

Die Lehre vom Schall

Von
O. D. Chwolson

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage

Herausgegeben von
Gerhard Schmidt

 Springer

O. D. Chwolson

Lehrbuch der Physik

Zweite Auflage

II, 1.

Lehrbuch der Physik

Von

O. D. Chwolson

Prof. ord. an der Universität in St. Petersburg

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage

Zweiter Band, Erste Abteilung

Die Lehre vom Schall

Herausgegeben von

Gerhard Schmidt

Professor an der Universität Münster i. W.

Mit 93 Abbildungen



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Die Lehre vom Schall

Von

O. D. Chwolson

Prof. ord. an der Universität in St. Petersburg

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage

Herausgegeben von

Gerhard Schmidt

Professor an der Universität Münster i. W.

Mit 93 Abbildungen



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Alle Rechte vorbehalten.

ISBN 978-3-322-98261-2 ISBN 978-3-322-98954-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-98954-3

Vorrede zur zweiten Auflage.

Nachdem es mir trotz mehrfacher Bemühungen immer noch nicht gelungen ist, mit Herrn Prof. Chwolson in Verbindung zu treten, habe ich mich auf Wunsch der Verlagsbuchhandlung entschlossen, diesen Band allein herauszugeben. Daß ich unter diesen Umständen von durchgreifenden Änderungen, zu denen ich die Zustimmung von Herrn Prof. Chwolson hätte haben müssen, abgesehen habe, liegt auf der Hand. Ich konnte mich hierzu auch um so eher entschließen, als in den letzten Jahren in der Akustik neue durchgreifende Fortschritte nicht erzielt und das Bisherige umstürzende Theorien nicht entwickelt worden sind, wie das für fast alle anderen Teile der Physik der Fall ist. So habe ich mich darauf beschränkt, das Werk zu ergänzen und die neuen Arbeiten, soweit mir das erforderlich erschien, zu berücksichtigen.

Zweifellos wird der Leser das eine oder andere, was ihm wichtig erscheint, vermissen. Auch ich habe manchmal geschwankt, ob ich nicht einen Absatz ausführlicher behandeln und die eine oder andere Arbeit nebst ihren Ergebnissen besprechen sollte. Wenn ich davon abgesehen habe, so geschah es hauptsächlich aus zwei Gründen. Wie Prof. Chwolson in der Einleitung zum ersten Band betont, soll das Buch ein Lehrbuch für den Lernenden, nicht aber ein Handbuch für den Spezialisten sein. Das, was mir nicht so wichtig für den Studierenden erschien, habe ich daher fortgelassen oder nur kurz in der Literaturübersicht darauf verwiesen. Dazu kam, daß ich es nicht für zweckmäßig hielt, wenn der Umfang des Werkes noch vergrößert würde. Das Durcharbeiten der fünf Bände stellt an den Lernenden in bezug auf Fleiß und Ausdauer schon sehr große Ansprüche, die nach meiner Meinung nicht mehr erhöht werden dürfen. Tatsächlich ist der Umfang dieser Abteilung nur unbedeutend gewachsen im Vergleich zur ersten Auflage.

Daß auch dieser Band stilistisch umgearbeitet worden ist, bedarf wohl kaum einer besonderen Erwähnung.

Münster i. W., Juli 1919.

Gerhard Schmidt.

Inhaltsverzeichnis der ersten Abteilung des zweiten Bandes.

Vorrede zur zweiten Auflage	Seite V
---------------------------------------	------------

Die Lehre vom Schall (Akustik).

Erstes Kapitel: Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schwingungen.

§	1. Von den Longitudinalverschiebungen benachbarter Teilchen	1
§	2. Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Schwingungen	4
§	3. Ausbreitungsgeschwindigkeit transversaler Schwingungen	7
§	4. Anisotropes Medium	9
§	5. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalschwingungen eines gespannten Fadens	10
§	6. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Torsionsschwingungen eines zylindrischen Stabes	12
§	7. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalschwingungen eines Stabes	13
§	8. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalschwingungen in einem unbegrenzten festen Medium	14
§	9. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalschwingungen in einem unbegrenzten festen Medium	14
§	10. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalschwingungen in Flüssigkeiten	14
§	11. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalschwingungen in Gasen	14

Zweites Kapitel: Allgemeine Bemerkungen über die Entstehung und Ausbreitung des Schalls.

§	1. Die Akustik als Teil der Physik	16
§	2. Der Schall	17
§	3. Schallquellen	18
§	4. Ausbreitung des Schalls	18
§	5. Schallstärke und Tonhöhe	19
§	6. Klangfarbe oder Timbre; Geräusch	22
§	7. Abhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung	23
§	8. Manometrische Flamme; empfindliche Flamme	25
	Literatur	29

Drittes Kapitel: Die Geschwindigkeit des Schalls.

§	1. Schallgeschwindigkeit in Gasen	30
§	2. Experimentelle Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit in Gasen	32
§	3. Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten	37
§	4. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern	39
§	5. Numerische Werte der Schallgeschwindigkeit	41
§	6. Leitung des Schalls	41
	Literatur	45

**Viertes Kapitel: Reflexion, Brechung, Interferenz und
Absorption des Schalls.**

		Seite
§	1. Reflexion des Schalls	46
§	2. Brechung des Schalls	48
§	3. Interferenz des Schalls	50
§	4. Zochs Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in ver- schiedenen Gasen	52
§	5. Stehende Schallwellen	54
§	6. Diffraktion des Schalls	56
§	7. Absorption des Schalls	57
	Literatur	58

Fünftes Kapitel: Schwingungen von Saiten und Stäben.

§	1. Die Saite als theoretischer Begriff	59
§	2. Gesetze der Saitenschwingungen	59
§	3. Nebentöne einer schwingenden Saite	61
§	4. Form der Saitenschwingungen	62
§	5. Theoretische Herleitung der Gesetze der Saitenschwingungen	66
§	6. Einfluß der Elastizität auf die Schwingungszahl einer Saite	66
§	7. Längsschwingungen der Saiten	67
§	8. Stehende Wellen an Fäden. Apparat von Melde	68
§	9. Längsschwingungen von Stäben	69
§	10. Querschwingungen von Stäben	70
§	11. Die Stimmgabel	73
	Literatur	74

**Sechstes Kapitel: Schwingungen von Platten und Membranen,
sowie von gasförmigen Körpern im Inneren von Röhren.**

§	1. Platten und Membranen	75
§	2. Querschwingungen von Platten; Chladnische Klangfiguren	75
§	3. Schwingungen von Membranen	78
§	4. Tönende Glocken und Zylinder	79
§	5. Elementare Theorie der offenen und der gedeckten Pfeifen	80
§	6. Orgelpfeifen	82
§	7. Methoden zur Beobachtung der in Pfeifen auftretenden Knoten und Bäuche	83
§	8. Zusammenhang zwischen den Dimensionen einer Pfeife und der Höhe ihres Tones	85
§	9. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Hilfe von Pfeifen	88
§	10. Die singende Flamme	92
§	11. Zungenpfeifen	93
§	12. Tönen einer Flüssigkeit im Innern einer Pfeife	95
	Literatur	96

**Siebentes Kapitel: Methoden zur Bestimmung der
sekundlichen Schwingungszahl.**

§	1. Sirene von Cagniard-Latour	97
§	2. Die Sirenen von Seebeck und König und das Savartsche Zahnrad	100
§	3. Graphische Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel	101

	Seite
§ 4. Methoden zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln	102
§ 5. Schwingungsamplitude	106
Literatur	106

Achtes Kapitel: Die Erscheinung der Resonanz. Anwendung des Dopplerschen Prinzips.

§ 1. Der Resonanzbegriff im allgemeinen	107
§ 2. Akustische Resonanz	108
§ 3. Luftresonatoren	109
§ 4. Analyse und Synthese der Klänge	111
§ 5. Akustische Abstoßung	113
§ 6. Anwendung des Dopplerschen Prinzips auf akustische Phänomene	114
Literatur	116

Neuntes Kapitel: Kombination von Tönen.

§ 1. Die Entstehung von Stößen (Schwebungen)	117
§ 2. Methoden zur Erzeugung von Stößen	118
§ 3. Helmholtzsche Doppelsirene	120
§ 4. Scheiblersche Methode zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln	123
§ 5. Differenz- und Summationstöne	123
§ 6. Schwebungen der Nebentöne	126
§ 7. Der Phonautograph von Scott	127
§ 8. Apparate zum Projizieren von zusammengesetzten Schwingungen .	128
§ 9. Edisons Phonograph	129
Literatur	131

Zehntes Kapitel: Das menschliche Stimm- und Gehörorgan.

§ 1. Der menschliche Stimmapparat	132
§ 2. Töne der menschlichen Stimme	133
§ 3. Synthese der Vokale	134
§ 4. Das menschliche Gehörorgan	137
§ 5. Die Schallwahrnehmung mittels des Gehörorgans	139
§ 6. Grenzen der durch das Ohr wahrnehmbaren Töne	140
Literatur	142

Elftes Kapitel: In der Musik gebräuchliche Töne.

§ 1. Intervalle	142
§ 2. Dur- und Moll-Tonleiter	143
§ 3. Tonika und temperierte Skala	145
§ 4. Absolute Schwingungszahlen :	146
§ 5. Dissonanz und Konsonanz	147

Die Lehre vom Schall (Akustik).

Erstes Kapitel.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schwingungen.

§ 1. Von den Longitudinalverschiebungen benachbarter Teilchen.

Im fünften Kapitel des zweiten Abschnitts (Bd. I, Abt. 1, S. 159 u. ff.) haben wir die strahlende Ausbreitung harmonischer Schwingungen eingehend betrachtet und dabei gesehen, wie sich die Bewegung von Teilchen zu Teilchen in der Richtung einer gewissen, als Strahl bezeichneten Geraden fortpflanzt. Die Gesetze dieser Ausbreitung haben wir ausführlich behandelt, ohne dabei näher auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit (Fortpflanzungsgeschwindigkeit) einzugehen. Wir begnügten uns, sie zu definieren als die Entfernung, auf welche sich der Bewegungszustand in der Zeiteinheit überträgt, und darauf hinzuweisen, daß entsprechend der Formel (1) auf S. 163, $\lambda = vT$ ein Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ , der Dauer einer vollen Schwingung T und der Ausbreitungsgeschwindigkeit v bestünde. Wir wollen jetzt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eingehend betrachten, sehen, von welchen anderen Größen sie abhängt, und wie sie mit den besonderen Eigenschaften der Reihe materieller Teilchen, welche auf einem Strahle liegen, verknüpft ist.

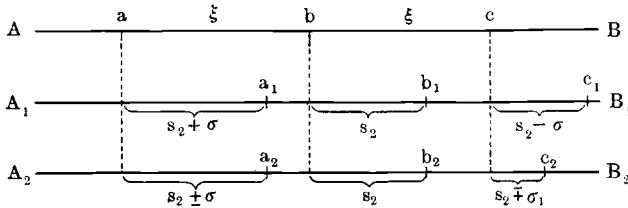
Da die Bewegung eines jeden Teilchens durch diejenigen Kräfte aufrecht erhalten wird, die infolge der relativen Lagenänderung der zu beiden Seiten von ihm befindlichen Teilchen auftreten, so läßt sich leicht einsehen, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit von diesen Kräften abhängen muß.

Wir setzen voraus, daß es für eine gegebene Reihe von Teilchen eine gewisse und zwar ganz bestimmte Anordnung dieser Teilchen gibt, die wir als die normale bezeichnen. Für ein homogenes Medium ist diese Verteilung die gleichmäßige, d. h. eine solche, bei welcher sich die einzelnen Teilchen am Strahle entlang in gleichen Abständen voneinander befinden. Bei der normalen Verteilung heben sich alle Kräfte, welche auf jedes Teilchen seitens der Nachbartheilchen wirken, gegenseitig auf. Wird die normale Verteilung gestört, so ist ein Gleichgewicht der Kräfte nicht mehr vorhanden; die Kräfte haben jetzt vielmehr eine Resultante, welche auf das in Betracht gezogene Teilchen wirkt.

Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, daß auf jedes Teilchen b (Fig. 1) nur zwei ihm unmittelbar benachbarte Teilchen a und c Kräfte

ausüben, bei normaler Anordnung der Teilchen sei dabei $ab = bc = \xi$. Wenn sich nun die drei Teilchen a , b und c am Strahle AB entlang um die Strecken s_1 , s_2 und s_3 nach rechts verschieben, — so läßt sich beweisen, daß sich das mittlere Teilchen b nur dann unter der Einwirkung einer von Null verschiedenen Kraft befindet, wenn die Verschiebungen s_1 , s_2 und s_3 weder einander gleich sind, noch eine arithmetische Reihe bilden.

Fig. 1.



Zunächst ist es klar, daß, wenn $s_1 = s_2 = s_3$ ist, sich der Abstand ξ der Teilchen voneinander gar nicht ändert und die auf das Teilchen b wirkenden Kräfte daher sich weiter gegenseitig das Gleichgewicht halten. Bilden s_1 , s_2 und s_3 eine arithmetische Reihe, so daß $s_1 - s_2 = s_2 - s_3 = \sigma$ ist — die neue für diesen Fall geltende Verteilung der Teilchen a_1 , b_1 und c_1 ist auf der Geraden A_1B_1 gesondert dargestellt —, so ist $s_1 = s_2 + \sigma$ und $s_3 = s_2 - \sigma$; aus der Figur ist ersichtlich, daß $a_1b_1 = b_1c_1 = \xi - \sigma$ ist, daß sich also die Teilchen in ihrer neuen Lage wiederum in gleichem Abstände voneinander befinden. Infolgedessen muß die Resultante der auf das Teilchen b wirkenden Kräfte gleich Null sein; dies Teilchen befindet sich in Ruhe und es ist keine Ursache vorhanden, daß es sich bewegt. Wir haben hier den Fall gleichmäßiger Verdichtung (falls $\sigma > 0$ ist) oder Verdünnung (bei $\sigma < 0$) vor uns, wie sie beispielsweise durch Druck oder Zug hervorgerufen werden.

Die beim gleichmäßigen Verkleinern oder Vergrößern aller ξ auftretenden elastischen Kräfte suchen alle Teilchen wieder voneinander zu entfernen bzw. einander zu nähern; doch kann man nicht sagen, daß auf irgendeines der Teilchen eine nach dieser oder jener Seite gerichtete Kraft wirke. Hieraus geht hervor, daß die Differenzen $s_1 - s_2$ und $s_2 - s_3$ nicht einander gleich sein dürfen, wenn letzteres der Fall sein soll.

Gesetzt, eine Änderung α der Entfernung ξ zweier Teilchen rufe die auf diese Teilchen wirkenden Kräfte f hervor, welche der Größe α proportional sind und die Teilchen zu nähern suchen, wenn $\alpha > 0$ ist, d. h. wenn sich die Entfernung der Teilchen vergrößert hat, dagegen die Teilchen zu entfernen suchen, wenn $\alpha < 0$ ist, so gilt demnach die Beziehung

$$f = -c\alpha \dots \dots \dots (1)$$

wonach c ein Proportionalitätsfaktor ist. Das Minuszeichen soll anzeigen, daß, wenn sich ein Teilchen von seinem Nachbartheilchen entfernt, indem es sich um die Strecke α nach irgendeiner Seite verschiebt, eine auf dasselbe wirkende Kraft f auftritt, welche nach der α entgegengesetzten Seite wirkt.

Es soll jetzt bewiesen werden, daß, falls sich die Teilchen a , b und c (Fig. 1, die Gerade A_2B_2) um die Strecken s_1 , s_2 und s_3 verschieben, auf das mittlere Teilchen b eine Kraft einwirkt, die gleich

$$f = -c(2s_2 - s_1 - s_3) \dots \dots \dots (2)$$

ist und nach der Seite der ursprünglichen Lage von b , d. h. nach der entgegengesetzten Seite von s_2 , gerichtet ist.

Bei unserem Beweise sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Gesetzt, es sei $s_1 > s_2 > s_3$, es verringerten sich also die Größen der Verschiebungen, wenn man in der Richtung der Verschiebungen weitergeht, und sei $s_1 = s_2 + \sigma$ und $s_3 = s_2 - \sigma_1$. Dann ist $a_2b_2 = \xi - \sigma$, $b_2c_2 = \xi - \sigma_1$; auf das Teilchen b wirken somit die Kräfte $f_1 = c\sigma$ nach rechts und $f_2 = -c\sigma_1$ nach links; ihre nach links gerichtete Resultante f ist gleich

$$f = -c(\sigma_1 - \sigma) = -c[(s_2 - s_3) - (s_1 - s_2)] = -c(2s_2 - s_1 - s_3).$$

Damit die Kraft f wirklich nach links gerichtet sei, ist es notwendig, daß

$$\sigma_1 > \sigma \dots \dots \dots (3)$$

sei. Da $a_2b_2 < ab$ und $b_2c_2 < bc$ ist, so hat offenbar die Verschiebung der Teilchen eine Verdichtung hervorgerufen.

2. Gesetzt, es sei $s_1 < s_2 < s_3$, es vergrößerten sich also die Verschiebungen in der Richtung von links nach rechts (in der Richtung der Verschiebungen selbst) und es sei $s_1 = s_2 - \sigma$ und $s_3 = s_2 + \sigma_1$. Dann ist $a_2b_2 = \xi + \sigma$ und $b_2c_2 = \xi + \sigma_1$. In diesem Falle wirken auf das Teilchen b die Kräfte $f_1 = -c\sigma$ nach links und $f_2 = c\sigma_1$ nach rechts. Ihre nach links gerichtete Resultante f ist gleich

$$f = -c(\sigma - \sigma_1) = -c[(s_2 - s_1) - (s_3 - s_2)] = -c(2s_2 - s_1 - s_3).$$

Damit die Kraft f wirklich nach links gerichtet sei, ist es notwendig, daß

$$\sigma_1 < \sigma \dots \dots \dots (4)$$

sei. In diesem Falle hat die Verschiebung der Teilchen eine Verdünnung zwischen ihnen hervorgerufen. Wir haben somit die Richtigkeit der Formel (2) für beide Fälle erwiesen und gefunden, unter welchen Bedingungen (3) und (4) eine Kraft auftritt, welche das in Betracht gezogene Teilchen in seine Ruhelage zurückzubringen strebt; es sind dies auch die Bedingungen für das Entstehen einer Schwingungsbewegung.

Formel (2) zeigt, daß die Kraft f , welche auf das Teilchen b einwirkt, nicht nur von der Verschiebung s_2 des letzteren abhängt, sondern auch von den Verschiebungen s_1 und s_3 seiner Nachbarteilchen. Die analytische Behandlung dieser Frage, welche hier nicht gegeben werden soll, ergibt, daß, falls auf ein Teilchen eine Kraft f , wie sie durch Formel (2) ausgedrückt wird, einwirkt, man seine Bewegung als eine solche betrachten kann, die aus einer Reihe zusammengesetzter harmonischer Schwingungsbewegungen (Bd. I, Abt. 1, S. 159) von verschiedenen Perioden T , verschiedenen Phasen und verschiedenen Amplituden besteht.

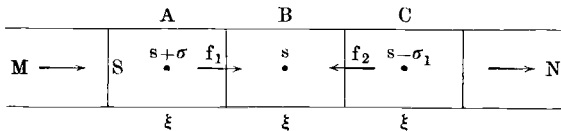
Wir haben bisher longitudinale Teilchenverschiebungen betrachtet, d. h. Verschiebungen, welche dem Strahle AB entlang erfolgen. Es läßt sich indes leicht zeigen, daß die Formeln (2), (3) und (4) auch in Geltung bleiben für den Fall von Transversalschwingungen, bei denen die Verschiebungen s_1, s_2 und s_3 eine zum Strahle AB senkrechte Richtung haben. Wir überlassen diesen Nachweis dem Leser.

Die Ungleichheit der Verschiebungen von a, b und c in einem gegebenen Augenblick kann daher rühren, daß jedes dieser Teilchen seine Bewegung etwas später beginnt als das vorhergehende.

§ 2. Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Schwingungen.

In einem homogenen Medium breite sich eine longitudinale Schwingungsbewegung in der Richtung von M nach N (Fig. 2) aus. Wir denken

Fig. 2.



uns aus diesem Medium einen Zylinder herausgeschnitten, dessen Seitenlinien der Ausbreitungsrichtung der Schwingungen parallel sind, und dessen Querschnitt S eine solche Größe hat, daß alle Teilchen, welche in einem beliebigen Querschnitte liegen, gleiche Bewegungen ausführen. Ferner legen wir durch unseren Zylinder vier Querschnitte S im gleichen Abstände ξ voneinander. Diese schneiden aus dem Zylinder drei Schichten A, B und C heraus, deren Volumina gleich $S\xi$, deren Massen $S\xi\delta$ sind, wo δ die Dichte des Mediums ist, d. h. die in der Volumeneinheit desselben enthaltene Masse. Bezeichnen wir nun noch mit τ die Zeit, während welcher sich die Schwingungsbewegung bis auf die Entfernung ξ ausbreitet, so ist die gesuchte Ausbreitungsgeschwindigkeit, die wir von jetzt an immer mit V bezeichnen wollen,

$$V = \frac{\xi}{\tau} \dots \dots \dots (5)$$

Wir nehmen an, ξ und τ seien unendlich kleine Größen. Ferner bezeichnen wir mit $s + \sigma$, s und $s - \sigma_1$ die Beträge, um welche sich die Mittelpunkte der drei Schichten in irgendeinem Augenblick t verschoben haben; die Größen σ und σ_1 sind, wie wir sahen, einander nicht gleich. Es soll jetzt die Größe der Kräfte f_1 und f_2 bestimmt werden, welche auf die Schicht B von links und rechts her einwirken und dadurch hervorgerufen sind, daß sich die Mittelpunkte der drei Schichten um ungleiche Beträge vorgeschoben haben.

Links von B haben sich die Teilchen, deren anfänglicher Abstand gleich ξ war, bis auf die Entfernung $\xi - \sigma$ genähert; es ist mithin eine Kompression erfolgt, deren Größe durch den Bruch $\frac{\sigma}{\xi}$ gemessen wird. Die elastische Kraft f_1 muß dieser Kompression und dem Querschnitt S proportional sein. Bezeichnet man den Proportionalitätsfaktor mit e , so haben wir also

$$f_1 = eS \frac{\sigma}{\xi} \dots \dots \dots (6)$$

Rechts von B ist die Entfernung ξ der Teilchen voneinander in $\xi - \sigma_1$ übergegangen; hieraus ergibt sich für die wirkende Kraft

$$f_2 = -eS \frac{\sigma_1}{\xi}.$$

Die Resultante F der beiden Kräfte, unter deren Einwirkung sich die Schicht B befindet, ist gleich

$$F = f_1 + f_2 = -eS \frac{\sigma_1 - \sigma}{\xi} \dots \dots \dots (7)$$

Diese Kraft ist von B nach A hin gerichtet.

Einen anderen Ausdruck für die Kraft F findet man auf Grund der Formel $F = mw$, wo m die Masse der Schicht B ist, also $m = S\xi\delta$, und w die Beschleunigung ihrer Bewegung darstellt. Setzt man für m seinen Wert ein, so ist

$$F = S\xi\delta w \dots \dots \dots (8)$$

Die Beschleunigung w findet man folgendermaßen: Wir hatten mit τ die Zeitdauer bezeichnet, während welcher sich die Schwingungsbewegung um den Betrag ξ ausbreitet. Dieses Zeitintervall τ nehmen wir so klein an, daß die Beschleunigung w während desselben als konstant, die Bewegung mithin als gleichförmig-veränderlich angesehen werden kann. Nun ist es leicht, die Größe der Verschiebungen zu finden, welche die Punkte A, B und C im Augenblicke t und in den Augenblicken $t - \tau$ und $t + \tau$ besaßen bzw. besitzen werden. Man erhält hierfür folgende Tabelle:

Zeitpunkt	A	B	C
$t - \tau \dots$	s	$s - \sigma_1$	—
$t \dots \dots$	$s + \sigma$	s	$s - \sigma_1$
$t + \tau \dots$	—	$s + \sigma$	s

Es war nämlich die Verschiebung des Mittelpunkts der Schicht B im Augenblicke $t - \tau$ gleich der des Mittelpunkts von C im Augenblicke t ; im Moment $t + \tau$ wird sie gleich der Verschiebung des Mittelpunkts von A im Moment t sein. Um dies einzusehen, hat man sich nur daran zu erinnern, daß jede der Schichten A , B und C sich in bezug auf die vorhergehende um die Zeit τ verspätet. Aus obiger Tabelle ist ersichtlich, daß die Schicht B den Weg σ_1 zwischen den Zeitpunkten $t - \tau$ und t , d. h. im Verlaufe der Zeit τ zurückgelegt hat; ihre mittlere Geschwindigkeit betrug somit $\frac{\sigma_1}{\tau}$. Die mittlere Geschwindigkeit während eines gewissen Zeitintervalls bei der gleichförmig-veränderlichen Bewegung ist aber gleich der Geschwindigkeit in der Mitte jenes Zeitintervalls. Hieraus folgt, daß im Augenblicke $t - \frac{\tau}{2}$ die Geschwindigkeit des Mittelpunkts der Schicht B gleich $\frac{\sigma_1}{\tau}$ war. Ebenso findet man, daß im Zeitintervall τ zwischen den Zeitpunkten t und $t + \tau$ die mittlere Geschwindigkeit $\frac{\sigma}{\tau}$ betrug, die Geschwindigkeit im Augenblicke $t + \frac{\tau}{2}$ also gleich $\frac{\sigma}{\tau}$ war. Der Geschwindigkeitszuwachs während des Intervalls τ zwischen $t - \frac{\tau}{2}$ und $t + \frac{\tau}{2}$ ist gleich $\frac{\sigma}{\tau} - \frac{\sigma_1}{\tau}$, die gesuchte Beschleunigung w ist somit:

$$w = \frac{\frac{\sigma}{\tau} - \frac{\sigma_1}{\tau}}{\tau} = - \frac{\sigma_1 - \sigma}{\tau^2}.$$

Setzt man dies in (8) ein, so erhält man

$$F = - S \xi \delta \frac{\sigma_1 - \sigma}{\tau^2} \dots \dots \dots (9)$$

Vergleicht man die beiden Ausdrücke (7) und (9) für die Kraft F miteinander und kürzt durch $S(\sigma_1 - \sigma)$, so erhält man

$$e : \xi = \xi \delta : \tau^2$$

oder

$$\frac{\xi^2}{\tau^2} = \frac{e}{\delta} \dots \dots \dots (10)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit (5), so ergibt sich

$$V = \sqrt{\frac{e}{\delta}} \dots \dots \dots (11)$$

Wir wollen jetzt die Größe e etwas näher betrachten. Nach Formel (6) ist sie gleich

$$e = \frac{f_1}{S} \cdot \frac{\xi}{\sigma}$$

Bezeichnet man mit p den auf die Einheit des Flächenraums wirkenden Druck, welcher im Querschnitt des betrachteten Zylinders bei normaler Verteilung der Schichten vorhanden ist (dieser Druck kann auch gleich Null sein), so ist $\frac{f_1}{S}$ die Zunahme dieses Druckes, also gleich dp . Ferner ist ξ eine lineare, in der Strahlrichtung gewählte Größe; sie möge jetzt mit l bezeichnet werden; σ ist die Abnahme der Größe ξ , so daß man $\sigma = -dl$ setzen kann. Auf diese Weise erhält man schließlich

$$e = -l \frac{dp}{dl} \dots \dots \dots (12)$$

folglich auch

$$v = \sqrt{-\frac{l}{\delta} \frac{dp}{dl}} \dots \dots \dots (13)$$

Hier bedeutet δ die in der Volumeneinheit des Mediums enthaltene Masse, l eine beliebige, in der Strahlrichtung gewählte Länge; dp die Änderung des Druckes, welcher auf die Einheit der zu l senkrechten Fläche wirkt; diese Änderung dp ist durch die Änderung der Länge l um den Betrag dl hervorgerufen worden.

In dem besonderen Falle, wo sich der Flächenraum S des Zylinderquerschnitts während der Schwingungen nicht ändert, kann man das Volumen $v = lS$ einführen. Multipliziert man Zähler und Nenner des Bruches in (13) mit S , so erhält man

$$v = \sqrt{-\frac{v}{\delta} \frac{dp}{dv}} \dots \dots \dots (14)$$

Vorstehende Formel darf man nicht anwenden, wenn die Änderung des Schichtenabstands den Flächenraum des Zylinderquerschnitts ändert.

An Stelle der Masse δ kann man auch das Gewicht D der Volumeneinheit des Mediums einführen. Dann erhält man im allgemeinen (g ist die Beschleunigung der Schwerkraft):

$$v = \sqrt{-\frac{gl}{D} \frac{dp}{dl}} \dots \dots \dots (15)$$

und im besonderen Falle, wo $S = Const.$ ist:

$$v = \sqrt{-\frac{gv}{D} \frac{dp}{dv}} \dots \dots \dots (16)$$

§ 3. Ausbreitungsgeschwindigkeit transversaler Schwingungen.

Wie im vorhergehenden Falle betrachten wir auch hier drei Abschnitte A, B und C des Zylinders MN (Fig. 3); S sei die Fläche des Zylinderquerschnitts, ξ die unendlich kleine Länge der Abschnitte. In irgend-

einem Augenblicke mögen diese Abschnitte nach A_1 , B_1 und C_1 gelangt sein, wobei sich ihre Mittelpunkte um die Beträge $s + \sigma$, s und $s - \sigma_1$ verschoben haben.

Infolge der relativen Verschiebung der Schichten A und B kommt eine gewisse Kraft f_1 zustande, die auf die Schicht B , während sie sich

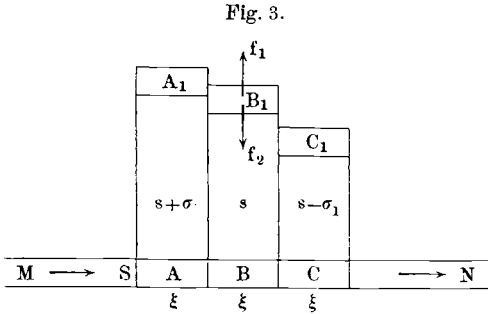


Fig. 3.

in B_1 befindet, einwirkt. Diese Kraft ist dem Querschnitt S der Schicht und der relativen Verschiebung $\frac{\sigma}{\xi}$ der Schichtenmittelpunkte proportional. Bezeichnet man den Proportionalitätsfaktor mit e , so erhält man $f_1 = eS \frac{\sigma}{\xi}$, d. h.

einen mit (6) auf S. 5 identischen Ausdruck. Die Kraft f_1 wirkt auf B_1 in der Richtung von B nach B_1 (entsprechend unserer Figur von unten nach oben). Seitens der Schicht C_1 wirkt die Kraft $f_2 = -eS \frac{\sigma_1}{\xi}$ in entgegengesetzter Richtung; die Resultante F ist von B_1 nach B gerichtet; sie ist gleich

$$F = -eS \frac{\sigma_1 - \sigma}{\xi}.$$

Die ebenfalls von B_1 nach B gerichtete Beschleunigung ist gleich

$$-\frac{\frac{\sigma_1}{\tau} - \frac{\sigma}{\tau}}{\tau},$$

wo τ denselben Wert wie im vorhergehenden Paragraphen hat, denn vor τ Sekunden befand sich der Mittelpunkt von B im Abstände $s - \sigma_1$ und nach τ Sekunden wird er sich im Abstände $s + \sigma$ von seiner Normallage befinden. Die Masse der Schicht ist gleich $S\xi\delta$, so daß $F = -S\xi\delta \frac{\sigma_1 - \sigma}{\tau^2}$ ist. Vergleicht man die beiden Ausdrücke für F miteinander und beachtet, daß die gesuchte Geschwindigkeit V wieder gleich $\frac{\xi}{\tau}$ ist, so erhält man

$$V = \sqrt{\frac{e}{\delta}} \dots \dots \dots (17)$$

also die schon früher unter (11) erhaltene Beziehung. Hier hat indes die Größe e eine andere Bedeutung; sie bestimmt ihrerseits die elasti-

schen Kräfte, welche nicht etwa infolge von Verdünnungen oder Verdichtungen bei Entfernung oder Annäherung der Teilchen des Mediums in der Strahlrichtung, sondern infolge ihrer ungleichen Verschiebungen senkrecht zum Strahle hervorgerufen werden. Wir wollen die Größe e als die Elastizität des Mediums in einer senkrecht zum Strahle gelegenen Richtung bezeichnen oder genauer als Elastizität des Mediums in der Richtung der Transversalschwingungen.

§ 4. Anisotropes Medium. Die elastischen Kräfte hängen im anisotropen Medium (Bd. I, Abt. 1, S. 37) von der Richtung der sie hervorrufenden Verschiebungen oder Deformationen ab.

Bei den longitudinalen Schwingungen (Längsschwingungen) erfolgen diese Verschiebungen nur in der Ausbreitungsrichtung der Schwingungen; es können daher auch die Größe e in (11) oder die Größen $\frac{dp}{dl}$ und $\frac{dp}{dv}$ in (13) und (14) nur von dieser Richtung abhängen.

Hieraus folgt, daß die Geschwindigkeit V von der Ausbreitungsrichtung der Schwingungen abhängt, und daß für eine gegebene Richtung auch nur ein Wert der Geschwindigkeit V möglich ist.

Bei den transversalen Schwingungen (Querschwingungen) hängt die Größe e in Formel (17) von der Richtung der Schwingungen ab, die in allen senkrecht zum Strahle gelegenen Richtungen erfolgen können, d. h. in allen durch den Strahl gelegten Ebenen, den sogenannten Schwingungsebenen. Verschiedenen Schwingungsebenen entsprechen im anisotropen Medium im allgemeinen auch verschiedene Werte der Größe e , also auch verschiedene Geschwindigkeiten V .

Diese Erläuterungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von longitudinalen Schwingungen im anisotropen Medium hängt nur von ihrer Ausbreitungsrichtung ab.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von transversalen Schwingungen im anisotropen Medium hängt nur von der Richtung der Schwingungen selbst ab. Hieraus folgt, daß sich in derselben Richtung transversale Schwingungen mit verschiedenen Geschwindigkeiten ausbreiten können, wenn sie in verschiedenen Ebenen vor sich gehen. Da es eine unendliche Zahl solcher Ebenen gibt und denselben eine unendliche Zahl verschiedener Werte der Elastizität entspricht, so könnte es scheinen, als ob einer gegebenen Strahlrichtung eine unendliche Menge von Fortpflanzungsgeschwindigkeiten V entsprechen kann. Eine nicht ganz einfache Überlegung, welche hier nicht angestellt werden soll, führt indes zu einem anderen Ergebnis, das wir ohne Beweis mitteilen wollen.

Wir denken uns eine zum Strahl senkrechte Ebene, welche in Fig. 4 dargestellt ist, und ziehen in derselben vom Durchschnittspunkt mit dem Strahl ausgehend nach allen nur möglichen Richtungen gerade Linien, deren Längen gleich der Elastizität e in der entsprechenden Richtung sind. Es ergibt sich dann immer, daß der geometrische Ort der Endpunkte dieser Geraden eine Kurve ist, deren Gestalt an eine Ellipse erinnert; sie besteht aus vier gleichen Teilen und hat zwei Halbachsen, welche zueinander senkrecht stehen und der größten Elastizität e_1 sowie der kleinsten e_2 gleich sind. Die Theorie lehrt nun, daß sich am Strahle entlang nur solche Schwingungen ausbreiten können, welche die Richtungen dieser Achsen haben. Schwingungen, die andere Richtungen haben, können sich nicht bilden. Man erhält hieraus den folgenden Satz:

In einer gegebenen Richtung können sich im anisotropen Medium nur die beiden transversalen Schwingungen ausbreiten, die in den zwei zueinander senkrechten Ebenen erfolgen, in welchen sich von allen senkrecht zum Strahl vorhandenen Elastizitäten die größte (e_1) und kleinste (e_2) derselben vorfinden.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten dieser beiden Schwingungen sind:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \sqrt{\frac{e_1}{\delta}} \\ V_2 &= \sqrt{\frac{e_2}{\delta}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

wo δ die Dichte des Mediums ist; offenbar ist $V_1 > V_2$.

Ist im besonderen Falle $e_1 = e_2 = e$, so verwandelt sich die Kurve der Fig. 4 in einen Kreis; es sind dann die Elastizitäten in allen Richtungen senkrecht zum Strahl die gleichen. Am Strahle entlang können sich sodann Schwingungen ausbreiten, die in allen nur möglichen Ebenen erfolgen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist für alle diese Strahlen die gleiche, nämlich $V = \sqrt{\frac{e}{\delta}}$.

§ 5. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalschwingungen eines gespannten Fadens. MN (Fig. 5) sei ein Faden, an dessen beide Enden die Kräfte P angreifen, δ sei die Dichte, S der Querschnitt des Fadens. Wir wählen drei Elemente A , B und C dieses Fadens und bezeichnen ihre Länge mit ξ ; τ sei die Zeit, während welcher sich die Schwingungsbewegung in der Richtung von M nach N um die Strecke

ξ ausbreitet. Die gesuchte Geschwindigkeit ist $V = \frac{\xi}{\tau}$. Wir nehmen nun an, daß A , B und C in die Lagen A_1 , B_1 und C_1 gelangt sind, wobei sich ihre Mittelpunkte um die Strecken $s + \sigma$, s und $s - \sigma_1$ verschoben haben. Hierbei ist $\sigma_1 > \sigma$. Wir machen endlich noch die Annahme, daß die erfolgte Biegung sowie Verlängerung des Fadens elastische Kräfte hervorgerufen haben, welche im Vergleiche zur Spannung P , die zwischen zwei benachbarten Fadenelementen wirkt, verschwindend klein sind.

Auf B_1 wirkt seitens C_1 die Kraft P , deren in der Richtung von B_1 nach B (nach unten) wirkende Komponente $P \sin \alpha$ ist, wo α den Winkel zwischen $B_1 C_1$ und MN bedeutet. Da dieser Winkel sehr klein ist, kann man $\sin \alpha = tg \alpha$ setzen; aus der Figur geht hervor, daß $tg \alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma}{\xi}$ ist. Werden die nach oben gerichteten Kräfte positiv gerechnet, so ist $f_1 = -P \frac{\sigma_1}{\xi}$. Seitens A_1 wirkt auf B_1 ebenfalls die Kraft P , deren Komponente f_2 in der Richtung von B nach B_1 (nach oben) gleich $f_2 = P \frac{\sigma}{\xi}$ ist. Die von B_1 nach B gerichtete Resultante F dieser Kräfte ist gleich $F = -P \frac{\sigma_1 - \sigma}{\xi}$. Die Beschleunigung des Elementes B_1 ist, wie in den vorhergehenden Fällen, offenbar gleich $-\frac{\sigma_1 - \sigma}{\tau^2}$; seine Masse ist $S \xi \delta$, mithin ist $F = -S \xi \delta \frac{\sigma_1 - \sigma}{\tau^2}$. Vergleicht man die beiden Ausdrücke für F miteinander, so erhält man für $\frac{\xi}{\tau}$, d. h. für V die Formel

$$V = \sqrt{\frac{P}{S \delta}} \dots \dots \dots (19)$$

Bezeichnet man die auf die Einheit des Fadenquerschnitts kommende Spannung, d. h. $\frac{P}{S}$ mit p , so erhält man

$$V = \sqrt{\frac{p}{\delta}} \dots \dots \dots (20)$$

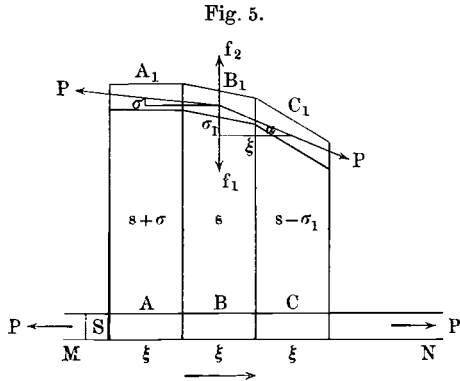


Fig. 5.

Führt man das Gewicht D der Volumeneinheit des Fadens ein, so ist

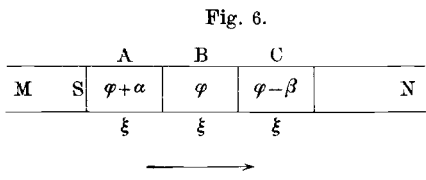
$$v = \sqrt{\frac{Pg}{SD}} = \sqrt{\frac{pg}{D}} \dots \dots \dots (21)$$

Die Längeneinheit des Fadens hat das Volumen S . Bezeichnet man mit δ_1 die Masse, mit D_1 das Gewicht der Längeneinheit des Fadens, so ergeben uns (19) und (21) die Formel:

$$v = \sqrt{\frac{P}{\delta_1}} = \sqrt{\frac{Pg}{D_1}} \dots \dots \dots (22)$$

Im Kapitel, welches von den Saitenschwingungen handelt, werden wir von diesen Formeln Gebrauch machen.

§ 6. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Torsionsschwingungen eines zylindrischen Stabes.



sich von M nach N Torsionsschwingungen aus, bei denen sich jede Schicht um die Stabachse abwechselnd nach der einen und anderen Seite dreht. Wir nehmen an, der Stab habe die Form eines Zylinders

mit kreisförmiger Grundfläche S , und betrachten drei benachbarte Schichten A , B und C von der Breite ξ ; behält τ seinen früheren Wert, so ist $v = \frac{\xi}{\tau}$.

In einem gewissen Zeitaugenblick ist die Schicht B um den Winkel φ gedreht, die Schichten A und C dagegen um den Winkel $\varphi + \alpha$ und $\varphi - \beta$, wo $\beta > \alpha$ ist. Die durch die Mitte von B und C gehenden Ebenen haben sich jetzt gegeneinander um den Winkel β gedreht; auf Grund der Formel (66, a) im Bd. I, Abt. 2, S. 356 ist die Größe des Momentes M_1 des Kräftepaars, welches die Schicht B in ihre Gleichgewichtslage zurückzudrehen strebt:

$$M_1 = - \frac{\pi NR^4}{2 \xi} \beta = - \frac{NSR^2}{2 \xi} \beta,$$

wo N der Scherungsmodul und R der Radius des Stabquerschnitts S ist.

Seitens A wirkt auf B ein Kräftepaar mit dem Moment $M_2 = \frac{NSR^2}{2 \xi} \alpha$ in entgegengesetzter Richtung. Das resultierende Kräftepaar, unter dessen Einwirkung sich die Schicht B befindet, hat das Moment

$$M = - \frac{NSR^2}{2 \xi} (\beta - \alpha) \dots \dots \dots (23)$$

Die Drehung der Schicht B hatte τ Sekunden vor dem betrachteten Momente nicht den Betrag φ , sondern $\varphi - \beta$; ihre mittlere Winkelgeschwindigkeit während der Zeit τ war somit gleich $\frac{\beta}{\tau}$; während der folgenden τ Sekunden wird sie gleich $\frac{\alpha}{\tau}$ sein. Hieraus findet sich für die Winkelbeschleunigung:

$$\frac{1}{\tau} \left(\frac{\alpha}{\tau} - \frac{\beta}{\tau} \right) = - \frac{\beta - \alpha}{\tau^2}.$$

Nach der Formel (10) in Bd. I, Abt. 1, S. 112 ist das Moment M des wirkenden Kräftepaars gleich dem Produkte aus dem Trägheitsmoment K der Schicht in bezug auf die Drehachse und der Winkelbeschleunigung. Nach Formel (37) in Bd. I, Abt. 1, S. 100 ist das Trägheitsmoment einer Schicht gleich $K = \frac{1}{2} S \xi \delta R^2$, wo δ die Dichte des Stabes bedeutet. Somit ist

$$M = - \frac{1}{2} S \xi \delta R^2 \frac{\beta - \alpha}{\tau^2} \dots \dots \dots (24)$$

Vergleicht man (23) mit (24) und kürzt durch $\frac{1}{2} S R^2 (\beta - \alpha)$, so erhält man für $V = \frac{\xi}{\tau}$ den Ausdruck:

$$V = \sqrt{\frac{N}{\delta}} \dots \dots \dots (25)$$

Auf Grund der Formel (49) Bd. I, Abt. 2, S. 348 kann man schreiben:

$$V = \sqrt{\frac{E}{2(1 + \sigma)\delta}} \dots \dots \dots (26)$$

wo E der Youngsche Modul, σ der Poissonsche Koeffizient ist.

§ 7. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalschwingungen eines Stabes. Wir hatten auf S. 7 die Formel (13) für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Längsschwingungen gefunden:

$$V = \sqrt{- \frac{l}{\delta} \frac{dp}{dl}},$$

wo dp die Druckzunahme bedeutet, welche dadurch hervorgerufen ist, daß sich die Länge l um den Betrag dl ändert. Aus der für den Youngschen Modul (Bd. I, Abt. 2, S. 322) geltenden Definition folgt, daß $-dp = E \frac{dl}{l}$ ist; es ist somit $-l \frac{dp}{dl} = E$ und folglich

$$V = \sqrt{\frac{E}{\delta}} \dots \dots \dots (27)$$

§ 8. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalschwingungen in einem unbegrenzten festen Medium. Aus der Definition des Moduls E' , Bd. I, Abt. 2, S. 339, folgt, daß im unbegrenzten Medium $-dp = E' \frac{dl}{l}$ ist. Auf S. 340 hatten wir die Formel (30) erhalten:

$$E' = \frac{(1 - \sigma) E}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)},$$

folglich ist

$$V = \sqrt{\frac{1 - \sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}} \frac{E}{\delta} \dots \dots \dots (28)$$

§ 9. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalschwingungen in einem unbegrenzten festen Medium. Auf S. 8 hatten wir die Formel (17) für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Querschwingungen $V = \sqrt{\frac{e}{\delta}}$ abgeleitet. Die Größe e war dadurch erhalten worden, daß man die Kraft $f_1 = eS \frac{\sigma}{\xi}$ einführte, mit welcher zwei Nachbarschichten aufeinander wirken, deren Abstand ξ , relative Verschiebung σ und deren Grundfläche S war. Vergleicht man diesen Ausdruck mit der Formel, welche den Scherungsmodul N , Bd. I, Abt. 2, S. 346, (44), definiert, so sieht man, daß für einen festen Körper $e = N$ ist (weil ja $\frac{f_1}{S} = p$, $\frac{\sigma}{\xi} = \omega$ ist). Mithin ist

$$V = \sqrt{\frac{N}{\delta}} = \sqrt{\frac{E}{2(1 + \sigma)\delta}} \dots \dots \dots (29)$$

Man beachte, daß (29) identisch mit (26) ist.

§ 10. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalschwingungen in Flüssigkeiten. Der Kompressionskoeffizient β für Flüssigkeiten ist nach Formel (2) in Bd. I, Abt. 2, S. 158, gleich

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dv}{dp}, \quad \text{also} \quad -V \frac{dp}{dv} = \frac{1}{\beta}.$$

Setzt man dies in (14) auf S. 7 ein, so wird

$$V = \frac{1}{\sqrt{\beta \delta}} \dots \dots \dots (30)$$

§ 11. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalschwingungen in Gasen. Wie wir gesehen hatten, vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 167, ruft die Ausbreitung von Längsschwingungen abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen der Substanz des Mediums hervor. Ferner

ist uns bekannt, daß eine Kompression eines Gases mit Erwärmung, eine Expansion — mit Abkühlung desselben verbunden ist. Wir wollen nur die beiden Grenzfälle betrachten:

I. Isothermische Ausbreitung. Gehen Verdichtung und Verdünnung so langsam vor sich, daß sich die Temperatur vollkommen wieder herstellen kann, so hat man es mit einer isothermischen (Bd. I, Abt. 2, S. 116) Ausbreitung der longitudinalen Schwingungen zu tun. In diesem Falle sind Volumen v und Druck p durch das Boyle - Mariottesche Gesetz, $pv = \text{Const.}$, miteinander verknüpft. Durch Differentiation findet man $p dv + v dp = 0$, also

$$-v \frac{dp}{dv} = p.$$

Setzt man nun diesen Ausdruck in (14) ein, so erhält man

$$V = \sqrt{\frac{p}{\delta}} \dots \dots \dots (31)$$

Es ist dies die Newtonsche Formel.

II. Adiabatische Ausbreitung. Einen anderen Grenzfall hat man, wenn die Schwingungen so schnell erfolgen, daß es zwischen den verdichteten und verdünnten Schichten und den benachbarten Körpern zu gar keinem Wärmeaustausch kommen kann. In diesem Falle geht die Ausbreitung der Schwingungen adiabatisch (Bd. I, Abt. 2, S. 117) vor sich. Volumen v und Druck p sind durch die Formel (9), Bd. I, Abt. 2, S. 118

$$pv^k = \text{Const.} \dots \dots \dots (32)$$

verknüpft, wo $k = \frac{c_p}{c_v}$ ist, also das Verhältnis der Wärmekapazität eines Gases bei konstantem Druck zur Wärmekapazität desselben bei konstantem Volumen darstellt. Durch Differentiation von (32) erhält man $v^k dp + kp v^{k-1} dv = 0$ oder $v dp + k p dv = 0$ und hieraus $-v \frac{dp}{dv} = kp$.

Setzt man dies in (14) ein, so ergibt sich die Laplacesche Formel

$$V = \sqrt{\frac{p}{\delta}} k = \sqrt{\frac{p}{\delta} \frac{c_p}{c_v}} \dots \dots \dots (33)$$

Für viele Gase (O, H, N, CO) kann man $k = 1,4$ setzen; für diese ist somit

$$V = \sqrt{1,4 \frac{p}{\delta}} \dots \dots \dots (34)$$

Für Flüssigkeiten und feste Körper werden die Temperaturänderungen, welche bei der Kompression erfolgen, bei der Berechnung der Ausbreitungsgeschwindigkeit V vernachlässigt.

Zweites Kapitel.

**Allgemeine Bemerkungen über Entstehung
und Ausbreitung des Schalles.**

§ 1. Die Akustik als Teil der Physik. Die Lehre von den Schallerscheinungen heißt Akustik. Dieser Teil der Physik besitzt einige Eigentümlichkeiten, durch welche er sich von anderen Teilen der Physik wesentlich unterscheidet, so vor allen Dingen darin, daß keinerlei spezielle Hypothesen von irgendwelcher wesentlichen Bedeutung zur Erklärung der in Betracht kommenden Erscheinungen herangezogen werden brauchen, wie dies z. B. für die Grundhypothesen in der Lehre von dem Lichte, Magnetismus und in der Elektrizitätslehre der Fall ist. Es rührt dies daher, daß die Schwingungsbewegungen der Materie, die untrennbar mit dem Schall verknüpft sind, in vielen Fällen unmittelbar wahrgenommen werden; man kann sie sehen, fühlen — ihre Realität kann nicht dem geringsten Zweifel unterliegen. Infolgedessen ist die Erklärung der zur Akustik gehörigen Erscheinungen ganz und gar auf eine bestimmte Aufgabe der Mechanik zurückgeführt, bei deren Lösung keinerlei hypothetische Stoffe, hypothetische Eigenschaften der Materie oder hypothetische Kräfte eine Rolle spielen.

Vom Standpunkte der Mechanik betrachtet, ist die Akustik ein Abschnitt aus der Elastizitätslehre, und zwar der, welcher die verschiedenen besonderen Fälle behandelt, die bei der Ausbreitung von Schwingungsbewegungen in einem elastischen Medium auftreten. Die Reproduktion dieser verschiedenen Fälle ist die Aufgabe der experimentellen Akustik.

Die Akustik hat aber als Lehre von den Schallerscheinungen außer der rein mechanischen noch zwei andere Seiten, welche ein außerordentlich großes Interesse darbieten.

Erstens werden die Schallerscheinungen, übrigens nur innerhalb bestimmter Grenzen, vom Gehörorgane wahrgenommen und rufen Empfindungen hervor, die man als Gehörempfindungen bezeichnet. Dies ist von großem Einfluß auf die Methode der Beobachtung der Schallerscheinungen, denn über ihr Vorhandensein urteilt man meist nach der subjektiven Hörempfindung. Infolgedessen ist das Ohr in der Akustik der wichtigste physikalische Apparat; es muß daher selbstverständlich auch hier auf den Bau des Gehörorgans eingegangen und die Art betrachtet werden, auf welche es Schallschwingungen wahrnimmt. Endlich ist auch das Sprachorgan als Schallquelle für die Akustik von Bedeutung.

Zweitens steht die Akustik mit einer der wichtigsten und unter der Menschheit verbreitetsten Künste — der Musik — im Zusammenhang. Dieser Zusammenhang zwischen der Akustik, als einem Teile der Physik, und der Musik ist ein unvergleichlich tieferer, als z. B. der zwischen Optik und Malerei.

§ 2. Der Schall. Man hat zwei Schallbegriffe zu unterscheiden, den subjektiven oder physiologischen und den objektiven oder physikalischen.

Der Schall als physiologische Erscheinung ist eine Empfindung besonderer Art, die hervorgerufen wird durch Schwingungen der Materie, welche bis an das Ohr gelangen und dort aufgenommen werden.

Der Schall als physikalische Erscheinung besteht in diesen Schwingungen selbst. Die obigen beiden Begriffe, die wir uns vom Schalle gebildet haben, sind durchaus nicht identisch, da es auch Schwingungen gibt, welche vom Gehörorgan nicht wahrgenommen werden, trotzdem sie sich durch keinerlei wesentliche Eigenschaften von den Schwingungen unterscheiden, die auf das Gehör einwirken. Man spricht in diesem Falle von unhörbaren Tönen. Die Ursachen für das Fehlen einer physiologischen Wirkung kann z. B. darauf beruhen, daß der Schall zu schwach oder durch eine zu große oder zu geringe Zahl von Schwingungen (Tonhöhe, vgl. S. 21) hervorgerufen ist. Hierbei tritt noch die Erscheinung auf, daß ein und derselbe (z. B. sehr leise oder sehr hohe) Ton vom Gehörorgan einiger Menschen wahrgenommen wird, von dem anderer dagegen nicht. Für erstere ist also dort eine physiologische Schallerscheinung vorhanden, wo sie für letztere fehlt. Eine objektive, physikalische Schallerscheinung kann indes auch in dem Falle vorhanden sein, wo die physiologische überhaupt für keinen Menschen mehr existiert.

Die Akustik als Abschnitt der Physik hat es vorzugsweise mit den physikalischen Schallerscheinungen zu tun.

Zur Erzeugung „unhörbarer“ Töne ist die Galtonsche Pfeife sehr geeignet. Es ist dies eine kleine Pfeife, deren Länge verringert werden kann; ihr offenes Ende ist durch eine Kautschukröhre mit einem Gummiball verbunden. Drückt man auf den Ball, so treibt man aus demselben Luft in die Pfeife, welche alsdann einen scharfen Ton erschallen läßt. Verkürzt man die Röhre allmählich, so erhält man immer höhere Töne, die schließlich von einigen Personen nicht mehr wahrgenommen werden, während andere sie noch hören können. Endlich, bei noch weiterem Verkürzen der Pfeife, hört der Ton als physiologische Erscheinung überhaupt für jedermann auf, während es doch keinem Zweifel unterliegen kann, daß die physikalische Schallerscheinung immer noch vorhanden ist. Die Galtonsche Pfeife ist genauer von M. Edelmann (1900) untersucht worden.

Auch mit Hilfe kurzer Metallstäbe, die an Fäden aufgehängt sind (s. Fig. 32, S. 70), kann man unhörbare Töne erzeugen. Beim Anschlagen geben die längeren einen hohen Ton; je kürzer der Stab ist, desto höher wird er, bis er bei genügender Verkürzung des Stabes unhörbar wird.

§ 3. Schallquellen. Als Schallquellen dienen feste, flüssige und gasförmige Körper, die in mehr oder weniger schnelle Schwingungsbewegungen versetzt sind. Es mögen hier zunächst einige Worte über die festen tönenden Körper (Saiten, Stimmgabeln, Glocken) Platz finden.

In ähnlicher Weise wie ein Pendel nur eine bestimmte Anzahl von Schwingungen pro Sekunde ausführen kann, die von seinen geometrischen und physikalischen Eigenschaften und von der Größe der einwirkenden äußeren Kraft abhängt, so kann auch ein gegebener Körper, wenn er unter dem Einfluß innerer Kräfte als Ganzes schwingt, nur eine bestimmte Schwingungszahl besitzen, die von seiner geometrischen Form, seiner Zusammensetzung und seinem physikalischen Zustande (z. B. seiner Temperatur) abhängt. Man findet jedoch, daß sich ein Körper gewissermaßen von selbst in Teile teilen kann, die dann einzeln schwingen. Hierbei wird die Schwingungszahl eine andere. Streicht man die Enden der Zinken einer Stimmgabel mit einem Violinbogen an, so erhält man eine gewisse Schwingungszahl; eine ganz andere Schwingungszahl erhält man, wenn man die Zinken etwas unterhalb ihrer Mitte anstreicht.

§ 4. Ausbreitung des Schalles. Ein tönender Körper ruft in der umgebenden Luft longitudinale Schwingungsbewegungen hervor, die sich nach allen Seiten hin ausbreiten. An einem Schallstrahle entlang wechseln Verdichtungen und Verdünnungen (Bd. I, .Abt. 1, S. 167) miteinander ab, so daß sie am Strahle mit einer gewissen Geschwindigkeit gleichsam dahingleiten; letztere bezeichnet man als Schallgeschwindigkeit. Der Abstand der Mittelpunkte zweier benachbarter Verdichtungen oder Verdünnungen oder überhaupt zweier auf dem Strahle einander zunächst gelegener Teilchen, die sich in gleicher Phase befinden, ist die Wellenlänge λ , die mit der Schallgeschwindigkeit V , der Schwingungsdauer T und der Schwingungszahl N durch folgende Gleichungen verbunden ist:

$$\lambda = VT; \quad V = N\lambda; \quad NT = 1 \dots (1)$$

Die Schallschwingungen rufen, wenn sie das Gehörorgan erreicht haben, eine physiologische Schallerscheinung hervor, falls sich die Zahl N zwischen gewissen bestimmten Grenzen (Kap. X, § 6) befindet. Die Schallschwingungen können sich nicht nur in einem gasförmigen, sondern auch in einem flüssigen und festen Medium fortpflanzen. Die Schallgeschwindigkeit hängt von der Art des Mediums und seinem physikalischen Zustande ab.

Auf einen wichtigen Umstand muß schon an dieser Stelle hingewiesen werden: man kann die von einem tönenden Körper erzeugten Schwingungen immer als das Resultat der Interferenz (Bd. I, Abt. 1, S. 170) zweier sich begegnender Schwingungen betrachten, nämlich der Schwingungen, die sich in diesem Körper in einer gewissen Richtung ausbreiten und der, welche von den Rändern oder Punkten, in denen der Körper befestigt ist, ausgehen. Hierbei treten, wie wir gesehen haben (Bd. I, Abt. 1, S. 175), stehende Wellen (mit Bäuchen und Knoten) auf, und solcher Art sind auch wirklich die Schwingungen tönender Körper. Sonach ist die Aufgabe, die Schwingungsgesetze tönender Körper zu ermitteln, auf die Untersuchung der Gesetze, nach welchen sich die Schwingungsbewegungen in diesen Körpern ausbreiten, zurückgeführt.

§ 5. Schallstärke und Tonhöhe. Die Töne teilt man zunächst in einfache oder musikalische Töne und in zusammengesetzte ein. Ein einfacher oder musikalischer Ton wird erhalten, wenn der tönende Körper eine streng harmonische Schwingungsbewegung vollführt; diese Bewegung überträgt sich auf die Luft, deren Teilchen ebenfalls einfache harmonische Schwingungen nach dem Gesetze (Bd. I, Abt. 1, S. 132)

$$s = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (2)$$

vollführen, wobei s die Strecke ist, um welche sich ein Teilchen in der Zeit t aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, a die Amplitude und T die Dauer einer vollen Schwingung.

Die einfachen Töne können sich voneinander nur durch ihre Stärke und Höhe unterscheiden.

Die Stärke eines einfachen Tones wird durch die Energie der Schwingungsbewegung gemessen, welche, wie wir sahen (Bd. I, Abt. 1, S. 137), dem Quadrate der Amplitude proportional ist. Es ist also die Tonstärke proportional dem Quadrate der Amplitude (Schwingungsweite). Eine solche Definition ist indes nicht anwendbar, wenn man die Stärke von Tönen, die sich in verschiedenen Gasen ausbreiten, miteinander vergleichen will oder die Stärke von Tönen, welche ungleiche Höhe, oder was dasselbe ist, eine verschiedene Schwingungszahl besitzen. Im letzten Falle kann man nicht einmal von einer relativen Stärke der physiologisch (subjektiv) wahrnehmbaren Töne reden. Die wahre Stärke eines physikalischen Tones ist die Energiemenge, welche in der Zeiteinheit eine zum Schallstrahl senkrechte Flächeneinheit durchsetzt. Wir hatten (Bd. I, Abt. 1, S. 137) für die Energie der Schwingungsbewegung die Formel $J = \frac{2\pi^2 a^2}{T^2} m$ gefunden, wo m die schwingende Masse war. In der Zeiteinheit geht durch den Flächen-

raum S die Energie hindurch, welche in einer Säule von einer Länge gleich der Schallgeschwindigkeit V enthalten ist. Es ist also $m = VS\delta$; für $S = 1$ ist $m = V\delta$, wenn δ die Dichte des Mediums bedeutet.

Setzt man ferner $T = \frac{1}{N}$, so ist

$$J = 2\pi^2 N^2 a^2 \delta V \dots \dots \dots (3)$$

Die Stärke eines Tones von gegebener Höhe ist also proportional der Schallgeschwindigkeit, der Dichte des Mediums und dem Quadrate der Amplitude.

Die Messungen der Schallstärke in einem gegebenen Orte des Raumes sind mit großen Schwierigkeiten verbunden. Einen Versuch in dieser Richtung hat *Cauro* gemacht; er beobachtete mittels eines Mikroskops die Schwingungen einer dünnen elastischen Platte, welche sich an dem betreffenden Orte befand. *Oberbeck*, *Stern* und *Hornstein* haben den Versuch gemacht, das Mikrophon zur Messung der Schallstärke zu verwenden. Eine andere Methode hat *Rayleigh* angegeben. Stehende Schallwellen von der räumlichen Energiedichte E üben auf eine vollkommen reflektierende, zur Schalleitung senkrechte Wand einen Druck p aus, der sich aus der Formel

$$p = E \frac{(k + 1)}{2}$$

ergibt, wo $k = c_p/c_v$ ist (Bd. I, Abt. 2, S. 94).

Auf sinnreiche Weise hat *Altberg*¹⁾ (1903) diesen Druck gemessen und dadurch die Schallintensität in absolutem Maß bestimmt. Andere Methoden zur Bestimmung der Schallstärke beruhen auf der Messung des Luftdruckes in Resonatoren, Ventilen usw., ferner auf die Einstellung des sogenannten *Rayleighs*chen Scheibchens. Die letztere Methode beruht auf der von *Rayleigh* (1882) gemachten Beobachtung, daß ein leichtes, um eine vertikale Achse drehbares Scheibchen sich senkrecht gegen die Richtung alternierender Luftströmungen einstellt. Auf dieser Basis hat *Grimsehl* einen Apparat gebaut, den er *Phonometer* nannte. Einen Vergleich der einzelnen Methoden hat *Zernow* (1906 bis 1908) durchgeführt.

Die Höhe eines Tones ist als relative Größe ein Begriff, welcher nicht definiert werden kann, der indes jedem klar ist und unmittelbar zur Vorstellung gelangt, wenn man die von zwei verschiedenen Tönen hervorgerufenen Eindrücke miteinander vergleicht. Die Tonhöhe hängt von der Schwingungszahl N ab. Geht man von irgendeinem Tone mit der Schwingungszahl N aus und kommt zu immer höheren und höheren, so gelangt man schließlich zu einem Tone, der uns dem Ausgangstone

¹⁾ *Altberg* benutzt die von *Rayleigh* früher abgeleitete, für Luftschwingungen nicht genaue Formel $p = E$ (vgl. Bd. I, Abt. 2, S. 280).

am nächsten zu stehen scheint, mit ihm am ehesten verschmilzt. Dieser Ton heißt die Oktave jenes Grundtones und seine Schwingungszahl ist gleich $2N$. Zwischen dem gegebenen Tone und seiner Oktave wird eine Reihe von Zwischentönen eingeschaltet, welche die einfachste Tonleiter bilden. Benennung und Schwingungszahl dieser Töne sind die folgenden:

Namen der Töne	{	<i>ut (do)</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	<i>ut</i>
		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h (b)</i>	<i>c</i>
Schwingungszahlen		N	$\frac{9}{8}N$	$\frac{5}{4}N$	$\frac{4}{3}N$	$\frac{3}{2}N$	$\frac{5}{3}N$	$\frac{15}{8}N$	$2N$

Die in der zweiten Reihe befindlichen Namen der Töne sind die in Deutschland und England gebräuchlichen; in England braucht man jedoch statt *h* die Bezeichnung *b*; der Ton *ut* wird auch *do* genannt.

Um die aufeinander folgenden Oktaven voneinander zu unterscheiden, setzt man der Tonbenennung Zahlen oder Striche bei oder führt die Buchstaben des großen Alphabets ein. Im folgenden sind die gebräuchlicheren Bezeichnungsweisen der Oktaven und die angenäherten Schwingungszahlen für „*ut*“ oder „*c*“ in denselben zusammengestellt:

<i>ut</i> ₋₂	<i>ut</i> ₋₁	<i>ut</i> ₁	<i>ut</i> ₂	<i>ut</i> ₃	<i>ut</i> ₄	<i>ut</i> ₅	<i>ut</i> ₆	<i>ut</i> ₇
$C_2 (C_{11})$	$C_1 (C_1)$	$C (C_0)$	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c''</i>	<i>c'''</i>	<i>c''''</i>	<i>c'''''</i>
<i>c</i> ₋₃	<i>c</i> ₋₂	<i>c</i> ₋₁	<i>c</i> ₀	<i>c</i> ₁	<i>c</i> ₂	<i>c</i> ₃	<i>c</i> ₄	<i>c</i> ₅
$\underline{\underline{c}}$	$\underline{\underline{c}}$	$\underline{\underline{c}}$	<i>c</i>	\bar{c}	$\bar{\bar{c}}$	$\bar{\bar{\bar{c}}}$	$\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$	$\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}}$
<i>c</i> ₂	<i>c</i> ₁	<i>c</i> ₀	<i>c</i> ⁰	<i>c</i> ¹	<i>c</i> ²	<i>c</i> ³	<i>c</i> ⁴	<i>c</i> ⁵
$N = 16$	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

Als Normalton, nach welchem man die Musikinstrumente einstimmt, gilt der Ton $la_3 = a^1 = a_1 = \bar{a} = a^1$:



Dieser Ton hat die Schwingungszahl $N = 435$.

Nimmt man *c* als Grundton an, so ist *d* die Sekunde, *e* die (große) Terz, *f* die Quarte, *g* die Quinte, *a* die Sexte, *h* die Septime; das folgende *c* bildet die Oktave usw., das folgende *g* z. B. bildet die Duodezime. Im XI. Kapitel wird von den in der Musik gebräuchlichen Tönen ausführlicher die Rede sein. Hier sei nur noch bemerkt, daß außer den aufgezählten Tonstufen auch zwischen denselben liegende Töne gebraucht werden, die man durch Erhöhung (Zeichen \sharp) oder Erniedrigung (\flat) der genannten Töne erhält. Die Benennungen für diese Töne werden im ersten Falle durch Anhängung der Silbe „*is*“, im letzteren Falle durch die Endsilbe „*es*“ gebildet, z. B. *cis*, *des* usw.

Über die Schwingungszahl der höchsten Töne, welche noch gerade wahrgenommen werden können, gehen die Ergebnisse der verschiedenen

Forscher weit auseinander; als Normalzahl kann man wohl die Zahl von 16000 Schwingungen pro Sekunde ansehen. Die Angaben von Edelman und anderen, die Töne erhalten haben wollen, die sogar bis 170000 pro Sekunde gingen, sind von Schulze widerlegt worden. Akustische Wellen mit dieser Schwingungszahl (Wellenlänge ungefähr 2 mm) lassen sich zwar erzeugen, aber sie sind nicht mehr hörbar.

Noch kleinere Wellen haben Altberg (1907) durch Funkenentladung von Kondensatoren (etwa 1 mm) und E. Dieckmann (1908) (etwa 0,4 mm) beim Brennen eines Poulson-Lichtbogens (s. Bd. V) erhalten.

§ 6. Klangfarbe oder Timbre; Geräusch. Die musikalischen Töne können als absolut reine Schalllaute sich nur durch Höhe und Stärke voneinander unterscheiden. In Wirklichkeit jedoch zeigt es sich, daß Töne von offenbar gleicher Höhe, die von verschiedenen musikalischen Instrumenten hervorgebracht werden, wie von einer Geige, Flöte, einem Klavier usw., einen gewissen qualitativen Unterschied aufweisen. Dasselbe gilt vom Gesange verschiedener Personen oder auch wenn eine Person auf denselben Ton die verschiedenen Vokale singt. Der hierbei auftretende qualitative Unterschied wird durch eine Eigenschaft charakterisiert, die man Timbre oder Klangfarbe der Töne nennt. Dieser Unterschied stammt daher, daß alle genannten Töne keine einfachen, reinen Töne sind, wie sie der harmonischen Schwingungsbewegung entsprechen, sondern aus einer ganzen Reihe von Tönen verschiedener Höhe und Stärke zusammengesetzt sind. Diese „Nebentöne“ (Partialtöne), welche auch als „harmonische Obertöne“ bezeichnet werden, entstehen dadurch, daß ein Körper nur selten als Ganzes die möglichst einfachen Schwingungen ausführt. Fast immer mischen sich dem Grundtone, welcher diesen Schwingungen entspricht, weitere Töne bei; letztere entstehen dadurch, daß der Körper auch in Teilen schwingt, in die er sich zu zerlegen vermag. Eine derartige Teilung kann gleichzeitig auf eine ganze Reihe von Arten erfolgen, wobei denn auch eine ganze Reihe von Nebentönen entsteht.

Wir wollen dies durch das Beispiel einer gespannten Saite erläutern. Während die Saite als Ganzes schwingt und die Schwingungszahl N hat, welche z. B. dem Tone c entspricht, teilt sie sich auch in zwei gleiche Teile, deren jeder $\frac{1}{2} N$ Schwingungen in der Sekunde macht. Hierdurch tritt zu dem Grundtone c noch das c der nächst höheren Oktave hinzu. Gleichzeitig teilt sich die Saite in drei gleiche Teile, deren jeder die Schwingungszahl $\frac{2}{3} N$ hat und mithin das g der Oktave gibt; jedes Viertel der Saite macht $\frac{3}{4} N$ Schwingungen, jedes Fünftel $\frac{4}{5} N$ Schwingungen usw., wodurch das c , das e der zweiten Oktave usw. erzeugt werden. Alle Nebentöne mischen sich dem Grundtone bei und geben ihm eine besondere Tonfärbung oder Klangfarbe.

Zahl, Höhe und Stärke der Nebentöne können unendlich verschiedenartig sein, weshalb auch die Färbungen des Grundtones unendlich mannigfache sein können.

Die einzelnen harmonischen Schwingungen, welche dem Grundtone und den Nebentönen entsprechen, kombinieren sich für jeden Punkt des tönenden Körpers zu einer zusammengesetzten Schwingung, in der Art, wie dies in Bd. I, Abt. 1, durch die Figuren 50 bis 52 verbildlicht war; doch stellen jene Figuren noch relativ sehr einfache Fälle dar.

Aus diesen Erläuterungen geht hervor, daß die Klangfarbe von der Form der Schwingungsbewegung abhängt; die Form der Schwingungsbewegung ist aber bedingt durch die Kombination einer harmonischen Schwingungsbewegung mit einer ganzen Reihe anderer Schwingungen von anderer Periode und Amplitude. Hierbei ist indes zu beachten, daß nach der Theorie von Helmholtz, die durch eine große Reihe von Untersuchungen bestätigt worden ist, die Phase der Nebentöne die Klangfarbe nicht beeinflusst. Es können somit zwei Wellenlinien, welche die Schwingungsformen ausdrücken, von sehr verschiedener Gestalt sein, ohne daß sich die Klangfarbe ändert.

Ist die Zahl der Nebentöne sehr groß und sind sie so laut, daß sie den Grundton fast völlig übertönen, so entsteht ein Geräusch. Das Geräusch des Windes, eines Wasserfalles, aneinanderschlagender Körper, ein Stimmgewirr usw. können als Beispiele hierfür dienen. Übrigens kann ein musikalisch geübtes Ohr aus einem Gewirr von Tönen, wie sie in einem Geräusche enthalten sind, nicht selten einige sich gewissermaßen reliefartig abhebende Einzeltöne heraushören. Läßt man aus einiger Höhe auf einen Tisch mehrere hölzerne Stäbe von gleicher Länge, jedoch ungleicher Dicke nacheinander fallen, so nimmt selbst ein ungeübtes Ohr in den aufeinander folgenden Geräuschen gewisse qualitative Unterschiede wahr, die durch die ungleiche Höhe des jedesmal überwiegenden Tones hervorgerufen werden.

§ 7. Abhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung. Die Energie eines tönenden Körpers überträgt sich auf die umgebende Luft und pflanzt sich in ihr von Schicht zu Schicht fort. Bei der Ausbreitung des Schalles hat man den Fall, wo diese nach allen Seiten hin erfolgt, wie z. B. in der freien Luft, von dem Falle der einseitigen Ausbreitung zu unterscheiden, wie sie sich etwa in einem Stabe oder einer luftgefüllten Röhre vollzieht. Im ersten Falle überträgt sich die Schallenergie auf konzentrische Kugeloberflächen, welche proportional den Quadraten der Kugelradien oder den Entfernungen vom tönenden Körper sind. Die Schallstärke, d. h. die Energiemenge, welche in einer Sekunde die Einheit einer Kugeloberfläche durchsetzt, ist gleich der gesamten Energieströmung, dividiert durch die Größe dieser Kugeloberfläche, ist also umgekehrt proportional dem Quadrate des entsprechenden Kugelradius.

Die Schallstärke ist umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung von der Schallquelle, wenn sich der Schall in Luft oder einem anderen unbegrenzten Medium frei ausbreitet.

Experimentell ist das Gesetz, nach welchem sich die Schallstärke mit Zunahme der Entfernung vermindert, zuerst von Vierordt untersucht worden. Er leitete aus seinen Versuchen das merkwürdige Resultat ab, daß die Schallstärke umgekehrt proportional der Entfernung von der Schallquelle sei. M. Wien dagegen findet, daß die Schallstärke umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung ist. K. Schäfer hat aus seinen Versuchen gefunden, daß die Schallstärke in der Nähe der Schallquelle sich etwas weniger, von ihr entfernt dagegen etwas stärker vermindert, als es dem quadratischen Verhältnisse entsprechen würde. Die Versuche von Hesehus haben das quadratische Verhältnis bestätigt; Hesehus hat auch eine Erklärung dafür gegeben, weshalb die Schäferschen Versuche Abweichungen vom wahren Gesetze zeigten.

Einen genaueren Ausdruck für die Abhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung hat Duff (1898) gefunden, indem er die innere Reibung der Gase mit in Betracht zog, sowie den Wärmeaustausch durch Wärmeleitung und Strahlung, welcher die Erwärmung und Abkühlung der abwechselnd verdichteten und verdünnten Schichten begleitet. Er fand bei geringen Entfernungen r vom tönenden Körper für die Schallstärke J folgenden Ausdruck:

$$J = \frac{c}{r^2} \left(1 + \frac{v^2}{4\pi^2 n^2 r^2} \right),$$

wo c einen Proportionalitätsfaktor, n die Schwingungszahl und v die Schallgeschwindigkeit bedeutet. Für große Werte von r erhält man einen Ausdruck von der Form:

$$J = c \frac{e^{-2mr}}{r^2}.$$

Die Versuche (1900) haben gezeigt, daß $m = 0,000033$ ist, wenn man als Längeneinheit ein Zentimeter annimmt. Theoretisch hat dieselbe Frage Lord Rayleigh (1899) behandelt.

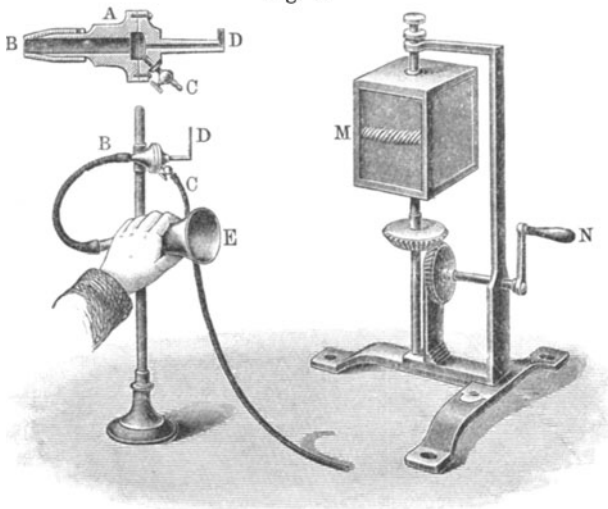
Ein ganz anderes Resultat erhält man für die einseitige Schallausbreitung, z. B. innerhalb einer Röhre, wo die Wellenfläche (Bd. I, Abt. 1, S. 180) eine Ebene ist. In diesem Falle müßte die Schwingungsenergie, also auch die Schallstärke, unverändert bleiben, da die Massen der Luftschichten, zwischen denen eine Energieübertragung stattfindet, die gleichen bleiben. Wenn man nun auch eine solche Unabhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung nicht beobachtet, so überträgt sich doch der Schall durch eine Röhre hindurch auf große Entfernungen, ohne merklich geschwächt zu werden. Dies gilt insbesondere von weiten Röhren; in engen Röhren dagegen erfolgt eine Absorption der Schall-

energie durch die Röhrensubstanz infolge der Reibung der vibrierenden Luft an den Röhrenwandungen und infolge des Überganges der Wärme aus der Luft in die Röhre in den Verdichtungen und umgekehrt in den Verdünnungen.

Nach den Untersuchungen von Neyreneuf (1890) ist die Schallstärke in einer engen Röhre indirekt proportional ihrer Länge, direkt proportional dem Quadrate ihres Querschnitts und hängt außerdem von der Röhrensubstanz ab. Helmholtz und Kirchhoff haben auf theoretischem Wege Formeln für die Größe der Amplitude einer sich in einer Röhre ausbreitenden Schallschwingung abgeleitet.

§ 8. Manometrische Flamme; empfindliche Flamme. Nicht immer ist es bequem oder gar möglich, das Vorhandensein einer Schallschwingung direkt durch das Gehör zu beobachten. Wir wollen daher hier auf einige Methoden hinweisen, nach denen man mit Hilfe einer Leucht-

Fig. 7.

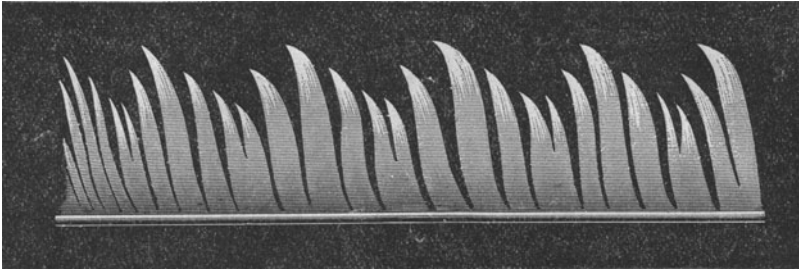


gasflamme Schallschwingungen zur Anschauung bringen kann. Eine Leuchtgasflamme ist gegen Elastizitätsänderungen des Leuchtgases sehr empfindlich; sie wird größer oder kleiner entsprechend der Elastizitätszunahme oder -abnahme. Diese Erscheinung benutzt man bei den sogenannten manometrischen Flammen. Der hierzu dienende Apparat, sogenannte Königsche Kapsel, ist in Fig. 7 abgebildet und sein wesentlichster Teil gesondert im Durchschnitt dargestellt. Das Röhrende *B* ist durch einen Gummischlauch mit einem Schalltrichter *E*, vor dem der tönende Körper aufgestellt wird, verbunden. Bei *A* erweitert sich der Hohlraum des hölzernen Ansatzstückes und ist daselbst durch

eine elastische Membran in zwei Hälften geteilt, von denen die eine mit *B*, die andere mit der Brenneröffnung *D* kommuniziert, während durch die seitliche Röhre *C* Leuchtgas zuströmt, das bei *D* entzündet wird. Die Schallschwingungen teilen sich der elastischen Membran mit, rufen im Leuchtgase entsprechende Druckänderungen hervor, die ihrerseits genau entsprechende Änderungen der Flammenhöhe bewirken. Erfolgt die Schallschwingung nach irgendeinem noch so komplizierten Gesetze, so drückt sich dasselbe auch durch die Höhenänderungen der Flamme aus.

Um die Vibrationen der Flamme zu erkennen, beobachtet man letztere durch ebene Spiegel, welche die Seitenflächen eines Parallelepipedons *M* darstellen und durch Zahnradübertragung mittels der Handhabe *N* in schnelle Rotation versetzt werden. Ist die Flamme in Ruhe,

Fig. 8.



so erscheint sie im rotierenden Spiegel als heller Streifen von gleichbleibender Breite; vibriert die Flamme dagegen in vertikaler Richtung, so sieht man einen Streifen, dessen oberer Rand mit Zähnen besetzt ist. Bei sehr heftigen Schwingungen teilt sich fast der ganze Streifen in Flämmchen, und zwar in solche von gleicher Höhe für einfache und von verschiedener Höhe für kompliziertere Schwingungen. In Fig. 8 ist der Fall dargestellt, wo sich der Streifen in Flämmchen von ungleicher Höhe geteilt hat, wodurch die Kompliziertheit der auf die manometrische Flamme wirkenden Schwingung gezeigt wird. E. Nichols und E. Merritt haben das Bild der manometrischen Flamme im rotierenden Spiegel photographiert.

Eine empfindliche Flamme erhält man, wenn man das zu entzündende Gas unter hohem Druck aus einer kleinen Öffnung ausströmen läßt. Es bildet sich dann eine (bis zu 40 cm) hohe Flamme (Fig. 9, I.), die schmal, ziemlich hell und gegen hohe Töne überaus empfindlich ist; sie wird durch letztere verkürzt (Fig. 9, II.), nimmt an Breite zu und läßt dabei ein zischendes Geräusch ertönen. Das Geräusch eines Schlüsselbundes, eines Piffs, gesprochenes scharfer Zischlaute bringen eine starke Wirkung auf die empfindliche Flamme hervor; besonders

stark wirken auf sie jene hohen Töne einer Galtonschen Pfeife (S. 17) ein, die vom Ohre nicht mehr wahrgenommen werden. Eine theoretische Erklärung der an empfindlichen Flammen wahrgenommenen Erscheinungen hat Bouty geliefert. Eine einfache Vorrichtung zur Herstellung des für eine genügende Empfindlichkeit der Flamme erforderlichen Gasdruckes hat K. Schaefer beschrieben. Eine dünne Rauch- oder Luftsäule, welcher man, um sie sichtbar zu machen, Ammoniakgas und HCl-Dämpfe beigemischt hat (es bilden sich hierbei weiße Salmiaknebel), ist, wenn sie unter hohem Drucke einer kleinen Öffnung entströmt, ebenfalls empfindlich.

Bisweilen bedient man sich auch einer anderen Art von empfindlichen Flammen; dieselben erhält man dadurch, daß man Leuchtgas unter geringem Druck aus einer vertikalen Röhre aufsteigen läßt und oberhalb eines metallischen Drahtnetzes entzündet, das sich in geringer Höhe über der Brenneröffnung befindet. Diese Flamme verkleinert sich, wenn hohe Töne auf sie wirken.

Sehr schön lassen sich die Schallschwingungen mit Hilfe einer von Rubens (1904) angegebenen Vorrichtung sichtbar machen, bei der ebenfalls von der großen Empfindlichkeit von mit geringem Überdruck brennenden Gasflammen gegen innere und äußere Druckänderung Gebrauch gemacht wird. $A A_1$ (Fig. 10) ist ein etwa 4 m langes, 8 cm weites

Fig. 9.

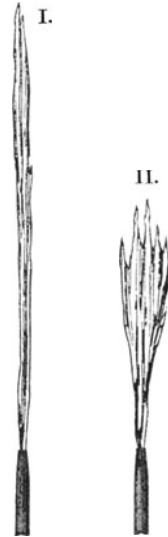
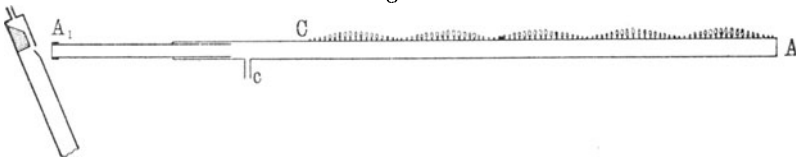


Fig. 10.



Metallrohr, welches an dem einen Ende durch eine Metallplatte A , auf dem anderen durch eine Schweinsblase A_1 verschlossen ist. Vermöge eines Posaunenausuges kann die Gesamtlänge des Rohres verändert werden. Seitlich mündet bei c ein Ansatzrohr, das zur Gaszuführung dient. Auf der am höchsten gelegenen Seitenlinie befindet sich eine Reihe von ungefähr 100 Löchern in gleichem Abstand voneinander. Läßt man nach Entzünden des Leuchtgases in der Nähe der Membran A eine beliebige Schallquelle ertönen, so bilden sich in dem Rohr stehende Wellen aus, welche sich mit überraschender Schönheit und Schärfe durch die verschiedene Helligkeit und Größe der Flämmchen ausdrücken. Die ganze Röhre zwischen A und C ist in gleich lange Strecken geteilt,

deren jede einer halben Wellenlänge entspricht. In der Mitte einer solchen Strecke brennen die Flammen höher und mit leuchtender Helligkeit; an den Enden sind die Flämmchen klein und dunkel. Auf weitere Einzelheiten gehen wir nicht ein; die Theorie dieser Erscheinung ist von Rubens und Krigar-Menzel (1905) entwickelt worden.

Eine weitere Methode, um die Schwingungen der Flammen sichtbar zu machen, hat Marbe (1909) gegeben. Führt man in die Königsche Kapsel (Fig. 7) stark rußende Gase, z. B. Acetylgas, so registrieren sie die Schwingungen auf einem durch die Flammenspitze durchgeführten Papierstreifen, indem sie Rußringe auf demselben absetzen (Fig. 11).

Fig. 11.



Die Anzahl der Ringe entspricht dabei genau der Anzahl der Schwingungen der Flamme. Wie Marbe fand, wird diese selbsttätige Registrierung der Schwingungen auch von gewöhnlichen, rußenden Flammen bewirkt, die nicht mit Königschen Kapseln in Verbindung stehen; eine in die Nähe der Flamme gebrachte Stimmgabel oder eine andere Schallquelle veranlaßt die Flamme zu Schwingungen und beim Hindurchführen eines Papierstreifens durch die Flammenspitze zur automatischen Registrierung. Daß die Rußniederschläge sich als Ringe ausbilden, rührt daher, daß der Ruß in dem leuchtenden Mantel der Flamme enthalten ist. Die Erscheinung ist genauer von Marbe und Seddig (1909) untersucht worden und hat schon vielfach praktische Anwendung in den verschiedensten Gebieten erfahren.

Bei fast allen Apparaten, welche dazu dienen, die Schallschwingungen zu registrieren, benutzt man die Einwirkungen der Schwingungen auf eine Membran, wie z. B. bei der Königschen Kapsel (S. 25). Derartige Apparate geben aber nur dann einigermaßen zuverlässige Ergebnisse, wenn die Schwingungszahl der Membran bzw. des damit verbundenen registrierenden Systems die zu registrierende wesentlich übertrifft. Da die meisten Schallschreiber dieser Bedingung nicht genügen, so sind die mit ihnen erhaltenen Ergebnisse nicht allzu zuverlässig (vgl. Goldhammer, *Ann. d. Phys.* **33**, 192, 1910). Von Garten (1915) ist ein Schallschreiber beschrieben worden, dessen Schwingungszahl bei 2000 liegt; er besteht aus einer eigentümlich geformten Seifenmembran, in dessen Mittelpunkt ein äußerst leichtes, magnetisch festgehaltenes Eisenstäbchen liegt, dessen Schwingungen mit einem Mikroskop vergrößert werden. Ohne Trägheit ist die oben beschriebene Marbesche Flamme.

Literatur.

Lehrbücher der Akustik:

- Melde: Akustik (Internat. wiss. Bibl. **56**). Leipzig 1883.
 Zellner: Vorträge über Akustik. Leipzig 1892. 2 Bände.
 Blaserna: Theorie des Schalles (Internat. wiss. Bibl. **24**). Leipzig 1876.
 Übers. aus dem Italienischen.
 Lord Rayleigh: The theory of sound. London 1877. 2 Bände.
 Everett: Vibratory motion and sound. London 1882.
 Violle: Cours de physique. T. II, partie 1. Paris 1888.
 H. Helmholtz: Die Lehre von den Tonempfindungen. Braunschweig 1870.
 Pisco: Die neueren Apparate der Akustik. Wien 1865.
 Kalähne: Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik, Teil I und II,
 Leipzig 1910 und 1913.

Zu § 2.

- Galton: Inquiries into human faculty etc. p. 375, 1883.
 M. Edelmann: Ann. d. Phys. **2**, 469, 1900.

Zu § 5.

- J. Cauro: Journ. de physique (3) **8**, 483, 1899.
 Oberbeck: Wied. Ann. **13**, 222, 1881.
 Stern: Mikrophonische Tonstärkemessung. Diss. Leipzig 1890.
 Hornstein: Versuche über Schallmessung. Diss. Tübingen 1899.
 Grimsehl: Wied. Ann. **34**, 1028, 1888.
 Altberg: Ann. d. Phys. **23**, 267, 1907.
 Dieckmann: Ann. d. Phys. **27**, 1066, 1908.
 Rayleigh: Phil. Mag. **14**, 186, 1882.
 Zernov: Ann. d. Phys. **21**, 131, 1906; **26**, 79, 1908.
 F. A. Schulze: Ann. d. Phys. **24**, 806, 1907.

Zu § 7.

- Neyreneuf: Ann. chim. phys. (6) **22**, 368, 1891.
 H. Helmholtz: Wissensch. Abhandl. **1**, 333; Crelles Journ. **57**, 1, 1859.
 G. Kirchhoff: Gesammelte Abhandl., S. 540; Pogg. Ann. **134**, 177, 1868.
 K. Vierordt: Wied. Ann. **18**, 471, 1883; **19**, 207, 1884; **21**, 509, 1884.
 W. Wundt: Wied. Ann. **18**, 695, 1883.
 M. Wien: Wied. Ann. **36**, 834, 1889.
 K. Schäfer: Wied. Ann. **57**, 785, 1896.
 N. Hesehus: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **18**, 268, 1886; **28**, 195, 1896.
 Bouty: Journ. d. Phys. (3) **4**, 401, 1895; **5**, 404, 1896.
 Duff: Phys. Rev. **6**, 129, 1898; **11**, 65, 1900.
 Rayleigh: Phil. Mag. (5) **47**, 308, 1899.

Zu § 8.

- E. Nichols and E. Merritt: Phys. Rev. **7**, 93, 1898.
 Rubens: Ber. d. D. Phys. Ges. **6**, 351, 1904.
 Rubens und Krigar-Menzel: Ann. d. Phys. **17**, 154, 1905.
 Marbe: Physik. Zeitschr. **7**, 543, 1906; **8**, 92, 215, 1907.
 Marbe und Seddig: Ann. d. Phys. **30**, 579, 1909.
 K. Schaefer: Ann. d. Phys. **48**, 109, 1915.
 Garten: Ann. d. Phys. **48**, 273, 1915.

Drittes Kapitel.

Die Geschwindigkeit des Schalles.

§ 1. **Schallgeschwindigkeit in Gasen.** Die Schallschwingungen sind longitudinale Schwingungen, daher wird ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit mit Hilfe der in Kap. I, § 11 hergeleiteten Formeln bestimmt. Die von Newton stammende Formel (31), S. 15, ist unter der Voraussetzung abgeleitet worden, daß sich der Zustand eines Gases isothermisch ändert; sie lautet:

$$V = \sqrt{\frac{p}{\delta}} = \sqrt{\frac{p g}{D}} \cdot \dots \dots \dots (1)$$

wo p der Gasdruck, ausgedrückt beispielsweise in Kilogrammen pro Quadratmeter der Oberfläche, δ die Masse, D das Gewicht der Volumeneinheit Luft (eines Kubikmeters in Kilogrammen) und g die Beschleunigung der Erdschwere in $\frac{\text{m}}{(\text{sec})^2}$ Einheiten, d. h. $g = 9,81$, ist.

Setzt man $p = 10\,333 \frac{\text{kg}}{\text{qm}}$ und $D = 1,293 \text{ kg}$, so erhält man für die Schallgeschwindigkeit in Luft von 0° den Wert $V = 280 \text{ m}$.

Diese Zahl ist um 18 Proz. kleiner als der wahre Wert der Schallgeschwindigkeit in Luft bei 0° .

Zieht man die bei den Verdünnungen und Verdichtungen auftretenden Temperaturänderungen mit in Betracht, so erhält man, wie wir sahen, die Laplacesche Formel (33) (S. 15):

$$V = \sqrt{\frac{p}{\delta} k} = \sqrt{\frac{p g k}{D}} \cdot \dots \dots \dots (2)$$

Für Luft ist $\sqrt{k} = \sqrt{1,41} = 1,187$ (wahrscheinlich ist der genauere Wert $\sqrt{1,405} = 1,185$). Für Luft von 0° gibt diese Formel

$$V = 280 \times 1,187 = 333,4 \frac{\text{m}}{\text{sec}},$$

welcher Wert sich den Resultaten, die aus den Beobachtungen gefunden sind, sehr stark nähert.

In Formel (2) kann man die Größe p durch $H\delta_1$ ersetzen, wo H der Barometerstand in Millimetern, δ_1 die Dichte des Quecksilbers ist, vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 46, Formel (31); läßt man die Luftfeuchtigkeit außer acht, so gilt für das Gewicht D eines Kubikmeters Luft bei einem Barometerstande H und der Temperatur t die Formel

$$D = D_0 \frac{H}{760 (1 + \alpha t)} \cdot \dots \dots \dots (2a)$$

wo D_0 das Gewicht eines Kubikmeters Luft beim Barometerstande von 760 mm und bei 0° , α der Ausdehnungskoeffizient der Luft ist. Setzt man also in Formel (2) statt p das Produkt $H\delta_1$ und statt D diesen Ausdruck, so erhält man

$$V = \sqrt{\frac{760 g \delta_1 k}{D_0}} (1 + \alpha t) = V_0 \sqrt{1 + \alpha t} \dots (3)$$

wo V_0 die Schallgeschwindigkeit bei 0° bedeutet. Die Größe H ist in diesem Ausdruck fortgefallen, wir erhalten somit das folgende Ergebnis:

Die Schallgeschwindigkeit hängt in einem trockenen Gase von dessen Spannung nicht ab. Setzt man in (3) $\alpha = \frac{1}{273}$ und führt die absolute Temperatur $T = 273 + t$ ein, so ergibt sich die Formel

$$V = V_0 \sqrt{\frac{T}{273}} \dots (4)$$

Die Schallgeschwindigkeit in einem Gase ist der Quadratwurzel aus seiner absoluten Temperatur proportional.

Ist für ein anderes Gas das Verhältnis der beiden Wärmekapazitäten gleich k' , das Gewicht eines Kubikmeters bei 0° gleich D'_0 und die Schallgeschwindigkeit gleich V' , so ist nach Formel (3)

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{k' D_0}{k D'_0}} \dots (5)$$

Für viele Gase hat k nahezu den gleichen Wert 1,41, man kann dann in (5) $k = k'$ setzen. Beziehen sich V und D_0 auf Luft, so ist das Verhältnis $\frac{D'_0}{D_0} = \mathcal{A}$ die auf die Luft bezogene Gasdichte. Man erhält daher:

$$V' = \frac{V}{\sqrt{\mathcal{A}}} \dots (6)$$

Bei gleicher Temperatur sind die Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Gasen, die dasselbe Verhältnis der spezifischen Wärmen besitzen, umgekehrt proportional den Quadratwurzeln aus den (auf Luft bezogenen) Gasdichten.

Für den Wasserstoff ist $V' = 3,80 V$, für CO_2 ist $V' = 0,801 V$. Die Formel (3) ist nicht ganz genau, wenn man sie auf wasserdampfhaltige Luft anwendet. Will man eine genauere Formel aufstellen, so muß man (2a) ersetzen durch

$$D = D_0 \frac{H - 0,378 h}{760 (1 + \alpha t)} \dots (7)$$

wobei D_0 für trockene Luft gilt und h die Dampfspannung bei t bedeutet. Führt man diesen Wert von D und $p = H\delta_1$ in Formel (2) ein, so erhält man

$$V = \sqrt{\frac{760 g H \delta_1 k (1 + \alpha t)}{D_0 (H - 0,378 h)}} \dots \dots \dots (8)$$

Diese Formel zeigt, daß die Schallgeschwindigkeit in der Luft vom Luftdrucke abhängt; sie ist auch von der Luftfeuchtigkeit abhängig.

§ 2. Experimentelle Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit in Gasen. Bis auf Regnault wurde die Schallgeschwindigkeit dadurch bestimmt, daß man die Zeit t maß, welche von dem Augenblicke an verfloß, wo der Beobachter den Feuerblitz eines zu nächstlicher Zeit in möglichst großer Entfernung abgefeuerten Schusses erblickte, bis zu dem Augenblicke, wo er den Knall hörte. Kannte man die Entfernung s zwischen dem Orte A , von dem aus geschossen wurde, und dem Orte B , an welchem sich der Beobachter befand, so war es leicht, die Schallgeschwindigkeit $V = \frac{s}{t}$ zu finden. Die Zeit t wurde mit Hilfe von Chronometern bestimmt.

Auf die nach obiger Methode gefundene Zeit t muß die Windgeschwindigkeit von Einfluß sein. Fällt nämlich die Windrichtung mit der Richtung der Geraden AB zusammen, so ist das gesuchte $V = \frac{1}{2} (V_1 + V_2)$, falls V_1 und V_2 die Werte für die Schallgeschwindigkeit sind, welche man erhält, wenn von A nach B und von B nach A abwechselnd geschossen wird und sich an beiden Orten Beobachter befinden. Fällt die Windrichtung nicht mit AB zusammen, so muß man sich, wie van Rees gezeigt hat, einer komplizierteren Formel bedienen.

Der erste Versuch einer Bestimmung der Schallgeschwindigkeit ist von Mersenne (1640) gemacht worden; er erhielt $V = 448$ m. Dann fanden die Mitglieder der Accademia del Cimento Borelli und Viviani (1656) den Wert $V = 361$ m, Boyle (1700) erhielt $V = 351$ m usw. Im Jahre 1708 wies Derham auf den Einfluß des Windes hin.

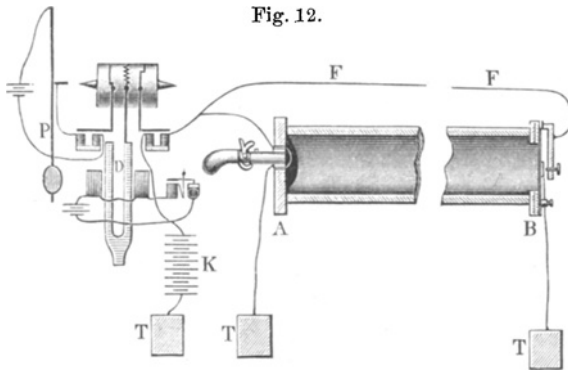
Im Jahre 1738 führten die Mitglieder der französischen Akademie Cassini de Thury, Laccaille und Maraldi eine Bestimmung von V in der Umgegend von Paris aus. Sie fanden für 0° als Schallgeschwindigkeit den Wert 332 m. Von den zahlreichen späteren Bestimmungen beanspruchen ein besonderes Interesse die berühmten, in der Nacht vom 21. auf den 22. Juni 1822 in der Umgegend von Paris zwischen den 18 622 m entfernten Ortschaften Monthlery und Villejuif ausgeführten Beobachtungen. An denselben beteiligten sich Arago, Prony, Mathieu, Gay-Lussac, Bouvard und Humboldt. Als Endergebnis wurde für 0° und $H = 760$ mm der Wert $V = 330,8$ m erhalten.

Im Jahre 1823 nahmen Moll und Van-Beeck Bestimmungen in der Umgegend von Amsterdam vor und fanden für 0° und $H = 760$ mm den Wert $V = 332,05$ m. Nachher wurden an ihren Berechnungen einige Korrekturen angebracht, wodurch sich der Wert $V = 332,77$ m ergab.

Frot hat (1898) die Schallgeschwindigkeit nach einer etwas modifizierten Methode bestimmt und dabei für 0° und $H = 760$ mm den Wert $V = 330,7$ m gefunden.

Die Messungen, welche Parry in den Jahren 1822 bis 1824 in den nördlichen Polarregionen anstellte, sowie die von Kendall während der Franklinschen Expedition 1825 bei -40° ausgeführten Beobachtungen, endlich Messungen, die man in der Schweiz in verschiedenen Höhen vornahm, geben Resultate, die mit den theoretischen Formeln im Einklang stehen.

Die Versuche von Regnault. In den Jahren 1862 bis 1866 bestimmte Regnault die Schallgeschwindigkeit in Gas- und Wasserleitungsröhren, welche während jener Zeit in Paris angelegt wurden. Die Anordnung seiner Versuche ist aus Fig. 12 ersichtlich.



Das Ende A der Röhre AB war durch eine Platte verschlossen, durch deren Mitte hindurch der Lauf einer Pistole ragte; das Ende B war mit einer elastischen Membran bespannt, in deren Mitte eine kleine zur Erde T abgeleitete Metallplatte angebracht war. Die Batterie K stand mit der Erde T und einem kleinen Elektromagneten in Verbindung, von dem aus sich der Strom verzweigte. Die eine Leitung FF führte zu einer Schraube, deren Spitze sich in der Nähe der erwähnten Metallplatte befand; der andere Leitungsdraht führte an der Mündung der Pistole vorüber zur Erde T .

Drei nebeneinander befindliche Stifte berührten die Oberfläche eines sich mit konstanter Geschwindigkeit drehenden Zylinders, der mit einem Bogen geschwärzten Papiers bedeckt war. Der rechts befindliche Stift stand mit dem Anker des Elektromagneten in Verbindung, auf

den die Batterie K wirkte. Der mittlere Stift zeichnete eine Wellenlinie, die den Schwingungen der Stimmgabel D entsprach, der links befindliche Stift endlich notierte die vom Sekundenpendel P geschlagenen Sekunden (vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 341).

Der Strom von K ist, wie man sieht, durch die Drahtleitung geschlossen, welche an der Pistolenmündung vorüberführt, die andere Leitung ist in B zwischen der Schraubenspitze und der gegenüberliegenden kleinen Metallplatte unterbrochen. Im Augenblicke, wo die Pistole abgefeuert wird, zerreißt der vor ihrer Mündung befindliche Draht, der Elektromagnet läßt den Anker los und der rechts befindliche Stift rückt zur Seite. Sobald die Schallerschütterung das andere Röhrende erreicht hat, biegt sich die elastische Membran nach außen und bringt das Metallplättchen zur Berührung mit der ihm gegenüberliegenden Schraube. Jetzt ist der Batteriestrom wiederum und zwar durch den Draht FF geschlossen; der rechts vor der Trommel befindliche Stift wird daher wieder zur Seite bewegt. Auf diese Weise wird auf der Trommel Anfang und Ende des Zeitabschnittes notiert, während dessen der Schall die Röhre durchsetzt. Gleichzeitig wird das Zeitintervall mittels der Aufzeichnungen erhalten, welche vom Pendel und der Stimmgabel auf der rotierenden Trommel erzeugt werden.

Der Schall wurde in B reflektiert, kehrte nach A und von hier nach B zurück, wo er einen neuen Stromschluß bewirkte, wurde wieder reflektiert usw. Es gelang Regnault, bis zu 20 aufeinander folgende Reflexionen des Schalles an B zu beobachten, so daß derselbe im ganzen 100 km zurückgelegt hatte.

Ähnliche Messungen führte Regnault auch in freier Luft aus. Aus seinen Beobachtungen leitete er folgende Resultate ab:

1. Die Schallstärke nimmt in einer Röhre um so langsamer ab, je kleiner der Röhrendurchmesser ist.
2. Die Schallgeschwindigkeit nimmt mit der Schallstärke etwas zu.
3. Die Schallgeschwindigkeit ist um so geringer, je kleiner der Röhrendurchmesser ist.
4. Die Geschwindigkeit hoher Töne ist geringer als die tiefer Töne. An der Genauigkeit des letzteren Resultats hat jedoch Regnault selbst Zweifel gehegt.

Ferner bestätigten die Regnaultschen Versuche die S. 31 theoretisch abgeleiteten Sätze, daß die Schallgeschwindigkeit von der Gasspannung unabhängig ist.

Für weite Röhren (mit einem Durchmesser von 1,1 m) fand Regnault den Wert $V = 330,6$ m; in freier Luft $V = 330,7$ m. Was den dritten von Regnault gefundenen Satz anlangt, so ist zu bemerken, daß der-

selbe mit der von Helmholtz für die Schallgeschwindigkeit in Röhren gefundenen Formel

$$U = V \left\{ 1 - \frac{\eta}{2R\sqrt{\pi N}} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

vollkommen übereinstimmt. In dieser Formel bedeutet U die Schallgeschwindigkeit, N die Schwingungszahl, R den Röhrenhalbmesser, η ist nach Helmholtz der Koeffizient der inneren Reibung des Gases (Bd. I, Abt. 2, S. 103) und V die Schallgeschwindigkeit im freien Raume. Die Untersuchungen von Kirchhoff und Kayser haben gezeigt, daß die Größe η in obiger Formel keine so einfache Bedeutung besitzt.

Low fand durch seine Versuche die Formel (9) bestätigt; für Luft erhielt er den Wert $\eta = 0,007989$. Nach J. Müller (1903) hat die Formel aber keine allgemeine Gültigkeit, wenn sie auch die Verzögerung, die der Schall in Gasen erleidet, angenähert wiedergibt; die Schallgeschwindigkeit in einer Röhre ist nach den Versuchen dieses Forschers noch abhängig von dem Material derselben; je rauher die Wand und je größer die Wärmeleitung, um so größer ist die Verzögerung. Dies Ergebnis ist von F. A. Schulze (1904) und J. Sturm (1904) bestätigt worden. Theoretisch hat sich mit dieser Frage auch Schweikert (1915) beschäftigt.

Die Richtigkeit des zweiten der Regnaultschen Sätze ist nach Rink zweifelhaft. Beim Abschießen der Pistole erfolgt eine Explosion, und die erste Verdichtung, welche aus der Pistole gewissermaßen herausgeschleudert wird, besitzt eine Geschwindigkeit, welche die des Schalles übertrifft. Es ist wohl zu verstehen, daß man, wenn der durchlaufene Weg von der Pistolenmündung an gerechnet wird, eine um so größere scheinbare Geschwindigkeit erhält, je lauter der Knall, d. h. je stärker die beim Abschießen erfolgte Explosion war. Unter ausschließlicher Benutzung der Versuche von Regnault, bei denen eine wiederholte Reflexion des Schalles an beiden Röhrenenden erfolgt war, haben Rink und noch ausführlicher Winkelmann nachgewiesen, daß die Schallgeschwindigkeit von der Schallstärke unabhängig ist.

Je nach der Lufttemperatur kann die Schallgeschwindigkeit V in sehr weiten Grenzen schwanken; man sieht dies aus folgender Tabelle:

t^0	V m	t^0	V m
— 40	305,37	20	342,52
— 30	311,86	30	348,32
— 20	318,24	40	354,04
— 10	324,48	50	359,66
0	330,60	60	365,19
10	336,61		

Von anderen Methoden zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit sei noch im folgenden die Methode von Bosscha erwähnt:

Denken wir uns zwei Apparate, an welchen zwei kleine Hämmer unisono je zehn Schläge in der Sekunde ausführen. Befindet sich der eine Apparat in unmittelbarer Nähe des Beobachters, während der andere sich allmählich entfernt, so erschallen die Hammerschläge nicht mehr gleichzeitig. Bei gewissen Abständen des zweiten Apparates aber hört man doch wieder ein Zusammenfallen der Hammerschläge, es tritt dies nämlich ein, wenn die Entfernung der Apparate eine solche ist, daß sie der Schall in 0,1, 0,2, 0,3 usw. Sekunden durchläuft. Durch Bestimmung dieser Entfernungen kann man die gesuchte Schallgeschwindigkeit finden. Nach der beschriebenen Methode bestimmte Akas Szathmâri (1878) V zu 331,57 m. Weniger einfach ist eine andere Methode von Bosscha, bei welcher zwei Apparate beobachtet werden, von denen der eine ein Hämmerchen hat, welches 100, der andere eines, welches 99 Schläge in der Sekunde erschallen läßt. Wir werden im späteren noch einige Methoden zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit kennen lernen, welche auf dem Prinzip der stehenden Wellen und der Interferenz des Schalles beruhen.

Violle und Vautier (1905) haben die Ausbreitung von Tönen in langen unterirdischen Röhren von großem Durchmesser (bis 3 m) untersucht, wobei sie unter anderem die interessante Wahrnehmung machten, daß die Nebentöne eines Klanges sich gegen den Grundton verspäteten. Diese Erscheinung ist aber nicht so zu deuten, daß die Nebentöne wegen geringerer Geschwindigkeit verspätet eintreffen, sondern sie ist auf eine Deformation der ausgesandten Welle zurückzuführen. Die Theorie hat Brillouin (1906) ausgearbeitet.

J.W.Low hat die Schallgeschwindigkeit in Röhren mit Luft, Kohlensäure, Wasserstoff und Ätherdampf bestimmt. Reduziert auf den freien Raum sind seine Geschwindigkeitswerte die folgenden (auf getrocknete Gase und 0° bezogen):

	V		V
Luft	330,88 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$	Wasserstoff	1237,6 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
Kohlensäure	257,26 „	Ätherdampf	179,93 „

N. Hesehus findet indes, daß man aus den Versuchen von Low bei genauerer Berechnung für Luft den Wert $V = 331,44$ erhält. Seine eigenen Versuche ergeben den Wert 332,1.

Von neueren Arbeiten, die nach sehr verschiedenen Methoden ausgeführt worden sind, teilen wir nur die Ergebnisse mit. Hebb (1905) erhielt bei 0° und 760 mm 331,29 mit einem wahrscheinlichen Fehler von 0,04, Thiesen (1908) 331,92 ($\pm 0,05$) und Mlodsejewski (1910) 331,5 (siehe auch S. 47).

Im weiteren werden wir eine der besten Methoden zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen kennen lernen, welche auf Beobachtung der stehenden Schallwellen in Röhren beruht, die mit den zu untersuchenden Gasen gefüllt sind. Es ist dies die sogenannte Methode der Staubfiguren von Kundt. Unter Anwendung einer von Quincke (1898) in Vorschlag gebrachten Modifikation jener Methode hat Stevens (1902) die Schallgeschwindigkeit V in Luft und anderen Gasen und Dämpfen bei hohen Temperaturen bestimmt. Er fand für trockene Luft folgende Werte der Schallgeschwindigkeit bezogen auf die Temperaturen t :

$t =$	0°	100°	750°	1000°
$V =$	331,32	386,5	641,8	716,0 m.

Für Joddampf fand er bei $t = 185,5^{\circ}$ den Wert $V = 140,0$ m. Auf einige Fehler dieser Arbeit hat Kalähne (1903) aufmerksam gemacht. Für eine große Anzahl von Gasen hat Schweikert (1915) V nach einer modifizierten Methode von Kundt gemessen. Er fand u. a. für Luft 331,9, N 337,6; O 315,7; H 1226; CO 337,7; CO₂ 257,6 usw.

Witkowski hat V für Luft bei niedriger Temperatur und hohem Druck bestimmt. Bei 0° wächst die Schallgeschwindigkeit V um 7 Proz., wenn der Druck von 1 bis auf 100 Atmosphären zunimmt; bei $-78,5^{\circ}$ nimmt die Geschwindigkeit um 1 Proz. ab, wenn p von 1 bis auf 40 Atmosphären anwächst und nimmt darauf schnell um 7 Proz. zu, wenn der Druck p bis auf 100 Atmosphären anwächst. Bei noch niedrigeren Temperaturen nimmt V mit der Druckzunahme schnell ab, wie dies aus folgenden relativen Werten von V ersichtlich ist:

$t =$	0°	$-78,5^{\circ}$	$-103,5^{\circ}$	-130°	-140°
$p = 1$ Atm.	1	0,844	0,784	0,721	0,683
$p = 30$ „	1,001	0,824	0,749	0,598	0,444

§ 3. Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten. Auf S. 14 hatten wir die Formel (30) für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Längsschwingungen in Flüssigkeiten erhalten, nämlich

$$V = \frac{1}{\sqrt{\beta \delta}} \dots \dots \dots (10)$$

wo β der Kompressionskoeffizient, δ die Masse der Volumeneinheit der Flüssigkeit ist. Wir wollen $D = \delta g$, also das Gewicht der Volumeneinheit, und zwar eines Kubikmeters einführen. Der Kompressionskoeffizient β wird in der Regel auf den Druck einer Atmosphäre bezogen; in Formel (10) muß der Druck in Kilogrammen pro Quadratmeter Oberfläche ausgedrückt sein, und deshalb ist $\beta = \beta_0 : 10\,333$, wo β_0 den Kompressionskoeffizienten bedeutet, wie man ihn gewöhnlich in Tabellen angegeben findet. Aus (10) erhält man dann

$$V = \sqrt{\frac{10\,333 \text{ g m}}{\beta_0 D}} \text{ sec.}$$

Mit \mathcal{A} sei noch die auf Wasser bezogene Dichte der Flüssigkeit bezeichnet, woraus dann $D = 1000 \mathcal{A}$ folgt, denn ein Kubikmeter Wasser wiegt 1000 kg. Nach diesen Substitutionen erhält man

$$V = \sqrt{\frac{10\,333 \cdot 9,81}{1000 \beta_0 \mathcal{A}}} = \frac{10,068 \text{ m}}{\sqrt{\beta_0 \mathcal{A}} \cdot \text{sec}} \dots \dots \dots (11)$$

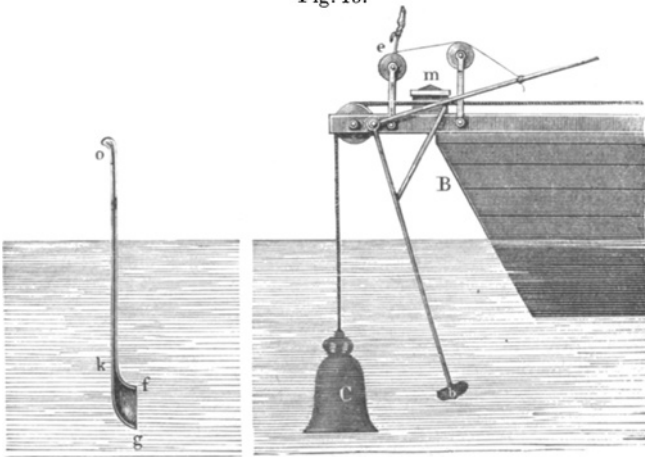
Die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem Produkt der Dichte und des Kompressionskoeffizienten der Flüssigkeit.

Für Wasser ist $\mathcal{A} = 1$ und $\beta = 0,000\,050$, mithin ist

$$V = 1424 \text{ m pro Sekunde} \dots \dots \dots (12)$$

Die ersten Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit im Wasser sind von Beudant (1820) ausgeführt worden; er fand $V = 1500$ für Meerwasser. Sturm und Colladon bestimmten 1827 die Schallgeschwindigkeit im Wasser des Genfer Sees. Sie befanden sich auf zwei Schiffen in

Fig. 13.



einem Abstände von 13 847 m voneinander; auf dem einen der Schiffe *B* wurde ein Häufchen Pulver *m* mittels der Lunte *e* entzündet und gleichzeitig mit einem Hammer *b* gegen eine unter dem Wasserspiegel hängende Glocke *C* geschlagen. Auf dem anderen Schiffe wurden die Augenblicke notiert, wo man den Pulverblitz sah und wo der Glockenton an die Schallöffnung *fg* eines großen, teilweise ins Wasser versenkten Hörrohrs *ok* gelangte. Als Schallgeschwindigkeit bei $8,1^\circ$ wurde $V = 1435$ m erhalten, ein Resultat, welches mit dem theoretisch gefundenen [vgl. (12)] genügend gut übereinstimmt.

Die wichtigen Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Röhren, welche mit Flüssigkeiten gefüllt sind, sollen erst im späteren

(Kap. VI, § 9) behandelt werden. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten und der erhaltenen Resultate hat Dörsing (1907) gegeben.

§ 4. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern. Man hat hier zwei Fälle zu unterscheiden:

I. Die Schallgeschwindigkeit in Stäben und Drähten. Nach Formel (27) auf S. 13 ist

$$V = \sqrt{\frac{E}{\delta}} \dots \dots \dots (13)$$

wo E der Youngsche Modul, δ die Masse der Volumeneinheit des Körpers ist. Führt man statt der letzteren das Gewicht der Volumeneinheit, und zwar eines Kubikmeters ein, $D = \delta g = 1000 \mathcal{A}$, wo \mathcal{A} die auf Wasser bezogene Dichte der Substanz ist, so erhält man den Ausdruck

$$V = \sqrt{\frac{Eg}{1000 \mathcal{A}}}$$

Der Youngsche Modul E muß hier auf einen Quadratmeter des Querschnitts bezogen werden; es ist daher $E = 10^6 \cdot E_0$, falls E_0 der in den Tabellen aufgeführte, sich auf 1 qmm beziehende Modul ist.

Es wird demnach schließlich

$$V = \sqrt{\frac{1000 \times 9,81 \cdot E_0}{\mathcal{A}}} = 99,04 \sqrt{\frac{E_0}{\mathcal{A}}} \text{ m} \dots \dots (14)$$

Nimmt man für Stahl die Werte $\mathcal{A} = 7,7$ und $E_0 = 20000$ an, so ist

$$V = 5048 \text{ m.}$$

Biot bestimmte die Schallgeschwindigkeit im Gußeisen und benutzte hierzu ein Rohr von 951,25 m Länge. Gegen das eine Rohrende wurde ein Schlag geführt und am anderen die beiden Töne beobachtet, von denen sich der eine mit der Geschwindigkeit V durch die Rohrwandungen, der andere mit der Geschwindigkeit von 331 m durch die im Rohr enthaltene Luft fortgepflanzt hatte. Der erste Schall wurde 2,5 Sek. früher wahrgenommen; wir erhalten somit die gesuchte Schallgeschwindigkeit aus der Gleichung

$$951,25 \left[\frac{1}{331} - \frac{1}{V} \right] = 2,5.$$

Führt man die Rechnung durch, so ergibt sich der Wert $3475 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, welches Resultat recht ungenau ist. Wertheim und Breguet stellten (1851) Versuche über die Schallgeschwindigkeit in Telegraphendrähten an, kamen aber zu keinem Resultat, da sich der Schall offenbar durch die Erde, nicht durch den Draht fortpflanzte.

Die indirekten Methoden zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern werden später betrachtet werden.

II. Die Schallgeschwindigkeit in einem unbegrenzten festen Medium. Für Längsschwingungen hatten wir auf S. 14 die Formel (28) gefunden:

$$V_1 = \sqrt{\frac{1 - \sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}} \cdot \frac{E}{\delta} \dots \dots \dots (15)$$

in welcher σ den Poissonschen Koeffizienten bedeutet. Vergleicht man diesen Ausdruck mit (13), so erhält man

$$V_1 = V \sqrt{\frac{1 - \sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}} \dots \dots \dots (16)$$

Setzt man nach Wertheim $\sigma = \frac{1}{3}$, so ergibt sich

$$V_1 = V \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,225 V \dots \dots \dots (17)$$

In einem festen Medium können sich auch Querschwingungen ausbreiten, und zwar mit einer Geschwindigkeit

$$V_2 = \sqrt{\frac{E}{2\delta(1 + \sigma)}} = \frac{V}{\sqrt{2(1 + \sigma)}} \dots \dots \dots (18)$$

vgl. (29) auf S. 14 und (13) auf S. 39.

Für $\sigma = \frac{1}{3}$ erhält man

$$V_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} V \dots \dots \dots (19)$$

Eine Erschütterung kann in einem festen Medium gleichzeitig longitudinale und transversale Schwingungen hervorrufen, die sich dann mit den Geschwindigkeiten V_1 und V_2 fortpflanzen; das Verhältnis dieser Geschwindigkeiten ist

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{2 - 2\sigma}{1 - 2\sigma}} \dots \dots \dots (20)$$

Für $\sigma = \frac{1}{3}$ ist $V_1 = 2 V_2$. Beobachtungen über die Ausbreitung von Schwingungen in einem unbegrenzten Medium liegen zwar nicht vor, jedoch folgt aus einigen bei Erdbeben auftretenden Erscheinungen, daß zwei Wellen vorhanden sind, welche sich mit ungleichen Geschwindigkeiten fortpflanzen.

§ 5. Numerische Werte der Schallgeschwindigkeit. (In Metern pro Sekunde bei 0°.)

m	m	m
Luft 332	SH ₂ 289	Pd 3200
Chlor 206	Pb 1300	Wasser 1450
Wasserdampf 410 (96°)	Fe 4900	Alkohol 1264
CO ₂ 258	Cu 3800	Äther 1150
NH ₃ 413	Ag 2600	Glas 5600
H 1260	Sn 3600	Elfenbein 3012
J 108	Al 5100	Tannenholz 4800
Br 135	Cd 2300	Korkholz 480
CO 337	Au 2100	Stearin 1380
CH ₄ 432	Mg 4600	Wachs 862,5 (15°)
C ₂ H ₄ 316	Zn 3690	„ 451 (28°)
SO ₂ 209	Pt 2700	Kautschuk 34 bis 69

Wir weisen darauf hin, daß die Schallgeschwindigkeiten in Wasserstoff, Wasser und Blei sich nur wenig voneinander unterscheiden.

§ 6. Leitung des Schalles. Verschiedenartige Substanzen übertragen den Schall ungleich gut; hieraus entspringt der Begriff der Schalleitungsfähigkeit der verschiedenen Körper.

Bei Gasen ist die Schalleitungsfähigkeit offenbar um so geringer, je größer ihre Dichte ist, so hat z. B. der Wasserdampf eine beträchtlich größere Leitfähigkeit als Luft.

Daß Flüssigkeiten den Schall fortpflanzen, kann durch folgenden Versuch bewiesen werden: auf den Resonanzkasten einer Stimmgabel wird ein Glas mit Wasser gesetzt, in welches man das mit einem runden Brettchen versehene Fußende der Stimmgabel taucht. Da eine Schallverstärkung durch den Resonanzkasten eintritt, so deutet dies darauf hin, daß sich der Schall durchs Wasser hindurch fortpflanzt. Um letzteres noch deutlicher zu zeigen, kann man nach Hesehus zwei Gläser wählen, zwischen eines derselben und den Resonanzkasten eine Gummiunterlage bringen, während man das andere unmittelbar aufsetzt. Eine Schallverstärkung tritt dann nur in dem Falle ein, wenn man das Brettchen ins zweite Glas taucht; hieraus geht unmittelbar hervor, daß sich der Schall durch Wasser hindurch fortpflanzt und ferner auch, daß die Leitfähigkeit beim Gummi eine sehr geringe sein muß.

Die Schalleitungsfähigkeit fester Körper ist von Hesehus nach folgender Methode untersucht worden: auf dem Deckel eines Resonanzkästchens wird ein Stäbchen aus der zu untersuchenden Substanz befestigt und auf dieses der Fuß einer tönenden Stimmgabel gesetzt. Der Grad der auftretenden Tonverstärkung gibt dann das relative Leitungsvermögen an. In dieser Weise erhält man die folgende aufsteigende

Skala: Kautschuk, Kork, Guttapercha, Holz, Stahl. Vergleicht man miteinander Holzstäbchen, welche in der Richtung der Faser bzw. senkrecht zu ihr herausgesägt sind, so hört man, daß die ersten den Schall besser leiten. Hesehus hat ferner gefunden, daß die Leitfähigkeit von Stäben direkt proportional ihrem Querschnitte und indirekt proportional ihrer Länge ist. Je größer die innere Reibung (Bd. I, Abt. 2, S. 103, 257, 386) in einer Substanz ist, um so stärker wird in ihr die Schallenergie absorbiert und um so geringer ist ihre Leitfähigkeit.

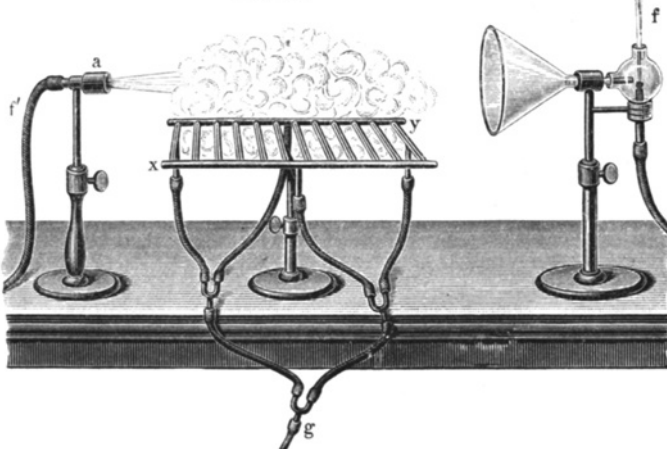
Von großem Interesse, teilweise auch von praktischer Bedeutung ist die Frage über die akustische Durchlässigkeit der Luft, d. h. über die Entfernung, aus welcher man unter gegebenen Umständen einen Schall in der freien Luft hören kann. Diese Frage ist von Tyndall (1872, siehe „Der Schall“, 3. Aufl., Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1897, siebente Vorlesung) vollständig gelöst worden.

Früher glaubte man, daß Regen, Schnee, Hagel und besonders Nebel in hohem Grade die akustische Durchlässigkeit der Luft herabmindern und daß bei klarem Wetter, also größter Durchsichtigkeit der Luft, auch die akustische Durchlässigkeit am größten sei. Dies erwies sich als vollkommen unrichtig. Tyndall bestimmte an verschiedenen Tagen die Entfernung, aus welcher die Töne von Nebelhörnern, Dampfpfeifen und der Knall von Kanonen, die an einer Stelle der englischen Küste aufgestellt waren, auf der Oberfläche des Meeres gehört wurden. Es zeigte sich bei den ersten Beobachtungen, daß diese Entfernung in wenigen aufeinander folgenden Tagen zwischen 20,4 und 3,2 km schwankte. Tyndall gelang es, die Ursache dieser großen Schwankungen zu entdecken: er fand nämlich, daß die akustische Durchlässigkeit der Luft lediglich von dem Grade ihrer Homogenität abhängt. Regen, Schnee, Hagel und Nebel erzeugen an und für sich keine Unhomogenität der Luft und kann daher z. B. beim dichtesten Nebel die Luft einen sehr hohen Grad von akustischer Durchlässigkeit besitzen. Sobald sich aber in der Luft ungleichartige, und zwar hauptsächlich vertikale Schichten bilden, denen eine verschiedene Schallgeschwindigkeit entspricht, vermindert sich in hohem Grade die akustische Durchlässigkeit, da der Schall von den Grenzflächen jener Schichten reflektiert wird (s. S. 46). Gerade bei sogenanntem heiteren Wetter, also bei vollem Sonnenschein, entstehen aufsteigende Ströme warmer Luft und ebenso Ströme feuchter Luft (neben Gewässern, Sümpfen usw.), und durch diese wird die akustische Durchlässigkeit im höchsten Grade herabgemindert. So erklärt es sich, daß die größte optische Durchsichtigkeit oft mit sehr geringer akustischer Durchlässigkeit verbunden ist.

Tyndall hat durch eine Reihe schöner Versuche gezeigt, daß eine horizontale Luftsäule, die aus ungleichartigen vertikalen Schichten besteht, den Schall sehr stark reflektiert und daher für denselben un-

durchlässig ist. Er stellte an das eine Ende einer horizontalen Luftsäule eine Schallquelle, z. B. eine elektrische Glocke, an das andere eine empfindliche Flamme (S. 27) und ließ nun z. B. zwischen der Glocke und der Flamme eine Reihe flacher Ströme von Leuchtgas aufsteigen und ebensolche Ströme von Kohlensäure niedersinken. Die Flamme, die bei Abwesenheit dieser Ströme stark reagierte, blieb jetzt ganz ruhig. Er erzeugte vermittelst eines rostartigen Brenners xy (Fig. 14) eine Reihe parallel aufsteigender Schichten heißer Luft. Die aus der Röhre a hervortretenden Schallwellen zeigten keine Wirkung auf die empfindliche Flamme f , welche bei Abwesenheit des Brenners heftig reagierte. Diese Reaktion zeigte sich, sobald die empfindliche Flamme

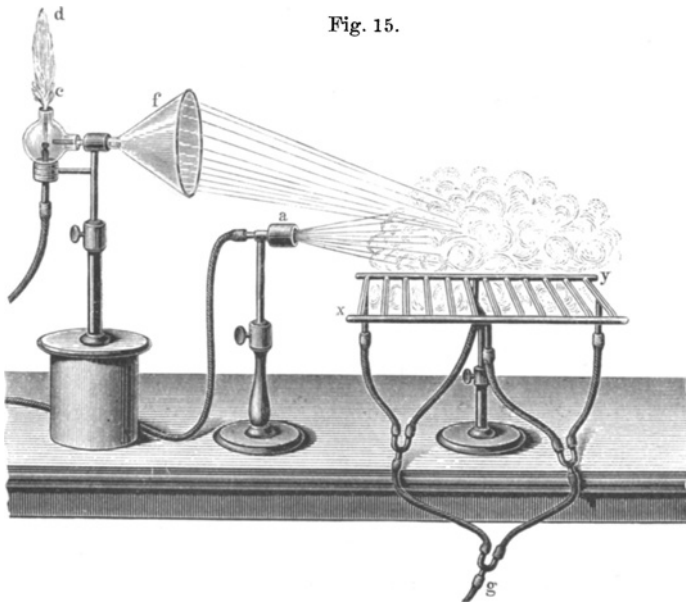
Fig. 14.



(siehe Fig. 15) auf die andere Seite gebracht wurde, wo sie von den reflektierten Schallwellen getroffen werden konnte. Theoretisch ist diese Frage von Nicholson (1908), Sewell (1910) und anderen untersucht worden. Auch der Wind beeinflusst, allerdings nur sekundär, die akustische Durchlässigkeit der Luft.

Befinden sich Schallquelle und Beobachter nahe der Oberfläche der Erde, so scheint es, als ob sich der Schall in der Richtung gegen den Wind nur sehr schwer ausbreitet; gegen den Wind hört man den Schall nur in relativ sehr geringer Entfernung. Stokes (1857) erklärte diese Erscheinung folgendermaßen: Bewegt sich die Luft mit einer Geschwindigkeit v in der Richtung der Ausbreitung des Schalles, so wird die relative Geschwindigkeit der Schallwelle (gegen die ruhenden Gegenstände auf der Erdoberfläche) offenbar um die Größe v vergrößert ($v > 0$) oder verkleinert ($v < 0$). Nun ist beim Winde die Fort-

bewegung der Luftschichten an der Erdoberfläche eine langsamere als in einiger Höhe, da eine Reibung der Luft an der Erde stattfindet. Breitet sich der Schall gegen den Wind aus, so ist die relative Geschwindigkeit der Schallwelle oben kleiner als unten. Die anfänglich vertikale Schallwelle wird durch den Wind in ihren oberen Teilen zurückgebogen und nimmt eine geneigte Lage an. Da nach dem Huygensschen Prinzip die Fortpflanzungsrichtung stets senkrecht zur Oberfläche der Welle ist, so wird der Schall nach aufwärts ab-



gelenkt, erreicht also nicht den unten befindlichen Beobachter. Tyndall hat durch eine Reihe einfacher Versuche die Richtigkeit dieser Theorie bestätigt.

Bei großen Explosionskatastrophen hat man gelegentlich beobachtet, daß jenseits der die Schallquelle unmittelbar umgebenden Zone der Hörbarkeit noch eine äußere vorhanden ist, die von der ersten durch eine mehr oder weniger deutlich ausgeprägte Zone des Schweigens getrennt wird. Bei der Ausbreitung des Geschützdonners während des letzten Krieges sind diese Beobachtungen häufig bestätigt worden. Eine allgemein angenommene Erklärung für die Erscheinung ist noch nicht gegeben worden; nach von der Borne (1910) soll die untere Sauerstoff-Stickstoffatmosphäre in größeren Höhen von einer Wasserstoffatmosphäre überlagert sein; eine scharfe Grenze soll nicht vorhanden sein, vielmehr ein allmählicher Übergang der einen in die andere erfolgen. Schallstrahlen, welche in diese Übergangsschicht eindringen, sollen, da der Wert des

Verhältnisses Elastizitätsmodul: Dichte immer kleiner wird, stetig vom Lote gebrochen werden (siehe S. 48); sie sollen eine zur Erde konkave Bahn beschreiben und können daher in geeigneten Fällen zur Erdoberfläche zurückfinden. Tritt diese Möglichkeit ein, so entsteht die äußere Zone abnormaler Hörbarkeit. Gegen diese Erklärung haben sich Nölke, W. Schmidt und andere ausgesprochen. Nölke erklärt die abnorme Hörbarkeit durch Umbiegung der Schallstrahlen an höheren Schichten mit etwas höherer Temperatur; nach W. Schmidt kommen hauptsächlich Windeinfluß, auch die Verschiedenheiten der Luftbewegung in gleicher Höhe an verschiedenen Stellen des Beobachtungsgebietes, vielleicht auch Temperatureinflüsse in Frage. Das letzte Wort hierüber ist augenscheinlich noch nicht gesprochen.

Literatur.

Zu § 1.

Newton: *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Tom. II, Sectio VIII, Propositio XLVIII. London 1687.

Laplace: *Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau*. *Ann. chim. phys.* (2) **3**, 238.

Zu § 2.

Van Rees: *Pogg. Ann.* **124**, 465. Garnier et Quetelet, *Correspond. math. et phys.* T. II, p. 22, 1826.

Mersenne: *De arte ballistica*; prop. 39.

Borelli et Viviani: *Saggi di sperienze fatte nell'Accademia del Cimento*, chap. II.

Boyle: In *Poggendorff*, *Gesch. d. Physik*, S. 793, Leipzig 1879.

Derham: *Phil. Transact.* 1708.

Lacaille, Maraldi, Cassini de Thury: *Mém. de l'Acad. de Paris*, 1738, 1739.

Arago: *Connaissance des temps pour 1825; Oeuvres complètes*, édition Barral II, p. 1. Paris 1839 (Versuche v. Jahre 1822).

Moll, v. Beek u. A.: *Pogg. Ann.* **5**, 351 u. 469, 1825; *Phil. Trans. London* **114**, 124, 1824.

Frot: *Compt. rend.* **127**, 609, 1898.

Regnault: *Mém. de l'Acad.* **37**, I, 3, 1868; *Compt. rend.* **66**, 209, 1868; *Phil. Mag.* (4) **35**, 161, 1868; *Carls Repert.* **4**, 133, 1868.

Rink: *Pogg. Ann.* **149**, 533, 1872.

Neumann (Ernst Carl Otto): *Pogg. Ann.* **128**, 307, 1866; *Phil. Mag.* (4) **33**, 36, 1866; *Sill. Journ.* (2) **42**, 417, 1866.

Kayser: *Wied. Ann.* **6**, 465, 1878.

Violle et Vautier: *Ann. chim. et phys.* (6) **19**, 306, 1890; *Journ. de phys.*

(2) **1**, 476, 1882; (3) **5**, 22, 1896; *Ann. chim. phys.* **5**, 208, 1908; *Compt. rend.* **140**, 1292, 1903.

Brillouin: *Ann. chim. phys.* **8**, 443, 1906.

W. Low: *Phil. Mag.* (5) **38**, 249, 1894; *Wied. Ann.* **52**, 641, 1894.

J. Müller: *Ann. d. Phys.* **11**, 353, 1903.

F. A. Schulze: *Ann. d. Phys.* **13**, 1065, 1904.

J. Sturm: *Ann. d. Phys.* **14**, 822, 1904.

Schweikert: *Ann. d. Phys.* **48**, 623, 1915.

N. Hesehus: *Journ. d. russ. phys.-chem. Ges.* **27**, 269, 1895; **42**, 338, 1910.

Hebb: *Phys. Rev.* **20**, 89, 1905.

- Thiesen: Ann. d. Phys. **25**, 506, 1908.
 Mlodsejewski: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **42**, 100, 1910; Fortschr. d. Phys. **66**, Abt. 1, 200, 1910.
 Quincke: Wied. Ann. **63**, 66, 1898.
 Stevens: Ann. d. Phys. **7**, 285, 1902; Verh. d. phys. Ges. 1901, S. 54.
 Witkowski: Bull. Acad. Cracovie 1899, p. 138.
 A. Stoletow: Geschwindigkeit des Schalls in Röhren (russ.). Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **18**, 65, 1886.
 Bosscha: Pogg. Ann. **92**, 485, 1854.
 Akas Szathmári: Wied. Ann. **2**, 418, 1877.
 Kalähne: Ann. d. Phys. **11**, 225, 1903.
 Schweikert: Ann. d. Phys. **48**, 593, 1915.

Zu § 3.

- Beudant: Von Colladon und Sturm erwähnt.
 Colladon et Sturm: Ann. chim. et phys. (2) **36**, 113, 225, 1827; Pogg. Ann. **12**, 39, 161, 1828.
 Dörsing: Diss. Bonn 1907; Ann. d. Phys. **25**, 228, 1908.

Zu § 4.

- Wertheim: Ann. chim. et phys. (3) **12**, 385, 1844.
 Wertheim et Breguet: Compt. rend. **32**, 293, 1851.

Zu § 6.

- N. Hesehus: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **17**, 326, 1885; **25**, 335, 1893; **26**, 322, 1894. — Iswestija (Nachrichten) des Petersb. technolog. Instituts 1895, S. 141.
 Nicholson: Proc. Roy. Soc. **81**, 286, 1908.
 Sewell: Proc. Roy. Soc. **83**, 547, 1910.
 v. d. Borne: Phys. Zeitschr. **11**, 483, 1910.
 Nölke: Phys. Zeitschr. **17**, 31, 282, 1916.
 W. Schmidt: Phys. Zeitschr. **17**, 333, 1916; Meteorol. Zeitschr. **38**, 314, 1916.
 Everdingen: Proc. Amsterdam **18**, 933, 1916.

Viertes Kapitel.

Reflexion, Brechung, Interferenz und Absorption des Schalles.

§ 1. Reflexion des Schalles. In den §§ 14 und 16 des Kapitels V auf S. 188 und 193 des ersten Bandes, Abt. 1, hatten wir die Erscheinung der Reflexion von Wellen und Strahlen betrachtet und uns hierbei mit den Phasen reflektierter Schwingungen und dem sogenannten Verluste halber Wellenlängen bei Reflexion an einem dichteren Medium beschäftigt. Alle dort erhaltenen Resultate gelten auch für Schallstrahlen.

Die Erscheinung des Widerhalls ist ein Beispiel für die Schallreflexion. Da unser Ohr nur dann zwei Töne voneinander zu unterscheiden vermag, wenn das zwischen ihnen liegende Zeitintervall nicht

geringer als 0,1 Sek. ist, so muß die reflektierende Wand, damit wir ein Echo hören, von uns mindestens um die Hälfte der Strecke entfernt sein, welche der Schall in 0,1 Sek. zurücklegt, d. h. um 17 m. Um eine Silbe auszusprechen, braucht man 0,2 Sek., eine ganze Silbe wird daher vom Echo wiedergegeben, nur wenn die reflektierende Wand 34 m entfernt ist.

Man kann auch bisweilen ein mehrfaches Echo beobachten: Sehr ausgeprägt ist diese Erscheinung am Loreleifelsen am Rhein. Im Innenhof der Villa Simonetta bei Mailand wird der Knall einer aus einem bestimmten Fenster abgefeuerten Pistole mehr als 40 mal wiederholt. Bringt man in den Brennpunkt eines Hohlspiegels eine tickende Taschenuhr und in den Brennpunkt eines anderen ihm zugekehrten eine empfindliche Flamme, so sieht man aus den Zuckungen derselben, daß die Gesetze der Reflexion, welche wir aus dem Huygensschen Prinzip abgeleitet hatten, auch für die Schallstrahlen gelten.

Auf Reflexion beruht auch die folgende von Nardroff und Lebedew angegebene und von Mlodsejewski (1910) ausgeführte Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit. Die von einer Galtonpfeife ausgehenden Schallwellen wurden mittels Hohlspiegels durch eine Öffnung einer rotierenden Scheibe nach einem zweiten Hohlspiegel, von hier mittels zweier Planspiegel nach einem dritten Hohlspiegel gesandt und mußten dann die der ersten diametral gegenüberliegende Öffnung der erwähnten rotierenden Scheibe durchsetzen, um schließlich von einem vierten Hohlspiegel nach einer empfindlichen Flamme gespiegelt zu werden. Die Planspiegel, welche um meßbare Strecken verschoben werden konnten, wurden so eingestellt, daß die Flammenhöhe ein Minimum war. Aus der Rotationsgeschwindigkeit und der Entfernung der Spiegel ergab sich für die Schallgeschwindigkeit bei 0° 331,5 m/sec und war diese bis auf 0,03 Proz. die gleiche für Töne zwischen 10000 und 33000 Schwingungen.

Das Rollen des Donners wird vorzugsweise durch Schallreflexion an den Wolken und an irdischen Gegenständen hervorgerufen. Durch Reflexion erklärt es sich auch, daß der Schall in sehr großen Sälen eine gewisse Dämpfung erfährt. In kleineren Wohnräumen kommen die von Decke und Wänden zurückgeworfenen Laute zu den direkt hervorgerufenen hinzu und bewirken so eine Schallverstärkung. In sehr großen Sälen dagegen verspäten sich die reflektierten Laute, treffen mit den folgenden unmittelbar hervorgerufenen zusammen, wodurch diese undeutlich und unverständlich werden. Weiche Gegenstände, wie Vorhänge, Polstermöbel, Kleidungsgegenstände usw., vermindern in sehr großen Räumen die Schalleinbuße, während sie in kleineren Räumen den Schall dämpfen und daher der „Akustik“ schädlich sind. Welches die akustisch beste Form und Einrichtung von Räumen ist, in welchen Reden gehalten, Schauspiele aufgeführt oder Konzerte gegeben werden

sollen, ist eine der schwierigsten Fragen der Architektur, die noch weit von ihrer Lösung entfernt ist.

Wie wir sahen (S. 42 bis 44), hat Tyndall gezeigt, daß die Schalleitungsfähigkeit oder die „akustische Transparenz“ bisweilen sehr stark herabgemindert ist, insbesondere auf offener See, und diese Erscheinung durch Schallreflexion an vertikalen Wasserdampfsäulen, die von der Wasseroberfläche aufsteigen, erklärt.

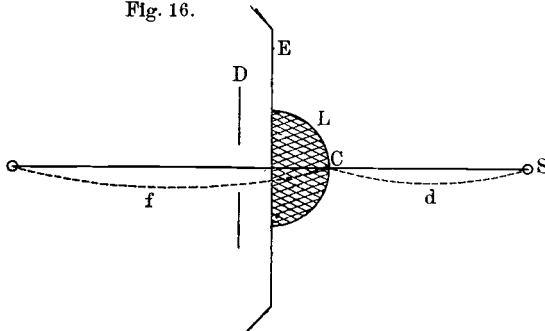
§ 2. Brechung des Schalles. Im Bd. I, Abt. 1, S. 190, lernten wir die beim Übergange aus einem Medium in ein anderes auftretende Brechung der Wellen kennen. Wir sahen dort, daß das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels konstant und gleich dem Verhältnisse der Ausbreitungsgeschwindigkeiten im ersten und zweiten Medium war. Wir wollen jetzt von zwei Medien dasjenige als das „akustisch dichtere“ bezeichnen, in welchem die Schallgeschwindigkeit kleiner ist. In diesem Falle kann man sagen, daß sich ein Schallstrahl beim Übergange in ein akustisch dichteres Medium dem Einfallslot nähert.

Aus den auf S. 41 zusammengestellten Geschwindigkeitswerten lassen sich einige nicht unwichtige Schlüsse ziehen. So zeigt sich z. B., daß Aluminium, Glas und Eisen die geringste akustische Dichte besitzen; eine sehr große akustische Dichte dagegen haben Korkholz, Wachs und insbesondere Kautschuk. Wasserstoff, Wasser und Blei haben nahezu die gleiche akustische Dichte. Fast alle Flüssigkeiten und festen Körper sind akustisch weniger dicht als Luft. Für die verschiedenen Gase geht die akustische Dichte parallel ihrer gewöhnlichen (auf Luft bezogenen) Dichte; erstere ist der Quadratwurzel aus der letzteren proportional. Endlich sei noch bemerkt, daß die akustische Dichte eines gegebenen Gases von seiner Spannung, also seinem Verdünnungs- oder Verdichtungsgrade, unabhängig ist. Hieraus läßt sich das merkwürdige Resultat ableiten, daß eine bikonvexe, aus fester oder flüssiger Substanz bestehende Linse in Luft die Schallstrahlen zerstreut, statt sie zu sammeln. Wenn man dagegen eine solche Linse aus einem Gase herstellt, welches, wie Kohlensäure, schwerer als Luft ist, so wirkt sie als Sammellinse und man kann mit ihrer Hilfe die Schallstrahlen (etwa die einer Taschenuhr), welche von einem der Brennpunkte ausgehen, im anderen konzentrieren und deutlich mit dem Ohre wahrnehmen. (Sondhaußscher Versuch.)

N. Hesehus hat eine, in Fig. 16 dargestellte, akustische Linse konstruiert. Dieselbe besteht aus einem halbkugeligen Eisendrahtnetze *L* (von 24,5 cm Durchmesser), an welchem ein ebener Deckel aus Eisendraht angebracht ist. Das plankonvexe Gehäuse wird mit Flaumfedern oder feinen Kautschukschnitzeln gefüllt und in die Öffnung einer Pappscheibe *E* hineingeschoben und hinter letzterer in *D* ein Diaphragma angebracht.

In S befindet sich die Schallquelle, eine Galtonsche Pfeife (S. 17), im Brennpunkte eine empfindliche Flamme. Da die Schallgeschwindigkeit in einem lockeren Medium geringer als in Luft ist, so ist ersteres das akustisch dichtere und die Linse sammelt die Schallstrahlen in einem Punkte. Sucht man diesen Punkt auf, so ist es leicht, den Brechungs-

Fig. 16.



quotienten, folglich auch die Geschwindigkeit des Schalles im Federflaum zu finden. Es wurden für letztere, je nach der Dichte der Daunen, 197 bis 211 m pro Sekunde gefunden.

Die Brechungsgesetze für Schallstrahlen sind unmittelbar geprüft worden von Hajech. Derselbe führte durch die Wand zwischen zwei Zimmern eine horizontale Röhre hindurch. Das eine Röhrenende war durch eine zur Röhrenachse senkrechte Membran verschlossen, der gegenüber sich der tönende Körper befand, so daß die Schallstrahlen, welche die Oberfläche der Membran senkrecht trafen, in die Röhre eintraten, ohne gebrochen zu werden. Das andere Röhrenende war durch eine Membran verschlossen, welche mit der Röhrenachse einen Winkel α einschloß. Der Einfallswinkel φ eines Schallstrahles, welcher in der Richtung der Röhrenachse die Membran traf, war mithin $\varphi = 90^\circ - \alpha$.

Um den Brechungswinkel ψ zu bestimmen, war auf der Diele des Zimmers eine Kreisteilung entworfen, und es wurde die Stelle aufgesucht, an welcher der Schall am deutlichsten zu hören war. Die Röhre wurde mit Wasser und mit verschiedenen Gasen gefüllt; für Wasser und die meisten Gase (außer CO_2 und SO_2) ist die akustische Dichte geringer als für Luft, so daß sich der gebrochene Schallstrahl dem Einfallslot nähern, also $\psi < \varphi$ sein mußte. Die erhaltenen Beobachtungsergebnisse waren die folgenden (siehe Tabelle a. f. S.):

Beachtet man die Schwierigkeit, mit welcher die Bestimmung von ψ verknüpft ist, so kann man die Übereinstimmung obiger Beobachtungen mit den berechneten Werten wohl als eine befriedigende gelten lassen. Hieraus folgt dann, daß der Brechungsquotient eines Schallstrahles in der Tat gleich dem Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in den entsprechenden Medien ist.

Substanz im Inneren der Röhre	Einfallswinkel φ	Brechungswinkel ψ	
		beobachtet	berechnet
Wasserstoff	35° 50'	8°	8° 50'
"	25°	7°	6° 22'
Wasser	35° 50'	7° 40'	7° 58'
"	25°	5° 40'	5° 37'
Ammoniak	41°	29° 20'	30° 22'
"	35° 50'	25°	26° 50'
CO ₂	35° 50'	49° 50'	48° 19'
"	25°	33° 20'	32° 33'
SO ₂	35° 50'	62° 30'	61° 22'
"	25°	40°	39° 24'

Die Brechung des Schalles ist noch von Neyreneuf nach der Methode von Hajech und ferner mittels Bikonkavlinsen aus Kautschuk untersucht worden. Perrot und Dussaud brachten eine elektrische Klingel in ein mit Wasser gefülltes Fäßchen, das mit einer Kautschukmembran bespannt war. Die Membran berührte die Wasseroberfläche und konnte dadurch konkav gemacht werden, daß man etwas Wasser aus dem Fäßchen entfernte. In diesem Falle war die Schallstärke am größten in der Verlängerung der vertikalen Achse des Fäßchens; eine genaue Lagenbestimmung des Fokus war nicht möglich, jedoch konnte man die Fokalebene finden, in welcher die Verstärkung des Schalles beim Übergange zur Achse des Apparates ein Maximum war.

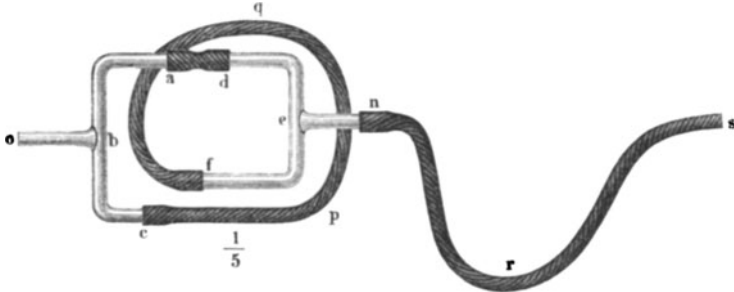
Über die Dispersion des Schalles im inhomogenen Medium hat zuerst N. Kasterin theoretische und experimentelle Untersuchungen angestellt.

§ 3. Interferenz des Schalles. Im ersten Bande, Abt. 1, S. 170, haben wir die Erscheinung der Interferenz kennen gelernt, die Schwingungsamplitude A in Abhängigkeit von den Amplituden a und b der interferierenden Strahlen und dem Gangunterschied δ dieser Strahlen betrachtet und die allgemeine Formel (12) auf S. 171 auf verschiedene Sonderfälle angewendet. Wir haben gesehen, daß das Minimum der Amplitude $A = a - b$ erhalten wird, wenn der Gangunterschied δ gleich einer ungeraden, das Maximum $A = a + b$, wenn δ gleich einer geraden Anzahl halber Wellenlängen ist.

Die Interferenz der Schallstrahlen kann mit Hilfe des einfachen Quinckeschen Apparates, Fig. 17, veranschaulicht werden. Das Ende s der Röhre nrs wird dem tönenden Körper genähert, beispielsweise in das Resonanzkästchen einer tönenden Stimmgabel gesteckt; das andere Ende wird mit einem Gabelrohr fed und diese durch einen kürzeren (ad) und einen längeren ($cpqf$) Schlauch mit einem zweiten Gabelrohr verbunden,

dessen Ende *o* ans Ohr gebracht wird. Je nachdem nun die Längendifferenz der beiden Verbindungsschläuche einer geraden oder ungeraden Anzahl halber Wellenlängen gleich ist, wird der Ton verstärkt bzw fast unhörbar. Sehr schön läßt sich die Interferenz zeigen, wenn man nach *o*

Fig. 17.

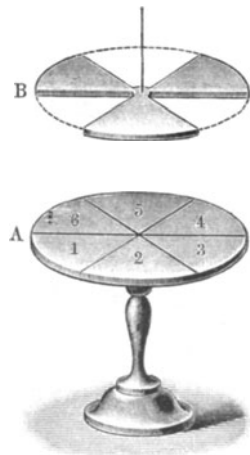


eine empfindliche Flamme und nach *n* einen längeren Glas- oder Metallstab bringt, den man wie bei der Kundtschen Röhre durch Reiben in longitudinale Schwingungen versetzt (Riegger und Zenneck).

König hat einen ähnlichen Apparat aus Metallröhren konstruiert, deren eine durch Ausziehen, wie der Zug bei einer Posaune, verlängert werden kann. Verlängert man diesen Teil allmählich, so hört man an dem Ende, an welchem die beiden Röhren sich vereinigen, ein abwechselndes Lauter- und Schwächerwerden des Tones.

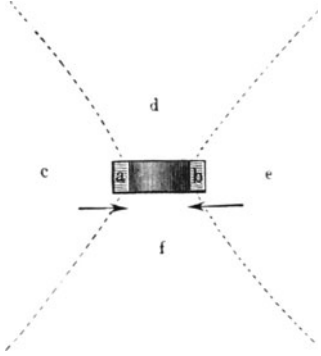
Einen interessanten Versuch über die Interferenz des Schalles hat Lissajous angegeben. Auf einer in der Mitte befestigten gläsernen oder metallenen Kreisscheibe *A* (Fig. 18) wird durch geeignetes Anstreichen mit einem Violinbogen ein bestimmter Ton hervorgerufen, so daß sich die Scheibe in sechs gleiche Sektoren teilt. Je zwei benachbarte Sektoren befinden sich hierbei in entgegengesetzten Phasen; während z. B. Sektor 1, 3 und 5 nach oben schwingen und die darüber befindliche Luft verdichten, bewegen sich 2, 4 und 6 nach unten und erzeugen eine Luftverdünnung. Diese Schwingungen interferieren miteinander und der entstehende Ton ist daher kein sehr lauter. Hält man aber nun nahe oberhalb *A* eine zweite Scheibe *B*, aus welcher drei Sektoren ausgeschnitten sind, so verstärkt sich der Ton, falls die Ausschnitte gerade über den Sektoren sich befinden. Dreht man *B* um 30° aus dieser Lage heraus, so wird der Ton wieder schwächer.

Fig. 18.



Man kann die Schallinterferenz auch an jeder Stimmgabel beobachten. Seien a und b die Zinken einer Stimmgabel, auf welche man von oben her schaut (Fig. 19). Da die Zinken immer nach entgegengesetzten Seiten schwingen, so ist es klar, daß, wenn eine von ihnen nach rechts eine Verdichtung sendet, die andere in derselben Richtung eine Verdünnung ausgehen läßt. Es tritt deshalb eine Art von Interferenz ein, hervorgerufen nicht durch den Gangunterschied zweier Schallstrahlen, sondern durch den Phasenunterschied der Schwingungen. In den Gebieten d und f hört man nun den Stimmgabelton am besten, weniger gut bei c und e und fast gar nicht auf den Linien, die hier punktiert gezeichnet sind, da sich auf ihnen die Verdichtungen und Verdünnungen beinahe aufheben.

Fig. 19.

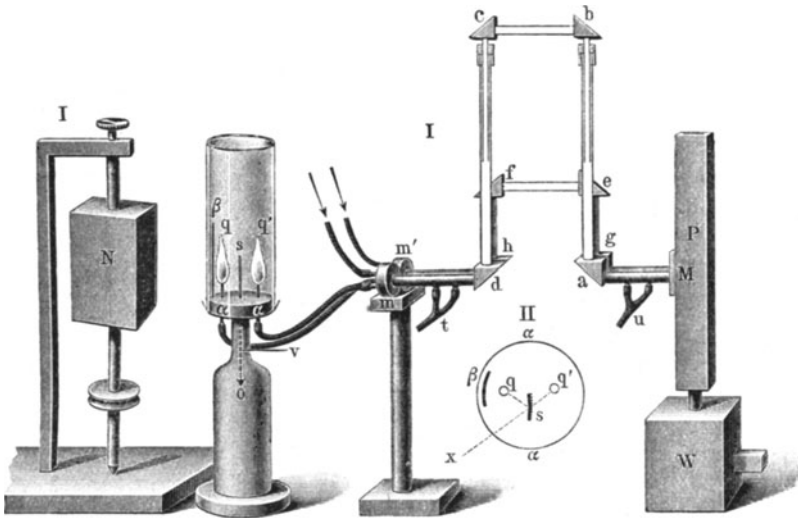


Hält man daher eine tönende Stimmgabel vor dem Ohre und dreht sie um ihre vertikale Achse, so wird ihr Ton bei jeder Drehung um 45° abwechselnd stärker und schwächer. — Setzt man auf die eine Zinke einer tönenden Stimmgabel eine weite Röhre, so wird der Ton verstärkt, während man doch das Gegenteil vermuten sollte.

§ 4. Zochs Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasen. Der von Zoch benutzte Apparat ist in Fig. 20 abgebildet. Auf die Kammer W , welche mit einem Blasetisch in Verbindung steht, ist eine Orgelpfeife P aufgesetzt. In der Seitenwandung der letzteren befindet sich eine viereckige Öffnung, die mit einer elastischen Membran bespannt ist und über der sich ein flaches Gehäuse M befindet. Von diesem Gehäuse führen zwei Rohrleitungen $Mgefhm'$ und $Mabcdm$ zu den beiden Manometerkästchen m und m' . Die Röhre $abcd$ läßt sich ausziehen und mithin verlängern; die Röhren t und u dienen dazu, sie mit dem gewünschten Gase zu füllen. Die linken Hälften der Manometerkästchen m und m' , in welche durch besondere Schläuche Leuchtgas hineingeleitet wird, sind mit den Brennern q und q' in Verbindung. Letztere befinden sich im Inneren eines Glaszylinders, auf dessen Boden sich ein kleiner, mittels der Handhabe v drehbarer Spiegel s und eine hohe undurchsichtige Scheidewand β befindet. In der Nebenfigur II ist die gegenseitige Lage der Brenner, des Spiegels und der Scheidewand in der Draufsicht dargestellt. Seitlich (in der Richtung der Geraden $q'sx$) ist ein prismatischer Drehspiegel N aufgestellt. Das Spiegelchen s ist undurchsichtig und mit der spiegelnden Fläche dem

Brenner q zugekehrt, im Drehspiegel erscheint daher die untere Hälfte der Flamme q und die obere Hälfte der Flamme q' . Durch Drehung von s kann man es dahin bringen, daß sich die Spiegelbilder beider

Fig. 20.

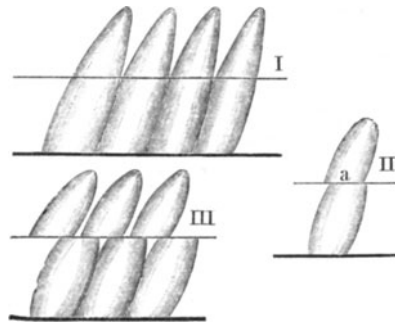


Flammenhälften übereinander lagern, und daß man in N nur eine durch eine horizontale Gerade in zwei Hälften geteilte Flamme zu sehen meint. Sobald die Orgelpfeife P zum Tönen gebracht wird, entstehen bei M abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen (es bildet sich dort ein Knoten), die Schallwellen werden durch die Rohrleitungen nach m und m' fortgeleitet und rufen vertikale Schwingungen der Flammen q und q' hervor.

Jede der beiden Flammen liefert im rotierenden Spiegel eine Reihe von getrennten Bildern. Ist der Gangunterschied der Schallstrahlen, die sich durch die Röhren $abcd$ und $gefgh$ fortsetzen, gleich einer geraden Anzahl halber Wellenlängen, so erfolgen die Schwingungen

der Flammen im gleichen Tempo, beide Flammen verlängern und verkürzen sich gleichzeitig. In diesem Falle fallen ihre Bilder im Drehspiegel N zusammen, und man erhält die in Fig. 21, I dargestellte Erscheinung. Ist der Gangunterschied der Schallstrahlen von einer geraden Anzahl

Fig. 21.



halber Wellenlängen nur wenig verschieden, so erfolgen die Zuckungen der beiden Flammen nicht ganz gleichzeitig, und man erhält das Bild II (Fig. 21). Ist endlich der Gangunterschied gleich einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen, so verlängert sich die eine Flamme in demselben Augenblicke, wo sich die andere verkürzt, und man erhält das Bild III (Fig. 21). Durch Messung der Längenzunahmen von $abcd$ konnte Zoch die Wellenlänge λ innerhalb des Gases messen, in welchem sich die Schallwellen jedesmal ausbreiteten. War ferner die Schwingungszahl N des Pfeifentones bekannt, so ergab sich die Schallgeschwindigkeit aus der Formel $V = N\lambda$.

§ 5. Stehende Schallwellen. In Bd. I, Abt. 1, S. 175, hatten wir die Erscheinung der stehenden Wellen betrachtet, welche durch Interferenz zweier Strahlen entstehen, von denen der eine sich senkrecht zur Trennungsebene zweier Medien ausbreitet, der andere an dieser Trennungsebene reflektiert wird. Diese stehenden Wellen sind durch eine Reihe miteinander abwechselnder Knoten und Bäuche gekennzeichnet, wobei der Abstand zweier benachbarter Knoten oder Bäuche $\frac{1}{2}\lambda$ beträgt, falls λ die Wellenlänge bei einfacher, allseitiger Ausbreitung der Schwingungsbewegung ist; der Abstand eines Knotens von dem nächstliegenden Bauche ist demnach gleich $\frac{1}{4}\lambda$.

Erfolgt die Reflexion an einem dichteren Medium, so bildet sich an der Grenzfläche ein Knoten, erfolgt sie an einem weniger dichten Medium — ein Bauch.

Im § 8 des 5. Kap. von Bd. I, Abt. 1, S. 176 waren eingehend die Phasen untersucht worden, in denen sich die Teilchen längs einer stehenden Welle befinden, und wir hatten gesehen, daß alle Teilchen gleichzeitig durch ihre Gleichgewichtslage gehen, daß alle zwischen zwei Knoten befindlichen Teilchen sich in gleichen Phasen befinden, während die zu beiden Seiten eines Knotens gelegenen Teilchen die entgegengesetzte Phase haben. In den Knotenpunkten herrscht minimalste Bewegung oder vollkommene Ruhe; an den Bäuchen erfolgt die heftigste Bewegung, hier treten die größten Amplituden auf.

Die stehenden Wellen bei Längsschwingungen wurden auf S. 179 von Bd. I, Abt. 1, betrachtet, und auf sie bezog sich Fig. 76. Wir hatten gefunden, daß für sie die Bäuche Stellen mit stärkster Bewegung bei konstanter Dichte, die Knoten Stellen mit stärkster Dichteänderung darstellen.

Auf S. 179 von Bd. I war ferner darauf hingewiesen worden, daß man es bei Ausbreitung von Schwingungen im freien Raume mit Knotenflächen, bei Ausbreitung derselben in nur zwei Dimensionen mit Knotenlinien zu tun hat.

Alle diese Sätze gelten unverändert auch für die Längsschwingungen des Schalles, die sich in einem gasförmigen, flüssigen oder festen Medium

ausbreiten, sowie für Querschwingungen im festen Medium. Entstehen stehende Wellen in einem Gase, so bildet sich an der Oberfläche eines reflektierenden festen Körpers stets ein Knoten, an der Grenzfläche eines reflektierenden weniger dichten (etwa verdünnten) Gases ein Bauch.

An den Stützpunkten fester Körper müssen sich Knoten bilden; an den freien Enden oder Rändern der Körper werden dagegen im allgemeinen Bäuche zustande kommen.

An der Stelle, an welcher eine Erschütterung eines gasförmigen, flüssigen oder festen Mediums hervorgerufen wird, muß, falls sich in dem Medium überhaupt stehende Wellen bilden, ein Bauch entstehen.

Somit lassen sich die Schwingungen in Gas- und Flüssigkeitssäulen, sowie in festen Körpern auf Bildung von stehenden Wellen in ihnen zurückführen. Letztere sind demnach durch Interferenz von direkt hervorgerufenen Schwingungen mit solchen entstanden, die an den Enden der Säulen, sowie an den Befestigungspunkten oder an den freien Rändern der Körper reflektiert worden sind.

Stehende Wellen in freier Luft sind von N. Savart, dem Bruder des berühmten Physikers, und von Seebeck beobachtet worden. Bei diesen Versuchen befand sich ein laut tönender Körper in einiger Entfernung von einer vertikalen Wandfläche. Um die Lage der Bäuche und Knoten zu bestimmen, benutzte Seebeck eine auf einen vertikalen Holzring gespannte Membran, deren Mitte ein leichtes, an einem Fädchen hängendes Kügelchen berührte. Wurde diese Membran zwischen der Tonquelle und der Wand verschoben, so ließ sich die Lage der Bäuche finden, da an ihnen die Membran in lebhaftes Schwingungen geriet und das Kügelchen abstieß, während sie an den Knoten in vollkommener Ruhe verblieb.

N. Savart suchte die Lage der Bäuche nach dem Gehör zu bestimmen unter der Voraussetzung, daß an ihnen die Töne besonders laut auftreten müßten. Er fand jedoch gerade das Gegenteil, nämlich die größte Tonstärke an den Knoten; es erklärt sich dies dadurch, daß auf das Gehörorgan gerade die aufeinander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen einwirken; diese aber erfolgen besonders energisch an den Knotenstellen.

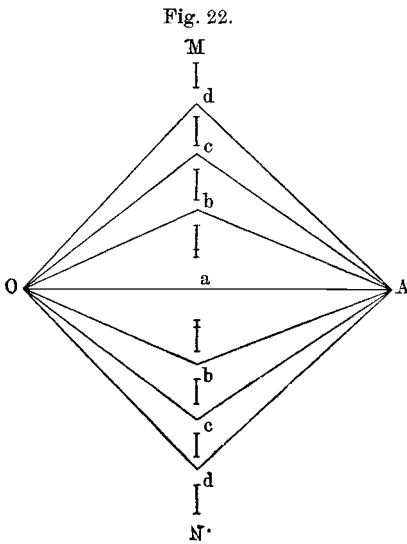
Mittels einer empfindlichen Flamme (S. 27) und einer Galton'schen Pfeife (S. 17) kann man ebenfalls die Lage der Knoten und Bäuche finden, wenn man die Flamme zwischen Pfeife und reflektierender Tafel aufstellt, wobei letztere senkrecht zur Verbindungsgeraden der Flamme und Pfeife sein muß. Verschiebt man die Tafel oder die Flamme, so kann man letztere in einen Bauch oder Knoten einführen und überzeugt sich davon, daß gerade die Bäuche, die Stellen stärkster Luftbewegung, auf die Flamme einwirken; an den Stellen, wo sich Knoten befinden, bleibt die Flamme in völliger Ruhe.

§ 6. Diffraktion des Schalles. Auf S. 186 von Bd. I, Abt. 1, hatten wir auseinandergesetzt, daß Erscheinungen der Diffraktion (Beugung) auftreten, wenn eine Welle auf ihrem Wege irgendein Hindernis trifft, und hatten hierbei drei verschiedene Fälle unterschieden, die durch Fig. 82 bis 84 verbildlicht worden waren. Wie wir dort gesehen, führt die Diffraktion auf Erscheinungen, die mit einer geradlinigen Ausbreitung der Strahlung nicht vereinbar sind. Die Theorie ließ erkennen, daß sich die Diffraktion um so merklicher äußern muß, je größer die Wellenlänge ist; da nun diese Größe für Schallstrahlen besonders bedeutend ist, so ist auch die Abweichung dieser von der geradlinigen Form sehr beträchtlich. In der Tat gelangt der Schall, wie allbekannt ist, um Gegenstände herum, die sich auf seinem Wege befinden.

Lord Rayleigh hat eine Reihe von Versuchen ausgeführt, welche die Erscheinungen der Schalldiffraktion zeigen und dem zweiten und

dritten der Fälle entsprechen, die auf S. 187, Abt. 1 betrachtet worden waren. Er brachte nach O (Fig. 83, S. 187) eine Pfeife, welche sehr hohe, unhörbare Töne gab, und nach M eine empfindliche Flamme; diese geriet durch jene Töne ins Zucken. In geringer Entfernung vom zentralen Punkte, d. h. näher zu AC oder BD , brannte die Flamme ganz ruhig.

Ferner wurde ein Schirm mit runder Öffnung (Fig. 84, S. 187) aufgestellt, eine Pfeife nach O gebracht und eine Flamme auf der zentralen Geraden in der Mitte zwischen OC und OD entzündet. In diesem Falle konnten die vom Teile ab der Wellenfläche aus-



gehenden Schwingungen entweder Ruhe oder heftige Bewegung ergeben, je nach der Größe der Öffnung ab und der relativen Lage von Pfeife und Flamme. Nachdem eine solche Anordnung getroffen war, daß die Flamme ruhig brannte und sich mithin alle Schwingungen, die von ab ausgingen, gegenseitig aufhoben, wurde die Öffnung durch eine Platte mit kleinerem Ausschnitt bedeckt, worauf die Flamme zu zucken begann, da jetzt an der Stelle, wo sich die Flamme befand, nicht mehr alle Schwingungen sich gegenseitig aufhoben. Somit brachte eine Verkleinerung der Öffnung eine Verstärkung der Schallschwingungen an dem Punkte hervor, an welchem sich die Brenneröffnung der empfindlichen Flamme befand.

Besonders bemerkenswert ist noch folgender Versuch von Rayleigh: Zwischen der Pfeife O (Fig. 22) und der empfindlichen Flamme A wurde eine Zinkscheibe MN aufgestellt, aus welcher eine Reihe von konzentrischen Ringen bb, cc, dd und eine Kreisscheibe a herausgeschnitten waren, die eine solche Lage hatten, daß die Unterschiede der Weglängen $ObA - OaA = OcA - ObA = OdA - OcA = \lambda$, also untereinander gleich und gleich der Wellenlänge des Tones waren, den die Pfeife O erschallen ließ. In diesem Falle verstärkten sich im Punkte A alle Schwingungen, welche die ringförmigen Ausschnitte durchsetzt hatten, und die Flamme geriet in lebhaftere Zuckungen, als dies bei Abwesenheit der Kreisscheibe MN der Fall war; im letzteren Falle werden, wie wir gesehen haben, Bd. I, Abt. 1, S. 186, im gegebenen Punkte nur die Schwingungen nicht aufgehoben, die von dem kleinen zentralen Teile der Wellenfläche QR (Fig. 80) ausgehen.

§ 7. Absorption des Schalles. Wenn ein Strom von strahlender Energie die Oberfläche eines Körpers trifft, so wird ein Teil dieser Energie reflektiert, ein anderer dringt in das Innere des Körpers ein. Dieser letztere erfährt im Körper eine Absorption oder Schwächung, d. h. er geht in andere Energieformen über. Die Theorie dieser Erscheinung sowie die in Betracht kommende Formel werden wir in der Lehre von der strahlenden Energie (Optik) ausführlich besprechen. Hier sollen nur kurz einige hierhin gehörige akustische Erscheinungen behandelt werden.

Die Messung der Absorption des Schalles ist mit großen Schwierigkeiten verknüpft. Soll sie z. B. für dünne Scheiben bestimmt werden, so geraten diese in Transversalschwingungen und werden dadurch zu einer Zwischenschallquelle. Beseitigt man diese, so zeigt es sich, daß nicht poröse Materialien, wie Stanniol, Wachstuch usw. so gut wie nichts hindurchlassen, wie Mc Ginnis und Harkins (1911) und Weisbach (1910) gezeigt haben. Bei porösen Körpern erfolgt der Durchgang durch die Poren. Eine einwandfreie Messung der Absorption hat Neklepajew (1911) ausgeführt. Durch Funkenentladung wurden kurze akustische Wellen erzeugt; die Funkenstrecke befand sich im Brennpunkt eines Spiegels, und gingen daher die Wellen von dort parallel aus; sie fielen dann auf ein Gitter, das, ähnlich wie aus der Optik bekannt sein dürfte, sie in einzelne Wellen zerlegte; ihre Intensität wurde durch die auf einen Flügel ausgeübten Druckkräfte gemessen (s. S. 20). Dadurch, daß man die Entfernung zwischen Spiegel und Gitter änderte, konnte man größere oder geringere Luftstrecken dazwischenbringen und so deren Absorption messen. Die Resultate ließen sich durch die Exponentialformel

$$J_x = J_0 e^{-\beta x},$$

die auch in der Optik die Absorption darstellt, wiedergeben; hier bedeuten x die durchstrahlte Luftstrecke, J_0 die Anfangsintensität und

J_x die Intensität nach Durchstrahlung der Luftschicht x ; e ist die Basis der natürlichen Logarithmen und β eine Konstante, der sogenannte Absorptionskoeffizient. Es ergab sich weiter, daß mit abnehmender Wellenlänge die Absorption zunahm, und zwar war das Produkt aus β und dem Quadrat der Wellenlänge konstant.

Wegen der großen Absorption der Luft für kleine Wellenlängen können sehr kurze akustische Wellen sich nicht weit ausbreiten. Diese Frage ist von Stokes, Kirchhoff u. a. und in neuerer Zeit von Lebedew (1911) untersucht worden. Die Abnahme der Schallintensität wird bedingt durch die innere Reibung und die Wärmeleitung der Gase. Ist die Wellenlänge $\lambda = 0,8$ mm, so sinkt die Intensität auf $\frac{1}{100}$ des Anfangswertes, wenn eine Strecke von 40 cm durchstrahlt wird; für $\lambda = 0,1$ mm wird die Intensität durch eine Schicht von 0,6 cm auf $\frac{1}{100}$ herabgesetzt. Hier liegt also die Grenze für die kürzesten, akustischen Wellen, welche noch beobachtet werden können.

Literatur.

Zu § 1.

Mlodsejewski: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **42**, 100, 1910.
Tyndall: Phil. Trans. 1874 und „On Sound“, 4. Aufl., S. 284, 1883.

Zu § 2.

Sondhauf: Pogg. Ann. **85**, 378, 1852.
N. Hesehus: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **22**, 233, 1890.
Hajech: Nuovo Cimento 1857; Ann. chim. et phys. (3) **54**, 438, 1859; Pogg. Ann. **103**, 163, 1857.
Neyreneuf: Mém. de l'Acad. de Caen 1894.
Perrot et Dussaud: Arch. Sc. phys. **34**, 57, 1895.
N. Kasterin: Acad. Wetens. te Amsterdam 1898, p. 460.

Zu § 3.

Quincke: Pogg. Ann. **128**, 177, 1866.
Lissajous: Compt. rend. **40**, 133, 1855.
N. Hesehus: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **23**, 156, 1892.
Riegger und Zenneck: ZS. f. phys. u. chem. Unt. **26**, 165, 1913.

Zu § 4.

Zoch: Pogg. Ann. **128**, 497, 1866.

Zu § 5.

Savart: Ann. chim. et phys. 1839 u. 1845; Compt. rend. **7**, 1068.
Seebeck: Pogg. Ann. **59**, 177, 1843; **67**, 145; **68**, 465, 1846.

Zu § 6.

Lord Rayleigh: The Nature 1888, p. 208.

Zu § 7.

- Mc Ginnis und Harkins: Phys. Rev. **33**, 128, 1911.
 Weisbach: Ann. d. Phys. **33**, 763, 1910.
 Neklepajew: Ann. d. Phys. **35**, 175, 1911.
 Stokes: Math. and phys. Pap. **1**, 100; Cambridge 1880.
 Kirchhoff: Pogg. Ann. **134**, 177, 1868.
 Lebedew: Ann. d. Phys. **35**, 177, 1911.

Fünftes Kapitel.

Schwingungen von Saiten und Stäben.

§ 1. Die Saite als theoretischer Begriff. Als Saite bezeichnet man in der Theorie einen festen, fadenförmigen Körper, dessen Querschnitt im allgemeinen gegen seine Länge verschwindet und der einer Biegung gar keinen Widerstand entgegensetzt, so daß eine Formenänderung, bei welcher die Länge ungeändert bleibt, keinerlei elastische (molekulare) Kräfte wachruft. Die in der Natur vorkommenden Saiten erfüllen letztere Bedingung nicht vollkommen.

Die Theorie bezieht sich also auf ideale Saiten, die keine Elastizität besitzen. Wir nehmen an, die Saite sei an beiden Endpunkten befestigt und durch eine gewisse Kraft P gespannt, ändert man die Form der Saite, so ergibt die Spannung, welche zwischen jedem Paar benachbarter Teile wirkt, eine Resultante, welche den Teilen der Saite eine nach ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage gerichtete Beschleunigung verleiht, wie dies in Fig. 5 auf S. 11 erläutert wurde.

§ 2. Gesetze der Saitenschwingungen. Sei L die Länge, R der Querschnittsradius, P die Spannung der Saite, ferner D ihre Dichte (das Gewicht ihrer Volumeneinheit), $\Pi = \pi R^2 L D$ das Gewicht, N die Schwingungszahl und $T = \frac{1}{N}$ die Dauer einer vollen Schwingung der Saite (einer Hin- und Herbewegung derselben).

Die Gesetze der Saitenschwingungen sind von Mersenne (1636) entdeckt worden; eines derselben (das erste der nachstehend genannten) ist ungefähr gleichzeitig auch von Galilei angegeben worden. Man kann diese Gesetze in sehr verschiedene Formen fassen, je nach den Größen, welche zur Charakterisierung der geometrischen und physikalischen Eigenschaften der Saiten benutzt werden.

Die gewöhnliche Form der Gesetze für die Saitenschwingungen ist die folgende:

I. Die Schwingungszahl N einer Saite ist umgekehrt proportional ihrer Länge L .

II. Die Schwingungszahl N einer Saite ist umgekehrt proportional ihrem Querschnittsradius R .

III. Die Schwingungszahl N einer Saite ist direkt proportional der Quadratwurzel aus ihrer Spannung P .

IV. Die Schwingungszahl N einer Saite ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus ihrer Dichte D .

Alle genannten Gesetze sind in folgender Formel enthalten, deren Herleitung weiter unten gegeben werden soll:

$$N = \frac{1}{2RL} \sqrt{\frac{gP}{\pi D}} \dots \dots \dots (1)$$

Für die Schwingungsdauer T gilt der reziproke Wert

$$T = 2RL \sqrt{\frac{\pi D}{gP}} \dots \dots \dots (2)$$

Taylor hat (1713) auf theoretischem Wege den folgenden Ausdruck

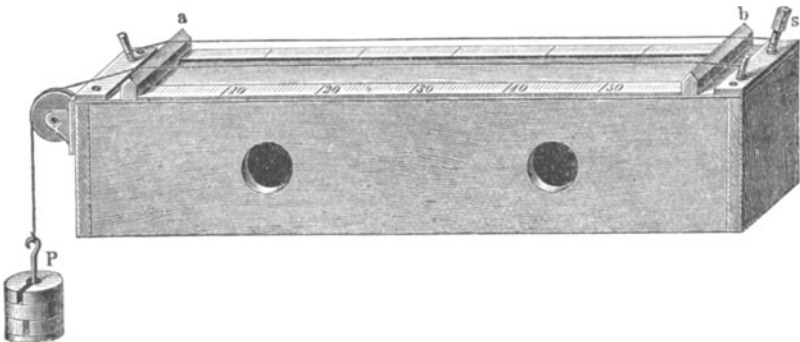
$$N = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gP}{II L}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{ML}} \dots \dots \dots (3)$$

gefunden; derselbe geht in (1) über, wenn man den Wert $II = \pi R^2 LD$ substituiert. Formel (3) drückt auch noch folgendes sich aus den genannten ergebende Gesetz aus:

Die Schwingungszahl N einer Saite von gegebener Länge und Spannung ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus ihrer Masse M .

Zur experimentellen Prüfung der Saitenschwingungsgesetze kann das Sonometer (Fig. 23) dienen; dasselbe besteht aus einer oder mehreren

Fig. 23.



Saiten, welche einander parallel in horizontaler oder vertikaler (beim Weberschen Monochord) Lage ausgespannt sind. Ist nur eine Saite vorhanden, so heißt das Instrument ein Monochord. Je ein Saitenende

ist unbeweglich befestigt; auf das andere kann man ein Gewicht einwirken lassen, welches alsdann die Spannung P bestimmt. Unter den Saiten (im Weberschen Monochord neben denselben) kann ein dreiseitiges Prisma (ein sogenannter Steg) verschoben werden, welches einen neuen Stützpunkt erzeugt und die Saiten in je zwei Teile teilt, die man einzeln zum Tönen bringen kann. Die Länge L der so erhaltenen Saitenabschnitte wird durch Verschieben des Prismas geändert. Das Verhältnis der Schwingungszahlen bei wechselnder Belastung oder verschiedener Länge wird nach dem Gehör bestimmt, wobei man sich der auf S. 21 genannten Zahlen oder einer von den Methoden bedient, welche im folgenden beschrieben werden sollen.

Die Schwingungsbewegung einer tönenden Saite stellt eine stehende Welle dar, wobei an den Saitenenden Knoten, in der Saitenmitte ein Schwingungsbauch sich befindet.

Das umgebende Medium übt einen Einfluß auf die Schwingungszahl N einer Saite aus. Laird (1898) fand z. B. für eine Saite in verschiedenen Medien folgende Werte der Schwingungszahl:

	Luft	Wasser	Quecksilber	Glycerin
$N =$	73,8	70,1	43,0	15 bis 22.

§ 3. Nebentöne einer schwingenden Saite. Auf S. 22, wo von der Tonfarbe und den Nebentönen die Rede war, ist bereits die Saite als Beispiel einer Tonquelle erwähnt worden, welche gleichzeitig eine ganze Reihe verschiedener Töne hervorbringt. Von diesen entsteht der Grundton dadurch, daß die Saite als Ganzes schwingt; ihre Schwingungszahl sei hierbei gleich N . Der erste Nebenton entsteht durch gesonderte Schwingungen jeder Saitenhälfte, wobei sich drei Knoten und zwei Bäuche bilden (Fig. 24, 2); die beiden Saitenhälften befinden sich beständig in entgegengesetzten Phasen. Die Schwingungszahl des ersten Nebentones ist gleich $2N$, da man, um sie zu erhalten, in (1) anstatt L den Wert $\frac{1}{2}L$ zu setzen hat. Die weiteren Nebentöne entstehen durch Schwingungen jedes Drittels (vier Knoten und drei Bäuche, Fig. 24, 3), jedes Viertels (Fig. 24, 4), Fünftels usw. der Saite. Jede dieser Teilschwingungen stellt einen besonderen Fall von stehenden Wellen dar.

Ist c_1 der Grundton einer Saite, so sind die Nebentöne die folgenden:

Benennung der } Nebentöne	c_2	g_2	c_3	e_3	g_3	—	c_4	d_4	e_4	—	g_4
Schwingungszahlen	$2N$	$3N$	$4N$	$5N$	$6N$	$7N$	$8N$	$9N$	$10N$	$11N$	$12N$

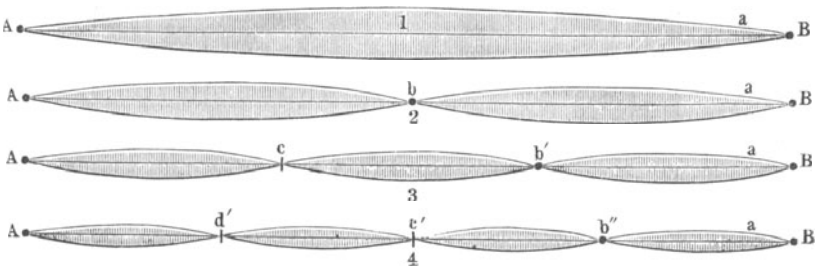
Der sechste und zehnte Nebenton entsprechen keinem bestimmten Tone der Tonleiter.

Von der relativen Stärke der Nebentöne hängt die Klangfarbe des Saitentones ab. Da der sechste und zehnte Nebenton mit dem Grundtone disharmonieren, so verleiht ihr Vorhandensein dem Klange eine unschöne

Färbung, was übrigens auch dann eintritt, wenn die dem Klange beigemischten hohen Nebentöne sehr laut sind. Fehlen die ersten, also tieferen Nebentöne, so verliert der Klang seine Fülle, seinen Wohlklang.

Die relative Stärke dieser oder jener Nebentöne und damit die Klangfarbe hängt von der Art und Weise ab, wie eine Saite in Schwingungen versetzt wird. Es muß ferner bemerkt werden, daß auch die Lage der Stelle, an welcher die Saite unmittelbar angeschlagen, angestrichen, mit dem Finger gezupft oder sonstwie aus der Ruhelage gebracht wird, für den entstehenden Klang von großer Bedeutung ist; es kann sich nämlich

Fig. 24.



an jener Stelle ein Knoten nicht ausbilden, und können daher auch alle jene Nebentöne nicht zustande kommen, denen an jener Stelle ein Knoten entsprechen würde. Versetzt man eine Saite an ihrer Mitte in Schwingungen, so unterbleiben alle unpaarigen Nebentöne und der entstehende Ton klingt dumpf. Bei Klavieren liegt der Punkt, an welchem die Saiten angeschlagen werden, ungefähr in $\frac{1}{7}$ der Saitenlänge; dadurch werden viele der höheren und disharmonischen Nebentöne unterdrückt.

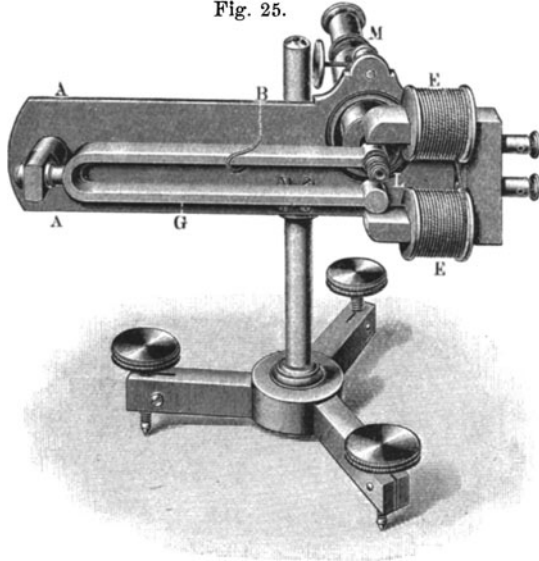
Daß sich eine Saite in einzeln schwingende Teile teilen kann, läßt sich unmittelbar durch folgenden Versuch zeigen. Setzt man den Steg unter ein Drittel der Monochordsaite (Fig. 24, 3) und streicht den kürzeren Teil mit einem Violinbogen an, so teilt sich der längere Teil ($\frac{2}{3}$) der Saite in zwei gleiche Teile, welche mit entgegengesetzten Phasen schwingen und voneinander durch einen Knoten getrennt sind. In analoger Weise kann man drei Viertel der Saite sich in drei gleiche Teile teilen lassen, die voneinander durch zwei Knoten getrennt sind.

Es gibt verschiedene Methoden, die Nebentöne unmittelbar wahrnehmbar zu machen, d. h. sie aus dem Saitenklinge auszusondern. Man kann z. B. die Saite mit dem Finger oder einem Stege an der Stelle leicht berühren, an welcher ein Knoten des zu isolierenden Tones liegen muß; hierdurch unterdrückt man den Grundton, sowie alle Nebentöne, mit Ausnahme des gewünschten, der alsdann deutlich hörbar wird.

§ 4. Form der Saitenschwingungen. Je nach der Zahl und Stärke (Amplitude) der Nebentöne erhält man für die Schwingungen ein mehr

oder weniger kompliziertes Gesetz, welches sich graphisch durch eine Kurve mit der Gleichung $s = f(t)$ darstellen läßt. Hierbei bedeutet s den Abstand eines Saitenpunktes von seiner Gleichgewichtslage, t die Zeit. Der Apparat, mit welchem sich dies Gesetz studieren läßt, ist das Vibrationsmikroskop von Helmholtz; es ist in Fig. 25 abgebildet

Fig. 25.

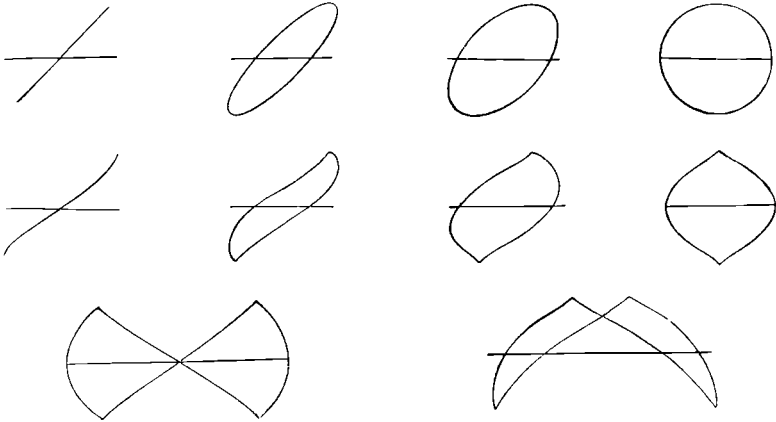


und besteht aus einem Mikroskop M , welches an eine Zinke der Stimmgabel G befestigt ist. Letztere wird durch den Elektromagneten E in vertikale Schwingungen versetzt und dieser ist wiederum mit einer Unterbrechervorrichtung verbunden (Bd. I, Abt. 1, S. 343, Fig. 175). Vor dem Objektiv des Mikroskops wird eine vertikale Saite ausgespannt, die an der Stelle, welche beobachtet werden soll, mit schwarzer Farbe bedeckt und mit Stärkemehl bestäubt wird. Man beobachtet nun die Bewegung eines Staubteilchens, das bei entsprechender Beleuchtung als heller Punkt erscheint. Die Feder B läßt sich an einer der Stimmgabelzinken verschieben; sie dient dazu, die Schwingungszahl der Stimmgabel um ein Geringes zu variieren.

Schwingt nur die Saite, so erscheint im Gesichtsfelde eine helle, horizontale Gerade, die von einem der Staubteilchen beschrieben wird; schwingt nur die Stimmgabel, so erscheint eine helle Vertikallinie, wobei der Punkt eine harmonische Schwingungsbewegung ausführt. Schwingen sowohl Saite wie Stimmgabel, so sieht man komplizierte Figuren, deren Gestalt von den Amplituden, Phasendifferenzen und Schwingungszahlen von Saite und Stimmgabel abhängen. In Fig. 26 sind zehn solche Figuren dargestellt.

Die Formen der ersten Horizontalreihe (Gerade, Ellipse und Kreis) entsprechen dem Falle, wo die Saite ebenfalls harmonische Schwingungen ausführt. Man erhält auch wirklich diese Figuren, wenn man die Saite durch eine zweite, vertikale Stimmgabel von gleicher Schwingungsdauer ersetzt. Die Figuren der zweiten Reihe erhält man, wenn man die Mitte

Fig. 26.

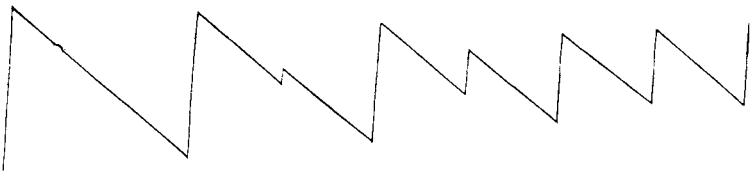


der Saite beobachtet und letztere denselben Ton wie die Stimmgabel ergibt; die Figuren der untersten Reihe entsprechen dem Falle, wo der Saitenton die höhere Oktave des Stimmgabeltones ist. Die Übergangsformen der zweiten und dritten Reihe hängen von der Phasendifferenz

Fig. 27.



Fig. 28.



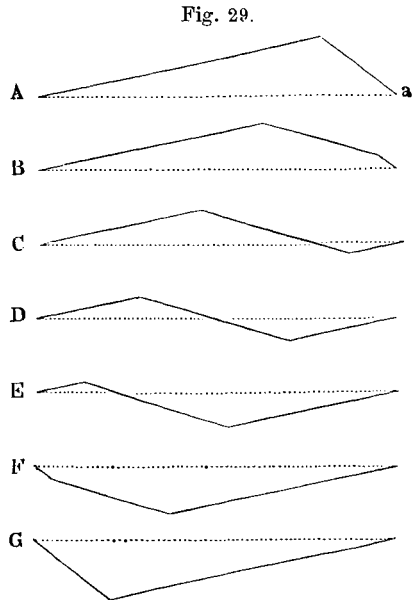
der Schwingungen ab. Die Schwingung der Saitenmitte unterscheidet sich beträchtlich von der harmonischen Schwingungsbewegung. Das Bewegungsgesetz der übrigen Saitenpunkte wird durch gebrochene Linien dargestellt, welche aus längeren und kürzeren Abschnitten bestehen.

Wird die Saite in einem Punkte angestrichen, welcher um $0,5 L$ vom Stege entfernt liegt, so gilt für die Punkte, welche um $\frac{11}{14}, \frac{9}{14}, \frac{7}{14}$ usw. vom Stege entfernt sind, das Bewegungsgesetz, das durch Fig. 27 dargestellt ist: die Punkte bewegen sich gleichmäßig und sehr schnell nach der einen Seite, langsamer und sprungweise nach der entgegengesetzten Seite. Fig. 28 entspricht dem Falle, wo man die Saite in der Entfernung $0,5 L$ vom Stege derart anstreicht, daß zuerst der Grundton allein ertönt und hierauf der erste Nebenton (die Oktave) das Übergewicht erhält. Man erreicht dies dadurch, daß man den Druck und die Führung des Violinbogens während seiner Bewegung in entsprechender Weise ändert.

In Fig. 29 sind die Formen dargestellt, welche eine Saite annimmt, die mittels eines Drahtstiftes zuerst in die Lage *A* gebracht und darauf sich selbst überlassen worden ist. Nach Verlauf der Zeit $0,5 T$ nimmt sie die Form *G* an und geht darauf wieder in die Formen *F, E, D* usw. über.

Krigar Menzel und Raps haben die Bewegungen verschiedener Saitenpunkte eingehender studiert, welche sie dadurch hervorriefen, daß sie die Saiten an bestimmten Stellen plötzlich zur Seite schnellen ließen. Zur Beobachtung diente eine eigens hierzu bestimmte photographische Methode. Kaufmann hat nach derselben Methode die Bewegungen von Saiten studiert, die er durch Anschlagen in Schwingungen versetzte. Die Dauer des Anschlags beim Klavierspiel ist von Weak bestimmt worden. Cornu hat die Bewegungsformen einer angestrichenen Saite untersucht und hierbei gefunden, daß außer den Querschwingungen auch Torsionsschwingungen auftreten (S. 12).

Ein besonderes Verhalten zeigen Kautschukfäden, deren Länge L bei gewissen Belastungen P proportional jenen Belastungen wächst. In diesem Falle ist die Schwingungszahl N unabhängig von der Länge und Spannung eines gegebenen Fadens, wie sich dies aus Formel (7), S. 66 ergibt. Versuche von v. Lang haben dies bestätigt.



§ 5. Theoretische Herleitung der Gesetze der Saitenschwingungen.

Betrachtet man die Saitenschwingungen als besonderen Fall der Bildung von stehenden Wellen, so kann man eine einfache Beziehung zwischen der Saitenlänge L und der Wellenlänge λ_k der Schwingungen, die sich an der Saite entlang ausbreiten und von den Saitenenden reflektiert werden, ableiten. An den Saitenenden befinden sich Knoten, außerdem können sich auf der Saite selbst 0, 1, 2, 3, 4 ... usw. Knoten bilden. Da der Abstand zweier benachbarter Knoten gleich einer halben Wellenlänge ist, so ist offenbar

$$L = \frac{1}{2} \lambda_1 = \frac{2}{2} \lambda_2 = \frac{3}{2} \lambda_3 = \dots = \frac{k}{2} \lambda_k \text{ usw. } \dots \quad (4)$$

Bezeichnet man mit V die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schwingungsbewegungen, mit $N_1, N_2, N_3 \dots N_k, \dots$ die Schwingungszahlen der Töne, die man erhalten kann, so ist

$$V = N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 = N_3 \lambda_3 = \dots = N_k \lambda_k \text{ usw. } \dots \quad (5)$$

Hieraus folgt z. B. $N_1 = V : \lambda_1 = V : 2L$; überhaupt ist

$$N_1 = \frac{V}{2L}; \quad N_2 = \frac{2V}{2L}; \quad N_3 = \frac{3V}{2L}; \quad \dots; \quad N_k = \frac{kV}{2L} \dots \quad (6)$$

Für die Geschwindigkeit V hatten wir [S. 12, (22)] die Formel

$$V = \sqrt{\frac{Pg}{D_1}},$$

wo P die Spannung, D_1 das Gewicht der Längeneinheit des Drahtes bedeutet.

Führt man das Gewicht $\Pi = LD_1$ der gesamten Saite ein und substituiert den obigen Wert von V in (6), so erhält man

$$N_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pg}{\Pi L}} \dots \dots \dots \quad (7)$$

und dies ist die Taylorsche Formel (3), S. 60, welche die Schwingungszahl des Grundtones gibt. Ferner liefert Formel (6) die Schwingungszahlen der Nebentöne, nämlich

$$N_2 = 2N_1, \quad N_3 = 3N_1, \quad \dots, \quad N_k = kN_1, \text{ usw. } \dots \quad (8)$$

Es sind somit die Schwingungsgesetze der Saiten nicht nur für den Grundton hergeleitet, sondern auch für die Nebentöne.

§ 6. Einfluß der Elastizität auf die Schwingungszahl einer Saite.

Bei Herleitung der Formel (22), S. 12, wurde die Voraussetzung gemacht, daß die Formenänderung einer Saite keine elastischen Kräfte wachrufe; dies ist aber nicht richtig. Es ist daher auch die Schwingungszahl N_0

größer als die Zahl N , wie sie sich aus Formel (7) ergibt. Savart hat aus seinen Versuchen die Formel

$$N_0^2 = N^2 + n^2 (9)$$

abgeleitet, wo n eine Zahl ist, die von der Saitenspannung nicht abhängt und gleich ist der Schwingungszahl, welche man bei Abwesenheit einer Spannung allein durch die Wirkung elastischer Kräfte erhalten würde.

Duhamel hat versucht, die Savartsche Formel unmittelbar herzuleiten, doch ist diese Herleitung, wie Seebeck gezeigt hat, keine strenge. Seebeck hat für N_0 den folgenden Ausdruck gefunden

$$N_0 = N \left[1 + \frac{R^2}{L} \sqrt{\frac{\pi E}{P}} \right] (10)$$

In demselben bedeutet E den Youngschen Modul, P die Spannung, L die Länge, R den Querschnittsradius der Saite.

§ 7. Längsschwingungen der Saiten. Eine Saite kann auch Längsschwingungen ausführen, wobei für den Grundton in der Saitenmitte ein Bauch, an den Saitenenden dagegen Knoten entstehen.

Bezeichnet man mit V' die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Längsschwingungen, mit λ' die Wellenlänge und mit N' die Schwingungszahl, so daß $V' = N' \lambda'$ ist, so erhält man für die Saitenlänge L den Ausdruck

$$L = \frac{1}{2} \lambda' = \frac{1}{2} \frac{V'}{N'} (11)$$

Für die Geschwindigkeit V' hatten wir die Formel (27), S. 13, gefunden

$$V' = \sqrt{\frac{E}{\delta}} (12)$$

(11) und (12) geben

$$N' = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{E}{\delta}}.$$

Führt man die Masse $M = SL\delta$ (S ist der Flächeninhalt des Saitenquerschnittes) ein, so ist

$$N' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ES}{ML}} (13)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit (3), S. 60, für die Zahl N der Querschwingungen

$$N = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{ML}},$$

so sieht man, daß

$$\frac{N}{N'} = \sqrt{\frac{P}{ES}} (14)$$

ist.

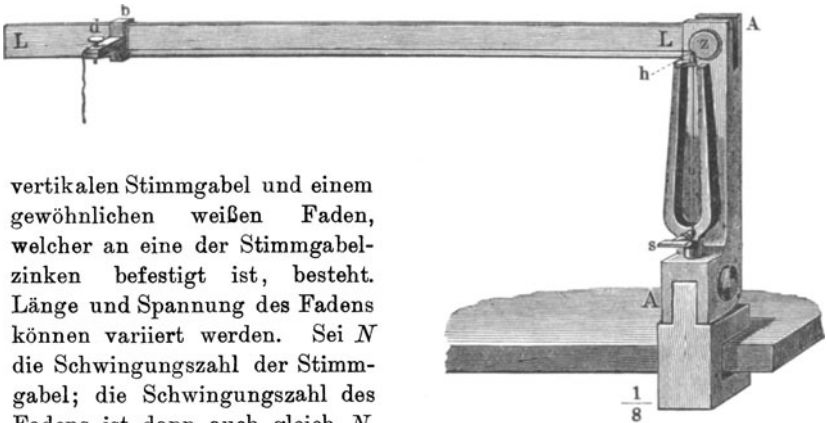
Es sei ΔL die durch die Spannung P bewirkte Saitenverlängerung; aus der Definition des Youngschen Moduls folgt, daß ES die Spannung bedeutet, welche eine Verdoppelung der Saitenlänge (Bd. I, Abt. 2, S. 322, Formel 8) bewirkt, also eine Längenzunahme L . Hieraus geht hervor, daß $P:ES = \Delta L:L$ ist, mithin

$$\frac{N}{N'} = \sqrt{\frac{\Delta L}{L}} \dots \dots \dots (15)$$

Diese Formel lehrt, daß selbst bei der stärksten Spannung N' sehr groß im Verhältnis zu N ist, daß mithin die Längsschwingungen einen viel höheren Ton ergeben als die Querschwingungen einer Saite.

§ 8. Stehende Wellen an Fäden. Apparat von Melde. Melde hat den in Fig. 30 abgebildeten Apparat konstruiert, der aus einer

Fig. 30.



vertikalen Stimmgabel und einem gewöhnlichen weißen Faden, welcher an eine der Stimmgabelzinken befestigt ist, besteht. Länge und Spannung des Fadens können variiert werden. Sei N die Schwingungszahl der Stimmgabel; die Schwingungszahl des Fadens ist dann auch gleich N ,

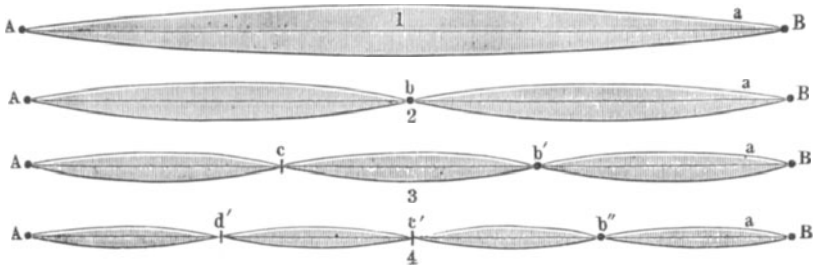
wenn der Faden vertikal gespannt ist, da er gewissermaßen die Verlängerung der Stimmgabelzinke bildet. Ist der Faden aber in horizontaler Richtung gespannt, so ist seine Schwingungszahl $\frac{1}{2} N$, da jede Bewegung der Zinke h nach rechts die Fadenspannung vermehrt, jede Bewegung nach links den Faden ausspannt, wobei er sich infolge der Trägheit abwechselnd aufwärts und abwärts bewegt. Eine stehende Welle kann sich am Faden bei einer bestimmten Spannung ausbilden, bei welcher die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schwingungen

$$V = \frac{N}{2} \lambda = \frac{N}{2} \cdot 2L = NL \text{ ist.}$$

Vermindert man die Spannung um das Vierfache, so vermindert sich die Geschwindigkeit V und folglich auch λ um das Doppelte und es bildet sich in der Saitenmitte ein Knoten aus (Fig. 31, 2). Verringert man die Spannung um das Neun-

fache, so teilt sich der Faden in drei gleiche Teile (Fig. 31, 3) usw. Bringt man den Faden aus seiner horizontalen Lage in die vertikale (indem man LL um 90° um die Achse Z dreht), ohne daß sich die Spannung, also auch die Geschwindigkeit V ändert, so geht $\frac{1}{2}N$ in N über, es wird daher λ um die Hälfte kleiner und die Anzahl der stehenden Wellen am Faden verdoppelt sich.

Fig. 31.



§ 9. Längsschwingungen von Stäben. Die Saite stellte in der Theorie gewissermaßen einen Grenzbegriff dar, indem ihr völliger Mangel an Elastizität zugeschrieben wurde. Der Stab stellt in der Theorie gewissermaßen den entgegengesetzten Grenzfall dar: als Stab bezeichnet man einen prismatischen oder zylindrischen Körper, dessen Schwingungsbewegungen ausschließlich durch elastische Kräfte hervorgerufen werden, die ihrerseits durch die Formenänderungen des Stabes entstehen. Bisweilen betrachtet man auch die Schwingungen krummliniger Stäbe, für gewöhnlich aber beschränkt man sich auf geradlinige.

Die Stäbe lassen sich auf folgende drei Arten befestigen: der Stab ist an einem Ende festgeklemmt, während das andere frei ist, er ist an beiden Enden oder endlich in der Mitte befestigt.

Längsschwingungen pflanzen sich an einem Stabe mit einer Geschwindigkeit fort, die durch Formel (27) auf S. 13 ausgedrückt wird:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\delta}} \dots \dots \dots (16)$$

In ihr bedeutet E den Youngschen Modul, δ die Dichte des Stabes. Ist nur das eine Stabende befestigt, so erhält man den Grundton, wenn am festen Ende ein Knoten, am freien ein Bauch auftritt, wenn mithin die Stablänge L gleich ist $L = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} \frac{V}{N}$, wo N die Schwingungszahl bedeutet. Hieraus folgt

$$N = \frac{1}{4L} V = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{Eg}{D}} \dots \dots \dots (17)$$

wo g die Beschleunigung der Erdschwere, D das Gewicht der Volumeneinheit des Stabes bedeutet.

Bestimmt man N nach dem Gehör oder nach einer der hierfür gebräuchlichen Methoden (s. unten), so kann man auf diese Weise V , mithin auch den Youngschen Modul E finden. Die Nebentöne entstehen dadurch, daß am Stabe ein oder mehrere Knoten auftreten, wobei dann die Stablänge $L = \frac{3}{4} \lambda, \frac{5}{4} \lambda$ usw. ist. Hieraus findet man ihre Schwingungszahlen

$$N_1 = 3N, N_2 = 5N \text{ usw. (18)}$$

Ist der Stab in der Mitte befestigt, so gelten die abgeleiteten Formeln für jede seiner Hälften, es ist also

Fig. 32.



$$N = \frac{1}{2L} V = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{Eg}{D}} \text{ (19)}$$

Ist der Stab an beiden Enden befestigt, so ist

$$L = \frac{1}{2} \lambda = \frac{1}{2} \frac{V}{N},$$

und es ist wiederum

$$N = \frac{1}{2L} V = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{Eg}{D}} \text{ (20)}$$

Zur Erzeugung sehr hoher Töne dienen Stahlstäbe, welche man in der aus Fig. 32 ersichtlichen Weise an Fäden aufhängt.

§ 10. Querschwingungen von Stäben. Einer genauen Behandlung der Theorie von den Querschwingungen der Stäbe stellen sich bedeutende Schwierigkeiten entgegen; wir wollen uns deshalb darauf beschränken, eine relativ elementare Herleitung zu geben, wobei allerdings für einen der in der Endformel vorkommenden Faktoren ein Zahlenwert nicht erhalten wird.

Bei Betrachtung der Biegung von Stäben hatten wir, Bd. I, Abt. 2, S. 361, Formel 71 folgenden Ausdruck für den Biegungspfeil λ erhalten

$$\lambda = \frac{k}{12q} \frac{Pl^3}{E}.$$

Hier war $k = 4$, falls der Stab an einem Ende befestigt war, vgl. Bd. I, Abt. 2, S. 361, Fig. 168, a; P bedeutete die am Stabende angreifende Kraft, l die Stablänge, E den Youngschen Modul und q eine Größe, deren allgemeiner Ausdruck durch (77) auf S. 366, deren spezielle Werte auf S. 361 gegeben waren. Setzt man $l = L$, $k = 4$, $\lambda = -s$ und $P = f$, so ist

$$f = -\frac{3qE}{L^3} s.$$

Diese Formel hat Ähnlichkeit mit dem Ausdrucke $f = -cms$, vgl. (20), Bd. I, Abt. 1, S. 136, welcher die Kraft f mit der Entfernung s der Masse m von der Gleichgewichtslage bei Schwingungsbewegungen in Beziehung setzt. Sei nun m die Masse, welche unter der Einwirkung der Kraft $f = P$ ebensolche Schwingungen ausführt, wie sie in Wirklichkeit dem Stabende zukommen. Es ist dann leicht einzusehen, daß m der wirklichen Stabmasse M proportional ist. Wir setzen $M = mh^2$, wo h^2 den Proportionalitätsfaktor bedeutet. Es ist dann $mh^2 = M = LSD : g$, wo S der Flächeninhalt des Stabquerschnitts ist, D und g ihre frühere Bedeutung haben. Die Beziehung

$$\frac{3qE}{L^3} s = cms = c \frac{LSDs}{gh^2}$$

ergibt

$$c = \frac{3qEgh^2}{L^4SD}$$

Formel (15) auf S. 135 in Bd. I, Abt. 1, gibt für die Dauer T einer (einfachen) Schwingung $T = \pi \sqrt{c}$, hieraus ergibt sich als Schwingungszahl

$$N = \frac{\sqrt{c}}{\pi} = \frac{h}{\pi L^2} \sqrt{\frac{3qEg}{SD}}$$

Seebeck hat an Stelle von h eine andere Größe ε^2 eingeführt, indem er

$$h = \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{2\sqrt{3}}$$

setzte. Man erhält hierdurch

$$N = \frac{\pi \varepsilon^2}{2L^2} \sqrt{\frac{qEg}{SD}} \dots \dots \dots (21)$$

Die Werte von q sind in Bd. I, Abt. 2, S. 361, gegeben.

1. Für einen zylindrischen Stab mit dem Querschnittsradius R ist $S = \pi R^2$, $q = \frac{1}{4} \pi R^4$, folglich

$$N = \frac{\varepsilon^2 \pi R}{4L^2} \sqrt{\frac{Eg}{D}} \dots \dots \dots (22, a)$$

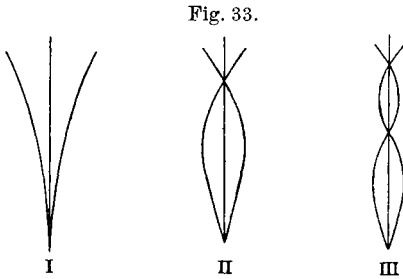
2. Für einen prismatischen Stab, dessen Dicke (in der Schwingungsebene) gleich b ist, hat man $\frac{q}{S} = \frac{b^2}{12}$, folglich

$$N = \frac{\varepsilon^2 \pi b}{4\sqrt{3}L^2} \sqrt{\frac{Eg}{D}} \dots \dots \dots (22, b)$$

Die Stabbreite a hat im letzten Falle keinerlei Bedeutung. Man findet als Wert von ε in allen diesen Fällen

$$\varepsilon = 0,5969 \dots \dots \dots (23)$$

Der Grundton wird erhalten, wenn die Stabschwingungen in der Weise erfolgen, wie es Fig. 33, I zeigt; Fig. 33, II illustriert die Stabschwingungen entsprechend dem ersten, Fig. 33, III entsprechend dem zweiten Nebentone.



Stellt man (21) und (22) in der Form $N = \varepsilon^2 A$ dar, so erhält man für die Schwingungszahl N_k den folgenden Ausdruck:

$$N_k = \varepsilon_k^2 A \dots (24)$$

hierbei ist $\varepsilon_1 = 1,4942$; $\varepsilon_2 = 2,5003$; $\varepsilon_3 = 3,500$; $\dots \varepsilon_k = \frac{2k+1}{2}$ bei $k > 3$. Es verhalten sich somit die Schwingungszahlen der Stabtöne zueinander wie $\varepsilon^2 : \varepsilon_1^2 : \varepsilon_2^2$ usw. oder wie

$$(1,194)^2 : (2,989)^2 : 5^2 : 7^2 : 9^2 \text{ usw.},$$

d. h. mit Ausnahme des Grund- und ersten Nebentones wie die Quadrate der ungeraden Zahlen.

Der Knotenabstand vom freien Ende beträgt im Falle II der Fig. 33 $0,2261 L$, im Falle III der Fig. 33 ist der Abstand des ersten Knotens $0,1321 L$, der des zweiten $0,4999 L$. Für den dritten Nebenton betragen die Entfernungen der drei Knoten vom freien Stabende bzw. $0,09444 L$, $0,3558 L$ und $0,6439 L$.

Als Schwingungszahlen der Stabtöne erhält man

$$N \quad 6\frac{1}{4}N \quad 17\frac{1}{2}N \quad 34\frac{1}{4}N \quad 56\frac{1}{2}N \quad 84N \quad (25)$$

dieselben entsprechen beispielsweise folgenden Tönen:

$$c_{-2} \quad g_0^+ \quad d_2 \quad a_3^- \quad h_3^- \quad f_4 \quad \dots (26)$$

Ein Stab mit rundem Querschnitt kann parallel zu allen durch seine Achse gehenden Ebenen schwingen, ein Stab mit rechtwinkligem Querschnitt dagegen kann nur in zweien zueinander senkrechten, seinen Seitenflächen parallelen Ebenen schwingen. Formel (22, b) zeigt, daß die Schwingungszahlen N_1 und N_2 dieser beiden Schwingungen sich zueinander wie die Seiten b_1 und b_2 des rechtwinkligen Stabquerschnitts verhalten. Es erinnert dies an die Darlegungen im § 4 des Kap. I auf S. 10 über die Schwingungen im anisotropen Medium; auch hier konnten die Schwingungen ebenfalls nur in den zwei Richtungen der größten und geringsten Elastizität erfolgen. Biegt man einen solchen Stab in irgendeiner anderen Ebene zur Seite und überläßt ihn dann sich selbst, so beschreibt das Stabende eine der in Bd. I, Abt. 1 auf

S. 155 wiedergegebenen Figuren. Ein Stab mit rundem oder quadratischem Querschnitt gibt die Figuren der ersten Reihe von Fig. 55. Befestigt man die Stäbe in vertikaler Lage und versieht ihre Enden mit blanken Knöpfchen, so lassen sich alle diese Figuren leicht beobachten (Königs Kaleidophon).

Decharme hat eine Reihe Versuche über die Schwingungen von zylindrischen Stäbchen ausgeführt, welche mit Durchbohrungen, kreisförmigen Ausschnitten usw. versehen waren, ebenso mit Stäbchen von der Form einfacher oder doppelter Kegelstümpfe.

§ 11. Die Stimmgabel. Alles, was im vorhergehenden über Stabschwingungen auseinandergesetzt worden ist, gilt, wenn auch nicht vollkommen genau, von den Stimmgabeln. Formel (22, b) führt auf folgendes Gesetz für sie:

Die Schwingungszahl des Grundtones einer Stimmgabel ist proportional der Zinkenstärke (gerechnet in der durch beide Zinken gehenden Ebene), umgekehrt proportional dem Quadrate der Zinkenlänge und direkt proportional der Quadratwurzel aus dem Bruch $\frac{E}{D}$.

Die Schwingungszahlen der Nebentöne werden durch (25) bestimmt; die Form der Schwingungen beim Grundton und den beiden ersten Nebentönen ist in Fig. 34 dargestellt. Streicht man die Stimmgabel mit einem Violinbogen am

oberen Ende einer der Zinken an, so erhält man den reinen Grundton und die Schwingungen sind harmonisch, streicht man sie etwa in der Zinkenmitte an, so erhält man den ebenfalls reinen ersten Nebenton.

Man setzt die Stimmgabeln gewöhnlich auf eine der Seitenflächen eines Resonanzkastens von der Form eines rechtwinkligen Parallelepipedons, dem eine Wand fehlt (Fig. 35).

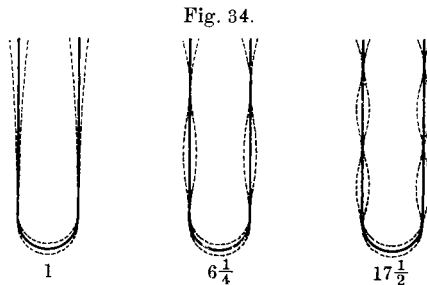
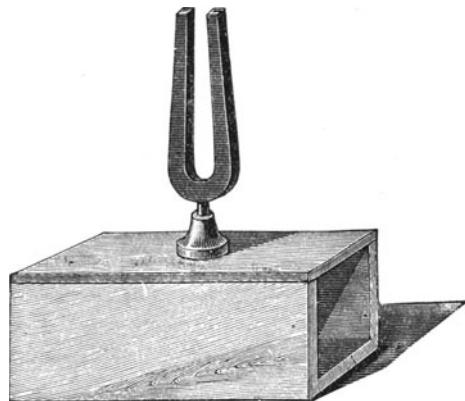


Fig. 35.



Die Länge des Resonanzkästchens einer Stimmgabel muß ein Viertel der Wellenlänge des Grundtones (innerhalb der Luft) betragen.

Mercadier hat die Schwingungsgesetze der Stimmgabeln einer Prüfung unterzogen und hierbei gefunden, daß die Schwingungszahl N in der Tat von der Zinkenbreite unabhängig und direkt proportional der Zinkendicke ist; hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Zinkenlänge L jedoch hat er gefunden, daß N umgekehrt proportional nicht zu L^2 ist, sondern zu $(L + y)^2$, wo $y = 3,8$ mm ist.

Die Schwingungszahl N einer Stimmgabel nimmt ab mit Zunahme der Temperatur t , hauptsächlich infolge der Änderung des Elastizitätsmoduls. Pierpaoli fand für den thermischen Koeffizienten α in der Formel $N = N_0 (1 - \alpha t)$, wo N_0 die Schwingungszahl bei $t = 0^\circ$ bedeutet, Werte, welche um $\alpha = 0,0001$ herum schwanken. Robin hat Stimmgabeln aus verschiedenen Legierungen hergestellt, deren Schwingungszahl innerhalb bestimmter Temperaturen unabhängig von der Temperatur sind.

Das umgebende Medium beeinflußt die Schwingungszahl der Stäbe, ebenso wie die der Saiten. Taucht man eine angeschlagene Stimmgabel in Wasser oder in eine andere Flüssigkeit, so wird der Ton im Vergleich zu dem in der Luft erniedrigt, besonders stark in Quecksilber, in welchem Stoffe sich der Ton um mehr als die Oktave ändert. Mit dieser Frage haben sich besonders Kolaček und in letzter Zeit Kalähne (1914) beschäftigt. Diese Vertiefung des Eigentons wird dadurch bewirkt, daß das umgebende Medium oder wenigstens ein Teil desselben mitbewegt werden muß. Der Körper erfährt somit durch die Anwesenheit des Mediums einen scheinbaren Massenzuwachs, dessen Größe außer von seiner Form und der Art der Schwingungen von der Natur des Mediums, insbesondere von seiner Dichte abhängt.

Zum Schlusse dieses Kapitels sei noch erwähnt, daß auch Ringe in Schwingungsbewegung versetzt werden können, wobei die Zahl der an ihnen auftretenden Knoten stets eine gerade und nicht kleiner als vier sein muß; diese Schwingungsknoten stehen voneinander um gleiche Winkelabstände ab.

Literatur.

Zu § 2.

Mersenne: Harmonie universelle. Paris 1636, liv. II, propos. 18.
Taylor: Phil. Trans. 1713; Methodus incrementorum. London 1715.
Laird: Phys. Rev. 7, 102. 1898.

Zu § 4.

Helmholtz: Lehrb. d. Tonempfindungen, S. 138, 563, Braunschweig 1870.
Krigar-Menzel u. Raps: Wied. Ann. 44, 623, 1891; 50, 444, 1893.

Kaufmann: Wied. Ann. **54**, 674, 1895.

Weak: Amer. Journ. of Sc. **32**, 366, 1886.

Cornu: Journ. de phys. (3) **5**, 5, 1896.

V. v. Lang: Wied. Ann. **68**, 335, 1899.

Zu § 6.

N. Savart: Ann. chim. et phys. (3) **6**, 1842; Pogg. Ann. **57**, 403, 1842;
58, 252, 1843.

A. Seebeck: Doves Repertorium **8**; Ber. d. kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1846
bis 1847.

Zu § 8.

Melde: Pogg. Ann. **109**, 193, 1860; **111**, 513, 1861.

Zu § 10.

Decharme: Ann. chim. et phys. (7) **9**, 551, 1896.

Zu § 11.

Mercadier: Compt. rend. **79**, 1001, 1069; 1874.

Kolaček: Wied. Ann. **7**, 23, 1879.

Kalähne: Ann. d. Phys. **45**, 321, 1914.

Pierpaoli: Atti R. dei Lincei (5), Memorie **3**, 178, 1901.

Robin: C. R. **153**, 665, 1911; Journ. de Phys. **2**, 298, 1912.

Die Schwingungen von Stimmgabeln haben ferner untersucht u. a.

Struycken: Ann. d. Phys. **23**, 641, 1907.

Hartmann-Kempf: Ann. d. Phys. **13**, 124, 1900.

Sechstes Kapitel.

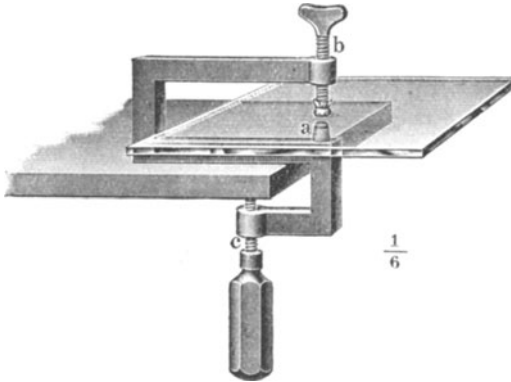
Schwingungen von Platten und Membranen, sowie von gasförmigen Körpern im Inneren von Röhren.

§ 1. **Platten und Membranen.** Analog dem Unterschiede zwischen Stäben und Saiten ist auch der Unterschied zwischen Platten und Membranen. Erstere führen ihre Querschwingungen nur unter Einwirkung innerer elastischer Kräfte aus, welche bei Änderung der Plattenform auftreten. Die Membranen haben, der Theorie nach, gar keine Elastizität und ihre Bewegungen erfolgen ausschließlich durch Wirkung der Spannungen, denen sie ausgesetzt sind.

§ 2. **Querschwingungen von Platten; Chladnische Klangfiguren.** Die Platten, deren Querschwingungen man gewöhnlich beobachtet, bestehen aus Glas, Holz oder Metall. Um stehende Wellen in ihnen zu erregen, verfährt man gewöhnlich folgendermaßen: Man klemmt die Platte in horizontaler Lage in einem Punkte fest und streicht sie mit dem straff gespannten Violinbogen an einer Stelle des Randes an, während ein oder zwei andere Punkte des Randes durch darunter gehaltene Finger gestützt

werden. Die ganze Platte teilt sich dabei in mehrere Teile, die voneinander durch Knotenlinien, d. h. Linien, deren sämtliche Punkte in Ruhe bleiben, getrennt sind. Je zwei benachbarte Teile der Platte, zu beiden Seiten einer Knotenlinie, befinden sich in entgegengesetzten

Fig. 36.



Schwingungsphasen. Streut man auf die Platte etwas trockenen Sand, so wird er von den Stellen, welche den Schwingungsbäuchen entsprechen, fortgeschleudert und sammelt sich an den Knotenlinien an. Er bildet hierbei gewisse Figuren, die man, nach dem Namen des deutschen Physikers Chladni, Chladnische Klangfiguren nennt.

Diese Klangfiguren können außerordentlich verschiedenartig sein; ihre Form hängt bei gegebenem Plattenmaterial und gegebener Plattendicke von der Plattenform sowie von der Lage der Punkte ab, in welchen die Platte festgeklemmt, angestrichen und festgehalten wird. Außerdem

Fig. 37.

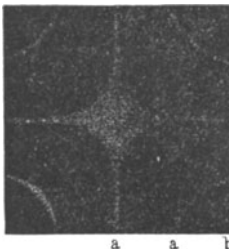


Fig. 38.

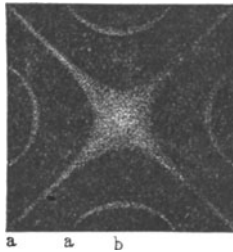
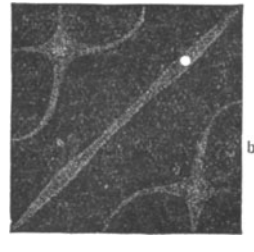


Fig. 39.



sind die entstehenden Figuren verschieden, je nach der Stärke, mit der man mit dem Bogen gegen die Platte drückt und je nach der Geschwindigkeit, mit welcher man den Bogen dahinführt. Jedenfalls aber gehen die Knotenlinien stets durch die Punkte, in welchen die Platte festgeklemmt oder festgehalten wird.

Auf einer quadratischen Platte gelingt es leicht, Knotenlinien zu erhalten, welche die Lage der Quadratdiagonalen oder zweier die Mitten der Quadratseiten verbindender, den Seiten paralleler Geraden haben. Leicht erhält man auch die in Fig. 37, 38 und 39 dargestellten Klangfiguren. Mit dem Buchstaben *a* sind hier überall die Punkte bezeichnet, welche man mit dem Finger unterstützt, mit *b* der Punkt, an welchem die Platte angestrichen wird. Man kann auch sehr viel verwickeltere Figuren erhalten.

Jeder sich auf der Platte ausbildenden Klangfigur entspricht ein bestimmter Ton der Platte; je verwickelter die Figur ist, um so höher ist im allgemeinen der Ton.

Kreisförmige Platten ergeben meist sternförmige Klangfiguren (Fig. 40); man kann auf ihnen jedoch auch konzentrische Kreise erhalten, wenn man nämlich den Mittelpunkt der Platte erschüttert, indem man an demselben einen Stab befestigt und letzteren in Längsschwingungen versetzt.

Einige der zahlreichen, auf rechteckigen Platten entstehenden Klangfiguren sind in Fig. 41 abgebildet.

Von *Wheatstone* stammt eine relativ einfache Erklärung der Klangfiguren auf quadratischen und rechteckigen Platten. Auf solchen Platten entstehen zwei Systeme von zueinander senkrecht stehenden Wellen.

Fig. 40.

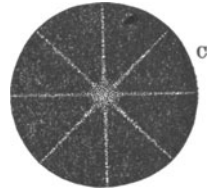
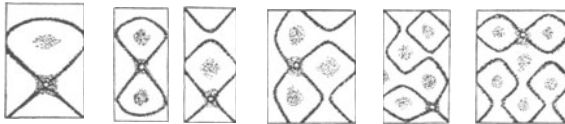


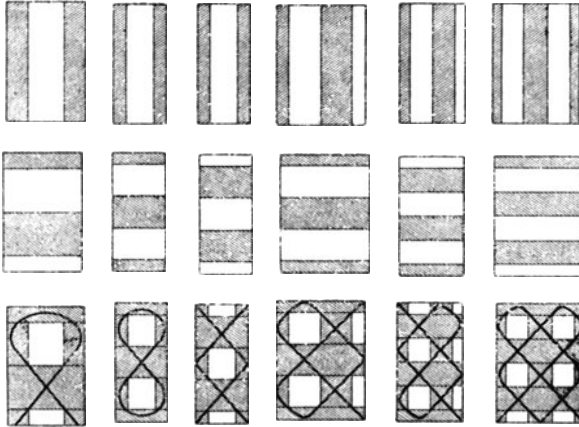
Fig. 41.



Diese beiden Wellensysteme sind in den beiden ersten Horizontalreihen von Fig. 42 abgebildet, wobei die Plattenteile, die sich in gleicher Schwingungsphase befinden, schraffiert bzw. weiß belassen sind; diese Teile sind in der obersten Reihe durch 2 — 2 — 2 — 3 — 3 — 4, in der zweiten Reihe durch 3 — 4 — 4 — 4 — 5 — 5 Knotenlinien voneinander getrennt. Wir können uns denken, daß in einem gegebenen Augenblick die schattierten Stellen nach aufwärts, die weißen nach abwärts in Bewegung seien. Wirken nun die Anregungen zu beiden Schwingungssystemen in einer und derselben Platte zusammen, so wird man das resultierende Schwingungssystem ableiten können, indem man sich die entsprechenden Figuren beider Reihen übereinander gelegt denkt. Auf diese Weise erhält man die Charakteristiken der zusammengesetzten Schwingungen, wobei die Knotenlinien erstens durch die Schnittpunkte der Knotenlinien der zusammengesetzten Schwingungen gehen, zweitens in den Teilen, welche zwei gleichgerichtete Schwingungen enthalten, vollkommen fehlen

und drittens die Teile durchschneiden, deren zusammengesetzte Schwingungen einander entgegengesetzte Bewegungen haben. Auf diese Weise erhält man die Knotenlinien der dritten Horizontalreihe von Fig. 42, welche den in Fig. 41 abgebildeten Klangfiguren vollkommen gleich sind. An den Schwingungsbäuchen sammeln sich kleine Sandhäufchen an; das hat, wie Faraday zeigte, seinen Grund in Wirbelbewegungen der Luft.

Fig. 42.



Mit der Theorie der Schwingungsgesetze von Platten hat sich insbesondere Kirchhoff beschäftigt; wir wollen uns darauf beschränken, bloß die Fundamentalformel hierfür zu geben.

Ist N die Schwingungszahl bei gegebenem Material und gegebener Form der Platte und gegebener, durch eine bestimmte Klangfigur charakterisierter Schwingungsform, so ist

$$N = k \frac{c}{S} \sqrt{\frac{E}{\delta}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1)$$

wo δ die Massendichte, c die Dicke, S die Oberfläche der Platte, E der Youngsche Modul und k ein Zahlenfaktor ist. Für den Grundton einer Kreisplatte ist $k = \frac{\pi}{4}$.

Die Theorie der Schwingungen einer rechteckigen Platte ist auch von Voigt, Zeissig, Ritz und Rayleigh entwickelt worden. Eine experimentelle Bestätigung der Kirchhoffschen Theorie hat F. A. Schulze (1907) gegeben.

§ 3. Schwingungen von Membranen. Die zu den Versuchen verwandten Membranen bestehen meist aus Papier, das man über einen runden oder viereckigen Rahmen ausspannt. Eine solche Membran gibt einen ganz bestimmten Grundton und bestimmte Nebentöne, und kann

man an ihr ebenfalls gewisse Klangfiguren, analog den Chladnischen, beobachten. Eine umfangreiche Experimentaluntersuchung über die Klangfiguren derartiger Membranen hat Antolik durchgeführt; er hat nachgewiesen, daß sie nicht nur zu Transversalschwingungen, sondern auch zu Longitudinalschwingungen angeregt werden können.

Eine quadratische Membran teilt sich durch zu den Quadratseiten parallele Knotenlinien in flächengleiche Rechtecke, deren Zahl offenbar gleich

$$(m + 1) (n + 1)$$

ist, wenn m Linien in der einen Richtung, n in der hierzu senkrechten verlaufen. Die Schwingungszahl N ist hierbei nach Poisson gleich

$$N = \sqrt{\frac{(m + 1)^2 + (n + 1)^2}{2}} \sqrt{\frac{Pg}{Q}} \dots \dots \dots (2)$$

wo P die gesamte, sich gleichmäßig über den Rand verteilende Spannung, Q das Gewicht der Membran bedeutet.

Man kann von einer Membran auch „erzwungene“ Schwingungen ausführen lassen, welche keiner der ihr eigentümlichen Schwingungen entsprechen. Man hat sie zu diesem Zwecke bloß mittels eines gespannten Fadens mit einer Stimmgabelzinke zu verbinden (Fig. 43), deren Schwingungen sich auf der Membran ausbreiten, von ihren Rändern reflektiert werden und stehende Wellen bilden. Die Verteilung der letzteren hängt u. a. von der Schwingungszahl der Stimmgabel ab.

Fig. 43.

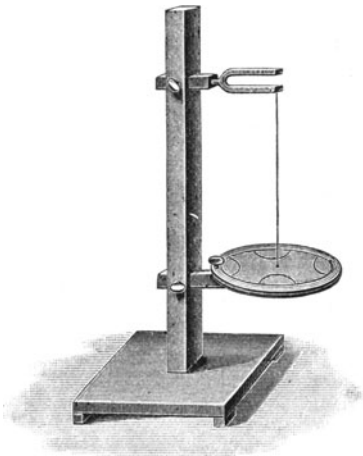
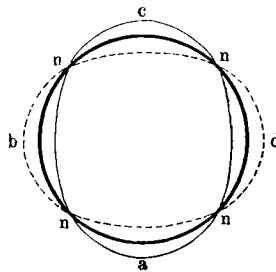


Fig. 44.



§ 4. Tönende Glocken und Zylinder. Eine tönende Glocke teilt sich durch meridionale Knotenlinien in 4 Teile, wenn sie den Grundton erschallen läßt, die Nebentöne derselben entstehen dadurch, daß sie in 6, 8, 10 usw. gleiche Teile durch meridionale Ebenen geteilt wird. Die entsprechenden Schwingungszahlen verhalten sich hierbei wie $2^2 : 3^2 : 4^2 : 5^2$ usw. In Fig. 44 ist die stark angezogene Linie die Begrenzung des Glockenrandes im Zustande der Ruhe; $n n n n$ sind die

Endpunkte der Knotenlinien. Das Material geht dann beim Schwingen in zwei gegenüberliegenden Quadranten ac nach außen, in den beiden zwischenliegenden nach innen. Nach einer halben Schwingung haben dann die Quadrantenpaare ihre Rolle vertauscht und bd treten jetzt über die Ruhelage des Glockenrandes hinaus. Experimentell hat die Schwingungen von Glocken eingehend van Nunes (1909) untersucht.

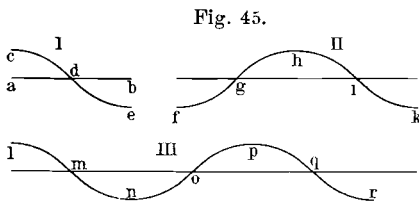
Fenkner hat (1879) die Schwingungen von tönenden Zylindern untersucht und gefunden, daß ihre Schwingungszahl von ihrer Länge unabhängig, umgekehrt proportional dem Quadrate des Querschnittsdurchmessers und direkt proportional der Wanddicke ist. Die Schwingungszahlen von Grund- und Nebentönen verhalten sich bei ihnen wie folgende Zahlen

$$1 : \frac{8}{3} : 5 : 8 : 12 : 16.$$

§ 5. Elementare Theorie der offenen und der gedeckten Pfeifen.

Als Pfeifen bezeichnet man hohle, mit Luft oder anderen Gasen gefüllte zylindrische oder prismatische Röhren. Das die Pfeife erfüllende Gas wird an einem Röhrende, das man als den Mund bezeichnet, auf irgendeine Weise in Erschütterung versetzt. Diese Erschütterung kann entweder an Ort und Stelle hervorgerufen worden sein, oder sie kann sich bis zur tönenden Pfeife in Form einer Schallwelle in der umgebenden Luft von irgendeiner Schallquelle aus ausgebreitet haben. Die Erschütterung schreitet im Inneren der Röhre fort, wird am entgegengesetzten Röhrende reflektiert und kehrt wiederum zurück; es findet Interferenz statt und im Röhreninneren bilden sich stehende Wellen aus, wobei am Röhrenanfang sich unbedingt ein Schwingungsbauch befinden muß. Man unterscheidet offene und gedeckte Pfeifen.

I. Offene Pfeifen. Die Reflexion einer Schallschwingung am offenen Pfeifenende erfolgt an einem weniger dichten Medium, da beim



Einblasen der Luft, das zum Hervorrufen eines Tones erforderlich ist, die Luft im Inneren der Pfeife komprimiert worden ist. Es muß sich daher auch am Pfeifenende ein Bauch (Bd. I, Abt. 1, S. 194) befinden, inmitten der Pfeife aber

wenigstens ein Knoten. Ein gegebener Ton mit der Wellenlänge λ entsteht beim Ansprechen einer offenen Pfeife, wenn ihre Länge

$$L_1 = \frac{\lambda}{2}$$

Dieser Fall ist in Fig. 45, I symbolisch dargestellt, wo ab die Länge der Pfeife bedeutet und die Ordinaten der Kurve cd die longitudi-

nen Amplituden der Schwingungen sind. Den gleichen Ton kann auch eine Pfeife geben, deren Länge $L_2 = 2 \frac{\lambda}{2}$ ist, wobei sich in ihr zwei Knoten bilden, vgl. Fig. 45, II, g und l ; ferner eine Pfeife mit der Länge $L_3 = 3 \frac{\lambda}{2}$ und drei Knoten m , o und q , Fig. 45, III. Im allgemeinen kann ein Ton mit der Schwingungszahl $N = \frac{V}{\lambda}$, wo V die Schallgeschwindigkeit ist, von einer Pfeife mit der Länge

$$L_n = n \frac{\lambda}{2} = 2n \frac{\lambda}{4} \dots \dots \dots (3)$$

erhalten werden, wobei inmitten der Pfeife n Knoten liegen. Umgekehrt gibt eine und dieselbe Pfeife, deren Länge L ist, den Grundton mit der Wellenlänge $\lambda_1 = 2L$ und die Nebentöne mit den Wellenlängen $\lambda_2 = \frac{2L}{2}$, $\lambda_3 = \frac{2L}{3} \dots$ und allgemein

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} = \frac{4L}{2n} \dots \dots \dots (4)$$

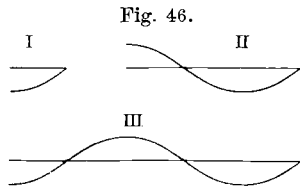
Hieraus folgt für die Schwingungszahl des n ten Tones

$$N_n = n \frac{V}{2L} = 2n \frac{V}{4L} \dots \dots \dots (5)$$

Für den Grundton einer offenen Pfeife ist

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 2L \\ N_1 &= \frac{V}{2L} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

II. Gedeckte Pfeifen. Da das Ende der Pfeife aus einem im Vergleich zur Luft dichteren Material besteht, so erfolgt hier die Reflexion mit Verlust einer halben Wellenlänge, am Ende der Pfeife entsteht ein Knoten, am Anfang ein Bauch. Im einfachsten Falle ist hier die Länge L_1 der Pfeife gleich dem Abstände von Bauch und Knoten, d. h. $L_1 = \frac{1}{4} \lambda$; symbolisch ist dieser



Fall in Fig. 46, I dargestellt. Derselben Ton kann auch eine Pfeife geben, deren Länge $L_2 = 3 \frac{\lambda}{4}$ ist (mit einem Knoten im Innern), Fig. 46, II; ferner eine Pfeife mit der Länge $L_3 = 5 \frac{\lambda}{4}$ (mit zwei Knoten), Fig. 46, III usw. Allgemein ausgedrückt kann ein Ton

mit der Schwingungszahl $N = \frac{V}{\lambda}$ von einer gedeckten Pfeife erzeugt werden, deren Länge

$$L_n = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \quad \dots \quad (7)$$

ist, wobei sich im Inneren der Pfeife $(n - 1)$ Knoten vorfinden.

Andererseits kann eine Pfeife von gegebener Länge L Töne geben, deren Wellenlängen $\lambda_1 = 4L$, $\lambda_2 = \frac{4L}{3}$, $\lambda_3 = \frac{4L}{5} \dots$ oder allgemein

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n - 1} \quad \dots \quad (8)$$

sind. Die Schwingungszahl des n ten Tones ist

$$N_n = (2n - 1) \frac{V}{4L} \quad \dots \quad (9)$$

Für den Grundton einer gedeckten Pfeife ist

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 4L \\ N_1 &= \frac{V}{4L} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (10)$$

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß sich die Schwingungszahlen einer offenen Pfeife wie die aufeinander folgenden ganzen Zahlen $1:2:3:4\dots$, die einer gedeckten Pfeife wie die ungeraden Zahlen $1:3:5:7\dots$ zueinander verhalten. Haben eine offene und eine gedeckte Pfeife die gleiche Länge L und setzt man $\frac{V}{4L} = N$, so sind die Schwingungszahlen

einer offenen Pfeife: $2N, 4N, 6N, 8N\dots 2nN$

einer gedeckten Pfeife: $N, 3N, 5N, 7N\dots (2n - 1)N$.

Der Grundton einer gedeckten Pfeife bildet die untere Oktave des Grundtones einer offenen Pfeife von derselben Länge. Welchen der Töne man bei einer Pfeife erhält, hängt von der Art ab, wie sie zum Tönen gebracht worden ist.

§ 6. Orgelpfeifen. Es gibt verschiedene Arten von Pfeifen, die durch Einblasen eines Luftstrahles zum Tönen gebracht werden. Die musikalischen Instrumente, bei denen die ursprüngliche Lufterschütterung durch Vibration der Lippen (Cornet à piston), durch scharfes Anblasen (Flöte) usw. hervorgerufen wird, wollen wir ganz übergehen und uns hier auf Betrachtung der Orgel- (auch Lippen- oder Labialpfeifen genannt) und Zungenpfeifen beschränken, sowie in Kürze die Röhren mit zwei Membranen erwähnen. Die innere Einrichtung einer Orgelpfeife ist aus Fig. 47 ersichtlich. Die Entfernung RR stellt die Länge L

der Orgelpfeife dar, sie wird bis zum prismatischen Einsatzstücke cd gerechnet, welches nicht bis zur Röhrenwandung reicht und mithin eine Spaltöffnung frei läßt. Das Zustandekommen von Tönen beim Anblasen der Orgelpfeifen ist offenbar ein recht verwickelter Vorgang. Früher dachte man sich ihn folgendermaßen:

Durch die im Boden mündende engere Röhre wird Luft eingeblasen, welche von dort in den Hohlraum K und durch den erwähnten Spalt weiter gelangt; am scharfen Rande ab eines aus der Röhrenwandung ausgeschnittenen Keils, der sogenannten Oberlippe, wird die ausströmende Luft verdichtet und diese Verdichtung pflanzt sich darauf im Inneren der Röhre weiter fort. Infolge der Verdichtung der vorausgeströmten Luft tritt die nachfolgende im Strömen befindliche Luft durch die seitliche Spaltöffnung aus, anstatt ins Röhreninnere zu gelangen, somit kann sich eine Luftverdünnung bilden, die sich ebenfalls im Röhreninneren fortpflanzt. Ein fortgesetztes Einblasen von Luft ruft abermalige Verdichtungen usw. hervor. Das Resultat ist, daß eine unregelmäßige Lufterschütterung oder ein Geräusch entsteht, in dem eine große Zahl verschiedener Töne enthalten ist. Die Röhre der Orgelpfeife wählt sozusagen aus diesen Tönen den aus, der ihrer Länge entspricht und in ihr stehende Wellen zu erzeugen vermag. Durch seine zunehmende Stärke übertönt dieser Ton alle übrigen, immerhin aber bleibt ein leichtes Geräusch übrig.

Die soeben entwickelte Theorie des Tönsens der Orgelpfeifen kann gegenwärtig nicht mehr als richtig gelten. Eine genauere Theorie für das Zustandekommen von Tönen bei Orgelpfeifen haben Brockmann, Hensen, W. Friedrich (1902), Wachsmuth und seine Schüler (Weerth u. a.) zu geben versucht, doch können wir hierauf nicht näher eingehen, da eine endgültige Lösung dieser Frage noch nicht vorliegt.

Bei schwachem Einblasen der Luft entsteht der Grundton der Pfeife, bei stärkerem einer der höheren Nebentöne. Für eine Pfeife von gegebener Länge ist die Anordnung ihrer Töne die folgende:

Offene Pfeife: $c_2 \quad c_3 \quad g_3 \quad c_4 \quad e_4 \quad g_4 \dots$
 Gedeckte Pfeife: $c_1 \quad g_2 \quad c_3 \quad h_3^- \quad d_4 \dots$

§ 7. Methoden zur Beobachtung der in Pfeifen auftretenden Knoten und Bäuche. Wir wollen hier nur drei der gebräuchlichen Methoden aufzählen.

Fig. 47.



I. In die in vertikaler Lage befindliche Orgelpfeife (Fig. 48) läßt man an einem Faden einen mit einer Membran überspannten Ring in horizontaler Lage herab. Auf die Membran ist etwas Sand aufgestreut; dieser bleibt an den Knoten in Ruhe, gerät aber in lebhaftere Bewegung,

Fig. 48.



Fig. 49.

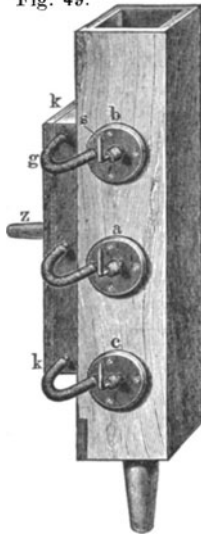
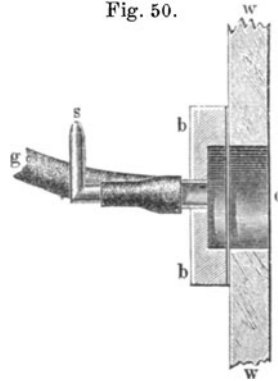


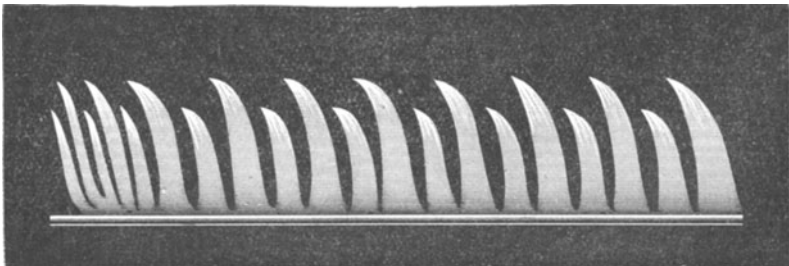
Fig. 50.



sobald die Membran in einen der Bäuche gebracht wird. Die ganze Pfeife oder eine der Seitenwandungen der Pfeife besteht, damit man das Verhalten des Sandes beobachten kann, aus Glas.

II. Die Königschen Pfeifen sind an einer der Seitenwandungen mit einer Reihe von manometrischen Kästchen versehen. Fig. 49 stellt eine solche Röhre mit drei Kästchen dar, in welche durch seitliche Röhrrchen Leuchtgas hineingeleitet und dann entzündet wird. Das Innere der

Fig. 51.



Kästchen ist in Fig. 50 dargestellt. Solange die Orgelpfeife keinen Ton erschallen läßt, bleiben die Flammen in Ruhe; tönt sie indes, so beginnen die Membranen an den Knotenstellen, wo die größten Dichteänderungen der Luft vor sich gehen, in Vibration zu geraten und die zugehörigen Flammen zu zucken; sie brennen daher an den Knotenstellen dunkler und verlöschen nicht selten. Betrachtet man eine solche Flamme im

Drehspiegel, so sieht man statt eines gleichmäßig breiten, hellen Streifens eine Reihe von hellen Zacken und Zähnen. Bläst man eine offene König-sche Orgelpfeife nur schwach an, so ertötet der Grundton und beginnt die mittlere Flamme unruhig zu werden, woraus hervorgeht, daß sich in der Mitte der Röhre ein Knoten ausbildet. Bei stärkerem Anblasen erschallt die Oktave, die mittlere Flamme bleibt in Ruhe, die äußersten beginnen zu zucken, es liegt mithin in der Mitte der Röhre ein Bauch in $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ der Röhrenlänge je ein Knoten.

Stellt man zwei verschiedene Pfeifen nebeneinander auf und verbindet ihre mittleren Manometerkästchen mit demselben Brenner, so sieht man im Drehspiegel einen zackigen Lichtstreifen, aus dessen Form man erkennt, daß die Schwingungen hier nach einem weniger einfachen Gesetz erfolgen. In Fig. 51 ist ein solcher Lichtstreifen abgebildet, wie man ihn erhält, wenn sich die Schwingungszahlen der Pfeifen wie 1:2 verhalten; Fig. 8 auf S. 26 entspricht dem Verhältnis der Schwingungszahlen 4:5.

III. Die folgende sehr genaue Methode zum Bestimmen der Lage von Knoten und namentlich der Schwingungsbäuche stammt ebenfalls von R. König. Die hierzu dienende Pfeife befindet sich in horizontaler Lage; einen Vertikalschnitt stellt Fig. 52 dar. In der nach unten gekehrten Seitenwandung befindet sich ein Längsspalt, der durch das Wasser einer Wanne, in welche die Röhre eintaucht, abgeschlossen ist.

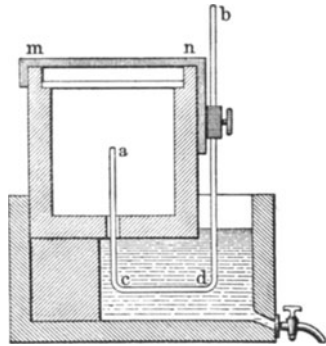


Fig. 52.

An der Röhre entlang verschiebt sich ein Holzrahmen *mn* und mit ihm das Schenkelrohr *acdb*, das einerseits ins Innere der Pfeife ragt, andererseits durch einen Schlauch mit dem Ohre des Beobachters verbunden werden kann. Befindet sich das Ende *a* in einem Knoten, so hört man einen sehr lauten Ton, während an den Bäuchen eine fast plötzliche, deutliche Schwächung der Tonstärke wahrnehmbar ist, für den zweiten, dritten Ton usw. sogar ein völliges Verschwinden des Tones eintritt. Die Lage der Schwingungsbäuche läßt sich hiernach sehr genau beobachten.

§ 8. Zusammenhang zwischen den Dimensionen einer Pfeife und der Höhe ihres Tones. Die in § 5 gegebene elementare Theorie hatte uns folgende Formeln geliefert:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für offene Pfeifen:} \\ \text{für gedeckte Pfeifen:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} N = \frac{V}{2L} \\ N = \frac{V}{4L} \end{array} \dots \dots \dots (11)$$

diese Formeln stellen einen Zusammenhang zwischen der Schwingungszahl N des Grundtones, der Schallgeschwindigkeit V und der Pfeifenlänge L dar. Genauere Untersuchungen haben indes gezeigt, daß für Orgelpfeifen diese Beziehungen nicht genau erfüllt sind, ebensowenig auch die Beziehungen zwischen den Schwingungszahlen der Nebentöne und der Pfeifenlänge,

$$\left. \begin{array}{l} \text{für offene Pfeifen:} \quad N_n = \frac{2nV}{4L} \\ \text{für gedeckte Pfeifen:} \quad N_n = \frac{(2n-1)V}{4L} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

Es sei hierbei bemerkt, daß der Abstand zweier Knoten oder zweier Bäuche jederzeit wirklich $\frac{1}{2} \lambda_n = \frac{1}{2} \frac{V}{N_n}$ ist. Was jedoch den Zusammenhang zwischen der Schwingungszahl eines Tones und der Pfeifenlänge anbetrifft, so ist die letztere kleiner, als es den Formeln (11) und (12) entspricht; der Pfeifenton entspricht theoretisch einer längeren Pfeife, so daß man für gedeckte Pfeifen die Beziehung

$$N = \frac{V}{4(L+l)} \dots \dots \dots (13)$$

bestätigt findet. Die Größe l hängt bei gegebenem Querschnitt von der Pfeifenlänge L nicht ab. Zur Bestimmung der Korrekptionsgröße l verfuhr Wertheim derart, daß er die Schwingungszahlen N_1 und N_2 für zwei gedeckte Pfeifen von verschiedener Länge ermittelte. Aus den Formeln

$$N_1 = \frac{V}{4(L_1+l)} \quad \text{und} \quad N_2 = \frac{V}{4(L_2+l)}$$

$$l = \frac{N_2 L_2 - N_1 L_1}{N_1 - N_2} \dots \dots \dots (14)$$

Für zylindrische Pfeifen ist die Korrekptionsgröße l proportional dem Querschnittsradius R .

Die elementare Theorie der Pfeifen versagt für Orgelpfeifen, weil nach dieser Theorie am unteren, offenen Röhrende ein Schwingungsbauch entstehen müßte. An dieser Stelle aber befindet sich die Querfläche des Prismas cd (Fig. 47), von welcher die Schwingungen ebenfalls reflektiert werden, weshalb sich der erste Knoten nicht im Abstände $\frac{\lambda}{4}$ vom Röhrenanfang befindet, sondern etwas näher an jener Querfläche.

Weitere Untersuchungen haben gezeigt, daß bei vierkantigen Pfeifen die Breite (d. h. die in der Richtung des Seitenspaltes verlaufende Dimension) auf die Tonhöhe keinen Einfluß hat, wohl aber die Tiefe h der Pfeife (senkrecht zur Spaltöffnung). Savart fand, daß für $h > \frac{L}{6}$

die Tonhöhe für alle Pfeifen mit demselben Wert des Produktes $S = Lh$ die gleiche ist. Für verschiedene Pfeifen ist N proportional \sqrt{S} . Demgemäß hat eine Zunahme der Tiefendimension denselben Einfluß wie eine Abnahme der Länge. Dasselbe Resultat hat auch Mersenne für zylindrische Pfeifen erhalten.

Von Cavaillé-Coll stammt eine empirische Formel für die Länge L einer offenen Pfeife, deren Grundton die Schwingungszahl N hat. Dieselbe lautet für vierkantige Pfeifen

$$L = \frac{V}{2N} - 2h \dots \dots \dots (15)$$

für runde Pfeifen

$$L = \frac{V}{2N} - \frac{5}{3}d \dots \dots \dots (16)$$

wobei d der Querdurchmesser ist. Es geben somit Pfeifen, für welche $L + 2h$ oder $L + \frac{5}{3}d = \text{Const.}$ ist, Töne von gleicher Höhe.

Für offene Pfeifen tritt noch eine weitere Ursache auf, weshalb für sie die auf theoretischem Wege gefundenen Formeln nicht stimmen; es liegt nämlich der Schwingungsbauch bei ihnen nicht am geometrischen Ende der Pfeife, sondern etwas darüber hinaus in der freien Luft. Die offenen Pfeifen erscheinen daher gewissermaßen verlängert, und gilt für sie die folgende Formel:

$$N = \frac{V}{2(L + l + l_1)} \dots \dots \dots (17)$$

Die Summe $l + l_1$ wird aus den Beobachtungen nach einer mit (14) identischen Formel bestimmt.

Wie wir gesehen haben, können Pfeifen eine ganze Reihe von Tönen geben, die bisweilen, besonders bei starkem Anblasen von engen Pfeifen, sogar gleichzeitig auftreten. Demgegenüber geben gedeckte Pfeifen bei schwachem Anblasen, insbesondere, wenn sie recht große Weite besitzen, den reinen Grundton.

Auf die Tonhöhe haben auch die Pfeifenwandungen einigen Einfluß, und zwar erniedrigt sie sich, wenn die harten Wandungen durch weiche ersetzt oder hölzerne Wandungen angefeuchtet werden. Der Ton einer Pfeife mit quadratischem Querschnitt ($L = 30$ cm; $d = h = 2$ cm) wird beispielsweise um eine ganze Oktave tiefer, wenn man die inneren Wandungen mit feuchtem Papier überzieht. Auch bei festen Wandungen ist das Material von Einfluß auf die Tonfarbe.

Für Pfeifen, die nicht die Form von Röhren besitzen, hat Mersenne das folgende von Savart bestätigte Gesetz gefunden: in geometrisch einander ähnlichen Pfeifen sind die Schwingungszahlen umgekehrt proportional ihren linearen Dimensionen. Dies Gesetz

gilt für Pfeifen von Würfelform, von der Form dreiseitiger Prismen, Kugelform, runder Dosenform mit einem Spalt an der zylindrischen Seitenfläche usw.

Noch auf einen Umstand, der bei Orgelpfeifen eine Rolle spielt, möge hingewiesen werden. In der elementaren Theorie wurde angenommen, daß durch Reflexion der direkten Welle am Pfeifenende eine stehende Welle zustande komme, wobei die Schwingungsamplitude an den Knotenstellen gleich Null sei. In Wirklichkeit wird die Schallwelle aber wiederholt an beiden Pfeifenenden reflektiert, wobei die Amplitude jedesmal kleiner wird; wenn z. B. die Amplitude a der direkten Welle nach einmaliger Reflexion in ka , nach zweimaliger in k^2a usw. übergegangen ist, so ergibt die Theorie, daß die Bewegungsenergie J_{\min} an den Knotenstellen nicht gleich Null ist; ihr Verhältnis zur Energie J_{\max} an den Schwingungsbäuchen ist gleich

$$\frac{J_{\min}}{J_{\max}} = \left(\frac{1-k}{1+k} \right)^2 \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (18)$$

Für $k = \frac{1}{2}$ ist dies Verhältnis gleich $\frac{1}{9}$, für $k = \frac{3}{4}$ ist es bereits gleich $\frac{1}{49}$.

§ 9. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Hilfe von Pfeifen.

Die Formeln (11) zeigen uns, daß die Schwingungszahl N eines Pfeifentones proportional der Schallgeschwindigkeit V in dem die Pfeife erfüllenden Gase ist; aus Formel (6) auf S. 31 folgt ferner, daß die Schwingungszahl N umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der auf Luft bezogenen Gasdichte ist.

Beim Einblasen von Leuchtgas gibt eine Orgelpfeife einen beträchtlich höheren Ton als beim Einblasen von Luft.

Wertheim hat die Schallgeschwindigkeit V in Luft nach Formel (13), S. 86 bestimmt, nachdem er die Größe l aus (14) gefunden hatte.

Dulong fand, daß die Lage der Knoten und Bäuche von der Art des die Pfeife erfüllenden Gases nicht abhängt; daher ist das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Gasen gleich dem Verhältnis der Schwingungszahlen der von einer gegebenen Pfeife stammenden Töne. Nach dieser Methode hat er und später Masson das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in Luft und verschiedenen Gasen bestimmt.

Pfeifen können auch dann noch tönen, wenn sie völlig in eine Flüssigkeit eintauchen, und zwar geben sie hierbei einen viel höheren Ton als innerhalb der Luft. Wertheim bestimmte nach dieser Methode die Schallgeschwindigkeit im Wasser und erhielt die viel zu kleine Zahl

$V = 1173$ m, bei 11° , die gerade $\sqrt{\frac{3}{2}}$ mal kleiner war als 1437 m, während die von Sturm gefundene Zahl 1435 m ist, vgl. S. 38. Hieraus schloß Wertheim, daß sich der Schall im Inneren der die Pfeife erfüllenden Flüssigkeit $\sqrt{\frac{3}{2}}$ mal langsamer ausbreitet als im unbegrenzten flüssigen Medium. Da sich der Schall nun auch in einem festen Stabe $\sqrt{\frac{3}{2}}$ mal langsamer ausbreitet als im unbegrenzten festen Medium, vgl. (17), S. 40, so schloß Wertheim hieraus, daß beim Durchgang von Schallschwingungen durch eine Flüssigkeitssäule letztere die Eigenschaften eines festen Körpers annimmt.

Helmholtz hat indes die Verminderung der Schallgeschwindigkeit in Pfeifen, welche mit Flüssigkeiten gefüllt sind, durch Energieabgabe an die Pfeifenwandungen erklärt; die Größe dieser Energieabgabe muß vom Pfeifendurchmesser sowie von der Dicke und Elastizität der Pfeifenwandungen abhängen. Dieselbe Frage ist von Korteweg und Lamb näher untersucht worden; Kundt und Lehmann haben folgende Werte der Schallgeschwindigkeit im Wasser bei 18° gefunden (c Wanddicke, d Pfeifendurchmesser):

c mm	d mm	V m
2,2	28,7	1040
3,0	23,5	1262
5,0	14,0	1383

Dvořak hat folgende Werte gefunden:

c mm	d mm	V m
0,82	17,9	998
0,63	11,7	1046
0,52	8,46	1164
2	15	1213
2	11	1281

Beide Messungen sind nach der Methode von Kundt vorgenommen worden, welche sogleich beschrieben werden soll.

Erinnert sei noch daran, daß die direkte Messung der Schallgeschwindigkeit in Wasser den Wert $V = 1435$ m ergab (S. 38). Denselben Wert hat Dörsing (1908) nach einer auf S. 91 beschriebenen Methode erhalten.

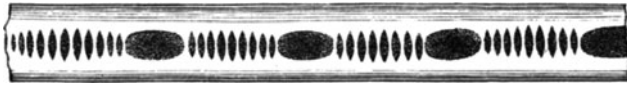
Kundtsche Methode zur Bestimmung der relativen Schallgeschwindigkeit in gasförmigen, flüssigen und festen Körpern. (Methode der Staubfiguren.) Am einen Ende d der Glasröhre dc (Fig. 53) befindet sich ein mittels eines Griffes verschiebbarer Korken m , am anderen Ende c ist ein Glasstab ab eingeführt, der in seiner Mitte im Korken c festgeklemmt und in b mit einer kleinen Scheibe versehen

Fig. 53.



ist. In der Röhre verteilt man gleichmäßig irgendein trockenes Pulver. Versetzt man jetzt die Röhrenhälfte *ac* durch Reiben in Längsschwingungen, so gerät auch die andere Hälfte *cb* in ebensolche Schwingungen. Diese Schwingungen breiten sich von *b* nach *m* aus, werden hier reflektiert und bilden ein System von stehenden Wellen; hierbei wird das Pulver von den Bäuchen entfernt und sammelt sich an den Knotenstellen. Durch geringes Verschieben des Pfropfens *m* kann man es dahin bringen, daß sich bei *m* und *b* Knoten bilden, worauf sich dann das

Fig. 54.



Pulver zu scharf begrenzten Häufchen ansammelt (siehe Fig. 54). Seitliche Röhren (in der Figur fortgelassen) dienen dazu, die Röhre mit dem gewünschten Gas zu füllen.

Die Schwingungszahl des Tones, den die Glasröhre *cd* erschallen läßt, sei *N*; ist dann die Wellenlänge dieses Tones in der Luft λ , die Schallgeschwindigkeit *V*, so ist $V = N\lambda$. Ist der Abstand zweier benachbarter Pulverhäufchen gleich *c*, so ist $c = \frac{\lambda}{2}$, folglich

$$V = 2 Nc \dots \dots \dots (19)$$

Für ein anderes Gas erhält man die neuen Werte V_1 und c_1 ; es ist wiederum $V_1 = 2 Nc_1$, also

$$\frac{V_1}{V} = \frac{c_1}{c} \dots \dots \dots (20)$$

Kann man *N* finden, so erhält man die Geschwindigkeiten selbst aus (19); Wüllner hat auf diese Weise für Luft $V = 331,90\text{m}$ gefunden.

Kundt hat das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Gasen bestimmt; seine Versuche bestätigten den Satz, daß die Schallgeschwindigkeit von der Gasspannung unabhängig ist und proportional der absoluten Temperatur des Gases wächst.

Ist V_2 die Schallgeschwindigkeit in *ab*, die Länge von *ab* gleich *L* und λ_2 die Wellenlänge in *ab*, so ist $\lambda_2 = 2L$, denn in *a* und *b* befinden sich Bäuche, in *c* dagegen ein Knoten. Es ist $V_2 = N\lambda_2 = 2NL$, folglich

$$\frac{V_2}{V} = \frac{L}{c} \dots \dots \dots (21)$$

Die Schallgeschwindigkeit im Stabe verhält sich zur Schallgeschwindigkeit in der Luft wie die ganze Stablänge zum Abstände zweier Pulverhäufchen in der Röhre mb .

Bei den im vorhergehenden erwähnten Versuchen von Kundt und Lehmann, die nach der Kundtschen Methode ausgeführt worden waren, wurden die Röhren mit Wasser gefüllt und anstatt eines Pulvers Eisenfeilicht genommen; Dvořák benutzte Schießpulver, aus welchem der Salpeter durch Auflösen entfernt worden war. Sowohl bei den Versuchen von Kundt und Lehmann, als auch bei den von Dvořák war es sehr schwierig, gute Staubfiguren zu erhalten. Die Gründe, weswegen die Methode so häufig versagte, hat Dörsing aufgeklärt. Wird nämlich eine in einer Röhre befindliche Wassersäule in stehende Longitudinalschwingungen versetzt, so rufen diese auch in der umgebenden Rohrwand schwache Longitudinalschwingungen hervor. Wenn diese die Schwingungen der Flüssigkeit nicht stören sollen, muß ihre Periode dieselbe oder ein gerades Vielfaches derjenigen der Flüssigkeit sein. Zur Erzielung Kundtscher Staubfiguren ist es also erforderlich, die Schallquelle auf möglichst gute Resonanz mit dem verwendeten Rohr abzustimmen; denn es versteht sich leicht, daß bei durchaus verschiedenen Schwingungszahlen von Rohr und Flüssigkeit an der Stelle, wo beide sich berühren, von den Schwingungen der letzteren keine Staubfiguren mehr erzeugt werden können. Dörsing hat unter Berücksichtigung dieses Umstandes sehr schöne Staubfiguren erhalten. Von seinen Resultaten führen wir einige an:

	t	V		t	V
Luftfreies Wasser . .	13	1441	Kochsalzlösung, 20 proz.	15	1650
„ „ . .	19	1461	Chloroform	15	983
„ „ . .	31	1505	Schwefelkohlenstoff . .	15	1161
Äther	15	1031	Benzin	—	1166

Bemerkenswert ist, daß die Schallgeschwindigkeit mit steigender Temperatur bei Wasser zunimmt, bei allen anderen Flüssigkeiten dagegen kleiner wird. Der von Dörsing für Wasser gefundene Wert stimmt gut mit dem direkt gemessenen überein (S. 38).

Neben der eben beschriebenen Methode der Anregung hat Kundt noch ein anderes Verfahren benutzt. Das Rohr wurde mit dem Gas und dem nötigen Pulver gefüllt und dann an beiden Enden zugeschmolzen. Beim Anreiben des Rohres entstanden dann unter günstigen Umständen ebenfalls stehende Wellen, die sich durch Bildung der Staubfiguren kenntlich machten. Dies Verfahren hat die großen Vorteile, daß man mit wirklich reinen Gasen arbeiten und mit relativ kleinen Mengen auskommen kann, aber es versagt in vielen Fällen, weil eine Abstimmung zwischen dem schwingenden Glasrohr und der Gassäule im Rohrrinneren nicht möglich ist, oder mit anderen Worten, weil im allgemeinen die

Rohrlänge, welche die Tonhöhe bedingt, kein ganzes Vielfaches der halben Wellenlänge dieses Tones im Gase ist. Ein Verändern der Rohrlänge ändert daran nichts, denn verlängert man das Rohr, so verkleinert man damit die Schwingungszahl des Rohres. Die Gaswellen wachsen entsprechend, wobei das Verhältnis von Wellenlänge im Gase zur Rohrlänge unverändert bleibt. Behn und Geiger (1907) haben diese Schwierigkeit beseitigt, indem sie durch Belastung der Rohrenden (durch Aufkitten von kleinen Metallscheiben an beiden Enden) die Tonhöhe des Rohres so lange variierten, bis beim leichten Anreiben die Staubfiguren auftraten.

Eine besonders eigentümliche Erscheinung bei den Kundtschen Staubfiguren sind die sogenannten Rippen in den Wellenbäuchen, über deren Entstehung eine allgemein angenommene Erklärung noch nicht gegeben ist. Die größte Wahrscheinlichkeit hat die Theorie von W. König für sich. Nach ihm entstehen die Rippen durch hydrodynamische Kräfte, wie solche auf Kugeln in einem Flüssigkeitsstrom einwirken. Kugeln, deren Zentralen senkrecht zur Stromrichtung stehen, ziehen sich gegenseitig an, während Kugeln mit parallel zur Stromrichtung verlaufenden Zentralen sich gegenseitig abstoßen. Eine kritische Besprechung der Theorien über diese Erscheinung hat Schweikert (1915) gegeben. Quincke (1898) hat zur Messung der Bauch- und Knotenabstände eine Methode vorgeschlagen, welche der von König (§ 7) ähnlich ist. Im Kap. III, § 2, wurde eine Arbeit von Stevens erwähnt; sie ist nach dieser Methode ausgeführt worden.

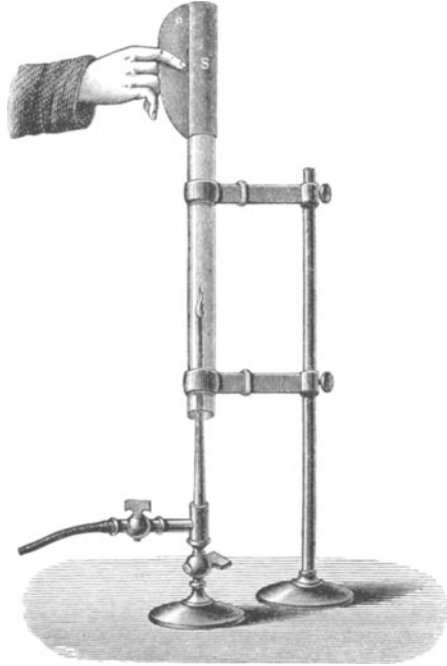
§ 10. Die singende Flamme. Die Erscheinung der sogenannten singenden Flamme ist (1777) von Higgins entdeckt worden. Sie besteht darin, daß eine vertikale Röhre (Fig. 55), innerhalb welcher eine Wasserstoff- oder Leuchtgasflamme brennt, einen der Töne erschallen läßt, deren Höhe der Röhrenlänge entspricht. Von der Größe und Lage der Flamme hängt die Tonhöhe ab. Während die Röhre tönt, führt die Flamme vertikale Schwingungen aus, wird bald kürzer, bald länger, was man leicht mittels eines Drehspiegels beobachten kann. Man bezeichnet das zum Hervorrufen einer singenden Flamme dienende Instrument gewöhnlich als Gasharmonika (chemische Harmonika).

Es gibt eine ganze Reihe von Erklärungsversuchen für die Erscheinung der singenden Flamme. Faraday und andere nahmen an, der Ton werde durch eine Reihe aufeinander folgender Explosionen der Gemische von Gas und Luft hervorgerufen, die dadurch entstehen, daß sich die Flamme durch den in der Röhre herrschenden Luftzug zeitweilig von der Brenneröffnung um einiges entfernt. Mehr verbreitet ist folgende Erklärung: Infolge des Luftzuges beginnt die Flamme zunächst zu rauschen, die Röhre wählt sich hierauf aus diesem Geräusch den Ton aus, der ihrer Länge entspricht; es bildet sich eine stehende Welle

aus, die wiederum auf die Flamme zurückwirkt und ihre Schwingungen reguliert. Danach würde das Zustandekommen des Tones auch hier analog dem bei einer Orgelpfeife sein.

Rijke hat gezeigt, daß, wenn man ins Innere einer weiten Röhre ein den Querschnitt einnehmendes Metallnetz bringt, dasselbe an einer Gasflamme erhitzt und darauf die Flamme entfernt, die Röhre so lange einen lauten Ton erschallen läßt, bis sich das Drahtnetz abgekühlt hat. Offenbar bildet sich hier eine aufsteigende Luftströmung aus, da sich die Luft bei Berührung mit dem Netz ausdehnt; nachher kühlt sie sich ab und zieht sich zusammen. Auf diese Weise entstehen am Netz unregelmäßige Schwingungen, von denen die Röhre eine auswählt und verstärkt. Bringt man die Röhre in horizontale Lage, so wird die Luftströmung aufgehalten und der Ton verschwindet. Bouty hat auf die Bedingungen hingewiesen, unter denen eine Flamme einen musikalischen Ton geben kann, ohne von einer Röhre umgeben zu sein.

Fig. 55.



§ 11. Zungenpfeifen. Bei Zungenpfeifen wird der Ton durch Vibrationen einer elastischen Lamelle aus Metall hervorgerufen, die man Zunge nennt. In Fig. 56 ist das Mundstück einer Zungenpfeife im Durchschnitt dargestellt. Wird die Pfeife angeblasen, so dringt die Luft zunächst in den Raum ein, in welchem sich der durch die Zunge *l* bedeckte Einsatz *rr* befindet. Um das Mundstück zu verlassen, muß die Luft an der Zunge vorbeistreichen, sie ein wenig heben und dadurch in Schwingungen versetzen. Die Schwingungszahl kann man durch Verschiebung des Drahtes *d*, welcher die Zunge an *rr* herandrückt, innerhalb gewisser Grenzen ändern.

Ist das Mundstück von der Pfeife entfernt und wird für sich angeblasen, so gibt es einen Ton, dessen Höhe durch die Schwingungszahl der Zunge bestimmt wird; letztere hängt wiederum von den geometrischen und physikalischen Eigenschaften (Elastizität, Temperatur)

der Zunge ab. Ist L die Länge einer offenen Pfeife, deren Grundton gleich dem Eigentone der Zunge ist, so ist

$$L = \frac{1}{2} \lambda = \frac{1}{2} \frac{V}{N}.$$

Man findet, daß Pfeifen, deren Länge L , $2L$, $3L$ usw. beträgt, den Ton des Mundstückes verstärken, ohne seine Höhe zu ändern. Ist

Fig. 57.

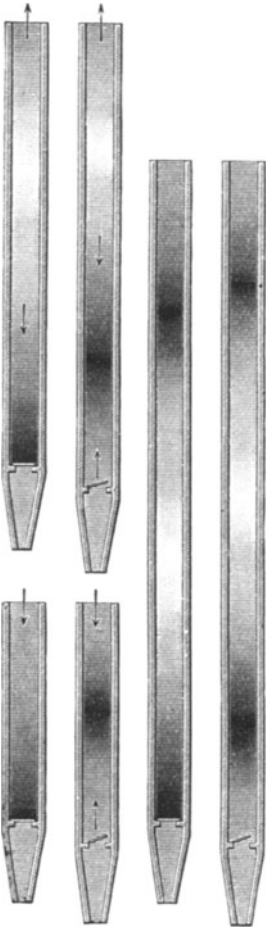


Fig. 56.



die Pfeifenlänge eine andere, so erhält man einen tieferen Ton, da die Luft im Inneren der Pfeife und innerhalb des Mundstückes sich auf der Seite verdichtet, nach welcher sich die Zunge bewegt, nach der entgegengesetzten Seite hin verdünnt, so daß sie die Bewegungen der Zunge verlangsamt. Eine solche Verlangsamung tritt nicht ein, wenn die Pfeife den Zungenton gibt und die Luftschwingungen in dem am Pfeifenanfang befindlichen Bauche mit den

Zungenschwingungen vollkommen übereinstimmen.

Sei n die Schwingungszahl eines Zungenpfeifentones bei der Zungenlänge l . Ist dann $l = 0$, so ist $n = N$; nimmt l von Null bis L zu, so nimmt n zunächst langsam, darauf schnell bis zum Werte $n = \frac{1}{2}N$ ab, welcher Wert erreicht wird bei $l = L - \alpha$, wo α eine sehr kleine Größe ist. Nimmt l von $L - \alpha$ bis L zu, so geht n von $\frac{1}{2}N$ plötzlich in N über. Wächst l von L bis $2L - \alpha$, so nimmt n von N bis $\frac{3}{4}N$ ab und springt bei $l = 2L$ wiederum plötzlich auf N über. Nimmt l von $2L$ bis $3L - \alpha$ zu, so nimmt n von N bis $\frac{5}{6}N$ ab und wird bei $l = 3L$ selbst gleich N . Allgemein ist (falls k eine ganze Zahl bedeutet) $n = \frac{2k-1}{2k}N$ bei $l = kL - \alpha$ und $n = N$ bei $l = kL$.

Die erste Tonerniedrigung entspricht der Oktave, die zweite der Quarte, die dritte der kleinen Terz.

Fig. 57 zeigt die Luftbewegung im Inneren von Zungenpfeifen, deren Länge $l = L - \alpha$ und $L + \alpha$ (links unten), $2L - \alpha$ und $2L + \alpha$ (links oben), $3L - \alpha$ und $3L + \alpha$ (rechts) ist. Die Pfeile bezeichnen die Lage der Bäuche, die hellen und dunkeln Stellen die Lage der Knoten.

Helmholtz hat ein Mundstück mit zwei gegeneinander angenähert senkrechten, elastischen (Kautschuk-) Membranen konstruiert, zwischen denen eine schmale Ritze frei blieb. Diese elastischen Zungen tönen, einerlei in welcher Richtung Luft durch die freigelassene Ritze hindurchgeblasen wird. Die Höhe des hierbei auftretenden Tones hängt unter anderem vom Spannungsgrade der Membranen ab.

§ 12. Tönen einer Flüssigkeit im Innern einer Pfeife. Bisher hatten wir das Tönen einer Pfeife nur für den Fall betrachtet, daß sie

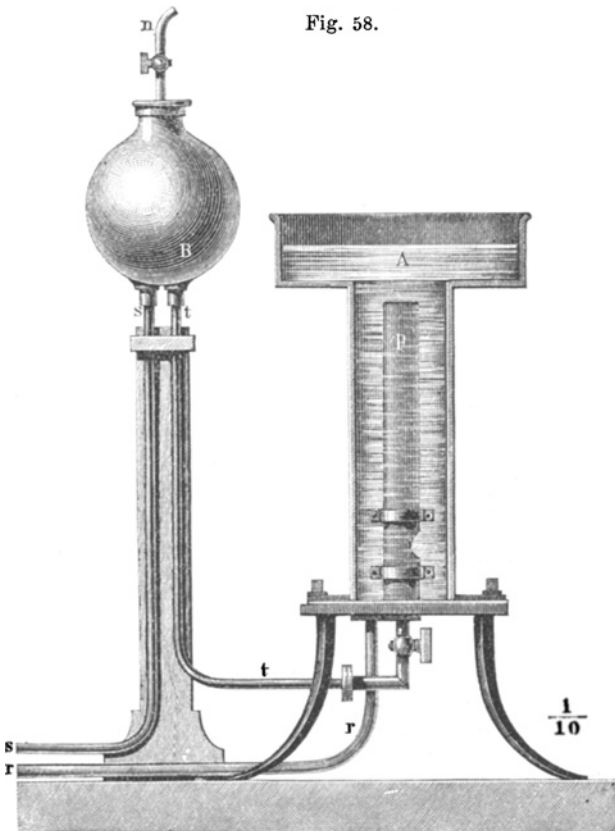


Fig. 58.

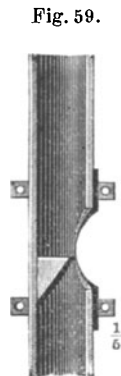


Fig. 59.

von Luft durchströmt wird. Pfeifen können indes auch, wie Wertheim gezeigt hat, einen Ton geben, wenn sie von Flüssigkeiten durchströmt werden. Der hierzu dienende Apparat ist in Fig. 58 abgebildet. Eine Orgelpfeife *P* befindet sich innerhalb des Wassers, das mittels der Röhre *tt* durch sie hindurchgetrieben wird. Eine Pumpvorrichtung pumpt das Wasser aus dem Gefäße *A* durch die Rohrleitung *rr* heraus und treibt es durch *ss* in das komprimierte Luft enthaltende Reservoir *B*. Der untere Teil der Pfeife ist in Fig. 59 gesondert und im Durchschnitt dargestellt.

Literatur.

Zu § 2 u. § 3.

- Chladni: Entdeckungen zur Theorie des Klanges. Leipzig 1787. *Traité d'acoustique*, p. 120.
 Wheatstone: *Phil. Trans.* 1833, pars II, p. 593.
 Kirchhoff: *Crelles Journal* **40**, 51, 1850.
 W. Voigt: *Gött. Nachr.* 1893, Nr. 6.
 Zeissig: *Wied. Ann.* **64**, 360, 1898.
 Ritz: *Ann. d. Phys.* **28**, 737, 1909.
 Rayleigh: *Phil. Mag.* **21**, 225, 1911.
 F. A. Schulze: *Ann. d. Phys.* **24**, 785, 1907.
 Antolik: *Verh. Ver. Natur- u. Heilkunde. Preßburg* **24**, 1904.

Zu § 4.

- Fenkner: *Wied. Ann.* **8**, 185, 1879.
 van Nunes: *Diss. Amsterdam* 1909.

Zu § 6.

- Brockmann: *Wied. Ann.* **31**, 78, 1887.
 Hensen: *Ann. d. Phys.* **2**, 719, 1900; **4**, 41, 1901.
 W. Friedrich: *Ann. d. Phys.* **7**, 97, 1902.
 Wachsmuth: *Ann. d. Phys.* **14**, 469, 1904; **16**, 838, 1905.
 Wachsmuth u. Kreis: *Verh. Deutsch. Phys. Ges.* **8**, 60, 1905.
 Weerth: *Ann. d. Phys.* **11**, 1086, 1903.

Zu § 7.

- R. König: *Wied. Ann.* **13**, 569, 1881.

Zu § 8.

- Savart: *Ann. chim. et phys.* (2) **29**, 404, 1825.

Zu § 9.

- Wertheim: *Ann. chim. et phys.* (3) **23**, 434, 1848; **31**, 385, 1851; *Pogg. Ann.* **77**, 427 u. 544, 1849.
 Korteweg: *Wied. Ann.* **5**, 525, 1878.
 H. Lamb: *Proc. Manch. Soc.* **42**, 1, 1898.
 Dulong: *Ann. chim. et phys.* (2) **41**, 113, 1829.
 Kundt u. Lehmann: *Pogg. Ann.* **153**, 1, 1874.

Dvořák: Pogg. Ann. **127**, 497, 1866; **128**, 337, 1866; **135**, 337 u. 527, 1868.
 Dörsing: Ann. d. Phys. **25**, 227, 1908.
 Behn u. Geiger: Verh. Deutsch. Phys. Ges **9**, 657, 1907.
 Schweikert: Ann. d. Phys. **48**, 614, 1915.

Zu § 10.

Higgins: Nicholsons Journal **1**, 129, 1802.
 Bouty: Journ. d. phys. (3) **4**, 406—408, 1895; **5**, 402, 1896.
 Würschmidt: Verh. Deutsch. Phys. Ges. **18**, 444, 1916.

Siebentes Kapitel.

Methoden zur Bestimmung der sekundlichen Schwingungszahl.

§ 1. **Sirene von Cagniard-Latour.** Die Schwingungszahl eines gegebenen Tones kann auf zweierlei Weise gefunden werden: entweder durch unmittelbare Beobachtung des tönenden Körpers nach einer der im weiteren zu erörternden Methode oder mit Hilfe besonderer Apparate, welche es ermöglichen, einen Ton von gewünschter Höhe zu erhalten und gleichzeitig die entsprechende Schwingungszahl N zu bestimmen. Zu den Apparaten dieser Art gehört die Sirene von Cagniard-Latour, welche in Fig. 60 abgebildet ist. Sie besteht aus dem flachen Zylinder AA , in welchen durch die Röhre BB Luft hineingeblasen wird. Oben ist der Zylinderraum durch einen unbeweglichen Deckel verschlossen, über dem sich die um eine vertikale Achse drehbare Kreisscheibe ss befindet. Fig. 61 stellt die Scheibe ss in der Draufsicht dar; Fig. 62 zeigt den Zylinder im Vertikalschnitt, der durch die Gerade nn (Fig. 61) geführt ist. Sowohl der unbewegliche Deckel als auch die drehbare Kreisscheibe sind an ihrer Peripherie entlang mit einer Reihe von Öffnungen versehen, die gegeneinander, wie aus der Fig. 62 ersichtlich, geneigt sind. Die durch die Achsen der Öffnungen gehenden Vertikalebene sind senkrecht zu den Scheibenradien, die zu jenen Öffnungen gezogen werden können. Sei n die Zahl der Öffnungen in jeder Scheibe. Bei jeder vollen Umdrehung der oberen Scheibe kommen ihre Löcher n mal über die der festen Scheibe zu stehen, und steht der Zylinder AA sodann mit der Außenluft in Verbindung. Einer solchen Stellung entspricht beispielsweise die Fig. 62. Die austretenden Luftstrahlen erzeugen oberhalb ss eine Verdichtung der äußeren Luft, die sich während der Zeit, wo alle Löcher geschlossen sind, in eine Verdünnung umwandelt. Bei der nächstfolgenden Koinzidenz der Öffnungen entsteht wieder eine Luftverdich-

tung usw. Macht die Kreisscheibe *ss* in jeder Sekunde *k* Umdrehungen, so ist die Schwingungszahl *N* des entstehenden Tones

$$N = nk \dots \dots \dots (1)$$

Die Drehungsbewegung der Scheibe *ss* wird durch die austretenden Luftstrahlen aufrecht erhalten und anfänglich beschleunigt; diese Luft-

Fig. 60.

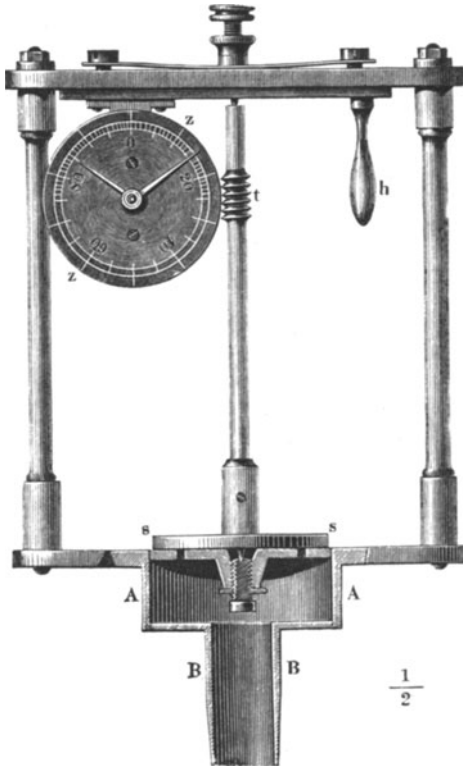


Fig. 61.

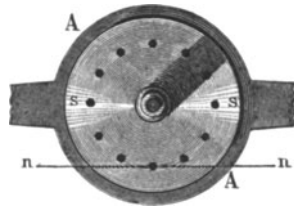
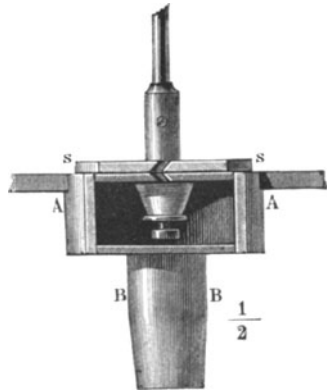


Fig. 62.



strahlen üben auf die (in der Figur linken) Seitenwänden der Öffnungen einen Druck aus, dessen Horizontalkomponente senkrecht zu den Radien der Scheibe *ss* ist. Jedesmal, wenn die Löcher beider Scheiben übereinander stehen, treten *n* solcher Komponenten auf und rufen eine Beschleunigung hervor. Ist die Kraft, mit welcher die Luft einströmt, konstant, so erhält *ss* schließlich eine bestimmte Drehgeschwindigkeit und entsteht ein Ton von bestimmter Höhe; durch Verstärkung oder Abschwächung des Luftstromes kann man die Höhe jenes Tones erhöhen bzw. erniedrigen.

Zur Bestimmung der Umdrehungszahl *k* von *ss* dient die Zählvorrichtung *zz*, die durch eine endlose, auf der Achse bei *t* befindliche

Schraube in Bewegung gesetzt wird. Die Zählvorrichtung läßt sich etwas zur Seite rücken, wodurch man bewirkt, daß die bei t befindliche Schraube nicht mehr in eines der Zahnräder eingreift. Will man die Schwingungszahl N eines Sirenentones bestimmen, so hat man die Zählvorrichtung in einem bestimmten Augenblick mittels des Griffes h einzuschalten und nach Ablauf der Zeit t wiederum auszuschalten. Dividiert man dann die von der Zählvorrichtung registrierte Umdrehungszahl durch t , so erhält man die sekundliche Tourenzahl k

Fig. 63.

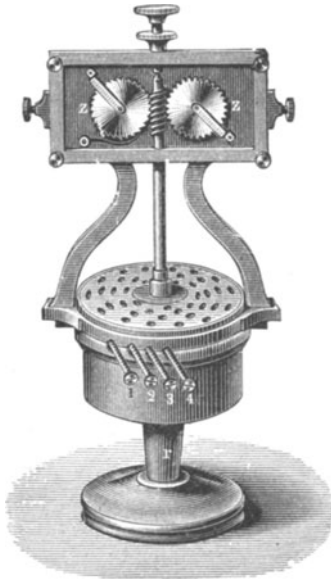
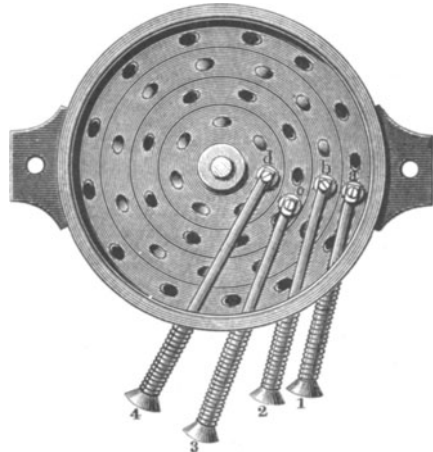


Fig. 64.



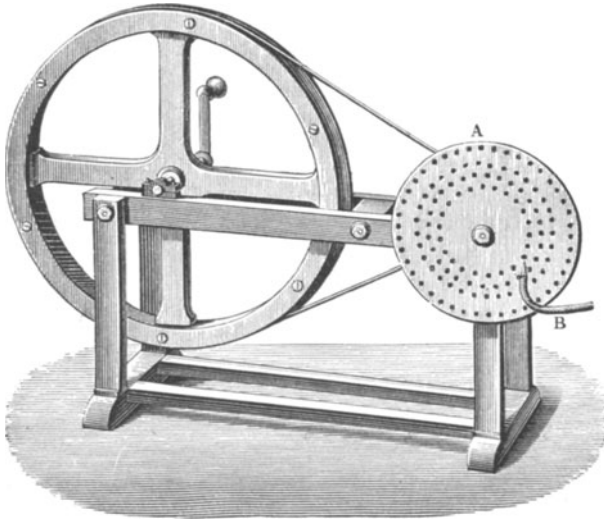
der Scheibe ss und hieraus nach Formel $N = nk$ die gesuchte Schwingungszahl des Sirenentones. Es gibt auch Sirenen, deren Scheiben nach dem Vorschlage von Dove mehrere konzentrische Löcherreihen von verschiedener Löcherzahl n haben. Eine solche Sirene ist in Fig. 63 abgebildet, ihr Inneres ist aus Fig. 64 ersichtlich. Durch Druck auf die seitlich angebrachten Stifte 1, 2, 3, 4 kann man eine oder mehrere dieser Löcherreihen öffnen, so daß man bei ein und derselben Tourenzahl der beweglichen Scheibe verschiedene Töne erhalten kann. Fig. 81 (S. 121) stellt die Helmholtzsche Doppelsirene dar, die eine ebensolche Einrichtung aufweist. Man sieht hier die Löcherreihen; die erwähnten Druckstifte sind mit ii bezeichnet.

Pellat hat eine Sirene konstruiert, bei welcher die Öffnungen senkrecht zu den beiden Scheiben sind, von denen die obere durch einen Elektromotor in Drehung versetzt wird. Auf diese Weise gelingt

es leicht, die Rotationsgeschwindigkeit zu variieren, also auch die Tonstärke und Tonhöhe unabhängig voneinander zu ändern.

§ 2. Die Sirenen von Seebeck und R. König und das Savartsche Zahnrad. Sehr viel einfacher als die eben beschriebene ist die Seebecksche Sirene (Fig. 65). Sie besteht aus einer Kreisscheibe *A* mit mehreren Löcherreihen und wird mit Hilfe eines größeren Rades in schnelle Drehung um eine horizontale Achse versetzt. Einer von obigen Löcherreihen gegenüber befindet sich die Mündung einer umgebogenen Röhre *B*, durch welche ein Luftstrom gegen die Scheibe geblasen wird; jedesmal, wenn eine der Öffnungen diesen Luftstrom hindurchläßt, entsteht auf der anderen Seite der Scheibe eine Luftverdichtung. Diese Verdichtungen wechseln sich mit Verdünnungen ab

Fig. 65.



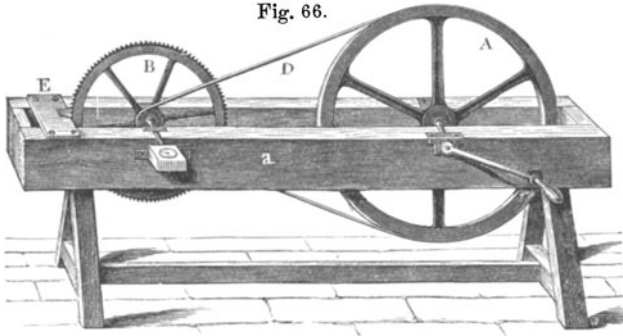
und rufen einen bestimmten Ton hervor, dessen Höhe mit der Drehgeschwindigkeit der Scheibe variiert. Bestimmt man die sekundliche Tourenzahl k der Scheibe mit Hilfe einer an der Achse angebrachten Zählvorrichtung und kennt man die Löcherzahl n einer Reihe, so erhält man aus der Beziehung $N = nk$ die gesuchte Schwingungszahl. Nähert man die Röhre *B* dem Scheibenmittelpunkt, so erhält man einen anderen, tieferen Ton.

Von König stammt ein verwickelterer Apparat, der indes auf gleichem Prinzip mit dem soeben beschriebenen beruht. Ein aus einem engen Spalt hervortretender Luftstrahl trifft auf die Zähne eines niedrigen Zylinders; diese Zähne haben dieselbe komplizierte Gestalt wie die Flammenbilder eines Klanges im Drehspegel bei der Klanganalyse

(siehe weiter unten). Man erhält auf diese Weise die zusammengesetzten Klänge, die den Schwingungen der gegebenen Form entsprechen.

Das Savartsche Zahnrad (*B* in Fig. 66) wird um eine horizontale Achse schnell gedreht; es ist ebenfalls mit einer Zählvorrichtung versehen. An die Zähne hält man ein steifes Papierblatt (etwa eine Visitenkarte) derart, daß sie leicht dagegenschlagen und dasselbe in

Fig. 66.

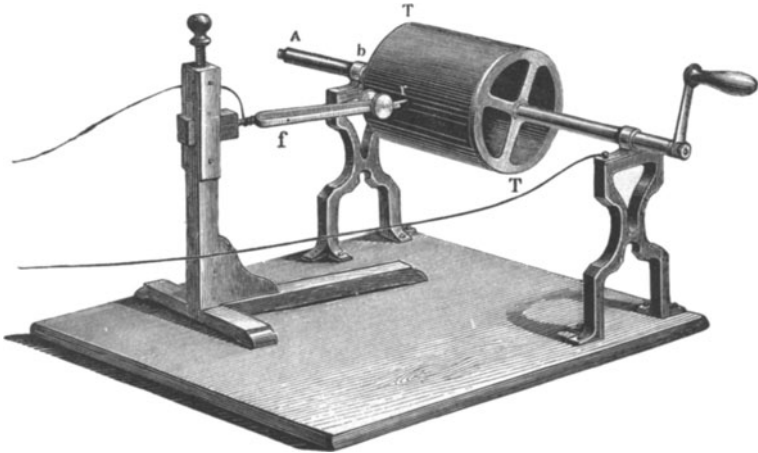


Vibration versetzen. Aus dem entstehenden Geräusch hebt sich dabei ein deutlicher Ton ab. Auch hier erhält man, wenn n die Anzahl der Radzähne, k die sekundliche Tourenzahl des Rades *B* ist, für die Schwingungszahl den Ausdruck $N = kn$.

§ 3. Graphische Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel. Zur Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel bedient man sich der sogenannten graphischen Methode, deren Wesen in Bd. I, Abt. 1, S. 342 bei Beschreibung der Chronographen auseinandergesetzt worden ist. In Fig. 67 ist eine einfache Vorrichtung abgebildet, die dem gleichen Zwecke dienen kann. Sie besteht aus dem Zylinder *T*, der mittels einer Kurbel um eine mit Schraubenwindungen versehene Achse gedreht werden kann. Diese Schraubenspindel führt durch die feste Schraubennutter *b* hindurch, so daß die Zylindertrommel gleichzeitig gedreht und in fortschreitende Bewegung versetzt wird. Die Oberfläche der Trommel ist mit Ruß bedeckt und ihr gegenüber ist die zu untersuchende Stimmgabel derart befestigt, daß eine an einer Stimmgabelzinke angebrachte Spitze den Zylindermantel berührt. Schlägt man die Stimmgabel an und versetzt gleichzeitig die Trommel in Drehung, so verzeichnet die Spitze auf dem Zylindermantel eine Wellenlinie. Neben der Stimmgabel befindet sich ein Elektromagnet, dessen Anker eine Spitze trägt, die auf dem Zylindermantel eine Schraubenlinie zeichnet. Der den Elektromagneten erregende Strom wird durch ein Sekundenpendel bei jeder Schwingung auf einen Augenblick geschlossen, wodurch in der letzterwähnten Schraubenlinie kleine Zähne entstehen,

etwa derart, wie sie in *a* und *b* auf der Linie *AB* (Bd. I, Abt. 1, S. 342) zu sehen sind. Man hat demnach bloß die Zahl der von der Stimmgabel aufgezeichneten Wellen, die zwischen je zwei parallel zur Zylinderachse durch zwei solcher Zähne gezogenen Geraden liegen, zu bestimmen,

Fig. 67.



um die sekundliche Schwingungszahl N der Stimmgabel zu erhalten. Noch genauer erhält man diese Zahl, wenn man die Zahl der innerhalb eines größeren Zeitraumes gezeichneten Wellen durch die entsprechende Sekundenzahl dividiert.

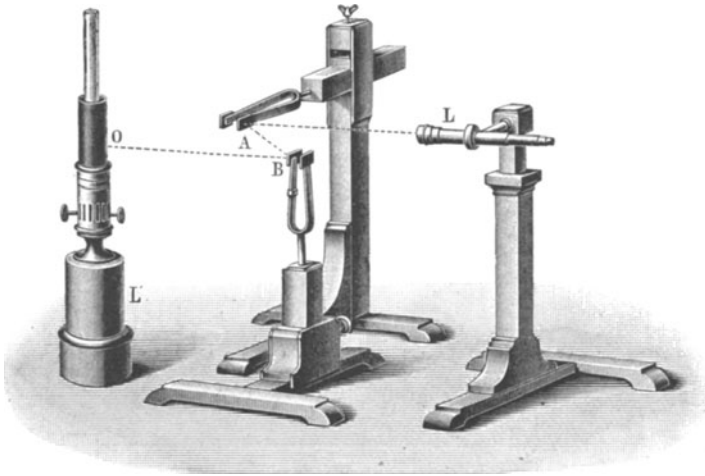
Hat man zwei ganz gleiche Stimmgabeln, so kann man die eine von ihnen als Stimmgabelunterbrecher benutzen, wie dies in Fig. 175, Bd. I, Abt. 1, S. 343, dargestellt ist, die andere einer rotierenden Trommel gegenüberstellen und daneben eine Vorrichtung zur Zeitmessung anbringen, analog der soeben beschriebenen. Übrigens kann die Stimmgabel auch als Unterbrecher dienen und gleichzeitig die Wellenlinie auf der Zylinderfläche zeichnen.

§ 4. Methoden zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln. Sehr oft kommt man in die Lage, die Schwingungszahl N einer gegebenen Stimmgabel mit der Schwingungszahl N_0 einer anderen Normalstimmgabel zu vergleichen, wobei dann N entweder gleich N_0 sein soll oder sich zu dieser Zahl in einem einfachen und bekannten Verhältnisse befinden.

In diesem Falle kann man sich mit Vorteil der von Lissajous vorgeschlagenen optischen Methode bedienen. Fig. 68 zeigt die Anordnung der hierzu erforderlichen Apparate. Die miteinander zu vergleichenden Stimmgabeln werden mit kleinen Spiegeln versehen und derart befestigt, daß die Zinken *A* der einen von ihnen in einer hori-

zontalen, die der anderen B in einer vertikalen Ebene schwingen können. Die Flamme einer hellen Lampe L' ist von einem mit kleiner Öffnung O versehenen undurchsichtigen Mantel umgeben, so daß nur ein Strahl von derselben austreten kann; dieser gelangt nach B , A und ins Fernrohr L , wo der Beobachter, wenn nur A allein schwingt, eine horizontale, schwingt nur B , eine vertikale Gerade sieht.

Fig. 68.



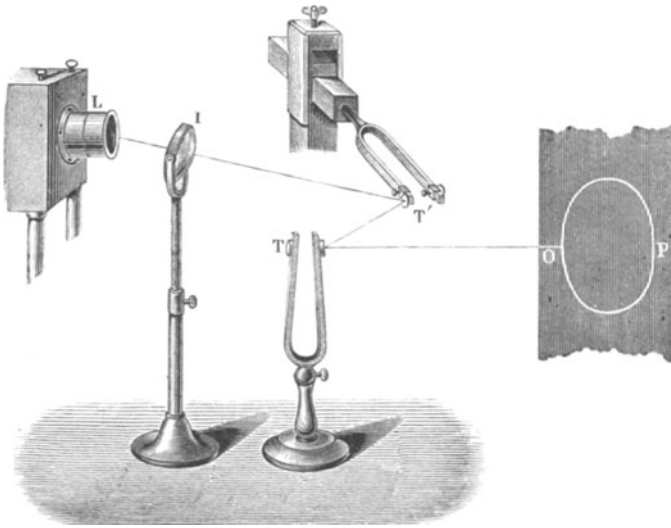
Schwingen beide Stimmgabeln, so führt der beobachtete Lichtpunkt zwei Schwingungen gleichzeitig in zueinander senkrechten Richtungen aus. Die hierbei sichtbar werdenden Kurven sind in Bd. I, Abt. 1, S. 155 u. 156 bereits betrachtet und in Fig. 55 und 56 daselbst abgebildet worden. Ist $N = N_0$, so entsteht eine der Linien der ersten Horizontalreihe von Fig. 55. Die Linien der zweiten Reihe sieht man, wenn $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2}$ oder gleich 2 ist, die Linien der dritten Reihe für $\frac{N}{N_0} = \frac{2}{3}$ oder gleich $\frac{3}{2}$, die Linien der Fig. 56, wenn $\frac{N}{N_0} = \frac{3}{4}$ oder gleich $\frac{4}{3}$ ist. Welche von den Linien der entsprechenden Horizontalreihe auftritt, hängt von den zufälligen Schwingungsphasen der benutzten Stimmgabeln ab.

Nehmen wir nun an, das Verhältnis $\frac{N}{N_0}$ solle gleich einem der genannten sein, während N in der Tat um einiges von dem gewünschten Werte abweicht. In diesem Falle ändert sich die Phasendifferenz zweier gleichzeitiger Schwingungen ununterbrochen und die im Beobachtungsfernrohr auftretende Figur durchläuft alle die Formen, die in den Fig. 55 und 56 (Bd. I, Abt. 1) in je einer der vier Horizontalreihen

enthalten sind. Je weniger N sich von dem Werte, den es haben sollte, unterscheidet, um so langsamer ändert sich die Gestalt der Lichtkurve. Feilt man nun die gegebene Stimmgabel vorsichtig ab oder vergrößert, wofern dies möglich ist, ihre Masse, so erreicht man es schließlich, daß die Lichtfigur fast vollkommen konstant wird.

Um die Lissajousschen Figuren objektiv darzustellen, kann man sich der in Fig. 69 gegebenen Anordnung bedienen. Die von L aus-

Fig. 69.



gehenden, durch die Sammellinse I parallel gerichteten Strahlen werden von den Spiegelchen T' und T an den Zinken der horizontalen und vertikalen Stimmgabel reflektiert und rufen auf dem Schirme die erwähnten Figuren hervor.

Von anderen Methoden zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln beanspruchen noch die folgenden ein besonderes Interesse: Die Methode von Scheibler, welche die Zahl der sogenannten Schwebungen benutzt, von ihr soll später (S. 123) die Rede sein, die Methode des phonischen Rades von La-Cour, die jedoch von uns übergangen wird, und endlich die Methode der Stimmgabeluhren von Niodet und R. König. Niodet hat einen bemerkenswerten Uhrenmechanismus konstruiert, bei welchem der Gang durch eine Stimmgabel reguliert und bestimmt wird; die Stimmgabelzinken haben hier das schwingende Pendel zu ersetzen. König hat diesen Mechanismus zu einem Apparat benutzt, mit dessen Hilfe man die Schwingungszahl N einer gegebenen Stimmgabel mit der Schwingungszahl N_0 einer Normalstimmgabel vergleichen kann. In Fig. 70 ist die Königsche Stimmgabeluhr dar-

gestellt, welche eine Normalstimmgabel enthält. Eine Zinke derselben trägt das Objektiv eines Mikroskops; die Schwingungszahl N soll gleich 64 (Doppelschwingungen) sein. Die wahre Schwingungszahl dieser Stimmgabel, die sich mit der Temperatur ändert, wird durch den Gang der Uhr gefunden, weshalb dieser mit dem Gange einer astronomischen Uhr verglichen wird. Zeigt sich hierbei, daß die Königsche Uhr vor- oder nachgeht, so folgt hieraus, daß N_0 kleiner oder größer als 64 ist, und man kann leicht die erforderliche Korrektur anbringen. Die Vergleichung der Zahlen N und N_0 wird nach der Lissajousschen Methode vorgenommen, wozu auch das Mikroskop dient, dessen Objektiv zugleich mit der Normalstimmgabel schwingt.

In Bd. I, Abt. 1, S. 348 wurde die stroboskopische Methode von Lippmann beschrieben, die man zur Vergleichung der Schwingungsdauer zweier Pendel anwendet. Dieselbe Methode kann auch zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln dienen, welche zu diesem Zwecke mit Spiegeln

versehen und an die Stelle der Pendel P und P' , Fig. 177, Bd. I, Abt. 1, gebracht werden. Die Anordnung der Apparate ist in Fig. 71 im horizontalen Aufriß dargestellt. In L befindet sich ein vertikaler heller Spalt. Der Beobachter sieht eine helle Linie, wenn D und D' in Ruhe sind, ein helles Rechteck, wenn D' allein schwingt, und $2p$ helle Linien, wenn D in der Zeit, wo D' eine Schwingung macht, selbst p volle Schwingungen ausführt. Diese Linien sind unbeweglich, wenn p eine ganze Zahl ist, sie bewegen sich (rotieren gleichsam auf einer Zylinderfläche), wenn p einer ganzen Zahl nahe kommt.

Reed (1901) hat die stroboskopische Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl einer gegebenen Stimmgabel angewandt, wobei er die Normalstimmgabel durch ein Pendel ersetzte. In seiner Arbeit finden sich zahlreiche Literaturnachweise.

Fig. 70.

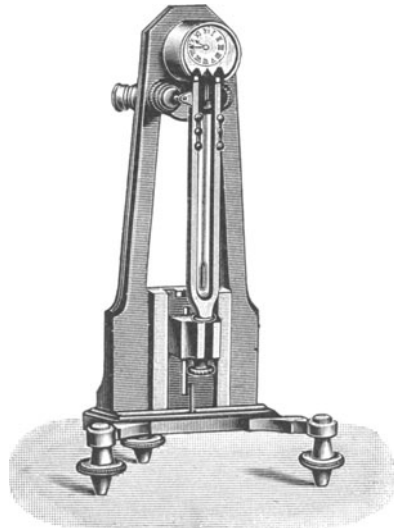
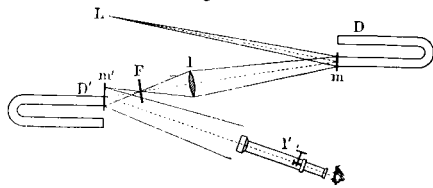


Fig. 71.



Mit der Bestimmung der Schwingungszahl sehr hoher Töne haben sich insbesondere Melde, Kraß und Landois, Stumpf und F. Meyer, Zickgraf u. a. beschäftigt. Die Methode von Melde beruht wesentlich im folgenden: der zu untersuchende Körper und ein solcher mit bekannter Schwingungszahl markieren mittels feiner Spitze auf einer schnell bewegten, mit einer Fettschicht überzogenen Glasplatte zwei nebeneinander verlaufende Zickzacklinien. Vergleicht man nun die Zahl der entstandenen Zähne an beiden Linien, so findet man leicht die gesuchte Schwingungszahl der gegebenen Körper.

Die Schwingungszahl einer Stimmgabel ändert sich mit der Temperatur. Bei Zunahme der Temperatur um 1° nimmt diese Zahl um 0,00018 ihres Wertes ab, was für eine Stimmgabel mit der Schwingungszahl 435 bei einer Temperaturänderung um 5° C eine ganze (genauer 0,97) Schwingung ausmacht.

§ 5. Schwingungsamplitude. Bevor wir dies Kapitel abschließen, seien noch einige Worte über die Größe der Amplitude gesagt. Bei Schwingungen von Saiten und Stimmgabeln sind die Amplituden so bedeutend, daß man sie mit bloßem Auge wahrnehmen kann. Von besonderem Interesse ist die Amplitude bei Schallschwingungen in der Luft. Von Lord Rayleigh stammt eine wichtige Arbeit über die Größe der Amplitude bei sehr schwachen Tönen. Lord Rayleigh findet, daß, wenn man den Ton noch ohne besondere Anstrengung hören kann, die Amplitude $a = 8 \cdot 10^{-8}$ cm $= 0,8 \cdot 10^{-6}$ mm ist, also weniger, als ein tausendstel Mikron (millionstel Millimeter) beträgt. Für die Größe der relativen Verdichtung findet er die erstaunlich kleine Zahl $6 \cdot 10^{-9}$.

Literatur.

Zu § 1.

Cagniard-Latour: Ann. chim. et phys. (2) **12**, 18, 35, 1819—1827; Pogg. Ann. **8**, 456, 1826; **10**, 274, 1827.

Pellat: Journ. d. phys. (3) **4**, 366, 1895.

König: Wied. Ann. **12**, 347, 1881; **57**, 339, 1896.

Zu § 2.

Savart: Ann. chim. et phys. (2) **44**, 337, 1830; Pogg. Ann. **20**, 290, 1830.

Zu § 4.

Lissajous: Ann. chim. et phys. (3) **51**, 147, 1857.

Lippmann: Journ. d. phys. (2) **6**, 267, 1887.

Melde: Wied. Ann. **51**, 661, 1894; **52**, 238, 1894; **68**, 781, 1899.

J. O. Reed: Phys. Rev. **12**, 279, 1901.

Kraß u. Landois: Pogg. Ann. **150**, 565, 1873.

C. Stumpf u. F. Meyer: Wied. Ann. **61**, 760, 1897; **67**, 641, 1898.

A. Zickgraf: Meldes neueste Methode usw., Diss., Marburg 1899.

Zu § 5.

Lord Rayleigh: Proc. Royal Soc. **26**, 248, 1878; Phil. Mag. (5) **3**, 456, 1877.

Achstes Kapitel.

Die Erscheinung der Resonanz. Anwendung des Dopplerschen Prinzips.

§ 1. **Der Resonanzbegriff im allgemeinen.** Wenn auf einen Körper, welcher imstande ist, N Schwingungen pro Sekunde auszuführen, dessen Schwingungsdauer also $T = \frac{1}{N}$ ist, in den gleichen Zeitintervallen T oder $2T$, $3T$ usw. leichte Stöße ausgeübt werden, so gerät er allmählich in Bewegung, obgleich jeder einzelne dieser Stöße keinerlei merkbare Bewegung hervorzurufen vermag.

Hat man zwei Körper, A und B , deren Schwingungsdauer T und T' ist, wobei T' entweder gleich T oder gleich $2T$, $3T$ usw. ist, und befindet sich zwischen ihnen ein Etwas, das diese Bewegung von einem Körper auf den anderen zu übertragen imstande ist, so zwingt die Schwingungsbewegung des Körpers A den ursprünglich in Ruhe befindlichen Körper B zu schwingen, indem sich die Wirkungen der einzelnen Stöße summieren und, wenn sie bis an B herangelangen, die Bewegung verstärken, welche bereits entstanden war.

Besteht zwischen T und T' nicht das genannte einfache Verhältnis, so bringen die bis nach B gelangenden Stöße keinerlei regelmäßige Bewegung hervor, da sie einander nicht in Zeiträumen folgen, die gleich der Dauer von ein, zwei, drei usw. Schwingungen dieses Körpers sind.

Somit kann eine vom Körper A ausgehende Schwingung von B „absorbiert“ werden, so daß B selbst in Schwingungen gerät. Man nennt eine derartige Erscheinung *Resonanz*; sie spielt auf verschiedenen Gebieten der Physik eine wichtige Rolle. Man kann sie sehr allgemein folgendermaßen formulieren: Jeder Körper absorbiert die Schwingungen, die er selbst auszuführen vermag.

Rufen die Schwingungen eines Körpers eine Ausbreitung ebensolcher in den umgebenden Körpern hervor, die als Überträger dienen, so kann man von „ausgesandten“ Schwingungen reden. In diesem Falle läßt sich das Prinzip der Resonanz wie folgt aussprechen. Jeder Körper absorbiert die Schwingungen, die er selbst aussendet.

Resonanzerscheinungen kann man z. B. an Pendeln wahrnehmen, die derart miteinander verbunden sind, daß sich die Schwingungen eines von ihnen dem anderen mitteilen können. Befestigt man an einem horizontal ausgespannten Faden eine Reihe von Pendeln von teils gleicher, teils ungleicher Länge (Fäden mit kleinen Kugeln am Ende) und versetzt eines von ihnen in Schwingungen, so ruft jeder Ausschlag desselben einen Impuls hervor, der sich am horizontalen Faden entlang bis zu den übrigen Pendeln überträgt. Hat eines von

ihnen die gleiche Länge mit dem ersten, so beginnt es selbst zu schwingen, und werden seine Ausschläge allmählich immer größer. Sind die Längen beider Pendel vollkommen gleich, so nehmen die Ausschläge des ersteren schnell ab, bis es endlich zu völligem Stillstand kommt. Hierauf erfolgt die Übertragung der Bewegung in entgegengesetzter Richtung, d. h. vom zweiten Pendel auf das erste usf. Sind die Schwingungsdauern beider Pendel nur um wenig voneinander verschieden, so beeinflussen sie sich gegenseitig und es nehmen schließlich beide Pendel eine gewisse mittlere Schwingungsdauer an.

Der englische Uhrmachermeister Ellicot machte (1739) die Beobachtung, daß zwei Uhren mit nahezu gleichen Pendeln, die an demselben Brett angehängt sind, gleich schnell gehen.

§ 2. Akustische Resonanz. Ein Körper beginnt zu tönen, wenn zu ihm eine Schallwelle gelangt, deren Schwingungszahl sich nur wenig von der unterscheidet, die ihm selbst zukommt. Hierin liegt auch der Grund, weshalb man die Stimmgabel auf ein Resonanzkästchen setzt, das eigentlich eine gedeckte Pfeife von einer Länge L gleich einem Viertel der Wellenlänge des Stimmgabeltones darstellt. Tönt die Stimmgabel, so beginnt auch der Resonanzkasten zu tönen und dient somit zur Tonverstärkung. Damit die Stimmgabel selbst nicht zu schnell ihre Bewegung einbüßt, muß man es so einrichten, daß L ein wenig von $\frac{\lambda}{4}$ verschieden ist.

Wünscht man zwei musikalische Instrumente einzustimmen, so darf man sie nicht allzu nahe aneinander heranbringen, da sie in diesem Falle miteinander infolge gegenseitiger Einwirkung konsonieren würden, selbst wenn ihre Stimmung nicht ganz die gleiche wäre. Stellt man zwei gleiche Stimmgabeln so nebeneinander auf, daß die offenen Seiten ihrer Resonanzkästchen einander zugekehrt sind, und schlägt man eine von ihnen an, so beginnt auch die andere zu tönen, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die angeschlagene mit der Hand anhält. Dieses Mittönen findet nicht statt, wenn man eine der Stimmgabeln verstimmt, indem man etwa an ihre Zinken ein wenig Wachs anklebt.

Auch eine Saite beginnt zu tönen, wenn ein Klang, in welchem der Eigenton der Saite enthalten ist, bis zu ihr gelangt. Hebt man durch Treten auf das Pedal eines Klaviers die Dämpfer von den Saiten ab, schlägt eine Taste kräftig an und bringt sodann nach einiger Zeit durch Berührung mit dem Finger die angeschlagenen Saiten zum Schweigen, so hört man die Saiten erklingen, deren Schwingungszahlen 2-, 3-, 4- usw. mal größer sind als die der angeschlagenen Saiten, da die in ihrem Klange enthaltenen Nebentöne (S. 61) durch Resonanz auf die ihnen entsprechenden Saiten einwirken.

Wenn man bei gehobenen Dämpfern in ein Klavier hineinsingt, schreit usw., so wiederholt das Klavier denselben Klang, da alle in demselben enthaltenen Töne Schwingungen der ihnen entsprechenden Saiten hervorrufen und hierbei die Energie jeder dieser Schwingungen proportional der Stärke des entsprechenden Tones ist. Hieraus kann man den Schluß ziehen, daß die Körper fähig sind, aus einer großen Zahl gleichzeitig bis zu ihnen hin gelangender Töne die ihnen entsprechende Schwingung gewissermaßen herauszufangen, selbst wenn diese letzteren für das Gehör sich in ein Geräusch auflösen.

Es gibt Körper, die auf alle zu ihnen gelangenden Schallschwingungen reagieren können, welches auch immer ihre Höhe sein mag. Diese Eigenschaften besitzen dünne Platten, deren Grundton sehr tief ist, besonders dünne Holzbretter. Solche Bretter sind instande, jeden beliebigen Ton zu verstärken und hierauf beruht ihre Anwendung bei vielen Musikinstrumenten, wie beim Klavier, der Geige usw.

Die Tonfülle alter Geigen läßt sich zum Teil dadurch erklären, daß bei langjährigem Spiel die Holzfasern der Violindecke sich allmählich allen möglichen Tönen angepaßt haben, daher die Fähigkeit besitzen, auf sie zu reagieren.

§ 3. Luftresonatoren. Die Resultate des vorhergehenden Paragraphen über die Absorption von Schallschwingungen durch Körper, welche dieselben Schwingungen auszuführen instande sind, gelten auch für Luftsäulen oder andere Gase, die in Pfeifen zum Tönen gebracht werden und stehende Wellen bilden können. Solche Pfeifen sind ganz besonders geeignet, auf einen ihnen entsprechenden Ton zu reagieren, sie können denselben aus einer großen Zahl von Tönen und sogar aus einem Geräusche gewissermaßen herausfinden und verstärken. Wir haben gesehen (S. 83), daß das Zustandekommen eines Tones bei Orgelpfeifen und auch bei der Gasharmonika (S. 92) früher auf solch eine Verstärkung eines in einem Geräusche bereits enthaltenen Tones zurückgeführt wurde, wobei das Geräusch im ersten Falle durch einen Luftstrom, im letzteren durch eine Flamme erzeugt wird.

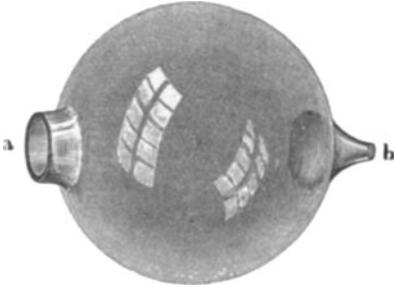
Taucht man eine offene Röhre in vertikaler Lage ganz allmählich in Wasser ein, so daß sich auf diese Weise die in ihr enthaltene Luftsäule verkürzt, und hält über das andere Ende eine tönende Stimmgabel, so beobachtet man eine Verstärkung des Stimmgabeltones in dem Augenblick, wo die Länge L der Luftsäule gleich ein Viertel der Wellenlänge jenes Tones wird; bei $L = \frac{\lambda}{8}$ tönt die Röhre wieder mit, jedoch viel schwächer.

Hat man die stärkste Resonanz erzielt und gießt sodann einige Tropfen Äther in das Gefäß, so verschwindet, wie W. Rosenberg ge-

zeigt hat, die Resonanz, da in Ätherdampf die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalles, also auch die Wellenlänge, eine andere ist als in Luft. Hält man vor einen Resonator eine ihm entsprechende tönende Stimmgabel, so verschwindet die Resonanz bei Erwärmung des Resonators. Auch dieser Versuch, der mit einem einfachen Probiergläschen gelingt, ist von W. Rosenberg beschrieben worden.

Die Luftmasse, welche in einem offenen Gefäße von beliebiger Form enthalten ist, kann ebenfalls tönen und bildet hierbei stehende

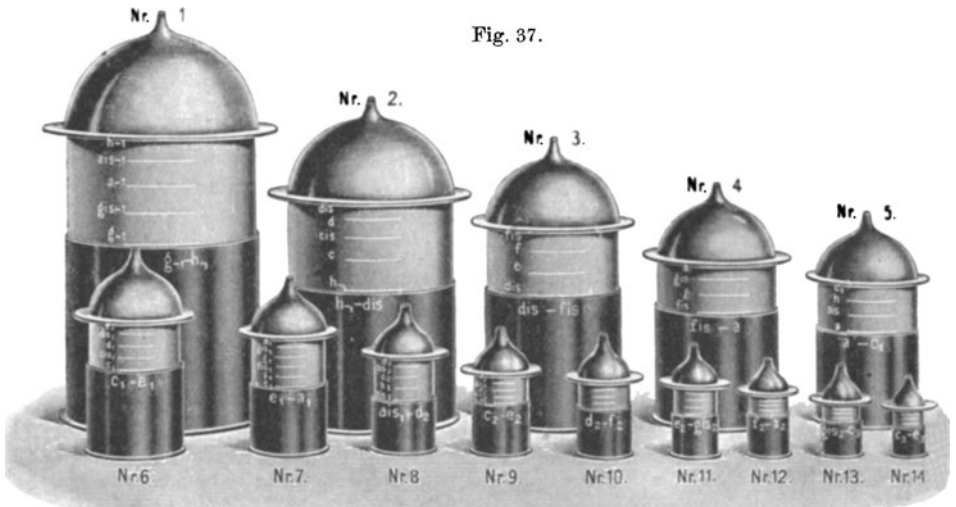
Fig. 72.



Wellen. Hierauf beruhen die von Helmholtz konstruierten, verschieden gestalteten Resonatoren. In Fig. 72 ist ein Helmholtzscher kugelförmiger Resonator abgebildet; die Resonatoröffnung *a* wird der Tonquelle zugekehrt, die kegelförmige Röhre *b* ans Ohr gebracht. Gelangt an den Resonator ein Klang oder Geräusch, in welchem der Eigenton des Resonators enthalten

ist, so wird derselbe beträchtlich verstärkt. Die Höhe des Resonatortones hängt von den Dimensionen der Kugel und von der Größe der

Fig. 37.



Öffnung *a* ab. Sehr verbreitet sind die von R. König angegebenen zylinderförmigen Resonatoren, bei denen zwei Zylinderrohre übereinandergeschoben sind, so daß man den Resonator ausziehen oder zusammenschieben kann, wodurch die resonierende Luftsäule verlängert

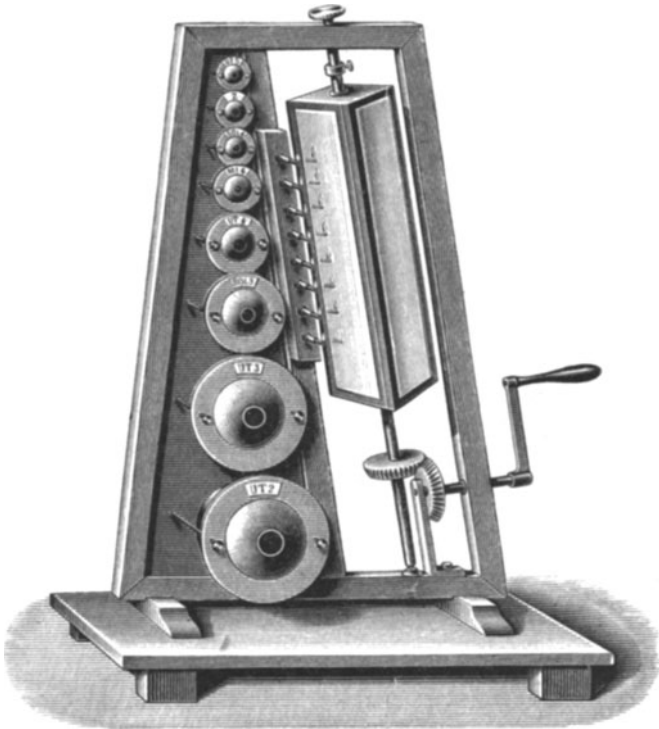
oder verkürzt wird, wobei sich ihr Eigenton ändert. Je kleiner die schwingende Luftsäule ist, um so höher ist der Eigenton. Ferner hängt derselbe noch stark von der Größe der Öffnung ab, durch welche der Klang eindringt; je größer dieselbe unter sonst gleichen Bedingungen ist, um so höher ist der Eigenton. In Fig. 73 ist ein Satz König-scher Resonatoren abgebildet.

Hält man nahe dem Ohre die offene Seite einer größeren Muschel oder eines Trinkglases, so hört man, wie wohl allbekannt, ein gewisses Summen, das bald lauter, bald leiser wird. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß Muschel oder Glas wie Resonatoren wirken und einen oder mehrere bestimmte Töne jedesmal verstärken, wenn sie in dem Tagesgeräusch auftreten, das uns beständig umgibt.

Mit der mathematischen Theorie der Resonatoren und deren experimentellen Nachprüfung haben sich Koláček, Rayleigh, Helmholtz, P. Leiberg (Moskau), M. Wien, P. Lebedew u. a. beschäftigt.

§ 4. Analyse und Synthese der Klänge. Stellt man sich eine Sammlung von Resonatoren her, die auf verschiedene Töne reagieren,

Fig. 74.



so kann man mit ihrer Hilfe ermitteln, welche Töne in einem Klange oder Geräusche enthalten sind. Man hat hierzu bloß die Resonatoren der Reihe nach ans Ohr zu bringen und sich zu merken, welche von ihnen ansprechen; auf diese Weise führt man die Analyse eines Klanges aus.

Um objektiv zu zeigen, aus welchen Partialtönen ein Klang zusammengesetzt ist, kann man den in Fig. 74 abgebildeten Königschen Analysator benutzen. Er besteht aus einer Reihe von Kugelresonatoren, die übereinander angebracht sind; auf jedem ist der Name seines Eigentones angegeben. Von der Seite, welche der Schallöffnung gegenüberliegt, welche also sonst dazu dient, den Resonator ton ans Trommelfell zu leiten, führen Gummischläuche zu Manometerkästchen mit Brennern, deren Flammen in einem Drehspiegel beobachtet werden. In letzterem sieht man so viel helle Lichtstreifen, als Resonatoren vorhanden sind; ertönt jedoch in der Nähe des Apparates ein zusammengesetzter Klang, so verwandeln sich einige Streifen in eine Reihe von Zähnen: es sind dies die Streifen, deren Resonatoren mittönen, weil ihr Eigenton im untersuchten Klange enthalten ist.

Fig. 75.

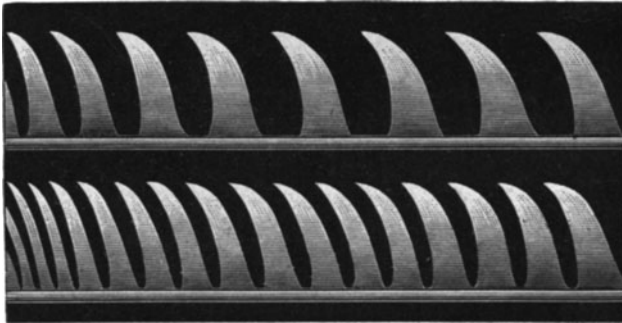


Fig. 75 stellt zwei solche Zahnreihen dar, die auf das Vorhandensein zweier Töne hindeuten, von denen der eine die höhere Oktave des anderen bildet, da die Zahl der Zacken im unteren Streifen doppelt so groß wie die des oberen ist.

Hat man mit Hilfe von Resonatoren die Teiltöne eines Klanges ermittelt, also den Klang analysiert, so kann man hierauf umgekehrt zur Synthese desselben Klanges übergehen. Zu diesem Zwecke muß man eine Reihe von Instrumenten, welche vollkommen reine Töne geben, gleichzeitig zum Tönen bringen; verfügt man derart über alle in einem Klange enthaltenen Teiltöne und reguliert ihre Stärke entsprechend der relativen Intensität, mit welcher sie im untersuchten Klange auftreten, so erhält man einen Klang, dessen Tonfarbe dem untersuchten vollkommen gleichkommt. Wir werden später (Kap. X, § 3) sehen, daß

es Helmholtz gelungen ist, sämtliche Vokale durch Synthese ihrer Bestandteile hervorzurufen.

§ 5. Akustische Abstoßung. Schallwellen von hinreichender Stärke sind imstande, eine ganze Reihe von verschiedenen Bewegungen leicht beweglicher Körper hervorzubringen. Einige dieser Bewegungen erklären sich rein mechanisch durch Luftströmungen, die sich rings um die tönenden Körper bilden, oder durch die unregelmäßige Verteilung der Drucke an verschiedenen, von stehenden Wellen erfüllten Stellen des Raumes. Es gibt übrigens einige hierher gehörige Fälle von Bewegung, die bis jetzt noch nicht völlig aufgeklärt worden sind.

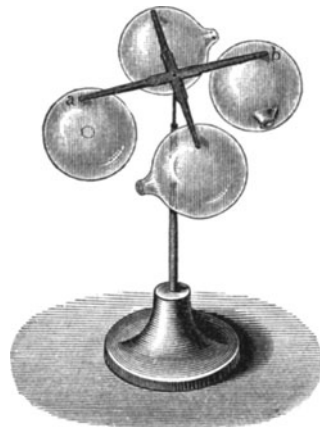
Die Erscheinungen der sogenannten akustischen Abstoßung (in einigen Fällen beobachtet man auch eine Anziehung an den tönenden Körper) sind insbesondere von Dvořak untersucht worden. Unter anderem hat er die scheinbare Abstoßung gedeckter Pfeifen studiert.

In Fig. 76 ist ein von Dvořak konstruierter Apparat abgebildet, welcher einen Fall der akustischen Abstoßung zu demonstrieren gestattet. Derselbe besteht aus vier gläsernen, an einem Holzkreuz befestigten und auf einer Drahtspitze ruhenden Resonatoren. Hält man in der Nähe dieser Vorrichtung eine tönende Stimmgabel mit der offenen Seite des Resonanzkästchens ihr zugekehrt, so gerät der Apparat in Drehung (von oben gesehen in der Uhrzeigerrichtung), falls der Stimmgabelton die entsprechende Höhe hat.

Anfangs erklärte Dvořak diese Abstoßung durch die Annahme, daß sich im Resonator an dessen geschlossenem Ende ein Knoten bildet. Man findet, daß die mittlere Spannung der Luft im Knoten größer ist als in der freien Luft, weshalb der Boden der gedeckten Pfeife von innen her einen stärkeren Druck erfährt als von außen; es tritt demnach eine Kraft auf, welche die Pfeife parallel zu ihrer Achse zu verschieben sucht.

Spätere Untersuchungen haben Dvořak indes zu dem Resultate geführt, daß die Abstoßung bisweilen in Anziehung übergeht und daß die Ursache der Erscheinungen komplizierterer Natur ist. Die Hauptrolle spielen dabei Wirbelringe, welche durch die Mündung des Resonators hindurchgelangen. Die Bewegung der Resonatoren ist somit eine Reaktionswirkung, hervorgerufen durch überaus schnelle Bewegungen der die Resonatormündung passierenden Luft. Die Erscheinungen

Fig. 76.



der akustischen Abstoßung sind experimentell und theoretisch untersucht worden von Rayleigh, Koláček, N. Lebedew, M. Wien (vgl. § 3), Geigel u. a.

Im Kap. II, § 5, war bereits davon die Rede, daß die Schallwellen einen gewissen Druck ausüben, der zum Messen der Schallstärke benutzt werden kann. Eine wichtige hierher gehörige Erscheinung ist von B. Davis entdeckt worden: er fand, daß leichte, einseitig geschlossene Zylinderchen, welche sich innerhalb stehender Wellen (in Orgelpfeifen) befinden, das Bestreben zeigen, sich mit dem geschlossenen Ende voran senkrecht zur stehenden Welle zu bewegen. Die auf die kleinen Zylinder einwirkende Kraft ist hierbei proportional dem Quadrate der Schwingungsamplitude der Gasschichten an der Stelle, an der sich die Zylinderchen befinden. Die Achse, um welche die Zylinderchen rotieren, kann den stehenden Wellen parallel oder zu ihnen senkrecht sein. Einen einfachen Demonstrationsapparat, um den Druck nachzuweisen, hat Wood (1905) angegeben.

§ 6. Anwendung des Dopplerschen Prinzips auf akustische Phänomene. In Bd. I, Abt. 1, S. 200, ist das sogenannte Dopplersche Prinzip, d. h. die Abhängigkeit der in der Zeiteinheit zum Beobachter gelangenden Zahl von Schwingungen bei Bewegung von Beobachter oder Schwingungsquelle im übertragenden Medium von der Geschwindigkeit dieser Bewegungen eingehend untersucht worden.

Wir wollen jetzt die dort gefundenen Resultate auf Schallschwingungen anwenden und hierbei vom allgemeinsten Ausdruck ausgehen. Dieser lautete [Bd. I, Abt. 1, S. 203, (46)]:

$$n_1 = n \frac{V + u}{V - u'} \cdot \dots \dots \dots (1)$$

und zwar bedeutet hier n die Schwingungszahl der Schallquelle, n_1 die den Beobachter in der Zeiteinheit erreichende Schwingungszahl, V die Schallgeschwindigkeit, u die Geschwindigkeit des Beobachters, u' die Geschwindigkeit der Schallquelle. Sowohl u als auch u' werden als positiv angesehen, wenn die entsprechende Bewegung den Abstand zwischen Beobachter und Schallquelle vermindert. Man erhält aus (1) folgende Resultate:

1. Eine Bewegung der Schallquelle oder des Beobachters, bei welcher sich ihre gegenseitige Entfernung vermindert, hat eine scheinbare Erhöhung des Tones zur Folge; diese Tonerhöhung ist beträchtlicher bei Bewegung der Schallquelle, als wenn sich der Beobachter mit derselben Geschwindigkeit bewegt.

2. Eine Bewegung, von Schallquelle oder Beobachter, bei welcher sich ihre gegenseitige Entfernung vergrößert, ruft eine scheinbare

Tonerniedrigung hervor; diese ist größer bei Bewegung des Beobachters als bei gleich schneller Bewegung der Tonquelle.

Versuche zur Prüfung des Dopplerschen Prinzips in seiner Anwendung auf akustische Vorgänge sind wiederholt ausgeführt worden. Zu diesem Zwecke begaben sich z. B. die Beobachter auf eine schnell fahrende Lokomotive und wurde ein Trompetenton von gleichbleibender Höhe an der Strecke, an welcher die Lokomotive vorbeifuhr, geblasen, oder die Beobachter selbst nahmen ihren Standort an der Bahnlinie und der Ton ging von der vorbeifahrenden Lokomotive aus. Man beobachtete dabei eine Tonerniedrigung in dem Augenblicke des Vorüberfahrens der Lokomotive, wo also eine Richtungsänderung der relativen Bewegung erfolgte. Derartige Beobachtungen wurden von Buys-Ballot (1845) auf der Bahnlinie zwischen Utrecht und Maarßen, sowie von Russell (1850) in England ausgeführt.

Genauer sind die folgenden Beobachtungen, welche H. C. Vogel (1875) auf der Eisenbahnstrecke Köln—Minden angestellt hat. Eine Lokomotive, deren Dampfpeife einen sehr reinen Ton dauernd erschallen ließ, fuhr an den Beobachtern, unter denen sich ein geschulter Musiker (Kapellmeister Baron Kaulbars) befand, mit großer Geschwindigkeit vorüber. Der Pfeifenton wurde bei Annäherung und Entfernung der Lokomotive auf einer Geige wiederholt und die Schwingungszahl beider auf diese Weise erhaltenen Töne dadurch bestimmt, daß man sich die Stelle merkte, an welcher die Violinsaite jedesmal niedergedrückt worden war. Wie aus dem Folgenden ersichtlich, war die Übereinstimmung zwischen den direkt beobachteten und den unter Zugrundelegung des Dopplerschen Prinzips berechneten Schwingungszahlen eine vortreffliche:

Bewegungsrichtung der Lokomotive	Geschwindigkeit der Lokomotive m	Schwingungszahl	
		beob.	ber.
Zum Beobachter hin	19,3	2118,2	2111,8
Vom Beobachter fort	19,6	1878,1	1889,0

F. Richarz hat folgende Erscheinung beobachtet: Ein Eisenbahnzug näherte sich dem Beobachter, als die Lokomotive einen Pfliff erschallen ließ; hierauf hörte der Beobachter das Echo von einer senkrechten Felswand, die sich hinter dem Zuge befand. Der zweite Ton klang tiefer als der erste, denn während der Zug sich dem Beobachter näherte, entsprach das Echo den Schallwellen, die sich vom Zuge aus nach rückwärts ausbreiteten und somit gewissermaßen von dem Spiegelbilde des Zuges auszugehen schienen, das sich ja vom Beobachter entfernte.

Von Mach stammt ein einfacher Apparat zum Nachweis der scheinbaren Tonhöheänderung bei Bewegung der Tonquelle in bezug auf den

Beobachter. Er besteht aus einer (6 Fuß) langen Stange, die in der Richtung ihrer Längsachse vom einen Ende bis zur Mitte hin durchbohrt ist und um eine horizontale, durch die Stabmitte gehende Drehachse derart gedreht wird, daß sie stets in derselben Vertikalebene bleibt. Auch die Drehachse ist durchbohrt und kommuniziert mit der Durchbohrung der Stange. Am Ende der Stange befindet sich eine Zungenpfeife, die bei sehr schneller Drehung zu tönen beginnt, da die Luft infolge der Schwingkraft durch die Drehachse angesaugt und aus der Zungenpfeife herausgetrieben wird. Befindet sich der Beobachter in der Richtung der Drehachse, so bleibt seine Entfernung von der Pfeife unverändert und er hört infolgedessen einen Ton von konstanter Höhe. Sobald jedoch der Beobachter sich in der Ebene befindet, in welcher die Drehung stattfindet, hört er einen Ton, dessen Höhe beständig schwankt, da sich jetzt die Entfernung zwischen ihm und der Pfeife bald vergrößert, bald verringert.

Literatur.

Zu § 1.

Ellicot: Phil. Trans. 1739.

Zu § 3 und 4.

Helmholtz: Lehre v. d. Tonempfindungen; Crelles Journ. **57**, 48, 1858.

Rayleigh: Theory of sound.

Koláček: Wied. Ann. **12**, 353, 1881.

Leiberg: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **18**, 93, 1896.

M. Wien: Wied. Ann. **61**, 151, 1897.

P. Lebedew: Wied. Ann. **62**, 158, 1897.

König: Pogg. Ann. **146**, 161, 1872.

Zu § 5 und 6.

Dvořák: Instr. **3**, 127, 1883; Journ. de phys. (2) **2**, 465; Sitzungsber. d.

Wien. Akad. **72**, 213, 1875; **84**, 710, 1882; Pogg. Ann. **157**, 42, 1876;

Wied. Ann. **3**, 328, 1878; Phys. Zeitschr. **2**, 490, 1901.

Geipel: Ann. d. Phys. **6**, 856, 1901.

Davis: Sill. Journ. (4) **10**, 231, 1900; **12**, 185, 1901; Phys. Rev. **13**, 31, 1901;

Phys. Zeitschr. **2**, 348, 1901; **3**, 59, 1901.

Wood: Phys. Zeitschr. **6**, 22, 1905.

Doppler: Abhandl. d. kgl. böhm. Ges. d. Wiss. (5) **2**, 465, 1842.

Buys-Ballot: Pogg. Ann. **67**, 321, 1845.

Vogel: Pogg. Ann. **158**, 287, 1876.

Russell: Brit. Assoc. Reports 1849, part. II, p. 60.

Mach: Pogg. Ann. **112**, 58, 1860; **116**, 333, 1862.

Neuntes Kapitel.

Kombination von Tönen.

§ 1. Die Entstehung von Stößen (Schwebungen). Wir denken uns zwei Schallquellen, von denen die eine (*A*) einen Ton mit der Schwingungszahl N , die andere (*B*) einen Ton mit der Schwingungszahl $N + n$ gibt, und nehmen an, es befänden sich die Schwingungen beider in einem gegebenen Augenblick in gleicher Phase, so daß sich die betreffenden Verschiebungen der Luftteile addieren. In diesem Augenblick ist die Schwingungsamplitude ein Maximum und der Beobachter hört den Ton am lautesten. Nach Ablauf der Zeit $t = \frac{1}{2n}$ Sek. hat dann der erste Körper $\frac{N}{2n}$, der zweite $\frac{N}{2n} + \frac{1}{2}$ Schwingungen vollführt; ihre Schwingungsphasen sind jetzt die entgegengesetzten, die resultierende Amplitude ist ein Minimum und der Ton am schwächsten. Im Augenblick $t = \frac{2}{2n}$ Sek. beträgt die Zahl der von *A* und *B* ausgeführten Schwingungen $\frac{2N}{2n}$ und $\frac{2N}{2n} + 1$, die Differenz ist also gleich einer vollen Schwingung und die Phasen beider Schwingungen sind wieder einander gleich; Amplitude, folglich auch Tonstärke, sind ein Maximum. Zur Zeit $t = \frac{3}{2n}$ Sek. beträgt die Zahl der vollführten Schwingungen $\frac{3N}{2n}$ bzw. $\frac{3N}{2n} + \frac{3}{2}$ — der Ton wird wieder geschwächt. Allgemein ausgedrückt erhält man folgendes:

	Schwingungszahl		
	<i>A</i>	<i>B</i>	
$t = \frac{2k}{2n}$	$2k \frac{N}{2n}$	$2k \frac{N}{2n} + k \dots$	}
			Verstärkung des Tones
$t = \frac{2k+1}{2n}$	$(2k+1) \frac{N}{2n}$	$(2k+1) \frac{N}{2n} + k + \frac{1}{2} \dots$	}
			Schwächung des Tones

k bedeutet eine ganze Zahl. Im Verlaufe einer Sekunde erhält man Tonverstärkungen, wenn man die erste bei $t = 0$ eintretende Verstärkung nicht mitzählt, in folgenden Augenblicken, für $t = \frac{2}{2n}, \frac{4}{2n}, \frac{6}{2n}, \dots, \frac{2n}{2n} = 1$ Sek., Tonschwächungen für $t = \frac{1}{2n}, \frac{3}{2n}, \frac{5}{2n}, \dots, \frac{2n-1}{2n}$ Sek., also im ganzen n Verstärkungen und n Schwächungen.

Diese aufeinander folgenden Anschwellungen und Abschwächungen des Tones nennt man Stöße oder Schwebungen. Wie wir gesehen haben, geben zwei gleichzeitige Töne mit den Schwingungszahlen N und $N + n$, deren Schwingungszahlen also um n differieren, n Stöße pro Sekunde. Ist z. B. $n = \frac{1}{5}$, so entsteht ein Stoß nach je 5 Sekunden.

In Fig. 77 u. 78 ist das Zustandekommen von Stößen graphisch erläutert; erstere Figur bezieht sich auf den Fall, wo $N = 30$, $n = 1$ ist,

Fig. 77.

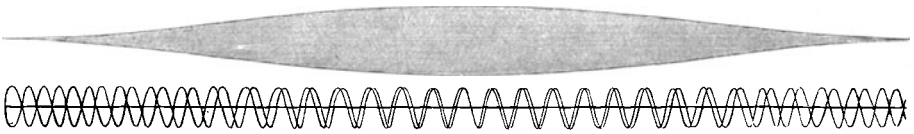
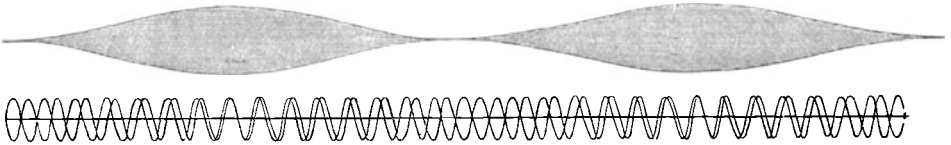


Fig. 78.



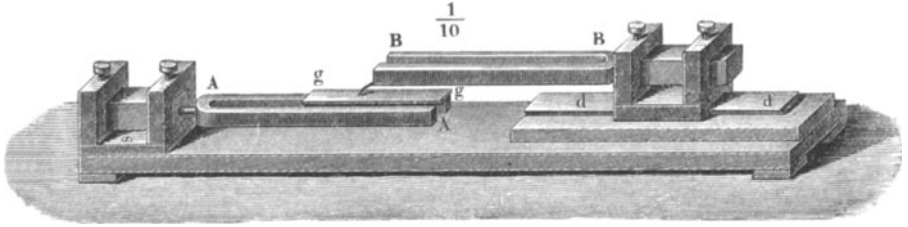
also ein Stoß pro Sekunde erfolgt; letztere gilt für $N = 30$, $n = 2$, wo also zwei Stöße pro Sekunde erfolgen. In beiden Fällen ist angenommen, daß sich die Schwingungen zu Beginn der Sekunde in entgegengesetzten Phasen befinden.

§ 2. Methoden zur Erzeugung von Stößen. Die einfachste Methode zur Erzeugung von Stößen ist folgende: Man nimmt zwei Stimmgabeln von gleicher Höhe und schlägt sie gleichzeitig an. Hierbei hört man zunächst einen gleichmäßigen, lauten Ton. Verstimmt man hierauf die eine der Stimmgabeln, indem man an ihre Zinken kleine Wachsstückchen anklebt, wodurch sich ihre Schwingungszahl erniedrigt, so nimmt man deutliche, in größeren Intervallen aufeinander folgende Stöße wahr. Klebt man immer mehr Wachs oder kleine Schrotkörner an die Zinken, so folgen sich die Stöße immer schneller. Ist ihre Zahl sehr groß, so nimmt man sie einzeln nicht mehr wahr, sie verleihen aber dem Tone eine gewisse Rauigkeit und es klingt wie ein gedehnt ausgesprochenes *rrr*.... Statt Wachs anzukleben, kann man auch die Zinken der einen Stimmgabel ein wenig anwärmen; es genügt hierbei eine Erwärmung durch Anfassen, um schon ein langsames Abklingen und Anschwellen des Tones zu erhalten. Anstatt zweier Stimmgabeln kann man auch zwei offene Pfeifen wählen, von denen eine mit einem auf ihr verschieb-

baren Ansatzrohre versehen ist. Zieht man dieses in die Höhe und verlängert auf diese Weise die eine Pfeife, so erhält man die gewünschten Stöße.

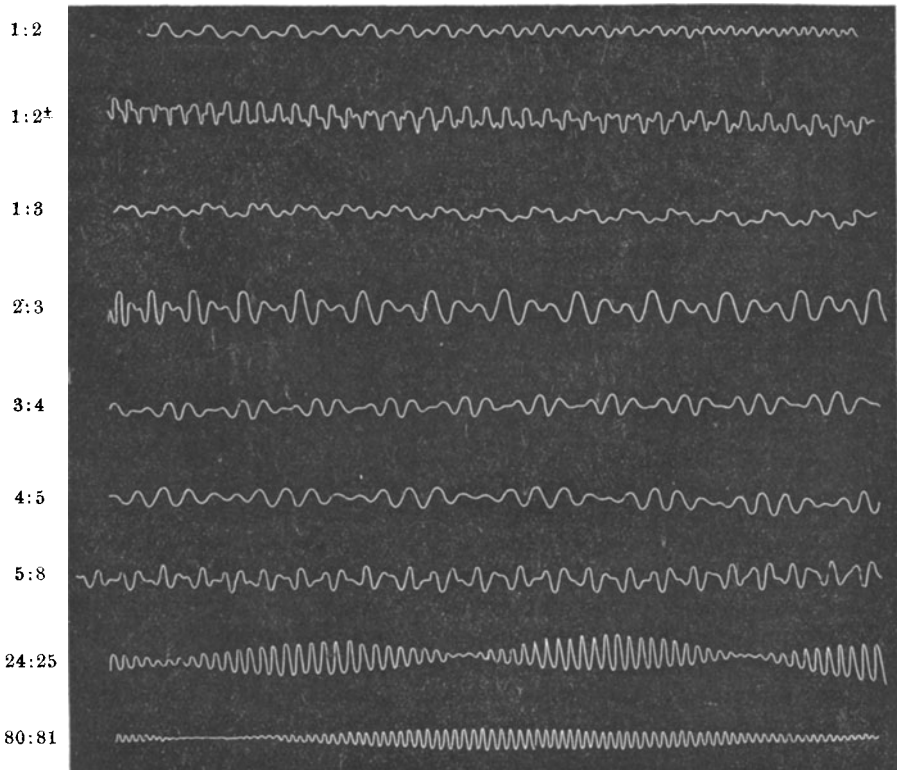
Mit Hilfe zweier Stimmgabeln kann man auch Aufzeichnungen der Stöße erhalten. Zu diesem Zwecke ordnet man sie in der Art an, wie

Fig. 79.



aus Fig. 79 ersichtlich ist. Die linke Stimmgabel wird festgeklemmt und an einer ihrer Zinken eine berußte Glastafel angebracht, die rechte Stimmgabel ist mittels Schlittenführung von links nach rechts zu verschieben;

Fig. 80.



an einer ihrer Zinken ist eine kleine Spitze befestigt, welche die Glas-
tafel berührt. Läßt man nun, während beide Stimmgabeln tönen, die
rechte von links nach rechts gleiten, so entsteht auf der Glastafel eine
Kurve, deren Form von den Amplituden und den Schwingungszahlen
beider Stimmgabeln abhängt. Die größten Ausschläge der Kurve ent-
stehen in den Augenblicken, wo sich die in Betracht kommenden Zinken
beider Stimmgabeln in entgegengesetzten Phasen befinden. Sind die Phasen,
Amplituden und Schwingungszahlen für beide Stimmgabeln gleich, so
entsteht eine gerade Linie. In Fig. 80 sind verschiedene nach obiger
Methode erhaltene Kurven abgebildet und ist nebenbei das Verhältnis
der Schwingungszahlen angegeben. Die beiden letzten Kurven zeigen
deutlich die Besonderheiten der Schwingungen, durch welche die Stöße
charakterisiert werden.

§ 3. Helmholtzsche Doppelsirene. Im Kap. VII, § 1, S. 97 bis 99,
wurde bereits die Sirene von Cagniard-Latour beschrieben und auf
die Dovesche Sirene kurz verwiesen. Die in Fig. 81 abgebildete Helm-
holtzsche Doppelsirene kann zu einer ganzen Reihe verschiedener Ver-
suche dienen. Sie besteht aus zwei Doveschen Sirenen, deren Scheiben
mit je vier Löcherreihen versehen sind, die man durch Druck auf je
einen der Stifte i öffnen kann. Beide Scheiben haben eine gemeinsame
Achse k , die in ihrer Mitte eine endlose Schraube trägt und durch diese
mit einer Zählvorrichtung verbunden ist. Durch g_0 und g_1 wird die
Luft gleichzeitig in beide Gehäuse a_0 und a_1 hineingeblasen. Die Zahl
der Löcher beträgt

in der unteren Scheibe	8 — 10 — 12 — 18
in der oberen Scheibe	9 — 12 — 15 — 18

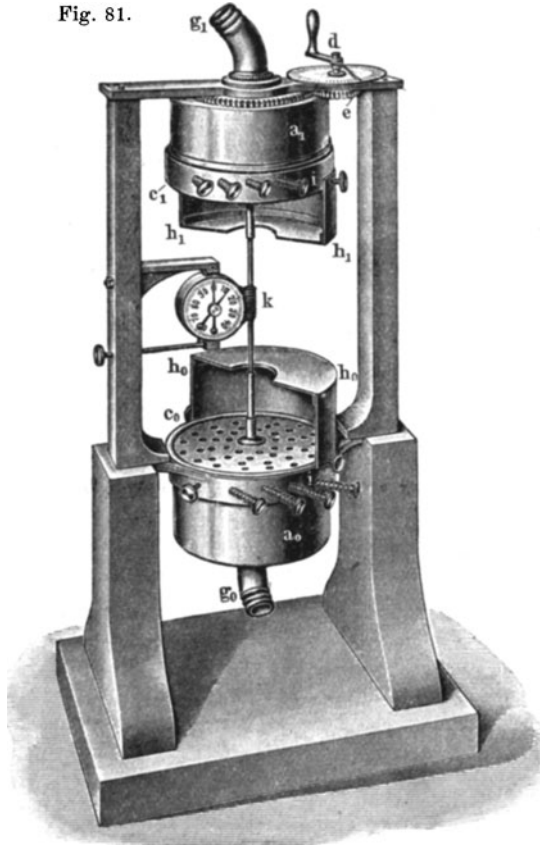
Durch diese Zahlen sind auch die Verhältnisse der Schwingungszahlen
der Sirenentöne gegeben. Ist der tiefste Ton, den man erhält, wenn
die Löcherreihe mit acht Löchern geöffnet ist, etwa gleich c , so kann
die Sirene bei dieser Drehgeschwindigkeit folgende Töne geben:

die untere Hälfte	c	e	g	d_1
die obere Hälfte	d	g	h	c_1

Das obere Gehäuse (a_1) kann um die vertikale Achse k gedreht werden;
zu diesem Zwecke steht es mit einem großen Zahnrad in Verbindung,
welches in das seitlich angebrachte Zahnrad e hineingreift. Letzteres
aber wird mittels einer kleinen Kurbel d gedreht und die Größe der
Drehung kann mit Hilfe eines Zeigers auf einer Kreisteilung abgelesen
werden. Die Zahl der Zähne an beiden Rädern ist eine derartige, daß
sich das Gehäuse a_1 um 30° , also um ein Zwölftel eines Kreisumfanges
dreht, wenn e um 90° gedreht wird. An den Gehäusen a_0 und a_1 sind
die zylindrischen, aus je zwei Hälften bestehenden Deckel $h_0 h_0$ und $h_1 h_1$
angeschraubt (in der Figur sind die vorderen Hälften derselben entfernt).

Diese Deckel haben nur eine um die Achse k gelegene Öffnung und dienen dazu, die Nebentöne der Sirenenklänge durch Verstärkung des Grundtones zu unterdrücken.

Fig. 81.



Mit der Helmholtzschen Sirene lassen sich u. a. folgende Versuche ausführen:

I. Gleichzeitiges Auftreten zweier Töne von gegebenem Intervall (Kap. XI, § 1). In der nachstehenden Tabelle bedeuten die Buchstaben „o“ und „u“ die obere bzw. untere Sirene.

1. Einklang (1 : 1) o. 12, u. 12.
2. Großer halber Ton (16 : 15) o. 16, u. 15.
3. Kleiner ganzer Ton (10 : 9) o. 9, u. 10.
4. Großer ganzer Ton (9 : 8) o. 9, u. 8.
5. Kleine Terz (6 : 5) u. 10, u. 12; o. 12, u. 10; u. 18, o. 15.
6. Große Terz (5 : 4) u. 8, u. 10; o. 12, o. 15; o. 15, u. 12.
7. Quarte (4 : 3) o. 9, o. 12; o. 12, o. 16; o. 9, u. 12; o. 16, u. 12.

8. Quinte (3:2) u. 8, u. 12; o. 12, u. 18; o. 12, u. 8; u. 12, u. 18; o. 15, u. 10.
9. Kleine Sexte (8:5) o. 16, u. 10.
10. Große Sexte (5:3) o. 9, o. 15.
11. Kleine Septime (9:5) u. 10, u. 18.
12. Große Septime (15:8) o. 15, u. 8.
13. Oktave (2:1) o. 16, u. 8; o. 9, u. 18.

Im ganzen sind also 25 Kombinationen von je zwei Tönen möglich und ergeben sich 13 verschiedene Intervalle.

II. Interferenz und Stöße. Während man an d das obere Sirenengehäuse dreht, verstellt man zugleich auch seine feste Scheibe, die sich oberhalb der drehbaren befindet. Öffnet man an beiden Sirenen die Reihen, welche je zwölf Löcher enthalten, und stellt den Apparat derart ein, daß beide Sirenen gleichzeitig zu tönen beginnen, so tritt die Luft gleichzeitig aus beiden aus; die hierbei von beiden ausgehenden Schallwellen verstärken einander, und man erhält einen lauten Ton. Dreht man jetzt e um 45° , also a um ein Vierundzwanzigstel des Kreisumfanges, so ist klar, daß sich die Löcher der oberen Sirene in dem Augenblicke öffnen, wo die der unteren geschlossen sind und umgekehrt. Hieraus folgt, daß sich unterhalb der oberen Sirene in dem Augenblicke eine Verdichtung bildet, wo oberhalb der unteren Sirene eine Luftverdünnung entsteht, daß also die Phasen der von beiden Sirenen ausgehenden Schwingungen immer die entgegengesetzten sind. Durch Interferenz heben sich die Schwingungen nahezu auf, und man erhält eine beträchtliche Schwächung des Tones. Dreht man die Kurbel d um weitere 45° , so erhält man wiederum Phasengleichheit, also Tonverstärkung. Bei weiterer Drehung um 45° erhält man abermalige Tonschwächung usw. Dreht man d ununterbrochen, so erhält man auf jede volle Umdrehung je vier Verstärkungen und Abschwächungen des Tones.

Diese Schwankungen der Tonstärke kann man als Stöße ansehen, die dadurch entstehen, daß zwei Töne von ungleicher Höhe gleichzeitig auftreten. Dreht man nämlich das obere Sirenengehäuse der rotierenden Scheibe entgegen, so werden die Zeitintervalle zwischen zwei aufeinander folgenden Luftaustritten verringert, bei Drehung in derselben Richtung vergrößert. Im ersten Falle ist also der Ton der oberen Sirene höher, im letzteren tiefer, als der Ton der unteren Sirene. Zwei Töne von ungleicher Höhe geben Schwebungen, und es läßt sich leicht einsehen, daß bei einer Umdrehung des Rades e gerade vier Schwebungen entstehen müssen. In dieser Zeit macht nämlich das obere Gehäuse $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ Umdrehung, dreht sich also um den Winkelabstand von vier Löchern, so daß sich das obere Gehäuse $N + 4$ mal öffnet, während das untere nur N mal mit der Außenluft in Verbindung tritt. Hieraus folgt unmittelbar, daß eine Umdrehung des Rades e vier Stöße hervor-

rufen muß. Nimmt man die Deckel $h_0 h_0$ und $h_1 h_1$ ab, so treten die Nebentöne der Sirenen stärker auf, es kann daher eine Drehung des oberen Gehäuses, die nur auf den Grundton einwirkt, keine so lebhaften Stärkeänderungen des Tones mehr hervorrufen, also auch keine so deutlichen Schwebungen.

III. Mit der Helmholtzschen Sirene lassen sich auch Differenztöne erzeugen, sowie Schwebungen der Nebentöne hervorrufen, wovon jedoch erst später die Rede sein soll.

§ 4. Scheiblersche Methode zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln. Die bereits auf S. 104 erwähnte Scheiblersche Methode beruht darauf, daß man die Schwebungen zählt, die beim gleichzeitigen Ertönen zweier Stimmgabeln auftreten. Beträgt die Zahl dieser Schwebungen n pro Sekunde, so ist die Differenz der Schwingungszahlen für die verglichenen Stimmgabeln ebenfalls gleich n .

Scheibler konstruierte sich ein sogenanntes „Tonometer“, d. h. einen Satz von 56 Stimmgabeln, die derart abgestimmt waren, daß jede von ihnen mit der nächstvorhergehenden und nächstfolgenden je vier Schwebungen ergab. Die Schwingungszahlen dieser Stimmgabeln differierten mithin um je 4; die erste machte 220, die letzte $220 + 4 \cdot 55 = 440$ Schwingungen, so daß der ganze Satz eine volle Oktave umfaßte. Durch Aufsuchen der Stimmgabel, welche mit der untersuchten die kleinste Zahl von Schwebungen gab, konnte man mithin die Schwingungszahl der letzteren mit großer Genauigkeit ermitteln.

König hat ein viel umfangreicheres Tonometer zusammengestellt, das die Schwingungszahlen von 16 bis zu 32000 umfaßte. Ein einfacherer, ebenfalls von König stammender Apparat enthält 65 Stimmgabeln mit der Differenz 4; die tiefste macht 256, die höchste $256 + 4 \cdot 64 = 512$ Schwingungen. Ein vorzügliches Tonometer mit 56 Stimmgabeln hat der russische Priester Aristarch Israilow konstruiert.

§ 5. Differenz- und Summationstöne. Tönen zwei Körper mit den Schwingungszahlen N und N_1 gleichzeitig, so hört man zugleich einen dritten Ton, der tiefer als N ist, falls N_1 selbst kleiner als $2N$ ist. Die Schwingungszahl n dieses Tones ist

$$n = N_1 - N \dots \dots \dots (1)$$

Das Auftreten dieses tieferen, sogenannten Differenztones ist 1744 von Sorge in Hamburg und darauf 1753 von Romieu in Montpellier und 1754 von Tartini in Padua beobachtet worden.

Differenztöne kann man mit Hilfe zweier Stimmgabeln erhalten, insbesondere wenn man zuvor eine dritte Stimmgabel erregt hatte, die den zu erwartenden Differenzton gibt. Sehr bequem zum Erzeugen von Differenztönen ist die Helmholtzsche Doppelsirene (Fig. 81). Öffnet

man beispielsweise die Löcherreihen mit acht und zwölf Löchern, so ertönt ein Ton nebst seiner Quinte entsprechend den Schwingungszahlen $N = 8k$ und $N_1 = 12k$, wo k die sekundliche Zahl der Scheibenumdrehungen ist. Beide Töne geben bei ihrem Zusammenklang einen Differenzton mit der Schwingungszahl $n = N_1 - N = 4k$, also die tiefere Oktave des ersteren von ihnen.

Öffnet man die Reihen mit 12 und 16 Löchern, welche einen Ton und dessen Quarte geben, so entsteht ein Differenzton, dessen relative Schwingungszahl gleich 4 ist, es ist dies die untere Duodezime des tieferen von beiden Tönen, d. h. die Quarte seiner zweiten tieferen Oktave. In ähnlicher Weise gibt ein Ton und seine große Terz (5 : 4) als Differenzton die zweite tiefere Oktave desselben; ein Ton und seine Sexte (5 : 3) die tiefere Quinte usf.

Ist einer der Töne c_1 , so findet man als Differenztöne die folgenden:

$c_1 - c_2$	gibt	c_1	$c_1 - e_1$	gibt	c_{-1}	$f_0 - c_1$	gibt	f_{-1}
$c_1 - h_1$	"	h_0	$c_1 - d_1$	"	c_{-2}	$g_0 - c_1$	"	c_{-1}
$c_1 - a_1$	"	f_0	$c_0 - c_1$	"	c_0	$a_0 - c_1$	"	f_{-2}
$c_1 - g_1$	"	c_0	$d_0 - c_1$	"	h_{-1}	$h_0 - c_1$	"	c_{-3}
$c_1 - f_1$	"	f_0	$e_0 - c_1$	"	g_{-1}			

Der Differenzton, welcher auftritt, wenn ein Ton und seine Oktave erschallen, ist mit ersterem identisch und kann daher nicht wahrgenommen werden. Verstimmt man jedoch die Oktave ein wenig, so wird hierdurch der Differenzton etwas höher oder tiefer und bringt Schwebungen hervor.

Hallström beobachtete die Erscheinung, daß ein Differenzton durch Kombination mit einem der Töne, aus welchen er entsteht, einen weiteren Differenzton geben kann, den man nach dem Vorschlage von Helmholtz als Differenzton zweiter Ordnung bezeichnet.

Helmholtz hat die Summationstöne entdeckt, deren Schwingungszahl n gleich

$$n = N + N_1 \dots \dots \dots (2)$$

ist, falls N und N_1 die Schwingungszahlen der erzeugenden Töne sind. Diese Summationstöne sind im allgemeinen sehr schwach und es ist nicht leicht, sie wahrzunehmen. Am leichtesten erkennt man sie noch mit Hilfe der Doppelsirene. Aus c_3 und c_4 entsteht dieserart der Summationston g_4 ; c_3 und a_3 geben f_4 ; c_3 und g_3 geben e_4 ; c_3 und e_3 geben d_4 usw.

Die Differenz- und Summationstöne bezeichnet man zusammengekommen auch als Kombinationstöne.

Die Frage nach dem Zustandekommen der Kombinationstöne ist bisher noch strittig.

Nach Lagrange (1795) und Young (1800) sollen die Differenztöne direkt durch die Stöße hervorgebracht werden, falls deren Anzahl hinreichend groß geworden; in der Tat ist, wie wir sahen, die Zahl der Stöße gleich der Differenz der Schwingungszahlen. Ist die Differenz

$n = N_1 - N$ gering, so kann man noch die einzelnen Stöße deutlich voneinander unterscheiden, ist sie jedoch so groß wie die Schwingungszahl eines Tones, den man überhaupt mit dem Gehör wahrnehmen kann, so nimmt man sie auch als jenen Ton wahr.

Dieser Erklärungsweise gegenüber, welche die objektive Existenz der Differenztöne in Abrede stellt und sie nur als rein subjektive Erscheinung gelten läßt, hat Helmholtz Stellung genommen. Er fand, daß man das Vorhandensein von Schwebungen als besondere Rauigkeit des Tones auch dann noch wahrnimmt, wenn ihre Zahl bis gegen 130 beträgt, ohne daß sie hierbei einen Kombinationston mit der Schwingungszahl 130 ergeben. Ferner läßt sich die objektive Existenz der Differenztöne dadurch beweisen, daß man sie durch Resonatoren verstärken kann; endlich nimmt man die Schwebungen auch bei den schwächsten Tönen wahr, während die Differenztöne nur bei sehr lauten Tönen auftreten.

Helmholtz stellte daher an Stelle der früheren Erklärung seine eigene; diese beruht auf der Annahme, daß die Kraft f , welche auf ein schwingendes Teilchen wirkt, bei sehr großen Amplituden nicht mehr als direkt proportional dessen Entfernung aus der Gleichgewichtslage gelten kann, daß man vielmehr zu setzen hat

$$f = cs + c_1 s^2 (3)$$

Unter Voraussetzung dieses Gesetzes für die Kraft bewies er nun weiter, daß bei gleichzeitigem Erklängen zweier Töne mit den Schwingungszahlen N und N_1 noch objektive Töne zustande kommen müssen, deren Schwingungszahlen die folgenden sind:

1. $2N, 2N_1, 3N, 3N_1$ usw.
2. $N_1 - N, N_1 + N$.
3. $2N + N_1, 2N - N_1, 2N_1 + N, 2N_1 - N$.

Die Töne der ersten Reihe sind die harmonischen Nebentöne der beiden gegebenen Töne; die zweite Reihe stellt die primären Kombinationstöne dar, und zwar sowohl den Differenz- als auch den Summationston, so daß also die Helmholtzsche Theorie auch das Zustandekommen der Summationstöne erklärt. Die Töne der dritten Reihe endlich sind die Kombinationstöne zweiter Ordnung, wie sie durch Kombination der gegebenen Töne mit denen der zweiten Reihe entstehen.

Gegen die Helmholtzsche Theorie hat sich König (1876) ausgesprochen, dessen sehr umfassende Untersuchungen ihn zu dem Resultat führten, daß die Töne N und N_1 eine Reihe von Tönen ergeben, die er als „Stoßtöne“ bezeichnet. Ist $N_1 > N$, so sind die Schwingungszahlen dieser Töne gleich $N_1 - kN$ und $(k + 1)N - N_1$, wo k eine ganze Zahl ist. Diese Stoßtöne entstehen durch periodische Verstärkungen und Schwächungen der Amplitude, also genau so, wie es die Erklärung von Lagrange und Young fordert. Helmholtz führt dagegen das Auf-

treten dieser Stoßtöne auf die Mitwirkung von Obertönen zurück. Durch spätere Untersuchungen ist diese Annahme sicher bestätigt worden und somit erwiesen, daß den „Stoßtönen“ eine gesonderte Existenz neben den Kombinationstönen nicht zukommt. Voigt gab 1890 eine theoretische Erklärung der Königschen Resultate, er bestreitet zwar die Existenz von Summationstönen nicht, gibt sie aber nur in den Ausnahmefällen zu, auf welche sich die Helmholtzsche Theorie bezieht. Auch er teilt also die Auffassung von Lagrange und Young. Mit der gleichen Frage haben sich noch M. Meyer, Lummer, Rücker und Edser, Everett, Forryth und Sowter und andere beschäftigt. Durch K. Schaefer (1905) und E. Waetzmann (1906) wurde endgültig bewiesen, daß die Kombinationstöne entsprechend der Helmholtzschen Theorie schon im Außenraum außerhalb des Ohres des Beobachters entstehen. Ferner hat Waetzmann (1910) gezeigt, daß die Amplituden der Differenz- und Summationstöne von den Amplituden der Primärtöne so abhängen, wie es die Helmholtzsche Theorie verlangt. Indessen läßt sich aus derselben nicht erklären, weswegen die Intensität der Kombinationstöne unter sonst gleichen Bedingungen um so größer ist, je höher die Frequenzen der Primärtöne sind. Dies Verhalten läßt sich vielleicht auf eine Reibung zurückführen (Cl. Schaefer, F. A. Schulze), doch ist das letzte Wort hierüber noch nicht gesprochen.

Ein Experimentum crucis zugunsten der Helmholtzschen Theorie ist bisher noch nicht beigebracht, aber unzweifelhaft ist sie in vieler Hinsicht der Königschen Theorie überlegen. Eine zusammenfassende eingehende Darstellung dieser Fragen hat Waetzmann in seinem Buch: Die Resonanztheorie des Hörens, Braunschweig 1912, gegeben.

§ 6. Schwebungen der Nebentöne. Erklingen gleichzeitig zwei Töne, welche von Nebentönen begleitet sind, so können diese Nebentöne sowohl untereinander als auch mit den Grundtönen Schwebungen ergeben.

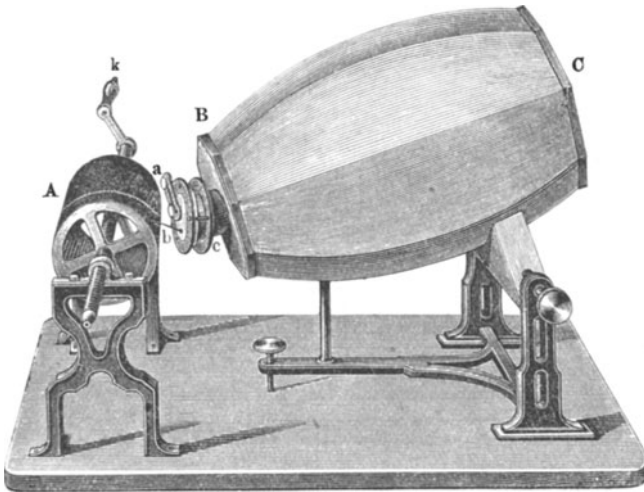
Man beobachtet auch diese Erscheinungen an der Helmholtzschen Doppelsirene, die, wie wir sahen, die einfache Reihe der Nebentöne ($2N$, $3N$, $4N$ usw.) gibt. Öffnet man die 12 Löcher enthaltende Reihe der oberen, die 18 Löcher enthaltende der unteren Sirene und verstellt das obere Gehäuse, wodurch der eine Ton etwas verstimmt wird, so treten Schwebungen zwischen dem zweiten Nebenton der unteren ($18 \times 2 = 36$) und dem verstimmtten dritten Nebenton ($12 \times 3 = 36$) der oberen Sirene auf.

Stoletow (1894) benutzte zum gleichen Zwecke eine große Gas-harmonika, deren Röhre 1,86 m lang war. Der acht Flammen enthaltende Brenner derselben gab ein sehr kräftiges g_1 (96 Schwingungen) als Grundton, sowie die Nebentöne g_2 , d_3 , g_3 , h_3 , d_4 , f_4 . Ließ man dann gleichzeitig eine Stimmgabel ertönen, die gegen einen dieser Nebentöne

etwas verstimmt war, so traten Schwebungen auf. Im Jahre 1898 veröffentlichte Stumpf eine Untersuchung über die Nebentöne und die durch sie hervorgerufenen Schwebungen.

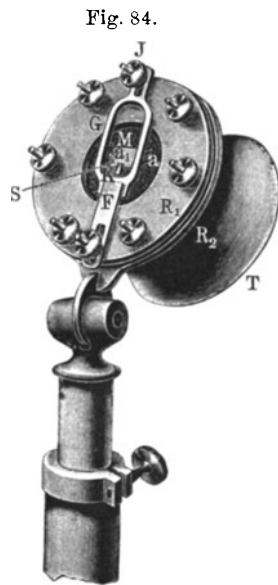
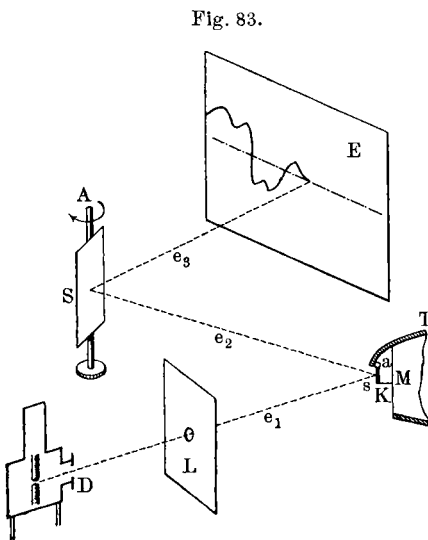
§ 7. Der Phonautograph von Scott. Das Zusammentreffen von zwei oder mehr gleichzeitig erklingenden Tönen ergibt eine kompliziertere Schwingungsform (vgl. Bd. I, Abt. 1, S. 153 bis 156). Eine angenäherte Vorstellung von dieser erhält man mit Hilfe einer manometrischen Flamme

Fig. 82.



(S. 25), die man im Drehspiegel beobachtet. Im besonderen Falle, wo die Tonquellen Stimmgabeln sind, gibt es ein besonderes graphisches Verfahren hierfür, das wir bereits kennen gelernt haben (S. 101). Hat man es im allgemeinen mit einer Kombination einer beliebigen Anzahl von Tönen, die einen zusammengesetzten Klang geben, zu tun, so kann man eine graphische Darstellung der zusammengesetzten Schwingungsform mit Hilfe des Phonautographen von Scott (Fig. 82) erhalten. Er besteht aus einem großen Paraboloid *BC*, in dessen Fokalebene senkrecht zur Achse eine leicht bewegliche Membran ausgespannt ist. An dieser Membran ist eine Seite eines kleinen aus Holundermark geschnittenen Rechtecks befestigt, dessen andere Seite einen leichten Schreibstift trägt. Der Membran gegenüber befindet sich die drehbare Trommel *A*. Wird vor der Öffnung *C* des Paraboloids irgendein Ton erzeugt, so ruft er entsprechende Schwingungen der Membran und horizontale Bewegungen des mit ihr verbundenen Schreibstiftes hervor, welche auf dem Zylindermantel *A* aufgezeichnet werden.

§ 8. Apparate zum Projizieren von zusammengesetzten Schwingungen. Rigollot und Chavanon haben einen Apparat konstruiert (Fig. 83), der dem genannten Zwecke dienen kann. Er besteht aus dem Manometergehäuse *T* (Fig. 83), welches durch eine Kollodiumhaut verschlossen ist, deren Schwingungen mittels eines Kautschukprismas auf das Spiegelchen *s* übertragen werden, das seinerseits um einen horizontalen, dünnen Platindraht drehbar ist. Ein von der Lichtquelle *D* ausgehender Lichtstrahl wird von *s* reflektiert, trifft den Drehspiegel *S* und gibt auf dem Schirme *E* die Kurve, welche das Gesetz der zusammengesetzten Schwingungen darstellt.



P. Lebedew hat das Manometergehäuse bei obigem Apparat durch die in Fig. 84 abgebildete Vorrichtung ersetzt. Am Boden eines Sprachrohres *T* befindet sich eine dünne Korkplatte, deren Schwingungen mittels eines Korkzapfens auf das Spiegelchen *S* übertragen werden, das sich um eine horizontale Achse dreht. Befindet sich in *D* (Fig. 83) eine Bogenlampe, so empfiehlt es sich nach Lebedew, deren Glasteile zu entfernen und ein Diaphragma mit kleiner Öffnung einzusetzen, das ein Bild des Kraters der positiven Kohle in der Mitte der Öffnung *L* entwirft.

Hensen, Hermann und insbesondere A. Ssamoilow haben ähnliche Apparate dazu verwandt, die komplizierten Schwingungsformen der Laute zu studieren, welche beim Aussprechen der Vokale zustande kommen.

§ 9. Edisons Phonograph. Dieser bemerkenswerte Apparat ist 1877 von Edison erfunden worden. Seine Hauptbestandteile waren bei seiner ursprünglichen Form die folgenden: eine kleine Glimmer- oder Metallplatte am Boden des zum Hineinsprechen dienenden Mundstückes trug an ihrer Mitte unmittelbar einen Metallstift, der die Stanniolbelegung einer drehbaren Metalltrommel berührte. Die Trommel hatte außer ihrer rotierenden noch eine fortschreitende Bewegung parallel zu ihrer Drehachse. Unter Einwirkung der Schallschwingungen verzeichnete der Stift gewisse Vertiefungen in der Metallfolie. Hob man dann, nachdem die gewünschten Töne oder Geräusche aufgezeichnet waren, den Schreib-

Fig. 85.

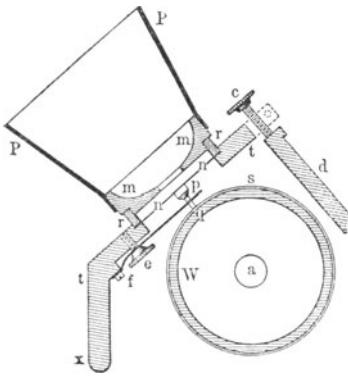
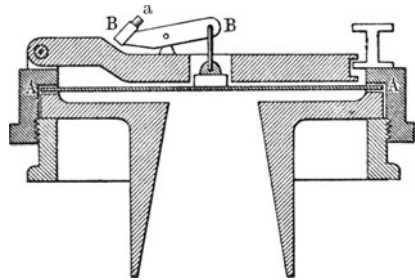


Fig. 86.



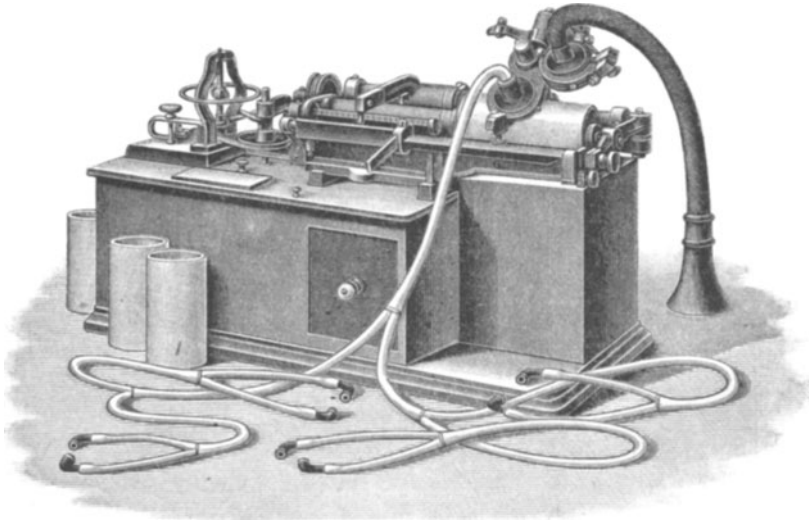
apparat ab, drehte die Trommel in ihre Anfangslage zurück, setzte den Stift wieder an der Stelle auf, an der er sich zu Beginn befunden hatte, und drehte nun die Trommel von neuem vorwärts, so glitt der Stift in den von ihm hervorgerufenen kleinen Furchen dahin, veranlaßte die Membran, alle von ihr zuvor ausgeführten Schwingungsbewegungen zu wiederholen, die sich alsdann der umgebenden Luft mitteilten; man konnte auf diese Weise alle die Laute wiederholen, die zuvor aufgezeichnet worden waren.

Dringt der Schreibstift in die Oberfläche der Trommel ein, so zieht ihn letztere während ihrer Bewegung etwas zur Seite, dies wirkt auf die Glimmerplatte zurück, sie büßt etwas von ihrer Beweglichkeit und Empfindlichkeit ein. Edison befestigte daher den Schreibstift an einer besonderen Feder, auf welche sich die Bewegungen der Platte mit Hilfe zweier Stäbchen aus Kautschuk übertragen.

Später hat Edison dem Apparat die in Fig. 85 skizzierte Form gegeben. Die ganze Schreibvorrichtung kann durch Bewegung der Schraube *c* um den Punkt *x* gedreht werden. An der Platte *nn* ist ein Buckel *p* befestigt, der auf die Feder *f* drückt, an welcher der Schreibstift *q* angebracht ist.

Bei weiterer Vervollkommnung seines Apparates ersetzte Edison nach dem Vorgange von Bell und Tainter die Metallfolie durch eine aus Wachs und Stearin bestehende Masse. Die schwingende Platte wurde aus Glas hergestellt mit einer Dicke von 0,04 mm. Ferner ersetzte er die Schreibvorrichtung durch die in Fig. 86 abgebildete. Die

Fig. 87.



Platte *AA* wirkt auf den Hebel *BB*, an dessen Ende ein zylindrischer Meißel *a* in geneigter Lage gegen die Trommeloberfläche angebracht ist. Da der Widerstand der Trommelfläche fast parallel zur Platte *AA* wirkt, beeinträchtigt er deren Beweglichkeit nicht.

Zur Reproduktion der Töne dient eine besondere Platte, auf welche sich die Schwingungen eines in ein kleines Kügelchen endigenden Stiftes übertragen, der längs den auf der Trommel entstandenen Vertiefungen dahingleitet.

Fig. 87 stellt den verbesserten Phonographen in der Gesamtansicht dar. L. Herrmann, Böcke, Pipping und Revier u. a. haben den Phonographen dazu benutzt, um die Form der Schwingungen zu reproduzieren, welche den Vokalen entsprechen.

Literatur.

Zu § 4.

- Scheibler: Pogg. Ann. **29**, 390, 1833; **32**, 333 u. 492, 1834.
 A. Israillew: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **16**, 1, 1884.

Zu § 5.

- Sorge: Vorgemach musikalischer Komposition. I, S. 13. Lobenstein 1745
 Anweisung zur Stimmung der Orgelwerke usw. Lobenstein 1749.
 Romieu: Mém. de l'Acad. de Montpellier 1753.
 Tartini: Trattato di musica seconde la vera scienza dell'Armonia. Padua 1754.
 Hallström: Pogg. Ann. **24**, 438, 1831.
 Helmholtz: Pogg. Ann. **99**, 518, 1856.
 Lagrange: Recherches sur le son. Misc. Taur. I, p. 103, 1795.
 Young: Phil. Trans. **1**, 106, 1800; Miscellaneous Works I, p. 83.
 Helmholtz (Theorie): Pogg. Ann. **99**, 354; Die Lehre von den Tonempfindungen, 3. Aufl., S. 618.
 König: Pogg. Ann. **157**, 157, 1876.
 Voigt: Wied. Ann. **40**, 652, 1890.
 Hoyer: Über Kombinationstöne. Ber. d. Oberrealgymn. in Reichenberg, 1882, 1883, 1884.
 M. Meyer: Kombinationstöne. Diss. Berlin 1896; Zeitschr. f. Psychol. und Physiol. der Sinne **11**, 177; 1896, S. 853.
 Rücker u. Edser: Phil. Mag. (5) **39**, 341, 1895.
 Everett: Phil. Mag. (5) **41**, 199, 1896.
 Forryth and Sowter: Proc. R. Soc. London **63**, 396, 1898.
 K. Schaefer: Ann. d. Phys. **17**, 572, 1905.
 E. Waetzmann: Ann. d. Phys. **20**, 837, 1906; **33**, 1299, 1910.
 Waetzmann und Mücke: Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 39, 1913.
 Cl. Schaefer: Ann. d. Phys. **33**, 1216, 1910.
 F. A. Schulze: Ann. d. Phys. **26**, 217, 1908; **34**, 817, 1911.

Zu § 6.

- Stumpf: Wied. Ann. **57**, 660, 1896.

Zu § 8.

- Rigollot et Chavanon: Journ. de phys. (2) **2**, 553, 1883.
 P. Lebedew: Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **26**, 290, 1894.
 L. Revier: Phys. Rev. **10**, 193, 1900.
 Hermann: Arch. f. d. ges. Physiologie **45**, 182; **47**, 44, 347; **53**, 1; **58**, 255; **61**, 169.
 Böcke: Pflügers Archiv **50**, 297, 1891.
 Pipping: Zeitschr. f. Biologie **27**, 1890; **31**, 524, 1895.
 Hensen: Zeitschr. f. Biologie **23**, 291, 1887.
 A. Ssamoilow: Arch. f. d. ges. Physiologie **78**, 27; Die Chronophotographie im physiol. Institut der Moskauer Universität. Moskau 1901, p. 18—38 (russ.).

Zehntes Kapitel.

Das menschliche Stimm- und Gehörorgan.

§ 1. **Der menschliche Stimmapparat.** Das Organ, mit Hilfe dessen der Mensch beim Sprechen oder Singen Töne hervorbringt, befindet sich in der Luftröhre. Seinen Hauptbestandteil bilden die sogenannten Stimmbänder, die einen schmalen Spalt, die Stimmritze, frei lassen; durch letztere steht der Kehlkopf mit der Mundhöhle in Verbindung. Die elastischen

Fig. 88.

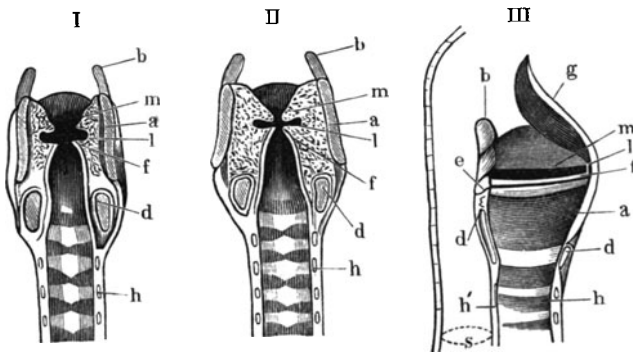
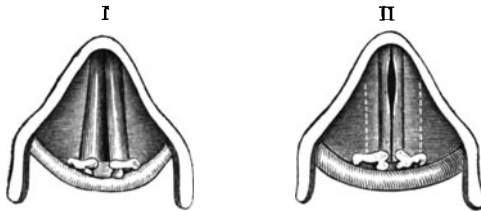


Fig. 89.



Stimmbänder können mehr oder weniger gespannt und in Schwingungen versetzt werden, die sich der die Stimmritze zur selben Zeit durchströmenden Luft mitteilen. In Fig. 88 sind Vertikalschnitte des Kehlkopfes dargestellt, und zwar in I ein solcher von vorn bei offener, in II bei geschlossener Stimmritze gesehen, in III ein seitlicher Querschnitt. Die Stimmbänder befinden sich in *f*; in *m* sind die etwas höher gelegenen falschen Bänder dargestellt; *h* ist die zu den Lungen führende Luftröhre, *g* der Kehldeckel, der den Kehlkopf beim Schlucken verschließt, *s* die Speiseröhre.

In Fig. 89 I ist die Stimmritze in der Gestalt abgebildet, die sie beim Singen eines tiefen Tones annimmt, Fig. II entspricht ihrer Form beim Singen von hohen Tönen.

§ 2. **Töne der menschlichen Stimme.** Die Grenztöne der menschlichen Singstimme sind ungefähr die folgenden:

Baß	$f_{-1} - f_1$	Alt	$f_0 - f_2$
Tenor	$c_0 - c_2$	Sopran	$c_1 - c_3$

Somit umfaßt die menschliche Stimme etwa drei Oktaven und eine Quinte; die entsprechenden Schwingungszahlen liegen etwa zwischen 80 und 1000. Die Töne der menschlichen Stimme enthalten außer dem Grundton noch eine große Zahl von Nebentönen, deren Höhe und Stärke von Form und Volumen der Mundhöhle bei Aussprache eines Lautes abhängen. Von diesen Nebentönen hängt wiederum der Klang (der Timbre) der Stimme ab. Derselbe ist sowohl bei verschiedenen Personen, als auch bei ein und derselben Person verschieden, je nach dem Vokal laut, welchen sie ausspricht. Beim Aussprechen des Vokals *A* nimmt die Mundhöhle eine trichterförmige Gestalt an und öffnen sich die Lippen stärker als für die übrigen Vokale; um den Vokal *U* hervorzubringen, muß sich die Mundhöhle am stärksten verengen und in die Breite strecken.

Singt man demnach auf denselben Ton die verschiedenen Vokale, so treten zu dem unverändert bleibenden Grundtone verschiedene Nebentöne hinzu.

Um diese Nebentöne zu finden, verfuhr Helmholtz folgendermaßen: er sprach einen bestimmten Vokal leise vor sich hin und gab so der Mundhöhle die Form, die zum Aussprechen des betreffenden Vokals erforderlich ist. Hierauf näherte er der Mundhöhle verschiedene angeschlagene Stimmgabeln und merkte sich diejenigen, deren Ton hierbei eine Verstärkung erfuhr; für diese war sonach die Mundhöhle ein gleichgestimmter Resonator. Auf diese Weise gelang es ihm, zu ermitteln, daß jeder der Vokale durch einen oder zwei Töne charakterisiert wird, die sich von den übrigen mitklingenden Nebentönen besonders stark abheben und weder von der Höhe des gesungenen Tones, noch von dem Timbre der Stimme abhängen, also auch für Männer-, Frauen- und Kinderstimmen die gleichen sind.

Diese charakteristischen Töne sind:

Für <i>A</i>	b_2
" <i>Ä</i>	d_2 und g_3
" <i>E</i>	f_1 " b_3
" <i>I</i>	f_0 " d_4
" <i>O</i>	b_1
" <i>Ö</i>	f_1 " cis_3
" <i>U</i>	f_0
" <i>Ü</i>	f_0 " g_3

Diese Ergebnisse von Helmholtz sind von verschiedenen Forschern, unter anderem in letzter Zeit von D. C. Miller (1916) bestätigt worden.

§ 3. Synthese der Vokale. Helmholtz ist es gelungen, dadurch, daß er gleichzeitig mehrere Stimmgabeln erklingen ließ, die charakteristischen Tonfärbungen der einzelnen Vokale nachzuahmen und damit den Beweis zu liefern, daß die Besonderheit der verschiedenen Vokale in der Tat durch ihren Timbre, also durch die in ihrem Klange enthaltenen Bestandteile bestimmt wird.

Die im vorhergehenden Paragraphen aufgezählten Töne erzeugen wirkliche Vokallaute, jedoch mit der Färbung, die sie beim Gesange erhalten, wo ihre charakteristischen Eigentümlichkeiten nicht so scharf hervortreten, als es beim Sprechen der Fall ist.

Im weiteren gelang es Helmholtz auch, die Besonderheiten der gesprochenen Vokale durch entsprechende Kombinationen von Stimmgabeln nachzuahmen.

Der Apparat, dessen er sich hierzu bediente, bestand aus zwölf Stimmgabeln, deren Tonhöhen und Schwingungszahlen die folgenden waren:

Nr. 1	2	3	4	5	6
b_{-1}	b_0	f_1	b_1	d_2	f_2
120	120×2	120×3	120×4	120×5	120×6
Nr. 7	8	9	10	11	12
a_2	b_2	d_3	f_3	as_3	b_3
120×7	120×8	120×10	120×12	120×14	120×16

Eine jede von diesen Stimmgabeln wurde zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten b befestigt (Fig. 90) und ihr gegenüber ein ihr entsprechender Resonator angebracht, den man beliebig nähern und entfernen, und dessen Öffnung man teilweise verschließen konnte. Hierzu diente eine Feder p , der man durch Ziehen an einem Schnürchen n entgegenwirken konnte. Auf diese Weise konnte man die Stärke eines jeden der Töne beliebig regulieren. Mittels des Ausschalters i konnte man den Strom direkt von h (links) nach h (rechts) leiten und somit den Elektromagneten außer Tätigkeit setzen. Der ganze Apparat ruhte auf elastischer Unterlage, um eine Übertragung der Vibrationen zu vermeiden.

Alle Stimmgabeln wurden durch eine Unterbrecherstimmgabel (Fig. 91) in Bewegung erhalten, deren Schwingungszahl 120 betrug. Das Schema ihrer Wirkungsweise und der Verbindungsart der Stimmgabeln ist aus Fig. 175, Bd. I, Abt. 1, S. 343 ersichtlich. Die erste von den zwölf Stimmgabeln des ganzen Apparates erhielt einen Impuls bei jeder vollen Schwingung, die zweite nach je zwei, die dritte nach je drei Schwingungen usw. Um die letzten Stimmgabeln, die nach je 16, 14, 12 usw. Schwingungen Impulse erhielten, fortdauernd tönen zu lassen, war es nötig, durch ihre Elektromagnete stärkere Ströme zu senden.

Die Laute U , O und A wurden mit Hilfe der ersten acht Stimmgabeln erhalten, wobei b_{-1} als Grundton genommen wurde.

Fig. 90.

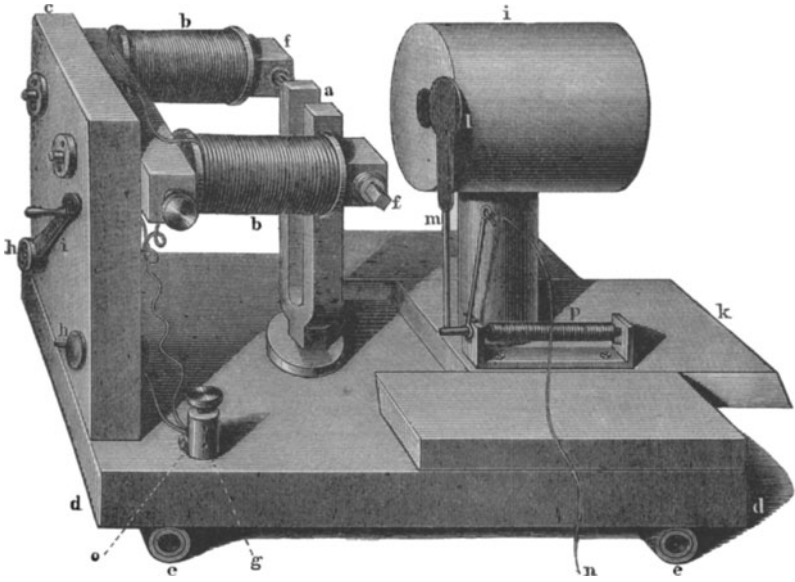
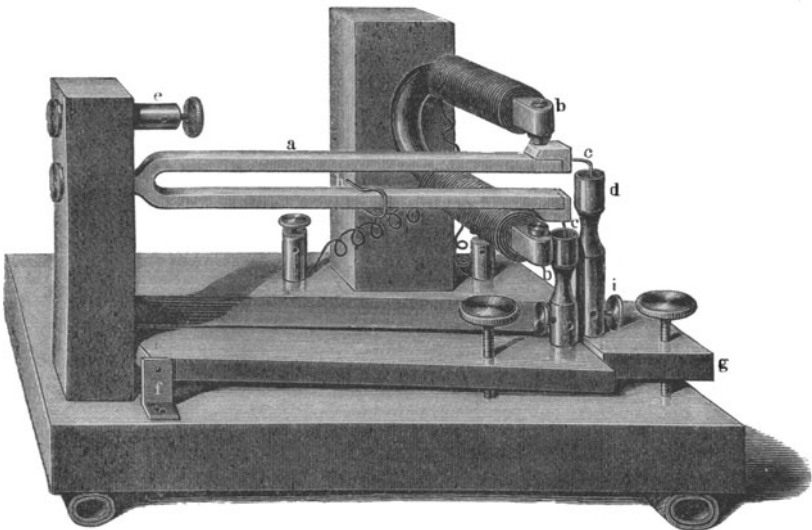


Fig. 91.



Den Vokal *U* erhielt man einfach durch Erklängenlassen des Grundtones b_{-1} , sein Timbre wurde noch richtiger, wenn man die Stimmgabeln Nr. 2 und Nr. 3 leise mitklingen ließ.

Ein sehr reines *O* entstand, wenn Nr. 4 laut und Nr. 2, 3 und 5 leise tönnten. Den Grundton b_{-1} mußte man etwas abschwächen; bemerkt sei hierbei, daß b_1 der für den Vokal *O* charakteristische Ton ist.

Den Vokal *A* erhielt man, wenn Nr. 5 bis 8 laut, Nr. 1 bis 4 leise erklangen.

Bei Benutzung aller übrigen Stimmgabeln wurde dann Nr. 1 ausgeschlossen, also als Grundton b_0 angenommen und folgende Resultate erhalten:

- Vokal *U* = Stimmgabel b_0 allein;
 „ *O* = b_0 mäßig laut, b_1 laut (charakter. Ton), f_2 leise;
 „ *A* = b_0 , b_1 , f_2 mäßig laut, b_2 (charakter. Ton), d_3 laut;
 „ *Ä* = wird aus *A* erhalten, wenn man b_1 und f_2 verstärkt, b_2 abschwächt und d_2 (charakter. Ton), d_3 und f_3 nach Möglichkeit verstärkt;
 „ *E* = b_0 und b_1 mäßig laut, f_1 (charakter. Ton), f_3 , as_3 und b_3 möglichst laut.

Der Vokal *I* konnte nicht erhalten werden, da er durch sehr hohe Nebentöne charakterisiert wird.

An Stelle von Stimmgabeln hat D. C. Miller eine Reihe einfacher Pfeifen zusammenklingen lassen; auf diese Weise gelang es ebenfalls, eine ganze Anzahl von Vokalen mit verschiedenen Grundtönen zu bilden.

Daß die den einzelnen Vokalen entsprechenden Schwingungen zusammengesetzter Natur und für die verschiedenen von ihnen ungleichartig sind, läßt sich mit Hilfe des Phonautographen und Phonographen zeigen (vgl. S. 127 bis 130).

Wir wollen hier noch die Bemerkung einschalten, daß sich die Schwingungszahl einer Stimmgabel durch die Wirkung des Elektromagneten etwas verringert. Shearer fand z. B. für eine Stimmgabel bei direkter Erregung 255,8445, bei elektromagnetischer Erregung 255,5935 Schwingungen.

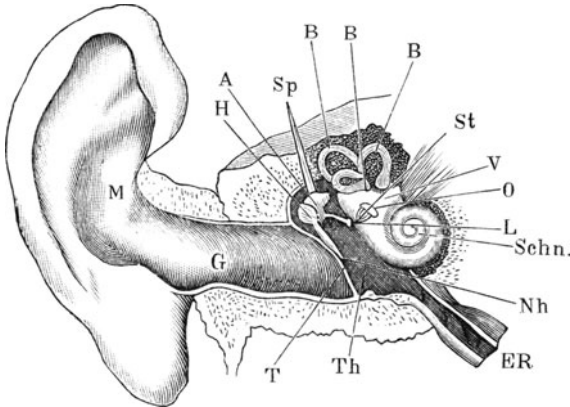
Auf Grund seiner Versuche nimmt Helmholtz an, daß die Vokale durch Verstärkung der Obertöne, d. h. zum Grundton harmonische Töne hervorgerufen werden. Dieser sogenannten Obertontheorie, die zuerst von Grassmann aufgestellt worden ist, steht schroff gegenüber die Formantentheorie, die besonders von L. Herrmann vertreten wird. Nach dieser ist das Wesentliche eines Vokals neben dem Kehltone der Mundton. Vermöge der Schwingung der Stimmbänder kommt ein intermittierender Expirationsstrom zustande, welcher anblasend wirkt und je nach der Stellung des Mundes einen verschiedenen Ton hervorruft. Diesen Mundhöhlenton nennt Herrmann den Formanten des Vokals. Bei dieser Auffassung kommt es im Gegensatz zu der Oberton-

theorie gar nicht darauf an, ob der Kehlton zum Mundton harmonisch ist. Eine Entscheidung zwischen beiden Theorien hat bis jetzt noch nicht beigebracht werden können (vgl. Gutzmann, Physiologie der Stimme und Sprache, 1909).

Im vorhergehenden Kapitel ist bereits auf einige Methoden hingewiesen worden, um die den Vokalen entsprechenden komplizierten Schwingungen zu untersuchen. Es sei an dieser Stelle noch die weitere Methode erwähnt, welche auf Beobachtung der manometrischen Flamme im Drehspiegel beruht. Diese Methode ist besonders von Marage und Monoyer angewandt worden. Ersterer bediente sich zweier Methoden zur Untersuchung der Zacken im Lichtstreifen, welche entstehen, wenn die einzelnen Vokale auf Töne von verschiedener Höhe gesungen werden, und zwar war seine erste Methode eine photographische, seine andere eine graphische Methode.

§ 4. Das menschliche Gehörorgan. Die wichtigsten Teile des menschlichen Ohres sind in Fig. 92 abgebildet. Das äußere Ohr besteht

Fig. 92.



aus der Ohrmuschel *M* (auricula) und dem äußeren Gehörgang *G* (meatus auditorius externus), der gegen das mittlere Ohr durch das Trommelfell *T* (membrana tympani) abgeschlossen ist. Das Trommelfell ist eine runde Membran, etwas nach innen gebogen an der Stelle, wo der Stiel (*Nh*) des Hammers befestigt ist.

Das mittlere Ohr besteht aus der Trommelhöhle *Th* (cavum tympani), von der aus die Eustachische Röhre *ER* (tuba Eustachii) in die Mundhöhle führt. In der Trommelhöhle befinden sich die drei Gehörknöchelchen (ossicula auditus), nämlich der Hammer *H* (malleus), welcher am Trommelfell befestigt ist, der Amboß *A* (incus) und der Steigbügel *St* (stapes), an dem man noch den Tritt von den beiden gekrümmten Teilen (crura)

unterscheidet. Der Tritt des Steigbügels liegt dem ovalen Fenster fest an. Zwischen Amboß und Steigbügel befindet sich noch das Knöchelchen *L*.

Das innere Ohr wird vom sogenannten Labyrinth gebildet, das sich im Inneren eines sehr festen Knochens befindet. Dieser längliche Körper hat eine sehr merkwürdige Gestalt und ist von Flüssigkeit erfüllt. Das Labyrinth besteht aus dem Vorhof *V* (vestibulum), in welchem sich das ovale Fenster *O* befindet (fenestra ovalis); letzteres ist von einem dünnen Häutchen bedeckt, an welchem die Basis des Steigbügels anliegt. Das andere sogenannte runde Fenster (fenestra rotunda) ist ebenfalls durch ein dünnes Häutchen verschlossen und befindet sich im weiten Teil der Schnecke (s. unten), es ist in der Figur nicht zu sehen.

Auf der einen Seite des Labyrinths befinden sich drei halbkreisförmige Kanäle *BBB* (canales semicirculares): der obere (superior),

hintere (posterior) und seitliche (lateralis), welche mit beiden Enden in den

Vorhof einmünden. Auf der anderen

Seite des Labyrinths liegt die Schnecke

(cochlea). Sie besteht aus $2\frac{1}{2}$ um eine

Achse (modiolus) laufenden Windungen;

der Schneckenkanal wird durch eine

besondere Scheidewand in zwei Kanäle

oder Gänge geteilt. Der obere von ihnen

heißt die Vorhofstreppe (scala vestibuli),

der untere die Trommelhöhlestreppe

(scala tympani); am Anfang der letzteren

befindet sich das runde Fenster. In

Fig. 93 ist ein Vertikalschnitt durch eine

der Schneckenwindungen dargestellt; *P* ist der untere, *V* der obere

Kanal. Beide Gänge stehen miteinander durch eine kleine Öffnung (helicotrema) der

Scheidewand, die sich an der Spitze der Schnecke befindet, in Verbindung. Die

Scheidewand besteht zur Hälfte aus einem festen Knochenblatt (lamina spiralis ossea) *K*,

welches von der Achse ausgeht; sie wird ergänzt durch eine Membran (lamina spiralis membranacea),

die aus zwei divergierenden Blättern besteht; letztere bilden einen dritten Gang, den

häutigen Schneckenkanal (ductus cochlearis) *Kl*.

Das obere Blatt desselben heißt die Reißnersche Membran (membrana Reißneri), das

untere *G* die Basilarmembran (membrana basilaris). Hier befinden sich die feinsten

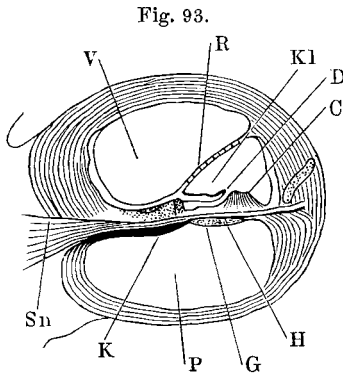
Verzweigungen des Gehörnerven *Sn*.

Das Labyrinth ist, wie gesagt, mit einer besonderen Flüssigkeit (endolympa) gefüllt;

von außen wird es ebenfalls von Flüssigkeit (perilympa) umspült. Auf der

Basilarmembran *G* befindet sich das Cortische Organ *C*, welches aus einer großen

Zahl (bis zu 4500) elastischer Fasern besteht.



§ 5. Die Schallwahrnehmung mittels des Gehörorgans. Schall-schwingungen, welche ans Trommelfell gelangt sind und in ihm entsprechende Vibrationen hervorgerufen haben, übertragen sich mit Hilfe der Gehörknöchelchen auf die Membran, welche das ovale Fenster verschließt, und von hier auf die das Labyrinth erfüllende Flüssigkeit. Die Verschlussmembran des runden Fensters dient wahrscheinlich dazu, daß sich in jener Flüssigkeit ungehindert Schwingungen ausbilden können, was nicht möglich wäre, wenn jene Flüssigkeit allseitig von den relativ festen Labyrinthwandungen umschlossen wäre.

Schwingungen, die sich in der Endolymphe ausbreiten, rufen im Gehörnerven einen Reiz hervor, der je nach Amplitude und Periode der Schwingungen, also je nach Stärke und Höhe der entsprechenden Töne verschieden ist. Um die qualitativen Unterschiede dieser Reize zu erklären, machte Helmholtz anfänglich die Voraussetzung, die Fasern des Cortischen Organs seien derart auf verschiedene Töne abgestimmt, daß jedem Ton, also jeder Schwingungszahl, eine bestimmte Faser entspricht, die durch Schwingung jener Flüssigkeit in Vibration versetzt wird. Jeder Faser sollte somit ein spezifischer Reiz des Gehörnerven entsprechen. Nachdem Helmholtz indes gesehen hatte, daß den Vögeln und Reptilien das Cortische Organ fehlt, gelangte er zu dem Schluß, daß qualitativ verschiedene Reize dank dem besonderen Bau der Basilar-membran entstehen; letztere ist aus radialen, recht kräftigen, sich relativ leicht auseinander breiten Fasern gebildet. Die Breite dieser Membran, also auch die Länge dieser Fasern, beträgt im Minimum an der Basis der Schnecke 0,04125 mm und wächst von dort an bis zum höchsten Punkt der Schnecke auf etwa das Zwölfwache, bis 0,495 mm. Jeder Ton veranlaßt Vibrationen einer oder wahrscheinlicher einer Reihe benachbarter Fasern, da jede einzelne von ihnen besonders stark durch einen bestimmten Ton, also auch durch dessen Nachbartöne erregt wird, wenn sich schon die Energie der Schwingung schnell in dem Maße verringert, als sich der gegebene Ton vom Eigentone der Faser entfernt.

Die wichtigen Versuche von Burton haben gezeigt, daß sehr laute Töne tiefer erscheinen, wenn sich die Tonquelle in unmittelbarer Nähe des Ohres befindet, als wenn sie davon weiter entfernt ist. Der Unterschied kann hierbei fast bis zu einer kleinen Terz gehen: der Ton *c* erniedrigt sich bis zum *b*. Burton erklärt diese Erscheinung dadurch, daß die Dauer der Schallschwingungen wie die der Pendelschwingungen sich mit Zunahme der Amplitude vergrößert; infolgedessen reagiert auf größere Amplituden eine Faser der Basilar-membran, welcher eine größere Schwingungsdauer, also eine kleinere Schwingungszahl entspricht. Da nun die subjektive Empfindung davon abhängt, welche von jenen Fasern in Vibration gerät, so hört man auch einen tieferen Ton, wenn die Amplitude größer, also ein Ton lauter ist. Harding, Allen, Hemming und Sherwood haben sich mit der von Burton entdeckten Erscheinung beschäftigt.

Um den Vorgang zu erklären, der sich abspielt, wenn zum Ohre zusammengesetzte, jedoch periodische Luftbewegungen gelangen, hat man die Lehrsätze von Fourier und Ohm zu Hilfe zu nehmen. Fourier hat nachgewiesen, daß jede periodische Schwingungsbewegung mit der Periode T als Resultat der Zusammensetzung einer Reihe von einfachen harmonischen Schwingungsbewegungen angesehen werden kann, deren Perioden $T, 2T, 3T, \dots$ sind. Amplituden und Phasen dieser Schwingungen sind im allgemeinen verschieden, und ihre Anzahl kann unendlich groß sein. Eine derartige Zerlegung einer zusammengesetzten Bewegung in harmonische kann nur auf eine Art vorgenommen werden. Von Ohm stammt der folgende Satz: Das Gehörorgan kann nur einfache harmonische Schwingungen aufnehmen. Jede zusammengesetzte Schwingungsbewegung des umgebenden Mediums, welche das Ohr erreicht, wird von ihm in ihre einfachen Bestandteile zerlegt, die einzeln als einfacher Ton wahrgenommen werden. Die Richtigkeit des Ohmschen Satzes ist von Helmholtz bewiesen worden.

Die Reizung der Cortischen Fasern oder der Basilarmembran überträgt sich auf den Gehörnerven, der sie dem Zentralorgan des Nervensystems, dem Gehirn, übermittelt. Hier erfolgt der psychische Akt der Umwandlung einer spezifischen Reizung in eine Gehörempfindung, das Auftreten einer bewußten Vorstellung von der Stärke und Höhe des Tones und endlich die Objektivierung (Bd. I, Abt. 1, S. 1), die Übertragung des empfangenen Eindruckes auf die Tonquelle.

§ 6. Grenzen der durch das Ohr wahrnehmbaren Töne. Die Grenzen der physikalischen Töne, die zugleich Töne im physiologischen Sinne sind (S. 17), differieren für verschiedene Personen sehr beträchtlich.

Helmholtz glaubte, daß das Ohr Schwingungen, deren Zahl kleiner als 28 ist, als Töne nicht mehr wahrzunehmen vermag. Nach Savart entspricht die untere Hörgrenze acht Schwingungen, jedoch hat Despretz nachgewiesen, daß Savart bei seinen Versuchen tatsächlich einen der höheren Nebentöne beobachtet hat.

In der Praxis, z. B. in großen Orgelwerken, bedient man sich bisweilen des Tones c_{-3} , welcher 16 Schwingungen entspricht. Der tiefste Ton großer Klaviere entspricht 27 (a_{-3}), der tiefste (Kontrabaß) Ton in Orchestern 41 (e_{-2}) Schwingungen. Die obere Hörgrenze ist für die verschiedenen Personen ebenfalls sehr verschieden. Es gibt Leute, welche das Gezirpe der Heimchen oder sogar das Gezwitscher von Sperlingen nicht wahrnehmen. Hohe Töne kann man überhaupt leichter wahrnehmen, wenn man durch allmähliche Tonhöhezunahme zu ihnen übergeht. In jedem Falle entsprechen ungefähr 17000 Schwingungen der obersten Hörgrenze. Läßt man sonach als Hörgrenzen 20 bis 17000 Schwingungen gelten, so umfaßt die ganze hörbare Tonreihe etwa zehn Oktaven. Größere Klaviere gehen bis a_4 (3500 Schwingungen),

in Orchestern geht man bis d_5 (4700 Schwingungen, Pickelflöte). Die gewöhnlich in der Musik vorkommenden Töne umfassen sieben Oktaven (von 30 bis 4000 Schwingungen). Speziell mit dem Studium der höchsten durchs Ohr wahrnehmbaren Töne haben sich König, Schwendt, Edelmann und F. A. Schulze beschäftigt. Letzterer hat (1908) eine zusammenfassende Darstellung und Kritik der in Betracht kommenden Methoden und ihrer Ergebnisse gegeben; auf Grund von zahlreichen teils von ihm selbst, teils von anderen ersonnenen Verfahren kommt er zu dem Ergebnis, daß die obere Hörgrenze bei ungefähr 17 000 liegt und im hohen Alter auf 16 000 herabsinkt.

Von verschiedenen Forschern ist die prinzipielle Frage aufgeworfen worden, ob es eine obere, von der Intensität unabhängige Hörgrenze gibt, oder ob diese wesentlich von der Tonintensität abhängt. Da mehrere einwandfreie Methoden, die mit sehr verschiedenen Intensitäten arbeiten, zu annähernd denselben Werten für die Schwingungszahl der höchsten hörbaren Töne geführt haben, so dürfte die erstere Ansicht die richtigere sein.

Aus folgender Tabelle sind die Wellenlängen für die höchsten und tiefsten der hörbaren Töne ersichtlich:

	N	λ
Grenztöne für das Ohr überhaupt	20 bis 17 000	16,5 m bis 19,4 mm
„ in der Musik	30 „ 4 000	11 m „ 82,5 „
„ der menschl. Sprache .	80 „ 1 000	4 $\frac{1}{8}$ m „ 33 cm

Einen Apparat zur Messung der akustischen Empfindlichkeit (audiomètre) hat Henry konstruiert.

A. M. Mayer hat die Dauer der „restierenden“ Hörempfindung untersucht, die nach Verlöschen eines Tones übrig bleibt. Er fand für diese Dauer D den Wert

$$D = \left(\frac{0,3}{N + 30} + 0,0018 \right) \text{Sek.},$$

wo N die Schwingungszahl des entsprechenden Tones bedeutet: je höher dieser Ton ist, um so kleiner ist D .

Hinsichtlich der Grenzstärke von Tönen hat Rayleigh gefunden, daß für die schwächsten, eben noch hörbaren Töne der relative Dichteunterschied an den Stellen der größten Verdichtungen und Verdünnungen gleich $5 \cdot 10^{-9}$ ist. Noch kleinere Schwellenwerte sind von M. Wien und Abraham gemessen worden. Die Amplituden der schwingenden Ohrteile werden bei sehr schwachen Tönen auf weniger als ein Milliontel Millimeter geschätzt, also auf weniger als $\frac{1}{600}$ Lichtwellenlänge.

Die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Ohres von der Tonhöhe ist von Rayleigh und M. Wien bestimmt worden. Da die Resultate aber wenig übereinstimmen, so ist die Frage noch eine strittige.

Literatur.

- Hélmholtz: Die Lehre von den Tonempfindungen. Braunschweig.
 D. C. Miller: The science of musical Sounds. New York 1916.
 Shearer: Phys. Rev. **1**, 292.
 Marage: Journ. d. phys. (3) **7**, 131, 449, 1899; Compt. rend. **128**, 425, 1899;
130, 746, 1900.
 Monoyer: Compt. rend. **126**, 1637, 1898.
 Burton: Phil. Mag. **39**, 447, 1895.
 Harding, Allen, Hemming, Sherwood: Nature **64**, 103, 182, 233, 301.
 R. König: Wied. Ann. **69**, 626, 723, 1899.
 Schwendt: Verh. d. naturf. Ges. zu Basel **12**, Heft 2.
 Edelmann: Ann. d. Phys. **2**, 469, 1900.
 F. A. Schulze: Beitr. z. Anat. u. Physiol. des Ohres **1**, 134, 1908; Arb.
 Sitzungsber. **1909**, 172; Ann. d. Phys. **24**; 785, 1907.
 Henry: Compt. rend. **122**, 1283, 1896.
 A. M. Mayer: Sill. Journ. (3) **147**, 1, 283, 1894.
 Rayleigh: Vgl. Beibl. 1897, S. 952; Phil. Mag. **14**, 596, 1907.
 M. Wien: Phys. Zeitschr. **4**, 69, 1902.

Elftes Kapitel.

In der Musik gebräuchliche Töne.

§ 1. **Intervalle.** Die qualitative Unterscheidung der Töne entsprechend ihrer Höhe setzt uns in den Stand, alle Töne in eine Reihe zu ordnen. Personen mit gutem musikalischen Gehör können nicht nur bestimmen, welcher von zwei Tönen der höhere ist, sondern auch beurteilen, um wieviel der eine von ihnen höher ist als der andere, sie können also den Höhenunterschied zweier Töne mit dem zweier anderer vergleichen oder eine Reihe von Tönen mit gleichem Abstand angeben. Die Empfindungen, welche durch eine solche Reihe von Tönen wachgerufen werden, stellen somit gewissermaßen eine arithmetische Reihe dar. Bestimmt man dann nach einer der im Kap. VII genannten Methoden, etwa mit Hilfe der Sirene, die Schwingungszahlen dieser Töne, so findet man, daß diese Zahlen in Wirklichkeit eine geometrische Reihe bilden.

So verhalten sich z. B. die Schwingungszahlen der aufeinander folgenden Oktaven desselben Ausgangstones, die ihrer Höhe nach gleichen Abstand haben, wie 1 : 2 : 4 : 8 : 16 ...

Der nach dem Gehör gemäß ihrem Höhenunterschied bestimmte Abstand zweier Töne heißt ihr Intervall (Tonstufe); physikalisch ist dieses durch das Verhältnis ihrer Schwingungszahlen charakterisiert.

Die in der Musik vorkommenden Intervalle sind die folgenden:

Prime	1: 1	Quarte	4: 3
Kleiner halber Ton	25: 24	Quinte	3: 2
Großer halber Ton	16: 15	Kleine Sexte	8: 5
Kleine Sekunde	10: 9	Große Sexte	5: 3
Große Sekunde	9: 8	Kleine Septime	9: 5
Kleine Terz	6: 5	Große Septime	15: 8
Große Terz	5: 4	Oktave	2: 1

Die große Sekunde nennt man auch in bezug auf die Prime einen großen ganzen Ton (9: 8), die kleine Sekunde einen kleinen ganzen Ton (10: 9).

Der kleine halbe Ton ist das kleinste Intervall, das in der Musik gebräuchlich ist. Jedes Intervall, welches kleiner ist als ein kleiner halber Ton, heißt Komma; gewöhnlich versteht man freilich hierunter das sogenannte syntonische Komma, welches gleich dem Intervall 81: 80 ist.

Zwei Töne bringen bei ihrem Zusammenklingen eine angenehme Empfindung hervor (Konsonanz), wenn sich ihre Schwingungszahlen zueinander in einfachem Verhältnis befinden. Dies gilt für die oben angeführten Intervalle, beginnend von der kleinen Terz und hinauf bis zur kleinen Septime. Wie aus diesen Zahlen ersichtlich, sind aus der Musik gegenwärtig die Intervalle, in denen die Zahl 7 vorkommt, wie 7: 4 oder 7: 5, völlig ausgeschlossen.

§ 2. Dur- und Molltonleiter. Einen Zusammenklang von drei oder mehr Tönen nennt man einen Akkord. Der vollkommenste Akkord besteht aus dem Grundton, seiner großen Terz und Quinte, er heißt der Durdreiklang; die Intervalle des ersten dieser Töne mit den anderen sind 5: 4 und 3: 2. Hieraus folgt als Intervall zwischen dem zweiten und dritten Ton $\frac{3}{2} : \frac{5}{4} = \frac{6}{5}$. Die aufeinander folgenden Intervalle des Durdreiklanges sind also

$$5: 4 \text{ und } 6: 5 \dots \dots \dots (1)$$

Die Schwingungszahlen der drei Töne verhalten sich wie

$$4: 5: 6 \dots \dots \dots (2)$$

Aus dem Durdreiklang erhält man die Durtonleiter; beginnt man mit dem Ton *c*, so erhält man für sie (C-Durtonleiter)

$$\left. \begin{array}{cccccccc} c & d & e & f & g & a & h & c_1 \\ 1 & \frac{9}{8} & \frac{5}{4} & \frac{4}{3} & \frac{3}{2} & \frac{5}{3} & \frac{15}{8} & 2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Beginnt man hier mit dem Ton c , so ist der Durdreiklang $c - e - g$; beginnt man mit g , so ist der Dreiklang $g - h - d$; die Schwingungszahlen dieser Töne verhalten sich wie $\frac{3}{2}$ zu $\frac{15}{8}$ zu $2 \times \frac{9}{8}$, also wie 4 : 5 : 6. Der mit dem Ton c_1 endigende Dreiklang enthält die Töne $f - a - c_1$, deren Schwingungszahlen $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$ und 2 sich ebenfalls wie 4 : 5 : 6 verhalten.

Die Intervalle für die Nachbartöne der Durtonleiter sind die folgenden:

$$\left. \begin{array}{cccccccc} c & d & e & f & g & a & h & c_1 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 9:8 & 10:9 & 16:15 & 9:8 & 10:9 & 9:8 & 16:15 & \end{array} \right\} \quad (4)$$

Es kommen also nur große halbe Töne, kleine und große ganze Töne in ihr vor.

Weniger vollkommen als der Dur- erscheint der Molldreiklang: Grundton, kleine Terz und Quinte. Die Intervalle gegenüber dem Grundton sind hier 6 : 5 und 3 : 2, die aufeinander folgenden Intervalle sind, da $\frac{3}{2} : \frac{6}{5} = \frac{5}{4}$ ist,

$$6:5 \text{ und } 5:4 \dots \dots \dots (5)$$

es sind also dieselben Intervalle wie beim Durdreiklang, nur ist ihre Reihenfolge eine andere, vgl. (1).

Die Schwingungszahlen der drei Töne verhalten sich zueinander wie die Zahlen

$$10:12:15 \dots \dots \dots (6)$$

verschieden von der Reihe (2). Aus dem Molldreiklang würde man die Molltonleiter

$$\left. \begin{array}{cccccccc} c & d & es & f & g & as & b & c_1 \\ 1 & \frac{9}{8} & \frac{6}{5} & \frac{4}{3} & 3 & \frac{8}{5} & \frac{9}{5} & 2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

in derselben Weise erhalten, wie vorhin die Durtonleiter (3). Beginnt man in dieser Tonreihe mit c , so erhält man den Molldreiklang $c - es - g$, beginnt man mit g , so erhält man $g - b - d_1$, denn es ist $\frac{3}{2} : \frac{9}{5} : 2 \times \frac{9}{8} = 10 : 12 : 15$; endet man mit c_1 , so erhält man als Moll-

dreiklang $f - as - c_1$, da $\frac{4}{3} : \frac{8}{5} : 2 = 10 : 12 : 15$ ist.

Die Intervalle einer solchen Molltonleiter wären demnach

$$\left. \begin{array}{cccccccc} c & d & es & f & g & as & b & c_1 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 9:8 & 16:15 & 10:9 & 9:8 & 16:15 & 9:8 & 10:9 & \end{array} \right\} \dots (8)$$

es sind also dieselben wie in der Durtonleiter, nur ist ihre Reihenfolge eine andere.

Die auf solche Weise erhaltene Molltonleiter hat Änderungen erfahren, und man bedient sich ihrer in der Musik nur als absteigende Molltonleiter und nennt sie die melodische. Die aufsteigende melodische Molltonleiter unterscheidet sich von der Durtonleiter nur dadurch, daß das Verhältnis $\frac{5}{4}$ durch $\frac{6}{5}$ (*e* durch *es*) ersetzt ist. In der sogenannten harmonischen Molltonleiter, welche in aufsteigender Ordnung dieselbe ist wie in absteigender, wird, ebenso wie bei der Durtonleiter, $\frac{15}{8}$ anstatt $\frac{9}{5}$ genommen, so daß man nachstehende Tonfolge erhält:

$$c \quad d \quad es \quad f \quad g \quad as \quad h \quad c_1.$$

§ 3. Tonika und temperierte Skala. In den im vorhergehenden Paragraphen angegebenen Tonleitern wurde mit dem Ton *c* begonnen, der sonach als Ausgangspunkt oder sogenannte Tonika galt. Man kann indes die Tonleiter mit einem beliebigen anderen Ton beginnen, der dann die Rolle der Tonika übernimmt. Um für diesen Fall die Dur- oder Molltonleiter zu entwerfen, muß man eine Reihe von Tönen wählen, welche, von der Tonika beginnend, dieselben Intervalle haben, wie sie in (4) und (8) angegeben sind. Dies veranlaßt uns, die in (3) enthaltenen Töne um kleine halbe Töne zu erhöhen oder zu erniedrigen, also neue Töne zwischen ihnen einzuschalten. Geht man beispielsweise von *a* als Tonika aus und wählt seine Schwingungszahl als Einheit, so sind die Schwingungszahlen der Skala (A-Durtonleiter) die folgenden:

<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i> ₁	<i>d</i> ₁	<i>e</i> ₁	<i>f</i> ₁	<i>g</i> ₁	<i>a</i> ₁
1	$15/8 : 5/3$	$2 : 5/3$	$9/4 : 5/3$	$5/2 : 5/3$	$8/3 : 5/3$	$3 : 6/3$	2
1	9 : 8	6 : 5	27 : 20	3 : 2	8 : 5	9 : 5	2
9 : 8		16 : 15		9 : 8		10 : 9	

Vergleicht man die hier auftretenden Intervalle mit denen in (3) und (4), so sieht man, daß sie der Durtonleiter nicht entsprechen. An Stelle von *c*₁ (6 : 5) müssen wir einen Ton setzen, der mit der Tonika *a* das Intervall 5 : 4 hat, man muß daher *c*₁ um das Intervall $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$, also um einen kleinen halben Ton erhöhen und erhält sonach *c*_{1s}; *d*₁ hat man um $\frac{27}{20} : \frac{4}{3} = \frac{81}{80}$, d. h. um ein Komma zu erhöhen; *e*₁ bleibt ungeändert; *f*₁ ist im Verhältnis $\frac{5}{3} : \frac{8}{5} = \frac{25}{24}$, d. h. zu *f*_{1s} zu erhöhen,

ebenso ist g_1 im Verhältnis $\frac{15}{8} : \frac{9}{5} = \frac{25}{24}$ zu gis_1 zu erhöhen. Läßt man das Komma unbeachtet, so erhält man für die A-Durtonleiter

a	h	cis_1	d_1	e_1	fis_1	gis_1	a_1
5 : 3	15 : 8	25 : 12	9 : 4	5 : 2	25 : 9	25 : 8	10 : 3

Die zweite Reihe enthält die Schwingungszahlen für $c = 1$. Wählt man andere Ausgangstöne, so erhält man wiederum neue Töne, die in die Dur- bzw. Molltonleiter eingeschaltet werden müßten, um die vorher festgesetzten Intervalle beizubehalten. Dabei fällt denn auch die Erhöhung (\sharp) eines Tones mit der (\flat) Erniedrigung des folgenden nicht zusammen, denn es ist $fis = \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{24} = \frac{25}{18}$, $ges = \frac{3}{2} \cdot \frac{24}{25} = \frac{36}{25}$. Das

Intervall zwischen fis und ges beträgt $\frac{36}{25} : \frac{25}{18} = \frac{648}{625} = \frac{81}{80} : \frac{128}{125}$.

Alle ähnlichen Intervalle sind gleich $\frac{128}{125}$ oder unterscheiden sich hiervon um ein Komma.

Entwirft man alle aufeinander folgenden Dur- und Molltonleitern, so erhält man innerhalb einer Oktave nicht weniger als 52 Töne. Um dies zu vermeiden, führt man auf Kosten der absoluten musikalischen Reinheit eine vereinfachte Skala ein, die man die temperierte nennt. Sie enthält innerhalb einer Oktave 12 untereinander gleiche Intervalle. Sei dasselbe gleich k , so erhält man für die Schwingungszahlen der einzelnen Töne $N, Nk, Nk^2, Nk^3 \dots, Nk^{12}$. Da $Nk^{12} = 2N$ sein muß, so ist $k^{12} = 2$, also

$$k = \sqrt[12]{2} = 1,05946 \dots \dots \dots (9)$$

Die zwölf Töne der temperierten Skala sind

$c, cis = des, d, dis = es, e, f, fis = ges, g, gis = as, a, ais = b, h, c_1$.

Danach sind die Schwingungszahlen der temperierten (diatonischen) Skala

c	d	e	f	g	a	h	c_1
1	1,12246	1,25992	1,33484	1,49831	1,68179	1,88775	2
statt 1	1,125	1,25	1,33333	1,5	1,66666	1,875	2

§ 4. Absolute Schwingungszahlen. Die absolute Höhe der verschiedenen Töne pflegt man durch das Intervall zwischen ihnen und dem Ton a_1 anzugeben, für welchen die Schwingungszahl ein für allemal festgesetzt wird. Ums Jahr 1700 nahm man a_1 zu 403 Schwingungen an; seitdem ist diese Zahl beständig größer geworden. Scheibler (1833) fand, daß für die in den verschiedenen Orchestern gebräuchlichen Normalstimmgabeln die Schwingungszahlen zwischen 426,7 und 444,9 schwankten. Im Jahre 1857 fand Lissajous sogar 448 Schwingungen.

Gegenwärtig nimmt man $a_1 = 435$ an. Demgemäß ist in der natürlichen Skala $c_1 = 435 \cdot \frac{5}{3} = 261$, mithin

$c_{-3} = 16,3125$	$c_0 = 130,5$	$c_3 = 1044$
$c_{-2} = 32,625$	$c_1 = 261$	$c_4 = 2088$
$c_{-1} = 65,25$	$c_2 = 522$	$c_5 = 4176$

In der temperierten Skala ist $c_1 = \frac{435}{1,68179} = 258,65$; dementsprechend sind auch die Schwingungszahlen der übrigen c etwas kleiner als in der natürlichen Skala. Das a und seine Oktaven haben selbstverständlich in beiden Skalen dieselben Schwingungszahlen.

§ 5. Dissonanz und Konsonanz. Eine Erklärung dafür, weshalb uns der Zusammenklang einiger Töne angenehm (Konsonanz), anderer unangenehm berührt, hat Helmholtz gegeben. Danach entsteht eine Dissonanz durch die Schwebungen (S. 117), welche beim Zusammenklingen zweier Töne auftreten, deren Schwingungszahlen N und N_1 sich voneinander nicht allzusehr unterscheiden. Je höher die Töne sind, je größer also N und N_1 ist, um so größer muß, damit die Schwebungen keinen unangenehmen Eindruck hervorrufen, auch ihre Differenz n sein, die ja gleich der Zahl der Schwebungen ist. Man kann jenen unangenehmen Eindruck mit dem beim Betrachten einer flackernden Lichtquelle vergleichen. Die Schwebungen können auch zwischen den Nebentönen auftreten; die Konsonanz ist um so vollkommener, je größer die Zahl der gleichen Nebentöne ist, welche zweien Tönen zugehören.

Endlich üben auch die Differenztöne (S. 123) einen Einfluß auf den Grad des Wohlklangs eines Akkords aus. Der vollkommene Wohlklang des Durakkords

c	e	g	c
1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2

beruht zum Teil darauf, daß die Schwingungszahlen der Differenztöne, nämlich $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, sich zu denen der Akkordtöne in einfachem Verhältnis befinden. Für den Mollakkord

c	es	g	c_1
1	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	2

sind diese Verhältnisse weniger einfach, da die relativen Schwingungszahlen der Differenztöne die folgenden sind: $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, 1.

Namenregister.

- A**braham, Kleine Schallwellen 141.
Allen, Tonvertiefung bei sehr naher Tonquelle 139.
Altberg, Druck der Schallwellen 20; kleine Schallwellen 22.
Antolik, Klangfiguren von Membranen 79.
Arago, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- B**eek, van und Moll, Schallgeschwindigkeit in Luft 33.
Behn und Geiger, Kundtsche Staubfiguren 92.
Bell und Tainter, Phonograph 130.
Beudant, Schallgeschwindigkeit in Wasser 38.
Böcke, Schwingungsformen der Vokale 130.
Borelli und Viviani, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
Borne, von der, Zone des Schweigens 44.
Bossha, Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit 36.
Bouty, Empfindliche Flamme 27; singende Flamme 93.
Bouvard, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
Boyle, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
Breguet und Wertheim, Schallgeschwindigkeit in Telegraphendrähten 39.
Brockmann, Theorie der Orgelpfeifen 83.
Burton, Tonvertiefung bei sehr naher Tonquelle 139.
Buys-Ballot, Dopplers Prinzip 115.
- C**agniard-Latour, Sirene desselben 97.
Cassini de Thury, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
Cauro, Messung der Schallstärke 20.
Cavaillé-Col, Orgelpfeifen 87.
- Chavanon u. Rigolot, Apparate zum Projizieren der Schwingungen 128.
Chladni, Klangfiguren desselben 76.
Colladon und Sturm, Schallgeschwindigkeit in Wasser 38.
Cornu, Bewegungsformen einer angestrichenen Saite 65.
Corti, Fasern desselben 139.
Cour, La, Phonicisches Rad 104.
- D**avis, Einstellung kleiner Zylinder in akustischen Wellen 114.
Decharme, Schwingungen von zylindrischen Stäben 73.
Derham, Schallgeschwindigkeit in der Luft 33.
Despretz, Grenzen der wahrnehmbaren Töne 140.
Dieckmann, Kleine Wellen 22.
Doppler, Prinzip desselben 114.
Dörsing, Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten 39; — in Wasser 89, 91.
Dove, Sirene desselben 99.
Duff, Abhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung 24.
Duhamel, Schwingungszahl einer Saite 67.
Dulong, Lage der Knoten in Orgelpfeifen 88.
Dussaud und Perrot, Brechung des Schalles 50.
Dvořák, Akustische Abstoßung 113; Kundtsche Staubfiguren in Wasser 91.
- E**delsmann, Galtonsche Pfeife 17; Grenzen der wahrnehmbaren Töne 141.
Edison, Phonograph desselben 129.
Edser und Rücker, Differenztöne 126.
Ellicot, Gang zweier auf demselben Brett befindlicher Uhren 108.
Everett, Differenztöne 126.

- Faraday**, Erklärung der Klangfiguren 78; — der singenden Flamme 92.
Fenkner, Schwingungen von tönenden Zylindern 80.
Forryth und Sowter, Differenztöne 126.
Fourier, Lehrsatz desselben 140.
Friedrich, Theorie der Orgelpfeifen 83.
Frot, Schallgeschwindigkeit in Luft 33.
- Galilei**, Gesetze der Saitenschwingungen 59.
Galton, Pfeife desselben 17.
Garten, Schallschreiber 28.
Gay-Lussac, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
Geigel, Akustische Abstoßung 114.
Geiger und Behn, Modifikation der Kundtschen Methode 92.
Ginnis, Mc und Harkins, Absorption des Schalles 57.
Grassmann, Obertontheorie 136.
Grimsehl, Phonometer 20.
- Hajech**, Brechung der Schallstrahlen 49.
Hallström, Differenztöne 124.
Harding, Tonerniedrigung bei naher Tonquelle 139.
Harkins und McGinnis, Absorption des Schalles 57.
Hebb, Schallgeschwindigkeit in Luft 36.
Helmholtz, H. v., Beweis des Ohmschen Satzes 140; Dissonanz und Konsonanz 147; Doppelsirene 99, 120; Erklärung der Kombinationstöne 125; Grenzen hörbarer Töne 140; Nebentöne der Vokale 133; Obertontheorie 136; Resonatoren 111; Schallgeschwindigkeit in Röhren 35; Schallwahrnehmung 139; Summationstöne 124; Synthese der Vokale 134; Theorie der Resonatoren 111; Verminderung der Schallgeschwindigkeit in Pfeifen 89; Vibrationsmikroskop 63; Vokalsynthese 134; Zungenpfeifen 95.
Hemming, Tonvertiefung bei sehr naher Tonquelle 139.
Henry, Audiometer 141.
Hensen, Schwingungsformen der Vokale 128; Theorie der Orgelpfeifen 83.
Herrmann, L., Formantentheorie 136; phonographische Schallanalyse 130; Schwingungsformen der Vokale 128.
- Hesehus**, Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung 24; akustische Linse 48; Berechnung der Versuche von Low 36; Schalleitung 41, 42.
Higgins, Singende Flamme 92.
Hornstein, Messung der Schallstärke 20.
Humboldt, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- Israilew**, Tonometer 123.
- Kalähne**, Einfluß des Mediums auf die Schwingungszahl 74; Kritik der Arbeit von Stevens 37.
Kasterin, Dispersion des Schalles 50.
Kaufmann, Bewegung tönender Saiten 65.
Kayser, Schallgeschwindigkeit in Röhren 35.
Kendall, Schallgeschwindigkeit 33.
Kirchhoff, Absorption kleiner Schallwellen 58; Schallgeschwindigkeit in einer Röhre 35; Schallstärke in Röhren 25; Schwingungsgesetze von Platten 78.
König, Analysator 112; Apparat für die Schallinterferenz 51; höchste Töne 141; Kaleidophon 73; Kapsel 25; Methode zur Bestimmung der in Pfeifen auftretenden Knoten 84; Resonator 111; Stimmgabeluhr 104; Stoßtöne 125; Tonometer 123.
König, W., Theorie der Rippen 92.
Kolaček, Akustische Abstoßung 114; Einfluß des Mediums auf die Schwingungszahl 74; Theorie der Resonatoren 111.
Korteweg, Schallgeschwindigkeit in Pfeifen 89.
Krass und Landois, Schwingungszahl hoher Töne 106.
Krigar-Menzel und Raps, Formen der Saitenschwingungen 65.
Krigar-Menzel und Rubens, Theorie des Rubens-Rohres 28.
Kundt, Methode der Staubfiguren 89.
Kundt und Lehmann, Schallgeschwindigkeit in Wasser 89, 91.
- Lacaille**, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
La-Cour, Phonisches Rad 104.
Lagrange, Differenztöne 124.
Laird, Schwingungszahlen von Saiten 61.

- Lamb, Verminderung der Schallgeschwindigkeit in Pfeifen 89.
- Landois und Krass, Schwingungszahl hoher Töne 106.
- Lang, von, Schwingungen von Kautschukfäden 65.
- Laplace, Formel desselben 15, 30.
- Lebedew, Absorption kleiner Schallwellen 58; Akustische Abstoßung 114; Apparate zum Projizieren von zusammengesetzten Schwingungen 128; Theorie der Resonatoren 111.
- Lebedew und Nardroff, Reflexion des Schalles 47.
- Lehmann und Kundt, Schallgeschwindigkeit in Wasser 89, 91.
- Leiberg, Theorie der Resonatoren 111.
- Lippmann, Stroboskopische Methode 105.
- Lissajous, Apparat für die Schallinterferenz 51; Methode zum Vergleichen der Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln 104; Schwingungszahl des Tones a_1 146.
- Low, Schallgeschwindigkeit in Röhren 35, 36.
- Lummer, Kombinationstöne 126.
- M**ach, Apparat zum Nachweis des Dopplerschen Prinzips 115.
- Marage und Monoyer, Vokalanalyse 137.
- Maraldi, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- Marbe, Methode, um die Schwingung der Flamme sichtbar zu machen 28.
- Masson, Schallgeschwindigkeit 88.
- Mathieu, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- Mayer, A. M., Dauer der Hörempfindung 141.
- Mc Ginnis und Harkins, Absorption des Schalles 57.
- Melde, Schwingungszahl sehr hoher Töne 106; Stimmgabelapparat für stehende Wellen 68.
- Mercadier, Schwingungsgesetze für Stimmgabeln 74.
- Merritt und Nichols, Manometrische Flamme 26.
- Mersenne, Gesetze der Saitenschwingungen 59; Gesetz für die Schwingungszahl von Orgelpfeifen 87; Schallgeschwindigkeit 32.
- Meyer, F. und Stumpf, Schwingungszahl hoher Töne 106.
- Meyer, M., Kombinationstöne 126.
- Miller, Nebentöne der Vokale 133, 136.
- Mlodsejewski, Schallgeschwindigkeit in Luft 36; Reflexion des Schalles 47.
- Moll und van Beeck, Schallgeschwindigkeit in der Luft 33.
- Monoyer und Marage, Vokalanalyse 137.
- Müller, J., Schallgeschwindigkeit in Röhren 35.
- N**ardroff und Lebedew, Reflexion des Schalles 47.
- Neklepajew, Absorption des Schalles 57.
- Newton, Formel von 15, 30.
- Neyreneuf, Brechung des Schalles 50; Schallstärke in einer Röhre 25.
- Nichols und Merritt, Manometrische Flamme 26.
- Nicholson, Durchlässigkeit der Luft für Schallstrahlen 43.
- Niodet und R. König, Stimmgabeluhren 104.
- Nölke, Zone des Schweigens 45.
- Nunes, Schwingungen von Glocken 80.
- O**berbeck, Messung der Schallstärke 20.
- Ohm, Gesetz desselben 140.
- P**arry, Schallgeschwindigkeit in der Luft 33.
- Pellat, Sirene desselben 99.
- Perrot und Dussaud, Brechung des Schalles 50.
- Pierpaoli, Einfluß der Temperatur auf die Schwingungszahl von Stimmgabeln 74.
- Pipping, Schwingungsform der Vokale 130.
- Prony, Schallgeschwindigkeit 32.
- Q**uincke, Apparat für die Schallinterferenz 50, 92.
- R**aps und Krigar-Menzel, Formen der Saitenschwingungen 65.
- Rayleigh, Abhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung 24; akustische Abstoßung 114; Diffraktion des Schalles 56, 57; Empfindlichkeit des Ohres und Tonhöhe 141; Grenzstärke

- von Tönen 141; Größe der Amplitude bei sehr schwachen Tönen 106; Messung der Schallstärke 20; Scheibchen derselben 20; Schwingungen von Platten 78.
- Reed, Bestimmung der Schwingungszahlen von Stimmgabeln 105.
- Rees, van, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- Regnault, Schallgeschwindigkeit in einer Röhre 33—35.
- Revier, Schwingungsform der Vokale 130.
- Richarz, Dopplersches Prinzip 115.
- Riegger und Zenneck, Quinckescher Apparat 51.
- Rigollot und Chavanon, Apparat zum Projizieren von zusammengesetzten Schwingungen 128.
- Rijke, Methode desselben zur Tonerzeugung in einer Röhre 93.
- Rink, Kritik der Regnaultschen Ergebnisse für die Schallgeschwindigkeit 35.
- Ritz, Schwingungen einer Platte 78.
- Robin, Stimmgabelnauslegierungen 74.
- Romieu, Differenztöne 123.
- Rosenberg, Verschwinden der Resonanz 110.
- Rubens, Apparat zur Sichtbarmachung der Schallschwingungen 27.
- Rubens und Krigar-Menzel, Theorie der Rubens-Röhre 28.
- Rücker und Edser, Differenztöne 126.
- Russel, Dopplers Prinzip 115.
- S**avart, Grenzen hörbarer Töne 140; Orgelpfeifen 86; Schwingungszahl einer Saite 67; stehende Wellen 55; Zahnrad 100.
- Schaefer, Cl., Differenztöne 126.
- Schaefer, K., Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung 24; empfindliche Flamme 27.
- Scheibler, Schwingungszahl d. Tones α 146; Tonometer 123; Vergleichung von Stimmgabeln 123.
- Schmidt, W., Zone des Schweigens 45.
- Schulze, F. A., Differenztöne 126; Schallgeschwindigkeit in Röhren 35; Schwingungen von Platten 78; Schwingungszahl der höchsten Töne 22, 141.
- Schweickert, Schallgeschwindigkeit in Röhren 35, 37; Theorie der Rippen 92.
- Schwendt, Höchste Töne 141.
- Scott, Phonograph 127.
- Seebeck, Querschwingungen von Stäben 71; Schwingungszahl einer Saite 67; Sirene 100; stehende Wellen 55.
- Sewell, Durchlässigkeit der Luft 43.
- Shearer, Beeinflussung der Stimmgabel durch den elektromagnetischen Erreger 136.
- Sherwood, Tonerniedrigung bei naher Tonquelle 139.
- Sondhauf, Versuch desselben 48.
- Sorge, Differenztöne 123.
- Sowter u. Forryth, Differenztöne 126.
- Ssamoilow, Schwingungen der Vokale 128.
- Stern, Messung der Schallstärke 20.
- Stevens, Schallgeschwindigkeit 37, 92.
- Stokes, Absorption kleinster Wellen 58; Schallausbreitung gegen den Wind 43.
- Stoletow, Schwebungen der Nebentöne 126.
- Stumpf, Schwebungen der Nebentöne 126.
- Stumpf und F. Meyer, Schwingungszahl hoher Töne 106.
- Sturm, Schallgeschwindigkeit in Röhren 35.
- Sturm und Colladon, Schallgeschwindigkeit in Wasser 38.
- Szathmári, Schallgeschwindigkeit 36.
- T**ainter und Bell, Phonograph 130.
- Tartini, Differenztöne 123.
- Taylor, Formel für die Schwingungszahl einer Saite 60.
- Thiesen, Schallgeschwindigkeit in Luft 36.
- Thury, Cassini de, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- Tyndall, Akustische Durchlässigkeit der Luft 42—44, 48.
- V**an Rees, Schallgeschwindigkeit 32.
- Vautier und Violle, Ausbreitung des Tones in langen Röhren 36.
- Violle und Vautier s. Vautier und Violle.
- Viviani und Borelli, Schallgeschwindigkeit in Luft 32.
- Vogel, Dopplersches Prinzip 115.
- Voigt, Schwingungen in Platten 78.

- W**achsmuth, Theorie der Orgelpfeifen 83.
Waetzmann, Differenztöne 126.
Weak, Dauer des Anschlages beim Klavierspiel 65.
Weber, Monochord 60.
Weerth, Theorie der Orgelpfeifen 83.
Weisbach, Absorption des Schalles 57.
Wertheim, Orgelpfeifen 86; Schallgeschwindigkeit 88; mit Wasser gefüllte Orgelpfeife 88.
Wertheim und Breguet, Schallgeschwindigkeit in Telegraphendrähten 39.
Wheatstone, Erklärung der Klangfiguren in Platten 77.
Wien, M., Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Ohres von der Tonhöhe 141; Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung 24; akustische Abstoßung 114; Theorie der Resonatoren 111.
Winkelmann, Unabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Schallstärke 35.
Witkowski, Schallgeschwindigkeit 37.
Wood, Druck akustischer Wellen 114.
Young, Differenztöne 124.
Zeissig, Schwingungen von Platten 78.
Zenneck und Riegger, Interferenz des Schalles 51.
Zernow, Schallstärke 20.
Zickgraf, Schwingungszahl sehr hoher Töne 106.
Zoch, Bestimmung der Schallgeschwindigkeit 52.
-

Sachregister.

Abhängigkeit der Schallstärke von der Entfernung 23.

Absolute Schwingungszahlen 146.

Absorption des Schalles 57.

Abstoßung, akustische 113.

Adiabatische Ausbreitung 15.

Akkord 143.

Akustik als Teil der Physik 16.

Akustische Abstoßung 113.

— Dichte 48.

— Durchlässigkeit der Luft 42.

— Linse 48, 50.

— Resonanz 107.

— Transparenz 48.

Analysator von König 112.

Analyse der Klänge 111.

Anisotropes Medium 9.

Audiometer 141.

Ausbreitung des Schalles 16, 18; adiabatische 15; isotherme 15.

Ausbreitungsgeschwindigkeit 1.

— von Längsschwingungen 4; in Flüssigkeiten 14; in Gasen 14; eines Stabes 13; in einem unbegrenzten festen Medium 14.

— von Querschwingungen 7; eines gespannten Fadens 10; in einem unbegrenzten festen Medium 14.

— der Torsionsschwingungen eines zylindrischen Stabes 12.

Brechung des Schalles 48.

Chemische Harmonika 92.

Chladni Klangfiguren 76.

Cortis Organ 139.

Differenztöne 123.

Diffraction des Schalles 56.

Dispersion des Schalles 50.

Dissonanz 147.

Donner 47.

Doppelsirene von Helmholtz 120.

Dopplersches Prinzip 114.

Durdreiklang 143.

Durtonleiter 143.

Echo 47.

Elastizität und Schwingungszahl 66.

Empfindliche Flamme 25.

Erzwungene Schwingungen von Membranen 79.

Figuren von Lissajous 104.

Flamme, empfindliche 26; manometrische 25; singende 92.

Form der Saitenschwingungen 62.

Formantentheorie 136.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit 1.

Galtonsche Pfeife 17, 27.

Gasharmonika 92.

Gedekte Pfeifen 80.

Gehörorgan 137.

Geräusch 23.

Geschwindigkeit des Schalles s. Schallgeschwindigkeit.

Glocken 79.

Graphische Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel 101.

Grenzen hörbarer Töne 140.

Großer ganzer Ton 143.

Harmonische Schwingungsbewegung 4.

Höhe eines Tones 20.

Interferenz des Schalles 50; — und Stöße 122.

Intervall 142.

Isothermische Ausbreitung d. Schalles 15.

Kaleidophon von König 73.

Klanganalyse 112.

Klangfarbe 22.

Klangfiguren von Chladni 76.

Knotenflächen 54.

Knotenlagen in Pfeifen 85.

Knotenlinien 54.

Königische Pfeifen 84.

Kombinationstöne 124.

Komma 143.

Konsonanz 147.

- Labialpfeifen** 82.
 Längsschwingungen benachbarter Teilchen 1, 4; der Saiten 67; der Stäbe 69.
 Leitung des Schalles 41.
 Lippenpfeifen 82.
 Lissajoussche Figuren 104.
- Manometrische Flamme** 25.
 Membranen, Schwingungen derselben 75, 78.
 Molldreiklang 144.
 Molltonleiter 144.
 Monochord 60.
 Mund der Pfeife 80.
- Nebentöne** 22; einer schwingenden Saite 61.
 Normale Anordnung benachbarter Teilchen 1.
 Normalton 21.
- Obertöne** 22, 136.
 Offene Pfeifen 80.
 Oktave 21.
 Orgelpfeifen 82; mit Wasser gefüllte 95.
- Partialtöne** 22.
 Pfeifen 80—96.
 Phonograph 127.
 Phonograph 129.
 Phonometer 20.
 Platten, Schwingungen derselben 75.
 Projektion von zusammengesetzten Schwingungen 128.
- Querschwingungen von Platten** 75; von Stäben 70.
- Reflexion des Schalles** 46.
 Resonanz, akustische 108; Begriff derselben 107.
 Resonatoren 109.
 Ringe, Schwingungen derselben 74.
- Saite**, Begriff derselben 59.
 Saitenschwingungen, Form der 62; Gesetz der 59; Herleitung der Gesetze der 66.
 Schall, subjektiver oder physiologischer 17; objektiver oder physikalischer 17.
 Schallgeschwindigkeit in festen Körpern 39; in Flüssigkeiten 37; in Gasen 30; in Stäben und Drähten 39; in Röhren 33; im unbegrenzten festen Medium 40; numerische Werte der 41.
 Schalleitung 41.
 Schallquellen 18.
 Schallstärke 19; Abhängigkeit der — von der Entfernung 24.
 Schallwahrnehmung 139.
 Schwebungen 117; der Nebentöne 126.
 Schweigens, Zone des 44.
 Schwingungsamplitude 106.
 Singende Flamme 92.
 Sirene von Cagniard-Latour 97; von Dove 99; von R. König 100; von Pellat 99; von Seebeck 100.
 Sonometer 60.
 Stärke des Schalles 19.
 Staubfiguren von Kundt 89.
 Stehende Schallwellen 54; an Fäden 68.
 Stimmapparat 132.
 Stimmgabel 73.
 Stimmgabelapparat von Melde 68.
 Stoftöne 126.
 Strahl 1.
 Summationstöne 124.
 Synthese der Klänge 112; der Vokale 134.
- Temperierte Skala** 146.
 Timbre 22.
 Töne der menschlichen Stimme 133.
 Tönende Glocken und Zylinder 79.
 Tonhöhe 19.
 Tonika 145.
 Tonleiter, einfachste 21; Durtonleiter 143; Molltonleiter 144.
 Tonstärke 20.
 Tonstufe 142.
 Transparenz, akustische 48.
 Transversalschwingungen s. Querschwingungen.
- Verdichtung der Gase** 3.
 Verdünnung der Gase 3.
 Vibrationsmikroskop 63.
- Zahnrad von Savart** 100.
 Zone des Schweigens 44.
 Zungenpfeifen 93.
 Zusammengesetzte Schwingungen, Projektion derselben 128.
 Zylinder, tönende 79.

Druckfehler.

S. 44, Zeile 5 von unten muß es heißen: von der Borne statt van der Borne.