisierung, <i>n</i> nutzbare Größe, <i>p</i> Pole, <i>q</i> Quermagnetisierung,</p>	<p><i>r</i> Reibung, <i>s</i> Streuung, <i>s</i> Selbstinduktion, <i>st</i> Streuinduktion, <i>v</i> Verlust, <i>w</i> Welle, <i>w</i> Wirbelstrom, <i>z</i> Abzweigung, <i>z</i> Zähne, <i>max</i> Maximalwert, <i>mittel</i> Mittelwert, <i>o</i> Leerlauf, Kurzschluss, ausgen. S. 238, 252 u. 499, <i>1 u. 2</i> prim. und sek. <i>1 u. 2</i> mitlaufend und gegenlaufend. <i>1 u. 2</i> auflaufend und ablaufend.</p>
--	--

Kleine lateinische Buchstaben:

	Seite
<i>a</i> Atomgewicht	32
<i>a</i> Beschleunigung	107
<i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige	139
<i>a</i> max. Beschleunig. in m/sek. ²	380
<i>a</i> = $i_0 + 2r$	480
<i>b</i> Ankerlänge	77
<i>b</i> Suszeptanz	503
<i>c</i> verschiedene Faktoren.	
<i>c</i> Gleichstrom pro Leiter . .	487
<i>e</i> Klemmspannung in Volt . .	7
<i>e</i> Netzspannung in Volt . .	406
<i>e</i> ₁ Spannung pro Phase . . .	406
<i>f</i> Kraft in Dyn	49
<i>f</i> Traktionskoeffizient in Kilogramm pro Tonne	242
<i>g</i> Konduktanz	503
<i>h</i> Horizontalkomponente . . .	65
<i>i</i> Stromstärke in Ampere . .	2
<i>i</i> effektive Stromstärke . . .	260
<i>i</i> Stromstärke pro rotierende Erregung	478
<i>i</i> Netzstrom	406
<i>i</i> ₁ Strom pro Phase	406
<i>k</i> Wertigkeit	32
<i>k</i> verschiedene Faktoren.	
<i>l</i> Länge in Meter	9
<i>l</i> Länge in Zentimeter . . .	61
<i>m</i> Gewicht in Milligramm . .	32
<i>m</i> Masse im techn. Maß . . .	380
<i>m</i> Masse im astr. Maß . . .	108

	Seite		Seite
$m = i_0 + r$	451	t Zeit in Sekunden	2
m Polstärke	49	t_1 Zeit einer Periode	284
n Tourenzahl pro Minute	124	t_1 Eigenschwingungszeit	380
p Zahl der Polpaare	131	v Geschwindigkeit	90
p Abszisse für Mittelpunkt	452	v max. zusätzliche Geschwindigkeit in m/sek.	380
q Querschnitt in Quadratmill.	9	w Widerstand in Ohm	5
q Ordinate für Mittelpunkt	452	x Reaktanz	498
q' Drahtzahl pro Spulenseite	421	x Abszissen.	
r Entfernung in Zentimeter	51	y Ordinaten.	
r Radius in Meter	220	y Wicklungsschritt	134
$r = i_0/2\tau$	451	y Admittanz	503
s Weg in Zentimetern	89	z gesamte Drahtzahl	124
s Felderzahl	134	z Impedanz	499
s Stromdichte	177	$z^2 = e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2$	452
s Steigung pro mille	242	z' Drahtzahl pro Phase	255
s max. Voreilung in Metern	381	\sim Periodenzahl pro sek.	87
$s^2 = m^2 - r^2$	452	\sim Periodenzahl der Schlüpfung	413
t_1 Nutentiefe	187		
t_2 Nutenbreite	187		

Grofse lateinische Buchstaben:

A Arbeit in Erg	82	K Wagengeschw. in km/Std.	244
A Arbeit in Joule	23	L Selbstinduktionskoeffiz. in Henry	98
B Induktion	70	M Masse in Gramm	108
C Kapazität in Farad	117	M_d Drehmoment in Meterkilogramm	63
$C = \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot z_1^2 \cdot i_0 \cdot w_2}{\tau \cdot z_2^2 \cdot e_1}$	446	N Kraftlinien	54
D Ankerdurchmesser	77	N Kraftlinien im Rotor	415
D Direktionskraft	380	N_0 Kraftlinien im Stator	415
E elektromotorische Kraft	89	P Leistung in Watt	23
E elektromotorische Kraft in Volt	5	P mechan. Leistung in Watt	222
E_1 elektromotorische Kraft = Leerlaufspannung	340	P mittlere Leistung	259
F Kraft in Kilogramm	63	P momentane Leistung	279
F result. max. Überdruck	381	P Nutzleistung des Generators	364
F_1 max. Überdruck der Dampfmaschine	380	P_1 ganze zugeführte Leistung	361
F_2 max. Überdruck der Netzleistung (Synchronisierungsdruck)	381	P_2 auf den Rotor übertragene Leistung	433
G Gewicht in Kilogramm	87	Q Fläche in Quadratzentimeter	54
G Gewicht in Gramm	22	Q_ϵ Elektrizitätsmenge in Coul.	2
G Gewicht in Tonnen	242	Q_w Wärmemenge in Grammkalorien	22
H Feldstärke	50	R Radius	274
J Stromstärke im abs. Mafs	61	S Nutenzahl	146
J Stromstärke pro Ankerleiter	173	T Temperatur	10
J effektive Stromstärke im Einphasenmotor	478	T Zeitdauer des Kurzschlusses	173
		T_1 Schwingungszeit der Dampfmaschine	380

	Seite		Seite
V Volum in Kubikzentimeter	85	W magnetischer Widerstand	164
W Übergangswiderstand der Bürsten	173	W Widerstand des Luftfeldes	443
W_2 sekund. äußerer Widerstand	306	X Amperewindungen	74
W_2 Gesamtwiderstand im Rotorkreis	450	Y Nutenschritt	146
		Y Admittanz (Intensität)	503
		Z Impedanz (Intensität)	499

Griechische Buchstaben:

α Winkel der neutr. Zone	167	μ Leitfähigkeit	71
$\alpha = \text{arc } \text{tg}(w_a + w\bar{a})$	194	ν Zahl der Ankerabteilungen	487
α variabler Winkel.		ξ Windungszahl	68
$\alpha = \text{arc } \text{tg } w_a/L\omega$	360	ρ spezieller Widerstand	9
β Winkel der Polbohrung	77	$\sigma = N_m : N$	81
β Winkel der Polbohrung im elektr. Maß	327	$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	444
β Winkel zwischen N_0 u. N	442	$\tau_1 = W : W_{s_1}$	443
γ halbe Breite der Spulenseite	325	$\tau_2 = W : W_{s_2}$	443
γ Winkel der Voreilung	361	φ Winkel der Phasenverschiebung	271
$\delta = 2\gamma + \beta - \pi$	332	φ_1 Winkel zwischen E_1 und i_1	340
ε max. resultierende Voreilung	381	ω mechan. Winkelgeschwind.	179
ε_1 initiale max. Voreilung	381	ω elektr. Winkelgeschw.	253
η Wirkungsgrad	209	Δ_ρ Temperaturkoeffizient	10
$\eta = i_{max} : c$	487	Γ Umformerleistung : Gleichstromleistung	492
η_h Hysteresiskoeffizient	86		

Sachregister.

- Absolute Einheit der Stromstärke** 62. 112.
Absolutes Maßsystem 105.
Admittanz 503.
Äquipotentialverbindungen 133. 154.
Äquivalentgewichte, elektrochemische 34.
Akkumulatoren, Konstruktion 38.
— chemische Vorgänge 39.
— Kapazität 40.
— Ladung und Entladung 39. 200.
— bei Parallelbetrieb 200.
— Spannung 42.
— Wirkungsgrad 41.
Aktive Masse von Akkumulatoren 41.
Ampere (Einheit d. Stromstärke) 2. 62. 112.
Amperesche Regel über parallele Ströme 86.
— Schwimmerregel 59. 91.
Amperemeter, Eichung 8.
— Konstruktion und Schaltung 2. 7.
— für Wechselstrom 260.
Amperestunde 2. 112.
Amperewindungen 74. 79. Siehe auch Erregung.
Angehen der Dynamomaschinen 156. 218.
Anionen 29.
Anlafsaggregate 235.
Anlassen von Drehstrommotoren 435.
— von Einphasenmotoren 413.
— von Gleichstrommotoren 230. 235.
— von Synchronmotoren 386. 388.
Anlasser 230. 436.
— funkenfreie 232.
— zum Regulieren 228. 245.
Anlaufstrom von Drehstrommot. 435. 450.
Ankerrückwirkung, Gleichstrom 167. 138.
— Wechselstrom 345. 349. 350.
Ankerstreuung, Gleichstrom 168.
— Wechselstrom 345. 350.
Ankerstrom im Umformer 490.
Ankerwiderstand, zweipolig 124.
— bei Parallelwicklung 131.
— bei Serienwicklung 139.
Anode 29.
Anzugsmoment von Drehstrommotoren 450.
Arbeit, Definition und Einheit 22. 87. 113.
— Erhaltung der 36. 90. 92. 216. 223.
— bei Magnetisierung 82. 100.
— bei Ummagnetisierung 58. 85.
Asynchronmotoren 386.
Atomgewicht 32.
Aufgeschnittene Gleichstromwicklung 418.
Auslaufsmethode 212.
Ausschalten, funkenfreies 100. 232.
Avogadro'sche Regel 35.
Ballistisches Galvanometer 70.
Basen 30.
Batterie, siehe Akkumulatoren.
Belasten von Synchronmotoren 388.
— von Wechselstrommaschinen 372. 388.
Belastung, normale bei Drehstrom 448.
Beschleunigung 107.
Bifilare Wicklung 100.
Biot-Savartsches Gesetz 61.
Bremsung, elektrische 218.
Bürstenstellung 123. 165. 166.
Bunsenelement 4. 44.
Charakteristik der magnetoelektrischen Maschine bei Leerlauf 186.
— — — bei Belastung 192.
— des Drehstrommotors 428.
— der Hauptstrommaschine 194.
— des Hauptstrommotors 239.
— der Nebenschlußmaschine bei Leerlauf 196.

- Charakteristik der Nebenschlußmaschine
 bei Belastung 196.
 — der Wechselstrommaschine 341. 352.
 Chemische Energie 37.
 — Vorgänge in Akkumulatoren 39.
 — — in Elementen 43.
 Chromelement 3. 4. 44.
 Coulomb (Einheit der Elektrizitätsmenge)
 2. 112.
 Coulombsches Gesetz für Elektrizität
 112.
 — — für Magnetismus 49. 110.
Dämpfung durch Foucaultströme 103. 383.
 — von Galvanometern 103.
 — bei Wechselstrommaschinen 383.
 Daniellelement 4. 43.
 Deklination 58.
 Diagramm der Ströme beim Drehstrom-
 motor 442. 453.
 — — — beim Transformator 300.
 — der Spannungen beim Synchronmotor
 389.
 — — — beim Transformator 314.
 — — — bei der Wechselstrommaschine
 340.
 — der Amperewindungen bei der Wechsel-
 strommaschine 344.
 Dimension 106. 273.
 Direktionskraft 380. 383.
 Doppelbrücke 19.
 Doppel-T-Anker 118.
 Doppelzellenschalter 206.
 Drehfeld bei Einphasenmotor 482.
 — bei Zweiphasenmotor 395.
 — bei Dreiphasenmotor 398.
 Drehmoment des Drehstrommotors 411.
 431. 439. 445. 449. 465.
 — des Einphasenmotors 482.
 — des Gleichstrommotors 62. 216. 219.
 — des Hauptstrommotors 237.
 — des Nebenschlußmotors 224.
 Drehrichtung des Drehstrommotors 398.
 413.
 — des Einphasenmotors 413. 475.
 — des Gleichstrommotors 216.
 Drehstromleitungen 407.
 Drehstrommotor, Diagramme 442. 453.
 — Drehmoment 411. 431. 439. 445. 449. 465.
 Drehstrommotor, elektrom. Kraft 415.
 — Erregung 420. 425.
 — Grundgesetze 395.
 — Kraftlinien 420. 425.
 — Leistung 406.
 — Wickelungen 415.
 Drehung von Wellen 497.
 Dreieckschaltung 401.
 Dreileiter 27.
 Dreilochwicklung 330.
 Dreiphasenmotor, siehe Drehstrommotor.
 Drosselspule 265. 283. 284.
 Dyn 49. 51. 108.
 Dynam. Charakteristik der magnetelekt.
 Maschine 192.
 — — der Hauptstrommaschine 194.
 — — der Nebenschlußmaschine 197.
 — Wirkung paralleler Ströme 86.
 Dynamogufsstahl 72. 160.
 Dynamometer 89. 261.
 Dynamoprinzip 156.
Effekt 23. 115.
 — bei Phasenverschiebung 277.
 — des Wechselstromes 257.
 Effektive elektromotorische Kraft beim
 Drehstrommotor 415 ff.
 — — — beim Transformator 293.
 — — — beim Umformer 334. 488.
 — — — bei der Wechselstrommaschine
 324 ff.
 — Spannung 260.
 — Stromstärke 260.
 Effektverluste in Gleichstrommaschinen
 208.
 — in der Leitung 26. 406.
 — in Transformatoren 303.
 — im Umformer 489.
 Eichung von Volt- und Amperemetern 7.
 — von Wechselstrominstrumenten 260.
 Einfachzellenschalter 103.
 Einheit für Arbeit 22. 87. 113.
 — für Beschleunigung 107.
 — für Effekt 23. 115.
 — für Elektrizitätsmenge 2. 112.
 — für elektromotorische Kraft 4. 90. 111.
 — für Feldstärke 50. 110.
 — für Geschwindigkeit 106.
 — für Kraft 49. 108.

- Einheit für Kapazität 116.
 — für Kraftlinien 53. 111.
 — für Länge 105.
 — für Leistung 23. 115.
 — für Masse 105.
 — für Polstärke 49. 110.
 — für Selbstinduktionskoeffizient 98. 115.
 — für Spannung 3. 90. 111.
 — für Stromstärke 2. 62. 112.
 — für Zeit 105.
 Einlochwicklung 324. 327.
 Einphasenmotor 413. 475.
 — elektromotorische Kraft 478.
 — Kraftlinienverlauf 477.
 — Kreisdiagramm 480.
 — Leerstrom 482.
 — Zerlegung der Amperewindungen 475.
 Einphasige Kollektormotoren 483.
 Eisen im magnetischen Feld 56.
 Eisenwiderstand bei Drehstrommotoren 425.
 Elektrische Arbeit 22. 114.
 Elektrischer Widerstand 5.
 Elektrizität, Vorzeichen 1.
 — statische 1. 112.
 Elektrizitätsmenge 2. 112. 285.
 Elektrochem. Äquivalentgewicht 34.
 Elektroden 29.
 Elektrolyse 29.
 Elektrolyte 29.
 Elektrolytischer Mittelwert 256. 260.
 Elektromagnet, Tragkraft 81.
 Elektromagnetismus 58.
 Elektromotorische Kraft 3. 90. 111.
 — — Messung 20.
 — — von Drehstrommotoren 415.
 — — von Drosselspulen 265.
 — — von Einphasenmotoren 478.
 — — von Elementen 4. 44.
 — — von Gleichstrommaschinen 124. 126. 132. 139.
 — — der Induktion 89.
 — — der gegenseitigen Induktion 94.
 — — der Polarisation 35.
 — — der Selbstinduktion 97. 264. 266.
 — — von Transformatoren 293.
 — — von Umformern 334. 488.
 Elektromotorische Kraft des Wechselstromes 254. 256. 260.
 — — von Wechselstrommaschinen 324.
 Elemente 4. 44.
 — chemische Vorgänge 43.
 — Schaltung 16. 17.
 Entladekurve 42.
 Erg 87. 114.
 Erhaltung der Arbeit 36. 90. 92. 216. 223. 300. 302.
 Erregung, Einfluß auf Phasenverschiebung bei Generatoren 374.
 — — — bei Synchronmotoren 388.
 — Vorausbestimmung bei Drehstrommotoren 420. 425.
 — — bei Gleichstrommaschinen 186.
 — — bei Wechselstrommaschinen 353.
 Farad 117. 289.
 Faradaysche Schwimmerregel 39.
 Faradaysches Grundgesetz für Elektrolyse 32.
 Faureverfahren 38.
 Feldmagnete 159.
 Feldstärke, Begriff und Einheit 49. 70. 110.
 — im Zentrum eines Reifens 63.
 — in einer Spule 67.
 Ferrantimaschine 319.
 Flemingsches Diagramm 273.
 Flüssigkeitsanlasser 436.
 Fördermotor 236.
 Formfaktor 324.
 Formierung von Akkumulatoren 38.
 Foucaultströme 101. 208. 379.
 Funkenbildung durch Selbstinduktion 99.
 Funkenfreier Anlasser 232.
 — Kommutierung 167. 173. 177.
 Galvanometer 2.
 — mit Nebenschluß 15.
 Gegenamperewindungen 350. Siehe auch Rückwirkung.
 Gegenseitige Induktion 94.
 Geometrische Addition 262.
 Geschwindigkeit 106.
 Glatte Wickelung 325.
 Gleichpolmaschinen 320.
 Gleichstromwicklung bei Wechselstrommaschinen 334. 416.

- Grad im elektrischen Maß 255.
 Gramm als Einheit der Masse 105.
 Grammescher Ring 121.
 Grammkalorie 22. 114.
 Grusonstahl 72.
Hauptstrommaschine 157. 194.
 — Charakteristik 195. 238. 241.
 — für Bogenlicht 195.
 — als Motor 217.
Hauptstrommotor 207.
 — Drehmoment 237. 241.
 — Tourenzahl 237. 242.
Hektowatt 24.
Henry 99. 116.
Heylandsches Diagramm 442.
Hilfspole 171.
Hitzdrahtinstrumente 260.
Hopkinsonscher Apparat 71.
Horizontalkomponente 58.
Hysteresis 58. 83. 260.
 — Koeffizient 86.
 — Strom 296.
 — Verlust 86. 298.
Ilgnersystem 236.
Imaginäre Zahlen 496.
Impedanz 273 499.
Induktanz 273. 498. Siehe auch Selbstinduktion.
 — und Widerstand in serie 269. 274. 499.
 — — — parallel 276.
 — Kapazität u. Widerst. in serie 288. 501.
 — und Kapazität parallel 291. 502.
Induktion, magnetische 56.
 — von elektromotorischer Kraft 89. 93. 118. 251.
Induktionsapparat 95.
Induktionsfreie Wickelung 100.
Induktionslose Belastung des Transformators 299.
 — — der Wechselstrommaschine 343.
Induktive Belastung der Wechselstrommaschine 343. 351. 353.
Induktiver Widerstand, siehe Induktanz.
Induktormaschinen 321.
Inklination 58.
Innenpolmaschinen, Gleichstrom 162.
 — Wechselstrom 317.
Innerer Widerstand von Batterien 17. 200.
Intensität in der symbol. Darstellung 495.
Ionen 29.
Joule, Einheit der Arbeit 23. 114.
Joulesche Konstante 22.
 — Wärme 26.
Joulesches Gesetz 22. 115.
Kadmiumelement 4. 45.
Käfiganker 410. 419. 423. 434. 435.
Kalorie 22. 114.
Kapazität der Batterie 39.
 — des Kondensators 116. 284.
 — und Widerstand in serie 287. 500.
 — Widerstand und Selbstinduktion in serie 288. 501.
 — und Selbstinduktion parallel 291. 502.
 — Einfluß auf Phasenverschiebung 292. 502. 503.
Kapazitätsspannung, Phase der 286. 500.
Kapazitätsstrom 285.
Kappsches Diagramm für Transf. 314.
Kaskadenschaltung 436.
Kationen 29.
Kathode 29.
Kilogramm 105. 109.
Kilowatt 24.
Kilowattstunde 24.
Kirchhoffsche Regeln 11.
Klemmspannung eines Widerstandes 6.
 — einer Batterie 42.
 — einer magnetelektr. Maschine 192.
 — einer Hauptstrommaschine 195.
 — einer Compoundmaschine 199.
 — einer Nebenschlußmaschine 197.
 — eines Transformators 294.
 — einer Wechselstrommaschine 341.
Kollektor 121.
Kollektormotoren, einphasig 483.
 — mehrphasig 448.
Kommutator, siehe Kollektor.
Kommutierung 167. 173.
Kommutierungsfeld 179. 181.
Kompensation d. Quermagnetisierung 172.
 — bei Einphasenmotoren 484.
 — bei Mehrphasenmotoren 448.
Kompensationsapparat 21.
Kompensationsmethode 20.
Komplexe Zahlen 496.
Compoundmaschine 157. 199.

- Kondensanz 501. Siehe auch Kapazität.
 Kondensator 116. 284.
 Konduktanz 503.
 Kopfstreuung bei Drehstrommotoren 474.
 — bei Wechselstrommaschinen 345.
 Kraft, Begriff und Einheit 49. 108.
 — zwischen zwei Polen 49.
 — — Leiter und Pol 59.
 — — Feld und Pol 50.
 — — Feld und Leiter 61.
 Kraftlinien, Begriff und Einheit 51. 110.
 — eines Dreiphasenmotors 397. 420. 425.
 — eines Einphasenmotors 477.
 — eines geraden Leiters 59.
 — einer Spule 67.
 — eines Zweiphasenmotors 396.
 Kraftliniendichte 110.
 Kreisdiagramm des Drehstrommotors ohne
 Statorverluste 442.
 — mit Statorverlusten 453. 454.
 — für Einphasenmotoren 480.
 Kritische Periodenzahl 290.
 Kupfer, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 10.
 Kupfervoltmeter 256.
 Kurzschluss unter den Bürsten 123. 165.
 Kurzschlussanker, siehe Käfiganker.
 Kurzschlusscharakteristik 351.
 Kurzschlussstrom bei Kommutierung 174.
 Kurzschlussuntersuchung bei Drehstrom-
 motoren 468.
 — bei Generatoren 351.
 — bei Transformatoren 314.
 Kurzschlusswicklung, siehe Käfiganker.
 Ladekurve 42.
 Ladung mit Doppelzellenschalter 206.
 — mit Einfachzellenschalter 204.
 — mit Zusatzmaschine 207.
 Längeneinheit 105.
 Lahmeyertype 161. 163.
 Lange Spulen 133.
 Laplacesches Gesetz 61. 111.
 Lauffenertype 318.
 Leblancdämpfung 383.
 Leclanchéelement 4. 44.
 Leerlauf des Transformators 295.
 Leerlaufcharakteristik der magnetelek-
 trischen Maschine 186.
 Leerlaufcharakteristik der Wechselstrom-
 maschine 352.
 Leerlaufverluste 208.
 — des Drehstrommotors 461. 464.
 — Trennung der 211.
 Leerstrom des Drehstrommotors 420. 425.
 — des Einphasenmotors 482.
 — des Transformators 295.
 Leistung, elektrische 23. 115.
 — — bei Drehstrom 406.
 — — bei Phasenverschiebung 277.
 — — bei Wechselstrom 257.
 — mechanische, des Drehstrommotors 439.
 457. 461.
 — — des Gleichstrommotors 222.
 — — des Synchronmotors 390.
 — des Umformers 493.
 — der Wechselstrommaschine 362.
 — abhängig von der Schlüpfung 439.
 — — von Nacheilung bei Synchron-
 motoren 388.
 — — von Voreilung bei Wechselstrom-
 maschinen 362. 388.
 Leistungsfaktor 280.
 — abhängig von Erregung 378. 393.
 — maximaler bei Drehstrommotoren 447.
 Leitfähigkeit, magnetische 57. 70. 274.
 Leitvermögen, elektrisches 11. 502.
 Lenzsches Gesetz 92. 95. 179. 217. 384.
 398. 411.
 — — allgemeines 94.
 Leonardschaltung 235.
 Luftspalt, Einfluss auf Streuung 472.
Magnet 48.
 Magnetelektrische Maschine 185.
 Magnetenerregung bei Parallelbetrieb mit
 Batterie 202.
 Magnetgestelle, Gleichstrom 161.
 — Wechselstrom 316.
Magnetische Achse 48.
 — Kraft eines geraden Leiters 58.
 — — eines Pols 49.
 — — eines Kreisstromes 63.
 — — einer Spule 67.
 — Induktion 56. 70.
 — Kraftlinien 51. 110.
 — Leitfähigkeit 57. 70. 274.
 — Masse 48. 109.
 — Menge 48. 109.

- Magnetische Polstärke 49. 109.
 — Potentialdifferenz 79.
 Magnetischer Druck 79.
 — Kreis 76. 186.
 — Widerstand 75.
 Magnetisches Moment 51.
 Magnetisierende Kraft 70.
 — — bei Drehstrommotoren 421 ff.
 Magnetisierungskurven 70.
 — Aufnahme 71.
 — von Drehstrommotoren 428.
 — von Maschinen 191. 239.
 — von Wechselstrommaschinen 352.
 Magnetisierungsstrom des Drehstrom-
 motors 425.
 — des Transformators 266. 294.
 Magnetomotorische Kraft 75.
 Magnetsysteme, Gleichstrom 161.
 — Wechselstrom 316.
 Manchestertype 161. 163.
 Manganin 9.
 Masse 105.
 Maximaler Leistungsfaktor bei Dreh-
 strommotoren 447.
 — — bei Einphasenmotoren 482.
 — — bei Wechselstrommaschinen 353.
 Maximalwerte bei Wechselstrom 253.
 Mechanische Arbeit 113.
 — Leistung des Drehstrommotors 439.
 457. 461.
 — — des Gleichstrommotors 222.
 — — des Synchronmotors 390.
 Mehrlochwicklung 316. 324.
 Mehrphasenmaschinen 316.
 Mehrpolige Wicklung 412.
 Mehrteiliger Kollektor 121.
 Mefsinstrumente, Gleichstrom 2. 7. 89.
 — Wechselstrom 260. 407.
 Metalle 29.
 Metalloxyde 30.
 Meter 105.
 Meterkilogramm 23. 114.
 Mikrocoulomb 112.
 Mikrofarad 117. 289.
 Mittlere elektromotorische Kraft der Selbst-
 induktion 98.
 — — — der Wechselstrommaschine 322.
 — Kraftliniendichte beim Drehstrommotor
 425.
 Thomälén, Elektrotechnik. 2. Aufl.
 Mittlere Leistung des Wechselstromes
 256.
 — Stromstärke 256. 260.
 Molekularmagnetismus 57.
 Momentanwert, graph. Darstellung 262.
 — der elektrom. Kraft 255.
 — der Leistung 258. 279.
 — der Selbstinduktion 98.
 — des Wechselstromes 256.
 Monozyklisches System 405.
 Mordey-Verbindungen 132. 154.
 Motor-Drehrichtung 216.
 Nacheilung des Synchronmotors 388.
 Nebenschluß zum Galvanometer 16.
 Nebenschlußmaschine 157. 196.
 — als Motor 219.
 Nebenschlußmotoren 224. 230.
 Neusilber, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 11.
 Neutrale Zone 165.
 Neutralisierung von Basen u. Säuren 30.
 Nichtmetalle 30.
 Nickel, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 11.
 Niveaudifferenz, elektrische 4. 13. 24.
 — magnetische 55.
 Niveaufläche 55.
 Nordpol 49.
 Normale Belastung des Drehstrommotors
 448.
 Nullleiter 28. 405.
 Nutenanker 147. 151.
 Nutenform, Einfluß auf Streuung 470.
 Nutenschritt 146. 153.
 Nutenwicklung 138.
 Nutzleistung beim Drehstrommot. 461. 465.
 — beim Hauptstrommotor 241.
 — beim Nebenschlußmotor 225.
 — bei der Wechselstrommaschine 364.
 Ohm, Einheit 5. 113.
 Ohmsche Spannung, ihre Phase 269.
 498.
 Ohmsches Gesetz 5.
 — — für Magnetismus 74.
 — — für Wechselstrom 269. 288.
 Ossannascher Kreis 452.
 — — graphische Darstellung 454.

- Pacinottianker** 121.
Parallelbetrieb mit Batterie 200.
 — von Wechselstrommaschinen 307. 360.
Parallelschaltung von Elementen 17.
 — von Gleichstrommaschinen 370.
 — von Induktanz u. Kapazität 291. 502.
 — von Wechselstrommaschinen 284. 370. 387.
 — von Widerstand und Induktanz 276.
Parallelwicklung, Ring 130.
 — Trommel 133.
Pendeln von Wechselstrommaschinen 379.
 — seine Beseitigung 383.
Periodenzahl 87. 253. 255.
 — Einfluss auf Streuung 472.
Permanente Magnete 57.
Pferdestärke 24. 115.
Phase 495.
 — der Kapazitätsspannung 286. 500.
 — der Ohmschen Spannung 269. 498.
 — des Rotorstromes 411. 424. 431. 438.
 — der Selbstinduktion 266. 498.
Phasenanker 410. 436.
Phasenlampen 371.
Phasenregler 394.
Phasenverschiebung 267. 271. 272. 274. 277. 286. 496.
 — Aufhebung 292. 378. 393. 502. 503.
 — negative 288. 379. 394.
 — Einfluss auf Klemmspannung 343.
 — — auf Ankerrückwirkung 348.
 — im Synchronmotor 393.
 — im Umformer 491.
Planteverfahren 38.
Polardiagramm 494.
Polarisation 35. 43.
Polbreite, Einfluss auf EMK 331. 333. 489.
Polbüchse 181.
Pole 48.
Polstärke 48. 109.
Polwechsel 254.
Polzahl, Einfluss auf Streuung 472.
Potential 54.
Potentialdifferenz, elektr. 24.
 — magnetische 54. 79.
Präzisionswiderstände 11. 14.
Pufferbatterie 202.
Quadrant 116.
Quadrat, Mittelwert 260.
Queramperewindungen 168.
Quermagnetisierung bei Gleichstrom 168. 170.
 — bei Kommutatormotor 484.
 — bei Wechselstrom 345.
Reaktanz 501.
Reaktanzspannung bei Kommutierung 179.
Regulierung der Spannung 197.
 — der Tourenzahl durch Änderung der Erregung 231. 235.
 — — — bei Drehstrommotoren 436.
 — — — bei Kollektormotoren 484. 485.
 — — — durch Serienparallelschaltung 248.
 — — — nach Sprague 247.
 — — — durch Vorschaltwiderstand 228. 245.
Reibungselektrizität 1.
Reibungsverluste von Maschinen 208.
Reihenschaltung, siehe Serienschaltung.
Remanenter Magnetismus 58. 84. 156.
Repulsionsmotor 485.
Resonanz 289.
Resultierende Erregung von Drehstrommotoren 411. 437. 443.
 — — von Transformatoren 300.
 — — von Wechselstrommaschinen 345.
 — Spannung und Stromstärke 262.
Richtung der Kraftlinien 52.
 — der induzierten EMK 91. 94.
 — der magnetischen Kraft 61.
 — der Selbstinduktion 98. 268.
Ringwicklung 118.
 — mit Parallelschaltung 130.
 — mit Serienparallelschaltung 150.
 — mit Serienschaltung 139.
Rotierende Erregungen im Einphasenmotor 476.
Rotierender Umformer siehe Umformer.
Rotor, Wirkungsweise 410.
Rotorstrom 411.
 — seine Phase 424. 431. 438.
Rotorverluste 435. 439. 446. 457. 461.
Rückwirkung des Ankers bei Gleichstrom 167.
 — — — bei Wechselstrom 345.

- Sättigung 70. 198.
 — Einfluß auf Streuung 468.
 — bei Maschinen 160. 356.
 Säuren 30.
 Schaltung von Elementen 16.
 Schaltzellen 205. 208.
 Schleichende Spulenwicklung 338. 420. 433.
 — Stabwicklung für Wechselstrom 336. 415. 421. 433.
 — — aufgeschnitten 417.
 Schleife, Widerstand 14.
 — Stromverteilung 15.
 Schleifenwicklung 133.
 Schlüpfung 411. 434. 439. 446. 457. 463.
 Schwingungszeit d. Dampfmaschinen 380.
 — der Wechselstrommaschinen 380.
 Schwungmassen 383.
 Sehnenwicklung 137.
 Sekunde 105.
 Selbsterregung der Dynamos 156.
 Selbstinduktion 97.
 — Berechnung bei Kommutierung 178.
 — Einfluß auf Kommutierung 167. 175.
 — — auf Pendeln 383.
 — — auf V -Kurve 377.
 — Effektivwert 265. 266.
 — der Maschine 275. 341. 350.
 — Momentanwert 264. 267.
 — ihre Phase 266. 498.
 — ihre Richtung 98. 264. 268.
 — als Trägheit 284.
 — des Transformators 310.
 — und Widerstand in serie 269. 274. 499.
 — und Widerstand parallel 276.
 — Widerstand u. Kapazität in serie 288.
 — und Kapazität parallel 291. 502.
 Serienmotor 484.
 Serienparallelwicklung 147.
 Serienschaltung von Elementen 16.
 — von Widerst. u. Induktanz 269. 274. 499.
 — Widerstand und Kapazität 287. 500.
 — Widerst., Induktanz u. Kapazit. 288.
 Serienwicklung 139.
 Siemensches Dynamoprinzip 156.
 Siemens-type 161. 163.
 Silbervoltmeter 2. 46. 112.
 Spannung, siehe Klemmspannung oder elektromotorische Kraft.
 Spannungsabfall d. Wechselstrommaschine 276. 343.
 — durch primäre Streuung der Wechselstrommaschine 355.
 — durch Streuung im Transformator 310.
 Spannungsmesser, siehe Voltmeter.
 Spannungsteilung 28. 181.
 Spezifischer Widerstand 9.
 Spiegelgalvanometer 64.
 Spragueschaltung 247.
 Spulenseite, Einfluß auf elektrom. Kraft 324. 326. 415 ff. 489.
 — — auf Erregung bei Drehstrom 425.
 — — auf Drehmoment bei Drehstrom 433.
 Stabwicklung 336.
 Statische Elektrizität 112.
 — Charakteristik der Gleichstrommaschine 198.
 — — der Wechselstrommaschine 341. 352.
 Stator des Zweiphasenmotors 396.
 — des Dreiphasenmotors 398.
 Statorverluste 456. 459.
 Steigung von Bahnen 242.
 Steinmetz'scher Hysteresiskoeffizient 86.
 Sternschaltung 403.
 Stirnstreuung bei Drehstrom 474.
 — bei Wechselstrom 345.
 Streufaktor, siehe Streuungskoeffizient.
 Streuung, Berechnung 162.
 — des Ankers bei Wechselstrommaschinen 345.
 — beim Drehstrommotor 440. 442. 467.
 — bei Induktormaschinen 322.
 — Messung 162.
 — primäre, bei Wechselstrommaschinen
 — beim Transformator 310. 355.
 Streuungskoeffizient, Drehstrom 444. 467.
 — experimentelle Ermittlung 467.
 — Gleichstrom 81. 163.
 Streuungsloser Drehstrommotor 437.
 Stromdichte unter der Bürste 175. 177.
 — bei Dynamos 132.
 Stromrichtung in Maschinen 92. 119.
 Stromstärke, Definition und Einheit 2. 62. 111.
 — effektive 259.

- Stromstärke, Messung 2. 65.
 — mittlere 256. 260.
 — des Wechselstromes 259.
 Stromverbrauch bei Steigungen 242.
 Stromverteilung bei Schleifen 15.
 Superposition von Strömen 486.
 Suszeptanz 503.
 Swinburnesche Sehnwicklung 137.
 Symbolische Methode 494.
 Symmetrische Drehstromwicklung 405.
 Synchronisierende Kraft 367. 379. 384.
 Synchronismus 367. 368. 370. 387.
 Synchronmotoren 386.
 — bei konstanter Erregung 388.
 — bei variabler Erregung 392.
 Tangentenbussole 64.
 Temperaturbestimmung der Magnetspulen 10.
 Temperaturkoeffizient 10.
 Thomsonscher Repulsionsmotor 485.
 Tourenregulierung, siehe Regulierung.
 Tourenschwankung. Ausgleich durch Batterie 199.
 Tourenverlust, siehe Schlüpfung.
 Tourenzahl des Drehstrommotors 413. 436. 465.
 — des Gleichstrommotors 222. 225. 229. 231. 237. 242.
 — des Synchronmotors 387.
 Transformator 96. 293.
 — bei induktionsloser Belastung 299.
 — bei induktiver Belastung 306.
 — bei Leerlauf 295. 298.
 — Verhältnis der Ströme und Spannungen 294. 300.
 — Verluste 296. 304.
 — Wirkungsgrad 303.
 Trennung der Verluste in Gleichstrommaschinen 211.
 Trommel, zweipolig 125.
 — mit Parallelwicklung 135.
 — mit Serienparallelwicklung 153.
 — mit Serienwicklung 143.
 Übererregung 292. 364.
 Überlastungsfähigkeit von Drehstrommotoren 449. 474.
 — von Einphasenmotoren 482.
 — von Gleichstrommaschinen 170.
 Überlastungsfähigkeit von Synchronmotoren 391.
 — von Wechselstrommaschinen 367.
 Umformer 334. 487.
 — Ankerstrom 490.
 — Effektverluste 491.
 — Elektromotorische Kraft 489.
 — Leistung 493.
 Ummagnetisierung 58. 84.
 Umsteuerung von Drehstrommotoren 413.
 — von Gleichstrommotoren 219.
 — von Repulsionsmotoren 485.
 Valenz 32.
 Vektordiagramm 261.
 Vergrößerungsfaktor 382. 385.
 Verhältnis der Spannungen und Ströme beim Transformator 294. 300.
 Verlust in Drehstromleitungen 407.
 — in Dynamomaschinen 208.
 — experimentelle Ermittlung 211.
 — Trennung 213.
 — in Gleichstromleitungen 26.
 — durch Hysterese 86. 213. 296.
 — im Rotor 435. 439. 446. 457. 461.
 — im Stator 456. 459.
 — im Transformator 296. 304.
 — im Umformer 491.
 — Verteilung in Maschinen 210.
 — durch Wirbelströme 101. 213.
 Verlustziffer 87.
 V -Kurven 377.
 Volt, Einheit der Spannung 2. 90. 111.
 Voltainduktion 94.
 Voltameter 46. 256.
 Voltmeter, Eichung 8.
 — Konstruktion und Schaltung 7.
 Volumverhältnisse bei Elektrolyse 35.
 Vorausberechnung der Erregung, siehe Erregung.
 Voreilung der Wechselstrommaschine in Beziehung zur Leistung 362. 368. 388.
 — — — in Beziehung zur Erregung 375.
 — initiale der Dampfmaschine 381.
 — resultierende beim Pendeln 381.
 Vorschaltwiderstand, siehe Anlasser.
 Wärme beim Ummagnetisieren 58.
 Wärmemenge 22. 114.

- Wagengeschwindigkeit 244.
 Waltenhofensches Pendel 102.
 Wanderungsrichtung der Ionen 30.
 Watt 23. 115.
 Wattkomponente 281.
 Wattlose Ströme 281.
 Wattmeter 86.
 — für Drehstrom 407.
 Wattstunde 24.
 Wattverluste durch Joulesche Wärme 26.
 — im Eisen 299.
 Weber, Einheit der Polstärke 58.
 Wechselstrom, Effektivwert 259.
 — Effektmessung 265.
 — Mittelwert 256.
 — Momentanwert 256.
 Wechselstrommaschine 216.
 Wellenwicklung 143. 149.
 Wertigkeit 32.
 Westonelement 4. 45.
 Wheatstonesche Brücke 18.
 — — mit Wechselstrom 100.
 Wicklung, Drehstrommaschinen 414.
 — Wechselstrommaschinen 327 ff.
 Wicklungsschritt 126 ff. 146 ff.
 Widerstand, elektrischer 5. 113.
 — magnetischer 75.
 — Messung 8. 18.
 Widerstand und Induktanz in serie 269.
 274. 499.
 — Induktanz und Kapazität in serie 288.
 — und Induktanz parallel 276.
 — und Kapazität in serie 287. 500.
 Wildesche Maschine 155.
 Winkelgeschwindigkeit 222. 253.
 Winter-Eichberg-Motor 486.
 Wirbelströme 101. 211.
 Wirbelstrom-Bremse 103.
 — Instrumente 104.
 Wirkungsgrad von Akkumulatoren 41.
 — von Bahnmotoren 244.
 — von Drehstrommotoren 465.
 — von Dynamomaschinen 208.
 — von Motoren 225.
 — von Transformatoren 303.
 — von Wechselstrommaschinen 367. 376.
 Zahnsättigung, Einfluss auf Streuung bei
 Drehstrommotoren 468.
 Zahnstreuung bei Drehstrommotoren 468.
 — bei Generatoren 345.
 Zeiteinheit 105.
 Zellschalter 204.
 Zentimeter 105.
 Zentimeterdyn 82. 114.
 Zerlegung in entgegengesetzt rotierende
 Amperewindungen 476.
 — von Strömen 281.
 Zersetzungszellen 29.
 Zugkraft, siehe Drehmoment.
 Zuleitung, Verluste in der 26. 407.
 Zusammensetzung von Strömen und
 Spannungen 262. 270.
 Zweilochwicklung 316. 324. 328.
 Zweiphasenmotor 395. 397.
 Zweiteiliger Kollektor 120
-

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Von C. Grawinkel und K. Strecker.

Unter Mitwirkung von Fachmännern bearbeitet und herausgegeben von Dr. K. Strecker, Geh. Postrat, Professor und Dozent a. d. Technischen Hochschule zu Berlin. Siebente, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit zahlreichen Textfiguren. Unter der Presse.

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente,

Methoden, Schaltungen. Von Rudolf Krause, Ingenieur. Mit 166 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Anlasser und Regler für elektrische Motoren und Generatoren.

Theorie, Konstruktion, Schaltung. Von Rudolf Krause, Ingenieur. Mit 97 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Die Isolierung elektrischer Maschinen. Von H. W. Turner,

Associate A. I. E. E. und H. M. Hobart, M. I. E. E., Mem. A. I. E. E. Deutsche Bearbeitung von A. von KönigsLöw und R. Krause, Ingenieure. Mit 166 Textfiguren. Unter der Presse.

Isolationsmessungen und Fehler-Bestimmungen an elektrischen Starkstromleitungen. Von F. Charles Raphael. Autorisierte

deutsche Bearbeitung von Dr. Richard Apt. Mit 118 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.

Elektrotechnische Mefskunde. Von Arthur Linker, Ingenieur. Mit

385 Textfiguren. Preis ca. M. 10,—. Erscheint im Januar 1906.

Elektrische und magnetische Messungen und Mefsinstrumente.

Von H. S. Hallo, Ingenieur bei Bruce Peebles & Co. Ltd. Edinburgh und H. W. Land, Assistent am elektrotechnischen Institut der technischen Hochschule zu Karlsruhe. Eine freie Bearbeitung und Ergänzung des Holländischen Werkes „Magnetische en Elektrische Metingen“ von G. J. van Swaay, Professor an der technischen Hochschule zu Delft. Mit 343 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

Die Gleichstrommaschine. Theorie, Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise derselben. Von E. Arnold, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. In zwei Bänden. I. Band: Die Theorie der Gleichstrommaschine. Mit 421 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 16,—. II. Band: Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise der Gleichstrommaschine. Mit 484 Textfiguren und 11 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 18,—.

Die Wechselstromtechnik. Herausgegeben von E. Arnold, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. In fünf Bänden. I. Band: Theorie der Wechselströme und Transformatoren. Von J. L. la Cour. Mit 263 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—. II. Band: Die Transformatoren. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 335 Textfiguren und 3 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—. III. Band: Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold. Mit 426 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—. IV. Band: Die synchronen Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 514 Textfiguren und 13 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—. In Vorbereitung befindet sich: V. Band: Die asynchronen Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold und J. L. la Cour.

Die Ankerwicklungen und Ankerkonstruktionen der Gleichstrom-Dynamomaschinen. Von E. Arnold, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts an der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. Dritte Auflage. Mit 418 Textfiguren und 12 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

Die Bahnmotoren für Gleichstrom. Ihre Wirkungsweise, Bauart und Behandlung. Ein Handbuch für Bahntechniker von H. Müller, Oberingenieur der Westinghouse-Elektrizitäts-Aktiengesellschaft und W. Mattersdorff, Abteilungsvorstand der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft. Mit 231 Textfiguren und 11 lithogr. Tafeln, sowie einer Übersicht der ausgeführten Typen. In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

Die Prüfung von Gleichstrommaschinen in Laboratorien und Prüfräumen. Ein Hilfsbuch für Studierende und Praktiker von Karl Kinzbrunner, Ingenieur und Dozent für Elektrotechnik an der Municipal School of Technology in Manchester. Mit 249 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 9,—.

Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. Von Gisbert Kapp. Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 255 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Transformatoren für Wechsel- und Drehstrom. Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung. Von Gisbert Kapp. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 165 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Elektromechanische Konstruktionen. Eine Sammlung von Konstruktionsbeispielen und Berechnungen von Maschinen und Apparaten für Starkstrom. Zusammengestellt und erläutert von Gisbert Kapp. Zweite, verbesserte und erweiterte Auflage. Mit 36 Tafeln und 114 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Praktische Dynamokonstruktion. Ein Leitfaden für Studierende der Elektrotechnik. Von Ernst Schulz, Chefelektriker der Deutschen Elektrizitätswerke zu Aachen. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 35 Textfiguren und einer Tafel. In Leinwand gebunden Preis M. 3,—.

Leitfaden zur Konstruktion von Dynamomaschinen und zur Berechnung von elektrischen Leitungen. Von Dr. Max Corsepius. Dritte, vermehrte Auflage. Mit 108 Textfiguren und 2 Tabellen. In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Elektromechanische Konstruktionselemente. Skizzen, herausgegeben von Dr. G. Klingenberg, Professor und Dozent an der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin. Erscheint in Lieferungen zum Preise von je M. 2,40. Bisher sind erschienen: Lieferung 1, 2, 3, 4 (Apparate) und 6, 7 (Maschinen). Jede Lieferung enthält 10 Blatt Skizzen in Folio.

Der Drehstrommotor. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Von Julius Heubach, Chef-Ing. Mit 163 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Motoren für Gleich- und Drehstrom. Von Henry M. Hobart, B. Sc., M. I. E. E., Mem. A. I. E. E. Deutsche Bearbeitung. Übersetzt von Franklin Punga. Mit 425 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom. Von Dr. G. Roefsler, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule in Danzig. Mit 89 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

Elektromotoren für Gleichstrom. Von Dr. G. Roefsler, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule in Danzig. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 49 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Die Fernleitung von Wechselströmen. Von Dr. G. Roefsler, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in Danzig. Mit 60 Figuren. In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

Die elektrischen Wechselströme. Für Ingenieure und Studierende bearbeitet. Von T. H. Blakesley. Autorisierte Übersetzung von Cl. Feldmann. Mit 31 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Über die Entwicklungsmöglichkeiten des Induktionsmotors für Einphasen-Wechselstrom. Von Dr.-Ing. R. von Koch. Mit 49 Textfiguren. Preis M. 2,60.

Der elektrische Lichtbogen bei Gleichstrom und Wechselstrom und seine Anwendungen. Von Berthold Monasch, Diplom-Ingenieur. Mit 141 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 9,—.

Die drahtlose Telegraphie und ihr Einfluß auf den Wirtschaftsverkehr unter besonderer Berücksichtigung des Systems „Telefunken“. Mit einem Verzeichnis der Patente und Literaturangaben über drahtlose Telegraphie. Von Dr. Eugen Nesper, Diplom-Ingenieur. Mit 29 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Telegraphie und Telephonie ohne Draht. Von Otto Jentsch, Kaiserlicher Ober-Postinspektor. Mit 156 Textfiguren. Preis M. 5,—; in Leinwand gebunden M. 6,—.

Berechnung u. Ausführung der Hochspannungs-Fernleitungen.

Von Karl Fred. Holmboe, Elektroingenieur. Mit 61 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Theorie und Berechnung elektrischer Leitungen. Von Dr.-Ing.

H. Gallusser, Ingenieur bei Brown, Boveri & Co., Baden (Schweiz) und Diplom-Ingenieur M. Hausmann, Ingenieur bei der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin. Mit 145 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis.

Bearbeitet von Jos. Herzog und Cl. Feldmann. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage in zwei Teilen. Erster Teil: Strom- und Spannungsverteilung in Netzen. Mit 269 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—. Zweiter Teil: Die Dimensionierung der Leitungen. Mit 216 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Asynchrone Generatoren für ein- und mehrphasige Wechselströme.

Ihre Theorie und Wirkungsweise. Von Cl. Feldmann, Ingenieur und Privatdozent an der Großherzoglichen Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit 50 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Herstellung und Instandhaltung elektrischer Licht- und Kraftanlagen.

Ein Leitfaden auch für Nichttechniker. Herausgegeben unter Mitwirkung von O. Görling und Michalke von S. Freiherr v. Gaisberg. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 54 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 2,—.

Schaltungsarten und Betriebsvorschriften elektrischer Licht- und Kraftanlagen unter Verwendung von Akkumulatoren.

Zum Gebrauche für Maschinisten, Monteure und Besitzer elektrischer Anlagen, sowie für Studierende der Elektrotechnik von Alfred Kistner. Mit 81 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Die künstlichen Kohlen für elektrotechnische und elektrochemische Zwecke,

ihre Herstellung und Prüfung. Von Dr. Julius Zellner, Professor der Chemie an der Staatsgewerbeschule in Bielitz. Mit 102 Textfiguren. Preis M. 8,—; in Leinwand gebunden M. 9,20.

Hilfsbuch für den Maschinenbau. Für Maschinentechniker sowie für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Von Fr. Freytag, Professor, Lehrer an den technischen Staatslehranstalten in Chemnitz. Mit 867 Textfiguren und 6 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 10,—. In Ganzleder gebunden Preis M. 12,—.

Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker. Unter Mitwirkung von Professor A. Kás verfasst und herausgegeben von Josef Hrabák, Oberbergrat und Professor an der k. k. Bergakademie in Pýřibram. Dritte Auflage. In zwei Teilen. Mit Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 16,—.

Die Dampfturbinen. Mit einem Anhang über die Aussichten der Wärmekraftmaschinen und über die Gasturbine. Von Dr. A. Stodola, Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich. Dritte, bedeutend erweiterte Auflage. Mit 434 Figuren und 3 lithographierten Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Die Hebezeuge. Theorie und Kritik ausgeführter Konstruktionen mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Anlagen. Ein Handbuch für Ingenieure, Techniker und Studierende von Ad. Ernst, Professor des Maschineningenieurwesens an der Königl. Techn. Hochschule zu Stuttgart. Vierte, neubearbeitete Auflage. Unter Mitwirkung von J. Kirner, Regierungsbauführer und Assistent an der Kgl. Techn. Hochschule zu Stuttgart. In drei Bänden. Mit 1486 Textfiguren und 97 lithographierten Tafeln. In drei Leinwandbänden gebunden Preis M. 60,—.

Die Regelung der Kraftmaschinen. Berechnung und Konstruktion der Schwungräder, des Massenausgleichs und der Kraftmaschinenregler in elementarer Behandlung. Von Max Tolle, Professor und Maschinenbauschuldirektor. Mit 372 Textfiguren und 9 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 14,—.

Technische Messungen, insbesondere bei Maschinenuntersuchungen. Zum Gebrauch in Maschinenlaboratorien und für die Praxis. Von Anton Gramberg, Diplom-Ingenieur, Dozent an der Technischen Hochschule Danzig. Mit 181 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.

Technische Untersuchungsmethoden zur Betriebskontrolle, insbesondere zur Kontrolle des Dampfbetriebes. Zugleich ein Leitfaden für die Arbeiten in den Maschinenbaulaboratorien technischer Lehranstalten. Von Julius Brand, Ingenieur, Oberlehrer der Königl. vereinigten Maschinenbauschulen zu Elberfeld. Mit 168 Textfiguren, 2 Tafeln und mehreren Tabellen. In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.
