

# Hochfrequenzmeßtechnik

von

Dr.-Ing. August Hund

# Hochfrequenzmeßtechnik

Ihre wissenschaftlichen und praktischen  
Grundlagen

Von

**Dr.-Ing. August Hund**

Beratender Ingenieur

Mit 150 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 192

ISBN 978-3-662-35747-7      ISBN 978-3-662-36577-9 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-36577-9

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1922 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg  
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1922  
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1922

## Vorwort.

Die vorliegende Abhandlung hat den Zweck, dem Schüler der Hochfrequenztechnik sowohl als dem in der Praxis stehenden Ingenieur und Physiker brauchbare Meßmethoden zu unterbreiten.

Im Gegensatz zur Niederfrequenztechnik ist es in der Hochfrequenztechnik kaum möglich, immer einfache Schaltungen anzugeben und selbst dann nicht, wenn Sinuswellen vorliegen. Die induktiven und kapazitiven Störungen sowohl als die Potential- und Stromverteilungen längs eines Leiters können die Ursache dafür sein. Da eine genaue Kenntnis der Einzelapparate notwendig ist, sind deren Wirkungsweise und Handhabung ausführlich behandelt. Abbildungen technischer Ausführungen sind nicht beigegeben, da ja Konstruktionen oft geändert werden und auch bei den einzelnen Firmen die verschiedensten Formen erhalten. Dasselbe gilt für die meisten technischen Namen von gewissen Apparaten. Die Namen „Kenotron und Pliotron“ wurden nur dann angewendet, wenn Zwei-Element- beziehungsweise Drei-Elementröhren mit einem hochgradigen Vakuum gemeint sind. Der Name „Dynatron“ bezieht sich auf einen Apparat, welcher auch sekundäre Elektronen erzeugt. Da die Einführung von brauchbaren Generatoren für ungedämpfte Schwingungen und besonders diejenige des Röhrenoszillators die Meßtechnik bedeutend vereinfacht haben, so sind die Apparate dieser Art besonders berücksichtigt. Manche der ursprünglichen Dekrementmethoden können jetzt durch rascher arbeitende Verfahren ersetzt werden, wie die Beziehungen zwischen Leistungsfaktor, Dekrement und Abstimmungsschärfe erkennen lassen.

In die Abbildungen sind in vielen Fällen Strom- oder Spannungsverlauf und die notwendigen Erklärungen aufgenommen. Dies gestattet ein rasches Studium des Ablaufs eines Vorganges.

Die praktisch brauchbaren Formeln sind besonders hervorgehoben und mit den richtigen Dimensionen versehen, während die Ableitungen in den Beschreibungen sowie die Anwendungen des verallgemeinerten symbolischen Verfahrens und die Aufstellung von Formeln der Charakteristiken am Ende des Buches für diejenigen Leser angegeben

sind, welche die Entstehung der Gesetze näher zu studieren wünschen. Eine mathematische Grundlage ist deshalb nur für diejenigen vorausgesetzt, welche ein eingehenderes Studium vorziehen. — Das Kapitel über die Wirkung eines negativen Widerstandes ist darum angegliedert, weil auf ihr sowohl manche der bereits verwendeten als auch der in Ausarbeitung stehenden Schwingungserzeuger beruhen.

Zum Schlusse ist es mir eine angenehme Pflicht, der Verlagsbuchhandlung Julius Springer auch an dieser Stelle meine Erkenntlichkeit für das große Entgegenkommen bei der Drucklegung dieses Werkes auszudrücken. — Meiner lieben Frau, Anna Petersen-Hund, möchte ich ganz besonders danken, da sie in bereitwilligster Weise mich bei der Durchlesung des Textes und der Prüfung der zahlreichen Formeln unterstützt hat.

Berkeley (Kalifornien), im Juli 1922.

**August Hund.**

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Hochfrequenzgeneratoren . . . . .	1
1. Gedämpfte und kontinuierliche Wellen. S. 1. — 2. Die gewöhnliche Funkenerregung. S. 1. — 3. Die Stoßerregung. S. 5. — 4. Ferromagnetische Generatoren. S. 8. — Stillstehende Schwingungserzeuger für ungedämpfte Wellen. S. 13. — 5. Lichtbogengeneratoren. S. 13. — 6. Die gewöhnliche Drei-Elementelektronenröhre als Schwingungserzeuger. S. 16. — 7. Die Drei-Elementröhre mit sekundären Elektronen als Schwingungserzeuger. S. 28.	
II. Spannungs- und Stromwechsler . . . . .	30
8. Spannungswechsler. S. 30. — 9. Teslas Transformator für die Erzeugung von Hochspannungen mittels gedämpfter Wellen. S. 30. — 10. Alexandersons Resonanztransformator für die Erzeugung von hochgespannten Sinuswellen. S. 30. — 11. Der Resonanztransformator, welcher mit einer Sinuskraft erregt ist und gedämpfte Wellen zu erzeugen hat. S. 32. — 12. Stromwechsler. S. 32.	
III. Die Phasenwechsler . . . . .	33
13. Anordnungen für gedämpfte und ungedämpfte Wellen. S. 33.	
IV. Die Frequenzwechsler . . . . .	35
14. Arbeitsweise der verschiedenen praktischen Frequenzwechsler. S. 35. — 15. Dreifache Periodenzahl von einem Wechselstromlichtbogen (Zenneck). S. 36. — 16. Zweifache Periodenzahl mittels unsymmetrischer Magnetisierung (Arco). S. 36. — 17. Dreifache Periodenzahl mittels Transformatoren, welche verschiedenartig gesättigt sind (Epstein-Joly). S. 37. — 18. Zweifache Periodenzahl mittels gleichgerichteter Wellenhälften (Alexanderson, Zenneck, Hund). S. 38. — 19. Sechsfache Periodenzahl mittels zweier Vollwegketotrons unter Verwendung der Temperatur- und Raumlade-wirkung (Hund). S. 39.	
V. Die Gleichrichtung von Strömen . . . . .	39
20. Definition und Gruppierung von Gleichrichtern. S. 39. — 21. Formfaktor, Scheitelfaktor und Nutzstrom eines gleichgerichteten Stromes. S. 42. — 22. Anwendungen und Schaltungen. S. 47. — 23. Der Quecksilbergeleichrichter. S. 48. — 24. Die gewöhnlichen Glühkathodengleichrichter (Zwei-Elementröhre). S. 48. — 25. Die Drei- und Mehr-Elementgleichrichter. S. 54. — 26. Der Tungargleichrichter. S. 57. — 27. Kontakt- und elektrolytische Gleichrichter. S. 59. — 28. Wichtige Schaltungen im besonderen für die Wechselstromerregung von Elektronenröhren. S. 60.	

	Seite
VI. Strom-, Spannungs- und Energieverstärker . . . . .	64
29. Definition und Einteilung von praktischen Verstärkern. S. 64. —	
30. Der magnetische Verstärker. S. 65. — 31. Wirkungsweise	
und Theorie des gewöhnlichen Glühkathodenverstärkers (Kathode-	
Gitter-Anode). S. 68. — 32. Systeme, welche vergrößerte Ver-	
stärkung durch Wiedererzeugung hervorrufen. S. 79. — 33. Zwei-	
fache Steuerung für die Verstärkung der hörbaren und Hoch-	
frequenzkomponente. S. 86. — 34. Der Dynatronverstärker und der	
Pliodynatron. S. 86. — 35. Der Plotron und Dynatron in Parallel-	
schaltung als Verstärker. S. 87. — 36. Der Hörempfänger mit star-	
ken permanenten Magneten als Verstärker. S. 88.	
VII. Die Kathodenstrahlröhre als Hochfrequenzoszillograph . . . . .	88
37. Die Braunsche Röhre. S. 88. — 38. Konstruktion von Kathoden-	
strahlenoszillographen. S. 89. — 39. Arbeitsweise von Kathodenstrahl-	
röhren. S. 90. — 40. Anwendungen mit besonderem Bezug auf die Deu-	
tung und Entwicklung von geschlossenen Kathodenfleckfiguren. S. 92.	
VIII. Differentialsysteme . . . . .	97
41. Die einfache und die differentialkalorimetrische Anordnung.	
S. 97. — 42. Der Differentialtransformator, welcher zur Bestimmung	
von Widerstand, Selbstinduktion, gegenseitiger Induktion, Kapa-	
zität, Kopplung, Phasenverschiebung und von Leistung benutzt	
werden kann. S. 98.	
IX. Apparate und Systeme für die Messung von Hochfrequenz-	
strömen . . . . .	100
43. Allgemeine Gesichtspunkte. S. 100. — 44. Aperiodische und	
oszillatorische Detektorschaltungen für die Wahrnehmung von sehr	
kleinen Stromstärken. S. 100. — 45. Glühkathodenröhren zum	
Nachweis von kleinen Strömen. S. 101. — 46. Bolometeranord-	
nung zum Nachweis kleiner Hochfrequenzströme. S. 103. —	
47. Einfache Thermokreuzanordnungen und das Thermogalvanometer.	
S. 104. — 48. Die Thermokreuzbrücke als Stromanzeiger. S. 105. —	
49. Eichung eines Thermokreuzsystems. S. 105. — 50. Eichung eines	
Bolometersystems. S. 106. — 51. Eichung von Hitzdrahtinstrumenten.	
S. 106. — 52. Das Wirbelstromgalvanometer für die Messung von	
kleinen Schwingungsströmen. S. 108. — 53. Das Kurzschlußring-	
galvanometer für die Messung von kleinen Schwingungsströmen und	
Phasenverschiebungen. S. 108. — 54. Die Messung von Telephon-	
strömen und die Empfindlichkeit von Hörempfängern. S. 108. —	
55. Das Helmholtzsche Pendel für die Aufnahme von Kondensator-	
entladungen (Stromkurven). S. 110.	
X. Spannungsmessung . . . . .	112
56. Allgemeine Gesichtspunkte. S. 112. — 57. Die elektrostatische	
Spannungsteilermethode. S. 112. — 58. Das Elektrometer. S. 113. —	
59. Das Funkenstreckenvoltmeter. S. 113. — 60. Die Drei-Element-	
Vakuumröhre für die Messung von Maximalamplituden von Span-	
nungswellen. S. 114. — 61. Bestimmung der Klemmenspannung eines	
Thermokreuzes für eine bestimmte Erregung. S. 117.	

	Seite
XI. Bestimmung der Wellenlänge, Periodenzahl und Periodendauer . . . . .	118
62. Wellenlänge und Lichtgeschwindigkeit, Wellenmesser. S. 118. —	
63. Die Eichung eines Wellenmessers. S. 121. — 64. Die Methode von Feddersen. S. 123. — 65. Gehrkes Glimmlichtoszillograph. S. 124.	
XII. Bestimmung der Wellengruppenfrequenz und der brauchbaren Schwingungen per Wellenzug . . . . .	127
66. Funkenentladung und Wellengruppenfrequenz. S. 127. — 67. Die Methode mittels des Helmholtzschen Pendels. S. 128. — 68. Die stroboskopischen Methoden. S. 128. — 69. Die stroboskopische Methode für die Bestimmungen von Mehrfachentladungen und der Regelmäßigkeit derselben. S. 128. — 70. Die Dekrementsmethode für die Bestimmung der brauchbaren Vollschwingungen (hin und her) in einem Wellenzuge. S. 129.	
XIII. Bestimmung der Kapazität . . . . .	130
71. Absolute und praktische Einheiten der Kapazität, Formeln. S. 130. — 72. Die Differentialmethode. S. 131. — 73. Die Substitutionsmethode. S. 132. — 74. Die harmonische Methode. S. 132. — 75. Die Resonanzmethode. S. 133. — 76. Die Bestimmung mittels einer verhältnismäßig kleinen Kapazitätsnormale. S. 133. — 77. Die Bestimmung mittels einer verhältnismäßig großen Kapazitätsnormale. S. 134. — 78. Die Bestimmung der wirksamen Kapazität eines Raumkondensators. S. 134. — 79. Bestimmung der statischen Kapazität eines Luftkondensators. S. 135. — Die Bestimmung von Spulenkapazitäten. S. 136. — 80. Die analytische Methode. S. 136. — 81. Die graphische Methode. S. 136. — 82. Die dielektrische Methode. S. 137. — 83. Die harmonische Methode. S. 137. — 84. Die Bestimmung der Kapazität eines Isolators. S. 137.	
XIV. Die Bestimmung des Koeffizienten der Selbstinduktion .	138
85. Absolute und praktische Einheiten von Selbstinduktionen und Formeln. S. 138. — 86. Die Differentialmethode. S. 140. — 87. Die harmonische Methode. S. 140. — 88. Die gewöhnliche Resonanzmethode. S. 141.	
XV. Bestimmung der Koeffizienten der gegenseitigen Induktion und der Kopplung . . . . .	141
89. Kopplungskoeffizient und gegenseitige Induktion. S. 141. — 90. Die einfache Differentialmethode. S. 141. — 91. Die konstante Kapazitätsmethode. S. 142. — 92. Die konstante Wellenlängenmethode. S. 143. — 93. Bestimmung der Koeffizienten $\alpha$ und $M$ zwischen einem gewöhnlichen Funkenerreger und einem Resonator. S. 144.	
XVI. Bestimmung des wirksamen Widerstandes . . . . .	145
94. Begriff des wirksamen Widerstandes. S. 145. — 95. Methode mittels Sinusschwingungen. S. 145. — 96. Die Reaktionsmethode. S. 146. — 97. Die gedämpfte Wellenmethode. S. 146. — Die Differentialmethoden für die Bestimmung der Widerstandserhöhung. S. 147. — 98. Mittels des Differentialtransformators. S. 147. — 99. Mittels des	



	Differentialkalorimeters. S. 148. — 100. Die Substitutionsmethode. S. 148. — 101. Die Differentialmethode zur Ermittlung der Widerstandserhöhung durch einen Eisenkern. S. 149. — Die Bestimmung des wirksamen Verlustwiderstandes eines unvollkommenen Kondensators. S. 149. — 102. Die Differentialmethode. S. 149. — 103. Die Substitutionsmethode. S. 150. — 104. Bestimmung des inneren Widerstandes eines Thermoelementes. S. 150.	
XVII.	Die Messung von Hochfrequenzleistungen . . . . .	150
	105. Allgemeine Gesichtspunkte. S. 150. — 106. Die Braunsche Röhre als Leistungsmesser. S. 151. — 107. Die Thermokreuzbrücke als Leistungsmesser. S. 152. — 108. Differentialtransformator als Hochfrequenzwattmeter. S. 153. — Bestimmung dielektrischer Verluste. S. 153. — 109. Für den Fall von ungedämpften (Sinus-) Wellen. S. 153. — 110. Für den Fall von gedämpften Wellen. S. 156.	
XVIII.	Bestimmung des Dekrements, des Leistungsfaktors, der Phasenverschiebung und der Resonanzschärfe . . . . .	157
	111. Begriff des logarithmischen Dekrements und Formeln für dasselbe. S. 157. — 112. Der Röhrenschwingungserzeuger für die Bestimmung des logarithmischen Dekrements eines Resonators. S. 158. — 113. Die Bestimmung des Dekrements und des Leistungsfaktors eines Wellenmessers. S. 159. — 114. Die Methode mit gedämpften Wellen. S. 159. — 115. Die Thermokreuzbrückenmethode. S. 160. — 116. Die Dreithermokreuzmethode. S. 161. — 117. Die maximale und effektive Spannungsmethode. S. 161. — 118. Die Bestimmung der Dekremente von überlagerten Wellen. S. 161. — 119. Die Differentialmethode für die Bestimmung des Dekrements von Einzelapparaten. S. 162. — 120. Die Substitutionsmethode. S. 162. — 121. Die Braunsche Röhre als Leistungsfaktormesser. S. 163. — 122. Bestimmung des Leistungsfaktors eines Resonators mittels eines Röhrenschwingungserzeugers. S. 164. — 123. Die Bestimmung der Resonanzschärfe. S. 164. — 124. Die Thermokreuzbrücke als Phasenmesser. S. 164.	
XIX.	Messungen an Lichtbogengeneratoren . . . . .	165
	125. Stroboskopische Methode für das Studium von Lichtbogenschwingungen. S. 165. — 126. Studium von Schwingungen mittels der Braunschen Röhre. S. 166. — 127. Aufnahme der dynamischen Lichtbogencharakteristik (Bogenhysteresis). S. 166. — 128. Aufnahme der zyklischen Lichtbogencharakteristik. S. 167. — 129. Bestimmung des Wirkungsgrades von Lichtbogenschwingungen. S. 168.	
XX.	Ferromagnetische Untersuchungen . . . . .	168
	130. Allgemeine Gesichtspunkte. S. 168. — 131. Aufnahme der Hysteresisschleife. S. 169. — Die Bestimmung der Eisenverluste. S. 170. — 132. Die Substitutionsmethode. S. 170. — 133. Die Differentialmethode. S. 170. — 134. Bestimmung des Leistungsfaktors einer Spule mit Eisen. S. 171. — Bestimmung der magnetischen Kraftliniendichte und Permeabilität. S. 173. — 135. Die Substitutionsmethode. S. 173. — 136. Die Voltmetermethode. S. 174. — 137. Die Voltamperemetermethode. S. 176. — 138. Die Bestimmung des Magnetisierungs- und des Leistungsstromes einer Spule mit Eisenkern. S. 176.	

	Seite
<b>XXI. Vakuumröhrenmessungen . . . . .</b>	<b>177</b>
139. Allgemeine Gesichtspunkte. S. 177. — 140. Bestimmung des Formfaktors und der Gleichrichterwirkung einer Glühkathodenröhre. S. 177. — 141. Bestimmung des Wirkungsgrades eines Glühkathodengleichrichters. S. 177. — 142. Die Aufnahme der statischen und dynamischen Charakteristiken einer Drei-Elementröhre (Glühkathode-Gitter-kalte Anode). S. 178. — 143. Die Aufnahme der Charakteristik einer Drei-Elementröhre mit perforierter Anode (Dynatron). S. 179. — 144. Bestimmung des statischen (Gleichstrom) und des dynamischen (veränderlicher Strom) inneren Widerstandes einer Vakuumröhre. S. 179. — 145. Bestimmung des statischen und dynamischen Verstärkungsfaktors bzw. des Durchgriffes einer Drei-Elementröhre. S. 180. — 146. Bestimmung des Stromverstärkungsfaktors und der Spannungsverstärkung einer Drei-Elementröhre. S. 181. — 147. Bestimmung der Güte einer Verstärkerröhre (Barkhausen). S. 182. — 148. Bestimmung der gegenseitigen Leitfähigkeit einer Röhre. S. 182. — 149. Bestimmung der wirksamen Impedanz von Verstärkungs- transformatoren. S. 183.	
<b>XXII. Antennenuntersuchungen . . . . .</b>	<b>184</b>
150. Unterschied zwischen statischen und richtigen wirksamen Antennenkonstanten. S. 184. — 151. Die geometrische Annäherungsmethode für die Bestimmung der statischen Antennenkapazität. S. 186. — 152. Die graphische Annäherungsmethode für die Bestimmung der statischen Antennenkapazität und Induktivität. S. 186. — 153. Anwendung der Methode. S. 190. — 154. Analytische Methode zur Bestimmung der statischen Antennenkonstanten. S. 191. — 155. Zuverlässige Methode für die Bestimmung der statischen und richtigen wirksamen Antennenkonstanten. S. 192. — 156. Annäherungsmethoden für die Bestimmung der statischen Antennenkonstanten. S. 193. — 157. Studium der Wirkung der Antennenbelastung. S. 195. — Vergleichsmethoden für die Messung der wirksamen Kapazität. Selbstinduktion und des Antennenwiderstandes. S. 196. — 158. Die Differentialmethode. S. 196. — 159. Künstliche Antennenmethode. S. 196. — 160. Bestimmung der wirksamen Belastungselbstinduktion einer Antenne. S. 197. — 161. Widerstandsmethoden für die Bestimmung des wirksamen Antennenwiderstandes. S. 198. — 162. Annäherungsmethode für die Bestimmung von Strahlungs-Jouleschem und Erdwiderstand eines Strahlungssystems. S. 199. — Methoden für die Bestimmung des wirksamen Antennendekrements und des Leistungsfaktors. S. 200. — 163. Erste Methode. S. 200. — 164. Zweite Methode. S. 201. — 165. Dritte Methode. S. 201. — 166. Bestimmung der wirksamen Antennenimpedanz. S. 201. — 167. Bestimmung der Antennenenergie. S. 201. — 168. Bestimmung der maximalen Ausgangsspannung und maximalen Stromstärke für gedämpfte Antennenwellen. S. 202. — 169. Annäherungsmethode für die Vorausbestimmung der wirksamen Empfangsstromstärke. S. 203. — 170. Bestimmung der wirksamen Antennenhöhe. S. 205. — 171. Die Erfahrungsformeln von Meißner für die ungefähre Schätzung der Eigenwellenlänge von technischen Antennen. S. 208.	

	Seite
XXIII. Verschiedene Meßmethoden . . . . .	209
172. Bestimmung des Wirkungsgrades und der Gleichrichtungsfähigkeit eines Gleichrichters. S. 209. — 173. Feststellung der Gleichrichtungsfähigkeit eines belasteten elektrischen Ventils. S. 209. — 174. Methode zur Ermittlung von Isolierwiderständen. S. 210. — 175. Bestimmung des Frequenzfaktors und der Dielektrizitätskonstante eines unvollkommenen Kondensators. S. 211. — 176. Bestimmung der scheinbaren Selbstinduktion und des scheinbaren Widerstandes eines belasteten Transformators. S. 211. — 177. Studium von Schwingungen bei Stoßerregung. S. 212.	
XXIV. Elektromotorische Kräfte in Systemen, die negativen Widerstand besitzen . . . . .	213
178. Negative Widerstandsreaktion und Schwingungserzeugung. S. 213. — 179. Definition und Eigenschaften eines negativen Widerstandes. S. 213. — 180. Stabilität von Systemen, welche sowohl positiven wie negativen Widerstand besitzen. S. 215. — 181. Spannungswechsler in Gleichstromsystemen. S. 218. — 182. Stromwechsler in Gleichstromsystemen. S. 220. — 183. Die Beschleunigung von Einschaltströmen. S. 222. — 184. Negativer Widerstand als Stimulus von Schwingungen. S. 223.	
XXV Das verallgemeinerte symbolische Verfahren für freie und aufgezwungene Spannungen . . . . .	231
185. Verallgemeinerte, komplexe, hyperbolische und Kreiswinkelgeschwindigkeiten. S. 231. — Verallgemeinertes Ohmsches Gesetz, Heavisidescher Operator und Impedanzoperatoren, welche für freie und aufgedrückte Spannungen gelten. S. 234. — 186. Für sich selbst überlassene Entladungen. S. 234. — 187. Für eine konstante aufgedrückte Spannung $V$ eines Stromzweiges. S. 236. — 188. Für eine veränderliche aufgedrückte Spannung eines Stromzweiges. S. 237. — 189. Symbolische Behandlung von komplexen, rein hyperbolischen und rein kreisförmigen Winkelgeschwindigkeiten. S. 238. — 190. Bismbolische Gleichungen. S. 239. — Anwendungen. S. 241. — 191. Verallgemeinerte Impedanzen und Impedanzoperatoren. S. 241. — 192. Verallgemeinerte Admittanzen und Admittanzoperatoren. S. 243. — 193. Reine hyperbolische Systeme. S. 247. — 194. Verallgemeinerte hyperbolische Systeme. S. 248. — 195. Ein vollkommener Kondensator mit der Kapazität $C$ entladet sich ungehindert durch eine Spule ( $r, L$ ). S. 248. — 196. Ein unvollkommener Kondensator entladet seine Energie ungehindert durch eine Spule. S. 249. — 197. Ableitung für den Effektivwert eines Entladestroms. S. 251. — 198. Zahlenbeispiel einer Kondensatorentladung. S. 254. — 199. Sich selbst überlassene Schwingungen in einer gekoppelten Oszillator-Resonatoranordnung. S. 259. — 200. Erster Fall. Dämpfung vernachlässigt. S. 261. — 201. Zweiter Fall. Dämpfung berücksichtigt. S. 264. — 202. Sich selbst überlassene Schwingungen in einem aperiodischen Stromkreis. S. 267. — Aufgezwungene Spannungen, welche Anordnungen mit positiven Widerständen aufgedrückt sind. S. 272. — 203. Konstante aufgedrückte EMK. S. 272. — 204. Veränderliche	

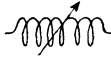
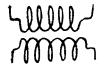
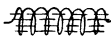
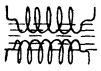
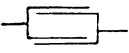
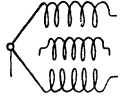

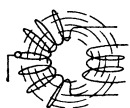

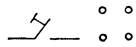



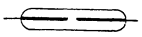

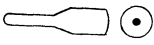





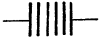
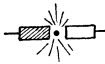
aufgedrückte EMK. S. 275. — 205. Wellenbildung längs einer elektrischen Leitung, insbesondere bei einer langen horizontalen Antenne. S. 278. — 206. Ableitung der scheinbaren effektiven Antennenkonstanten. S. 290. — 207. Bestimmung der scheinbaren effektiven Antennenkonstanten für eine Spulenbelastung und für eine Kondensatorbelastung jeden Grades am geerdeten Ende. S. 293. — 208. Effektive Antennenimpedanz für die belastete und unbelastete Horizontalantenne. S. 299. — Ableitung der richtigen effektiven Antennenkonstanten. S. 300. — 209. Für die unbelastete Antenne. S. 300. — 210. Für die stark belastete Antenne. S. 303. — 211. Für beliebige Spulenbelastung. S. 304. — 212. Vergleich der scheinbaren und richtigen Schwingungskonstanten. S. 306.

XXVI. Ermittlung von empirischen Gesetzen . . . . . 310

213. Graphische und analytische Verfahren. S. 310. — 214. Kritik für kleine Ablesungsfehler. S. 315.

Namen- und Sachregister . . . . . 317

## Zeichenerklärung.

	Veränderliche Luftspule.		Lufttransformator.
	Spule mit Eisen- kern.		Transformator mit Eisenkern.
	Leydenerflasche oder Verlustkon- densator.		Luft. } Differen- tialtrans- formator
	Veränderlicher Luftkondensator.		Eisen. }
	Blockkondensator.		Schalter.
	Widerstand.		Unterbrecher.
	Negativer Wider- stand.		Oszilloskop.
	Kristalldetektor oder Gleichrich- ter.		Braun'sche Katho- denstrahlenröhre.
	Hörtelephon.		Zwei-Element- röhre.
	Volt-, Ampere-, Galvanometer.		Gewöhnliche Drei- Elementröhre.
	Gewöhnliche Fun- kenstrecke.		
	Stoßfunkenstrecke.		
	Lichtbogenstrecke.		

## Bezeichnungen und Zeichen

(falls nicht anders angegeben).

<p><math>A</math> Konstante.</p> <p><math>a, a_1, a_2, a_r</math> Ablenkungen für die Bestimmung von Resonanzfähigkeit.</p> <p><math>\alpha</math> reine hyperbolische Winkelgeschwindigkeit (in hyperbolischen Radian/Sek. siehe Fußnote auf S. 247), Dämpfungskonstante.</p> <p><math>B</math> Konstante bzw. magn. Kraftliniendichte.</p> <p><math>b</math> Breite bzw. eine der Hauptachsen einer Figur.</p> <p><math>\beta</math> Winkel mit Bezug auf eine Raumverteilung (Kreisradian/Sek. siehe Fußnote auf S. 124).</p> <p><math>\beta l</math> vereinfachte elektrische Länge (hyperbolischer Raumwinkel).</p> <p><math>C</math> Kapazität.</p> <p><math>C_r</math> Resonanzkapazität.</p> <p><math>D</math> Durchgriff einer Elektronenröhre bzw. eine Konstante <math>\left(\frac{1}{k_A}\right)</math>.</p> <p><math>d</math> Ablenkung bzw. lineares Dekrement pro Periode.</p> <p><math>\Delta</math> eine sehr kleine Änderung bzw. Determinante.</p> <p><math>\Delta C, \Delta I, \Delta L, \Delta V</math> sehr kleine und meßbare Änderungen von <math>C, L, I</math> oder <math>V</math>.</p> <p><math>\delta</math> logarithmisches Dekrement pro Periode.</p> <p><math>E</math> induzierte wirksame Spannung.</p> <p><math>E_G</math> Gitterspannung.</p> <p><math>E_P</math> Platten(Anoden)speisung.</p> <p><math>e</math> momentane induzierte Spannung (= Vektor <math>\vec{E}</math>).</p>	<p><math>e_G</math> veränderliche Gitterspannung.</p> <p><math>\varepsilon = 2,718</math> Basis der natürlichen Logarithmen.</p> <p><math>F</math> Fläche, bisweilen Formfaktor oder eine Konstante.</p> <p><math>F_1, F_2, F_3</math> Funktionszeichen.</p> <p><math>f</math> Frequenz (Periodenzahl pro Sek.).</p> <p><math>\Phi</math> magnetischer Kraftfluß bzw. Funktionszeichen.</p> <p><math>\varphi</math> Zeitwinkel.</p> <p><math>G</math> Gütemaß einer gewöhnlichen Drei-Elementröhre.</p> <p><math>g</math> gegenseitige Leitfähigkeit vom Gitter zur Anode (<math>dI_P/dE_G</math>) bzw. gewöhnliche Leitfähigkeit.</p> <p><math>H</math> Konstante.</p> <p><math>h</math> Höhe.</p> <p><math>I</math> wirksamer Strom.</p> <p><math>I_0</math> maximaler Ausgangswert eines Stromes (<math>I_0 \cdot \varepsilon^{nt}</math>).</p> <p><math>\bar{I}</math> kontinuierlicher Strom.</p> <p><math>I_P</math> Anodenstrom (Thermionenstrom zur pos. Platte).</p> <p><math>i</math> momentaner Stromwert (= Vektor <math>\vec{I}</math>).</p> <p><math>i_P</math> veränderlicher Anodenstrom (Plattenstrom).</p> <p><math>j</math> imaginäre Einheit (<math>\sqrt{-1}</math>).</p> <p><math>\left. \begin{matrix} K \\ k \end{matrix} \right\}</math> Konstanten.</p> <p><math>k_A</math> Spannungsverstärkungsfaktor <math>\left(= \frac{1}{D}\right)</math>.</p> <p><math>k_B</math> Stromverstärkungsfaktor.</p> <p><math>k_v</math> Spannungsverstärkung.</p> <p><math>k_e</math> Leistungsverstärkung.</p>
---	---

$z$	Kopplungskoeffizient.	$s$	Entfernung.
$L$	Koeffizient der Selbstinduktion.	$\sigma$	Scheitelfaktor.
$l$	Länge (geometrisch).	$T$	Periodenzeit (in Sek.).
$\log_{\varepsilon}$	Logarithmus zur Basis $\varepsilon$ .	$t$	Zeitunterschied (in Sek.).
$\log_{10}$	Logarithmus zur Basis 10.	$\Theta = 90 - \varphi$	Zeitwinkel.
$\lambda$	Wellenlänge.	$V$	wirksame Klemmenspannung.
$M$	Koeffizient der gegenseitigen Induktion.	$V_0$	maximale Ausgangsspannung eines Wellenzuges ( $V_0 \cdot \varepsilon^{nt}$ ).
$m$	Exponent, bisweilen Elektronenemission infolge der Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen.	$v$	Fortpflanzungsgeschwindigkeit ( $= 3 \times 10^8$ m).
$\mu$	magnetische Permeabilität.	$\omega$	Kreiswinkelgeschwindigkeit ( $2\pi f$ , Radian/Sek. siehe Fußnote auf S. 124).
$N$	Wellengruppen-Funkenfrequenz pro Sek. bzw. Windungszahl.	$x$	Reaktanz.
$n$	verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit (in hyperbolischen Radian/Sek.) bisweilen $U \cdot P \cdot M$ .	$X$	irgendeine Entfernung.
$nl$	verallgemeinerte elektrische Länge (hyperbolischer Raumwinkel).	$\xi$	Gleichrichterwirkung.
$\pi$	3,14.	$Y, y$	Admittanz.
$q$	Exponent.	$\eta$	Wirkungsgrad.
$R, r$	gewöhnlicher Widerstand (pos.).	$Z, z$	Impedanz.
$R_i$	innerer Röhrenwiderstand ( $dE_P/dI_P$ ).	$>$	größer.
$\mathcal{R}$	negativer Widerstand.	$<$	kleiner.
$\varrho$	gedachter Verlustwiderstand in Reihe zur reinen Kapazität eines Kondensators.	$\angle$	komplexe Zahl ( $a + jb$ ).
		$\wedge$	einfach symbolisch.
		$\bigwedge$	zweifach symbolisch.
		$\mathcal{A}$	= Vektor des Skalars $A$ .
		$\Sigma$	Summenzeichen.

## I. Hochfrequenzgeneratoren.

**1) Gedämpfte und kontinuierliche Wellen.** Nach der Form der Strom- und Spannungskurve kann man folgende Stromerzeuger unterscheiden:

1. für kontinuierliche Wellen,
2. für aufeinanderfolgende gedämpfte Wellenzüge.

Die erste Gruppe schließt dann sowohl alle Hochfrequenzströme ein, die mehr oder weniger sinusförmig sind, als diejenigen, welche irgendeine andere Wellenform haben. Wenn gedämpfte Wellenzüge vorliegen, so hat man es mit einer bestimmten Frequenz zu tun, wenn ein einziger<sup>1)</sup> Stromkreis besteht, während für gewöhnliche Funkenerregung und gekoppelte Schwingungskreise mehrere Periodenzahlen auftreten. Die Tabelle I stellt die wichtigsten Generatoren<sup>2)</sup> zusammen.

**2) Die gewöhnliche Funkenerregung.** Die Anordnung Abb. 1 stellt die Vorgänge bei der gewöhnlichen Funkenerregung dar. Man unterscheidet hierbei folgende Periodenzahlen:

1. Die Periodenzahl des Speisestroms, d. h. diejenige des Niederfrequenzstromes, ungefähr 50 bis 800 in der Sekunde. Sie läßt sich aus Umlaufgeschwindigkeit und aus Polzahl der Niederfrequenzquelle berechnen.

2. Die Periodenzahl der Funken, oder Wellengruppenfrequenz, welche bisweilen den doppelten Wert der Frequenz des Speisestroms hat. Dieselbe hängt von der Funkenlänge, Spannung und Frequenz des Speisestroms und der Größe der Kapazität im Schwingungskreise ab.

---

<sup>1)</sup> Für einen einzigen „offenen“ Stromkreis treten mehrere Periodenzahlen auf wie in Abbildungen 141, 142 usf. gezeigt ist.

<sup>2)</sup> Die gewöhnlichen Funkenerreger und Unterbrecherschaltungen sind nur kurz behandelt, da die angegebenen Abbildungen die bekannten Grundlagen andeuten. Da die Technik der Vakuumröhre die verschiedenen Meßmethoden bedeutend vereinfacht hat, so sind Hochfrequenzquellen dieser Art ausführlich behandelt.



3. Die Periodenzahl des Hochfrequenzstroms, welche im allgemeinen aus der Induktivität und Kapazität des Schwingungssystems berechenbar ist.

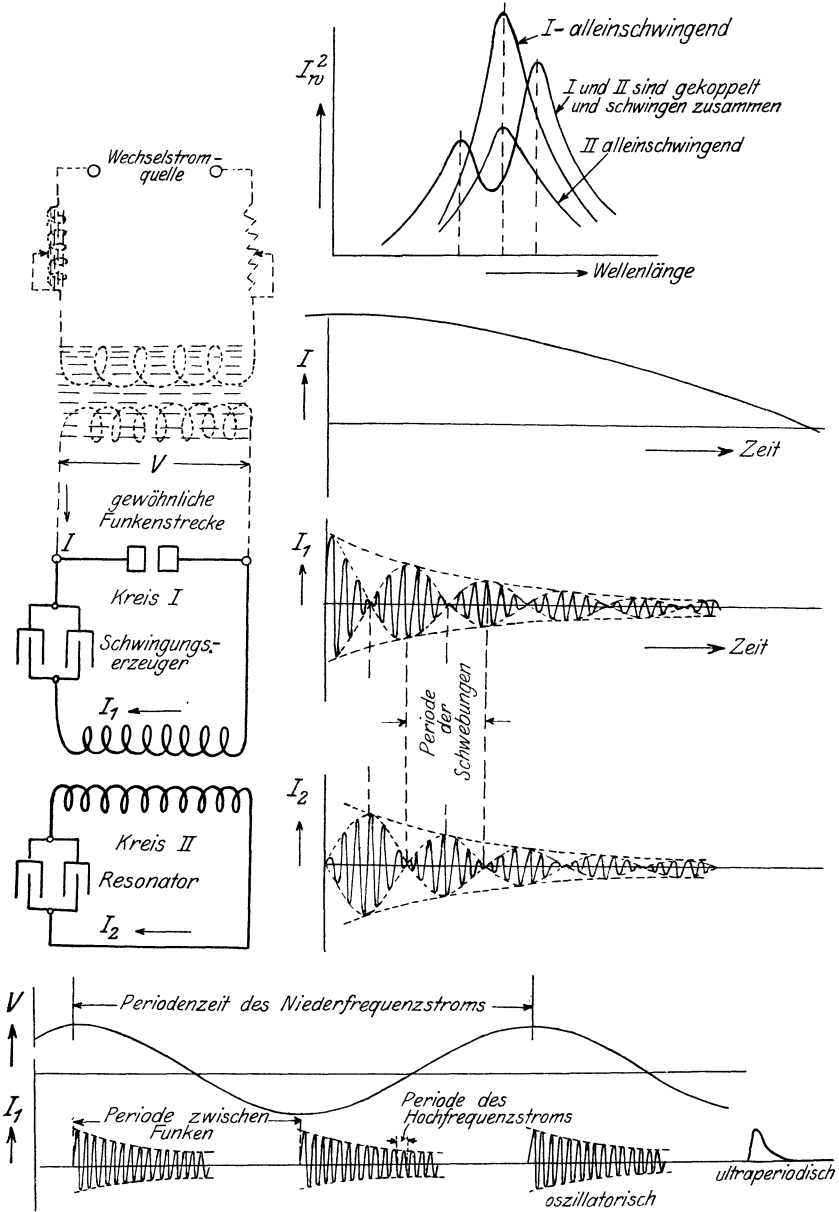


Abb. 1. Die gewöhnliche Funkenerregung.

Tabelle I.

Wellenform	Art der Erregung		Praktische Fälle
Gedämpfte Wellenzüge.	Gewöhnliche Erregung. Die Periodenzahl ist aus den Kreiskonstanten berechenbar. Man hat zwei Frequenzen, wenn ein zweiter Schwingungskreis angekoppelt ist.	Gewöhnlicher Funkenstrecken-oszillator.	Alle Schwingungserzeuger, welche gewöhnliche Funkenstrecken verwenden. (Keine Stoßerregung.)
Schwach gedämpfte Wellenzüge.	Stoßerregung. Die Periodenzahl hängt nur von den Konstanten des angestoßenen Kreises ab und ist deshalb die einzige vorkommende Frequenz.	Stoßerregung. 1. Funkenstrecke löscht den Funken mittels Kühlung und guter Entionisierung. 2. Löschröhren unterbrechen den Funken 3. Mechanisches Abreißen des Funkens.	1. Wiensche Stoßfunkenstrecke, Peuckert, Lepel, Chaffee und Poulsen Lichtbogenstrecken. 2. Wiensche Löschröhren. 3. Rotierende Funkenstrecken, wenn die richtige Umlaufgeschwindigkeit eingestellt ist; die Unterbrechererregung von Dr. Eichhorn und Dr. Austin.
Schwach gedämpfte Wellenzüge.	Stoßerregung, wie oben.	Stoßerregung. Der Widerstand des Primärkreises löscht den Funken aus.	Nesper-Stoßkreis mit ausgeprägter Dämpfung (Abb. 1a).
Ungedämpfte Wellen. Sinusförmig mit Harmonischen.	Ferro-magnetische Maschinen. Die Frequenz ist entweder teilweise oder vollständig von der Tourenzahl abhängig.	Rotierende Maschinen. 1. Synchronmaschinen, die das Reflektionsprinzip benutzen. 2. Induktormaschine. 3. Kaskadenmaschine.	1. Goldschmidtgenerator. 2. Alexanderson-Fessendengenerator. 3. Latourgenerator.
Ungedämpfte Wellen. Mehr oder weniger sinusförmig.	Stromerzeuger ohne Ferro-magnetikum. Die Frequenz ist mittels der Konstanten der Schwingungskreise berechenbar (mit Ausnahme gewisser Lichtbogen-schwingungen).	Stillstehende Generatoren. Glühende Kathodenröhrenoszillatoren und Lichtbogenoszillatoren bei richtiger Einstellung.	Alle Arten von glühenden Kathodenröhren; Poulsenlichtbogen und Bögen von Chaffee, Lepel, Peuckert usf.

4. Die Periodenzahl der Schwebungen für den Fall gekoppelter Schwingungskreise. Dieselbe ist größtenteils durch den Grad der Kopplung gegeben.

Wenn  $r$ ,  $L$  und  $C$  die wirksamen Kreiskonstanten: Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität des Systems bedeuten, so ist

$$r^2 \begin{cases} \geq \\ \leq \end{cases} \frac{4L}{C} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} \text{eine ultra-periodische} \\ \text{eine aperiodische} \\ \text{eine oszillatorische (periodische)} \end{array} \right\} \text{Entladung}^1),$$

und die Periodenzahl der letzteren ist durch die Beziehung

$$f^{-\text{Sek.}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL} - \left(\frac{r}{2L}\right)^2} \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{C^F L^H}}$$

gegeben. Wenn  $N$  die Wellengruppenfrequenz in der Sekunde und  $V_0$  die Anfangsspannung des Kondensators bedeutet, so ist die Hochfrequenzleistung mittels des Ausdruckes

$$W^{\text{Watt.}} = \frac{1}{2} N C V_0^2$$

berechenbar. Diese Leistung wird am besten durch Vergrößerung der Funkenfrequenz  $N$  gesteigert, da eine Änderung von  $C$  die Wellenlänge und eine zu große Erhöhung der Funkenspannung den Wirkungsgrad ändert.

Wenn ein Resonator auf den Schwingungskreis abgestimmt ist ( $C_1 L_1 = C_2 L_2 = CL$ ), so hat man für einen Kopplungskoeffizienten

$$\kappa = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \text{ in jedem Stromkreise zwei Wellenlängen } \lambda_A \text{ und } \lambda_B \text{ mit}$$

den entsprechenden logarithmischen Dekrementen  $\delta_A$  und  $\delta_B$ , welche größer und kleiner als die Eigenwellenlänge  $\lambda$  und das Eigendekrement  $\delta$  der bezüglichen abgestimmten Kreise sind. Folgende Formeln können dann in guter Annäherung benutzt werden<sup>2)</sup>:

<sup>1)</sup> Kontinuierliche Schwingungen können in einem Sekundärsystem erzeugt werden, wenn mehrere Primärsysteme mit rotierenden Funkenstrecken gedämpfte Wellenzüge einander in der richtigen Phase überlagern, oder wenn Stromstöße, die von einem Dreiphasensystem entnommen werden, sich in abgestimmten Kreisen ansammeln und in der richtigen Phase auf einen gemeinsamen Resonator einwirken.

<sup>2)</sup> Die einfachste Wellenformel ist  $\lambda^{\text{cm}} = 2\pi \sqrt{C^{\text{cm}} L^{\text{cm}}}$ . Im allgemeinen gelten folgende Beziehungen für die praktischen Einheiten

$$\begin{aligned} \lambda^{\text{m}} &= 3 \times 10^8 \cdot T^{\text{Sek.}} = \frac{3 \times 10^8}{f^{-\text{Sek.}}} = 3 \times 10^8 \times 2\pi \sqrt{C^F L^H} \\ &= 1884 \sqrt{C^{\text{MF}} L^{\text{MH}}} \\ &= 1884000 \sqrt{C^{\text{MF}} L^{\text{H}}}. \end{aligned}$$

$$\lambda_A = \lambda \sqrt{1 + \kappa} \quad \lambda^m = \lambda_1 = \lambda_2 = 6 \pi 10^8 \sqrt{C^F L^H}$$

$$\lambda_B = \lambda \sqrt{1 - \kappa}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_A &= \frac{\delta_1 + \delta_2}{2 \sqrt{1 + \kappa}} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \lambda / \lambda_A \\ \delta_B &= \frac{\delta_1 + \delta_2}{2 \sqrt{1 - \kappa}} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \lambda / \lambda_B \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{r_1^{\text{Ohm}}}{2 L_1^H} T_1^{\text{Sek.}} \\ \delta_2 &= \frac{r_2}{2 L_2} T_2 \end{aligned} \left. \begin{aligned} T^{\text{Sek.}} &= T_1 = T_2 \\ &= 2 \pi \sqrt{C^F L^H} \end{aligned} \right\}$$

3) Die Stoßerregung. Eine Erregung dieser Art erzeugt im Sekundärkreis schwach gedämpfte Wellenzüge einer einzigen Frequenz,

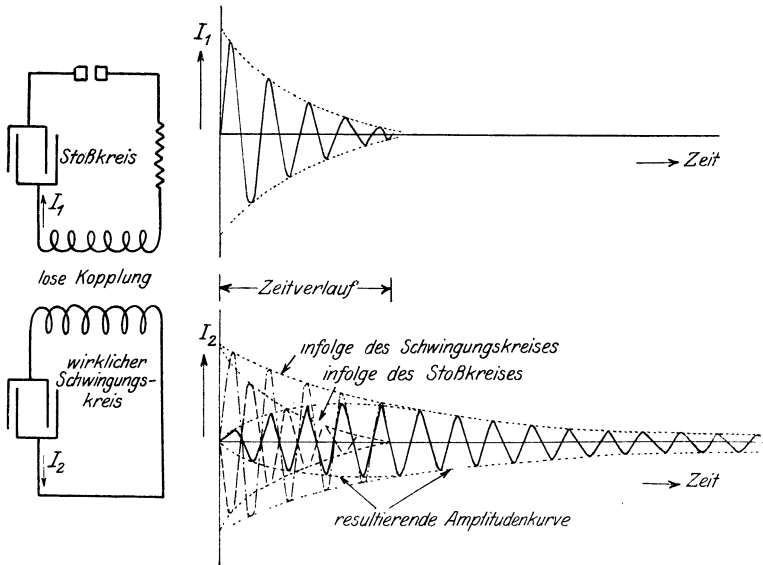


Abb. 1a. Die Stoßerregung von Nesper.

da das Primärsystem während des größten Teiles des Verlaufs eines Wellenzuges einen offenen Kreis darstellt. Die Frequenz und das Dekrement sind deshalb nur von den wirksamen Konstanten des Sekundärkreises abhängig. Wenn Funkenstrecken für solche Wirkungen verwendet werden sollen, so kommen die bekannten Systeme von Wien, Chaffee, Glatzel, Lepel, Peuckert und dergleichen in Betracht. Strom- und Spannungsverläufe bei diesen Vorgängen zeigen die Abb. 2 und 3. Die Erregung nach Dr. Chaffee hat den Vorteil, daß bei richtiger Wahl der Konstanten und der Spannung, kontinuierliche Schwingungen<sup>1)</sup> mittels Stoß erzeugt werden. Die Elek-

<sup>1)</sup> Wenn der Widerstand im Kreise  $C_2-L_2$  klein gewählt ist, so kann man eine umgekehrte Ladefrequenz von 2 bis 5 erzielen (siehe Abb. 59-X), d. h. 2 bis 5 volle Schwingungen spielen sich dann zwischen nachfolgenden Elektrodentladungen ab.

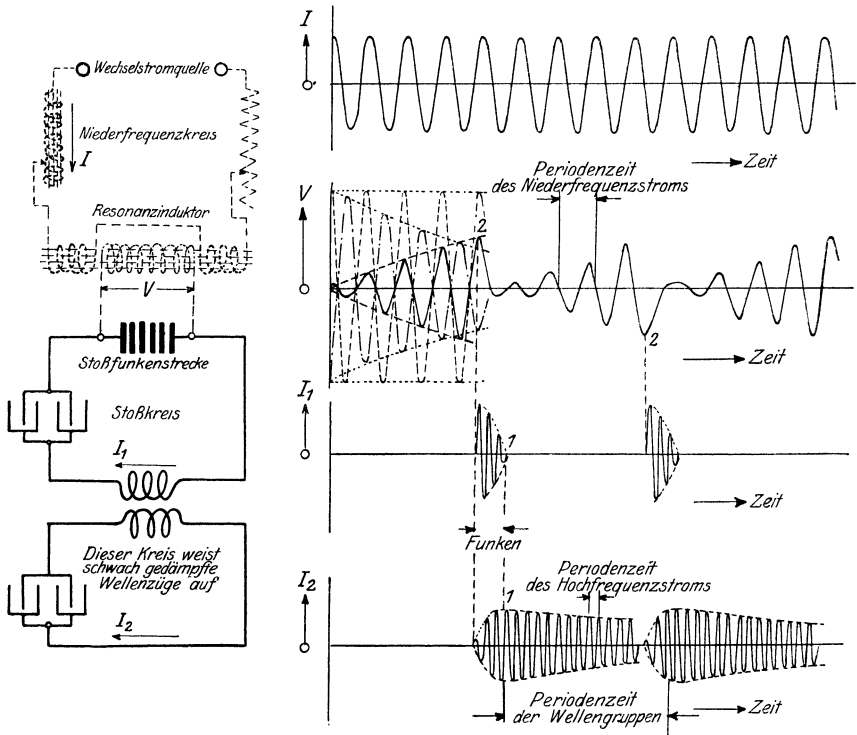
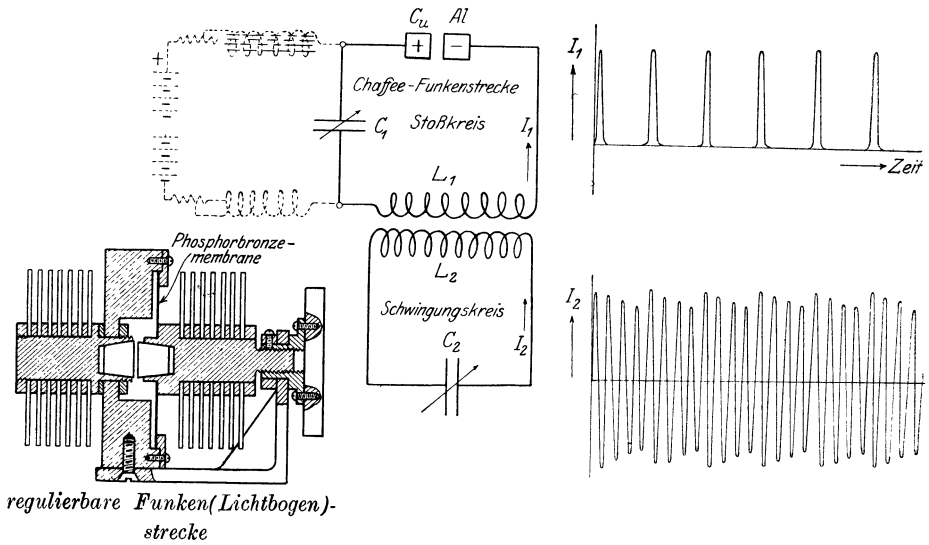


Abb. 2. Abspielung der Stoßerregung mit einem Funkeninduktor.



regulierbare Funken(Lichtbogen)-strecke

Abb. 3. Kontinuierliche Schwingungen mittels Stoßerregung.

trizitätsmenge des Kondensators  $C_1$  entladet sich dann längs einer Wellenhälfte (Halbschleife), ähnlich wie bei Lichtbogenschwingungen<sup>1</sup> der zweiten Art. Der Bogen zwischen der Aluminiumkathode und Kupferanode<sup>1</sup>) erlischt dann, so daß der Kreis  $C_2-L_2$  sich gemäß seiner Eigenperiode ungehindert entladen kann. Der Schwingungsstrom im Sekundärkreis induziert dann eine solche Spannung zwischen den Elektroden im Stoßkreis, daß ein neuer Stoß in der richtigen Phase ausgelöst wird und kontinuierliche Schwingungen im Sekundärkreis entstehen.

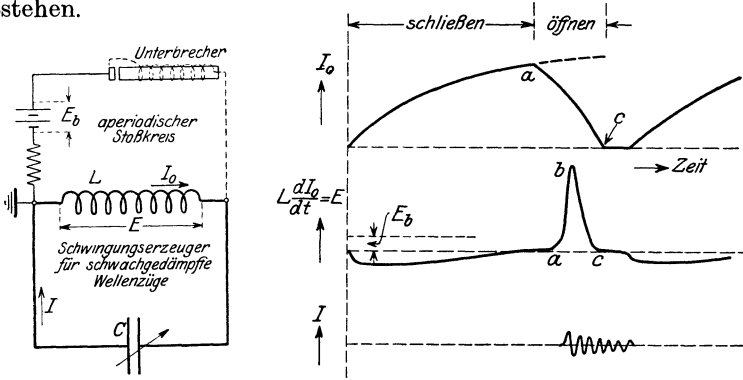


Abb. 4. Die Stoßerregung (Unterbrecher) von Dr. Eichhorn.

Wenn eine Stoßerregung mittels mechanischer Apparate hervorgerufen werden soll, so können die Unterbrecherschaltungen von Dr. Eichhorn und Dr. Austin (Abb. 4 und 5)

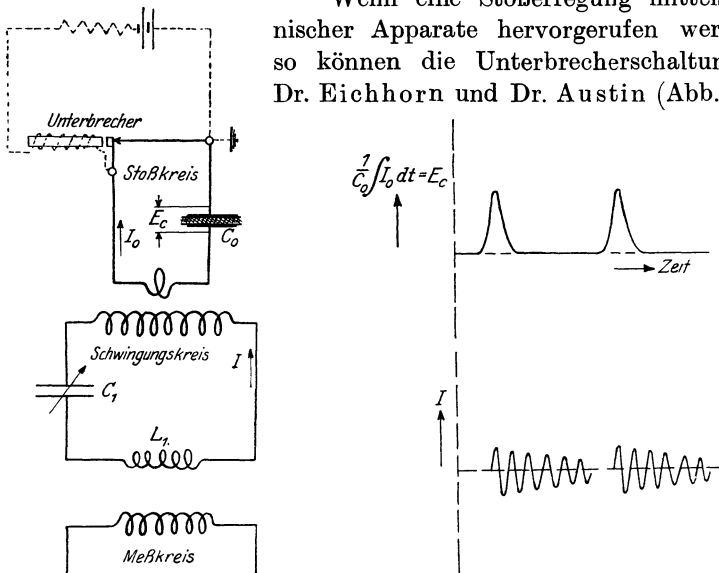


Abb. 5. Die Stoßerregung (Unterbrecher) von Dr. Austin.

<sup>1)</sup> Der Raum zwischen den Elektroden enthält feuchten Wasserstoff.

oder rotierende Funkenstrecken (Abb. 6) verwendet werden. Die letztere Methode ist dann von Vorteil, wenn große Leistungen und

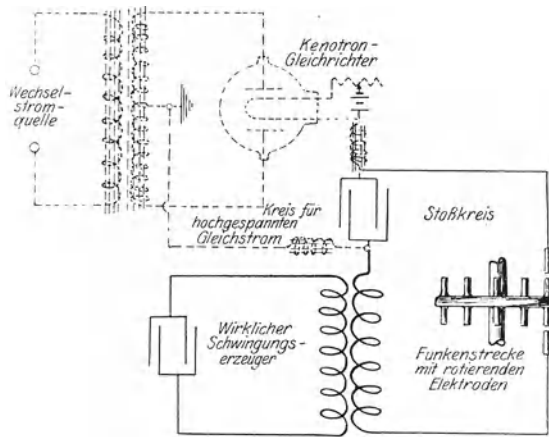


Abb. 6. Stoßerregung mittels einer Drehfunkenstrecke.

hohe Wellengruppenfrequenzen (500 bis 2000 per Sekunde) verlangt sind, da die rotierenden Elektroden den Funken im richtigen Zeitpunkt abreißen können, im Falle die Umdrehungsgeschwindigkeit und die Funkenspannung richtig gewählt sind. Die Unterbrechererreger scheinen besonders zweckentsprechend für Messungen von Induktivität, Kapazität und Widerstand oder, wenn ein Wellenmesser erregt oder als Hochfrequenzquelle benutzt werden soll. Die Schwingungen sind praktisch einwellig und schwachgedämpft.

4) **Ferromagnetische Generatoren.** Hochfrequenzmaschinen von Goldschmidt, Latour und Alexander-Fessenden gehören in diese Klasse. Dieselben liefern einen kontinuierlichen Hochfrequenzstrom, welcher mehr oder weniger sinusförmig ist.

Die Goldschmidt-Maschine beruht auf Reflexionen, die sich zwischen dem Stator und dem Rotor abspielen. Die Entstehung des endgültigen Hoch-

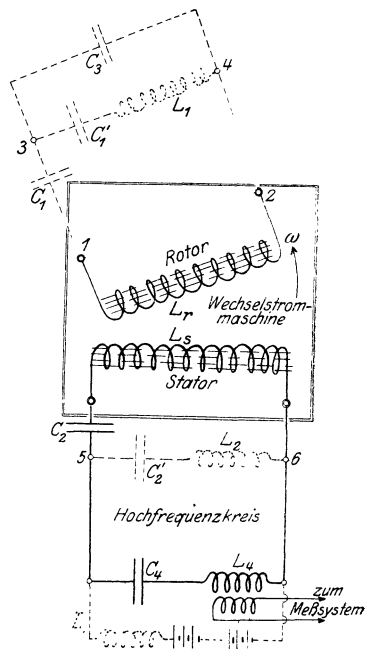


Abb. 7. Der Hochfrequenz-generator von R. Goldschmidt.

requenzstroms ist durch Abb. 7 und Tabelle II veranschaulicht. Die Abstimmung ist in Tabelle III erklärt.

Tabelle II.

Nacheinanderfolgende Erscheinungen	Was stattfindet	Im Stator ( $L_s$ )	Im Rotor ( $L_r$ )
1	Zuerst	fließt ein kontinuierlicher Gleichstrom $I_0$ der Frequenz $f = 0$ .	
2	Er erzeugt den konstanten Fluß $\Phi_0$ der in der Rotorspule $L_r$		eine EMK $E_1$ der Frequenz $f$ induziert (für zwei Pole, da $f = U \cdot P \cdot S$ ).
3	Diese sendet		einen Strom $I_1$ derselben Frequenz $f$ durch die Spule.
4	$I_1$ ruft hervor den Fluß $\Phi_1$ , der erzeugt	eine EMK $E_2$ , deren eine Komponente $E_2'$ die Frequenz $f + f$ und andere Komponente $E_2''$ die Frequenz $f - f = 0$ hat, d. h. einen Gleichstrom erzeugt.	
5	Dies ergibt	einen überlagerten Strom $I_2$ von Frequenz $2f$ .	
6	$I_2$ liefert den Fluß $\Phi_2$ der erzeugt		$E_3'$ der Frequenz $2f + f = 3f$ und $E_3''$ der Frequenz $2f - f = f$ , das sich addiert zu $E_1$ .
7	Infolge von $E_3'$		fließt ein induzierter Strom $I_3$ der Frequenz $3f$ .
8	Der entstehende Fluß $\Phi_3$ erzeugt	$E_4'$ der Frequenz $3f + f = 4f$ und $E_4''$ der Frequenz $3f - f = 2f$ .	
9	Erzeugt und	$I_4$ der Frequenz $4f$ vermehrt den Strom $I_2$ der Frequenz $2f$ .	

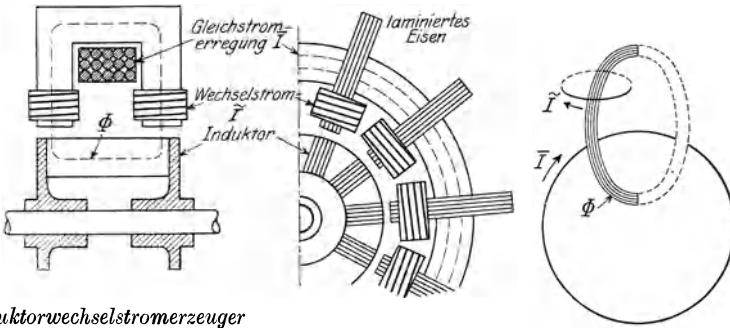
und so fort



Tabelle III.

Nacheinanderfolgende Einstellungen	Stromkreis	Durch die Beziehungen befriedigt	Wirkungen
1. Abstimmung von Kreis	$L_r C_1 C_1' L_1$ für $f$	$(2\pi f)^2 L_r C_1 = 1$ und $(2\pi f)^2 L_1 C_1' = 1$	erzeugt praktisch eine Nullpotentialdifferenz zwischen 3 und 4 und vergrößert die Amplitude von $I_1$ ohne merkbaren Verlust.
2. Abstimmung von Kreis	$L_s C_2 C_2' L_2$ für $2f$	$(2\pi 2f)^2 L_s C_2 = 1$ und $(2\pi 2f)^2 L_2 C_2' = 1$	Spannung zwischen 5 und 6 Null und vergrößerter Strom $I_2$ durch den niedern Impedanzzweig $C_2' L_2$ .
3. Abstimmung von Kreis	$L_r C_1 C_3$ für $3f$	$(2\pi 3f)^2 L_r \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} = 1$	$I_3$ kann ungehindert durch $C_3$ und $C_1$ fließen, während der Zweig $C_1' - L_1$ eine sehr hohe Impedanz für $3f$ darstellt und nur einen sehr kleinen Teil von $I_3$ durchlassen kann.
4. Abstimmung von Kreis	$L_s C_2 C_4 L_4$ für $4f$	$(2\pi 4f)^2 (L_s + L_4) \frac{C_2 C_4}{C_1 + C_4} = 1$	öffnet die Strombahn für $I_4$ zum Hochfrequenzkreis (stark ausgezogener Zweig). Nur sehr wenig Energie fließt dann durch die hohe Impedanz des Zweiges $C_2' L_2$ im Vergleich zur Leistung im Zweig $C_4 L_4$ .
5.	Alle Kreise werden dann schärfer abgestimmt. Dies geschieht am besten dadurch, daß man zur selben Zeit zwei Kreise abstimmt und die Resonanzbedingung mittels eines Strommessers feststellt.		

Der Alexanderson-Fessenden-Generator ist eine Induktormaschine, die durch die obere Darstellung der Abb. 8 veranschaulicht ist. Der erregende Gleichstrom  $\bar{I}$  ruft einen Kraftfluß  $\Phi$  hervor. Derselbe nimmt einen Maximalwert an, wenn die Induktorspeichen dem Statoreisen gegenüberstehen. Ein Minimalwert ist dann erreicht, wenn die Armaturpole den Lücken des Rotors gegenüberstehen. Die periodischen Schwebungen von  $\Phi$  erzeugen dann den gewünschten Hoch-



*Induktorwechselstromerzeuger mit einer einzigen Magnetisierungswindung*

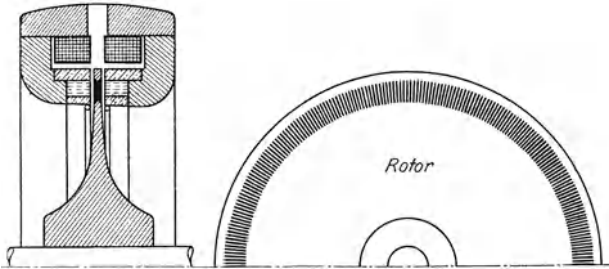
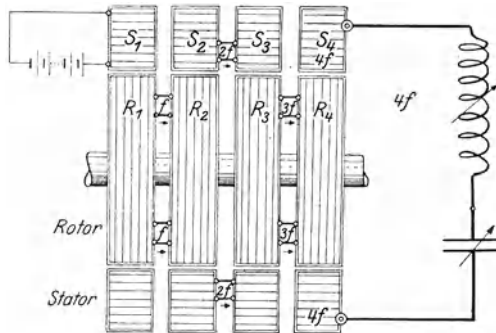


Abb. 8. Alexanderson-Fessenden-Generator mit zwei Magnetisierungswindungen und zwei Wechselstromzweigen.

frequenzstrom in den Wechselstromwindungen. Da in der Gleichstromwindung ebenfalls eine Wechselspannung induziert werden würde, so sind in der Hochfrequenzmaschine zwei Erregerspulen so angeordnet und verbunden, daß die hochfrequenten Wechselspannungen sich aufheben.

Die Maschine von Latour besteht aus mehreren Generatoren in Kaskadenanordnung. In Abb. 9 stellen  $S_1, S_2, S_3, S_4$  die stillstehenden Teile (Stator) und  $R_1, R_2, R_3, R_4$  die rotierenden Teile (Rotoren) von vier Maschinen dar. Die erste Maschine wird mittels Gleichstrom erregt und liefert einen Zweiphasenstrom der Pe-



$S_1, R_2, S_3, R_4$  enthalten die Erregerspulen.  $S_4$  gibt den endgültigen Hochfrequenzstrom ab.

Abb. 9. Die Kaskadenmaschine von Latour.

riodenzahl  $f$ . Das Drehfeld dieser zwei Phasen läuft im zweiten Generator der Drehrichtung des Rotors entgegen und induziert deshalb einen Zweiphasenstrom der Periodenzahl  $2f$  im entsprechenden andern Teile dieses Generators. Das Drehfeld dieses doppelperiodischen Stromes induziert in der dritten Maschine infolge der entgegengesetzten mechanischen Drehung einen Strom der Periodenzahl  $3f$  und dieser Strom mittels der relativen Verschiebung in der vierten Maschine den endgültigen Hochfrequenzstrom der Frequenz  $4f$ , welcher in dem stark ausgezogenen Kreise fließt. Die Schleifringe sind dadurch vermieden, daß man abwechslungsweise mittels dem Stator, dann mit dem Rotor, Stator usw. die entsprechenden Teilgeneratoren erregt. Kondensatoren sind zwischen den verschiedenen Maschinen eingeschaltet, um die Streureaktanz zu kompensieren, nachdem die beste Erregung für eine gewisse Belastung eingestellt ist<sup>1)</sup>.

Ungedämpfte Schwingungen können auch mittels einer von Herrn Dr. L. F. Fuller<sup>2)</sup> angegebenen Anordnung erzeugt werden. (U. S.-Patent 1381626, Juni 14, 1921.) Ein Drehstrom gewöhnlicher Frequenz erregt in Dreieckschaltung eine ringförmige Windung, welche einen Eisenkern enthält. Diese Spule wirkt als Phasenvervielfacher, wenn man die Enden der vielen Durchmesser als Abzweigsquellen ansieht. Die zwei Enden eines solchen Durchmessers führen zu den Primärklemmen eines Stoßtransformators. Die Primär- sowohl als die Sekundärwindungen desselben sind auf einem laminierten Eisenkern mit kleinem Querschnitt aufgewunden, während die Querschnitte der äußeren Schenkel, welche die Spulen umgeben, reichlich bemessen sind. Die magnetische Feldkurve ist deshalb beinahe rechteckig. Infolgedessen werden zu Beginn einer jeden Wellenhälfte in der Sekundärspule hohe Spannungstöße induziert. Ist die Zeitdauer eines solchen Spannungstoßes  $\frac{1}{49}$  der halben Perioden des Niederfrequenzstromes, der z. B.  $\frac{1}{1000}$  Sekunde sein kann, und wirken 49 Stoßtransformatoren mit den Sekundärwindungen auf ein Resonanzsystem ein, so erhält man einen Hochfrequenzstrom von  $f=49000$  in der Sekunde.

<sup>1)</sup> Die Generatoren, die mittels Frequenztransformatoren den endgültigen Hochfrequenzstrom erzeugen, sind hier nicht besonders beschrieben, sondern im Kapitel über Frequenzwechsler behandelt.

<sup>2)</sup> Nach der Zeitschrift Elektrotechnik und Maschinenbau, S. 48, Jänner 22, 1922, ist ein ähnliches Verfahren von Herrn Prof. R. Arno, Mailand, patentiert worden (D. R. P. Nr. 320957). Ein Drehstromgenerator ist an die Punkte eines gleichmäßig bewickelten Ringes (Phasenwandler) angeschlossen, auf dem eine Anzahl Sekundärspulen angebracht sind, in welchen untereinander phasenverschobene Ströme der gewünschten Spannung durch das umlaufende Drehfeld erzeugt werden. Jede der Sekundärspulen ist mit einer Kapazität, Induktanz und Funkenstrecke zu einem Schwingungskreis vereinigt, der eine Primärwicklung eines Transformator speist. Dieser erhält eine einzige, allen Schwingungskreisen gemeinsame Sekundärspule.

### Stillstehende Schwingungserzeuger für ungedämpfte Wellen.

5) A. Lichtbogengeneratoren. Generatoren der Poulsenart beruhen auf der Wirkung eines negativen Widerstandes, der in einem Resonanzsystem kontinuierliche Schwingungen aufrechterhalten kann, da eine positive Spannungsänderung eine entsprechende Stromverringernng in dem Widerstand hervorruft. In der Anordnung der Abb. 10 entsteht ein Lichtbogen zwischen einer mit Wasser gekühlten Kupferanode und einer Kohlenkathode. Der Lichtbogen, welcher den unreinen negativen Widerstand bildet, brennt in einer Gasmischung aus Alkohol, Kerosen, Wasserstoff, Wasserdampf und dergleichen, welche die Volt-Ampèrecharakteristik des Bogens rascher abfallen läßt. Für Großgeneratoren wird fernerhin ein transversales magnetisches Feld angewendet, um die Entionisierung ausgeprägter zu machen. Dies hat jedoch auf die Wellenform einen bedeutenden Einfluß.

Die Schwingungen, die im Parallelzweig des Lichtbogens entstehen, haben in vielen Fällen keine oder nur angenäherte Sinusform. Dies ergibt sich aus den Darstellungen der Abb. 11. Zur rechten Seite jeder Darstellung ist die entsprechende dynamische Bogencharakteristik eingezeichnet. Dieselbe kann mittels der Braunschen Röhre und dem in Abschnitt 127 angegebenen Verfahren gewonnen werden.

Die Entstehung der Schwingungen läßt sich in folgender Weise erklären:

Die konstante Gleichspannung erzeugt in dem Lichtbogen sowohl als auch in dem Kondensatorzweig zunächst Ströme. Wenn der Kondensator vollständig aufgeladen ist, so fließt dessen Stromanteil durch den Lichtbogen. Die Stromvergrößerung in ihm ruft dann eine entsprechende Spannungsabnahme zwischen den Bogenklemmen und demnach auch am Kondensator hervor. Der Kondensator entladet sich hierauf und das Spiel beginnt wie zuvor bei der Ladung.

Für praktische Verwendung ist die Konstanz des Speisestroms von großer Bedeutung. Sie wird mittels der Drosselspulen, der Ballastwiderstände und einer genügend großen aufgedrückten Gleichspannung erreicht. ( $V = 240$  bis  $1000$  Volt.)

Die Schwingungen der ersten Art führen nur wenig Leistung. Sie sind beinahe sinusförmig und die Wellenlänge kann mittels der

$$\lambda^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C^F L^H}$$

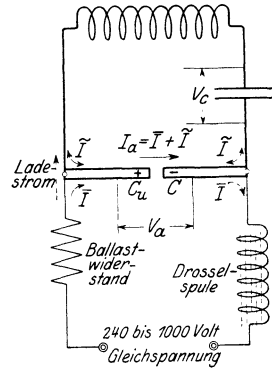


Abb. 10. Der Lichtbogen-generator (Poulsen).

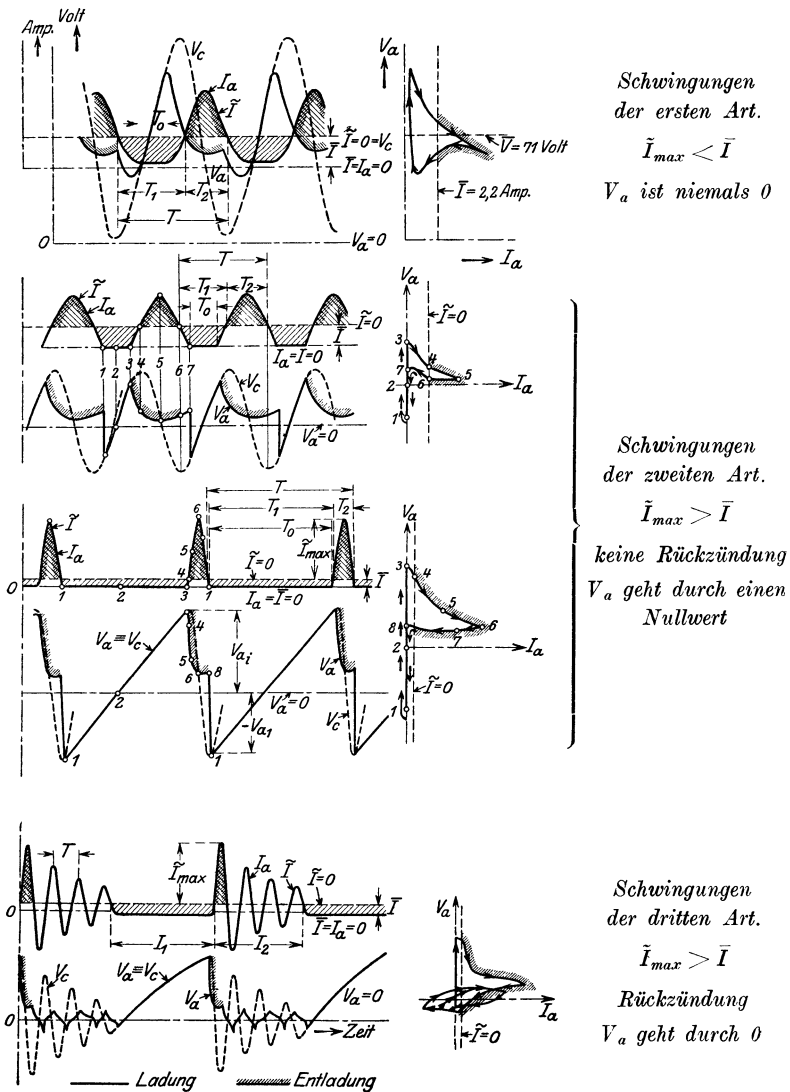
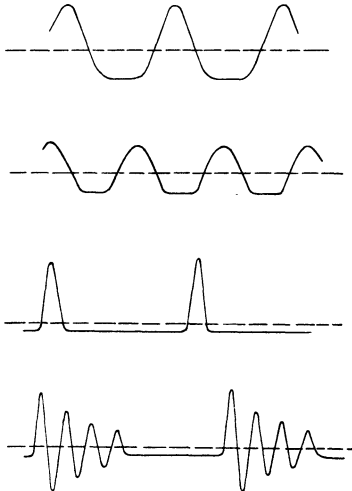


Abb. 11. Die drei Arten von Lichtbogenschwingungen.

berechnet werden. Solche Schwingungen können für die Bestimmung von Kreisconstanten, wie Kapazität, Induktivität und Widerstand verwendet werden (im Falle keine zu hohe Periodenzahlen verlangt sind). Man erkennt die Schwingungen der ersten Art dadurch, daß der Gleichstrom  $\bar{I}$ , der dem Lichtbogensystem zufließt, größer als der maximale Wert  $\bar{I}_{max}$  im Kondensatorzweig ist.

Die Schwingungen der zweiten Art sind von größter praktischer Bedeutung. Obige Wellenlängenformel kommt für sie kaum mehr in Betracht und besonders dann, wenn größere Energiemengen mittels



*Schwingungen der ersten Art haben gewöhnlich sehr geringe Leistung, können mit großem Vorteil zur Bestimmung von Widerstand, Kapazität und Induktivität benutzt werden.*

*Schwingungen der zweiten Art haben große Leistung, kontinuierliche Wellen mit gleichbleibender Amplitude, nicht sinusförmig. Gut für Isolatorprüfungen.*

*Stöße der zweiten Art haben große Leistung. Lichtbogen ist im wirklichen Sinne des Wortes kein Schwingungssystem mehr und kann als Stoßkreis verwendet werden. Sehr gut für Isolatorenprüfungen.*

*Schwingungen der dritten Art haben sehr große Leistung, gut für Isolatorprüfungen, wenn gedämpfte Wellen verlangt sind.*

Abb. 12. Anwendungsmöglichkeiten der verschiedenen Lichtbogenschwingungen.

eines magnetischen Transversalfeldes gewonnen werden. Es ist dann am besten die Frequenz mittels eines Wellenmessers zu bestimmen. Obige Schwingungen sind dann vorhanden, wenn die Schwingungen des Kondensatorstromes größer als der Speisestrom sind, d. h. für Werte  $\bar{I} = 0,87$  bis  $0,95 \bar{I}_{max}$ . Bezüglich Laboratoriumsanwendungen sei auf Abb. 12 hingewiesen.

Die Schwingungen der dritten Art haben denselben Charakter wie gewöhnliche Funkenentladungen. Die Wellenlängenformel gilt somit. Dieselben werden dann erzeugt, wenn eine zu hohe Erregerspannung dem System aufgedrückt wird. In vielen Fällen besteht ein Übergangszustand, für den Schwingungen der zweiten und dritten Art abwechselungsweise auftreten (Abb. 13).

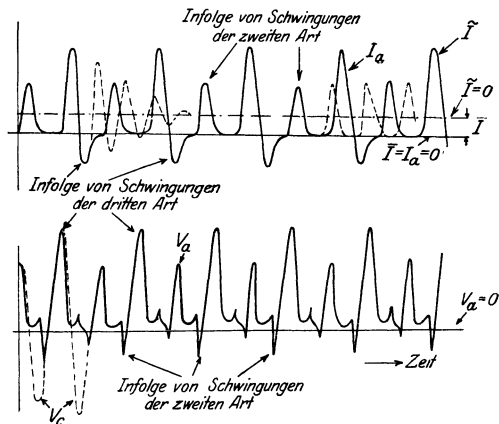


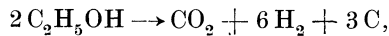
Abb. 13. „Gemischte“ Lichtbogenschwingungen.

Wellen dieser Art sind natürlich nicht für Hochfrequenzmessungen verwendbar.

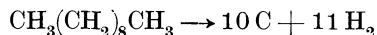
Die mit Großgeneratoren erzielten Erfolge beruhen auf der Verwendung eines geeigneten und starken magnetischen Transversalfeldes<sup>1)</sup>. Nach Dr. L. F. Fuller<sup>2)</sup> ist die Kraftliniendichte des magnetischen Entionisierungsfeldes

$$B = K \frac{\sqrt{VI}}{\lambda}.$$

Der beste empirische Wert für Äthylalkoholgas ist  $K = 8,5$  und für Kerosen ungefähr  $K = 4,25$ , weil für die meisten Leuchtgase  $K$  einen Wert zwischen diesen Grenzen annimmt. Wenn Äthylalkohol als Brennmaterial verwendet wird, so besteht das Lichtbogengas aus einem Gemisch von Wasserstoff und kohlenurem Gas, da



während infolge der Dissoziation



für Kerosen nur Wasserstoffgas den Lichtbogen einhüllt. Die Konstante  $K$  kann für ein bestimmtes Gasgemisch berechnet werden, weil die Molekulargeschwindigkeit verschiedener Gase für ein- und dieselbe Temperatur indirekt proportional mit dem Quadratwurzelwert der Gasdichte zunimmt. Da für obige Fälle das Verhältnis von Kerosendichte und Äthylalkoholdichte  $1/4$  ist, so sieht man, daß  $K$  des letzteren Gemisches den doppelten Wert von  $K_{\text{Kerosen}}$  haben muß.

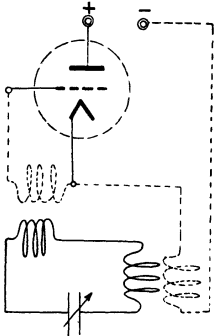
**6. B. Die gewöhnliche Drei-Elementelektrodenröhre als Schwingungserzeuger.** Die wichtigsten grundlegenden Schaltungen sind in Abb. 14 angegeben<sup>3)</sup>. Man kann deshalb vier Fälle unterscheiden:

<sup>1)</sup> P. O. Pedersen, I. R. E. 1921, S. 242, und 1917, S. 309 zeigt, daß eine bestimmte Feldstärke den besten Wirkungsgrad und Konstanz sichert. Herr Prof. Pedersen beschreibt fernerhin die Wirkung der Gasdichte usf., ferner I. R. E. 1921, S. 434.

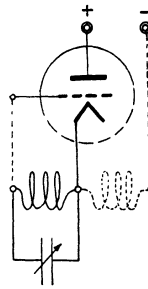
<sup>2)</sup> L. F. Fuller, I. R. E. 1919, S. 464.

<sup>3)</sup> Die ersten Glühkathodenschwingungserzeuger scheinen das Verdienst von A. Meißner, E. H. Armstrong und H. J. Round zu sein, trotzdem in manchen Laboratorien ähnliche Erregerschaltungen seit 1913 ausprobiert wurden. Schwingungserzeuger für abnormale Frequenzen (sehr hoch oder sehr niedrig) und ungewöhnliche Spannungs- und Stromzustände wurden von C. W. White im wissenschaftlichen Laboratorium der G. E. Co. ausgearbeitet. A. Meißner, Electrician 1914; W. Schäffer, Telef.-Ztg. 1920; C. W. White, G. E. Review 1916, Revue Générale de l'Electricité 1919, 15. März; A. N. Goldsmith, Radio Telephony und E. E. Bucher, Vacuum Tubes, Wireless Press.

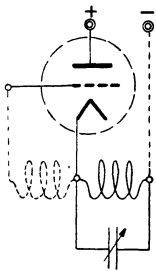
1. Der eigentliche Schwingungskreis ist magnetisch mit dem Gitter und der Platte (Anode) verkettet (Meißner, General Electric Company).
2. Der Schwingungskreis wird aus der Gitterspule gebildet.
3. Der Schwingungskreis wird aus der Plattenspule gebildet.
4. Teile der Gitter- und Plattenwindungen bilden die Selbstinduktion des Schwingungskreises.



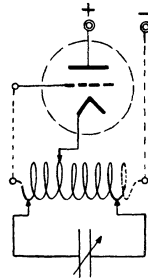
*Platten und Gitterkreise sind mittels des Oszillators gekoppelt (Meißner)*



*Gitterwindungen bilden die Selbstinduktion des Oszillators*



*Plattenwindungen bilden die Selbstinduktion des Oszillators*



*Gute Anordnung, da unabhängige Wellenlängeneinstellung*

Abb. 14. Grundlegende Schwingungsschaltungen.

Alle anderen Anordnungen können entweder auf obige Schaltungen zurückgeführt werden oder verwenden elektrostatische Kopplungen, welche besonders im Bereich extremer Frequenzen von Vorteil zu sein scheinen. In vielen Fällen<sup>1)</sup> ist es notwendig, daß die Röhre auf dem geeignetsten Teil der inneren Charakteristik arbeitet. Dies erfordert bei manchen Röhren ein überlagertes negatives Gitterpotential, welches entweder mittels einer Gitterbatterie oder eines

<sup>1)</sup> Wenn die Amplitude der abgegebenen Schwingungen beträchtlich sein soll.  
HUND, Grundlagen.



Gitterkondensators hergestellt wird. Das letztere Hilfsmittel besteht aus einem kleinen Kondensator (ungefähr 0,0003 MF.) in Reihe mit dem Gitter. Wenn die Röhre ein gutes Vakuum aufweist, so muß man denselben mit einem hohen Widerstand (ungefähr  $10^6$  bis  $3 \cdot 10^6$  Ohm) überbrücken, so daß die negative Ladung des Gitters zu richtigen Zeiten abfließen kann. Eine Schaltung dieser Art ist in Abb. 63 angegeben. Die Entladung des Gitters geschieht in diesem Falle innerhalb der Röhre. Die angegebenen Werte des Gitterkondensators und des Parallelwiderstandes sind nur Annäherungen, da jede technische Röhre eine gewisse Einstellung dieser Größen bedarf und es kaum möglich ist, gute Werte für alle Röhren anzugeben. Im allgemeinen kann man aber sagen, daß die Gitterkapazität (in Reihe) klein sein muß, so daß die eine Platte davon rasch negativ aufgeladen werden kann. Die Reaktanz  $\frac{1}{2\pi fC}$  muß immer kleiner als der Parallelwiderstand  $r$  sein, da sonst alle Elektronen durch den Widerstand abfließen würden und der Oszillator längs des ungeeigneten Teiles der dynamischen Charakteristik arbeitet. Da die Reaktanz von der Frequenz abhängt, so sieht man, daß die Röhre besser für längere Wellen arbeitet, falls der Parallelwiderstand nicht besonders eingestellt wird.

Ein anderer Weg, welcher die Anwendung einer Gitterbatterie umgeht, zeigt der Anordnung der Abb. 62, wo die Kathodenerregung den mittleren Wert des Gitterpotentials erzeugt. Diese Schaltung ist für viele Röhren verwendbar, da ein kleines negatives Gitterpotential in der Regel genügt.

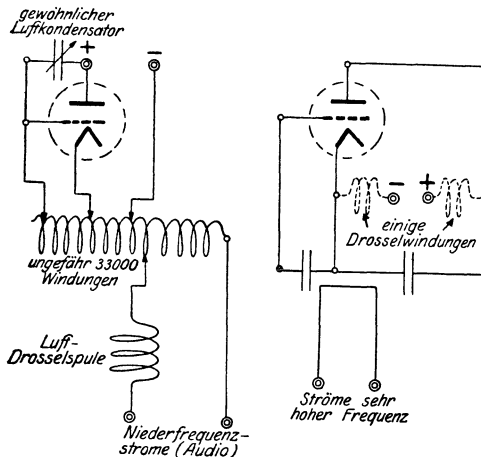


Abb. 15. Röhrengeneratoren für sehr niedere und sehr hohe Periodenzahlen.

Wenn Audioströme erzeugt werden sollen, so stellt die Anordnung der Abb. 15 eine zweckentsprechende Schaltung dar. Diese Anordnung scheint besser als die sonst angegebenen Verfahren zu sein, da kein Eisen verwendet ist und ein gewöhnlicher Luftkondensator die Einstellung von Frequenzen  $f = \frac{1}{4}$  in der Sekunde bis zu einer Grenze ermöglicht, für welche die Ströme nicht mehr hörbar sind. Die Wellen sind dann

praktisch sinusförmig, da kein Eisen verwendet ist. In derselben Abbildung ist auch eine Anordnung angegeben, mittels welcher man Frequenzen bis zu  $f = 150 \cdot 10^6$  in der Sekunde erhalten kann. Die Kondensatoren sowohl als die Induktivitäten (gerade Leiterteile) werden dann sehr klein gewählt. Die höchste Frequenz erhält man, wenn der Kondensator zwischen dem Gitter und der Kathode weg gelassen wird. Wenn große Stromstärken zur Kalibrierung von Meßinstrumenten und dergleichen verlangt werden, so stellt die in der Abb. 16 angegebene Anordnung eine passende Schaltung dar. Die Kopplungsspule im Starkstromkreise bildet ein dicker Kupferärmel<sup>1)</sup>, über welchen die Plattenspule gewunden ist. Für die Erzeugung von hochgespannten Hochfrequenzströmen eignen sich die Variometer- und Schleiferanordnungen der Abb. 16. Die beigegebenen Konstanten

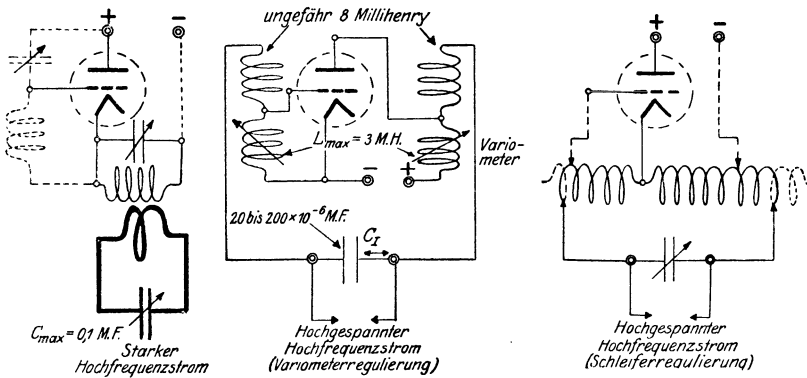


Abb. 16. Röhrengeneratoren für sehr hohe Spannungen und für Starkströme.

gelten für Frequenzen in der Nähe von  $f = 100000$  bis  $10^6$  per Sekunde. Die Spannung kann aus der Stromstärke, der Kapazität und der Frequenz berechnet werden.

Was die Theorie<sup>2)</sup> des Glühkathodenszillators anbelangt, so beruht dieselbe auf der inneren Charakteristik der Röhre, welche in Abb. 34 eingezeichnet ist. Wenn Schwingungen vorliegen, so

<sup>1)</sup> Eine Windung, welche eine zylindrische Form hat, bildet mit der Plattenspule einen Stromtransformator.

<sup>2)</sup> Béthenod, La Lumière Electrique, 14. Okt. 1916; G. Vallauri, L'Electrotechnica 1917, Nr. 3 u. 4; E. V. Appleton, Electrician, 27. Dez. 1918, L. A. Hazeltine, I. R. E. 1918, S. 63; A. Hund, I. R. E. 1918, S. 219; C. Gutton, Revue Générale de l'Electricité, 5. Juli 1919; C. L. Fortescue, Radio Review, Dez. 1919; R. Ettenreich, Verh. d. d. Phys. Ges. 10. Juni 1920; K. Rottgardt und A. Meißner, E. T. Z., 11. Nov. 1920; A. Blondel und M. Touly, Comptes Rendus, 169, Sept. 1919; W. Seitz, Jahrb. d. drahtl. usw., Juni 1920; E. Nesper, Jahrb. d. d. T., Juni 1920; J. A. Fleming, Radio Review, März 1921.

kommt die dynamische Charakteristik an Stelle der statischen in Betracht, da der äußere Plattenkreis die gegenseitige Leitfähigkeit im ganzen System ändert und der Wechselstromwiderstand der Röhre maßgebend ist. Der Verlauf der Schwingungen ist aus der unteren Darstellung von Abb. 17 zu entnehmen. Die Frequenz der erzeugten Schwingungen ist mit großer Annäherung durch die bekannte Formel<sup>1)</sup>

$$f^{\text{--Sek.}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C^F L^H}}$$

gegeben. Man hat die Gitter und Plattenkreise immer in einer solchen Weise anzuordnen, daß in jedem Augenblicke die hervorgerufenen Gitter-EMK  $E_G$  die entgegengesetzte Polarität wie die Platten-EMK  $E_P$  hat. Die abgegebene Hochfrequenzenergie ist um so größer, je kleiner der Bruch  $E_G/E_P$  gewählt ist. Wenn man den Gitterstrom vernachlässigt, so ist die vorhandene Hochfrequenzenergie<sup>2)</sup>

$$W^{\text{Watt}} = E_P \cdot I_P = E_P E_G g,$$

wenn  $g^{\text{Mho}}$  die von Prof. Hazeltine<sup>3)</sup> zuerst angegebene gegenseitige Leitfähigkeit zwischen Gitter und Platte ist. In Wirklichkeit bedeutet  $g$  (im Falle von Schwingungssystemen) die gegenseitige Leitfähigkeit im ganzen Plattensystem, da, wie oben bemerkt wurde, die dynamische Charakteristik infolge des Spannungsverbrauchs im äußeren Plattenkreis zu benutzen ist. Da die Intensität der erzeugten Schwingungen in erster Linie von dem Grade der Elektronenmission in der Röhre abhängt, so sieht man, daß der innere Widerstand<sup>4)</sup> der Röhre die Möglichkeit von Schwingungen im großen und ganzen bedingt. Der innere Widerstand ist aber unendlich hoch für die unerregte Kathode (wenn kalt) und fällt gemäß gewissen Gesetzen mit der Zunahme der Kathodentemperatur ab. Wenn also ein Oszillator allmählich mittels des Kathodenstroms

<sup>1)</sup> Der innere Wechselstromwiderstand der Röhre sowie andere Faktoren können die Frequenz beeinflussen.

<sup>2)</sup> Wenn  $I$  der Momentanwert des Stromes ist, der den Parallelzweig der Oszillatorkapazität und Induktivität in Schwingungen versetzt, so stellt  $E_P I$ , über die ganze Periode integriert, die von der Röhre abgegebene Hochfrequenzenergie dar.

<sup>3)</sup> L. A. Hazeltine, l. c.

<sup>4)</sup> Man hat, wie an anderer Stelle bemerkt ist, zwischen Wechselstrom- und Gleichstromwiderstand zu unterscheiden, da die  $E_P/I_P$ -Charakteristik nur für einen begrenzten Teil ungefähr geradlinig verläuft. Für ein quadratisches Gesetz, für welches  $q=2$  ist, wird der Wechselstromwiderstand nur halb so groß als der Gleichstromwiderstand. Die Größe der Amplitude gibt an, ob die Tangente oder die Sekante der  $E_P/I_P$  benutzbar ist.

erregt wird, so bemerkt man, daß die Schwingungen „plötzlich“ beginnen (siehe Abb. 17) und ein in den Plattenkreis eingeschaltetes Gleichstrominstrument für eine gewisse Kathodentemperatur einen

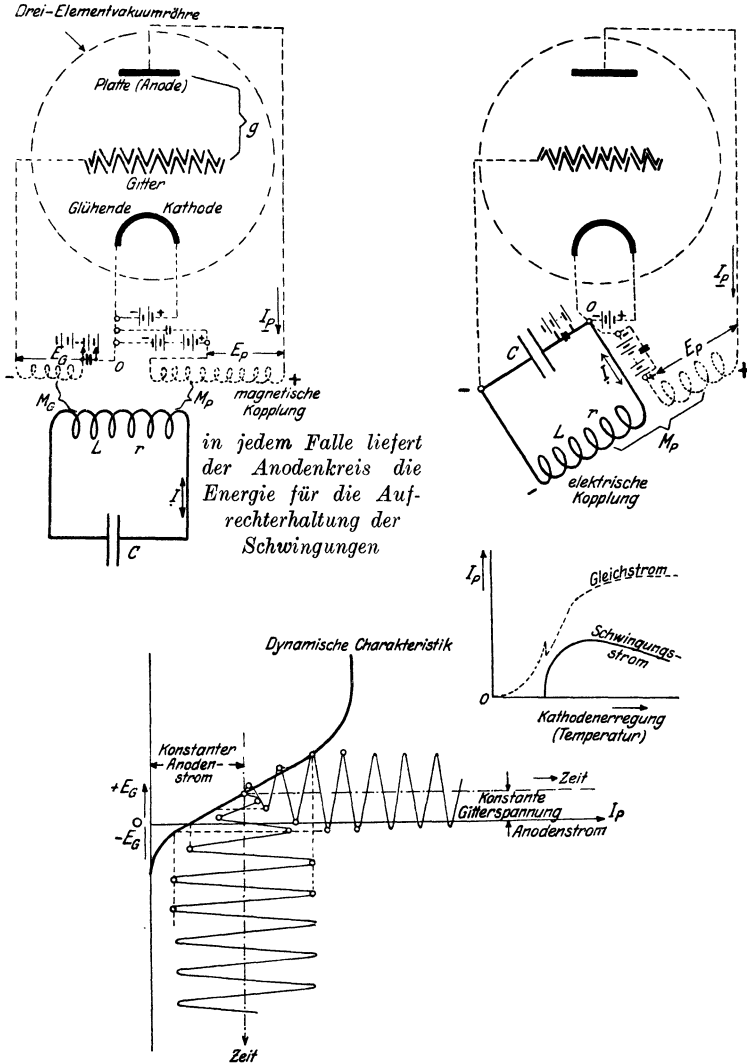


Abb. 17. Entstehung selbsterregter Schwingungen.

merklichen Stromabfall aufweist, da dann die konstante Spannungsquelle im Anodenkreis sowohl die Gleichstrom- als auch die Wechselstromverluste zu decken hat. Von dieser Temperatur an und aufwärts ändert sich die Verstärkungskonstante  $k_A$  der Röhre etwas,

was die Tatsache erklärt, warum eine gewisse Röhre nur eine bestimmte und nicht mehr Leistung abgeben kann, und selbst dann nicht, wenn die Gitter zur Plattenkopplung und andere Konstanten geändert werden. Da die Verstärkerwirkung in der Dreielementröhre mittels der veränderlichen Gitterspannung  $e_G$ , im Plattenkreise die verstärkte EMK  $k_A e_G$  hervorruft, so kann man folgende drei Bedingungen zugrunde legen:

- a) Wenn die treibende Schwingungsspannung größer als  $k_A e_G$  ist, so erhält man einen schwach gedämpften Wellenzug, wenn irgendeine Störung den Plattenstrom ändert.
- b) Wenn die treibende Schwingungsspannung gleich  $k_A e_G$  ist, so werden ungedämpfte Schwingungen nach der Störung aufrechterhalten, während
- c) für eine kleinere Schwingungsspannung die Schwingungen so lange anwachsen, bis die ganze dynamische Charakteristik beschrieben wird. Von diesem Augenblicke an bestehen dann ungedämpfte Schwingungen.

Was die Wellenform der möglichen Schwingungen anbelangt, so erhält man reine Sinusströme im Oszillator, wenn die Abspiegelung längs des geradlinigen Teiles der dynamischen Röhrenüberallcharakteristik<sup>1)</sup> stattfinden kann. Wenn dagegen ein zu negatives Gitterpotential oder andere Ursachen den von der Anode abfließenden Elektronenstrom zu gewissen Zeiten vernichten kann, so entstehen in diesem Zweige außerdem starke Oberwellen, die sich dem Grundstrom sowohl, wie dem mittleren zugeführten Gleichstrom überlagern. Die Oberwellen sind im eigentlichen Schwingungskreis weniger ausgeprägt, da derselbe der Grundfrequenz sich anpaßt. Trotzdem können solche Oberwellen mit großem Erfolge für Messungen verwendet werden (Harmonische Methoden). Man muß bemerken, daß die Sinuswellen mit Oberschwingungen in vielen Fällen einen bedeutend besseren Wirkungsgrad als für reine Schwingungen ergeben, da für die letzteren sowohl ein größerer mittlerer Anodenstrom als auch größere Gitterkreisverluste zu erwarten sind.

Für das Schwingungssystem zur rechten Seite der Abb. 17 ergibt die verallgemeinerte symbolische Methode

$$I \left( r + nL + \frac{1}{nC} \right) + I_P n M_P = 0 \dots \angle,$$

da die Summe aller Spannungsabfälle längs eines geschlossenen

---

<sup>1)</sup> Überallcharakteristik steht für die Kennlinie, wenn der wirkliche Oszillator angeschlossen ist.

Stromkreises verschwinden muß. Wenn man dieses Ergebnis mit der Röhrencharakteristik (dem geradlinigen Teil)

$$I_P = E_G \cdot g = \frac{I}{nC} g$$

vereinigt, so erhält man

$$n^2 L + n \left( r + \frac{M_P}{C} g \right) + \frac{1}{C} = 0 \dots \angle,$$

woraus sich für den Schwingungsfall die konjugierten komplexen Winkelgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} n &= \alpha \pm j\omega \\ &= -\frac{1}{2L} \left( r + \frac{M_P}{C} g \right) \pm j \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[ \frac{1}{2L} \left( r + \frac{M_P}{C} g \right) \right]^2} \end{aligned}$$

ergeben. Wenn ungedämpfte Sinusschwingungen vorliegen, muß der Dämpfungsfaktor verschwinden, d. h.  $\alpha = 0$  sein, woraus folgt:

$$g^{\text{Mho}} = \frac{C^F \cdot r^\Omega}{[-M_P^H]} \quad \text{und} \quad f^{\text{-Sek.}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{C^F \cdot L^H}}.$$

Das negative Zeichen gehört notwendigerweise zur gegenseitigen Induktion  $M_P$  und besagt, daß die Polarität der Plattenwindungen derjenigen der Gitterwindungen entgegengesetzt sein muß. Da der innere Widerstand  $R_i$  der Röhre mittels des Verstärkungsfaktors  $k_A$  und der gegenseitigen Leitfähigkeit<sup>1)</sup>  $g$  aus der Beziehung

$$g = \frac{k_A}{R_i}$$

berechenbar ist, so erhält man für denselben

$$R_i = - \left[ \frac{k_A M_P}{rC} \right].$$

Man sieht deshalb, daß die Röhre einen scheinbaren negativen Widerstand für die Schwingungen aufweist und infolge davon Schwingungen erzeugt<sup>2)</sup>. Die stark gedruckte Formel für die

<sup>1)</sup> Im Falle der effektive Widerstand des äußeren Plattenkreises klein im Vergleiche zu  $R_i$  ist;  $\frac{E_P}{I_P} = R_i$  und  $g = \frac{I_P}{E_G}$ , wo  $E_P = k_A \cdot E_G$ .

<sup>2)</sup> Ein negativer Widerstand ist aber eine Art Energiequelle, und im obigen Ausdruck darf das Produkt  $k_A M_P$  als der Grund dafür angesehen werden, da  $M_P$  die Plattenenergie zum Oszillator bringt und ohne den Verstärkungsfaktoren  $k_A$  die Schwingungen nicht aufrechterhalten werden können.

gegenseitige Leitfähigkeit  $g$  zeigt an, in welchem Verhältnis die Konstanten  $C$ ,  $r$  und  $M_P$  mit Bezug auf die Charakteristik gewählt werden müssen.

Die Verlustmethode ergibt für den magnetischen verketteten Schwingungskreis derselben Abbildung ebenfalls kontinuierliche Schwingungen der Periodenzahl  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$ . Die induzierten Spannungen in den Gitter- und Plattenwindungen sind dann

$$E_G = j\omega I M_G$$

und

$$E_P = j\omega I M_P.$$

Da die im Schwingungskreis verbrauchte Leistung von dem Platten-system entnommen werden muß, hat man die Beziehungen

$$I^2 r = E_P I_P = E_P E_G g = -\omega^2 I^2 M_P M_G g$$

$$g^{\text{Mho}} = -\frac{r}{\omega^2 M_P M_G} = \frac{C^F \cdot L^H \cdot r^\Omega}{[+M_G^H] [-M_P^H]}, \quad \text{da } \omega^2 = \frac{1}{CL}$$

und die scheinbare negative Widerstandsreaktion der Röhre hat wiederum den Wert

$$R_i = -\left[ \frac{\omega^2 k_A M_P M_G}{r} \right]$$

und stellt den innern Widerstand dar.

Der in Abb. 18 angegebene Schwingungserzeuger kann mittels des äquivalenten oder des scheinbaren äquivalenten Kreises untersucht werden. Die Phasen der verschiedenen Veränderlichen sind mit Bezug auf verschwindende Plattenreaktanz eingezeichnet, was für selbst erregte Schwingungen in guter Annäherung zulässig ist. Man sieht, daß die Wechselstromkomponente  $e_G$  der Gitter-EMK eine entgegengesetzte und verstärkte Änderung  $-k_A e_G$  im Plattenkreis erzeugt und daß die Wechselstromkomponente  $i_P$  im letzteren Kreise im Synchronismus mit  $e_G$  sich ändert. Wenn man den äquivalenten Oszillator in Betracht zieht, sieht man, daß dem Kondensator  $C$  zwei Zweige parallel liegen. Der eine besteht aus der Spule ( $L_P$  und  $r$ ) und der andere aus dem innern Röhrenwiderstand  $R_i$  und der gedachten Quelle  $-k_A e_G$ . Die Spannungsdifferenz an den Kondensatorklemmen muß in jedem Augenblicke auch diejenige der Parallelzweige sein. Wenn man bedenkt, daß  $-k_A e_G$  die aufgedrückte Spannung ist, so erhält man

$$-k_A M n I_1 = R_i (I_1 + I_2) + (r + nL_P) I_1 \dots \angle$$

und

$$\frac{I_2}{nC} = (r + nL_P) I_1 \dots \angle,$$





für den Schwingungsfall. Wenn kontinuierliche Wellen vorliegen sollen, muß der Wert des Dämpfungsfaktors verschwinden, d. h.  $\alpha = 0$  sein. Man erhält somit für die Periodenzahl  $f$  und den innern Widerstand  $R_i$  die Ausdrücke

$$f^{-\text{Sek.}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{1 + \frac{r \cdot \Omega}{R_i}} \quad R_i = \frac{-k_A M^H - L_P}{r \cdot C},$$

ein Ergebnis, das wiederum andeutet, daß die Röhre eine negative Widerstandsreaktion mittels des Verstärkungsfaktors  $k_A$  und dem Wicklungssinn der Gitterwindungen mit Bezug auf diejenigen der Platte ausübt. In Wirklichkeit ist der negative Widerstand nur scheinbar, da das negative Zeichen von  $M$  nur auf den Wicklungssinn der Plattenwindungen Bezug hat. Mittels einer solchen Anschauung sieht man, daß der innere Widerstand

$$R_i = \frac{k_A M - L_P}{r C}$$

nicht notwendig negativ sein muß, im Falle große Röhrenverstärkung oder gegenseitige Induktion vorliegt. Die Formel für die Frequenz ergibt für vernachlässigbaren äußern Plattenwiderstand  $r$  den gewöhnlichen Ausdruck.

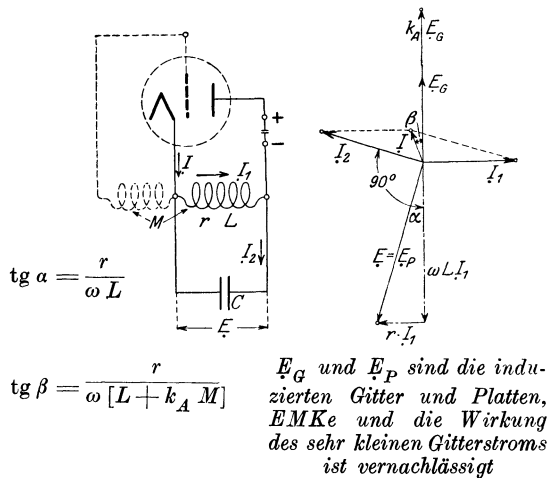


Abb. 19. Vektordiagramm eines Röhrenoszillators.

In Abb. 19 ist das genaue Vektordiagramm des soeben behandelten Schwingungssystems angedeutet. Alle Vektoren haben auf die Hochfrequenzstromkomponenten in den verschiedenen Zweigen

Bezug. Eine Leistungskomponente  $r \cdot I_1$  ist notwendig, um das System in einem Zustand von Schwingungen zu erhalten. Die treibende Schwingungs-EMK  $E$ , welche numerisch gleich der Komponente  $E_P$ , ist um einen kleinen Winkel  $\alpha$  verschoben. Die schwingenden Platten und Gitterpotentiale sind deshalb um den Zeitwinkel  $(180 + \alpha)$  anstatt um  $180^\circ$  verschoben. Der Kondensatorstrom  $I_2$  eilt der Klemmenspannung  $E$  um  $90^\circ$  voraus und der Spulenstrom  $I_1$  ist etwas verschieden und nur ungefähr in entgegengesetzter Richtung von  $I_2$ . Der resultierende Strom  $I$  im Hauptzweig des Plattenkreises kann deshalb durch geometrische Addition gefunden werden. Wenn  $r$  Null wäre, so würde derselbe die gleiche Phase wie  $E_G$  aufweisen, da dann  $I_1$  die wahre und gleichphasige Fortsetzung von  $I_2$  im Oszillator  $C - L$  sein würde. Die Bestimmung der Phasenabweichung  $\alpha$  ist aus der Abbildung ersichtlich. Diejenige von  $\beta$  erhält man auf folgende Weise: Da die innere Charakteristik der Röhre für die Augenblickswerte der Wechselstromkomponenten die bekannte Beziehung

$$I = \frac{1}{R_i} [E_P + k_A E_G]$$

ergibt, so hat man für das vorliegende System

$$I_1 - I_2 = - \frac{1}{R_i} [(r + nL) I_1 + k_A M n I_1] \dots \angle$$

oder

$$I = - \frac{1}{R_i} [r I_1 + n(L + k_A M) I_1] \dots \angle$$

Für den Fall von ungedämpften Schwingungen ist  $\alpha = 0$  und  $n = \pm j\omega$ , das heißt

$$\operatorname{tg} \beta = - \frac{r}{\omega [L + k_A M]}.$$

Wenn  $I$  und  $I_1$  die entsprechenden Effektivwerte sind, so hat man für den effektiven Plattenhochfrequenzstrom

$$I = \frac{I_1}{R_i} \sqrt{r^2 + [\omega (L + k_A M)]^2}.$$

Man sieht deshalb, daß der ganze Röhrenkreis eine solche Wirkung ausübt, als ob eine Spule von Widerstand  $r$  und Selbstinduktion  $[L + k_A M]$  in den äußeren Kreis gelegt wäre.

Wenn ein Tungargleichrichter mittels einer Gleichstromquelle erregt wird (Abb. 135a), so steigt der Anodenstrom mit wachsender Anodenspannung gemäß einem gewissen Gesetze an. Im Falle die Glühkörpererregung (Glühfadenstrom) unterbrochen wird, kann

bei richtiger Bombardierung der Kathode der Vorgang aufrecht erhalten werden, da die Argongasmoleküle mittels der Anodenspannung die Kathodentemperatur durch die effektive Ionisation bestehen lassen. Der Anodenstrom nimmt dann zunächst mit erhöhtem Anodenpotential zu, bis für eine gewisse kritische Spannung sich unstabiles Gleichgewicht einstellt und eine „fallende“ Volt-Ampere-Charakteristik entsteht. Man hat somit einen unreinen negativen Röhrenwiderstand, welcher Schwingungen in einem im Nebenschluß befindlichen Resonanzsystem hervorrufen kann. Wie in Abb. 135 a angedeutet ist, kann man die negative Charakteristik nur mittels sorgfältigster Einstellung des Widerstandes  $R$  erhalten, da andernfalls die Röhre beschädigt wird oder überhaupt keine Schwingungen abgibt. Auf ähnliche Weise kann man mittels einer gewöhnlichen Quecksilberröhre Schwingungen erhalten.

7) C. Die Drei-Elementröhre mit sekundären Elektronen als Schwingungserzeuger. Der von Dr. A. W. Hull<sup>1)</sup> entwickelte Dynatronoszillator ist ein solcher Apparat. Die Anordnung zeigt Abb. 20, wo  $HC$  die glühende Kathode,  $A$  die perforierte Anode und  $P$  die Platte bedeutet. Der negative Widerstand  $\mathcal{R}$  der Röhre<sup>2)</sup> erzeugt die Schwingungen und zwar derart, daß man

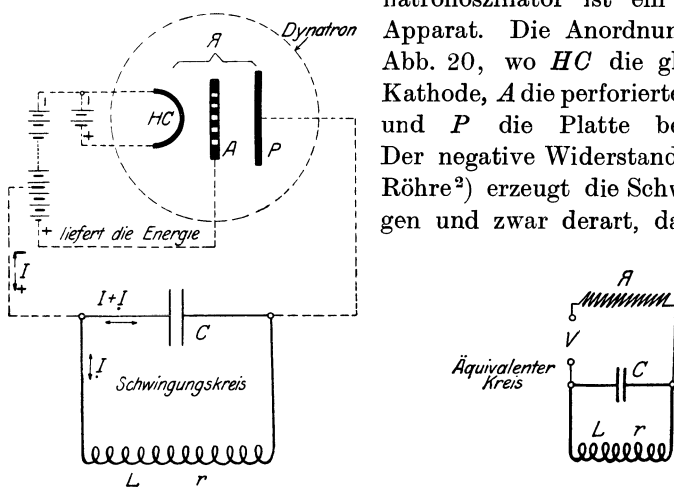


Abb. 20. Der Dynatron-Schwingungserzeuger.

wachsende  
ungedämpfte } Schwingungen für  $\frac{r}{L} + \frac{1}{C\mathcal{R}} \left\{ \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \right\} 0$   
oder gedämpfte

hat. Der Strom  $I$ , welcher zu den Oszillatorzweigen fließt, ist für

<sup>1)</sup> A. W. Hull, Proc. I. R. E. 1918, S. 5; A. Hund, Elektrotechnik und Maschinenbau, 1920, S. 397.

<sup>2)</sup> Näheres siehe Abb. 115 a und Abschnitt 143.

den geradlinigen Teil der innern Röhrencharakteristik durch die Beziehung

$$I = \frac{V_P}{\mathcal{H}} + I_0$$

gegeben, wo  $I_0$  verschwindet, wenn die eine Kondensator клемme auf das Potential  $V$  gebracht wird (siehe Abb. 115a). Die Größe  $V_P$  bezeichnet das Plattenpotential und  $\mathcal{H}$  den Abfall der geraden Linie.

Der Vorgang im System ist folgender:

Wenn der Stromkreis geschlossen wird, empfängt die Platte  $P$ , gemäß der Werte  $\mathcal{H}$  und  $C$ , Elektronen. Die von dem Kondensator aufgenommene Energie entladet sich dann durch die Spule ( $L$  und  $r$ ) und den negativen Widerstand. Die Entladezeit hängt von der relativen Wahl dieser Konstanten ab. Wenn

$$\frac{4}{CL} > \left[ \frac{r}{L} + \frac{1}{C\mathcal{H}} \right]^2,$$

so hat man eine Schwingungsentladung der Periodenzahl

$$f^{-\text{Sek.}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[ \frac{r}{L} + \frac{1}{C\mathcal{H}} \right]^2} \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{C^F L^H}}.$$

Für  $\frac{r}{L} + \frac{1}{C\mathcal{H}} \gtrsim 0$ , d. i.  $\mathcal{H} \cdot r$  ungefähr gleich dem numerischen Werte von  $L/C$ , erhält man in guter Annäherung Sinusschwingungen. Bei geeigneter Wahl der Konstanten beginnt eine Entladung und infolge der Trägheitswirkung der Selbstinduktion  $L$  überläuft der Spulenstrom seinen Nullwert und ladet den Kondensator im umgekehrten Sinne wieder auf usw. Wenn eine zu große Selbstinduktion  $L$  im Plattenkreise eingeschaltet ist, so kann die Platte mehr Elektronen aufnehmen als  $L$  verbraucht. Die Anode führt dann den Elektronenüberschuß zur Quelle zurück. Apparate dieser Art können einige 100 Watt Hochfrequenzenergie abgeben. Wenn eine gewöhnliche Dreielementenröhre in der angegebenen Weise erregt wird, so kann man ebenfalls einen negativen Widerstand erhalten, geradeso wie eine schlecht evakuierte Zweielementröhre für einen gewissen Spannungsbereich eine nicht wünschenswerte negative Charakteristik zeigen kann.

## II. Spannungs- und Stromwechsler.

8) **A. Spannungswechsler.** Wenn die Abgabespannung dieselbe Periodenzahl wie die Primärquelle aufweist, so hat man den Transformatorfall. Man spricht von einem Autotransformator, wenn ein Teil der primären und sekundären Windungen denselben Leiter benutzen, während für gewöhnliche Transformatoren eine magnetische<sup>1)</sup> Verkettung vorliegt.

Wenn Spannungswechsler mit mehr als einer Primärquelle größere Spannungsabfälle an der Abgabeseite aufweisen, so hat man es mit Verstärkern zu tun, welche mittels lokaler Kräfte die Vergrößerung bewirken. Apparate dieser Art sind im Kapitel VI beschrieben.

9) **Teslas Transformator für die Erzeugung von Hochspannungen mittels gedämpfter Wellen.** Auf einer Vereinigung der gewöhnlichen Transformatorwirkung mit derjenigen der elektrischen Resonanz beruht der Transformator von Tesla. Ein Funkeninduktor oder eine Wechselstromquelle von ungefähr 10000 bis 30000 V Spannung ist mit den Klemmen eines Kondensators verbunden, zu dem im Nebenschluß eine Luftspule mit wenigen Windungen in Reihe mit einer Funkenstrecke liegt. In einer zweiten Spule mit bedeutend mehr Windungen, welche die Luftspule umgeben, entstehen dann hohe Hochfrequenzspannungen.

10) **Alexandersons Resonanztransformator für die Erzeugung von hochgespannten Sinuswellen.** Die Transformation der Anordnung Abb. 21 ist die Ursache zweier Wirkungen. Die erstere beruht auf derjenigen eines Lufttransformators und die zweite benutzt den Resonanzeffekt im Sekundärsystem.

Das Resonanzsystem besteht aus 24 Spulen und den Sekundärwindungen des Lufttransformators. Die Primärspule führt zum Hochfrequenzschwingungserzeuger. Jede der 24 Spulen enthält zirka 21 Windungen aus Litzendraht, welche spiralenförmig auf einen mittleren Durchmesser von 35 cm in 7 Lagen von je 3 Windungen gewickelt sind. Die Spulen sind derart miteinander verbunden, daß immer 2 äußere oder innere Drahtenden zusammenführen, um die Isolierungsschwierigkeiten zu verringern. Die veränderlichen Luftkondensatoren sind an jeder Seite mittels Kupferröhren, welche

---

<sup>1)</sup> Elektrostatische Transformatoren finden praktische Verwendung nur für Spannungsteiler für Messungen, trotzdem deren einfache Konstruktion im Bereiche der schnellen Schwingungen ein weiteres Anwendungsgebiet versprechen.

eine kegelförmige Spirale bilden, angeordnet. Die Änderung der Kapazität wird mittels der Entfernung der Kondensatorlagen erreicht. Bezüglich anderer Konstruktionseinzelheiten sei bemerkt, daß alle Teile innerhalb der elektrischen und magnetischen Felder mittels hartem trockenem Holz gehalten werden müssen.

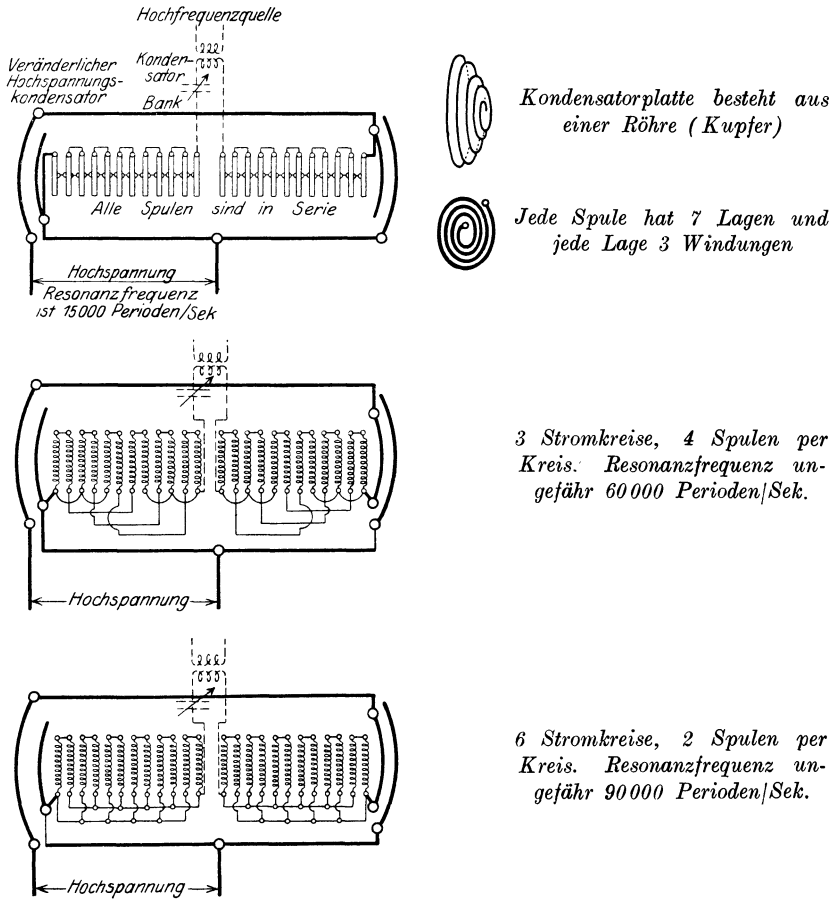


Abb. 21. Hochspannungstransformator für ungedämpfte Wellen.

Weiter sei darauf hingewiesen, daß bei dem Lufttransformator man mit einem äquivalenten Transformationsübersetzungsverhältnis zu rechnen hat. Dasselbe hängt von dem Widerstand, der äußeren Kreisreaktion und den Kapazitätswirkungen ab und ist bisweilen bedeutend kleiner als das Verhältnis von Sekundär zu Primärwindungen (z. B. 6 : 1 ergab für eine Anordnung von  $f = 100\,000$  nur 3,6 : 1).

11) **Der Resonanztransformator, welcher mit einer Sinuskraft erregt ist und gedämpfte Wellen zu erzeugen hat.** Dieser Apparat (siehe Abb. 2), bildet einen Teil eines Resonanzkreises für sehr lange Wellen (entsprechend 50 bis 500 Schwingungen in der Sekunde). Die Resonanzbedingung hat deshalb nur für die Niederfrequenzseite, die Speiseleitung, einen Wert und nur dann, wenn der Hochfrequenzkondensator sich aufladet. Während der Entladung durch kurze Wellen ist die Resonanz gestört und die Spannung, welche andernfalls Kurzschlußströme hervorrufen würde, auf einen sehr kleinen Wert zurückgeführt.

Ein Resonanztransformator mit offenem magnetischen Feld ergibt die beste Anordnung, da infolge der veränderlichen Kopplung die magnetische Rückwirkung sehr klein eingestellt werden kann, sofern der Speisestrom mittels eines Reihenwiderstandes konstant gehalten wird. Da

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL[1-\kappa^2]}}$$

ist, so erkennt man, daß jede Kopplung  $\kappa$  eine bestimmte Resonanzfrequenz  $f_r$  erfordert. Die Größen  $C$  und  $L$  bedeuten die wirksamen Kreiskonstanten im Niederfrequenzzweige.

12) **B. Stromwechsler.** Auch hier kann man zwischen Transformatoren und Stromverstärkern unterscheiden. Die letzteren beruhen wiederum auf Kräften, welche größtenteils von einer Sekundärquelle geliefert werden, während die eigentliche Primärquelle nur die Energieschwankungen im Abgabezweige im richtigen Rhythmus abdrückt.

Wenn Nebenschlüsse für Hochfrequenzstrommessungen benutzt werden, so muß man, wie in Abb. 22 gezeigt ist, das Verhältnis

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2 + nL_2}{r_1 + nL_1}$$

der wirksamen Teilströme zugrunde legen.

Wenn die Selbstinduktion genügend groß im Vergleiche zum Widerstande gewählt ist, so wird das Stromverhältnis von der Periodenzahl unabhängig und

$$I_2 = k \cdot I_1.$$

Dasselbe gilt für die allgemeinste Verzweigung

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2 + nL_2 + \frac{1}{nC_2}}{r_1 + nL_1 + \frac{1}{nC_1}},$$

wo für überwiegende Kapazitätswirkungen der Strom  $I_2$  in guter Annäherung durch die Beziehung

$$I_2 = k' \cdot I_1$$

gegeben ist. Wenn die Abweichung  $\eta$  ‰ nicht überschreiten soll, so muß man  $L_2$  und  $C_2$  gemäß den Formeln

$$L_2 \leq \frac{r_2}{2\pi f \sqrt{\frac{1}{[1-\eta]^2} - 1}} \quad \text{beziehungsweise} \quad C_2 \leq \frac{\sqrt{\frac{1}{[1-\eta]^2} - 1}}{2\pi f \cdot r_2}$$

wählen.

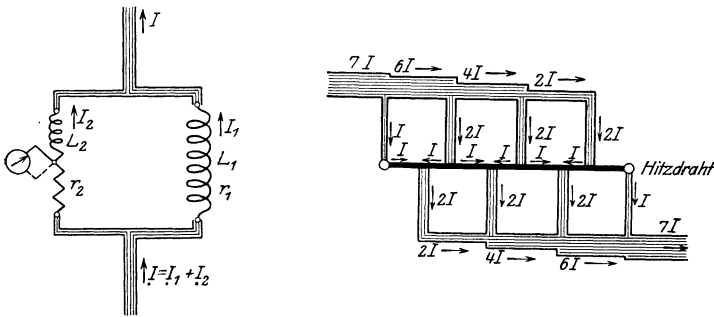


Abb. 22. Anordnungen für die Messung großer Stromstärken.

Das sogenannte Hitzdrahtamperemeter „ohne Nebenschluß“ der Fa. Hartmann und Braun, das ebenfalls Abb. 22 zeigt, gibt für einen großen Frequenzbereich verhältnismäßig gute Ablesungen.

### III. Die Phasenwechslер.

#### 13) Anordnungen für gedämpfte und ungedämpfte Wellen.

Die eine Gruppe von Phasenwechslern ist für ungedämpfte, die andere für gedämpfte Hochfrequenzströme verwendbar.

Wenn ungedämpfte Wellen vorliegen, so ist die in der Abb. 23 angegebene Anordnung ein Weg, Ströme verschiedener Phasen herzustellen. Die Spulen  $L_1$  und  $L_2$  stehen senkrecht zueinander und erzeugen ein kreisförmiges Drehfeld, da  $L_1, L_2, C_1, C_2$  und das Verhältnis der Transformatorspulen so gewählt sind, daß die Magnetisierungsströme  $I_1$  und  $I_2$  90 Zeitgrade Phasendifferenz aufweisen und gleiche magnetische Amplituden erzeugen. Die in den andern Spulen induzierten Spannungen  $E_3$  und  $E_4$  haben dann einen Phasenunterschied  $\Psi$ .



Die in der Abb. 24 angedeutete Methode ist das Verdienst der Doktoren L. Mandelstam und N. Papalexii. Die Kreise  $F_2 L_2 C_2 L_2 F_2$  und  $F_1 L_1 C_1 L_1 F_1$  haben dieselbe Schwingungskonstante, und die

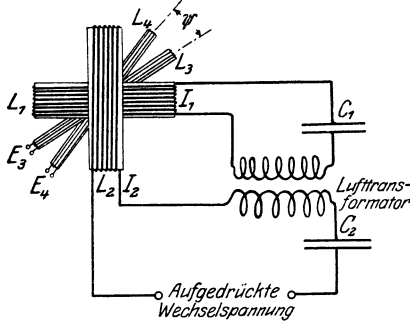


Abb. 23. Phasenwechsler für ungedämpfte Wellen.

Wellenlänge des Kreises

$F_2 C_0 L_0 L_1 C_1 L_1 L_0 C_0 F_2$  ist größer als diejenige des Kreises  $F_1 L_1 C_1 L_1 F_1$ . Man stimmt die Kapazitäten so ab, daß

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2} C_0.$$

Die Spule  $L_3$  ist eine hohe Impedanz für Hochfrequenzströme. Dieselbe bildet einen Kurzschluß für  $C_1$ , wenn die Ladung stattfindet, und hat keinen Einfluß, wenn die Hochfrequenzentladung vor sich geht. Die Funkenstrecke  $F_1$  ist für maximale Spannung eingestellt, d. h. der Funken  $F_1$  entsteht eine halbe Periode später wie derjenige von  $F_2$ . Die maßgebende Periode ist diejenige des Kreises

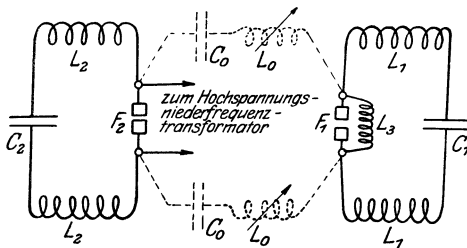


Abb. 24. Phasenwechsler für gedämpfte Wellen.

$$F_2 C_0 L_0 L_1 C_1 L_1 L_0 C_0 F_2.$$

Gleich darauf setzen Schwingungen im Kreis  $F_1 L_1 C_1 F_1$  ein (gemäß der Eigenfrequenz). Da die Schwingungskonstante des Kreises

$F_2 C_0 L_0 L_1 C_1 L_1 L_0 C_0 F_2$  mittels der Einstellung von  $L_0$  geändert werden kann, so können die Zeiten zwischen den Entladungen von  $F_2 L_2 C_2 L_2 F_2$  und  $F_1 L_1 C_1 L_1 F_1$  beliebig geändert und Wellen verschiedener Phase erzeugt werden.

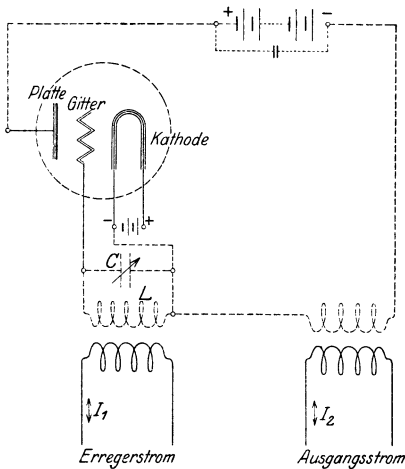


Abb. 25. Phasenwechsler für ungedämpfte Röhrenschwingungen.

Die in der Abb. 25 angegebene Anordnung benutzt eine Glühkathodenröhre

mit einem Gitter als die dritte Elektrode. Die Phasendifferenz zwischen dem Erregerstrom  $I_1$  (muß sinusförmig sein) und dem Ausgangsstrom  $I_2$  wird mittels der Schwingungskonstante  $CL$  erhalten, wenn  $L$  den effektiven Wert der Gitterspule bedeutet. Der Erregerstrom induziert in der Gitterspule eine EMK der aufgedrückten Frequenz. Ähnliche und verstärkte Änderungen finden in dem Plattenstrom statt und die Phase des Stroms  $I_2$  hängt von dem Bruche  $\frac{CL}{f}$  ab, wenn  $f$  die aufgedrückte Frequenz bezeichnet.

Die Amplitude von  $I_2$  hängt sowohl von den Kopplungen von  $I_1$  zum Gitter- und  $I_2$  zum Plattenkreis ab als auch von der Verstärkungskonstante  $k_A$  der Röhre, da die Gitterpotentialänderungen  $k_A$ -mal an der Platte wirken.

#### IV. Die Frequenzwechsler.

14) **Arbeitsweise der verschiedenen praktischen Frequenzwechsler.** Die einem System aufgedrückte Periodenzahl kann auf folgende Arten verändert werden:

1. Man verstärkt eine wünschenswerte und ausgeprägte Oberwelle (Wechselstromlichtbogen, Strom verzerrt durch Ferromagnetikum, ergibt dreifache Frequenz).

2. Man verbindet zwei Transformatoren in Serie (oder zwei Spulen, welche sich auf demselben Eisen befinden) und erzeugt resultierende Kraftflußschwankungen höherer Frequenz (ergibt zweifache und dreifache Periodenzahl).

3. Man verwendet Serientransformatoren, welche aufgedrückte Spannungstöße in einer solchen Weise vereinigen, daß der abgenommene Strom vielfachperiodisch ausfällt (gleichgerichtete Wellenhälften werden dem System aufgedrückt), oder

man überlagert zwei verschiedenartig verzerrte Stromstöße derselben Periodenzahl und in einer solchen Weise, daß der resultierende Strom und Kraftfluß größere Periodenzahl aufweist (zweifache und sechsfache Frequenz).

Bei den Methoden, welche zwei Transformatoren<sup>1)</sup> verwenden,

<sup>1)</sup> Die Theorie der magnetischen Frequenzwechsler wurde in einem interessanten Vortrage des Herrn Prof. Dr. J. Zenneck in New York behandelt. Abdrücke dieser Vorlesung sind im Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie usw., 1921 und I. R. E., Dezember 1920, S. 468 enthalten. Andere Beschreibungen sind: Epstein, Kühn, Joly, Jahrb. d. drahtl. Tel. 1915, von Arco und Meißner Patente; A. N. Goldsmith, Radio Frequency Changers, I. R. E. 1915, S. 55; T. Minohara, Proc. I. R. E. 1920, S. 493.

sind entweder die Primär- oder die Sekundärwindungen in entgegengesetzter Richtung verbunden und die andern Spulen derart, daß deren Spannungen sich addieren. Wenn eine zweifache Frequenz verlangt ist, so erzeugt man die Unsymmetrie in den zwei Transformatoren durch die Überlagerung eines konstanten Kraftflusses  $\bar{\Phi}$  (mittels eines kontinuierlichen Gleichstroms  $\bar{I}$ ) und eines harmonischen Flußes  $\tilde{\Phi}$ . Für den Fall einer dreifachen Frequenz erzeugt man verschiedene Grade der magnetischen Sättigung in den bezüglichen Transformatoren.

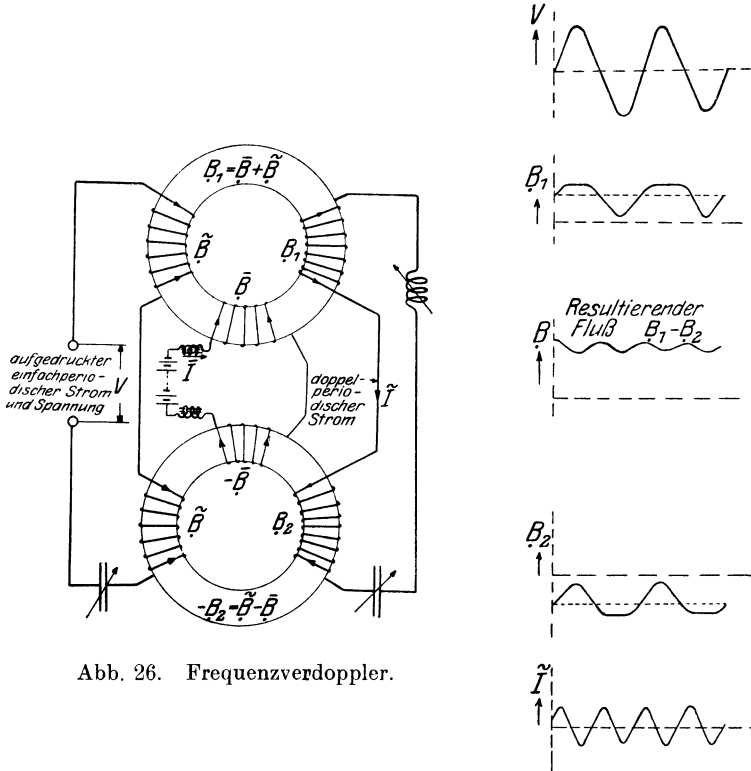


Abb. 26. Frequenzverdoppler.

**15) Dreifache Periodenzahl von einem Wechselstromlichtbogen (Zenck).** Wenn ein elektrischer Lichtbogen von einem Wechselstrom gespeist wird, so wird die Wellenform so verzerrt, daß ein merkbarer dreifachperiodischer Strom überlagert ist. Wenn eine Drosselspule in die Speiseleitung und ein Resonanzsystem parallel zum Bogen geschaltet wird, so kann ein Strom der dreifachen Frequenz darin erzeugt werden. Die Energie ist bisweilen beträchtlich.

**16) Zweifache Periodenzahl mittels unsymmetrischer Magnetisierung (Arco).** Die Abb. 26 zeigt die Anordnung. Die primären

Windungen zweier gleicher Transformatoren sind in Reihe geschaltet, während die Sekundärwindungen in entgegengesetzter Richtung und über ein Variometer und einen veränderlichen Kondensator verbunden sind. Eine Gleichstromerregung  $\tilde{I}$  erzeugt eine unsymmetrische Magnetisierung, da im selben Augenblicke die wechselnde Flußdichte  $\tilde{B}$  in einem Transformator sich zum Werte  $B_1 = \tilde{B} + \tilde{B}$  vergrößert und im andern Transformator zu einem Werte  $-B_2 = \tilde{B} - \tilde{B}$  verkleinert wird. Infolge der indirekten Reihenschaltung der Sekundärwindungen wirkt die resultierende magnetische Dichte  $B_1 + B_2$

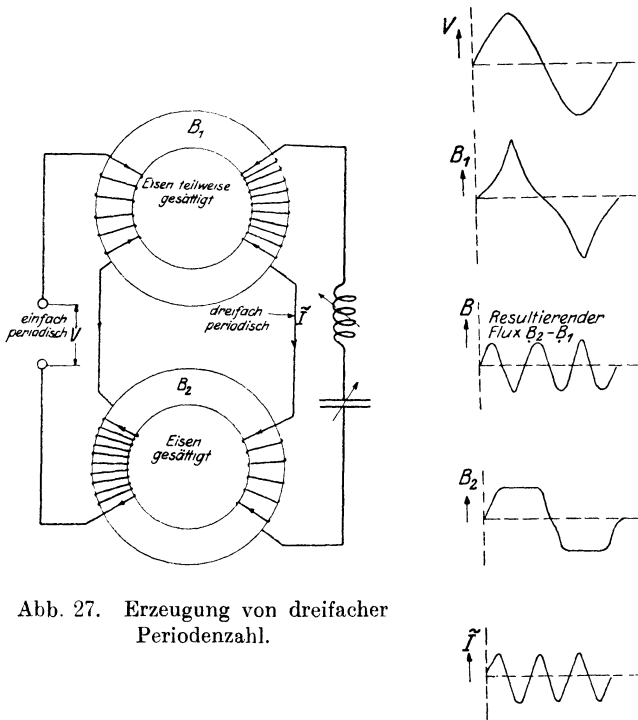


Abb. 27. Erzeugung von dreifacher Periodenzahl.

so auf das System, daß ein beträchtlicher doppelperiodischer Resonanzstrom  $\tilde{I}$  abgegeben wird. Wenn das Goldschmidtsche Reflexionsprinzip angewendet wird, so kann man die Periodenzahl schrittweise noch dadurch vergrößern, daß man den doppelperiodischen Strom  $\tilde{I}$  an das Primärsystem zurückspiegeln läßt usw. Diese Methode ist sehr bequem für Laboratoriumszwecke.

17) Dreifache Periodenzahl mittels Transformatoren, welche verschiedenartig gesättigt sind (Epstein-Joly). Die Primärspulen der Abb. 27 werden im entgegengesetzten Sinne hintereinander

geschaltet und die Sekundärwindungen in Serie. Der Kondensator und das Variometer erleichtern die Resonanzeinstellung für die dreifache Periodenzahl. Die magnetische Dichtenwelle  $B_1$  ist zugespitzt, da der entsprechende Transformator nicht genügend Amperewindungen besitzt ( $\tilde{I}_{\max}$  kleiner als der Sättigungsstrom), während der andere Transformator genügend Windungen hat, um das Eisen vollständig zu magnetisieren. Die entsprechende magnetische Kraftliniendichte  $B_2$  hat deshalb die bekannte abgeflachte Gestalt. Die resultierende Kraftliniendichte  $B = B_2 - B_1$  erzeugt dann einen dreifachperiodischen Strom  $\tilde{I}$ .

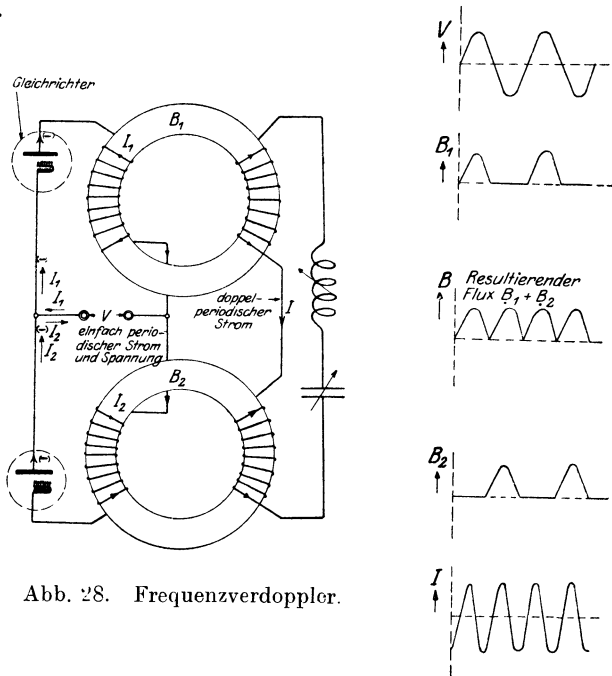


Abb. 28. Frequenzverdoppler.

18) **Zweifache Periodenzahl mittels gleichgerichteter Wellenhälften (Alexanderson, Zenneck, Hund).** Das in der Abb. 28 ange deutete Verfahren benutzt Glühkathodengleichrichter (der gewöhnlichen oder der Tungarart, je nach der verlangten Stromstärke) an Stelle des Quecksilberbogensystems von Alexanderson oder der Aluminiumgleichrichter von Zenneck. Dies hat den Vorteil, daß sowohl hohe Spannungen als auch starke Ströme benutzt werden können (jeder Periodenzahl). Die Primärspulen sind wiederum gegeneinander geschaltet. Da der Strom  $I_1$  die  $B_1$ -Stöße in der einen Richtung und  $I_2$  Schwebungen  $B_2$  derselben Art (aber zu Zeiten, wenn  $I_1$  Null ist) hervorruft, so erzeugen die Änderungen von  $B = B_1 + B_2$  einen doppelperiodischen Resonanzstrom im Sekundärkreise.

**19) Sechsfache Periodenzahl mittels zweier Vollwegkenotrons unter Verwendung der Temperatur- und Raumladewirkung (Hund).** Aus den Abbildungen 33 und 37 erkennt man, daß eine zu niedrige Kathodentemperatur die gleichgerichteten Wellenhälften abflacht und geringe Anodenspannung zugespitzte Hälften hervorruft. Wenn deshalb der gleichgerichtete Strom eines Vollweggleichrichters mit einem maximalen Potential  $V < V_s$  (kleiner als Sättigungspotential) dem gleichgerichteten Strom eines andern Vollweggleichrichters mit zu geringer Kathodenerregung überlagert wird, so kann man in einem Resonanzsystem Ströme der sechsfachen Frequenz erhalten. Eine sechsfache Periodenzahl bedingt jedoch, daß die zugespitzten Wellenhälften durch die abgeflachten Wellenhälften verlaufen, wenn alle Wellenhälften auf der selben Seite der Zeitachse gezeichnet sind. Wenn zwei Vollwegkenotrons mit derselben inneren Charakteristik verwendet würden, so könnten die zugespitzten Wellenhälften nie durch die abgeflachten Hälften dringen. Dies kann aber dadurch erreicht werden, daß man für den „Raumladungs“gleichrichter den Plattenlüpfadenabstand größer wählt als für den Gleichrichter, welcher durch die Temperaturwirkung beeinflusst ist. Ein anderer Weg besteht in der Verwendung eines Kenotrons mit Gitter (Plotron). Die richtige Raumladewirkung kann dann mittels des Gitterpotentials hergestellt werden.

## V. Die Gleichrichtung von Strömen.

**20) Definition und Einteilung der Gleichrichter.** Ein Gleichrichter bedeutet einen elektrischen Leiter, der einem gewissen Strom weniger Widerstand in einer als in der anderen Richtung entgegenstellt. Das Ohmsche Gesetz gilt im allgemeinen nicht oder nur für einen bestimmten Strombereich.

Die Darstellungen der Abb. 29 behandeln alle praktischen Fälle. Man kann demgemäß folgende Arten von Gleichrichtern unterscheiden

- |   |   |
|---|---|
| 1. Vollkommener Gleichrichter                     | Unvollkommene Gleichrichter                         |
| 2. Reiner Art                                     | Unreiner Art  |
| 3. Symmetrische<br>Volt-Ampere-<br>Charakteristik | 4. Unsymmetrische<br>Volt-Ampere-<br>Charakteristik |

1. Man nennt einen Gleichrichter vollkommen, wenn ein Stromfluß nur in einer Richtung möglich ist und das Ohmsche Gesetz dafür gilt, d. h. wenn ein Gleichrichter einen bestimmten konstanten Widerstand für eine Stromrichtung aufweist, aber einen unendlich

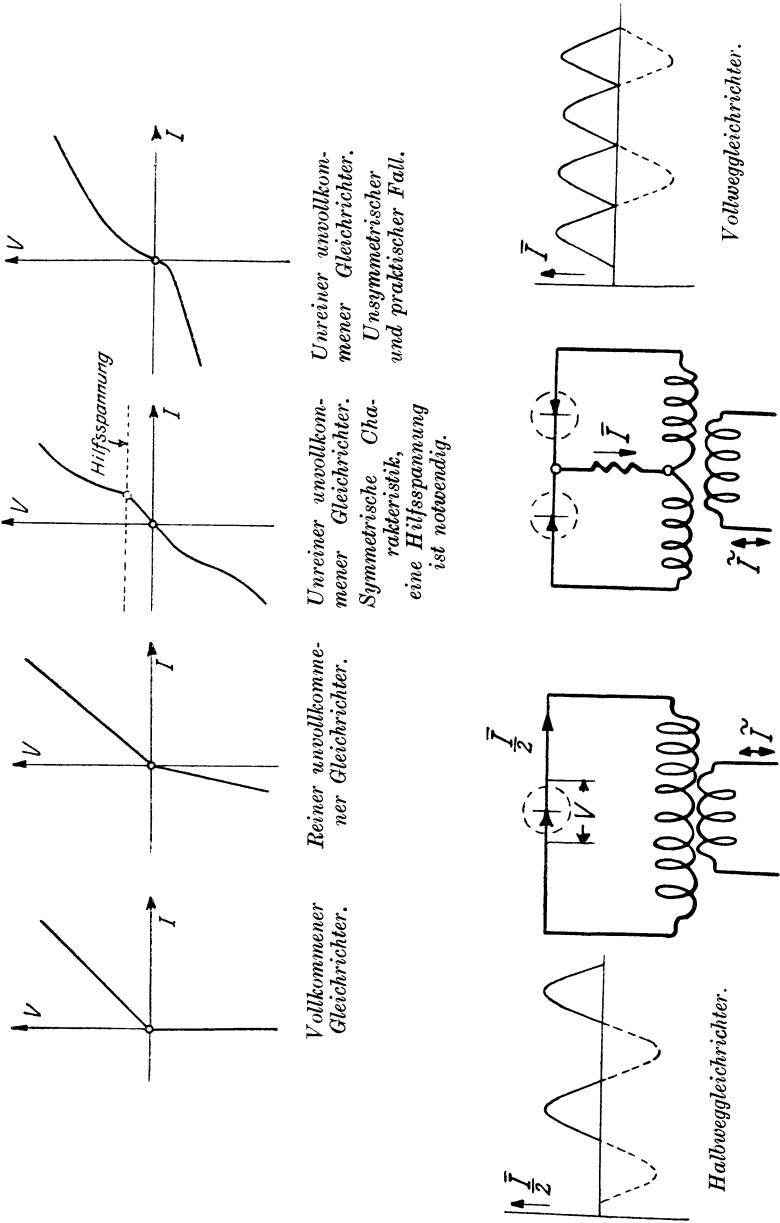


Abb. 29.

großen Wert annimmt, sobald der Strom seinen Sinn ändert. Die meisten Glühkathodengleichrichter gehören in diese Klasse, wenn ein gewisser Spannungsbereich nicht überschritten und die Temperatur des Glühkörpers richtig gewählt wird.

2. Man hat es mit einem reinen unvollkommenen Gleichrichter zu tun, wenn ein gewisser konstanter Widerstand für einen Stromfluß in einer Richtung und ein anderer konstanter Widerstand für einen Stromfluß in der entgegengesetzten Richtung vorliegt. Das Ohmsche Gesetz gilt dann nur für die bezüglichen Stromrichtungen.

3. Ein unreiner vollkommener Gleichrichter folgt dem Ohmschen Gesetze nur für einen sehr kleinen Strombereich. Wenn ein Leiter dieselben unregelmäßigen Widerstandseigenschaften für beide Stromrichtungen aufweist, so kann man mittels einer überlagerten Gleichspannung eine Gleichrichtung erzielen. Ein solches Hilfspotential ist immer notwendig, wenn derselbe Widerstand für eine gewisse Stromstärke in jeder Richtung besteht, d. h. wenn eine symmetrische Spannungsstromcharakteristik vorliegt. Eine überlagerte Gleichspannung stört dann die Symmetrie und erzeugt, wie in Abb. 29 angegeben, eine teilweise Gleichrichtung.

4. Ein unreiner unvollkommener Gleichrichter hat eine unsymmetrische Charakteristik und ergibt daher eine teilweise Gleichrichterwirkung ohne Hilfsspannung. Wenn jedoch seine Gleichspannung richtig gewählt ist, so kann die Gleichrichtung verbessert werden. Viele der elektrolytischen und Kristallgleichrichter gehören in diese Klasse.

Die untere Darstellung der Abb. 29 zeigt Anordnungen für die Halbweg- und Vollweggleichrichtung. In den meisten Fällen kann die Vollweggleichrichtung mittels eines einzigen Apparates ausgeführt werden (Quecksilbergleichrichter, Elektronenröhren usw.).

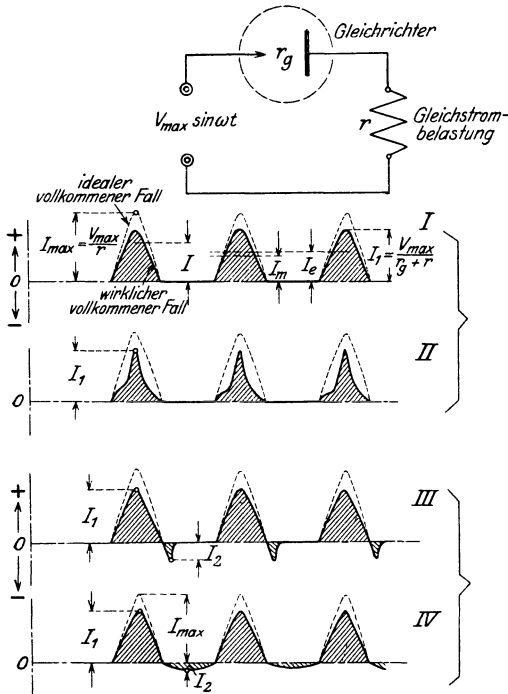
Was die verschiedenen technischen Ausführungen anbelangt, so kann man zwei Hauptgruppen unterscheiden, nämlich:

eine, bei der der Gleichrichter nur sehr schwachen Strom führt und eine, bei der große Ströme gleichgerichtet werden.

Die letztere Gruppe kann man wieder in eine Klasse teilen, welche für gewöhnliche Spannungen, und eine, welche für Hochspannungen gilt. Die mechanischen Gleichrichter spielen keine große Rolle in der Hochfrequenztechnik, da die Periodenzahl unmögliche Umlaufgeschwindigkeiten oder mechanische Vibrationen verlangen würde. Selbst für Niederfrequenz treten Schwierigkeiten auf, wenn sehr hohe Spannungen vorliegen. Selbst wenn niedere Frequenzen vorliegen können für Röhrenschwingungen mechanische Gleichrichter nur schlechte Wirkung ergeben, da in der Regel „geradzahlige“ Oberschwingungen mit Kosinus und Sinusgliedern vorliegen, welche den resultierenden Wechselstrom so beeinflussen, daß die Zeiten für die positiven und negativen Wellenteile nicht mehr gleich sind obgleich deren Addition die Periodenzeit für die ganze resultierende Welle (und auch der Grundwelle) liefert.



21) **Formfaktor, Scheitelfaktor und Nutzstrom eines gleichgerichteten Stromes.** Wenn die Leistung des gleichgerichteten Stromes in Betracht kommt, so ist es nicht nur notwendig, den Grad der Ventilwirkung eines gewissen Gleichrichters zu kennen, sondern auch die Form des gleichgerichteten Stromes. Viele Gleichrichter verzerren die Wellenhälften mehr oder weniger, da der innere Widerstand  $r_g$  von der aufgedrückten Spannung abhängig ist. Andere Gleichrichter erlauben Umkehrströme, so daß nur der Differentialeffekt im Gleich-



*Unreiner vollkommener Gleichrichter.*

*Der Strom fließt nur in einer Richtung und das Ohmsche Gesetz gilt mehr oder weniger genau. Die Wellenhälften sind mehr oder weniger verzerrt und der Formfaktor ist immer größer als die Einheit.*

*Unreiner unvollkommener Gleichrichter.*

*Rückentladungen finden infolge innerer Kapazitätserscheinungen oder anderer Ursachen statt. Verzerrung der Wellenhälften. Formfaktor ist immer größer als die Einheit.*

Abb. 30.

richterkreise benutzt werden kann. Dies ist in Abb. 30 näher erklärt, wo  $I_e$  den mit einem dynamometrischen Instrumente gemessenen Effektivwert und  $I_m$  den von einem Gleichstrommesser angegebenen Mittelwert<sup>1)</sup> des gleichgerichteten Stromes bedeutet. Die punktierten

<sup>1)</sup> Wenn Mittelwerte beider gleichgerichteten Wellenhälften (zwei Halbwegglühkathodengleichrichter) an einem Gleichinstrument abgelesen werden sollen, so ist es am besten dieses Instrument in den Hauptkreis zu schalten. Wenn dagegen nur die eine Hälfte eines Kondensatorstroms das Instrument beeinflusst, so ist für eine verzerrte Wellenform der Spannung die Angabe des Instrumentes etwas zu hoch und mit Zwei multipliziert, um beide Hälften zu berücksichtigen, nicht mehr richtig. Dies ist klar, wenn man bedenkt, daß

Kurven bedeuten den Wechselstrom, welcher fließen würde, im Falle kein Gleichrichter im Stromkreise eingeschaltet wäre. Die Maximalamplitude  $I_1$  des gleichgerichteten Stromes ist immer kleiner als  $I_{\max}$  des entsprechenden Wechselstromes, da für alle technischen Gleichrichter während der Gleichrichtung ein gewisser innerer Widerstand  $r_g$  vorliegt. In vielen Fällen bedeutet  $r_g$  eine Veränderliche, da z. B. die innere Charakteristik eines Glühkathodengleichrichters den kleinsten Widerstand  $r_g$  dann aufweist, wenn die aufgedrückte Spannung zu einem gewissen Zeitpunkte gleich dem oder größer als das Sättigungsanodenpotential<sup>1)</sup> der Röhre ist. In vielen Fällen kann der Effekt des unreinen Gleichrichterwiderstandes mittels einer Belastungsspule oder eines Widerstandes im äußeren Kreise vermindert werden. Die Größe des Belastungswiderstandes  $r$  ist jedoch sowohl von dem Sättigungsstrom  $I_s$  als auch von der Wechselspannung abhängig, da  $r$  so gewählt werden muß, daß  $I_s r + I_s r_g = V_{\max}$  ist. Dies liefert dann die günstigste Belastung für die Röhre. Da die Gleichrichtungsfähigkeit gleich dem Verhältnis von Nutzstrom im Gleichrichterkreise ( $I_m$ ) zum möglichen Wechselstrom ( $I$ ) ist, so sieht man, daß die Leistungsabgabe durch den Gleichrichterwiderstand und demjenigen der Belastung begrenzt ist. Da obiges Verhältnis für vollkommene Gleichrichter den Wert

$$\xi = \frac{1}{2 F \left( \frac{r_g}{r} + 1 \right)}$$

ergibt, so hat man den größten Nutzstrom für vernachlässigbaren Gleichrichterwiderstand, da dann der Nutzstrom für eine Halbweggleichrichtung praktisch gleich dem reziproken Werte des doppelten Formfaktors, d. h. gleich  $\frac{1}{2 F} 100\%$  wird. Wenn man diese Betrachtung mit dem bereits erwähnten Resultat für den inneren Minimalwiderstand  $r_g$  vereinigt, so erhält man die beste Gleichstromwirkung für

z. B. ein zweiter Scheitel in den Wellenhälften, direkt nachdem er auftritt, einen kleinen Umkehrstrom erzeugt, der aber nur im andern Gleichrichter bemerkbar ist; während für die darauffolgende Wellenhälfte, welche vom andern Gleichrichter gleichgerichtet wird (der den Indikator nicht beeinflusst) der kleine Strom positiv ist, das heißt, den Indikator beeinflusst. Dies besagt aber, daß für die erste Wellenhälfte der Zeiger des Instruments im Mittel zu viel ausschlägt, da der Umkehreffekt nicht bemerkbar ist und für die darauffolgende Hälfte dieser Effekt, da im entgegengesetzten Sinne wirkend, sich addiert und  $I_m$  wiederum vermehrt.

<sup>1)</sup> Das Sättigungsanodenpotential entspricht derjenigen Spannung zwischen der Anode und dem Glühkörper, welche für eine gewisse Kathodentemperatur gerade den größten Thermionstrom durch die Röhre sendet.

$F$  nicht viel größer als die Einheit

und  $r_g = \frac{V_{\max}}{I_s} - r$  verschwindend im Vergleich zu  $r$ ,

$$\text{d. h. } r \text{ ungefähr} = \frac{V_{\max}}{I_s}.$$

$I_s$  bedeutet den Sättigungsstrom einer Röhre und muß in diesem Falle gleich dem maximalen Werte  $I_1$  sein, da für vollkommene Gleichrichter  $I_2 = 0$  wird. Für alle anderen Gleichrichterarten muß man  $I_1$  so wählen, daß das Verhältnis der maximalen Gleichrichterspannung zum effektiven inneren Widerstand des Ventils den Wert  $I_1$  befriedigt.

Der Scheitelfaktor  $\sigma$  ist durch die Beziehung

$$\sigma = \frac{\text{maximaler Augenblickswert}}{\text{Effektivwert}} = \frac{I_{\max}}{I_e}$$

und der Formfaktor  $F$  durch

$$F = \frac{\text{Effektivwert}}{\text{Mittelwert}} = \frac{I_e}{I_m}$$

gegeben. Wenn deshalb unreine unvollkommene Gleichrichtung vorliegt, wie z. B. in Darstellung IV der Abb. 30 angedeutet ist, so ist der Scheitelfaktor

$$\sigma = \frac{I_1 + I_2}{2 I_e},$$

wenn  $I_e$  den im Gleichrichterkreis mittels eines Wechselstrominstrumentes gemessenen Stromwert bedeutet. Auf ähnliche Weise wird der Formfaktor<sup>1)</sup>

$$F = \frac{I_1 - I_2}{2 \sigma I_m},$$

wenn  $I_m$  die mit einem Gleichstrominstrumente gemessene Gleichrichterstromstärke bedeutet. Für reine Sinusform ist  $F = 1,11$  und  $\sigma = 1,414$ . Wenn der gleichgerichtete Strom die in der oberen Darstellung der Abb. 31 angedeutete Form<sup>2)</sup> hat, so wird der Formfaktor

$$F = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (I_1 + I_2 \sin \Theta)^2 d\Theta}}{\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (I_1 + I_2 \sin \Theta) d\Theta} = \frac{\pi \sqrt{I_1^2 + \frac{I_2^2}{2} + \frac{4}{\pi} I_1 I_2}}{\pi I_1 + 2 I_2}$$

1) Da  $F = \frac{I_{\max}}{\sigma I_m}$ .

2) A. Hund, Elektrotechnik und Maschinenbau, Jan. 22, 1922.

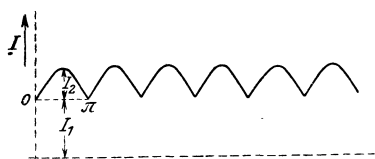
und der Scheitelfaktor

$$\sigma = \frac{I_1 + I_2}{\sqrt{I_1^2 + \frac{1}{2} I_2^2 + \frac{4}{\pi} I_1 I_2}}$$

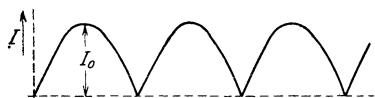
Mittels der Form- und Scheitelfaktoren kann man daher die Güte eines bestimmten Gleichrichters ermitteln. Dies ist durch die Verfahren in Abschnitten 172 und 173 näher ausgeführt. Wenn man sich aber ein

wahres Bild von der Leistung des gleichgerichteten Stromes zu machen wünscht, so scheint es zweckentsprechend, den resultierenden Strom im Gleichrichterkreise in seine Komponenten aufzulösen. Als Nutzstrom bezeichnet man jene Komponente, welche die Gleichstromleistungsabgabe bedingt. Einige der Komponenten können mehr oder weniger

$$\text{Formfaktor} = \frac{\pi \sqrt{I_1^2 + \frac{I_2^2}{2} + \frac{4}{\pi} I_1 I_2}}{\pi I_1 + 2 I_2}$$

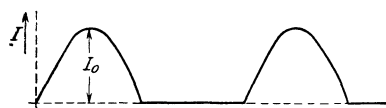


$$I = \frac{2 I_0}{\pi} + \text{Oberwellen}$$



ungefähr 80% der vorhandenen Energie ist im gleichgerichteten Strome enthalten

$V \sin \omega t$  ist die dem Gleichrichter aufgedrückte Spannung



$$I_0 = \frac{V}{R}$$

ungefähr 40% der vorhandenen Energie ist im gleichgerichteten Strome enthalten

$$I = \frac{I_0}{\pi} + \tilde{I} + \text{Oberwellen}$$

Abb. 31.

energielos sein und das letztere um so mehr, je kleiner der Widerstand gewählt ist. Die nutzbare Leistung bestimmt die Gleichrichtungswirkung (siehe 173) und den Wirkungsgrad (siehe 172) des Gleichrichters. Man muß also einen Unterschied zwischen der Gleichrichtungsfähigkeit und dem Wirkungsgrad eines elektrischen Ventils machen, da ein Gleichrichter gleichzeitig als Energiebegrenzer wirkt.

Wenn man eine Vollgleichrichtung in Betracht zieht, für welche z. B. ein symmetrisch gebauter Kenotron mit dem Widerstand  $R$  verwendet wird, und die Plattenerregung und Kathodentemperatur

so wählt<sup>1)</sup>, daß für eine aufgedrückte Spannung  $V \sin \omega t$  beide Wellenhälften praktisch unverzerrt gleichgerichtet werden (mittlere Darstellung der Abb. 31), so kann der gleichgerichtete Strom  $I$  in jedem Augenblick durch den Ausdruck

$$I = \frac{V}{R} \left[ \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum \frac{\cos k \omega t}{k^2 - 1} \right] \quad \text{für } k = 2, 4, 6, 8, \dots$$

$$= \frac{V}{R} \frac{2}{\pi} \left[ 1 - \frac{2 \cos 2 \omega t}{1 \cdot 3} - \frac{2 \cos 4 \omega t}{3 \cdot 5} - \frac{2 \cos 6 \omega t}{5 \cdot 7} - \dots \right]$$

befriedigt werden. Man sieht deshalb, daß ein kontinuierlicher Gleichstrom  $\frac{2V}{\pi R} = \frac{2}{\pi} I_0$  einem doppelperiodischen Wechselstrom und einer Reihe von geraden Oberschwingungen überlagert ist. Da aber der Nutzstrom  $I = \frac{2}{\pi} I_0$  und die Amplitude  $I'' = \frac{4}{3\pi} I_0$  des doppelperiodischen Wechselstroms durch Vergleich die Beziehung

$$I = \frac{3}{2} I'' = \frac{3}{\sqrt{2}} I_e$$

ergibt, so sieht man, daß der Nutzstrom  $I$  im Gleichrichterkreise ungefähr 212<sup>0</sup>/<sub>0</sub> des überlagerten effektiven doppelperiodischen Wechselstroms  $I_e$  ist. Die Energie, die einem Vollweggleichrichter zur Verfügung gestellt wird, ist  $\frac{V^2}{2R}$ . Der Nutzstrom führt deshalb den Anteil

$$I^2 R = \frac{4}{\pi^2} I_0^2 R = \frac{8}{\pi^2} \left[ \frac{V^2}{2R} \right] = 81,1^0/0$$

der vorhandenen Energie, weil in der doppelperiodischen Oberwelle 18<sup>0</sup>/<sub>0</sub> und in den geradzahigen Oberwellen die verbleibenden 0,9<sup>0</sup>/<sub>0</sub> der dem Gleichrichter zugeführten Energie nutzlos hin und her schwingen und dadurch nur die Leitungen erwärmen. Dies ergibt sich wenn man bedenkt, daß für den doppelperiodischen Effektivstrom  $I_e$

$$I_e^2 R = \left[ \frac{4}{3\pi} \frac{I_0}{\sqrt{2}} \right]^2 R = \frac{16}{9\pi^2} \left[ \frac{V^2}{2R} \right] = 18^0/0 \quad \text{von} \quad \left[ \frac{V^2}{2R} \right].$$

Wenn ein Halbweggleichrichter im Wechselstromkreise eingeschaltet ist und unverzerrte (praktisch) Wellenhälften wie in der unteren

<sup>1)</sup> Gewöhnlich sind die Wellenhälften nahe der Zeitachse verzerrt, da der beinahe gerade Teil der inneren Röhrencharakteristik in den Ursprungspunkt des Koordinatensystems läuft und sich deshalb krümmt. Wenn jedoch sehr hohe Spannungen vorliegen, so darf der Effekt des Röhrenwiderstandes in der Nähe des Nullpunkts des Koordinatenkreuzes vernachlässigt werden.

Darstellung der Abb. 31 im Gleichrichterkreise erhalten werden, so ist der Momentanwert  $I$  des gleichgerichteten Stromes von der Form

$$I = I_0 \left[ \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{2}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{2}{3 \cdot 5\pi} \cos 4\omega t + \dots \right],$$

d. h. über den kontinuierlichen Gleichstrom  $I = \frac{I_0}{\pi} = \frac{V}{\pi R}$  lagert sich sowohl ein Wechselstrom  $I_e$  der aufgedrückten Frequenz und mit der Amplitude  $I' = \frac{I_0}{2} = \frac{V}{2R}$  als auch eine Reihe von [höhern geraden Oberschwingungen. Wenn man wiederum den Nutzstrom  $I$  mit dem Grundstrom  $I_e$  im Gleichrichterzweige vergleicht, so erhält man den Effektivwert

$$I_e = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I, \text{ da } I = \frac{2}{\pi} I' = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_e.$$

Die Intensität des Nutzstroms  $I$  ist in diesem Falle nur 90<sup>0</sup>/<sub>0</sub> des Effektivwertes  $I_e$  des überlagerten Grundstromes. Da für Halbweggleichrichter die vorhandene Energie nur  $\frac{V^2}{4R}$  ist, so sieht man, daß der Nutzstrom  $I$  dann 40,55<sup>0</sup>/<sub>0</sub> ausnutzt, weil

$$I^2 R = \frac{I_0^2}{\pi^2} R = \frac{4}{\pi^2} \left[ \frac{V^2}{4R} \right].$$

In der überlagerten Grundwelle  $I_e$  schwingt nutzlos die Energie

$$I_e^2 R = \left[ \frac{I_0}{2\sqrt{2}} \right]^2 R = \frac{1}{2} \left[ \frac{V^2}{4R} \right] = 50\%_0$$

und in den geraden Oberwellen die verbleibenden 9,45<sup>0</sup>/<sub>0</sub> der dem Gleichrichter zugeführten Energie hin und her.

**22. Anwendungen und Schaltungen.** Obige Ableitungen zeigen, daß die Vollweggleichrichtung ungefähr 80<sup>0</sup>/<sub>0</sub> der vorhandenen Energie ausnützt, und dies nur unter den günstigsten Versuchsbedingungen. Die 20<sup>0</sup>/<sub>0</sub> der übrigen Energie schwingen wie die entsprechenden 60<sup>0</sup>/<sub>0</sub> der Halbweggleichrichtung nutzlos im System hin und her und sind für große Kreiswiderstände teilweise als Verlust aufzufassen. Drosselspulen und Sieberanordnungen werden oft verwendet, um die überlagerten Wellen auszdämpfen und zurückzuhalten, doch ist dies nur dann erfolgreich, wenn der Abnahmegleichstrom verhältnismäßig klein im Vergleich zu derjenigen Stromstärke ist, welche entstehen würde, im Falle der gleichgerichtete Strom ungehindert verlaufen könnte. In allen Fällen scheint es besser, beide Wellenhälften gleichzurichten.

Wenn Modulationen von Hochfrequenzströmen studiert werden sollen und kein besonderer Hochfrequenzoszillograph vorhanden ist, so kann die überlagerte Modulation mittels eines gewöhnlichen Oszillographen sichtbar gemacht werden, im Falle der Hochfrequenzstrom gleichgerichtet ist. Quecksilbergleichrichter, Elektronenröhren und dergleichen können dann verwendet werden.

**23) Der Quecksilbergleichrichter.** Das in Abb. 32 angegebene Ventil nutzt beide Wellenhälften des Hochfrequenzstroms aus. Wenn ein Halbweggleichrichter verwendet wird, so muß ein Hilfsstrom überlagert werden, um die Ionisation während der Blockperiode aufrechtzuerhalten. Der Gleichstrom wird zwischen der Quecksilberkathode und dem Mittelpunkt der Reaktanz abgenommen. Der gestrichelte Zweig dient zur Einschaltungserregung der endgültigen Entladung. Die Reaktanz hat die Aufgabe, die Ionisation des Quecksilberdampfes zu Zeiten aufrechtzuerhalten, wenn der Wechselstrom seine Richtung ändert. Dies ist dadurch möglich, daß das magnetische Feld wegen seiner Trägheitswirkung so langsam verschwindet, daß die andere Graphitanode hohe genügend positive Spannung bekommen kann, um den Bogen zu speisen.

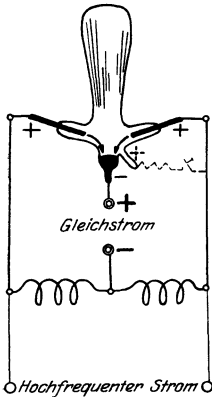


Abb. 32. Der Quecksilbergleichrichter.

**24) Die gewöhnlichen Glühkathodengleichrichter (Zweielementröhre).** Dieselben bestehen aus einer kalten Anode und einer glühenden Kathode in einem Vakuum. Wenn die Luftleere unter der Glashülle genügend hochgradig gewählt ist und man den Glühkörper in bezug auf die kalte Elektrode negativ macht, so fließt ein Thermionstrom von der Kathode zur Anode. Legt man dagegen ein negatives Potential an die kalte Elektrode, so fließt praktisch kein Strom<sup>1)</sup>. Wenn also eine Wechselfspannung, wie in Abb. 33 angedeutet, einem glühenden Kathodengleichrichter aufgedrückt wird, so können nur die positiven Wellenhälften einen gleichgerichteten Strom (Plattenstrom  $I_p$ ) hervorrufen. Der Gleichrichter folgt nur in dem

<sup>1)</sup> Diese Eigenschaft wurde zuerst im Jahre 1883 von Edison entdeckt, dann von Wehnelt, Fleming, J. J. Thomson näher untersucht. J. A. Fleming, Phil. Mag. Bd. 42, 1896; J. J. Thomson, Phil. Mag. Bd. 48, 1899.

Im Falle die Anode infolge der Bombardierung durch zu viele und zu rasch auftreffende Elektronen ( $v =$  einige km/sek) glühend heiß wird, so fließen auch Umkehrströme gegen die Kathode. Solche Thermionströme müssen jedoch vermieden werden, da für derartige Betriebszustände die Röhre beschädigt werden kann.

geradlinigen Teil der  $V_p - I_p$ -Kurve dem Ohmschen Gesetze. Da die innere Röhrencharakteristik entweder in den Nullpunkt des Koordinatenkreuzes oder in die Sättigungslage läuft, so sieht man, daß entweder das untere oder das obere Knie geeignete Stellen für gute Gleichrichtung sind, während der mittlere Teil des geradlinigen Verlaufes für kleine aufgedrückte Wechselspannungen nur

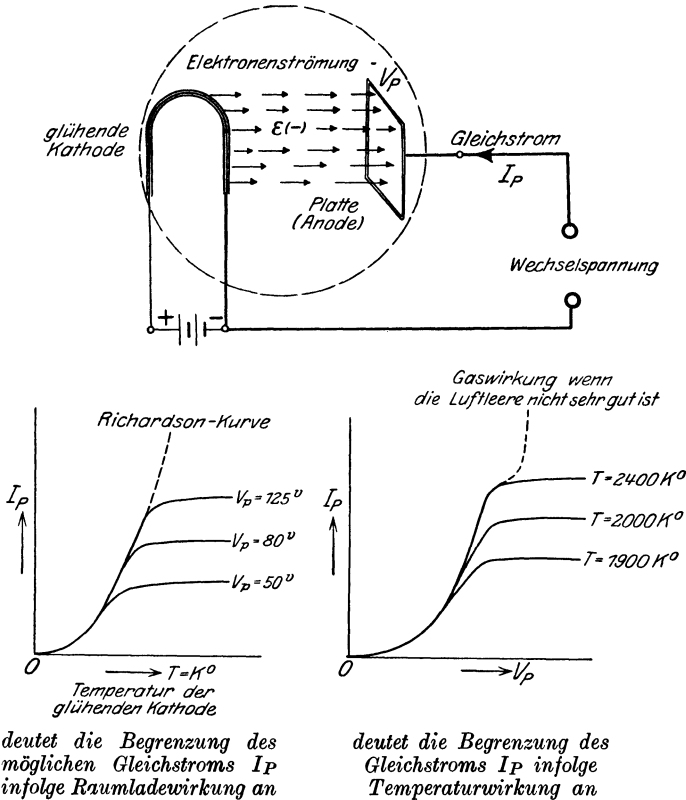


Abb. 33. Schaltung mit Charakteristiken eines glühenden Kathodengleichrichters (Zwei-Elementröhre).

Schwabungen von  $I_p$  ergeben würde, im Falle eine Hilfsgleichspannung zur Erhaltung eines solchen Operationsteiles zugrunde liegen würde. Mit Rücksicht auf den Wirkungsgrad ist die Einstellung auf das untere Knie besser, da dann der Leistungsverbrauch der Hilfsquelle kleiner ausfällt. Hilfsspannungen sind nur für den Empfang sehr kleiner elektrischer Wellen von Vorteil, da andernfalls infolge davon, daß die innere Charakteristik in dem Nullpunkt endigt, der aufgenommene konstante Plattenstrom  $I_p$  für kleine  $V_p$ -Schwankungen sehr klein sein würde. Für



größere aufgedrückte Wechselfspannungen und besonders für die Gleichrichtung von Hochspannungen scheint der Kathodenapparat sehr zweckentsprechend zu sein<sup>1)</sup>. Es ist dann keine Hilfsspannung notwendig. Aus den beiden charakteristischen Kurven der Abb. 33 kann man ersehen, daß die Temperatur der glühenden Kathode als auch die Raumladung<sup>2)</sup> zwischen der Anode und Kathode den Thermionstrom vom Glühfaden zur Platte begrenzen kann. Die Erklärung ergibt sich wie folgt.

**Temperaturwirkung.** Die Anzahl der von der glühenden Kathode abgegebenen Elektronen<sup>3)</sup> hängt von der Elektronenaffinität<sup>4)</sup> und der Temperatur des Glühkörpers ab. Erstere ist durch das Material der Kathode bedingt, weil die Temperatur dann niedrig gewählt werden kann, wenn die Elektronenaffinität verhältnismäßig klein ist. Dies ist klar, wenn man bedenkt, daß für eine kleine Affinität die Elektronen besser von der glühenden Kathode herausgezogen werden können. Man sieht deshalb, daß für eine bestimmte Kathode und Temperatur derselben eine gewisse Anzahl von Elektronen gegen die Platte hin fließen können. Wenn also ein bestimmtes positives Plattenpotential alle vorhandenen Elektronen mittels des erzeugten elektrostatischen Feldes zur Anode herangezogen hat, so kann ein höheres Anodenpotential keinen größeren Thermionstrom erzeugen, ohne daß man die Kathodentemperatur erhöht. Oxydierte Alkalierde an der Oberfläche von Platin (Wehnelt) und ähnliche Glühkathoden, wie sie z. B. von der Western Electric Company her-

<sup>1)</sup> S. Dushman, G. E. Review, März 1915; A. Hund, Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie 1917.

<sup>2)</sup> I. Langmuir, Physical Review, Dezember 1913; Schottky, Jahrb. der Radioaktivität usw. Bd. 12, 1915; A. Hund, Bulletin der Universität von Südkalifornien, Bd. 10, Nr. 6.

<sup>3)</sup> Wenn ungefähr  $10^{19}$  Elektronen per Sekunde zur Anode fließen, so wird  $I_p = 1$  Ampere. Der genaue Wert ist  $6,285 \times 10^{18}$  Elektronen, da die genaueste Bestimmung der elektrischen Ladeinheit  $4.77 \times 10^{-10}$  E. S. E. ist. Dies ist der Wert von Herrn Professor R. A. Millikan der University of Chicago. Derselbe wurde mit der Öltropfenmethode ermittelt. Da 1 coulomb  $= 3 \times 10^9$  E. S. E., so sieht man, daß  $1 \text{ Ampere} = 1 \text{ coulomb/Sek.} = \frac{3 \times 10^9}{4.77 \times 10^{-10}}$  das obige Ergebnis liefert.

<sup>4)</sup> A. Wehnelt (Ann. d. Phys. Bd. 14, 1904) war wohl der erste, welcher vor Prof. O. W. Richardson (The Emission of Electricity from Hot Bodies, Longmans, London) die Elektronenaffinität untersucht hat; P. Debye (Ann. d. Phys. Bd. 32, 1910) zeigt, daß ein Elektron sich leichter von einem hervorstehenden Punkte als von einer regelmäßigen flachen Fläche abtrennen kann. Andere Originalabhandlungen sind: W. Schottky (Phys. Zeitschr. Bd. 15, 1914); I. Langmuir (Trans. Am. Electrochem. Soc. Bd. 33, 1917) und J. Frenkel (Phil. Mag. Bd. 33, 1917).

gestellt werden, erzeugen einen guten Plattenstrom selbst dann, wenn die Kathode nur dunkelrot glüht, während die Wolfram- und Molybdänkathoden der General Electric Company weißheiß sein müssen, um die nötigen Elektronen freizugeben.

Raumwirkung. Wenn für ein gewisses Anodenpotential die Kathodenerregung (Temperatur) vergrößert wird, so fließen mehr Elektronen gegen die Platte. Der Raum zwischen den Elektroden wird deshalb mehr mit negativer Elektrizität aufgeladen, und wenn zu viele Elektronen (infolge zu hoher Kathodentemperatur) gegen die Platte hin ausgesandt werden, so kommen mehrere davon infolge der Repulsion von gleichartigen Ladungen wieder zum Glühkörper zurück, im Falle nicht ein höheres Anodenpotential, das durch die vergrößerte Anziehung die Repulsion überwiegt, verwendet wird. Die Raumladewirkung ist besonders für ein hochgradiges Vakuum von Bedeutung, da der Elektronenverlauf nicht von Gasmolekeln beeinflusst wird. Wenn dagegen nur die geringste Spur von Gasen<sup>1)</sup> unter der Glashülle vorhanden ist, so kann ein gewisses Plattenpotential ( $V_p$ , welches ungefähr die Größe des Sättigungspotentials hat) die Elektronen so in die Gasmolekeln hineinschleudern, daß dieselben in Atome und die letzteren in Elektronen und positive Ionen zertrümmert werden, welche gegen die Platte bzw. Kathode hinfließen. Der Plattenstrom  $I_p$  fällt deshalb größer aus.

Diese Wirkung von Gasen ist nicht für alle Röhren wünschenswert, da die horizontale Sättigungslinie der  $V_p - I_p$ -Kurve für zu hohe angelegte Spannungen abfallen kann (negativer Röhrenwiderstand), weil die gegen die Kathode hingeschleuderten Ionen und Gasmolekeln die Emission der Elektronen verringern.

Wenn ein hochgradiges Vakuum, wie in den Apparaten der General Electric Company, vorausgesetzt wird, so kann man mittels der Richardson-Gleichung<sup>2)</sup> Ausdrücke für den Raumladestrom aufstellen. Da jedoch Vakuumröhren für technische Zwecke jetzt in verschiedensten Ausführungsformen benutzt werden, soll davon abgesehen werden, Sonderausdrücke anzugeben. Die Gleichung

$$I_p = k V_p^q$$

gilt für alle technischen Röhren und verknüpft den Plattenstrom  $I_p$

<sup>1)</sup> Wenn nur wenige Gasmoleküle vorhanden sind, so fällt der Sättigungsstrom ein wenig ab, da der positive Ionenstrom dem Thermionstrom entgegenfließt. Wenn dagegen mehrere Gasmoleküle zertrümmert werden, so kann der resultierende Strom größer wie der Sättigungsstrom ausfallen. Das Vorhandensein von Gasmoleküls hat somit die Neigung, die Raumladung aufzuheben.

<sup>2)</sup>  $i = a \sqrt{T} \epsilon^{-\frac{b}{T}}$  (Phil. Trans. 201, 516, 1903); I. Langmuir (Phys. Zeitschr. 15, 1914); A. Hund (Elektrotechnik und Maschinenbau, Heft 44, 1915).

mit dem Anoden-(Platten-)potential  $V_p$ . Der Exponent  $q$  hängt von der Form der Röhrencharakteristik ab und hat daher verschiedene Werte für verschiedene Teile<sup>1)</sup> derselben. Die Größe  $k$  darf man als Konstruktionskonstante auffassen. Wenn  $I_p = I_s$ , dem Sättigungs- und Raumladestrom, ist, so kann man den Raumladeverlust für hochgradige Vakuumventile berechnen. Man legt dann am besten die von Prof. C. D. Child<sup>2)</sup> gemachte Annahme zugrunde, daß die Anfangselektronengeschwindigkeit Null ist und diejenige, wenn die Elektronen auf die Platte fallen, einen Wert  $v$  hat. Die erstere Annahme, welche von verschiedenen anderen Autoren gemacht wird, entspricht nicht der Wirklichkeit, da die Elektronen mit endlichen Geschwindigkeiten die glühende Kathode verlassen, was auch der von Richardson aufgestellte Ausdruck berücksichtigt. Wenn kurzweg  $V$  die Raumladespannung zwischen der Anode und dem Glühfaden eines Gleichrichters und  $I$  den entsprechenden Thermionstrom bezeichnen, so hat man für  $N$  Elektronen für die Zeit- und Flächeneinheit, eine Masse  $m$  und Ladung  $e$  per Elektron, die kinetische Energie  $N(\frac{1}{2}mv^2)$ , welche an der Platte Wärmeverluste hervorruft, da für ein gutes Vakuum kein bemerkbarer Leistungsverbrauch zwischen der Kathode und Anode einsetzen kann<sup>3)</sup>. Der Raumladeverlust wird deshalb

$$W_a = N(\frac{1}{2}mv^2) = NeV = I \cdot V = kV^{q+1},$$

<sup>1)</sup> Der Exponent  $q$  ändert seinen Wert für verschiedene Anodenpotentiale, weil nicht alle Teile der Kathode dieselbe Elektronenzahl abgeben. Der Glühkörper sollte eine Äquipotentialoberfläche bilden.

<sup>2)</sup> C. D. Child, Phys. Review, Bd. 32, 1911.

<sup>3)</sup> Die ganze Energie  $W$  der Bewegung eines Elektrons ist  $W = W_e + \frac{1}{2}m_0v^2$ , wenn das erste Glied die magnetische Feldenergie infolge der beweglichen elektrischen Ladung ist und das zweite Glied diejenige Energie bedeutet, welche notwendig ist, die ungeladene Masse eines Elektrons mit der Geschwindigkeit  $v$  fortzubewegen. Man hat gemäß Prof. Lorentz (Verst. Kon. Ac. Wet. Am. 1904) einen Unterschied zwischen longitudinaler und transversaler Masse zu machen. Wenn man die Anschauungen von Prof. Einstein (Ann. d. Ph. 1905) berücksichtigt, so hat man das Lorentz-Einsteinische Gesetz

$$m_e = \frac{8.9 \times 10^{-28}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

für die bewegliche elektromagnetische Masse des Elektrons von Geschwindigkeit  $v$  im Gegensatz zur Masse  $m_0$ , für welche eine unendlich langsame Bewegung des Elektrons vorliegt ( $m_0 = 8.9 \times 10^{-28} g$ ). Man sieht aus obiger Formel, daß die elektromagnetische Masse  $m_e$  etwas größer als  $m_0$  ist, wenn sich  $v$  der Geschwindigkeit  $c$  des Lichtes nähert. Der Radius des ruhenden Elektrons ist  $1.85 \times 10^{-13}$  cm. Derjenige eines Wasserstoffmoleküls ist  $1.085 \times 10^{-8}$  cm. D. h.  $\frac{m_H \cdot e}{m_0 \cdot E} = 1835$  Elektronen ergeben dieselbe Masse wie ein einziges Wasserstoffatom.

woraus sich<sup>1)</sup> für den Sonderfall eines Kenotrongleichrichters  $q = 3/2$  der Anodenverlust  $W_a = k V^{5/2}$  ergibt. Der Joulesche Wärmeverlust der Kathode ist

$$W_c = i^2 r,$$

wenn  $i$  den Speisestrom und  $r$  den wirksamen Widerstand der Kathode bedeutet. Für eine Temperatur  $T$  Kelvingrade der Kathode und  $T_1$  für den benachbarten Raum, hat man den Wärmeverlust in Watt/cm<sup>2</sup>

$$W_c = k_1 h F (T^4 - T_1^4) = 12,54 \left[ \frac{T}{1703} \right]^{4,74} F.$$

Der erstere Teil stellt die bekannte Stefan-Boltzmann-Annäherungsformel<sup>2)</sup> für die sekundliche Radiation dar, wenn  $k_1$  die von einem schwarzen Körper ausgestrahlte Energie per Quadratcentimeter für  $T = 1 \text{ K}^\circ$  und  $T_1 = \text{absolutes Null}$  bedeutet. Die Größe  $h$  steht für Energiestrahlung und  $F$  für die Fläche. Die letzte Beziehung ist hier von größter Bedeutung und gilt nach Dr. Langmuir<sup>3)</sup> für Wolfram. Um sich ein Bild von dem Wirkungsgrad eines Kenotrongleichrichters machen zu können, ist untenstehende Tabelle nach Versuchsergebnissen von Dr. Dushman<sup>4)</sup> angegeben.

Tabelle III.

Anode: Molybdenumzylinder, 7,62 cm lang, 1,27 cm Radius.  
 Kathode<sup>5)</sup>: Tungstenglühfaden, 10 mil, koaxial im Anodenzylinder verlaufend.  
 Normale Temperatur des Glühfadens: 2550 Kelvingrade.  
 Maximaler Thermionstrom: ungefähr 0,4 Ampere.  
 Spannungsabfall in der Röhre:  $V = \left[ \frac{400}{14,6} \cdot \frac{1,27}{2} \cdot \frac{10^3}{10} \right]^{2/3} = 145$  Volt.  
 Raumladegleichung:  $I_s = 230 \cdot 10^{-3} V^{3/2}$  Milliampere.  
 Anodenverlust (Raumladeverlust):  $W_a = 145 \cdot 0,4 = 58$  Watt.  
 Kathodenverlust:  $W_c = 72$  Watt.  
 Ganzer Verlust:  $(58 + 72) = 0,13$  KW.  
 Gleichgerichtete Energie:  $15000 \cdot 0,4 = 6$  KW.  
 Wirkungsgrad:  $\frac{5,87}{6} 100 = 97,8\%$ .

<sup>1)</sup> Diese Beziehung kann auch dazu benutzt werden, die Geschwindigkeit  $v$  eines Elektrons zu berechnen. Wenn 1000 Volt zwischen Platte und Glühkörper gelegt sind, so wird für vernachlässigbare Anfangsgeschwindigkeit, die Auffallgeschwindigkeit des Elektrons

$$v = \sqrt{2 V \frac{e}{m_0}} = \sqrt{2000 \times 1,772 \times 10^7} = 1,88 \text{ km/sek.}$$

Man sieht hieraus, daß eine Kontrollelektrode, wie das Gitter einer gewöhnlichen Dreielementröhre nahe beim Glühkörper angebracht werden muß, da andernfalls zu hohe Elektronengeschwindigkeiten eine Beeinflussung des Thermionstromes erschweren.

<sup>2)</sup> Die genaueste Bestimmung ergibt für die gesamte ausgestrahlte Energie

$$W_e = 5,7 \times 10^{-5} (T^4 - T_1^4) \text{ ergs/sq. cm/Sek.}$$

<sup>3)</sup> J. Langmuir, Phys. Review, 34, 1912.

<sup>4)</sup> S. Dushman, G. E. Review, März 1915.

<sup>5)</sup> 1 mil = 0,001 Zoll.

Der Gleichrichter war so eingestellt, daß der Reihenwiderstand den Sättigungsstrom der Röhre lieferte. Man bemerkt, daß der Spannungsabfall in der Röhre nur 145 Volt im Vergleich zur Spannung 15 000 Volt beträgt. Die besten Kenotrons ergeben in der Regel 5 bis 250 Milliampere Thermionstrom für ca. 100 Volt Spannungsabfall. Spezialkonstruktionen können 1 bis  $1\frac{1}{2}$  Ampere gleichrichten. Wenn die Anodenkathodentfernung genügend klein gewählt wird, so kann man leicht ein Ampere mittels eines inneren Spannungsabfalls von ungefähr 200 Volt erreichen. Die Elektroden müssen dann große Flächen besitzen.

Um sich eine Vorstellung machen zu können, wieviel sich die Werte von  $r_g$  und  $r_g'$  für den Gleich- und Wechselstromwiderstand eines beliebigen Gleichrichters unterscheiden, ist es nur notwendig, die Form der innern Charakteristik des Ventils zu kennen. Allgemein besteht das Gesetz

$$I = k V^q$$

zwischen dem Gleichrichterstrom  $I$  und der entsprechenden Klemmenspannung. Der Gleichstromwiderstand  $r_g$  für eine gewisse Gleichrichterspannung ist deshalb  $r_g = \frac{V}{I}$  und für eine gewisse Spannungs-

änderung wird der Wechselstromwiderstand  $r_g' = \frac{dV}{dI} = \frac{V}{qI} = \frac{r_g}{q}$ . Der Wechselstromwiderstand ist deshalb für alle nicht linearen Gleichrichter etwas kleiner als der Gleichstromwiderstand, solange der Exponent  $q > 1$  ist.

**25) Die Drei- und Mehrelementgleichrichter.** Die Dreielementgleichrichter beruhen entweder auf der Emission primärer oder derjenigen von primären und sekundären Elektronen. Die dritte Elektrode befindet sich gewöhnlich zwischen der glühenden Kathode und der kalten Anode (Platte) und ist als das Gitter<sup>1)</sup> bekannt (Abb. 34). Wenn Apparate, welche außerdem von Sekundärelektronen durchflossen sind, in Betracht kommen, so ist die dazwischengeschaltete Elektrode die eigentliche Anode, wie in Abb. 115a der Seite 178 gezeigt ist. Der letztere Apparat ist im Kapitel über negative Widerstände näher beschrieben. Wenn mehrere Gitter zwischen die Kathode und Anode gebracht werden, so kann der Grad des Elektronenflusses mittels Hoch- und Niederfrequenzkräften beeinflußt werden. Dieser

---

<sup>1)</sup> O. von Baeyer, Verh. d. D. Phys. Ges., Bd. 7, 1908; Lee de Forest, U. S.-Patent Nr. 841387, 1907 und Nr. 879532, 1908; H. J. van der Bijl, Verh. d. Phys. Ges., Bd. 15, 1913; A. Hund, Elektrotechnik und Maschinenbau, 31. Okt. 1915, S. 531; J. H. Morecroft, Proc. I. R. E., Bd. 8, 1920.

Fall spielt eine untergeordnete Rolle in der Meßtechnik und ist deshalb nur kurz an anderer Stelle berührt. Wenn  $E_P$  und  $E_G$  die Platten- und Gitterspannung bezogen auf das negative Ende des Glühkörpers bedeuten, so kann man den Plattenstrom  $I_P$  durch die Beziehung

$$I_P = k(E_P + k_A E_G + m)^q$$

ausdrücken. Die Größen  $k$  und  $k_A$  sind Konstanten, von denen  $k_A$  wie an anderer Stelle gezeigt ist, von großer Bedeutung ist. Die Größe  $m$  bedeutet den Plattenstrom, welcher entsteht, wenn sowohl das Gitter als auch die Platte mit dem negativen Ende des Glühkörpers

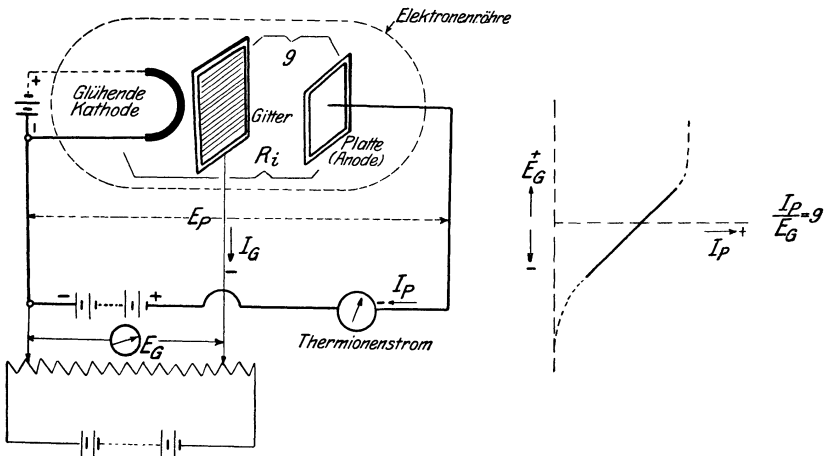


Abb. 34. Maßgebende Charakteristik einer gewöhnlichen Drei-Elementröhre.

verbunden sind, d. h.  $I_P = m$  für  $E_P = E_G = 0$ . Die Größe  $m$  ist großenteils von der Anfangsgeschwindigkeit der vom Glühkörper abgegebenen Elektronen abhängig, da ja dieser Strom ohne jegliches Anoden- und Gitterpotential fließt. Die Elektronen sind aber so lange an den Glühkörper gebunden als derselbe kalt ist, und die Emission geschieht um so wirksamer, je höher die Temperatur gewählt ist. Das heißt für Röhren, welche nur einen dunkelroten Glühkörper besitzen, wird  $m$  außerordentlich klein, während für weißglühende Gleichrichter etwas größere Werte dafür auftreten können. Doch selbst für Tungstenkathoden kann diese Größe vernachlässigt werden, da  $m$  nur merkbar wird, wenn man den Glühfaden so überlastet, daß ein Durchbrennen nahe liegt. Für alle technischen Röhrenarten kann man also den Plattenstrom durch den Ausdruck

$$I_P = k(E_P + k_A V_G)^q$$

darstellen. Der Exponent  $q$  hängt von der Konstruktion der Röhre

ab und hat verschiedene Werte für gewisse Teile der Plattenpotential-Plattenstromcharakteristik. Für den beinahe geraden Teil hat man  $q=1$ , für den unteren Teil der inneren Charakteristik  $q=2$  (ungefähr) und für den oberen Teil gewisser Röhren (G. E. Co.)  $q=1,5$ , im Falle die Wirkung der Sättigung vernachlässigbar ist.

Die Vorgänge in der gewöhnlichen Dreielementenröhre sind folgende:

1. Wenn in eine gewöhnliche Zweielementröhre ein Gitter ohne jedwedes positives oder negatives Hilfspotential eingeschoben wird, so ist der Plattenstrom  $I_P$  etwas kleiner als ohne die zwischen die Anode und Kathode gelegte Elektrode. Der Grund dafür liegt darin, daß die dritte metallische Elektrode einige der Elektronen an sich zieht, negativ aufgeladen wird und dann (im Falle das Gitter isoliert ist) noch eine abstoßende Wirkung auf die von der Kathode herkommenden Elektronen ausübt.

2. Wenn das Gitter mittels eines Hilfspotentials negativ mit Bezug auf den Glühkörper aufgeladen ist, so wird die Abstoßungswirkung gegen die Elektronenemission der Kathode beträchtlich und kann bei richtiger Wahl des negativen Gitterpotentials den Plattenstrom zur Anode gänzlich vernichten. Das heißt alle von der Anode angezogenen Elektronen kehren in der unmittelbaren Nähe des Gitters um und fließen zur Kathode zurück.

3. Ein gewisses positives Gitterpotential kann den normalen Plattenstrom (im Falle kein Gitter vorhanden wäre) wieder herstellen.

4. Wenn ein größeres positives Potential an das Gitter angelegt wird, so wird die Elektronenemission beschleunigt, und wenn am Glühkörper eine genügende Anzahl von Elektronen vorhanden sind, so kann ohne größeres Anodenpotential ein größerer als der normale Plattenstrom erzeugt werden.

Diese vier Fälle zeigen daher, daß ein periodisches Gitterpotential ähnliche Änderungen in dem Plattenstrom hervorrufen kann, wie auf S. 73 näher behandelt ist. Die Dreielementröhre bildet bei richtiger Wahl des Platten- und des Gitterpotentials (richtiger Operationspunkt) einen vortrefflichen Gleichrichter mit Verstärkung. Dies ist in Abb. 35 erläutert,

Was den inneren Widerstand  $R_i$  der Röhre anbelangt, so gilt auch hier in guter Annäherung die bereits angegebene Beziehung

$R_i' = \frac{R_i}{q}$ , da der Gitterstrom verhältnismäßig sehr klein im Vergleich zum Plattenstrom ist.

Wenn die periodischen Schwankungen des Gitterpotentials groß sind, so ist  $R_i'$  ungefähr gleich  $R_i$ , d. h. der innere Wechselstromwiderstand gleich dem Gleichstromwiderstand. Für den größten Teil der Operationsspannung der Röhre ist der

Wechselstromwiderstand  $R_i'$  konstant (annähernd) und kleiner als der Gleichstromwert  $R_i$ .

26) Der Tungargleichrichter. Der Tungargleichrichter, welcher von G. S. Meikle<sup>1)</sup> im Wissenschaftlichen Laboratorium der General Electric Company entwickelt wurde, gehört zur Familie der glühenden Kathodengleichrichter. Dieser Apparat benutzt kleine Spuren

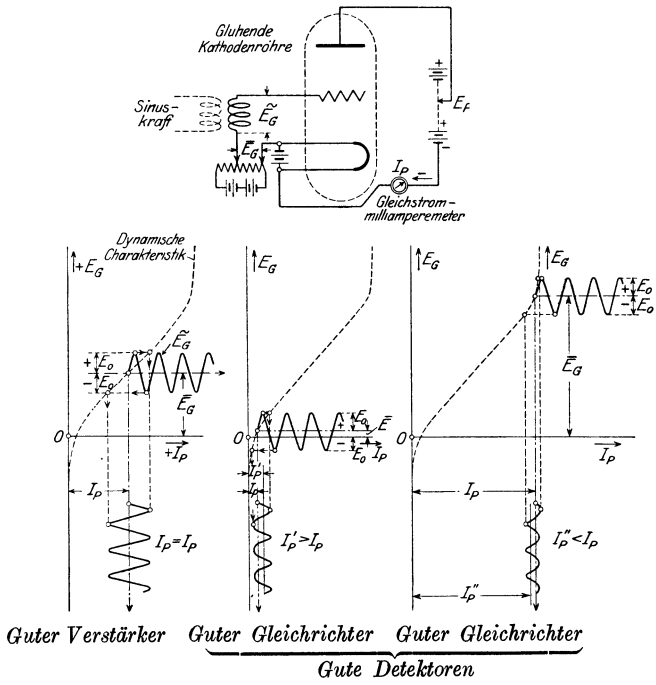


Abb. 35.

von reinem Argongas unter 3 bis 8 cm Druck. In Abb. 36 sind Anordnungen für die Halbweg- und Vollweggleichrichtung angegeben.

Der Hauptunterschied zwischen dem Tungar und den gewöhnlichen Kathodengleichrichtern besteht darin, daß für die letzteren die Raumladungswirkung die maximale Elektronemission bestimmt und begrenzt, während die positive Ionisation<sup>2)</sup> des Argongases jegliche

<sup>1)</sup> G. S. Meikle, G. E. Review, 1915.  
<sup>2)</sup> Einige der vielen Elektronen zerstören das Gleichgewicht der Argon-atome, ohne zunächst die Elektronen davon loszutrennen. Wenn dies geschehen ist, kann eine geringere als die Ionisationsspannung ausreichen, die gestörten Argon-atome zu ionisieren. (Unter Ionisationsspannung versteht man das Verhältnis von Ionisationsenergie zur Elektronenladung oder die Spannung, bis zu welcher ein Elektron abfallen muß, um die kleinste Geschwindigkeit zu erreichen.)



negative Raumladungen verringert oder selbst vollständig neutralisiert. Der innere Spannungsabfall des Tungars fällt gewöhnlich bis zu 15 Volt und weniger ab, im Gegensatz zu hochgradig evakuierten glühenden Kathodengleichrichtern, für welche der Abfall verhältnismäßig hoch ist, da 100 bis 500 Volt notwendig sind, um nur 250 bis 300 Milliampere Thermionenstrom zu erhalten.

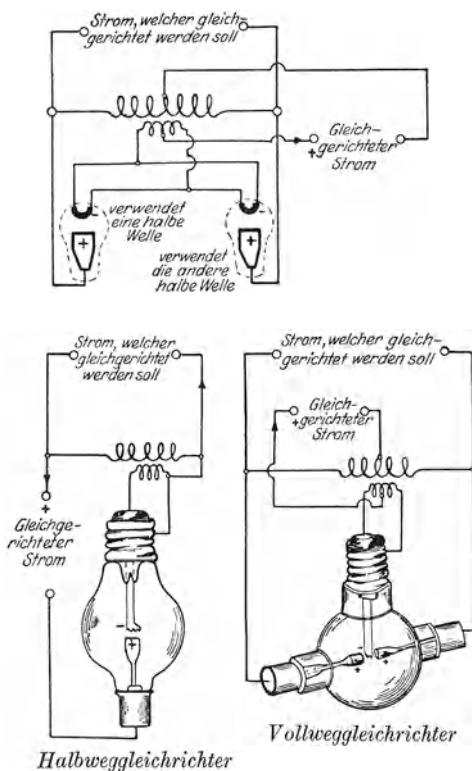


Abb. 36. Schaltungen des Tungargleichrichters.

Der Tungar ist deshalb ein Starkstromgleichrichter, welcher mit niederen Spannungen arbeiten kann. Gewisse technische Konstruktionen geben ungefähr 5 Ampere für ungefähr 15 Volt Spannungsabfall. Wenn massive Graphitanoden benutzt werden, so können 20 bis 60 Ampere gleichgerichtet werden (mit Röhren, welche die Form und Größe gewöhnlicher Röntgenröhren haben).

Wirkungsweise. Wenn die Kathode weißglühend ist, so werden Elektronen von der Anode angezogen und bilden ein elektrostatisches Feld. Die negative Raumladung wird dann teilweise oder vollständig durch die positiven Ionen des Argongases beseitigt und es bildet sich ein Lichtbogen zwischen der Kathode und Anode. Wenn der Bogen entsteht, so kann für größere Gleichströme die Glühkörpererregung unterbrochen<sup>1)</sup> werden (Glühfadenstrom, welcher vom Transformator herkommt), da die Bombardierung ausreicht, um die Elektronen loszutrennen, ohne den inneren Verlust merklich zu vergrößern. Wenn dagegen nur kleinere gleichgerichtete Ströme fließen, so würde für unterbrochenen Glühfadenstrom der Lichtbogen entweder erlöschen oder sich mehr oder weniger an einer Stelle des

<sup>1)</sup> Die innere Charakteristik wird dann gewöhnlich unstabil, wie aus der unteren Darstellung Abb. 135 a zu erkennen ist. Dies kann natürlich mit Vorteil benutzt werden, um ungedämpfte Schwingungen zu erzeugen.

Glühkörpers festsetzen und so denselben an der betreffenden Stelle zu stark beanspruchen. Kleinere Einheiten zwischen 5 bis 60 Ampere benützen am besten die Kathodenerregung während der ganzen Arbeitszeit.

**27) Kontakt- und elektrolytische Gleichrichter.** Gleichrichter dieser Art spielen in letzterer Zeit keine große Rolle mehr, weshalb nur die wichtigsten Punkte hier berührt sind.

Was die Kontaktgleichrichter<sup>1)</sup> anbelangt, so kann gesagt werden, daß dieselben ausgeprägte unsymmetrische innere Charakteristiken<sup>2)</sup> besitzen. Eine Gleichrichtung ist deshalb ohne Hilfsspannung möglich, obgleich für sehr kleine aufgedrückte Spannungen ein überlagertes Hilfspotential die Empfindlichkeit vergrößert, da der innere Widerstand in der unmittelbaren Nähe des Nullpunktes (sehr kleine aufgedrückte EMK) einen sehr großen Wert hat. Charakteristiken dieser Art erhält man, wenn zwei ungleiche Stoffe sich an einer feinen Stelle berühren. Der Widerstand hängt von der aufgedrückten Spannung, Form und Größe des Kontaktpunktes sowohl als von dem Kontaktdrucke ab. Apparate dieser Art waren als Fritter bekannt und können nur für die Gleichrichtung sehr kleiner Ströme benutzt werden. Kristallgleichrichter, welche in einen aperiodischen oder oszillatorischen Stromkreis eingeschaltet werden, bilden unter Benutzung eines Blockkondensators und Hörtelephons ein gutes Indikatorsystem für die Feststellung von Resonanz (gedämpfte Wellen) oder das Verschwinden eines kleinen Stromes. Wenn Resonanzkurven aufgenommen werden müssen, so ist ein solcher Apparat nicht zu empfehlen, da es schwer ist, den Kontaktdruck konstant zu halten und sich bestimmten Spannungsbereichen anzupassen. Es scheint von Vorteil zu sein, die Resonanzeinstellung mit dem Hörtelefon gleichzeitig durch die Ablenkung eines Galvanometers nachzuprüfen.

Elektrolytische Gleichrichter können für die Gleichrichtung von sehr kleinen und größeren Strömen verwendet werden. Es gilt jedoch die Regel, daß Apparate, welche für sehr kleine Ströme brauchbar sind, kaum für Starkströme verwendbar sind, und jene, welche für die Gleichrichtung von größeren Strömen dienen, nicht für Schwachströme benutzt werden können. Gleichrichter dieser Art sind das Verdienst von Fessenden, Nernst, Pupin, Pierce, Schlömilch, Hausrath, Zenneck und anderer Forscher. Wenn die Zelle eine Gleichspannung zur Erregung benötigt (da dieselbe nicht als Strom-

<sup>1)</sup> Prof. Dr. W. Pierce ist in seinem Lehrbuch eingehend auf diesen Fall eingegangen.

<sup>2)</sup> Unrein unvollkommene Charakteristik.

quelle wirken kann), so kann man dieselbe kaum als eigentlichen Gleichrichter ansehen. Wenn die Zelle dagegen eine eigene EMK aufweist, so kann eine Polarisation ohne Hilfsspannung stattfinden (alle Selbstpolarisationszellen benutzen deshalb verschiedenartige Elektroden in einem Elektrolyt). Nach Prof. Zenneck kann ein Gleichrichter, welcher aus Elektroden aus Blei und Aluminium besteht, die in eine Lösung von  $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$  (5%) eingetaucht sind, für Starkströme benutzt werden, ohne daß die Elektroden sich zu sehr erwärmen. Eine Lösung von  $\text{ZnSO}_4$  scheint ebenfalls gute Ergebnisse zu liefern, trotzdem es heutzutage besser ist, Gleichrichter der Tungart für solche Zwecke zu benutzen.

**28) Wichtige Schaltungen im besonderen für die Wechselstromerregung von Elektronenröhren.** Die Darstellung Abb. 37

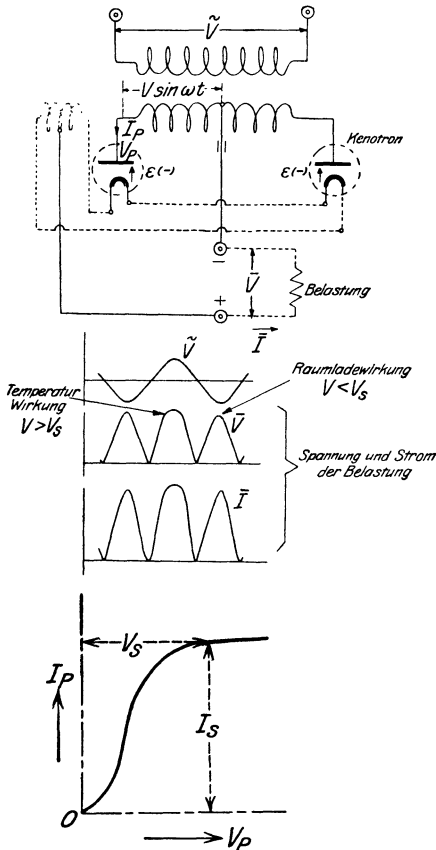


Abb. 37. Vollwelligleichrichtung mittels zweier Elektronenröhren.

zeigt eine Vollwelligleichrichtung mittels zweier glühenden Kathodenröhren der gewöhnlichen Art. Man sieht, daß der Thermionstrom, das ist der Elektronenfluß  $\epsilon(-)$  mittels des elektrostatischen Feldes

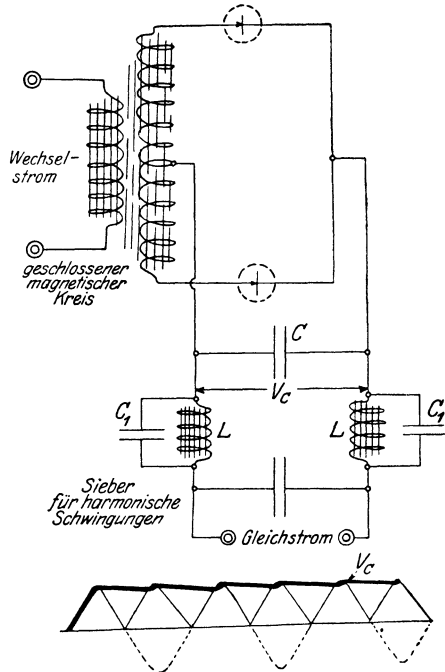


Abb. 38. Vollwelligleichrichtung mittels zweier Zwei-Elementröhren.

der positiven Werte von  $V_p$  dem Plattenstrom  $I_p$  entgegenfließt. Die positive Klemme führt daher zum Mittelpunkt der Transformatorspule, welche die Kathode erregt. Die Spannungs- sowohl als auch die Stromwellenhälften sind etwas verzerrt, obgleich für bessere Einstellungen der bezüglichen Röhren gute Wellenformen möglich sind. Für geringe Stromstärken und beinahe konstante Spannungen stellt die Anordnung der Abb. 38 eine Schaltung dar. Die Siebkreise ( $C_1 - L$ ) können in vielen Fällen weggelassen werden, wenn die Kapazität  $C$  einige Mikrofarad<sup>1)</sup> beträgt. Diese Kapazität kann selbstverständlich kleiner gewählt werden, wenn z. B. ein 1000 periodischer Wechselstrom anstatt eines gewöhnlichen technischen Stromes (50 Perioden/Sek.) für die Erregung benutzt wird. Im Falle die beiden Siebkreise beibehalten werden und auf die Grundwelle abgestimmt sind (Grundwelle für die Vollweggleichrichtung ist  $2f$  und für die Halbweggleichrichtung  $f$ , d. h. gleich der Periodenzahl des Erregers), so können selbst starke Schwebungen im Gleichrichterkreise vernichtet werden. Die Spannung  $V_c$  ist dann praktisch konstant und ungefähr gleich dem Maximalwerte der halben Sekundärspannung des Transformators. Die Wirkung ist kurzweg folgende: Der Kondensator  $C$  empfängt Stromstöße derselben Polarität und kann für kleine Stromabnahmen eine Gleichspannung in guter Annäherung aufrechterhalten. Die beiden Kreise  $C_1 - L$  (mit der Eigenfrequenz eines gewissen Wechselstroms) bilden unendlich große Impedanzen für solche Ströme, trotzdem ein Stromfluß anderer Frequenzen möglich ist. Da für die Vollweggleichrichtung Ströme der doppelten Frequenz und für die Halbweggleichrichtung solche der aufgedrückten Periodenzahl im Gleichrichterkreise die merkbarsten Schwebungen verursachen, so können bei der richtigen Einstellung der Sieber dieselben unterdrückt werden. Die Abb. 39 zeigt die Schaltung, wenn ein

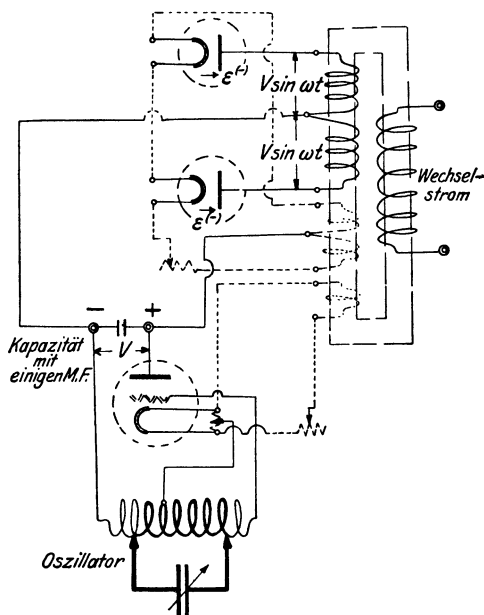


Abb. 39. Erregung eines Röhrenoszillators mittels zweier Halbweggleichrichter.

<sup>1)</sup> Ungefähr 6 bis 8 MF.

Schwingungserzeuger in dieser Weise erregt wird. Der Spannungsteiler der zwischen die Glühfadenklemmen der Schwingungsröhre eingeschaltet ist, hat einen Widerstand von einigen Ohm (groß genug, den größten Teil des Transformatorstroms dem Glühkörper zuzuführen) und ein Schleifkontakt schließt den Platten- und Gitterkreis. Eine zweckmäßige

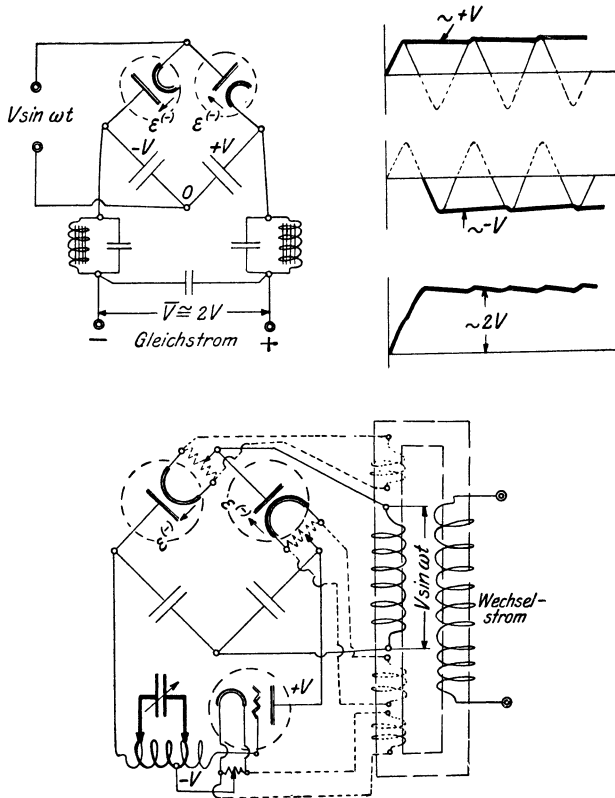


Abb. 40. Gleichrichterbrücke für die Erzielung einer doppelten Gleichspannung.

Einstellung verringert unsymmetrische elektrostatische Kräfte am Glühkörper und vernichtet großenteils den Ton des erregenden Wechselstroms. Die in Abb. 40 angegebene Anordnung ergibt eine Gleichspannung, die ungefähr zweimal so groß ist wie die Amplitude der aufgedrückten Wechselspannung. Die obere Schaltung zeigt das Prinzip der Brückenordnung. Der Gleichrichter zur linken Seite sendet den negativen Elektronenfluß  $\epsilon(-)$  gegen den linken Kondensator und ladet dessen obere Platte zum Potential  $-V$  auf, während der rechte Gleichrichter dem Glühfaden dieselbe Anzahl von Elektronen entzieht und deshalb den Glühfaden sowohl als auch die obere Platte des rechten

Kondensators auf eine geringere als die normale Elektronendichte bringt, d. h. zum Potential  $+V$  aufladet. Die Spannungsdifferenz zwischen den beiden oberen Platten des linken und des rechten Kondensators ist dann  $2V$  Volt. Eine von Schenkel<sup>1)</sup> angegebene Anordnung ist in Abb. 41 dargestellt. Mit  $n$  Gleichrichtern kann man  $nV = \sqrt{2} n V_e$  Volt Gleichspannung erhalten, wenn  $V_e$  für den Effektivwert der Wechselspannung  $V \sin \omega t$  steht. Der erste Gleichrichter ladet den ersten Kondensator zum Potential  $V$  auf, welche im

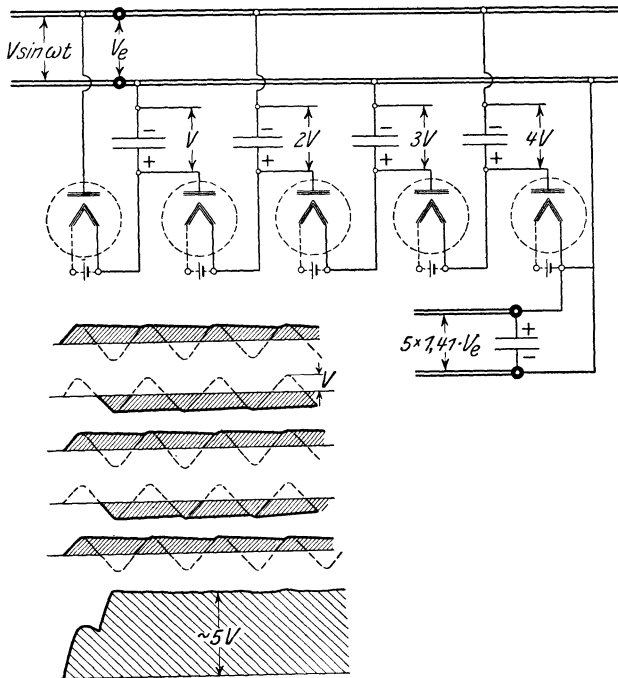


Abb. 41. Erhöhte Gleichspannung mittels mehrerer Zwei-Elementröhren.

zweiten Kondensator zur maximalen EMK der andern Wellenhälfte werden sich addiert und so fort. Im Falle von 5 Gleichrichterröhren erhält man dann eine Gleichspannung  $V = 7,05 V_e$ .

Gleichgerichtete Ströme können auch einem Wechselstromtransformator entnommen werden, wenn eine statische Magnetisierung zweckentsprechend überlagert wird. Wenn man z. B. drei Magnetschenkel, die im magnetischen Nebenschluß aneinanderliegen,

<sup>1)</sup> M. Schenkel, E.T.Z., Juli 1919, und H. Greinacher, Bull. der Schweizerischen E.T.Z., März 1920 (ein Auszug in der Radio Review Nr. 117, Januar 1920).

so magnetisiert, daß der aufgedrückte Wechselstrom im addierenden Sinne durch zwei gleiche Spulen fließt, die sich je auf Schenkel 1 und 3 befinden, und die Gleichstromerregung, welche auf dem mittleren Schenkel 2 angebracht ist, richtig einstellt, so bekommt man mittels zweier gleicher Spulen (sekundär), die in entgegengesetzter Richtung verbunden sind und sich auf 1 und 2 befinden, einen pulsierenden Gleichstrom. Die Abnahmeklemmen der Gleichspannung werden durch den Mittelpunkt der Sekundärwindung und dem Symmetriepunkt einer elektrostatischen Brücke im äußeren Sekundärkreise gebildet. Die elektrostatische Brücke besteht aus zwei Kondensatoren in Reihe, die im Nebenschluß zu den Sekundärwindungen liegen. Die Verbindung zwischen den beiden Kondensatoren stellt den Symmetriepunkt dar, d. h. die andere Gleichstromklemme. Auch zwei Funken- oder Lichtbogenstrecken in Reihe können verwendet werden, was besonders für die größere Leistung in Betracht kommt.

---

## VI. Strom-, Spannungs- und Energieverstärker.

**29) Definition und Einteilung von praktischen Verstärkern.**  
Ein Verstärker ist ein Apparat, der infolge des Eintretens neuer Arbeitskräfte größere Änderungen im Austrittskreise als im ursprünglichen Empfangszweige zeigt. Man kann deshalb sowohl von Spannungs- und Strom- als auch von Energieverstärkern reden. Systeme dieser Art bilden vorzügliche Anzeiger außerordentlicher schwacher Wellen, wenn eine Sekundärquelle zur Verstärkung benutzt wird. Bei den besten Verstärkern ist die lokalisierte Quelle derart angeordnet, daß sie nur dann arbeitet, wenn die Wellen auftreffen, d. h. die Sekundärenergie ist meistens in einem Ruhezustand. Man muß jedoch bedenken, daß nicht alle Apparate mit einer Sekundärquelle verstärken, da z. B. ein Kristalgleichrichter mit überlagertem Hilfspotential nur bessere Gleichrichtung hervorrufen kann. Die meisten Verstärker verlangen eine bestimmte Einstellung für die beste Wirkung.

Man kann diejenigen, welche für die Hochfrequenztechnik von Bedeutung sind, wie folgt einteilen:

1. Kontaktverstärker.
2. Bolometeranordnungen (Baretter).
3. Thermokreuzbrücke.
4. Magnetische Verstärker.

- Elektronenröhren
5. Der gewöhnliche Dreielementverstärker.
  6. Der Pliodynatron (gewöhnliche Dreielementröhre und Dynatronröhre zusammengesetzt).
  7. Plotrons und Dynatrons im Empfangskreise.
  8. Gewisse Hörempfänger.

Die Bolometer und Thermokreuzkreise sind im Kapitel über die gewöhnlichen Stromanzeiger beschrieben<sup>1)</sup>.

30) Der magnetische Verstärker. (Alexanderson, Nixdorff, Kühn, Fessenden.)<sup>2)</sup> Das in der Abb. 42 angedeutete

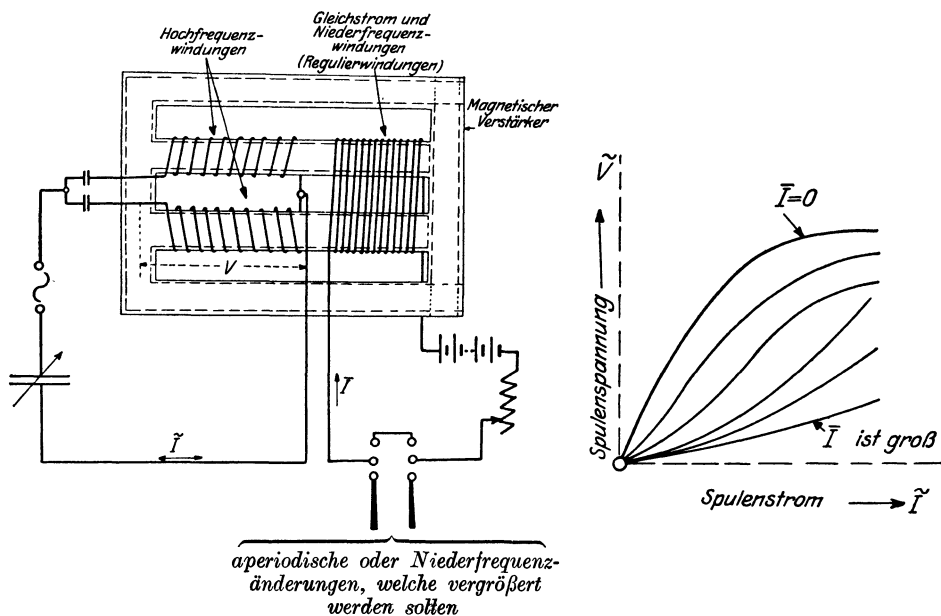


Abb. 42. Magnetischer Verstärker.

Verfahren von Alexanderson und seiner Vorgänger beeinflusst eine Wechselstromenergie mittels eines kleinen Stromes, dessen Periodenzahl bedeutend verschieden sein kann, oder irgendeines aperiodischen Stromverlaufs. Die Wirkung beruht auf der Änderung

<sup>1)</sup> Über Kontaktverstärker ist hier nicht berichtet (siehe Lautverstärker der Ges. d. drahtl. Tel. in Zennecks Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie).

<sup>2)</sup> L. Kühn, E.T.Z. 1914, Nr. 29 und Jahrb. d. drahtl. Tel. 1915, S. 502, E. F. W. Alexanderson u. S. P. Nixdorff, I.R.E. 1916, S. 101. R. V. L. Hartley U.S.-Pat. 1287982 schlägt zwei unabhängige Ferromagnetica vor, um die Verzerrung des Hochfrequenzstromes zu vermindern.



der magnetischen Sättigung. Wenn die Permeabilität geändert wird, so hat die Hochfrequenzselbstinduktion der Spulen und deren Impedanz einen anderen Wert. Den Grenzfall hat man dann, wenn ein Gleichstrom (hat eine Winkelgeschwindigkeit Null) die Hochfrequenzenergie beeinflusst. Andere wichtige Fälle beruhen auf der Verstärkung von Niederfrequenzänderungen oder solcher, welche einem logarithmischen Gesetze folgen. Das von Alexanderson vorgeschlagene System hat den Vorteil, daß keine direkte Leistungsübertragungen zwischen den Regulierwindungen und dem Hochfrequenzsystem stattfinden können. Dies ist dadurch erreicht worden, daß man den Hochfrequenzkraftfluß gerade soviel auf die Regulierwindungen in einer Richtung als in der andern einwirken läßt. Die resultierende EMK muß deshalb verschwinden. Trotz einer solchen Vernichtung wird der Effekt auf die Permeabilität beibehalten. Die rechte Darstellung ergibt die Impedanzkurven einer Hochfrequenzspule für verschiedene Grade der Gleichstromsättigung des Eisens. Man sieht, daß man für einen verschwindenden Gleichstrom in den Regulierwindungen die größten Impedanzen erhält, während für eine gewisse Gleichstromstärke nur einige der Hochfrequenzwindungen von dem Eisen beeinflusst werden und die übrigen Windungen sich wie in Luft verhalten. Folgende Ableitung erläutert das Prinzip.

Für

$F$  = Querschnitt des Eisens in  $\text{cm}^2$ ,

$E$  = EMK in Volt, welche in den Hochfrequenzwindungen induziert wird,

$i$  = Momentanwert des induzierten Stromes in Amperes,

$L$  = Selbstinduktionskoeffizient in Henry,

$l$  = Länge des magnetischen Weges in cm,

$\mu$  = die Permeabilität,

$Z$  = Windungszahl,

$\Phi$  = Kraftfluß, welcher von der Spule erzeugt wird,

hat man

$$E = - \frac{Z}{10^8} \frac{d\Phi}{dt} = - (L) \frac{di}{dt},$$

$$\Phi = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{Magnetischer Widerstand}} = \frac{\frac{4\pi}{10} Zi}{\frac{l}{\mu F}}$$

$$d\Phi = \mu \frac{4\pi FZ}{10 \cdot l} di$$

und

$$E = - \left[ \frac{\mu 4 \pi F Z^2}{10^9 \cdot l} \right] \frac{di}{dt},$$

d. h.

$$L = \mu \frac{4 \cdot \pi \cdot F \cdot Z^2}{10^9 l}$$

oder:

**L ist eine Funktion von  $\mu$ .**

Infolge der Parallelschaltung der Leistungswindungen hat man in den Regulierwindungen keine induzierte EMK, und dies selbst dann nicht, wenn das Eisen unsymmetrisch magnetisiert ist. Die Parallelschaltung bildet für die zweite Harmonische einen lokalen Kurzschluß. Ströme dieser Art könnten mit der Reihenschaltung nicht vermieden werden. Die beiden Blockkondensatoren verhindern das Entstehen von Niederfrequenzänderungen in den Hochfrequenzspulen, da andernfalls Kurzschlußströme in den Hochfrequenzspulen nutzlos fließen würden und der mittlere Wert von  $L$  nicht geändert werden würde, weil der induzierte Strom solche Änderungen verhindert.

Für die Verstärkung hat man

$\frac{\text{(Änderung der Hochfrequenzenergie)}}{\text{(Effektive Voltampere der Regulierwindungen)}} \times \frac{(KW_{\max} - KW_{\min})}{\text{Hochfrequenzenergie}}$	wenn	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Allgemeiner Fall.} \\ \text{aperiodische Änderungen} \\ \text{den Regulierwindungen} \\ \text{aufgedrückt sind.} \end{array} \right.$
$\frac{\text{(Änderungsgeschwindigkeit des Stromes der lokalen Energie)}}{\text{(Änderungsgeschwindigkeit des Regulierstromes)}}$	wenn	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Spezialfall.} \\ \text{sinusförmige oder komplexe Sinusänderungen} \\ \text{aufgedrückt sind.} \end{array} \right.$

Was die Änderungsgeschwindigkeit der bezüglichen Ströme anbetrifft, so ist die Verstärkung in Annäherung den nachfolgenden Brüchen proportional.

$\frac{\text{(Änderungsgeschwindigkeit des Stromes der lokalen Energie)}}{\text{(Änderungsgeschwindigkeit des Regulierstromes)}}$	wenn	aperiodische Änderungen
---	------	-------------------------

oder

$\frac{\text{Frequenz des Stromes der lokalen Energie}}{\text{Frequenz des Regulierstromes}}$	wenn	Sinusschwingungen verstärkt werden sollen.
---	------	--

Wenn also Änderungen der Periodenzahl  $f = 1000$  per Sek. den Regulierwindungen aufgedrückt sind, so wäre die Verstärkung für eine Hochfrequenzenergie von  $f = 100\,000$  per Sek. ( $\lambda = 3000$  Meter) ungefähr  $\frac{100\,000}{1000} = 100$  fach.

Was die Windungszahl anbelangt, so müssen die entgegenwirkenden Amperewindungen der Hochfrequenzspulen zum mindesten von der Größe der Regulieramperewindungen sein, um beträchtliche Wirkungen in der äquivalenten Selbstinduktion der Hochfrequenzwindungen zu erhalten. Die ist ersichtlich, wenn man bedenkt, daß während einer Wellenhälfte eine Hochfrequenzspule eine entgegengesetzte MMK derjenigen der Regulierwindungen entgegenstellt und während der nächsten Halbperiode die andere Hochfrequenzspule eine solche Wirkung ausübt.

31) **Wirkungsweise und Theorie des gewöhnlichen Glühkathodenverstärkers (Kathode-Gitter-Anode).** Die in der Abb. 34 dargestellte Elektronenröhre kann wegen des zwischen der Kathode und

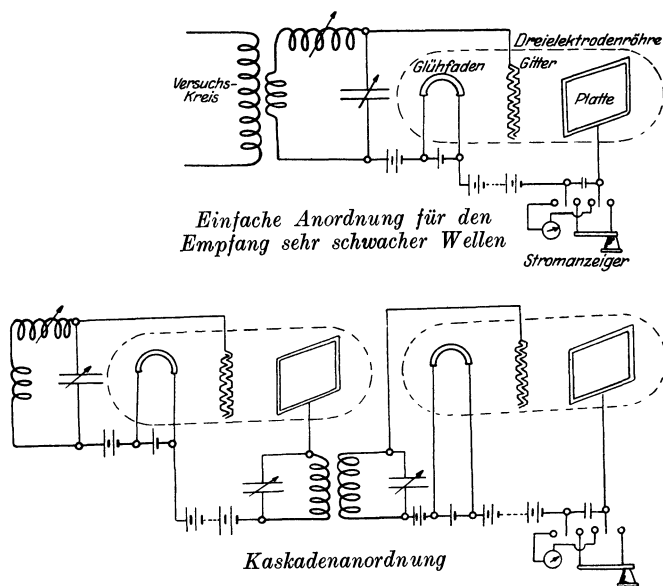


Abb. 43. Detektorschaltungen.

Anode befindlichen Gitters wünschenswerte Verstärkungen im Anodenkreis hervorrufen, so daß es möglich ist, entweder mit einer einzigen Röhre oder durch Kaskadenanordnungen, wie aus Abb. 43 zu ersehen ist, sehr kleine Ströme wahrzunehmen. Da die Technik der Elektronen-

röhre während des Weltkrieges vielfach auf unabhängigem wissenschaftlichem Forschen beruhen mußte, so sind Ausdrücke für die innere Röhrencharakteristik in der Literatur vorhanden, welche scheinbar verschieden aussehen. In Wirklichkeit aber ergeben die verallgemeinerten Formeln für die empirischen Volt-Amperekurven Werte, die für die meisten technischen Drei-Elementröhren der gewöhnlichen Art gelten und deshalb miteinander verglichen werden können. Originalarbeiten für die Röhrencharakteristik sind diejenigen von Van der Bijl, welcher zuerst das Gesetz  $I_P = (E_P + k_A E_G)$  durch seine Experimentaluntersuchungen veröffentlichte, I. Langmuir, welcher eine ähnliche Beziehung für eine reine Elektronenentladung durch das bekannte Gesetz mit dem Exponenten 1,5 darstellte, dann die Arbeiten von G. Vallauri, C. Gutton (für die französischen Röhren), J. A. Fleming, W. Schottky, W. H. Eccles, H. Barkhausen und anderen<sup>1)</sup>.

Wenn man die verschiedenen Gesetze mit der Universalformel<sup>2)</sup>

$$I_P = k (E_P + k_A E_G + m)^a$$

für den Anoden(platten)strom  $I_P^A$  und die Platten- und Gitterpotentiale  $E_P^V$  und  $E_G^V$  vergleicht, so hat man

<sup>1)</sup> Van der Bijl, Phys. Gesellsch., 1913, S. 330; I. Langmuir, I. R. E., 1915, S. 278; A. Hund, Elektrotechnik u. Maschinenbau 1915, S. 531 und Jahrb. d. drahtl. T. 1916; G. Vallauri, L'Electrotechnica, Bd. 4, 1917; W. H. Eccles, The Year Book of Wireless Telegraphy, 1917; H. J. Van der Bijl, Physical Review, Sept. 1918; I. R. E., April 1919; W. H. Eccles, Radio Review, Oct. und Dez. 1919, Electrician, 13. Feb., 1920; H. Barkhausen, Jahrb. d. drahtl. Tel., 1919, S. 27; W. Schottky, Archiv der Elektrotechnik, 1919, S. 1; C. Gutton, Annales des Postes etc. 1920, S. 208; M. A. Schirmann, Ann. der Phys., 1920, S. 97; J. A. Fleming, Radio Review, März 1921; R. Heising, A.I.E.E., 1920, S. 365.

<sup>2)</sup> Der reziproke Wert  $\frac{1}{k_A}$  ist gleich dem Durchgriff  $D$ , welcher anzeigt, in welchem Maße die Anodenspannungen durch die Öffnungen des Gitters wirken und die Größe des Thermionenstroms beeinflussen. Gemäß F. F. Martens (Zeitschr. f. Physik 1921, S. 437) hat man für den geradlinigen Teil der Röhrencharakteristik

$$E = E_G + D E_P,$$

wo  $E$  die Gittersteuerspannung bedeutet. Für den Gesamtstrom  $I$  hat man

$$I = I_P + I_G$$

und somit

$$E = A + D \cdot R_i \cdot I,$$

wenn  $A$  die Anfangsspannung und  $D$  wie oben die Durchgriffszahl (oder kurzweg den Durchgriff) bedeuten.

$$\begin{aligned}
I_P &= A [E_P + k_A E_G]^{1,5} \dots \dots \text{Langmuir} \\
&= \alpha \left[ \frac{E_P}{k_A} + E_G + \varepsilon \right]^2 \dots \dots \text{Van der Bijl} \\
&= \varphi [E_G + D \cdot E_P] \dots \dots \text{Barkhausen} \\
&= b \left[ E_P + \frac{a}{b} E_G + \frac{c}{b} \right] \dots \dots \text{Vallauri} \\
&= \frac{1}{R_i} [E_P + k_A E_G - X] \dots \dots \text{Gutton} \\
&= \frac{1}{R_i} [E_P + k_A E_G + m]^q \text{ Universalformel}^1) \quad (1)
\end{aligned}$$

wenn  $R_i$  den inneren Widerstand der Röhre (zwischen Kathode und Anode) darstellt und der Exponent  $q$  verschiedene Werte für gewisse Teile der Plattenpotential-Plattenstromcharakteristik hat und zum Teil als Konstruktionskonstante aufgefaßt werden darf<sup>2)</sup>. Die Größe  $m$  kann in vielen Fällen vernachlässigt werden<sup>3)</sup>. Prof. Gutton und Prof. Vallauri setzen in vielen Fällen voraus, daß die Röhre längs einer beinahe flachen Oberfläche von  $I_P = bE_P + aE_G + c$  arbeitet. Man nennt

$k_A$  den Verstärkungsfaktor. Derselbe ändert sich in Proportion mit  $\frac{[\text{Abstand zwischen der Kathode und Anode}]}{[\text{Abstand zwischen der Kathode und Gitter}]}$  und umgekehrt wie der Lückenabstand zwischen den Gitterdrähten. In der Formel von

Vallauri hat man  $k_A = \frac{a}{b}$ , wenn

$a$  für den Aufstieg der Gitterpotential-Plattenstromkurve steht, d. h.  $= k_A/R_i =$  der gegenseitigen Leitfähigkeit der Röhre, d. h.  $= g = dI_P/dE_G$ ,  
 $b$  bedeutet den Aufstieg der Plattenpotential-Plattenstromkurve ( $= dI_P/dE_P = 1/R_i$ ),

} bestimmen die Möglichkeit von Schwingungen

<sup>1)</sup> Diese Formel gilt auch, wenn zwei Gitter ( $E_{G_1}$  und  $E_{G_2}$ ) in der angegebenen Art zwischen der Kathode und der Anode angeordnet sind, da man dann einen Ausdruck

$$I_P = \varphi \left[ E_{G_1} + \frac{1}{k_{A_1}} \cdot E_{G_2} + \frac{E_P}{k_{A_1} \cdot k_{A_2}} \right] = \varphi [E_{G_1} + D_1 E_{G_2} + D_1 D_2 E_P]$$

hat. Man hat dann nur eine äquivalente Anoden-EMK  $E'_P$  einzuführen, welche den Effekt des zweiten Gitters ( $E_{G_2}$ ) berücksichtigt, d. h.  $E'_P = E_{G_2} + D_2 E_P$  und  $I_P = \varphi [E_{G_1} + D_1 E'_P]$ .

<sup>2)</sup> Näheres über  $q$  und  $m$  siehe Seite 55 und 56. Bei Tungstengkathoden kann sich  $q$  zwischen den Grenzen von 0,4 und 1,5 bewegen, während für Röhren, Kathoden der Wehnelt-Art und derjenigen der Western Electric Company (oxydierte Alkalierde an der Oberfläche von Platindraht)  $q$  zwischen 2 und 3,5 schwanken kann.

$R_i$  der innere Widerstand der Röhre. Er ändert sich mit den Gitter- und Plattenpotentialen und hängt von der Temperatur der Kathode und der Verteilung der Raumladung ab. Die Kathodenerregung (Temp.) ist ein gutes Mittel, den innern Widerstand zu ändern.

Man hat zwischen statischen und dynamischen Röhrencharakteristiken zu unterscheiden und denjenigen nur für die Röhre bzw. für den ganzen Anodenkreis. Die verschiedenen statischen Charakteristiken sind in der Abb. 44 eingetragen. Die eine Gruppe stellt den

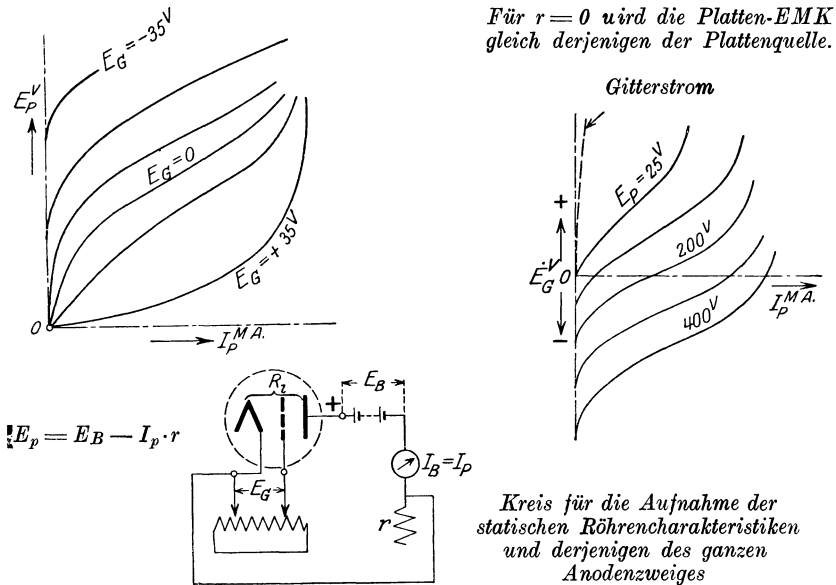


Abb. 44.

Anodenstrom  $I_P$  in Abhängigkeit von dem veränderlichen Plattenpotential  $E_P$  dar, wenn die Gitter-EMK  $E_G$  konstant gehalten wird. Solche  $E_P/I_P$ -Kurven darf man als die allgemeine Röhrencharakteristik ansehen, obwohl die  $E_G/I_P$ -Charakteristik für konstante Anodenerregung  $E_B$  eine größere praktische Bedeutung hat. Wenn der Widerstand  $r$  des äußern Anodenkreises im Vergleich zum innern Röhrenwiderstand  $R_i$  verschwindend klein ist, so stellen die verschiedenen Kurven die Röhrencharakteristiken dar, während für beträchtliche Werte von  $r$  im Plattenkreis (der Spannungsabfall  $r I_P$ ) die Charakteristiken für den ganzen Plattenkreis gelten (da  $E_B$  um  $r \cdot I_P$  größer ist). Dieselben zeigen für große Werte von  $r$  mehr geradlinige Formen, was im Falle von Modulationen die Verzerrung der aufgedruckten Störung vermindert, d. h. von Vorteil sein kann.

Wenn die Gitterspannung sich gemäß gewissen Gesetzen beständig ändert (z. B. sinusförmig), so erhält man die in der Abb. 45 ange deuteten dynamischen Charakteristiken, welche für die Röhre allein gelten, wenn der äußere Plattenwiderstand  $r=0$  ist. Man sieht, daß für unendlich großen äußeren Anodenwiderstand die Spannungsänderung  $e_P$  ein Maximum für unendlich kleine Änderungen  $i_P$  im

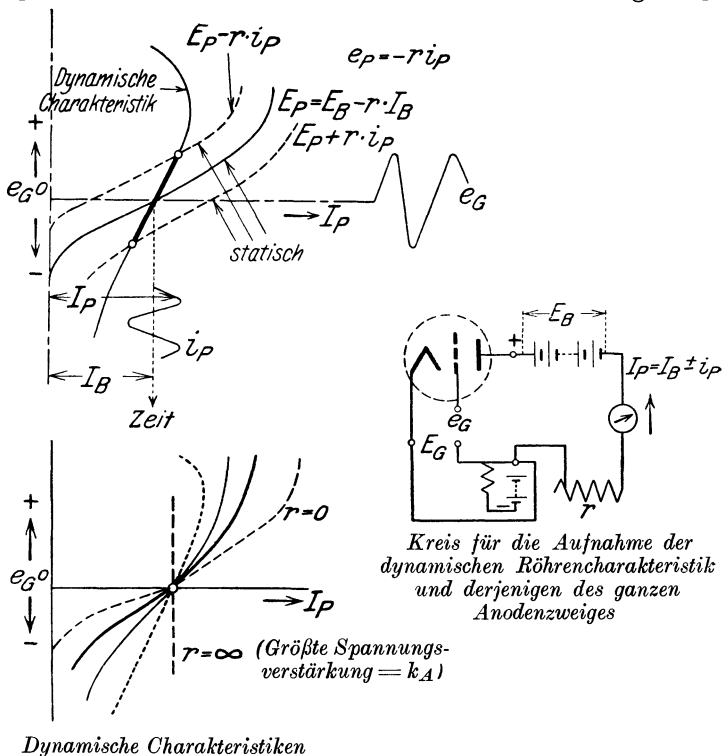


Abb. 45.

Plattenstrom sein würde, während für die andere Grenze man sich der dynamischen Charakteristik der Röhre und für kleine Änderungen von  $e_G$  (längs dem geradlinigen Teil) der statischen Charakteristik derselben nähern würde.

Da die Beziehung

$$\frac{d\{(E_P + k_A E_G + m)^q\}}{dI_P} = R'_i$$

den inneren Wechselstromwiderstand der Röhre bedeutet und dieser<sup>1)</sup> ungefähr

$$R'_i = \frac{R_i}{q}$$

<sup>1)</sup> Näheres siehe S. 54, 56 und 78.

ist, so sieht man, daß für den geradlinigen Teil, für den  $q = 1$  ist,

$$R'_i = R_i = \frac{E_P + k_A E_G + m}{I_P}$$

der Wert des innern Gleichstromwiderstands  $R_i$  bedeutet. Eine dem Gitterkreise aufgedrückte veränderliche EMK  $e_G$  erzeugt dann im Plattenstrom eine veränderliche Komponente  $i_P$  und im Plattenpotential die Komponente  $e_P = -ri_P$ , wenn  $r$  den im äußern Anodenkreis wirkenden Ohmschen Widerstand bezeichnet. Die Universalformel ergibt dann

$$R_i = \frac{[E_P + e_P] + k_A [E_G + e_G] + m}{[I_P + i_P]},$$

woraus sich mit Rücksicht auf obigen Ausdruck für  $R_i$  die Beziehungen

$$R_i i_P = e_P + k_A e_G = -ri_P + k_A e_G$$

ergeben. Die treibende EMK im Plattenkreise wird somit

$$k_A \cdot e_G = [R_i + r] i_P \dots \dots \dots (2)$$

Für eine reaktive Plattenbelastung hat man für eine Plattenimpedanz  $Z$

$$k_A \cdot e_G = [R_i + Z] i_P \dots \dots \dots (3)$$

zu setzen. Man hat dann die Änderungen  $e_P = -Zi_P$ . Infolge der Reaktanz im äußern Plattenkreise ist der Vektor  $e_P$  nicht mehr der treibenden EMK  $k_A e_G$  entgegengesetzt gerichtet, wie aus dem stark eingezeichneten Vektorendiagramm der Abb. 46 zu ersehen ist. Man hat deshalb mit einem Vektorendreieck zu rechnen, dessen Seiten  $k_A e_G$ ,  $R_i i_P$  und  $Zi_P$  sind. Die Wirkung der Plattenreaktanz erzeugt Charakteristiken, welche ovale Form haben und deren Flächeninhalt als leistungslos angesehen werden kann. Die gekrümmte Hauptachse ist die maßgebende Schaulinie, da man für verzerrungslose Verstärkung längs eines geradlinigen Teiles arbeiten muß. Aus der obern Darstellung kann man ersehen, daß die Krümmung weniger auftritt, wenn die Impedanz des Anodenkreises große Werte hat. Für unendlich große Werte  $Z = \infty$  ergibt sich eine gerade Linie und eine maximale Potentialänderung im Plattensystem. Da für die meisten praktischen Fälle nur sehr große Anodenreaktanzen (für Spannungsverstärker) oder zum mindesten  $Z = R_i$  (für maximale Leistungsverstärkung) wünschenswert sind, so erkennt man, daß möglichst geradlinige Teile vorliegen und wie durch das gestrichelte Vektorendiagramm der untern Darstellung der Abbildung gezeigt ist, die treibende Gitter-EMK  $k_A e'_G$  im Plattenkreise nicht



soviel aus der entgegengesetzten Richtung von  $e_P$  abweicht, selbst wenn  $Z$  nur gleich  $R_i$  ist, d. h. der Winkel  $\varphi = 45$  Zeitgrade beträgt. Der Winkel  $\varphi$  bestimmt die Form der charakteristischen Fläche und zwar

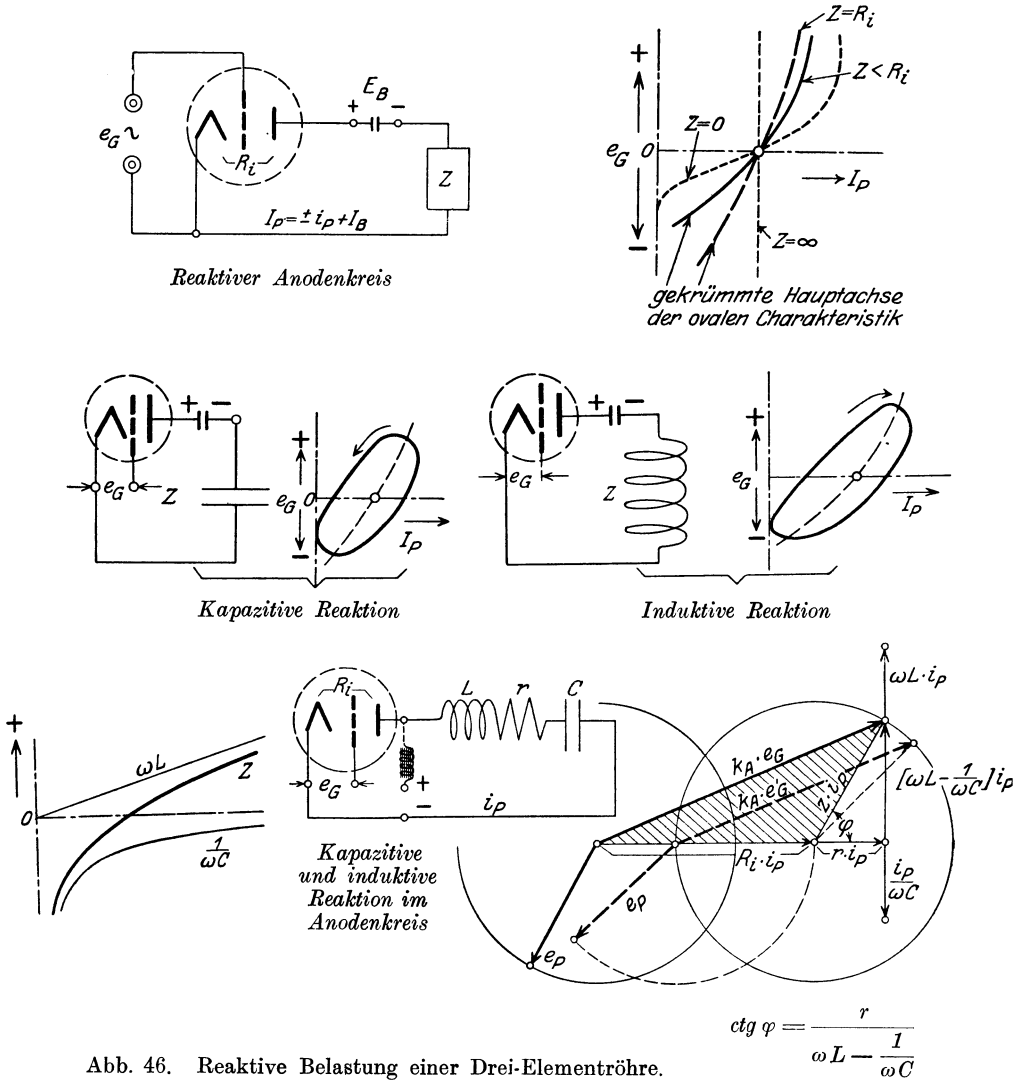


Abb. 46. Reaktive Belastung einer Drei-Elementröhre.

wird bei einer Abnahme von  $\varphi$  die Ovale enger. Die Verringerung der induktiven Reaktanz dreht dann die Hauptachse in der Richtung des Uhrzeigers, weil die entgegengesetzte Drehung vorliegt, wenn eine kapazitive Reaktanz wirkt. Die Reihenanzordnung von  $C$  und  $L$  im Anodenkreise findet keine große Anwendung. Man bevorzugt

die Parallelanordnung, wie späterhin beschrieben wird<sup>1)</sup>. Der Fall ist hier nur behandelt, um die allgemeinste Plattenimpedanz zu studieren und den praktischen Fall einer induktiven Reaktanz als eine vereinfachte Lösung zu erhalten.

Was die verschiedenen Faktoren der Röhren anbelangt, so kann man

1. die Größe  $k_A$  als Spannungsverstärkungsfaktor derselben ansehen. Man versteht darunter den Quotienten

$$\frac{\text{Änderung des Plattenpotentials}}{\text{Änderung des Gitterpotentials}}$$

für ein und dieselbe Änderung des Plattenstromes. Dies ist ersichtlich, wenn man die Universalformel (1) in die Form

$$R_i I_P = (E_P + k_A E_G + m)^a$$

bringt. Man sieht hieraus, daß irgendeine Änderung  $e_G$  am Gitter den nämlichen Einfluß hat, als ob eine EMK  $k_A e_G$  im Plattenkreise eingeschaltet wäre. Dieser Faktor ist<sup>2)</sup> größer als die Einheit und kann beträchtliche Werte (mehr als 100) für gewisse Konstruktionen aufweisen. Obgleich man diesen Faktor kurzweg Verstärkungskonstante nennt, so muß man bedenken, daß sowohl die Raumladeverteilung als die Größe des Plattenpotentials, um welche die Änderungen sich abspielen, den Wert von  $k_A$  beeinflussen können. Die maximale Leistungsabgabe eines gewöhnlichen Drei-Elementschwingungserzeugers wird ebenfalls durch eine Änderung<sup>3)</sup> dieser Faktoren bedingt.

2. Die Größe  $k_B = \frac{k_A}{R_i + Z}$  bedeutet den Stromverstärkungsfaktor des ganzen Systems, wenn  $Z$  die äußere Impedanz des Anodenkreises bezeichnet. Für einen Ohmschen Widerstand  $r$  im Plattenkreis erhält man den vereinfachten Ausdruck  $k_B = \frac{k_A}{R_i + r}$ . Da diese Formeln natürliche Folgerungen des Spannungsverstärkungsfaktors sind, so findet  $k_B$  im Prüffeld wenig Verwendung: Man sieht, daß  $k_B$  immer kleiner als  $k_A$  ist.

<sup>1)</sup> Siehe S. 76 und Abb. 47.

<sup>2)</sup> Der Durchgriff der Röhre ist  $D = \frac{1}{k_A}$  und besagt im großen ganzen dasselbe wie der Begriff des Spannungsverstärkungsfaktors  $k_A$ . Wenn z. B. eine Röhre einen Durchgriff von  $D = 4\%$  hat, so ist dies dasselbe wie ein Verstärkungsfaktor  $k_A = 25$ .

<sup>3)</sup> Siehe S. 78.

3. Die Spannungsverstärkung  $k_v$  der Röhre<sup>1)</sup> steht für den Spannungsvorteil  $\frac{e_P}{e_G}$  zwischen den aufgedrückten Änderungen des Gitterpotentials und derjenigen zwischen den Belastungsklemmen im Plattenkreise. Dieselbe würde Null sein, wenn die äußere Impedanz des Plattenkreises Null wäre. Wenn  $Z$  die äußere Impedanz bezeichnet, so ist

$$k_v = \frac{Z}{R_i + Z} k_A \quad . . . . . (4)$$

die Spannungsverstärkung an den Klemmen von  $Z$ . Dies ist klar, wenn man den Spannungsabfall  $i_P Z = -e_P$  mit Formel (3)

$$e_G = \frac{i_P (R_i + Z)}{k_A}$$

vergleicht. Wenn ein reiner Ohmscher Widerstand  $r$  in den Anodenkreis eingeschaltet ist, so hat man die Verstärkung

$$k_v = \frac{r}{R_i + r} k_A \quad . . . . . (4a)$$

Man sieht deshalb, daß  $k_v$  nie größer als der Spannungsfaktor  $k_A$  sein kann und zwar nur, wenn  $i_P = 0$  und  $Z = \infty$ , wie Abb. 47 zeigt. Eine reaktive Plattenimpedanz ist dann vorzüglich, da der Ohmsche Widerstand niedrig gewählt werden kann und dann nicht sehr hohe Anodenerregung benötigt und den Wirkungsgrad dieses Kreises herunterdrückt. Die beste reaktive Impedanz besteht aus einer Parallelanordnung eines Kondensators und einer Selbstinduktion, da dann, wie in der Abb. 47 gezeigt ist, eine unendlich große Impedanz  $Z$  erzeugt werden kann, wenn dieser Kreis ( $CL$ ) auf die erregende Frequenz der treibenden EMK  $k_A e_G$  abgestimmt ist. Für alle andern Fälle ist ein Stromfluß  $i_P$  möglich, da für kleinere Periodenzahlen die Spule und für größere der Kondensator merkbarere Leitfähigkeit (Suszeptanz) für veränderliche Ströme aufweist. Wenn eine Spule mit wirksamer Impedanz  $Z$  den Plattenkreis schließt und die Sekundärspule den Spannungsvorteil  $k_s$  hat, so erhält man eine Spannungsverstärkung

$$k_v = \frac{\text{wirksame EMK der Sekundärspule}}{\text{wirksame Gitter-EMK}} = k_s k_A \frac{Z}{R_i + Z}.$$

Solche Verstärkungstransformatoren ergeben deshalb beträchtliche Potentialvergrößerungen, da für eine unendlich große Anodenimpedanz  $Z$  eine Potentialänderung  $k_s k_A e_G$  an den Klemmen der Sekundärspule erhalten wird. Diese ist um so stärker, wenn Kaskadenanord-

<sup>1)</sup> Nicht Spannungsverstärkungsfaktor.

nungen dieser Art verwendet werden. Wenn Transformatoren dieser Art zwischen Dreielementröhren benutzt werden, so stimmt man die effektive Primärimpedanz entweder auf die hörbare<sup>1)</sup> Änderung der schwachen Wellen oder auf die Hochfrequenzwelle (Hauptwelle, Träger des Audiostroms) ab. Das erstere kann aber nur mit Vorteil geschehen, wenn die Amplitude der Hochfrequenzänderung nicht zu ge-

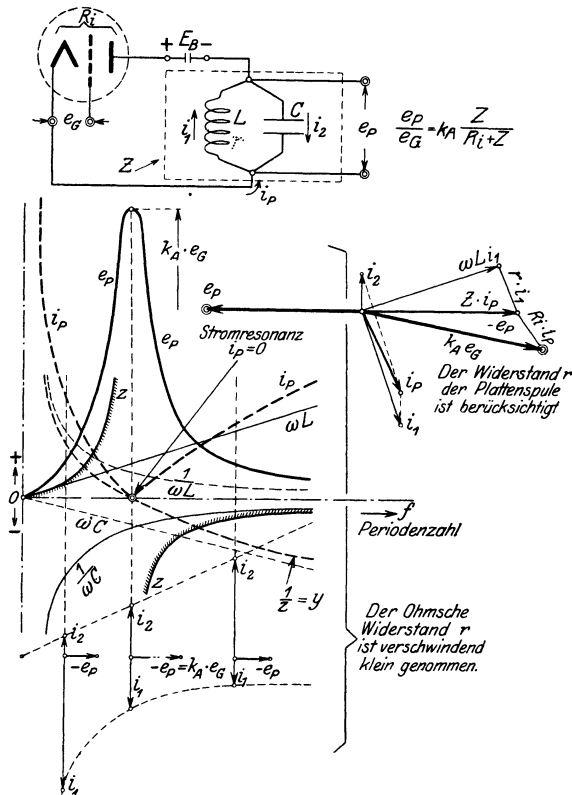


Abb. 47. Die Wirkung einer veränderlichen Impedanz im Plattenkreis.

ring ist, da eine zuvorige Gleichrichtung den zu messenden Strom beinahe gänzlich vernichten würde. In diesem Falle verstärkt man zuerst die Hochfrequenz-EMK und richtet mit der zweiten Röhre den Audiostrom.

<sup>1)</sup> Wenn Lufttransformatoren für höhere Verstärkungen benutzt werden, so ist die Kaskadenanordnung infolge der großen Streureaktanz nicht empfehlenswert. Es scheint dann besser, Transformatoren mit Eisenkernen (unterteilt) zu verwenden, um das störende Geräusch im Telefon zu umgehen.

4. Die Leistungsverstärkung  $k_e$  gewinnt man aus dem Ausdruck

$$W = \frac{(k_A e_G)^2}{(R_i + Z)^2} Z$$

für die im Plattensystem vorhandene veränderliche Energie, da  $i_P^2 Z = W$  und  $i_P = \frac{k_A e_G}{R_i + Z}$ . Wenn  $R_i = Z$ , so hat man den größten Wert für  $k_e$  und gewinnt im Belastungsbranche 50% der veränderlichen Energie im Plattensystem. Für Energieverstärkungen benutzt man am besten eine induktive Reaktanz anstatt einer Parallelschaltung eines Kondensators und einer Selbstinduktion.

Wie bereits bemerkt wurde, ist der innere Röhrenwiderstand  $R_i' = \frac{dE_P'}{dI_P}$ , wenn  $E_P' = (E_P + k_A E_G + m)^2$  und die dynamische Charakteristik zugrunde gelegt ist. Da aber eine Änderung  $\Delta E_G$  am Gitterpotential so wirkt, als ob ein Generator mit innerem Widerstand  $R_i'$  eine Klemmenspannung  $k_A \cdot \Delta E_G$  liefert, so sieht man, daß für den Grenzfall  $\frac{\Delta E_P'}{\Delta E_G} \lim_{E_G=0}$  der innere Widerstand der Röhre

$$R_i' = k_A \frac{dE_G}{dI_P} = \frac{k_A}{g}, \dots \dots \dots (5)$$

wenn  $g$  die gegenseitige Leitfähigkeit der Röhre bezeichnet<sup>1)</sup> und in Mhos gemessen wird. Diese Größe ist von besonderer praktischer Bedeutung, da für die Verstärkungen sowohl als für die Erzeugung von Schwingungen die Tangente  $\frac{dI_P}{dE_G}$ , d. h. der Abfall der Gitterpotential-Anodenstromcharakteristik günstig gewählt werden muß und eine Röhre mit großem Verstärkungsfaktor  $k_A$  in der Regel gute Schwingungen und wünschenswerte Verstärkungen hervorrufen kann. Man hat jedoch zu bedenken, daß  $g$  auf den ganzen Plattenkreis bezogen werden muß und daß die Laboratoriumsbestimmung von  $g$  für den wirklichen Kreis ausgeführt werden muß und denjenigen Teil der Röhre, welcher die beste Wirkung gibt. Man erkennt mittels der Minima und Maximorechnung, daß die Leitfähigkeit  $\frac{dI_P}{dE_G}$  für die vertikalen Teile (Sättigung und Nullstrom im Anodenkreis) dieser Charakteristik praktisch nicht besteht, d. h. unendlich großer Wechselstromwiderstand vorliegt, während für Stellen, wo die dynamische

<sup>1)</sup> Man sieht hieraus, daß  $g \cdot R_i' \cdot D = 1$  ist.

Charakteristik von einer zur anderen Richtung übergeht, die größte und günstigste Leitfähigkeit sich ergibt. Diese Teile sind gewöhnlich geradlinig, so daß man  $g = \frac{I_P}{E_G} = \frac{k_A}{R_i}$  setzen kann, wie aus Abb. 34 und 18 ersichtlich ist. Selbst wenn der geradlinige Teil der Röhrencharakteristik nur sehr kurz sein sollte, kann eine genügend große Impedanz (Widerstand am besten) im äußeren Plattenkreis verbesserte Zustände hervorrufen.

Wenn das Gitter (Steuerelektrode) außerhalb der Röhre angebracht ist (Weagantröhre), so kann man durch gleichgerichtete Gitterpotentialänderungen keine Anodenstromänderungen erzielen, da praktisch nur eine „dynamische“ Röhrencharakteristik vorliegt. Dies wird klar, wenn man bedenkt, daß die Elektronenemission  $N \cdot e \cdot v$  gegen die innere Glaswand gleich

$$\frac{E}{r} + k \frac{dE}{dt}$$

sein muß, und für gleichgerichtete Gitteränderungen

$$N \cdot e \cdot v = \frac{E}{r} = 0 \text{ (praktisch)}$$

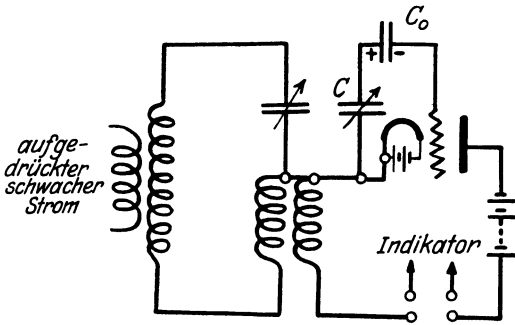
ist, da der Widerstand der Glaswand der Röhre als groß anzusehen ist.

**32) Systeme, welche vergrößerte Verstärkung durch Wiedererzeugung hervorrufen.** In den soeben behandelten Drei-Elementkreisen erzeugt die Gitterpotentialänderung, welche dem System aufgedrückt ist, verstärkte Wirkungen im Anodenzweige.

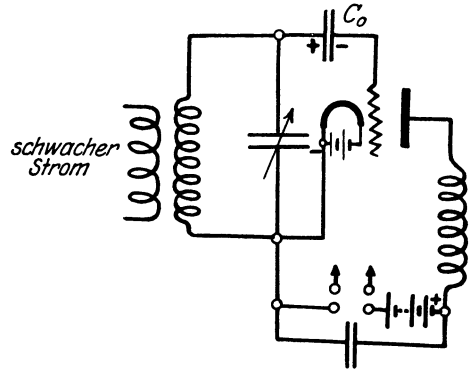
In den E. H. Armstrong patentierten Anordnungen mit Wiedererzeugung (Regeneration)<sup>1)</sup> sind die Plattenänderungen größer, da ein resultierendes Gitterpotential, welches dasjenige der aufgedruckten Änderungen überwiegt, wirksam ist. Die in der Abb. 48 angegebenen Armstromkreise benutzen die Röhre als Verstärker und als Gleichrichter. Die Gitter-EMK besteht aus der ursprünglich aufgedruckten Klemmenspannung der ankommenden Schwingungen und einer Reihe von Änderungen, welche durch die Rückwirkung der Plattenstromänderungen hervorgerufen werden. Das heißt, daß die dem Gitterkreis aufgedruckten Änderungen zuerst mittels der Röhre verstärkt

<sup>1)</sup> Kreise, welche ähnliche Wirkungen ausüben, sind unabhängig von Arco und Meißner in Berlin und H. Round in England ausgearbeitet worden. Die Originalkreise benutzen die Röhre nur als Verstärker und verwenden einen Kristalldetektor als Gleichrichter. Rounds System bildete während des Weltkrieges den bekannten Kreis Nr. 16 der Alliierten und wurde auch von der Marconi Company benutzt.

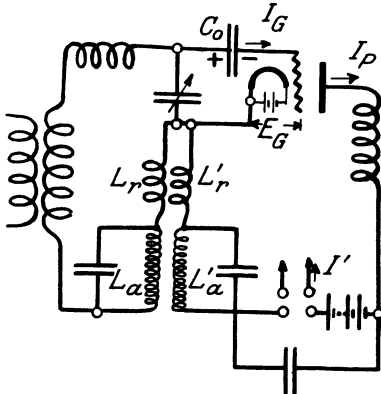
werden und diese verstärkten Änderungen wiederum auf den Gitterkreis wirken und so größere Wirkungen im Plattensystem erzeugen, als wenn keine Rückwirkung stattfinden würde. Die endgültige Wirkung ist sogar größer, als wenn alle Einzelwirkungen unabhängig stattfinden könnten und sich addierten. Man sieht dies,



Rückwirkungstransformator für Verstärkung im einfachen System.



Die Selbstinduktion im Anodenkreis erzeugt vergrößerte Verstärkung.



Schwingungssystem mit Rückwirkungstransformator für Verstärkung.

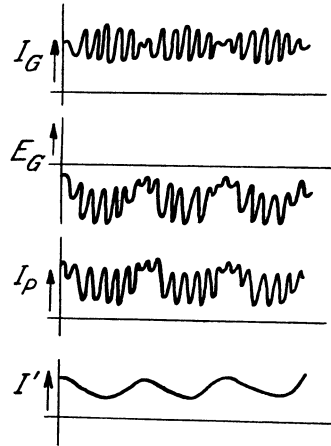


Abb. 48. Vergrößerte Verstärkung mittels Wiedererzeugung.

wenn man das ganze System auffaßt als eine Reihenordnung von  $C$ ,  $L$  und  $r$ , der für den Fall einer gewöhnlichen Verstärkung eine EMK  $E_1 = E_G$  aufgedrückt wird. Die Leistungsänderung ist dann

$$W_1 = E_G \cdot I_1 = I_1^2 r,$$

wenn  $I_1$  den wirksamen Resonanzstrom  $\frac{E_G}{r}$  bezeichnet. Wenn Wieder-

erzeugung stattfindet, hat man aber zwei treibende Kräfte, nämlich  $E_1 = E_G$ , welche von den aufgedrückten Änderungen herrührt, und  $E_2$  infolge der Rückwirkung.  $E_2$  wird in  $L$  induziert und in der Regel derart, daß  $E_1$  und  $E_2$  beinahe gleichphasig sind. Die resultierende EMK  $E'_G = E_1 + E_2$  erzeugt die Energieschwebungen

$$W_2 = (E_G + E_2) I_2 = I_2^2 r,$$

wenn  $I_2$  den Resonanzstrom  $\frac{E_G + E_2}{r}$  im Falle von Wiedererzeugung bedeutet. Die resultierende Verstärkung ist dann

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{I_2^2}{I_1^2} = \left[ \frac{E_1 + E_2}{E_1} \right]^2 = \left[ \frac{E'_G}{E_G} \right]^2 = \frac{E_G I_2 + E_2 I_2}{E_G I_1}.$$

Die Energieänderungen

$$E_G I_2 = E_1 I_2,$$

welche infolge der aufgedrückten  $E_G$  vorherrschen, sind deshalb größer, wenn Wiedererzeugung vorliegt, da

$$E_1 I_1 = E_G I_1 < E_G I_2,$$

weil

$$I_1 < I_2 \quad \text{infolge von} \quad \frac{E_G}{r} < \frac{E_G + E_2}{r}.$$

Die Zunahme der Energieänderungen infolge der ursprünglichen EMK  $E_G$  ist dann

$$\frac{E_G I_2 - E_G I_1}{E_G I_1} = \frac{E_G \frac{E_G + E_2}{r} - \frac{E_G^2}{r}}{\frac{E_G^2}{r}} = \frac{E_2}{E_G} = \frac{\text{wiedererzeugende EMK}}{\text{ursprüngliche EMK}}.$$

Die vergrößerte Änderung im Plattensystem im Falle von Wiedererzeugung ist deshalb direkt proportional mit der wiedererzeugenden EMK und umgekehrt proportional mit der ursprünglichen Gitter-EMK. Das heißt die Spule des zurückführenden Transformators muß groß (Spule im Gitterkreis) und der Abstimmungskondensator verhältnismäßig klein sein.

Man kann zwei wesentliche Arten von Wiedererzeugung unterscheiden, je nach dem verwendet wird:

1. Ein Zurückspeisungstransformator (Abb. 48).
2. Eine Plattenreaktanz ohne jegliche Kopplung mit dem Gitterzweige (obere rechte Figur in Abb. 48).



Die Wirkung der Reaktionsspule im Anodenkreis beruht darauf, daß die induzierte EMK darin sehr beträchtlich ist und deshalb das effektive Plattenpotential bedeutend ändert. Die reaktiven Spannungerscheinungen erzeugen deshalb vergrößerte Verstärkungen, da dieselben immer in Phase (direkt oder entgegengesetzt) mit der Spannung der Plattenquelle sind.

Die Anordnung, welche die untere Darstellung zeigt, vereinigt die beiden oberen Kreise und verstärkt die Radio- und Audiokomponente. Der Transformator  $\frac{L_r}{L_r'}$  ist für die Zurückspeisung der Hochfrequenzkomponente und  $\frac{L_a}{L_a'}$  für die hörbare Komponente. Wenn ungedämpfte Wellen gemessen werden sollen, so benutzt man am besten das Heterodyneprinzip indem man eine kleine Verstimmung der Eigenwellenlänge der Empfangskreise vornimmt. Man erhält dann eine resultierende Welle der Mittelfrequenz (zwischen der aufgedrückten  $f_2$  und der Eigenfrequenz  $f_1$  des Empfängers), deren Amplitude sich periodisch mit  $(f_1 - f_2)$  ändert. Man kann dann Verstärkungen von mehreren Tausend erhalten. Die Teilwirkungen sind dann folgende:

1. Die ankommende Sinusstörung erzeugt verstärkte Schwebungen im Plattenstrom.
2. Die Eigenschwingungen  $f_1$  und vergrößerten Schwebungen  $f_2$  erzeugen hörbare Schwebungen  $(f_1 - f_2)$ .
3. Die hörbaren Stromänderungen werden gleichgerichtet und die endgültigen Gitterstörungen ergeben abermals verstärkte Wirkungen im Indikator.

Bezüglich der ausführlichen Schaltungen und Theorie solcher Systeme sei auf die Literatur hingewiesen<sup>1)</sup>.

Messungen zeigen, daß für Heterodyne<sup>2)</sup> die vorhandene Indikatorenenergie ungefähr fünfmal so groß ist, als wenn ein Tikker zum Hörempfang benutzt wird. Die Theorie ergibt nur eine vierfache Wirkung. Nach Prof. Howes<sup>3)</sup> Untersuchung ist die maximale Verstärkung der Hochfrequenzenergie nur 2,43, wenn der hörbare Indikatorstrom direkt proportional mit dem Empfangsstrom ist. Die Verstärkung

<sup>1)</sup> E. H. Armstrong, I. R. E. 1917; H. H. Beltz, I. R. E. 1918; C. J. de Groot, I. R. E. 1917; B. Liebowitz, I. R. E. 1917; J. M. Miller, I. R. E. 1918.

<sup>2)</sup> Lokale Schwingungen müssen in diesem Falle die gleiche Amplitude wie die ankommenden Schwingungen haben, da sonst andere Verstärkungen vorliegen.

<sup>3)</sup> G. W. O. Howe, I. R. E. 1918.

ist deshalb begrenzt, selbst wenn der lokale Strom größer gewählt wird. Für Kontaktdetektoren oder andere, welche mit dem Quadrat ansprechen, kann die Verstärkung den vierfachen Wert überschreiten.

Die resultierende Verstärkung der besten Anordnungen setzt sich aus folgenden Teilwirkungen zusammen:

1. Verstärkung infolge der gewöhnlichen Röhrenanordnung (keine Wiedererzeugung).

2. Verstärkung infolge gleicher Heterodynewirkungen (lokale und aufgedrückte Schwingungen haben die gleiche Amplitude), Frequenz der Eigenschwingung ist etwas von derjenigen der zu messenden Wellen verschieden, fünffache Verstärkung.

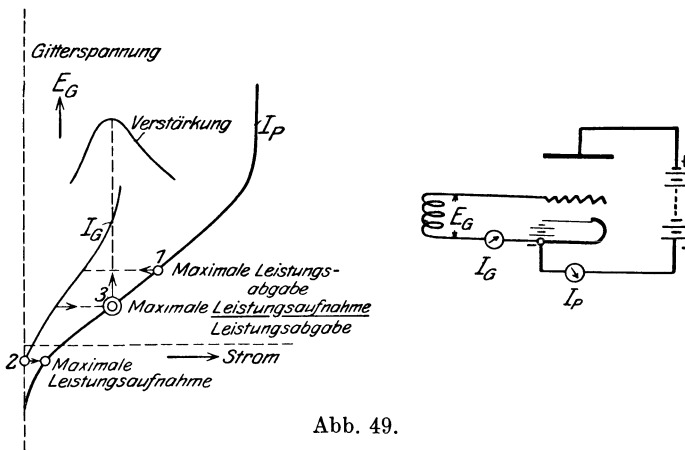


Abb. 49.

3. Verstärkung durch Optimumheterodyne (lokale Schwingungen werden so lange geändert, bis der größte Effekt im Indikator merkbar ist), ändert sich umgekehrt wie die Größe der Amplitude der auftretenden Schwingungen. Die Verstärkung ist deshalb besser, wenn die Amplitude der erregenden Schwingungen kleiner ist als diejenige der Eigenschwingungen der Röhre. Die Einstellung für Optimumheterodyne verbessert die gleiche Heterodynewirkung ungefähr 20fach.

4. Verstärkung durch Rückwirkung des Plattenkreises auf das Gittersystem infolge von Wiedererzeugung verbessert den Fall von 3. 50fach.

Die ganze Verstärkung ist deshalb  $5 \cdot 20 \cdot 50 = 5000$ fach und bisweilen höher.

Der Fall der Optimumeinstellung ist in Abb. 49 illustriert. Für die Stelle 1 sind die Energieänderungen am größten, da die gegen-

seitige Leitfähigkeit  $g = \frac{dI_P}{dE_G}$  den Maximalwert aufweist. Der Gitterstrom  $I_G$  ist jedoch verhältnismäßig groß im Vergleiche zum günstigsten Falle der Stelle 2. Die beste Einstellung ist in der Umgebung von 3.

Die Theorie von Schwebungen ist aus der Akustik bekannt. Wenn hörbare Schwebungen (Heterodyneprinzip) in Hochfrequenzsystemen erzeugt werden, so hat man folgende Lösung:

Der lokale Sinusstrom der selbsterregten Wellen ist durch

$$I_1 = \sum I_1 \cdot \varepsilon^{j\omega_1 t} = I_1 \{ \varepsilon^{j\omega_1 t} - \varepsilon^{-j\omega_1 t} \}$$

und der eintreffende Hochfrequenzstrom durch die Beziehung

$$I_2 = \sum I_2 \varepsilon^{j\omega_2 t} = \sum I_2 \cdot \varepsilon^{j(\omega_1 + \omega) t}$$

gegeben. Der resultierende Strom  $I$  dieser Teilwellen wird deshalb

$$I = I_1 + I_2 = [I_1 + \sum_{+j}^{-j} I_2 \varepsilon^{j\omega t}] \sum_{+j}^{-j} \varepsilon^{j\omega_1 t} = I \sum \varepsilon^{j\omega_1 t}$$

Die Amplitude  $I$  der resultierenden Welle schwankt periodisch mit der Frequenz  $f = f_2 - f_1$  zwischen den Grenzen  $(I_1 + I_2)$  und  $(I_1 - I_2)$ . Das heißt, daß für gleiche Heterodyne der ganze Plattenstrom zwischen Null und  $\frac{2E}{r}$  schwankt, wenn  $E$  die maximale EMK der Eigen- und auftreffenden Schwingungen ist. Wenn ein Halbweggleichrichter (was gewöhnlich geschieht) benutzt wird, so ist  $\frac{1E}{\pi r}$  die Amplitude der hörbaren Schwebungen. Der Tikker, welche den pulsierenden Gleichstrom in Gruppen von hörbarer Frequenz zerhackt, wandelt den Strom in einen um, welcher zwischen Null und  $\frac{1E}{\pi r}$  schwankt, d. h. ein Audiostrom der Amplitude  $\frac{1E}{2\pi r}$  wird dem Gleichstrom und einer Reihe von harmonischen Wellen überlagert. Dies zeigt, daß man mit gleicher Heterodynewirkung zweimal soviel Indikatorstrom als mit der Tikkermethode erhält, d. h. vierfache Leistungswirkung erzielt wird. Wenn die Eigenschwingungen eine größere Amplitude  $E + \Delta E$  aufweisen, so verursacht die Heterodynemethode einen Aufstieg und Abfall der Wellenhälften zwischen den Grenzen  $\frac{2E + \Delta E}{r}$  und  $\frac{+ \Delta E}{r}$ . Die Amplitude des höheren Schwebungsstroms ist deshalb wiederum  $\frac{1E}{\pi r}$  mit einer vierfachen Leistungswirkung.

Was den Indikator anbetrifft, so muß man zwischen Instrumenten unterscheiden, welche auf das Quadrat des Stromes und solche, welche direkt mit dem Strome ansprechen. Thermoanordnungen der gewöhnlichen Art, Hitzdrahtinstrumente usw. geben Ausschläge, welche dem Quadrate des erregenden Stromes proportional sind. Die Wirkung des Hörempfängers, welcher einen starken permanenten Magnet ausgerüstet ist, spricht direkt mit dem Strom an, während ein Empfänger, dessen magnetischer Effekt nur von dem Spulenstrom abhängt, dem Quadratgesetz folgt, was unvorteilhaft für die Aufnahme sehr kleiner Ströme ist. Telephonempfänger, welche proportional dem resultierenden Strom ansprechen, erfordern jedoch, daß entweder die Frequenz  $f_1$  der selbsterregten Schwingungen im Röhrenkreis oder  $f_2$  diejenige der zu messenden Ströme im hörbaren Bereich liegt, während Empfänger, welche nicht einem geradlinigen Gesetz folgen, hörbare Wirkungen erzeugen können, selbst wenn zwei Hochfrequenzströme verschiedener Periodenzahl einander überlagert sind, im Falle  $f = f_2 - f_2$  hörbar ist. Das heißt, die Wirkung in einem gewöhnlichen Hörempfänger mit Elektromagneten von vernachlässigbarer Permanenz ist proportional dem Quadrate  $I^2$  des Audiostromes der Frequenz  $f = f_2 - f_1$ , wo

$$I^2 = [I_1 + I_2]^2 \\ = \left[ \sum_{-j}^{-j} I_1 \varepsilon^{j\omega_1 t} \right]^2 + 2 \sum_{+j}^{-j} I_1 \varepsilon^{j\omega_1 t} \sum_{+j}^{-j} I_2 \varepsilon^{j(\omega_1 + \omega) t} + \left[ \sum_{+j}^{-j} I_2 \varepsilon^{j(\omega_1 + \omega) t} \right]^2$$

während alle anderen überlagerten Ströme der Periodenzahlen

$$\left. \begin{array}{l} 2 f_1 \\ 2 f_2 \\ f_1 + f_2 \\ \text{Nullfrequenz} \end{array} \right\} \text{ nicht hörbar sind.}$$

Folgende Ableitung beweist dies.

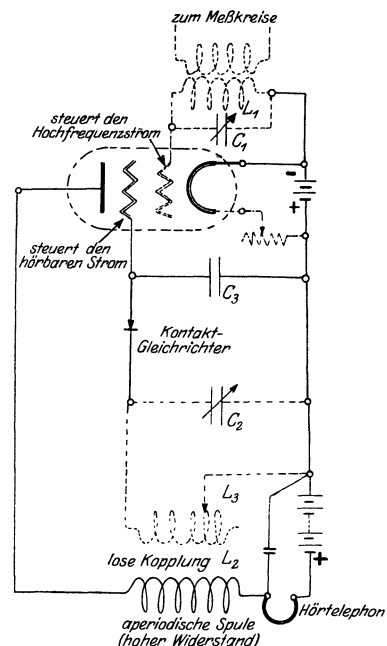
$$\begin{aligned} & I_1^2 \{ \varepsilon^{j\omega_1 t} - \varepsilon^{-j\omega_1 t} \}^2 \\ & + 2 I_1 I_2 \{ \varepsilon^{j\omega_1 t} - \varepsilon^{-j\omega_1 t} \} \{ \varepsilon^{j(\omega_1 + \omega) t} - \varepsilon^{-j(\omega_1 + \omega) t} \} \\ & + I_2^2 \{ \varepsilon^{j(\omega_1 + \omega) t} - \varepsilon^{-j(\omega_1 + \omega) t} \}^2 \\ & = - 2 I_1^2 \} \\ & \quad - 2 I_2^2 \} \text{ der Frequenz Null und nicht hörbar} \\ & - 2 I_1 I_2 \{ \varepsilon^{j\omega t} + \varepsilon^{-j\omega t} \} \text{ der Frequenz } \frac{\omega}{2\pi} = f \text{ und hör-} \end{aligned}$$

bar im Empfänger.

Hochfrequenzströme, welche nicht hörbar sein können

$$\left\{ \begin{aligned} &+ I_1^2 \{ \varepsilon^{j(2\omega_1)t} + \varepsilon^{-j(2\omega_1)t} \} \text{ der Frequenz } \frac{2\omega_1}{2\pi} = 2f_1 \\ &\quad \text{zweifache Frequenz der lokalen Eigen-} \\ &\quad \text{schwingungen} \\ &+ 2 I_1 I_2 \{ \varepsilon^{j(2\omega_1+\omega)t} + \varepsilon^{-j(2\omega_1+\omega)t} \} \text{ der Frequenz } \frac{2\omega_1+\omega}{2\pi} \\ &\quad = 2f_1 + f = f_1 + f_2, \text{ d. h. gleich der Summe} \\ &\quad \text{der Eigen- und aufgedrückten Periodenzahl} \\ &+ I_2^2 \{ \varepsilon^{j2(\omega_1+\omega)t} + \varepsilon^{-j2(\omega_1+\omega)t} \} \text{ der Frequenz } \frac{2(\omega_1+\omega)}{2\pi} \\ &\quad = 2(f_1 + f) = 2f_2 \text{ zweifache Frequenz der} \\ &\quad \text{aufgedrückten Schwingungen.} \end{aligned} \right.$$

**33) Zweifache Steuerung für die Verstärkung der hörbaren und Hochfrequenzkomponente<sup>1)</sup>.** Die Anordnung der Abb. 50 bildet



— bezieht sich auf die Verstärkung des Audiostroms.  
 - - - bezieht sich auf die Verstärkung des Hochfrequenzstroms.

Abb. 50.

ein sehr empfindliches System für die Wahrnehmung von schwach gedämpften Wellenzügen. Der Kondensator  $C_2$  wird so eingestellt, daß die Schwingungskonstante  $C_2 L_3$  die dem System aufgedrückte Frequenz befriedigt und die mittels des gestrichelten Gitters verstärkten Hochfrequenzschwingungen aufnehmen kann. Der durch den Kristallkontakt gleichgerichtete Strom ladet die Kapazität  $C_3$  auf, deren Spannungsänderung mittels des stark ausgezogenen Gitters auch eine Vergrößerung der hörbaren Stromstöße im Plattenkreis bewirkt.

**34) Der Dynatronverstärker und der Pliodynatron.** Apparate, welche negativen Widerstand<sup>2)</sup> aufweisen, können nach den im Kapitel XXIV aufgestellten Betrachtungen wünschenswerte Verstärkungen ergeben. Der in Abb. 115a abgebildete Dynatron ist besonders

<sup>1)</sup> Eine Empfangsschaltung derselben Art wurde von J. Scott Taggart vorgeschlagen.

<sup>2)</sup> Der Negatron von Scott-Taggart (Electrician 1921, S. 386) verwendet zwei Anoden auf jeder Seite der glühenden Kathode und außerdem ein Gitter

wirksam, wenn ein Gitter eingebaut, wodurch der Plidynatron Abb. 115 b entsteht. Das Gitterpotential ändert die Raumladung innerhalb der Röhre, was entsprechende Wirkungen auf die Emission der Primärelektronen und die Zurückschleuderung der Sekundärelektronen hat. Da der Röhrenwiderstand negativ ist und das Plattenpotential den primären Elektronenfluß nur wenig beeinflußt, so sieht man, daß irgendwelche Spannungsänderungen zwischen dem Gitter und der glühenden Kathode entsprechende große Änderungen im Hauptkreis hervorrufen. Wenn ein solcher Apparat in Reihe mit einem beinahe gleichwertigem Ohmschen Widerstand geschaltet wird, so können nach Seite 220 beträchtliche Spannungsverstärkungen erzielt werden.

**35) Der Plotron und Dynatron in Parallelschaltung als Verstärker.** Sehr große Verstärkungen können mit der Parallelanordnung der Abb. 51 erhalten werden. Eine gewöhnliche Dreielementröhre, welche ein gutes Vakuum aufweist, ist einem Dynatron parallel geschaltet. Wenn die Dynatron-EMK richtig gewählt ist, so werden die bezüglichen Plattenströme  $I_P$  und  $I'_P$  praktisch gleichwertig und gegenphasig. Ein hochempfindliches Instrument kann dann die Verstärkungswirkungen wahrnehmen. Dr. Hull fand z. B., daß mit dieser Anordnung für einen positiven Röhrenwiderstand  $r=10000$  Ohm und einem Serienwiderstand  $R=250000$  Ohm die 12fache Verstärkung der gewöhnlichen Röhre auf den Wert 650 gebracht werden konnte. Die Untersuchungen wurden mittels aperiodischen Spannungsänderungen am Gitter ausgeführt, und es scheint, daß mit Kaskadenanordnungen beinahe unbegrenzte Verstärkungen möglich sind.

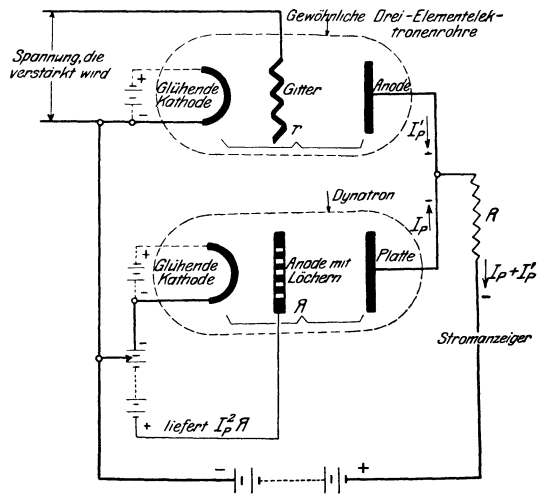


Abb. 51. Verstärkung mittels negativen und positiven Widerstand in Parallelschaltung.

zwischen der einen Anode und dem Glühkörper (Abb. 135 a obere Darstellung). Diese Röhre zeigt bei richtiger Einstellung einen negativen Widerstand zwischen der einen Anode und der Kathode, da das Gitter den anderen Anodenstrom im selben Maße steuert wie das Anodenpotential der Hauptanode sich ändert.

**36) Der Hörempfänger mit starken permanenten Magneten als Verstärker.** Wenn  $\Phi$  den permanenten Fluß und  $\Phi'$  den veränderlichen Kraftfluß infolge des Erregerstroms  $I$  bedeutet, so hat man für die momentane Kraft  $K$ , welche die Empfängerscheibe in Bewegung setzt:

$$\begin{aligned} K &= k_1 [\Phi + \Phi']^2 \\ &= k_1 [\Phi + k_2 I]^2 \\ &= k_1 \Phi^2 \dots \quad \text{konstante Anziehung, welche immer wirkt,} \\ &\quad + k_1 k_2^2 I^2 \dots \quad \text{veränderliche Kraft, welche nur von} \\ &\quad \quad \quad \text{dem zu messenden Strom abhängt,} \\ &\quad \quad \quad + 2 k_1 k_2 \Phi I \dots \quad \text{Kraft, welche von} \\ &\quad \quad \quad \text{dem konstanten und veränderlichen Magnetismus abhängt.} \end{aligned}$$

Wenn daher der Kraftfluß  $\Phi$  des permanenten Magnets ziemlich groß gewählt wird, so kann die reine veränderliche Kraft des Erregerstromes vernachlässigt werden. Der Empfänger wird deshalb viel lauter und beinahe ohne Verzerrung ansprechen, da

$$\begin{aligned} K &\simeq k_1 \Phi^2 \\ &\quad + 2 k_1 k_2 \Phi I \\ &= k_1 \Phi [\Phi + 2 k_2 I] \\ &= \text{konst.} [\Phi + k_3 I]. \end{aligned}$$

Ein Indikator dieser Art ist sehr zweckentsprechend, wenn hörbare Ströme wahrgenommen werden sollen. Wenn Heterodynekreise vorliegen, so muß eine Komponente hörbar sein.

## VII. Die Kathodenstrahlröhre als Hochfrequenzoszillograph.

### Prinzip.

**37) Die Braunsche Röhre.** Alle Oszillographen beruhen auf der Tatsache, daß ein von einem Strome durchflossener Leiter in einem magnetischen Felde gemäß dessen Stärke und Polarität abgelenkt wird. Dem verstorbenen Herrn Prof. Dr. F. Braun<sup>1)</sup> gebührt das Verdienst, die Kathodenstrahlröhre erfunden zu haben<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> F. Braun, Wied. Ann. 1897, S. 552.

<sup>2)</sup> Die grundlegenden Konstruktionen und Anwendungen der Braunschen Röhre sind in dem Werke „Apparate und Verfahren zur Aufnahme und Darstellung von Wechselstromkurven und elektrischen Schwingungen“ von Herrn Prof. Dr. H. Hausrath eingehend behandelt (Verlag von Hachmeister & Thal, Leipzig).

Der von einem Strome durchflossene Leiter der Braunschen Röhre besteht aus einem Bündel von Kathodenstrahlen, welches die Form eines konischen Bleistifts hat. Die Strahlen bestehen aus negativen Teilchen, welche normal aus der Kathodenfläche geschleudert werden. Die Strahlen können mittels eines magnetischen oder eines elektrischen Feldes abgelenkt werden. Wenn ein Drehfeld konstanter Intensität vorliegt, so beschreiben die Kathodenstrahlen eine konische Fläche. Da Kathodenstrahlen Kreide, ZnS,  $\text{CaWO}_4$ ,  $\text{Zn}_2\text{SiO}_4$  usw. zum Aufleuchten bringen, so kann man irgendeine Bewegung der Strahlen beobachten.  $\text{CaWO}_4$  glüht blau und ist deshalb besonders gut für photographische Aufnahmen der Ablenkungen, während andere Körper wie  $\text{Zn}_2\text{SiO}_4$  infolge eines gelbgrünen Aufleuchtens für Beobachtungen mit dem Auge von Vorteil sind.

**38) Konstruktion von Kathodenoszillographen.** Man kann zwei Gruppen von Kathodenröhren unterscheiden, nämlich:

eine, für welche die Kathode kalt ist	und eine, welche eine glühende Kathode (Wehnelt) besitzt
--	---

Je nach der Ablenkungsweise  
hat man die Fälle:

<p>A. Röhre der ersten Art, Ablenkung mittels eines magnetischen Feldes, das durch ein symmetrisch angebrachtes Spulenpaar (Abb. 52) erzeugt wird (Braun, Chaffee, Faßbender, Hupka, Hausrath, Ort, Ryan, Zenneck)<sup>1</sup>).</p>	<p>B. Röhre der zweiten Art, Ablenkung mittels eines elektrischen Feldes, das zwischen zwei parallelen Platten (Abb. 54) hervorgerufen wird (Ebert, Dufour, Fleming, Electric Company, Roschansky, Ryan, Wehnelt usw.).</p>	<p>C. Röhre der dritten Art, Ablenkung mittels magnetischer und elektrischer Felder.</p>
--	---	--

Die erste Ablenkungsweise, die in Abb. 52 dargestellt ist, eignet sich für das Studium von Stromverläufen. Die zweite empfiehlt sich zur Aufnahme von Spannungswellen, während die dritte Ablenkungsart diejenige der ersten zwei Röhren vereinigt und deshalb für das Studium von Leistungsdiagrammen und Voltamperecharakteristiken verwendet wird. Die Glühkathodenstrahlröhre, welche von Dr. Chaffee, L. M. Hull des Bureau of Standards, Washington, D. C. und der General Electric Company entwickelt wurde, hat den in Abb. 53 angedeuteten Aufbau. Die Elektronenströmung kommt von der glühenden Kathode und ist deshalb von der verhältnismäßig niederen Beschleunigungsspannung 500 bis 1000 Volt unabhängig.

<sup>1</sup>) H. Hausrath, l. c.; Zenneck und Giesel, Phys. Zeitschr. 1909, S. 378; Ryan, Electrician 1903, S. 771; Chaffee, Proc. American Academy of Arts and Sciences, Bd. 47, Nr. 9, 1911; Faßbender und Hupka, Phys. Zeitschr. 1912, S. 559; Roschansky, Ann. d. Phys. 1911, S. 281.



Für die Röhren mit kalter Kathode ist der Kathodenstrahl durch ionische Bombardierung einer bedeutend höheren Gleichspannung von 10000 bis 15000 Volt möglich. Die Dichte des Kathodenfleckes hängt für die kalte Röhre von der Beschleunigungsspannung und der Luftleere (ungefähr 0,006 mm Hg) ab. Bei der Glühkathodenstrahlröhre kann der Kathodenfleck mittels der Kathodenerregung (Temperatur

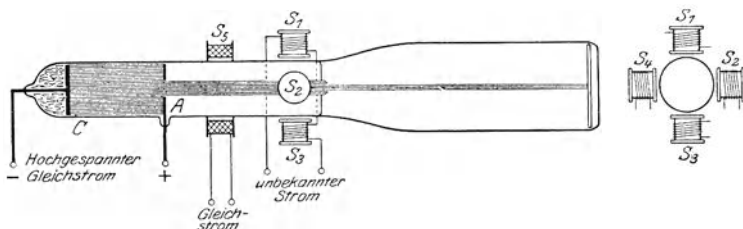


Abb. 52. Die Kathodenstrahlröhre (Braunsche Röhre) der ersten Art.

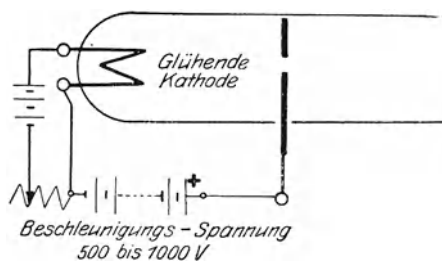


Abb. 53. Die Glühkathodenstrahlröhre.

der Kathode) eingestellt werden. Die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen (d. h. die Beschleunigungsspannung zwischen der Kathode und Anode) kann deshalb klein gehalten werden. Die Empfindlichkeit einer Glühkathodenstrahlröhre ist deshalb höher.

**39) Arbeitsweise von Kathodenstrahlröhren.** Wenn in einer Röhre der ersten Art (Abb. 52) in dem Spulenpaar  $S_1 - S_3$  ein hochfrequenter Strom fließt, so beschreibt der Kathodenfleck eine Linie, da er in Synchronismus hin und her wandert. Dasselbe gilt für einen Hochfrequenzstrom im Spulenpaar  $S_2 - S_4$ . Ihm entspricht eine leuchtende Linie, welche normal zur obigen Achse ist. Wenn Ströme derselben Phase und Frequenz gleichzeitig in dem bezüglichen Ablenkungsspulenpaaren fließen, so ist die resultierende magnetomotorische Kraft, welche den Elektronenstrahl ablenkt, geradlinig polarisiert und der Kathodenfleck beschreibt eine geneigte Linie, deren Abfallwinkel  $\alpha$  aus  $\text{tg } \alpha = I_1/I_2$  berechnet werden kann, wenn  $i_1 = I_1 \sin \omega t$  und

$i_2 = I_2 \sin \omega t$  die beiden Ströme ausdrücken. Wenn aber die Gleichphasigkeit der Erregerströme gestört ist, so umschreibt der Kathodenfleck eine Fläche. Wenn Sinuserregungen vorliegen, so hat man es in der Regel mit elliptischen oder kreisförmigen polarisierten Magnetfeldern zu tun, je nach dem Phasenunterschied und der relativen Wahl der beiden maximalen Stromamplituden. Die Spule  $S_5$  hat ungefähr

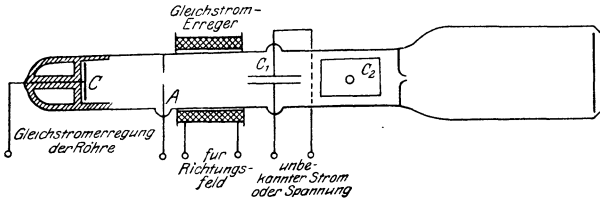


Abb. 54. Die Kathodenstrahlröhre der zweiten Art.

2500 Amperewindungen und erzeugt ein Längsfeld, durch das der Kathodenstrahl in seiner Längsrichtung zusammengedrängt wird und so ein scharfer Kathodenfleck am Schirme entsteht. Für kleine Magnetisierungskräfte ist die Ablenkung des Fleckes diesen ungefähr direkt proportional. In einer Röhre der zweiten Art (Abb. 54) sind die Ablenkungsspulen durch Ablenkungskondensatoren ersetzt. Die Ablenkung wächst proportional mit der Spannungsdifferenz zwischen den Platten.

Die Empfindlichkeit der Röhre mit kalter Kathode der gewöhnlichen Konstruktion ist ungefähr 0,1 mm Ablenkung für 1 Volt, wenn die Ablenkungsplatten ungefähr 15 mm Abstand haben. Die Empfindlichkeit einer Glühkathodenröhre ist ungefähr zweimal so groß, trotzdem die Beschleunigungsspannung nur 500 bis 1000 Volt anstatt ungefähr 14000 Volt ist. Für das Studium von Elektronenschwingungsröhren können beide Röhren benutzt werden, für kleine Schwingungserzeuger jedoch ist eine Glühstrahlröhre empfehlenswert, da andernfalls die Ablenkungsspulen zu groß

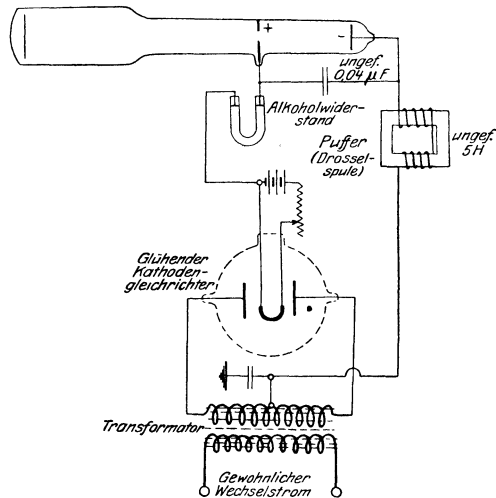


Abb. 55. Die Erregung einer Röhre mit kalter Kathode mittels Wechselstroms.

ausfallen und falsche Bilder infolge ihrer Reaktion<sup>1)</sup> hervorrufen würden. Die Anordnung Abb. 55 ist wohl die beste, um vom gewöhnlichen Wechselstrom hohe Gleichspannung für die Beschleunigung der Elektronen zu erhalten. Der symmetrische Glühkathodengleichrichter (Kenotron) kann auch durch zwei Halbweggleichrichter ersetzt werden. Im Falle keine Elektronenröhren für hochgespannten Strom vorhanden sind, kann man sich einen einfachen rotierenden Kontaktgleichrichter aufbauen und denselben gemäß den Anordnungen der Abb. 56 oder 57 in Synchronismus mit dem gleichzurichtenden Wechselstrom drehen.

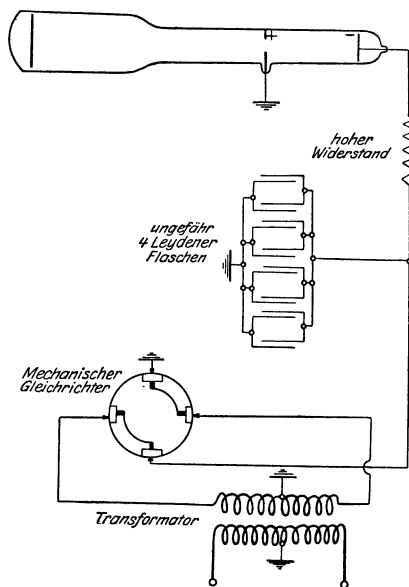


Abb. 56.

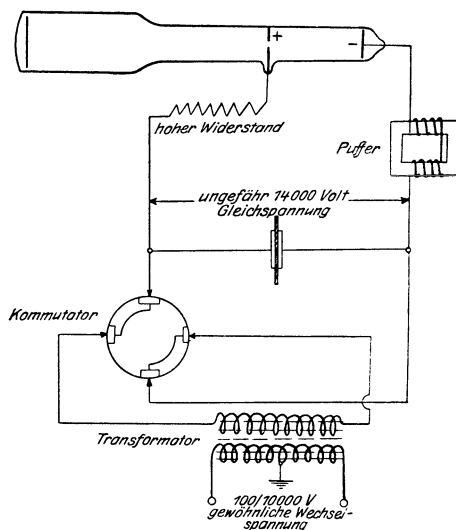


Abb. 57.

#### Mechanische Gleichrichtung der Erregerspannung.

**40) Anwendungen insbesondere auf die Deutung und Entwicklung von geschlossenen Kathodenflektfiguren.** Wenn Spannungs- oder Stromverläufe sichtbar gemacht werden sollen, so muß das eine Plattenpaar (für eine Röhre der zweiten Art) oder Spulenpaar (für eine Röhre der ersten Art) eine mit der Zeit proportionale Bewegung hervorrufen, im Falle die bezüglichen Spannungen oder Ströme eine senkrechte Bewegung im andern Ablenkungs-paar erzeugen. Man verwendet gewöhnlich für die Zeitachse einen Strom, dessen Zeitfunktion bekannt und im Synchronismus mit der

<sup>1)</sup> Siehe Abb. 46 und S. 73, sowie Abb. 57 IX und S. 96.

unbekannten Welle ist. Die Lissajous-Ryanfiguren werden dann mittels des in Abb. 58 angegebenen Verfahrens entwickelt<sup>1)</sup>. Andere Darstellungen sind in Abb. 59 angegeben. Man kann die Lage der Zeitachse mittels der gestrichelten Flächen feststellen, da der Kon-

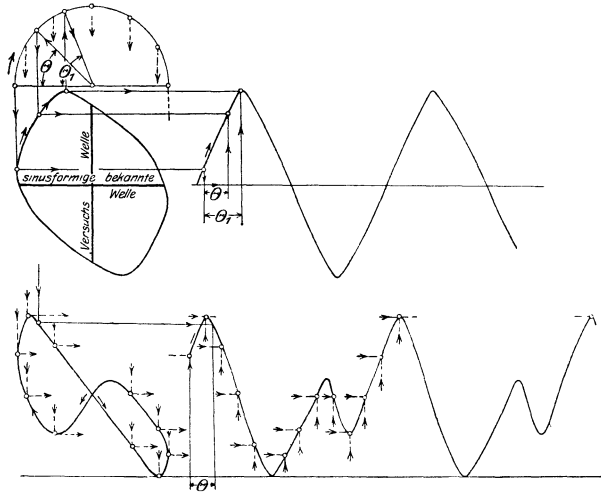


Abb. 58. Entwicklung einer Lissajous-Ryan-Figur.

densator während der Ladung dieselbe Energie aufnehmen muß (in der einen Richtung gestrichelt), die er während der Entladung abgibt (Schattierung in der andern Richtung). Die meisten Darstellungen der Abb. 59 sind nach experimentellen Aufnahmen des Prof. H. Yagi, Japan, und des Herrn L. M. Hull des Bureau of Standards<sup>2)</sup> entworfen und zum besseren Vergleich mit verändertem Maßstabe hier angegeben. Die zyklischen und dynamischen Lichtbogendiagramme sind mittels der in Abb. 108 und 107 angegebenen Verfahren aufgenommen. Die zweite Gruppe (II) der Abb. 59 zeigt die Entwicklung

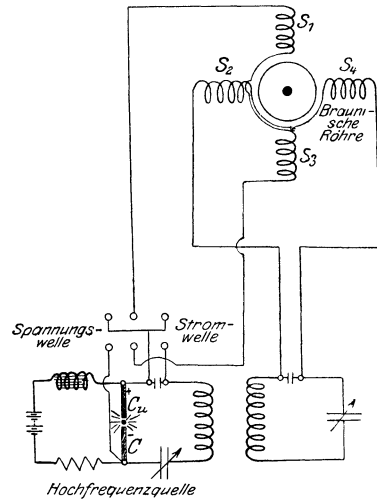


Abb. 58a. Aufnahme der Stromkurve (untere Abb. 58).

<sup>1)</sup> Die untere Entwicklung entspricht einer Aufnahme mit der Schaltung Abb. 58a.

<sup>2)</sup> L. M. Hull, I. R. E., April 1921; H. Yagi, I. R. E. 1916.

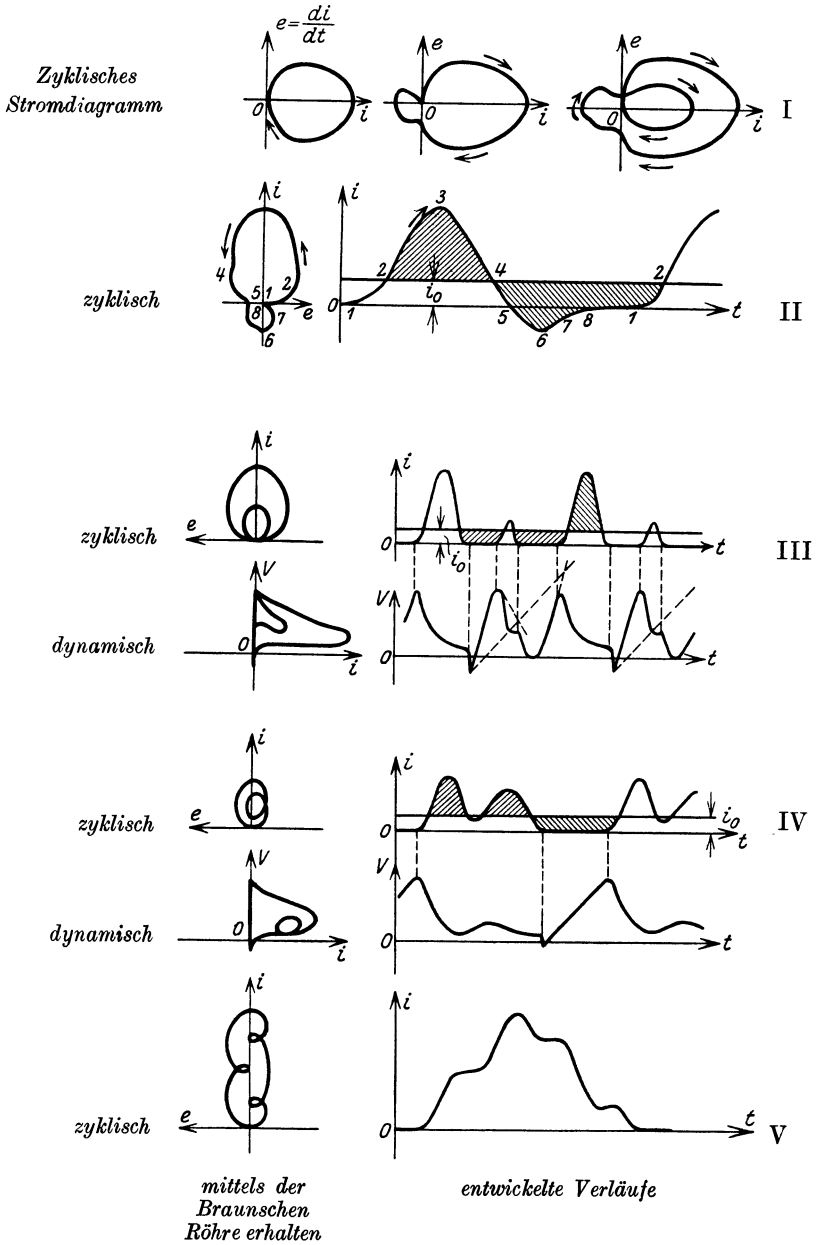
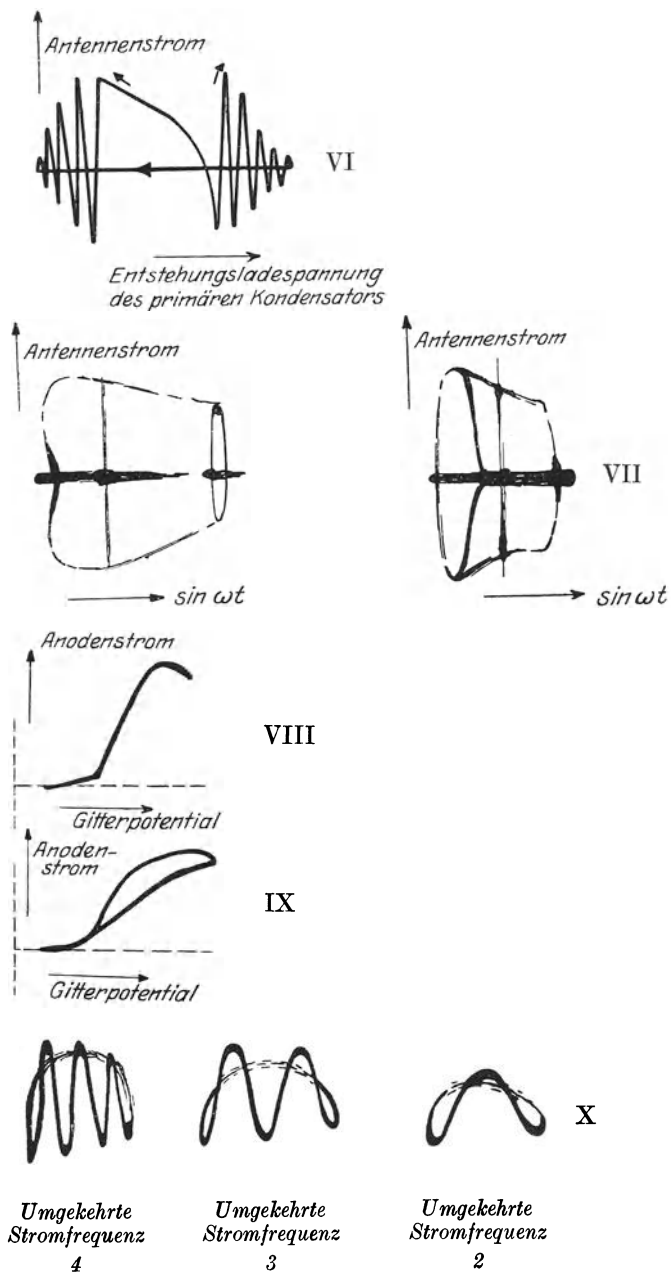


Abb. 59. Hochfrequenz-



oszillogramm.

der  $i-t$ -Kurve aus dem entsprechenden zyklischen Diagramm. Die Größe  $e$  bedeutet die momentane induzierte Spannung in den wenigen Windungen ( $L/2$  und  $L/2$ ), welche den Schwingungsstrom führen und deren Klemmen mit den Ablenkungsplatten der Röhre verbunden sind. Die vertikale Ablenkung des Elektronenzeigers ist proportional zu  $\frac{di}{dt}$ , da  $L$  in dem Ausdruck  $e = -L \frac{di}{dt}$  als eine Kon-

stante aufgefaßt werden darf. Der Wert  $i_0$  bedeutet den konstanten Speisestrom, welcher dem Lichtbogen von der Gleichstromquelle zufließt. Die entwickelte  $i-t$ -Kurve ist wie in Abb. 58 erhalten.

Wenn  $\frac{di}{dt} = 0$  ist, so hat man mit horizontalen Teilen zu tun und für  $\frac{di}{dt} = \max$  ergibt sich die maximale Steigung der  $i-t$ -Kurve. Die

Länge der Zeitachse zwischen den Punkten 2 — 4 — 2 kann man nicht direkt aus dem zyklischen Diagramm erhalten, dagegen mittels der schattierten Flächen, wie oben angedeutet wurde. III und IV zeigen die Entwicklungen der  $i-t$ - und  $v-t$ -Kurven aus den zyklischen und dynamischen Charakteristiken. Die Darstellung V zeigt den Fall für Oberwellen an. Die Darstellungen VI, VII, VIII, IX und X geben die entwickelten Stromverläufe direkt nach dem Bild der Braunschenschen Röhre. In Darstellung VI würde die Zeitachse durch die rasche Entstehungsspannung des Primärkondensators gewonnen. Die Klemmen dieses Kondensators sind mit dem Ablenkungskondensator der Röhre verbunden. Die aufeinander folgenden Spannungsaufstiege des Primärkondensators sind von höherem Grade als die Anzahl der Wechsel des niederperiodischen Speisestroms, da für jede Wellenhälfte sich mehrere Entladungen abspielten. Darstellung VII deutet die einhüllende Kurve des Antennenstroms an, wenn eine Elektronenröhre, welche Hochfrequenzschwingungen erzeugt, mittels Wechselstrom erregt wird. Die Zeitachse ändert sich mit  $\sin \omega t$ , wenn  $\omega$  die kreisförmige Winkelgeschwindigkeit  $2\pi f$  des aufgedrückten Anodenpotentials ist. Darstellung VIII bedeutet die Gitterspannung-Anodenstromcharakteristik einer Vakuumröhre. Darstellung IX zeigt die Wirkung einer zu großen Ablenkungsspule der Röhre auf eine solche Röhrencharakteristik. Der Einfluß der Ablenkungswindungen, welcher im Anodenkreis eingeschaltet ist, kann so groß werden, daß der Anodenstrom der Gitterspannung nacheilt. Man erhält dann eine hysteresisförmige Charakteristik. Es scheint dann besser eine Glühkathodenröhre zu benutzen und die Anzahl der Ablenkungswindungen kleiner zu wählen. Darstellung X zeigt Schwingungen in einem Chaffeeekreis für eine umgekehrte Stromfrequenz 2, 3 und 4.

## VIII. Differentialsysteme.

41) Die einfache und die differentialkalorimetrische Anordnung. Die kalorimetrischen Methoden, obgleich sehr mühsam, sind die zuverlässigsten Verfahren, wenn Verlust- oder andere Bestimmungen bei verzerrter Strom- und Spannungsform sowohl als verwickelter Frequenz und deren Veränderlichkeit vorzunehmen sind. Dies ist besonders im Bereich der schnellen Schwingungen bei Gegenwart von Eisen<sup>1)</sup> von Bedeutung.

Das einfache Kalorimeter besteht aus zwei zylinderförmigen Behältern, welche mittels Luft voneinander isoliert sind und zwar derart, daß ein Behälter vom andern vollständig umgeben ist. Behälter, welche polierte Nickeloberflächen besitzen, scheinen sehr zweckentsprechend zu sein. Der Doppelbehälter ist in Kerosen eingetaucht, welches mittels einer drehbaren Schaufelvorrichtung, eines Thermometers und einer Heizvorrichtung immer auf derselben Temperatur erhalten wird. Die kalorimetrische Flüssigkeit, welche den einen Behälter füllt, hat zuerst dieselbe Temperatur, wie das Kerosen außerhalb. Ein Thermoelement ist durch den Deckel eingetaucht, um mittels eines Galvanometers die Temperaturerhöhung durch die Heizwirkung des unter der Flüssigkeit befindlichen Prüfstückes messen zu können. Um den gewöhnlichen ungeeichten Galvanometerausschlag direkt benutzen zu können, ist in der kalorimetrischen Flüssigkeit eine kleine Heizspule eingetaucht, welche aus Konstantendraht Nr. 30 bestehen kann und auf Ebonit aufgewunden ist. Der Verlust des Prüfstückes wird dann einfach dadurch bestimmt, daß man denselben Galvanometerausschlag mittels eines bekannten Gleichstromes in der Heizspule erzeugt. Der Wärmeverlust ist dann

$$W = E \cdot I,$$

wenn  $E$  die aufgedrückte Gleichspannung und  $I$  den entsprechenden Spulenstrom bedeutet.

Das Differentialsystem besteht aus zwei einfachen Kalorimetern, welche gleiche gegeneinander geschaltete und durch ein Galvanometer verbundene Thermoäulen enthalten. Zusatzwiderstände verhindern jegliche ungewünschte Streuerscheinungen. Wenn beide kalorimetrische Flüssigkeiten dieselbe Temperatur aufweisen und das eine das Prüfstück, das andere die Heizspule enthält, so ändert man die Zusatzwiderstände bis das Galvanometer einen Nullausschlag

---

<sup>1)</sup> Herr Dr. C. Nusbaum (I. R. E., Febr. 1919) hat z. B. Hysteresis- und Wirbelstromverluste mit einer solchen Methode bis zu den höchsten praktischen Schwingungen bestimmt.



angibt. Hiernach wird das Prüfstück mit dem Hochfrequenzstrom der gewünschten Frequenz und Intensität  $\bar{I}$  erregt und eine solche Gleichspannung  $E$  der Heizspule aufgedrückt, daß der Heizstrom  $I$  wieder einen Nullausschlag ergibt. Die Beziehung

$$W = \bar{I}^2 \cdot r = E \cdot I$$

ermöglicht dann die Verlustbestimmung und diejenige des wirksamen Widerstandes  $r$  des Prüfstückes.

42) Der Differentialtransformator, welcher zur Bestimmung von Widerstand, Selbstinduktion, gegenseitiger Induktion, Kapazität, Kopplung, Phasenverschiebung und von Leistung benutzt werden kann<sup>1)</sup>. Der Differentialtransformator, welcher in Abb. 60 wiedergegeben ist, besteht aus zwei, zu den Sekundärwindungen  $S$ ,

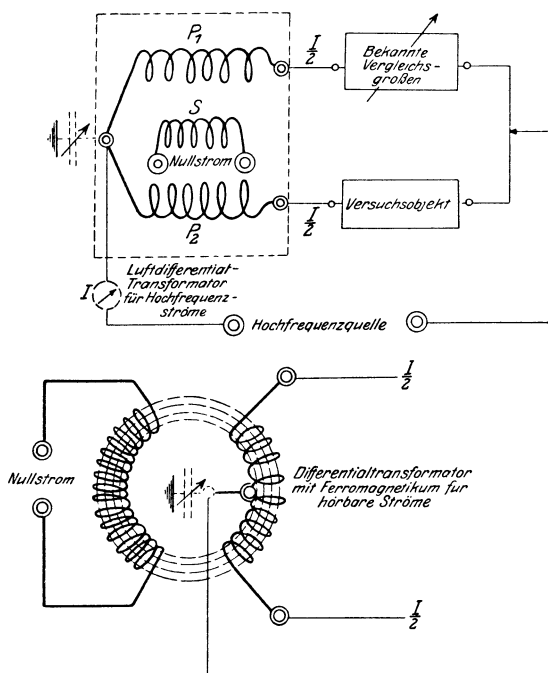


Abb. 60. Schaltung des Differentialtransformators.

symmetrisch angebrachten Primärspulen  $P_1$  und  $P_2$ . Wenn die Ströme in den beiden Primärwindungen dieselbe Phase und Amplitude haben, so kann keine EMK in der Sekundärspule erzeugt werden.

<sup>1)</sup> A. Hund, Jahrb. d. drahtl. Tel., Bd. 13, Heft 6.

Das letztere wird mittels Nullstromdetektoren bestätigt, deren Wahl den Versuchsbedingungen anzupassen ist. Wenn Audioströme das Differentialsystem erregen, so kann ein gewöhnlicher Hörempfänger an die Sekundärklemmen angeschlossen werden. Wenn die Wellenform nicht rein ist, so stimmt man den Nullstromkreis mittels eines Kondensators auf die Grundwelle ab. Dies kommt besonders für Prüfstücke mit Eisenkernen in Betracht. Für gedämpfte Wellen ist gewöhnlich das aperiodische Detektorsystem ausreichend. Ein Galvanometer ersetzt dann am besten das Telephon. Für sehr genaue Messungen ist die Thermokreuzbrücke, welche linear mit dem verschwindenden Sekundärstrom abnimmt, sehr zweckentsprechend. Elektronenröhren sind ebenfalls für diesen Fall empfehlenswert, trotzdem zu große Verstärkungen, besonders infolge der kapazitiven Wirkungen, bisweilen die Abgleichung unmöglich machen<sup>1)</sup>.

Die Verwendung des Differentialtransformators kommt darauf hinaus, daß man in den einen Primärzweig das Prüfstück und in den andern das Vergleichsobjekt, dessen Einstellungen geeicht sind, einschaltet. Die Phaseinstellungen werden mit Bezug auf voreilende oder nacheilende<sup>2)</sup> Zweigströme mittels eines Variometers oder eines veränderlichen Luftkondensators ausgeführt, während irgendwelche Leistungsverschiedenheiten der beiden Zweige am besten mittels eines feinen Manganin- oder Konstantandrahtes ausgeglichen werden. Ein Schleifkontakt, welcher sich längs dieses Drahtes verschieben läßt, führt dann zu einer Klemme der Stromquelle, während der Zweigpunkt der beiden Primärwindungen zur andern Klemme führt. Dieses Ende ist außerdem durch einen veränderlichen Kondensator mit Erde verbunden um ungewünschte Streuerscheinungen wemöglich zu umgehen.

Was die Konstruktion anbetrifft, so muß man zwischen sehr hohen Frequenzen, mittleren und niederen Frequenzen unterscheiden. Da die Grenze für diese Gruppierung von der bezüglichen Arbeitszweig abhängt, so sind hier kurzweg die Frequenzbereiche direkt angegeben, um jegliche Verwirrung zu vermeiden. Es ist dem Leser anheimgestellt, den wirksamsten Transformator, welcher einfach ist, auf Grund der angegebenen Daten für seinen Frequenzbereich selbst zu bauen.

---

<sup>1)</sup> Alle Zuleitungen usw. müssen im Bereich der schnellen Schwingungen sorgfältigst geschirmt werden. Näheres siehe A. Hund, Arbeiten aus dem E. T. I. der Technischen Hochschule, Karlsruhe, Bd. 3, Springer.

<sup>2)</sup> Ein voreilender Strom wird mittels der induktiven Reaktion in Phase gebracht, gerade so wie ein nacheilender Teilstrom in einem Differentialzweig eine kapazitive Kompensation benötigt.

1. Zwischen den Grenzen  $f = 2 \cdot 10^5$  bis  $10^6$  in der Sekunde scheint ein Lufttransformator von 15 cm Durchmesser mit je 6 primären Windungen und 9 Sekundärwindungen aus Litzendraht gute Dienste zu leisten.

2. Zwischen den Grenzen  $f = 5 \cdot 10^4$  bis  $1,5 \cdot 10^5$  in der Sekunde verwendet man je 18 Primär- und 125 Sekundärwindungen.

3. Wenn hörbare Frequenzen vorliegen, benutzt man einen ringförmigen unterteilten Eisentransformator, wie er von Herrn Prof. Dr. Hausrath<sup>1)</sup> zuerst im E. T. I. der Karlsruher Hochschule vorgeschlagen wurde.

---

## IX. Apparate und Systeme für die Messung von Hochfrequenzströmen.

43) **Allgemeine Gesichtspunkte.** Hochfrequenzströme werden am besten mittels Hitzdrahtinstrumenten gemessen. Wenn ein Nebenschluß- oder ein Stromtransformator benutzt werden muß, so gilt die Eichung nur für einen kleinen Frequenzbereich. Die Hitzdrahtinstrumente<sup>2)</sup> der Firma Hartmann und Braun mit kleiner Heizstromstärke und beträchtlichem Meßbereich sind dann zu empfehlen. Für kleine Ströme sind die gewöhnlichen Thermodetektoren, die Thermokreuzbrücke, die Baretterschaltung (Bolometer) und das Hochfrequenzgalvanometer gute Indikatoren, während für die Bestimmung von außerordentlich kleinen Stromstärken Schaltungen mit Elektronenröhren vorzügliche Detektoren abgeben.<sup>3)</sup>

44) **Aperiodische und oszillatorische Detektorschaltungen für die Wahrnehmung von sehr kleinen Stromstärken.** Die beiden Anordnungen Abb. 61 bilden gute Nullstromdetektoren, wenn gedämpfte oder ungedämpfte Wellenzüge im Meßkreise vorliegen. Für gedämpfte Wellen kann ein Hörtelefon anstatt des Galvanometers benutzt werden oder beide Indikatoren und zwar derart, daß nur ein Instrument zur Zeit der Messung im Kreise liegt und dann

---

<sup>1)</sup> H. Hausrath, Untersuchung elektrischer Systeme usw., Berlin 1907, Springer.

<sup>2)</sup> Siehe Abb. 22, untere Darstellung.

<sup>3)</sup> Mittels eines Einthoven-Galvanometers ist es möglich bis zu  $10^{-10}$  Ampere zu messen. Für noch kleinere Ströme ist das Dolezalek-Quadrantenelektrometer mit einem geeigneten Kondensator ein Hilfsmittel Ströme zwischen  $10^{-8}$  und  $10^{-14}$  Ampere wahrzunehmen. Für Ströme bis zu  $10^{-17}$  Ampere scheint das Elektroskop ein zweckentsprechender Indikator zu sein (solche Stromwerte liegen für gewisse Ionenströme vor).

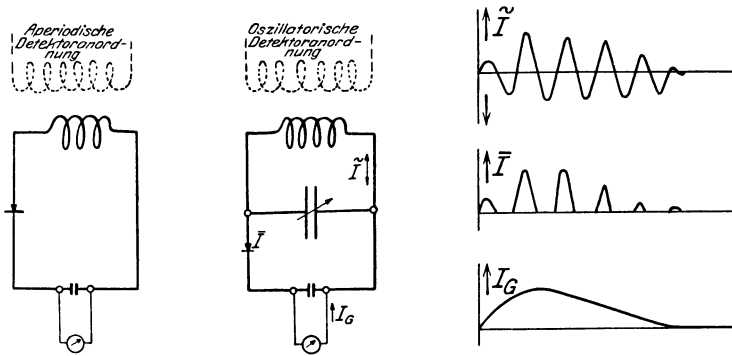
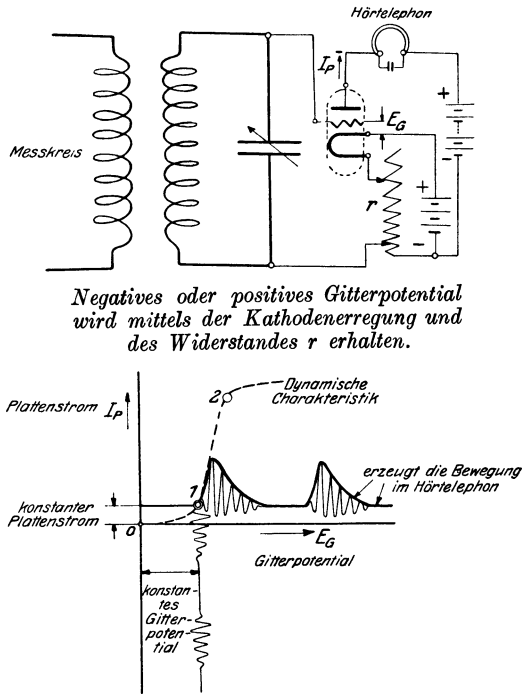


Abb. 61. Gewöhnliche Detektorschaltungen.

die Bestimmung des andern Indikators nachprüft. Der Grad der Kopplung mit dem Meßkreis ist so zu wählen, daß die Zustände im letzteren nicht merklich beeinflußt werden. Für den aperiodischen Detektorkreis ladet der induzierte Strom den Blockkondensator mittels des Kristallgleichrichters immer in derselben Richtung auf, und der Stromanzeiger, welcher an den Klemmen des Blockkondensators angelegt ist, wird durch die gleichgerichteten Stromstöße erregt. Dasselbe gilt für das oszillatorische System, welches auf die Frequenz des zu messenden Stromes abzustimmen ist. Wenn gedämpfte Ströme untersucht werden sollen, so



Negatives oder positives Gitterpotential wird mittels der Kathodenerregung und des Widerstandes  $r$  erhalten.

Abb. 62. Guter Röhrendetektor.

benutzt man einen Blockkondensator von der Größe 0,001 bis 0,003 MF., wenn die Gruppfrequenz ungefähr 1000 in der Sekunde ist.

**45) Glühkathodenröhren zum Nachweis von kleinen Strömen.**

Die gewöhnliche Zweielementröhre mit einer glühenden Kathode und einer kalten Anode (Fleming Valve)<sup>1)</sup> kann an Stelle

<sup>1)</sup> J. A. Fleming, Proc. Royal Soc. 74, 476, 1905; A. Wehnelt, Ann. der Phys. 19, 153, 1906.

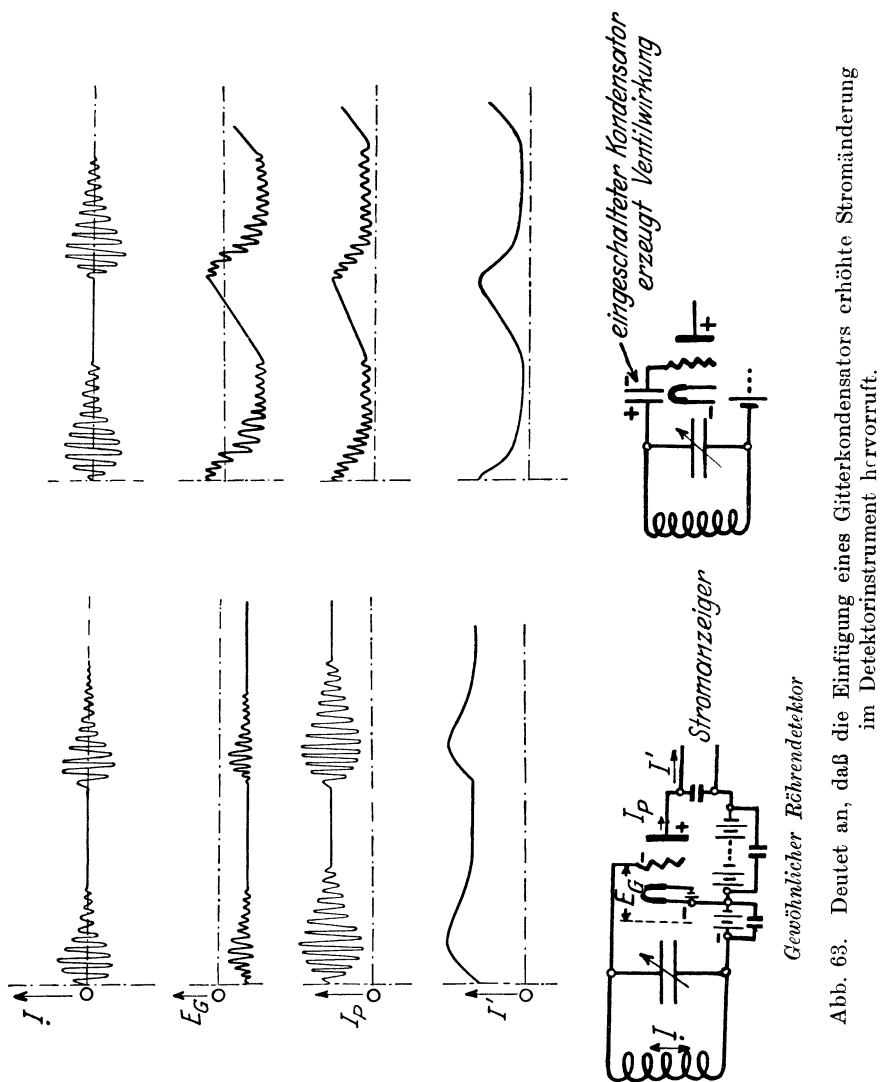


Abb. 63. Deutet an, daß die Einfügung eines Gitterkondensators erhöhte Stromänderung im Detektorinstrument hervorruft.

der Kristallgleichrichter verwendet werden. Da die Röhrencharakteristik (siehe Abb. 37) für sehr kleine Spannungsänderungen nicht sehr günstig ist, so kann man die Empfindlichkeit mittels einer geeigneten Hilfsspannung bedeutend erhöhen. Die von Dr. Lee de Forest ursprünglich angegebene Dreielement-Kathodenröhre ist dem Zweielementgleichrichter vorzuziehen und man kann dann entweder Anordnungen wie in den Abb. 35 und 43 verwenden oder die Hilfsgitterspannung, wie in den Abb. 62 und 63 gezeigt ist, gewinnen. Wenn ungedämpfte Wellen wahrgenommen werden sollen und ein

Hörtelephonempfänger verwendet wird, so hat man entweder einen Tikker (welcher die Wellen in Gruppen hörbarer Frequenz erscheinen läßt) oder Fremd- bzw. Selbsterregung der Röhrenanordnung vorzusehen (Heterodyneschaltungen). Wenn der Dreielementdetektor zu gleicher Zeit Schwingungen von etwas verschiedener Frequenz zu erzeugen hat (Selbsterregung), so ist die Anordnung nicht so empfindlich wie für die Fremderregung (ein unabhängiger Oszillator wirkt auf das Detektorsystem), da ja der Empfangskreis zur Erzeugung von hörbaren Schwebungen etwas verstimmt sein muß und deshalb seine Resonanzfähigkeit einbüßt. An Stelle der magnetischen Kopplung von Kaskadenanordnungen kann man Widerstandskopplungen mit großem Vorteil anwenden. Die Größe des Widerstands hängt natürlich von den Versuchsbedingungen ab. In der Regel geben Widerstände von  $(0,5 \text{ bis } 5) \cdot 10^6$  Ohm gute Ergebnisse. Dieser Widerstand ist in den Plattenkreis der ersten Röhre gelegt. Das Gitter der zweiten Röhre und das negative Ende des Glühkörpers werden mit passenden Punkten des hohen Widerstandes verbunden. In vielen Fällen macht man den Plattenwiderstand gleich dem innern Widerstand der Röhre. Der Widerstand beseitigt dann beinahe vollständig die zweite Harmonische (infolge der gewöhnlichen Röhrencharakteristik), da dann das elektrostatische Feld der Röhre nur mit einem Teile der ganzen vorhandenen Spannung proportional ist. Der Bruch von Energieaufnahme zu Energieabgabe der Röhre ist dann beinahe konstant und im Plattenkreise entstehen verzerrungslose Stromvergrößerungen. Was die Empfindlichkeit anbetrifft, so sei auf das Kapitel über Verstärker hingewiesen. Versuche mit solchen Anordnungen zeigen, daß Verstärkungen von mehreren Tausend möglich sind.

**46) Bolometeranordnung zum Nachweis kleiner Hochfrequenzströme.** Die Bolometeranordnung der Abb. 64 ist ein Brückensystem, welches mittels eines Gleichstroms  $\bar{I}$  so abgeglichen ist, daß der Baretter, der aus einem feinen Platindrähtchen besteht, für den Zweigstrom  $k\bar{I}$  eine Nulleinstellung ergibt. Wenn ein Hochfrequenzstrom  $I$  diesem Brückenteile über-

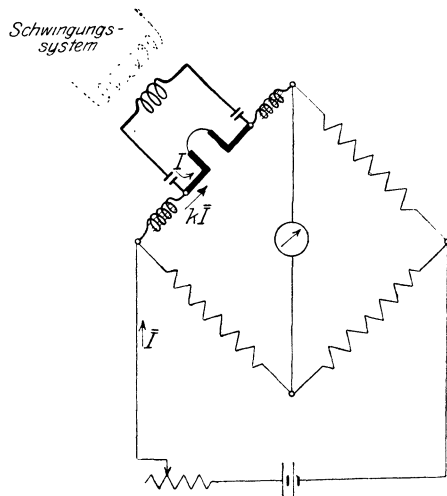


Abb. 64. Der Baretterdetektor (Bolometeranordnung).

lagert wird, so ändert sich der Widerstand des Baretters ungefähr linear mit dem Heizeffekt des Schwingungsstroms und das Galvanometer ergibt dann eine Ablenkung, welche dem Quadrat des zu messenden Stromes proportional ist. Die zwei Blockkondensatoren verhindern den Gleichstromfluß und die zwei Drosselspulen denjenigen des Hochfrequenzstroms über die bezüglichen Zweige, zu welchen sie nicht gehören.

Der Baretter besteht aus einem feinen Platindrähtchen, das als Wollastandraht in den Handel kommt. Die Größe schwankt zwischen den Grenzen von 0,0005 bis 0,001 mm im Durchmesser und die Silberumhüllung wird nach dem Löten mittels  $\text{HNO}_3$  entfernt. In vielen Fällen ist es gut, den Baretter mittels einer Kapsel von Luftströmungen zu schützen. Entsprechend der Widerstandscharakteristik erhält man für einen bestimmten Gleichstrom die größte Empfindlichkeit.

47) Einfache Thermokreuzanordnungen und das Thermogalvanometer. In den einfachen Thermokreuzdetektoren der Abb. 65 verwendet man ein niederohmiges Galvanometer, welches mit dem einen Thermo-

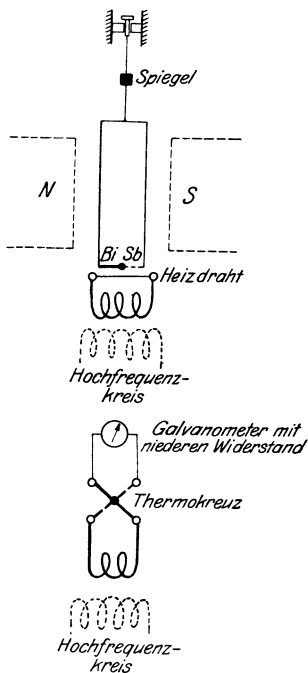


Abb. 65.  
Thermoelektrischer Anzeiger.

element verbunden ist, während das andere Element als Heizdraht für den Hochfrequenzstrom vorgesehen ist. Dadurch umgeht man Blockkondensatoren und Drosselspulen, da die Gleich- und Hochfrequenzströme nur in den richtigen Zweigen fließen können. Thermokreuz aus Tellur und Konstantan oder Tellur und Platin bilden gute Gleichstromerzeuger.

Das angedeutete Thermogalvanometer von Dr. W. Duddell<sup>1)</sup> ist bedeutend empfindlicher als obige Anordnungen. Der Schwingungsstrom fließt durch den Heizdraht, welcher durch Strahlung seine Wärme einem Sb—Bi-Element zuführt. Der hervorgerufene Gleichstrom erzeugt in dem rechteckigen Drahtgebilde ein magnetisches Feld, das zusammen mit dem stationären Feld eine Drehung des Leiters verursacht, welche ungefähr einem Quadratgesetze folgt.

<sup>1)</sup> W. Duddell, Phil. Mag. 91, 1904.

48) Die Thermokreuzbrücke als Stromanzeiger<sup>1)</sup>. Wenn sehr kleine Stromstärken und besonders deren Verschwinden beobachtet werden sollen, so wünscht man natürlich Systeme, welche linear mit dem Erregerstrome ansprechen. Die Anordnung Abb. 66 genügt dieser Voraussetzung auch selbst dann, wenn die Widerstände  $r_1$  und  $r_2$  verschiedene Werte haben, obgleich eine Symmetrie größere Empfindlichkeit ergibt. Der Gleichstrom, welcher durch das Galvanometer fließt, ist die Differenz der Ströme, welche in beiden Elementen erzeugt werden und durch die Beziehung

$$i_{galv} = k I_{eff} i_{eff} \cos \varphi$$

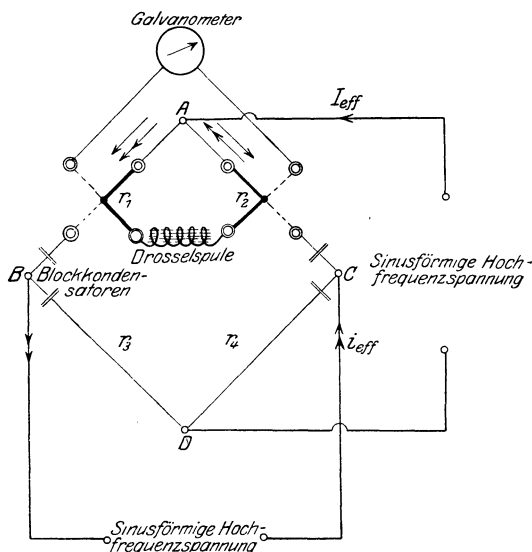


Abb. 66. Die Thermokreuzbrücke.

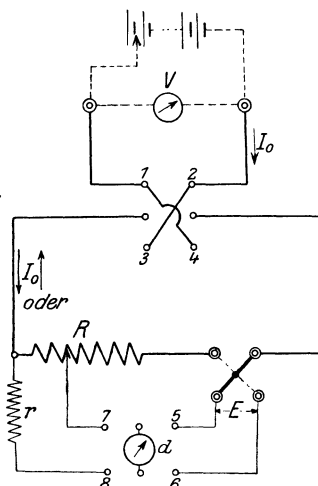


Abb. 67. Eichung eines Thermokreuzsystems.

gegeben. Wenn der Grundstrom  $I_{eff}$  konstant gehalten wird, so ist die Galvanometerablenkung direkt von der Größe von  $i_{eff}$  abhängig, da der Leistungsfaktor nur die Empfindlichkeit aller Ablesungen heruntersetzt.

49) Eichung eines Thermokreuzsystems. Wenn in der Anordnung Abb. 67 der Schalter durch die Punkte 1 und 2 und das

<sup>1)</sup> A. Hund, Diss. Karlsruhe 1913, S. 29; Isakow (Phys. Zeitschr. Dez. 1912) hat eine ähnliche Anordnung für Resonanzmessungen angedeutet, welche späterhin von dem Verfasser (A. Hund, G. E. Review 1914) als Phasemesser benutzt wurde.



Galvanometer durch die Klemmen 5 und 6 geschlossen ist, ist die Ablenkung  $d_1$  der thermoelektrischen Kraft  $E_1$  proportional und

$$E_1 = k_G d_1 = k' I_0^2 + k'' I_0,$$

wenn  $k_G$  die Galvanometerkonstante und  $k'$  und  $k''$  Faktoren für den thermoelektrischen und Peltiereffekt bedeuten.

Wenn die Quelle an die Klemmen 3 und 4 angeschlossen wird, wird der Peltiereffekt negativ und eine kleinere Kraft  $E_2$  verursacht die Ablenkung  $d_2$  gemäß des Ausdruckes

$$E_2 = k_G d_2 = k' I_0^2 - k'' I_0.$$

Die mittlere Spannung ist somit

$$\frac{E_1 + E_2}{2} = k_G \frac{d_1 + d_2}{2} = k' I_0^2$$

und der Erregerstrom

$$I_0 = \sqrt{\frac{k_G}{k'}} \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2}} = k_T \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2}},$$

wenn  $k_T$  die Konstante für das Thermokreuzsystem bedeutet. Wenn  $R$  der ganze Widerstand des Erregerkreises ist, so kann man mittels  $I_0 = \frac{V}{R}$  die Eichkonstante aus

$$k_T = \frac{V}{R \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2}}}$$

berechnen.

**50) Eichung eines Bolometersystems.** Man eicht die Baretteranordnung Abb. 68 mittels eines Thermokreuzes, dessen Konstante  $k_T$  bekannt ist. Dabei stellt man den Baretterstrom  $k\bar{I}$  für die empfindlichste Hochfrequenzablenkung ein. Die Ablenkung  $d_B$  wächst mit dem Quadrate des Stromes  $\bar{I}$  an, und da das Quadratgesetz auch für den thermoelektrischen Indikator gilt, so hat man

$$\bar{I}^2 = k_T d_T = k_B d_B$$

und

$$k_B = k_T \frac{d_T}{d_B}.$$

**51) Eichung von Hitzdrahtinstrumenten.** 1. Der einfachste Weg besteht in einer Reihenanzordnung des Hitzdrahtinstrumentes mit einem Normalinstrument.

2. Die andere Methode vergleicht das Hitzdrahtinstrument  $I_x$  mit dem geeichten Kreis Abb. 69, wo  $I_n$  ein Normalmesser ist. Schwingungen werden dann mittels einer Schwingungsröhre im Kreise induziert und die Meßkonstante  $k$  des Systems für die gewünschte Wellenlänge  $\lambda$  aus der Ablenkung  $a_n$  und der Normalablesung  $I_n$  mittels der Formel

$$k = \frac{I_n}{\sqrt{a_n}}$$

bestimmt. Das Hitzdrahtinstrument wird dann an Stelle des Normal-

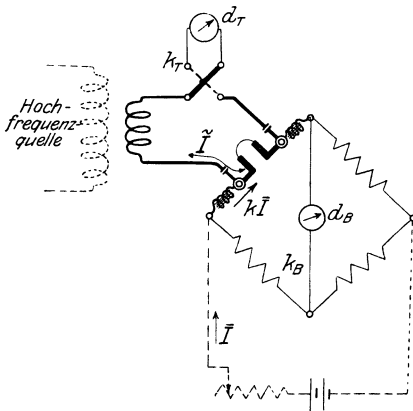


Abb. 68. Eichung eines Bolometers.

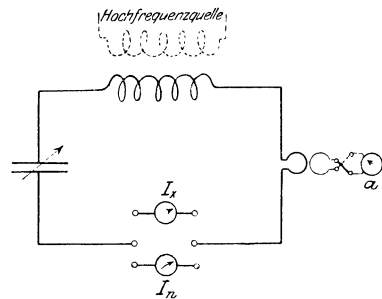


Abb. 69. Eichung von Hitzdrahtstrommessern.

messers in den Kreis eingeschaltet und die Eichkurve  $I_x$  mittels der entsprechenden Ausschläge  $a_x$  aus

$$I_x = k \sqrt{a_x}$$

berechnet<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Wenn Stromwechsler zusammen mit Hitzdrahtinstrumenten verwendet werden, so geschieht obige Eichung mittels des Ausschlages  $I_x$  des Sekundärstromes des Stromtransformators.

Der Stromwechsler kann entweder Eisen oder ein Dielektrikum als Kern verwenden, trotzdem das letztere eine Eichung für größeren Frequenzbereich zu geben scheint. Der Transformator ist am besten, wenn astatisch und wenn die Zeitkonstante des Sekundärsystems groß ist, da dann keine äußeren Felder bestehen und die induktive Reaktanz den ohmschen Widerstand praktisch verschwinden läßt. Die erstere Bedingung kann dadurch teilweise erfüllt werden, daß man die Windung ringförmig ausbildet, während die letztere Bedingung dadurch angestrebt wird, daß man mehrere Sekundärwindungen aus Litzen-draht und nur wenige Primärwindungen verwendet. Herr Dr. N. W. Mc Lachlan hat die Stromtransformation für Meßzwecke im Electrician (Dez. 22, 1916) eingehend behandelt (Jahrb. d. d. T. 1918.) Fernerhin: R. Lindemann, Zeitschr. f. Instr. 1915; G. Keinath, Jahrb. d. d. T. 1916.

52) Das Wirbelstromgalvanometer für die Messung von kleinen Schwingungsströmen. Dieser Apparat folgt ebenfalls dem Quadratgesetze, da bei ihm eine kreisförmige Kupferscheibe, welche an einem Quarzfaden hängt, durch das Hochfrequenzfeld einer Spule aus der 45 Grad-Lage herausgedreht wird. Die Scheibe hängt in der Mitte von ungefähr 6 Windungen von 2,5 cm Durchmesser. Die Ablenkungen sind mittels eines Fernrohrs und eines auf der drehbaren Scheibe befestigten kleinen Spiegels beobachtbar.

53) Das Kurzschlußringgalvanometer<sup>1)</sup> für die Messung von kleinen Schwingungsströmen und Phasenverschiebungen. Dieser Apparat folgt dem geradlinigen Gesetze. Zwei zueinander senkrecht stehende Spulen sind unbeweglich angeordnet. Die Spulen bilden einen quadratförmigen Luftraum und bestehen aus 5 längs den 2,5 cm langen Quadratseiten aufgewickelten Windungen Litzendraht. Ein Kupferring von 1 cm Durchmesser ist in der Mitte so an einem Quarzfaden angebracht, daß seine Ebene mit derjenigen einer der beiden festen Spulen zusammenfällt. Wenn Hochfrequenzströme  $I_1$  und  $I_2$  derselben Frequenz in den beiden Spulen fließen, so erhält man mittels eines Fernrohrs und kleinen Spiegels am Kurzschlußringe eine Ablenkung  $a$ , welche durch die Beziehung

$$a = KI_1 I_2$$

gegeben ist. Wenn  $I_1$  den konstanten Grundstrom bedeutet, so geben irgendwelche Änderungen in  $I_2$  proportionale Ablenkungen. Ein solches Galvanometer ermöglicht dann die Messung sehr kleiner Ströme und deren Phasen.

54) Die Messung von Telephonströmen und die Empfindlichkeit von Hörempfängern. 1. Die gebräuchlichste Methode ist in Abb. 70 erläutert und besteht darin, daß man den Parallelwiderstand  $r$  so lange verändert, bis man den Unterschied zwischen Punkten und Strichen des Morsealphabets nicht mehr unterscheiden kann. Wenn man eine Unterbrechererregung benutzt, so verändert man in derselben Weise, bis man keinen Ton mehr im Prüfeempfänger bemerken kann. Wenn  $Z_t$  die wirksame Impedanz des Empfängers ist, so kann man den kleinsten Telephonstrom mittels der Beziehung

$$I_t = \frac{r}{r + Z_t} I$$

berechnen. Den Faktor

$$\frac{r}{r + Z_t}$$

---

<sup>1)</sup> L. Mandelstam und N. Papalexi, Jahrb. 1911.

nennt man die Empfindlichkeitskonstante und seinen Kehrwert den Faktor der Hörbarkeit. Die Impedanz  $Z_t$  mißt man am besten mit demselben Unterbrechererreger und dem Eisen-differentialtransformator. Das Tonradsystem ersetzt den Unterbrecher und ergibt gleichzeitig eine Methode, die Eigenfrequenz der Membran festzustellen.

2. Eine andere Methode zur Messung sehr kleiner Ströme wurde von Dr. van der Bijl<sup>1)</sup> vorgeschlagen. Die Anordnung, welche Abb. 71 zeigt, beruht auf der Tatsache, daß die durch eine Elektronenröhre erzielte Verstärkung durch die Dämpfung einer Leitung oder einer künstlichen Leitung wieder vernichtet werden kann. Das Hörtelefon wird zunächst an die Klemmen 1 und 2 angeschlossen und dann mit 3 und 4 verbunden, welche Verbindung einen Strom der selben Frequenz liefern muß.

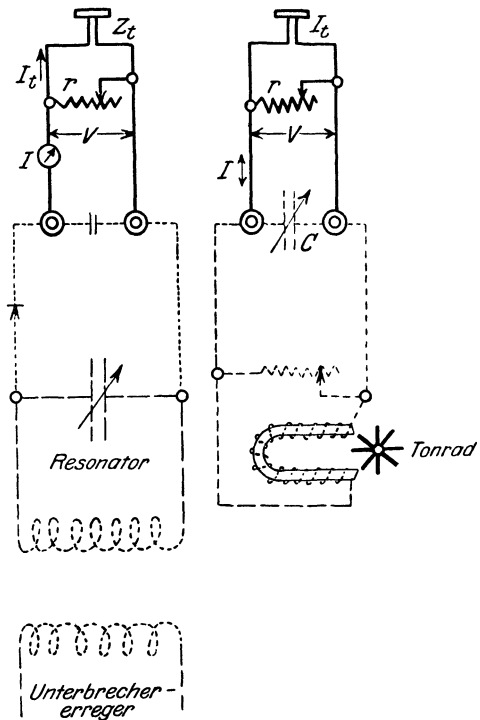


Abb. 70. Bestimmung der Empfindlichkeit von Hörempfängern.

*ohne diese Drosselpule würde sich die Platten-EMK und der innere Widerstand der Röhre verändern.*

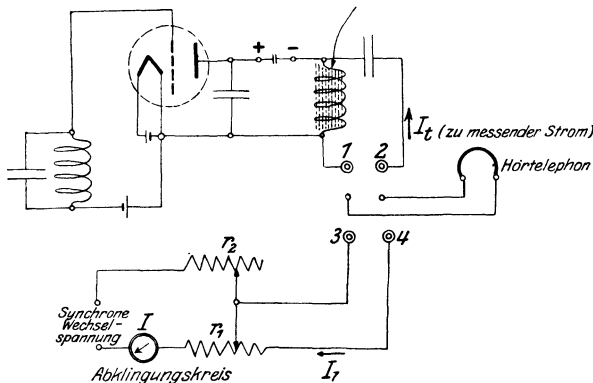


Abb. 71. Messung sehr kleiner Stromstärken.

<sup>1)</sup> H. J. van der Bijl, Phys. Review 1919, S. 311.

Der Serie- und Parallelwiderstand  $r_1$  und  $r_2$  werden dann so lange geändert, bis dieselbe Lautstärke wie für den anderen Generatorkreis vorliegt<sup>1)</sup>. In diesem Falle ist der Strom  $I_1$  der künstlichen Leitung gleich dem zu messenden Strom  $I_t$ , welcher durch die Klemmen 1 und 2 abfließt. Man hat dann

$$\frac{I_t}{I} = \varepsilon^{-nl},$$

wenn  $n$  die Dämpfungskonstante für die Längeneinheit und  $l$  die Länge der Leitung bedeutet. Da  $\varepsilon^{nl}$  ein Maß für die Stromverstärkung ist, so sieht man, daß  $n$  von den Relativwerten von  $r_1$  und  $r_2$  abhängt. Die künstliche Leitung kann man entweder mittels einer wirklichen Leitung mit bekannter Dämpfung eichen oder einer Dreielementröhre, deren Stromvergrößerung bekannt ist. Man hat dann

$$l = k \cdot \log \frac{I}{I_t} \quad \text{für} \quad k = \frac{2,303}{n},$$

und aus der Beziehung

$$\log I_t = \log I - \frac{l}{k}$$

ist der kleine Strom  $I_t$  berechenbar, da  $I$  mit dem Hitzdrahtinstrument gemessen wird und  $n$  und  $l$  bekannt sind<sup>2)</sup>.

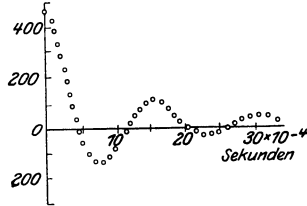
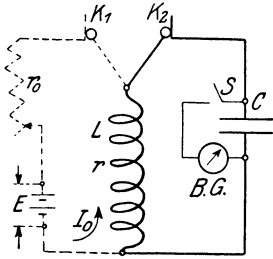
**55) Das Helmholtzsche Pendel für die Aufnahme von Kondensatorentladungen (Stromkurven).** Entladungsvorgänge in Einzelkreisen sowohl als in gekoppelten Systemen können mit der in Abb. 72 angegebenen Anordnung mittels der Punktmethode aufgenommen werden. Das Pendel besteht aus zwei unabhängigen Kontaktschaltern  $K_1$  und  $K_2$ , welche mittels eines fallenden Hebels in rascher und einstellbarer Folge geöffnet werden können. Wenn die Kontakte in einer parallelen Linie mit dem Hammer des Hebels angeordnet sind, so öffnen sich dieselben zu ein und derselben Zeit, während für irgendeine andere relative Verschiebung ein Zeitunterschied besteht. Der Vorgang ist kurz folgender:

Wenn beide Kontakte geschlossen sind, so ladet sich der Kondensator  $C$  des Schwingungskreises auf, und wenn der Hebel den Kontakt  $K_1$  aufschlägt, so findet eine Entladung statt, bis der Kontakt  $K_2$  auch geöffnet wird. Hiernach wird der Schalter  $S$  mit

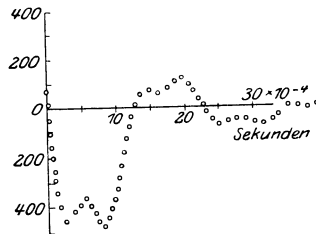
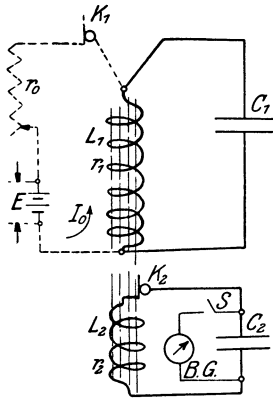
<sup>1)</sup> Die Änderung des Nebenschlusses  $r_2$  und des Reihenwiderstands  $r_1$  muß so geschehen, daß die Impedanz im äußern Röhrenkreis konstant bleibt.

<sup>2)</sup> Diese Methode beruht auf einem ähnlichen Verfahren, welches F. Breisig (Verh. d. d. Phys. Ges. 1910) vorher für die Dämpfungsmessung von Fernsprechleitungen benutzt hat.

der Hand geschlossen und das ballistische Galvanometer (B. G.) zeigt durch den ersten maximalen Ausschlag die zurückgebliebene Ladung an. Die beiden Kontakte werden dann mittels einer Mikrometer-



$K_1$  und  $K_2$  bedeuten die Kontaktstellen eines Helmholtzschen Pendels.



Dieser Verlauf deutet die Wirkung der Kopplung und des Ferromagnetikums an.

Abb. 72. Die Punktmethod für die Aufnahme von Schwingungskurven.

schraube etwas mehr verschoben und ein anderer Punkt aufgenommen usw., bis die ganze Kurve

$$q = I_0 \sqrt{CL} \sqrt{\frac{\frac{1}{CL} - 8\alpha^2}{\frac{1}{CL} - \alpha^2}} \varepsilon^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\simeq \frac{I_0 T}{2\pi} \varepsilon^{-\alpha t} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$

für  $\alpha^2 = \left(-\frac{r}{2L}\right)^2$  aufgezeichnet werden kann. Die Konstante der Anordnung, welche ungefähr (in der Regel)  $1 \cdot 10^{-6}$  bis  $2 \cdot 10^{-6}$  Sek. für die Einheitsverdrehung der Mikrometerschraube beträgt, kann man durch Aufnahme einer Entladung mit bekannter Periode bestimmen.

Eine andere Methode besteht darin, daß man die aperiodische Entladung eines gewöhnlichen Luftkondensators mit dem Pendel aufnimmt. Man hat dann für die momentane Ladung

$$q = \frac{ECr}{r + r_0} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{rC}} \right]$$

und der Zeitunterschied für irgendeine relative Verschiebung der beiden Kontakte wird

$$t^{\text{Sek.}} = r^{\Omega} \cdot c^F \cdot \log \varepsilon \frac{D}{D-d},$$

wenn  $D$  der maximale Ausschlag des ballistischen Galvanometers für die maximale Kondensatorladung ( $K_1$  und  $K_2$  parallel zum Hammer des Hebels) und  $d$  derjenige Ausschlag ist, der entsteht, wenn eine relative Verschiebung den Zeitunterschied  $t^{\text{Sek.}}$  hervorruft.

---

## X. Spannungsmessungen.

**56) Allgemeine Gesichtspunkte.** Die direkte Messung von Hochfrequenzspannungen ist bisweilen schwierig, da die kapazitiven und induktiven Störungen bedeutende Fehler hervorrufen können oder ein gewisses Indikatorsystem die Resonanzbedingung stören kann. Im allgemeinen sind die Angaben von guten Hitzdrahtspannungsmessern bis zu ungefähr 120 Volt ziemlich zuverlässig. Wenn elektrostatische Instrumente verwendet werden, so muß deren Kapazitätswirkung berücksichtigt werden. In vielen Fällen empfiehlt es sich, die Spannung aus der Stromstärke und der Impedanz zu berechnen. Das Vakuumröhrenvoltmeter bildet eine gute Anordnung, um die maximalen Scheitelwerte von Spannungskurven zu bestimmen.

**57) Die elektrostatische Spannungsteilermethode.** Wenn sehr hohe Spannungen gemessen werden müssen, so empfiehlt es sich, mehrere Luftkondensatoren  $C_1, C_2, C_3, C_4$  usw. in Reihe anzuordnen und das ganze System mit den Meßpunkten zu verbinden. Da  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \dots$ , so kann man mittels einer Veränderung von  $C_1$  eine solche Teilspannung  $E_1$  an dessen Klemmen mit einem gewöhnlichen Hitzdrahtmeter messen, daß die gesuchte Potentialdifferenz  $E$  aus der Beziehung

$$E = \frac{C_1}{C} E_1$$

berechnet werden kann. Dieses Verfahren ist aber nur genau, wenn die elektrostatische Kapazitätsbrücke die zu messende Spannung  $E$  nicht beeinflußt.

58) **Das Elektrometer.** Das gewöhnliche elektrostatische Voltmeter besteht aus zwei feststehenden Platten und einer beweglichen Scheibe, an deren Aufhängung ein kleiner Spiegel befestigt ist. Wenn eine der feststehenden Platten mit der Drehscheibe und dem Potentialpunkte und die andere Platte mit dem andern Potentialpunkte eines Meßsystems verbunden wird, so ist die Ablenkung dem Quadrate der wirksamen Spannung zwischen diesen Punkten proportional. Die Kapazitätswirkung dieses Apparates muß in vielen Fällen berücksichtigt werden, während man gegenüber den Hitzdrahtinstrumenten den Vorteil hat, daß kein innerer Widerstand vorliegt.

59) **Das Funkenstreckenvoltmeter.** Dieser Apparat mißt die Scheitelwerte, d. h. vorkommende Höchstspannungen. Man stellt die Entfernung der Elektroden so ein, daß der Funken gerade verschwindet. Wenn die Entfernung zwischen zwei Kugelelektroden gemessen ist, so ergeben sich die Scheitelwerte der Spannung in guter Annäherung aus

Tabelle A.

Funkenlänge in cm	Maximale Spannung in Volt für	
	1 cm Durchmesser	2 cm Durchmesser
0,02	1560	1530
0,04	2460	2430
0,06	3300	3240
0,08	4050	3990
0,10	4800	4800
0,20	8400	8400
0,30	11400	11400
0,40	14400	14400
0,50	17100	17100
0,60	19500	19800
0,70	21600	22500
1,00	23400	24900
1,10	24600	27300
1,20	25500	29100

Wenn der Funken zwischen zwei Nadelelektroden übergeht, so kann nachfolgende Tabelle für die ungefähre Berechnung verwendet werden.



Tabelle B.

Funkenlänge in cm	Maximale Spannung in Volt	Funkenlänge in cm	Maximale Spannung in Volt
0,57	5 000	11,81	60 000
1,19	10 000	14,86	70 000
2,54	20 000	18,03	80 000
4,13	30 000	24,38	100 000
5,08	35 000	32,89	130 000
7,49	45 000	38,10	150 000

Für sehr genaue Messungen empfiehlt es sich eine besondere Eichung vorzunehmen und obige Werte nur als Ausgangspunkte zu benutzen.

60) Die Dreielement-Vakuümröhre für die Messung von Maximalamplituden von Spannungswellen<sup>1)</sup>. Wenn verhältnismäßig normale Scheitelspannungen bestimmt werden sollen, so bildet die Röhrenanordnung Abb. 73 ein gutes Meßsystem. Man macht dabei von

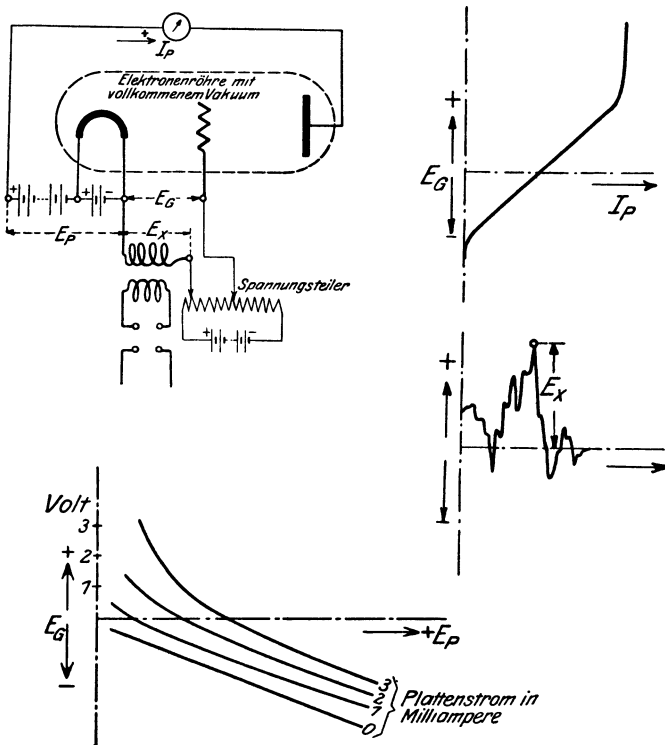


Abb. 73. Das Röhrenvoltmeter für verhältnismäßig normale Maximalspannungen.

<sup>1)</sup> A. Hund, E. u. M., S. 533, 1915.

der Tatsache Gebrauch, daß der Thermionenstrom von der glühenden Kathode zur Platte durch ein geeignetes negatives Gitterpotential vernichtet werden kann.

Zur Messung der maximalen Amplitude  $E_x$  eines gewissen Spannungszuges stellt man zunächst, bevor die Spannung  $E_x$  eingeschaltet ist, die Schleifkontakte des Gitterspannungsteilers so ein, daß der Plattenstrom gerade verschwindet. Darauf wird die zu messende Spannung  $E_x$  dem konstanten Gitterpotential überlagert. Das bekannte Gitterpotential  $E_G$  wird dann wiederum verändert, bis das Plattenkreisinstrument gerade Stromlosigkeit anzeigt. Das zugefügte negative Gitterpotential, d. h. die Spannungsänderung zwischen der ursprünglichen und neuen NullstromEinstellung mißt dann den Scheitelwert  $E_x$ .

Obiges Verfahren hat den Nachteil, daß eine sehr hohe Gitterspannung notwendig ist, um gleichwertige Maximalwerte direkt zu bestimmen. In Abb. 74 wird von dem Verstärkungsfaktor <sup>1)</sup>  $k_A$  einer gewöhnlichen Dreielementröhre Gebrauch gemacht, um eine sehr hohe Maximalspannung  $E_{max} = E_x$  mittels einer verhältnismäßig niederen EMK zwischen dem Gitter und dem negativen Ende des Glühkörpers zu bestimmen. Die Messung wird wie folgt ausgeführt:

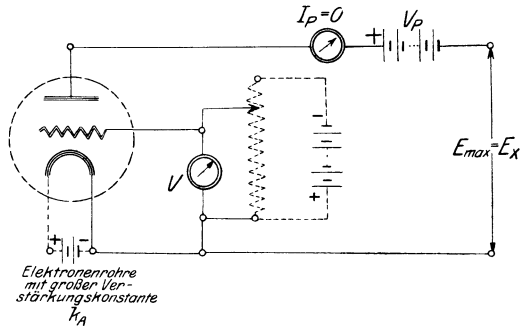


Abb. 74. Das Röhrenvoltmeter für höhere Maximalspannungen.

1. Der Gitterschleifer wird zunächst bei ausgeschalteter Meßspannung  $E_x$  längs des Spannungsteilers verschoben, bis der Plattenstrom  $I_P$  einen Nullwert annimmt. Dies ergibt die Voltmeterablesung  $V_1$  und befriedigt den Ausdruck

$$I_P = k [V_P + k_A V_1 + m]^q = 0.$$

2. Die Prüfspannung  $E_x$  wird dem Plattenkreis aufgedrückt und der Schleifkontakt wiederum verschoben, bis der Plattenstrom verschwindet. Dies ergibt die Ablesung  $V_2$  und den Ausdruck

$$[V_P + E_x + k_A V_2 + m]^q = 0.$$

<sup>1)</sup> Nicht Spannungsverstärkung.

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$\begin{aligned} E_x &= k_A [V_1 - V_2] = \frac{V_P}{V_1} [V_2 - V_1] \\ &= V_P \left[ \frac{V_2}{V_1} - 1 \right]. \end{aligned}$$

Wenn sehr hohe Spannungen, wie bei Sprühentladungen, gemessen werden sollen, so ist das Koronavoltmeter von Herrn Professor Whitehead<sup>1)</sup> der Johns Hopkins University eine vortreffliche Anordnung, welche besonders dann sehr empfindlich ist, wenn Röhren zur Gleichrichtung oder zur Gleichrichtung mit Vergrößerung (Dreielementröhre) im Indikatorkreis verwendet werden. Die Methode beruht darauf, daß man ein Ionisationsgefäß ähnlich wie eine Dreielementröhre, aber in Luft anordnet. Eine perforierte zylindrische Elektrode ist von einer etwas größeren zylindrischen Elektrode umgeben und davon isoliert, während der Prüfdraht, dessen Sprühspannung studiert werden soll, längs der gemeinsamen Zylinderachse verläuft. Die perforierte Elektrode führt zur Erde und dem positiven Pol einer Batterie (ungefähr 100 Volt), während der negative Pol der Gleichstromquelle durch ein empfindliches Galvanometer zum äußeren Zylinder führt. Das Galvanometer liegt im Nebenschluß zu einem Widerstand und hat einen Vor-schaltwiderstand. Sobald genügend hohe Spannungen zwischen dem axialen Prüfdraht und der Erde angelegt sind, erzeugt die Sprühspannung genügend Ionisation, um eine gewisse Leitfähigkeit zwischen den zylindrischen Elektroden herzustellen. Nach Dr. Whitehead ist es am besten, den positiven Pol an die äußere Elektrode anzulegen, da beim Einsetzen der Korona die Ionisation zuerst infolge der Bewegung von Elektronen einzutreten scheint und weil die Sprühentladung spitzenförmige Wellenform mit einer ausgeprägteren positiven Wellenhälfte aufweist. Da das Galvanometer den Differential-effekt der Sprühentladewellen anzeigt, so sieht man, daß eine Gleichrichtung dieser Entladung bessere Ergebnisse liefert. Man schaltet dann am besten einen Zweielementgleichrichter so in den Galvanometerkreis ein, daß die Anode des Gleichrichters mit der äußeren Zylinder-elektrode verbunden ist. Die Anordnung ist sehr empfindlich, wenn das Gitter einer Dreielementröhre zum äußeren Zylinder führt und die heiße Kathode den Koronakreis gegen das geerdete Ende hin schließt. Der Indikator liegt dann im Anodenkreis der Dreielement-röhre, welcher außerdem die Plattenerregung enthält.

<sup>1)</sup> J. B. Whitehead and N. Inouye, A. I. E. E., Jan. 1922, Seite 1; eine sehr ausführliche Beschreibung dieses Scheitelspannungsmessers für Sprühspannungen wurde im Mai 1920 in A. I. E. E. von J. B. Whitehead and T. Isshiki veröffentlicht. Bereits im Jahre 1904 (A. I. E. E., 101) hat Herr Professor H. J. Ryan die Möglichkeit eines Sprühspannungsmessers angedeutet.

Obige Anordnung kann nicht nur dazu benutzt werden, die Sprühspannung zu studieren, sondern auch, um einen Normalspannungsmesser zu haben, da die Sprühwirkung bei einer bestimmten Spannung einsetzt und mittels des Luftdruckes geändert werden kann, wenn ein und derselbe axiale Draht benutzt wird. Für die gewöhnlichen Wechselströme der Starkstromtechnik hat man nach Prof. Whitehead die Beziehung

$$\frac{E}{D} = k_1 + \frac{k_2}{\sqrt{D \cdot r}},$$

d. h. eine lineare Beziehung zwischen  $E/D$  und  $\frac{1}{\sqrt{D \cdot r}}$ . Hierin bedeutet  $E$  den Spannungsgradienten in Kilovolt per cm an der Oberfläche des axialen Drahtes von Radius  $r$  cm und  $D$  die relative Luftdichte innerhalb des Ionisationsgefäßes. Die relative Luftdichte berechnet sich aus der bekannten Beziehung

$$D = \frac{3,92 p}{t^0},$$

wenn  $p$  den Druck in cm der Quecksilbersäule und  $t^0$  die absolute Temperatur ( $= 273 +$  Celsiusgrade) bedeuten. Ein empirisches Gesetz, welches für Hochfrequenz gilt, ist noch ein offenes Problem. Doch es scheint, daß für kurzen axialen Draht (kurz im Vergleich zur Wellenlänge) nur die Konstanten  $k_1$  und  $k_2$  einer Bestimmung bedürfen.

**61) Bestimmung der Klemmenspannung eines Thermokreuzes für eine bestimmte Erregung.** Ein Verfahren benutzt die Anordnung Abb. 67. Die Quelle wird zunächst an die Klemmen 1 und 2 angeschlossen. Das an die Klemmen 5 und 6 angelegte Galvanometer ergibt dann für eine gewisse Quellenspannung  $V$  die Ablenkung  $d_1$ . Der Schalter wird dann in die Lage 3 und 4 gebracht und die Ablesung  $d_2$  ermittelt. Die mittlere Ablenkung

$\frac{d_1 + d_2}{2} = d$  entspricht somit der Durchschnittsspannung

$\frac{E_1 + E_2}{2} = E$  des Thermokreuzes.

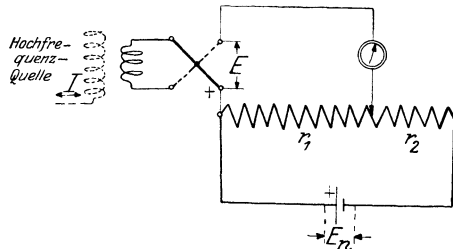


Abb. 75. Die Kompensationsmethode.

Wenn das Galvanometer an die Klemmen 7 und 8 angelegt und dieselbe Durchschnittsablenkung  $d$  mittels des Schleifers längs  $R$  eingestellt wird, so kann der Abfall zwischen dem festen und dem Schleifkontakt abgelesen werden. Wenn man davon den Spannungsabfall in dem Reihenwiderstand  $r$  abzieht, erhält man die Klemmenspannung  $E$  für eine Erregung  $I_0$ .

Die Kompensationsmethode Abb. 75 verwendet die Normalspannung  $E_n$  und einen Schleifwiderstand  $(r_1 + r_2)$ . Die EMK des Thermokreuzes wird der Normalspannung  $E_n$  entgegenschaltet und der Schleifkontakt verschoben, bis der Galvanometerstrom verschwindet. Man hat dann

$$\frac{E_n}{E} = \frac{r_1 + r_2}{r_1}$$

oder

$$E = \frac{r_1}{r_1 + r_2} E_n.$$

## XI. Bestimmung der Wellenlänge, Periodenzahl und Periodendauer.

62) Wellenlänge und Lichtgeschwindigkeit, Wellenmesser. Gerade so wie für die gewöhnliche Bewegung die Geschwindigkeit  $v$  mit dem während der Zeit  $t$  zurückgelegten Weg  $S$  durch die Beziehung

$$v = \frac{S}{t}$$

verknüpft ist, so hat man für die Wellenlänge  $\lambda$ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $v$  und Periodenzeit  $T$  den Ausdruck

$$v = \frac{\lambda}{T} = f \cdot \lambda.$$

Wenn  $f$  für die Frequenz (Periodenzahl), d. h. Zahl der Schwingungen in der Sekunde steht und die Wellenlänge  $\lambda$  in Metern ausgedrückt ist, so ist der Wert der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den meisten praktischen Fällen  $v = 3 \times 10^8$  m/Sek. (Wenn Hochfrequenzströme sich längs sehr langen elektrischen Leitern fortpflanzen, so können kleinere Geschwindigkeiten auftreten.) Man sieht deshalb, daß eine Kenntnis der Wellenlänge gleichzeitig diejenige der Frequenz und der Periode mit einschließt. Die Wellenlänge hat sich jedoch mehr eingebürgert, trotzdem der Elektroingenieur den Begriff der Periodenzahl vorzu-

ziehen scheint, weshalb beide Größen abwechselungsweise angegeben und berücksichtigt sind.

Was die Wellenmesser (bzw. Frequenzmesser) anbelangt, so sei auf die Schaltungen Abb. 76 hingewiesen. Man kann zwischen Detektoren und Erregern unterscheiden. Die ersteren benötigen nur Indikatoren und keine Erregung, wenn keine Glühkathodenröhre ver-

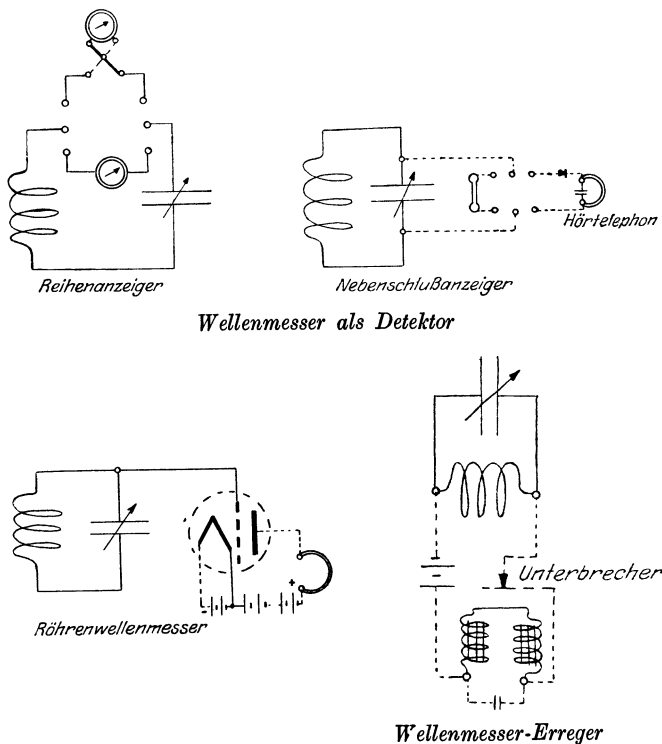


Abb. 76. Gebräuchliche Laboratoriums-Wellenanzeiger.

wendet wird, und beruhen wie die meisten genauen und einfachen Laboratoriumswellenmesser auf dem Resonanzprinzip<sup>1)</sup>. Der Anzeiger

<sup>1)</sup> Die technischen Wellenmesser, die selbständig anzeigen, bilden gute Schalttafelinstrumente, wo ein etwas größerer Energieverbrauch und sehr zuverlässige Ablesungen keine so große Rolle spielen. Apparate dieser Art beruhen gewöhnlich auf der Tatsache, daß die Verzweigungsströme für die richtige Dimensionierung der Zweige sich so ändern, daß für irgendeine Zuflußstromstärke das Verhältnis der Zweigströme nur von der Frequenz abhängt. Die Anordnungen von Seibt (Jahrbuch der drahtl. T. und T., S. 504, 1916) sowohl als diejenige von G. Ferrié und J. Carpentier (Longueur d'Onde, La Lumière Électr., 427, 1910) und der Wellenmesser von Herrn Oberingenieur O. Scheller

mißt deshalb den maximalen Stromeffekt direkt oder mittels einer Nebenschlußschaltung. Für die letztere benutzt man entweder eine Neonröhre, einen Hörtelefon oder ein Galvanometer. Das letztere ist immer dann notwendig, wenn ungedämpfte Wellen vorliegen und keine Schwebungen (Heterodynwirkungen) erzeugt werden. Wenn Reihenanzeiger verwendet werden, so bildet ein Thermo-Galvanometer oder ein niederohmsches Hitzdrahtinstrument einen guten Detektor. Für Wellenmesser-Erreger kann man entweder einen Röhrenschwingungserzeuger benutzen, für den der Glühfaden und das Gitter an die Kondensatorklemmen des Resonanzkreises angelegt ist, oder einen Unterbrecherkreis. Wenn große Genauigkeit der Eichung verlangt wird, muß die Wellenlänge für die verwendete Indikatoranordnung des Wellenmessers bestimmt werden.

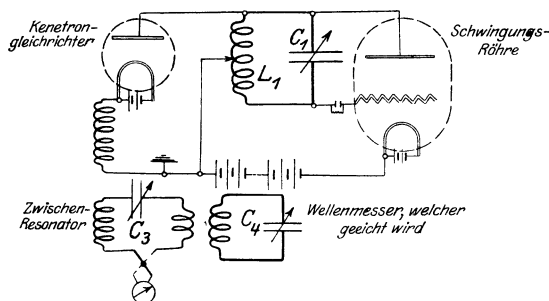


Abb. 77. Eichung eines Wellenmessers.

(Jahrb. d. d. T., 507, 1916 und H. Thurn, Jahrb. d. d. T., Aug., 1921) gehören in diese Gruppe. Die Systeme von Seibt und Scheller benutzen einen dynamometrischen Indikator mit feststehenden Richtungsspulen und einem leichten drehbaren Kurzschlußring (Anker), während der Wellenmesser von Colonel Ferrié die zwei Abzweigströme auf Hitzdrahtmesser so einwirken läßt, daß der Kreuzungspunkt der Zeiger entweder die Wellenlänge oder die Spannung angibt. Der Unterschied zwischen dem Seibtschen und dem Wellenmesser von Scheller besteht darin, daß ersterer zwei Parallelströme, welche vom zu messenden System herkommen, auf die Richtungsspulen einwirken läßt, während letzterer die „Spannungsströme“ einer Reihen-anordnung im zu messenden System verwendet und in einer solchen Weise, daß das Richtungsfeld der einen Richtungsspule des Dynamometers für die kleinste und dasjenige der andern für die größte Wellenlänge verschwindet. Man hat deshalb eine Skala von nahezu 180 Graden. Die Serienanordnung besteht daher aus den Hauptimpedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$ , welche die Spannungsströme an deren Endpunkten erzeugen, und zwar so, daß  $Z_1 = n_1 L_1 + \frac{1}{nC_1} = 0$  und  $Z_2 = n_2 L_2 + \frac{1}{nC_2} = 0$  für die kleinste Winkelgeschwindigkeit  $n_1 = \alpha \pm j(2\pi f_1)$  und die größte Winkelgeschwindigkeit  $n_2 = \alpha \pm j(2\pi f_2)$  des zu untersuchenden Hochfrequenzstroms.

63) Die Eichung eines Wellenmessers. Ein Wellenmesser wird am bequemsten mittels eines veränderlichen Normalkreises, dessen Eigenwelleneinstellungen bekannt sind, geeicht. Die bezüglichen Eigenwellenlängen des Normalkreises werden entweder aus dessen Konstanten berechnet oder mittels der Feddersen-Methode festgelegt.

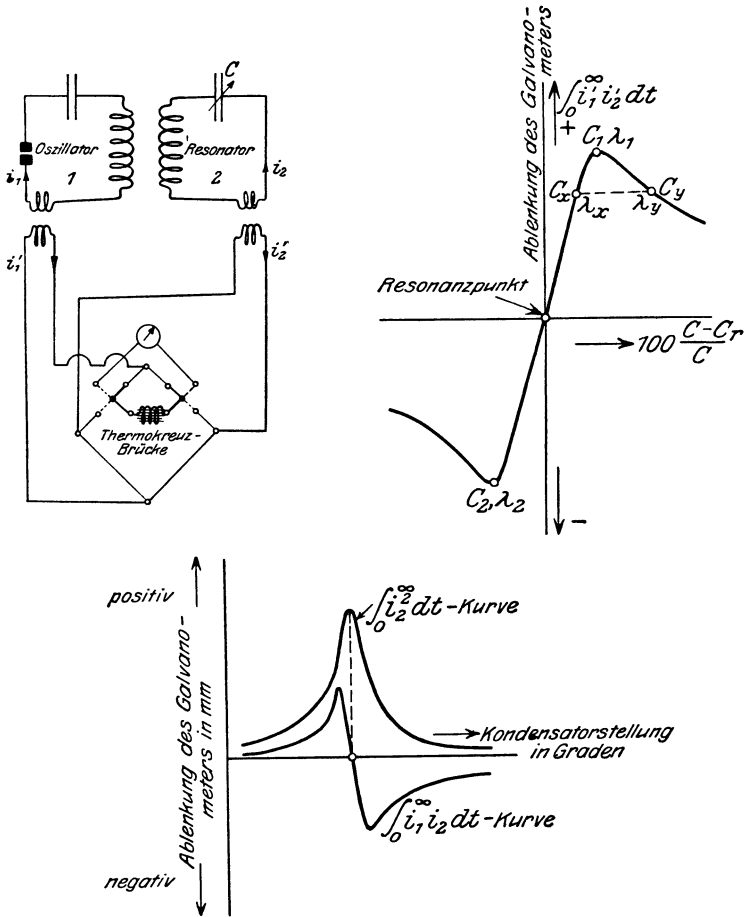


Abb. 78. Eichung eines Wellenmessers und Resonanzmessung.

Die harmonische Vergleichsmethode, die in Abb. 77 angedeutet ist, benutzt die Eigenschaft, daß die Wellen, welche von einem Röhrenschwingungserzeuger erhalten werden, etwas verzerrt sind und deshalb Oberschwingungen mitführen. Dieselben werden durch den Kathodengleichrichter verstärkt und mittels des Zwischenresonators auf den Prüfwellenmesser übertragen. Die Abstimmung des Zwischen-



resonators<sup>1)</sup> ist durch eine maximale und diejenige des Wellenmessers durch eine minimale Ablenkung des Thermo-Galvanometers erkennbar. Der Normalkreis  $C_1 - L_1$  ist an die Schwingungsröhre angeschlossen. Der Prüfkreis  $C_4$  wird dann zuerst auf die Grundwelle von  $C_1 - L_1$  und hiernach auf die nächsten Oberschwingungen abgestimmt. Hierauf wird die Kondensatorstellung  $C_1$  etwas geändert und derselbe Prozeß wiederholt. Der Eichbereich ist daher beträchtlich, selbst wenn die maximale Eigengrundwellenlänge des Normalkreises  $C_1 - L_1$  verhältnismäßig niedrig ist.

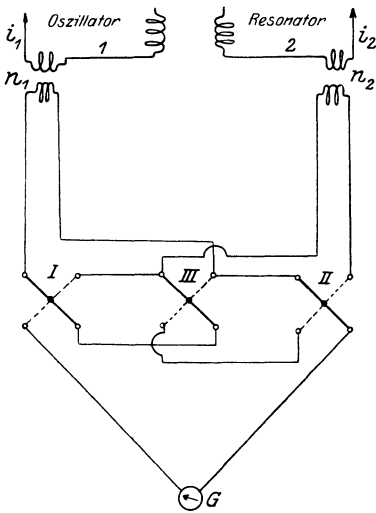


Abb. 79. Resonanzmessung.

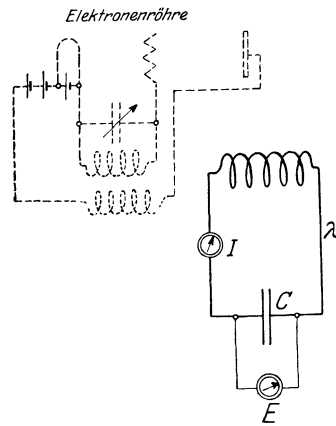


Abb. 80. Eichung eines Resonators.

Die Anordnung Abb. 78 benutzt eine Thermokreuzbrücke für die Eichung eines Wellenmessers. Der lose gekoppelte Resonator stellt den Prüfwellenmesserkreis dar, während der Oszillator den Normalkreis bedeutet. Dieser Kreis wird entweder mittels eines Unterbrechererregers oder einer Funkenstrecke betrieben. Die Galvanometerablenkung verschwindet immer, wenn beide Kreise aufeinander abgestimmt sind, da für diesen Fall  $\int_0^{\infty} i_1 i_2 dt = 0$  und die Ströme  $i_1$  und  $i_2$  praktisch 90 Zeitgrade gegeneinander verschoben sind.

<sup>1)</sup> Es ist notwendig, daß die Kopplung zwischen den Resonatoren und dem Überbrückungsresonator und dem Schwingungserzeuger lose ist, da andernfalls die endgültige Einstellung nicht der richtigen Wellenlänge entsprechen kann. Wenn die Kopplung zwischen dem  $C_3$ -Kreis und dem Wellenmesser sehr eng ist, so kann man z. B. bei einer Verkleinerung von  $C_4$  einen Minimalauschlag im Galvanometer erhalten, der einer zu großen Wellenlänge entspricht.

Die Methode Abb. 79 beruht ebenfalls auf einer Nulleinstellung des Galvanometers  $G$  und der Verwendung dreier Thermokreuze. Das Vergleichsverfahren ist wie oben.

Das Verfahren Abb. 80 setzt Sinusschwingungen voraus und benutzt die Beziehungen

$$E^V = \frac{I}{\omega C} = \frac{I^A \lambda^m}{6 \pi \cdot 10^8 C^F}$$

für die effektive Spannung  $E$  am Luftkondensator bei dem Strom  $I$ . Die natürliche Wellenlänge des lose gekoppelten Resonators wird dann

$$\begin{aligned} \lambda^m &= 1884 \frac{E^V \cdot C^{\text{MF}}}{I^A} \\ &= 2,09 \cdot 10^{-3} \frac{E^V C^{\text{cm}}}{I^A}. \end{aligned}$$

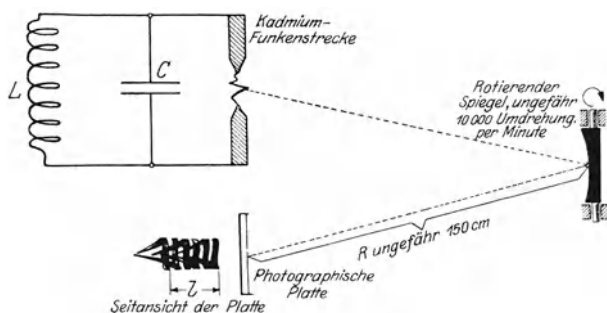


Abb. 81. Prof. Feddersens Methode.

**64) Die Methode von Feddersen.** Wenn in der Anordnung Abb. 81 der Funken in einem verhältnismäßig langsam rotierenden Spiegel betrachtet wird (ungefähr 100 U. P. M.), so sieht man parallele, leuchtende Streifen. Dieselben werden mit der doppelten Winkelgeschwindigkeit gegen die Platte hin abgelenkt als der rotierende Spiegel aufweist und jede dieser Streifen entspricht einem vollständigen Wellenzuge. Wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit jedoch auf ungefähr 10000 oder gar 15000 U. P. M. gesteigert wird, so werden diese Streifen ausgezogen, wie man aus der Seitenansicht der Abb. ersehen kann<sup>1)</sup>. Man kann dann erkennen, ob man es mit ultra-, aperiodischen oder Schwingungsentladungen zu tun hat. Wenn  $R$  die Entfernung in mm zwischen der Platte und dem Drehspiegel und  $n$

<sup>1)</sup> Eine nähere Erklärung des Bildes ist durch Abb. 81a gegeben.

die Umdrehungen in der Minute bedeutet, so wird die Winkelgeschwindigkeit<sup>1)</sup>

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \text{ Radian per Sekunde}$$

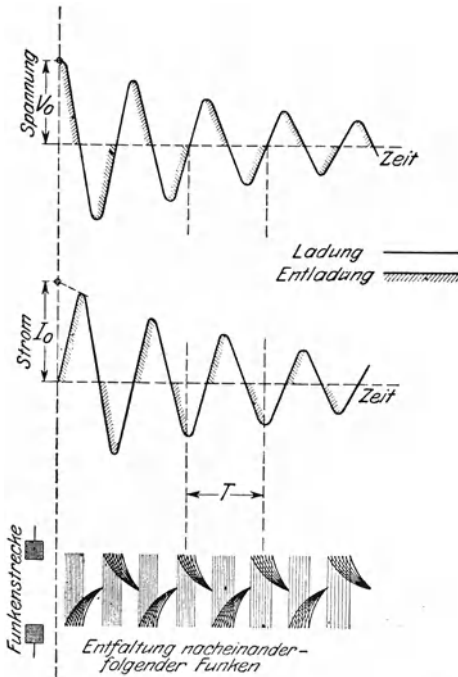


Abb. 81a. Der oszillatorische Charakter eines Funkens.

und die Bewegungsgeschwindigkeit des Funkenbildes auf der Platte

$$v = 2\omega R = \frac{4\pi n}{60} R.$$

Die Länge  $l^{\text{mm}}$  der Platte wird während  $t^{\text{Sek.}}$  beleuchtet und

$$t = \frac{l}{v} = \frac{60}{4\pi n} \frac{l}{R}.$$

Wenn  $f'$  vollständige Schwingungen auf die Länge  $l$  fallen, d. h.  $f'$  leuchtende Streifen derselben Polarität, so hat man für die Wellenlänge  $\lambda$ , Periode  $T$  und die Frequenz  $f$  der Hochfrequenzschwingung

$$\frac{\lambda^{\text{m}}}{3 \cdot 10^8} = \frac{1}{f} = T = \frac{t}{f'}$$

und

$$f^{\text{Sek.}} = \frac{4\pi n^{\text{U.P.M.}} \cdot R^{\text{mm}} \cdot f'}{60 \cdot l^{\text{mm}}},$$

$$\lambda^{\text{m}} = \frac{60}{4\pi} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{l}{n \cdot R \cdot f'}.$$

**65) Gehrkes Glimmlichtoszillograph.** Die einfachste Anordnung ist in Abb. 82 angedeutet, für die ein rasch rotierender Spiegel wie in der Feddersen-Methode verwendet wird. Die Schaltung Abb. 83 benutzt die Schwebungsmethode für die Bestimmung der unbekanntenen Frequenz. Die Theorie, auf der dieses Meßverfahren beruht, ist folgende: Wenn die Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  der Kreise I und II etwas verschieden gewählt sind und deren Wirkungen sich im aperiodischen Kreise III ansammeln, so bestehen Zeiten, für die sich die Wirkungen addieren und Augenblicke, in denen sie sich teilweise bzw. vollständig aufheben. Man hat deshalb mit einem periodischen

<sup>1)</sup> Ein Radian ist der geometrische Zentriwinkel zu einem Bogen von Länge des Radius. Da  $2\pi$  einem Winkel von 360 Graden entspricht, so ist  $1 \text{ Radian} = \frac{360}{2\pi} = 57^\circ 17' 44,8''$ .

Verstärken und Schwächen, d. h. mit Schwebungen zu rechnen, da nach den Beziehungen  $f_1$  und  $f_2 = f_1 + f_s$  in jeder Sekunde  $f_s$  Übereinstimmungen (Schwebungen) entstehen. Wenn z. B. die Komponentewellen dieselben Maximalamplituden  $I_{1\max} = I_{2\max} = I_{\max}$  aufweisen, so wird der momentane Strom in III

$$\begin{aligned} i &= I_{\max} [\sin 2\pi f_1 t + \sin 2\pi (f_1 + f_s) t], \\ &= 2 I_{\max} \cos\left(\frac{2\pi f_s}{2} t\right) \sin 2\pi \left(f_1 + \frac{1}{2} f_s\right) t. \end{aligned}$$

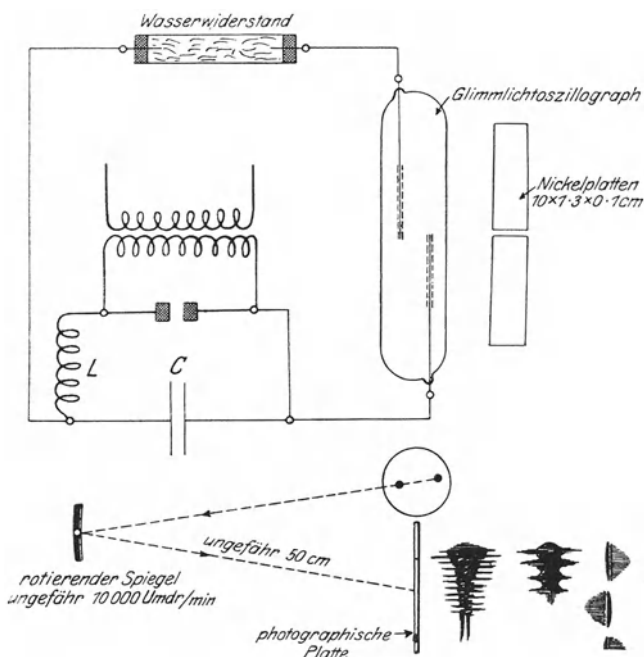


Abb. 82. Dr. Gehrkes Oszilloskop.

Der resultierende Strom hat deshalb die harmonische Form  $A \sin 2\pi (f_1 + \frac{1}{2} f_s) t$  der Periodenzahl  $f_1 + \frac{1}{2} f_s$ , welche halbwegs  $f_1$  oder  $f_2$  ist, mit einer maximalen Amplitude  $A = 2 I_{\max} \cos \frac{2\pi f_s}{2} t$ .

Da der Unterschied  $f_1 - f_2$  klein ist, so ändert sich die Amplitude nur langsam von  $2 I_{\max}$  über Null zu  $-2 I_{\max}$  usw. Die Stromwelle  $i_s$  zeigt die Schwebefrequenz  $f_s = f_1 - f_2$  an. Dieselbe kann mittels eines Hörtelephons und eines geeichten akustischen Instrumentes gefunden werden. Wenn photographische Aufnahmen gemacht werden,

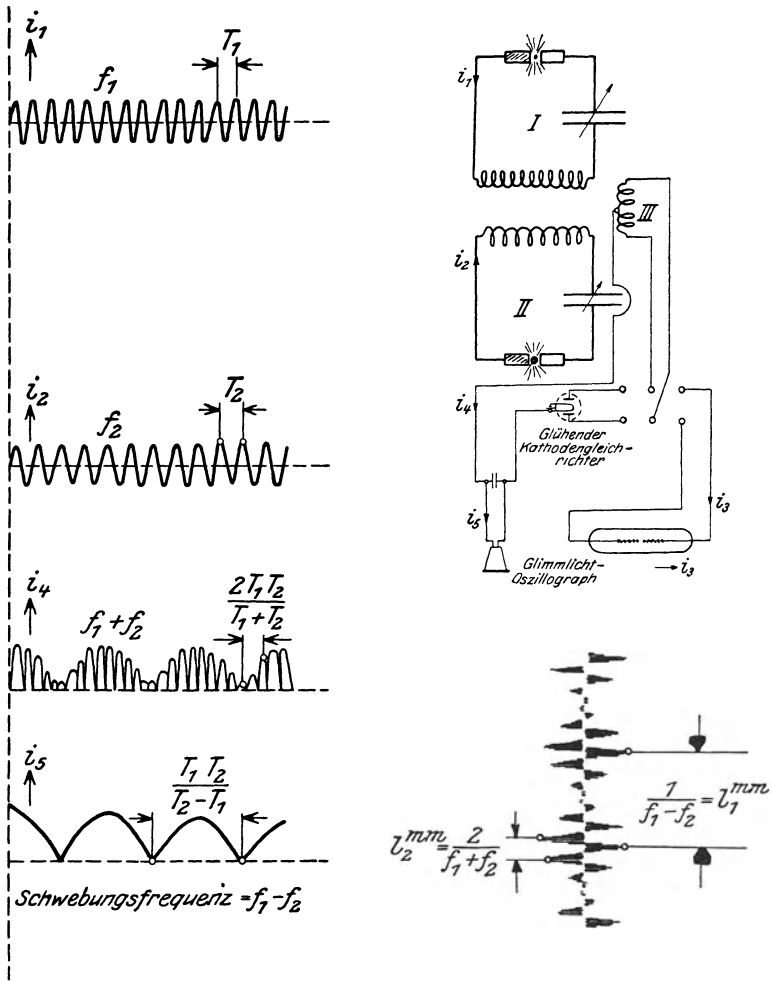


Abb. 83. Die Schwebungsmethode für die Bestimmung der Periodenzahl.

so berechnen sich die Komponent-Wellenlängen und Frequenzen mittels der Ausdrücke

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{\pi}{30} n R \left[ \frac{1}{l_1} + \frac{2}{l_2} \right] \\ f_2 &= \frac{\pi}{30} n R \left[ \frac{2}{l_2} - \frac{1}{l_1} \right] \end{aligned} \right\} \text{ bzw. } \left. \begin{aligned} \lambda_1^m &= \frac{9 \times 10^9}{\pi} \frac{1}{n R \left[ \frac{1}{l_1} + \frac{2}{l_2} \right]} \\ \lambda_2^m &= \frac{9 \times 10^9}{\pi} \frac{1}{n R \left[ \frac{2}{l_2} - \frac{1}{l_1} \right]} \end{aligned} \right\}$$

da für eine Entfernung  $R$  zwischen der Platte und dem Drehspiegel und  $n$  Umdrehungen in der Minute

$$T_s = \frac{1}{f_1 - f_2} = \frac{l_1 60}{n R 4 \pi}$$

und

$$T_s = \frac{2}{f_1 + f_2} = \frac{l_2 60}{n R 4 \pi}.$$

$l_1$ ,  $l_2$  und  $R$  sind in mm zu messen. Da die Entfernung  $l_2$  gewöhnlich recht klein ausfällt, so mißt am besten ein Vielfaches für mehrere Perioden ab und berechnet  $l_2$ .

Man ersieht aus diesen Darlegungen, daß bei bekannter Schwebefrequenz  $f_s$  die Komponentwellenlängen gefunden werden können. Wenn z. B.  $N$  vollständige Schwingungen während der Zeit  $T_s$  entstehen, so hat man für die Periode  $T_3$  der kombinierten Welle

$$T_3 = \frac{T_s}{N} = \frac{1}{f_s N} = \frac{1}{f_3}$$

aber

$$f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

und somit

$$\frac{3 \times 10^8}{\lambda_1^m} = f_1 = f_3 + \frac{1}{2} f_s = f_s (N + \frac{1}{2})$$

$$\frac{3 \times 10^8}{\lambda_2^m} = f_2 = f_3 - \frac{1}{2} f_s = f_s (N - \frac{1}{2}).$$

Dieses letztere Verfahren scheint in manchen Fällen von Vorteil zu sein, da sowohl die Abmessung von  $l_1$ ,  $l_2$  und  $R$  als auch die Ermittlung der Umlaufgeschwindigkeit des Spiegels umgangen wird.<sup>1)</sup>

## XII. Bestimmung der Wellengruppenfrequenz und der brauchbaren Schwingungen per Wellenzug.

**66) Funkenentladung und Wellengruppenfrequenz.** Wenn Funkenentladungen vorliegen, so ist der Schwingungskreis gewöhnlich nur in gewissen Zeitabschnitten wirksam. Man spricht dann von der Anzahl von Wellenzügen in der Sekunde, welche gleich der sekundlichen Funkenzahl ist. Man kann somit mittels der letzteren die Wellengruppenfrequenz bestimmen. Dasselbe gilt auch für jede Art der Stoßerregung.

<sup>1)</sup> Dieses Verfahren ist eine Anwendung des Heterodyneprinzips, das zuerst von Prof. R. A. Fessenden vorgeschlagen wurde.

**67) Die Methode mittels des Helmholtzschen Pendels.** Man verschiebt die beiden Kontakte  $K_1$  und  $K_2$  des Pendels so viel, daß  $K_1$  eine Sekunde zuvor den Schwingungskreis schließt, bevor  $K_2$  die Erregung wieder unterbricht. Zur selben Zeit läuft ein gewöhnlicher in Ferrizyanidlösung gesättigter Papierstreifen mit verhältnismäßig konstanter Geschwindigkeit durch die Funkenstrecke. Die Anzahl der braunen Punkte gibt dann die Wellengruppenfrequenz. Wenn eine hohe Funkenfrequenz, z. B. 1000, vorliegt, so empfiehlt es sich, die Kontakte auf einen Zeitunterschied von  $\frac{1}{10}$  einer Sekunde einzustellen und das Ergebnis mit 10 zu vervielfachen.

**68) Die stroboskopischen Methoden.** Die Grundlage dieser Methoden beruht auf der Tatsache, daß ein Rad mit Speichen dann still erscheint, wenn dasselbe in einer solchen Reihenfolge belichtet wird, daß während nacheinander erscheinenden Beleuchtungen, eine Speiche sich gerade in die Lage der nächsten oder irgendeiner andern Speiche bewegen kann. Wenn das Rad sich etwas zu langsam dreht, so scheint dasselbe langsam zurückzulaufen, gerade so, wie für eine zu rasche Umdrehung ein allmähliches Vorwärtsdrehen zu sehen ist.

Die einfachste Anordnung beruht auf der Verwendung einer schwarzen Kreisscheibe mit einem eingezeichneten weißen Radius. Man ändert dann die Umdrehungsgeschwindigkeit während der Belichtung einer Funkenentladung so lange, bis der Radius stillzustehen erscheint. Die Umdrehungszahl in der Sekunde ist dann die Wellengruppenfrequenz. Damit man die Scheibe nicht so schnell zu drehen braucht, teilt man den Kreisumfang der Scheibe in zehn gleiche Teile und zeichnet die zehn gleichmäßig verteilten Radien. Das Zehnfache der sekundlichen Umläufe des scheinbar stillstehenden Radiensternes ist dann die Wellengruppenfrequenz.

Wenn, wie in Abb. 84 angedeutet, eine Geißlersche Röhre längs eines Radius einer schwarzen Scheibe befestigt und durch Schleifringe vom Meßkreis erregt wird, so braucht man nur den leuchtenden Stern zu photographieren und die sekundliche Umdrehungszahl mit der Zahl der scheinbaren Röhren zu multiplizieren, um die Gruppenfrequenz zu erhalten.

**69) Die stroboskopische Methode für die Bestimmung von Mehrfachentladungen und der Regelmäßigkeit derselben.** Man benutzt wiederum die Geißlersche Röhrenanordnung Abb. 84.

1. Wenn ein bestimmter Radiusstern für eine gewisse Umdrehungszahl erscheint, so hat man eine reine Entladung.

2. Wenn ein verzerrter Stern mit zwei oder drei parallelen leuchtenden Streifen auf den mittleren Radius erscheint, so hat man beziehungsweise eine Doppel- oder Dreifachentladung.

3. Wenn der Stern ab und zu aufleuchtet, so ist dies ein Zeichen einer sehr unregelmäßigen Erregung.

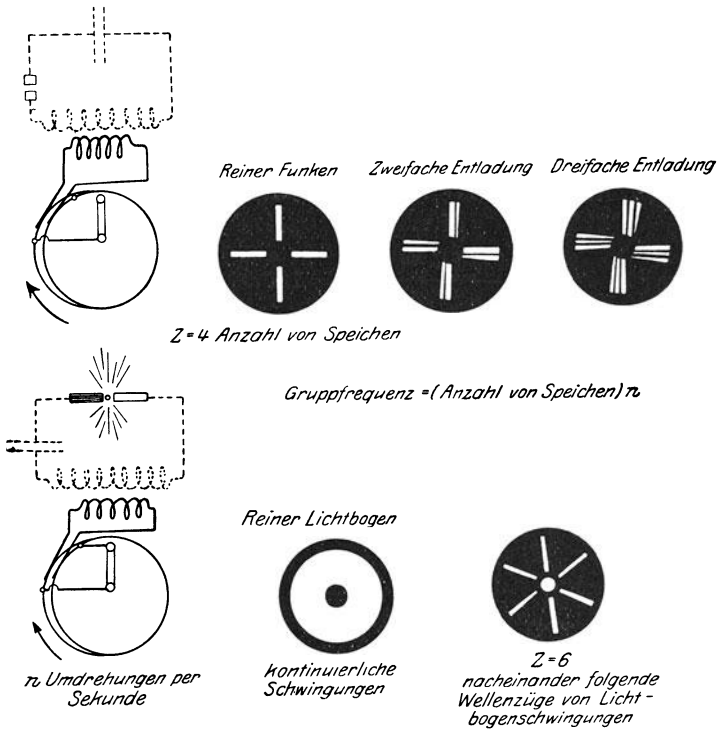


Abb. 84. Die stroboskopische Scheibe mit einer Geißlerschen Röhre.

70) Die Dekrementmethode für die Bestimmung der brauchbaren Vollschwingungen (hin und her) in einem Wellenzuge. Dieses Verfahren beruht in erster Linie auf der Bestimmung des logarithmischen Dekrementes  $\delta$  der Schwingung. Wenn  $I_1$  und  $I_2$  aufeinanderfolgende Maximalamplituden gleicher Polarität sind, so ist

$$\delta = \log \varepsilon \frac{I_1}{I_2}.$$

Wenn deshalb  $p$  vollständige Schwingungen für einen Zug vorliegen und  $I_p$  die  $p$ -te maximale Amplitude derselben Polarität wie die der ersten  $I_1$  bedeutet, so ist das logarithmische Dekrement bis zur  $p$ -ten Amplitude

$$\begin{aligned} \delta_i &= [p - 1] \delta = \log \varepsilon \frac{I_1}{I_p} \\ &= 2,3026 \cdot \log 10 \frac{I_1}{I_p}. \end{aligned}$$



Wenn man den Wellenzug als vernichtet betrachtet, wenn  $I_p$  nur 1% der ursprünglichen Amplitude ist, so hat man  $\frac{I_1}{I_p} = 100$ . Die Anzahl  $p$  der brauchbaren Hin- und Herschwingungen<sup>1)</sup> ist deshalb

$$p = \frac{4,6052 - \delta}{\delta}$$

Beispiel:  $\delta = 0,03$  mittels einer der bekannten Methoden gefunden.

$$p = \frac{4,6052 - 0,03}{0,03} = 152,5 \text{ volle Schwingungen.}$$

### XIII. Bestimmung der Kapazität.

**71) Absolute und praktische Einheiten der Kapazität. Formeln.** Die Einheit der Kapazität erzeugt bei der Lademenge 1 ein Volt Klemmenspannung. Gerade so wie für den Fall der Selbst- und gegenseitigen Induktion ist sowohl das praktische System als auch eine der absoluten Einheiten im Gebrauch. Die praktische Einheit ist das Farad (F). Sehr oft werden das Mikrofarad ( $1 \text{ MF} = 10^{-6} \text{ F}$ ) und das Mikromikrofarad ( $1 \text{ MMF} = 10^{-12} \text{ F}$ ) verwendet. Im absoluten elektrostatischen System ist das Zentimeter (cm) die Einheit, während die elektromagnetische Einheit namenlos ist und keine Bedeutung hat.

Die Übergangsbeziehung

$$1 \text{ MF} = 9 \times 10^5 \text{ cm}$$

ist von großer Wichtigkeit.

Die Kapazität  $C$  eines Kondensators, dessen dielektrische Konstante  $k$  ist, kann durch die bekannte Formel

$$C^{\text{MF.}} = k \frac{F}{d} \frac{10^{-5}}{36 \pi}$$

gefunden werden, wenn  $F$  den Flächeninhalt einer Platte in Quadrat-

<sup>1)</sup> Dies ist um so mehr zulässig, da der Funkenstreckenwiderstand eine Veränderliche ist und die Schwingungen „plötzlich“ unterbrochen werden, wenn die Funkenstreckenspannung kleiner als die Ionisationsspannung derselben wird. Der Kondensator kann sich deshalb nie vollständig entladen.

zentimetern und  $d$  den Abstand zwischen den beiden Platten in Zentimetern bedeutet. Wenn in einen Kondensator  $N$  Platten derart eingebaut sind, daß alle ungeraden Platten zu einem und alle geradzahigen Platten zum andern Pole führen, so gilt obige Formel ebenfalls, wenn  $(N - 1)F$  anstatt  $F$  gesetzt wird. Wenn die Randwirkungen eines veränderlichen Kondensators mit  $N$  halbkreisförmigen Platten, deren äußerer Radius  $R^{\text{cm}}$  und innerer Radius  $r^{\text{cm}}$  ist, vernachlässigt werden, so erhält man für die maximale Kapazität

$$C^{\text{MF.}} = 0,139 k \frac{(N - 1)(R^2 - r^2)}{d} 10^{-6},$$

wenn  $d$  wiederum die Dicke des Plattenabstandes in cm bedeutet. Alle andern Kapazitätswerte ändern sich proportional mit der Plattenverstellung.

**72) Die Differentialmethode.** Das in Abb. 85 angegebene Differentialsystem scheint das schnellste Verfahren zu sein, die Hochfrequenzkapazität von Apparaten durch Vergleich mit einem Luftkondensator  $C_n$  zu bestimmen. Die Abgleichung ist so scharf, daß eine Widerstandsabgleichung mittels des Schleifdrahtes nur in

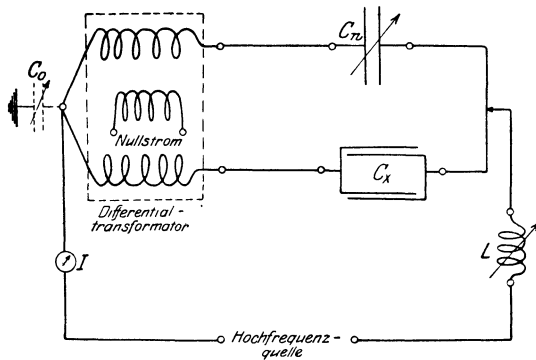


Abb. 85. Messung einer Kapazität.

wenigen Sonderfällen notwendig ist. Die Stellung  $C_n$  des Luftkondensators mißt dann direkt die Kapazität  $C_x$  des Prüfstücks. Der Luftkondensator  $C_0$  wird so lange verändert, bis die störenden Streuwirkungen praktisch verschwinden. Das Variometer  $L$  im Hauptzweige ergibt eine Möglichkeit, das ganze System auf irgendeine gewünschte Frequenz abzustimmen, obgleich dies nur zur Erzielung großer Ströme notwendig ist.

**73) Die Substitutionsmethode.** Der Prüfkondensator  $C_x$  wird in das Resonanzsystem Abb. 86 eingeschaltet und die Wellenlänge des erregenden Unterbrecherschwingungserzeugers geändert, bis das Hörtelefon eine maximale Wirkung ergibt.

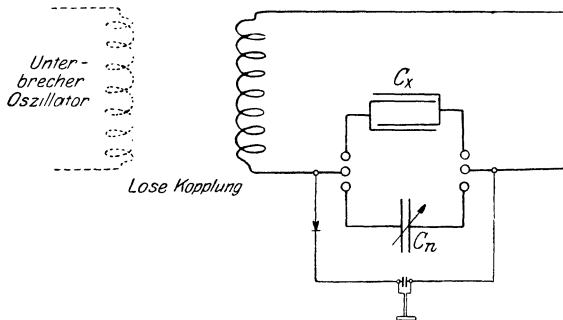


Abb. 86. Messung einer Kapazität.

Ein Luftkondensator  $C_n$  wird dann an Stelle der unbekanntenen Kapazität eingeschaltet und dessen Kapazitätswert geändert, bis für eine Einstellung  $C_n$  ein Resonanzmaximum wiederum hörbar ist. Die Größe  $C_n$  ist dann die gesuchte Kapazität des Prüfstückes.

**74) Die harmonische Methode.** Das Verfahren der Abb. 87 benutzt die Grundfrequenz und diejenige einer Oberwelle, welche in einem Röhrenschwingungserzeuger vorkommen. Der Zwischenkreis hat wiederum den Vorteil, daß die endgültige Resonanzeinstellung, nämlich diejenige des Meßkreises, durch eine Minimalablenkung des thermischen Detektors (was leichter zu erkennen ist) gemacht wird.

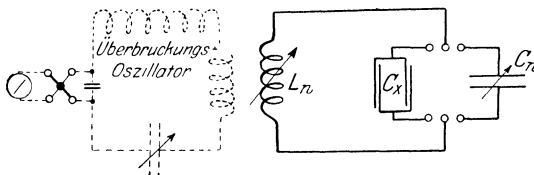
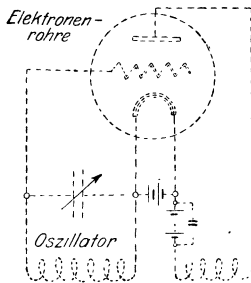


Abb. 87. Messung einer Kapazität.

Das Verfahren besteht einfach darin, daß man den Prüfkondensator  $C_x$  durch ein Variometer  $L_n$  schließt, dessen Eichung nicht bekannt zu sein braucht. Der Überbrückungskreis wird dann auf die Grundwellenlänge  $\lambda$  eingestellt (maximale Ablenkung) und der Meßkreis mittels  $L_n$  abgestimmt, d. h. bis

$$\lambda = k \sqrt{C_x \cdot L_n}$$

ist (durch eine scharfe Minimalablenkung erkannt). Hiernach ersetzt man das Prüfstück  $C_x$  durch einen Luftkondensator  $C_n$ , dessen Eichung

bekannt sein muß, und stimmt wiederum den Zwischenkreis und dann den Meßkreis, aber auf die dreifache Periodenzahl ab, d. h. bis

$$\lambda/3 = k \sqrt{C_n \cdot L_n}$$

ist. Die letztere Einstellung wird mittels  $C_n$  ausgeführt und durch einen scharfen Minimalanschlag erkannt.

Durch Vergleichung der bezüglichen Schwingungskonstanten sieht man, daß

$$C_x \cdot L_n = 9 C_n \cdot L_n$$

d. h. die wirksame Kapazität  $C_x$  des Prüfstücks ist:

$$C_x = 9 \cdot C_n.$$

**75) Die Resonanzmethode.** Das Prüfstück  $C_x$  wird mit den Klemmen eines Variometers verbunden, zu dem gleichzeitig eine Reihenanzordnung eines Blockkondensators und eines Kristallgleichrichters im Nebenschluß liegt. Die Klemmen des Blockkondensators führen zu einem Hörtelefon, welches den Resonanzzustand anzeigt. Wenn dieser Meßkreis mittels eines lose gekoppelten Unterbrecher-schwingungserzeugers erregt wird und  $L_n$  die Resonanzeinstellung für die aufgedrückte Wellenlänge  $\lambda$  ist, so hat man

$$C_x^{\text{MF}} = 2,82 \times 10^{-13} \frac{\lambda^2}{L_n^{\text{H}}}$$

und im absoluten System

$$C_x^{\text{cm}} = 253 \frac{\lambda^2}{L_n^{\text{cm}}}.$$

**76) Die Bestimmung mittels einer verhältnismäßig kleinen Kapazitätsnormale.** Die Anordnung Abb. 88 wird mittels eines Röhrenoszillators erregt. Die Klemmen 1—2 werden zunächst kurzgeschlossen und die Kopplungsspule  $L$  und der Luftkondensator wird geändert, bis für eine Einstellung  $L = L$  und  $C = C_1$  Resonanz stattfindet. Man hat dann die Schwingungskonstante  $C_1 \cdot L$ .

Hiernach wird der Prüfkondensator  $C_x$  zwischen die Klemmen 1—2 eingeschaltet und Resonanz nur mittels der Kondensatoränderung  $C = C_2$  hergestellt. Die Schwingungskonstante ist dann  $\frac{C_2 C_x}{C_2 + C_x} L$  und muß gleich der ersteren sein, d. h.

$$C_x = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_2 - C_1}.$$

77) Die Bestimmung mittels einer verhältnismäßig großen Kapazitätsnormale. Die Anordnung der Abb. 89 wird mittels eines Röhrenschwingungserzeugers erregt. Wenn das Prüfstück  $C_x$  weggelassen wird und Resonanz mittels der Einstellung  $C = C_1$  hergestellt wird, so hat man die Schwingungskonstante  $C_1 L$ .

Hiernach wird  $C_x$  zwischen den Klemmen 1—2 gelegt und mittels der neuen Kondensatorstellung  $C = C_2$  abgestimmt. Dies führt zur Schwingungskonstante  $(C_2 + C_x)L$  und der Lösung

$$C_x = C_1 - C_2.$$

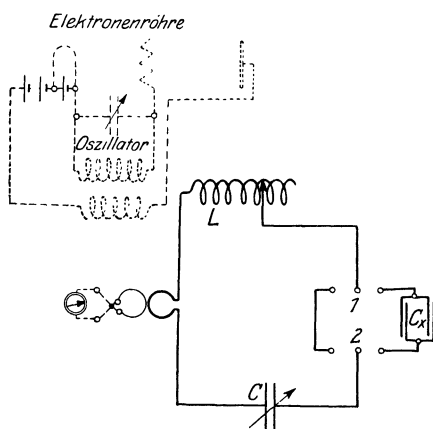


Abb. 88.

Messung einer kleinen Kapazität.

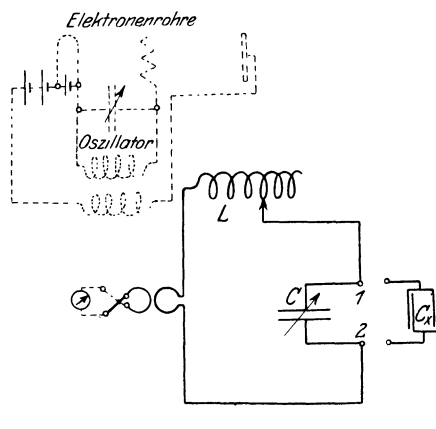


Abb. 89.

Messung einer großen Kapazität.

78) Die Bestimmung der wirksamen Kapazität eines Raumkondensators. Raumkondensatoren werden in der Hochspannungstechnik und für große Leistungen in der Hochfrequenzpraxis verwendet. Die Platten haben dann die Form von Zylindern oder von abgerundeten Kegeln und dergleichen. Die besonders geformten Kondensatorpole zeigen dann Kapazitätswirkungen gegen alle Richtungen hin und besonders gegen die Erde.

Wenn ein Raumpol mit  $A$  und der andere mit  $B$  bezeichnet wird, so kann man die Erdwirkungen und die richtige Kapazität zwischen den Polen mittels des Differentialsystems Abb. 85 finden. Man hat zu dem Zwecke die Erdung des Mittelpunktes des Differentialtransformators zu entfernen und dann folgende drei Bestimmungen vorzunehmen.

1. Der Raumkondensator  $C_x$  wird eingeschaltet und die Kapazitätseinstellung  $C_n = C_1$  für geerdeten Raumpol  $B$  aus der Beziehung

$$C_1 = C_{A-B} + C_{A-0}$$

gefunden.

2. Die Einstellung  $C_n = C_2$  wird aus

$$C_2 = C_{A-B} + C_{B-0}$$

für geerdeten Raumpol  $A$  ermittelt.

3. Die ungeerdeten Raumpole sind zusammen verbunden und die Kapazität  $C_3$  mittels des Ausdruckes

$$C_3 = C_{A-0} + C_{B-0}$$

zwischen diesem Äquipotentialpaar und der Erde bestimmt. Die wirksame Kapazität  $C_x$  des Raumkondensators ist dann aus dem Ausdrucke

$$\begin{aligned} C_x &= C_{A-B} + \frac{C_{A-0} \cdot C_{B-0}}{C_{A-0} + C_{B-0}} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ C_1 + C_2 - C_3 + \frac{[C_1 + C_3 - C_2][C_2 + C_3 - C_1]}{C_3} \right\} \end{aligned}$$

berechenbar.

79) Bestimmung der statischen Kapazität eines Luftkondensators. Die ballistische Methode Abb. 90 scheint einfach und zuverlässig zu sein, da im Falle von Luftkondensatoren die dynamische Kapazität praktisch diejenige ist, welche hier bestimmt wird.

Wenn  $d$  den ersten maximalen Anschlag für die Entladung des Kondensators ist (wenn 2 geschlossen) und  $k$  die ballistische Konstante bedeutet, so wird für eine ursprüngliche Ladespannung  $V$

$$C^{\text{MF}} = k \cdot \frac{d^{\text{mm}}}{V^{\text{V}}}.$$

Die ballistische Konstante  $k$ , welche in Mikrocoulombs per mm Ablenkung (an der Skala) gemessen wird, bestimmt man am besten mittels einer bekannten Kapazität  $C_1^{\text{MF}}$  und des entsprechenden Ausschlages  $d_1$  mittels der Formel

$$k = \frac{C_1 \cdot V}{d_1}.$$

Eine Gleichspannung von  $V = 110$  Volt, welche gewöhnlich zur Verfügung steht, ist für das Durchschnittsgalvanometer und den gewöhnlichen Kapazitätsbereich ausreichend.

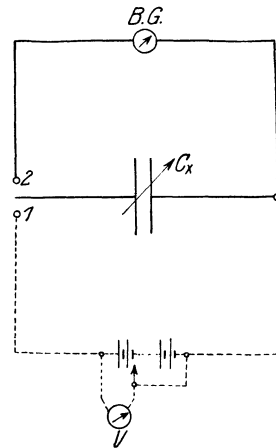


Abb. 90.  
Die ballistische Methode.

**Die Bestimmung von Spulenkapazitäten.**

80) A. Analytische Methode. Wie in Abb. 91 angedeutet ist, verändert die Spulenkapazität  $C_0$  die Schwingungskonstante, da gemäß der verallgemeinerten Impedanz

$$Z_L + Z_C = \frac{nL + r}{1 + n^2 C_0 L + nr C_0} + \frac{1}{nC} = 0 \dots \angle$$

oder

$$n^2 L [C + C_0] + n \cdot r [C + C_0] + 1 = 0 \dots \angle$$

man für die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit die Lösungen

$$\begin{aligned} n &= \alpha \pm j \sqrt{\alpha^2 - \frac{1}{L[C + C_0]}} \\ &= \alpha \pm j \omega \dots \angle \end{aligned}$$

für  $\alpha = -\frac{r}{2L}$  hat. Die Schwingungskonstante hat deshalb praktisch den Wert  $(C_0 + C)L$  anstatt  $C \cdot L$ . Wenn daher zwei Welleneinstellungen  $\lambda_1^m$  und  $\lambda_2^m$  mittels  $C_1$  und  $C_2$  ausgeführt werden, so hat man

$$\lambda_1 = k \sqrt{[C_0 + C_1]L}$$

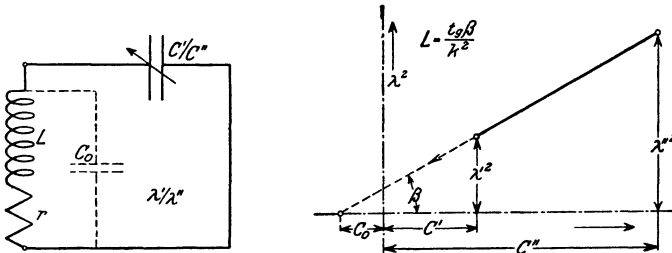
$$\lambda_2 = k \sqrt{[C_0 + C_2]L}$$

und die Spulenkapazität  $C_0$

$$C_0 = \frac{C_1 \lambda_2^2 - C_2 \cdot \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}$$

in denselben Dimensionen wie  $C_1$  oder  $C_2$ .

81) B. Die graphische Methode. Dieses Verfahren, welches in Abb. 91 angedeutet ist, beruht auf der graphischen Auswertung der im letzten Abschnitte aufgestellten Formel für  $C_0$ . Man macht also



Die Spulenkapazität  $C_0$  wird mittels der angegebenen Konstruktion gefunden.

Abb. 91. Graphische Ermittlung der Spulenkapazität.

zwei Wellenlängenablesungen  $\lambda'$  und  $\lambda''$  gemäß den entsprechenden Kondensatoreinstellungen  $C'$  und  $C''$  und ermittelt den Schnittpunkt für die Verbindungslinie der  $\lambda'$  und  $\lambda''$  Ordinatenenden mit der Abszisse. Der Abschnitt  $C_0$  mißt dann die Spulenkapazität im selben Maßstabe wie  $C'$  oder  $C''$ . Der Aufstieg ( $\operatorname{tg} \beta$ ) der Verbindungslinie mißt in einem gewissen Maßstabe die wahre Selbstinduktion der Spule. Wenn die Kapazität in Farad,  $L$  in Henry und die Wellenlänge in Metern ausgedrückt ist, so wird die Konstante  $k = 6\pi \cdot 10^8$ .

82) C. Die dielektrische Methode. Man verbindet die Spule mit einem Luftkondensator  $C$  und erregt dieses Resonanzsystem mit einem Röhrenoszillator, wenn die Spule in Luft und wenn dieselbe in eine Flüssigkeit (Öl) bekannter dielektrischer Konstante  $K$  untergetaucht ist. Dies ergibt die zwei Resonanzwellenlängen  $\lambda_1 = k\sqrt{(C + C_0)L}$  und  $\lambda_2 = k\sqrt{(C + KC_0)L}$  und die Spulenkapazität  $C_0$  als

$$C_0^{\text{MF.}} = C^{\text{MF.}} \frac{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}{K\lambda_1^2 - \lambda_2^2}.$$

83) D. Die harmonische Methode. Wenn ein Röhrenoszillator in dem ebenerwähnten Meßkreise (Prüfspule parallel zu einem Luftkondensator) mit der Grundwelle  $\lambda_1$  wirkt, so hat man gemäß der Resonanzeinstellung  $C_1$  die Beziehung

$$\lambda_1 = k\sqrt{(C_1 + C_0)L},$$

während für den doppeltperiodischen Resonanzstrom eine Stellung  $C_2$  die Beziehung

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} = k\sqrt{(C_2 + C_0)L}$$

befriedigt. Die Spulenkapazität  $C_0$  wird somit

$$C_0 = \frac{C_1 - 4C_2}{3}.$$

Man kann zur Feststellung der Resonanz die in Abb. 89 angegebene Anordnung verwenden, wenn  $C_x$  weggelassen wird und  $L$  die Prüfspule bedeutet.

84) Die Bestimmung der Kapazität eines Isolators. Der Isolator wird an Stelle der Kapazität  $C_x$  der Abb. 85 eingeschaltet und der dielektrische Verlustwiderstand mittels der Schleifdrahteinstellung kompensiert. Der Luftkondensator  $C_n$  wird dann gedreht, bis kein Strom mehr im Sekundärsystem des Transformators bemerkbar ist, worauf  $C_x = C_n$ .



## XIV. Die Bestimmung des Koeffizienten der Selbstinduktion.

85) Absolute und praktische Einheiten von Selbstinduktionen und Formeln. Da dieser Koeffizient durch die Beziehung  $L = \frac{e}{\frac{di}{dt}}$

gegeben ist, so erkennt man, daß dessen Einheit durch diejenige Änderung des Stromes in der Sekunde dargestellt ist, die 1 Volt erzeugt. Das praktische System benutzt das Henry (H) als die Einheit, oder das Millihenry ( $= 10^{-3}$  H) und Mikrohenry ( $= 10^{-6}$  H).

Was das absolute System anbelangt, so hat man zwischen einer elektrostatischen namenlosen Einheit und einer elektromagnetischen dem Zentimeter, welches durch die Beziehung

$$1 \text{ cm} = 10^{-9} \text{ H}$$

gegeben ist, zu unterscheiden. Die namenlose E.S.E., welche keine große Rolle spielt, hätte man mit  $9 \times 10^{11}$  zu vervielfachen, um das Henry zu erhalten<sup>1)</sup>.

Was die Berechnung der Induktivität anbelangt, so sind viele Formeln in der Literatur vorhanden. Die sehr zuverlässigen Formeln setzen aber gewöhnlich Spulenformen voraus, die nicht immer zweckmäßigen Hochfrequenzapparaten anzupassen sind (große Zeitkonstante  $L/r$ , möglichst astatisch, kleine Spulenkapazität, Stufenwicklung und dergleichen) und erfordern auch vielfach eine langwierige Vorausberechnung mit Tabellen. Da die Stromverdrängung gegen die Drahtoberfläche hin und die Strom- und Spannungsverteilungen längs des Spulendrahtes die Induktivität ändern, so scheinen Messungen die einzigen Hilfsmittel zu sein, um richtige Ergebnisse zu erhalten. Vielfach ist jedoch eine Vorausberechnung notwendig. Professor Brooks<sup>2)</sup> Formel

$$L^H = \frac{l^2}{b + c + R} \frac{F' \cdot F''}{10^9}$$

für die Formfaktoren

$$F' = \frac{10b + 12c + 2R}{10b + 10c + 1,4R} \quad \text{und} \quad F'' = 0,5 \log_{10} \left( 100 + \frac{14R}{2b + 3c} \right)$$

gilt für alle Spulenformen, d. h. für einlagige, mehrlagige, lange oder

<sup>1)</sup> Wenn Selbstinduktionen als Droßler verwendet werden, so ist es am besten, nur einlagige Spulen zu benutzen, da andernfalls die kapazitiven Wirkungen einen schädlichen Strom hervorrufen können.

<sup>2)</sup> Morgan Brooks and H. M. Turner, Bulletin Nr. 53, University of Illinois.

scheibenförmige Spulen, sofern die Windungen einander berühren. Selbst für etwas losere Windungen gilt die Formel in Annäherung. Obige Beziehung darf als die Universalformel angesehen werden. Der Formfaktor  $F'$  ist 1 für sehr lange Spulen und wird 1,43, wenn eine einzige Windung vorliegt (Kirchhoffs Formel). Alle andern Werte liegen zwischen diesen beiden Grenzen.  $F''$  ist für lange Spulen ebenfalls 1 und ist noch gleich 1,01 oder ungefähr gleich diesem Werte, wenn die axiale Länge der Spule die größte Dimension ist.  $F''$  hat jedoch einen bedeutenden Einfluß, wenn kurze (scheibenförmige) Spulen vorliegen. In obiger Universalformel bedeuten:

$$\left. \begin{array}{l} a = \text{Durchschnittsradius der Windung} \\ b = \text{axiale Länge der Spule (Windung)} \\ c = \text{Dicke der Windung} = (R - r) \\ r = \text{innerer Radius der Windung} \\ R = \text{äußerer Radius der Windung} \\ l = \text{Länge des Drahtes} \end{array} \right\} \text{ in Zentimeter}$$

Die mit Versuchsergebnissen durchgeführte Wahrscheinlichkeitsrechnung zeigt, daß für

$$a : b : c = 1,5 : 1,2 : 1$$

die Spule die größte Induktivität bei kleinster Drahtlänge  $l$  ergibt und daß hierbei  $L$  mit dem 1,667-ten Exponenten der Drahtlänge  $l$  zunimmt. Da dann  $F' \cdot F'' = 1,14$ , so kann man die Selbstinduktion entweder aus

$$L_{\max}^{\text{H}} = 2,56 l \cdot N \cdot 10^{-9}$$

oder aus

$$L_{\max}^{\text{H}} = 0,2714 \frac{l^2}{c \cdot 10^9}$$

berechnen. Die Einfachheit dieser Formeln ist aus folgendem Beispiel zu ersehen. Eine Normalspule wurde so dimensioniert, daß der äußere Durchmesser 10 cm, der innere Durchmesser 5 cm und die axiale Länge 3 cm war. Die Windungszahl war  $N = 1868$  Windungen. Man hat somit:  $R = 5$  cm,  $r = 2,5$  cm,  $a = 3,75$  cm,  $b = 3$  cm und  $c = 2,5$  cm. Die ganze Drahtlänge erhält man aus

$$l = 2 \pi a N = 2 \pi 3,75 \times 1868 = 43990 \text{ cm.}$$

Somit wird:

$$L = 2,56 \times 43990 \times 1868 \times 10^{-9} = 0,21 \text{ Henry.}$$

Mit der zweiten Formel erhält man

$$L = 0,2714 \times 10^{-9} \frac{43990^2}{2,5} = 0,21 \text{ Henry.}$$

Die Messung ergab  $L = 0,217$  Henry.

86) **Die Differentialmethode.** Die Prüfspule  $L_x$  wird in den einen Zweig des Differentialtransformators Abb. 92 eingeschaltet und das Variometer  $L_n$  und der Schleifkontakt so lange verstellt, bis kein Strom mehr in der Sekundärspule zu bemerken ist. Die Einstellung

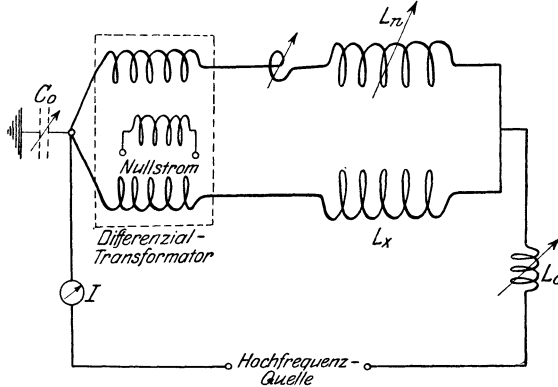
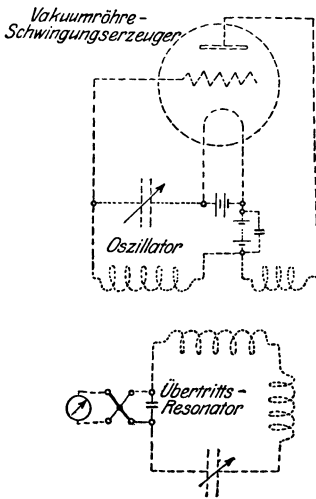


Abb. 92. Messung einer Selbstinduktion.

von  $L_n$  mißt dann den Koeffizienten  $L_x$  der Prüfspule. Diese Methode ermöglicht die Vergleichung von sehr kleinen Selbstinduktionen.

87) **Die harmonische Methode.** Das in Abb. 93 angegebene Verfahren benutzt die Grundfrequenz und diejenige einer der Oberwellen, welche in einem gewöhnlichen Vakuumröhrenschwingungserzeuger vorkommen. Ein Zwischenkreis enthält einen einfachen thermoelektrischen Resonanzanzeiger.



Das Versuchsstück  $L_x$  liegt im Meßkreis, wo sich außerdem der veränderliche Luftkondensator  $C$  befindet. Man stimmt zunächst den Zwischenkreis auf den Röhrenoszillator ab (maximale Galvanometerablenkung). Hiernach ändert man die Einstellung des Luftkondensators bis zu dem Werte  $C = C_1$ , für den das Galvanometer durch eine minimale Ablenkung geht (da dann der Meßkreis ebenfalls auf  $\lambda$  des Oszillators abgestimmt ist). Man hat dann

$$\lambda = k \sqrt{C_1 \cdot L_x},$$

Abb. 93. Maximum-Minimum-Methode mittels der Grund- und Oberschwingungen.

wo  $k$  von dem Einheitssystem abhängt.

Auf dieselbe Weise stimmt man den Meßkreis, in den eine bekannte Normalselbstinduktion  $L_n$  an Stelle von  $L_x$  eingeschaltet wird, auf die höhere Frequenz ab, z. B. diejenige, welche  $\lambda/3$  entspricht und erhält die Kondensatoreinstellung  $C = C_2$  mit der Wellenlängengleichung

$$\lambda/3 = k\sqrt{C_2 L_n}$$

Der Koeffizient der unbekanntenen Selbstinduktion ist dann

$$L_x = 9 \frac{C_2 \cdot L_n}{C_1},$$

wo  $L_{x_1}$  in demselben Maßstabe wie  $L_n$  ausgedrückt ist.

88) Die gewöhnliche Resonanzmethode. Die unbekanntene Selbstinduktion  $L_x$  wird mit den Klemmen eines Luftkondensators  $C$  verbunden und der Kreis auf einen Wellenmessererreger abgestimmt ( $\lambda$ ) und  $L_x$  aus

$$L_x^H = \frac{\lambda^2 m}{C_{MF}} 2,82 \times 10^{-13}$$

berechnet.

## XV. Bestimmung der Koeffizienten der gegenseitigen Induktion und der Kopplung.

89) Kopplungskoeffizient und gegenseitige Induktion. Der Kopplungskoeffizient  $\kappa$  ist durch den Ausdruck

$$\kappa = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

gegeben, wenn  $M = L_{12} = L_{21}$  für den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion steht und  $L_1$  und  $L_2$  die wirksamen Selbstinduktionen zweier Spulen bedeuten. Wenn die gegenseitigen Induktionen ungleich sind, so hat man

$$\kappa = \sqrt{\frac{L_{12} \cdot L_{21}}{L_1 \cdot L_2}}.$$

90) Die einfache Differentialmethode. Die Methode Abb. 94 erfordert vier Messungen.

1. Die Selbstinduktion  $L_1$  der Primärspule wird mittels der AbgleichEinstellung  $L_{n_1}$  des Variometers bestimmt.

2. Auf dieselbe Weise findet man für die Sekundärspule allein die Variometerablesung

$$L_{n_2} = L_2.$$

3. Man verbindet beide Spulen in Reihe, so daß die Windungen immer dieselbe Richtung beibehalten und erhält die Einstellung

$$L_{n_3} = L_{x_1}.$$

4. Man schaltet die Spulen so in Reihe, daß die magnetischen Felder der Spulen gegeneinander wirken und erhält die Variometerabgleichung

$$L_{n_4} = L_{x_2}.$$

Man hat dann

$$L_{x_1} = L_1 + L_2 + 2M$$

$$L_{x_2} = L_1 + L_2 - 2M$$

und

$$M^H = \frac{L_{n_3}^H - L_{n_4}^H}{4}$$

und

$$\alpha^0 /_0 = \frac{L_{n_3} - L_{n_4}}{4\sqrt{L_{n_1} \cdot L_{n_2}}} \cdot 100.$$

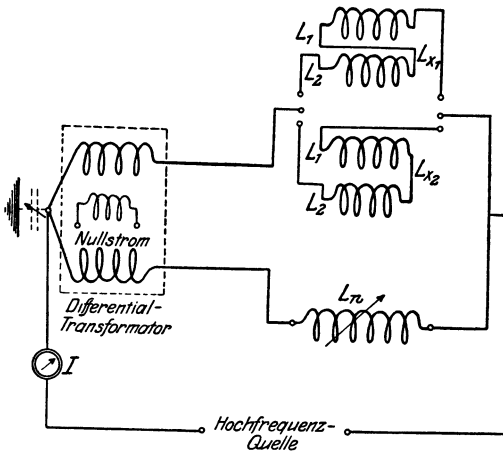


Abb. 94. Differentialmethode.

91) Die konstante Kapazitätsmethode. Man bestimmt mittels eines Wellenmessers die Wellenlängen der vier Schwingungskreise Abb. 95, wenn ein und derselbe Kapazitätswert  $C$  beibehalten wird. Man verfährt dann wie folgt:

1. Die primäre Spule  $L_1$  wird mit der Kapazität  $C$  verbunden und der Kreis mittels eines Wellenmessers erregt. Die gemessene Wellenlänge sei  $\lambda_1$ .

2. Auf ähnliche Weise erhält man die Wellenlängeneinstellung  $\lambda_2$ , wenn die Sekundärspule mit dem Kondensator  $C$  verbunden ist.

3. und 4. Für die direkte und indirekte Reihenschaltung der Primär- und Sekundärspulen mit den wirksamen Werten  $L_{x_1}$  und  $L_{x_2}$  bekommt man die entsprechenden Ablesungen  $\lambda_3$  und  $\lambda_4$ . Man hat somit

$$\lambda_1 = k\sqrt{L_1}$$

$$\lambda_2 = k\sqrt{L_2}$$

$$\lambda_3 = k\sqrt{L_{x_1}} = k\sqrt{L_1 + L_2 + 2M}$$

$$\lambda_4 = k\sqrt{L_{x_2}} = k\sqrt{L_1 + L_2 - 2M},$$

wenn  $k$  eine Einheitskonstante<sup>1)</sup> bedeutet, welche teilweise von der

<sup>1)</sup>  $k = 6\pi \cdot 10^8 \sqrt{C}$ , wenn  $C$  in Farad,  $L$  in Henry und  $\lambda$  in Meter.

Größe von  $C$  abhängt. Der Kopplungskoeffizient  $\kappa$  und die gegenseitige Induktion  $M$  werden dann aus den Formeln

$$\kappa \text{ ‰} = \frac{\lambda_3^2 - \lambda_4^2}{4 \lambda_1 \cdot \lambda_2} 100 \quad \text{und} \quad M^H = 7,04 \cdot 10^{-14} \frac{\lambda_3^{m^2} - \lambda_4^{m^2}}{C^{MF}}$$

berechnet.

Beispiel: Für die vier Wellenablesungen  $\lambda_1 = 200 \text{ m}$ ;  $\lambda_2 = 400 \text{ m}$ ;  $\lambda_3 = 605 \text{ m}$  und  $\lambda_4 = 367 \text{ m}$  würde der Kopplungskoeffizient  $72,3 \text{ ‰}$  sein. Dies entsprach einem Spulenabstand von  $7,8 \text{ cm}$ .

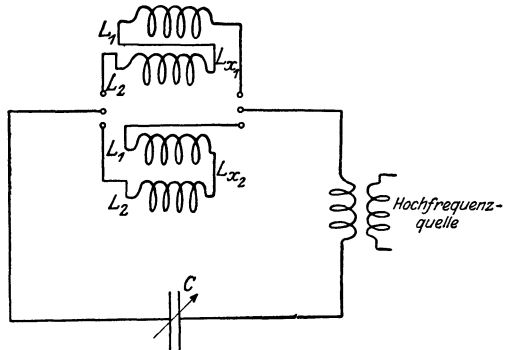
92) Die konstante Wellenlängenmethode. Dieses Verfahren, welches wiederum mit der in Abb. 95 angegebenen Schaltung ausgeführt wird, hat den Vorteil, daß man nur die verlangte Wellenlänge zu kennen braucht und deshalb die Koeffizienten der Kopplung und der gegenseitigen Induktion für einen festgelegten Zustand bestimmt, während in der vorgehenden Methode das Ergebnis nicht immer genau ausfällt, da diese Koeffizienten von der Wellenlänge, durch die Art der Stromverteilung längs und kreuzweise zum Leiter, etwas beeinflußt werden können.

Die Messung erfordert folgende Einstellungen:

1. Der Luftkondensator wird so lange mit der Primärspule  $L_1$  im Nebenschluß geändert, bis die Platteneinstellung  $C_1$  die verlangte Wellenlänge  $\lambda$  befriedigt.
2. Auf ähnliche Weise genügt man mittels der Einstellung  $C_2$  und der Sekundärspule  $L_2$  im Nebenfluß der Wellenlänge  $\lambda$ .
3. und 4. Die direkte und indirekte Reihenschaltung

$$L_{x_1} = L_1 + L_2 + 2 M \quad \text{und} \quad L_{x_2} = L_1 + L_2 - 2 M$$

im Nebenschluß zum Luftkondensator erfordern dann die Kapazitätswerte  $C_3$  und  $C_4$ .



Abstimmung für konstante Wellenlänge oder für konstante Kapazität

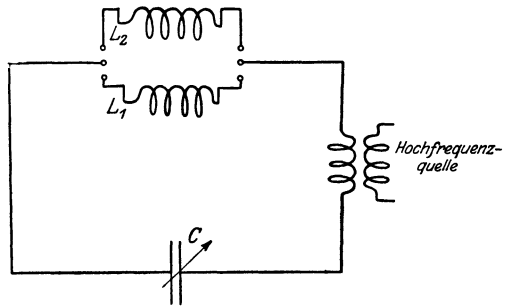


Abb. 95. Konstante Kapazitäts- und Wellenlängenmethode.

Man hat somit<sup>1)</sup>

$$\lambda = k \sqrt{C_1 \cdot L_1} = k \sqrt{C_2 \cdot L_2} = k \sqrt{C_3 \cdot L_{x_1}} = k \sqrt{C_4 \cdot L_{x_2}},$$

d. h.

$$L_1 = \frac{K}{C_1}$$

$$L_2 = \frac{K}{C_2}$$

$$L_1 + L_2 + 2M = \frac{K}{C_3}$$

$$L_1 + L_2 - 2M = \frac{K}{C_4}$$

und

$$\varkappa \% = \frac{C_4 - C_3}{4 C_3 \cdot C_4} \sqrt{C_1 \cdot C_2} \cdot 100 \quad M^H = 7,04 \cdot 10^{-14} \lambda^2 m \frac{C_4^{MF} - C_3^{MF}}{C_3 \cdot C_4}$$

93) Bestimmung der Koeffizienten  $\varkappa$  und  $M$  zwischen einem gewöhnlichen Funkenerreger und einem Resonator. Dieses Verfahren beruht auf der Tatsache, daß bei gewöhnlicher Funkenerregung zwei bestimmte Wellen entstehen. Die Länge  $\lambda_A$  der längeren ist

$$\lambda_A = \lambda \sqrt{1 + \varkappa}$$

und diejenige der kürzeren

$$\lambda_B = \lambda \sqrt{1 - \varkappa},$$

wenn  $\lambda$  die Eigenwellenlänge bedeutet, auf welche jeder Kreis vorher abgestimmt wird. Man hat dann die Lösungen

$$\varkappa \% = \frac{\lambda_A^2 - \lambda_B^2}{\lambda_A^2 + \lambda_B^2} 100 \quad \text{und} \quad M^H = \frac{\lambda_A^2 - \lambda_B^2}{\lambda_A^2 + \lambda_B^2} \sqrt{L_1^H \cdot L_2^H}.$$

Die Längen  $\lambda_A$  und  $\lambda_B$  müssen bei einer sehr losen Wellenmesserkopplung an einem der beiden Kreise abgelesen werden, da anderenfalls Rückwirkungen falsche Ergebnisse liefern.

Beispiel: Ein Spulenabstand von 12,2 cm ergab  $\lambda_A = 377$  m und  $\lambda_B = 285$  m mit einem Koeffizienten  $\varkappa = 27\%$ .

<sup>1)</sup>  $k = 6\pi \cdot 10^8$  für die Einheiten  $m$ ,  $H$  und  $F$ .

## XVI. Bestimmung des wirksamen Widerstandes.

94) **Begriff des wirksamen Widerstands.** Wenn kontinuierliche Gleichströme durch einen Leiter fließen, so ist der Ohmsche Widerstand eine Material- und Dimensionsgröße, während im Bereich der schnellen Schwingungen die Stromverdrängung gegen die Oberfläche des Leiters einen bedeutend höheren Widerstand hervorrufen kann. Zuverlässige Werte können nur dann erhalten werden, wenn ihre Messung unter den tatsächlichen Arbeitsbedingungen angestellt wird<sup>1)</sup>.

Wenn offene Schwingungssysteme oder lange elektrische Leiter vorliegen, so tritt außerdem die Stromverteilung längs des Leiters als eine den wirksamen Widerstand beeinflussende Größe auf. In allen Fällen aber kann der wirksame Widerstand als diejenige Größe aufgefaßt werden, welche, mit dem Quadrat des effektiven Stromes multipliziert, den Leistungsverbrauch im Leiter ergibt. Die Methoden, welche hierauf beruhen, sind immer zuverlässig, da die Verteilungen kreuzweise und längs des Leiters und die Wellenformen und dergleichen dabei nicht auftreten, weil die Summenwirkung aller Zustände berücksichtigt ist.

95) **Methode mittels Sinusschwingungen.** Wenn zum Beispiel der Hochfrequenzwiderstand einer Spule gefunden werden soll, so verbindet man dieselbe über einen Hitzdrahtstrommesser mit den Klemmen eines Kondensators und erregt dieses Resonanzsystem mittels eines gekoppelten Röhrengenerators, worauf man mittels des veränderlichen Kondensators Resonanz (maximaler Strom  $I$ ) herstellt. Man schaltet dann einen bekannten Widerstand  $r$  in Reihe mit der Spule vom Hochfrequenzwiderstand  $r_x$  und mißt den verkleinerten Resonanzstrom  $I_1$ , welcher von derselben induzierten Spannung  $E$  erzeugt wird. Da für beide Fälle

$$E = I r_x = I_1 (r_x + r),$$

---

<sup>1)</sup> Gute Normalwiderstände, für schnelle Schwingungen verwenden platinisierte Quarzfäden, die sehr dünn sein müssen (ungefähr 10 cm lang und 0,01 mm im Durchmesser, 10000 Ohm Normalwiderstand. Man taucht die geradlinigen Fäden in säurefreies Paraffinöl (nach John G. Frayne, Physical Review, März 1921). Der Hochfrequenzwiderstand  $R'$  ist dann praktisch gleich dem Gleichstromwiderstand  $R$ , wie aus Lord Rayleighs Formel

$$R' = R \sqrt{\frac{\omega \mu \pi d^2}{8 \rho}}$$

zu erkennen ist, wo  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Hochfrequenzstromes,  $\mu$  die Permeabilität,  $d$  der Durchmesser und  $\rho$  die Raumwiderstandsfähigkeit ist.



so wird der Hochfrequenzwiderstand

$$r_x = r \cdot \frac{I_1}{I - I_1}.$$

Vorliegende Methode eignet sich gut z. B. zur Bestimmung des wirksamen Widerstandes von Wellenmessern<sup>1)</sup>.

**96) Die Reaktionsmethode.** Ein Röhrengenerator wird benutzt, um in dem geschlossenen Meßkreis, welcher aus der Versuchsspule mit dem Hochfrequenzwiderstand  $r_x$ , einem veränderlichen Kondensator und einem Strommesser besteht, Schwingungen hervorzurufen. Man liest zuerst den Resonanzstrom  $I_r$  für eine Kondensatoreinstellung  $C_r$  ab und dann die Stromstärke  $I$ , die sich ergibt, wenn die Platten desselben etwas verdreht sind und die Kapazität infolgedessen den Wert  $C$  hat. Wenn  $\lambda$  die Resonanzwellenlänge ist, so wird der Hochfrequenzwiderstand

$$r_x = \pm \frac{(C_r^F - C^F) \lambda^m}{C_r \cdot C \cdot 6 \pi \cdot 10^8} \sqrt{\frac{I^2}{I_r^2 - I^2}}.$$

**97) Die gedämpfte Wellenmethode.** Wenn ein Wellenmesser oder irgendein anderer Resonanzkreis mit gedämpften Schwingungen verwendet werden soll, so scheint es zuverlässiger, den Kreiswiderstand für die wirklichen Arbeitsbedingungen zu bestimmen. Die vorliegende Methode eignet sich, wenn das Dekrement des Funkenerrers dasjenige des Meßkreises (selbst wenn Hilfswiderstand in denselben geschaltet ist) bedeutend überwiegt.

Man beobachtet den Resonanzausschlag  $a_r$  des Anzeigers im Wellenmesser, wenn der Funkenerreger sehr lose gekoppelt ist, und den verkleinerten Resonanzanschlag  $a_1$ , wenn ein bekannter Widerstand  $r$  eingeschaltet ist. Der wirksame Widerstand  $r_x$  des Wellenmessers ist dann

$$r_x = r \frac{a_1}{a_r - a_1}.$$

Wenn ein Hitzdraht- oder Thermo-Milliamperemeter mit den entsprechenden Angaben  $I_r$  und  $I_1$  verwendet wird, so bekommt man:

$$r_x = r \frac{I_1^2}{I_r^2 - I_1^2}.$$

Wenn man einen Schleifdrahtwiderstand benutzt und  $I_1 = \frac{I_r}{1,41}$ , d. h.  $a_1 = \frac{a_r}{2}$  macht, wenn der Zusatzwiderstand  $r$  eingeschaltet ist, so ist  $r = r_x = kl$ , wo  $k$  der Widerstand der Längeneinheit und  $l$  die benutzte Länge des Schleifdrahtes bedeutet.

<sup>1)</sup> Bei dieser sowohl als bei den zwei nachfolgenden Methoden muß der Widerstand des Strommessers für kleine Werte von  $r_x$  abgezogen werden, falls nicht ein niederohmiges Thermoamperemeter verwendet wird.

### Die Differentialmethoden für die Bestimmung der Widerstandserhöhung.

98) 1. Mittels des Differentialtransformators. Das in Abb. 96 angegebene Differentialsystem ermöglicht die Bestimmung des wirksamen Widerstandes  $r_x$  von Spulen der Selbstinduktion  $L_x$  und eignet sich auch für kurze Leiter. Das Verfahren dürfte genauer und

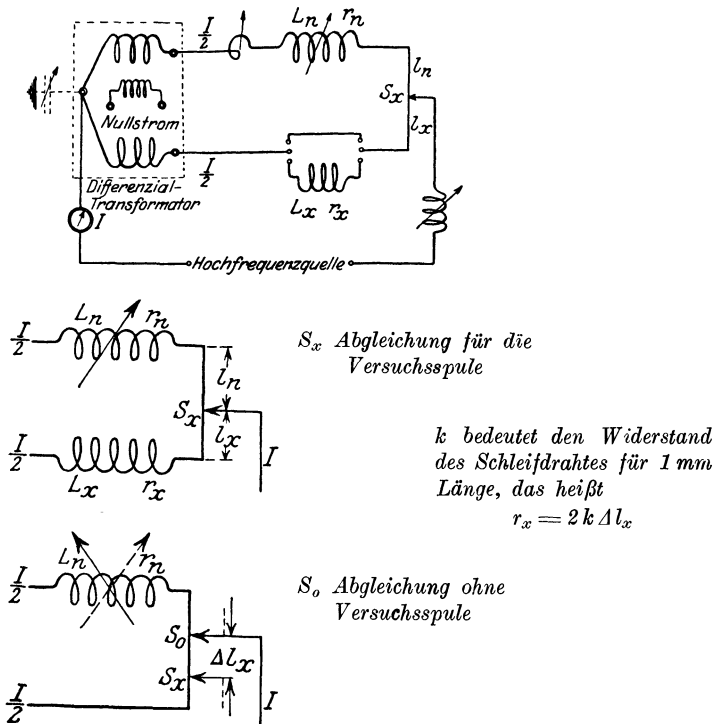


Abb. 96. Die Bestimmung des Skin-Effektes.

rascher durchführbar als die andern Methoden sein. Die Selbstinduktion  $L_x$  wird mittels des Variometers  $L_n$  und des einfachen Ringes abgeglichen, während der Widerstand mittels des Schleifdrahtes der Länge  $l_n + l_x$  kompensiert wird. Beide Einstellungen ergeben merklliche Minimalwirkungen am Nullstromanzeiger, obgleich die endgültige Abgleichung mittels beider Einstellungen ausgeführt werden muß.

Das Verfahren ist folgendes:

Wenn beide Einstellungen mittels des Nullstromzeigers in der Sekundärspule gemacht sind, steht der Schleifkontakt an der Stelle  $S_x$  mit den Schleifdrahtteilen  $kl_n$  und  $kl_x$  in den entsprechenden

Differentialzweigen. Die Größe  $k$  bedeutet den Widerstand für einen Millimeter Länge und  $l_n$  und  $l_x$  die Drahtlängen in mm. Hiernach wird das Prüfstück weggenommen und durch einen Kurzschluß ersetzt. Mittels des Variometers und des Schleifkontaktes stellt man dann eine andere absolute Abgleichung her. Der Schleifkontakt muß dabei um die Strecke  $\Delta l_x$  nach der Stelle  $S_0$  verschoben werden. Der Hochfrequenzwiderstand  $r_x$  des Prüfstückes wird somit

$$r_x^{\Omega} = 2k \cdot \Delta l_x.$$

Wenn  $\bar{r}_x$  den mit einer Wheatstoneschen Brücke gefundenen Gleichstromwiderstand bedeutet, so wird die scheinbare Widerstandserhöhung infolge der Stromverdrängungswirkung<sup>1)</sup>

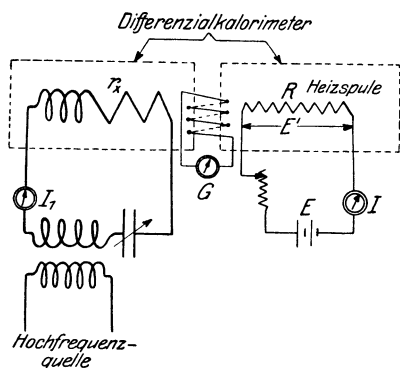


Abb. 97. Bestimmung eines Hochfrequenzwiderstandes.

und der Heizstrom  $I$  im Gleichstromkalorimeter so lange verändert, bis das Galvanometer wieder zur Nullstellung kommt. Wenn alsdann  $I_1$  den Hochfrequenzstrom und  $E I$  die Gleichstromleistung bedeutet, so wird der wirksame Widerstand

$$r_x = \frac{E I}{I_1^2}.$$

**100) Die Substitutionsmethode.** Dieses Verfahren beruht auf zwei Messungen. Zuerst erregt man den geschlossenen Meßkreis, der aus dem Prüfstück ( $r_x$ ,  $L_x$ ), einem Strommesser und einem Kondensator besteht, mittels eines Röhrenschwingungserzeugers und bestimmt den Resonanzstrom  $I_r$  für die gewünschte Frequenz. Hiernach ersetzt man das Prüfstück durch ein Variometer vom wirksamem Widerstand  $r_n$  und einen Schleifdrahtwiderstand  $r$  in Reihe.

<sup>1)</sup> Diese Methode ist ein vorzügliches Hilfsmittel, den Spulenverlust zu bestimmen. (A. Hund, Electrical World, 1915, Abdruck im London Electrician, 1915.)

$$\Delta r_x = r_x - \bar{r}_x.$$

**99) 2. Mittels des Differentialkalorimeters.** Man verwendet hier die bereits erwähnte Tatsache, daß die Proportionalitätskonstante, mit welcher man den Quadratwert des wirksamen Stromes vervielfachen muß, um den Leistungsverlust zu erhalten, der wirksame Widerstand ist.

Das Versuchsobjekt mit dem zu messenden wirksamen Widerstand  $r_x$  wird in das eine Kalorimeter (der Abb. 97) untergetaucht

Man stellt wiederum Resonanz her und schaltet soviel von  $r$  ein, bis derselbe Resonanzstrom  $I_r$  wieder hergestellt ist. Der wirksame Widerstand ist dann

$$r_x = r_n + r.$$

101) Die Differentialmethode zur Ermittlung der Widerstandserhöhung durch einen Eisenkern. Man benutzt hier am besten die umständlichere aber zuverlässigste Methode, bei der das Differentialkalorimeter Abb. 111 auf Seite 171 verwendet wird.

Das Verfahren beruht auf einer weiteren Einstellung, für einen bestimmten Strom  $I_1$  derselben Frequenz bei Gegenwart von Eisen. Dies bedingt natürlich einen größeren Kompensationsstrom  $I'$  im Gleichstromkreise und der wirksame Widerstand  $r_x'$  für die Spule mit Eisen wird

$$r_x' = \frac{E \cdot I'}{I_1^2}$$

und die durch den Eisenkern bedingte Widerstandserhöhung

$$\Delta r = r_x' - r_x = \frac{E}{I_1^2} [I' - I],$$

wenn  $I$  den Gleichstromwert für die Spule ohne Eisen und  $r_x$  den entsprechenden Spulenwiderstand bedeutet.

Die Bestimmung des wirksamen Verlustwiderstandes eines unvollkommenen Kondensators.

102) 1. Die Differentialmethode. Wenn eine Thermokreuzbrücke, wie in Abb. 98, als Nullstromanzeiger benutzt wird, so ist es möglich, nach Abgleichung der Kapazität  $C_x$  mittels des Normalkondensators  $C_n$ , den Verlustwiderstand des unvollkommenen Kondensators zu bestimmen. Dies wird mit dem Schleifdrahtwiderstand  $r$  in der endgültigen Abgleichung erreicht. Die Einstellung von  $r$  mißt dann den gedachten Reihenwiderstand des Prüfkondensators.

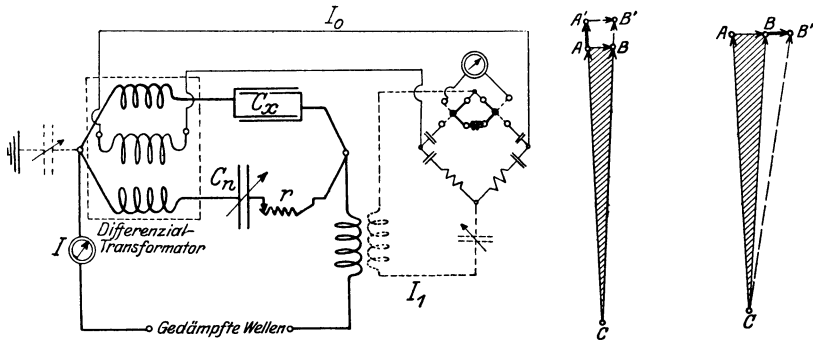


Abb. 98. Bestimmung des Verlustwiderstandes eines Kondensators.

103) 2. Die Substitutionsmethode. Der unvollkommene Kondensator  $C_x$  wird zunächst in Reihe mit einem Variometer und einigen Windungen geschaltet, welche mit einem Röhrenschwingungserzeuger gekoppelt sind. Die Reihenanordnung ist durch ein Milliampere-meter geschlossen (oder einen thermoelektrischen Detektor). Man läßt den Resonanzstrom  $I_r$  ab und ersetzt hiernach das Prüfstück  $C_x$  durch einen Luftkondensator  $C_n$  mit einem Schleifdrahtwiderstand  $r$ .

Mittels des Kondensators<sup>1)</sup> stellt man Resonanz her und schaltet soviel  $r$  vor, bis der ursprüngliche Strom  $I_r$  wieder erreicht ist. Die Größe des vorgeschalteten Widerstandes stellt dann den Verlustwiderstand des unvollkommenen Kondensators dar.

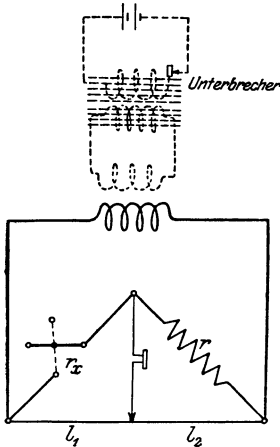


Abb. 99. Brückemethode.

104) Bestimmung des inneren Widerstandes eines Thermoelementes. Die Brückenordnung Abb. 99 wird entweder mittels eines Unterbrecherstromes oder hörbaren Schwingungen einer Vakuumröhre<sup>2)</sup> erregt. Der Schleifkontakt wird dann verschoben, bis das Telefon schweigt und der innere Widerstand  $r_x$  aus der Beziehung

$$r_x = \frac{l_1}{l_2} r$$

berechnet, wo  $l_1$  und  $l_2$  die bezüglichen Längen des homogenen Schleifdrahtes aus Manganin oder Konstanten bedeuten.

## XVII. Die Messung von Hochfrequenzleistungen.

105) Allgemeine Gesichtspunkte. Leistungsmesser der gewöhnlichen Wechselstromtechnik können wegen den ausgeprägten induktiven und kapazitiven Störungen im Bereich der schnellen Schwingungen nicht mit gutem Erfolg benutzt werden. Man bestimmt deshalb die Hochfrequenzenergie entweder mittels eines Hitzdrahtstrommessers und des wirksamen Widerstandes oder mittels Anordnungen, wie sie im nachfolgenden beschrieben sind.

<sup>1)</sup> Die Wellenlängeneinstellung muß notwendigerweise mittels  $C_n$  ausgeführt werden, da eine Einstellung mittels des Variometers den wirksamen Widerstand des letzteren beeinflussen würde.

<sup>2)</sup> Siehe Abb. 15 links auf Seite 18.

106) Die Braunsche Röhre als Leistungsmesser<sup>1)</sup>. Die Braunsche Röhre der zweiten Art (Abb. 100) ergibt für eine konstante Frequenz eine geschlossene<sup>2)</sup> Figur, deren Flächeninhalt der verbrauchten Energie des Prüfstückes proportional ist. Die Spannung wird dem kleineren Quadrantenpaar und der Stromeffekt dem größeren Paar aufgedrückt. Die horizontale Ablenkung des Kathodenfleckes ist deshalb dem Hochfrequenzstrom proportional, während die Span-

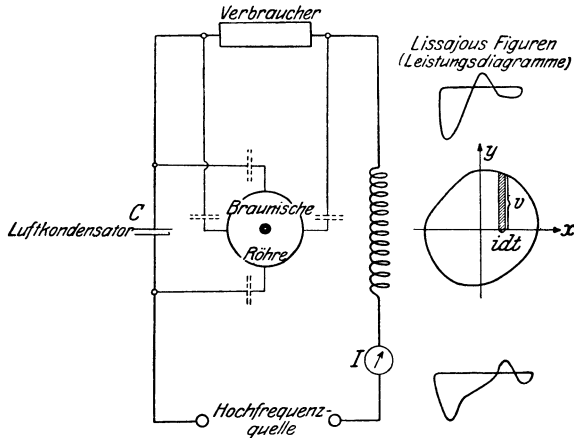


Abb. 100. Das Röhrenwattmeter.

nung des Prüfstückes senkrechte Ablenkungsgeschwindigkeiten erzeugt. Die geschlossene Lissajou-Ryansche Figur hängt somit von dem Produkte der Spannung und des Stromes ab und stellt daher das Leistungsdiagramm dar. Wenn der Kondensator  $C$  für die Stromablenkung und konstante Leistung größer gewählt wird, so verkleinert sich der Flächeninhalt  $F$  im selben Maße. Daß die Fläche  $F$  der mittleren Leistung  $W$  für eine Periode  $T$  entsprechend der Periodenzahl  $f = \frac{1}{T}$  proportional ist, sieht man aus der Ableitung:

$$\left. \begin{aligned} y &= k_1 v \\ dx &= \frac{k_2}{C} i dt \end{aligned} \right\} dF = \frac{k_3}{C} v i dt.$$

<sup>1)</sup> Diese Methode wurde zuerst von Herrn Prof. H. J. Ryan der Stanford Universität für Hochspannungsmessungen vorgeschlagen. Späterhin hat Herr J. P. Minton der General Electric Company in Pittsfield dieselbe auf dielektrische Verlustbestimmungen in Transformatorspulen angewendet.

<sup>2)</sup> Da Phasen- und Amplitudenverschiedenheiten vorliegen.

Wenn man die Beziehungen

$$F = \frac{k_3}{C} \int_0^T v i dt \quad \text{und} \quad W = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt$$

miteinander vergleicht und

$$k = \frac{1}{k_3}, \quad k' = 3 \cdot 10^8 k$$

setzt, so wird die Leistung

$$W^{\text{Watt}} = k f C F = \frac{k' \cdot C^F \cdot F^{\text{qmm}}}{\lambda^m}.$$

Die Konstante  $k$  der Röhre bestimmt man wie folgt. Wenn für einen gewissen Hochfrequenzstrom  $I$  der Flächeninhalt  $F = 50 \text{ mm}^2$ ,  $\lambda = 700 \text{ m}$ ,  $C = 0,002 \text{ MF.}$ , so bestimmt man  $k$  durch eine zusätzliche Messung, für die z. B. 100 Volt zwischen den Spannungsquadranten 1 mm Ablenkung und 30 Volt zwischen den Stromquadranten dieselbe Ablenkung hervorrufen. D. h. 1 qmm Fläche des

Leistungsdiagramms entspricht  $100 \cdot 30 = 3000 \text{ Volt}^2$  und  $k = \frac{3000 \text{ V}^2}{\text{mm}^2}$ .

Der Leistungsaufwand ist deshalb  $W = 3000 \cdot 0,002 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{700} \cdot 50 = 128,5 \text{ Watt}$ .

**107) Die Thermokreuzbrücke als Leistungsmesser.** Die Anordnung Abb. 66 auf Seite 105 kann als Wattmeter benutzt werden, wenn die eine Spannungsklemme direkt mit dem Brückenpunkt  $B$  und die andere durch einen hohen Widerstand mit  $C$  verbunden ist, während die Zweigpunkte  $A$  und  $D$  als Stromklemmen dienen. Die Leistung  $W$  wird dann aus dem Ausdrucke

$$W = \frac{a}{k}$$

berechnet, wenn  $a$  die Ablenkung des Galvanometers in mm und  $k$  die Brückenkonstante in mm per (Ampere)<sup>2</sup> bedeutet. Die Auswertung der letzteren ist ersichtlich, wenn man bedenkt, daß für einen Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  die Ablenkung

$$a = k I i \cos \varphi = k W.$$

Man bestimmt dann die Konstante  $k$  am besten mit zwei bekannten Strömen  $I_1$  und  $I_2$ , die der Brücke durch  $A$  beziehungsweise  $C$  zufließen. Die Ablenkung wird dann

$$a = k I_1 I_2$$

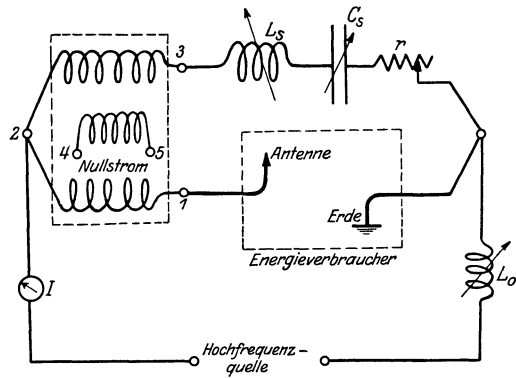
und die Konstante

$$k = \frac{a}{I_1 I_2}.$$

**108) Differentialtransformator als Hochfrequenzwattmeter.** Der Verbraucher wird in den einen Zweig des Differentialsystems der Abb. 101 eingeschaltet und dessen Wirkungen mittels des Variometers  $L_s$ , des veränderlichen Luftkondensators  $C_s$  und des reinen Widerstandes  $r$  im andern Zweige abgeglichen. Wenn der Stromeffekt in der Sekundärspule des Transformators verschwindet, so ist die verbrauchte Leistung  $W$  aus dem Ausdrucke

$$W = \left[ \frac{I^2}{4} \right] r$$

berechenbar, wenn  $I$  den mit einem Hitzdrahtinstrumente im Hauptzweige gemessenen Strom bedeutet. Wenn sehr kleine Verluste gemessen werden sollen, so muß der Widerstand des Variometers berücksichtigt werden. Für die Bestimmung großer Antennenenergien verwendet man einen äußerst einfachen Differentialtransformator. Die zwei primären



$$\text{Antennenenergie} = \left[ \frac{I}{2} \right]^2 \cdot r$$



Abb. 101. Differentialmethode.

Windungen bestehen dann aus einer offenen Schleife 1—2—3, welche von einem Kupferzylinder gebildet ist. Die Bögen 1—2 und 3—2 sind symmetrisch mit Bezug auf den offenen Kupferring 4—5 angeordnet. Der letztere Ring besteht aus ideal verdrehten Drähtchen und bildet die Sekundärspule des Transformators.

**Bestimmung dielektrischer Verluste.**

**109) A.** Für den Fall von ungedämpften (Sinus-)Wellen. Das eine Verfahren beruht auf der Verwendung der Braunschen Röhre in der Anordnung Abb. 100. Die Selbstinduktion wird hierbei weggelassen und der Verlustkondensator bildet den Verbraucher. Der Flächeninhalt  $F$  des vom Kathodenfleck beschriebenen Diagramms ist dann dem dielektrischen Verluste proportional, da die vertikale Ablenkung

$$y = k_1 V_{\max} \sin \omega t$$

und die momentane Horizontalablenkung

$$x = k_2 I_{\max} \cos(\omega t + \Theta),$$



weil der momentane Kondensatorstrom<sup>1)</sup>

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \Theta)$$

der Kondensator-EMK um 90 Zeitgrade voreilt. Der Winkel  $\Theta$  bedeutet die Voreilung des Stromes im Versuchskondensator gegen dessen Klemmenspannung. Der Flächeninhalt der Ellipse wird dann

$$\begin{aligned} F &= \int y \, dx = \int [k_1 V_{\max} \sin \omega t] [-k_2 \omega I_{\max} \sin(\omega t + \Theta) dt] \\ &= -\pi k_1 k_2 V_{\max} I_{\max} \cos \Theta = KW, \end{aligned}$$

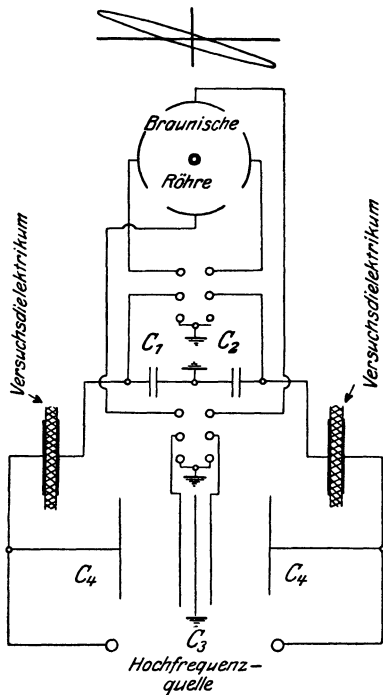


Abb. 102.

Dielektrische Verlustbestimmung  
mittels einer Braunschens Röhre.

das heißt, proportional zum dielektrischen Verluste  $W$ , da  $K$  die Konstante der Anordnung ist. Dieselbe wird auf dieselbe Weise bestimmt wie auf S.152 angegeben ist. Die Anordnung Abb. 102 dürfte zweckmäßiger sein, da Symmetrie vorherrscht und günstigere Spannungsänderungen zwischen den Spannungsquadranten der Röhre erzielt werden können. Dies wird dadurch erreicht, daß man die den Versuchsdielektrika aufgedrückte Spannung zur gleichen Zeit auch an den veränderlichen Kondensator  $C_4 - C_4$  legt. Dieser Kondensator besteht aus hohlen Zylindern mit abgerundeten Endkappen. Ungefähr 6 Röhren dieser Art sind mittels Kupferstangen miteinander verbunden und hängen an Isolatoren. Die inneren Pole, welche den Kondensator  $C_3$  bilden, sind ebenfalls an Hängeisolatoren befestigt und der mittlere Teil ist geerdet. Die Luftkondensatoren haben ungefähr 0,01 MF. Kapazität.

Eine andere Methode<sup>2)</sup> verwendet die Differentialschaltung Abb. 103, mittels deren ein Kondensator mit dem Versuchsdielektrikum mit einem Luftkondensator  $C_n$  und einem Normalwiderstand  $r_n$  verglichen wird. Der unvollkommene Kondensator kann dann entweder

<sup>1)</sup> Durch den Luftkondensator.

<sup>2)</sup> Näheres siehe: A. Hund, Jahrb. d. drahtl. T., 1915.

als ein idealer Kondensator mit einem Reihenwiderstand  $\rho$  oder ein solcher mit einem Parallelwiderstand  $r$  aufgefaßt werden, solange nur die Verluste in Betracht kommen, da es hierbei belanglos ist, wenn die Kapazitäten der bezüglichen Idealkondensatoren etwas verschiedene Werte haben. Der dielektrische Verlust ist dann aus dem Ausdrücke

$$W = \left[ \frac{I}{2} \right]^2 r_n$$

berechenbar.

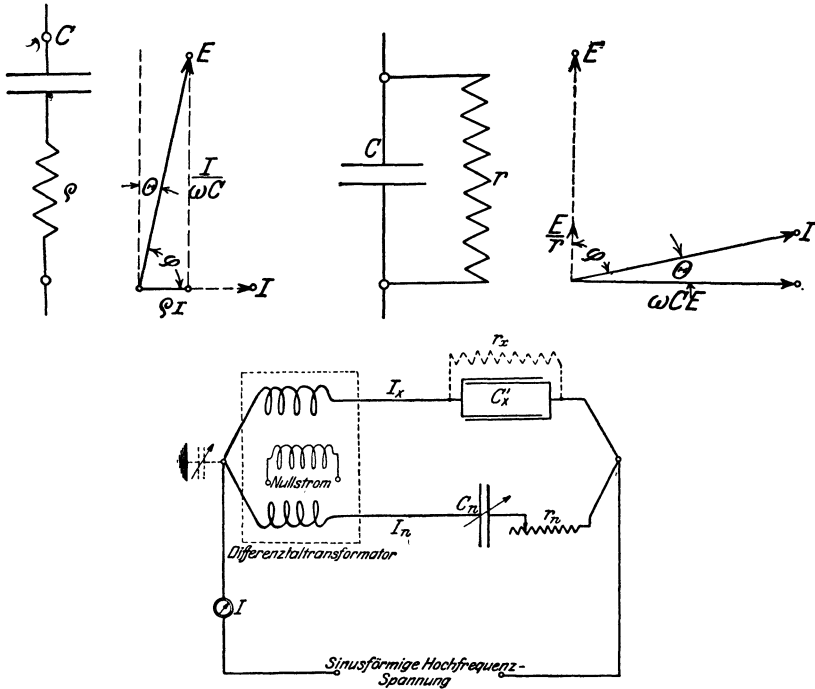


Abb. 103. Die Verlustbestimmung eines Kondensators.

Der Ausdruck

$$W = \frac{r_n (\omega C_n)^2}{1 + r_n^2 \omega^2 C_n^2} E^2$$

ist ein Hilfsmittel, den dielektrischen Verlust  $W$  in Abhängigkeit von der aufgedrückten Spannung  $E$  zu untersuchen. Die letztere kann aus dem Zweigstrom  $\frac{I}{2}$  berechnet werden. Wenn der Verlust in Abhängigkeit von der Kapazität  $C'_x$  gefunden werden soll, so benutzt man die Formel

$$W = r_n \omega^2 C_n C'_x E^2.$$

110) B. Für den Fall von gedämpften Wellen. Die Anordnung Abb. 98 auf S. 149 gleicht die Wirkungen des unvollkommenen Kondensators  $C_x$  mittels des Luftkondensators  $C_n$  und des Schleifdrahtwiderstandes  $r$  aus. Wenn für einen Nullstrom im Detektor der Thermokreuzbrücke das Hitzdrahtinstrument im Hauptzweige des Differentialsystems den Wert  $I$  anzeigt, so wird der dielektrische Verlust

$$W = \left[ \frac{I}{2} \right]^2 \cdot r.$$

Eine Messung ergab z. B.  $\frac{I}{2} = 0,0045$  Ampere;  $C_x = C_n = 0,00192$  MF.,  $\lambda = 320$  m;  $r = 0,255$  Ohm;  $W = 0,0045^2 \cdot 0,255 = 5,2 \cdot 10^{-5}$  Watt.

Die Phasenverschiebung des Nullstroms gegen den Hauptstrom hängt davon ab, in welcher Weise die Einstellung der Kapazität und des Widerstandes von der exakten Abgleichung abweicht. Maßgebend hierfür ist der Differenzstrom, den man durch Superposition der beiden Differentialströme entstanden und den Nullstrom induzierend zu denken hat. Seine Phase ergibt sich durch die Betrachtungen der Vektorendiagramme.  $AB$  stellt die Watt- und  $AC$  die wattlose Komponente dar, welche immer sehr groß ist.  $BC$  ist der Vektor des resultierenden Stromes. Wenn man z. B. in dem linken Diagramm annimmt, daß die Widerstände genau aufeinander abgeglichen und die Stromphasen etwas ungleich sind, so muß man die wattlose Komponente um die Länge  $AA'$  ändern.  $BB'$  stellt dann die Stromdifferenz im resultierenden Strome dar, welche praktisch gleich und parallel  $AA'$  ist. Nehmen wir andererseits an, daß die Kapazitäten der beiden Differentialzweige genau gleich sind, dagegen die Widerstandsabgleichung etwas unvollkommen, so geht das Stromdreieck des rechten Vektorendiagramms über in  $AB'C$ . Man sieht, daß in beiden Fällen Ströme in der Sekundärspule des Differentialtransformators induziert werden, die praktisch 90 Zeitgrade gegeneinander verschoben sind. Man kann deshalb durch geeignete Wahl der Hauptstromphase eine Abgleichung erhalten, die entweder nur auf die Verlust- oder nur auf die Kapazitätseinstellung anspricht.

## XVIII. Bestimmung des Dekrements, des Leistungsfaktors, der Phasenverschiebung und der Resonanzschärfe.

111) Begriff des logarithmischen Dekrements und Formeln für dasselbe. Die nacheinanderfolgenden Maximalamplituden derselben Polarität nehmen (oder haben die Neigung abzunehmen) entweder gemäß eines geradlinigen, logarithmischen oder einem andern Gesetze ab. Wenn z. B. ausgeprägte Funkendämpfung vorliegt, so kann man von einem linearen Dekrement

$$d = \frac{I_1 - I_3}{I_1}$$

sprechen, wenn  $I_1$  und  $I_3$  zwei sich einanderfolgende Maximalwerte in derselben Richtung bedeuten. Für die richtig gewählten Funkenschwingungen hat man mit dem logarithmischen Dekrement

$$\begin{aligned} \sigma &= \log \varepsilon \frac{I_1}{I_3} \\ &= 2,306\,26 \log 10 \frac{I_1}{I_3} \end{aligned}$$

zu rechnen, d. h. mit dem Unterschiede zweier einanderfolgenden gleichpoligen Amplituden, wenn dieselben an einem logarithmischen Maßstab abgelesen werden. Man kann natürlich irgendzwei Momentanwerte benutzen, die 360 Zeitgrade in der Phase auseinanderliegen, d. h. z. B.,

$$\begin{aligned} \frac{i_t}{i_{t+T}} &= \frac{I_0 \varepsilon^{-\frac{r}{2L}t} \sin \omega t}{I_0 \varepsilon^{-\frac{r}{2L}(t+T)} \sin \omega t} \\ \log \varepsilon \frac{i_t}{i_{t+T}} &= \frac{r}{2L} T = \delta \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \delta &= \pi r^\Omega \sqrt{\frac{C^F}{L^H}} \\ &= 5920 \frac{r^\Omega \cdot C^{MF}}{\lambda^m}. \end{aligned}$$

Da für eine volle Schwingung

$$\frac{\text{Joulescher Wärmeverlust}}{\text{Magnetische Feld Energie}} = \frac{\frac{1}{2} I_0^2 r T}{\frac{1}{2} I_0^2 L} = 2 \left[ \frac{r}{2L} T \right] = 2 \delta,$$

so sieht man, daß dieser Bruch das Zweifache des logarithmischen Dekrements ergibt. Für ungedämpfte Wellen wird dieses Abklingen

durch eine entsprechende Zunahme kompensiert und man kann deshalb den Verlust mittels des Leistungsfaktoren oder des Dekrements berechnen. Gekoppelte Kreise (wenn von freien Funkenschwingungen der gewöhnlichen Art erregt) ergeben zwei verschiedene Dekremente. Richtig gewählte Stoßerregung und ungedämpfte Wellen erzeugen im Resonator Ströme, welche nur von den wirksamen Konstanten dieses Kreises abhängen. Die Weite der Resonanzkurve wird deshalb nur durch die Resonatorverluste bestimmt.

Dekremente von Einzelapparaten, wie z. B. die des unvollkommenen Kondensators, werden am genauesten mittels der Differential- oder der Substitutionsmethode bestimmt. Die Dekrementsbestimmungen, welche auf der Aufnahme der Resonanzkurve beruhen, sind nur dann am Platz, wenn Kreisverluste studiert werden sollen. Da für den Durchschnittsingenieur der Leistungsfaktor<sup>1)</sup> und für den Hochfrequenzphysiker der älteren Schule das Dekrement eine bekannte Größe ist, so sind hier die Übergangsformeln

$$\delta = \pi r^2 \sqrt{\frac{C^F}{L^H}} = \pi \frac{r}{\omega L} = \pi r \omega C \cong \pi \varphi = \pi \cos \Theta$$

oder

$$\text{Leistungsfaktor} = \frac{\text{Logarithmisches Dekrement}}{\pi}$$

angegeben. Der Winkel  $\varphi$  bedeutet den Phasenunterschied ( $= 90 - \Theta$ ) wo  $\Theta$  gleich dem Zeitwinkel zwischen der treibenden EMK und dem Strome, d. h.  $\cos \Theta = \sin \varphi \cong \varphi$ , da  $\varphi$  gewöhnlich sehr klein ist.

**112) Der Röhrenschwingungserzeuger für die Bestimmung des logarithmischen Dekrements eines Resonators.** Der Resonator, welcher aus einem Kondensator  $C$  und einer Spule  $L$  besteht, wird durch einen gekoppelten Röhrenoszillator erregt und die Resonanzablenkung  $\alpha_r$  mittels eines lose gekoppelten Thermokreuzsystems (ungefähr zwei Windungen mit dem einen Element des Kreuzes verbunden und das andere Element durch ein niederohmsches Galvanometer geschlossen) abgelesen. Sie entspreche einer Kondensatorstellung  $C_r$ . Die Kondensatorplatten werden dann etwas nach links und dann etwas nach rechts verdreht, so daß die Einstellungen  $C_1$  und  $C_2$  gerade die halbe Ablenkung  $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha_r}{2}$  ergeben. Das logarithmische Dekrement ist dann

$$\delta = \frac{\pi C_2 - C_1}{2 C_r}$$

<sup>1)</sup> Der Leistungsfaktor scheint nur dann einen Vorteil zu bieten, wenn ungedämpfte Schwingungen vorliegen.

**113) Die Bestimmung des Dekrements und des Leistungsfaktors eines Wellenmessers.** Das Verfahren kommt wiederum darauf hinaus, daß ein Röhrenoszillator ungedämpfte Wellen induziert und die Resonanzbedingung in diesem Falle mittels des Milliampereometers des Wellenmessers durch die maximale Stromstärke  $I_r$  entsprechend der Welleneinstellung  $\lambda_r$  beobachtet wird. Der Wellenmesser wird dann etwas nach links und dann nach rechts verdreht und zwar so, daß die entsprechenden Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  die Ablesung  $\frac{I_r}{1,41}$  ergeben. Das Dekrement des Wellenmessers wird dann aus dem Ausdrucke

$$\delta = \pi \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_r}$$

berechnet.

Der Leistungsfaktor  $\cos \Theta$  ist

$$\cos \Theta = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_r}.$$

**114) Die Methode mit gedämpften Wellen.** Man koppelt in diesem Falle den Funkenerreger sehr lose mit dem Wellenmesser und verfährt in derselben Weise wie bei der letzten Methode. Da die Resonanzkurve jetzt vom Oszillatordecrement  $\delta_0$  und demjenigen des Wellenmessers abhängt, so hat man

$$\delta = \delta_w + \delta_0 = \pi \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_r}.$$

Hiernach schaltet man in den Wellenmesserkreis einen bekannten Widerstand  $r$  (ungefähr 10 Ohm) ein. Die Zunahme  $\Delta \delta$  des Wellenmesserdecrements wird aus dem Ausdrucke

$$\Delta \delta = 5920 \frac{C_r^{\text{MF}} \cdot r^{\Omega}}{\lambda_r^{\text{m}}}$$

berechnet, wenn  $C_r$  die Resonanzeinstellung des Wellenmessercondensators ist. Wenn  $I_r$  den Resonanzstrom des Wellenmessers ohne den Zusatzwiderstand  $r$  und  $I_1$  derjenige ist, wenn sich  $r$  im Kreise befindet, so ergibt sich das Dekrement  $\delta_w$  des Wellenmessers zu

$$\delta_w = \frac{\Delta \delta}{\left[ \frac{I_r}{I_1} \right]^2 \frac{\delta}{\delta + \Delta \delta} - 1}.$$

Beispiel: Für  $\lambda_r = 390 \text{ m}$  und  $I_1 = I_2 = \frac{I_r}{\sqrt{2}}$  erhielt man  $\lambda_1 = 346 \text{ m}$  und  $\lambda_2 = 445 \text{ m}$ . Der Einschaltwiderstand  $r = 10^{\Omega}$  verkleinerte

den Resonanzanschlag  $a_r = 0,8$  auf  $a_1 = 0,3$ ; hieraus:  $\frac{a_r}{a_1} = \left[ \frac{I_r}{I_1} \right]^2$  und  $\delta_w + \delta_0 = 0,796$ ;  $\Delta \delta = 0,0591$ , da für  $\lambda_r = 390$  m,  $C_r = 0,000389$  MF.;  $\delta_w = 0,0399$ ;  $\delta_0 = 0,7561$ .

**115) Die Thermokreuzbrückenmethode.** Die Resonanzkurve dieser Methode beruht auf der Gleichung

$$\int_0^{\infty} i_1 \cdot i_2 \cdot dt = \text{Funktion}(\lambda)$$

und Resonanz findet praktisch für die Bedingung

$$\int_0^{\infty} i_1 \cdot i_2 \cdot dt = 0$$

statt, da dann die zwei Ströme  $i_1$  und  $i_2$  um ungefähr 90 Zeitgrade in der Phase verschoben sind, wie aus Abb. 78 auf Seite 121 zu entnehmen ist. Diese Methode ist deshalb eine Nullstrom- anstatt eine Maximalmethode und hängt daher nicht von Stromschwankungen ab, wie im Falle des Bjerknesischen Verfahrens, wo  $\int_0^{\infty} i_2^2 dt$  ein Maximum werden muß. Wenn die Kopplungswindungen klein gehalten werden, so haben die bezüglichen Sekundärströme  $i_1'$  und  $i_2'$  praktisch denselben Phasenunterschied wie die Primärerregungen  $i_1$  und  $i_2$  und die Galvanometerablenkung  $a$  wird

$$a = k \int_0^{\infty} i_1' i_2' dt.$$

Die Summe der Dekremente ist dann durch die Beziehungen:

$$\begin{aligned} d_1 + d_2 &= \pi \frac{C_1 - C_r}{C_1} \\ &= \pi \frac{C_r - C_2}{C_2} \\ &= 2\pi \frac{\lambda_1 - \lambda_r}{\lambda_1} \\ &= 2\pi \frac{\lambda_r - \lambda_2}{\lambda_2} \end{aligned}$$

gegeben, wenn  $\lambda_r$  und  $C_r$  bei der Resonanzeinstellung des Kreises 2,  $\lambda_1$  und  $C_1$  bei der positiven maximalen und  $\lambda_2$  bzw.  $C_2$  bei der negativen maximalen Galvanometerablenkung  $a$  abgelesen würden.

Wenn die maximalen Kurventeile zu flach ausfallen sollten, so kann man die Formel

$$\begin{aligned} d_1 + d_2 &= \pi \sqrt{\frac{C_x - C_r}{C_x} \cdot \frac{C_y - C_r}{C_y}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_x - \lambda_r}{\lambda_x} \cdot \frac{\lambda_y - \lambda_r}{\lambda_y}} \end{aligned}$$

benutzen, wo  $C_x$  und  $C_y$  bzw.  $\lambda_x$  und  $\lambda_y$  aus den Schnittpunkten der Resonanzkurve mit irgendeiner parallelen Linie zur Abszissenachse, wie in der Abbildung angedeutet, gefunden werden. Für solche Fälle empfiehlt es sich die Galvanometerablenkungen statt der Wellenlängen aufzutragen.

**116) Die Dreithermokreuzmethode.** Die in Abb. 79 auf Seite 122 angegebene Schaltung führt zu denselben Ergebnissen wie das letzte Verfahren, da die Wirkungen von I und II sich addieren und der Effekt von Element III negativ ist.

**117) Die maximale und effektive Spannungsmethode.** Man bestimmt die maximale Kondensatorspannung  $E_0$  mittels einer gut evakuierten Dreielementröhre (siehe Abb. 74 auf Seite 115) und den Effektivwert  $E$  mittels eines elektrostatischen Voltmeters, dessen Nadel mit einem Quadrantenpaar verbunden ist (Anziehung zwischen den beweglichen und ruhenden Platten hängt von dem Quadrat der angelegten Spannung ab). Die Wellengruppenfrequenz  $N$  und die Frequenz  $f$  der gedämpften Schwingung wird in der üblichen Weise gefunden. Das logarithmische Dekrement  $\delta$  der Schwingung wird dann aus der Beziehung

$$\delta = \left[ \frac{E_0}{E} \right]^2 \frac{N}{4f}$$

berechnet.

**118) Die Bestimmung der Dekremente von überlagerten Wellen.** Wenn eine gewöhnliche Funkenerregung einen Resonator erregt, so erhält man Schwebungen im resultierenden Strom jedes Kreises, da zwei bestimmte Wellen  $\lambda_A$  und  $\lambda_B$  mit verschiedenen Dekrementen  $\delta_A$  und  $\delta_B$  infolge der Rückwirkung auftreten<sup>1)</sup>. Die Theorie zeigt, daß das logarithmische Dekrement der längeren Welle kleiner ist als das der andern und das für sehr lose Kopplung

$$\delta_A + \delta_B \cong \delta_1 + \delta_2,$$

da die Resonanzkurve nur ein bestimmtes Maximum hat und dann nur die Eigendekremente  $\delta_1$  und  $\delta_2$  in Betracht kommen.

Wenn aber eine gewisse Kopplung  $\kappa$  vorliegt, so ist

$$\delta_A = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2\sqrt{1 + \kappa}},$$

$$\delta_B = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2\sqrt{1 - \kappa}}.$$

<sup>1)</sup> Siehe Tabelle VIII S. 262.



Man bestimmt dann  $\delta_1 + \delta_2$  für eine sehr lose Kopplung aus der Weite der Resonanzkurve und  $\kappa$  mittels der Komponentwellen  $\lambda_A$  und  $\lambda_B$  und der Eigenwellenlänge  $\lambda$ , wenn beide Kreise bei sehr loser Kopplung abgestimmt sind.

119) Die Differentialmethode für die Bestimmung des Dekrements von Einzelapparaten. Wenn z. B. das logarithmische Dekrement eines unvollkommenen Kondensators bestimmt werden soll, so bildet das Differentialsystem Abb. 98 auf Seite 149 eine gute Anordnung, wenn die Thermokreuzbrücke benutzt wird. Dieser Nullstromanzeiger erlaubt eine genaue Verlusteinstellung des dielektrischen Widerstandes  $r$ , wie auf Seite 156 erläutert ist. Wenn  $C_n$  und  $r$  die für eine Wellenlänge  $\lambda$  gemessenen Werte sind, so berechnet sich das logarithmische Dekrement  $\delta$  aus der Beziehung

$$\delta = 5920 \frac{C_n^{\text{MF.}} \cdot r^{\text{Ohm}}}{\lambda^{\text{m}}}.$$

Beispiel: Für ein abgeglichenes Differentialsystem war für einen Kondensatorstrom  $\frac{I}{2} = 0,0045$  Ampere und  $\lambda = 390$  m,  $C_n = 0,00192$  MF. und  $r = 0,31$  Ohm. Das Dekrement wird dann

$$\delta = 5920 \frac{0,00192 \times 0,31}{390} = 0,00914.$$

120) Die Substitutionsmethode. Das in Abb. 104 angegebene Verfahren vergleicht die Wirkung eines unvollkommenen Kondensators  $C_x$  mit derjenigen eines Luftkondensators  $C_n$  in Reihe mit einem Schleifdrahtwiderstand  $r$ . Dabei kann ein Röhrenoszillator oder irgendeine gedämpfte Wellenerregung benutzt werden.

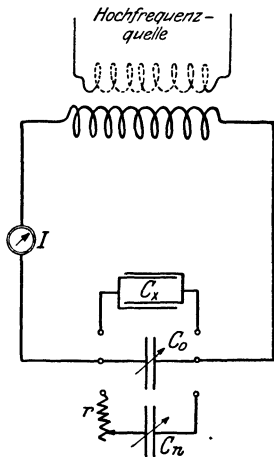


Abb. 104. Bestimmung des Dekrements infolge von Kondensatorverlusten.

1. Zunächst schaltet man das Prüfstück  $C_x$  in den Meßkreis und erzeugt Resonanz mittels der Einstellung  $(C_0 + C_x)$ , wo  $C_0$  ein anderer veränderlicher Luftkondensator bedeutet. Der Resonanzstrom des Hitzdrahtmessers sei  $I$ ;

2.  $C_x$  wird dann durch den Luftkondensator  $C_n$  mit dem Reihenwiderstand  $r$  ersetzt und Resonanz mittels  $C_n$ , d. h.  $(C_0 + C_n)$ , hergestellt. Der ursprüngliche Resonanzstrom  $I$  wird dann durch Vorschalten eines passenden Wertes von  $r$  eingestellt. Das Dekrement des unvollkommenen Kondensators  $C_x$  ist dann aus

$$\delta = 5920 \frac{C_n^{\text{MF}} \cdot r^{\text{Ohm}}}{\lambda^m}$$

oder

$$\delta = 6,578 \times 10^{-3} \frac{C_n^{\text{cm}} r^{\text{Ohm}}}{\lambda^m}$$

berechenbar.

**121) Die Braunsche Röhre als Leistungsfaktormesser.** Wie in Abb. 105 angedeutet ist, kann der Flächeninhalt der  $V-I$ -Kurve eines von Hochfrequenzstrom durchflossenen Apparates<sup>1)</sup> durch die Beziehung

$$A_\theta = \int_0^{2\pi} y \cdot dx = \text{konst. } V \cdot I \cdot \cos \theta$$

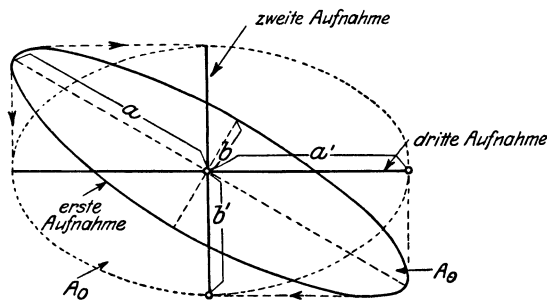


Abb. 105. Leistungsellipsen.

dargestellt werden. Man hat also für einen Sinusstrom eine geneigte Ellipse. Wenn der Leistungsfaktor  $\cos \theta = 1$ , so hat die Ellipse die gestrichelte Form, d. h.

$$A_0 = \text{konst. } V \cdot I.$$

Wenn  $a'$  und  $b'$  die Hauptachsen der Resonanzellipse und  $a$  und  $b$  diejenigen für eine Phasenverschiebung  $\theta$  zwischen  $V$  und  $I$  sind, so hat man

$$\cos \theta = \frac{A_\theta}{A_0} = \frac{a \cdot b}{a' \cdot b'}.$$

Die Meßmethode erfordert daher drei photographische Aufnahmen:

1. Die geneigte Ellipse wird photographiert, wenn  $V$  und  $I$  auf die Braunsche Röhre einwirken.

<sup>1)</sup> Dies ist z. B. in Abb. 102 auf Seite 154 für symmetrisch angebrachte Kondensatoren mit Verlusten ausgeführt.

2. und 3. Ein Quadrantenpaar allein wird während der betreffenden Aufnahmen erregt ( $2 a'$  oder  $2 b'$  wird photographiert). Hiernach werden die Achsen  $a$  und  $b$  konstruiert und die betreffenden Längen abgemessen.

**122) Bestimmung des Leistungsfaktors eines Resonators mittels eines Röhrenschwingungserzeugers.** Man erregt den Resonator mittels eines gekoppelten Röhrenoszillators und vermerkt die Resonanzeinstellung  $C_r$ . Hiernach verdreht man den Kondensator etwas nach links und dann nach rechts, bis für die Einstellungen  $C_1$  und  $C_2$  der Resonatorstrom nur  $\frac{I}{1,41}$  ist. Der Leistungsfaktor des Resonators ist dann

$$\cos \Theta = \frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2}.$$

Da die Einfügung eines Hitzdrahtinstrumentes den Leistungsfaktor vergrößern kann, so ist es bisweilen besser, die entsprechenden Anschläge  $a_r$  und  $\frac{a_r}{2}$  eines lose gekoppelten Thermoindikators zu benutzen.

**123) Die Bestimmung der Resonanzschärfe<sup>1)</sup>.** Diese beruht entweder auf der Bestimmung des Leistungsfaktors oder des logarithmischen Dekrements. Die Resonanzschärfe  $S$  wird dann aus den Formeln

$$S = \frac{\pi}{\delta} = \frac{1}{\cos \Theta}$$

berechnet.

**124) Die Thermokreuzbrücke als Phasenmesser.** Wenn in dem System Abb. 66 auf Seite 105 zwei Sinusströme  $I$  und  $i$  fließen, so wird der Ausschlag  $a$  des Galvanometers

$$a = k \cdot I \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Die Methode besteht darin, daß man zunächst zwei gleichphasige Ströme  $I_1$  und  $i$  durch die entsprechenden Klemmen  $AD$  und  $BC$  zuführt. Die Ablenkung  $a_1$  ist dann

$$\begin{aligned} a_1 &= k \cdot I_1 \cdot i \cdot \cos 0 \\ &= k_1 \cdot I_1. \end{aligned}$$

---

<sup>1)</sup> Herr Dr. J. H. Dellinger des „Bureau of Standards“ hat den Fall der Resonanzschärfe in I. R. E., Februar 1919, eingehend behandelt.

Hiernach wird der eigentliche Strom  $I_2$  an Stelle von  $I_1$  benutzt, wobei sich die Ablenkung

$$\begin{aligned} a_2 &= k \cdot I_2 \cdot i \cdot \cos \varphi \\ &= k_2 \cdot I_2 \end{aligned}$$

ergibt.

Das Verhältnis

$$\cos \varphi = \frac{k_2}{k_1}$$

ermöglicht dann die Bestimmung des Phasenwinkels  $\varphi$ , da ja  $k_1 = \frac{a_1}{I_1}$  und  $k_2 = \frac{a_2}{I_2}$ . Wenn  $i$  den Voltmeterstrom bedeutet und  $I_2$  denjenigen eines Apparates, so mißt  $\frac{k_2}{k_1}$  den Leistungsfaktor des Apparats.

Beispiel:  $I_1 = 0,25^A$  ergab eine Ablenkung  $a_1 = 75$  mm und  
 $I_2 = 0,1^A$  " " "  $a_2 = 26,5$  mm.

Man hat dann  $k_1 = \frac{75}{0,25} = 300$  und  $k_2 = \frac{26,5}{0,1} = 265$ , woraus sich der entsprechende Leistungsfaktor  $\cos \varphi = \frac{265}{300} = 0,8825$ , und der Phasenwinkel  $\varphi = 28^\circ 3' 20''$  ergibt.

## XIX. Messungen an Lichtbogengeneratoren.

125) Stroboskopische Methode für das Studium von Lichtbogenschwingungen. In der Anordnung Abb. 84 auf Seite 129 wird eine Geißlersche Röhre längs eines Radius einer schwarzen Scheibe angebracht und durch Vermittlung von Schleifringkontakten von dem Lichtbogenkreise erregt.

1. Wenn ein konzentrischer Ring bei rascher Umdrehung der Scheibe erscheint, so hat man kontinuierliche Schwingungen.

2. Wenn ein scheinbarer stillstehender Stern sichtbar ist, so hat man gedämpfte Wellenzüge.

Um zu erkennen, ob die Schwingungen in einem gekoppelten Resonanzkreise kontinuierlich oder unterbrochene Schwingungen sind, ordnet man zwei unabhängige Geißlerröhren längs eines Radius an und erregt die eine mit dem Lichtbogen und die andere mit dem gekoppelten Resonator.

### 126) Studium von Schwingungen mittels der Braunschen Röhre.

Die in Abb. 106 angegebene Anordnung wurde von K. Vollmer<sup>1)</sup> zuerst benutzt, um die Abhängigkeit der Wellenlängen von der Lichtbogenspannung zu studieren. Hierbei wird eine Röhre der dritten Art verwendet und der sekundäre Kreis lose mit dem primären Lichtbogensystem gekoppelt. Die Lichtbogenspannung wird an die Ablenkungsspulen der Braunschen Röhre, die Klemmenspannung des Sekundärkondensators  $C_2$  an Ablenkungsquadranten gelegt. Wenn die Lichtbogenspannung nicht an die Röhre angelegt wäre, so

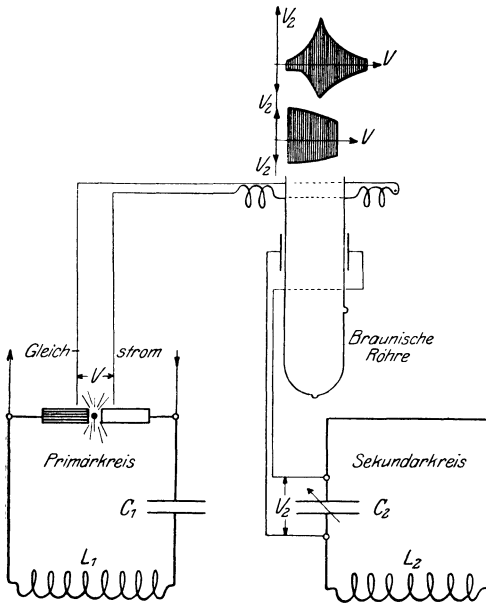


Abb. 106. Einfluß der Lichtbogenspannung auf die Periodenzahl.

würde der Kathodenfleck sich proportional mit dem elektrostatischen Felde und somit proportional mit der Klemmenspannung von  $C_2$  verschieben. Die Länge der leuchtenden Linie hängt von der Resonanzschärfe und dem Dekrement des Sekundärkreises ab. Wenn aber die Lichtbogenspannung gleichzeitig wirkt und dieselbe keinen Einfluß auf die Wellenlänge hätte, so würde sich die leuchtende Linie parallel mit sich selbst verschieben und gemäß der Selbstinduktion und Kapazität eine rechteckige Figur am Schirme beschreiben. Wenn jedoch, wie in Wirklichkeit, die

Wellenlänge von der Bogenspannung beeinflusst wird, so verliert das Resonatorsystem zu gewissen Zeiten seine Resonanzfähigkeit und die vertikalen Ablenkungen nehmen, wie in der Abbildung, mehr oder weniger ab.

**127) Aufnahme der dynamischen Lichtbogencharakteristik (Bogenhysterisis).** Die Anordnung Abb. 107 zeigt den Meßkreis. Die Quadraturablenkungen sind den Momentanwerten der Lichtbogenspannung und dem Strome proportional.

<sup>1)</sup> K. Vollmer, Jahrbuch der drahtl. usw. 3, 1909, S. 123.

Die Charakteristik zur linken Seite entspricht einer Lichtbogenschwingung der ersten Art, die mittlere einer der zweiten Art und die rechte Darstellung Schwingungen der dritten Art.

128) Aufnahme der zyklischen Lichtbogencharakteristik. Man verwendet zu diesem Zwecke eine Braunsche Röhre der dritten Art, wie in Abb. 108 erläutert ist. Man sieht, daß in diesem Falle die Spannungsablenkungen von kleinen Spulen im Bogenkreis beeinflußt werden, d. h. von

$$e = L \frac{di}{dt},$$

wo  $L$  als eine Konstante aufgefaßt werden darf. Das zyklische Bogenendiagramm ist deshalb eine  $\frac{di}{dt} = F(i)$ -Charakteristik.

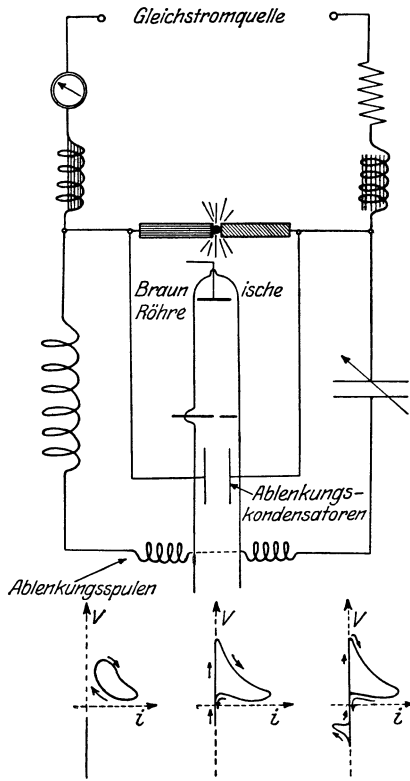


Abb. 107. Die Bestimmung der dynamischen Lichtbogencharakteristik.

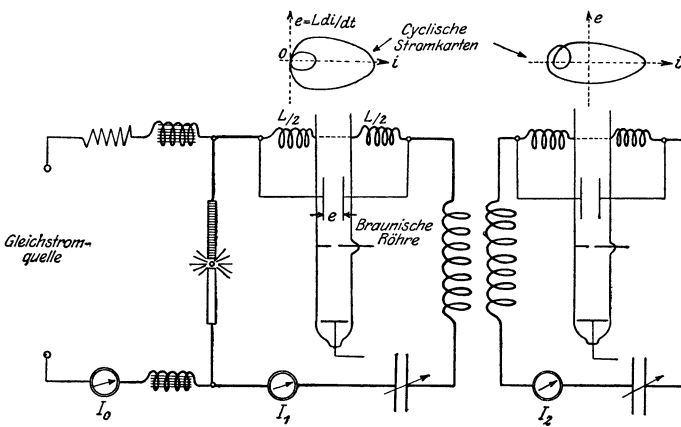


Abb. 108. Die Bestimmung der zyklischen Charakteristik von Lichtbogenschwingungen.

129) **Bestimmung des Wirkungsgrades von Lichtbogen-schwingungen.** Wenn  $I'$  und  $r$  den Hochfrequenzstrom und den wirk-samen Widerstand und  $V \cdot I$  die dem Lichtbogen zufließenden Watt bedeuten, so wird der Wirkungsgrad

$$\eta^0/0 = \frac{I'^2 \cdot r}{V \cdot I} 100.$$

Wenn der Widerstand des Hochfrequenzkreises aus der Dekrement-formel

$$\delta = k \frac{C \cdot r}{\lambda}$$

berechnet ist, so hat man

$$\eta^0/0 = \frac{I'^2}{V \cdot I} \frac{\delta \cdot \lambda}{k C} 100,$$

wo  $k$  eine Dimensionskonstante ist.

## XX. Ferromagnetische Untersuchungen.

130) **Allgemeine Gesichtspunkte.** Wenn eine Spule einen Eisen-kern besitzt, so entstehen Kupfer- und Eisenverluste; ein Teil der ersteren sind dieselben wie für Gleichstrom, im Falle die zusätzlichen Jouleschen Wärmeverluste, welche infolge des Leistungsverbrauchs im Eisen und durch Stromverdrängung entstehen, abgezogen werden. Dies ist ersichtlich, wenn man bedenkt, daß der Wärmeverlust im Eisen durch einen größeren Spulenstrom gedeckt werden muß und daß dieser Extrastrom, selbst wenn wattlos, die Windungen nutzlos erwärmt. Die Eisenverluste können in Hysteresis- und Wirbelstrom-verluste eingeteilt werden. Wenn der wirksame Widerstand der Spule mit dem Quadrate des Stromes vervielfacht wird, erhält man die ganze Leistungsaufnahme, d. h. den Verlust der Spule. Dies ist natürlich nur ein scheinbarer Widerstand, da der Gleichstromwiderstand immer zugrunde liegt. Der Begriff eines wirksamen Widerstandes führt aber zu wünschenswerten Methoden, wenn Integralstrommesser, wie Hitzdrahtinstrumente, verwendet werden.

Was den Hysteresisverlust anbelangt, so kann man diesen mittels der Hysteresisschleife feststellen, da deren Flächeninhalt ein Maß dafür ist. Der Fall ist aber schwieriger, wenn gedämpfte Wellen vorliegen, da die Schleife nicht mehr geschlossen ist. Man hat dann eine Reihe von offenen Schleifen für einen Wellenzug.

Die Magnetisierungskraft erzeugt Wirbelströme im Eisen, welche eine magnetische Verdrängung und ungleiche Verteilung der Kraft-

liniendichte hervorrufen. Man sieht deshalb, daß das Eisen unter denjenigen Bedingungen geprüft werden muß, welche im tatsächlichen Gebrauch vorliegen, ganz abgesehen davon, daß die Wellenform infolge des Eisens bedeutend verzerrt werden kann.

Wenn Prüfringe benutzt werden, so muß das Eisen ungefähr 70% der Durchschnittsfläche der Spule ausfüllen, da dann in der Regel ungefähr nur 1% Klemmenspannungsänderung infolge der Luftflächen auftreten. Dies ist klar, wenn man bedenkt, daß die Spannung infolge der Luftfläche ungefähr 90 Grade gegen diejenige infolge des Eisens verschoben ist.<sup>1)</sup>

131) Aufnahme der Hysteresisschleife. Man verbindet die Ablenkungsspulen einer Braunschen Röhre und eine Luftdrosselspule wie in Abb. 109.

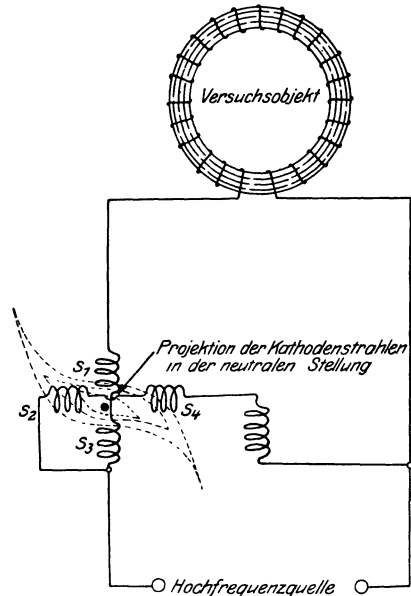


Abb. 109.  
Die Braunsche Röhrenschialtung für die Aufnahme der Hysteresisschleife.

<sup>1)</sup> Was den magnetischen Kreis anbetrifft, so entspricht derselbe in vielem dem elektrischen Stromkreis.

Die elektrische Leitfähigkeit  $g$  entspricht der magnetischen Permeabilität  $\mu$ ; die elektromotorische Kraft EMK der magnetomotorischen Kraft MMK; die Stromdichte  $D_s$  der Kraftliniendichte  $B$ ; der Ohmsche Widerstand  $r$  dem magnetischen Widerstand  $R$ ; die Stromstärke  $I$  dem Kraftfluß  $\Phi$ . Wenn  $H$  die magnetische Feldstärke in Gilbert/cm,  $F^{qcm}$  den magnetischen bzw. elektrischen Querschnitt und  $l^{cm}$  die Länge für den Strom- oder magnetischen Kreis bedeuten, so hat man

$$\frac{EMK^V}{I^A} = r^{ohm} \text{ entspricht } \frac{MMK}{\Phi} = R,$$

wenn  $\Phi$  in Maxwell, MMK in Gilbert und  $R$  in Oersted ist. Man hat für  $N$  Windungen mit einem Magnetisierungsstrom  $I_m$

$$MMK = Hl = 0.4 \pi N I_m \text{ Gilbert} = N I_m \text{ Amperewindungen.}$$

Der Ausdruck für den magnetischen Widerstand  $R$  ist

$$R = \frac{l}{\mu F}.$$

Man hat fernerhin die Beziehungen

$$g^{mho} = \frac{I/F}{EMK/l} = \frac{D_s^{A/qcm}}{\text{Volt/cm}} \text{ entspricht } \mu = \frac{\Phi/F}{MMK/l} = \frac{B^{Gauss}}{H^{Gilbert/cm}}.$$



Die Reaktanz der Drosselspule muß groß im Vergleich zu deren Widerstand sein. Der Strom in den Spulen  $S_2 S_4$  ist dann proportional mit der Kraftliniendichte und derjenige in  $S_1 S_3$  wächst wie die Magnetisierungskraft an. Der Kathodenfleck beschreibt deshalb die Hysteresisschleife.

### Die Bestimmung der Eisenverluste.

132) 1. Die Substitutionsmethode. Die Spule mit dem Versuchseisen ist in ein Schwingungssystem eingeschaltet, in welchem

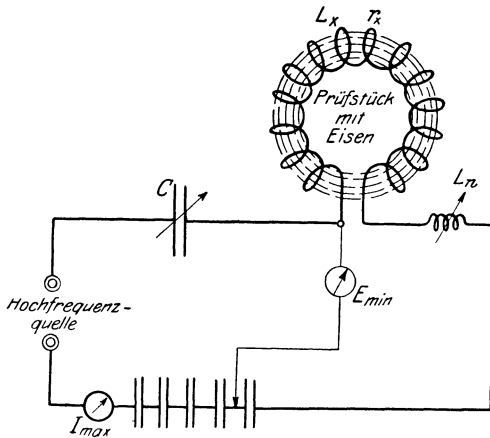


Abb. 110. Ungenaue, obgleich einfache Methode für die Bestimmung von Eisenverlusten.

ein Strommesser, ein Luftkondensator und einige Kopplungswindungen liegen (Abb. 113 auf Seite 173). Man erregt das System je nach der Versuchsbedingung mittels eines Röhrenoszillators oder gedämpfter Wellen. Der Luftkondensator wird so lange verändert, bis Resonanz eintritt, was durch den maximalen Kreisstrom  $I_r$  erkennbar ist. Die Prüfspule mit dem Eisen wird dann entfernt und an deren Stelle ein Variometer mit Reihenwiderstand eingeschaltet, so daß der wirksame Widerstand beider gleich dem

Widerstand der Prüfspule ohne Eisen ist. Man schaltet außerdem einen Schleifdrahtwiderstand in den Resonanzkreis, stimmt auf die erregende Frequenz ab und schaltet soviel Widerstand  $r$  ein, bis  $I_r$  wiedererhalten ist. Der Eisenverlust  $W$  wird dann aus dem Ausdrücke

$$W = r \cdot I_r^2$$

berechnet<sup>1)</sup>.

133) 2. Die Differentialmethode. Die Anordnung Abb. 111 ist zuverlässig, wenn gedämpfte oder ungedämpfte Schwingungen vorliegen. Zwei gleiche Spulen, die eine mit dem Versuchseisen und das andere mit einem hölzernen Kern sind in Reihe geschaltet,

<sup>1)</sup> Eine übliche Methode, bei der die Prüfspule in einem Resonanzkreis liegt, der mit einer Sinuskraft erregt wird (Abb. 110), berechnet den Verlust aus  $W = E_{\min} \cdot I_{\max}$ . Dieses Verfahren ist jedoch nicht immer zuverlässig.

wobei die Spule mit dem Eisen in einem Kalorimeter liegt und die andere gleiche Spule ohne Eisen zusammen mit einer Heizspule im andern Kalorimeter untergetaucht ist. Das Meßverfahren ist folgendes:

1. Bevor irgendein Strom eingeschaltet ist, werden die kalorimetrischen Flüssigkeiten auf dieselbe Temperatur gebracht und eine Nulleinstellung mittels Widerständen am Galvanometer herbeigeführt.

2. Der gewünschte Hochfrequenzstrom wird durch die Reihen-anordnung der beiden Spulen gesandt, was einen Galvanometeranschlag verursacht.

3. Eine konstante Gleichspannung  $E$  wird der Heizspule von Widerstand  $R$  Ohm aufgedrückt und der äußere Widerstand so lange verkleinert, bis ein Gleichstrom  $I$  die Galvanometernadel auf Null zurückbringt. Der ganze Eisenverlust  $W$  wird dann

$$W = I^2 \cdot R.$$

Die Trennung der Wirbelstrom- von den Hysteresisverlusten wird dann in der üblichen<sup>1)</sup> Weise ausgeführt.

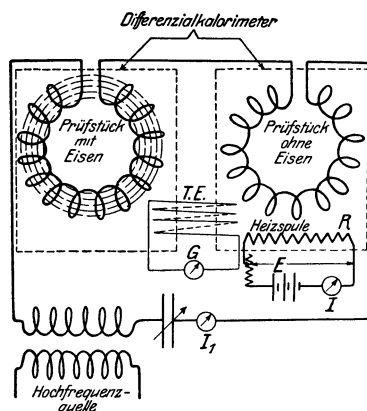
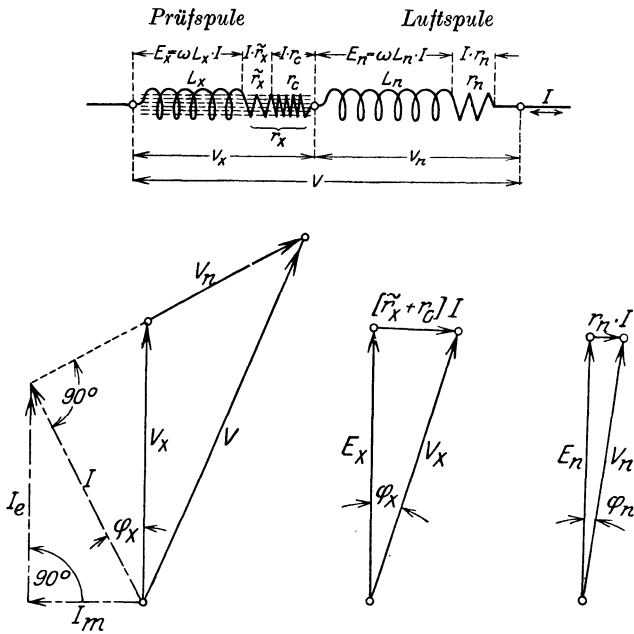


Abb. 111. Genaue, jedoch umständliche Methode für die Bestimmung von Eisenverlusten.

134) Bestimmung des Leistungsfaktors einer Spule mit Eisen. In der Anordnung Abb. 112 enthält die Spule  $L_x$  das Eisen. Die Luftspule  $L_n$  hat soviel Windungen, daß ihre Klemmenspannung für den verlangten Hochfrequenzstrom, welcher von einem Röhrenoszillator entnommen werden kann, ungefähr gleich der Klemmenspannung der Spule  $L_x$  ist. Der meßbare Spulenstrom  $I$  bleibt dann praktisch 90 Zeitgrade hinter der EMK  $V_n$  zurück. Man konstruiert nun das Spannungsdreieck mit  $V_x$  und  $V_n$  als Komponenten und  $V$  als resultierender Spannung. Die Spannungen werden mit demselben Hitzdrahtinstrumente gemessen. Hiernach zeichnet man den Stromvektor  $I$  senkrecht zum Vektor  $V_n$ . Der Kosinus des Winkels zwischen  $V_x$  und  $I$  ist dann der Leistungsfaktor. Man hat daher

$$\cos \varphi_x = \frac{I}{V_x}.$$

<sup>1)</sup> Näheres siehe: A. Hund, Jahrbuch d. drahtl. Tel. u. Tel., Bd. 13, Heft 6, Formel Nr. 30, S. 481.



- $r_n$  Radiowiderstand der Luftspule (Normalspule).
- $\tilde{r}_x$  Radiowiderstand der Prüfspule.
- $r_x$  Scheinbarer Widerstand der Prüfspule.
- $r_c$  Scheinbare Zunahme des Radiowiderstandes infolge des Eisens (für die Prüfspule).

- $I_e$  Energiekomponente des Spulenstroms.
- $I_m$  Magnetisierungsstrom des Prüfspule.
- $\varphi_n$  Phasenwinkel der Luftspule.
- $\varphi_x$  Phasenwinkel der Prüfspule.
- $\cos \varphi_x$  Leistungsfaktor der Prüfspule.

Abb. 112.

Aus dem Vektordiagramm erhält man

$$V^2 = I^2 + \left\{ V_n + \sqrt{V_x^2 - I^2} \right\}^2,$$

d. h.

$$I = \frac{V}{2 V_x} \sqrt{V^2 - 4 V_x^2},$$

wodurch für  $V_x = V_n$  eine Berechnung des Leistungsfaktoren  $\varphi_x$  nach der Formel

$$\cos \varphi_x = \frac{V \sqrt{V^2 - 4 V_x^2}}{2 V_x^2}$$

ermöglicht ist.

**Bestimmung der magnetischen Kraftliniendichte und Permeabilität<sup>1)</sup>.**

135) A. Die Substitutionsmethode. Das Versuchsobjekt besteht wiederum aus einem Eisenring, welcher mit Windungen versehen ist. Es wird in einen Resonanzkreis eingeschaltet, welcher einen veränderlichen Luftkondensator, ein Variometer und einige Kopplungswindungen enthält (Abb. 113). Der Stromeffekt wird mittels eines Hitzdrahtinstrumentes nachgewiesen und das System durch einen Röhrenschwingungserzeuger erregt. Das Versuchsstück darf nur wenig Eisen enthalten, so daß die wirksame Selbstinduktion  $L_x$  im Vergleiche zur Selbstinduktion der Variometereinstellung klein ist. Das Eisen muß den größten Teil des Raumes innerhalb der Windungen ausfüllen, damit  $L_x$  größtenteils von der Permeabilität des Versuchskernes abhängt.

Man stellt zunächst Resonanz mittels des Variometers und des Kondensators her. Sie wird an dem maximalen Ausschlag  $I_r$  erkannt. Der Versuchsring wird hierauf durch ein Variometer  $L_n$  und einen Reihenwiderstand ersetzt. Ergibt die Einstellung  $L_n$  denselben Resonanzstrom  $I_r$  wie zuvor, so ist der wirksame Widerstand des

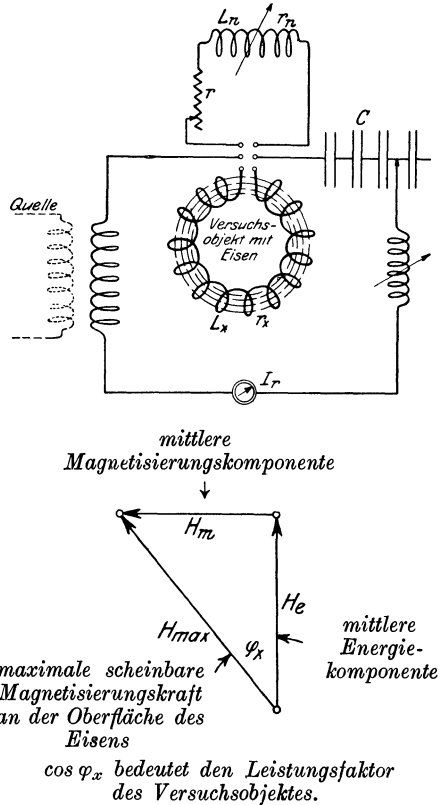


Abb. 113. Die Bestimmung von  $B$  und  $\mu$ .

<sup>1)</sup> Messungen dieser Art wurden mittels einer ferromagnetischen Wechselstrommaschine von E. F. W. Alexanderson bei bis zu 200000 Schwingungen in der Sekunde (A.I.E.E., Bd. 30, 1911, S. 2433) angestellt. L. T. Wilson (I.R.E. Bd. 9, 1921, S. 56) benutzte für seine Messungen nebeneinandergeschaltete Röhrenschwingungserzeuger ( $f = 100\,000$  bis  $1\,500\,000$  per Sekunde). Dr. N. W. McLachlan's Untersuchungen (Journal of the Institution of Electrical Engineers, Bd. 54, 1. April 1916, S. 480) lieferten bereits zu jener Zeit Ergänzungen zu den Alexandersonschen Untersuchungen. Sie benutzten Hochfrequenzschwingungen eines Lichtbogengenerators bis zu  $10^6$  in der Sekunde.

Variometers plus dem mit ihm in Reihe liegenden Widerstand gleich dem Verlustwiderstand des Versuchsstückes. Da  $L_n = L_x$ , so wird die wirksame Kraftliniendichte

$$B_{\max} = 1,415 \frac{L_n^H \cdot 10^8}{N \cdot F^{\text{qcm}}} I_r^A \left\{ \begin{array}{l} \text{Induktionslinien für einen} \\ \text{Quadratzenimeter (Gauss),} \end{array} \right.$$

wenn  $F$  den Eisenquerschnitt und  $N$  die Windungszahl bedeuten. Die wirksame Permeabilität  $\mu$  wird dann aus

$$\mu = \frac{B_{\max}}{H_{\max}}$$

und die resultierende magnetische Feldstärke  $H_{\max}$  des Versuchsstückes aus

$$H_{\max} = \frac{4\pi}{10} \sqrt{2} \frac{N \cdot I_m}{l} \text{ Gilbert per Zentimeter}$$

berechnet, wenn die mittlere magnetische Länge  $l$  ebenfalls in cm gemessen ist.

Da die Magnetisierungskomponente  $I_m$  des Stromes  $I_r$  durch das Versuchsstück

$$I_m = I_r \frac{\omega L_n}{\sqrt{(r + r_n)^2 + (\omega L_n)^2}},$$

so kann man  $H_{\max}$  und  $\mu$  auch aus den Formeln

$$H_{\max} = \frac{11 \cdot 14 \cdot N \cdot f \cdot L_n^H \cdot I_r^A}{l^{\text{cm}} \sqrt{(r + r_n)^2 + (2\pi f L_n)^2}}$$

und

$$\mu = 1,27 \frac{l^{\text{cm}} \sqrt{(r + r_n)^2 + (2\pi f L_n)^2}}{N^2 \cdot F \cdot f} \cdot 10^7$$

berechnen, wenn  $f$  die Periodenzahl des Hochfrequenzstromes bedeutet<sup>1)</sup>.

136) B. Die Voltmetermethode. Die Anordnung ist in Abb. 112 auf Seite 172 angegeben. Das Versuchsstück, welches das Eisen enthält, ist in Reihe geschaltet mit einer Luftspule von bekannter Hochfrequenzselbstinduktion  $L_n$  und dem Widerstand  $r_n$ . Man mißt die Spannungen mittels eines Hitzdrahtinstrumentes. Die aufgedrückte Spannung  $V$  muß möglichst sinusförmig sein, damit auch die Klemmenspannungen  $V_x$  und  $V_n$  sinusförmig sind. Die Wirkung des Widerstandes  $r_n$  kann im Vergleich zur Reaktanz  $\omega L_n$  vernachlässigt

<sup>1)</sup> Die maximale Feldstärke  $H_{\max}$ , welche an der Eisenoberfläche auftritt, besteht aus einer Leistungs- und einer dazu senkrecht stehenden wattlosen Komponente, welche magnetisiert. Da die Phase und die Amplitude der magnetisierenden Kraft sich an verschiedenen Stellen innerhalb des Eisens verändert, so muß man  $H_{\max}$  in obigen Formeln als Mittelwerte ansehen.

werden. Die Seriespule muß dieselbe Form wie die Spule des Versuchseisens haben. Für einen gewissen Hochfrequenzstrom  $I$  wird der induktive Spannungsabfall  $E_n$  der Luftselbstinduktion  $L_n$

$$E_n = \omega L_n I = V_n - I r_n \simeq V_n,$$

da eine vektorische Subtraktion vorliegt und der Strom  $I$  praktisch 90 Zeitgrade der Klemmenspannung  $V_n$  nacheilt. Die Selbstinduktion  $L_n$  der Spule ist

$$L_n^H = \frac{0,4 \pi N^2 \cdot F^{\text{qcm}} \cdot 10^{-8}}{l_{\text{cm}}},$$

wenn  $N$  die Windungszahl,  $F$  der wirksame Querschnitt der Spule und  $l$  die mittlere magnetische Weglänge darstellt. Die Gegen-EMK der Luftspule wird somit

$$E_n^V = \omega \frac{0,4 \pi N^2 \cdot F}{l} 10^{-8} \cdot I^A = \omega N H F$$

für

$$H = \frac{0,4 \pi N}{l_{\text{cm}}} I^A \text{ Gilbert/cm}$$

Da für das Versuchsstück von  $F'$  Quadratcentimetern Querschnitt dieselben Windungen verwendet werden, so wird die Anzahl der magnetischen Induktionslinien um den Betrag  $\mu F'$  vergrößert, wenn  $\mu$  die Hochfrequenzpermeabilität bedeutet. Die richtige EMK  $E_x$  des Versuchsstückes wird deshalb

$$E_x = \omega N H (F + \mu F').$$

Man findet die Größe von  $E_x$  durch geometrische Subtraktion des Widerstandsabfalls in  $\tilde{r}_n$  und dessen scheinbare Erhöhung  $r_c$  infolge des Eisenverlustes aus der Klemmenspannung  $V_x$ . Das Spannungsverhältnis

$$\frac{E_n}{E_x} = \frac{F}{F + \mu F'}$$

gibt dann die scheinbare oder wirksame Permeabilität

$$\mu = \frac{F}{F'} \left[ \frac{E_x}{E_n} - 1 \right]$$

für irgendeine Frequenz

$$f = \frac{E_n}{2 \pi L_n I}.$$

Mittels der graphischen Konstruktion Abb. 112 kann man die richtigen Spulenspannungen  $E_x$  und  $E_n$  nach den Formeln

$$E_x = \sqrt{V_x^2 - [I \cdot (\tilde{r}_x + r_c)]^2}$$

$$E_n = \sqrt{V_n^2 - (I \cdot r_n)^2}$$

bestimmen, wenn  $r_x$ ,  $r_n$  und  $r_c$  mittels bekanntem Verfahren ausgewertet sind.

137) C. Die Voltamperemetermethode. Dieses Verfahren besteht darin, daß man die Klemmenspannung  $E$  des Versuchsstückes und dessen Stromstärke  $I$  mißt und  $H_{\max}$  mittels der wirksamen Amperewindungen  $\frac{nI}{l}$  für ein Zentimeter Länge des magnetischen Weges aus der Formel

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{2} \cdot 0,4\pi N \cdot I}{l} \text{ Gilbert/cm}$$

bestimmt und die Kraftliniendichte aus

$$B_{\max} = \frac{E}{4,44 f N F \cdot 10^{-8}} \text{ Gauß.}$$

Dieses Verfahren ist das älteste und gewissermaßen das ungenaueste, da man keinen Unterschied zwischen der resultierenden Stromstärke und dem Magnetisierungsstrom macht. Hierauf hat der Verfasser an anderer Stelle<sup>1)</sup> aufmerksam gemacht. Die scheinbare Permeabilität wird dann aus dem Verhältnis  $B_{\max}/H_{\max}$  berechnet.

138) Die Bestimmung des Magnetisierungs- und des Leistungsstromes einer Spule mit Eisenkern. Die Schaltung Abb. 112 zeigt die Meßanordnung. Eine sinusförmige Spannung muß der Serienanordnung der beiden Spulen aufgedrückt werden. Das Versuchseisen wird in die eine Spule gebracht und die Windungszahl der Luftspule so gewählt, daß deren Klemmenspannung  $V_n$  ungefähr gleich derjenigen  $V_x$  des Versuchsobjektes ist. Wenn diese Bedingung erfüllt ist, so können die Leistungs- bzw. Magnetisierungskomponenten des Gesamtstromes mit guter Genauigkeit bestimmt werden. Mittels der Spannungsablesungen  $V$ ,  $V_n$  und  $V_x$  mit ein und demselben Hitzdrahtinstrument konstruiert man das Spannungsdreieck. Der Stromvektor  $I$  steht dann senkrecht zum Vektor  $V_n$ . Die absolute Länge von  $I$  bestimmt man mittels des Durchschnittspunktes der  $I$ -Linie mit der Verlängerung von  $V_n$ . Diese Länge und der gemessene Spulenstrom ergeben den Strommaßstab. Die Leistungskomponente von  $I$ , welche den Eisenverlust deckt, ist verhältnismäßig klein und ist parallel mit  $V_x$ . Der zur Leistungskomponente senkrechte Vektor stellt den wattlosen Strom dar. Der absolute Wert der bezüglichen Komponentenströme kann dann mittels des Maßstabes

$$\frac{I^A}{I^{\text{mm}}}$$

aus dem Diagramm bestimmt werden.

<sup>1)</sup> A. Hund, I.R.E., Febr. 1917, S. 48 Formel Nr. 9, S. 50, S. 51 und Abb. 5, S. 53 und Abb. 6, 7 und 8 und Formel 21 auf S. 57.

## XXI. Vakuümrohnmessungen.

139) **Allgemeine Gesichtspunkte.** Die Güte von Vakuümrohren hängt in erster Linie von ihrer Konstruktion ab, da die gegenseitigen Lagen der Elektroden, deren Form, Größe und Material gewisse Röhrenkonstanten bestimmen. Röhren müssen für die tatsächliche<sup>1)</sup> Arbeitsbedingung geprüft werden, da die innere Charakteristik sowohl als die äußere von der Belastung abhängen. Wenn Schwingungen oder andere veränderliche Ströme im Anodenkreis vorliegen, so muß die dynamische Röhrencharakteristik an Stelle der statischen benutzt werden.

140) **Bestimmung des Formfaktors und der Gleichrichterwirkung einer Glühkathodenröhre.** In der Anordnung der Abb. 114 bedeutet  $I_e$  den mit einem Wechselstrominstrument (Dynamometer) gemessenen Wert und  $I_m$  den Ausschlag eines Gleichstrominstrumentes (Galvanometer für kleine Röhren). Der Formfaktor  $F$  wird dann mittels des Ausdruckes

$$F = \frac{I_e}{I_m}$$

berechnet und die Gleichrichterwirkung  $\xi$  ist durch den reziproken Wert

$$\xi = \frac{I_m}{I_e}$$

gegeben. Dabei ist zu beachten, daß dieses Verfahren nur einen Stromfluß in einer Richtung durch die Röhre voraussetzt. Die Methode gilt nicht, wenn für eine außerordentlich hohe Periodenzahl die innere Kapazitätswirkung des Gleichrichters auch Ströme in der andern Richtung auftreten läßt.

141) **Bestimmung des Wirkungsgrades eines Glühkathoden-Gleichrichters.** Diese Methode beruht auf der bekannten Beziehung

$$\eta^0/\% = \frac{(\text{Gleichgerichtete Leistung}) - (\text{Röhrenverluste})}{(\text{Gleichgerichtete Leistung})} 100$$

für den Wirkungsgrad per Hundert. Das Verfahren ist in der Tabelle III auf S. 53 erläutert.

<sup>1)</sup> Sowohl der Grad der Luftleere wie die Art des zurückgebliebenen bzw. eingeführten Gases.

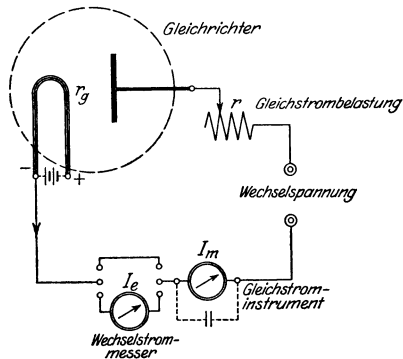


Abb. 114. Anordnung für den Grad der Gleichrichterwirkung.



Zur Bestimmung des Wirkungsgrades der gesamten Gleichrichteranordnung (welcher wichtiger ist) benutzt man die in Abschnitt 172 angegebene Methode.

**142) Die Aufnahme der statischen und dynamischen Charakteristiken einer Drei-Elementröhre. (Glühkathode-Gitter-kalte Anode.)**

Die statische Röhrencharakteristik erhält man durch Messung (Abb. 34) auf Seite 55 des Platten-(Anoden-)Stromes  $I_P$  für verschiedene Werte der Gitterspannung  $E_G$ . Das aufgedrückte Anodenpotential (entsprechend der Spannung  $E_P$  zwischen der Anode und dem negativen Ende des Glühkörpers) bleibt dabei konstant. Das Verhältnis  $\frac{I_P}{E_G}$  bedeutet für einen bestimmten Operationspunkt die entsprechende gegenseitige Leitfähigkeit  $g^{Mho}$  vom Gitter zur Anode. Da die statische Röhrencharakteristik von der Belastung im äußeren Anodenkreise abhängt, benutzt man die Meßanordnung der Abb. 44 auf S. 71.

Eine andere statische Charakteristik verwendet den Anodenstrom  $I_P$  in Abhängigkeit der entsprechenden Anodenspannung  $E_P$ .

Die dritte Charakteristik gibt  $I_P$  als eine Funktion der Kathodenerregung (Strom der Kathode) für konstante Gitter- und Anodenpotentiale (Abb. 17, Seite 21).

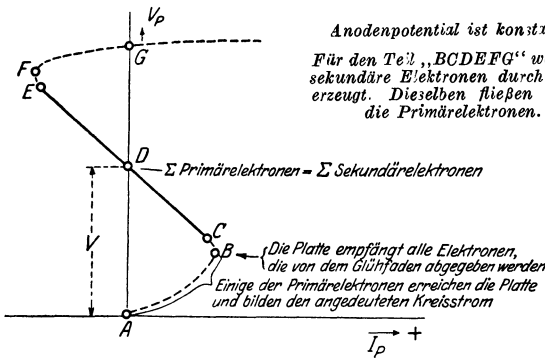
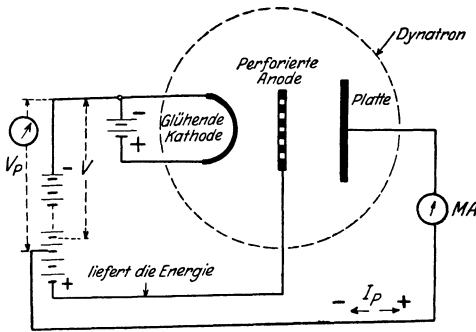
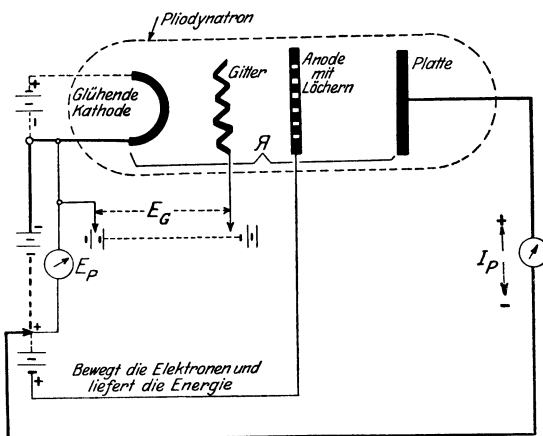


Abb. 115 a. Das Studium eines Apparates mit negativem Widerstand.

Die dynamische Röhrencharakteristik wird mittels der in Abb. 45 auf Seite 72 angegebenen Anordnung aufgenommen. Das Gitterpotential besteht dann aus einem konstanten und veränderlichen Gliede. Die dynamische Röhrencharakteristik gibt die Abhängigkeit von  $I_P$  von dem Effektivwert  $e_G$  der veränderlichen Gitter-EMK. Wenn der äußere Anodenkreis einen merkbaren Widerstand  $r$  aufweist, so bezieht sich die dynamische Charakteristik auf den

ganzen Anodenkreis. Wenn der äußere Anodenkreis induktiv, kapazitiv oder beides ist, so erhält man Schaulinien, wie in Abb. 46 gezeigt und auf S. 73f beschrieben sind. Wenn eine Kathodenstrahlröhre für die Aufnahme der dynamischen Charakteristik benutzt wird, so muß eine glühende Kathode und wenige Ablenkungswindungen verwendet werden<sup>1)</sup>.

143) Die Aufnahme der Charakteristik einer Drei-Elementröhre mit perforierter Anode (Dynatron). Man liest gemäß der Anordnung der Abb. 115 a den Plattenstrom  $I_P$  in Abhängigkeit von der Platten-EMK  $V_P$  ab. Die Anodenspannung bleibt dabei konstant. Wenn der Plio-Dynatron der Abb. 115 b studiert werden soll, so nimmt man diese Charakteristiken für bestimmte Gitterpotentiale auf. Man muß hier ebenfalls zwischen statischen und dynamischen Schaulinien unterscheiden.



144) Bestimmung des statischen (Gleichstrom) und des dynamischen (veränderlichem Strom) inneren Widerstandes einer Vakuumröhre. Das Verfahren ist dasselbe für Zwei-, Drei- und Mehrelementröhren, da man unter dem inneren Widerstand  $R_i$  das Verhältnis des wirksamen Plattenpotentials (Anoden) zum Plattenstrom versteht. Das heißt

$$I_P \cdot R_i = E_P.$$

Den statischen Röhrenwiderstand bestimmt man gewöhnlich aus der inneren Röhrencharakteristik. Wenn man daher dieselbe,

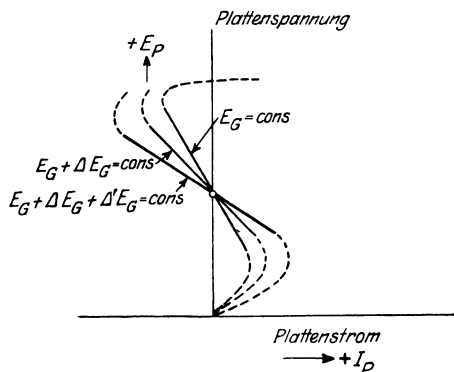


Abb. 115b. Der negative Widerstand kann mittels des Gitters verändert werden.

<sup>1)</sup> Der Grund dafür ist auf S. 96 angegeben.

wie in Abb. 44 auf Seite 71, aufgetragen hat, so deutet der Aufstieg (Steilheit) irgendeines Operationspunktes einer gewissen  $E_P/I_P$ -Kurve den inneren Gleichstromwiderstand an. Man mißt dann für den gewünschten Operationspunkt die Spannungsordinate  $E_P$  ab und teilt dieselbe durch die entsprechende Stromabszisse  $I_P$ .

Den dynamischen inneren Röhrenwiderstand  $R_i$  kann man entweder aus der Gleichung eines bestimmten Teiles der Kennlinie berechnen, wie auf S. 72f gezeigt wurde, oder mittels der Methode von Dr. J. M. Miller des Bureau of Standards<sup>1)</sup>, die durch Abb. 116 erläutert ist. Die Anordnung wird am besten durch den Audiostrom eines Röhrenschwingungserzeugers erregt (500 bis 1000 per Sek.). Der Schalter wird geschlossen. Nach Gl. (2) der S. 73 erfährt dann der Plattenstrom die Schwebungen

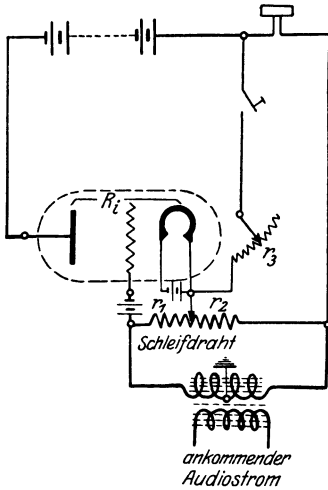


Abb. 116. Die Bestimmung des dynamischen Röhrenwiderstandes, des Durchgriffes und der Vergrößerungskonstante.

$$i_P = \frac{k_A e_G}{R_i + r_3}.$$

Man verändert den Wert von  $r_3$  bis das Hörtelefon schweigt. Als dann ist:

$$i_P \cdot r_3 = \frac{k_A e_G}{R_i + r_3} r_3$$

und

$$\frac{k_A e_G}{R_i + r_3} r_3 = \frac{r_2 e_G}{r_1},$$

da die Spannungsabfälle sich in  $r_3$  und  $r_2$  einander vernichten. Man kann dann den dynamischen Röhrenwiderstand  $R_i$  aus der Beziehung

$$R_i = \left[ \frac{r_1}{r_2} k_A - 1 \right] r_3$$

berechnen. Im Falle  $r_1 = r_2$  gewählt ist, wird  $R_i = (k_A - 1) r_3$ .

145) Bestimmung des statischen und dynamischen Verstärkungsfaktors beziehungsweise des Durchgriffes einer Drei-Elementröhre.

Das Verhältnis

$$k_A = \frac{E_P}{E_G} = \frac{1}{D}$$

<sup>1)</sup> J. M. Miller, I. R. E., Juni 1918, S. 144 u. 145.

ist als statischer Spannungsverstärkungsfaktor einer gewöhnlichen Drei-Elementröhre bekannt, wenn  $D$  den Durchgriff und  $E_P$  und  $E_G$  die entsprechenden Anoden- und Gitterspannungen bezogen auf das negative Ende des Glühkörpers bedeuten und  $I_P=0$  ist. Man kann deshalb die statischen Werte von  $D$  bzw.  $k_A$  dadurch erhalten, daß man  $E_G$  so lange für eine gegebene Anodenspannung  $E_P$  verändert, bis der Plattenstrom  $I_P$  gerade verschwindet und dann aus obigen Formeln berechnet. Da aber diese Faktoren sich etwas mit  $E_P$  verändern, so ist es genauer das Verhältnis  $\frac{E_P}{E_G}$  für verschiedene Werte von  $E_P$  und  $I_P=0$  zu bestimmen und den Durchschnittswert als den Faktor  $k_A$  anzunehmen.

Der dynamische Faktor, welcher von größerer Bedeutung ist, bestimmt man mit der Anordnung der Abb. 116, welche von Dr. Miller<sup>1)</sup> zuerst angegeben wurde. Das System wird mit hörbaren Wellen ( $f=500$  bis  $1000$  per Sekunde) mittels eines Röhrengenerators erregt. Der Schalter wird hierbei geöffnet. Wenn  $e_G$  die dem Gitter aufgedrückte EMK bedeutet, so ist der Spannungsabfall in  $r_2$  gleich  $\frac{r_2}{r_1} e_G$  und um  $180$  Zeitgrade gegen die treibende EMK  $k_A e_G$  in der Phase verschoben. Wenn das Telephon schweigt, was durch das Verschieben des Schleifers längs  $r_1$  und  $r_2$  erreicht werden kann, so wird

$$\frac{r_2}{r_1} e_G = k_A e_G.$$

Der Spannungsverstärkungsfaktor  $k_A$  ist dann aus dem Ausdruck

$$k_A = \frac{r_2}{r_1}$$

und der Durchgriff  $D$  aus

$$D^0/0 = \frac{r_1}{r_2} 100$$

berechenbar.

**146) Bestimmung des Stromverstärkungsfaktors und der Spannungsverstärkung einer Drei-Elementröhre.** Diese Methode beruht in erster Linie auf der Auswertung des dynamischen Röhrenwiderstandes  $R_i$  und des dynamischen Verstärkungsfaktors  $k_A$  der Röhre. Der Stromverstärkungsfaktor  $k_B$  wird dann für eine äußere Anodenimpedanz  $Z$  aus der Formel

$$k_B = \frac{k_A}{R_i + Z}$$

<sup>1)</sup> l. c.

und die Spannungsverstärkung  $k_v$  mittels der Gleichung

$$k_v = k_A \frac{Z}{R_i + Z}$$

berechnet.

#### 147) Bestimmung der Güte einer Verstärkerröhre (Barkhausen).

Die Güte  $G$  einer Verstärkerröhre hat Prof. Barkhausen als das Verhältnis der vierfachen Maximalleistung im Anodenkreise zum Quadrate der veränderlichen Gitter-EMK  $e_G$  vorgeschlagen. Wenn man den wirksamen äußeren Widerstand des Anodenkreises gleich  $r$  setzt, so wird für eine induktions- und kapazitätsfreie Belastung die Leistung im Anodenkreise gleich

$$W = i_p^2 \cdot r = \left[ \frac{k_A \cdot e_G}{R_i + r} \right]^2 \cdot r,$$

wie aus den Ableitungen der S. 73 und 78 ersichtlich ist. Die Leistung wird am größten, wenn der äußere Widerstand  $r$  gleich dem Widerstand  $R_i$  der Röhre ist, d. h.

$$W_{\max} = \frac{(k_A \cdot e_G)^2}{4 R_i}$$

und die Güte  $G$  der Röhre berechnet sich zu

$$G = \frac{k_A^2}{R_i},$$

da

$$G = \frac{4 W_{\max}}{e_G^2} = \frac{1}{D^2 \cdot R_i}.$$

#### 148) Bestimmung der gegenseitigen Leitfähigkeit einer Röhre.

Die statische Leitfähigkeit wird mittels der Anordnung Abb. 34 auf Seite 55 gefunden, da das Verhältnis des Anodenstromes  $I_P$  zur entsprechenden Gitterspannung  $E_G$  die gegenseitige Leitfähigkeit  $g^{\text{Mhos}}$  vom Gitter gegen die Anode darstellt.

Die dynamische Leitfähigkeit  $g$  erfordert in erster Linie die Bestimmung der dynamischen Werte des Verstärkungsfaktors  $k_A$  und des inneren Röhrenwiderstandes, da nach der Formel (5) S. 78 die gegenseitige Leitfähigkeit aus

$$g = \frac{k_A}{R_i} = \frac{1}{D \cdot R_i}$$

berechnet werden kann<sup>1)</sup>.

Eine andere Meßmethode wurde von Stuart Ballantine<sup>2)</sup> angegeben und beruht auf der Schaltung Abb. 117. Der Schleif-

<sup>1)</sup> Obige Beziehung kann auch in der Form  $g \cdot D \cdot R_i = 1$  ausgedrückt werden.

<sup>2)</sup> S. Ballantine, I. R. E., April 1919, S. 129.

kontakt wird so lange längs des Schleifdrahtes  $r_1 + r_2$  verschoben, bis das Hörtelephon, welches über einen Röhrenverstärker mit den Endpunkten des Schleifdrahtes verbunden ist, schweigt, während ein hörbarer Strom von einem Röhrengenerator dem Meßsystem aufgedrückt wird. Für einen solchen Fall muß die EMK an den Klemmen von  $r_1 + r_2$  verschwinden, d. h.

$$i \cdot r_1 = i_P \cdot r_2$$

sein. Da die dynamische gegenseitige Leitfähigkeit  $g = \frac{di_P}{de_G}$  und für den geradlinigen Teil

$$i_P = g \cdot e_G = g \cdot r_3 i,$$

so wird

$$g^{Mho} = \frac{r_1}{r_2 \cdot r_3}.$$

Wenn  $r_3 = 10^3$  Ohm gesetzt ist, so kann man  $g$  aus der Beziehung

$$g = \frac{r_1}{r_2} \cdot 10^{-3}$$

berechnen.

**149) Bestimmung der wirksamen Impedanz von Verstärkungs-Transformatoren.** Die Differentialschaltung Abb. 118 wird mit einem hörbaren Strom erregt und der Normalwiderstand  $R$  verändert, bis das

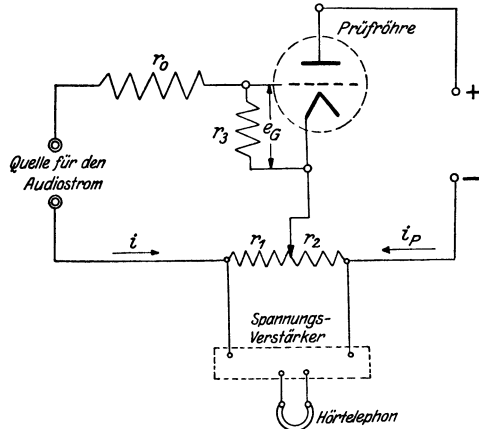


Abb. 117. Das Studium der dynamischen gegenseitigen Leitfähigkeit zwischen Gitter und Anode.

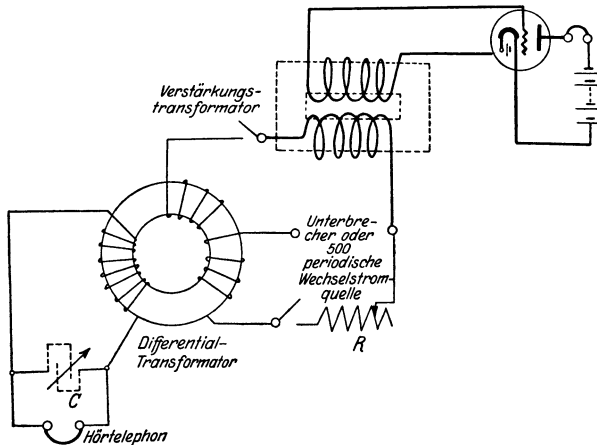


Abb. 118. Differentialschaltung.

Telephon im Sekundärkreis ein merkbares Tonminimum aufweist. Der wirksame Wert der Impedanz des Verstärkertransformators ist praktisch gleich dem Werte von  $R$ . Wenn die durch das Eisen verzerrte Wellenform keine gute Abgleichung ermöglichen sollte, so ist es besser, den Ton im Empfänger festzustellen, wenn  $R$  ausgeschaltet ist, und dann denselben Ton bei ausgeschalteten Verstärkungsweig mittels  $R$  herzustellen. Man konstruiert zu diesem Zweck die beiden Schalter so, daß der eine sich öffnet, wenn der andere geschlossen wird. Der Kondensator  $C$  hat den Zweck, Resonanz mit der gewünschten Frequenz des Audiostromes herzustellen. Wenn eine sehr genaue Messung notwendig ist, so kann das Verfahren des Paragraphs 176) verwendet werden. Man muß dann den Sekundärkreis des Differentialtransformators auf die gewünschte Grundwelle mittels eines Kondensators abstimmen, da das Eisen in einem Differentialzweige die Wellenform ungleich verzerren kann.

## XXII. Antennenuntersuchungen.

150) **Unterschied zwischen statischen und richtigen wirksamen Antennenkonstanten.** Die Luftgebilde der drahtlosen Stationen stellen offene Schwingungssysteme dar, für welche die bestimmenden Konstanten längs des Leiters gemäß gewissen Gesetzen verteilt sind, da der Antennendraht einen langen elektrischen Leiter bildet. Die bezüglichen Potential- und Stromverteilungen geben ein Hilfsmittel, die wirksamen Antennenkonstanten zu finden.

1. Die statischen oder wahren Antennenkonstanten  $C_A$ ,  $L_A$  und  $r_A$  die Kapazität, Selbstinduktion und Widerstand setzen konstante wirksame Spannungs- und Stromverteilungen längs des Luftdrahtes voraus. Ein solcher Fall kann mit der gewöhnlichen Hochfrequenzerregung nur für die Spannungsverteilung in Annäherung erreicht werden, wenn eine große induktive Belastung am geretzten Ende eingeschaltet ist. Die statischen Konstanten können als geometrische Größen angesehen werden, da die Form des Luftdrahtgebildes eine Berechnung derselben ermöglicht.

2. Die richtigen wirksamen Antennenkonstanten  $C_e$ ,  $L_e$  und  $r_e$  beruhen auf der tatsächlichen Verteilung von Strom und Potential. Dieselben bestimmen das wirksame Eigendekrement

$$\delta_e = \pi r_e \sqrt{\frac{C_e}{L_e}}$$

sowohl als die wirksame Schwingungskonstante

$$C_e \cdot L_e.$$

Wenn deshalb ein geschlossener Schwingungskreis mit den Einstellungen  $C_e$ ,  $L_e$  und  $r_e$  durch dieselbe Quelle und in derselben Weise wie die Antenne erregt wird, so erhält man denselben Resonanzstrom, selbst wenn die Schwingungen gedämpft sind. Für irgendeine induktive Belastung  $L_0$  hat man für die Eigenwinkelgeschwindigkeit  $n$  die Beziehung

$$n(L_e + L_0) + \frac{1}{n \cdot C_e} = 0,$$

da die elektrostatischen und elektromagnetischen Leistungsschwankungen<sup>1)</sup> im künstlichen geschlossenen Kreis (äquivalente Antenne) dieselben wie im tatsächlichen Luftgebilde sind. Wenn eine Hochfrequenzantenne mittels hörbaren Strömen erregt wird, so mißt man in guter Annäherung die Werte

$$\begin{aligned} C_e &= C_A \\ L_e &= \frac{L_A}{3} \\ r_e &= \frac{r_A}{3}, \end{aligned}$$

da das Luftgebilde für solche niedere Periodenzahlen (Audiofrequenz im Vergleich zu Radiofrequenz) als ein recht kurzer elektrischer Leiter wirkt und eine beinahe konstante Potentialverteilung hervorruft. Der wirksame Antennenstrom der hörbaren Frequenz fällt dann gegen das offene Ende hin gemäß einer geraden Linie ab<sup>2)</sup>.

3. Die scheinbaren wirksamen Antennenkonstanten  $C_e$ ,  $L_e$  und  $r_e$  setzen Sinus- und Kosinusverteilungen für den Strom und die Spannung voraus. Die äquivalente Antenne mit den Einstellungen  $C_e$ ,  $L_e$  und  $r_e$  ergibt dann in der Regel nur denselben Resonanzstrom wie in der eigentlichen Antenne, wenn eine Sinusschwingung den geschlossenen künstlichen Kreis erregt. Die Schwingungskonstante  $C_e \cdot L_e$  gilt für alle Fälle, während das Verhältnis  $\frac{L_e}{C_e}$ , welches der Dekrementformel unterliegt, falsch sein kann.

Die wirksamen Werte, welche unter 2. angegeben sind, haben die größere Bedeutung, da dieselben die tatsächlichen Leistungsschwankungen zwischen dem elektrostatischen und dem magnetischen Felde berücksichtigen.

<sup>1)</sup> Wenn eine lange Horizontalantenne mit verhältnismäßig kurzem Drahte in der Station verwendet ist, so hat man in guter Annäherung die Beziehung

$$\omega(L_e + L_0) - \frac{1}{\omega C_e} = \omega L_0 - \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \operatorname{ctg} \omega \sqrt{C_A L_A} = 0.$$

<sup>2)</sup> Streng genommen gilt dies nur, wenn eine horizontale Leitung mit einer Sinusschwingung erregt wird.



**151) Die geometrische Annäherungsmethode für die Bestimmung der statischen Antennenkapazität.** Dr. Austin<sup>1)</sup> gab unlängst Formeln für die Antennenkapazität  $C_A$ , welche für die meisten technischen Antennen 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub> Ungenauigkeit kaum überschreiten. Dieselben sind

$$C_A^{\text{MF.}} = \left(4\sqrt{F} + 0,885 \frac{F}{h}\right) 10^{-5}$$

(gilt für alle Antennen, wenn dieselben nicht zu lang sind und der Abstand ihrer Drähte nicht zu groß ist)

und

$$C_A^{\text{MF.}} = \left(4\sqrt{F} + 0,885 \frac{F}{h}\right) \left(1 + 0,015 \frac{l}{b}\right) 10^{-5}$$

(wenn die Länge  $l$  größer als das Achtfache der Breite  $b$  ist).

Die Größe  $F$  bedeutet die Fläche in Quadratmetern,  $h$  die Höhe,  $l$  die Länge und  $b$  die Breite in Metern.

Die theoretische Formel von Herrn Prof. Howe

$$C_A^{\text{MF.}} = \left\{3,6\sqrt{F} + 0,58 \frac{F}{h} \left(1 + 0,0375 \frac{l}{b}\right)\right\} \left(1 + 0,0375 \frac{l}{b}\right) 10^{-5}$$

ergibt ungefähr dieselbe Genauigkeit wie die empirischen Ausdrücke von Dr. Austin.

**152) Die graphische Annäherungsmethode für die Bestimmung der statischen Antennenkapazität und Induktivität.** Wenn ein Antennensystem mit seiner Eigenperiode schwingt, so muß die verallgemeinerte Impedanz

$$Z_e' = \omega L_0 - \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \operatorname{ctg} \omega \sqrt{C_A L_A} = Z_0' + Z_A \text{ für Spulenbelastung}$$

oder

$$Z_e'' = - \left\{ \frac{1}{\omega C_0} + \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \operatorname{ctg} \omega \sqrt{C_A L_A} \right\} = Z_0'' + Z_A \text{ für Kapazitätsbe-}$$

lastung verschwinden. Die Größe  $Z_e'$  bedeutet die Gesamtimpedanz (Abb. 119), wenn eine induktive Belastung  $L_0$  (ergibt  $Z_0'$ ) und  $Z_e''$ , wenn eine Kapazitätsbelastung  $C_0$  (ergibt  $Z_0''$ ) vorliegt. Da die Ausdrücke transzendental sind, so erfolgt ihre Auswertung am bequemsten mittels eines graphischen<sup>2)</sup> Verfahrens für  $C_A$  und  $L_A$ .

<sup>1)</sup> L. W. Austin, Journal, Wash. Academy of Sciences, August 1919, S. 393 bis 396.

<sup>2)</sup> Dr. L. Cohen hat ursprünglich (Electrical World 1915) eine solche Lösung für die spulenbelastete Antenne vorgeschlagen. Diese Methode wurde in diesem Werke auch auf die kapazitive Belastung angewendet.

Da die elektrische Länge  $\beta l$  einer Antenne von geometrischer Länge  $l$  und gleichförmig verteilter statischer Kapazität  $C_A = Cl$  und Selbstinduktion  $L_A = Ll$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$  und Wellenlänge  $\lambda$  durch die Beziehungen

$$\beta l = \omega l \sqrt{CL} = \omega \sqrt{C_A L_A} = \frac{2\pi}{\lambda} l$$

verknüpft ist, so kann man die verallgemeinerten Impedanzen auf die Form

$$\begin{aligned} Z_e' &= \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \left\{ \frac{L_0}{L_A} \beta l - \operatorname{ctg} \beta l \right\} \\ Z_e'' &= - \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \left\{ \frac{C_A}{C_0} \frac{1}{\beta l} + \operatorname{ctg} \beta l \right\} \end{aligned}$$

bringen. Für die Grundwellenlänge und alle Oberschwingungen wird das Verhältnis der Belastungs- zur wahren Antennenselbstinduktion

$$\frac{L_0}{L_A} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_1' l}{\beta_1' l} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_2' l}{\beta_2' l} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_3' l}{\beta_3' l} = \text{usw.}$$

Man kann  $L_A$  entweder gemäß der fundamentalen elektrischen Länge  $\beta_1' l$ , d. h. gemäß der Grundwelle  $\lambda_1'$  mittels

$$L_A = L_0 \beta_1' l \operatorname{tg} \beta_1' l = L_0 \frac{2\pi}{\lambda_1'} l \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda_1'} l$$

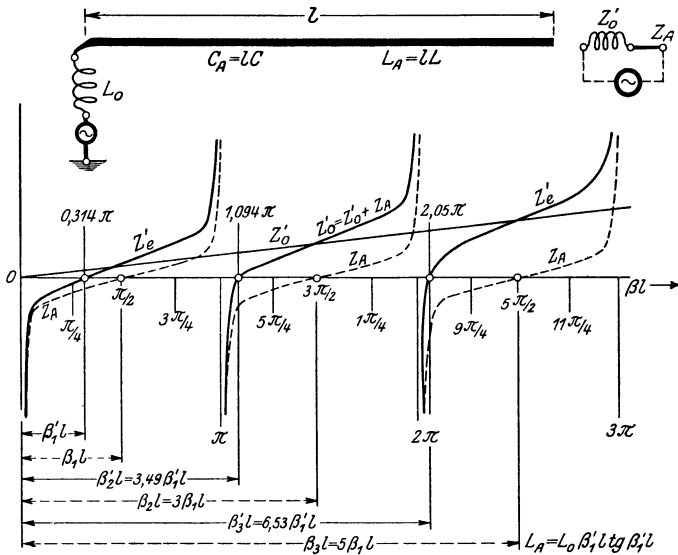
oder irgendeiner elektrischen Länge gemäß den höheren Eigenschwingungen berechnen, wie im nächsten Abschnitte gezeigt wird.

Wenn dieselbe Überlegung auf die Kondensatorbelastung angewendet ist, so erhält man für die statische Antennenkapazität  $C_A$  den Ausdruck

$$\begin{aligned} C_A &= -C_0 \beta_1'' l \operatorname{ctg} \beta_1'' l = -C_0 \frac{2\pi}{\lambda_1''} l \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda_1''} l \\ &= -C_0 \beta_2'' l \operatorname{ctg} \beta_2'' l \\ &= -C_0 \beta_3'' l \operatorname{ctg} \beta_3'' l \\ &= \text{usw.} \end{aligned}$$

Die Periodenzahl und die Wellenlänge der spulen- bzw. der kondensatorbelasteten Antenne für die Grundeigenwelle werden

$$\begin{aligned} f_1' &= \frac{\overset{-\text{Sek.}}{\beta_1' l}}{2\pi \sqrt{C_A^F L_A^H}} & \lambda_1' &= \frac{6\pi 10^8 \sqrt{C_A^F L_A^H}}{\beta_1' l} = \frac{2\pi l}{\beta_1' l} \\ f_1'' &= \frac{\beta_1'' l}{2\pi \sqrt{C_A L_A}} & \lambda_1'' &= \frac{6\pi 10^8 \sqrt{C_A L_A}}{\beta_1'' l} = \frac{2\pi l}{\beta_1'' l}. \end{aligned}$$

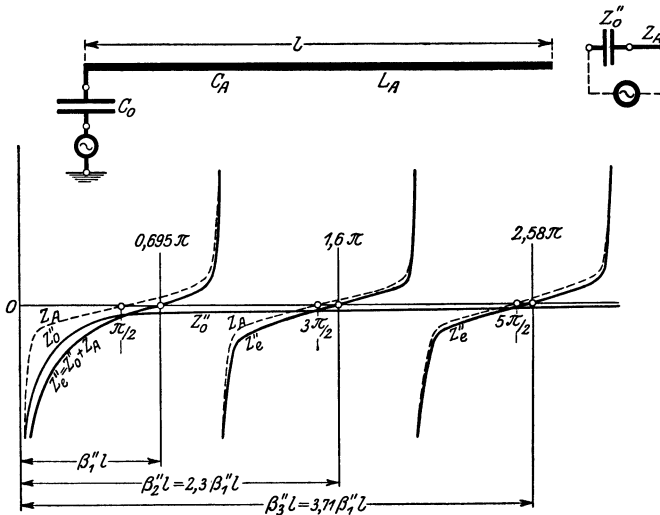


$\beta_1 l$  für die unbelastete Antenne

$$Z_0' = 0, \quad Z_e' = Z_A - \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \operatorname{ctg} \beta l, \quad \beta l = \omega \sqrt{C_A L_A} = \frac{2\pi}{\lambda} l$$

$\beta_1' l$  für die belastete Antenne

$$Z_e' = Z_0' + Z_A = \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \frac{L_0}{L_A} \beta l + Z_A$$



$\beta_1'' l$  für die belastete Antenne

$$Z_e'' = Z_A + Z_0'' = Z_A - \sqrt{\frac{L_A}{C_A}} \frac{C_A}{C_0} \cdot \frac{1}{\beta l} \quad C_A = -C_0 \beta_1'' l \operatorname{ctg} \beta_1'' l$$

Abb. 119. Impedanzen für eine induktive bzw. kapazitive Antennenbelastung.

Wenn man die graphische Addition der Abb. 119 studiert, für welche die äquivalente Antennenimpedanz und die Belastungsimpedanz summiert sind, so sieht man, daß die möglichen Oberschwingungen nicht mehr geradzahlige Vielfache der Grundwelle sind, wenn eine Belastung vorliegt. Für den Sonderfall der oberen graphischen Lösung, für die der Aufstieg der  $Z_0'$ -Linie zusammen mit der gestrichelten Kotangentenkurve die resultierende Kurve  $Z_e'$  ergibt, sieht man, daß die Frequenz  $f_2'$  der ersten Oberwelle das 3,49 fache der Grundfrequenz  $f_1'$  ist. In der nächsten Oberwelle  $f_3$  tritt die 6,53fache Grundfrequenz auf anstatt  $5 f_1$  usf. Dasselbe ergibt sich aus der Lösung für eine gewisse Kapazitätsbelastung, wie aus der unteren Darstellung zu erkennen ist. Man hat dann für die Frequenz  $f_2''$  der ersten Oberwelle das 2,3 fache der Grundfrequenz  $f_1''$  und  $f_3'' = 3,71 f_1''$  usw.

Man muß jedoch beachten, daß die graphische Methode zu großen Ungenauigkeiten führen kann. Die Lösung nach Abb. 119 darf als eine Durchschnittsgenauigkeit angesehen werden. Die Zuverlässigkeit prüft man wie folgt:

Aus der oberen Darstellung

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1' l = 0,314 \pi = 0,986 \\ \beta_2' l = 1,094 \pi = 3,44 \\ \beta_3' l = 2,05 \pi = 6,44 \end{array} \right\} \text{mit den entsprechenden} \left\{ \begin{array}{l} 56,5^\circ \\ 180 + 17^\circ \\ 360 + 9^\circ \end{array} \right. \\ \text{Winkeln}$$

$$\text{und} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2 \pi}{\lambda_1'} l = 1,5 \\ \frac{2 \pi}{\lambda_2'} l = 1,05 \\ \frac{2 \pi}{\lambda_3'} l = 1,02 \end{array} \right\} \text{woraus als Durchschnittswert} \\ L_A = 1,19 L_0 \text{ folgt.}$$

Für die Kondensatorbelastung im Sonderfall Abb. 119 erhält man

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1'' l = 0,695 \pi = 2,182 \\ \beta_2'' l = 1,6 \pi = 5,03 \\ \beta_3'' l = 2,58 \pi = 8,1 \end{array} \right\} \text{mit den entsprechenden} \left\{ \begin{array}{l} 90 + 35^\circ \\ 270 + 18^\circ \\ 90 + 15^\circ \end{array} \right\} \\ \text{Winkeln}$$

$$\text{und} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2 \pi}{\lambda_1''} l = -1,53 \\ \frac{2 \pi}{\lambda_2''} l = -1,63 \\ \frac{2 \pi}{\lambda_3''} l = -2,16 \end{array} \right\} \text{woraus sich der Durchschnitts-} \\ \text{wert } C_A = 1,77 C_0 \text{ ergibt.}$$

153) Anwendung der Methode. Die Konstruktion der Impedanzkurven hat große Vorzüge. Man benutzt deshalb die Beziehung

$$L_A = L_0 \beta_1' l \operatorname{tg} \beta_1' l$$

und die entsprechenden Beziehungen für die Oberschwingungen. Die elektrische Länge  $\beta_1' l$  kann mittels des Schnittpunktes der  $y_1'$ -Kurve

$$y_1' = \frac{L_0}{L_A} \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{L_0}{L_A} \beta l$$

der Abb. 120 mit der Kurve  $y_2$

$$y_2 = \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l = \operatorname{ctg} \beta l$$

gefunden werden, da

$$\frac{L_0}{L_A} \frac{2\pi}{\lambda_1'} l = \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda_1'} l,$$

wenn die Ordinaten  $y_1' = y_2$ . Die elektrische Länge  $\beta l$  liest man auf der Abszisse ab, da die Entfernung zwischen dem Ursprung des Koordinatenkreuzes und dem ersten Schnittpunkte der Kotangentenkurve  $y_2$  mit der Abszisse  $\beta_1 l = \frac{2\pi}{\lambda_1} l = \frac{\pi}{2}$  ist. Dieser Abstand ergibt somit den Maßstab. Die Neigung der  $y_1'$ -Linie gibt das Verhältnis der wahren Spulen- und Antennenselbstinduktion. Auf eine ähnliche Weise hat man für eine kapazitive Belastung  $C_0$

$$-\frac{C_A}{C_0} \frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda_1''} l} = \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda_1''} l.$$

Man sieht, daß der Schnittpunkt der  $y_2$ -Kurve mit der Kurve

$$y_1'' = -\frac{C_A}{C_0} \frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda} l} = -\frac{C_A}{C_0} \frac{1}{\beta l}$$

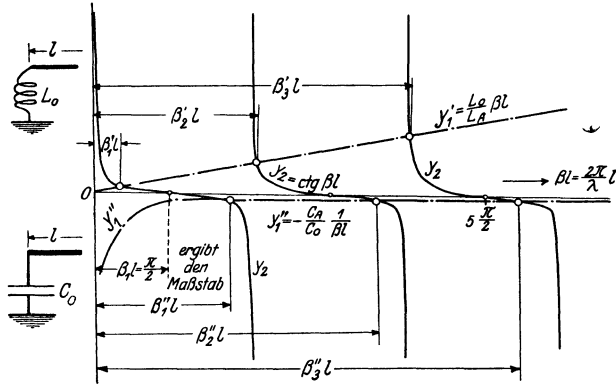
für ein gewisses Verhältnis  $\frac{C_A}{C_0}$  ein Hilfsmittel liefert, die möglichen Wellenlängen zu finden. Das Verfahren beruht deshalb darauf, daß man die Kotangentenkurven  $y_2$  wie in Abb. 120 einzeichnet und den Maßstab mittels des Abstandes für  $\frac{1}{2}\pi$  bestimmt. Man zieht dann die aufsteigende Linie  $y_1'$  für eine angenommene Beziehung  $\frac{L_0}{L_A}$  und erhält für die bekannte Belastungsinduktion  $L_0$  und die abgemessenen elektrischen Längen  $\beta_1' l$ ,  $\beta_2' l$ ,  $\beta_3' l$  die statische Antenneninduktion

$$L_A^H = L_0^H \beta_1' l \operatorname{tg} \beta_1' l = L_0 \beta_2' l \operatorname{tg} \beta_2' l = L_0 \beta_3' l \operatorname{tg} \beta_3' l = \text{usw.}$$

Wenn  $l$  die Länge des Antennendrahtes bedeutet, so erhält man die statische Antennenkapazität

$$C_A^F = \left[ \frac{l^m}{3 \times 10^8} \right]^2 \frac{1}{L_A^H},$$

da  $l^m = 3 \times 10^8 \sqrt{C_A^F L_A^H}$ . Auf eine ähnliche Weise zeichnet man für die kapazitive Belastung  $C_0$  die Kurve  $y_1''$  für eine angenommene Beziehung  $\frac{C_A}{C_0}$  und erhält aus den entsprechenden Schnittpunkten die



$C_A$  statische Kapazität der Antenne.  $C_0$  erzeugt die  $y_1''$ -Kurve } für ein  
 $L_A$  statische Selbstinduktion der Antenne.  $L_0$  erzeugt die  $y_1'$ -Linie }  
 und dieselbe Antenne.

$\frac{2\pi}{\beta' l} l$  Grundwellenlänge für eine induktive Belastung.

$C_A$  und  $L_A$  erzeugen die  $y_2$ -Kurven.

$\frac{2\pi}{\beta'' l} l$  Grundwellenlänge für eine kapazitive Belastung.

Abb. 120. Konstruktion der statischen Antennenkonstanten.

elektrischen Längen  $\beta_1'' l$ ,  $\beta_2'' l$ ,  $\beta_3'' l$ , welche die statische Antennenkapazität für die bekannte Belastung  $C_0$  zu

$$C_A^F = - C_0^F \beta_1'' l \operatorname{ctg} \beta_1'' l = - C_0 \beta_2'' l \operatorname{ctg} \beta_2'' l = - C_0 \beta_3'' l \operatorname{ctg} \beta_3'' l = \text{usw.}$$

ergibt. Die statische Antenneninduktion wird wieder aus der Beziehung  $l^m = 3 \times 10^8 \sqrt{C_A^F L_A^H}$  erhalten.

Vorstehende Methode hat den Vorteil, daß man ohne jegliche Messungen die Antennenkonstanten in Annäherung finden kann.

154) Analytische Methode zur Bestimmung der statischen Antennenkonstanten. Dieses Verfahren beruht auf der Messung der Grundwellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  der unbelasteten und induktiv belasteten

Antenne. Wenn  $L_0$  die wirksame Selbstinduktion der Belastungsspule am geerdeten Ende ist, so hat man die statischen Konstanten

$$L_A^H = L_0^H \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \left( \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ \right)^0$$

$$C_A^{\text{MF.}} = \frac{10^{-10}}{144} \cdot \frac{\lambda^m}{L_A^H}.$$

Beispiel: Gemessene Werte:  $\lambda = 685$  m für die Grundwellenlänge der unbelasteten Antenne.  $\lambda' = 1130$  m für die Grundwellenlänge, wenn die Belastungsselbstinduktion  $L_0 = 0,000345$  Henry am geerdeten Ende eingeschaltet ist. Berechnete Werte  $= \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot \frac{\pi}{2} = 0,953$ ,  $\frac{\lambda}{\lambda'} \cdot 90^\circ = 56,3^\circ$ ;  $L_A = 0,000463$  Henry und  $C_A = 0,0007$  MF.

**155) Zuverlässige Methode für die Bestimmung der statischen und richtigen wirksamen Antennenkonstanten<sup>1)</sup>.** Dieses Verfahren beruht wiederum auf der Messung der Grundwellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$ , wenn keine Belastung und die Belastung  $L_0$  am geerdeten Ende vorliegt. Gemäß den Ableitungen der Seite 304f kann man die richtigen wirksamen Antennenkonstanten für irgendeine induktive Belastung  $L_0$  aus den Formeln

$$C_e' = A_1 C_A$$

$$L_e' = B_1 L_A$$

und die statischen Werte mittels

$$C_A^{\text{MF.}} = \frac{\lambda^m}{144 \times 10^{10} L_A^H}$$

$$L_A^H = \frac{A_1 - A_2}{A_2 B_2 - A_1 B_1} L_0^H$$

berechnen, wenn die Verteilungsfaktoren

$$A_1 = \frac{8 \lambda'}{\pi \lambda} \frac{\sin^2 \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ}{\frac{\pi \lambda}{\lambda'} + \sin \left[ 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right] 180^\circ}$$

$$B_1 = \frac{\lambda'}{2 \pi \lambda} \frac{\frac{\pi \lambda}{\lambda'} - \sin \left[ 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right] 180^\circ}{\sin^2 \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ}$$

<sup>1)</sup> Diese Methode ist für eine lange Horizontalantenne genau und gilt in guter Annäherung für die meisten Antennen.

$$A_2 = \frac{2 \lambda'}{\pi \lambda} \sin \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ$$

$$B_2 = \frac{2 \lambda'}{\pi \lambda} \frac{\left[ 1 - \cos \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ \right]}{\sin \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ}$$

sind.

Die Anwendung ist einfach, z. B.

Gemesene Werte  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Belastungselbstinduktion; } \lambda = 685 \text{ m für die unbelastete} \\ \text{Antenne,} \\ L_0 = 0,000246 \text{ Henry; } \lambda' = 1015 \text{ m für die belastete} \\ \text{Antenne.} \end{array} \right.$

Die richtigen wirksamen Antennenkonstanten führen zu

$$\left. \begin{array}{l} C_e' = 0,967 C_A \\ L_e' = 0,393 L_A \end{array} \right\} \text{daher } \left\{ \begin{array}{l} A_1 = 0,967 \\ B_1 = 0,393 \end{array} \right.$$

Die scheinbaren Verteilungsfaktoren sind

$$A_2 = 0,826$$

$$B_2 = 0,56.$$

Man erhält somit die statischen Antennenkonstanten

$$L_A = \frac{0,967 - 0,826}{0,826 \times 0,56 - 0,967 \times 0,393} \times 0,000246 = \mathbf{0,000413 \text{ Henry}}$$

und

$$C_A = \frac{685^2}{144 \times 10^4 \times 413} = \mathbf{0,00079 \text{ MF.}}$$

Die richtigen wirksamen Werte sind daher

$$C_e' = 0,967 \times 0,00079 = \mathbf{0,000764 \text{ MF.}}$$

$$L_e' = 0,393 \times 0,000413 = \mathbf{0,0001625 \text{ Henry.}}$$

Wenn diese Ergebnisse in die Wellenlängenformel

$$\lambda' = 6 \pi \times 10^8 \sqrt{C_e' [L_e' + L_0]}$$

$$= 6 \times 10^8 \pi \sqrt{\frac{0,764}{10^9} [0,0001625 + 0,000246]}$$

eingesetzt werden, so sieht man, daß für diesen Sonderfall der Wert ungefähr 3,35% von der gemessenen Wellenlänge  $\lambda' = 1015$  sich unterscheidet.

**156) Annäherungsmethoden für die Bestimmung der statischen Antennenkonstanten.** Diese Verfahren beruhen auf der Messung der



Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  der unbelasteten und induktiv belasteten Antenne. Die am geerdeten Ende eingeschaltete Selbstinduktion  $L_0$  muß groß<sup>1)</sup> genug sein, um eine lineare Stromabnahme gegen das offene Ende hin zu gewähren. Die bezüglichen Wellenlängen sind dann in guter Annäherung<sup>2)</sup>

$$\lambda = k \sqrt{\left[ \frac{8}{\pi^2} C_A \right] \left[ \frac{1}{2} L_A \right]}$$

$$\lambda' = k \sqrt{[C_A] \left[ \frac{1}{3} L_A + L_0 \right]}$$

und die statischen Antennenkonstanten werden aus den Formeln

$$L_A^H = \frac{3 \pi^2 \lambda^2}{12 \lambda'^2 - \pi^2 \lambda^2} L_0^H$$

$$C_A^{MF.} = \frac{10^{-10} \lambda^2}{144 \pi^2 L_A^H}$$

berechnet<sup>3)</sup>. Beispiel: Gemessene Grundwellenlängen  $\lambda = 685$  m für die unbelastete und  $\lambda' = 1225$  m für die belastete Antenne, wenn die Selbstinduktion  $L_0 = 0,000448$  Henry am geerdeten Ende eingeschaltet war. Die statischen Konstanten werden dann  $L_A = 0,000466$  Henry und  $C_A = 0,0007$  MF.

Die andern Verfahren benutzen entweder, wie oben, die Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$ , entsprechend der unbelasteten Antenne und einer Belastung  $L_0$  und die Formel

$$L_A^H = 3 \frac{\lambda^2}{\lambda'^2 - \lambda^2} L_0^H$$

oder die Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  für die entsprechenden Belastungen  $L_1$  und  $L_2$  am geerdeten Ende. Die statische Antennenselbstinduktion berechnet sich dann aus

$$L_A^H = 3 \frac{L_1^H \lambda_2^2 - L_2^H \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}.$$

In beiden Fällen wird zur Auswertung der statischen Antennenkapazität  $C_A$  die Eigenwellenlänge  $\lambda$  der unbelasteten Antenne und die Formel

$$C_A^{MF.} = \frac{10^{-10} \lambda^2}{12 \pi^2 L_A^H}$$

benutzt.

<sup>1)</sup> Die Resonanzwellenlänge  $\lambda'$  muß wenigstens zweimal so groß ausfallen als für die unbelastete Antenne mit der Eigenwellenlänge  $\lambda$ .

<sup>2)</sup> Den Beweis siehe Seite 303.

<sup>3)</sup> Näheres siehe A. Hund, London Electrician, 24. Oktober 1919.

157) **Studium der Wirkung der Antennenbelastung.** In der Anordnung der Abb. 121 wird die Antenne mittels eines Unterbrechers erregt. Der Schalter erlaubt der Antenne entweder mit der Eigenwelle  $\lambda$  oder  $\lambda'$  bzw.  $\lambda''$  zu schwingen, sofern  $L_0$  oder  $C_0$  am geerdeten Ende eingeschaltet wird. Die Einstellung des Luftkondensators  $C_n$  liefert dann nicht nur die äquivalente Antennenkapazität  $C_e' = C_e + \Delta C_e$ , sondern auch die Änderung  $\Delta L_e$  in  $L_e' = L_e - \Delta L_e$ , da die Schwingungskonstante

$$\sqrt{C_n L_0} = \sqrt{C_e' [L_e' + L_0]} = \frac{\lambda'}{k}.$$

Wenn man deshalb  $\lambda'$  in Abhängigkeit von  $C_n$  aufträgt, so kann man sehen, in welchem Maße die äquivalente Selbstinduktion  $L_e'$  eine Rolle spielt. Die angenäherte Formel für die äquivalente Antennenkapazität ist

$$C_e' = \frac{\lambda'^2 - \lambda^2}{\lambda'^2} C_n = \frac{C_w - C_w'}{C_w'} C_n,$$

wenn  $C_w$  und  $C_w'$  die Kapazitätseinstellungen des Wellenmessers bei den Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  bedeuten. Die Charakteristik, die die veränderliche kapazitive Belastung  $C_0$  in Abhängigkeit von  $\lambda''$  darstellt, führt zu ähnlichen Betrachtungen. Man kann aus ihr ersehen, ob das ganze Antennensystem mehr als ein offener Schwingungskörper (Grenze, wenn keine Belastung) oder ähnlich wie ein geschlossener Kreis wirkt, für den die maßgebenden Kreiskonstanten lokalisiert sind.

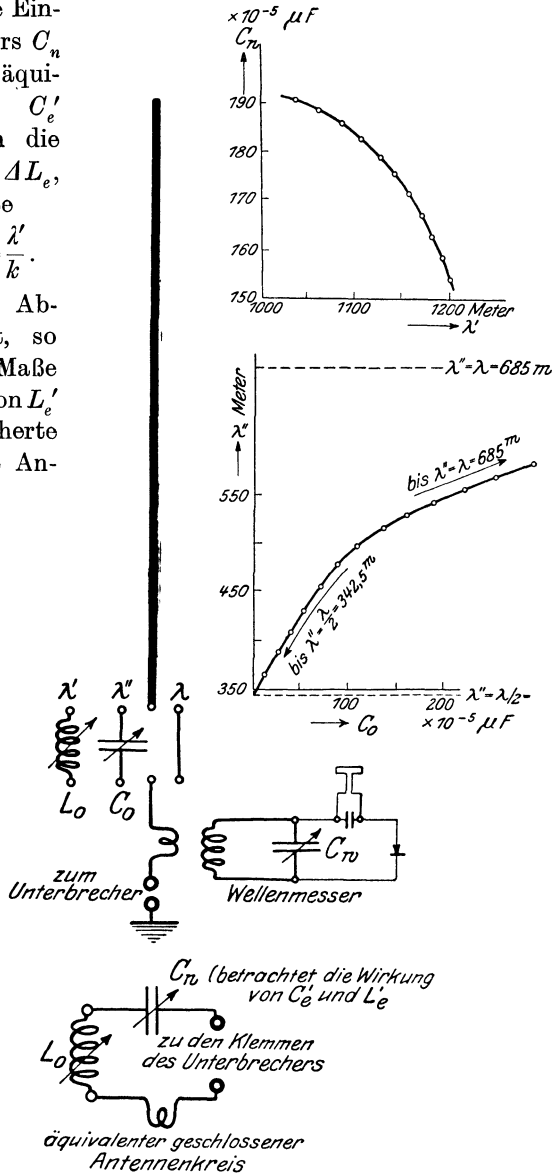


Abb. 121. Studium für die Wirkung einer Antenne in Abhängigkeit von der Belastung.

**Vergleichsmethoden für die Messung der wirksamen Kapazität, Selbstinduktion und des Antennenwiderstandes<sup>1)</sup>.**

158) A. Die Differentialmethode. Die Anordnung der Abb. 101 (S. 153) wird zuerst mittels eines Röhrenschwingungserzeugers und dann durch einen Stoßkreis (mit Löschfunkenstrecke) erregt und mittels der Normalen  $C_s$ ,  $L_s$  und  $r$  abgeglichen (Nullstrom in der Sekundärspule des Differentialtransformators).

Wenn eine Röhrenerregung vorliegt, so hängt der Sinusstrom  $I$  im Hauptzweige nur von der Größe des wirksamen Widerstands  $r_2$  der Anordnung ab, sofern Resonanz vorherrscht. Für gewöhnliche Funkenerregung mit dem Oszillatordekrement  $\delta_1$  und dem wirksamen Dekrement  $\delta_2$  der ganzen Meßanordnung ist der Strom

$$I = \frac{E_0}{2 r_2} \sqrt{\frac{N \cdot \delta_2}{f[\delta_1 \cdot \delta_2 + \delta_1^2]}}$$

außer von  $r_2$  auch von  $L_2$ ,  $C_2$ , der Wellengruppenfrequenz  $N$  und der maximalen induzierten Spannung  $E_0$  abhängig. Man verfährt somit wie folgt:

1. Die Abgleichung mittels Sinuswellen ergibt die Normaleinstellungen  $C_s$ ,  $L_s$  und  $r = r_e$ , wo  $r_e$  den wirksamen Antennenwiderstand darstellt.

2. Die Löschfunkenstrecke erregt das Differentialsystem und das Verhältnis  $\frac{C_s}{L_s}$  wird geändert, bis Resonanz vorliegt. Die neuen Einstellungen  $C_s' = C_e$  und  $L_s' = L_e$  ergeben die richtigen Effektivwerte für die Kapazität und Selbstinduktion der Antenne, während die Einstellung  $r = r_e$  wie oben bleibt.

Wenn für die zweite Erregung der Strom im Antennenzweige größer ausfällt, so ist dies ein Zeichen, daß  $C_s$  zu klein und  $L_s$  zu groß in 1. gewählt wurde. Eine richtige gegenseitige Verdrehung des Variometers und des Kondensators ergibt dann eine Abgleichung des Differentialsystems. Man hat also in der Abgleichung 2. denselben Antennenstrom durch die gegenseitige Verdrehung von  $C_s$  und  $L_s$  herzustellen.

159) B. Künstliche Antennenmethode. Dieses Verfahren, welches durch Abb. 122 erläutert ist, ist im wesentlichen dasselbe wie oben, da der Normalzweig des Differentialsystems der Abb. 101 in diesem Falle einen geschlossenen „äquivalenten“ Antennenkreis bildet.

---

<sup>1)</sup> Der Widerstand schließt den Strahlungswiderstand und denjenigen der Erdung ein.

1. Ein Röhrenschwingungserreger erregt zunächst die eigentliche Antenne und dann den künstlichen Kreis, welcher auf dieselbe Schwingungskonstante  $C_s L_s = C_e L_e$  eingestellt wird. Dies wird durch den Resonanzstrom  $I$  erkannt.

2. Eine Löschfunkenstrecke erregt das Antennensystem. Am geredeten Ende wird der Resonanzstrom  $I_1$  beobachtet. Darauf wird der künstliche Kreis an Stelle der Antenne angeschlossen und wieder der Resonanzstrom  $I_1$  durch die Änderung von  $C_s$  und  $L_s$  eingestellt. Dies wird am besten dadurch erreicht, daß man die Einstellung  $R = r_e$  wie zuvor (in 1.) unberührt läßt und den Wert von  $L_s$  verkleinert, während man  $C_s$  vergrößert oder umgekehrt bis das Hitzdrahtmeter den Strom  $I_1$  anzeigt. Die neuen Einstellungen  $C_s' = C_e$  und  $L_s' = L_e$ , sowie die Ablesung  $R = r_e$  sind dann die wirksamen Antennenkonstanten, da

$$C_s \cdot L_s = C_e \cdot L_e = C_s' \cdot L_s'$$

für die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit  $n$  der gedämpften Schwingungen:

$$\frac{n L_s'}{1} = \frac{n L_e}{n C_s'}$$

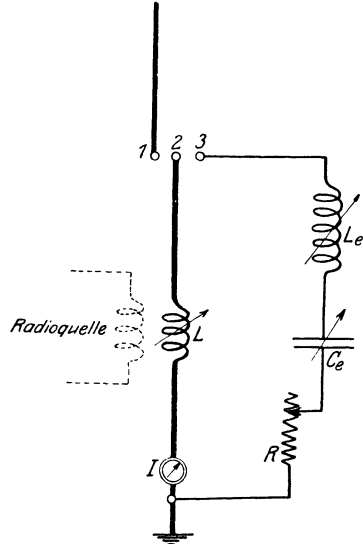


Abb. 122. Das äquivalente Antennenverfahren.

160) Bestimmungen der wirksamen Belastungsselbstinduktion einer Antenne. Die Resonanzwellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  für die unbelastete Antenne und für eine unbekannte Belastungsselbstinduktion werden gemessen. Wenn  $L_A$  die statische Antennenselbstinduktion bedeutet, so hat man

$$L_0^H = \frac{A_2 B_2 - A_1 B_1}{A_1 - A_2} L_A^H$$

für die Verteilungen

$$A_1 = \frac{8 \lambda'}{\pi \lambda} \frac{\sin^2 \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ}{\pi \frac{\lambda}{\lambda'} + \sin \left[ 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right] \cdot 180^\circ}$$

$$B_1 = \frac{\lambda'}{2 \pi \lambda} \frac{\pi \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin \left[ 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right] \cdot 180^\circ}{\sin^2 \frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ}$$

$$A_2 = \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \sin \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot 90^\circ$$

$$B_2 = \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \frac{\left[1 - \cos \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot 90^\circ\right]}{\sin \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot 90^\circ}$$

Beispiel: Gemessene Werte  $\lambda = 685$  m,  $\lambda' = 800$  m für  $L_0$  an der Grundseite. Die statische Antennenselbstinduktion war  $L_A = 0,000413$  Henry. Daher

$$A_1 = 0,904; \quad B_1 = 0,44; \quad A_2 = 0,724; \quad B_2 = 0,593$$

und die wirksame Belastungselbstinduktion

$$L_0 = \frac{0,724 \times 0,593 - 0,904 \times 0,44}{0,904 - 0,724} 0,000413 = 0,000735 \text{ Henry.}$$

**161) Widerstandsmethoden für die Bestimmung des wirksamen Antennenwiderstands.** Man mißt, während die Antenne, wie in Abb. 123, durch einen Röhrenschwingungserzeuger erregt wird, den Resonanzstrom  $I_1$  am geerdeten Ende ohne und den Resonanzstrom  $I_2$  mit eingeschaltetem Hilfswiderstand  $R$  für ein und dieselbe Wellenlänge  $\lambda$ . Da für beide Fälle das Ohmsche Gesetz zu den Beziehungen

$$E = I_1 \cdot r_e = I_2 [r_e + R]$$

führt, so erhält man den wirksamen Antennenwiderstand<sup>1)</sup> zu

$$r_e = \frac{I_2}{I_1 - I_2} R.$$

Wenn der induktionslose Widerstand  $R$  geändert wird bis  $I_2 = \frac{I_1}{2}$ , so wird

$$R = r_e.$$

Für den Fall von Stoßerregung hat man die Formel

$$r_e = \frac{I_2^2}{I_1^2 - I_2^2} R$$

und  $R = r_e$  für

$$I_2 = \frac{I_1}{1,41}.$$

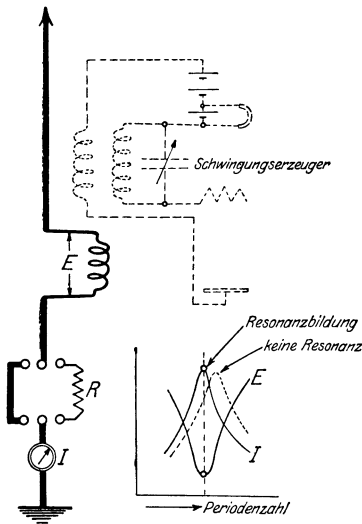


Abb. 123. Bestimmung des Antennenwiderstandes.

Wenn eine Röhrenerregung vorliegt, so kann man den wirksamen Widerstand auch mit einem Strom- und Spannungsmesser ermitteln.

<sup>1)</sup> Der Widerstand des Hitzdrahtinstrumentes muß abgezogen werden.

Wenn  $E$  die wirksame Spannung an den Klemmen der Kopplungsschleife bedeutet, so hat man

$$E \cdot I = I^2 \cdot r_e$$

und den wirksamen Antennenwiderstand

$$r_e = \frac{E}{I}.$$

Beispiel: Wenn das Voltmeter zur selben Zeit durch ein Minimum  $E_{\min} = 26$  Volt geht, während der Antennenstrom einen maximalen Wert  $I_{\max} = 1,25$  Ampere aufweist, war die erregende Wellenlänge  $\lambda = 3000$  m. Der wirksame Widerstand wird dann

$$r_e = \frac{26}{1,25} = 20,8 \text{ Ohm}.$$

162) **Annäherungsmethode für die Bestimmung von Strahlungs-Jouleschem und Erdwiderstand eines Strahlungssystems.** (Strahlungswirkungsgrad und Strahlungsdekrement.) Das Verfahren beruht auf der Anordnung der Abb. 124. Man bestimmt zunächst den wirksamen Widerstand der Senderantenne. Hierauf werden die wirksamen Stromwerte  $I_1$  und  $I_2$  im Sender und Empfängersystem gemessen, wenn die Empfängerantenne einige Wellenlängen von dem Sender entfernt ist. Der Luftdraht des Senders wird dann auf den zehnten Teil der ursprünglichen Höhe erniedrigt und wieder derart abgestimmt, daß der Strom  $I_1'$  dieselbe Leistung führt, d. h.  $W = I_1'^2 \cdot r_1' = I_1^2 \cdot r_1$ , wo  $r_1'$  den neuen wirksamen Senderwiderstand bedeutet und  $I_2'$  den entsprechenden Empfängerstrom. Gemäß den Ableitungen von Erskine Murray<sup>1)</sup>, welche

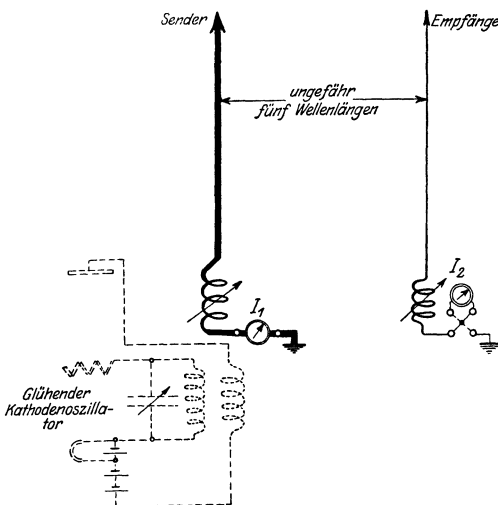


Abb. 124. Bestimmung des Strahlungswiderstandes.

<sup>1)</sup> Herr Dr. J. Erskine-Murray hat dieses Verfahren in seinem „Handbook of Wireless Telegraphy“, Crosby Lockwood and Son, London, ausführlich behandelt. Seine Originalabhandlung ist im Jahrb. d. drahtl. T. Heft 5, 1912 zu finden.

auf der Hertzschen Strahlungsgleichung beruhen, wird der Ohmsche Widerstand  $r_j$  einschließlich des Erdwiderstandes  $r_g$

$$r_j = I_1^2 \cdot r_1 \frac{I_2'^2 - I_2^2}{I_1^2 \cdot I_2'^2 - I_1'^2 \cdot I_2^2}$$

und der Strahlungswiderstand  $r_r$

$$r_r = I_2^2 \cdot r_1 \frac{I_1^2 - I_1'^2}{I_1^2 \cdot I_2'^2 - I_1'^2 \cdot I_2^2}.$$

Da der ganze Joulesche Verlustwiderstand  $r_j = r_a + r_g$  ist, so kann man nach Messung des Widerstands  $r_a$  des Antennendrahts den Erdwiderstand aus

$$r_g = r_j - r_a$$

berechnen.

Der Strahlungswirkungsgrad  $\eta_r$  ist in Annäherung

$$\eta_r \% = \frac{r_r}{r_1} 100 = I_2^2 \frac{I_1^2 - I_1'^2}{I_1^2 \cdot I_2'^2 - I_1'^2 \cdot I_2^2} 100.$$

Das Strahlungsdekrement wird für eine effektive Antennenkapazität  $C_e$

$$\delta_r = 5920 \frac{r_r^{\text{Ohm}} \cdot C_e^{\text{MF}}}{\lambda^m} = 6,57 \cdot 10^{-3} \frac{r_r^{\text{Ohm}} \cdot C_e^{\text{cm}}}{\lambda^m}.$$

**Methoden für die Bestimmung des wirksamen Antennendekrements und des Leistungsfaktors.** Man kann zwischen Methoden für gedämpfte und ungedämpfte Wellen unterscheiden.

163) Erste Methode. Wenn ein Röhrenschwingungserzeuger, welcher mit einigen Windungen der Antenne gekoppelt ist, die letztere in der Grundwellenlänge  $\lambda$  erregt, so hat man zwischen dem Resonanzstrom  $I$  am geerdeten Ende und der in der Antenne induzierten Spannung  $E$  der Antenne mit Kapazität  $C_e$  und Widerstand  $r_e$ , die Beziehungen

$$\delta_e = 5920 \frac{C_e^{\text{MF}} \cdot r_e^{\text{Ohm}}}{\lambda^m} = \pi \cos \varphi = \pi r_e \frac{I}{E} = \pi \omega C_e \cdot r_e$$

für das wirksame Dekrement  $\delta_e$  und den Leistungsfaktor  $\cos \varphi$ .

Beispiel:  $I = 1,25$  Ampere;  $r_e = 20,8$  Ohm;  $C_e = 1,99 \times 10^{-4}$  MF. für  $\lambda = 3000$  m. Der Leistungsfaktor  $\cos \varphi = \omega C_e r_e = 2 \pi \times 10^5 \times 1,99 \times 10^{-10} \times 20,8 = 0,0026$  und das ganze wirksame Antennendekrement  $\delta_e = \pi \cos \varphi = \pi \times 0,0026 = 0,00816$ .

Dasselbe Ergebnis könnte man auch mittels der Formel

$$\begin{aligned} \delta_e &= 6,578 \times 10^{-3} \frac{r_e^{\text{Ohm}} \cdot C_e^{\text{cm}}}{\lambda^m} = 5920 \frac{r_e^{\text{Ohm}} \cdot C_e^{\text{MF}}}{\lambda^m} \\ &= 5920 \frac{20,8 \times 1,99 \times 10^{-4}}{3000} \end{aligned}$$

erhalten.

**164) Zweite Methode.** Die Antenne der Abb. 123 auf Seite 198 wird zunächst mittels einer Vakuumröhre erregt und der Resonanzstrom  $I_1$  eingestellt. Hierauf wird ein induktionsloser Widerstand  $R$  am geerdeten Ende eingeschaltet und der neue Resonanzstrom  $I_2$  gemessen. Das zusätzliche Dekrement  $\Delta\delta$  der Antenne mit der wirksamen Kapazität  $C_e$  wird dann

$$\Delta\delta = 5920 \frac{C_e^{\text{MF.}} \cdot R^{\text{Ohm}}}{\lambda^{\text{m}}}$$

und das wirksame Antennendekrement wird

$$\delta_e = \Delta\delta \frac{I_2}{I_1 - I_2}.$$

Wenn  $I_2 = \frac{I_1}{2}$ , so wird  $\delta_e = \Delta\delta$ .

Für eine Stoßerregung wie in Abb. 123 hat man das Ergebnis

$$\delta_e = \Delta\delta \frac{I_2^2}{I_1^2 - I_2^2}$$

und  $\Delta\delta = \delta_e$ , wenn  $I_2 = \frac{I_1}{1,41}$ .

**165) Dritte Methode.** Das in Artikel 108 beschriebene Differentialsystem<sup>1)</sup> oder der künstliche Antennenkreis<sup>2)</sup> kann benutzt werden, um die Konstanten  $r_e$ ,  $C_e$  und  $L_e$  zu finden. Das Dekrement wird dann

$$\delta_e = \pi r_e^{\text{Ohm}} \sqrt{\frac{C_e^{\text{F}}}{L_e^{\text{H}}}}.$$

**166) Bestimmung der wirksamen Antennenimpedanz.** Man koppelt einen Röhrenoszillator mit einigen Windungen, welche zwischen einem geerdeten Hitzdrahtmilliamperemeter und dem Luftleitersystem eingeschaltet sind. Die wirksame induzierte Klemmenspannung  $E$  der Kopplungsspule wird mit einem Hitzdrahtinstrumente gemessen. Die Antennenimpedanz wird dann aus

$$Z^{\text{Ohm}} = \frac{E^{\text{V}}}{I^{\text{A}}}$$

berechnet.

**167) Bestimmung der Antennenenergie.** Man benutzt entweder die Differentialmethode der Abb. 101 auf Seite 153 und findet für ein abgeglichenes System die Energie

$$W = \frac{I^2}{4} r$$

<sup>1)</sup> Abb. 101 (S. 153).

<sup>2)</sup> Abb. 122 (S. 197).



oder verwendet den äquivalenten Antennenkreis der Abb. 122 und verfährt wie in 159 auf Seite 197 beschrieben ist. Das Quadrat des richtigen Resonanzstromes, mit dem wirksamen Widerstand multipliziert, mißt dann die Gesamtleistung der Antenne.

168) **Bestimmung der maximalen Ausgangsspannung und maximalen Stromstärke für gedämpfte Antennenwellen.** Das Verfahren beruht auf der Messung des effektiven Antennenstromes  $I$  am geerdeten Ende, der Wellengruppenfrequenz  $N$ , der effektiven Antennenkapazität  $C_e$  und des Widerstands  $r_e$  der Antenne. Die höchste am freien Ende vorkommende Spannung wird dann

$$E_0^V = I^A \sqrt{\frac{2 r_e^{0hm}}{C_e^F N^{-Sek}}}$$

und der größte vorkommende Strom  $I_0$  am Strombauch wird

$$I_0^A = 18,84 \times 10^8 \frac{I^A}{\lambda^m} \sqrt{\frac{2 r_e^{0hm} \cdot C_e^F}{N^{-Sek}}}.$$

Die Richtigkeit dieser Gleichungen ersieht man aus folgender Ableitung. Es ist:

$$E_0 = \frac{I_0}{\omega C_e}$$

für

$$\delta = \pi r_e \sqrt{\frac{C_e}{L_e}} = \pi \omega C_e \cdot r_e.$$

Da für den Resonanzfall

$$\omega^2 \cdot C_e \cdot L_e = 1,$$

so hat man

$$I = \frac{I_0}{2} \sqrt{\frac{N}{\delta f}} = \frac{\omega C_e E_0}{2} \sqrt{\frac{N}{\pi \omega C_e r_e f}} = C_e E_0 \sqrt{\frac{N}{2 r_e C_e}}.$$

Die Ausgangsspannung wird somit

$$E_0 = \frac{I}{C_e} \sqrt{\frac{2 r_e C_e}{N}}$$

und

$$I = \frac{I_0}{2} \sqrt{\frac{N}{\delta f}} = \frac{I_0}{\omega} \sqrt{\frac{N}{2 r_e C_e}} = \frac{\lambda I_0}{6 \pi \times 10^8} \sqrt{\frac{N}{2 r_e C_e}}$$

oder

$$I_0 = \frac{18,84 \times 10^8 \times I}{\lambda} \sqrt{\frac{2 r_e C_e}{N}}$$

wie oben gefunden wurde.

Beispiel: Die Versuchsantenne wird mittels Stoßerregung betrieben.  $I = 2,7$  Ampere,  $C_e = 1,71 \times 10^{-8}$  MF.,  $r_e = 11,5$  Ohm für  $\lambda = 784$  m und  $N = 1000$  Entladungen in der Sekunde. Man hat dann

$$E_0 = I \sqrt{\frac{2r_e}{N \cdot C_e}} = 2,7 \sqrt{\frac{2 \times 11,5}{1000 \times 1,71 \times 10^{-9}}} = 9900 \text{ Volt}$$

und

$$\begin{aligned} I_0 &= 18,84 \times 10^8 \frac{I}{\lambda} \sqrt{\frac{2r_e \cdot C_e}{N}} \\ &= 18,84 \times 10^8 \frac{2,7}{784} \sqrt{\frac{2 \times 11,5 \times 1,71 \times 10^{-9}}{1000}} = 40,7 \text{ Ampere.} \end{aligned}$$

169) Annäherungsmethode für die Vorausbestimmung der wirksamen Empfangsstromstärke. Dieses Verfahren beruht auf der Anwendung der Versuchsformel

$$I_r = k \cdot R \cdot S \cdot I_s$$

für den wirksamen Strom  $I_r$  am geerdeten Ende der Empfängerantenne oder Spule für einen effektiven Senderstrom  $I_s$  und die Wellenlänge  $\lambda$ . Die Konstante  $k$  ist gleich der Einheit, wenn der Abstand  $d$  zwischen der Sender- und Empfängerantenne kleiner als 100 km ist. Für größere Werte berechnet man dieselbe aus dem Ausdrucke:

$$k = \varepsilon^{-47 \times 10^{-6} \frac{d^m}{\sqrt{\lambda^m}}}$$

Die Verbrauchskonstante  $47 \times 10^{-6}$  gilt für Tageslicht und Überseeübertragung. Die in der Tabelle IV angegebenen Formeln beruhen auf den von Dr. Austin<sup>1)</sup> und seinen Mitarbeitern angegebenen Gleichungen, welche Sinuserregung voraussetzen.

Beispiel: Wenn umgekehrte  $L$ -Antennen für die Sende- und Empfangsstation verwendet werden, so hat man für einen Empfangsstrom  $I_r = 4 \times 10^{-5}$  Ampere;  $\lambda = 300$  m, für 20 m in vertikaler ( $h_s = h_r = 20$  m) und 60 m in horizontaler Richtung und  $r = 10$  Ohm für jede Antenne und eine Entfernung  $d = 50$  km derselben den Formfaktor des Senders

$$S = \frac{188 \times 20}{300} = 12,52$$

<sup>1)</sup> Eine allgemeine Kritik der Übertragungsformeln ist aus der Arbeit von T. M. Libby (I. R. E., Febr. 1917) zu entnehmen. Ihre Anwendung ist in Prof. Vallauri's (I. R. E., Aug. 1920) Aufsatz erläutert. Wenn  $\theta$  den Winkel bezeichnet, welcher im Erdzentrum mittels des Verbindungsbogens, der die Sender- und Empfängerstation verbindet, gebildet wird, so hat man für die

denjenigen des Empfängers

$$R = \frac{20}{50 \times 10^3 \times 10} = 4 \times 10^{-5},$$

was einem Senderstrom

$$I_s = \frac{I_r}{R \times S} = \frac{4 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-5} \times 12,52} = 0,0799 \text{ Ampere}$$

entspricht.

Tabelle IV.

Antenne		Formfaktor des		Empfängerstrom $I_r$ in Ampere	Bemerkungen
Sender	Empfänger	Senders $S$	Empfängers $R$		
Einfache umgekehrte $L$ -Antenne, $h_s$ ist die Höhe	wie Sender $h_r$ Höhe $r$ Widerstand	$\frac{188 h_s}{\lambda}$	$\frac{h_r}{d \cdot r}$	$I = k \cdot R \cdot S \cdot I_s$	$I_s$ Wirksamer Senderstrom, Wellenlänge $\lambda$ , $h_s, h_r$ Höhen und $d$ Entfernung zwischen den Antennen in Metern, $r$ Widerstand des Empfängers in Ohm $k = 1$ für $d < 100$ km $k = \varepsilon^{-47 \times 10^{-6} \frac{d}{\sqrt{\lambda}}}$ für $d > 100$ km
wie oben	geschlossene Spule $h_r$ Höhe $l_r$ Länge $N_r$ Windungszahl $r$ Spulenwiderstand	$\frac{1184 h_s}{\lambda^2}$	$\frac{h_r \cdot l_r \cdot N_r}{d \cdot r}$		
geschlossene Spule $h_s$ Höhe $l_s$ Länge $N_s$ Windungszahl	Einfache umgekehrte $L$ -Antenne $h_r$ Höhe und $r$ der Widerstand	$\frac{1184 h_s l_s N_s}{\lambda^2}$	$\frac{h_r}{d \cdot r}$		
wie oben	geschlossene Spule $h_r, l_r, N_r$ wie oben	$\frac{7450 h_s l_s N_s}{\lambda^3}$	$\frac{h_r \cdot l_r \cdot N_r}{d \cdot r}$		

Austinsche-(Navy-Formula) im Vergleich zu denjenigen von Dr. Eccles, Dr. Fuller und Herrn Prof. Sommerfeld

$$I_r = 377 \frac{h_s h_r I_s}{\lambda \cdot d \cdot r} \sqrt{\frac{\Theta}{\sin \Theta}} \varepsilon^{-\frac{0,0019 d}{3 \sqrt{\lambda}}}$$

(A. Sommerfeld, theoretische Formel [Ann. der Phys. 28, 1909])

$$\left. \begin{array}{l} \text{scheint die beste} \\ \text{Annäherungsformel} \\ \text{zu sein} \end{array} \right\} = 377 \frac{h_s h_r I_s}{\lambda \cdot d \cdot r} \sqrt{\frac{\Theta}{\sin \Theta}} \varepsilon^{-\frac{0,0015 d}{\sqrt{\lambda}}}$$

(L. W. Austin, teilweise empirisch [Bull. d. Bureau of Standards Bd. 11, Nov. 1914])

Die Tabelle IVa ergibt weitere Beziehungen zum besseren Vergleich von offenen und geschlossenen Systemen.

**170) Bestimmung der wirksamen Antennenhöhe<sup>1)</sup>.** Die Hertz'sche Strahlungstheorie zeigt, daß die wirksamen Antennenhöhen  $h_s$  und  $h_r$  der Sender- und der Empfängerstationen durch die Beziehung

$$\bar{h}_s^{\text{km}} \cdot \bar{h}_r^{\text{km}} = \frac{I_r^A d^{\text{km}} \cdot r \text{Ohm} \cdot \lambda^{\text{m}}}{I_s^A \pi 120}$$

gegeben<sup>2)</sup> sind, wenn  $I_s$  und  $I_r$  die wirksamen Sender- und Empfangsströme,  $d$  die Entfernung zwischen den Stationen und  $r$  den ganzen Empfängerwiderstand bedeuten. Für einen Spulenempfänger ist aber

$$\bar{h}_r = 2 \pi \frac{F_r}{\lambda} \cos \Phi,$$

wenn  $F_r$  den ganzen Flächeninhalt des Spulenrahmens in Quadratmetern und  $\Phi$  den Winkel zwischen der vertikalen Ebene der Spule und der vertikalen Ebene durch die zwei Stationen bedeutet. Man hat somit

$$h_s = \frac{I_r}{I_s} \times \frac{d \cdot r \cdot \lambda^2}{240 \pi^2 F_r \cdot \cos \Phi}.$$

$$I_r = 377 \frac{h_s h_r I_s}{\lambda \cdot d \cdot r} \sqrt{\frac{\Theta}{\sin \Theta}} \varepsilon^{-\frac{0,0045 d}{\lambda \sqrt{2}}}$$

(L. F. Fuller, teilweise empirisch [A. I. E. E. Bd. 34, 1915])

$$= 4,25 \frac{h_s h_r I_s}{\lambda \cdot d} \varepsilon^{-\frac{0,0045 d}{\lambda^{3/2}}}$$

(W. H. Eccles [Handbook of Wireless Tel. & Tel.]

<sup>1)</sup> Diese Methode wurde von C. Pession (Radio Review, Mai, 1921) zuerst vorgeschlagen.

<sup>2)</sup> Obige Ausdrücke beziehen sich auf die Übertragungsformeln von Herrn Professor Barkhausen (Jahrb. d. d. T. und T., 1912 Nr. 3). Dieselben sind

$$I_r = 377 \frac{h_s' \cdot h_r' \cdot I_s}{\lambda \cdot d \cdot r} \varepsilon^{-\frac{\alpha \cdot d}{\sqrt{\lambda}}} \left. \vphantom{I_r} \right\} \text{für sinus-} \\ \text{förmige Ströme}$$

$$I_r = 377 \frac{h_s' \cdot h_r' \cdot I_s}{\lambda \cdot d \cdot r \sqrt{1 + \frac{\delta_1}{\delta_2}}} \varepsilon^{-\frac{\alpha \cdot d}{\sqrt{\lambda}}} \left. \vphantom{I_r} \right\} \text{für gedämpfte} \\ \text{Wellenzüge}$$

wo die wirksame Antennenhöhe  $h'$  bei der wirklichen Höhe  $h$  durch die Beziehung

$$h' = \frac{1}{I} \int i \cdot d h$$

gegeben ist und  $I$  der am geerdeten Ende gemessene wirksame Stromwert bedeutet.

Tabelle

Berechnung des wirksamen Senderstroms  $I_s$  für eine gegebene

Fall	Antennenform (angenommene Dimensionen)		Formfaktor des Empfängers $R$ (berechnet)
	Sender	Empfänger	
1	<p>Geschlossene Spule mit einer einzigen quadratischen Windung, deren Seite 20 m lang ist.</p> <p>Daher:  <math>h_s = 20</math> m; <math>l_s = 20</math> m;  <math>N_s = 1</math> Windung;  <math>\lambda = 300</math> m.</p>	<p>Geschlossene Spule wie für Sender, d. h.  <math>h_r = 20</math> m; <math>l_r = 20</math> m;  <math>N_r = 1</math> Windung;  <math>d = 50</math> km und Widerstand <math>r = 10</math> Ohm.            Verlangter Empfangsstrom  <math>I_r = 4 \times 10^{-5}</math> Amp.</p>	$\frac{h_r \cdot l_r \cdot N_r}{d \cdot r}$ $= \frac{20 \times 20 \times 1}{50 \times 10^3 \times 10}$ $= 8 \times 10^{-4}$
2	<p>Geschlossene Spule wie in 1.</p>	<p>Geschlossene Spule aber  <math>h_r = 5</math> m; <math>l_r = 5</math> m;  <math>N_r = 4</math> Windungen,            so daß dieselbe Drahtlänge wie in 1 verwendet ist und wiederum <math>r = 10</math> Ohm.</p>	$\frac{h_r \cdot l_r \cdot N_r}{d \cdot r}$ $= \frac{5 \times 5 \times 4}{50 \times 10^3 \times 10}$ $= 2 \times 10^{-4}$
3	<p>Einfache <math>L</math>-Antenne  <math>h_s = 20</math> m.            Dieselbe Drahtlänge wie oben, 20 m vertikal und 60 m horizontal.</p>	<p>Geschlossene Spule wie in 1.</p>	<p>wie in 1.</p>
4	<p>Einfache <math>L</math>-Antenne wie in 3.</p>	<p>Geschlossene Spule wie in 2.</p>	<p>wie in 2.</p>
5	<p>Einfache <math>L</math>-Antenne wie in 3.</p>	<p>Einfache <math>L</math>-Antenne wie für Sender, d. h.  <math>h_r = 20</math> m; <math>r = 10</math> Ohm.</p>	$\frac{h_r}{d \cdot r} = \frac{20}{50 \times 10^3 \times 10}$ $= 4 \times 10^{-5}$

IV a.

Empfangsstromstärke und verschiedene Antennenformen.

Formfaktor des Senders $S$ (berechnet)	Strom des Senders (berechnet) $I_s = \frac{I_r}{R \cdot S}$ Amp.	Bemerkungen	
		besondere	allgemeine
$\frac{7450 \cdot h_s \cdot l_s \cdot N_s}{\lambda^3}$ $= \frac{7450 \times 20 \times 20 \times 1}{300^3}$ $= 1102 \times 10^{-4}$	$\frac{4 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-4} \times 1102 \times 10^{-4}}$ $= \mathbf{0,453 \text{ Amp.}}$		<p>Dieselbe Drahtlänge ist für alle Antennenformen des Senders sowohl als des Empfängers benutzt.</p> <p><math>k = 1</math>, da die Entfernung <math>d = 50</math> km kleiner als 100 km ist.</p>
<p>wie in 1.</p>	$\frac{4 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} \times 1102 \times 10^{-4}}$ $= \mathbf{1,812 \text{ Amp.}}$ <p>viermal so groß wie in 1.</p>	<p>deutet an, daß für <math>\frac{1}{4}</math> der Spulenhöhe 4mal so großer Senderstrom notwendig ist.</p>	<p>Gleichstromwiderstand ist für alle Formen des Senders und des Empfängers konstant.</p> <p><math>r = 10</math> Ohm.</p> <p>Wellenlänge ist für alle 5 Fälle konstant, nämlich <math>\lambda = 300</math> m.</p>
$\frac{1184 \cdot h_s}{\lambda^2} = \frac{1184 \times 20}{300^2}$ $= 263,11 \times 10^{-3}$	$\frac{4 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-4} \times 263,11 \times 10^{-3}}$ $= \mathbf{0,19 \text{ Amp.}}$ <p>sehr kleiner Strom (gut).</p>	<p>Guter Senderstrom. Empfänger wirkt zur gleichen Zeit als Richtungsfinder.</p>	<p>Verlangt: Daß der Empfangsstrom in allen Fällen <math>I_r = 4 \times 10^{-5}</math> Amp.</p> <p><math>h_s, h_r</math> Höhen des Senders und Empfängers.</p> <p><math>l_s, l_r</math> Länge der Sender- und Empfänger-spulen.</p>
<p>wie in 3.</p>	$\frac{4 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} \times 263,11 \times 10^{-3}}$ $= \mathbf{0,76 \text{ Amp.}}$	<p>Schlechte Anordnung.</p>	<p><math>N_s, N_r</math> Anzahl der Windungen für Sender oder Empfänger.</p>
$\frac{188 \cdot h_s}{\lambda} = \frac{188 \times 20}{300}$ $= 12,52$	$\frac{4 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-5} \times 12,52}$ $= \mathbf{0,0799 \text{ Amp.}}$ <p>kleinster und bester Wert.</p>	<p>Beste Anordnung.</p>	

Anwendung: Man mißt den Empfängerstrom  $I_r$  mittels eines Thermogalvanometers oder eines anderen passenden Instruments. Wenn man z. B. drei Stationen 1, 2 und 3 mit bezug auf deren wirksamen Höhen studieren will, so hat man

für Station 1 und 2

$$h_1 \cdot h_2 = \frac{I_2 \lambda_1 \cdot d_{12} \cdot r_2}{I_1 \cdot 377},$$

für Station 2 und 3

$$h_2 \cdot h_3 = \frac{I_3 \lambda_2 \cdot d_{23} \cdot r_3}{I_2 \cdot 377},$$

für Station 3 und 1

$$h_3 \cdot h_1 = \frac{I_1 \lambda_3 \cdot d_{31} \cdot r_1}{I_3 \cdot 377}.$$

Eine Messung von Commander C. Pession ergab z. B. für die Entfernungen

$$\begin{aligned} d_{12} &= 6,67 \text{ km; } I_1 = 18 \text{ und } I_2 = 95 \times 10^{-3} \text{ Ampere;} \\ r_2 &= 12,75 \text{ Ohm; } \lambda_1 = 3,2 \text{ km; d. h. } h_1 \cdot h_2 = 0,0038, \\ d_{23} &= 5,28 \text{ km; } I_2 = 10,6 \text{ und } I_3 = 49 \times 10^{-3} \text{ Ampere;} \\ r_3 &= 12,9 \text{ Ohm; } \lambda_2 = 3,15 \text{ km; d. h. } h_2 \cdot h_3 = 0,00257, \\ d_{31} &= 5,17 \text{ km; } I_3 = 13 \text{ und } I_1 = 24,5 \times 10^{-3} \text{ Ampere;} \\ r_1 &= 10,3 \text{ Ohm; } \lambda_3 = 1,8 \text{ km; d. h. } h_3 \cdot h_1 = 0,000526. \end{aligned}$$

Die wirksamen Höhen der drei Stationen sind deshalb

$$h_1 = 136 \text{ m; } h_2 = 27,9 \text{ m und } h_3 = 18,8 \text{ m.}$$

171) Die Erfahrungsformeln von Meißner für die ungefähre Schätzung der Eigenwellenlänge von technischen Antennen<sup>1)</sup>. Die natürlichen<sup>2)</sup> Wellenlängen können mittels folgender Formeln geschätzt werden, wenn  $l$  die Länge von dem geerdeten Ende zum freien Ende des Luftbildes bedeutet und in Metern ausgedrückt ist.

Vertikaler Draht  $4l$  bis  $4,1l$ ,

Horizontaler Draht (1 m über der Erde)  $5l$ ,

Ausgebreitete Antennen  $5l$  bis  $7l$ ,

Kleine  $T$ -Antennen  $4,5l$  bis  $5l$  (Schiff),

$T$ -Antennen (Breite  $b$  und Höhe  $b/2$  bis  $b/3$ )  $9$  bis  $10l$ ,

Schirmantenne  $6l$  bis  $8l$ .

<sup>1)</sup> A. Meißner, Jahrb. d. drahtl. Tel., Aug. 1919, S. 269 bis 270.

<sup>2)</sup> Eigenwellenlänge.

### XXIII. Verschiedene Meßmethoden.

172) **Bestimmung des Wirkungsgrades und der Gleichrichtungsfähigkeit eines Gleichrichters.** Der Wirkungsgrad  $\eta$  ist durch die bekannte Beziehung

$$\eta^0/\% = \frac{\text{Leistungsabgabe des Gleichstroms}}{\text{Wechselstromleistungsaufnahme}} \cdot 100$$

gegeben. Die aufgenommene Leistung  $W = EI \cos \varphi$  kann mittels eines Wattmeters gemessen werden. Da für die Gleichrichterleistung der mittlere Stromwert  $I_m$ , der mit einem Gleichstrominstrument gemessen wird, Bedeutung hat, so muß dieser Wert anstatt der mit einem gewöhnlichem Wechselstrommesser gefundenen Größe  $I_e$  benutzt werden. Der Formfaktor  $F$  und der Belastungswiderstand  $r$  ergeben dann unter Benutzung der Stromstärke  $I_m$  die Leistungsabgabe  $(I_m \cdot F)^2 \cdot r$  und

$$\eta^0/\% = \frac{(I_m \cdot F)^2 \cdot r}{W} 100$$

den Wirkungsgrad.

Was die Gleichrichterwirkung  $\xi$  eines elektrischen Ventils anbelangt, so kann man darunter den Ausdruck

$$\xi^0/\% = \frac{\text{Nutzstrom im Gleichstromkreise}}{\text{Möglicher Wechselstrom}} 100$$

verstehen, d. h.

$$\xi^0/\% = \frac{I_m}{I} 100.$$

Die Größe  $I_m$  ist die Ablesung an einem Gleichstrommesser im Gleichrichterkreise und  $I$  bezeichnet den Wert, den ein Wechselstrominstrument für kurzgeschlossenen Gleichrichter angibt (Schaltung der Abb. 114 auf Seite 177, wenn irgendein Gleichrichter benutzt wird und  $I = I_e$  für kurzgeschlossenen Gleichrichter).

173) **Feststellung der Gleichrichtungsfähigkeit eines belasteten elektrischen Ventils.** Die vorliegende Methode beruht auf dem im vorigen Abschnitte angegebenen Verfahren und benutzt die in Abb. 114 auf Seite 177 angedeutete Anordnung, wo  $r_g$  den wirksamen Gleichstromwiderstand<sup>1)</sup> während der Gleichrichtungsperiode und  $r$  denjenigen der Gleichstrombelastung darstellt. Wenn daher für den allgemeinen Fall ein unvollkommener Gleichrichter vorliegt, so ist der Gleichrichterstrom das Ergebnis einer Differentialwirkung (III und IV in

<sup>1)</sup> Für Glühkathodenröhren bedeutet  $r_g$  den kleinsten inneren Widerstand (wenn Kathoden- und Anodenerregung richtig gewählt sind).



Abb. 30 auf Seite 42), da ein kleiner wirksamer Strom in einer Richtung den eigentlichen Gleichstrom in der andern Richtung teilweise aufhebt. Das Verhältnis des Nutzstroms zum möglichem Wechselstrom wird daher

$$\xi = \frac{I_m}{I} = \frac{I_m}{\frac{1}{\sigma} I_{\max}} = \frac{\frac{1}{\sigma \cdot F} \frac{I_1 - I_2}{2}}{\frac{1}{\sigma} I_{\max}} = \frac{I_1 - I_2}{2 F \cdot I_{\max}},$$

wo  $\sigma$  und  $F$  die Scheitel- und Formfaktoren des gleichgerichteten Stromes bezeichnen. Die Gleichrichtungsfähigkeit wird dann im Falle eines unvollkommenen Gleichrichters mittels der Formel

$\xi^0/0 = \frac{I_m}{I} 100$  berechnet. Man sieht fernerhin, daß

$$I_{\max} = \frac{V_{\max}}{r}$$

und

$$I_1 = \frac{V_{\max}}{r_g + r},$$

da  $I_{\max} = \sqrt{2} I$  den maximalen Momentanwert des Wechselstroms für kurzgeschlossenen Gleichrichter bedeutet und  $I_1$  die maximale positive Schwebung im Gleichstromkreise entsprechend dem Gleichstromwiderstand  $r_g$  ist. Für die meisten brauchbaren Gleichrichter kann der Effekt von  $I_2$  vernachlässigt werden, da  $I_2$  praktisch Null ist und

$$\xi = \frac{I_1}{2 F \cdot I_{\max}} = \frac{\frac{V_{\max}}{r_g + r}}{2 F \cdot \frac{V_{\max}}{r}} = \frac{1}{2 F \left( \frac{r_g}{r} + 1 \right)}.$$

Der Formfaktor  $F = \frac{I_e}{I_m}$  wird mittels eines Wechselstrominstruments ( $I_e$ ) und eines Gleichstrommessers ( $I_m$ ) im Gleichstromkreise bestimmt. Man hat somit

$$\xi^0/0 = \frac{1}{2 \frac{I_e}{I_m} \left[ \frac{r_g}{r} + 1 \right]} 100.$$

**174) Methode<sup>1)</sup> zur Ermittlung von Isolierwiderständen.** Der Ausschlag  $I$  des Indikators der Abb. 125 wird zunächst für offene Prüfklemmen abgelesen. Das Prüfstück (Isolator u. dgl.) wird hier nach in den Gitterkreis eingeschaltet und der Ausschlag des Galvanometers nach einigen Minuten beobachtet. Wenn der Isolator eine

<sup>1)</sup> J. Scott-Taggart, London Electrician, 28. Jan. 1921.

merkbare Leitfähigkeit aufweist, so wird sich allmählich eine kleinere Ablenkung  $I_1$  einstellen, da das Potential von ungefähr 50 Volt das Gitter aufladet und die Elektronenemmission in diesem Falle verringert. Im Falle ein sehr hoher Isolierwiderstand besteht, wird man nur eine unmerkliche Verkleinerung von  $I$  erhalten.

175) Bestimmung des Frequenzfaktors und der Dielektrizitätskonstante eines unvollkommenen Kondensators. Die Fähigkeit eines Kondensators, Elektrizität aufzuspeichern, ist als Kapazität bekannt. Dieselbe ist im allgemeinen für unvollkommene Dielektrika größer und wächst ferner, wenn höhere Fre-

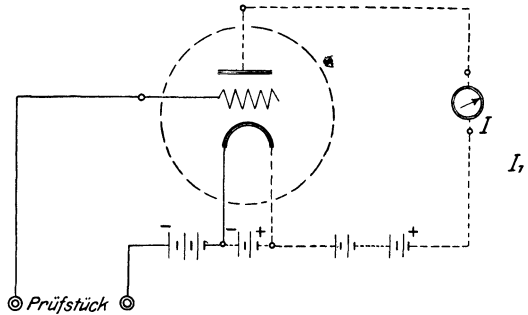


Abb. 125. Bestimmung der Isolationswirkung eines Apparates.

quenzen verwendet werden. Das Verhältnis von  $\frac{C_2}{C_1}$  wird als dielektrische Konstante oder induktive Kapazität und das Verhältnis

$$\frac{C_3}{C_2}$$

als Frequenzfaktor bezeichnet, wenn  $C_1$  die statische Kapazität mit Luft als Dielektrikum,  $C_2$  diejenige für ein gewisses Dielektrikum und  $C_3$  die Hochfrequenzkapazität für dasselbe Dielektrikum bedeutet.

176) Bestimmung der scheinbaren Selbstinduktion und des scheinbaren Widerstandes eines belasteten Transformators.

Wenn ein Transformator belastet ist, so vermehrt sich der wirksame Primärwiderstand, während die wirksame Selbstinduktion der Primärspule scheinbar abnimmt. Für den Fall, wo ein Lufttransformator vorliegt, kann man die Formel<sup>1)</sup> 43a

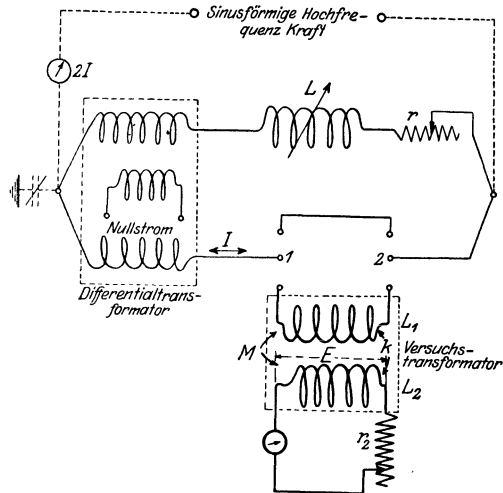


Abb. 126. Differentialmethode.

<sup>1)</sup> Seite 267

benutzen oder die äquivalenten Primärkonstanten mittels der in der Abb. 126 angedeuteten Differentialmethode bestimmen. Wenn im

Sekundärkreis des Differentialtransformators kein Strom mehr bemerkbar ist, so messen die Einstellungen der Normalien  $L$  und  $r$  die entsprechenden Effektivkonstanten des Prüftransformators

Beispiel: Die wirkamen Primärkonstanten des unbelasteten Prüftransformators waren  $r_1 = 0,0201$  Ohm,  $L_1 = 22,4 \cdot 10^{-5}$  Henry. Wenn der primäre Speisestrom 0,5 Ampere betrug, entzog der kurzgeschlossene Sekundärkreis mit 0,04 Ohm Widerstand 0,01375 Watt Energie. Dadurch entsteht der äquivalente Primärwiderstand  $r_1 = 0,055$  Ohm und die entsprechende Selbstinduktion  $L_1 = 19,8 \cdot 10^{-5}$  Henry der Primärspule. Die beiden letzteren Werte wurden direkt durch die Einstellungen von  $L$  und  $r$  bestimmt.

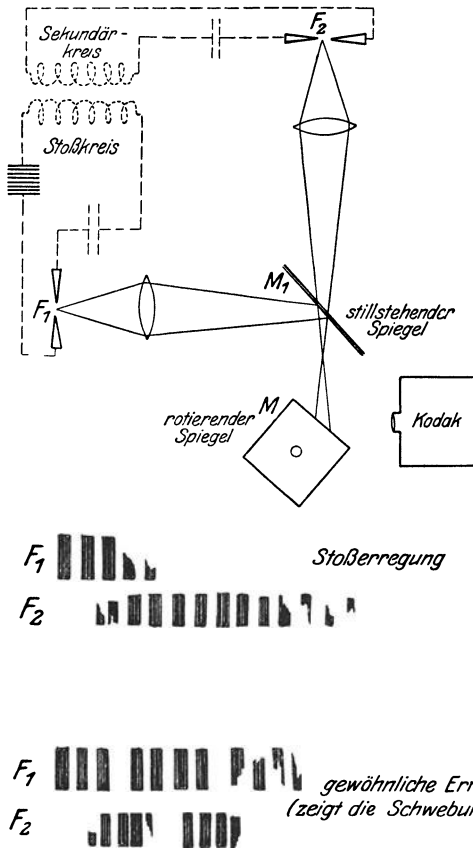


Abb. 127. Entladungen im Stoß- und angestoßenen Kreis.

177) **Studium von Schwingungen bei Stoßerregung.** Das in der Abb. 127 angegebene Verfahren kann benutzt werden, um mittels zweier Kadmiumfunkenstrecken<sup>1)</sup>, eines feststehenden und eines rotierenden Spiegels die Schwingungen im Funkenstrecken- und im Resonatorkreis zu studieren<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Die vorgeschlagenen Kadmiumfunkenstrecken eignen sich besonders für photographische Aufnahmen.

<sup>2)</sup> H. Rau (Jahrb. der drahtl. usw. 1910).

## XXIV. Elektromotorische Kräfte in Systemen, die negativen Widerstand besitzen<sup>1)</sup>.

### 178) Negative Widerstandsreaktion und Schwingungserzeugung.

Die meisten Schwingungsgeneratoren, die sich selbst erregen und ungedämpfte Wellen liefern, beruhen auf der sonderbaren Wirkung eines negativen Widerstands oder derjenigen einer negativen Teilimpedanz. Was für den Widerstand gilt, gilt im verallgemeinerten Fall für die Impedanz, so daß es nur nötig ist, den Begriff des ersteren zu erläutern. Der Poulsen-Lichtbogengenerator, der Dynatron<sup>2)</sup> der General Electric Company, der Kallirotron von L. B. Turner<sup>3)</sup>, der Negatron von Scott-Taggart<sup>4)</sup>, der glühende Kathodenzillator<sup>5)</sup> und andere Apparate, welche zurzeit ausgearbeitet werden, dürfen als Beispiele gelten.

**179) Definition und Eigenschaften eines negativen Widerstandes.** Ein Leiter stellt einen negativen Widerstand dar, wenn eine momentane Stromverkleinerung eine entsprechende Spannungssteigerung zwischen den Enden des Leiters erzeugt. Das heißt

$$\frac{\Delta V}{\Delta I / \lim \Delta I = 0}$$

ist eine **negative** Größe, während für einen gewöhnlichen Widerstand dieser Quotient einen positiven Wert ergibt. Ein negativer Widerstand hat deshalb eine fallende Volt-Ampere-Charakteristik. Im übrigen hat er dieselben Eigenschaften wie ein positiver Widerstand, da er einen kontinuierlichen Stromfluß zu verhindern sucht und deshalb Joulesche Wärmeverluste hervorruft. Die geraden Teile  $AB$  der Abb. 128a und 128b entsprechen einem negativen Widerstand der reinen Art, während der gekrümmte Teil  $BC$  der Abb. 128a einen negativen Widerstand der unreinen Art darstellt. In beiden Fällen ist der negative Widerstand begrenzt, da die Volt-Ampere-Charakteristik nur für einen gewissen Strombereich abfällt. Der gerade Teil  $AD$  gilt für den Fall, für den der Strom „bergaufwärts“ fließt. Der Strom fließt also gegen die erregende Spannung und die Gegen-EMK verleiht dann dem Strom die übliche Richtung.

<sup>1)</sup> A. Hund, Elektrotechnik und Maschinenbau 1920, S. 393.

<sup>2)</sup> A. W. Hull, Proc. I. R. E. 1918, S. 5.

<sup>3)</sup> L. B. Turner, Radio Review 1920, S. 317.

<sup>4)</sup> J. Scott-Taggart, Electrician 1921, S. 386.

<sup>5)</sup> Wenn die negative Widerstandsreaktion der Röhre in Betracht gezogen ist.

Wenn ein Stromkreis nur negative Widerstände enthalten würde, so hätte man einfach mit negativen Stromstößen zu rechnen, für den Fall, daß positive Spannungstöße dem System aufgedrückt werden. Wenn aber sowohl positive als auch negative Widerstände Teile eines Stromkreises bilden, so können sich die Stromstöße in den einzelnen Teilen entweder teilweise oder gar vollständig kompensieren, sofern entsprechende Spannungsschwankungen vorliegen. Solche Erscheinungen zeigen sich bei Bogenlampen<sup>1)</sup>, wenn kein konstanter Stromfluß vorliegt. Wenn z. B. eine konstante Spannungsquelle direkt an die Elektroden einer Bogenlampe angeschlossen ist, so kann die geringste plötzliche Stromverringering durch den unreinen Bogenwiderstand, welcher unrein negativ ist, stark beschleunigt werden, bis am Ende der Stromwert so klein geworden

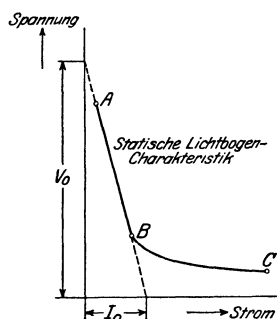


Abb. 128 a.

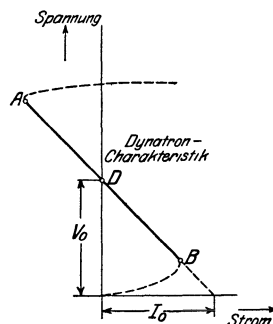


Abb. 128 b.

Technische negative Widerstände.

ist, daß der Bogen erlischt. In derselben Weise kann ein positiver Stromstoß in dem Speisestrom des Lichtbogens so durch den unreinen negativen Widerstand des Bogens anwachsen, daß die Zuleitung durchbrennt.

Solche positive und negative Beschleunigungen von Stromstößen können aber mit großem Vorteil verwendet werden. An dieser Stelle dürfte es von Interesse sein, daß diese Erscheinungen Schwingungen hervorrufen können. Je nach der Wahl der Konstanten kann man gedämpfte, ungedämpfte und wachsende Schwingungen erzeugen.

Es ist zu bemerken, daß ein negativer Widerstand keine „tote“ Masse wie ein gewöhnlicher positiver Widerstand (Kupferdraht usw.)

<sup>1)</sup> Die Lichtbogencharakteristik ist in folgenden und andern Arbeiten behandelt: C. D. Child, Electric Arcs, D. van Nostrand Co., N.Y.; E. Rasch, Das elektrische Bogenlicht, Braunschweig; A. Blondel, Lum. Elec. 42, 621, 1891; J. A. Fleming, Proc. Roy. Soc. 27, 118, 1894; Mrs. H. Ayrton, Journ. I. E. E. 28, 400, 1899; C. D. Child, Phys. Rev. 19, 122, 1904; W. L. Upson, El. 59, 1907; H. Th. Simon, Phys. Z. 8, 471, 1907.

darstellt. Er hat auf eine „lebende“ Masse Bezug, welche Energie birgt und in irgendeinem beliebigen Augenblicke die Verluste des eigentlichen Stromkreises kompensieren oder der eigentlichen Stromquelle sogar mehr Energie zuführen kann, als dieselbe durch den negativen Widerstand sendet.

Der negative Widerstand des Lichtbogens ist begrenzt und wachsende Schwingungen, wenn sie überhaupt beginnen, würden nach einigen Umkehrungen kontinuierlich werden. Dasselbe gilt für den Dynatronoszillator des Wissenschaftlichen Laboratoriums der General Electric Company, da der gerade Teil der Volt-Ampere-Charakteristik des Dynatrons nur für einen begrenzten Strombereich gilt. Begrenzter negativer Widerstand hat deshalb den Vorteil, daß er wachsende Schwingungen automatisch hemmen kann und deshalb wie eine Sicherung das System beeinflußt.

**180) Stabilität von Systemen, welche sowohl positiven als auch negativen Widerstand besitzen.** Zur besseren Erkenntnis des folgenden scheint es zweckentsprechend, die Stabilitätsbedingung für eine Reihenschaltung von positiven und negativen Widerständen aufzustellen, im Falle die ganze Anordnung einer konstanten Spannung ausgesetzt ist.

Im allgemeinen kann man annehmen, daß für eine fallende Volt-Ampere-Charakteristik (negativer Widerstand) unstabiles elektrisches Gleichgewicht vorherrscht, während eine ansteigende Charakteristik (d. h. jenseits des Knies in Abb. 129, positiver Widerstand) einem stabilen Gleichgewicht entspricht. Eine Stabilität kann auch dadurch erzielt werden, daß man die konstante Spannungsquelle durch eine Quelle ersetzt, welche dieselbe innere Charakteristik wie der Stromkreis aufweist oder eine Volt-Ampere-Charakteristik, welche mehr als diejenige des äußeren Stromkreises abfällt.

Wenn ein unreiner negativer Widerstand  $\mathcal{A}$  mit einem positiven Widerstand  $r$  in Reihe geschaltet ist, so hat man den in Abb. 129 angegebenen Fall. Man hat deshalb für die aufgedrückte Spannung

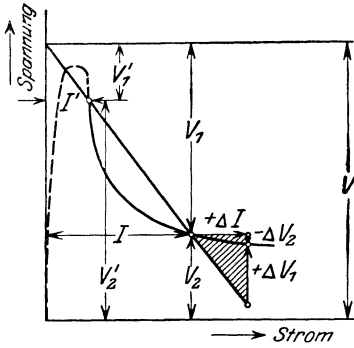
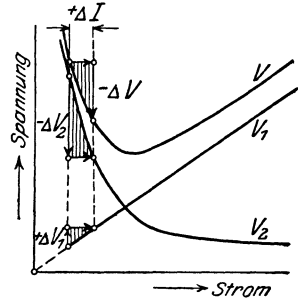
$$V = \begin{cases} V_1 + V_2 & \text{einen stabilen Strom } I \\ V_1' + V_2' & \text{einen unstabilen Strom } I', \end{cases}$$

d. h. die zwei Stromwerte  $I$  und  $I'$  sind möglich, wenn  $V$  vollkommen konstant ist. Eine Vergrößerung von  $I$  auf den Wert  $I + \Delta I$  ergibt dann einen verkleinerten Abfall  $V_2 - \Delta V_2$  im negativen Widerstand und einen größeren Abfall  $V_1 + \Delta V_1$  im positiven Widerstand, wenn  $I$  als Stromstoß wirkt. Da aber gemäß des Newtonschen Gesetzes die Summe aller Wirkungen und Gegenwirkungen verschwinden muß, so hat man

$$\begin{aligned} \Sigma V &= (V_1 + \Delta V_1) + (V_2 - \Delta V_2) \\ &= V + (\Delta V_1 - \Delta V_2) \\ &= V + \Delta V, \end{aligned}$$

wo  $V$  als eine positive Größe  $\Delta V_1 - \Delta V_2 > 0$  eine höhere Spannung zwischen der Quelle erfordern würde. D. h. ein positiver Stromstoß würde wenig Einfluß auf das System ausüben, da dessen Wirkung bald abklingen und man wieder stabiles Gleichgewicht erhalten würde. Ein negativer Stromstoß, d. i. eine Änderung

*Unreiner negativer Widerstand in Serie mit einem positiven (gewöhnlichen) Widerstand*



*Reiner negativer Widerstand in Serie mit einem positiven Widerstand (volle Linie von  $V_2$  bezieht sich auf den negativen Widerstand)*

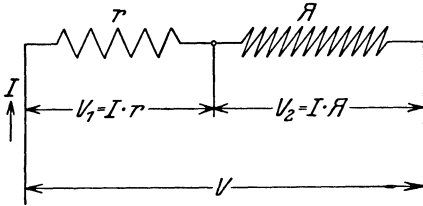
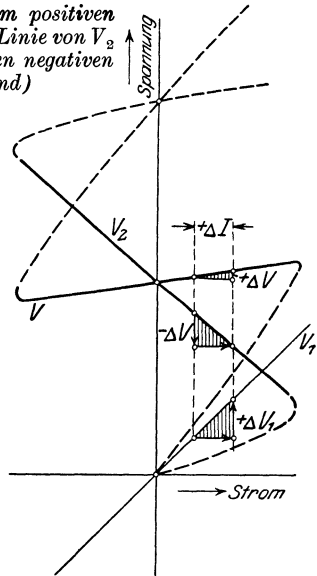


Abb. 129. Negativer und positiver Widerstand in Serie.

von  $I$  bis  $I - \Delta I$ , würde die bezüglichen Abfälle  $V_1 - \Delta V_1$  und  $V_2 + \Delta V_2$  erzeugen, da der negative Widerstand Spannung gewinnen und der positive Widerstand solche verlieren würde. Man kann deshalb

$$\begin{aligned} \Sigma V &= V + (\Delta V_2 - \Delta V_1) \\ &= V - \Delta V \end{aligned}$$

schreiben. Da aber  $V$  konstant ist, so kann  $\Delta V$  nicht lange andauern und das System ist wiederum im stabilen Gleichgewicht.

Auf eine ähnliche Weise kann man zeigen, daß für den Strom  $I'$  mit Bezug auf den Spannungsabfall  $V_2'$  im negativen Widerstand  $\mathcal{H}$  ein negativer Stromstoß  $\Delta I'$  einen kleineren Strom  $I' - \Delta I'$  bedingt. Man hätte dann Spannungsabfälle, welche nicht genügend sein würden, um den Kreisstrom zu erhalten (gestrichelter Teil der Lichtbogencharakteristik). Ein positiver Stromstoß würde dagegen eine beschleunigtere Abnahme von  $V_2'$  als eine Zunahme von  $V_1'$  ergeben. Man hat deshalb

$$\Sigma V = V - \Delta V.$$

Der Spannungsabfall  $\Delta V$  fördert daher die Zunahme von  $I' + \Delta I'$  auf einen Wert  $I' + \Delta I' + \Delta I''$  usf., bis am Ende der Wert  $I' + \Sigma \Delta I = I$  erreicht ist, für welchen Strom ein stabiles Gleichgewicht herrscht.

Da gemäß dieser Betrachtungen stabiles Gleichgewicht immer durch die Beziehung

$$\Delta V_1 - \Delta V_2 = + \Delta V > 0$$

zu befriedigen ist (gleichgültig, ob ein positiver oder negativer Stromstoß  $\Delta I$ ), so sieht man, daß für irgendeine Stromänderung

$$-\frac{\Delta V_2}{\Delta I} < \frac{\Delta V_1}{\Delta I}$$

und für den Grenzfall, für den  $\Delta I$  einen Nullwert annimmt,

$$-\frac{dV_2}{dI} < \frac{dV_1}{dI} < r$$

als Gleichgewichtsbedingung gilt.

Die Anwendung dieses Ergebnisses leitet dann zu interessanten Schlüssen.

1. Für einen unreinen negativen Widerstand  $\mathcal{H}$  in Reihe mit einem Widerstand  $r$ , wie in der oberen Darstellung der Abb. 129 angedeutet ist, hat der Spannungsabfall die Form

$$V_2 = \mathcal{H} I,$$

wo

$$\frac{dV_2}{dI} = \mathcal{H},$$

d. h.

$$-\mathcal{H} < r$$

ein Ergebnis, welches man erwarten konnte, da für die kritische Grenze  $-\mathcal{H} = r$ , die ganze Anordnung irgendwelchen Stromänderungen keinen Widerstand entgegenstellt, obgleich jeder Teil,  $r$  oder  $\mathcal{H}$ ,



merkbare Abfälle  $V_1$  und  $V_2$  ergeben kann. Wenn der innere Widerstand der Stromquelle vernachlässigbar ist, so würde für eine solche Einstellung ein unendlicher Strom fließen.

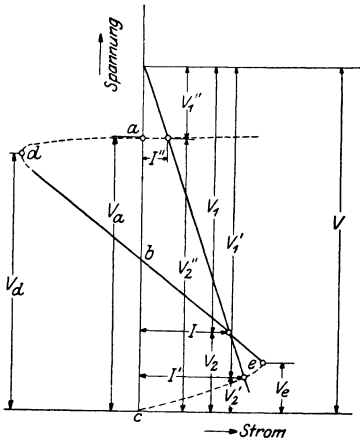


Abb. 130. Die drei möglichen Zustände, die für einen Dynatron in Reihe mit einem gewöhnlichen Widerstande bestehen können.

2. Wenn ein praktischer negativer Widerstand, nämlich derjenige eines Dynatrons, wie aus Abb. 128 b und der unteren Darstellung zur rechten Seite von Abb. 129 zu entnehmen ist, verwendet wird, so hat man für den geraden Teil  $\overline{AB}$  den Abfall

$$V_2 = \mathcal{H}I + V_0,$$

wo  $V_0$  eine Konstante bedeutet. Man erhält somit dasselbe Ergebnis, wie oben gefunden wurde.

Im allgemeinen bestehen für den Dynatron in Reihe mit einem gewöhnlichen Widerstande drei Möglichkeiten, da, wie in der Abb. 130 gezeigt ist, die aufgedrückte Spannung

$$V = \left. \begin{array}{l} V_1 + V_2 \\ V_1' + V_2' \\ V_1'' + V_2'' \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{gilt für einen negativen Widerstand,} \\ \text{gelten für einen positiven Widerstand,} \end{array}$$

d. h. drei verschiedene Ströme  $I$ ,  $I'$  und  $I''$  können bestehen, von denen natürlich nur  $I$  eine Bedeutung hat.

**181) Spannungswechsler in Gleichstromsystemen.** Wenn in der Anordnung von Abb. 131 der Strom  $I$  plötzlich von einem Nullwert bis zu einem Werte  $I$  geändert wird, so entstehen die entsprechenden Potentialdifferenzen  $V_1$  und  $V_2$  für den positiven Widerstand  $r$  bzw. für den negativen Widerstand  $\mathcal{H}$ . Das heißt, daß der Aufstieg der  $V_1$ -Charakteristik ein Maß für den Widerstand  $r$  und der Abfall für  $V_2$  ein Maß für den negativen Widerstand liefert. Da der resultierende Spannungsabfall eine aufsteigende Charakteristik ergibt, so sieht man, daß der positive Widerstand die größte Wirkung den Stromänderungen entgegenstellt, da für ein und denselben positiven Stromstoß  $\Delta I$

$$\Delta V_1 - \Delta V_2 = \Delta V > 0.$$

Man sieht fernerhin, daß die Änderung  $\Delta V$  kleiner als diejenige von  $V_1$  ist, da  $\Delta V < \Delta V_1$ . Der Unterschied wird um so ausgeprägter, je mehr sich der Abfall von  $V_2$  dem Anstieg von  $V_1$

nähert, d. h. je mehr man die Gleichheit der absoluten Werte von  $r$  und  $\mathcal{R}$  erreicht. Der idealste Fall ergibt sich für eine horizontale  $V$ -Linie. Der Kombinationswiderstand  $\mathcal{R} + r$  verschwindet dann vollständig und eine Nulländerung ( $\Delta V = 0$ ) erzeugt dann beträchtliche Spannungsänderungen  $\Delta V_1$  und  $\Delta V_2$  in den Teilen des Kreises, da der Stromstoß sehr groß ist und die Widerstände  $-\mathcal{R} = r$  in den Teilen wirken, zu welchen sie gehören. Eine praktische An-

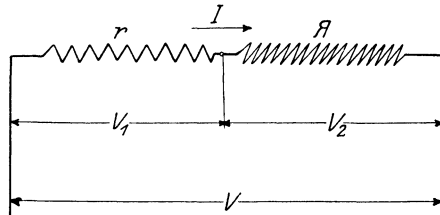
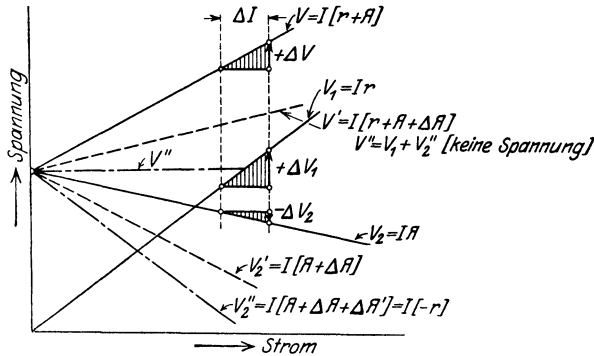


Abb. 131. Reiner negativer und positiver Widerstand in Reihe.

wendung würde daher einen solchen Wert von  $\mathcal{R}$  voraussetzen, daß er beinahe gleich demjenigen von  $r$  ist und zwar derart, daß

$$-\mathcal{R} \lesssim r,$$

so daß die Stabilitätsbedingung ebenfalls erfüllt ist. Technische Fälle sind in den Darstellungen der Abb. 129 angedeutet, wo ein unreiner begrenzter negativer Widerstand eines Lichtbogens mit einem positiven Widerstand in Reihe geschaltet ist oder wo ein reiner negativer Widerstand eines Dynatrons an Stelle des Lichtbogens verwendet ist. Die gestrichelten Teile der inneren Charakteristiken beziehen sich auf positiven Widerstand. Wenn man also  $-\mathcal{R} \lesssim r$  macht, so ist für einen Spannungsstoß

$$V = \begin{cases} V_1 + V_2 \\ V_1 + V_2 + (\Delta V_1 - \Delta V_2) - \Delta V. \end{cases}$$

Die Spannungsverstärkung ergibt sich somit zu

$$\frac{dV_1}{dV} = \frac{r}{r + \mathcal{A}}$$

und

$$\frac{dV_2}{dV} = -\frac{\mathcal{A}}{r + \mathcal{A}} = \frac{R}{r + \mathcal{A}}.$$

Das Ergebnis ist in Abb. 132 erläutert, die selbst für den Fall von  $\mathcal{A} = \frac{3}{4}r$  beträchtliche Spannungsverstärkungen erkennen läßt. Die Verstärkung und der Grad sind dieselben, wenn den Spannungsänderungen eine Gleichspannung überlagert ist. Man sieht fernerhin,

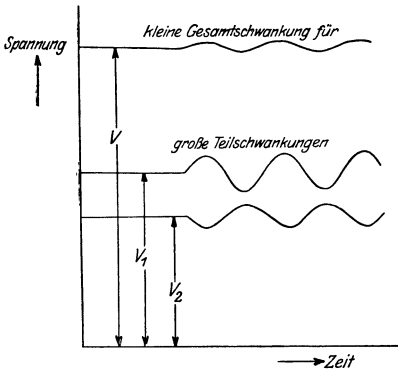


Abb. 132. Spannungsverstärkung in den Teilwiderständen.

daß der Begriff „eines negativen Widerstandes“ nur im Falle von Stromänderungen eine Bedeutung hat, da für konstante Stromverläufe keine besonderen Vorzüge zu gewinnen sind.

**182) Stromwechsler in Gleichstromsystemen.** Wenn man es mit Stromwechslern zu tun hat, so kommen Parallelzweige in Betracht, da für quasi-stationäre Vorgänge gerade soviel Strom einem Zweige zufließen muß, als derselbe abgibt. Das besagt aber, daß eine Reihen-anordnung nicht als Stromverstärker oder Stromschwächer dienen kann. Die Anordnung besteht aber aus einem negativen

Widerstand  $\mathcal{A}$  parallel mit einem positiven Widerstand  $r$ . Die ganze Anordnung empfängt Stromimpulse, welche, wie in Abb. 133 angegeben ist, beträchtliche Änderungen in den bezüglichen Teilzweigen hervorrufen können. Der Grad des Aufstieges der  $I_1$ - und  $I$ -Linien deutet die Leitfähigkeit der entsprechenden Teile an, während der Abfall der  $I_2$ -Linie die negative Leitfähigkeit im andern Parallelzweige anzeigt. Der Unterschied zwischen Aufstieg und Abfall hat wiederum nur eine Bedeutung, wenn Stromänderungen vorliegen. Die untere Darstellung deutet die entsprechenden Stromschwankungen an, wenn Stromänderungen  $\pm \Delta I$  dem System aufgedrückt sind. Die Stromverstärkung (siehe auch mittlere Darstellung) ist bedeutend, wenn der Abfall von  $I_2$  ungefähr gleich dem Aufstieg von  $I_1$  gewählt wird, da dann die  $I$ -Linie beinahe horizontal ausfällt. Dies besagt aber in andern Worten, daß die Stromverstärkung in den bezüglichen Parallelzweigen um so ausgeprägter wird, je mehr man die Gleichheit von  $r$  und  $\mathcal{A}$  anstrebt. Für eine horizontale  $I$ -Linie, für welche

$$\left\{ \frac{\Delta I_1}{\Delta V} - \frac{\Delta I_2}{\Delta V} \right\} = 0 \text{ ist, verschwin-}$$

det die Leitfähigkeit der ganzen Kombination, obgleich die Parallelzweige selbst endliche Leitfähigkeiten für Stromänderungen aufweisen. Man könnte deshalb zu dem Schlusse kommen, daß für Nullstromänderungen im Hauptkreis sehr große Stromänderungen in den bezüglichen Parallelzweigen hervorgerufen werden können. Ein solches Ergebnis hat jedoch nur einen Sinn, wenn die Hauptstromänderung  $\Delta I$  sehr klein, aber nicht Null ist, gerade so wie für Stromresonanz man einen Nullstrom in einen großen vor- und nacheilenden Strom (Kapazitäts- und Induktivitätsstrom) abzweigen kann. Die Stromverstärkung findet man wie folgt: Ein gewisser Stromstoß  $\Delta I$  verursacht in den Teilzweigen die Änderungen  $\Delta I_1$  und  $\Delta I_2$ , da die resultierende Kombinationsspannung einen Wert  $V + \Delta V$  erzeugt. Man hat somit

$$I = \begin{cases} I_1 + I_2 \\ I_1 + I_2 + \Delta I_1 - \Delta I_2 - \Delta I \\ \frac{V}{r} + \frac{V}{\mathcal{R}} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{V}{r} + \frac{V}{\mathcal{R}} + \frac{\Delta V}{r} + \frac{\Delta V}{\mathcal{R}} - \frac{\Delta V}{\frac{r \cdot \mathcal{R}}{r + \mathcal{R}}} \end{cases}$$

und für den Grenzfall wird die Verstärkung von Stromänderungen

$$\frac{d I_1}{d I} = \frac{\mathcal{R}}{r + \mathcal{R}}$$

und

$$\frac{d I_2}{d I} = \frac{r}{r + \mathcal{R}}$$

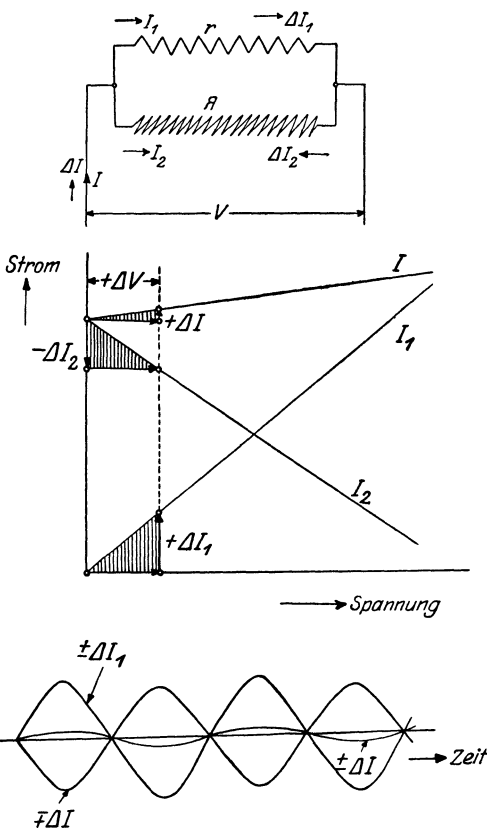


Abb. 133. Reiner negativer und positiver Widerstand in Parallelschaltung.

Die analytische Lösung als auch die graphische Darstellung der Abb. 133 zeigen, daß die Überlagerung eines konstanten Stromes die Verstärkung nicht beeinflußt.

183) **Die Beschleunigung von Einschaltströmen.** Eine konstante Spannung  $V^v$  sei plötzlich einem Reihenwiderstand  $(r + \mathcal{R})^2$ , welcher in Reihe mit einer Selbstinduktion  $L^H$  geschaltet ist, aufgedrückt. Der Entstehungsstrom wird dann:

$$i^A = \frac{V}{r + \mathcal{R}} \left[ 1 - \varepsilon^{-\frac{r + \mathcal{R}}{L} t} \right].$$

Man sieht deshalb, daß die Dämpfungskonstante abnimmt, wenn sich der numerische Wert des negativen Widerstandes  $\mathcal{R}$  demjenigen von  $r$  nähert. Die Geschwindigkeit des Entstehungsstroms kann deshalb beliebig und bedeutend beschleunigt werden, wenn die Größe des negativen Widerstandes richtig gewählt ist, und zwar ohne Gefahr zu laufen, daß ein Kurzschlußstrom sich einstellen kann. Ein unreiner negativer Widerstand dürfte für solche Fälle als vorzüglicher Beschleuniger wirken.

Wenn eine harmonische EMK an obige Anordnung gelegt ist, so ergibt die bisymbolische Methode die Lösung

$$nL\dot{I} + r\dot{I} + \mathcal{R}\dot{I} = V \dots \mathbb{A}$$

und

$$\begin{aligned} n[I(nL + r + \mathcal{R})] &= j\omega V \dots \mathbb{A} \\ &= j\omega [I(nL + r + \mathcal{R})] \dots \mathbb{A} \end{aligned}$$

Die verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten werden dann

$$\begin{aligned} n_1 &= j\omega = k \\ n_2 &= -\frac{r + \mathcal{R}}{L}, \end{aligned}$$

wo  $k$  eine Konstante bedeutet und die  $\omega$  aufgedrückte Kreisgeschwindigkeit ist. Der resultierende Strom wird dann

$$i^A = \frac{V}{\sqrt{(r + \mathcal{R})^2 + (\omega L)^2}} \left\{ \varepsilon^{j\omega t} - \varepsilon^{-\frac{r + \mathcal{R}}{L} t} \right\}.$$

Diese Beziehung zeigt wiederum, daß ein begrenzter negativer Widerstand<sup>1)</sup> den Entstehungsstrom beliebig beschleunigen kann. Man sieht fernerhin, daß die Amplitude des permanenten Gliedes zu einem

<sup>1)</sup> Wenn ein unreiner negativer Widerstand verwendet wird, so ist der negative Widerstand  $\mathcal{R}$  mittels der Gleichung der inneren Charakteristik und des für den nicht-linearen Gleichrichter auf Seite 54 angegebenen Verfahrens berechenbar.

Werte  $\frac{V}{\omega L}$  vergrößert werden kann, wenn der Aggregatwiderstand  $(r + \mathcal{A})$  auf einen Nullwert eingestellt ist. Es scheint, als ob der Stromkreis keine Energie verbrauchen würde. Dies ist jedoch nur eine Täuschung, da der negative Widerstand  $\mathcal{A}$  in Wirklichkeit den  $i^2 r$ -Verlust decken kann.

**184) Negativer Widerstand als Stimulus von Schwingungen.**

1. Eine konstante EMK sei plötzlich der Reihenanordnung von Abb. 134 aufgedrückt. Die bisymbolische Methode führt dann zu den Gleichungen

$$V = (r + \mathcal{A})I + nL\dot{I} + \frac{I}{nC} \dots \mathbb{A}$$

und

$$0 = n \left\{ [r + \mathcal{A}]I + nL\dot{I} + \frac{I}{nC} \right\} \dots \mathbb{A}$$

mit den Winkelgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} n_1 &= 0 \\ n_2 &= -\frac{r + \mathcal{A}}{2L} + j \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r + \mathcal{A}}{2L}\right]^2} = \alpha + j\omega \\ n_3 &= \alpha - j\omega \end{aligned}$$

wenn

$$\left[\frac{r + \mathcal{A}}{2L}\right]^2 < \frac{1}{CL}.$$

Die Lösung für den Entstehungsstrom ist dann

$$i^{\mathbb{A}} = \sum_{n_1}^{n_3} I \varepsilon^{nt} = \frac{V}{\omega L} \varepsilon^{-\frac{r + \mathcal{A}}{2L}t} \sin \omega t$$

und die momentane Kondensatorspannung wird

$$e^V = \sum_{n_1}^{n_3} E \varepsilon^{nt} = V \left[ 1 - \frac{\varepsilon^{-\frac{r + \mathcal{A}}{2L}t}}{\omega \sqrt{CL}} \sin \left( \omega t - \text{tg}^{-1} \frac{2\omega L}{r + \mathcal{A}} \right) \right].$$

Diese Lösungen zeigen, daß gedämpfte, ungedämpfte und wachsende Schwingungen auftreten können. Die gedämpften Schwingungen gelten für einen positiven Wert von  $(r + \mathcal{A})$ . Sie beziehen sich nur auf das abnehmende Glied des

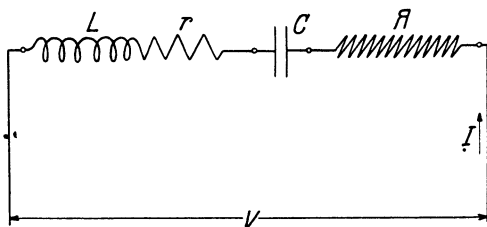


Abb. 134. Schwingungserzeuger.

Gesamtstromes  $i$  und dauern deshalb nicht lange an. Die wachsenden Schwingungen entstehen bei einem negativen Wert von  $(r + \mathcal{R})$ . Ungedämpfte Wellen liegen dann vor, wenn  $r$  und  $\mathcal{R}$  ungefähr denselben numerischen Wert haben und wenn ferner die Stabilitätsbedingung<sup>1)</sup>

$$-\mathcal{R} \gtrsim r \text{ oder } R \gtrsim r$$

befriedigt ist. Die Wellen dürfen dann als sinusförmig aufgefaßt werden (wenn die richtige innere Charakteristik zugrunde gelegt wird). Die Anordnung der Abb. 134 hat den Nachteil, daß die Schwingungen sowohl über die Quelle als auch über den negativen Widerstand fließen müssen. Dies führt zu unnützen Verlusten. Diese sind besonders groß, im Falle von unreinem negativen Widerstand und konstanter Spannungsquelle<sup>2)</sup> mit hohem Widerstand.

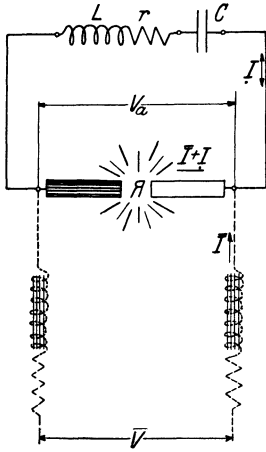


Abb. 135.

Negativer Widerstand und Resonanzkreis in Parallelschaltung.

2. Wenn der negative Widerstand  $\mathcal{R}$  einem Resonanzzweig parallel geschaltet wird, so hat man das in Abb. 135 ange deutete System, welches nichts anderes als einen Poulsenschen Schwingungserzeuger darstellt. Nimmt man an, daß einige Lichtbögen so angeordnet sind, daß der Bogenstrom (Strom durch den negativen Widerstand)  $(\bar{I} + I)$  linear mit wachsender Klemmenspannung  $V_a$  abnimmt, so hat man das Gesetz<sup>3)</sup>

$$\bar{I} + I = \frac{V_a}{\mathcal{R}}.$$

Ein solcher Fall wird in technischen Lichtbogenanordnungen nicht erreicht, da in erster Linie die statische Bogencharakteristik nicht mit der dynamischen zusammenfällt und in zweiter Linie die erstere nur für sehr kleine Strombereiche als linear angesehen werden darf. Wenn man aber die Beziehung für die Möglichkeit von Schwingungen und deren wahrscheinliche Periodenzahl aufzustellen wünscht, so sind solche Annahmen gerechtfertigt und besonders an dieser Stelle, da

<sup>1)</sup> Die Zeichen  $\gtrsim$  zeigen an, daß ungefähr Gleichheit besteht, aber derart, daß  $-\mathcal{R}$  etwas kleiner als  $r$  ist.

<sup>2)</sup> Ein Blockkondensator, welcher die Klemmen der Quelle überbrückt, kann diese Erscheinung in vielen Fällen beseitigen.

<sup>3)</sup> Im allgemeinen Falle gilt das Gesetz:

$$\frac{dV_a}{d(\bar{I} + I)} = \mathcal{R}.$$

hier nur die wichtigsten Allgemeinlösungen angegeben sind<sup>1)</sup>. Da für Schwingungen nur die veränderlichen Stromkomponenten in Betracht kommen, so hat man für den geschlossenen, stark ausgezogenen Schwingungskreis die Lösung

$$(\bar{I} + \dot{I})\mathcal{R} + \dot{I}r + \dot{I}nL + \frac{\dot{I}}{nC} = 0 \dots \angle \dots$$

oder

$$\bar{I}\mathcal{R} + \dot{I}(r + \mathcal{R}) + \dot{I}nL + \frac{\dot{I}}{nC} = 0 \dots \angle \dots \mathbb{A}$$

Dieser Ausdruck ist bisymbolisch, da der Vektor  $\dot{I}$  sich mit der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  dreht, während die konstante mittlere Spannung

$$\bar{V} = \bar{I}\mathcal{R}$$

des negativen Widerstands  $\mathcal{R}$ , um welche die überlagerte Schwingungsspannung wechselt, sich mit der Winkelgeschwindigkeit Null dreht und zu allen Zeiten denselben Skalar beibehält. Eine symbolische Multiplikation des ersten Grades mit den diesbezüglichen Faktoren 0 und  $n$  ergibt dann

$$n\dot{I} \left\{ r + \mathcal{R} + nL + \frac{1}{nC} \right\} = 0 \dots \wedge \dots \angle$$

mit den Winkelgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} n_1 &= 0 \\ n_2 &= -\frac{r + \mathcal{R}}{2L} + j\sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r + \mathcal{R}}{2L}\right]^2} = \alpha + j\omega \\ n_3 &= \alpha - j\omega. \end{aligned}$$

Der Kondensatorstrom wird daher

$$\dot{i}^A = \sum_n^n \varepsilon I^{nt} = I\varepsilon^{-\left[\frac{r + \mathcal{R}}{2L}\right]t} \sin t \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r + \mathcal{R}}{2L}\right]^2}$$

und für  $r \gtrsim -\mathcal{R}$  oder  $r \gtrsim R$

werden Sinusschwingungen erzeugt. Da die Schwingungen  $\dot{I}$  den Strom des negativen Widerstandes schwächen und verstärken, so sieht man, daß der pulsierende Strom  $(\bar{I} + \dot{I})$  im negativen Widerstande  $\mathcal{R}$  dem Kondensatorstrom um 180 Zeitgrade nacheilt. Der eigentliche Schwingungsstrom wächst deshalb zu Zeiten, wenn der Gesamtstrom durch den negativen Widerstand abnimmt.

<sup>1)</sup> Welche für Sinusschwingungen (Lichtbogenströme der ersten Art) gelten.  
 Hund, Grundlagen. 15



Abb. 135a zeigt zwei andere praktische Anordnungen der Schaltung 135. Die obere Anordnung besteht entweder aus einer Zweielement- und einer Dreielementröhre mit Gitter und gemeinsamen Glühfaden oder verwendet den Negatron von Scott-Taggart, bei dem alle vier Elektroden in einer gemeinsamen Glashülle angebracht

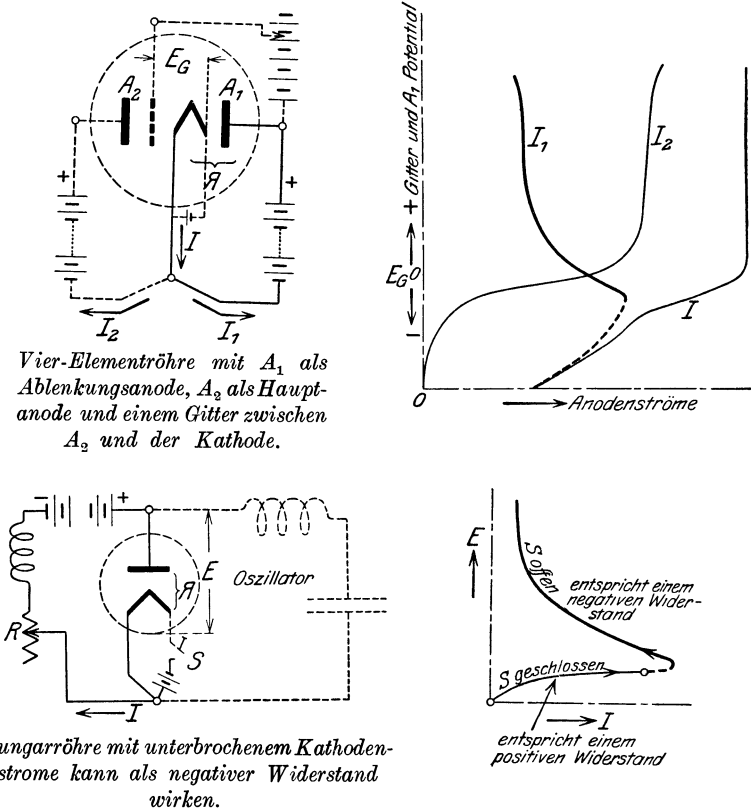


Abb. 135a. Obere Darstellung bedeutet den Negatron und die untere den Tungar in der Schwingungsschaltung.

sind. Der Schwingungskreis wird dann zwischen die Glühkathode und die Hauptanode  $A_1$  gelegt, da irgendeine Potentialerhöhung an der Anode  $A_1$  eine entsprechende Gitterpotentialerhöhung  $E_G$  bedingt und deshalb infolge der Zunahme von  $I_2$  eine Stromabnahme von  $I_1$  zur Folge hat. Dies ist nur der Fall, wenn zuvor die Anodenpotentiale von  $A_1$  und  $A_2$  so gewählt sind, daß der Sättigungsgesamtstrom  $I$  entsteht. Der Strom  $I_2$  kann sich dann nur auf Kosten von  $I_1$  ändern.

Die untere Darstellung stellt den Tungaroszillator dar. Seine Wirkungsweise läßt sich aus der Abbildung und der Beschreibung auf Seite 27 und 58 erkennen.

3. Eine Anordnung, bei welcher der Schwingungsstrom nur im Kondensatorkreis fließt, ist in Abb. 136 angegeben. Irgendwelche hyperbolische Entladungen des Kondensators durch die ganze Kombination können so langsam eingestellt werden, daß die Hochfrequenzschwingungen praktisch alle vorhandene Energie ausnützen, bevor nur ein kleiner Teil einer langsamen Kombinationsschwingung sich abspielen kann. Die vorgeschlagene Anordnung ist in Wirklichkeit nichts anderes als ein Resonanzkreis, welcher einen unvollkommenen Kondensator mit einer negativen

Leitfähigkeit  $g^{\text{Mho}} = \frac{1}{\mathcal{H}}$  enthält. Das heißt, der Kondensator ist eine Art Sekundärquelle, welche anstatt Verluste aufzuweisen, dem Schwingungskreis Energie zuführt.

Die maßgebenden Winkelgeschwindigkeiten können dann aus der verallgemeinerten Impedanz

$$Z^{\text{Ohm}} = \frac{1}{\frac{1}{\mathcal{H}} + nC} + nL + r = 0 \dots \angle$$

gefunden werden. Man hat dann

$$n_2 = \alpha + j\omega \quad \text{für} \quad \begin{cases} \alpha = -\left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right] \\ \omega = \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right]^2}, \end{cases}$$

wenn

$$\left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right]^2 < \frac{1}{CL} \quad \text{und} \quad r \gtrsim \frac{L}{C\mathcal{H}}.$$

Unter diesen Bedingungen werden wiederum Sinusschwingungen erzeugt. Die Richtigkeit dieser Ableitung kann man auch ersehen, wenn man den negativen Widerstand als Ausgangszweig ansieht. Die verallgemeinerte Impedanz dieses Zweiges wird dann

$$Z_{(\mathcal{H})}^{\text{Ohm}} = Z_{\mathcal{H}} + Z_{C,rL}$$

oder

$$\begin{aligned} Z_{(\mathcal{H})} &= Z_{\mathcal{H}} + \frac{Z_C(Z_r + Z_L)}{Z_r + Z_L} = \mathcal{H} + \frac{r + nL}{n^2CL + nCr + 1} \\ &= \frac{n^2CL\mathcal{H} + n(Cr\mathcal{H} + L) + (r + \mathcal{H})}{n^2CL + nCr + 1} \dots \angle \end{aligned}$$

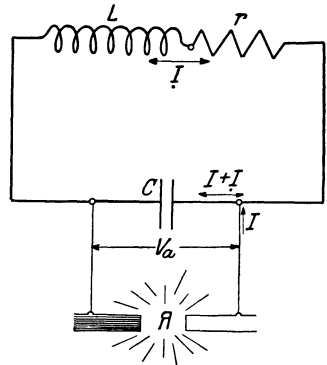


Abb. 136.  
Schwingungserzeuger.

Für  $Z_{(\mathcal{H})} = 0$  erhält man den oben gefundenen Wert. Diese Anordnung hat auch noch den Vorteil, daß eine Spule dem negativen Widerstand parallel geschaltet ist, d. h., daß für den erregenden Gleichstrom, dessen Quelle jenseits von  $\mathcal{H}$  liegt, man einen positiven Widerstand  $r$  parallel zu  $\mathcal{H}$  hat, wodurch ein äquivalenter Widerstand

$$\frac{r\mathcal{H}}{r + \mathcal{H}}$$

entsteht. Der Wert dieses Ausdruckes ist immer negativ und es ist daher möglich, mittels des Spulenwiderstandes den effektiven Wert des negativen Kreiswiderstandes bedeutend zu erhöhen. Wenn z. B.  $\mathcal{H} = 50$  Ohm und  $r = 51$  Ohm, so erhält man einen wirksamen Kreiswiderstand  $\mathcal{H}' = -2550$  Ohm. Wenn der negative Widerstand eines gewissen Apparates (siehe Abb. 128a auf Seite 214) mittels der Beziehung

$$I_a = \frac{V_a}{\mathcal{H}} + I_0$$

anstatt  $I_a = \frac{V_a}{\mathcal{H}}$  ausgedrückt wird, so erfährt weder die Periode noch auch das Dekrement eine Änderung und obige Ableitungen sind verwendbar.

4. Eine andere grundlegende Anordnung zur Schwingungserregung ist in Abb. 137 angegeben. Wenn eine konstante Spannung  $V$  diesem System plötzlich aufgedrückt wird, so hat man

$$\begin{aligned} V &= I\mathcal{H} + I \frac{\frac{1}{nC}(nL + r)}{nL + \frac{1}{nC} + r} \\ &= I \left\{ \frac{n^2 CL\mathcal{H} + n(Cr\mathcal{H} + L) + (r + \mathcal{H})}{n^2 CL + nCr + 1} \right\} \dots \mathbb{A} \dots \end{aligned}$$

und eine Multiplikation mit den bezüglichen Faktoren 0 und  $n$  ergibt

$$0 = In \left\{ \frac{n^2 CL\mathcal{H} + n(Cr\mathcal{H} + L) + (r + \mathcal{H})}{n^2 CL + nCr + 1} \right\} \dots \mathbb{A} \dots$$

mit den verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= 0 \\ n_2 &= - \left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right] + j \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right]^2} \\ &= \alpha + j\omega \\ n_3 &= \alpha - j\omega \end{aligned} \right\} \angle$$

für

$$\left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right]^2 < \frac{1}{CL}.$$

Die Lösung für den resultierenden Entstehungstrom wird dann

$$i^A = I = \sum_{n_1}^{n_2} I \varepsilon^{n t} \\ = I_1 + I_2 \varepsilon^{-\left[\frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}}\right] t} \sin t \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}}\right]^2}.$$

Man sieht wiederum, daß für eine Einstellung

$$\frac{r}{2L} - \frac{1}{2C\mathcal{H}} = 0$$

oder

$$\mathcal{H} = -\frac{L}{rC}$$

kontinuierliche Sinuswellen erhalten werden. Dieses Ergebnis stellt die Lösung für den in Abb. 20 auf Seite 28 angegebenen Dynatronoszillator dar. Die Vorgänge in einem solchen Apparat<sup>1)</sup> erläutert Abb. 115 a. Der Dynatron ist eine Dreielementröhre mit einer perforierten Anode und einer Platte. Die Anode ruft ein elektrostatisches Feld hervor, durch das die von der glühenden Kathode abgegebenen Primärelektronen gegen die Anode hin angezogen werden.

Die Anzahl der Primärelektronen hängt von dem Anodenpotential und der Temperatur der Kathode ab. Das überlagerte und schwächere elektrostatische Feld der Platte hat praktisch sehr wenig Wirkung auf die Elektronemission, solange das Plattenpotential kleiner als dasjenige der Anode gewählt ist. Wenn das Plattenpotential verhältnismäßig klein (entspricht  $AB$ ) ist, so gelangen einige der Elektronen durch die Löcher der Anode zur Platte. Die Elektronen kommen dann von dem negativsten Ende der Kathode und haben kleine Auffallgeschwindigkeiten. Der Strom ( $+I_P$ ) fließt daher zur Platte<sup>2)</sup> wie in einer gewöhnlichen Dreielementröhre. Wenn das Plattenpotential aber auf gewisse Werte gesteigert wird, so gelangen sehr viele Elektronen durch die Löcher und treffen mit großen Geschwindigkeiten an der Platte an. Die Bombardierung ist dann so wirksam, daß Sekundärelektronen gegen die positivere Anode zurückgeworfen werden. Diese Wirkung kann so stark ausfallen, daß ein

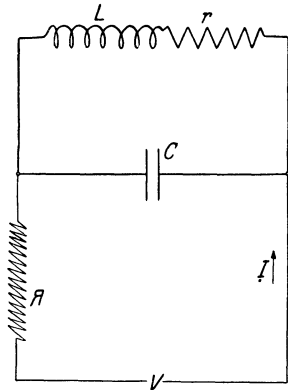


Abb. 137.  
Schwingungserzeuger.

<sup>1)</sup> Der Dynatron (Seite 178) wurde von Herrn Dr. A. W. Hull (l. c.) im Wissenschaftlichen Laboratorium der General Electric Company ausgearbeitet.

<sup>2)</sup>  $+I_P$  kommt von der Gleichstromquelle im äußern Plattenkreis und kompensiert den gleichwertigen Elektronenstrom von Kathode zur Platte.

Primärelektron bis zu 20 Sekundärelektronen<sup>1)</sup> der Anode zuspiegeln kann und daß ein Umkehrplattenstrom ( $-I_P$ ) fließt, da

$$\Sigma \text{ Primärelektronen} + \Sigma \text{ Sekundärelektronen}$$

eine negative Größe ist. Für einen beträchtlichen Spannungsbereich hat der Dynatron eine ausgesprochene negative Charakteristik. Für den geradlinigen Teil ergibt sich somit

$$I_P^A = \frac{V_P^V}{\mathcal{H}^\Omega} + I_0^A.$$

Die Konstante  $I_0$  kann dadurch umgangen werden, daß man die Platte auf das Potential  $V$  bringt. Die Platte und die Kathode sind daher die maßgebendsten Elektroden. Die Anode liefert nur die Energie, d. h. dieselbe beschleunigt die Primärelektronen und empfängt die Sekundäremission. Der Differentialeffekt ergibt den Energiefluß im äußern Plattenkreis. Der Pliodynatron der Abb. 115 b ist ein Vierelementapparat, welcher die Eigenschaften einer gewöhnlichen Dreielementröhre mit derjenigen des Dynatrons vereinigt. D. h. Sekundärelektronen werden wiederum mittels Stoß an der Platte erzeugt. Das Gitter reguliert die Raumladewirkung und bestimmt den Grad der Primäremission. Ein höheres Gitterpotential verkleinert den Wert des negativen Widerstands  $\mathcal{H}$  der Röhre, da die innere Charakteristik sich mehr in eine horizontale Lage dreht. Die Drehung ist proportional mit der Zunahme von  $E_G$ .

5. Wenn eine harmonische Spannung  $V e^{j\omega t}$  dem System, der Abb. 137 aufgedrückt wird, hat man die Lösung

$$V = I Z \dots \mathbb{A} \dots \angle$$

$$j\omega V = n I Z \dots \mathbb{A} \dots \angle$$

und

$$j\omega I Z = n I Z \dots \wedge \dots \angle$$

$$Z(n - j\omega) = 0 \dots \angle,$$

das heißt

$$Z = 0 \quad \text{und} \quad n - j\omega = 0.$$

Die verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten ergeben dann die Werte

$$n_1 = j\omega$$

$$n_2 = - \left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right] + j \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right]^2}$$

$$= \alpha_I + j\omega_I$$

$$n_3 = \alpha_I - j\omega_I,$$

$$\text{da} \quad \alpha_I = - \left[ \frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\mathcal{H}} \right] \quad \text{und} \quad \omega_I = \sqrt{\frac{1}{CL} - \alpha_I^2}.$$

<sup>1)</sup> Nach Untersuchungen, die von einem Schüler des Herrn Prof. R. A. Millikan angestellt wurden (University of Chicago), scheint die Anzahl der Sekundärelektronen für Kupferelektroden bedeutend kleiner zu sein.

Man sieht somit, daß ein permanenter Strom mit der aufgedrückten Frequenz  $\frac{\omega}{2\pi}$  einem harmonischen Strom der Frequenz  $\frac{\omega_I}{2\pi}$  überlagert ist. Dieser Strom ist ungedämpft, wenn der negative Widerstand richtig gewählt ist. Die beste Einstellung erhält man für  $\omega_I = \omega$ . Diese liegt z. B. vor bei dem scheinbar äquivalenten Kreis der Abb. 18 auf Seite 25, da die dem System aufgedrückte Gitteränderung  $V = k_A e_G$  im Synchronismus mit dem Plattenstrom ist.

## XXV. Das verallgemeinerte symbolische Verfahren für freie und aufgezwungene Spannungen.

185) Verallgemeinerte, komplexe, hyperbolische und Kreiswinkelgeschwindigkeiten. Ein jedes elektrische System kann mit einer Universallösung behandelt werden, d. h. Gesetze wie diejenigen von Ohm und Kirchhoff gelten für alle Fälle, wenn sie allgemein ausgedrückt sind. Die verallgemeinerten Gesetze haben die einfachste Form, wenn Gleichstromsysteme vorliegen, sind komplizierter für Wechselstrom und am allgemeinsten für den Fall von elektrischen Schwingungen.

Dies ist ersichtlich, wenn man die Beziehungen<sup>1)</sup>

$$v = \text{konstant} \dots (1) \quad \left. \begin{array}{l} v = V \cdot \sin \omega t \\ v = V \cdot e^{j\omega t} \\ v = V \end{array} \right\} \cdot (2) \quad \left. \begin{array}{l} v = [v_0 e^{\alpha t}] \sin \omega t \\ v = V_0 e^{(\alpha + j\omega)t} \\ v = V_0 e^{n t} \\ v = V_0 \end{array} \right\} (3)$$

miteinander vergleicht.

Gleichung (1) bezieht sich auf den Gleichstromfall. Sie deutet an, daß der Momentanwert  $v$  der aufgedrückten Spannung zu allen Zeiten denselben Wert beibehält.

Gleichung (2) hat auf den gewöhnlichen Wechselstrom Bezug und deutet an, daß die aufgedrückte Spannung  $v$  sich gemäß eines Sinusgesetzes ändert. Sie kann deshalb mittels eines Planvektors  $V$ , der sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht, dargestellt werden. Die Größe  $V$  bedeutet dann den Skalarwert.

Gleichung (3) behandelt den Fall von freien Schwingungen. Die Größe  $V_0$  bedeutet die maximale Anfangsspannung des Kondensators.

<sup>1)</sup> Zwei sich in entgegengesetzter Richtung bewegende Drehvektoren  $\frac{V_0}{2} e^{j\omega t}$  und  $\frac{V_0}{2} e^{-j\omega t}$  sind zugrunde gelegt. Dies ist in Abb. 138 für den Fall von gedämpften Schwingungen näher dargestellt.

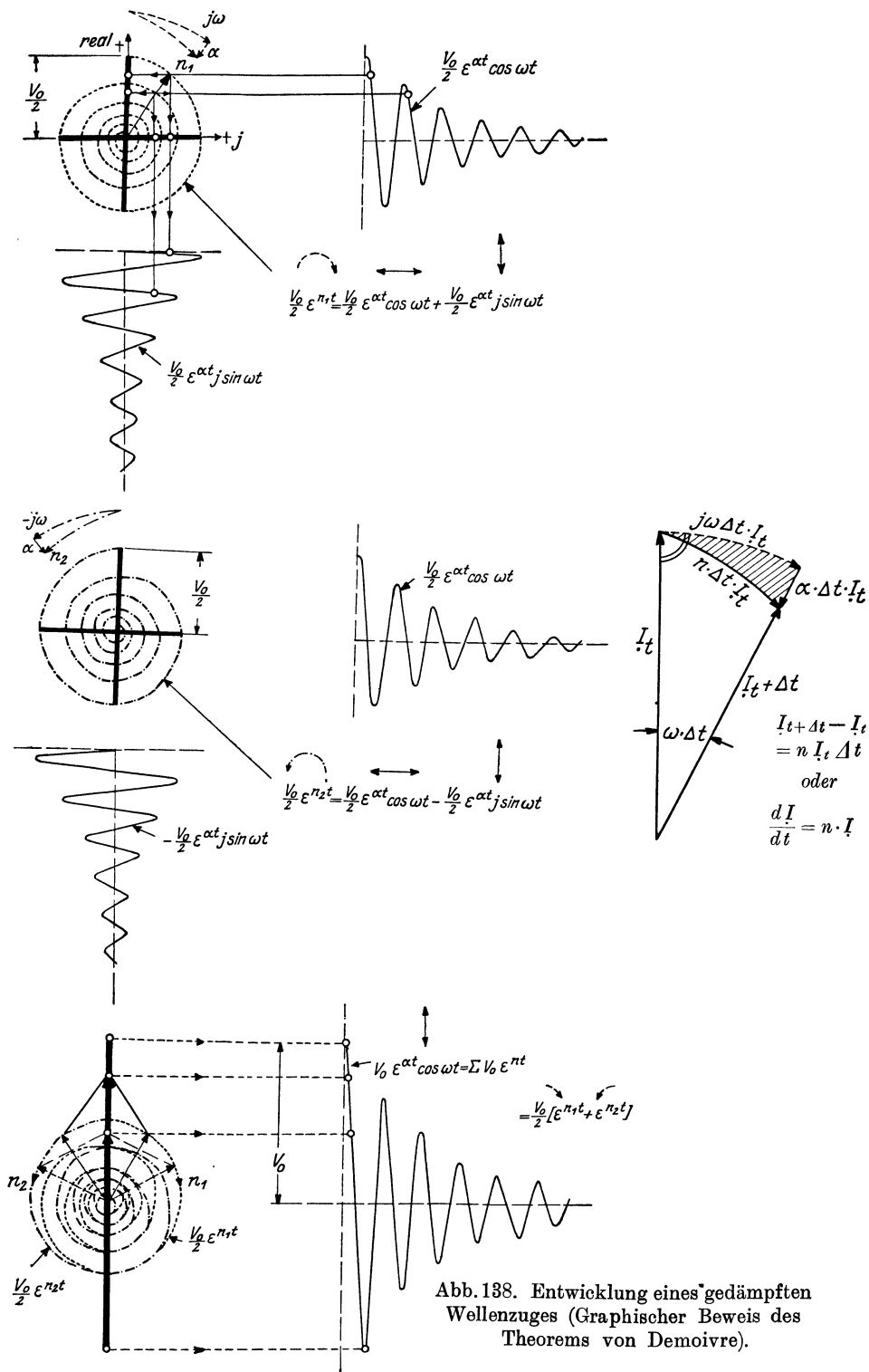


Abb. 138. Entwicklung eines gedämpften Wellenzuges (Graphischer Beweis des Theorems von Demoivre).

Da die Sinuswellen gedämpft sind, darf die Kondensatorspannung durch einen Planvektoren  $V_0$  dargestellt werden, welcher exponential (Abb. 138) mit der Zeit ( $V_0 e^{at}$ ) abnimmt, während er sich mit der Kreisgeschwindigkeit  $\omega$  dreht. Beide Bewegungen lassen deshalb den Vektor sich mit einer verallgemeinerten hyperbolischen Winkelgeschwindigkeit  $n$  drehen, welche in hyperbolischen Radian in der Sekunde ausdrückbar ist. Die Gleichung (3) zeigt ferner, daß die Gleichung (2) für freie Schwingungen gilt, wenn die Größe  $j\omega$  durch die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit  $n$  ersetzt wird. Eine derartige Substitution ist in vielen Fällen von großem Vorteil und besonders dann, wenn man ein bekanntes Wechselstromgesetz<sup>1)</sup> auf freie Entladungen zu übertragen wünscht.

Gleichung (3) zeigt, daß

$$n = \alpha + j\omega \dots \angle$$

eine komplexe Winkelgeschwindigkeit ist<sup>2)</sup>. Sie wird am besten in

<sup>1)</sup> Was das gewöhnliche symbolische Verfahren mit dem Vektor  $(a + jb)$  anbelangt, so kann dessen Verwendung bis in das 17. Jahrhundert zurückgeführt werden. Dem berühmten Mathematiker John Wallis (1616—1703) gebührt das Verdienst, den unmöglichen Quadratwurzelwert  $\sqrt{-1} = j$  der imaginären Einheit als eine zu einer reellen Achse senkrechten Linie vorgeschlagen zu haben. Späterhin, im Jahre 1805, hat Buée die Summe  $(a + jb)$  als eine einzige Größe (Vektor) aufgefaßt. Das Theorem von de Moivre stellt einfach den verallgemeinerten komplexen Fall dar, wie aus seinem Satze

$$\cos \alpha + j \sin \alpha$$

zu ersehen ist, wenn man  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  setzt. Die Deutung der Abb. 138 ist, wie wohl obiger Satz zeigt, die, daß die Wirkung des verallgemeinerten komplexen Faktors einfach diejenige ist, daß irgendeine Gerade einer „Ebene“ sich um den Winkel  $\alpha$  dreht.

In derselben Weise kann man auch die Richtigkeit der Formel

$$(\cos \alpha + j \sin \alpha)^q = \cos q \alpha + j q \alpha$$

prüfen. Die linke Seite besagt, daß  $q$  Umdrehungen in derselben Richtung und immer um denselben Winkel  $\alpha$  stattfinden, während die gleichwertige rechte Seite eine einzige Drehung um den Winkel  $q\alpha$  voraussetzt.

Ähnliches liegt in dem Theorem der Quaternions (quaternion calculus von W. Hamilton) vor, wo z. B.

$$\cos \Theta + j \sin \Theta = \cos \Theta + w \sin \Theta, \quad \text{da } w^2 = -1.$$

Man hat in diesem Falle  $w = j$  nicht als einen algebraischen Wert, sondern als irgendeine Einheitslinie im „Raum“ anzusehen. (Prof. P. G. Tait hat in seinem Werk „Treatise on Quaternions, Cambridge at the University Press, 1890“ dies eingehend behandelt.)

<sup>2)</sup> Das Zeichen  $\angle$  zeigt an, daß die Größe eine komplexe Zahl bedeutet. Dieses Symbol sowohl als der Buchstabe  $n$  sind von Prof. A. E. Kennelly (I.R.E. 1916) vorgeschlagen worden. Prof. J. A. Fleming benutzte in seinen Vorlesungen seit Jahren ein verallgemeinertes symbolisches Verfahren ( $p = d/dt$ ), was auch aus seinem Werke „Wireless Telegraphists Pocket Book“ zu ersehen



hyperbolischen Radian in der Sekunde gemessen. Der reelle Teil bedeutet die Dämpfungskonstante  $\alpha = -\frac{r}{2L}$  der Schwingung, und der imaginäre Teil die konstante und gleichförmige Kreisgeschwindigkeit  $j\omega$ . Das reelle Glied darf ebenfalls als hyperbolische Winkelgeschwindigkeit aufgefaßt werden, d. i. als eine gleichförmige Winkelgeschwindigkeit längs einer Hyperbel<sup>1)</sup> weil in Gleichung (3) das Glied

$$\varepsilon^{\alpha t} = \cosh \alpha t + \sinh \alpha t.$$

Auf ähnliche Weise zeigt die Transformation

$$\varepsilon^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t,$$

daß das imaginäre Glied eine kreisförmige Winkelgeschwindigkeit bedeutet.

Die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit  $n$  erscheint rein-hyperbolisch, wenn die elektromagnetische Feldenergie sich nach einem ultraperiodischen Gesetzes ausgleicht. Die Winkelgeschwindigkeit ist teilweise hyperbolisch und teilweise kreisförmig (unrein-hyperbolisch), wenn gedämpfte Schwingungen vorliegen. Wenn die Dämpfung der Wellen vollständig verschwindet<sup>2)</sup>, wird der Wert von  $n$  identisch mit  $j\omega$ , d. h. rein kreisförmig. Diese Fälle sind in den Darstellungen Abb. 139 näher erläutert.

**Verallgemeinertes Ohmsches Gesetz, Heavisidescher Operator und Impedanzoperatoren, welche für freie und aufgedrückte Spannungen gelten.**

186) A. Für sich selbst überlassene Entladungen. Die drei Fälle, welche verglichen werden, sind:

$$\frac{V}{I} = r \dots (4) \quad \frac{V}{I} = Z \dots (5) \quad \frac{V_0}{I_0} = n \frac{dz}{dn} \dots (6)$$

wo (4), (5) und (6) das Ohmsche Gesetz für Gleichstrom, Wechselstrom und freie Entladungen darstellen.  $V$  und  $I$  sind die Maxi-

ist. Andere Originalarbeiten sind: Campbell (Trans. A.I.E.E., 1911); Eccles (Electrician) 1915; Hund (I.R.E. 1918); A. Hund, Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, 1920, Heft 11, 12, und 1921, Heft 1, 2 (eingesandt 1916). Die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit ist auch auf einem indirekten Wege in Helmholtzs Werken benutzt.

<sup>1)</sup> Ein Radiusvektor bewegt sich mit einer gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit längs einer Hyperbel, wenn er in gleichen Zeiten gleich große Flächen beschreibt.

<sup>2)</sup> Man muß einen Unterschied machen zwischen der Dämpfungskonstante des Stromkreises und derjenigen des Stromes. Die Konstante des Stromes herrscht immer, während diejenige des Stromes verschwindet, wenn ungedämpfte Wellen vorliegen, da die Energiezufuhr genügend ist, die Amplitude aufrechtzuerhalten.

malamplituden von Spannung und Strom, während  $V_0$  und  $I_0$  die entsprechenden Ausgangsamplituden von Kondensatorspannung und -strom eines Schwingungssystems bedeuten. Es ist deshalb ersichtlich, daß das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom gilt, wenn an Stelle

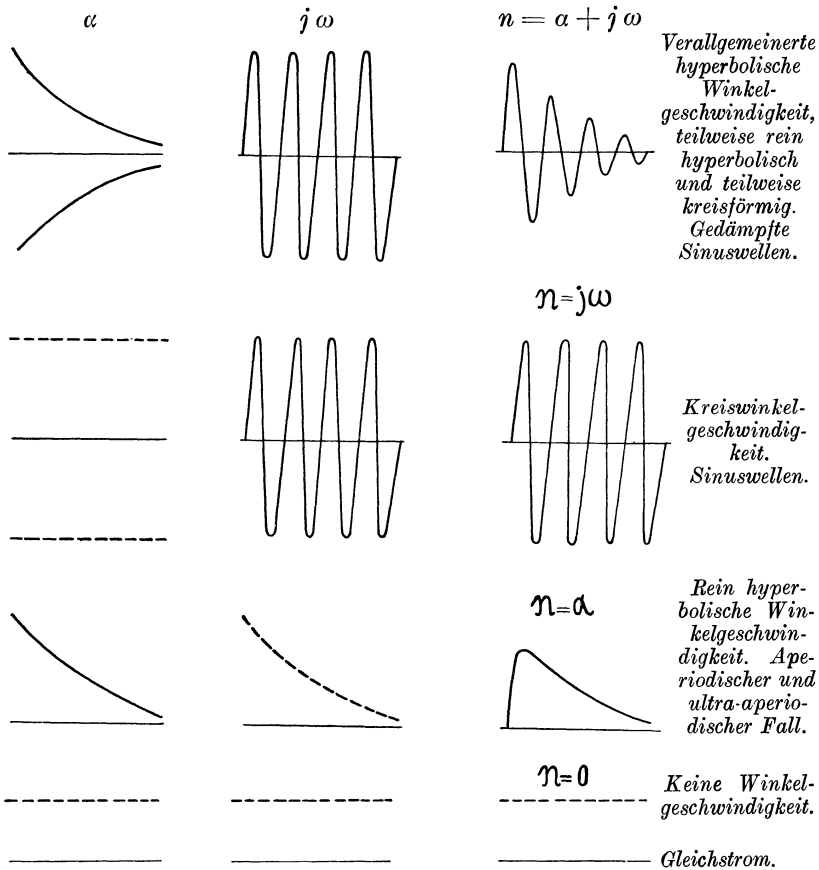


Abb. 139. Verschiedene praktische Fälle der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit.

des Widerstandes  $r$  die Impedanz  $Z$  eingeführt wird. Für sich selbst überlassene Entladungen wird die Impedanz  $Z$  auf den Heavisideschen<sup>1)</sup> Impedanzoperatoren

$$A_n = n \frac{dz_n}{dn}$$

<sup>1)</sup> O. Heaviside, *Electrical Papers*, Bd. 2, S. 373; K. W. Wagner, *Archiv für Elektrotechnik*, Bd. IV, 1916; V. Bush, *I.R.E.* 1917, S. 363; *A.I.E.E.* 1916; A. Hund, *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie* 1920, Heft 11, 12, und 1921, Heft 1, 2 (eingesandt 1916).

erweitert. Die Größe  $Z_n$  bezeichnet die verallgemeinerte Impedanz des ganzen Stromkreises für den  $(n=n)$ -ten Wert von  $Z$ . Der momentane Stromwert  $i$  kann dann mittels des verallgemeinerten Ohmschen Gesetzes

$$\left. \begin{aligned} i &= \sum_{n=n_1}^{n=n_m} I_0 \varepsilon^{n t} \\ i &= \sum_{n=n_1}^{n=n_m} \frac{V_0 \varepsilon^{n t}}{A_n} \\ i &= \sum_{n=n_1}^{n=n_m} \frac{V_0 \varepsilon^{n t}}{n \frac{dZ_n}{dn}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

berechnet werden. Impedanzoperatoren dieser Art gelten für alle sich selbst überlassene Entladungen. Das Kirchhoffsche Gesetz, welches ausdrückt, daß die Summe aller Spannungsabfälle längs eines geschlossenen Stromkreises verschwindet, besagt dann, daß die verallgemeinerte Impedanz  $Z$  für sich selbst überlassene Entladungen Null ist. Der Quotient der aufgedrückten Spannung und Impedanz ergibt deshalb einen unbestimmten Wert. Dies veranlaßte Heaviside, die entsprechenden Ausgangsamplituden  $V_0$  und  $I_0$  für Spannung und Strom eines Teiles des Stromkreises zu verwenden und das Gesetz, welches in Gleichung (7) enthalten ist, aufzustellen.

187) B. Für eine konstante aufgedruckte Spannung  $V$  eines Stromzweiges. Das Gesetz, welches den Gleichungen (6) und (7) unterliegt, hat ein großes Anwendungsgebiet. Wenn eine konstante Spannung  $V$  einem Zweige aufgedrückt wird, so hat man für den momentanen Strom

$$\begin{aligned} i &= \frac{V}{Z \Big|_{\substack{z=>0 \\ n=>0}}} + \sum_{n=n_1}^{n=n_m} \frac{V}{n \frac{dZ_n}{dn}} \varepsilon^{n t} \\ &= \frac{V}{Z_0} + \frac{V}{n_1 \frac{dZ_1}{dn_1}} \varepsilon^{n_1 t} + \frac{V}{n_2 \frac{dZ_2}{dn_2}} \varepsilon^{n_2 t} + \dots + \frac{V}{n_{m-1} \frac{dZ_{m-1}}{dn_{m-1}}} \varepsilon^{n_{m-1} t} \\ &\quad + \frac{V}{n_m \frac{dZ_m}{dn_m}} \varepsilon^{n_m t} \\ &= V \left\{ \frac{1}{A_0} + \frac{\varepsilon^{n_1 t}}{A_1} + \frac{\varepsilon^{n_2 t}}{A_2} + \dots + \frac{\varepsilon^{n_{m-1} t}}{A_{m-1}} + \frac{\varepsilon^{n_m t}}{A_m} \right\} \dots \dots (8) \end{aligned}$$

Der resultierende Momentanwert  $i$  wird von den Teilströmen  $\frac{V}{A_0}, \frac{V \varepsilon^{n_1 t}}{A_1}, \dots, \frac{V \varepsilon^{n_m t}}{A_m}$  gebildet, wenn  $m$  verschiedene Winkelgeschwindigkeiten vorliegen. Die Auswertung des Ausdruckes (8) ist äußerst einfach, wenn Zahlenprobleme in Betracht kommen, da in den meisten praktischen Fällen in der Regel nur vier Winkelgeschwindigkeiten vorkommen, von denen je zwei konjugiert sind. Der Impedanzoperator  $A_0 = Z_0$  bedeutet den ( $n=0$ )-ten Wert der verallgemeinerten Impedanz  $Z=0$ . Auf ähnliche Weise bezeichnet im Operator  $A_1$  die Größe  $Z_1$  den ( $n=n_1$ )-ten Wert von  $Z$  usw., da die Summe alle Wurzeln von  $Z=0$  enthalten muß. Man hat jedoch zu bedenken, daß Gleichung (8) nur für Kreise gilt, welche Widerstand und Selbstinduktion aufweisen. Die Lösung ist unmöglich, wenn Kapazitätserscheinungen auftreten. Für solche Fälle empfiehlt es sich, „Bisymbolische Gleichungen“ zu verwenden, für die man die Aufstellung von Impedanzoperatoren umgehen kann. Wenn sich selbst überlassene Entladungen vorliegen, liefert Gleichung (8) den vereinfachten Ausdruck

$$i = V_0 \left\{ \frac{\varepsilon^{n_1 t}}{A_1} + \frac{\varepsilon^{n_2 t}}{A_2} + \dots \right\}, \dots \dots \dots (7a)$$

worin man wieder gerade soviel Glieder wie Wurzelwerte für die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit  $n$  hat. Die Größe  $V_0$  ist in diesem Sonderfalle die maximale Ausgangsspannung eines gewissen Teiles des Stromkreises und  $i$  dessen momentaner Stromwert. Impedanzoperatoren sind besonders für numerische Fälle von Bedeutung, da die Konstanten  $B_0, B_1, B_2$  usw. der Lösung

$$i = B_0 + B_1 \varepsilon^{n_1 t} + B_2 \varepsilon^{n_2 t} + \dots \dots \dots (8a)$$

leicht auswertbar sind, während für rein algebraische Beispiele kein besonderer Vorteil erzielt wird.

188) C. Für eine veränderliche aufgedrückte Spannung eines Stromzweiges. Wenn man eine veränderliche Spannung  $V_0 \varepsilon^{k t}$  einem System plötzlich aufdrückt, so erhält man die Lösung

$$\begin{aligned} i &= \frac{V_0 \varepsilon^{k t}}{Z \Big|_{\substack{z=0 \\ n=k}}} + V_0 \sum_{n=n_1}^{n=n_m} \frac{\varepsilon^{n t}}{[n-k] \frac{dZ_n}{dn}} \\ &= \frac{V_0 \varepsilon^{k t}}{Z_k} - \frac{V_0}{[k-n_1] \frac{dZ_1}{dn_1}} \varepsilon^{n_1 t} - \frac{V_0}{[k-n_2] \frac{dZ_2}{dn_2}} \varepsilon^{n_2 t} - \dots \\ &\dots - \frac{V_0}{[k-n_{m-1}] \frac{dZ_{m-1}}{dn_{m-1}}} \varepsilon^{n_{m-1} t} - \frac{V_0}{[k-n_m] \frac{dZ_m}{dn_m}} \varepsilon^{n_m t} \end{aligned}$$

$$i = \underbrace{\frac{V_0 \varepsilon^{kt}}{A_k}}_{\text{fortdauerndes Glied}} - V_0 \underbrace{\left\{ \frac{\varepsilon^{n_1 t}}{A'_1} + \frac{\varepsilon^{n_2 t}}{A'_2} + \dots + \frac{\varepsilon^{n_m t}}{A'_m} \right\}}_{\text{vorübergehende Glieder}} \dots (9)$$

für den momentanen Stromwert<sup>1)</sup>. Man sieht daraus, daß der Heavisidesche Impedanzoperator

$$A_n = n \frac{dZ_n}{dn}$$

für alle vorübergehende Glieder die Form

$$A'_n = [k - n] \frac{dz_n}{dn} \dots (9a)$$

annimmt, wenn  $k$  die Winkelgeschwindigkeit der aufgedrückten EMK ist. Der Wert von  $k$  ist in vielen praktischen Fällen imaginär, d. h. er hat auf eine Kreisgeschwindigkeit Bezug. Wenn  $k$  eine komplexe Zahl darstellt, so darf das ganze System in vielen Fällen als sich selbst überlassen aufgefaßt werden und wird mit Gleichung (7) gelöst. Das Ergebnis der Gleichung (9) hat ein großes Anwendungsgebiet, so daß selbst Stromkreise, welche Kapazitätserscheinungen und Streuentladungen jeder Art aufweisen, damit behandelt werden können. Die Impedanz  $A_k = Z_k$  des fortdauernden Gliedes bedeutet den ( $n = k$ )-ten Wert der verallgemeinerten Impedanz  $Z = 0$  und die Größe  $Z_1$  des Operatoren  $A_1$  den ( $n = n_1$ )-ten Wert der verallgemeinerten Impedanz  $Z = 0$  usf. Die Anzahl der überlagerten vorübergehenden Glieder ist dieselbe wie die Anzahl der verschiedenen verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten  $n$ .

**189) Symbolische Behandlung von komplexen, rein hyperbolischen und rein kreisförmigen Winkelgeschwindigkeiten.** Vektoren, welche sich mit einer kreisförmigen, hyperbolischen oder komplexen Winkelgeschwindigkeit drehen, werden durch die Universalösung

$$i = I_0 = \Sigma I_0 \varepsilon^{nt} \dots (10)$$

befriedigt, da man den Gleichstromfall für  $n = n_1 = n_2 = \dots = n_m = 0$  hat und ungedämpfte Sinuswellen für  $n = \pm j\omega$ . Der rein hyperbolische Fall beruht auf den Werten  $n_1 = \alpha_1; n_2 = \alpha_2 \dots$  und  $n_m = \alpha_m$ , wenn  $\alpha_1, \alpha_2$  usw. reelle Zahlen bedeuten. Für gedämpfte Sinusschwingungen hat man  $n_1 = \alpha_1 + j\omega_1, n_2 = \alpha_1 - j\omega_1, n_3 = \alpha_3 + j\omega_3,$

<sup>1)</sup> Diese Formeln wurden von dem Verfasser abgeleitet und in seinen Vorlesungen an der Universität von Südkalifornien benutzt. In der Zwischenzeit hat Dr. J. R. Carson der Amerikanischen Telegraph- und Telephonkompagnie dasselbe Ergebnis für dynamische Systeme mittels des Expansionstheorems entwickelt. (Physical Review, Sept. 1917.)

$n_4 = \alpha_3 - j \omega_3$  usf. Beim Ausgang einer Rechnung ist die Kenntnis der Art des symbolischen Verfahrens nicht notwendig, wenn die allgemeine Form der Gl. (10) als Ausgangsbeziehung benutzt wird.

Eine Differentiation mit Bezug auf die Zeit beruht auf einer Multiplikation des Momentanwertes des Vektors mit der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  und eine Integration wird symbolisch mittels einer Division durch  $n$  ausgeführt. Die Differential- und Integralrechnung ist deshalb auf ein der gewöhnlichen Algebra ähnliches Verfahren zurückgeführt. Eine doppelte Differentiation mit Bezug auf die Zeit ist deshalb nichts anderes als eine Multiplikation des Momentwertes mit dem Faktor  $n^2$ , gerade so wie eine Integration des zweiten Grades einer Division durch  $n^2$  entspricht. Nachfolgende Beziehungen zeigen dies.

$$\left. \begin{aligned} \frac{di}{dt} = ni & \quad \int i dt = \frac{i}{n} \\ \frac{d^2i}{dt^2} = n^2 i & \quad \iint i dt^2 = \frac{i}{n^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

usw.

Differentiationen und Integrationen des Ausdruckes (10) rufen keine Umkehrung des Vorzeichens hervor, wie bei der gewöhnlichen symbolischen Methode, die aus der Wechselstromtechnik bekannt ist, da beim verallgemeinerten symbolischen Verfahren die imaginären Größen erst im endgültigen Ergebnis erscheinen.

**190) Bisymbolische Gleichungen.** Bisymbolische Gleichungen<sup>1)</sup> sind von zwei Bedingungen und zwei bestimmten Winkelgeschwindigkeiten abhängig. Dies ist ersichtlich, wenn man die einfach-symbolische<sup>2)</sup> Gleichung

$$i [Dn^4 + En^3 + Fn^2 + Gn + H] = 0 \dots \wedge \dots (12a)$$

betrachtet, welche auf die Form

$$I_0 [Dn^4 + En^3 + Fn^2 + Gn + H] = 0 \dots \wedge \dots (12b)$$

gebracht werden kann. Der ganze Ausdruck wird nur von ein- und derselben Lösung

$$i = I_0 = \sum_{n=n_1}^{n=n_2} I_0 \varepsilon^{nt} \dots \dots \dots (12c)$$

befriedigt, wenn  $I_0$  im allgemeinsten Falle einen Vektor bedeutet, welcher sich nach einem Exponentialgesetz während der Drehung

<sup>1)</sup> A. Hund, E. u. M. 1920, Heft 26, S. 289.

<sup>2)</sup> Das Zeichen  $\wedge$  steht für eine einfachsymbolische Gleichung und das Zeichen  $\triangleleft$  für einen bisymbolischen Ausdruck.

verkürzt. Spezialfälle liegen dann vor, wenn der Skalar  $I_0$  des Vektors  $I_0$  während der Drehung mit einer gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit denselben Wert beibehält, d. h. auf ungedämpfte Sinusschwingungen Bezug hat. Wenn der Vektor  $I_0$  sich mit der Winkelgeschwindigkeit Null dreht, d. h. still steht, ohne seine Größe zu ändern, so hat man den Fall eines kontinuierlichen Gleichstromes. Die Größen  $D, E, F, G$  und  $H$  in obigen Ausdrücken sind Konstanten. Aus dem letzten Paragraphen ist zu ersehen, daß die Gleichungen (12a) und (12b) in Wirklichkeit Differentialgleichungen mit den Koeffizienten  $\frac{d^4 i}{dt^4}, \frac{d^3 i}{dt^3}, \frac{d^2 i}{dt^2}, \frac{di}{dt}$  und  $i$  darstellen. Man darf also den ganzen Ausdruck mit der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  oder irgendeinem Vielfachen davon multiplizieren oder dividieren, da ja solche Manipulationen entsprechende Differentiationen und Integrationen bedeuten.

Folgendes ist daher von Wichtigkeit:

Die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit darf in einfach-symbolische Gleichungen als Multiplikator oder als Divisor aufgefaßt werden.

Einfach-symbolische Gleichungen bieten keinen Vorteil, da der Vektor  $I_0$  aus der Gleichung herausfällt und deshalb eine reine algebraische Beziehung entsteht.

Dies gilt nicht für bi- und multisymbolische Ausdrücke. Gleichungen dieser Art ergeben in vielen Fällen recht einfache Lösungen für verwickelte Probleme.

Eine multisymbolische Gleichung hat nach obigem die Form

$$X [F_1(\alpha)] + Y [F_2(\beta)] + Z [F_3(\gamma)] + \dots = 0 \dots \text{⌘} \dots (13)$$

geradeso wie man eine bisymbolische Beziehung durch

$$i [\varphi(n)] + v [\psi(k)] = 0 \dots \text{⌘} \dots (14)$$

ausdrücken kann, wenn  $\varphi$  und  $\psi$  besagen, daß die Funktion von  $n$  nicht dieselbe wie diejenige von  $k$  zu sein braucht. Man darf dann  $i$  als die Unbekannte in der Gleichung auffassen, deren Lösung verlangt ist, während  $v$  eine bekannte Veränderliche darstellt.

Wenn solche Annahmen zugrunde liegen, hat man für Gl. (14) die erste Universallösung

$$i = I_0 = \sum_{n_1}^{n_m} I_0 \varepsilon^{n t} \dots (15)$$

Die zweite Bedingung, welche sich auf das Glied  $v [\psi(k)]$  bezieht, ist durch das Gesetz

$$v = V_0 = \sum k_r V_0 \varepsilon^{k t} \dots (16)$$

für die Veränderliche  $v$  gegeben. Das Glied  $\psi(k)$  muß in solcher

Beziehung zu  $v$  stehen, daß das ganze zweite Glied  $v[\psi(k)]$  eine bekannte Funktion ist.

Wenn daher die Klemmenspannung  $v = V_0 \varepsilon^{kt}$  einem gewissen System aufgedrückt wird, so erhält man aus Gl. (14) das Ergebnis

$$I_0[\varphi(n)] - V_0 = 0 \dots \mathbb{A} \dots \dots \dots (17)$$

Eine einfache symbolische Multiplikation ergibt

$$n I_0[\varphi(n)] - k V_0 = 0 \dots \mathbb{A} \dots \dots \dots (18)$$

da das erste Glied von der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  und das zweite Glied von der momentanen Klemmenspannung abhängt. Da aber diese aufgedrückte Spannung  $v = V_0 \varepsilon^{kt}$  ist, sieht man, daß  $k$  den Operationsfaktor liefert. Gl. (17) und (18) ergeben

$$I_0[n \varphi(n)] - k I_0[\varphi(n)] = 0 \dots \wedge \dots \dots (19)$$

Wenn  $I_0$  eliminiert wird, bekommt man den rein algebraischen Ausdruck

$$[n \varphi(n)] - [k \varphi(n)] = 0 \dots \dots \dots (20)$$

aus dem man die verschiedenen Wurzelwerte der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  berechnen kann, da ja  $k$  bekannt ist. Wenn man die Wurzelwerte in Gl. (15) einführt, so erhält man das endgültige Ergebnis, wie dies aus den späterhin gegebenen Beispielen zu ersehen ist.

Obige Methode wurde von dem Verfasser entwickelt. Wenn aufgedrückte Spannungen oder vorübergehende Ströme vorliegen, scheint diese Methode von Vorteil zu sein. Das Verfahren kann auch unter Benutzung von Impedanzoperatoren verwendet werden, obgleich diese Operatoren in den meisten Fällen überflüssig sind.

Der Vorteil der bisymbolischen Methode beruht auf der Tatsache, daß das ganze Verfahren demjenigen der gewöhnlichen Algebra ähnlich ist. Man hat sich jedoch dabei zu erinnern, daß jede Gruppe der ganzen Gl. ( $[\varphi(n)]i$  und  $[\psi(k)]v$ ) mit dem dazugehörigen Faktor multipliziert werden muß. Solche Faktoren werden am besten als verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeiten aufgefaßt. Für praktische Fälle können bisymbolische Gleichungen immer in einfachsymbolische Ausdrücke umgewandelt werden, welche dann automatisch rein algebraisch werden. Diese erforderlichen Schritte kann man aus den Gl. (17), (19) und (20) ersehen, wenn man dieselben in der angegebenen Weise liest.

### Anwendungen.

191) Verallgemeinerte Impedanzen und Impedanzoperatoren  
 Da Verfahren, welche verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit benutzen, auch verallgemeinerte Impedanzen aufweisen, sind die wichtigsten Fälle hier angegeben.



Gemäß der Gl. (10) wird die Gegen-EMK, welche in einer reinen Selbstinduktion  $L^H$  induziert wird, in jedem Augenblick

$$e_L^V = L \frac{d[\sum I_0 \varepsilon^{nt}]}{dt} = \sum n L i = \sum Z_L^\Omega \cdot i^A \dots (21)$$

Auf ähnliche Weise erhält man für die Klemmenspannung eines vollkommenen Kondensators von der Kapazität  $C^F$  den Momentanwert

$$e_C^V = \frac{1}{C} \int [\sum I_0 \varepsilon^{nt}] dt = \sum \frac{i}{nC} = \sum Z_C^\Omega \cdot i^A \dots (22)$$

und den Momentanspannungsabfall längs eines reinen Ohmschen Widerstandes  $r$  zu

$$e_r^V = r \sum I_0 \varepsilon^{nt} = \sum r \cdot i = \sum Z_r^\Omega \cdot i^A \dots (23)$$

Die verallgemeinerte Impedanz  $Z$  einer Spule, welche Selbstinduktion und Widerstand aufweist, ist demnach

$$\begin{aligned} Z^{\text{Ohm}} &= Z_r + Z_L \\ &= r + nL \angle \dots (24) \end{aligned}$$

und für eine Serienanordnung von einer Spule und einem Kondensator hat man

$$\begin{aligned} Z &= Z_r + Z_L + Z_C \\ &= r + nL + \frac{1}{nC} \angle \dots (25) \end{aligned}$$

Wenn ein vollkommener Kondensator einer Spule parallel geschaltet wird, hat man

$$\begin{aligned} Z &= \frac{Z_C [Z_r + Z_L]}{Z_r + Z_L + Z_C} \\ &= \frac{r + nL}{n^2 C L + n C r + 1} \angle \dots (26) \end{aligned}$$

Serien-Parallelanordnungen können auf dieselbe Weise behandelt werden. Wenn magnetisch gekoppelte Systeme vorliegen, beruht die Lösung auf der Behandlung eines einzigen und äquivalenten Stromkreises.

Impedanzoperatoren sind dann empfehlenswert, wenn es sich um sich selbst überlassene Entladungen handelt. Die Ausdrücke sind für einfache Stromzweige immer annehmbar, können aber recht verwickelte Ergebnisse liefern, wenn Serien-Parallelanordnungen vorliegen. Es ist dann besser, nicht zu versuchen eine einfache algebraische Form zu finden, sondern die Zahlenwerte von  $C$ ,  $L$ ,  $r$ ,  $g$  usw. einzuführen und die Impedanzoperatoren auszurechnen. Dies besagt in andern Worten, daß es besser ist, die verschiedenen Impedanzoperatoren zuerst auszuwerten, bevor man dieselben in Gl. (7) einführt.

Die Beziehungen für die wichtigsten Impedanzoperatoren

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_L^\Omega &= n \frac{d[Z_L]}{dn} = Z_L = n \mathbf{L} \\ \mathbf{A}_C^\Omega &= n \frac{d[Z_C]}{dn} = -Z_C = -\frac{1}{nC} \\ \mathbf{A}_r^\Omega &= n \frac{d[Z_r]}{dn} = 0 \end{aligned} \right\} \dots \angle . \quad (27)$$

zeigen, daß der Impedanzoperator einer reinen Selbstinduktion gleich dem Werte der verallgemeinerten Impedanz ist; der Operator einer reinen Kapazität gleich dem negativen Werte der entsprechenden verallgemeinerten Impedanz und daß der Operator eines Ohmschen Widerstands selbstverständlich vollständig verschwindet. In Tabelle V sind die wichtigsten verallgemeinerten Impedanzen und Impedanzoperatoren zusammengestellt. Die Operatoren für die äquivalenten Werte von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität eines Schwingungskreises sind nicht entwickelt und eingetragen, da die entsprechenden verallgemeinerten Teilimpedanzen nicht verschwinden und deshalb zur Berechnung benutzt werden können.

### 192) Verallgemeinerte Admittanzen und Admittanzoperatoren.

Eine verallgemeinerte Admittanz bedeutet den reziproken Wert der entsprechenden verallgemeinerten Impedanz und wird deshalb in Mho gemessen.

Auf ähnliche Weise darf man einen Admittanzoperator als den reziproken Wert des entsprechenden Impedanzoperators ansehen. Die Admittanzoperatoren sind von keiner praktischen Bedeutung, da die verallgemeinerte Admittanz eines Stromzweiges immer einen endlichen Wert besitzt und deshalb zur Berechnung verwendet werden kann, wenn der Hauptstrom oder der Impedanzoperator und die Spannung bekannt ist. Wenn man daher einen geschlossenen Stromkreis hat, in dem ein unvollkommener Kondensator einer Spule parallel geschaltet ist, so kann man z. B. den momentanen Stromfluß, der von der reinen Kapazität  $C^F$  bedingt ist<sup>1)</sup> durch die Lösung

$$i_c^A = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{V_c}{A_{[c]}} \varepsilon^{nt} = \sum_{n_1}^{n_2} I_c \varepsilon^{nt} \dots \angle$$

<sup>1)</sup>  $Z_{[c]}$  bedeutet die Stromkreisimpedanz für  $C$  als Bezugszweig. Sie hat nicht denselben Wert wie die verallgemeinerte Zweigimpedanz  $Z_c = \frac{1}{nC}$ . Das Ergebnis ist

$$Z_{[c]}^\Omega = Z_c + Z_{c,rL} = Z_c + \frac{Z_c[Z_r + Z_L]}{Z_r + Z_c + Z_L} = \frac{n^2 CLc + n[Cr + L] + [r + c]}{n^2 CL + n[C(r + c)]}$$

wenn  $Z_{c,rL}$  andeutet, daß  $r$  und  $L$  hintereinander geschaltet sind und die Serienanordnung parallel zu  $c$  liegt.

Tabelle

Stromzweig	Verallgemeinerte Impedanz $Z^{\text{Ohm}}$	
Ohmscher Widerstand	$r$	
Reine Selbstinduktion	$n L$	
Vollkommener Kondensator	$\frac{1}{n C}$	
Spule mit Widerstand und Selbstinduktion	$r + n L$	
Hintereinanderschaltung von Spule und vollkommenem Kondensator	$r + n L + \frac{1}{n C}$	
Parallelschaltung von Spule und vollkommenem Kondensator	$\frac{r + n L}{n^2 C L + n C r + 1}$	
Parallelschaltung von Spule und unvollkommenem Kondensator	$\frac{n^2 C L \varrho + n [C r \varrho + L] + [r + \varrho]}{n^2 C L + n [C (r + \varrho)]}$	
Oszillator und Resonator sind gekoppelt, gewöhnliche Funkenerregung	Äquivalenter Schwingungserzeuger	$r_1 + n L_1 + \frac{1}{n C_1} - \frac{[n M]^2}{r_2 + n L_2 + \frac{1}{n C_2}}$ $= r_1 + n L_1 + \frac{1}{n C_1} - \frac{L_1 L_2 [n \kappa]^2}{r_2 + n L_2 + \frac{1}{n C_2}} = 0$
	Äquivalenter Oszillatorwiderstand	$r_1 + \frac{[n M]^2}{\left[ n L_2 + \frac{1}{n C_2} \right]^2 - r_2^2} r_2 \neq 0$
	Äquivalente Oszillator-Selbstinduktion	$n \left[ L_1 - \frac{[n M]^2}{\left[ n L_2 + \frac{1}{n C_2} \right]^2 - r_2^2} L_2 \right] \neq 0$
	Äquivalente Oszillorkapazität	$\frac{1}{n} \left[ \frac{1}{C_1} - \frac{[n M]^2}{\left[ n L_2 + \frac{1}{n C_2} \right]^2 - r_2^2} \frac{1}{C_2} \right] \neq 0$

V.

Verallgemeinerter Impedanzoperator $A^{\text{Ohm}}$	Bemerkungen	
	besondere	allgemeine
$O$		$C, C_1, C_2$ in Farad
$nL$	$A_L = Z_L$	$L, L_1, L_2$ in Henry und $M$
$-\frac{1}{nC}$	$AC = -ZC$	$r, r_1, r_2$ in Ohm und $\varrho$
$nL$	$A_{rL} = A_L = Z_L$	$n$ ist in hyperbolischen Radian in der Sekunde ausgedrückt
$nL - \frac{1}{nC}$	$A_{rLC} = A_L + AC$ $= Z_L - ZC$	$C_1, L_1, r_1$ beziehen sich auf den Os- zillator
$\frac{n[L - Cr^2] - 2n^2CLr - n^3CL^2}{[n^2CL + nCr + 1]^2}$		$C_2, L_2, r_2$ beziehen sich auf den Re- sonator
$\frac{n^2[C^2L\varrho^2 - CL^2] - 2nCL[r + \varrho] - C[r + \varrho]^2}{n[nCL + C(r + \varrho)]^2}$	$\frac{1}{\varrho}$ bedeutet die Leit- fähigkeit eines un- vollkommenen Kon- densators in Mho	Kopplungskoeffizi- ent $\kappa = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}}$
$nL_1 - \frac{1}{nC_1} - \frac{n\left[n^2L_2 + 2nr_2 + \frac{3}{C_2}\right]}{\left[nL_2 + \frac{1}{nC_2} + r_2\right]^2} L_1 L_2 \kappa^2$	gibt die äquivalen- ten Werte der ver- allgemeinerten Os- zillatorimpedanz und des Impedanz- operators	
	gibt die äquiva- lenten Werte der Teil- impe- danzen des Oszil- lators	Äquivalen- ter Wider- stand hat die Form $r_1 + \theta r_2$  Form der äquivalen- ten Selbst- induktion $L_1 - \theta L_2$  Form der äquivalen- ten Kapa- zität $\frac{C_1 \cdot C_2}{C_2 - \theta C_1}$

finden. Es ist dann nicht notwendig, die Impedanzoperatoren, welche zu andern Parallelzweigen gehören, aufzustellen. Dies ist klar, wenn man bedenkt, daß die momentane Kapazitätsströmung  $i_c$  teilweise durch den Verlustwiderstand des Kondensators und teilweise durch die Spule ( $r, L$ ) gemäß den entsprechenden Zweigadmittanzen fließt. Der momentane Spulenstrom  $i_r$  ist deshalb aus dem Admittanzquotienten

$$\frac{1}{\frac{Z_{rL}}{Z_c} + \frac{1}{Z_{rL}}} = \frac{Z_c}{Z_{rL} + Z_c} \dots \angle$$

bestimmbar und kann mittels der Beziehung

$$i_r^A = \frac{Q}{nL + r + Q} i_c = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{Q}{nL + r + Q} I_c \varepsilon^{nt} \dots \angle \quad (28)$$

berechnet werden. Der Wattstrom des unvollkommenen Kondensators hängt von dem Admittanzquotienten

$$\frac{1}{\frac{Z_c}{Z_{rL}} + \frac{1}{Z_{rL}}} = \frac{Z_{rL}}{Z_{rL} + Z_c} \dots \angle$$

ab und ist aus dem Ausdruck

$$i_c^A = \frac{nL + r}{nL + r + Q} i_c = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{nL + r}{nL + r + Q} I_c \varepsilon^{nt} \dots \angle \quad (29)$$

berechenbar. Der Energiestrom des unvollkommenen Kondensators und der ganze Spulenstrom haben somit die Form

$$i_c^A = \sum_{n_1}^{n_2} I_c \varepsilon^{nt}, \quad i_r^A = \sum_{n_1}^{n_2} I_r \varepsilon^{nt} \dots \angle$$

Wenn sich  $N$  Entladungen während einer Sekunde abspielen, erhält man für den Energieverlust der ganzen Anordnung

$$\begin{aligned} W^{\text{Watt}} &= N \left\{ r \int_0^\infty \left[ \sum_{n_1}^{n_2} I_r \varepsilon^{nt} \right]^2 dt + Q \int_0^\infty \left[ \sum_{n_1}^{n_2} I_c \varepsilon^{nt} \right]^2 dt \right\} \\ &= N \int_0^\infty \sum_{n_1}^{n_2} \frac{rQ^2 + [nL + r]^2 Q}{[nL + r + Q]^2} [I_c \varepsilon^{nt}]^2 dt, \quad (30) \end{aligned}$$

da der effektive Energiestrom des unvollkommenen Kondensators und der effektive Spulenstrom durch die Beziehungen

$$I_{\text{eff}_c}^A = \sqrt{N \int_0^\infty i_c^2 dt}, \quad I_{\text{eff}_r}^A = \sqrt{N \int_0^\infty i_r^2 dt}$$

gegeben sind.

**193) Reine hyperbolische Systeme** (sich selbst überlassene Entladungen). Für hyperbolische Systeme hat der Entladestrom immer dieselbe Richtung und fällt längs einer reinen logarithmischen Kurve ab, da die Winkelgeschwindigkeit rein hyperbolisch ist.

Die freie Entladung eines Kondensators von der Kapazität  $C^F$  durch einen Ohmschen Widerstand  $r$  ist ein Beispiel hierfür. Da die verallgemeinerte Impedanz  $Z$  des geschlossenen Kreises verschwindet, hat man

$$Z^{Ohm} = \frac{1}{nC} + r = 0,$$

$$n = -\frac{1}{rC} \dots \text{hyperbolische Radian in der Sekunde}^1),$$

$$A_n^{Ohm} = n \frac{d\left[\frac{1}{nC} + r\right]}{dn} = -\frac{1}{nC}.$$

Der momentane Entladestrom wird deshalb

$$i^A = \sum_{n=-\frac{1}{rC}} \frac{V_0}{A_n} \varepsilon^{nt} = \frac{V_0^Y}{r^\Omega} \varepsilon^{-\frac{t \text{Sek}}{r^\Omega C^F}} \dots \dots \dots (31)$$

wenn  $V_0$  die maximale Ausgangsspannung des Kondensators bedeutet.

Der komplementäre Fall liegt vor, wenn eine Selbstinduktion  $L^H$  ihre magnetische Feldenergie durch einen Ohmschen Widerstand  $r$  ausgleicht. Man hat dann

$$Z^{Ohm} = nL + r = 0,$$

$$n = -\frac{r}{L} \text{ hyperbolische Radian in der Sekunde,}$$

$$A_n^{Ohm} = n \frac{d[nL + r]}{dn} = nL = -r$$

und der Momentanwert des Entladestroms wird

$$i^A = \sum_{n=-\frac{r}{L}} \frac{V_0}{A_n} \varepsilon^{nt} = -\frac{V_0}{r} \varepsilon^{-\frac{r}{L}t}$$

$$= I_0^A \varepsilon^{-\frac{r^\Omega}{L^H}t \text{Sek}}, \dots \dots \dots (32)$$

---

<sup>1)</sup> Man muß zwischen Kreisradian in der Sekunde (Fußnote auf Seite 124) und hyperbolischen Radian in der Sekunde unterscheiden. Die letztere Einheit bezieht sich auf einen Radius Vektor, der sich mit einer gleichförmigen hyperbolischen Winkelgeschwindigkeit  $n$  dreht, d. h. wenn das Ende des Vektors längs der Kurve  $\varepsilon^{nt}$  gleitet (Fußnote auf Seite 234). Ein Vektor, der sich mit einer gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht, beschreibt in  $t$  Sek. einen Kreiswinkel von  $\varepsilon^{j\omega t}$  Radian. Für eine gleichförmige hyperbolische Winkelgeschwindigkeit  $n$  wird ein Winkel von  $\varepsilon^{nt}$  hyperbolischen Radian in  $t$  Sek. vom Drehvektor beschrieben.

wenn  $V_0$  die Ausgangsspannung bedeutet, die dem Strom  $I_0$  entspricht. Die Größe  $I_0$  bezeichnet denjenigen Stromwert, welcher beim Anfang<sup>1)</sup> der Entladung notwendig wäre, um die magnetische Feldenergie hervorzurufen und aufrechtzuerhalten. Ein anderer Fall ist im folgenden Abschnitt behandelt und unter „a, zu 2“ zu finden.

**194) Verallgemeinerte hyperbolische Systeme** (sich selbst überlassene Entladungen). Bei verallgemeinerten hyperbolischen Systemen ist der Entladestrom entweder unipolar, oder wechselt seine Richtung periodisch mit einer Geschwindigkeit, die von der relativen Größe der Kreiskonstanten (Selbstinduktion, Kapazität, Widerstand und Leitfähigkeit des Dielektrikums sowohl als irgend welche Streuungen) abhängt. Wenn die Entladung sich nur in einer Richtung abspielt, so hat man einen Stromabfall gemäß eines logarithmischen Gesetzes, welches von zwei bestimmten Teilströmen gebildet wird. Jeder Teilstrom ist dann von seiner eigenen hyperbolischen Winkelgeschwindigkeit abhängig (für einen einzigen Stromkreis). Wenn die Entladung aperiodisch vor sich geht, besteht nur eine einzige hyperbolische Winkelgeschwindigkeit, die rein logarithmisch ist.

Wenn der Entladestrom seinen Sinn ändert und hin und herpendelt, so hat man den trigonometrischen Fall, der von zwei konjugierten, komplexen Winkelgeschwindigkeiten beeinflusst wird. Man hat deshalb mit zwei bestimmten kreisförmigen und zwei bestimmten hyperbolischen Winkelgeschwindigkeiten zu rechnen.

**195) a)** Ein vollkommener Kondensator mit der Kapazität  $C^F$  entladet sich ungehindert durch eine Spule ( $r, L^H$ ). Die Lösung<sup>2)</sup> ist:

$$Z^{Ohm} = r + nL + \frac{1}{nC} = 0 \dots \angle$$

$$n = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\left[\frac{r}{2L}\right]^2 - \frac{1}{CL}} \dots \angle \dots (33)$$

Wenn man  $-\frac{r}{2L} = \alpha$  setzt und  $\sqrt{\left[\frac{r}{2L}\right]^2 - \frac{1}{CL}} = \omega$ , sieht

<sup>1)</sup> Siehe Abb. 81a auf S. 124.

<sup>2)</sup> Wenn eine Funkenstrecke im Kreise liegt, so hat man zu bedenken, daß deren Widerstand mit zunehmender Entladestromstärke abnimmt und für einen Nullstrom unendlich groß wird. Es kann gezeigt werden, daß für Niederfrequenzentladungen die sich nacheinanderfolgenden Wellenhälften nicht mehr gleichen Zeitabschnitten entsprechen aber größer ausfallen. Dies besagt, daß die entsprechende Wellenlänge am Ende des gedämpften Wellenzuges größer ist als für den Anfang desselben. Für sehr niedere Frequenzen kann der Unterschied sehr beträchtlich sein und besonders dann, wenn eine lange Entladestrecke verwendet wird. Für schnelle Schwingungen scheint kein merklicher Unterschied aufzutreten.

man, daß drei verschiedene Entladungsarten stattfinden können, nämlich:

zu 1) Für einen positiven Wert unter dem Wurzelzeichen hat man  $\left[\frac{r}{2L}\right]^2 > \frac{1}{CL}$  und  $n = \alpha \pm \omega$  zeigt, daß zwei hyperbolische Winkelgeschwindigkeiten der reinen Art vorliegen, da kein imaginäres Glied in der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit auftritt. Die Entladung folgt dann einem ultraperiodischen Gesetze und der Strom fällt ab, ohne seine Richtung zu ändern.

zu 2) Wenn der Wurzelwert vollständig verschwindet, hat man  $\left[\frac{r}{2L}\right]^2 = \frac{1}{CL}$  und  $n = \alpha = -\frac{r}{2L}$ , was den rein hyperbolischen Fall mit einer einzigen hyperbolischen Winkelgeschwindigkeit ergibt. Die Winkelgeschwindigkeit ist dann halb so groß, als wenn derselbe Kreis ohne Kondensator benutzt wäre. Eine solche Bedingung erzeugt eine aperiodische Entladung, für welche der Stromexponential abnimmt, ohne seine Richtung zu ändern.

zu 3) Für einen negativen Wert unter dem Wurzelzeichen hat man  $\left[\frac{r}{2L}\right]^2 < \frac{1}{CL}$ . Die Winkelgeschwindigkeit  $n = \alpha \pm j\omega$  wird daher komplex und unrein hyperbolisch für jede Teilwelle, da die bezüglichen reellen Glieder rein hyperbolisch und die entsprechenden imaginären Glieder kreisförmig sind. Der Anteil  $\pm j\omega$  der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  ist der Grund, warum der Strom periodisch seine Richtung ändert und eine Schwingung vorliegt.

196) b) Ein unvollkommener Kondensator entladet seine Energie ungehindert durch eine Spule. Die wichtigste Frage, die vorliegt, ist: Welches ist der Einfluß des unvollkommenen Dielektrikums auf die Eigenfrequenz und das Dekrement des Stromkreises? Wenn  $g$  die Leitfähigkeit in Mho des unvollkommenen Dielektrikums bedeutet, hat man für den dielektrischen Widerstand  $\rho^{\text{Ohm}} = \frac{1}{g}$ . Derselbe darf als parallel zur reinen Kapazität  $C^F$  des Kondensators aufgefaßt werden. Für sich selbst überlassene Entladungen ergibt sich die verallgemeinerte Impedanz

$$Z^{\text{Ohm}} = \frac{1}{g + nC} + nL + r = 0 \dots \angle$$

und die verschiedenen verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten werden

$$n = \alpha \pm j\omega \dots \angle,$$



da

$$\begin{aligned}
 n_1 &= -\left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right] + j \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]^2} \\
 &= \alpha + j\omega \\
 n_2 &= \alpha - j\omega \quad \dots \angle \text{ hyperbolische Radian in der Sekunde,}
 \end{aligned}$$

für den Schwingungsfall. Der Momentanwert des Schwingungsstroms ist somit

$$i^A = \frac{V_0}{L \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]^2}} \varepsilon^{-\left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]t} \sin t \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]^2} \dots \angle \quad (3)$$

Die Periodenzeit wird

$$T^{\text{Sek}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]^2}} \dots \dots \dots (35)$$

und das logarithmische Dekrement für eine volle Periode ist

$$\begin{aligned}
 \delta &= \alpha \times T \\
 &= 2\pi \sqrt{\frac{\alpha^2}{\frac{1}{CL} - \alpha^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{CL \left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]^2}{1 - CL \left[\frac{r}{2L} + \frac{g}{2C}\right]^2}} \dots \dots (36)
 \end{aligned}$$

Diese Ergebnisse besagen, daß sowohl die Periodenzeit  $T$  als auch das logarithmische Dekrement  $\delta$  durch das unvollkommene Dielektrikum vergrößert sind. Dasselbe findet auch statt, wenn ein gewöhnlicher Luftkondensator Streuentladungen in die Luft oder zu benachbarten Gegenständen sendet. Die Periode ist wegen der Größe  $\frac{g}{2C}$  unter dem Wurzelzeichen vergrößert. Man sieht, daß die Leitfähigkeit eines Dielektrikums auch die Wellenlänge vergrößert und die entsprechende Frequenz im selben Maße verkleinert.

Da der Impedanzoperator des vorliegenden Systems die Lösung

$$A_n^{\text{Ohm}} = n \frac{d \left[ \frac{1}{g + nC} + nL + r \right]}{dn} = nL - \frac{nC}{[g + nC]^2} \dots \angle$$

im Vergleich mit der Ableitung

$$A_n = n \frac{d \left[ \frac{1}{nC} + nL + r \right]}{dn} = nL - \frac{1}{nC} \dots \angle$$

für den Fall eines vollkommenen Kondensators ergibt, erhält man für den Momentanwert des Entladestroms

$$i^A = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{V_0}{nL - \frac{nC}{[g + nC]^2}} = \sum_{n_1}^{n_2} I_0 \varepsilon^{n t} \dots \angle$$

wenn  $I_0$  die Stromamplitude bedeutet, welche der maximalen Ausgangsspannung  $V_0$  des Kondensators entspricht. Die Tabelle VI gibt die Vergleichswerte für einen vollkommenen und unvollkommenen Kondensator.

Tabelle VI.

Fall	Momentanwert des Kondensatorstroms in Ampere	Winkel-Geschwindigkeit	Vollk. Kond.	Unvollk. Kond.
Ultra-periodisch	$\frac{V_0}{2\omega L} \{ \varepsilon^{[\alpha - \omega]t} - \varepsilon^{[\alpha + \omega]t} \}$	$\omega = \sqrt{\alpha^2 - \frac{1}{CL}}$		
Aperiodisch	$\frac{V_0 t}{L} \varepsilon^{\alpha t}$	$\omega = 0$	$\alpha = -\frac{r}{2L}$	$\alpha = -\left[ \frac{r}{2L} + \frac{g}{2C} \right]$
Oszillatorisch	$\left[ \frac{V_0}{\omega L} \varepsilon^{\alpha t} \right] \sin \omega t$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL} - \alpha^2}$		
Bemerkungen	$V_0$ und $I_0$ bedeuten die entsprechenden Ausgangswerte von Kondensatorspannung und Strom, $C$ , $L$ , $r$ und $g$ die effektiven Werte für Kapazität, Selbstinduktion, Widerstand und Leitfähigkeit.			

197) **Ableitung für den Effektivwert eines Entladestroms.**  
 Der effektive Entladestrom<sup>1)</sup> irgendwelcher Art ergibt sich durch Auswertung des Ausdruckes

$$I_{\text{eff}}^A = \sqrt{N \int_0^\infty \left[ \sum_{n_1}^{n_2} I_0 \varepsilon^{n t} \right]^2 dt, \dots \dots \dots (37)}$$

wenn  $N$  Entladungen während einer Sekunde stattfinden. Da

$$n_1 = \left\langle \begin{array}{l} \alpha + \omega \dots \text{für den ultra periodischen} \\ \alpha + j\omega \dots \text{für den Schwingungs-} \end{array} \right\} \text{Fall}$$

$$n_2 = \left\langle \begin{array}{l} \alpha - \omega \dots \text{für den ultra periodischen} \\ \alpha - j\omega \dots \text{für den Schwingungs-} \end{array} \right\} \text{Fall}$$

<sup>1)</sup> Die Integration über eine unendliche Grenze setzt voraus, daß die ganze Kondensatorenergie sich vollständig entladet. Dies ist im strengen Sinne nur dann richtig, wenn keine Funkenstrecke im Kreise liegt, welche die Schwingungen plötzlich auslöscht (Fußnote Nr. 1 Seite 130). Für Hochfrequenzschwingungen und kurze Funkenstrecken ist jedoch die Ionisationsspannung der Strecke bedeutend niedriger, wenn Entladungen unmittelbar zuvor stattfinden und obige Integration ist praktisch richtig. Ein Fehler besteht jedoch, wenn Niederfrequenz vorliegende oder lange Entladestrecken verwendet werden.

und  $\alpha = -\frac{r}{2L}$  für beide Fälle, so hat man

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty \left[ \sum_{n_1}^{n_2} I_0 \varepsilon^{n t} \right]_2 dt &= \int_0^\infty \left[ \frac{I_0}{2} (\varepsilon^{n_1 t} - \varepsilon^{n_2 t}) \right]^2 dt \\
 &= \frac{I_0^2}{4} \int_0^\infty (\varepsilon^{2n_1 t} + \varepsilon^{2n_2 t}) dt - \frac{I_0^2}{2} \int_0^\infty \varepsilon^{(n_1+n_2)t} dt \\
 &= \frac{I_0^2}{4} \left\{ \frac{1}{n_1} \left[ \frac{\varepsilon^{2n_1 t}}{2} + \frac{\varepsilon^{2n_2 t}}{2} \right] - \frac{\varepsilon^{(n_1+n_2)t}}{n_1+n_2} \right\} \frac{I_0^2}{2} \Big|_0^\infty \\
 &= \frac{I_0^2}{2} \left\{ \frac{n_1+n_2}{4n_1 \cdot n_2} - \frac{1}{n_1+n_2} \right\} \\
 &= \begin{cases} \text{ultra} & \frac{I_0^2}{4} \left[ \frac{\alpha}{\alpha^2 - \omega^2} - \frac{1}{\alpha} \right] \\ \text{oscilla} & \frac{I_0^2}{4} \left[ \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} - \frac{1}{\alpha} \right] \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \text{ultra} & + \frac{I_0^2}{4\alpha} \cdot \frac{1}{\left[ \frac{\alpha^2}{\omega^2} - 1 \right]} \\ \text{oscilla} & - \frac{I_0^2}{4\alpha} \cdot \frac{1}{\left[ \frac{\alpha^2}{\omega^2} + 1 \right]} \end{cases} = \frac{4L - Cr^2}{8r} I_0^2
 \end{aligned}$$

oder

$$I_{eff}^A = \frac{I_0}{2} \sqrt{N \frac{4L - Cr^2}{2r}} \dots \dots \dots (38)$$

Obiger Ausdruck stellt die genaue Lösung für den effektiven Entladestrom irgendeiner Art (ultraperiodisch, aperiodisch oder periodisch) dar. Für die meisten Fälle der Hochfrequenztechnik kann die Annäherungsformel

$$\begin{aligned}
 I_{eff}^A &= \sqrt{N \frac{I_0^2}{4\alpha \left[ \frac{\alpha^2}{\omega^2} + 1 \right]}} \\
 &\simeq \frac{I_0}{2} \sqrt{\frac{N}{\alpha}} \\
 &\simeq \frac{I_0}{2} \sqrt{\frac{N}{\delta \cdot f}} \dots \dots \dots (38a)
 \end{aligned}$$

benutzt werden, wenn  $f$  die Periodenzahl,  $\delta = \alpha \cdot T$  das logarithmische

Dekrement bedeutet und der Quotient  $\frac{\alpha^2}{\omega^2}$  im Vergleich zur Einheit vernachlässigt wird.

Obige Ableitungen beruhen auf der Annahme zweier sich in entgegengesetzter Richtung bewogender Drehvektoren  $\frac{I_0}{2} \varepsilon^{n_1 t}$  und  $\frac{I_0}{2} \varepsilon^{n_2 t}$  mit den konjugierten Winkelgeschwindigkeiten  $n_1$  und  $n_2$ . Daß eine solche Annahme richtig ist, ist aus den Abb. 140 und 138 ersichtlich.

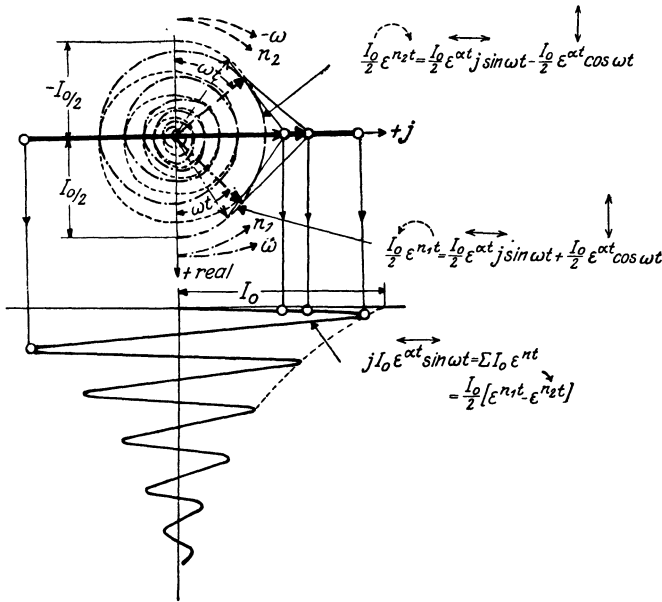


Abb. 140. Analysis eines gedämpften Stromzuges.

Die obere und mittlere Darstellung der Abb. 138 auf Seite 232 zeigen, daß ein Drehvektor  $\frac{V_0}{2} \varepsilon^{n t}$  durch zwei zueinander senkrecht stehender Vektoren ersetzt werden kann, deren Länge sich gemäß gedämpfter Sinusgesetze ändern. Der Vektor längs der reellen Achse folgt einem gedämpften Kosinusgesetz und der Vektor, welcher sich längs der imaginären Achse entfaltet, einem Sinusgesetz. Die untere Darstellung zeigt die Überlagerung der beiden Drehvektoren  $\frac{V_0}{2} \varepsilon^{n_1 t}$  und  $\frac{V_0}{2} \varepsilon^{n_2 t}$ . Die imaginären gedämpften Sinusglieder vernichten sich, während die gedämpften Kosinusvektoren der reellen Achse sich addieren und einen doppelten Ausgangswert  $V_0$  an Stelle

von  $\frac{V_0}{2}$  erzeugen. Die Darstellungen Abb. 140 zeigen dasselbe für einen Stromvektor. Die resultierende Stromänderung längs der imaginären Achse zeigt einen Maximalwert  $I_0$  für  $\frac{I_0}{2}$  als Ausgangswert der Drehvektoren.

Wenn Drehvektoren dieser Art vorliegen, trifft man bisweilen Formen von der Art

$$\varepsilon^{n_1 x} - \varepsilon^{n_2 x} = \varepsilon^{[\alpha + j\beta]x} - \varepsilon^{-[\alpha + j\beta]x}$$

an, ein Fall für den  $n_1 = -n_2$ . Den Effektivwert berechnet man durch Gleichsetzung von  $+j = -j$  und durch Multiplikation des neuen Ausdruckes mit dem alten Ausdruck. Man hat z. B.

$$\begin{aligned} & \left\{ \varepsilon^{[\alpha + j\beta]x} - \varepsilon^{-[\alpha + j\beta]x} \right\} \left\{ \varepsilon^{[\alpha - j\beta]x} - \varepsilon^{-[\alpha - j\beta]x} \right\} \\ &= \varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x} - \varepsilon^{j2\beta x} - \varepsilon^{-j2\beta x} \\ &= 2 [\cosh 2\alpha x - \cos 2\beta x] \\ &= [\text{Effektivwert}]^2. \end{aligned}$$

Im allgemeinen hat man für einen Vektor

$$\begin{aligned} \underline{P} &= P \varepsilon^{j\psi} \\ &= \frac{a + jb}{c + jd} \end{aligned}$$

einen Skalar

$$P = \sqrt{\frac{(a + jb)(a - jb)}{(c + jd)(c - jd)}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}}$$

mit einer Tangente

$$\text{tg } \psi = \frac{bc - ad}{ac + bd}.$$

**198) Zahlenbeispiel einer Kondensatorentladung.** Wenn ein Kondensator auf die Potentialdifferenz 1000 V geladen ist und  $r = 200 \text{ Ohm}$ ,  $C = 0,5 \times 10^{-6} F$ ,  $L = 10^{-2} H$  die Kreiskonstanten sind, so hat man folgende Lösung:

$$\alpha = \frac{2 \times 10^2}{2 \times 10^{-2}} = -10^4 \text{ hyperbolische Radian in der Sekunde,}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{10^{-6} \times 10^{-2}} - \frac{4 \times 10^4}{4 \times 10^{-4}}} = \pm 10^4 \text{ Kreisradian in der Sekunde}$$

mit den verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} n_1 &= -10^4 + j10^4 \\ n_2 &= -10^4 - j10^4 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} n_1 \\ n_2 \end{aligned}} \right\} \dots \angle \dots \text{ hyperbolische Radian in der Sekunde.}$$

Die Impedanzoperatoren werden somit

$$A_{n_1}^{\text{Ohm}} = \frac{n_1^2 CL - 1}{n_1 C} = \frac{10^8 (j-1)^2 \times 0,5 \times 10^{-6} \times 10^{-2} - 1}{10^4 (j-1) \times 0,5 \times 10^{-6}} = +j200$$

$$A_{n_2} = \frac{n_2^2 CL - 1}{n_2 C} = -j200$$

und der momentane Entladungsstrom ergibt die Lösung

$$\begin{aligned} i^A &= \sum_{n_1} \frac{V_0}{A_n} \varepsilon^{nt} = \frac{V_0}{A_{n_1}} \varepsilon^{n_1 t} + \frac{V_0}{A_{n_2}} \varepsilon^{n_2 t} \\ &= \frac{1000}{200j} \varepsilon^{(-1+j)10^4 t} - \frac{1000}{200j} \varepsilon^{(-1-j)10^4 t} \\ &= \varepsilon^{-10^4 t} \{ -5j \varepsilon^{10^4 j t} + 5j \varepsilon^{-10^4 j t} \} \\ &= \varepsilon^{-10^4 t} \{ [-5j + 5j] \cos 10^4 t + j[-5j - 5j] \sin 10^4 t \} \\ &= 10 \varepsilon^{-10^4 t} \sin 10^4 t \dots \angle . \end{aligned}$$

Die momentane Potentialdifferenz des Kondensators erfordert die Ableitungen

$$e_c^V = \sum_{n_1} \frac{I_0}{n_1 C} \varepsilon^{nt} = \frac{I_{0_1}}{n_1 C} \varepsilon^{n_1 t} + \frac{I_{0_2}}{n_2 C} \varepsilon^{n_2 t} = V_{0_1} \varepsilon^{n_1 t} + V_{0_2} \varepsilon^{n_2 t} \dots \angle .$$

Da

$$\frac{I_{0_1}}{n_1 C} = \frac{-5j}{10^4 (j-1) 0,5 \times 10^{-6}} = -500 + 500j \dots \angle$$

und

$$\frac{I_{0_2}}{n_2 C} = \frac{5j}{-10^4 (j+1) 0,5 \times 10^{-6}} = -500 - 500j \dots \angle ,$$

so hat man

$$\begin{aligned} e_c^V &= [-500 + 500j] \varepsilon^{(-1+j)10^4 t} - [500 + 500j] \varepsilon^{(-1-j)10^4 t} \\ &= \varepsilon^{-10^4 t} \{ -1000 \cos 10^4 t - 1000 \sin 10^4 t \} \\ &= 10^3 \sqrt{2} \varepsilon^{-10^4 t} \sin(10^4 t - \text{tg}^{-1} 1) \\ &= 10^3 \sqrt{2} \varepsilon^{-10^4 t} \sin [10^4 t + 45^\circ] \dots \angle . \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis kann mittels der Beziehungen

$$\begin{aligned} i &= C \frac{de_c}{dt} = C \sum_{n_1} \frac{n_2}{n_1} n e_c \\ &= 0,5 \times 10^{-6} \{ 10^3 \sqrt{2} [\varepsilon^{-10^4 t} \times 10^4 \cos(10^4 t + 45^\circ) \\ &\quad - 10^4 \cdot \varepsilon^{-10^4 t} \sin(10^4 t + 45^\circ)] \} \\ &= \varepsilon^{-10^4 t} \sqrt{50 + 50} \sin(10^4 t + 45^\circ + \text{tg}^{-1}[-1]) \\ &= 10 \varepsilon^{-10^4 t} \sin 10^4 t \dots \angle \end{aligned}$$

nachgeprüft werden, die dasselbe Resultat wie oben liefern. Die

momentane Klemmenspannung der reinen Selbstinduktion erhält man aus der Lösung

$$e_L^v = \sum_{n_1}^{n_2} n L i_n = n_1 L i_1 + n_2 L i_2 = n_1 L I_{0_1} \varepsilon^{n_1 t} + n_2 L I_{0_2} \varepsilon^{n_2 t} \\ = E_{L_1} \varepsilon^{n_1 t} + E_{L_2} \varepsilon^{n_2 t}.$$

Da

$$E_{L_1} = n_1 L I_{0_1} = 10^4 (j - 1) 10^{-2} (-5j) = 500 + 500j \dots \angle$$

und

$$E_{L_2} = n_2 L I_{0_2} = -10^4 (j + 1) 10^{-2} \times 5j = 500 - 500j \dots \angle$$

ergibt sich

$$e_L^v = [500 + 500j] \varepsilon^{(-1+j)10^4 t} + [500 - 500j] \varepsilon^{(-1-j)10^4 t} \\ = \varepsilon^{-10^4 t} \{1000 \cos 10^4 t - 1000 \sin 10^4 t\} \\ = 10^3 \sqrt{2} \varepsilon^{-10^4 t} \sin [10^4 t - 45^\circ] \dots \angle,$$

eine Beziehung die die Resonanzbedingung befriedigt, wenn man  $e_L$  mit  $e_c$  vergleicht.

Wenn nun der Wert der Selbstinduktion  $L = 2 \times 10^{-3}$  H anstatt  $10^{-2}$  und alle andern Kreiskonstanten die ursprünglichen Werte haben, so werden die verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten

$$n_1 = -10^4 (5 - 3,875) = -1,125 \times 10^4 \quad \text{hyperpolische Radian} \\ n_2 = -10^4 (5 + 3,875) = -8,875 \times 10^4 \quad \text{in der Sekunde}$$

Die Entladung verläuft daher aperiodisch. Die Auswertung der Impedanzoperatoren liefert

$$A_{n_1}^{\text{Ohm}} = \frac{n_1^2 CL - 1}{n_1 C} = \frac{(-1,125 \times 10^4)^2 0,5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-3} - 1}{-1,125 \times 10^4 \times 0,5 \times 10^{-6}} \\ = 155 \text{ Ohm}, \\ A_{n_2} = \frac{n_2^2 CL - 1}{n_2 C} = -155 = -A_{n_1}.$$

Man hat dann den momentanen Entladestrom

$$i^A = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{V_0}{A_n} \varepsilon^{n t} = \frac{1000}{155} \varepsilon^{-1,125 \times 10^4 t} - \frac{1000}{155} \varepsilon^{-8,875 \times 10^4 t} \\ = 6,45 \varepsilon^{-1,125 \times 10^4 t} - 6,45 \varepsilon^{-8,875 \times 10^4 t}.$$

Die momentane Kondensatorspannung ergibt sich zu

$$e_c^v = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{I_0}{n C} \varepsilon^{n t} = \frac{6,45}{1,125 \times 10^4 \times 0,5 \times 10^{-6}} \varepsilon^{-1,125 \times 10^4 t} \\ - \frac{6,45}{8,875 \times 10^4 \times 0,5 \times 10^{-6}} \varepsilon^{-8,875 \times 10^4 t} \\ = 1145 \varepsilon^{-1,125 \times 10^4 t} - 145 \varepsilon^{-8,875 \times 10^4 t}.$$

Die Richtigkeit dieser Lösung kann mittels der Ausgangsbedingung  $t = 0$  nachgeprüft werden. Man hat

$$e_c^V = 1145 - 145 = 1000,$$

welches die Ausgangspotentialdifferenz des Kondensators war.

Um sich ein Bild von dem Einfluß eines unvollkommenen Dielektrikums machen zu können, sei nachfolgendes Beispiel angeführt.

$$\left. \begin{array}{l} r = 200 \text{ Ohm} \\ L = 10^{-2} \text{ Henry} \\ C = 0,5 \times 10^{-6} \text{ Farad} \end{array} \right\} \text{ wie oben und eine dielektrische Leitfähigkeit } g = 10^{-4} \text{ Mho.}$$

Man hat dann

$$\begin{aligned} n_1 &= - \left[ \frac{2 \times 10^2}{2 \times 10^{-2}} + \frac{10^{-4}}{2 \times 0,5 \times 10^{-6}} \right] \\ &+ j \sqrt{\frac{1}{0,5 \times 10^{-6} \times 10^{-2}} - \left[ \frac{2 \times 10^2}{2 \times 10^{-2}} + \frac{10^{-4}}{2 \times 0,5 \times 10^{-6}} \right]^2} \\ &= - 1,01 \times 10^4 + 0,977 \times 10^4 j \dots \angle \\ n_2 &= - 1,01 \times 10^4 - 0,977 \times 10^4 j \dots \angle \end{aligned}$$

und im Vergleiche mit einem vollkommenen Kondensator hat man

Tabelle VII.

Dielektrikum des Kondensators von Kapazität $C^F$	Periodenzahl in der Sekunde	Periodenzeit in Sekunden	Logarithmisches Dekrement
vollkommen	1590	$6,28 \times 10^{-4}$	6,28
unvollkommen	1552	$6,43 \times 10^{-4}$	6,49

Ein Voltmeter, das  $\rho = 10000$  Ohm innern Widerstand hat, würde denselben Einfluß auf obigen Stromkreis haben, im Falle es an die Klemmen der vollkommenen Kapazität  $C$  angeschlossen wäre. Wenn ein Hitzdrahtspannungsmesser von  $\rho$  Ohm innern Widerstand benutzt wird, um die Spannung eines Kondensators  $C$  zu messen, welcher seine Energie frei durch eine Spule ( $r, L$ ) entladet, so können die Teilströme mittels nachfolgenden Verfahrens gefunden werden. Man hat

$$i_c^A = \frac{V_0}{A_{[c]_1}} \varepsilon^{n_1 t} + \frac{V_0}{A_{[c]_2}} \varepsilon^{n_2 t} = I_c \varepsilon^{\alpha t} \sin \omega t \dots \angle$$

für den Kondensatorzweig, wenn  $n_1$  und  $n_2$  zwei konjugierte verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeiten bedeuten. Der Impedanz-



operator  $A_{c_1}$  und  $A_{c_2}$  stellt den  $n_1$ -ten und  $n_2$ -ten Wert von  $A_c$  dar. Die verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten sind dann

$$\begin{aligned} n_1 &= -\left[\frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\varrho}\right] + j\sqrt{\frac{1}{CL} - \left[\frac{r}{2L} + \frac{1}{2C\varrho}\right]^2} \\ &= \alpha + j\omega \\ n_2 &= \alpha - j\omega \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} n_1 \\ n_2 \end{aligned}} \right\} \dots \angle \text{ hyperbolische Radian in der Sekunde.}$$

Für die Impedanzoperatoren findet man

$$\begin{aligned} A_{[c]}^{\text{Ohm}} &= n \frac{d \left[ \frac{n^2 CL\varrho + n(Cr\varrho + L) + (r + \varrho)}{n^2 CL + n[C(r + \varrho)]} \right]}{dn} \\ &= \frac{[C^2 L\varrho^2 - CL^2]n^2 - 2CL[r + \varrho]n - C[r + \varrho]^2}{n[nCL + C(r + \varrho)]^2} \Bigg|_{n=n_1}^{n=n_2} \dots \angle \end{aligned}$$

d. h. dieselben haben die Form

$$\left. \begin{aligned} A_{[c_1]} &= \beta + j\gamma \\ A_{[c_2]} &= \beta - j\gamma \end{aligned} \right\} \quad \text{für} \quad \left\{ \begin{aligned} n_1 &= \alpha + j\omega \\ n_2 &= \alpha - j\omega \end{aligned} \right\} \dots \angle$$

Da der Wert  $\alpha$  für gedämpfte Wellen negativ ist, so muß die Größe von  $\beta$  notwendigerweise positiv werden. Den Voltmeterstrom erhält man mittels des Admittanzquotienten

$$\frac{n_2}{n_1} \Bigg| \frac{nL + r}{nL + r + \varrho} = \xi \pm j\eta \dots \angle$$

wenn das Pluszeichen für den  $n_1$ -ten Wert steht und das Minuszeichen den  $n_2$ -ten Wert des Quotienten bezeichnet. Wenn dieses Ergebnis mit dem Momentanwert  $i_c$  des Kondensatorstromes durchmultipliziert wird, erhält man den momentanen Voltmeterstrom

$$i_c^A = [\xi \pm j\eta] i_c = \sum_{n_1}^{n_2} \frac{nL + r}{nL + r + \varrho} I_c \varepsilon^{nt} \dots \angle$$

Auf ähnliche Weise kann man den Momentanwert des Spulenstroms mittels einer Vervielfachung des Admittanzquotienten

$$\frac{n_2}{n_1} \Bigg| \frac{\varrho}{nL + r + \varrho} = \zeta \pm j\nu \dots \angle$$

mit  $i_c$  finden. Für die in der Selbstinduktion induzierte Spannung ergibt sich

$$e_L^V = \sum_{n_1}^{n_2} nL I_L \varepsilon^{nt} \dots \angle$$

Die numerische Auswertung bei diesen Verfahren ist einfach. Z. B. für

$$\left. \begin{aligned} L &= 2 \times 10^{-1} \text{ H} \\ C &= 5 \times 10^{-6} \text{ F} \\ r &= 4 \text{ Ohm} \\ \varrho &= 5 \times 10^2 \text{ Ohm} \end{aligned} \right\} \text{ und } V_0 = 100 \text{ Volt}$$

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= -200 + j 976 \\ n_2 &= -200 - j 976 \end{aligned} \right\} \dots \angle$$

Die Operatoren ergeben sich zu

$$A_{[c_1]} = \frac{[1,05 \times 10^{-6}] n_1^2 - [10,08 \times 10^{-4}] n_1 - 1,27}{n_1 [10^{-6} n_1 + 25,2 \times 10^{-4}]^2}$$

$$= 150,2 + j 358,8 \dots \angle$$

$$A_{[c_2]} = 150,2 - j 358,8 \dots \angle$$

Der momentane Kondensatorstrom wird

$$i_c^A = \frac{100}{150,2 + j 358,8} \varepsilon^{n_1 t} + \frac{100}{150,2 - j 358,8} \varepsilon^{n_2 t}$$

$$= \frac{1,502 - j 3,588}{15,13} \varepsilon^{[-200 - j 976] t} + \frac{1,502 + j 3,588}{15,13} \varepsilon^{[-200 - j 976] t}$$

$$= 0,51 \varepsilon^{-200 t} \sin [976 t + \text{tg}^{-1} 0,418] \dots \angle$$

da der Bruch

$$\frac{n_1 L + r}{n_1 L + r + \varrho} = 0,144 + j 0,33 \dots \angle$$

und

$$\frac{n_2 L + r}{n_2 L + r + \varrho} = 0,144 - j 0,33 \dots \angle$$

Für den Momentanwert des Voltmeterstroms ergibt sich

$$i_e^A = \frac{[0,144 + j 0,33] [1,502 - j 3,588]}{15,13} \varepsilon^{n_1 t}$$

$$+ \frac{[0,144 - j 0,33] [1,502 + j 3,588]}{15,13} \varepsilon^{n_2 t}$$

$$= \frac{1,397 - j 0,02}{15,13} \varepsilon^{[-200 + 976 j] t} + \frac{1,397 + j 0,02}{15,13} \varepsilon^{[-200 - 976 j] t}$$

$$= 0,184 \cdot \varepsilon^{-200 t} \cos 976 t \dots \angle$$

199) Sich selbst überlassene Schwingungen in einer gekoppelten Oszillator-Resonatoranordnung. Wenn  $C_1$ ,  $L_1$  und  $r_1$  die Kreis-konstanten des Oszillators,  $C_2$ ,  $L_2$  und  $r_2$  diejenigen des gekoppelten Resonators und  $L_{12} = L_{21} = M$  die gegenseitige Induktion zwischen

beiden Kreisen bedeuten, so gelten folgende Beziehungen für sich selbst überlassene Entladungen:

$$\sum_{n_1}^{n_4} \left( r_1 + nL_1 + \frac{1}{nC_1} \right) I_{0_1} \varepsilon^{nt} + \sum_{n_1}^{n_4} nM I_{C_2} \varepsilon^{nt} = 0 \dots \angle$$

$$\sum_{n_1}^{n_4} \left( r_2 + nL_2 + \frac{1}{nC_2} \right) I_{0_2} \varepsilon^{nt} + \sum_{n_1}^{n_4} nM I_{0_1} \varepsilon^{nt} = 0 \dots \angle$$

da für einen geschlossenen Stromkreis der ganze Spannungsabfall verschwinden muß. Der erste Teil jeder Gleichung stellt den Spannungsabfall längs der ganzen Kreisimpedanz dar und der zweite Teil berücksichtigt den Abfall infolge der Rückwirkung des andern Kreises. Die Größen  $I_{0_1}$  und  $I_{0_2}$  bedeuten die Ausgangsströme des Schwingungserzeugers und des Resonators. Wenn man die momentanen Stromwerte  $I_{0_1} \varepsilon^{nt}$  und  $I_{0_2} \varepsilon^{nt}$  eliminiert, erhält man die Symmetriegleichung

$$\frac{n^2 C_1 M}{n^2 C_1 L_1 + n C_1 r_1 + 1} = \frac{n^2 C_2 L_2 + n C_2 r_2 + 1}{n^2 C_2 M} \dots \angle$$

welche für jeden Teilstrom beider Kreise gilt. Eine andere Form dieses Ausdruckes ist

$$C_1 C_2 [L_1 L_2 - M^2] n^4 + C_1 C_2 [L_1 r_2 + L_2 r_1] n^3$$

$$+ [C_1 L_1 + C_2 L_2 + C_1 C_2 r_1 r_2] n^2$$

$$+ [C_1 r_1 + C_2 r_2] n + 1 = 0 \dots \angle \dots (39)$$

Diese rein-algebraische Gleichung steht in Wirklichkeit für die Differentialgleichung

$$C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2) \frac{d^4 i_1}{dt^4} + C_1 C_2 (L_1 r_2 + L_2 r_1) \frac{d^3 i_1}{dt^3}$$

$$+ (C_1 L_1 + C_2 L_2 + C_1 C_2 r_1 r_2) \frac{d^2 i_1}{dt^2}$$

$$+ (C_1 r_1 + C_2 r_2) \frac{d i_1}{dt} + i_1 = 0 \dots \angle$$

da  $n^4$  dem Quotienten  $\frac{d^4 i_1}{dt^4}$ ;  $n^3$  dem Quotienten  $\frac{d^3 i_1}{dt^3}$ ;  $n^2$  dem Quotienten  $\frac{d^2 i_1}{dt^2}$ ;  $n$  dem Quotienten  $\frac{d i_1}{dt}$  und  $n^0 = 1$  dem Momentanwert  $i_1$  entspricht. Gewöhnlich erhält man diesen Ausdruck mittels doppelter Differentiation der entsprechenden Differentialgleichungen (welche das verallgemeinerte Kirchhoffsche Gesetz, das das Verschwinden aller Spannungsabfälle bedingt, ausdrücken) und durch die Trennung der Veränderlichen mittels der Ausgangsgleichungen. Die vorgeschlagene Methode umgeht Differentialgleichungen, da der

symbolische algebraische Ausdruck der Gl. (39) direkt aufgestellt werden kann.

200) **Erster Fall. — Dämpfung vernachlässigt.** Wenn die Widerstände  $r_1$  und  $r_2$  vernachlässigt werden und der Kopplungskoeffizient  $\kappa = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$  in die biquadratische Gleichung eingeführt wird, erhält man

$$(CL)^2(1 - \kappa^2)n^4 + 2CLn^2 + 1 = 0 \quad \dots \quad (40)$$

sofern Gleichheit der Schwingungskonstante, d. i.  $C_1 L_1 = C_2 L_2 = CL$  vorausgesetzt ist. Die Winkelgeschwindigkeiten werden dann

$$\left. \begin{aligned} n_A &= \pm j \sqrt{\frac{1}{CL(1 + \kappa)}} = \pm j \omega_A \\ n_B &= \pm j \sqrt{\frac{1}{CL(1 - \kappa)}} = \pm j \omega_B \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Kreisradian} \\ \text{in der Sekunde.} \end{array}$$

Die Periodenzahlen der Teilströme, die sowohl im Schwingungserzeuger als auch im Resonator vorherrschen, werden

$$\left. \begin{aligned} f_A^{-\text{Sek.}} &= \frac{f}{\sqrt{1 + \kappa}} \\ f_B^{-\text{Sek.}} &= \frac{f}{\sqrt{1 - \kappa}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{im Vergleich zur} \\ \text{Eigenfrequenz} \end{array} \quad f^{-\text{Sek.}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{C^F L^H}}.$$

Da aber

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A},$$

erhält man die entsprechenden Wellenlängen

$$\lambda_A = \lambda \sqrt{1 + \kappa} \quad \text{und} \quad \lambda_B = \lambda \sqrt{1 - \kappa}.$$

Diese Ergebnisse sind bekannt, da die Resonanzkurve gekoppelter Systeme zwei Maxima für gewöhnliche Funkenentladung aufweist.

Man sieht, daß für sehr lose Kopplung

$$\lambda_A \sim \lambda_B \sim \lambda^m = 6\pi \times 10^8 \sqrt{C^F L^H}.$$

Tabelle VIII stellt die wichtigsten Fälle zusammen. Wenn die Schwingungskonstanten nicht dieselben sind, d. i.  $C_1 L_1 \neq C_2 L_2$ , so gelten die in der Tabelle angegebenen Werte für die Wellenlänge, Frequenz und Dekrement. Für eine ideale Kopplung  $\kappa = 1$  werden die Periodenzahlen

$$f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0}{0}} \quad \text{und} \quad f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\infty}}.$$

Tabelle

Bedingung	Größe		
Oszillator und Resonator haben ver- schiedene Eigen- frequenzen		Erste Teilwelle in jedem Stromkreis	
	Wellen- länge	$\lambda_A = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \sqrt{[\lambda_1^2 - \lambda_2^2]^2 + [2\kappa \lambda_1 \lambda_2]^2}}{2}}$	
	Frequenz	$f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_1 L_1 + C_2 L_2 - \sqrt{(C_1 L_1 - C_2 L_2)^2 + 4\kappa^2 C_1 C_2 L_1 L_2}}{2(1 - \kappa^2) C_1 L_1 C_2 L_2}}$	
		Zweite Teilwelle in jedem Stromkreis	
	Wellen- länge	$\lambda_B = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \sqrt{[\lambda_1^2 - \lambda_2^2]^2 + [2\kappa \lambda_1 \lambda_2]^2}}{2}}$	
	Frequenz	$f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_1 L_1 + C_2 L_2 + \sqrt{(C_1 L_1 - C_2 L_2)^2 + 4\kappa^2 C_1 C_2 L_1 L_2}}{2(1 - \kappa^2) C_1 L_1 C_2 L_2}}$	
		Erste Teilwelle in jedem Stromkreis	Zweite Teilwelle in jedem Stromkreis
Oszillator und Resonator haben dieselbe Eigen- frequenz	Wellen- länge	$\lambda_A = \lambda \sqrt{1 + \kappa}$	$\lambda_B = \lambda \sqrt{1 - \kappa}$
	Kreisförm. Winkel- geschwin- digkeit	$\omega_A = \frac{1}{\sqrt{CL(1 + \kappa)}}$	$\omega_B = \frac{1}{\sqrt{CL(1 - \kappa)}}$
	Frequenz	$f_A = \frac{f}{\sqrt{1 + \kappa}}$	$f_B = \frac{f}{\sqrt{1 - \kappa}}$
	Logarith- misches Dekrement	$\delta_A = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2\sqrt{1 + \kappa}}$ $= \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \frac{\lambda}{\lambda_A}$	$\delta_B = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2\sqrt{1 - \kappa}}$ $= \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \frac{\lambda}{\lambda_B}$

VIII.

Infolge des Oszillators	Infolge des Resonators	Bemerkungen	
		besondere	allgemeine
$\lambda_1^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C_1^F L_1^H}$	$\lambda_2^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C_2 L_2}$	$\lambda_1 \neq \lambda_2$ da die Schwingungskonstanten $C_1 L_1 \neq C_2 L_2$	$C_1, L_1, f_1, \lambda_1, \delta_1$ und $\omega_1$ beziehen sich auf den Oszillator,
$f_1 \sim \text{Sek.} = \frac{1}{2 \pi \sqrt{C_1^F L_1^H}}$	$f_2 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{C_2 L_2}}$	$f_1 \neq f_2$	$C_2, L_2, f_2, \lambda_2, \delta_2$ und $\omega_2$ auf den Resonator.
Wie bei erster Teilwelle	Wie bei erster Teilwelle	Wie bei erster Teilwelle	$f_A, f_B, \delta_A, \delta_B, \lambda_A, \lambda_B, \omega_A, \omega_B$ und
Wie bei erster Teilwelle	Wie bei erster Teilwelle	Wie bei erster Teilwelle	$x = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}}$ haben auf beide Stromkreise Bezug.
$\lambda_1^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C_1 L_1} = \lambda$	$\lambda_2^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C_2 L_2} = \lambda$	$\lambda_A > \lambda_B$ $\lambda_1 \rangle = \lambda$ $\lambda_2 \rangle = \lambda$ da $C_1 L_1 = C_2 L_2 = CL$	$r_1$ und $r_2$ sind vernachlässigt.
$\omega_1 \text{ Rad/Sek.} = \frac{1}{\sqrt{C_1^F L_1^H}} = \omega$	$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C_2 L_2}} = \omega$	$\omega_1 \rangle = \omega$ $\omega_2 \rangle = \omega$	
$f_1 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{C_1 L_1}} = f$	$f_2 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{C_2 L_2}} = f$	$f_A < f_B$ $f_1 \rangle = f$ $f_2 \rangle = f$	
$\delta_1 = \frac{r_1 \text{ Ohm}}{2 L_1^H} T_1 \text{ Sek.}$	$\delta_2 = \frac{r_2}{2 L_2} T_2$	$T_1 = T_2 = T = \frac{1}{f}$ $\delta_A < \delta_B$	

Da Ströme der Frequenz  $f_B$  kaum Energie führen können, darf man das ganze System als einwillig auffassen. Aus der biquadratischen Gleichung erhält man

$$\frac{n^2 C_1 L_1 + 1}{n^2 \kappa C_1 \sqrt{L_1 L_2}} = \frac{n^2 \kappa C_2 \sqrt{L_1 L_2}}{n^2 C_2 L_2 + 1}$$

und für  $\kappa = 1$

$$n = \pm j \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1 + C_2 L_2}} = \pm j \omega \text{ Kreisradian in der Sek.}$$

Der einwillige Strom hat somit die Periodenzahl

$$f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1 + C_2 L_2}}.$$

201) Zweiter Fall. — Dämpfung berücksichtigt. Wenn  $r_1$  und  $r_2$  der biquadratischen Gleichung beibehalten werden, erhält man vier verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeiten von der Form

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \alpha_A + j \omega_A \\ n_2 &= \alpha_A - j \omega_A \\ n_3 &= \alpha_B + j \omega_B \\ n_4 &= \alpha_B - j \omega_B \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Hyperbolische Radian} \\ \text{in der Sekunde.} \end{array}$$

Für  $V_0^V$  als Ausgangsspannung des Kondensators  $C^F$  im Schwingungserzeuger nimmt der resultierende Schwingungsstrom die Form

$$i_1^A = \sum_{n_1}^{n_4} \frac{V_0}{A'_n} \varepsilon^{nt} = V_0 \left\{ \frac{\varepsilon^{n_1 t}}{A'_{n_1}} + \frac{\varepsilon^{n_2 t}}{A'_{n_2}} + \frac{\varepsilon^{n_3 t}}{A'_{n_3}} + \frac{\varepsilon^{n_4 t}}{A'_{n_4}} \right\} \dots \angle$$

an, wenn  $A'_n$  den äquivalenten Oszillatorimpedanzoperator mit der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  bedeutet. Die Beziehung für den äquivalenten Operator ist

$$\begin{aligned} A'_{n_1} &= n \frac{\text{Ohm} \left[ n L_1 + \frac{1}{n C_1} + r_1 - \frac{L_1 L_2 (n \kappa)^2}{n L_2 + \frac{1}{n C_2} + r_2} \right]}{dn} \quad \text{für } n = n_1 \\ &= n_1 L_1 - \frac{1}{n_1 C_1} - \frac{n_1 \left( L_2 n_1^2 + 2 r_2 n_1 + \frac{3}{C_2} \right)}{\left( n_1 L_2 + \frac{1}{n_1 C_2} + r_2 \right)^2} L_1 L_2 \kappa^2 \dots \angle \end{aligned}$$

Dies zeigt, daß die verschiedenen äquivalenten Operatoren komplexe Größen der Art

$$\left. \begin{aligned} A'_{n_1} &= a + j b \\ A'_{n_2} &= a - j b \\ A'_{n_3} &= c + j d \\ A'_{n_4} &= c - j d \end{aligned} \right\} \text{Ohm} \dots \angle$$

sind. Durch Gleichsetzung von

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_0}{a + j b} &= D - j F \\ \frac{V_0}{a - j b} &= D + j F \\ \frac{V_0}{c + j d} &= G - j H \\ \frac{V_0}{c - j d} &= G + j H \end{aligned} \right\} \text{Ampere} \dots \angle$$

ergibt sich die Ableitung für den momentanen Oszillatorstrom

$$\begin{aligned} i_1^A &= [D - j F] \varepsilon^{(\alpha_A + j \omega_A)t} + [D + j F] \varepsilon^{(\alpha_A - j \omega_A)t} \\ &+ [G - j H] \varepsilon^{(\alpha_B + j \omega_B)t} + [G + j H] \varepsilon^{(\alpha_B - j \omega_B)t} \\ &= \varepsilon^{\alpha_A t} \{ [D - j F] \varepsilon^{+j \omega_A t} + [D + j F] \varepsilon^{-j \omega_A t} \} \\ &+ \varepsilon^{\alpha_B t} \{ [G - j H] \varepsilon^{+j \omega_B t} + [G + j H] \varepsilon^{-j \omega_B t} \} \\ &= \varepsilon^{\alpha_A t} [2 D \cos \omega_A t + 2 F \sin \omega_A t] \\ &+ \varepsilon^{\alpha_B t} [2 G \cos \omega_B t + 2 H \sin \omega_B t] \\ &= 2 \sqrt{D^2 + F^2} \varepsilon^{\alpha_A t} \sin \left[ \omega_A t + \text{tg}^{-1} \frac{D}{F} \right] \\ &+ 2 \sqrt{G^2 + H^2} \varepsilon^{\alpha_B t} \sin \left[ \omega_B t + \text{tg}^{-1} \frac{G}{H} \right] \dots \angle . \quad (41) \end{aligned}$$

Da

$$e_2^V = - M \sum_{n_1}^{n_4} n i_1$$

den momentanen Spannungswert bedeutet, der in der Resonatorspule  $L_2$  induziert ist, ergibt sich der momentane Resonatorstrom zu

$$\begin{aligned} i_2^A &= \frac{e_2}{z_2} = - M \sum_{n_1}^{n_4} \frac{n i_1}{n L_2 + \frac{1}{n C_2} + r_3} = - M \sum_{n_1}^{n_4} \frac{n}{z_2} \frac{V_0}{A'_n} \varepsilon^{n t} \\ &= - M V_0 \left\{ \frac{n \varepsilon^{n_1 t}}{z_{2n=n_1} A'_{n_1}} + \frac{n \varepsilon^{n_2 t}}{z_{2n=n_2} A'_{n_2}} + \frac{n \varepsilon^{n_3 t}}{z_{2n=n_3} A'_{n_3}} + \frac{n \varepsilon^{n_4 t}}{z_{2n=n_4} A'_{n_4}} \right\} \dots \angle \end{aligned}$$

wenn  $z_{2n=n_1}$  den  $n_1$ -ten Wert der Resonatorimpedanz usw. bezeichnet. Obiger Ausdruck setzt voraus, daß alle Resonatorwindungen mit dem



Schwingungserzeuger gekoppelt sind. Die Amplituden der Teilströme, welche im Resonator fließen, haben die Form

$$\left. \begin{aligned} -\frac{n M V_0}{z_{2n=n_1} A'_{n_1}} &= K - j P \\ -\frac{n M V_0}{z_{2n=n_2} A'_{n_2}} &= K + j P \\ -\frac{n M V_0}{z_{2n=n_3} A'_{n_3}} &= Q - j S \\ -\frac{n M V_0}{z_{2n=n_4} A'_{n_4}} &= Q + j S \end{aligned} \right\} \text{Ampere } \dots \angle$$

Die Lösung für den Resonatorstrom ergibt den Momentanwert

$$\begin{aligned} i_2^A &= [K - j P] \varepsilon^{(\alpha_A + j \omega_A)t} + [K + j P] \varepsilon^{(\alpha_A - j \omega_A)t} \\ &\quad + [Q - j S] \varepsilon^{(\alpha_B + j \omega_B)t} + [Q + j S] \varepsilon^{(\alpha_B - j \omega_B)t} \\ &= 2\sqrt{K^2 + P^2} \varepsilon^{\alpha_A t} \sin \left[ \omega_A t + \text{tg}^{-1} \frac{K}{P} \right] \\ &\quad - 2\sqrt{Q^2 + S^2} \varepsilon^{\alpha_B t} \sin \left[ \omega_B t + \text{tg}^{-1} \frac{Q}{S} \right] \dots \angle \quad . (42) \end{aligned}$$

Aus diesen Ausdrücken gewinnt man das Ergebnis, daß in jedem Stromkreise zwei bestimmte Periodenzahlen  $\frac{\omega_A}{2\pi}$  und  $\frac{\omega_B}{2\pi}$  mit den entsprechenden logarithmischen Dekrementen  $\delta_A = 2\pi \frac{\alpha_A}{\omega_A}$  und  $\delta_B = 2\pi \frac{\alpha_B}{\omega_B}$  vorherrschen, da die Teilwellen, welche von den konjugierten komplexen Winkelgeschwindigkeiten  $n_1$  und  $n_2$  abhängen, eine resultierende Schwingung mit der Periodenzeit  $T_A = \frac{2\pi}{\omega_A}$  erzeugen. Die Teilwellen, welche von den konjugierten Winkelgeschwindigkeiten  $n_3$  und  $n_4$  abhängen, erzeugen eine Schwingung der Periodenzeit  $T_B = \frac{2\pi}{\omega_B}$ . Beide Schwingungen erzeugen den resultierenden Gesamtstrom, der mittels eines Oszillographen nachgewiesen werden kann (Braunsche Röhre).

Die biquadratische Gl. (39) kann man entweder mit mathematisch genauen oder mit Annäherungsmethoden lösen. Die ersteren sind notwendig, wenn lange Wellen vorliegen und wenn große Dämpfungen sich ergeben. Die Annäherungsmethoden sind gewöhnlich im Bereich der schnellen Schwingungen zuverlässig. Eine genaue

Lösung wandelt die biquadratische Gleichung in eine um, die den dritten Exponenten der unbekanntenen Winkelgeschwindigkeit eliminiert und diesen Ausdruck in einen, welcher nur  $n^3$ ,  $n$  und  $n^0$  enthält. Die letztere Gleichung wird dann entweder mit der Cardanischen oder trigonometrischen Methode je nach der relativen Größe der Koeffizienten gelöst.

202) **Sich selbst überlassene Schwingungen in einem aperiodischen Stromkreis.** Da für diesen Fall die verallgemeinerte Kapazitätsreaktanz  $\frac{1}{nC_2}$  verschwindet, erhält man die verallgemeinerte äquivalente Impedanz des Schwingungserzeugers

$$Z_1' = r_1 + nL_1 + \frac{1}{nC_1} - \frac{L_1 L_2 (n\kappa)^2}{r_2 + nL_2} = 0 \dots \angle . \quad (43)$$

welche auch in der Form

$$Z_1' = \left[ r_1 + \frac{n^2 M^2}{n^2 L_2^2 - r_2^2} r_2 \right] + n \left[ L_1 - \frac{n^2 M^2}{n^2 L_2^2 - r_2^2} L_2 \right] + \frac{1}{nC_1} = 0 \dots \angle . \quad (43a)$$

geschrieben werden kann. Man sieht, daß die Änderung der scheinbaren Impedanz  $Z_1$  durch zwei Faktoren bedingt ist. Der eine rührt her von der Vergrößerung des scheinbaren Primärwiderstandes  $r_1$  um einen Betrag  $\frac{n^2 M^2}{n^2 L_2^2 - r_2^2} r_2$  der andere von einer Verkleinerung der scheinbaren Primärselbstinduktion  $L_1$  um  $\frac{n^2 M^2}{n^2 L_2^2 - r_2^2} L_2$ . Dieser Doppelleffekt ist um so größer, je enger die Kopplung gewählt ist, da das Quadrat des Kopplungskoeffizienten die Vergrößerung und die Verkleinerung beeinflußt. Die äquivalente Primärimpedanz hat deshalb die Form

$$Z_1' = (r_1 + r') + n(L_1 - L') + \frac{1}{nC_1} = 0 \dots \angle . \quad (43b)$$

was besagt, daß ein aperiodischer Kopplungskreis die scheinbare Periodenzahl

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 L_1}} = \frac{1}{T}$$

auf einen Wert

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1 - \frac{L'}{L_1}}} = \frac{f}{\sqrt{1 - \frac{[n\kappa]^2 L_2^2}{[nL_2]^2 - r_2^2}}} = \frac{1}{T'} . \quad (44)$$

und das scheinbare logarithmische Dekrement

$$\delta = \frac{r_1}{2L_1} T$$

auf einen Effektivwert

$$\delta' = \frac{r_1 + r'}{2(L_1 - L')} T' = \frac{[r_1 + r'] \sqrt{1 - \frac{L'}{L_1}}}{2f[L_1 - L']} \quad \dots (45)$$

vergrößert.

Vom mathematischen Standpunkte zeigt der letztere Ausdruck nicht unbedingt an, daß das äquivalente logarithmische Dekrement  $\delta'$  größer wie der scheinbare Wert  $\delta$  ist. Eine Überlegung zeigt aber, daß die elektrische Energie, welche im Sekundärsystem verbraucht wird, die einander folgenden Amplituden rascher abklingen lassen muß, was besagt, daß  $\delta' > \delta$  ist.

Es ist klar, daß die äquivalente verallgemeinerte Impedanz  $Z_1'$  entweder gleich dem scheinbaren Werte  $Z_1$  (für  $r_2 = \infty$ , offener Sekundärkreis) oder kleiner ist, da für die andere Grenze, wo  $r_2 = 0$ , die Vergrößerung von  $r_1$  vollständig verschwinden muß und die Änderung der Selbstinduktion negativ ausfällt.

Im Bereich der Radiotechnik werden aperiodische Kreise oft mit Schwingungserzeugern gekoppelt. Der Widerstand des aperiodischen Kreises ist dann praktisch derjenige des eingeschalteten Indikators, der entweder ein Hitzdrahtinstrument ist oder durch dünne Drähte eines Thermokreuzes gebildet wird. Dies ist der Grund, warum man den aperiodischen Kreis recht lose koppelt, um die Rückwirkung klein zu halten und Heizwirkungen hervorzurufen, die denjenigen des Oszillators proportional sind. Wenn die verallgemeinerte Impedanz  $nL_2$  groß im Vergleich zum Ohmschen Widerstand des Indikators gewählt ist, wird das Meßsystem von der Periodenzahl praktisch unabhängig. Man verteilt dann die Induktanz  $L_2$  im aperiodischen Kreise so, daß ungefähr zwei Windungen lose mit dem Schwingungserzeuger gekoppelt sind und die meisten Windungen symmetrisch und senkrecht zu dem Instrument und die Kopplungswindungen angeordnet sind. Wenn ein aperiodischer Instrumentkreis einen kleinen Widerstand aufweist (Thermokreuzindikator) und alle Windungen mit dem Oszillator gekoppelt sind, so erhält man für die äquivalente Primärimpedanz

$$Z_1' = \left[ r_1 + x^2 \frac{L_1}{L_2} r_2 \right] + n[L_1 - x^2 L_1] + \frac{1}{nC_1} = 0 \dots \angle (46)$$

Dieser Ausdruck ist von Bedeutung, da zwei wesentliche Schlüsse aus ihm gezogen werden können. Das erste Glied ergibt ein Mittel,

die verbrauchte Energie im Sekundärkreis von derjenigen des Schwingungskreises zu trennen. Aus dem zweiten Glied kann man die Periodenzahl der Schwingungen für offenen und geschlossenen Instrumentkreis berechnen. Für geschlossenen Sekundärkreis bedeutet  $\frac{\kappa^2 L_1}{L_2} r_2$  die Zunahme des Primärwiderstandes und  $\kappa^2 L_1$  die Abnahme der Primärinduktanz was andeutet, daß beide Größen von der Periodenzahl unabhängig sind, wenn  $L_1, L_2, M$  und  $r_2$  nicht von derselben beeinflußt werden. Man sieht auch, daß die Leistung des Instrumentes mit dem Quadrate des Kopplungskoeffizienten abnimmt.

Die verbrauchten Energien  $W_1$  und  $W_2$  des primären und sekundären Kreises werden

$$\left. \begin{aligned} W_1^{\text{Watt}} &= r_1 I_{1\text{eff}}^2 \\ W_2 &= \frac{L_1}{L_2} r_2 \kappa^2 I_{1\text{eff}}^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (47)$$

und die Energien  $W_{T_1}$  und  $W_{T_2}$  für die Dauer einer einzigen Periode sind

$$\left. \begin{aligned} W_{T_1}^{\text{Watt}} &= \frac{1}{2} r_1 I_{0_1}^2 T' \\ W_{T_2} &= \frac{1}{2} r_2 \frac{L_1}{L_2} \kappa^2 I_{0_1}^2 T' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

wenn  $I_{0_1}$  die Ausgangsamplitude des Primärstromes für die betrachtete Periode bezeichnet. Da im Ausdrucke für  $W_{T_2}$  die Größe  $\frac{r_2}{2 L_2} T'$  das durch das Instrument bedingte zusätzliche logarithmische Dekrement bedeutet, hat man

$$\begin{aligned} W_{T_2} &= \delta_2 L_1 \kappa^2 I_{0_1}^2 \\ \text{und} \\ W_2 &= 2 \delta_2 f' L_1 \kappa^2 I_{1\text{eff}}^2. \end{aligned}$$

Der zweite Schluß, welcher aus Gl. (46) gezogen werden kann, ist durch die Beziehungen

$$f = \frac{1}{2 \pi \sqrt{C_1 L_1}} \quad \text{und} \quad f' = \frac{f}{\sqrt{1 - \kappa^2}} = \frac{1}{T'} \dots \dots (49)$$

ausgedrückt. Man erhält den endgültigen Ausdruck mittels der Größe in der zweiten Klammer und der vereinfachten Thomsonschen Formel. Für offenen Instrumentkreis erhält man die Frequenz  $f$  aus der scheinbaren Selbstinduktion  $L_1$ . Für geschlossenen Kreis wird die Periodenzahl  $f'$  mittels der äquivalenten Induktanz  $L_1 (1 - \kappa^2)$  gefunden. Diese Bestimmung der Frequenz ist dann von Vorteil, wenn Gleichungen höheren Grades vorliegen, für welche die Auswertung der komplexen Winkelgeschwindigkeiten schwierig werden

kann. Die gewöhnliche Bestimmung von  $f'$  benutzt Gl. (43a) und ergibt

$$C_1 L_1 (1 - \kappa^2) n'^2 + 1 = 0$$

$$n' = j \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1 (1 - \kappa^2)}} = j \omega'$$

oder

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1 - \kappa^2}},$$

wie oben gefunden wurde. Wenn das Dekrement, welches durch den Oszillator bedingt ist, verhältnismäßig groß ist, so hat man

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1} - \left[\frac{r_1}{2 L_1}\right]^2} \\ f' &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1 (1 - \kappa^2)} - \left[\frac{r_1 L_2 + r_2 L_1 \kappa^2}{2 L_1 L_2 (1 - \kappa^2)}\right]^2} \end{aligned} \right\} \dots (50)$$

wenn  $f$  und  $f'$  wiederum die Periodenzahlen für geöffneten und geschlossenen Instrumentenkreis bedeuten. Wenn in Gl. (43) der Widerstand  $r_2$  im Vergleich zur verallgemeinerten Reaktanz  $n L_2$  vernachlässigbar ist, ergibt sich die Ableitung

$$C_1 L_1 (1 - \kappa^2) n'^2 + C_1 r_1 n' + 1 = 0$$

$$n' = -\frac{r_1}{2 L_1 (1 - \kappa^2)} \pm j \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1 (1 - \kappa^2)} - \left[\frac{r_1}{2 L_1 (1 - \kappa^2)}\right]^2}$$

$$= \alpha' \pm j \omega' \dots \dots \dots (51)$$

Dieses Ergebnis zeigt, daß sowohl die Periodenzahl als auch die Dämpfungskonstante von dem Kopplungsgrad abhängen. Das äquivalente logarithmische Dekrement  $\delta_1'$  des Primärkreises ist dann

$$\delta_1' = \frac{T_1'}{T_1 (1 - \kappa^2)} \delta_1, \dots \dots \dots (52)$$

wenn  $\delta_1$  und  $T_1$  das Dekrement und die Periodenzeit für geöffneten Instrumentenkreis (scheinbare Werte) sind und  $T_1'$  die effektive Periode, die aus dem  $\omega'$ -Gliede der Gl. (51) berechnet werden kann. Wenn die Kopplung des Instrumentkreises sehr lose gewählt ist, so zeigt der Indikator nahezu und in einem bestimmbar Maßstabe den wahren Schwingungsstrom an. Nur der erste Teil eines jeden gedämpften Schwingungszuges ist infolge der freien Entladung  $I_{0_2} \cdot e^{-\frac{r_2}{L_2} t}$  ein wenig verzerrt.

Wenn aperiodische Stromanzeiger benutzt werden, für die die verallgemeinerte induktive Reaktanz  $n L_2$  im Vergleich zum Kreis-

widerstand  $r_2$  verschwindet, so erhält man gemäß Gleichung (43a) für die Zunahme des Oszillatorwiderstandes

$$r' = \frac{(nM)^2}{r^2} = \frac{L_1 L_2 (n\kappa)^2}{r_2} \dots \angle \dots \dots \dots (53)$$

Man sieht, daß der Zunahme die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit zugrunde liegt und sie deshalb von der Periodenzahl sowohl als von dem logarithmischen Dekrement abhängt. Man kann deshalb eine solche Anordnung nur dann gut verwenden, wenn ungedämpfte Schwingungen vorliegen. Obiges Ergebnis kann auch mit dem nachfolgenden Verfahren gewonnen werden:

$$\sum_{n_1}^{n_2} i_2 = \frac{M \sum_{n_1}^{n_2} n i_1}{r_2}.$$

Da die im Instrumentkreise verbrauchte Leistung durch die Beziehungen

$$W_2^{\text{Watt}} = r_2 \sum_{n_1}^{n_2} i_2^2 = \frac{M^2 \sum (n i_1)^2}{r_2} = \sum_{n_1}^{n_2} r' \cdot (i_1)^2 \dots (54)$$

gegeben ist, so kommt derselbe Wert für  $r'$  heraus, da

$$\sum r' = \sum \frac{(nM)^2}{r_2}.$$

Auf ähnliche Weise kann man die Abnahme<sup>1)</sup> der scheinbaren Primärimpedanz mittels der Leistungsbeziehung ermitteln. Man hat dann:

$$\begin{aligned} W_2^{\text{Watt}} &= [e_2] [i_2] = \left[ M \sum_{n_1}^{n_2} n i_1 \right] \left[ M \sum_{n_1}^{n_2} \frac{n i_1}{z_2} \right] \\ &= \sum_{n_1}^{n_2} \left[ \frac{(nM)^2}{z_2} (i_1^2) \right] = \sum_{n_1}^{n_2} [(Z_1) - Z_1'] i_1^2 \dots (55) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Eine oberflächliche Betrachtung dieser Beziehungen könnte den Schluß ergeben, daß die verallgemeinerte Kreisimpedanz des Schwingungserzeugers überhaupt nicht abnehmen kann, da sie sowohl für offenen als auch für geschlossenen Instrumentkreis im Falle von sich selbst überlassenen Entladungen verschwindet. Daß zwei Beziehungen und Bedingungen unabhängig einen Nullwert ergeben, bedingt aber keineswegs deren Identität. Man hat fernerhin zu bedenken, daß der  $(Z_1 = 0)$ -Wert für offenen Instrumentkreis von den unbeeinflussten Winkelgeschwindigkeiten  $n_1$  und  $n_2$  abhängt, die nur von den Größen  $C_1$ ,  $L_1$  und  $r_1$  abhängen, während die Teilimpedanz  $(Z_1)$  der Lösung (55) auf den geschlossenen Instrumentkreis Bezug hat und die Winkelgeschwindigkeiten  $n_1'$  und  $n_2'$  erzeugt, die von  $C_1$ ,  $L_1$ ,  $r_1$  und  $\kappa$  abhängen. Da  $(Z_1)$  nur ein Teil der äquivalenten Impedanz ist, erhält man einen endlichen Wert für sie. Der Unterschied  $((Z_1) - Z_1')$  hat den Wert  $\frac{(nM)^2}{z_2}$ , der gleich dem zweiten Teile von  $Z_1'$  ist.

Der Klammerwert bedeutet die durch den Instrumentenkreis bedingte Abnahme der Primärimpedanz. Das Ergebnis ist dasselbe, wie oben gefunden wurde. Eine andere Bestätigung erhält man durch die Verwendung der magnetischen Rückwirkung des Instrumentkreises auf den Schwingungserzeuger. Das zurückkehrende magnetische Feld induziert in der Primärspule eine EMK

$$e'v = -M \sum_{n_1}^{n_2} n i_2 = - \sum_{n_1}^{n_2} \frac{(nM)^2}{z_2} i_1,$$

eine Lösung, die obiges Ergebnis befriedigt.

**Aufgezwungene Spannungen, welche Anordnungen mit positiven Widerständen aufgedrückt sind.**

**203) Konstante aufgedrückte EMK.**

Beispiel Nr. 1. Wenn eine kontinuierliche Spannung  $V^v$  einer Spule ( $L^H, r^{Ohm}$ ) plötzlich aufgedrückt wird, hat man für den Momentanwert der Spannung

$$v = \dot{V} = V \varepsilon^{0t},$$

d. h. einen Vektor  $V$ , der sich mit der Winkelgeschwindigkeit Null dreht und seine Länge  $V$  beibehält. Die bisymbolische Gleichung

$$nL\dot{I} + rI = \dot{V} \dots \wedge \dots \dots \dots (56)$$

besagt dann, daß zu jeder Zeit die Summe aller Spannungsabfälle längs des geschlossenen Stromkreises Null ist. Der Aufstieg des Stromes ist deshalb durch den Momentanwert

$$i = \sum_{n_1}^{n_2} I \varepsilon^{nt}$$

gegeben. Wenn man Gleichung (56) bisymbolisch durchmultipliziert, indem man die linke Seite mit der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit  $n$  und die rechte Seite mit der Winkelgeschwindigkeit 0 vervielfacht, erhält man

$$n'(nL + r)I = 0 \dots \wedge \dots,$$

eine Beziehung, die automatisch den algebraischen Ausdruck

$$n(nL + r) = 0$$

mit den Lösungen

$$n_1 = 0 \quad \text{und} \quad n_2 = -\frac{r}{L} \text{ hyp. Radians/Sek.}$$

ergibt. Man hat daher

$$i = \sum_{n_1}^{n_2} I \varepsilon^{nt} = I_1 + I_2 e^{-\frac{r}{L}t}$$

für  $t = 0$ , ist  $i = 0$  und  $I_2 = -I_1$ .

Da

$$I_2 = \frac{V}{A_{n_2}} = \frac{V}{n_2 \frac{d(n_2 L + r)}{dn_2}} = -\frac{V}{r} = I_1,$$

ist das wohlbekannte Ergebnis

$$i^A = \frac{V}{r} \left[ 1 - \varepsilon^{-\frac{r}{L}t} \right] \dots \dots \dots (57)$$

bestätigt.

Beispiel Nr. 2. Wenn eine kontinuierliche Spannung  $V^V$  einer Serienanordnung eines Kondensators ( $C^F$ ) und einer Spule ( $L^H, r^{Ohm}$ ) plötzlich aufgedrückt wird, ergibt die bisymbolische Methode, ohne von Impedanzoperatoren Gebrauch zu machen, die Lösung

$$CLn^2 E + CrnE + E = V \dots \wedge \dots \angle \dots \dots (58)$$

wenn der Momentanwert der Kondensatorspannung

$$e = E = \sum_{n_1}^{n_2} E \varepsilon^{n_1 t} \dots \angle$$

und die konstante aufgedrückte Spannung wiederum als ein stillstehender Vektor  $V$ , d. h. einer, welcher sich mit der Winkelgeschwindigkeit Null dreht, ohne seinen absoluten Wert  $V$  zu ändern, aufgefaßt wird. Eine symbolische Multiplikation mit den bezüglichen Winkelgeschwindigkeiten  $n$  und 0 ergibt

$$E(n^2 CL + nCr + 1)n = 0 \dots \wedge \dots \angle,$$

oder

$$\left. \begin{matrix} n^2 CL + nCr + 1 = 0 \\ n = 0 \end{matrix} \right\} \text{rein algebraisch.}$$

Die Winkelgeschwindigkeiten sind daher

$$\left. \begin{matrix} n_1 = 0 \\ n_2 = \alpha + j\omega \\ n_3 = \alpha - j\omega \end{matrix} \right\} \text{für } \frac{1}{CL} > \frac{r^2}{4L^2}$$

und die Kondensatorspannung ist während der Ladezeit durch die Beziehung

$$e = E_1 + E_2 \varepsilon^{n_2 t} + E_3 \varepsilon^{n_3 t} \dots \angle \dots \dots (59)$$

gegeben. Der momentane Ladestrom wird

$$i = C \sum_{\substack{e_1 \\ n_1 = V}}^{e_3} n e = C (n_2 E_2 \varepsilon^{n_2 t} + n_3 E_3 \varepsilon^{n_3 t}) \dots \angle \dots (60)$$

Die dritte Bedingungs- und Bestimmungsgleichung für die



Konstanten  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  findet man mittels des Kirchhoffschen Gesetzes wie folgt:

$$\begin{aligned} V &= \sum e + \sum nLi + \sum ri = \sum_{n_1}^{n_3} e + CL \sum_{n_2}^{n_3} n^2 e + Cr \sum_{n_2}^{n_3} n e \\ &= E_1 + E_2 \varepsilon^{n_2 t} + E_3 \varepsilon^{n_3 t} + C \{L[n_2^2 E_2 \varepsilon^{n_2 t} + n_3^2 E_3 \varepsilon^{n_3 t}] \\ &\quad + r[n_2 E_2 \varepsilon^{n_2 t} + n_3 E_3 \varepsilon^{n_3 t}]\} \dots \angle \dots \dots \dots (61) \end{aligned}$$

Eine Vergleichung von (59) und (61) zeigt, daß  $E_1 = V$ . Da zur Zeit  $t=0$  auch

$$\left. \begin{matrix} \sum e \\ \sum i \end{matrix} \right\rangle = 0,$$

erhält man aus (59) und (60)

$$\left. \begin{matrix} E_2 + E_3 = -V \\ n_2 E_2 + n_3 E_3 = 0 \end{matrix} \right\} \text{ oder } \left. \begin{matrix} E_2 = n_3 \frac{V}{n_2 - n_3} \\ E_3 = n_2 \frac{V}{n_3 - n_2} \end{matrix} \right\} \text{ und da } E_1 = V,$$

und es wird der Ladestrom zu jeder Zeit

$$\begin{aligned} \sum i^A &= CV \left[ \frac{n_2 n_3}{n_2 - n_3} \varepsilon^{n_2 t} + \frac{n_2 n_3}{n_3 - n_2} \varepsilon^{n_3 t} \right] \\ &= \frac{CV}{2\omega} \varepsilon^{\alpha t} [-j(\alpha^2 + \omega^2) \varepsilon^{+j\omega t} + j(\alpha^2 + \omega^2) \varepsilon^{-j\omega t}] \\ &= \frac{CV}{2\omega} \varepsilon^{\alpha t} [2(\alpha^2 + \omega^2) \sin \omega t] \\ &= \frac{V}{\omega L} \varepsilon^{-\frac{r}{2L} t} \sin \omega t \dots \angle \dots \dots \dots (60a) \end{aligned}$$

da  $\alpha^2 + \omega^2 = \frac{1}{CL}$  für den Schwingungsfall. Die momentane Kondensatorspannung erhält man mittels der Ableitung

$$\begin{aligned} \sum e^V &= V \left[ 1 + \frac{n_3}{n_2 - n_3} \varepsilon^{n_2 t} + \frac{n_2}{n_3 - n_2} \varepsilon^{n_3 t} \right] \\ &= V \left[ 1 + \varepsilon^{\alpha t} \left( \frac{-j n_3}{2\omega} \varepsilon^{+j\omega t} + \frac{j n_2}{2\omega} \varepsilon^{-j\omega t} \right) \right] \\ &= V \left[ 1 + \varepsilon^{\alpha t} \left( -\cos \omega t + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t \right) \right] \\ &= V \left[ 1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\omega} \varepsilon^{\alpha t} \sin \left( \omega t + \text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} \right) \right] \\ &= V \left[ 1 - \frac{\varepsilon^{-\frac{r}{2L} t}}{\omega \sqrt{CL}} \sin \left( \omega t + \text{tg}^{-1} \frac{2\omega L}{r} \right) \right] \dots \angle \dots \dots (59a) \end{aligned}$$

**204) Veränderliche aufgedrückte EMK.**

Beispiel Nr. 3. Eine harmonische EMK.

$$v = \dot{V} = V \varepsilon^{j\omega t}$$

wird einer Spule ( $L^H, r^{Ohm}$ ) plötzlich aufgedrückt. Die Winkelgeschwindigkeit der Klemmenspannung ist deshalb kreisförmig und der Vektor  $\dot{V}$  dreht sich demgemäß, ohne seine Größe  $V$  zu verändern. Die bisymbolische Methode ergibt dann

$$nL\dot{I} + rI = \dot{V} \dots \mathbb{A}.$$

Wenn man mit den freien und aufgezwungenen Winkelgeschwindigkeiten die entsprechenden Glieder durchmultipliziert, hat man

$$\begin{aligned} n(nL\dot{I} + rI) &= j\omega \dot{V} \dots \mathbb{A} \\ &= j\omega (nL\dot{I} + rI) \dots \wedge \end{aligned}$$

oder

$$(nL + r)(n - j\omega) = 0 \text{ rein algebraisch.}$$

Die verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten werden somit

$$n_1 = j\omega \text{ Kreisradian/Sek.}$$

$$n_2 = -\frac{r}{L} \text{ hyperbolische Radian/Sek.}$$

und der Entstehungsstrom wird in jedem Augenblick

$$\begin{aligned} i^A &= \sum_{n_1}^{n_2} I \varepsilon^{nt} = \underbrace{I_1 \varepsilon^{j\omega t}}_{\substack{\text{andauerndes} \\ \text{aufgezwun-} \\ \text{genes har-} \\ \text{monisches} \\ \text{Glied}}} + \underbrace{I_2 \varepsilon^{-\frac{r}{L}t}}_{\substack{\text{vorüber-} \\ \text{gehendes} \\ \text{freies loga-} \\ \text{rithmisches} \\ \text{Glied}}} \\ &= \frac{V}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \sin\left(\omega t - \text{tg}^{-1} \frac{\omega L}{r}\right) + I_2 \varepsilon^{-\frac{r}{L}t}. \quad (63) \end{aligned}$$

Da für  $t=0$  auch  $i=0$ , so hat man

$$0 = I_2 - \frac{V}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \sin\left(\text{tg}^{-1} \frac{\omega L}{r}\right) = I_2 - \frac{V}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \cdot \frac{\omega L}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}$$

oder

$$I_2 = \frac{\omega L}{Z^2} V.$$

Der endgültige Ausdruck wird deshalb

$$i^A = \frac{V}{Z} \left\{ \sin \left[ \omega t - \text{tg}^{-1} \left( \frac{X_L}{r} \right) \right] + \frac{X_L}{Z} \varepsilon^{-\frac{r}{L}t} \right\}. \quad (63a)$$

wenn  $Z$  und  $X_L$  die Impedanz und induktive Reaktanz infolge der Kreiswinkelgeschwindigkeit der aufgedrückten Klemmenspannung bedeuten.

Beispiel Nr. 4. Wenn die einer Spule ( $L, r$ ) aufgedrückte Spannung<sup>1)</sup> die Form

$$v = \bar{V} = V e^{kt} = V^{(\alpha_1 + j\omega_1)t}$$

hat, wie in dem Falle, wo eine gewöhnliche Funkenschwingung einen aperiodischen Meßkreis erregt, ergibt die bisymbolische Methode

$$\begin{aligned} nL_2 I_2 + r_2 I_2 &= \bar{V} \dots \angle \dots \mathbb{A} \\ n(nL_2 I_2 + r_2 I_2) &= k \bar{V} \dots \angle \dots \mathbb{A} \\ &= k(nL_2 I_2 + r_2 I_2) \dots \angle \dots \mathbb{A} \end{aligned}$$

oder

$$(nL_2 + r_2)(n - k) = 0 \quad \text{rein algebraisch}$$

und die Winkelgeschwindigkeiten werden

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= k = \alpha_1 + j\omega_1 \dots \angle \dots \text{unrein} \\ n_2 &= -\frac{r_2}{L_2} \dots \dots \dots \text{rein} \end{aligned} \right\} \text{hyp. Radian/Sek.}$$

Der Momentanwert des Instrumentstromes ist somit

$$i_2^A = \sum_{n_1}^{n_2} I e^{nt} = \underbrace{I_1 e^{(\alpha_1 + j\omega_1)t}}_{\text{aufgezwungenes gedämpftes trigonometrisches Glied}} + \underbrace{I_2 e^{-\frac{r_2}{L_2}t}}_{\text{freies logarithmisches Glied}} \dots \angle \dots \dots (64)$$

Das trigonometrische Glied dauert gewöhnlich viel länger an als das logarithmische Glied, obgleich es auch gedämpft ist. Dasselbe Ergebnis kann man auch mittels der Lösung (9) erhalten. Man hat dann

$$i_2^A = \frac{V e^{kt}}{A_k} + V' \sum_{n=-\frac{r_2}{L_2}}^{n-k} \frac{e^{nt}}{(n-k) \frac{dZ_n}{dn}} = \frac{V \varepsilon^{[\alpha_1 + j\omega_1]t} - V' \varepsilon^{\alpha_2 t}}{L_2 \sqrt{[\alpha_1 - \alpha_2]^2 + \omega_1^2}} \dots \angle (64a)$$

da

$$\begin{aligned} A_k^{\text{Ohm}} = Z_k = n_1 L_2 + r_2 \Big|_{n_1=k} &= (\alpha_1 + j\omega_1)L_2 + r_2 = L_2(\alpha_1 - \alpha_2 + j\omega_1) \dots \angle \\ &= L_2 \sqrt{\left[ \frac{r_2}{L_2} - \frac{r_1'}{2L_1'} \right]^2 + \omega_1^2} \quad \text{numerisch} \end{aligned}$$

$$n_2 - k = \alpha_2 - \alpha_1 - j\omega_1 = -(\alpha_1 - \alpha_2 + j\omega_1)$$

$$\frac{dZ_{n_2}}{dn_2} = \frac{d(n_2 L_2 + r_2)}{dn_2} = L_2 \quad \text{und} \quad A'_{n_2} = L_2 \sqrt{\left[ \frac{r_2}{L_2} - \frac{r_1'}{2L_1'} \right]^2 + \omega_1^2},$$

da sich die Summe

$$V' \sum \frac{e^{nt}}{(n-k) \frac{dZ_n}{dn}} = V' \sum \frac{\varepsilon^{nt}}{A'_n}$$

<sup>1)</sup> Streng genommen muß man sich zwei in entgegengesetzter Richtung bewegende Drehvektoren  $\frac{V}{2} e^{(\alpha_1 + j\omega_1)t}$  und  $\frac{V}{2} e^{(\alpha_1 - j\omega_1)t}$  vorstellen, wie in Abb. 138 angedeutet ist.

nur über die freien Glieder erstreckt<sup>1)</sup>. Das vorübergehende Glied beeinflusst etwas den Anfangsteil eines jeden gedämpften Wellenzuges. Man darf mit guter Annäherung die Schwingungen im aperiodischen Meßkreise als ein Bild des wirklichen Schwingungsstromes ansehen. Da der Wert  $(\alpha_1 - \alpha_2)^2$  im Vergleich zu  $\omega_1$  gewöhnlich vernachlässigbar ist, so wird der Nenner gleich dem Werte  $\omega_1 L_2$ .

Beispiel Nr. 5. Eine Sinusspannung wird plötzlich der Serienanordnung eines Kondensators ( $C^F$ ) und einer Spule ( $L^H, r^{Ohm}$ ) aufgedrückt. Man hat dann

$$nLI + \frac{1}{nC}I + rI = V \dots \angle \dots \mathbb{A} \dots \dots \dots (65)$$

und eine Multiplikation mit den Faktoren  $n^2$  und  $(j\omega)^2$  ergibt

$$\begin{aligned} n^2 \left( nLI + \frac{1}{nC}I + rI \right) &= -\omega^2 V \dots \angle \dots \mathbb{A} \dots \\ &= -\omega^2 \left( nLI + \frac{1}{nC}I + rI \right) \dots \angle \dots \wedge \dots \end{aligned}$$

oder

$$(CLn^2 + Crn + 1)(n^2 + \omega^2) = 0 \quad \text{rein algebraisch}$$

mit den Winkelgeschwindigkeiten

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \alpha_1 + j\omega_I \\ n_2 &= \alpha_1 - j\omega_I \end{aligned} \right\} \text{für } \left[ \frac{r}{2L} \right]^2 < \frac{1}{CL} \dots \dots \dots (66)$$

$n_3 = +j\omega$  } ist die Winkelgeschwindigkeit der  
 $n_4 = -j\omega$  } aufgedrückten Spannung  $V \varepsilon^{j\omega t}$ .

In diesen Ausdrücken bedeutet  $\alpha_1 = -\frac{r}{2L}$  die freie und reine hyperbolische Winkelgeschwindigkeit und  $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{CL} - \left[ \frac{r}{2L} \right]^2}$  die freie Kreisgeschwindigkeit. Der momentane Entstehungsstrom ist

$$\begin{aligned} i^A &= I_1 \varepsilon^{(\alpha_1 + j\omega_I)t} + I_2 \varepsilon^{(\alpha_1 - j\omega_I)t} + I_3 \varepsilon^{+j\omega t} + I_4 \varepsilon^{-j\omega t} \\ &= 2 \sqrt{I_1 I_2} \varepsilon^{\alpha_1 t} \sin \left( \omega_I t + \text{tg}^{-1} \frac{I_1 + I_2}{j(I_1 - I_2)} \right) \\ &\quad + 2 \sqrt{I_3 I_4} \sin \left( \omega t + \text{tg}^{-1} \frac{I_3 + I_4}{j(I_3 - I_4)} \right) \\ &= \underbrace{I_I \varepsilon^{\alpha_1 t} \sin [\omega_I t + \varphi]}_{\text{Freie und vorübergehende Schwingung}} + \underbrace{I_{II} \sin [\omega t + \psi]}_{\text{aufgezwungene Sinusschwingung}} \dots \angle \dots \dots \dots (67) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Streng genommen muß die äquivalente Dämpfungskonstante  $\alpha_1' = -\frac{r_1'}{2L_1'}$  anstatt  $\alpha_1$  benutzt werden. Für eine sehr lose Kopplung ist aber  $\alpha_1 = \alpha_1'$ .

Die Komponentenamplituden  $I_1, I_2, I_3$  und  $I_4$  können dann wie im Beispiel Nr. 2 mittels Formel (9) gefunden werden. Man hat jedoch zu bedenken, daß die Amplituden  $I_1$  und  $I_2$  von den Klemmenbedingungen abhängen. Das heißt, man muß wissen, zu welcher Zeit die harmonische EMK aufgedrückt wurde. Das Ergebnis der Gl. (67) kann man rascher finden, wenn man die bisymbolische Gl. (65) nur einmal mit den diesbezüglichen Faktoren  $n$  und  $j\omega$  durchmultipliziert. Man hat dann

$$\begin{aligned} n \left( nL\dot{I} + \frac{1}{nC}I + rI \right) &= j\omega V \dots \angle \dots \wedge \dots \\ &= j\omega \left( nL\dot{I} + \frac{1}{nC}I + rI \right) \dots \angle \dots \wedge \dots \end{aligned}$$

oder

$$(CLn^2 + Crn + 1)(n - j\omega) = 0 \dots \text{rein algebraisch}$$

mit den Teillösungen

$$CLn^2 + Crn + 1 = 0 \quad \text{und} \quad n = j\omega \dots \angle \dots$$

Obiges Resultat ist somit bestätigt.

**205) Wellenbildung längs einer elektrischen Leitung insbesondere bei einer langen horizontalen Antenne.** Wenn eine Hochfrequenz-EMK, die einem Sinusgesetze folgt, einer horizontalen Leitung aufgedrückt wird, spielt sich gewöhnlich ein beträchtlicher Teil der Wellenlänge daran ab und dies um so mehr, wenn Resonanz mehr oder weniger hergestellt ist. Die effektive Spannung und die effektive Stromstärke haben dann verschiedene Werte längs der Leitung. Punkte, für die die effektive Spannung ein Minimum ist, dürfen als Pseudoknoten<sup>1)</sup> aufgefaßt werden, da die vorherrschende Spannung gerade genügt, die Leitungsverluste an der betreffenden Stelle zu decken, das heißt die Leitung in einem Zustande von Schwingungen zu erhalten. Folgende Konstanten beziehen sich sowohl auf die Hochfrequenzdoppelleitung als auch auf die lange horizontale Antenne. Für die erstere gelten die Konstanten für die Hin- und Rückleitung. Dieselben sind:

$r^{\text{Ohm}}$  Widerstand der Längeneinheit, scheinbarer (statischer) Wert für gleichförmige Stromverteilung,

$L^{\text{H}}$  Selbstinduktionskoeffizient der Längeneinheit, scheinbarer Wert für gleichförmige Stromverteilung,

<sup>1)</sup> Wenn die Welle in einer Ebene (zwei Koordinaten) dargestellt wird, so zeigt die Zeichnung für alle Fälle wirkliche Knoten. Wenn man aber eine Darstellung im Raume zugrunde legt (drei senkrechte Koordinaten), so windet sich die Welle längs des Leiters um diesen herum und die Pseudoknoten entsprechen dann den dem Leiter am nächsten gelegenen Punkten.

- $C^F$  Kapazität der Längeneinheit, scheinbarer Wert für gleichförmige Spannungsverteilung,
- $g^{Mho}$  Streuung (oder Leitfähigkeit kreuzweise zum Leiter) der Längeneinheit, das heißt  $\frac{1}{g}$  Ohm der Isolierwiderstand der Längeneinheit, scheinbarer Wert für gleichförmige Spannungsverteilung,
- $V_{\epsilon^{j\omega t}}$  Momentanwert der aufgedrückten Spannung,
- $Z^{Ohm}$  Impedanz  $r + j\omega L$  der Längeneinheit längs der Leitung,
- $Y^{Mho}$  Admittanz  $[g + j\omega C]$  der Längeneinheit kreuzweise zur Leitung,
- $l$  geometrische } Länge der Leitung,
- $nl$  elektrische } Länge der Leitung,
- $\sqrt{\frac{Z}{Y}}$  Schwingungsimpedanz der Leitung,
- $n = \alpha + j\beta$  verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit ( $n = \sqrt{YZ}$ ), darf als Fortpflanzungskonstante aufgefaßt werden,
- $\alpha$  die Abklingungskonstante,
- $\beta$  die Wellenlängekonstante.

Wenn  $x$  den Abstand eines Punktes der Leitung von der Stromquelle bezeichnet, so hat man für die Verteilungsbedingungen für Spannung und Strom die Universallösungen

$$\left. \begin{aligned} V &= \sum_{n_1}^{n_m} V_{\epsilon^{n x}} \\ I &= \sum_{n_1}^{n_m} I_{\epsilon^{n x}} \end{aligned} \right\} \dots \angle \dots \text{erste Bedingung} \dots \dots (68)$$

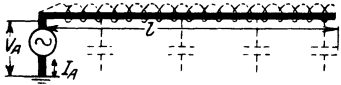
Die Größe  $n$  bezeichnet entweder eine komplexe, reelle oder imaginäre Zahl. Ein komplexer Wert bezieht sich auf den vorliegenden Fall, da die Leiterverluste in Betracht gezogen werden (für die allgemeine Lösung). Ein imaginärer Wert von  $n$  hat auf den idealen Fall Bezug, für den eine Sinuswelle längs der Leitung fortschreitet und am Ende der Leitung dieselbe Energie aufweist wie am Generatorende. Ein reeller Wert von  $n$  gilt für den Fall, wo eine konstante EMK der Leitung aufgedrückt ist.

Obige Universallösungen haben deshalb auf Raumverschiebungen Bezug und nicht wie gewöhnlich und zuvor auf Zeitverschiebungen, da die Verteilungen längs der Leitung zu einem gewissen Zeitpunkte untersucht werden müssen. Die Zeitverschiebungen für Spannung und Strom sind durch

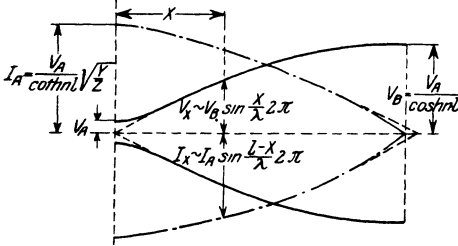
$$\left. \begin{aligned} V &= V_{\epsilon^{j\omega t}} \\ I &= I_{\epsilon^{j\omega t}} \end{aligned} \right\} \dots \text{zweite Bedingung} \dots \dots \dots (69)$$

gegeben. Die Spannungs- und Stromverhältnisse bedingen dann die Beziehungen<sup>1)</sup>

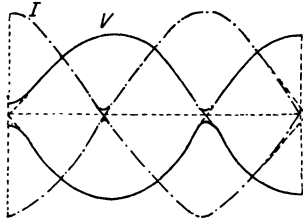
$$\left. \begin{aligned} nV + ZI &= 0 \\ nI + YV &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \angle \dots \dots \dots (70)$$



statische Induktivität und Kapazität der Antenne, bei gleichförmiger Verteilung.



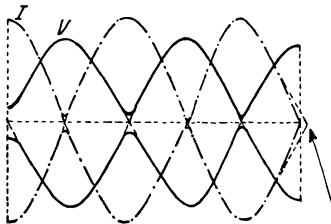
wirkliche Länge  $l = \frac{\lambda}{4}$   
 elektrische Länge  $nl = \frac{\pi}{2}$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{hyperbolischer} \\ \text{Winkel} \end{array} \right.$   
 vereinfachte elektrische Länge  $\left. \right\} \beta l = \frac{\pi}{2}$  Kreiswinkel  
 beste Verteilung —  
 höchster Strahlungswirkungsgrad.



wirkliche Länge  $l = \frac{3}{4} \lambda$

vereinfachte elektrische Länge  $\left. \right\} \beta l = \frac{3}{2} \pi$

Die Antenne schwingt gut, die Strahlungswirkung ist jedoch kleiner als für die Viertelwellenlängenverteilung



wirkliche Länge  $l = \frac{5}{4} \lambda$

vereinfachte elektrische Länge  $\left. \right\} \beta l = \frac{5}{2} \pi$

Pseudoknoten etwas jenseits dem Ende des Luftdrahtes (infolge von Strahlung).

Abb. 141. Wellenentwicklung längs einer langen Horizontalantenne.

Eine symbolische Multiplikation des letzten Ausdruckes der Gl. (70) mit  $n$  ergibt

$$\begin{aligned} -n^2 I &= YnV \\ &= -YZI \dots \angle \dots \wedge \dots \end{aligned}$$

oder den algebraischen Ausdruck

$$\begin{aligned} n^2 &= YZ \\ &= [gr - \omega^2 CL] + j[\omega(Lg + Cr)]. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Den Beweis siehe: A. Hund, Elektrotechnik und Maschinenbau, 12. Sept. 1920, S. 432 und Abb. 14 und 15 dieses Aufsatzes.

Wenn  $n = \alpha + j\beta$  gesetzt wird und man den reellen Teil von dem imaginären trennt, erhält man die Abklingkonstante und Wellenlängenkonstante zu

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{1}{2}(ZY + rg - \omega^2 CL)} \\ \beta &= \sqrt{\frac{1}{2}(ZY - rg + \omega^2 CL)} \end{aligned} \right\} \dots \dots (71)$$

Um sich ein Bild darüber machen zu können, welche Wellenlängen an einer langen horizontalen Antenne und Doppelleitung auftreten können, sei auf Abb. 141 und 142 hingewiesen. Die analytische Lösung beruht auf der Ermittlung der effektiven Leitungsimpedanz  $Z_A$ , welche für alle Eigenwellen verschwinden muß, da für Eigenschwingungen irgendeines Systems eine solche Winkelgeschwindigkeit sich einstellt, daß  $Z_A = 0$ . Man hat somit für das Generatorende  $X = 0$  und  $I = I_A$  und dies in

$$I = \sum_{\substack{n_2 = -n \\ n_1 = +n}} I \varepsilon^{nx} = I_1 \varepsilon^{nx} + I_2 \varepsilon^{-nx}$$

eingeführt, ergibt die effektive Stromstärke am Generatorende

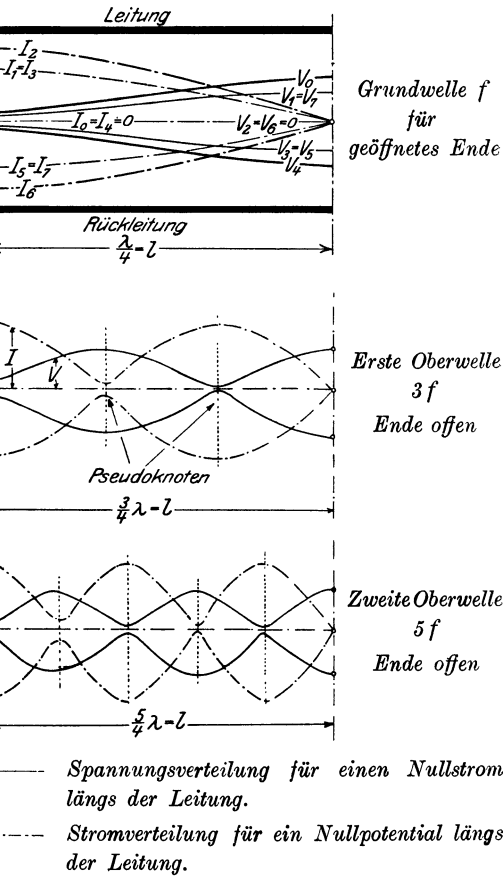


Abb. 142. Wellenentwicklung längs einer offenen Hochfrequenzdoppelleitung.

$$I_A = I_1 + I_2.$$

Da für das freie Ende des Luftdrahtes

$$X = l \text{ und } I = 0,$$

so hat man

$$0 = I_1 \varepsilon^{nl} + I_2 \varepsilon^{-nl}.$$



Die Konstanten  $I_1$  und  $I_2$  werden deshalb

$$I_1 = -\frac{\varepsilon^{-nl}}{\varepsilon^{nl} - \varepsilon^{-nl}} I_A, \quad I_2 = \frac{\varepsilon^{nl}}{\varepsilon^{nl} - \varepsilon^{-nl}} I_A.$$

Man erhält somit für den effektiven Strom  $I_x$  und eine Entfernung  $X$  vom Generatorende die Ausdrücke

$$\begin{aligned} I_x &= I_1 \varepsilon^{nx} + I_2 \varepsilon^{-nx} = \frac{\varepsilon^{n(l-x)} - \varepsilon^{-n(l-x)}}{\varepsilon^{nl} - \varepsilon^{-nl}} I_A \\ &= \frac{\sinh(l-x)n}{\sinh nl} I_A \dots \angle \dots \dots \quad (72) \end{aligned}$$

und die entsprechende Spannungsverteilung ergibt

$$V = \frac{-n}{Y} I \Big]_{+n}^{-n} \quad \text{da } V = \sum_{+n}^{-n} V \varepsilon^{nx}$$

oder

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{n}{Y} \frac{\varepsilon^{n(l-x)} + \varepsilon^{-n(l-x)}}{\varepsilon^{nl} - \varepsilon^{-nl}} I_A \\ &= \frac{n}{Y} \frac{\cosh(l-x)n}{\sinh nl} I_A \dots \angle \dots \dots \quad (73) \end{aligned}$$

Die effektive Impedanz an der um  $X$  von der Stromquelle entfernten Stelle ist deshalb

$$\begin{aligned} Z_x &= \frac{V_x}{I_x} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \coth(l-x) \sqrt{Y Z} \\ &= \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg}(l-x) \omega \sqrt{C L}, \end{aligned}$$

da

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{Y Z} \\ \beta &= \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{v T} = \frac{2\pi}{\lambda} & \frac{2\pi}{\lambda} &= \omega \sqrt{C L} \\ \lambda &= \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{1}{f \sqrt{C L}} & v &= \frac{1}{\sqrt{C L}} = 3 \times 10^8 \text{ m} \end{aligned}$$

und  $r$  und  $g$  für die Horizontalantenne vernachlässigbar sind. Wenn der Kapazitätseffekt der Zuleitung zum langen horizontalen Luftdraht vernachlässigt wird, so wird die effektive Impedanz am Anfang des Luftdrahtes gleich derjenigen am Generatorende, für das  $X = 0$ , d. h.

$$\begin{aligned} Z_A &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} \coth l \sqrt{Y Z} \\ &\simeq \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \omega l \sqrt{C L} \dots \dots \dots \quad (74) \end{aligned}$$

und der Generatorstrom ist durch

$$\frac{V_A}{I_A} = Z_A$$

dargestellt. Man hat dann

$$I_A = \sqrt{\frac{Y}{Z}} V_A \operatorname{tg} l \sqrt{YZ} \cong \sqrt{\frac{C}{L}} V_A \operatorname{tg} \omega l \sqrt{CL} \quad . \quad (75)$$

Dasselbe Ergebnis kann auch mittels der in Tabelle XI angegebenen Lösung gefunden werden. Tabelle X berücksichtigt den Fall für die Spannungswelle.

Tabelle IX.

Grade	$\omega l \sqrt{CL} = \frac{2\pi}{\lambda} l$ Kreis- radian per Sek.	Aufgedrückte Frequenz	Wellenlänge bezogen auf die Leiter- länge $l$	$\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l$	Äquivalente Antennen- Impedanz $Z_A = \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l$	Bemerkungen bezüglich der Resonanz
000	0	$f_0 = 0$	$\lambda_0 = \infty$	$\frac{1}{0} = \infty$	$\infty$	Ein Strom die- ser Frequenz ist unmöglich
90	$\frac{\pi}{2}$	$f_1 = \frac{1}{4l\sqrt{CL}}$	$\lambda_1 = 4l$	$\frac{0}{1} = 0$	0	Resonanz- strom, Funda- mentalschwin- gung
180	$\pi$	$f_2 = \frac{1}{2l\sqrt{CL}} = 2f_1$	$\lambda_2 = 2l = \frac{1}{2}\lambda_1$	$\frac{1}{0} = \infty$	$\infty$	Strom ist un- möglich
270	$\frac{3\pi}{2}$	$f_3 = \frac{1}{4l\sqrt{CL}} = 3f_1$	$\lambda_3 = \frac{4}{3}l = \frac{1}{3}\lambda_1$	$\frac{0}{1} = 0$	0	Resonanz- strom, erste Oberschwin- gung
360	$2\pi$	$f_4 = 4f_1$	$\lambda_4 = \frac{1}{4}\lambda_1$	$\frac{1}{0} = \infty$	$\infty$	Strom ist un- möglich
450	$\frac{5\pi}{2}$	$f_5 = 5f_1$	$\lambda_5 = \frac{1}{5}\lambda_1$	$\frac{0}{1} = 0$	0	Resonanz- strom, zweite Oberschwin- gung
540	$3\pi$	$f_6 = 6f_1$	$\lambda_6 = \frac{1}{6}\lambda_1$	$\frac{1}{0} = \infty$	$\infty$	Strom ist un- möglich

usw.

Mittels der Lösung (74) kann man die möglichen Wellenlängen theoretisch bestimmen, da für Eigenschwingungen die Effektivimpedanz

$$Z_A = \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \omega l \sqrt{CL} = \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l$$

Tabelle X.

(Erläutert die Entstehung von Spannungswellen längs eines horizontalen Luftdrahtes, wenn eine Sinusspannung an einem Ende aufgedrückt wird und das andere Ende offen bleibt. Für  $T = 10^{-6}$  Sekunden.)

Zeit in Mikro- sekunden	Am Generator- ende Volt	Zwischen Gene- rator und offenem Ende	Am offenen Ende (Volt)	Zwischen offenem Ende und Gene- rator	Bemerkungen
Zur Zeit 0	Spannungs- amplitude $V_0$ , wenn Schalter geschlossen				
Unmittelbar nach 0		Spannungswelle verläuft zum offenen Ende und verringert ihre Intensität	Keine Wirkung		Infolge der Ab- klingung
Zur Zeit 1			Vorwärtsschreitende Welle kommt mit ver- kleinerter Amplitude $V_0 \varepsilon^{-n\ell}$ an und er- zeugt die zusätzliche Amplitude $V_0 \varepsilon^{-n\ell}$		Elektrische Länge $n\ell = l\sqrt{YZ}$ bedeutet den komplexen Leitungswinkel, während $l$ die geo- metrische Länge der Leitung ist
Unmittelbar nach 1				Vorwärtsschreiten- de Welle kehrt zu- rück und zwar ge- radeso wie wenn d. zurückkehrende Luftdraht die Ver- längerung der Lei- tung wäre, d. h. die reflektierte Welle beginnt mit verdoppelter Am- plitude $2V_0 \varepsilon^{-n\ell}$	Spannungswelle wird am offenen Ende ohne Phasen- wechsel reflektiert

Zur Zeit 2	Zurückkehrende Welle reflektiert				Spannungswelle wird am Quellenende mit 180° Phasenverschiebung reflektiert
Unmittelbar nach 2	Welle bewegt sich gegen das offene Ende mit einer Anfangsamplitude $-V_0 \varepsilon^{-2nl}$		Welle kommt an		
Zur Zeit 3					
Unmittelbar nach 3					Verläßt das offene Ende mit einer resultierenden Anfangsamplitude $-2V_0 \varepsilon^{-3nl}$
Zur Zeit 4	Ergibt $-V_0 \varepsilon^{-4nl}$				
Unmittelbar nach 4	Kehrt mit $V_0 \varepsilon^{-4nl}$ zurück				
Zur Zeit				und so fort	
0 1 3 5 7					Teilwirkungen
					$V_A$ und $V_B$ bedeuten entweder die effektiven oder maximalen Werte der Spannungen an der Quelle und am offenen Ende
					Resultierende Wirkung am offenen Ende
				$  \begin{aligned}  &0 \\  &2V_0 \varepsilon^{-nl} \\  &-2V_0 \varepsilon^{-3nl} \\  &+2V_0 \varepsilon^{-5nl} \\  &-2V_0 \varepsilon^{-7nl} \\  &V_B = 2V_0 \{ \varepsilon^{-nl} - \varepsilon^{-3nl} + \varepsilon^{-5nl} - \varepsilon^{-7nl} \} \\  &= 2V_0 \varepsilon^{-nl} \{ 1 - \varepsilon^{-2nl} + \varepsilon^{-4nl} - \dots \} \\  &= 2V_0 \varepsilon^{-nl} \frac{1}{1 + \varepsilon^{-2nl}} \\  &= \frac{2V_0}{\varepsilon^{nl} + \varepsilon^{-nl}} \\  &= \frac{V_A}{\cosh nl} = \cosh nl  \end{aligned}  $	

verschwinden muß. Dies geschieht aber dann, wenn

$$\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l = 0,$$

d. h. für alle Werte der aufgedrückten Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$ , für die der Ausdruck  $\omega l \sqrt{CL} = \frac{2\pi l}{\lambda}$  die Werte  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{3\pi}{2}$ ,  $\frac{5\pi}{2}$  annimmt oder ein anderes ungerades Vielfaches von  $\frac{\pi}{2}$ . Für eine konstante aufgedrückte Periodenzahl  $f$  wird die Länge  $l$  der Leitung gleich  $\frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{3}{4}\lambda$ ,  $\frac{5}{4}\lambda$ ,  $\frac{7}{4}\lambda$ , usw. Dies ist näher in Tabelle IX behandelt. Da für die Praxis nur die Viertelwellenlängenverteilung von Bedeutung ist und  $lC$  und  $lL$  die wahren statischen Antennenkonstanten bedeuten, so hat man

$$f = \frac{1}{4\sqrt{(lC)(lL)}} = \frac{1}{4\sqrt{C_A L_A}} \dots \dots (76)$$

im Vergleich zu den effektiven Antennenkonstanten  $C_e$  und  $L_e$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_e L_e}} \dots \dots \dots (77)$$

Wenn ein **Audiostrom** das Hochfrequenzsystem erregt, so erhält man für die effektive Impedanz die angenäherte Lösung

$$\begin{aligned} Z_A &= \frac{V_A}{I_A} = \frac{n}{Y} \frac{\varepsilon^{nl} + \varepsilon^{-nl}}{\varepsilon^{nl} - \varepsilon^{-nl}} \\ &\cong \frac{1}{lY} \frac{1 + \frac{1}{2}(nl)^2}{1 + \frac{1}{6}(nl)^2} = \frac{1 + \frac{1}{3}(nl)^2}{lY} = \frac{1 + \frac{1}{3}YZl^2}{lY} \\ &= \frac{1}{lY} + \frac{lZ}{3} = \frac{1}{Y_A} + \frac{Z_A}{3} \dots \dots \dots (78) \end{aligned}$$

Da aber  $Z_A = r_A + j\omega L_A$  die wahre und statische Leitungsimpedanz des ganzen Luftgebildes bedeutet und  $Y_A = g_A + j\omega C_A$  die statische Admittanz kreuzweise zum ganzen horizontalen Luftleiter, so sieht man, daß Messungen, welche mit hörbaren Strömen an einer Antenne gemacht werden, mehr oder weniger genau die wahre oder statische Antennenkapazität  $C_A$  liefern und  $\frac{L_A}{3}$  als auch  $\frac{r_A}{3}$  der wahren Antenneninduktivität  $L_A$  und des wahren Widerstands  $r_A$  ergeben. Das Ergebnis der Gl. (78) besagt fernerhin, daß der hörbare Strom gegen das offene Ende hin linear abfällt und die Spannungsverteilung praktisch konstant bleibt.

Wenn man in Gleichung (70) mit  $n$  und  $j\omega$  symbolisch durchmultipliziert, erhält man

$$\left. \begin{aligned} n^2 \mathcal{V} + Z I n &= 0 \\ nj\omega I + Y \mathcal{V} j\omega &= 0 \end{aligned} \right\}$$

oder

$$-n^2 \mathcal{V} = rnI + j\omega nLI \dots \dots \dots (79)$$

$$-j\omega nI = j\omega gV - \omega^2 CV \dots \dots \dots (80)$$

Wenn man in Gleichung (79) den Wert für  $nI$  aus Gleichung (70) und den Wert von  $j\omega nI$  von Gleichung (80) einführt, so wird  $I$  eliminiert und man erhält das Resultat

$$n^2 \mathcal{V} = CL(-\omega^2 \mathcal{V}) + (Cr + gL)(j\omega \mathcal{V}) + gr(\mathcal{V}) \quad (81)$$

das die bekannte Telephon- und Telegraphengleichung darstellt, wenn Audiostrome und eine Doppelleitung vorliegen. Dies ist klar, wenn man bedenkt, daß das Symbol  $(n^2 \mathcal{V})$  den Operator  $\frac{\delta^2 \mathcal{V}}{\delta x^2}$ ,  $(-\omega^2 \mathcal{V})$  die Operation  $\frac{d^2 \mathcal{V}}{dt^2}$ , das Symbol  $(j\omega \mathcal{V})$  den Differentialquotienten  $\frac{d\mathcal{V}}{dt}$  und  $\mathcal{V}$  den Momentanwert der Spannung darstellt. Für die Hochfrequenzleitung, für die  $g=0$  und  $r=0$ , erhält man die Hochfrequenzgleichung

$$n^2 \mathcal{V} = CL(-\omega^2) \mathcal{V} \dots \dots \dots (81)$$

Wenn dieser Ausdruck mit der Normalform

$$n^2 \mathcal{V} = \frac{1}{v^2} (-\omega^2 \mathcal{V})$$

einer Wellenbewegung verglichen wird, so sieht man, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit längs der Hochfrequenzleitung und einer Antenne

$$v = \frac{1}{\sqrt{CL}} = 3 \times 10^8 \text{ m/sek (= Lichtgeschwindigkeit)} \quad (82)$$

Dieser Ausdruck zeigt, daß für Hochfrequenzsysteme die aufgedruckte Periodenzahl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht beeinflußt und daß man mittels der Lichtgeschwindigkeit immer eine der Antennenkonstanten berechnen kann, wenn die andere gegeben ist ( $C_A$  oder  $L_A$ ).

Die Lösung für die Hochfrequenzgleichung wird dadurch gefunden, daß man den Spannungsvektor  $\mathcal{V}$  eliminiert. Man erhält dann entweder

$$\left. \begin{aligned} n &= \pm j\omega\sqrt{CL} = \pm j \cdot \beta && \text{berücksichtigt Raumverteilung} \\ \omega &= \pm j \frac{n}{\sqrt{CL}} = \mp \beta \cdot v && \text{berücksichtigt Zeitverteilung} \end{aligned} \right\}$$

Tabelle XI

(erläutert die Entstehung von Stromwellen längs eines horizontalen Luftdrahtes, wenn eine Sinusspannung an einem Ende aufgedrückt wird und das andere Ende offen bleibt).

Zeit	Generatorende (Ampere)	Offenes Ende (Ampere)	Bemerkungen
zur Zeit 0	Anfangsamplitude des Stromes $I_0 = \frac{V_0}{Z_0} = V_0 \sqrt{\frac{Y}{Z}}$		$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$ Eigenimpedanz, welche an irgendeiner Stelle der vorwärtsschreitenden Welle entgegenwirkt
wenn die Welle zum ersten Male am offenen Ende angelangt ist		$I_0 \varepsilon^{-nl}$ $-I_0 \varepsilon^{-nl}$ } ergibt Stromknoten	infolge der Einfallswelle, da die Stromwelle am offenen Ende reflektiert wird und 180° Phasenverschiebung erfährt
wenn die zurückkehrende Welle zum ersten Male reflektiert wird	$-I_0 \varepsilon^{-nl}$ reflektiert ohne Phasenwechsel		wenn Stromwelle am geschlossenen Ende angelangt ist
unmittelbar nach der Reflektion der zurückkehrenden Welle	verläuft wiederum gegen das offene Ende mit einer Anfangsamplitude $-2I_0 \varepsilon^{-2nl}$		
wenn am offenen Ende ankommend erzeugt		$-2I_0 \varepsilon^{-2nl}$ $+2I_0 \varepsilon^{-2nl}$ } Nullstromwirkung	eintreffende Welle reflektierte Welle
unmittelbar nach der Reflektion der zweiten zurückkehrenden Welle	verläuft wiederum gegen das offene Ende mit einer Anfangsamplitude $+2I_0 \varepsilon^{-4nl}$		und so fort
	$I_A = I_0 \{ 1 - 2\varepsilon^{-2nl} [ 1 - \varepsilon^{-2nl} + \varepsilon^{-4nl} \dots ] \}$ $= I_0 \left\{ 1 - \frac{2}{\varepsilon^{2nl} + 1} \right\}$ $= I_0 \left\{ \frac{\varepsilon^{nl} - \varepsilon^{-nl}}{\varepsilon^{nl} + \varepsilon^{-nl}} \right\}$ $= \frac{I_0}{\coth nl}$ $= \frac{V_0}{\coth nl} \sqrt{\frac{Y}{Z}} = \frac{V_A}{\coth nl} \sqrt{\frac{Y}{Z}}$	Nullstrom	$V_A$ und $I_A$ bedeuten entweder die Effektiv- oder die Maximalwerte von Spannung und Strom  Resultierende Wirkung für die bezüglichen Enden

mit den Partillösungen

$$V = \sum_{+n}^{-n} \frac{V}{2} \varepsilon^{nx} = \frac{V}{2} \left\{ \varepsilon^{j\omega\sqrt{CL}X} + \varepsilon^{-j\omega\sqrt{CL}X} \right\}$$

$$= V \cos \omega \sqrt{CL}X = V \cos \beta X \dots (83)$$

für  $t=0$  und

$$V = \sum_{+w}^{-w} \frac{V}{2} \varepsilon^{j\omega t} = \frac{V}{2} \left\{ \varepsilon^{j\beta vt} + \varepsilon^{-j\beta vt} \right\}$$

$$= V \cos \beta vt = V \cos \omega t \dots \dots \dots (84)$$

für  $X=0$ . Diese Ergebnisse zeigen, daß die bezüglichen Spannungs- und Stromverteilungen sich periodisch sowohl zeitlich<sup>1)</sup> als auch räumlich ändern. Man kann beide Lösungen direkt mittels der Universalformel

$$V = \sum_{+n}^{-n} \frac{V}{2} \varepsilon^{j\omega t} \varepsilon^{nx} = \sum_{+j}^{-j} \frac{V}{2} \varepsilon^{j\beta(vt+x)} = V \cos \beta (vt+x)$$

$$= V \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt+x) = V \cos \omega (t + \sqrt{CL}x) \quad (85)$$

finden. Die Eigenwellenlänge eines langen horizontalen Luftdrahtes kann man mittels des Begriffes stationärer Wellen (bestehen aus zwei sich in entgegengesetzter Richtung und mit gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit bewegenden Wellenzügen gleicher Amplitude) aufstellen. Dies ist am besten aus Tabelle X und XI ersichtlich. Man sieht, daß eine wellenförmige Spannungsstörung

während	
nach dem freien Ende hin wandert und daselbst	} $\frac{T}{4}$ Sekunden
ohne Phasenwechsel reflektiert wird,	
dann nach der Quelle fließt und mit umgekehr-	} $\frac{T}{4}$ "
ter Phase zurückgeworfen wird und	
wiederum zum freien Ende wandert und daselbst	} $\frac{T}{4}$ "
die doppelte Amplitude erzeugt, da kein Phasen-	
wechsel bei der Reflektierung stattfindet, worauf sie	} $\frac{T}{4}$ "
zurückläuft zur Quelle, wo ein anderer Phasen-	
wechsel stattfindet usw.	

<sup>1)</sup> D. h. die effektive Spannung  $V_x$  kann an irgendeiner Stelle in der Entfernung  $X$  vom Spannungsknoten aus  $V_x = V \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$  bestimmt werden, wenn  $V$  der Maximumeffektivwert, d. h. die Spannung im Spannungsbauch, bedeutet.



Dies zeigt, daß nach der zweiten Rückkehr der Welle ein vollständiger Zyklus beschrieben wurde und die Fundamentalwelle viermal so lang ist wie die wirkliche Länge des Horizontaldrahtes, d. h.

$$4l = \lambda.$$

Der Verlauf der Stromwelle ergibt gemäß der Tabelle XI dasselbe Ergebnis, da eine gewisse Stromwelle

mit einer maximalen Amplitude am Generator- ende beginnt und unter Phasenwechsel am offe- nen Ende reflektiert wird, dann zur Quelle zurückkehrt und daselbst ohne Phasenwechsel gegen das freie Ende hin reflek- tiert wird,	während $\left. \begin{array}{l} T \\ 4 \end{array} \right\}$ Sekunden  $\left. \begin{array}{l} T \\ 4 \end{array} \right\}$ "
--	--

d. h.  $2l = \frac{\lambda}{2}$  für einen halben Zyklus.

Infolge von Radiation am offenen Ende ist

$$l \lesssim \frac{\lambda}{4},$$

da das ganze System eine Wirkung ausübt, wie wenn Reflektion etwas jenseits des offenen Endes stattfinden würde. Dies ist in Abb. 141 näher ausgeführt. Da die Gegenwart von stehenden Wellen sich in entgegengesetzter Richtung bewegende Teilwellen voraussetzt, so sieht man, daß Frequenzen von dem Grade  $f$ ,  $3f$ ,  $5f$ ,  $7f$  usw. für die unbelastete Antenne möglich sind.

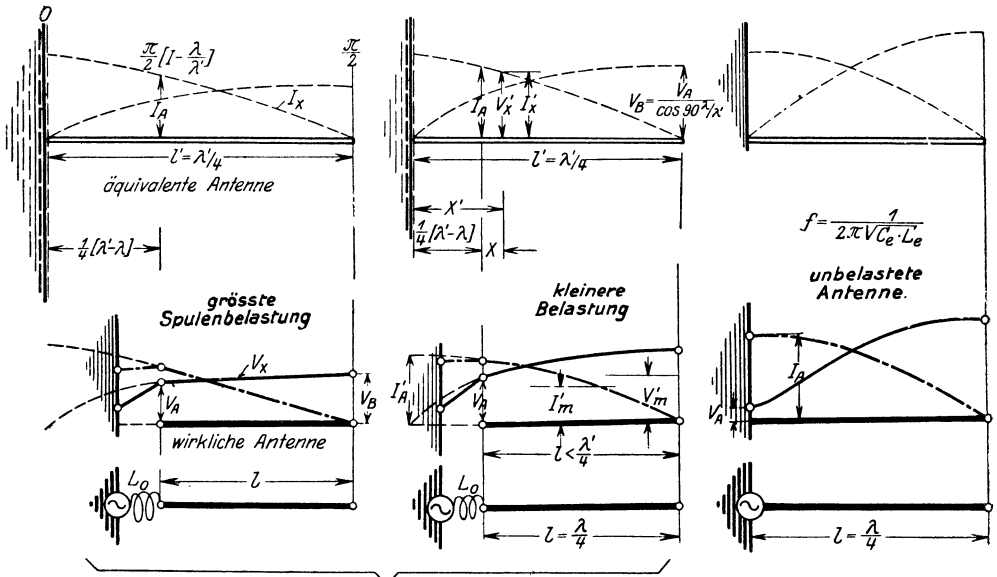
206) **Ableitung der scheinbaren effektiven Antennenkonstanten**<sup>1)</sup>. Nachfolgende Lösung legt Sinusverteilungen längs des Luftdrahtes zugrunde. Wenn die effektive Spannung längs der Antenne konstant wäre, so würde der Effektivwert der Antennenkapazität gleich dem wahren Werte  $C_A$  sein. Der wahre Wert ist auch als statische oder scheinbare Antennenkapazität bekannt. Eine konstante Stromverteilung würde deshalb die Effektivwerte von Antennenwiderstand und Antenneninduktivität gleich den entsprechenden statischen Werten ergeben. Dies ist klar, wenn man bedenkt, daß die magnetische Feldenergie  $\frac{1}{2} L I_A^2$  und der Wärmeverlust  $r I_A^2$  ist. Aus den Darstellungen der Abb. 143 sieht man, daß der effektive Antennenstrom  $I_x$  an irgendeiner Stelle  $X$  von der Stromquelle mit Effektivwert  $I_A$  durch den Ausdruck

$$I_x = I_A \cos \frac{2\pi X}{\lambda}$$

<sup>1)</sup> A. Hund, Jahrb. d. drahtlosen Telegraphie und Telephonie, Mai 1921, S. 349.

gegeben ist. Für einen gewissen Augenblick erhält man für eine Viertelwellenlängenverteilung  $l = \frac{\lambda}{4}$  den Mittelwert

$$I_m = \frac{4}{\lambda} \int_0^{\frac{\lambda}{4}} I_A \cos \frac{2\pi X}{\lambda} dx = \frac{4}{\lambda} \left| I_A \frac{\lambda}{2\pi} \sin \frac{2\pi X}{\lambda} \right|_0^{\frac{\lambda}{4}} = \frac{2}{\pi} I_A.$$



$$f' = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_e' [L_e' + L_o]}}$$

Wirkliche elektrische Länge  $\beta' l = \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2}$

Äquivalente elektrische Länge  $\beta' l' = \frac{\pi}{2}$

Abb. 143. Mittlere Spannungs- und Stromwerte für die spulenbelastete Horizontalantenne.

Die Normalform

$$lL = \frac{\text{Kraftfluß}}{I_m} = \frac{\text{Kraftfluß}}{\frac{2}{\pi} I_A}$$

zeigt, daß

$$\text{Kraftfluß} = \left( \frac{2}{\pi} lL \right) I_A$$

und die scheinbare effektive Antennenselbstinduktion

$$L_e = 0,636 L_{,A} \dots \dots \dots (86)$$

d. h.  $63,6\%$  der statischen Induktivität im Falle der unbelasteten Antenne.

Auf ähnliche Weise ergibt die sinusförmige Spannungsverteilung

$$V_x = V_B \sin \frac{2\pi X}{\lambda}$$

für einen effektiven Spannungswert  $V_B$  am offenen Ende den Mittelwert

$$V_m = \frac{4}{\lambda} \int_{x=0}^{x=\frac{\lambda}{4}} V_B \sin \frac{2\pi X}{\lambda} dx = -\frac{2}{\pi} V_B \left. \cos \frac{2\pi X}{\lambda} \right|_0^{\frac{\lambda}{4}} = \frac{2}{\pi} V_B.$$

Da aber die wahre (statische) Antennenkapazität durch die Gleichung

$$lC = C_A = \frac{\text{Ladung}}{V_m}$$

gegeben ist, sieht man, daß die **scheinbare effektive Antennenkapazität** für die unbelastete Antenne, die in der Viertelwellenlängenverteilung (Fundamentalwelle) schwingt, durch die Beziehung

$$C_e = 0,636 C_A \dots \dots \dots (87)$$

gegeben ist.

Da in jedem Augenblicke der Effektivwert aller verteilten Stromvektoren längs des Luftdrahtes dem Gesetze

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{4}{\lambda} \int_{x=0}^{x=\frac{\lambda}{4}} I_A^2 \cos^2 \frac{2\pi X}{\lambda} dx} = 2I_A \sqrt{\frac{1}{\lambda} \int_0^{\frac{\lambda}{4}} \left(1 - \sin^2 \frac{2\pi X}{\lambda}\right) dx}$$

folgt und

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\lambda}{4}} \left(1 - \sin^2 \frac{2\pi X}{\lambda}\right) dx &= \int_0^{\frac{\lambda}{4}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{4\pi X}{\lambda}\right) dx = \frac{1}{2} \left. X \right|_0^{\frac{\lambda}{4}} + \frac{\lambda}{8\pi} \left. \sin \frac{4\pi X}{\lambda} \right|_0^{\frac{\lambda}{4}} \\ &= \left(\frac{\lambda}{8} - 0\right) + (0 - 0), \end{aligned}$$

so wird

$$I_{\text{eff}} = 2I_A \sqrt{\frac{1}{\lambda} \frac{\lambda}{8}} = \frac{I_A}{\sqrt{2}}.$$

Da der Wärmeverlust der ganzen Antenne

$$I_{\text{eff}}^2 (r l) = I_A^2 \left(\frac{r l}{2}\right) = I_A^2 r_{A/2},$$

so wird der **scheinbare effektive Antennenwiderstand**

$$r_e = 0,5 r_A \dots \dots \dots (88)$$

Da für eine große Belastungsselbstinduktion zwischen der Erde und dem Generator der Strom praktisch linear gegen das freie Ende hin abnimmt, erhält man für den Mittel- und Effektivwert die Lösungen

$$I_m = \frac{1}{2} I_A, \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_A}{\sqrt{3}}$$

und

$$\text{Kraftfluß} = \frac{1}{2} L_A I_A, \quad \text{Wärmeverlust} = \frac{1}{3} r_A I_A^2.$$

Die scheinbaren effektiven Konstanten für große Spulenbelastung der Antenne werden deshalb

$$\left. \begin{aligned} C_e &= C_A \\ C_e &= 0,5 L_A \\ r_e &= 0,33 r_A \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (89)$$

da die Spannung längs der Antenne beinahe konstant ist.

Ein Vergleich dieser Werte mit denjenigen der Gleichungen (86), (87) und (88) zeigt, daß die scheinbare äquivalente Antennenkapazität zwischen den Grenzen 63,6 und 100% des statischen Wertes, die scheinbare äquivalente Antenneninduktivität zwischen 63,6 und 50% und der scheinbare äquivalente Antennenwiderstand zwischen 50 und 33% der entsprechenden statischen Konstante liegen. Die Wellenverteilung für die belastete und unbelastete Antenne zeigt Abb. 143 und 144. Man sieht, daß die Selbstinduktion am geerdeten Ende die Eigenwellenlänge des ganzen Systems vergrößert, während eine Kapazitätsbelastung eine Verringerung hervorruft. Dies besagt, daß die Abstimmungsfrequenz  $f'$  mit einer Belastungsspule kleiner ist als der Wert  $f$  für die unbelastete Antenne. Die Resonanzfrequenz  $f''$  für den Fall einer kapazitiven Belastung ist dann entsprechend größer.

**207) Bestimmung der scheinbaren effektiven Antennenkonstanten für eine Spulenbelastung und für eine Kondensatorbelastung jeden Grades am geerdeten Ende.** Wenn eine Belastungsspule am geerdeten Ende eingeschaltet ist, so hat man nach Abb. 143

die äquivalente elektrische Länge  $n'l \simeq \beta'l$ ,

$$\text{die wirkliche elektrische Länge } n'l \simeq \beta'l = \frac{f'\pi}{f} \frac{\pi}{2} = \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2},$$

$$\text{da } \beta'l > \beta'l, \text{ und } \beta'l = \frac{2\pi}{T'} \sqrt{CL} \frac{\lambda'}{4} = \frac{\pi}{2}, \text{ da } T' = \lambda' \sqrt{CL}.$$

Spannung und Strom sind in jeder Entfernung  $X$  vom geerdeten Ende durch die Beziehungen

$$V_x = V_{x'} = V_B \sin \frac{2\pi X'}{\lambda'} = V_B \sin X'$$

und

$$I_x = I_{x'} = I'_A \cos \frac{2\pi X'}{\lambda'} = \frac{I_A}{\sin \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'}} \cos X'$$

gegeben, da

$$I_A = I'_A \cos \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right) = I'_A \sin \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'}$$

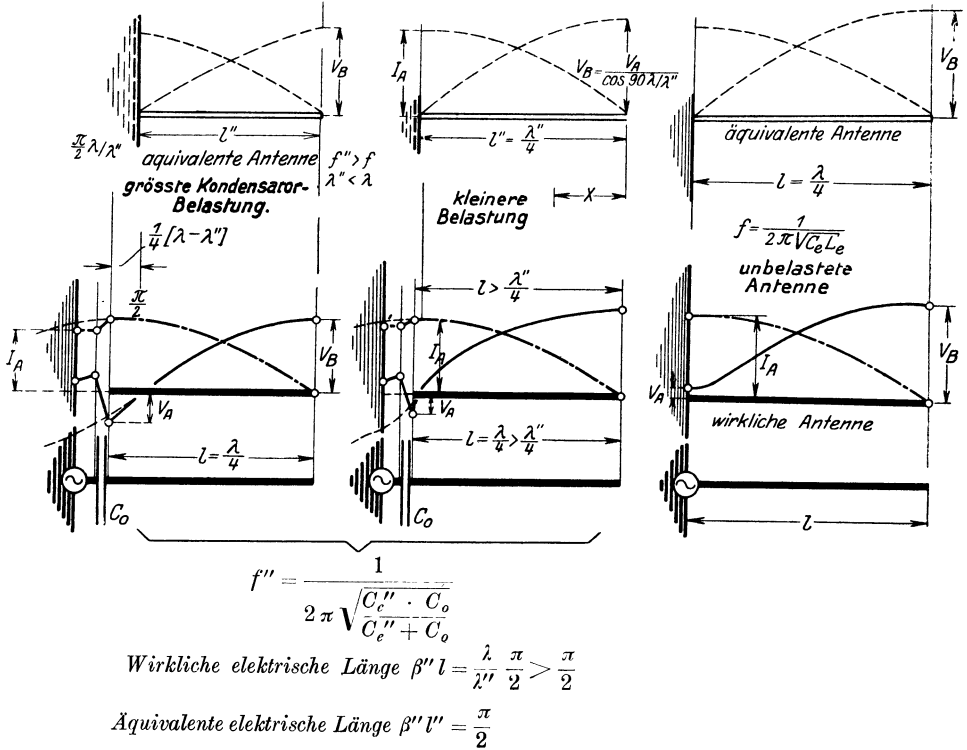


Abb. 144. Kapazitätsbelastete Horizontalantenne.

Die Mittelwerte für Antennenspannung und Strom für eine elektrische

Länge  $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right) = \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'} = \beta' l$  führen zu der Lösung

$$\begin{aligned}
 V'_m &= \frac{2 \lambda'}{\pi \lambda} V_B \int_{\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \sin X' dx' = -\frac{2 \lambda'}{\pi \lambda} V_B \left| \cos X' \right|_{\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2 \lambda'}{\pi \lambda} V_B \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'} \\
 &= \frac{2 f}{\pi f'} V_B \sin 90 \frac{f'}{f}
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 I'_m &= \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \frac{I_A}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\lambda'}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos X' dx' = \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \frac{I_A}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\lambda'}} \left[ \sin X' \right]_0^{\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)} \\
 &= \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \frac{I_A}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\lambda'}} \left( \sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right) \right) \\
 &= \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \frac{I_A}{\sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} \left[ 1 - \cos 90 \frac{\lambda}{\lambda'} \right] = \frac{2f I_A}{\pi f' \sin 90 \frac{f'}{f}} \left[ 1 - \cos 90 \frac{f'}{f} \right].
 \end{aligned}$$

Da aber die

$$\begin{aligned}
 \text{Ladung} &= (\text{mittlere Spannung}) \times (\text{statische Kapazität}) \\
 &= (V'_m)(lC) = \left\{ \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'} C_A \right\} V_B,
 \end{aligned}$$

so wird die **scheinbare effektive Kapazität** für irgendeine Spulenbelastung

$$\begin{aligned}
 C'_e &= \left\{ \frac{2\lambda'}{\pi\lambda} \sin \frac{\lambda}{\lambda'} 90 \right\} C_A = \left\{ \frac{2f}{\pi f'} \sin \frac{f'}{f} 90 \right\} C_A \\
 &= A_2 C_A \dots \dots \dots (90)
 \end{aligned}$$

Andererseits hat man

$$\begin{aligned}
 \text{magnetischer Kraftfluß} &= (\text{mittlerer Strom}) \times (\text{statische Selbstinduktion}) \\
 &= I'_m lL \\
 &= \frac{2\lambda' \cdot L_A}{\pi\lambda \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} \left( 1 - \cos 90 \frac{\lambda}{\lambda'} \right) I_A
 \end{aligned}$$

und die **scheinbare effektive Antenneninduktivität** für eine Spulenbelastung irgendeines Grades wird

$$\begin{aligned}
 L'_e &= \left\{ \frac{2\lambda' \left[ 1 - \cos 90 \frac{\lambda}{\lambda'} \right]}{\pi\lambda \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} \right\} L_A = \frac{2f \left( 1 - \cos \frac{f'}{f} 90 \right)}{\pi f' \sin \frac{f'}{f} 90} L_A \\
 &= B_2 L_A \dots \dots \dots (91)
 \end{aligned}$$

Wenn  $L_0$  die Belastungsinduktivität ist, so hat man

$$f' = \frac{1}{2\pi \sqrt{C'_e(L'_e + L_0)}} \dots \dots \dots (92)$$

Da die Spannung  $V_A$  am Generatorende

$$V_A = V_B \sin \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right) = V_B \cos \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\lambda'},$$

so kann man die unbekannte effektive Spannung am offenen Ende aus dem Ausdruck

$$V_B = \frac{V_A}{\cos \frac{\lambda}{\lambda'} 90} = \frac{V_A}{\cos \frac{f'}{f} 90} \dots \dots \dots (93)$$

berechnen.

Der Fall einer kondensatorbelasteten Antenne ist in Abb. 144 angedeutet. Die Antenne habe wiederum eine wirkliche Länge  $l$  und eine elektrische Länge  $\beta l = \beta \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$ , wenn keine Belastung vorliegt. Wenn dagegen am geerdeten Ende eine Kapazität  $C_0$  eingeschaltet ist, so hat man eine elektrische Länge

$$\beta'' l = \frac{2\pi}{\lambda''} \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{\lambda''} \frac{\pi}{2} = \frac{f''}{f} \frac{\pi}{2} > \frac{\pi}{2}$$

und die Mittelwerte von Spannung und Strom gelten einem elektrischen Winkel<sup>1)</sup>, der größer als  $90^\circ$  ist, da  $\lambda'' < \lambda$ . Wenn das offene Ende als Ursprung angesehen wird, d. h. als Stelle mit einem Winkel Null, so hat man

$$V_m'' = \frac{2\lambda''}{\pi\lambda} V_B \int_0^{\frac{\lambda}{\lambda''} \frac{\pi}{2}} \cos X = \frac{2\lambda''}{\pi\lambda} V_B \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda''} = \frac{2f}{\pi f''} V_B \sin 90 \frac{f''}{f}$$

und da

$$I_A = I_A'' \sin \frac{\lambda}{\lambda''} \frac{\pi}{2},$$

so wird

$$\begin{aligned} I_m'' &= \frac{2\lambda''}{\pi\lambda} \frac{I_A}{\sin \frac{\lambda}{\lambda''} \frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\lambda}{\lambda''} \frac{\pi}{2}} \sin X = \frac{2\lambda''}{\pi\lambda} \frac{I_A}{\sin 90 \frac{\lambda}{\lambda''}} \left[1 - \cos 90 \frac{\lambda}{\lambda''}\right] \\ &= \frac{2f}{\pi f''} \frac{I_A}{\sin 90 \frac{f''}{f}} \left(1 - \cos 90 \frac{f''}{f}\right). \end{aligned}$$

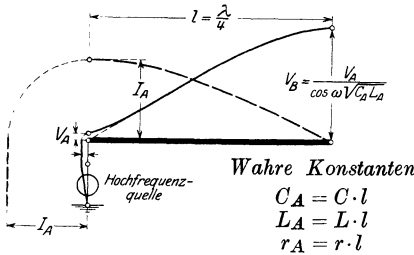
Die scheinbaren effektiven Antennenkonstanten für eine kapazitive Antennenbelastung werden somit

<sup>1)</sup> Raumwinkel.

$$\left. \begin{aligned}
 C_e'' &= \left\{ \frac{2\lambda''}{\pi\lambda} \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda''} \right\} C_A &= \left\{ \frac{2f}{\pi f''} \sin 90 \frac{f''}{f} \right\} C \\
 L_e'' &= \left\{ \frac{2\lambda'' \left[ 1 - \cos 90 \frac{\lambda}{\lambda''} \right]}{\pi\lambda \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda''}} L_A \right. &= \left. \frac{2f \left( 1 - \cos 90 \frac{f''}{f} \right)}{\pi f'' \sin 90 \frac{f''}{f}} L_A \right\} \quad (94)
 \end{aligned}
 \right\}$$

und die Wellenlängenformel:

$$\lambda''^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{\left[ \frac{C_e'' C_0}{C_e'' + C_0} \right]^F L_e''^H} \dots \dots (95)$$



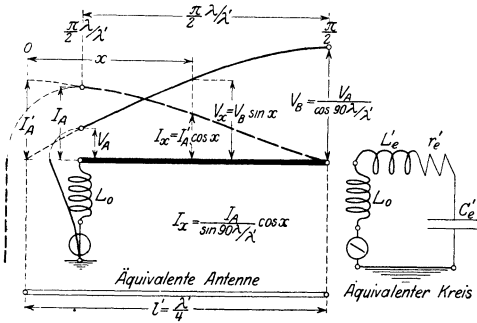
Unbelastete Antenne von Länge  $l$

$$C_e = \frac{8}{\pi^2} C_A$$

$$L_e = \frac{1}{2} L_A$$

$$r_e = \frac{1}{2} r_A$$

$$\lambda^m = 6 \times 10^8 \pi \sqrt{C_e^F L_e^H}$$



Spulenbelastete Antenne

$$C_e' = \frac{8\lambda'}{\pi\lambda} \frac{\sin^2 90 \lambda/\lambda'}{\pi\lambda/\lambda' + \sin 180 [1 - \lambda/\lambda']} C_A$$

$$L_e' = \frac{\lambda'}{2\pi\lambda} \frac{\pi\lambda/\lambda' - \sin 180 [1 - \lambda/\lambda']}{\sin^2 90 \lambda/\lambda'} L_A$$

$$r_e' = \frac{\lambda'}{2\pi\lambda} \frac{\pi\lambda/\lambda' - \sin 180 [1 - \lambda/\lambda']}{\sin^2 90 \lambda/\lambda'} r_A$$

$$\lambda' = 6 \times 10^8 \pi \sqrt{C_e' \cdot [L_e' + L_0]}$$

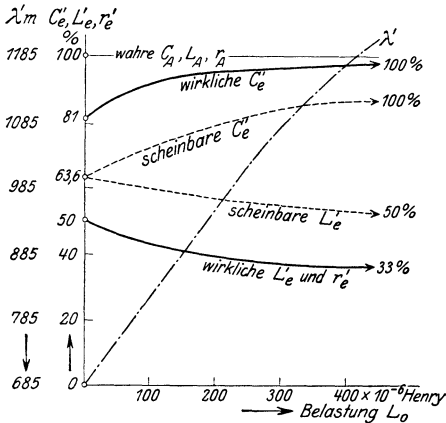


Abb. 145.

Was die effektive Spannung am freien Ende anbelangt, so kann man Gl. (93) verwenden, wenn  $\lambda''$  an Stelle von  $\lambda'$  eingeführt wird. Der Quotient von  $\frac{\lambda}{\lambda''}$  ist dann größer als die Einheit.

Die Anwendung dieser Methode erläutern die Tabellen XII und XIII und die Charakteristiken Abb. 145. Ein eisenloser Generator wurde benutzt, um Sinuswellen dem System aufzudrücken.



Tabelle XII.

Gemessene Werte		Berechnete Werte				Ergebnisse		
Belastungs- selbstinduktion $L_0$ in H	$\lambda'$ m	$\frac{\lambda}{\lambda'} 90^\circ$ num.	$\cos \frac{\lambda}{\lambda'} 90$ num.	$1 - \cos \frac{\lambda}{\lambda'} 90$ num.	$\frac{2\lambda'}{\pi\lambda}$ num.	$V_B$ Volt	$C_e' \%$ von $C_A$	$L_e' \%$ von $L_A$
0,000 246	1015	0,8813	0,4756	0,5244	0,94	21	82,6	56
0,000 279	1055	0,8526	0,5225	0,4775	0,98	19,1	83,5	54,8
0,000 308	1095	0,8320	0,5548	0,4452	1,02	18	85	54,5
0,000 345	1130	0,8151	0,5793	0,4207	1,05	17,3	85,6	54,2
0,000 384	1161	0,7986	0,6018	0,3982	1,08	16,6	86,4	53,8
0,000 422	1190	0,7859	0,6184	0,3816	1,10	16,2	86,6	53,6
0,000 448	1225	0,7705	0,6374	0,3626	1,14	15,7	88	53,6

Bemerkungen:  $\lambda = 685$  m, wenn keine Belastung vorliegt und  $V_A = 10$  Volt.

Tabelle XIII.

Gemessene Werte		Berechnete Werte				Ergebnisse		
Belastungs- kondensator $C_0$ in MF.	$\lambda''$ m	$\frac{\lambda}{\lambda''} 90^\circ$ num.	$\cos \frac{\lambda}{\lambda''} 90$ num.	$1 - \cos \frac{\lambda}{\lambda''} 90$ num.	$\frac{2\lambda''}{\pi\lambda}$ num.	$V_B$ Volt	$C_e'' \%$ von $C_A$	$L_e'' \%$ von $L_A$
0,002 41	560	0,9397	- 0,3420	1,3420	0,520	29,2	48,8	74,3
0,002 17	545	0,9205	- 0,3907	1,3907	0,506	25,6	46,7	76,5
0,001 92	535	0,9056	- 0,4242	1,4242	0,497	23,6	45,0	78
0,001 65	525	0,8894	- 0,4571	1,4571	0,488	21,9	43,4	80
0,001 41	515	0,8704	- 0,4924	1,4924	0,479	20,3	41,5	82,2
0,001 16	505	0,848	- 0,5299	1,5299	0,47	18,9	39,9	84,7
0,000 92	487	0,8049	- 0,5934	1,5934	0,452	16,9	36,4	89,6
0,000 67	454	0,6972	- 0,7169	1,7169	0,422	13,9	29,4	104
0,000 42	405	- 0,4679	- 0,8838	1,8838	0,376	11,3	17,6	151
0,000 18	370	0,2385	- 0,9711	1,9711	0,344	10,3	8,2	284

Bemerkungen:  $\lambda = 685$  m, wenn keine Belastung vorliegt und  $V_A = 10$  Volt.

Man sieht aus diesen Betrachtungen, daß die gewöhnlichen Methoden kaum benutzt werden können, um die effektiven Antennenkonstanten zu finden, da im allgemeinen

$$\left. \begin{aligned} C_e \# C'_e \# C''_e \\ L_e \# L'_e \# L''_e \\ r_e \# r'_e \# r''_e \end{aligned} \right\}$$

Der Fehler wird geringer, wenn die eingeschaltete Belastungsspule ziemlich groß ist und ihre Selbstinduktion ungefähr 10 mal so groß wie der Wert der statischen Antennenselbstinduktion.

208) Effektive Antennenimpedanz für die belastete und unbelastete Horizontalantenne. In der Lösung (74) wurde gefunden, daß die am Generatorende wirkende Antennenimpedanz durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} Z_e = Z_A = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \coth l \sqrt{YZ} &\simeq \sqrt{\frac{L}{C}} \coth j\omega l \sqrt{CL} \\ &\simeq -j \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \omega l \sqrt{CL} \end{aligned}$$

gegeben ist. Man hat somit für die unbelastete Antenne

$$Z_e = -j \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l \dots \dots \dots (96)$$

Wenn deshalb eine Belastungsselbstinduktion  $L_0$  mit vernachlässigbarem Ohmschem Widerstand zwischen dem Generator und dem Luftdraht eingeschaltet ist, so wird die effektive Antennenimpedanz  $Z_e$  um einen Betrag

$$Z_0 = j\omega L_0$$

vergrößert und die effektive Impedanz der ganzen Antennenanordnung wird

$$\begin{aligned} Z'_e &= Z_0 + Z_e \\ &= \omega L_0 - \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \omega l \sqrt{CL} = \frac{2\pi}{\lambda \sqrt{CL}} L_0 - \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l \dots \dots \dots (97) \end{aligned}$$

Auf ähnliche Weise findet man für eine Kapazitätsbelastung  $C_0$  von vernachlässigbarer Streuung infolge der Zusatzimpedanz  $\frac{1}{j\omega C_0} = \frac{-j}{\omega C_0}$  die resultierende Antennenimpedanz

$$\begin{aligned} Z''_e &= - \left\{ \frac{1}{\omega C_0} + \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \omega l \sqrt{CL} \right\} \\ &= - \left\{ \frac{\sqrt{CL}\lambda}{2\pi C_0} + \sqrt{\frac{L}{C}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l \right\} \dots \dots \dots (98) \end{aligned}$$

wenn  $\lambda$  die aufgezungene Wellenlänge bedeutet. Die möglichen Eigenwellenlängen  $\lambda'$  und  $\lambda''$  für die spulen- und kondensatorbelastete Antenne bestehen dann für alle Fälle, für welche die bezüglichen Impedanzen  $Z_e'$  und  $Z_e''$  verschwinden. Der Wert  $Z_e = 0$  liegt wie oben bemerkt, dann vor, wenn  $\operatorname{ctg} \omega \sqrt{C_A L_A} = \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l = 0$ , d. i.  $\frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi$ , usw. Die Oberwellen der möglichen Schwingungen sind deshalb ganze Vielfache der Grundeigenwelle, da  $\lambda_1 = 4l$ ;  $\lambda_3 = \frac{4}{3}l = \frac{\lambda_1}{3}$  usw. Das Verschwinden der bezüglichen Impedanzen  $Z_e'$  und  $Z_e''$  ist aber von zwei Gliedern abhängig, eines davon ist eine Kotangentenfunktion und das andere stellt dar eine Abhängigkeit der betreffenden Belastung. Man kann deshalb sehen, daß weder die Grundwellenlänge  $\lambda'$  noch diejenige  $\lambda''$  eine Viertelwellenlängenverteilung hervorrufen kann, da ja

$$\lambda_1' > 4l \quad \lambda_1'' < 4l.$$

Die Oberwellen können deshalb keine ganzzahlige Vielfache der Fundamentalwellenlänge sein. Die möglichen Fälle sind in dem graphischen Verfahren § 152 näher beschrieben.

#### Ableitung der richtigen effektiven Antennenkonstanten.

209) A. Für die unbelastete Antenne. Vorliegende Lösung gilt für gedämpfte und ungedämpfte Wellen, da die verallgemeinerte Grundgleichung

$$Z_e = r_e + nL_e + \frac{1}{nC_e} = 0 \dots \angle$$

verwendet ist.  $Z_e$ ,  $C_e$ ,  $L_e$  und  $r_e$  bedeuten wiederum die effektiven Größen für die unbelastete Antenne. Die richtigen Konstanten ergeben außer der wahren Schwingungskonstante  $C_e L_e$  auch das wahre

Dekrement  $\delta_e = \pi r_e \sqrt{\frac{C_e}{L_e}}$ , während die scheinbaren effektiven

Konstanten in der Regel nur die Schwingungskonstante, d. h. die richtige Wellenlänge liefern. Dies kann man am besten sehen, wenn man einen künstlichen Antennenkreis mit den scheinbaren und einen Kreis mit den richtigen Effektivkonstanten aufbaut und beide Systeme unabhängig voneinander mit der betreffenden Wellenlänge erregt<sup>1)</sup>. Der Kreis mit den scheinbaren Konstanten ergibt Resonanz, aber einen Strom, der entweder größer oder kleiner als der wahre Antennenstrom ausfällt, je nachdem die scheinbare Antennenkapazität zu groß oder zu klein gefunden wurde. Der äquivalente Kreis mit den rich-

<sup>1)</sup> Mit Stoßerregung.

tigen Effektivkonstanten ergibt einen Resonanzstrom, welcher mit demjenigen der eigentlichen Antenne zusammenfällt.

Die richtigen Effektivkonstanten welche für die Grundwelle gelten, beruhen dann auf den Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} r_e &= \int_0^l r \left( \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X \right) dx \\ L_e &= \int_0^l L \left( \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X \right) dx \\ C_e &= \frac{\left[ \int_0^l C \left( \sin \frac{2\pi}{\lambda} X \right) dx \right]^2}{\int_0^l C \left( \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} X \right) dx} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (99)$$

da  $\cos \frac{2\pi}{\lambda} X$  und  $\sin \frac{2\pi}{\lambda} X$  die Strom- und Spannungsverteilungen,  $r$ ,  $L$  und  $C$  die statischen Antennenkonstanten für die Längeneinheit der Antenne von der wirklichen Länge  $l$  bedeuten. Die Richtigkeit dieser Ausdrücke wird klar, wenn man bedenkt, daß die effektiven Ströme  $I_x$  und Spannungen  $V_x$  an irgendeiner Stelle  $X$  von dem geerdeten Ende durch die Beziehungen

$$I_x = I_A \cos \frac{2\pi}{\lambda} X \quad \text{und} \quad V_x = V_B \sin \frac{2\pi}{\lambda} X$$

dargestellt sind für einen effektiven Generatorstrom  $I_A$  und eine effektive Spannung  $V_B$  am freien Ende gegen Erde. Da in der vorliegenden Entwicklung außer der richtigen Wahl von  $C_e \cdot L_e$  auch der richtige Resonanzstrom befriedigt sein muß, so müssen die Leistungsbeziehungen

$$\left. \begin{aligned} W_j &= \int_0^l r I_x^2 dx = I_A^2 \int_0^l r \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx \\ W_m &= \frac{1}{2} \int_0^l L I_x^2 dx = \frac{I_A^2}{2} \int_0^l L \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx \\ W_e &= \frac{1}{2} \int_0^l C V_x^2 dx = \frac{V_B^2}{2} \int_0^l C \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx \end{aligned} \right\} \dots \dots (100)$$

für den Jouleschen Wärmeverlust  $W_j$ , die magnetische Feldleistung  $W_m$  und die elektrische Feldleistung  $W_e$  verwendet werden. Dies führt dann zu der wohlbekannten Differentialgleichung einer in Schwingungen versetzten Antenne

$$W_j + \frac{\partial W_m}{\partial t} + \frac{\partial W_e}{\partial t} = 0,$$

die auf die Form

$$\frac{\partial I_A}{\partial t} \int_0^l r \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx + \frac{\partial^2 I_A}{\partial t^2} \int_0^l L \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx + \frac{I_A}{\frac{\int_0^l C \sin \frac{2\pi}{\lambda} X dx}{\int_0^l C \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx}} = 0 \quad (101)$$

gebracht werden kann.

Dieser Ausdruck hat aber die Form

$$\left( nr_e + n^2 L_e + \frac{1}{C_e} \right) I_A = 0, \dots \dots \dots (101a)$$

da die verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit  $n = \frac{d}{dt}$ . Damit ist die Richtigkeit der Ausdrücke Gl. (99) bewiesen. Wenn die Integrationen der Gl. (99) ausgewertet werden und zwar über die Viertelwellenlängenverteilung  $X = l = \frac{\lambda}{4}$ , so bekommt man

$$\begin{aligned} r_e &= r \int_0^{l/4} \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx = r \int_0^l \cos^2 \frac{\pi}{2l} X dx = r \int_0^l \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{l} X \right) dx \\ &= r \left[ \frac{l}{2} + \frac{l}{2\pi} \sin \frac{\pi}{l} X \right]_0^l = \frac{rl}{2}. \end{aligned}$$

Der richtige effektive Antennenwiderstand der unbelasteten Antenne ist deshalb

$$r_e = 0,5 r_A \dots \dots \dots (102)$$

womit das Ergebnis der Lösung (88) bestätigt ist. Auf eine ähnliche Weise wird

$$L_e = L \int_0^l \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx = L \int_0^l \cos^2 \frac{\pi}{2l} X dx = \frac{lL}{2}$$

mit der richtigen effektiven Antennenselbstinduktion

$$L_e = 0,5 L_A, \dots \dots \dots (103)$$

wenn  $L_A$  wiederum die statische Induktivität der Antenne bedeutet. Die Ableitung für die Kapazität ist

$$C_e = \frac{\int_0^l C \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} X dx}{\int_0^l C \sin^2 \frac{\pi}{2l} X dx} = C \frac{\int_0^l \left[ -\frac{2l}{\pi} \cos \frac{\pi}{2l} X \right]^2 dx}{\int_0^l \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{l} X \right] dx}$$

$$= C \frac{\int_0^l \left[ -\frac{2l}{\pi} \cos \frac{\pi}{2l} X \right]^2 dx}{\int_0^l \left[ -\frac{l}{2\pi} \sin \frac{\pi}{l} X + \frac{1}{2} X \right] dx} = \frac{4l^2}{\pi^2} C = \left[ \frac{8}{\pi^2} \right] C l.$$

Dieses Ergebnis zeigt, daß die richtige effektive Antennenkapazität der unbelasteten Antenne

$$C_e = 0,81 C_A, \dots \dots \dots (104)$$

wenn  $C_A$  die statische Konstante ist.

210) B. Für die stark belastete Antenne. Da für eine große Belastungsinduktivität am geerdeten Ende der Antennenstrom beinahe linear gegen das offene Ende hin abnimmt, so gilt für eine Horizontalantenne von der Länge  $l$

$$I_x = I_A \left( 1 - \frac{X}{l} \right),$$

wenn  $X$  den Abstand vom oberen Ende der Belastungsspule bedeutet und  $I_A$  der Generatorstrom ist. Die effektive Antennenspannung ist dann praktisch konstant und

$$V_x = V_B,$$

wenn  $V_B$  die am freien Ende auftretende Spannung gegen Erde darstellt. Der effektive Antennenwiderstand  $r_e$  ergibt dann für eine große Belastung die Verteilungsfunktion

und man erhält

$$f(x) = 1 - \frac{X}{l}$$

$$r_e = \int_0^l r \left( 1 - \frac{X}{l} \right)^2 dx = r \int_0^l \left( 1 - \frac{2X}{l} + \frac{X^2}{l^2} \right) dx = r \left[ X - \frac{2}{2l} X^2 + \frac{X^3}{3l^2} \right]_0^l$$

$$= \frac{lr}{3} = 0,33 r_A \dots \dots \dots (105)$$

Die richtige effektive Selbstinduktion der stark belasteten Antenne ist

$$L_e = \int_0^l L \left(1 - \frac{X}{l}\right)^2 dx = \frac{lL}{3} = 0,33 L_A \dots (106)$$

Infolge der Spannungsfunktion

$$F(x) = 1$$

wird die richtige effektive Antennenkapazität

$$C_e = \frac{[\int_0^l C dx]^2}{\int_0^l C dx} = \int_0^l C dx = lC = C_A \dots (107)$$

Wenn man diese Ergebnisse mit denjenigen für die unbelastete Antenne vergleicht, hat man

$$\left. \begin{array}{l} r_e = [50\% \text{ bis } 33\%] r_A \\ L_e = [50\% \text{ bis } 33\%] L_A \\ C_e = [81\% \text{ bis } 100\%] C_A \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{zwischen unbelasteter} \\ \text{und stark belasteter} \\ \text{Antenne} \end{array} \dots (108)$$

211) C. Für beliebige Spulenbelastung. Nach den Abb. 143 und 145 ist die elektrische Länge  $\beta' l$ , wenn deren effektiver Wert zugrunde gelegt wird und

$$\beta' l = \frac{f' \pi}{f} \frac{\pi}{2} = \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{\pi}{2}.$$

Da die effektive Spannung und der effektive Strom an irgendeiner Stelle  $X$

$$V_x = V_B \sin X \quad \text{und} \quad I_x = \frac{\cos X}{\sin \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{\pi}{2}} I_A,$$

so wird die Potentialfunktion

$$F'(x) = \sin X$$

und die Stromfunktion für die Verteilung

$$f'(x) = \frac{\cos X}{\sin \frac{\lambda}{\lambda'} 90}.$$

Die effektive elektrische Länge, über welche die Integrationen ausgeführt werden müssen, ist

$$\beta' l = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right) = \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'},$$

wenn  $\lambda$  und  $\lambda'$  die bezüglichen Wellenlängen für die unbelastete und spulenbelastete Antenne bedeuten. Man hat dann gemäß Gl. (99)

$$C_e' = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} C \sin X dx \int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} C \sin^2 X dx}{\int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} C \sin X dx \int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} C \sin^2 X dx} = C \frac{[\int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} \cos X]^2}{[\int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} X - \frac{1}{2} \sin 2X]} = C \frac{4 \cos^2 \frac{\pi}{2} (1 - \frac{\lambda}{\lambda'})}{\frac{\pi \lambda}{\lambda'} + \sin \pi (1 - \frac{\lambda}{\lambda'})}$$

Da aber die statische Kapazität  $C_A = lC$  längs der Antennenlänge  $l$  einer elektrischen Länge  $\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\lambda'}$  entspricht, so ist klar, daß die richtige effektive Antennenkapazität  $C_e'$  für irgendeine Spulenbelastung  $L_0$  aus dem Ausdrucke

$$C_e' = \frac{lC}{\frac{\pi \lambda}{2 \lambda'} \frac{\pi \lambda}{\lambda'} + \sin \pi (1 - \frac{\lambda}{\lambda'})} \frac{4 \cos^2 \frac{\pi}{2} (1 - \frac{\lambda}{\lambda'})}{\sin^2 \frac{\lambda}{\lambda'} 90 \cdot C_A} = \frac{8 \lambda'}{\pi \lambda \frac{\pi \lambda}{\lambda'} + \sin 180 [1 - \frac{\lambda}{\lambda'}]} = A_1 \cdot C_A \dots (109)$$

berechnet werden kann. Daß diese Formel richtig ist, kann man durch die Gleichsetzung von  $\lambda'$  und  $\lambda$  nachprüfen, da dies

$$C_e' = \frac{8}{\pi} \frac{\sin^2 90}{\pi + \sin 0} C_A = \frac{8}{\pi^2} C_A = C_e$$

den Fall der unbelasteten Antenne ergibt. Auf eine ähnliche Weise erhält man für die richtige effektive Selbstinduktion der belasteten Antenne

$$L_e' = \int_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} L \frac{\cos^2 X}{\sin^2 \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'}} dx = \frac{L}{\sin^2 \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'}} \left[ \frac{1}{4} \sin 2X + \frac{1}{2} X \right]_{\frac{\pi}{2}(1-\frac{\lambda}{\lambda'})}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{Ll}{\frac{\pi \lambda}{2 \lambda'} \sin^2 \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'}} \frac{1}{4} \left( \frac{\lambda}{\lambda'} \pi - \sin \pi (1 - \frac{\lambda}{\lambda'}) \right) = \frac{\lambda'}{2 \pi \lambda} \frac{\pi \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin 180 [1 - \frac{\lambda}{\lambda'}]}{\sin^2 \frac{\lambda}{\lambda'} 90} L_A = B_1 L_A \dots (110)$$



Die Richtigkeit dieses Ergebnisses wird wiederum durch Gleichsetzung von  $\lambda' = \lambda$  geprüft. Man hat dann

$$L_e' = \frac{1}{2\pi} \frac{\pi - \sin 0}{\sin^2 1} L_A = \frac{1}{2} L_A = L_e$$

wie oben für die unbelastete Antenne gefunden wurde. Der richtige effektive Antennenwiderstand  $r_e'$  wird für irgendeine Belastungselbstinduktion

$$\begin{aligned} r_e' &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} r \frac{\cos^2 X}{\sin^2 \frac{\pi \lambda}{2 \lambda'}} dx \\ &= \frac{\lambda'}{2\pi\lambda} \frac{\pi \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin 180 \left[ 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right]}{\sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} r_A = B_1 r_A, \dots \quad (111) \end{aligned}$$

wenn  $r_A = r l$  den statischen Antennenwiderstand bedeutet. Für den unbelasteten Fall  $\lambda' = \lambda$  erhält man den Wert  $r_e' = \frac{1}{2} r_A = r_e$ . Man sieht deshalb, daß für die richtigen Konstanten mit Änderung der Belastung der Widerstand  $r_e'$  im Synchronismus mit der effektiven Selbstinduktion  $L_e'$  sich ändert. Die Tabellen XIV und XV und Abb. 145 erläutern die Anwendung dieser Formeln.

**212) Vergleich der scheinbaren und richtigen Schwingungskonstanten.** Ein Vergleich der scheinbaren und der richtigen Schwingungskonstanten führt zu einer neuen Methode, mittels welcher sowohl die statischen als auch die richtigen effektiven Konstanten durch zwei Wellenlängenmessungen bestimmt werden können, sofern der Wert der Belastungselbstinduktion bekannt ist.

Gemäß Gl. (109) und (110) sind die richtigen effektiven Antennenkonstanten

$$C_{e_1} = A_1 C_A \quad \text{und} \quad L_{e_1} = B_1 L_A$$

und nach den Gl. (90) und (91) sind die scheinbaren effektiven Konstanten

$$C_{e_2} = A_2 C_A \quad \text{und} \quad L_{e_2} = B_2 L_A$$

für die Verteilungskonstanten

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{8 \lambda'}{\pi \lambda} \frac{\sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}}{\pi \frac{\lambda}{\lambda'} + \sin 180 \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right)} \\ B_1 &= \frac{\lambda'}{2 \pi \lambda} \frac{\pi \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin 180 \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda'} \right)}{\sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} \end{aligned}$$

Tabelle XIV.

Art der Schwingung	Wellenlänge in m	Richtige effektive Antennenkonstanten				Scheinbare effektive Antennenkonstanten			
		$L_c$	bezogen auf den statischen Wert $lL = LA$	Richtige Effektivkapazität $C_c$	bezogen auf den statischen Wert $lC = CA$	Scheinbare Effektiv-Selbstinduktion $L_c$	bezogen auf den statischen Wert	Scheinbare Effektivkapazität $C_c$	bezogen auf den statischen Wert
Fundamentalschwingung	$\lambda_1 = 12 \cdot 10^8 l^m \sqrt{C^F L^H}$ $= 1200 l^m \sqrt{C^m F L^m H}$	$\frac{LA}{2}$	50 %	$\frac{8}{\pi^2} CA$	81 %	$\frac{2}{\pi} LA$	$\frac{2}{\pi} CA$	63,6 %	
Erste Harmonische	$\lambda_3 = \frac{1}{3} \lambda_1$ $\cong 400 l \sqrt{CL}$	$\frac{LA}{3 \times 2}$	16,7 %	$\frac{8}{3 \pi^2} CA$	27 %	$\frac{2}{3 \pi} LA$	$\frac{2}{3 \pi} CA$	21,2 %	
Zweite Harmonische	$\lambda_3 = \frac{1}{5} \lambda_1$ $\cong 240 l \sqrt{CL}$	$\frac{LA}{5 \times 2}$	10 %	$\frac{8}{5 \pi^2} CA$	16,2 %	$\frac{2}{5 \pi} LA$	$\frac{2}{5 \pi} CA$	12,7 %	
Dritte Harmonische	$\lambda_3 = \frac{1}{7} \lambda_1$ $\cong 171,4 l \sqrt{CL}$	$\frac{LA}{7 \times 2}$	7,15 %	$\frac{8}{7 \pi^2} CA$	11,6 %	$\frac{2}{7 \pi} LA$	$\frac{2}{7 \pi} CA$	9,1 %	
Vierte Harmonische	$\lambda_3 = \frac{1}{9} \lambda_1$ $\cong 133,3 l \sqrt{CL}$	$\frac{LA}{9 \times 2}$	5,56 %	$\frac{8}{9 \pi^2} CA$	9 %	$\frac{2}{9 \pi} LA$	$\frac{2}{9 \pi} CA$	7,08 %	

Die Werte von  $C_c$  und  $L_c$  befriedigen in jedem Falle die Thomsonsche Gleichung, da ja  $C_c \cdot L_c = \frac{8}{\pi^2} CA \cdot \frac{2}{\pi} LA = \frac{2}{\pi} CA \cdot \frac{2}{\pi} LA = \frac{4}{\pi^2} CA LA$  denselben Wert für die Schwingungskonstante ergibt und man z. B. für die Fundamentalschwingung

$\lambda = 2 \pi \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{4}{\pi^2} CA \cdot LA} = 12 \cdot 10^8 \sqrt{CA \cdot LA}$  hätte. Die scheinbaren effektiven Konstanten ergeben nur den richtigen Antennenstrom, wenn ungedämpfte Schwingungen vorliegen, da in diesem Fall der Ohmsche Widerstand den Strom praktisch begrenzt.

20\*

Tabelle

Gemessene Größen		Berechnet						
Belastungsspule $L_0$ Henry	Wellenlänge $\lambda'$ Meter	$\pi \frac{\lambda}{\lambda'}$ numerisch	$\frac{8 \lambda'}{\pi}$ numerisch	$\frac{\lambda'}{2 \pi \lambda}$ numerisch	$90 \frac{\lambda}{\lambda'}$ Grade	$\sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}$ numerisch	$180 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)$ Grade	$\sin 180 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)$ numerisch
0 Unbelastete Antenne	685	$\pi$	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{1}{2 \pi}$	90	1	0	0
$L_0$ , am geerdeten Ende eingeschaltet	730	2,95	2,71	0,1697	84,5	0,991	11,17	0,1937
	800	2,69	2,97	0,186	77,1	0,952	25,9	0,4368
	870	2,47	3,23	0,202	70,9	0,895	38,2	0,6184
	950	2,265	3,53	0,221	64,9	0,822	50,2	0,7683
0,000246	1015	2,12	3,78	0,236	60,6	0,76	58,5	0,8526
0,000279	1055	2,04	3,92	0,245	58,5	0,729	63,4	0,8942
0,000308	1095	1,965	4,07	0,254	56,3	0,692	67,4	0,9232
0,000345	1130	1,905	4,2	0,262	54,6	0,665	71,0	0,9455
0,000384	1161	1,85	4,32	0,27	53,0	0,639	73,8	0,9603
0,000422	1190	1,805	4,43	0,276	51,8	0,62	76,4	0,972
0,000448	1225	1,757	4,56	0,285	50,4	0,594	79,5	0,9833
Bemerkungen	$\lambda = 685$ m für die unbelastete Antenne. Die gemessene Wellenlänge in Henry							

$$A_2 = \frac{2 \lambda'}{\pi \lambda} \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'}$$

$$B_2 = \frac{2 \lambda' \left(1 - \cos 90 \frac{\lambda}{\lambda'}\right)}{\pi \lambda \sin 90 \frac{\lambda}{\lambda'}}$$

Da die Schwingungskonstanten der scheinbaren und der richtigen Effektivwerte für ein und dieselbe Belastungsselbstinduktion  $L_0$  gleich sein müssen, so hat man

$$C_{e_1}(L_{e_1} + L_0) = C_{e_2}(L_{e_2} + L_0)$$

oder

$$A_1 C_A (B_1 L_A + L_0) = A_2 C_A (B_2 L_A + L_0).$$

Die statische oder wahre Antennenselbstinduktion kann deshalb aus dem Ausdruck

XV.

Größen		
Richtige Effektivkonstanten in Prozenten der statischen Werte $C_A, L_A$ und $r_A$		
$C_e' = \frac{\sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}}{\lambda \pi \frac{\lambda}{\lambda'} + \sin 180 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)} C_A$	$L_e' = \frac{\lambda' \pi \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin 180 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)}{2\pi \lambda \sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} L_A$	$r_e' = \frac{\lambda' \pi \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin 180 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)}{2\pi \lambda \sin^2 90 \frac{\lambda}{\lambda'}} r_A$
ieselbe Dimension wie $C_A$	Dieselbe Dimension wie $L_A$	Dieselbe Dimension wie $r_A$
81,0	50,0	50,0
85,5	47,2	47,2
90,4	44,0	44,0
93,5	41,8	41,8
95,8	40,2	40,2
96,7	39,3	39,3
97,4	38,6	38,6
97,9	38,1	38,1
98,1	37,7	37,7
98,2	37,6	37,6
98,5	37,2	37,2
98,9	31,1	31,1

ge wird mittels  $\lambda^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C_e' [L_e' + L_0]}$  nachgeprüft, wobei  $C_e'$  in Farad und  $L_e'$  in  $L_0$  einzusetzen sind.

$$L_A^H = \frac{A_1 - A_2}{A_2 B_2 - A_1 B_1} L_0^H \dots \dots \dots (112)$$

und die statische Antennenkapazität aus

$$C_A^{MF.} = \frac{\lambda^{2m} \times 10^{-10}}{144 L_A^H} \dots \dots \dots (113)$$

berechnet werden, da für die unbelastete Antenne

$$\lambda^m = 6 \pi 10^8 \sqrt{C_e^F L_e^H} = 6 \pi 10^8 \sqrt{\left[\frac{8}{\pi^2} C_A\right] \left[\frac{L_A}{2}\right]} = 12 \times 10^8 \sqrt{C_A L_A}.$$

Wenn die wahre (statische) Antennenselbstinduktion  $L_A$  bekannt ist, so kann die effektive Selbstinduktion  $L_0$  der Belastung nach Gl. 112 berechnet werden. Näheres siehe unter Messungen.

## XXVI. Ermittlung von empirischen Gesetzen.

213) **Graphische und analytische Verfahren.** Die Charakteristiken gewisser Apparate folgen bestimmten Gesetzen, welche entweder theoretischen oder empirischen Ursprungs sein können. Die letzteren haben den Vorteil, daß ihnen die tatsächliche Arbeitsweise zugrunde gelegt ist. Die einfachsten Gesetze beruhen auf einer linearen Änderung, andere folgen einem quadratischen Ausdrucke u. dgl. In vielen Fällen stellt die Kurve eine recht komplizierte Gleichung dar, die nicht ohne tieferes Studium gefunden werden kann.

Im allgemeinen kann die Gleichung irgendeines eindeutigen Kurventeils, der regelmäßig verläuft, durch einen Ausdruck von der Form

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots \quad (1)$$

befriedigt werden. Die Größen  $y$  und  $x$  bedeuten die entsprechenden Ordinaten und Abszissen der Experimentalkurve oder desjenigen Teiles davon, welcher studiert werden soll. Man verwendet gerade so viele Koordinaten als man Glieder hat, d. h. wenn die Charakteristik mittels des Ausdruckes

$$y = a + bx + cx^2$$

genügend genau bestimmbar ist, so verwendet man drei Koordinaten ( $y_1, x_1 \dots y_3, x_2 \dots y_3, x_3$ ) und findet aus den Simultangleichungen

$$y_1 = a + bx_1 + cx_1^2$$

$$y_2 = a + bx_2 + cx_2^2$$

$$y_3 = a + bx_3 + cx_3^2$$

die Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .

Beispiel Nr. 1: Wenn ein Kurventeil in der Nähe des Schnittpunktes mit der Ordinatenachse studiert werden soll, so verwendet man irgendwelche Koordinaten, wie  $y_1 = 0,6$ ,  $x = 0 \dots y_2 = 4,6$ ,  $x_2 = 1 \dots y_3 = 29,4$ ,  $x = 3$ , die zu den Gleichungen

$$0,6 = a,$$

$$4,6 = a + b + c,$$

$$29,4 = a + 3b + 9c$$

$$\text{und } b = 1,2 \dots c = 2,8$$

führen. Die Formel für den Kurventeil wird somit:

$$y = 0,6 + 1,2x + 2,8x^2,$$

woraus man ersehen kann, daß das Glied mit  $x^2$  einen großen Einfluß hat.

Wenn ein solcher Fall vorliegt oder die aufgetragene Kurve bedeutende Krümmung aufweist, so ist es immer besser, wenigstens



Da die Gleichung

$$Y = k \cdot X + A \dots \dots \dots (2)$$

für die gerade Linie mit der Neigung  $k$  und dem Abschnitt  $A$  auf der  $Y$ -Achse schnell lösbar ist, so führt man kompliziertere Formeln auf eine Beziehung dieser Art zurück. Dies ist in Tabelle XVI näher behandelt.

Die Voruntersuchung besteht darin, daß man gemäß Tabelle XVI zwei Veränderliche (z. B. Spannung und Strom) einer Versuchsreihe als Ordinate und Abszisse aufträgt. Wenn eine gerade Linie erhalten wird, so hat man eine Charakteristik der Form (1), welche für das Spannungs-Strombeispiel durch den Ursprung gehen muß und deshalb für  $b=0$  das Ohmsche Gesetz  $y=ax$  mit  $a$  als dem Widerstand ausdrücken würde. Wenn dagegen die Kurve gekrümmt ist, so kann man entweder das Verfahren der Gl. (1) auf Seite 310 mit mehreren Gliedern versuchen oder, was besser ist, die Fälle 2, 3, 4, 5 und 6 der Tabelle XVI nacheinander ausprobieren, bis eine gerade Linie

Tabelle XVI.

Mögliche Normal-Formeln	Gleichung für die gerade Linie, welche für alle angegebenen Formeln gilt	wenn	da	Verfahren
1. $y = ax + b$	$Y = kX + A$	$k = a; A = b$ $Y = y; X = x$		Trage auf: $x$ als Abszisse und $y$ als Ordinate
2. $y = ax^2 + b$		$k = a; A = b$ $Y = y; X = x^2$	$y = a(x^2) + b$	$x^2$ als Abszisse und $y$ als Ordinate
3. $y = axy + b$		$k = a; A = b$ $Y = y; X = xy$	$y = a(xy) + b$	$xy$ als Abszisse und $y$ als Ordinate
4. $y = a \frac{y}{x} + b$		$k = a; A = b$ $Y = y; X = \frac{y}{x}$	$y = a \left( \frac{y}{x} \right) + b$	$\frac{y}{x}$ als Abszisse und $y$ als Ordinate
5. $y = ax^q$		$k = q;$ $A = \log a$ $Y = \log y$ $X = \log x$	$(\log y) = q(\log x) + \log a$	$\log x$ als Abszisse und $\log y$ als Ordinate
6. $y = a \cdot \varepsilon^{qx}$		$k = 0,4343 q$ $A = \log_{10} a$ $Y = \log_{10} y$ $X = x$	$(\log_{10} y) = qx \log_{10} \varepsilon + \log_{10} a$ $= 0,4343 qx + \log_{10} a$	$x$ als Abszisse und $\log_{10} y$ als Ordinate

erhalten wird. Wenn selbst das Verfahren der Formel (6) eine gekrümmte Kurvenform ergeben sollte, d. h. für  $x$  als Abszisse und  $\log y$  als Ordinate keine Gerade erhalten wird, so kann man die Annäherungslösung

$$\log y = a + bx + cx^2 + \dots \dots \dots (6a)$$

versuchen. Wenn man die Lösung (6) mit dem Logarithmus zur Basis  $\varepsilon = 2,718 \dots$  auszuwerten wünscht und keine Tabelle für die hyperbolischen<sup>1)</sup> Logarithmen zur Verfügung hat, so kann man den gewöhnlichen Logarithmus ( $\log_{10} = \log$ ) verwenden, wenn die Übergangsbeziehung

$$\log \varepsilon = 2,3026 \log$$

benutzt wird.

Beispiel Nr. 2. Eine Versuchsreihe ergab die Werte:

$x$	1	2	3	4	5	6	8	9	16
$y$	3	4,25	5,21	6	6,75	7,4	8,55	9	12

Die Kurve mit  $x$  als Abszisse und  $y$  als Ordinate ist gekrümmt, aber regelmäßig. Man versucht deshalb den Fall 5 der Tabelle XVI und berechnet die Tabelle

$\log x$	0,000	0,301	0,477	0,602	0,699	0,778	0,903	0,954	1,204
$\log y$	0,477	0,627	0,717	0,778	0,829	0,869	0,932	0,954	1,079

Wenn man hierauf  $\log y$  und  $\log x$  als Ordinaten aufträgt, bekommt man eine gerade Linie, welche die Neigung 0,5 hat und die logarithmische Länge 0,477 von der Ordinatenachse abschneidet. Man hat somit gemäß der Tabelle XVI

$$\log y = 0,5 \cdot \log x + 0,477$$

und die Lösung

$$y = 3x^{0,5} = 3\sqrt{x},$$

da  $\log a = 0,477$  dem Werte 3 entspricht. Die Richtigkeit dieses Ergebnisses kann man mittels irgend zweier Koordinaten (z. B.  $\log y_1 = 1,079$ ;  $\log x_1 = 1,204$  und  $\log y_2 = 7,17$ ;  $\log x_2 = 0,477$ ) mittels den Simultangleichungen

$$\begin{aligned} 1,079 &= 1,204 q + \log a \\ 0,717 &= 0,477 q + \log a \end{aligned}$$

prüfen.

Beispiel Nr. 3. Wenn die Volt-Ampere-Charakteristik eines Lichtbogens für die statischen Werte graphisch aufgetragen wird, so

<sup>1)</sup> Ist auch als Napierischer oder als natürlicher Logarithmus bekannt.



erhält man eine fallende gekrümmte Kurve, wie in Abb. 128a auf Seite 214 angedeutet ist. Sofern man das Leistungsprodukt  $V \cdot I$  als Ordinate und den Strom  $I$  als Abszisse aufträgt, bekommt man in Annäherung eine gerade Linie der Form

$$(V \cdot I) = a \cdot I + b,$$

d. h.

$$Y = kX + A,$$

wenn  $k = b$ ,  $A = a$ ,  $Y = V$  und  $X = \frac{1}{I}$ . Man hat somit die endgültige Gleichung für die Lichtbogencharakteristik

$$V = \frac{b}{I} + a.$$

Die zwei bestimmenden Koordinatenpunkte des Kurventeiles seien:  $V_1 = 50,25$  Volt,  $I_1 = 1,96$  Ampere und  $V_2 = 45$ ,  $I_2 = 5,97$ . Man hat somit

$$\left. \begin{array}{l} 50,25 = \frac{b}{1,96} + a \\ 45 = \frac{b}{5,97} + a \end{array} \right\} \text{d. h. } a = 42,45 \text{ und } b = 15,3.$$

Die Formel für den Kurventeil ist dann

$$V = \frac{15,3}{I} + 42,45.$$

In der Regel ergibt die algebraische Lösung für die Konstanten  $a$  und  $b$  genauere Resultate als die graphische Methode mittels der Neigung und dem Ordinatenabschnitt der geraden Linie. Die besten Werte erhält man dann, wenn man das graphische Verfahren dazu verwendet, um die durchschnittsgerade Linie festzustellen und die maßgebenden Koordinaten auf der Geraden wählt.

Beispiel Nr. 4. Für das Gitterpotential Null einer gewöhnlichen Dreielementröhre ergaben sich die folgenden Werte des Anodenstromes  $I_P$  in Abhängigkeit von der statischen Anoden-EMK  $E_P$ .

$E_P^{\text{Volt}}$	50	100	200	300	400
$I_P^{\text{MA}}$	2,3	7,5	28,5	63	72,5

Die Kurve mit  $I_P$  als Abszisse und  $E_P$  als Ordinate hat die bekante S-Form, während die Charakteristik auf Logarithmenpapier beinahe geradlinig verläuft. Man findet als einen angenäherten Wert mittels des graphischen Verfahrens den Ausdruck

$$E_P = 32 I_P^{0,55}.$$

Da es von größerer praktischer Bedeutung ist,  $I_P$  in Abhängigkeit der Platten-EMK  $E_P$  zu haben, so berechnet man zunächst die folgenden Logarithmen:

$\log I_P$	0,356	0,874	1,454	1,799	1,86
$\log E_P$	1,699	2,—	2,301	2,477	2,602

Wenn man den unteren Kurventeil ins Auge faßt, so ergeben die maßgebenden Koordinatenpunkte die Simultangleichungen

$$\begin{aligned} 0,356 &= 1,699 q + \log a, & \text{d. h.} & \quad q = 1,715; \log a = -2,556; \\ 0,874 &= 2 q + \log a, & & \quad a = 0,00278 \end{aligned}$$

mit der Gleichung

$$I_P = 0,00278 E_P^{1,715}$$

Für den oberen Teil der Charakteristik erhält man

$$\begin{aligned} 1,454 &= 2,301 q + \log a, & \text{d. h.} & \quad q = 1,96; \log a = -3,061; \\ 1,799 &= 2,477 q + \log a, & & \quad a = 0,000869 \end{aligned}$$

$$I_P = 0,000869 E_P^{1,96} \text{ MA.}$$

Beispiel Nr. 5. Die graphische Darstellung der Ergebnisse einer Versuchsreihe lieferte praktisch eine gerade Linie, wenn  $x$  die Abszisse und  $\log y$  die entsprechende Ordinate bildete. Man hat somit den sechsten Fall der Tabelle XVI. Die maßgebenden Koordinaten seien:  $\log y_1 = 0,845$ ,  $x_1 = 3,892$  und  $\log y_2 = 0,623$ ,  $x_2 = 2,87$ . Da

$$(\log y) = 0,4343 qx + \log a,$$

so hat man wiederum die Simultangleichungen

$$\begin{aligned} 0,845 &= 0,4343 \times 3,892 q + \log a, & \text{d. h.} & \quad q = 0,49; \log a = 0,019; \\ 0,623 &= 0,4343 \times 2,87 q + \log a, & & \quad a = 1,0278 \end{aligned}$$

mit der empirischen Formel

$$y = 1,0278 \cdot \varepsilon^{0,49 X}.$$

**214) Kritik für kleine Ablesungsfehler.** Im Beispiel Nr. 5 ergibt eine Rechenschieberberechnung das angegebene Resultat. Gewöhnliche Multiplikationen und Divisionen und eine mehrstellige Logarithmentafel ergibt

$$y = 1 \cdot 007 \cdot \varepsilon^{0,50017 X}$$

was im großen und ganzen dasselbe Ergebnis ist, da der Exponent im vorigen Falle 0,499 war. In vielen Fällen ist aber eine Kritik der eventuellen Ablesungsfehler erwünscht.

Wenn entsprechende Koordinaten der  $y = f(x)$ -Kurve an einem ungünstigen Teile abgelesen werden, so kann man wie folgt verfahren: Die Größe  $\Delta x$  bedeute eine kleine Abweichung vom tatsächlichen Werte von  $x$  und  $\Delta y$  den zu berechnenden Fehler der  $y$ -Ordinate.

Die Sehne, deren Neigung durch das Verhältnis  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ausgedrückt ist, wird dann praktisch parallel mit der Tangente  $\frac{dy}{dx}$  am Versuchspunkt. Der prozentuale Fehler  $F_y^0/0$  in  $y$  wird dann

$$F_y^0/0 = \frac{\Delta y}{y} 100 = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\Delta x}{y} 100,$$

da  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ . Dieses Gesetz gilt allgemein.

Beispiel Nr. 6. Die Ablenkung eines Instrumentes war  $x = 35$  mm und der Ablesungsfehler ungefähr  $4^0/0$ . Welches ist die prozentuale Änderung im entsprechenden Stromwerte  $y$ , wenn die Eichkurve durch das Gesetz

$$y = 3x + 0.1x^2$$

befriedigt ist?

$\Delta x = \frac{4x}{100} = \frac{x}{25}$  und  $\frac{dy}{dx} = 3 + 0.2x$ , das die Änderung

$$F_y = \frac{(3 + 0.2x)x}{25(3x + 0.1x^2)} 100 = 6.15^0/0 \text{ ergibt.}$$

Beispiel Nr. 7. Wenn die Einstellung längs der logarithmischen Skala eines Rechenschiebers so geschehen kann, daß der Fehler in der dritten Stelle nach dem Komma nicht mehr als die Einheit beträgt, was ist der entsprechende Fehler im Numerus?  $x$  bedeute den Logarithmus einer Zahl  $x$ , d. h. es sei

$$\log_{10} y = x.$$

Man hat somit  $\Delta x = \pm 0.001$  und  $\frac{d(\log_{10} y)}{dy} = \frac{0.4343}{y} = \frac{dx}{dy}$ , da

$\log_{10} y = 0.4343 \log_e y$ . Daher  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{0.4343}$  und

$$F_y = \frac{y}{0.4343} 0.001 \frac{100}{y} = 0.231^0/0.$$

D. h.  $\pm 0.231^0/0$  ist die wahrscheinliche Abweichung der Zahl (Numerus) oder weil  $\Delta y = \frac{dy}{dx} \Delta x = \frac{y}{434.3}$ , so ist der  $\frac{1}{434.3}$ te Teil der Zahl die Abweichung.

## Namen- und Sachverzeichnis.

(Die Zahlen beziehen sich auf die Seiten, falls nicht anders angegeben.)

- Ablesefehler 315.  
Abklingkonstante einer Leitung 279, 281.  
Abstimmsschärfe 164.  
Äquivalente (wirksame) Leiterkonstanten 135, 184f., 192, 196f., 200f., 205, 244 (Tab. V), 299f.  
Akustische Resonanz 125f.  
Alexander, E. F. W. 3, 8, 10, 30, 38, 65, 173.  
Amplitude 114, 202, 231, 234f.  
Amplitudenkurve 2 (Abb. 1), 5 (Abb. 1a), 6 (Abb. 2), 60 (Abb. 38), 62 (Abb. 40), 63 (Abb. 41), 95 (Abb. 59 bis VII), 101 (Abb. 61 und 62), 102 (Abb. 63).  
Antennen, Allgemeines 184.  
— Dämpfung (Dekrement) 200.  
— Impedanz 201.  
— künstliche (äquivalent) 185 (Abb. 122).  
— Leistungsfaktor 200.  
— Messungen 184f.  
— Wellenlänge 208, 262 (Tab. VIII), 283 (Tab. IX), 307 (Tab. XIV).  
— wirksame Höhe 205f.  
— wirksame Konstanten 184f., 198, 200, 300f.  
Aperiodische Verstärkung 65 (Abb. 42).  
Aperiodische Detektoranordnung 100.  
Appleton, E. V., 19.  
Arco, G., Graf von, Frequenzverstärkung 36.  
Argonatome 57.  
Armstrong, E. H., Röhrenschwingungserzeuger 16.  
— Verstärkung durch Wiedererzeugung 79, 82.  
Arno, Hochfrequenzgenerator 12.  
Audion, s. Röhren.  
Aufnahme von Schwingungen 123f.  
— der dynamischen Lichtbogencharakteristik (Bogenhysteresisschleife) 166.  
— der magnetischen Hysteresisschleife 169.  
— des zyklischen Stromdiagramms 167.  
— mittels der Punktmethode 110.  
Austin, L. W., Unterbrechererregger 3, 7.  
— Antennenkapazität 186.  
— Empfangsstromstärke 203, 204.  
Ayrton, H., Lichtbogencharakteristik 214.  
Ballantine, S., Meßmethode für die gegenseitige Leitfähigkeit einer Drei-Elementröhre 182.  
Barkhausen, H., über Röhren 69, 70.  
— Gütemaß einer Röhre 182.  
— Übertragungsformel 205.  
Baretter (Bolometeranordnung) 103.  
— Eichung 106.  
Bayer, O. von, über Röhren 54.  
Beltz, H. H., über Röhren 82.  
Berechnung der richtigen wirksamen Antennenkonstanten 300f.  
— der Gleichung von charakteristischen Kurven 310f.  
Bethénod, J., Theorie des Röhrenschwingungserzeugers 19.  
Bisymbolische Gleichungen 239f.  
Blockkondensator 65 (Abb. 42), 67, 101, 104, 105 (Abb. 66), 224.  
Blondel, A., über Röhren 19.  
— über den Lichtbogen 214.  
Boltzmann-Formel 53.  
Braun, F., Kathodenstrahlröhre 88.  
Brooks, M., Berechnung von Selbstinduktion 148.

- Buée, die unmögliche imaginäre Einheit als senkrechte Linie 233.
- Bush, V., über verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeiten und den Heavisidischen Operator 235.
- Campbell, A., 234.
- Carpentier, J., Wellenmesser 119.
- Chaffee, E. L., Stoßerregung für ungedämpfte Wellen 3, 5f. (Abb. 3).  
— Kathodenstrahlröhre 89.
- Carson, J. R., Anwendung des Expansionstheorems auf dynamische Systeme 238.
- Charakteristik, eines Gleichrichters 39f. (Abb. 29).  
— einer gewöhnlichen Drei-Elementröhre 54f. (Abb. 34), 71 (Abb. 44), 72 (Abb. 45), 178f. (Abb. 115 a, 115 b).  
— einer Zwei-Elementröhre 48f. (Abb. 33).  
— eines Lichtbogens 14f. (Abb. 11).  
— Aufnahme derselben 166 f.  
— eines Dynatrons 86, 178 (Abb. 115 a).  
— Aufstellung der Gleichung dafür 228f., 230.  
— eines Pliodynatron 179 (Abb. 115b).
- Child, C. D., Anfangsgeschwindigkeit von Elektronen für glühende Kathoden 52.  
— Lichtbogen (Electric Arcs) 214.
- Cohn, L., Antennenkonstanten 186.
- Coronavoltmeter 116.
- Dämpfung (Dekrement), Formeln 5, 250, 257, 262f. (Tab. VIII).
- Dämpfungsfaktor (Dämpfungskonstante), 234, 248f.
- Dekrement, lineares 157.  
— logarithmisches 157, 200.  
— Messungen 157f., 200, 201.  
— mit Leistungsfaktor verglichen 158, 200.
- Debije, P., 50.
- Dellinger, J. H. 164.
- Detektoren 100f.
- Dielektrische Konstante 211.
- Dielektrischer Verlust 153, 155.
- Dielektrischer Widerstand 153f., 210.
- Differentialkalorimeter 97, 148, 149, 170, 171.
- Differentialsysteme 97f.
- Differentialtransformator 97, 98, 131, 134, 140, 141, 147, 149, 153, 155, 162, 183, 211.
- Dolezalek, Quadrantelektrometer 100.
- Drei-Elementröhren 17f., 54f., 68f., 87, 101, 102, 109, 114f., 119, 178f.
- Drosselspulen 13 (Abb. 10), 18 (Abb. 15), 47, 48, 80, 91 (Abb. 75), 92 (Abb. 57), 104, 105 (Abb. 66), 107 (Abb. 68), 109 (Abb. 71), 138.
- Duddell, W., Thermogalvanometer 104.
- Dufour, Kathodenstrahlröhre 89.
- Durchgriff, Definition 75.  
— Messung 180.
- Durchlagsspannung 113.
- Dushman, S., glühender Kathodengleichrichter (Kenotron) 50, 53.
- Dynamische Charakteristik des Lichtbogens 14 (Abb. 11), 166f. (Abb. 107), 224.  
— der gewöhnlichen Drei-Elementröhre 21 (Abb. 17), 25, 54f. (Abb. 35), 72, 95 (Abb. 59—VIII und IX), 178.  
— des Dynatrons 178 (Abb. 115a).  
— des Pliodynatron 179 (Abb. 115b).
- Dynamometer 42, 108, 172, 209.
- Dynatron, Apparat mit einem negativen Widerstand 86f., 179.  
— Pliodynatron 86f., 179.  
— und Pliotron in Parallelschaltung 87.
- Dynatronschwingungserzeuger 28.  
— Theorie 228f.
- Ebert, elektrostatische Ablenkung von Kathodenstrahlen 89.
- Eccles, W. H., über Röhren 69.  
— Übertragungsformel 204, 205.  
— Verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit 234.
- Edison, A., 48.
- Eichhorn, G., Unterbrechererregger 3, 7.
- Eichung von Hitzdrahtinstrumenten 106.  
— von Bolometern (Baretteranordnungen) 106.  
— von Kondensatoren 130f.  
— von Selbstinduktionen 140.  
— von Thermokreuzen 105.  
— von Widerständen 145f.  
— von Wellenmessern 120f.

- Eigenfrequenz, siehe Eigenwellenlänge und Eigenperiode 118.  
 Eigenwellenlänge 118, 188, 262 (Tab. VIII), 283 (Tab. IX), 307 (Tab. XIV).  
 Einschaltstrom, dessen Beschleunigung 222.  
 Einstein, Lorentz-Gesetz 52.  
 Einthoven Galvanometer 100.  
 Elektrische Länge 279f.  
 Elektrolytischer Gleichrichter 59.  
 Elektrometer 113.  
 Elektronen (Primär) 48—58, 61, 62.  
 — (Sekundär) 54, 86, 178f. (Abb. 115a und 115b), 230.  
 Elektronenaffinität 50.  
 Elektroskop für Strommessung 100.  
 Elektrostatischer Spannungsteiler 112.  
 Empfangsstromstromstärke 203f.  
 Empfindlichkeit von Hörtelephon 88, 108f.  
 Energie eines Kondensators 4.  
 Energiemessung 150f., 201.  
 Energieverstärker 64f.  
 Entladespannung 111 (Abb. 72), 124, (Abb. 81a).  
 Entladungszahl 127f.  
 Epstein, J., Frequenzverstärker 37.  
 Erdwiderstand 199.  
 Erregung, Funken- 1f. (Abb. 1), 3, 5.  
 — Elektronenröhren 60f.  
 — Löschfunken 3, 5 (Abb. 1a), 6 (Abb. 2).  
 — Unterbrecher 7.  
 — Braunschwer Röhre 90f.  
 Ettenreich, R. 19.  
 Faßbender, H., Kathodenstrahlröhre 89.  
 Feddersen, W., Funkenaufnahme im Drehspiegel 123, 212.  
 Fehlerberechnung 315f.  
 Feldstärke (magnetisch), Bestimmung derselben 173f.  
 Ferrié, G., Wellenmesser 119.  
 Fessenden, R. A., Hochfrequenzgenerator 3, 10f.  
 — Heterodynedetektor 103, 127.  
 — Elektolytische Zelle 59.  
 — Magnetische Regulierung 65.  
 Flemming, J. A., Valve 48, 101.  
 — Kathodenstrahlröhre 89.  
 — Lichtbogen 214.  
 Flemming, J. A., über Röhren 19, 48, 69, 101.  
 — Verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit 233.  
 Forest, Lee de, Erfinder des Gitters der Drei-Elementröhre 54, 102.  
 Formfaktor, von Sender- und Empfangsantenne 203f. (Tab. IV und IVa).  
 — Bestimmung desselben 177.  
 — von gleichgerichteten Strömen 42, 210.  
 Fortescue, C. L. 19.  
 Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen, Ableitung 279f.  
 — Formel 287.  
 Fortschreitende Wellen 284, 285, 288, 289f.  
 Frayne, J. G., Normalwiderstand 145.  
 Fremderregung von Röhren 103.  
 Frenckel, J. 50.  
 Frequenz von Kondensatorkreisen 4, 248f.  
 — Ableitung dafür 248f., 251, 262f. (Tab. VIII).  
 — faktor 211.  
 — messung 118f.  
 — verglichen mit Periodenzeit, Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit 118, 287.  
 — von Röhrenschwingungserzeugern 20, 23, 24, 26, 29.  
 — von Transformatoren 31, 32.  
 — von Lichtbogenschwingungen 13f. 224f., 227.  
 — von Wellengruppen 127f.  
 — Zahlenbeispiel 254f., 257.  
 Fuller, L. F., Lichtbogengenerator 16.  
 — Ferromagnetischer Generator 12.  
 — Übertragungsformel 204, 205.  
 Funkendämpfung 157.  
 Funkenstrecke, gewöhnliche 1f.  
 — rotierende 8.  
 — Stoß (Lösch) 5f.  
 — Wien, Chaffee, Glatzel, Lepel, Peukert 3, 5.  
 Funkenstreckenvoltmeter 113.  
 Funkenwiderstand 130, 248, 251.  
 Funkenzahlen in der Sekunde 123f., 127f., 212.  
 Galvanometer, Duddell 104.  
 — Kurzschlußring 108.

- Galvanometer, Wirbelstrom 108.  
 Gasdichte beim Lichtbogengenerator 16.  
 Gati, Bela, Baretter 103.  
 Gedämpfte Schwingungen 1f.  
 — Theorie 248f.  
 Gegenseitige Induktion, Bestimmung derselben 141f.  
 — und Kopplungskoeffizient 141.  
 Gegenseitige Leitfähigkeit zwischen Gitter und Anode 20, 23, 24, 55 (Abb. 34), 70, 78f.  
 — Bestimmung 182.  
 Gehrke, E., Glimmlichtoszillograph 124.  
 Geißlersche Röhre 128, 165.  
 Gekoppelte Systeme 141f., 259f.  
 Generatoren, Goldschmidt, Alexander-son-Fessenden, La Tour 3, 8f.  
 — Funken 1f.  
 — Lichtbogen 13f.  
 — Löschfunken 5f.  
 — Röhren 16f.  
 — Stoßfunken 5f.  
 Gesetze, empirische für die verschiedenen Charakteristiken 70, 203, 224, 230.  
 — Ableitung derselben 310f.  
 Giesel 89.  
 Gitterkondensator 18.  
 Glatzel, B., Stoßerregung 5.  
 Gleichrichter 39f.  
 — Messungen 177f., 209f.  
 Gleichrichtungsfähigkeit 209.  
 Glimmlichtröhre 124.  
 Goldschmidt, R., Hochfrequenzmaschine 3, 8f.  
 Goldsmith, A. N., über Röhren 16.  
 — Frequenzwechsler 35.  
 Greinacher, H., 63.  
 Groot, C. J. de 82.  
 Grundschwingungen 279f. (Abb. 141, 142), 283 (Tab. IX), 291 (Abb. 143), 294 (Abb. 144), 307 (Tab. XIV).  
 Gütemaß von Drei-Elementröhren 182.  
 Gutton, C., Röhrenschwingungen 19, 69.  
**Hamilton, W.**, Begründer der Quaternionentheorie 233.  
 Harmonische Methoden 132, 137, 140.  
 Harmonische Schwingungen 279f. (Abb. 141, 142), 283 (Tab. IX), 291 (Abb. 143), 294 (Abb. 144), 307 (Tab. XIV).  
 Hartley, R. V. L., 65.  
 Hartmann und Braun, Hitzdrahtinstrumente 33.  
 Hausrath, H., Differentialmethode 100.  
 — Kathodenstrahlröhre 88, 89, 93.  
 — Kontaktdetektoren 59.  
 Hazeltine, L. A., Röhrenschwingungen 19, 20.  
 Heaviside, D., Impedanzoperator 235.  
 Heising, R. 69.  
 Helmholtz, H. von, Verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeit 234.  
 Helmholtzsches Pendel 110, 128.  
 Hertz, H., Strahlung 200, 205.  
 Hilfsspannung 40, 41.  
 Hitzdrahtinstrument 33.  
 — Eichung 106.  
 Hochfrequenzleitung 278f.  
 Hochfrequenzleistung 4, 20, 46f., 53, 97f., 150f., 166f., 168f., 182, 201.  
 Hörempfänger 85, 88, 108, 125f.  
 Horizontale Antennen 278f.  
 Howe, G. W. O., Verstärkung 82.  
 — Formel für Antennenkapazität 186.  
 Hull, A. W., Dynatron 28, 86f., 113, 229.  
 Hull, L. M., Kathodenstrahlröhre 89, 93, 179.  
 Hund, A., Röhrenschwingungen, Theorie 19.  
 — Antennenformeln und Messungen 186, 191—193f., 300f.  
 — Bisymbolische Gleichungen 239f.  
 — Differentialsysteme für Hochfrequenz 98, 131, 134, 140, 141, 147, 149, 153, 155, 162, 183, 211.  
 — Frequenztransformation 38, 39.  
 — Gleichrichter 39f., 44.  
 — Magnetische Messungen 171, 176.  
 — über Röhren 28, 50, 54, 69, 114.  
 — Thermokreuzbrücke als Phasen- und Leistungsmesser 105.  
 — über negativen Widerstand 213f.  
 — Verallgemeinerte symbolische Methode 231f., 279f.  
 — Verluste in Kondensatoren und Spulen 147, 149, 154.  
 Hupka, Kathodenstrahlröhre 89.  
 Hysteresis, magnetisch 169.  
 — Lichtbogen 13, 166, 214.  
 Impedanz, verallgemeinerte 241f., 244 (Tab. V).

- Impedanz einer Antenne** 201, 279f., 282, 283, 286, 299f.  
 — einer Leitung 201, 279f., 282, 283, 286, 299f.  
 — eines gewöhnlichen Transformators 211.  
 — Operatoren 241f., 244f. (Tab. V).  
 — wirksame eines Verstärkungstransformators, 183.
- Indikatoren** 100f.  
**Induktormaschine** 3, 10f.  
 — Resonanz, Formel 32.  
 — Resonanzinduktor 32.
- Inouye, N., Whitehead, J. B., Coronavoltmeter** 116.
- Ionisationsspannung** 57, 116, 130, 251.  
**Ionisation** 48, 50, 51f., 57, 116, 130, 251.
- Isakow, L., Resonanzmessung** 105.  
**Isolatorkapazität** 137.  
**Isolierwiderstand** 210.
- Isshiki, T., Whitehead, Coronavoltmeter** 116.
- Joly, M., Frequenzwechsler** 37.
- Joulesche Wärme als ein Hilfsmittel für die Bestimmung des Dekrements** 157.  
 — für die Bestimmung von Widerstand und Eisenverlusten 97, 148, 149, 171.  
 — für die theoretische Bestimmung von Antennenwiderstand 293, 301 bis 303.
- Kapazität, Bestimmung** 130f.  
 — Bestimmung der Antennenkapazität 184f.  
 — Spulenkapazität 136f.  
 — statische Formeln für Antennen 184f., 187f., 190, 191, 192f., 194, 286, 298, 307, 309.  
 — wirksame Formeln 184f., 192f., 300f.
- Kathodenröhren, Zwei-Element-** 48f., 57, 177f.  
 — Dynatron 28, 86f., 178f., 213, 214, 216, 218, 229.  
 — gewöhnliche Drei- und Mehr-Element- 16f., 54f., 60f., 68f., 178.
- Kathodenstrahlröhre (Braun), kalte Kathode** 88f., 151, 153, 163, 166, 167, 169.
- Hund, Grundlagen.**
- Kathodenstrahlröhre, Deutung von Abbildungen** 92f.  
 — Glühkathode 89f., 179.  
**Keinath, G., Stromwandler** 107.  
**Kenelly, A. E., verallgemeinerte Winkelgeschwindigkeiten** 233.  
**Kondensatorentladung, aperiodische Schaltung** 247.  
 — Frequenz, Wellenlänge 248f., 262f.  
 — periodische Schaltung 248f.  
**Kondensator, Verlustmessung** 153f.  
 — belastete Antenne 187f., 293f.  
 — dielektrische Konstante 211.  
 — Frequenzfaktor 211.  
**Kontaktapparate, rotierende Gleichrichter** 41, 92 (Abb. 56 und 57).  
 — Druckgleichrichter (Kristall) 59.  
**Kopplungskoeffizient, Definition und Vergleich mit gegenseitigen Induktion** 141.  
 — Bestimmung 141f.  
 — Theoretische Betrachtungen 261f.  
**Kraftliniendichte, magnetisch** 173.  
**Kühn, L., magnetische Regulierung der Hochfrequenzenergie** 65.
- Lademenge eines Kondensators** 4, 18, 93 und Abb. 59, II, III, IV, 110f., 130.
- Langmuir, I., Röhrencharakteristiken im hochgradigen Vakuum** 50, 51, 53, 69.
- Latour, M., Hochfrequenzmaschine** 3, 11f.
- Lautverstärker** 65, 85, 88.  
**Leistungsmessung** 97, 150f.  
 — der Antenne 201.  
 — einer Drei-Elementröhre 182.  
 — eines Eisenkerns 169f.  
 — eines Gleichrichters 42f., 177f., 209f.  
 — eines Kondensators 153, 155.  
 — eines Lichtbogens 166.
- Leistungsfaktor, Formel** 158, 200.  
 — Messung 164, 171.  
 — einer Antenne 200.  
 — mit Dekrement verglichen 158, 200.
- Leistungsstrom, Bestimmung** 176.  
**Leistungsverstärker** 64f.
- Leitfähigkeit eines Kondensators** 249.  
 — eines Dielektrikums, kreuzweise zur Leitung (Streuung) 279.  
 — gegenseitige einer Drei-Elementröhre, Definition 20, 23, 55, 70, 78.



- Leitfähigkeit, Messung derselben 182.  
 Lepel, E. von, Löschfunkenstrecke 5.  
 Leydener Flaschen, Kapazitätsbestimmung 131 f.  
 — Verlustbestimmung 153, 155.  
 Libby, M. T., Übertragungsformel 203.  
 Lichtbogengleichung 224, 314.  
 Lichtbogenhysteresis 166, 214.  
 Lichtbogenschwingungen 13 f., 213 f. 224 f.  
 — Messungen 165 f.  
 Liebowitz, B. 82.  
 Lindemann, R., Stromwandler 107.  
 Lineares Dekrement 157.  
 Lorentz-Einstein-Gesetz 52.  
 Löschfunken 5 f.  
 — Beobachtung 212.  
 Löschwirkung 5 f.  
 Lose Kopplung 261 f.  
 Luftleiternmessungen 184 f.  
 — Wellenlängenformel 208, 283, 286, 290 f., 297 (Abb. 145), 307—309.  
 — Wellenverteilung 184, 208, 278 f. 280 (Abb. 141), 281 (Abb. 142), 286, 289 f., 291 (Abb. 143), 294 (Abb. 144), 297 (Abb. 145).  
 Magnetische Messungen 168 f.  
 — Verstärker 65.  
 Magnetische Oberflächenwirkung 173, 174.  
 — Gebläse 13, 16.  
 Magnetischer und elektrischer Kreis, Vergleich 169.  
 Magnetisierungskomponente 176.  
 Mandelstam, L., Dynamometer 108.  
 Martens, F. F., Röhren 69 (Fußnote).  
 Maschinen für Hochfrequenz 8 f.  
 Mathematik der verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeit und der symbolischen Methode 231 f.  
 Mathematische Bestimmung von Experimentalkurven 310 f.  
 Maximalamplituden von Strom und Spannung 124, 231, 232, 234 f.  
 — Bestimmung für irgendwelche Form 113 f.  
 — von Antennenschwingungen, deren Bestimmung 202.  
 McLachlan, N. W., Verhalten von Eisen für sehr schnelle Schwingungen 173.  
 — Stromwandler 107.  
 Mechanische Löschwirkung 3, 5 f.  
 Mehr-Elementgleichrichter (bzw.) Röhren 54, 86, 179.  
 Meikle, G. S. 57.  
 Meißner, A., erster Schwingungserzeuger 16.  
 — Eigenwellenlänge von Antennen, Erfahrungsformeln 208.  
 — Röhrenschaltung mit vergrößerter Verstärkung 79.  
 Miller, J. M., über Röhren 82.  
 — Verstärkungskonstante und innerer Widerstand, Brückenmethode 180.  
 Millikan, R. A., elektrost. Ladeinheit 50.  
 — Sekundärelektronen 230.  
 Minohara, T., Frequenzwechsler 35.  
 Minton, J. P., Braunsche Röhre 151.  
 De Moivre, Theorem 233 und Abb. 138.  
 Morecroft, G. S., über Röhren 53.  
 Murray, Erskine, Strahlungswiderstand 199.  
 Negativer Widerstand, Definition 214.  
 — Besprechung desselben 213 f.  
 — Praktische Fälle 13, 24 f., 27, 28, 86 f., 178 f., 214, 223 f., 226 f., 230.  
 Negatron 86, 213, 226.  
 Nernst, W., Elektrolytischer Gleichrichter 59.  
 Nesper, E., Stoßerregung 3 und Abb. 1a.  
 — über Röhren 19.  
 Nixdorff, S. P., magnetischer Verstärker 65.  
 Nusbaum, C., Eisenverluste 97.  
 Oberflächenwirkung von Eisen 173, 174.  
 — eines Leiters 147.  
 Oberschwingungen 22, 132, 137, 140, 279 (Abb. 141 und 142), 283 (Tab. IX), 291 (Abb. 143), 294 (Abb. 144), 307 (Tab. XIV).  
 Offene Oszillatoren, Bestimmungen 184 f.  
 — Theorie 278 f.  
 Ort, K., Kathodenstrahlröhre 89.  
 Oszillation Valve s. Drei-Elementröhre 17 f.  
 Oszillatoren 1 f.  
 Oszillatorische Detektoranordnung 100 f.  
 Oszillograph, Braunsche Kathodenstrahlröhre 88 f., 151, 154, 163, 166, 167, 169, 179.  
 — Glimmlicht 124.

- Papalex, N. und Mandelstam, L.**, Dynamometerwirkung 108.
- Parallelschaltung** von negativem und positivem Widerstand 87, 220f., 228.
- von Selbstinduktion und Kapazität im äußern Plattenkreis einer Dreielementröhre 76f. (Abb. 47).
- von Widerstand (gedacht) zu einem Kondensator 155 (Abb. 103).
- von Widerstand zu einem Gitterkondensator 18.
- Pedersen, P. O.**, Lichtbogenschwingungen, magnetische Gebläse und Gasdichte des Bogengases 16.
- Peltierwirkung** 106.
- Periodenwechsler** 35f.
- Periodenzahl (Frequenz)**, im Vergleich zur Wellenlänge und Periode 118.
- Anwendung 1f.
- für die Stoßerregung 3, 5f.
- für ferromagnetische Maschinen 8f.
- für gedämpfte Wellen, Theorie 248f.
- für Lichtbogengeneratoren 13f., 224f.
- für lange horizontale Leitungen und Antennen (Grund- und Oberfrequenzen) 280, 281, 283, 286, 291, 294.
- für Röhrenoszillatoren 20, 23, 24, 26, 29.
- Permeabilität** 173f.
- Pession, C.**, Bestimmung der wirksamen Antennenhöhe 205f.
- Peuckert, W.**, Löschfunkenstrecke 3, 5.
- Phasen, Differenz (Unterschied)** 158.
- Messung 158f.
- Verschiebung 158.
- Wechsler für gedämpfte und Sinuswellen 33f.
- Pierce, G. W.**, Kristalldetektoren 59.
- Pliotron, Pliodynatron** 86, 87, 179.
- Potentiometer, für die Gitterspannung** 55 (Abb. 34), 101 (Abb. 62), 114 (Abb. 73).
- Kapazitäts-, für die Spannungsmessung 112.
- Poulsen, V.** 13.
- Pupin, M. J.**, Elektrolytische Zelle 59.
- Quadranten (Ablenkungs-) einer Braunschen Röhre** 89, 91 (Abb. 54).
- Quadrantenelektrometer** 113.
- Quasistationäre Stromverteilung** 220.
- Quecksilbergleichrichter** 48.
- Rasch, E.**, Das elektrische Bogenlicht 214.
- Rau, H.**, Feddersens Methode zum Studium von gekoppelten Systemen 212.
- Raumladewirkung** 39, 49 (Abb. 33), 51f., 55f., 57, 60 (Abb. 37), 230.
- und Frequenzänderung 39.
- Reaktionsmethode** 146.
- Reflexion von Wellen** 284, 285, 288, 289f.
- Reihenschaltung** von negativen und positiven Widerständen 216f.
- von Kapazität und Selbstinduktion im äußern Plattenkreis einer Dreielementröhre 74 (Abb. 46).
- von Kondensatoren 112.
- Resonanz, Induktor** 6 (Abb. 2), 32.
- Messungen 119f., 190f.
- Methoden 133, 141.
- Schärfe, Leistungsfaktor und Dekrement, Vergleich 158, 164.
- Transformator 32.
- wirkungen an langen horizontalen Leitungen 278f., 280 (Abb. 141), 281 (Abb. 142), 283—285, 291 (Abb. 143), 294 (Abb. 144).
- Richardson, O. W.**, Elektronenemission von Glühkörpern 51.
- Gleichung 51.
- Röhren, Zwei-Element-** 48f.
- Charakteristik 49 (Abb. 33), 54f. (Abb. 34), 57 (Abb. 35), 60 (Abb. 37), 71 (Abb. 44), 72 (Abb. 45), 74 (Abb. 46), 178f. (Abb. 115a und 115b).
- Drei-Element- 17f., 54f., 61f., 68f., 79f., 86f., 178f.
- Dynatron- 178f.
- Kathodenstrahl-, kalte 88f., 151, 154, 166, 167.
- — Glühkathoden 89f., 179.
- — Deutung von Figuren 93f.
- Messungen 177f.
- Voltmeter 114f.
- Roschansky, D.**, Kathodenstrahlröhre 89.
- Rotierende Funkenstrecke** 3, 8.
- Gleichrichter 41, 92 (Abb. 56 und 57).
- Spiegel 123 (Abb. 81), 125 (Abb. 82).
- stroboskopische Scheibe 123f., 165.

- Rottgardt, K., über Röhren 19.  
 Round, H. J., über Röhren 16, 79.  
 Rückzündung bei Lichtbogenschwingungen 14 (Abb. 11), 15.  
 — bei Chaffeschwingungen 5f. (Abb. 3), 95 (Abb. 59—X).  
 Ryan, J. H., Kathodenstrahlröhre, Richtungsfeld derselben 89, 91 (Abb. 54).  
 — Corona 116.
- Sättigungspotential, Sättigungsstrom 43, 60 (Abb. 37).  
 Schäffer, W., über Röhren 16.  
 Scheller, O., Wellenmesser 119f.  
 Schenkel, M., Spannungserhöhung mittels Röhren 63.  
 Scheitelfaktor 42, 210.  
 Schirman, M. A., über Röhren 69.  
 Schlömilch, W., Elektrolytischer Gleichrichter 59.  
 Schottky, W., über Röhren 50, 69.  
 Schwingungen, infolge von Eigen- oder Fremderregung (Heterodyne) 88, 103, 125f.  
 — infolge von zu großer Kopplung mit dem Oszillator 1f. (Abb. 1), 261f.  
 — mögliche an einer langen Horizontalantenne 278f., 280, 281, 283.  
 — pro Wellenzug 124f. (Abb. 72).  
 Schwingungsimpedanz 279.  
 Schwingungskurven 110f.  
 Scott-Taggart, J., Isolierwiderstand 210.  
 — Audio- und Radiostromverstärkung mittels zwei Gittern 86.  
 — Negatron 86, 213, 226.  
 Seibt, G., Wellenmesser 120.  
 Seitz, W., über Röhren 19.  
 Selbsterregung einer hörbaren Komponente (Heterodyne) 103.  
 Selbstinduktion, Messungen 138f.  
 — von Antennen 184f., 291, 293, 295, 297, 303—306f.  
 Serienschaltung s. Reihenschaltung.  
 Simon, H. Th., Lichtbogen 214.  
 Skineffekt 147f.  
 Sommerfeld, A., Übertragungsformel 204.  
 Spannungswechsler 30f.  
 — teiler 112f.  
 — verteilung 184f., 278f.  
 — verstärker 64f., 218.
- Spiegel, rotierender für Funkenaufnahmen 123, 125, 212.  
 Spulenkapazität 136f.  
 Stabilitätsbedingung 215f.  
 Stephan-Boltzmann Formel 53.  
 Stoßerregung 5f.  
 Stoßtransformator 12.  
 Strahlungsdekrement 199f.  
 — widerstand 199f.  
 — wirkungsgrad 199f.  
 Stroboskopische Methoden 128f., 165.  
 Strom, Kurven 110 (Abb. 72).  
 — erzeugung 1f.  
 — gleichrichtung 39f.  
 — messung 100f.  
 — verstärker 64f.  
 — verteilung 184f., 278f.  
 — wechsler 30f.  
 Substitutionsmethoden 132, 148, 150, 162.
- Tageslicht-Übertragungsformel 203.  
 Tait, P. G., Quaternionen 233.  
 Telephon (Hör-), als Verstärker 88.  
 — als Detektor für Schwebungen 85, 125f.  
 — Empfindlichkeit 108f.  
 Temperaturwirkung 39, 49 (Abb. 33), 50f.  
 Tesla, N., Transformator 30.  
 Thermo-Galvanometer 114.  
 Thermokreuz, einfache Anordnungen 104, 105, 121, 122.  
 — brücke 105, 121, 149, 160.  
 — Eichung von 105.  
 Thomson, J. J., über Röhren 48.  
 Thurn, H., Wellenmesser 120.  
 Touly, M., über Röhren 19.  
 Transformator, Differential- 97f., 98, 131, 134, 140, 141, 147, 149, 153, 155, 162, 183, 211.  
 Transformatoren, für Frequenz 35f.  
 — für Phasen 33f.  
 — für Spannung 30f.  
 — für Strom 32.  
 — Resonanz 32.  
 — Stoß 12.  
 Tungargleichrichter 57.  
 — Oszillator 27, 58, 226.  
 Turner, L. B., Kallitron 213.
- Überbrückungsoszillator 132 (Abb. 87).  
 Überseeübertragungsformel 203.

- Ungedämpfte Schwingungen 3, 6 (Abb. 3), 8f., 13f., 16f.  
 Unilaterale Leitfähigkeit 39f.  
 Unterbrecherschaltungen 3, 7 (Abb. 4 und 5).  
 Upson, W. L., Lichtbogen 214.  
 Vallauri, G., über Röhrencharakteristiken 19, 69.  
 — Übertragungsmessungen 203.  
 Vakuumröhren, s. Röhren.  
 — Messungen 177f.  
 Van der Bijl, H. S., über Röhren 54, 69.  
 — Empfindlichkeit von Hörtelefonen 109.  
 Vektoren, Rechnung 231f.  
 — diagramme für Röhren 25 (Abb. 18), 26 (Abb. 19), 74 (Abb. 46), 77 (Abb. 47).  
 — für die Erklärung der magnetischen Oberflächenwirkung 173 (Abb. 113), 174.  
 — für die Erklärung einer unabhängigen Verlusteinstellung eines unvollkommenen Kondensators 149 (Abb. 98).  
 — für einen gedämpften Wellenzug 232 (Abb. 138), 253 (Abb. 140).  
 — für Spule mit Eisen 172 (Abb. 112).  
 — für einen Verlustkondensator 155 (Abb. 103).  
 Ventilzellen s. Gleichrichter.  
 Verallgemeinerte symbolische Methode 231.  
 Verlängerung der Wellenlänge oder Verkürzung 186f., 291 (Abb. 143), 294 (Abb. 144), 299f.  
 Verluste 150f., 157, 169f.  
 — Antennen 200, 201.  
 — dielektrische 153f.  
 — Eisen 169f.  
 — Lichtbogen 167, 168.  
 Verstärker, Strom, Spannung und Leistung 64f.  
 Verstärkungsfaktor, Definition 75f.  
 — Messung 180—182.  
 — Leistungsverstärkung 78.  
 — — Güte dafür 182.  
 — Stromverstärkungsfaktor, Definition 75.  
 — — Messung 181.  
 — Spannungsverstärkung 76, 181.  
 Verstimmung zwecks der Erhaltung einer hörbaren Komponente 85f., 88, 103, 125f.  
 Verteilung von Strom und Spannung 184, 278.  
 Verteilungsfaktoren 192f., 197f.  
 — Ableitung 295, 305, 306f.  
 Vollmer, K., Lichtbogenschwingungen 166.  
 Vollweggleichrichter 40 (Abb. 29), 58 (Abb. 36), 60 (Abb. 37 und 38), 61 (Abb. 39), 62 (Abb. 40).  
 Voltmeter, Funkenstrecken 113.  
 — elektrostatisches 113.  
 — Röhren, für die Messung von Scheitelspannungen 114f. (Abb. 73 und 74).  
 Wagner, K. W. 235.  
 Wasserstoff beim Lichtbogen 13, 16.  
 Wattmeter, Hochfrequenz 150f.  
 Weaganröhre 79.  
 Wechselseitige Induktion 141f.  
 — Leitfähigkeit zwischen Gitter und Anode 20f. (Abb. 17), 55 (Abb. 34), 70, 78, 182.  
 Wechsler, Frequenz 35f.  
 — für gleichgerichteten Strom 39f.  
 — Phasen 33f.  
 — Spannungs- und Strom- 30f.  
 Wechselstrom, Erregung von Dreielementröhren 60f.  
 — Transformator 30f.  
 — Widerstand von Röhren im Vergleich zum Gleichstromwiderstand 54, 71, 72f.  
 — Messung desselben 180.  
 Wehnelt, A., über Röhren 48, 50, 101.  
 — Kathodenstrahlröhre 89.  
 Wellen, gedämpfte 1f., 248f.  
 — -gruppenfrequenz 127f.  
 — -länge im Vergleich zur Periode und Frequenz 118.  
 — Messung 119f., 208.  
 — Messer 119.  
 — — Eichung 119f.  
 — ungedämpfte 8f., 223f., 278f.  
 Wellenlängenkonstante einer Leitung 279, 281, 282.  
 Wheatstone, 150.  
 White, C. W., über Röhren 16.  
 Whitehead, J. B., Coronavoltmeter 116.

- Widerstand**, Messung 145 f., 179, 196 f., 211.  
 — Antennen 184 f., 196 f.  
 — Funkenstrecke 130, 248, 251.  
 — Röhren 54, 72 f., 180.  
**Widerstandserhöhung**, Skineffekt 147.  
 — infolge eines Eisenkerns 168, 170 f.  
**Wiedererzeugung zur Verstärkung von Schwingungen** 79 f. und Abb. 48.  
**Wien, M.**, Stoßfunkenstrecke und Entdecker der Stoßerregung 3, 5.  
**Wilson, L. T.**, Eisenmessungen 173.  
**Winkelgeschwindigkeit**, kreisförmige, hyperbolische und verallgemeinert hyperbolische 231 f.  
**Wirbelstromverluste von Strömen in Eisenkernen** 168, 170 f.  
 — in Leitern 168.  
**Wirbelstromgalvanometer** 108.
- Wirksame Antennenhöhe** 205 f.  
**Wirksame Antennenkonstanten** 184 f., 300 f.  
**Wirksamer Widerstand** 145 f., 168 f.  
 — einer Antenne 184 f., 196 f., 292, 293, 302, 304, 306, 309.  
**Wirkungsgleichrichter** 177 f.  
**Wirkungsgrad eines Gleichrichters** 53, 177, 209.  
 — eines Lichtbogens 168.
- Yagi, H.**, Lichtbogenschwingungen und Braunsche Röhre 93.
- Zenneck, J.**, Frequenzwechsler 35, 36.  
 — Braunsche Röhre 89.  
 — Elektrolytischer Gleichrichter 59.  
 — Kontaktverstärker, Lehrbuch 65.  
**Zwei-Elementröhre** 48 f., 57 f., 177.  
**Zwischenresonator** 120 (Abb. 77).

## **Handbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie.**

Ein Lehr- und Nachschlagebuch der drahtlosen Nachrichtenübermittlung.  
Von Dr. **Eugen Nesper**. Zwei Bände. Mit 1321 Abbildungen im Text und  
auf Tafeln. 1921. Gebunden Preis M. 390,—.

---

## **Die Radioschnelltelegraphie.** Von Dipl.-Ing. Dr. phil. **Eugen Nesper**.

Mit etwa 130 Textabbildungen. 1922. Erscheint Ende Sommer 1922.

---

## **Radiotelegraphisches Praktikum.** Von Dr.-Ing. **H. Rein**.

Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Von Dr. **K. Wirtz**, o. Professor  
der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule zu Darmstadt.  
Mit 432 Textabbildungen und 7 Tafeln. Berichtigter Neudruck.  
Erscheint im Herbst 1922.

---

## **Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie.** Von Dr.-Ing. **H. Rein**.

Nach dem Tode des Verfassers herausgegeben von Prof. Dr. **K. Wirtz**,  
Darmstadt. Zweite Auflage. In Vorbereitung.

---

## **Die Telegraphentechnik.** Ein Leitfaden für Post- und Telegraphen-

beamte. Von Dr. **Karl Strecker**, Geh. Ober-Postrat und Professor.  
Siebente, neubearbeitete Auflage. Mit etwa 537 Textabbildungen und  
einer Tafel. In Vorbereitung.

---

## **Experimentelle Untersuchungen aus dem Grenzgebiet zwischen drahtloser Telegraphie und Luftelektrizität.**

Von Privatdozent Dr. **M. Dieckmann**. Erster Teil: Die Empfangs-  
störung. (Luftfahrt und Wissenschaft. Heft 2.) Mit 56 Abbildungen. 1912.  
Preis M. 3,—.

---

## **Die Nebenstellentechnik** von **Hans B. Willers**, Oberingenieur und

Prokurist der Akt.-Ges. Mix & Genest, Berlin-Schöneberg. Mit 137 Text-  
abbildungen. 1920. Gebunden Preis M. 26,—.

---

## **Telephon- und Signal-Anlagen.** Ein praktischer Leitfaden für die

Errichtung elektrischer Fernmelde- (Schwachstrom-) Anlagen. Von Ober-  
ingenieur **Carl Beckmann**. Dritte, verbesserte Auflage. Mit etwa  
426 Textabbildungen und Schaltungen und einer Zusammenstellung der ge-  
setzlichen Bestimmungen für Fernmeldeanlagen. Erscheint im Herbst 1922.

---

## **40 Jahre Fernsprecher.** Stephan—Siemens—Rathenau. Von Geh.

Oberpostrat **O. Große**. Mit 16 Textabbildungen. 1917. Preis M. 3,—.

---

**Hilfsbuch für die Elektrotechnik.** Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker**. Neunte, umgearbeitete Auflage. Mit 552 Textabbildungen. 1921. Gebunden Preis M. 70,—.

---

**Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.** Von Prof. Dr. **Gustav Benischke**, Berlin. Sechste, vermehrte Auflage. Mit 633 Abbildungen im Text. 1922. Erscheint Ende Sommer 1922.

---

**Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik.** Von Dr. **A. Thomälen**, a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Neunte, verbesserte Auflage. Mit 555 Textbildern. 1922. Gebunden Preis M. 120,—.

---

**Die Transformatoren.** Von Prof. Dr. techn. **Milan Vidmar**. Mit 297 Textabbildungen. 1921. Preis M. 110,—; gebunden M. 120,—.

---

**Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen.** Ein Lehrbuch. Von Prof. **Rudolf Richter**, Karlsruhe. Mit 377 Textabbildungen. Unveränderter Neudruck. Erscheint im Herbst 1922.

---

**Die Wechselstromtechnik.** Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. **E. Arnold** (Karlsruhe). In fünf Bänden. Zweiter unveränderter Neudruck.

- I. **Theorie der Wechselströme** von **J. L. la Cour** und **O. S. Bragstad**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 591 Textfiguren. 1922. Gebunden Preis M. 480,—.
  - II. **Die Transformatoren.** Ihre Theorie, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 443 Textfiguren und 6 Tafeln. 1922. Gebunden Preis M. 240,—.
  - III. **Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen.** Von **E. Arnold**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 463 Textfiguren und 5 Tafeln. 1922. Gebunden Preis M. 200,—.
  - IV. **Die synchronen Wechselstrommaschinen.** Generatoren, Motoren und Umformer. Ihre Theorie, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 530 Textfiguren und 18 Tafeln. 1922. Gebunden Preis M. 480,—.
  - V. **Die asynchronen Wechselstrommaschinen.**
    1. Teil: **Die Induktionsmaschinen.** Ihre Theorie, Berechnung, Konstruktion und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour** unter Mitarbeit von **A. Fraenckel**. Mit 307 Textfiguren und 10 Tafeln. 1922. Gebunden Preis M. 320,—.
    2. Teil: **Die Wechselstromkommutatormaschinen.** Ihre Theorie, Berechnung, Konstruktion und Arbeitsweise. Von **E. Arnold**, **J. L. la Cour** und **A. Fraenckel**. Mit 400 Textfiguren und 8 Tafeln. 1922. Gebunden Preis M. 320,—.
-

**Arnold-la Cour, Die Gleichstrommaschine.** Ihre Theorie, Untersuchung, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Herausgegeben von **J. L. la Cour**. In 2 Bänden.

Erster Band: **Theorie und Untersuchung.** Mit 570 Textabbildungen. Unveränderter Neudruck 1921. Gebunden Preis M. 120,—.

Zweiter Band: **Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise.** In Vorbereitung.

---

**Wechselstromtechnik.** Von Dr. **G. Roessler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. Zweite Auflage von „Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom“. Erster Teil. Mit 185 Textfiguren. 1912. Gebunden Preis M. 9,—.

---

**Die Fernleitung von Wechselströmen.** Von Dr. **G. Roessler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. Mit 60 Textfiguren. 1905. Gebunden Preis M. 7,—.

---

**Die Hochspannungs-Gleichstrommaschine.** Eine grundlegende Theorie. Von Elektroingenieur Dr. **A. Bolliger**, Zürich. Mit 53 Textfiguren. 1921. Preis M. 18,—.

---

**Die Berechnung von Gleich- und Wechselstromsystemen.** Neue Gesetze über ihre Leistungsaufnahme. Von Dr.-Ing. **Fr. Natalis**. Mit 19 Textfiguren. 1920. Preis M. 6,—.

---

**Die symbolische Methode zur Lösung von Wechselstromaufgaben.** Einführung in den praktischen Gebrauch. Von **Hugo Ring**, Ingenieur der Firma Blohm & Voß (Hamburg). Mit 33 Textfiguren. 1921. Preis M. 12,—.

---

**Theorie der Wechselströme.** Von Dr.-Ing. **Alfred Fraenkel**. Zweite, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 237 Textfiguren. 1921. Gebunden Preis M. 63,—.

---

**Die asynchronen Wechselfeldmotoren.** Kommutator- und Induktionsmotoren. Von Prof. Dr. **Gustav Benischke**, Berlin. Mit 89 Abbildungen im Text. 1920. Preis M. 16,—.

---



**Elektrotechnische Meßkunde.** Von Dr.-Ing. **P. B. Arthur Linker.**  
Dritte, völlig umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 408 Textfiguren.  
Unveränderter Neudruck 1922. Gebunden Preis M. 219,—.

---

**Elektrotechnische Meßinstrumente.** Ein Leitfaden von **Konrad Gruhn.** Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit etwa 340 Textabbildungen.  
Erscheint im Herbst 1922.

---

**Messungen an elektrischen Maschinen.** Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von **Rud. Krause.** Vierte, gänzlich umgearbeitete Auflage. Von **Georg Jahn,** Ingenieur. Mit 256 Textfiguren und einer Tafel. 1920. Gebunden Preis M. 28,—.

---

**Der Wechselstromkompensator.** Von Dr.-Ing. **W. v. Krukowski.** (Sonderabdruck aus „Vorgänge in der Scheibe eines Induktionszählers und der Wechselstromkompensator als Hilfsmittel zu deren Erforschung“.) Mit 20 Abbildungen im Text und auf einem Textblatt. 1920. Preis M. 10,—.

---

**Meßgeräte und Schaltungen für Wechselstrom-Leistungsmessungen.** Von Oberingenieur **Werner Skirl.** Mit 215 Abbildungen. 1920. Gebunden Preis M. 26,—.

---

**Meßgeräte und Schaltungen zum Parallelschalten von Wechselstrommaschinen.** Von Oberingenieur **Werner Skirl.** Mit 99 Textfiguren. 1921. Gebunden Preis M. 36,—.

---

**Die Prüfung der Elektrizitäts-Zähler.** Meßeinrichtungen, Meßmethoden und Schaltungen. Von Dr.-Ing. **Karl Schmiedel,** Charlottenburg. Zweite Auflage. Mit etwa 100 Textfiguren. In Vorbereitung.

---

**Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern.** Unter Mitwirkung zahlreicher Fachgelehrter herausgegeben von Prof. Dr. **Carl Dietrich Harries,** Geheimer Regierungsrat.  
Erster Band: Erstes Heft (abgeschlossen am 1. März 1920). Mit 115 Textfiguren und 2 Bildnistafeln. 1920. Preis 2 Dollar.  
Erster Band: Zweites Heft (abgeschlossen am 1. März 1921). Mit 86 Textfiguren, 1 Bildnis und 1 Tafel. 1921. Preis 1½ Dollar.  
Erster Band: Drittes Heft (abgeschlossen am 1. November 1921). Mit 90 Textfiguren, 3 Kurvenblättern und 3 Tafeln. 1922. Preis 3 Dollar.

---

**Archiv für Elektrotechnik.** Herausgegeben unter Beteiligung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins von Prof. Dr.-Ing. **W. Rogowski,** Aachen.  
Preis des Bandes von 12 Heften M. 160,—; für Abonnenten der „Elektrotechnischen Zeitschrift“ sowie Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins M. 120,—.

---

## Berichtigungen.

S. 194 die 4. und 7. Formel muß in beiden Fällen lauten:

$$C_A^{\text{M.F.}} = \frac{10^{-10} \lambda^2}{144 L_A^{\text{H}}}$$

- S. 317 Äquivalente Leiterkonstanten, statt 135 lies 145.  
S. 317 Brooks, Selbstinduktion, statt 148 lies 138.  
S. 318 Drosselspulen, statt (Abb. 75) lies (Abb. 55).  
S. 318 Dynatron, Apparat usw., statt 179 lies 178f.  
S. 318 Dynamometer, statt 172 lies 177.  
S. 319 statt Flemming lies Fleming.  
S. 320 hinter Hochfrequenzleistung einschieben: Hochfrequenz-  
maschinen 3, 8f.  
S. 320 Hull, A. W., statt 113 lies 213.  
S. 321 statt Kenelly lies Kennelly.  
S. 322 Morecroft, statt 53 lies 54.  
S. 322 Negativer Widerstand, statt 214 lies 213.  
S. 324 hinter Spannungswechsler 30f. einschieben: -messung 112f.  
S. 324 Thermo-Galvanometer, statt 114 lies 104.  
S. 325 Van der Bijl, statt H. S. lies H. J.