

Inhalt.

Untersuchungen über die Anstrengung dickwandiger Hohlzylinder unter Innen-	Seite
druck. Von Walter Krüger	1

ISBN 978-3-662-01701-2 ISBN 978-3-662-01996-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-01996-2

Untersuchungen über die Anstrengung dickwandiger Hohlzylinder unter Innendruck.

Von Dipl.-Ing. **Walter Krüger.**

Einleitung.

Die vorliegende Arbeit bezweckt zunächst, auf dem Wege des Versuches festzustellen, wie weit die in der Technik gebräuchlichen Formeln zur Berechnung starkwandiger Rohre, Preßzylinder, Meßgeräte, Geschützrohre usw. die tatsächliche Beanspruchung des belasteten Baustoffes wiedergeben. Ferner sollen auch Schlüsse auf die Größe der Poissonschen Konstanten m gezogen werden, vorausgesetzt, daß sich die Versuche entsprechend genau durchführen lassen.

Für gewisse Zweige der Technik, z. B. beim Arbeiten mit sehr hohen Drücken, wie sie im Materialprüfungswesen zum Untersuchen von Gewehrläufen, ferner bei Eichvorrichtungen für hohe Pressungen usw. benutzt werden, ist es notwendig, Körper von hohlzylindrischer Form höheren Innendrücken aussetzen, als der Erreichung der Elastizitätsgrenze der innersten Fasern selbst bei unendlich großer Wandstärke entsprechen würde. Handelt es sich nur um kleine Längen, so kann man sich durch Schrumpfverbindungen helfen. Bei Rohrleitungen verbietet sich dieser Ausweg wegen der großen Länge und der daraus erwachsenden schwierigen Herstellung. Es bleibt hier nur der Ausweg, die Wandstärke möglichst groß zu machen und die unelastischen Formänderungen in Kauf zu nehmen. Die hierbei auftretenden Dehnungs- und Spannungsverhältnisse zu finden, ist ebenfalls ein Ziel der vorliegenden Arbeit.

Die Anregung zu diesen Versuchen gab Geheimrat Martens, der schon vor Jahren ähnliche Untersuchungen geplant hatte. In liebenswürdigster Weise ermöglichte er die Benutzung der im Kgl. Materialprüfungsamt vorhandenen Meßeinrichtungen und wußte auch durch seine persönlichen Bemühungen die unentgeltliche Lieferung der Prüfeinrichtung und der Versuchsringe durch die Firma Friedrich Krupp zu erlangen.

Die wohl zuerst von Mariotte angegebene Formel zur Berechnung von Rohren: $\sigma = p \frac{r}{\delta}$ entsprach im Laufe der Entwicklung der technischen und militärischen Wissenschaften nicht mehr dem Bedürfnis nach einer theoretisch begründeten Rechnungsweise für starkwandige Hohlzylinder. Rankine, Lamé und andere entwickelten aus den Grundlagen der Elastizitätstheorie für einen Hohlzylinder, auf den keine axialen Kräfte einwirken; die Formel

$$\frac{R}{r} = \sqrt{\frac{1 + \frac{p}{\sigma_t}}{1 - \frac{p}{\sigma_t}}}$$

wo r der Innenhalbmesser,
 R der Außenhalbmesser,
 p der Innendruck,
 σ_t die tangentielle Hauptspannung ist; die gleichzeitig in radialer Richtung auftretende Hauptspannung σ_r ist stets kleiner als σ_t .

An der Erzeugung der wirklich auftretenden Tangentialdehnung ϵ_t sind diese beiden Hauptspannungen σ_t und σ_r derart beteiligt, daß $\left(\frac{\epsilon_t}{\alpha}\right) = \sigma_t - \frac{1}{m} \sigma_r$ wird. Diese Dehnung ϵ_t kann man sich durch eine einzige in tangentialer Richtung wirkende Spannung, die sogenannte reduzierte Spannung (σ_{tred}), hervorgerufen denken, welche mithin so groß ist, daß sie die Tangentialdehnung erzeugen würde, wenn sie allein an dem Körper wirkte. Damit wird also

$$\sigma_{tred} = \frac{\epsilon_t}{\alpha} = \sigma_t - \frac{1}{m} \sigma_r.$$

Die Konstante $\frac{1}{m}$ läßt sich nicht sicher festlegen, da die Versuche (L. 30)¹⁾ etwas abweichende Werte ergaben.

Die Größenbestimmung ist auch dadurch erschwert, daß sich der Beiwert möglicherweise mit zunehmender Dehnung ändern kann. Augenblicklich wird für Flußeisen und Stahl der Wert $m = 10/3$ bevorzugt, obwohl mehrere Forscher sich auch für $m = 3,0$ oder $m = 4,0$ (Lanza) aussprechen (L. 23, 25, 29).

Nennt man

- R den Außenhalbmesser in cm,
- r den Innenhalbmesser in cm,
- ρ den Halbmesser an beliebiger Stelle in cm,
- p_a den Außendruck in at,
- p_i den Innendruck in at,

so ergibt die theoretische Ableitung (vergl. L. 16, 24, 25, 27, 29) für die Hauptspannungen folgende Werte:

$$\begin{aligned} \text{radial } \sigma_r &= \frac{p_i r^2 - p_a R^2}{R^2 - r^2} - \frac{1}{\rho^2} \frac{(p_i - p_a) R^2 r^2}{R^2 - r^2} \dots \dots \dots (1), \\ \text{tangential } \sigma_t &= \frac{p_i r^2 - p_a R^2}{R^2 - r^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{(p_i - p_a) R^2 r^2}{R^2 - r^2} \dots \dots \dots (2). \end{aligned}$$

Ist das Rohr oder der Zylinder an den Enden geschlossen, so tritt unter der Annahme, daß sich der auf die Stirnflächen ausgeübte Druck gleichmäßig auf die Wandstärke verteilt, noch eine Hauptspannung in Richtung der Zylinderachse auf, welche die Größe hat:

$$\sigma_l = \frac{p_i r^2 - p_a R^2}{R^2 - r^2} \dots \dots \dots (3).$$

Die reduzierte Spannung in tangentialer Richtung σ_{tred} wird dann

$$\sigma_{tred} = \sigma_t - \frac{1}{m} \sigma_r - \frac{1}{m} \sigma_l \dots \dots \dots (4)$$

¹⁾ Vergl. das Literaturverzeichnis am Schluß der Arbeit.

Die Tangentialspannungen in den einzelnen Ringzonen geben, in Abhängigkeit zu ϱ aufgetragen, einen nach außen stark abfallenden Kurvenzug. Einen ähnlichen Charakter hat die Kurve der radialen Hauptspannung σ_r , die innen den Höchstwert p erreicht und außen auf den Wert 0 heruntergeht.

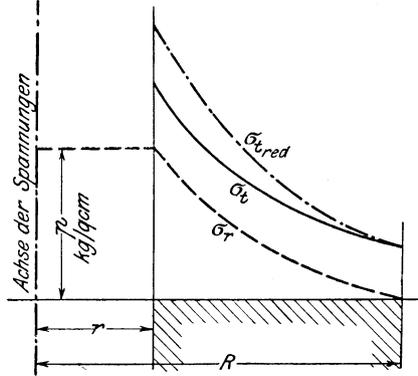


Fig. 1.

Trägt man wie in Fig. 1 die Kurven für σ_t und σ_r auf, so ist die Fläche des Rechteckes $p r$ gleich der von der σ_r -Kurve begrenzten Fläche. Es ist nämlich

$$\begin{aligned} \int_r^R \sigma_t d\varrho &= \int_r^R \frac{p r^2}{R^2 - r^2} \left(\frac{R^2}{\varrho^2} + 1 \right) d\varrho \\ &= \frac{p r (R^2 - r^2)}{R^2 - r^2} = p r = F_1. \end{aligned}$$

Die Fläche unter der σ_r -Kurve wird

$$\begin{aligned} F_2 &= \int_r^R \sigma_r d\varrho = \int_r^R \frac{p r^2}{R^2 - r^2} \left(\frac{R^2}{\varrho^2} - 1 \right) d\varrho \\ F_2 &= p r \frac{R - r}{R + r}. \end{aligned}$$

Man kann also aus der Anstrengungskurve $\sigma_{t,red}$ die der Lastfläche $p r$ gleich große Fläche $\int \sigma_t d\varrho$ ermitteln, indem man $\frac{1}{m} F_2$ davon abzieht. Für ein dünnwandiges Rohr nimmt man näherungsweise über die ganze Wandstärke die tangential Hauptspannung als gleich groß an und erhält somit

$$\int_r^R \sigma_t d\varrho = \sigma_t (R - r) = p r,$$

das ist die gebräuchliche Formel für Rohre mit kleiner Wandstärke. Man macht dabei die Vernachlässigung, daß man nur die Hauptspannung anstatt der um $\frac{1}{m} p$ größeren reduzierten Spannung als Anstrengung des Rohres ansieht. Da aber in dem Anwendungsbereich der Formel p immer klein gegenüber σ_t sein wird, so ist dieser Fehler ohne Bedeutung.

Dieses Verfahren der Flächengleichsetzung hat Greenhill (L. 21) in einer Abhandlung über Geschützrohre in nützlicher und anschaulicher Weise angewandt.

Aus der Formel

$$\sigma_{t,red} = \sigma_{red} = \frac{p r^2}{R^2 - r^2} \left[\frac{R^2}{\varrho^2} \left(1 + \frac{1}{m} \right) + \left(1 - \frac{1}{m} \right) \right]$$

erhält man durch Auflösen nach $\frac{R}{r}$ für $\rho = r$

$$\frac{R}{r} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{red}} + \left(1 - \frac{1}{m}\right) p}{\sigma_{\text{red}} - \left(1 + \frac{1}{m}\right) p}}$$

und mit $m = 10/3$

$$\frac{R}{r} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{red}} + 0,7 p}{\sigma_{\text{red}} - 1,3 p}}$$

Der größte Wert, den der Innendruck p — elastische Deformation vorausgesetzt — annehmen kann, ist

$$p = \frac{\sigma_{\text{red}}}{1,3}$$

In Fig. 2 ist die bei $p = 1$ at an der inneren Bohrung bei verschiedenen Radienverhältnissen $\frac{R}{r}$ auftretende, als Ringkonstante bezeichnete reduzierte Tangentialspannung aufgetragen. Die Kurve läßt erkennen, daß von einem

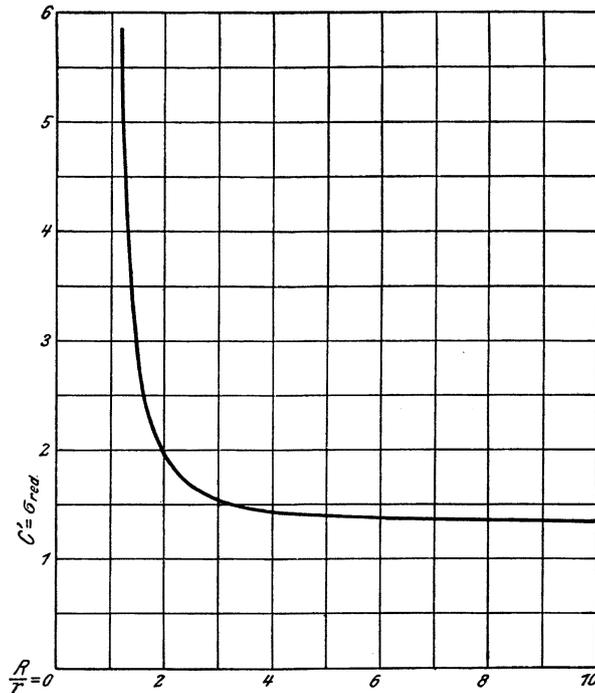


Fig. 2.

gewissen Gebiet an eine weitere Vergrößerung der Wandstärke die größte Tangentialanstrengung nur noch wenig herabdrückt. Man wird also bei großem Radienverhältnis $\frac{R}{r}$ das Material sehr schlecht ausnützen. In Fällen, wo sehr hohe Innendrucke zu beherrschen sind, teilt man deshalb vorteilhaft den Hohlring in mehrere gleichachsige Teile, von denen immer der äußere auf den nächstfolgenden inneren warm aufgezogen ist. Setzt man ein derartiges Rohr aus zwei Schichten einem Innendruck aus, so wird die dem Druck p entsprechende Zugspannungskurve sich zu den durch die Schrumpfung entstandenen Druckspannungen im Kernrohr und den Zugspannungen im Mantelrohr algebraisch addieren. Der Effekt ist also eine gleichmäßigere Ausnutzung des

Ring- oder Rohrmaterialies, indem die äußeren Fasern in erhöhtem Maße zum Tragen herangezogen werden.

Die Anwendung der Hohlringformeln auf diese Schrumpfvverbindungen haben Kaiser (L. 16, 38), Föppl (L. 25) und andere (L. 2) ausführlich behandelt und ihre Anwendung auf Technik und Geschützwesen erläutert. Der Gewinn, der sich durch den Schrumpfvorgang erzielen läßt, wird aus folgender Zahlen-
tafel ersichtlich. Die Werte geben das Verhältnis der höchsten an der Innen-
bohrung zulässigen reduzierten Tangentialspannung zum inneren Ueberdruck p_{\max} , wenn die ganze Wandstärke $R - r$ sich aus mehreren aufeinander ge-
schrumpften Ringen oder Lagen zusammensetzt (nach Kaiser).

Zahlentafel 1.

Anzahl der über- einander gezogenen Ringe	Verhältnis der höchsten zulässigen Tangentialanstrengung des Materiales zum höchsten erreichbaren Innendruck = $\frac{\sigma_{\text{red max}}}{p_{\text{max}}}$							
	wenn $\frac{R}{r} = 3,0$		wenn $\frac{R}{r} = 3,5$		wenn $\frac{R}{r} = 4,0$		wenn $\frac{R}{r} = 5,0$	
		Untersch.		Untersch.		Untersch.		Untersch.
1	1,59		1,515		1,470		1,429	
2	1,02	0,57	0,927	0,588	0,855	0,615	0,776	0,653
3	0,870	0,15	0,764	0,163	0,694	0,161	0,606	0,170
4	0,800	0,07	0,694	0,070	0,621	0,073	0,529	0,077
5	0,758	0,042	0,654	0,040	0,582	0,039	0,488	0,041
8	0,617	0,141	0,510	0,144	0,439	0,143	0,346	0,142

Die Ausnutzung des Materiales durch Vermehren der Schrumpfringe wird aber durch die im Ruhezustand (d. h. wenn $p = 0$ at) auftretende hohe Druckspannung, die die innersten Schichten gefährdet, beschränkt. Auch der Umstand, daß die radiale Hauptspannung am Innenumfang stets gleich p bleibt, begrenzt die sonst so vorteilhafte Anordnung, da der Innendruck nur so weit gesteigert werden darf, als die reduzierte Radialspannung noch innerhalb der Elastizitätsgrenze liegt. Im Geschützwesen sorgt man (nach Kaiser) dafür, daß diese Voraussetzung bei normalen Gasdrücken zutrifft, läßt jedoch bei außergewöhnlichen Schüssen kleine bleibende Radialdehnungen zu. Ein gewisser Vorteil ergibt sich aus der hohen Radialanstrengung insofern, als die inneren Schichten etwas vorgestreckt werden und mithin die Elastizitätsgrenze auch für Beanspruchungen in tangentialer Richtung etwas heraufrückt.

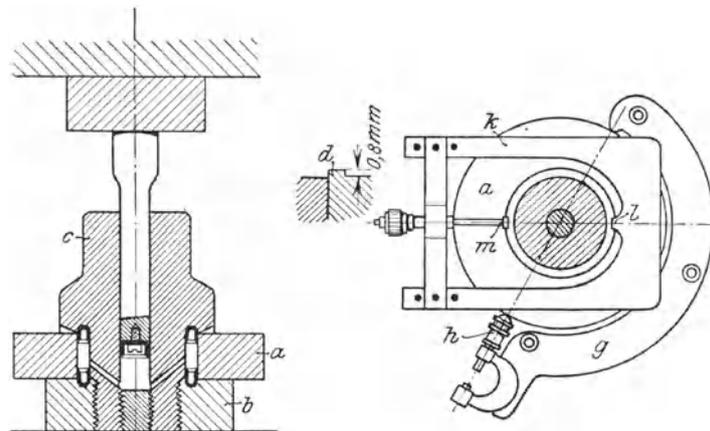


Fig. 3. Versuchsanordnung von Dunbar.

Die auf S. 3 gegebene Formel für die Spannungsverteilung in dickwandigen Rohren ist bisher wenig durch Versuche geprüft worden. Bei den zahlreichen Versuchen mit dünnwandigen Rohren wurde meist nur die Bruchlast festgestellt, während Dehnungsmessungen nur vereinzelt und dann meist am äußeren Umfang gemacht wurden (L. 39). Aehnliche Messungen wurden schon 1878 (L. 16) bei Geschützen vorgenommen, indem mittels eines Seelenmessers die Bohrung des Kernrohres vor und nach dem Aufziehen des Mantelrohres gemessen wurde. Die Uebereinstimmung mit den berechneten Werten soll hinreichend gewesen sein, wenn auch der daraus gezogene Schluß auf das absolute Zutreffen der theoretischen Formeln in Anbetracht des etwas ungenauen Meßverfahrens zu gewagt erscheint.

In neuerer Zeit hat Dunbar (L. 6) dickwandige Hohlringe aus Gußeisen untersucht, um einen Vergleich mit der Theorie zu erhalten. Die von ihm benutzte Anordnung zeigt Fig. 3.

Versuche von Dunbar.

Gußeiserne Hohlringe a von 50,7 mm Höhe, mit einem 0,8 mm hohen und 2,4 mm breiten Innenrand d versehen, erhalten bei gleichbleibender Bohrung $d = 101,598$ mm äußere Durchmesser von wechselnder Größe.

Diese Versuchstücke stützen sich auf einen Grundring b , welcher auf den Arbeitzylinder c aufgeschraubt ist, in dessen Bohrung der Kolben von 6,45 qcm Querschnitt und 20 mm Hub arbeitet. Diese Teile sind in eine stehende Materialprüfmaschine eingebaut, durch welche der Druck unter dem mit Lederstulp gedichteten Kolben auf 2 bis 3 vH bestimmt werden kann. Preßflüssigkeit ist Talg, da Wasser zu große Leckverluste gab.

Die Meßwerkzeuge.

Am sichelförmigen Bügel g ist ein Schraubenmikrometer h befestigt, durch welches die Durchmesseränderung bestimmt wird. Die Innenweite wird näherungsweise dadurch ermittelt, daß die Nase l eines Rahmenbügels k und die Schneide m eines Schraubenmikrometers sich an den bereits erwähnten 0,8 mm hohen Rand legen. Die Versuchsergebnisse für zwei verschieden starke Ringe, A und C , sind in Zahlentafel 2 zusammengestellt.

Zahlentafel 2. Versuche von Dunbar mit Gußeisen.

Ring A					Ring C		
Druck p	innerer Durchmesser d	Druckzuwachs Δp	Durchmesserzuwachs Δd	$\frac{\Delta p}{\Delta d} \cdot 10^{-4}$	Druck p	innerer Durchmesser d	$\frac{\Delta p}{\Delta d} \cdot 10^{-4}$
at	mm				at	mm	
0	101,598	—	—	—	0	101,589	—
140	101,623	140	0,025	0,560	70	101,611	0,540
350	101,649	210	0,026	0,810	140	101,623	0,585
700	101,693	350	0,044	0,795	210	101,641	0,390
1050	101,725	350	0,032	1,090	280	101,668	0,260
1260	101,750	210	0,025	0,840	350	101,687	0,370
1400	101,763	140	0,013	1,070	420	101,706	0,370
1540	101,789	140	0,026	0,580	490	101,738	0,320
					560	101,789	0,140
					630	101,832	0,163
					700	101,943	0,060
					770	102,030	0,080
					840	102,093	0,110

Ring *A* hat die Abmessungen:

$$D_a = 235,0 \text{ mm Dmr.},$$
$$D_i = 101,598 \text{ mm Dmr.}$$

Ring *C* hat die Abmessungen:

$$D_a = 178,8 \text{ mm Dmr.},$$
$$D_i = 101,598 \text{ mm Dmr.}$$

Als Ergebnis der Versuche gibt die Quelle an, daß bei dem Hohlringversuch mit Gußeisen die Dehnungen schneller zunehmen als der Innendruck.

Kritik der Versuche.

Abgesehen davon, daß Gußeisen wegen seiner geringen Gleichartigkeit, seiner veränderlichen Dehnung und der beim Gießen und Abkühlen möglicherweise entstandenen inneren Spannungen sehr ungeeignet für derartige Versuche erscheint, befriedigen die Versuchsergebnisse an sich auch nur recht wenig. Da bei Gußeisen die Dehnungszunahmen im allgemeinen mit wachsender Spannung größer werden, so müßte der Wert $\frac{\Delta p}{\Delta a}$ beständig abnehmen. Die Güte der Versuchswerte ist gekennzeichnet durch die sprunghaften Aenderungen von $\frac{\Delta p}{\Delta a}$.

Das wenig gute Ergebnis der Dunbarschen Versuche erklärt sich durch die Mängel seiner Versuchseinrichtung. Vor allem ist die Messung mit Mikrometerschraube für derartig kleine Längenmessungen unbequem und meist auch nicht genügend empfindlich, da bei guten Geräten höchstens $\frac{1}{1000}$ mm abgelesen werden kann. Auch die Anlegung des Meßbügels an den vorspringenden Rand *d* muß man vom Standpunkt der Theorie beanstanden, da die Dehnung des schmalen Ringstreifens nicht gleich derjenigen der innersten Schicht sein wird. Die genaue Kraftbestimmung ist beeinflußt durch die Fehler, die durch die Ungewißheit der Stulpreibung entstehen, da der Lederstulp des Kolbens der beschriebenen Anordnung bei hohen Drücken leicht zwischen Kolben und Zylinderwandung festklemmen kann.

Ein Mangel ist schließlich auch der verhältnismäßig kleine Arbeitsraum des Zylinders, welcher bei nicht absolut dichten Manschetten die zeitliche Ausdehnung der Versuche sehr beschränken konnte.

Die für die vorliegende Arbeit benutzte Versuchseinrichtung wurde unter möglichster Nutzbarmachung der bei den früheren Versuchen gewonnenen Erfahrungen entworfen, wobei hauptsächlich eine von Martens vor 2 Jahren für ähnliche Zwecke entworfene Vorrichtung (L. 39) als Vorbild diente. Die Konstruktion suchte vor allem folgenden Forderungen gerecht zu werden:

- 1) Gleichmäßige Druckübertragung auf den Ring bei vollständig freier Ausdehnungsmöglichkeit des Ringes.
- 2) Absolut sichere Abdichtung, um die durch Lecken der Stulpen bewirkten Druckverluste zu vermeiden.
- 3) Möglichstes Freihalten der Oberflächen zwecks Aufsetzens von Feinmeßgeräten.
- 4) Erzeugung der Preßflüssigkeit in einer besonderen unabhängigen Vorrichtung mit großem Hubraum.

Beschreibung der Meßvorrichtung (Fig. 4).

Der Versuchskörper *a* stützt sich auf den Ring *c* und wird in seiner Lage durch leichtes Anziehen des Deckringes *d* gehalten. Die Abdichtung erfolgt

durch ringförmige Lederstulpen *g*, die in ihrer Stellung durch einen durchlochten, geteilten Messingblechzylinder gehalten werden. Der obere Stulp legt sich gegen einen besonders eingesetzten Ring *f*, der durch Schrauben des Deckringes bzw. durch eingelegte Ringe in seiner Höhenlage verändert werden kann. Den Zug in der Längsrichtung nimmt die Mutter *e* auf; sie ist wie die ganze Vorrichtung aus Nickelstahl hergestellt. Die Preßflüssigkeit wird durch die Bohrung *i* zugeleitet.

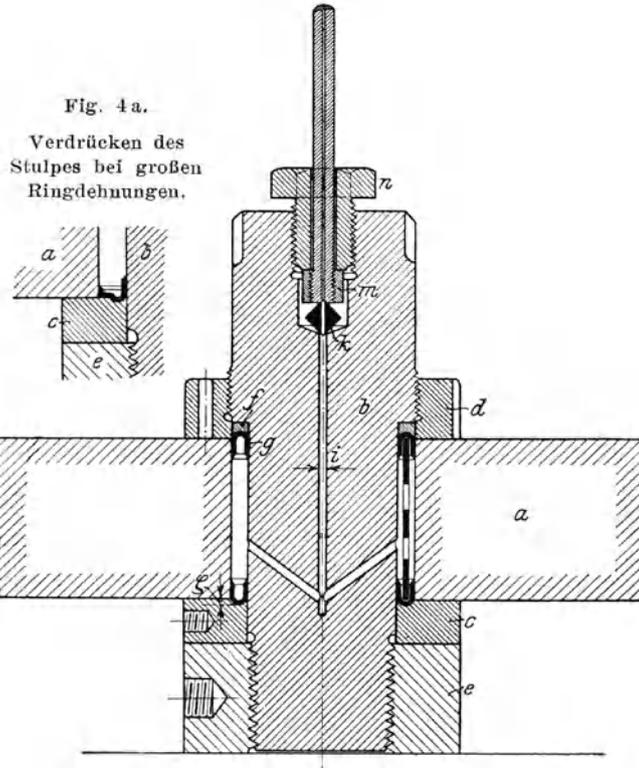


Fig. 4. Prüfapparat für Hohlringe. 1 : 4.

Alle Teile sind so bemessen, daß die Vorrichtung bis zu 10000 at benutzt werden kann, vorausgesetzt, daß die Lederstulpen diesem Druck widerstehen. Im Bedarfsfall kann in dem Bolzen *b* eine zentrische Bohrung von 34 mm Dmr. angebracht werden, um durch eingesetzten Kolben den Druck unmittelbar zu erzeugen. Diese Einrichtung wurde aber nicht angewandt, da die Druckübertragung mittels Kupferrohrs befriedigend arbeitete. Um beim Anschluß jegliche Lötung zu vermeiden, legt sich das Kupferrohr mit aufgeschraubter Kopfscheibe *m* gegen den abdichtenden Stahl-Doppelkegel *k* und wird durch die Mutter *n* angepreßt. Diese Art der Abdichtung erwies sich als zuverlässig bis zu den höchsten Pressungen.

Der Sitz der Lederstulpen wurde so angeordnet, daß die Höhe ζ der Lederstärke entsprach. In dem Fall kann man annehmen, daß die Druckübertragung durch den Stulp selbst nicht behindert wird. Die Versuche bestätigten diese Vermutung. Die Stulpen wurden aus 2,5 mm starkem Kernleder gepreßt; sie hielten selbst bei 3000 at mit geeigneter Preßflüssigkeit (Rizinusöl) fast vollkommen dicht.

Ein Mangel der Anordnung, der sich aber erst bei großen Dehnungen des Versuchsrings, wie sie nach Ueberschreiten der Streckgrenze eintraten, herausstellte, bestand darin, daß der Stulp sich mitdehnen und schließlich reißen oder

wenigstens seine Abdichtungsfähigkeit einbüßen mußte (Fig. 4a). Dieser Mangel ist jedoch schwer zu umgehen, wenn man die freie Ausdehnungsmöglichkeit des Versuchskörpers vor allem erzielen will.

Die Erzeugung der Drücke.

Für den ersten Abschnitt der Untersuchung, der sich mit der Nachprüfung der theoretischen Formel für Hohlringe beschäftigt, wurden nur Drücke bis etwa 1000 at gebraucht. Die rechnermäßig dabei auftretende höchste Ringspannung beträgt etwa 1500 kg/qcm, ein Wert, der bei Flußeisen auch nicht wesentlich überschritten werden sollte, um mit Sicherheit im Gebiet elastischer Deformationen zu bleiben.

Der Druck wurde durch eine Handpresse, bis 1500 at reichend, erzeugt, deren Kolben durch Lederpackung abgedichtet war, und deren Hubraum etwa 8 ccm betrug. Da die Pumpe mit der 400 at-Druckleitung des Amtes in Verbindung stand, so reichte sie trotz ihres kleinen Arbeitsraumes für höhere Pressungen aus. Als Preßflüssigkeit erwies sich Glyzerin, Maschinenöl oder Rizinusöl am geeignetsten. Die Verwendung von Wasser wurde wegen der Rostgefahr vermieden.

Für die Untersuchung oberhalb der Streckgrenze reichte die Handpresse nicht mehr aus. Es wurde dazu ein ebenfalls im Amt vorhandener Druckübersetzer (Preßtopf), dessen Bauart aus Fig. 5 ersichtlich ist, benutzt. Der Durchmesser des mit Schrumpfring versehenen Zylinders beträgt 34 mm. Der höchste zu-

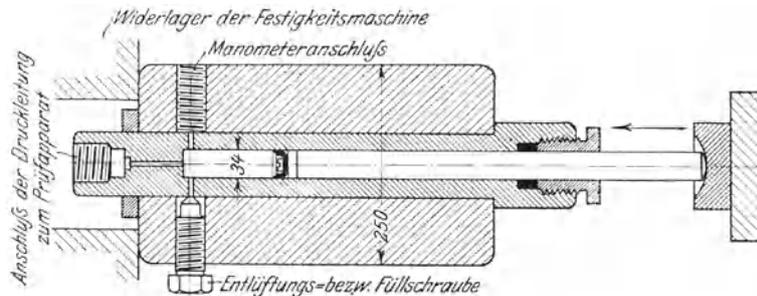


Fig. 5. Druckübersetzer für 10 000 at. 1 : 10.

lässige Druck ist 10 000 at. Der Kolben wurde durch eine Manschette von 4 mm starkem Leder abgedichtet. Bei Drücken über 4000 at zeigte sich der Uebelstand, daß das Manschettenleder bisweilen zwischen Kolben und Zylinderwandung hindurchgepreßt wurde, was ein starkes Klemmen des Kolbens verursachte. Da bei den vorliegenden Versuchen jedoch die Drücke besonders gemessen wurden, fiel dieser Uebelstand nur insofern ins Gewicht, als er die Arbeiten bisweilen verzögerte. Der Druckübersetzer wurde in eine liegende 100 t-Maschine (Werdermaschine) eingebaut, welche die Last auf 0,5 bis 1,0 vH genau abzulesen gestattete. Als Preßflüssigkeit wurde ausschließlich Rizinusöl verwandt, da die Kolbenmanschette beim Betriebe mit Glyzerin leicht hart wurde und infolgedessen schlecht abdichtete. Mit Wasser war der Apparat bei hohen Drücken nicht dauernd betriebsfähig zu erhalten.

Die Messung der Drücke.

Die Messung der Drücke bis 5000 at geschah bei allen Versuchen mit Hilfe von geeichten Präzisions-Federmanometern der Firma Schäffer & Budenberg. Da nach den Untersuchungen von Wagner (L 37) und den Erfahrungen

des Materialprüfungsamtes mit dieser Art von Manometern eine auf 0,5 vH genaue Druckablesung unter gewissen Voraussetzungen möglich ist, wurde dieses Verfahren ohne Bedenken angewandt. Bedingung für genaues Arbeiten ist eine häufige Nachprüfung mit Normalinstrumenten und die Verwendung von gut gealterten, d. h. häufig be- und entlasteten Manometerfedern. Eine derartige Vorbehandlung bezweckt, die durch elastische Nachwirkung bedingten Fehler etwas zu mildern. Da die Eichkurven einer Bourdonfeder beim Be- und Entlasten voneinander beträchtlich abweichen, so ist es wichtig, die Drücke immer in demselben Sinne, d. h. steigend oder fallend, abzulesen, eine Regel, die bei der Art der Durchführung der Versuche als selbstverständlich befolgt wurde.

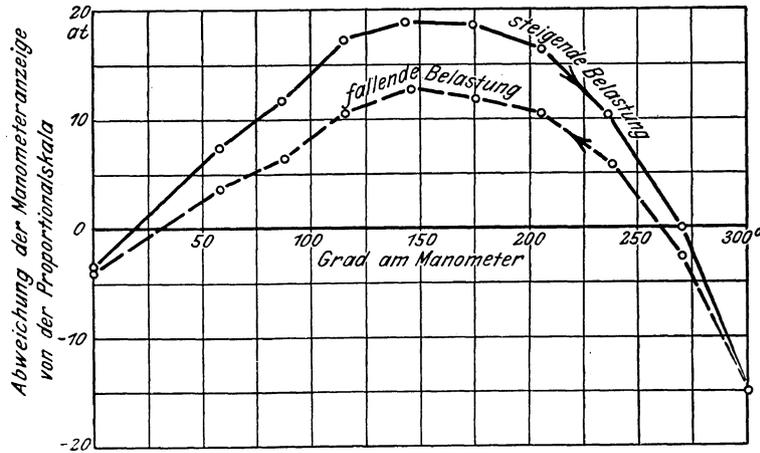


Fig. 6. Manometer Nr. 559, 1000 at.



Fig. 7. Manometer Nr. 558, 2000 at.

Die Eichung der Manometer bis 1000 at geschah an der im Amt befindlichen Eichstation mit der Differentialkolbenwage von Schäffer & Budenberg. Die Wage ist als Amagatzylinder (L. 37) ausgebildet und erzeugt den Druck durch unmittelbare Gewichtbelastung. Ihre Genauigkeit ist sehr groß; die Reibung des Amagatkolbens im Zylinder ist nach den im Amt angestellten Versuchen verschwindend klein, und die Summe der Fehler bewegt sich in der Größenordnung von 1 vT. Von einer Berichtigung der abgelesenen Werte wurde daher Abstand genommen. Die Einstellung des betreffenden Druckes erfolgte wieder mit Hilfe der erwähnten Handpresse. Zahlentafel 3 zeigt die Versuchswerte für das Manometer 559 (bis 1000 at reichend) und für das Manometer 558 (bis 2000 at reichend). Die Eichkurven sind in Fig. 6 und 7 wiedergegeben.

Zahlentafel 3.

Nr. des Versuches	Anzeige der Differential-Kolbenwage at	Manometer Nr. 559			Bemerkungen	Manometer Nr. 558			Bemerkungen
		Ablesung am Manometer Grad	bei proportionaler Skala sich ergebender Druck at	Abweichung von der proportionalen Skala at		Ablesung am Manometer Grad	bei proportionaler Skala sich ergebender Druck at	Abweichung von der proportionalen Skala at	
1	0	1,1	3,7	— 3,7	die Differential-Kolbenwage arbeitete erst bei 200 at einwandfrei	—	—	—	0-Punkt nicht abgelesen (schwankend)
2	100	—	—	—		—	—	—	
3	200	57,7	192,3	+ 7,3		25,9	172,7	+ 27,3	
4	300	86,5	288,3	+ 11,7		39,5	263,3	+ 36,7	
5	400	114,8	382,7	+ 17,3		53,3	355,3	+ 44,7	
6	500	144,3	481,0	+ 19		66,9	446,0	+ 54,0	
7	600	174,4	581,3	+ 18,7		80,8	538,7	+ 61,3	
8	700	205,1	683,7	+ 16,3		94,8	632,0	+ 68,0	
9	800	236,9	789,7	+ 10,3		108,9	726,0	+ 74,0	
10	900	270,0	900,0	0		123,4	822,7	+ 77,3	
11	1000	304,5	1015,0	— 15		138,0	920,0	+ 80,0	
12	900	270,7	902,3	— 2,3		123,5	823,3	+ 76,7	
13	800	238,2	794,0	+ 6,0		109,1	727,3	+ 72,7	
14	700	206,8	689,3	+ 10,7		95,1	634,0	+ 66,0	
15	600	176,4	588,0	+ 12,0		81,2	541,3	+ 58,7	
16	500	146,2	487,3	+ 12,7		67,2	448,0	+ 52,0	
17	400	116,8	389,3	+ 10,7		53,6	357,3	+ 42,7	
18	300	88,1	293,7	+ 6,3		39,9	266,0	+ 34,0	
19	200	58,9	196,3	+ 3,7		26,1	174,0	+ 26,0	
20	100	—	—	—		12,8	85,3	+ 14,7	
21	0	1,2	4,0	— 4,0		—	—	—	0-Punkt nicht abgelesen

Jede Ordinate gibt die Anzahl von at an, die man zu der abgelesenen Manometeranzeige hinzufügen bzw. von ihr abziehen muß, um den wirklichen Druck zu erhalten. Die Angabe des Manometers ist dafür vorher durch Multiplikation mit einem entsprechenden Faktor — z. B. beim Manometer Nr. 559 ist der Faktor $\frac{1000 \text{ at}}{300^0}$ — in at zu verwandeln. Diese Art der graphischen Darstellung hat lediglich den Zweck, die Abweichungen von der proportionalen Skala in möglichst großem Maßstabe darzustellen. Die Unregelmäßigkeiten der Kurvenzüge erklären sich teils durch Beobachtungsfehler, teils durch kleine unvermeidliche Reibungen im Uebertragungswerk. Die letztere Annahme gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn man erwähnt, daß durch leichtes Klopfen an das Manometergehäuse die Angaben häufig um einige Schätzungseinheiten verändert wurden. Die Eichung der Manometer, die stets mit Klopfen ausgeführt wurde, wurde während der Gebrauchzeit alle 8 Tage wiederholt. Die Abweichungen der einzelnen Versuchsreihen waren so verschwindend klein — höchstens $\frac{2}{10}$ Grad —, daß von der Wiedergabe der Ablesungen Abstand genommen wurde.

Ein Meßgerät, das auf denselben Grundlagen beruht, wie die Differentialwage, aber als einfacher Amagatzylinder ausgebildet ist, wurde für die Eichung von 1000 at bis 5000 at verwandt (L. 39). Es wurde in den Kontrollstabprüfer (L 39) eingebaut, welcher gestattet, den Amagatkolben stufenweise mit Gewichtsscheiben von 1 bis 10 t zu belasten. Der Zylinderraum war mit einem Steuerkörper, an den die 400 at-Leitung ständig angeschlossen ist, und mit den zu vergleichenden Manometern verbunden. Als Preßflüssigkeit zeigte sich ein dickflüssiges Zylinderöl am brauchbarsten, da bei Glycerin oder Rizinusöl

wegen ihrer geringeren Viskosität zu große Undichtigkeitsverluste auftraten. Der Kolben konnte durch eine Vorrichtung in Drehung versetzt werden, so daß auch bei diesem Meßgerät die Reibung praktisch vernachlässigt werden konnte.

Der Durchmesser des Zylinders wurde durch Auswiegen mit Quecksilber aus 4 Versuchen zu $d_1 = 16,993$ mm ermittelt. Der Kolben d_2 hatte, mit 3 verschiedenen Mikrometerschrauben gemessen, im Mittel 15,993 mm Dmr. Legt man die Annahme zugrunde, daß der Durchmesser des wirksamen Querschnittes das arithmetische Mittel von Kolben- und Zylinder-Durchmesser ist (L. 37), so erhält man als wirkliche Druckfläche $f = \left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right)^2 \frac{\pi}{4} = \infty 2,012$ qcm. Die Belastung des Kolbens mit 1000 kg entspricht mithin einem Druck von 497 at.

Die Eichung des 5000 at-Manometers zeigt Zahlentafel 4 und Kurve 8. Die Werte bis 1000 at wurden mit der Differentialwage verglichen. Die Uebereinstimmung war für die vorliegende Untersuchung ausreichend. Die Manometer-

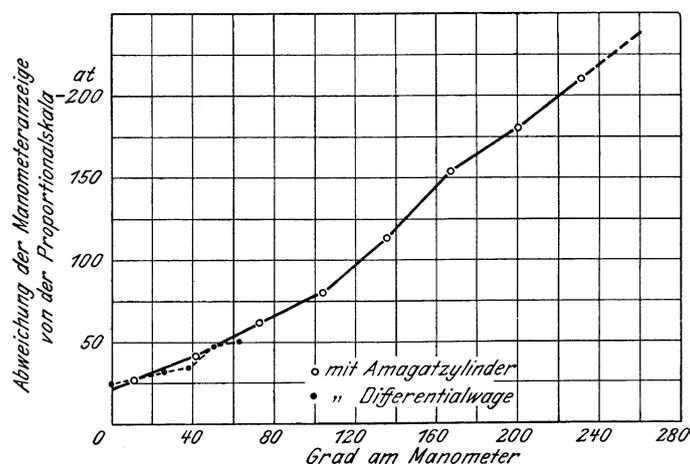


Fig. 8. Manometer Nr. 557, 5000 at.

Zahlentafel 4.

1	2	3	4	5	6
Belastung des Amagatkolbens	Druck im Amagatzylinder	Ableseung am Manometer 557	dieser Ableseung bei proportionaler Skala entsprechender Druck	Abweichung von der proportionalen Skala	Bemerkungen
kg	at	Grad	at	at	
315,2	157	11,0	183,4	- 26,4	Eichung mit Amagatzylinder
1315,2	654	41,7	695	- 41	
2315,2	1151	72,8	1213	- 62	
3315,2	1648	103,7	1728	- 80	
4315,2	2145	135,4	2258	- 113	
5315,2	2642	167,4	2795	- 153	
6315,2	3140	199,0	3319	- 179	
7315,2	3640	231,0	3850	- 210	
0	0	1,5	25	- 25	Eichung mit Differentialwage
50	200	13,6	227	- 27	
100	400	25,9	432	- 32	
150	600	38,0	634	- 34	
200	800	50,8	848	- 48	
250	1000	62,9	1050	- 50	

ablesungen sind das Mittel aus je drei Versuchsreihen, die kurz vor Verwendung des Manometers aufgenommen wurden. Nach Beendigung der Versuche konnten nur die Angaben bis 1000 at mit der Differentialkolbenwage verglichen werden, da der Kontrollstabprüfer anderweitig in Anspruch genommen war. Die Vergleiche bis 1000 at ergaben aber befriedigende Uebereinstimmung — bis auf 0,8 vH —, so daß man wohl annehmen darf, daß das Manometer sich auch im Bereich höherer Drücke während der Versuche selbst nur unwesentlich verändert hat.

Die Ungenauigkeit der Eichung dürfte trotz der mangelhaften Ausführung des Amagatkolbens — er zeigte eine Verjüngung von $\infty \frac{2}{100}$ mm —, kaum 1 vH übersteigen, was als ausreichend erachtet wurde.

Die Messung der Formänderungen der Versuchskörper.

Setzen wir die in Fig. 4 beschriebenen Hohlringe einem Innendruck aus, so erleiden sie Formänderungen, und zwar werden sich, solange man im elastischen Gebiet bleibt, alle Durchmesser vergrößern, die radialen Abstände der einzelnen Zonen verkleinern, und es wird eine gleichmäßige Höhenverminderung (in Richtung der Zylinderachse) eintreten. Da wir die Messung so durchführen wollen, daß wir die aus den Versuchen ermittelten Dehnungen mit denen vergleichen, die die Grashofsche Formel angibt, so werden wir möglichst bestrebt sein müssen, die numerisch größten Dehnungen zur Messung heranzuziehen, d. h. die tangentielle Dehnung ϵ_t . Diese Wahl scheint um so mehr geboten, als die Formänderungen und also auch die Ausschläge an den Meßgeräten bei den starkwandigen Ringen ohnehin gering sind.

Da es sich im elastischen Gebiet um Dehnungen von einigen Tausendstel mm handelt, so ist eine unmittelbare Messung mit Mikrometerschraube einmal schon wegen der Unempfindlichkeit der Meßgeräte, dann auch wegen der unvermeidlichen Durchfederungen der benötigten Zwischenglieder (Bügel, Hebel usw.) und der Fehler im Ansetzen zu verwerfen.

Dieselben Mängel haben Messungen der Umfangsänderung durch umgelegtes Stahlband mit Feinablesung oder (umgelegte) Bügel mit mechanischem Uebertragungswerk. Eine solche Anordnung wurde ohne Erfolg versucht.

Die Messung nach dem Interferenzprinzip liefert nach den Erfahrungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt bei kleinen Längenänderungen recht genaue Ergebnisse, würde aber für den vorliegenden Fall etwas umständlich werden. Das würde besonders dann recht fühlbar, wenn, wie beabsichtigt, an mehreren Stellen des Versuchskörpers Messungen vorgenommen werden sollen.

Die Martensschen Spiegelapparate, die sich in verhältnismäßig kurzer Zeit im Materialprüfungswesen ein umfangreiches Anwendungsgebiet erobert haben, bieten für Feinmessungen die großen Vorteile, daß sie meist konstruktiv sehr einfach zu gestalten und verhältnismäßig leicht anzusetzen sind. Der Vorwurf, der ihnen gemacht werden kann, daß sie nämlich wegen der sonst unumgänglichen, rechnerisch etwas unbequemen Berichtigungen nur für kleine Längenänderungen brauchbar sind, tritt für vorliegende Versuche in den Hintergrund, da die größeren Formänderungen oberhalb der Streckgrenze doch nur näherungsweise bestimmt werden sollen. Von diesen Spiegelapparaten wurde deshalb für alle Formänderungsmessungen Gebrauch gemacht.

Gerade ihre Vielseitigkeit erschwerte anfangs die Entscheidung für eine bestimmte, im vorliegenden Fall anzunehmende Meßart. Die Messung der

Durchmesseränderungen etwa in der in Fig. 9 angedeuteten Weise bietet den Vorteil großer Meßlängen und großer Ausschläge, damit also kleiner Beobachtungsfehler. Dem Verfahren haftet aber der Nachteil an, daß die Apparate übereinander angeordnet werden müßten und besonders wegen der Konstruktion des Prüfapparates verwickelte Formen annehmen würden.

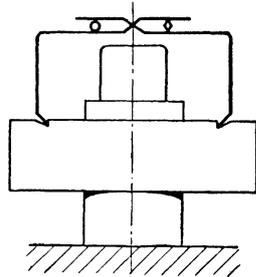


Fig. 9.

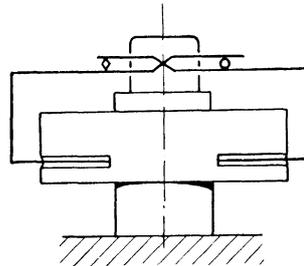


Fig. 10.

Um die inneren Ringschichten der Messung zugänglich zu machen, könnte man nach Fig. 10 von außen feine Bohrungen bis zu den betreffenden Schichten heranzuführen und die Spiegelapparate passend ausbilden. Auch dieser Konstruktion ist der Vorwurf der Schwierigkeit der Anordnung nicht zu ersparen, andererseits gibt aber auch die durch die Bohrungen hervorgerufene lokale Schwächung des Versuchkörpers zu Bedenken Anlaß.

Für die Untersuchung wurde als das geeignetste die Messung von Umfangsteilen bzw. Sehnen gewählt, was mit geringen konstruktiven Hilfsmitteln durchführbar ist und den Vorteil bietet, daß die einzelnen Meßapparate sehr unabhängig voneinander sind. Die Messung der Sehne statt des zugehörigen Bogens ist ohne weiteres zulässig, wenn man bedenkt, daß der zugehörige Zentriwinkel bei der Formänderung seine Größe behält. Das Ansetzen der Apparate war, wie die Versuche bewiesen, bei dieser Anordnung leicht zu bewerkstelligen.

Die beim Ueberschreiten der Streckgrenze auftretende eigentümliche Erscheinung der Fließfiguren ist als Kennzeichen für diesen Punkt in Anwendung gebracht worden. Das Verfahren ermöglicht, wenn auch nicht zahlenmäßig, so doch grundsätzlich, ein Fortschreiten des Fließvorganges an dem Wandern der Figuren zu verfolgen.

Die Spiegelapparate.

Die Gestalt der für die Messung entworfenen Spiegelapparate zeigt Fig. 11. Abweichend von der gebräuchlichen Form ist besonders die Art der Eingrenzung

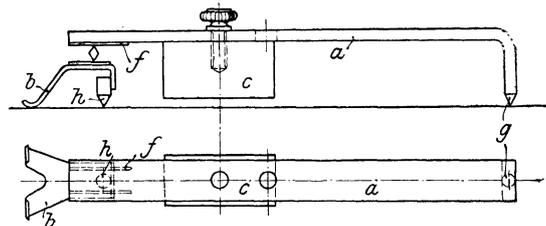


Fig. 11.

der Meßlänge. Da die Ausdehnung einer ganz bestimmten Ringzone gemessen werden soll, die wegen der radialen und tangentialen Bewegungen jedes Oberflächenteilchens streng nur durch die Lagenänderung zweier Punkte der Zone

gegeben werden kann, so mußte eine Stützung des Bökkchens auf dem Ring in 2 Punkten z. B. in einer Schneidenfläche vermieden werden. Die Meßfeder a aus 3 mm starkem Bandstahl ist ebenso wie das Bökkchen b in 3 Punkten gestützt. Sie setzt sich mit ihrer Spitze g auf den Versuchsring, mit den beiden aufgelöteten Messingdrähten f auf die Schneide des Spiegelapparates. Das Bökkchen b stützt sich mit der scharfen Spitze h , welche die Meßlänge abschließt, und den beiden sauber polierten Schwänzchen auf den Ring. Der Andruck erfolgt durch ein kleines Bleigewicht c . Auf der Unterseite des Ringes wurde statt dessen eine Stahldrahtklemme verwandt. Etwas abweichend ist die Gestalt des Apparates in der Mitte (Fig. 12 und Photographie S. 25). Um die Formänderungen möglichst an den Stellen größter Beanspruchung zu ermitteln,

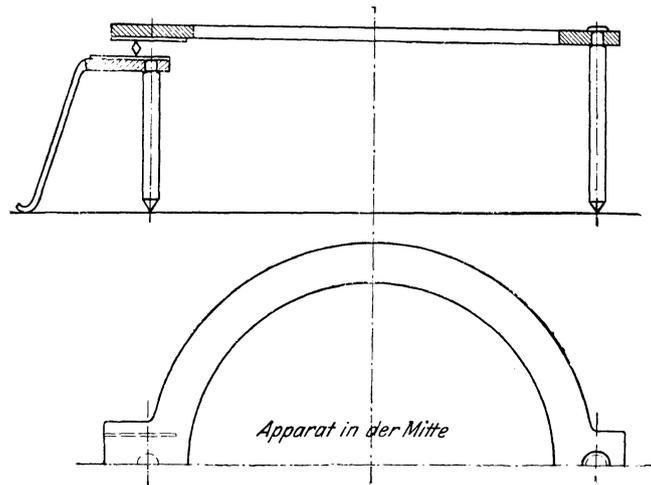


Fig. 12.

mußte man bestrebt sein, mit den Meßgeräten nahe an die innere Ringbohrung heranzukommen. Der erste Apparat wurde daher bei dem Halbmesser $\rho = 5,5$ aufgesetzt. Der Deckring mußte infolgedessen an 2 gegenüberliegenden Stellen durchbohrt werden, um die Spitzen von Meßfeder und Bökkchen hindurch zu lassen. Der Andruck geschah auch hier durch Gewichtbelastung.

Fehler der Spiegelapparate.

Wirkungsweise und Fehler der Spiegelapparate sind in Martens', Materialkunde (L. 28) ausführlich erläutert; es sollen hier nur noch einige Erweiterungen und für den besondern Fall geltende Aenderungen gegeben werden.

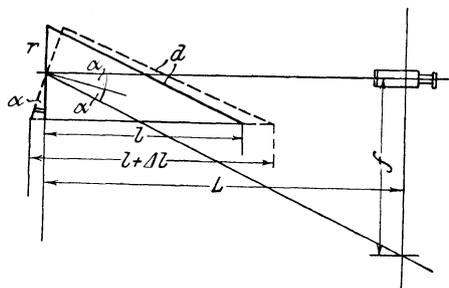


Fig. 13.

Betrachten wir zunächst den einfachen Fall, daß die Höhe des Bökkchens zu vernachlässigen ist. Dann kann man die Wirkungsweise durch Fig. 13 schematisch darstellen. Hierbei bedeutet:

r die Höhe der Spiegelschneide in mm,
 L den Abstand der Skala von der Spiegelachse,
 l die Meßlänge in mm,
 Δl den Zuwachs der Meßlänge infolge der Formänderung in mm,
 f den im Fernrohr abgelesenen Ausschlag an der Skala in mm.

Mit den Bezeichnungen der Figur ist sodann der Ausschlag

$$f = L \operatorname{tg} 2 \alpha$$

$$\Delta l = r \sin \alpha + \sqrt{d^2 - c^2 \cos^2 \alpha} - l$$

$$\varphi = \frac{f}{\Delta l} = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha}{r \sin \alpha + \sqrt{d^2 - c^2 \cos^2 \alpha} - l}.$$

Setzt man noch $d^2 - c^2 \cos^2 \alpha = l^2 - r^2 \sin^2 \alpha$, so wird die Uebersetzung

$$\varphi = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha}{r \sin \alpha + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha} - l}.$$

Für kleine Ausschläge ist $r^2 \sin^2 \alpha$ gegenüber l^2 als sehr klein zu vernachlässigen. Man erhält also die Näherungsformel

$$\varphi = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha}{r \sin \alpha},$$

die für praktische Zwecke meist ausreicht. Setzt man noch $\operatorname{tg} 2 \alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$ so wird $\varphi = \frac{2L}{r}$, eine Formel, die für kleine Ausschläge (etwa bis $\alpha = 3^\circ$) befriedigende Werte liefert.

Fehler beim Ansetzen.

Bildet das Prisma in der Anfangstellung schon einen Winkel β mit der Senkrechten (im Sinne einer Längung der Meßstrecke), so ändern sich die Formeln in folgender Weise:

$$\Delta l = r [\sin (\beta + \alpha) - \sin \beta] + \sqrt{l^2 - 2 l r \sin \beta + r^2 \sin^2 (\beta + \alpha)} - (l - r \sin \beta).$$

Darin stellt der erste Summand wieder einen Näherungswert für kleine Winkel dar. Ist die Neigung der Schneide entgegengesetzt (d. h. im Sinne einer Verkürzung der Meßstrecke), so ist in der Formel lediglich $(-\beta)$ statt $(+\beta)$ zu setzen.

Tabellarisch ist diese Abweichung in Martens' Materialienkunde (L. 28) zusammengestellt, indem die Näherungsformel zugrunde gelegt wurde.

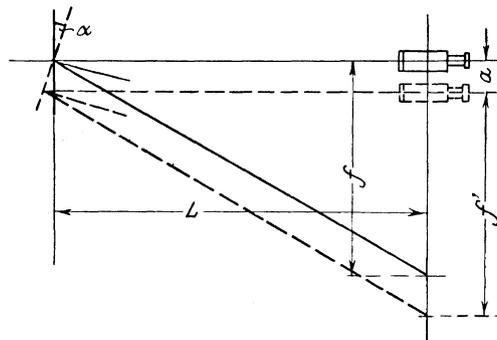


Fig. 14.

Es möge hier noch der Fehler einer Betrachtung unterzogen werden, der dadurch entsteht, daß die Achse des Fernrohres nicht auf Spiegelmitte gerichtet ist. Aus Fig. 14 folgt unmittelbar

$$f' - f = a \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 2 \alpha,$$

wo a die Abweichung der optischen Achse von Spiegelmitte bedeutet. Der Fehler ist also unabhängig von den Größen r und L , hat mithin für alle derartigen Anordnungen dieselbe Größe.

Die Fehler sind in Zahlentafel 5 zusammengestellt. Die Zahlen geben die Abweichung in mm an. Da bei den üblichen Fernrohrvergrößerungen kleinere Skalenwerte als $1/10$ mm = 1 Schätzungseinheit im Fernrohr kaum abgelesen werden, so kann der Fehler bei kleinen Ausschlägen vernachlässigt werden, zumal der Einstellungsunterschied a wegen des beschränkten Gesichtsfeldes der Fernrohre nur selten 3 bis 5 mm überschreiten dürfte. Die stark gedruckte Linie in der Zahlentafel umgränzt das Gebiet, in dem etwa eine Berichtigung angebracht erscheint.

Zahlentafel 5.

Ausschlag des Spiegels in Grad	Fehler der Ablesung = $(r' - r)$ in mm bei dem Uebersetzungsverhältnis $\varphi = 1 : 1000$ für:					Skalen- ausschlag r' bei $a = 0$
	$a = 1$	$a = 2$	$a = 5$	$a = 10$	$a = 15$ mm	
α						r in mm
1	0,00059	0,00118	0,0029	0,0059	0,0088	∞ 70
2	0,00235	0,0047	0,0118	0,0235	0,0353	140
3	0,0054	0,0108	0,027	0,054	0,081	210
4	0,00965	0,0193	0,0483	0,0965	0,145	282
5	0,0153	0,0306	0,076	0,153	0,229	353
6	0,0222	0,0444	0,111	0,222	0,333	426
10	0,064	0,128	0,32	0,64	0,96	730

Einfluß der Höhe des Böckchens.

Da bei den benutzten Meßgeräten zum Teil hohe Böckchen benutzt wurden, soll ihr Einfluß auf die Größe des Uebersetzungsverhältnisses untersucht werden. Die Anordnung ist im Schema durch Fig. 15 dargestellt. Hier be-

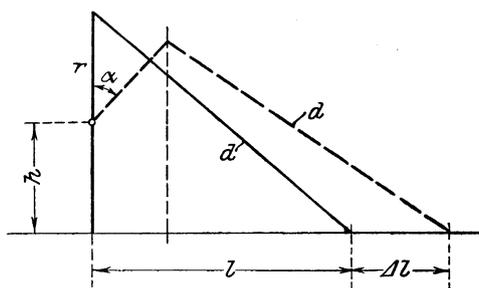


Fig. 15.

deutet h die Höhe eines Böckchens, welches für die Spiegelschneide r als Stützpunkt dient; die übrigen Bezeichnungen sind dieselben wie in Fig. 13. Die punktierte Linie zeigt die Lage, nachdem der Spiegel um den Winkel α ausgeschlagen ist.

Aus der Fig. 15 ergibt sich

$$Al = r \sin \alpha + \sqrt{l^2 + r^2 \sin^2 \alpha + 2 r h (1 - \cos \alpha)} - l$$

$$q = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha}{r \sin \alpha + \sqrt{l^2 + r^2 \sin^2 \alpha + 2 r h (1 - \cos \alpha)} - l}$$

Der dritte Summand unter der Wurzel gibt den Einfluß der Böckchenhöhe wieder; wird $h = 0$, so geht die Formel in die bekannte, auf S. 17 gegebene über, so daß für kleine Ausschlagwinkel und kleine h wieder dieselben Näherungsformeln gelten.

Zahlentafel 6 läßt erkennen, daß eine Vergrößerung von h die Uebersetzung verkleinert. Der Einfluß kann sich besonders in Fällen, wo man mit kleiner Meßlänge und verhältnismäßig großer Böckchenhöhe zu arbeiten gezwungen ist, störend bemerkbar machen.

Zahlentafel 6.

Ausschlag des Spiegels α in Grad	Uebersetzung q (falls für $\alpha = 0$ $q = 1000$ ist)				Ablesung an der Skala für $q = 1000$ f in mm
	Böckchenhöhe $h = 7$ mm	Böckchenhöhe $h = 10$ mm	Böckchenhöhe $h = 30$ mm	Böckchenhöhe $h = 50$ mm	
30'	999,54	999,37	998,23	997,15	34,91
1°	999,46	999,19	997,35	995,50	69,84
2°	1000,0	999,43	996,10	992,60	139,85
5°	1003,86	999,69	996,68	987,40	352,65

Aufstellung der Meßgeräte.

Die Befestigung der Meßwerkzeuge auf der Ringoberfläche geschah durch Einsetzen der Spitzen von Meßfeder und Böckchen in kleine Kerne, deren Abstand mit dem Zirkel genau festgelegt wurde (etwa auf 0,1 mm, d. h. 1 vT). Der Kegel dieser Spitzen war bedeutend stumpfer als der der Kerne, um eine gesicherte Anlage zu haben. Die theoretisch richtigste Ausbildung der Spitzen als Kugeln wurde aus Herstellungsrücksichten unterlassen.

Um vor dem Rutschen in den Berührungspunkten geschützt zu sein, wurden die Spitzen bei einigen Versuchen mit Hartwachs vergossen. Hierbei machte sich allerdings der Einfluß der verschiedenen schnellen Erwärmung des Versuchsrings und der Meßgeräte bisweilen recht störend bemerkbar. Entsteht zwischen Ring und Meßfeder ein Temperaturunterschied von Δt° , so ist der entsprechende Ausschlag im Fernrohr, wenn die Wärmeausdehnungszahl $\alpha_t = \frac{1}{85\,000}$ angenommen wird,

$$f = q \Delta t \frac{l \text{ mm}}{85\,000},$$

oder, wenn z. B. $\Delta t = 1^\circ \text{ C}$ und $l = 100 \text{ mm}$,

$$\begin{aligned} f &= 1,18 \text{ mm } (q = 1000) \\ &= 11,8 \text{ Schätzungseinheiten.} \end{aligned}$$

Es mußte daher nach dem Vergießen der Spitzen in der Regel 2 bis 3 Stunden bis zum Beginn der Versuche gewartet werden.

Die Lufttemperatur hatte sehr geringen Einfluß auf die Angaben, da der Versuchsraum nahezu unverändert auf 20° C gehalten werden konnte.

Vorversuche.

Um die Zuverlässigkeit der gewählten Meßanordnung zu erproben, wurden Vorversuche angestellt, deren Ergebnis hier kurz mitgeteilt werde.

Meßapparate waren aufgetzt

in den Zonen $q = 5,5 \quad 7 \quad 9 \quad 12 \quad 15 \text{ cm}$
mit den Meßlängen $l = 11 \quad 9 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \text{ »}.$

Die Ergebnisse sind in Zahlentafel 7 zusammengestellt. Der Elastizitätsmodul wurde zu $E = 2110000$ angenommen.

Zahlentafel 7.

Zonenradius ρ cm	5,5	7	9	12	15		
Meßlänge l »	11	9	10	10	10		
Uebersetzung φ »	1000	1000	1500	1500	1500		
Ringkonstante C »	1,005	0,643	0,413	0,259	0,187		
Druck, abgelesen am Manometer Nr. 559	100° = 340 at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	153	92	101	67	40
		daraus mit $E = 2\,110\,000$ berechnete reduzierte Spannung σ_{red}	293	215	142	94	56
		reduzierte Spannung nach der Grashof'schen Formel	342	218	141	88	64
		Abweichung der Messung von der Theorie in vH	-14,3	-1,4	+0,71	+6,8	-12,5
		Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	310	185	200	130	80
	200° = 680 at	daraus mit $E = 2\,110\,000$ berechnete reduzierte Spannung σ_{red}	591	432	281	182	112
		reduzierte Spannung nach der Grashof'schen Formel	684	436	281	176	127
		Abweichung der Messung von der Theorie in vH	-13,6	-0,92	0	+3,4	-11,8
	300° = 985 at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	449	269	295	186	114
		daraus mit $E = 2\,110\,000$ berechnete reduzierte Spannung σ_{red}	860	630	415	262	160
		reduzierte Spannung nach der Grashof'schen Formel	991	631	408	254	184
		Abweichung der Messung von der Theorie in vH	-13,2	-0,15	+1,72	+3,15	-13,1

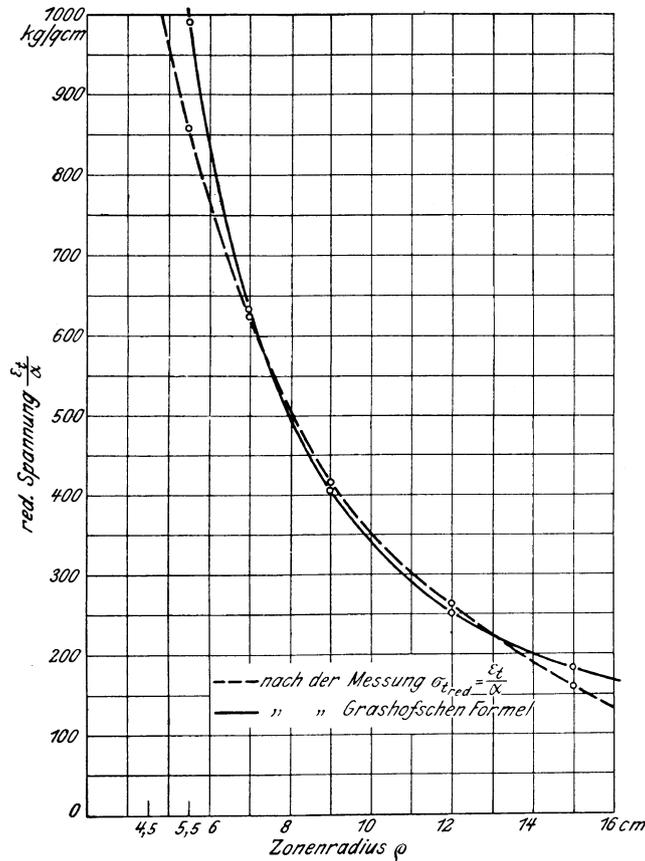


Fig. 16. Versuche mit den alten Spiegelapparaten. Tangentialanstressungen $\sigma_{t,red} = \frac{\epsilon_t}{\alpha}$.

Das Ergebnis der Versuche (vergl. auch Fig. 16) scheint wegen der starken Abweichungen von der Theorie nicht sehr wahrscheinlich. Besonders bedenklich war aber die Erscheinung, daß nach dem Zurückgehen des Druckes auf $p = 0$ die Apparate und vornehmlich der mittlere meist erhebliche Dehnungsreste anzeigten, die bei der niedrigen Beanspruchung von $\sigma = 1400 \text{ kg/qcm}$ wohl kaum durch unelastisches Verhalten des Ringmaterials zu erklären sind. Auch hätte in diesem Fall die somit sehr niedrige Elastizitätsgrenze durch das häufige Be- und Entlasten künstlich gehoben werden müssen, was sich hier als allmähliche Verringerung der Nachwirkungserscheinungen bemerkbar machen mußte.

Der Grund für die schlechten Ergebnisse scheint vielmehr darin zu liegen, daß das Bökkchen jedes Apparates mit seinen 3 Stützpunkten auf verschiedenen Zonen des Ringes steht, die bei der Formänderung verschieden große radiale Bewegungen ausführen. Diese verschiedenen Bewegungen werden eine Drehung des Bökkchens um seinen festen Stützpunkt hervorzurufen suchen, die andererseits die in 4 Punkten gestützte Schneide des Spiegelapparates zu verhindern sucht. Daß häufig das Drehmoment trotz des Vergießens überwog und die Schneide infolgedessen in einem Punkte nachgab, bewiesen Versuche, die mit einem an dem Bökkchen angeklebten Spiegel ausgeführt wurden. Ein Beschweren der Meßfeder besserte die Verhältnisse nur in dem Fall, daß zugleich durch Verschieben der Auflagerpunkte des Prismas nach dem festen Stützpunkt des Bökkchens hin die Kämpferdrücke der beiden polierten Schwänzchen klein gehalten wurden. Um die Einflüsse noch mehr auszuschalten, wurde versucht, die Reibung der Schwänzchen auf der Oberfläche durch untergelegte Glasplatten, zwischen denen Kugeln oder kleine Stahlwalzen gelagert waren, zu verringern. Durch solche Anordnungen wurden die Ergebnisse in günstigem Sinne stark beeinflusst. Die mit diesen Hilfsmitteln gefundenen Werte sind bei den Hauptversuchen S. 28 wiedergegeben (eingeklammerte Ablesungen).

Der mittlere Spiegelapparat, bei dem infolge seiner Unzugänglichkeit ein Vergießen der Spitzen unmöglich war, arbeitete wohl wegen kleiner Verschiebungen des hohen Bökkchens in den Kernen trotz untergelegter Glasplatten noch immer unzuverlässig, was sich aus den Unterschieden der einzelnen Versuchsreihen ergab. Es wurde daher mit Erfolg versucht, bei allen Meßapparaten die vorgenannten Mängel durch eine neue Anordnung ganz zu umgehen, da die Messung zwecks Nachprüfung der Größe der Poissonschen Konstanten höchstens $\pm 0,5 \text{ vH}$ Fehler haben durfte.

Die neue Form der Meßapparate für die äußeren Zonen, Fig. 17, der ein Vorschlag von Martens zugrunde liegt — ähnliche Formen sind im Material-

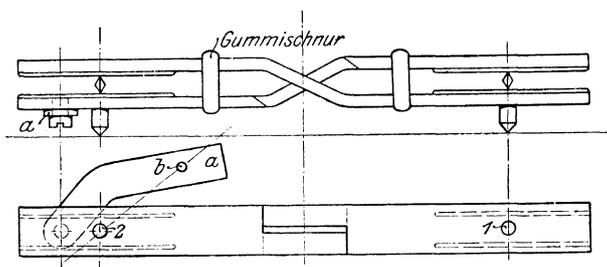


Fig. 17.

prüfungsamt des öfteren mit Erfolg verwandt worden —, sucht vor allem eine Schneidendrehung bei eintretender Formänderung zu vermeiden. Der ganze Apparat, dessen Bauart aus der Figur wohl klar ersichtlich ist, stützt sich in drei

Punkten auf den Ring. Die Prismen, die beide zur Messung herangezogen werden können, legen sich gegen die Meßfedern auf der einen Seite in 4, auf der andern in 3 Punkten, so daß auch hier der Grundsatz eindeutiger Stützung für jeden Teil gewahrt ist. Der Andruck der Schneiden wird teils durch aufgestreifte Gummischlauchstreifen, teils durch kleine Belastungsgewichte bewirkt (vergl. Fig. 20, S. 25). Der Apparat erhält seine Standsicherheit durch einen angeschraubten Arm *a*, der in jedem Fall so gedreht wird, daß der Punkt *b*, der zur Reibungsverminderung als Kugelstützung ausgebildet ist, auf dem durch (2) gehenden Fahrstrahl liegt. Dadurch wird erreicht, daß die bei *b* auftretende Reibungskraft kein Drehmoment auf den Apparat ausüben kann.

Die mittelste Meßvorrichtung wurde nach demselben Grundsatz, Fig. 18, ausgeführt. Die Stützung erfolgte durch Kugellager bei *a*. Hält man den

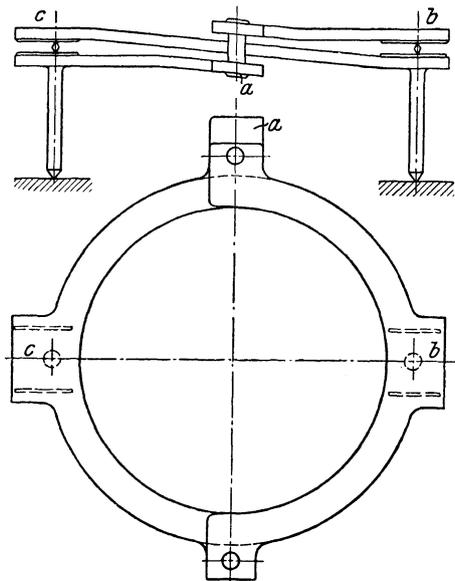


Fig. 18.

Kämpferdruck bei *a* klein, indem man den Andruck im wesentlichen durch Belasten bei *b* und *c* erzeugt, so ist auch bei diesem Apparat die Verdrehungsmöglichkeit äußerst gering. Jedenfalls ist die Gefahr des Rutschens in den Kernen durch die Fortschaffung des Bockchens bedeutend verringert worden.

Theoretische Fehler.

Vom theoretischen Standpunkt aus ist die neue Anordnung in ihrer Wirkungsweise etwas verwickelt, weshalb auch die genaue Berichtigungsformel für große Ausschläge eine unbequeme Form erhält. Um die Rechnung zu vereinfachen, sei hier nur der Fall betrachtet, daß die Prismen senkrecht über den Spitzen angesetzt sind und beide die gleiche Höhe *r* haben. Bei den Versuchen wurden diese Bedingungen nach Möglichkeit erfüllt. Ersetzt man den Apparat durch die schematische Anordnung Fig. 19, so kann man sich die Wirkungsweise in zwei Phasen zerlegt denken:

- 1) *A C* bleibe in seiner Lage, *r*₁ schlage um den Winkel α aus (gestrichelte Stellung),
- 2) *A B'* bleibe fest, und der übrige Apparat kippe herum, bis beide Spitzen 3 3 in einer Ebene liegen, wobei dann die Entfernung 3 3 gleich $l + \Delta l$ sein muß (*l*^{*}).

Allerdings macht man bei dieser Art der Darstellung einen kleinen Fehler, indem der ganze Apparat jetzt noch um die Höhe b gesenkt werden müßte, um in seine alte Höhenlage zu kommen. Da diese Verschiebung sich aber in der-

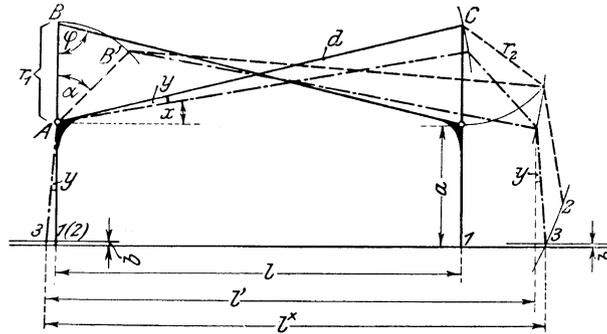


Fig. 19.

selben Weise, wie eine um b aus der optischen Achse fallende Einstellung bemerkbar machen müßte, die nach den Formeln, S. 17, bei der Kleinheit der Strecke b völlig zu vernachlässigen ist, so wurde dieser grundsätzliche Fehler in Kauf genommen.

Mit den Bezeichnungen der Figur erhält man dann unter Weglassung einiger Zwischenrechnungen:

$$\begin{aligned}
 l^* &= l' + 2a \sin y = l + \Delta l \\
 l' &= r \sin \alpha + \sqrt{l^2 + r^2 \sin^2 \alpha} \\
 \sin x &= \frac{r \cos \alpha}{d} = \cos \alpha \cos \varphi \\
 y &= 90 - \varphi - x \\
 l^* &= l' + 2a \left\{ \frac{r}{d^2} \sqrt{d^2 - r^2 \cos^2 \alpha} - \frac{lr}{d^2} \cos \alpha \right\} \\
 \Delta l &= l' - l + 2a \frac{r}{d^2} \left\{ \sqrt{l^2 + r^2 \sin^2 \alpha} - l \cos \alpha \right\} \\
 \varphi &= \frac{L \operatorname{tg} 2\alpha}{\underbrace{r \sin \alpha}_1 + \underbrace{\sqrt{l^2 + r^2 \sin^2 \alpha} - l}_2 + 2a \frac{r}{d^2} \underbrace{\left\{ \sqrt{l^2 + r^2 \sin^2 \alpha} - l \cos \alpha \right\}}_3}
 \end{aligned}$$

Δl^1) setzt sich aus 3 Summanden zusammen. Der letzte berücksichtigt den Einfluß der Spitzenlänge a . Die Formel läßt erkennen, daß lange Spitzen das Uebersetzungsverhältnis allmählich verkleinern; es bietet sich also bei derartigen Anordnungen durch passende Wahl der Größe von a ein Mittel, die bei dem normalen Apparat mit wachsenden Ausschlägen gleichmäßig steigende Uebersetzung innerhalb bestimmter Grenzen fast ganz unverändert zu halten. Wird $\alpha = 0$, so geht die Formel in die auf S. 17 für den normalen Apparat entwickelte über. Bei geringen Spitzenlängen und für kleine Ausschläge kann man also auch hier wieder die Näherungsformeln gebrauchen.

Zahlentafel 8 zeigt die Aenderung von φ mit wachsendem α und α mit besonderer Rücksicht auf die bei den Versuchen verwandten Apparate.

Der Einfluß der Spitzenlänge wird danach um so größer, je kleiner man die Meßlänge wählt. Es dürfte daher bei anormalen Ausführungsformen stets eine Nachrechnung zu empfehlen sein.

¹⁾ d. h. der Nenner.

Zahlentafel 8.

Spiegelausschlag in Grad α	Uebersetzung φ									
	Nähe- rungs- Formel	Abweichung vom Wert für $\alpha = 0$ in $\frac{0}{100}$	genaue Formel $\alpha = 0$	Abweichung vom Wert für $\alpha = 0$ in $\frac{0}{100}$	$a = 10$ mm		$a = 30$ mm			Abweichung vom Wert für $\alpha = 0$ in $\frac{0}{100}$
					Abweichung vom Wert für $\alpha = 0$ in $\frac{0}{100}$					
0	1000,0	0	1000	0	1000	0	1000	0	1000	0
30'	1000,13	+ 0,13	999,934	- 0,066	998,8	- 1,2	996,53	- 3,47	994,25	- 5,75
1°	1000,43	+ 0,43	1000,096	+ 0,096	998,29	- 1,71	994,7	- 5,3	991,0	- 9,0
2°	1001,86	+ 1,86	1001,17	+ 1,17	997,75	- 2,24	990,9	- 9,1	984,1	-15,9
3°	1004,13	+ 4,13	1003,1	+ 3,1	997,86	- 2,14	987,4	-12,6	977,1	-22,9
5°	1011,5	+11,5	1009,75	+ 9,75	1001,05	+ 1,05	983,7	-16,3	966,3	-33,7
10°	1045,7	+45,7	1042,2	+42,2	1025,6	+25,6	992,2	- 7,8	959,0	-41,0

Die übrigen Fehler stellen sich in entsprechender Weise wie beim normalen Apparat dar.

Ausführung der Versuche im elastischen Gebiet.

Die Ausmessung der Spiegelschneiden.

Zur Ausführung der Messungen wurden Martenssche Spiegelapparate neuerer Form (vergl. Martens, Materialienkunde) verwandt. Die Ausmessung der Schneiden geschah mit 2 besonders sorgfältig hergestellten Mikrometer-schrauben von Reinecker und Brown & Sharp, deren Schätzungseinheit $\frac{1}{1000}$ mm betrug, vergl. Zahlentafel 9. Die absoluten Angaben der einzelnen Lehren wurden durch Messung eines von der Normal-Eichungskommission festgelegten Normalkörpers untereinander verglichen. Die Richtigkeit der Meßwerte, soweit man eine solche in Anbetracht der unvermeidlichen Fehler dieses Meßverfahrens verlangen kann, war durch die sehr befriedigende Ueber-einstimmung der Einzelwerte verbürgt. Es liegt auch, schon im Hinblick auf die Abnutzung der Schneiden, kein Bedürfnis vor, die Genauigkeit im vorlie-genden Fall weiter als bis auf $\frac{2}{1000}$ mm zu treiben, da diese Abweichung bei 4 mm Schneidenbreite erst einen Fehler von 0,5 $\frac{0}{100}$ bedingen würde, der ohne Bedenken zulässig erscheint.

Zahlentafel 9.

Bezeichnung des Spiegels	I) Messung am 2. 12. 07			II) Messung am 3. 2. 08			erforderlicher Skalenabstand für Ueber- setzung			
	rechte Schneiden- seite	linke Schneiden- seite	im Mittel	rechte Schneiden- seite	linke Schneiden- seite	im Mittel	$\varphi = 1000$		$\varphi = 1500$	
							nach I)	nach II)	nach I)	nach II)
	Sp	3,989	4,003	3,996	3,988	4,004	3,997	1998	1998,5	2997
8	—	—	2,712	2,711	2,709	2,710	1356	1355	2034	2033
9	2,718	2,715	2,716	—	—	2,716	1358	1358	2037	2037
21	—	—	4,322	4,320	4,324	4,322	2161	2161	3241	3241
22	—	—	4,313	4,312	4,315	4,314	2156,5	2157	3236	3237
31	—	—	4,459	—	—	4,459	2229,5		3344	
32	—	—	4,493	—	—	4,493	2246,5		3370	

Der Flußeisenring.

Die Abmessungen des Flußeisenringes waren: $d_u = 320$ mm, $d_i = 90$ mm, $h = 80,0$ mm (in Richtung der Zylinderachse). Das Material war ein ziemlich

reines weiches Eisen mit 0,09 vH Kohlenstoff. Nach Einbau des Ringes wurde der Prüfapparat mit Glycerin gefüllt und durch eine 4 m lange Kupferrohrleitung von 1 mm Bohrung und 6 mm Außendurchmesser mit Schraubenpresse und Manometer verbunden. Der Prüfapparat wurde auf einen dreibeinigen Schemel gesetzt, der zur Erhöhung der Standfestigkeit durch einen der noch unbenutzten Versuchskörper von 46 kg Gewicht beschwert wurde.

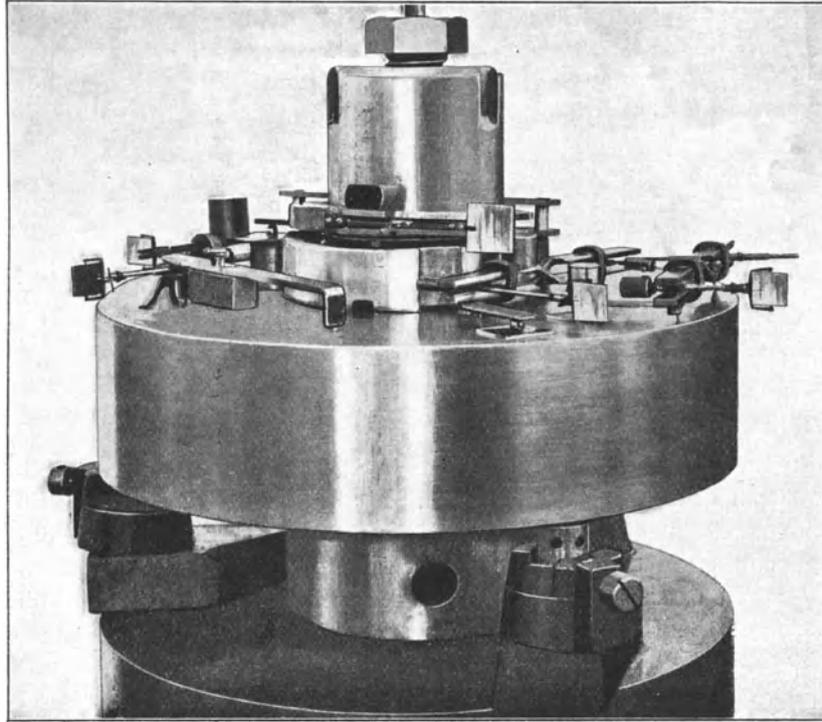


Fig. 20.

Besondere Sorgfalt wurde auf einwandfreie Stützung des Ringes verwandt. Nach einigen fehlgeschlagenen Versuchen, den Versuchskörper auf dem Teil *c*, (S. 9) aufrufen zu lassen und den ganzen Apparat auf die Mutter *e* zu stellen, wurde der Ring in 3 Punkten durch oben kugelig abgeschliffene Schraubböcke gestützt, Fig. 20, so daß der mittlere Bolzen und die Anschlußleitung frei schweben konnten. Jedes Kippen war dadurch, wie mit Hilfe von seitlich an den Versuchsring angeklebten Spiegelchen geprüft wurde, vermieden, und die kleinen Verschiebungen des ganzen Apparates, die bei der Formänderung durch ungleiches Rutschen in den 3 Stützpunkten bedingt waren, mußten ohne wesentlichen Einfluß auf die Feinmessung bleiben, da sie die Spiegel wohl in ihrer Ebene verschieben, aber keine Achsendrehung im Sinne eines Ausschlages bewirken konnten.

Vor dem Ansetzen der Meßvorrichtungen wurde die Oberfläche mit Hülfe einer Libelle wagerecht gestellt.

Die gleichmäßige Ausdehnung jeder Zone und damit die Gleichartigkeit des Materiales wurde zunächst durch Aufsetzen von drei Meßapparaten an 3 um 120° versetzten Stellen geprüft. Die Ablesungen, von denen Zahlentafel 10 Proben gibt, waren befriedigend gleichmäßig. Die geringen Unterschiede können Beobachtungsfehler oder durch das Ansetzen bedingte Fehler sein.

Zahlentafel 10.

Zonenradius	$\varrho = 9 \text{ cm}$			$\varrho = 12 \text{ cm}$			$\varrho = 15 \text{ cm}$	
Bezeichnung des Spiegelapparates	9	21	8	9	21	8	9	8
Ablesung am Manom. Nr. 559 in Grad	Ablesungen bei der Uebersetzung $\gamma = 1000$ in $\frac{1}{10}$ mm							
0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	51	51	51	33	35	35	20	20
100	102	102	103	67	69	68	40	40
150	152	151	153	98	98	100	60	59
200	201	201	202	129	130	131	80	79
0	+ 1	0	+ 1	- 1	- 1	+ 1	0	0

Die Streckgrenze des untersuchten Flußeisens lag bei etwa 2000 kg/qcm. Man kann daher annehmen, daß bei 1400 kg noch keine wesentlichen bleibenden Formänderungen auftraten. Da ein Rutschen der Apparate bei dieser Anordnung so gut wie ausgeschlossen war, so wurden die sehr kleinen Dehnungsreste, die sich nach Ablassen des Druckes bei den Spiegeln häufig, in der Regel aber nur bei Beginn der Versuche zeigten, wohl mit Recht als toter Gang der Meßvorrichtung ausgelegt, zumal sie durch mehrmaliges Be- und Entlasten mit kleinen Drücken fast immer verschwanden. Es sind zur Auswertung nur die Versuchsreihen herangezogen worden, die nach dem Entlasten völlig auf 0 zurückgingen. Eine Erklärung für dies Verhalten, das sich auch bei Untersuchung normaler Zugstäbe bisweilen zeigt, findet man vielleicht darin, daß sowohl die Schneiden wie auch ihre Auflager (Messingdrähte) keine völlig glatten Oberflächen besitzen und sich unter der Einwirkung des kleinen Belastungsgewichtes erst einarbeiten müssen. Daß die Dehnungen beider Oberflächen des Versuchsringes gleich groß waren, zeigt Zahlentafel 11.

Zahlentafel 11.

Manom. Grad	$\varrho = 12 \text{ cm}$		$\varrho = 15 \text{ cm}$	
	unten	oben	unten	oben
	22	31	21	32
Manom. Grad	Ablesungen in Einheiten			
100	43	43	29	28
200	86	85	57	56
300	124	123	81	81
0	+ 1	+ 1	0	0

Es sind dabei auf der Unterseite nur 2 Meßfedern angebracht, da es mit Schwierigkeiten verknüpft war, sie anzubringen. Jedenfalls lassen die übereinstimmenden Werte der Zahlentafel es berechtigt erscheinen, daß man sich für die folgenden Versuche auf die Messung an der oberen Fläche beschränkt hat.

Zur eigentlichen Messung wurde bei $\varrho = 5,5, 7, 9, 12, 15$ je ein Spiegelapparat aufgesetzt. Da für Einstellung des Druckes und Ablesung der 5 Fernrohre im ganzen nur 2 Beobachter vorhanden waren, so mußte man den Druck durch Nachkurbeln an der Handpresse so lange auf gleicher Höhe halten, bis alle Instrumente abgelesen waren. Am Schluß einer Versuchsreihe wurde gewöhnlich die zeitlich erste Ablesung noch einmal nachgeprüft wegen etwaiger Wärmeeinflüsse. Es zeigten sich aber bei Beachtung der notwendigen Vorsichtsmaßregeln (Gleichhalten der Raumtemperatur und Pause zwischen Aufsetzen der

Spiegelapparate und Beginn der Versuche) höchst selten Aenderungen der Ablesung.

In Zahlentafel 12 sind die Meßergebnisse des Ringes zusammengestellt. Da die Größe des Dehnungskoeffizienten des Versuchsmateriales zur Auswertung erforderlich ist, wurden nach Abschluß der Versuche drei Probestäbe (Rundstäbe von 10 mm Dmr.) möglichst aus den wenig vorgestreckten Außenfasern des Ringes entnommen und mit Spiegelapparaten von 60 mm Meßlänge untersucht. Aus den Zahlentafeln ergibt sich

Stab 1 (ungeglüht)	$E = 2120000,$
» 2 (geglüht)	$E = 2090000,$
» 3 (»)	$E = 2090000.$

Da bei Stab 3 die Streckgrenze übermäßig hoch lag, kann das Material durch den Glühprozeß vielleicht verändert worden sein. Den wahrscheinlichsten Wert liefert Stab 1, da das Material in demselben Zustand untersucht wurde, wie es im Ring beansprucht war. Die kleine Vorstreckung von 0,6 vH, die infolge der später ausgeführten Versuche in den Zonen, aus denen die Probestäbe entnommen wurden, entstand, wird den Elastizitätsmodul kaum verändert haben. Die Schwankungen von 1,5 vH in der Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten sind nicht ungewöhnlich hoch, wenn man bedenkt, daß die Beobachtungsfehler infolge der kleinen Meßlänge von 60 mm großen Einfluß hatten. Als wahrschein-

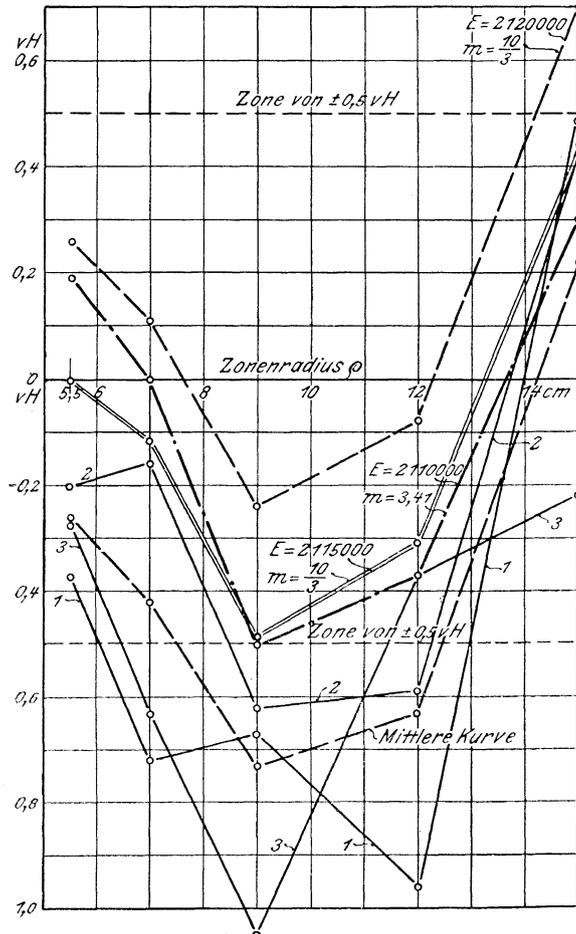


Fig. 21. Abweichungen der gemessenen $\left(\frac{\epsilon_t}{a}\right)$ von den berechneten in vH.

Zahlen-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
			Innendruck $p = 735$ at							$p = 985$ at						
Zonenradius ϱ	Meßlänge l	Übersetzung q	Ablesungen am Dehnungsmesser in Einheiten und Mittelwert	berichtigter Mittelwert in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\varepsilon_t 10^6$	$\frac{\varepsilon_t}{p} 10^6$	reduzierte Tangentialspannung $\sigma_{red} \text{ kg/qcm} = E \varepsilon_t$	σ_{red} nach der Grashof'schen Formel	Abweichung der Messung von der Theorie in $\frac{0}{100}$	Ables. am Dehnungsmesser in Einheit. u. Mittelwertders.	berichtigter Mittelwert in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\varepsilon_t 10^6$	$\frac{\varepsilon_t}{p} 10^6$	reduzierte Tangentialspannung $\sigma_{red} \text{ kg/qcm} = E \varepsilon_t$	$\sigma_{red} \text{ kg/qcm}$ nach der Grashof'schen Formel	Abweichung der gemessenen von der theoretischen Spannung in $\frac{0}{100}$
cm	mm															
5,5	110	1000	(380) 382 390 385 382 380 381 379	384,1	349	0,475	737	739	- 2,7	(508) 512 521 515 513 510 510 509	515,2	468	0,4754	988	990	-2,0
			382,7							513						
7,0	90	1000	(201) (202) 200 200 200	200,5	222,8	0,3032	470	473	- 6,3	(271) (272) 269 270 269	270,1	300	0,3043	633	634	-1,6
			200							269,3						
9,0	100	1500	(214) (212) 213 213 — —	213,2	142,1	0,1932	300	303,2	-10,5	(288) (285) (288) — 287 288 —	287,8	191,9	0,1946	404,5	407	-6,2
			213							287,5						
12,0	100	1000	(89) (88) 90 89 89 90	89,5	89,5	0,1218	189	190,3	- 3,7	(119) (117) 120 119 121 120	120,1	120,1	0,1220	253,5	255	-5,9
			89,5							120						
15,0	100	1000	(60) (63) 64 65 66 —	65,0	65,0	0,0884	137	137,6	- 2,2	(88) (85) — 87 88 88	87,6	87,6	0,0889	185	184,2	+4,3
			65							87,6						

licher Mittelwert (Stab 1 habe dabei das Gewicht $p = 2$) ist zunächst $E = 2110000$ angenommen und für die Auswertung der Zahlentafel zugrunde gelegt. Eine Berichtigung der Ablesungswerte wegen der Fehler der Spiegelapparate konnte sich wegen der kleinen Ausschläge bei $\varrho = 9$, $\varrho = 12$ und $\varrho = 15$ und der kurzen Spitzen ($a = 10$ mm) auf die beiden innersten beschränken. Aus den berichtigten Ablesungen A der Zahlentafel ist die zugehörige Ringdehnung berechnet aus der Beziehung

$$\varepsilon_t = \frac{A'}{\varphi l 100},$$

tafel 12.

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
		$p = 1083 \text{ at}$						Mittel aus allen Versuchen				
Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten und deren Mittelwert	berichtigter Mittelwert in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t \cdot 10^6$	$\frac{\epsilon_t}{p} \cdot 10^6$	reduzierte Tangentialspannung, σ_{red} kg/cm daraus gerechnet	σ_{red} nach der Grashof'schen Formel in kg/qcm	Abweichung der gemessenen von den gerechneten Werten in $\frac{0}{100}$	$\frac{\epsilon_t}{p} \cdot 10^6$ im Mittel	$\frac{\sigma_{red} \text{ kg/qcm}}{p \text{ at}}$ (gemessen) mit $E = 2,11 \cdot 10^6 \text{ kg/qcm}$	$\frac{\sigma_{red} \text{ kg/qcm}}{p \text{ at}}$ (nach der Grashof'schen Formel)	Unterschied zwisch. Messung und Theorie in $\frac{0}{100}$ ($E = 2,11 \cdot 10^6 \text{ kg/qcm}$)	$\frac{\sigma_{red} \text{ kg/qcm}}{p \text{ at}}$ (gemessen) mit $E = 2,12 \cdot 10^6 \text{ kg/qcm}$	Unterschied zwisch. Messung und Theorie in $\frac{0}{100}$ ($E = 2,12 \cdot 10^6 \text{ kg/qcm}$)
(555) 561 572 565 560 560 558	564,8	513	0,474	1085	1089	-3,7	0,475	1,0025	1,005	-2,6	1,0075	+2,6
562,3												
(299) (300) 293 294 295	294,9	327,8	0,303	692	697	-7,2	0,3037	0,6408	0,6434	-4,2	0,6441	+1,1
294												
(316) (313) (311) — — 314 316	315,3	210,2	0,1941	444	447	-6,7	0,1941	0,4095	0,4125	-7,3	0,4115	-2,4
315												
(131) (129) 132 131 131 132	131,6	131,6	0,1215	277,8	280,5	-9,6	0,1218	0,2569	0,2586	-6,3	0,2584	-0,8
131,5												
(91) (94) — 96 97 97	96,6	96,6	0,0892	204	203	+4,9	0,0889	0,1877	0,1872	+2,2	0,1887	+7,0
96,6												

wo bedeuten

- A' die berichtigte Ablesung in Schätzungseinheiten (1 Einheit = $\frac{1}{10}$ mm),
- φ die Uebersetzung,
- l die Meßlänge in cm.

Die reduzierte Spannung in jedem Punkt wird dann

$$\sigma_{red} = \left(\frac{\epsilon_t}{a} \right) = \epsilon_t E.$$

Die zum Vergleich herangezogene theoretisch auftretende reduzierte Spannung gibt die Grashofsche Formel (S. 3) mit $\frac{1}{m} = 0,3$.

Die Genauigkeit der ganzen Messung wird durch die unvermeidlichen Fehler in der Druckeinstellung und Druckbestimmung eingeschränkt, so daß $\pm 0,5$ vH Fehler zugelassen werden mußte. Dies im Schaubild 21 abgegrenzte Gebiet von 1 vH wird aber von den Meßwerten noch an mehreren Stellen überschritten. Obwohl man im allgemeinen aussprechen kann, daß die Messung die theoretischen Voraussetzungen bestätigt, soll doch versucht werden, durch Ausgleich der Fehler noch einwandfreiere Vergleichswerte zu erhalten.

Ausgleich der Ablesungen bei verschiedenen Drücken.

Um die Versuche bei verschiedenen Pressungen p auf dieselbe Grundlage zu bringen, ist für jede Zone der Wert $\frac{\epsilon_t}{p}$ gebildet worden, vergl. Zahlentafel 12, Spalte 7 usw. Unterhalb der Proportionalitätsgrenze müßte die Dehnung dem Innendruck proportional sein, d. h. $\frac{\epsilon_t}{p} = \text{konst.}$ Die Abweichungen vom Mittelwert $\frac{\epsilon_t}{p}$ gehen mithin ein Maß für die Genauigkeit der Einzelbeobachtungen. Bei der Bildung des Mittels wurde der Versuch bei $p = 985$ at mit dem Gewicht 2 belegt, da er besonders sorgfältig eingestellt wurde. Schaubild 22 zeigt die Abweichungen vom Mittel. Die Fehler liegen fast alle in der abgegrenzten Zone von $\pm 0,5$ vH.

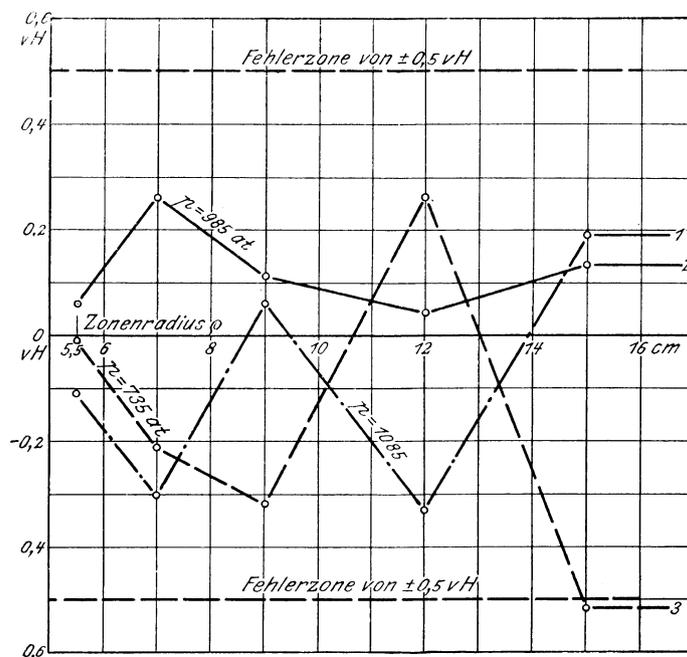


Fig. 22. Abweichung der Einzelmessungen $\frac{\epsilon_t}{p}$ vom Mittelwert.

Da bei $\rho = 15$ ein Ablesungsfehler von 1 Einheit schon $11,4$ ‰ Änderung entspricht, wird man dieser Messung wenig Gewicht beilegen. Im allgemeinen nimmt der prozentuale Ablesungsfehler mit wachsender Größe der Ablesung ab; es scheint deshalb berechtigt, den Messungen ein proportional mit ihren absoluten Werten steigendes Gewicht beizulegen (Zahlentafel 13). Das Ge-

Zahlentafel 13.

Zonenradius ϱ in cm	Ablesung A (abgerundet) in Einheiten	A 88	Gewicht danach gewählt
5,5	~ 513	5,8	6*
7	270	3,1	6
9	193	2,2	5
12	120	1,36	3
15	88	1	2

wicht der Ablesungen der mittleren Meßvorrichtung ist dabei auf die Hälfte erniedrigt, da die Unzugänglichkeit und teilweise Unkontrollierbarkeit der im Deckring sitzenden Kernerspitzen die Genauigkeit etwas beeinträchtigt haben kann.

Rechnen wir aus dem mittleren $\frac{\varepsilon t}{p}$ (vergl. Zahlentafel 12, Spalte 26) die reduzierte Ringspannung σ_{red} oder hier einfacher $\frac{\sigma_{\text{red}}}{p}$, indem wir mit E multiplizieren, so gibt der Vergleich mit den theoretischen Werten, die mit der auf S. 3 erläuterten sog. Ringkonstanten identisch sind, die in Zahlentafel 12, Spalte 28, und Schaubild 21 dargestellten Unterschiede. Sie lassen sich angenähert in eine Fehlerzone von 1 vH eingrenzen, die aber nicht symmetrisch zur 0-Achse liegen würde. Letzterem kann man leicht näher kommen, wenn man den Wert von E etwas größer wählt. Die Zahlentafel 12 zeigt in Spalte 30 die Ergebnisse, wenn $E = 2120000$ angenommen wird, und ebenso Schaubild Fig. 21 die betreffenden Werte mit einem Elastizitätsmodul $E = 2115000$ kg/qcm und $E = 2120000$ kg/qcm. Bei der verhältnismäßig ungenauen Bestimmung des Elastizitätsmoduls scheint aber ein Wert $E = 2115000$, der etwa einen Fehler von $\pm 0,5$ vH bedingen würde, keineswegs unmöglich.

Eine zweite Möglichkeit, die Fehlerzone zu verkleinern, bietet sich durch die Annahme eines andern Wertes für die Poissonsche Konstante $\frac{1}{m}$. Der für diese in der bisherigen Rechnung zugrunde gelegte Wert von 0,3 liegt nicht einwandfrei fest und ist bezüglich seiner Größe von ziemlich erheblichem Einfluß auf das Ergebnis.

Aus der Beziehung

$$\sigma_{\text{red}} = p \frac{r^2}{R^2 - r^2} \left[\left(\frac{R}{\varrho} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{m} \right) + \left(1 - \frac{1}{m} \right) \right]$$

ergibt sich

$$\frac{1}{m} = \frac{\sigma_{\text{red}} \left[\left(\frac{R}{r} \right)^2 - 1 \right] - \left[\left(\frac{R}{\varrho} \right)^2 + 1 \right]}{\left(\frac{R}{\varrho} \right)^2 - 1}.$$

Wir können den Wert für $\frac{1}{m}$ also für jede Zone in die Form bringen:

$$\frac{1}{m} = a \frac{\sigma}{p} - b,$$

wenn wir zur Vereinfachung setzen:

$$a = \frac{\left(\frac{R}{r} \right)^2 - 1}{\left(\frac{R}{\varrho} \right)^2 - 1}, \quad b = \frac{\left(\frac{R}{\varrho} \right)^2 + 1}{\left(\frac{R}{\varrho} \right)^2 - 1}.$$

Rechnungsmäßig ergeben sich die in Zahlentafel 14 vereinigten Werte:

Zahlentafel 14.

Zonenradius ϱ	Konstante	Konstante	$1 + b m$
cm	a	b	vH
5,5	1,5604	1,2681	5,22
7	2,7562	1,4735	5,90
9	5,3892	1,9260	7,43
12	14,968	3,5713	12,9
15	84,240	15,472	52,6

Rechnen wir für die gemessenen $\frac{\sigma_{\text{red}}}{p}$ mit angenommenem E die Werte für $\frac{1}{m}$ und bilden das Mittel unter Berücksichtigung der Seite 31 angenommenen Wertigkeit der einzelnen Messungen, so erhalten wir den für unsern Versuch wahrscheinlichsten Wert für $\frac{1}{m}$ und können aus den Abweichungen der berechneten $\frac{1}{m}$ vom Mittelwert derselben rückwärts einen Schluß auf die Genauigkeit der Messung in jeder Zone ziehen. Ändert sich nämlich $\frac{\sigma}{p}$ um δ vH, so ändert sich $\frac{1}{m}$ um $\delta (1 + b m)$ vH, wie sich leicht aus der Gleichung $\frac{1}{m} = a \frac{\sigma}{p} - b$ ergibt, d. h. für die einzelnen Zonen erhält man die in Zahlentafel 14 angeführten Werte. Der Wert von m (im Faktor $b m$) ist dabei zu $\frac{10}{3}$ angenommen worden.

Ändert sich also, z. B. bei $r = 12$, $\frac{\sigma}{p}$ um 1 vH, so vergrößert oder verkleinert sich der Rechnungswert von $\frac{1}{m}$ um 12,9 vH und umgekehrt in analoger Weise.

Da $\frac{\sigma_{\text{red}}}{p} = \frac{A \frac{\text{mm}}{10} E \text{ kg/cm}^2}{p \text{ at } \varrho 100 \text{ l cm}}$ ist, so haben die prozentualen Änderungen von A oder E oder φ gleichen Einfluß auf $\frac{1}{m}$. Die Uebersetzung η kann man leicht auf 1 ‰ ausrechnen, da nur Längenmessungen auszuführen sind. Ist aber z. B. sowohl E wie A um 0,5 vH in demselben Sinne falsch bestimmt, so ergibt das einen mittleren Fehler von $\frac{1}{m}$ (unter Einsetzung der Gewichte der Zahlentafel 13) von 5,1 vH. Es könnte daher aus unseren Versuchen $\frac{1}{m}$ nur dann einigermaßen genau bestimmt werden, wenn $\frac{\sigma_{\text{red}}}{p}$ sehr genau ermittelt ist.

Zahlentafel 15.

Zonenradius ϱ	Gewicht der Ablesung bei ϱ	gemessen $\frac{A}{p}$	$E = 2\ 110\ 000$				$E = 2\ 115\ 000$				$E = 2\ 120\ 000$			
			daraus berechnet		Abweichungen vom Mittel 0/00	Fehler der Messung 0/00	berechnet		Abweichungen vom Mittel 0/00	Meßfehler 0/00	berechnet		Abweichungen vom Mittel 0/00	Meßfehler 0/00
			$\frac{1}{m}$	m			$\frac{1}{m}$	m			$\frac{1}{m}$	m		
cm			$\frac{1}{m}$	m			$\frac{1}{m}$	m			$\frac{1}{m}$	m		
5,5	6	0,5225	0,296	3,38	+ 10,3	+ 1,97	0,30	3,33	0	0	0,304	3,29	- 13,0	- 2,5
	6	0,2733	0,293	3,41	0	0	0,298	3,36	- 6,7	- 1,1	0,301	3,32	- 23	- 3,9
9	5	0,2913	0,282	3,55	- 37,5	- 5,0	0,288	3,47	- 40,0	- 5,4	0,294	3,40	- 46	- 6,2
12	3	0,1217	0,279	3,58	- 48,0	- 3,7	0,288	3,47	- 40,0	- 3,1	0,297	3,37	- 36	- 2,8
15	2	0,08887	0,340	2,94	+ 160	+ 3,0	0,370	2,70	+ 233	+ 4,4	0,410	2,44	+ 330	+ 6,3
		Mittel:	0,293	3,41			0,30	3,335			0,308	3,25		

Zahlentafel 15 und Schaubild 21 zeigen die im vorletzten Abschnitt ange-deutete Rechnung für drei verschiedene Werte des Elastizitätsmoduls. Wir sehen, daß sich für $E=2110000$ und auch für $E=2115000$ ein befriedigendes Er-gebnis erreichen läßt, wenn wir nur $\frac{1}{m}$ variieren, indem sich in beiden Fällen ein Wert für $\frac{1}{m}$ finden läßt, bei dem die Fehler der Ablesungen $\pm 0,5$ vH nicht oder nur ganz unwesentlich überschreiten.

Da nach den Probestäben der Elastizitätsmodul aber wahrscheinlich etwas unter 2120000 liegen wird, so ist kein zwingender Grund vorhanden, die Ab-weichungen ausschließlich als Meßfehler von E und A aufzufassen. Der andern-falls (d. h. bei $E=2110000$) anzuerkennende Wert von $m=3,4$ steht nicht im Widerspruch mit neueren physikalischen Messungen (vergl. Landolt-Börnstein), die im Durchschnitt $\frac{1}{m}=0,29$ ergaben. Wegen der geringen Abweichung dieses Wertes von dem gebräuchlichen $m=\frac{10}{3}$ würde es sich trotzdem für die Praxis stets empfehlen, den um eine Ziffer kürzeren Wert $\frac{1}{m}=0,3$ zu benutzen. Werte wie $m=3,0$ oder $m=4,0$ scheinen nach den vorliegenden Untersuchungen für Flußeisen nicht ganz zutreffend zu sein.

Anlässlich der Versuche im Streckgebiet sind bei dem Flußeisenring auch einige Dehnungen bei kleineren Pressungen abgelesen, die auf ihre Ueberein-stimmung mit der theoretischen Formel kurz betrachtet werden mögen. (Zahlen-tafel 16.) Spiegelberichtigungen wurden nur bei $q=5,5$ vorgenommen.

Zahlentafel 16.

		Zonenradius	$q=5,5$ cm	$q=9$ cm	$q=12$ cm	$q=15$ cm	Bemerkungen
Druckmessung am Manometer No. 557	$p=513$ at	Ablesung in Einheiten $\frac{\epsilon t}{p}$	261 0,4625	100 0,1945	61 0,119	45 0,0876	dabei ist $E=2115000$
	$p=726$ at	Ablesung in Einheiten $\frac{\epsilon t}{p}$	371 0,464	141 0,194	87 0,1199	63 0,0867	
	$p=934$ at	Ablesung in Einheiten $\frac{\epsilon t}{p}$	480 0,468	184 0,1968	112 0,1198	83 0,0888	
	$p=1048$ at	Ablesung in Einheiten $\frac{\epsilon t}{p}$	537 0,466	207 0,1972	125 0,1193	93 0,0887	
Mittel aus allen Versuchen	$\frac{\epsilon t}{p}$ im Mittel		0,465	0,1956	0,1195	0,0880	Ringkonstante
	$\frac{\sigma_{red}}{p}$		0,983	0,413	0,252	0,1855	
	$\frac{\sigma}{p}$ theoret.		1,005	0,413	0,259	0,1872	
	Unterschied vH		-2,2	0	-2,7	-0,9	

Der Grund für den verhältnismäßig schlechten Ausfall der Messung liegt in der Schwierigkeit der Ausführung und der etwas unbequemen Anordnung. Zunächst wurde der Druck an einem Manometer für 5000 at abgelesen; in dem

Bereich von 60° ist aber $\frac{1}{5}^\circ$, was etwa dem Ablesungsfehler durch Parallaxe usw. entspricht, schon 0,3 vH. An das Manometer war man gebunden, da es allein für Drücke von 3000 bis 4000 at brauchbar war. Außerdem mag die zu starre Verbindung des Prüfapparates mit dem Druckerzeuger (hier wurde der auf Seite 10 beschriebene Preßtopf verwandt) die Ergebnisse beeinträchtigt haben, denn der Deckring d (vergl. Fig. 4), der gewöhnlich lose angezogen wurde, mußte sehr fest an den Versuchskörper angepreßt werden, da sich sonst das Manschettenleder unter der Einwirkung des hohen Innendruckes in die Fuge geschoben hätte. Die durch das Anziehen bedingte Reibungskraft zwischen Ring und Versuchskörper dürfte zu dem auch die Dehnung des Hohlringes etwas beeinflußt haben. Uebereinstimmung mit der Theorie geben diese Versuche insoweit, als man $\pm 1,5$ vH Fehler in anbetracht der mangelhaften Versuchsausführung als zulässig ansieht.

Bedenken gegen die Versuche.

Gegen die in Zahlentafel 12 wiedergegebenen Versuche lassen sich verschiedene Einwendungen machen. Zunächst läßt sich nicht leugnen, daß die Genauigkeit der Messung, besonders in den äußeren Zonen, sehr durch die Kleinheit der Ausschläge beeinträchtigt wird. Abhilfe dagegen könnte nur Vergrößerung der Meßlänge und Verkleinerung der Schneidhöhe bieten. Bezüglich der Schneiden war man an die in der Anstalt vorhandenen Geräte gebunden; auch dürfte ein Heruntergehen der Prismenhöhe unter 2 mm in Rücksicht auf genaue Herstellung und Ausmessung zu verwerfen sein. Die Meßlängen sind so groß gewählt, wie es unter Beibehaltung der grundsätzlichen Anordnung möglich war. Ein letztes Mittel zur Vergrößerung der Ausschläge: die Verminderung der Wandstärke des Versuchsrings, scheint wenig ratsam, da die Art der Spannungsverteilung um so deutlicher wird, je größer das Radienverhältnis $\frac{R}{r}$ gewählt wird.

Um Zweifeln an der Gleichmäßigkeit der Druckübertragung längs der Ringhöhe zu begegnen, wurden Versuchsreihen aufgenommen, bei denen der obere Lederstulp in seiner Lage verschoben war. Ein Heraufrücken des Stulpes über seine »normale« Stellung (vergl. S. 9) änderte die Ablesungen nicht. Dagegen wurde die Dehnungsverteilung wesentlich beeinflußt durch Senken des Stulpes. Die Kurven, Fig 23, zeigen das Ergebnis, wenn der Stulp durch Einlegen von verschiedenen starken Ringen in die innere Zylinderhöhhlung heruntergerückt und dadurch eine nur teilweise Belastung längs der Ringhöhe erzielt wurde.

Wir erkennen, daß die Kurve der reduzierten Tangentialspannung $\frac{\sigma_t}{\alpha}$ sich zunächst an der Innenbohrung senkt und bei weiterer Verringerung der Druckangriffsfläche vollkommen ins Druckgebiet übergeht, so daß in den Oberflächenschichten des Ringes überhaupt keine Zugkräfte mehr vorhanden sind. Tragen wir die Spannungen für jede Zone als Funktion der Größe der wirksamen Druckfläche auf, so ergeben sich regelmäßige Kurven, Fig. 24. Die Meßfehler scheinen danach nicht sehr bedeutend zu sein. Die Kurven, Fig. 24, bestätigen auch die bei der Konstruktion des Prüfapparates gemachte Annahme, daß bei der normalen Stulpstellung, d. h. wenn der Stulp sich gerade um die Lederstärke über die Ebene der Ringoberfläche erhebt, die Beanspruchung schon gleichmäßig ist. Zur Sicherheit wurde aber bei allen Versuchen der Stulp trotzdem um etwa 1 mm höher gerückt, als seiner normalen Stellung entsprach. Als Mangel des Apparates wurde es empfunden, daß der untere Stulp nicht in ähnlicher Weise verschoben werden konnte.

Die starke Beeinflussung der Spannungen durch die oben künstlich hervorgerufene teilweise Belastung dürfte in der Praxis vielfach, wenn auch nicht so ausgeprägt, in Erscheinung treten, z. B. bei Rohren mit Flanschen, starken Unterschieden der Wandstärke, kurzen Geschützrohren und ähnlichem. Es kann hier leider nur grundsätzlich aus den Versuchen geschlossen werden, da der Einfluß des Verhältnisses der Zylinderlänge zur Wandstärke, der jedenfalls sehr

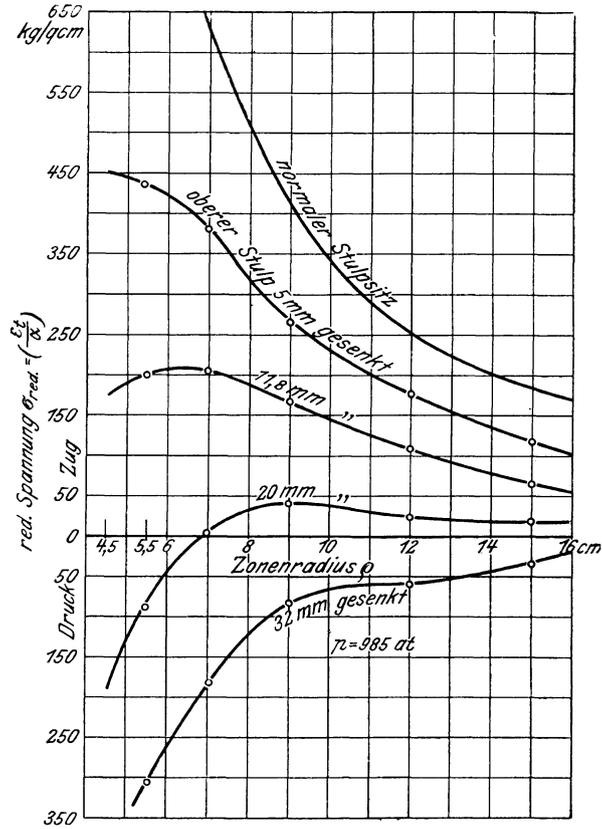


Fig. 23. Versuche am Flußeisenring.

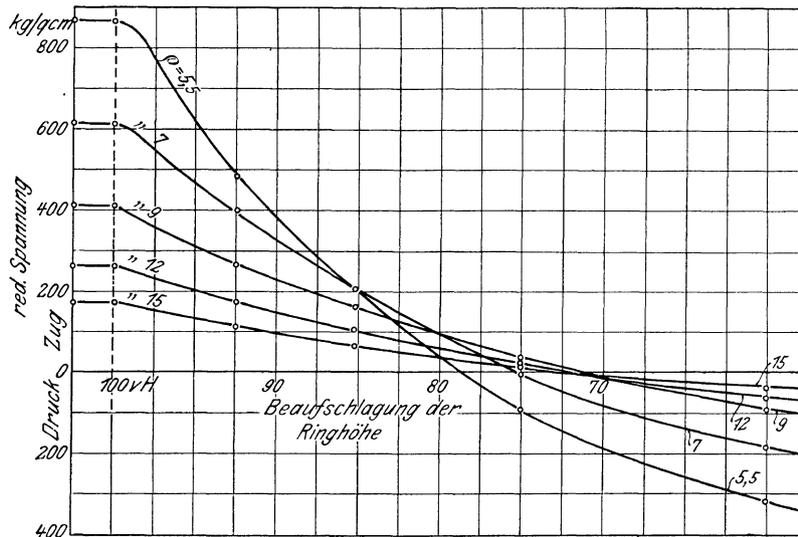


Fig. 24. Beeinflussung der Spannungsverteilung durch teilweise Belastung.

bedeutend sein wird, wegen Mangels an Versuchsmaterial nicht untersucht werden konnte.

Versuche mit dem Stahlgußring.

Der Ring bestand aus geglühtem, weichem Stahlguß von 0,20 vH Kohlenstoffgehalt. Seine Abmessungen waren dieselben wie die des Flußeisenringes: $d_a = 320,0$, $d_i = 90,0$, $h = 80,0$ mm. Die Versuche im elastischen Gebiet wurden nicht wie bei Ring I gesondert ausgeführt, sondern gelegentlich der Untersuchung des Fließgebietes als anfängliche Werte erhalten. Die Anforderungen an die Genauigkeit dürfen daher aus denselben Gründen wie bei Ring I (Verwendung des Preßtopfes, ungenaue Druckmessung, festes Einspannen des Versuchsringes usw.) nicht allzu hoch bemessen sein. Die Anordnung der Meßapparate usw. geschah in derselben Weise wie bei Flußeisen. Der in die Werder-Maschine eingebaute Preßtopf wurde mit Rizinusöl gefüllt und durch eine Kupferrohrleitung von 10 mm äußerem und 1,5 mm innerem Durchmesser mit dem Prüfapparat verbunden. Die Versuchsergebnisse sind in Zahlentafel 17 zusammengestellt. Bei $\rho = 7$ wurde kein Spiegel angebracht, da nur 8 Prismen zur Verfügung standen.

Zahlentafel 17.

		1	2	3	4	5	6
Zonenradius ρ cm			5,5	9	12	15	Bemerkungen
Meßlänge mm			110	100	100	100	
Uebersetzung γ			1000	1000	1000	1000	
Mittel a. all. Versuchen	$\rho = 5,16$ at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	271	103	62	—	bei $R = 15$ Spiegel gerutscht
		$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,477	0,1994	0,1201	—	
		$\frac{\sigma_{red}}{p}$					
	$\rho = 7,21$ at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	371	143	88	63	
		$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,469	0,1982	0,1220	0,0874	
		$\frac{\sigma_{red}}{p}$					
	$\rho = 9,42$ at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	482	187	113	82	
		$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,465	0,1985	0,120	0,0872	
		$\frac{\sigma_{red}}{p}$					
	$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$ im Mittel		0,470	0,1987	0,121	0,0873	
	daraus berechnet $\frac{\sigma_{red} \text{ kg/qcm}}{p \text{ at}}$		0,987	0,417	0,254	0,1835	$= \frac{\epsilon_t E}{p}$
	$\frac{\sigma_{red}}{p}$ nach der Grashofschen Formel		1,005	0,413	0,259	0,1872	
Abweichung der Messung von der Theorie in vH		-1,8	+1,0	-2,0	-1,9		

Berichtigungen für die Spiegelablesungen wurden nur dort vorgenommen, wo sie eine Schätzungseinheit überstiegen, da die Zahlentafelwerte keine Mittelwerte sind. Der Elastizitätsmodul wurde aus 3 Probestäben (Rundstäbe 10 mm Dmr.) bestimmt.

Stab 1: $E = 2\ 100\ 000$ kg/cm ² , Streckgrenze	} 2100 kg/qcm
» 2: $E = 2\ 090\ 000$ » , »	
» 3: $E = 2\ 108\ 000$ » , »	
$\infty E_{i \text{mittel}} = 2\ 100\ 000$ kg/qcm.	

Mit diesem Mittelwert wurde die Zahlentafel ausgewertet. Die Versuche fallen mit den theoretischen Voraussetzungen zusammen, wenn man auch hier als Fehlerzone $\pm 1,5 \text{ vH}$ zuläßt. Auf die Größe von $\frac{1}{m}$ lassen sie wegen ihrer Ungenauigkeit keine einwandfreien Schlüsse zu.

Einen Beweis für das Zutreffen der Hohlringformel bietet, wenn auch nur in beschränktem Maße, der Vergleich der Spannungen und Dehnungen, bei denen der Fließvorgang einsetzt. Bei den Versuchsringen muß sich dieser Punkt dadurch bemerkbar machen, daß beim Einstellen eines gleichbleibenden Druckes die Spiegel, und besonders die der inneren Zonen, in ähnlicher Weise wie beim Zugversuch weiter wandern. Bei den Probestäben wurde als Fließgrenze ermittelt:

Flußeisen:	Stab 1	$\sigma_f = 1900 \text{ kg}$
	» 2	$\sigma_f = 2000 \text{ »}$
			im Mittel 1950 kg.
Stahlguß:	Stab 1	2100 kg
	» 2	2100 »
			im Mittel 2100 kg.

Die Fließerscheinung trat bei den Versuchsringen ein:

Flußeisen	p = 1353 at, entsprechend σ_{red} (bei $\rho = 4,5$) = 1985 kg/qcm
Stahlguß	p = 1453 », » σ_{red} (» $\rho = 4,5$) = 2130 »

Die Uebereinstimmung beider Verfahren ist befriedigend, wenn man berücksichtigt, daß sich der Streckbeginn eigentlich in beiden Fällen nur annähert ermitteln ließ.

Untersuchung des Gußeisenringes.

Ring III bestand aus einem sogenannten hochwertigen Gußeisen von etwa 22 kg/qmm Zugfestigkeit und kleinem Dehnungskoeffizienten α . Die Abmessungen, die Anordnung der Meßapparate sowie die Erzeugung und Zuführung des Druckes waren dieselben, wie beim Flußeisenring (I), S. 9 u. f., beschrieben. In Zahlentafel 18 sind die Ablesungen für $\rho = 5,5, 7, 9, 12, 15$ zusammengestellt und nach der Formel für die Spiegelapparate (vergl. S. 17) berichtigt. Es sind bei den folgenden Versuchen stets nur die Gesamtdehnungen in die Zahlentafel aufgenommen. Die Dehnungsreste waren, nebenbei bemerkt, bis zu Spannungen von etwa 800 kg/qcm sehr gering und verschwanden nach viermaligem Be- und Entlasten fast vollständig.

In Zahlentafel 18 sind die aus den Ablesungen berechneten tangentialen Dehnungen eingetragen. Diese Dehnungen für jeden Druck als Funktion des Zonenradius aufgezeichnet, liefern die aus Fig. 25 ersichtliche Verteilung über die Wandstärke. Die Kurven, die im allgemeinen Verlauf sehr den für Flußeisen erhaltenen ähneln, geben uns aber ohne weiteres noch kein Bild von der Spannungsverteilung bzw. der Größe der Anstrengungen, da bei Gußeisen nicht mehr Proportionalität zwischen Dehnung und Spannung, entsprechend dem Gesetz $\epsilon_t = \alpha \sigma_{red}$, besteht. Die Dehnung ist hier vielmehr eine verwickelte Funktion der Spannung, die sich nach einem Vorschlag von Bach durch die Gleichung $\epsilon = \alpha \sigma^m$ annähern läßt. Die jeder Dehnung entsprechende Spannung ist daher erforderlichen Falles aus Zugdehnungsversuchen zu ermitteln oder annäherungsweise nach obiger Formel zu bestimmen.

Zahlentafel 18. Dehnungsmessungen am Gußeisenring.

Zonenradius ρ cm	5,5	7	9	12	15	Bemerkungen	
Meßlänge l mm	110	90	100	100	100	Uebersetzung $q = 1000$	
$p = 348$ at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten						
	238	130	91	56	39		
	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t 10^6$						
	218	144,5	91	56	39		
	$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,626	0,415	0,2615	0,161	0,112	
$p = 520$ at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten						
	357,5	194	137	84	59		
	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t 10^6$						
	324,5	215,5	137	84	59		
	$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,624	0,414	0,263	0,1615	0,1135	
$p = 685$ at	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten						
	471	257	180	111	78		
	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t 10^6$						
	428	286	180	111	78		
	$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,625	0,4175	0,263	0,162	0,1139	
$p = 840$ nt	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten						
	580,5	316	221	137	96		
	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t 10^6$						
	528	351	221	137	96		
	$\frac{\epsilon_t 10^6}{p \text{ at}}$	0,628	0,4177	0,263	0,163	0,1142	

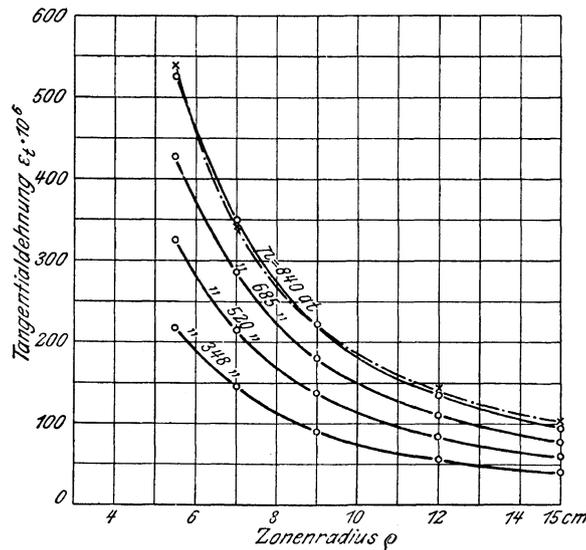


Fig. 25. Versuche mit Gußeisen.

Um etwaige Abweichungen von der dem Hookeschen Gesetz entsprechenden Grashof'schen Dehnungskurve zu finden, müßte man diejenige Kurve ermitteln, die mit einem entsprechenden Elastizitätsmodul von demselben Innendruck p erzeugt wird. Als Elastizitätsmodul wäre dabei die Größe von $\frac{\sigma}{\epsilon}$ einzuführen, die sich aus den später ausgeführten Zugdehnungsversuchen als Anfangswert ergäbe, d. h. etwa $E = 1590000$ kg/qcm. Da dieser Wert jedoch wegen der Veränderlichkeit des Gußeisens durch hohe Vorbeanspruchungen

auch nicht einwandfrei ist, so wurde die Vergleichs-Dehnungskurve willkürlich so gelegt, daß sie bei $\varrho = 9$, d. h. etwa in der Mitte des Ringes, mit der gemessenen Dehnungskurve zusammenfiel. Fig. 25 zeigt für $p = 840$ at die entsprechenden Kurven, die Punkte der Vergleichskurve sind durch Kreuze bezeichnet.

Wir erkennen aus der Figur, wie auch aus den Werten der Zahlentafel 18, daß die gemessenen Dehnungen innen und außen kleiner, in der Mitte größer als die theoretischen sind. Da die Abweichungen (vergl. Zahlentafel 19) die Zone des wahrscheinlichen Fehlers $\pm 0,5$ vH bedeutend überschreiten, so erscheint es nicht zulässig, sie auf Meßfehler zurückzuführen. Andererseits kann man auch nicht aus dem einen Versuch eine völlige Beantwortung der Frage nach der Dehnungs- und Spannungsverteilung erwarten, da gerade bei Gußeisen infolge des Gieß- und Abkühlungsvorganges die Dehnbarkeit einzelner Zonen stark beeinflußt sein kann. Wie aus den späteren Zugdehnungsversuchen hervorging, hat die $\frac{\sigma}{\varepsilon}$ -Kurve innerhalb des hier in Frage kommenden Gebietes einen so wenig von der geraden Linie abweichenden Verlauf, daß die Dehnungsverschiebungen leicht durch größere Ungleichartigkeiten des Materiales verwischt sein können. Bilden wir, Zahlentafel 18, für jede Zone die Werte $\frac{\varepsilon_t}{p}$, so müßte dies Verhältnis unveränderlich sein, falls das Material dem

Zahlentafel 19.

Zonenradius	Innendruck $p = 840$ at					Bemerkungen
	$\varrho = 5,5$	$\varrho = 7$	$\varrho = 9$	$\varrho = 12$	$\varrho = 15$ cm	
gemessene Dehnung $\varepsilon_t 10^6$	528	351	221	137	96	diese Kurve ist so gelegt, daß sie bei $\varrho = 9$ mit der Messung übereinstimmt.
Dehnung nach dem Hookeschen Gesetz	538	344	221	138,5	100	
Abweichung der gemessenen ε_t in vH	-1,9	+2,0	0	-1,09	-4,16	

Hookeschen Gesetz folgt. Die Zahlentafel zeigt, daß Abweichungen stattfinden in dem Sinne, daß die Dehnung schneller zunimmt als der Innendruck. Da die Abweichungen vielfach innerhalb der Fehlerzone von $\pm 0,5$ vH liegen, so ist eine einwandfreie Beurteilung schwer möglich. Jedenfalls zeigen diese Versuche, daß für kleine Dehnungen, wo die Zugdehnungskurve nur wenig von der Geraden abweicht, auch die Dehnungsverteilung im Hohlring nur unwesentlich von der dem Grashof'schen Gesetz entsprechenden abweicht, und zwar wahrscheinlich in dem Sinne, daß die Beanspruchung in den Innenfasern etwas heruntergeht.

Nach dem späteren Zertrümmern des Ringes wurden an 3 Probekörpern mit Feinmeßapparaten Zugversuche gemacht. Wegen der immerhin möglichen Ungleichheiten des Materiales in Richtung des Radius schien es nicht ratsam, die Probekörper in Richtung der Tangentialfasern zu entnehmen, da in diesem Fall auch innerhalb der Meßlänge verschieden stark dehnbare Zonen gelegen hätten, ein Umstand, der die Meßergebnisse sehr beeinflussen mußte. Es wurden deshalb die Proben aus der Querrichtung, d. h. längs der Zylinderachse, entnommen, die nun allerdings infolge der geringen Ringhöhe von 80 mm nur die verhältnismäßig kleine Meßlänge von 25 mm erhalten konnten. Die mit Spiegel-

apparaten ausgeführten Dehnungsmessungen sind daher nicht sehr zuverlässig, zum mindesten mußte bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls ein Fehler von ± 3 vH in Kauf genommen werden. Immerhin geben die in Zahlentafel 20 wiedergegebenen Versuche und die in Fig. 26 dargestellte mittlere Zugdehnungskurve ein ziemlich angenähertes Bild des Dehnungsverlaufes. Als Mittelwert ergibt sich $\frac{\sigma}{\epsilon} = E = 1590\,000$.

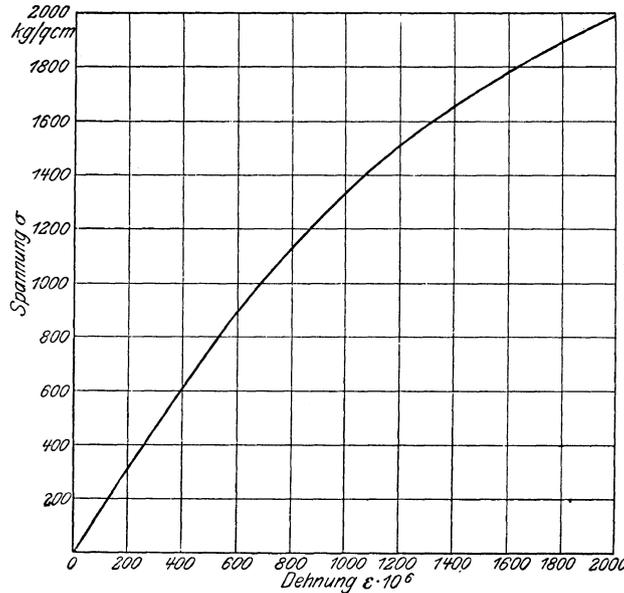


Fig. 26. Mittlere Zugdehnungskurve aus den Gußeisenprobestäben.

Zahlentafel 20.

1	2	3		4		5		6		7		8	9	10	
Belastung des Stabes P kg	daraus berechnete Zugspannung $\frac{P}{f}$ kg/qcm	Probestab Nr. 1		Probestab Nr. 2		Probestab Nr. 3		Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete spezifische Dehnung ϵ	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete spezifische Dehnung ϵ	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete spezifische Dehnung ϵ	ϵ im Mittel	σ im Mittel ϵ mittel
		Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete spezifische Dehnung ϵ	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete spezifische Dehnung ϵ	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete spezifische Dehnung ϵ								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1 590 000
100	127	20	0,08	20	0,08	20	0,08	20	0,08	20	0,08	20	0,08	0,08	1 590 000
200	254	41	0,164	40	0,16	40	0,16	40	0,16	40	0,16	40	0,161	0,161	1 580 000
400	508	85	0,34	81	0,32	81	0,32	81	0,32	81	0,32	81	0,327	0,327	1 550 000
600	762	130	0,52	127	0,51	127	0,51	127	0,51	127	0,51	127	0,513	0,513	1 485 000
800	1016	180	0,72	180	0,72	172	0,69	172	0,69	172	0,69	172	0,69	0,71	1 430 000
1000	1270	237	0,95	269	1,07	246	0,985	246	0,985	246	0,985	246	0,985	1,00	1 270 000
1200	1524	312	1,25	320	1,28	297	1,19	297	1,19	297	1,19	297	1,19	1,24	1 230 000
1400	1778	416	1,67	435	1,74	387	1,55	387	1,55	387	1,55	387	1,55	1,65	1 080 000
1600	2032	—	—	623	2,50	—	—	—	—	—	—	—	—	2,50	813 000
		$\sigma_B = 2150 \text{ kg/cm}^2$		$\sigma_B = 2170 \text{ kg/cm}^2$		$\sigma_B = 2280 \text{ kg/cm}^2$								$\sigma_B \text{ Mittel} = 2200 \text{ kg/cm}^2$	

Die oben geschilderten Hohlringversuche wurden nur bis 840 at, entsprechend $\sigma_{\text{red max}} = 1330 \text{ kg/qcm}$, durchgeführt mit Rücksicht auf die Gefahr des Zerspringens des Ringes und die Unmöglichkeit, in dem benutzten Raum entsprechende Vorsichtsmaßnahmen anzuwenden. Wenn auch die Zugfestigkeit nach der Höhe des Elastizitätsmoduls auf etwa 20 bis 25 kg/qmm zu schätzen war,

so konnten doch Fehler im Material einen früheren Bruch hervorrufen. Dieser Grund und außerdem die Erwägung, daß die benutzte Handpresse kaum zum Sprengen des Ringes ausreichen würde, waren die Veranlassung, die weiteren Versuche, die für einen besseren Einblick in die Art der Anstrengung notwendig schienen, mit Hilfe des Preßtopfes auszuführen. Der ganze Apparat wurde zu diesem Zweck in eine neben der Werder-Maschine befindliche Grube gestellt und nur bei $\rho = 5,5$ mit einem Meßapparat versehen. Der Spiegel war um 90° gegen das Prisma verdreht, die Beobachtung erfolgte von oben aus durch ein senkrecht an einem Bock befestigtes Fernrohr. Die Uebersetzung war 1 : 800. Als Preßflüssigkeit diente Rizinusöl. Das Manometer für 5000 at wurde wieder zur Druckbestimmung benutzt (Zahlentafel 21).

Zahlentafel 21.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Belastung des Preßtopfes in t	Ableseung am Mano- meter Nr. 557 in Grad	daraus berech- neter Druck P at	Ableseungen am Dehnungsmesser in Einheiten	berichtigte Ableseungen in Einheiten	aus (5) berechnete tangentielle Dehnung ϵ_t	nach der Grashof- schen Formel auf- tretende Spannung kg/qcm	aus (6) berech- nete reduzierte Spannung σ_{red} kg/qcm	möglicher Fehler bei der Mano- meterableseung vH	Bemerkungen
0	1,4	6	0	0	0	0	0	—	
5	33,2	519	290	291	330	521	505	1,5	
6	39,2	617	348	349,5	397	620	600	1,3	
7	45,8	721	410	412	467	724	700	1,1	
8	53,2	839	474	476	540	844	810	0,94	
9	59,8	947	539	541,5	614	952	905	0,83	
10	66,5	1051	608	611	694	1057	1005	0,75	
11	73,0	1151	683	686,5	779	1158	1100	0,69	
12	80,2	1269	761	765	868	1275	1200	0,62	
13	87,2	1383	838	843	957	1390	1285	0,57	
14	93,2	1481	930	935	1061	1489	1385	0,54	
15	99,8	1582	1000	1006	1142	1590	1450	0,50	Spiegel abgenommen
16	107,2	1699	—	—	—	1708	1535	0,47	Rißbildung innen

Nach einer Belastung des Preßtopfstempels von 15000 kg wurde der Spiegelapparat abgenommen, da der Bruch zu erwarten war. Bei 16 t Belastung bekam der Ring einen radialen Riß von 36 mm Länge (von der Mitte ausgehend), ohne jedoch völlig zu zerspringen. Die Undichtigkeitsverluste infolge dieses Sprunges waren so bedeutend, daß der Versuch nicht fortgesetzt werden konnte. Es lag das auch wenig im Interesse der Untersuchung, da das Auftreten des Risses jedenfalls ein Merkmal für das Ueberschreiten der Bruchgrenze in den betreffenden Zonen war. Allerdings scheint es nicht ausgeschlossen, daß die Rißbildung durch vorhandene innere Spannungen begünstigt wurde und der Ring unter normalen Verhältnissen noch eine weitere Drucksteigerung vertragen hätte.

In Fig. 27 sind die aus den Ableseungen, Zahlentafel 21, berechneten Dehnungen in Funktion von p aufgetragen. Die Kurve zeigt deutlich, daß die Dehnung ϵ_t schneller zunimmt als der Innendruck p . Unter Zugrundelegung der mittleren Zugdehnungskurve ist zu der gemessenen Dehnung jedesmal die sie erzeugende reduzierte Spannung ermittelt. Fig. 27 läßt erkennen, daß die reduzierte Spannung trotz der starken Zunahme der Dehnungen mit steigendem Drucke langsamer wächst als diese. Die geraden Linien (Nullpunkt tangenten)

entsprechen dem Fall, daß das Material dem Hookeschen Gesetz folgte, wobei der Elastizitätsmodul wieder etwa gleich 1590000 kg/qcm sein würde. Von den zwei sich entgegengesetzten Einflüssen, einmal der Zunahme der tangentialen Dehnung und zweitens der gleichzeitigen Abnahme der zugehörigen Spannung infolge der stärkeren Krümmung der Zugdehnungskurve, überwiegt in den inneren Zonen in unserm Fall, und wahrscheinlich immer, der letztere.

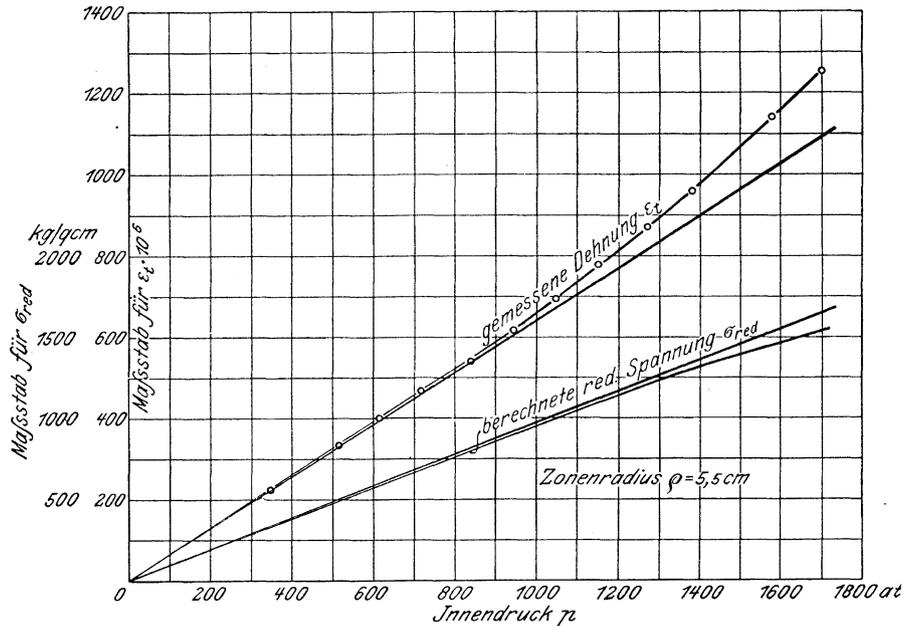


Fig. 27. Versuche mit Gußeisen bei hohen Drücken.

Auf S. 3 haben wir als Ringkonstante C diejenige reduzierte Spannung $\frac{\epsilon_t}{\alpha}$ bezeichnet, die in jeder Zone für je 1 at Innendruck auftritt. Für Gußeisen kann dieser Wert augenscheinlich nicht mehr unveränderlich sein, sondern muß mit steigendem Druck abnehmen. Dafür, daß die Beanspruchungen der inneren Zonen in der Tat kleiner waren, als sich nach der Grashof'schen Formel erwarten ließ, spricht auch der Umstand, daß der Versuchsring einen um etwa 13 vH höheren Innendruck aushielt, als bei einem dem Hookeschen Gesetz folgenden Material wahrscheinlich gewesen wäre. Selbst unter der Annahme, daß der Bruch des Ringes durch innere Spannungen beschleunigt wäre, zeigen die Versuche mithin eine deutliche Abweichung von der durch die Grashof'sche Formel bestimmten Spannungs- und Dehnungsverteilung im Hohlring derart, daß die größten Beanspruchungen in den inneren Schichten bei Gußeisen kleiner werden.

Leider war das Versuchsmaterial nicht umfangreich genug, um den Einfluß der Gestalt der Zugdehnungskurve auf den größten Innendruck näher studieren zu können.

Die gewonnenen Ergebnisse, die schon Bach (L. 27) angedeutet hat, widersprechen nicht der Ueberlegung. Bei dem durch Innendruck gespannten Hohlzylinder, der aus einem dem Gußeisen ähnlichen Material besteht, werden die Schichten größter Anstrengung, die inneren, das Bestreben haben, sich stärker zu dehnen als dem Hookeschen Gesetz entspricht. An dieser Ausdehnung werden sie durch die außen liegenden Zonen gehemmt; sie üben mithin auf letztere eine radiale Kraft aus, und diese kann nur durch entsprechende Span-

nungsvermehrung in tangentialer Richtung beherrscht werden. Der Effekt ist also der, daß die äußeren Fasern in höherem Maße zum Tragen herangezogen werden, als der Theorie entspricht. Dadurch muß die Kurve der reduzierten Tangentialspannung einen flacheren Verlauf bekommen und der am inneren Ringumfang auftretende Höchstwert von σ_{red} kleiner werden, als es die Rechnung ergeben würde (vergl. Fig. 28). Er wird also auch die Bruchgrenze erst bei einem Innendruck p erreichen, der höher liegt als der berechnete, und zwar

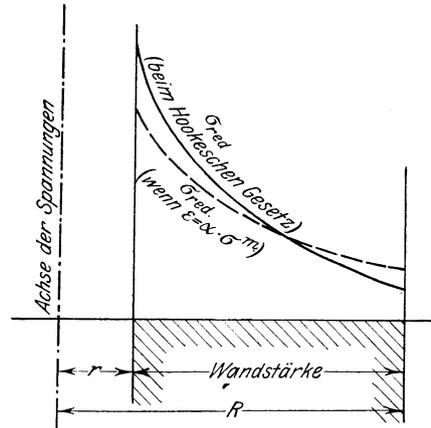


Fig. 28.

wird der Unterschied um so größer sein, je stärker die Dehnungen mit den Spannungen zunehmen, d. h. je mehr die Materialkurve gekrümmt ist. Würde man also die Bruchfestigkeit eines derartigen Materiales durch den Hohlringversuch bestimmen, so muß man auf alle Fälle zu hohe Werte für σ_B erhalten.

Die Bedingung des Ebenbleibens der Querschnitte senkrecht zur Zylinderachse, welche eine Voraussetzung der analytischen Entwicklung ist, wird naturgemäß nicht mehr erfüllt sein, sobald die Dehnung ϵ_t vom theoretischen Verlaufe abweicht.

Findet die Abweichung in dem Sinne statt, daß, wie bei Gußeisen, die Dehnungen innen stärker wachsen, so muß sich das Material in den inneren Zonen gewissermaßen anhäufen, was auf jeden Fall eine Verringerung der sonst auftretenden Höhenabnahme, wenn nicht einen Höhenzuwachs bewirkt. Letzteres tritt ein, wenn die radiale Dehnung ϵ_r größer wird, als die tangentiale ϵ_t . Denn es ist die spezifische Dehnung in Richtung der Achse $\epsilon_h = -\frac{1}{m}(\epsilon_r + \epsilon_t)$, wobei ϵ_r negativ einzuführen ist; sobald also $\epsilon_r > \epsilon_t$ wird, muß ϵ_h positiv werden.

Von einer Messung dieser Abweichungen wurde abgesehen, da sie numerisch sehr klein werden. Bei einem langen Rohr müssen infolge dieser Verzerrung der Querschnitte Längsspannungen auftreten, die sich, falls das Rohr an den Enden geschlossen sein sollte, zu den von der Bodenbelastung herrührenden Normalspannungen algebraisch addieren.

Aus den Betrachtungen ergäbe sich die Regel, für dickwandige Gußeisenrohre möglichst Material mit stark abnehmendem Elastizitätsmodul, d. h. sehr zähes Material zu wählen, um die äußeren Schichten mehr zum Tragen heranzuziehen. Dieser Forderung steht aber der Nachteil gegenüber, daß in der Regel die zähen Gußeisensorten kleinere Bruchfestigkeiten haben als die hochwertigen. Welcher von beiden Einflüssen überwiegt, müßte Gegenstand einer Sonderbetrachtung sein. Aehnlich wie Gußeisen verhalten sich naturgemäß alle anderen Körper, deren Zugdehnungskurve vom Hookeschen Gesetz abweicht,

z. B. Beton, Messing, Bronze, Kupfer, Flußeisen und weicher Stahl oberhalb der Proportionalitätsgrenze und in umgekehrtem Sinne Leder. Die schmiedbaren Eisensorten, die das Verhalten in besonders ausgeprägter Weise oberhalb der Streckgrenze zeigen, sind im folgenden besonders untersucht worden.

Versuche oberhalb der Fließgrenze.

Die theoretische Formel stellt die Spannungsverhältnisse in Hohlringen um so unrichtiger dar, je mehr die Materialkurve des betreffenden Körpers vom Hookeschen Gesetz abweicht. Besonders starke Verschiebungen treten daher bei solchen Materialien ein, welche eine sogen. Fließgrenze besitzen, z. B. Flußeisen, Stahl, Kupfer usw. Um die Verhältnisse näher zu beleuchten, möge einiges über das Fließen voraufgeschickt werden. Bei den oben genannten Stoffen ist man gewohnt, als Fließ- oder Streckgrenze diejenige spezifische Belastung anzusprechen, bei der die Dehnungen ohne wesentliche Spannungssteigerung plötzlich bedeutend zunehmen. Sehr häufig setzt dieser Vorgang explosionsartig ein und ist in der Regel mit thermischen Wirkungen verknüpft.

Da man bei einem Zugversuch unmöglich die Zufuhr von Druckwasser in der Festigkeitsmaschine so regeln kann, daß die Wage beim Fließen im Einspielen bleibt, so pflegt gleich nach dem Einsetzen der Streckung die Last abzusinken und darauf infolge des nun verminderten Fließens wieder langsam anzusteigen und so fort, so daß man in der Regel z. B. bei Flußeisen den Verlauf der Zugdehnungskurve (σ/ϵ -Kurve) niemals genau erhält. Beim Fließbeginn treten fast immer große Schwankungen am Schaulinienzeichner auf (es ist dabei an die Pohlmeier-Maschine gedacht). Die Entstehung dieser Unregelmäßigkeiten wird noch begünstigt durch störende Durchfederungserscheinungen der Festigkeitsmaschine. Für genaue Festlegung der σ/ϵ -Kurve ist daher die Verwendung eines gebräuchlichen Schaubildzeichners anfechtbar; sie wurde für unsere Versuche umgangen, indem die Ablesung der Dehnungen an einem Prozentmaßstab geschah. Im allgemeinen erhält man dabei Kurven von der in Fig. 29 gezeigten Gestalt.

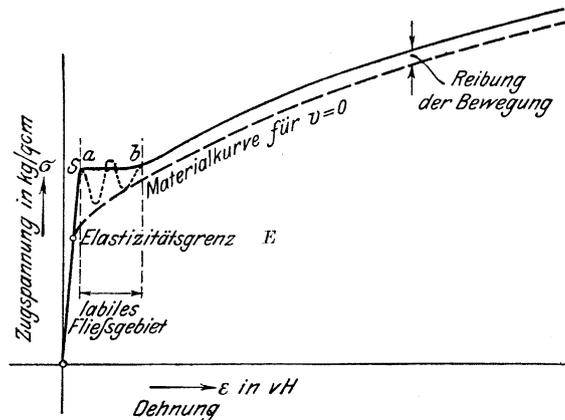


Fig. 29.

Die Lage der Kurve ist aber sehr beeinflusst durch die Geschwindigkeit, mit der der Zerreiversuch ausgeführt wird. Bei schnellem Arbeiten liegt die Kurve höher als bei langsamem Vorgehen, und man kann, indem man den Versuch auf eine sehr lange Zeit ausdehnt, angenähert die tiefste Kurve erhalten, die unendlich langsamem Zerreißen entspricht. Die Bruchgrenze wird in ähn-

licher Weise, wenn auch in weniger starkem Maße, durch die Arbeitsgeschwindigkeit beeinflusst. Eingehende Betrachtungen über diese Verhältnisse hat Hort (L. 33) veröffentlicht, der ebenfalls eine Kurve für die Arbeitsgeschwindigkeit $v = 0$ zugrunde legt. Er nennt den in Fig. 29 mit $a - b$ bezeichneten Teil »labiles« Fließgebiet und erklärt diese Bezeichnung durch die Annahme, in dem fraglichen Teil flösse der Stab nicht gleichmäßig in der ganzen Meßlänge, sondern nur Teile desselben. Die wahre Gestalt der σ/ε -Kurve denkt er sich in der in Fig. 29 gestrichelten Weise verlaufend und faßt die Ueberhöhung $E - S$ nur als eine Folge innerer Reibungen auf. Die Theorie scheint annehmbar, wenn man erwägt, daß sich gleich nach dem Ueberschreiten der Streckgrenze neue, tiefer liegende Gleichgewichtspunkte finden lassen, indem man die Wage so lange entlastet, bis wieder Gleichgewicht erreicht ist (vergl. Bach, L. 34). Die Messung an den Probestäben wurde in ganz ähnlicher Weise, wie eben angedeutet, durchgeführt. Vor allem wurde bei jeder Lasteinstellung so lange Druckwasser nachgelassen (an der Martens-Maschine), bis fast völliges Gleichgewicht erreicht war, d. h. bis man etwa die Kurve für die Arbeitsgeschwindigkeit $v = 0$ berührte. Meist war das nach etwa 10 Minuten der Fall, da der Prozeß sich asymptotisch seinem Ende zu nähern scheint. Es war trotzdem nicht möglich, an Hand der drei untersuchten Probestäbe ein klares Bild über den tatsächlichen Verlauf der Zugdehnungskurve zu erhalten, da das nur als Ergebnis sehr zahlreicher und mit größeren Meßlängen durchgeführter Versuche gewonnen werden könnte. Es muß daher hier die Frage, wie die Dehnungskurve im labilen Gebiet verläuft, offen gelassen werden. Die Materialkurven für Flußeisen und Stahlguß zeigen Schaubild 30.

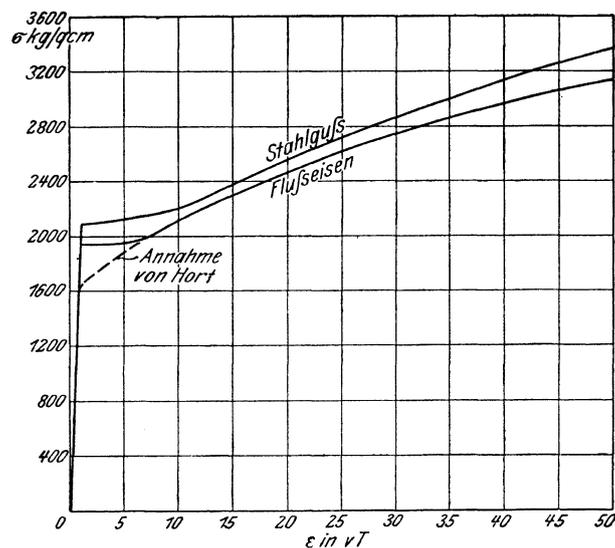


Fig. 30. Materialkurven, Mittel aus drei Probestäben.

Das Auftreten von sog. Fließfiguren, das im allgemeinen kurz nach Ueberschreiten der Streckgrenze stattfindet, wurde im folgenden als grundsätzliches Merkmal für die Größe der Belastung benutzt. Numerische Auswertung läßt das Verfahren nur in sehr weiten Grenzen zu, da die Fließfiguren häufig für das Auge erst nach wesentlicher Ueberschreitung der Streckgrenze sichtbar werden.

Für die Hohlringversuche sei eine Zugdehnungskurve der gebräuchlichen Form zugrunde gelegt.

Steigern wir den Innendruck p soweit, daß in den innersten Zonen die Fließgrenze erreicht ist, so werden sie, wegen des angenähert horizontalen Ver-

laufes der σ/ϵ -Kurve, eine wesentlich weitere Spannungserhöhung nicht aufnehmen können. Wächst also p noch weiter, so müssen die äußeren Ring-schichten in erhöhtem Maße zum Tragen herangezogen werden. Ist das wa-gerechte Stück der σ/ϵ -Kurve lang genug, so würde der Innendruck so lange ge-steigert werden können, bis alle Fasern die Fließspannung angenommen hätten. Von diesem Punkt an ist eine weitere Drucksteigerung undenkbar, da der Ring, ohne wesentliche Vermehrung seiner Widerstandsfähigkeit, seinen Durchmesser ständig vergrößern und dadurch zu Bruch gehen müßte. Ist z. B. in Fig. 31 Kurve 1 die Verteilung der Anstrengungen im elastischen Gebiet, so muß nach Ueberschreiten der Streckgrenze der Verlauf nach 2 stattfinden; 3 würde den

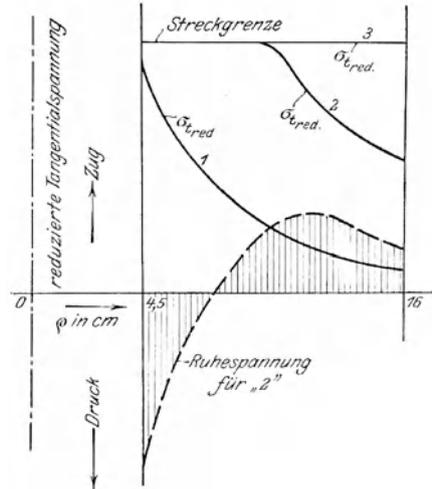


Fig. 31.

Fall darstellen, daß die größte Widerstandsfähigkeit erreicht ist. — Alles in der Voraussetzung eines langen wagerechten Astes der Zugdehnungskurve. — Wir sehen, daß die Zone des Fließbeginnes mit steigenden Innendrücken allmählich durch den Ring hindurch wandert. Entlasten wir den Hohlring, nachdem die Streckgrenze innen überschritten war, so werden die äußeren Zonen, infolge der bleibenden Formänderungen der inneren sich nicht völlig entspannen können; sie behalten eine Zuganstrengung und rufen dadurch in den inneren Schichten Druckspannungen hervor (vgl. »2«). Wir haben in dem Fall also einen den Schrumpfverbindungen entsprechenden Zustand, mit dem Unterschied, daß keine Trennfugen vorhanden sind. Die genaue Form der Spannungskurven entzieht sich der Anschauung wie auch der Rechnung, so lange man über die wahre Gestalt der Zugversuchskurve im Unklaren ist.

Es mag hier noch nachgeholt werden, daß auch bei Gußeisen und ähnlichen Stoffen derartige Schrumpferscheinungen auftreten müssen, sobald eine Last in den inneren Zonen bleibende Deformationen erzeugt hat.

Auf ähnlichen Erwägungen beruht eine früher im Geschützbau üblich ge-wesene Art der Rohrversteifung (vergl. L. 3s). Die österreichischen Stahl-Bronzerohre (Uchatiusbronze) wurden durch das Hindurchtreiben eines Dornes innen künstlich vorgestreckt und dann erst auf Kaliber ausgebohrt. Die Er-gebnisse sind in Anbetracht damaliger Anforderungen an Festigkeit und Lebens-dauer als recht gut zu bezeichnen.

Ein Vorschlag von Mannesmann (L. 3), die noch rotwarmen gewalzten Rohre innen zu kühlen und außen weiter zu walzen, hat denselben Erfolg im Auge.

Um das Zutreffen dieser grundsätzlichen Ueberlegungen zu prüfen, wurden an dem Flußeisen- und dem Stahlgußring folgende Versuche ausgeführt.

Versuche mit Flußeisen.

Da die erforderlichen Drücke voraussichtlich 3000 at übersteigen mußten, war man genötigt, mit dem Preßtopf zu arbeiten. Die Druckmessung geschah an dem 5000 at-Federmanometer Nr. 557. Preßflüssigkeit war wieder Rizinusöl. Auf den Ring wurde bei $\rho = 5,5$ cm, 9 cm, 12 cm, 15 cm je ein Meßapparat aufgesetzt; alle hatten die Uebersetzung 1:1000. Da es hier nur auf angenäherte Bestimmung ankam, wurden die Spiegelablesungen nicht berichtet. Wenn der Ausschlag eines Spiegels etwa 5000 Einheiten erreicht hatte, wurde, nachdem Gleichgewichtszustand erreicht war, das Prisma wieder in seine Anfangslage gebracht und die folgenden Ausschläge addiert. Auf diese Weise war es möglich, die Messungen bis zu Dehnungen von etwa 6 vH fortzusetzen. Nach Ueberschreiten der Streckgrenze erforderte die Ausbildung des Gleichgewichtszustandes beträchtliche Zeit. Wegen des asymptotischen Verlaufes wurde aber nach jeder neuen Laststufe nur etwa $\frac{1}{2}$ Stunde gewartet unter Gleichhaltung des Druckes. In der Regel waren nach dieser Wartezeit die Wanderungen der Spiegel so gering, daß der Rest vernachlässigt werden konnte. Ebenso dauerte es geraume Zeit, bis nach dem Entlasten die neue Nullage angenähert hergestellt war. Die einzelnen Ablesungen sind in Zahlentafel 22 zusammengestellt. In ähnlicher Weise, wie beim Gußeisenring beschrieben (vergl. S. 41), können aus den gemessenen Dehnungen die an den Meßstellen herrschenden reduzierten Tangentialspannungen ermittelt werden, indem man die von den Zugversuchen her bekannte σ/ϵ -Kurve zu Hülfe nimmt. In den Schaubildern 32 und 33 sind für einige Drücke die Kurven für die Dehnungen ϵ_t und die zugehörigen reduzierten Spannungen aufgezeichnet.

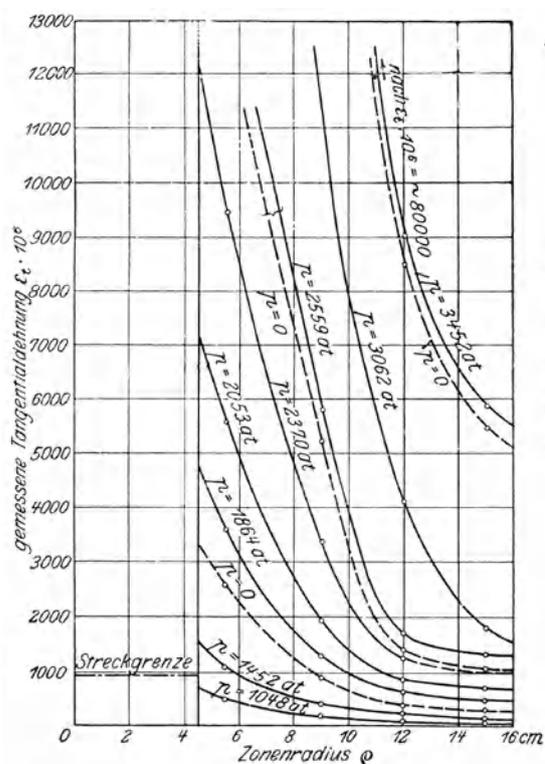


Fig. 32. Versuche mit dem Flußeisenring.

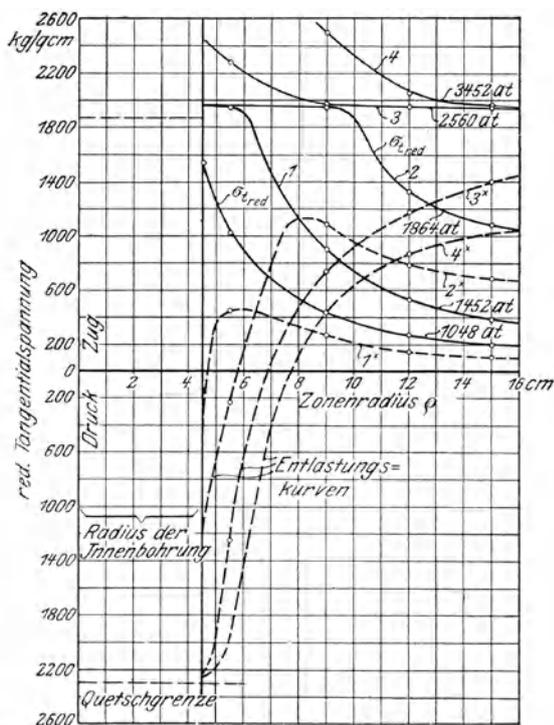


Fig. 33.

Zahlentafel 22.

Belastung des Prestoptes t	Zonenradius $\varphi = 5,5$ cm				$\varphi = 9$ cm				$\varphi = 12$ cm				$\varphi = 15$ cm				Bemerkungen		
	Anzeige des Manometers 557	daraus ermittelter Druck	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t \cdot 10^6$	zugehörige Spannung aus der Zug-Dehnungskurve	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t \cdot 10^6$	zugehörige Spannung σ aus der Zug-Dehnungskurve	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t \cdot 10^6$	zugehörige Spannung σ aus der Zug-Dehnungskurve	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t \cdot 10^6$	zugehörige Spannung σ aus der Zug-Dehnungskurve	Ablesung am Dehnungsmesser in Einheiten	daraus berechnete Dehnung $\epsilon_t \cdot 10^6$		zugehörige Spannung σ aus der Zug-Dehnungskurve	
5	33,0	513	260	236															
7	46,1	726	370	336															
9	59,2	934	478	435															
10	66,2	1048	535*	486	1024														
12	79,9	1267	645	586															
14	91,5	1452	1173	1066															
0	1,5	0	398	362															
16	104,5	1661	2425	2205															
0	1,6	0	1470	1335															
18	117,5	1864	3960	3600															
0	0	0	2825	2570															
20	129,5	2053	6150	5590															
0	0	0	4820	4380															
23	150,0	2369	10390	9440															
0	0	0	8810	8010															
25	162,2	2559	15910	14450															
0	0	0	14165	12870															
0	0	0	14140	12850															
9	59,5	0	(440)	400															
0	0	0	(-25)	-23															
9	59,5	2608	15860	14420															
25	165,5	0	—	—															
29	191,8	3026	—	—															
0	0	0	—	—															
33	219,0	3452	—	—															
0	0	0	—	—															
34	(226)	(3560)	—	—															

2 Ablesungen, die eine in Zahlen-
[tafel 16
bei 13 t Beginn des Fließens

Fließen im ganzen Ring

Versuch unterbrochen;
nach 17 Stunden

Fließfiguren außen

Stulp geplatzt

Entsprechend dem Ansteigen der Zugdehnungskurve bei größeren Dehnungen heben sich auch die σ_{red} -Kurven im Diagramm um so mehr wieder über ihre wagerechte Lage, je weiter wir im Fließgebiet fortschreiten, so daß der in der Vorbetrachtung angenommene wagerechte Verlauf in unserm Fall noch keineswegs die größte Widerstandsfähigkeit vorstellt. Würde die Versuchsanordnung eine beliebig große radiale Ausdehnung des Ringes erlaubt haben — im vorliegenden Fall war die Beschränkung durch die Art der Abdichtung gegeben —, so könnte von diesem Gesichtspunkt aus die Belastung, d. h. p , so lange gesteigert werden, bis am inneren Umfang die Zugfestigkeit überschritten wäre. Das würde bei dem benutzten Material etwa einer Dehnung von 30 vH entsprechen. Man darf hierbei aber nicht übersehen, daß mit wachsenden Dehnungen auch der Innendurchmesser und damit die wirksame Druckfläche beständig zunehmen, so daß besonders bei langsamem Ansteigen der σ/ε -Kurve jeder Drucksteigerung eine unverhältnismäßig große Hebung der σ_{red} -Kurve entsprechen wird. Der größte Innendruck, dem der Ring noch dauernd widerstehen kann, wird durch diesen Einfluß bedeutend herabgedrückt, und das um so mehr, je weniger das Material seine Streckgrenze durch den Einfluß der Kaltbearbeitung erhöht. Ein hart gezogenes Kupferrohr zeigte nach Ueberschreiten der Streckgrenze einen fast völlig wagerechten Verlauf der Materialkurve bis zum Beginn der Einschnürung. Für ein derartiges Material dürften also die in der Vorbetrachtung gemachten Annahmen am besten zutreffen.

Die Spannungsverteilung im geflossenen Ring, die sich nach dem Entlasten einstellt, zeigen Kurven 1*, 2*, 3*, 4*, im Schaubild 33; dem entsprechen die in Fig. 32 gezeichneten Dehnungen für $p = 0$. Zur Ermittlung der in den einzelnen Punkten herrschenden Anstrengungen wurden die Beträge, um welche die einzelnen Spiegel beim Entlasten zurückgingen, in der aus Fig. 34 ersichtlichen Weise in die Materialkurve eingetragen, indem die allerdings anfechtbare

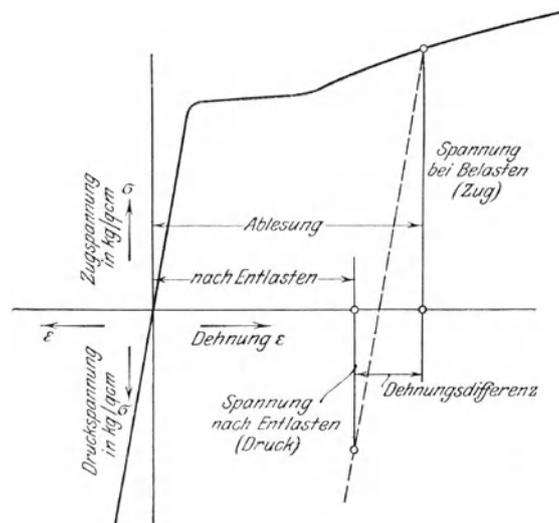


Fig. 34.

Voraussetzung gemacht wurde, daß beim Entspannen die reduzierte Spannung in der dem ursprünglichen Elastizitätsmodul entsprechenden Geraden abfällt und ins Druckgebiet verlängert werden kann. Legen wir für den Verlauf der Zugdehnungskurve im labilen Fließgebiet die von Hort gemachte Annahme zugrunde, so ändern sich die Belastungs- und auch die Entlastungskurven, aber nur unbedeutend. Die Abweichung tritt als Verminderung der Spannungen zu-

tage, so lange die betreffenden Ringzonen sich noch im labilen Gebiet befinden. Für die grundsätzlichen Vorgänge hat der veränderte Verlauf wenig zu bedeuten.

Dieselben Versuche sind für den Stahlgußring ausgeführt und in Zahlen-tafel 23 und Fig. 35 und 36 wiedergegeben. Die Hebung der σ_{red} = Kurven tritt bei den Versuchen nicht in so starkem Maße, wie bei Flußeisen hervor; die Drücke hätten wegen der höher liegenden Streckgrenze noch weiter gesteigert werden müssen, was leider durch das Reißen einer Manschette bei ∞ 3800 at vereitelt wurde.

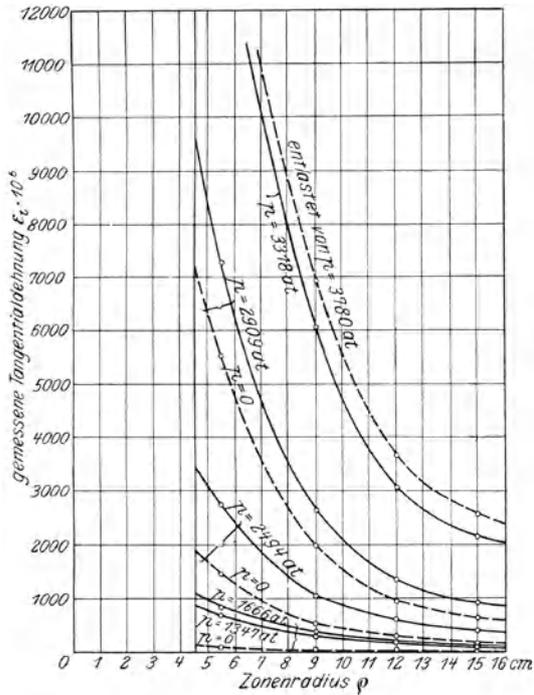


Fig. 35. Versuche mit dem Stahlgußring.

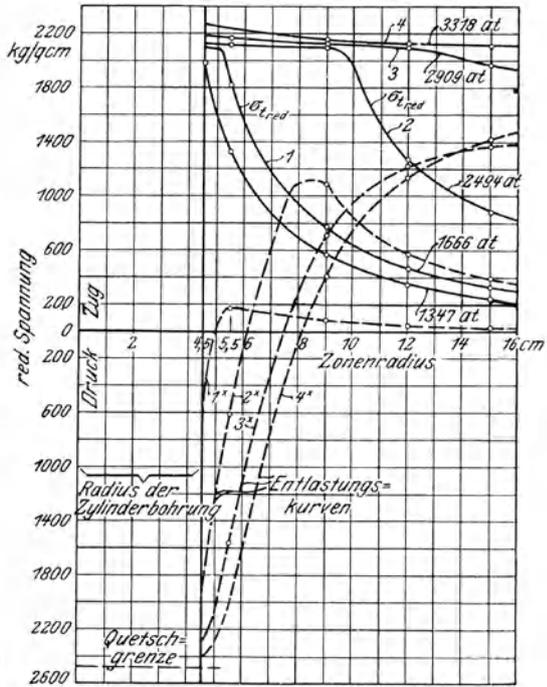


Fig. 36. Versuche am Stahlgußring.

Aus der Form der verschiedenen Entlastungskurven erkennt man, daß der teilweise geflossene und dann entspannte Ring etwa die Eigenschaften einer Schrumpfverbindung von sehr zahlreichen, oder falls die Streckgrenze ganz hindurchgewandert ist, von unendlich vielen Lagen hat. Dabei ist zu beachten, daß die Druckspannungen in den inneren Schichten bisweilen schon die Quetschgrenze überschreiten, ein Uebelstand, den man bei praktischen Konstruktionen von Schrumpfverbindungen natürlich stets vermeiden wird. In einem Fall, wo die der Ruhelage entsprechenden Druckspannungen nach elastisch aufgenommen werden, kann man durch wiederholtes Be- und Entlasten schließlich infolge der allmählichen Erhöhung der Streckgrenze einen ganz stabilen Zustand schaffen und nützt auf diese Weise die Vorteile der Schrumpfverbindungen aus. Setzen wir eine derartige Konstruktion einem Innendruck aus, so wird die dadurch an der Innenbohrung entstehende Zuganstrengung zunächst die dort vorhandene große Druckspannung überwinden müssen und dann noch bis zur Zugfestigkeit des Materials anwachsen können, so daß

$$\sigma_{max} = \sigma_{Zug} + \sigma_{Druck}$$

sein darf. Wir können durch dieses Ueberlasten mithin bei geeigneten Materialien noch eine gute Ausnutzung des Rohrmaterials erzielen, selbst wenn das

Verhältnis $\frac{R}{r}$ so groß wird, daß sich nach den auf Seite 5 dargestellten Kurven sehr ungünstige Verhältnisse ergeben. Im Geschützwesen ist es üblich, die Ausnutzung des Rohrmaterials durch das Verhältnis der Flächen

$$\frac{\int \sigma_{\text{red}} d\varrho}{\sigma_{\text{red max}} (R-r)} = \lambda$$

auszudrücken. Man bezeichnet diesen Koeffizienten »als relative Leistungsfähigkeit«. (Vergl. Wille, Waffentechnik). Der Fall des völlig geflossenen und dann entspannten Hohlringes stellt etwa den günstigsten Fall $\lambda = 1$ dar unter der Voraussetzung, daß durch häufigen Belastungswechsel ein stabiler Zustand erreicht ist. Bei dem ein- bis zweimaligen Entlasten des fließenden Versuchsringes war ein stabiler Zustand noch nicht erreicht, was daraus ersichtlich ist, daß die Spiegel, wie Seite 47 erwähnt wurde, beim Ablassen des Druckes sich nicht plötzlich auf die neue Ruhelage einstellten, sondern sich asymptotisch derselben näherten. Das läßt vermuten, daß die abfallende Spannung sich nicht in allen Zonen auf der in Fig. 34 angenommenen geraden Linie bewegte, sondern noch Verschiebungen im Sinne plastischer Formänderungen stattfanden. Würde das Material durch die Vorbelastungen vollkommen elastisch geworden sein, so müßte, wie eine einfache Ueberlegung zeigt, σ_{red} in jedem Punkt aus der algebraischen Summe der Ruhespannung und der dem Druck p entsprechenden Spannung $p C$ bestehen. Das trifft aber bei unsern Versuchen nicht ganz zu.

Da ein wagerechter Verlauf der σ_{red} -Kurve im Hohlring mit den in der für dünne Rohre gebräuchlichen Näherungsformel gemachten Voraussetzungen übereinstimmt, kann man leicht veranlaßt werden, die Rechnungsweise dieser Ueberschlagformel auf starkwandige Rohre anzuwenden, indem man setzt

$$pr = \sigma_f \delta \quad (\sigma_f = \text{Anstrengung beim Fließen} = \text{Fließgrenze}).$$

Falls diese Beziehung zutrifft, müssen auch die durch pr und $\sigma_f \delta$ dargestellten Flächen gleiche Größe haben, was aber, wie ein Blick auf Figur 33 beweist, keineswegs der Fall ist. Aus den Betrachtungen Seite 4 sieht man aber auch, daß im elastischen Gebiet für die Aufnahme des dem pr die Wage haltenden tangentialen Zuges nur die Summe der Tangentialspannungen $\int \sigma_t d\varrho$ in Frage kommt. Mit großer Wahrscheinlichkeit können wir diese Annahme auch auf das unelastische Gebiet übertragen. Die Ermittlung der tangentialen Hauptspannungen σ_t , die auf graphischem Wege möglich ist, und der dann auszuführende Vergleich der von der σ_t -Kurve begrenzten Fläche mit der Druckfläche pr , ist jedoch an dieser Stelle unterlassen worden, da er den Rahmen der Arbeit überschreiten würde.

Aus den wenigen, auf ihre Zuverlässigkeit kaum zu prüfenden Versuchen ein Gesetz aufzustellen, scheint zu gewagt; eine empirische Formel für die Bruchlasten starkwandiger Rohre, ist im letzten Abschnitt der Arbeit zu geben versucht worden. Hier sollen nur noch einige grundsätzliche Betrachtungen angeschlossen werden. Zunächst ist einzusehen, daß bei wachsenden Innendrücken schließlich ein Fließen oder Ausweichen des Materials auch in axialer Richtung eintreten wird. Das bewirkt aber, selbst unter der Voraussetzung, daß das Fließen in tangentialer Richtung durch irgendwelche Gründe schon zur Ruhe gekommen ist, eine ständige Durchmesserergrößerung und damit ein beständiges Wachsen des Produktes pr um λpr . Das ruft erneutes Strecken

tangential hervor, bis die für die Aufnahme des tangentialen Zuges in Betracht kommende Kurve der tangentialen Hauptspannung σ_t sich der Zusatzfläche Δpr entsprechend gehoben hat, und so fort. Gleichgewicht tritt erst ein, wenn das axiale Fließen, sei es durch mechanische Widerstände, sei es infolge des Ansteigens der Zug- bzw. Druckdehnungskurve zur Ruhe kommt. Bei unseren Versuchen war die axiale Dehnung durch die Art der Ringeinspannung beschränkt, was eine Verschiebung der Verhältnisse bei hohen Pressungen zur Folge hatte. Das longitudinale Fließen machte sich bemerkbar durch das ungeheuer feste Einkeilen des Versuchsrings und war nach dem Auseinandernehmen des Prüfapparates an der aus Fig. 37 und 38 ersichtlichen Oberflächen-gestalt deutlich erkennbar. Da theoretisch keine Schubspannungen auftreten, so müßten die rechten Winkel an den Kanten der Ringe auch nach der Formänderung erhalten bleiben, was die in Fig. 37 und 38 angedeutete Gestalt zur Folge hätte. In Wirklichkeit waren die Kantenwinkel innen merklich größer als 90° infolge der Einwirkung des Deckringes. Dies Festklemmen des Ringes und auch die Seite 34 kritisierte Anordnung des unteren Stulpes mögen ein etwas ungleichmäßiges Ausdehnen der Versuchskörper bewirkt haben. Der Innendurchmesser des deformierten Flußeisenringes war nach Beendigung der

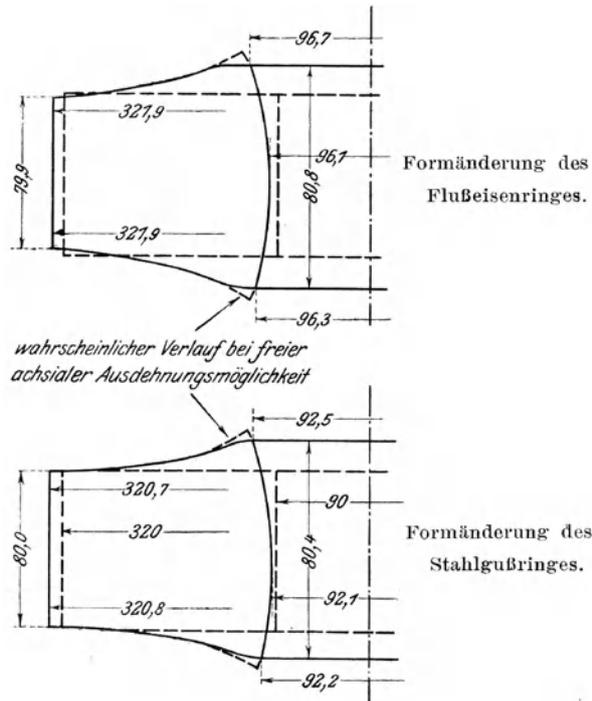


Fig. 37 und 38.

Versuche unten 96,3 mm, oben 96,7 mm; d. h. der Unterschied der Dehnungen oben und unten betrug etwa 6,3 vH. Wenn die Versuche für sehr hohe Drücke die Verhältnisse auch nur angenähert darstellen, dürften sie doch ein ziemlich sicheres Bild des grundsätzlichen Verlaufes der Dehnungen im fließenden Hohlring geben.

Versuche mit kleinen Ringen.

Um das Fortschreiten des Fließvorganges im überanstrengten Hohlring nach einem anderen Verfahren zu prüfen, wurde das Erscheinen und Wandern der Fließfiguren zu Hilfe genommen. Zu diesem Zweck wurden kleine Flußeisen-

ringe von etwa 60 mm Dmr. und 15 mm Höhe und Innenbohrung in der aus Fig. 37 ersichtlichen Weise durch Eindrücken eines Stempels in den mit geeigneter Flüssigkeit gefüllten Hohlraum oder Hindurchtreiben eines polierten konischen Stahldornes deformiert. Das erste Verfahren lieferte nach einigen Vorversuchen mit der Fig. 39 gegebenen Anordnung befriedigende Ergebnisse. Der hochglanzpolierte Ring wurde mit Bleifüllung versehen, die unten durch einen Bronzestulp und oben durch eine unter den gehärteten Stahlstempel gelegte Kupfermanschette abgedichtet war. Sobald die Formänderung weit genug vorgeschritten war, wurde der Hohlraum durch neue untergelegte weiche Kupfer-

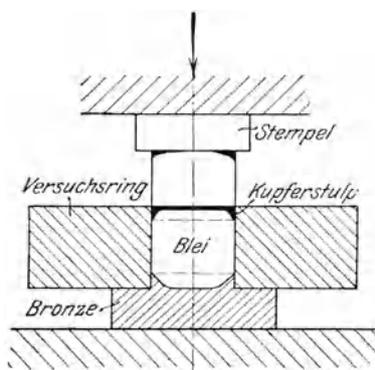


Fig. 39.

oder Bleischeiben wieder aufgefüllt, um möglichst gleichmäßige Druckübertragung längs der gesamten Zylinderlänge zu erzielen. Auf diese Weise wurden bei Stempelbelastungen von 12,6 t Pressungen bis 6700 at erzielt. Dieser Druck ließ sich wegen Bruches der Bronzemanschetten selten überschreiten. Das als Ringmaterial verwandte Flußeisen hatte nach zwei untersuchten Flachstäben (Martensmaschine) 38,8 kg Zugfestigkeit und 25,5 kg Streckgrenze; E war 2105000.

Die Versuchswerte sind für vier Ringe in Zahlentafel 24 vereinigt. Man sieht aus den Photographien (Tafel 1 und 2), wie die Fließerscheinung z. B. bei Ring I mit feinen fadenförmigen Spiralen beginnt, die mit wachsendem Innendruck weiter fortschreiten, schließlich aber einen bandförmigen Charakter annehmen und verschwommen werden. Die Zahl der Spiralen muß von Zufälligkeiten abhängen,

Zahlentafel 24.

Ring Nr.	Stempelbelastung in kg	daraus berechneter Innendruck p at (ungefähr)	Ringabmessungen in mm		Bemerkungen
			D_i	D_a	
1	0	0	15,0	58,5	
	7100	3900	15,2	—	
	9100	4900	—	—	
	10000	5300	15,5	—	Stulp bricht
2	0	0	15,0	58,5	
	6300	3500	15,1	—	Figuren sichtbar
	9300	5000	—	—	
	12000	6300	15,6	—	Stulp bricht
3	0	0	15,0	58,9	
	5300	3000	15,1	—	Figuren erscheinen
	9000	4800	—	—	
	12650	6700	15,7	—	Stulp bricht
4	0	0	15,5	58,8	Versuch mit Dorn
	(50°)	unbestimmt	18,2	59,5	Material etwas herausgequetscht
					Druckmessung unsicher

jedenfalls kann die Theorie darüber nichts aussagen. Das Auftreten der Fließfiguren wird sehr durch die Entstehungsgeschichte des Materials beeinflusst, so ist z. B. bei Flacheisen die Walzrichtung bevorzugt usw. (vergl. L. 36). Deutlich zutage trat die Erscheinung auch bei dem großen Flußeisenring (320 mm Dmr.), doch war auch hier der Beginn des Entstehens der Wahrnehmung nur in weiten Grenzen zugänglich.

Eingehende Versuche über Fließfiguren hat Hartmann veröffentlicht (L. 35). Den Innendruck für Hohlringe erzeugte er durch einen kegeligen Dorn (mandrin). Seine Ergebnisse sind kurz folgende:

1) Der fließende Ring zeigt logarithmische Spiralen auf den Planflächen, Schraubenlinien auf den Zylinderflächen. Die Kurven dürften sich als Schraubenflächen im Innern des Ringes fortsetzen.

2) Die spiralförmige Gestalt erklärt sich, wenn man einen stets gleichen Winkel für die Uebertragungsrichtung der Kraft von Molekel zu Molekel annimmt. In diesem Fall muß nämlich die Fließfigur, die ein Bild vom Verlauf der Uebertragung liefert, in einer Kurve verlaufen, die alle konzentrischen Ringzonen unter demselben Winkel schneidet, also in einer logarithmischen Spirale.

3) Es entstehen immer 2 Systeme von Spiralen, die sich häufig durchschneiden, bisweilen auch völlig überdecken.

4) Die Spiralen treten teils als Relief, teils als Höhlung auf und lassen daraus Schlüsse auf die Art der Anstrengung zu.

Beim fließenden Hohlring unterscheidet man 3 mit der Drucksteigerung sich ablösende Stufen.

1. Stufe: Auftreten konkaver flammenförmiger, vom Innendurchmesser ausgehender Figuren.

2. Stufe: Die Spiralen werden breiter, verschwinden fast völlig in den inneren Zonen, so daß nur außen konkave Flammen verbleiben.

3. Stufe: Erneutes Auftreten von Fließfiguren innen, die jetzt aber reliefartig sind. Zwischen beiden Figurensystemen liegt eine neutrale Zone.

Betreffs aller Einzelheiten und besonders auch bezügl. der analogen Untersuchung von Schrumpfverbindungen sei auf die Hartmannsche Arbeit verwiesen.

An den untersuchten Hohlringen ließen sich die einzelnen Stufen nicht mit der von Hartmann geforderten Schärfe unterscheiden, vielmehr traten meist Unregelmäßigkeiten auf, welche die Durchsichtigkeit des Vorganges beeinträchtigten. Das Verbreitern der Figuren ist bei den Photographien deutlich erkennbar, doch ist das Auftreten konvexer Spiralen nicht mit Sicherheit festzustellen, da die konkaven Figuren nie ganz verschwanden und die Oberfläche in dem fraglichen Stadium meist krispelig wurde. Zum Teil mag ihr Ausbleiben auch auf Materialeigentümlichkeiten oder ungenügende Drucksteigerung zurückzuführen sein.

Kritik der Versuche.

Aus den am Flußeisenring S. 35 angestellten Versuchen geht hervor, wie stark die Druckübertragung und Spannungsverteilung durch ein Senken des oberen Stulpes beeinflusst werden. Es muß also auch bei den vorliegenden Versuchen die Ausbildung der Figuren an der Oberfläche erschwert worden sein, wenn der Stahlstempel, was unvermeidlich ist, infolge der Formänderung etwas in das Ringinnere hineingetreten ist. Dieser Mangel ließ sich trotz häufigen Einlegens von Bleischeiben von 1 bis 0,5 mm Stärke niemals ganz beseitigen.

Für eine gleichmäßige Druckübertragung scheint die Erzeugung des Druckes durch kegeligen Dorn mithin vorteilhafter. Aber auch diesem Verfahren haften Mängel an, nämlich die unsichere Kraftbestimmung und das Festfressen des Dornes; außerdem setzt es sehr genaue Herstellung der berührenden Flächen voraus. Die Ergebnisse werden also bei beiden Verfahren die Verhältnisse nur näherungsweise darstellen können.

Eine Erklärung für das Verhalten der Fließfiguren läßt sich leicht geben. Die konkaven Spiralen deuten — abgesehen von elastischen Formänderungen — auf eine Formänderung im Sinne einer Höhenabnahme der Ringe hin; ihr Auftreten beweist, daß sich der Ring in einem Zustand befindet, wo die tangentialen Anstrengungen hauptsächlich zur Geltung kommen. Wird infolge weiterer Drucksteigerung die Quetschgrenze des Materials überschritten, so muß der Versuchskörper auch axial fließen. Das bewirkt eine Höhenvergrößerung und damit das allmähliche Verschwinden der konkaven Figuren und ihr Uebergehen in solche von Reliefform. Da die Quetschgrenze zuerst am inneren Umfang überwunden wird, so ist damit erklärt, daß die Umwandlung bei den innersten Schichten beginnen muß. Die von Hartmann angegebene neutrale Zone entspräche also etwa der Ringzone, in der die ursprüngliche Ringhöhe erhalten bleibt.

Wie eine Messung nach den Versuchen ergab, zeigten die deformierten Ringe sämtlich in der Mitte eine Zunahme, am Rande eine Verminderung der Höhe. Es herrscht also grundsätzlich Uebereinstimmung mit den Versuchen an den großen Hohringen. Das Ueberwiegen der Tangentialanstrengungen in den äußeren Fasern erklärt das Auftreten von konkaven Figuren an der äußeren Zylinderfläche. Die Versuche (vergl. die Tafeln) bestätigen diese Annahme.

Der Winkel, unter dem die Ringzonen von den Spiralen geschnitten werden, betrug bei allen Versuchsringen, die aus gleichem Material hergestellt waren, etwa 52° . Das würde mit den von Hartmann gefundenen Werten für weiches Flußeisen übereinstimmen.

Versuche mit Kupferrohren.

Die bisher (in den beiden letzten Abschnitten) gewonnenen Erfahrungen lassen sich größtenteils auf das Verhalten von Rohren anwenden. Im elastischen Gebiet ist der Unterschied vorhanden, daß, infolge der Belastung der Stirnflächen, ein Längszug auftritt, der in der Bachschen Formel in der bekannten Weise Berücksichtigung findet, daß man ihn als gleichmäßig über die Wandstärke verteilte Querschnittbelastung einführt. Auf diese Weise wird die Höchstanstrengung etwas herabgedrückt, was in der Formel durch den kleineren Koeffizienten — 0,4 statt 0,7 — zum Ausdruck kommt.

Wenn die Wandstärke des Rohres sehr groß wird, so kann man sich den Längszug höchstens noch in der Mitte der Rohrlänge gleichmäßig auf alle Zonen des Querschnitts verteilt denken. An den Enden wird je nach der Art des Anschlusses die Verteilung ungleich werden. Bei einem Rohr, das mit einem aufgeschraubten Bund und Doppelkegel oder durch aufgelöteten Kegel angeschlossen ist (vergl. Fig. 4), wird der Längszug in unmittelbarer Nähe der Anschlußstellen wohl ausschließlich von den Außenfasern aufgenommen werden, während die inneren durch das Anpressen der Mutter longitudinale Druckspannungen erhalten. Die Querschnitte können infolge der auftretenden Biegungsspannungen also nicht eben bleiben. Ueberschreitet die Radialanstrengung in diesem Rohr die Fließgrenze, so wird das Material zunächst nicht in Richtung der Rohrachse wandern können, da die Anschlüsse ein Ausweichen verhindern.

Die Beanspruchungen dürften also ähnlich verlaufen, wie bei den mit dem Prüfapparat gemachten Hohlringversuchen. In diesem Zustand werden selbst in der Mitte der Rohrlänge die Außenfasern in erhöhtem Maße zum Tragen des Längszuges herangezogen werden, da die inneren Schichten durch den Fließvorgang sogar Druckspannungen (axial) erhalten haben.

Die Zuganstrengung der Außenfasern wird bei teilweisem Fließen des Rohres ähnlich wie im elastischen Gebiet vermindert auf die reduzierte Tangentialspannung wirken (vergl. Seite 2). Ist jedoch die Fließgrenze ganz hindurch gewandert, so ist der Einfluß nur schwer der Betrachtung zugänglich. Nach den gewonnenen Erfahrungen werden die Longitudinalspannungen den Rohren niemals gefährlich; der Bruch erfolgte stets durch zu große Tangentialanstrengung in Form eines Längsrisses. Um einen Anhaltspunkt für die größten Drücke, die ein Kupferrohr noch dauernd aushalten kann, zu gewinnen, wurden Rohre verschiedener Abmessungen durch langsames Erhöhen des Innendruckes bis zum Bruch belastet. Der größte Druck wurde dabei an einem Manometer mit Schleppzeiger abgelesen. In Zahlentafel 25 sind die Ergebnisse für einige Rohre zusammengestellt.

Da die Zugdehnungskurven des Rohrmaterials nicht sehr genau festlagen, darf man an die Versuche keine zu großen Ansprüche stellen.

Zahlentafel 25.

1	2	3	4	5
Innendruck p , bei dem der Bruch erfolgte. at	Streckgrenze des Materials σ_f kg/qcm	$\frac{R}{r} =$ Radienverhältnis der Rohre	Berichtigungs- koeffizient ψ	Bemerkungen
2200	1950	3,55	0,46	} Flußeisenring
2560	2200	3,55	0,50	
2909	2100	3,55	0,54	} Stahlgußring
3318	2150	3,55	0,60	
760	2100	} 1,49	0,74	} Cu-Rohr
790	2200		0,73	
4300	2200	5,45	0,44	} (7 × 2,6)
1200	1200 ∞	2,7	0,6	

Aus den Ueberlegungen Seite 6 wissen wir, daß die Formel $pr = \sigma_{red} \delta$ streng genommen nur für unendlich dünne Rohre zutrifft. Wir wollen sie aber für unsere Versuche benutzen, indem wir einen Berichtigungskoeffizienten ψ einführen, der die Abweichungen berücksichtigt.

$$pr = \psi \sigma_{red} \delta$$

wobei σ_{red} die Streckgrenze σ_f ist,

$$p = \psi \sigma_f \left(\frac{R}{r} - 1 \right); \quad 1 > \psi > 0.$$

Der Koeffizient ψ ist im allgemeinen abhängig von der Größe $\frac{R}{r}$; er muß gleich eins werden, wenn die Wandstärke null wird, da in diesem Falle auch $p=0$ sein muß. In der Zahlentafel sind die Werte für ψ nach dieser Formel ausgerechnet (vergl. auch Figur 40), die Streckgrenze wurde für das benutzte ungeglühte Kupferrohr (als Mittel aus 4 Zugversuchen) zu 25 kg/qmm angenommen. In die Zahlentafel sind auch einige Versuche vom Flußeisen- und Stahlgußring aufgenommen in der Erwägung, daß die betreffenden Werte etwa den Höchstwiderstand dargestellt hätten, wenn der Verlauf der

Materialkurve der Kupferkurve ähnlich gewesen wäre, d. h. wenn keine wesentliche Hebung der Zugdehnungskurve mehr stattgefunden hätte. Die Kurve für ψ (Fig. 40) kann den Verlauf naturgemäß nur sehr angenähert darstellen. Es möge hier erwähnt werden, daß die Hochdruckleitungen, Steuerkörper usw., im Materialprüfungsamt auf diese Weise bemessen werden, indem aber statt Einführung des Koeffizienten ψ mit einer entsprechend niedrigeren Streckgrenze gerechnet wird.

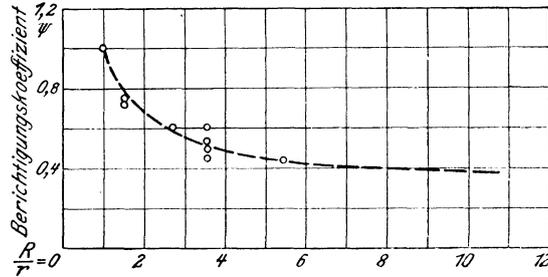


Fig. 40.

Die Lage der Fließgrenze des Rohrmaterials ist von hervorragendem Einfluß auf den höchsten Innendruck. In dieser Beziehung läßt aber gerade Kupfer große Veränderungen zu. Bei hartgezogenem Rohr (10 mm \times 1,5 mm) wurde die Streckgrenze im Zugversuch zu 26 kg/qmm gefunden, während sie bei demselben Rohr nach dem Ausglühen bei 5 kg/qmm lag. Ebenso lieferte die Prüfung von 10 mm hohen, aus dem Rohr geschnittenen Zylindern auf Druck bei hartgezogenem Rohr die Quetschgrenze $\sigma_u = 27$ kg/qmm; bei dem ausgeglühten Material (850°) zeigte die Materialkurve überhaupt keinen ausgeprägten Knick, sondern verlief unter stetigem Wachsen der Dehnungen bis zum Bruch. Nehmen wir unsere empirische Formel als zutreffend an, so werden wir große Innendrucke wegen des Abfalls der ψ -Kurve vorteilhafter durch höhere Streckgrenze als durch größere Wandstärke beherrschen. Es ist klar, daß man aus dieser Erwägung heraus für sehr hohe Pressungen stets hartgezogenes Material verwenden wird, das nur soviel Biegsamkeit besitzt, um nicht unhandlich zu werden. Die Einwendung, daß die weichen Rohre durch den Streckprozeß selbst ihre Fließgrenze erhöhen, wird sehr abgeschwächt, wenn man bedenkt, daß die inzwischen stattgefundene Dehnung den Innendurchmesser bedeutend vergrößert und damit die Bruchgefahr beschleunigt hat. Es war nach den angestellten Versuchen in der Tat nicht möglich, mit weichem Rohrmaterial Drücke über 3000 at zu beherrschen. Von der gebräuchlichen Anschlußart durch aufgelöteten Kegel mußte wegen der damit verbundenen Erhitzung des Rohres überhaupt abgesehen werden, da die Rohre regelmäßig in unmittelbarer Nähe der Lötstelle brachen. Ist ein weiches Rohr oftmals hin und her gebogen oder gerichtet worden, so erhöht es durch diese Vorbearbeitung lokal seine Streckgrenze bedeutend. Hierauf ist es zurückzuführen, daß die untersuchten Rohre niemals in Krümmungen, sondern immer auf einer geraden Strecke platzten. Eine Gefahr, die mit der Verwendung von Rohren kleiner Bohrung stets verbunden ist, liegt darin, daß die Seele durch den Walzprozeß häufig ihre kreisförmige Gestalt verliert und in elliptische Form übergeht. In diesem Fall liegt die wirksame Druckfläche in der Ebene der großen Achse der Ellipse, was häufig einen frühen Bruch bedingt.

Mit Kupferrohren lassen sich bei geeigneten Vorsichtsmaßregeln noch Drücke bis 10000 at erreichen (etwa $d_a = 12$ mm, $d_i = 1$ mm hart gezogen), darüber hinaus dürfte Kupfer nicht mehr verwendbar sein, da die Rohre verhältnis-

mäßig schwer und wegen der schwierigen Herstellung auch teuer werden. Man wird überhaupt in vielen Fällen mit Flußeisen- oder Stahlrohren wegen der höheren Streckgrenze und der ansteigenden Zugdehnungskurve leichter zum Ziel kommen, wenn man die größere Starrheit der Rohre in Kauf nehmen will.

Zusammenfassung.

Als Ergebnis der vorliegenden Untersuchungen läßt sich zusammenfassen:

1) Die in der Grashof'schen Formel angenommene Dehnungs- bzw. Spannungsverteilung in Hohlzylindern stimmt mit den Versuchen bis auf $\pm 0,5$ vH. überein, aber nur für Körper, die dem Hookeschen Gesetz folgen.

2) Die Poissonsche Konstante liegt für Flußeisen wahrscheinlich zwischen 3,3 und 3,5, jedenfalls ist sie größer als der von Winkler angenommene (3,0) und kleiner als der von Lanza befürwortete (4,0) Wert.

3) Bei Materialien, die abweichend vom Hookeschen Gesetz etwa der Gleichung $\varepsilon = \alpha \sigma^m$ gehorchen, besonders bei Gußeisen, ist, unter der Voraussetzung $m > 1$, die Spannungsverteilung im Hohlring gleichmäßiger, als die theoretische Formel besagt. Die aus dem Hohlringversuch gemessene Zugfestigkeit würde, ähnlich wie die aus dem Biegeversuch ermittelte, zu hoch sein. Gußeisenrohre halten daher etwas mehr Innendruck aus, als sich nach der Grashof'schen bzw. Bach'schen Formel ergeben würde.

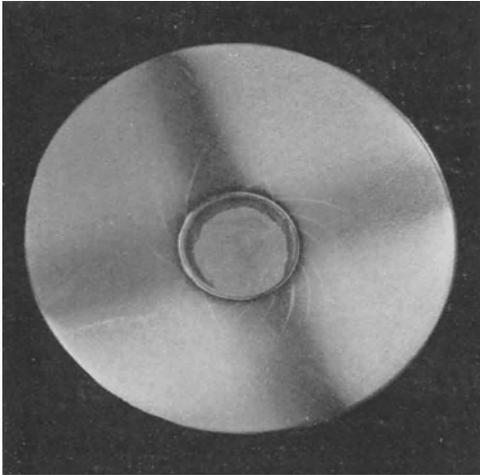
4) Die Martensschen Spiegel-Meßapparate in gekreuzter Form sind auf ihre Fehler untersucht worden und bewiesen, daß sie für viele Zwecke sehr zuverlässig arbeiten und der Anordnung mit Böckchen bisweilen vorzuziehen sind.

5) Das Verhalten von hochbeanspruchten Rohren, die aus streckfähigem Material bestehen, ist zu erklären versucht, und für starkwandige Rohre sind Erfahrungswerte für die Bruchlasten wiedergegeben.

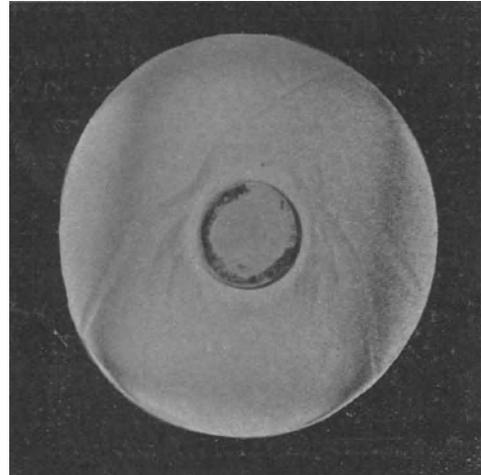


Literaturverzeichnis.

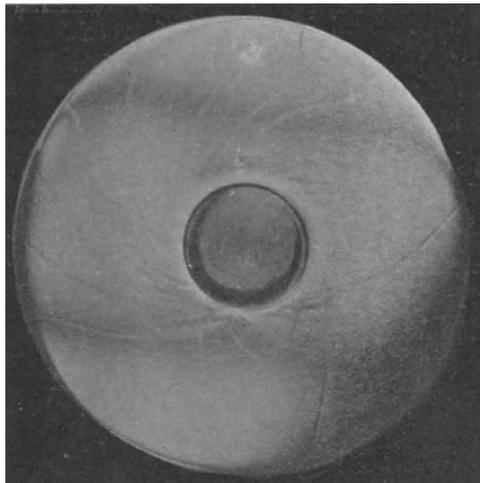
L	Name des Verfassers	Bezeichnung des Aufsatzes	Quelle
1	Benjamin	Festigkeitsversuche mit gußeis. Hohlzylindern	Dingl. J. 405 S. 315
2	Prégél	Der gespannte Hohlzylinder	Dingl. J. 315 S. 453 ff.
3	—	Verfahren für Mannesmann-Rohre	Maschinenbauer 26 S. 273
4	Bredt	Festigkeit von Rohren	Z. d. V. d. I. 37 S. 903
5	Patterson	Cylinders under internal pressure	Am. Masch. 1900 S. 159
6	Dunbar	The expansion of thick cylinders	Am. Masch. 1899 S. 1155
7	Tréseau	Les déformations dans un cylindre	Compt. rend. 99 S. 104
8	—	Résistance d'un cylindre	Portef. écon. 29 S. 197
9	Cavalli	Resistance d'un cylindre	Revue univers II 17 S. 603
10	—	Festigkeitsproben mit gußeisernen Cylindern	Stahl und Eisen 38
11	De Szily	Essais sur les pressions intérieures . . .	Revue technique 33 S. 7
12	Vallier	Loi des pressions dans les bouches à feu	Compt. rend. 135 S. 314
13	Bach	Berechnung der Stärke von cylindr. Gefäßen	Z. d. V. d. I. 24 S. 283
14	Amagat	Déformations des tubes de verre . . .	Compt. rend. 90 S. 863
15	Hick	Frictions of the collars in hydraulic presses	Mechanics 5 S. 122
16	Kaiser	Elastizität und Festigkeit rohrförmiger Körper	Mitt. Art u. Gen. W. 1876 S. 413
17	—	Messen von Gasspannungen	Dingl. J. 204 S. 199
18	Boltzmann	Festigkeit zweier übereinandergesteckter Rohre	Sitzungsber. d. Wiener Akad. 59 S. 679
19	Rankine	Festigkeit von Hohlzylindern	Civ. Engineer 1860 S. 284
20	—	Festigkeit des Glases	Dingl. J. 134 S. 165
21	Greenhill	Scientific principles in making big guns	Nature 42 S. 304
22	Grübler	Vergleichende Festigkeitsversuche von Körpern aus Zementmörtel	Z. d. V. d. I. 1907 Heft 6 S. 176 (Teubner, Leipzig 1907)
23	Love	Theor. Elastizitätslehre, übersetzt v. Timpe	
24	Grashof	Theorie der Elastizität und Festigkeit	
25	Föppl	Technische Mechanik Band 3 und 5	
26	Lamé	Leçons sur l'élasticité. Paris 1866	
27	Bach	Elastizität und Festigkeit	
28	Martens	Materialienkunde I. Teil	
29	Lanza	Applied mechanics	
30	Amagat	Le coefficient de Poisson . . .	Compt. rend. 99 S. 130
31	Kohlrausch	Praktische Physik 1902	
32	Hort	Wärmevorgänge bei der Längung v. Metallen	Z. d. V. d. I. 1906 S. 1986
33	Hort	Betrachtung über das Fließen . . .	Z. d. V. d. I. 1906 S. 2110
34	Bach	Zur Kenntnis der Streckgrenze	Forschungsarbeiten Heft 29
35	Hartmann	Déformations des corps solides . . .	
36	Kirsch	Studium der Fließerscheinungen	Mitt. a. d. Mat.-Prüf.-Amt 1887
37	Wagner	Federmanometer als Präzisionsmesser	Ann. d. Phys. IV. Folge 15. 1904 S. 96
38	Kaiser	Konstruktion der gezogenen Geschützrohre	(Verlag Seidel) Wien 1900
39	Martens	Denkschrift zur Eröffnung des Material-Prüfungsamtes	
40	Berner	Untersuchungen über den Einfluß der Art und des Wechsels der Belastungen auf die elastischen und bleibenden Formänderungen	(Dissertationsarbeit) Berlin, J. Springer 1903



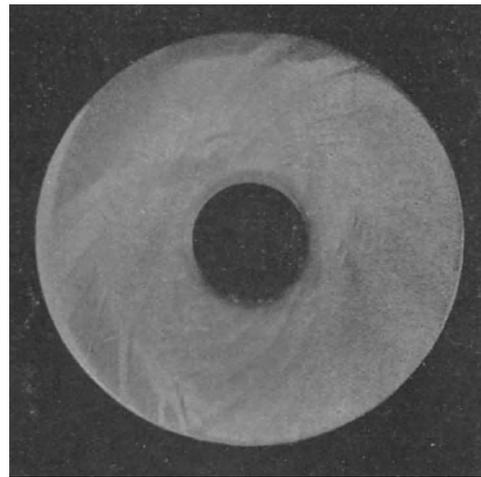
Ring I. $p = 3900$ at.



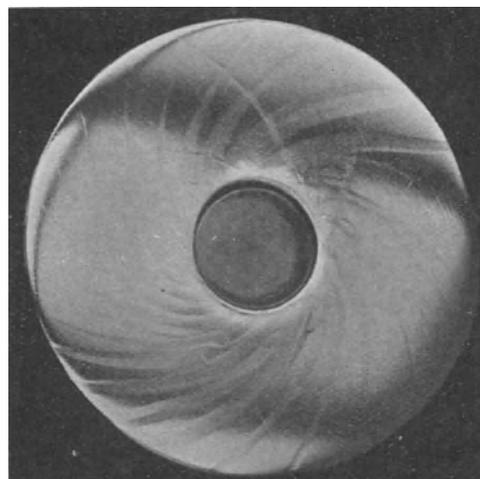
Ring II. $p = 5000$ at.



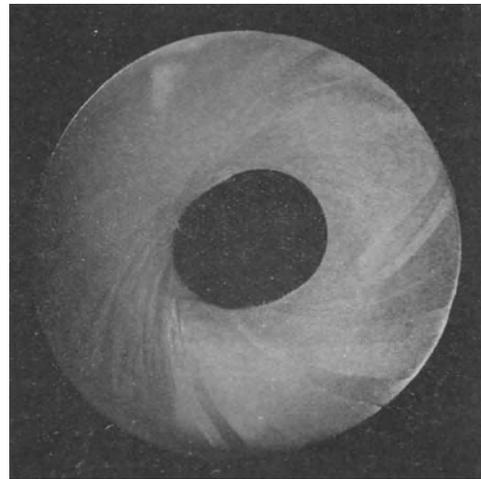
Ring I. $p = 4900$ at.



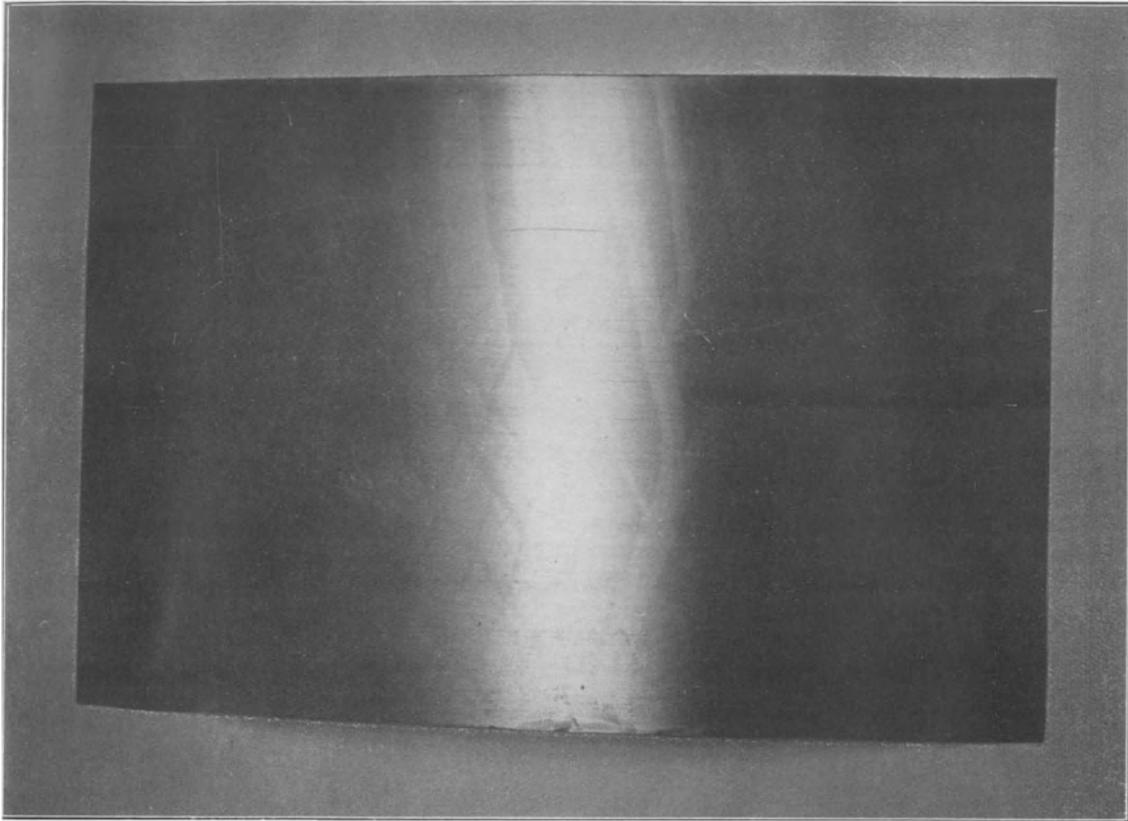
Ring III. $p = 6700$ at.



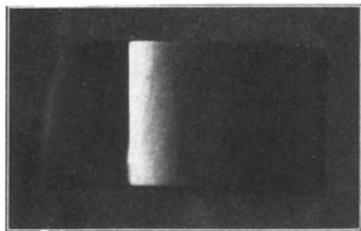
Ring I. $p = 5300$ at.



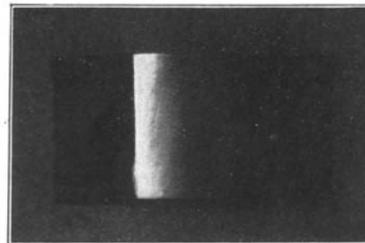
Ring IV. (Versuch mit Dorn). $p =$ unbestimmt.



Flußeisenring. $p = \infty$ 3500 at. Figuren auf den Zylinderflächen.



Ring I. $p = 5300$ at. Seitenansicht.



Ring IV. $p =$ unbestimmt. Seitenansicht.