

H. K O B O L D

STELLARASTRONOMIE



SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

# STELLARASTRONOMIE

VON

H. KOBOLD

SONDERAUSGABE AUS DER ENCYKLOPÄDIE  
DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

MIT EINEM VORWORT DES VERFASSERS



**SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH 1926**

**ALLE RECHTE, EINSCHLISSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS. VORBEHALTEN**

ISBN 978-3-663-15247-7  
DOI 10.1007/978-3-663-15811-0

ISBN 978-3-663-15811-0 (eBook)

## Vorwort.

Der stellarastronomischen Forschung wird in der jetzigen Zeit die lebhafteste Anteilnahme weitester Kreise entgegengebracht, und es dient ihr die intensivste Mitarbeit zahlreicher Fach- und Liebhaber-astronomen. Dem glücklichen Zusammenwirken dieser sich gegenseitig ergänzenden und fördernden Kräfte ist es zu danken, daß das große Problem der Erforschung des Baues des Weltalls in einer jede Erwartung übertreffenden Weise gefördert werden konnte. Durch eine Sammlung und übersichtliche Zusammenstellung der Forschungsergebnisse, soweit sie sich auf den Bau des Fixsternsystems und die Bewegungen in demselben beziehen, dem weiteren gedeihlichen Fortgange der Arbeit die Wege zu ebnen, war das Ziel, das dem Verfasser vorschwebte. Als ein Glied im größeren Rahmen der Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften war der Arbeit weiter die Aufgabe gestellt, die mathematischen Seiten des Problems soweit zu beleuchten, daß der Zusammenhang mit den verwandten Gebieten der Wissenschaft zutage trat.

Im Entwurf war die Arbeit im Juli 1924 vollendet. Die spätere Literatur ist nur in einzelnen Fällen in den Text eingefügt.

Kiel, Juli 1926.

**H. Kobold.**

# VI 2, 23. STELLARASTRONOMIE.

VON  
**H. KOBOLD**  
IN KIEL.

---

## Inhaltsübersicht.

### I. Die charakteristischen Eigenschaften der Sterne.

1. Unmittelbare Beobachtungsergebnisse.
2. Mittelbare Beobachtungsergebnisse.

### II. Das Beobachtungsmaterial.

3. Ältere Sternkataloge.
4. Fundamentalkataloge.
5. Kataloge der einzelnen Sternwarten.
6. Photographische Sternkataloge.
7. Sammelkataloge.
8. Durchmusterungskataloge.
9. Kataloge von Sternhaufen und Nebeln.
10. Sternkarten.
11. Eigenbewegungsverzeichnisse.
12. Radialbewegungen.
13. Parallaxen. Trigonometrische Methoden.
14. Parallaxen. Spektroskopische Methoden.
15. Photometrische Kataloge.
16. Kataloge der Spektraltypen und der Farben der Sterne.

### III. Ergebnisse der Bearbeitung des Beobachtungsmaterials.

#### A. Die scheinbare Verteilung der Sterne; die Milchstraße.

17. Allgemeine Verhältnisse; der Gouldsche Gürtel.
18. Die galaktische Kondensation.
19. Die äußere Erscheinung der Milchstraße.
20. Der Spektralcharakter der Milchstraßensterne.
21. Ebenen der scheinbaren Sternverteilung.

#### B. Die räumliche Verteilung der Sterne; Extinktion.

22. Ältere Theorien.
23. *Seeligers* Untersuchungen.
24. Folgerungen aus *Seeligers* Theorie.
25. Beziehung zwischen Eigenbewegung, Parallaxe und Leuchtkraft.
26. *Schwarzschilds* Entwicklungen.
27. *Charliers* Behandlung der Aufgabe.
28. Neuere empirische und theoretische Forschungen.
29. Extinktion des Lichtes im Weltraum.

## C. Eigenbewegung der Sterne und der Sonne.

- 30. Erste Versuche.
- 31. Neuere Methoden.
- 32. Berücksichtigung der Massen der Sterne.
- 33. *Kobolds* Kritik der Hypothese der Regellosigkeit der Eigenbewegungen.
- 34. *Kapteyns* Zweischwarm-Hypothese.
- 35. *Schwarzschilds* Ellipsoid-Hypothese.
- 36. *Charliers* Behandlung des Problems nach den Methoden der Kollektivmaßlehre.
- 37. Die Exzentrizitätshypothese *Oppenheims*.
- 38. Allgemeine kritische Untersuchungen.
- 39. Systematische Bewegungen.

## D. Besonderheiten des Bewegungszustandes.

- 40. Allgemeine Beziehungen.
- 41. Abhängigkeit der Eigenbewegungen.
- 42. Abhängigkeit der Radialbewegungen.
- 43. Abhängigkeit der Bewegung von der absoluten Helligkeit.
- 44. Die Bewegungen in Beziehung zum Bau des Sternsystems.
- 45. Erklärung der Bewegungen.

## E. Bewegte Sterngruppen.

- 46. Einzelne Sterngruppen.
- 47. Partialsysteme.

## F. Bau des Sternsystems.

- 48. Erste Versuche.
- 49. Neuere Theorien.
- 50. Kinematik des Sternsystems.

---

## Literatur.

- F. W. Bessel*, Fundamenta Astronomiae pro anno 1755 deducta ex observationibus viri incomparabilis *J. Bradley*, Königsberg 1818.
- W. Struve*, Études d'astronomie stellaire, St. Petersburg 1847.
- C. A. F. Peters*, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes, St. Petersburg 1848.
- Ch. André*, Traité d'astronomie stellaire I, Paris 1899.
- H. Kobold*, Der Bau des Fixsternsystems, Braunschweig 1906.
- W. W. Campbell*, Stellar motions with special reference to motions determined by means of the spectrograph, New Haven 1913.
- A. S. Eddington*, Stellar movements and the structure of the universe, London 1914.
- W. Valentiner*, Handwörterbuch der Astronomie, 4 Bände, Breslau 1897—1902. Artikel: Eigenbewegung des Sonnensystems von *H. Kobold*; Sternkataloge und -karten von *F. Ristenpart*; Universum von *F. Ristenpart*.

Für geschichtliche Fragen besonders:

- R. Wolf*, Handbuch der Astronomie, 2 Bände, 2. Aufl., Zürich 1890—92.
-

## I. Die charakteristischen Eigenschaften der Sterne.

Bis in die zweite Hälfte des 18. Jahrhunderts beherrschte die Spekulation stellarastronomische Forschungen. Erst die durch *Bradleys* (1692—1762) Wirken eingeleitete Entwicklung der neueren praktischen Astronomie öffnete sichere Wege, die über den Bereich des Sonnensystems hinaus in das Universum führten. Zwei Quellen sind es, aus denen unsere Kenntnisse über den Bau und die Vorgänge in dem unsere Sonne umgebenden System der Sterne und über seine Entwicklung fließen. Sie sind gegeben 1. im Ort der Sterne und seinen Änderungen mit der Zeit und 2. in dem von den Sternen uns zugesendeten Lichte nach Quantität und Qualität. Die Daten und charakteristischen Merkmale, die auf dieser Grundlage die praktische Astronomie der stellarastronomischen Forschung darbietet, zerfallen in zwei Kategorien: Unmittelbare und mittelbare Beobachtungsergebnisse.

### 1. Die unmittelbaren Beobachtungsergebnisse.

1. Die Zahl der Sterne und ihre Verteilung über den Himmel. Diese Daten bilden den Ausdruck des Gesamtbildes des Sternsystems, wie es uns erscheint, und ergeben die Grundlage für statistische Untersuchungen über seinen Bau.

2. Der scheinbare Ort. Er ist bestimmt durch die sphärischen Koordinaten der Rektaszension und Deklination oder der Länge und Breite, worüber das nähere in dem Kapitel über sphärische Astronomie Encykl. VI 2, 2 (*F. Cohn*) gesagt ist.

3. Die Entfernung. Die Methoden der Entfernungsbestimmung der Sterne zerfallen, je nachdem welche der beiden Quellen für die Erforschung der Eigenschaften der Sterne benutzt wird, in zwei Gruppen. An den Ort des Sterns ist die ältere trigonometrische Methode geknüpft, an die physikalischen Eigenschaften des Lichtes, das der Stern uns zusendet, die neuere spektroskopische Methode. Die trigonometrische Methode ist schon in dem Artikel Reduktion der astronomischen Beobachtungen Encykl. VI 2, 2 (*F. Cohn*), Nr. 9c auseinandergesetzt, sie liefert uns die jährliche Parallaxe der Fixsterne oder kurz einfach die Fixsternparallaxe als den Winkel, unter welchem vom Stern aus gesehen die mittlere Entfernung Erde-Sonne erscheint, und auf dem Wege über die Eigenbewegungen (EB.) der Sterne, die Säkularparallaxe als den Winkel, unter dem die jährliche Bewegung der Sonne in ihrer als geradlinig angenommenen Bahn im Raume erscheint.

Die spektroskopische Methode geht aus von gewissen Merkmalen der Größe der Leuchtkraft eines Sternes, die in der relativen Intensität einiger Linien, besonders der metallischen, oder auch bestimmter

Stellen des Spektrums zum Ausdruck kommen.<sup>1)</sup> Sie ermittelt daraus die absolute Größe, die der Stern in der Einheit der Entfernung haben würde, und berechnet durch Vergleich mit der scheinbaren Größe die Entfernung nach dem Gesetz der Abnahme der scheinbaren Helligkeit mit dem Quadrat der Entfernung. Die jährliche Parallaxe, die als Ausgangspunkt der Entfernungsbestimmung der Sterne dient, mißt diese Entfernung durch ihr Verhältnis zur Entfernung Erde-Sonne. Diese letztere Entfernung ist aber im Vergleich zu den Fixsternentfernungen zu klein, um als Maßeinheit für sie zu dienen, da sie zu unbequem großen Zahlen führte. Man hat deshalb als Einheit der Fixsternentfernungen ein Vielfaches der astronomischen Einheit eingeführt. *Charlier* nennt das  $10^6$ -fache der astronomischen Einheit Siriometer. Die Siriusweite, mit der *Seeliger* rechnet, entspricht der zu einer jährlichen Parallaxe von  $0,2''$  gehörenden Entfernung. Am gebräuchlichsten ist ein Grundmaß, das der zu einer Parallaxe von  $1''$  gehörenden Entfernung entspricht. Der Verfasser nennt es Sternweite, *Turner* hat die Bezeichnung Parsec dafür vorgeschlagen. Es ist also eine Sternweite = 1 Parsec =  $\frac{1}{5}$  Siriusweite = 206 265 astronomische Einheiten = 0,206 Siriometer, und einem Siriometer entspricht die Parallaxe  $0,206''$ .

4. Die Bewegung. Die Bewegung der Sterne im Raume äußert sich in den Beobachtungen zerlegt in zwei Komponenten: einer Ortsänderung an der Sphäre und einer Änderung der Entfernung von uns. Jene, die Eigenbewegung, auch laterale Bewegung genannt, erfolgt senkrecht zum Visionsradius; diese, die Radialbewegung, in der Richtung des Visionsradius. Die Ableitung der Eigenbewegungen aus den Beobachtungen ist in dem Artikel Reduktion der astronomischen Beobachtungen [Encykl. VI 2, 2 (*F. Cohn*), Nr. 7 b] auseinandergesetzt. Zur Kenntnis der Radialbewegung führen die Änderungen, die im Spektrum einer Lichtquelle als Folge ihrer Bewegung nach dem *Dopplerschen* Prinzip<sup>2)</sup> entstehen, das freilich erst in der von *Fizeau*<sup>3)</sup> gemachten

1) Die Methode ist begründet von *A. Kohlschütter* [Carnegie Yearbook Nr. 12 (1913), p. 219], der mit Hilfe der auf dem Mt. Wilson Observatory aufgenommenen Spektren von Sternen, deren Entfernung auf trigonometrischem Wege bestimmt war und deren wahre Leuchtkraft damit aus der scheinbaren berechnet werden konnte, die Kriterien der Leuchtkraftstärke im Spektrum ermittelte. Die ersten Anwendungen sind beschrieben *Astroph. Journ.* 40 (1914), p. 385.

2) *Ch. Doppler*, Über das farbige Licht der Doppelsterne, Prag Abh. d. böhm. Ges. d. Wiss. (5) 2 (1842), p. 465.

3) *H. Fizeau*, *Ann. chim. et phys.* (4) 19 (1870), p. 211. Abdruck eines am 12. Dez. 1848 in der Soc. Philomatique gehaltenen Vortrags. Über eine theoretische Begründung des Prinzips vgl. *Encykl.* V 19 (*W. Pauli jr.*), Nr. 6 und VI 2,



Anwendung auf einzelne Emissions- und Absorptionslinien zum Ziele führte. Die durch die Bewegung bewirkte Änderung der Wellenlänge  $\lambda$  einer bestimmten Linie ergibt sich durch die Formel

$$\Delta\lambda\left(1 + \frac{v_{\odot}}{v}\right) = \lambda \cdot \frac{v_* - v_{\odot}}{v}.$$

Darin bedeutet  $v$  die Geschwindigkeit des Lichtes,  $v_*$  ist die in die Richtung der Verbindungslinie Sonne-Stern fallende Komponente der sekundlichen Bewegung des Sterns,  $v_{\odot}$  diejenige des Beobachters, beide positiv gerechnet in der Richtung von der Sonne zum Stern.  $v_{\odot}$  setzt sich zusammen aus den drei dem Beobachter innewohnenden Bewegungen: aus der Drehung der Erde, aus der Bahnbewegung der Erde und aus der Bewegung des Sonnensystems im Raume. Der Faktor  $\left(1 + \frac{v_{\odot}}{v}\right)$  darf stets  $= 1$  gesetzt werden.

5. Die scheinbare Helligkeit. Sie wird ausgedrückt in Größenklassen und gemessen in Einheiten und Bruchteilen der Größenklasse. Die dem freien Auge eben sichtbaren Sterne haben die Größe  $6,0^m$  ( $m = \text{magnitudo}$ ), und die scheinbare Helligkeit nimmt in den Größenklassen mit wachsender Ordnungszahl derart ab, daß ihr dekadischer Logarithmus von Klasse zu Klasse um  $0,4$  kleiner wird. Die Helligkeit  $h$  eines Sterns der scheinbaren Größe  $0,0^m$  setzen wir  $= 1$ , also ist  $\log h_0 = 0$ . Für Sterne heller als  $0,0^m$  wird die Klassenzahl negativ. Allgemein gilt

$$(1) \quad \log h_m = -0,4m.$$

Wegen der Verschiedenheit der Farbenempfindlichkeit des Auges und der photographischen Platte ist die visuelle Helligkeit eines Sterns von seiner photographischen zu unterscheiden.

---

22a (*F. Kottler*), Nr. 4 u. 5; praktisch ist es durch Anwendung auf die Sonne zur Messung der aus der Rotation folgenden Bewegung von Punkten am Ost- und Westrande, sowie durch Messung von auch aus der Bahnbewegung bekannten Bewegungen an Gestirnen — so beim Kometen 1882II an den *D*-Linien durch *Thollon* und *Gouy* [Paris C. R. 95 (1882), p. 555; 96 (1883), p. 371] — erprobt. Auch experimentell ist der Nachweis der Richtigkeit des Prinzips für Lichtwellen erbracht durch Versuche von *Belopolsky* [Astr. Nachr. 137 (1895), p. 33; Astroph. Journ. 13 (1901), p. 15] und *Galitzin* und *Wilip* [Astroph. Journ. 26 (1907), p. 49] mit rasch rotierenden den Lichtstrahl mehrmals reflektierenden und dadurch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit merklich ändernden Spiegeln, sowie durch *Fabry* und *Buisson* [Paris C. R. 158 (1914), p. 1498] mit Hilfe einer beleuchteten, rasch rotierenden und in einer gegen die Ebene der Rotation nur wenig geneigten Richtung beobachteten reflektierenden Scheibe und Bestimmung der Wellenlänge der von den beiden Enden eines Durchmessers der Scheibe, die eine relative Geschwindigkeit von 200 m/sec hatten, ausgesendeten Lichtstrahlen.

6. Das Spektrum. Nach ihrer Farbe zerfallen die Sterne in drei Gruppen, die weißen, die gelblichen und die rötlichen Sterne. Die charakteristischen Merkmale des Spektrums dieser Gruppen sind schon von *Fraunhofer*<sup>4)</sup> erkannt, strenger umschrieben von *Secchi*<sup>5)</sup>, der unter Hinzufügung einer vierten, nur wenig zahlreichen und nur schwache Sterne enthaltenden Gruppe, der tiefroten Sterne, vier Hauptsternstypen unterscheidet:

- Typus I. Weiße Siriussterne
- „ II. Gelbe Sonnensterne
- „ III. Rötliche Sterne
- „ IV. Tiefrote Sterne.

Durch *Pickering* wurde noch hinzugefügt:

- Typus V. Sterne mit hellen Linien.

Die Einführung der Photographie ließ jedoch noch feinere Unterscheidungsmerkmale in den Spektren erkennen. Jetzt ist die gebräuchlichste Klassifikation die des Draper-Katalogs. Die Klassen werden durch Buchstaben bezeichnet. Beginnend mit den Sternen, die ein Gasspektrum mit hellen Linien zeigen und die Klasse *O* (Wolf-Rayet-Sterne) bilden, ist die Reihenfolge der Klassen:

- B* = Orionsterne oder Heliumsterne nach den dem Spektrum das Gepräge gebenden starken Heliumlinien;
- A* = Siriussterne mit sehr intensiven Wasserstofflinien;
- F* = Procyonsterne, Wasserstofflinien weniger auffallend, daneben sind die Linien des Kalzium sehr kräftig, Übergang von den weißen zu den gelben Sternen;
- G* = Sonnentypus, neben den sehr zahlreichen metallischen Linien treten die des Wasserstoffs nicht mehr besonders hervor;
- K* = Übergangstypus von den gelben zu den roten Sternen, die Wasserstofflinien treten immer mehr zurück und die Kalziumlinien überwiegen mehr und mehr, die Absorption nimmt besonders im violetten Teil zu;
- M* = Blau und Violett ist sehr schwach, breite Absorptionsbanden mit gegen die violette Kante wachsender Intensität;
- N* = größte Intensität der breiten Absorptionsbanden an der roten Kante.

Eine Übergangsklasse *R* ist noch zwischen *G* und *N* eingeschaltet, die Sterne enthält auf einer Zwischenstufe zwischen diesen beiden Typen, ebenso wie *K* eine Zwischenstufe zwischen *G* und *M*

4) *J. Fraunhofer*, Gesammelte Schriften, München 1888, p. 143.

5) *Astr. Nachr.* 73 (1869), p. 129.

ist. Eine dritte Abzweigung, charakterisiert durch das Auftreten von Absorptionsbanden neben Absorptions- und Emissionslinien, hat die Bezeichnung *S* erhalten. Einzelne eigentümliche, in die beschriebenen Typen nicht einzureihende Spektren, sind unter *Q* vereinigt und mit *P* sind die Spektren der planetarischen Nebel bezeichnet.

Kleinere Variationen werden im Typus *O* durch die Unterabteilungen *Oa*, *Ob*, *Oc*, *Od*, *Oe* und beim Typus *M* durch *Ma*, *Mb*, *Mc*, *Md* unterschieden, und die allmähliche Entwicklung der charakteristischen Merkmale in den einzelnen Klassen wird durch 10 Stufen angedeutet. Es bezeichnet z. B. *F0* das reine *F*-Spektrum, *F1G* (kürzer *F1* geschrieben) ein *F*-Spektrum, in dem die Eigentümlichkeiten des *G*-Spektrums schon in sehr geringem Grade angedeutet sind, während *F5G*, oder *F5*, ein Spektrum bezeichnet, das in der Mitte zwischen dem reinen *F*- und dem reinen *G*-Spektrum steht. Ein der Bezeichnung von Klasse und Unterabteilung hinzugefügtes *p*, z. B. *A0p*, zeigt kleinere Eigentümlichkeiten im Spektrum an, und in gleicher Weise gebraucht bezeichnet *s* scharfe, *n* verwaschene (neblige) Linien.

Die in dem Spektrum zum Ausdruck kommende Verschiedenheit des Lichtes der Sterne gibt sich auch kund in einer Verschiedenheit der Einwirkung des Lichtes der Sterne von verschiedenem Typus auf die Netzhaut und auf die photographische Platte. Es ist daher der Unterschied der visuellen und der photographischen scheinbaren Helligkeit eines und desselben Sternes in verschiedenen Spektralklassen verschieden. Die Differenz der photographischen und der visuellen Größe, im Sinne photographisch—visuell, wird als Farbenindex bezeichnet. Die photographische Größenskala ist gegen die visuelle festgelegt durch die Festsetzung, daß beide für die Sterne vom Typus *A0* bei der Helligkeit  $6,0^m$  übereinstimmen sollen. Die durch den Farbenindex vermittelte Beziehung zwischen den beiden Skalen ist dann folgende:

Typus	<i>B0</i>	<i>B5</i>	<i>A0</i>	<i>A5</i>	<i>F0</i>	<i>F5</i>
Farbenindex	$-0,24^m$	$-0,12^m$	$0,00^m$	$+0,14^m$	$+0,28^m$	$+0,42^m$
Typus	<i>G0</i>	<i>G5</i>	<i>K0</i>	<i>K5</i>	<i>M</i>	
Farbenindex	$+0,56^m$	$+0,78^m$	$+1,00^m$	$+1,18^m$	$+1,35^m$	

Statt einer Beschreibung der Farbentönung, in der ein Stern dem Auge erscheint, hat man jetzt gleichfalls eine Farbenskala eingeführt. Die gebräuchlichste ist die *Ostoffsche*<sup>6)</sup>, die von  $0^\circ$  bis  $9^\circ$  geht. Es bezeichnet  $0^\circ$  Reinweiß,  $4^\circ$  Reingelb,  $7^\circ$  Orange (Gelb und Rot zu gleichen Teilen),  $9^\circ$  Rot. Da das Auge bei schwachen Sternen die Fär-

6) Astr. Nachr. 192 (1912), p. 85.

bung nicht festzustellen vermag, ersetzt man zweckmäßig die Bestimmung des Farbenindex durch die Bestimmung der Wellenlänge desjenigen Lichtes, das im Stern von der größten Wirksamkeit ist, der sogenannten Effektiven Wellenlänge, durch Abstandsmessung der durch geeignete Gitter erzeugten Beugungsbilder.

2. Die mittelbaren Beobachtungsergebnisse. Mittelbar führen die Beobachtungen zu folgenden Daten:

1. Der Ort im Raume. Aus dem scheinbaren Ort und der Entfernung bestimmen sich die rechtwinkligen Koordinaten

$$x = \varrho \cos \alpha \cos \delta, \quad y = \varrho \sin \alpha \cos \delta, \quad z = \varrho \sin \delta,$$

die den wahren Ort des Sternes relativ zur Sonne in bezug auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit der Grundebene des Äquators und einer auf den Frühlingspunkt zielenden X-Achse bestimmen. Für die Zwecke der Stellarastronomie ist es oft vorteilhafter, an die Stelle von Rektaszension und Deklination die Länge und Breite in bezug auf die Ebene der Milchstraße als Grundebene zu setzen. Die galaktische Länge wird vom aufsteigenden Knoten der Milchstraße auf dem Äquator aus gezählt im Sinne der wachsenden Rektaszension.

2. Verteilung im Raume. Sie folgt durch Abzählung aus den räumlichen Koordinaten. Mathematisch wird sie ausgedrückt durch zwei Funktionen, die Häufigkeitsfunktion der Leuchtkraft  $i$ , die durch  $\varphi(i)$  bezeichnet wird und die Verteilung der Leuchtkräfte auf die Gesamtheit der Sterne angibt, und die Dichtefunktion  $D(\varrho)$ , die die Zahl der in der Raumeinheit enthaltenen Sterne in der Entfernung  $\varrho$  von der Sonne angibt.

3. Totalbewegung. Sie wird uns bekannt, wenn uns die beiden Komponenten der Bewegung, Eigenbewegung und Radialbewegung, und gleichzeitig die Entfernung gegeben sind. Sind  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\delta$  die jährlichen durch die EB. bewirkten Änderungen der Rektaszension und Deklination,  $\mu$  der Betrag der Eigenbewegung,  $\varphi$  ihr Positionswinkel,  $\pi$  die Parallaxe des Sterns,  $\Delta\rho$  seine sekundliche Radialbewegung in Kilometern ausgedrückt und  $v_*$  seine lineare Bewegung in der Zeitssekunde relativ zur Sonne, und ist ferner  $k$  der Faktor zur Zurückführung der jährlichen in Bogenmaß ausgedrückten Eigenbewegung auf lineares Maß:

$$k = \frac{149\,500\,000}{365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 4,737,$$

so ist

$$(2) \quad \begin{cases} \mu'' \sin \varphi = \Delta\alpha \cos \delta & \mu'' \cos \varphi = \Delta\delta \\ \mu \text{ km/sec} = k \frac{\mu''}{\pi} & v_*^2 = \mu^2 + (\Delta\rho)^2. \end{cases}$$

4. Leuchtkraft. Die absolute Helligkeit oder die Leuchtkraft  $H$  eines Sternes ist seine Helligkeit in der Einheit der Entfernung, sie folgt aus der scheinbaren Helligkeit  $h$  durch  $h = c \frac{H}{\varrho^2}$ . Die Konstante  $c$  bestimmen wir so, daß die Leuchtkraft eines Sternes der scheinbaren Helligkeit 1, also der Größe 0, in der Entfernung 1 gleich 1 wird, dann wird einfach  $h = \frac{H}{\varrho^2}$ . Die Größe, in der ein Stern in der Entfernung 1 erscheinen würde, nennen wir seine absolute Größe  $M$ . Es ist dann  $\log H = -0,4M$ . Die scheinbare Größe der Sonne in der wirklichen, der astronomischen Einheit der Entfernungen entsprechenden Entfernung ist  $-26,7^m$ , in der Entfernung einer Sternweite wäre die Größe der Sonne  $-0,13^m$ , also  $\log h_{\odot(\varrho=1)} = 0,052$  oder  $h_{\odot(\varrho=1)} = H_{\odot} = 1,13$ . Die Leuchtkraft der Sonne stellt also nahezu die Einheit dar, nach der wir die Leuchtkräfte messen. Zwischen der scheinbaren Größe, der Entfernung und der Leuchtkraft bestehen die Beziehungen

$$(3) \quad \begin{cases} m = 5 \log \varrho - \frac{5}{2} \log H, & \log \varrho = 0,2m + \frac{1}{2} \log H, \\ M = m - 5 \log \varrho = m + 5 \log \pi. \end{cases}$$

5. Masse, Dichte, Größe, Temperatur. Über Masse- und Dichteverhältnisse der Sterne haben wir Kenntnis erlangt durch das Studium der Doppelsternsysteme. Die visuellen Doppelsternsysteme liefern uns aus der Umlaufzeit durch das dritte *Keplersche* Gesetz die Kenntnis der Gesamtmasse des Systems und, wenn wir die Lage des Schwerpunktes aus seiner Bewegung durch Anschluß an benachbarte an der Bahnbewegung des Systems nicht teilnehmende Sterne kennen, auch die Kenntnis der Einzelmassen. Bei den spektroskopischen Doppelsternen kennen wir durch die Bewegungsgesetze sofort  $\frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2}$  ( $i$  = Neigung der Bahnebene gegen den Visionsradius). Ist das Spektrum beider Komponenten meßbar, so kennen wir  $m_1 \sin^3 i$  und  $m_2 \sin^3 i$ . Es sind uns also stets Minimalwerte der Masse gegeben. Bei den Bedeckungsveränderlichen aber lernen wir  $m_1$  und  $m_2$  selbst kennen, außerdem aber auch die Radien der Sterne und demnach auch die Dichten. Nähere Ausführungen hierüber finden sich in dem Artikel: Bahnbestimmung der Doppelsterne, Encykl. VI 2, 11 (*Hepperger*). Zu weiteren Aufschlüssen über die Größen der Sterne gelangen wir auf photometrischem Wege. Ist  $\kappa$  = die Leuchtkraft des Flächenelements einer leuchtenden Sternscheibe vom Radius  $R$ , dann ist die Gesamt-leuchtkraft des Sterns  $H = \text{konst. } \kappa R^2$  und seine scheinbare Helligkeit  $h_m = \text{konst. } \frac{\kappa R^2}{\varrho^2}$ . Führt man als Vergleichsobjekt die Sonne ein, deren

scheinbare Helligkeit in der Einheit der Entfernung = 1,13 ist, so besteht die Beziehung

$$(4) \quad \log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) = -0,026 - 0,2m - \frac{1}{2} \log\left(\frac{x}{x_{\odot}}\right) + \log \varrho.$$

Unter der Voraussetzung der Gleichheit der Leuchtkraft des Flächenelementes bei allen Gestirnen ( $x = x_{\odot}$ ) gibt diese Gleichung die „äquivalenten Radien der Gestirne“. Die Ermittlung des wahren Wertes von  $x$  erfordert die Bestimmung der effektiven Temperaturen, d. h. der Temperatur des schwarzen Körpers gleicher Strahlungsenergie wie die des betreffenden Gestirnes, s. Encykl. VI 2, 25 (*Guthnick*).

## II. Das Beobachtungsmaterial.

3. **Ältere Sternkataloge.**<sup>7)</sup> Als Ausgangspunkt ausreichend gesicherter Berechnungen dient der aus *Bradleys* Beobachtungen in Greenwich mit den 1750 aufgestellten neuen Instrumenten abgeleitete Katalog, dem *Bessel*<sup>8)</sup> zu Anfang des vorigen Jahrhunderts die sicheren Grundlagen abgewann, auf denen die neuere praktische Beobachtungskunst sich aufbaut, und der im letzten Viertel des vorigen Jahrhunderts von *Auwers*<sup>9)</sup> durch Verbindung mit ihm gleichwertigen neueren Katalogen zu einer weiteren Sicherung und Vervollkommnung unserer Kenntnis der Sternörter verwertet wurde. Zur weiteren Festigung dieser Ausgangsepoche von 1750 unterwarf *Auwers* auch die von 1743—1753 mit den älteren Instrumenten in Greenwich angestellten Beobachtungen einer den neuen Grundlagen einer scharfen Reduktion gerecht werdenden Bearbeitung.<sup>10)</sup> Dem gleichen Zwecke war auch eine Bearbeitung der in der Zeit von 1756 bis 1760 von *Tobias Mayer* in Göttingen angestellten Beobachtungen von Sternörtern durch *Auwers* gewidmet, deren Genauigkeit allerdings hinter

7) Eine ausführliche Übersicht über die vom Altertum bis in die neuere Zeit veröffentlichten Sternkataloge gibt *E. B. Knobel*, *The chronology of star catalogues*, London R. Astr. Soc. Mem. 43 (1877). Die neuzeitliche Literatur ist zusammengestellt in *F. Ristenpart*, *Fehlerverzeichnis zu den Sternkatalogen des 18. und 19. Jahrhunderts*, Astr. Nachr. Erg.-Heft 16 (1909), und *Geschichte des Fixsternhimmels* herausgegeben von der preußischen Akad. d. Wiss. Abt. 1, Bd. 1, Karlsruhe 1922. Bezüglich Sternkataloge vgl. auch Encykl. VI 2, 2 (*F. Cohn*), Nr. 4 u. 8.

8) *F. W. Bessel*, *Fundamenta Astronomiae pro anno 1755 deducta ex observationibus viri incomparabilis J. Bradley*, Königsberg 1818.

9) *A. Auwers*, *Neue Reduktion der Bradleyschen Beobachtungen*, 3 Bde., St. Petersburg 1882, 1888, 1903.

10) *A. Auwers*, *Bearbeitung der Bradleyschen Beobachtungen an den alten Meridianinstrumenten der Greenwicher Sternwarte*, 3 Bde., Leipzig 1912, 1913, 1914.

der von *Bradley* erzielten erheblich zurückbleibt. Mit der weiteren Vervollkommnung des zur Festlegung der Sternörter dienenden Meridiankreises und der Beobachtungs- und Reduktionsmethoden<sup>11)</sup> wuchs auch die Zahl der sich der Aufgabe der Bestimmung der Örter der Sterne widmenden Sternwarten.

Als eine zweite mit einem allgemeinen großen Aufschwung der beobachtenden Astronomie verbundene Hauptepoche ist der Anfang des 19. Jahrhunderts zu betrachten. Sie ist besonders gekennzeichnet durch eine außerordentliche Erweiterung unserer Kenntnisse durch Ausdehnung der Beobachtungen auf die schwächeren Sterne. Das *Piazzische* Sternverzeichnis<sup>12)</sup>, das die Positionen von 7646 Sternen enthält, und die Zonenbeobachtungen *Lalandes*<sup>13)</sup> und *Bessels*<sup>14)</sup>, die für die Mehrzahl der schwächeren Sterne bis 9<sup>m</sup> des nördlichen Himmels einen sicheren Ausgangsort bestimmen, sind die Hauptvertreter dieser Epoche.

Als dritte Hauptepoche ist dann das Jahr 1875 zu betrachten, als Epoche des Katalogs der Astronomischen Gesellschaft, der entstanden ist durch Zusammenschluß einer Reihe von Sternwarten Europas und Nordamerikas und sich die Beobachtung der Sterne bis zur 9. Größe des nördlichen Himmels von + 80° bis — 2° Deklination nach einem gemeinsamen Plane zur Aufgabe stellte. Der Katalog wurde später bis — 23° Deklination in gleicher Weise fortgeführt. Diese zweite Abteilung ist auf die Epoche 1900 reduziert.<sup>15)</sup>

Nach der Aufgabe, deren Lösung in erster Linie der Bearbeitung zugrunde lag, zerfallen die Kataloge in verschiedene Kategorien.

**4. Fundamentalkataloge.** Die Festlegung von Punkten an der Sphäre geht aus von einer Anzahl ausgewählter Sterne, deren Koordinaten mit möglichst großer Schärfe bestimmt werden durch An-

11) Vgl. die Zusammenstellung der mittleren Beobachtungsfehler, Encykl. VI 2, 5 (*F. Cohn*), p. 272.

12) *G. Piazzi*, *Præcipuarum stellarum inerrantium positiones mediae ineunte saeculo XIX*, Palermo 1814.

13) *J. de Lalande*, *Histoire céleste française*, Paris An IX [1801]. Die Beobachtungen sind zu einem 1847 von der Brit. Assoc. for the Advancement of Science herausgegebenen Katalog verarbeitet. Neue Reduktionstabellen von *v. Asten* in *Astr. Ges. Vjs. 3*, Suppl. (1868), vgl. auch *E. Weiß*, *Ann. d. Wiener Sternwarte 5* (1887), p. 124.

14) Königsberg Beob. 7.—17. Abt. 1822—1835; zu zwei Katalogen verarbeitet von *M. Weisse*: Zone — 15° bis + 15° Dekl. (1846), Zone + 15° bis + 45° (1863). Neue Reduktionstabellen von *E. Luther* in Königsberg Beob. Abt. 37<sub>2</sub> (1886).

15) Katalog d. Astr. Ges. 1. Abt. + 80° bis — 2° Dekl. für 1875, 1.—15. Stück, Leipzig 1890—1910. 2. Abt. — 2° bis — 23° Dekl. für 1900; 1.—4. Stück (bis — 18° reichend), Leipzig 1904—1912. Zone — 18° bis — 23° (Algier), Paris 1924.

schluß untereinander und durch Beziehung des ganzen Systems auf die Sonne. Den ersten solchen Fundamentalkatalog stellte *Maskelyne*<sup>16)</sup> auf. Die von ihm sorgfältig ausgewählten 36 Hauptsterne bilden das feste Gerüst für alle späteren Kataloge. *Bessel* leitete aus Königsberger Beobachtungen die Örter dieser Sterne für zwei Epochen 1815 und 1825 ab, verband diese mit den Positionen, die er aus den *Bradley*-schen Beobachtungen bestimmt hatte, und gab in den *Tabulae Regiomontanae*<sup>17)</sup> bequeme Hilfsmittel zur Berechnung ihres scheinbaren Ortes für jeden 10. Tag des Jahrhunderts 1750—1850. *Wolfers*<sup>18)</sup> erweiterte die Zahl der Fundamentalsterne neben den beiden Polsternen  $\alpha$  und  $\delta$  Ursae min., die schon *Bessel* hinzugenommen hatte, noch um 9 und leitete für sie verbesserte Örter ab, indem er durch Vergleichen der aus 7 neueren Katalogen entnommenen Positionen der *Maskelyne*-schen Fundamentalsterne mit den Positionen der *Tabulae Regiomontanae* die Reduktion dieser Kataloge auf ein gemeinsames System und die systematischen Reduktionen der einzelnen Kataloge auf dieses System bestimmte. Als dann die Astronomische Gesellschaft die Neubestimmung der Sterne bis zur 9. Größe des nördlichen Himmels unternahm, wurde die Aufstellung eines eine hinreichende Anzahl möglichst gleichmäßig über den Himmel verteilter Fundamentalsterne erforderlich, um durch Anschluß der einzelnen Deklinationszonen an dieselben ein einheitliches System für den ganzen Katalog zu gewährleisten. *Auwers* benutzte bei der Aufstellung dieses Katalogs 336 Sterne der Liste von 374 Hauptsternen der Sternwarte Pulkowa und fügte noch 203 Zusatzsterne hinzu. Die Bewegungen der Sterne leitete *Auwers* ab aus der Verbindung des Ortes für 1755 nach *Bradley* mit einem Orte für 1865 nach neueren Beobachtungen gleichfalls in Greenwich. Dieser Katalog von 539 Sternen<sup>19)</sup> (A.G.C.) wurde später zur Fort-

16) *N. Maskelyne*, Tables for computing the apparent places of the fixed stars, London 1774. In dieser ersten Form enthielt der Katalog nur 34 Sterne. Die endgültige Form erhielt er in Greenwich Observ. 1802.

17) *F. W. Bessel*, *Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum ab anno 1750 usque ad annum 1850*, Königsberg 1830. Die Rektaszensionen der Tab. Reg. beruhen auf der Verbindung der *Bradleyschen* Positionen (8) mit den Positionen des zweiten *Besselschen* Fundamentalkatalogs für 1825 [Astr. Nachr. 4 (1825), p. 97], die Deklinationen auf den durch Königsberger Beobachtungen für 1820 bestimmten Örtern [Königsberg Beob. 7. Abt. (1822), p. XXXIII] und den durch Vergleichung mit den Örtern für 1755 abgeleiteten jährlichen Änderungen.

18) *J. Wolfers*, *Tabulae reductionum observationum astronomicarum*, Berlin 1858.

19) *A. Auwers*, Fundamentalkatalog für die Zonenbeobachtungen am nördlichen Himmel, Astr. Ges. Publ. 14, Leipzig 1879.



setzung der Zonen bis —  $23^{\circ}$  Deklination um 83 Sterne<sup>20)</sup> und endlich für den ganzen Südhimmel um 480 Sterne<sup>21)</sup> erweitert. Mit dem vorläufigen Katalog wurden sämtliche aus der Zeit von 1755 bis Anfang des 20. Jahrhunderts vorliegenden Beobachtungsreihen verglichen, die systematische Reduktion auf das System des Katalogs<sup>22)</sup> und die relativen Gewichte<sup>23)</sup> ermittelt und unter Berücksichtigung derselben die endgültigen Positionen der einzelnen Sterne im System des Katalogs und die Beziehung des vorläufigen Systems des Katalogs zu einem zwischen allen einzelnen Systemen die Mitte haltenden bestimmt.<sup>24)</sup> Durch Übergang auf dieses wahrscheinlichste System und Berücksichtigung der von *Newcomb*<sup>25)</sup> bestimmten Korrektur des Äquinoktiums des vorläufigen Systems entstand dann das endgültige System, das jetzt in einer Auswahl von 905 Sternen nebst 20 Polsternen von *J. Peters* bearbeitet als Grundlage<sup>26)</sup> der täglichen Sternephemeriden des Berliner Jahrbuchs (N.F.K.) dient.

Nach gleichen Prinzipien arbeitete auch *Newcomb*, indem er zunächst für 29 der *Maskelyneschen* Fundamentalsterne das beste vorhandene Material zur Ableitung von Korrekturen für die Örter der *Tabulae Regiomontanae* ausglich.<sup>27)</sup> Das so entstandene Rektaszensions-system bildete den Ausgangspunkt aller in gleicher Richtung liegenden Arbeiten jener Periode. Für seine Arbeiten in der Planeten- und Mondtheorie stellte *Newcomb* später einen Fundamentalkatalog auf unter besonderer Berücksichtigung der Zodiakalsterne.<sup>28)</sup> *Newcomb* wurde dann 1896 durch die Pariser internationale Fundamentalstern-Konferenz zur Aufstellung eines provisorischen Katalogs als Grundlage des geplanten internationalen Fundamentalkatalogs beauftragt. Diese Arbeit wurde im Nautical-Almanac-Office in Washington ausgeführt und führte zur Erstellung eines Katalogs von 1596 Sternen.<sup>29)</sup>

20) *A. Auwers*, Mittlere Örter von 83 Sternen für 1875,0, Astr. Ges. Publ. 17, Leipzig 1883.

21) *A. Auwers*, Fundamentalkatalog für Zonenbeobachtungen am Südhimmel und südlicher Polarkatalog für die Epoche 1900, Astr. Nachr. 143 (1897), p. 361.

22) Astr. Nachr. 134 (1894), p. 33; 143 (1897), p. 65; 145 (1898), p. 101; 162 (1903), p. 357.

23) Astr. Nachr. 151 (1900), p. 225; 162 (1903), p. 357.

24) Astr. Nachr. 164 (1904), p. 225.

25) Washington Astr. Papers 8 II (1898), p. 156.

26) Berliner Rechen-Inst. Veröff. Nr. 33 (1907).

27) *S. Newcomb*, On the right ascensions of the equatorial fundamental stars, Washington Obs. 1870, App. III (1872).

28) Catalogue of 1098 standard clock and zodiacal stars, Washington Astr. Papers 1 (1830).

29) Catalogue of fundamental stars reduced to an absolute system, Washington Astr. Papers 8 II (1898).

Eine dritte Bearbeitung führte *L. Boss* aus. Er schuf zunächst für Gradmessungsarbeiten in einem 500 Sterne enthaltenden Katalog<sup>30)</sup> ein eigenes Deklinationssystem und fügte später 179 Sterne südlich von  $-20^{\circ}$  Deklination hinzu.<sup>31)</sup> Als Ausgangspunkt für die Herstellung eines großen, den ganzen Himmel vom Nord- bis Südpol umfassenden Generalkatalogs für das Studium der Sternbewegungen stellte er dann einen 627 Sterne enthaltenden Fundamentalkatalog auf.<sup>32)</sup> Diese *Bosssche* Ausgleichung unterscheidet sich von der *Auwersschen* in einem wesentlichen Punkte, indem sie nämlich den *Bradley-Katalog* nicht zu dem fast ausschließlich maßgebenden Ausgangspunkt macht, sondern ihn einfach mit dem der Sicherheit seiner Positionen entsprechenden Gewichte in die Reihe der Kataloge einordnet.

Für das Studium der Sternbewegungen ist die strenge Reduktion der Bestimmungen verschiedener Beobachter auf ein einheitliches, von den Fehlern des Instrumentes und den persönlichen Fehlern des Beobachters befreites System von größter Wichtigkeit, da die Bewegungen und diese Fehler Größen gleicher Ordnung sind, vgl. Encykl. VI 2 (*F. Cohn*), p. 249 ff. Die Beziehung des *Auwersschen* und des *Bossschen* Fundamentalsystems zueinander ist von *B. Boss* im *Astron. Journ.* 26 (1910), p. 126 festgelegt. Die systematischen Reduktionen auf das *Auwerssche* System sind zusammengestellt in *Astr. Nachr. Erg.* heft 7 (1904). Weitere Reduktionstabellen auf *Auwers* gibt *H. Battermann* in *Beob. Ergebn. der Sternw. Berlin*, Nr. 12 (Berlin 1909). Für das *Bosssche* System dienen die Tafeln im Anhang III des *P.G.C.* (vgl. Note 42). Eine Erweiterung derselben durch Einbeziehung der späteren Sternkataloge gab *A. J. Roy* (1921).<sup>33)</sup>

**5. Kataloge der einzelnen Sternwarten.** Für die bei weitem überwiegende Mehrzahl der Beobachtungsreihen am Meridiankreise bildet das in den Fundamentalkatalogen niedergelegte Ergebnis sehr umfangreicher Untersuchungen etwas fest gegebenes, sie bedienen sich der in diesen Systemen festgelegten ausgezeichneten Punkte am Himmel als unveränderlicher Normalpunkte. Natürlich ergeben sie auch wieder Material für eine spätere Verbesserung der in den Fundamentalkatalogen angenommenen relativen Lage dieser Punkte. Die Zahl dieser Beobachtungsreihen ist sehr groß. *Knobel*<sup>7)</sup> zählt schon Januar 1876 527 Sternkataloge auf. Dabei sind aber viele Verzeichnisse mit-

30) Report of the Northern Boundary Commission, Washington 1879.

31) *Astron. Journ.* 19 (1898), p. 121.

32) *Astron. Journ.* 23 (1903), p. 17, auch als besondere Publikation: Catalogue of 627 Principal Stars erschienen.

33) Systematic corrections and weights of Catalogues (1921).

genommen, die nur aus anderen Quellen zusammengetragen sind, oder sich auf besondere Objekte, wie Doppelsterne, Sternhaufen, Nebel, beziehen. *Ristenpart*<sup>34)</sup> führt 1899 in einer Übersicht selbständiger, stimmfähiger Sternkataloge 313 auf. Es handelt sich dabei um ein nach Umfang, wie Inhalt und Anlage sehr ungleichförmiges Material. Während bei einzelnen Katalogen ein Plan, der zur Auswahl der beobachteten Objekte geführt hat, nicht erkennbar ist, ist er bei anderen klar ausgesprochen. Zu nennen wären in dieser Beziehung vor allem die Zonenkataloge, die entstanden sind in der Weise, daß der Beobachter bei nur innerhalb enger Grenzen in Deklination bewegtem Instrumente alle Sterne beobachtete, die das Gesichtsfeld passierten. Solche Kataloge sind von *Lalande*, *Bessel*, *Argelander*, *Gould* und *Thome* hergestellt. Das wichtigste Unternehmen dieser Art ist der Katalog der Astronomischen Gesellschaft<sup>15)</sup>, der für 5° breite Zonen die Positionen aller Sterne bis 9. Größe von + 80° bis — 23° Deklination gibt. Nach gleichen Gesichtspunkten werden auch die Sterne des Südhimmels auf den Sternwarten in Cordoba<sup>35)</sup> und La Plata<sup>36)</sup> beobachtet. Die Zahl der beobachteten Sterne beträgt jetzt etwa 180000. Zur Sicherung der Verbindung der einzelnen Reihen des nördlichen Himmels untereinander und mit dem Fundamentalsystem dient der von *Küstner* in Bonn in völlig einheitlicher Weise und im strengen Anschluß an den *Auwerss*chen Fundamentalkatalog beobachtete Katalog von 10663 Sternen.<sup>37)</sup>

**6. Photographische Sternkataloge.** Die Festlegung der Örter aller Sterne des Himmels bis zur 11. Größe auf photographischem Wege ist das Ziel eines anderen internationalen Unternehmens. Der Himmel ist in 18 Deklinationszonen etwa gleichen Arealis geteilt. Die einzelnen Zonen sind von verschiedenen Sternwarten zur Beobachtung übernommen. Es werden mit gleichartigen Instrumenten Aufnahmen, die ein Areal von 2° im Quadrat bedecken, gemacht. Die Aufnahmen bedecken den Himmel doppelt, so daß der Punkt, in dem vier Platten der ersten Aufnahme zusammenstoßen, die Mitte einer Platte der zweiten Aufnahme ist. Jeder Stern kommt zweimal vor. Die Platten werden nach rechtwinkligen Koordinaten vermessen<sup>38)</sup> und

34) Valentiner Handwörterbuch, Artikel „Sternkataloge und Sternkarten“.

35) Cordoba Resultados, Vol. 22, 23, 24 (1913, 1914, 1925), Zone — 22° bis — 37°, Fortsetzung bis — 52° in Arbeit.

36) La Plata Publicaciones 5 (1919), Zone — 52° bis — 57°; Zone — 57° bis — 62° vollendet.

37) Bonn Sternw. Veröff. 10 (1908).

38) Über Ausführung und Genauigkeit dieser Messungen vgl. Encykl. VI 2, 5 (*F. Cohn*), Nr. 4 B und Nr. 7.

es werden die Hilfsmittel gegeben zur Ableitung der sphärischen Koordinaten aus den rechtwinkligen im Anschluß an diejenigen Sterne der Platten, deren Koordinaten aus Meridianbeobachtungen bekannt sind. Eine nach einheitlichem Plane durch Mitwirkung mehrerer Sternwarten durchgeführte Neubestimmung der Koordinaten dieser Anhaltsterne für eine der Zeit der Aufnahme der Platten naheliegende Epoche ist mit der Arbeit verbunden. Mehrere der an der Arbeit beteiligten Sternwarten geben unmittelbar die sphärischen Koordinaten selbst. Erforderlich sind 22000 Platten, die schätzungsweise die Positionen von drei bis vier Millionen Sternen liefern werden. Ein großer Teil des Materials ist schon zugänglich.<sup>39)</sup>

7. **Sammelkataloge.** Wenn das in diesen Katalogen niedergelegte Material für die Position eines einzelnen Sternes voll ausgenutzt werden soll, wäre eine Prüfung aller vorliegenden Kataloge erforderlich. Diese Arbeit wird durch verschiedene Sammelwerke geleistet. Bedeutendere Werke dieser Art aus neuerer Zeit sind der *Astronomical Society's Catalogue*<sup>40)</sup> und der *British Association Catalogue (B.A.C.)*<sup>41)</sup> von *F. Baily*, deren letzterer noch jetzt vielfach für Sternbezeichnungen benutzt wird. An die Stelle des B.A.C. trat 60 Jahre später der *Preliminary General Catalogue (P.G.C.)* von *Lewis Boss*<sup>42)</sup>, in dem für alle Sterne, für die das vorhandene Material ausreichte, die auf Grund der vorhin erwähnten Untersuchungen über die systematischen Abweichungen der verschiedenen Kataloge auf ein einheitliches System bezogenen Örter gegeben werden. Die Erweiterung dieses Katalogs zu einem etwa 25000 Sterne enthaltenden bis zur 7. Größe reichenden Generalkatalog des ganzen Himmels nach gleichen Gesichtspunkten, für die noch ergänzende Beobachtungen erforderlich sind, ist die weitere Aufgabe des von der Carnegie Institution unterstützten Unternehmens. In der Ausführung begriffen ist auch das als „Geschichte des Fixsternhimmels“ bezeichnete Sammelwerk der Akademie der Wissenschaften in Berlin, das für alle Sterne des Himmels die in

39) Über den Stand des Unternehmens zu Anfang 1921 wird berichtet in *London Astr. Soc. Month. Not.* 81, p. 327. Die umfangreichen Dokumente und Abhandlungen, die in Verbindung mit der Ausführung des Unternehmens stehen, sind veröffentlicht in dem Bull. du comité intern. permanent pour l'exécution fotogr. de la carte du ciel, Paris 1892 ff.

40) *Catalogue of 2881 principal fixed stars, red. to Jan. 1 1830*, London 1827.

41) *The Catalogue of stars of the Brit. Ass. for the advancement of science, red. to Jan. 1 1850*, London 1845. Örter von 8377 Sternen nach 32 Quellen mit Reduktionskonstanten.

42) *L. Boss, Preliminary General Catalogue of 6188 stars for 1900*, Washington 1910 (im folgenden unter P.G.C. zitiert).

dem Zeitraum von 1750—1900 angestellten Meridianbeobachtungen ohne jede Einschränkung sammeln und auf das Äquinoktium 1875 reduziert veröffentlichen will.<sup>43)</sup> Eine Quellensammlung für alle Sterne des Himmels nördlich von  $-22^{\circ}$  Deklination ist auch auf der Sternwarte des Yale College angelegt.

**8. Durchmusterungskataloge.** Während in diesen Verzeichnissen das Hauptaugenmerk auf die genaue Ortsangabe gelegt ist, tritt in anderen die Vollständigkeit bis zu einer bestimmten Grenze mehr in den Vordergrund. *Argelanders Uranometria Nova* (Berlin 1843) und *Heis' Atlas Coelestis Novus* (Köln 1872) sind Sternverzeichnisse beigefügt, die alle im mittleren Europa mit freiem Auge sichtbaren Sterne enthalten. *Behrmanns Atlas des südlichen gestirnten Himmels*, Leipzig 1874, und *Goulds Uranometria Argentina*<sup>44)</sup> bieten das Gleiche für den Südhimmel. In der *Uranométrie Générale* von *J. C. Houzeau*<sup>45)</sup> ist eine einheitliche Bearbeitung für den ganzen Himmel versucht. Vielfach benutzt wird das alle Sterne bis zur  $6\frac{1}{2}$ . Größe enthaltende Sternverzeichnis von *Ambrohn* (Berlin 1907). Die Sterne bis zur Größe  $6,4^m$  enthält ein von *Backhouse* zusammengestellter Katalog.<sup>46)</sup>

Eine höhere Stufe der Vollständigkeit wird erreicht in den durch *Argelander* ins Leben gerufenen Durchmusterungsarbeiten, die in Bonn und in Cordoba ausgeführt sind. Der erste Teil der Bonner Durchmusterung (BD.), im wesentlichen von *Krueger* und *Schönfeld* beobachtet<sup>47)</sup>, reicht vom Nordpol bis zu  $-2^{\circ}$  Deklination und enthält 324188 Sterne; die Vollständigkeit ist erreicht bis etwa zur Größe  $9,2^m$ , das Verzeichnis enthält aber wenigstens außerhalb der Milchstraßengegend noch viele schwächere Sterne bis zu  $10^m$ . Die von *Schönfeld* ausgeführte Fortsetzung<sup>48)</sup> erstreckt sich auf den Gürtel zwischen  $-2^{\circ}$  und  $-23^{\circ}$  der Deklination, in dem 133659 Sterne verzeichnet sind. In diesem Teile ist Vollständigkeit bis etwa  $9,5^m$  erzielt. Die Durchmusterung des Südhimmels auf der Sternwarte in Cordoba ist bis  $-62^{\circ}$  Deklination fertiggestellt.<sup>49)</sup> Mit 578802 Ster-

43) Geschichte des Fixsternhimmels. Abt. I. Der nördliche Sternhimmel, Bd. 1, 2, 3, 4, Karlsruhe (1922—1925).

44) Cordoba Resultados 1 (1879).

45) Bruxelles Obs. Ann. Nouv. Sér. 1 (1878).

46) *T. W. Backhouse*, Cat. of 9842 stars, Sunderland 1911.

47) Bonner Sternverzeichnis 1.—3. Sektion. Bonn Sternw. Beob. 3, 4, 5 (1859, 1861, 1862). Anastatischer Neudruck mit Berichtigungen und Zusätzen von *F. Küstner* (1903).

48) Bonner Sternverzeichnis 4. Sektion, Bonn Sternw. Beob. 8 (1886).

49) Cordoba Durchmusterung, Cordoba Resultados 16, 17, 18, 21 (1892, 1894, 1900, 1914), im folgenden mit (C.D.) bezeichnet.

nen reicht sie bis zur 10. Größe herab. Für die Südpolarkalotte innerhalb des 62. Grades südlicher Deklination liegt jetzt ein einigermaßen gleichartiges Material nur vor in der auf der Kap-Sternwarte ausgeführten photographischen Durchmusterung des Südhimmels zwischen  $-19^{\circ}$  und dem Südpol.<sup>50)</sup> Sie enthält 454875 Sterne. Davon fallen 61782 Sterne auf das von den visuellen Durchmusterungen nicht bedeckte Areal vom Südpol bis zum Parallel  $-62^{\circ}$ . Die Expositionszeiten sind so gewählt, daß auf den Platten alle Sterne der Bonner Durchmusterung gut meßbar seien. Aber wegen der Verschiedenheit der visuellen und der photographischen Größen ist ein Vergleich bezüglich der Grenzgrößen nicht möglich. Die photographische Grenzgröße der Kap-Durchmusterung wird etwa  $9,2^m$  sein. Die Gesamtzahl der in diesen Durchmusterungen vorkommenden Sterne des Himmels bis zu einer zwischen  $9^m$  und  $10^m$  liegenden, etwas wechselnden Grenzgröße ist rund 1100000.

Eine weitere Hinausschiebung der Grenzgröße für eine Erforschung des Himmels ist nur auf photographischem Wege möglich. Sie wurde eingeleitet von *Gill* durch die eben angeführte Kap-Durchmusterung und verwirklicht durch das schon erwähnte von *Mouchez* organisierte internationale Unternehmen der photographischen Himmelskarte, das aus den 3—4 Minuten belichteten Platten zu einem Katalog der genauen Örter aller Sterne des Himmels bis zu  $11^m$  photogr. führen und in den für die Karte selbst herzustellenden Platten von  $40^m$  Belichtungszeit das Material liefern wird, bis zu einer weit niedrigeren Helligkeitsgrenze vorzudringen.

**9. Kataloge von Sternhaufen und Nebeln.** Für die Bestimmung der Koordinaten der Sternhaufen und der Nebelflecke muß im allgemeinen der Weg des differentiellen Anschlusses an benachbarte Sterne bekannter Position betreten werden. Außer zwei größeren Reihen von Ortsbestimmungen von Nebelflecken am Meridiankreise von *Engelmann* in Leipzig<sup>51)</sup> und *Becker* am Dun-Echt-Observatorium<sup>52)</sup> finden sich nur von einzelnen besonders hellen oder mit sternförmigem Kern versehenen Objekten Örter in Sternkatalogen. Dagegen liegt eine beträchtliche Anzahl von Reihen von Ortsbestimmungen von Sternhaufen und Nebelflecken auf differentiellem Wege teils unmittelbar am Fernrohr teils auf photographischen Platten vor. Der New General Catalogue of nebulae

50) The Cape photogr. Durchmusterung, Cape Obs. Ann. 3, 4, 5 (1896, 1897, 1900), im folgenden mit (C.P.D.) bezeichnet.

51) Astr. Nachr. 104 (1883), p. 193.

52) Edinburgh Obs. Ann. 1 (1902).

and clusters of stars von *Dreyer*<sup>53)</sup> und zwei Ergänzungen dazu geben die vollständigste Sammlung von genäherten Örtern dieser Objekte und der Quellen, aus denen sie entnommen sind. In den Annalen der Straßburger Sternwarte Band IV (1911) sind die aus der großen Straßburger Reihe von Nebelbeobachtungen gewonnenen genauen Positionen sowie die Neubearbeitung mehrerer anderer Reihen von *Wirtz* mitgeteilt. Größere Reihen von aus der Vermessung photographischer Aufnahmen gewonnenen Positionen von Nebelflecken sind in den Veröffentlichungen der Sternwarte Heidelberg Bd. 6, Nr. 4; Bd. 7, Nr. 6, 8 enthalten.

**10. Sternkarten.** Der den Katalogisierungsarbeiten zugrunde liegende Zweck einer vollständigen Aufnahme aller Objekte des Himmels bis zu einer bestimmten Grenze hat meistens auch zur Anfertigung von Karten geführt, die das Bild des Himmels wiedergeben. Aus älterer Zeit ist für uns der *Bayersche* Himmelsatlas wichtig<sup>54)</sup>, weil die Bezeichnungen der helleren Sterne nach Sternbild und Buchstabenzeichen dieses Atlas beibehalten sind. Im 18. Jahrhundert war der von *Flamsteed* herausgegebene Himmelsatlas<sup>55)</sup>, in dem die einzelnen Sterne der Sternbilder nach der Reihenfolge der Rektaszension numeriert waren, maßgebend. Die *Flamsteedschen* Nummern der helleren Sterne sind neben den *Bayerschen* Buchstaben in Gebrauch geblieben. In selteneren Fällen sind die Sternbezeichnungen den Himmelsatlanten von *Hevel*<sup>56)</sup> und *Bode*<sup>57)</sup> entnommen. Für den Südhimmel sind die von *Lacaille*<sup>58)</sup> eingeführten Sternbezeichnungen, soweit sie bei *Bayer* zweifelhaft geblieben waren, nach der in der *Uranometria Argentina*<sup>44)</sup> von *Gould* vorgenommenen gründlichen Neubearbeitung beibehalten. Für die stellarastrophysikalischen Forschungen der neueren Zeit waren Karten erforderlich, die auch hinsichtlich der Helligkeitswiedergabe bei den Sternen größere Genauigkeit erreichten. Dieser Forderung entsprechen die Karten zu *Argelanders Uranometria Nova*, zu *Heis' Atlas Novus Coelestis*, zu *Behrmanns Atlas des südlichen gestirnten Himmels* und *Goulds Uranometria Argentina*.

Die Entdeckung der kleinen Planeten rief Bestrebungen wach, die Beobachter mit Himmelskarten auszurüsten, die auch die telesko-

53) London Astr. Soc. Mem. 49 (1888).

54) *J. Bayer*, *Uranometria, omnium asterismorum continens schemata nova methodo delineata*, Ulm 1603.

55) *J. Flamsteed*, *Atlas Coelestis*, London 1753.

56) *J. Hevel*, *Firmamentum Sobiescianum, sive Uranographia totum coelum stellatum exhibens*, Danzig 1690.

57) *J. Bode*, *Uranographia sive astrorum descriptio*, Berlin 1801.

58) *N. L. de Lacaille*, *Coelum Australe Stelliferum*, Paris 1763.

pischen Sterne bis zu einer bestimmten Grenzgröße enthielten. So entstand der *Hardingsche* Sternatlas und die auf *Bessels* Veranlassung von der Berliner Akademie der Wissenschaften veröffentlichten Akademischen Sternkarten des Himmelsgürtels zwischen  $+ 15^\circ$  und  $- 15^\circ$  Deklination, die bis zur Größe  $9^m-10^m$  reichen und deren letztere den Anspruch auf Vollständigkeit bis zu dieser Grenze erheben. Dem genannten Zweck besonders angepaßt sind die Ekliptikalkarten, die von *Hind*, von *C. H. F. Peters*, von *Chacornac* und den Gebrüdern *Henry* und von *Palisa* hergestellt sind. Keine von diesen Unternehmungen ist vollständig durchgeführt, weil die Fortschritte der Astrophotographie auch für die Herstellung von Karten schneller zum Ziele führende Wege wiesen. In der Tat sind nach Heidelberger Aufnahmen die für die Verfolgung der kleinen Planeten besonders geeigneten *Wolf-Palisa*-Karten des Ekliptikalgürtels hergestellt.

Die Durchmusterungsarbeiten in Bonn, Cordoba und auf der Kap-Sternwarte haben auch zur Herstellung von Himmelskarten gedient. In *Argelanders* Atlas des nördlichen gestirnten Himmels für den Anfang des Jahres 1855 (Bonn 1863, zweite berichtigte Ausgabe von *Küstner*, Bonn 1899) und *Schönfelds* Bonner Sternkarten, Zweite Serie, Atlas der Himmelszone zwischen  $1^\circ$  und  $23^\circ$  südlicher Deklination für den Anfang des Jahres 1855 (Bonn 1887) ist die Bonner Durchmusterung niedergelegt. Für die Cordobaer Durchmusterung sind nur die Karten der Zone  $- 21^\circ$  bis  $- 43^\circ$  (im Jahre 1894) erschienen. *Ristenpart* hat die *Gillsche* photographische Durchmusterung des Südhimmels benutzt zur Herstellung der Santiaginer Karten des Südhimmels, die alle Sterne bis zur 10. Größe jener Durchmusterung enthalten. Erschienen sind (1911) die vom Südpol bis  $- 51^\circ$  reichenden Karten.

Von den an der Ausführung des Unternehmens der photographischen Himmelskarte teilnehmenden Sternwarten führt nur ein Teil auch die Reproduktion der 40 Minuten belichteten Platten aus, die die Sterne bis etwa 14. photographischer Größe zeigen. Die Sternwarte Greenwich hat sämtliche Karten für das ihr zugeteilte Gebiet von  $+ 64^\circ$  bis  $+ 90^\circ$  veröffentlicht. Teilweise liegen die Karten vor von der Zone  $+ 54^\circ$  bis  $+ 65^\circ$  (Rom Vatikan),  $+ 31^\circ$  bis  $+ 40^\circ$  (Brüssel),  $- 3^\circ$  bis  $+ 25^\circ$  (vier französische Sternwarten),  $- 2^\circ$  bis  $- 10^\circ$  (San Fernando),  $- 11^\circ$  bis  $- 17^\circ$  (Tacubaya).

Vollständige photographische Aufnahmen des gestirnten Himmels liegen vor in der Harvard Map und in den *Franklin-Adams*-Sternkarten. Die Harvard-Karte besteht aus zwei Serien von 55 bzw. 60 Glaskopien nach Aufnahmen, die eine Fläche von  $30^\circ$  im Quadrat be-



decken. Die Zentren der einen Serie liegen bei  $0^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$ , die der andern bei  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 75^\circ$  Deklination. Die Aufnahmen sind teils in Cambridge, teils in Arequipa gemacht. Sie reichen bis zur 11., in einzelnen Fällen bis zur 12. Größe.<sup>59)</sup> Der Maßstab der Karte ist  $1^\circ$  etwa gleich 5 mm.<sup>60)</sup> Die *Franklin-Adams*-Karte besteht aus 206 Aufnahmen, die aufeinander übergreifend den ganzen Himmel bedecken. Die Zentren der Platten liegen auf den Parallelkreisen  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  usw. Der Maßstab der Karten ist der der Durchmusterungskarten, etwa  $1^\circ = 20$  mm. Sie reichen bis zur 16. oder 17. Größe.<sup>61)</sup>

Die *Franklin-Adams*-Aufnahmen werden nach Vergrößerung von der Sternwarte Johannesburg verwandt zur Anfertigung einer Karte des Südhimmels. Jede Karte bedeckt ein Areal von  $20^m$  in Rektaszension und  $6^\circ$  in Deklination.

Besondere Bedeutung für stellarastronomische Untersuchungen werden noch die *Kapteyn*schen Auswahlfelder erlangen.<sup>62)</sup> Es sind 206 gleichmäßig über den ganzen Himmel verteilte Felder, die zusammen 400 Quadratgrade am Himmel bedecken und für die aus geeigneten Aufnahmen die Zahl, die visuelle und photographische Helligkeit, die sphärische und die Radialbewegung sowie die Parallaxe der in ihnen enthaltenen Sterne und schließlich die Flächenhelligkeit ermittelt werden soll. Hinzu treten noch 46 Sonderfelder, die in erster Linie bestimmt sind, der Erforschung der Struktur der Milchstraße zu dienen.

**11. Eigenbewegungsverzeichnisse.** Die Entdeckung, daß die relative Lage der Fixsterne keine unveränderliche, sondern mit der Zeit Änderungen unterworfen sei, verdanken wir *Halley*. Er wies solche Eigenbewegungen [Definition der EB. vgl. Encykl. VI 2, 1 (*Anding*), Nr. 2] an vier der hellsten Sterne des Himmels nach.<sup>63)</sup> Trotz der ihm zur Verfügung stehenden großen Zwischenzeit von 2000 Jahren zwischen seiner Zeit und der Zeit des *Hipparch* konnte er wegen der Ungenauigkeit der Ortsbestimmungen nur außergewöhnlich große Be-

59) Die Grenzgröße für die einzelnen Aufnahmen wird ermittelt durch Vergleichung mit Karten engbegrenzter Felder, meist der Umgebung veränderlicher Sterne, für die genaue photometrische Messungen der in ihnen vorkommenden Sterne vorliegen. Dabei muß die Abhängigkeit der Grenzgröße vom Abstand vom Plattenmittelpunkte berücksichtigt werden.

60) Koordinaten der Plattenmittelpunkte und weitere Einzelheiten über die Platten in *Astr. Nachr.* 162 (1903), p. 281 und 200 (1915), p. 413.

61) Bericht über die Arbeit in London *Astr. Soc. Mem.* 60 III (1913).

62) Vgl. *J. C. Kapteyn*, Plan of selected areas, Groningen Lab. Publ. 1906.

63) *E. Halley*, On the change of the latitudes of some of the principal fixed stars, London *Phil. Trans.* 6 (1718).

wegungen erkennen und den Anstoß geben zu weiterer Erforschung. Sicher begründete Eigenbewegungen gab erst *Tobias Mayer*.<sup>64)</sup> Seitdem bildet die Angabe der Eigenbewegung einen zur Vollständigkeit unerläßlichen Teil genauerer Sternkataloge. In größerer Menge leitete *Bessel* Eigenbewegungen der *Bradley*-Sterne durch Vergleich mit dem *Piazzischen* Katalog für 1800 ab, und *Argelanders* *Catalogus Aboensis* (1835) setzte sich als Hauptaufgabe die Ermittlung zuverlässiger Werte der Eigenbewegungen. So bot schon der *British Association Catalogue*<sup>41)</sup> ein umfangreiches Material an Bewegungen. Die *Bradley*-schen Sterne wurden noch einmal durch *Mädler* zum Gegenstand eines besonderen Studiums ihrer Bewegungen gemacht<sup>65)</sup>, und ihre Bewegungen bildeten in der Neureduktion durch *Auwers*, abgeleitet aus der Vergleichung der *Bradleyschen* Örter mit neueren *Greenwicher* Beobachtungen um die Epoche 1863 aus einem Zwischenraum von durchschnittlich 110 Jahren einen wesentlichen Bestandteil der Festlegung der Fundamentalsysteme.<sup>66)</sup> In den Fundamentalkatalogen, am ausgiebigsten und am besten verarbeitet zur Zeit wohl im *Bossschen* *P.G.C.*<sup>48)</sup>, findet man das zuverlässigste Material an Eigenbewegungen. Die durch Vergleichung mit älteren Beobachtungen bei der Zusammenstellung neuerer Kataloge abgeleiteten Eigenbewegungen sind in der Regel in den Katalogen mit angeführt. Zwei größere, aus der Vergleichung aller in den verschiedenen vorhandenen Katalogen angegebenen Positionen jedes einzelnen Sternes hervorgegangene Kataloge von Eigenbewegungssternen gab *J. Bossert*<sup>67)</sup> heraus. In den Bänden der *Geschichte des Fixsternhimmels*<sup>43)</sup> wird das bis zum Ende des 19. Jahrhunderts angehäuften Material für solche Eigenbewegungsbestimmungen in übersichtlicher Form geordnet dargeboten werden. Eine Zusammenstellung aller Sterne der Durchmusterungen, für die bislang Eigenbewegungen abgeleitet wurden, ist enthalten in dem *Eigenbewegungslexikon* von *Schorr* (Hamburg 1923). Es enthält

64) *T. Mayer*, *De motu fixarum proprio commentatio* [1760]. Op. inedita, Göttingen (1775).

65) *Dorpat Beob.* 14 (1856).

66) Die *Auwersschen* Eigenbewegungen der *Bradley*-Sterne sind zusammengestellt und bearbeitet von *H. Kobold*, *Halle Nova acta* 64, Nr. 5 (1895). In ihre Komponenten in bezug auf die Richtung der Sonnenbewegung zerlegt sind sie von *Kapteyn* in *Groningen Lab. Publ.* 7 (1900) und nach Reduktion auf die *Newcombsche* Präzessionskonstante und Befreiung von den systematischen Fehlern der Sternörter der beiden verglichenen Kataloge in *Groningen Lab. Publ.* 9 (1902) angegeben.

67) *Paris Obs. ann.*, observ. 1888 (1896) und *Paris Obs. ann.*, mém. 29 (1920); letzterer Katalog nach *Bosserts* Tode von *L. Schulhof* herausgegeben und erweitert.

21455 Sterne; doch sind die Zonen  $+90^\circ$  bis  $+64^\circ$ ,  $+32^\circ$  bis  $+24^\circ$ ,  $-40^\circ$  bis  $-52^\circ$  in dieser Zusammenstellung nicht berücksichtigt, weil für sie vollständige Verzeichnisse der Eigenbewegungen vorliegen.<sup>68)</sup> Zieht man diese drei Kataloge hinzu, so verfügt man über alle verlässlich bestimmten Eigenbewegungen.

Eine Liste der Sterne, deren Eigenbewegung mindestens  $0,5''$  ist, stellte *Bossert* 1890 auf.<sup>69)</sup> Sie enthält 269 Sterne. Eine ähnliche Zusammenstellung von *Kobold* 1906<sup>70)</sup> umfaßt 307 Sterne, *Van Maanen*<sup>71)</sup> zählt 1916 schon 531 und *Luyten*<sup>72)</sup> 1922 749 Sterne mit Eigenbewegung über  $0,5''$ . Das Cincinnati-Observatorium hat sich die Ableitung der Eigenbewegungen und die Beobachtung von Sternen mit merklicher Eigenbewegung zur besonderen Aufgabe gewählt und mehrere Verzeichnisse solcher Sterne veröffentlicht.<sup>73)</sup> Eine Zusammenfassung dieser Beobachtungen und die Ableitung der aus der Verbindung mit den vorhandenen älteren Beobachtungen sich ergebenden Eigenbewegung ist im 18. Bande der *Publ. of the Cincinnati Obs.* (Cincinnati 1915—1922) gegeben. Der aufgestellte Katalog enthält 3164 Sterne. Berücksichtigt sind nur Sterne, die nicht schon im *Bossschen P.G.C.* vorkommen, und nur solche, deren Bewegung  $10''$  im Jahrhundert beträgt, und für die eine Zwischenzeit von wenigstens 50 Jahren zur Verfügung steht. Das Eigenbewegungsmaterial des *Bossschen* Katalogs ist von *C. V. L. Charlier* in Lund Meddelanden (2) Nr. 9 (1913) zu einer in vielen Fällen sehr nützlichen Übersicht verarbeitet. Die Sphäre ist in 48 inhaltsgleiche Felder symmetrisch zum Äquator geteilt, und für jedes der Felder werden die mittleren Bewegungen in R.A. und Deklination sowie die Charakteristiken der Verteilung, die Dispersion und die Korrelationskoeffizienten gegeben, und zwar getrennt für die Sterne heller als  $4^m$ , für die Sterne der 4., die der 5. Größe und für alle Sterne bis  $6,0^m$ .

Durch eine systematische Neubeobachtung der älteren Kataloge, soweit ihnen eine genügende Sicherheit der Örter beigelegt werden darf, ist eine besonders große Ausbeute an Eigenbewegungen zu er-

68) *Astrographic Catalogue 1900.0*, Greenwich section  $+64^\circ$  to  $+90^\circ$ , Vol. 4, London (1921). *Greenwich Catalogue of stars for 1910.0*, P. II Zone  $+24^\circ$  to  $+32^\circ$ , London (1920). *A Catalogue of 8560 Astrographic standard stars betw. decl.  $-40^\circ$  and  $-52^\circ$  for 1900*, London 1906.

69) *J. Bossert*, *Paris Bull. astr.* VII (1890), p. 98.

70) *H. Kobold*, *Bau des Fixsternsystems*, Braunschweig 1906.

71) *Astroph. Journ.* 41 (1915), p. 187 nebst Verbesserungen und Zusätzen. ebenda 43 (1916), p. 248.

72) *Lick Obs. Bull.* 11 (1922), p. 1.

73) *Cincinnati Obs. Publ.* 13 (1895); 14 (1898); 15 (1905); 19 (1922).

warten. Solche Neubeobachtungen sind durchgeführt für die *Bradley*-schen Sterne außer in Greenwich auch in Pulkowa, für die *Tobias Mayer*-Sterne in Gotha, für die *Piazzi*-Sterne in Cincinnati und auf dem Lick-Observatorium, für die *Lalande*-Sterne zu Paris, für die *Groombridge*-Sterne in Greenwich. Alle Sterne bis zur 9. Größe und schwächere, wenn ältere Beobachtungen vorlagen, sind in die Zonen der Astronomischen Gesellschaft aufgenommen, so daß bis zu dieser Grenze eine gewisse Vollständigkeit unserer Kenntnis der Eigenbewegungen für den Nordhimmel erreicht ist. Für den Südhimmel wird durch die Neubeobachtung der *Lacaille*-Sterne am Kap-Observatorium wegen der Unsicherheit der Ausgangsörter das Gleiche noch nicht erreicht werden können.

Die Bestimmung der Bewegung der Sterne, die unterhalb der den Meridiankreisen erreichbaren Helligkeitsgrenze liegen, kann nur auf mittelbarem Wege erfolgen. Nach *W. Struves* Vorgang werden schwache Sterne in der Nähe hellerer Sterne an diese angeschlossen und aus der relativen Bewegung durch Abzug der bekannten Bewegung des hellen Sternes die Bewegung des schwachen abgeleitet.<sup>74)</sup> Statt der mikrometrischen Vergleichung am Fernrohr kann man aber auch eine photographische setzen. Man mißt zwei zu verschiedenen Zeiten aufgenommene Platten der gleichen Gegend aus, oder besser man macht auf ein und derselben Platte zu zwei verschiedenen Zeiten Aufnahmen der zu untersuchenden Gegend und ermittelt durch mikrometrische Ausmessung der beiden Aufnahmen die relative Lage der einzelnen Sterne. Zweckmäßig erzeugt man in jeder der beiden Epochen zwei oder drei Bilder der Sterne nebeneinander auf der Platte zur Erzielung größerer Sicherheit des Resultats. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß man gleichzeitig für die Gesamtheit der Sterne der Platten deren Bewegungen erhält und daraus die Bewegungen der schwachen Sterne relativ zum Mittel der Bewegungen aller auf der Platte vorkommenden Sterne bekannter Bewegung ermitteln kann. Auf diesem Wege sind besonders von *Kapteyn* und seinen Mitarbeitern<sup>75)</sup> Eigenbewegungsbestimmungen ausgeführt. Für die Sterne der *Kapteyn*schen Auswahlfelder kommt diese Methode auch zur Verwendung.

74) Eine 166 Sterne umfassende Liste nach Messungen von *W. und O. Struve* in Pulkova Obs. 10 (1893). Weitere Beobachtungsreihen dieser Art in: *Engelhardt* Observ. 2 (1890), p. 34; 3 (1895), p. 171; Washburn Obs. Publ. 12, 14 von *Comstock*; Straßburg Ann. 4 (1911), p. 177 von *Wirtz*; Astr. Nachr. 185 (1910), p. 213 von *Lau*; Washington Carnegie Inst. Publ. 168 (1913) von *Burnham*.

75) *Kapteyn* und *de Sitter* Groningen Lab. Publ. 19 (1908) (3300 Sterne); *Kapteyn* und *Weersma* ebenda 25 (1914) (3714 Sterne); *Kapteyn* und *van Rhijn* ebenda 28 (1918) (2380 Sterne).

Die Vergleichung zweier zu verschiedenen Zeiten mit dem gleichen Instrument aufgenommenen Platten eines Sternfeldes kann auch mit dem Stereokomparator erfolgen. Dabei erkennt man die bewegten Sterne durch das räumliche Vortreten ihrer Bilder und mißt die Bewegung relativ zu benachbarten unbewegten Sternen. Solche Messungsreihen sind von *Wolf*<sup>76)</sup>, *Innes*<sup>77)</sup>, *Furuhjelm*<sup>77a)</sup> und von *Turner* und *Bellamy*<sup>78)</sup> ausgeführt.

Für die Erforschung der Bewegungen der Sterngruppen, Sternhaufen und Nebelflecke sind Beobachtungen am Meridiankreise oder unmittelbare mikrometrische Vermessung nur in beschränktem Maße anwendbar. Die Eigenbewegung der hellen Sterne der Plejadengruppe ist aus Meridianbeobachtungen zuverlässig bekannt. Schon von *Bessel* ist aber eine Vermessung der sämtlichen seinem Heliometer zugänglichen Sterne des Haufens ausgeführt<sup>79)</sup>, und durch die Wiederholung und Erweiterung dieser Vermessung in späterer Zeit<sup>80)</sup> sind die Bewegungen dieser Gruppe sehr sicher bestimmt. Das Hauptaugenmerk bei diesen Messungen ist aber gerichtet auf die relativen Bewegungen innerhalb der Gruppe und weniger auf die Bewegung der Gruppe als Ganzes.

Die Bestimmung der Eigenbewegung der Sternhaufen und Nebelflecken muß sich jetzt noch fast ausschließlich stützen auf die Vergleichung der aus älteren mikrometrischen Anschlußbeobachtungen mit den aus neueren gleichartigen Messungen oder Ausmessungen photographischer Platten gewonnenen Positionen. Die früheste Reihe genauer Nebelörter ist die von *Schultz*<sup>81)</sup> für die Epoche 1865.0. Sie ist von *Wirtz* in einer mit verbesserten Sternörtern ausgeführten Neubearbeitung mit neueren photographischen und mikrometrischen Positionen für die Epoche 1900.0 verglichen<sup>82)</sup>, und aus den der Zwischenzeit von etwa 40 Jahren entsprechenden Differenzen sind die Bewe-

76) Heidelberg Sternw. Veröff. 7 (1919), Nr. 10, 1053 Sterne. Weitere Listen in den Astr. Nachr.

77) Johannesburg Union Obs. Circ. 28, 35, 37, 39, 43, 46—49, 53—56, 58, 59 (1915—1923).

77a) Acta Soc. Fenn. 48, Nr. 1 (1916).

78) London Astr. Soc. Month. Not. 69 (1909), p. 57, 491; 71 (1910), p. 45, 582; 72 (1911), p. 65; 74 (1913), p. 26, 27; 75 (1915), p. 425; 76 (1916), p. 102, 428, 538, 657; 78 (1918), p. 471, 591.

79) *F. W. Bessel*, Astr. Untersuch. I, Nr. 5, Königsberg 1841.

80) Über das vorhandene Beobachtungsmaterial vgl. *F. Hayn*, Die Plejaden, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 38, Nr. 6 (1921); auch Astr. Nachr. 209 (1919), p. 355; 211 (1920), p. 233.

81) Upsala Nova acta (3) 9 (1874), H. 2.

82) Astr. Nachr. 203 (1917), p. 197, 293.

ungen abgeleitet. Wegen des Einflusses der systematischen Beobachtungsfehler und der Eigenbewegung der Vergleichsterne<sup>83)</sup> sind diese Bewegungen mit einer erheblichen Unsicherheit behaftet, die erst behoben werden wird, wenn photographische Aufnahmen mit größerer Epochendifferenz verglichen werden können. In der Tat besteht ein erheblicher Widerspruch zwischen den aus dieser Vergleichung abgeleiteten Bewegungen und den für ein paar der Nebel von *van Maanen*<sup>84)</sup> aus zur Parallaxenbestimmung benutzten photographischen Aufnahmen gewonnenen.

Systematische Fehler der Eigenbewegungen üben, wie schon *Gauß* (Brief an *Obers* 5. April 1838) hervorhebt, einen sehr bedeutenden Einfluß auf die Bestimmung der Bewegung der Sonne im Raume aus, weil beide Bewegungen Größen gleicher Ordnung sind. Es bieten deshalb die Resultate für die Richtung der Sonnenbewegung, die sich bei einer Teilung der Sterne nach der Größe der Eigenbewegung aus den verschiedenen Klassen ergeben, ein Kriterium für die Freiheit der Eigenbewegungen von systematischen Fehlern. Bis in die neuere Zeit ist man aber von falschen Voraussetzungen ausgegangen bezüglich des Charakters der Eigenbewegungen, so daß eine Vermischung der beiden Fehlerquellen eintrat. In Frage kommen nur systematische Fehler der Deklinationen und der Eigenbewegungen in Deklination. Eine Untersuchung des *Bossschen* P.G.C. durch *J. C. Kapteyn*<sup>85)</sup> führte zur Ableitung einer Korrektur der jährlichen Bewegungen in Deklination im Betrage von  $+0,0130''$  und dieses Resultat ward von *H. van den Bos*<sup>86)</sup> durch Vergleichung der *Bossschen*  $\delta$ -Bewegungen mit den von *S. Burnham* auf mikrometrischem Wege bestimmten, also von den die systematischen Fehler der Deklinationen erzeugenden Fehlerquellen unabhängigen Bewegungen bestätigt. *W. B. Varnum*<sup>87)</sup> findet auf gleichem Wege, indem er in die Bewegungen ein von  $t$  abhängiges Glied einführt, das aber kein wirklicher Bestandteil derselben sein, sondern nur der allmählichen Anpassung des Fundamentalsystems an die wahren Verhältnisse Rechnung tragen soll, eine Korrektur der jährlichen  $\delta$ -Bewegungen von  $+0,0046''$ . Ein anderer Weg führt nach *P. J. van Rhijn*<sup>88)</sup> zur Bestimmung der systematischen Korrektur der  $\delta$ -Bewegungen aus den relativen Eigenbewegungen

83) Astr. Nachr. 203 (1917), p. 299, 305.

84) Mt. Wilson Obs. Contrib. Nr. 237 (1922), p. 12.

85) Bull. Astr. Inst. Netherl. 1 (1922), p. 69.

86) Bull. Astr. Inst. Netherl. 1 (1922), p. 155.

87) Astr. Nachr. 222 (1924), p. 241.

88) Bull. Astr. Inst. Netherl. 1 (1923), p. 209.

der helleren Sterne bezüglich der Sterne zweier höherer Größenklassen, etwa  $10^m$  und  $13^m$ .

**12. Radialbewegungen.** Die ersten Versuche auf Grund des *Doppler-Fizeauschen* Prinzips, die Bewegungen der Sterne in der Richtung der Gesichtslinie ( $\Delta\rho$ ) zu ermitteln, wurden von *Secchi*<sup>89)</sup> und *Huggins*<sup>90)</sup> 1867 unternommen, waren aber erfolglos. Die Widersprüche in den Einzelwerten *Huggins'* waren so groß, daß sie den Zweifeln mancher Physiker an der Anwendbarkeit des Prinzips auf Lichtwellen selbst neue Nahrung gaben. Weitere 20 Jahre lang blieben alle Bemühungen in England und Deutschland, auf visuellem Wege zuverlässige Resultate zu erlangen, vergeblich. In Greenwich gelang es nicht, den mittleren Fehler einer Beobachtung unter  $\pm 15$  englische Meilen, also  $\pm 23$  km<sup>91)</sup> herabzudrücken, ganz abgesehen von großen, unbekanntem systematischen Fehlern. Die Hilfsmittel waren der Aufgabe nicht gewachsen, da einer Bewegung von 10 km/sec nur eine Verschiebung der Natriumlinie *D* im Betrage von  $0,02 \mu\mu = 0,0000002$  mm entspricht. Erst 1890 vermochte *Keeler* mit dem 36''-Refraktor und den sonstigen Hilfsmitteln des Lick-Observatoriums auf visuellem Wege an drei Sternen Werte zu erhalten, die Vertrauen verdienten. Er fand für  $\alpha$  Bootis  $\Delta\rho = -6,8$ ,  $\alpha$  Tauri  $\Delta\rho = +55,2$ ,  $\alpha$  Orionis  $\Delta\rho = +15,8$  km/sec. Gleichzeitig dehnte er die Beobachtungen auch aus auf die Nebelflecken. Für den Orionnebel ergab sich  $\Delta\rho = +17,7$  km/sec, und für 13 planetarische Nebel folgten Werte zwischen  $+48$  und  $-65$  km/sec.<sup>92)</sup> Die weitere Verfolgung dieser Arbeiten unterblieb aber, da inzwischen *H. C. Vogel*, unterstützt durch *J. Scheiner*, mit Hilfe des von ihm erbauten Spektrographen unter Ausnutzung der großen Fortschritte, die die Astrophotographie seit der Erfindung der Trockenplatten (1875) gemacht hatte, die große Überlegenheit der photographischen Methode für die Bestimmung der  $\Delta\rho$  praktisch nachgewiesen hatte.

Die 1892 veröffentlichten mit dem 12''-Refraktor des Potsdamer Observatoriums erlangten Werte der Radialgeschwindigkeiten von 52 Sternen<sup>93)</sup> beruhten auf Messungen, bei denen der w. F. einer Messung nur noch  $\pm 2,6$  km/sec betrug, und es war klar, daß die Methode eine noch größere Sicherheit zu erlangen gestattete, wenn

89) *A. Secchi*, Die Sterne, Leipzig 1878, p. 199.

90) London Astr. Soc. Month. Not. 41 (1880), p. 119.

91) Vgl. *H. Homann*, Beiträge zur Untersuchung der Sternbewegungen, Diss., Berlin 1885.

92) Lick Obs. Publ. 3 (1894), p. 195, 217.

93) Potsdam Astroph. Obs. Publ. 7, T. 1 (1892).

ein entsprechend großes Instrument benutzt werden konnte. So ging die weitere Ausnutzung des großen Erfolges zunächst auf die über größere optische Hilfsmittel verfügenden Institute über. Mitte der 90<sup>er</sup> Jahre wandte *A. Belopolsky* den 30"-Pulkowaer Refraktor mit schönem Erfolge zur Messung veränderlicher Radialgeschwindigkeiten an, und bei dem von *Campbell* besonders für die Bestimmung der Radialgeschwindigkeiten konstruierten, die Einflüsse der Biegung und der Temperaturänderung möglichst unschädlich machenden Spektrographen in Verbindung mit dem 36" Refraktor der Licksternwarte ging der w. F. einer Bestimmung auf  $\pm 0,5$  km/sec unter günstigen Verhältnissen zurück. Durch die spektrographische Bestimmung bekannter Geschwindigkeiten, wie der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne, der Bewegung der Planeten und besonders durch den Nachweis, daß der mit der Stellung der Erde gegen den Stern sich ändernde Einfluß der Bewegung der Erde in ihrer Bahn, der in günstigen Fällen auf  $\pm 30$  km/sec sich beläuft, in den gemessenen relativen Bewegungen seinem wirklichen genauen Betrage nach zutage tritt, wurde die Richtigkeit des Prinzips der Methode und die Freiheit der Resultate von erheblichen systematischen Fehlern überzeugend dargetan. Die Hauptschwierigkeit, auf die man stieß, war die ganz unerwartete Feststellung der großen Häufigkeit von Doppel- und mehrfachen Sternsystemen, die so eng sind, daß eine Trennung der Komponenten die auflösende Kraft der zur Verfügung stehenden optischen Hilfsmittel übersteigt, oder deren eine Komponente nichtleuchtend oder so schwach leuchtend ist, daß sie sich weder dem Auge noch der photographischen Platte verrät, während ihr Einfluß in der Veränderlichkeit der Bewegung des sichtbaren Sternes sich bemerkbar macht. Bei den helleren Sternen ist der Prozentsatz an spektroskopischen Doppelsternen zu etwa 30% zu veranschlagen. Es können daher immer erst mehrere Beobachtungen entscheiden, ob veränderliche Radialgeschwindigkeit anzunehmen ist. Den w. F. einer einzelnen Radialgeschwindigkeitsbestimmung bei einem günstigen Stern vom zweiten Typus gibt *Plaskett*<sup>94)</sup> zu  $\pm 0,5$  km/sec an bei Anwendung eines 3-Prismen-Spektrographen. Der Fehler steigt aber bei den Sternen der früheren Typen und Anwendung nur eines Prismas auf  $\pm 2$  km und kann bei starker Verwaschenheit der Linien bis  $\pm 11$  km/sec anwachsen. Neben den Messungsfehlern sind offenbar noch physikalische Fehlerquellen in den Sternatmosphären vorhanden, die zur Vorsicht in der Interpretation der Linienverschiebung als Ausdruck der wirk-

94) *Astroph. Journ.* 32 (1910), p. 230.



lichen Bewegung des Sterns im Raume zwingen. *Frost*<sup>95)</sup> hebt persönliche Messungsfehler selbst bei einwandfreien Aufnahmen hervor, die bei den gleichen Aufnahmen Differenzen von  $\pm 1$  km/sec erzeugen können und bei Anwendung verschiedener Instrumente noch größere Beträge annehmen. Im einzelnen wurden die systematischen Differenzen zwischen den Resultaten der vorzüglichsten Quellen für Radialbewegungen der Sterne von *Ludendorff*<sup>96)</sup> und *Adams*<sup>97)</sup> untersucht.

Die Verwendung des Objektivprismas zur Bestimmung von Radialgeschwindigkeiten kommt in erster Linie für statistische Zwecke in Frage. *Pickering*<sup>98)</sup> schlug für die Messung von Radialgeschwindigkeiten auf solchen Aufnahmen eine Reversion des Prismas und Benutzung von Sternen der Platte mit bekannter Radialbewegung zur Bestimmung der normalen Lage einer bestimmten Linie in den beiden Bildern des Spektrums der einzelnen Sterne vor. Die Theorie dieser Methode wurde von *Schwarzschild*<sup>99)</sup> entwickelt. *Hamy*<sup>100)</sup> beschreibt ein Verfahren zum Aufkopieren eines Vergleichsspektrums auf die Platte. Nach einem Vorschlage von *Wood*<sup>101)</sup> verwendet man zur Erzeugung einer künstlichen Vergleichsabsorptionslinie bekannter Wellenlänge ein Neodymchloridfilter vor dem Objektiv. Diese Methode gestattet die Bestimmung von Radialgeschwindigkeiten bei Sternen 9. Größe bis auf etwa  $\pm 10$  km/sec genau.<sup>102)</sup>

Das in den Veröffentlichungen der Sternwarten, die an der Arbeit der Bestimmung der Radialbewegungen der Sterne beteiligt sind, zerstreute Beobachtungsmaterial<sup>103)</sup> ist von *Voûte* in einem Gesamtkataloge zusammengetragen.<sup>104)</sup> Dieser Katalog enthält die Radialgeschwindigkeiten von 2071 Objekten, unter denen sich 148 Nebel und Sternhaufen befinden. *W. Gyllenberg* hat für die 48 *Charlierschen* Felder

95) *Astroph. Journ.* 31 (1910), p. 377.

96) *Astr. Nachr.* 197 (1914), p. 1.

97) *Astroph. Journ.* 42 (1915), p. 185.

98) *Astr. Nachr.* 142 (1897), p. 105; 171 (1906), p. 137.

99) *Potsdam Astroph. Obs. Publ.* 23, Nr. 69 (1913).

100) *Paris C. R.* 158 (1914), p. 81.

101) *Astroph. Journ.* 31 (1910), p. 376.

102) *Astr. Nachr.* 184 (1910), p. 201.

103) Größere Zusammenstellungen sind gegeben vom Lick Observatory in *Lick Obs. Bull.* 6 (1911), p. 101; 7 (1912), p. 19, 113; von *Küstner* in *Astroph. Journ.* 27 (1908), p. 301; vom Mt. Wilson Obs., ebenda 42 (1915), p. 172; vom Cape Observ. in *Cape Obs. Ann.* 10, P. 1 (1911), P. 5 (1921); *Astroph. Journ.* 48 (1918), p. 261; 50 (1919), p. 161; vom Dominion Obs. Ottawa in *Publ.* 4 (1919), p. 331; vom Victoria Observ. *Vict. Publ.* 2, Nr. 1 (1921).

104) *J. Voûte*, *First Catalogue of Radial Velocities*; *Natuurkundig Tijdschrift voor Ned.-Indië* 80, Nr. 2, Weltevreden 1920.

des Himmels unter Benutzung von 1640 Sternen, deren Eigenbewegung und Radialbewegung bekannt ist, mittlere Werte dieser Bewegungen zusammengestellt in Lund Meddelanden (2) Nr. 13 (1915).

Über die Radialbewegungen der Gasnebel liegt eine erschöpfende Bearbeitung von *Campbell* und *Moore* im Teil IV des der Erforschung der Nebel gewidmeten 13. Bandes der Publications of the Lick Observatory (1918) vor. Die Untersuchungen erstrecken sich auf 125 ein Spektrum von hellen Linien besitzende Nebel, von denen 17 der Großen, 1 der Kleinen Magellanischen Wolke angehören.

Mit der Bestimmung der Radialbewegung der Spiralnebel hat sich besonders *Slipher* auf dem Lowell Observatory zu Flagstaff Ariz. beschäftigt. Die bis 1914 erzielten Resultate sind in Publ. III der American Astr. Society (1918), p. 100, zusammengestellt.<sup>105)</sup> Die gefundenen außerordentlich großen Linienverschiebungen sind durch weitere Beobachtungen an derselben Sternwarte sowie am Lick und Mount Wilson Observatory bestätigt worden und können zur Zeit nicht anders erklärt werden als durch die Annahme, daß sie auf Grund des *Doppler-Fizeauschen* Prinzips der Ausdruck einer Bewegung seien. Auch für 16 Kugelsternhaufen sind die Radialbewegungen durch *Slipher* bekannt geworden.<sup>106)</sup>

**13. Parallaxen. Trigonometrische Methoden.** Die Entwicklung der Methode der trigonometrischen Parallaxenbestimmung ist schon in Encykl. VI 2, 2 (*F. Cohn*), Nr. 9c dargestellt mit Nachweis der Quellen für die Resultate. Der um die Zeit dieses Berichtes (1905) vorliegende Stand der Frage der Fixsternentfernungen wurde auch durch *Kostinsky*<sup>107)</sup> einer historisch-kritischen Besprechung unterzogen. An hinreichend zuverlässigem Material aus der Zeit, seit durch *Halleys* Entdeckung der Eigenbewegungen die Endlichkeit der Entfernungen der Fixsterne erwiesen und seit im Jahre 1838 gleichzeitig für drei Sterne von *Bessel*, *Struve* und *Henderson* die Aufgabe der Entfernungsbestimmung auf drei verschiedenen Wegen gelöst war, lagen neben einigen Einzelwerten nur die Heliometerreihen vom Kap<sup>108)</sup>, von New Haven<sup>109)</sup> und Leipzig<sup>110)</sup> vor mit völlig gesicherten Werten

105) Weitere Werte von Radialgeschwindigkeiten von Spiralnebeln finden sich London Astr. Soc. Month. Not. 84 (1924), p. 766.

106) Die Werte sind angegeben London Astr. Soc. Month. Not. 84 (1924), p. 752.

107) Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ. (2) 17 II (1905).

108) Cape Obs. Ann. 8, Part 2 (1900).

109) Yale Univ. Obs. Trans. 1, Part 6 (1902).

110) Leipzig Ges. d. Wiss., Abhandl. 22, Nr. 4; 24, Nr. 3; 27, Nr. 6 (1895—1902).

der Parallaxen der hellsten Sterne und der Sterne mit größter Eigenbewegung des Himmels und außerdem eine Anzahl mit größerer Unsicherheit behafteter, aber doch innerhalb dieser Grenzen noch zuverlässiger Bestimmungen nach der zuerst von *Auwers* angewandten, später von *Kapteyn*<sup>111)</sup> ausgebildeten und von *Flint*<sup>112)</sup> ausgiebig angewandten Methode der Rektaszensionsdifferenzen.

Seit der Zeit jenes Berichtes ist nun aber die photographische Methode der Einzelbestimmung von Parallaxen soweit entwickelt, daß sie jetzt als die erfolgreichste Methode anzusehen ist. Die bei den ersten Anwendungen der Methode durch *Rutherford*<sup>113)</sup> und in einer großen Beobachtungsreihe von *Pritchard*<sup>114)</sup> erhaltenen Parallaxenwerte hatten sich als mit sehr erheblichen systematischen Fehlern behaftet herausgestellt.<sup>115)</sup> Besonders auffällig traten solche Fehler in die Erscheinung bei einer Untersuchung *Wilsings*<sup>116)</sup> über die Parallaxe von 61 Cygni mit Hilfe von 116 Aufnahmen. *Kapteyn*<sup>117)</sup> erkannte als Ursachen dieser Fehler 1. den Einfluß ungleicher Helligkeit des zu untersuchenden Sterns und der Vergleichsterne und 2. den einer Verschiedenheit der Fernrohrlage. Das Zusammenwirken dieser beiden Fehlerquellen mit der Dispersion in der Atmosphäre und den Unvollkommenheiten in der Nachführung des Fernrohrs erzeugt die als „Führungsfehler“ und als „Stundenwinkelfehler“ bezeichneten Quellen systematischer Fehler. Der Stundenwinkelfehler ließ sich durch Beobachtung in der gleichen Lage des Instruments in der Nähe des Meridians leicht beseitigen, zur Unschädlichmachung des Führungsfehlers führte die Abschwächung des helleren Sternes. *Russell*<sup>118)</sup> erzielte die Abschwächung durch eine vor der photographischen Platte angebrachte Glasplatte, die einen gelb gefärbten Gelatinefleck trug, durch den das Licht des helleren Sternes passieren mußte. *Schlesinger*<sup>119)</sup> verwandte mit noch größerem Erfolge ein vor der photographischen Platte befindliches rotierendes Scheibchen mit einem Sektor-Ausschnitt von verstellbarer Größe, der das Licht des helleren Sternes nur für einen bestimmten Teil der Gesamtbelichtungsdauer auf die Platte wir-

111) Leiden Sternw. Ann. 7 (1897).

112) Washburn Obs. Publ. 11, Madison (1902).

113) Columbia Coll. Obs. Contr. 5, 6 (New York 1893, 1895); Astron. Journ. 13 (1893), p. 37.

114) Oxford Univ. Obs., Observ. Fasc. 3, 4 (1889, 1892).

115) Astr. Ges. Vjs. 28 (1893), p. 117.

116) Potsdam Astroph. Obs. Publ. 11, Nr. 36 (1897).

117) Groningen Lab. Publ. 1 (1900).

118) Astron. Journ. 26 (1910), p. 147.

119) Astroph. Journ. 32 (1910), p. 384.

ken ließ. Durch Verwendung geeigneter nur für Strahlen einer bestimmten Wellenlänge empfindlicher Platten bei nicht speziell für photographische Zwecke berechneten Objektiven oder auch von Farbfiltern wurden scharfe und so sicher zu messende Bilder gewonnen, daß es gelang, Resultate zu erzielen, bei denen der zufällige Fehler einer Einzelparallaxe nur noch  $\pm 0,017''$ <sup>120)</sup> beträgt. Durch den Zusammenschluß einer Reihe von Sternwarten zu gemeinsamer Arbeit ist seitdem schon ein sehr umfangreiches Material<sup>121)</sup> an photographisch bestimmten Parallaxen von großer Zuverlässigkeit für mehr als 1000 Sterne angesammelt.

Die Heliometermessungen wurden ebenfalls in Leipzig<sup>122)</sup> und in New Haven<sup>123)</sup> fortgeführt und ergaben durch die Aufnahme schwächerer, stark bewegter Sterne in das Programm wertvolles Vergleichsmaterial. Der am Schluß des zweiten Bandes der Yale Observations gegebene Gesamtkatalog umfaßt 243 Sterne.

Für die Bestimmung von Parallaxen durch Rektaszensionsdifferenzen am Meridiankreise schien durch die Einführung des *Repsold*-schen selbstregistrierenden Mikrometers ein Mittel gegeben zu sein, die Beobachtungsgenauigkeit wesentlich zu vergrößern und systematische Fehler zu vermeiden. Das führte in der Tat zu einer Fortführung der Beobachtungsreihe von *Flint*<sup>124)</sup> sowie zur Aufnahme gleichartiger Beobachtungen von mehreren anderen Seiten.<sup>125)</sup> *Grossmann* schlug vor, diese Methode zu einer Parallaxen-Durchmusterung des Himmels zu verwenden, und bestimmte die relativen Parallaxen von 231 Sternen bis  $6,5^m$  der Zone  $+15^\circ$  bis  $+20^\circ$  durch Anschluß an 534 schwache Sterne aus der gleichen Zone.<sup>126)</sup> Die er-

120) Vgl. *G. Schnauder*, Astr. Nachr. 217 (1923), p. 5.

121) Zusammenstellungen der Resultate: Allegh. Obs. Publ. 4 (1919), 5 (1920); Astron. Journ. 33 (1921), p. 136, 171; Dearborn Obs., Paris C. R. 168 (1919), p. 1095; 172 (1921), p. 1016; Greenwich Obs., London Astr. Soc. Month. Not. 75 (1915), p. 592; 81 (1920), p. 32; 82 (1921), p. 34; 83 (1922), p. 64; Leander McCormick Obs. Publ. 3 (1922); Mt. Wilson Obs. Contr. 6 (1915), p. 131; 7 (1917), p. 189; 8 (1918), p. 235; 9 (1919), p. 175; 10 (1921), p. 93; Sproul Obs. Publ. 4, 5, 6 (1919—1922); Yerkes Obs. Publ. 4, Part 1 (1917); Part 3 (1920); Astron. Journ. 33 (1920), p. 92. Weitere Zusammenstellungen von Resultaten der amerikanischen Sternwarten im Astron. Journ. 34, 35.

122) Leipzig Ges. d. Wiss. 30, Nr. 4 (1908); 38, Nr. 1 (1920).

123) Yale Univ. Obs. Trans. 2 (1912); am Schluß Zusammenstellung aller am Yale Univ. Obs. bestimmten Parallaxen.

124) Washburn Obs. Publ. Vol. 13, P. 1, Madison (1919).

125) Heidelberg Veröff. 4 (1906), Beob. *Jost*; Rom Osserv. Coll. Rom. (3) 5, Part. 2 (1912), Beob. *Abetti*; Charkow Obs. Ann. 3 (1912), Beob. *Jewdokimov*; Königsberg Beob. 43, Nr. 4 (1919), Beob. *Jost*.

126) München Sternw. Neue Ann. 5, Heft 1 (1917).

haltenen Parallaxen sind mit einem aus der inneren Übereinstimmung abgeleiteten m. F. von  $\pm 0,043''$  behaftet, und in ihrer Gesamtheit sind die Resultate der Beobachtungsreihe als reell anzusehen und lassen die Methode als für eine parallaktische Durchmusterung und zur Bestimmung von Durchschnittswerten der Parallaxe geeignet erscheinen, während die erhaltenen Einzelwerte der Parallaxe nicht verbürgbar sind und das Ziel auf photographischem Wege sehr viel schneller und auch sicherer erreichbar ist. Daß aber auch bei Anwendung des Registriermikrometers und von Abblendung noch kein ausreichender Schutz gegen Auftreten erheblicher systematischer Fehler gegeben ist, bewies eine Beobachtungsreihe von *Courvoisier*<sup>127)</sup>, die für die Sterne  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$  Ursae maj. zu ganz unzulässig großen Werten führte.

Auch auf photographischem Wege wurde die Bestimmung der relativen Parallaxe von Sterngruppen oder ganzer Sternfelder mehrfach ausgeführt. Nach Aufnahmen von *Küstner* in Bonn leiteten *Kapteyn* und *de Sitter*<sup>128)</sup> auf diese Weise für die mittlere Parallaxe der Hyadengruppe den Wert  $0,023'' \pm 0,0038''$  ab. Aber bei der Massenbestimmung<sup>129)</sup> der Parallaxen von 10 ausgewählten Sternfeldern nach von *Donner* in Helsingfors aufgenommenen Platten ergab sich, daß bei einem m. F. von  $\pm 0,035''$  der einzelnen Parallaxe unter den 3650 Einzelwerten größere positive, unmittelbar als Parallaxe verbürgbare Werte nicht vorkamen; es konnte nur als erwiesen gelten, daß in der Darstellung der Beobachtungen ein einem w. F. von  $\pm 0,017''$  entsprechender Einfluß einer durchschnittlichen Parallaxe zum Vorschein kommt. Von den Feldern der nach dem *Kapteynschen* Plan der selected areas gemachten Aufnahmen wurden mehrere vermessen<sup>130)</sup>, und es zeigte sich auch hierbei, daß die durch den Einfluß der Parallaxe bewirkte Abweichung der Kurve der übrigbleibenden Fehler von der reinen Fehlerkurve durch den störenden Einfluß anderer den Aufnahmen noch innewohnender systematischer Fehler überdeckt wurde und daß den errechneten Einzelparallaxen eine reelle Bedeutung nicht beigelegt werden könne. Als Grenze der mit den jetzigen Hilfsmitteln noch bestimmbaren trigonometrischen Parallaxen dürfen wir  $0,05''$  betrachten, unsere Kenntnis der wirklichen Größenverhältnisse und Entfernungen wäre demnach auf einen Bereich von 20 Sternweiten beschränkt und über diesen Bereich hinaus wären nur die indirekten

127) Berlin-Babelsberg Sternw. Veröff. 1, H. 4 (1915).

128) Groningen Lab. Publ. 23 (1909).

129) Groningen Lab. Publ. 20 (1908).

130) Astr. Nachr. 201 (1915), p. 15; 202 (1916), p. 203; 210 (1920), p. 329.

Methoden noch anwendbar. Wenn wir aber aus der Beobachtung einen Wert  $\pi = 0,05''$  finden, so berechtigt uns das nur zu sagen, daß die Parallaxe des betreffenden Gestirns zwischen den Grenzen  $0,03''$  und  $0,07''$  liegt, und sie kann so uns nur zu einer rohen Abschätzung der linearen Bewegung, der absoluten Größe und der Leuchtkraft dienen.

**14. Parallaxen. Spektroskopische Methoden.** Weiter hinaus in den Raum tragen uns die neueren spektroskopischen Methoden. Die *Kohlschütter-Adamssche* Methode, die die absolute Helligkeit in Beziehung zu der relativen Stärke bestimmter Linien des Spektrums setzt, ist beschränkt auf die Sterne der späteren Typen *F* bis *M*. Die Eichung der für jeden Typus gesondert aufzustellenden Entfernungsskala nach der relativen Linienintensität war auszuführen mit Hilfe derjenigen Sterne des gleichen Typus, deren Parallaxe trigonometrisch bestimmt war, und es zeigte sich bald, daß die erste Eichung der für fünf Gruppen<sup>131)</sup> *F0 — F6*; *F7 — G7*; *G8 — K4*; *K5 — K9*; *M* abgeleiteten Kurven<sup>132)</sup> verbesserungsbedürftig sei.<sup>133)</sup> Für die endgültige Ableitung der Parallaxen ist unter Benutzung eines reichhaltigen Materials an trigonometrischen Parallaxen und unter Hinzuziehung von dynamischen und Säkularparallaxen in *Astroph. Journ.* 53 (1921), p. 14 eine neue Skala aufgestellt, auf der die im Anschluß mitgeteilte Tabelle von 1646 spektroskopischen Parallaxen beruht.

Zur Erweiterung der Methode auch auf das Gebiet der *A*- und *B*-Sterne benutzt *Lindblad*<sup>134)</sup> als Kriterium für die absolute Helligkeit die relative Intensität bestimmter nebeneinander liegender Stellen des Spektrums sowie die Intensität der Cyanbanden und bestimmt den Korrelationskoeffizienten für die Beziehung der absoluten Größe zu dem Verhältnis der zur Erzielung gleicher Schwärzung dieser Stellen erforderlichen Expositionszeiten für die Typen *A*, *B* mit Hilfe von Sterngruppen bekannter Parallaxe und für die späteren Typen durch Sterne gegebener Entfernung. *Adams* und *Joy*<sup>135)</sup> benutzen zu einer strengeren Klassifizierung der *A*- und *B*-Sterne die Intensität

131) Die Klassifizierung der Spektren ist dabei vorgenommen nach dem Intensitätsverhältnis der Wasserstofflinien  $H_\beta$  und  $H_\gamma$  zu einer Reihe metallischer Linien, meist Eisenlinien, die nur geringe Änderungen der Intensität in den Spektralklassen *F* bis *M* zeigen, unter möglichst strenger Wahrung des Anschlusses an die Harvard-Klassifizierung.

132) *Washington Nat. Acad. Proc.* 2 (1916), p. 147.

133) Vgl. *L. Boss*, *Astron. Journ.* 33 (1920), p. 17.

134) *Astroph. Journ.* 55 (1922), p. 85.

135) *Astroph. Journ.* 56 (1922), p. 242; vgl. auch *D. L. Edwards*, *London Astr. Soc. Month. Not.* 83 (1923), p. 47; 84 (1924), p. 366 und 85 (1925), p. 439.

der Linien der Metalle und der Heliumlinien 4026, 4471 und erhalten mit Hilfe von Sternen bekannter absoluter Helligkeit aus der Taurus- und Ursa maj.-Gruppe eine gut verwendbare Beziehung zwischen der absoluten Helligkeit und dem Spektrum, nach der sie die Parallaxe von 544 Sternen der Klassen *A* und *B8*, *B9* bestimmen.

Auch Aufnahmen mit dem Objektivprisma sind verwendbar zur Bestimmung der absoluten Helligkeit und daraus der Parallaxe nach den Prinzipien der *Kohlschütter-Adamsschen* Methode. *Shapley* und *Lindblad* wandten dieses Verfahren an zur Bestimmung der Entfernung von 50 Sternen mit den Platten des Draper-Katalogs.<sup>136)</sup> *Pannekoek*<sup>137)</sup> machte darauf aufmerksam, daß die physikalische Ursache, die der Klassifikation der Spektren bei der spektroskopischen Methode der Entfernungsbestimmung zugrunde liegt, nicht die Leuchtkraft des Sterns allein ist, sondern daß sie eine Funktion von Leuchtkraft und Masse ist, so daß das Verhältnis der mittleren Masse der zur Eichung der Skala benutzten Sterne zu der Masse des einzelnen untersuchten Sterns eingeht.

Für die Verwendung der durch die Beobachtung ermittelten Parallaxenwerte für stellarstatistische Zwecke ist im Auge zu behalten, daß einerseits die trigonometrischen Parallaxen wegen des bei der Auswahl der zu beobachtenden Sterne angewandten Prinzips und wegen der den Beobachtungen gesetzten Grenze immer die großen positiven Werte bevorzugt werden und daß andererseits die spektroskopische Methode bei den Sternen von kleiner scheinbarer Helligkeit wieder die Sterne großer Leuchtkraft bevorzugt wird. Wegen der notwendigen Eichung der Skala bei der spektroskopischen Methode mit Hilfe der trigonometrischen Parallaxen wird ferner das Verhalten dieser letzteren auch auf jene übertragen.

Von verschiedenen Autoren wurde versucht, aus dem Gesamtmaterial an Parallaxenwerten systematische Reduktionen der einzelnen Reihen abzuleiten. *Flint*<sup>138)</sup> leitet unter Berücksichtigung eines Einflusses des Spektrums und der Größe der Eigenbewegungen für die Heliometer-, Meridiankreis- und photographischen Reihen die Abhängigkeit von der Jahreszeit ab. Er hält die Heliometerreihen für die am besten gesicherten und das Auftreten kleiner systematischer Fehler in den photographischen Reihen für möglich. *Hertsprung*<sup>139)</sup> ver-

136) Harvard Obs. Circ. 228 (1921).

137) Bull. Astr. Inst. Netherlands 1 (1922), p. 115.

138) Astron. Journ. 29 (1916), p. 189; 33 (1920), p. 95.

139) Astr. Nachr. 208 (1919), p. 89.

gleich die beobachteten Parallaxen mit den nach der empirischen Formel

$$\log \pi_{\mu, \Delta \varrho} = \frac{\log \mu}{\Delta \varrho} + 0,44$$

für die zur Eigenbewegung  $\mu$  und Radialgeschwindigkeit  $\Delta \varrho$  bei gleichförmiger Verteilung der Richtungen der absoluten Bewegungen gehörenden Parallaxen und leitete daraus den bei verschwindender Eigenbewegung zu erwartenden systematischen Fehler der Parallaxe ab zu  $+0,020'' \pm 0,008''$ . *Boss*<sup>140)</sup> gleicht für die trigonometrischen Reihen die Abweichungen der Einzelwerte von dem Mittel mehrerer Beobachter aus nach dem  $\sin$  und  $\cos$  der einfachen und doppelten Rektaszension und bestimmt aus den nach Anbringung dieser Reduktion übrigbleibenden Abweichungen die Gewichte. Er findet eine Überlegenheit der spektroskopischen Methode, bei der der zufällige Beobachtungsfehler mit der Parallaxe selbst wächst, über alle andern. Nach der Beziehungsgleichung zwischen absoluter Größe, scheinbarer Größe und Parallaxe:  $M = m + 5 \log \pi$  besteht zwischen der wahren Parallaxe  $\pi$ , der spektroskopisch gefundenen  $\pi_s$  und der Korrektion der ihr zugrunde liegenden absoluten Größe die Beziehung  $\pi = \pi_s e^{\frac{1}{5} \Delta M}$ . Ist also  $\pi_t$  die trigonometrisch bestimmte Parallaxe,  $\Delta \pi_t$  ihre Korrektion, so ist  $\pi_t + \Delta \pi_t = \pi_s e^{\frac{1}{5} \Delta M}$ . Die mit Hilfe dieser Gleichung sich ergebenden Bedingungsgleichungen zwischen den systematischen Fehlern der trigonometrischen Parallaxen und den Verbesserungen der spektroskopisch bestimmten absoluten Helligkeiten verwendet *Strömberg*<sup>141)</sup> zur Bestimmung der systematischen Korrektionen, wobei die Verlässlichkeit der spektroskopischen Parallaxen zum Ausdruck kommt.

Die mittlere Parallaxe als Funktion von Größe und Eigenbewegung stellt *Kapteyn* dar durch den Ausdruck

$$\bar{\pi} = ab^m \mu^c, \quad \text{oder} \quad \log \bar{\pi} = \log a + m \log b + c \log \mu,$$

wo  $a, b, c$  Konstante sind. *Van Maanen* und *Wolfe*<sup>142)</sup> verglichen die beobachteten Parallaxen  $\pi_o$  mit den nach dieser Formel mit den *Kapteyn*-schen Werten der Konstanten berechneten Werten  $\bar{\pi}_c$  und bestimmen sodann aus Bedingungsgleichungen der Form

$$d \log a + m d \log b + \log \mu d c = \frac{(\pi_o - \bar{\pi}_c)}{\bar{\pi}_c}$$

verbesserte Werte von  $a, b, c$ . Die Mittel der für die einzelnen Reihen übrigbleibenden Fehler sind die systematischen Fehler dieser Reihen. Für die großen photographischen Reihen werden kleine konstante

140) *Astron. Journ.* 33 (1920), p. 17.

141) *Astroph. Journ.* 55 (1922), p. 11.

142) *Mt. Wilson Obs. Contr.* Nr. 189 (1920).



Werte gefunden, während für die Meridiankreis- und die Yale-Heliometerreihen und zwei photographische Reihen eine Abhängigkeit von der Größe auftritt. In einer Bearbeitung von *G. Schnauder*<sup>143)</sup> werden die fünf großen photographischen Reihen untereinander ausgeglichen und dann die Abweichungen der anderen Reihen gegen dieses System erster Ordnung bestimmt.

Verzeichnisse der beobachteten Werte der Parallaxen verlieren bei dem jetzigen schnellen Anwachsen unserer Kenntnis der Fixsternentfernungen sehr schnell an Wert. Solche Zusammenstellungen aller jeweils bekannten Parallaxen wurden gegeben von *Oudemans* 1889<sup>144)</sup>, *Kapteyn* 1901<sup>145)</sup>, *Bigourdan* 1909<sup>146)</sup> (vollständigste Sammlung der Beobachtungen), *Kapteyn* und *Weersma* 1910.<sup>147)</sup> Eine Liste der 20 der Sonne nächsten Sterne nach unserer Kenntnis zu Anfang 1922 teilt *E. Hertzsprung* in Bull. Astr. Inst. of the Netherlands I, Nr. 5 mit. *J. Haas* stellt in Veröff. Sternw. Berlin-Babelsberg, Bd. 3, Heft 3 (1923) die Sterne innerhalb eines Bereichs von 15 Sternweiten um die Sonne zusammen mit allen Angaben über Entfernung, Größe, Spektrum, Bewegung.

Die Bestimmung der Parallaxen der Nebelflecken durch unmittelbare Messungen ist nur ausführbar beim Vorhandensein einer sternartigen Verdichtung oder eines Zentralsternes. Solche sind bei der größeren Mehrzahl der planetarischen Nebel vorhanden. Die Parallaxe des Ringnebels in der Leier wurde mehrfach durch *Newkirk*<sup>148)</sup> zu bestimmen gesucht. Seinen letzten aus Aufnahmen auf der Lick-Sternwarte abgeleiteten Wert  $\pi = 0,015''$  betrachtet er selbst nur mit Einschränkung als Ausdruck einer Parallaxe. *Van Maanens* Bestimmungen der Parallaxen von 16 planetarischen Nebeln<sup>149)</sup> geben für den Lyra-Nebel den Wert  $\pi = 0,001'' \pm 0,008''$ . Das Mittel der 16 Werte *van Maanens* ist für die relative Parallaxe der planetarischen Nebel  $\pi = 0,012''$ . Diesem Werte würde eine wahrscheinliche absolute Parallaxe von  $0,014''$  entsprechen.

Bei den Spiralnebeln fehlt es fast ausnahmslos ganz an einem Anhaltspunkte für die Entfernungsbestimmung durch Messung. Für

143) Astr. Nachr. 217 (1923), p. 1.

144) Astr. Nachr. 122 (1889), p. 193.

145) Groningen Lab. Publ. 8 (1901).

146) Paris Bull. Astr. 26 (1909).

147) Groningen Lab. Publ. 24 (1910) [ergänzt durch *Walkey* in J. Brit. Astr. Assoc. 27 (1917)].

148) Diss. München 1902; London Astr. Soc. Month. Not. 66 (1906), p. 444; Lick Obs. Bull. 9 (1917), p. 100.

149) Mt. Wilson Obs. Contrib. 237 (1922).

den großen Andromedanebel führten Heliometermessungen von *Franz*<sup>150)</sup> unter Benutzung des Neuen Sterns im Nebel, Mikrometermessungen von *Barnard*<sup>151)</sup> und photographische Aufnahmen von *Bohlin*<sup>152)</sup> zu ganz widersprechenden Resultaten. *Van Maanen*<sup>149)</sup> findet für diesen Nebel eine relative Parallaxe von  $0,006'' \pm 0,008''$ . Die noch an zwei anderen Spiralnebeln ausgeführten Messungen gestatten nur als obere Grenze der Parallaxe den Wert  $0,001''$  festzusetzen.

Man hat auch versucht, beim Fehlen anderer Anhaltspunkte durch Zuhilfenahme der stellarstatistischen Gesetze zu einer Vorstellung der Entfernungsverhältnisse zu gelangen. Setzt man die Kenntnis der Zahl der Sterne als Funktion der absoluten Helligkeit voraus, so kann man zu der an einer bestimmten Stelle des Himmels durch direkte Abzählung ermittelten Zahl der Sterne einer bestimmten scheinbaren Helligkeit, wenn man annehmen darf, daß die Entfernung dieser Sterne im wesentlichen gleich ist, die ihnen zukommende absolute Helligkeit auf Grund jener Beziehung zwischen der Sternzahl und der absoluten Helligkeit bestimmen und durch den Vergleich der scheinbaren und der absoluten Helligkeit die Entfernung ermitteln. Die Voraussetzungen dürften am ehesten bei den Sternhaufen erfüllt sein und sind auch in der Tat zur Bestimmung der Entfernung derselben benutzt.

*A. Pannkoek*<sup>153)</sup> hat den gleichen Weg eingeschlagen, um auch in die Struktur der Milchstraße einzudringen. Das Verfahren muß aber zu Trugschlüssen führen, wenn die Voraussetzung, daß in dem speziellen Gebiete und bis zu den Entfernungen des untersuchten Raumteils hin die gleichen Verhältnisse gelten wie in dem Raume, auf dessen Auszählung das allgemeine statistische Gesetz der absoluten Helligkeiten beruht, nicht völlig gesichert ist, worauf *A. Kopff*<sup>154)</sup> und *C. Easton*<sup>155)</sup> hinweisen.

**15. Photometrische Kataloge.** Änderungen in der scheinbaren Helligkeit der Sterne wären eine notwendige Folge der Bewegungen, die wir festgestellt haben, wenn unsere Beobachtungen einen ausreichenden Zeitraum überspannen. Helligkeitsangaben für die dem freien Auge sichtbaren Sterne besitzen wir schon in dem ältesten Fixsternkataloge, dem des *Ptolemäus*. Die Sterne sind dort in nahe

150) Astr. Nachr. 118 (1888), p. 123.

151) Astroph. Journ. 9 (1899), p. 184.

152) Astr. Nachr. 176 (1907), p. 205.

153) London Astr. Soc. Month. Not. 79 (1919), p. 500.

154) Astr. Nachr. 216 (1922), p. 325.

155) London Astr. Soc. Month. Not. 81 (1921), p. 215.

richtiger Weise nach dem Verhältnis ihrer scheinbaren Helligkeit in die sechs gebräuchlichen Größenklassen eingeteilt. Die Helligkeitsangaben sind im allgemeinen nur nach vollen Größenklassen gemacht; für einen Teil der Sterne ist aber durch den Zusatz „heller“ bzw. „schwächer“ eine größere Genauigkeit erstrebt, die für uns sehr wertvoll wäre, wenn nicht viele Zweifel an der Zuverlässigkeit der überlieferten Angaben beständen. Eine wesentlich zuverlässigere Quelle für die Helligkeit der helleren Sterne besitzen wir erst in der Revision der Größenangaben des *Ptolemäus* durch *Al-Süfi* (964), der gerade in der Helligkeitsschätzung seine Hauptaufgabe erblickte.

Für ein tieferes Eindringen in die Struktur des Fixsternsystems geeignete Grundlagen wurden erst durch *Argelanders* Arbeiten geschaffen. Die schon früher erwähnten Werke: *Argelander*, *Neue Uranometrie*, *Gould*, *Uranometria Argentina* sind die wichtigsten Urkunden über die Helligkeit der dem freien Auge sichtbaren Sterne für die Zeit der Mitte des vorigen Jahrhunderts, und in den gleichfalls schon angeführten großen Durchmusterungskatalogen von Bonn und Cordoba ist die Katalogisierung der visuellen Helligkeiten der Sterne erweitert bis zu den mit kleinen Fernrohren und bei direkter Beobachtung am Instrument erreichbaren Grenzen. Eine Verfeinerung und Sicherung dieses großen Materials im einzelnen wird durch die Bearbeitung der Zonen der Astronomischen Gesellschaft und ihrer südlichen Fortsetzung dargeboten.

Von denjenigen Katalogen, deren Helligkeitsangaben auf genauen photometrischen Messungen beruhen, kommen für stellarastronomische Zwecke besonders die Potsdamer photometrische Durchmusterung<sup>156)</sup> in Betracht, die alle Sterne des nördlichen Himmels bis zur Größe  $7,5^m$  enthält, und die Revised Harvard Photometry<sup>157)</sup> mit 9110 Sternen des ganzen Himmels, hauptsächlich bis  $6,5^m$ . Ein weiterer vom Harvard College Observatory herausgegebener Katalog<sup>158)</sup> enthält die photometrischen Größen von 36682 Sternen schwächer als  $6,5^m$  bis  $10^m$ , und in einem dritten Katalog werden die photometrischen Größen aller Sterne der Bonner Durchmusterung aus  $10'$  breiten und um  $5^\circ$  voneinander abstehenden Zonen zwischen  $0^\circ$  und  $+85^\circ$  Deklination aufgeführt.<sup>159)</sup>

Photographische Helligkeitsverzeichnisse größeren Umfangs liegen

156) Potsdam Astroph. Obs. Publ. 17 (1907).

157) Harvard Obs. Ann. 50 (1908).

158) Harvard Obs. Ann. 54 (1908).

159) Harvard Obs. Ann. 70 (1909).

vor in der schon angeführten Cape Photographic Durchmusterung<sup>160)</sup> und in den Katalogen der Zonen der photographischen Himmelskarte, die nach ihrer Vollendung alle Sterne bis zur photographischen Größe  $11^m$  verzeichnen werden. Größeren Ansprüchen an die Genauigkeit der Angaben der photographischen Größe entsprechen die Göttinger<sup>161)</sup> und die Yerkes-Aktinometrie.<sup>162)</sup> Erstere enthält die photographischen Helligkeiten der Sterne bis  $7,5^m$  zwischen dem Äquator und dem Parallel von  $+20^\circ$ . Die Yerkes-Aktinometrie hat den gleichen Inhalt für die Sterne zwischen  $+73^\circ$  Deklination und dem Nordpol. In beiden Katalogen wird auch der Farbenindex für die Sterne angegeben: im Göttinger Katalog nach Vergleichung mit den Größenangaben der Potsdamer photometrischen Durchmusterung, im Yerkes-Katalog als Differenz der photographischen und der gleichzeitig mit einem geeigneten Filter photographisch bestimmten photo-visuellen Größen.<sup>163)</sup>

#### 16. Kataloge der Spektraltypen und der Farben der Sterne.

Als Hauptquellen für die Angaben des Spektraltypus der Sterne sind unter Beschränkung auf die jetzt allgemein zur Anwendung kommende *Cannonsche* Klassifikation die vorhin schon aufgeführten photometrischen Kataloge des Harvard College Observatory zu nennen. Außerdem kommen in Betracht der grundlegende Draper-Katalog in Harvard Annals 27 (1890) und die strengere Klassifikation von 3165 Sternen durch Miss Cannon in Harvard Annals 56 (1912). Das ganze auf der Harvard-Sternwarte vorhandene Material an Sternspektralen-Photogrammen mit dem Objektivprisma ist schließlich in dem großen die neun Bände 91—99 der Harvard Annals füllenden *Henry Draper-Katalog* gesammelt, der neben der in einheitlicher Weise durchgeführten Klassifikation der Spektren von 225300 Sternen auch die photometrische und die photographische Größe nach den besten vorhandenen Angaben enthält. Weiteres Material über die Spektren besonders schwacher Sterne enthalten die nach im wesentlichen gleichen Grundsätzen ausgeführten zur spektroskopischen Parallaxenbestimmung benutzten Spektralklassifizierungs-Arbeiten am Mt. Wilson-Observatorium.

160) Die Größen der C. P. D. sind durch Anschluß an die bekannten visuellen Helligkeiten von Sternen bei jeder einzelnen Platte festgesetzt, wodurch eine Ungleichförmigkeit der Angaben entstanden ist. Vgl. eine Kritik von *S. Newcomb* in Astron. Journ. 21 (1901), p. 153.

161) Göttingen Ges. d. Wiss. Abhdl. N. F. 6, Nr. 6 (1910); 8, Nr. 4 (1912).

162) Astroph. Journ. 36 (1912), p. 169.

163) Ein ausführliches Literaturverzeichnis über Sterngrößen gibt *H. Nort* in Utrecht Obs. Recherches 7, App. II B (1917).

Über die Farben der Sterne gibt Aufschluß die vorhin angeführte Potsdamer photometrische Durchmusterung.<sup>164)</sup> Von der Specola Astronomica Vaticana in Rom sind in den Bänden 3, 7, 8, 15 ihrer Veröffentlichungen besondere Kataloge der Farben der Sterne herausgegeben nach Beobachtungen von *Sestini* (1844—1846), *Krüger*, *Osthoff* und *Franks*. Das ganze Material ist vereinigt in dem als neunter Band der Veröffentlichungen der Vatikan-Sternwarte erschienenen Indexkatalog von *Krüger*, der die Farben von mehr als 6000 Sternen nördlich von  $-30^{\circ}$  enthält. Der Katalog ist vollständig bis  $6,5^m$ , während die Sterne zwischen  $6,5^m$  und  $7,5^m$  nur zum Teil beobachtet sind.

### III. Ergebnisse der Bearbeitung des Beobachtungsmaterials.

#### A. Scheinbare Verteilung der Sterne. Die Milchstraße.

17. Allgemeine Verhältnisse. Der Gouldsche Gürtel. Aus dem Bilde des Fixsternsystems, in dem es uns im gestirnten Himmel entgegritt, müssen die Gesetze seines Baues abzulesen sein.

Eine erste Anwendung der Lehren der Statistik auf die Sternzahlen machte *Michell*<sup>165)</sup>, indem er die Wahrscheinlichkeit berechnete, daß bei regelloser Verteilung der Sterne irgendwo am Himmel eine Anordnung von hellen Sternen vorkäme, wie wir sie im Sternbild der Plejaden erblicken. Die Anwendbarkeit bloßer Sternzählungen als eines Hilfsmittels zur Erforschung des Baues des Sternsystems zeigte zuerst *W. Herschel*<sup>166)</sup> durch seine Sterneichungen, Zählung der an verschiedenen Stellen des Himmels in gleich großen Flächen sichtbaren Sterne.<sup>167)</sup> Aus diesen Zahlen ging die ziemlich regelmäßige Zunahme der scheinbaren Sterndichte von dem nördlichen Pole der Milch-

164) Die alten Überlieferungen können nur mit großer Vorsicht benutzt werden, wie das Beispiel des Sirius lehrt, dem man im Altertum eine rote Farbe beigelegt haben soll, während er jetzt rein weiß ist. Es liegt hier vermutlich eine irrümliche Auslegung der Angaben der alten Schriftsteller vor. Vgl. *G. Schiaparelli*, Acad. d. Agiati Atti 2, 3 (1896, 1897) sowie die 2 Abh. von *J. Holetschek* im astron. Kalender der Sternwarte in Wien (Jahrg. 1918): Über 2 Sternfragen aus alter Zeit, die Farbe des Sirius und das Gestirn der Magier und (Jahrg. 1920): Über Sternfarben und Verzeichnisse von farbigen Sternen.

165) London Phil. Trans. 57 (1767), p. 243.

166) London Phil. Trans. 75 (1785), p. 221.

167) Die 683 Eichungen *W. Herschels* sind von *E. S. Holden* in Washburn Obs. Publ. 2, Nr. 10 (1883) erneut publiziert. Anschließend teilt *Holden* in Nr. 11 die Resultate von 405 früher nicht publizierten Eichungen nach den *Herschelschen* Manuskripten mit und fügt noch über 2000 Zählungen auf neueren Karten hinzu. Vgl. auch: Stargauges by W. and J. Herschel, edited by *C. V. L. Charlier*, Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 30 (1923).

straße gegen die Mitte dieser Zone des Himmels hin hervor. *J. Herschel*<sup>168)</sup> führte die Arbeit für den Südhimmel weiter mit entsprechendem Ergebnis. Das so in den Gesamtzügen festgestellte Bild wurde in den Einzelheiten genauer ausgefüllt durch die Arbeiten *W. Struves*<sup>169)</sup>, der die *Besselsche Zone* zwischen  $+15^\circ$  und  $-15^\circ$  benutzte und die Sterne jeder Größenklasse in den einzelnen Rektaszensionsstunden abzählte. Unter Hinzuziehung der Eichungen *Herschels* erkennt er, daß die Zunahme der Dichte gegen die Milchstraße um so stärker hervortritt, je schwächer die Sterne sind. Daß auch für die helleren, dem freien Auge sichtbaren Sterne diese Anhäufung gegen die Milchstraße noch vorhanden ist, wies *Houzeau* an den in seiner *Uranométrie générale*<sup>45)</sup> vorkommenden Sternen nach. Eine Bemerkung *J. Herschels* über eine Anordnung der hellsten Sterne des Südhimmels in einem gegen die Milchstraße geneigten Kreise verfolgend, bestimmte *Gould*<sup>170)</sup> als Mittellinie des Gürtels der stärksten Anhäufung der Sterne bis 4<sup>m</sup> einen gegen die Milchstraße um  $17^\circ$  geneigten Kreis, „*Gouldscher Gürtel*“. *Schiaparelli*<sup>171)</sup> ging voran mit einer seitdem häufig angewandten bildlichen Darstellung der scheinbaren Sternverteilung, indem er in einer durch Stunden- und Parallelkreise in Trapeze geteilten Himmelskarte in die einzelnen Trapeze die für sie gefundene Dichte der Sterne bis 6<sup>m</sup> eintrug und diese Dichte dann durch Kolorierung in verschiedener Tiefe hervortreten ließ. In ausgedehnterem Maße verwandte dieselbe Darstellungsweise unter Ausdehnung auf alle Sterne der Durchmusterungen *Stratonoff*<sup>172)</sup> in zwei Atlanten, die die Anhäufung der Sterne in Wolken hervortreten lassen, deren größte auf der Nordhalbkugel mit dem Zentrum im Cygnus liegt. In der Milchstraße sind die Wolken am dichtesten gedrängt und greifen ineinander über. Die anderen Wolken sind bogenförmig um die Hauptverdichtung angeordnet. Die Sonne gehört der größten Wolke an.

Das Mischungsverhältnis der Sterne bis zur Grenzgröße 6,75<sup>m</sup> nach ihrer scheinbaren Helligkeit fand *Pickering*<sup>173)</sup> für den ganzen Himmel auch innerhalb der Milchstraße gleich, und zwar ist der Prozentsatz der einzelnen halben Größenklassen

heller als 4 <sup>m</sup>	4 <sup>m</sup>	4,5 <sup>m</sup>	5 <sup>m</sup>	5,5 <sup>m</sup>	6 <sup>m</sup>	6,5 <sup>m</sup>
3,0	2,3	4,3	8,2	14,5	24,8	42,9%

168) Cape Results of astr. obs. made 1834—1838, London 1847.

169) *W. Struve*, Études d'astronomie stellaire, St. Petersburg 1847.

170) Amer. Journ. of science (3)8(1874), p.325; Cordoba Resultados 1(1879), p.355.

171) Milano Osserv. di Brera Pubbl. 34 (1889).

172) Taschkent Publ. de l'Obs. 2, 3 (1900, 1901).

173) Harvard Coll. Obs. Ann. 48, Nr. 5 (1903).

18. Die galaktische Kondensation. Durch die Arbeiten *Seeligers*, der auf *Schiaparellis* Grundlagen weiterbaute, wurde die Erforschung der Anordnung der Sterne in neue Bahnen gelenkt. Das diesen Arbeiten zugrunde liegende Material umfaßte 1. die Durchmusterungen<sup>174)</sup>, 2. eine von *Celoria*<sup>175)</sup> ausgeführte Abzählung der Sterne bis 11,5<sup>m</sup> zwischen dem Äquator und + 6° Deklination und 3. die *Herschelschen* Eichungen. *Seeliger* machte dieses Material durch Ausgleichung der aus der Verschiedenartigkeit seiner Entstehungsweise folgenden Ungleichheiten möglichst homogen und zeigte dann, daß die Zunahme der Sternzahl mit der Größenklasse um so stärker hervortritt, je mehr man sich der Milchstraße nähert. Für die helleren Sterne bis 6<sup>m</sup> schien das Gesetz nicht zu gelten.<sup>176)</sup> Eine strengere Untersuchung durch *Seeliger*<sup>177)</sup> an der Hand photometrischer Kataloge bestätigte es indes auch für diese Sterne. Einen Versuch zu noch schwächeren Sternen vorzudringen, als die *Herschelschen* Eichungen enthalten, machte *Kapteyn*<sup>178)</sup>, indem er für 184 Felder die Zahl der Sterne bis 16<sup>m</sup> aus den zur Verfügung stehenden Blättern der photographischen Himmelskarte und anderem Material entnahm. Er stellt die mittlere Anzahl der Sterne auf einen Quadratgrad von den hellsten bis zur Größe  $m$  dar durch die empirische Formel

$$(5) \quad \log \mathcal{N}_0^{90} = 28,69 \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{0,0323 m} e^{-x^2} dx - 0,6407 \right\}.$$

Zur Bestimmung der mittleren Sternzahl auf 1 Quadratgrad in der galaktischen Breite  $b$  dient der gleiche Ausdruck mit Werten der numerischen Konstanten, die empirisch als Funktionen von  $b$  festgelegt sind. Ein sehr auffälliges Ergebnis dieser Untersuchung war der Wert, den sie ergab für das Verhältnis der Sterndichte in der galaktischen Zone zwischen + 20° und - 20° gal. Breite zu der Sterndichte in

174) Die Resultate der *Seeligerschen* Abzählungen der Durchmusterungssterne für 5° breite und 40<sup>m</sup> in  $\mathcal{A}R$ . umfassende Zonen sind mitgeteilt für die Bonner Durchmusterung des Nordhimmels in München Sitz.-Ber. 14 (1884), p. 521—548; für die *Schönfeldsche* südliche Fortsetzung in München Sitz.-Ber. 16 (1886), p. 220—251. Die unmittelbaren Abzählungsergebnisse beider Durchmusterungen sind veröffentlicht in München Sternw. Ann. 2 (1891). Die Reduktion auf ein festes photometrisches System ist ausgeführt in München Sitz.-Ber. 28 (1898), p. 147—180.

175) Milano Osserv. di Brera Pubbl. 13 (1877).

176) Vgl. Astr. Ges. Vjs. 34 (1899), p. 212 und München Sitz.-Ber. 29, (1900), p. 364.

177) München Sitz.-Ber. 1912, p. 489.

178) Groningen Lab. Publ. 18 (1908).

der die Pole umgebenden Zone  $\pm 40^\circ$  bis  $\pm 90^\circ$  gal. Breite, von *Kapteyn* „Galaktische Kondensation“ genannt. Sie ergibt sich nach p. 51, l. c.

Galakt. Kondens. für die Sterne bis $9,5^m$	$14,5^m$	$18,5^m$
	2,4	6,7
		23,8.

Mit einigen anderen Untersuchungen der Sternverteilung in einzelnen Zonen der photographischen Himmelskarte<sup>179)</sup> schien diese außerordentlich starke Zunahme des Wertes der galaktischen Kondensation mit der Sterngröße schwer vereinbar. So ergeben sich aus einer Arbeit *Stroobants*<sup>180)</sup> über die Verteilung der Sterne in dem zwischen den Deklinationen  $+24^\circ$  und  $-9^\circ$  liegenden Gürtel nach den Aufnahmen auf den Sternwarten Paris, Bordeaux, Toulouse, Algier, San Fernando:

Gal. Kond. für die Sterne bis $11,5^m$ nach dem Katal. = 3,7
$13,5^m$ nach den Karten = 5,5.

Die von *Kapteyn* gefundenen Zahlen der Sterne der einzelnen Größenklassen kann man wie *Schwarzschild*<sup>181)</sup> zeigte, völlig ausreichend darstellen durch einen Ausdruck der Form

$$(6) \quad \log A_m = \log (\mathfrak{N}_{m+1} - \mathfrak{N}_m) = \alpha + \beta m - \gamma m^2$$

mit den numerischen Werten  $\alpha = 0,596$ ,  $\beta = 0,5612$ ,  $\gamma = 0,0055$ . Wenn diese Formel auch über den Bereich der beobachteten Werte hinaus bis zu beliebig großen Werten von  $m$  gilt, so zeigt sie, daß die Zahl der Sterne der scheinbaren Helligkeit  $m$  mit wachsendem  $m$  einen Maximalwert annimmt und dann wieder abnimmt bis zum Werte 0, mit dem wir zu der endlichen Zahl  $\mathfrak{N}_\infty$  der Gesamtheit aller Sterne gelangen. Der Zusammenhang zwischen  $\mathfrak{N}_m$  und  $\mathfrak{N}_\infty$  wird ausgedrückt durch

$$(7) \quad \mathfrak{N}_m = \mathfrak{N}_\infty \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{k(m-m^*)} e^{-x^2} dx,$$

wo die Konstante  $k = \sqrt{\frac{c}{\log e}}$  die Streuung der scheinbaren Größen und  $m^* = \frac{b}{2c}$  der Zentralwert der Sterngrößen, d. h. diejenige scheinbare Größe bedeutet, bis zu der man zählen muß, um die Hälfte aller Sterne zu umfassen, so daß also  $\mathfrak{N}_{m^*} = \frac{1}{2} \mathfrak{N}_\infty$  wird.

179) *Christie* behandelte in *The Observatory* 22 (1899), p. 268, die Greenwicher, *Bellamy* in *London Astr. Soc. Month. Not.* 60 (1899), p. 12, die Oxforder und Pariser Zone.

180) *Bruxelles Obs. Ann.* N. S. 11, 2 (1908).

181) *Astr. Nachr.* 185 (1910), p. 85.



Diesen Gedankengang verfolgte auch *Charlier*.<sup>182)</sup> Er teilte den Himmel in 48 inhaltsgleiche durch Stunden- und Parallelkreise begrenzte Areale ein und entnahm für sie der B. D. die Sternzahlen für die Grenzgrößen 5,9 vis. = 5,87 phot. und 9,2 vis. = 9,62 phot. und den Blättern der fotogr. Himmelskarte die Sternzahlen für die Grenzgröße 13,89 phot. Die Anwendung der Formel auf ein in der Milchstraße gelegenes Areal ergibt

Anzahl aller Sterne im Areal = 30 Millionen, Zentralgröße = 20,1<sup>m</sup>  
und für ein zweites den Pol der Milchstraße enthaltendes Areal

Anzahl aller Sterne im Areal = 630 000, Zentralgröße = 17,6<sup>m</sup>.

Die Behandlung weiterer sieben Areale des Gürtels zwischen  $\delta = 0^\circ$  und  $\delta = +30^\circ$  gibt für die Sternzahl Werte zwischen 600 000 und 5 Millionen, für die Zentralgröße Werte zwischen 16,9<sup>m</sup> und 19,9<sup>m</sup>. Die Streuung der scheinbaren Größen ist nahe übereinstimmend etwa 3,0<sup>m</sup>.

Ein einheitliches Bild der Sternverteilung bis zu den Sternen der photographischen Größe 11<sup>m</sup> gewann *Hemie*<sup>183)</sup> durch Verwendung der p. 258 erwähnten Harvard Map of the Sky, indem er je 100 Felder von 1 □ cm Größe, entsprechend  $2\frac{1}{2}$  bis 3 □°, auf jeder der 55 Platten abzählte. Die graphische Darstellung der erhaltenen Sternzahlen auf den Quadratgrad, die den Verlauf der Grenzlinien der Zonen gleicher Sterndichte wiedergibt, läßt den ganz unregelmäßigen Charakter dieser Zonen und die wolkenförmige Art der Sternanhäufungen gut erkennen. Eine weitere Verwendung fand dieses Material nach Prüfung seiner Zuverlässigkeit durch *H. Nort*.<sup>184)</sup> Die Sterndichte wird dargestellt durch  $d = 14,6 + 31,0 \cos^{10} b$  oder  $\log d = 1,096 + 0,522 \cos^4 b$ . Weiter findet *Nort*

Galakt. Kond. für die Sterne bis 11<sup>m</sup> = 2,6.

Die Anwendung der Formeln 5, 6 ergibt als scheinbare Zentralgröße 18,32<sup>m</sup>.

Das bis zu den Sternen 17<sup>m</sup> reichende Material der *Franklin-Adams*-Karte des Gesamthimmels (s. p. 259) verwerteten *Chapman* und *Melotte*, indem sie für 750 über den Nordhimmel verteilte Felder die Sterne von 12<sup>m</sup> bis 17,5<sup>m</sup> abzählten und zur Ergänzung für die helleren Sterne anderes schon vorhandenes Material benutzten. Die in der Originalarbeit<sup>185)</sup> abgeleiteten Resultate sind durch eine fehlerhafte Anordnung der Zählmethode systematisch verfälscht. Nach Berichti-

182) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 8 (1912).

183) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 10 (1913).

184) Utrecht Obs. Recherches 7 (1917).

185) London Astr. Soc. Mem. 60, Part 4 (1914).

gung derselben<sup>186)</sup> ergeben die Zählungen für die galaktische Kondensation die Werte

Galakt. Kondens. für die Sterne bis	5 <sup>m</sup>	16 <sup>m</sup>	17,6 <sup>m</sup>
	2,1	6,3	11,0.

Aus Zählungen auf 88 auf dem Mt. Wilson Observatory aufgenommenen *Kapteynschen* Auswahlfeldern leitete *F. H. Seares*<sup>187)</sup> die Sternzahlen bis 17,5<sup>m</sup> (photogr.) auf den Quadratgrad ab. Diesen Zahlen entspricht nach *van Rhijn* der Wert

Galakt. Kond. für die Sterne bis 17,6<sup>m</sup> = 10,2.

65 Aufnahmen der *Kapteynschen* Auswahlfelder vom Harvard Coll. Obs. bilden auch für die Sterne von 10<sup>m</sup> bis 15<sup>m</sup> die Grundlage einer Bearbeitung der Sternverteilung in ihrer Abhängigkeit von der galaktischen Breite durch *P. J. van Rhijn*<sup>188)</sup>, die für die Sterne von 6,5<sup>m</sup> bis 8,5<sup>m</sup> durch schon vorhandene Zählungen in der Greenwicher Zone + 64° bis + 90° des Astrographischen Katalogs, für die Sterne 5,5<sup>m</sup> bis 7<sup>m</sup> durch solche in der Göttinger Aktinometrie ergänzt wird, während für die Sterne bis 5,5<sup>m</sup> die Harvard Photometry nach Reduktion ihrer Größenangaben auf die photographische Skala benutzt wurde. Als Darstellung der Sternzahlen gemäß Formel (6) findet *van Rhijn*

$$(8) \quad \log A_m = -0,007 + 0,6686m - 0,01311m^2.$$

Analytisch ist diese Darstellung gleichwertig mit dem Ausdruck

$$(9) \quad A_m = C \left( \frac{h}{\sqrt{\pi}} \right) e^{-h^2(m-m_0)^2} \quad C = 336 \cdot 10^7 \quad h = 0,1737 \quad m_0 = 25,50.$$

Die Diskussion in bezug auf die Galakt. Kond. ergibt

Galakt. Kond. für die Sterne bis	10 <sup>m</sup>	16 <sup>m</sup>
	2,5	5,5.

Es wird auch gezeigt, daß die von *Kapteyn* bei der ersten Bearbeitung (Gron. Publ. 18) gefundenen Werte nach Übergang von der visuellen Größenskala, für die sie gelten, auf die photographische Skala und unter Berücksichtigung der bekannten größeren aktinischen Wirksamkeit der Milchstraßensterne sich den neueren Werten völlig anschließen.

Während man sich bei den Versuchen zur Darstellung der Sternzahlen in der Regel darauf beschränkte, sie als Funktion der galaktischen Breite aufzufassen, und die Abhängigkeit von der galaktischen

186) London Astr. Soc. Month. Not. 78 (1917), p. 66.

187) Washington Nat. Acad. Proc. 3 (1917), p. 217.

188) Groningen Lab. Publ., Nr. 27 (1917).

Länge als gesetzlos betrachtete, versuchte *H. C. Plummer*<sup>189)</sup> eine Darstellung der *Henieschen* Sternzahlen nach der Harvard Map of the Sky durch Kugelfunktionen der galaktischen Länge und Breite und wurde dadurch zu einem Gradienten der Sterndichte mit einem Minimum in  $\alpha = 113^\circ$ ,  $\delta = +55^\circ$  und einem Maximum im gegenüberliegenden Punkte der Sphäre mit einer Amplitude von 20 Sternen auf den Quadratgrad, sowie zu Andeutungen eines Zusammenhangs der Sternverteilung mit der Zweischwarmtheorie der Sternbewegungen, die auch *Nort*<sup>184)</sup> schon bemerkt hatte, geführt.

Mit einer Darstellung der *Seeligerschen* Sternzahlen der B.D. bis  $9,5^m$  durch Kugelfunktionen in  $\mathcal{R}$ . und Deklination hatte sich schon *A. Prey*<sup>190)</sup> zur Ermittlung eines mathematischen Ausdrucks der Gesetze der Sternverteilung beschäftigt.

Versuche, wie sie schon von *Dunér*<sup>191)</sup> unternommen sind, den Aufbau des Gesamtsystems auch in seinen einzelnen Teilen, den Spektralklassen, zu verfolgen, konnten nicht zum Ziele führen, bevor ein ausreichendes Material zu Gebote stand. Dies ward aber erst durch den ersten Draper-Katalog (Harv. Ann., Vol. 27) zugänglich, und bei der Diskussion und der Zerlegung und Ordnung der Angaben dieses Katalogs über die Spektren der Sterne<sup>192)</sup> durch *Pickering* traten auch sofort die wesentlichen Züge der Gliederung des Systems in der Verteilung der Spektralklassen zutage, und es verblieb der weiteren Forschung nur noch die Aufgabe der Klärung und Vertiefung. *Pickering's* Schlußfolgerung, daß die Sterne, deren Spektrum dem der Sonne ähnlich ist, gleichförmig über den Himmel verteilt sind, die Milchstraße aber eine Anhäufung von Sternen des ersten Typus darstellt, wurde durch *J. M. Boraston*<sup>193)</sup> graphisch illustriert und, allerdings ohne gesicherte Ergebnisse, zu einer Zusammenfassung der Sterne zu zusammengehörigen Gruppen zu verwerthen gesucht. In gleicher Weise wie die allgemeine Sternverteilung stellte *Stratonoff*<sup>194)</sup> auch die Verteilung der Sterne des ersten und zweiten Spektraltypus bildlich dar durch Karten, in denen die Zonen gleicher Dichtigkeit in verschieden tiefer Färbung zur Anschauung gebracht werden. Dabei trat nun besonders bei den Siriussternen ein dem Draper-Katalog anhaftender Mangel hervor, der in einer verschieden langen Belichtungszeit der

---

189) London Astr. Soc. Month. Not. 78 (1918), p. 668.

190) Wien Denkschr. 63 (1896).

191) Stockholm Akad. Handlingar 21, Nr. 2 (1884), p. 126.

192) Harvard Obs. Ann. 26 (1891), p. 145.

193) Astr. und Astroph. 12 (1893), p. 57.

194) Taschkent Obs. Publ. 2 (1900).

äquatorialen und der polaren Himmelszonen besteht und zu einer systematischen Verfälschung der berechneten Dichte Anlaß geben kann. *Mc Clean* stand bei einer Untersuchung<sup>195)</sup> der Verteilung der Spektralklassen ein einheitliches mit dem gleichen Objektivprisma erlangtes Material des nördlichen und des südlichen Himmels zur Verfügung, das allerdings nur die 276 Sterne bis 3,5<sup>m</sup> umfaßt. Geordnet nach den fünf *Pickering'schen* Typen läßt es die starke galaktische Kondensation der Heliumsterne und die nahe gleichförmige Verteilung der anderen Typen erkennen. Ein reichhaltigeres Material benutzte *Kobold*<sup>196)</sup> zur Feststellung der Verteilung bei Ordnung nach den *Vogel'schen* Spektralklassen mit dem Ergebnis, daß die stärkste Verdichtung auftritt bei den Wolf-Rayet-Sternen, die bis auf einen weniger als 9<sup>o</sup> galaktische Breite haben, dann folgen die Sterne des Typus IIIb (*Secchi's*-Typus IV, Klasse *N*) und darauf die Heliumsterne. Eine merkliche Verdichtung ist noch beim Typus IIIa (Klasse *M*) vorhanden. Die Sterne der Typen Ia (Siriussterne) und IIa (Sonnensterne) sind gleichförmig über den Himmel verteilt. Die Revised Harvard Photometry (Harvard Annals, Vol. 50) gibt für die Sterne bis 6,5<sup>m</sup> des ganzen Himmels auch die Spektralklasse in der jetzt üblichen Einteilung, und im Anschluß an dieselbe ist die Verteilung der Spektralklassen von *Pickering*<sup>197)</sup> untersucht. Eine zweite Arbeit *Pickering's* benutzt das ganze in Cambridge und Arequipa gesammelte Material an Sternspektren<sup>198)</sup>, aus dem bei Teilung der Sphäre in zwei gleiche Teile, einen galaktischen Gürtel von 60<sup>o</sup> Breite und zwei Polarkalotten, folgende Zahlen für die Sterne der einzelnen Klassen sich ergeben:

	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>K</i>	<i>M</i>
+ 30 <sup>o</sup> bis — 30 <sup>o</sup>	370	13190	2851	1358	3883	215
± 30 <sup>o</sup> bis ± 90 <sup>o</sup>	25	3617	2396	919	3090	165.

*T. E. Espin*<sup>199)</sup> vervollständigte das Material noch durch die Hinzunahme der Sterne mit besonderen Spektren (*P*), der Wolf-Rayet-Sterne (*O*) und der Sterne mit hellen Wasserstofflinien *H* und fand dann als Prozentsatz der in den Gürtel von + 30<sup>o</sup> bis — 30<sup>o</sup> gal. Breite fallenden Sterne der betreffenden Klasse

Gal. Breite	<i>O</i>	<i>B</i>	<i>H</i>	<i>P</i>	<i>A</i>	<i>M</i>	<i>K</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
+ 30 <sup>o</sup> bis — 30 <sup>o</sup>	100,0	93,8	91,6	86,3	78,5	56,6	55,6	54,3	59,7 %
0 <sup>o</sup> bis — 90 <sup>o</sup>	70,9	66,3	71,2	68,2	50,9	56,8	57,9	57,8	51,7 %.

195) *Astroph. Journ.* 7 (1898), p. 367.

196) *Bau des Fixsternhimmels*, Braunschweig 1906.

197) *Astr. Nachr.* 180 (1909), p. 147, *Harvard Obs. Circ.* 147.

198) *Harvard Obs. Ann.* 56, Nr. 1 (1912).

199) *Journ. Astr. Soc. Canada* 7 (1913), p. 79.

Er findet weiter, daß bei allen Klassen ein überwiegender Prozentsatz der Sterne auf der Südseite der Milchstraße sich befindet, und zwar in um so stärkerem Maße, je stärker die Kondensation der Klasse ist. Aus den von *Kapteyn* und *van Rhijn*<sup>200)</sup> gegebenen Sternzahlen der Spektralklassen erhält man für die Galaktische Kondensation bei den einzelnen Klassen der Sterne bis 8<sup>m</sup> die Werte

	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>K</i>	<i>M</i>
Gal. Kondens.	18,7	4,4	1,3	1,1	1,6	1,0.

Die Gesamtzahl aller Sterne wird angegeben:

Sterne bis 6,75 <sup>m</sup>	nach	<i>Pickering</i>	=	11004 strenge Auszählung
„ „ 11 <sup>m</sup>	„	<i>Henie</i>	=	1013328 nach Teilzählungen auf der Harvard Map
„ „ 11	„	<i>Nort</i>	=	1075200 nach Teilzählungen auf der Harvard Map
„ „ 11,5	„	<i>Stroobant</i>	=	2676000 nach Teilzählungen im Astrograph. Katalog
„ „ 13,5	„	<i>Stroobant</i>	=	9854000 nach Teilzählungen auf der Astrograph. Himmelskarte
„ „ Grenze der <i>Herschelschen</i>			=	20 Million. nach <i>Herschels</i> Schätzung
		Teleskope		
„ „ Grenze der <i>Herschelschen</i>			=	27 Million. nach <i>Seeligers</i> Diskussion der <i>Herschelschen</i> Eichungen
		Teleskope		
„ „ 16 <sup>m</sup>	nach	<i>van Rhijn</i>	=	32 Million. nach Ausgleichung der Zählungen
„ „ 17	„	<i>Chapman</i>	=	54,9 Million. nach Teilzählungen u. <i>Melotte</i> auf der <i>Franklin-Adams</i> -Karte
„ „ 17—18	„	<i>Gore</i>	=	64 Million. nach Zählungen auf Aufnahmen von <i>Roberts</i>
„ „ $H = \infty$	„	<i>Seeliger</i>	=	10 Milliarden nach Ausgleichung der Zählungen
„ „ $H = \infty$	„	<i>van Rhijn</i>	=	3,36 Milliarden nach Ausgleichung der Zählungen
„ „ $H = \infty$	„	<i>Chapman</i>	=	1—2 Milliarden nach Ausglei- u. <i>Melotte</i> chung der Zählungen
„ „ $H = \infty$	„	<i>Hertz-</i>	=	7 Milliarden nach Ausgleichung der Zählungen.
		<i>sprung</i>		

**19. Die äußere Erscheinung der Milchstraße.** Diese haben verschiedene Beobachter in bildlichen Darstellungen festzuhalten versucht.

200) Groningen Lab. Publ. 30 (1920).

Einen Überblick über die älteren hierher gehörigen Arbeiten gibt *Easton* in seiner sogleich anzuführenden Monographie. Im Atlas Coelestis Novus von *Heis* und der Uranometria Argentina von *Gould* ist gegenüber sonstigen Himmelskarten, die sich mit einer rohen Andeutung des Laufes der Milchstraße begnügen, eine treue Wiedergabe des Bildes der Milchstraße angestrebt. *Houzeaus* Zeichnung in der Uranométrie générale sucht den Verlauf der Linien gleicher Helligkeit, Isophoten, festzuhalten. Der Milchstraße allein, der Darstellung der Lichtabstufungen, der Verästelungen und Durchbrechungen in ihr sind die Arbeiten von *Boeddicker*<sup>201)</sup> und *Easton*<sup>202)</sup> gewidmet. Die Milchstraße des südlichen Himmels in photographischen Aufnahmen von großer Schönheit ist in den Harvard Annals 72, Nr. 3 von *S. I. Bailey* wiedergegeben. Dem Auge nie erreichbare Wunder in dem Sterne Meer der Milchstraße enthüllt durch die Photographie *Wolf*<sup>203)</sup> und *Barnard*.<sup>204)</sup> In einheitlicher, sich in der Wiedergabe den Originalen möglichst treu anschließender Darstellung vereinigte in Umzeichnungen zu bequemer Gegenüberstellung und Vergleichung der Auffassungen *F. Goos*<sup>205)</sup> die Arbeiten von *Heis*, *Gould*, *Easton*, *Boeddicker*, *Houzeau* und *Wolf* in einem Atlas der Milchstraße.

Isophotekarten der Milchstraße wurden außer dem schon erwähnten ersten Versuch von *Houzeau* noch hergestellt von *Pannekoek*<sup>206)</sup> auf Grund umfassender langjähriger Stufenschätzungen, von *Graff*<sup>207)</sup> und *Hopmann*<sup>208)</sup> nach genauen Photometermessungen und an sie sich anschließende Stufenschätzungen. *Hopmanns* Arbeit berücksichtigt den ganzen Umfang der Milchstraße, während *Pannekoek* und *Graff* nur die nördliche Milchstraße erforschten.

*Schiaparelli* und *Stratonoff*<sup>209)</sup> waren durch ihre bildlichen Darstellungen der Verteilung der dem freien Auge sichtbaren, beziehungsweise der Durchmusterungssterne zu dem Schlusse gekommen, daß die Hauptzüge des Milchstraßenbildes sich schon in der Verteilung dieser

201) *O. Boeddicker*, The milky way from the north pole to 10° of S. Declination, London 1892.

202) *C. Easton*, La voie lactée dans l'hémisphère boréal, Dordrecht, Paris 1893.

203) *M. Wolf*, Die Milchstraße, Leipzig 1908.

204) *E. E. Barnard*, Photographs of the milky way and of comets, Lick Obs. Publ. 11, Sacramento 1913. Ein Atlas of the Milky way mit Reproduktionen von 50 Aufnahmen aus der Milchstraße soll demnächst erscheinen

205) *F. Goos*, Die Milchstraße, Hamburg 1921.

206) Leiden Sternw. Ann. 11, 3. Stück (1920).

207) Hamburg. Sternw. in Bergedorf, Abh. 2, Nr. 5 (1920).

208) Astr. Nachr. 219 (1923), p. 188.

209) Vgl. Note 171, 172.

helleren Sterne erkennen ließen. *Plassmann* und *Arncke*<sup>210)</sup> stellten durch Summation des Lichtes der einzelnen Sterne bis 9<sup>m</sup> in den Trapezen der *Seeligerschen* Abzählungen der Durchmusterungssterne eine Karte der Verteilung des Gesamtlichtes dieser Sterne her und folgerten aus dem Vergleich mit Milchstraßenzeichnungen gleichfalls, daß schon die Anordnung der helleren teleskopischen Sterne durch die das Phänomen der Milchstraße erzeugenden Ursachen bedingt sei. Auf gleichem Wege, aber unter Trennung der Sterne nach vier Helligkeitsgruppen: heller als 6,5<sup>m</sup>, 6,6<sup>m</sup>—8,0<sup>m</sup>, 8,1<sup>m</sup>—9,0<sup>m</sup> und 9,1<sup>m</sup>—9,5<sup>m</sup>, schließt *Easton*<sup>211)</sup>, daß eine Korrelation zwischen der Intensitätsverteilung in der Milchstraße und der Sterndichte von den Sternen unter 6,5<sup>m</sup> ab bestehe. Andererseits berechnete *Seeliger*<sup>212)</sup> aus seinen Sternzählungen die Sterndichte in den durch die galaktischen Breitenkreise  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 50^\circ$ ,  $\pm 70^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$  begrenzten Zonen relativ zu der mittleren Zone 5, die die Milchstraße selbst enthält und deren Sterndichte = 1 gesetzt wird. Die Differenz der Sterndichte der galaktischen Zone und des Mittels der Sterndichten der außergalaktischen Zonen nennt er den Gradienten und er findet für diesen Gradienten Werte, die zwar mit abnehmender Helligkeit langsam wachsen, aber doch so klein bleiben, daß sie eine Erklärung der Erscheinung der Milchstraße als einer durch die Verteilung der Durchmusterungssterne hervorgerufenen optischen Erscheinung nicht zulassen. Um tiefer in die Einzelheiten einzudringen, zählte *Easton*<sup>213)</sup> für einzelne Stellen der Milchstraße, wo helle und schwache Partien derselben dicht beieinander liegen, die Sternzahlen nach der Durchmusterung, nach den Eichungen *Herschels*, *Epsteins* und *Celorias* und nach Blättern der photographischen Himmelskarte ab. Er findet, daß im allgemeinen keine engere Beziehung zwischen der Verteilung der Sterne bis 8,5<sup>m</sup> und der Milchstraße besteht und daß erst die Sterne schwächer als 8,5<sup>m</sup> anfangen, zu dem Lichte der Milchstraße beizutragen. An einzelnen Stellen, namentlich in der Cygnusgegend, scheinen allerdings auch die helleren Sterne eine deutliche Verknüpfung mit der Milchstraße zu besitzen, indem die Sternzahlen für alle Helligkeitsstufen von den hellsten bis zu den Sternen 14<sup>m</sup> mit der Helligkeit der Milchstraße gleichlaufend wachsen. Daß diese Erscheinung aber nur lokale Bedeutung haben könne, geht nach *Seeliger*<sup>214)</sup> hervor aus einer

210) Mitt. d. Verein. v. Freund. d. Astr. u. kosm. Phys. 3 (1893), p. 102.

211) Amsterdam Akad. Verhandl. 8, Nr. 3 (1903).

212) München Sitz.-Ber. 14 (1884), p. 521 und 16 (1886), p. 220.

213) Astr. Nachr. 137 (1895), p. 81.

214) München Akad. Abh. 19, 3 (1898), p. 619.

Gegenüberstellung der Sternzahlen der Durchmusterungssterne und derjenigen der Eichungen der beiden *Herschel* für zwölf Stellen der Milchstraße, an denen die Eichungen große Unterschiede aufweisen. Diese kommen in den Sternzahlen der Durchmusterungen nicht zum Vorschein. *Nort*<sup>215)</sup> diskutiert die *Henieschen* Sternzahlen der Harvard Map auch nach dieser Richtung. Er stellt eine der *Eastonschen* Isophotenkarte der nördlichen Milchstraße entsprechende Karte auch für die südliche Milchstraße her und vergleicht nun eine Karte der Sternichten bis 11<sup>m</sup> in der in 216 Felder geteilten Zone zwischen den galaktischen Breitenkreisen + 18° und - 18° mit diesen Karten. Er kann dann bei der nördlichen Milchstraße eine ziemlich gute Übereinstimmung in dem zwischen den Längen 135° und 180° liegenden Teile feststellen; im übrigen Verlauf ist die Ähnlichkeit der beiden Darstellungen geringer und fehlt teilweise gänzlich. Auf der Südhalbkugel entsprechen sich die beiden Darstellungen noch weniger. Trennt man die Sterne 9,0<sup>m</sup> bis 11<sup>m</sup> ab, so zeigt sich, daß diese sich ebenso verhalten wie die Gesamtheit der Sterne bis 11<sup>m</sup>, daß also auch die Verteilung der Sterne 9,0<sup>m</sup> bis 11<sup>m</sup> nicht in engerer Beziehung zur Intensitätsverteilung in der Milchstraße steht.

Die teilweise sich widersprechenden Resultate der verschiedenen Bearbeiter bezüglich der Stellung der helleren Sterne zur Erscheinung der Milchstraße veranlaßten neuerdings *J. C. van de Linde*<sup>216)</sup> zu einer nochmaligen Erörterung der Frage unter völliger Loslösung der dem freien Auge sichtbaren Sterne von den schwächeren teleskopischen, was besonders deshalb nötig erscheint, weil den absolut hellen Sternen eine durch besondere ihnen innewohnende Eigenschaften charakterisierte abgesonderte Stellung zuzuweisen sein dürfte. Es wird die nach der Prüfung als bis zur Größe 6,5<sup>m</sup> für den Nordhimmel und bis 6,4<sup>m</sup> für den Südhimmel als vollständig anzusehende Revised Harvard Photometry zugrunde gelegt und die Verdichtung der dem freien Auge sichtbaren Sterne in der Milchstraße als Verhältnis der durch graphische Ausgleichung der Abzählung von 10<sup>0</sup> breiten galaktischen Zonen gewonnenen maximalen Sterndichte zu der minimalen im galaktischen Pol auftretenden zu 2,73 gefunden. Aus *van Rhijns* Sternzahlentafel wird in gleicher Weise der Wert 3,18 abgeleitet. Für die einzelnen Typen ergeben sich die Zahlen:  $B \frac{1,000}{0,003}$ ,  $A$  2,65,  $F$  1,85,  $G$  1,93,  $K$  1,52,  $M$  1,17. Die Zone größter Dichtigkeit der Sterne bis 6,5<sup>m</sup> wird bestimmt durch Aufsuchen der Maxima der

215) Vgl. Note 184.

216) De Verdeeling der heldere Sterren, Rotterdam 1921.



Sterndichte in 36 Zonen, die zwischen  $10^0$  voneinander abstehenden Längengraden enthalten sind, und Ausgleichung durch eine Sinuskurve. Es wird ein gegen den galaktischen Äquator unter  $7^0$  geneigter Kreis mit dem Pol  $\alpha = 182^0$ ,  $\delta = + 28^0$  und dem sphärischen Radius  $92,4^0$  gefunden.

In der galaktischen Kondensation kommt das Licht der Sterne der Milchstraße nur in verkleinertem Maße zur Geltung. Das überaus starke Anschwellen des Wertes dieser Größe bei den allerschwächsten Sternen, etwa von  $16^m$  ab, zeigt indes, daß diese Sterne im wesentlichen zum Bau der Milchstraße beitragen.

**20. Der Spektralcharakter der Milchstraßensterne.** *Kapteyn*<sup>217)</sup> machte bei der Diskussion der südlichen photographischen Durchmusterung die Wahrnehmung, daß die Sternzahl der photographischen Durchmusterung in und in der Nähe der Milchstraße diejenige der Bonner südlichen Durchmusterung und die der Cordobaer Durchmusterung im gleichen Areale überträfe und daß sie gegenüber den beiden visuellen Durchmusterungen eine fortschreitend um so kleinere Zahl liefere, je näher die betrachteten Flächen dem galaktischen Pole liegen. Hierfür konnten zwei Erklärungen gegeben werden: Die Sterne gleicher optischer Helligkeit sind in der Milchstraße blauer, also reicher an aktinischen Strahlen, als außerhalb der Milchstraße (*Kapteynsches* Phänomen) oder: Die Größen der Bonner Durchmusterung und der Cordobaer Durchmusterung sind abhängig von der Sternfülle. Ähnliche Verhältnisse fand auch *Scheiner* bei einer Vergleichung der Bonner Durchmusterung mit den Platten der Potsdamer Zone der photogr. Himmelskarte. Er bemerkte<sup>218)</sup> ein Wachsen des Dichteverhältnisses in der Karte und in der B.D. proportional mit der Dichte selbst und eine um so größere Anzahl von Sternen unter  $9,5^m$  in der B.D., je kleiner die Sternzahl der betreffenden Fläche ist. Ein dem *Kapteynschen* Phänomen entsprechendes Verhalten der Sternzahlen bei sternarmen und sternreichen Gegenden der B.D. und der Himmelskarte tritt auch nach *Scheiner*<sup>219)</sup> außerhalb der Milchstraße auf, und er hält deshalb die Sternfülle für die direkte Ursache der Erscheinung, während die galaktische Breite nur indirekt eingeht durch die Abhängigkeit der Sterndichte von derselben. Außerdem kommt das Purkinje-Phänomen zur Geltung, nach dem die Empfindlichkeit des Auges für die roten Strahlen zunimmt mit abnehmender Helligkeit der Lichtquelle. Für die erste Erklärung des *Kapteynschen* Phä-

217) Bull. de la carte du ciel 2, p. 131, Paris 1895.

218) Astr. Nachr. 147 (1898), p. 1.

219) Astr. Nachr. 149 (1899), p. 165.

nomens sprach dagegen eine von *Tucker*<sup>220)</sup> ausgeführte Vergleichung mit der Cordobaer Durchmusterung, die ergab, daß die Sterne in der Kap-Durchmusterung in der Milchstraße zu hell, außerhalb der Milchstraße zu schwach geschätzt seien, und weiter die Feststellung *Pickering's*<sup>221)</sup>, daß von den im Draper-Katalog vorkommenden Milchstraßensternen etwa  $\frac{2}{3}$  zum Spektraltypus *A* gehören. Trotzdem fand *A. Fath*<sup>222)</sup> bei einigen hellen Wolken der Milchstraße ein dem Sonnentypus entsprechendes, also *G*-Spektrum, und man muß also annehmen, daß das *Pickering'sche* Phänomen nur für die näheren Sterne in der Milchstraße gilt, daß aber die ferneren, schwachen Sterne, die im wesentlichen den Lichtschimmer erzeugen, wieder den späteren Typen angehören. Dies wurde von *Fath* auf Aufnahmen mit rot empfindlichen Platten und mit Farbfiltern auch bestätigt gefunden. Ein Überwiegen der weißen Sterne in der Milchstraßenzone und nahe gleichförmige Verteilung der gelben und roten Sterne über den Himmel wurde auch von *Müller* und *Kempf* durch eine Diskussion der Farbschätzungen der Potsdamer photometrischen Durchmusterung festgestellt.<sup>223)</sup>

**21. Ebenen der scheinbaren Sternverteilung.** Für die Bestimmung der Lage der Ebene der Milchstraße und der Hauptebenen der Sternverteilung kann man ein von einer genäherten Annahme der Koordinaten des Poles der gesuchten Ebene ausgehendes Verfahren benutzen, wie es *Houzeau*<sup>224)</sup> beschrieben hat. Eine strenge mathematische Behandlung der Aufgabe wurde von *Newcomb*<sup>225)</sup> gegeben. Auch das Verfahren der Entwicklung nach Kugelfunktionen und Bestimmung der Lage der Hauptebenen aus den Koeffizienten der Entwicklung durch Aufstellung der Maximumbedingung ist mehrfach angewandt.

220) *Astroph. Journ.* 7 (1898), p. 330.

221) Vgl. Note 198.

222) *Astroph. Journ.* 36 (1912), p. 362.

223) *Astr. Nachr.* 180 (1909), p. 249.

224) *Bruzelles Obs. Ann., Nouv. Sér.* 1 (1878), p. 18. *Houzeau* geht aus von Näherungswerten der Koordinaten des Poles der Milchstraße und verbessert sie durch ein Näherungsverfahren mit der Bedingung, daß die Abstände von 33 Punkten maximaler Helligkeit der Milchstraße von dem gesuchten Punkte möglichst nahe = 90° werden. Bezüglich der Lösung der Aufgabe vgl. auch die Ausführungen über die Bestimmung des Zielpunktes der Sonnenbewegung nach der *Bessel-Kobold'schen* Methode in Nr. 33.

225) *S. Newcomb*, On the position of the galactic and other principal planes towards which the stars crowd, Washington 1904. *N.* stellt die Gleichung dritten Grades auf, deren drei Wurzeln die Hauptebenen einer räumlichen Verteilungsfunktion bestimmen.

Die hauptsächlichsten Bestimmungen der Koordinaten des nördlichen Poles und ihres von diesem Pole aus gerechneten sphärischen Radius für die Milchstraße und für einige andere Hauptebenen der scheinbaren Verteilung der Sterne sind:

Milchstraße.				
	Pol		Radius	Äquin.
	A R.	D.		
<i>Heis</i> <sup>226)</sup>	190°	+ 27°	90°	1855
<i>Houzeau</i> <sup>227)</sup>	192,3°	+ 27,5°	90,3°	1880
<i>Gould</i> <sup>228)</sup>	190,3°	+ 27,3°	90°	1875
<i>Newcomb</i> <sup>229)</sup>	192,8°	+ 27,2°	91,74°	1900
<i>Kobold</i> <sup>230)</sup>	191,2°	+ 28,0°	91,24°	1880
<i>Graff</i> <sup>231)</sup>	192,6°	+ 26,7°	90,0°	1925
Hauptebene des Sternsystems.				
<i>Ristenpart</i> <sup>232)</sup>	196,6°	+ 18,7°	95,5°	1855 Sterne bis 6 <sup>m</sup>
			91,9°	6 <sup>m</sup> bis 8 <sup>m</sup>
			92,1°	8 <sup>m</sup> bis 9,5 <sup>m</sup>
<i>Prey</i> <sup>233)</sup>	199,3°	+ 17,9°	91,3°	1855 6 <sup>m</sup> bis 9 <sup>m</sup>
<i>Nort</i> <sup>234)</sup>	191°	+ 27°	91,6°	Sterne bis 11 <sup>m</sup>
Gouldscher Gürtel.				
<i>Gould</i> <sup>228)</sup>	171,2°	+ 30°	—	1875
<i>Newcomb</i> <sup>225)</sup>	179,6°	+ 26,4°	—	1900 36 hellste Sterne
	181,2°	+ 17,4°	—	1900 alle Sterne bis 2,5 <sup>m</sup>
	180,0°	+ 21,5°	—	1900 alle Sterne bis 3,5 <sup>m</sup>
<i>Kobold</i> <sup>230)</sup>	191,9°	+ 41,2°	83,8°	1900 40 hellste Sterne
<i>van de Linde</i> <sup>216)</sup>	182°	+ 28°	92,4°	1900 alle Sterne bis 6,5 <sup>m</sup>

226) Atlas coelestis novus, p. VIII.

227) Vgl. Note 224, p. 21.

228) Uranometria Argentina, p. 371.

229) Vgl. Note 225, p. 17.

230) Vgl. Note 196, p. 184.

231) Astr. Nachr. 213 (1921), p. 27.

232) Untersuchungen über die Konstante der Präzession und die Bewegung der Sonne im Fixsternsystem, Straßburg Diss., Karlsruhe 1892.

233) Vgl. Note 190.

234) Vgl. Note 184.

## Andere Symmetrieebenen.

<i>Hertzsprung</i> <sup>235)</sup>	182,1 <sup>0</sup> + 27,9 <sup>0</sup> —	1900 1402 Heliumsterne
	189,1 <sup>0</sup> + 26,3 <sup>0</sup> —	1900 98 <i>c</i> - und <i>ac</i> -Sterne
	190,7 <sup>0</sup> + 26,9 <sup>0</sup> —	1900 87 Typus V-Sterne
	194,2 <sup>0</sup> + 27,4 <sup>0</sup> —	1900 228 Typus IV-Sterne
	192,7 <sup>0</sup> + 28,1 <sup>0</sup> —	1900 130 Gasnebel
<i>Wolf</i> <sup>236)</sup>	193,4 <sup>0</sup> + 28,7 <sup>0</sup> —	1875 Dichtemax. d. Nebelflecke.

## B. Die räumliche Verteilung der Sterne, Extinktion.

**22. Ältere Theorien.** Bei der Unzulänglichkeit des zur Verfügung stehenden Materials hinreichend sicher gemessener Sternentfernungen können wir eine Vorstellung über die räumliche Anordnung der Sterne nur erlangen auf Grund ausreichender, die Beobachtungen verbindender und in Beziehung setzender Hypothesen. Die scheinbare Verteilung der Sterne über die Sphäre wird hervorgerufen durch die Anzahl und die scheinbare Helligkeit der in einer bestimmten Richtung erscheinenden Sterne. Abgesehen von der Helligkeit wäre sie nur bestimmt durch die Funktion

$D(\varrho)$  = Anzahl der Sterne in der Volumeneinheit in der Entfernung  $\varrho$ .

Der Einfluß der absoluten Helligkeit der Sterne auf das Bild wird bestimmt durch die Funktion

$\varphi(H) dH$  = Anzahl der Sterne in der Volumeneinheit, deren Leuchtkraft zwischen den Grenzen  $H$  und  $H + dH$  liegt, ausgedrückt in Teilen von  $D(\varrho)$ .

Danach ist  $D(\varrho) \cdot \varphi(H) dH$  die Anzahl der Sterne in der Volumeneinheit, deren Leuchtkraft zwischen den Grenzen  $H$  und  $H + dH$  liegt, und die Zahl der im Areal  $\omega$  an der Sphäre erscheinenden in der Entfernung  $\varrho$  befindlichen Sterne der absoluten Helligkeit  $H$  wird

$$(10) \quad \frac{d\mathfrak{N}}{d\varrho} = \omega \varrho^4 d\varrho D(\varrho) \varphi(H) dH.$$

*W. Herschel*, der Begründer der modernen Stellarastronomie, ging aus von den einfachsten Vorstellungen gleicher absoluter Leuchtkraft aller Sterne und gleichförmiger Verteilung der Sterne im Raume entsprechend der Annahme  $D(\varrho) \cdot \varphi(H) dH = \text{Konst.}$  Mit Hilfe einfachster geometrischer Vorstellungen entsprechend einer gleichförmigen Verteilung der Sterne in äquidistanten Ebenen berechnet er die

235) *Astr. Nachr.* 192 (1912), p. 263.

236) *Königstuhl-Heidelberg Publ.* 1 (1902), p. 174.

Anzahl der in einem Kegel vom Öffnungswinkel  $\varphi$ , dessen Grundebene um das  $(n - 1)$  fache des Abstandes zweier Sterne vom Auge entfernt ist, zu  $n^3 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \varphi$ , woraus seine Grundformel für die Entfernung der Grenzsicht, wenn man alle im Gesichtsfelde mit dem Radius  $\varphi$  sichtbaren Sterne  $= \nu$  zählt, folgt:

$$(11) \quad s = \sqrt[3]{\nu \operatorname{cotg}^2 \frac{1}{2} \varphi} - 1.$$

Die dieser Formel zugrunde liegende Annahme *Herschels*, daß das Sternsystem ein begrenztes sei und daß er mit seinen Instrumenten bis zu dieser Grenze in den Raum einzudringen vermöge, war mit seinen späteren Erfahrungen unvereinbar und führte ihn auf einen anderen Weg zur Bestimmung der Entfernungen der Sterne. Er ermittelte durch Versuche an irdischen Gegenständen für seine Fernrohre deren „raumdurchdringende Kraft“, d. i. das Verhältnis der Entfernungen, in welchen einerseits das betreffende Instrument und andererseits das freie Auge den gleichen Gegenstand zu unterscheiden vermögen, und bestimmte dann mit Hilfe zweier Instrumente, deren raumdurchdringende Kraft in einem bestimmten Verhältnis steht, unter der Annahme, daß die durchschnittliche Leuchtkraft der Sterne konstant sei, die mittleren Entfernungen der Sterne 2<sup>ter</sup>, 3<sup>ter</sup> usw. Größe im Verhältnis zur Entfernung der Sterne erster Größe. Er setzte danach die schwächsten dem freien Auge sichtbaren Sterne in die 12fache Entfernung der Sterne erster Größe und glaubte mit seinem größten Instrument bis zu einer Entfernung gleich dem 2300fachen der Entfernung der Sterne erster Größe in den Raum eindringen zu können. Bezüglich der räumlichen Anordnung der Sterne gewann *Herschel* aus seinen Forschungen schließlich die Vorstellung einer längs der Ebene der Milchstraße bis in unermessliche Entfernungen sich erstreckenden dünnen Schicht in lockerem Zusammenhang stehender Haufen von Sternen, deren einem unsere Sonne angehört.

Diese Vorstellung bildet auch die Grundlage der Arbeiten *W. Struves*, der in der Richtung der Milchstraße eine konstante Dichte annimmt, in der Richtung senkrecht zur Milchstraße aber eine abnehmende Dichte. Er stützt sich bei seinen Arbeiten<sup>237)</sup> auf die *Besselschen* Zonenbeobachtungen zwischen  $-15^\circ$  und  $+15^\circ$  Deklination, die einen zur Hauptebene der Milchstraße schrägen Schnitt durch den mit Sternen erfüllten Raum darstellen. Das Verhalten der Sternzahlen in den einzelnen Rektaszensionsstunden dient ihm als

237) Vorrede zu *M. Weisse*, Positiones med. stell. fix. in zonis Regiomontanis a *Besselio* inter  $-15^\circ$  et  $+15^\circ$  decl. obs., St. Petersburg 1846, und erweitert in *F. W. G. Struve*, Études d'astronomie stellaire, St. Petersburg 1847.

Rechtfertigung seiner Hypothese. Er berechnet dann unter Hinzunahme der *Herschelschen* Eichungen die Sternzahlen als abhängig von der galaktischen Breite  $b$ , stellt dieselben dar durch einen Ausdruck der Form

$$z = \frac{A + B \cos 2b + C \cos 4b}{1 + \beta \cos 2b + \gamma \cos 4b}$$

und entnimmt diesem Ausdruck für die Dichte  $\rho$  der Sternverteilung als Funktion des Abstandes  $x$  von der Grundebene der Milchstraße den Wert

$$\rho = \frac{1 + ax^2 + bx^4 + cx^6 + dx^8}{(1 + a_1x^2 + b_1x^4)^2}.$$

Aus der Zahl der in der Richtung der Milchstraße in einem bestimmten Areal erscheinenden Sterne der einzelnen Größenklassen folgen vermöge der angenommenen gleichförmigen Verteilung in dieser Richtung die relativen Sternentfernungen aus den Kubikwurzeln der Zahlen. *Struves* Schlußfolgerungen gehen weit über den wirklichen Inhalt der zugrunde gelegten Beobachtungsdaten hinaus. *Gauß* nennt in seinen Briefen an *Schumacher* *Struves* Schrift eine Phantasiepielerei. Kritisch beleuchtet und ablehnend beurteilt sie auch *Encke*<sup>238)</sup> und neuerdings wieder *E. Anding*.<sup>239)</sup> Das Verdienst, durch vielseitige Verwendung statistischen Materials der Forschung einen neuen Weg erschlossen zu haben, kann aber *Struve* nicht bestritten werden.

*Argelanders* Durchmusterungsarbeiten wurden für die Kenntnis der räumlichen Verteilung der Sterne bald von fundamentaler Bedeutung. *K. v. Littrow*<sup>240)</sup> stellte nach den Bonner Sternverzeichnissen die erste Zählung der Sterne des nördlichen Himmels nach Größenklassen und nach Zonen der Deklination her und benutzte die erlangten Zahlen zur Prüfung der grundlegenden Anschauungen. Mit der photometrischen Konstante, dem Verhältnis der scheinbaren Helligkeiten zweier aufeinanderfolgender Größenklassen, die nach Gleichung (1) definiert ist durch

$$(12) \quad \log p^2 = 0,4$$

würden bei gleichförmiger Verteilung und gleicher Leuchtkraft der Sterne die Sternzahlen in der Beziehung stehen

$$(13) \quad \mathcal{A}_m : \mathcal{A}_{m-1} = p^3 \quad \log(\mathcal{A}_m : \mathcal{A}_{m-1}) = 0,6$$

$$\mathcal{A}_m = c \cdot h_m^{-\frac{3}{2}} \quad \log \mathcal{A}_m = c' + 0,6m.$$

238) Astr. Nachr. 26 (1847), p. 337.

239) Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum, 2. Abschnitt, Kap. II, Leipzig 1910.

240) Wien Sitz.-Ber. 59 (1869), p. 569; 61 (1870), p. 263. Die Sternzahlen finden sich auch Astr. Nachr. 62 (1864), p. 357, und in endgültiger Form 73 (1869), p. 201.

*Littrow* findet eine ausreichende Darstellung der Zahl der Sterne des Nordhimmels bis zur scheinbaren Größe  $m$  durch den Ausdruck

$$\mathfrak{N}_m = 1,3039 (3,5295)^m.$$

Das Verhältnis der Entfernungen der Sternklassen wäre unter den gleichen Voraussetzungen

$$(14) \quad \varrho_m : \varrho_{m-1} = p = \sqrt{2,512} \quad \log(\varrho_m : \varrho_{m-1}) = 0,2,$$

während *Littrow* findet

$$\varrho_m = 0,657 (1,523)^m,$$

ausgedrückt in Einheiten der die Sterne bis zur ersten Größe umschließenden Sphäre.

Den *Littrowschen* Zahlen entspricht der Wert 0,3651 der photometrischen Konstante.

Eine strengere Darstellung dieser Verhältnisse war erst möglich, als man photometrische Größen der Sterne einführen konnte. Der *Draper-Katalog* gab *E. C. Pickering* Gelegenheit dazu. Er findet, indem er von halber zu halber Größenklasse abzählt und zur Größe  $m$  die Sterne zwischen  $m - \frac{1}{4}$  und  $m + \frac{1}{4}$  rechnet, aus den Sternen bis zur Größe 6,75<sup>m</sup> den Ausdruck<sup>241)</sup>

$$\mathfrak{N}_m = 4,15 (3,24)^m.$$

Durch Hinzuziehung weiteren bis etwa zur 13. Größe reichenden Materials schließt *Pickering* auf eine Abnahme des theoretisch zu 3,98 anzunehmenden Verhältnisses  $\mathfrak{N}_m : \mathfrak{N}_{m-1}$  von 3,34 für  $m = 0$  auf 2,86 für  $m = 9,0$  und 2,05 für  $m = 13,0$ , und *R. H. Tucker*<sup>242)</sup> fand durch Sternzählungen mittels des 36"-Refraktors der Lick-Sternwarte bei den Sternen zwischen 16<sup>m</sup> und 17<sup>m</sup> den noch kleineren Wert 1,49. Das Nichterfülltsein der Gleichung (13) zeigt, daß es nicht erlaubt ist,  $D(\varrho) \cdot \varphi(H) d(H) = \text{Konst.}$  zu setzen.

Schon *C. A. F. Peters* hatte aber die Unvereinbarkeit der Annahme auch nur durchschnittlich gleicher Leuchtkraft der Sterne mit der Erfahrung erkannt<sup>243)</sup> und hatte den theoretischen Ausdruck der Sternzahlen aufgestellt unter der Annahme, daß die Leuchtkraft der Sterne liege zwischen den Grenzen 0 und einem Maximalwert  $H$  und daß für jeden einzelnen Stern jede zwischen diesen Grenzen liegende Leuchtkraft gleich wahrscheinlich sei. Da dann die größte Entfernung, in der ein Stern noch die scheinbare Helligkeit  $h_m$  haben kann,  $= \sqrt{\frac{H}{h_m}}$  ist,

241) Harvard Coll. Obs. Ann. 48, Nr. 5 (1903).

242) Astroph. Journ. 7 (1898), p. 330.

243) Astr. Nachr. 28 (1849), p. 228.

so erhält er die Grundformeln für die Zahl der Sterne  $\mathfrak{A}_m$  von den hellsten bis zur scheinbaren Helligkeit  $h_m$  und für die mittlere Entfernung  $\bar{\varrho}_m$  der Sterne der scheinbaren Helligkeit  $h_m$

$$\mathfrak{A}_m = \frac{4\pi D}{H} \int_{h_m}^{\infty} \int_0^{\sqrt{\frac{H}{h_m}}} \varrho^4 d\varrho dh = \frac{8}{15} \cdot \pi \cdot D \left(\frac{H}{h_m}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\bar{\varrho}_m = \frac{\int_0^{\sqrt{\frac{H}{h_m}}} \varrho^5 d\varrho}{\int_0^{\sqrt{\frac{H}{h_m}}} \varrho^4 d\varrho} = \frac{5}{6} \sqrt{\frac{H}{h_m}} = \frac{5}{6} \sqrt[3]{\frac{15}{8\pi D}} \sqrt[3]{\mathfrak{A}_m}.$$

$D$  ist die Anzahl der Sterne in der Volumeneinheit.

Die Grundformel *Herschels* und *Struves*, nach der die Entfernungen der Helligkeitsklassen wachsen mit der Kubikwurzel aus den Sternzahlen, blieb also auch bei dieser Annahme bestehen.

Daß die Proportionalität der mittleren Entfernungen der Größenklassen mit dem reziproken Wert der Quadratwurzel aus der scheinbaren Helligkeit,  $\bar{\varrho}_m = \frac{\text{konst.}}{\sqrt{h_m}}$  auch noch gilt bei willkürlicher aber homogener Mischung der absoluten Helligkeiten zeigte *Schiaparelli*<sup>244)</sup> in anschaulicher Weise.

*H. Gylden*<sup>245)</sup> ließ auch die von *Peters* noch vorausgesetzte gleiche Wahrscheinlichkeit aller Leuchtkräfte fallen und stellte zuerst die bezüglich der Leuchtkraft allgemeine Formel auf

$$\mathfrak{A}_m = \omega D \int_{h_m}^{\infty} dh \int_0^{\sqrt{\frac{H}{h_m}}} \varphi(h\varrho^2) \varrho^4 d\varrho.$$

$h\varrho^2$  als Unabhängige einführend, zeigt *Gylden*, weil wegen der Konstanz von  $H$  der Wert des nach  $h\varrho^2$  genommenen Integrals von  $h$  unabhängig ist, daß wieder die Gleichungen bestehen

$$\mathfrak{A}_m = F h_m^{-\frac{3}{2}} \quad \bar{\varrho}_m : \bar{\varrho}_{m-1} = \sqrt[3]{\mathfrak{A}_m : \mathfrak{A}_{m-1}}.$$

**23. Seeligers Untersuchungen.** Die weitergehende Verallgemeinerung auch in bezug auf die Verteilung nimmt *Seeliger* vor, gleichzeitig die mathematische Behandlung des Problems auf die breiteste Grundlage stellend.

<sup>244)</sup> Milano Osserv. di Brera Pubbl., Nr. 34 (1889).

<sup>245)</sup> Stockholm Akad. Förhandl. 1872, Nr. 7.



Die den Beobachtungen zu entnehmenden gegebenen Daten sind die scheinbare Verteilung der Sterne und ihre mittlere Entfernung. Sie sollen dienen zur Bestimmung von drei unbekannt Funktionen: der räumlichen Anordnung der Sterne nach ihrer Anzahl und absoluten Helligkeit, also der Dichtefunktion und der Leuchtkraftfunktion, und dann der Beziehung zwischen scheinbarer Helligkeit und Leuchtkraft mit Rücksicht auf eine etwaige Absorption des Lichtes. Die Beobachtungsdaten und die gesuchten Funktionen sind miteinander verbunden durch die beiden Integralgleichungen für die Sternzahl und für die mittlere Parallaxe.

Bezüglich der Leuchtkräfte wird von vornherein die Annahme gemacht, daß eine bestimmte obere Grenze  $H$  der Leuchtkräfte bestehe. Während bei gleichförmiger Verteilung, gleicher Leuchtkraft aller Sterne und einer dem photometrischen Gesetz entsprechenden Abnahme der scheinbaren Helligkeit mit dem Quadrat der Entfernung die Beziehungen gelten

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{N}_m = c \cdot h_m^{-\frac{3}{2}}, \log \mathfrak{N}_m = c' + 0,6 m, \log \alpha_m = \log (\mathfrak{N}_m : \mathfrak{N}_{m-\frac{1}{2}}) = 0,3, \\ \pi_m = \Gamma \sqrt{h_m}, \log \pi_m = \gamma - 0,2 m, \log p_m = \log (\pi_m : \pi_{m-\frac{1}{2}}) = 0,1, \end{array} \right.$$

findet *Seeliger* aus den tatsächlichen Sternzahlen der Durchmusterungen<sup>246)</sup>

$$(16) \quad \log \alpha = \frac{3 - \lambda}{10}.$$

Dabei ist  $\lambda$  eine von der scheinbaren Helligkeit unabhängige, mit der galaktischen Breite sich langsam vom Werte 0,535 in der galaktischen Zone bis 0,775<sup>247)</sup> in der Polzone ändernde Größe.

Im *schematischen* Sternsystem ist  $\lambda$  konstant = 0,655, im *typischen* System ist es dagegen abhängig von der galaktischen Breite, nicht aber von der Länge, indem die in letzterer Hinsicht auftretenden Änderungen als nicht gesetzmäßig angesehen werden. Bei der ersten grundlegenden Untersuchung war der Gang folgender. Nach der *Celoria*-schen<sup>248)</sup> Abzählung der Zone  $0^0$  bis  $+6^0$  verhalten sich die Sterne bis  $11,2^m$  so wie die Durchmusterungssterne, die aus den *Herschel*-schen Eichungen folgenden Zahlen  $\mathfrak{N}_{13,9}$  befolgen aber ein anderes Gesetz. In der galaktischen Zone verhalten auch die schwachen Sterne sich nahezu wie die helleren, außerhalb der Milchstraße dagegen nimmt

246) München Akad. Abh. 19, Nr. 3 (1898) und mit den endgültig angenommenen Sternzahlen, München Sitz.-Ber. 42 (1912), p. 451—509.

247) Die Angaben sind der letzten Bearbeitung München Sitz.-Ber. 1920, p. 87, entnommen.

248) Milano Osserv. di Brera Pubbl., Nr. 13 (1877).

ihre Zahl sehr viel langsamer zu als die der helleren. Eine Bestätigung dieser letzteren Folgerung fand *Seeliger* später<sup>249)</sup> in den Sternzahlen  $\mathfrak{A}_{11,16}$  und  $\mathfrak{A}_{14,84}$ , die er aus dem *Kapteynschen* Material in Groningen Publ. 18 ableitete. In seiner letzten sich auf die Abzählungsergebnisse *van Rhijns* in Groningen Publ. 27 stützenden Bearbeitung betrachtet *Seeliger* das Gesetz der scheinbaren Sternverteilung als gegeben durch

$$(17) \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{A}_m = c h^{\frac{\lambda-3}{2}}, \quad \log \mathfrak{A}_m = c' - \frac{\lambda-3}{5} m, \\ \log \mathfrak{A}_m = 0,764 + 0,4700(m - 9,5) - 0,0048(m - 9,5)^2 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{gültig bis } 9,5^m, \\ \log \mathfrak{A}_m = 0,764 + 0,4700(m - 9,5) - 0,01734(m - 9,5)^2 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{für Werte } m > 9,5. \end{array} \right.$$

( $\mathfrak{A}_m$  bezieht sich auf die Fläche eines Quadratgrades.)

Der theoretische Ausdruck für die Sternzahl in größter Allgemeinheit wird erhalten, wenn man einführt: Die Dichte als Funktion der Entfernung  $D(\rho)$ , die Helligkeitsverteilung als Funktion der Leuchtkraft und der Entfernung  $\varphi(H, \rho)$ , die maximale Leuchtkraft als Funktion der Entfernung  $H(\rho)$  und den Absorptionsfaktor  $\psi(\rho)$ . Außer Ansatz bleibt ein Einfluß der Zeit auf den funktionalen Zusammenhang der Größen, ebenso die Abhängigkeit vom scheinbaren Ort im schematischen Sternsystem. Dagegen wird die Möglichkeit ins Auge gefaßt, daß das Sternsystem ein begrenztes ist. Liegt die Grenze in der Entfernung  $P$  und ist  $h_n$  die scheinbare Helligkeit der absolut hellsten Sterne an der Grenze

$$h_n = \frac{H(P)\psi(P)}{P^2},$$

so ist die Sternzahl bis zur scheinbaren Größe  $m$  im scheinbaren Areal  $\omega$  für

$$(18) \left\{ \begin{array}{l} m < n \quad \mathfrak{A}_m = \omega \int_0^\sigma D(\rho) \rho^2 d\rho \int_{\frac{h_m \rho^2}{\psi(\rho)}}^{H(\rho)} \varphi(H, \rho) dH \quad \sigma < P \\ \text{und für} \\ m > n \quad \mathfrak{A}_m = \omega \int_0^P D(\rho) \rho^2 d\rho \int_{\frac{h_m \rho^2}{\psi(\rho)}}^{H(\rho)} \varphi(H, \rho) dH. \end{array} \right.$$

Die Entfernung  $\sigma$ , in der die absolut hellsten Sterne die scheinbare Helligkeit  $h_m$  haben, ergibt sich aus

$$\frac{H(\sigma)\psi(\sigma)}{\sigma^2} = h_m.$$

249) München Abb. 25, Nr. 3 (1909) und Astr. Nachr. 182 (1909), p. 229.

Die mittlere Parallaxe der Sterne der scheinbaren Größe  $m$  ist nach den gleichen allgemeinsten Annahmen für

$$(19) \quad m < n \quad \bar{\pi}_m = \frac{\int_0^\sigma D(\varrho) \cdot \frac{\varrho^3}{\psi(\varrho)} \cdot \varphi\left(\frac{h_m \varrho^2}{\psi(\varrho)}, \varrho\right) d\varrho}{\int_0^\sigma D(\varrho) \cdot \frac{\varrho^4}{\psi(\varrho)} \cdot \varphi\left(\frac{h_m \varrho^2}{\psi(\varrho)}, \varrho\right) d\varrho}.$$

Wenn  $m > n$ , so ist als obere Grenze statt  $\sigma$  zu setzen P.

Da das vorhandene Material zur Lösung der Aufgabe in dieser Allgemeinheit nicht ausreicht, müssen Beschränkungen eintreten. Setzt man die Helligkeitsverteilung als unabhängig von der Entfernung, also überall im Raume dasselbe Mischungsverhältnis der Leuchtkräfte voraus, und betrachtet dementsprechend auch H als unabhängig vom Orte, so ergibt sich mit

$$\varrho'^2 = \frac{\varrho^2}{\psi(\varrho)} \quad \text{und} \quad \Delta(\varrho') = D(\varrho) \frac{\psi(\varrho)^{\frac{5}{2}}}{\psi(\varrho) - \frac{1}{2} \varrho \psi'(\varrho)},$$

so daß  $\Delta(\varrho')$  die scheinbare, noch den Einfluß der Absorption enthaltende Dichte ist

$$(20) \quad \mathfrak{A}_m = \omega \int_0^{\sigma'} \Delta(\varrho') \varrho'^2 d\varrho' \int_{h_m \varrho'^2}^H \varphi(H) dH, \quad \sigma' = \sqrt{\frac{H}{h_m}}.$$

Mit der den Beobachtungen entnommenen innerhalb der Unsicherheit der Beobachtungen bis etwa  $10^m$  geltenden Beziehung (17)

$$\mathfrak{A}_m = c \cdot h^{\frac{\lambda-3}{2}}$$

ist dieser Ansatz, Stetigkeit vorausgesetzt, nur zu vereinigen, wenn

$$(21) \quad \Delta(\varrho') = \gamma \cdot \varrho'^{-\lambda}, \quad D(\varrho) = \gamma \varrho^{-\lambda} \frac{\psi(\varrho) - \frac{1}{2} \varrho \psi'(\varrho)}{\psi(\varrho)^{\frac{5-\lambda}{2}}}$$

gesetzt wird. Läßt man schließlich auch die Absorption außer Betracht, so vereinfachen sich die Formeln weiter in

$$22) \quad \left\{ \begin{array}{l} D(\varrho) = \gamma \varrho^{-\lambda} \\ \mathfrak{A}_m = \omega \int_0^{\sigma'} D(\varrho) \varrho^2 d\varrho \int_{h_m \varrho^2}^H \varphi(H) dH \\ m < n \quad = \omega \int_0^{\sigma'} D(\varrho) \varrho^4 d\varrho \int_{h_m}^{\frac{H}{\varrho^2}} \varphi(h \varrho^2) dh, \quad \sigma' = \sqrt{\frac{H}{h_m}} \\ \bar{\pi}_m = \frac{\int_0^{\sigma'} D(\varrho) \varrho^3 \varphi(h_m \varrho^2) d\varrho}{\int_0^{\sigma'} D(\varrho) \varrho^4 \varphi(h_m \varrho^2) d\varrho} \end{array} \right.$$

für  $m > n$  ist als obere Grenze des Integrals nach  $\varrho$  einzuführen

$$\sigma'' = \sqrt{\frac{H}{h_n}}.$$

Soweit die Relation  $\mathfrak{A}_m = c \cdot h^{\frac{\lambda-3}{2}}$  gilt, wird

$$(23) \quad \bar{\pi}_m = \Gamma \sqrt{h_m},$$

wobei  $\Gamma$  unabhängig von  $h_m$ , aber Funktion von  $\varphi(H)$  und  $\lambda$  ist. Die so erhaltenen Parallaxen nennt *Seeliger normale* Parallaxen. Die Vergleichung der normalen Parallaxen mit den mittleren Parallaxen hätte zu entscheiden, ob die drei Voraussetzungen der Formeln:  $\varphi(H)$  unabhängig von  $\varrho$ ,  $\psi(\varrho) = 1$  und  $\mathfrak{A}_m = c \cdot h^{\frac{\lambda-3}{2}}$  erfüllt sind.

Da die Parallaxen zu wenig bekannt sind, kommen für die Untersuchung der Konstitution des Fixsternsystems nur die Gleichungen für  $\mathfrak{A}_m$  in Betracht und die Gleichung für  $\bar{\pi}_m$  kann nur zur Kontrolle dienen.

Aus einer von *G. C. Comstock*<sup>250)</sup> zusammengestellten Liste von 235 sicher bestimmten Fixsternparallaxen leitet *Seeliger*<sup>251)</sup> den bis  $M = 6$  den Beobachtungen sich genügend anschließenden Ausdruck

$$\varphi(m_0) = 15,55 (1 + 0,266 m_0 - 0,002 m_0^2)$$

ab, worin  $m_0$  die zu  $\pi = 0,2''$  gehörende absolute Helligkeit ist. Daraus folgt für die zu  $H$  gehörige größte absolute Helligkeit — 3,62 oder für die Sternweite als Entfernungseinheit mit  $m = M + 3,495$

$$M_0 = - 7,12.$$

*Comstock* hatte aus der Diskussion des Parallaxenmaterials weiter geschlossen, daß  $\varphi(H)$  sehr genähert dargestellt werden kann durch

$$(24) \quad \varphi(H) = \Gamma \cdot \frac{H}{H} \cdot \log \left( \frac{H}{H} \right).$$

Bei Einführung dieses Ausdrucks für die Leuchtkraftfunktion in die Integralgleichung für  $\mathfrak{A}_m$  erhält man für die Grenzgröße den Wert  $n = 11,91^m$  und damit eine genügende Darstellung der beobachteten Sternzahlen, und zwar auch der Werte  $\mathfrak{A}_{13,90}$  und  $\mathfrak{A}_{14,84}$ . Dagegen lassen sich die mit diesen Annahmen berechneten normalen Parallaxen mit der *Kapteynschen* empirischen Formel nur bei Annahme einer gänzlich unzulässig großen Absorption in Einklang bringen, aus der eine außerordentlich starke Zunahme der Sterndichte gegen die Grenze des Sternsystems folgen würde. Der zur Bestimmung der Dichtefunktion benutzte Ausdruck  $\mathfrak{A}_m = c \cdot h^{\frac{\lambda-3}{2}}$  schließt sich den beobachteten Stern-

250) *Astron. Journ.* 25 (1907), p. 172.

251) *München Abh.* 25, Nr. 3 (1909), p. 21.

zahlen mit  $\lambda = 0,43$  nur bis  $m = 11,2$  genügend an, während die Werte  $\mathfrak{A}_{13,90}$  und  $\mathfrak{A}_{14,84}$  nicht mehr dargestellt werden, sondern das in der zweiten Gleichung (17) auftretende Zusatzglied erfordern. Es kann daher der für  $m > n$  geltende Ausdruck für  $\mathfrak{A}_m$  nach den Gleichungen (18) zu einer Bestimmung von  $\varphi(H)$  herangezogen werden.

Die Darstellung der beobachteten mittleren Parallaxen kann nur erzielt werden durch eine Erweiterung des Ausdrucks für  $D(\rho)$ , die jedoch nur für kleine Werte von  $\rho$  zu merklichen Änderungen der Dichteverhältnisse führen wird. Mit dem erweiterten Ausdruck von  $D(\rho)$  wird sich der Ausgangswert von  $\varphi(H)$ , für das der Ansatz gilt

$$(25) \quad \varphi(H) = e^{-a \log \left(\frac{H}{H}\right) - b \left(\log \left(\frac{H}{H}\right)\right)^2} \left[ 1 - c \log \left(\frac{H}{H}\right) - d \left(\log \left(\frac{H}{H}\right)\right)^2 \right]$$

ändern. Damit ist ein Weg sukzessiver Näherung gegeben, der *Seeliger*<sup>251a)</sup> zu einer genügenden Darstellung sowohl der Sternzahlen, wie auch der mittleren Parallaxen durch die Ansätze

$$(26) \quad D(\rho) = \gamma \rho^{-0,49} \left( 1 - 0,58 \rho^{-\frac{1}{2}} \right),$$

$$(27) \quad \varphi(H) = e^{-0,3301 \left(\log \left(\frac{H}{H}\right)\right)^2 - 5,3844 \log \left(\frac{H}{H}\right)} \frac{H}{H} = \left(\frac{H}{H}\right)^{-2,3384 + 0,04(M-M_0)} \frac{H}{H}$$

führte. Das zweite Glied des Ausdrucks von  $\varphi(H)$  kommt dem ersten gegenüber nur bei  $M_0$  sehr naheliegenden Werten von  $M$  in Betracht.

Aus dem nach *Kapteyn* angenommenen Werte  $\bar{\pi}_{2,7m} = 0,0383''$  bestimmt sich dann aus der Integralgleichung für  $\bar{\pi}_m$ , deren Integration für die „normale Parallaxe“ auf den Ausdruck führt

$$(28) \quad \begin{cases} \pi_m = 5,57'' \sqrt{\frac{h_m}{H}}, \\ \log \pi_m = 0,7460 + 0,2(M_0 - m), \end{cases}$$

die absolute Maximalgröße zu  $M_0 = -8,11$ , die in der endgültigen Rechnung zu  $M_0 = -7,8$  angenommen wird.

Die aus der Formel (28) sich ergebenden Parallaxen schließen sich den mittleren Parallaxen, die *J. C. Kapteyn* [Astr. Nachr. 146 (1898), p. 107] abgeleitet hatte und die dargestellt werden durch die Formel

$$\log \bar{\pi}_m = -0,975 - m \cdot 0,1505$$

nicht an. Dieser Anschluß wird aber<sup>252)</sup> erreicht durch Einführung des geänderten Dichtegesetzes nach den Ausdrücken (26), (27) in die Integralgleichung für  $\bar{\pi}_m$ . In der folgenden Tabelle sind die den ver-

251 a) München Sitz.-Ber. 41 (1911), p. 413—461.

252) München Sitz.-Ber. 50 (1920), p. 87—144.

schiedenen Annahmen entsprechenden mittleren Parallaxen für einige Größenklassen zusammengestellt:

	2 <sup>m</sup>	4 <sup>m</sup>	6 <sup>m</sup>	8 <sup>m</sup>	10 <sup>m</sup>
Formel (28)	$\bar{\pi}_m = 0,0611''$	0,0243''	0,0097''	0,0033''	0,0015''
<i>Seeligers</i> Endwerte	0,0482	0,0264	0,0136	0,0065	0,0029
<i>Kapteyn</i>	0,0530	0,0265	0,0133	0,0066	0,0033

Die Grenzgröße, unter der die absolut hellsten Sterne an der Grenze des schematischen Sternsystems erscheinen, wird bei der Anwendung auf das neuere Zahlenmaterial zu 9,5<sup>m</sup> angenommen. Der Abschwächung von — 7,8<sup>m</sup> auf 9,5<sup>m</sup> entspricht nach Formel (3) eine Parallaxe von 0,00035'' oder eine Entfernung von 2884 Sternweiten. Der numerische Ausdruck der Dichte im schematischen Sternsystem ist nach *Seeligers* letzter Bearbeitung (bei Einführung der Sternweite als lineare Entfernungseinheit)

$$(29) \quad \log D(\varrho) = 1,212 - 0,655 \log \varrho + \log \left( 1 - \frac{1,686}{\sqrt{\varrho}} \right).$$

Die Bestimmung des typischen Sternsystems<sup>253</sup>) erfolgt in der Weise, daß die den einzelnen galaktischen Zonen entsprechenden Werte von  $\mathfrak{A}_m$  mit  $m < n$  zur Bestimmung der Konstanten der Dichtefunktion unter Beibehaltung des Zusatzfaktors  $— 0,58\varrho^{-\frac{1}{2}}$  benutzt werden und daß dann die Grenzgröße den Werten  $\mathfrak{A}_m$  mit  $m > n$  angepaßt wird. Das sich bei Verwendung des neueren Materials ergebende stark abgeplattete Ellipsoid, dessen Grenze in der Ebene der Milchstraße in etwa viermal größerer Entfernung liegt als in der Richtung nach den Polen der Milchstraße, ist durch folgende Werte charakterisiert

$$(30) \quad \begin{cases} b & 0^\circ - \pm 10^\circ & \pm 30^\circ - \pm 50^\circ & \pm 70^\circ - \pm 90^\circ \\ \lambda & 0,535 & 0,715 & 0,775 \\ n & 10,0 & 8,5 & 7,0 \\ P & 3625 & 1800 & 900 \end{cases}$$

Die der ganzen Darstellung noch anhaftende Unwahrscheinlichkeit einer bevorzugten Stellung der Sonne, derart, daß die Verteilung der Sterne in bezug auf die Sonne als Nullpunkt nach allen Richtungen symmetrisch sei, behebt *Seeliger*<sup>254</sup>) durch eine Darstellung der Grundzahlen, die auf der Annahme beruht, daß die Sonne in einem bis zu der Entfernung  $a = 25$  Sternweiten sich erstreckenden Raume mit der gleichförmigen Dichte  $\Delta = \gamma$  stehe und daß erst über die Grenze die-

253) München Sitz.-Ber. 42 (1912), p. 451—509.

254) Astr. Nachr. 201 (1915), p. 3.

ses Bereichs hinaus die Dichte dem Gesetze  $\Delta = \gamma \left(\frac{\rho}{a}\right)^{-\lambda}$  folge. Mit  $\lambda = 0,45$  wird eine ausreichende Darstellung der Sternzahlen und mittleren Parallaxen erhalten. Weiter ergibt sich, daß im typischen Sternsystem die für die einzelnen galaktischen Zonen gefundenen Werte der Konstanten der Dichtefunktion in der Tat zu nahe konstanten Werten der Dichte bis  $\rho = 25$  führen, so daß die Annahme, die Sonne stehe im Mittelpunkt des Systems, bedeutungslos wird.

**24. Folgerungen aus der Seeligerschen Theorie.** Eine charakteristische Eigenschaft des Sternsystems ist die für die verschiedenen Spektraltypen festgestellte verschiedenartige Verteilung in bezug auf die Milchstraße. Eine Erklärung dieser Tatsache ergibt sich nun, wenn man voraussetzt, daß den einzelnen Spektralklassen zwischen bestimmten Grenzen  $H_0, H_1$  liegende absolute Leuchtkräfte der Sterne entsprechen, und wenn man im typischen Sternsystem mit den Ausdrücken (26), (27), also einer überall gleichen Häufigkeitsfunktion der Leuchtkräfte und einer mit dem Orte sich ändernden Dichte — [die Rechnung wurde auch mit dem *Schwarzschild'schen* Ansatz

$$D(\rho) = \gamma \rho^{\alpha - \beta \log \rho}$$

(vgl. p. 313 Gl. (39)) durchgeführt] — und den  $\lambda$ -Werten der einzelnen galaktischen Zonen die Anzahl der Sterne bis zur scheinbaren Größe 6,25 berechnet, die zwischen den Grenzwerten  $H_0$  und  $H_1$  der Leuchtkraft liegen. *Seeliger* erhält<sup>255)</sup> für die verschiedenen Spektralklassen eine Verteilung, die der von *Pickering* aus dem *Draper-Katalog*<sup>256)</sup> abgeleiteten Verteilung der Sterne bis 6<sup>m</sup> der verschiedenen Typen nahe entspricht, wenn er für die absoluten Helligkeiten die Grenzen wählt:

Typus	B	A	FG	K	M
$m_0$	— 4,3	— 3,52	— 2,0	+ 0,0	+ 2,0
$m_1$	— 3,52	— 2,0	+ 0,0	+ 2,0	+ $\infty$ .

*Seeliger* hält sich durch das Ergebnis dieser Rechnung zu dem Schluß berechtigt, daß mit den für das typische Sternsystem gemachten Annahmen die Verteilung der einzelnen Sterntypen in bezug auf die Milchstraße sehr nahe dargestellt werden könne. Eine mit der Annäherung an die Milchstraße stark zunehmende prozentuale Häufigkeit der großen Leuchtkräfte würde demnach als ein Hauptmoment bei der Sternverteilung wirken.

Auch die durch die Beobachtung festgestellte Beziehung zwischen

255) *Astr. Nachr.* 193 (1912), p. 161; 194 (1913), p. 137.

256) *Harvard Coll. Obs. ann.* 64, Nr. 4 (1912).

den Radialgeschwindigkeiten oder den daraus folgenden totalen Geschwindigkeiten der Sterne mit der scheinbaren Helligkeit findet sich durch die Theorie bestätigt, wenn man die nachgewiesene Zunahme der Geschwindigkeiten mit dem Spektralcharakter von 9,0 km/sec für Typus *B* bis 16,7 km/sec für Typus *M* hinzuzieht. Ordnet man den Spektraltypen wieder eine mit der Reihenfolge *B* bis *M* abnehmende mittlere Leuchtkraft  $H$  zu, die absoluten Helligkeiten von  $-1,8^m$  für *B* bis  $+6,0^m$  für *M* entspricht, so lassen sich die beobachteten Geschwindigkeiten darstellen durch

$$V(H) = 6,92 \left( \frac{H}{H} \right)^{-0,1}$$

und die Auswertung der Integralgleichung

$$\bar{V}_m = \frac{(\mathfrak{U}_m \cdot V(H))}{\mathfrak{U}_m}$$

führt zu Werten der mittleren Totalbewegungen, die mit abnehmender scheinbarer Helligkeit zunehmen, wie es die Beobachtung verlangt.

Eine dritte notwendige Folge der theoretischen Ausdrücke der Dichte- und Leuchtkraftfunktion ist eine Abhängigkeit der mittleren Parallaxen von der galaktischen Breite. Nach Gleichung (23) ist  $\bar{\pi}_m$  ein Produkt aus  $\sqrt{h_m}$  in einen Faktor, der abhängt von  $\varphi(H)$  und  $\lambda$ . Wird  $\varphi(H)$  als unabhängig vom Orte angenommen, so bleibt die Abhängigkeit von  $\bar{\pi}_m$  von  $\lambda$ , also von der galaktischen Breite bestehen, derart, daß die mittleren Parallaxen der Sterne einer bestimmten scheinbaren Helligkeit in der Milchstraße kleiner sind als am Pol derselben. Die numerische Auswertung mit den Konstanten der Ausdrücke (28) ergibt<sup>257)</sup> für das Verhältnis  $\pi_{\text{Pol}} : \pi_{\text{Milchstraße}} = q$  die Wertereihe

$m = 3,0^m$	$5,0^m$	$7,0^m$	$8,5^m$	$10,0^m$
$q = 1,6$	$1,9$	$2,2$	$2,3$	$2,5$

Bei Gleichheit der linearen Eigenbewegungen der Sterne würden die scheinbaren Eigenbewegungen in der Milchstraße nur etwa halb so groß sein wie am Pol derselben. Die von *Boss*<sup>258)</sup> für die Sterne von der Größe  $5,9^m$  und die von *Comstock*<sup>259)</sup> für Sterne der Größe  $9,5^m$  abgeleiteten Bewegungen zeigen in der Tat ein entsprechendes Verhalten.

Die Hauptstützen der *Seeligerschen* Theorie bestehen hiernach darin, daß die Sternzahlen  $\mathfrak{U}_m$  bis etwa  $9,2^m$  eine geometrische Reihe

257) *Astr. Nachr.* 193 (1912), p. 175.

258) *Astron. Journ.* 26 (1910), p. 122.

259) *Washburn Obs. Publ.* 12 (1908), p. 22.



bilden, was bis zur Größe  $7,0^m$  am sichersten durch die Potsdamer photometrische Durchmusterung erwiesen erscheint<sup>260</sup>), und daß in der Reihe der  $\mathcal{N}_m$  etwa bei  $10^m$  eine Diskontinuität auftritt. Ein wichtiger Punkt ist weiter die Annahme einer endlichen maximalen Leuchtkraft  $H$ . Aus dem Verhalten der  $\mathcal{N}_m$  folgt dann unmittelbar das Dichtegesetz unabhängig vom Verlauf der Verteilungsfunktion  $\varphi(H)$  und die Endlichkeit des Sternsystems. Die Beweiskraft des Zahlenmaterials *Seeligers* sowohl hinsichtlich der Abzählungsergebnisse als auch besonders hinsichtlich der Größenangaben wird durch *W. J. A. Schouten* bestritten.<sup>261</sup>) Nach letzterem nimmt der Quotient  $\alpha_m$  zweier aufeinanderfolgender Werte der  $\mathcal{N}_m$ -Reihe nach der Bearbeitung *van Rhijns*<sup>262</sup>) regelmäßig in allen galaktischen Zonen ab, allerdings in der Milchstraße langsamer als in höheren galaktischen Breiten. In *van Rhijns* Tafel der Sternzahlen bleibt aber in Wirklichkeit trotz einer Verbesserung derselben durch den Autor<sup>263</sup>) die Unstetigkeit doch bestehen.<sup>264</sup>) Die ursprünglichen Zahlen *van Rhijns* lassen sich nach *G. Deutschland*<sup>265</sup>) nicht durch eine einzige quadratische Interpolationsformel darstellen [vgl. auch die *Seeligerschen* Formeln (17) selbst], sondern verlangen zu einer hinreichenden Darstellung zwei solcher Formeln, die in dem Gebiete zwischen  $6,5^m$  und  $9,5^m$  ineinander übergehen, indem die erste für die Sterne unter  $9,5^m$ , die zweite für die Sterne heller als  $6,5^m$  unzulässige Abweichungen ergibt.

Die Frage der Zulässigkeit unendlich großer Leuchtkräfte und der Unbegrenztheit des Systems hatte *Seeliger* selbst schon eingehend geprüft<sup>266</sup>) und war zu dem Schlusse gelangt, daß bei Annahme beliebig großer Helligkeiten eine eindeutige Lösung des Problems der Bestimmung der räumlichen Verteilung der Sterne nicht vorhanden sei und daß, wenn die Entfernung der Grenze des Sternsystems ins Unendliche rückt, in den mittleren Parallaxen kaum zulässige Verhältnisse auftreten.

In dem in Groningen zusammengestellten, die Forschungen der letzten Jahre voll ausnützenden Zahlenmaterial findet *Seeliger*<sup>267</sup>) seine früheren Schlußfolgerungen dem Inhalte nach durchaus bestätigt, wenn

260) München Sitz.-Ber. 1920, p. 89.

261) *W. J. A. Schouten*, On the determination of the principal laws of statistical astronomy, Diss. Groningen, Amsterdam 1918.

262) Groningen Lab. Publ. Nr. 27 (1917).

263) Astr. Nachr. 213 (1921), p. 45.

264) Astr. Nachr. 214 (1921), p. 145.

265) Astr. Ges. Vjs. 54 (1919), p. 117.

266) München Sitz.-Ber. 42 (1912), p. 455.

267) München Sitz.-Ber. 1920, p. 87.

auch die numerischen Werte der Konstanten teilweise nicht unerhebliche Änderungen erfahren. Insbesondere entspricht das Dichtegesetz  $D(\rho) = \gamma \rho^{-2}$  im großen und ganzen den wahren Verhältnissen in hinreichender Annäherung, und die Unstetigkeit im Gange der  $\mathfrak{A}_m$ -Zahlen tritt trotz weitgehender Ausgleichung der den Beobachtungen unmittelbar entnommenen Zahlen und trotz einer gerade in der Nähe der Unstetigkeitsstelle vorhandenen Störung anderer Art mit großer Bestimmtheit auf. Aus einem bei der Größe  $n$  auftretenden Sprunge  $\Delta$  in  $d \log \pi$  und  $d^2 \log \mathfrak{A}_m$  kann man, wenn nur die Leuchtkraft  $H$  beim Werte  $H$  einen starken Abfall oder direkt eine Unstetigkeit zeigt, die Entfernung der Grenze eindeutig finden nach der Gleichung (a. a. O. p. 101)

$$\frac{1}{\sigma} = \pi_n \left[ 1 + \frac{\Delta \left( \frac{d \log \pi}{dn} \cdot \frac{d \log \mathfrak{A}_m}{dn} \right)}{\Delta \left( \frac{d^2 \log \mathfrak{A}_m}{dn^2} \right)} \right]$$

und man wird auf diesem vollkommen unabhängigen Wege bei der Annahme eines Sprunges von 0,068, 0,048 und 0,028 in  $\left( \frac{d^2 \log \mathfrak{A}_m}{dn^2} \right)$ , der nach dem vorliegenden Material durchaus annehmbar erscheint, auf Entfernungen der Grenzsicht von 3000, 2300 und 1800 Sternweiten geführt (a. a. O. p. 133).

**25. Beziehung zwischen Eigenbewegung, Parallaxe und Leuchtkraft.** Die Erkenntnis, daß für die Beurteilung der Entfernungen der Sterne die Größe der Eigenbewegung ein der scheinbaren Helligkeit an Bedeutung wenigstens gleichkommender Faktor ist, verwertete zuerst *Gylden*.<sup>268</sup>) Er schloß 16 gemessenen Parallaxenwerten die Formel an

$$\pi_{m,\mu} = \alpha \pi_m \cdot \frac{\mu}{\bar{\mu}_m},$$

worin  $\pi_m$  die aus der scheinbaren Helligkeit allein folgende Parallaxe, relativ zur Parallaxe der Sterne 1. Größe, und  $\bar{\mu}_m$  die mittlere Eigenbewegung der Sterne der scheinbaren Größe  $m$  ist. Die Konstante  $\alpha$  wird etwa 0,08. Das weitere Material machte bald Versuche zur Verbesserung dieser Formel notwendig, und diese führten *Gylden*<sup>269</sup>) zunächst auf den Ausdruck

$$\pi = 0,204'' e^{-0,215 m} e^{0,2 \sqrt{m} \cdot \mu},$$

$$\log \pi = -0,690 - 0,0934 m + 0,0870 \sqrt{m} \cdot \mu,$$

der aber auch noch nicht zu einer genügenden Darstellung ausreichte.

268) Astr. Ges. Vjs. 12 (1877), p. 299.

269) Astr. Nachr. 136 (1894), p. 289.

*Kapteyn* ging bei seinen Versuchen, dem Beobachtungsmaterial eine mathematische Formel anzuschließen, aus von dem Ansatz  $\pi_m = \pi_0 k^m$ , dessen Konstanten er zuerst aus den bei der Diskussion der Eigenbewegungen der Sterne des *Bradley*-Katalogs gefundenen Säkularparallaxen ermittelte.<sup>270)</sup> Bei einer zweiten eingehenderen Behandlung<sup>271)</sup> zieht *Kapteyn* auch die unmittelbar gemessenen trigonometrischen Parallaxen in die Diskussion ein, fügt denselben den aus der Gesamtheit der *Bradley*-Sterne mit EB.  $< 0,30''$  durch die Säkularparallaxe sich ergebenden Wert  $= 0,0135''$ , geltend für  $m = 5,5$  und  $\mu = 0,0656''$ , hinzu und bestimmt nun in doppelter Annäherung die Konstanten des Ausdrucks  $\pi = \pi_0 k^m \mu^z$ , der die mittlere Parallaxe abhängig macht einerseits von der Größe der Eigenbewegung  $\mu$ , andererseits von der scheinbaren Helligkeit  $m$ . Er erhält für die mittlere Parallaxe der Sterne der scheinbaren Größe  $m$

$$(31) \quad \bar{\pi}_m = 0,0158'' \cdot 0,78^{m-5,5}, \quad \log \bar{\pi}_m = -1,208 - 0,108m$$

und für die mittlere Parallaxe der Sterne der scheinbaren Größe  $\mu$  und der Eigenbewegung  $\mu$

$$(32) \quad \begin{cases} \bar{\pi}_{m,\mu} = (0,0387\mu)^{0,712} 0,905^{m-5,5}, \\ \log \bar{\pi}_{m,\mu} = -0,766 - 0,0434m + 0,712 \log \mu. \end{cases}$$

Bei seinen weiteren Rechnungen wandte *Kapteyn* die verbesserten Formeln (Groningen Publ. 11, p. 18) an

$$(33) \quad \begin{cases} \bar{\pi}_{m,\mu} = (0,0419\mu)^{0,738} 0,87^{m-5,5}, \\ \log \bar{\pi}_{m,\mu} = -0,684 - 0,0605m + 0,738 \log \mu. \end{cases}$$

Beim Versuch der Hinzuziehung des durch die spektroskopischen Parallaxenbestimmungen gewonnenen Materials zur Bestimmung der Konstanten der *Kapteyn*schen Formel fand *G. Strömberg*<sup>272)</sup>, daß man, um eine genügende Darstellung zu erzielen, die Eigenbewegungen um einen konstanten Betrag vermehren, also setzen müsse  $\pi = \pi_0 k^m (\mu + c)^z$ , weil bei den Sternen mit kleiner Eigenbewegung sich die Parallaxe nahezu unabhängig von der Größe der Bewegung zeigt. Für  $c$  ergab sich ein Wert von etwa  $0,1''$  für die außergalaktischen und von  $0,1''$  bis  $0,2''$  für die galaktischen Sterne. Ob diese erweiterte Formel Anspruch auf allgemeinere Bedeutung erheben kann, muß zunächst noch unentschieden bleiben, weil das für die spektroskopischen Parallaxenbestimmungen benutzte Material nach besonderen Gesichtspunkten ausgewählt ist.

270) Astr. Nachr. 146 (1898), p. 107.

271) Groningen Lab. Publ. Nr. 8 (1901).

272) Astroph. Journ. 47 (1918), p. 7.

Die Anpassung einer mathematischen Formel an die Beobachtungen kann nur zu einem mittleren Werte der Parallaxe der Sterne bestimmter scheinbarer Größe und bestimmter Größe der Eigenbewegung führen. Die individuellen Werte der Parallaxe werden um diesen mittleren Wert gesetzmäßig verteilt sein. *Kapteyn*<sup>273)</sup> macht bezüglich dieser Verteilung zunächst die Annahme, daß die Logarithmen der wahren Parallaxen der Sterne bestimmter Helligkeit gegen einen Wert  $\log \pi_0$  verteilt seien gemäß dem *Gaußschen* Fehlergesetz, eine Annahme, deren theoretische Berechtigung er später zu begründen vermochte. Aus einer Anwendung der Hypothese auf das vorhandene Material an zuverlässig bestimmten Parallaxen schloß *Kapteyn* dann, daß die Art der Verteilung einem wahrscheinlichen Fehler von 0,19 entspreche und daß zwischen dem als „wahrscheinlichste Parallaxe“ bezeichneten Werte  $\pi_0$  und der empirisch ermittelten mittleren Parallaxe  $\bar{\pi}$  die Relation bestehe

$$(34) \quad \pi_0 = 0,810 \bar{\pi}.$$

*E. Hertzsprung*<sup>274)</sup> stellt den Zusammenhang zwischen den 3 Größen: Entfernung, Eigenbewegung und scheinbare Helligkeit dar mit Hilfe der auf einen festen Wert der Eigenbewegung reduzierten scheinbaren Größen. Die auf  $\mu = 1''$  reduzierte scheinbare Größe eines Sterns ist

$$m_{\mu=1''} = m + 5 \log \mu.$$

Andrerseits ist nach (3)

$$M = m_{\pi=1''} = m - 5 \log \varrho = m + 5 \log \pi,$$

also wird

$$(35) \quad M = m_{\pi=1''} = m_{\mu=1''} - 5 \log \varrho \mu.$$

Wäre die mittlere relative Bewegung der Sterne in bezug auf die Sonne unabhängig von der Entfernung, so wäre das Produkt  $\varrho \mu$  konstant. Dieser Annahme entspricht der Ansatz

$$\bar{m}_{\pi=1''} = \alpha \bar{m}_{\mu=1''} + \beta,$$

$$\log \bar{\pi}_{m,\mu} = \frac{1}{5} \beta - \frac{1}{5} (1 - \alpha) m + \alpha \log \mu.$$

Aus dem in Groningen Publ. 24 zusammengetragenen Material von Sternen bekannter Parallaxe und Eigenbewegung leitete *Hertzsprung* die Ausdrücke ab

$$(36) \quad \begin{cases} \bar{m}_{\pi=1''} = 0,75 m_{\mu=1''} - 5,00, \\ \log \bar{\pi}_{m,\mu} = -1,000 - 0,05 m + 0,75 \log \mu. \end{cases}$$

273) Groningen Lab. Publ. Nr. 8 (1901), p. 21.

274) Astr. Nachr. 208 (1915), p. 91.

*W. J. Luyten*<sup>275)</sup> erweiterte diese Untersuchungen durch Hinzuziehung auch der auf spektroskopischem Wege bestimmten Parallaxen. Er erhielt den Ausdruck

$$\bar{m}_{\pi=0,1''} = -0,69 + 0,54m_{\mu=0,1''} \text{ oder } \bar{m}_{\pi=1''} = +0,54m_{\mu=1''} - 2,99,$$

woraus folgt

$$\log \bar{\pi}_{m,\mu} = -0,598 - 0,092m + 0,54 \log \mu.$$

Für die *F*- und *G*-Sterne herrscht ausreichende Übereinstimmung der aus den trigonometrischen und der aus den spektroskopischen Parallaxen berechneten Werte der Konstanten der Formel, während bei den *K*- und *M*-Sternen systematische Unterschiede auftreten, die dem spektroskopischen Parallaxenmaterial zur Last zu legen wären. Eine Behandlung seines Katalogs<sup>276)</sup> von 749 Sternen mit Eigenbewegungen über 0,5'' führte *Luyten* zu den Ausdrücken

$$m_{\pi=0,1''} = 6,62 + 0,858(m_{\mu=0,1''} - 12,18)$$

oder 
$$M = m_{\pi=1''} = 0,858m_{\mu=1''} - 4,54,$$

also 
$$\log \bar{\pi}_{m,\mu} = -0,908 - 0,028m + 0,858 \log \mu.$$

Dem Material wird aber auch genügend entsprochen bei symmetrischer Verteilung der Abweichungen durch die einfache Formel

$$M = m_{\mu=1''} - 5,6.$$

Nach (35) wäre dann  $\log \varrho\mu = 1,12$  oder nach Formel (2) die mittlere lineare Tangentialbewegung der Sterne relativ zur Sonne 62 km/sec.

Die Kenntnis des Gesetzes der  $\pi_{m,\mu}$  ermöglicht nun eine empirische Auswertung der die Verteilung der Sterne nach ihrer Leuchtkraft bestimmenden Funktion  $\varphi(H)dH$  und der Dichtefunktion  $D(\varrho)$ . *Kapteyn*<sup>277)</sup> ordnet die Sterne des *Auwers-Bradley*-Katalogs nach Klassen der scheinbaren Helligkeit und innerhalb dieser Klassen nach der Größe der Eigenbewegung, bestimmt für jede dieser Gruppen mit den ihr entsprechenden Werten von  $m$  und  $\mu$  die mittlere Parallaxe  $\pi_{m,\mu}$  und verteilt nun nach den über den Verlauf der Parallaxen gemachten Annahmen die Sterne jeder Gruppe dem Mittelwert der Parallaxe und dem Fehlergesetz gemäß auf Entfernungsgruppen. Die Grenzen dieser Entfernungsgruppen wählt er gemäß der Beziehung  $\varrho_{m+1} : \varrho_m = \sqrt{2,512}$ , so daß sie um je eine Größenklasse wachsende Stufen der absoluten Helligkeit bestimmen. Durch Zusammenfassen der aus den einzelnen Gruppen der scheinbaren Helligkeit in jede

275) Lick Obs. Bull. 10 (1922), p. 135.

276) Lick Obs. Bull. 11 (1923), p. 22.

277) Groningen Lab. Publ. Nr. 11 (1902).

der Entfernungsgruppen entfallenden Sterne erhält er die Zahl der Sterne, die aus der Gesamtzahl der *Bradley*-Sterne in die durch die einzelnen bestimmten Entfernungsgrenzen begrenzten Kugelschalen fallen, und durch Zusammenfassen der aus den einzelnen Entfernungszonen in jede der Klassen der absoluten Helligkeit fallenden Sterne die Verteilung der Sterne nach ihrer absoluten Helligkeit unter der Voraussetzung, daß diese Verteilung für alle Entfernungen die gleiche ist. Die erstere Reihe von Werten bestimmt nach Division mit dem Rauminhalte der Kugelschalen die Dichtefunktion  $D(\rho)$ , die zweite Reihe unmittelbar die Leuchtkraftfunktion.

*Kapteyn* versuchte dann die so empirisch gefundene Verteilung der Sterne in der Volumeneinheit nach Stufen von  $1^m$  der absoluten Helligkeit durch einen analytischen Ausdruck wiederzugeben und erlangte eine ausreichende Darstellung<sup>278)</sup> durch die Annahme

$$\Delta(0)\varphi(M)dM = \frac{\alpha^2 \text{ mod.}}{\sqrt{\pi} \cdot H} e^{-\alpha^2 (\log H - 1,400)^2},$$

wo  $\Delta(0)$  die Dichte in der Umgebung der Sonne = 0,111 für die Kubiksternweite und  $\alpha^2 = 0,385$  ist. Numerisch wird:

$$\log[\Delta(0)\varphi(M)dM] = 0,692 - 0,532 \log H - 0,167 (\log H)^2.$$

Da die für die Stufen von  $1^m$  gefundene Beziehung auch für die unendlich kleinen Intervalle gelten muß, hat man als Ausdruck der Häufigkeitsfunktion der absoluten Helligkeiten

$$(37) \quad \varphi(M) = \frac{C}{H} e^{-\alpha^2 (\log H - 1,400)^2},$$

wofür man, wenn man  $H$  durch  $M$  ausdrückt, auch schreiben kann:

$$\varphi(M) = C_1 e^{-\alpha_1^2 (M - M_0)^2}.$$

**26. Schwarzschilds Entwicklungen.** Die Begründung der von *Kapteyn* auf empirischem Wege gefundenen Darstellung der Sternverteilung und der Häufigkeit der absoluten Helligkeiten aus den allgemeinen Integralgleichungen der Stellarstatistik wurde von *K. Schwarzschild*<sup>279)</sup> gegeben. Durch Transformation der Gleichungen für die Sternzahl gegebener scheinbarer Größe und für die mittlere Parallaxe der Sterne gegebener scheinbarer Größe

$$(38) \quad A_m = 4\pi \int_0^\infty D(\rho) \rho^4 \varphi(h_m \rho^2) d\rho, \quad A_m \bar{\pi}_m = 4\pi \int_0^\infty D(\rho) \rho^3 \varphi(h_m \rho^2) d\rho$$

und Anwendung des *Fourierschen* Integralsatzes in komplexer Form gelingt ihm unter Voraussetzung eines unendlichen Sternsystems die

278) Astron. Journ. 24 (1904), p. 115; vgl. auch Astr. Nachr. 183 (1910), p. 313.

279) Astr. Nachr. 185 (1910), p. 81.

allgemeine mathematische Lösung der Aufgabe, die zu analytischen Ausdrücken führt, die bei gegebenem  $\varphi(H)$  die Dichtefunktion  $D(\rho)$  ergeben aus der Gleichung für  $A_m$ , und die Dichte- und Leuchtkraftfunktionen  $D(\rho)$  und  $\varphi(H)$  gleichzeitig aus den beiden Gleichungen für  $A_m$  und  $\bar{\pi}_m$ . Durch Einführung der in den Gleichungen (6) und (37) gefundenen Darstellung von  $A_m$  und  $\varphi(M)$  entsteht der numerische Ausdruck

$$(39) \quad \log D(\rho) = -0,674 - 0,174(\log \rho - 0,75)^2,$$

nach dem die Sterndichte für  $\log \rho = 0,75$ ,  $\rho = 5,6$ , also  $\pi = 0,18''$  ein Maximum erreichte. Bei der kleinen Zahl von Sternen mit  $\pi > 0,18''$  ist es aber, ohne den Sternzählungen Zwang anzutun, gestattet,  $D(\rho)$  bis  $\rho = 5,6$  als konstant zu betrachten. Numerisch wird

$\rho$	5,6	20	100	300	1000	10000
$\pi$	0,18''	0,05''	0,01''	0,0033''	0,0010''	0,0001''
$D$	0,212	0,187	0,113	0,064	0,028	0,003.

In der Entfernung 5,6 wären in einem kubischen Raum von 10 Sternweiten Seitenlänge 212 Sterne enthalten. Für  $\log \bar{\pi}_m$  geben *Schwarzschilds* Entwicklungen aus  $D(\rho)$  und  $\varphi(M)$

$$(40) \quad \log \bar{\pi}_m = -1,009 - 0,159m.$$

Die Vergleichung dieses aus der Verteilung der Sterne nach Zahl und Leuchtkraft theoretisch abgeleiteten Ausdrucks der mittleren Parallaxe mit dem aus den Beobachtungen abgeleiteten Ausdruck (31) zeigt einen systematischen Gang der Unterschiede; bei  $m = 3,9$  fallen beide Reihen zusammen, für die schwachen Sterne sind die beobachteten Parallaxen erheblich zu groß.

Nach dem so theoretisch begründeten Ansatz (39) und nach dem von *Kapteyn* empirisch gefundenen Ausdruck (37) kann man  $D(\rho)$  und  $\varphi(H)$  ausdrücken als reine Exponentialfunktionen und gewinnt dadurch die Möglichkeit, die Integration in einfachster Weise zu bewerkstelligen. *Schwarzschild* fügt diesen beiden Funktionen noch als dritte die in ähnlicher Weise wie  $\varphi(H)$  definierte Häufigkeitsfunktion der Geschwindigkeiten hinzu, indem er mit  $\psi(V)dV$  den Prozentsatz der Sterne jeder Leuchtkraft in der Volumeneinheit, deren Geschwindigkeit zwischen den Grenzen  $V$  und  $V + dV$  liegt, bezeichnet, und ermittelt dann<sup>280)</sup> die Abhängigkeit der für die Stellarstatistik wichtigsten Beziehungen, die die Anzahl, die Entfernung und die absolute Helligkeit mittels dieser drei Funktionen verbinden mit der schein-

280) *Astr. Nachr.* 190 (1912), p. 361.

baren Helligkeit und der scheinbaren Bewegung, bzw. beiden Eigenschaften zugleich. Durch Einführung der Ansätze

$$D(\rho) = 10^{\alpha_0 - \alpha_1 R - \alpha_2 R^2}, \quad \varphi(H) = 10^{b_0 - b_1 M - b_2 M^2}, \quad \psi(V) = 10^{c_0 - c_1 G - c_2 G^2},$$

wobei

$$R = -5,0 \log \rho, \quad M = -2,5 \log H, \quad G = -5,0 \log V$$

gehen die Integralgleichungen über in das bekannte Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} 10^{A_0 - A_1 x - A_2 x^2} dx = \left( \frac{\pi \log e}{A_2} \right)^{\frac{1}{2}} 10^{A_0 + \frac{1}{4} \left( \frac{A_1^2}{A_2} \right)}$$

und man erhält für die zu bestimmenden Größen quadratische Ausdrücke, die abhängen von  $m$  und  $g = -5 \log \mu$  und deren Koeffizienten ausgedrückt sind durch die Koeffizienten der drei Funktionen  $D(\rho)$ ,  $\varphi(H)$  und  $\psi(V)$ . Für die drei so entstehenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} \log A_m &= \alpha_0 - \alpha_1 m - \alpha_2 m^2, \\ \log \bar{\pi}_m &= P_0 - P_1 m, \\ \log \bar{\pi}_{m,\mu} &= R_0 - R_1 m - R_2 g \end{aligned}$$

betrachtet *Schwarzschild* die Werte der Koeffizienten als gegeben durch die Beobachtungen mit Ausnahme der Abhängigkeit der mittleren Parallaxe von der scheinbaren Helligkeit ausdrückenden, durch das Beobachtungsmaterial nicht zuverlässig bestimmten Koeffizienten  $R_1$  und berechnet dann unter Zugrundelegung der beobachteten Werte von  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, P_0, P_1, R_0, R_2$  die Koeffizienten der Entwicklung der drei Verteilungsfunktionen:

$$(41) \quad \begin{cases} \log D(\rho) = 0,488 + 0,485 \log \rho - 0,22 (\log \rho)^2, \\ \log \varphi(H) = -2,879 + 0,737 M - 0,0147 M^2, \\ \log \psi(V) = -0,922 + 0,825 \log V - 1,452 (\log V)^2. \end{cases}$$

Ergebnisse neuerer Forschungen lassen eine Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Sterne von ihrer Leuchtkraft vermuten, wodurch eine Ergänzung der Ansätze erforderlich werden würde. *Schwarzschild* führt zu dem Zwecke an Stelle der beiden Funktionen  $\varphi(H)$  und  $\psi(V)$  eine Funktion  $\Phi(H, V)$  ein durch den Ansatz

$$\Phi(H, V) = 10^{b_0 - b_1 M - b_2 M^2 - c_1 G - c_2 G^2 - c_3 M G},$$

deren letztes Glied,  $10^{-c_3 M G}$ , die Korrelation zwischen der mittleren Geschwindigkeit und der Leuchtkraft zur Geltung bringt. Wenn man nun wieder die Integralgleichungen für  $A_m, \bar{\pi}_m, \bar{\pi}_{m,\mu}$  auflöst, so erhält man die Koeffizienten der Entwicklungen dieser Größen als Funktion der Koeffizienten der Ausdrücke von  $D(\rho)$  und  $\Phi(H, V)$  und kann dann in der gleichen Weise wie vorhin diese letzteren Koeffi-



zienten bestimmen. *Schwarzschild* benutzt diesen Weg, um eine Erklärung zu suchen für den Widerspruch, daß die Beobachtungen eine Abhängigkeit des Quotienten  $\frac{\bar{u}_m}{\bar{\pi}_m}$  von der scheinbaren Helligkeit ergeben, während er als Ausdruck der mittleren Geschwindigkeit der Sterne konstant sein müßte, wenn die mittlere Geschwindigkeit der Sterne unabhängig vom Orte und von der Leuchtkraft wäre.

**27. Charliers Behandlung der Aufgabe.** Als Ausgangspunkt seiner Arbeiten über die räumliche Verteilung der Sterne diente *C. V. L. Charlier*<sup>281)</sup> die durch die Arbeiten *Kapteyns* als gegeben zu betrachtende Tatsache, daß die Funktionen  $A_m$  und  $\varphi(H)$  durch gewöhnliche Fehlerfunktionen dargestellt werden können. *Charlier* stellt sich nun die Aufgabe, die den Beobachtungen sich am besten anschließenden Werte der Parameter dieser Funktionen zu ermitteln. Für  $\bar{\pi}_m$  gilt der Ausdruck  $\bar{\pi}_m = K_3 e^{-\lambda m}$ .  $K_3$  und  $\lambda$  sind Konstanten.  $K_3$  soll bestimmt werden durch Anschluß der Formel an die un mittelbar gemessenen Parallaxen,  $\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot 0,2}{\text{mod.}}$  aus den Eigenbewegungen. Das Verteilungsgesetz der letzteren wird bei einer Einteilung des Himmels in 48 Felder für die Sterne heller als 4<sup>m</sup>, 4<sup>m</sup> bis 5<sup>m</sup>, 5<sup>m</sup> bis 6<sup>m</sup> und für alle Sterne bis 6<sup>m</sup> ermittelt. Die für die Sterne 4. Größe und 5. Größe erhaltenen Werte der Momente der ersten Ordnung der Verteilungsfunktion benutzt *Charlier* zur Bestimmung der Sonnenbewegung, wobei er für die aus der mittleren Entfernung dieser Sterne senkrecht gesehene Sonnenbewegung bei den Sternen 4. Größe 0,05236'' und denen 5. Größe 0,04768'' findet. Daraus folgt  $\log\left(\frac{\bar{\pi}_4}{\bar{\pi}_5}\right) = 0,2 \lambda_1 = 0,0406$ , also  $\lambda_1 = 0,2030$ . Mit dem Werte  $\sigma = 20$  km/sec für die lineare Sonnenbewegung folgt dann die mittlere Entfernung der Sterne 5. Gr. = 29,53 Siriometer und  $\pi_{5,5} = 0,01126''$  und weiter für die Konstante  $K_3$  der Wert  $\log K_3 = -1,725$  und damit

$$(42) \quad \log \bar{\pi}_m = -1,725 - 0,0406 m.$$

Zwischen  $\bar{\pi}_m$  und  $\bar{\varrho}_m$  besteht die Beziehung  $\bar{\pi}_m = \frac{1,6115}{\bar{\varrho}_m}$ . Die Bestimmung der Konstanten  $K_3$  und  $\lambda_1$  ist sehr unsicher. Die *Kapteyns*chen Parallaxenwerte würden  $\lambda_1 = 0,65$  ergeben.

Um die Dichtefunktion  $D$  in völliger Allgemeinheit als abhängig von der Entfernung  $\varrho$  und den galaktischen Koordinaten  $\lambda$  und  $\beta$ , also als Funktion des Ortes im Raume zu bestimmen, schlug *Charlier*<sup>282)</sup>

281) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 8, 9 (1912, 1913).

282) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 14 (1916).

folgenden Weg ein. Er verwendet die Relation

$$\log \varrho = 0,2m + \log \sqrt{H}.$$

Setzt man  $\sqrt{H} = R$ , so ist  $R$  die Entfernung, in der der betreffende Stern die scheinbare Größe  $0,0^m$  haben würde. Für Sterne auf gleicher Entwicklungsstufe, d. h. vom gleichen Typus, kann man  $H$  als konstant ansehen. Bestimmt man es aus Sternen des betreffenden Typus, für die  $\varrho$  bekannt ist, oder auf anderem Wege, so werden die individuellen  $\varrho$  aller Sterne dieses Typus bekannt, und man lernt unmittelbar die räumliche Anordnung des Systems der Sterne des betreffenden Typus kennen. So konstruierte *Charlier* selbst das System der  $B$ -Sterne, das die Gestalt eines abgeplatteten Sphäroids hat, dessen Äquatorebene nahe mit der Ebene der Milchstraße zusammenfällt. Der äquatoriale Halbmesser mißt 970, der polare 290 Sternweiten. Das Sonnensystem steht in einer Entfernung von 88 Sternweiten vom Zentrum des Haufens in der Richtung auf den Punkt  $19,7^h + 55,6^0$  im Sternbild des Cygnus.

Nach gleichen Gesichtspunkten bearbeitete *W. Gyllenberg*<sup>283</sup>) das System der  $O$ -Sterne, *K. G. Malmquist*<sup>284</sup>) dasjenige der  $A$ -Sterne und *C. F. Lundahl*<sup>285</sup>) das der  $F$ -Sterne.

**28. Neuere empirische und theoretische Forschungen.** Das in den letzten Jahren gesammelte umfangreiche neue Material veranlaßte *Kapteyn* zu einer Revision seiner ersten Bestimmung der Leuchtkraftfunktion. Die schon p. 284 angeführte Arbeit *van Rhijns* gab durch die Formel (8) einen zuverlässigen Ausdruck für die Sternzahlen in Abhängigkeit von der scheinbaren Größe reichend bis  $15^m$ . Die Säkularparallaxen lagen vor<sup>286</sup>) für die Sterne bis  $11^m$ , und es konnte ihre Abhängigkeit von der galaktischen Breite wie auch vom Spektralcharakter der Sterne berücksichtigt werden. Sie werden im Mittel ohne Berücksichtigung des Spektrums dargestellt durch

$$(43) \quad \begin{cases} \log \left( \frac{\sigma}{\varrho} \right) = -0,428 - 0,096 \cos 2b - 0,1373m, \\ \log \bar{\pi}_m = -1,042 - 0,096 \cos 2b - 0,1373m. \end{cases}$$

Für die Berechnung des wahrscheinlichsten Wertes der Parallaxe aus der mittleren Parallaxe der Sterne gleicher scheinbarer Helligkeit wurden die Beziehungen gefunden: Wahrscheinlicher Fehler der Ver-

283) Ark. Mat. Astr. Fys. 11, Nr. 28 (1916—1917).

284) Ark. Mat. Astr. Fys. 11, Nr. 29 (1916—1917).

285) Ark. Mat. Astr. Fys. 11, Nr. 30 (1916—1917).

286) *J. C. Kapteyn, P. J. van Rhijn, H. A. Weersma*, The secular parallax of the stars of different magnitude, galactic latitude and spectrum. Groningen Lab. Publ. Nr. 29 (1918).

teilung der  $\log \pi = 0,32$

$$(44) \quad \pi_0 = 0,551 \bar{\pi}.$$

Die Kenntnis der Eigenbewegungen war durch die Sicherung der fundamentalen Grundlagen und durch Neubestimmungen besonders für die schwächeren Sterne sehr erweitert. Dies gestattete die Herstellung einer Tafel<sup>287)</sup>, die für jeden Spektraltypus getrennt nach galaktischen Zonen die wahre Zahl der Sterne auf den Quadratgrad für die einzelnen Größenklassen bis 9<sup>m</sup> (bis 12<sup>m</sup>, wenn alle Spektren zusammengefaßt werden) und für von 0,02'' zu 0,02'' oder bei den größeren Werten schneller fortschreitende Stufen der jährlichen Eigenbewegung angibt. Bei der Aufsuchung des Zusammenhangs zwischen der mittleren Parallaxe und der Eigenbewegung stützten *Kapteyn* und *van Rhijn*<sup>288)</sup> sich allein auf die unmittelbar gemessenen Parallaxen. Sie erhalten für den Koeffizienten aus 146 Sternen von 3,5<sup>m</sup> bis 6,5<sup>m</sup> den Wert 0,630 und aus 123 Sternen unter 6,5<sup>m</sup> den Wert 0,659. Die Konstante des Ausdrucks von  $\bar{\pi}_{m,\mu}$  und den Koeffizienten des Helligkeitsgliedes leiten sie aus den Säkularparallaxen ab. Der schließlich gefundene Ausdruck ist

$$(45) \quad \log \bar{\pi}_{m,\mu} = -0,691 - 0,0682 m + 0,645 \log \mu.$$

Mit Hilfe dieser Formel führt nun der früher beschriebene rein empirische Weg zur Kenntnis einerseits der Anzahl der Sterne der einzelnen Stufen der absoluten Helligkeit und andererseits der Zahl der Sterne in der Raumeinheit. Die so bestimmte Leuchtkraftfunktion lautet numerisch

$$(46) \quad \log \varphi(M) = -2,394 + 0,1858 M - 0,03450 M^2.$$

Sie schließt sich mit sehr großer Annäherung einer Fehlerkurve mit dem mittleren Werte  $M_0 = +2,7$  an und ist durch die Beobachtungen festgelegt für Werte von  $M$  von  $-12^m$  bis  $+9^m$ . Die Stern-dichte nimmt vom Werte 1 in der Umgebung der Sonne ab bis auf 0,089 bei  $\pi = 0,00118''$ . Für größere Entfernungen wird die Dichte durch Einführung des gefundenen Ausdrucks von  $\varphi(M)$  in die Integralgleichung für  $\mathfrak{N}_m$  ermittelt. Da die  $\mathfrak{N}_m$  Funktionen der galaktischen Breite sind, ist das gleiche bei  $\Delta(\varrho)$  der Fall:

$$(47) \quad \left\{ \begin{array}{lll} \text{Gal. Br. } 0^\circ & \log \Delta(\varrho) = -2,532 + 2,478 \log \varrho - 0,593 (\log \varrho)^2 \\ & 30^\circ & -2,256 + 2,381 & -0,655 \\ & 60^\circ & -4,005 + 4,048 & -1,060 \\ & 90^\circ & -6,219 + 6,120 & -1,538 \\ & 40^\circ-90^\circ & -3,425 + 3,526 & -0,943. \end{array} \right.$$

287) Groningen Lab. Publ. Nr. 30 (1920).

288) *Astroph. Journ.* 52 (1920), p. 23.

Die Gültigkeit der Leuchtkraftfunktion ist zunächst nur für den Bereich zwischen dem Pol der Milchstraße und 40° galaktischer Breite erwiesen. Die Ausdrücke für 0° und 30° würden sich ändern, wenn in der Nähe der Milchstraße die Verhältnisse der absoluten Helligkeit der Sterne andere wären. Die Linien gleicher Dichte im Sternsystem wären hiernach in der Richtung der Milchstraße langgestreckte, flache Ellipsen um die Sonne als Mittelpunkt.

Der Verlauf der Dichtefunktion nach der Bestimmung von *Seeliger* (29), von *Kapteyn* (47) und von *Schwarzschild* (41) wird durch die folgende kleine Tabelle veranschaulicht, die die Zahl der Sterne in der Kubiksternweite in verschiedenen Entfernungen angibt.

Entfernung =	10	50	100	500	1000	5000	10 000
<i>Seeliger</i> . . . . .	1,71	0,90	0,66	0,26	0,17	0,06	0,04
<i>Kapteyn</i> $b = 0^\circ$ . . . . .	0,23	0,92	1,13	0,68	0,37	0,03	0,01
$b = 40^\circ - 90^\circ$ . . . . .	0,14	0,69	0,71	0,17	0,05	0,00	0,00
<i>Schwarzschild</i> . . . . .	5,7	4,8	3,8	1,6	0,9	0,2	0,1

In der Entfernung von 3000 Sternweiten, wo nach *Seeliger* die Grenze des Systems liegt, geben auch die beiden andern Formeln, die das System als unbegrenzt annehmen, eine verschwindend kleine Dichtigkeit.<sup>289)</sup>

Eine Darstellung des durch die Sternzahlen *Seeligers* (nach München Abh. 25, Nr. 3) und die mittleren Parallaxen *Kapteyns* (nach Astron. Journ. 24, p. 115) gegebenen Beobachtungsmaterials durch möglichst einfache Annahmen versuchte auch *E. Hertzsprung*.<sup>290)</sup> Er erreicht ein völlig befriedigendes Resultat bezüglich der Parallaxen und die Wiedergabe der Hauptzüge bei den Sternzahlen durch die Ausdrücke

$$(48) \quad \left\{ \begin{aligned} \log \left( \frac{D_\pi}{D_\infty} \right) &= - \left( \frac{0,00135''}{\pi} \right)^2, & \varphi(i) &= 14,86 e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{\log i - 4,52}{1,2} \right]^2}, \\ \mathfrak{N}_{10^m} &= 570000. \end{aligned} \right.$$

289) Ein Überblick über die Methoden und die Forschungsergebnisse von *Seeliger*, *Kapteyn* und *Schwarzschild* über die Struktur des Fixsternsystems und die sie bestimmenden Gesetze ist in der Groninger Dissertation von *W. J. A. Schouten*, On the determination of the principal laws of statistical astronomy, Amsterdam 1918, gegeben. Die Arbeit enthält außerdem eine Anwendung der *Schwarzschild'schen* und der *Kapteyn'schen* Methode auf ein nach galaktischen Zonen getrenntes Material unter Verwendung der neuen in Groningen zusammengetragenen Daten. Die gegen die Grundlagen und die Resultate der *Seeliger'schen* Untersuchungen vorgetragenen Bedenken weist dieser in München Sitz.-Ber. 1920, p. 94 ff., zurück.

290) Astr. Nachr. 185 (1910), p. 89.

Die Verteilung der absoluten Größen der Sterne entspricht hier nach einer Gaußschen Fehlerkurve mit dem Zentralwert  $+ 7,7^m$  und einer mittleren Abweichung von  $\pm 3,0^m$ . Die scheinbar schwachen Sterne ergeben eine erheblich kleinere Streuung um den Zentralwert der absoluten Größe als die scheinbar hellen.

Den Verlauf der Häufigkeitsfunktion für die auf einen bestimmten Betrag der scheinbaren Eigenbewegung reduzierten Helligkeiten ermittelte *W. J. Luyten* für die Sterne mit großer Eigenbewegung,  $\mu > 0,5''$ . Er findet<sup>291)</sup>

$$\log \varphi(m_{\mu=0,1''}) = 2,143 - 0,0244(m_{\mu=0,1''} - 13,20)^2,$$

woraus folgt

$$\log \varphi(m_{\pi=0,1''}) = 2,160 - 0,153(m_{\pi=0,1''} - 7,64)^2.$$

Die absoluten Helligkeiten der Sterne wären um den mittleren Wert  $+ 7,64^m$  mit einer Streuung von  $2,98^m$  verteilt.

Die Verteilung der scheinbaren Eigenbewegungen der Sterne ist bedingt durch die Verteilung der Sterne im Raume und die Verteilung der linearen absoluten Bewegungen. Ist letztere bekannt, so kann man aus der beobachteten Bewegung die Funktion  $D(\varrho)$  bestimmen. Diesen Weg betraten unabhängig voneinander *F. W. Dyson*<sup>292)</sup> und *A. S. Eddington*.<sup>293)</sup> Die Häufigkeitsfunktion der absoluten Bewegungen kann für die im gleichen Entwicklungsstadium stehenden Sterne vorausgesetzt werden in der Form  $\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)e^{-h^2(v-V)^2}$ , wo  $V$  der allen Sternen gemeinsame Teil der Bewegung ist, und das Verteilungsgesetz der Sterne im Raume wird angenommen in der Form  $f(r) = 2h^2k^2re^{-k^2k^2r^2}$ . Dann wird die Zahl der Bewegungen zwischen den Grenzen  $-nk$  und  $+nk$ :  $R(n) = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}e^{-\frac{\tau^2}{1+n^2}}$ , wo  $\tau = hV$  ist, und aus der beobachteten Verteilung der Bewegungen lassen sich die Konstanten  $h$  und  $k$  bestimmen.

*Eddington* bearbeitete nach dieser Methode die den Typen *A* und *K* angehörenden Sterne des *Bossschen* Katalogs und fand bei den *K*-Sternen die zu erwartende schnellere Dichtigkeitsabnahme in höheren galaktischen Breiten bestätigt, während bei den *A*-Sternen ein Überwiegen der Sternzahlen in den mittleren Entfernungen zutage tritt. *Dyson* findet aus den Eigenbewegungen der Sterne des *Carrington-*

291) Lick Obs. Bull. 11 (1923), p. 23.

292) London Astr. Soc. Month. Not. 73 (1913), p. 334, 402.

293) London Astr. Soc. Month. Not. 73 (1913), p. 346.

Katalogs eine Anhäufung dieser Sterne in den Entfernungen von 200—650 Sternweiten.

Weitere Anwendungen dieser Methode wurden gemacht von *R. J. Pocock*<sup>294</sup>) auf die Oxford-Zone des astrographischen Katalogs und von *H. W. Unthank*<sup>295</sup>) auf die helleren der zwischen den Parallelkreisen  $+ 38^\circ$  und  $+ 65^\circ$  liegenden Sterne.

Die Annahme einer regelmäßigen Struktur des Sternsystems kann, wie der Anblick des gestirnten Himmels unmittelbar lehrt, der Wirklichkeit nur in großen Zügen entsprechen. Einen Versuch zur Beantwortung der Frage, ob sich an der Hand des verfügbaren Materials Widersprüche gegen die Annahme einer regelmäßigen Abnahme der Dichte vom Mittelpunkt des Systems nach außen hin feststellen lassen, machte *A. Pannekoek*.<sup>296</sup>) Er benutzte die Sternzahlen der Durchmusterungen und der Auswahlfelder *Kapteyns* und konstruierte damit für einen mit der Ebene der Milchstraße zusammenfallenden Schnitt durch das Sternsystem die Kurven gleicher Dichtigkeit. Wegen der Unzulänglichkeit des Materials für die Südhalbkugel ist nur eine lückenhafte Feststellung des Verlaufs der Kurven möglich. Die stärkste Verdichtung erscheint in der Richtung nach dem Sternbild Scorpium einen Punkt in etwa 150 Sternweiten Entfernung gelagert, und in der Richtung nach dem Cygnus prägt sich in allen Entfernungen eine Häufung der Sterne aus.

Die innige Verknüpfung der Gesetzmäßigkeiten der Sternzahlen mit der Erscheinung der Milchstraße scheint unmittelbar zu beweisen, daß diese letztere ein mit dem Bau des Sternsystems innig verbundenes Gebilde ist. *Pannekoek*<sup>297</sup>) erhält für *Kapteyns* Sternzahlen in Gron. Publ. 18 die Darstellung

$$\log \mathfrak{N}_0^{20} = -0,30 + 0,49(m - 7).$$

In *Seeligers* Formel (17) wäre also  $\lambda = 0,55$  und nach (21) das Dichtegesetz ohne Rücksicht auf Absorption  $D(\rho) = \gamma \rho^{-0,55}$ . In der Milchstraße nähme die Dichte etwa proportional mit  $\sqrt{\rho}$  ab. Für die außergalaktischen Zonen findet *Pannekoek*

$$\log \mathfrak{N}_{20}^{40} = -0,52 + 0,49(m - 7) - 0,007(m - 7)^2,$$

$$\log \mathfrak{N}_{40}^{90} = -0,60 + 0,47(m - 7) - 0,009(m - 7)^2.$$

Die Sternzahl nimmt außerhalb der Milchstraße noch langsamer zu, die Dichte nimmt also in noch stärkerem Maße ab als in der

294) London Astr. Soc. Month. Not. 76 (1916), p. 421.

295) London Astr. Soc. Month. Not. 76 (1916), p. 529.

296) Amsterdam Akad. Proc. 24 (1921), p. 56.

297) Amsterdam Akad. Proc. 13 (1910), p. 239.

Milchstraße. Die Erscheinung der Milchstraße widerspricht aber der Annahme einer regelmäßigen Abnahme der Dichte. Aus den Sternzahlen für  $m = 6,5, 8, 9, 11,73$  (*Epsteins* Eichungen),  $12,5$  und  $13,2$  (*Carte du ciel*),  $13,9$  (*Herschels* Eichungen) leitet *Pannekoek* den numerischen Wert von  $\frac{d \log \mathfrak{N}_m}{d m}$  ab. In besonders glänzenden Stellen der Milchstraße tritt ein schnelleres Anwachsen der Sternzahlen als im Durchschnitt der galaktischen Zone bis zur 9. Größe, dann eine langsame Abnahme des Gradienten und über  $12^m$  hinaus eine sehr starke Zunahme auf. Daraus wäre zu schließen, daß es sich um durch einen weniger dicht gefüllten Zwischenraum von der Hauptmasse getrennte Sternanhäufungen handelt, die erst bei den Sternen unter  $12^m$  hervortreten.

**29. Extinktion des Lichtes im Weltraum.** Die Wahrnehmung, daß die Zahl der Sterne nicht dem Gesetze folgt, das dem einfachen photometrischen Gesetze unter der Annahme gleichförmiger Verteilung der Sterne und gleichen Mischungsverhältnisses der absoluten Helligkeiten überall im Raume entspricht, kann an sich mit gleichem Recht wie durch eine abnehmende Dichte auch durch eine Extinktion des Lichtes im Weltraume erklärt werden. Hingewiesen wurde auf die Möglichkeit des Vorhandenseins einer solchen Extinktion durch einen Weltäther zuerst von *J. P. Loys de Chéseaux*.<sup>298)</sup> Die Bedeutung der Hypothese für die Stellarastronomie wurde zuerst erkannt durch *W. Olbers*<sup>299)</sup>, welcher zeigte, daß, wenn das Licht beim Durchlaufen einer Siriusweite  $\frac{1}{800}$  seiner Intensität durch Absorption einbüße, Sterne von der absoluten Helligkeit des Sirius, die in einer Entfernung von mehr als 30000 Siriusweiten sich befinden, keinen Lichteindruck auf unser Auge mehr machen könnten.

Nach *F. G. W. Struve*<sup>300)</sup> wäre die tatsächlich beobachtete Sternzahl mit der Annahme gleichförmiger Verteilung und gleicher Leuchtkraft der Sterne zu vereinigen bei Voraussetzung des Wertes 0,8724 für den Durchlässigkeitskoeffizienten  $\lambda$  des Weltraumes in dem Ausdruck der unter dem Einfluß der Extinktion stattfindenden scheinbaren Helligkeit

$$(49) \quad h_n = \frac{H^0}{\varrho^2} \cdot \lambda^{\varrho}, \quad m = M^0 + 5 \log \varrho - 2,5 \varrho \log \lambda,$$

298) *J. P. Loys de Chéseaux*, *Traité de la comète*, qui a paru 1743—44, Lausanne 1744, p. 223 ff.

299) *W. Olbers*, Über die Durchsichtigkeit des Weltraums, *Berl. Jahrb. für* 1826, p. 110, Berlin 1823.

300) *W. Struve*, *Stellarum dupl. et multipl. mensurae micr.*, Petersburg 1837, p. XCII.

wenn  $H^0$  die absolute Helligkeit,  $M^0$  die absolute Größe bezeichnet, die der Stern in der Entfernung 1 haben würde, wenn keine Extinktion vorhanden wäre. Später berechnete *Struve* durch Vergleich derjenigen Entfernungen, die aus der scheinbaren Helligkeit der Sterne mit Hilfe der raumdurchdringenden Kraft der Fernrohre *Herschels* folgen, mit jenen, die den beiden eben erwähnten Annahmen entsprechen, den Durchlässigkeitskoeffizienten des Raumes zu 0,98669<sup>301)</sup> und an anderer Stelle<sup>302)</sup> zu 0,99065. Als Entfernungseinheit diente dabei die mittlere Entfernung der Sterne erster Größe. *G. V. Schiaparelli*<sup>303)</sup> bestimmte mit denselben beiden Annahmen aus der Vergleichung der photometrischen Konstante, wie sie aus den Sternzahlen der Harvard Photometry folgt, mit dem theoretischen Werte den Durchlässigkeitskoeffizienten zu 0,9190 bezogen auf die mittlere Entfernung der Sterne erster Größe. *G. C. Comstock*<sup>304)</sup> konnte den Widerspruch zwischen den aus den Eigenbewegungen sehr schwacher Sterne folgenden Entfernungen dieser Sterne und den aus der *Kapteynschen* empirischen Formel (31) folgenden, wenn er nicht eine sehr viel geringere absolute Leuchtkraft der scheinbar schwachen Sterne zulassen wollte, nur erklären durch die Annahme eines Extinktionskoeffizienten von  $8 \cdot 10^{-8}$  für die mittlere Entfernung Erde-Sonne, was einem Transmissionskoeffizienten von 0,9837 für die Sternweite entspricht. Auch *E. C. Pickering* sieht zunächst die plausibelste Erklärung seines Ergebnisses<sup>305)</sup>, daß aus den Sternzahlen bis  $6,75^m$  für die photometrische Konstante statt des theoretischen Wertes 0,40 der erheblich kleinere 0,34 folgt, in der Annahme einer beträchtlichen Extinktion des Lichtes, hält diese Erklärung aber nicht mehr für zulässig, als er später<sup>306)</sup> fand, daß die Spektralklassen sich in dieser Hinsicht verschieden verhielten, indem die photometrische Konstante für Typus *A* und *F* auch aus den Sternzahlen zu 0,40, für die Typen *G*, *K*, *M* hingegen zu 0,34 folgte. Im Anschluß an diese Untersuchungen von *Comstock* und *Pickering* zeigte *Kapteyn*<sup>307)</sup>, daß das statistische Material eine Entscheidung nicht gestattet, ob die Erklärung des Verhaltens der Sternzahlen in einer Extinktionswirkung oder in einer Änderung der Sterndichte zu suchen sei, daß aber jedenfalls so große Extinktionswerte, wie *Comstock* sie annehmen wolle, auf physikalisch unmögliche Folgerungen führe.

301) *M. Weisse*, Pos. med. stell. fix. ex zonis Reg., Petersburg 1846, p. XLVII.

302) *W. Struve*, Études d'astr. stell., Petersburg 1847, p. 88.

303) Milano Osserv. Pubbl. 34 (1889), p. 25.

304) Astron. Journ. 24 (1904), p. 47.

305) Harvard Coll. Obs. Ann. 48, Nr. 5 (1903).

306) Harvard Coll. Obs. Circ. 147 (1909).

307) Astron. Journ. 24 (1904), p. 115.



*Seeliger* betrachtet zwei Möglichkeiten: Einmal eine Schwächung des Lichtes durch im Raume verteilte Materie, deren Dichte der Dichtigkeit der Sternverteilung selbst proportional ist, und zweitens eine allgemeine Absorption des Lichtes im interstellaren Raume und entwickelt<sup>308)</sup> den theoretischen Zusammenhang der scheinbaren Dichte  $\Delta(\varrho)$ , wie ihn die mit Absorption behafteten Beobachtungen ergeben, mit der wahren Dichte  $D(\varrho)$ . Es ergibt sich dann, daß unter der Voraussetzung, daß eine Zunahme der wahren Dichte in großen Raumteilen nicht eintreten soll, die Annahme vorgelagerter Massen eine Lichtschwächung an der Grenze des Systems um  $0,34^m$  und eine Verkleinerung des Systems um  $\frac{1}{7}$  bewirkt, während die Annahme einer allgemeinen Absorption zu einer Lichtschwächung um  $0,27^m$  an der Grenze und zu einer Verkleinerung um  $\frac{1}{9}$  führt. Der Absorptionskoeffizient wäre  $0,0003086$ , der Durchlässigkeitskoeffizient also  $0,9996914$  für die Siriusweite oder  $0,9999383$  für die Sternweite.

Die Ursache einer Absorption des Lichtes im Weltraum wäre in fein verteilter Materie, dem kosmischen Staube, zu suchen, dessen Vorhandensein die Millionen teleskopischer Sternschnuppen bezeugen, die im Laufe eines Tages die Erde treffen. Weiter muß das Vorhandensein solcher Materie als sehr wahrscheinlich gelten als Folge der Wirkung des Lichtdrucks auf die Teilchen der Atmosphären selbstleuchtender Körper und auf die Ausströmungen der Kometen. Eine auswählende Absorption, wie sie dann auftreten müßte, würde sich durch direkte Beobachtungen feststellen lassen, und da mit der Absorption eine Zerstreung des Lichtes notwendigerweise verknüpft sein wird, so ergeben sich noch weitere Prüfungsmöglichkeiten. *G. A. Tikhoff* schlug zunächst<sup>309)</sup> eine Vergleichung der Kurven der visuellen Lichtänderung und der Kurven der Radialgeschwindigkeiten bei spektroskopischen Doppelsternen, die zugleich Veränderliche sind, vor und glaubte in den Phasenunterschieden eine Wirkung der Dispersion erblicken zu können. Dieser Weg konnte nicht zum Ziele führen, dagegen war eine zweite Methode, die in der Vergleichung der mit Filtern für Licht verschiedener Wellenlängen aufgenommenen Kurven der Radialgeschwindigkeiten bei Doppelsternen bestand, geeignet, die vermutete Wirkung, die nach dem *Rayleigh'schen* Gesetz umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge sein muß,

308) München Abh. 25, Nr. 3 (1909), p. 45; München Sitz.-Ber. 1911, p. 453. — Die Theorie der Extinktion ist von *E. Anding* ausführlich entwickelt in *Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum II*, Kap. III, Leipzig 1910.

309) Mem. Spett. Ital. 27 (1898), p. 41.

nachzuweisen, indem eine Dispersion des Lichtes im Weltenraume bei Strahlen verschiedener Wellenlänge verschiedene Geschwindigkeiten im gleichen Augenblicke hervorrufen muß. Die Anwendung dieser Methode von *A. Belopolsky* und *Tikhoff*<sup>310)</sup> ergab in der Tat den zu erwartenden Effekt. Einen andern Weg schlug *Ch. Nordmann* und unabhängig nahe gleichzeitig auch *Tikhoff*<sup>311)</sup> ein. Er besteht in der Festlegung der Lichtkurve kurzperiodischer Veränderlicher im Licht verschiedener Wellenlänge auf visuellem Wege (*Nordmann* mit heterochromem Photometer) oder durch photographische Aufnahme mit Filtern oder auf Platten, die für Licht verschiedener Wellenlänge empfindlich gemacht sind (*Tikhoff*) oder auch durch photographische Aufnahme des Spektrums.<sup>312)</sup> Auch hier entsprachen die Resultate dem Sinne nach der zu erwartenden Wirkung. Das Hineinspielen unbekannter physikalischer Vorgänge in den Sternsystemen und die Möglichkeit einer Absorption in den Atmosphären der Sterne macht aber strenge Schlüsse aus den Beobachtungen unmöglich, wie im einzelnen *P. Lebedew*<sup>313)</sup> nachwies. Als wahrscheinliche Folge einer auswählenden Absorption im Weltenraume wäre weiter eine Verschiedenheit des Exponenten  $p$  im Schwärzungsgesetz photographischer Sternbilder  $S = JT^p$  für Licht verschiedener Wellenlänge zu erwarten, die in der Tat auch von *Tikhoff*<sup>314)</sup> nachgewiesen wurde. Allein auch hier wird das Resultat zweifelhaft gemacht durch die Möglichkeit eines verschiedenen Verhaltens der verschiedenen Plattensorten. Außerdem würden Verschiedenheiten im Typus der Sterne gleiche Wirkungen erzeugen.<sup>315)</sup> Eine auswählende Absorption müßte aber auch zum Ausdruck kommen in einer Abhängigkeit der Farbentönung von der Entfernung bei Sternen des gleichen Typus, und dieser Weg hat bei den neueren Untersuchungen zu ziemlich zuverlässigen Aufschlüssen geführt. *Kapteyn* stellte bei seinen nach dieser Methode ausgeführten Untersuchungen<sup>316)</sup> die Farbentönung (Color index) dar als Funktion der scheinbaren Größe  $m$ , der absoluten Helligkeit  $M$  und der Entfernung als Maß der Stärke der Absorptionswirkung. Die Entfernung wird nach scheinbarer Größe und Größe der E. B. gemäß Formel (32) angesetzt. Das benutzte Material gestattet nicht den Einfluß der absoluten Helligkeit

---

310) Pulkowa Obs. Mitteil. 3 (1909), p. 101.

311) Paris Bull. Astr. 26 (1909), p. 5; Pulkowa Obs. Mitteil. 2 (1908), p. 141.

312) *A. Hnatek*, Astr. Nachr. 184 (1910), p. 305.

313) Astroph. Journ. 29 (1909), p. 101.

314) Pulkowa Obs. Mitteil. 3 (1909), p. 31, 75.

315) Vgl. *H. E. Ives*, Astroph. Journ. 31 (1910), p. 157.

316) Astroph. Journ. 29 (1909), p. 46; 30 (1909), p. 284, 398.

und den der Entfernung genügend zu trennen. Ist  $c$  die Änderung der Farbentönung für eine Stufe der absoluten Helligkeit,  $d$  die Änderung für die Einheit der Entfernung (10 Sternweiten), so ist *Kapteyns* Endresultat  $d = 0,0031^m + 0,25 c$ . Mit Hilfe des *Rayleighs*chen Gesetzes ergibt sich dann für die visuellen Strahlen ein Verlust von 0,0028 der Gesamtintensität bei Durchlaufen eines Weges von 10 Sternweiten, für die photographischen Strahlen ein Verlust von 0,0056. Der Durchlässigkeitskoeffizient für die Sternweite als Einheit wäre hiernach 0,99972 für visuelles, 0,99944 für photographisches Licht. Zu ähnlichen Zahlen gelangt *H. S. Jones*.<sup>317)</sup> Sein Resultat ist  $d = 0,00473^m \pm 0,00035$ ;  $c = + 0,0336 \pm 0,0053$ .  $c$  muß hiernach als verbürgt gelten, also muß bei den absolut helleren, d. h. heißeren Sternen bei gleichem Spektrum und gleicher Entfernung das Maximum der Lichtemission gegenüber den schwächeren Sternen gegen Violett verschoben sein. *P. J. van Rhijn*<sup>318)</sup> dagegen gelangt zu einem wesentlich kleineren Betrage der Absorption; er findet für die Sternweite als Einheit  $d = 0,00015^m \pm 0,00003$ , entsprechend dem Durchlässigkeitskoeffizienten 0,999862.

Das gesamte unter diesen Gesichtspunkten zusammengetragene und von *Kapteyn*<sup>319)</sup> diskutierte Material schien als durch die Beobachtung festgestellte Tatsachen zu erweisen, daß die scheinbar schwächeren Sterne im Durchschnitt röter seien als die helleren und daß bei gleichem Spektrum und gleicher scheinbarer Helligkeit die Sterne im Durchschnitt um so röter seien, je ferner sie sind. Daraus war auf eine zwar sehr geringe, aber doch merkliche Absorption zu schließen, und zwar der Größe nach unabhängig von der Richtung in bezug auf die galaktische Ebene. Dagegen hatte *F. G. Brown*<sup>320)</sup> aus der Vergleichung der Flächenhelligkeiten kleiner und ausgedehnter Nebel und aus Sternzählungen in den verschiedenen Richtungen auf das Vorhandensein eines absorbierenden Mediums schließen zu können geglaubt, das in Gestalt eines verlängerten Rotationsellipsoids angeordnet wäre, dessen große Achse zusammenfiel mit der kleinen Achse des Sternsystems. *H. Shapleys*<sup>321)</sup> Untersuchungen über die Farbentönung der Sterne in einer größeren Zahl von Sternhaufen verglichen mit derjenigen, die bei den einzelnen Sternen im allgemeinen vorhanden ist, sind indessen

317) London Astr. Soc. Month. Not. 75 (1914), p. 4.

318) Groningen Diss., Derivation of the change of colour with distance and apparent magnitude 1915.

319) Astroph. Journ. 40 (1914), p. 187.

320) London Astr. Soc. Month. Not. 72 (1912), p. 195, 718.

321) Astroph. Journ. 45 (1917), p. 128; Washington Nat. Acad. Proceed. 3 (1917), p. 267.

nur mit einer vollkommenen Durchlässigkeit des Raumes für Lichtstrahlen vereinbar. Die Farbentönung ergab sich dem absoluten Betrage nach, wie auch nach der Verteilung auf die einzelnen Farbklassen für die Sternhaufen gleich derjenigen bei den isolierten Sternen, obwohl die Entfernung jener ein Vielfaches der Entfernung dieser letzteren sein muß. Vor allem kommen auch unter den Sternen der Sternhaufen Sterne mit großem negativen Wert des Farbenindex in gleicher Häufigkeit wie bei den isolierten Sternen vor.

Von größter Tragweite für die Frage der Extinktion des Lichtes im Weltraume und für die von ihr abhängenden Schlüsse über die Entfernung und die Verteilung der Sterne müßte das Vorhandensein ausgedehnter, nicht leuchtender Nebelmassen sein, die nach *J. G. Hagens* Beobachtungen den Raum rings um das Milchstraßensystem wie ein Netzwerk, am dichtesten an den Polen der Milchstraße und von da gegen die Milchstraße hin immer weniger auffällig werdend, einhüllen. Einzelne solcher Nebelwolken waren schon *W. Herschel* und *E. E. Barnard* bekannt. Auch *M. Wolf* schließt aus Sternzählungen in der Umgebung von  $\xi$  Cygni, beim sogenannten Amerikanebel, auf die Existenz ausgedehnter, lichtabsorbierender Materie, deren Wirkung schon in der mittleren Entfernung der Sterne 9. Größe merklich wird und dann bei den Sternen 12. Größe in verstärktem Maße einsetzt [Astr. Nachr. 223 (1924), p. 89].

### C. Eigenbewegung der Sterne und der Sonne.

**30. Erste Versuche.** Als in der Mitte des 18. Jahrhunderts die Erkenntnis gewonnen war, daß das Auftreten von Bewegungen bei den Fixsternen nicht eine vereinzelte Erscheinung sei, sondern eine allgemeine Eigenschaft der Fixsterne, begannen auch bald die Bemühungen, Gesetze in diesen Bewegungen aufzudecken. Das Vorhandensein einer fortschreitenden Bewegung der Sonne im Weltraum forderte *J. de Lalande*<sup>322)</sup> als notwendig verbunden mit der Rotation und *P. Prevost*<sup>323)</sup> als Folge gegenseitiger Attraktion der Massen im Universum. Mit der Aufgabe der Bestimmung der Bewegung des Sonnensystems aus den beobachteten Eigenbewegungen der Fixsterne beschäftigte sich zuerst *J. H. Lambert* in seinen „Kosmologischen Briefen“ (1761). *T. Mayer*<sup>324)</sup>, der den ersten Eigenbewegungskatalog, beruhend auf der Vergleichung seiner eigenen Be-

322) Paris Mém. de l'Acad. 1776.

323) Berlin Mém. de l'Acad. 1781, p. 418 (in der Akademie vorgelesen am 3. Juli 1783).

324) *T. Mayer*, De motu fixarum, Op. inedita, Göttingen 1775.

obachtungen mit denen von *Roemer* und *Lacaille*, aufstellte, erkannte, daß wenigstens bei den größeren Bewegungen die parallaktische Bewegung zurücktritt gegenüber den Spezialbewegungen. Auf Grundlage der *T. Mayerschen* Eigenbewegungen bestimmte *P. Prevost*<sup>325</sup>) den Zielpunkt der Sonnenbewegung, indem er eine dieser Hypothese entsprechende Verteilung der Richtung der Bewegungen in Rektaszension und Deklination zu erzielen suchte. Einige Monate früher schon war die erste der Arbeiten *W. Herschels*<sup>326</sup>) erschienen, die in sicherer Begründung die Theorie der Bewegung der Sonne und der Sterne zu einem dauernden Bestandteil astronomischer Forschung gemacht haben.

Wenn auch diese ersten Versuche das Vorhandensein einer Bewegung des Sonnensystems im Raume außer Zweifel zu stellen geeignet waren, so schien die Bestimmung der Richtung dieser Bewegung, zu der sie führten, doch von sehr zweifelhaftem Werte und wurde vielfach gänzlich abgelehnt.

Die in der Folge bei der Behandlung des Problems angewandten Methoden zerfallen in solche, bei denen nur die beobachtete Richtung der Bewegung benutzt wird, und in solche, die auch die Größe der Bewegung berücksichtigen. Die Hauptschwierigkeiten bei der mathematischen Behandlung bestehen in unserer völlig unzureichenden Kenntnis der Entfernungen der Sterne und in dem hohen Prozentsatz von Sternen, deren Bewegung der parallaktischen Hypothese völlig widerspricht (retrograde Bewegungen).

Es mögen folgende Bezeichnungen gelten:

$180^\circ + A, -D$  Koordinaten des dem Zielpunkt der Sonnenbewegung (Apex) gegenüberliegenden Punktes, des Antiapex;  $q$  = lineare Größe der Sonnenbewegung und  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  ihre rechtwinkligen Koordinaten.

$\alpha, \delta, \rho$  Koordinaten und Entfernung des Sterns.

$\xi, \eta, \zeta$  rechtwinklige Koordinaten,  $\Delta \xi, \Delta \eta, \Delta \zeta$  rechtwinklige Geschwindigkeiten des Sterns relativ zur Sonne.

$k\rho \cos \delta d\alpha, k\rho d\delta, d\rho$  Komponenten der Eigenbewegung des Sternes (in linearem Maß) nach der Richtung des Parallels, des Deklinationskreises und des Visionsradius.

$u, v, w$  Komponenten der dem Sterne selbst anhaftenden Spezialbe-

325) Berlin Mém. de l'Acad. 1781, p. 440 (vorgelesen am 11. Sept. 1783) und unter Benutzung verbesserter Bewegungen, ebenda 1801, p. 118 = Berl. astr. Jahrb. 1805, p. 113.

326) London Phil. Trans. 1783, p. 247; 1805, p. 233; 1806, p. 205.

wegung (in linearem Maß) nach der Richtung des Parallels, des Deklinationskreises und des Visionsradius.

$\Theta$  sphärischer Abstand des Antiapex vom größten Kreise der EB. des Sternes.

$\chi$  Länge,  $\psi$  Positionswinkel des sphärischen Bogens Stern-Antiapex, so daß  $\sin \Theta = \sin \chi \sin (\varphi - \psi)$ .

$a, d$  Koordinaten des Poles des größten Kreises der EB. des Sterns.

$\sigma, \tau$  Komponenten der EB. des Sterns in der Richtung nach dem Antiapex (parallaktische Bewegung) und senkrecht zu dieser Richtung (Querbewegung);  $\sigma = \mu \cos(\varphi - \psi)$ ,  $\tau = \mu \sin(\varphi - \psi)$ .

*Herschels* Bestimmung der Sonnenbewegung sucht auf graphischem Wege für die benutzten Sterne des *T. Mayerschen* Verzeichnisses die Abstände  $\Theta$  in ihrer Gesamtheit möglichst klein zu machen, also mathematisch ausgedrückt der Forderung zu genügen

$$(50) \quad \sum \{ \arcsin [\sin \chi \sin (\varphi - \psi)] \}^2 = \text{Minimum.}$$

*Herschel* findet (Phil. Trans. 1806) graphisch als wahrscheinlichsten Ort des Apex  $A = 245,9^\circ$ ,  $D = +40,4^\circ$ . Als wahrscheinlichste Größe der Sonnenbewegung betrachtet *Herschel* einen Wert, der in der Mitte der mit seiner Annahme aus den beobachteten EB. folgenden motus peculiare liegt, wenn die Entfernungen umgekehrt proportional den scheinbaren Helligkeiten gesetzt werden. *Herschel* findet  $q = 0,75''$  gesehen aus der Entfernung der Sterne erster Größe.

**31. Neuere Methoden.** *F. W. Argelanders* Bestimmung der Sonnenbewegung aus 390 Eigenbewegungen über  $0,2''$  seines Aboer Katalogs<sup>327)</sup> verfolgt den gleichen Weg. Unter der Voraussetzung, daß die motus peculiare der Sterne den Charakter zufälliger Fehler haben, also regellos erfolgen, werden Verbesserungen angenommener Näherungswerte für die Koordinaten des Antiapex gesucht, die die Bedingung erfüllen

$$(51) \quad \sum (\sin^2 \chi \cdot (\varphi - \psi)^2) = \text{Minimum.}$$

Die *Argelandersche* Bedingung macht also neben der Voraussetzung über den Charakter der motus peculiare die weitere, daß die  $(\varphi - \psi)$  und damit die  $\Theta$  kleine Winkel sind, so daß ihr sinus mit dem Bogen vertauscht werden darf. Die ausgedehnteste Anwendung dieser *Argelanderschen* Methode machte *H. Mädler*, indem er nach ihr 2163 Sterne des *Bradley-Katalogs* behandelte.<sup>328)</sup> Er fand

$$A = 261,6^\circ, D = +39,9^\circ.$$

<sup>327)</sup> St. Petersburg Mém. 3 (1837), p. 561 auch Astr. Nachr. 16 (1839), p. 43; 17 (1840), p. 209.

<sup>328)</sup> Dorpat Sternw. Beob. 14 (1856), p. 227.

*F. W. Bessel*<sup>329)</sup> wählte als einfachen Ausdruck der Richtung der Eigenbewegung den Pol des größten Kreises, in dem sie erfolgt, und zwar denjenigen der beiden Pole, von dem aus gesehen die Bewegung von der Rechten zur Linken vor sich geht. Die Pole paralleler Eigenbewegungen liegen auf einem größten Kreise, und der Zielpunkt ist der Pol dieses Kreises, der der Gleichung (50) streng Genüge leistet.<sup>330)</sup> Bei der Anwendung dieser Methode auf 71 Sterne mit  $EB. > 0,5''$  findet *Bessel* die *Herschelsche* Folgerung nicht bestätigt. Es treten mehrere Punkte auf, auf welche die Bewegungen einer größeren Zahl von Sternen gerichtet sind, aber es bleiben, welchen Punkt man auch wählen mag, immer allzu viele retrograde Bewegungen übrig. *Gauß*' Arbeiten über diese Frage sind bislang nur soweit bekannt, als sie im Briefwechsel mit *Olbers*<sup>331)</sup> erwähnt werden. Bei einer ersten Rechnung bedient er sich der Bedingungsgleichung  $\sum \sin^2 \theta = \text{Minimum}$  und wird mit den 71 *Besselschen* Sternen auf einen Zielpunkt  $A = 259,7^\circ$ ,  $D = -3,8^\circ$  geführt. Dieser Punkt kann aber nicht als wirklicher Zielpunkt betrachtet werden, da nach *Gauß* die Sterne mit retrograder Bewegung für die Bestimmung überhaupt nicht mitsprechen dürfen. Sie müssen fortgelassen werden, und man kann nur durch wiederholte Näherungen, indem man bei jeder Näherung immer diejenigen Sterne fortläßt, die sich bei der letzten Näherung als retrograd ergeben hatten, zum Ziele gelangen. Der Forderung, daß der wahre Zielpunkt der Sonnenbewegung die beobachteten Eigenbewegungen so darstellen müsse, daß die übrigbleibenden motus peculiares möglichst klein seien, entspricht<sup>332)</sup> für die direkten Bewegungen die Forderung  $\sum \sin^2 \theta = \text{Minimum}$ , für die retrograden aber  $\sum \sin^2 \chi = \text{Minimum}$ , und der Zielpunkt wäre zu bestimmen durch die Bedingung  $\sum \sin^2 \theta + \sum \sin^2 \chi = \text{Minimum}$ , wobei die erste Teilsumme nur die direkten, die zweite nur die retrograden Bewegungen umfaßt. Auf Grundlage der Zielpunkte der Eigenbewegungen der Sterne wäre nach einer anderen Formulierung der Aufgabe durch *Gauß* der Zielpunkt der Sonnenbewegung zu bestimmen als Pol eines größten Kreises, der die Sphäre in zwei eine möglichst ungleiche Anzahl von EB.-Zielpunkten enthaltende Halbkugeln teilt. *Gauß* bestimmt<sup>333)</sup> diesen Punkt als Zielpunkt der

329) *F. W. Bessel*, *Fundamenta Astronomiae*, Königsberg 1818, p. 309.

330) Vgl. *Astr. Nachr.* 132 (1893), p. 323.

331) *C. Schilling*, *Wilhelm Olbers, sein Leben und seine Werke*, Bd. 2 (1909), p. 148, 154, 157, 161, 676, 680.

332) *Ebenda* p. 161.

333) *Ebenda* p. 158.

Richtung nach dem im Inneren der Kugel gelegenen Schwerpunkt der auf den größten Kreisen der Eigenbewegung der Sterne  $90^\circ$  vom Sternort entfernt liegenden Punkte  $A^*D^*$  und erhält so

$$A = 266,3^\circ, D = + 34,8^\circ.$$

Eine von *W. Olbers*<sup>334)</sup> benutzte Methode läßt sich ableiten aus den allgemeinen Ausdrücken für die Komponenten der EB., nämlich

$$(52) \begin{cases} k\rho\mu \sin \varphi = k\rho \cos \delta d\alpha = u + q \cos D \sin(\alpha - A) \\ k\rho\mu \cos \varphi = k\rho d\delta = v - q [\cos \delta \sin D - \sin \delta \cos D \cos(\alpha - A)] \\ d\rho = w - q [\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos(\alpha - A)]. \end{cases}$$

Durch Elimination von  $q$  aus den ersten beiden Gleichungen folgt die *Olbersche* Bedingungsgleichung

$$(53) \begin{cases} k\rho \cos \delta d\alpha [\cos \delta \sin D - \sin \delta \cos D \cos(\alpha - A)] \\ + k\rho d\delta \cos D \sin(\alpha - A) = -u \sin \chi \cos \psi + v \sin \chi \sin \psi. \end{cases}$$

Wird gemäß der Methode der kleinsten Quadrate die Summe der Quadrate der rechten Seite zum Minimum gemacht, so folgt aus 82 Sternen  $A = 269,4^\circ$ ,  $D = + 68,7^\circ$ , während eine andere Auflösung der Gleichungen, die die einfache Summe der Glieder auf der rechten Seite für die 36 Sterne mit positivem Werte von  $d\alpha$  einerseits und diejenige für die 46 Sterne mit negativem Werte von  $d\alpha$  andererseits zu null macht, auf  $A = 276,4^\circ$ ,  $D = + 15,2^\circ$  führt.

Auf der unmittelbaren Verwendung der ersten beiden Gleichungen (52) beruht die von *G. B. Airy*<sup>335)</sup> angewandte Methode. Die Auflösung der Bedingungsgleichungen führt *Airy* einmal aus unter der Annahme, daß die  $u, v$  den Charakter zufälliger Fehler haben, also die Summe ihrer Quadrate zum Minimum zu machen sei, und ein anderes Mal unter der Voraussetzung, daß überhaupt keine motus peculiare auftreten, vielmehr die  $\cos \delta d\alpha$  und  $d\delta$  nur hervorgehen aus der Bewegung der Sonne und Beobachtungsfehlern. Diese Beobachtungsfehler setzen sich zusammen aus zufälligen Fehlern und konstanten Fehlern. Auf den großen Einfluß eines konstanten Fehlers der Deklinationen in den zur Bestimmung der Eigenbewegungen verglichenen Katalogen war schon *Gauß*<sup>336)</sup> aufmerksam geworden durch den Umstand, daß bei einer Trennung der Sterne nach der Größe der Bewegung die kleinen Bewegungen zu einem erheblich südlicher ge-

334) Ebenda p. 140, 151; auch Briefwechsel Olbers-Bessel von *A. Erman* 2 (1852), p. 220.

335) London Astr. Soc. Mem. 28 (1860), p. 143 = London Astr. Soc. Month. Not. 19 (1859), p. 175.

336) In dem in Fußnote <sup>331)</sup> zitierten Buche p. 678.



legenen Zielpunkte führten als die großen. An die Stelle der Größen  $u$  und  $v$  in (52) treten also Größen, die zusammengesetzt sind aus den zufälligen Fehlern der beobachteten Werte von  $\cos \delta d\alpha$  und  $d\delta$ , aus den aus dem Fehler der angenommenen Präzessionskonstante hervorgehenden Einfluß auf die berechneten Werte dieser Größen und aus dem Fehler des angenommenen Äquinoktialpunktes bzw. des Deklinationssystems, und bei der Ausgleichung ist die Summe der Quadrate der Beobachtungsfehler zum Minimum zu machen.

Die *Airysche* Methode wurde in der Folge sehr häufig angewandt. Sie liegt auch der Verwertung des umfangreichen und durch große Zuverlässigkeit ausgezeichneten, im P. G. C. gesammelten Eigenbewegungsmaterials zugrunde, die wir *L. Boss*<sup>337)</sup> verdanken. Die Lage des Zielpunktes der Sonnenbewegung ist nach dieser auch eine Verbesserung der Konstanten der Präzession berücksichtigenden Bearbeitung, die als der Schlußstein der durch *Herschels* Arbeiten eingeleiteten Periode zu betrachten ist, gegeben durch

$$\begin{array}{l} \text{nach 5413 Sternen mit EB. } \leq 0,2'', \quad A = 270,52^\circ, \quad D = + 34,28^\circ \\ \text{,, 559 ,, ,, ,, } > 0,2'', \quad 272,03^\circ, \quad + 34,53^\circ. \end{array}$$

Weil aber, wenn man den Sternen Bewegungen zuschreibt, das Bestehen der Milchstraße, wenigstens als eine nicht bloß vorübergehende Erscheinung, nur möglich erscheint, wenn man in diesen Bewegungen eine mit der Milchstraße eng verbundene Gesetzmäßigkeit voraussetzt, schien es naheliegend, in die Bedingungsgleichungen zur Darstellung der beobachteten Eigenbewegungen noch weitere, einer solchen Hypothese<sup>338)</sup> Rechnung tragende Glieder aufzunehmen. *E. Schönfeld*<sup>339)</sup> ging dabei von der Annahme aus, daß die Bewegungen der Sterne in parallelen Ebenen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um einen gemeinsamen Mittelpunkt erfolgen. Die Bedingungsgleichungen, zu denen man geführt wird, gestatten nicht die Bestimmung sämtlicher 11 Unbekannten des Problems, da diese Unbekannten zum Teil in unlösbaren Verbindungen auftreten. Selbst wenn man die Ebene der Rotation als gegeben, nämlich als zusammen-

337) *Astron. Journ.* 26 (1910), p. 95, 111.

338) Als Anzeichen einer allgemeinen Rotation des Sternsystems um eine zur Ebene der Milchstraße senkrechte Achse in rückläufigem Sinne führt *C. D. Perrine* [*Washington Acad. Proc.* 2 (1916), p. 292] die systematische Verschiedenheit der Eigenbewegungen in den beiden um  $90^\circ$  von der Apexrichtung abstehenden Punkten der Milchstraße bei den *B*-Sternen und die Verschiedenheit des Resultates für die Größe der Sonnenbewegung, je nachdem ob man sie aus nördlichen oder aus südlichen Sternen berechnet, an.

339) *Astr. Ges. Vjs* 17 (1882), p. 255.

fallend mit der Ebene der Milchstraße betrachtet, kann man Richtung und Größe der Winkelgeschwindigkeit der Sonne nicht trennen von der allgemeinen Rotationsbewegung des Gesamtsystems. Die mit hypothetischen Sternentfernungen ausgeführten Rechnungen nach den *Schönfelds*chen Formeln haben zu wenig übereinstimmenden Werten für die Winkelgeschwindigkeit der Rotation des Sternsystems geführt. Es fanden für den auf das Jahr bezogenen Wert der Konstante  $dl$

<i>F. Rancken</i> <sup>340)</sup> . . . .	$dl = + 0,0422''$
<i>W. Bolte</i> <sup>341)</sup> . . . .	$- 0,0050''$
<i>L. Struve</i> <sup>342)</sup> . . . .	$- 0,0041''$
<i>F. Ristenpart</i> <sup>343)</sup> . . . .	$- 0,0128''$
<i>O. Stumpe</i> <sup>344)</sup> . . . .	$+ 0,0191''$

Die Hypothese ist deshalb als ungeeignet für eine genügende Darstellung der beobachteten Eigenbewegungen zu betrachten. Als Resultat der nach Fallenlassen der Hypothese übrigbleibenden einfachen Gleichungen ist dann etwa das von *L. Struve* aus den E.B. von 2509 Sternen des *Bradley*-Katalogs abgeleitete zu betrachten:  $A = 273,4^{\circ}$ ,  $D = + 27,3^{\circ}$ ,  $q = 0,0436''$  gesehen aus der mittleren Entfernung der Sterne 6. Größe.

Die dritte der Gleichungen (52) wurde zuerst von *H. Homann*<sup>345)</sup> angewandt auf die in der Zeit von 1875 bis 1884 in Greenwich auf visuellem Wege bestimmten Radialbewegungen. Ein brauchbares Resultat konnte auf diesem Wege erst erzielt werden, als durch die Einführung der photographischen Methode durch *H. C. Vogel*<sup>346)</sup> zuverlässige Werte der Radialbewegungen zu erlangen waren. Das von *W. W. Campbell*<sup>347)</sup> aus 1193 Radialbewegungen von 1180 Sternen und 13 Nebeln, die über den ganzen Himmel verteilt sind, abgeleitete Resultat  $A = 268,5^{\circ}$ ,  $D = + 25,3^{\circ}$ ,  $q = 19,5$  km/sec. durfte eine große Zuverlässigkeit beanspruchen. Neuere Bestimmungen nach

340) *F. Rancken*, Astr. Nachr. 104 (1882), p. 149.

341) *W. Bolte*, Untersuchungen üb. die Präzessionskonstante, Diss. Bonn 1883.

342) *L. Struve*, Petersburg Acad. Mém. (7) 35, Nr. 3 (1887).

343) *F. Ristenpart*, Untersuchungen über die Konstante der Präzession, Diss. Straßburg (Karlsruhe 1892).

344) Astr. Nachr. 140 (1896), p. 177.

345) *H. Homann*, Beiträge zur Untersuchung der Sternbewegungen, Diss. Berlin 1885. *R. Kövesligethy* hatte schon früher einen ähnlichen Versuch gemacht, Astr. Nachr. 114 (1886), p. 327.

346) Ein Versuch *P. Kempfs*, Astr. Nachr. 132 (1893), p. 81, schon den *Vogels*chen 51 Bewegungen  $\Delta\varrho$  ein Resultat abzugewinnen, scheiterte an der Dürftigkeit des Materials.

347) Lick Obs. Bull. 6 (1911), p. 125.

dieser Methode führten in der Tat zu wenig geänderten Werten. *G. Forbes*<sup>348)</sup> leitete mit 1922 sich nur auf isolierte Sterne beziehenden Radialbewegungen die Werte  $A = 270^\circ$ ,  $D = + 27^\circ$ ,  $q = 22,00$  km/sec ab, und *J. S. Paraskevopoulos*<sup>349)</sup> bestimmte die Sonnenbewegung aus den Radialbewegungen von 537 Sternen des Nordhimmels und 743 Sternen des Südhimmels zu  $A = 271,6^\circ$ ,  $D = + 30,3^\circ$ ,  $q = 23,33$  km/sec. Die nördliche Hemisphäre allein gibt  $q = 20,7$  km/sec, die südliche allein  $q = 25,4$  km/sec.

Mit der Forderung, daß die auf die Sonne zu und die sich von ihr wegbewegende Gesamtmasse gleich sein solle, glichen *B. Fessenkoff* und *C. Ogrodnikoff*<sup>350)</sup> die Radialbewegungen der *B*-Sterne des *Voûte*-schen Katalogs aus. Die Sternmassen sollten nach der kinetischen Energie abgeschätzt werden, so daß  $mv^2 = \text{konst.}$  ist, und wurden umgekehrt proportional dem Quadrat der vom Einfluß der Sonnenbewegung mit einem Näherungswert befreiten Radialbewegung gesetzt. Der Einfluß der großen Bewegungen auf das Resultat ist durch diese Gewichtsbestimmung sehr eingeschränkt. Aus 237 Sternen der galaktischen Zone folgte  $A = 267,2^\circ$ ,  $D = + 35,4^\circ$ ,  $q = 20,93$  km/sec.

**32. Berücksichtigung der Massen der Sterne.** Die grundlegende Vorstellung für alle bisher besprochenen Versuche, die Sonnenbewegung zu bestimmen, war die der Regellosigkeit der den Sternen selbst innewohnenden Bewegungen. Von dieser Voraussetzung frei ist ein auch in dieser ersten Periode der Bearbeitung der Frage schon betretener Weg, der die Bewegungen auf den Schwerpunkt des ganzen Systems der sichtbaren Sterne zu beziehen sucht. Wenn  $m$  die Masse eines Sternes in Einheiten der Sonnenmasse ist, so lauten die Grundgleichungen der Methode

$$(54) \quad \begin{cases} (1 + \Sigma m) q \cos D \cos A + \Sigma(m \Delta \xi) = 0, \\ (1 + \Sigma m) q \cos D \sin A + \Sigma(m \Delta \eta) = 0, \\ (1 + \Sigma m) q \sin D \quad \quad + \Sigma(m \Delta \zeta) = 0. \end{cases}$$

Der erste Versuch der Anwendung dieser Gleichungen von *A. Bravais*<sup>351)</sup> mußte, den nur die lateralen Bewegungen umfassenden Kenntnissen der damaligen Zeit entsprechend, auf sehr unvollkommenen Grundlagen, nämlich auf den Annahmen der Gleichheit aller Massen und aller Entfernungen ausgeführt werden. Auf ein besser

348) London Astr. Soc. Month. Not. 82 (1922), p. 174.

349) Astron. Journ. 34 (1922), p. 181.

350) Astr. Nachr. 222 (1924), p. 113.

351) Journ de Math. 8 (1843), p. 435.

geeignetes, sehr umfangreiches Material wandte *H. A. Weersma*<sup>352)</sup> die *Bravais'sche* Methode an. Er fand unter der Annahme, daß die Resultante der  $\Delta\varrho$ , soweit sie hervorgehen aus den den Sternen selbst innewohnenden Bewegungen, verschwinde, mit empirisch als Funktion der scheinbaren Eigenbewegungen angenommenen Entfernungen und als gleich vorausgesetzten Massen, was der Ersetzung des dynamischen durch den geometrischen Schwerpunkt entspricht, als Resultat  $A = 267,7^\circ$ ,  $D = +31,4^\circ$ . Eine Aufteilung des Materials nach Deklinationszonen führte zu erheblich verschiedenen Werten für die Deklination des Apex als Folge systematischer Fehler der Eigenbewegungen. Die Reduktion derselben auf *Auwers* bewirkte eine bessere Übereinstimmung.

Mit auf Beobachtungen beruhenden Werten der Radialbewegungen und Parallaxen rechnete zuerst *H. Kobold*<sup>353)</sup>, indem er die totalen rechtwinkligen Geschwindigkeitskomponenten von 29 Sternen relativ zur Sonne ableitete und die Formeln anwandte

$$(55) \quad \Delta X = -\frac{1}{n} \Sigma \Delta \xi, \quad \Delta Y = -\frac{1}{n} \Sigma \Delta \eta, \quad \Delta Z = -\frac{1}{n} \Sigma \Delta \zeta.$$

Die beobachteten Parallaxen erwiesen sich aber nur für 11 Sterne als zuverlässig, so daß sich nur die Bewegung der Sonne relativ zu dem geometrischen Schwerpunkt dieser 11 Sterne in der Nähe der Sonne bestimmen ließ. Das schon hierbei bemerkte Überwiegen mit der Sonnenbewegung paralleler, teils gleich gerichteter, teils entgegengesetzt gerichteter Sternbewegungen tritt auch bei dem jetzt zur Verfügung stehenden, unvergleichlich reichhaltigeren Material zutage. *G. Strömberg*<sup>354)</sup> standen für eine Berechnung der relativen Totalbewegungen etwa 1300 Sterne zu Gebote. Er findet ohne Berücksichtigung der Massen für 800 Riesensterne  $A = 272,7^\circ$ ,  $D = +36,9^\circ$ ,  $q = 18,8$  km/sec und für 415 Zwergsterne  $A = 280,8^\circ$ ,  $D = +29,5^\circ$ ,  $q = 31,7$  km/sec und folgert, daß die großen Bewegungen in der Regel durch Summation der Sonnenbewegung und entgegengesetzt gerichteter Sternbewegungen entstehen. Auch *W. Dziwulski* und *K. Iwaszkiewicz*<sup>355)</sup> bearbeiteten in dieser Weise das Problem. Ersterer benutzte 394 Sterne mit trigonometrisch bestimmten Parallaxen, und letzterer fügte noch 761 Sterne hinzu, für welche spektroskopische Parallaxen gegeben waren. Um den Einfluß der stark bewegten

352) Groningen Lab. Publ. 21 (1908).

353) Halle Nova Acta 64 (1895), p. 269; *Valentiner*, Handwörterbuch 3 II (1899), p. 102.

354) *Astroph. Journ.* 56 (1922), p. 265.

355) *Wilna Obs. Bull.* Nr. 2 (1922)

Sterne auf das erlaubte Maß zurückzuführen, wurden durch ein graphisches Verfahren die mittleren Werte der 3 Geschwindigkeitskomponenten für die einzelnen Gruppen des in 91 solche Gruppen zusammengefaßten Materials gebildet. Es ergab sich aus den Sternen mit trigonometrischen Parallaxenwerten  $A = 274,1^{\circ}$ ,  $D = + 30,6^{\circ}$ ,  $q = 21,2$  km/sec und aus den Sternen mit spektroskopischen Parallaxenwerten  $A = 274,4^{\circ}$ ,  $D = + 30,2^{\circ}$ ,  $q = 16,7$  km/sec.

Nachdem durch die Forschungen der jüngsten Zeit uns auch die Sternmassen als Funktion des Spektraltypus und der absoluten Helligkeit bekannt geworden sind, war eine von jeder Hypothese freie Anwendung der *Bravais*schen Methode möglich. Da zwischen der Masse und der Geschwindigkeit eine Korrelation besteht, derart, daß je kleiner die Masse um so größer die Geschwindigkeit ist, so äußert sich die Einführung der Massen in die Bedingungsgleichungen besonders in einer Verminderung des Einflusses der großen Bewegungen. *I. Balanowsky* und *N. Samoilova*<sup>356</sup>) verwenden zu einer Untersuchung auf dieser Grundlage 911 Sterne und finden als Zielpunkt der Sonnenbewegung  $A = 265,7^{\circ}$ ,  $D = + 30,4^{\circ}$ ,  $q = 15,5$  km/sec. Scheidet man mit Rücksicht auf die bekannte Tatsache, daß die stark bewegten Sterne eine besondere Gruppe mit einer gemeinsamen Bewegung zu bilden scheinen, die Sterne mit Geschwindigkeiten über 80 km aus, so tritt auch eine weitere Verkleinerung des Wertes der Sonnengeschwindigkeit ein. Die Verfasser betrachten die Werte  $A = 270^{\circ}$ ,  $D = + 30^{\circ}$ ,  $q = 15$  km/sec als die plausibelste Annahme für die Bewegung der Sonne in bezug auf den Schwerpunkt der hellen Sterne vom Spektraltypus *F—M*. Etwa das gleiche Material behandelte auch *F. K. Nevermann*<sup>357</sup>) nach denselben Prinzipien. Die Gesamtheit der nach Ausscheidung der Sterne mit Geschwindigkeiten über 100 km/sec. verbleibenden, bis auf vereinzelte *A*- und *M*-Sterne ausschließlich den Klassen *F* bis *K* angehörenden 730 Sterne ergibt  $A = 276,2^{\circ}$ ,  $D = + 33,9^{\circ}$ ,  $q = 18,78$  km/sec. Trennt man nach Größe der Masse und nach Entfernung — es sind nur spektroskopische Parallaxen verwertet — so tritt ein systematischer Gang auf, der auf eine verschiedene Bewegung der Schwerpunkte dieser Teile des Gesamtmaterials deutet.

**33. Kobolds Kritik der Hypothese der Regellosigkeit der EB.**  
Der gemeinsame Ausgangspunkt aller Bestimmungen der Sonnenbewegung in der ersten, von *Herschels* Zeit bis in die 90er Jahre des

356) *Astr. Nachr.* 222 (1924), p. 289.

357) *Astr. Nachr.* 223 (1924), p. 1.

vorigen Jahrhunderts reichenden Periode, war die Annahme, daß die Sonnenbewegung die alleinige Quelle von den beobachteten Eigenbewegungen selbst anhaftenden Gesetzmäßigkeiten sei. Als notwendigste Bedingung der damit vorausgesetzten regellosen Verteilung der motus peculiare muß gleiche Wahrscheinlichkeit positiver und negativer Abweichungen der Richtungen der Eigenbewegungen von der Richtung der parallaktischen Bewegung gelten. Daß diese Bedingung aber nicht erfüllt ist, ergab sich als unabweisbare Folgerung aus Untersuchungen von *H. Kobold*<sup>358</sup>) unter Verwendung der Polmethode. Die bei Benutzung der *Auwersschen* Eigenbewegungen des *Bradley-Katalogs* mit großer Deutlichkeit auftretende Zone größter Dichtigkeit der Pole verlangt die Annahme von Vorzugsrichtungen der scheinbaren Bewegungen auf den Punkt  $A = 268^\circ$ ,  $D = -3^\circ$  und in entgegengesetzter Richtung; sie ist völlig unvereinbar mit den bis dahin geltenden grundlegenden Voraussetzungen, entspricht vielmehr einer gemeinsamen Bewegung der Sonne und der Sterne ihrer Umgebung in gleicher Richtung aber mit verschiedener Geschwindigkeit, derart, daß die Sonne hinter der Mehrzahl der Sterne zurückbleibt, eine große Zahl aber auch überholt. So entstehen die direkten auf den Antiapex, und die retrograden auf den Apex gerichteten Bewegungen. An den Bewegungen von 893 über den ganzen Himmel verteilten Sternen ließ sich überzeugend nachweisen<sup>359</sup>), daß die Annahme des Vorherrschens zweier einander entgegengesetzter Richtungen der motus peculiare eine sehr viel befriedigendere Darstellung der Richtungen der EB. bewirke als die Annahme gleicher Wahrscheinlichkeit aller Richtungen in diesen Bewegungen.

Die Bestimmung der beiden Zielpunkte der Vorzugsrichtung der Bewegungen<sup>360</sup>), d. i. der Pole der Mittellinie der Zone größter Dichtigkeit der Pole der Eigenbewegungen, des parallaktischen Äquators, erfordert, wenn  $x, y, z$  die rechtwinkligen Koordinaten der Pole der Eigenbewegungen auf der Sphäre vom Radius 1,  $\Xi, \Upsilon, Z$  die gleichen Größen für den Apex oder Antiapex sind, die Auflösung der Gleichungen

$$(56) \quad \begin{cases} [xx] \Xi + [xy] \Upsilon + [xz] Z = \lambda \Xi \\ [yx] \Xi + [yy] \Upsilon + [yz] Z = \lambda \Upsilon \\ [zx] \Xi + [zy] \Upsilon + [zz] Z = \lambda Z, \end{cases}$$

welche zunächst auf die kubische Gleichung in  $\lambda$

$$(57) \quad -\lambda^3 + A\lambda^2 - B\lambda + C = 0$$

358) *Astr. Nachr.* 125 (1890), p. 65; *Halle Nova Acta* 64 (1895), Nr. 5.

359) *Astr. Nachr.* 153 (1900), p. 282.

360) Vgl. *P. Harzer*, *Astr. Nachr.* 133 (1893), p. 79.

führen. Mathematisch ist, wie schon *Gauß* (Brief an *Olbers* vom 15. Januar 1822) bemerkte, die Aufgabe gleichbedeutend mit der Bestimmung der 3 Hauptachsen eines Ellipsoids.<sup>361)</sup> Ein Material von 1579 Sternen mit sicher bestimmten Eigenbewegungen wurde dadurch vom Einfluß der ungleichen Sternverteilung befreit, daß die Sphäre in 122 inhaltsgleiche Stücke geteilt und den  $n$  Sternen aus jedem dieser Stücke ein Gewicht  $=\sqrt{\frac{1}{n}}$  erteilt wurde, so daß das System der Normalgleichungen aus 122 Gleichungen vom Gewicht 1 bestand. In dieser Weise behandelt<sup>362)</sup> ergab es die dreifache Lösung

$$A'_0 = 269^{\circ}40,7', D'_0 = -0^{\circ}1,4'; \quad A''_0 = 179^{\circ}39,1', D''_0 = -50^{\circ}45,6'; \\ A'''_0 = 179^{\circ}41,9', D'''_0 = +39^{\circ}14,6'.$$

Der erste Punkt gehört zu dem kleinsten Werte  $\lambda$ , er bestimmt das Minimum der Summe der Quadrate der Abweichungen der Richtungen der Eigenbewegungen. Der dritte Punkt dagegen gehört zum größten Werte  $\lambda$ . Die Punkte 1 und 2 liegen in der Milchstraße, der Punkt 3 in der Nähe des Pols der Milchstraße. Einer zweiten Bearbeitung<sup>363)</sup> wurden 905 Sterne mit Eigenbewegungen über  $0,02''$  zugrunde gelegt, es wurde aber bei gleicher Einteilung des Himmels wie vorhin für jedes der 122 Gebiete eine mittlere Bedingungsgleichung aufgestellt, dann folgen die drei Richtungen

$$A'_0 = 270^{\circ}8,7', D'_0 = +17^{\circ}46,1'; \quad A''_0 = 218^{\circ}39,8', D''_0 = -62^{\circ}46,4'; \\ A'''_0 = 173^{\circ}28,3', D'''_0 = +19^{\circ}56,0'.$$

Die Grundgleichungen der Polmethode werden von *W. T. Carrigan*<sup>364)</sup> in anderer Weise abgeleitet als Ausdruck der Bedingung, daß die Richtung der Sonnenbewegung gleichzeitig allen Ebenen angehören muß, in denen die beobachteten Bewegungen der Sterne erfolgen.

Gesetzmäßige den Sternen selbst innewohnende Bewegungen müßten zum Ausdruck kommen in merklichen Beträgen der höheren Glieder bei einer Entwicklung der scheinbaren Bewegungen in Reihen nach Vielfachen der Rektaszension und Deklination oder nach Funktionen dieser Koordinaten. *H. Gyldeń*<sup>365)</sup> zeigte auf diesem Wege,

361) Vgl. Fußnote 331). Briefwechsel zwischen *Olbers* und *Gauß* p. 155. Die Aufgabe tritt auch auf in der Theorie der quadratischen Massenmomente: Vgl. *G. Jung*, Geometrie der Massen, Encykl. IV 4, Nr. 17 (1903).

362) *Astr. Nachr.* 144 (1897), p. 40; am angegebenen Orte ist nur die der kleinsten Wurzel entsprechende Lösung angeführt.

363) *Astr. Nachr.* 150 (1899), p. 271.

364) *Astron. Journ.* 24 (1904), p. 107.

365) *Stockholm Öfvers.* 1871, Nr. 8; *Astr. Ges. Vjs.* 9 (1874), p. 173 (Referat von *H. Schultz*).

daß wenigstens Andeutungen gesetzmäßigen Verhaltens der eigentümlichen Bewegungen bestehen, und wies auf die Beziehungen des Problems der Bestimmung der Sonnenbewegung aus den Eigenbewegungen mit dem der Ableitung der Bewegung der Erde aus beobachteten Bewegungen anderer Körper des Sonnensystems hin. Gleichartige Untersuchungen in größerem Maßstabe führte *O. Hecker*<sup>366)</sup> aus und wies durch dieselben noch bestimmter nach, daß neben den die Sonnenbewegung enthaltenden Gliedern andere mit der Annahme der Regellosigkeit der Sternbewegungen unvereinbare Glieder in den Entwicklungen auftreten. Eine Deutung derselben konnte auf diesem Wege nicht erzielt werden. Den Punkt des Verschwindens der Eigenbewegung in beiden Koordinaten legte *Hecker* nach  $A = 270^\circ$ ,  $D = +9,9^\circ$ .

**34. Kapteyns Zweischwarm-Hypothese.** Das eingehende Studium der Richtungen der Eigenbewegungen in den einzelnen Gebieten der in 28 Teile geteilten Sphäre, nachdem die Bewegungen jedesmal auf den Mittelpunkt des betreffenden Gebietes übertragen waren, ließ *J. C. Kapteyn*<sup>367)</sup> das Auftreten von zwei Vorzugsrichtungen in allen Gebieten erkennen, die zwei Punkte am Himmel als gemeinsame Schnittpunkte der beiden Bewegungsarten bestimmen. Diese beiden scheinbaren Zielpunkte der Sternströme, gelegen der eine  $7^\circ$  südlich von  $\alpha$  Orionis, der andere  $2^\circ$  südlich von  $\eta$  Sagittarii, nennt *Kapteyn* die „scheinbaren Vertizes“. Bezüglich des Schwerpunktes des ganzen Sternsystems können die beiden Vorzugsbewegungen nur genau entgegengesetzte Richtungen haben, und die beobachteten scheinbaren Richtungen sind die Komponenten der Sonnenbewegung und der wahren Sternbewegungen. Der wahre Zielpunkt der Bewegung, der wahre Vertex, wird bekannt, wenn wir die Verteilung der Sterne auf die beiden Bewegungsrichtungen oder den mittleren Betrag der beiden Bewegungen kennen. *Kapteyn* legte den wahren Vertex nach  $A' = 92^\circ$ ,  $D' = +13,5^\circ$ .

Die mathematische Theorie dieser Zweischwarm-Hypothese entwickelte *A. S. Eddington*<sup>368)</sup>, indem er das einfache *Maxwellsche* Gesetz der Verteilung der Geschwindigkeiten durch ein zweigliedriges für die Sternströme ersetzt in der Form

$$dZ = \frac{N_1 h^3}{\pi} e^{-h^2(u_1^2 + v_1^2)} du_1 dv_1 + \frac{N_2 h^3}{\pi} e^{-h^2(u_2^2 + v_2^2)} du_2 dv_2.$$

366) Über die Darstellung der EB. der Fixsterne und die Bewegung des Sonnensystems, Diss. München 1891.

367) Brit. Astr. Ass. Rep. 1905, p. 257.

368) London Astr. Soc. Month. Not. 67 (1906), p. 34. Eine analytische Lösung gibt *Eddington*, Month. Not. 68 (1908), p. 588. Die mathematischen Grundlagen der *Kapteynschen* Theorie finden sich Month. Not. 72 (1912), p. 743.



Die Annahme von  $u^2 + v^2 = \Delta \rho^2 + 2 \Delta \rho V \cos \Theta + V^2$  und Integration bezüglich  $\Delta \rho$  von  $-\infty$  bis  $+\infty$  führt für jedes der zwei Glieder auf den Ausdruck

$$(58) \quad dZ = \frac{N}{\pi} \cdot d\Theta e^{-h^2 V^2} \left( \frac{1}{2} + h V \cos \Theta e^{h^2 V^2 \cos^2 \Theta} \int_{-h V \cos \Theta}^{\infty} e^{-t^2} dt \right)$$

als Häufigkeitsfunktion der Sterne von der Geschwindigkeit  $V$  und der Bewegungsrichtung  $\Theta$ . Die Konstante  $h$  hängt mit der mittleren Geschwindigkeit  $\omega$  der Sterne zusammen nach der Formel  $\omega = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{h}$ . Da zwei Vorzugsbewegungen vorausgesetzt werden, so hat man mit zwei angenommenen Wertepaaren  $N_1, h V_1, \Theta_1$  und  $N_2, h V_2, \Theta_2$ , wo  $N_1 + N_2 = N =$  der Gesamtzahl der betrachteten Sterne ist, die Verteilungsfunktion zu berechnen und diese fünf Konstanten zu variieren, bis man eine der beobachteten entsprechende Verteilung erhält.

Die Anwendungen der Theorie, besonders durch *Eddington* und *F. W. Dyson* erwiesen die Hypothese als geeignet, eine durchaus befriedigende Darstellung der beobachteten Bewegungsverhältnisse zu erzielen. Bezüglich eines einzelnen Sternes läßt sich, da die beiden Ströme einander völlig durchdringen und wesentliche Unterschiede der beiden Ströme bezüglich der Helligkeit, des Spektrums und der Entfernung nicht bestehen, nicht sagen, welchem der beiden Ströme er angehört. Es läßt sich nur die Verteilung der Sterne in einer bestimmten Gegend auf die beiden Ströme ermitteln. Nach *Eddingtons* Untersuchung<sup>369)</sup> der Sterne des *Bossschen* P. G. C. gehören 60% der Sterne dem Strome I mit dem scheinbaren Vertex in  $A' = 90,8^\circ$ ,  $D' = -14,6^\circ$  und 40% dem Strome II mit dem scheinbaren Vertex in  $A' = 287,8$ ,  $D' = -64,1^\circ$  an. Die mittlere Geschwindigkeit der Sterne des Stromes I ist  $1,52 \frac{1}{h}$ , die der Sterne des Stromes II  $0,86 \frac{1}{h}$ .

Eine Ausnahmestellung scheinen die Orionsterne, d. h. die Sterne vom Typus *B*, einzunehmen. Sie sind durch sehr kleine Bewegungen ausgezeichnet und zeigen, wie schon *E. B. Frost* und *J. C. Kapteyn*<sup>370)</sup> nachgewiesen haben, ein besonderes Verhalten, darin bestehend, daß sie in der Umgebung des Apex die Sonnenbewegung 10 km/sec. kleiner ergeben als beim Antiapex. *S. S. Hough* und *J. Halm*<sup>371)</sup>, die die Zweischwarm-Theorie auf die Radialbewegungen übertrugen, fanden neben Anzeichen von Ungleichheiten der Verteilung der Sterne

369) London Astr. Soc. Month. Not. 71 (1910), p. 4.

370) Astroph. Journ. 32 (1910), p. 83.

371) London Astr. Soc. Month. Not. 70 (1909), p. 85.

auf die beiden Ströme in einzelnen Regionen der Sphäre und einer Zusammendrängung der Sterne des II. Stromes auf der auf der Südseite der Milchstraße gelegenen Hälfte der Sphäre<sup>372</sup>), auch das besondere Verhalten der Orionsterne deutlich ausgesprochen, und *Halm*<sup>373</sup>) nahm zur Erklärung desselben das Vorhandensein eines dritten Stromes O an, dessen Sternen eine sehr geringe Bewegung sowohl gegenseitig als auch bezüglich der Gesamtheit aller Sterne innewohnt. Teilt man die Sterne in Gruppen nach der Rektaszension, so zeigt sich nach Elimination der Sonnenbewegung sowohl bei den Radialbewegungen wie auch bei den Eigenbewegungen eine doppelte Periodizität, die zugunsten der Theorie zweier in ungleichem Verhältnis untermischter Sternströme spricht. Die Verteilung der Sterne nach der Richtung der Eigenbewegung läßt sich am besten darstellen durch die Dreischwarm-Hypothese, allerdings bleiben, besonders bei der Trift II, starke Unregelmäßigkeiten übrig.

Eine besondere Untersuchung der Sterne mit großer Eigenbewegung durch *F. W. Dyson*<sup>374</sup>) ließ die Teilung in zwei Schwärme bei diesen Sternen in besonders ausgesprochener Weise hervortreten. Andererseits zeigte *J. C. Kapteyn*<sup>375</sup>), daß das Phänomen keineswegs auf diese vermutlich nächsten Sterne beschränkt ist, sondern auch nachweisbar ist für Nicht-Helium-Sterne mit sehr kleiner Bewegung, also Sterne in durchschnittlich der gleichen Entfernung wie die *B*-Sterne. Dagegen findet wieder *C. D. Perrine*<sup>376</sup>), daß das Auftreten der Vorzugsbewegung beschränkt sei auf die Sterne heller als  $3,0^m$  mit Eigenbewegungen über  $0,05''$ .

Bei der Untersuchung der Eigenbewegungen der Sterne des Greenwich Catalogue for 1910 fanden *F. W. Dyson* und *W. G. Thackeray*<sup>377</sup>) eine starke Verschiedenheit der Deklination des Zielpunktes der Sonnenbewegung,  $+36^\circ$  für Typus *B* und *A*,  $+50^\circ$  für Typus *F 5—K 0*,  $+68^\circ$  für Typus *K 2—M*, und suchen die Erklärung für diese Erscheinung in ungleicher Verteilung der Sterne der einzelnen Typen auf die beiden Schwärme.

**35. Schwarzschilds Ellipsoidhypothese.** Mit dem Anblick des gestirnten Himmels, insbesondere mit der Erscheinung der Milchstraße, ist eine strenge Scheidung der Fixsternwelt in zwei besondere

372) London Astr. Soc. Month. Not. 70 (1910), p. 568.

373) Ebenda 71 (1911), p. 610.

374) Edinburgh Roy. Soc. Proc. 28 (1908), p. 231.

375) Amsterdam Proc. 14 (1911), p. 524.

376) Astroph. Journ. 46 (1917), p. 266.

377) London Astr. Soc. Month. Not. 79 (1919), p. 201.

Schwärme schwer zu vereinigen, und wenn man nun auch die Zweischwarm-Theorie nicht so streng aufzufassen hat, daß sie ein Zerfallen des Gesamtsystems in 2 verschieden bewegte Teile bedeute, sondern nur das Vorherrschen zweier Bewegungsrichtungen in der Gesamtheit der Sterne, so wird man trotz der guten Darstellung, die man durch diese Theorie erzielt, doch einer einfacheren und natürlicheren Vorstellung, die die Einheitlichkeit des Systems unbedingt gewährleistet, den Vorzug zu geben geneigt sein. Daß man dieses Ziel mit der Annahme nur einer gemeinsamen Bewegung der Sterne neben der Sonnenbewegung erreichen kann, hat *K. Schwarzschild*<sup>378)</sup> gezeigt. An Stelle der *Maxwellschen* Verteilung der Geschwindigkeiten setzt er eine Verteilung voraus, die geometrisch zu veranschaulichen wäre durch ein Ellipsoid in der Form:

$$dZ = Ce^{-h^2(a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2)} dudvdw.$$

Doch ergibt sich schon eine den tatsächlichen Verhältnissen genügende Darstellung bei Annahme eines Rotationsellipsoids,  $b = c$ , entsprechend der Voraussetzung, daß die Bewegungen in der Richtung der Rotationsachse vorherrschen, in der dazu senkrechten Richtung aber von gleicher Wahrscheinlichkeit sind. Das Ellipsoid projiziert sich auf die Sphäre als Ellipse.<sup>379)</sup> Sind  $\xi, \eta$  die Komponenten der den Sternen eigenen Bewegungen,  $\mu, \nu$  die Komponenten der Sonnenbewegung nach der Richtung zweier konjugierter Durchmesser der Geschwindigkeitsellipse,  $h = q \sin \chi$  die Projektion der Sonnenbewegung auf die Sphäre am Orte eines Komplexes von  $N$  Sternen, dann ist die Zahl der Bewegungen  $\xi, \eta$  gegeben durch

$$(59) \quad dz = \frac{1}{\pi} \cdot Ne^{-(\xi+\mu)^2} e^{-(\eta+\nu)^2} d\xi d\eta.$$

Durch Integration erhält man für die Zahl der Bewegungen in den vier Winkelräumen zwischen den konjugierten Durchmessern mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsintegrals

$$\varphi(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^t e^{-t^2} dt$$

die Ausdrücke

$$(60) \quad \begin{cases} z_1 = \frac{1}{4} N [1 - \varphi(\mu)] [1 - \varphi(\nu)], & z_3 = \frac{1}{4} N [1 + \varphi(\mu)] [1 + \varphi(\nu)], \\ z_2 = \frac{1}{4} N [1 + \varphi(\mu)] [1 - \varphi(\nu)], & z_4 = \frac{1}{4} N [1 - \varphi(\mu)] [1 + \varphi(\nu)]. \end{cases}$$

378) Göttingen Nachr. 1907, p. 614; 1908, p. 191.

379) *J. Lense* zeigte später, Astr. Nachr. 210 (1919), p. 59, daß die Achsen der Geschwindigkeitsellipsen verschiedener Stellen der Sphäre sich nur dann in einem Punkte der Sphäre schneiden, wenn das Verteilungsellipsoid der Sternengeschwindigkeiten Rotationsymmetrie hat. Der gemeinsame Schnittpunkt ist der Zielpunkt der Rotationsachse.

In der hieraus folgenden Beziehung  $z_1 \cdot z_3 = z_2 \cdot z_4$  und in Verbindung mit der Eigenschaft der Hauptachsen der Ellipse, daß sie das einzige Paar konjugierter und zueinander senkrechter Durchmesser sind, hatte *Schwarzschild* ein einfaches Mittel zur Bestimmung der Richtung  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  dieser Achsen gefunden. Man zählt, von einer beliebigen Anfangsrichtung  $\vartheta$  beginnend, die in die Winkelräume  $\vartheta$  bis  $\vartheta + 90^\circ$ ,  $\vartheta + 90^\circ$  bis  $\vartheta + 180^\circ$ ,  $\vartheta + 180^\circ$  bis  $\vartheta + 270^\circ$ ,  $\vartheta + 270^\circ$  bis  $\vartheta$  fallenden Bewegungen ab und führt nun die Anfangsrichtung  $\vartheta$  über den Kreisumfang weg. Derjenige Wert  $\vartheta_V$ , der zur Erfüllung der Bedingung  $z_1 \cdot z_3 = z_2 \cdot z_4$  führt, bestimmt die Richtung der großen Achse der Ellipse, also die Richtung nach dem Vertex. Andererseits ist derjenige Wert  $\vartheta_A$ , der  $z_1 + z_2 = z_3 + z_4$  macht, die Richtung zum Apex, wenn daneben  $z_1 + z_4 < z_2 + z_3$  ist. Bestimmt man dann  $\mu$  und  $\nu$  aus

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\mu} e^{-t^2} dt = \frac{1}{N} \cdot (z_2 + z_3 - z_1 - z_4), \quad \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\nu} e^{-t^2} dt = \frac{1}{N} (z_3 + z_4 - z_1 - z_2),$$

so ist

$$(61) \quad \frac{h}{\alpha} = \mu \sec(\vartheta_A - \vartheta_V), \quad \frac{h}{\beta} = \nu \operatorname{cosec}(\vartheta_A - \vartheta_V).$$

Ist das Geschwindigkeitsellipsoid überall im Raume das gleiche und sind seine Achsen überall gleichgerichtet, so müssen zwischen seinen Achsen  $a$ ,  $b = c$  und den Achsen der Ellipse, in der es sich auf die Sphäre projiziert, wenn  $\chi_V$  der Abstand des Mittelpunktes der Ellipse vom Vertex ist, die Beziehungen bestehen

$$\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\beta^2} = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \sin^2 \chi_V \quad \beta = b$$

und  $a$  und  $b$  sind die mit  $\sqrt{2}$  multiplizierten mittleren Sterngeschwindigkeiten in der Richtung zum Vertex bzw. senkrecht dazu, während die Sonnengeschwindigkeit durch

$$q \sin \chi = \frac{h}{\beta}$$

gegeben ist.

Die Anwendung dieser Theorie durch *Schwarzschild*<sup>380)</sup> auf die Eigenbewegungen des *Groombridge*-Katalogs, durch *K. Rudolph*<sup>381)</sup> auf den *Bradley*-Katalog, durch *S. Beljawsky*<sup>382)</sup> auf den *Porterschen* Katalog und durch *H. Raymond*<sup>383)</sup> auf den *Bossschen* P. G. C. führten zu

380) Göttingen Nachr. 1907, p. 624.

381) Astr. Nachr. 183 (1910), p. 1.

382) Astr. Nachr. 179 (1909), p. 293.

383) Astron. Journ. 29 (1915), p. 25.

einer völlig befriedigenden Darstellung der beobachteten Verteilung der Eigenbewegungen. Das Achsenverhältnis des Geschwindigkeitsellipsoids ergab sich zu 1:2 bis 3:5. Das reiche und sichere Material des P. G. C. ermöglichte es *Raymond* auch nach Gesetzmäßigkeiten im Verhalten bestimmter Klassen von Sternen zu forschen. Bezüglich des Spektraltypus ergab sich eine ziemlich regelmäßige Anordnung der Vertizes der Klassen längs der Milchstraße von  $\lambda = 173,0^\circ$ ,  $\beta = -1,3^\circ$  für Typus *F* bis  $\lambda = 148,9^\circ$ ,  $\beta = +10,3^\circ$  für Typus *M*. Nur die *G*-Sterne mit dem Vertex in  $\lambda = 148,9^\circ$ ,  $\beta = -3,4^\circ$  fallen heraus. Auch mit der Größe der Eigenbewegung ändert sich die Lage des Vertex von  $\lambda = 169,5^\circ$ ,  $\beta = +0,9^\circ$  für die schwach bewegten Sterne bis  $\lambda = 158,4^\circ$ ,  $\beta = 0,0^\circ$  für die stark bewegten Sterne. Teilt man die Sphäre durch den galaktischen Äquator oder auch durch die galaktischen Längskreise  $0^\circ$ - $180^\circ$ , oder  $90^\circ$ - $270^\circ$  in zwei Hälften, so verhalten diese sich gleich. Teilt man die Sterne durch die Breitenkreise  $\pm 30^\circ$  in galaktische und außergalaktische, so ergibt sich, daß die Verschiedenheit der Vertizes durch die außergalaktischen Sterne bedingt ist, während die galaktischen Sterne aller Typen sich gleich verhalten. Das Geschwindigkeitsellipsoid ist für die früheren Typen und für die stark bewegten Sterne bei den außergalaktischen Sternen stärker verlängert als bei den galaktischen Sternen.

Die *Schwarzschild'sche* Theorie ist durch Einführung eines dreiachsigen Geschwindigkeitsellipsoids von *J. Lense* verallgemeinert<sup>384</sup>); sie führte dann bei einer Anwendung auf die Bewegungen des *Groombridge*-Katalogs, die also nur in ihren Richtungen zur Verwendung kommen, auf ein Ellipsoid, dessen mittlere Achse nach dem Pol der Milchstraße weist, während die beiden anderen in die Milchstraße fallenden Achsen eine sichere Deutung und Beziehung auf die Resultate anderer Theorien vorläufig nicht zulassen.

**36. Charliers Behandlung des Problems nach den Methoden der Kollektivmaßlehre.** Während die *Schwarzschild'sche* Theorie allein Abzählungen der Sterne nach den Richtungen der lateralen Bewegungen zur Lösung heranzieht, entwickelte *C. V. L. Charlier*<sup>385</sup>) eine Theorie des Geschwindigkeitsellipsoids, die sowohl Richtung wie auch Größe der lateralen Bewegungen darzustellen sucht. Er leitet, wie schon p. 315 angedeutet wurde, nach statistischen Rechenmethoden aus der Verteilung der beobachteten scheinbaren Bewegungen die-

384) Astr. Nachr. 210 (1920), p. 249.

385) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 9 (1913).

jenige der linearen Bewegungen ab. Die Momente erster Ordnung bestimmen den Apex, die Momente der zweiten Ordnung (oder die Streuungen nach *Bruns*) das Geschwindigkeitsellipsoid nach Gestalt und Orientierung. Unter Benutzung der Eigenbewegungen des P. G. C. berechnet *Charlier* den Apex aus den Sternen 4<sup>m</sup> zu  $267,2^{\circ} + 34,6^{\circ}$  und aus denen 5<sup>m</sup> zu  $273,2^{\circ} + 31,2^{\circ}$ . Die große Achse des verlängerten Rotationsellipsoids der Sternengeschwindigkeiten zielt auf  $282,8^{\circ} - 19,4^{\circ}$ , das Achsenverhältnis ist 1 : 0,51. Die Momente höherer Ordnung im Ausdruck der Verteilungsfunktion der linearen Geschwindigkeiten haben aber merkliche Werte, so daß die Zweischwarm-Hypothese zu einer vollständigen Erklärung nicht ausreicht. Während *Charlier* bei seinen Rechnungen als Geschwindigkeitsellipsoid der Sterne ein Rotationsellipsoid voraussetzte, verallgemeinerte *S. D. Wicksell*<sup>386</sup>) die Theorie durch Einführung eines dreiachsigen Ellipsoids. In den Entwicklungen tritt noch eine Konstante  $q$  aus dem Ausdruck der Dichte der Sternverteilung auf, die zur Zeit noch nicht sicher bekannt ist, da sie abhängt von der Größe  $\lambda_1$  (vgl. p. 315), für die sich Werte zwischen 0,2 und 0,6 ergeben haben. Mit einem empirisch bestimmten Werte derselben, der so gewählt ist, daß für die Momente höheren Grades der Verteilung der Geschwindigkeiten kleine Werte folgen, wie es andere Ergebnisse verlangen, nämlich  $q' = q^{-2} = 0,75$ , werden für die Sterne bis 6<sup>m</sup> des P. G. C. als Zielpunkte der drei Achsen des Geschwindigkeitsellipsoides gefunden:

Geschwindigkeitsellipsoid der lateralen Bewegungen

$$273,9^{\circ} - 18,2^{\circ}, \quad 158,8^{\circ} - 53,6^{\circ}, \quad 194,8^{\circ} + 31,0^{\circ},$$

und als Halbachsen mit 19,4 km/sec als Sonnengeschwindigkeit

$$27,8 \qquad 18,6 \qquad 16,7 \text{ km/sec.}$$

Die kleinste Achse steht also senkrecht zur Ebene der Milchstraße.

Auf die Radialbewegungen wurde *Charliers* Theorie durch *W. Gyllenberg*<sup>387</sup>) übertragen, wobei mit 1640 Radialbewegungen unter Ausschluß von 44 mit  $\Delta\varrho > 66,3$  km/sec als Lage des Apex  $A = 270,5^{\circ}$ ,  $D = + 28,6^{\circ}$  mit einer Sonnenbewegung von 19,8 km/sec erhalten wurde. Das gesamte Material ergibt weiter mit  $q' = 0,75$ :

Geschwindigkeitsellipsoid der radialen Bewegungen

$$264,1^{\circ} - 5,2^{\circ} \quad 156,5^{\circ} - 59,5^{\circ} \quad 157,1^{\circ} + 29,9^{\circ}$$

$$20,1 \qquad 14,5 \qquad 17,8 \text{ km/sec.}$$

386) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 12 (1915).

387) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 13 (1915).

Bei Trennung nach Spektralklassen treten keine wesentliche Unterschiede zutage. Die Hauptachsen sind wenig verschieden, die Exzentrizität ist am größten bei den *F*- und *G*-Sternen, am kleinsten bei den *K*- und *M*-Sternen. Nur die *B*-Sterne verhalten sich abweichend. Bei diesen entspricht die Verteilung der Radialgeschwindigkeiten einem zur Ebene der Milchstraße abgeplatteten Rotationsellipsoid, während bei den anderen Klassen sich dreiachsige Geschwindigkeitsellipsoide ergeben, deren größte und kleinste Achse in der Ebene der Milchstraße liegt. Bei den *B*-Sternen ist also in den Radialbewegungen eine Vorzugsrichtung nicht vorhanden; diese ist am stärksten ausgeprägt bei den *A*-Sternen. *Charlier* und *Gyllenberg* haben das Geschwindigkeitsellipsoid mit Trennung nach dem Spektraltypus auch für die lateralen Bewegungen ausgerechnet. Sie erhalten<sup>387a)</sup> mit  $q' = 0,75$  Ellipsoide mit ähnlicher Orientierung der Achsen wie bei den Radialbewegungen, die aber bei allen Spektraltypen merklich abgeplattet sind gegen die Milchstraßenebene und die Vorzugsrichtung der Bewegungen klar hervortreten lassen. *W. Gyllenberg*<sup>388)</sup> hat dann auch noch in gleicher Weise das Geschwindigkeitsellipsoid der totalen Bewegungen aus einem Material von 144 solcher Bewegungen als Rotationsellipsoid mit zur Ebene der Milchstraße senkrecht stehender kleiner Achse und einem Achsenverhältnis von 5,9 : 8,6 berechnet.

Man kann das Geschwindigkeitsellipsoid auch mit Hilfe der von *S. Newcomb*<sup>389)</sup> für die Untersuchung der Sternverteilung angewandten Formeln berechnen, wenn man die große Achse definiert als die Richtung, die die Summe der Quadrate der in sie fallenden Komponenten der Sternbewegungen zum Maximum macht, während für die kleinste Achse die Summe ein Minimum ist. So behandelt *H. Raymond*<sup>390)</sup> die Bewegungen des P. G. C. und erhält für die Sterne mit einer EB.  $\leq 0,2''$  ein Ellipsoid, dessen große Achse auf  $93^\circ + 4^\circ$  gerichtet ist, während die kleine Achse auf den Pol der Milchstraße zielt. Die mittlere Achse zeigt eine größere Unsicherheit in der Orientierung. Das Achsenverhältnis ist ziemlich stark verschieden bei den verschiedenen Typen. Aus dem Gesamtmaterial kommt es etwa zu 2 : 3 : 4 heraus, während die kleinen Bewegungen allein etwa auf 4 : 5 : 7 und die großen auf 5 : 6 : 10 führen. Der Apex ergibt sich aus dem Gesamtmaterial zu  $A = 269^\circ$ ,  $D = + 32^\circ$ . In bezug auf die Bewegung relativ zur Sonne kann man die Sterne in zwei Gruppen teilen. Die

387a) Ark. Mat. Astr. Fys. 14. Nr. 18 (1919).

388) Ark. Mat. Astr. Fys. 10, Nr. 18 (1914).

389) Vgl. Note 225.

390) Astron. Journ. 30 (1917), p. 191.

*A*- und *F*-Sterne geben  $A = 265^\circ$ ,  $D = + 27^\circ$ ; die *K*- und *M*-Sterne  $A = 272^\circ$ ,  $D = + 42^\circ$  und nahe ebenso die *B*-Sterne:  $A = 274^\circ$ ,  $D = + 39^\circ$ . Die *G*-Sterne weichen erheblich ab:  $A = 256^\circ$ ,  $D = + 46^\circ$ .

Die all diesen Berechnungen zugrunde liegende Annahme, daß sich die Verteilung der Eigenbewegungen überall durch ein und dasselbe Geschwindigkeitsellipsoid wiedergeben lasse, benutzt *E. von der Pahlen*<sup>391)</sup>, indem er für zwölf gleichförmig und symmetrisch zur Milchstraße über die Sphäre verteilte Punkte aus der beobachteten scheinbaren Verteilung der Richtungen der Eigenbewegungen die räumliche Verteilung der Sternengeschwindigkeiten bestimmt, was genähert möglich ist, um auf empirischem Wege durch Verbindung dieser zwölf Einzelwerte der Funktion den Ausdruck für die Gestalt des Geschwindigkeitskörpers ohne jede weitere Voraussetzung zu ermitteln.

**37. Die Exzentrizitätshypothese Oppenheims.** Die Erklärung des systematischen Teiles in den Eigenbewegungen der Fixsterne suchte *S. Oppenheim* in der Wirkung, die auf die Bewegungen im Fixsternsystem durch eine exzentrische, aber noch innerhalb des Systems gelegene Stellung des Beobachters ausgeübt werden muß. Die auf Grund dieser Hypothese sich ergebende Auffassung vom Bau des Fixsternsystems ist weiter unten (Nr. 49) zu besprechen. Den analytischen Ausdruck für die Verteilung der Sternbewegungen leitet *Oppenheim*<sup>391 a)</sup> ab unter der Annahme, daß die baryzentrischen Bewegungen dem *Maxwellschen* Gesetze streng folgen und daß man den Unterschied der vom Mittelpunkt der Bewegungen aus gesehenen baryzentrischen gegen die vom Standort des Beobachters aus gesehenen heliozentrischen Bewegungen vernachlässigen dürfe. Es ergibt sich dann der Ausdruck (62)

$$dN = Ne^{-h^2(u^2 + v^2)} du dv \cdot F$$

wo  $F$  der von der exzentrischen Stellung der Sonne abhängige Faktor ist, der den Übergang von der auf den Bewegungsmittelpunkt bezogenen Verteilung auf die heliozentrische vermittelt und dessen geometrische Bedeutung aus der nachstehenden Fig. 1 hervorgeht. Dieser Faktor  $F$  ist gegeben durch

$$F = \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{R}{\varrho} \right) \cos \varepsilon \right]^2 + \left[ \left( \frac{R}{\varrho} \right)^2 \sin^2 \varepsilon \sin^2 (\vartheta - \varphi) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

$\varepsilon$  ist der Winkel zwischen den Richtungen vom Zentrum der Bewegungen nach der Sonne und nach dem betrachteten Punkte der Sphäre

$$\cos \varepsilon = \sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos (A - \alpha).$$

391) *Astr. Nachr.* 197 (1914), p. 337.

391 a) *Wien Denkschriften* 97, Nr. 7 (1919).



$R$  ist der Abstand der Sonne,  $\rho$  der der Grenzfläche des Sternsystems vom Zentrum,  $(\vartheta - \varphi)$  der Positionswinkel der Bewegungen gegen die Richtung nach dem Sonnenort auf der Sphäre. Da  $\rho$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  unbekannt sind, ist die weitere Annahme zu machen, daß man diese Größen näherungsweise ersetzen dürfe durch die entsprechenden heliozentrischen Größen. Bei der Berechnung des ersten die baryzentrische Bewegung darstellenden Faktors des Ausdruckes (62) folgt *Oppenheim* ganz dem Vorgange *Eddingtons*. Die Anwendung der Formeln auf die Bewegungen des P. G. C. ergibt eine Darstellung, die der durch die Zweischwarm- oder die Ellipsoidhypothese erzielten gleichwertig ist.

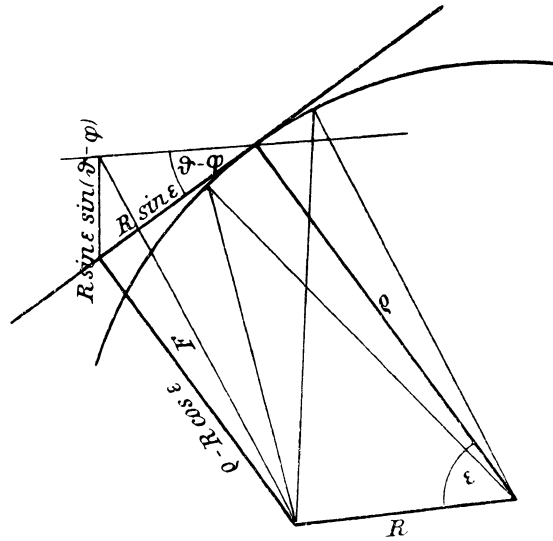


Fig. 1.

Gesetzmäßigkeiten in der Verteilung der Eigenbewegungen, die zur Stütze dieser Auffassung dienen könnten, wies schon *H. Kobold*<sup>391 b)</sup> nach. Die Sterne mit direkter Bewegung sind über die Sphäre ziemlich gleichmäßig verteilt, überwiegen aber stark in einer vom Nord- zum Südpol über den Herbstpunkt gehenden Zone. Die retrograden Bewegungen sind besonders häufig in der Gegend des Frühlingspunktes, wo sie ebenso zahlreich sind wie die direkten Bewegungen.

**38. Allgemeine kritische Untersuchungen.** Die Grundlagen und die Voraussetzungen des Problems der Apexbestimmung erörtern *E. Anding*<sup>392)</sup>, der damit eine kritische Gegenüberstellung der durch die älteren sphärischen Methoden gewonnenen Resultate verbindet, und *C. V. L. Charlier*<sup>393)</sup>, der die verschiedenen Theorien anwendet zur Bestimmung der Parameter der Verteilungsfunktion der Bewegungen in einem ausgewählten Felde, um in den Resultaten die wesentlichen Gesichtspunkte der Theorien zum Ausdruck zu bringen. Der Gegensatz zwischen der Polmethode und den andern in der ersten Periode der Erforschung der Sonnenbewegung angewandten Methoden, der in

391 b) *Astr. Nachr.* 150 (1899), p. 261.

392) *E. Anding*, *Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum*, München 1901.

393) *Ark. Mat. Astr. Fys.* 12, Nr. 10 (1917).

dem Streit um die Berechtigung der Annahme der Regellosigkeit der Sonderbewegungen der Sterne von ausschlaggebender Bedeutung war, wurde eingehend erörtert von *H. G. van de Sande Bakhuyzen*<sup>394</sup>), *H. Kobold*<sup>395</sup>) und *E. Anding*.<sup>396</sup>) Die Häufigkeit retrograder Bewegungen, die bei dieser Diskussion im Mittelpunkt steht, hatte schon *Gauß* in Betracht gezogen<sup>397</sup>) und unter Voraussetzung regelloser Sonderbewegungen gedeutet als Folge einer der Größe nach unter dem Mittelwerte der Sternbewegungen liegenden Sonnenbewegung.

**39. Systematische Bewegungen.** Die neuen Theorien setzen an die Stelle der Annahme regelloser Sternbewegungen die Vorstellung eines gesetzmäßigen Charakters dieser Bewegungen. Die Gesetzmäßigkeit betrifft aber nicht nur das Sternsystem als Ganzes, sie greift tief ein in den Aufbau des Systems und führt eine Gliederung desselben herbei, die sich in Gemeinsamkeit der Bewegung zu erkennen gibt. So wies *H. Kobold*<sup>398</sup>) unter den Sternen mit großer Eigenbewegung eine besondere Gruppe nach mit einer auf den Punkt  $\alpha = 159,6^{\circ}$ ,  $\delta = -54,7^{\circ}$ , d. h. auf den Zielpunkt der mittleren Achse des Geschwindigkeitsellipsoids gerichteten Bewegung. Ein tieferes Eindringen in die in den Bewegungen herrschenden Gesetzmäßigkeiten ist nur möglich, wenn man im Besitz der Kenntnis der Totalbewegungen ist. Die ersten Resultate in dieser Richtung erzielte *H. Kobold*<sup>399</sup>), ein umfangreicheres Material behandelten *R. Klumak*<sup>400</sup>) und *H. Wilson*.<sup>401</sup>) Bei diesen Untersuchungen trat deutlich das Überwiegen der der Ebene der Milchstraße parallelen Komponenten bei den großen Bewegungen zutage, eine Eigenschaft, die auch für die Sterne mit großen Radialbewegungen durch *W. S. Adams* und *A. H. Joy*<sup>402</sup>) nachgewiesen wurde. *G. Strömberg*<sup>403</sup>) findet aus dem jetzt zur Verfügung stehenden umfangreichen Material, daß die Sterne mit Bewegungen bis 60 km/sec die Sonnenbewegung nach der gewöhnlichen Annahme des Zielpunktes

394) Paris Bull. Astr. 12 (1895), p. 97.

395) Astr. Nachr. 132 (1893), p. 315; 137 (1895), p. 389.

396) *E. Anding*, Beziehungen zwischen den Methoden von *Bessel* und *Argelander* zur Bestimmung des Sonnenapex, München 1895.

397) Brief an *Argelander* vgl. Astr. Nachr. 183 (1910), p. 185. Den von *Gauß* ohne Beweis angeführten Ausdruck leitet *H. C. Plummer* ab in Astr. Nachr. 193 (1912) 261.

398) Astr. Nachr. 166 (1904), p. 8.

399) Astr. Nachr. 138 (1895), p. 243.

400) Astr. Nachr. 200 (1915), p. 89.

401) Lick Obs. Bull. 7 (1912), p. 48.

402) Astroph. Journ. 49 (1919), p. 179.

403) Astroph. Journ. 56 (1922), p. 265.

$A = 270^\circ$ ,  $D = + 30^\circ$  zeigen, daß bei den stärker bewegten Sternen aber eine systematische Bewegung in einer der Sonnenbewegung entgegengesetzten Richtung vorhanden ist. Der Zielpunkt dieser Bewegung liegt nach *G. Merton*<sup>404</sup>) in  $\alpha = 135^\circ$ ,  $\delta = - 49^\circ$ . *J. H. Oort*<sup>405</sup>) findet eine ausgesprochene Trennung bei einer Radialbewegung von 62 km/sec. Die kleineren Bewegungen sind gleichförmig verteilt, die Zielpunkte der größeren liegen auf einer Hälfte der Sphäre mit dem Mittelpunkt  $\alpha = 125^\circ$ ,  $\delta = - 44^\circ$  ( $31^\circ$  vom Antiapex entfernt) vereint. *W. J. Luyten*<sup>406</sup>) untersucht die Bewegung von 749 Sternen mit  $EB. > 0,50''$  nach der *Airy*schen Methode, indem er die Entfernungen, soweit nicht bekannt, nach Helligkeit und Spektrum annimmt. Sie geben als Ort des Apex  $A = 289,3^\circ$ ,  $D = + 40,6^\circ$  und als Ort des Vertex  $A' = 104,6^\circ$ ,  $D' = + 12,0^\circ$ . Die Sonnengeschwindigkeit wird 29,3 km/sec. Der Zielpunkt des Systems der stark bewegten Sterne liegt in  $\alpha = 163^\circ$ ,  $\delta = - 43^\circ$  (Autor gibt  $+ 43^\circ$  an). Aus diesen Verhältnissen ergibt sich eine Abhängigkeit der Lage des Apex vom Prozentsatz der zur Berechnung hinzugezogenen schnell bewegten Sterne, und da dieser bei den schwachen Sternen größer ist als bei den hellen, muß der Apex verschieden gefunden werden. Die Verschiedenheit ist besonders auffällig bei den Sonnensternen, Klasse *F* und *G*. *C. D. Perrine*<sup>407</sup>) schließt auf eine Verschiedenheit in der Größe der parallaktischen Verschiebung bei den Sternen der Nord- und der Südhemisphäre, und zwar erscheint sie geringer bei den Nordsternen. Nach *A. von Flotow*<sup>408</sup>) ist in den Totalbewegungen von 116 Sternen eine Teilung in zwei Gruppen ausgesprochen. Bei der einen sind die Bewegungen parallel zur Ebene der Milchstraße und auf den Antiapex gerichtet, bei der anderen sind sie parallel zu einer zur Milchstraße senkrechten Ebene und zielen auf den Vertex.

Auch für diese systematischen Bewegungen ganzer Sterngruppen hat demnach die Milchstraße die Bedeutung einer Fundamentalebene. Es trat das auch schon darin zutage, daß die Bestimmungen des Zielpunktes der Sonnenbewegung als einer sich den verschiedenen Bewegungen möglichst anpassenden mittleren Bewegung immer auf Punkte führten, die, wie *Kobold*<sup>409</sup>) zeigte, längs des Nordrandes der sichtbaren Milchstraße verteilt sind.

404) Observatory 46 (1923), p. 20.

405) Bull. Astr. Inst. of Netherlands 1 (1922), p. 133.

406) Lick Obs. Bull. 11 (1923), p. 1.

407) Astroph. Journ. 43 (1916), p. 286; 44 (1916), p. 103; 45 (1917), p. 103.

408) Astr. Nachr. 213 (1921), p. 97.

409) Astr. Nachr. 137 (1895), p. 393; vgl. auch *G. C. Comstock*, Science N. S. 25 (1907), p. 567.

Die Erforschung der Eigenbewegungen der schwächeren Sterne ist zur Zeit noch nicht soweit fortgeschritten, daß eine sichere Bestimmung der Sonnenbewegung relativ zu dem System der schwachen Sterne möglich wäre. *G. C. Comstock*<sup>410)</sup> hat das von ihm durch Anschluß schwacher Sterne an benachbarte helle, ihrer Bewegung nach bekannte Sterne gewonnene Material zu einer Bestimmung des Zielpunktes nach der *Airyschen* Methode unter Verwendung von der *Kapteynschen* Formel entsprechenden Entfernungen verwandt. Das Material ist aber, wie *W. Keil*<sup>411)</sup> nachgewiesen hat, für diesen Zweck nicht geeignet, es kann nicht als typisch für die Gesamtheit der schwächeren teleskopischen Sterne gelten. Die *Wolfschen* Eigenbewegungssterne, die im wesentlichen nahe, schwache Sterne, also Sterne von kleiner Masse umfassen dürften, führen nach *C. Wirtz* und *P. Hügeler*<sup>412)</sup> auf einen Apex in  $A = 294,5^\circ$ ,  $D = + 32^\circ$ , einen Vertex in  $A' = 97^\circ$ ,  $D' = + 15^\circ$ , mittlere Geschwindigkeit in der Vertexrichtung 15,9, senkrecht dazu 5,2 km/sec. Ein anderer Versuch von *C. Wirtz*<sup>413)</sup> beruht auf 539 Sternen unter  $8^m$ , deren Eigenbewegungen aus am Kap aufgenommenen Platten in Groningen Publ. 28 angegeben sind. Das Resultat ist  $A = 283^\circ$ ,  $D = + 28^\circ$ ;  $A' = 80^\circ$ ,  $D' = + 13,5^\circ$ ; mittlere Geschwindigkeiten 26,3 : 11,6 km/sec.

Offenbar sind auch von den physikalischen Eigenschaften der Sterne, die in dem Spektralcharakter zum Ausdruck kommen und die auch bei der räumlichen Verteilung der Sterne eine Rolle spielen, abhängige Sonderbewegungen vorhanden, die zu einer Verschiedenheit der relativen Bewegung der Sonne führen. In den Eigenbewegungen des P. G. C. wies *B. Boss*<sup>414)</sup> dieses Verhalten nach. Die Sterne der Typen *A, F* ergeben als galaktische Koordinaten des Apex  $22,2^\circ + 22,1^\circ$ , die der Typen *K, M* dagegen  $34,8^\circ + 21,7^\circ$ . Für dieselben beiden Sterngruppen folgt aus den Radialgeschwindigkeiten als Apex  $12,6^\circ + 26,2^\circ$  bzw.  $21,5 + 20,9^\circ$ . Es ist also der Zielpunkt längs der Milchstraße bei den beiden Spektralgruppen sowohl, wie auch bei den beiden Bewegungsarten um etwa  $10^\circ$  verschoben. Bei den *B*-Sternen herrscht dagegen Übereinstimmung wohl als Folge kleiner Sonderbewegungen. Eine ähnliche Verlagerung des Apex finden auch *F. W. Dyson* und *W. G. Thackeray*<sup>415)</sup> aus den Eigenbewegungen der

410) Astron. Journ. 25 (1907), p. 119; 28 (1913), p. 49.

411) *W. Keil*, Die Bewegung der Sterne von der 10. Größe, Diss., München 1918.

412) Heidelberg Sitz.-Ber. 1918, Nr. 9.

413) Astr. Nachr. 211 (1920), p. 373.

414) Astron. Journ. 28 (1914), p. 163.

415) Greenwich Cat. of Stars for 1910,0. London 1920, p. B XXVI.

Zone  $+ 24^{\circ}$  bis  $+ 32^{\circ}$ . Die galaktischen Koordinaten des Apex sind für die Spektralklassen *B* und *A*  $28,5^{\circ} + 27,9^{\circ}$ , *F5* bis *K0*  $45,0^{\circ} + 28,1^{\circ}$ , *K5* bis *M*  $65,3^{\circ} + 26,2^{\circ}$ . Die Erklärung wird in dem Wachsen des prozentualen Anteils von Sternen des Stromes II an der Gesamtzahl der Sterne beim Fortschreiten zu den späteren Typen gesucht.

Die Auswahl der Sterne muß wegen der Ungleichheiten im Sternsystem für die Bestimmung des Apex von Einfluß sein. Dieser Einfluß ist aber, wenn nur an sich das aufgestellte System von Bedingungsgleichungen zur Bestimmung der gesuchten Größen geeignet ist, im allgemeinen von untergeordneter Bedeutung. Man befreit das Resultat von einem aus ungleicher Sternverteilung zu befürchtenden Einflusse am einfachsten empirisch<sup>416)</sup> dadurch, daß man bei einer planmäßigen Einteilung der Sphäre in gleich große Felder, die den einzelnen Feldern entsprechenden Gleichungen in geeigneter Weise zusammenfaßt. Diesem Zweck sollen auch die *Kapteynschen* Auswahlfelder dienen.

#### D. Besonderheiten des Bewegungszustandes.

**40. Allgemeine Beziehungen.** Die Hypothese der Sonnenbewegung reicht zur Darstellung der beobachteten Bewegungen der Fixsterne nur als erste Näherung aus. Eine zweite Näherung ergibt die Darstellung durch Sonnenbewegung und Strom- oder Vorzugsbewegung oder auch exzentrische Lage der Sonne. Auch diese zweite Näherung führt noch nicht zu einer genügenden Darstellung, sondern es bleiben noch Gesetzmäßigkeiten in den Bewegungen übrig, die den einzelnen Sternen selbst anhaften müssen und an den Ort im Raume oder an andere Eigenschaften der Sterne geknüpft sein müssen. Sie äußern sich in einer Korrelation zwischen Bewegung und den anderen charakteristischen Eigenschaften der Sterne. Unter der Voraussetzung, daß die eigentümlichen Bewegungen der Sterne gesetzlos sind, bestehen zwischen den absoluten Werten der verschiedenen Bewegungsarten nach einem von *J. Kleiber*<sup>417)</sup> begründeten Theorem die Beziehungen

$$(63) \quad \overline{k\rho\Delta\alpha\cos\delta} = \overline{k\rho\Delta\delta} = \overline{\Delta\rho} = \frac{1}{2}\bar{v}, \quad \bar{v} = \frac{4}{\pi} \cdot \bar{\mu} = 1,273 \cdot \bar{\mu},$$

die uns gestatten von den der Beobachtung zugänglichen Werten von  $\mu$  und  $\Delta\rho$  auf die wahren Bewegungen  $v$  zu schließen.

416) Mathematisch behandelt den Einfluß der Sternverteilung bei den sphärischen Methoden *E. Anding* in der unter 392 angeführten Schrift und in *Astr. Nachr.* 140 (1896), p. 1; vgl. auch *Astr. Nachr.* 139 (1895), p. 65.

417) *Astr. Nachr.* 127 (1891), p. 209.

**41. Abhängigkeit der Eigenbewegungen.** Bei den ersten Versuchen zum Eindringen in die Bewegungsverhältnisse standen der Forschung nur die Werte der scheinbaren Helligkeit und der Eigenbewegung zu Gebote. Eine Gegenüberstellung beider<sup>418)</sup> schien eine einfache gegenseitige Abhängigkeit zu verraten in dem Sinne, daß mit abnehmender Helligkeit auch die Eigenbewegungen abnehmen würden, so daß das Produkt  $m\mu$  nahe konstant bliebe. Eine besonders eingehende Diskussion über die Gültigkeit des Gesetzes  $m\mu = \text{konst.}$  findet sich bei A. Auwers in der Einleitung zum Katalog der A. G. 11. Stück Zone  $+ 15^\circ$  bis  $+ 20^\circ$ , p. (140)—(143). Auwers findet eine langsame Zunahme des Produktes  $m\mu$  mit abnehmender Helligkeit. Es wurde aber bald klar, daß die Erklärung dieser Tatsache durch die gemeinsame Abhängigkeit beider Eigenschaften von der Entfernung nicht ausreiche. Die spätere Erkenntnis, daß für die scheinbare Helligkeit die im Spektrum zum Ausdruck kommende physische Natur der Sterne eine wesentliche Rolle spiele, stellte die Forschung auf eine neue Grundlage, die zu den Ausdrücken für die Entfernung als abhängig von scheinbarer Größe, von der Größe der Eigenbewegung und vom Spektralcharakter führten, auf die in Nr. 25 hingewiesen ist.

Auf eine Abhängigkeit der Größe der Eigenbewegung vom Spektralcharakter wurde zuerst W. H. S. Monck aufmerksam. Er fand bei den Sternen des Auwers-Bradley-Katalogs eine sehr kleine durchschnittliche Eigenbewegung bei den Sternen des I. Typus, eine sehr viel größere bei den Sternen des II. Typus. Die genauere Klassifizierung mit Hilfe des Draper-Katalogs bestätigte diese Bemerkung<sup>419)</sup>, indem sie zeigte, daß größere Eigenbewegungen bei den B-Sternen sehr selten sind, während, wenn die Bewegungen der Sterne ihrer scheinbaren Helligkeit gemäß auf die photometrische Helligkeit  $0^m$  reduziert werden, mehr als die Hälfte der Sterne des Sonnentypus eine Eigenbewegung  $> 0,5''$  zeigt. J. C. Kapteyn<sup>420)</sup> wurde nahe gleichzeitig zu dem gleichen Ergebnis geführt. Die prozentuale Verteilung der Sterne verschiedener Größe der Eigenbewegung auf die Klassen A bis D (Typus I) und E bis L (Typus II) folgt aus dem Bradley-Katalog für  $\mu < 0,03''$  zu 1 : 0,6, für  $\mu = 0,08''$  etwa zu 1 : 1 und steigt dann bis zu 1 : 19 für  $\mu > 0,5''$ . Monck und Kapteyn schließen daraus, daß unter den helleren Sternen die Sterne des Typus II in der Umgebung der Sonne überwiegen, während in größeren Entfernungen Sterne des Typus II zu schwach sind, um wahrgenommen zu werden. Kapteyn

418) Vgl. z. B. Mädler, Dorpat Beob. 14, p. 216.

419) Astr. and Astroph. 11 (1892), p. 874; 12 (1893), p. 8, 513.

420) Amsterdam Verslag. 1 (1893), p. 133.

wies an dem angegebenen Ort auch eine Abhängigkeit der Größe der Eigenbewegung von der Lage der Sterne zur Ebene der Milchstraße für die helleren Sterne nach. Die Sterne mit  $\mu > 0,055''$  sind gleichmäßig über die Sphäre verteilt. Bei den kleineren Eigenbewegungen zeigt sich eine Konzentration gegen die Ebene der Milchstraße, die um so stärker ist, je kleiner die Eigenbewegung ist, und die auch beim Typus I mehr hervortritt als beim Typus II. Um die Frage auch für schwächere Sterne zu prüfen, diskutierte *S. Newcomb*<sup>421)</sup> die von *Auwers* und *Boss* abgeleiteten Eigenbewegungen der Sterne der Zonen  $+1^\circ$  bis  $+5^\circ$  und  $+15^\circ$  bis  $+20^\circ$ , also ein Material, das Vollständigkeit für alle meßbaren Eigenbewegungen der Sterne bis  $9^m$  anstrebt. *Newcomb* fand dabei auch bei den schwach bewegten Sternen eine gleichförmige Verteilung über die Sphäre. *G. C. Comstock* und *C. Wirtz* verwerteten nach dieser Richtung auch das von ihnen (vgl. p. 350) zur Bestimmung der Sonnenbewegung benutzte Material<sup>422)</sup> von Eigenbewegungen für schwache teleskopische Sterne und finden eine starke Zunahme der Häufigkeit der bewegten Sterne in höheren galaktischen Breiten, entsprechend der Annahme, daß die Sterne uns dort näher sind als in der Milchstraße.

**42. Abhängigkeit der Radialbewegungen.** Einfachere Verhältnisse finden wir bei den Radialbewegungen, weil bei ihnen der Einfluß der Entfernung fortfällt. Bei den 51 *Vogelschen* Bewegungen konnte *Monck*<sup>423)</sup> einen Unterschied für die beiden Typen nicht nachweisen. *W. W. Campbells* erste sich auf 280 Radialbewegungen von Sternen bis  $4^m$  stützende Untersuchungen<sup>424)</sup> ließen bei einer rohen Trennung der Sterne nach dem Typus mit Hilfe des Farbenindex ebenfalls einen deutlichen Unterschied der Typen nicht hervortreten. Bei 136 weißen Siriussternen ist die durchschnittliche Radialbewegung 18,04 km/sec, bei 144 Sternen des Sonnentypus ist sie 16,12 km/sec. *E. B. Frost* und *W. S. Adams* wurden dann bei der Bestimmung der Radialbewegungen von 20 Sternen des Oriontypus<sup>425)</sup> auf Werte geführt, die erkennen ließen, daß die nach Abzug der Sonnenbewegung übrigbleibenden eigentümlichen Bewegungen dieser Sterne sehr klein sein mußten. Eine tiefere Einsicht in diese Verhältnisse wurde indes erst möglich, als *W. W. Campbells* Bestimmung der Radialbewegungen von mehr als 1000 Sternen des ganzen Him-

421) *S. Newcomb*, The stars, 1902, p. 252.

422) *Washburn Obs. Publ.* 14 (1922), p. 18 und *Astr. Nachr.* 211 (1920), p. 381.

423) *Astr. and Astroph.* 11 (1892), p. 700.

424) *Astroph. Journ.* 13 (1901), p. 84.

425) *Yerkes Obs. Publ.* 2 (1904), p. 247.

mels vorlagen.<sup>426)</sup> Zwar gelangte auch *J. C. Kapteyn*<sup>427)</sup> unter Verwendung eines Materials von 210 aus verschiedenen Quellen entnommenen Radialbewegungen nahe gleichzeitig mit *Campbell* zu wesentlich den gleichen Resultaten, aber das nicht nur reichhaltigere sondern auch völlig gleichartige Material *Campbells* wirkte doch mehr überzeugend. Bei den radialen Spezialbewegungen trat mit großer Entschiedenheit beim Typus I eine erheblich geringere Streuung um den Mittelwert hervor als beim Typus II. Große Geschwindigkeiten treten nur beim Typus II in größerer Zahl auf. Der Mittelwert der Spezialbewegungen ist für Typus II nahe 0, bei Typus I aber durch starkes Überwiegen der Zahl der positiven Bewegungen erheblich nach der positiven Seite verschoben, entsprechend einer scheinbar vorherrschenden Bewegung der Sterne nach außen. Besonders auffällig ist diese Erscheinung bei den *B*-Sternen, sie würde hier eine Expansion des Systems dieser Sterne im Betrage von fast 5 km in der Sekunde bedeuten. Will man diese unwahrscheinliche Annahme nicht gelten lassen, so muß man die Erklärung der Erscheinung in systematischen Fehlern der Messung oder in Fehlern der zur Reduktion der Messungen verwandten Wellenlängen der Spektrallinien als Folge von Druckwirkungen in den Sternatmosphären suchen. Näheres darüber ist im Kapitel Astrophysik nachzusehen.

Die Verschiedenheit in der Streuung um den Mittelwert kommt auch deutlich zum Ausdruck in einer Zusammenstellung der extremen Werte der relativen Radialbewegungen in *J. Vouites* Katalog<sup>428)</sup> von 2071 um 1920 bekannten Radialbewegungen:

Extremwerte der $\Delta \rho$		
Klasse <i>B</i>	+ 102	— 38
<i>A</i>	+ 96	— 170
<i>F</i>	+ 339	— 325
<i>G</i>	+ 301	— 242
<i>K</i>	+ 177	— 132
<i>M</i>	+ 98	— 185.

Bei Gruppierung der Sterne nach der Harvard Klassifikation der Spektren erhielt *Campbell*<sup>429)</sup> schließlich die in der nachstehenden Tabelle gegebene Übersicht über die durchschnittlichen absoluten

426) Lick Obs. Bull. 6 (1911), p. 125; *W. W. Campbell*, Stellar motions (1913), p. 198.

427) *Astroph. Journ.* 31 (1910), p. 259.

428) Vgl. Note 104.

429) *Stellar motions*, p. 209.



radialen Spezialbewegungen der Sterntypen. Unter *K* ist der Mittelwert der Bewegungen angegeben. Hinzugefügt sind noch die von *W. Gyllenberg*<sup>430)</sup> aus einem noch etwas reichhaltigeren Material abgeleiteten Werte

Klasse	<i>Campbell</i>			<i>Gyllenberg</i>	
	<i>K</i> km/sec	$\Delta \rho$ abs. km/sec	Zahl	$\Delta \rho$ abs. km/sec	Zahl
<i>B</i>	+ 4,07	6,52	225	7,01	247
<i>A</i>	+ 0,95	10,95	177	11,73	263
<i>F</i>	+ 0,06	14,37	185	14,43	237
<i>G</i>	— 0,20	14,97	128	15,78	208
<i>K</i>	+ 2,82	16,8	382	15,88	486
<i>M</i>	+ 3,93	17,14	73	17,19	85
Planetar. Nebel		25,3	12		

Bei den Sternen mit sehr kleinen Eigenbewegungen, die also in großer Entfernung sich befinden, beobachtete *W. S. Adams*<sup>431)</sup> ein wesentlich langsames Anwachsen der Geschwindigkeit mit dem Typus. Weder *Campbell* noch *Gyllenberg* fanden bei einer Ordnung der Sterne nach der Helligkeit ohne Trennung nach den Spektralklassen eine Abhängigkeit der Größe der Bewegung von der scheinbaren Helligkeit deutlich ausgesprochen.

**43. Abhängigkeit der Bewegung von der absoluten Helligkeit.** Nun stellten aber *J. C. Kapteyn* und *W. S. Adams*<sup>432)</sup> eine Abhängigkeit der absoluten Radialgeschwindigkeiten von der Eigenbewegung bei gleicher scheinbarer Helligkeit fest, derart, daß einer Zunahme der Eigenbewegung auch ein Wachsen der absoluten Radialgeschwindigkeiten entspricht. Durch Berechnung der der *Kapteyns*chen empirischen Formel (45) entsprechenden Entfernungen ließ diese Beziehung eine Abhängigkeit der absoluten Radialgeschwindigkeit von der absoluten Helligkeit bei den Sternen vom Typus *F*, *G*, *K*, *M* erkennen. Einer Abnahme der absoluten Leuchtkraft um 1<sup>m</sup> würde eine Zunahme der Radialgeschwindigkeit um 1,1 km/sec entsprechen. Das von *C. D. Perrine*<sup>433)</sup> bemerkte Anwachsen der wahren Geschwindigkeiten mit abnehmender scheinbarer Größe liegt in demselben Sinne, wenn man die Entfernungen der Gruppen als annähernd gleich annimmt.

Mit Hilfe der spektroskopischen Parallaxen wurde die Frage von

430) Lund Obs. Meddel (2), Nr. 13 (1915).

431) Washington Proc. Nat. Acad. 1 (1915), p. 417.

432) Washington Proc. Nat. Acad. 1 (1915), p. 14.

433) Astroph. Journ. 41 (1915), p. 315, 395.

*W. S. Adams* und *G. Strömberg*<sup>434</sup>) und später, auf noch erweitertes Material gestützt, von den gleichen Forschern mit *A. H. Joy* verbunden behandelt.<sup>435</sup>) Bei 1350 Sternen der Spektraltypen *F*, *G*, *K* und *M* werden die kleinsten Geschwindigkeiten, und zwar sowohl hinsichtlich der totalen räumlichen Geschwindigkeit, als auch hinsichtlich der Querbewegungen und der Radialgeschwindigkeiten, bei den absolut hellsten Sternen festgestellt. Bei den Sternen der absoluten Größe  $-7^m$  ist die mittlere räumliche Geschwindigkeit im Durchschnitt für die vier Spektralklassen 22 km/sec, und dieser Wert steigt auf 75 km/sec für die Sterne der absoluten Größe  $+5^m$ . Im Mittel entspricht einer Abnahme der absoluten Helligkeit um  $1^m$  eine Zunahme der räumlichen Geschwindigkeit um 3 km/sec und der radialen Geschwindigkeit um 1,2 km/sec. Bei den helleren Sternen ist eine geringe Zunahme der Geschwindigkeit mit dem Spektrum beim Übergang von *F* zu *M* vorhanden. Bei den schwächsten Sternen, den Zwergsternen der Klassen *K* und *M*, ist die Geschwindigkeit sehr wenig verschieden. Die Verteilung der stellaren Geschwindigkeiten entspricht nicht dem *Maxwellschen* Gesetze, indem die Zahl der großen Geschwindigkeiten viel zu groß ist. Die Logarithmen der Geschwindigkeiten lassen sich indessen durch eine normale *Gaußsche* Fehlerhäufigkeitskurve empirisch darstellen.

Den Unterschied der tatsächlichen Verteilung der stellaren Geschwindigkeiten von der dem *Maxwellschen* Gesetz entsprechenden hatte schon *K. Schwarzschild*<sup>436</sup>) aus seinem theoretischen Ausdruck für die Häufigkeitsfunktion der scheinbaren Eigenbewegungen bei einer Darstellung der *Kapteynschen* empirischen Ausdrücke für die Zahl der Sterne einer bestimmten scheinbaren Helligkeit bzw. der Sterne bestimmter scheinbarer Helligkeit und Eigenbewegung festgestellt.

Die Beziehung zwischen dem Spektraltypus und der Geschwindigkeit unter Benutzung der scheinbaren Eigenbewegungen wurde an dem Material des P. G. C. von *L. Boss*<sup>437</sup>) untersucht. Unter der Voraussetzung regelloser Verteilung der Richtungen und symmetrischer Anordnung in bezug auf die Größe der Spezialbewegungen ergibt das Verhältnis der mittleren scheinbaren Querbewegung  $\tau$  zur mittleren parallaktischen Bewegung  $\sigma$  für Sterne eines bestimmten nicht zu ausgedehnten Areals am Himmel das Verhältnis der mittleren Quer-

434) *Astroph. Journ.* 45 (1917), p. 293; 47 (1918), p. 7.

435) *Astroph. Journ.* 54 (1921), p. 9.

436) *Astr. Nachr.* 190 (1912), p. 361.

437) *Astronom. Journ.* 26 (1911), p. 187.

bewegung in linearem Maß zur Sonnenbewegung. Unter Annahme einer Sonnenbewegung von 20 km/sec findet *Boss*

Typus	$\sigma$	$\tau$
<i>B</i>	2,73''	0,86'' = 6,3 km/sec
<i>A</i>	4,08''	2,07'' = 10,2 km/sec
<i>F</i>	4,99''	4,03'' = 16,2 km/sec
<i>G</i>	3,12''	2,89'' = 18,6 km/sec
<i>K</i>	4,03''	3,04'' = 15,1 km/sec
<i>M</i>	3,29''	2,82'' = 17,1 km/sec.

Zur Ermittlung der die Abhängigkeit der Sternengeschwindigkeiten vom Spektraltypus erzeugenden inneren Ursachen kann eine gesonderte Behandlung der Bewegungen der Sterne jedes Typus dienen. So stellte *B. Boss*<sup>438)</sup> bei den *B*-Sternen das fast ausnahmslose Fehlen größerer Eigenbewegungen fest. Die systematische Bewegung dieser Sterne ist als reine Wirkung der Sonnenbewegung zu erklären. Vorzugsbewegungen treten nach *L. Boss*<sup>439)</sup> erst bei den *A*-Sternen auf und sind im wesentlichen auf diese beschränkt. Bei den späteren Typen überwiegen mehr und mehr die regellosen Bewegungen. Es lassen sich vier Strömungsrichtungen unterscheiden: 1., 2. Richtung auf Vertex und Antivertex; 3. sehr kleine Bewegung auf den Apex; die hierhergehörigen Sterne sind besser als Ruhesterne zu charakterisieren; 4. Richtung auf den Antiapex; diese Strömung ist ausgeprägt bei gewissen besonderen Sterngruppen, die noch näher zu behandeln sind.

**44. Die Bewegungen in Beziehung zum Bau des Sternsystems.** Die Kenntnis der wahren Spezialbewegungen der Sterne erfordert eine Befreiung der beobachteten Bewegungen sowohl von der parallaktischen Bewegung als auch von den Strombewegungen. Nach *A. S. Eddington*<sup>440)</sup> muß man für Typus *A* die mittleren Bewegungen, die man aus den Resten der nur von der Sonnenbewegung befreiten Bewegungen berechnet, im Verhältnis 1 : 1,30 verkleinern, um die wahren mittleren Spezialbewegungen zu erhalten. Bei den anderen Typen ist die Reduktion kleiner, da das Geschwindigkeitsellipsoid weniger stark verlängert ist. Beim Typus *B* ist eine Reduktion nicht nötig.

Empirisch untersuchten den Einfluß der Strombewegung *J. C. Kapteyn* und *W. S. Adams*<sup>441)</sup> an den  $\Delta\varrho$  von Sternen mit sehr verschiedener Eigenbewegung der Typen *F*, *G*, *K*, *M*, indem sie die Sterne

438) *Astronom. Journ.* 26 (1911), p. 163.

439) *Astronom. Journ.* 27 (1912), p. 83.

440) *Stellar movements*, p. 157.

441) *Washington Proc. Nat. Acad.* 1 (1915), p. 14.

nach dem Abstand vom Vertex in zwei Gruppen (Abstand  $< 50^\circ$ , Abstand  $50^\circ - 90^\circ$ ) teilten. Die nur von der Sonnenbewegung befreiten Geschwindigkeiten verhalten sich in den beiden Gruppen sowohl bei den Sternen mit großer wie auch bei denen mit kleiner Eigenbewegung wie 1,4 : 1. Der Einfluß der Strombewegung erstreckt sich also bis zu den kleinsten Eigenbewegungen, also bis in die größten uns zugänglichen Entfernungen.

Die Ebene der Milchstraße gibt sich deutlich als Vorzugsebene der Spezialbewegungen der Sterne des Typus *A* zu erkennen durch das entgegengesetzte Verhalten der Querbewegungen und der Radialbewegungen in der galaktischen und außergalaktischen Zone. Bei den späteren Typen ist der Unterschied nicht so ausgesprochen. Die *B*-Sterne stehen weit überwiegend in der galaktischen Zone. Nach *L. Boss*<sup>442)</sup> und *W. W. Campbell*<sup>443)</sup> sind die mittleren Bewegungen

Typen	$\tau$		$\Delta \rho$	
	0° bis $\pm 30^\circ$	$\pm 30^\circ$ bis $\pm 90^\circ$	0° bis $\pm 30^\circ$	$\pm 30^\circ$ bis $\pm 90^\circ$
<i>B</i>	0,86''	—	7,1	5,6 km/sec
<i>A</i>	1,76''	2,60''	13,0	8,4 km/sec
<i>F-M</i>	2,86''	3,68''	16,3	15,3 km/sec.

Beim *Schwarzschild'schen* Geschwindigkeitsellipsoid kommt die Vorzugsebene der Spezialbewegungen in der Lage der kleinen Achse zum Ausdruck. Nach *A. S. Eddington* und *W. E. Hartley*<sup>444)</sup>, die die Radialbewegungen mit der Bedingung  $\Sigma |V| = \text{Min. bzw. Max.}$  statt  $\Sigma V^2 = \text{Min. bez. Max.}$  ausglich, um den entstehenden Einfluß einzelner großer Werte abzuschwächen, fällt der Zielpunkt der kleinen Achse des Geschwindigkeitsellipsoids der *A*-Sterne mit dem Pole der Milchstraße zusammen, während bei den anderen Typen eine mehr oder weniger große Verschiedenheit auftritt. Die *A*-Sterne bewegen sich also parallel zur Ebene der Milchstraße, die *A0*-Sterne, deren Geschwindigkeitsellipsoid ein abgeplattetes Rotationsellipsoid mit zur Ebene der Milchstraße normaler Rotationsachse ist, bevorzugen in der Ebene der Milchstraße keine besondere Richtung. Bei den *G*-Sternen ist der Einfluß der Spezialbewegungen gegenüber der Strombewegung zu groß, so daß die Vorzugsrichtung nicht zum Ausdruck gelangt. Sehr große Bewegungen sind den *G*-Zwergen eigen.

**45. Erklärung der Bewegungen.** Die Entstehung der Spezialbewegungen der Sterne hat man auf Grund dieser Ergebnisse der For-

442) *Astronom. Journ.* 26 (1911), p. 193.

443) *Lick Obs. Bull.* 6 (1911), p. 130.

444) *London Astr. Soc. Month. Not.* 75 (1915), p. 521.

schung in zwei Richtungen gesucht. Da der Spektralcharakter als Bild des Entwicklungszustandes angesehen wird, so war die nächstliegende Annahme die, daß die Bewegungen mit dem Entwicklungszustande fortschreiten. Im Zeitpunkte des Entstehens sind die Sterne im Zustande der Ruhe, allmählich nehmen sie Bewegung an, die mit zunehmendem Alter immer mehr anwächst. Die Kraft, die die Bewegung erstmalig erzeugt und weiter vergrößert, wäre in der Gravitationswirkung entweder der Gesamtmasse des Sternsystems oder der einzelnen Sterne bei gegenseitigen Annäherungen zu erblicken. Gegen diese auf den Parallelismus zwischen Bewegung und Spektralcharakter sich stützende Auffassung ist besonders eingewandt, daß die Entfernungen im Fixsternsystem für die Entstehung von Bewegungen der beobachteten Größe Zeiträume von schwer verständlichem Ausmaße erfordern würden. Weiter steht die Erklärung im Widerspruch mit dem Vorkommen von Sterngruppen, die sich mit gleicher und, soweit wir wissen, unveränderlicher Geschwindigkeit in parallelen Bahnen innerhalb des Gesamtsystems und mitten zwischen anderen in keiner Beziehung zu ihnen stehenden Sternen hindurch bewegen. Auch das Auftreten der größten Geschwindigkeiten bei den Nebeln, das diese an das Ende der Entwicklung stellen würde, scheint unvereinbar mit der Erklärung. Weil nun der Entwicklungsgang eines Sternes abhängt von seiner Masse, das *B*-Stadium nur von Sternen großer Masse erreicht werden kann, so will *J. Halm*<sup>445</sup>) die Beziehung zwischen Spektralcharakter und Geschwindigkeit ersetzen durch eine Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Masse, derart, daß die Geschwindigkeit umgekehrt proportional dem Quadrat der Masse, also das Produkt  $Mv^2$  konstant ist.

Die weiteren Ausführungen über diese Frage sind im Abschnitt Astrophysik nachzusehen.

Auf mechanischer Grundlage könnte man eine Erklärung der Beziehung zwischen mittlerer absoluter Geschwindigkeit und Leuchtkraft, weil für die Sterne bis zu einer bestimmten scheinbaren Helligkeit die mittlere Entfernung der Leuchtkraftklassen zunehmen muß mit abnehmender Leuchtkraft, suchen in der Lage der Sterne zum Mittelpunkt des Sternsystems. Dann müßte die Geschwindigkeit Funktion der Entfernung sein. *A. S. Eddington*, der diesen Gedanken aussprach, verwarf ihn wieder<sup>446</sup>), da die Ordnung der *A*-Sterne nach der Größe der Eigenbewegung eine Beziehung zwischen mittlerer Eigenbewegung und Radialgeschwindigkeit nicht erkennen läßt.

<sup>445</sup>) London Astr. Soc. Month. Not. 71 (1911), p. 610.

<sup>446</sup>) Stellar movements, p. 161.

### E. Bewegte Sterngruppen.

**46. Einzelne Sterngruppen.** Schon *Bessel*<sup>447)</sup> hatte bei mehreren am Himmel weiter voneinander abstehenden Sternen Gemeinsamkeit der Eigenbewegung bemerkt und daraus auf einen physischen Zusammenhang der betreffenden Sterne geschlossen. *Mädler*<sup>448)</sup> wies hin auf die nahe Gleichheit der Bewegungen der helleren Plejadensterne, wodurch die Zusammengehörigkeit zu einer besonderen Sterngruppe bezeugt würde. Daß auch über einen größeren Teil des Himmels zerstreute Gruppen von Sternen durch die gleichen charakteristischen Merkmale als zusammengehörend sich zu erkennen gäben, bemerkte zuerst *R. A. Proctor*<sup>449)</sup>, der besonders auf das System  $\beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$  Ursae maj. und auf eine Sterngruppe im Taurus aufmerksam machte. Größere Bedeutung für die Erkenntnis der Struktur des Sternsystems erlangten diese Sterngruppen, als *W. Klinkerfues*<sup>450)</sup> den in solchen Systemen bestehenden Zusammenhang zwischen den Bewegungen und Parallaxen hervorhob. Ist  $Q$  der scheinbare Winkelabstand eines der Sterne des Stromes vom Radiationspunkt der Konvergenz der Eigenbewegungen der Gruppe,  $V$  die gemeinsame totale lineare Bewegung der Gruppe relativ zur Sonne, so bestehen die Beziehungen

$$(64) \quad V \sin Q = k\mu \cdot \varrho, \quad V \cos Q = \Delta \varrho, \quad \pi = \frac{k\mu}{\Delta \varrho} \cdot \cotg Q.$$

Die Kenntnis nur eines Wertes von  $\Delta \varrho$  oder  $\pi$  genügt, um die Berechnung der räumlichen Bewegung, der Entfernungen und der Leuchtkräfte aller Glieder der Gruppe zu ermöglichen. *Klinkerfues* erweitert an dem angegebenen Orte auch den Inhalt der bis dahin geltenden Auffassung solcher Sternsysteme, indem er die räumliche Abgeschlossenheit derselben, die Beschränkung auf einen begrenzten Raum im allgemeinen System fallen läßt und die Vorstellung einander durchdringender Sternströme in Analogie zu den Meteorströmen an ihre Stelle setzt. Das ganze Sternsystem würde man sich aus einer Schar solcher Sternströme gebildet denken können.

Die Parallelität der Bewegungen erkennt man daran, daß die scheinbaren Eigenbewegungen sich in einem Punkte der Sphäre schneiden, oder daß die Pole der Eigenbewegungen auf einem größten Kreise

447) *Fundamenta Astronomiae* p. 310.

448) *Astr. Nachr.* 24 (1846), p. 221.

449) *London Proc. Roy. Soc.* 18 (1870), p. 169.

450) *W. Klinkerfues*, Über Fixstern-Systeme, Parallaxen und Bewegungen, Göttingen 1873.

liegen.<sup>450a)</sup> Diese Bedingung allein reicht aber nicht aus, um die Zusammengehörigkeit der Sterne zu erweisen. Vielmehr muß neben der Parallelität noch die Gleichheit der Bewegungen in linearem Maß gefordert werden, oder es müssen die Eigenbewegungen in R.A. und Dekl. und die Radialbewegung bei allen Sternen des Systems sich darstellen lassen als Komponenten der gleichen räumlichen Bewegung relativ zur Sonne. Die mathematische Aufgabe ist die gleiche wie die der Bestimmung der Sonnenbewegung, wenn an die Stelle der Größe und Richtung der Sonnenbewegung die für den Sternstrom geltenden Werte gesetzt werden.

Die Ergebnisse der Erforschung der einzelnen bewegten Sterngruppen sind übersichtlich zusammengestellt in einer Monographie von *N. H. Rasmuson*, A research on moving clusters. *Lund*, Meddelanden (2), Nr. 26 (1921). Es sind vorzugsweise Sterne der Typen *B* und *A*, die sich in solchen Gruppen vereinigt finden. Die absoluten Bewegungen erfolgen in der Regel näherungsweise parallel zur Ebene der Milchstraße. Die scheinbare Bewegung ist bei der großen, auch die Hyaden umfassenden Sterngruppe im Stier, die aus *A*-Sternen besteht, auf den Vertex gerichtet, während sie bei den aus Sternen vom Typus *B* bestehenden Gruppen nahe mit der Richtung auf den Antiapex der Sonnenbewegung zusammenfällt.

Aus dem Aufbau und der Dichte der Haufen scheint zu folgen, daß sie sich in einem sehr verschiedenen Zustande der Entwicklung befinden. Hinsichtlich der Gestalt wurde bei mehreren Haufen eine Abplattung parallel zur Ebene der Milchstraße festgestellt, während andere Haufen sich in der Bewegungsrichtung abgeplattet zeigen. *J. H. Jeans*<sup>451)</sup> hat den Einfluß des beim Zusammentreffen und Sichdurchdringen zweier Sternhaufen aus der Wirkung der Anziehung der übrigen Sterne des Haufens, der Sterne außerhalb des Haufens und drittens der bei einem Zusammenstoß entstehenden Kräfte auf den Bewegungszustand der Haufensterne untersucht und folgert daraus, daß nach einer großen Zahl von Zusammenstößen sich eine sphärische Geschwindigkeitsverteilung in den schließlich völlig aufgelösten Haufen ausbilden müsse.

---

450a) *S. Oppenheim*, Astr. Nachr. 204 (1917), p. 427 vermutet auf Grund der Wahrnehmung, daß sich die Pole der Eigenbewegung für die einzelnen Sterngruppen (Bärenschwarm, Taurusgruppe) nicht über den ganzen Himmel verteilen, sondern Häufungsstellen um gewisse Punkte aufweisen, das Vorliegen von Verhältnissen derart, daß die Sterne nicht bloß parallele, sondern sogar identische Bahnen am Himmel beschreiben.

451) London Astr. Soc. Month. Not. 76 (1916), p. 552; 82 (1922), p. 132.

**47. Partialsysteme.** *W. W. Campbell* stellte bei den *A*-Sternen eine Abhängigkeit der mittleren absoluten Radialgeschwindigkeiten von der galaktischen Breite fest:

Gal. Breite	0° bis $\pm 30^\circ$	$\pm 30^\circ$ bis $\pm 60^\circ$	$\pm 60^\circ$ bis $\pm 90^\circ$
$\Delta\rho$ abs.	13,0	9,2	5,6 km/sec.

Diese Abhängigkeit findet eine Erklärung durch die Annahme, daß die Bewegungen dieser Sterne parallel zur Ebene der Milchstraße vor sich gehen. *H. C. Plummer*<sup>452)</sup> benutzte die als Ausdruck dieser Hypothese sich ergebende Bedingung, daß die zur Ebene der Milchstraße senkrechte Komponente der absoluten Bewegung verschwinden solle, zur Bestimmung der Entfernung bei den *A*-Sternen bekannter Eigenbewegung und Radialgeschwindigkeit und bei den nach Art ihrer Bewegung zu den *A*-Sternen zu rechnenden Sternen vom Typus *B8* und *B9*. Die Resultate der Rechnung zeigen, daß viele der Sterne sich der einfachen zugrundeliegenden Hypothese nicht fügen, daß diese Hypothese im allgemeinen sich aber doch bewährt. Die Gesamtheit der *A*-Sterne scheint in eine Reihe von Teilschwärmen aufgelöst, unter denen auffälligerweise kein dem *Kapteyn*schen Strome II entsprechender vorkommt. Da die *B*-Sterne an der Bewegung der großen Sternströme nicht teilnehmen, sondern eine dritte Strömung für sich zu bilden scheinen, darf man sie vielleicht als zu einem mit kleiner Geschwindigkeit sich bewegenden Sternhaufen zusammengefügt betrachten und, da die Anordnung der *B*-Sterne in so ausgesprochener Weise die Milchstraße bevorzugt, annehmen, daß das Gleiche auch bei ihren Bewegungen der Fall ist, was eine Anwendung der *Plummer*schen Hypothese auf dieselben rechtfertigen würde. Bei der Ausführung<sup>453)</sup> findet *Plummer* für die mittleren Parallaxen und die absoluten Größen die Werte

Klasse	<i>B — B2</i>	<i>B3 — B5</i>	<i>B8 — B9</i>	<i>A — A8</i>
$\pi$	0,0094''	0,0127''	0,0185''	0,0217''
<i>M</i>	— 7,3 <sup>m</sup>	— 5,8 <sup>m</sup>	— 5,6 <sup>m</sup>	— 3,9 <sup>m</sup> .

Die *B — B5* Sterne erscheinen in der Nachbarschaft der Sonne ziemlich gleichförmig in der Ebene der Milchstraße verteilt, während für größere Entfernungen ( $\pi < 0,01''$ ) das Material offenbar unzureichend ist. Da man bei den *B*-Sternen verschwindend kleine eigentümliche Bewegungen voraussetzen, also die beobachteten scheinbaren Be-

452) *Lick Obs. Bull.* 7 (1912), p. 30; *London Astr. Soc. Month. Not.* 72 (1912), p. 170, 555.

453) *London Astr. Soc. Month. Not.* 73 (1913), p. 174.



wegungen als die Projektion der Sonnenbewegung auf die Sphäre betrachten kann, so hat man in dieser Bewegung ein einfaches Mittel zur Bestimmung der Entfernung der einzelnen Sterne dieser Gruppe, das von *Kapteyn*<sup>454</sup>) benutzt wurde und zur Vorstellung eines deutlich begrenzten Haufens der *B*-Sterne führte.

Auf einem anderen Wege suchte *C. V. L. Charlier* in die räumliche Anordnung der Einzel-Sternsysteme einzudringen. Die scheinbare Helligkeit eines Sternes wird bestimmt durch den seine Temperatur wiedergebenden Spektraltypus, seinen Durchmesser und seine Entfernung. Bei den Sternen vom Typus *B* variiert der Durchmesser nur innerhalb sehr enger Grenzen, so daß man für ihre Entfernung setzen kann

$$(65) \quad \varrho = R \cdot 10^{0,2 m},$$

wo *R* den Abstand bezeichnet, in welchem der Stern die scheinbare Größe  $0,0^m$  haben würde. Durch Einführung von  $\varrho$  in den Ausdruck der Eigenbewegung erhält man die lineare Eigenbewegung als Funktion von *R* und kann durch Vergleichung mit der in die Richtung des Visionsradius fallenden Projektion der Sternengeschwindigkeit schließlich *R* bestimmen. Das System der *B*-Sterne wird nach *Charlier*<sup>455</sup>) aus zwei Gruppen gebildet, den *B1*- und *B2*-Sternen mit  $R = 36$  Sternweiten und den *B0*-, *B3*- und *B5*-Sternen mit  $R = 16$  Sternweiten. Die *B*-Sterne bilden einen Haufen, dessen Dichte nach außen langsam abnimmt. Das Zentrum liegt in der Richtung  $\alpha = 115^\circ$ ,  $\delta = -56^\circ$  in einer Entfernung von 88 Sternweiten. Die Ausdehnung des Haufens ist in der Ebene der Milchstraße dreimal so groß wie senkrecht dazu. Die Sonne steht 19,4 Sternweiten oberhalb der Milchstraßenebene, von ihr aus gesehen erscheint das Zentrum in  $\alpha = 311^\circ$ ,  $\delta = +47,5^\circ$  im Sternbilde Cygnus.

Unter den gleichen Gesichtspunkten wurde von *W. Gyllenberg*<sup>456</sup>) das System der *O*-Sterne, von *K. G. Malmquist*<sup>457</sup>) das System der *A*-Sterne und von *C. F. Lundahl*<sup>458</sup>) das System der *F*-Sterne behandelt. Zur Bestimmung der Konstante *R* mußte dabei teilweise auf andere Methoden zurückgegriffen werden, weil das Eigenbewegungs- und Radialbewegungs-Material nicht ausreicht. Es wird dazu die Größe

454) *Astroph. Journ.* 40 (1914), p. 43.

455) *Upsala Nova acta* (4) 4, Nr. 7 (1916); *Lund Obs. Meddel.* (2) Nr. 14 (1916).

456) *Ark. Mat. Astr. Fys.* 11, Nr. 28 (1916).

457) *Ark. Mat. Astr. Fys.* 11, Nr. 29 (1916).

458) *Ark. Mat. Astr. Fys.* 11, Nr. 30 (1916).

der Sonnenbewegung, die Lage der Sonne zum Mittelpunkt des Systems und zur Ebene der Milchstraße herangezogen. Das mittlere Ergebnis für  $R$  ist bei den  $O$ -Sternen  $R = 17,4$ , bei den  $A$ -Sternen  $R = 8,5$ , bei den  $F$ -Sternen  $R = 3,3$  Sternweiten. Aus dem benutzten nur die helleren Sterne umfassenden Material kann die räumliche Anordnung der  $A$ - und  $F$ -Sterne nicht erschlossen werden. Bei den  $G$ -Sternen, mit denen sich *B. Fänge*<sup>459</sup>) beschäftigt, muß eine besondere Methode zur Berechnung von  $R$  angewandt werden, weil wegen des Auftretens zahlreicher großer Eigenbewegungen die Bestimmung auf dem gewöhnlichen Wege zu unsicher ist. Der wahrscheinlichste Wert der Entfernungen der Sterne wird bestimmt unter der Bedingung, daß die einer gegebenen Lage des Apex entsprechende Verteilung der linearen Querbewegungen möglichst derjenigen entspreche, die ein Geschwindigkeitsellipsoid der absoluten Bewegungen bei gegebenem Vertex erfordert.

Auch *G. Strömberg*<sup>460</sup>) behandelt das System der  $A$ -Sterne, dem er die Sterne vom Typus  $B7 - F2$  zurechnet, auf Grund der absoluten Bewegungen und spektroskopischen Parallaxen von 332 Sternen. Es zerfällt in drei Gruppen. Die Zentralgruppe, *Halms*  $O$ -Sterne, *Eddingtons* Antiapex-Strom, umfaßt 69% aller Sterne. Zu ihr gehört die Mehrzahl der scheinbar helleren Sterne. Das Zentrum der Gruppe liegt in der Richtung  $\alpha = 92^\circ$ ,  $\delta = -31^\circ$ . Die zweite Gruppe, deren Zentrum in der Richtung  $\alpha = 306^\circ$ ,  $\delta = -26^\circ$  liegt, wird von der *Ursa major*-Gruppe gebildet; sie umfaßt 23% der Sterne. Zur dritten Gruppe, die mit der *Taurus*-Gruppe zu identifizieren ist und deren Zentrum in der Richtung  $\alpha = 110^\circ$ ,  $\delta = +6^\circ$  liegt, gehören 8% der Sterne. Innerhalb des Systems der  $A$ -Sterne entspricht die *Ursa major*-Gruppe *Kapteyns* Strom II, die *Taurus*-Gruppe *Kapteyns* Strom I. Bei den späteren Typen ist die *Taurus*-Gruppe viel weiter ausgebreitet als bei den  $A$ -Sternen. Die größte Achse des Geschwindigkeitsellipsoids der ersten Gruppe ist nach der Vertex-Richtung, die der zweiten Gruppe nach der Normalen zur Ebene der Milchstraße orientiert.

## F. Bau des Sternsystems.

48. Erste Versuche. Der induktive Weg für die Erforschung des Baues des Fixsternsystems wurde erst erschlossen durch die Erkenntnis von Gesetzmäßigkeiten in den Eigenbewegungen, er mußte aber in die Irre führen, solange falsche Vorstellungen über den

459) Lund Obs. Meddel. (2), Nr. 25 (1921).

460) Astroph. Journ. 57 (1923), p. 77.

Charakter der Bewegungen die Forschung beherrschten; erst als der Sonnenbewegung der ihr gebührende Platz als der eines untergeordneten Gliedes im großen System angewiesen wurde, war das Ziel erreichbar.

Über die äußere Gestalt des Systems gelangte schon *W. Herschel* durch seine Eichungen zu der im wesentlichen richtigen Vorstellung eines linsenförmigen Körpers, dessen größte Erstreckung in der Ebene der Milchstraße erfolgt. Aufgebaut dachte *Herschel* sich das System aus einer eine verhältnismäßig dünne Schicht bildenden Zahl von Sternhaufen, von teils lockerem, teils dichtem Gefüge, die sich in der Richtung der Milchstraße in unermeßlich große Entfernungen erstreckt. Die Dynamik des Sternsystems konnte erst nach dem sichern Nachweis der Sonnenbewegung durch *Argelander* in den Bereich mathematisch-naturwissenschaftlicher Forschung eintreten. Einen im Mittelpunkt der Bewegung stehenden, möglicherweise dunklen Zentralkörper suchte *Argelander*<sup>461)</sup> in einer zur Richtung der Sonnenbewegung senkrechten, in der Ebene der Milchstraße liegenden Richtung, die auf das Sternbild Perseus zielt. *J. H. Mädler*<sup>462)</sup> nahm eine Zentralsonne in den Plejaden an, weil er glaubte nachweisen zu können, daß die Größe der Eigenbewegung mit dem scheinbaren Abstände von der keine Bewegung zeigenden Gruppe der Plejadensterne gesetzmäßig anwachse. Von *C. A. F. Peters*<sup>463)</sup> und *W. Kowalski*<sup>464)</sup> ward dieser Hypothese der Boden entzogen.

**49. Neuere Theorien.** Das durch die stellarstatistischen Forschungen der Neuzeit wohl endgültig festgestellte Bild des Sternsystems ist in erster Näherung in dem früher ausführlich besprochenen, die durchschnittliche Verteilung der Sterne im Raume wiedergebenden schematischen Sternsystem *Seeligers* gezeichnet. Einen Schritt weiter geht das typische System *Seeligers*, das dem den Bau des Sternsystems beherrschenden Einfluß der Milchstraße Rechnung trägt. *C. V. L. Charliers* (vgl. p. 315) die Sternverteilung an das Wahrscheinlichkeitsgesetz knüpfende Untersuchungen stehen im gleichen Range und führten im wesentlichen zu dem gleichen Ergebnis. In zweiter Näherung wird der Inhalt unserer jetzigen Kenntnis über die räumliche Anordnung und die Bewegungen der Sterne in vollständigster

461) St. Petersburg Mém. prés. 3 (1837).

462) *J. H. Mädler*, Die Centralsonne, Dorpat 1846 (2. Aufl. Mitau 1847); auch Astr. Nachr. 24 (1846), p. 213.

463) Astr. Nachr. 28 (1849), p. 193.

464) Kasan Obs. Recherches 1859, p. 59.

Weise in der von *J. C. Kapteyn*<sup>465</sup>) entworfenen dynamischen Theorie des ganzen Systems niedergelegt. Um die Bedingungen des Gleichgewichts zu ermitteln, denkt er sich das System aus zehn konzentrischen Schalen, deren Oberflächen von Rotationsellipsoidflächen gebildet werden, zusammengesetzt. Die Polarachsen der Ellipsoide sind 5,1 mal kleiner als die Äquatorachsen. Der Gleichgewichtszustand in diesen Schalen erfordert eine Rotation um die Polarachsen. In der Richtung dieser Achsen stehen die Sterne nur unter dem Einfluß der Anziehung aller Massen des Systems, in allen andern Teilen des Systems dagegen unter dem Einfluß der Resultante aus Anziehung und Rotation. Nimmt man an, daß das System sich im dynamischen Gleichgewichtszustand befindet und daß in ihm das *Maxwellsche* Gesetz der Verteilung der Geschwindigkeiten in einer im isothermischen Gleichgewicht befindlichen Gasmasse gilt, so kann man für eine angenommene mittlere Masse der Sterne die Anziehung in jedem Punkte berechnen. Die Dichtigkeitsverteilung in der Richtung der Polarachse führt zu einem durchaus plausiblen Wert der mittleren Masse: 1,4 Sonnenmassen in der äußersten, 2,2 Sonnenmassen in der zweiten Schale. Für die Rotationsgeschwindigkeit führen die Gleichgewichtsbedingungen auf eine langsame Zunahme mit der Entfernung von der Rotationsachse bis etwa 2000 Sternweiten, dann bleibt die Geschwindigkeit nahe konstant, und zwar etwa gleich 19,5 km/sec. Die Beobachtungen lassen eine einfache Rotationsbewegung des Systems nicht erkennen (vgl. p. 332), wohl aber die beiden Strombewegungen parallel zur Ebene der Milchstraße mit einer relativen Geschwindigkeit von 40 km/sec, und diese würden eine ungezwungene Erklärung finden, wenn wir sie als Rotationsbewegungen in entgegengesetzten Richtungen auffaßten. *Kapteyn* setzt hiernach das Zentrum des Sternsystems in eine Entfernung von 650 Sternweiten in der Richtung der galaktischen Länge 77° auf das Sternbild Cassiopeia zu. Die von *Kapteyn* selbst als nicht einwandfrei betrachtete Annahme des *Maxwellschen* Verteilungsgesetzes der Geschwindigkeiten für die Sternwelt ist nach *J. H. Jeans*<sup>466</sup>) nicht erforderlich für die Erklärung der Sternbewegungen. Er erlangt unter alleiniger Voraussetzung eines dynamischen Gleichgewichtszustandes im System bei gegebener Kenntnis der Verteilung der Sterne eine der *Kapteynschen* Lösung ähnliche Lösung der Aufgabe. Die Entfernung des Zentrums des Systems würde 700 Sternweiten sein, die mittlere Sternmasse wäre gleich 2,4 Sonnenmassen und man müßte, wenn die mittlere Masse eines ein-

465) *Astroph. Journ.* 55 (1922), p. 302.

466) *London Astr. Soc. Month. Not.* 82 (1922), p. 122.

zelnem Sterne zu 0,8 Sonnenmassen angenommen wird, jedem leuchtenden Stern zwei dunkle Sterne zuordnen.

Eine dritte Näherung an die tatsächlichen Verhältnisse im Sternsystem hätte auch den mit der galaktischen Länge, also der exzentrischen Lage der Sonne verknüpften Ungleichheiten Rechnung zu tragen. Die Analyse wird hier noch erschwert durch die vermuteten Wolken dunkler das Licht der Sterne absorbierender Materie im Taurus und auf der anderen Seite im Ophiuchus, Scorpius und Sagittarius. *H. Shapley*<sup>467</sup>) betrachtet die Sonne als ein Glied eines besonderen im Sternhaufen des großen Milchstraßensystems eingebetteten und sich durch dasselbe hindurchbewegenden Haufens. Die helleren Sterne vom Typus *B* und *A* gehören diesem Haufen an. Im Haufen stehen auch Sterne aller übrigen Typen; es ist aber schwer zu entscheiden, ob sie dem Haufen direkt angehören oder dem großen Gesamtsystem. In noch weiter reichender Weise hat *A. Pannekoek*<sup>468</sup>) die nähere Umgebung der Sonne aufzulösen versucht. Er nimmt in dem die Sonne bis zu einer Entfernung von 600 bis 1000 Sternweiten umgebenden Raume mehrere kleine und größere Kondensationen von Sternen an. Der größte der Haufen ist der Cygnus-Haufen, der bis in die unmittelbare Umgebung der Sonne reicht. Den Cygnus-Haufen betrachtete schon *C. Easton*<sup>469</sup>) als den Kern einer großen das Milchstraßensystem bildenden mehrarmigen Spirale, deren einer Zweig die Sonne fast umschließt.

Auf einem andern Wege wird ein Verstehen der scheinbaren Bewegungen im Fixsternsystem von *S. Oppenheim* versucht. Geht man aus von der Vorstellung eines mechanischen Systems, in dem eine Zentralkraft die Bewegungen bestimmt, so ist man berechtigt, in den scheinbaren von der Sonne aus gesehenen Bewegungen der Sterne ähnliche Verhältnisse anzunehmen wie in den geozentrischen Bewegungen der Planeten. Der mit Hilfe von Entwicklungen der scheinbaren Eigenbewegungen und der Radialbewegungen nach Kugelfunktionen durchgeführte Vergleich<sup>470</sup>), für den sich besonders die *B*-Sterne eignen wegen ihrer den Verhältnissen bei den Planeten analogen Verteilung über einen Gürtel parallel zur Milchstraße, fordert einen in der Richtung  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\delta = +34^\circ$ , im Sternbild Andromeda, liegenden Bewegungsmittelpunkt. Der Pol der Bahnebene der Sternbe-

467) Nature 110 (1922), p. 545, 578.

468) Amsterdam Astr. Inst. Publ. 1 (1924).

469) Astroph. Journ. 12 (1900), p. 136; 37 (1913), p. 105 (mit erläuternder Karte).

470) Wien Denkschr. 87 (1911), p. 297; 92 (1915), p. 227; 93 (1916), p. 307; 97 (1919), p. 269.

wegungen liegt in  $\alpha = 145^\circ, \delta = +38^\circ$ , also etwa  $40^\circ$  vom Pole der Milchstraße entfernt. Die Bewegung der Sonne ist gerichtet auf den Punkt  $\alpha = 266^\circ, \delta = +32^\circ$ . Die Gleichung dritten Grades, auf die man bei der Bestimmung der Vorzugsrichtungen der Sternbewegungen geführt wird, bestimmt ein Ellipsoid, dessen Hauptachse auf den Apex der Sonnenbewegung zielt, in völliger Analogie mit dem Resultate der gleichen Rechnung, angewandt auf die scheinbaren Bewegungen der Planeten. Hinsichtlich der beiden andern Achsen aber kommt eine Zweiteilung des Materials zum Ausdruck. Bei den galaktischen Sternen kann die kleinste Achse, bei den außergalaktischen dagegen die mittlere Achse als die zur Bahnebene der Bewegungen senkrechte Richtung gedeutet werden. Berechnet man im Sinne der zugrunde liegenden Hypothese der gleichartigen Deutung der Sternbewegungen und der Planetenbewegungen die den mittleren Bewegungen entsprechenden Entfernungen bei den Sternen mit positiver und denen mit negativer Bewegung in Rektaszension, so entspricht das Resultat nur bei den galaktischen Sternen der als Folge der Stellung in Konjunktion und in Opposition zu erwartenden Differenz. Die Zweiteilung des Sternsystems kommt auch zum Vorschein, wenn man das die Verteilung der Sternbewegungen darstellende Ellipsoid berechnet. Bei ihm zielt die kleinste Achse sowohl bei den galaktischen wie auch bei den außergalaktischen Sternen auf den Vertex. In die Richtung nach dem Pole der Milchstraße aber fällt bei den galaktischen Sternen die größte, bei den außergalaktischen die mittlere Achse. Auch aus der Sternverteilung selbst folgen zwei um  $90^\circ$  um die kleinste, auf den Pol der Milchstraße zielende Achse gedrehte Ellipsoide. Diese Verhältnisse werden vielleicht verständlich dadurch, daß die Sternverteilung, für die die Milchstraße Hauptebene ist, und die gesetzmäßige Bewegung in einer *anderen* Bahnebene in die Rechnung als bestimmend eingehen. Von diesem Gesichtspunkte aus würde die Vertexrichtung als die Projektion der Richtung nach dem Zentrum des Ellipsoids aus den Bewegungen zu deuten sein. Zu einer klaren, eindeutigen Antwort hat der Versuch noch nicht geführt.

**50. Kinematik des Sternsystems.** Eine Anwendung der klassischen Methoden der Himmelsmechanik auf das Problem der Bewegungen im Fixsternsystem ist unausführbar wegen Mangels der notwendigen Grundlagen. Man hat aber versucht durch die Methoden der statistischen Mechanik zum Verständnis der Gesetze der Sternbewegungen vorzudringen. Da die kinetische Theorie der Gase von andern Grundgesetzen ausgeht als dem *Newtonschen* Gravitationsgesetze, muß sie für eine Übertragung der grundlegenden Anschauungen der *Maxwell-*

schen Theorie auf das Sternsystem entsprechend umgestaltet werden. Die fundamentale Gleichung des Problems, die die Abhängigkeit der Sternzahl von den im System vor sich gehenden Zustandsänderungen und Bewegungen ausdrückt, lautet

$$(66) \quad \frac{dF}{dt} = \nabla(f_1) + \square(f_1),$$

wobei  $F$  eine Funktion der Zeit, der Koordinaten und der Geschwindigkeiten ist,  $\nabla$  die die Häufigkeit des Eintritts von nahen Vorübergehungen bestimmende Funktion bezeichnet und  $\square$  die gleiche Bedeutung für Zusammenstöße hat. *C. V. L. Charlier*<sup>471)</sup> behandelt die Aufgabe unter der Annahme, daß  $F$  eine normale Häufigkeitsfunktion sei. Die Bahnen, die die Sterne beschreiben, werden bedingt durch die Anziehung der Gesamtmasse des Systems. Eine Reihe von Vorgängen im System erfolgt dagegen nach den einfachen Gesetzen der dynamischen Theorie der Gase, oder es gelten für sie diese Gesetze doch in erster Annäherung. Um sie zahlenmäßig auszudrücken, legen *Charlier*<sup>472)</sup> und *J. Lense*<sup>473)</sup> eine von *H. Poincaré*<sup>474)</sup> entwickelte Vorstellung über die Verteilung der Massen im Sternsystem zugrunde. Ausgehend von der Annahme durchschnittlicher Gleichheit der Sternmassen mit der Masse der Sonne denkt er sich diese über den Raum einer Kugel, deren Radius dem kleinsten Abstände zweier Sterne  $10^6$  astronomische Einheiten (A. E.) = 4,85 Sternweiten gleich ist, verteilt und setzt die Zahl der Sterne gleich  $10^9$ , den Radius des sphärisch vorausgesetzten Weltalls gleich  $10^9$  A. E. Man erhält dann bei Zugrundelegung der von *W. Gyllenberg*<sup>475)</sup> aus den Radialbewegungen abgeleiteten mittleren totalen Sterngeschwindigkeit von 27,39 km/sec:

Mittlerer Abstand zweier Sterne: 1611 000 A. E.  
= 7,81 Sternweiten.

Sterndichte: 0,00210 Sterne in der  
Kubiksternweite.

Zahl der Zusammenstöße eines einzelnen Sterns  
=  $5,32 \cdot 10^{-22}$  im Jahr.

Mittlere freie Weglänge  
=  $5,27 \cdot 10^{16}$  Sternweiten.

Mittlere Wegzeit  
=  $1,88 \cdot 10^{21}$  Jahre.

Umlaufzeit in der Bahn  
=  $10^9$  Jahre.

471) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 16 (1917).

472) Ark. Mat. Astr. Fys. 10, Nr. 29 (1915).

473) Astr. Nachr. 207 (1918), p. 161.

474) *H. Poincaré*, Leçons sur les hypothèses cosmogoniques, Paris 1913, p. 259.

475) Lund Obs. Meddel. (2) Nr. 13 (1915), p. 30.

Zahl der Zusammenstöße im ganzen System	= $5,32 \cdot 10^{-13}$ im Jahr.
Mittlere freie Weglänge allgemein	= 44,0 Sternweiten.
Mittlere Wegzeit allgemein	= $1,57 \cdot 10^6$ Jahre.

Mit einem Radius der Wirkungssphäre gleich  $\frac{1}{5}$  des mittleren Sternabstandes nach *Lense*, findet sich noch

Zahl der Durchgänge durch die Wirkungssphäre eines Sternes	= $6,38 \cdot 10^{-7}$ im Jahr.
--	---------------------------------

Es sind das Zahlen und Größen, die gegenüber den für das Gesamtsternsystem anzunehmenden klein genug sind, um die Anwendbarkeit der statistischen Gesetze für berechtigt halten zu dürfen. Für die zur Erreichung des inneren Ausgleichs im System, der die gleiche mittlere Geschwindigkeit aller Sterne bedingt, erforderliche Zeit, die Relaxationszeit nach *Maxwell*, findet *Charlier*  $3,583 \cdot 10^{16}$  Jahre. *J. H. Jeans*<sup>476</sup>) war auf einem die gleichen Gesichtspunkte verfolgenden, aber von etwas anderen Annahmen über die Sternabstände und Sterngeschwindigkeiten ausgehenden Wege, zu einer Relaxationszeit von der Ordnung von  $10^{14}$  Jahren gelangt.

Läßt man die Zusammenstöße beiseite, so ist die Sternzahl nur abhängig von der Sternverteilung und den Geschwindigkeiten. Die fundamentale Gleichung wird also:

$$(67) \quad \frac{dF}{dt} = 0.$$

Befindet das System sich im Gleichgewicht, so erfolgen die Bewegungen unter dem alleinigen Einfluß der Gesamtanziehung des Systems und es ist auch

$$(68) \quad \frac{\partial F}{\partial t} = 0.$$

Die Integration der Bewegungsgleichungen in einem Systeme, in dem die Sterne symmetrisch um eine Achse angeordnet sind, führt in diesem Falle nach *Charlier*<sup>477</sup>) zu der Folgerung, daß die Geschwindigkeitsfläche ein Rotationsellipsoid sein muß, dessen Achse senkrecht zur Richtung nach dem Zentrum des Systems steht. Da die nach der *Schwarzschild'schen* Theorie aus den Beobachtungen abgeleitete Geschwindigkeitsfläche in der Tat dieser Folgerung entspricht, wäre das Zentrum des Sternsystems in einer vom Vertex um  $90^\circ$  abstehenden Richtung in der Milchstraße zu suchen. Zu dem gleichen, für die dynamische Theorie des Sternsystems wichtigen Resultat gelangt auch

476) London Astr. Soc. Month. Not. 74 (1913), p. 109.

477) Ark. Mat. Astr. Fys. 12, Nr. 21 (1917).



*J. H. Jeans*<sup>478</sup>), indem er die Bedingungen sucht, denen das Gravitationspotential  $\Omega$  genügen muß, wenn bei einem gegebenen Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung die Gleichung (67) erfüllt sein, also ein stabiler Zustand des Systems erreicht sein soll. Wenn nur das Energieintegral

$$(69) \quad \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) - \Omega = \text{const.}$$

existiert, so muß die Funktion  $F$  die Form haben

$$F = \varphi\left[\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2 - 2\Omega)\right].$$

Das würde aber eine sphärische Geschwindigkeitsverteilung fordern, die unserm Sternsystem bestimmt nicht innewohnt. Sternströme oder eine elliptische Geschwindigkeitsverteilung können nur auftreten, wenn neben dem Energieintegral noch andere von der Zeit unabhängige Integrale existieren. Setzt man die Geschwindigkeitsverteilung als gegeben durch einen Ausdruck zweiten Grades voraus, so treten in demselben 15 Konstanten auf, über die man verfügen kann. Macht man keine speziellen Annahmen über die Form von  $\Omega$ , so kann man nur durch eine sphärische Geschwindigkeitsverteilung die Bedingungsgleichung erfüllen. Reduziert sich dagegen das Gravitationspotential auf eine Funktion zweiten Grades, so ist ein dreiachsiges Geschwindigkeitsellipsoid nur möglich, wenn die Flächen gleichen Potentials Kugeloberflächen sind. Bei einer sphäroidischen Gestalt des Sternsystems, die allein mit den Beobachtungen vereinbar ist, muß die Geschwindigkeitsfläche ein Rotationsellipsoid sein, dessen Äquatorebene eine Meridianebene des Universums ist.

Diese Forderung widerspricht einer zuerst von *O. Stumpe*<sup>479</sup>) in Betracht gezogenen, später von *H. H. Turner*<sup>480</sup>) eingehender behandelten, von *A. S. Eddington*<sup>481</sup>) zum Aufbau einer Theorie eines Sternsystems verwandten Hypothese, nach der die Bewegungen der Sterne in Schwingungen in langgestreckten fast geradlinigen durch den Schwerpunkt des Sternsystems hindurchgehenden Bahnen bestehen sollten, die also das Zentrum in der Vorzugsrichtung der Bewegungen voraussetzt. Diese Hypothese erscheint demnach als unvereinbar mit den in unserm Sternsystem beobachteten Verhältnissen.

Unter Voraussetzung eines ellipsoidischen Verteilungsgesetzes der Geschwindigkeiten leitet *Eddington*<sup>482</sup>) aus den drei Bedingungslei-

478) London Astr. Soc. Month. Not. 76 (1915), p. 70.

479) Astr. Nachr. 140 (1896), p. 188.

480) London Astr. Soc. Month. Not. 72 (1912), p. 387.

481) London Astr. Soc. Month. Not. 75 (1915), p. 366.

482) London Astr. Soc. Month. Not. 76 (1915), p. 37.

chungen der Bewegung in einem Gravitationsfelde mit Hilfe der Gleichung (67) zwölf Differentialgleichungen zwischen den Koordinaten, den Geschwindigkeiten, den Achsen des Geschwindigkeitsellipsoids und der Sterndichte ab. Neun der Gleichungen enthalten weder die Dichte noch auch die das Gravitationsfeld bestimmende Funktion und sie bestimmen die Geschwindigkeitsflächen im stabilen Zustande des Systems als konfokale Flächen zweiten Grades. Eine Achse der Geschwindigkeitsellipsoide muß, wenn das System eine Symmetrieebene hat, zu dieser Ebene senkrecht stehen. Finden die Bewegungen nur statt unter der Wirkung der Massen des Systems selbst, so ist, auch wenn eine Rotation des Systems hinzukommt, nur eine sphärische Dichtigkeitsverteilung möglich. Eine ellipsoidische Verteilung der Dichte ergibt sich aber, wenn man annimmt, daß die Bewegungen in dem System erfolgen unter dem Einflusse einer kugelförmig angeordneten Masse von gleichförmiger Dichte, eine Annahme, die in unserm Sternsysteme etwa erfüllt wäre, wenn das abgeplattete System der Sterne der früheren Typen beherrscht würde durch das nahe kugelförmige System der späteren Typen. Die Verbindung verlängerter Rotationsellipsoide, deren größte Achse in der Milchstraßenebene liegt, als Geschwindigkeitsflächen mit einer Rotation des Systems gibt theoretisch die beste Grundlage für ein den beobachteten Verhältnissen entsprechendes System.

---

(Abgeschlossen im Juli 1924.)