

DIE WISSENSCHAFT

EINZELDARSTELLUNGEN AUS DER NATUR-
WISSENSCHAFT UND DER TECHNIK. BD. 70
HERAUSGEGEBEN VON PROF. DR. EILHARD WIEDEMANN

A. S. Eddington

Raum, Zeit und Schwere



SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

Die Wissenschaft

Sammlung von Einzeldarstellungen aus den Gebieten der Naturwissenschaft und der Technik, herausgegeben von Prof. Dr. Eilhard Wiedemann

1. Curie, Mme. S., **Untersuchungen über die radioaktiven Substanzen.** Übersetzt und mit Literatur-Ergänzungen versehen von W. Kaufmann. Mit Abbildungen. 3. Aufl. Vergriffen.
2. Schmidt, Prof. Dr. G. C., **Die Kathodenstrahlen.** 2. verb. und verm. Auflage. Mit 50 Abbildungen. Geh. 3,— *M.*
3. Thomson, Professor Dr. J. J., **Elektrizität und Materie.** 2. verb. Aufl. Übersetzt von G. Siebert. Mit 21 Abb. Geh. 3,— *M.*
4. Freiherr von und zu Aufsess, Dr. Otto, **Die physikalischen Eigenschaften der Seen.** Mit 36 Abbildungen. Geh. 3,— *M.*, geb. 4,50 *M.*
5. Frölich, Dr. O., **Die Entwicklung der elektrischen Messungen.** Mit 124 Abbildungen. Geh. 6,— *M.*
6. Ritter von Geitler, Prof. Dr. Josef, **Elektromagnetische Schwingungen und Wellen.** Zweite vermehrte Auflage. Mit 113 Abbildungen. Geh. 7,50 *M.*, geb. 9,— *M.*
7. Baumhauer, Prof. Dr. H., **Die neuere Entwicklung der Kristallographie.** Mit 46 Abbildungen. Geh. 4,50 *M.*
8. Werner, Prof. Dr. A., **Neuere Anschauungen auf dem Gebiete der anorganischen Chemie.** 5. durchgesehene Auflage. Im Druck.
9. Faust, Dr. Edw. St., **Die tierischen Gifte.** Geh. 6,— *M.*
10. Lipps, Dr. G. F., **Die psychischen Maßmethoden.** Mit 6 Abbildungen. Geh. 3,50 *M.*
11. Kobold, Prof. Dr. Hermann, **Der Bau des Fixsternsystems mit besonderer Berücksichtigung der photometrischen Resultate.** Mit 19 Abbild. und 3 Tafeln. Geh. 6,50 *M.*
12. Jäger, Prof. Dr. G., **Die Fortschritte der kinetischen Gastheorie.** 2. verb. und vermehrte Auflage. Mit 11 Abbild. Geh. 5,— *M.*, geb. 6,50 *M.*
13. Doelter, Prof. Dr. C., **Petrogenesis.** Mit 1 Lichtdrucktafel und 5 Abbild. Geh. 7,— *M.*
14. Donath, Dr. B., **Die Grundlagen der Farbenphotographie.** Mit 35 Abbildungen und 1 farb. Tafel. Geh. 5,— *M.*
15. v. Knebel, Dr. phil. Walther, **Höhlenkunde, mit Berücksichtigung der Karstphänomene.** Mit 42 Abbild. Geh. 6,— *M.*
16. Geinitz, Prof. Dr. F. E., **Die Eiszeit.** Mit 25 Abbildungen im Text, 3 farbigen Tafeln und einer Tabelle. Geh. 7,— *M.*
17. Gehrcke, Dr. E., **Die Anwendung der Interferenzen in der Spektroskopie und Metrologie.** Mit 73 Abbild. Geh. 5,50 *M.*
18. Fischer, Prof. Dr. Otto, **Kinematik organischer Gelenke.** Mit 77 Abbild. Geh. 8,— *M.*, geb. 10,— *M.*
19. Wangerin, Prof. Dr. A., **Franz Neumann und sein Wirken als Forscher und Lehrer.** Mit 1 Textfigur u. d. Bildnis Neumanns in Heliogravüre. Geh. 5,50 *M.*, geb. 7,— *M.*
20. Kuenen, Prof. Dr. J. P., **Die Zustandsgleichung der Gase und Flüssigkeiten und die Kontinuitätstheorie.** Mit 9 Abb. Geh. 6, 50 *M.*
21. Rutherford, Prof. E., **Radioaktive Umwandlungen.** Übers. von M. Levin. Mit 53 Abbildungen. Geh. 8,— *M.*
22. König, Prof. Dr. E., **Kant und die Naturwissenschaft.** Geh. 6,— *M.*
23. Schmidt, Prof. Dr. Julius, **Synthetisch-organische Chemie der Neuzeit.** Geh. 5,50 *M.*

DIE WISSENSCHAFT

Sammlung von Einzeldarstellungen aus den Gebieten der
Naturwissenschaft und der Technik

Herausgegeben von Prof. Dr. EILHARD WIEDEMANN

BAND 70

A. S. Eddington

Raum, Zeit und Schwere

Ein Umriss der allgemeinen Relativitätstheorie

Ins Deutsche übertragen von

W. Gordon

Mit 19 Abbildungen



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

A. S. Eddington

Raum, Zeit und Schwere

Ein Umriß der allgemeinen Relativitätstheorie

Ins Deutsche übertragen von

W. Gordon

Mit 19 Abbildungen



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Alle Rechte vorbehalten.

ISBN 978-3-663-06660-6 ISBN 978-3-663-07573-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-07573-8

Copyright, 1923, by Springer Fachmedien Wiesbaden
Ursprünglich erschienen bei Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig, Germany. 1923

Vorwort

Die Relativitätstheorie Albert Einsteins bedeutet eine Gedankenumwälzung in der physikalischen Wissenschaft.

Seine Tat besteht im wesentlichen in folgendem: Es ist ihm gelungen, weit vollständiger als es bisher der Fall war, den Anteil des Beobachters und den Anteil der Außenwelt an den Dingen, die wir wahrnehmen, voneinander zu trennen. Die Wahrnehmung eines Gegenstandes ist abhängig von der Stellung des Beobachters und den Umständen, unter denen er sich befindet. Z. B. bewirkt die Entfernung, daß der Gegenstand kleiner und weniger hell erscheint. Dies berücksichtigen wir schon (beinahe unbewußt) bei der Erklärung unserer Wahrnehmungen. Nunmehr stellt sich aber heraus, daß die Berücksichtigung der *Bewegung* des Beobachters bisher nicht genau genug gewesen ist — was man nicht bemerkt hatte, weil praktisch genommen alle Beobachter nahe die gleiche Bewegung, nämlich die der Erde, aufweisen. Es zeigt sich, daß der physikalische Raum und die physikalische Zeit in engem Zusammenhang mit der Bewegung des Beobachters stehen; nur eine gestaltlose Vereinigung beider bleibt in der Außenwelt zurück. Wenn Raum und Zeit auf ihren eigentlichen Ursprung — den Beobachter — verwiesen werden, dann bekommt die Welt der Natur ein höchst merkwürdiges Aussehen. In Wirklichkeit ist sie einfacher geworden, die den Hapterscheinungen zugrunde liegende Einheit tritt nunmehr klar zutage. Die Folgerungen, zu denen man auf diesem Wege geführt wird, haben sich (mit einer noch nicht ganz aufgeklärten Ausnahme), soweit sie experimentell geprüft werden konnten, bestätigt.

Es ist mein Bestreben, dies alles darzustellen, ohne sehr fachwissenschaftlich in mathematischer, physikalischer oder

philosophischer Beziehung zu werden. Die neue Auffassung von Raum und Zeit, die unseren Denkgewohnheiten so sehr zuwiderläuft, verlangt auf jeden Fall eine ungewöhnliche geistige Übung. Wir kommen zu sonderbar anmutenden Ergebnissen, ihre Kuriosität ist nicht ganz ohne Humor. In den ersten neun Kapiteln handelt es sich darum, eine durchsichtige Theorie auseinanderzusetzen, die in allen wesentlichen Punkten von einem großen und sich ständig erweiternden Kreis von Physikern anerkannt wird — wenn auch nicht jeder die Meinung des Verfassers über ihren Sinn teilen wird. Im 10. und 11. Kapitel ist von den neuesten Fortschritten der Theorie die Rede, über die die Ansichten noch nicht so feststehen. Im letzten Kapitel werden die Spekulationen des Verfassers über den Sinn der Natur gebracht, und da es sich hierbei um die Grundlagen eines philosophischen Systems handelt, hieße es vielleicht den Optimismus allzuweit treiben, wenn ich mich der Hoffnung hingeben wollte, daß diese Spekulationen etwas anderes sein können, als eine Sache, worüber man sich streiten kann.

Eine nichtmathematische Darstellung muß sich notwendig innerhalb gewisser Grenzen halten. Der Leser, der erfahren möchte, wie dieses oder jenes exakte Resultat aus dem Einsteinschen oder selbst aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz folgt, muß sich an mathematisch geschriebene Lehrbücher halten. Aber diese Beschränkung der Reichweite fällt vielleicht nicht so sehr ins Gewicht wie die Beschränkung der inneren Wahrheit. Es gibt eine Relativität der Wahrheit, wie es eine Relativität des Raumes gibt.

Mit Lineal und Zirkel „Nichtsein“ und „Sein“,
Ohne „Hier“ und „Dort“, fing' ich logisch ein.

Ach, so einfach ist es nicht. Wir sondern aus den Erscheinungen alles aus, was mit der Stellung und der Bewegung des Beobachters zusammenhängt. Können wir aber auch alles aussondern, was dem beschränkten Vorstellungsvermögen des menschlichen Gehirns eigentümlich ist? Wir glauben, es zu können, aber nur in der Zeichensprache der Mathematik. Wie die Sprache eines Dichters mit einer Wahrheit ringt, die

die plumpen Erklärungen seiner Kommentatoren nicht zu erfassen vermögen, so bringt die Geometrie der Relativität in ihrer vollendeten Harmonie eine Wahrheit der Form und des Urbilds der Natur zum Ausdruck, die meine nüchterne Übertragung vermissen läßt.

Aber der Geist gibt sich nicht damit zufrieden, die wissenschaftliche Wahrheit in den farblosen Symbolen der Mathematik eingeschlossen zu lassen, er will sie mit den ihm vertrauten Bildern verschmelzen. An den Mathematiker, der so sorglos mit seinem x operiert, könnte man sehr wohl die Frage richten, nicht welchen unergründlichen Sinn das x in der Natur, sondern welchen Sinn es für *ihn* hat.

Wenn auch dieses Buch in erster Linie für Leser ohne fachwissenschaftliche Vorkenntnisse bestimmt ist, so hoffe ich doch, daß es sich auch an diejenigen wenden darf, die bereits mit unserem Gegenstand sich näher befaßt haben.

Es ist mir unmöglich, in gleichwertiger Form meinen Dank für alles auszusprechen, was ich den Schriften und der Diskussion der Zeitgenossen schulde. Die Arbeiten von Einstein, Minkowski, Hilbert, Lorentz, Weyl, Robb und anderen sind für mich das Fundament gewesen; bei dem Hin- und Herdebattieren mit Freunden und Briefschreibern kamen nach und nach die weiteren Verzweigungen zum Vorschein.

1. Mai 1920.

A. S. Eddington.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Prolog: Was ist Geometrie?	1
1. Kapitel: Die Lorentzkontraktion	18
2. Kapitel: Relativität	32
3. Kapitel: Die vierdimensionale Welt	47
4. Kapitel: Kraftfelder	65
5. Kapitel: Raumarten	80
6. Kapitel: Das neue und das alte Gravitationsgesetz	96
7. Kapitel: Schweres Licht	114
8. Kapitel: Weitere Prüfungen der Theorie	126
9. Kapitel: Impuls und Energie	140
10. Kapitel: Der Unendlichkeit entgegen	156
11. Kapitel: Elektrizität und Schwere	171
12. Kapitel: Über die Natur der Dinge	183

Prolog

Was ist Geometrie?

Ein Gespräch zwischen
Einem Experimentalphysiker,
Einem reinen Mathematiker,
Einem Relativisten, der für die neue Auffassung
von Zeit und Raum in der Physik eintritt.

Rel.: Ein sehr bekannter Lehrsatz von Euklid lautet: In einem Dreieck ist die Summe zweier Seiten größer als die dritte Seite. Kann mir einer von Ihnen sagen, ob man heutzutage die Richtigkeit dieses Satzes für wohlbegründet ansehen darf?

Math.: Was mich anbetrifft, bin ich gänzlich außerstande, zu entscheiden, ob der Satz wahr ist oder nicht. Ich kann ihn aus gewissen anderen Sätzen oder Axiomen, die man für noch elementarer hält, auf Grund zuverlässiger Beweismethoden herleiten. Sind diese Axiome wahr, so ist es auch der Satz; sind die Axiome nicht wahr, so ist auch der Satz nicht allgemein wahr. Ob die Axiome wahr sind oder nicht, vermag ich nicht zu sagen; das gehört nicht in mein Gebiet.

Phys.: Fordert man aber nicht, daß die Wahrheit dieser Axiome sich von selbst versteht?

Math.: Für mich sind sie keineswegs selbstverständlich. Diese Forderung wird nach meiner Meinung von niemandem mehr aufrechterhalten.

Phys.: Mit Hilfe dieser Axiome ist es Ihnen aber doch gelungen, ein logisches und in sich widerspruchsfreies System der Geometrie aufzubauen. Ist das nicht ein indirekter Beweis für die Wahrheit dieser Axiome?

Math.: Nein. Die euklidische Geometrie ist nicht die einzige in sich widerspruchsfreie Geometrie. Ich kann von anderen Axiomen ausgehen und z. B. zur Lobatschewskyschen Geometrie gelangen, in der viele Sätze von Euklid nicht allgemein gelten. Von meinem Standpunkt aus kann ich unter diesen verschiedenen Geometrien keine Auswahl treffen.

Rel.: Wie kommt es denn, daß die euklidische Geometrie weit-aus die größte Bedeutung erlangt hat?

Math.: Ich kann mir kaum vorstellen, daß sie die wichtigste Geometrie ist. Aber aus Gründen, die mir, wie ich gestehen muß, nicht verständlich sind, interessiert sich mein Freund, der Physiker, mehr für die euklidische Geometrie als für irgend eine andere und stellt uns fortwährend Probleme aus ihr. Infolgedessen waren wir bestrebt, uns in übertriebenem Maße mit dem euklidischen System zu befassen. Es gab jedoch große Mathematiker, wie Riemann, die sich um die Wiederherstellung der richtigen Verhältnisse bemühten.

Rel. (zum Physiker): Warum interessieren Sie sich besonders für die euklidische Geometrie? Glauben Sie, daß dies die wahre Geometrie sei?

Phys.: Ja. Unsere Experimente beweisen ihre Richtigkeit.

Rel.: Wie beweisen Sie zum Beispiel, daß die Summe zweier Seiten in einem Dreieck größer als die dritte Seite ist?

Phys.: Ich kann natürlich den Beweis nur erbringen, indem ich eine sehr große Zahl von typischen Fällen herausgreife. Meine Beweise sind durch die unvermeidlichen experimentellen Ungenauigkeiten beschränkt und nicht so allgemein und vollständig wie diejenigen der reinen Mathematik. Doch ist es ein anerkannter physikalischer Grundsatz, daß man eine hinreichend große Zahl von Experimenten verallgemeinern darf; und dieses Beweisverfahren genügt mir.

Rel.: Mir auch. Ich brauche Sie nur mit einem einzelnen Fall zu belästigen. Hier ist ein Dreieck ABC ; wie beweisen Sie, daß $AB + BC$ größer als AC ist?

Phys.: Ich nehme einen Maßstab und messe die drei Seiten.

Rel.: Wir scheinen uns nicht ganz zu verstehen. Ich sprach von einem geometrischen Lehrsatz — von Eigenschaften des Raumes, nicht der Materie. Ihr Experiment sagt nur etwas über das Verhalten eines materiellen Maßstabes aus, wenn man ihn in verschiedene Lagen bringt.

Phys.: Ich könnte die Messungen auf optischem Wege ausführen.

Rel.: Es wird immer schlimmer. Jetzt sprechen Sie von Eigenschaften des Lichtes.

Phys.: Dann kann ich mich überhaupt nicht dazu äußern, wenn Sie mich nicht irgendwelche Messungen machen lassen. Nur durch Messungen vermag ich die Natur zu ergründen. Ich bin kein Metaphysiker.

Rel.: So wollen wir denn dahin übereinkommen, daß Sie unter *Länge* und *Entfernung* stets eine Größe verstehen, die durch materielle oder optische Hilfsmittel bestimmt wird. Sie haben experimentell die Gesetze untersucht, denen die *gemessenen Längen* unterworfen sind, und die Geometrie gefunden, die zu ihnen paßt. Wir wollen diese Geometrie die „natürliche Geometrie“ nennen. Es ist klar, daß diese für Sie sehr viel wichtiger ist als alle die anderen Systeme, die der Scharfsinn der Mathematiker entdeckt hat. Aber wir dürfen nicht vergessen, daß sie sich auf das Verhalten von materiellen Maßstäben — auf die Eigenschaften der Materie — bezieht. Ihre Gesetze sind gerade so physikalische Gesetze wie zum Beispiel die Gesetze des Elektromagnetismus.

Phys.: Wollen Sie den Raum mit einer Art magnetischem Feld vergleichen? Das verstehe ich nicht recht.

Rel.: Sie sagen, daß Sie die Natur nur mittels irgend eines Meßinstrumentes untersuchen können. Bedienen Sie sich dabei eines Maßstabes, so erforschen Sie die natürliche Geometrie; nehmen Sie eine Magnethadel, so erforschen Sie das magnetische Feld. Das Feld der Ausdehnung oder das Raumbfeld, wie wir es nennen können, ist genau so eine physikalische Größe wie das magnetische Feld. Sie können sich, wenn Sie wollen, vorstellen, daß beides miteinander im Äther vorhanden ist. Die Gesetze von beiden müssen durch das Experiment ermittelt werden. Natürlich sind wir mit gewissen näherungsweise gültigen Gesetzen des Raumbfeldes (euklidische Geometrie) von Kindheit an vertraut; doch müssen wir uns von der Vorstellung freimachen, daß wir zu diesen Gesetzen unweigerlich genötigt sind, und daß wir in anderen Teilen des Universums nicht Raumbfelder antreffen könnten, in denen diese Gesetze nicht gelten. Inwieweit der Raum tatsächlich Ähnlichkeiten mit einem magnetischen Feld aufweist, darüber möchte ich keine bestimmten Behauptungen aufstellen; ich will nur sagen, daß die experimentelle Untersuchung für beide in ziemlich derselben Weise vor sich geht.

Fahren wir mit unserer Prüfung der Gesetze der natürlichen Geometrie fort. Ich habe hier ein Bandmaß und nehme dieses Dreieck: $AB = 90$ cm, $BC = 0,6$ cm, $CA = 91$ cm. Ach je, Ihr Satz stimmt nicht.

Phys.: Sie wissen ganz genau, woran das liegt. Sie haben bei der Messung von AB das Bandmaß tüchtig ausgedehnt.

Rel.: Weshalb nicht?

Phys.: Eine Länge muß selbstverständlich mit einem starren Maßstab gemessen werden.

Rel.: Das ist ein wichtiger Zusatz zu Ihrer Definition der Länge. Aber was ist ein starrer Maßstab?

Phys.: Ein Maßstab, der stets gleich lang bleibt.

Rel.: Wir haben doch soeben definiert, daß die Länge eine Größe ist, die man vermöge Messungen mit einem starren Maßstab bestimmt; jetzt brauchen Sie einen anderen starren Maßstab, um zu prüfen, ob der erste Stab seine Länge ändert; dann einen dritten, um den zweiten zu prüfen, und so weiter *ad infinitum*. Sie erinnern mich an die ägyptische Geschichte von der Uhr und der Zeitsignal-kanone. Der Mann, der die Kanone bedienen sollte, richtete sich nach der Uhr, und der Mann, der mit der Uhr betraut worden war, stellte sie nach der Kanone. Nein! Sie dürfen nicht die Länge mit Hilfe eines starren Maßstabs und einen starren Maßstab mit Hilfe der Länge definieren.

Phys.: Ich gebe zu, daß ich um eine strenge Definition verlegen bin. Ich habe nicht zu allem Zeit; es gibt so viel Interessantes in der Physik, das mich in Anspruch nimmt. Können Sie bei jedem Ausdruck, den Sie gebrauchen, unverzüglich mit einer logischen Definition aufwarten?

Rel.: Gott bewahre! Ich bin von Hause aus kein Freund von Strenge in diesen Dingen. Obwohl ich den Wert der Leistungen derjenigen einzuschätzen weiß, die in den Fundamenten der Wissenschaft graben, so interessiere ich mich doch hauptsächlich für den Oberbau. Aber manchmal, wenn ein neues Stockwerk angebaut werden soll, müssen die Fundamente tiefer gelegt werden. Ich verfolge mit der Suche nach der genauen Bedeutung der Länge einen ganz bestimmten Zweck. Eine neue fremdartige Theorie ist aufgekomen, gegen die Sie im Anfang Bedenken hegen könnten; und Sie werden sich wahrscheinlich in Ihren Ansichten nicht von Irrtümern leiten lassen wollen. Und schließlich, wenn Sie verlangen, daß man Längen bis auf acht sinnvolle Ziffern bestimmt, so brauchen Sie ein einigermaßen genaues Normal für richtige und falsche Messungen.

Phys.: Es hält schwer, zu definieren, was wir unter starr verstehen; aber in der Praxis können wir feststellen, ob ein Maßstab dazu neigt, unter verschiedenen Umständen in merklichem Grade seine Länge zu ändern.

Rel.: Nein. Lassen Sie den Begriff der Änderung der Länge beiseite, wenn es sich um die Definition der Länge handelt. Offenbar besitzt das angenommene Längennormal eine unveränderliche Länge, es mag verfertigt sein, woraus es will. Ist ein Meter definitions-

gemäß ein Stab von der und der Länge, dann bleibt dieser Stab stets einen Meter lang; und wenn wir behaupten, daß der Stab seine Länge geändert habe, so haben wir eben eine neue Definition für die Längeneinheit eingeführt. Sie stellten vorhin fest, daß mein Bandmaß ein mangelhaftes Normal sei, — daß es nicht starr sei. Nicht, weil es seine Länge geändert hat, denn als Längennormal konnte es das nicht. Es hatte einen anderen Fehler.

Wenn Sie einen Maßstab zu Gesicht bekommen, so wissen Sie, ob er annähernd starr ist. Ihr Vergleichsobjekt ist nicht irgend eine nicht meßbare ideale Längeneinheit, sondern eine solche materieller Natur, die verwirklicht werden oder der man doch wenigstens nahe kommen kann. Die gewöhnlichen Maßstäbe weisen Fehler auf — Durchbiegung, Wärmeausdehnung usw. —, die man durch geeignete Vorsichtsmaßregeln heruntersetzen kann. Die Grenze, der Sie sich dabei nähern, ist Ihr starrer Maßstab. Diese Fehler können Sie feststellen, ohne eine neue Definition der Länge zu Hilfe zu nehmen. Zum Beispiel: Zwei Stäbe aus demselben Material mögen mit ihren Enden zusammenfallen; der eine wird erwärmt, so daß die Enden nicht mehr zur Koinzidenz gebracht werden können, denn das Material hat einen Temperatúrausdehnungskoeffizienten. Auf diese Weise können Sie experimentell die Temperaturkoeffizienten der verschiedenen Metalle miteinander vergleichen und nach abnehmender Größe anordnen. Das ist ungefähr der Weg, auf dem Sie Ihren idealen starren Stab näher bestimmen können, ohne das Wort Länge einzuführen.

Phys.: Zweifellos, so muß es gemacht werden.

Rel.: Dann müssen wir zu der Erkenntnis kommen, daß unser ganzes Wissen über den Raum auf dem Verhalten materieller Maßstäbe beruht, die frei von gewissen feststellbaren Materialfehlern sind.

Phys.: Damit kann ich mich nicht ganz einverstanden erklären. Es hat doch gewiß einen Sinn, die Behauptung $AB = 2CD$ für richtig oder falsch zu erklären, selbst wenn wir nicht den Begriff eines materiellen Maßstabes hätten. Zwischen A und B befindet sich beispielsweise sozusagen zweimal so viel Papier als zwischen C und D .

Rel.: Vorausgesetzt, daß das Papier von durchwegs gleicher Beschaffenheit ist. Was heißt das aber? Auf eine bestimmte Länge kommt immer gleichviel Papier. Somit stehen wir wieder vor der Notwendigkeit, eine Definition für die Länge zu geben.

Auch wenn Sie sagen, zwischen A und B ist zweimal so viel „Raum“ als zwischen C und D , sind wir in derselben Lage. Sie stellen sich dann die Zwischenräume homogen mit Raum erfüllt vor;

doch Homogenität bedeutet einfach, daß jedem Zentimeter Ihres starren Maßstabes der gleiche Betrag an Raum entspricht. Sie haben mit Ihrem Stab willkürlich den Raum in sogenannte gleiche Stücke geteilt. All das führt uns wieder zum starren Stab zurück.

Sie hatten nach meiner Meinung vorhin ganz recht, als Sie sagten, daß Sie alles nur durch Messungen ermitteln können; und jede Messung setzt irgend eine bestimmte materielle Meßvorrichtung voraus.

Nun geben Sie zu, daß Ihre Messungen nicht über eine gewisse beträchtliche Annäherung hinausgehen können, und daß Sie nicht alle Möglichkeiten untersucht haben. Nehmen wir an, daß eine Ecke Ihres Dreiecks in einem sehr starken Schwerfeld gewesen sei — in einem weitaus stärkeren, als eines der uns bekannten —, dann glaube ich mit gutem Grunde behaupten zu dürfen, daß Sie in diesem Falle, sofern Sie Ihre Messungen mit einem starren Stabe ausführen, für die Summe zweier Seiten eines Dreiecks einen merklich kleineren Wert als für die dritte Seite finden würden. Würden Sie unter diesen Umständen sich zur Aufgabe der euklidischen Geometrie verstehen können?

Phys.: Mir scheint es gewagt, vorauszusetzen, daß die starke Schwerkraft ohne Einfluß auf das Experiment ist.

Rel.: Nach meiner Annahme müßte ein bedeutender Einfluß vorhanden sein.

Phys.: Ich würde vorschlagen, an den Messungen Verbesserungen anzubringen, weil die Einwirkung der starken Kraft möglicherweise den Maßstab verzerren könnte.

Rel.: Bei einem starren Stab scheidet jede Gegenwirkung gegen Spannung aus.

Phys.: Aber das ist etwas ganz anderes. Die Ausdehnung des Stabes ist bestimmt durch die Lagen, die die Moleküle unter der Wirkung der Kräfte, denen sie unterworfen sind, eingenommen haben; und es könnte ein Einfluß der Schwerkraft bestehen, der sich auf jegliche Materie erstreckt. Das würde man schwerlich als einen Fehler ansehen können; und unser sogenannter starrer Stab würde ihn ebenso aufweisen wie irgend ein anderes Material.

Rel.: Richtig. Aber was beabsichtigen Sie mit Ihrer Verbesserung der Messungen? Sie korrigieren eine Messung, wenn sie nicht mit dem Normal übereinstimmt. So bringen Sie an den Ablesungen an einem Wasserstoffthermometer Korrekturen an, um die Ablesungen auf ein Thermometer mit einem idealen Gase zurückzuführen, weil die Wasserstoffmoleküle eine endliche Ausdehnung haben

und aufeinander besondere Anziehungskräfte ausüben; Ihr Normal soll aber ein ideales Gas mit unendlich kleinen Molekülen sein. Auf welches Normal wollen Sie sich aber in dem uns jetzt beschäftigenden Falle stützen, wenn nach Ihrem Vorschlag die mit dem starren Stab ausgeführten Messungen korrigiert werden sollen.

Phys.: Ich sehe die Schwierigkeit. Ohne Messungen kann ich nichts über den Raum erfahren, und ich habe kein besseres Normal als den starren Stab. So kann man nicht recht sagen, welcher Sinn den verbesserten Messungen zukommen soll. Und trotzdem scheint mir die Annahme natürlicher, das Versagen des Satzes eher auf die Fehlerhaftigkeit der Messungen als auf eine Veränderung in der Natur des Raumes zurückzuführen.

Rel.: Weil Sie doch ein bißchen Metaphysiker sind, nicht wahr? Sie haben irgend einen Raumbegriff, der über allen Messungen erhaben ist, und Sie geben lieber Ihre Messungen preis, als daß Sie zugäben, daß sich dieser Raum deformiert haben könnte. Selbst wenn der Glaube an einen solchen Raum berechtigt wäre, welcher vernünftige Grund bestände für die Annahme, daß er euklidisch sei? Sie glauben an den euklidischen Raum allein deshalb, weil Ihre Messungen bisher für ihn sprechen. Wenn jetzt Messungen von gewissen Teilen des Raumes eine nichteuklidische Geometrie zutage fördern, dann fallen alle Gründe zugunsten des euklidischen Raumes dahin. Mathematisch und begrifflich hat der euklidische Raum nichts vor dem nichteuklidischen voraus; Ihre Bevorzugung des euklidischen Raumes gründete sich auf Messungsergebnisse und muß mit den Messungen stehen und fallen.

Phys.: Ich will meine Ansicht folgendermaßen näher ausführen: Ich bin davon überzeugt, daß ich etwas durch Messungen zu bestimmen suche, das Länge genannt wird; es hat eine absolute Bedeutung in der Natur und ist für die Gesetze der Natur von Wichtigkeit. Diese Länge befolgt die Gesetze der euklidischen Geometrie. Ich glaube, daß meine Messungen mit einem starren Stab sie genau ergeben, falls keine Störung wie die Schwere vorhanden ist; aber bei Anwesenheit eines Schwerefeldes ist die Annahme nicht von der Hand zu weisen, daß die unkorrigierten Längenmessungen nicht genau sein könnten.

Rel.: Dabei haben Sie drei Hypothesen gemacht: 1. Es gibt in der Natur ein Absolutes, die Länge, 2. die Geometrie dieser absoluten Längen ist euklidisch und 3. die praktischen Messungen bestimmen diese Länge genau, wenn keine Schwerkraft wirkt. Ich sehe die Notwendigkeit dieser Hypothesen nicht ein und schlage vor, ohne

sie auszukommen. *Hypotheses non fingo*. Besonders gegen die zweite Hypothese möchte ich Einspruch erheben. Sie nehmen an, daß dieses Absolute den Sätzen der euklidischen Geometrie gehorcht. Es ist doch sicherlich unwissenschaftlich, der Natur willkürliche Gesetze vorzuschreiben; ihre Gesetze müssen durch das Experiment ermittelt werden. In unserem Falle lehrt das Experiment uns nur, daß gemessene Längen (die, wie Sie selbst erklären, nicht notwendig mit diesem Absoluten übereinstimmen) sich manchmal euklidisch verhalten und manchmal nicht. Ferner scheint es mir berechtigt, Ihre dritte Hypothese von der — sagen wir — sechsten Dezimale an in Zweifel zu ziehen; und das hieße, Ihren feineren Messungen den Garaus machen. Doch grundsätzlich weiche ich von Ihnen bei der ersten Hypothese ab. Gibt es in der Natur irgend eine absolute Größe, die wir durch Längenmessungen bestimmen wollen? Wenn wir die Zahl der Moleküle in einem gegebenen Stück Materie zu ermitteln suchen, so bedienen wir uns dabei indirekter Methoden, und verschiedene Methoden können systematisch zu verschiedenen Ergebnissen führen; trotzdem zweifelt niemand daran, daß es eine bestimmte Zahl von Molekülen gibt, so daß es einen Sinn hat, zu sagen, daß gewisse Methoden vom theoretischen Standpunkt aus gut und andere ungenau sind. Das Zählen erweist sich als ein absolutes Verfahren. Aber bei anderen physikalischen Messungen scheint es sich nicht so zu verhalten. Jede physikalische Größe, wie Länge, Masse, Kraft usw., die keine reine Zahl ist, kann nur als das Ergebnis eines nach bestimmten Vorschriften angestellten physikalischen Experiments definiert werden.

So ist es also unmöglich, sich irgend eine „Länge“ vorzustellen, ohne eine Definition einer Längenmessung heranzuziehen. Und falls es doch eine solche Länge geben sollte, so brauchen wir ihr in der Physik keine Beachtung zu schenken, weil sie experimentell nicht faßbar ist. Natürlich besteht immer die Möglichkeit, daß uns eine Größe in den Weg kommt, die nicht unmittelbar durch das Experiment gegeben wird und theoretisch eine grundlegende Rolle spielt. Ist dem so, dann wird diese Größe auch an der richtigen Stelle in unserer Theorie auftreten. Aber es ist nicht gut, eine derartige Größe vorauszusetzen, und a priori Gesetze für sie aufzustellen, auf die schließliche Hoffnung hin, daß sie von Nutzen sein könnte.

Phys.: Dann darf ich also nicht dem Maßstab schuld geben, wenn der Lehrsatz nicht stimmt?

Rel.: Machen Sie in jedem Falle den Maßstab verantwortlich. Die natürliche Geometrie ist die Lehre von dem Verhalten materieller

Maßstäbe. Jeder Satz der natürlichen Geometrie enthält eine Behauptung über das Verhalten starrer Stäbe, die mithin für alles verantwortlich zu machen sind. Sagen Sie aber nicht, daß der starre Maßstab nicht in Ordnung sei, weil Sie damit ein Normalmaß voraussetzen, das es nicht gibt.

Phys.: Der Raum, von dem Sie sprechen, muß eine Art Abstraktion der Ausdehnungsbeziehungen der Materie sein.

Rel.: So ist es. Und wenn ich Sie bitte, zu glauben, daß der Raum nichteuklidisch, oder volkstümlich gesprochen, gekrümmt sei, so verlange ich von Ihnen nicht, daß Sie Ihr Vorstellungsvermögen gewaltsam anstrengen sollen; ich will damit nur sagen, daß die Ausdehnungsbeziehungen der Materie etwas abgeänderten Gesetzen unterworfen sind. Bei der experimentellen Erforschung der Eigenschaften des Raumes entdecken wir diese Ausdehnungsbeziehungen. Daher scheint der Schluß folgerichtig, daß der Raum, soweit wir ihn zu erkennen vermögen, die Abstraktion dieser materiellen Beziehungen und nicht noch etwas Transzendentaleres sein muß. Die Reform des geometrischen Schulunterrichts müßte durchaus verurteilt werden, denn es wäre ganz irreführend, die Schuljugend geometrische Sätze durch Messung bestätigen zu lassen, wenn der Raum, den sie studieren sollen, nicht diese Bedeutung hätte.

Ich vermute, daß Sie im Zweifel sein werden, ob sich diese Abstraktion der Ausdehnungsbeziehungen ganz mit unserem Begriff vom Raume deckt; Sie wollen denknötwendig mit Ihren Forderungen darüber hinaus gehen. Ich glaube, dieses Empfinden brauche ich nicht zu beunruhigen, vorausgesetzt, daß Sie sich bewußt bleiben, daß es sich, wenn wir von euklidischer oder nichteuklidischer Geometrie sprechen, nicht um die Eigenschaften dieses transzendentaleren Begriffs handelt.

Math.: Die Ansicht ist weit verbreitet, daß der Raum weder physikalisch, noch metaphysisch sei, sondern auf Übereinkunft beruhe. Folgende Stelle aus Poincarés Wissenschaft und Hypothese schildert diese gegensätzliche Auffassung des Raumes.

„In der Lobatschewskyschen Geometrie besäße ein sehr entfernter Stern eine endliche Parallaxe; in der Riemannschen wäre sie negativ. Das sind Aussagen, die einer Prüfung durch die Erfahrung zugänglich zu sein scheinen, und man hofft, auf Grund astronomischer Beobachtungen zwischen beiden Geometrien eine Entscheidung treffen zu können. Aber die Geraden der Astronomie sind einfach die Bahnen der Lichtstrahlen. Würde man also negative Parallaxen entdecken oder beweisen können, daß alle Parallaxen oberhalb eines bestimmten

Wertes liegen, dann hätte man die Wahl zwischen zwei Schlußfolgerungen: entweder gibt man die euklidische Geometrie auf oder ändert die optischen Gesetze so ab, daß das Licht sich nicht genau in gerader Linie fortpflanzt. Unnötig, hinzuzufügen, daß jedermann die letzte Lösung als die vorteilhaftere ansehen würde. Die euklidische Geometrie hat also nichts von neuen Experimenten zu fürchten.“

Rel.: Die glänzende Darstellung Poincarés ist sehr geeignet, das Verständnis für das Problem, dem wir uns jetzt gegenübergestellt sehen, zu erleichtern. Er betont die gegenseitige Abhängigkeit zwischen den geometrischen und optischen Gesetzen, deren wir uns stets bewußt bleiben müssen. Wir können von dem einen Teil Gesetze wegnehmen und sie dem anderen angliedern. Ich gebe zu, daß der Raum auf Übereinkunft beruht — aus dem einfachen Grunde, weil die Bedeutung jedes Wortes einer Sprache konventionell ist. Übrigens sind wir tatsächlich an dem Scheideweg angelangt, auf den Poincaré hinweist, wenn auch die Entscheidung nicht gerade bei dem von ihm erwähnten Experiment liegt. Aber ich entscheide mich mit voller Überlegung für den Ausweg, den jedermann, wie er es als völlig außer Zweifel ansieht, als den weniger vorteilhafteren ansehen würde. Den so gewählten Raum nenne ich den *physikalischen Raum* und seine Geometrie die *natürliche Geometrie*, wodurch ich zum Ausdruck bringen will, daß nach Übereinkunft noch andere Bedeutungen für Raum und Geometrie festgesetzt werden könnten. Wenn es sich nur um die Bedeutung des Raumes — ein ziemlicher unbestimmter Ausdruck — handelte, würden diese anderen Möglichkeiten vielleicht gewisse Vorteile bieten. Aber nach der Bedeutung, die der Raum erhalten hat, muß man die Bedeutung der Länge und der Entfernung einrichten. Nun ist der Physiker gewohnt, diese Größen mit großer Genauigkeit zu messen; und sie gehören zu den Grundlagen unseres gesamten experimentellen Wissens der Natur. Wir besitzen ein Kenntnis der sogenannten Ausdehnung der Sternwelt, die, welchen Betrag sie auch schließlich in Wirklichkeit haben mag, nicht bloß eine Lagenbeschreibung in einem konventionellen und willkürlichen mathematischen Raum ist. Müssen wir auf die Begriffe verzichten, durch die wir gewöhnlich dieses Wissen darstellen?

Nach dem Boyleschen Gesetz ist der Druck eines Gases seiner Dichte proportional. Man hat experimentell festgestellt, daß dieses Gesetz nur näherungsweise zutrifft. Man würde eine gewisse Vereinfachung in mathematischer Beziehung erzielen, falls man dahin übereinkommen würde, rückwärts den *Druck* so zu definieren, daß

das Boylesche Gesetz in aller Strenge erfüllt wäre. Aber dem Worte Druck diesen Sinn beizulegen, das wäre eine starke Zumutung; es sei denn, daß der Physiker dieses Wort bestimmt nicht mehr in seiner ursprünglichen Bedeutung nötig hat.

Phys.: Ich muß noch einen anderen Einwand machen. Abgesehen von jeder Messung besitzen wir eine allgemeine Raumvorstellung, und diese ist wenigstens näherungsweise euklidisch.

Rel.: Ihre Vorstellungen sind rohe Messungen. Ihre Raumvorstellung ist tatsächlich zum größten Teil eine Art optische Messung mit den Augen. Würden in einem starken Schwerfeld die optischen und mechanischen Messungen nicht übereinstimmen, so hätten wir mit uns abzumachen, welches das bevorzugte Normal sein soll, und dann an ihm festzuhalten. Bisher stimmen aber diese Messungen in allen Fällen, soweit wir dies feststellen können, überein, und wir sind daher dieser Schwierigkeit enthoben. Ergibt sich also aus unseren Messungen ein nichteuklidischer Raum, dann ist unsere Raumvorstellung nichteuklidisch. Würden Sie in ein ungeheuer intensives Schwerfeld versetzt, so könnten Sie sich unmittelbar die nichteuklidischen Eigenschaften des Raumes vorstellen.

Phys.: Ein nichteuklidischer Raum scheint im Widerspruch mit jeder Vernunft zu sein.

Math.: Nicht im Widerspruch zur Vernunft, sondern zur gewöhnlichen Erfahrung, was etwas ganz anderes ist, da die Erfahrung sehr beschränkt ist.

Phys.: Ich kann mir keinen nichteuklidischen Raum vorstellen

Math.: Betrachten Sie das Spiegelbild des Zimmers in einer polierten Türklinke und denken sich als handelnde Person bei allen Geschehnissen, die Sie dabei wahrnehmen.

Rel.: Ich möchte etwas anderes zur Sprache bringen. Die Entfernung zwischen zwei Punkten soll die mit einem starren Maßstab gemessene Länge sein. Die beiden Punkte mögen durch zwei Massenteilchen markiert werden, da wir sie irgendwie in bezug zu materiellen Gegenständen festlegen müssen. Der Einfachheit halber seien die beiden Teilchen nicht gegeneinander in Bewegung, so daß ihre Entfernung — wie groß sie auch sei — unverändert bleibt. Nun werden Sie mir wahrscheinlich zugeben, daß es nichts Derartiges wie eine absolute Bewegung gibt; folglich gibt es keinen Normalzustand des Stabes, den wir als „Ruhe“ ansehen könnten. Wir dürfen mit einem beliebig bewegten Maßstab messen; weichen die Messungsergebnisse für verschiedene Bewegungen voneinander ab, so haben wir kein Kriterium für die Auswahl der richtigen Messung. Falls weiterhin

die Teilchen längs des Stabes hingleiten, so kommt es sehr darauf an, zu welcher Zeit wir die beiden Ablesungen machen.

Phys.: Dem können Sie durch die Festsetzung entgehen, daß die Entfernung mit einem Maßstab zu ermitteln ist, der die gleiche Geschwindigkeit wie die beiden Punkte hat. Diese werden dann stets mit zwei bestimmten Teilstrichen des Maßstabes zusammenfallen.

Rel.: Eine sehr vernünftige Festsetzung. Aber unglücklicherweise stimmt sie nicht mit der allgemein angenommenen Bedeutung der Entfernung überein. Wenn der Relativist von dieser Länge spricht, dann nennt er sie *Eigenlänge*; in der nichtrelativistischen Physik scheint man sie überhaupt nicht eingeführt zu haben. Sie sehen ein, daß es nicht zweckmäßig wäre, unser Meßinstrument durch unser Laboratorium, sagen wir, einem Paar α -Teilchen nachzuschleudern. Und Sie wären schwerlich imstande, auf Grund dieser Festsetzung die Wellenlänge des Lichtes zu messen¹⁾. Deshalb bezieht der Physiker seine Längen auf Meßinstrumente, die auf der Erde ruhen; und der Mathematiker beginnt mit den Worten: „Man wähle ein rechtwinkliges unbeschleunigtes Achsensystem $Ox, Oy, Oz \dots$ “ und nimmt an, daß die Maßstäbe relativ zu diesen Achsen ruhen. Der Ausdruck Länge setzt mithin stets irgend eine willkürliche Normalbewegung des Meßinstrumentes voraus.

Phys.: Wenn Sie dann also ihre Normalbewegung des Maßstabes festgesetzt haben, so ist weiter keine Unbestimmtheit mehr möglich, falls Sie die Lagen beider Teilchen gleichzeitig ablesen.

Rel.: Was heißt gleichzeitig an verschiedenen Orten? Der Begriff der Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten ist nicht einfach. Gibt es im Laufe der Zeit einen bestimmten Zeitpunkt in einer anderen Welt, auf dem Stern Arkturus, der gleichzeitig mit dem jetzigen Augenblick auf der Erde ist?

Phys.: Ich denke doch, wenn irgend ein Verbindungsglied da ist. Beobachten wir an dem Arkturus ein Ereignis, z. B. eine Änderung der Helligkeit, so können wir unter Berücksichtigung der Zeit, die das Licht zum Durchheilen der Entfernung braucht, den entsprechenden Moment auf der Erde bestimmen.

Rel.: Dann müßten Sie aber die Geschwindigkeit der Erde im Äther kennen. Die Erde könnte dem vom Arkturus kommenden Licht etwas entgegenkommen und so die Lichtzeit abkürzen.

Phys.: Das macht doch wenig aus?

¹⁾ Die Eigenlänge einer Lichtwelle ist in Wirklichkeit unendlich groß.

Rel.: Eine Überschlagsrechnung gibt, wenn man sehr bescheiden rechnet, eine Änderung der Lichtzeit infolge der Bewegung der Erde in der Zwischenzeit um mehrere Tage. Tatsächlich ist aber jede Geschwindigkeit der Erde durch den Äther bis zur Lichtgeschwindigkeit zulässig, ohne daß man mit irgend einer Beobachtungstatsache in Konflikt gerät. Wenigstens hat man nichts entdeckt, was dem widerspräche. Mithin ist ein Irrtum von Monaten oder Jahren möglich.

Phys.: Aus Ihren Darlegungen ergibt sich nur, daß wir mit unseren mangelhaften Kenntnissen nicht imstande sind, praktisch gleichzeitige Ereignisse auf der Erde und dem Arkturus festzustellen. Daraus folgt noch nicht, daß es keine bestimmte Gleichzeitigkeit gibt.

Rel.: Das ist richtig; aber es ist doch zum mindesten nicht ausgeschlossen, daß die Unmöglichkeit der praktischen Bestimmung der Gleichzeitigkeit (oder, was so ziemlich dasselbe ist, unserer Bewegung durch den Äther) trotz mancher glänzender Versuche daran liegen kann, daß es einfach keine absolute Gleichzeitigkeit entfernter Ereignisse gibt. Daher tun wir besser daran, unserer Physik nicht diesen Begriff der absoluten Gleichzeitigkeit zugrunde zu legen; es könnte sich herausstellen, daß er gar nicht existiert. Auf jeden Fall ist er gegenwärtig nicht faßbar.

Alles läuft schließlich auf die Tatsache hinaus, daß sowohl Zeit wie Raum in unsere sämtlichen Messungen eingehen. Die grundlegende Messung besteht nicht in der Ermittlung des Abstandes zweier Raumpunkte, sondern des Abstandes zweier Raumpunkte im Verein mit zwei Zeitmomenten.

Unsere natürliche Geometrie ist bis jetzt noch unvollständig. Wir müssen sie vervollständigen, indem wir in sie sowohl Zeit wie Raum aufnehmen. Wir brauchen zu unseren Messungen ebensogut eine vollkommene Uhr wie einen starren Maßstab. Es mag nicht leicht sein, eine ideale Normaluhr zu finden; für welche Definition wir uns auch immer entscheiden, es muß eine physikalische Definition sein. Wir dürfen nicht kneifen und sagen: eine vollkommene Uhr ist eine solche, die vollkommen genau geht. Vielleicht besteht theoretisch die beste Uhr in einem Lichtblitz, der im Vakuum zwischen zwei Spiegeln an den Enden eines starren Maßstabes hin und her geht. Durch die Ankunftszeiten an dem einen Ende wären gleichlange Zeitintervalle gegeben.

Phys.: Ich glaube, Ihre Zeiteinheit würde sich je nach der Bewegung Ihrer „Uhr“ durch den Äther ändern.

Rel.: Dann vergleichen Sie sie mit irgend einer absoluten Zeit. Für mich gibt es keinen anderen Zeitbegriff als die Ablesung an

einem uhrenartigen Instrument. (Unsere unmittelbare Anschauung vom Ablauf der Zeit steht wahrscheinlich in Verbindung mit molekularen Vorgängen im Gehirn, die die Rolle einer materiellen Uhr übernehmen.) Wissen Sie eine bessere Uhr, so wollen wir sie anerkennen. Ist aber einmal unsere ideale Uhr festgesetzt, so kann es bei ihren Urteilen keine Berufung mehr geben. Ferner müssen Sie beachten, daß bei der Messung einer Sekunde *an einer Stelle* Ihre Uhr da fixiert zu halten ist, wo sich diese eine Stelle befinden soll; dadurch ist ihre Bewegung bestimmt. Aus der Notwendigkeit, die Bewegung der Uhr festzusetzen, ergibt sich mit voller Deutlichkeit, daß man die Zeit nicht gesondert vom Raum betrachten kann. Es gibt eine Geometrie, die beide umfaßt.

Phys.: Soll man diesen Wissenszweig noch Geometrie nennen? Die Geometrie befaßt sich doch nur mit dem Raum.

Math.: Ich habe nichts einzuwenden. Man braucht nur die Zeit als eine vierte Dimension anzusehen. Ihre vollständige natürliche Geometrie wird dann vierdimensional sein.

Phys.: Damit hätten wir dann also die lang gesuchte vierte Dimension gefunden?

Math.: Es kommt darauf an, nach was für einer Art von vierten Dimension Sie suchen. Wahrscheinlich nicht in dem Sinne, wie Sie meinen. Für mich handelt es sich einfach um die Einführung einer vierten Veränderlichen t neben meinen drei Raumveränderlichen x, y, z . Es geht mich nichts an, was diese Veränderlichen in Wirklichkeit bedeuten. Sie geben mir ein paar Grundgesetze, denen sie gehorchen, und ich mache mich daran, daraus weitere Folgerungen abzuleiten, die für Sie von Interesse sein könnten. Die vier Veränderlichen können, so viel ich weiß, Druck, Dichte, Temperatur und Entropie eines Gases bedeuten; das ist für mich nebensächlich. Aber Sie würden doch nicht behaupten wollen, daß ein Gas vier Dimensionen hat, weil man vier mathematische Veränderliche zu seiner Beschreibung braucht. Sie verstehen unter „Dimension“ wahrscheinlich einen engeren Begriff als ich.

Phys.: Mir ist bekannt, daß man oft Druck und Volumen als Ordinate und Abszisse sich auf dem Papier versinnbildlicht. In diesem Sinne mag die Geometrie auf die Gastheorie angewandt werden. Aber geht das doch nicht ein wenig zu weit, wenn man behauptet, daß diese Dinge unmittelbar zur Geometrie gehören, und daß sich die Geometrie nicht notwendig mit räumlichen Strecken befaßt?

Math.: Nein. Die Geometrie ist heutzutage zum großen Teil analytische Geometrie; der Form wie dem Inhalt nach beschäftigt

sie sich mit Veränderlichen, deren eigentliches Wesen unbekannt ist. Wohl kann ich manchmal ein Ergebnis leichter übersehen, wenn ich mir mein x und y als Längen auf ein Blatt Papier hinzeichne. Bei anderen Sätzen wäre es vielleicht nützlicher, x und y als Druck und Dichte in einer Dampfmaschine zu deuten; aber eine Dampfmaschine ist nicht so handlich wie ein Bleistift. Es ist buchstäblich wahr: Ich brauche die Bedeutung der Veränderlichen x, y, z, t nicht zu kennen, mit denen ich umgehe. Das ist ein Glück für den Relativisten; denn, obwohl er sorgfältig festgesetzt hat, wie diese Veränderlichen gemessen werden müssen, so wird er mir gewiß keine Anweisung geben, wie ich sie mir zu denken habe, falls meine Vorstellung von einem absoluten Raum eine Illusion sein sollte.

Phys.: Ihre Wissenschaft ist merkwürdig. Zuerst erzählen Sie uns, daß Sie sich nicht mit der Richtigkeit Ihrer Sätze zu befassen brauchen, und jetzt erzählen Sie uns gar, daß Sie sich nicht einmal darum kümmern, worüber Sie sprechen.

Math.: Das ist eine ausgezeichnete Definition der reinen Mathematik, die bereits von einem bedeutenden Mathematiker aufgestellt worden ist ¹⁾.

Rel.: Nach meiner Meinung hat es einen wirklichen Sinn, die Zeit als eine vierte Dimension anzusehen — zum Unterschied von einer vierten Veränderlichen. Der Dimensionsbegriff scheint mit *Ordnungsbeziehungen* verknüpft zu sein. Ich glaube, daß die Ordnung der Ereignisse in der Natur eine unlösliche vierdimensionale Ordnung darstellt. Wir können sie willkürlich in Raum und Zeit spalten, genau so, wie wir die räumliche Ordnung in Länge, Höhe und Tiefe spalten können. Aber Raum ohne Zeit ist unvollständig wie eine Fläche ohne Dicke.

Math.: Stehen Sie auf dem Standpunkt, daß die wirkliche Welt hinter den Erscheinungen vierdimensional ist?

Rel.: Ich glaube, daß es in der wirklichen Welt eine Reihe von Wesenheiten geben muß, die untereinander in einer vierdimensionalen Ordnungsbeziehung stehen, und daß sie die Grundlage der Wahr-

¹⁾ Die reine Mathematik besteht ganz aus Versicherungen von folgender Art: Ist der und der Satz für *jedes Ding* richtig, dann ist der und der Satz für dieses Ding richtig. Es kommt nicht darauf an, zu untersuchen, ob der erste Satz tatsächlich richtig ist, oder zu sagen, was dieses jedes Ding ist, für den er richtig sein soll... Somit kann die Mathematik definiert werden als die Wissenschaft, in der wir niemals wissen, worüber wir reden, noch, ob das, was wir reden, wahr ist.

nehmungswelt bilden, soweit sie bisher physikalisch erforscht ist. Aber man kann eine vierdimensionale Gesamtheit von Dingen aus einer Grundwelt von fünf oder gar von drei Dimensionen aussondern. Die Geraden des dreidimensionalen Raumes bilden eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit, d. h. sie besitzen eine vierfache Ordnung. Somit kann man nicht die schließliche Dimensionszahl der Welt im voraus angeben — falls man überhaupt den Ausdruck *Dimensionen* anwenden darf.

Phys.: Was würde ein Philosoph von dieser Auffassung halten? Oder beschäftigt der sich allein mit einem metaphysischen Raum und einer metaphysischen Zeit, die der Messung nicht zugänglich sind?

Rel.: Als Psychologe müssen ihn unsere Ergebnisse angehen. Die Wahrnehmung besteht in einer Art roher Messung; der wahrgenommene Raum und die wahrgenommene Zeit sind dasselbe wie der gemessene Raum und die gemessene Zeit, die den Gegenstand der natürlichen Geometrie bilden. In anderer Beziehung mag er nicht so unmittelbar interessiert sein. Die Physiker und Philosophen sind seit langem der gleichen Ansicht, daß eine Bewegung im absoluten Raum keinen Sinn hat; doch in der Physik handelt es sich darum, ob es einen Sinn hat, von einer Bewegung im Äther zu reden. Nach meiner Ansicht hat dies keinen Sinn; aber diese Entscheidung hat, obwohl sie Philosophie und Physik einander näher bringt, keine Beziehung zu dem philosophischen Problem der absoluten Bewegung. Ich glaube jedoch, daß wir von seiten der Philosophen ein wohlwollendes Interesse beanspruchen können, weil wir ihren Ideen zu einer vielleicht unvorhergesehenen praktischen Anwendungsmöglichkeit verholfen haben.

Ich will nunmehr versuchen, das Ergebnis unserer Unterhaltung kurz zusammenzufassen. Wir waren bestrebt gewesen, dem *Raum*-begriff eine präzise Bedeutung zu geben, um imstande zu sein, die Eigenschaften des Raumes, in dem wir leben, genau zu ermitteln. Es hat keinen Sinn, die Eigenschaften unseres Raumes a priori erschließen zu wollen, weil uns viele mögliche Raumarten zur Auswahl zur Verfügung stehen, von denen keine vor den anderen etwas voraus hat. Seit über zweitausend Jahren haben wir an den euklidischen Raum geglaubt, weil gewisse Experimente zu seinen Gunsten gesprochen haben; aber nunmehr sehen wir uns zu der Annahme veranlaßt, daß ebendieselben Experimente, wenn man ihre Genauigkeit weiter treibt, (in der Umgebung schwerer Körper) zugunsten eines

ein wenig davon verschiedenen Raumes ausfallen werden. Der Relativist sieht nicht ein, warum man die Spielregeln abzuändern hat, wenn ein Ergebnis sich nicht der vorgefaßten Meinung fügen will. Demgemäß versteht er unter Raum den durch Messungen festgestellten Raum, welches auch seine Geometrie sei. Er weist darauf hin, daß sich die Physik mit diesem Raum befaßt; und, daß er weiterhin der Raum der alltäglichen Wahrnehmung ist. Wenn man ihm das Recht absprechen wollte, das Wort Raum in dieser Weise zu umgrenzen, so würde er mit Nachdruck betonen müssen, daß seit jeher das Wort in diesem Sinne in der Physik angewandt worden ist. Nur in jüngster Zeit fangen konservative Physiker in ihrer Angst vor den umstürzlerischen Folgen moderner Experimente an, mit dem Gedanken eines präexistierenden Raumes zu spielen, dessen Eigenschaften nicht experimentell ermittelt werden können — ein metaphysischer Raum, dem sie willkürlich euklidische Eigenschaften zuschreiben, trotzdem offensichtlich seine Geometrie niemals durch die Erfahrung festgestellt werden kann. Der Relativist aber, der den Raum als *gemessenen Raum* definiert, erkennt klar, daß allen Messungen die Benutzung eines materiellen Meßinstrumentes zugrunde liegt. Die sich so ergebende Geometrie ist eigentlich die Wissenschaft von den Ausdehnungsbeziehungen der Materie. Er lehnt alles ab, was noch transzendentaler ist.

Zweitens stelle ich fest: da die natürliche Geometrie die Lehre von den Ausdehnungsbeziehungen der Objekte der Natur ist und ihre räumliche Ordnung nicht betrachtet werden kann, ohne ebensowohl auf ihre zeitliche Ordnung zu achten, so ist es notwendig geworden, unsere Geometrie auf vier Dimensionen zu erweitern, um die Zeit mit einzubeziehen.

Um zur Wahrheit zu gelangen, muß man sich einmal im Leben entschließen, alles zu bezweifeln — soweit dies möglich ist. Descartes.

1. Kapitel

Die Lorentzkontraktion

Schwimmt man länger 100 m stromaufwärts und zurück oder 100 m quer durch den Strom und zurück?

Im ersten Falle muß man gegen die Strömung ankämpfen, dafür wird man auf dem Zurückwege von ihr unterstützt; doch reicht dies nicht hin, um den Verlust wettzumachen. Im zweiten Falle wird man zwar auch durch die Strömung behindert, weil man einen Teil seiner Anstrengung auf die Überwindung der Stromabwärtsabtrift verwenden muß. Doch wird jeder Schwimmer ohne Bedenken die Behinderung im ersten Falle für größer erklären.

Nehmen wir ein Zahlenbeispiel. Der Schwimmer möge in ruhendem Wasser 50 m in der Minute zurücklegen; die Geschwindigkeit der Strömung sei 30 m in der Minute. Somit beträgt die Geschwindigkeit des Schwimmers gegen den Strom 20 m und mit dem Strom 80 m in der Minute. Für den Hinweg braucht er also 5 Minuten und für den Zurückweg $1\frac{1}{4}$ Minuten. Macht zusammen: $6\frac{1}{4}$ Minuten.

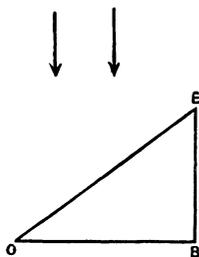


Fig. 1.

Beim Querschwimmen muß der Schwimmer auf eine Stelle E zuhalten, die so weit oberhalb des Zieles B liegt, daß OE der von ihm in ruhendem Wasser zurückgelegte Weg und EB die Abtrift darstellt. Beide Strecken stehen im Verhältnis 50 : 30, und aus dem rechtwinkligen Dreieck OBE ersieht man, daß OB dann 40 entspricht. Da OB gleich 100 m ist, so finden wir für OE 125 m, wozu der Schwimmer $2\frac{1}{2}$ Minuten braucht. Weitere $2\frac{1}{2}$ Minuten werden für die Rückreise benötigt. Macht zusammen: 5 Minuten.

In ruhendem Wasser hätte die Gesamtzeit 4 Minuten betragen. Mithin dauert das Auf- und Abwärtsschwimmen im Verhältnis $6\frac{1}{4} : 5$ länger als das Querschwimmen. Dieses Verhältnis können wir auch in der Form

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{30}{50}\right)^2}}$$

schreiben; hieraus erkennt man, daß das Ergebnis nur von dem Verhältnis $\frac{30}{50}$ der Stromgeschwindigkeit zur Geschwindigkeit des Schwimmers abhängt.

Auf Grund dieser Überlegungen wurde im Jahre 1887 in Amerika ein sehr berühmt gewordenes Experiment angestellt. Der Schwimmer war eine Lichtwelle, die bekanntlich mit einer Geschwindigkeit von 300 000 km in der Sekunde durch den Äther schwimmt. Der Äther strömte durch das Laboratorium, wie ein Fluß an seinen Ufern vorbeifließt. Die Lichtwelle wurde durch teilweise Spiegelung an einer schwach versilberten Fläche in zwei Teile geteilt, von denen der eine die Auf- und Abwärtsreise, der andere die Querstromreise antreten mußte. Von ihren jeweiligen Umkehrpunkten aus wurden die beiden Wellen durch Spiegel zur Ausgangsstelle zurückgeleitet. Das Ergebnis des Wettrennens wurde mit Hilfe einer optischen Anordnung, die mit Interferenzstreifen arbeitete, beurteilt; denn aus der Art und Weise, wie sich die beiden Wellen nach vollendeter Reise wieder zusammensetzen, hätte man entnehmen können, ob sich die eine Welle gegen die andere verzögert hat; beispielsweise hätten nicht Wellenberg und Wellenberg, sondern Wellenberg und Wellental aufeinanderfallen können.

Zur Überraschung der beiden Experimentatoren Michelson und Morley war das Ergebnis eine taube Nuß. Wohl war die Richtung des Ätherstromes unbekannt — sie hofften sie aus dem Experiment ableiten zu können. Sie probierten deshalb eine Reihe verschiedener Orientierungen aus. Auch wäre es möglich gewesen, daß in einem bestimmten Augenblicke tatsächlich keine Strömung vorhanden war. Aber die Erdgeschwindigkeit beträgt 30 km in der Sekunde; ihre Richtung ändert sich stetig beim Umlauf um die Sonne. Daher muß es während eines Jahres einen Zeitpunkt geben, zu dem die Bewegung eines Laboratoriums auf der Erde durch den Äther mindestens 30 km in der Sekunde beträgt. Das Experiment hätte die Verzögerung infolge einer viel geringeren Strömung aufdecken müssen; bei der Wiederholung durch Morley und Miller im

Jahre 1905 hätte sich eine Strömung von 3 km bemerkbar machen müssen.

Wenn zwei Wettläufer, die bestimmt nicht gleich schnell sind, trotzdem zur gleichen Zeit durch das Ziel gehen, so können sie offenbar nicht gleichlange Wege zurückgelegt haben. Um das zu prüfen, wurde der ganze Apparat um einen rechten Winkel gedreht, so daß aus dem Auf- und Abweg der Querweg und umgekehrt wurde. Unsere beiden Wettläufer vertauschten die Wege, aber trotzdem blieb das Ergebnis eine taube Nuß.

Dieses überraschende Resultat kann man besser würdigen, wenn man es mit einem ähnlichen Experiment mit Schallwellen zusammenhält. Der Schall besteht in Wellen in Luft oder anderen Körpern, wie das Licht in Ätherwellen. Man könnte ein genau analoges Schallexperiment anstellen, indem man einen Luftstrom statt des Ätherstromes durch den Apparat gehen ließe. In diesem Falle würde das Experiment sicherlich die längere Reise der in der Stromrichtung laufenden Welle ergeben haben. Warum verhält sich das Licht scheinbar so ganz anders?

Die unmittelbare Deutung dieser bemerkenswerten Tatsache ist: Jeder Weg verkürzt sich selbsttätig, wenn er aus der Quer- in die Längsstellung übergeführt wird, so daß der Arm des Instruments, sobald man ihn stromaufwärts richtet, sofort kleiner wird. Der Weg wird durch den starren materiellen Apparat markiert; wir haben also anzunehmen, daß die Länge jedes Apparatteiles mit seiner Richtung gegenüber dem Ätherstrom sich verändert. Es ergab sich, daß die Art des Materials — Metall, Stein oder Holz — für das Experiment nichts ausmachte. Die Kontraktion muß also für alle Materie die gleiche sein. Die erwartete Verzögerung war nur von dem Verhältnis der Geschwindigkeit des Ätherstromes zur Lichtgeschwindigkeit abhängig, und die kompensierende Kontraktion muß es gleichfalls sein.

Diese Erklärung wurde von Fitzgerald vorgeschlagen. Auf den ersten Blick scheint sie eine merkwürdige und willkürliche Hypothese zu sein. Durch die folgenden theoretischen Überlegungen von Larmor und Lorentz kann man sie aber plausibel machen. Unter gewöhnlichen Umständen wird Form und Größe eines festen Körpers durch die Kohäsionskräfte zwischen seinen Teilchen bestimmt. Worin besteht die Kohäsion? Vermutlich ist sie durch die zwischen den Teilchen wirkenden elektrischen Kräfte bedingt. Die elektrische Kraft hat aber ihren Sitz im Äther; daher ist es nicht gleichgültig, wie das elektrische Medium in bezug auf die Moleküle des Körpers strömt. Ändert sich die Strömung, dann werden sich die Kohäsions-

kräfte wieder ins Gleichgewicht setzen, und wir müssen erwarten, daß der Körper eine neue Gestalt und Größe annimmt.

Die Theorie von Larmor und Lorentz gestattet uns, die Herstellung des Gleichgewichtes im einzelnen zu verfolgen. Ausgehend von den anerkannten Formeln der elektromagnetischen Theorie zeigten sie, daß die neue Gleichgewichtsfigur sich gerade dem Sinne und der Größe nach gemäß der Fitzgeraldschen Erklärung kontrahieren mußte.

Die Kontraktion ist in den meisten Fällen äußerst geringfügig. Wie wir sahen, ist bei dem Verhältnis $\frac{3}{5}$ der Geschwindigkeit des Schwimmers zu der des Schwimmers eine Verkürzung im Verhältnis $\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}$ zur Kompensation der Verzögerung erforderlich. Die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn beträgt $\frac{1}{10\,000}$ der Lichtgeschwindigkeit; daraus folgt eine Kontraktion von $\sqrt{1 - \left(\frac{1}{10\,000}\right)^2}$, oder von 1 Teil auf 200 000 000. Das ergäbe eine Verkürzung des Erddurchmessers in seiner Bewegungsrichtung um etwa $6\frac{1}{2}$ cm.

Das Michelson-Morleysche Experiment hat somit den Beweis unserer Bewegung durch den Äther nicht erbracht, weil die erwartete Wirkung — die Verzögerung der einen Lichtwelle — durch eine selbsttätige Kontraktion der Materie, aus der der Apparat bestand, genau ausgeglichen wurde. Man hat andere sinnreiche Experimente angestellt, elektrische und optische, mehr fachwissenschaftlicher Natur. Sie haben ebenso versagt, weil stets irgendwo eine automatische Kompensation auftrat. Wir glauben jetzt, daß es irgendwie in der Natur der Dinge liegen muß, daß diese Kompensationen unvermeidbar sind; daher wird es niemals möglich sein, unsere Bewegung durch den Äther zu bestimmen. Ob wir in ihm ruhen oder durch ihn mit einer Geschwindigkeit rasen, die nicht viel kleiner als die des Lichtes ist, macht gar nichts für die möglicherweise beobachtbaren Tatsachen aus.

Diese Folgerung mag als eine rasche Verallgemeinerung weniger tatsächlich ausgeführter Experimente erscheinen; besonders, da uns nur ein kleiner Geschwindigkeitsbereich, der durch die Erdbahnbewegung bedingt ist, zur Verfügung steht. Ein größerer Geschwindigkeitsbereich könnte nicht zum Verschwinden zu bringende Unterschiede zutage fördern. Die Kompensation ist theoretisch auf ihre Quelle, die wohlbekanntesten Gesetze der elektromagnetischen Kraft

zurückgeführt worden; soweit ist sie mathematisch exakt. Somit ist die Verallgemeinerung gerechtfertigt, wenigstens insoweit die beobachteten Erscheinungen auf elektromagnetische Ursachen zurückgehen und insoweit die allgemein angenommenen Gesetze des Elektromagnetismus genau sind.

Die folgende Verallgemeinerung heißt das beschränkte Relativitätsprinzip: *Es ist durch kein Experiment möglich, eine gleichförmige Bewegung in bezug auf den Äther festzustellen.*

Es gibt andere Naturkräfte, die bisher noch nicht sich in das elektromagnetische Schema haben einfügen lassen — z. B. die Schwerkraft —, und für diese sind andere Beweise erforderlich. Wir sind tatsächlich kaum zu der obigen Behauptung von der Verkürzung des Erddurchmessers um $6\frac{1}{2}$ cm berechtigt, weil die Gestalt der Erde in der Hauptsache durch die Schwerkraft bestimmt wird, während sich das Michelson-Morleysche Experiment auf Körper bezog, die durch die Kohäsion zusammengehalten werden. Man kann mit Hilfe ziemlich fachwissenschaftlicher Überlegungen sauber beweisen, daß die Kompensation auch bei der Schwerkraft auftritt; und wir werden annehmen, daß sich das Prinzip auf alle Naturkräfte erstreckt.

Setzen wir einmal für einen Augenblick voraus, dem wäre nicht so; es wäre möglich, eine Art absolute Bewegung der Erde auf Grund von Schwerkraftexperimenten oder -beobachtungen nachzuweisen. Würde dadurch ein Licht auf unsere Bewegung durch den Äther geworfen? Ich glaube nicht. Man müßte dann schließen, daß es ein gewisses Normalruhsystem gibt, in bezug auf welches die Gesetze der Gravitation eine symmetrische und einfache Form annehmen. Wahrscheinlich entspricht dieses Normalsystem einem Gravitationsmedium. Die sich ergebende Bewegung wäre eine Bewegung relativ zu diesem Medium. Hätte sich die Bewegung aus Lebens- oder psychischen Vorgängen entnehmen lassen, so hätte es sich analog um eine Bewegung gegenüber irgend einem Lebens- oder psychischen Medium gehandelt. Wird der Äther als Sitz der elektrischen Kräfte definiert, so muß er sich, wenn überhaupt, aus elektrischen Erscheinungen ergeben.

Man hat wohl zu beachten, daß die Annahme des Relativitätsprinzips selbst dann vernünftig gerechtfertigt ist, wenn es unvollständig bewiesen ist.

In der Newtonschen Mechanik sind die Vorgänge unabhängig von einer gleichförmigen Bewegung des Systems; man verlangt dafür keine Erklärung, weil es schwer hält, einen Grund für eine Wirkung dieser Bewegung ausfindig zu machen. Versagt das Prinzip

bei anderen Vorgängen, so müssen wir dafür nach einer Erklärung suchen. Kein Zweifel — es kann immer eine einleuchtende Erklärung erdacht werden. Solange jedoch das Experiment keine Andeutung für ein Versagen des Prinzips gibt, wäre es müßig, eine solche Komplikation im voraus anzunehmen. Eine klare Physik kann sich nicht mit allen möglichen Verwicklungen befassen, die in der Natur vorkommen *könnten* und sich bisher noch durch kein Experiment ver-raten haben.

Das Relativitätsprinzip führt zu ganz umwälzenden Folgen. Betrachten wir einen vielleicht übertriebenen Fall — vielleicht ist es der wirklich vorliegende Fall; wir können es nicht wissen. Der Leser denke sich mit einer Geschwindigkeit von 259 800 km in der Sekunde vertikal aufwärts durch den Äther bewegt. Wenn es ihm gefällt, mit aller Bestimmtheit zu behaupten, daß seine Geschwindigkeit so groß sei, so kann ihm niemand das Gegenteil beweisen. Für diese Geschwindigkeit beträgt die Lorentzkontraktion gerade $\frac{1}{2}$, so daß jeder Gegenstand, der in die vertikale Richtung gedreht wird, sich auf die Hälfte seiner ursprünglichen Länge zusammenzieht.

Sie liegen im Bett und sind, sagen wir, 1,50 m groß. Jetzt stehen Sie auf, und ihre Größe beträgt 75 cm. Sie glauben es nicht? Gut, wir wollen es Ihnen beweisen. Nehmen Sie einen Meterstab: wird er vertikal gestellt, so unterliegt er der Lorentzkontraktion und ist nunmehr ein $\frac{1}{2}$ -Meterstab. Legen Sie ihn an sich selbst an: Sie werden feststellen, daß Sie gerade $1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ -Meterstäbe groß sind. „Ich kann doch aber nichts von einer Längenänderung des Meterstabes beim Aufrechtrichten bemerken.“ Ihre Wahrnehmung besteht in einem Bild des Stabes auf der Netzhaut Ihres Auges, Sie stellen sich vor, daß das Bild in beiden Stellungen die gleiche Fläche einnimmt. Ihre Netzhaut hat sich aber in vertikaler Richtung ohne Ihr Wissen zusammengezogen, so daß Sie nach Ihrem Augenmaß alle vertikalen Längen doppelt zu lang einschätzen. Und so verhält es sich mit allen Versuchen, die Sie sich ausdenken können. Weil sich alles in gleicher Weise ändert, scheint sich überhaupt nichts zu ändern.

Man kann sich elektrische und optische Prüfungen zurechtlegen; dann wird bloß die Beweisführung komplizierter, weil wir die Wirkung des schnellen Ätherstromes auf die elektrischen Kräfte und die Lichtwellen berücksichtigen müssen. Aber das Schlußergebnis ist stets dasselbe: es ergibt sich kein Effekt. Dafür ein Beispiel. Um die Verzerrung der Netzhaut zu vermeiden, legen Sie sich mit dem Rücken auf den Boden und verfolgen in einem geeignet aufgestellten Spiegel, wie jemand den Stab von der horizontalen in die

vertikale Stellung überführt. Sie beobachten natürlich keine Änderung der Länge. Diesmal darf man nicht der Netzhaut schuld geben. Ist aber die Erscheinung im Spiegel ein getreues Abbild des wirklichen Vorganges? In einem ruhenden ebenen Spiegel gewiß; die Lichtstrahlen verlassen den Spiegel unter demselben Winkel, unter dem sie auffallen, so wie die Billardkugeln von der elastischen Bande abprallen. Wird jedoch die Bande in rapide Bewegung versetzt, so ändert sich der Winkel der Billardkugel; in ähnlicher Weise wird durch die rapide Bewegung des Spiegels durch den Äther das Reflexionsgesetz geändert. Eine genaue Rechnung zeigt, daß der bewegte Spiegel das Bild gerade so verzerrt, daß die auftretenden Längenänderungen verborgen bleiben.

Der Mathematiker braucht diese Beweise nicht alle im einzelnen durchzugehen. Er weiß, daß die vollständige Kompensation mit den Grundgesetzen der Natur unlösbar verknüpft ist und daher in jedem Falle eintreten muß. Schlägt ihm jemand ein kunstreiches Experiment vor, durch das man diese Effekte feststellen könnte, so macht er sich sofort daran, nach dem sicher vorhandenen Überlegungsfehler zu suchen. Unsere Bewegung durch den Äther mag viel geringer sein als der oben angenommene Betrag, und daher mögen die Längenänderungen sehr klein sein. Das Wesentliche beruht aber darin, daß sie unserer Beobachtung entgehen, nicht, weil sie klein sind (wenn sie es sind), sondern, weil sie ihrer Natur nach unauffindbar sind.

Es besteht hinsichtlich des Einflusses der Bewegung auf die Länge eine bemerkenswerte Reziprozität. Sie wird am besten durch ein anderes Beispiel erläutert. Nehmen wir einmal an, daß die Kunst des Fliegens sich so weit entwickelt habe, daß ein Mann mit einer Geschwindigkeit von 259 800 km in der Sekunde an uns vorbeifliegen kann. Er soll sich in einer bequemen Reisekabine aufhalten, in der er sich unbehindert bewegen kann; er benehme sich wie ein gewöhnlicher Mensch und befinde sich mit seinem Körper in der Flugrichtung. Könnten wir ihn beim Vorbeifliegen plötzlich wahrnehmen, so würden wir eine Gestalt sehen, die ungefähr 75 cm groß ist, aber Breite und Umfang eines gewöhnlichen Menschen hat. Und merkwürdig, er hat nicht die leiseste Ahnung von seinem verballhornten Aussehen. Im Spiegel seiner Kabine sieht er seine gewöhnliche Figur; denn, die Retina hat sich zusammengezogen oder der Spiegel verzerrt, wie wir schon auseinandergesetzt haben. Sieht er aber auf uns herab, so erblickt er eine sonderbare Menschenrasse, die scheinbar irgendwie platt gewalzt worden ist; einer hat kaum 25 cm Schulterweite, ein anderer, der rechtwinklig zu ihm steht, ist beinahe „lang und breit

ohne Dicke“. Wenden sie sich um, dann ändern sie ihre Gestalt, wie die Bilder in den aus der Mode gekommenen Vexierspiegeln. Der Leser, der einmal ein Cricketwettspiel mit einem Prismenfernglas verfolgt hat, wird genau diese Erscheinungen beobachtet haben.

Gerade die Reziprozität dieser Vorgänge — daß jede Partei glaubt, die andere habe sich kontrahiert — ist so schwer vorstellbar. Geben wir ein Paradoxon, das selbst die Einbildungskraft von Swift übersteigt. Gulliver sah die Liliputaner als Zwerge an und den Liliputanern erschien Gulliver als Riese. Das ist verständlich. Hätte Gulliver die Liliputaner für Zwerge und diese Gulliver für einen Zwerg gehalten — doch nein! diese Idee wäre als Phantasie zu absurd; sie gehört in das Gebiet nüchternen Wissenschaft.

Diese Gegenseitigkeit ist, wie leicht zu sehen, eine notwendige Folge des Relativitätsprinzips. Der Flieger nimmt gerade so eine Lorentzkontraktion der relativ zu ihm schnell bewegten Gegenstände wahr, wie wir die Kontraktion von sich relativ zu uns bewegenden Objekten wahrnehmen und wie ein Beobachter, der im Äther ruht, die Kontraktion der gegenüber dem Äther bewegten Dinge feststellt. Ein anderes Ergebnis würde eine beobachtbare Wirkung seiner eigenen Bewegung im Äther anzeigen.

Wer hat recht? Wir oder der Flieger? Oder sind beide das Opfer einer Täuschung? Es handelt sich nicht um eine Täuschung im gewöhnlichen Sinne des Wortes, da beider Eindrücke durch jeden eigens angestellten physikalischen Versuch oder durch jede wirklich ausgeführte wissenschaftliche Rechnung bestätigt würden. Niemand weiß, wer recht hat. Niemand wird es jemals wissen, weil wir niemals herausbekommen können, wer von beiden (wenn es überhaupt der Fall ist) in Wirklichkeit im Äther ruht.

Nicht nur beim Raum, sondern auch bei der Zeit treffen wir diese sonderbaren Änderungen an. Würden wir den Flieger sorgfältig beobachten, so würden wir schließen, daß seine Bewegungen ungewöhnlich langsam sind; und alle Vorkommnisse in der sich mit ihm bewegenden Kabine wären in ähnlicher Weise verzögert — als ob die Zeit vergessen hätte, weiterzulaufen. Seine Zigarre dauert zweimal so lange wie eine von den unseren. Ich habe absichtlich gesagt „schließen“. Wir würden noch eine weit außergewöhnlichere Verlangsamung der Zeit *wahrnehmen*; diese ist jedoch leicht damit zu erklären, daß der Flieger seine Entfernung von uns rapid vergrößert und die Lichteindrücke immer längere Zeit brauchen, um zu uns zu gelangen. Die bescheidenere Verzögerung, auf die wir hingewiesen haben, bleibt auch dann noch bestehen, wenn wir

die Zeit für die Übertragung durch das Licht in Rechnung gesetzt haben.

Doch hier spielt wieder die Gegenseitigkeit hinein; denn nach der Auffassung des Fliegers sausen wir mit einer Geschwindigkeit von 259 800 km in der Sekunde an ihm vorüber. Und nach Berücksichtigung aller Umstände kommt er zu dem Schlusse, daß wir die Faulen sind. Unsere Zigarre dauert zweimal so lange wie seine.

Wir wollen etwas eingehender die Versöhnung der beiden Standpunkte betrachten. Nehmen wir an, daß wir beide gleiche Zigarren im Augenblick des Vorbeifliegens anzünden. Nach 30 Minuten ist unsere Zigarre zu Ende. Dieses Signal eilt mit einer Sekundengeschwindigkeit von 300 000 km, um den Flieger, der mit einer Geschwindigkeit von 259 800 km in der Sekunde fliegt und 30 Minuten unterwegs ist, einzuholen. Nach fast 194 Minuten hat es ihn erreicht. Nach Anzünden der Zigarre sind somit insgesamt 224 Minuten verstrichen. Seine Uhr, wie alles in seiner Umgebung (einschließlich seine Zigarre) geht mit halber Geschwindigkeit; somit stellt er beim Eintreffen unseres Signals nur 112 Minuten fest. Natürlich weiß der Flieger, daß dies nicht die wahre Zeit ist, zu der unsere Zigarre zu Ende gegangen ist, und daß er wegen der Übertragungsdauer des Lichtsignals eine Korrektur anbringen muß. Für ihn stellt sich die Sachlage so dar: Jener Mann hat sich von mir mit einer Geschwindigkeit von 259 800 km in der Sekunde eine unbekannte Zeit x lang entfernt; dann entsandte er ein Signal, das dieselbe Entfernung rückwärts durchlief mit einer Geschwindigkeit von 300 000 km in der Sekunde. Die Gesamtzeit ist 112 Minuten. Wie groß ist x ? Antwort: $x = 60$ Minuten. Daher schließt er, daß unsere Zigarre 60 Minuten gedauert hat, mithin zweimal so lange als seine Zigarre. Seine Zigarre brannte nach seiner Uhr 30 Minuten (denn sowohl Uhr wie Zigarre erleiden die gleiche Verzögerung). Nach unserer Meinung brannte sie aber doppelt so lange wie unsere Zigarre, weil seine Uhr mit halber Geschwindigkeit ging.

Wir geben hier die vollständige Zeittafel (s. S. 27).

Bei dieser Analyse ist unser Standpunkt, nicht der des Fliegers eingenommen worden; denn unsere Tafel bringt zum Ausdruck, daß sein Schluß falsch ist und wir recht haben. Aber niemand kann entscheiden, wer tatsächlich recht hat.

Die Beweisführung verdient sorgfältig geprüft zu werden; man wird erkennen, daß die Hauptursache für das Paradoxon die Annahme ist, daß wir im Äther ruhen, während der Flieger sich in Ruhe glaubt. Folglich holt ihn nach unserer Ansicht das Licht-

Stations- uhr Minuten	Stationsbeobachter	Flieger	Uhr des Fliegers Minuten
0	Zündet die Zigarre an	Zündet die Zigarre an	0
30	Zigarre zu Ende	—	15
60	Schließt, daß die Zigarre des Fliegers zu Ende ist	Zigarre zu Ende	30
112			
120	—	Schließt, daß die Zigarre des Beobachters zu Ende ist	60
224	—		

signal nur mit der Differenzgeschwindigkeit 300 000 minus 259 800 km in der Sekunde ein, dagegen glaubt er, daß es auf ihn im relativ zu ihm ruhenden Äther mit der normalen Lichtgeschwindigkeit zukomme. Man hat zu beachten, daß jeder Beobachter seine eigene Annahme vollständig experimentell beweisen kann. Wenn wir dem Flieger vorhalten, daß infolge seiner eigenen Geschwindigkeit die Relativgeschwindigkeit der ihn einholenden Welle nur 40 200 km in der Sekunde betragen kann, so wird er erwidern: „Ich habe die Geschwindigkeit der Welle relativ zu mir dadurch bestimmt, daß ich feststellte, wann sie an zwei Stellen meiner Kabine vorbeikam; dabei kam 300 000 km in der Sekunde heraus. Daher weiß ich, daß meine Lichtzeitkorrektur richtig ist“¹⁾. Seine Uhren und Maßstäbe benehmen sich von unserem Standpunkt aus betrachtet außergewöhnlich, und somit ist es nicht verwunderlich, daß er eine andere Geschwindigkeit der ihn einholenden Welle als wir mißt. Aber es ist unmöglich, ihn davon zu überzeugen, daß unsere Betrachtungsweise den Vorzug verdient.

Es ist interessant, obgleich gerade nicht von praktischer Bedeutung, zu fragen, was passiert, wenn die Geschwindigkeit des Fliegers noch weiter gesteigert wird und sich der Lichtgeschwindig-

¹⁾ Wir wollen nicht verfehlen, dies direkt zu beweisen. Würde der Flieger irgendwie aus seinen Messungen entnehmen können, daß die Voraussetzung, er sei im Äther in Ruhe, nicht zutrifft (z. B. wenn er einen Geschwindigkeitsunterschied zwischen den ihn einholenden und den ihm entgegenkommenden Lichtwellen feststellt), so stände das im Widerspruch zu dem beschränkten Relativitätsprinzip.

keit nähert. Die Längen in der Flugrichtung werden kleiner und kleiner, um bei Lichtgeschwindigkeit zu Null zusammenzuschumpfen. Der Flieger und seine Gegenstände ziehen sich auf zwei Dimensionen zusammen. Wir sind der Schwierigkeit enthoben, uns die Möglichkeit der Lebensvorgänge in zwei Dimensionen vorzustellen, weil nichts vor sich geht. Die Zeit wird ebenso aufgehalten. So beschreibt es der Beobachter auf der Erde. Der Flieger selbst findet nichts Ungewöhnliches dabei; er bemerkt nicht, daß er aufgehört hat, sich zu bewegen. Er wartet bloß auf den nächsten Augenblick, um die nächste Bewegung auszuführen; und die Tatsache, daß die Zeit aufgehalten worden ist, bedeutet nur, daß er nicht merkt, daß es lange dauert, bis der nächste Augenblick kommt.

Ein beliebtes Mittel, den Menschen die großen Entfernungen zwischen den Sternen überbrücken zu lassen, ist die Vorstellung einer Reise durch den Raum mit Lichtgeschwindigkeit. Der jugendliche Abenteurer betritt seinen Zauberteppich, der mit Vorräten für ein Jahrhundert bedeckt ist. Er erreicht das Ziel seiner Reise, sagen wir Arkturus, als wackliger hundertjähriger Greis. Das ist falsch. Wohl dauert die Reise so was wie 100 Jahre nach terrestrischer Zeitrechnung; unser Abenteurer gelangt jedoch an seinen Bestimmungsort, ohne älter als bei seiner Abfahrt zu sein; er hätte nicht einmal Zeit gehabt, ans Essen zu denken. Solange er mit Lichtgeschwindigkeit reist, besitzt er Unsterblichkeit und ewige Jugend. Würde seine Bewegung sich einmal umkehren und er wieder zur Erde zurückgelangen, so würde er bemerken, daß dort Jahrhunderte verstrichen sind, während er sich selbst nicht einen einzigen Tag älter vorkäme — denn für ihn hat die Reise nur einen Augenblick gedauert¹⁾.

Wir haben die Wirkungen dieser unwahrscheinlich hohen Geschwindigkeiten einfach deshalb so des langen und breiten durchgesprochen, weil wir die Ergebnisse in der gewöhnlichen Umgangssprache ausdrücken wollten; sonst hätten wir uns der Ausdrucksweise

¹⁾ Da sich die Erde relativ zu unserem Abenteurer mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, könnte man versucht sein, zu schließen, daß von diesem Standpunkt aus der Beobachter auf der Erde ewig jung bliebe und der Reisende älter würde. Offenbar könnten sie bei ihrem Wiederzusammentreffen die eine oder die andere der beiden Folgerungen widerlegen. Um aber wieder zusammenzukommen, müßte die Geschwindigkeit des einen von ihnen durch übernatürliche Mittel oder ein starkes Schwerfeld umgekehrt werden, so daß die Bedingungen nicht symmetrisch sind und die Reziprozität nicht anwendbar ist. Die oben gegebene Beweisführung scheint die richtige zu sein.

der Feinmeßtechnik bedienen müssen. Der Relativist steht oft im Verdacht, über die Gebühr in Paradoxien vernarrt zu sein; das heißt aber seine Beweisführung gänzlich mißverstehen. Die Paradoxien entstehen, wenn man die neuen experimentellen Entdeckungen in den Rahmen der bisher geläufigen Physik einzwängen will, und der Relativist will dies darlegen. Er kommt aber zum Schluß, daß zur naturgemäßen paradoxienfreien Aufnahme der neuen experimentellen Ergebnisse ein verbessertes physikalisches Schema erforderlich ist.

Fassen wir zusammen — auf einem sich mit großer Geschwindigkeit durch den Äther bewegenden Planeten finden außergewöhnliche Längenänderungen bei stetig sich drehenden Gegenständen statt; dabei verlangsamten sich alle Naturvorgänge, als ob die Zeit verzögert würde. All das kann man nicht auf dem Planeten beobachten; aber ähnliche Effekte würde ein relativ zum Planeten schnell bewegter Beobachter wahrnehmen (der vollständig den Bewegungseinfluß auf die Beobachtung berücksichtigt und es als sichergestellt annimmt, daß er selbst im Äther ruht¹⁾). Es findet eine vollkommene Reziprozität derart statt, daß jeder von zwei relativ bewegten Beobachtern die gleichen merkwürdigen Erscheinungen beim anderen entdeckt; und kein Mittel vermag zu entscheiden, wer recht hat.

Ich glaube, niemand kann diese Ergebnisse ohne das Gefühl betrachten, daß alle diese Absonderlichkeiten von irgend etwas Wider natürlichem und Unzweckmäßigem, das unserer gewöhnlichen Betrachtungsweise anhaftet, herrühren. Auf einem Planeten finden Änderungen statt, die alle fein säuberlich durch das Spiel von Naturkräften so ausgeglichen werden, daß es niemandem auf dem Planeten möglich ist, zu bemerken, was vorgeht. Können wir im Ernste uns vorstellen, daß es etwas in der wirklichen Welt hinter den Erscheinungen gibt, das diese Änderungen rückgängig macht? Ist es nicht wahrscheinlicher, daß wir selbst diese Komplikation durch unsere Betrachtungsweise hineinbringen, die nicht recht geeignet ist, in einfacher und natürlicher Weise das, was wirklich vor sich geht, zu beschreiben?

Bei der Suche nach einer passenderen Beschreibungsmethode werden wir zum Standpunkt der Relativität geführt, der im nächsten

¹⁾ Die letzte Einschränkung ist vielleicht unnötig. Die Lichtzeitkorrektur gründet sich natürlich auf die eigene experimentelle Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit des Beobachters. Gemäß dem Experiment ist die Lichtgeschwindigkeit in allen Richtungen *scheinbar* gleichgroß und auf Grund dieses Befundes bringt er seine Korrekturen an. Dies ist mit der Annahme, er ruhe im Äther, gleichbedeutend; aber er braucht und wird wahrscheinlich auch nicht diese Annahme ausdrücklich machen.

Kapitel geschildert werden wird. Ich mache einen Unterschied zwischen dem Prinzip und dem Standpunkt der Relativität. Das Relativitätsprinzip ist eine Behauptung experimenteller Natur, die richtig oder falsch sein mag; sein erster Teil — das beschränkte Prinzip — ist schon ausgesprochen worden. Seine Folgen können auf mathematischem Wege abgeleitet werden wie bei jedem anderen wissenschaftlichen allgemeinen Prinzip. Es setzt keinen besonderen Mechanismus der Natur voraus *und keine spezielle Ansicht über die Bedeutung von Zeit und Raum*, obwohl es zu Theorien in dieser Richtung Anregungen geben mag. Es handelt sich nur darum, ob es experimentell wahr ist oder nicht.

Der Standpunkt der Relativität ist von anderem Charakter. Vor allem wird behauptet, daß sich gewisse unbewiesene Hypothesen über Zeit und Raum in die geläufigen physikalischen Theorien heimlich eingeschlichen haben, und daß daher die oben geschilderten Schwierigkeiten herrühren. Die gefährlichsten Hypothesen sind aber die, die stillschweigend und unbewußt gemacht werden. Daher wird vorgeschlagen, versuchsweise ohne diese Hypothesen auszukommen (und keine anderen an ihre Stelle zu setzen); und dann stellt sich heraus, daß sie ganz unnötig sind und durch keine bekannte Tatsache gestützt werden. Das scheint an und für sich diesen Standpunkt hinreichend zu rechtfertigen. Selbst wenn zukünftig Tatsachen aufgefunden werden sollten, die für die abgelehnten Hypothesen sprechen, so hat der Relativist nicht unrecht gehabt, sie zurückzustellen, bis man sie brauchte.

Unsere Klugheit besteht nicht darin, in uneinnehmbaren Festungen Unterschlupf zu suchen. Wir werden nicht zögern, aus dem uns zu Gebote stehenden Wissen sowohl vernünftig erscheinende, wie streng beweisbare Folgerungen zu ziehen. Denjenigen aber, die glauben, daß die Relativitätstheorie eine vorübergehende Phase in der Geschichte des wissenschaftlichen Denkens ist und unter dem Drucke künftiger experimenteller Entdeckungen umgestoßen werden könnte, wollen wir entgegenhalten, daß sie sich wohl wie andere Theorien entwickeln und verbessert werden kann, daß ihr aber ein gewisser Mindestgehalt an Wahrheit eigen ist, der einen nicht mehr rückgängig zu machenden Fortschritt darstellt. Gewisse Hypothesen gehen in alle physikalische Beschreibungen und Theorien, die bisher gang und gäbe waren, ein, einige seit 2000, andere seit 200 Jahren. Man kann nun beweisen, daß diese Hypothesen nichts mit irgend einer bereits beobachteten Erscheinung zu tun haben und nichts zu der Deutung irgend einer bekannten Tatsache beitragen. Das ist gewiß eine Entdeckung von

der größten Wichtigkeit — ganz abgesehen von jeder Frage, ob die Hypothesen tatsächlich falsch sind.

Ich kann mich nicht mit der so oft ausgesprochenen Meinung zufrieden geben, daß der einzige Zweck einer wissenschaftlichen Theorie die „Gedankenökonomie“ sei. Ich kann nicht die Hoffnung aufgeben, daß uns die Theorie Schritt für Schritt der Wahrheit der Dinge näher bringt. Soll aber die Wissenschaft nicht in müßige Vermutungen ausarten, so muß der Wert jeder Theorie danach bemessen werden, ob sie mit möglichst geringem Ballast die Erscheinungen darstellt, die sie umfassen will. Die zufällige Richtigkeit eines Schlusses ist kein Ersatz für seine falsche Ableitung.

Der Relativitätsstandpunkt bedeutet mithin die Aufgabe gewisser Hypothesen, die durch keine bekannten Tatsachen gefordert werden und dem Verständnis der Einfachheit der Natur im Wege stehen.

Die Anschauungen über Raum und Zeit, die ich entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.
H. Minkowski (1908).

2. Kapitel

Relativität

Bei jeder Beobachtung gibt es zwei Parteien — das Beobachtete und der Beobachter.

Das von uns Wahrgenommene hängt nicht nur von dem betrachteten Gegenstand ab, sondern auch von unserem eigenen Zustand — unserer Lage, Bewegung oder unseren persönlichen Besonderheiten. Wir machen manchmal gefühlsmäßig und manchmal absichtlich den Versuch, unseren eigenen Anteil an der Beobachtung zu eliminieren und so ein allgemeines Bild unserer Umwelt zu gewinnen, das allen Beobachtern gemeinsam sein soll. Einen kleinen Fleck am Horizont des Meeres halten wir für einen Riesendampfer. Von unserem Eisenbahnwagen aus sehen wir eine Kuh mit über 80 km Stundengeschwindigkeit vorübergleiten und das Vieh dabei seine Ruhe genießen. Für uns dreht sich der Sternenhimmel um die Erde, aber wir entscheiden uns für die Ansicht, daß sich in Wirklichkeit die Erde drehe, und entwerfen so ein Weltbild, wie es einem Astronomen auf einem anderen Planeten erscheinen würde.

Der erste Schritt zur Sammlung unseres Wissens in einem gemeinsamen Behälter besteht in der Ausschaltung aller verschiedener Einzelstandpunkte und in der Zurückführung auf irgend einen besonderen Normalbeobachter. Dadurch wird das Weltbild nicht weniger relativ. Wir haben den Anteil des Beobachters nicht eliminiert, sondern bloß näher bestimmt.

Weit schwieriger ist es, die Welt von keinem besonderen Standpunkt aus aufzufassen. Die Stellung des Beobachters kann eliminiert

werden; wir sind imstande, den Begriff eines Stuhles so zu fassen, daß er ein Gegenstand der Wirklichkeit ist — von allen Seiten betrachtet, nicht von einer besonderen Seite oder Entfernung aus. Wir können ihn denken, ohne uns gedanklich in irgend eine Stellung ihm gegenüber zu bringen. Diese bemerkenswerte Fähigkeit wird offenbar in starkem Maße durch das körperliche Sehen mit unseren zwei Augen unterstützt. Nicht so einfach steht es mit der Ausschaltung der Bewegung des Beobachters. Man könnte meinen, daß man dies schon zustande gebracht habe; doch die im vorigen Kapitel aufgedeckte Verschiedenheit der Raum- und Zeitrechnung verschieden bewegter Beobachter zeigt, daß der Gegenstand verwickelter ist, als anzunehmen war. Dazu könnte ganz gut eine völlige Änderung unserer Darstellungsweise nötig sein, weil alle unsere geläufigen physikalischen Bezeichnungen sich ursprünglich auf das Verhalten der Welt gegenüber einem speziellen Beobachter beziehen.

Ob es uns möglich ist, noch weiter bis zu einer Kenntnis der Welt vorzudringen, die nicht nur keinen besonderen, sondern überhaupt keinen Beobachter voraussetzt; ob einer solchen Kenntnis ein faßbarer Sinn zukommt; und ob sie dann für irgend jemanden möglicherweise einen Wert besitzt — alle diese Fragen gehen uns nichts an. Die Antworten brauchen nicht gerade negativ zu sein, aber sie gehören nicht in die Physik.

Lage, Bewegung und Größenmaßstab des Beobachters, dies sind die Dinge, die seine Beobachtungen beeinflussen. Seine persönlichen Eigentümlichkeiten kommen nicht in Betracht, falls er sich nicht auf seine groben Sinneswahrnehmungen verläßt, sondern wissenschaftliche Messungen anstellt. Doch jedes Meßinstrument hat Lage, Bewegung, Größe; somit sind diese Dinge immer noch in den Ergebnissen einer Beobachtung enthalten. Zwischen der wissenschaftlichen Messung und der Messung mit den Sinnen besteht kein wesentlicher Unterschied. In beiden Fällen stehen wir durch materielle Kanäle mit der Außenwelt in Verbindung; der Körper des Beobachters kann als ein Teil seiner Laboratoriumsausrüstung angesehen werden, der, soweit wir wissen, die gleichen Gesetze befolgt. Daher fassen wir Wahrnehmungen und wissenschaftliche Messungen in eins zusammen; sprechen wir von „einem besonderen Beobachter“, so meinen wir damit alle seine Hilfsmittel für Messungen.

Lage, Bewegung, Größenskala — diese Faktoren haben auf unser Weltbild einen tiefgehenden Einfluß. Können wir ein Bild der Welt entwerfen, das die Synthese aller Beobachtungen von Beobachtern in allen Lagen, mit allen Geschwindigkeiten und Größenmaßstäben

darstellt? Wie schon erwähnt, ist die Synthese der Lagen erledigt. Wir haben zwei Augen, die uns seit unserer Kindheit an in den Kopf gehämmert haben, daß die Welt nicht bloß von einer Seite aus zu betrachten ist. Unser Gehirn hat uns darauf hin den körperlichen Raumbegriff beschert, der uns zu einer lebendigen Erfassung der dreidimensionalen Welt befähigt, wie sie schwerlich möglich wäre, wenn wir nur streng zweidimensionale Bilder kennen würden. Wir schließen nicht bloß, die Welt ist dreidimensional; wir sehen es. Doch bei der Schaffung der Synthese der verschiedenen Bewegungen fehlt uns eine solche Hilfe. Wären wir vielleicht mit zwei verschieden schnell beweglichen Augen begabt gewesen, so hätte unser Gehirn die nötige Fähigkeit entwickelt; wir würden dann eine Art Relief in einer vierten Dimension als Zusammenfassung des Anblicks der in verschiedener Bewegung wahrgenommenen Dinge sehen. Hätten wir endlich zwei verschieden große Augen, so hätten wir die Fähigkeit erworben, in uns die Welt des Mammut und der Mikrobe zu vereinen.

Wir sehen, unsere Sinne gestatten uns nicht, uns ein vollständig unpersönliches Bild von der Welt zu machen. Und weil dieser Mangel so offen zutage liegt, stehen wir nicht an, für eine Auffassung der Welt einzutreten, die über das sinnlich Wahrgenommene hinausgeht. Eine solche Welt kann vom Gehirn vielleicht erfaßt, aber nicht vorgestellt werden. Es wäre unvernünftig, uns bei unserem Nachdenken über die Natur auf das sinnlich Vorstellbare zu beschränken. Lodge sagt, unsere Sinne sind für den Kampf ums Leben da, und nicht, um über die Welt zu philosophieren.

Wir wollen zwei allbekannte Bücher miteinander vergleichen, *Alise im Wunderland* und *Gullivers Reisen*; das sind sozusagen zwei volkstümliche Darstellungen der Relativitätstheorie. Alise änderte fortwährend ihre Größe, manchmal wuchs sie, manchmal war sie dabei, überhaupt von der Bildfläche zu verschwinden. Gulliver behielt seine Größe, aber einmal traf er eine Menschenrasse von winziger Größe, wobei alles damit im Verhältnis war, an, und auf einer anderen Reise kam er in ein Land, wo alles riesenhaft war. Man braucht nicht lange nachzudenken, um zu erkennen, daß die beiden Dichter die gleiche Erscheinung schildern — eine relative Maßstabsänderung von Beobachter und Beobachtetem. Der Dichter der Alise, Lewis Carroll, nahm den Standpunkt ein, der sich wahrscheinlich mit dem gewöhnlich in der Wissenschaft vertretenen deckt, daß sich die Beobachterin geändert habe, und nicht, daß eine gleichzeitige Änderung ihrer ganzen Umgebung eingetreten sei. Aber der Alise wäre es niemals so vorgekommen; sie konnte nicht „aus sich heraustreten und

sich selbst betrachten“, um sich als gigantische Raumerfüllung zu erkennen. Sie würde geglaubt haben, der Raum sei fürchterlich zusammengeschrunpft. Der Dichter des Gulliver, Dean Swift, entschied sich für die richtigere Anschauung des menschlichen Verstandes, indem er Gulliver seine Änderungen als Änderungen der Dinge seiner Umwelt deuten läßt. Niemals kam Gulliver auf die Idee, daß sich seine Größe geändert haben könnte. Hätte er überhaupt an diese Erklärung gedacht, er hätte sich kaum an diese Denkweise gewöhnen können. Beide Ansichten sind jedoch berechtigt. Die Größe eines Dinges ist nur in bezug auf ein anderes vorstellbar; und es gibt keinen Grund, eine Veränderung eher der einen als der anderen Seite dieser gegenseitigen Beziehung zuzuschreiben.

Aus der Theorie des Michelson-Morleyschen Versuches ergibt sich, wie wir gesehen haben, daß sich nach den geläufigen physikalischen Anschauungen unser Größennormal — der starre Maßstab — mit seiner Bewegung verändern muß. Die Abenteuer des Fliegers verdeutlichten uns eine ähnliche Änderung der Normalzeitdauer. In den scheinbaren Bewegungen von Sonne, Merkur, Venus und Mond hat man gewisse ziemlich rätselhafte Unregelmäßigkeiten aufgefunden; die starke Familienähnlichkeit zwischen ihnen führt uns aber zu der Ansicht, daß in Wirklichkeit die Zeitangaben unserer Normaluhr, der Erde, nicht ganz stimmen. So könnten noch mehr Beispiele dafür beigebracht werden, daß eine Änderung des Beobachters oder seiner Normale Änderungen seiner Umwelt erzeugt oder vertuscht.

Die Relativitätstheorie hat sich jedoch nicht die aussichtslose Aufgabe gestellt, die Verantwortlichkeit auf Beobachter und Außenwelt gerecht zu verteilen, sondern sie richtet ihr Augenmerk auf die unlösbare Vereinigung dieser beiden Dinge in unserer alltäglichen und in unserer wissenschaftlichen Darstellung der Naturerscheinungen. Alle die üblichen physikalischen Begriffe — Länge, Zeitdauer, Bewegung, Kraft, Masse, Energie usw. — beziehen sich ursprünglich auf dieses relative Wissen von der Welt. Es bleibt abzuwarten, ob einer dieser Begriffe in einer Beschreibung der Welt, die nicht relativ zu einem besonderen Beobachter ist, noch aufrecht gehalten werden kann.

Unsere nächste Aufgabe ist eine von der Bewegung des Beobachters unabhängige Darstellung der Welt. Die Frage nach der Elimination seines Größenmaßstabes gehört in die im elften Kapitel besprochene Weiterentwicklung der Theorie. Zeichnen wir auf ein Blatt Papier ein Quadrat $ABCD$, dessen Seiten wir, so gut wir nur können, gleichlang machen. Wie wir gesehen haben, würden einem in

Richtung AB mit einer Geschwindigkeit von 259800 km in der Sekunde fliegenden Flieger die Seiten AB und CD auf die Hälfte kontrahiert erscheinen; für ihn wäre die Figur ein Rechteck. Würde man sie um einen rechten Winkel drehen, so würden sich für ihn AB und CD ausdehnen und die anderen beiden Seiten zusammenziehen. Für uns sind AB und AC gleichlang; für ihn ist die eine Seite doppelt so lang als die andere. Offenbar kann die Länge keine unserer Zeichnung innewohnende Eigenschaft sein; sie setzt die Angabe eines speziellen Beobachters voraus.

Ebenso verhält es sich, wie wir weiterhin erkannt haben, mit der Zeitdauer. Der Stationsbeobachter und der Flieger waren verschiedener Ansicht darüber, wessen Zigarre länger gebrannt hatte.

Somit sind *Länge* und *Zeitdauer* keine der Außenwelt anhaftenden Dinge; sie sind Beziehungen zwischen Dingen der Außenwelt und einem besonderen Beobachter. Haben wir das einmal erfaßt, so verlieren die im ersten Kapitel geschilderten Erscheinungen alles Geheimnisvolle. Der um 90° gedrehte Stab im Experiment von Michelson-Morley kontrahiert sich; so gewinnt man natürlich den Eindruck, daß dem Stab selbst etwas passiert sei. Dem Stab — als Gegenstand der Außenwelt — ist gar nichts zugestoßen. Seine Länge hat sich geändert, aber die Länge ist keine wesentliche Eigenschaft des Stabes, da sie erst nach Angabe des Beobachters bestimmt ist. Bei der Drehung des Stabes ändert sich seine Beziehung zum Beobachter (der zur Diskussion des Experiments gehört); doch der Stab selbst oder die Beziehung eines Moleküls an einen zu einem Molekül am anderen Ende ist unverändert geblieben. Die Messung einer Länge und einer Zeitdauer ist eine Vergleichung mit Raum- und Zeiteinteilungen, wie sie der Beobachter unter Benutzung von Instrumenten, die an seiner Bewegung teilnehmen, ausgeführt hat. Die Natur hat mit diesen Einteilungen nichts zu tun. Sie besitzt, wie wir später sehen werden, ihre eigene, andersartige Geometrie.

Die bisherige Physik ging von der Annahme aus, daß nicht alle Beobachter die gleichen Rechte genießen sollten, sondern daß es einen absoluten Beobachter gäbe, dessen Beurteilungen von Länge und Zeitdauer mit Ehrfurcht entgegenzunehmen waren, weil die Natur *seinen* Raum-Zeiteinteilungen Aufmerksamkeit schenkt. Er sollte im Äther ruhen, und der Äther verwirklichte seine Raumeinteilungen, so daß sie in der Außenwelt eine reelle Bedeutung besaßen. Das ist reine Hypothese und wird durch keine Tatsache gestützt. Wir wollen uns aber doch lieber vorerst hinter unsere eigenen Untersuchungen machen und diesen hypothetischen Beob-

achter erst dann zu Rate ziehen, wenn wir auf etwas stoßen, bei dessen Erklärung er uns behilflich sein könnte.

Wir haben uns, ausgehend von der älteren Physik, zu dem neuen Ausblick, den die Relativität gewährt, emporgearbeitet, und der Leser mag im stillen bezweifeln, ob die merkwürdige Kontraktion und Zeitverlangsamung, die wir im vorigen Kapitel geschildert haben, ernst zu nehmen sind oder zu einer Reductio-ad-absurdum-Beweisführung gehören. Darauf ist zu antworten: wir sind der Ansicht, daß sich die Vorgänge so, wie wir beschrieben haben, abspielen; nur handelt es sich bei dieser Beschreibung (wie bei allen beobachteten Erscheinungen) um Beziehungen der Außenwelt zu einem Beobachter, nicht um die Außenwelt selbst. Der schreckeinfößende Charakter der Erscheinungen rührt von der verständlichen, aber irrümlichen Auffassung her, daß diesen Erscheinungen wesentliche Veränderungen in den Dingen selbst zugrunde lägen.

Wir haben bisher in der Hauptsache den Anteil des Beobachters an der Beobachtung betrachtet; wir müssen uns jetzt der anderen Seite zuwenden — dem beobachteten Ding. Obgleich es für Länge und Zeitdauer in der Außenwelt kein genaues Gegenstück gibt, so besteht doch offenbar eine gewisse Ordnung der Dinge und Ereignisse außerhalb uns, für deren Beschreibung wir jetzt passende Begriffe aufzustellen haben. Die Ordnung der Ereignisse ist eine vierfache Ordnung; wir können die Ereignisse so anordnen: rechts und links, rück- und vorwärts, oben und unten, früher und später. Man könnte auf den ersten Blick diese vier Anordnungen für unabhängig halten, doch bald wird man versucht sein, sie miteinander zu kombinieren. Man erkennt sofort, daß es zwischen rechts und links und rück- und vorwärts keinen wesentlichen Unterschied gibt. Der Beobachter braucht sich bloß um einen rechten Winkel zu drehen und beides ist miteinander vertauscht. Dreht er sich um einen kleineren Winkel, so muß er beides erst kombinieren und dann wieder in anderer Weise trennen. Natürlich wäre ein fortwährendes Kombinieren und Wiedertrennen ein Unfug; so haben wir uns an den Gedanken gewöhnt, beides in einer zweifachen oder zweidimensionalen Ordnung miteinander kombiniert zu lassen. Die Verschmelzung des Oben- und unten ist weniger einfach. Es bestehen offensichtliche Gründe, diese Dimension der Welt für grundverschieden von den beiden anderen anzusehen. Trotzdem hätte eine Weigerung des Verstandes, den Raum zu einem dreidimensionalen Ganzen zusammenzufassen, ein großes Hindernis für die Wissenschaft gebildet. Diese Zusammenfassung hat nicht zur wirklichen Unterscheidung zwischen horizontal

und vertikal geführt, sondern uns zu einem klareren Verständnis ihres Wesens verholfen — bei welchen Erscheinungen dieser Unterschied wichtig ist, bei welchen gleichgültig. Es ist uns verständlich, daß ein Beobachter in einer anderen Gegend diese Kombination wieder in ein anderes Horizontal und Vertikal zerlegt. Wir müssen nun weiter gehen und die vierte Ordnung, früher und später, mit den anderen verschmelzen. Das ist für den Verstand eine noch größere Zumutung. Damit soll nicht gesagt sein, daß es zwischen Raum und Zeit keinen Unterschied gäbe; aber wir gelangen so zu einem neuen vorurteilsfreien Ausgangspunkt für die Bestimmung des Wesens dieser Unterscheidung.

Der Gedanke, Raum und Zeit so zusammenzufügen, daß die Zeit als eine vierte Dimension anzusehen ist, ist nicht neu. Doch bis zur jüngsten Zeit sah man darin nur eine malerische Betrachtungsweise der Dinge ohne tiefere Bedeutung. Wir können auf einer Thermometerkarte Zeit und Temperatur miteinander verbinden, oder auf einem Indikatorgramm Druck und Volumen. Das ist ganz ungefährlich. Unsere Theorie will uns aber weit darüber hinausführen. Wir können zwar lauter zweidimensionale Flächen — Papierblätter — aufeinanderlegen und so einen dreidimensionalen Block aufbauen; aber ein Haufen Blätter und ein fester Block Papier sind nicht dasselbe. Der feste Block bildet die richtige Analogie zur vierdimensionalen Raum-Zeitkombination; er zerfällt nicht von Haus aus in eine besondere Gesamtheit von dreidimensionalen zeitlich aufeinandergeschichteten Räumen. Er kann wieder in einen derartigen Haufen zerlegt werden; *aber die Zerlegung kann in jeder beliebigen Richtung erfolgen.*

Gerade so, wie der Beobachter bei Änderung seiner Orientierung eine Neueinteilung der zweidimensionalen Ebene in rechts und links und rück- und vorwärts, wie er bei Änderung seiner geographischen Länge eine Neueinteilung des dreidimensionalen Raumes in vertikal und horizontal ausführt —, so führt er bei *Änderung seiner Bewegung* eine Neueinteilung der vierdimensionalen Ordnung in Zeit und Raum aus.

Das werden wir später im einzelnen begründen; es bedeutet eine verschiedene Zeit- und Raumrechnung verschieden bewegter Beobachter — ein Schluß, zu dem wir schon von einem anderen Standpunkt aus gelangt sind.

Die einzelnen Beobachter trennen zwar die vier Ordnungen in verschiedener Weise, jedoch alle stimmen darin überein, daß die Ordnung der Ereignisse vierfach sei; und diese ungeteilte vierfache

Ordnung erscheint allen Beobachtern als die gleiche. Daher glauben wir, daß sie der Außenwelt innewohnt; darin besteht in der Tat die Synthese der von Beobachtern in sämtlichen Lagen und mit sämtlichen (gleichförmigen) Bewegungen wahrgenommenen Erscheinungen, nach der wir gefragt haben. Sie ist daher als ein begriffliches Merkmal der wirklichen Welt, das nicht auf einen Beobachter unter besonderen Umständen Bezug hat, anzusehen.

Der Ausdruck „wirkliche Welt“ soll im gewöhnlichen physikalischen Sinne verstanden werden; es soll damit kein Urteil in der philosophischen Frage nach der Realität abgegeben werden. Diese wirkliche Welt besitzt denselben Grad von Wirklichkeit, der früher der dreidimensionalen Welt der Wissenschaft oder des täglichen Lebens, an deren Stelle sie infolge des Fortschritts der Wissenschaft getreten ist, zugeschrieben wurde. Es ist, worauf ich schon hingewiesen habe, ein bloßer Zufall, daß wir nicht ein Paar relativ zueinander lebhaft bewegter Augen haben, die unser Gehirn zur Ausbildung einer Fähigkeit veranlaßt hätten, diese vierdimensionale Welt ebenso unmittelbar wie ihren dreidimensionalen Ausschnitt sichtbar zu machen.

Nun ist es leicht einzusehen, daß Länge und Zeitdauer die Komponenten einer einzigen Größe in der vierdimensionalen Raum-Zeitwelt sein müssen. Gerade so, wie wir bei einem Bauplan einen Grund- und einen Aufriß anfertigen, so zerlegen wir die vierdimensional ausgedehnte Welt in Länge und Zeitdauer. Das Haus hat Größe und Gestalt, die unabhängig von der Wahl der Vertikalen sind. Ähnlich verhält es sich mit den Raum-Zeitdingen. Länge und Dauer sind zwar relativ, die einzige „Ausdehnungsgröße“, deren Komponenten sie sind, besitzt in der Natur eine absolute Bedeutung, die unabhängig von der besonderen Zerfällung in Raum und Zeit durch den Beobachter ist.

Betrachten wir zwei Ereignisse; z. B.: der „dicke Benjamin“, die große Glocke im Parlamentsgebäude, schlägt ein Uhr und schlägt zwei Uhr. Diese beiden Ereignisse werden durch zwei Raum-Zeitpunkte, die in ganz bestimmter Weise voneinander getrennt sind, dargestellt. Für einen Beobachter in Westminster finden sie am gleichen Orte getrennt um eine Stunde Zeit statt. Er zerlegt mithin ihre vierdimensionale Entfernung in eine Null-Entfernung im Raume und in eine Eine-Stunde-Entfernung in der Zeit. Für einen Beobachter auf der Sonne finden diese Ereignisse nicht am gleichen Orte statt; sie sind um ungefähr 100 000 km voneinander entfernt, nämlich um die von der Erde in ihrer Umlaufbewegung um die

Sonne zurückgelegte Strecke. Offenbar bildet er die Komponenten nicht in ganz derselben Richtung wie der Beobachter auf der Erde, denn er findet ja für die Raumkomponente nicht Null, sondern 100000 km. Ändert sich aber die eine Komponente, so muß dies notwendigerweise auch mit der anderen der Fall sein; seine Zeitkomponente wird daher etwas von einer Stunde abweichen. Wir sollten in Analogie mit der dreidimensionalen Komponentenzersetzung erwarten, daß die Zeitkomponente weniger als eine Stunde betrage — da der Beobachter auf der Sonne gewissermaßen sich Zeit geborgt hat, um daraus Raum zu fabrizieren; aber tatsächlich muß er die Zeitkomponente größer machen. Das liegt an der besonderen Raum-Zeitgeometrie, die wir später beschreiben werden. Augenblicklich wollen wir nur hervorheben, daß zwei Ereignisse im Vierdimensionalen nur eine Entfernung besitzen, die aber beliebig in die Komponenten Länge und Dauer zerlegt werden kann.

Ferner erkennen wir, daß die Bewegung rein relativ sein muß. Seien A und B zwei Ereignisse in der Geschichte eines Teilchens. Wir dürfen irgend eine Richtung zur Zeitrichtung machen; nehmen wir die Richtung AB . Dann sind A und B nur zeitlich, aber nicht räumlich voneinander getrennt; das Teilchen ist also in Ruhe. Wählen wir eine etwas dazu geneigte Zeitrichtung, so bekommt AB eine Raumkomponente. Die beiden Ereignisse finden nicht an der gleichen Stelle statt, das heißt, das Teilchen hat sich bewegt. Die Ablehnung der absoluten Bewegung geht somit Hand in Hand mit der Möglichkeit einer freien Wahl der Zeitrichtung. Wir können jetzt einsehen, wie ein Beobachter die Trennung in Raum und Zeit vollziehen wird. Der Beobachter möge sich nach bestem Wissen und Gewissen in eine Ruhelage begeben. Ein normaler Mensch wird sich in einen Lehnstuhl setzen; ein Astronom begibt sich in Gedanken auf die Sonne oder in den Mittelpunkt des Weltalls. Dann wird alles, was ihm unmittelbar zustößt, für ihn am gleichen Ort stattfinden. Diese Ereignisse werden keine räumliche Komponente besitzen, sondern sich einzig und allein in der Zeitrichtung aneinanderreihen. Diese Ereigniskette, die in der vierdimensionalen Welt ihre Spur hinterläßt, stellt seine Zeitrichtung dar. Jeder Beobachter richtet sich bei seiner Trennung in Raum und Zeit nach seiner eigenen Weltspur.

Weil jede Spaltung in Raum und Zeit erlaubt ist, so ist es dem Astronomen möglich, seinen Raum und seine Zeit auf die Spur eines Sonnenbeobachters anstatt auf die eines Erdbeobachters zu gründen. Aber dabei ist zu beachten, daß der Raum und die Zeit des Beob-

achters auf der Sonne, praktisch genommen, indirekt aus dem Raum und der Zeit des Beobachters auf der Erde erschlossen worden sind; nach den bisher angewandten rohen Methoden ist diese Umrechnung vielleicht fehlerhaft ausgefallen (falls äußerste Genauigkeit gefordert wird).

Der gefährlichste Einwand gegen diese relativistische Anschauung von der Welt besteht in der Ätherschwierigkeit. Wie wir gesehen haben, kann eine gleichförmige Bewegung durch den Äther experimentell nicht entdeckt werden, und man befindet sich vollständig im Einklang mit der Erfahrung, wenn man einer solchen Bewegung nichts in der vierdimensionalen Welt entsprechen läßt. Trotzdem scheint es fast, als ob sich aus der Existenz des Äthers eine solche Bewegung logisch ergeben müßte; selbst auf Kosten der formalen Einfachheit sollte diese Bewegung in jeder Theorie, die eine vollständige Darstellung der Naturvorgänge zu geben beansprucht, vorkommen. Existierte ein substantieller Äther, der sich analog wie ein materielles Meer verhielte, dann müßte er gewissermaßen einem bestimmten Raumteil einen Inhalt geben; und gleichgültig, ob der Beobachter oder ob die Natur diesem Raum Aufmerksamkeit zollt, es muß hier eine fundamentale Spaltung von Raum und Zeit stattfinden. Man könnte den Knoten durchhauen und den Äther überhaupt leugnen. Nach unserer Meinung ist dies nicht wünschenswert oder, soweit wir sehen können, möglich; aber wir geben nicht zu, daß der Äther solche Eigenschaften aufweist, die zu einer Spaltung in Raum und Zeit, wie wir sie eben angenommen haben, führen würden. Es hieße, die Sprache mißbrauchen, von der *Existenz* einer solchen Teilung zu sprechen, solange man niemals etwas entdeckt hat, das darauf hinweist.

Die Mathematiker des 19. Jahrhunderts verwandten viel Zeit auf festelastische und andere materielle Äthertheorien. Die Lichtwellen sollten wirkliche Schwingungen dieses Stoffes sein; man dachte sich, daß er die gewöhnlichen Eigenschaften wie Festigkeit und Dichte zeige; zuweilen wurde er sogar in das System der Elemente aufgenommen. Den eigentlichen Todesstoß erhielt diese materialistische Ätherauffassung in dem Augenblick, als man die Materie als eine Art Zustand des Äthers zu erklären versuchte. Denn, wenn die Materie in einer Wirbelbewegung oder Verknotung des Äthers besteht, so kann der Äther keine Materie — ein Zustand seiner selbst — sein. Will man irgend eine Eigenschaft der Materie aus einer Theorie der Ätherstruktur heraus erklären, so darf man offenbar diese Eigenschaft nicht dem Äther zuschreiben. Wenn die Physik

eine Theorie der Materie entwickelt, die eine Eigenschaft der Materie erklärt, und verlangt, daß die gleiche Eigenschaft ohne weiteres von Hause aus der Materie zukomme, so hält sie sich selbst zum Narren.

Übrigens hat der Äther aufgehört, in den Theorien der Physik eine aktive Rolle zu spielen; er ist sozusagen zur Disposition gestellt worden. Ein moderner Autor eines Buches über die Theorie des Elektromagnetismus wird im allgemeinen von vornherein einen den ganzen Raum erfüllenden Äther postulieren; hierauf setzt er auseinander, daß es an jedem Punkt in ihm einen elektromagnetischen Vektor gibt, der seiner Intensität nach gemessen werden kann. Von da an operiert er nur mit diesem Vektor, und wahrscheinlich hört man dann von dem Äther weiter nichts mehr. Dieser Vektor wird so ungefähr als ein Zwangszustand des Äthers erklärt. Wir wollen hier nicht für die Ansicht eintreten, daß ohne einen solchen Hintergrund der Vektor schwerlich begreiflich sein würde — aber der Äther bildet jetzt in der Theorie nur einen Hintergrund, ohne aktiver Mitspieler zu sein.

Demgemäß besteht keine Veranlassung, auf diesen vagen Ätherhintergrund die Eigenschaften eines materiellen Meeres zu übertragen. Seine Eigenschaften sind experimentell, nicht durch Analogie zu bestimmen. Insbesondere ist man nicht genötigt, anzunehmen, daß er in bestimmter Weise einen Raumteil abgrenze, wie das ein Meer aus Materie täte. Im Prolog sahen wir, daß die natürliche Geometrie von den Gesetzen der Materie abhängig ist; deshalb braucht diese Geometrie auf den Äther nicht anwendbar zu sein. Ein fortwährendes Sichgleichbleiben der Teilchen ist eine Eigenschaft der Materie, die Lord Kelvin durch seine Wirbelringhypothese zu erklären dachte. Diese aufgegebenen Theorie lehrt uns aber wenigstens, daß jene Permanenz nicht als Axiom anzusehen ist, sondern sich als Folge einer vollständig ausgearbeiteten Konstitutionstheorie des Äthers ergeben müßte. Es braucht nichts zu geben, das einer fortdauernden Identität der Ätherbestandteile entspricht; wir können nicht unseren Finger auf eine Stelle legen und sagen: „Dieses Ätherstück war vor wenigen Sekunden da oben“. Es muß aber irgend eine ständige Identität des Äthers geben, sonst hat es keinen Sinn, von einer Bewegung durch den Äther zu sprechen. Das ist wahrscheinlich die wahre Ursache dafür, daß kein Experiment ihn jemals zum Vorschein bringt.

Diese moderne Theorie der Relativität aller gleichförmigen Bewegung ist im wesentlichen eine Rückkehr zu der ursprünglichen Ansicht von Newton, die zeitweise durch das Aufkommen von Äther-

problemen in den Hintergrund getreten ist; in der Newtonschen Mechanik übt nämlich eine gleichförmige Bewegung des gesamten Systems keine Wirkung aus — und niemand dürfte eine solche Wirkung erwarten. Aber die Beschränkung auf gleichförmige Bewegung bringt erhebliche Schwierigkeiten mit sich. Newton scheint selbst diese Schwierigkeiten gefühlt zu haben. Er glaubte jedoch, daß die Erfahrung gegen jede Ausdehnung des Prinzips spräche. Demgemäß sind die Newtonschen Gesetze der Mechanik nicht so allgemein gehalten, daß man keinen speziellen Beobachter zu Hilfe nehmen muß. Sie gelten nur für Beobachter, die in einer besonderen Art von Bewegung begriffen sind, die „unbeschleunigt“ genannt wird. Die einzige mögliche Definition dieses Beiworts lautet: ein „unbeschleunigter“ Beobachter ist ein solcher, für den die Newtonschen Bewegungsgesetze gelten. Nach dieser Theorie verhalten sich die Erscheinungen gegenüber einer beschleunigten oder ungleichförmigen Bewegung des ganzen Systems nicht gleichgültig. Eine absolute ungleichförmige Bewegung durch den Raum ist aber genau so unvorstellbar wie eine absolute gleichförmige Bewegung. Die teilweise Relativität der Erscheinungen macht die Schwierigkeit noch größer. Leugnen wir ein Grundmedium mit beständiger Identität seiner Teile, dann würde eine gleichförmige und eine ungleichförmige Bewegung bedeutungslos sein; lassen wir ein solches Medium zu, so müßte die gleichförmige und die ungleichförmige Bewegung auffindbar sein. Aber weitaus schwieriger ist es, einen Weltenplan zu ersinnen, nach dem die gleichförmige Bewegung keinen Sinn hat, wohl aber die ungleichförmige.

Durch die Erfahrung sind wir dazu veranlaßt worden, das Relativitätsprinzip auf gleichförmige Bewegung einzuschränken. Wenn wir dieses Prinzip irgendwie auf beschleunigte Bewegung auszudehnen suchen, so leitet uns dabei das Gefühl, daß es, nachdem wir einmal soweit gegangen sind, schwer begreiflich und willkürlich wäre, an diesem Punkte stehen zu bleiben. Wir beabsichtigen jetzt ein System der Natur uns auszudenken, in dem jede Art von Bewegung des Beobachters gleichgültig ist. Damit würde unsere Synthese des von Beobachtern mit allen möglichen relativen Bewegungen Wahrgenommenen vervollständigt werden, indem die Beschränkung auf gleichförmige Bewegung fortfiel. Nachdem wir die Folgerungen dieser Verallgemeinerung abgeleitet haben, werden wir sie an der Erfahrung prüfen müssen.

Man hat lange Zeit die Aufstellung einer derartigen Theorie für unmöglich gehalten. Newton hat ausgeführt, daß es zwar kein

Kriterium für Ruhe oder gleichförmige Bewegung gäbe, sofort aber eines für die Rotation. Zum Beispiel ist der Wulst am Erdäquator ein Beweis für die Rotation der Erde, denn ein ruhender deformierbarer Körper wäre kugelförmig.

Dieses Rotationsproblem gibt eine Andeutung des Grundes für die unvollständige Relativität der Newtonschen Mechanik. Die Bewegungsgesetze werden hier in bezug auf einen unbeschleunigten Beobachter formuliert und finden keine Anwendung auf ein mit der Erde sich drehendes Bezugssystem. Die Mathematiker aber machen häufig von einem solchen rotierenden System Gebrauch. Dann müssen die Gesetze etwas abgeändert werden; und zwar besteht diese Änderung in der Einführung einer Zentrifugalkraft — die nicht als eine wirkliche Kraft angesehen wird wie die Schwerkraft, sondern nur als eine mathematische Fiktion zur Korrektur der unrichtigen Wahl des Bezugssystems. Der Wulst am Erdäquator kann, wie man will, der Erdrotation oder dem nach außen wirkenden Zug der Zentrifugalkraft zugeschrieben werden, die man einzuführen hat, wenn man die Erde als nicht rotierend ansieht.

Nun wird allgemein angenommen, daß die Zentrifugalkraft etwas *sui generis* ist, das stets experimentell von jeder anderen Naturerscheinung unterschieden werden kann. Haben wir dann ein Bezugssystem, in dem wir das Auftreten einer Zentrifugalkraft feststellen können, so können wir sofort schließen, daß unser Bezugssystem ein „unrichtiges“ ist. Rotierende und nichtrotierende Bezugssysteme können auf experimentellem Wege voneinander unterschieden werden, und somit ist die Rotation streng absolut. Dabei wird angenommen, daß die beobachteten Zentrifugalwirkungen nur durch eine Rotation des Bezugssystems des Beobachters hervorgebracht sein können. Macht man aber einmal die andere Annahme, daß die Zentrifugalkraft experimentell nicht vollkommen von einer anderen Kraft — der Gravitation — zu trennen ist, die auch von dem Newtonschen unbeschleunigten Beobachter wahrgenommen wird, so verliert der Schluß seine Gültigkeit. Wir können niemals genau bestimmen, wieviel an einem Kraftfeld Zentrifugalkraft und wieviel Schwerkraft ist; und das Experiment gibt uns kein als absolut nichtrotierend anzusehendes Normalsystem.

Die Frage nach der möglichen Unterscheidung zwischen „richtigen“ und „unrichtigen“ Bezugssystemen kommt somit auf die Frage hinaus, ob bei Verwendung eines „unrichtigen“ Bezugssystems Effekte auftreten, die experimentell von allen natürlichen in einem „richtigen“ Bezugssystem wahrnehmbaren Effekten unterscheidbar

sind. Gibt es einen derartigen Unterschied nicht, dann müssen alle Bezugssysteme als gleichberechtigt angesehen werden. Dann ist eine vollständige Relativität der Naturerscheinungen möglich. Da die Wirkung der Aufgabe des Newtonschen Normalsystems in der Einführung eines Kraftfeldes besteht, so wird sich diese allgemeine Relativitätstheorie ganz besonders mit dem Wesen der Kraftfelder befassen müssen.

Es ist schwer, die genaue Bedeutung der Behauptung, alle Bezugssysteme seien gleichberechtigt, zu erfassen. Wir glauben, daß es absolute Dinge in der Welt gibt — nicht nur Materie, sondern gewisse Zustände im leeren Raum oder Äther. Ein System, das in der Atmosphäre an der Bewegung der Luft teilnimmt, ist unterscheidbar von anderen bewegten Systemen; denn das Luftsystem erfüllt nicht nur die üblichen Pflichten eines Bezugssystems, sondern nimmt außerdem noch gewisse absolute Eigenschaften der in seinem Gebiet befindlichen Materie in sich auf. Wenn wir analog im leeren Raum ein Bezugssystem wählen, das mehr oder weniger sich nach der absoluten Beschaffenheit dieses Gebietes richtet, so wird ein Teil der absoluten Qualitäten dieser Beschaffenheit auf das System übergehen. Mit der Gleichberechtigung aller Systeme meinen wir, sie seien nicht durch irgendwelche Eigenschaften voneinander unterschieden, die man früher den Systemen als solchen zugeschrieben hat — Ruhe, Rechtwinkligkeit, Beschleunigung —, unabhängig von der absoluten Struktur der Welt, die auf sie bezogen wird. Demnach richtet sich der Einwand, daß dem Newtonschen Bezugssystem absolute Eigenschaften zugeschrieben werden, nicht dagegen, daß es unmöglich ist, daß ein Bezugssystem absolute Eigenschaften aufweisen kann, sondern dagegen, daß das Newtonsche System auf Grund eines relativen Wissens ohne Rücksichtnahme auf die absolute Beschaffenheit der Welt aufgestellt worden ist.

Die Kraft ist, soweit wir sie durch Beobachtung zu erkennen vermögen, wie die anderen Größen der Physik, eine Beziehung. Zum Beispiel ist die mit einer Federwage gemessene Kraft abhängig von der Beschleunigung des die Wage haltenden Beobachters; und diesem Begriff mag vielleicht, wie bei der Länge und der Zeitdauer, nichts genau Angebbares in einer von dem Beobachter unabhängigen Naturbeschreibung entsprechen. Nach Newtons Meinung gibt es etwas Derartiges, eine aktive Ursache in der Natur, die identisch ist mit der von seinem normalen unbeschleunigten Beobachter wahrgenommenen Kraft. Obwohl jeder andere Beobachter diese Kraft in Verbindung mit seinen eigenen Zusatzkräften wahrnimmt, wird doch

vorausgesetzt, daß die ursprüngliche Kraft der Natur und die Zusätze des Beobachters irgendwie ohne Unbestimmtheit voneinander getrennt werden können. Diese Trennung kann experimentell nicht ausgeführt werden, und nach der Anschauung der Relativitätstheorie kann ein Kraftfeld, wie Länge und Zeitraum, nur ein Bindeglied zwischen Natur und Beobachter sein. Natürlich gibt es etwas, das sich auf der fernen anderen Seite dieses Gliedes befindet, gerade so, wie wir am äußersten Ende der mit Länge und Dauer bezeichneten Beziehungen eine vierdimensionale Ausdehnung angetroffen haben. Wir werden das Wesen dieses unbekanntes Etwas zu erforschen haben, dessen Beziehung zu uns als Kraft erscheint. Inzwischen wollen wir uns gegenwärtig halten, daß die Änderung der Kraftwahrnehmung mit der ungleichförmigen Bewegung des Beobachters, gerade so, wie die Änderung der wahrgenommenen Länge mit dessen gleichförmiger Bewegung, sehr wohl sich aus dem Wesen dieser Qualitäten als reine Beziehungen ergeben könnte.

Wir wollen jetzt an eine mehr ins einzelne gehende Untersuchung der vierdimensionalen Welt, der in ihr sich abspielenden Dinge und der Gesetze, denen sie untertan sind, gehen. In diese absolute Welt muß man eindringen, wenn man nach der Wahrheit über die Natur strebt. Der Physiker jedoch möchte ein Wissen erwerben, das er auf die relativ und alltäglich sich anbietende Welt anwenden kann. Die absolute Welt ist so ganz anders geartet, daß dagegen die uns bekannte relative Welt fast wie ein Traum erscheint. Träumen wir aber tatsächlich, dann ist unser Problem „unseres Traumbilds lockeres Gefüge“. Wir wollen den Physikern keineswegs den Rat geben, die Ergebnisse ihrer Forschungen ins Vierdimensionale zu übersetzen, bloß um der müßigen Befriedigung willen, daß sie sich im Reiche der Wirklichkeit bewegen. Eher das Gegenteil. Sie durchforschen das neue Feld und bergen die Früchte — ein paar einfache Verallgemeinerungen —, um sie auf die praktische dreidimensionale Welt anzuwenden. Dabei fällt auch etwas Licht auf den Weg, der zum Aufbau eines umfassenden Weltschemas führt. Im übrigen wird die Physik unbeirrt in der Erforschung der relativen Welt fortfahren und sich mit Begriffen befassen, die sich auf ein relatives Wissen beziehen, doch auf Grund einer vollständigeren Einsicht in dessen Relativität.

Hier ist das Bildnis eines Menschen im Alter von 8 Jahren, hier von 15, hier von 17, hier von 23 Jahren, und so fort. Dies sind alles offenbar Ausschnitte, gewissermaßen dreidimensionale Darstellungen seines vierdimensionalen Wesens, das fest und unveränderlich ist.
H. G. Wells, Die Zeitmaschine.

3. Kapitel

Die vierdimensionale Welt

Der Unterschied zwischen horizontal und vertikal ist keine Täuschung. Wer sich darüber hinwegsetzen wollte, dem würde das wahrscheinlich bald übel bekommen. Dennoch gewährt uns nur die Vereinigung der horizontalen und vertikalen Dimensionen zu einem dreidimensionalen Raum einen umfassenden Einblick in die Natur. Dadurch erhalten wir einen besseren Begriff von der wirklichen Bedeutung des Unterschieds zwischen horizontal und vertikal in denjenigen Fällen, wo dieser Unterschied seine Wichtigkeit hat, wie z. B. bei der Bewegung eines Geschosses. Auch erkennen wir so, daß die vertikale Richtung im Raum nicht, wie die Flachlandphilosophen meinen könnten, in allgemeiner Weise ausgezeichnet ist.

Ganz ähnlich steht es mit der Zusammenfassung der Zeit- und Raumordnung der Naturereignisse zu einer einzigen vierdimensionalen Ordnung. Die Erscheinungen, bei denen die Trennung von Zeit und Raum unwesentlich ist, stellen sich uns dann weit einfacher dar, und auf der anderen Seite wird uns damit der Sinn dieser Spaltung in den Fällen, in denen sie von Bedeutung ist, begreiflicher gemacht.

Ein Punkt in dieser Raum-Zeit, also ein bestimmter Augenblick an einer bestimmten Stelle, heißt ein „Ereignis“. Unter einem Ereignis versteht man gewöhnlich ein physikalisches Vorkommnis, das an einem besonderen Ort und zu einer besonderen Zeit stattfindet und dadurch beides kenntlich macht. Wir werden das Wort auch in beiden Bedeutungen gebrauchen, da man sich kaum einen Raum-Zeitpunkt ohne irgend ein Vorkommnis, das zu seiner Identifizierung dient, vorstellen kann.

In der gewöhnlichen zwei- oder dreidimensionalen Geometrie ist die Entfernung zwischen zwei Punkten etwas, das gemessen werden kann, meistens mittels eines starren Maßstabes. Es wird angenommen, daß alle Beobachter dieselbe Entfernung messen und daher die Angabe der horizontalen und vertikalen Richtung oder eines besonderen Koordinatensystems nicht erforderlich ist. Gleichweise gibt es in der vierdimensionalen Raum-Zeit eine gewisse Ausdehnungsgröße oder verallgemeinerte Entfernung zwischen zwei Ereignissen. Die räumliche Entfernung und die zeitliche Aufeinanderfolge sind ihre Komponenten. Diese gleichzeitig räumliche und zeitliche Ausdehnung möge als das „Intervall“ zwischen den beiden Ereignissen bezeichnet werden. Es hat denselben Wert für alle Beobachter, gleichgültig, wie sie es in Raum- und Zeitkomponenten auflösen. Wir können dieses Intervall als eine wesentliche Eigenschaft der

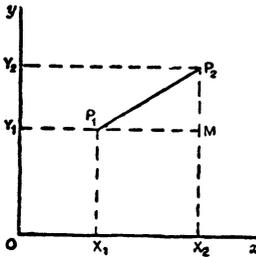


Fig. 2.

Außenwelt ansehen — als eine absolute Beziehung zwischen den zwei Ereignissen, die keinen besonderen Beobachter voraussetzt. Seine praktische Messung geschieht analog wie die der Entfernung zweier Raumpunkte.

Zwei Punkte P_1, P_2 (Fig. 2) in einer Ebene können durch ihre rechtwinkligen Koordinaten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) eines willkürlich gewählten Achsenkreuzes festgelegt werden. In der Figur ist $OX_1 = x_1, OY_1 = y_1$ usw. Dann ist $P_1P_2^2 = P_1M^2 + MP_2^2 = X_1X_2^2 + Y_1Y_2^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$, so daß, wenn s die Entfernung zwischen P_1 und P_2 ist,

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$$

In drei Dimensionen lautet die Formel

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2,$$

wie zu erwarten war. Führen wir nun die Zeitpunkte t_1 und t_2 zweier Ereignisse ein. Man würde dann von vornherein für ihr vierdimensionales Weltintervall

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (t_2 - t_1)^2$$

ansetzen. Aber dabei müssen wir auf einen wichtigen Punkt achten. x, y und z sollen natürlich mit dem gleichen Maßstab gemessen werden. Aber wie können wir mit dem gleichen Maßstab auch t messen? Wir haben überhaupt keinen Maßstab dafür; dazu brauchen wir irgend etwas Uhrenartiges. Die natürlichste Verbindung zwischen

Zeit- und Raummessung wird durch die Tatsache hergestellt, daß das Licht 300 000 km in einer Sekunde zurücklegt. Daher werden wir in der vierdimensionalen Welt eine Sekunde als gleichviel wie 300 000 km ansehen und Längen und Zeiten unterschiedslos in Sekunden oder Kilometern messen. Mit anderen Worten: wir machen die Lichtgeschwindigkeit zur Geschwindigkeitseinheit. Das ist zwar nicht wesentlich, vereinfacht aber die Betrachtung sehr.

Ferner ist dieses s^2 die charakteristische Formel der euklidischen Geometrie. Soweit es sich um den dreidimensionalen Raum handelt, wird die Anwendbarkeit der euklidischen Geometrie durch die Erfahrung sehr weitgehend bestätigt. Aber das Raum-Zeitkontinuum ist nicht euklidisch; es besitzt jedoch (wenigstens angenähert) eine in sehr einfacher Weise abgeänderte euklidische Geometrie, wie sie durch die verbesserte Formel

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - (t_2 - t_1)^2$$

gegeben wird. Nur ein Vorzeichen ist anders; aber dieses Minuszeichen ist das Geheimnis der Unterschiede in den zeitlichen und räumlichen Offenbarungen der Natur.

Diese Vorzeichenänderung macht manchem anfangs Schwierigkeit. Der zuerst vorgeschlagene Ausdruck (mit dem Pluszeichen) für s^2 ist unbrauchbar, weil damit nichts Objektives definiert wird. Legt man Raum und Zeit eines Beobachters zugrunde, so erhält man einen bestimmten Wert; für einen anderen Beobachter jedoch kommt ein anderer Wert heraus. Wird jedoch s^2 wie zuletzt definiert, so finden alle Beobachter den gleichen Wert. Somit bezieht sich die Größe s nur auf die zwei gewählten Ereignisse; wir geben ihr einen Namen — das Intervall zwischen den beiden Ereignissen. Die entsprechende Eigenschaft im gewöhnlichen Raume ist die Entfernung zweier Punkte, eine Eigenschaft, die allein den zwei Punkten zukommt und nicht mit dem ganz unwesentlichen Koordinatensystem, das zur Lagenbestimmung verwendet worden ist, in Zusammenhang steht. Also ist das hier definierte Intervall das Analogon der Entfernung; und die Analogie wird noch durch die offensichtliche Ähnlichkeit der Formeln für s in beiden Fällen unterstrichen. Bei verschwindendem Zeitunterschied werden überdies Intervall und Entfernung einander gleich. Aber das abweichende Vorzeichen ist die Ursache für gewisse wichtige Unterschiede. Diese Unterschiede kann man in die Behauptung zusammenfassen: die räumliche Geometrie ist euklidisch, die Raum-Zeitgeometrie aber pseudoeuklidisch oder „hyperbolisch“. Spricht man von der Anwendung einer Geometrie auf irgend eine

Mannigfaltigkeit, so wird dabei stets die Existenz einer eindeutig meßbaren Größe wie Intervall oder Entfernung vorausgesetzt; die gewöhnliche Raumgeometrie hätte ohne den Begriff der Entfernung keinen Sinn.

Man kann sofort durch einen Kunstgriff diese ungewohnte Geometrie beseitigen. Statt der reellen Zeit t betrachte man eine imaginäre τ ; d. h. wir setzen

$$t = \tau \sqrt{-1}.$$

Dann ist

$$(t_2 - t_1)^2 = -(\tau_2 - \tau_1)^2$$

und damit

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (\tau_2 - \tau_1)^2.$$

Nun ist alles symmetrisch, zwischen τ und den anderen Veränderlichen besteht kein Unterschied mehr. Die aus Raum und imaginärer Zeit gebildete Mannigfaltigkeit ist vollständig isotrop für alle Messungen; man kann sich keine Richtung, die von einer anderen fundamental verschieden wäre, herauspicken.

Die Trennung dieses Kontinuums in Raum und Zeit durch einen Beobachter bedeutet eine Aufspaltung des Kontinuums in einer Richtung, nämlich in der Richtung, die senkrecht zu dem Wege ist, den er selbst durchwandert. Dieser Schnitt ergibt einen dreidimensionalen Raum in einem bestimmten Zeitmoment; die dazu senkrechte Dimension ist die (imaginäre) Zeit. Offenbar kann die Spaltung in jeder Richtung ausgeführt werden. Es gibt nicht eine wahre und eine scheinbare Trennung. Es besteht keine Verschwörung unter den Naturkräften mit der Absicht, unsere absolute Bewegung uns zu verheimlichen — weil es von diesem höheren Standpunkt aus betrachtet nichts zu verheimlichen gibt. Der Beobachter darf seine rechtwinkligen Achsen x , y , z und τ ganz nach seinem Belieben orientieren, genau wie er im dreidimensionalen Raum die x -, y - und z -Achsenrichtungen völlig frei wählen kann.

Die verschiedene Raum- und Zeitrechnung zwischen dem Beobachter auf der Erde und dem Flieger im ersten Kapitel beruhte einfach darauf, daß der Flieger die Zeitachse nach seinem vierdimensionalen Weltkurs orientierte, während die gewöhnliche Zeit und der gewöhnliche Raum einer Orientierung der Zeitachse im Sinne des Kurses des Erdbeobachters entspricht. Die Lorentzkontraktion und die Änderung der Zeitmessung ergeben sich genau aus den üblichen Umrechnungsformeln für gegeneinander gedrehte Achsensysteme.

Es hat keinen Zweck, über das Auftreten des geheimnisvollen Faktors $\sqrt{-1}$, der die Zeit scheinbar zum Raume macht, nachzudenken. Es handelt sich dabei bloß um einen rechnerischen Kunstgriff. Will man die Theorie der vierdimensionalen Welt im einzelnen verfolgen, so muß man wieder zu der reellen Zeit zurückkehren und mütig den Schwierigkeiten einer fremdartigen Geometrie entgegenreten.

Nehmen wir einen Beobachter S und stellen die von ihm gemessene Zeit auf der Vertikalen OT dar. Eine Dimension seines Raumes wird dann durch Parallele zur Horizontalen OX gegeben; eine andere

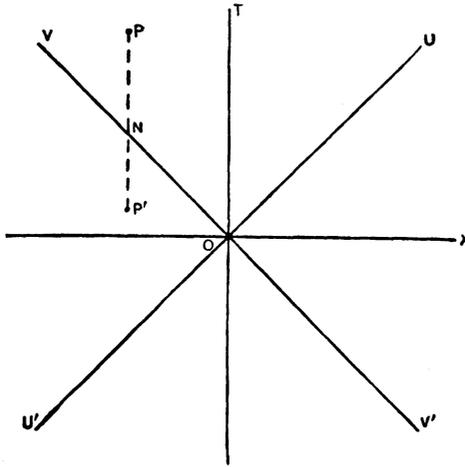


Fig. 3.

würde senkrecht auf dem Papier stehen; und die dritte möge sich der Leser so gut, wie er kann, denken. Glücklicherweise kommen wir mit der Raumdimension OX aus, indem wir nur die Erscheinungen in einem „Linienland“ betrachten, d. h. wir wollen uns auf die auf einer Geraden im Raume hin und her gehende Bewegung beschränken. Die beiden um 45° zu den Achsen geneigten Geraden $U'O$ und $V'O$ geben die Spuren der Punkte wieder, die um eine Einheit horizontal (im Raum) auf eine Einheit vertikal (in der Zeit) vorrücken; somit stellen sie Punkte dar, die sich mit der Geschwindigkeitseinheit bewegen. Wir haben als Geschwindigkeitseinheit die Lichtgeschwindigkeit gewählt; also sind $U'O$ und $V'O$ die Spuren von Lichtimpulsen, die in entgegengesetzten Richtungen längs der Geraden laufen.

Ein Ereignis P im Zwischenraum UOV ist zweifellos später als das Ereignis O , welches System von Zeitrechnung auch zugrunde gelegt wird. Denn ein Massenteilchen, dessen Geschwindigkeit unbedingt kleiner als die des Lichtes sein müßte, könnte von O nach P gelangen; und kein vernünftiger Beobachter würde es wagen, zu behaupten, daß das Teilchen seine Reise vollendet habe, bevor es sie angetreten hätte. Ein längs NP sich bewogender Beobachter würde in der Tat ein Lichtsignal oder ein drahtloses Telegramm, das ihm das Ereignis O bekannt gibt, gerade in N empfangen, da ON die Spur einer solchen Botschaft ist; und nach der Zeit NP würde er dann unmittelbar von dem Ereignis P erfahren. Erhält man tatsächlich von dem einen Ereignis eher Kunde als von dem anderen, so ist dies ein deutlicher Beweis ihrer absoluten Ordnung in der Natur, der nicht nur den Beobachter, um den es sich dabei handelt, überzeugen sollte, sondern auch jeden anderen, der mit ihm in Verbindung steht.

Analog sind Ereignisse im Zwischenraum $U'OV'$ ohne Zweifel früher als das Ereignis O .

Bei einem Ereignis P' im Sektor UOV' oder VOU' können wir nicht behaupten, es sei absolut früher oder später als O . Nach der Zeitrechnung unseres Beobachters S ist P' später als O , da es oberhalb OX liegt; doch ist dies keine absolute Aussage. OP' entspricht einer Spur mit Überlichtgeschwindigkeit; es gibt also kein Teilchen und keinen physikalischen Impuls, der dieser Spur folgen könnte. Dem Beobachter, der das Ereignis P' direkt erfährt, kann das Ereignis O durch kein bekanntes Mittel mitgeteilt werden, bevor P' stattgefunden hat. Die Ordnung der zwei Ereignisse kann daher nur erschlossen werden, wenn man weiß, wie lange die Nachricht unterwegs gewesen ist, und die Einschätzung dieser Dauer ist abhängig von der Art und Weise, wie der Beobachter Raum und Zeit rechnet.

Das Raum-Zeitliche wird somit hinsichtlich des Ereignisses O in drei Gebiete geteilt. $U'OV'$ gehört zur zweifellosen Vergangenheit. UOV ist die zweifellose Zukunft. UOV' und VOU' sind (absolut) weder Vergangenheit noch Zukunft, sondern einfach „sonst wann“. Man achte darauf, daß, da wir kein Mittel haben, um Raumpunkte als „den gleichen Punkt“ zu identifizieren und die Ereignisse O und P ganz gut dem gleichen Massenteilchen passieren können, die Ereignisse nicht notwendig an verschiedenen Orten stattzufinden brauchen, obwohl der Beobachter S es so beurteilt; die Ereignisse O und P' können jedoch nicht dem gleichen Teilchen zustoßen, und kein Beobachter kann diese Auffassung haben. Das wichtigste Er-

gebnis dieser Betrachtung besteht darin, daß gezeigt worden ist, wie die Willkür der Zeitrichtung nicht unverträglich mit der Existenz Gebiete absoluter Vergangenheit und Zukunft ist.

Obwohl es eine absolute Vergangenheit und Zukunft gibt, so ist doch zwischen ihnen ein neutrales Gebiet vorhanden; Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten hat keine absolute Bedeutung. Für unseren Beobachter sind alle Ereignisse auf OX miteinander gleichzeitig; für einen anderen Beobachter würde die Gerade der mit O gleichzeitigen Ereignisse in eine andere Richtung fallen. Die Leugnung einer absoluten Gleichzeitigkeit bildet eine natürliche Ergänzung zu der Leugnung einer absoluten Bewegung. Denn mit der letzteren soll gesagt sein, wir können nicht feststellen, was der gleiche Ort zu verschiedenen Zeiten ist; mit der ersteren, wir können nicht feststellen, was die gleiche Zeit an verschiedenen Orten ist. Es ist komisch, daß die philosophische Leugnung der absoluten Bewegung ohne Widerspruch angenommen wird, während die Leugnung der absoluten Gleichzeitigkeit manchem revolutionär vorkommt.

Die Einteilung in Vergangenheit und Zukunft (eine Eigenschaft der Zeitordnung, der bei der Raumordnung nichts Analoges entspricht) hängt eng mit unseren Begriffen über Ursache und Willensfreiheit zusammen. In einem vollständig bestimmten Schema würde man Vergangenheit und Zukunft als vorgezeichnet ansehen — der augenblicklichen Forschung in dem Maße zugänglich, als es die entfernten Teile des Raumes sind. Ereignisse finden nicht statt; sie sind eben da und wir kommen dazu. „Die Formalität des Stattfindens“ weist bloß darauf hin, daß der Beobachter auf seiner Forschungsreise in die absolute Zukunft des Ereignisses, um das es sich handelt, gelangt ist; und das hat weiter nichts auf sich. Wir können mit einer Sonnenfinsternis im Jahre 1919 rechnen, weit eher als mit einem unsichtbaren Begleiter von Algol. Unsere Kenntnis der Dinge dort, *wo* wir nicht da sind, und der Dinge dann, *wann* wir nicht da sind, ist im Wesen das gleiche — ein Schluß (manchmal ein falscher Schluß) aus den Gehirneindrücken, wozu auch das Gedächtnis gehört, *hier* und *jetzt*.

Sind also die Ereignisse im voraus bestimmt, so gibt es keine Möglichkeit, jemanden vor einem Ereignis, ehe es stattfindet, zu warnen; ein Ereignis kann die Ursache anderer Ereignisse, die ihm zeitlich vorangehen, sein. So war die Sonnenfinsternis im Mai 1919 die Veranlassung dafür, daß sich Beobachter im März auf die Reise begaben. Man könnte vielleicht sagen, daß nicht die Finsternis, sondern ihre Berechnung der Grund der Reise gewesen sei; doch

meiner Meinung nach kann man einen derartigen Unterschied gar nicht machen, angesichts der Tatsache, daß wir alle Ereignisse — mit Ausnahme derjenigen, die genau an dem Orte, wo wir uns aufhalten, stattfinden — nur indirekt erfahren. Ein von der Welt losgelöster Zuschauer würde beobachten, wie dieses Ereignis ein zukünftiges, jenes ein vergangenes verursacht — während sie in Wirklichkeit alle miteinander durch bestimmte Gesetze verkettet sind, wobei die sogenannten ursächlichen Ereignisse bloß die deutlich ins Auge fallenden Ausgangspunkte dieser Ketten sind.

Die Anerkennung einer absoluten Vergangenheit und Zukunft scheint mit der Möglichkeit von Ereignissen, die sich nicht in ein deterministisches Schema einfügen, in Verbindung zu stehen. Ist etwa das Ereignis O ein Ultimatum und die Person, die den Weg NP beschreibt, ein Herrscher des Landes, an den es gerichtet wurde, so wäre es für alle Beobachter klar, daß seine Kenntnis des tatsächlichen Stattfindens des Ereignisses O ihn zu dem Ereignis P veranlaßt hat. P muß sich dann in der absoluten Zukunft von O befinden und, wie wir gesehen haben, im Zwischenraum UOV liegen. Aber dieser Schluß ist nur dann statthaft, wenn das Ereignis P durch das Ereignis O bestimmt sein konnte, und nicht schon durch Ursachen, die beiden vorhergehen, vorherbestimmt gewesen ist — wenn es die Möglichkeit hat, sich zu ereignen oder nicht zu ereignen, in Übereinstimmung mit den Naturgesetzen. Da aber die Physik unbestimmte Ereignisse dieser Art nicht in ihren Untersuchungskreis aufnehmen will, so ist die Unterscheidung zwischen absoluter Vergangenheit und Zukunft für sie nicht von unmittelbarer Wichtigkeit; doch ist es interessant, zu sehen, daß die Theorie des vierdimensionalen Raum-Zeitlichen zu einer absoluten Vergangenheit und Zukunft führt, wie sie gewöhnlich gefordert wird, obwohl dies meistens bei der physikalischen Anwendung der Theorie außer acht gelassen werden kann.

Fassen wir nunmehr alle Ereignisse ins Auge, die eine Einheit Intervallabstand von O haben, wobei das Intervall durch

$$s^2 = -(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 + (t_2 - t_1)^2 \quad (1)$$

definiert sei. Wir haben das Vorzeichen von s^2 geändert, weil das ursprüngliche s^2 meistens (aber nicht immer) einen negativen Wert ergeben würde. Im euklidischen Raum liegen die Punkte in der Entfernung 1 auf einem Kreis; aber wegen des Vorzeichens von $(t_2 - t_1)^2$ befinden sie sich jetzt auf einer gleichseitigen Hyperbel mit zwei Ästen KLM und $K'L'M'$ (Fig. 4). Da das Intervall eine

absolute Größe ist, so sind diese Punkte für alle Beobachter in der Entfernung 1 von O .

Jetzt führen wir die folgende Konstruktion aus: Wir ziehen die Gerade $OFFT_1$, die die Hyperbel in F schneidet, dann die Tangente FG in F , die die Lichtlinie $U'OU$ in G trifft; hierauf wird das Parallelogramm $OFGH$ vervollständigt und OH bis X_1 verlängert. Dann behaupten wir, daß ein Beobachter S_1 , der OT_1 zur Zeitrichtung macht, OX_1 als seine Raumrichtung und OF und OH als seine Zeit- und Längeneinheit ansieht.

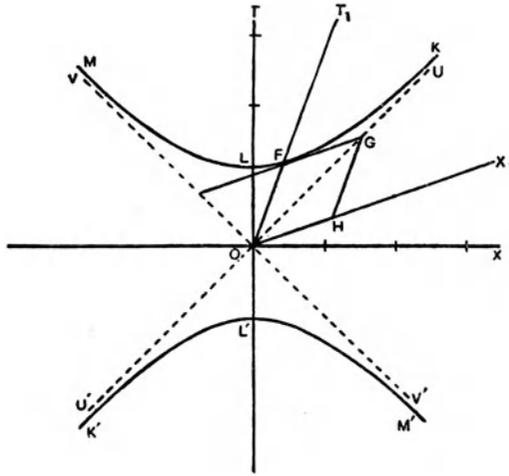


Fig. 4.

Die beiden Beobachter nehmen ihre Einteilung von Raum und Zeit in verschiedener Weise vor, wie das durch die Fig. 5 und 6 dargestellt wird, wo beidemale die Einheit (für Raum und Zeit) der beiden Beobachter zugrunde gelegt worden ist. Für beide Beobachter gilt das gleiche Ereignis-Weltdiagramm, bloß daß S_1 die Einteilung des S entfernt und seine eigene zugrunde legt und dementsprechend die Ereignisse raum-zeitlich wertet. Man erkennt unmittelbar, daß die Einheitsgeschwindigkeitslinien — Fortschreiten um eine Raum- auf eine Zeiteinheit — übereinstimmen, so daß die Geschwindigkeit eines Lichtimpulses für beide Beobachter gleich 1 ist. Aus den Eigenschaften der Hyperbel läßt sich ableiten, daß der geometrische Ort der Punkte, die dieselbe Entfernung s von O , wie sie durch Gleichung (1), nämlich

$$s^2 = (t - t_0)^2 - (x - x_0)^2$$

gegeben wird, haben, die gleiche Kurve (eine Hyperbel) für beide x - und t -Systeme ist. Die beiden Beobachter werden stets die gleichen Intervalle messen, aber hinsichtlich der Messung von Längen, Zeitdauern und Geschwindigkeiten (mit Ausnahme der Lichtgeschwindigkeit) werden sie nicht einer Meinung sein. Die in Frage kommende etwas verwickelte Umrechnung dieser Größen ist mathematisch gleichbedeutend mit der einfachen Drehung des Achsenkreuzes, der wir bei Verwendung der imaginären Zeit begegnet sind.

Man darf nicht etwa glauben, daß dem Unterschied zwischen der quadratischen Einteilung des Beobachters S und der rautenförmigen des Beobachters S_1 irgend ein Unterschied in der Natur entspreche. Wir könnten sagen, S_1 verpflanze die Raum-Zeitwelt von Fig. 5 unverändert nach Fig. 6 und verzerrt sie dann so lange, bis aus den dargestellten Diamanten Quadrate werden; wir

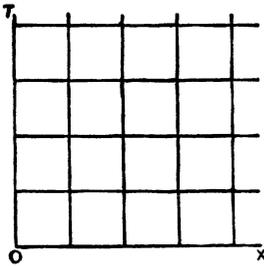


Fig. 5.

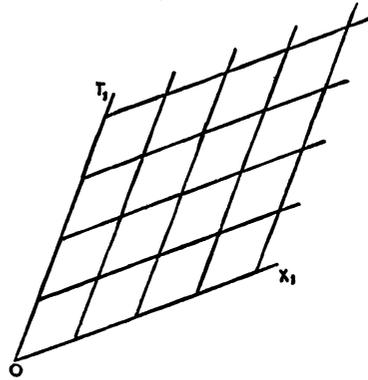


Fig. 6.

könnten auch ebensogut von dieser verzerrten Raum-Zeitwelt, wie sie von S_1 in Quadrate eingeteilt worden ist, ausgehen, dann würde die Einteilung des S durch Rauten versinnbildlicht werden. Man kann nicht behaupten, das Raum-Zeitliche des einen oder des anderen Beobachters ist, absolut genommen, verzerrt worden, sondern eins ist relativ zum anderen verzerrt. Die Beziehung der *Ordnung* ist eine der Natur innewohnende Eigentümlichkeit, sie ist die gleiche bei den Quadraten und bei den Rauten; die *Gestalt* bringt der Beobachter durch seine Wahl der Einteilung in die Natur hinein.

Wir können jetzt eine Ableitung der Lorentzkontraktion geben. Betrachten wir einen Einheitsmaßstab, der relativ zum Beobachter S ruht. Seine beiden Enden ruhen in seinem Raume und verbleiben deshalb auf denselben Raumeinteilungslinien; ihre Spuren im Vierdimensionalen $P P'$, $Q Q'$ (Fig. 7) fallen somit vollständig in die

Zeitrichtung. Der wirkliche Stab in der Natur ist ein vierdimensionaler Gegenstand, von dem $P'PQ'Q'$ einen Schnitt darstellt. Überdecken wir diese Figur mit dem Raum-Zeitraster von S_1 , wie es durch die punktierten Linien angedeutet wird. Machen wir irgend einen Zeitschnitt; der augenblickliche Stab ist dann P_1Q_1 , nämlich der Schnitt von $P'PQ'Q'$ mit S_1 's Zeitlinie. P_1Q_1 erscheint zwar auf dem Papier tatsächlich länger als PQ , doch erkennt man sogleich, daß es ein wenig kürzer ist als eine S_1 -Längeneinheit. Daher ist für S_1 der Stab weniger als eine Einheit lang — er hat sich infolge seiner Bewegung relativ zu ihm kontrahiert.

Analog stellt $RR'SS'$ einen Einheitsstab dar, der relativ zu S_1 ruht. Überdecken wir die Figur mit der S -Einteilung. Wir sehen dann, daß er zu einem bestimmten Zeitmoment für S die Strecke R_1S_1 einnimmt, die kürzer als ein S -Längenabschnitt ist. Daher urteilt S , daß der Stab sich infolge seiner Bewegung relativ zu ihm kontrahiert habe.

Auf dieselbe Weise können wir uns das Problem mit der Brenndauer der Zigarre verdeutlichen. Jeder Beobachter glaubt, die Zigarre des anderen brennt länger. LM (Fig. 8) stelle die Zeitdauer der Zigarre von S (zwei Einheiten) dar. Nach der Zeitrechnung von S_1 brennt sie etwas länger als zwei Zeitabschnitte. Ferner ist sie nicht auf ein und derselben Raumlinie geblieben, d. h. sie hat sich bewegt. Ebenso ist $L'N'$ die Zeitdauer von S_1 's Zigarre (für ihn zwei Zeiteinheiten); und sie brennt nach der S -Zeitrechnung etwas länger als zwei Einheitsabschnitte. (Beim Vergleich der beiden Figuren beachte man, daß L', M', N' die gleichen Punkte wie L, M, N sind.)

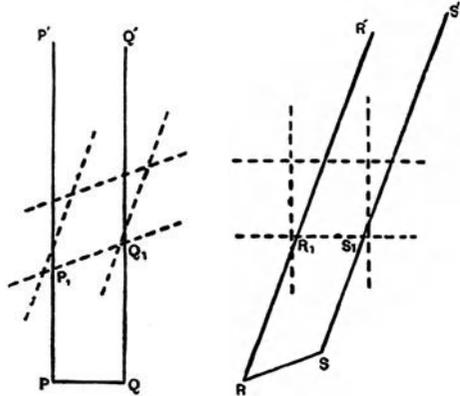


Fig. 7.

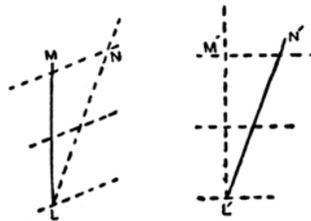


Fig. 8.

Hätten wir in Fig. 4 die Gerade OT_1 sehr nahe bei OU gewählt, so wären unsere Diamanten sehr auseinandergezogen worden und die Einheitsstrecken OF und OH sehr lang ausgefallen. Diese Art Einteilung würde ein Beobachter ausführen, dessen Weg durch die Welt längs OT_1 verläuft und der sich daher fast mit Lichtgeschwindigkeit relativ zu S bewegt. Im Grenzfall der Lichtgeschwindigkeit würden Raum- und Zeiteinheit unendlich groß werden, so daß an den natürlichen Einheiten eines mit Lichtgeschwindigkeit reisenden Beobachters gemessen alle Ereignisse, die im Bereiche der endlichen Erfahrung von S liegen, „zu keiner Zeit“ stattfinden und alle Gegenstände die Größe Null haben. Das gilt aber nur für x und t ; die Raumeinteilung parallel zur Zeichnungsebene wird durch diese Bewegung längs x nicht in Mitleidenschaft gezogen. Infolgedessen werden für einen mit Lichtgeschwindigkeit davonsausenden Beobachter alle gewöhnlichen Gegenstände zweidimensional, indem sie ihre seitlichen Dimensionen beibehalten, aber in der Längsrichtung unendlich dünn werden. Die Tatsache, daß Ereignisse „zu keiner Zeit“ stattfinden, erklärt man gewöhnlich durch das Unendlichwerden der Trägheit jedes mit Lichtgeschwindigkeit sich bewegenden Teilchens, was alle molekularen Vorgänge im Beobachter zum Stillstand kommen läßt. In der Welt des S können sich viele Dinge ereignen während eines Augenblinzeln — von S_1 's Augen.

Trotz aller Erfolge der Theorie einer vierdimensionalen Welt fällt es uns doch schwer, eine innere Stimme zum Schweigen zu bringen, die flüstert: „So im stillen bist du doch davon überzeugt, daß die ganze vierte Dimension Unsinn ist.“ Ich stelle mir vor, daß diese Stimme im Verlaufe der hinter uns liegenden Geschichte der Physik öfters unruhige Zeiten mitgemacht haben muß. Was für ein Unsinn, zu behaupten, dieser feste Tisch, auf dem ich schreibe, ist eine Ansammlung von Elektronen, die mit ungeheuren Geschwindigkeiten sich durch leere Räume hindurchbewegen, die im Vergleich zu den Dimensionen des Elektrons so ausgedehnt sind, wie die Zwischenräume zwischen den Planeten des Sonnensystems! Was für ein Unsinn, zu behaupten, daß die dünne Luft mich mit einem Druck von 1 kg auf den Quadratcentimeter zu zerquetschen sucht! Was für ein Unsinn, der Sternhaufen, den ich zweifellos *jetzt* da im Fernrohr sehe, soll ein Blick in die Vergangenheit vor 50 000 Jahren sein! Lassen wir uns von dieser Stimme nicht täuschen. Sie hat jeden Kredit verloren.

Aber die Behauptung, die Zeit sei eine vierte Dimension, könnte doch zu unnötigen Schwierigkeiten Anlaß geben, die sich bei einer

genaueren Definition vermeiden ließen. Die vier Dimensionen sind in der Außenwelt miteinander vereinigt — nicht in den Beziehungen der Außenwelt zum Individuum, die seine unmittelbare raum-zeitliche Erfahrung ausmachen. Gerade bei diesem Verknüpfungsvorgang fällt die Weltordnung in die voneinander getrennten Kundgebungen des Raumes und der Zeit auseinander. Ein Individuum ist ein vierdimensionaler Gegenstand, der eine sehr langgestreckte Form hat; in der gewöhnlichen Ausdrucksweise heißt das: er hat eine beträchtliche zeitliche und eine unbedeutende räumliche Ausdehnung. Praktisch wird er durch eine Kurve dargestellt — seine Spur in der Welt. Wird die Welt auf ein solches Individuum bezogen, so geht seine eigene Asymmetrie in diese Beziehung ein; die seiner Spur, sozusagen *ihm selbst*, parallele Ordnung der Ereignisse erscheint ihm vor allen anderen Ereignisordnungen ausgezeichnet.

Vielleicht die beste Darstellung der vierten Dimension ist das volkstümliche Buch von E. Abbott: *Flachland*. Es ist interessant, seine Voraussetzungen mit der vierdimensionalen Raum-Zeitwelt zu vergleichen. Er legt auf drei Punkte Gewicht:

1. Bewegt sich ein vierdimensionaler Körper, so kann sein Durchschnitt mit der dreidimensionalen Welt sich ändern; ein starrer Körper kann daher Größe und Gestalt wechseln.
2. Ein Körper müßte imstande sein, in einen vollständig abgeschlossenen Raum in Richtung der vierten Dimension einzudringen, gerade so, wie wir mit unserem Bleistift zu jedem Punkt im Innern eines Quadrates, ohne die Seiten zu berühren, gelangen können.
3. Man müßte das Innere eines festen Körpers sehen können, gerade so, wie es uns möglich ist, in ein Quadrat hineinzusehen, wenn wir es von einem Punkt außerhalb seiner Ebene aus betrachten.

Die erste Erscheinung wird durch die Lorentzkontraktion verwirklicht.

Wenn man unter einem Stück Materie seine Masse versteht, dann ist die zweite Erscheinung nicht möglich. Man könnte sich ganz gut vorstellen, daß diese Erscheinung stattfände, aber das widerspräche einem Naturgesetz — der Erhaltung der Masse. Die Erscheinung könnte stattfinden, tut es aber nicht.

Das dritte Phänomen tritt aus zwei Gründen nicht ein. Ein natürlicher Körper ist sowohl zeitlich wie räumlich ausgedehnt und daher vierdimensional; damit die Analogie zuträfe, müßte der Gegen-

stand eine Dimension weniger als die Welt haben, wie das Quadrat, wenn es von der dritten Dimension aus betrachtet wird. Selbst wenn der feste Körper plötzlich seine Existenz aufgäbe und dabei der Zeit einen ebenen Durchschnitt zukehren würde, so gelänge es uns doch nicht, sein Inneres zu sehen; denn die Lichtspuren sind im Vierdimensionalen auf gewisse Kurven wie UOV und $U'OV'$ in Fig. 3 beschränkt, während im Dreidimensionalen sich das Licht längs jeder geraden Linie fortpflanzen kann. Diesem Übelstand könnte man durch Einschalten einer Art zerstreuenden Mittels abhelfen, so daß es dem Licht irgend einer Wellenlänge möglich wäre, sich mit jeder Geschwindigkeit und längs jeder raum-zeitlichen Spur fortzupflanzen; dann würden wir bei dem plötzlichen Verschwinden eines festen Körpers im gleichen Moment Lichteindrücke von jedem Teilchen in seinem Innern (er soll selbstleuchtend sein) empfangen und so tatsächlich in ihn hineinsehen.

Wie aber unsere armen Augen sich in diesem Wirrwarr zurechtfinden sollen, daß steht auf einem ganz anderen Blatt.

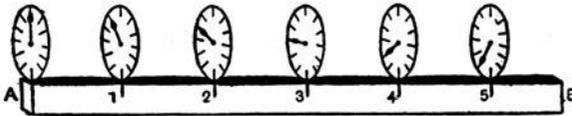


Fig. 9.

Das Intervall bildet für uns eine so grundwichtige Größe, daß wir auf seine Messung näher eingehen müssen. Stellen wir uns einen Maßstab AB vor, der in Kilometer geteilt ist, und bei jedem Teilstrich sei eine ebenfalls Kilometer anzeigende Uhr aufgestellt. (Man wird sich daran erinnern, daß die Zeit in Sekunden oder Kilometern gemessen werden kann.) Wenn die Uhren richtig gestellt sind und von A aus betrachtet werden, dann ist die Summe der Angabe jeder Uhr und des Teilstriches bei ihr für alle gleich groß, da bei der Maßstabablesung schon die Korrektur wegen der Zeit, die das Licht braucht, um mit der Geschwindigkeit 1 nach A zu gelangen, berücksichtigt ist. Dies wird in Fig. 9 dargestellt, wo die Uhrenstellungen so gezeichnet sind, wie sie von A aus erscheinen würden.

Jetzt legen wir den Maßstab an die beiden Ereignisse an; notieren Uhr und Teilstrich t_1, x_1 des ersten Ereignisses und die entsprechenden Ablesungen beim zweiten Ereignis. Dann ist nach der bereits angegebenen Formel $s^2 = (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2$.

Wählen wir aber ein anderes Ruhbezugssystem und setzen den Stab in Richtung AB gleichförmig in Bewegung, dann würden die

Teilstriche auf das zweite Ereignis zu vorrücken und $x_2 - x_1$ würde kleiner werden. Das wird durch die Änderung von $t_2 - t_1$ kompensiert. A eilt nun dem Licht entgegen, das von den Uhren längs des Stabes ausgeht; das Licht kommt *zu schnell* an, daher muß die Uhr bei der oben geschilderten Einstellung anfangs etwas nachgestellt werden. Man liest somit für das Ereignis eine kleinere Zeit ab. Die Lorentzkontraktion usw. erfordern weitere kleine Korrekturen; das Schlußergebnis ist: wie der Stab auch gleichförmig bewegt wird, es resultiert stets das gleiche s .

In der elementaren Mechanik wird gelehrt, daß sich die Geschwindigkeiten additiv zusammensetzen. Hat B gegen A (nach beider Beobachtung) eine Geschwindigkeit von 100 km, C gegen B ebenfalls eine Geschwindigkeit von 100 km in der Sekunde in der gleichen Richtung, dann soll C die Geschwindigkeit 200 km in der Sekunde haben. Das stimmt nicht ganz genau; die richtige Antwort lautet 199,999 978 km in der Sekunde. Der Unterschied ist leicht erklärt. Die beiden Geschwindigkeiten und ihre Resultante sind nicht auf Grund der gleichen Raum-Zeiteinteilung gerechnet. B bestimmt die Geschwindigkeit von C relativ zu sich nach seinem Raum und seiner Zeit und diese Geschwindigkeit muß erst auf die Raum und Zeiteinheiten von A umgerechnet werden, bevor man sie zu der von A gemessenen Geschwindigkeit hinzuaddieren darf.

Wenn wir diese Kette fortsetzen, indem wir einen D hinzunehmen, dessen Geschwindigkeit gegen C und von C gemessen 100 km in der Sekunde beträgt, und so fort *ad infinitum*, so gelangen wir niemals zu einer unendlich großen Geschwindigkeit relativ zu A , sondern nähern uns Schritt für Schritt der Grenzgeschwindigkeit 300 000 km in der Sekunde, der Lichtgeschwindigkeit. Diese Geschwindigkeit ist bemerkenswerterweise absolut, während jede andere Geschwindigkeit relativ ist. Ist von einer Geschwindigkeit von 100 km oder 100 000 km in der Sekunde die Rede, so müssen wir fragen — Geschwindigkeit relativ wozu? Aber bei einer Geschwindigkeit von 300 000 km in der Sekunde braucht diese Frage nicht gestellt zu werden; die Antwort lautet — relativ zu irgend einem Stück Materie. Ein β -Teilchen des Radiums hat eine Geschwindigkeit von über 200 000 km in der Sekunde; trotzdem beträgt die Lichtgeschwindigkeit für einen mit ihm fliegenden Beobachter immer noch 300 000 km in der Sekunde. Das erinnert uns an die transfinite Zahl Aleph der Mathematiker; man kann von ihr jede beliebige Zahl abziehen, sie bleibt immer gleich groß.

Die Lichtgeschwindigkeit spielt in der Relativitätstheorie eine hervorragende Rolle. Man muß wissen, was für eine Eigenschaft ihr diese fundamentale Stellung verschafft. Die Tatsache, daß die Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter die gleiche ist, ist eher eine Folge als ein Grund ihrer Auszeichnung. Wir haben sie zuerst bei der Aufstellung gleichartiger Längen- und Zeiteinheiten bloß konventionell zur Vereinfachung der Formeln eingeführt. Hernach haben wir uns ganz besonders darauf berufen müssen, daß man nichts in der Physik kennt, das sich mit einer größeren Geschwindigkeit fortbewegt, so daß praktisch unsere Bestimmungen der Gleichzeitigkeit mittels Signale von dieser Geschwindigkeit erfolgen. Würde man irgend eine neue Strahlenart mit einer größeren Geschwindigkeit entdecken, so würde das vielleicht Veranlassung geben, Lichtsignale und Lichtgeschwindigkeiten aus diesem Teil der Theorie zu verbannen, und die Zeitrechnung dann entsprechend abzuändern; dadurch würden aber die Formeln komplizierter werden, weil die Lorentzkontraktion, die sich auf die Raummessungen bezieht, von der Lichtgeschwindigkeit abhängt. Doch die Hauptsache ist: kein materieller Körper kann die Lichtgeschwindigkeit übertreffen. Damit kann man allgemein physikalisch zwischen zeitartigen und raumartigen Linien unterscheiden — zwischen denen, die die Materie zurücklegen kann, und denen, wo dies nicht möglich ist. Die vierdimensionale Welt hat eine faserige Struktur, deren Fäden alle längs zeitartigen Wegen laufen; es ist ein verwickeltes Gewebe ohne Einschlag. Selbst wenn also die Entdeckung einer neuen Strahlenart uns zu einer Änderung der Raum- und Zeitrechnung veranlassen würde, so müßte man dennoch in der Theorie der materiellen Systeme die *jetzige* absolute Unterscheidung zwischen zeit- und raumartigen Intervallen — falls notwendig — unter einer neuen Bezeichnung, beibehalten.

Man kann die Frage aufwerfen, ob irgend etwas eine größere Geschwindigkeit als die Lichtgeschwindigkeit haben kann. Die Materie kann es sicherlich nicht; aber es könnte in der Natur andere Dinge geben, die dies fertig brächten. „Herr Präsident“, sagte Sir Boyle Roche, „ich bin kein Vogel, ich kann nicht zu gleicher Zeit an zwei Stellen sein.“ Ein Wesen mit Überlichtgeschwindigkeit würde die Eigentümlichkeit von Sir Boyle Roches Vogel haben. Man kann kaum behaupten, daß die Fähigkeit, gleichzeitig an zwei Stellen zu sein, sich selbst widerspräche, genau so wenig, wie man das von der Fähigkeit, am gleichen Ort zu zwei Zeiten zu sein, behaupten kann. Die Merkwürdigkeiten der Energiequantentheorie könnten es einem manchmal nahelegen, diese Möglichkeit in Betracht zu ziehen;

aber im ganzen genommen scheint alles gegen die Existenz einer Überlichtgeschwindigkeit zu sprechen.

Der Standpunkt der Relativität und das Prinzip der Relativität sind ganz unabhängig von jeder Theorie des Wesens der Materie oder des Lichtes. Bisher haben wir uns nur bei der Erklärung der Lorentzkontraktion von Larmor und Lorentz auf die elektrische Theorie berufen; doch hat die Betrachtung der vierdimensionalen Welt uns zu einer allgemeineren Erklärung der Längenänderung geführt. Die Stellung der elektrischen Theorie der Materie ist augenblicklich erschüttert, da viele experimentelle Effekte, die man früher in Zusammenhang mit den besonderen Eigenschaften der elektrischen Kräfte brachte, sich als vollständig allgemeine Folgen der Relativität unseres Beobachtungswissens herausgestellt haben.

Obwohl die Beweise für die elektrische Theorie der Materie nicht so zwingend sind, wie es eine Zeitlang schien, könnte die Theorie doch ohne ernsthafte Bedenken angenommen werden. Zwei Dinge, Materie und Elektrizität, zu postulieren, wenn eins genügt, das ist eine willkürliche Voraussetzung, die bei dem gegenwärtigen Stande unseres Wissens nicht gerechtfertigt werden kann. Der wichtige Beitrag, den wir der elektrischen Theorie verdanken, besteht in der genauen Erklärung der Eigenschaft der Trägheit. J. J. Thomson hat theoretisch gezeigt, daß bei dem Inbewegungsetzen oder Anhalten eines geladenen Leiters noch eine besondere Anstrengung infolge der Ladung aufzuwenden ist. Der Leiter muß sein elektrisches Feld mit sich führen, und es bedarf einer Kraft, um das Feld in Bewegung zu setzen. Diese Eigenschaft heißt Trägheit und wird durch die *Masse* gemessen. Wenn bei unverändert gehaltener Ladung die Größe des Leiters verkleinert wird, wächst seine Trägheit. Da das Experiment ergeben hat, daß die kleinsten isolierbaren Materieteilchen sehr winzig sind und elektrische Ladungen mit sich führen, so liegt die Annahme nahe, daß diese Ladungen für die gesamte Trägheit der Materie verantwortlich gemacht werden dürfen. Diese Erklärung reicht vollständig aus; es gibt scheinbar keinen Grund, diese elektrische Natur aller Trägheit in Zweifel zu ziehen.

Dehnt man diese Rechnungen auf Ladungen mit hohen Geschwindigkeiten aus, so ergibt sich, daß die elektrische Trägheit nicht genau konstant ist, sondern von der Geschwindigkeit abhängt; man kann alle Fälle in die Behauptung zusammenfassen, daß die Trägheit einfach der gesamten Energie des elektromagnetischen Feldes proportional ist. Wir können, wenn wir wollen, die Masse eines ruhenden geladenen Teilchens seiner elektrostatischen Energie zu-

schreiben; wird die Ladung in Bewegung gesetzt, so kommt die kinetische Energie hinzu, und diese besitzt auch Masse. Somit scheinen Masse (Trägheit) und Energie wesentlich dasselbe zu sein oder höchstens zwei Betrachtungsweisen der gleichen Sache. Dazu ist aber zu bemerken, daß nach dieser Ansicht der größere Teil der Masse der Materie zu einer verborgenen Energie gehört, die man noch nicht hat frei machen können.

Die Frage, ob elektrische Energie, die nicht an elektrische Ladungen gebunden ist, Masse besitzt, muß beim Licht bejaht werden. Vermutlich besitzt auch die Energie der Schwere Masse; oder, wo nicht, wird Masse erzeugt, wenn, wie es oft geschieht, Gravitationsenergie in kinetische Energie verwandelt wird. Die Masse der gesamten (negativen) Gravitationsenergie der Erde ist von der Größenordnung *minus* eine Billion Tonnen.

Die theoretische Zunahme der Masse eines Elektrons mit wachsender Geschwindigkeit ist experimentell bestätigt worden, und zwar stimmen Rechnung und Beobachtung vollständig überein, wenn das Elektron bei seiner Bewegung die Lorentzkontraktion erleidet. Das hat man als Beweis dafür angesehen, daß das Elektron keine andere Trägheit besitzen könne als die von der Mitführung des elektromagnetischen Feldes herrührende. Aber dieser Schluß (obwohl sehr naheliegend) ist nicht ganz sauber; weil diese Ergebnisse, die man auf Grund einer speziellen Berechnung für die elektrische Trägheit erhalten hat, nach der Relativitätstheorie für jede Art Trägheit gelten müssen. Dies werden wir im neunten Kapitel zeigen. Das Anwachsen der Masse mit der Geschwindigkeit wird durch den gleichen Faktor gegeben, der Länge und Zeit beeinflußt. Bewegt sich somit ein Stab mit einer solchen Geschwindigkeit, daß seine Länge halbiert wird, dann verdoppelt sich seine Masse. Seine Dichte hat sich vervierfacht, weil er zugleich schwerer und volumenkleiner geworden ist.

Wir glaubten, diesen kurzen Überblick über die elektrische Theorie der Materie und Masse bringen zu müssen, weil sie, obwohl die Relativitätstheorie sie nicht nötig hat, so allgemein in der Physik Aufnahme gefunden hat, daß wir sie kaum übergehen konnten. Später werden wir auf einem allgemeinen Wege zu der Gleichheit von Masse und Energie und der Änderung der Masse mit der Geschwindigkeit gelangen; da aber die experimentelle Bestimmung der Trägheit die Theorie der ungleichförmig bewegten Körper zur Voraussetzung hat, so ist es unmöglich, auf eine befriedigende Untersuchung des Massenbegriffs einzugehen, bevor die allgemeinere Relativitätstheorie der ungleichförmigen Bewegung auseinandergesetzt worden ist.

Denn in der Luft und im Wasser beschleuniget jeder Körper
Seinen natürlichen Fall nach Verhältnis seines Gewichtes,
Weil ja die dünnere Luft und die Masse des Wassers mit nichten
Jegliches Ding gleichmäßig im Falle zu hemmen vermögen,
Sondern vom schwereren Druck überwältigt entweichen sie schneller.
Aber der ledige Raum kann niemals einem der Dinge,
Kann ihm in keinerlei Richtung je entgegen sich setzen,
Daß es nicht nähme den Weg, auf den die eigne Natur es hinführt.
Eben darum muß auch abwärts durch's nicht widerstrebende Leere,
Sei das Gewicht auch ungleich, gleichmäßig ein Jedes sich treiben.
Lukrez, Über die Natur der Dinge.

4. Kapitel

Kraftfelder

Von Hause aus steht der Kraftbegriff in Verbindung mit der Muskelempfindung, wie sie auftritt, wenn wir uns bei der Erzeugung oder bei dem Aufhalten der Bewegung der Materie anstrengen. Auch leblose Agenzien können auf ähnliche Weise die Bewegung der Materie beeinflussen; dies wird dann ebenfalls auf Kraftwirkungen zurückgeführt. Bekanntlich wird wissenschaftlich eine Kraft gemessen durch den Impuls, den sie in einer gegebenen Zeit einem Körper mitteilt. Die Übermittlung einer Kraft durch Berührung zweier Körper hat gar nichts Abstraktes an sich; nach der modernen Physik erfolgt dabei die Mitteilung des Impulses durch die molekularen Stöße. Wir können uns anschaulich vorstellen, wie die Moleküle die Bewegung in kleinen Portionen durch die Oberfläche des beeinflussten Körpers hindurchtragen. Die Kraft beruht nicht auf irgend einer geheimnisvollen Wirkung; sie ist einfach eine kurze und bequeme Bezeichnung für diese Bewegungsströmung, die wir, wenn wir die Mühe nicht scheuen, Schritt für Schritt verfolgen können. Wohl werden damit bloß die Schwierigkeiten um eine Stufe nach rückwärts verlegt, denn man hat noch keine Ahnung davon, wie bei einem molekulären Stoß der Impuls aufgeteilt wird; doch abgesehen hiervon gibt diese Darstellung einen klaren Begriff von der Bewegungsübertragung durch die gewöhnlichen Kräfte.

Aber schon in der elementaren Mechanik kommt eine wichtige Naturkraft vor, die sich ganz anders zu benehmen scheint. Die Schwerkraft kann nicht in eine Aufeinanderfolge von molekularen Stößen aufgelöst werden. Ein massiver Körper, wie die Erde, scheint von dem Feld einer latenten Kraft umgeben zu sein, die beim Eintritt eines anderen Körpers in das Feld sofort in Wirksamkeit tritt und ihn in Bewegung setzt. Man nimmt gewöhnlich an, daß dieser Einfluß in der Umgebung der Erde auch dann vorhanden ist, wenn kein Probekörper da ist, und man stellt sich darunter so ungefähr eine Art Spannungszustand oder dergleichen eines unwahrnehmbaren Mediums vor.

Ogleich man die Gravitation seit Jahrtausenden kennt und ihre Gesetze seit über 200 Jahren mit für fast alle Zwecke ausreichender Genauigkeit festgestellt hat, kann man nicht behaupten, daß man gerade große Fortschritte in der Erklärung des Wesens oder des Mechanismus dieser Kraft gemacht hätte. Es soll über 200 Schwerkrafttheorien geben; aber auch die einleuchtendsten unter ihnen haben alle den Mangel, daß sie zu nichts führen und keine Prüfung an der Erfahrung gestatten. Viele von ihnen würden heutzutage deshalb abgelehnt werden, weil sie nach unserem Geschmack zu materialistisch sind — der Raum tönt von dem Geräusch von Maschinen wieder —, wie das im 19. Jahrhundert merkwürdig allgemein verbreitet war. Wenige dieser Theorien würden die neueste Entdeckung, daß die Schwere nicht nur auf die Moleküle der Materie, sondern auch auf die Lichtschwingungen einwirkt, überleben.

Das Wesen der Schwere schien sehr geheimnisvoll; aber es ist eine auffallende Tatsache, daß es in einem beschränkten Gebiete möglich ist, ein künstliches Kraftfeld zu erzeugen, das ein natürliches Schwerefeld so genau nachahmt, daß man, soweit unsere jetzigen Erfahrungen reichen, zwischen beiden nicht unterscheiden kann. Jeder, der die Gravitation erklären will, sucht sich natürlich zuerst ein Modell herzustellen, das ihre Wirkungen reproduziert; aber niemand vor Einstein dachte dabei an diese künstlichen Felder, so wohlvertraut man auch mit ihnen ist.

Sobald ein Fahrstuhl anfängt, sich nach aufwärts in Bewegung zu setzen, empfinden die Insassen ein charakteristisches Gefühl, das tatsächlich identisch mit dem Gefühl einer Vermehrung des Gewichts ist. Das Gefühl verschwindet in dem Augenblick, wo die Bewegung gleichförmig wird; es stellt sich nur bei der Bewegungsänderung des Fahrstuhles ein, mithin bei einer Beschleunigung. Die Vermehrung des Gewichts ist nicht nur Gefühlssache; man kann diese

Vermehrung auch durch ausführbare physikalische Experimente nachweisen. Die übliche Laboratoriumsbestimmung der Schwereintensität mit der Atwoodschen Fallmaschine würde im beschleunigten Fahrstuhl einen größeren Wert ergeben; eine Federwage höheres Gewicht anzeigen; geworfene Körper würden sich wie gewöhnlich bewegen, aber mit einer größeren Schwerebeschleunigung. Die mechanischen Wirkungen der Aufwärtsbeschleunigung des Fahrstuhles sind in der Tat genau die gleichen wie die eines zusätzlichen Schwerefeldes, das sich über das sonst vorhandene lagert.

Diese Gleichwertigkeit macht man sich vielleicht am besten klar an dem Beispiel eines so erzeugten künstlichen Feldes, das gerade das Erdfeld aufhebt. Der Roman „*Rund um den Mond*“ von Jules Verne berichtet uns von den Erlebnissen dreier Männer, die in einem Geschoß aus einer Kanone in den Raum hinausgeschossen werden. Der Verfasser schildert ihre lustigen Erfahrungen, wie ihr Gewicht an dem neutralen Punkt, wo sich Erd- und Mondanziehung gegenseitig kompensieren, ganz und gar verschwindet. In Wirklichkeit hätten die drei aber, nachdem sie die Atmosphäre der Erde hinter sich gelassen haben, während ihrer Reise überhaupt niemals etwas von einem Gewicht gespürt. Das Geschoß konnte der Schwerkraft ungehindert folgen, ebenso seine Insassen. Läßt einer von ihnen einen Teller los, so kann er nicht mehr „fallen“, als er schon fällt, er bleibt also in der Schwebe.

Wie man sieht, fühlt man das Gewicht nicht, sobald man ungehindert der Kraft der Schwere ausgesetzt ist; dieses Gefühl stellt sich erst ein, wenn irgend etwas unseren Fall aufzuhalten beginnt. Der Fußboden oder der Stuhl ist es, der primär in uns das Schweregefühl dadurch wachruft, daß er uns am Fallen hindert. Man kann direkt sagen, wir fühlen niemals die Schwerkraft der Erde; wir fühlen nur das Bombardement der Fußbodenmoleküle gegen unsere Schuhsohlen und die sich dann durch unseren Körper nach aufwärts hin ausbreitenden Impulse. Diese Bemerkung ist nicht unwichtig, weil die Vorstellung, daß die Schwerkraft gefühlt werden könnte, uns zu einer materialistischen Auffassung über ihr Wesen verleiten könnte.

Ein anderes Beispiel für ein künstliches Kraftfeld ist die Zentrifugalkraft der Erdumdrehung. In den meisten Tabellen der physikalischen Konstanten findet sich ein Verzeichnis der „*g*“-Werte, der Werte der Schwerebeschleunigung, in verschiedenen Breiten. Doch diese Zahlen beziehen sich nicht auf die Schwere allein; sie sind die Resultante der Schwerkraft und der Zentrifugalkraft der Erd-

umdrehung. Diese beiden ähneln sich in ihren Wirkungen so sehr, daß die praktischen Physiker eine Unterscheidung für unnötig halten.

Ähnliche künstliche Felder treten auf, wenn ein Flugzeug seinen Kurs oder seine Geschwindigkeit ändert; eine der Schwierigkeiten des Fliegens besteht gerade in der Unmöglichkeit, zwischen diesen Feldern und der wirklichen Erdschwere, mit der sie sich vermischen, zu unterscheiden. Man wird gewöhnlich einen praktischen Flieger sehr bald von der Relativität der Kraft überzeugen können.

Um zu einer umfassenden Vorstellung von dem Ursprung dieser künstlichen Kraftfelder zu gelangen, müssen wir wieder zur vierdimensionalen Raum-Zeitwelt zurückkehren. Der Beobachter schreitet in dieser Welt längs einer gewissen Bahn fort. Sein Kurs braucht nun nicht notwendigerweise gerade zu sein. Es ist zu beachten, daß gerade im Vierdimensionalen etwas mehr bedeutet als gerade im Raume; dazu gehört auch eine gleichförmige Bewegung, da ja die Geschwindigkeit die Neigung der Bahn gegen die Zeitachse bestimmt.

Der Beobachter im beschleunigten Fahrstuhl fährt in gerader Linie nach aufwärts, sagen wir 30 cm in der ersten Sekunde, $4 \times 30 = 120$ cm in zwei, $9 \times 30 = 270$ cm in drei Sekunden usw. Zeichnen wir diese Punkte als x und t auf Koordinatenpapier auf, so bekommen wir eine krumme Linie. Nachher wird die Geschwindigkeit des Fahrstuhls gleichförmig, und die Linie auf dem Papier wird dann gerade. Solange die Kurve gekrümmt ist (beschleunigte Bewegung), nimmt man ein Kraftfeld wahr; es verschwindet, wenn die Kurve zur Geraden wird (gleichförmige Bewegung).

Der Beobachter auf der Erde wieder wird infolge der Erdumdrehung einmal im Tage in einem Kreis herumgeführt; wegen des stetigen Fortschritts der Zeit ist seine vierdimensionale Bahn eine Art Schraubenlinie. Für einen Beobachter am Nordpol ist die Bahn gerade; dann gibt es auch keine Zentrifugalkraft.

Offensichtlich besteht ein Zusammenhang zwischen dem künstlichen Kraftfeld und der Bahnkrümmung; wir können also folgende Regel aufstellen:

Sobald die Bahn des Beobachters im Vierdimensionalen gekrümmt ist, nimmt er ein künstliches Kraftfeld wahr.

Das Kraftfeld wird von dem Beobachter nicht nur durch seine Empfindungen wahrgenommen, sondern macht sich auch bei seinen physikalischen Messungen geltend. Dabei darf, wohlverstanden, die Bahnkrümmung nicht anderswie erklärt werden. Wenn natürlich der Fahrstuhlbeobachter merkt, daß seine Messungen durch seine Eigenbeschleunigung beeinflusst werden und an ihnen geeignete Korrek-

tionen anbringt, schaltet er die künstliche Kraft aus. Sie existiert nur dann, wenn er nichts von seiner Beschleunigung weiß oder diese Beschleunigung nicht berücksichtigen will.

Die Zentrifugalkraft wird oft als „Scheinkraft“ bezeichnet. Für einen mit der Erde nicht mitrotierenden Beobachter gibt es keine Zentrifugalkraft; sie tritt nur für den Erdbeobachter in Erscheinung, wenn er zu faul ist, die Effekte der Erdrotation in Abzug zu bringen. Man meint gewöhnlich, diese „Scheinbarkeit“ unterscheide die Zentrifugalkraft vollständig von einer „wirklichen“ Kraft wie die Schwere; wenn wir jedoch nach den Gründen für diesen Unterschied suchen, so finden wir keine. Die Zentrifugalkraft kann durch Wahl eines geeigneten, nicht mit der Erde rotierenden Normalbeobachters zum Verschwinden gebracht werden; die Schwerkraft konnte ebenso zum Verschwinden gebracht werden, wenn man als Normalbeobachter einen Insassen von Jules Verne's fallendem Geschöß nahm. Wenn die Scheinbarkeit einer Kraft daran kenntlich ist, daß es möglich ist, sie für einen passend gewählten Beobachter zum Verschwinden zu bringen, dann sind Schwerkraft und Zentrifugalkraft gleichzeitig scheinbar.

Man könnte vielleicht darauf hinweisen, daß wir den Fall nicht ganz unparteiisch behandelt haben. Für den nichtrotierenden Beobachter verschwindet die Zentrifugalkraft überall vollständig. Für den Insassen des fallenden Geschosses verschwindet die Gravitation nur in seiner unmittelbaren Umgebung; er würde aber bemerken, daß zwar Gegenstände ohne Unterlage in seiner Nähe keine Beschleunigung relativ zu ihm erfahren, jedoch die Körper auf der anderen Seite der Erde auf ihn zu fallen. Es ist ihm nicht im entferntesten geglückt, das Kraftfeld los zu werden, er hat es bloß aus seiner Umgebung weggebracht, um es anderswo aufzustapeln. Die Schwerkraft ist somit lokal wegtransformierbar, die Zentrifugalkraft kann aber überall wegtransformiert werden. Diese Überlegung ist deshalb nicht stichhaltig, weil sie so tut, als wären Schwere und Zentrifugalkraft experimentell unterscheidbar. Es wird dabei gerade diese Unterscheidung als möglich angenommen, die wir abgelehnt haben. Achten wir einfach auf die Resultante aus Schwere und Zentrifugalkraft, das einzige, was beobachtet werden kann, so sehen wir, daß kein Beobachter diese resultierende Kraft an allen Stellen des Raumes fortschaffen kann. Jeder muß sich mit einem Restbestand abfinden. Der nichtrotierende Beobachter beansprucht, den ganzen scheinbaren Teil weggebracht zu haben, wobei ein Rest (das gewöhnliche Schwerefeld) übrig bleibt, den er als etwas Wirkliches ansieht. Wir sprechen dieser Behauptung jede Berechtigung ab;

der Jules Vernesche Beobachter könnte genau den gleichen Anspruch erheben.

Es soll nicht in Abrede gestellt werden, daß die Trennung von Zentrifugalkraft und Gravitation, wie sie allgemein vorgenommen wird, verschiedene Vorzüge bei mathematischen Berechnungen gewährt. Wäre dem nicht so, dann hätte sie sich nicht so lange halten können. Doch handelt es sich nur um eine mathematische Trennung, ohne physikalische Grundlage; es kommt oft vor, daß die Teilung eines mathematischen Ausdrucks in zwei Glieder von verschiedener Natur zwar nützlich bei elementaren Betrachtungen ist, aber zu einem falschen Resultat bei feineren Überlegungen führt, wo winzige Zwischenglieder auftreten können, die berücksichtigt werden müssen.

Die Newtonsche Mechanik geht von der Voraussetzung aus, es gäbe einen gewissen Oberbeobachter. Wenn *er* ein Kraftfeld gefühlsmäßig wahrnimmt, dann existiert diese Kraft wirklich. Niedere Wesen, wie die Insassen des fallenden Geschosses, haben eine andere Meinung, sie sind aber das Opfer einer Täuschung. An diesen Oberbeobachter wendet sich der Mathematiker, wenn er seine mechanischen Untersuchungen mit den Worten beginnt: „Man nehme ein beschleunigungsfreies rechtwinkliges Achsensystem $Ox, Oy, Oz \dots$ “. Beschleunigungsfreie rechtwinklige Achsen sind der Meßapparat des Oberbeobachters.

Es ist ganz gut möglich, daß es so einen Oberbeobachter gibt, dessen Ansichten von Natur aus mit Recht als die richtigsten oder wenigstens als die einfachsten zu gelten haben. Eine Akademie von gelehrten Fischen würde wahrscheinlich dahin übereinkommen, daß man die Erscheinungen am besten vom Standpunkt eines im Ozean ruhenden Fisches beschreibt. Aber nach der relativistischen Mechanik ist nicht einzusehen, weshalb irgend ein Beobachter infolge besonderer Umstände eine hervorragende Rolle spielen soll. Alle sind gleichberechtigt. Ein Beobachter *A* in einem frei zur Erde fallenden Geschloß und ein Beobachter *B* im Raume außerhalb des Bereichs jeder Schwereanziehung nehmen beide kein Kraftfeld in ihrer Umgebung wahr. In der Newtonschen Mechanik wird aber zwischen ihnen ein künstlicher Unterschied gemacht; *B* ist überhaupt in keinem Kraftfeld, während *A* tatsächlich in einem Kraftfeld ist, bloß werden dessen Wirkungen durch seine Beschleunigung aufgehoben. Worin besteht aber diese Beschleunigung des *A*? Ursprünglich ist es eine Beschleunigung gegenüber der Erde; dann kann sie aber ebensogut als eine Beschleunigung der Erde gegenüber *A* aufgefaßt

werden, und es ist daher nicht recht und billig, sie als etwas, das zu *A* gehört, zu betrachten. Ihre Bedeutung im Newtonschen System beruht darauf, daß sie eine Beschleunigung relativ zu dem — wie wir ihn genannt haben — Oberbeobachter ist. Dieser Machthaber konstruiert Flächen und Kurven, um den Raum so in Teile zu zerlegen, wie der Raum für ihn sich darbietet. Ich fürchte, die Zeit seiner Abdankung ist gekommen.

Nehmen wir an, daß das gesamte Sternsystem frei unter der Wirkung eines gleichförmigen Schwerefeldes irgend einer gewaltigen äußeren Masse falle, wie Regentropfen auf den Boden. Würde sich das bemerkbar machen? Keineswegs. Es wäre ein Schwerefeld vorhanden; aber die davon herrührende Beschleunigung des Beobachters und seiner Merkzeichen würde es neutralisieren. Wie sollte man dann wohl eine absolute Beschleunigung festlegen?

Wir werden es daher aufgeben, künstliche Kraftfelder von natürlichen Gravitationsfeldern zu trennen und das ganze ausgemessene Feld das Gravitationsfeld nennen, indem wir diese Beziehung verallgemeinern. Dieses Feld ist nicht absolut, sondern erfordert immer die Angabe eines bestimmten Beobachters.

Um jedes Mißverständnis auszuschließen, wollen wir schon jetzt darauf hinweisen, daß die von den schweren Massen ausgehende Gravitationswirkung gewisse komplizierte Unterschiede zeigt. Eine Theorie, die darauf keine Rücksicht nähme, würde dem gesunden Menschenverstande zuwiderlaufen. Unsere bisherige Überlegung hat nur ergeben, daß nicht das Kraftfeld die wesentliche Eigenschaft eines die Materie umgebenden Gebietes ist; es muß irgend etwas Komplizierteres sein. Wir werden auf das Wesen dieses komplizierteren Einflusses der Materie auf den Zustand der Welt an der richtigen Stelle eingehen.

Unsere frühere Regel, die besagte, daß der von der geraden Bahn abweichende Beobachter ein *künstliches* Kraftfeld wahrnimmt, werden wir jetzt nicht mehr aufrecht halten können. Wir brauchen vielmehr eine Vorschrift, die die Umstände angibt, unter denen ein Beobachter überhaupt irgend ein Kraftfeld wahrnimmt. Unsere ursprüngliche Regel hat ja jetzt jeden Sinn verloren, da doch eine geradlinige Bahn kein absoluter Begriff mehr ist. Eine geradlinige gleichförmige Bewegung stellt sich für einen mit der Erde rotierenden Beobachter ganz anders dar als für einen nichtrotierenden Beobachter, der die von der Rotation herrührende Krümmung in Betracht zieht. Wir haben uns dazu entschlossen, daß diese beiden Beobachter gleichberechtigt sein sollen, und daß man ihren Urteilen die

gleiche Beachtung zuteil werden lassen muß. Eine gerade Raum-Zeitlinie ist also kein absoluter Begriff, sondern nur relativ zu einem Beobachter definiert.

Nun haben wir aber gesehen, daß das Feld in der unmittelbaren Umgebung eines Beobachters, wenn er und seine Meßinstrumente frei fallen, verschwindet. Nur wenn er aus seiner eigenen Bahn abgelenkt wird, bemerkt er, daß er sich mitten in einem Kraftfeld befindet. Sehen wir einmal ab von der Bewegung elektrisch geladener Körper, die wir einer tiefer gehenden Behandlung vorbehalten müssen, so können wir behaupten, daß ein Beobachter nur dann seine eigene Weltpur verlassen kann, wenn er unmittelbar durch das Eingreifen der Materie gestört wird, z. B. wenn die Fußbodenmoleküle seine Schuhsohlen bombardieren. Somit entfernt sich ein Körper nicht, ohne daß dafür eine sichtbare Ursache vorhanden wäre, von seiner natürlichen Spur; jedes Kraftfeld um einen Beobachter rührt von einer auf diese Weise zustande kommenden Abweichung von seinem natürlichen Wege her. Dieses Kraftfeld hat gar nichts Geheimnisvolles an sich; es spiegelt nur in allen Vorgängen die Störung des Beobachters wieder, gerade so, wie die an unseren Eisenbahnwagen vorbeiziehenden Häuser und Hecken das Spiegelbild unserer Mitbewegung mit dem Zuge sind.

Damit wird unsere Aufmerksamkeit auf die natürlichen Bahnen der keinem Zwange unterliegenden Körper gelenkt, die irgendwie in der vierdimensionalen Welt absolut ausgezeichnet zu sein scheinen. Der Beobachter spielt dabei keine Rolle; der Körper schlägt den gleichen Weltkurs für alle Beobachter ein. Wohl werden die einen ihn für gerade, andere für parabolisch oder sonstwie gekrümmt ansehen, doch ist es stets der gleiche absolute geometrische Ort.

Wir können aber uns nicht anheischig machen, die Gesetze, nach denen sich diese Bahnen bestimmen, ohne Bezug auf die Erfahrung vorherzusagen; wir wollen zusehen, ob unsere Kenntnisse von der vierdimensionalen Welt bereits ausreichen, um bestimmte derartige Bahnen anzugeben, oder ob wir dazu neue hypothetische Elemente heranziehen müssen.

Es wird sich herausstellen, daß dies nicht nötig ist. Bisher haben wir nur eine einzige Größe kennen gelernt, die vom Beobachter unabhängig ist und daher eine absolute Bedeutung in der Welt besitzt, nämlich das *Intervall* zwischen zwei raum-zeitlichen Ereignissen. Wir wollen uns zwei ordentlich voneinander entfernte Ereignisse P_1 und P_2 aussuchen. Man kann sie durch sehr verschiedene Bahnen miteinander verbinden und längs jeder Bahn die Intervall-

länge von P_1 nach P_2 bestimmen. Um sicher zu sein, daß die Intervalllänge tatsächlich längs der betreffenden Bahn gemessen wird, geht man so vor, daß man zuerst eine große Anzahl Zwischenpunkte auf der Bahn annimmt, jedes Teilintervall mißt und dann die Summe bildet. Diese Methode läuft eigentlich auf dasselbe hinaus, wie die Abmessung der Länge einer sich windenden Landstraße auf einer Landkarte mittels eines Stückchens Baumwolle. Die Intervalllänge längs einer bestimmten Bahn ist somit absolut meßbar, weil alle Beobachter sich bei der Messung jedes Teilintervalls miteinander in Einklang befinden. Daraus ergibt sich, daß alle Beobachter auch einer Meinung sind über diejenige Bahn (falls sie existiert), die nach Intervalllängen beurteilt die kürzeste Verbindung zwischen den beiden Punkten darstellt.

Auf diese Weise ist es möglich, gewisse Raum-Zeitlinien von absoluter Bedeutung zu bestimmen, und wir wollen nun einmal versuchen, sie als die natürlichen Bahnen frei beweglicher Teilchen anzusehen.

Bloß bei einem Punkt haben wir nicht aufgepaßt. Dr. A. A. Robb hat auf die merkwürdige Tatsache hingewiesen, daß nicht der kürzeste, sondern der längste Weg eindeutig bestimmt ist¹⁾. Es gibt beliebig viele Bahnen von P_1 nach P_2 von der Länge Null; aber eben nur eine von maximaler Länge. Das liegt an der besonderen Geometrie, wie sie durch das Minuszeichen von $(t_2 - t_1)^2$ bedingt ist. Zum Beispiel erkennt man aus Gleichung (1), S. 54, daß für

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = (t_2 - t_1)^2,$$

wenn also die im Raume und in der Zeit zurückgelegte Gesamtentfernung einander gleich sind, s gleich Null ist. Dies tritt bei der Geschwindigkeit 1 — der Lichtgeschwindigkeit — ein. Um von P_1 nach P_2 auf einem Weg von der Intervalllänge Null zu gelangen, müssen wir einfach auf unserer Reise die Lichtgeschwindigkeit beibehalten, wenn nötig, hin und her kreuzen, bis zu dem Augenblick, wo wir auf P_2 zusteuern können. Auf der anderen Seite gibt es offenbar eine obere Grenze für die Intervalllänge des Weges, weil jeder Teil von s stets kleiner als der entsprechende Teil von $t_2 - t_1$ ist und daher s niemals größer als $t_2 - t_1$ werden kann.

¹⁾ Dabei wird vorausgesetzt, daß sich P_2 in der Zukunft von P_1 befinde, so daß sich ein Teilchen von P_1 nach P_2 begeben kann. Liegen P_1 und P_2 so zueinander wie O und P' in Fig. 3, dann ist die Intervalllänge imaginär und der *kürzeste* Weg ist eindeutig.

Man kann der Intervalllänge des Weges eines Teilchens eine physikalische Interpretation geben, die uns ihren Sinn verständlicher macht. Diese Länge ist die von einem Beobachter wahrgenommene oder durch eine Uhr gemessene Zeit, wenn beide von dem Teilchen mitgeführt werden. Man nennt dies die Eigenzeit; und sie wird natürlich im allgemeinen nicht übereinstimmen mit der Zeitrechnung des unabhängigen Betrachters, der die gesamten Vorgänge verfolgen soll. Wir beweisen dies, indem wir in Gleichung (1) $x_2 = x_1$, $y_2 = y_1$ und $z_2 = z_1$ setzen, wodurch wir $s = t_2 - t_1$ erhalten. Die Bedingung $x_2 = x_1$ usw. bedeutet, daß das Teilchen relativ zu dem x, y, z, t messenden Beobachter in Ruhe bleiben muß. Um das zu bewerkstelligen, befestigen wir unseren Beobachter an dem Teilchen; dann ist die Intervalllänge s gleich $t_2 - t_1$, also gleich der nach seiner Uhr verstrichenen Zeit.

Wir können allgemein den Ausdruck Eigenzeit an Stelle von Intervalllänge anwenden; dabei muß man aber in Kauf nehmen, daß diese Bezeichnung nicht gerade sehr sinngemäß ist, wenn die betreffende Bahn keine natürliche Bahn ist. Bei jeder nichtnatürlichen Bahn leidet die Definition der Intervalllänge als mittels einer Uhr gemessenen Zeit an dem Übelstand, daß die Uhr diese Bahn nicht ohne Verletzung der Naturgesetze durchlaufen kann. Wir können sie zwar fortwährend mit Schlägen in die Bahn hineintreiben, aber diese Behandlung könnte ungünstig auf ihre Eigenschaften als Uhr wirken. Die ursprüngliche Definition durch Gleichung (1) ist allgemeiner.

Jetzt sind wir imstande, unser vorgeschlagenes Bewegungsgesetz dem Wortlaute nach auszusprechen: Jedes Teilchen bewegt sich längs der Bahn größter Intervalllänge zwischen zwei Ereignissen, solange es nicht durch Stöße anderer Teilchen oder elektrische Kräfte gestört wird.

Diese Aussage kann nicht wie das erste Newtonsche Bewegungsgesetz als Trivialität erklärt werden. Es wird kein undefiniertes Agens wie die Kraft vorausgesetzt, dessen Bedeutung immer so erweitert werden kann, daß jedes Versagen des Gesetzes gedeckt wird. Wir sprechen nur von unmittelbaren materiellen Eingriffen und elektromagnetischen Ursachen; letztere fallen außerhalb des Rahmens unserer augenblicklichen Überlegungen.

Betrachten wir z. B. zwei Raum-Zeitereignisse, etwa die Lage der Erde jetzt und vor 100 Jahren. Es seien dies die Ereignisse P_1 und P_2 . Inzwischen hat sich die Erde (nicht durch Stöße gestört) längs der längsten Bahn von P_1 nach P_2 bewegt — oder wenn wir

lieber wollen, in der längst möglichen Eigenzeit. In der unheimlichen Geometrie der Raum-Zeitgegend, die sie durchwandert (eine Geometrie, die zweifellos irgendwie mit einem von uns wahrgenommenen schweren Körper, der Sonne, in Zusammenhang steht), ist dieser längste Weg eine Schraubenlinie — ein Kreis im Raume, der durch die ständige zeitliche Verschiebung zu einer Schraubenlinie ausgezogen wird. Jede andere Bahn wäre kürzer.

Somit wird die Untersuchung der Kraftfelder zu einem geometrischen Problem. In gewisser Hinsicht bedeutet dieses einen Rückschritt; wir entscheiden uns für die Keplersche Beschreibung des Schwerefelds der Sonne statt für die Newtonsche. Das Kraftfeld ist vollständig beschrieben, wenn die Raum-Zeitbahnen von auf alle mögliche Weisen fortgeschleuderten Teilchen vorherbestimmt sind. Aber wir haben den Schritt nach rückwärts nur gemacht, um in einer neuen Richtung vorwärtszugehen. Bei der Zusammenfassung dieser unhandlichen Fülle von Einzelheiten zu einer Einheit stoßen wir auf eine Weltgeometrie, in der die längsten Bahnen die wirklichen Wege der Teilchen sind. Wir brauchen nur noch die Gesetze dieser Geometrie in einer bündigen Form auszusprechen. Der Übergang von einer mechanischen zu einer geometrischen Theorie von Kraftfeldern ist nicht so tieflegend, wie es scheint. Bei dieser Zurückführung der Mechanik auf einen Zweig der natürlichen Geometrie müssen wir uns daran erinnern, daß die natürliche Geometrie gerade so gut ein Zweig der Mechanik ist, da sie sich ja mit dem Verhalten von materiellen Meßinstrumenten beschäftigt.

Wir mußten eine ungewohnte Geometrie zu Rate ziehen. Da hilft alles nichts, wenn so etwas möglich ist, daß der längste Weg eine Schraubenlinie sein kann, wie wir das von der Erde wissen. Wir brauchen die nichteuklidische Geometrie. In der euklidischen Geometrie ist die kürzeste Linie stets die Gerade; und in der etwas abgeänderten euklidischen Geometrie des dritten Kapitels ist die Gerade die längste Linie. Wie es mit der nichteuklidischen Geometrie steht, das wurde des langen und breiten im Prolog verhandelt; es scheint nicht der mindeste Grund vorzuliegen, die Geometrie Euklids zu bevorzugen, solange keine Beobachtung zu ihren Gunsten entscheidet.

Die Gleichung (1), S. 54 ist der Ausdruck der euklidischen (oder pseudo-euklidischen) Geometrie, deren wir uns bisher bedient haben; wir werden diese Gleichung abzuändern haben, wenn wir uns der nichteuklidischen Geometrie zuwenden.

Doch dem ist entgegenzuhalten, daß die Geometrie, zu der wir im dritten Kapitel gelangt sind, nicht willkürlich gewesen ist. Sie war das Ergebnis von Uhren- und Maßstabmessungen von relativ irgendwie gleichförmig gegeneinander bewegten Beobachtern; es geht nicht an, sie willkürlich nach dem Verhalten bewegter Massen wie das der Erde umzumodeln. Wenn es nun aber ganz schlimm kommt und es uns nicht gelingen will, eine auf Messungen mit Uhren und Maßstäben beruhende Geometrie in Übereinstimmung zu bringen mit einer auf den natürlichen Bahnen bewegter Teilchen beruhenden Geometrie — wenn wir die Wahl zwischen beiden haben —, dann meine ich, wir sollten der auf den Bahnen bewegter Teilchen aufgebauten Geometrie den Vorzug geben. Die freie Bewegung eines Teilchens ist ein Beispiel eines möglichst einfachen Vorgangs; sie kann nicht weiter analysiert werden; während dem, was die Ablesungen an irgend einer Uhr ergeben, dem, was durch die Länge eines materiellen Maßstabs angezeigt wird, ein komplizierter Vorgang zugrunde liegen kann, der mit den Geheimnissen der molekularen Konstitution zusammenhängt. Jede Geometrie besteht in ihrem Wirkungskreis zu Recht; doch die Geometrie der bewegten Teilchen ist fundamentaler. Aber dabei zeigt sich, daß man wahrscheinlich keine Wahl zu treffen hat; Uhren, Maßstäbe, bewegte Teilchen, Lichtimpulse ergeben die gleiche Geometrie. Man könnte dies vielleicht deshalb erwarten, weil eine Uhr irgendwelche bewegte Teilchen enthalten muß.

Eine Formel, wie die Gleichung (1), die auf der Erfahrung beruht, kann nur bis zu einer bestimmten Annäherung bestätigt werden. Innerhalb gewisser Grenzen kann man an ihr Änderungen vornehmen. Es hat sich nun herausgestellt, daß die freie Bewegung eines Teilchens eine weit empfindlichere Methode zur Erforschung des Raum-Zeitlichen ist als jede ausführbare Messung mit Uhren und Maßstäben. Wenn wir dann also auf Grund unserer genauen Kenntnis der Bewegung von Teilchen die Formel verbessern, so kommen wir zu dem Ergebnis, daß diese Korrekturen bei jeder praktischen Messung mit Maßstäben und Uhren unmerklich sind. Es gibt nur einen Fall, der für die Möglichkeit des Nachweises einer derartigen Modifikation spricht; er bezieht sich auf das Verhalten einer Uhr auf der Sonnenoberfläche, doch das Experiment ist sehr schwierig und noch keine endgültige Entscheidung möglich. Wir schließen daraus, daß die Raum-Zeitgeometrie, die sich auf die Bewegung von Massenpunkten stützt, sich in Übereinstimmung mit den größeren Beobachtungen an Uhren und Maßstäben befindet; sollten aber

künftige Experimente einen Unterschied ergeben, dann müßten wir wegen der größeren Einfachheit die Partei des bewegten Massenpunktes ergreifen.

Man kann die vorgeschlagene Modifikation von einem anderen Gesichtspunkt aus betrachten. Gleichung (1) ist das Ergebnis der Erfahrungen aller Beobachter in gleichförmiger Bewegung. Aber gleichförmige Bewegung bedeutet: ihre vierdimensionalen Bahnen sind gerade Linien. Wir haben anzunehmen, daß sich die Beobachter in ihren natürlichen Bahnen bewegen; denn wenn dies nicht der Fall ist, erfahren sie Kraftfelder und berücksichtigen diese wahrscheinlich in ihren Rechnungen, so daß sie dann ihre Messungen auf die natürlichen Bahnen reduzieren. Ergibt dann Gleichung (1), daß die natürlichen Bahnen gerade Linien sind, so holen wir aus der Gleichung nur wieder das heraus, was wir ursprünglich in sie hineingelegt haben.

Die Formel muß in anderer Richtung verallgemeinert werden. Nehmen wir ein Raum-Zeitgebiet, in dem für einen Beobachter die natürlichen Bahnen gerade sind und Gleichung (1) streng gilt. Für einen anderen (beschleunigten) Beobachter werden die Bahnen gekrümmt sein und die Gleichung wird nicht gelten. Bestenfalls besteht sie in dieser Form nur für speziell ausgesuchte Beobachter zu Recht.

Wir müssen zwar unsere Formel jetzt in einen Schmelzkessel werfen, aber daraus ergibt sich nicht die geringste Schwierigkeit für die Intervallmessung. Ohne auf fachwissenschaftliche Einzelheiten einzugehen, wollen wir bloß bemerken, daß die Neuerungen, die wir einführen wollen, einzig daher rühren, daß die Schwerkraftfelder in unser Schema aufgenommen werden sollen. Ist keine Kraft da, dann sind die Teilchenbahnen gerade Linien, wie unsere frühere Geometrie dies voraussetzte. In jedem kleinen Bereich können wir einen (frei fallenden) Beobachter wählen, für den die Kraft verschwindet und daher die ursprüngliche Formel Gültigkeit hat. Somit brauchen wir nur unsere Regel für die Intervallbestimmung durch zwei Vorbehalte einzuschränken: 1. Das gemessene Intervall muß klein sein; 2. Maßstäbe und Uhren müssen frei fallen. Der zweite Vorbehalt versteht sich von selbst, denn wenn wir unseren Meßapparat nicht frei fallen lassen, so müssen wir die Spannungen, unter denen er steht, berücksichtigen. Der erste Punkt bietet keine ernstlichen Nachteile, da jedes größere Intervall in eine Anzahl kleinere zerlegt werden kann, von denen jedes für sich zu messen ist. In der Mathematik bedient man sich des gleichen Verfahrens bei der

sogenannten Integration. Um zum Ausdruck zu bringen, daß die Formel nur für unendlich kleine Intervalle richtig ist, schreibt man sie

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + dt^2 \dots \dots (2)$$

wo dx für $x_2 - x_1$ usw. gesetzt ist.

Die Bedingung, daß die Meßinstrumente nicht einem Kraftfeld unterworfen sein dürfen, wird durch das Paradoxon von Ehrenfest illustriert. Betrachten wir ein sich rasch drehendes Rad. Jeder Teil des Umfangs bewegt sich in seiner Längsrichtung und sollte die seiner Geschwindigkeit entsprechende Lorentzkontraktion erleiden; jeder Teil eines Radius bewegt sich transversal und zeigt daher keine longitudinale Verkürzung. Es sieht also so aus, als ob der Reifen des Rades sich kontrahieren müßte und die Speichen unverändert in der Länge bleiben, wenn das Rad in Umdrehung versetzt wird. Dieser Schluß ist absurd, denn ein sich drehendes Rad zeigt kein Bestreben, sich zu krümmen — nur so können diese Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden. Der Trugschluß rührt daher, daß diese Argumentation völlig übersieht, daß man die Ergebnisse, auf die man sich dabei beruft, nur auf zwangsfreie Körper anwenden darf, die keine Beschleunigung relativ zu den natürlichen Bahnen im Raume haben. Jeder Teil des Radkranzes hat eine radiale Beschleunigung und dadurch werden seine Ausdehnungseigenschaften in Mitleidenschaft gezogen. Treten sowohl Beschleunigungen wie Geschwindigkeiten auf, so kann man nur mit Hilfe einer weiter führenden Theorie die Längenänderungen bestimmen.

Fassen wir zusammen — das Intervall zwischen zwei (nahen) Ereignissen ist etwas Quantitatives, das in der Natur eine absolute Bedeutung hat. Der Weg zwischen zwei (entfernten) Ereignissen mit der längsten Intervalllänge muß daher auch eine absolute Bedeutung haben. Derartige Bahnen nennt man *geodätische Linien*. Die geodätischen Linien können praktisch verwirklicht werden, weil sie die Bahnen der durch materielle Einflüsse nicht gestörten Teilchen sind. Die praktische Verwirklichung dieser geodätischen Linien ist die beste Methode, um den Charakter der natürlichen Weltgeometrie zu studieren. Eine Ersatzmethode bedient sich der Uhren und Maßstäbe und ergibt, wie man annehmen muß, bei Abwesenheit jedes äußeren Zwanges die Messung eines kleinen Intervalls nach Formel (2).

Die Identität der beiden Methoden zur Erforschung der Weltgeometrie steht in Zusammenhang mit einem Prinzip, das jetzt in bestimmter Weise ausgesprochen werden muß. Wir haben gesagt,

kein Experiment habe einen Unterschied zwischen einem Schwerefeld und einem künstlichen Kraftfeld von der Art des Zentrifugalkraftfeldes ergeben. Das bedeutet nicht ganz das gleiche wie, es sei bewiesen, daß es keinen solchen Unterschied gäbe. Man tut gut daran, wenn man bei einer positiven Verallgemeinerung negativer Erfahrungstatsachen recht deutlich wird. Die Verallgemeinerung, die zur Annahme vorgeschlagen wird, heißt das Äquivalenzprinzip:

Ein Schwerefeld ist genau äquivalent mit einem künstlichen Kraftfeld, so daß kein Experiment denkbar ist, das in einem kleinen Gebiet einen Unterschied zwischen ihnen ergibt.

Mit anderen Worten, die Kraft ist etwas rein Relatives.

Die Gefahr, daß ein Axiom, das sich auf die Erfahrung eines beschränkten Gebietes stützt, dogmatisch aufgestellt wird, wird nun bis zu einem gewissen Grade dem Leser offenkundig werden. Wir könnten dadurch verleitet werden, eine mögliche Erklärung der Erscheinungen zu übersehen oder, falls sie sich unmittelbar aufdrängt, zu verwerfen. Die Annahmen, der Raum sei nicht eben, und ferner, seine geometrische Natur könne sich mit der Zeit ändern, mögen in der künftigen Physik eine große Rolle spielen oder nicht; trotzdem dürfen wir uns nicht weigern, sie als mögliche Erklärungen der physikalischen Erscheinungen zu betrachten, weil sie im Gegensatz zu der volkstümlichen dogmatischen Ansicht von der Allgemeingültigkeit gewisser geometrischer Axiome stehen — eine Ansicht, die aus den Jahrhunderten gläubiger Verehrung des euklidischen Genius stammt.

W. K. Clifford (und K. Pearson),
Der gesunde Sinn der exakten Wissenschaften.

5. Kapitel

Raumarten

Um die Lage eines Punktes auf einer Fläche anzugeben, sind zwei unabhängige Zahlen oder „Koordinaten“ erforderlich. Aus diesem Grunde nennt man eine Fläche, sei sie eben oder gekrümmt, einen zweidimensionalen Raum. Zu den Punkten des dreidimensionalen Raumes gehören drei und zu denen des vierdimensionalen vier Zahlen oder Koordinaten.

Die örtliche Angabe eines Flächenpunktes durch zwei Zahlen geschieht auf folgende Weise: wir teilen die Fläche durch zwei einander kreuzende Kurvenscharen in Maschen ein. Indem wir dann diesen Kurven, oder noch besser den Kanälen zwischen ihnen, aufeinanderfolgende Zahlen zuordnen, ergibt eine Zahl von jeder der beiden Scharen eine bestimmte Masche; und wenn die Unterteilung hinreichend fein ist, so kann jeder Punkt auf diese Weise mit aller erforderlichen Genauigkeit festgelegt werden. Diese Methode wird z. B. bei den Postämtern in London angewandt, um die Lage der Straßen auf der Karte anzuzeigen. Der Punkt (4,2) ist ein Punkt in der Masche, wo sich Kanal Nr. 4 der ersten Schar mit Kanal Nr. 2 der zweiten Schar kreuzt. Genügt diese Angabe noch nicht, so müssen wir den Kanal Nr. 4 in zehn Teile mit den Zahlen 4. 0, 4. 1 usw. teilen. Die Unterteilung muß so lange fortgesetzt werden, bis die Maschen so klein geworden sind, daß alle Punkte in einer

Masche innerhalb der durch das Experiment gegebenen Grenzen als miteinander identisch angesehen werden können.

Die Zeichnungen der Figuren 10, 11, 12 geben drei von den vielen Maschennetzen, die gewöhnlich bei einer ebenen Fläche verwendet werden, wieder.

Wenn die Rede von dem Dreieck mit den Punkten (1,2), (3,0), (4,4) ist, dann müssen wir sofort fragen: Welches Netz ist gemeint? Kein Mensch kann das Dreieck zeichnen, bevor diese Frage beantwortet ist. Sprechen wir aber von den und den Eigenschaften eines Dreiecks mit den Seitenlängen 4, 5, 6 cm, dann ist jeder, der über ein in Zentimeter geteiltes Lineal verfügt, imstande, dieses Dreieck zu konstruieren und unseren Ausführungen über seine Eigenschaften zu

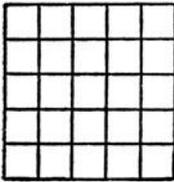


Fig. 10.

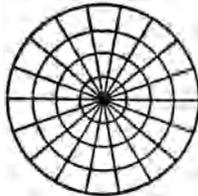


Fig. 11.

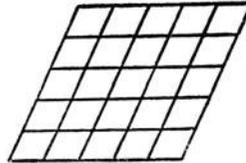


Fig. 12.

folgen. Die Entfernung zwischen zwei Punkten kann ohne Bezugnahme auf ein Netz ausgedrückt werden. Aus diesem Grunde ist es bei jedem Netz, dessen wir uns bedienen, von Wichtigkeit, die Formeln anzugeben, die den Zusammenhang zwischen der absoluten Entfernung und dem betreffenden System herstellen.

Bei komplizierteren Netzen wird diese Aufgabe sehr vereinfacht, wenn wir uns auf ganz kurze Entfernungen beschränken. Der Mathematiker hat dann keine Schwierigkeit, das Ergebnis mit Hilfe der sogenannten Integration auf große Entfernungen auszudehnen. Wir bezeichnen mit ds die Entfernung zweier dicht benachbarter Punkte, mit x_1 und x_2 die beiden Zahlen, die zu ihrer Festlegung dienen und mit dx_1 und dx_2 die kleinen Unterschiede dieser Zahlen beim Übergang vom ersten zum zweiten Punkt. Bei den besonderen in den Figuren dargestellten Systemen werden wir aber meistens an Stelle von x_1 und x_2 die durch das Herkommen geheiligten Zeichen x, y in Fig. 10, r, ϑ in Fig. 11 und ξ, η in Fig. 12 verwenden.

Die Formeln, die geometrisch abgeleitet werden, lauten: Für rechtwinklige Koordinaten (x, y), Fig. 10,

$$ds^2 = dx^2 + dy^2.$$

Für Polarkoordinaten (r, ϑ) , Fig. 11,

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\vartheta^2.$$

Für schiefwinklige Koordinaten (ξ, η) , Fig. 12,

$$ds^2 = d\xi^2 - 2\kappa d\xi d\eta + d\eta^2,$$

wo κ der Kosinus des Winkels zwischen den Koordinatenlinien ist.

Als Beispiel eines Netzes auf einer krummen Oberfläche führen wir die Längen- und Breitenkreise auf der Kugel an.

Bezeichnen wir Breite und Länge mit β, λ , so ist

$$ds^2 = d\beta^2 + \cos^2 \beta d\lambda^2.$$

Mittels dieser Ausdrücke können wir prüfen (und dies ist die einzige Prüfungsmöglichkeit), welcher Art die von uns verwendeten Koordinaten sind. Es könnte vielleicht jemandem unbegreiflich vorkommen, wie ein Beobachter einen Augenblick lang im Zweifel sein möchte, ob er das System der Fig. 10 oder das der Fig. 11 vor sich hat. Er sieht doch auf den ersten Blick, daß die Fig. 11 nicht das wiedergibt, was er ein rechtwinkliges (geradliniges) Koordinatensystem nennt. Doch bei diesem Blick nimmt er Messungen mit seinem Auge vor, das will sagen, er bestimmt das ds für verschiedene Punktpaare und achtet darauf, in welcher Beziehung diese Werte mit den Zahlen der dazwischenliegenden Kanäle stehen. Er probiert ganz einfach die passende Formel für ds aus. Vor Jahrhunderten wußte man nicht, ob die Erde eben oder rund sei — ob man ebene rechtwinklige oder irgendwelche sphärische Koordinaten verwandte. Manchmal nimmt ein Beobachter ohne weiteres ein Netz an und entdeckt dann erst lange hinterher durch genaue Messungen, daß das ds nicht der vorausgesetzten Formel folgt —, daß das Netz nicht genau dasjenige ist, das er angenommen hat. Ein anderes Mal will er absichtlich ein besonderes Netz entwerfen, sagen wir rechtwinklige Koordinaten; er konstruiert rechte Winkel und zieht parallele Linien; diese Konstruktionen sind aber alles Messungen des Verlaufes der x - und y -Kanäle und die Konstruktionsregeln lassen sich zu einer Formel zusammenfassen, die seine Messungen von ds in Verbindung mit den Zahlen x und y bringt.

Bei der Verwendung besonderer Koordinatenbezeichnungen bei jedem einzelnen Netze wird schon vorweggenommen, daß man schon weiß, was tatsächlich erst aus der Form der Formel folgt. Um das Geheimnis nicht vorzeitig zu verraten, ist es besser, in allen Fällen von den Zeichen x_1 und x_2 Gebrauch zu machen. Die bereits be-

trachteten vier Arten von Koordinaten ergeben dann die folgenden Beziehungen:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 \quad (\text{rechtwinklig}),$$

$$ds^2 = dx_1^2 + x_1^2 dx_2^2 \quad (\text{polar}),$$

$$ds^2 = dx_1^2 - 2\kappa dx_1 dx_2 + dx_2^2 \quad (\text{schiefwinklig}),$$

$$ds^2 = dx_1^2 + \cos^2 x_1 dx_2^2 \quad (\text{Breite und Länge}).$$

Liegt irgend ein Netz vor, dessen Natur wir erforschen wollen, so müssen wir eine Anzahl ds -Messungen zwischen benachbarten Punkten (x_1, x_2) und $(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2)$ vornehmen und probieren, welche Formel paßt. Kommen wir z. B. zu dem Ergebnis, daß stets ds^2 gleich $dx_1^2 + x_1^2 dx_2^2$ ist, dann wissen wir, wir haben es mit dem System der Fig. 11 zu tun, und x_1 und x_2 sind die Zahlen, die man gewöhnlich Polarkoordinaten r, ϑ nennt. Die Aussage, es wurden Polarkoordinaten benutzt, ist unnötig, weil wir dadurch nicht mehr erfahren, als was bereits in der Formel enthalten ist. Es handelt sich nur um einen Namen; natürlich ruft uns der Name eine Menge wohlbekannter Eigenschaften dieses Systems ins Gedächtnis, die uns sonst vielleicht nicht eingefallen wären.

Z. B. besteht eine Eigentümlichkeit des Polarkoordinatensystems darin, daß es uns einen Punkt gibt, für den x_1 (oder r) gleich 0 ist, während bei den anderen Systemen die Gleichung $x_1 = 0$ eine Kurve von Punkten darstellt. Das folgt unmittelbar aus der Formel; denn ist für zwei Punkte $x_1 = 0$ bzw. $x_1 + dx_1 = 0$, dann ist

$$dx_1^2 + x_1^2 dx_2^2 = 0.$$

Die Entfernung ds der beiden Punkte verschwindet also; somit müssen sie zusammenfallen.

Alle angeführten Beispiele sind in dem allgemeinen Ausdruck

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + 2g_{12} dx_1 dx_2 + g_{22} dx_2^2$$

enthalten, wo g_{11}, g_{12}, g_{22} Konstante oder Funktionen von x_1 und x_2 sein können. So waren ihre Werte im vierten Beispiel 1, 0, $\cos^2 x_1$. Es hat sich herausgestellt, daß alle möglichen Netze unter einen Ausdruck von dieser allgemeinen Form fallen, so daß die verschiedenen Netzsysteme sich voneinander durch die drei Funktionen g_{11}, g_{12}, g_{22} unterscheiden, die mit Hilfe physikalischer Messungen bestimmt werden können. Diese drei Größen werden manchmal Potentiale genannt.

Wir kommen nun zu einem äußerst wichtigen Punkt. Die ds^2 -Formel sagt nicht nur etwas über die Natur des Netzes, sondern auch über die Natur des zweidimensionalen Raumes aus, die unabhängig

von jedem Netz ist. Gilt für ds^2 eine der drei ersten Formeln, dann verhält sich der Raum wie ein ebener Raum; gilt die letzte Formel, dann ist der Raum kugelartig gekrümmt. Und wenn man sich noch so große Mühe gibt, man bekommt es doch nicht fertig, ein der vierten Formel entsprechendes Netz auf einer ebenen (euklidischen) Fläche zu zeichnen.

Kommt ein in einer zweidimensionalen Welt lebendes Wesen zu dem Resultat, daß seine Messungen mit der ersten Formel in Einklang sind, dann kann es seine Messungen auch mit der zweiten und dritten Formel in Übereinstimmung bringen, indem es andere Maschen wählt. Um aber zur vierten Formel zu gelangen, muß es überhaupt in eine ganz andere Welt versetzt werden.

Somit sehen wir, es gibt verschiedene zweidimensionale Raumarten, die verschiedene metrische Eigenschaften aufweisen. Wir stellen sie uns natürlich als verschiedene Flächen des dreidimensionalen euklidischen Raumes vor. Dieses Bild ist manchmal nützlich, aber oft vielleicht irreführend. Die metrischen Beziehungen eines ebenen Blattes Papier ändern sich nicht, wenn man das Papier zu einem Zylinder zusammenrollt — selbstverständlich müssen dann die Messungen in der durch das Papier dargestellten zweidimensionalen Welt ausgeführt werden, es ist nicht erlaubt, Abkürzungen durch Überspringen in den Raum vorzunehmen. Die Formeln gelten geradesogut für eine ebene wie für eine Zylinderfläche; und weil unser Bild einen Unterschied zwischen Ebene und Zylinder macht, muß es mit Vorsicht betrachtet werden. Aber für eine Kugel gelten sie nicht, denn ein ebenes Blatt Papier kann nicht um eine Kugel herumgebogen werden. Ein richtig zweidimensionales Wesen weiß nichts von einem Unterschied zwischen einem Zylinder¹⁾ und einer Ebene; eine Kugel wäre aber für dieses Wesen eine andere Art von Raum, und es könnte den Unterschied durch Messung erkennen.

Es gibt natürlich noch viele Sorten von Netzen und zweidimensionalen Räumen, außer den in den vier Beispielen vorkommenden. Offenbar ist es nicht ganz einfach, die verschiedenen Raumarten an ihren g -Werten zu erkennen. Überblickt man flüchtig unsere vier Formeln, so bemerkt man keine charakteristische Eigenschaft, die dafür spräche, daß die drei ersten alle zu derselben Raumart gehören, die vierte aber zu einer anderen. Durch mathematische Untersuchungen hat man das gemeinsame Band zwischen den drei ersten

¹⁾ Vielleicht sollte man lieber Rolle sagen, um nicht auf die Frage der Verbindung der beiden Ränder eingehen zu müssen.

Formeln entdeckt. Die g_{11} , g_{12} , g_{22} genügen in allen drei Fällen einer gewissen Differentialgleichung; und stets, wenn diese Differentialgleichung erfüllt ist, liegt der gleiche Raum vor.

Die Methode, mit Hilfe von Potentialen, die sich doch auf ein besonderes Netz beziehen, diese wesentlichen Unterschiede der Raumarten zu fassen, ist zweifellos sehr unelegant, da ja das Netz gar nichts damit zu tun hat. Es ist ärgerlich, wir sind nicht in der Lage, die Raumunterschiede in einer reineren Form zum Ausdruck zu bringen, die sie nicht mit den belanglosen Potentialunterschieden vermengt. Haben wir doch nicht den Wortschatz und die Phantasie, die für die Beschreibung einer derartigen absoluten Eigenschaft nötig wären. Jede physikalische Kenntnis steht in Beziehung zu einer Raum-Zeiteinteilung; und um das Absolute verstehen zu können, muß man sich ihm durch das Relative nähern. Das Absolute könnte definiert werden als das Relative, das stets sich gleich bleibt, gleichgültig, wozu es relativ ist¹⁾. Obwohl wir uns vorstellen, es habe eine Eigenexistenz, so können wir es doch nur so in unser Wissen aufnehmen, daß wir irgend eine Attrappe aufrichten, auf die wir es beziehen. Und so werden denn auch die absoluten Unterschiede der Räume stets auf ein Netz bezogen; das Netz ist aber nur eine Attrappe und hat nichts mit dem Problem zu tun.

Diese Ergebnisse für zwei Dimensionen können verallgemeinert und auf das vierdimensionale Raum-Zeitliche angewandt werden. An Stelle der Entfernung tritt das Intervall, das, wie man sich erinnern wird, eine absolute und daher von dem benutzten Koordinatensystem unabhängige Größe ist. Bei der Aufteilung der Raum-Zeitwelt mit Hilfe irgend eines Netzes, wobei eine Masche durch die Kreuzung von vier Kanälen bestimmt ist, wird ein Raum-Zeitpunkt durch vier Koordinatenzahlen x_1 , x_2 , x_3 , x_4 festgelegt. Nach Analogie erhält man die Formel

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + g_{33} dx_3^2 + g_{44} dx_4^2 + 2 g_{12} dx_1 dx_2 \left. \begin{array}{l} + 2 g_{13} dx_1 dx_3 + 2 g_{14} dx_1 dx_4 + 2 g_{23} dx_2 dx_3 \\ + 2 g_{24} dx_2 dx_4 + 2 g_{34} dx_3 dx_4 \end{array} \right\} \quad (3)$$

Der einzige Unterschied besteht darin, daß wir jetzt zehn g oder Potentiale anstatt drei brauchen, um die metrischen Eigen-

¹⁾ Vgl. S. 33, wo ein Unterschied gemacht wurde zwischen dem Wissen, das keinen besonderen Beobachter namhaft macht, und dem, das überhaupt keinen Beobachter erfordert.

schaften des Netzes zu umfassen. Will man spezielle Potentialwerte übersichtlich darstellen, so empfiehlt es sich, sie in der Form

$$\begin{array}{cccc} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ & & g_{33} & g_{34} \\ & & & g_{44} \end{array}$$

anzuordnen. Dem bereits im 3. Kapitel ausführlich behandelten Raum-Zeitkontinuum entspricht die Formel (2), S. 78:

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + dt^2.$$

x, y, z, t sind dabei die üblichen Bezeichnungen für x_1, x_2, x_3, x_4 , wenn man sich dieses Netzes bedient, d. h. rechtwinkliger Koordinaten und der Zeit. Der Vergleich mit (3) ergibt für die Potentiale die besonderen Werte

$$\begin{array}{cccc} -1 & 0 & 0 & 0 \\ & -1 & 0 & 0 \\ & & -1 & 0 \\ & & & +1 \end{array}$$

Man nennt sie die „Galilei-Werte“. Besitzen die Potentiale überall diese Werte, so kann man die Raum-Zeitwelt als „eben“ bezeichnen, weil ihre Geometrie die einer ebenen Fläche in einem fünfdimensionalen euklidischen Raum ist. Erinnern wir uns an die Verhältnisse, die wir bei zwei Dimensionen angetroffen haben, so sehen wir leicht ein, daß man für die Raum-Zeitebene auch ein vollständig anderes g -Wertesystem verwenden kann, da ja die verschiedensten Maschen konstruiert werden können. Es muß uns ganz klar werden, daß

1. der einzige Weg, auf dem wir zur Ermittlung der Natur der betreffenden Raum-Zeitwelt gelangen, über die Potentiale führt, die praktisch durch Intervallmessungen bestimmbar sind,
2. verschiedene Potentialwerte nicht notwendig verschiedene Raumarten bedeuten,
3. es eine gewisse komplizierte mathematische Eigenschaft gibt, die allen zur gleichen Welt gehörenden Potentialen gemeinsam ist, die aber eine andere Art von Welt nicht aufweist. Diese Eigenschaft drückt sich durch ein System von Differentialgleichungen aus.

Man kann nun zeigen, daß die Welt, in der wir leben, nicht eben ist. Wäre dem so, so könnte man ein Koordinatensystem mit den Galilei- g -Werten angeben und käme so zu der im 3. Kapitel besprochenen Geometrie. In dieser Geometrie sind die geodätischen Linien, die natürlichen Bahnen von Massenpunkten, gerade Linien.

In der ebenen Raum-Zeitwelt lautet also das Bewegungsgesetz so: (bei geeignet gewählten Koordinaten) bewegt sich jedes Teilchen gleichförmig in einer Geraden, solange es nicht von anderen Teilchen durch Stöße gestört wird. Offenbar trifft das nicht auf unsere Welt zu; die Planeten bewegen sich z. B. nicht in geraden Linien, obwohl sie keine Stöße erleiden. Wohl werden bei Beschränkung der Betrachtung auf ein kleines Gebiet, wie das Innere von Jules Vernes Geschoß, für einen bestimmten Beobachter alle Bahnen zu Geraden, oder er nimmt, wie wir allgemein sagen, kein Kraftfeld wahr. Man braucht eben ein großes Gebiet, um die Unterschiede in der Geometrie festzustellen. Das darf nicht überraschen; wir können auch nicht ermitteln, ob eine Fläche eben oder gekrümmt ist, wenn wir nicht ein ordentlich großes Stück von ihr in Betracht ziehen.

Nach den Vorstellungen Newtons sollten sich alle Massenpunkte in großer Entfernung von jeder Materie jenseits der Reichweite der Schwerkraft geradlinig gleichförmig bewegen. In großer Entfernung von jeder Materie müßte also die Welt das Bestreben zeigen, vollständig eben zu werden. Dies kann experimentell nur bis zu einem gewissen Genauigkeitsgrad geprüft werden, und man kann die strenge Richtigkeit dieser Behauptung einigermassen bezweifeln. Wir wollen mit diesen Hintergedanken bis zum 10. Kapitel zurückhalten und inzwischen mit Newton annehmen, daß Raum und Zeit in genügender Entfernung von allen Körpern eben ist; in der Nähe der Materie tritt aber eine Krümmung ein. Diese Falte in der Nähe der Materie ist für deren Schwerewirkungen verantwortlich zu machen.

Genau so wie wir die verschiedenen zweidimensionalen Räume uns als verschieden gekrümmte Flächen in unserem gewöhnlichen Raum von drei Dimensionen vorgestellt haben, wollen wir jetzt die verschiedenen Raum-Zeitwelten als verschieden gekrümmte Flächen in einem euklidischen Raum von *fünf* Dimensionen deuten. Das ist nur ein Bild¹⁾. Die fünfte Dimension ist kein Raum und keine

¹⁾ Eine fünfte Dimension reicht zur Darstellung der hier betrachteten Verhältnisse aus; für eine genaue Wiedergabe der Weltgeometrie ist ein euklidischer Raum von *zehn* Dimensionen erforderlich. Man darf wohl fragen, ob das Verdienst, das sich die euklidische Geometrie erworben hat, so groß ist, um diesen extremen Schritt zu rechtfertigen.

Zeit, noch sonst etwas, das wahrgenommen werden kann; sie ist, soweit wir wissen, Unsinn. Ich will sie nicht als mathematische Fiktion hinstellen, da sie für die mathematische Behandlung nicht gerade große Vorteile bietet. Sie gibt sogar zu Mißverständnissen Anlaß, da sie zu Unterscheidungen (ähnlich wie die zwischen einer Ebene und einer Rolle) führt, die keinen Sinn haben. Sie will nur, wie der Begriff eines über Raum und Zeit hin wirkendes Kraftfeld, der euklidischen Geometrie ein stützendes Kissen unterlegen, wenn sie sich schwach fühlt. Der wirkliche Unterschied der verschiedenen Raum-Zeitarten besteht in ihren verschiedenen Geometrien, die verschiedene Eigenschaften der g zur Folge haben. Das wird nicht damit erklärt, daß man sagt, dies rühre von der verschiedenen Krümmung der Flächen in einem wirklichen fünfdimensionalen euklidischen Raum her. Dann müßten wir natürlich eine Erklärung für die Euklidizität des fünfdimensionalen Raumes fordern; wahrscheinlich würde die Antwort lauten, weil er eine Ebene in einem wirklichen sechsdimensionalen euklidischen Raume ist, und so fort *bis ins Unendliche*.

Der Wert dieses Bildes für uns liegt darin, daß wir dann imstande sind, wichtige Eigenschaften des Raumes mit geläufigen Ausdrücken wie „Falte“ und „Krümmung“ anstatt mit fachwissenschaftlichen Ausdrücken wie „Differentialinvariante“ zu benennen. Wir müssen aber dabei vorsichtig sein, weil die dreidimensionalen Analogien sich nicht immer unmittelbar auf mehrdimensionale Räume übertragen lassen. Der Verfasser erinnert sich lebhaft, wie sehr es ihn verwirrt gemacht hat, als er einmal daran vergessen hatte, daß ein vierdimensionaler Raum „ohne Krümmung“ nicht das gleiche wie ein „ebener“ Raum ist! Die dreidimensionale Geometrie schützt uns nicht vor solchen Überraschungen.

Wenn wir die Raum-Zeitwelt des Schwerefeldes um die Erde bildlich als Falte bezeichnen, müssen wir darauf achten, daß diese Falte nicht an einen Punkt verlegen können; sie liegt „irgendwo um den Punkt herum“. An jedem speziellen Punkt kann die Falte ausgeglättet werden, die Unregelmäßigkeit verzieht sich dann irgendwo anders hin. So machen es die Fahrgäste des Jules Verneschen Geschosses; sie streichen die Falte im Innern ihres Geschosses glatt, so daß sie dort kein Kraftfeld wahrnehmen können; aber dadurch verschlechtern sie nur anderswo die Geschichte; sie würden auf der anderen Seite der Erde (relativ zu ihnen) ein verstärktes Kraftfeld entdecken.

Die Falte rührt nicht von den g -Werten an irgend einem Punkte oder, was auf dasselbe hinauskommt, von dem dortigen Kraftfeld her.

Es kommt auf die Verkettung dieser Werte mit denen an anderen Stellen an — auf den Gradienten der g oder noch spezieller auf den Gradienten des Gradienten. Oder — wir haben es schon gesagt — die Welt bestimmt sich aus Differentialgleichungen.

Somit gilt folgendes: ein Schwerfeld ist zwar nichts Absolutes, es kann an jedem Punkt nachgeahmt oder zum Verschwinden gebracht werden, indem man den Beobachter beschleunigt oder ein anderes Maschensystem einführt; trotzdem verändert sich bei Anwesenheit eines schweren Massenpunktes die Welt um ihn in absoluter Weise, die nicht künstlich nachgeahmt werden kann. Die Schwerkraft ist relativ; aber diese kompliziertere Schwerewirkung ist absolut.

Jetzt erhebt sich die Frage: Kann jede Art von Welt im leeren Raum in der Natur vorkommen? Erteilen wir den Potentialen in jedem Punkt ganz willkürliche Werte, dann erhalten wir irgend ein mathematisch mögliches Raum-Zeitkontinuum. Aber kann dieses Kontinuum wirklich vorkommen — auf Grund der Anordnung der Materie in der Umgebung dieses Gebietes?

Die Antwort lautet: Es können nur gewisse Raum-Zeitwelten im leeren Raum in der Natur vorkommen. Das Gesetz, das dafür maßgebend ist, ist das Gravitationsgesetz.

Es ist in der Tat klar, gibt es irgend ein Gesetz, das die Kraftfelder beherrscht (einschließlich des Gravitationsfeldes), so muß dieses Gesetz, da wir nun einmal die Theorie der Kraftfelder auf eine Theorie der Weltgeometrie zurückgeführt haben, seinem Wesen nach eine Beschränkung der möglichen Weltgeometrien enthalten.

Bei jedem einzelnen Problem ergeben sich somit die g nach einer dreifachen Auslese: 1. Viele Wertsysteme schalten aus, weil sie niemals in der Natur eintreten können, 2. andere sind zwar möglich, beziehen sich aber nicht auf die Art Raum und Zeitkontinuum des vorliegenden Problems, 3. von den übrig bleibenden gehört ein Wertsystem zu dem besonderen ausgewählten Netz. Wir haben jetzt das Gesetz aufzustellen, das für die erste Sichtung ausschlaggebend ist. Welches Kriterium entscheidet darüber, welche g -Werte in der Natur vorkommen?

Für die Lösung dieses Problems hatte Einstein nur zwei Anhaltspunkte:

1. Da es sich darum handelt, welche *Weltarten* möglich sind, muß sich das Kriterium auf solche Eigenschaften der g stützen, durch die sich die verschiedenen Weltarten voneinander unterscheiden, und nicht auf solche, durch die sich die verschiedenen Netze in der gleichen Welt voneinander unterscheiden. Die Formel darf sich daher nicht im geringsten mit dem Netz ändern.

2. Wir wissen, daß eine ebene Welt in der Natur vorkommen *kann* (in großen Entfernungen von jeder gravitierenden Materie). Daher muß das Kriterium auf alle g , die zu ebenen Welten gehören, zutreffen.

Es ist bemerkenswert, daß diese spärlichen Hinweise fast eindeutig zu einem speziellen Gesetz führen. Hernach muß dieses Gesetz eine weitere Probe bestehen — die Bestätigung durch die Beobachtung.

Der Umstand, daß es bei der Formulierung der Naturgesetze nicht auf das Koordinatensystem ankommt, wird manchmal ein wenig anders zum Ausdruck gebracht. Es gibt eine Art von Beobachtung, die — daran kann kaum gezweifelt werden — unabhängig von allen denkbaren Verhältnissen eines Beobachters sein muß, nämlich die vollständige raum-zeitliche Koinzidenz. Die Bahn eines Massenpunktes im Vierdimensionalen nennt man seine Weltlinie. Die Weltlinien zweier Massenpunkte können sich nun schneiden oder nicht; ein Beobachter gehört nicht dazu. Soweit unser Wissen sich auf das Schneiden von Weltlinien bezieht, ist es ein vom Beobachter unabhängiges absolutes Wissen. Bei näherer Prüfung des Wesens unserer Beobachtung (indem wir das, was tatsächlich gesehen, von dem, was nur erschlossen wird, trennen) stellt sich heraus, daß sich, wenigstens bei allen genauen Messungen, unser Wissen ursprünglich auf das Schneiden der Weltlinien zweier oder mehrerer Größen stützt, d. h. auf ihre Koinzidenz. Ein Elektrotechniker stellt z. B. fest, er habe einen Strom von 5 Milliampere beobachtet. Dies schließt er; seine tatsächliche Beobachtung war eine *Koinzidenz* seines Galvanometerzeigers mit einem Skalateilstrich. Ein Meteorologe ermittelt eine Lufttemperatur von 75° ; seine Beobachtung war die *Koinzidenz* des Endes des Quecksilberfadens mit Teilstrich 75 seiner Thermometerskala. Es wäre sehr umständlich, wenn man die Ergebnisse auch des einfachsten physikalischen Experiments vollständig mit Hilfe von Koinzidenzen beschreiben wollte. Die absolute Beobachtung stellt fest, ob Koinzidenz stattfindet oder nicht, nicht wann oder unter welchen Umständen; erst wenn wir es mit dem relativen Wissen zu tun haben, müssen Ort, Zeit und andere Verhältnisse ihrerseits wieder mit Bezugnahme auf andere Koinzidenzen angegeben werden. Könnten wir aber alle Weltlinien zeichnen, so daß man alle Schnitte in ihrer richtigen Reihenfolge übersehen würde, dann hätte man damit offenbar eine vollständige Geschichte der Welt, und nichts, was der Beobachtung zugänglich ist, würde darin fehlen.

Führen wir eine solche Konstruktion aus. Stellen wir sie uns in Gelatine eingebettet vor. Wenn wir jetzt die Gelatine irgendwie deformieren, so werden die Schnittpunkte auf jede Weltlinie noch immer in der gleichen Weise aufeinanderfolgen, es wird kein weiterer Schnittpunkt entstehen. Die deformierte Gelatine stellt eine Geschichte der Welt dar, die genau so richtig wie die ursprüngliche ist. Es gibt kein Kriterium für die beste Darstellung.

Nehmen wir jetzt einmal eine raum-zeitliche Einteilung vor, indem wir etwa in den beiden Gelatinen rechtwinklige Maschen konstruieren. Dann können wir auf zwei Arten die Weltlinien und raum-zeitlichen Ereignisse festlegen, beidesmal auf gleicher absoluter Grundlage. Aber offensichtlich erhalten wir stets das gleiche Resultat, ob wir zuerst die Gelatine deformieren und dann regelmäßige Maschen einführen, oder ob wir in der undeformierten Gelatine unregelmäßige Maschen anbringen. Daher sind alle Maschensysteme gleichberechtigt.

Dieser Rechenschaftsbericht über unsere Beobachtungserkenntnis der Welt zeigt, daß es in der absoluten Welt keine eigentliche *Gestalt* gibt. Führen wir ein Koordinatennetz ein, so hat es von Haus aus keine Gestalt, ein rechtwinkliges Netz ist nicht wesentlich von irgend einem anderen verschieden.

Kehren wir zu unseren beiden Anhaltspunkten zurück. Die erste Bedingung räumt ganz gehörig unter den Gesetzen, die man etwa vorschlagen könnte, auf. Unter anderem fällt auch das Newtonsche Gesetz unter den Tisch. Wie dieses Aufräumen vor sich geht, soll folgendes Beispiel klar machen. Sei in zwei Dimensionen für ein System (x, y)

$$ds^2 = g_{11} dx^2 + 2 g_{12} dx dy + g_{22} dy^2$$

und für ein anderes (x', y')

$$ds^2 = g'_{11} dx'^2 + 2 g'_{12} dx' dy' + g'_{22} dy'^2.$$

Das Gesetz muß dann erfüllt sein, wenn überall die ungestrichenen durch die gestrichenen Buchstaben ersetzt werden. Schlagen wir einmal als Gesetz $g_{11} = g_{22}$ vor. Ändern wir das Netz, indem wir die y -Linien zweimal weiter auseinanderspreizen, d. h. setzen wir $y' = \frac{1}{2}y$ und $x' = x$. Dann ist

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{11} dx^2 + 2 g_{12} dx dy + g_{22} dy^2 \\ &= g_{11} dx'^2 + 4 g_{12} dx' dy' + 4 g_{22} dy'^2, \end{aligned}$$

so daß $g'_{11} = g_{11}$, $g'_{22} = 4 g_{22}$.

Ist g_{11} gleich g_{22} , dann kann nicht g'_{11} gleich g'_{22} sein.

Nach ein paar Versuchen wird der Leser die Hoffnung aufgeben, ein Gesetz zu finden, das die Probe besteht. Es scheint so leicht zu sein, jede vorgeschlagene Formel durch einfache Koordinatentransformation zu erledigen. Gewiß, es ist unwahrscheinlich, durch Probieren ein solches Gesetz zu erraten. Es gibt aber solche Gesetze, die sich aus ganz komplizierten mathematischen Ausdrücken zusammensetzen. Die Theorie dieser Gesetze heißt die „Theorie der Tensoren“; sie ist bereits durch die reinen Mathematiker Riemann, Christoffel, Ricci, Levi-Civita ausgearbeitet worden, die wohl niemals von ihrer physikalischen Anwendung träumten.

Ein Gesetz dieser Art ist die Bedingung für die Ebenheit von Raum und Zeit. Es wird gewöhnlich in der einfachen, aber nicht gerade durchsichtigen Form

$$R_{\mu\nu\sigma}^{\rho} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

geschrieben. Die Größe auf der linken Seite heißt der Riemann-Christoffelsche Tensor. Er drückt sich durch die g , ihre ersten und zweiten Differentialquotienten aus. Diese Bezeichnung ist so zu verstehen, daß die Buchstaben μ, ν, σ, ρ *leere Stellen* andeuten, die durch irgend vier beliebige Zahlen der Reihe 1, 2, 3, 4 ausgefüllt werden müssen. (Wird der Ausdruck vollständig ausgeschrieben, so treten diese Stellen bei den Indizes der x und g auf.) Setzt man an diese Stellen verschiedene Zahlen ein, so erhält man eine große Anzahl Ausdrücke $R_{111}^1, R_{123}^4, R_{132}^1$ usw. Die Gleichung (4) behauptet, daß sie alle Null seien. Im ganzen gibt es 4^4 oder 256 Ausdrücke, davon sind aber viele bloße Wiederholungen. Nur 20 von diesen Gleichungen sind wirklich notwendig; die anderen sagen nur nochmals das gleiche aus.

Es ist klar, daß das Gesetz (4) nicht das Gravitationsgesetz ist, nach dem wir suchen, weil es viel zu drastisch ist. Wäre es ein Naturgesetz, so könnte es in der Natur nur eine ebene Raum-Zeitwelt geben und keine Gravitation. Die Bedingung (4) gilt nicht allgemein, sondern stellt einen speziellen Fall dar — den Fall, daß sich alle anziehende Materie unendlich weit entfernt befindet.

Bei der Suche nach einer allgemeinen Bedingung ist uns vielleicht die Kenntnis eines speziellen Falles von Nutzen. Dürfen wir von den 20 Gleichungen eine gewisse Anzahl auswählen, die stets erfüllt sein müssen, während der Rest nur für den speziellen Fall zu gelten hat? Unglücklicherweise hängen die Gleichungen miteinander zusammen; nur alle zusammen sind vom Koordinatensystem unabhängig. Aber es ist möglich, aus den 20 Bedingungen ein nicht

so weitgehendes koordinatensystemunabhängiges Bedingungssystem aufzubauen. Sei

$$R_{11} = R_{111}^1 + R_{112}^2 + R_{113}^3 + R_{114}^4$$

und allgemein

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\nu 1}^1 + R_{\mu\nu 2}^2 + R_{\mu\nu 3}^3 + R_{\mu\nu 4}^4,$$

dann erfüllen die Bedingungen

$$R_{\mu\nu} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

alle unsere Forderungen an ein allgemeines Naturgesetz.

Dieses Gesetz ist unabhängig von dem gewählten Netz. Man kann dies nur durch eine ausführliche mathematische Darlegung beweisen. Offenbar ist (5) erfüllt, wenn alle $R_{\mu\nu\sigma}^{\rho}$ verschwinden. Bei einem ebenen Raum-Zeitkontinuum wird dieses Naturgesetz also nicht verletzt. Es verlangt aber doch nicht so viel wie die Bedingung der Ebenheit, sondern läßt eine beschränkte Mannigfaltigkeit nichteuklidischer Geometrien zu. Es umfaßt (bei Außerachtlassung der doppelt vorkommenden) zehn Gleichungen. Davon können vier aus den sechs übrigen abgeleitet werden. Wir haben also sechs Bedingungen, wie man es bei einem Gravitationsgesetz verlangen muß¹⁾.

So kommen wir zur Vermutung, daß

$$R_{\mu\nu} = 0$$

das allgemeine Gravitationsgesetz ist. Ob es das ist oder nicht, kann nur die Erfahrung entscheiden. Insbesondere muß es in den gewöhnlichen Fällen so nahe mit dem Newtonschen Gesetz zusammenfallen, daß dessen bemerkenswerte Bestätigung durch die Erfahrung gerechtfertigt wird. Ferner muß man zusehen, ob es vielleicht außergewöhnliche Fälle gibt, wo die Abweichung vom Newtonschen Gesetz geprüft werden kann. Wir werden sehen, daß unser Gesetz diese Prüfungen bestehen wird.

Wie wäre die Sachlage, wenn das vermutete Gesetz versagt hätte? Wir hätten weiter nach anderen Gesetzen suchen können,

¹⁾ Isolieren wir ein leeres Raum-Zeitgebiet. Überall außerhalb mögen die Potentiale bekannt sein. Dann müßte es möglich sein, mit Hilfe des Gravitationsgesetzes die Natur der Welt in diesem Gebiet zu bestimmen. Zehn Differentialgleichungen mit den Grenzwerten zusammen würden zur Ermittlung der zehn Potentiale in dem Gebiete ausreichen; damit würde man aber nicht nur die Beschaffenheit der Welt, sondern auch das Koordinatennetz bestimmt haben, während doch das Netz vollkommen willkürlich in das Gebiet hinein fortgesetzt werden kann. Die vier Netzsysteme ergeben eine vierfache Willkür; um sie zu ermöglichen, muß die Zahl der erforderlichen Gleichungen auf sechs beschränkt werden.

die die beiden aufgestellten Bedingungen erfüllen. Sie wären aber mathematisch weit komplizierter ausgefallen. Ich glaube auch, daß das nicht viel genützt hätte, weil sie sich praktisch nicht von dem hier vorgeschlagenen einfacheren Gesetz unterscheiden würden — obwohl dies noch nicht streng bewiesen worden ist. Oder wir hätten uns für die andere Möglichkeit entscheiden können, daß es in der Natur etwas Krafterzeugendes gibt, das nicht unter das bisher betrachtete geometrische Schema fällt. Die Kraft ist dann nicht etwas rein Relatives und der Newtonsche Oberbeobachter existiert.

Vielleicht übersieht man den Sinn unserer Theorie am besten, wenn man sich in ein zehndimensionales euklidisches Kontinuum begibt, in dem die Raum-Zeitwelt als spezielle vierdimensionale Fläche erscheint. Man hat darauf zu achten, daß es in zehn Dimensionen Zwischenstufen zwischen einer ebenen und völlig gekrümmten Fläche gibt, die wir mit „einmal“ oder „zweimal“ gekrümmt bezeichnen wollen¹⁾. Das ist so etwas Ähnliches wie bei den gewöhnlichen Raumkurven, die *gekrümmt* wie ein Kreis oder *gewunden* wie eine Schraubenlinie sein können. Doch geht die Analogie nicht gerade sehr weit. Die volle „Krümmung“ einer Fläche ist eine Größe R , die sich ungefähr so aus den $R_{\mu\nu}$ zusammensetzt, wie diese aus den $R_{\mu\nu\sigma}^{\rho}$ aufgebaut sind. Dann kann man folgendes behaupten:

Ist
$$R_{\mu\nu\sigma}^{\rho} = 0 \quad (20 \text{ Bedingungen}),$$

dann ist die Welt eben. Das ist der Zustand der Welt in unendlicher Entfernung von jeder Materie und jeder Art von Energie.

Ist
$$R_{\mu\nu} = 0 \quad (6 \text{ Bedingungen}),$$

dann ist die Welt einmal gekrümmt. Das ist der Zustand der Welt in einem leeren Raum — der keine Materie, kein Licht oder elektromagnetische Felder enthält, sich aber in der Nähe dieser Energieformen befindet.

Ist
$$R = 0 \quad (1 \text{ Bedingung}),$$

dann ist die Welt zweimal gekrümmt. Das ist der Zustand der Welt in einem Gebiet ohne Materie oder Elektronen (gebundene Energie), in dem aber Licht oder elektromagnetische Felder (freie Energie) vorhanden sind.

Wenn
$$R \text{ von Null verschieden}$$

ist, dann ist die Welt voll gekrümmt. Das ist der Zustand der Welt innerhalb der kontinuierlichen Materie.

¹⁾ Diese Bezeichnungsweise ist nicht allgemein gebräuchlich.

Nach der herrschenden physikalischen Theorie gibt es keine kontinuierliche Materie, so daß streng genommen der letzte Fall niemals eintritt. Die Materie besteht aus Elektronen und anderen Kernen. Die zwischen den Elektronen liegenden Gebiete sind nicht voll gekrümmt, während die Gebiete innerhalb der Elektronen überhaupt von dem Raum-Zeitkontinuum ausgenommen werden müssen. Man kann sich nicht vorstellen, wie wir das Innere eines Elektrons mit bewegten Teilchen, Lichtwellen, oder materiellen Uhren und Maßstäben erforschen sollen; daher ist ohne weitere Definition jede Geometrie oder jede Behauptung über Raum und Zeit im Innern sinnlos. Doch im alltäglichen Leben und auch häufig in der Physik haben wir es nicht mit dieser *mikroskopischen* Struktur der Materie zu tun. Wir brauchen nicht die wirklichen g -Werte an einem Punkt zu kennen, sondern nur ihre Mittelwerte in einem Gebiet, das klein im Vergleich zu der gewöhnlichen Betrachtungsweise, aber groß gegen die Molekularstruktur der Materie ist. Bei dieser *makroskopischen* Behandlung werden die Moleküle durch eine kontinuierliche Materie ersetzt, und an Stelle des mit Löchern durchsetzten ungekrümmten Raum-Zeitkontinuums tritt als Äquivalent eine voll gekrümmte Raum-Zeit ohne Löcher.

Natürlich haben unsere Sinne die Fähigkeit entwickelt, etwas von diesen wesentlichen Unterschieden der möglichen Weltzustände um uns wahrzunehmen. Ich sehe Materie und Energie lieber nicht als Agenzien an, die die Krümmungsgrade der Welt erzeugen, sondern als Bestandteile unserer Wahrnehmungen, durch die uns das Vorhandensein einer Krümmung zu Bewußtsein gebracht wird.

Wie man sieht, kann das Gravitationsgesetz in die Behauptung zusammengefaßt werden, daß im leeren Raum die Welt nur einmal gekrümmt sein kann.

Ich weiß nicht, als was mich die Welt ansieht; mir selbst scheint es, als ob ich nur ein Knabe gewesen bin, der am Meeresstrand spielte und sich freute, wenn er hin und wieder einen glätteren Kiesel oder eine hübschere Muschel als sonst fand, während das große Meer der Wahrheit ganz unergründet vor mir lag.

Newton.

6. Kapitel

Das neue und das alte Gravitationsgesetz

Lag irgend ein Anlaß vor, sich mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz nicht zufrieden zu geben?

Es wurde durch die Beobachtung der strengsten Prüfung unterworfen und schließlich als vorbildliches Muster eines exakten Naturgesetzes angesehen. Nur ganz unbedeutende Fälle konnte man vielleicht als ein Versagen dieses Gesetzes buchen. Die Bewegung des Mondes weist gewisse unerklärliche Unregelmäßigkeiten auf; aber die Astronomen suchten im allgemeinen — auch jetzt noch müssen sie das — nach anderen Gründen für diese Abweichungen. Nur ein Fall war ernsthaft bedenklich: die Perihelbewegung des Merkur. Wie geringfügig aber auch hier die Nichtübereinstimmung ist, kann man aus der Tatsache schließen, daß man zur Beseitigung dieser Abweichung den Vorschlag gemacht hat, an Stelle des *Quadrats* die 2,000 000 16 Potenz der Entfernung zu setzen. Auch schien es nicht ausgeschlossen, wenn auch unwahrscheinlich zu sein, daß die Materie, die das Tierkreislicht verursacht, genügend Masse besitzt, um diesen Effekt hervorzubringen.

Der stärkste Einwand, der gegen die exakte Gültigkeit des Newtonschen Gesetzes ins Feld geführt werden kann, ist seine Unbestimmtheit. Das Gesetz bezieht sich auf das Produkt der Massen der beiden Körper; die Masse hängt aber von der Geschwindigkeit ab — was man zu Newtons Zeit noch nicht wußte. Muß man die veränderliche oder die Ruhmasse einsetzen? Vielleicht könnte ein gelehrter Jurist, der Newtons Behauptung als letztwillige Verfügung

und Testament auffaßt, darüber eine Entscheidung fällen; doch dürfte dies schwerlich der richtige Weg sein, auf dem man über einen wichtigen Punkt in einer wissenschaftlichen Theorie ins reine kommen will.

Ferner ist die *Entfernung*, von der in dem Gesetz die Rede ist, etwas, das nur relativ zu einem Beobachter definiert ist. Handelt es sich um den Beobachter, der sich mit der Sonne oder mit dem anderen in Frage kommenden Körper bewegt oder im Äther oder irgend einem Gravitationsmedium ruht?

Soll sich endlich die Schwerkraft zeitlos fortpflanzen, oder mit Lichtgeschwindigkeit, oder mit einer anderen Geschwindigkeit? Noch vor verhältnismäßig kurzer Zeit glaubte man zwingend beweisen zu können, daß die Geschwindigkeit der Schwere weit größer als die des Lichtes sein müsse. Die Überlegung lautete gewöhnlich ungefähr so: Wenn die Anziehung der Sonne auf den Jupiter in einer Richtung erfolgt, die auf ihre augenblickliche Lage S hinielt, und die Anziehung des Jupiters ebenso auf seine augenblickliche Lage J hingerrichtet ist, dann befinden sich beide Kräfte auf der gleichen Geraden und halten sich das Gleichgewicht.

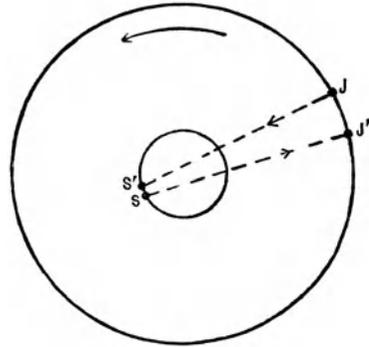


Fig. 13.

Wenn aber die Kraft der Sonne auf den Jupiter auf ihre frühere Lage S' und die des Jupiters auf die Sonne auf seine frühere Lage J' , von der die Anziehungskraft ausgeht und den Zwischenraum überquert, hingerrichtet ist, dann entsteht ein Kräftepaar. Dieses Paar strebt, den Drehimpuls des Systems zu vergrößern, und würde infolge seiner sich ständig verstärkenden Wirkung bald zu einer bemerkbaren Änderung der Umlaufszeit führen, die, falls die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation überhaupt mit der Lichtgeschwindigkeit vergleichbar ist, einen Betrag erreichen würde, der unvereinbar mit der Beobachtung ist. Die Überlegung ist aber falsch, weil S infolge der Fortpflanzung nicht notwendig nach J' hingezogen zu werden braucht. Wären S und J zwei elektrische Ladungen, so würde S in der Tat sehr angenähert nach J (nicht nach J') hingezogen werden, obwohl die elektrische Kraft sich mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzt. Nach der in diesem Buch dargestellten Theorie pflanzt sich die Schwere

mit Lichtgeschwindigkeit fort, und doch besteht kein Widerspruch mit der Beobachtung.

Es wird oft geltend gemacht, das Newtonsche Gesetz sei einfacher als das neue Einsteinsche Gesetz. Das kommt auf den Standpunkt an, den man einnimmt. Vierdimensional betrachtet, ist das Newtonsche Gesetz weit verwickelter als das Einsteinsche. Überdies muß, wie wir sehen werden, das Newtonsche Gesetz erweitert werden, wenn man die ihm anhaftenden Unbestimmtheiten beseitigen will.

Es liegen mehrere Versuche vor, diese Erweiterung allein unter Zugrundelegung des beschränkten Relativitätsprinzips (S. 22) vorzunehmen. Dieser Weg führte aber nicht zu einer bestimmten endgültigen Verbesserung des Gesetzes. Mit Hilfe des Äquivalenzprinzips oder des Prinzips von der Relativität der Kraft gelangten wir im vorigen Kapitel zu einem bestimmten Gesetz. Der Leser wird sich wahrscheinlich gefragt haben, warum man es Gravitationsgesetz nennen soll? Es könnte wohl als ein Naturgesetz angesehen werden; was hat aber der Krümmungsgrad des Raum-Zeitlichen mit Anziehungskräften, mögen sie nun wirklich oder scheinbar sein, zu tun?

Es lebte einst in einem zweidimensionalen Meere eine Art Plattfische. Sie beobachteten, wie die Fische im allgemeinen längs Geraden schwammen, solange offenbar nichts ihre freie Bahn störte. Das kam ihnen sehr verständlich vor. Aber es gab eine Gegend, wo alle Fische wie verhext waren; einige durchquerten diese Gegend unter Änderung ihrer Schwimmrichtung, andere schwammen unaufhörlich ringsherum. Ein Fisch stellte eine Wirbeltheorie auf, nach der es in dieser Gegend Strudel geben sollte, die alles in Drehbewegung versetzen. Nach und nach kam man auf eine bessere Idee; man stellte sich vor, daß alle Fische von einer nach einem besonders großen Fisch — einem Sonnenfisch — hingerichteten Anziehungskraft ergriffen würden. Dieser Fisch ruhte schlafend inmitten dieser Gegend. So sollte die Ablenkung der Bahnen der Fische zustande kommen. Diese Theorie wird den Fischen vielleicht zuerst nicht gerade sehr einleuchtend erschienen sein, aber sie wurde mit einer ans Wunderbare grenzenden Genauigkeit durch die verschiedensten experimentellen Versuche bestätigt. Es stellte sich heraus, daß alle Fische mit dieser anziehenden Kraft im Verhältnis zu ihrer Größe begabt waren; das Anziehungsgesetz war außerordentlich einfach und erklärte doch alle Bewegungen mit einer Genauigkeit, wie sie vorher bei keiner wissenschaftlichen Untersuchung erzielt worden war. Ein Teil der Fische brummte so etwas wie von einer unbegreiflichen Fernwirkung; doch im allgemeinen war man der Ansicht, daß die

Wirkung durch das Meer übertragen würde, und daß man dies alles besser verstehen könnte, wenn mehr über die Natur des Wassers bekannt wäre. Beinahe jeder Fisch, der die Anziehung erklären wollte, legte daher seiner Erklärung irgend einen Übertragungsmechanismus dieser Anziehung durch das Wasser zugrunde.

Es gab aber einen Fisch, der hatte sich eine ganz andere Theorie ausgedacht. Ihm fiel es auf, daß die großen und die kleinen Fische immer denselben Weg einschlugen, obwohl natürlich ein größerer Fisch von einer stärkeren Kraft abgelenkt sein mußte. Er richtete daher seine Aufmerksamkeit mehr auf die Bahnen der Fische als auf die Kräfte. Und so wurde er zu einer überraschenden Erklärung der ganzen Geschichte geführt. Die Stelle, an der der Sonnenfisch lag, war von einem Wall umgeben. Die Flachfische konnten ihn wegen ihrer Zweidimensionalität nicht unmittelbar wahrnehmen; wenn aber ein Fisch über die Abhänge des Walls schwamm, so wurde er, so sehr er sich auch Mühe gab geradeaus zu schwimmen, ein wenig abgedreht. (Wenn ein Wanderer einen Bergabhang links hinuntergeht, so muß er absichtlich weiter nach links halten, wenn er in der ursprünglichen Richtung relativ zu den Kompaßstrichen bleiben will.) Darin bestand das Geheimnis der wunderbaren Anziehung oder Bahnkrümmung, die man in dieser Gegend beobachtet hatte.

Das Gleichnis trifft nicht ganz den Kern der Sache, weil es nur von einem räumlichen Hügel spricht, während wir es mit raumzeitlichen Hügeln zu tun haben. Doch wird man so einen Begriff davon bekommen, wieso eine Krümmung der Welt, in der wir leben, eine Anziehungskraft vortäuschen kann und tatsächlich sich nur durch eine derartige Wirkung bemerkbar machen kann. Wir wollen nun zusehen, wie das im einzelnen zustande kommt.

Das Einsteinsche Gesetz in der Form $R_{\mu\nu} = 0$ stellt eine Bedingung dar, der das Schwerefeld zu genügen hat, das von einer willkürlichen Massenverteilung herrührt. Laplace hat durch seine berühmte Gleichung $\Delta V = 0$ das Newtonsche Gesetz in eine ähnliche Form gebracht. Wir erhalten das neue Gesetz in einer durchsichtigeren Gestalt, wenn wir nicht nach den allgemeinsten Raum-Zeitkontinuen fragen, die in einem leeren Raum auftreten können, sondern die Verhältnisse in der Umgebung eines einzelnen anziehenden Zentrums untersuchen. Wir machen es gradeso wie Newton, indem wir den Fall eines einzigen Teilchens besonders behandeln. Auch wollen wir die Untersuchung noch durch Einführung eines bestimmten Maschensystems vereinfachen, das natürlich mit der betreffenden Raum-Zeitwelt verträglich sein muß.

Wir brauchen nur zwei räumliche Dimensionen in Betracht zu ziehen — wir beschränken uns auf die sogenannte Bahnebene des Planeten; als dritte Dimension kommt noch die Zeit hinzu. Die weitere Raumdimension kann stets, wenn es verlangt wird, in symmetrischer Weise dazugefügt werden. Das Ergebnis langwieriger Rechnungen lautet: In der Nähe eines Teilchens ist

$$ds^2 = -\frac{1}{\gamma} dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2, \dots \dots \dots (6)$$

wo
$$\gamma = 1 - \frac{2m}{r}.$$

Die Größe m ist der Gravitationsradius des Teilchens; wir wollen aber nicht annehmen, daß wir das schon wissen. r und ϑ sind Polarkoordinaten, das in Fig. 11 dargestellte Maschensystem; oder vielmehr solche Koordinaten, die, soweit das in einem nicht eigentlich ebenen Raum nur zugänglich ist, den Polarkoordinaten möglichst nahe kommen.

Vorderhand ist dieses ds^2 einfach eine spezielle Lösung der Einsteinschen Gleichungen für das Schwerefeld; es handelt sich um eine Hügelmannigfaltigkeit (offenbar um die einfachste), die nicht mehr als einmal gekrümmt ist. Dieser Zustand der Welt *könnte* unter geeigneten Umständen verwirklicht sein. Um diese Umstände näher zu bestimmen, müssen wir einige Folgerungen ableiten, müssen wir untersuchen, wie sich ein Teilchen bei diesem ds^2 bewegt, und dann zusehen, ob diese Folgerungen beobachtbar sind. Erst nachdem wir uns überzeugt haben, daß dieses ds^2 zu den hauptsächlichsten Erscheinungen führt, die man einem Teilchen von der Masse m im Ursprung zuschreiben kann, haben wir das Recht, diese spezielle Lösung für diejenige anzusehen, nach der wir gefragt haben.

Dieses Verfahren wird vollständig klar werden, wenn wir darlegen, wie die Lage der Materie, die dieses besondere Feld hervorbringt, bestimmt werden kann. Im Gültigkeitsbereich der Formel (6) kann sich keine Materie befinden, weil diese Formel dem Gesetz für den leeren Raum genügt. Wenn wir uns aber dem Ursprung ($r=0$) zu nähern suchen, so passiert etwas Merkwürdiges. Nehmen wir an, daß wir mit einem Maßstab, den wir radial anlegen, gleiche Längen längs eines Radius abstecken und immer näher an den Ursprung heranrücken. Die Zeit t sei konstant und $d\vartheta$ ist Null bei radialen Messungen, so daß sich (6) auf

$$ds^2 = -\frac{1}{\gamma} dr^2$$

oder

$$dr^2 = -\gamma ds^2$$

reduziert. Fangen wir bei großen r an. Allmählich nähern wir uns dem Punkt $r = 2m$. Hier wird $\gamma = 0$. Wie groß also auch das gemessene Intervall ds sein mag, stets ist $dr = 0$. Wir können den Maßstab fortwährend um seine eigene Länge weiter schieben, trotzdem bleibt $dr = 0$; das bedeutet, r verkleinert sich nicht. Wir stoßen auf einen Zauberkreis, in den wir durch keine Messung eindringen können. So ist es denn nicht unvernünftig, wenn wir uns vorstellen, daß sich etwas unserer weiteren Annäherung entgegenstellt, und behaupten, daß das Innere von einem materiellen Teilchen ausgefüllt wird.

Die Sache verhält sich so: Solange wir bei der nur einmal gekrümmten Raum-Zeitwelt stehen bleiben, gelingt es uns niemals, den Hügel nach oben abzurunden. Er wächst schließlich zu einem unendlich langen Schornstein aus.

Diesen Schornstein beseitigen wir nun dadurch, daß wir an unserem Hügel eine kleine Kuppe von größerer Krümmung anbringen. Dieses Gebiet kann nicht leer sein, weil das Gesetz für den leeren Raum hier nicht mehr gilt. Wir stellen es daher so dar, daß sich hier Materie befindet — ein Verfahren, das praktisch genommen auf eine Definition der Materie hinauskommt. Kenner der Hydrodynamik werden sich dabei an das Problem der wirbelfreien Bewegung einer Flüssigkeit erinnern; die Bedingungen hierfür sind im Ursprung nicht erfüllbar, so daß dieses Gebiet abgetrennt und mit einer Wirbelbewegung erfüllt gedacht werden muß.

Noch ein Wort über die Koordinaten r und t in (6). Sie entsprechen der gewöhnlichen radialen Entfernung und der Zeit — soweit eben Veränderliche einer nichteuklidischen Welt Ausdrücken entsprechen können, bei deren Anwendung gewöhnlich an eine euklidische Welt gedacht wird. Wir werden daher r und t Entfernung und Zeit nennen. Aber mit einer Benennung der Koordinaten wird nicht mehr gesagt — und in unserem Fall wird sogar erheblich weniger damit gesagt —, als was schon in der ds^2 -Formel enthalten ist. Kommt es bei irgend einer Frage auf die genaue Bedeutung von r und t an, so hat man sich stets an die Gleichung (6) zu halten.

Die Unebenheit des Schwerfeldes wird durch die Abweichung des Koeffizienten γ von 1 angezeigt. Ist die Masse

$$m = 0,$$

dann ist

$$\gamma = 1$$

und die Welt vollständig eben. Selbst in den stärksten Gravitationsfeldern, die wir kennen, ist die Abweichung von 1 außer-

ordentlich gering. Bei der Sonne beträgt die Größe m , der sogenannte Gravitationsradius, nur $1,47 \text{ km}^1$, bei der Erde 5 mm . In allen praktischen Fällen ist das Verhältnis $\frac{2m}{r}$ ungeheuer klein (an der Sonnenoberfläche z. B. $0,000\,004\,24$ oder $0,87''$). Und doch beruhen sämtliche Vorgänge im Schwerefeld auf den kleinen entsprechenden Unterschieden des Koeffizienten γ .

γ tritt zweimal in der Formel auf und modifiziert so die Ebenheit der Welt in zweifacher Hinsicht. In der Regel machen sich jedoch diese beiden Modifikationen keineswegs in gleichem Maße geltend. Als Koeffizient von dt^2 ist γ die Ursache für die am meisten ins Auge fallenden Erscheinungen. Nehmen wir einmal an, wir wollten das Intervall zwischen zwei Ereignissen in der Geschichte eines Planeten messen. Sind die Ereignisse z. B. 1 Sekunde zeitlich voneinander entfernt, dann ist $dt = 1 \text{ Sekunde} = 300\,000 \text{ km}$. Also $dt^2 = 90\,000\,000\,000 \text{ qkm}$. Nun hat kein Planet eine Geschwindigkeit über 50 km in der Sekunde, so daß die Änderung dr im Verlauf von 1 Sekunde in der Geschichte des Planeten nicht mehr als 50 km beträgt. Somit beläuft sich dr^2 auf höchstens 2500 qkm . Daher hat offenbar das kleine Glied $\frac{2m}{r}$ eine weit größere Aussicht, sich als Faktor von dt^2 wie als Faktor von dr^2 bemerkbar zu machen.

Deshalb können wir in erster Annäherung den Koeffizienten von dr^2 weglassen und uns nur mit

$$ds^2 = -dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 \dots (7)$$

beschäftigen. Wir wollen jetzt zeigen, daß Teilchen, die in eine derartige Welt versetzt werden, sich unter dem Einfluß einer nach dem Ursprung gerichteten Anziehungskraft zu bewegen scheinen.

Betrachten wir einmal die Aufgabe, eine Karte eines kleinen Teiles dieser Welt auf einer Ebene zu entwerfen.

Dabei müssen wir zuallererst sorgfältig den Unterschied, der hier zwischen einem „Bild“ und einer „Karte“ gemacht wird, definieren.

¹⁾ Setzt man die Gravitationskonstante gleich 1 , so ist für eine Kreisbahn

$$\frac{m}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

und daher

$$m = v^2 r.$$

Die Erdgeschwindigkeit v ist ungefähr $\frac{1}{10\,000}$ Lichtgeschwindigkeit, der Bahnradius r etwa $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$. Daraus folgt m annähernd gleich $1,5 \text{ km}$.

Werden uns Breite und Länge einer Anzahl von Stellen auf der Erde gegeben, so können wir ein Bild herstellen, in dem wir Breite und Länge als vertikale und horizontale Strecken auftragen, so daß die Breiten- und Längelinien ein quadratisches Maschensystem bilden. Das ist aber keine richtige Karte. Auf einer gewöhnlichen Karte von Europa laufen die Längsmeridiane schräg und die Breitenkreise sind gekrümmt. Warum? Weil auf der Karte so genau wie möglich alle Entfernungen in ihrem richtigen Verhältnis wiedergegeben werden sollen¹⁾. Es kommt gerade wesentlich auf die korrekte Darstellung der Entfernung an. Im Vierdimensionalen ist das Intervall das Analogon der Entfernung und auf einer Karte der vierdimensionalen Welt sollen alle Intervalle in ihrem wirklichen Verhältnis aufgetragen sein. Unser natürliches *Bild* der Welt gibt r und t als horizontale und vertikale Längen wieder, z. B. wenn wir die Bewegungskurve des Teilchens zeichnen; aber auf einer echten *Karte*, die die Intervalle im richtigen Verhältnis darstellt, erscheinen die r - und t -Linien als schräge oder gekrümmte Kurven.

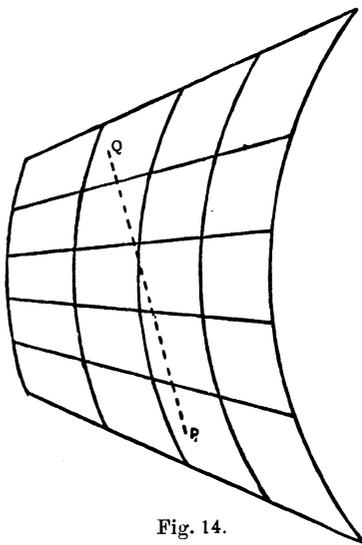


Fig. 14.

Wie wir die Breiten- und Längelinien (β , λ) bei einer Karte zu zeichnen haben, das müssen wir aus der Formel für ds , S. 82,

$$ds^2 = d\beta^2 + \cos^2 \beta d\lambda^2$$

entnehmen; genau^a so ist die Zeichnung der r - und t -Linien durch Formel (7) bestimmt.

Die Karte ist in Fig. 14 wiedergegeben. Es ist unschwer einzusehen, warum die t -Linien auf der Zeichnung nach links zusammenlaufen. Der Faktor $1 - \frac{2m}{r}$ nimmt nach links hin, wo r klein wird, ab; folglich entspricht einer t -Änderung ein kürzeres Intervall und muß in der Karte auf der linken Seite durch einen kürzeren Abstand

¹⁾ So ist es meistens; manchmal werden aber andere Gesichtspunkte verfolgt, z. B. bei der Mercatorschen Karte.

dargestellt werden. Nicht so leicht erkennt man, weshalb die r -Linien so wie gezeichnet verlaufen müssen. Nach Analogie mit Breite und Länge würden wir erwarten, daß sie nach der anderen Seite gekrümmt sein sollten. Im 3. Kapitel haben wir aber den Zusammenhang der Neigung der zeitlichen Richtung mit der der räumlichen Richtung besprochen; man erkennt in der Karte andeutungsweise die rautenförmigen Felder der Fig. 6 wieder ¹⁾.

Wie alle Karten von gekrümmten Flächen, ist unsere Zeichnung nur in der Grenze für sehr kleine Gebiete richtig.

Es ist sehr wesentlich, daß man einen klaren Begriff von der Bedeutung dieser Karte bekommt. Wenn wir von der Entfernung von der Sonne oder von der Zeit an einer Stelle des Sonnensystems

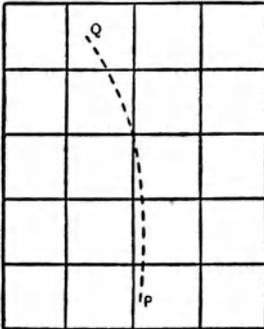


Fig. 15.

sprechen, so verstehen wir gewöhnlich die Veränderlichen r und t darunter. Diese Größen werden nicht durch irgendwelche genaue Maßstabs- und Uhrenmessungen an einer Stelle bestimmt, sondern sind solche mathematische Veränderliche, die sich am besten zur Darstellung der Verhältnisse im ganzen Sonnensystem eignen. Sie bilden ein Kompromiß, weil das Gebiet, das man ins Auge fassen muß, zu ausgedehnt ist, um genau durch eine ebene Karte wiedergegeben werden zu können. Bei einer Abbildung würde man diese Ver-

änderlichen natürlich als rechtwinklige Koordinaten darstellen und damit die raum-zeitliche Welt wie in Fig. 15 in quadratische Maschen einteilen; eine derartige Abbildung ist aber keine richtige Karte, da die Intervalle zwischen den verschiedenen Bildpunkten nicht in ihren wirklichen Verhältnissen erscheinen. Es ist nicht möglich, das gesamte gekrümmte Gebiet ohne Verzerrung auf einer Karte darzustellen; dies gelingt aber bei einem hinreichend kleinen Teil, wenn die r - und t -Linien so wie in Fig. 14 gezeichnet werden. Wollen wir von der richtigen Karte zur gewöhnlichen Darstellung von r und t als rechtwinklige Koordinaten zurückkehren, so müssen

¹⁾ Die Substitution

$$x = r + \frac{m t^2}{2 r^2}, \quad y = t \left(1 - \frac{m}{r} \right)$$

ergibt bei Vernachlässigung von $m^2 ds^2 = -dx^2 + dy^2$. In der Karte sind x und y als rechtwinklige Koordinaten eingetragen.

wir Fig. 14 so lange deformieren, bis sich alle Maschen in Quadrate, wie sie Fig. 15 zeigt, verwandelt haben.

Auf der Karte herrscht nun die euklidische Geometrie und die Bahnen aller materiellen Teilchen sind gerade Linien. PQ sei eine solche Gerade, die, wenn die Geschwindigkeit des Teilchens nicht gerade sehr groß ist, ziemlich vertikal verlaufen wird. Dehnen wir jetzt die Figur bis wir bei der üblichen Darstellung von r und t (Fig. 15) angelangt sind, dann wird unsere Bahn PQ gekrümmt werden — und zwar nach links hin gekrümmt, wo sich die Sonne befindet. Mit jedem vertikalen Intervall (Zeit) wendet sich die Bahn nach und nach horizontal (Raum) immer mehr nach links. Also nimmt die Geschwindigkeit bei Annäherung an die Sonne zu. Wir drücken das so aus: das Teilchen wird von der Sonne angezogen.

Der mathematische Leser wird ohne Schwierigkeit auf Grund der Zeichnung beweisen können, daß die Beschleunigung eines Teilchens mit kleiner Geschwindigkeit in Richtung nach der Sonne hin angenähert $\frac{m}{r^2}$ beträgt, was mit dem Newtonschen Gesetz übereinstimmt.

Bahnen mit sehr großen Geschwindigkeiten werden sich ganz anders benehmen. Eine einer Lichtwelle entsprechende Bahn erscheint in Fig. 14 als eine unter 45° gegen die Horizontale geneigte Gerade. Um ihr Schicksal bei der Deformation, die zu Fig. 15 führt, zu erfahren, müßte man sehr sorgfältig zeichnen. Tatsächlich würde eine Annäherung an die Vertikale eintreten und dadurch eine Krümmung nach der entgegengesetzten Seite herauskommen. Die Wirkung der Schwerkraft der Sonne auf eine Lichtwelle oder ein sehr schnell bewegtes Teilchen besteht bei radialer Bewegung in Wirklichkeit in einer *Abstoßung*.

Die Bahn einer transversalen Lichtwelle, die von außerhalb der Zeichnungsebene herkommt, wird ebenso beeinflusst wie die Bahn eines Teilchens mit der Geschwindigkeit Null bei Verwandlung der Fig. 14 in Fig. 15. Somit äußert sich der Einfluß der Sonne auf eine transversale Lichtwelle stets in einer Anziehung. Die Beschleunigung beträgt einfach $\frac{m}{r^2}$, wie bei einem ruhenden Teilchen.

Die Tatsache, daß sich aus der Weltgeometrie des Schwerfeldes eines Teilchens das Newtonsche Anziehungsgesetz ergibt, ist von großer Bedeutung. Dadurch wird bewiesen, daß das auf Grund rein theoretischer Überlegungen aufgestellte Gesetz $R_{\mu\nu} = 0$ wenigstens angenähert mit der Beobachtung in Einklang ist. Die Beschränkung auf

kleine Geschwindigkeiten macht keine Schwierigkeit. Alle Planetengeschwindigkeiten sind klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit. Durch die zu Anfang dieses Kapitels angestellten Betrachtungen wird man aber zu der Vermutung geführt, daß bei Geschwindigkeiten, die nicht mehr klein gegen die des Lichtes sind, eine Abänderung des Newtonschen Gesetzes sich als notwendig herausstellen könnte.

Ferner ist es wichtig, zu beachten, daß die Schwereanziehung einfach eine geometrische Deformation der geraden Bahnen ist. Die Deformation besteht, gleichgültig welcher Art der Körper oder die physikalische Wirkung ist, die sich längs der Bahn forpflanzt, in der Abweichung der „gedanklichen Abbildung“ von der „richtigen Karte“ der betrachteten Weltgegend. Somit erleidet das Licht die gleichen Bahnstörungen wie die Materie. Das ist eine Folge des Äquivalenzprinzips, denn sonst könnte man die Fahrstuhlbeschleunigung auf optischem Wege von einer wirklichen Verstärkung des Schwerefeldes unterscheiden. In diesem Falle könnte man den Beobachter, für den die Lichtstrahlen geradlinige Weltlinien sind, als unbeschleunigt ansehen, und es gäbe keine Relativitätstheorie. Die Physiker haben sich schon im allgemeinen mit der Wahrscheinlichkeit vertraut gemacht, daß das Licht im Schwerefeld sich ähnlich wie Materie benehmen könnte. Man hat oft die Frage aufgeworfen, ob das Licht ein „Gewicht“ habe oder nicht.

Als Koeffizient von dt^2 trägt γ die Verantwortung für die hauptsächlichsten Erscheinungen der Newtonschen Gravitation; der Koeffizient $\frac{1}{\gamma}$ von dr^2 bewirkt die wichtigsten Abweichungen des neuen Gesetzes vom alten. Diese Zweiteilung scheint richtig zu sein; das Newtonsche Gesetz ist aber mehrdeutig, und daher kann man nicht so ohne weiteres angeben, was man als Abweichung von ihm anzusehen hat. Wir wollen nunmehr vom Zeitglied, das wir genügend besprochen haben, absehen und allein die räumlichen Glieder ¹⁾

$$ds^2 = \frac{1}{\gamma} dr^2 + r^2 d\vartheta^2$$

betrachten.

Aus diesem Ausdruck ergibt sich, daß der Raum für sich in der Nähe eines anziehenden Teilchens nichteuklidisch ist. Ein derartiges Ergebnis fällt vollständig aus dem Rahmen des alten Gravitationsgesetzes heraus. Die Zeit kann man nur mit Hilfe von etwas Beweg-

¹⁾ Wir kehren das Vorzeichen von ds^2 um, so daß ein reelles ds sich auf eine räumliche und nicht auf eine zeitliche Messung bezieht.

lichem, sei es ein freies Teilchen oder die Teile einer Uhr, untersuchen. Dieser Umstand macht es uns möglich, das nichteuklidische Verhalten der Raum-Zeitwelt dadurch zu beseitigen, daß wir nach Übereinkunft ein Kraftfeld einführen, das die Bewegung entsprechend abändert. Der Raum kann jedoch rein statisch untersucht werden. Theoretisch könnte man seine Nichteuklidizität mittels genügend genauer Maßstabsmessungen feststellen.

Legen wir unseren Maßstab transversal an und bestimmen so den Umfang eines Kreises vom „Radius“ r . Nach der Formel ist die gemessene Länge $ds = r d\vartheta$. Beim Durchlaufen des Kreises nimmt ϑ um 2π zu. Für den Umfang ergibt sich also $2\pi r$. Bei radialer Messung findet man für ds den Wert $\frac{dr}{\sqrt{\gamma}}$, der stets größer als dr ist. Der Durchmesser wird somit größer als $2r$, da jeder Teil größer als die entsprechende Änderung von dr ist.

Wenn wir mithin einen Kreis beschreiben, in seinen Mittelpunkt ein schweres Teilchen, das ein Schwerfeld erzeugt, legen und dann mit einem starren Maßstab Umfang und Durchmesser ermitteln, so werden wir für das Verhältnis von gemessenem Umfang und gemessenem Durchmesser nicht die berühmte Zahl

$$\pi = 3,141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279 \dots,$$

sondern eine etwas kleinere Zahl finden. Die Seitenlänge eines diesem Kreis eingeschriebenen gleichseitigen Sechsecks wird nicht ganz genau gleich dem Radius des Kreises sein. Bringen wir das Teilchen nicht im Mittelpunkt, sondern in dessen Nähe an, so brauchen wir bei der Messung des Durchmessers nicht *durch* das Teilchen hindurchzugehen und können daher das Experiment wirklich ausführen. Die Bestimmung des nichteuklidischen Charakters des Raumes ist auf diese Weise zwar theoretisch, aber nicht praktisch möglich. Die dazu erforderliche Erhöhung der Meßgenauigkeit ist unerreichbar. Würde man die Masse einer Tonne in den Mittelpunkt eines Kreises mit einem Radius von 5 m bringen, so würde sich erst die vierundzwanzigste und fünfundzwanzigste Dezimale von π ändern.

Diese Darstellung der Sachlage ist deshalb von Bedeutung, weil man so deutlich erkennt, daß der Relativist mit seiner Behauptung, der Raum in einem Schwerfeld sei nichteuklidisch, sich nicht auf das Gebiet der Metaphysik begibt. Seine Aussage hat ihren guten physikalischen Sinn und könnte eines Tages experimentell geprüft werden. Inzwischen wollen wir diese Prüfung auf indirekte Weise vornehmen.

Stellen wir uns ein ebenes Feld gleichmäßig mit Hürden durchsetzt vor. Die Entfernung zwischen zwei Punkten wird dann proportional der Anzahl Hürden sein, die man beim Übergang von einem Punkt zum andern auf geradem Wege zu überschreiten hat — also der kleinsten Zahl von Hürden. Wir können an Stelle der Entfernung ebensogut mit Hürdenzahlen rechnen und mit Hilfe dieser Zahlen das Feld beschreiben. Die Karte dieses Feldes kann ohne Schwierigkeit auf ein ebenes Blatt Papier gezeichnet werden, da ja das Feld eben ist. Wir wollen jetzt, wenn es sich um das Feld handelt, gar nicht mehr an den Begriff der Entfernung oder der geraden Linie denken und annehmen, daß die Entfernungen auf der Karte bloß die kleinste Zahl von Hürden zwischen zwei Punkten darstellen. Dann bedeuten gerade Linien auf der Karte gerade Wege im Felde. Dadurch erreichen wir den Vorteil, daß die Karte auch noch bei Deformation des Feldes durch ein Erdbeben richtig bleibt. Der Weg mit der geringsten Hürdenzahl wird noch immer über dieselben Hürden wie vor dem Erdbeben führen. Er wird nicht mehr längs der geraden Linie im Felde verlaufen; aber die Wahl eines geraderen Weges hat gar keinen Zweck, denn wir würden dann durch eine Gegend hindurch müssen, in der die Hürden dichter beieinander liegen. Eine Deformation ändert nicht die Hürdenzahl eines Weges.

Dies kann durch die Fig. 14 und 15 erläutert werden. Die Fig. 14 stellt das ursprüngliche unverzerrte Feld mit den gleichmäßig verteilten Hürden dar. Die Gerade PQ ist der Weg kleinster Hürdenzahl von P nach Q und seine Länge proportional mit dieser Zahl. Fig. 15 gibt das verzerrte Feld wieder, wo PQ zu einer Kurve deformiert erscheint. Trotzdem ist PQ noch immer der Weg mit den wenigsten Hürden von P nach Q , und die Zahl der auf diesem Wege liegenden Hürden ist unverändert geblieben. Wenn wir also eine Karte auf Grund der Hürdenzahlen anfertigen, so kommen wir wieder auf die Fig. 14 zurück, gerade so, als ob keine Deformation eingetreten wäre.

Wenn wir andere Hürdenzahlen erhalten wollen, dann müssen wir die Hürden von ihren Plätzen entfernen und umpflanzen. Machen wir einen gegebenen Punkt zum Mittelpunkt, von dem aus wir die Hürden so anordnen, daß sie allmählich nach den Grenzen des Feldes zu immer seltener werden. Dann ziehen wir um diesen Punkt einen Kreis. Doch halt! Was ist ein Kreis? Bei seiner Definition hat man sich an die Hürdenzahlrechnung zu halten. Offenbar ist ein Kreis der geometrische Ort der Punkte, für die die Minimalzahl der Hürden vom Zentrum aus gerechnet eine Konstante (der Radius) ist.

Mit dieser Definition können wir allen Erdbeben Trotz bieten. Die Hürdenzahl auf dem Kreisumfang wird zur Hürdenzahl auf dem Radius nicht in demselben Verhältnis wie beim Feld mit gleichförmiger Hürdenverteilung stehen. Wegen der Anhäufung der Hürden in der Umgebung des Mittelpunktes wird sich ein kleineres Verhältnis ergeben. Das ist das Analogon eines Kreises, bei dem der Umfang kleiner als das π fache des Durchmessers ist.

Diese Analogie gestattet uns, die räumlichen Verhältnisse in der Umgebung eines schweren Teilchens, wenn das Verhältnis von Kreisumfang zu Durchmesser weniger als π beträgt, zu beschreiben. Die Hürdenzahlen werden nicht mehr genau auf einer ebenen Karte wiedergegeben werden können, weil sie sich nichteuklidisch verhalten.

Jetzt wollen wir uns einmal vorstellen, daß ein schweres Teilchen dieses Feld durchqueren möchte, ohne dabei durch den Mittelpunkt hindurch zu müssen. Im euklidischen Raum, wo die Hürden gleichförmig verteilt sind, schreitet es längs einer Geraden vorwärts, d. h. es geht von einem Punkt zum andern auf einem Wege, der mit möglichst wenig Hürdensprüngen verbunden ist. Wir wollen annehmen, daß sich das Teilchen auch im nichteuklidischen Feld mit den umgeordneten Hürden längs einer Bahn kleinster Anstrengung bewegt. Wir können nämlich innerhalb eines kleinen Gebiets nicht zwischen einer Umordnung und einer Verzerrung unterscheiden. So müssen wir zur Ansicht kommen, daß das Teilchen so von einem Gebiet ins nächste gelangt, wie es diese Regel vorschreibt. Es läßt sich nicht durch die Umordnung stören, die erst bei einer Betrachtung des gesamten Feldes zum Vorschein kommt ¹⁾.

Unser Teilchen wird nun aber offenbar nicht geradeswegs mitten durch die dicht besäte Gegend wandern, sondern sich ein wenig nach außen zu halten, wo sich nicht so viele Hürden befinden — aber nicht zu sehr, weil sonst der Weg länger wird als es zulässig ist. Die Bahn des Teilchens wird also, vom Mittelpunkt aus betrachtet, etwas konkav erscheinen. Jeder, der das mit ansieht, wird erklären: das Teilchen ist vom Mittelpunkt angezogen worden. Merkwürdig, daß man diese Erscheinung eine Anziehung nennt, wo doch die Bahn dem mittleren Gebiet auszuweichen sucht. Die Ablenkung der Bewegungsrichtung ist eben eine solche, wie sie von einer Anziehungskraft hervorgerufen würde.

¹⁾ Es muß irgend eine absolute Bahn geben, und wenn sich etwas Absolutes nur durch Hürdenzahlen und nicht durch Entfernungen des Feldes ausdrücken läßt, so ist allein der Weg mit den wenigsten Hürden einer absoluten Definition fähig.

Diese Bahnkrümmung kommt noch zur Newtonschen Schwerkraft hinzu, die darauf beruht, daß γ noch ein zweites Mal in unserer Formel auftritt. Der neue Effekt hat aber, wie schon erläutert, im allgemeinen einen sehr geringen Einfluß und bedeutet nur eine winzige Korrektur des Newtonschen Gesetzes. Nur bei einer Lichtwelle oder einem mit annähernd Lichtgeschwindigkeit bewegten Teilchen wird beides von derselben Größenordnung; denn dann ist dr^2 vergleichbar mit dt^2 .

Fassen wir zusammen. Ein Lichtstrahl wird in der Nähe eines schweren Teilchens gekrümmt. Einmal wegen des nichteuklidischen Charakters der Verbindung von Zeit und Raum. Diese Ablenkung ist gleichwertig mit der durch das Newtonsche Gesetz bewirkten und kann in der gewöhnlichen Weise berechnet werden, wenn man die Annahme macht, daß das Licht ein Gewicht habe wie ein materieller Körper. Zweitens wird das Licht infolge der nichteuklidischen Beschaffenheit des Raumes allein gekrümmt. Diese Krümmung kommt noch zu der vom Newtonschen Gesetz herrührenden hinzu. Gelingt es uns, den Betrag der Krümmung eines Lichtstrahles durch Beobachtung zu ermitteln, so können wir entscheiden, ob die Einsteinsche oder die Newtonsche Theorie recht hat.

Diese Zerlegung der Anziehung in zwei Teile ist sehr geeignet, einem den Unterschied zwischen der neuen und der alten Theorie klar zu machen. Vom Relativitätsstandpunkt aus handelt es sich aber dabei um eine künstliche Trennung. Nach unserer Meinung wird das Licht genau so abgelenkt, wie die Bahn eines materiellen Teilchens von der gleichen Geschwindigkeit abgelenkt würde. Als Ursache für beide Ablenkungen kann man entweder das Gewicht oder das nichteuklidische Raum-Zeitkontinuum ansehen, je nachdem, für welche Bezeichnungsweise man sich entscheidet. Der einzige Unterschied zwischen den Voraussagen der alten und der neuen Theorie besteht darin, daß im einen Falle das Gewicht nach dem Newtonschen, im anderen nach dem Einsteinschen Gravitationsgesetz berechnet wird.

Man kann diese Wirkung auf das Licht nach der Einsteinschen Theorie noch auf eine andere Weise deuten, die aus manchen Gründen vorzuziehen ist. Sie beruht auf der Tatsache, daß im Schwerfeld die Lichtgeschwindigkeit keine Konstante (die Einheit) ist, sondern bei Annäherung an die Sonne kleiner wird. Damit soll nicht gesagt sein, daß ein Beobachter, der an einem Ort in der Nähe der Sonne experimentell die Lichtgeschwindigkeit bestimmt, diese Abnahme feststellen würde; er würde aus dem Fizeauschen Experiment für die

Lichtgeschwindigkeit, in Kilometern pro Sekunde ausgedrückt, ganz genau den gleichen Wert wie ein Beobachter auf der Erde ableiten. Die veränderliche Geschwindigkeit ist die *Koordinatengeschwindigkeit*, bei der von den Größen r, ϑ, t Gebrauch gemacht wird, die der Beobachter, der das gesamte Sonnensystem auf einmal betrachtet, benutzt.

Man wird sich daran erinnern, daß wir bei der Besprechung der angenäherten Raum-Zeitgeometrie der Fig. 3 zu dem Ergebnis gelangt sind, daß gewisse Ereignisse, wie P , sich in der absoluten Vergangenheit oder Zukunft von O befinden und andere, wie P' , weder vor noch nach O , sondern sonst wann kommen. Mathematisch drückt sich dieser Unterschied darin aus, daß für OP die Größe ds^2 positiv, für OP' aber negativ ausfällt. Im ersten Falle ist das Intervall reell und „zeitartig“, im zweiten imaginär oder „raumartig“. Beide Gebiete sind durch Linien (eigentlich Kegel) voneinander getrennt, bei deren Überschreiten ds sein Vorzeichen ändert. Auf den Linien selbst ist ds gleich Null. Offenbar müssen diese Linien eine große weltgeometrische Bedeutung besitzen. Physikalisch sind sie hauptsächlich deswegen wichtig, weil sie die Bahnen der Lichtimpulse darstellen. Die Bewegung einer Lichtwelle genügt also stets der Gleichung $ds = 0$.

Setzen wir darin das ds des Schwerefelds ein, so erhalten wir

$$0 = -\frac{1}{\gamma} dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2.$$

Bei radialer Bewegung ist

$$d\vartheta = 0$$

und daher

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \gamma^2.$$

Bei transversaler Bewegung ist

$$dr = 0$$

und somit

$$\left(r\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 = \gamma.$$

Die radiale Koordinatenlichtgeschwindigkeit ist danach in den gewählten Koordinaten gleich γ , die transversale gleich $\sqrt{\gamma}$.

Die Koordinatengeschwindigkeit hängt natürlich von der Wahl des Koordinatensystems ab. Es ist vorteilhafter, ein etwas anderes System einzuführen, bei dem die Lichtgeschwindigkeit nach allen

Richtungen¹⁾ den gleichen Wert, nämlich γ oder $1 - \frac{2m}{r}$, hat. Dieser Ausdruck nimmt bei Annäherung an die Sonne ab — in Übereinstimmung mit der vorhin bemerkten Tatsache, daß ein radialer Lichtimpuls von der Sonne abgestoßen wird.

Die Wellenbewegung in einem Lichtstrahl kann verglichen werden mit einem Zuge langgestreckter fortschreitender Meereswellen. Ist die Bewegung der Wellen an einem Ende langsamer als am anderen, dann muß sich die ganze Wellenfront allmählich drehen, womit eine Änderung der Fortschrittingsrichtung verbunden ist. Auf dem Meere tritt dies ein, wenn das eine Ende der Welle eher als das andere in untiefes Wasser gerät, da in untiefem Wasser die Geschwindigkeit kleiner ist. Es ist wohl bekannt, daß aus diesem Grunde diagonal eine Bucht durchquerende Wellen eine Drehung erfahren und parallel zum Ufer werden. Der weiter vorgedrungene Teil wird im seichten Wasser verzögert und wartet auf den anderen Teil. Genau so verhält es sich mit den Lichtwellen, die in der Nähe der Sonne vorbeikommen. Der Teil, der der Sonne am nächsten kommt, hat die kleinere Geschwindigkeit. Die Wellenfront dreht sich also, und dadurch werden die Wellen gekrümmt.

Das Licht bewegt sich in einem materiellen Medium langsamer als im Vakuum. Die Geschwindigkeit ist umgekehrt proportional mit dem Brechungsexponenten des Mediums. Die Erscheinung der Brechung besteht in der Tat in der Drehung der Wellenfront beim Eintritt in ein Gebiet kleinerer Geschwindigkeit. Daher können wir die Wirkung der Schwere auf das Licht ganz genau nachahmen, indem wir uns den Raum um die Sonne mit einem brechenden Medium, das die richtige Lichtgeschwindigkeit ergibt, erfüllt denken. Um die Geschwindigkeit $1 - \frac{2m}{r}$ zu erhalten, muß der Brechungsexponent

gleich $\frac{1}{\left(1 - \frac{2m}{r}\right)}$ oder sehr angenähert gleich $1 + \frac{2m}{r}$ werden. An

¹⁾ Dieses System erhält man dadurch, daß man r durch $r + m$ ersetzt oder den Abstand von der Sonne um $1\frac{1}{2}$ km verringert. Diese Koordinatenänderung vereinfacht das Problem, hat aber natürlich keinen Einfluß auf das, was beobachtet werden kann. Haben wir den Gang der Lichtstrahlen in dem gewählten Koordinatensystem bestimmt, dann müssen wir unsere Ergebnisse an der Hand der ds^2 -Formel mit den experimentellen Messungen in Verbindung bringen. Diese schließliche Verknüpfung der mathematischen und experimentellen Resultate ist jedoch verhältnismäßig einfach, da es sich dabei um Messungen handelt, wie sie in einem Observatorium auf der Erde angestellt werden, wo die Abweichung des γ von 1 zu vernachlässigen ist.

der Sonnenoberfläche ist $r = 697\,000$ km, m hat den Wert 1,47 km. Daraus erhält man für den Brechungsexponenten 1,000 004 24. In einer Höhe über der Sonne gleich ihrem Radius müßte er gleich 1,000 002 12 gemacht werden.

Jede Aufgabe über Lichtstrahlen in der Nähe der Sonne ist nunmehr mit den Methoden der geometrischen Optik, angewandt auf das äquivalente brechende Medium, lösbar. Man zeigt ohne Schwierigkeit, daß die gesamte Ablenkung eines Lichtstrahles, der in einer Entfernung r vom Sonnenmittelpunkt vorbeigeht (im Bogenmaß), gleich

$$\frac{4m}{r}$$

ist, wogegen die Ablenkung desselben Strahles nach der Newtonschen Theorie

$$\frac{2m}{r}$$

betragen würde.

Für einen die Sonnenoberfläche streifenden Strahl findet man die numerischen Werte:

$$1,75'' \text{ (Einsteinsche Theorie),}$$

$$0,87'' \text{ (Newtonsche Theorie).}$$

Frage 1: Üben die Körper auf das Licht nicht eine Fernwirkung aus, die zu einer Krümmung der Strahlen führt, und ist diese Wirkung (*ceteris paribus*) nicht in der geringsten Entfernung am stärksten?
Newton, Optik.

7. Kapitel

Schweres Licht

Wir wollen nunmehr die experimentelle Prüfung der Wirkung der Schwere auf das Licht, die wir im vorigen Kapitel theoretisch untersucht haben, näher betrachten. In diesem Buche soll im allgemeinen nicht auf experimentelle Einzelheiten eingegangen werden. Wenn wir uns also konsequent an diese Vorschrift halten würden, dann müßten wir jetzt, wie es auch bisher geschehen ist, die Ergebnisse der Beobachtungen kurz in ein paar Zeilen zusammenfassen. Aber es handelt sich hier um diejenige Prüfung an der Erfahrung, die die Aufmerksamkeit des großen Publikums auf die Relativitätstheorie gelenkt hat. Man begegnet daher allenthalben dem Wunsche, darüber näheres zu erfahren. Wir wollen deshalb etwas ausführlicher über die Geschichte der Sonnenfinsternisexpeditionen berichten. Unsere langen theoretischen Überlegungen werden damit durch eine Darstellung der wichtigsten Anwendung dieser Theorie auf die Praxis unterbrochen.

Es dreht sich dabei wohlverstanden um zwei Fragen. Erste Frage: Besitzt das Licht ein Gewicht (wie Newton vermutete) oder verhält es sich gegenüber der Schwere indifferent? Zweite Frage: Wenn das Licht ein Gewicht besitzt, erfolgt dann dessen Ablenkung nach dem Einsteinschen oder nach dem Newtonschen Gesetz?

Man wußte bereits, daß das Licht Masse oder Trägheit aufweist, wie das auch bei anderen Formen elektromagnetischer Energie der Fall ist. Das beweist das Auftreten des Strahlungsdruckes. Man muß eine gewisse Kraft aufwenden, um einen Lichtstrahl durch ein Hindernis aufzuhalten. Ein Scheinwerfer erleidet einen unmerklichen

Rückstoß, als ob er ein Maschinengewehr wäre, das materielle Geschosse feuert. Diese von der strenggläubigen elektromagnetischen Theorie vorausgesagte Kraft ist außerordentlich klein. Man hat sie aber durch ganz feine Experimente nachweisen können. Wahrscheinlich spielt diese Trägheit der Strahlung eine große kosmische Rolle, besonders beim Gleichgewicht der ausgedehnteren Sterne. Diese Trägheit war in der Tat vermutlich die treibende Kraft, die die Materie des Weltalls in Sterne von ungefähr gleicher Masse zerlegt hat. Vielleicht legen auch die Schweife der Kometen Zeugnis von der Macht des Impulses des Sonnenlichtes ab, der die kleineren oder die stärker absorbierenden Teilchen nach außen treibt.

Man darf mit gutem Recht von einem Pfund Licht sprechen, wie man von einem Pfund von irgend einer anderen Substanz spricht. Die Masse der gewöhnlichen Quantitäten an Licht ist jedoch äußerst geringfügig. Ich habe ausgerechnet, daß bei dem billigen Preise von 25 Pfennig für die Kilowattstunde eine Elektrizitätsgesellschaft das Pfund Licht mit 3 Milliarden Mark feilbieten müßte. Täglich fallen ungefähr 160 Tonnen Sonnenlicht auf die Erde.

Es ist vielleicht nicht ganz einfach einzusehen, wieso eine Wellenbewegung Trägheit oder gar ein Gewicht haben kann. Wir wollen deshalb des leichteren Verständnisses wegen uns mit einem bestimmten Fall beschäftigen. Stellen wir uns einen Körper mit einer Höhlung vor, die mit strahlender Wärme oder mit Lichtstrahlen erfüllt sei. Die Masse des Körpers wird gleich der Summe der Massen der Materie und der strahlenden Energie in der Höhlung sein. Um den Körper von der Stelle zu bewegen, muß man wegen der in ihm vorhandenen Lichtwellen eine größere Kraft aufwenden. Bringen wir ihn jetzt auf eine Wagschale oder bestimmen sein Gewicht mit einer Federwage. Wird er dann auch infolge der Strahlung, die er enthält, mehr wiegen oder ist sein Gewicht nur gleich dem der festen Materie? Tritt der erste Fall ein, so muß man offenbar nach diesem Befund dem Licht ein Gewicht zuschreiben. Daraus leitet man dann auch ohne Schwierigkeit die Wirkung dieses Gewichts bei einem frei beweglichen, nicht in einen Hohlraum eingeschlossenen Lichtstrahl ab.

Infolge ihres Gewichts gewinnt die Strahlung in jeder Sekunde einen abwärts gerichteten Impuls proportional zu ihrer Masse. Dieser Impuls überträgt sich dann auf die ihn einschließende Materie. Bei einer frei durch den Raum eilenden Lichtwelle setzt sich der dazukommende Impuls mit dem ursprünglichen zu einem Gesamtimpuls zusammen, der die Richtung des Lichtstrahles bestimmt. Der Lichtstrahl wird dadurch gekrümmt. Die Newtonsche Theorie gestattet uns

nicht, diese Krümmung zu berechnen, sondern begnügt sich damit, sie auf Grund allgemeiner Prinzipien vorauszusagen. Die Einsteinsche Theorie zeigt uns den Weg, auf dem sie berechnet werden kann, nämlich aus der Veränderlichkeit der Geschwindigkeit der Wellen.

Bisher hat sich gezeigt, daß Masse und Gewicht genau miteinander proportional sind. Man weiß bereits aus einer sehr wichtigen experimentellen Tatsache, daß diese Proportionalität nicht nur für die Energie der Materie gilt. Das Element Uran enthält sehr viel radioaktive Energie, wahrscheinlich in elektromagnetischer Form, die es langsam frei macht. Die Masse dieser Energie muß einen nennenswerten Bruchteil der gesamten Masse des Elements ausmachen. Man hat aber durch Experimente mit der Eötvösschen Torsionswaage nachgewiesen, daß bei Uran das Verhältnis von Gewicht und Masse das gleiche wie bei allen anderen Substanzen ist. Daraus folgt, daß die radioaktive Energie ein Gewicht besitzt. Doch handelt es sich bei diesem Experiment noch ausschließlich um gebundene elektromagnetische Energie. Wir dürfen daher daraus keinen Schluß auf das Verhalten der freien Lichtenergie ziehen.

Man sieht sofort ein, daß ein Experiment auf der Erde augenblicklich keine Aussicht auf Erfolg verspricht. Wenn die Masse und das Gewicht des Lichtes in dem gleichen Verhältnis wie bei der Materie zueinander stehen, dann müßte ein Lichtstrahl genau so wie die Bahn eines materiellen Teilchens gekrümmt werden. Eine Gewehr- kugel sinkt, wie alles, in der ersten Sekunde um 5, in der zweiten um 20 m usw., von ihrer ursprünglichen Flugrichtung aus gerechnet, nach abwärts. Deshalb muß man beim Scheibenschießen immer etwas höher zielen. Das Licht würde auch in der ersten Sekunde um 5 m fallen ¹⁾; da es aber in dieser Zeit in seiner Bahn eine Strecke von 300 000 km zurückgelegt hat, so wäre von einer Krümmung nichts zu merken. Auf der Erde wird in der Tat jeder Lichtweg mit so großer Geschwindigkeit durchlaufen, daß die Schwere überhaupt nicht dazu kommt, irgend einen Einfluß auszuüben.

Daher muß man das Experiment in der Nähe der Sonne ausführen. Dort zieht die Schwere 27 mal stärker als auf der Erde, und — was wichtiger ist — verläuft wegen der größeren Ausdehnung der Sonne die Lichtbahn ein viel längeres Stück in einem Gebiet, in dem die Schwerkraft eine anständige Intensität aufweist. Die Ablenkung macht hier so ungefähr eine Bogensekunde aus, was für den Astronomen ein ziemlich großer Betrag ist.

¹⁾ Oder um 10 m nach dem Einsteinschen Gesetz. Die Fallgeschwindigkeit wächst mit zunehmender Bewegungsgeschwindigkeit.

In Fig. 16 stellt die Kurve $EFQP$ die Bahn eines Lichtstrahles dar, der von einem entfernten Stern P ausgeht und die Erde in E erreicht. Die Hauptkrümmung des Strahles tritt beim Vorübergang an der Sonne ein, wogegen der Anfang PQ und das Ende FE der Bahn praktisch als geradlinig anzusehen sind. Da die in das Auge oder in das Fernrohr des Beobachters eintretenden Lichtstrahlen die Richtung FE haben, so wird er auch den Stern in dieser Richtung wahrnehmen. In Wirklichkeit liegt jedoch der Stern von der Erde aus in der Richtung QP der Anfangsbahn. Mithin erscheint der Stern von seiner wahren Lage nach außen um einen Winkel verschoben, der der gesamten Ablenkung des Strahles entspricht.

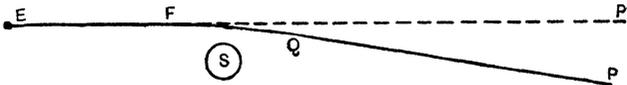


Fig. 16.

Das ist aber wohlverstanden nur deshalb richtig, weil ein Stern so weit entfernt ist, daß seine wahre Richtung von der Erde aus ununterscheidbar von seiner Richtung von dem Punkte Q aus ist. Bei einer Lichtquelle im Sonnensystem wäre die scheinbare Verschiebung keineswegs gleich der Ablenkung des Lichtstrahles. So von vornherein würde man vielleicht nicht erwarten, daß die Anziehung der Sonne auf das Licht sich in einer scheinbaren Verschiebung des Sterns von der Sonne weg äußert. Man sieht aber ein, daß dem so sein muß.

Die Krümmung tritt bei Sternen in der Nähe der Sonne ein. Deswegen kann man nur bei einer totalen Sonnenfinsternis hoffen, etwas zu beobachten, weil dann der Mond das helle Sonnenlicht abblendet. Selbst dann geht noch ziemlich viel Licht von der Sonnenkorona aus, das sich bis in große Entfernungen von der Scheibe bemerkbar macht. Deshalb müssen ordentlich helle Sterne in der Umgebung der Sonne vorhanden sein, die nicht im Glanz der Korona verschwinden. Ferner können die Verschiebungen dieser Sterne nur relativ zu anderen Sternen gemessen werden, besonders relativ zu solchen, die weiter weg von der Sonne liegen und eine geringere Verschiebung erleiden. Wir brauchen also noch eine genügende Anzahl von entfernteren hellen Sternen, die als Bezugspunkte dienen können.

In abergläubischen Zeiten hätte ein Naturforscher vor der Ausführung eines wichtigen Experiments einen Astrologen nach dem

günstigsten Augenblick dafür befragt. Ein Astronom von heute würde nach Befragen der Sterne mit größerem Recht verkünden, daß der geeignetste Tag des Jahres zum Nachweis der Lichtschwere der 29. Mai ist. Aus folgendem Grunde: Die Sonne durchwandert auf ihrer Jahresreise um die Ekliptik herum verschieden dicht mit Sternen besäte Gebiete, am 29. Mai befindet sie sich aber inmitten eines ganz außergewöhnlich großen Haufens von hellen Sternen — sie bilden einen Teil der Hyaden — in der denkbar besten Sternengegend. Wäre nun unser Problem zu irgend einem anderen geschichtlichen Zeitpunkt akut geworden, dann hätte man Tausende von Jahren warten müssen, bis eine totale Sonnenfinsternis sich einmal an diesem günstigen Tage ereignet hätte. Und so war es denn ein überaus glücklicher Zufall, daß am 29. Mai 1919 eine Finsternis stattfand. Infolge der merkwürdigen Aufeinanderfolge der Finsternisse wird ein ähnlich ausgezeichnetes Moment im Jahre 1938 eintreten. Wir befinden uns gerade mitten in der günstigsten Periode. Ich will nicht behaupten, es sei unmöglich bei anderen Finsternissen zu beobachten. Es wird bloß viel schwieriger sein.

Als im März 1917 der Königliche Astronom auf diese günstige Gelegenheit hinwies, nahm ein Ausschuß der Akademie der Wissenschaften und der Astronomischen Gesellschaft die Vorbereitungen für die Beobachtung in die Hand. Es wurden zwei Expeditionen nach zwei verschiedenen Orten auf der Totalitätslinie entsandt, um die Gefahr des Mißlingens infolge schlechten Wetters herabzumindern. Dr. A. C. D. Crommelin und Herr C. Davidson gingen nach Sobral in Nordbrasilien; Herr E. T. Cottingham und der Verfasser nach der Insel Principe im Golf von Guinea in Westafrika. Die instrumentelle Ausrüstung beider Expeditionen wurde im Greenwicher Observatorium unter der Leitung des Königlichen Astronomen vorgenommen. Hier traf auch Herr Davidson die Anordnungen, denen in erster Linie der Erfolg bei beiden Expeditionen zu danken ist.

Die näheren Umstände waren in beiden Fällen ziemlich voneinander verschieden, so daß man die zwei Expeditionen kaum zusammen behandeln kann. Wir wollen zuerst das Schicksal der Beobachter auf Principe verfolgen. Sie hatten ein Fernrohr von 3,45 m Brennweite. Auf ihren photographischen Platten entsprach eine Bogensekunde (was ungefähr die größte zu messende Verschiebung war) einer Strecke von etwa $\frac{1}{60}$ mm — eine keineswegs verschwindend kleine Größe. Die Objektivöffnung betrug 32,5 cm, wurde aber zur Erzielung schärferer Bilder auf 20 cm verringert. Selbst bei einer Expositionsdauer von wenigen Sekunden muß man die tägliche

Bewegung der Sterne am Himmel berücksichtigen und daher das Fernrohr dieser Bewegung folgen lassen. Da es aber nicht leicht ist, ein langes und schweres Fernrohr in einer entlegenen Weltgegend bei nur vorübergehender Aufstellung in geeigneter Weise beweglich zu montieren, so läßt man gewöhnlich bei Finsternissen das Fernrohr unbeweglich und spiegelt die Sterne durch einen Heliostaten hinein — das ist ein ebener Spiegel, der mit der richtigen Geschwindigkeit durch ein Uhrwerk gedreht wird. Eine derartige Anordnung haben beide Expeditionen verwendet.

Die Beobachter hatten reichlich über zwei Monate Zeit, um auf der Insel ihre Vorbereitungen zu treffen. Am Tage der Finsternis war das Wetter ungünstig. Beim Beginn der Totalität konnte man die dunkle von der Korona umgebene Scheibe des Mondes durch die Wolken hindurch sehen, wie oft der Mond in der Nacht hinter Wolken zum Vorschein kommt, ohne daß Sterne sichtbar sind. Es blieb nichts anderes übrig, als das verabredete Programm auszuführen und das beste zu hoffen. Ein Beobachter hatte die Aufgabe, fortwährend rasch hintereinander die Platten auszuwechseln, während der andere das richtige Exponieren mit einer vor das Objektiv gehaltenen Blende besorgte, um jede Erschütterung des Fernrohrs zu vermeiden.

Denn innen, außen oben, unten und umher
Ist alles nur ein Zauberschattenspiel,
Gespielt in einem Kasten, wo die Sonn' die Kerze,
Um den wir Schatten wandeln und vergehn.

Unsere Zauberlaterne nahm unsere ganze Aufmerksamkeit in Anspruch. Ein wundervolles Schauspiel spielt sich da oben ab. Eine prächtige Protuberanz wurde, wie sich nachher aus den Photographien ergab, Hunderttausende von Kilometern über den Sonnenrand hinaus fortgeschleudert. Wir hatten keine Zeit, uns dieses Schauspiel anzusehen. Wir fühlen nur das unheimliche Zwielficht, in das die Landschaft getaucht ist, das Schweigen der Natur, das von den Rufen der Beobachter unterbrochen wird und das Schlagen des Metronoms, das die 302 Sekunden der Totalität auszählt.

Wir erhielten 16 Photographien mit Expositionsauern von 2 bis 20 Sekunden. Auf den ersten Photographien sind keine Sterne zu sehen, obwohl sie die große Protuberanz wiedergeben. Aber offenbar haben sich gegen das Ende der Totalität die Wolken vor der Sonne etwas gelichtet, so daß einige Bilder auf die späteren Platten kamen. In vielen Fällen erschien der eine oder der andere der wichtigsten Sterne wegen der Wolken nicht auf der Platte; eine solche Photographie konnte nicht verwendet werden. Auf einer Platte

finden sich einigermaßen brauchbare Bilder von fünf Sternen, die sich zu einer Bestimmung eigneten. Die Ausmessung wurde an Ort und Stelle ein paar Tage nach der Finsternis mit einer Mikrometer-teilmaschine vorgenommen. Jetzt mußten noch die scheinbaren vom Schwerfeld der Sonne beeinflussten Lagen der Sterne verglichen werden mit ihren normalen Lagen auf einer Photographie, bei der die Sonne weit weg war. Solche normale Vergleichsphotographien waren bereits mit dem gleichen Fernrohr im Januar in England aufgenommen worden. Die Finsternisphotographie und eine Vergleichsphotographie wurden derart in die Teilmaschine eingestellt, daß die entsprechenden Bilder nahe zusammenfielen. Die kleinen Entfernungen wurden nach zwei senkrechten Richtungen ausgemessen. Daraus konnte man dann die relativen Verschiebungen der Sterne entnehmen. Bei dem Vergleich zweier Platten mußten zahlreiche Korrekturen wegen Refraktion, Aberration, Plattenstellung usw. angebracht werden. Da aber dies alles auch bei Sternparallaxenbestimmungen vorkommt, bei denen eine viel größere Genauigkeit verlangt wird, so ist der Astronom mit diesen Dingen wohl vertraut.

Diese Platte zeigte eine Verschiebung, die gut mit der Einsteinschen Theorie übereinstimmte und nicht mit der Newtonschen Voraussage zu vereinen war. Obgleich das Material sehr spärlich, verglichen mit dem, was wir erhofft hatten, war, so hielt es der Verfasser (der, wie er zugeben muß, nicht ganz unbefangene war) doch für überzeugend.

Erst nach der Rückkehr nach England kam noch eine weitere Bestätigung hinzu. Wir hatten vier Platten unentwickelt mit nach Hause gebracht, weil sie eine Entwicklung in dem heißen Klima nicht zugelassen hätten. Von diesen zeigte eine eine genügende Anzahl von Sternen. Ihre Ausmessung ergab in Bestätigung der anderen Platte auch die von Einstein vorausgesagte Ablenkung.

Über Untersuchungen dieser Art schwebt immer das Schreckenspenst des systematischen Fehlers. Woher wissen Sie, daß diese scheinbare Ablenkung nicht von irgend etwas an Ihrem Apparat herrührt? Ihr Objektiv war während der Reise Erschütterungen ausgesetzt; in Ihrem optischen System befand sich ein Spiegel; vielleicht haben auch die 50° Temperaturunterschied zwischen dem Äquator Klima und dem Winter Klima in England nachteilig gewirkt. Um diesen Einwänden zu begegnen, wurde eine andere Gegend des Sternhimmels in gleicher Höhe wie die Finsternisgegend in der Nacht in Principe und ebenso in England photographiert. Rührte die Ablenkung in Wirklichkeit nur vom Instrument her, dann müßten

die Sterne auf diesen Platten relative Verschiebungen von ähnlicher Art wie diejenigen auf den Finsternisplatten aufweisen. Die Ausmessung dieser Kontrollplatten ergab aber keine bemerkbaren Verschiebungen. Damit ist wohl zur Genüge bewiesen, daß die während der Finsternis beobachtete Verschiebung tatsächlich durch die in diesem Gebiet anwesende Sonne bewirkt wird, und daß dafür nicht die verschiedenen experimentellen Bedingungen in England und Principe verantwortlich zu machen sind. Man kann sich noch an den Strohhalm klammern, daß ein Unterschied zwischen den Verhältnissen in Principe während der Nacht, als die Kontrollaufnahmen gemacht wurden, und denen bei Tage, oder besser während der Finsternis, als die Finsternisphotographien aufgenommen wurden, bestehen könnte. Doch scheint mir dieser Ausweg unmöglich zu sein, angesichts der Tatsache, daß die Nacht- und Tagtemperatur in Principe um nicht mehr als 1° voneinander abwichen.

So schien denn bereits fast kein Zweifel mehr möglich zu sein, und wir sahen mit guter Zuversicht der Rückkehr der anderen Expedition aus Brasilien entgegen. Die Brasilianer hatten schönes Wetter gehabt und viel mehr Material auf ihre Platten bekommen. Sie waren noch zwei Monate nach der Finsternis dort geblieben, um die gleiche Gegend des Himmels vor Tagesanbruch ohne Sonne zu photographieren. Auf diese Weise wollten sie Vergleichsphotographien erhalten, die genau unter den gleichen Verhältnissen aufgenommen worden waren. Bei einem Teil der Photographien benutzten sie ein ähnliches Fernrohr wie wir in Principe hatten. Außerdem verwandten sie noch ein längeres Fernrohr von 10 cm Öffnung und 5,80 m Brennweite. Die mit dem ersten Fernrohr erzielten Photographien waren mißlungen. Zwar waren auf ihnen alle erwarteten Sterne (ungefähr 12) zu sehen, auch hatte man zahlreiche Platten erhalten, doch waren die Bilder aus irgend einem Grunde verdorben, wahrscheinlich wegen der Verzerrung des Heliostatenspiegels infolge der Erwärmung durch die Sonne. Die Beobachter hielten von diesen Photographien nicht viel; trotzdem wurden sie zuerst bei der Rückkehr nach England ausgemessen. Das Resultat war eine große Überraschung, nach dem, was die Platten aus Principe ergeben hatten. Die Messungen zeigten eine allzu gute Übereinstimmung mit der „halben Ablenkung“, das soll heißen mit dem Newtonschen Wert, der halb so groß ist, wie der Einsteinsche. Es fällt einem nicht ganz leicht das magere Material aus Principe gegen den Reichtum, den der klare Himmel von Sobral beschert hatte, in Schutz zu nehmen. Zugegeben, die Sobraler Bilder wurden verworfen; aber es war doch nicht so von vornherein sicher,

daß ihre Aussagen in diesem Punkt ganz und gar ungültig sein sollten. Außerdem waren die Bilder von Principe nicht besonders scharf und wegen der Wolken sehr geschwächt. Auf der anderen Seite sprach doch wieder einiges zugunsten dieser Photographien, wie sich besonders hinterher herausstellte. Das Wichtigste war die sichere Kontrolle gegen systematische Fehler durch die Photographien des Kontrollfeldes. In Sobral waren keine derartige Kontrollaufnahmen gemacht worden, und da offensichtlich die Nichtübereinstimmung der Ergebnisse beider Expeditionen auf einen systematischen Fehler zurückzuführen war und nicht an der Güte des Sobraler Materials liegen konnte, so muß jener Mangel sicherlich den Ergebnissen von Principe gutgeschrieben werden. Überdies war in Principe eine schädliche Wirkung der Sonnenstrahlen auf den Spiegel schon deshalb ausgeschlossen, weil sich die Sonne allzu schüchtern hinter den Wolkenschleier zurückgezogen hatte. Ein weiterer Vorteil der Kontrollplatten von Principe bestand darin, daß sie eine unabhängige Bestimmung des Unterschieds des Fernrohrmaßstabs (des Skalenwerts) bei der Beobachtung mit dem Fernrohr in England und während der Finsternis gestatteten. Bei den Sobraler Platten wurde dieser Skalenunterschied durch eine Reduktionsmethode eliminiert; bei dieser Methode beruhen die Resultate auf der Messung einer viel kleineren relativen Verschiebung.

Bleiben noch die in Sobral mit der 10 cm-Linse erhaltenen sieben Platten. Ihre Ausmessung hatte sich verzögert, weil man wegen ihrer ungewöhnlichen Form zu ihrer Unterbringung eine Teilmaschine abändern mußte. Gleich von vornherein war nicht daran zu zweifeln, daß die endgültige Entscheidung bei diesen Photographien liegen mußte, da ihre Bilder nahezu ideal waren; auch war der Maßstab größer als bei den anderen Photographien. Das Umgehen mit diesem Instrument muß mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden gewesen sein: die schwerfällige Länge des Fernrohrs, das langsamere Fortrücken der Linse, weshalb man länger exponieren und das Uhrwerk genauer einstellen mußte, der größere Maßstab, wodurch der Brennpunkt empfindlicher gegen Störungen wurde. Trotz aller dieser Schwierigkeiten war die Arbeit der Beobachter von Erfolg gekrönt; die Vollkommenheit der Negative übertraf alles, was erwartet werden konnte. — Diese Platten wurden nun ausgemessen und ihr endgültiges Urteil bestätigte den Einsteinschen Ablenkungswert in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Principe.

Man wird sich daran erinnern, daß die Einsteinsche Theorie eine Ablenkung von $1,74''$ für den Sonnenrand vorausgesagt hatte;

dieser Wert sollte umgekehrt proportional mit der Entfernung vom Sonnenmittelpunkt abnehmen. Die einfache Newtonsche Ablenkung beträgt die Hälfte davon: $0,87''$. Die Schlußergebnisse von Sobral und Principe (auf den Sonnenrand reduziert) mit ihren „wahrscheinlichen zufälligen Fehlern“ sind

Sobral	$1,98'' \pm 0,12''$
Principe	$1,61'' \pm 0,30''$.

Gewöhnlich gibt man ein Resultat bis auf den doppelten wahrscheinlichen Fehler nach beiden Seiten des Mittelwerts als sicher an. Die Platten von Principe schließen somit gerade noch die „halbe Ablenkung“ aus, während sie nach den Sobraler Platten mit praktischer Gewißheit als unmöglich anzusehen ist. Der Wert des Materials von Principe kann nicht höher als ein Sechstel desjenigen von Sobral eingeschätzt werden. Aber diese Bestätigung der Einsteinschen Theorie wird gegenüber kritischen Einwendungen besonders durch die Tatsache gestützt, daß sie unabhängig mit zwei verschiedenen Instrumenten an zwei verschiedenen Stellen und mit verschiedenen Kontrollen erzielt worden ist.

Die beste Kontrolle der mit der 10 cm-Linse in Sobral erhaltenen Ergebnisse bildet die überzeugende innere Übereinstimmung der Messungen bei verschiedenen Sternen. Die theoretische Ablenkung sollte umgekehrt wie der Abstand vom Sonnenmittelpunkt variieren. Wenn wir daher für jeden Stern die mittlere radiale Verschiebung als Funktion der reziproken Entfernung graphisch darstellen, so müßten die Punkte auf einer Geraden liegen. Die ist aus Fig. 17 zu ersehen, wo die gestrichelte Linie die theoretische Voraussage Einsteins darstellt. Die Abweichungen liegen innerhalb der zufälligen Beobachtungsfehler. Eine Gerade mit der halben Neigung, wie sie die halbe Ablenkung erfordern würde, ist offenbar unmöglich.

Überdies wurden die Ablenkungswerte unabhängig voneinander aus Rektaszensions- und Deklinationsmessungen abgeleitet. Diese Werte befanden sich in naher Übereinstimmung.

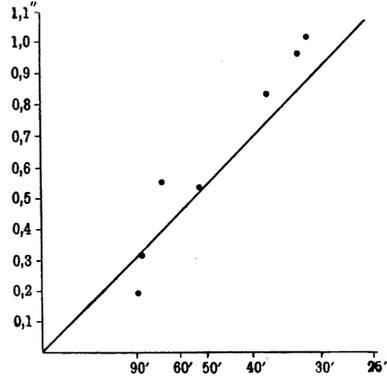


Fig. 17.

Man hat den Einwand erhoben, daß, trotzdem die Beobachtungen eine Ablenkung des an der Sonne vorübergehenden Lichtes von der von Einstein vorausgesagten Größe ergeben haben, diese Ablenkung nicht unbedingt dem Schwerefeld der Sonne zugeschrieben zu werden braucht. Damit ist gemeint, die Ablenkung könnte vielleicht nicht eine wesentliche Wirkung der Sonne in ihrer Eigenschaft als massiver Körper, sondern eine zufällige Wirkung sein, die von der die Sonne umgebenden und sich als strahlenbrechende Atmosphäre äußernden Korona herrührt. Das wäre aber ein merkwürdiger Zufall, wenn diese Atmosphäre das theoretische Gesetz genau so quantitativ wie in Fig. 17 nachahmen würde. Diese Auffassung scheint uns an den Haaren herbeigezogen zu sein. Man kann diesen Einwand etwas direkter formulieren. Wie wir bereits gesehen haben, ist die Schwerewirkung auf das Licht äquivalent mit dem Einfluß eines geeigneten brechenden Mediums in der Nähe der Sonne, und wir haben auch damals den erforderlichen Brechungsindex ausgerechnet. In einer Höhe von 600 000 km über der Sonnenoberfläche muß dieser Brechungsindex den Wert 1,0000021 haben. Das entspricht Luft bei $\frac{1}{140}$, Wasserstoff bei $\frac{1}{70}$ und Helium bei $\frac{1}{20}$ Atmosphärendruck. Es ist klar, daß Materie mit einer Dichte von dieser Größenordnung in solcher Entfernung von der Sonne nicht vorhanden sein kann. Der Druck der Säulen der in Betracht kommenden Materie müßte an der Sonnenoberfläche von der Größenordnung 10 000 Atmosphären sein. Wir wissen aber aus spektroskopischen Beobachtungen, daß ein so großer Druck ausgeschlossen ist. Wenn jemand etwa behaupten wollte, daß diese Masse möglicherweise durch elektrische Kräfte getragen wird, so ist ihm die folgende noch zwingendere Überlegung, die sich auf die Absorption gründet, entgegenzuhalten. Das Licht der während der Finsternis photographierten Sterne ist durch eine Schicht von wenigstens anderthalb Millionen Kilometern Dicke von Materie mit einer Dichte von dieser Größenordnung hindurchgegangen, oder, wie wir auch sagen können, durch eine äquivalente 15 000 km dicke Luftschicht von atmosphärischer Dichte. Wir wissen nun zu unserem Glück, was 8 km homogene Erdatmosphäre ausmachen. Die Sterne kamen aber mit ihrer normalen Helligkeit auf die Finsternisplatten. Wenn ein nicht tot zu kriegender Kritiker noch damit kommen sollte, daß die Materie in der Nähe der Sonne aus irgend einem neuen Element mit ganz anderen Eigenschaften wie die uns bekannte Materie bestehen könnte, so werden wir ihm antworten, daß der Mechanismus der Brechung und Absorption derselbe ist und es eine Grenze für eine Brechung ohne merkliche Absorption gibt. Schließlich müßte

man die Materie so anordnen, daß ihre Dichte umgekehrt proportional mit der Entfernung vom Sonnenmittelpunkt abnimmt, damit die richtige Variation des Brechungsindex herauskommt.

Man hat eine Reihe Kometen kennen gelernt, die der Sonne bis auf die hier in Betracht kommenden Entfernungen nahe gekommen sind. Hätten sie durch eine Atmosphäre von einer Dichte, wie man sie zur Erzielung der Verschiebungen braucht, hindurch müssen, so hätten sie einen ungeheuren Widerstand erfahren. Herr Crommelin hat gezeigt, daß die Verfolgung dieser Kometenbahnen eine obere Grenze für die Dichte der Sonnenkorona ergibt. Der dieser Dichte entsprechende Einfluß der Brechung ist ganz zu vernachlässigen.

Für diejenigen, die das Einsteinsche Gravitationsgesetz als eine natürliche Folge einer sich auf ein Minimum von Hypothesen stützenden Theorie ansehen, ist es befriedigend, daß seine beachtenswerte Voraussage quantitativ durch die Beobachtung bestätigt wird, und daß keine unvorhergesehene Ursache diese Prüfung unmöglich gemacht hat.

Rauh klingen die Worte Merkurs nach den
Sängen Apollos. Verlorene Liebesmüh.

8. Kapitel

Weitere Prüfungen der Theorie

Wir haben gesehen, daß die schnell dahineilenden Lichtwellen ein sehr vorteilhaftes Mittel zur Erforschung der nichteuklidischen Eigenschaften des Raumes sind. Man denke aber an die alte Fabel vom Hasen und der Schildkröte. Die langsamen Planeten haben auch nicht zu unterschätzende Vorzüge. Die Lichtwelle übermittelt ihre Kunde in wenigen Minuten durch den Raum; der Planet durchwandert mühselig jahrhundertlang immer und immer wieder die gleiche Gegend. Bei jedem Umlauf berichtet er uns ein wenig vom Raum und so häuft sich langsam Bericht auf Bericht.

Nach dem Newtonschen Gesetz bewegt sich ein Planet um die Sonne in einer Ellipse. Sind keine weiteren störenden Planeten da, so bleibt diese Ellipse stets sich gleich. Nach dem Einsteinschen Gesetz ist die Bahn sehr nahe eine Ellipse; aber sie schließt sich nicht ganz. Beim nächsten Umlauf rückt die Bahn ein wenig in der Bewegungsrichtung des Planeten vor. Wir haben es somit mit einer sich ganz langsam drehenden Ellipse zu tun.

Die Einsteinsche Theorie behauptet: die Bahn rückt jedesmal um den Bruchteil $\frac{3v^2}{c^2}$ eines Umlaufs vor; v bedeutet hier die Geschwindigkeit des Planeten und c die des Lichtes. Die Erdgeschwindigkeit beträgt $\frac{1}{10\,000}$ der Lichtgeschwindigkeit. Während eines Umlaufs (eines Jahres) schreitet somit der Punkt, in dem die Erde die größte Entfernung von der Sonne hat, um $\frac{3}{100\,000\,000}$ des ganzen Umlaufs, das sind $0,038''$, vor. In einem Jahr würden wir einen solchen Unterschied nicht feststellen können, aber wir können ihn wenigstens ein Jahrhundert lang anwachsen lassen. Es wäre dann beobachtbar, wenn nicht die Erdbahn gut abgerundet wäre. Sie ist nämlich fast vollständig kreisförmig, so daß wir nicht genau genug

die Bewegung der Stellen, an denen sie am stärksten gekrümmt ist, verfolgen können. Wählen wir einen Planeten mit höherer Geschwindigkeit, dann wird der Effekt günstiger, nicht nur wegen des größeren v^2 , sondern auch wegen der kürzeren Umlaufzeit. Aber vielleicht noch vielmehr kommt es darauf an, einen Planeten mit sehr elliptischer Bahn aufzutreiben, so daß man leicht die Drehung ihrer Achsen beobachten kann. Beide Bedingungen sind beim Merkur erfüllt. Er ist der schnellste Planet; seine Bahn würde um $43''$ im Jahrhundert vorrücken. Auch ist ihre Exzentrizität weit größer als bei allen anderen sieben Planeten.

Nun kennt man seit langem eine Drehbewegung der Merkurbahn, die man sich nicht erklären konnte. Leverrier hat sie mit Aufmerksamkeit verfolgt. Wie es ihm gelungen war, den Neptun aus den Störungen des Planeten Uranus zu entdecken, so wollte er auch die anomale Bewegung des Merkur auf das Vorhandensein eines inneren Planeten zurückführen, für den man schon den Namen Vulkan bereit hatte. Aber der Vulkan kam nie zum Vorschein, so sehr man nach ihm auch suchte. Kurz bevor Einstein sein Gravitationsgesetz aufstellte, war man zu folgenden Zahlen gelangt: Die tatsächlich beobachtete Bahndrehung beträgt $574''$ im Jahrhundert; die von allen bekannten Planeten herrührenden Störungen hatte man zu $532''$ im Jahrhundert berechnet. Der Überschuß von $42''$ blieb unerklärt. Dieser Betrag war freilich auf kaum mehr als eine Bogensekunde sicher, aber andererseits mindesten dreimal größer als der wahrscheinliche zufällige Fehler.

Diese erhebliche Abweichung von der Newtonschen Theorie ist somit in Übereinstimmung mit dem von Einstein vorausgesagten Vorrücken von $43''$ im Jahrhundert.

Diese $43''$ kann man nun durch Rechnung aus dem Einsteinschen Gesetz ableiten. Dabei ist aber zu bemerken, daß jede geringe Abweichung vom Gesetz der umgekehrten Proportionalität mit dem Entfernungswert wahrscheinlich zu einem Vorrücken oder Zurückweichen des Scheitels der Bahn führen wird. Daß ein Teilchen, wenn es sich nicht in einem Kreise bewegt, zwischen einer kleinsten und größten Entfernung hin und her geht, versteht sich wohl von selbst. Man könnte von ihm schwerlich etwas anderes erwarten, solange seine Geschwindigkeit nicht dazu ausreicht, sich vollständig loszureißen. Doch wird im allgemeinen dies Intervall zwischen den beiden Extremen nicht gleich einem halben Umlauf sein. Das ist nur bei genauer Einstellung auf das Gesetz vom umgekehrten Quadrat der Fall; hier schließt sich die Bahn, und der nächste Umlauf geht von derselben

Stelle aus. Soweit mir bekannt ist, hat man noch keine „einfache Erklärung“ für diese Folgerung aus dem Gesetz vom umgekehrten Quadrat gegeben; und diejenigen, die sich darüber beklagen, die Einsteinsche Behauptung vom Fortrücken des Perihels sei so schwer zu verstehen, will ich darauf hinweisen, daß sie bisher auch nicht dem Uneingeweihten dieses nicht sofort zu ersehende Ergebnis der Newtonschen Theorie klarzumachen vermocht haben. Die geringfügigen Änderungen, die das Einsteinsche Gravitationsgesetz fordert, beseitigen jene schöne Harmonie, so daß der Hin- und Hergang zwischen der kleinsten und größten Entfernung etwas mehr als eine Umdrehung in Anspruch nimmt. An einem einfachen Beispiel hat übrigens schon Newton selbst gezeigt, daß eine kleine Abweichung von seinem Gesetz einen derartigen Effekt hervorbringt.

Auch die Veränderlichkeit der Masse mit der Geschwindigkeit führt zu einer Perihelbewegung; doch konnte man sie wegen der Unbestimmtheit, die dem Newtonschen Gravitationsgesetz anhaftet, nicht in eindeutiger Weise berechnen. Auf jeden Fall kam man aber auf diesem Wege zu einem viel zu kleinen Wert für das Vorrücken des Merkurperihels, $\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$ oder höchstens $\frac{v^2}{c^2}$. Nur die Einsteinsche Theorie liefert den vollen Betrag $\frac{3}{2} \frac{v^2}{c^2}$.

Es wurde von Lodge die Meinung ausgesprochen, daß die Massenveränderlichkeit sehr wohl die vollständige Bewegung der Merkurbahn erklären würde, wenn man nur die unbekannt absolute Bewegung der Sonne durch den Äther berücksichtigen könnte, die sich teils im gleichen, teils im entgegengesetzten Sinne über die Bahnbewegung lagert. Bei einer Diskussion zwischen ihm und dem Verfasser stellte es sich aber heraus, daß eine absolute Bewegung, die wirklich für den Merkur zum richtigen Resultat führt, auch bei Venus und Erde beobachtbare Effekte ergeben müßte; und solche sind nicht vorhanden. Man muß dann also aus der guten Übereinstimmung der berechneten Venus- und Erdbahn mit der Beobachtung schließen, daß entweder die Bewegung der Sonne durch den Äther unwahrscheinlich klein ist, oder daß die Schwerkraft dem beschränkten Relativitätsprinzip gehorcht, so daß die Vermehrung der Masse infolge einer zusätzlichen gleichförmigen Geschwindigkeit nicht in Erscheinung tritt.

Leider kann man die Einsteinsche Theorie nicht auch an den übrigen Planeten prüfen. Venus und Erde schalten aus, weil ihre Bahnen viel zu kreisförmig sind, als daß das Vorrücken der Perihel beobachtbar wäre. Dann kommt Mars mit einer mäßig exzentrischen

Bahn; seine Geschwindigkeit ist jedoch so sehr viel kleiner, daß sein Perihel nur um $1,3''$ im Jahrhundert vorrücken würde. Zwar ergibt sich bei Mars nach den heute angenommenen Werten aus der Beobachtung ein Vorrücken (nach Abzug aller sonstigen Wirkungen) von $5''$ im Jahrhundert, so daß durch die Einsteinsche Theorie die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung verbessert wird. Da aber die Berechnung auf jeden Fall wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler kaum auf $5''$ zuverlässig ist, so will diese Verbesserung nicht viel bedeuten. Die Hauptsache bleibt, daß die Einsteinsche Theorie beim Merkur zum richtigen Resultat führt, ohne die vorhandene gute Übereinstimmung bei allen anderen Planeten zu stören.

Wir haben das Einsteinsche Gesetz der Schwerkraft an schnellen Bewegungen (Licht) und an verhältnismäßig langsamen Bewegungen (Merkur) geprüft. Für ganz langsame Bewegungen stimmt es mit dem Newtonschen Gesetz überein, und dessen allgemeine Bestätigung an der Erfahrung überträgt sich so auch auf das Einsteinsche. Diese Prüfungen reichen wohl hin, die Stellung des Gesetzes sicher zu begründen. Wir wollen es in diese Form kleiden:

Jedes Teilchen, oder jeder Lichtimpuls, bewegt sich so, daß die Größe s , gemessen zwischen zwei Punkten seines Weges, den größten Wert annimmt. Dabei wird s durch die Formel

$$ds^2 = - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 d\vartheta^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2$$

gegeben. Mit der heutzutage erreichbaren Genauigkeit können wir den Koeffizienten von dr^2 bis zur Ordnung $\frac{m}{r}$, den von dt^2 bis zur Ordnung $\frac{m^2}{r^2}$ bestätigen.

In dieser Gestalt wird das Gesetz auf sichere experimentelle Grundlage gestellt, und eine Revision oder selbst die vollständige Aufgabe der allgemeinen Ideen der Einsteinschen Theorie würden es unangetastet lassen.

Aus diesen experimentellen Beweisen des Gesetzes ergibt sich, daß der Raum im Schwerefeld der Sonne nichteuklidisch oder gekrümmt ist. Für diejenigen, die mit der Theorie noch nicht vertraut sind, ist diese Tatsache vollkommen unbegreiflich. Man sagt, das Experiment lehre, daß die physikalischen Gegenstände oder Orte im Felde der Sonne „gebogen“ sind; aber auf der anderen Seite soll es

wieder nichts geben, an dem man die Biegung des Raumes, in dem sie sich befinden, erkennen könnte. Die Antwort lautet: Es ist eben anscheinend unmöglich, einen Unterschied zwischen der Krümmung des physikalischen Raumes und der Krümmung der physikalischen Gegenstände, durch die er bestimmt wird, zu machen. Wollten wir die Vorgänge im Schwerefeld bloß als Kuriositäten hinstellen, dann wäre es zweifellos besser, nicht mit solchen mißverständlichen Worten zu operieren. Wollen wir aber die Verhältnisse des Schwerefeldes verstehen lernen, so brauchen wir nicht gleich den ganzen Wortschatz, der sich dazu eignet, über Bord zu werfen, nur weil irgend jemand diesen Worten durchaus eine metaphysische Bedeutung unterlegen will, die offensichtlich für die Erörterung dieser Fragen gänzlich ungeeignet ist.

Wir kommen jetzt zu einer zweiten Prüfungsmethode. In der Form, in der wir das Gesetz eben aufgestellt haben, ist von einer Größe s die Rede, und dieses s spielt dabei nur die Rolle einer mathematisch definierten Zwischengröße. In unserer Theorie bedeutet aber s die Intervalllänge, die mit Maßstäben und Uhren gemessen werden sollte. Wir müssen also prüfen, ob diese Deutung von s bestätigt werden kann — ob die Geometrie der Maßstäbe und Uhren übereinstimmt mit der Geometrie der bewegten Teilchen und Lichtimpulse.

Es ist die Frage aufgeworfen worden, ob man nicht unsere Theorie in zwei Teile zerlegen sollte. Können wir nicht das Gravitationsgesetz etwa in der oben angedeuteten Form als ein Ergebnis für sich, das durch die Erfahrung bewiesen ist, ansehen, indem wir die Möglichkeit, s als Intervalllänge zu deuten, noch offen lassen? Dieser Vorschlag entspringt einmal dem Wunsch, unsern Gewinn zu sichern und ihn vor jeder verderblichen Spekulation zu schützen; aber vielleicht möchte man auch auf diese Weise einen Platz frei halten für eine euklidische Maßstab-Uhrengeometrie (die Maßstab-Uhrengeometrie ist der Raum und die Zeit der gewöhnlichen Wahrnehmung). Verzichtet man auf die Verknüpfung von s mit der Intervalllänge, so hat man keinen Grund, ihm die Bedeutung einer Länge zuzuschreiben. Man kann dann s als eine dynamische Größe von der Art einer Wirkung ansehen und das neue Gravitationsgesetz in der herkömmlichen Weise darstellen, ohne es mit absonderlichen Theorien über Raum und Zeit zu belasten. In dieser Deutung verliert das Gesetz vielleicht theoretisch seine zwingende Notwendigkeit, aber es bleibt fest auf die Erfahrung gegründet. Der ganze Vorschlag krankt jedoch leider an dem Übelstand, daß eine derartige reinliche Trennung der Theorie an diesem Punkte unmöglich ist. Ohne irgend eine geo-

metrische Deutung von s können wir unsere Aussagen über die Bahnen der Planeten und der Lichtimpulse nicht in Verbindung mit den astronomischen Messungen bringen, die diese Aussagen bestätigen. Wir können nicht unmittelbar den Weg einer Lichtwelle, wie er sich durch die Koordinaten r, ϑ, t ausdrückt, an der Erfahrung prüfen; diese Koordinaten stellen nur ein Zwischenstadium dar. Bei der Messung der Verschiebung der Sternbilder auf der photographischen Platte muß man von den Koordinaten zu dem s übergehen, und dieses s erscheint hierbei als Entfernung in der Maßstab-Uhrengeometrie.

Somit muß man unbedingt, selbst vom rein experimentellen Standpunkt aus, die Größe s , die im Gravitationsgesetz vorkommt, ungefähr der Maßstab-Uhrenentfernung entsprechen lassen. Wir wollen nunmehr zusehen, ob man experimentell untersuchen kann, wie genau sich diese beiden Dinge entsprechen.

Man darf wohl annehmen, daß ein schwingendes Atom eine ideale Uhr vorstellt. Der Anfang und das Ende einer einzelnen Schwingung sind zwei Ereignisse, und das Intervall ds zwischen zwei Ereignissen ist eine absolute Größe, die unabhängig von jedem Maschensystem ist. Dieses Intervall muß durch die Beschaffenheit des Atoms bestimmt sein, und daher werden Atome, die einander absolut ähnlich sind, durch ihre Schwingungen gleiche absolute Intervalle ds abteilen. Benutzen wir, wie üblich, das Maschensystem $(r \vartheta t)$ für das Sonnensystem, dann wird

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{\gamma} - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2.$$

Betrachten wir sodann ein Atom, das augenblicklich an irgend einer Stelle im Sonnensystem sich in Ruhe befindet. Wir sagen *augenblicklich*, weil es die Beschleunigung des Schwerfeldes, in dem es sich befindet, aufweisen muß. Entspricht ds einer Schwingung, dann ist, weil das Atom sich nicht bewegt hat, das betreffende dr und $d\vartheta$ gleich Null, und es ist

$$ds^2 = \gamma dt^2.$$

Die Zeit einer Schwingung dt ist also das $\frac{2}{\sqrt{\gamma}}$ -fache des Intervalls einer Schwingung ds .

Haben wir mithin zwei ruhende Atome an verschiedenen Stellen des Systems, so wird das Intervall der Schwingung für beide gleich groß sein, die Zeit der Schwingung aber umgekehrt proportional zur Quadratwurzel aus γ , die für beide Atome verschieden ist. Aus

$$\gamma = 1 - \frac{2m}{r}$$

folgt mit großer Annäherung

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} = 1 + \frac{m}{r}.$$

Das eine Atom befinde sich an der Sonnenoberfläche, das andere in einem irdischen Laboratorium. Für das erste ist $1 + \frac{m}{r} = 1,000\ 002\ 12$, für das zweite ist $1 + \frac{m}{r}$ praktisch gleich 1. Die Schwingungsdauer des Sonnenatoms ist demnach im Verhältnis 1,000 002 12 länger. Diesen Unterschied müßte man spektroskopisch feststellen können.

Dabei ist aber ein wichtiger Punkt zu beachten. Diese spektroskopische Prüfung muß in einem Laboratorium auf der Erde vorgenommen werden, und wir haben die Periode des Sonnenatoms zu vergleichen mit den Perioden der Wellen, die es aussendet, wenn sie auf der Erde ankommen. Werden diese Wellen die Periode unverändert übermitteln? Offenbar ja. Der erste und der zweite Impuls haben die gleiche Strecke (r) zurückzulegen und tun dies mit der gleichen Geschwindigkeit $\left(\frac{dr}{dt}\right)$. Denn die Geschwindigkeit des Lichtes in dem benutzten Koordinatensystem ist $1 - \frac{2m}{r}$. Diese Geschwindigkeit hängt zwar von r , aber nicht von t ab. Daher ist der Unterschied dt am einen Ende der Welle gleich dem am andern.

Somit sollte im Laboratorium das Licht von einer Sonnenquelle eine größere Periode und Wellenlänge haben (d. h. röter sein) als das einer entsprechenden irdischen Quelle. Bei blauem Licht mit einer Wellenlänge von $4000\ \text{Å}$ sollten die Sonnenlinien um $4000 \times 0,000\ 002\ 12$ oder $0,008\ \text{Å}$ nach dem roten Ende des Spektrums zu verschoben sein. Ein Gravitationskraftfeld verhält sich ähnlich wie ein Zentrifugalkraftfeld. Es ist daher von Interesse, zu verfolgen, wie für ein Atom in einem Zentrifugalkraftfeld eine analoge Verschiebung der Spektrallinien zustande kommt. Nehmen wir an, daß wir mit der Erde mitrotierend ein sehr entferntes Atom beobachten, das augenblicklich in bezug auf unsere rotierenden Achsen ruht. Es ist dies gerade der Fall, den wir beim Sonnenatom vor uns hatten. Beide Atome ruhen in den betreffenden Maßsystemen; das Sonnenatom befindet sich in einem Schwerekraftfeld und das andere in einem Zentrifugalkraftfeld. Die Richtung der Kraft ist in beiden Fällen die gleiche — von der Erde zum beobachteten Atom. Daher sollte auch das Atom im Zentri-

fugalfeld langsamer schwingen und eine Verschiebung der Spektrallinien nach Rot zeigen. Das tut es auch, wenn die bisherige Theorie richtig ist. Wir können die Zentrifugalkraft zum Verschwinden bringen, indem wir nichtrotierende Achsen einführen. Das entfernte Atom befand sich aber relativ zu den rotierenden Achsen in Ruhe, sauste also mit in ihnen im Kreise herum. Nach der gewöhnlichen Auffassung besitzt daher das Atom eine große Geschwindigkeit in bezug auf den Beobachter, und seine Schwingungen müssen, wie wir im ersten Kapitel sahen, sich genau so verlangsamten, wie es die Uhr des Fliegers tat. Die Spektrallinienverschiebung infolge eines Zentrifugalfeldes ist nur eine bereits besprochene Erscheinung von einer anderen Seite aus betrachtet.

Nach der erwarteten Verschiebung der Spektrallinien der Sonne im Vergleich mit entsprechenden irdischen Linien hat man gesucht; aber man hat sie nicht gefunden.

Wenn man richtig beurteilen will, was dieses experimentelle Ergebnis für die Relativitätstheorie bedeutet, so hat man wohl zu unterscheiden, ob der Nachweis, den man führen wollte, fehlgeschlagen ist, oder ob man mit Sicherheit schließen kann, daß die Linien nicht verschoben sind. Die ersten Forscher auf diesem Gebiet, St. John, Schwarzschild, Evershed, Grebe und Bachem, scheinen übereinstimmend gefunden zu haben, daß die beobachtete Verschiebung auf jeden Fall kleiner als die theoretische ist. Die Theorie wird daher so, wie die Dinge jetzt liegen, keineswegs durch das Experiment bestätigt. Bevor man aber mit Bestimmtheit sagen könnte, die Beobachtung widerspreche, und sei es auch noch so wenig, der Theorie, müßte man noch einiges mehr festgestellt haben. Wenn sich z. B. eine mittlere Verschiebung von 0,004 statt 0,008 Å ergeben hat, so kann man daraus doch wohl nur schließen, daß in der Sonnenatmosphäre gewisse Ursachen vorhanden sind, die eine Verschiebung der Linien bewirken und die man noch nicht kennt. Das wäre gar nicht überraschend und würde die beabsichtigte Prüfung unmöglich machen. Die Sache liegt nicht viel anders, wenn die Beobachtung eine Verschiebung von 0,002 Einheiten liefern sollte, vorausgesetzt, daß dieser Wert größer als die zufälligen Meßfehler ist. Denn wenn wir schon irgend eine unerklärliche Störung annehmen müssen, so kann diese geradeso gut eine Verschiebung von $-0,006$ wie $+0,002$ bewirken. Daher widerspricht denn auch der Befund von Evershed, wonach jedesmal unerklärbare Verschiebungen vorhanden sind, nicht im mindesten der Theorie. Bei einer Reihe von Linien maß St. John eine mittlere Verschiebung von 0,0036 Einheiten; also auch wieder eine mißlungene

Prüfung. Das einzige experimentelle Ergebnis, das *gegen* die Theorie spricht und nicht bloß neutral ist, sind Messungen von St. John an 17 Cyanlinien, die als äußerst leicht beeinflussbar angesehen werden. Er fand eine mittlere Verschiebung von genau 0,000. Stände dieses Resultat allein da, so müßten wir gewiß annehmen, daß die Erfahrung gegen die Einsteinsche Theorie entschieden hat, und daß an der Gültigkeit des Ergebnisses nicht zu zweifeln sei. Der Verfasser fühlt sich nicht berufen, diese einander widersprechenden spektroskopischen Ergebnisse einer Kritik zu unterziehen; er hat aber den Eindruck, daß das zuletzt erwähnte Resultat von St. John von allen bisherigen Untersuchungen am schwersten ins Gewicht fällt¹⁾.

Es kann wohl in dieser Angelegenheit noch kein endgültiges Urteil abgegeben werden. Aber man muß doch untersuchen, wie unsere Theorie aussehen würde, wenn das dritte experimentum crucis gegen sie entscheidet.

Die Reihenfolge, in der wir die Theorie entwickelt haben, mutet eigentlich etwas unlogisch an. Wir mußten nämlich von der gewöhnlichen Auffassung des Raumes und der Zeit ausgehen, um von da zu den grundlegenden Eigenschaften der absoluten Welt zu gelangen. Zuerst gaben wir eine Definition des Intervalls, die sich auf Messungen mit Maßstäben und Uhren stützte, und brachten dieses Intervall später in Zusammenhang mit den Bahnen bewegter Teilchen. Das ist doch offensichtlich eine Umkehrung der logischen Ordnung. Die einfachste Uhr besteht aus einem wohldurchdachten Mechanismus, und ein materieller Maßstab ist ein sehr komplizierter Apparat. Man wird also besser tun, das ds durch Erforschung von Raum und Zeit mittels eines bewegten Teilchens oder Lichtimpulses als durch Messungen mit Maßstäben und Uhren zu bestimmen. Auf diese Weise wurde bereits die Formel für das ds des Schwerfeldes der Sonne durch astronomische Beobachtungen bestätigt. Um von da aus zu einer genauen Feststellung dessen zu gelangen, was mit einem Maßstab und einer Uhr gemessen wird, scheint doch zuallererst eine ins einzelne gehende Theorie des Maßstab- und Uhrenmechanismus nötig zu sein. Aber man kann sich in anscheinend erlaubter Weise den Weg abkürzen. Diese Wegabkürzung ist nämlich das Äquivalenz-

¹⁾ In einer neuen Arbeit (Zeitschr. f. Phys. 1920, S. 51) behandeln Grebe und Bachem einen Fall, der außerordentlich zugunsten der Einsteinschen Verschiebung spricht, und klären die einander widersprechenden Ergebnisse der meisten Forscher auf. Es wird aber trotzdem immer noch das beste sein, abzuwarten und zuzusehen; daher lasse ich die hier gegebene Darstellung so, wie sie ist.

prinzip. Wie auch der Mechanismus der Uhr beschaffen sei, ob die Uhr gut oder schlecht ist, die Intervalle, die sie schlägt, müssen etwas Absolutes sein. Die Uhr kann nicht wissen, welches Maschensystem der Beobachter anwendet, und ihr absoluter Gang kann sich nicht mit Lage und Geschwindigkeit ändern; denn dieses sind Dinge, die sich nur auf das Maschensystem beziehen. Wo die Uhr also auch aufgestellt und wie sie auch bewegt ist, wenn sie nur nicht von Stößen oder elektrischen Kräften angegriffen wird, immer muß sie gleiche Intervalle schlagen, wie wir das früher angenommen haben. Daher kann man sehr wohl mit einer Uhr Intervalle messen, auch nach der neuen Definition des Intervalls. Andernfalls müßte man annehmen, daß die Uhr sich nach irgend einem besonderen Maschensystem richtet¹⁾.

Dieser Schlußfolgerung kann man, wie es scheint, auf drei Weisen entgegengehen. Eine Uhr kann sich nicht nach dem benutzten Koordinatensystem richten; aber sie könnte doch unter dem Einfluß des sie umgebenden Raum-Zeitkontinuums stehen. Das Erdatom befindet sich in einem Schwerfeld, das so schwach ist, daß die Raum-Zeitwelt in ihm als eben gelten kann. Die Welt um das Sonnenatom ist jedoch nicht eben. Es könnte nun sein, daß zwei Atome tatsächlich diesen absoluten Unterschied in der sie umgebenden Welt empfinden und nicht mit dem gleichen Intervall schwingen, im Gegensatz zu unserer obigen Annahme. Dann wäre unsere Ableitung der Linienverschiebung im Sonnenspektrum ungültig. Es ist aber sehr zweifelhaft, ob ein Atom etwas von der Krümmung des Gebietes, in dem es sich aufhält, merken kann, wo doch eine Krümmung erst bei Betrachtung eines ausgedehnten Weltteils in Erscheinung tritt. Ein Atom hat zwar eine gewisse Ausdehnung, und es ist nicht ausgeschlossen, daß in seinen Bewegungsgleichungen die Größen $R_{\mu\nu\sigma}^e$ vorkommen, die die Abweichung der Raum-Zeitwelt im Schwerfeld von der Ebenheit kennzeichnen. Gegen diese Überlegung läßt sich aber der wohl nicht zu widerlegende Einwand erheben, daß der Einfluß der Krümmung auf die Schwingungsdauer so gut wie sicher durch Glieder der Form m^2/r^2 gegeben wird, während zur Erklärung eines negativen Ergebnisses bei der Verschiebung der Spektrallinien Glieder von weit höherer Größenordnung m/r nötig sind.

¹⁾ Natürlich könnte dies der Fall sein, obgleich es unwahrscheinlich ist. Wesentlich für die Relativitätstheorie ist es, daß (im Gegensatz zur gewöhnlichen Auffassung) noch kein Experiment ein Maschensystem von absolutem Charakter zutage gefördert hat, nicht, daß das Experiment niemals ein solches System aufzeigen wird.

Die zweite Möglichkeit gründet sich auf die Frage, ob ein auf der Sonne ruhendes Atom genau gleich wie eines auf der Erde sein kann. Ein Atom, das von der Erde auf die Sonne fällt, würde eine Geschwindigkeit von 610 km in der Sekunde erlangen und könnte nur durch den systematisch erfolgenden Anprall anderer Atome zur Ruhe gebracht werden. Könnte das nicht eine dauernde Veränderung in seiner Fähigkeit, die Zeit anzuzeigen, bewirken? Eigentlich erfährt jedes Atom fortwährend Stöße, aber es könnte doch gerade so sein, daß wegen dieses systematischen Unterschieds in seiner Vorgeschichte das mittlere Sonnenatom eine andere Schwingungsdauer als das mittlere Erdatom hat.

Welches sind die beiden Ereignisse, die den Anfang und das Ende einer Atomschwingung markieren? Durch diese Frage wird man zu einer dritten Möglichkeit geführt. Wenn es zwei absolute Ereignisse sind, wie das Knallen zweier Pistolen, dann ist das Intervall zwischen ihnen eine bestimmte Größe, und unsere Überlegung trifft zu. Ist aber z. B. eine Atomschwingung gegeben durch den Umlauf eines Elektrons um einen Kern, dann wird sie nicht durch bestimmte Ereignisse markiert. Ein Umlauf bedeutet eine Rückkehr zu der gleichen Lage wie zu Anfang. Diese anfängliche Lage kann aber nicht ohne Bezugnahme auf irgend ein Maschensystem definiert werden. Daher entspricht denn auch nicht ohne weiteres der Atomschwingung ein absolutes Intervall. Ein absolutes Intervall gibt es nur zwischen zwei absolut definierten Ereignissen.

Es ist unwahrscheinlich, daß durch eine dieser drei Möglichkeiten die erwartete Verschiebung der Spektrallinien vereitelt wird. Sie bewirken, soweit wir urteilen können, nur Änderungen von viel kleinerer Größenordnung. Aber man müßte dann damit rechnen, daß diese dritte Prüfung der Einsteinschen Theorie etwas kompliziertere Betrachtungen erfordert als die beiden einfachen Prüfungen mit Lichtwellen und dem bewegten Planeten. Nach meiner Meinung ist die Verschiebung der Fraunhoferschen Linien ein Ergebnis der Theorie, das eine sehr große Wahrscheinlichkeit für sich hat und voraussichtlich einmal durch das Experiment bestätigt werden wird. Aber ganz frei von jedem Zweifel ist es nicht. Diese theoretische Unsicherheit hat jedoch gar nichts zu tun mit den großen praktischen Schwierigkeiten, die mit der Prüfung dieses Ergebnisses verbunden sind, auch nicht mit der Schwierigkeit der genauen Berücksichtigung der ungewöhnlichen Verhältnisse, unter denen sich ein absorbierendes Atom in der Sonnenatmosphäre befindet.

Abgesehen von den drei Hauptprüfungen besteht wenig Aussicht, die Theorie an der Erfahrung zu bestätigen, wenn unsere heutigen Meßmethoden nicht erheblich verbessert werden. Die Bestimmung der Lichtablenkung bei einem anderen Körper als der Sonne ist praktisch unausführbar. Die scheinbare Verschiebung eines Sternes, der gerade den Rand des Jupiter streift, würde $0,017''$ betragen. Eine hundertstel Bogensekunde kann eben noch mit den allerfeinsten Messungen an den größten Fernrohren nachgewiesen werden. Könnte man die Beobachtung unter den gleichen Bedingungen vornehmen wie die besten Parallaxenbestimmungen, so wäre es möglich, die Verschiebung festzustellen, aber nicht, sie mit einiger Genauigkeit zu messen. Die Helligkeit des vom Planeten ausgehenden Lichtes vereitelt jede Aussicht auf Erfolg.

Die meisten Astronomen, die sich mit diesem Gegenstand befassen, fallen einmal auf einen Trugschluß bei den Doppelsternen hinein. Man meint, daß der eine Stern, wenn er hinter den andern tritt, aus seiner wahren Lage verschoben erscheinen müßte wie ein Stern, der hinter der Sonne verschwindet. Ist die Größe des verdunkelnden Sternes vergleichbar mit der der Sonne, dann wäre die Verschiebung von der gleichen Ordnung $1,7''$. Das würde sich in einer auffallenden Unregelmäßigkeit der scheinbaren Bahn des Doppelsterns äußern. Wenn man aber auf S. 117 nachliest, so erkennt man, daß ein Hauptpunkt der ganzen Überlegung das enorme Verhältnis der Entfernung QP des Sternes von der Sonne zu der Entfernung EF der Sonne von der Erde ist. Nur unter diesen Umständen ist die scheinbare Verschiebung des Objekts gleich der Ablenkung, die das Licht erleidet. Man sieht leicht ein, daß bei Umkehrung dieses Verhältnisses, wie dies bei einem Doppelstern der Fall ist, die scheinbare Verschiebung ein außerordentlich kleiner Bruchteil der Ablenkung des Lichtes darstellt. Sie könnte niemals beobachtet werden.

Die Verhältnisse scheinen auf den ersten Blick günstiger im Falle zweier voneinander unabhängiger Sterne zu liegen, die innerhalb $1''$ in der gleichen Gesichtslinie liegen, wenn der eine Stern in großer Entfernung hinter dem andern liegt. Ich weiß nicht, ob es ein solches Paar gibt. Man sollte dann, so scheint es, den entfernteren Stern nicht nur vermöge des direkten Strahls, der praktisch ungestört verlaufen würde, sehen, sondern auch vermöge des Strahls, der an der anderen Seite des näheren Sternes vorbeigeht, und von ihm in genügendem Maße gekrümmt wird. Das zweite Bild wäre natürlich nicht von dem des näheren Sternes zu unterscheiden, sondern würde nur dessen Helligkeit vermehren. Beim Auseinandergehen

der beiden Sterne müßte diese zusätzliche Helligkeit allmählich verschwinden. Betrachten wir aber ein Lichtbündel, das an dem näheren Stern vorbeigeht: die innere Kante wird stärker als die äußere gekrümmt werden, so daß die Divergenz des Bündels vergrößert wird. Die Vergrößerung ist sehr klein; aber schon die gesamte Divergenz eines Bündels, das von einer einige Hundert Billionen Meilen entfernten Lichtquelle herkommt, ist äußerst gering. Eine leichte Rechnung zeigt, daß durch die Vermehrung der Divergenz das Licht so sehr geschwächt wird, daß von seiner Ankunft bei uns nichts mehr zu merken ist.

Wenn sich zwei nicht zusammenhängende Sterne noch mehr der Gesichtslinie nähern, so daß der eine fast den anderen verdeckt, dann könnte man einen beobachtbaren Effekt erwarten. Kommen die beiden einander so nahe, daß der direkte Strahl des entfernteren Sternes innerhalb einer Entfernung von hundert Millionen Kilometern vom näheren vorbeigeht, so würde er merklich geschwächt werden. Die Bahn des Strahles würde sich noch nicht nachweisbar krümmen, aber die Divergenz des Bündels rapide zunehmen und daher weniger Licht vom Sterne in unsere Fernrohre gelangen. Diese Prüfung der Theorie wird wohl kaum jemals Bedeutung erlangen, da eine derartig enge Annäherung zweier Sterne sehr unwahrscheinlich sein dürfte. Auch wäre man nie sicher, ob nicht die Schwächung von einer Nebelatmosphäre des näheren Sternes herrührt.

Die Theorie ergibt kleine Korrekturen der Bewegung des Mondes, die von de Sitter untersucht worden sind. Sowohl die Bahnachsen wie auch die Schnittlinie der Bahn mit der Ekliptik sollten im Jahrhundert um $2''$ mehr als nach der Newtonschen Theorie vorrücken. Weder die Beobachtung noch die Newtonsche Theorie sind bisher zu einer solchen Genauigkeit entwickelt worden, um dies prüfen zu können. Die Genauigkeit braucht jedoch nur noch verhältnismäßig wenig gesteigert zu werden, damit ein Vergleich ermöglicht wird.

Es gibt gewisse Sterne, die vielleicht zehnmal schwerer als die Sonne sind, ohne daß ihr Radius ungebührlich größer wäre. Bei diesen wäre eine stärkere Linienverschiebung zu erwarten. Es stehen hier die Aussichten für das dritte experimentum crucis günstiger. Leider ist die voraussichtliche Verschiebung ununterscheidbar von derjenigen, die nach dem Dopplerschen Prinzip eine Bewegung des Sternes in Richtung der Gesichtslinie hervorrufen würde. So ist die berechnete Verschiebung bei der Sonne äquivalent mit einer Entfernungsgeschwindigkeit von $0,634$ km in der Sekunde. Im Falle der Sonne wissen wir aus anderen Tatsachen, wie groß die Gesichtslinien-

geschwindigkeit sein dürfte. Bei den anderen Sternen wissen wir dies aber nicht. Der einzige Anhaltspunkt wäre die Auffindung einer *mittleren* Entfernungsgeschwindigkeit der schwereren Sterne. Es ist ziemlich unwahrscheinlich, daß in Wirklichkeit unter Sternen, die unterschiedslos von allen Teilen des Himmels ausgewählt werden, diejenigen mit einer Entfernungsbewegung überwiegen sollten; der scheinbare Effekt könnte dann als Einsteinverschiebung gedeutet werden. Tatsächlich hat man bei den schwersten Sternen (vom Spektraltypus B) eine mittlere Entfernungsgeschwindigkeit von ungefähr 4,5 km in der Sekunde festgestellt. Diese wäre erklärt, wenn die $\frac{m}{r}$ -Werte bei diesen Sternen etwa siebenmal größer als bei der Sonne waren, eine Annahme, die durchaus vernünftig erscheint. Diese Tatsache war den Astrophysikern einige Jahre vor der Veröffentlichung der Einsteinschen Theorie wohl bekannt. Aber es gibt dafür so viele Erklärungen, daß auf diese neue Erklärungsmöglichkeit kein Gewicht zu legen ist. Überdies weisen auch die sehr diffusen „Riesen“-sterne vom Typus M eine beträchtliche systematische Entfernungsgeschwindigkeit auf, und bei diesen muß $\frac{m}{r}$ viel kleiner als bei der Sonne sein.

Denn nicht nach gleichem Maße messen Geister
Und Menschen klein und groß im Lauf der Zeit.
Nach Sonn' und Mond, des Urbegins Gesetzen,
Nach Sternen, die aufgehn und harmonisch wandeln,
Nach der Jahreszeiten Wiederkehr, dem Hin
Und Her des Pendels, pünktlich und genau,
So teilt der Mensch sich seine Stunden ein,
Gleichmäßig, stetig, für des Alltags Brauch.
In unserm Reich dagegen, das entrückt
Der Körperwelt, da mißt den Lauf der Zeit
Allein der lebende Gedanke und mit ihm,
Befreit vom Alltag, eilt sie oder hält sie an.
Was lang wird kurz, was langsam schnell und fern
Was nah, je nach dem Sinn, auf den es wirkt
Und der's erfaßt. Newman, Traum des Gerontius.

9. Kapitel

Impuls und Energie

Eines der wichtigsten Ergebnisse der Relativitätstheorie ist die Vereinigung von Trägheit und Schwere.

Der Anfänger in Mechanik nimmt das erste Newtonsche Bewegungsgesetz nur mit einem Gefühl inneren Widerstrebens an. Er ist ohne weiteres damit einverstanden, daß ein ruhender Körper in Ruhe bleibt, wenn keine Ursache vorhanden ist, die ihn in Bewegung setzt. Aber nicht zufrieden ist er mit der Behauptung, daß ein bewegter Körper in gleichförmiger Bewegung verharrt, solange diese nicht gestört wird. Es ist doch ganz naturgemäß, sich vorzustellen, daß Bewegung ein Impuls ist, der sich erschöpft, und daß der Körper schließlich zur Ruhe kommt. Der Lehrer kommt dann sofort mit den für diesen Fall geeigneten Argumenten, indem er auf die Reibung hinweist, die man zu überwinden hat, wenn man einen Zug oder ein Fahrrad in gleichförmiger Bewegung erhalten will. Er führt aus, wie bei Verminderung der Reibung (wenn etwa ein Stein über eine Eisfläche geschleudert wird) die Bewegung längere Zeit anhält, so daß nach Beseitigung jeder Reibung die gleichförmige Bewegung unbegrenzt fortbestehen würde. Aber er gleitet mit Stillschweigen darüber hinweg, daß, wenn gar nichts da wäre (wenn man das Eis überhaupt ganz fortnehme), die Bewegung keineswegs gleichförmig verlief, sondern in die eines fallenden Körpers überginge. Wahrscheinlich betont der Lehrer besonders, daß das Fortbestehen der gleichförmigen Bewegung nicht mit irgend einem Umstand zusammen-

hänge, den man *Ursache* im eigentlichen Sinne des Wortes nennen könnte. Diese Eigenschaft bezeichnet man als *Trägheit*. Darunter stellt man sich aber eine dem Körper angeborene Neigung vor, im Gegensatz zur *Kraft*, die eine aktive Ursache ist. Versteht man unter Kraft nur die Stöße und Spannungen der elementaren Mechanik, wo man eine direkte Berührung der Körper annimmt, dann hat diese Unterscheidung ihren guten Grund. Wir können uns vorstellen, wie die Moleküle aktiv auf den Körper hämmern und so seine Bewegung beeinflussen. Zählt man aber auch das Schwerefeld zu den Kräften, dann ist diese Unterscheidung nicht mehr so reinlich durchführbar.

Von unserem Standpunkt aus müssen wir in diesem Falle jene Unterscheidung ablehnen. Die Schwerkraft ist keine aktive Wirkung, die dem passiven Trägheitsbestreben entgegenarbeitet. Schwere und Trägheit sind eins. Die gleichförmig gerade Weltlinie bezieht sich auf ein Maschensystem, das auf willkürlicher Übereinkunft beruht. Wir können uns nicht vorstellen, daß ein Körper sich umschaute, um zu sehen, wer ihn beobachtet, und dann den ihm angeborenen Hang fühlt, sich in einer für den Beobachter geraden Linie zu bewegen — und vielleicht noch dazu das Empfinden hat, er werde von einer aktiven Kraft gezwungen, einen anderen Weg einzuschlagen. Will man überhaupt von einem angeborenen Streben reden, so kann man damit nur das Streben meinen, auf der Weltlinie zu bleiben, die wir die natürliche Bahn genannt haben — auf dem längsten Wege zwischen zwei Punkten. Das erste Bewegungsgesetz könnten wir in folgende Form bringen: „Jeder Körper ist bestrebt, sich in der Bahn zu bewegen, in der er sich tatsächlich bewegt, wenn er nicht durch materielle Eingriffe gezwungen wird, eine andere Bahn zu beschreiben als die, der er sonst folgen würde“. Gegen diese tiefgründige Formulierung wird wahrscheinlich niemand Einspruch erheben wollen.

Ob die natürliche Bahn gerade oder gekrümmt, ob die Bewegung gleichförmig oder nicht ist, in jedem Falle muß eine Ursache vorhanden sein. Diese Ursache ist immer die Kombination von Trägheit und Schwere. Nachdem wir dieser Ursache einen Namen gegeben haben, sind wir noch nicht von der Verpflichtung entbunden, dafür später eine Erklärung zu geben. Vorderhand wird einmal durch diese Deutung von Trägheit und Schwere als willkürliche Komponenten ein und derselben Eigenschaft die Tatsache verständlich gemacht, daß schwere und träge Masse einander proportional sind. Dieser mit sehr großer Genauigkeit bestätigte experimentelle Befund müßte sonst als ein merkwürdiges Naturgesetz angesehen werden.

Wir haben gelernt, daß die natürliche Bahn der längste Weg zwischen zwei Punkten ist, und da dies die einzige Bahn ist, die eine absolute Bedeutung in der Natur haben kann, so scheinen wir damit eine ausreichende Erklärung dafür gewonnen zu haben, daß ein ungestörtes Teilchen ihr folgen muß. Damit können wir uns soweit zufrieden geben, aber wir möchten doch etwas Näheres von dieser Ursache (Trägheit-Schwere) wissen, die das Teilchen längs dieser Bahn fortbewegt.

Das Schwerefeld in der Umgebung eines Körpers ist, wie wir gesehen haben, mit einer Art Krümmung der Raum-Zeitwelt verbunden. Deshalb ist in der Nähe jedes Teilchens eine winzige Falte vorhanden. Nun verschiebt sich ein Teilchen von Augenblick zu Augenblick fortwährend, wenn nicht in räumlicher, so doch zum mindesten in zeitlicher Beziehung. In unserer vierdimensionalen Darstellung, die eine Vogelperspektive über alle Zeiten gibt, haben wir dann eine lange Falte, die der Spur des Teilchens folgt. Eine solche Falte kann aber in einem Kontinuum nicht einen beliebigen Verlauf nehmen. Das weiß jeder Schneider. Das Einsteinsche Gravitationsgesetz ist die Regel, nach der sich die Krümmung in jedem Punkt der Raum-Zeitwelt an die Krümmungen der Nachbarpunkte anschließt. Daher kann aus der Anfangsrichtung einer Falte ihr ganzer sonstiger Verlauf erschlossen werden. Unter dem Gravitationsgesetz verstand man früher das Gesetz der räumlichen Ausbreitung der Falte, etwa die Behauptung Newtons, daß die entsprechende Kraft mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt. Das Einsteinsche Gesetz gibt aber ebenso die zeitliche Ausbreitung an, da zwischen Raum und Zeit kein absoluter Unterschied besteht. Man kann aus dem Einsteinschen Gesetz mathematisch ableiten, daß eine einem Teilchen entsprechende Falte notwendig längs einer Bahn größter Intervalllänge zwischen zwei Punkten verläuft.

Die Bahn eines materiellen Teilchens ist somit bestimmt durch die Wechselwirkung zwischen dem äußerst schwachen Schwerefeld, das es umgibt und aus dem es, soweit wir wissen, besteht, und der allgemeinen raum-zeitlichen Beschaffenheit des Gebietes, in dem es sich befindet. Die verschiedenen möglichen Bahnformen ergeben sich aus dem neuen Gravitationsgesetz. Die geraden Bahnen der Sterne und die gekrümmten Bahnen der Planeten entspringen der gleichen Quelle und werden auf gleiche Weise erklärt. Das einzige universelle Gesetz, daß das raum-zeitliche Kontinuum nur einmal gekrümmt ist, bestimmt vollständig die Formen aller Falten, die dieses Kontinuum durchziehen können.

Das Einsteinsche Gesetz ermöglicht es uns, das Schwerfeld nicht nur im Raume, sondern auch in der Zeit zu verfolgen. Dies führt zu einer ungeheuren Vereinheitlichung der Mechanik. Gibt man uns als Ausgangspunkt eine dünne Schicht Welt, den Zustand des Universums während weniger Sekunden mit genauer Angabe all der kleinen Fältchen der materiellen Partikel, dann sind wir instande, daraus Schritt für Schritt die gesamte Raum-Zeitwelt und die Lagen der betreffenden Falten für alle Zeiten herzuleiten (elektrische Kräfte sollen dabei ausgeschlossen sein). Dazu brauchen wir einzig und allein das Gravitationsgesetz — die Welt ist nur einmal gekrümmt — und daher muß die ganze Mechanik vollständig in diesem Gravitationsgesetz enthalten sein. Die Erhaltung der Masse, der Energie und des Impulses, all das muß implizite im Einsteinschen Gesetz vorhanden sein.

Es mag vielleicht manchem sonderbar vorkommen, daß das Einsteinsche Gesetz des Schwerfeldes die Verantwortung für das gesamte Gebiet der Mechanik übernehmen soll; denn bei vielen mechanischen Problemen spielt die Schwere im gewöhnlichen Sinne keine Rolle. Aber Trägheit und Schwere sind eins; das Gesetz stellt ebenso das Trägheitsgesetz dar, und die Trägheit oder die Masse kommt in jedem mechanischen Problem vor. Von der Schwerkraft kann abgesehen werden, bedeutet nur, man braucht die gegenseitige Wechselwirkung der kleinen Fältchen nicht in Betracht zu ziehen. Es bedeutet aber nicht die Vernachlässigung der Wechselwirkung zwischen der Falte des Teilchens und dem umgebenden Raum-Zeitkontinuum; denn darin besteht gerade die Trägheit des Teilchens.

Die Erhaltung der Energie und die Erhaltung des Impulses in drei unabhängigen Richtungen bilden zusammen vier Gesetze oder Gleichungen, die grundlegend für alle Zweige der Mechanik sind. Obwohl sie auch bei Abwesenheit von Schwere (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) gelten, müssen sie, wie jeder Satz der Mechanik, aus dem Gravitationsgesetz ableitbar sein. Es stellt einen großen Triumph der Einsteinschen Theorie dar, daß aus ihrem Gesetz genau diese aus der Erfahrung gewonnenen Prinzipien hervorgehen, Prinzipien, von denen man allgemein angenommen hatte, daß sie nichts mit der Schwerkraft zu tun haben. Wir können hier nicht die mathematische Ableitung dieser Gleichungen bringen; wir wollen nur in großen Zügen darlegen, wie man zu ihnen kommt.

Wir haben schon auseinandergesetzt, daß, trotzdem die $R_{\mu\nu}$ überall in der Raum-Zeitwelt exakt verschwinden, dennoch die Mittelwertbildung über ein kleines Gebiet, das eine große Zahl von materiellen Teilchen enthält, zu nicht verschwindenden mittleren oder

„makroskopischen“ Werten führt. Man kann diese makroskopischen Werte durch die Zahl, Massen und Bewegungen der Teilchen ausdrücken. Da wir über alle $R_{\mu\nu}$ gemittelt haben, so werden wir auch über alle Teilchen mitteln müssen. Das soll heißen, wir ersetzen ihre Wirkung durch eine gleichwertige stetige Verteilung von Materie. Auf diesem Wege erhalten wir makroskopische Gleichungen von der Form

$$R_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}.$$

Hier stehen links jene ziemlich verwickelten Ausdrücke, die die Beschaffenheit der Raum-Zeitwelt kennzeichnen, und rechts wohl-bekannte physikalische Größen, wie Dichte, Impuls, Energie und innere Spannungen der vorhandenen Materie. Diese makroskopischen Gleichungen sind ausschließlich aus dem Gravitationsgesetz durch Mittelwertbildung gewonnen worden.

Durch genau dasselbe Verfahren gehen wir in der Newtonschen Gravitationstheorie von der Laplaceschen Gleichung $\Delta\varphi = 0$ zur Poissonschen Gleichung $\Delta\varphi = 4\pi\rho$ für kontinuierliche Materie über.

Bei stetiger Verteilung von Materie wird jede Art von Raum-Zeit möglich. Das Gravitationsgesetz schließt dann nicht mehr gewisse Raum-Zeitarten aus, sondern bestimmt jedesmal die zugehörigen $K_{\mu\nu}$ -Werte, d. h. die Verteilung und Bewegung der kontinuierlichen Materie in diesem Gebiet. Darin liegt kein Widerspruch gegen den ursprünglichen Wortlaut des Gesetzes, da sich diese ursprüngliche Formulierung auf den Fall bezog, daß keine kontinuierliche Materie angenommen wurde oder kontinuierliche Materie ausgeschlossen war. Jetzt kann jedes Wertsystem von Potentialen vorkommen; wir brauchen bloß auf Grund der Formeln die entsprechenden $R_{\mu\nu}$ -Werte auszurechnen, um sofort die zehn Größen $K_{\mu\nu}$ zu erhalten, die den Zustand definieren, in dem sich die Materie befinden muß, damit diese Potentialwerte zustande kommen. Aber angenommen, die dazu notwendige raum-zeitliche Materieverteilung sei unmöglich, weil sie die Gesetze der Mechanik verletzt! Nein! Es gibt nur ein mechanisches Gesetz, das Gravitationsgesetz. Wir haben eine derartige Verteilung von Materie bestimmt, daß $R_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$ wird, eine andere Bedingung ist nicht zu erfüllen. Diese Verteilung muß mechanisch möglich sein; sie mag freilich praktisch nicht zu verwirklichen sein, weil dazu ungebührlich hohe oder selbst negative Massendichten erforderlich wären.

Beim Gesetz $R_{\mu\nu} = 0$ für den leeren Raum haben wir bemerkt, daß dies scheinbar zehn Gleichungen sind, von denen aber nur sechs voneinander unabhängig sein können. Das wurde damit begründet, daß sich aus zehn Gleichungen gerade die zehn Potentiale vollständig

bestimmen ließen, wodurch nicht nur die raum-zeitliche Beschaffenheit der Welt, sondern auch das Maschensystem festgelegt wäre. Wir müssen uns aber offenbar das Recht vorbehalten, das Maschensystem nach Belieben zu konstruieren; es wird willkürlich gewählt und nicht durch ein Naturgesetz festgelegt. Damit eine vierfache Willkür für jene Wahl ermöglicht wird, müssen vier Beziehungen zwischen den $R_{\mu\nu}$ bestehen, so daß, wenn sechs Gleichungen gegeben werden, die übrigen vier Tautologien werden.

Diese Beziehungen müssen Identitäten sein, die sich aus der mathematischen Definition der $R_{\mu\nu}$ ergeben, d. h. werden die $R_{\mu\nu}$ vollständig gemäß ihrer Definition ausgeschrieben und die durch die Identitäten angezeigten Operationen ausgeführt, so heben sich alle Glieder gegenseitig auf, und es bleibt nur $0 = 0$ übrig. Das Wesentliche dabei ist, daß die vier Beziehungen aus dem Bildungsgesetz der $R_{\mu\nu}$ (die $R_{\mu\nu}$ setzen sich aus den $g_{\mu\nu}$ und ihren Differentialkoeffizienten zusammen) folgen und allgemein gelten. Diese vier Identitäten sind tatsächlich aufgefunden worden.

Da bei stetiger Materie $R_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$ ist, so müssen dieselben vier Beziehungen zwischen den $K_{\mu\nu}$ bestehen, diesmal aber nicht als Identitäten, sondern als Folgerungen aus dem Gravitationsgesetz, nämlich der Gleichsetzung von $R_{\mu\nu}$ und $K_{\mu\nu}$.

Die vier Dimensionen der Welt führen also auf eine vierfache Willkür in der Wahl des Maschensystems. Daraus ergeben sich wieder mit Notwendigkeit vier identische Beziehungen zwischen den $R_{\mu\nu}$. Endlich folgen aus dem Gravitationsgesetz auf Grund dieser Identitäten vier neue Tatsachen oder Gesetze, die sich auf Dichte, Energie, Impuls oder den inneren Spannungszustand der Materie, wie sie in den Ausdrücken $K_{\mu\nu}$ enthalten sind, beziehen.

Diese vier Gesetze stellen sich als die Gesetze der Erhaltung des Impulses und der Energie heraus.

Diese Überlegungen sind so allgemein, daß wir sogar behaupten können, jeder *absoluten* Eigenschaft eines vierdimensionalen Weltgebiets (in unserem Falle der *Krümmung*) müssen vier *relative* Eigenschaften, für die Erhaltungssätze gelten, entsprechen. Auf diesen Sachverhalt könnte man eine allgemeine Untersuchung der notwendigen Eigenschaften einer beständigen Wahrnehmungswelt aufbauen, d. h. einer Welt, deren Substanz erhalten bleibt.

Es gibt noch ein anderes physikalisches Gesetz, das früher als grundlegend angesehen wurde — die Erhaltung der Masse. Die neuesten Fortschritte der Wissenschaft haben unsere Einstellung ihm gegenüber etwas verändert; nicht, daß seine Gültigkeit in Abrede

Jetzt mögen sich die Geschwindigkeiten irgendwie doch ohne Impulsübertragung von außen her ändern. Es finde etwa ein Zusammenstoß statt. Da der Gesamtimpuls erhalten bleibt, so muß die entsprechende mit den neuen Geschwindigkeiten ausgeführte Konstruktion wieder den Punkt C ergeben. Diese neuen Geschwindigkeiten werden also durch die Richtungen OB' , $B'C$ dargestellt, wo B' irgend ein zweiter Punkt auf der Geraden NB ist.

Wir wollen nunmehr untersuchen, wie dies alles einem andern Beobachter S_1 erscheint, der sich relativ zu S in gleichförmiger Bewegung befindet. Seine Transformation von Raum und Zeit haben wir im 3. Kapitel beschrieben. In Fig. 19 ist sie wiedergegeben. Man erkennt daraus, wie seine Zeitlinien im Vergleich zu denen von S verlaufen. Die gleiche tatsächliche Bewegung wird natürlich in beiden Zeichnungen durch parallele Richtungen dargestellt; aber die Geschwindigkeit MA ist in beiden Fällen verschieden. Ziehen wir wieder die Bewegungsgerade von m_1 über zwei und die von m_2 über drei Zeitlinien hinweg, so erhalten wir den Gesamtimpuls PC (Fig. 19) für den Beobachter S_1 . Die analoge Konstruktion mit den Geschwindigkeiten nach dem Stoß führt jedoch zu einem andern Punkt C' . Während also für den Beobachter S der Impuls erhalten bleibt, hat er sich für den Beobachter S_1 von PC in PC' verwandelt.

Diese Diskrepanz hat seinen Grund darin, daß bei der Konstruktion die Geraden jeweils bis zum Schnitt mit den Zeitlinien verlängert wurden. Diese Zeitlinien sind aber für beide Beobachter verschieden. Die Vorschrift, nach der der Impuls zu berechnen ist, müßte so sein, daß beide Beobachter die gleiche Konstruktion ohne Rücksicht auf ihre raum-zeitlichen Einteilungslinien ausführen. In diesem Falle werden sie auch beide auf den zwei Wegen zum gleichen Punkt C gelangen. Dann macht es auch nichts aus, wenn infolge ihrer verschiedenen Zeitmessungen für den einen Beobachter der Impuls eine horizontale und für den andern eine schräge Entfernung ist. Beide stimmen darin überein, daß sich der Impuls beim Stoß nicht ändert. Um zu einer solchen Konstruktion zu gelangen, müssen wir das Intervall verwenden, das für beide Beobachter gleich groß ist. Machen wir das Intervall von OB zwei und das von BC drei Einheiten lang, indem wir gar nicht auf das Maschensystem achten, so erhalten wir für beide Beobachter das gleiche Diagramm und den gleichen Punkt C (der von den Punkten C und C' der obigen Zeichnungen verschieden ist). Bleibt dann der Impuls für den einen Beobachter erhalten, so gilt dies auch für den andern Beobachter.

Diesem Verfahren liegt eine abgeänderte Definition für den Impuls zugrunde. Der Impuls muß nunmehr gleich sein der Masse multipliziert mit der Lagenänderung dx während der Intervalllänge ds , statt während der Zeit dt . Also

$$\text{Impuls} = m \frac{dx}{ds},$$

statt

$$\text{Impuls} = m \frac{dx}{dt}.$$

Die Masse m bleibt dabei immer noch eine dem Teilchen eigentümliche unveränderliche Zahl.

Ob der Impuls, wie er jetzt definiert worden ist, tatsächlich erhalten bleibt oder nicht, das muß die Erfahrung entscheiden oder theoretisch aus dem Gravitationsgesetz ableitbar sein. Wesentlich ist, daß nach der ursprünglichen Definition die allgemeine Erhaltung des Impulses unmöglich ist; denn, gilt sie für einen Beobachter, so kann sie nicht für einen andern gelten. Nach der neuen Definition ist aber die allgemeine Erhaltung möglich. Und wirklich ist dies die Form, die sich aus dem Gravitationsgesetz vermöge der erwähnten Identitäten ergibt. Was die experimentelle Bestätigung anbetrifft, so genügt es zurzeit einfach, darauf hinzuweisen, daß in allen gewöhnlichen Fällen Intervall und Zeit so nahe zusammenfallen, daß das Gesetz von der Erhaltung des alten Impulses genau so gut wie die des neuen Impulses experimentell begründet ist.

Somit erscheint in der Relativitätstheorie der Impuls als das Produkt einer unveränderlichen Masse und einer modifizierten Geschwindigkeit $\frac{dx}{ds}$. Der Physiker zieht es aber vor, für praktische Zwecke die alte Definition des Impulses als Produkt von Masse und Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ beizubehalten. Es ist

$$m \frac{dx}{ds} = m \frac{dt}{ds} \cdot \frac{dx}{dt}.$$

Der Impuls wird also in zwei Faktoren gespalten, in die Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ und eine Masse $M = m \frac{dt}{ds}$, die nicht mehr eine Invariante des Teilchens ist, sondern von seiner Bewegung relativ zu dem raum-zeitlichen System des Beobachters abhängt. Mit Masse schlechtweg meint der Experimentalphysiker gewöhnlich diese Größe M .

Bei Benutzung unbeschleunigter Achsen gilt nach Definition

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2,$$

so daß

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = 1 - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = 1 - u^2,$$

wo u die resultierende Geschwindigkeit des Teilchens ist (die Lichtgeschwindigkeit gleich 1 gesetzt). Folglich

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - u^2}}.$$

Die Masse wächst also mit der Geschwindigkeit, und der Faktor ist der gleiche, durch den auch die Lorentzkontraktion bestimmt ist.

Diese Behauptung fordert zu einer experimentellen Prüfung heraus. Um sie mit Aussicht auf Erfolg in Angriff nehmen zu können, müssen uns einmal hohe Geschwindigkeiten zur Verfügung stehen; dann brauchen wir eine bekannte Kraft, die so stark ist, daß die schnell bewegten Teilchen durch sie in merklichem Betrage abgelenkt werden. Diese Bedingungen sind gerade bei den kleinen negativ geladenen Teilchen erfüllt, die von den radioaktiven Stoffen ausgesandt werden und die als β -Strahlen bekannt sind. Ebenso bei den ähnlichen Teilchen, aus denen die Kathodenstrahlen bestehen. Hier kommen Geschwindigkeiten bis zu 80 Proz. Lichtgeschwindigkeit vor, was einem Anwachsen der Masse im Verhältnis 1 : 66 entspricht. Wegen ihrer negativen Ladung kann man sie einem starken elektrischen oder magnetischen Kraftfeld aussetzen. Die neuesten Experimente bestätigen vollkommen das von der Theorie geforderte Anwachsen der Masse und zeigen, daß der Faktor $\frac{1}{\sqrt{1 - u^2}}$ zum min-

desten näherungsweise richtig ist. Die ersten derartigen Experimente hat Kaufmann ausgeführt. Durch neuere abgeänderte Versuchsanordnungen ist aber die Genauigkeit erheblich gesteigert worden.

Ist die Geschwindigkeit nicht sehr groß, so kann man für die Masse M schreiben

$$\frac{m}{\sqrt{1 - u^2}} = m + \frac{1}{2} m u^2.$$

Sie besteht also aus zwei Teilen, der Masse bei Ruhe und einem zweiten Glied, das einfach die Energie der Bewegung darstellt. Wenn wir das Glied m als eine Art potentieller in der Materie steckender Energie ansehen dürfen, dann können wir Masse und Energie einander

gleich setzen. Das Anwachsen der Masse mit der Geschwindigkeit rührt mithin nur von dem Hinzukommen der Bewegungsenergie her. Zu dieser Auffassung ermutigt uns der Fall der elektrischen Ladung, bei der die elektrische Masse einfach die Energie des elektrostatischen Feldes ist. Die Masse des Lichtes besteht analog in der elektromagnetischen Energie des Lichtes.

In den üblichen Einheiten gemessen, ist die Lichtgeschwindigkeit nicht gleich 1, was eine ziemlich künstliche Unterscheidung zwischen Masse und Energie zur Folge hat. Beide werden in verschiedenen Einheiten ausgedrückt. Die Energie E besitzt eine Masse $\frac{E}{c^2}$, wo c die Lichtgeschwindigkeit in den verwendeten Einheiten ist. Doch sind höchstwahrscheinlich Masse und Energie zwei Arten, ein und dieselbe Sache zu messen, im gleichen Sinne, wie Parallaxe und Entfernung eines Sternes zwei Ausdrücke für die gleiche Lagenbeziehung sind. Dem Einwand, daß beides verschiedene Eigenschaften sind, die nicht miteinander vertauscht werden dürften, ist entgegenzuhalten, daß es sich nicht um Sinnesqualitäten handelt, sondern um mathematische Größen, die Quotient und Produkt von Eigenschaften, die unmittelbar zu fassen sind, nämlich Impuls und Geschwindigkeit, darstellen. Es sind wesentlich mathematische Ausdrücke, mit denen der Mathematiker arbeitet.

Dieser Beweis der Veränderlichkeit der Masse mit der Geschwindigkeit ist weit allgemeiner als derjenige, der sich auf die elektrische Theorie der Trägheit stützt. Er gilt für jede Art von Materie. Die Massen m_1 und m_2 brauchen keine Teilchen, es können Körper beliebiger Gestalt und Zusammensetzung sein. Auf Grund der elektrischen Theorie allein ist es nicht möglich, die Massenveränderlichkeit eines Planeten aus der eines Elektrons abzuleiten.

Es muß bemerkt werden, daß, trotzdem die träge Masse eines Teilchens nur bei Änderung seiner Bewegung gemessen wird, gerade bei veränderlicher Bewegung der Begriff der Masse des Teilchens nicht so scharf bestimmt ist. Denn in diesem Falle geht die kinetische Energie, die einen Teil der Masse ausmacht, auf ein anderes Teilchen über, oder wird in das umgebende Feld ausgestrahlt. Man kann aber kaum den genauen Zeitpunkt angeben, von dem an die Energie nicht dem Teilchen angehört, sondern als von ihm losgelöst zu gelten hat. Der Betrag an Energie oder Masse innerhalb eines gegebenen Gebietes ist stets eine bestimmte Größe. Aber der Betrag, der einem Teilchen zugeschrieben werden muß, ist nur dann genau angebbbar, wenn die Bewegung gleichförmig ist. Bei strenger Betrachtungsweise muß man

im allgemeinen nicht von der Masse eines Teilchens, sondern von derjenigen eines Gebietes reden.

Die Bewegung der Materie von einer Stelle zur andern bewirkt eine Änderung des Schwerfeldes des umgebenden Raumes. Bei gleichförmiger Bewegung wird das Feld einfach mitgeführt; bei beschleunigter Bewegung werden eine Art Schwerewellen nach außen fortgepflanzt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist gleich der Lichtgeschwindigkeit. Die genauen Gesetze sind nicht gerade einfach, weil, wie wir gesehen haben, das Schwerfeld die Lichtgeschwindigkeit beeinflusst. Daher verändert die Störung ihre eigene Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Genau so, wie die exakten Gesetze der Schallbewegung äußerst kompliziert sind, weil die Störung der Luft durch den Schall die Geschwindigkeit seiner Fortpflanzung verändert. Die näherungsweise gültigen Gesetze für die Ausbreitung der Schwere sind jedoch ganz einfach und dieselben wie die für elektromagnetische Störungen.

Neben Masse und Energie gibt es noch eine physikalische Größe, die in der modernen Physik eine grundlegende Rolle spielt, die sogenannte *Wirkung*. Wirkung ist hier ein fachwissenschaftlicher Ausdruck und nicht mit Newtons „Wirkung und Gegenwirkung“ zu verwechseln. Besonders in der Relativitätstheorie scheint sie in mancher Beziehung überhaupt die fundamentalste Größe zu sein. Es ist uns schwer einzusehen, warum. Wollen wir von stetiger Materie sprechen, die *in* einem bestimmten Raum-Zeitpunkt vorhanden ist, so müssen wir den Ausdruck *Dichte* verwenden. Dichte multipliziert mit einem räumlichen Volumen ergibt *Masse* oder, was das gleiche zu sein scheint, *Energie*. Von unserem Raum-Zeitstandspunkt aus ist aber Dichte multipliziert mit einem vierdimensionalen raum-zeitlichen Volumen eine viel wichtigere Größe. Diese Größe ist die *Wirkung*. Die Multiplikation mit drei Dimensionen ergibt Masse oder Energie und die vierte Multiplikation Energie mal Zeit. Wirkung ist somit Masse oder Energie multipliziert mit Zeit und ist grundlegender als alles andere.

Die Wirkung ist die Krümmung der Welt. Diese Behauptung wird man sich wohl nicht anschaulich vorstellen können, weil unser Begriff von der Krümmung von den zweidimensionalen Flächen des dreidimensionalen Raumes her stammt, und das reicht nicht aus, uns eine Vorstellung von den bei vierdimensionalen Flächen in einem Raum von fünf oder mehr Dimensionen vorkommenden Möglichkeiten zu geben. In zwei Dimensionen gibt es gerade eine Gesamtkrümmung; verschwindet sie, so ist die Fläche eben oder kann wenigstens auf

eine Ebene abgerollt werden. In vier Dimensionen gibt es viele Krümmungsgrößen, darunter ist aber eine ausgezeichnete Krümmung, die natürlich eine vom Maschensystem unabhängige Invariante ist. Es ist die von uns mit R bezeichnete Größe. Verschwindet diese Krümmung, so braucht die Raum-Zeitwelt noch nicht eben zu sein. Wir haben in der Tat gesehen, daß in einem natürlichen Schwerfeld das Raum-Zeitliche nicht eben ist, ohne daß Masse oder Energie und daher Wirkung oder Krümmung vorhanden ist.

Wo Materie ist¹⁾, da ist Wirkung und daher auch Krümmung, und es verdient bemerkt zu werden, daß innerhalb der gewöhnlichen Materie die Krümmung der Raum-Zeitwelt keineswegs unbedeutend ist. Zum Beispiel ist die Krümmung in Wasser von gewöhnlicher Dichte so groß wie die eines sphärischen Raumes von 570 000 000 km Radius. Noch überraschender wirkt dieses Ergebnis in Zeiteinheiten ausgedrückt: Der Radius beträgt ungefähr eine halbe Stunde.

Es ist nicht so ganz einfach, genau anzugeben, was das bedeutet. Wir können aber immerhin voraussehen, daß ein Wasserglobus von 570 000 000 km Radius außergewöhnliche Eigenschaften aufweisen muß. Wahrscheinlich wird es eine obere Grenze für die Größe einer Wasserkugel geben. Soweit ich sehen kann, könnte eine homogene Wassermasse von ungefähr diesem Umfang (aber nicht größer) existieren. Sie hätte keinen Mittelpunkt und keine Grenze, jeder ihrer Punkte wäre gegenüber der ganzen Masse gleich gelegen wie irgend ein anderer Punkt — genau so wie die Punkte einer Kugel $\textit{fläche}$ in bezug auf die Fläche. Ein Lichtstrahl würde nach ein oder zwei Stunden Wegs wieder zu seinem Ausgangspunkt zurückkehren. In diese Masse könnte nichts hineingelangen, noch etwas aus ihr sich entfernen, weil es keine Grenze gibt, durch die es hinein oder heraus könnte. Sie deckt sich eben vollständig mit dem Raum. Es könnte keine andere Welt sonstwo geben, eben weil kein „sonstwo“ vorhanden ist.

Die Masse dieses Wasservolumens ist nicht so groß wie die Masse des Sternensystems, selbst nach den bescheidensten Schätzungen. Einige Physiker haben prophezeit, daß in ferner Zukunft alle Energie degradiert und der ganze Kosmos allmählich zu einer Masse zusammenzutreten würde. Dann wären vielleicht diese sonderbaren Verhältnisse verwirklicht.

Das Gravitationsgesetz, die Gesetze der Mechanik und die Gesetze des elektromagnetischen Feldes hat man alle miteinander in ein

¹⁾ Es ist ziemlich merkwürdig, daß in einem nur Licht enthaltenden Raume keine Wirkung vorhanden ist. Das Licht besitzt gewöhnliche Masse (M); seine invariante Masse (m) verschwindet aber.

Prinzip der kleinsten Wirkung zusammengezogen. Diese Vereinigung war zum größten Teil schon vor der Ankunft der Relativitätstheorie erfolgt. Nur die Aufnahme der Schwere in dieses Schema ist neu. Wir sehen jetzt ein, daß, wenn die Wirkung etwas Absolutes ist, eine Konfiguration, die das Minimum an Wirkung darstellt, in absoluter Weise bestimmt werden kann. Deshalb werden wir erwarten, daß die Gesetze der Welt in irgend einer derartigen Form ihren Ausdruck finden werden. Diese Überlegung ist die gleiche wie diejenige, die uns zuerst dazu führte, die natürlichen Bahnen der Teilchen mit den Bahnen größter Intervalllänge zu identifizieren. Der Umstand, daß das Gesetz unweigerlich irgend eine derartige Form haben muß, hält uns davon ab, von ihm einen Aufschluß über die Beschaffenheit unserer Welt im einzelnen zu erhoffen.

Die Wirkung ist einer der beiden Begriffe der vorrelativistischen Physik, die unverändert in der absoluten Welt weiterleben. Der einzige andere überlebende ist die Entropie. Die kommende Relativitätstheorie hatte ihre Schatten vorausgeworfen; denn die Physik war schon zu zwei großen Verallgemeinerungen bereit: dem Prinzip der kleinsten Wirkung und dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik oder dem Prinzip vom Maximum der Entropie.

Jetzt, wo wir im Begriffe stehen, uns den neueren und etwas unbestimmten Entwicklungen unseres Gegenstandes zuzuwenden, ist es an der Zeit, noch einmal einen Blick auf die hauptsächlichsten Ergebnisse, zu denen wir bisher gelangt sind, zurückzuwerfen. Die folgende Zusammenstellung soll uns an einige der wesentlichen Punkte erinnern.

1. Die Ordnung der Ereignisse in der Außenwelt ist vierdimensional.

2. Der Beobachter konstruiert gefühlsmäßig oder mit Absicht ein System von Maschen (eine raum-zeitliche Einteilung) und ordnet die Ereignisse in bezug auf diese Maschen an.

3. Es ist zwar theoretisch wohl möglich, Erscheinungen ohne Bezugnahme auf irgendwelches Maschensystem zu beschreiben (durch eine Aufzählung der Koinzidenzen). Eine solche Beschreibung wäre aber sehr mühselig. In der physikalischen Praxis werden die Beziehungen der Ereignisse zu unserem Maschensystem festgestellt. Alle Begriffe der elementaren Physik und des täglichen Lebens gründen sich auf diese relative Betrachtung der Welt.

4. Größen wie Länge, Zeitdauer, Masse, Kraft usw. haben keine absolute Bedeutung. Ihre Werte hängen von dem Maschensystem

ab, auf das sie bezogen sind. Wenn man sich diese Tatsache vor Augen hält, dann erscheinen einem die Ergebnisse der modernen Experimente über die Längenänderungen starrer Körper nicht mehr widerspruchsvoll.

5. Es gibt kein fundamentales Maschensystem. Bei speziellen Problemen und besonders in beschränkten Gebieten kann man vielleicht Maschensysteme ausfindig machen, die sich mehr oder weniger eng an die absolute Beschaffenheit der Welt anschließen, und dadurch die Vorgänge, die auf sie bezogen werden, einfacher erscheinen lassen. Aber die Struktur der Welt läßt sich nicht in exakter Weise mittels Maschensystemen fassen; innerhalb eines größeren Gebietes muß man das konstruierte Maschensystem als willkürlich ansehen. Auf jeden Fall sind die in der üblichen Physik verwendeten Systeme willkürlich.

6. Die Grundlage für das Studium der absoluten Struktur der Welt bildet das „Intervall“ zwischen zwei nahen Ereignissen, das eine von einem Maschensystem unabhängige absolute Eigenschaft der beiden Ereignisse darstellt. Eine Weltgeometrie wird entworfen, in der das Intervall die entsprechende Rolle wie die Entfernung in der gewöhnlichen Geometrie spielt.

7. Diese Weltgeometrie weicht dadurch von der euklidischen ab, daß das Intervall zwischen zwei reellen Ereignissen reell oder imaginär sein kann. Die Notwendigkeit einer physikalischen Unterscheidung, die der mathematischen Trennung in reelle und imaginäre Intervalle entspricht, führt uns zur raum-zeitlichen Spaltung der vierdimensionalen Ordnung. Diese Spaltung ist aber nicht eindeutig bestimmt, sondern es hängt die gewöhnlich vorgenommene Spaltung von der Bahn des Beobachters in der vierdimensionalen Welt ab.

8. Die geodätische Linie, das ist die Bahn größter oder kleinster Intervalllänge zwischen zwei entfernten Ereignissen, hat eine absolute Bedeutung. Da es keine anderen Bahnen gibt, die in absoluter Weise definiert werden können, so muß man schließen, daß die Bahnen der frei beweglichen Teilchen geodätisch sind.

9. In der euklidischen Geometrie sind die geodätischen Linien Gerade. Offensichtlich ist es unmöglich, eine Raum-Zeitrechnung einzuführen, nach der alle freien Teilchen im Sonnensystem sich in geraden Linien bewegen. Daher muß in einem Schwerefeld eine nicht-euklidische Geometrie herrschen.

10. Da die Teilchenbahnen in einem Schwerefeld jedenfalls durch irgend ein Gesetz bestimmt werden, so müssen sich die möglichen Geometrien auf gewisse Arten beschränken.

11. Diese Beschränkung betrifft die absolute Struktur der Welt und muß unabhängig von der Wahl des Maschensystems sein. Dadurch verringert sich der Spielraum der Eigenschaften, durch die die möglichen Geometrien sich unterscheiden können. Praktisch ist es das einzig Vernünftige, zu verlangen, daß die Welt (im leeren Raum) „höchstens einmal gekrümmt sein kann“. Das wird als Gravitationsgesetz genommen.

12. Der einfachste Hügel mit diesem Krümmungsgrad wurde untersucht. Er besitzt eine Art unendlichen Kamin auf dem Gipfel, den man sich abgerundet und mit einem Gebiet erfüllt zu denken hat, innerhalb dessen dieses Gesetz nicht gilt, d. h. es muß hier ein materielles Teilchen liegen.

13. Die geodätischen Linien in der Nähe des Hügels stimmen sehr angenähert mit den nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz berechneten Bahnen überein. Die geringfügigen Abweichungen vom Newtonschen Gesetz wurden experimentell durch die Bewegung des Merkur und die Ablenkung des Lichtes bestätigt.

14. Anstatt von einem Hügel müßte man passender von einem linear ausgedehnten Grat sprechen. Da die Intervalllänge längs des Grats reell oder zeitartig ist, so kann der Grat als Zeitrichtung genommen werden. Die Materie besteht somit in der Zeit fort. Ferner muß gemäß dem Gravitationsgesetz ein kleiner Grat stets eine geodätische Linie des allgemeinen Raum-Zeitfeldes beschreiben, in Bestätigung des Schlusses, zu dem wir in (8) gelangt sind.

15. Die Gesetze der Erhaltung der Energie und des Impulses in der Mechanik können aus diesem Gesetz der Weltkrümmung abgeleitet werden.

16. Gewisse Erscheinungen, wie die Lorentzkontraktion und die Veränderlichkeit der Masse mit der Geschwindigkeit, die man früher mit den Eigenschaften der elektrischen Kräfte in Zusammenhang brachte, stellen sich nunmehr als allgemeine Folgerungen der Relativitätstheorie heraus. Das will sagen: Länge und Masse sind Beziehungen irgend eines absoluten Gegenstandes zum Maschensystem des Beobachters, und deshalb können wir voraussehen, wie sich diese Beziehungen beim Übergang zu einem andern Maschensystem ändern werden.

Der Geometer von heute weiß nichts über die tatsächliche Natur des Raumes im Unendlichen; er weiß nichts von den Eigenschaften des augenblicklichen Raumes in vergangener oder zukünftiger Ewigkeit. Er weiß nur, daß die von Euklid aufgestellten Gesetze mit einer Genauigkeit gelten, an die kein direktes Experiment heranreicht, und dies nicht bloß an der Stelle, an der wir uns befinden, sondern auch an Stellen, die von uns weiter entfernt sind als je ein Astronom sich ausgedacht hat. Das ist aber für ihn nur ein Hier und Jetzt. Dahinter gibt es noch ein Dort und Dann, von dem er gegenwärtig nichts weiß, von dem er jedoch vielleicht einmal mehr wissen wird.

W. K. Clifford (1873).

10. Kapitel

Der Unendlichkeit entgegen

Das größte Hindernis für eine Philosophie, die den absoluten Raum leugnet, bildet die experimentelle Feststellung der absoluten Rotation. Die Achsendrehung der Erde wird aus den täglichen Bewegungen der Himmelskörper erschlossen. Dabei handelt es sich wesentlich um die Beobachtung einer relativen Rotation, und wäre die Angelegenheit hiermit erledigt, so gäbe es weiter keine Schwierigkeit. Wir können jedoch die gleiche oder nahe die gleiche Rotation durch Methoden nachweisen, bei denen die Himmelskörper nicht in Betracht zu kommen scheinen. Eine derartige Rotation ist aber dem Anschein nach absolut. Der Planet Jupiter ist von Wolken bedeckt, so daß seine Bewohner wahrscheinlich nichts von den Körpern im Außenraum wissen. Trotzdem könnten sie ganz gut die Drehung des Jupiter messen. Mittels des Kreiselkompasses würden sie auf dem Planeten zwei Punkte — Nord- und Südpol — festlegen, und hernach auf Grund des Foucaultschen Experiments, aus dem sich die Änderung der Bewegungsebene eines frei aufgehängten Pendels ergibt, eine Winkelgeschwindigkeit um die Pole bestimmen. Somit existiert für die Bewohner des Jupiter eine gewisse physikalische Konstante von grundlegender Bedeutung, eine Drehgeschwindigkeit um eine

Achse. Es fragt sich nur, ob wir das Recht haben, sie absolute Rotation zu nennen.

Stellen wir ihr die absolute Translation gegenüber. Hier ist keine Rede von einer richtigen Bezeichnung für eine physikalische Konstante. Die Jupiterbewohner brauchen nicht einen Namen für eine Konstante zu erfinden. Wir sehen sofort ein, daß eine Relativitätstheorie der Translation auf einer ganz anderen Stufe wie eine Relativitätstheorie der Rotation steht. Die eine hat die Aufgabe, Tatsachen zu erklären, die andere, Tatsachen fortzuerklären.

Unsere bisherige Theorie macht scheinbar einen Anlauf, um dieses Problem anzupacken, gibt es aber wieder auf. Der Beobachter erhält die Erlaubnis, die Erde als nichtrotierend, aber dafür von einem Zentrifugalkraftfeld umgeben anzusehen. Alle anderen Körper des Universums umkreisen dann die Erde in Bahnen, die in der Hauptsache durch dieses Zentrifugalkraftfeld bestimmt werden. Eine Astronomie auf dieser Grundlage ist ein etwas mühseliges Geschäft. Aber alle Erscheinungen werden vollständig erklärt. Die Zentrifugalkraft bildet einen Bestandteil des Schwerefeldes und befolgt das Einsteinsche Gravitationsgesetz, so daß bei dieser Darstellung die Naturgesetze vollständig befriedigt werden. Eine furchtbare Frage taucht auf: welches ist die Ursache der Zentrifugalkraft? Sicherlich nicht die Erde, die hier als nichtrotierend betrachtet wird. Gehen wir weiter in den Raum hinaus, um eine Ursache zu finden. Die Zentrifugalkraft wird größer und größer; je länger wir die Begleichung der Schuld aufschieben, desto mehr haben wir am Ende zu bezahlen. Unsere Theorie gleicht dem Schuldner, der sich immer mit der Möglichkeit, daß ihm die Bezahlung gestundet wird, tröstet und nicht merkt, wie sehr seine Verpflichtungen anwachsen. Sie verjagt die Ursache ins Unendliche und gibt sich damit zufrieden, daß die Naturgesetze — die Beziehungen zwischen den aneinanderstoßenden Teilen der Welt — stets erfüllt sind.

Es gibt eine Hintertür, die wir uns näher ansehen müssen. Nach unserem neuen Gravitationsgesetz wirkt eine rapide Bewegung des anziehenden Körpers auf das Kraftfeld ein. Bei nicht rotierender Erde müssen die Sterne mit fürchterlichen Geschwindigkeiten um sie herumlaufen. Könnten sie nicht wegen ihrer hohen Geschwindigkeiten auf der Erde ein merkliches gravitationsartiges Feld hervorrufen, das wir als Zentrifugalkraft wahrnehmen? Das wäre eine wirkliche Beseitigung der absoluten Rotation, denn alle Effekte wären dann unterschiedslos entweder auf die Rotation der Erde bei ruhenden Sternen oder den Umlauf der Sterne bei ruhender Erde zurückgeführt.

Es käme nur auf die relative Bewegung an. Ich bezweifle, ob jemand davon überzeugt ist, daß die Sterne irgend etwas mit dieser Erscheinung zu tun haben. Wir glauben nicht, daß bei Vernichtung aller Himmelskörper der Kreiselkompaß außer Wirksamkeit gesetzt würde. Auf jeden Fall ergibt die genaue Rechnung, daß die Zentrifugalkraft nicht durch die Bewegung der bisher bekannten Sterne erklärt werden kann.

Wir müssen daher die Annahme fallen lassen, daß die Anzeichen für die Rotation der Erde — der Wulst am Äquator, die Erscheinungen am Kreiselkompaß usw. — von einer Rotation relativ zu irgendwelcher von uns feststellbaren Materie herrühren. Der Philosoph besteht darauf, daß eine Rotation, die nicht relativ zur Materie erfolgt, undenkbar ist, und wird zweifellos darauf erwidern, dann müsse die Rotation eben relativ zu noch nicht entdeckter Materie stattfinden. Wir sind bisher bei der Entwicklung unserer Theorie der Philosophie zu großem Dank für ihre Anregungen verpflichtet, da sich diese Anregungen auf uns bekannte Dinge bezogen, und wie sich herausgestellt hat, durch die Erfahrung bestätigt worden sind. Doch als Physiker können wir nicht mit derselben Bereitwilligkeit auf dieses neue Verlangen eingehen. Seine Berechtigung wollen wir nicht bestreiten, aber wir sind dafür nicht zuständig. Die Physik fordert von einem Weltbild außer Wahrheit noch eine gewisse Eigenschaft, die wir Konvergenz nennen können. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie ist nur dann streng richtig, wenn das ganze Universum mit in Betracht gezogen wird. Sein Wert für die Physik besteht aber darin, daß es für ein ganz begrenztes System *angenähert* gültig ist. Die Physik ist eine exakte Wissenschaft, weil sie das Wesentliche eines Problems auf einige wenige Tatsachen zurückführt, und bei Erweiterung ihres Wirkungskreises mit stets wachsender Approximation der Wahrheit näherkommt. Die Annäherungen der Physik bilden eine konvergente Reihe. Die Geschichte verhält sich dagegen oft wie eine divergente Reihe. Die Annäherung an ihren Verlauf wird erst erreicht, nachdem das letzte Glied der unendlichen Reihe zu den Daten, die für eine Vorhersage nötig sind, hinzugefügt worden ist. Die Physik muß, wenn sie ihren Vorteil nicht preisgeben will, ihren eigenen Weg gehen: solche Gesetze aufstellen, die angenähert für die beschränkte, den Sinnen zugängliche Welt gültig sind, und sie dann ins Unbekannte fortsetzen. Die Relativität der Rotation gilt nicht angenähert für das sinnlich Gegebene; trotzdem mag sie vielleicht richtig sein, wenn das Unbekannte und das Bekannte einbegriffen wird.

Diese Betrachtungen über die Rotation gelten ebenso für die Beschleunigung, wenn auch da die Schwierigkeit nicht so sehr in die Augen fällt. Wir können, wenn wir wollen, der Sonne irgend eine willkürliche Beschleunigung geben und diese Beschleunigung durch Einführung eines gleichförmigen Schwerfeldes neutralisieren. Infolge dieses Feldes werden sich die übrigen Sterne mit der gleichen Beschleunigung bewegen, und keine Erscheinung wird geändert werden. Aber dann muß man offenbar für dieses Feld eine Ursache ausfindig machen. Es wird nicht durch die Schwerewirkung der Sterne erzeugt. Es bleibt uns nichts anderes übrig als immer weiter und weiter bis ins Unendliche nach einer Ursache zu forschen; je weiter wir sie hinausschieben, desto größer die anziehende Masse, die wir anzunehmen haben. Andererseits drängt sich die absolute Beschleunigung der Erde uns auch nicht in dem Maße wie ihre absolute Rotation ¹⁾ auf.

Wir fühlen ungefähr die Schwierigkeit, die in diesen Ergebnissen enthalten ist. Bei näherer Prüfung sieht die Sache aber nicht so gefährlich aus. Die Relativitätstheorie behauptet nach unserer Auffassung, daß die raum-zeitliche Einteilung von dem Beobachter vorgenommen wird und für die Naturgesetze belanglos ist. Daher besitzen die geläufigen Größen der Physik wie Länge, Zeitdauer, Masse, Kraft usw., die sich auf diese Einteilung beziehen, keine absolute Bedeutung in der Natur. Wir haben aber niemals bestritten, daß die Welt Merkmale von absoluter Bedeutung aufweist; wir haben ja gerade viel Zeit darauf verwandt, solche Merkmale aufzufinden. Die geodätischen Linien oder natürlichen Bahnen haben, wie wir gezeigt haben, eine absolute Bedeutung, und man kann in einem begrenzten Gebiet der Welt eine Einteilung von Zeit und Raum einführen, bei der alle geodätischen Linien angenähert Gerade werden. Wir wollen dies das „natürliche“ Bezugssystem für dieses Gebiet nennen, obwohl praktisch Raum und Zeit in der Regel nicht nach ihm gerechnet werden; es ist zum Beispiel das System der Beobachter im fallenden Geschoß, nicht das des Newtonschen Oberbeobachters. Dieses System kann bis auf eine gleichförmige Bewegung absolut

¹⁾ Zu einer selbst rohen Bestimmung der absoluten Beschleunigung der Erde müßten wir einigermaßen vollständig die Störungen der gesamten Materie des Weltalls kennen. Dies müßten wir auch, wenn wir die absolute Rotation *genau* feststellen wollten. Aber die ganze wahrscheinlich vorhandene Materie hätte einen so geringen Einfluß, daß wir ohne weiteres annehmen dürfen, daß die absolute Rotation sehr nahe mit der experimentell bestimmten zusammenfällt.

definiert werden. Die sich aus dem Experiment mit dem Foucaultschen Pendel ergebende Erdrotation ist nun nichts anderes als die Rotation relativ zu diesem Bezugssystem. Würden wir eine derartige absolute Rotation für unzulässig ansehen, dann hätten wir unsere eigene Relativitätstheorie gänzlich mißverstanden.

Die materiellen Teilchen und die geodätischen Linien kennzeichnen beide die absolute Struktur der Welt, und eine Rotation relativ zur geodätischen Struktur steht augenscheinlich auf keiner anderen Stufe wie eine Geschwindigkeit relativ zur Materie. Es ist aber auffallend, daß die Rotation nicht nur relativ zur lokalen geodätischen Struktur, sondern zu einem allgemein angenommenen Bezugssystem zu sein scheint; während man genau die Materie angeben muß, relativ zu der eine Geschwindigkeit gemessen wird. Es handelt sich dabei in der Hauptsache darum, wie groß die Genauigkeit ist, mit der Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen bestimmt werden sollen. Wenn es uns bei Angabe der Geschwindigkeit eines β -Teilchens nicht auf einen Fehler von 10 000 km in der Sekunde ankommt, so brauchen wir nicht genau den Stern oder Planeten anzuführen, auf den sich diese Geschwindigkeit beziehen soll. Die (lokale) Winkelgeschwindigkeit des Mondes wird manchmal bis auf vierzehn sinnvolle Ziffern angegeben. Ich bezweifle, ob es ein allgemeines Bezugssystem gibt, das so gut definiert ist, um eine derartige Genauigkeit zu rechtfertigen. Sicherlich ist die Stetigkeit der geodätischen Struktur der verschiedenen Teile der Welt weit größer als die der materiellen Struktur; doch ist der Unterschied nur graduell, nicht prinzipiell.

Wahrscheinlich trennen sich hier unsere Wege von denen der kontinentalen Relativisten, für die das sogenannte *Kausalprinzip* eine hervorragende Stellung einnimmt: Nur tatsächlich beobachtbare Dinge können als miteinander in kausalem Zusammenhang stehend angesehen werden. Damit soll offenbar die Materie, was die Formulierung der physikalischen Gesetze anbetrifft, auf eine höhere Stufe als die geodätische Struktur gestellt werden, obwohl nicht recht zu verstehen ist, inwiefern eine Massenverteilung als eher beobachtbar wie das Feld ihrer Wirkung im umgebenden Raum, durch das wir von ihrer Existenz in Kenntnis gesetzt werden, anzusehen ist. Über das Prinzip selbst kann man verschiedener Meinung sein. Von unserer eigenen zufälligen Beschaffenheit hängt es ab, ob etwas beobachtbar ist oder nicht, und durch das Kausalprinzip erlegen wir wie es scheint dem freien Spiel der Kräfte unserer Umwelt unsere eigene Beschränktheit auf. In diesem Buch lassen wir uns noch immer von der Überlieferung Faradays und Maxwells leiten. Für uns sind Materie und Elektrizität

nur zufällige Singularitätsstellen, das Wirken der Natur tritt primär in den sogenannten leeren Zwischenräumen zutage.

Jenes unbestimmte allgemeine Bezugssystem, auf das die Rotation bezogen wird, heißt das *Trägheitssystem*. Bestimmt ist es innerhalb der ebenen Raum-Zeitwelt, weit weg von jeder Materie. Im welligen Gebiet des Sternenuniversums ist es nicht genau faßbar, da wird es nur roh angedeutet, innerhalb vernünftiger Grenzen willkürlich, aber doch in den allgemeinen Zügen festgelegt. Der Grund für die Bezeichnung Trägheitssystem verdient näher betrachtet zu werden. Wir dürfen ebensogut ein Maschensystem verwenden, das vollständig vom Trägheitssystem abweicht (z. B. rotierende Achsen); dann haben wir jedoch, wie wir gesehen haben, eine gestundete Schuld in Gestalt eines scheinbar ohne Ursache bestehenden Kraftfeldes zu bezahlen. Brauchen wir aber bei Verwendung des Trägheitssystems keine Schulden zu bezahlen? In diesem Fall gibt es im Unendlichen keine Schwer- oder Zentrifugalkraft; hingegen ist immer noch die Trägheit vorhanden, was im Grunde das gleiche ist. Die Unterscheidung zwischen einer Kraft, für die eine Ursache bestehen muß, und der Trägheit, die keiner Ursache bedarf, kann nicht aufrechterhalten werden. Durch Umrechnung unserer Schulden in reine Trägheit werden wir um kein Haar zahlungsfähiger. Bezahlen müssen wir, was für ein Maschensystem wir auch benutzen; wir dürfen uns bloß die Form der Bezahlung aussuchen.

Die Schuld ist trotz allem sehr harmlos. Im Unendlichen haben wir die absoluten raum-zeitlichen geodätischen Linien und unser eigenes willkürliches Maschensystem. Die Beziehung zwischen den geodätischen Linien und dem Maschensystem entscheidet darüber, ob unsere Achsen als rotierend oder nichtrotierend anzusehen sind. Diese Beziehung wird (im Prinzip) bestimmt, wenn eine sogenannte absolute Rotation gemessen wird. Kein vernünftiger Mensch wird bezweifeln wollen, daß es eine feststellbare Beziehung zwischen beiden gibt. Andererseits läßt eine gleichförmige Translation das Verhältnis zwischen geodätischen Linien und Maschensystem unberührt — Gerade bleiben Gerade. Gleichförmige Translation kann somit nur relativ zur Materie gemessen werden.

Wir haben angenommen, daß die Verhältnisse, die wir in den entferntesten der Beobachtung zugänglichen Gebieten des Raumes angetroffen haben, bis ins Unendliche fortgesetzt werden dürfen, und daß es noch weit außerhalb des Wirkungskreises der Materie bestimmte natürliche Bahnen gibt. Dagegen sträubt sich bei manchem das Gefühl. Es wird geltend gemacht, daß die Materie den Verlauf der

geodätischen Linien beeinflusst und daher wohl für sie überhaupt verantwortlich zu machen ist; in einer Gegend, in der die Materie nicht mehr wirksam ist, dürfte es keine geodätischen Linien und somit auch keine Intervalle geben. Alle Potentiale wären notwendig gleich Null. Dieser Einwand wird in verschiedene Formen gekleidet, aber in der Hauptsache richtet sich jenes Gefühl wohl gegen die unbefriedigende Behauptung, daß der Welt gewisse Bedingungen auferlegt sein sollen, die bis ins Unendliche verfolgt werden können und damit sozusagen im Unendlichen entspringen. Man möchte gern wissen, warum das Trägheitssystem durch die Verhältnisse in unendlicher Entfernung bestimmt sein soll.

Wenn aber alle Intervalle verschwänden, dann würde die raumzeitliche Welt auf einen Punkt zusammenschrumpfen. Es gäbe keinen Raum, keine Zeit, keine Trägheit, es wäre überhaupt nichts da. Eine Ursache, die Intervalle und geodätische Linien erzeugt, muß also gewissermaßen die Welt ausbreiten. Wir können uns vorstellen, daß die Welt wie eine ebene Fläche ausgespannt ist. Dann wird aber die Ursache der Spannung — die Ursache der Intervalle — jenseits von Raum und Zeit verbannt, d. h. ins Unendliche. Das ist der Standpunkt, gegen den Protest erhoben wird, wenn auch dieser Protest auf den Verfasser keinen großen Eindruck macht. Man könnte geradeso gut die Welt von innen heraus wie einen Ballon aufblasen. Dann haben wir keine spannende Kraft im Unendlichen, der Erfahrung unerreichbar; sie wirkt in jedem Raum-Zeitpunkt und krümmt die Welt zu einer Kugel. Wir gelangen so zur Auffassung, daß Raum und Zeit im großen unabhängig von den kleinen Hügeln der wahrnehmbaren Materie wesentlich gekrümmt sein könnte.

Es hat keinen Sinn, darüber nachzudenken, ob diese Krümmung (wie beim Ballon) durch irgend einen Druck von einer fünften Dimension her hervorgebracht wird. Für uns besitzt die vierdimensionale Raum-Zeitwelt einen ihr angeborenen Trieb, sich zu krümmen. Man könnte vielleicht fragen, was wir damit gewonnen haben, wenn wir an Stelle einer natürlichen Spannung, wie sie dem Trägheitssystem entspricht, eine natürliche Krümmung des Raum-Zeitlichen annehmen. Als Erklärung gar nichts. Der Unterschied besteht jedoch darin, daß wir jetzt die Theorie des Trägheitssystems in das Differentialgesetz der Schwere aufnehmen können, während sie sonst außerhalb bliebe und als Zusatz angegliedert werden müßte.

Man wird sich daran erinnern, daß wir uns früher bei der Suche nach dem Gravitationsgesetz auch von dem Gedanken leiten ließen, es müsse dieses Gesetz für eine ebene Raum-Zeitwelt erfüllt sein.

Bei einer von vornherein bestehenden kleinen raum-zeitlichen Krümmung muß diese Bedingung aufgegeben werden. Es hat keine Schwierigkeit, das Gravitationsgesetz daraufhin zu korrigieren ¹⁾. Man hat eine neue, gegenwärtig unbekannte Konstante einzuführen, die maßgebend für die Gestalt der Welt ist.

Ein sphärischer Raum ist nicht leicht vorstellbar. Wir müssen uns die Eigenschaften der Kugelfläche — den zweidimensionalen Fall — vor Augen halten und versuchen, uns etwas Analoges im dreidimensionalen Raum zu denken. Begeben wir uns an einen Punkt dieses Raumes, und konstruieren wir eine Reihe von Kugeln mit wachsendem Radius. Die Fläche einer Kugel vom Radius r sollte proportional zu r^2 sein. Im sphärischen Raum aber beginnen die entfernteren Kugeln unterhalb die richtige Proportion zu sinken. Es ist nicht so viel Platz da draußen, wie wir geglaubt haben. Wir stoßen schließlich auf eine Kugel größter Oberfläche; hernach fangen die Flächeninhalte an abzunehmen ²⁾. Die letzte Kugel schrumpft auf einen Punkt zusammen — unseren Gegenpol. Gibt es nichts dahinter? Ist da eine Grenze? Es ist nichts dahinter und trotzdem keine Grenze da. Auf der Erdoberfläche kommt nichts nach unseren Gegenfüßlern, und doch gibt es dort keine Grenze.

Diese Schwierigkeiten rühren daher, daß wir versuchen, in die sphärische Welt einzudringen, indem wir uns vorstellen, wie sie uns und unseren Messungen gegenüber erscheint. Wir haben keine Erfahrung, mit der wir sie vergleichen könnten, sie scheint ein Phantasieprodukt zu sein. Gelänge es uns, von unserem persönlichen Standpunkt frei zu kommen und die Kugelgestalt der Welt als eine Behauptung über die Art, wie sich die Ereignisse um uns anordnen, anzusehen, dann würden wir diese Ordnung für einfach und natürlich und für genau so wahrscheinlich wie irgend eine andere halten.

¹⁾ Im leeren Raum lautet das modifizierte Gravitationsgesetz

$$R_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu}.$$

Für die Zylinderwelt braucht man notwendig Materie. Innerhalb der Materie ist

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (R + 2\lambda) = -T_{\mu\nu},$$

wo das Glied 2λ die einzige Änderung ist. Der Krümmungsradius a der sphärischen Welt ist durch $\lambda = \frac{3}{a^2}$ bestimmt; der der Zylinderwelt durch $\lambda = \frac{1}{a^2}$, falls die mittlere Dichte der Materie 2λ ist. Die Gesamtmasse der Zylinderwelt ist $4\pi^2 a$. Das muß eine enorme Größe sein, wenn man in Betracht zieht, daß die Sonnenmasse nur $1\frac{1}{3}$ km beträgt.

²⁾ Die Oberfläche muß natürlich irgendwie durch Messung bestimmt werden.

In einer derartigen Welt gibt es keine Schulden, die sich bei Annäherung an die Grenze vermehren. Es ist keine Grenze vorhanden. Die Zentrifugalkraft nimmt zu, bis wir zu der Kugel größter Oberfläche gelangen und geht dann unter Wahrung des Gravitationsgesetzes am Gegenpol auf Null herunter. Die Schulden haben sich von selbst bezahlt.

Wir dürfen den Erfolg, den wir mit dieser Modifikation der Theorie erzielt haben, nicht überschätzen. Es wurde eine neue Konstante in das Gravitationsgesetz eingeführt, die der Welt eine bestimmte Ausdehnung gibt. Vordem hatten wir kein Mittel, um die Größe der Welt festzulegen; man nahm einfach *a priori* an, sie sei unendlich. Wenn man uns die Ausdehnung bewilligt, so daß die Intervalle nicht unverändert gleich Null sind, dann können wir überall geodätische Linien konstruieren und daher das Trägheitssystem bestimmen.

Eine sphärische Raum-Zeitwelt, das will sagen, ein vierdimensionales Kontinuum aus Raum und imaginärer Zeit, das die Oberfläche einer Kugel in fünf Dimensionen bildet, wurde von Prof. de Sitter untersucht. Bei reeller Zeit ist die Welt in räumlicher Beziehung kugelförmig, aber ihre zeitliche Dimension ist nach plus und minus Unendlich zu offen, ähnlich wie ein Hyperboloid. Dadurch sind wir glücklicherweise der Möglichkeit enthoben, daß wir bei ständigem Fortschritt in der Zeit schließlich wieder zu unserem Ausgangszeitpunkt zurückkehren! Die Geschichte wiederholt sich niemals. Im Raume könnten wir hingegen einmal unseren Ausgangspunkt erreichen. Das würde physikalisch zu interessanten Folgerungen führen, und wir werden gleich die Einsteinsche Theorie der Welt kennen lernen, in der eine solche Rückkehr tatsächlich möglich ist. In der de Sitterschen Theorie handelt es sich nur um eine Abstraktion, weil, wie er selbst sagt, „alle paradoxen Erscheinungen nur nach Ende oder vor Anfang der Ewigkeit sich ereignen können“.

Aus folgendem Grunde: Je entferntere Orte wir betrachten, desto schneller fängt die Zeit wegen der Krümmung der Zeitdimension zu laufen an, oder, um es anders auszudrücken, desto langsamer werden die natürlichen Erscheinungen und natürlichen Uhren.

Sind wir auf halbem Wege zum Gegenpol angelangt, dann steht die Zeit still. Es passiert nichts, auch wenn wir noch solange warten. Unmöglich, irgendwie weiterzukommen, weil alles, selbst das Licht, hier zur Ruhe kommt. Was jenseits kommt, bleibt ewig durch diese Zeitschranke von uns getrennt. Nie kann das Licht vollständig um die Welt herumlaufen.

So sieht es, von einer Stelle aus betrachtet, aus. Wollten wir aber, von diesem reizenden Anblick angezogen, jenen Ort der Ruhe aufsuchen, wir würden enttäuscht sein. Die Natur erschiene uns dort so tätig wie stets. Wir glaubten, die Zeit sei still gestanden, sie ist aber in Wirklichkeit in der gewöhnlichen Weise weitergegangen, gleichsam in eine fünfte Dimension, von der wir keine Kenntnis hatten. Wenn wir dann einen Blick auf unser altes Heim zurückwerfen, so scheint uns jetzt dort die Zeit stillzustehen. Die Zeit schreitet an beiden Stellen in Richtungen fort, die miteinander einen rechten Winkel bilden, so daß der Zeitverlauf an einem Ort nicht in Beziehung zur Zeitwahrnehmung am anderen Ort steht. Der Leser erkennt leicht, daß ein auf einer Kugelfläche ohne Kenntnis einer dritten Dimension lebendes Wesen, wenn es Vorgänge, die an einer um 90° entfernten Stelle stattfinden, beobachtet, gewissermaßen eine von seinen Dimensionen gänzlich verlieren wird. Es gewinnt sie wieder, wenn es zu der Stelle hingeht und sich so den zwei Dimensionen anpaßt, die dort vorhanden sind.

Es sieht vielleicht so aus, als ob mit diesem phantastischen Weltgebäude für praktische Zwecke wenig gewonnen sei. Doch ganz sicher ist das nicht. Ist es nicht doch möglich, das Langsamerwerden der natürlichen Prozesse in großen Entfernungen wahrzunehmen? Die entferntesten Objekte, die man kennt, sind die Spiralnebel, die vielleicht von uns durch einen Zwischenraum von gegen eine Million Lichtjahren getrennt sind. Gehen dort die natürlichen Prozesse langsamer vor sich, dann schwingen dort auch die Atome weniger schnell und ihre charakteristischen Spektrallinien werden nach Rot hin verschoben erscheinen. Im allgemeinen würden wir diese Feststellung als Dopplereffekt deuten und annehmen, daß sich der Nebel von uns entfernt. Man hat die Bewegungen einer Anzahl Nebel in Richtung der Gesichtslinie gemessen, besonders Prof. Shiper hat solche Bestimmungen ausgeführt. Das Material ist nicht so reichhaltig wie zu wünschen wäre, jedoch überwiegen zweifellos bei weitem die großen Entfernungsbewegungen. Vielleicht haben wir es hier mit einer wirklichen Erscheinung im Entwicklungsgang des materiellen Universums zu tun, aber die Deutung der spektralen Verschiebung als Entfernungsgeschwindigkeit kann auch falsch sein und tatsächlich auf der von der de Sitterschen Theorie geforderten Verzögerung der Atom-schwingungen beruhen.

Prof. Einstein selbst gibt einer anderen Theorie den Vorzug. Seine Welt ist zylindrisch-gekrümmt in den drei räumlichen Dimensionen und gerade in der zeitlichen Dimension. Da die Zeit jetzt

nicht mehr gekrümmt ist, fällt die Verlangsamung der in großen Entfernungen sich abspielenden Vorgänge fort und damit auch die schwache experimentelle Bestätigung der Theorie durch die Beobachtungen an den Spiralnebeln. Es ist keine Schranke ewiger Ruhe mehr da. Ein Lichtstrahl kann um die Welt herumgehen.

Man hat auf verschiedene Weise die Größe der de Sitterschen sowie der Einsteinschen Welt ungefähr ganz roh abgeschätzt. In beiden Fällen müßte der Radius der Größenordnung nach 10^{13} mal so groß wie die Entfernung der Erde von der Sonne sein. Ein von der Sonne ausgehender Lichtstrahl würde also in etwa 1000 Millionen Jahren die Reise um die Welt vollenden. Die Strahlen liefen wieder im Ausgangspunkt zusammen, um dann aufs neue zu divergieren. Der Brennpunkt wiese alle Eigenschaften der wirklichen Sonne auf, was Licht und Wärme betrifft; es wäre bloß kein substantieller Körper vorhanden. Wir sollten also eine Reihe von Geistern an den Stellen, an denen die Sonne vor 1000, 2000, 3000 usw. Millionen Jahren gewesen ist, sehen, falls (was nicht unwahrscheinlich ist) die Sonne so lange schon Licht aussendet.

Diese von selbst an den ursprünglichen Stellen wieder auftauchenden Erinnerungen an die früheren Zustände des Sternuniversums muß man mehr als eine amüsante Spekulation ansehen. Vielleicht sind einer oder mehrere der vielen Spiralnebel in Wirklichkeit Phantome unseres eigenen Sternensystems, oder nur ein Teil der Sterne substantielle Körper, und die übrigen optische Geister, die an den alten Stellen spuken. Es ist jedoch nicht wahrscheinlich, daß die Lichtstrahlen nach ihrer langen Reise mit der erforderlichen Genauigkeit konvergieren werden. Die winzigen Ablenkungen durch die verschiedenen Gravitationsfelder, denen sie auf ihrem Wege begegnen, würden sie zur Seite biegen und den Brennpunkt verwischen. Überdies dürfte vielleicht auch das Licht allmählich von der Materie, der es auf seiner Reise begegnet, absorbiert oder zerstreut werden.

Es wird manchmal die Ansicht vertreten, daß die Rückkehr der Lichtwelle zu ihrem Ausgangsort ganz einfach als eine Wirkung der Schwerkraft aufgefaßt werden kann, da im Universum genügend viel Materie verteilt ist, um die Bahn zu einer geschlossenen Kurve zu machen. Gegen diesen Standpunkt hätten wir prinzipiell nichts einzuwenden, bloß möchten wir bezweifeln, ob er wirklich berechtigt ist. Auch in einer Welt ohne Schwerkraft würde ein Lichtstrahl ganz gut zu seinem Ausgangsort zurückkehren können. Wenn wir eine ebene Raum-Zeitwelt zu einem Zylinder zusammenrollen und die Kanten miteinander verbinden, so bleibt die Geometrie euklidisch,

und es ist keine Schwerkraft vorhanden. Ein Lichtstrahl aber könnte regelrecht um den Zylinder herumgehen und seinen räumlichen Ausgangspunkt wieder erreichen. Analog beruht wohl bei Einsteins komplizierterem Zylinder (drei Dimensionen gekrümmt und eine gerade) die Rückkehr des Lichtes eher auf dem Zusammenhang des Raumes als auf dessen nichteuklidischem Verhalten, durch das das Schwerefeld zum Ausdruck kommt.

In Einsteins Zylinderwelt müssen notwendig weit verbreitete Mengen von Materie (in der de Sitterschen Theorie braucht man das nicht) angenommen werden, weit mehr als unsere Fernrohre bis jetzt zutage gefördert haben. Diese noch hinzukommenden Massen sind entweder entfernte Sterne und Milchstraßen, die sich jenseits der Sichtbarkeitsgrenze befinden, oder sie sind gleichförmig über den Raum verbreitet und entziehen sich wegen ihrer geringen Dichte unserer Wahrnehmung. Es besteht eine bestimmte Beziehung zwischen der mittleren Dichte der Materie und dem Radius der Welt. Je größer der Radius, desto kleiner muß die mittlere Dichte sein.

Gegen diese Theorie könnte man zwei Einwände geltend machen. Einmal werden absoluter Raum und absolute Zeit für die in kosmischen Dimensionen sich abspielenden Erscheinungen wieder in ihre alten Rechte eingesetzt. Der Geist eines Sternes erscheint an der Stelle, wo der Stern vor einer Anzahl Millionen Jahren gewesen ist, und der Geist ist von dem augenblicklichen Ort des Sternes um eine bestimmte Strecke entfernt — um die sich der Stern inzwischen absolut weiterbewegt hat¹⁾. Die Welt als ganzes weist eine Richtung, in der sie nicht gekrümmt ist, auf. Diese Richtung stellt eine Art absoluter Zeit dar, die sich vom Raum unterscheidet. Die Relativität wird zu einer örtlichen Erscheinung, und wenn das auch für die bisher auseinandergesetzte Theorie ausreicht, so stehen wir doch dieser Beschränkung wenig wohlwollend gegenüber. Wir haben aber schon ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Relativitätstheorie keineswegs die Möglichkeit einer absoluten Zeit bestreitet, sondern nur in Abrede stellt, daß sie etwas mit irgend einer bis jetzt gemachten experimentellen Erfahrung zu tun hat. Es braucht uns daher nicht wunderzunehmen, wenn der Begriff der absoluten Zeit wieder in einer Theorie der in kosmischen Dimensionen verlaufenden Vorgänge auftaucht, die sich noch jeder experimentellen Erfahrung entziehen.

¹⁾ Der Geist entsteht nicht da, wo der Stern jetzt ist. Die Geister zweier Sterne, die bei Aussendung des Lichtes nahe beieinander waren, sind wieder nahe beieinander; die Sterne selbst können aber inzwischen weit getrennt sein.

Gerade wie jeder beschränkte Beobachter seine eigene Spaltung in Raum und Zeit hat, so könnte es für ein Wesen von Weltausdehnung sehr wohl eine besondere ihm angemessene Trennung von Raum und Zeit geben. Die Zeit dieses Wesens haben wir durch das Beiwort „absolut“ ausgezeichnet.

Ferner wird durch das neue Gravitationsgesetz eine weitere Konstante eingeführt, die abhängig von dem Gesamtbetrag an Weltmaterie ist, oder umgekehrt, die gesamte Materie der Welt ist durch das Gravitationsgesetz bestimmt. Das ist eine harte Zumutung — wenigstens ohne eine weitere plausible Erklärung für das Zustandekommen dieser gegenseitigen Abhängigkeit. Wir sehen ein, daß nach Fixierung der Konstanten im Gravitationsgesetz es eine obere Grenze für die mögliche Gesamtmasse geben kann. Je mehr Materie in die entfernten Gebiete aufgenommen wird, desto mehr krümmt sich der Raum herum und schließt sich zuletzt. Diese Auffüllung mit Materie muß einmal ein Ende nehmen, weil es keinen Raum mehr gibt. Wir stoßen wieder auf die Gegend, in der wir bereits gewesen sind. Die Materie könnte einem aber ausgehen, und der Raum bliebe ungeschlossen. Man braucht offenbar irgend einen Mechanismus, der bewirkt, daß entweder die Schwerkraft Materie erzeugt oder die ganze Materie des Weltalls sich zusammenzutut, um ein Gravitationsgesetz zustande zu bringen.

Diese Wege scheinen den Verfasser in die Irre zu führen. Sie werden aber gerne von den Philosophen beschritten, die sich an Mach anschließen. Nach ihm sollte die raum-zeitliche Ausdehnung durch die Gesamtmasse der Welt bestimmt sein — teils dadurch, daß sie direkt auf deren Krümmung einwirkt, teils dadurch, daß sie den Wert der Konstanten des Gravitationsgesetzes beeinflusst. Je mehr Materie da ist, desto mehr Raum wird erzeugt, um sie aufzunehmen, und, wenn keine Materie vorhanden wäre, dann würde die Welt auf einen Punkt zusammenschrumpfen.

In der Machschen Philosophie gibt es keine Welt ohne *Materie*. Hier wird die Materie nicht bloß als Prüfkörper gebraucht, um die Eigenschaften von irgendwelchen schon vorhandenen Zuständen, die nur durch ihre Beziehungen zur Materie physikalische Bedeutung erlangen, offenbar zu machen. Sie ist auch eine wesentliche Ursache der Eigenschaften, die sie offenbar machen kann. Die Trägheit würde z. B. nicht in Erscheinung treten, wenn man nur einen Prüfkörper in die Welt hineinbringen würde; eine notwendige Bedingung dafür ist in jedem Falle die Anwesenheit von weiterer Materie. Man versteht, wie willkommen dieser Philosophie die Theorie ist, nach der

der Raum und das Trägheitssystem mit der Materie zusammen entstehen und mit ihr zunehmen. Die Trägheitsgesetze bilden einen Teil des Gravitationsgesetzes, und so wurde denn — vielleicht unbewußt — die Machsche Philosophie in den tiefen Ausspruch zusammengefaßt: Gäbe es im Universum keine Materie, dann fiel das ganze Gravitationsgesetz ins Wasser.

Zweifellos wäre eine Welt ohne Materie, in der überhaupt nichts passierte, sehr uninteressant, und mancher würde ihr das Recht, sich Welt zu nennen, absprechen. Aber auch eine gleichmäßig mit Materie erfüllte Welt wäre nicht minder langweilig und zwecklos. Es hat also offenbar wenig Sinn, die erstere für unzulässig und nur die letztere für möglich zu erklären.

Die Situation kann folgendermaßen gekennzeichnet werden: In einem Raum ohne absolute Merkmale wäre eine absolute Rotation genau so bedeutungslos wie eine absolute Translation. Daher muß man erklären, wieso es eine experimentell bestimmte Größe, die allgemein als absolute Rotation betrachtet wird, geben kann. Wir haben auf S. 43 bemerkt, daß es schwer ist, einen Weltenplan zu ersinnen, nach dem die gleichförmige Bewegung, nicht aber die ungleichförmige einen Sinn hat. Zu einer solchen Welt sind wir aber gelangt in Gestalt einer Mannigfaltigkeit, die absolut durch Intervalle und geodätische Linien charakterisiert ist. In einem beschränkten Gebiet weist diese Mannigfaltigkeit ein natürliches Bezugssystem auf, relativ zu dem eine absolut definierbare Beschleunigung oder Rotation (aber nicht eine Geschwindigkeit) gemessen werden kann. Im Falle der Rotation machen die örtlichen Verzerrungen des Bezugssystems verhältnismäßig wenig aus, und aus diesem Grunde sieht es in der Praxis so aus, als ob die Rotation relativ zu einem in der Welt verbreiteten Bezugssystem erfolgt.

Durch die absolute Rotation wird somit nicht ein logischer Mangel unserer bisherigen Theorie aufgedeckt, und wir brauchen unsere Ansichten nicht zu ändern. Vielleicht gibt es noch eine umfassendere Relativitätstheorie, in der die von uns angenommene Mannigfaltigkeit wieder selbst als eine Abstraktion der Beziehungen der in der Welt verbreiteten Materie, und nicht als neben der Materie bestehend, anzusehen ist. Damit wird aber wohl die Materie ganz ungerechtfertigterweise bevorzugt. Vielleicht ist es richtig. Wir fühlen aber nicht die innere Notwendigkeit, solange uns das Experiment nicht auf diesen Weg hinweist. Auf ähnliche Überlegungen gründet sich die Theorie der Einsteinschen Zylinderwelt, denn sie kann nicht ohne Materie, die sie ausgespannt hält, existieren. Wir geben unumwunden

zu, daß unsere Annahme, die Welt sei in großen räumlichen Entfernungen vollständig eben, willkürlich war und wir nicht berechtigt sind, auf ihr zu bestehen. Eine kleine Krümmung ist sowohl begrifflich wie experimentell möglich. Die Argumentation bestand auf beiden Seiten bisher in nicht viel mehr als Vorurteilen, die jeder experimentelle oder theoretische Hinweis zerstreuen würde. In der Weylschen Theorie des elektromagnetischen Feldes, die wir im nächsten Kapitel behandeln werden, übernimmt die Raumkrümmung eine bestimmte Funktion. Damit bekommt die ganze Frage ein vollständig anderes Gesicht. Wir sind zurzeit kaum so weit, um eine endgültige Entscheidung zu treffen. Diese neue Entwicklung der Theorie scheint aber zugunsten der zylindrischen Auffassung der Raum-Zeitwelt zu sprechen.

Man könnte vielleicht dagegen Einspruch erheben, daß die Einsteinsche Theorie, wenigstens in der in diesem Buch dargestellten Gestalt, als eine Relativitätstheorie bezeichnet werden soll. Sie besitzt möglicherweise nicht alle Merkmale, die man zu der einen oder anderen Zeit in diese Bezeichnung mit einbegriffen wissen wollte. Der Leser aber, der uns bis hierher gefolgt ist, hat gesehen, wie wir uns bei der Suche nach einer absoluten Welt durch die Erkenntnis der Relativität aller physikalischen Messungen leiten ließen. Sagt jemand, unsere geodätischen Linien dürften nicht als etwas Fundamentales angesehen werden, eine geodätische Linie an und für sich habe keine Bedeutung, wir hätten es in Wirklichkeit mit der Beziehung eines eine geodätische Linie beschreibenden Teilchens zur gesamten Materie zu tun und eine geodätische Linie könne nicht losgelöst von dieser weiteren Materie gedacht werden, dann erwidern wir ihm „Dein materielles Teilchen ist nichts Fundamentales. Es hat an und für sich keine Bedeutung. Du hast es in Wirklichkeit mit seinem „Feld“ — der Beziehung der geodätischen Linien in seiner Umgebung zu den anderen geodätischen Linien in der Welt — zu tun, und die Materie kann nicht losgelöst von ihrem Feld gedacht werden“. Alles ist ein Flechtwerk von Beziehungen. Die physikalische Theorie beginnt mit den einfachsten, die philosophische Theorie mit den am meisten bekannten Bestandteilen. Sie mögen das gleiche Ziel erreichen, ihre Methoden sind aber oft miteinander unverträglich.

Du sollst in deinem Beutel nicht zweierlei Gewichte,
ein großes und ein kleines haben.
Du sollst in deinem Hause nicht zweierlei Maße haben,
ein großes und ein kleines.
Ein unversehrtes und richtiges Gewicht sollst du haben,
ein unversehrtes und richtiges Maß sollst du haben.
5. Buch Mose.

11. Kapitel

Elektrizität und Schwere

Die Relativitätstheorie führt die Schwere und die Gesetze der Mechanik auf geometrische Prinzipien zurück. Die Mechanik wird aus der Geometrie abgeleitet, nicht durch Hinzunahme willkürlicher Hypothesen, sondern durch Beiseiteräumen unnötiger Annahmen, so daß ein Mathematiker wie Riemann die meisten Eigenschaften der wirklichen Welt beinahe hätte vorhersehen können. Aber die Natur kommt noch mit einer großen Überraschung heraus — die Elektrizität.

Die elektrischen Erscheinungen bereiten der Relativitätstheorie keineswegs etwa Schwierigkeiten. Historisch ist ja die Relativitätstheorie aus der Elektrizitätslehre hervorgegangen. Trotzdem können wir uns dabei nicht beruhigen. Wir müssen eine innigere Verknüpfung zwischen den Gravitations- und Elektrizitätseigenschaften der Welt herstellen. Das Elektron, wohl das kleinste materielle Teilchen, ist eine Singularität im Schwerefeld und ebenso eine Singularität im elektrischen Feld. Wie kann man diese beiden Tatsachen miteinander in Verbindung bringen? Das Schwerefeld stellt einen gewissen Zustand der Welt dar, der sich auch in der durch Messungen bestimmten natürlichen Geometrie bemerkbar macht. Ebenso muß das elektrische Feld irgend einen Zustand der Welt zum Ausdruck bringen, doch bis jetzt ist von einem Zusammenhang des elektrischen Feldes mit der natürlichen Geometrie noch keine Rede gewesen. Müssen vielleicht noch weitere unnötige Annahmen aus dem Wege geräumt werden, um zu einer umfassenderen Geometrie zu gelangen, in der beides, Schwere und Elektrizität, Platz finden?

Es *gibt* eine unnötige Annahme in unserer bisherigen Geometrie, die wir jetzt bloßlegen müssen. Wir haben die ganze Geometrie auf den Begriff des Intervalls gegründet, das alle Beobachter, unabhängig von ihrer Bewegung und unabhängig von ihrem Maschensystem, absolut messen, da ihre Ergebnisse übereinstimmen. Dabei wird vorausgesetzt, daß sie mit identischen Normalmaßstäben und Normaluhren versehen sind. Ist aber *A* gegenüber *B* bewegt und möchte dem *B* seine Normale zur Kontrolle seiner Messungen übergeben, so muß er ihre Bewegung zum Stillstand bringen. Dazu muß er in Praxis sie so lange mit materiellen Molekülen bombardieren, bis sie zur Ruhe kommen. Darf man annehmen, daß die Normale bei diesem Verfahren unverändert bleiben? Auch wenn *A* seine Zeit an den Schwingungen eines Wasserstoffatoms und den Raum an deren Wellenlänge mißt, muß er das Atom durch Stöße zum Anhalten bringen, und dabei treten elektrische Kräfte auf.

Die Normallänge der Physik ist die Länge eines seit dem Jahre 1799 in Paris aufbewahrten Stabes. Offenbar hat man noch nie ein Intervall unmittelbar mit dieser Länge verglichen. Dazu gehört eine ununterbrochene Folge sich stetig aneinanderreihender raum-zeitlicher Vorgänge, ähnlich wie bei einer geodätischen Vermessung, zuerst in der Vergangenheit des gerade verwendeten Maßstabes, dann kommen die Zwischennormale und schließlich das Pariser Meter selbst. Diese Zwischenstufen sind vielleicht ohne Bedeutung, man erhält das gleiche Resultat, auf welchem Wege man auch zum Normalmaßstab gelangt. Doch dürfen wir sicherlich diese Voraussetzung nur nach eingehender Prüfung gelten lassen. Wir müßten unsere Geometrie so einrichten, daß man diese aufeinanderfolgenden Schritte sieht und der Vergleich des Intervalls mit dem letzten Normal nicht als eine Art Fernwirkung erscheint.

Zum Vergleich von Intervallen in verschiedenen Richtungen an einem Raum-Zeitpunkt braucht man kein entferntes Normal. Der Physiker beschreibt die Vorgänge in der Umgebung eines Punktes *P* dadurch, daß als Vergleichsobjekte aufgestellt werden: 1. ein Maschensystem; 2. eine Längeneinheit (ein materielles Normal), das auch, die Lichtgeschwindigkeit als Einheit genommen, zur Zeitmessung verwendet werden kann. Mittels dieses Bezugssystems kann er die kleinen Intervalle *PP'*, die nach allen Richtungen von *P* aus auslaufen, durch seine Einheit ausdrücken. Seine Resultate werden durch die grundlegende Formel

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{22}dx_2^2 + \dots + 2g_{12}dx_1dx_2 + \dots$$

dargestellt. Wenn er dann Intervalle in der Umgebung eines entfernten Punktes Q messen will, so muß er dort ein Maschensystem und eine Maßeinheit einführen. Er wird natürlich sich diese Aufgabe dadurch zu vereinfachen suchen, daß er, wie er es nennt, die *gleiche* Maßeinheit in P und Q benutzt, indem er entweder einen materiellen Maßstab oder ein gleichwertiges Meßinstrument von einem zum andern Ort bringt. Kommt es nicht auf den Weg an, auf dem die Einheit von P nach Q überführt wird, und wenn die Nachbildungen der Einheit, die längs verschiedenen Wegen transportiert worden sind, alle bei Ankunft in Q miteinander übereinstimmen, dann ist dieses Verfahren auf jeden Fall eindeutig. Ob die Einheit in Q nach dieser Definition *wirklich* die gleiche wie in P ist, das ist eine Frage, die in die Metaphysik gehört. Stimmen aber die längs verschiedenen Wegen transportierten Einheiten nicht miteinander überein, so haben wir kein Mittel, um unzweideutig eine Einheit in Q mit einer Einheit in P zu identifizieren. Sei P ein Ereignis in Cambridge am 1. März und Q eins in London am 1. Mai. Wir fassen die Möglichkeit ins Auge, daß die mit unserm Normal in London am 1. Mai ausgeführten Messungen ein verschiedenes Resultat ergeben können, je nachdem, ob das Normal am 1. März nach London gebracht wird und dort verbleibt, oder in Cambridge gelassen und erst am 1. Mai abgeholt wird. Auf den ersten Blick scheint das sehr unwahrscheinlich zu sein. Aber wir werden gleich unsere Gründe für die Zulassung einer derartigen Möglichkeit vorbringen. Ist jene Mehrdeutigkeit vorhanden, dann bleibt nichts anderes übrig, als 1. ein das ganze betrachtete Raum-Zeitkontinuum erfüllendes Maschensystem, 2. eine bestimmte Intervalleinheit oder Eichung *in jedem Raum-Zeitpunkt* einzuführen. Die auf ein solches System bezogene Weltgeometrie wird komplizierter als die Riemannsche, deren wir uns bisher bedient haben, ausfallen. Wir werden sehen, daß man nicht bloß die 10 g kennen muß, sondern noch vier weitere Ortsfunktionen, die eine wichtige physikalische Bedeutung erhalten werden.

Der Beobachter wird selbstverständlich zur Vereinfachung die miteinander in der üblichen Weise verglichenen Eicheinheiten der verschiedenen Punkte so nah wie nur möglich einander gleich machen wollen. Aber es bleibt doch die Tatsache bestehen, daß bei Abhängigkeit des Vergleichs vom Wege ein genaues Entsprechen nicht durch Definition festgesetzt werden kann, und wir müssen dann zulassen, daß die *genauen* Normale in jedem Punkt unabhängig eingeführt werden.

Wir haben hier noch einmal dasselbe Problem vor uns, dem wir bei den Maschensystemen begegnet sind. Wir führen in der Um-

gebung des Punktes P besondere rechtwinklige Achsen ein, dann machen wir irgend welche Beobachtungen in einem entfernten Punkt Q . Auf welche Koordination sollen sie bezogen werden? Offenbar auf die gleichen Koordinaten, die in P verwendet worden sind. Doch den speziellen Fall des ebenen Raumes ausgenommen, gibt es kein Mittel, um genau zu definieren, welche Koordinaten in Q *gleich* denen in P sind. Manchmal mag die Unbestimmtheit so unbedeutend sein, daß wir uns nicht um sie zu kümmern brauchen, aber bei genauen Betrachtungen bleibt nur die einzige Möglichkeit, ein bestimmtes, über den Raum sich erstreckendes Maschensystem einzuführen, dessen genaue Einteilungslinien unbedingt willkürlich verlaufen müssen. Jetzt sind wir zur Einsicht gelangt, daß wir überdies noch in jeder Masche ein Eichmaß, dessen genaue Länge willkürlich ist, anbringen müssen. Haben wir dies getan, dann haben wir Intervallmessungen (mit Benutzung unserer Eichung) vorzunehmen. Dadurch stellen wir einen Zusammenhang zwischen den absoluten Eigenschaften der Welt und unserm willkürlich konstruierten Maschen- und Eichsystem her. Und so bestimmen wir durch Messungen die g und die neuen Größen, aus denen sich die Geometrie des von uns gewählten Bezugssystems ergibt und die gleichzeitig die absolute Geometrie der Welt, die raum-zeitliche Beschaffenheit unseres Beobachtungsfeldes, in sich einschließen.

Nach Einführung einer Eicheinheit in jedem Punkt dürfen wir mit vollem Recht von den Änderungen der Intervalllänge eines von Punkt zu Punkt beförderten Maßstabes reden, worunter wir natürlich die Änderung gegenüber der Einheitseichung verstehen. Nehmen wir einen Maßstab von der Intervalllänge l in P . Seine Länge wachse, wenn er hintereinander um die Strecken dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 verschoben wird, um den Betrag λl , ausgedrückt in Eicheinheiten. Diese Änderung hängt sowohl von dem Eichungsunterschied in den beiden Punkten, wie von der Beschaffenheit des Stabes ab. Aber es ist nicht möglich, beide Einflüsse voneinander zu trennen. λ ist offenbar von l unabhängig, weil die Längenänderung proportional zur ursprünglichen Länge sein muß, sonst wäre unsere ganze Theorie der Messung durch Vergleich mit einem Eichmaß falsch¹⁾. Ferner kann λ nicht von der Richtung des Stabes abhängen, weder von seiner Anfangs- noch von seiner Endrichtung, weil die Intervalllänge von der Richtung unabhängig ist. (Die räumliche Länge würde sich

¹⁾ Wir lehnen damit die Möglichkeit ab, daß bei einer Längenänderung des Meterstabes um 2 m jeder Zentimeter sich um 3 cm ändert.

natürlich ändern, doch wird das schon durch die g zum Ausdruck gebracht.) Somit kann λ nur eine Funktion der Verschiebungen dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 sein, und wir werden schreiben

$$\lambda = K_1 dx_1 + K_2 dx_2 + K_3 dx_3 + K_4 dx_4,$$

falls die Verschiebungen klein sind. Die Größen K_1, K_2, K_3, K_4 beziehen sich auf die Nachbarschaft von P und werden im allgemeinen an anderen Punkten andere Werte haben.

Dabei haben wir vorausgesetzt, daß das Endergebnis nicht von der Reihenfolge der Verschiebungen abhängt — das will sagen, die Wegabhängigkeit der Länge verschwindet in der Grenze für genügend kleine Wege. Es entspricht dies unserer früher stillschweigend gemachten Annahme, daß, wenn auch die Länge der Verbindungslinie von einem Punkt P zu einem entfernten Punkt Q vom Wege abhängt und man ohne nähere Angabe des Weges nicht von einem bestimmten Intervall zwischen den beiden Punkten sprechen kann, doch in der Grenze zwischen P und Q , falls sie genügend nahe beieinander liegen, ein bestimmtes kleines Intervall liegt.

Damit wir die Bedeutung der neuen Koeffizienten verstehen, wollen wir kurz noch einmal die Bedeutung der g klarlegen. Diese g sind ursprünglich Größen, die sich aus experimentellen Intervallmessungen ergeben und die Geometrie der raum-zeitlichen Einteilung des Beobachters zur Darstellung bringen. Daraus folgt dann, daß sie auch das Kraftfeld der Schwere, der Zentrifugalkraft usw., das er in seiner Umgebung wahrnimmt, beschreiben. Sie beziehen sich auf das besondere Maschensystem des Beobachters, und durch Wahl eines anderen Maschensystems kann er ihnen andere Werte geben, doch nicht ganz beliebige. Denn aus den g -Werten kann man wesentliche Eigenschaften der Welt ableiten — welcher Art die Raum-Zeitwelt ist, in der sich die Erscheinungen abspielen. Ferner genügen sie einer bestimmten Bedingung — dem Gravitationsgesetz —, so daß nicht alle mathematisch möglichen Raum-Zeitwelten und nicht alle willkürlichen g -Werte in der Natur vorkommen können.

Genau dieselben Überlegungen gelten für die K , wenn wir statt vom Maschensystem vom Eichsystem und statt von der Schwerkraft von einer noch unbekanntenen Kraft sprechen. Die K können theoretisch durch Intervallmessungen bestimmt werden, aber noch deutlicher geben sie sich dem Beobachter zu erkennen durch ihre daraus folgende Eigenschaft, eine Art Kraftfeld, das ihn umgibt, zu charakterisieren. Sie beziehen sich auf die willkürliche Eichung des Beobachters. Doch durch Wahl einer anderen Eichung kann er ihnen

nicht beliebige andere Werte erteilen. Die K sind der Ausdruck für wesentliche Eigenschaften der Welt, die durch eine Änderung des Eichsystems nicht in Mitleidenschaft gezogen werden. Sie werden ferner ein gewisses Gesetz befolgen, das dem Gravitationsgesetz entspricht, so daß nicht alle willkürlichen K -Werte in der Natur vorkommen können.

Die K müssen offenbar mit einer Erscheinung in Zusammenhang stehen, von der bisher in unseren Überlegungen noch nicht die Rede gewesen ist. Es liegt nahe, anzunehmen, daß diese Größen etwas mit dem elektromagnetischen Feld zu tun haben werden. Diese Hypothese gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn wir uns daran erinnern, daß das elektromagnetische Feld tatsächlich in jedem Punkt durch vier Größen bestimmt ist, nämlich die drei Komponenten des elektromagnetischen Vektorpotentials und durch das skalare elektrostatische Potential. Es ist sicherlich mehr als ein bloßer Zufall, daß der Physiker gerade noch vier weitere Größen braucht, um den Zustand der Welt an einem Raumpunkt darzustellen, und daß man vier weitere Größen einführen muß, wenn man eine ziemlich unlogische Beschränkung unseres Systems der Geometrie der natürlichen Messungen beseitigen will.

Es scheint also wirklich möglich zu sein, die in unserer erweiterten Geometrie auftretenden vier neuen Größen den vier Potentialen der elektromagnetischen Theorie gleichzusetzen. Ist kein elektromagnetisches Feld da, so gilt unsere frühere Geometrie. Im allgemeinen Falle haben wir es mit der allgemeinen Geometrie zu tun, in der es vierzehn Koeffizienten gibt, von denen zehn den Gravitations- und vier den elektrischen Zustand der Welt beschreiben.

Wir müßten nunmehr daran gehen, das Gesetz des elektromagnetischen Feldes aufzusuchen und dabei ähnlich vorgehen, wie bei der Aufstellung des Gravitationsgesetzes: Wir hätten zu fordern, daß jenes Gesetz unabhängig vom Maschen- und Eichsystem ist, da es doch die in der Natur existenzfähigen Weltarten einschränken soll. Glücklicherweise macht das keine Schwierigkeiten, denn die Gesetze, die durch die Maxwellschen Gleichungen wiedergegeben werden und allgemein anerkannt sind, genügen allen Bedingungen. Wir brauchen sie nicht grundsätzlich zu ändern, wie wir das beim Gravitationsgesetz tun mußten. Wir werden sie aber so zu verallgemeinern haben, daß sie auch bei Anwesenheit eines Schwerefeldes anwendbar sind, und nicht nur wie bei Maxwell für ebene Raum-Zeit. Aus diesen verallgemeinerten Gleichungen ergibt sich die richtige Ablenkung der elektromagnetischen Wellen (Licht) durch ein Schwerefeld.

Streng genommen, sind die Gesetze der Schwere und der Elektrizität nicht zwei Gesetze für sich, sondern eines, denn die Geometrie der K und der g ist eine einheitliche Geometrie. Es ist zwar oft zweckmäßig, sie zu trennen, doch in Wirklichkeit sind sie Bestandteile des allgemeinen Gesetzes, durch das die im leeren Raum möglichen Metriken eingeschränkt werden.

Man wird sich daran erinnern, daß die vierfache Willkür unseres Maschensystems vier Identitäten zur Folge hatte, die sich als die Erhaltungssätze der Energie und des Impulses herausstellten. In der neuen Geometrie haben wir eine fünfte Willkür, nämlich die freie Wahl der Eichung. Daraus muß sich ebenfalls eine Identität ergeben. Es zeigt sich, daß diese neue Identität der Ausdruck des Gesetzes der Erhaltung der Elektrizität ist.

Das Verständnis für die neue Geometrie wird vielleicht durch einen weiteren Vergleich erleichtert. Ein Beobachter möge in einem Punkte P eine Strecke von bestimmter Länge in einer gewissen Richtung festgelegt haben und will eine genau gleiche Strecke in einem entfernten Punkt Q errichten. In einem ebenen Raum macht das keine Schwierigkeit. Er wird schrittweise vorgehen müssen, wie bei einer Triangulation, aber es kommt nicht auf den Weg an. Wir wissen bestimmt, daß es in Q gerade eine Richtung parallel zur ursprünglichen Richtung in P gibt, und die gewöhnliche Geometrie nimmt an, daß auch die Länge genau so eindeutig definiert ist. Ist aber der Raum nicht eben, dann liegt die Sache anders. Stellen wir uns vor, ein auf die gekrümmte Erdoberfläche gebannter Beobachter hätte die gestellte Aufgabe zu lösen. Da er nichts von einer dritten Dimension weiß, so wird er nicht gleich einsehen, daß es nicht geht. Er wird aber feststellen, daß die nach Q übergeführte Richtung vom Wege abhängig ist. Oder er würde nach einem vollständigen Umlauf bei seiner Rückkehr nach P die Wahrnehmung machen, daß die Richtung, die er so sorgfältig zu erhalten bestrebt gewesen ist, nicht mit der ursprünglich in P festgesetzten übereinstimmt¹⁾. Wir sagen dann, die Richtungsübertragung in einem gekrümmten Raum ist nicht

¹⁾ Man könnte meinen, daß jede Unbestimmtheit verschwände, wenn der Beobachter in Gedanken die ursprüngliche Richtung im dreidimensionalen Raume beibehielte und die Richtung in jedem Punkte seines zweidimensionalen Raumes daraus durch Projektion gewänne. Aber der dreidimensionale Raum, in den man sich den gekrümmten zweidimensionalen Raum eingebettet denkt, ist vollständig willkürlich. Ein zweidimensionaler Beobachter kann auf keine Weise entscheiden, ob er sich auf einer Ebene oder auf einem Zylinder, einer Kugel oder einer anderen konvexen Fläche derselben Gesamtkrümmung befindet.

integabel. Diese Nichtintegabilität der Richtung ist das Kennzeichen des Schwerefeldes. Im vorliegenden Falle wäre die Länge beim Umlauf erhalten geblieben. Man kann sich aber einen allgemeineren Raum ausdenken, in dem die Länge, wenn man sich bemüht, sie konstant zu halten, ebenso wie die Richtung, bei der Rückkehr zum Ausgangspunkt von der ursprünglich konstruierten abweicht. In diesem Falle ist die Länge nicht integabel, und diese Nichtintegabilität der Länge ist das Kennzeichen des elektromagnetischen Feldes. Die Verbindung von Länge und Richtung wird Vektor genannt. Durch das einheitliche Schwere-Elektrizitätsfeld wirkt die Welt so auf unsere Messungen ein, daß aus einem Vektor, der unter physikalischen Messungen auf einem geschlossenen Wege herumgeführt wird, unmerklich ein anderer Vektor wird.

Die Zusammenschweißung von Elektrizität und Schwere zu einer Geometrie ist das Werk von Professor Weyl. Seine erste Veröffentlichung stammt aus dem Jahre 1918. Der Verfasser ist von dieser Theorie überzeugt, obwohl bis jetzt noch keine experimentelle Prüfung in Vorschlag gebracht worden ist. Es braucht kaum gesagt zu werden, daß die Längenänderung bei einem gewöhnlichen Umlauf außerordentlich unbedeutend ist¹⁾, und daß die üblichen Erscheinungen des elektromagnetischen Feldes aus Änderungen hervorgehen, die nicht direkt gemessen werden können. Ich erinnere daran, daß auch das Schwerefeld sich durch seine Wirkungen bemerkbar macht und nicht durch direkte Intervallmessungen bestimmt wird.

Die Theorie scheint aber zu der Folgerung zu führen, daß z. B. die Schwingungsdauer eines Atoms nicht ganz unabhängig von seiner Vorgeschichte ist. Man könnte annehmen, die Vorgeschichten der irdischen Atome seien einander so ähnlich, daß ihre Perioden keine nennenswerten Unterschiede aufweisen. Wir haben bereits die Möglichkeit in Betracht gezogen, daß der systematische Unterschied zwischen der Geschichte des Sonnen- und des Erdatoms sich in der zu erwartenden spektralen Linienverschiebung auf der Sonne geltend machen könnte. Es ist aber zweifelhaft, ob der Effekt die dazu nötige Größenordnung erreicht.

Die Gleichsetzung dieser abstrakten geometrischen Eigenschaften der Welt mit den physikalischen Wirkungen der Elektrizität und des Magnetismus scheint mit Schwierigkeiten verbunden zu sein. Wieso haben z. B. die Längenänderungen eines raum-zeitlich herumgeführten Stabes Empfindungen zur Folge, wie wir sie bei einem

¹⁾ Soviel ich weiß, hat man noch keine numerische Abschätzung gemacht.

elektrischen Schläge haben? Die geometrischen Potentiale (K) erfüllen die bestätigten Gesetze der elektromagnetischen Potentiale, und jede Größe der physikalischen Theorie — Ladung, elektrische Kraft, Elementarmagnet, Licht usw. — hat ihr genaues Analogon in der geometrischen Theorie. Genügt aber diese formale Korrespondenz, um beides miteinander zu identifizieren? Dieser in uns aufkeimende Zweifel beweist nur, daß wir noch nicht den Formalismus jeder physikalischen Erkenntnis erkannt haben. Die Behauptung „Ich meine nicht dieses Ding, wenn es sich auch in jeder Beziehung so verhält“ hat keine physikalische Bedeutung. Etwas, das sich genau wie die Elektrizität verhält, muß uns als Elektrizität erscheinen. Die Physik kennt nur Unterschiede der Form, individuelle Unterschiede stehen, falls sie überhaupt eine Bedeutung haben, in keiner Beziehung zu physikalischen Erscheinungen.

Wir können die Welt nur mit Vorrichtungen erforschen, die selbst zur Welt gehören. Unsere idealen Vorrichtungen beschränken sich auf ein paar einfache typische Mechanismen — ein neutrales Teilchen, ein geladenes Teilchen, ein starrer Stab usw. Die Dinge, die die Welt ausmachen, sind durch mannigfache Beziehungen, die wir kennen gelernt haben, mit den Angaben dieser Prüfkörper verknüpft. Die wichtigsten Eigenschaften der absoluten Welt sind so einfach, daß wir eigentlich zu viel Apparate zur Verfügung haben. Wahrscheinlich kann man alles, was theoretisch faßbar ist, schon mit einem ungeladenen Teilchen ans Tageslicht bringen. In Wirklichkeit wollen wir lieber die Welt mit Maßstäben und Uhren durchmustert wissen — mit den ersteren messen wir die sogenannten imaginären und mit den letzteren die reellen Intervalle. So gelangen wir zu einer einheitlichen geometrischen Auffassung der Welt. Wir würden wahrscheinlich zu einer einheitlichen mechanischen Auffassung geführt werden, wenn wir als Normalindikator das bewegte ungeladene Teilchen verwendeten; oder zu einer einheitlichen elektrischen, wenn wir uns des elektrischen Teilchens bedienen. Für besondere Zwecke eignet sich der eine Prüfkörper im allgemeinen besser als die anderen. Das Schwerfeld kann empfindlicher mit einem bewegten Teilchen als mit einem Maßstab untersucht werden. Der Verlauf des elektrischen Feldes kann zwar theoretisch aus den Längenänderungen eines im Kreise herumgeführten Maßstabes erschlossen werden, aber weit empfindlicher ist die Methode, bei der nur ein Stückchen des Maßstabes — das Elektron — verwendet wird. Und allgemein nehmen wir, um die praktische Wirksamkeit zu erhöhen, nicht eine von den einfachen Vorrichtungen zu Hilfe, sondern einen komplizierten

Apparat, der sich für einen speziellen Zweck eignet. In der theoretischen Möglichkeit, den einen Prüfkörper durch den anderen zu ersetzen, findet die Einheitlichkeit und Einfachheit der Welt ihren Ausdruck; deshalb haben wir auf sie hingewiesen. Und deshalb legen wir auch darauf Wert, daß wir den elektromagnetischen Zustand der Welt durch die Angaben eines Maßstabes und einer Uhr kennzeichnen können, so wenig sich auch diese beiden zu praktischen Prüfkörpern eignen mögen.

Die Weylsche Theorie bietet interessante Entwicklungsmöglichkeiten. Zum weiteren Verständnis braucht man schweres mathematisches Rüstzeug. Wir können sie aber in ihren Umrissen skizzieren. Wie in der Einsteinschen beschränkteren Theorie weist jeder Punkt eine wichtige Eigenschaft auf, die man Krümmung nennt. In der neuen Theorie ist dies aber keine absolute Größe im strengsten Sinne des Wortes. Sie hängt nicht vom Maschensystem des Beobachters, wohl aber von seiner Eichung ab. Es ist klar, daß die Zahl, die den Krümmungsradius der Welt in einem Punkte angibt, sich mit der Längeneinheit ändert. Wir können also nicht behaupten, die Krümmungen an zwei Punkten seien absolut gleich, weil sie von den in den beiden Punkten festgesetzten Eichungen abhängen. Umgekehrt bestimmt der Krümmungsradius der Welt in jedem Punkte ein natürliches und absolutes Eichmaß, und wahrscheinlich werden unsere Gesetze bei seiner Einführung (oder eines bestimmten Bruchteils desselben) die vollkommenste Symmetrie erlangen, deren sie fähig sind. Ein Beobachter mit dieser Eichung zwingt gewissermaßen die Welt, sphärisch zu sein, weil er eine Längeneinheit benutzt, in der sie es ist. Die wirklichen Maßstäbe ändern, wenn man sie transportiert, ihre Länge (verglichen mit dieser absoluten Einheit) je nach dem Wege, auf dem sie transportiert werden, und diese Unterschiede entsprechen dem elektrischen Feld. Einsteins gekrümmter Raum fügt sich ganz natürlich in diese Theorie ein. Kein Teil des raumzeitlichen Kontinuums ist eben, selbst bei Abwesenheit gewöhnlicher Materie, denn das würde einen unendlichen Krümmungsradius bedeuten, und es gäbe keine natürliche Eichung, um, sagen wir, die Dimensionen eines Elektrons zu bestimmen. Das Elektron kann nicht wissen, wie groß es sein soll, wenn es nichts gibt, woran es sich messen kann.

Die Abhängigkeit des Gravitationsgesetzes von der Gesamtmasse der Welt erscheint jetzt weniger geheimnisvoll. Aus der Raumkrümmung ergibt sich indirekt die Eichung, die wir zur Bestimmung der Masse der Welt verwenden.

Da die Krümmung nicht von der Eichung unabhängig ist, so sieht Weyl in ihr nicht die grundlegende Größe der Natur. Es existiert aber eine ein wenig kompliziertere Invariante, die eine reine Zahl ist, und diese wird als Wirkung genommen. Wir können dann ein bestimmtes raum-zeitliches Volumen kenntlich machen und behaupten, daß in ihm sich die Wirkung 5 befinde, ohne uns um Koordinaten und Maßeinheit zu kümmern! Vielleicht besitzt die Wirkung, die durch die Zahl 1 dargestellt wird, besonders interessante Eigenschaften, sie könnte etwa ein nicht weiter teilbares Wirkungsatom sein. Das Experiment hat uns Größen kennen gelehrt, die man als Wirkungseinheiten ansieht, und sich wenigstens bei manchen Erscheinungen wie unteilbare Atome verhalten und Quanten genannt werden. Aber in ihrer jetzigen Gestalt erlaubt uns die Theorie nicht, das Wirkungsquantum durch die Zahl 1 darzustellen. Das Quantum ist ein ganz winziger Bruchteil der absoluten Einheit.

Wenn wir einer reinen Zahl begegnen, die in der Welt eine absolute Bedeutung hat, so werden wir natürlich sie zu interpretieren suchen. Vielleicht ist sie eine Anzahl diskreter Dinge. Dann müßte sie aber unbedingt ganzzahlig sein. Die Wirkung kann jedoch offenbar gebrochene Werte annehmen. Ein Winkel wird gewöhnlich als reine Zahl angesehen, aber in Wirklichkeit ist das nicht der Fall. Ein Winkel kann nur in Winkleinheiten gemessen werden, geradeso wie eine Länge in Längeneinheiten ausgedrückt wird. Ich habe nur eine Deutung für eine gebrochene Zahl von absoluter Bedeutung, obwohl es zweifellos noch andere gibt. Die Zahl wird die *Wahrscheinlichkeit* von irgend etwas oder eine Funktion einer Wahrscheinlichkeit darstellen. Die richtige Funktion ist leicht zu finden. Wir verbinden Wahrscheinlichkeiten multiplikativ, die Wirkungen zweier Gebiete aber additiv miteinander. Wir werden also auf den Logarithmus einer Wahrscheinlichkeit geführt. Da weiterhin der Logarithmus einer Wahrscheinlichkeit notwendig negativ ist, so werden wir provisorisch die Wirkung gleich dem negativen Logarithmus der statistischen Wahrscheinlichkeit des vorhandenen Zustandes der Welt setzen.

Dieser Vorschlag nimmt besonders deshalb für sich ein, weil dann aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung das Prinzip der größten Wahrscheinlichkeit wird. Das Gesetz der Natur besagt: Der Zustand ist in der Welt verwirklicht, der statistisch der wahrscheinlichste ist.

Aus der Weylschen Theorie folgt, daß die Masse eines Stückes Materie notwendig positiv ist, während in der ursprünglichen Theorie nicht gesagt wird, warum es keine negative Materie gibt. Die Theorie

glaubt ferner bis zu einem gewissen Grade begründen zu können, weshalb die Welt vierdimensional ist. Für den Mathematiker ist es ein Leichtes, die Geometrie auf n Dimensionen zu verallgemeinern, so daß wir ganz naturgemäß damit rechnen, daß eine Welt von vier Dimensionen ihr Analogon in fünf Dimensionen haben wird. Dies ist scheinbar nicht der Fall, sondern es gibt irgendwelche wesentliche Eigenschaften, sonst wäre es kaum zu verstehen, wieso eine Welt möglich ist, die nur in vier Dimensionen existiert. Man darf vielleicht zum Vergleich auf die wohlbekannte Schwierigkeit der Verallgemeinerung des Begriffes Knoten hinweisen. Ein Knoten kann nur in einem Raum von gerader Dimensionszahl, aber nicht von ungerader existieren.

Schließlich weist die Theorie auf eine Methode hin, wie das Problem des Zusammenhalts der elektrischen Ladung des Elektrons anzupacken ist. Wenigstens gibt sie eine Erklärung der Tatsache, daß die Schwerkraft im Vergleich zur elektrischen Kraft so außerordentlich schwach ist. Man wird sich daran erinnern, daß wir die Maße der Sonne durch eine gewisse Länge, die wir den Gravitationsradius nannten und die gleich 1,5 km ist, gekennzeichnet haben. Der Gravitationsradius eines Elektrons beträgt $7 \cdot 10^{-56}$ cm. Seine elektrischen Eigenschaften werden analog durch die Länge $2 \cdot 10^{-13}$ cm charakterisiert, die man den elektrischen Radius nennt. Man nimmt an, daß er den tatsächlichen Dimensionen des Elektrons entspricht. Die Theorie führt zu der Hypothese, daß das Verhältnis von Gravitations- zu elektrischem Radius, $3 \cdot 10^{42}$, von derselben Größenordnung wie das Verhältnis des letzteren zum Krümmungsradius der Welt ist. Daraus würde sich der Radius des Raumes der Größenordnung nach zu $6 \cdot 10^{29}$ cm ergeben, was zwar etwas größer als die de Sittersche Abschätzung ist, aber noch im Bereich des Möglichen liegt.

Hippolyt. Das ist das einfältigste Zeug, das ich je gehört habe.

Theseus. Das beste dieser Art ist nur ein Schattenspiel, und das schlechteste ist nicht schlechter, wenn Phantasie es unterstützt.

Ein Sommernachtstraum.

12. Kapitel

Über die Natur der Dinge

Das Gebäude der Relativitätstheorie ruht auf zwei Prinzipien, von denen die Rede gewesen ist — dem beschränkten Relativitätsprinzip und dem Äquivalenzprinzip. Beide können in die Behauptung zusammengefaßt werden, daß die gleichförmige Bewegung und die Kraftfelder vollkommen relativ sind. In formaler Hinsicht sind es experimentelle Verallgemeinerungen, die man zugeben oder ablehnen kann. Gibt man sie zu, dann kann man alle Beobachtungsergebnisse, zu denen wir gelangt sind, rein mathematisch ableiten, ohne sich auf die Anschauungen über Raum, Zeit oder Kraft usw. zu stützen, wie sie in diesem Buch dargestellt worden sind. In mancher Beziehung nimmt diese Auffassung der Einsteinschen Theorie am meisten für sich ein. Eine große Zahl wichtiger Erscheinungen ergeben sich aus nur zwei allgemeinen Prinzipien durch eine mathematische Rechenmethode von großer Wirksamkeit, und alle Fragen nach dem Mechanismus der Erscheinungen werden als belanglos beiseite gelassen. Diese Darstellung der Theorie kann aber nicht in einem nichtfachwissenschaftlichen Buch auseinandergesetzt werden.

Um der mathematischen Analyse aus dem Wege zu gehen, mußten wir unsere Zuflucht zu geometrischen Erläuterungen nehmen, die der mathematischen Entwicklung entsprechen und uns bis zu einem gewissen Grade das mathematische Verfahren verständlich machen. Es taucht aber die Frage auf, ob es sich um bloße Erläuterungen der mathematischen Beweisführung oder um Erläuterungen der tatsächlichen Vorgänge der Natur handelt. Ohne Zweifel ist es das

gesündeste, die steinigen Pfade, zu denen wir durch diese Fragestellung geführt werden, zu vermeiden, und den Standpunkt einzunehmen, es genügt vollständig, daß jene Erläuterungen die mathematische Beweisführung in korrekter Weise ersetzen könnten. Aber meiner Meinung nach würde man so ein falsches Bild von der wissenschaftlichen Leistung der Relativitätstheorie bekommen.

Der Physiker glaubt mit Bestimmtheit, solange er als Physiker denkt, an eine wirkliche Außenwelt. Er glaubt z. B. an die wirkliche Existenz der Atome und Moleküle. Es sind für ihn nicht nur Erfindungen, an denen er sich gewisse Gesetze der chemischen Verbindung klarmachen kann. Damit hätte er sich in früheren Zeiten zufrieden gegeben, doch jetzt ist es vollkommen erwiesen, daß die Atome Größen der realen Welt der Physik sind. Diese zuversichtliche Behauptung steht nicht im Widerspruch mit den philosophischen Zweifeln an dem Sinn des Begriffes Wirklichkeit.

Fragt uns also jemand, ob die vierdimensionale Welt nicht bloß als Illustration mathematischer Entwicklungen anzusehen ist, so müssen wir damit rechnen, daß der Fragende vielleicht noch einen Hintergedanken dabei hat. Er glaubt schon an eine wirkliche Welt mit drei euklidischen Dimensionen und hofft, daß man ihm diesen Glauben lassen wird. Ist dies der Fall, dann müssen wir ihm die unzweideutige Antwort geben: Die reale dreidimensionale Welt ist abgeschafft, an ihre Stelle tritt die vierdimensionale Raum-Zeitwelt mit nichteuklidischen Eigenschaften. Wir haben in diesem Buch zwar manchmal Illustrationen gebracht, denen sicherlich keine physikalische Realität entspricht — eine imaginäre Zeit und eine un wahrnehmbare fünfte Dimension. Die vierdimensionale Welt ist jedoch keine bloße Erläuterung, sie ist die wirkliche Welt der Physik, zu der man auf den allgemein anerkannten Wegen gelangt ist, auf denen die Physik stets (mit Recht oder Unrecht) nach der Wirklichkeit gestrebt hat.

Ich habe einen gewissen Gegenstand vor mir und sehe den Umriss einer Britanniafigur, ein anderer Beobachter sieht hingegen das Bildnis eines Monarchen, ein dritter nur ein schmales Rechteck. Darf ich behaupten, die Britanniafigur sei der wahre Gegenstand und die ungenauen Eindrücke der anderen Beobachter müßten unter Berücksichtigung ihrer Stellungen korrigiert werden? Alle Erscheinungen werden damit erklärt, daß wir alle zusammen einen dreidimensionalen Gegenstand — einen Penny — betrachten, und kein vernünftiger Mensch kann daran zweifeln, daß der Penny die entsprechende physikalische Realität ist. Analog möge ein Beobachter auf der Erde einen

länglichen Block wahrnehmen und messen, ein Beobachter auf einem anderen Stern kann den gleichen Gegenstand für einen Würfel halten. Dürfen wir behaupten, daß der längliche Block der wirkliche Gegenstand ist und daß der andere Beobachter seine Messungen mit Rücksicht auf seine Bewegung korrigieren muß? Alle Erscheinungen werden damit erklärt, daß der reale Gegenstand vierdimensional ist und die Beobachter nur dreidimensionale Ansichten oder Schnitte messen. Man kann wohl nicht an der Richtigkeit dieser Erklärung zweifeln. Wer die Realität der vierdimensionalen Welt (aus logischen, zum Unterschied von experimentellen Gründen) bestreitet, gleicht dem Manne, der die Realität der Penny bestreitet und lieber eine von den unzähligen Formen, unter denen er erscheint, als den wirklichen Gegenstand betrachtet wissen will.

Die physikalische Wirklichkeit ist die Synthese aller möglichen Formen, in denen die Natur physikalisch auftritt. Wir wollen dies an den Erscheinungen der strahlenden Energie oder des Lichtes erläutern. Bei einer sehr großen Zahl von Phänomenen sieht es so aus, als ob das von einem Atom kommende Licht in einer Reihe sich verbreitender Wellen bestehe und sich so weit ausdehnt, daß es das größte, bisher verfertigte Fernrohr erfüllen könnte. Bei vielen anderen Erscheinungen sieht es wieder so aus, als ob das von einem Atom kommende Licht ein schmales Energiebündel bliebe, das ganz in ein einziges Atom hineingeht und es aufbläht. Vielleicht täuschen wir uns bei diesen experimentellen Folgerungen; ist das aber nicht der Fall, dann muß man uns zugeben, daß die physikalische Wirklichkeit, die dem Licht entspricht, eine gewisse, beide Erscheinungsformen umfassende Synthese sein muß. Wie diese Synthese herzustellen ist, davon hat man bis jetzt nicht die leiseste Ahnung. Wir ziehen aber daraus die Lehre, daß man eine ungeheuer große Anzahl von Erscheinungen zu einem sie umfassenden Ganzen zusammenfügen kann — vielleicht alle Erscheinungen, die direkt von irdischen Beobachtern wahrgenommen werden —, und daß das Ergebnis doch wieder nur in einer Erscheinung bestehen wird. Zur Wirklichkeit gelangen wir nur, wenn wir alle denkbaren Gesichtspunkte miteinander vereinigen.

Deshalb müssen wir unbedingt die Realität der alltäglichen dreidimensionalen Welt aufgeben. Bis vor kurzem umfaßte sie alle möglichen Erscheinungsformen, die man ins Auge gefaßt hatte. Aber jetzt ist man zur Einsicht gelangt, daß es neue Gesichtspunkte und neue Erscheinungsformen gibt, und die Wirklichkeit muß all dies in sich aufnehmen. Erst wenn wir alle diese neuen Gesichtspunkte

zu Hilfe nehmen, sind wir imstande, die Natur der realen Welt der Physik zu erkennen.

Wir wollen in Kürze noch einmal die einzelnen Phasen unserer Synthese rekapitulieren. Ein Anfang war schon gemacht. Mit einem Auge betrachtet, erscheint die Welt zunächst zweidimensional. Wir haben aber zwei Augen, und diese vereinigen miteinander den Anblick, den die Welt von zwei Stellungen aus bietet. Auf irgend eine geheimnisvolle Weise bringt unser Gehirn diese Synthese zustande, indem es in uns den Eindruck eines räumlichen Reliefs wachruft, so daß wir die uns wohlvertraute dreidimensionale Welt vor uns sehen. Das genügt für alle Stellungen des Beobachters in den bisher bekannten Raumgebieten. Der nächste Schritt bestand darin, die Erscheinungen für alle möglichen gleichförmigen Bewegungszustände des Beobachters zusammenzufassen. Das Ergebnis war die Anfügung einer weiteren Weltdimension. Die Welt wurde vierdimensional. Dann wurde die Synthese weiter ausgedehnt, um alle veränderlichen Bewegungen des Beobachters miteinzubeziehen. Die Vermehrung der Dimensionen hörte auf, dafür wurde die Welt nichteuklidisch. Wir führten eine neue Geometrie ein, die man die Riemannsche Geometrie nennt. Endlich berücksichtigten wir noch die verschiedenen Standpunkte des Beobachters hinsichtlich des Größenmaßstabs und kamen so dazu, die Riemannsche Geometrie durch eine noch allgemeinere zu ersetzen, von der im vorigen Kapitel die Rede gewesen ist.

Diesem Streben nach physikalischer Realität müssen nicht gerade Nützlichkeitsabsichten zugrunde liegen. Trotzdem war es keineswegs ohne Nutzen. Je komplizierter die Geometrie, desto einfacher wurde die Physik, und es scheint fast, als ob schließlich die Physik in der Geometrie aufgegangen ist. Wir hatten von vornherein nicht die bewußte Absicht, eine geometrische Theorie der Welt aufzustellen. Auf erprobten Wegen wollten wir zur physikalischen Realität vordringen und sind zu diesem Ergebnis gelangt.

Haben wir damit das letzte Ziel erreicht? Haben wir die Standpunkte aller denkbaren Beobachter in unsere Synthese aufgenommen? Wir wollen es nicht behaupten. Wir glauben aber, daß wir eine bestimmte Aufgabe zum Abschluß gebracht haben und an einem natürlichen Ruhepunkt angekommen sind. Soweit wir sehen, haben wir die verschiedenen unpersönlichen Einstellungen, die möglich sind, erschöpft — diejenigen, bei denen der Beobachter sich wie ein mechanischer Automat benimmt und durch wissenschaftliche Meßvorrichtungen ersetzt werden kann. Zur letzten endgültigen Wirklichkeit gehört vielleicht eine Mannigfaltigkeit mehr persönlicher Einstellungen,

aber in einer realen physikalischen Welt ist wohl kein Platz für sie da. Man ist daher berechtigt, an dieser Stelle, jedoch nicht früher Halt zu machen.

Man könnte fragen, ob man denn alle denkbaren Beobachter berücksichtigen müsse, von denen viele, wie wir argwöhnen, gar nicht existieren. Ist die *wirkliche* Welt nicht eine Welt, die die Erscheinungen, die sich allen *wirklichen* Beobachtern darbieten, umfaßt? Wie dem auch sei, ob die Hypothese, daß das, was niemand beobachtet, nicht existiere, aufrecht erhalten werden kann oder nicht, die Wissenschaft weist sie unerbittlich zurück. Wenn wir den außerirdischen Beobachtern alles Recht absprechen, dann müssen wir die Partei der Inquisition gegen Galilei ergreifen. Und lassen wir außerirdische Beobachter zu, dann dürfen wir nicht die anderen Beobachter, deren Ergebnisse wir in unser Schema aufgenommen haben, ausschließen.

Unsere Erforschung der Natur der Dinge ist gewissen Beschränkungen unterworfen, die wir unbedingt klarlegen müssen. Am besten kann ich sie mit einer zukünftigen Altertumsforschung vergleichen, die wir etwa in das Jahr 5000 n. Chr. verlegen können. Man hat einen interessanten Fund gemacht, der einer verschwundenen Kultur, die ungefähr im 20. Jahrhundert in Blüte stand, angehört: Ein Buch mit zahlreichen Schachpartien, dargestellt in der geheimnisvollen Zeichensprache, deren man sich bei solchen Darstellungen gewöhnlich bedient. Die Altertumsforscher haben keine Ahnung vom Schachspiel und bemühen sich, gewisse Übereinstimmungen ausfindig zu machen. Nach langen Untersuchungen gelingt es ihnen schließlich, den Charakter der Regeln und Züge des Spiels zweifelsfrei sicherzustellen. Aber offenbar werden die niemals, und wenn sie das Buch noch so eifrig studieren, weder die wahre Natur der Bestandteile des Spiels — der Schachfiguren — noch die des Feldes des Spiels — des Schachbretts — herausbekommen. Was die Schachfiguren anbelangt, können sie nichts anderes machen, als ihnen willkürliche Namen geben, um sie nach ihren Eigenschaften zu unterscheiden. Über das Schachbrett können sie aber etwas mehr aussagen. Das Material, aus dem das Schachbrett angefertigt ist, ist unbekannt, ebenso die Gestalt der Felder — ob es Quadrate oder Rauten sind. Man kann jedoch mit Sicherheit feststellen, daß die verschiedenen Orte des Brettes miteinander durch zweidimensionale Ordnungsbeziehungen miteinander verknüpft sind, und es lassen sich zahlreiche hypothetische Arten von Schachbrettern konstruieren, die diesen Ordnungsbeziehungen Genüge leisten. Trotz dieser lückenhaften Kenntnis dürfen unsere Altertumsforscher sehr wohl für sich

das Recht in Anspruch nehmen, daß sie das Schachspiel vollständig verstanden haben.

Diese Analogie ist folgendermaßen gemeint. Die aufgezeichneten Partien sind unsere physikalischen Experimente. Die Spielregeln, zu denen man durch ihr Studium gelangt, sind die Gesetze der Physik. Das hypothetische Schachbrett mit seinen 64 Quadraten ist der Raum und die Zeit irgend eines bestimmten Beobachters oder Spielers, während die allgemeineren zweifachen Ordnungsbeziehungen die absoluten raumzeitlichen Ordnungsbeziehungen sind, die wir kennen gelernt haben. Die Schachfiguren sind die Gegenstände der Physik — Elektronen, Teilchen oder Punkt ereignisse; und die Bewegungsmöglichkeiten dürfen vielleicht mit den von ihnen ausstrahlenden Beziehungsfeldern verglichen werden — mit den elektrischen und Schwerfeldern oder mit den Intervallen. Durch kein noch so eifriges experimentelles Studium können wir die absolute Natur oder Erscheinung dieser Bestandteile ergründen. Auf diese Erkenntnis kommt es auch gar nicht an, denn auch ohne sie können wir das „Spiel“ mit all seinen Feinheiten lernen. Unser Wissen von der Natur der Dinge muß wie das Wissen der Altertumsforscher von der Natur der Schachsteine sein: daß sie Bauern und Figuren, nicht daß sie aus Holz geschnittene Gestalten sind. In dieser Hinsicht mögen die Dinge Beziehungen und Bedeutungen aufweisen, die alle Träume der Physik weit hinter sich lassen.

Man hält die Dinge, mit denen uns die Erfahrung vertraut gemacht hat, für äußerst kompliziert, und es ist die Aufgabe der Wissenschaft, sie in einfachere Elemente zu zerlegen. Theorien und Gesetze über das Verhalten dieser einfacheren Bestandteile werden untersucht, und so wird es möglich, Erscheinungen vorauszusagen und zu erklären. Die Erklärung des Komplizierten aus dem Einfachen ist zwar ein naturgemäßes Verfahren, aber man ist dann genötigt, das Gewohnte auf das Ungewohnte zurückzuführen.

Aus zwei Gründen müssen demnach die letzten Bestandteile der wirklichen Welt von ungewohnter Natur sein. Einmal zeigen alle Objekte, die uns vertraut sind, ein zu kompliziertes Verhalten. Zweitens gehören die gewohnten Objekte nicht der realen Welt der Physik an, sondern einem viel früheren Stadium der Synthese der Erscheinungen. In einer Theorie der Welt müssen die letzten Elemente eine Natur haben, die man nicht durch Ausdrücke, die dem Verstande faßbar sind, definieren kann.

Das Umgehen mit Größen unbekannter Natur macht dem Mathematiker gar keine Schwierigkeiten. Er fühlt sich nie so glücklich, gestand uns der Mathematiker im Prolog, als wenn er nicht weiß,

worüber er spricht. Wir jedoch können seinen Schlußreihen erst dann Interesse abgewinnen, wenn wir damit eine Bedeutung verbinden können — eine Bedeutung, die wir ihnen auf Grund unserer Experimente zuschreiben. Wir müssen in der Lage sein, eine Art laufenden Kommentar zu seinen Ausführungen zu bringen. Zuerst sehen wir bei seinen Symbolen überhaupt nichts und wir warten in Ruhe ab. Auf einmal können wir sagen: „Jetzt spricht er von einem materiellen Teilchen“ ... „Jetzt von einem andern Teilchen“ ... „Jetzt behauptet er, sie werden in einem gewissen Augenblick an derselben Stelle sein.“ Wir sehen nach. — „Ja. Die beiden Teilchen sind zusammengestoßen. Hier spricht er einmal von etwas Gewöhnlichem, und zwar die Wahrheit, doch natürlich, ohne es zu wissen.“ Die Kette seiner Symbole kann man offenbar als Beschreibung der Vorgänge in der Welt deuten. Wir brauchen nicht (und tun es auch nicht) jedem einzelnen Symbol einen Sinn beilegen. Wir begreifen nur gewisse kunstvolle Verbindungen dieser Symbole.

Die ursprünglichen Begriffe sind also zwar ihrer Natur nach undefiniert, in einem spätern Stadium aber müssen wir einmal die daraus abgeleiteten Begriffe mit den gewohnten Gegenständen der Erfahrung in Beziehung setzen.

Wir wollen nunmehr die Ergebnisse, zu denen wir in den vorhergehenden Kapiteln nach und nach gelangt sind, zusammenstellen und die Theorie mehr logisch anordnen. Die Erweiterung der Theorie, die wir im 11. Kapitel besprochen haben, wollen wir dabei außer acht lassen, einmal, weil wir damit die Schwierigkeiten, die das Verständnis der Hauptgedanken bietet, vergrößern würden, und dann, weil jene Weiterentwicklung der Theorie noch nicht so ganz sichergestellt ist.

Der ursprünglichste Begriff der Relativitätstheorie der Natur ist das *Punkt ereignis*. In der gewöhnlichen Ausdruckweise ist ein Punkt ereignis ein Zeitpunkt an einem Raumpunkt. Das ist aber nur die eine Seite des Punkt ereignisses und darf nicht als dessen Definition angesehen werden. Zeit und Raum — allbekannte Bezeichnungen — sind abgeleitete Begriffe, die erst viel später in unsere Theorie einzuführen sind. Die ersten einfachen Begriffe sind notwendig undefinierbar, und ihr Wesen ist für den menschlichen Verstand unfaßbar. Die Menge aller Punkt ereignisse nennen wir die *Welt*. Wir postulieren, daß die Welt vierdimensional ist, das soll heißen: jedes Punkt ereignis muß durch die Werte von vier Veränderlichen oder Koordinaten festgelegt werden, wenn es einem auch vollständig frei steht, wie man diese vier kennzeichnenden Zahlen bestimmen will.

Der Sinn der Behauptung, die Welt ist vierdimensional, ist nicht so klar, wie es auf den ersten Blick scheint. Eine Menge, die aus sehr vielen Elementen besteht, weist an und für sich keine bestimmte Dimensionszahl auf. Betrachten wir beispielsweise die Worte auf dieser Seite. Blickt man oberflächlich hin, so glaubt man eine zwei-dimensionale Verteilung vor sich zu haben. Wir hoffen aber, daß der Leser sie als eine eindimensionale Verteilung ansieht. Wir können erst dann eine Dimensionszahl definieren, wenn wir irgend eine Ordnungsbeziehung eingeführt haben, und diese Zahl hängt ganz davon ab, was für eine Ordnungsbeziehung wir uns ausgesucht haben — ob die Worte nach ihrem Sinne oder nach ihren Plätzen, an denen sie sich auf dieser Seite befinden, angeordnet werden. In der Aussage, daß die Welt vierdimensional ist, ist somit stillschweigend schon irgend eine Ordnungsbeziehung enthalten. Diese Beziehung scheint das *Intervall* zu sein. Doch bin ich nicht sicher, ob das ausreicht und man nicht noch eine Beziehung braucht, die dem *Nahebeieinandersein* entspricht. Ich will daran erinnern, daß, wenn das Intervall s zwischen zwei Ereignissen einen kleinen Wert hat, die Ereignisse nicht notwendig nahe beieinander im gewöhnlichen Sinn des Wortes liegen müssen.

Zwischen zwei benachbarten Punktereignissen besteht eine gewisse Beziehung, die das *Intervall* zwischen ihnen genannt wird. Es ist dies eine quantitative Beziehung, die eine bestimmte Reihe von Werten annehmen kann¹⁾. Aber der Ausdruck „Intervall“ weist nicht auf die wirkliche Natur der Beziehung hin, die überhaupt jenseits unseres Begriffsvermögens liegt. Ihre geometrischen Eigenschaften, bei denen wir so oft in den vorhergehenden Kapiteln verweilt haben, bringen nur eine Seite der Beziehung zum Ausdruck. Es kann noch andere Seiten geben, die mit Charaktereigenschaften der Welt zusammenhängen, die sich außerhalb des Gesichtskreises der Physik befinden. In der Physik haben wir es aber nicht mit der Natur der Beziehung zu tun, sondern mit der Zahl, die ihre Intensität angeben soll. Dadurch werden wir veranlaßt, uns einer graphischen Darstellung zu bedienen, aus der eine geometrische Theorie der Welt der Physik hervorgeht.

Was wir hier mit dem Ausdruck *Welt* bezeichnet haben, hätte man vielleicht auch mit Recht *Äther* nennen können. Wenigstens

¹⁾ Daneben besteht auch ein qualitativer Unterschied. Es gibt zwei Arten von Intervallen. Dies sind, wie sich später herausstellt, die zeit- und die raumartigen Intervalle, die mathematisch durch reelle und imaginäre Zahlen voneinander unterschieden werden.

ist damit das allgemeine Substrat der Dinge gemeint, das die Relativitätstheorie an Stelle des Äthers setzt.

Wie wir gesehen haben, kann die Zahl, die die Intensität der Intervallbeziehung angibt, praktisch mit Maßstäben und Uhren gemessen werden. Doch meine ich, ist es unwahrscheinlich, daß wir mit unsern groben Messungen tatsächlich die einzelnen Intervalle der Punktereignisse zu fassen kriegen. Dazu sind unsere Messungen nicht mikroskopisch genug. Das Intervall, das in unserer Darstellung auftrat, muß eine *makroskopische* Größe sein, und die daraus abgeleiteten Potentiale und Raumarten bedeuten mittlere Eigenschaften von Gebieten, die vielleicht selbst im Vergleich zum Elektron klein sind, aber noch eine ungeheure Zahl ursprünglicher Intervalle enthalten. Wir betrachten deshalb gleich das makroskopische Intervall, aber wir wollen nicht schon jetzt spätere Ergebnisse vorwegnehmen und voraussetzen, daß dieses Intervall mit einem Maßstab und einer Uhr gemessen werden kann. Diese Eigenschaft wird erst da eingeführt, wo sie der logischen Ordnung nach hingehört.

Betrachten wir ein kleines Weltgebiet. Es besteht aus einer großen (möglicherweise unendlichen) Zahl von Punktereignissen. Zwischen je zwei Punktereignissen existiert ein Intervall. Gibt man uns die Werte der Intervalle zwischen einem Punkt A und einer genügenden Anzahl anderer Punkte, ferner zwischen B und den gleichen Punkten, können wir dann das Intervall zwischen A und B berechnen? In der gewöhnlichen Geometrie ist das möglich. Da wir aber hier nichts über die mit dem Worte Intervall bezeichnete Beziehung wissen, so sind wir nicht imstande, ein Gesetz *a priori* aufzustellen. Wir haben jedoch in den vorhergehenden Kapiteln eine solche Regel kennen gelernt. Sie wird durch die Formel

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + \dots + 2g_{12} dx_1 dx_2 + \dots$$

dargestellt. Das will sagen: Haben wir den Punktereignissen unsere vier kennzeichnenden Zahlen (x_1, x_2, x_3, x_4) zugeordnet, so brauchen wir nur zehn Intervalle zu messen, um daraus die zehn Koeffizienten g_{11} usw. zu bestimmen, die man in einem kleinen Gebiet als konstant ansehen kann. Dann sind alle Intervalle in diesem Gebiet im voraus angebbar. Für ein anderes Gebiet muß man neue Messungen ausführen und die Koeffizienten einer neuen Formel ermitteln.

Nach meiner Meinung ist es unwahrscheinlich, daß die einzelnen *individuellen* Intervallbeziehungen eine derartige bestimmte Regel befolgen. Bei einer mikroskopischen Untersuchung würden sie sich

vielleicht als vollständig willkürlich herausstellen. Die Beziehungen der sogenannten Zwischenpunkte wären gar nicht notwendig intervalläre Beziehungen. Vielleicht ist sogar das ursprüngliche Intervall nicht einmal quantitativer Natur, sondern einfach 1 für gewisse Paare von Punktereignissen und 0 für andere. Die obige Formel ist nur eine Zusammenfassung von Mittelwerten, die für unsere groben Untersuchungsmethoden ausreicht und nur statistisch richtig ist. Gerade so wie die statistischen Mittelwerte für ein Gemeinwesen von Gemeinde zu Gemeinde wechseln können, so kann diese statistische Formel für ein Gebiet von Gebiet zu Gebiet anders ausfallen. Darin ist die unendliche Mannigfaltigkeit der Natur begründet.

Dies wird vielleicht durch ein Beispiel klarer werden. Wir wollen die Punktereignisse mit Personen und die Intervalle mit dem Grad, in dem sie miteinander bekannt sind, vergleichen. Das Bekanntschaftsverhältnis zwischen A und B läßt sich auf keine Weise aus dem Bekanntschaftsverhältnis, in dem beide mit C , D , E usw. stehen, ableiten. Ein Statistiker möge für jedes Gemeinwesen eine Art mittlere Regel aufgestellt haben. Meistens wird, wenn A und B beide den C kennen, dadurch die Wahrscheinlichkeit, daß sie auch einander kennen, ein wenig verstärkt. Eine Gemeinschaft, in der diese Wechselbeziehung sehr stark ausgeprägt ist, müßte man als *Clique* bezeichnen. Die Gemeinschaften können in diesem Sinne Unterschiede entsprechend ihrem Grad von Cliquenhaftigkeit aufweisen. Daher ist es denn vielleicht auch möglich, mit Hilfe statistischer Gesetze innere Unterschiede von Gemeinschaften zum Ausdruck zu bringen.

Jetzt kommt die Schwierigkeit, die uns nunmehr wohlbekannt ist. Die zehn g haben nicht nur etwas mit den wesentlichen Eigenschaften der Welt zu tun, sondern auch mit unserm willkürlichen Zahlensystem, durch die wir die Punktereignisse kenntlich machen. Oder, wie wir früher uns ausgedrückt haben, sie beschreiben nicht nur die Art des raum-zeitlichen Kontinuums, sondern auch die Natur des verwendeten Maschensystems. Die Mathematik zeigt uns, wie wir diese Schwierigkeit überwinden können, indem sie uns auf mathematische Ausdrücke, die man Tensoren nennt, hinweist. $R_{\mu\nu}^{\sigma}$ und $R_{\mu\nu}$ sind solche Tensoren.

Ein Tensor ist kein reines Maß einer inneren Eigenschaft der Welt, denn die quantitative Bestimmung einer Qualität hat begrifflich unbedingt irgend eine Art Maschensystem zur Voraussetzung, den ganz speziellen Fall ausgenommen, wo die Eigenschaft durch eine einzige Zahl festgelegt werden kann, die dann Invariante heißt,

wie z. B. das Intervall oder die totale Krümmung. Das Verschwinden eines Tensors oder seine Gleichsetzung mit einem andern Tensor desselben Gebiets ist der Ausdruck für eine innere Eigenschaft, die ganz unabhängig von dem gewählten Maschensystem ist. Operieren wir also ausschließlich mit Tensoren, dann gewinnen wir Formeln, unter denen in der Tiefe ein Strom fließt, der uns Kunde von dem wahren Zustand der Welt übermittelt.

So sind wir zu zwei absoluten Formeln gelangt, die, wie es scheint, vollständig durch die Beobachtung bestätigt worden sind, nämlich

$$\begin{array}{l} \text{im leeren Raum } R_{\mu\nu} = 0, \\ \text{innerhalb der Materie. } R_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}, \end{array}$$

wo $K_{\mu\nu}$ nur physikalische Größen enthält, die uns vollkommen bekannt sind: Dichte und Bewegungszustand der Materie in diesem Gebiet.

Ich glaube, nach gewöhnlicher Auffassung stellt die erste Gleichung ein Weltgesetz dar, wonach die Punktereignisse das natürliche Bestreben zeigen, ihre Beziehungen dieser Gleichung anzupassen. Kommt aber die Materie ins Spiel, dann stört oder verzerrt sie das natürliche Verbindungssystem; es ordnet sich aufs neue so an, wie die zweite Gleichung verlangt.

Wir wollen aber etwas genauer untersuchen, was uns die Gleichung $R_{\mu\nu} = 0$ lehrt. Wir haben dem Mathematiker freie Hand über seine undefinierbaren Intervalle und Punktereignisse gelassen. Er ist zu den Größen $R_{\mu\nu}$ gelangt. Bis jetzt sagen uns diese Größen absolut nichts. Der reine Mathematiker, sich selbst überlassen, „verirrt sich nie ins Sinnliche“. Sein Werk bezieht sich nie auf die wohlbekanntesten Dinge um uns, solange wir uns nicht kühn einiger seiner Symbole bemächtigen und ihnen eine faßbare Bedeutung geben — zuerst versuchsweise, und dann endgültig, wenn es sich herausstellt, daß sie der gesamten experimentellen Erfahrung entsprechen. Wir haben uns dafür entschieden, daß im leeren Raume $R_{\mu\nu}$ verschwinden soll. Hier ist der Punkt, an dem wir eingreifen können. Wenn uns niemand einen andern Vorschlag hinsichtlich der Bedeutung des Verschwindens der $R_{\mu\nu}$ macht, dann wollen wir festsetzen: Das Verschwinden der $R_{\mu\nu}$ bedeutet Leere. Das Nichtverschwinden der $R_{\mu\nu}$ stellt also eine Bedingung dar, durch die sich ein sogenannter nicht leerer Raum von einem sogenannten leeren Raum unterscheidet. Bisher sind die $R_{\mu\nu}$ nur eine formale Umrißzeichnung, die mit einem undefinierten Inhalt zu erfüllen ist. Wir sind weiter als je davon entfernt, mit einer Erklärung aufwarten zu können, was das für ein Inhalt ist. Wir haben aber dem vollständigen Bilde eine faßbare

Bedeutung verliehen, so daß wir es erkennen werden, wenn es uns in der gewohnten Welt der Erfahrung begegnen sollte.

Die beiden Gleichungen sind daher bloße Definitionen — Definitionen der Art und Weise, in der gewisse Zustände der Welt (in den undefinierbaren Ausdrücken dargestellt) sich unsern Wahrnehmungen aufdrängen. Die Wahrnehmung, daß ein gewisses Weltgebiet leer ist, ist bloß die Art und Weise, in der unsere Sinne erkennen, daß es höchstens einmal gekrümmt ist. Durch die Wahrnehmung, daß ein Gebiet Materie enthält, stellen wir die innere Krümmung der Welt fest, und wenn wir glauben, Masse und Impuls von Materie (relativ zu irgendwelchen Bezugsachsen) zu messen, dann messen wir gewisse Krümmungskomponenten der Welt (bezogen auf diese Achsen). Die statistischen Mittelwerte von irgend etwas Unbekanntem, die wir zur Beschreibung des Zustandes der Welt verwendet haben, wechseln von Ort zu Ort, und dies sind die Konstruktionselemente, aus denen der Verstand die uns vertrauten Begriffe der Materie und des leeren Raumes geschaffen hat.

Das Gravitationsgesetz ist nicht ein Gesetz in dem Sinne, daß es dem tatsächlichen Verhalten des Substrats der Welt Beschränkungen auferlegt. Es ist nur die Definition eines Vakuums. Wir müssen nicht die Materie als einen Fremdkörper ansehen, der das Schwerefeld stört. Die Störung selbst ist die Materie. Genau so betrachten wir das Licht nicht als Eindringling in das elektromagnetische Feld, der bewirkt, daß die elektromagnetische Kraft längs seines Weges hin und her schwingt. Die Schwingung selbst stellt das Licht dar. Auch ist die Wärme nicht ein Fluidum, das die Moleküle eines Körpers in Bewegung setzt. Die Bewegung selbst ist die Wärme.

Diese Auffassung, daß die Materie ein Anzeichen für etwas und nicht eine Ursache ist, ist so naturgemäß, daß es überraschen muß, wenn in der gewöhnlichen Wiedergabe der Theorie diese Auffassung nicht zur Geltung kommt. Der Grund ist der, daß die Verknüpfung der mathematischen Analyse mit den Dingen der Erfahrung gewöhnlich nicht durch die Bestimmung, was Materie ist, hergestellt wird, sondern was gewisse Kombinationen der Materie sind. Daher wird das Intervall sogleich mit einer uns durch die Erfahrung wohlbekannten Sache identifiziert, nämlich mit dem Ding, das durch einen Maßstab und eine Uhr gemessen wird. Wenn auch dieses Vorgehen große Vorzüge mit sich bringt, indem gleich zu Anfang die Theorie in Berührung mit dem Experiment gebracht wird, so können wir doch nicht hoffen, eine Theorie der Natur der Dinge aufzubauen, wenn wir einen Maßstab und eine Uhr als die einfachsten nicht weiter zerlegbaren Begriffe

betrachten. Bei dieser logischen Umstellung begegnet man dann einmal der Gleichung $R_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$, wo beide Seiten wohldefinierte Größen sind. Ihre *notwendige* Identität übersieht man; die Gleichung wird als ein neues Naturgesetz angesehen. Daran trägt die voreilige Einführung von Maßstab und Uhr Schuld. Wir ziehen unsererseits es vor, zuerst vermöge der elementaren Begriffe der Theorie zu definieren, was Materie ist, dann können wir irgendwelche wissenschaftlichen Geräte einführen und schließlich bestimmen, was für eine Eigenschaft der Welt mit diesen Geräten gemessen wird.

Die so definierte Materie gehorcht allen Gesetzen der Mechanik, einschließlich der Erhaltungssätze der Energie und des Impulses. Gingen wir analog bei der Entwicklung der Weylschen allgemeineren Theorie der einheitlichen Schwere- und elektrischen Felder vor, so würden wir bei den bekannten elektrischen und optischen Erscheinungen landen. Es ist reine Willkür, wenn man annimmt, daß schon etwas vorhanden ist, das die Beziehungen der vierzehn Potentiale (g und K) beherrscht, aber nicht mit ihnen identifiziert werden kann.

Man darf nur noch eine weitere Forderung an die Materie stellen. Unser Gehirn besteht aus Materie, und es empfindet und denkt — oder wenigstens stehen Empfinden und Denken in Verbindung mit Bewegungen oder Veränderungen der Gehirns substanz. Man wird wohl nicht behaupten können, daß durch irgend eine Hypothese über die Natur der Materie das Verständnis dieses Prozesses erschwert oder erleichtert wird. Ein Gehirn, das aus Differentialkoeffizienten der g besteht, kann man schwerlich als weniger geeignet zum Denken ansehen wie eines, das, sagen wir, aus winzigen Billardkugeln angefertigt ist. Wir dürfen aber, glaube ich, noch etwas über diese negative Rechtfertigung hinausgehen. Die ursprüngliche Intervallbeziehung ist ihrer Natur nach nicht definiert, und auch in den g steckt dieses undefinierte Element. Die Ausdrücke $R_{\mu\nu}$ sind daher eine definierte *Form*, aber ein undefinierter *Inhalt*. Durch ihre Form allein sind sie befähigt, von allen physikalischen Eigenschaften der Materie Rechenschaft zu geben. Die physikalische Forschung kann niemals über die Form hinausgelangen. Die Materie des Gehirns ist, physikalisch betrachtet, nur die Form. Die Wirklichkeit des Gehirns umfaßt den Inhalt. Wir dürfen nicht erwarten, daß uns die Form die Wirksamkeit des Inhalts erklärt, genau so wenig, wie wir aus der Zahl 4 etwas über die Tätigkeit des Viermännerkollegiums von Versailles entnehmen können.

Einige von diesen Ansichten über die Materie hat schon W. K. Clifford mit wunderbarem prophetischen Blick vor vierzig Jahren

vorweggenommen. Während andere englische Physiker sich mit Wirbelatomen und andern Irrlichtern die Zeit vertrieben, war Clifford davon überzeugt, daß die Materie und ihre Bewegung Äußerungen der Raumkrümmung und *nur das* sind. Und nicht minder war er davon überzeugt, daß diese geometrischen Begriffe nur die eine Seite von Beziehungen der (wie er es nennt) „Elemente der Empfindung“ seien. — „Die Wirklichkeit, die unserer Wahrnehmung der Bewegung der Materie entspricht, ist ein Element jenes komplizierten Dinges, das wir Empfindung nennen. Was wir als einen Komplex von Nervenregungen empfinden, ist selbst wieder eine Empfindung. Die Aufeinanderfolge von Empfindungen, die das Bewußtsein eines Menschen bilden, ist die Wirklichkeit, die in unserm Geist die Wahrnehmung der Bewegungen unseres Gehirns erzeugt. Zwischen diesen Empfindungselementen bestehen Beziehungen des räumlichen *Beieinanderseins* (Beispiel: die Gesichtswahrnehmungen beieinanderliegender Punkte) und der zeitlichen Aufeinanderfolge (Beispiel: alle Wahrnehmungen). Aus diesen zwei Beziehungen muß der künftige Theoretiker die Welt zusammensetzen, so gut er kann. Zwei Dinge werden ihm vielleicht die Arbeit erleichtern. Aus dem mathematischen Denken ergeben sich einige Anhaltspunkte, die darauf hinweisen, daß Entfernung oder Quantität einmal durch den Begriff *Lage* (im weiten Sinne der *Geometrie der Lage*) wird dargestellt werden können. Ferner deutet die Theorie der Raumkrümmung eine Möglichkeit an, Materie und Bewegung allein mit Hilfe von Ausdehnungsbegriffen zu beschreiben“ (Fortnightly Review, 1875).

Die Gleichung $R_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$ ist eine Art Wörterbuch, in dem die einzelnen Komponenten der Weltkrümmung in die Sprache der gewöhnlichen Mechanik übersetzt werden. Schreiben wir sie in der folgenden etwas abgeänderten, aber durchaus gleichwertigen Form

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi T_{\mu\nu},$$

dann lautet das Übersetzungsschema

$$\begin{array}{l} T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{14} = p_{11} + \varrho u^2, p_{12} + \varrho uv, p_{13} + \varrho uw, -\varrho u, \\ T_{22}, T_{23}, T_{24} \qquad \qquad p_{22} + \varrho v^2, p_{23} + \varrho vw, -\varrho v, \\ T_{33}, T_{34} \qquad \qquad \qquad p_{33} + \varrho w^2, -\varrho w, \\ T_{44} \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \varrho. \end{array}$$

Wir haben dabei von der in der Mechanik gewöhnlich zugrunde gelegten Teilung in Raum und Zeit Gebrauch gemacht. ϱ ist die Dichte der Materie, u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten und $p_{11}, p_{12}, \dots, p_{33}$ die Komponenten der inneren Spannungen, die man auf Molekularbewegungen zurückführen will.

Nun müssen wir uns aber fragen, ob wir denn so in Bausch und Bogen diese Dinge einander gleich setzen dürfen. Nachdem wir T_{44} mit der Dichte identifiziert haben, sind wir dann berechtigt, T_{34} gleich Dichte mal Geschwindigkeit zu setzen? Das sieht gerade so aus, als ob wir ein „Ding“ mit *Luft* und ein ganz anderes „Ding“ mit *Wind* identifizieren würden. Ja, das ist erlaubt, denn wir haben bisher noch keine Erklärung darüber abgegeben, was in unserm Weltschema als Gegenstück der Geschwindigkeit zu gelten hat, und auf diese Weise wollen wir es eben einführen. Alle Identifizierungen sind an dieser Stelle nur als vorläufig anzusehen; sie müssen sich später an der Erfahrung prüfen lassen.

Eine Definition der Geschwindigkeit der Materie nach der Methode „*Wind* geteilt durch *Luft*“ entspricht nicht der Art und Weise, in der die Bewegung ursprünglich uns in der Erfahrung gegenübertritt. Die Bewegung erkennt man im allgemeinen daran, daß ein Teilchen an einer Stelle des Raumes verschwindet und ein scheinbar identisches Teilchen an einem benachbarten Punkt auftaucht. Diese Seite der Bewegung kann mathematisch aus unserer Gleichsetzungsdefinition abgeleitet werden. Wenn wir bedenken, daß man in einer physikalischen Theorie vom Einfachen zum Komplizierten fortschreiten muß, ein Weg, der oft in entgegengesetzter Richtung verläuft, wie das instinktive Verlangen, vom Gewohnten zum Ungewohnten überzugehen, so werden wir uns über diese Umkehrung der Reihenfolge, in der die Eigenschaften der Bewegung hier erscheinen, nicht weiter wundern. Die ständige Identität der materiellen Teilchen (ohne die der gewöhnliche Begriff der Bewegung hinfällig wird) ist eine uns wohlbekannte Tatsache, aber wohl eine sehr komplizierte Eigenschaft der Welt.

Wir wollen ein einfaches Beispiel geben, wo die übliche kinematische Auffassung der Bewegung nicht ausreicht. Ein vollkommen homogener Ring möge wie ein Rad rotieren. In welchem Sinne kann man hier von einer Bewegung sprechen? Nach der kinematischen Auffassung müßte eine Änderung — Verschwinden an einer Stelle und Wiedererscheinen an einer andern — vorhanden sein. Eine Änderung ist aber nicht festzustellen. In jedem Augenblick ist der Zustand derselbe, wie im vorhergehenden Augenblick. Die Materie, die jetzt eine Lage einnimmt, kann nicht von der Materie in der gleichen Lage zu einem früheren Zeitpunkt unterschieden werden. Sie kann höchstens von ihr in einer geheimnisvollen nichtphysikalischen Eigenschaft abweichen — der Identität. Wenn aber, wie die meisten Physiker anzunehmen bereit sind, die Materie einen gewissen Zustand im Äther vorstellt, was für einen Sinn hat dann

die Behauptung, zwei Zustände sind genau einander gleich, aber nicht miteinander identisch? Ist die Wärme eines Zimmers gleich, aber nicht identisch mit dessen gestriger Wärme? Kinematisch betrachtet scheint die Rotation des Ringes keine Bedeutung zu haben. Trotzdem unterscheidet sich der drehende Ring mechanisch von einem stillstehenden. Er benimmt sich z. B. wie ein Kreisel. Die Tatsache, daß in Wirklichkeit der Ring eine atomare und nicht eine kontinuierliche Struktur aufweist, kommt kaum in Frage. Es muß möglich sein, die Bewegung begrifflich so zu fassen, daß ein Unterschied zwischen einem rotierenden und einem nichtrotierenden kontinuierlichen Ring gemacht wird. Denn sonst hätte man so einen *aprioristischen* Beweis, daß die Materie aus Atomen besteht. Nach der von uns vorgeschlagenen Auffassung ist die Geschwindigkeit der Materie genau so eine statische Eigenschaft wie die Dichte. Im allgemeinen wird die Geschwindigkeit von Änderungen des physikalischen Zustandes der Welt begleitet sein, die ihr Vorhandensein auf dem üblichen Wege erkennen lassen, doch zeigt das soeben gebrachte Beispiel, daß diese Anzeichen nicht immer auftreten müssen.

Diese Definition der Geschwindigkeit erklärt uns die Tatsache, daß der Geschwindigkeit nur relativ zur Materie eine Bedeutung zukommt, während Beschleunigung und Rotation auch ohne das einen Sinn haben. Der philosophische Einwand, daß eine Geschwindigkeit im Raume sinnlos ist, wird hinfällig, sobald wir eine Art Äther oder Struktur in den leeren Gebieten zulassen. Das Problem ist also keineswegs so einfach, wie man manchmal meint. Aber unsere Geschwindigkeitsdefinition ist dynamisch, nicht kinematisch. Geschwindigkeit ist das Verhältnis, in dem gewisse Komponenten der $T_{\mu\nu}$ zueinanderstehen und existiert nur, wenn T_{44} von Null verschieden ist. Daher kann ausschließlich Materie (oder elektromagnetische Energie) eine Geschwindigkeit relativ zu einem Bezugssystem haben. Die Geschwindigkeit der Weltstruktur oder des Äthers (wenn also die $T_{\mu\nu}$ verschwinden) ist stets von der unbestimmten Form $0/0$. Andererseits sind Beschleunigung und Rotation durch die $g_{\mu\nu}$ definiert und existieren nur, wenn die $g_{\mu\nu}$ existieren¹⁾. Es ist daher die Beschleunigung der Weltstruktur oder des Äthers relativ zum Bezugssystem bestimmt. Man achte darauf, daß wir die Beschleunigung nicht als

¹⁾ Selbst in der Newtonschen Mechanik sprechen wir von dem „Beschleunigungsfeld“ und stellen uns vor, daß es auch ohne Prüfkörper zum Nachweis der Beschleunigung vorhanden ist. In unserer Theorie wird dieses Beschleunigungsfeld durch die $g_{\mu\nu}$ dargestellt. Es gibt nichts dergartiges wie ein „Geschwindigkeitsfeld“. In einem materiellen Ozean aber existiert ein solches Feld.

Änderung der Geschwindigkeit definiert haben. Die Beschleunigung ist eine unabhängige Größe, viel einfacher und allgemeiner als die Geschwindigkeit. Indem wir diese beiden Größen miteinander vergleichen, werden wir schließlich zur Definition der Zeit geführt.

Damit klärt sich endlich die Schwierigkeit auf, der wir im 10. Kapitel begegnet sind, daß man scheinbar zwischen dem Relativitätsprinzip für die gleichförmige und dem für die ungleichförmige Bewegung einen Unterschied machen muß. Im Grunde genommen sind Geschwindigkeit und Beschleunigung beides statische Eigenschaften eines Weltgebietes (bezogen auf irgend ein Maschensystem). Die Beschleunigung ist eine verhältnismäßig einfache Eigenschaft, die stets vorhanden ist, wo es eine geodätische Struktur gibt, d. h. überall. Die Geschwindigkeit ist eine ganz komplizierte Eigenschaft, die nur da existiert, wo die Struktur selbst verwickelter als gewöhnlich ist, nämlich innerhalb der Materie. Beide Eigenschaften geben meistens Anlaß zu physikalischen Erscheinungen, auf die die Ausdrücke Beschleunigung und Geschwindigkeit in einem spezielleren Sinne zutreffen. Aber nur eine Untersuchung ihrer fundamentalen Bedeutung läßt uns die Universalität der einen Eigenschaft und die Lokalisation der andern verstehen.

Wir haben gezeigt, daß zwischen den zehn Eigenschaften eines Stückes Materie, die wir jetzt identifiziert haben, vier identische Beziehungen bestehen. Diese hängen einzig und allein von der Art und Weise ab, wie die $R_{\mu\nu}$ nach Definition aus einfacheren Elementen aufgebaut sind. Diese vier Beziehungen behaupten, daß, *unter der Voraussetzung, daß das Maschensystem einer gewissen Mannigfaltigkeit angehört*, Masse (oder Energie) und Impuls erhalten bleiben. Die Erhaltung der Masse ist von ungeheurer Wichtigkeit: Die Materie wird beständig sein, für jedes Teilchen, das an einer Stelle verschwindet, wird eine entsprechende Masse an einer Stelle in der Nachbarschaft erscheinen. Die Verwandlung besteht in einer Verückung der Materie, nicht in ihrer Erzeugung oder Vernichtung. Deshalb darf die Materie für sich das Recht in Anspruch nehmen, nicht als eine bloße Vereinigung von Symbolen angesehen zu werden, sondern als die Substanz einer beständigen Welt. Aber die beständige Welt, zu der wir so gelangen, erfordert eine raum-zeitliche Einteilung von der im 3. Kapitel besprochenen Form ¹⁾. Aus den danach möglichen raum-zeitlichen Einteilungen wird eine spezielle ausgewählt,

¹⁾ Läßt die Raum-Zeitwelt eine genaue Einteilung dieser Form nicht zu, dann gibt es keine strengen Erhaltungssätze. Wir halten sie aber dennoch formal aufrecht, indem wir dem Schwerfeld Energie und Impuls zuschreiben.

denn der Beobachter möchte gern sich selbst oder irgend einen andern willkürlichen Körper als in Ruhe befindlich betrachten. Das ist der Raum und die Zeit, die gewöhnlich der Beschreibung der Erfahrung zugrunde gelegt werden. Dieses Verfahren ermöglicht es uns, Raum und Zeit der Wahrnehmung in die vierdimensionale Welt einzuführen als abgeleitete Begriffe, die unserm Wunsch entspringen, die neu entdeckte Materie möge beständig sein.

Ich glaube, wir werden jetzt einigermaßen verstehen können, warum die Welt notwendig so sein muß, wie wir sie dargestellt haben. Wenn das Auge über die auf- und niedergehenden Wogen des Meeres blickt, verweilt es kaum bei den wirbelnden Wasserteilchen; die Wellen sind es, die die Aufmerksamkeit auf sich ziehen, weil sie eine gewisse Beständigkeit zeigen. Besonders drängt sich einem die Bewegung der Wellenform auf, die durchaus keine Bewegung des Wassers ist. So sucht auch der Geist, wenn er die Welt der Punktereignisse überblickt, die beständigen Dinge zu erspähen. Die einfacheren Beziehungen, die Intervalle und Potentiale, sind nicht beständig. Aus diesem Stoff kann sich der Geist kein Wohnhaus zimmern. Aber das Ding, das wir mit der Materie identifiziert haben, ist beständig, und wegen seiner Beständigkeit muß es dem Geist als die Substanz der Welt erscheinen. Es bleibt ihm tatsächlich keine andere Wahl übrig.

Wir müssen uns klar machen, daß Erhaltung der Masse nicht ganz genau dasselbe wie Beständigkeit der Materie bedeutet. Wenn sich ein Laib Brot plötzlich in einen Kohlkopf verwandelt, sind wir darüber nicht weniger erstaunt, wenn uns gesagt wird, das Gewicht habe sich nicht geändert. Es ist nicht ganz einfach, diese erforderliche Nebeneigenschaft der Beständigkeit zu definieren, da wir scheinbar ähnliche Verwandlungen als ganz natürlich hinnehmen — die Verwandlung eines Eies in einen Eierkuchen, oder die von Radium in Blei. Zum mindesten wird man aber offenbar als ursprüngliche Eigenschaft der Materie eine gewisse Beständigkeit einer Qualität, der Masse, feststellen wollen, und damit wird unsere besondere Wahl ausreichend gerechtfertigt.

Wir sehen nunmehr ein, daß sich aus der Wahl einer beständigen Substanz der Wahrnehmungswelt mit Notwendigkeit das Gravitationsgesetz, alle Gesetze der Mechanik und die Einführung des gewöhnlichen Raumes und der gewöhnlichen Zeit der Erfahrung ergeben. Unsere ganze Theorie war in Wirklichkeit eine Untersuchung der allgemeinsten Form, in der eine beständige Substanz aus Beziehungen aufgebaut werden kann. Der Geist ist es, der, darauf bestehend, daß man nur auf die permanenten Dinge achte, diese Gesetze einer

indifferenten Welt auferlegt hat. Die Natur hatte bei der Angelegenheit nicht viel zu tun; sie mußte eine Grundlage schaffen — die Punkt ereignisse. Doch würde praktisch alles diesen Zweck erfüllen, dessen gegenseitige Beziehungen innig genug miteinander verflochten wären. Die Relativitätstheorie der Physik führt alles auf Beziehungen zurück; das soll heißen, es kommt nur auf die Struktur, nicht auf das Material an. Eine Struktur kann nicht ohne Material hergestellt werden, aber die Art des Materials ist belanglos. Wir wollen eine Stelle aus Bertrand Russels *Einführung in die mathematische Philosophie*¹⁾ anführen: „Die herkömmliche Philosophie hätte sich viele Spekulationen sparen können, wenn sie sich der Wichtigkeit der Struktur und der Schwierigkeit, hinter sie zu kommen, bewußt gewesen wäre. So wird z. B. oft gesagt, daß Raum und Zeit subjektiv sind, aber objektive Gegenbilder besitzen; oder, daß die Erscheinungen subjektiv sind, aber durch Dinge an sich verursacht werden, die unter sich Unterschiede voneinander aufweisen, die den Unterschieden bei den zugehörigen Erscheinungen entsprechen. Bei derartigen Hypothesen wird allgemein angenommen, daß wir von den objektiven Gegenbildern sehr wenig wissen. Wären die aufgestellten Hypothesen korrekt, so würden aber die objektiven Gegenbilder eine Welt bilden, die die gleiche Struktur wie die Welt der Erscheinungen besitzt... Kurz, jeder Satz, der eine mitteilbare Bedeutung hat, gilt in beiden Welten oder in keiner: Der einzige Unterschied muß gerade in dem Wesen der Individualität liegen, das mit Worten nicht zu fassen ist und einer Beschreibung spottet, aber das gerade deshalb für die Wissenschaft bedeutungslos ist.“

So sieht unsere Theorie jetzt aus. Wir haben eine Welt von Punkt ereignissen mit ihren ursprünglichen Intervallbeziehungen. Aus ihnen kann man mathematisch eine unbeschränkte Zahl von komplizierteren Beziehungen und Qualitäten aufbauen, die verschiedene charakteristische Züge des Zustands der Welt zur Darstellung bringen. Sie sind in der Natur vorhanden, so, wie es eine unbeschränkte Zahl von Wegen durch ein offenes Moor gibt. Aber die Existenz eines Weges ist sozusagen latent, bis ihm jemand eine Bedeutung verleiht, indem er ihn beschreitet. Genau so hebt sich die Existenz irgend einer jener Qualitäten der Welt nur dann aus ihresgleichen heraus, wenn ein Geist sie erkennt. Der Geist filtriert die Materie aus dem Mischmasch der Qualitäten, der keine Bedeutung hat, aus, wie das Prisma die Farben des Regenbogens aus den chaotischen Schwin-

1) Deutsche Ausgabe von E. J. Gumbel und W. Gordon, S. 62.

gungen des weißen Lichtes aussondert. Der Geist hebt das Beständige auf den Schild und strafft das Unbeständige mit Verachtung. Die mathematische Untersuchung der Beziehungen zeigt deutlich, daß der Geist sein Ziel einzig und allein dadurch erreichen kann, daß er eine besondere Qualität als beständige Substanz der Wahrnehmungswelt herausgreift und für sie eine Wahrnehmungszeit und einen Wahrnehmungsraum abteilt, in dem sie beständig ist und als notwendige Folge dieser Friß-Vogel-oder-stirb-Wahl die Gesetze der Schwere, der Mechanik und Geometrie erfüllt sein müssen. Gehe ich zu weit, wenn ich behaupte, das Streben des Geistes nach Beständigkeit hat die Welt der Physik geschaffen? Die Welt, die wir um uns wahrnehmen, könnte also kaum anders sein, wie sie ist ¹⁾).

Vielleicht geht das zu weit, doch zeigt es deutlich, wohin man auf diesem Wege geführt wird. In der Weylschen allgemeineren Theorie der Intervallbeziehungen ergeben sich ähnlich die Gesetze der Elektrodynamik allein aus der Identifizierung eines andern beständigen Dinges — der elektrischen Ladung. Zu dieser Identifizierung führt nicht der elementare Instinkt des Wilden oder des Tieres, sondern die überlegenere Verstandeskraft des Gelehrten. Das Schlußergebnis lautet aber: Die Gesamtheit derjenigen Naturgesetze, die unter ein einheitliches Schema gebracht worden sind — Mechanik, Schwere, Elektrodynamik, Optik —, entspringt nicht irgend einem besonderen Mechanismus der Natur, sondern der Tätigkeit des Geistes.

„Gib mir Materie und Bewegung“, sagt Descartes, „und ich werde das Weltall schaffen.“ Der Geist macht es umgekehrt. „Gib mir eine Welt — eine Welt mit Beziehungen — und ich werde Materie und Bewegung schaffen.“

Gibt es keine wirklichen Gesetze in der Außenwelt? Gesetze, die dem Substrat der Ereignisse innewohnen, die die Erscheinungen ganz durchdringen, die sonst vom Despotismus des Geistes beherrscht werden? Wir können nicht vorhersagen, wie die Antwort schließlich lauten wird. Zurzeit müssen wir jedoch mit der Möglichkeit rechnen, daß es Gesetze gibt, die ihren Sitz in der Außenwelt haben. Das wichtigste dieser Gesetze, wenn nicht überhaupt das einzige, ist ein atomistisches Gesetz. Warum existiert jene Qualität, durch die sich die Materie vom leeren Raum unterscheidet, nur in bestimmten Klumpen

¹⁾ Mit dieser summarischen Darstellung will ich nur andeuten, wohin nach meiner Meinung die durch die Relativitätstheorie nahegelegten Vorstellungen führen, nicht etwa genau festlegen, was als sichergestellt anzusehen ist. Ich weiß wohl, daß die obigen Überlegungen noch stellenweise lückenhaft sind. Die ganze Diskussion ist hier nur als Anregung, nicht als dogmatische Behauptung gemeint.

von vergleichbarer Masse, die man Atome oder Elektronen nennt? Woher kommt diese Unstetigkeit? Es liegt bis jetzt kein Anlaß vor, die Unstetigkeit als ein Gesetz, das seinen Ursprung dem Geiste verdankt, anzusehen. Im Gegenteil, der Geist bemüht sich, die Unstetigkeiten der Natur zu einer stetigen Wahrnehmung auszuglätten. Es bleibt uns nichts anderes übrig, als anzunehmen, daß diese Zusammenballung zu Atomen irgendwie im Wesen der Dinge begründet ist.

Wahrscheinlich wird unsere Auflösung in Punktereignisse noch nicht das letzte sein; könnte man weiter vordringen, bis man noch zu etwas Fundamentalere käme, dann würden sich die Atomistik und die übrigen Gesetze der Physik als Identitäten herausstellen. Das wäre in der Tat die einzige Erklärung, die ein Physiker als endgültig anerkennen könnte. Aber diese weitergehende Analyse ist von ganz anderer Art wie die, durch die wir zu den Punktereignissen gelangt sind. Die Welt *könnte* so beschaffen sein, daß die Gesetze der Atomistik notwendig gelten müssen; aber, soweit der Geist in Frage kommt, ist nicht einzusehen, warum sie so beschaffen sein sollte. Wir können uns eine Welt von anderer Beschaffenheit vorstellen. Bei unsern bisherigen Überlegungen gingen wir aber davon aus, daß man, wie auch die Welt beschaffen sei, die erforderlichen Kombinationen der Dinge, die den Gesetzen der Mechanik, Schwere und Elektrodynamik Genüge leisten, ermitteln kann, und daß diese Kombinationen sich bereit erklären werden, die Rolle der Wahrnehmungswelt bei jedem Geist zu übernehmen, der sie zu würdigen versteht; und daß weiterhin der Geist jede Wahrnehmungswelt von anderm Charakter als unwirklich zurückweisen würde.

Wenn die Atomistik auf den der Natur innewohnenden Gesetzen beruht, dann ist es von vornherein schwer zu verstehen, warum sie gerade etwas mit der Materie zu tun haben soll, wo doch die Materie im analytischen Schema keine sehr wichtige Rolle spielt und ihre ganze Bedeutung nur belanglosen Betrachtungen zu verdanken hat, die der Geist anstellt. Es hat sich aber gezeigt, daß der Atomismus keineswegs auf Materie und Elektrizität allein beschränkt ist. Das Quantum, das in der neueren Physik eine so große Rolle spielt, ist, wie es scheint, ein Wirkungsatom. Man darf also die Natur nicht bezichtigen, mit dem Geist unter einer Decke zu stecken und die Materie besonders auszuzeichnen. Die Wirkung wird allgemein als das fundamentalste Ding in der realen Welt der Physik angesehen, obwohl der Geist es nicht beachtet, weil es nicht beständig ist. Man vermutet, daß die Atomistik der Wirkung das allgemeine Gesetz ist und das Auftreten der Elektronen irgendwie auf dieses Gesetz zurück-

zuführen ist. Aber die genaue Formulierung der Wirkungsquantentheorie spottet bisher aller Bemühungen der Physiker.

Der Gegensatz ist auffallend: Auf der einen Seite der Triumph des wissenschaftlichen Geistes, dem es gelungen ist, das große allgemeine Schema der Naturgesetze aufzustellen, wie es heutzutage in das Prinzip der kleinsten Wirkung zusammengefaßt wird, und auf der andern Seite seine bisherige Unfähigkeit bei den neuentdeckten ebenso allgemeinen Erscheinungen, die mit den Quantengesetzen zusammenhängen. Wir brauchen noch nicht Konkurs anzumelden, aber vielleicht ist dieser Gegensatz doch von Bedeutung. Der Geist kann wohl aus den Erscheinungen der Natur die Gesetze herausholen, die er selbst in sie hineingesteckt hat; weit schwieriger ist es für ihn, Gesetze herauszuholen, über die er keine Macht hat. Es ist sogar möglich, daß Gesetze, die ihren Ursprung nicht im Geiste haben, irrational sind und wir sie niemals zu formulieren vermögen. Doch das ist nur eine entfernte Möglichkeit; wären sie wirklich irrational, dann wäre man wahrscheinlich nicht einmal so weit gekommen, wie man ist. Wenn aber tatsächlich die Quantengesetze die wirkliche Welt vor andern für den Geist möglichen Welten auszeichnen, dann müssen wir damit rechnen, daß ihre Formulierung eine weit schwierigere Aufgabe ist, als alles, was je in der Physik geleistet worden ist.

Die Relativitätstheorie hat die ganze Physik Revue passieren lassen. Sie hat die großen Gesetze miteinander vereinigt, die wegen ihrer präzisen Formulierung und der Genauigkeit ihrer Anwendung der Physik ihre heutige glänzende Stellung innerhalb des menschlichen Wissens erobert haben. Und doch ist dieses Wissen, was die Natur der Dinge anbelangt, nur eine leere Hülle — eine symbolische Form. Es ist ein Wissen um die Struktur, nicht um den Inhalt. Die ganze physikalische Welt ist erfüllt von diesem unbekanntem Inhalt, der das Material unseres Bewußtseins sein muß. Hier deutet sich ein Weg an, der zu tiefen Einblicken in die Welt der Physik führt, und den wir doch nicht mit den Methoden der Physik verfolgen können. Und überdies haben wir gesehen, daß da, wo die Wissenschaft am weitesten vorgedrungen ist, der Geist aus der Natur nur wieder zurückgewonnen hat, was der Geist in die Natur hineingelegt hat.

Wir haben an den Gestaden des Unbekannten eine sonderbare Fußspur entdeckt. Wir haben tiefgründige Theorien, eine nach der andern, ersonnen, um ihren Ursprung aufzuklären. Schließlich ist es uns gelungen, das Wesen zu rekonstruieren, von dem die Fußspur herrührt. Und siehe! Es ist unsere eigene.

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig

- 24. Sackur, Dr. Otto, Die chemische Affinität und ihre Messung.** Mit 5 Abbildungen im Text. Geh. 4,— *M.*
- 25. Thomson, Prof. Dr. J. J., Die Korpuskulartheorie der Materie.** Autoris. Übersetz. von G. Siebert. Mit 29 Abbild. Geh. 5,— *M.*
- 26. Vageler, Dr. P., Die Bindung des atmosphärischen Stickstoffs in Natur und Technik.** Mit 16 Abbild. Geh. 4,50 *M.*
- 27. Messerschmitt, Prof. Dr. Joh. Bapt., Die Schwerebestimmung an der Erdoberfläche.** Mit 25 Abbild. Geh. 5,— *M.*
- 28. Bjerknes, Prof. V., Die Krafffelder.** Mit 29 Abb. Geh. 7,— *M.*
- 29. Gutzmann, Prof. Dr. Hermann, Physiologie der Stimme und Sprache.** Mit 92 zum Teil farbigen Abbild. Vergriffen.
- 30. Mache, Prof. H., und Prof. E. v. Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität.** Methoden und Ergebnisse der modernen luftelektrischen Forschung. Mit 20 Abbildungen. Geh. 6,50 *M.*
- 31. Eckardt, Dr. Wilh. R., Das Klimaproblem der geolog. Vergangenheit und historischen Gegenwart.** Mit 18 Abb. u. 4 Kart. Geh. 6,50 *M.*
- 32. Bjesionek, Prof. Dr. A., Lichtbiologie.** Die experimentellen Grundlagen der modernen Lichtbehandlung. Geh. 4,50 *M.*
- 33. Dessau, Prof. Dr. Bernh., Die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Legierungen.** Mit 82 Abbild. Geh. 6,50 *M.*
- 34. Pohl, Dr. Robert, Die elektrische Fernübertragung von Bildern.** Mit 25 Abbildungen. Geh. 2,— *M.*, geb. 3,50 *M.*
- 35. Baedeker, Prof. Dr. K., Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern.** (Leitung. Thermoelektrizität, Galvanomagnetische Effekte. Optik). Mit 25 Abbildungen. Geh. 4,— *M.*
- 36. Scheel, Prof. Dr. K., Grundlagen der prakt. Metronomie.** Mit 39 Abbild. Geh. 5,— *M.*, geb. 6,50 *M.*
- 37. Günther, Prof. Dr. S., Vergleichende Mond- und Erdkunde.** Mit 23 Abbild. und 4 Tafeln. Geh. 5,— *M.*, geb. 6,50 *M.*
- 38. Laue, Dr. M. v., Die Relativitätstheorie.** Erster Band: Das Relativitätsprinzip der Lorentztransformation. 4. verm. Auflage. Mit 25 Abbild. *Zweiter Band s. Bd. 68.* Geh. 10,— *M.* geb. 12,— *M.*
- 39. Müller, Aloys, Die philosophischen Probleme der Einstein'schen Relativitätstheorie.** 2. Auflage von *Das Problem des absoluten Raumes.* Geh. 7,50 *M.*, geb. 9,25 *M.*
- 40. Schmidt, Ingenieur Fritz, Die Leuchtgaszerzeugung und die moderne Gasbeleuchtung.** Mit 63 Abbild. Geh. 3,— *M.*, geb. 4,50 *M.*
- 41. Lodge, Sir Oliver, Der Weltäther.** Deutsch von H. Barkhausen. Mit 17 Abbild. im Text und 1 Tafel. Geh. 3,50 *M.*
- 42. Lampa, Professor Dr. Anton, Wechselstrom-Versuche.** Mit 54 Abbild. Geh. 6,— *M.*, geb. 7,50 *M.*
- 43. Markau, Dr. K., Die Telephonie ohne Draht.** Mit 103 Abbild. Geh. 4,— *M.*
- 44. Bernstein, Professor Dr. Julius, Elektrobiologie.** Die Lehre von den elektrischen Vorgängen im Organismus auf moderner Grundlage dargestellt. Mit 62 Abbildungen. Geh. 6,50 *M.*, geb. 8,— *M.*
- 45. Pohl, Dr. Robert, Die Physik der Röntgenstrahlen.** Mit 72 Abbild. im Text und auf 1 Tafel. Vergriffen.
- 46. Martens, Prof. Dr. F. F., Physikalische Grundlagen der Elektrotechnik.** Erster Band: Eigenschaften des magnet. und elektr. Feldes. Mit 253 Abb. *Zweiter Band s. Bd. 55.* Geh. 8,25 *M.*
- 47. Jacobi, Prof. Dr. Arnold, Mimikry und verwandte Erscheinungen.** Mit 31 zum Teil farb. Abbildungen. Geh. 8,50 *M.*, geb. 10,— *M.*
- 48. Meyer, Kirstine, Die Entwicklung des Temperaturbegriffs im Laufe der Zeiten, sowie dessen Zusammenhang mit den wechselnden Vorstellungen von der Natur der Wärme.** Aus dem Dänischen übersetzt von Irmgard Kolde und mit einem Vorwort von E. Wiedemann. Mit 21 Abbildungen. Geh. 4,50 *M.*, geb. 6,— *M.*
-

Die angegebenen Preise sind Grundzahlen, die, multipliziert mit der allgemein geltenden Buchhandels-Schlüsselzahl, den Verkaufspreis des Buches ergeben.