

WERKSTATTBÜCHER

HERAUSGEBER EVGEN SIMON

HEFT 18

G. BERNDT

**WINKEL-
MESSUNGEN**



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Zur Einführung.

Die Werkstattbücher werden das Gesamtgebiet der Werkstattstechnik in kurzen selbständigen Einzeldarstellungen behandeln; anerkannte Fachleute und tüchtige Praktiker bieten hier das Beste aus ihrem Arbeitsfeld, um ihre Fachgenossen schnell und gründlich in die Betriebspraxis einzuführen.

So unentbehrlich für den Betrieb eine gute Organisation ist, so können die höchsten Leistungen doch nur erzielt werden, wenn möglichst viele im Betrieb auch geistig mitarbeiten und die Begabten ihre schöpferische Kraft nutzen. Um ein solches Zusammenarbeiten zu fördern, wendet diese Sammlung sich an alle in der Werkstatt Tätigen, vom vorwärtsstrebenden Arbeiter bis zum Ingenieur.

Die „Werkstattbücher“ werden wissenschaftlich und betriebstechnisch auf der Höhe stehen, dabei aber im besten Sinne gemeinverständlich sein und keine andere technische Schulung voraussetzen als die des praktischen Betriebes.

Indem die Sammlung so den einzelnen zu fördern sucht, wird sie dem Betrieb als Ganzem nutzen und damit auch der deutschen technischen Arbeit im Wettbewerb der Völker.

Bisher sind erschienen:

- | | |
|---|---|
| Heft 1: Gewindeschneiden. 7.—12. Tausd.
Von Obering. O. Müller. | Heft 9: Rezepte für die Werkstatt.
Von Chemiker Hugo Krause. |
| Heft 2: Meßtechnik. Zweite, verbesserte Auflage. (7.—14. Tausend.)
Von Professor Dr. tech. M. Kurrein. | Heft 10: Kupolofenbetrieb.
Von Gießereidir. C. Irresberger. Zweite, verbesserte Auflage. (5.—10. Tausend.) |
| Heft 3: Das Anreißen in Maschinenbauwerkstätten. 7.—12. Tausend.
Von Ing. H. Frangenheim. | Heft 11: Freiformschmiede.
1. Teil: Technologie des Schmiedens. — Rohstoffe der Schmiede.
Von Direktor P. H. Schweißguth. |
| Heft 4: Wechselrädereberechnung für Drehbänke. 7.—12. Tausend.
Von Betriebsdirektor G. Knappe. | Heft 12: Freiformschmiede.
2. Teil: Einrichtungen und Werkzeuge der Schmiede.
Von Direktor P. H. Schweißguth. |
| Heft 5: Das Schleifen der Metalle. Zweite, verbesserte Auflage. (7.—13. Tausend.)
Von Dr.-Ing. B. Buxbaum. | Heft 13: Die neueren Schweißverfahren.
Von Prof. Dr.-Ing. P. Schimpke. |
| Heft 6: Teilkopfarbeiten.
Von Dr.-Ing. W. Pockrandt. | Heft 14: Modelltischlerei.
1. Teil: Allgemeines. Einfachere Modelle.
Von R. Löwer. |
| Heft 7: Härten und Vergüten.
1. Teil: Stahl und sein Verhalten.
Zweite, verbesserte Auflage.
(7.—14. Tausend.)
Von Dipl.-Ing. Eugen Simon. | Heft 15: Bohren.
Von Ing. J. Dinnebieer. |
| Heft 8: Härten und Vergüten.
2. Teil: Praxis der Warmbehandlung.
Zweite, verbesserte Auflage.
(7.—14. Tausend.)
Von Dipl.-Ing. Eugen Simon. | Heft 16: Reiben und Senken.
Von Ing. J. Dinnebieer. |
| | Heft 17: Modelltischlerei.
2. Teil: Beispiele von Modellen und Schablonen zum Formen.
Von R. Löwer. |
| | Heft 18: Technische Winkelmessungen.
Von Prof. Dr. G. Berndt. |

Eine Aufstellung der in Vorbereitung befindlichen Hefte ist auf der 3. Umschlagseite abgedruckt.

Jedes Heft 48—64 Seiten stark, mit zahlreichen Textfiguren.

WERKSTATTBÜCHER
FÜR BETRIEBSBEAMTE, VOR- UND FACHARBEITER
HERAUSGEGEBEN VON EUGEN SIMON, BERLIN

HEFT 18

Technische Winkelmessungen

Von

Dr. G. Berndt

Professor an der Technischen Hochschule, Dresden

Mit 121 Textfiguren und
33 Zahlentafeln.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1925

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorwort des Herausgebers	3
Einleitung	3
Methode der Fehlerberechnung S. 3.	
I. Einheit und Normale	5
Grad S. 5. — Bogenmaß S. 5.	
II. Feste Winkel	5
90°-Winkel S. 5. — Lichtspaltmethode S. 7. — Winkel von Gewindestählen S. 8. — Schablonen (Hohldreiecke) S. 9. — Prüfung des Flankenwinkels von Gewinden S. 9. — Winkel von Kegel und Kimme an Flankenmikrometern S. 10.	
III. Trigonometrische Winkelmessung	11
Tangenslineal mit Parallelendmaßen	11
Sinuslineal	14
Tangenslineal mit Meßscheiben	16
Verjüngung von Kegeln	17
a) mit Tangenslineal S. 17. — b) mit Kegelprüfer S. 19. — c) mit zwei Paar Meßscheiben S. 22. — d) mit zwei Meßscheiben und zwei Parallelendmaßen S. 23. — e) mit Ringen S. 23. — f) optische Methode S. 24.	
Messung von Bohrungen durch Kegel	25
Einspringende Winkel	26
Kegelhülsen	27
a) mit Fühlhebel S. 27. — b) mit Meßscheiben S. 28. — c) mit Kugeln S. 28.	
Messung mit Fernrohr, Spiegel und Skala	29
Anwendung auf die Verjüngung von Kegeln	30
IV. Goniometrische Messungen	31
Transporteur S. 31. — Einfluß der Exzentrizität S. 32 — Bestimmung der Teilkreisfehler S. 33. — Schneidwinkelmesser S. 34. — Schmiege S. 34. — Optischer Winkelmesser S. 35. — Goniometer für Drehstähle S. 36. — Mikroskopische Winkelmessung S. 38.	
V. Reflexionsgoniometer und Libelle	39
Reflexionsgoniometer S. 39. — Justierung des Goniometers S. 40. — Messung mit Teilkreis und Libelle S. 41. — Messung von Winkeln mittels Libelle S. 42. — Pendelneigungsmesser S. 45.	
VI. Prüfung von Teilungen	45
Untersuchung von Teilköpfen	46
a) Lochscheibe S. 46. — b) Schneckenrad S. 47. — c) Schnecke S. 50.	
Untersuchung von Zahnrädern	51
a) mit Teilscheibe S. 51. — b) Berechnung der Exzentrizität nach der Methode der kleinsten Quadrate S. 52. — c) Graphische Bestimmung der Exzentrizität S. 55. — d) Teilkreisprüfer S. 55. — e) Apparat des National Physical Laboratory S. 56. — f) Apparat der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt S. 58. — g) Kupplung mit Schnecke S. 58. — h) Optischer Zahnradprüfer S. 59.	
Periodische Fehler von Gewinden	64
VII. Das Konstruieren und Anreißen von Winkeln	66
Zeichnen nach festen Lehren	66
Konstruktion des 90°-Winkels	67
Konstruktion des 60°-Winkels	68
Konstruktion des 45°-Winkels	69
Fällen der Senkrechten	69
a) Halbierung des Winkels von 90° S. 69. — b) Halbierung des Winkels von 60° S. 70.	
Halbierung eines gegebenen Winkels	70
a) Halbierung des 90°-Winkels S. 71. — b) Halbierung des 60°-Winkels S. 71. — c) Halbierung des 45°-Winkels S. 72. — d) Halbierung des 30°-Winkels S. 72.	
Konstruktion des Winkels von 29°	72
Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus	73
Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Tangens	74
Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus des halben Winkels	74

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

ISBN 978-3-662-41736-2

ISBN 978-3-662-41877-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-41877-2

Copyright 1925 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1925

Vorwort des Herausgebers.

Dieses Heft bildet eine Ergänzung zum Heft 2 von Kurrein: „Meßtechnik“, insofern als dort alle Meßgeräte des modernen Maschinenbaues nach Konstruktion und Anwendung geschildert wurden und als hier ein einzelnes, wenn auch wichtiges Teilgebiet besonders ausführlich behandelt wird.

Diese Ausführlichkeit erstreckt sich nicht nur auf die Beschreibung aller nötigen Geräte und aller möglichen Verfahren, sondern es wird immer die erzielbare Meßgenauigkeit sorgfältig untersucht. Die dazu nötige exakte Fehlerrechnung ist nun aber ohne etwas schwierigere mathematische Rechnungen und ohne Voraussetzung größerer mathematischer Kenntnisse, als sie sonst für die Werkstattbücher nötig sind, nicht möglich. Um jedoch dem Werkstattmann, der diesen mathematischen Ableitungen nicht folgen kann oder will, Zusammenhang und Verständnis des Heftes zu wahren, hat der Verfasser in allen Fällen die Ergebnisse seiner Rechnungen in Zahlentafeln übersichtlich zusammengestellt. So kann also der Leser, der dem Verfasser vertraut, sich den Inhalt des Heftes ziemlich mühelos aneignen.

Um den Leser von vornherein auf alle etwas schwierigen und umständlichen Rechnungen aufmerksam zu machen, sind sie in kleinerer Druckschrift (Petit) gesetzt.

Einleitung.

Gegenüber der Bestimmung von Längen tritt die des Winkels in der Technik stark zurück; dies lehrt bereits ein oberflächlicher Blick, wenn man die Zahl der für beide Zwecke bestimmten Meßgeräte miteinander vergleicht. Dasselbe gilt auch bezüglich der Genauigkeit; geht man bei den letzten Normalen der Längenmaße bis auf Hunderstel μ , so ist bei den Winkeln eine Genauigkeit von einigen Sekunden immer ausreichend, und selbst diese wird nur für die gewissermaßen als letzte Normale geltenden Teilkreise benötigt (wobei allerdings von der Optotechnik abgesehen ist). Andererseits ist aber die Bestimmung von Winkeln häufig weit schwieriger als die von Längen, wenn z. B. die Schenkel der Winkel nur von geometrischen Linien gebildet werden (wie bei Kegellehren) oder gar nur in einem (nicht zu verwirklichenden) Schnitt auftreten, wie bei dem Flankenwinkel von Gewinden. Je nach den Umständen wird man also auch zur Bestimmung der Winkel den einzelnen Zwecken angepaßte Methoden und Meßgeräte nehmen müssen.

Methoden der Fehlerberechnung.

Vor allem soll dabei die Genauigkeit untersucht werden, die mit den verschiedenen Ausführungen zu erreichen ist. Häufig wird sie sich durch einfache geometrische Betrachtungen ergeben; schwieriger wird aber die Fehlerberechnung, wenn das Meßergebnis nicht unmittelbar, sondern als Funktion einer Größe auftritt, oder wenn es von mehreren Faktoren abhängt. Am einfachsten führt hier die Anwendung der Differentialrechnung zum Ziele.

Es sei z. B. das Ergebnis R eine Funktion der beobachteten Größe x , also $R = \varphi(x)$.

Begeht man bei der Bestimmung von x einen Fehler $\pm f$, so erhält man im Ergebnis R einen Fehler F , der dadurch bestimmt ist, daß $R + F = \varphi(x \pm f)$ sein muß.

Da nun der Fehler f im allgemeinen eine kleine Größe ist, so kann man die Funktion φ nach der Taylorschen Reihe entwickeln. Es wird also, da die zweiten und höheren Potenzen zu vernachlässigen sind, $R + F = \varphi(x) \pm f \cdot d\varphi(x)/dx$; subtrahiert man hiervon die Gleichung $R = \varphi(x)$, so folgt $F = \pm f \cdot d\varphi(x)/dx = \pm f \cdot dR/dx$.

Es ist also der Fehler F des Ergebnisses gleich dem Produkt aus dem Beobachtungsfehler f und dem Differentialquotienten von R nach x .

Beispiel 1. Es sei $R = C \cdot \sin x$, wo C eine Konstante bedeutet, so folgt aus der letzten Gleichung sofort

$$F = \pm f \cdot d(C \cdot \sin x)/dx = \pm f \cdot C \cdot \cos x = \pm f \cdot R \cdot \operatorname{ctg} x.$$

Man erhält also den Fehler des Ergebnisses, wenn man dieses mit dem Beobachtungsfehler und der Kotangente von x multipliziert.

Daß man auch mit den Hilfsmitteln der niederen Mathematik zu demselben Ziele kommt, läßt sich leicht beweisen.

Es war angenommen $R = C \cdot \sin x$.

Wird nun bei der Beobachtung von x der Fehler $\pm f$ begangen, so tritt im Ergebnis R ein Fehler F auf, der dadurch bestimmt ist, daß $R + F = C \cdot \sin(x \pm f) = C \cdot (\sin x \cdot \cos f \pm \cos x \cdot \sin f)$. Nun ist f eine kleine Größe, so daß man mit genügender Annäherung $\cos f = 1$ und $\sin f = f$ setzen kann. Dann wird $R + F = C \cdot (\sin x \pm f \cdot \cos x)$; davon die Gleichung $R = C \cdot \sin x$ abgezogen, ergibt

$$F = \pm f \cdot C \cdot \cos x = \pm f \cdot R \cdot \operatorname{ctg} x.$$

Bietet hier nun die Benützung der Differentialrechnung noch keinen wesentlichen Vorteil, so wird dieses sofort anders, falls R von mehreren Größen $x_1, x_2, x_3 \dots$ abhängt, also $R = \varphi(x_1, x_2, x_3 \dots)$ ist.

Man verfährt dann so, daß man zunächst den Einfluß der einzelnen Beobachtungsfehler $f_1, f_2, f_3 \dots$ von $x_1, x_2, x_3 \dots$ auf das Ergebnis berechnet. Seine Einzelfehler ergeben sich dann genau wie vorher zu $F_1 = \pm f_1 \cdot \partial R / \partial x_1$; $F_2 = \pm f_2 \cdot \partial R / \partial x_2 \dots$

Dabei sind die Differentiationen jedesmal so auszuführen, als wenn die übrigen Größen konstant wären, weshalb auch das Zeichen ∂ der partiellen Differentiation gewählt ist.

Der größtmögliche Gesamtfehler F ergibt sich als Summe der Einzelfehler $F_1, F_2, F_3 \dots$, somit wird

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \pm (f_1 \cdot \partial R / \partial x_1 + f_2 \cdot \partial R / \partial x_2 + f_3 \cdot \partial R / \partial x_3 + \dots).$$

Beispiel 2. Es sei $R = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$; dann wird

$$F_1 = \pm f_1 \cdot \partial(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) / \partial x_1 = \pm f_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$F_2 = \pm f_2 \cdot \partial(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) / \partial x_2 = \pm f_2 \cdot x_3 \cdot x_1$$

$$F_3 = \pm f_3 \cdot \partial(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) / \partial x_3 = \pm f_3 \cdot x_1 \cdot x_2,$$

also $F = \pm (f_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + f_2 \cdot x_3 \cdot x_1 + f_3 \cdot x_1 \cdot x_2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2 + f_3/x_3)$.

Man erhält also den Fehler F des Ergebnisses R , wenn man R mit der Summe der einzelnen Beobachtungsfehler, jeden durch die Größe des beobachteten Wertes dividiert, multipliziert. — Auf elementarem Wege folgt das Ergebnis aus

$$R = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$R + F = (x_1 \pm f_1) \cdot (x_2 \pm f_2) \cdot (x_3 \pm f_3) = (x_1 \cdot x_2 \pm f_1 \cdot x_2 \pm f_2 \cdot x_1) \cdot (x_3 \pm f_3)$$

$$= x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \pm f_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \pm f_2 \cdot x_3 \cdot x_1 \pm f_3 \cdot x_1 \cdot x_2,$$

falls man wieder die Glieder, welche Produkte oder Potenzen der Fehler enthalten, vernachlässigt. Durch Subtraktion ergibt sich

$$F = \pm (f_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + f_2 \cdot x_3 \cdot x_1 + f_3 \cdot x_1 \cdot x_2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2 + f_3/x_3).$$

Beispiel 3. Als weiteres Beispiel sei der Fall $R = x^n$ behandelt.

Dann wird $F = \pm f \cdot dx^n/dx = \pm f \cdot n \cdot x^{n-1} = \pm f \cdot n \cdot R/x$.

Der Fehler F ist also gleich dem Produkt aus R und dem n -fachen Beobachtungsfehler f , dividiert durch die beobachtete Größe x . Es geht somit der Beobachtungsfehler f mit dem n -fachen Betrage ($n \cdot f$) in das Ergebnis ein.

Auf elementarem Wege folgt $R = x^n$; $R + F = (x \pm f)^n = x^n \cdot (1 \pm f/x)^n$.

Durch Anwendung des binomischen Satzes wird daraus, wiederum unter Vernachlässigung der zweiten und höheren Potenzen von f ,

$$R + F = x^n \cdot (1 \pm n \cdot f/x) = x^n \pm n \cdot f \cdot x^{n-1}$$

Daraus folgt

$$F = \pm n \cdot f \cdot x^{n-1} = \pm n \cdot f \cdot R/x.$$

Beispiel 4. Als letztes Beispiel sei schließlich betrachtet $R = x_1/x_2$; dann wird

$$F_1 = \pm f_1 \cdot \partial R / \partial x_1 = \pm f_1/x_2; \quad F_2 = \pm f_2 \cdot \partial R / \partial x_2 = \pm f_2 \cdot x_1/x_2^2$$

$$F = \pm (f_1/x_2 + f_2 \cdot x_1/x_2^2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2).$$

Bei Brüchen setzt sich also der Fehler des Ergebnisses aus den einzelnen Beobachtungsfehlern genau so wie bei Produkten zusammen.

Da in diesem Fall der elementare Weg erheblich umständlicher wäre, ist er fortgelassen und ist deshalb auch im folgenden für die Fehlerberechnung die Differentialrechnung hin und wieder benutzt worden.

Der hiermit nicht vertraute Leser möge diese Rechnungsabschnitte, die auch durch kleineren Druck gekennzeichnet sind, überschlagen und unmittelbar das Endergebnis benutzen. Will er es selbst auf elementarem Wege ableiten, so werden ihm die (vorhin deshalb ziemlich ausführlich behandelten) Beispiele den richtigen Weg dafür weisen.

I. Einheit und Normale.

Grad. Die Einheit des Winkels ist der Grad, der 360ste Teil des Vollwinkels um einen Punkt. Da dieser jederzeit vorhanden ist, so braucht man für die Winkelseinheit (im Gegensatz zum Meter, der Längeneinheit) kein Prototyp festzulegen; sie ist ferner unabhängig von der Temperatur, da ein (körperlich dargestellter) Winkel stets dieselbe Größe beibehält (homogenes Material vorausgesetzt). Für gewisse Zwecke wird es sich indessen empfehlen, eine Gebrauchsnormale des Winkels in Gestalt eines geteilten Kreises zu haben; die an ihn zu stellenden Anforderungen werden später behandelt. Als Normale kann man auch die von Johansson angefertigten Sätze von Winkelprismen ansehen, die zum Zusammensetzen von Winkeln bis zu 1° in Stufen von $1'$ und dann bis 90° in Stufen von $1''$ dienen.

Bogenmaß. Im Gegensatz zu der Einheit des Grades und seiner Unterteile ($60'$ zu je $60''$) dient in der Wissenschaft als Einheit des Winkels derjenige, der zwischen seinen Schenkeln einen mit dem Radius 1 geschlagenen Kreisbogen der Länge 1 faßt oder bei welchem die Länge des Kreisbogens gleich dem Halbmesser r ist (Fig. 1). Da der Umfang des Kreises mit dem Halbmesser 1 gleich 2π ist, so ist diese Einheit

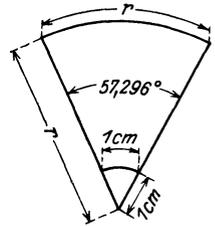


Fig. 1. Winkel 1 in Bogenmaß.

und umgekehrt

$$360/2\pi = 57,29577951^\circ$$

$$1^\circ = 17,45329 \cdot 10^{-3} \text{ wissenschaftl. Winkelseinheiten (Bogenmaß)}$$

$$1' = 2,9089 \cdot 10^{-4} \quad \text{,,} \quad \text{,,}$$

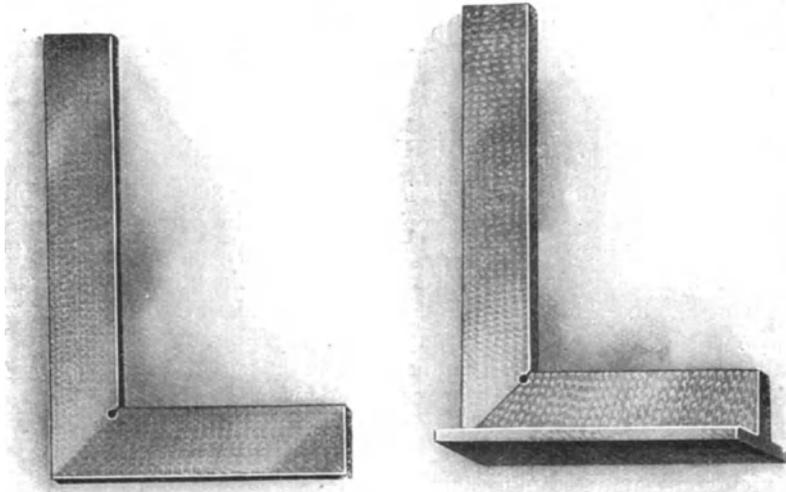
$$1'' = 4,85 \cdot 10^{-6} \quad \text{,,} \quad \text{,,}$$

Die Auswertung von Winkeln in wissenschaftlichem Maß würde die Messung von Längen auf einem Kreisbogen verlangen, die praktisch nicht durchzuführen ist, es sei denn, daß es sich um die Ausmessung so kleiner Stücke auf einem Kreise von genügend großem Radius handelt, daß man den Kreisbogen durch die Tangente ersetzen kann. Gelegentlich wird auch in der Technik hiervon Gebrauch gemacht; sonst benutzt man die wissenschaftliche Winkelseinheit, aber nur zu gewissen Umrechnungen, wenn man nämlich keine Winkel, bei denen der Bogen wiederum durch eine Gerade ersetzt werden kann, trigonometrisch berechnet und direkt aus dem gefundenen Seitenverhältnis ohne Benutzung von Tafeln den Wert in Sekunden oder Minuten haben will. Für die Technik kommen sonst nur der Grad, die Minute und die Sekunde in Frage.

II. Feste Winkel.

90° -Winkel. Weitaus am häufigsten wird zur Prüfung der senkrechten Lage zweier Teile der feste Winkel von 90° gebraucht. Man soll möglichst darauf sehen, daß er aus einem Stück besteht (Fig. 2), während bei der Ausführung mit ange-

setztem dünnen Schenkel (Fig. 3) immer die Gefahr vorliegt, daß dieser sich lockert. Ob man beiden Schenkeln rechteckigen Querschnitt (Fig. 2a) oder dem einen T-Form (Fig. 2b) gibt, richtet sich nach dem Verwendungszweck. Daß das Rechteck der geringeren Durchbiegung wegen hochkant stehen muß, ist wohl selbstverständlich.



a Fig. 2a u. b. Stahlwinkel 90°. b

Eine der Voraussetzungen für die richtige Verwendung des Winkels ist, daß er auch beim Auflegen auf nur zwei Punkte oder Linien dieselbe Lage beibehält wie bei vollständiger Auflage; dazu ist notwendig, daß seine Schenkel gerade sind.

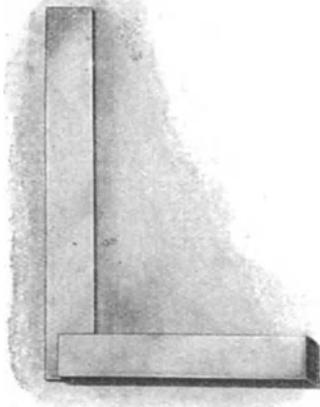


Fig. 3. Stahlwinkel 90° mit angesetztm Schenkel.

Die Erfüllung dieser Bedingung prüft man am einfachsten und mit völlig ausreichender Genauigkeit durch Anlegen eines guten Lineals nach der Lichtspaltmethode. Bei genügender Beleuchtung von hinten kann man so mit unbewaffnetem Auge noch Abweichungen von 5μ wahrnehmen¹⁾ (allerdings nicht ihrer Größe nach beurteilen). Bei Verwendung einer Lupe der Vergrößerung V erniedrigt sich dieser Wert auf $5/V$ ²⁾, also bei $V=5$ auf 1μ . Ob ein etwaiger Fehler am Winkelschenkel oder am Lineal liegt, kann man leicht dadurch entscheiden, daß man dieses verschiebt. Wandert der Fehler mit ihm, so liegt er am Lineal, andernfalls an der Winkellehre. Auf diese Weise ist es auch möglich, sich die besten Stellen des Lineals zur Prüfung auszusuchen. Man kann also, wenn man keinen Lichtspalt bemerkt — unter Hinzurechnung eines kleinen Sicherheitszuschlages —, annehmen, daß die Schenkel bis auf 2μ gerade sind. Eine derartige scharfe Anforderung wird man aber selbst an erstklassige Winkellehren nur aus-

nahmsweise stellen dürfen. Notwendig ist ferner, daß die Meßkanten senkrecht

¹⁾ H. Schulz, D. Opt. Wochenschrift, 7, 894, 921.

²⁾ Das gilt aber nur für schwache Vergrößerungen.

zu den Seitenflächen stehen, was genügend genau mit einem rechten Winkel geprüft wird.

Da nun die Winkellehren je nach Bedarf mit ihren Außen- oder Innenseiten angelegt werden, so muß weiterhin gefordert werden, daß beide zueinander parallel sind. Hier wird man (bei erstklassigen Lehren) eine Abweichung von $\frac{1}{2}'$ zulassen können, was einer Abstandsänderung von $15 \mu/100$ mm entspricht. Zu prüfen ist dies am einfachsten durch Ausmessen der Schenkelbreite an mehreren Stellen, entweder mit dem Schraubenmikrometer oder mit einem empfindlichen Fühlhebel. Mit diesem kann man auch gleich die Ebenheit der einen Kante kontrollieren, wenn die der anderen nach dem Lichtspaltverfahren festgestellt ist, indem man die Lehrenschenkel unter dem Meßbolzen des Fühlhebels durchschiebt.

Lichtspaltmethode. Schließlich muß selbstverständlich der Winkel wirklich 90° betragen. Ein einfaches Prüfverfahren dafür (das aber die etwaige Abweichung nicht zahlenmäßig angibt) beruht wieder auf der Lichtspaltmethode und ist im Prinzip in Fig. 4 dargestellt. Die Lehre wird mit ihrem einen Schenkel auf eine genau ebene Platte gelegt (Stellung *a*) und dann ein Lineal mit genau parallelen Kanten oder ein sorgfältig hergestellter Zylinder in unverrückbarer Lage so dagegen gestellt, daß kein Lichtspalt wahrzunehmen ist. Darauf wird die Lehre in die Stellung *b* gebracht, wodurch ein etwaiger Fehler verdoppelt wird. Tritt jetzt ein Lichtspalt auf, so stimmt der Lehrenwinkel nicht genau; ist er aber auch jetzt nicht zu beobachten, so hat man dadurch eine Gewähr dafür, daß der Winkel richtig ist. Der Betrag, bis zu welchem dies zutrifft, ist leicht zu berechnen. Es sei zunächst unbewaffnetes Auge vorausgesetzt; dann kann die größtmögliche Abweichung in jeder der beiden Stellungen 5μ , im ungünstigsten Falle also 10μ betragen. Bei einer Schenkellänge von 100 mm berechnet sich dann der Winkel (da der Fehler mit dem doppelten Betrage angezeigt wird) zu

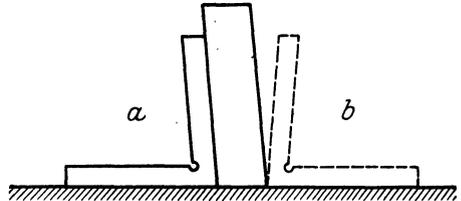


Fig. 4. Prüfung des 90° -Winkels.

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} / 100 = 5 \cdot 10^{-5} \sim 10''.$$

Bei anderer Schenkellänge (*l*) wird dieser Wert $100/l$ mal größer; bei Benutzung einer Lupe ergibt sich somit der größtmögliche Fehler zu

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{l \cdot \sqrt{v} \cdot 4,85 \cdot 10^{-6}} = \frac{1030}{l \cdot \sqrt{v}} \text{ sek},$$

wofür man bei meist genügender Annäherung mit $\frac{1000}{l \cdot \sqrt{v}}$ sek rechnen kann.

Wird, wie bei den meisten anderen Messungen, der Fehler nicht verdoppelt, so ist sein Höchstbetrag $\frac{2060}{v \cdot l}$ sek oder mit genügender Annäherung $\frac{2000}{v \cdot l}$ sek. Der

Fehler ist also umgekehrt proportional der Schenkellänge und der Lupenvergrößerung. Einen zur Ausführung dieser Prüfung geeigneten Apparat zeigt Fig. 5. Der Zylinder ist pendelnd aufgehängt und kann durch die beiden seitlichen Schrauben in die gewünschte Lage (genau parallel zum Lehrenschenkel) gebracht werden.

Eine unmittelbare Messung ist mit Hilfe des Anlegegoniometers (s. IV) oder mit Hilfe von Teilkreis und Libelle (s. V) möglich. Ersteres liefert eine Genauigkeit

von etwa 3', die für viele Zwecke ausreichend sein wird, während das zweite Verfahren an die Lichtspaltmethode herankommt, aber nicht nur eine Wahr-

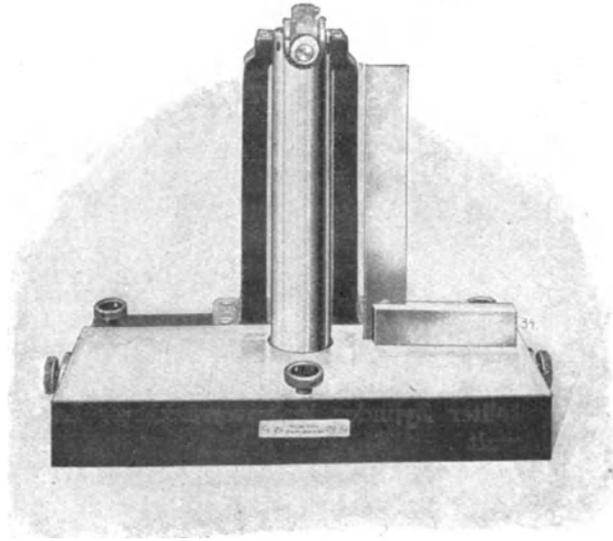


Fig. 5. Apparat zum Prüfen von 90°-Winkeln.

nehmung, sondern wirklich einen Zahlenwert gibt. Auch der Apparat Fig. 5 ließe sich leicht zu wirklichen Messungen einrichten; es wären dazu nur die Stellschrauben durch Mikrometerschrauben zu ersetzen.

Feste Winkel von 60°, 30° und 45° kommen für die Werkstatt im allgemeinen kaum in Betracht, sondern nur für den Zeichentisch, wo die Anforderungen wesentlich geringer sind. Eine Methode zur Prüfung größerer fester Winkel von beliebigem Wert wird in Abschnitt III besprochen.

Winkel von Gewindestählen. Eine wichtige Rolle spielen aber bestimmte Winkel bei der Herstellung und Kontrolle der Schabestähle, die zur Fertigung

der Gewindestähle und Strehler notwendig sind. Hier benutzt man sehr genaue Hauptdreiecke, und zwar den verschiedenen Gewindesystemen entsprechend von 60° (metrisch, Sellers), 55° (Whitworth) und 53° 8' (Löwenherz), wobei von seltener vorkommenden abgesehen werden soll. Diese Winkellehren hat man sich früher auf recht komplizierte Weise hergestellt¹⁾, was sich daraus erklärt, daß damals die Beziehungen des Maschinenbaues zur Feinmechanik noch lockerer waren als heute. Da diese Herstellungsverfahren nur noch historisches Interesse haben, soll nur so viel gesagt werden, daß man von dem dem betreffenden gleichseitigen (bzw. gleichschenkligen) Dreieck eingeschriebenen Kreise ausging, der als genaue Meßscheibe hergestellt wurde, und nun an diese genau parallele und gerade Schienen anlegte, deren Versteifungslochabstände genau berechnet und bestimmt waren (Fig. 6). Man hat auf diese Weise, wie die Nachmessung ver-

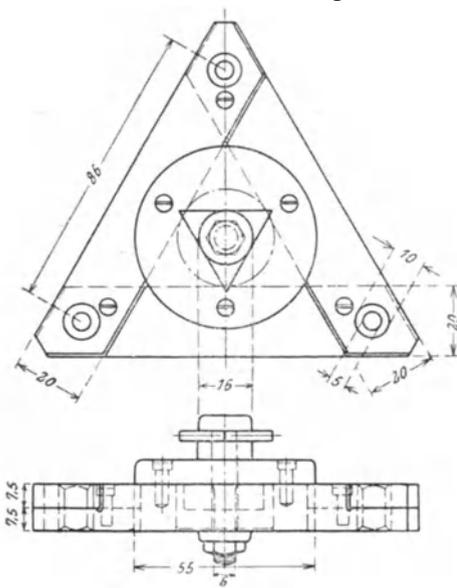


Fig. 6. Hauptdreieck.

bestimmt waren (Fig. 6). Man hat auf diese Weise, wie die Nachmessung ver-

¹⁾ O. Eckelt: Werkstattstechnik 1, 3, 1907.

schiedener Hauptdreiecke lehrte, eine Genauigkeit von etwa $\frac{1}{4}'$ erreicht. Wesentlich einfacher ist es, sich zunächst ein volles Dreieck von angenähert dem verlangten Winkel herzustellen, den man mit einem Anlegegoniometer kontrolliert. Die genauere Ausmessung erfolgt nach einem der unter V beschriebenen Verfahren, worauf dann die etwa notwendige Nachjustierung ausgeführt wird.

Schablonen. Nach den Hauptdreiecken werden dann Schablonen (Hohldreiecke, Fig. 7) hergestellt, die aus einem Winkel mit untergelegter Glasplatte bestehen. Da man ihre Richtigkeit nur nach dem vorhin geschilderten Lichtspaltverfahren kontrollieren kann, so empfiehlt sich, ihre Schenkel möglichst lang zu machen. Bei Benutzung einer Lupe von fünffacher Vergrößerung wird der Fehler $\frac{2000}{5 \cdot l} = 400/l$ sek. Um also

eine Genauigkeit von $15''$ zu erzielen, ist mindestens eine Schenkellänge l von 27 mm nötig; vorsichtshalber wird man indessen, wenn irgend möglich, auf 40 mm gehen. Fehlt ein entsprechendes Gegen-dreieck, so kann man sich mit Hilfe der von Johansson angegebenen Winkelprismen ein solches zusammensetzen.

Mit Hilfe der Hauptdreiecke werden nun die Schabestähle (Fig. 8) hergestellt, indem man sie auf jene so aufschiebt, daß ihre entsprechenden Seiten einander parallel sind (Fig. 9). Dadurch, daß man das Hauptdreieck nacheinander auf seine einzelnen Seiten auflegt, kann man dann die des Schabestahls mit der Schleifmaschine bearbeiten. Theoretisch müßte es hierbei dieselben Winkel erhalten; da aber die satte Auflage des Hauptdreieckes auf der Maschine durch kleine Spänchen leicht gestört werden kann, empfiehlt sich eine nachträgliche Kontrolle der Schabestähle. Sie erfolgt am besten mit der Schablone. Da jene nur eine Kantenlänge von rund 25 mm haben, so wird man eine Meßgenauigkeit von etwa $15''$ erwarten können, die sich, wegen der etwaigen Fehler der Schablone von derselben Größe, im ungünstigsten Falle indessen auf $30''$ verschlechtern kann. In der Tat haben Nachmessungen verschiedener Schabestähle Fehler von $5'' \div 34''$ ergeben. Man kann also auf jeden Fall mit einer Genauigkeit von $\pm \frac{1}{2}'$ rechnen, die auch für die benötigten Zwecke ausreichend ist, da sie $\frac{1}{10} \div \frac{1}{100}$ der Winkeltoleranz für Gewindelehren beträgt¹⁾. Steht keine Schablone zur Verfügung, so kann man auch ein gutes Anlegegoniometer oder ein Mikroskop mit Goniometerokular (s. IV) nehmen, muß sich dann aber mit einer Sicherheit von $2 \div 3'$ begnügen.

Prüfung des Flankenwinkels von Gewinden. Dreiecke derselben Form sind bisher fast ausschließlich zur Prüfung der Flankenwinkel von Gewinden benutzt, wobei man zweckmäßig ihre Seiten facettiert hat (Fig. 10). Die dabei zu er-

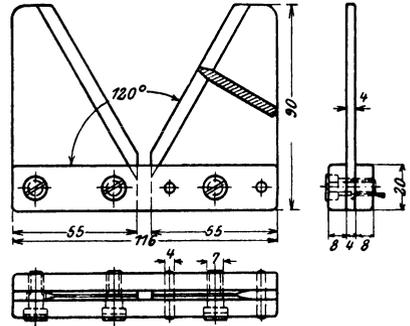


Fig. 7. Winkel-schablone.

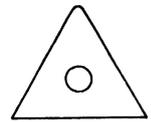


Fig. 8. Schabestahl.

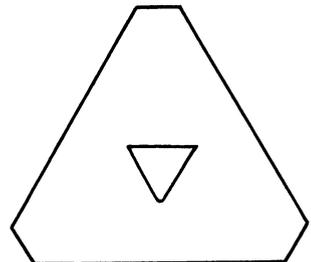


Fig. 9. Herstellung der Schabestähle.

¹⁾ G. Berndt: Loewe Not. 8, 14, 1923; Präzision 2, 58, 1923; Werkstattstechnik 17, 161, 1923; DIN 244.

wartende Genauigkeit beträgt bei $V = 5$ wiederum $400/l''$, wo l jetzt die Flankenlänge bedeutet, wozu dann noch mindestens $1/2'$ für den etwaigen Fehler des Dreiecks hinzukommt. In Zahlentafel 1 sind für einige Durchmesser die Flankenlängen l des metrischen Gewindes, die sich danach ergebenden Winkelmeßfehler allein und unter Hinzufügung der des Schabedreieckes, sowie die bei Lehren zulässigen Winkeltoleranzen zusammengestellt. Danach würde der Winkelfehler $1/2 \div 1/8$ der Toleranz betragen.

Zahlentafel 1. Genauigkeit der Messung des Flankenwinkels beim metrischen Gewinde mit Hilfe von Dreiecken.

Durchmesser	Steigung	Flankenl. l	Winkelfehler		Lehren-toleranz
			Messung	+ Schablone	
1—1,2	0,25	0,187	2140'' ~ 36'	36 $1/2'$	50'
3	0,5	0,376	1063'' ~ 18'	18 $1/2'$	36'
6	1,0	0,751	532'' ~ 9'	9 $1/2'$	26'
14 ÷ 16	2	1,501	266'' ~ 4 $1/2'$	5 $1/2'$	20'
36 ÷ 39	4	3,002	133'' ~ 2 $1/4'$	2 $3/4'$	16'
68 ÷ 149	6	4,500	89'' ~ 1 $1/2'$	2'	10'

Eine derartige Messung kommt somit höchstens von 14 mm Durchmesser (2 mm Steigung) ab in Frage. Läßt man aber der größeren Sicherheit halber

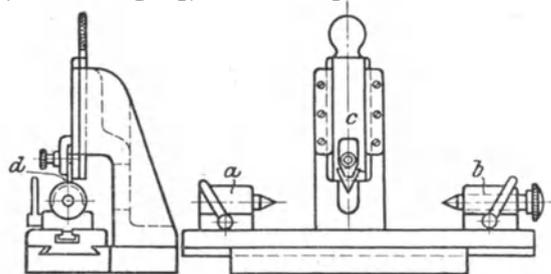


Fig. 10. Messung des Flankenwinkels von Gewinden mittels Dreiecks.

höchstens $1/5$ der Toleranz als Meßfehler zu, so ist diese auf der Verwendung einer festen Lehre beruhende Meßmethode nur für die groben Steigungen von etwa 4 mm ab geeignet. Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß das Ergebnis nur dann richtig ist, wenn die Dreiecksebene genau im Achsialschnitt liegt; beim Messen von freier Hand wird man dagegen immer geneigt sein, das Dreieck

mehr oder minder senkrecht zur Steigung zu stellen; der dadurch bewirkte Fehler beträgt (bei Steigungswinkeln von $1^\circ \div 6^\circ$) $1/2' \div 16'$. Es wird also die angegebene Genauigkeit nur erreicht, wenn man eine besondere Meßvorrichtung nach Fig. 10 benutzt, in der die genaue Lage des Dreiecks unbedingt gesichert ist.

Winkel von Kegel und Kimme an Flankenmikrometern. Zu den festen Winkeln kann man auch die Kimme und den Kegel der Flankenmikrometer rechnen. Letztere haben eine Durchschnittslänge von 5 mm; bei der Prüfung mit der Schablone erreicht man also eine Genauigkeit von $400/5 + 30 = 110''$ oder $\pm 2'$, mit der man im allgemeinen auch zufrieden sein könnte. Will man ihre Winkelabweichung wirklich messen, so muß man zu den unter IV geschilderten Methoden greifen. Diese haben nun gelehrt, daß Abweichungen von 15' die Regel bilden, daß aber auch solche von $1/2^\circ$ noch häufiger vorkommen¹⁾. Für die Messung der Winkel der Kimmen gilt genau dasselbe wie bei den Flankenwinkeln, nur werden hier die Verhältnisse noch ungünstiger, da die Längen der Kimmenflanken noch kleiner sind. Demgemäß sind die in Zahlentafel 1 angegebenen Zahlen noch

¹⁾ Nur bei erstklassiger Ware kann man mit Höchstfehlern von 5' rechnen.

um etwa 50 % zu erhöhen. Bei den Kimmen bildet eine Abweichung von $\frac{1}{2}^{\circ}$ die Regel, es kommen aber auch Fehler bis $1\frac{1}{2}^{\circ}$ (und gelegentlich noch mehr) vor. Diese starken Abweichungen vom Sollwert, die mit den bisherigen Meßmethoden mittels Dreieck und Lichtspalt kaum aufzufinden waren, sind ja eine der Ursachen für die Unbrauchbarkeit der Flankenmikrometer und aller mit Kegel und Kimme versehenen Meßgeräte zur genauen Ermittlung des Flankendurchmessers.¹⁾

Handelt es sich um die Messung von Winkeln, für die eine feste Lehre vorhanden ist, so kann man sehr genaue Vergleichsmessungen mit Hilfe eines Fühlhebels erhalten. Man legt dazu die Lehre gegen drei Auflagen *a*, *b*, *c* eines geeigneten Halters (Fig. 11) und verstellt *c* so, daß der (durch den Meßbolzen *d* angedeutete) Fühlhebel auf 0 zeigt. Nach Vertauschung mit den Werkstücken hat man nur nötig, den Zeigerausschlag zu beobachten. Bei einem Fehler des Fühlhebels von 1μ und einer Entfernung $cd = 100$ mm kann man eine Genauigkeit von $2 \cdot 10^{-5} \sim 4''$ für die einzelne Messung erreichen (wozu dann noch die Unsicherheit der Einstelllehre käme).

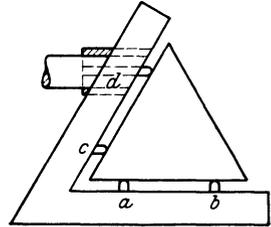


Fig. 11. Vergleich von Winkellehren mittels Fühlhebels.

III. Die trigonometrische Winkelmessung.

Wegen der Schwierigkeiten der Lichtspaltmethode und der Notwendigkeit, hierfür stets eine geeignete Gegenwinkellehre (Schablone) zu haben, die wieder ein dazu gehöriges Originaldreieck erfordert, hat man die direkte Winkelmessung in der Technik möglichst zu vermeiden und auf trigonometrische Beobachtungen, d. h. die Ermittlung zweier Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks, zurückzuführen gesucht. Hauptsächlich wird hierzu das Sinus- und das Tangenslineal benutzt.

Tangenslineal mit Parallelendmaßen.

Es beruht darauf, daß man die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks ermittelt, bzw. ihnen solche Werte gibt, daß die Hypotenuse mit ihnen den gewünschten Winkel bildet. Der anscheinend einfachste Fall ergibt sich, wenn man zwei Parallelendmaße der Längen *h* und *H* (Fig. 12) auf eine ebene Platte in einem Abstände *L* aufstellt, der evtl. durch ein drittes (langgelegtes) Endmaß gegeben ist. Es gilt dann

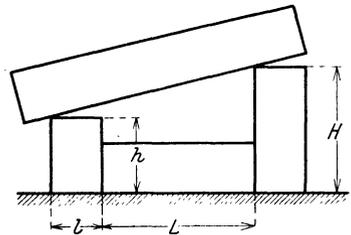


Fig. 12. Tangenslineal.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H - h}{L + l} = A.$$

Um einen Überblick über die zu erwartende Genauigkeit zu erhalten, werde zunächst untersucht, wie der Winkel α selbst durch die Fehler *F* von $\operatorname{tg} \alpha$ beeinflusst wird.

Wir schreiben dazu $\alpha = \operatorname{arctg} x$,
dann ist der Fehler φ von α

$$\varphi = \pm F \cdot \frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \pm F \cdot \frac{1}{1 + x^2} = \pm F \cdot \cos^2 \alpha.$$

¹⁾ G. Berndt: Der Betrieb 4,70, 1921; 333, 1922; Präzision 2, 127, 143, 154, 1923; Gewinde. Berlin: Julius Springer. 1925.

Es ist also der Fehler F von $\operatorname{tg} \alpha$ mit dem Quadrat von $\cos \alpha$ zu multiplizieren, um den Fehler φ des Winkels α selbst zu erhalten (wie sich auf elementarem Wege nach Beispiel 1 ergibt). Soll φ in Sekunden angegeben werden, so wird

$$\varphi = \pm F \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{4,85 \cdot 10^{-6}} = \pm 206 \cdot F \cdot \cos^2 \alpha \cdot 10^3 \text{ sek.}$$

Einige Werte von φ/F sind in Zahlentafel 2, und zwar in Minuten angegeben.

Zahlentafel 2. Verhältniß des Fehlers φ des Winkels α zu dem Fehler F von $\operatorname{tg} \alpha$.

α Grad	φ/F min	α Grad	φ/F min	α Grad	φ/F min
1	$3,43 \cdot 10^3$	10	$3,33 \cdot 10^3$	40	$2,02 \cdot 10^3$
2	$3,43 \cdot 10^3$	15	$3,20 \cdot 10^3$	45	$1,72 \cdot 10^3$
3	$3,43 \cdot 10^3$	20	$3,03 \cdot 10^3$	50	$1,42 \cdot 10^3$
4	$3,42 \cdot 10^3$	25	$2,83 \cdot 10^3$	60	$0,87 \cdot 10^3$
5	$3,41 \cdot 10^3$	30	$2,58 \cdot 10^3$	70	$0,40 \cdot 10^3$
7	$3,41 \cdot 10^3$	35	$2,28 \cdot 10^3$	80	$0,10 \cdot 10^3$

Im vorliegenden Falle wird

$$F = \pm (f_1 \cdot \partial A / \partial H + f_2 \cdot \partial A / \partial h + f_3 \cdot \partial A / \partial L + f_4 \cdot \partial A / \partial l),$$

wobei f_1, f_2, f_3, f_4 die Fehler von H, h, L und l bedeuten. Da im ungünstigsten Falle alle Glieder positiv zu rechnen sind, so wird (nach Beispiel 4)

$$F = \pm A \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{H - h} + \frac{f_3 + f_4}{L + l} \right).$$

Man erhält somit den Fehler F von $A = \operatorname{tg} \alpha$, wenn man die Quotienten aus der Summe der zugehörigen Fehler und der Meßstrecke (also $\frac{f_1 + f_2}{H - h}$ und $\frac{f_3 + f_4}{L + l}$) bildet, beide addiert und diese Summe mit $A = \operatorname{tg} \alpha$ multipliziert. Da nun $L + l$ im allgemeinen größer sein wird als $H - h$ (wenigstens soweit Winkel unter 45° in Frage kommen), so müssen die Größen H und h genauer bekannt sein. Bei Endmaßen ersten Gütegrades kann man für die hier in Betracht kommenden Längen mit durchschnittlich $0,5 \mu$ Fehler, also $f_1 + f_2 = 1,0 \mu$ rechnen. Für $f_3 + f_4$ wird man voraussichtlich den vierfachen Wert ansetzen müssen, es ist also $f_3 + f_4 = 4 \mu$. Wählen wir, um ein Beispiel zu geben, $L + l = 100 \text{ mm}$, so liegen damit die Werte von $H - h$ fest. In Zahlentafel 3 sind für einige Winkel α die Größen $\operatorname{tg} \alpha, H - h$, sowie die Fehler F von $\operatorname{tg} \alpha$ und φ von α angegeben.

Zahlentafel 3. Genauigkeit bei Benutzung eines Tangenslineals und von Parallelendmaßen (für den Abstand $L + l = 100 \text{ mm}$).

α	$\operatorname{tg} \alpha$	$H - h$	F	φ
2°	0,035	3,5	$11,2 \cdot 10^{-6}$	2,3''
5°	0,087	8,7	$13,1 \cdot 10^{-6}$	2,7''
10°	0,176	17,6	$17,1 \cdot 10^{-6}$	3,4''
20°	0,364	36,4	$24,8 \cdot 10^{-6}$	4,5''
45°	1,000	100,0	$50,0 \cdot 10^{-6}$	5,2''
60°	1,732	173,2	$79,1 \cdot 10^{-6}$	4,1''

Sie belaufen sich danach bei Winkeln von $2 \div 45^\circ$ (wofür F ein Maximum wird) auf $2 \div 5 \text{ sek}$; die Genauigkeit ist also außerordentlich groß. Man darf sich

aber dadurch nicht täuschen lassen; wegen des unvermeidlichen Randabfalls der Endmaße liegt das obere Lineal nicht an den scharfen Kanten auf. Der Fehler würde verschwinden, wenn die Abrundung stets denselben Wert hätte. Der ungünstigste Fall wird eintreten, wenn die Abrundung nur an dem einen Endmaß vorhanden ist, das andere dagegen eine scharfe Kante aufweist (Fig. 13). Die Kante des Lineals schneidet dann die Seitenfläche des Endmaßes in einem Punkt E , der um die Strecke $DE = x$ tiefer liegt, als wenn das Lineal in dem Schnittpunkt D der nicht abgerundeten Kante anläge.

Es ist

$$\begin{aligned} x &= AB \cdot CD / CB = AB \cdot \frac{r - AB \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{AB \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \\ &= r \cdot (\operatorname{tg} \alpha - 1 / \cos \alpha + 1) \\ &= \frac{2r \cdot \sin \alpha / 2 \cdot (\cos \alpha / 2 - \sin \alpha / 2)}{\cos^2 \alpha / 2 - \sin^2 \alpha / 2} \\ &= \frac{2r \cdot \sin \alpha / 2}{\sin \alpha / 2 + \cos \alpha / 2} \text{ mm} = \frac{2000 r \cdot \sin \alpha / 2}{\sin \alpha / 2 + \cos \alpha / 2} \mu. \end{aligned}$$

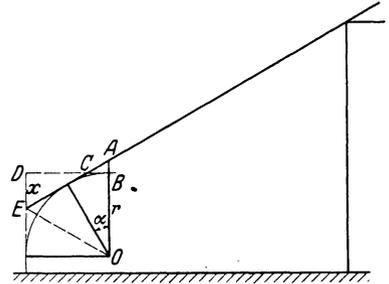


Fig. 13. Einfluß der Kantenabrundung der Endmaße beim Tangenslineal.

In Zahlentafel 4 sind wieder für einige

Werte von α die zugehörigen Werte von x (in μ) angegeben, und zwar unter der Annahme eines Abrundungshalbmessers von $r = 1$ mm. Dadurch vergrößern sich $f_1 + f_2$ sowie F auf die in Spalte 3 und 4 vermerkten Werte und wächst der Fehler φ auf $1 \div 10'$ (wobei das Maximum wieder bei 45° erreicht wird).

Zahlentafel 4. Genauigkeit des Tangenslineals unter Berücksichtigung der Kantenabrundung (für den Abstand $L + l = 100$ mm).

α	x μ	$f_1 + f_2$ μ	F	φ
2°	34	35	$0,35 \cdot 10^{-3}$	$1,2'$
5°	82	83	$0,83 \cdot 10^{-3}$	$2,8'$
10°	160	161	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$5,4'$
20°	300	301	$3,02 \cdot 10^{-3}$	$9,2'$
45°	586	587	$5,90 \cdot 10^{-3}$	$10,2'$
60°	731	732	$7,36 \cdot 10^{-3}$	$6,4'$

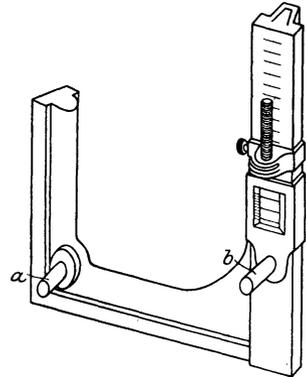


Fig. 14. Verstellbares Tangenslineal.

Begnügt man sich mit einer Genauigkeit von $2'$, so kann man diese Methode also nur bis zu Winkeln von 3° anwenden.

Die vermerkten Übelstände sind bei der in Fig. 14 wiedergegebenen Vorrichtung vermieden¹⁾, bei der man das Lineal auf die beiden Zapfen a und b von gleichem Durchmesser auflegt, von denen a fest, b in der Höhe verstellbar ist. In seiner untersten Stellung, in welcher ein aufgelegtes Lineal genau parallel zur Grundlinie sein muß, mögen die beiden Zapfenmitten den Abstand L haben; hebt man b nun um das Stück h , so wird

$$\operatorname{tg} \alpha = h / L = A.$$

Die Formel gilt streng, trotzdem die Berührung nicht in der oberen Erzeugenden der Zylinder erfolgt, falls nur beide Zapfen gleichen Durchmesser besitzen. Analog wie früher berechnet sich der Fehler zu

$$F = \pm A \cdot (f_1 / h + f_2 / L).$$

¹⁾ Zeitschr. f. Masch.-bau 1920, 98.

In diesem Falle ist also der Fehler F gleich dem Produkt aus $A = \operatorname{tg} \alpha$ mit der Summe der Quotienten aus dem jeweiligen Fehler mit der Meßstrecke (f_1/h und f_2/L).

Bei einer guten Teilung mit $1/100$ Nonius muß man den Fehler f_1 zu mindestens 10μ ansetzen, während man für f_2 wieder mit 4μ auskommen wird. Da die Beobachtungsfehler dann rund 10mal größer als die in Zahlentafel 3 angegebenen werden, so muß man hier mit Gesamtfehlern von $1/2' \div 1'$ rechnen, was für die meisten Stücke noch ausreichen wird. Dabei bleibt indessen zu beachten, daß sie bei ungenauer Teilung entsprechend wachsen, so daß man im allgemeinen mindestens den doppelten Wert anzunehmen hat. Dabei ist noch vorausgesetzt, daß die vorher aufgestellten Bedingungen erfüllt sind, daß also die Verbindungslinie der Zapfenmittelpunkte in der Nullstellung genau parallel zur Grundlinie ist, daß beide gleichen Durchmesser haben, und daß ferner der geteilte Schenkel senkrecht steht. Alle unvermeidlichen Abweichungen hiervon vergrößern aber den Fehler beträchtlich.

Sinuslineal.

mit Parallelendmaßen. Aus diesem Grunde wird das Tangenslineal mit Parallelendmaßen selten verwendet und lieber durch das Sinuslineal ersetzt, welches aus ihm entsteht, wenn man die Zapfen in das Lineal verlegt (Fig. 15).

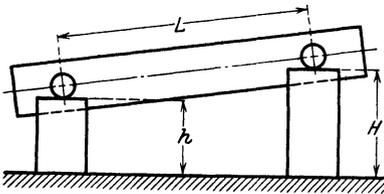


Fig. 15. Sinuslineal.

Auch hier müssen beide gleichen Durchmesser haben und die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte parallel zur unteren Linealkante sein. Dies kann man leicht prüfen, wenn man den Abstand der Bolzen von der Linealkante mit einem geeigneten Meßgerät (Fühlhebel) bestimmt; da dessen Genauigkeit auf etwa 1μ , beim optischen Fühlhebel sogar

auf $0,25 \mu$ angesetzt werden kann, so würde der Fehler bei diesem im ungünstigsten Falle $0,5 \mu$ betragen. Wählt man $L = 100 \text{ mm}$, so wird der Winkelfehler $0,5 \cdot 10^{-5} \sim 1''$, was fast stets zu vernachlässigen ist.

Beim Sinuslineal ergibt sich nach Fig. 15 $\sin \alpha = (H - h)/L = A$.

Auch hier sei zunächst der Einfluß des Fehlers F von $\sin \alpha$ auf den Winkel α selbst (Fehler φ) untersucht.

Es ist $\alpha = \arcsin x$,

also
$$\varphi = \pm F \cdot \frac{\partial \arcsin x}{d x} = \pm F \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \pm F \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 \alpha}} = \pm F / \cos \alpha.$$

Es ist somit der Fehler φ des Winkels α gleich den Quotienten des Fehlers F (von $\sin \alpha$) und $\cos \alpha$ (wie sich nach Beispiel 1 auch auf elementarem Wege ergibt). Soll φ in Sekunden angegeben werden, so wird

$$\varphi = \pm 206 \cdot F \cdot 10^3 / \cos \alpha.$$

Einige Werte von φ/F sind in Zahlentafel 5 aufgeführt.

Zahlentafel 5. Verhältnis des Fehlers φ des Winkels α zu dem Fehler F von $\sin \alpha$.

α Grad	φ/F min	α Grad	φ/F min	α Grad	φ/F min
1	$3,43 \cdot 10^3$	10	$3,48 \cdot 10^3$	40	$10,5 \cdot 10^3$
2	$3,43 \cdot 10^3$	15	$3,55 \cdot 10^3$	45	$14,2 \cdot 10^3$
3	$3,43 \cdot 10^3$	20	$3,67 \cdot 10^3$	50	$19,0 \cdot 10^3$
4	$3,43 \cdot 10^3$	25	$3,80 \cdot 10^3$	60	$68,7 \cdot 10^3$
5	$3,45 \cdot 10^3$	30	$5,32 \cdot 10^3$	70	$100,5 \cdot 10^3$
7	$3,47 \cdot 10^3$	35	$7,58 \cdot 10^3$	80	$197,0 \cdot 10^3$

Aus der Formel folgt schon, daß die Messung mit dem Sinuslineal (bei gleichen Werten von F für $\sin \alpha$ und $\operatorname{tg} \alpha$) durchweg, bei Winkeln über 20° sogar wesentlich ungenauer wird, als mit dem Tangenslineal; in noch verstärktem Maße gilt das für große Winkel, während man bis 10° beide als praktisch gleichwertig ansehen kann.

Der Fehler F berechnet sich (s. Beispiel 4) zu

$$F = \pm A \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{H - h} + \frac{f_3}{L} \right),$$

also praktisch in derselben Weise wie beim Tangenslineal.

Setzt man wieder $f_1 + f_2 = 1 \mu$, $f_3 = 4 \mu$, so ergeben sich, wenn man L gleichfalls zu 100 mm annimmt, für F annähernd dieselben Werte wie in Zahlentafel 3. Sie sind ebenso wie die zugehörigen Werte von φ in Zahlentafel 6 mitgeteilt und betragen danach bis 20° etwa $2'' \div 6''$, wozu noch die $1''$ wegen ungenügender Parallelität hinzuzurechnen wäre, so daß man mit $3'' \div 7''$ rechnen muß, während sie bei 45° auf $12''$ ansteigen.

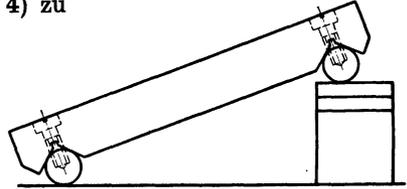


Fig. 16. Sinuslineal.



Fig. 17. Sinuslineal.



Fig. 18. Sinuslineal.

Zahlentafel 6. Genauigkeit bei der Benutzung eines Sinuslineals und Parallelendmaßen (für den Abstand $L = 100$ mm).

α	$\sin \alpha$	$H - h$	F	φ
2°	0,035	3,5	11,2	2,3 sek
5°	0,087	8,7	13,1	2,7 „
10°	0,174	17,4	17,0	3,6 „
20°	0,342	34,2	23,6	5,7 „
45°	0,707	70,7	38,2	11,1 „

Um mit nur einem Endmaß auskommen zu können, hat man dem Sinuslineal verschiedene Form gegeben (Fig. 16—18)¹⁾, von denen sich die Ausführung nach Fig. 17 dadurch empfiehlt, daß man die Mittelpunkte der beiden Zapfen sehr genau parallel zur Linealkante justieren kann, während die in Fig. 18 dargestellte Konstruktion den Vorteil hat, die genaue Justierung von L zu ermöglichen. Ganz verunglückt ist (nebenbei) das einstellbare Tangenslineal nach Fig. 19 (ungenauere Einstellung der senkrechten Schenkel, Abrundung der Ecken), das nur als grober Notbehelf in Frage kommen kann.

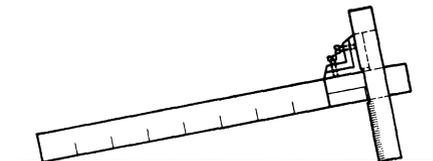


Fig. 19. Einstellbares Tangenslineal.

¹⁾ Stanley Almond: Machinery 28, 575, 1922; W. C. Betz: Machinery 24, 933, 1918.

Tangenslineal mit Meßscheiben.

Statt der Endmaße zieht man es häufig vor, Meßscheiben zu verwenden gemäß der in Fig. 20 wiedergegebenen Anordnung; aus dieser folgt (wobei $AB \parallel MO$ gezogen ist)

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{CB}{AC} = \frac{CO - AM}{AB \cdot \cos \alpha/2} = \frac{D - d}{2 \cdot MO \cos \alpha/2} = \frac{D - d}{D + d + 2L}.$$

Die Messung mit Meßscheiben beruht also auf dem Prinzip des Tangens- und nicht, wie man auch wohl annehmen könnte, des Sinuslineals. Der Fehler F berechnet sich (nach Beispiel 4) zu

$$F = \pm A \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{D - d} + \frac{2 \cdot f_3 + f_2 - f_1}{D + d + 2L} \right).$$

Wenn auch die Formel etwas komplizierter erscheint, so entspricht ihr Aufbau doch vollkommen der bei der Fehlerbestimmung auf Seite 12 abgeleiteten (für die Berechnung des Fehlers φ des ganzen Winkels α ist der dem halben Winkel entsprechende Wert zu nehmen und der so erhaltene Wert zu verdoppeln). An die Stelle von $f_3 + f_4$ auf Seite 12 tritt hier der Ausdruck

$$2 \cdot f_3 + (f_2 - f_1);$$

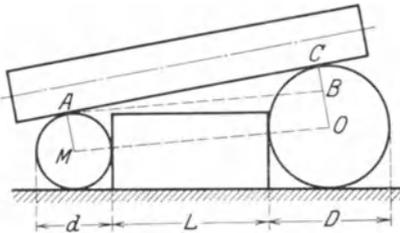


Fig. 20. Tangenslineal mit Meßscheiben.

in erster Annäherung kann man $f_2 = f_1$ und $f_3 = f_4$ setzen, es ergibt sich also rein formal etwa derselbe Fehler wie früher. Da es sich hier aber um Meßscheiben handelt, so muß man f_1 und f_2 zu ± 1 bis $\pm 2 \mu$, im Mittel also zu $\pm 1,5 \mu$, und $f_2 - f_1$ (da im ungünstigsten Fall f_1 und f_2 entgegengesetztes Vorzeichen haben können) zu etwa 3μ ansetzen. Für f_3 kommt man, da es sich um ein Endmaß handelt, stets mit 1μ aus. In Zahlentafel 7 sind ähnlich wie in Zahlentafel 3 die einzelnen Werte unter der Annahme von $D + d + 2L = 200$ mm zusammengestellt.

Zahlentafel 7. Genauigkeit bei Benutzung eines Tangenslineals und Meßscheiben (für $D + d + 2L = 200$ mm).

α	$\operatorname{tg} \alpha/2$	$D - d$	F	φ
2°	0,017	3,4	$15,4 \cdot 10^{-6}$	$6,4''$
5°	0,044	8,8	$16,1 \cdot 10^{-6}$	$6,6''$
10°	0,087	17,4	$17,1 \cdot 10^{-6}$	$7,0''$
20°	0,176	35,2	$19,4 \cdot 10^{-6}$	$7,8''$
45°	0,414	82,8	$25,2 \cdot 10^{-6}$	$8,9''$

Es ergibt sich also eine geringere Genauigkeit als bei Benutzung von idealen Parallelendmaßen. Bei Winkeln bis 45° bleibt φ unter $10''$, was durchaus annehmbar ist; man könnte sogar dabei für f_3 noch einen Wert von 4μ zulassen. Das spricht schon dafür, daß es meßtechnisch keinen Zweck hat, die Meßscheiben so zu wählen, daß sie sich ohne zwischengeschaltetes Endmaß berühren. Die Genauigkeit wird dadurch kaum erhöht, dagegen $\epsilon\pi\eta\mu$ diese Methode einen sehr

großen Vorrat an Meßscheiben erfordern, und trotzdem bei der Einstellung beliebiger Winkel Schwierigkeiten bereiten.

Andererseits folgt aus dieser Feststellung, daß man z. B. die eine Meßscheibe durch ein Schraubenmikrometer verstellbar machen kann, wie es bei dem in Fig. 21 dargestellten Apparat geschehen ist¹⁾, da man bei jenen (erste Qualität vorausgesetzt) nur mit Fehlern von höchstens 4μ zu rechnen hat; außerdem ließe sich dieser Beitrag, wenn nötig, noch durch Bestimmung der Schraubenfehler herabsetzen. Der Apparat hat den Vorteil, daß man mit einer festen und zwei gegeneinander austauschbaren (beweglichen) Meßscheiben auskommt. Eine Abart der geschilderten Methode ist die in Fig. 22 dargestellte, die aber nur für gewisse rohere Zwecke in Frage kommt (Unge nauigkeit der Längenbestimmung, Abrundung der Ecken).

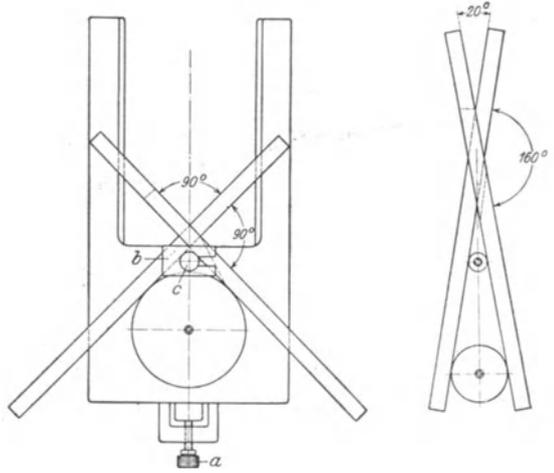


Fig. 21. Einstellbares Sinuslineal.

Verjüngung von Kegeln

a) mit Tangenslineal. Das Tangenslineal wird sehr viel zur Prüfung der Verjüngung von Kegellehren benutzt, und zwar meist in der Form mit Meßscheiben (Fig. 23 u. 24). Die Einstellung des gesuchten Winkels (welche übrigens ebensogut mittels Parallelendmaßen vorgenommen werden könnte), läßt sich dabei, wie wir gesehen haben, mit sehr großer Genauigkeit ausführen; gewisse Schwierigkeiten bereitet aber die Fixierung des Lineals, die notwendig ist, damit seine Stellung beim Herausnehmen oder Einführen eines

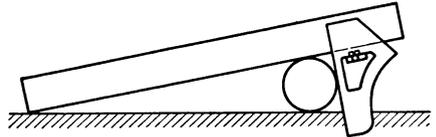


Fig. 22. Einstellbares Tangenslineal.

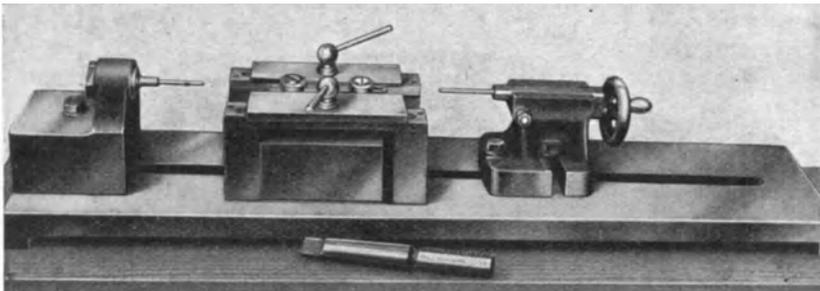


Fig. 23. Kegelmessung nach dem Prinzip des Tangenslineals mittels Meßscheiben.

Kegels nicht geändert wird. Läßt man im ganzen einen Meßfehler von $10''$ zu (was höchstens zulässig, da die Garantie $\frac{1}{2}'$ beträgt), so darf die Änderung beim

¹⁾ G. Fäldt: Werkstattstechnik 15, 151, 182, 1921. Eine ähnliche Konstruktion ist von Carl F. Mathiesen: Amer. Mach. 52, 52, 1920 angegeben.

Feststellen des Lineals, wie durch Vergleich mit Zahlentafel 7 folgt (da die Verjüngung im allgemeinen 1 : 20 beträgt, entsprechend einem Kegelwinkel von rund 3°), höchstens $3'' \div 4''$ ausmachen, was eine Abstandsänderung von

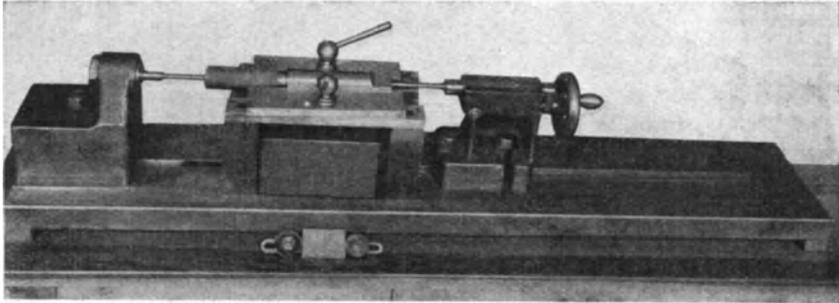


Fig. 24. Kegelmessung nach dem Prinzip des Tangenslineals mittels Meßscheiben.

$2 \mu/100$ mm ergibt. Es ist wohl klar, daß dieser Wert praktisch nur schwer innezuhalten sein dürfte. Zu vermeiden ist die Schwierigkeit, wenn man das entsprechend starr ausgebildete und schwere Lineal sich ausschließlich durch sein

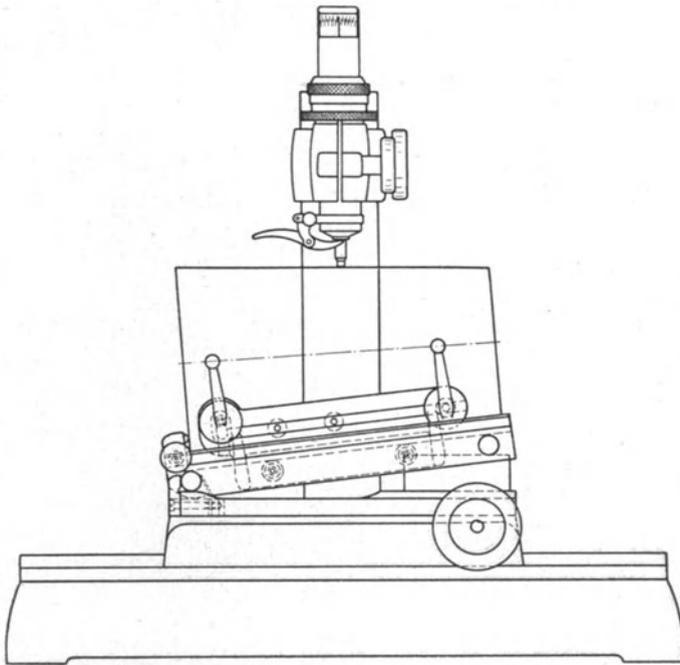


Fig. 25. Kegelprüfer mit Fühlhebel.

Eigengewicht in seiner Lage erhalten läßt, wobei nur notwendig ist, es in einer senkrechten Ebene zu führen und den Abstand der Meßscheiben so groß zu wählen, daß man den zu messenden Kegel dazwischenbringen kann. Diese Form würde für Kegelmessungen ausreichen, da man Abweichungen der Verjüngung vom eingestellten Winkel immer nur nach dem Lichtspaltverfahren feststellen kann. Bei einer Lupe

mit der Vergrößerung $V=5$ würde man (auf 100 mm Länge) eine Genauigkeit von 2μ erzielen, was mit den $6''\div 7''$ Einstellfehler auf etwa $10''$ Meßfehler führt; dabei bleibt aber immer noch zu bedenken, daß man etwaige Abweichungen nicht zahlenmäßig erfassen und somit nicht entscheiden kann, ob sie inner- oder außerhalb der Toleranz liegen.

b) mit Kegelprüfer. Bequemer und weniger ermüdend bei gleichzeitig

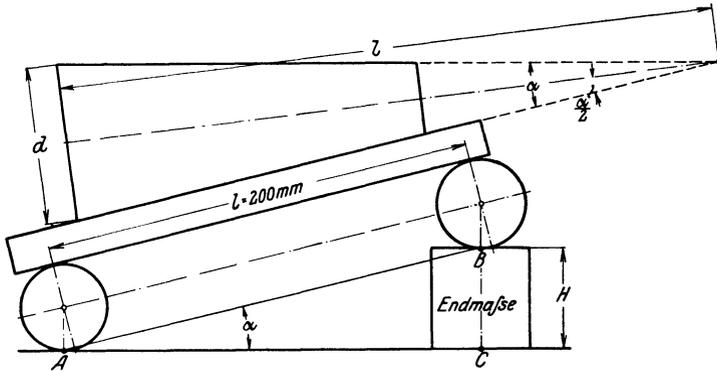


Fig. 26. Kegelprüfer mit Fühlhebel.

größerer Genauigkeit ist die Prüfung mittels Fühlhebels, wie sie bei dem in Fig. 25 und 26 dargestellten Kegelprüfer benutzt wird. Das als Träger des Kegels dienende Lineal wird auf den verlangten Winkel α so eingestellt, daß bei einem richtigen Kegel die obere Erzeugende genau parallel zur Führungsbahn liegen würde. Da man zweckmäßig die Ausführung des Lineals mit zwei Zapfen und einem oder zwei Endmaßen benutzt, werden die Einstellfehler nur $3''\div 4''$ betragen, und da ferner ein Fehler des Fühlhebels von 1μ auf eine Prüflänge von 50 mm Länge einen Fehler von $4''$ gibt, so erreicht man damit bequem eine Genauigkeit von $7''\div 8''$.

Statt das Sinuslineal absolut einzustellen, kann man dies auch mit Hilfe eines Kegels mit genau gemessener Verjüngung tun und dann die Abweichungen des Prüfstückes gegen diesen Normalkegel feststellen, zu dessen Unsicherheit von $10''$ aber noch der Meßfehler von $4''$ hinzukommt, so daß man insgesamt mit $14''\div 15''$ Meßfehlern zu rechnen hat. Einige Ausführungsformen dafür zeigen die Figuren 27¹⁾ und 29¹⁾. Bei der Ausführung nach Fig. 27 stellt man den schwenkbaren Schenkel d so mit dem Normalkegel W ein, daß der Fühlhebel b beim Verschieben keinen Ausschlag zeigt, und klemmt dann d fest; der früher hiergegen geäußerten Bedenken wegen stellt man, wie in Fig. 27 angedeutet, besser ein passendes Parallelendmaß unter seinen Zapfen e , dessen Maß natürlich nicht bekannt zu sein braucht (die Benutzung von 2 Parallelendmaßen, wie in Fig. 27 angegeben, ist nicht

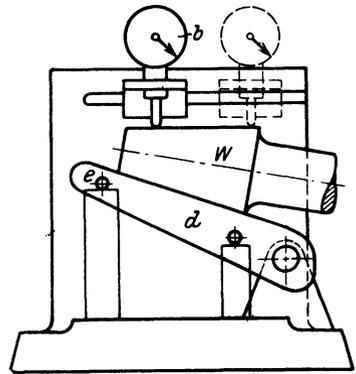


Fig. 27. Kegelprüfer, mit Normalkegel eingestellt.

¹⁾ O. Kienzle: Der Betrieb 4, 299, 1922.

nötig). Die Ausführung nach Fig. 28, bei welcher der Zapfen c dem Normalkegel entsprechend justiert ist, ist nicht empfehlenswert, da hier der Meßdruck einen starken Einfluß hat; bewirkt doch eine Achsialverschiebung von $x = \frac{1}{10}$ mm einen Zeigerausschlag δ von $\delta = x \cdot \sin \alpha$, also bei einer Verjüngung 1 : 20, die mit genügender Annäherung nicht nur für metrische, sondern auch für Morsekegel zutrifft, von 5μ , was bei einem Abstände von 100 mm zwischen c und d einen Fehler von $10''$ bedeutet, so daß selbst bei dieser langen Meßstrecke der Gesamtfehler auf $25''$ ansteigen kann. Bezeichnet man die durch den Ausschlag des Fühlhebels angezeigte Verschiebung mit h , den Abstand cd mit s , so berechnet sich der Fehler δ des Kegelwinkels aus $\operatorname{tg} \delta = h/s$.

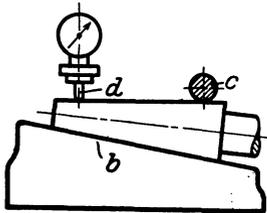


Fig. 28. Kegelprüfer, mit Normalkegel eingestellt.

Bei der Ausführung nach Fig. 29 wird das Lineal auf den Normalkegel W , bzw. das Werkstück, unter gleichzeitiger Verschiebung dieser, sowie auf die feststehende Meßscheibe a aufgelegt und beide Male die größere Meßscheibe c mit dem Lineal zur Berührung gebracht. Ihre dazu nötige Verschiebung w wird mit Strichmaßstab und Nonius, bzw. mit Winkelhebelübersetzung und Fühlhebel (d und e) gemessen. Die Rechnung gestaltet sich, wenn die Verjüngungen von Normale und Werkstück mit α und $\beta (= \alpha + 2\delta)$ bezeichnet werden, folgendermaßen:

es wird (s. Fig. 30)

$$\sin \alpha/2 = \frac{D-d}{D+d+2L}; \quad \sin(\alpha/2 + \delta) = \frac{D-d}{D+d+2L-2w},$$

woraus folgt $2 \cdot w = (D-d) \cdot [1/\sin \alpha/2 - 1/\sin(\alpha/2 + \delta)]$.

Nun ist bei genügend kleinem δ

$$\sin(\alpha/2 + \delta) = \sin \alpha/2 + \delta \cdot \cos \alpha/2$$

und somit

$$\frac{2w}{D-d} = \frac{\delta \cdot \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2 + \delta \cdot \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2}$$

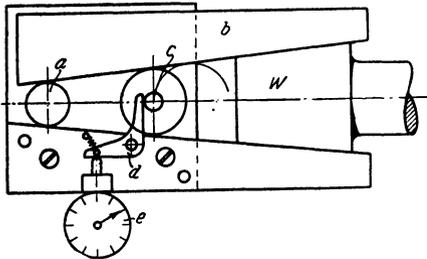


Fig. 29. Kegelprüfer, mit Normalkegel eingestellt.

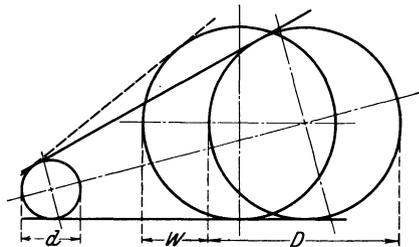


Fig. 30. Berechnung für den Kegelprüfer

$$\text{oder} \quad \delta \cdot (\cos \alpha/2 - \frac{2w}{D-d} \cdot \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2) = \frac{2w}{D-d} \cdot \sin^2 \alpha/2$$

$$\delta = \frac{\frac{2w}{D-d} \sin \alpha/2 \cdot \operatorname{tg} \alpha/2}{1 - \frac{2w}{D-d} \cdot \sin \alpha/2} = \frac{2w \cdot \sin \alpha/2 \cdot \operatorname{tg} \alpha/2}{D-d - 2w \cdot \sin \alpha/2} \sim \frac{2w \cdot \sin^2 \alpha/2}{D-d}$$

(da bei $\alpha = 3^\circ$ $\operatorname{tg} \alpha/2 = \sin \alpha/2$ ist und das Glied $2w \cdot \sin \alpha/2$ gegenüber $D-d$ in erster Annäherung vernachlässigt werden kann).

Für eine Überschlagsrechnung kann man im allgemeinen $\operatorname{tg} \alpha/2 = 2,5/100$ und folglich $\sin^2 \alpha/2 = 625 \cdot 10^{-6}$ setzen. Es sei ferner $D-d = 50$ mm angenommen, dann wird

$$\delta = 25 \cdot w \cdot 10^{-6}.$$

Läßt man einen größten Fehler von $\delta = 1/2' \sim 15 \cdot 10^{-5}$ (im Bogenmaß) zu, so wird $w = 6 \text{ mm}$. Für jede Kegeltypen (metrischer oder die einzelnen Nummern der Morsekegel) kann man übrigens noch $\delta = C \cdot w$ setzen, wo C jedesmal eine Konstante ist.

Sind f_1, f_2, f_3 die Fehler von $w, \sin \alpha/2, D-d$, so wird der Fehler von δ (nach Beispiel 2 und 4)

$$F = \pm \delta \cdot [f_1/w + 2 \cdot f_2/\sin \alpha/2 + f_3/(D-d)].$$

Nun kann man setzen: $f_1 = 0,2 \text{ mm}$; $f_2 = 7,5 \cdot 10^{-5}$ (einem Fehler von $1/4'$ für den halben Kegelwinkel entsprechend); $f_3 = 3 \mu$; dann wird

$$F = \pm 15 \cdot 10^{-5} \cdot (0,033 + 0,006 + 6 \cdot 10^{-5}) = \pm 6 \cdot 10^{-6} \sim = 1''.$$

Da das Glied f_1/w den größten Einfluß hat, so kann man auch schreiben

$$F \sim \pm \delta \cdot f_1/w \sim \pm 2 \cdot f_1 \cdot \sin^2 \alpha/2 / (D-d).$$

Der Fehler F ist somit in weitgehendstem Maße von dem Betrage der Verschiebung unabhängig und im wesentlichen durch die Größe der gewählten Meßscheiben bedingt.

Der Unterschied der beiden Kegel läßt sich also mit sehr großer Genauigkeit ermitteln, wobei es noch auf die genauen Werte der Meßscheiben nicht allzusehr ankommt.

Gewisse Schwierigkeiten treten bei allen diesen Methoden dadurch auf, daß die Messung auf einer Mantellinie erfolgen muß, weshalb bei dem in Fig. 25 und 26 dargestellten Kegelprüfer ein seitlicher (je nach der Kegelgröße einzustellender) Anschlag vorgesehen ist, um die Erfüllung jener Voraussetzung zu gewährleisten. Frei davon wird man, wenn etwa das untere Ende des Meßbolzens in Fig. 28 als Schneide gestaltet wird, welche genau parallel zu dem Anschlag c steht. Da diese Bedingung auf die Dauer aber kaum einzuhalten ist, bildet Biber¹⁾ den Anschlag c (Fig. 31) als kreisringförmig gestaltete Schneide S mit dem Halbmesser s aus, in deren Mittelpunkt der Meßbolzen F des Fühlhebels steht, und schwenkt den Kegel auf der ebenen Unterlage A so lange, bis der Fühlhebel den größten Ausschlag zeigt.

Dies verlangt noch eine nähere Untersuchung.

Dreht man den Kegel um die durch D gehende und senkrecht zur Unterlage A stehende Achse, so bewegt sich das Ende D' des Meßbolzens auf einer Kurve. Er verschiebt sich dabei gar nicht, falls er ständig in einer zur Mantellinie des Kegels parallelen Ebene bleibt; da durch ihren Schnitt mit dem Kegel eine Parabel entsteht, so fordert diese Bedingung, daß der Punkt D' sich dabei auf einer Parabel bewegt. Das wird (für kleinere Schwenkungen) erfüllt, falls der Krümmungshalbmesser r im Scheitel der Parabel gleich dem Abstände von D und D' , also gleich s ist. Es müßte also die Bedingung bestehen $s = r$. Nun ist für den Parabelscheitel $r = p$, wo p den halben Parameter der Parabel bedeutet, der gleich der in ihrem Brennpunkte errichteten Ordinate ist. Somit müßte $s = p$ sein.

Zur Berechnung von p werde durch den Punkt D (Fig. 32) die Parallele zur Auflage AC gezogen, welche die Kegelachse AE in F trifft. An dieser Stelle ist die Breite der Parabel gleich dem Kegeldurchmesser, so daß die Strecke FG die Parabelordinate y und DF die zugehörige Abszisse x darstellt. Es ist

$$y = 2 \cdot x \cdot \sin \alpha/2.$$

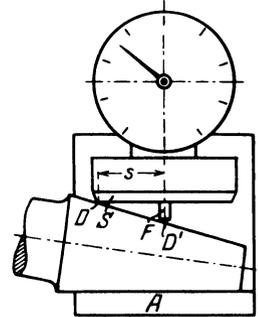


Fig. 31. Kegelmessung mit kreisringförmigen Schneiden.

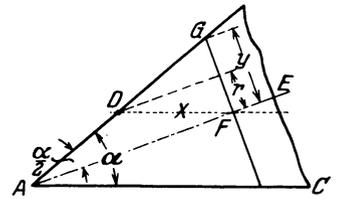


Fig. 32. Berechnung des günstigsten Krümmungshalbmessers der Schneide.

¹⁾ P. Biber, D.R.P. Klasse 42b, Nr. 360554; Zeitschr. f. Feinmech. u. Präzision 32, 104, 1924.

Zwischen den Koordinaten x und y und dem Parameter $2p$ besteht nun die Beziehung

$$y^2 = 2 \cdot p \cdot x,$$

folglich wird

$$s = p = y^2 / (2x) = 2 \cdot x \cdot \sin^2 \alpha / 2.$$

Nun ist

$$x = AD = r / \sin \alpha / 2 = \frac{1}{2} d / \sin \alpha / 2,$$

falls r und d den Kegelhalb- und -durchmesser im Berührungspunkt D (also im äußersten Falle am dünnen Ende des Kegels) darstellen; dann wird

$$s = d \cdot \sin \alpha / 2 \sim 0,025 \cdot d.$$

Man übersieht sofort, daß sich hierbei so kleine Abstände zwischen Schneide und Meßbolzen ergeben, daß sie praktisch nicht in Frage kommen. Mithin läßt sich jener günstige Fall, bei welchem die Angabe des Fühlhebels unabhängig von der seitlichen Lage des Kegels wird, nicht verwirklichen. Noch weniger liegt demgemäß die Gefahr vor, daß $s < r$ wird, wobei der Punkt D bei richtiger Lage des Kegels die tiefstmögliche Stelle einnehmen würde. Da stets $s > r$ ist, so ist also die anfangs aufgestellte Bedingung richtig, daß man den Kegel so lange zu

schwenken hat, bis der Fühlhebel den größten Ausschlag zeigt.

c) mit zwei Paar Meßscheiben. Im engen Zusammenhange mit den vorhergehenden stehen die auf der Benutzung von Meßscheiben bzw. Meßscheiben und Parallelendmaßen beruhenden Methoden. Man setzt gegen den Kegel, der mit genau zur Achse senkrechter Stirnfläche auf der Grundplatte stehen muß, nacheinander je zwei gleiche Meßscheiben (Fig. 33) und mißt die Strecken L und l^1 .

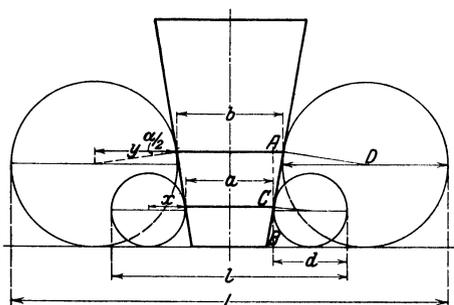


Fig. 33. Kegelmessung mittels Meßscheiben.

Es ist

$$l = d + 2x + a$$

$$L = D + 2y + b$$

$$L - l = D - d + 2y - 2x + b - a.$$

Nun ist

$$y = \frac{1}{2} D \cdot \cos \alpha / 2; \quad x = \frac{1}{2} d \cdot \cos \alpha / 2;$$

$$AB = \frac{1}{2} \cdot D + \frac{1}{2} \cdot D \cdot \sin \alpha / 2;$$

$$CB = \frac{1}{2} d + \frac{1}{2} d \cdot \sin \alpha / 2;$$

$$AC = \frac{1}{2} \cdot (D - d) \cdot (1 + \sin \alpha / 2);$$

$$\frac{1}{2} \cdot (a - b) = AC \cdot \operatorname{tg} \alpha / 2;$$

$$a - b = (D - d) \cdot (1 + \sin \alpha / 2) \cdot \operatorname{tg} \alpha / 2,$$

also

$$L - l = (D - d) \cdot [1 + \cos \alpha / 2 + (1 + \sin \alpha / 2) \cdot \operatorname{tg} \alpha / 2] \\ = (D - d) \cdot (1 + \sin \alpha / 2 + \cos \alpha / 2) / \cos \alpha / 2.$$

Setzt man $(L - l) / (D - d) = A$, so wird $A = \frac{1 + \sin \alpha / 2 + \cos \alpha / 2}{\cos \alpha / 2}$

oder

$$\cos \alpha / 2 = \frac{2 \cdot (A - 1)}{A^2 - 2 \cdot (A - 1)} = B.$$

Der Ausdruck ist also reichlich kompliziert. Es wird der Fehler f von A , wenn f_1, f_2, f_3, f_4 die von L, l, D und d sind (nach Beispiel 4),

$$f = \pm A \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{L - l} + \frac{f_3 + f_4}{D - d} \right).$$

Der Fehler F von B bestimmt sich aus $F = \pm f \cdot \partial B / \partial A = \pm f \cdot \frac{B \cdot (A^2 - 2A)}{(A - 1) \cdot [A^2 - 2 \cdot (A - 1)]}$.

¹⁾ Zeitschr. f. Maschinenbau 1920, 187.

Man wird annehmen können:

$$f_1 = f_2 = 4 \mu, f_3 = f_4 = 1,5 \mu, D - d = 50 \text{ mm, dann wird, da } A = 2,025 \text{ ist,}$$

$$L - l \sim 100,$$

somit $f = \pm 2,025 (80 + 60) \cdot 10^{-6} = \pm 284 \cdot 10^{-6}$

und $F = \pm 0,006 \cdot f = \pm 1,7 \cdot 10^{-6}$.

Ähnlich wie früher (s. Beispiel 1) berechnet sich der Fehler φ des Winkels α zu $\varphi = \pm 2 \cdot 206 \cdot F \cdot 10^3 / \sin \alpha / 2$,

in diesem Falle also zu $\varphi = \pm \frac{2 \cdot 206 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}} = 28'' \sim 1/2'$.

Diese Methode steht also den übrigen Kegelmessungen ziemlich nach.

d) mit zwei Meßscheiben und zwei Parallelendmaßen. Bei einem anderen von Sommer angegebenen Verfahren¹⁾ (Fig. 34) benutzt man nur zwei Meßscheiben und setzt diese nacheinander direkt und nach Unterschieben je eines Parallelendmaßes der Länge l gegen den Kegel. Auch diese Methode setzt voraus, daß die Stirnfläche des Kegels genau senkrecht zur Achse und die Auflageplatte völlig eben ist.

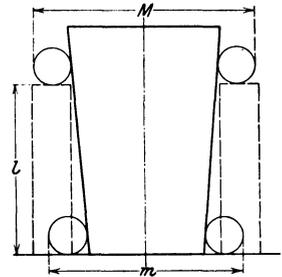


Fig. 34. Kegelmessung mittels Meßscheiben und Endmaßen.

Wie leicht zu entwickeln, wird (s. Fig. 34)

$$\text{tg } \alpha / 2 = 1/2 \cdot (M - m) / l = A$$

und somit (nach Beispiel 4) der Fehler F von $\text{tg } \alpha / 2$, falls f_1, f_2, f_3 die von M, m und l sind,

$$F = \pm A \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{M - m} + \frac{f_3}{l} \right).$$

Setzt man wieder $f_1 = f_2 = 4 \mu$ und $f_3 = 1 \mu, l = 50 \text{ mm}$, so wird

$$M - m = 2 \cdot 0,025 \cdot 50 = 2,50 \text{ mm,}$$

somit $F = \pm 0,025 \cdot (3,2 + 0,02) \cdot 10^{-3} = 80 \cdot 10^{-6}$

und der Fehler φ von α

$$\varphi = \pm 2 \cdot 206 \cdot 80 \cdot 10^{-3} \cdot \cos^2 \alpha / 2 = \pm 29''.$$

Die Genauigkeit ist praktisch dieselbe wie bei der vorher betrachteten Methode, reicht also auch nicht an die des Sinuslineals heran.

e) mit Ringen. Während die beiden erörterten Methoden auch auf flache Stahlwinkel angewendet werden können (vorausgesetzt, daß sie eine genügende Schenkellänge haben), ist die Ringmethode auf Kegel allein beschränkt. Bei dieser schiebt man (s. Fig. 35) über den Kegel zwei Kaliberringe und mißt den Abstand L .

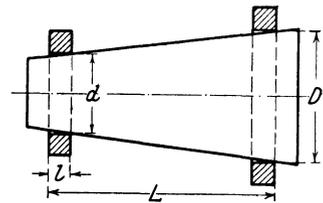


Fig. 35. Kegelmessung mit zwei Ringen.

Es gilt dann

$$\text{tg } \alpha / 2 = 1/2 \cdot (D - d) / (L - l) = A.$$

Somit berechnet sich (nach Beispiel 4) der Fehler F von $\text{tg } \alpha / 2$, falls f_1, f_2, f_3, f_4 die Fehler von D, d, L und l bedeuten, zu

$$F = \pm A \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{D - d} + \frac{f_3 + f_4}{L - l} \right).$$

Hierbei kann man im Durchschnitt annehmen $f_1 = 3 \mu, f_2 = 3 \mu; f_3$ und f_4 seien mit je 4μ angesetzt. Nun ist aber noch zu berücksichtigen, daß die Ring-

¹⁾ Sommer: Werkstattstechnik 15, 359, 1921.

kanten niemals scharf, sondern stets abgerundet sind. Die ungünstigsten Verhältnisse treten auf, wenn man den einen Ring als scharf, den anderen als abgerundet ansieht, und zwar sei der Radius r der Abrundung zu 1 mm angenommen.

Wie aus Fig. 36 folgt, vergrößert sich dadurch der Fehler f_2 um den Betrag:

$$CE = r \cdot (1 - \cos \alpha/2) \sim 0$$

und f_3 um: $CB = r \cdot (1 - \sin \alpha/2) = 0,975 \text{ mm.}$

Wählt man $L - l = 50 \text{ mm}$ und dadurch $D - d = 2,5 \text{ mm}$, so wird

$$F = \pm 0,025 \cdot (6 \cdot 10^{-3}/2,5 + 0,983/50) = \pm 553 \cdot 10^{-6};$$

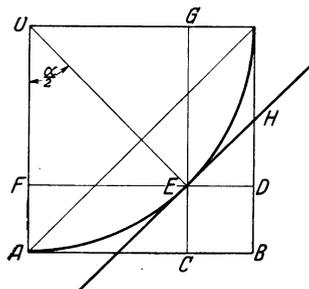


Fig. 36. Einfluß der Kantenabrundung bei der Kegelmessung mit Ringen.

demnach wird der Fehler φ des Winkels α

$$\varphi = \pm 2 \cdot 206 \cdot 553 \cdot 10^{-3} \cdot \cos^2 \alpha/2 = 228'' \sim 3\frac{1}{2}'.$$

Wenn man mit dieser Methode genaue Ergebnisse erzielen will, so muß man die Ringe sehr gut abschleifen. Kann man es erreichen, daß r nur $1/10 \text{ mm}$ beträgt, so wird

$$F = \pm 90 \cdot 10^{-6} \quad \text{und} \quad \varphi = \pm 37'' \sim 1\frac{1}{2}'.$$

Diesem gegenüber verschwindet der Einfluß des Meßdruckes, da eine Achsialverschiebung von $1/10 \text{ mm}$ den Fehler φ nur um rund 10% vergrößert, so daß dieser praktisch kaum geändert wird. Will man, was unter Umständen möglich, eine Genauigkeit von $10''$ erhalten, so gelingt es nur durch Ringe mit sehr geringer Vorweite und durch außerordentlich große Geschicklichkeit.

f) optische Methode. Auf dem Prinzip des Tangenslineals beruht auch die optische Messung der Kegelverjüngung. Man stellt den Faden eines Mikroskopes bei A (Fig. 37) parallel zur Erzeugenden des zwischen Spitzen aufgenommenen Kegels. Um sicher zu sein, auch im Achsialschnitt zu messen, schiebt man dazu eine gerade Schneide an ihn an, so daß sie parallel zur Erzeugenden steht, und sich zwischen beiden ein enger Lichtspalt bildet. Die Erzeugende selbst liegt dann in der Mitte dieses Spaltes, da nach den Spiegelgesetzen das Spiegelbild ebenso weit hinter dem Spiegel wie der Gegenstand vor ihm liegt.

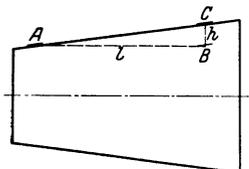


Fig. 37. Optische Kegelmessung.

Nun verschiebt man den Kegel um ein bestimmtes Stück achsenparallel von A nach B und darauf senkrecht zur Achse, bis der Faden bei C wieder den gebildeten Lichtspalt halbiert. Es ist dann $\text{tg } \alpha/2 = BC/AB = h/l$.

Dieselbe Messung wird dann auf der anderen Seite wiederholt und beide Ergebnisse zusammengezählt. Die Genauigkeit für die ganze Verjüngung $\text{tg } \alpha$ beträgt erfahrungsgemäß etwa $5 \mu/100 \text{ mm}$ oder angenähert $10''$.

Zu etwa demselben Ergebnis führt auch die Fehlerrechnung; bedeuten f_1 und f_2 die Fehler von h und l , so wird (nach Beispiel 4) der Fehler von $\text{tg } \alpha/2$

$$F = \pm (f_1/l + f_2 \cdot h/l^2) = \pm \text{tg } \alpha/2 \cdot (f_1/h + f_2/l).$$

Da nun bei jeder Ablesung ein Fehler von 1μ begangen werden kann, so wird $f_1 = f_2 = 2 \mu$; ferner ist bei $l = 100 \text{ mm}$ $h = 2,5 \text{ mm}$, also wird $F = \pm 2 \cdot 10^{-5}$ und der Fehler φ von α

$$\varphi = 2 \cdot 206 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot \cos^2 \alpha/2 = \pm 8''.$$

Ein zu dieser Messung geeignetes Gerät zeigt Fig. 38, bei welchem die Bewegung des Kreuzschlittens, auf welchem der Kegel zwischen Spitzen oder in V-Lagern aufgenommen wird, durch Mikrometerschrauben von je 25 mm Meßbereich geschieht; seine Erweiterung erfolgt durch Endmasse, welche zwischen die Meßflächen der Mikrometer und Anschläge des Schlittens gelegt werden. Da hier die Meßgenauigkeit

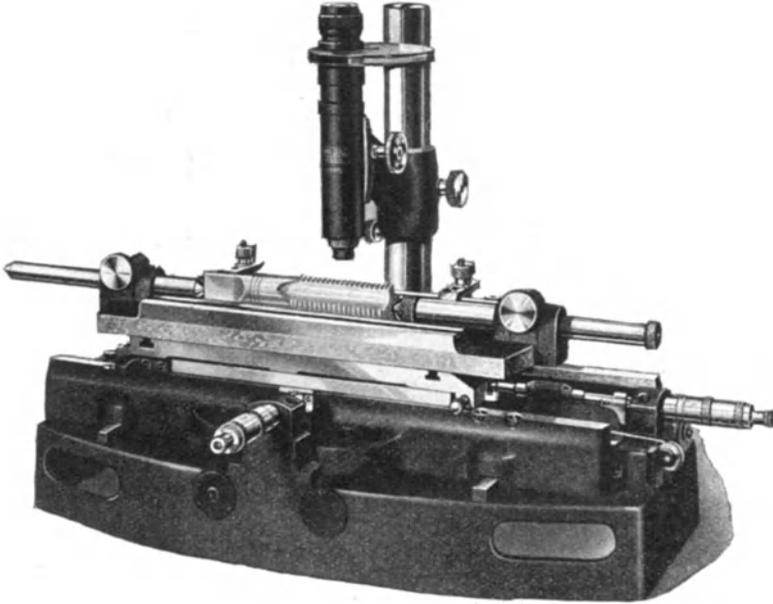


Fig. 38. Großes Werkstattmikroskop.

(je nachdem ob die Schraubenfehler berücksichtigt werden oder nicht) nur $2 \div 5 \mu$ beträgt, so wird der Fehler φ $2 \div 5$ mal größer, beläuft sich also auf $16 \div 40''$.

Messung von Bohrungen durch Kegel.

Im Anschluß hieran sei auch die Frage der Messung von Bohrungen durch einen schlanken Kegel behandelt, auf dessen zylindrischer Verlängerung parallel

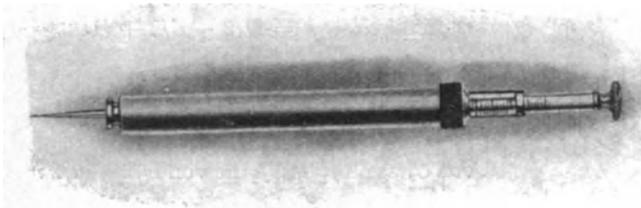


Fig. 39. Lochmesser.

zur Achse eine entsprechende Teilung angebracht ist (Fig. 39). Die Messung mit diesem geschieht in der Weise, daß der Kegel in die Bohrung eingeführt und dann eine auf den zylindrischen Teil gleitende Hülse gegen die Stirnfläche geschoben wird; die Ablesung erfolgt an einer an der zylindrischen Hülse angebrachten Marke.

Bei einer vollständig scharfkantigen Bohrung würde der Kegel im Punkte *B* (Fig. 36) berühren. Infolge der Abrundung liegt er aber im Punkte *E* an, und seine

Mantellinie schneidet die gedachte Stirnfläche der scharfkantigen Bohrung im Punkte H . Es wird also die Bohrung an jeder Seite um den Betrag BH zu groß gemessen. Der Fehler f berechnet sich somit (s. Fig. 36) zu

$$f = 2 \cdot BH = 2 \cdot (CE + DH) = 2 \cdot [r \cdot (1 - \cos \alpha/2) + r \cdot (1 - \sin \alpha/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha/2] \\ = 2r \cdot \left[1 - \frac{1 - \sin \alpha/2}{\cos \alpha/2} \right].$$

Die Verz\u00fcngung des Me\u00dfkegels wird man zweckm\u00e4\u00dfig so w\u00e4hlen, da\u00df 1 mm der Achsialteilung einem Durchmesser von $1/100$ mm entspricht, da man dann mit Hilfe eines $1/10$ Nonius die tausendstel Millimeter im Durchmesser noch ablesen kann. Diese Forderung entspricht einem halben Verz\u00fcngungswinkel von $5 \cdot 10^{-3}$ (oder einer Gesamtverz\u00fcngung von etwa $34'$). Unter dieser Voraussetzung wird

$$f = 2r \cdot \left(1 - \frac{1 - 5 \cdot 10^{-3}}{0,99999} \right) = 10^{-2} \cdot r.$$

Rechnet man mit einem Kr\u00fcmmungshalbmesser von etwa $1/10$ mm, so w\u00fcrde der durch die Abrundung bedingte Fehler 1μ betragen. Zu diesem kommt noch der Einflu\u00df des Me\u00dfdrucks hinzu, den man auf etwa $1/10$ mm Achsialverschiebung ansetzen kann, was im Durchmesser einen Fehler von gleichfalls 1μ bewirken w\u00fcrde. Demgem\u00e4\u00df kann man die Genauigkeit dieser Lochmesser auf 1μ bis im ung\u00fcnstigsten Falle 2μ ansetzen. Dazu kommen aber noch die Herstellungsfehler des Kegels, die man bei Pr\u00fcfung durch ein Sinuslineal (s. S. 17) auf $\pm 3''$ und somit auf $\pm 1,5 \mu/100$ mm ansetzen mu\u00df, w\u00e4hrend man den Durchmesser des zylindrischen Teiles leicht auf $\pm 1 \mu$ bestimmen kann. Insgesamt mu\u00df man deshalb im Durchschnitt mit einem Fehler von $\pm 2 \mu$ und im ung\u00fcnstigsten Falle von $\pm 4 \mu$ rechnen.

Einspringende Winkel.

Bei einspringenden Winkeln, wie sie z. B. bei kimmf\u00f6rmigen K\u00f6rpern vorliegen, kann man auch das Verfahren benutzen, die H\u00f6hen $CA = H$ und $BA = h$ (Fig. 40) bei zwei eingelegten Kaliberdornen mit den Durchmessern D und d (Halbmesser R und r) zu ermitteln.

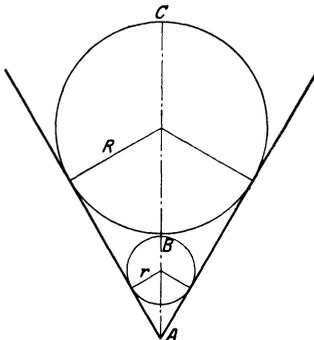


Fig. 40. Messung einspringender Winkel mit Hilfe von Kaliberdornen.

$$\text{Es ist } H = AC = D/2 + 1/2 D/\sin \alpha/2$$

$$\text{und } h = d/2 + 1/2 d/\sin \alpha/2,$$

$$\text{somit } H - h = D/2 - d/2 + (D/2 - d/2)/\sin \alpha/2$$

$$\sin \alpha/2 = \frac{D/2 - d/2}{H - h - (D/2 - d/2)} = \frac{A}{B - A} = C,$$

wo A und B Abk\u00fcrzungen f\u00fcr die Differenz $D/2 - d/2$ und $H - h$ sind. Es wird (s. Beispiel 4) der Fehler F von C , wenn f_1 und f_2 die von $D/2 - d/2$ und $H - h$ sind,

$$F = \left[\pm f_1 \cdot \left(\frac{1}{B - A} + \frac{A}{(B - A)^2} \right) + \frac{f_2 \cdot A}{(B - A)^2} \right]$$

$$= \pm C \cdot \left[f_1 \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B - A} \right) + \frac{f_2}{B - A} \right]$$

$$F = \pm C \cdot \left(\frac{f_1}{A} + \frac{f_1 + f_2}{B - A} \right).$$

Nun ist $f_1 = \pm 1 \mu$, $f_2 = \pm 3 \mu$ (da es sich jedesmal um die Differenz zweier Werte handelt). F\u00fcr eine \u00dcberschlagsrechnung sei $B = 5$ mm an-

genommen, dann ergeben sich die in Zahlentafel 8 mitgeteilten Werte (für die Berechnung von φ s. Zahlentafel 5).

Zahlentafel 8. Genauigkeit der Messung einspringender Winkel durch Kaliberdorne (für $H - h = 5$ mm).

α	$\sin \alpha/2$	A	F	φ
2°	0,01745	0,0857	$0,218 \cdot 10^{-3}$	43'' ~ 1'
5°	0,04362	0,209	$0,246 \cdot 10^{-3}$	51'' ~ 1'
10°	0,08716	0,401	$0,294 \cdot 10^{-3}$	61'' ~ 1'
20°	0,17365	0,740	$0,394 \cdot 10^{-3}$	82'' ~ 1 1/2'
45°	0,38268	1,094	$0,504 \cdot 10^{-3}$	113'' ~ 2'
60°	0,50000	1,668	$0,900 \cdot 10^{-3}$	287'' ~ 5'
90°	0,70711	2,07	$1,30 \cdot 10^{-3}$	1108'' ~ 18 1/2'
120°	0,70866	2,32	$1,66 \cdot 10^{-3}$	6840'' ~ 114' (~ 2°)

Die Methode ist also, namentlich für größere Winkel sehr ungenau, wenn auch nicht verkannt werden soll, daß durch geeignete Wahl von $D - d$ wohl etwas günstigere Verhältnisse erzielt werden (s. S. 28, Messung von Kegelhülsen).

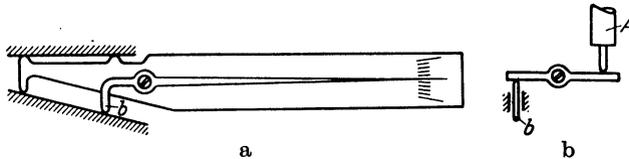


Fig. 41 a. b. Messung von Kegelhülsen mittels Fühlhebel.

Andererseits ist aber zu bedenken, daß bei schwacher Ausführung des Winkels eine Aufbiegung und damit eine Winkeländerung durch den Meßdruck erfolgt, die bei der verschiedenen Höhe der Anlagepunkte der beiden Kaliber verschieden ist.

Kegelhülsen

a) mit Fühlhebel. Besondere Schwierigkeiten bereitet noch die Messung von Innenkegeln. Eine Ausführungsmöglichkeit dafür mit Hilfe von Fühlhebeln ist schematisch in Fig. 41a wiedergegeben¹⁾. Zweckmäßiger wäre es wohl, den beweglichen Schenkel b nicht als Arm eines Winkelhebels, sondern als senkrecht zur Kegelwandung beweglichen Meßbolzen auszubilden, der dann auf einen geraden (gleicharmigen) Hebel einwirkt, der seinerseits einen empfindlichen Fühlhebel A (Fig. 41 b) betätigt.

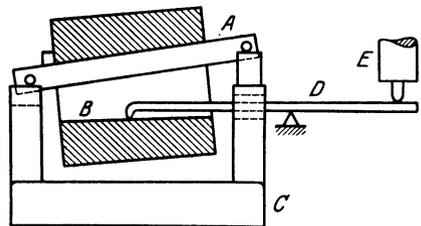


Fig. 42. Kegelhülsenprüfer.

Nimmt man die Einstellung mit einem Sinuslineal (Fehler etwa 4'') vor, berücksichtigt den Fehler des Meßdruckes (s. S. 24), der hier bei der Einstellung und beim Messen auftritt und deshalb mit etwa 15'' angesetzt werden muß, und nimmt schließlich noch den Ablesefehler des Fühlhebels hinzu, der in jedem Falle $1 \mu/100 \text{ mm} \sim 2''$, insgesamt also 4'' beträgt, so kommt man auf eine Genauigkeit von 23''; also mit einem gewissen Sicherheitszuschlag auf rund 1/2', die für Kegelhülsen nicht ausreichend ist. Eine andere Möglichkeit der Ausführung ist in Fig. 42 skizziert, bei der

¹⁾ P. Biber: D. R. P., Klasse 42b, Nr. 359535.

die Hülse auf einem mittels Endmassen eingestellten (oben am besten schwach abgerundeten) Sinuslineal A aufgenommen ist, so daß ihre untere Erzeugende B parallel zu der Führungsbahn liegt, auf welcher der ganze Schlitten C mit der Hülse verschoben werden kann. Die etwaige Abweichung von der genauen Verjüngung wird durch den gleicharmigen feststehenden Hebel D angezeigt, der auf den empfindlichen Fühlhebel E einwirkt. Mit dieser Ausführung läßt sich (wie mit dem Kegelprüfer S. 18) eine Genauigkeit von $7'' \div 8''$ erreichen.

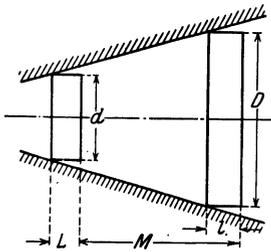


Fig. 43. Messung von Kegelhülsen mit Meßscheiben.

b) mit Meßscheiben. Bei einem anderen Verfahren (Fig. 43) schiebt man zwei Meßscheiben von Durchmesser D und d (und der Dicke L und l) ein und ermittelt ihren Abstand M , etwa mit einem Strichmaßstab oder einer sonstigen geeigneten Vorrichtung, deren 0-Punkt auf der Meßscheibe d aufliegt. Es ist dann

$$\operatorname{tg} \alpha / 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{D - d}{M + L - l}.$$

Nach Beispiel 4 wird der Fehler von $\operatorname{tg} \alpha / 2$, falls f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 die Fehler von D, d, M, L und l bezeichnen

$$F = \pm \operatorname{tg} \alpha / 2 \cdot \left(\frac{f_1 + f_2}{D - d} + \frac{f_3 + f_4 + f_5}{M + L - l} \right).$$

Nun kann man ansetzen $f_1 = f_2 = 1,5 \mu$; $f_4 = f_5 = 2 \mu$; $f_3 = 1/10$ mm; dabei ist indessen vorausgesetzt, daß die Meßscheiben völlig scharfe Kanten haben; infolge der unvermeidlichen Abrundung muß man aber $f_4 + f_5$ auf gleichfalls mindestens $1/10$ mm erhöhen (s. S. 24). Nimmt man $M + L - l = 50$ mm an, womit $D - d = 2,5$ mm folgt, so wird

$$F = \pm 0,025 \cdot (1,2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}) = \pm 130 \cdot 10^{-6}$$

und

$$\varphi = \pm 2 \cdot 206 \cdot 130 \cdot 10^{-3} \cdot \cos^2 \alpha / 2 = \pm 54'' \sim 1'.$$

Dieses Verfahren steht also den beiden vorher entwickelten an Genauigkeit noch beträchtlich nach, obwohl dabei schon mit sehr günstigen Verhältnissen für die Kantenabrundung gerechnet ist.

c) mit Kugeln. Um von der Kantenabrundung unabhängig zu werden, könnte man daran denken, die Meßscheiben durch zwei Kugeln mit den Durchmessern D und d zu ersetzen und jedesmal ihren Abstand A bzw. a von der oberen Stirnfläche aus zu messen, was etwa mit einer Art Tiefenmaß (am besten mit Schraubenmikrometer) geschehen könnte (s. Fig. 44). Man erhält damit grund-

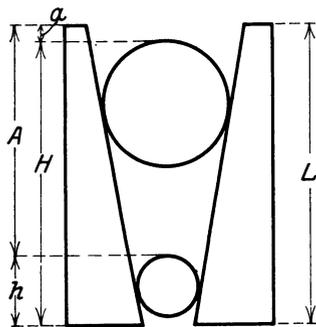


Fig. 44. Messung von Kegelhülsen mit Kugeln.

sätzlich dieselbe Anordnung wie bei der Messung von einspringenden Winkeln in Fig. 40.

Wie aus Fig. 44 folgt, ist

$$h = L - A, \quad H = L - a,$$

also

$$H - h = A - a$$

und somit

$$\sin \alpha / 2 = \frac{D/2 - d/2}{A - a - (D/2 - d/2)};$$

der Fehler F von $\sin \alpha / 2$ wird

$$F = \pm \sin \alpha / 2 \cdot \left(\frac{f_1}{D/2 - d/2} + \frac{f_1 + f_2}{A - a - (D/2 - d/2)} \right),$$

(steht die Kugel vor der Hülse vor, so ist α negativ und es tritt an Stelle der Differenz $A - a$ die Summe).

Hier kann man nun ansetzen $f_1 = 1 \mu$, $f_2 = 3 \mu$. Wählt man die Kugeln so, daß sie die Hülse in der Nähe des kleinsten und des größten Durchmessers berühren, so kann man für den kleinsten metrischen Kegel etwa $d = 6,5$; $D = 8,5$ mm nehmen (dieser ist als Beispiel gewählt, weil hier der kurzen Hülsenlänge wegen die ungünstigsten Verhältnisse vorliegen).

Da nun $\sin \alpha/2 = 1/40$ ist, so wird

$$A - a = (D/2 - d/2) \cdot (1 + 1/\sin \alpha/2) = 41.$$

Damit wird

$$F = \pm 1/40 \cdot (1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^{-3}/40) = \pm 27,5 \cdot 10^{-6}.$$

Nach Zahlentafel 5 wird der Fehler des ganzen Fehlers α

$$\varphi = \pm 2 \cdot 0,206 \cdot 10^6 \cdot 27,5 \cdot 10^{-6} = \pm 11''.$$

Wie man aus der Ableitung ersieht, spielt der Fehler f_2 keine große Rolle. Selbst bei einem Meßfehler von $2/100$ mm würde erst $F = 37,5$ und $\varphi = 15''$ werden. Immerhin wird man sich bemühen müssen, auch die Strecken A und a mit der möglichen Genauigkeit zu messen, da noch der Meßdruck einen Fehler bewirkt, der (als nicht bekannt) in f_2 mit einzuschließen ist. Auf jeden Fall ist die Messung von Kegelhülsen mit Kugeln der mit Meßscheiben weit überlegen. Bei vorsichtigem Arbeiten ist dabei auch eine für Lehrhülsen noch ausreichende Genauigkeit zu erzielen.

Für weniger genaue Messungen könnte man auch in der unteren Kugel einen zylindrischen Stab befestigen und die durchbohrte obere Kugel auf diesen gleiten lassen. Ihr Abstand wäre dann leicht an einer an dem Stab angebrachten Teilung, evtl. mittels Nonius, abzulesen.

Messung mit Fernrohr, Spiegel und Skala.

Hingewiesen sei auch auf das Verfahren, kleine Winkeländerungen mit Hilfe von Fernrohr, Spiegel und Skala (Poggendorfsche Spiegelmethode) zu beobachten. Man befestigt dazu an dem Gegenstand einen kleinen Spiegel S (Fig. 45), stellt ein Fernrohr so, daß seine Achse parallel zu der zur Reflexions-ebene Senkrechten ist und die Skala M wieder senkrecht hierzu steht. Fällt das Bild des Skalenteils a auf das Fadenkreuz, so beobachtet man bei einer Drehung des Spiegels um den Winkel α den Skalenteil $a + e$, wobei sich e aus der Formel $\operatorname{tg} 2\alpha = e/A$ berechnet. Für kleine Winkel kann man mit vollständig ausreichender Genauigkeit immer setzen $\alpha = e/(2 \cdot A)$.

Wählt man $A = 2$ m, so entspricht jedem Ausschlage von 1 mm ein Winkel α von $52,5''$. Bei genügender Beleuchtung, Spiegelgröße und Fernrohrvergrößerung kann man $1/10$ Skalenteil bei jeder Beobachtung schätzen, so daß man den Fehler f_1 von e zu $f_1 = \pm 0,2$ mm ansetzen kann, während der von A etwa $f_2 = \pm 1$ mm wird. Dann ergibt sich der Fehler F von $\operatorname{tg} 2\alpha$ (nach Beispiel 4) zu

$$F = \pm \operatorname{tg} 2\alpha \cdot (f_1/e + f_2/A).$$

Für einige Werte von e sind die Fehler F von $\operatorname{tg} \alpha$ und φ von α (s. Zahlentafel 3) in Zahlentafel 9 angegeben.

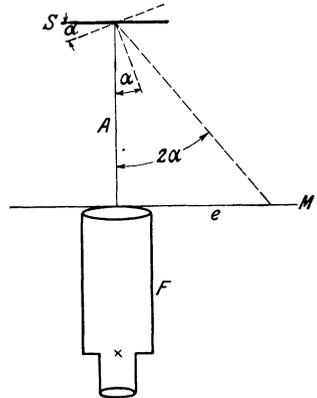


Fig. 45. Winkelmessung mit Spiegel, Fernrohr und Skala.

Zahlentafel 9.

Fehler bei der Poggendorfschen Spiegelmethode (für $A = 2$ m).

e	$\operatorname{tg} 2\alpha$	F	φ
10	0,005	$1,025 \cdot 10^{-4}$	10,5''
20	0,010	$1,05 \cdot 10^{-4}$	10,8''
50	0,025	$1,13 \cdot 10^{-4}$	11,6''
100	0,050	$1,25 \cdot 10^{-4}$	12,9''

Statt des Fernrohrs kann man auch eine Lichtmarke in Gestalt eines beleuchteten Spaltes oder eines Fadens (im gleichmäßig erleuchteten Felde) nehmen, von dem eine Linse oder ein Hohlspiegel nach Reflexion an dem Spiegel S ein Bild auf der Skala entwirft.

Unabhängig von dem Abstand vom Spiegel wird man, wenn man ein Autokollimationsfernrohr nimmt, d. h. ein solches, welches in der Bildebene des Okulars eine das halbe Gesichtsfeld ausfüllende Skala hat. Bei auf unendlich eingestelltem Fernrohr entsteht dann nach Reflexion an dem

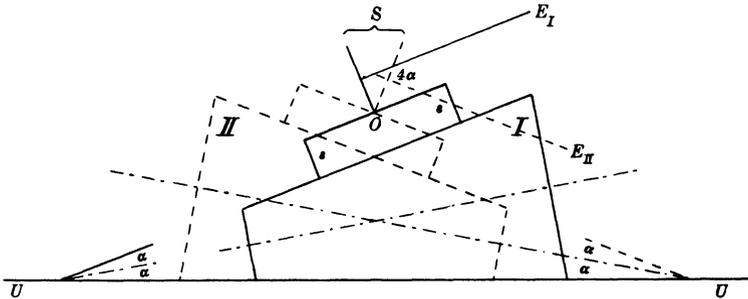


Fig. 46. Kegelmessung mit Spiegel, Fernrohr und Skala.

Spiegel ein Bild der Skala in der anderen Hälfte der Bildebene, wo seine Lage an einer festen Marke abgelesen wird¹⁾.

Bei dieser Anordnung ist $\operatorname{tg} 2\alpha = e/f$, wo f die Brennweite des Fernrohr-objektives und somit eine Apparatkonstante ist. Bei zehnfacher Okularvergrößerung leistet eine $1/10$ mm Skala in der Bildebene des Okulars dasselbe wie eine $1/1$ mm Skala bei der gewöhnlichen Methode. Wählt man $f = 400$ mm, so wird die Genauigkeit doppelt so groß wie bei jener bei einem Fernrohrabstande von $A = 2$ m, oder dieselbe wie bei $A = 4$ m. Mit dem Autokollimationsfernrohr kann man aber, da man im parallelen Strahlengange arbeitet, die Entfernung vom Spiegel ganz beliebig wählen und somit auch nahe herangehen.

Anwendung auf die Verjüngung von Kegeln. Die Methode der Winkelmessung mit Fernrohr und Skala ist von Göpel²⁾ auch für die Bestimmung der Verjüngung von Kegellehren angewandt. Diese werden auf eine feste (angenähert wagerechte) Unterlage U gelegt (Fig. 46) und darauf eine Art Brücke mittels der zwei parallelen harten Stahlschneiden ss gesetzt (ihr Abstand beläuft sich auf etwa 50 mm). Sie trägt einen Spiegel S und ist ferner an einem Lenker um den Punkt O drehbar. Bringt man darauf den Kegel in die gestrichelte Stellung II, so nimmt der Spiegel die gestrichelte Lage an, die mit der ursprünglichen den Winkel 2α bildet. Die hierdurch eingetretene Neigung des Spiegels wird nun mit Fernrohr und Skala

¹⁾ Praktische Anwendung hat dieses Verfahren bei dem Optimeter gefunden, wo man allerdings nicht den Drehwinkel des Spiegels, sondern die Bewegung des Meßbolzens ermitteln will, welche die Drehung hervorbringt.

²⁾ F. Göpel: Zeitschr. f. Instrumentenkunde 43, 102, 1923.

ermittelt. Diese ergibt den doppelten Drehwinkel, also 4α , so daß die Beobachtungsfehler nur mit $\frac{1}{4}$ ihres Betrages in das Ergebnis eingehen. Selbst unter den ungünstigsten Verhältnissen wird man also nach Zahlentafel 9 mit einer Genauigkeit von $5'' \div 6''$ rechnen können, die sich unter Benutzung eines größeren Skalenabstandes oder eines Autokollimationsfernrohres auf $1'' - 2''$ bringen läßt. Voraussetzung ist natürlich dabei, daß während des Versuches die Unterlage U ihre Lage im Raum unverändert beibehält, was durch eine geeignete empfindliche Libelle zu kontrollieren ist, und daß ferner auch die einzelnen Erzeugenden des Kegelmantels innerhalb dieser Genauigkeit als Gerade betrachtet werden können.

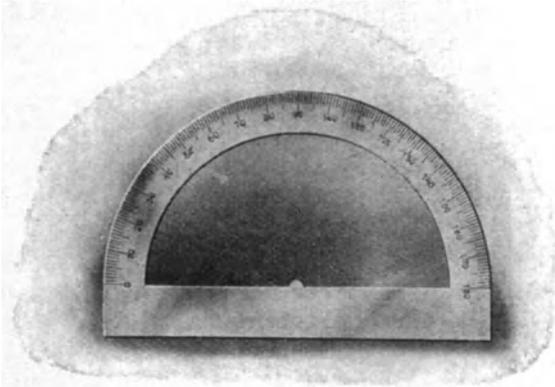


Fig. 47. Transporteur.

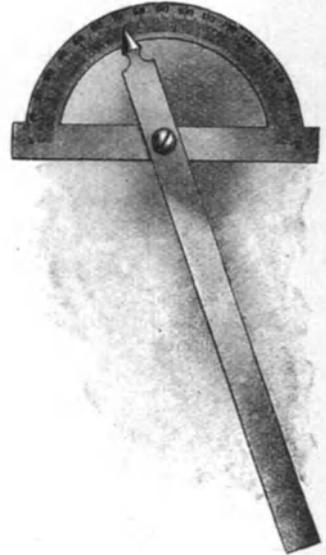


Fig. 48. Transporteur.

IV. Goniometrische Messungen.

Transporteur. Die bekannteste und zugleich roheste Form des Goniometers ist der sogenannte Transporteur (Fig. 47). Er besteht aus einem geteilten Halbkreis, dessen Mittelpunkt in der unteren Schiene gekennzeichnet ist. Zu dem eigentlichen Anlegegoniometer gehört schließlich noch ein drehbarer Schenkel (Fig. 48 und 49), dessen Index (in seiner Verlängerung) stets durch den Mittelpunkt gehen muß. Bei roher Ausführung, wie sie bei den auf Papier gedruckten Teilungen vorliegt, muß man mit Fehlern von mindestens $\frac{1}{6}^\circ$ rechnen, während man bei sauberer Teilung auf Metall unter Um-

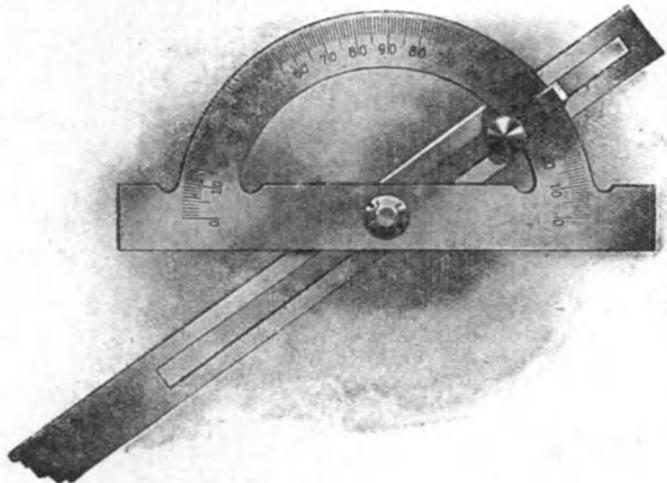


Fig. 49. Transporteur.

ständen mit $1/20^0 (= 3')$ auskommen wird. Zu diesen Teilungsfehlern treten dann aber noch die Schätzungsfehler mit mindestens $1/10^0$, so daß sich auch im letzteren Falle nur eine Genauigkeit von etwa $10'$ ergibt. Dieser Fehler bleibt erhalten, wie lang man auch den beweglichen Schenkel wählt, während ein damit berechneter Abstand absolut um so ungenauer wird, je länger der Schenkel ist.

Einfluß der Exzentrizität. Bisher wurde stillschweigend angenommen, daß der bewegliche Schenkel genau durch den geometrischen Mittelpunkt geht, der durchaus nicht immer mit dem angenommenen zusammenfällt. Es ist deshalb notwendig, den Einfluß der Exzentrizität (e), d. h. der Abweichung des Drehpunktes D vom geometrischen Mittelpunkt M des Teilkreises zu betrachten. In Fig. 50 ist angenommen, daß in der Nullstellung beide Punkte auf einem Durchmesser AB liegen. Dreht man nun den Schenkel um den Winkel ADC , so hätte sich ein dazu parallel angenommener, durch M gehender Schenkel um den Winkel $AME = \varphi$ gedreht; es ergibt sich somit ein Fehler der Größe $CME = \delta\varphi$. Aus dem Dreieck MCD folgt

$$DM/MC = \sin DCM/\sin CDM$$

oder

$$e/R = \sin \delta\varphi/\sin \varphi$$

und somit

$$\delta\varphi = e/R \cdot \sin \varphi.$$

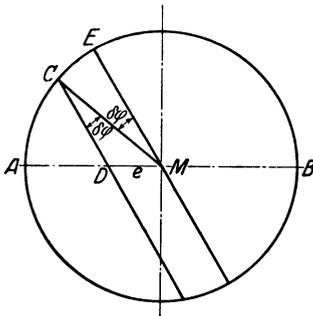


Fig. 50.
Einfluß der Exzentrizität.

In Zahlentafel 10 sind die Werte von $\delta\varphi$ für Winkel von $0 \div 90^0$ unter der Annahme $e = 1$ mm und $R = 100$ mm berechnet, wobei die Winkel von der vorher angenommenen Nullstellung aus gezählt sind. Für Winkel ψ zwischen 90^0 und 180^0 gelten dieselben Werte wie für einen Winkel $\varphi = 180 - \psi$; für Winkel ψ über 180^0 gelten dieselben Werte, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen wie für einen Winkel $\varphi = \psi - 180$.

Zahlentafel 10. Fehler bei einer Exzentrizität $e = 1$ mm und einem Teilkreisradius $R = 100$ mm.

φ	$\delta\varphi$	φ	$\delta\varphi$
1^0	$36'' = 0' 36''$	30^0	$1030'' = 17' 10''$
2^0	$72'' = 1' 12''$	35^0	$1180'' = 19' 40''$
3^0	$108'' = 1' 48''$	40^0	$1286'' = 21' 26''$
4^0	$144'' = 2' 24''$	45^0	$1408'' = 23' 28''$
5^0	$180'' = 3' 0''$	50^0	$1580'' = 26' 20''$
7^0	$250'' = 4' 10''$	60^0	$1785'' = 29' 45''$
10^0	$358'' = 5' 58''$	70^0	$1935'' = 32' 15''$
15^0	$534'' = 8' 54''$	80^0	$2025'' = 33' 45''$
20^0	$705'' = 11' 45''$	90^0	$2060'' = 34' 20''$
25^0	$870'' = 14' 30''$		

Für andere Werte von e und R erhält man $\delta\varphi$ aus der Beziehung

$$\delta\varphi = \frac{100 \cdot e}{R} \cdot \text{Zahlentafelwert.}$$

Eine graphische Darstellung, die natürlich eine Sinuslinie ist, ist für Winkel von $0 \div 90^0$ und von $90 \div 180^0$ in Fig. 51 gegeben.

Im zweiten Quadranten hat, wie schon bemerkt, die Exzentrizität den gleichen Einfluß, während sie im dritten und vierten Quadranten mit entgegengesetzten

Vorzeichen auftritt. Bildet man, wie es im allgemeinen für Winkelmessungen notwendig ist, die Differenz zweier Ablesungen, so kann sich der Exzentrizitätsfehler im ungünstigsten Falle auf das Doppelte des angegebenen Wertes, also unter den angenommenen Verhältnissen auf etwa 1° erhöhen.

Eine Berechnung dieses Fehlers ist nun fast stets unmöglich, da man die Größe der Exzentrizität e nicht kennt. Man könnte sie unmittelbar nur dadurch ermitteln, daß man den Außenkreis auf den Meßbolzen eines fest aufgestellten Fühlhebels einwirken läßt, und zwar wäre e dann der halbe Unterschied des größten und kleinsten Ausschlages¹⁾. Das würde aber nur für die derzeitige Anordnung gelten und vor allem weiß man nicht, mit welcher Exzentrizität die Teilung selbst schon behaftet ist, die von einer nicht zentrischen Aufspannung beim Teilen bzw. von einer Exzentrizität des Originalkreises herrührt, nach welchem der Gebrauchskreis kopiert ist. Bei sehr gut ausgeführten Teilkreisen, wie sie für geodätische Instrumente gebraucht werden, sind die Exzentrizitäten außerordentlich klein und gehen bis unter $1\ \mu$ herunter. Bei den größeren Werkzeugen des Maschinenbaus muß man aber mit einigen hundertstel Millimetern rechnen.

Glücklicherweise läßt sich nun der Exzentrizitätsfehler durch Ablesung an zwei um 180° einander gegenüberliegenden Stellen herausbringen (eliminieren), wie aus Fig. 50 unmittelbar ersichtlich, und wie auch daraus folgt, daß die Fehler der Winkel φ und $180^\circ + \varphi$ einander entgegengesetzt gleich sind. Dazu ist aber nötig, daß nicht etwa die Teilung von A aus nach beiden Seiten von 0° bis 180° beziffert ist, vielmehr müßte für die obere Teilung der Nullpunkt bei A , für die untere bei B liegen. Statt dessen kann man natürlich auch die Teilung ringsherum von 0° bis 360° beziffern, wobei man dann von der Ablesung auf dem unteren Halbkreis 180° abzuziehen hat.

Genau so wie bei Linearteilungen kann man auch die Ablesungsgenauigkeit an Teilkreisen durch Nonien (Fig. 56) erhöhen, deren Teilung auf zwei zu dem Hauptkreise konzentrischen Kreissegmenten liegen. Entsprechen n Teilungen der Hauptteilung $n + 1$ Teile des Nonius, so gibt die Ablesung $1/n$ des Intervalles der Hauptteilung. Ist diese z. B. in Viertelgrade ausgeführt und ist $n = 15$, so beträgt die Ablesungsgenauigkeit $1/15^\circ \cdot 1/4^\circ = 1'$.

Für größere Genauigkeiten nimmt man Kreise mit feinerer Teilung und benutzt zur Ermittlung der Sekunden ein Mikroskop mit Okular-Schraubenmikrometer, das praktisch so eingerichtet ist, daß ein Intervall der Teiltrommel Sekunden abzulesen und $1/10$ sek zu schätzen gestattet. Bei genügend großen Teilkreisen kann man die Bögen unbedenklich durch die Tangente ersetzen.

Bestimmung der Teilkreisfehler. Die Fehler des Teilkreises bestimmt man dadurch, daß man zwei Mikroskope nahe nebeneinander fest aufstellt und die Größen bestimmter Intervalle etwa von 1° zu 1° ermittelt.

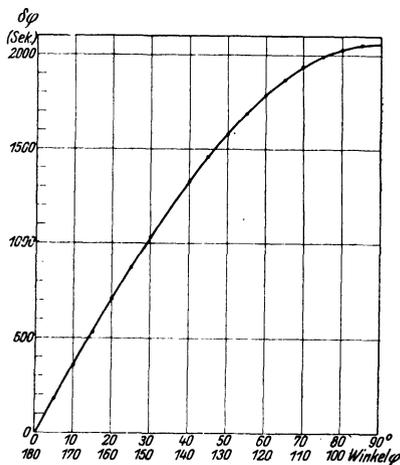


Fig. 51. Winkelfehler $\delta\varphi$ durch eine Exzentrizität von 1 mm bei einem Krümmungshalbmesser von 100 mm.

¹⁾ Für eine numerische oder graphische Berechnung der Exzentrizität aus den geeignet angestellten Beobachtungen s. Abschnitt VI.

Bezeichnet man die Anzahl der Beobachtungen mit n ($= 360/\text{Intervall}$), die Summe der gefundenen Abweichungen $\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n$ mit S , so sind die Fehler $f_1, f_2 \dots f_n$ der einzelnen Intervalle $f_1 = \delta_1 - S/n, f_2 = \delta_2 - S/n, \dots, f_n = \delta_n - S/n$, während die Fehler f'_1, f'_2, \dots, f'_n der vom Nullpunkt aus gerechneten Striche gegeben sind durch $f'_1 = \delta_1 - S/n, f'_2 = \delta_1 + \delta_2 - 2S/n, \dots, f'_n = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n - n \cdot S/n$.

In der Technik wird man derartige Fehlerbestimmungen wohl nur ausnahmsweise vornehmen, da man gute Teilkreise mit höchstens $5''$ Fehler käuflich beziehen kann und diese Genauigkeit wohl stets ausreicht.

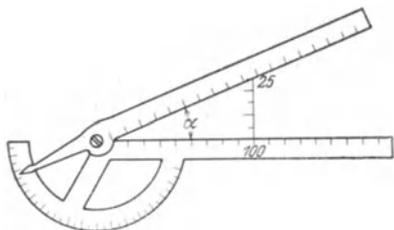


Fig. 52. Anlegegoniometer.

Besondere Formen des Anlegegoniometers sind in den Figuren 52 und 53 wiedergegeben. Die in Fig. 52 dargestellte ist auch für Kegelmessungen bzw. Einstellung von Winkeln bestimmt, indem man eine der gewünschten Verjüngung auf eine bestimmte Strecke (etwa 100 mm) entsprechende Höhe (ähnlich wie bei Fig. 19) einstellt. Daß dabei keine große Genauigkeit zu erreichen sein wird, ist wohl nach dem früher Ausgeführten klar.

Schneidwinkelmesser. Der von E. Simon angegebene Apparat, Fig. 53¹⁾, ist zur Messung von Schneidwinkeln bestimmt und gestattet, jeden Winkel an der Schneide (Brust-, Rücken- und Neigungswinkel) unmittelbar zahlenmäßig festzustellen. Dazu wird der zu untersuchende Stahl auf eine ebene Grundplatte gelegt, die eine Säule trägt, auf welcher der eigentliche Winkelmesser verschiebbar ist. Der bewegliche Schenkel besitzt zwei zueinander senkrechte Anlegeflächen und einen dritten Arm, welcher die Ablesemarke trägt. Sie zeigt auf 0, wenn die beiden anderen Schenkel genau senkrecht bzw. wagrecht stehen, so daß die Ab-

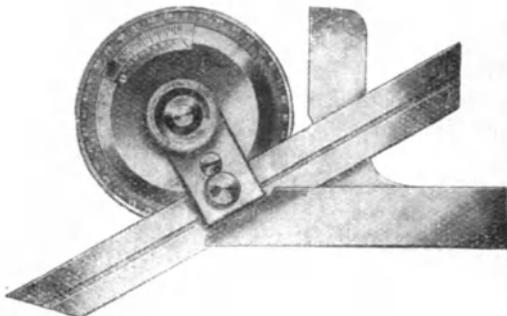
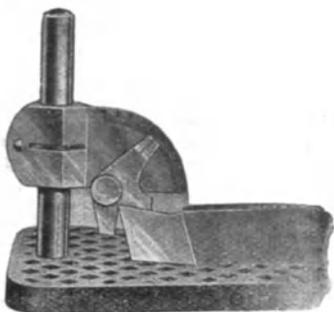


Fig. 53. Schneidstahl-Winkelmesser. Fig. 54. Universal-Winkelmesser (Schmiege).

lesung unmittelbar die wirkliche Größe des gemessenen Winkels angibt, falls man den Teilkreis so weit senkt, daß die betreffende Schneide satt an dem Werkstück anliegt.

Schmiege. Ein für viele Zwecke, z. B. als Lineal, Anschlag, Kreuz- und Gehrungswinkel brauchbarer Winkelmesser ist schon vor langer Zeit von Brown & Sharpe auf den Markt gebracht (Fig. 54); er wird jetzt indessen in mindestens gleicher Güte auch von deutschen Firmen hergestellt. Bei ihm ist der feste Schenkel mit dem (einen oder zwei Nonien tragenden) Vollkreise fest verbunden. Um diesen ist der zweimal von $0^\circ \div 90^\circ$ geteilte Ring mit dem verschiebbaren Lineal drehbar, welches in seiner Führungsnut durch Exzenter so

¹⁾ Hergestellt von Schuchardt & Schütte, Berlin.

festgeklemt wird, daß seine Kante stets parallel zur Verbindungslinie der beiden Nullstriche der Hauptteilung ist; es läßt sich auch durch den festen Schenkel durchschlagen. Da nun, je nach Bedarf, die eine oder die andere Kante der beiden Schenkel zur Anlage gebracht wird, so müssen vor allem die

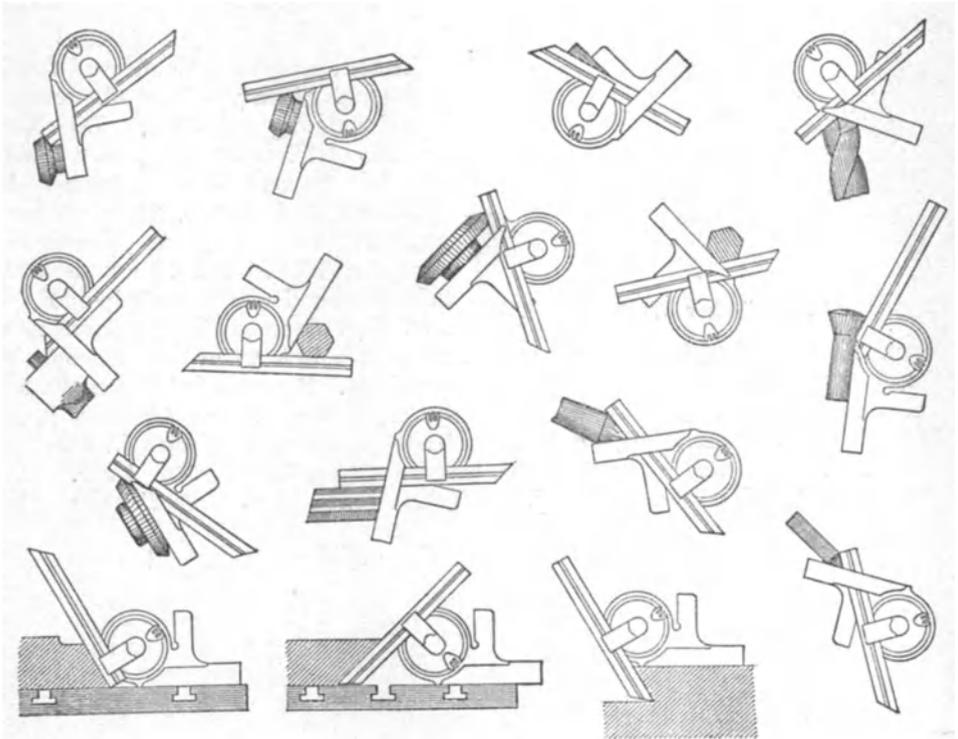


Fig. 55. Gebrauch des Universal-Winkelmessers.

beiden Kanten möglichst genau einander parallel und ferner die Breiten beider Schenkel einander gleich sein. Für die Abweichung von der Parallelität darf man etwa $15 \mu/100$ mm, d. h. also etwa $\frac{1}{2}'$ zulassen. In bezug auf die Gradlinigkeit der Meßkanten und ihrer senkrechten Lage zu den Seitenflächen gilt das früher bei den festen Winkeln Gesagte. Wie die Winkelmessungen jeweils nach dem vorliegenden Fall ausgeführt werden, darüber gibt am besten die Figur 55 Auskunft.

Der Nonius liefert, wie aus Fig. 56 ersichtlich, $5'$; damit diese Ablesegenauigkeit auch wirklich ausgenutzt wird, muß bei einem Durchmesser von 50 mm die Exzentrizität unter $\frac{2}{100}$ mm bleiben; ein derartiger Grenzwert würde einen größten Fehler von $2,7'$ geben.



Fig. 56. Nonius.

Optischer Winkelmesser. Wesentlich verbessert ist dieser Winkelmesser in der Ausführung von Zeiß (von der Fig. 57 die äußere Ansicht, Fig. 58 die Einzelheiten im Schnitt, Fig. 59 das Gesichtsfeld wiedergibt) dadurch, daß die geteilte

Skala durch eine auf photographischem Wege verkleinerte ersetzt ist (Fig. 59), die durch eine Lupe abgelesen wird. Das ermöglicht, direkt eine $10'$ -Teilung anzubringen, während $\frac{1}{8}$ davon, also $2'$, noch geschätzt werden können, so daß sich der Nonius erübrigt. Bei dieser optischen Beobachtung liest man stets im durchfallenden Licht ab und wird dadurch frei von den Beobachtungsfehlern, die infolge ungenügender Beleuchtung bei den mechanischen Winkelmessern auftreten; außerdem ist die vollständig eingebaute Skala vor Beschädigung und Verschmutzung geschützt. Die Konstruktion ist ferner so eingerichtet, daß sich der verschiebbare Schenkel um volle 360° drehen läßt. Dadurch kann man alle vorkommenden spitzen und stumpfen Winkel mit oder ohne wirklich vorhandenen Scheitelpunkt an zwei Linealkanten einstellen und z. B.

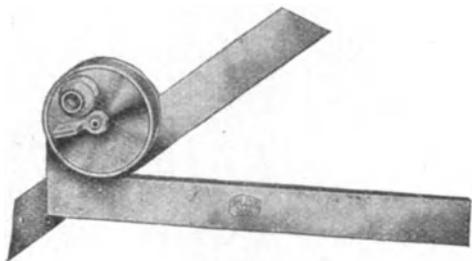


Fig. 57. Optischer Winkelmesser.

auch Kegel mit kleinen Verjüngungen messen, selbst wenn es nur möglich ist, die Schenkel an der Kegelspitze anzulegen. Da man bei diesen Winkelmessungen sowohl gegen den langen wie gegen den kurzen Arm des festen Schenkels zu messen hat, so müssen beide genau einen rechten Winkel einschließen, was nach der Lichtspaltmethode geprüft werden kann. Die Exzentrizität übersteigt nicht 4μ ($\sim 1'$), was genau so wie die Teilung selbst

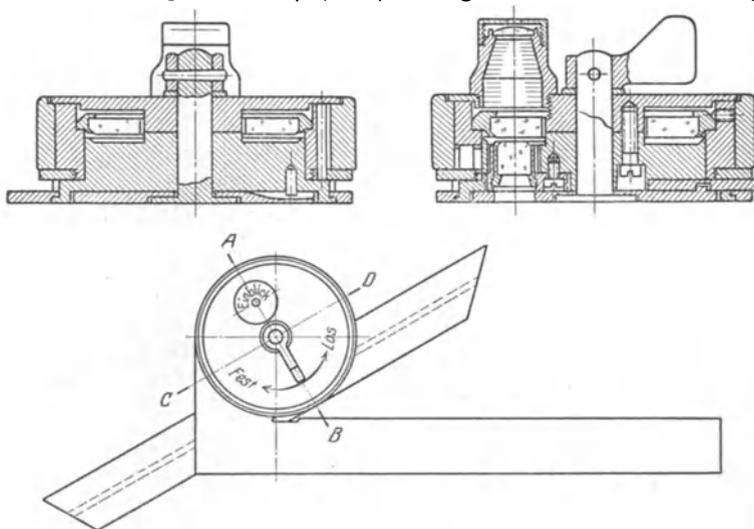


Fig. 58. Optischer Winkelmesser.

vor dem Zusammenbau auf einem großen Goniometer geprüft wird. Als höchst zulässige Abweichung des zusammengebauten Instrumentes wird $2\frac{1}{2}'$ garantiert. Da hierin der Exzentrizitätsfehler eingeschlossen ist, so kann man also mit einer Genauigkeit von $2' \div 3'$ rechnen.

Goniometer für Drehstähle (Gewindestähle). Ein besonderes Anlegegoniometer für Drehstähle hat Göpel¹⁾ angegeben, von dem Gesichtspunkte ausgehend,

¹⁾ F Göpel: Werkstattstechnik 14, 562, 1922.

daß es für viele Zwecke vorteilhafter ist, den Drehstahl zu kontrollieren, als die Messung am Werkstück (Gewinde) mit dem Mikroskop auszuführen. Daß die Kontrolle durch ein eingeführtes Dreieck dabei nicht ausreicht, wurde ja schon früher begründet. Der in Fig. 60 dargestellte Apparat unterscheidet sich nun dadurch von den üblichen Anlegegoniometern, daß die Schneide nicht unmittelbar mit dem zu prüfenden Körper in Berührung gebracht, sondern ihm nur so weit genähert und parallel gestellt wird, daß zwischen ihr und dem Drehstahl sich ein feiner Lichtspalt bildet. Um eine genügende Beleuchtung zu haben, ist die (den $\frac{1}{10}^{\circ}$ gebenden Nonius und den Aufnahmetisch tragende Achse) hohl gehalten. Die Schneide ist durch einen Kreuzschlitten parallel und senkrecht zur Achse verschiebbar und läßt sich ferner, um bei der Drehung des Stahles nicht zu hindern, seitlich heraus schlagen. Man ermittelt auf diese Weise, wie leicht ersichtlich, das Supplement des zu messenden Winkels. Die Genauigkeit beträgt etwa $0,2^{\circ} = 12'$,

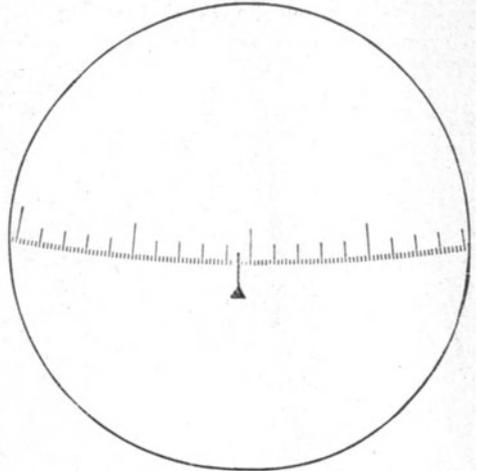


Fig. 59. Gesichtsfeld des optischen Winkelmessers.

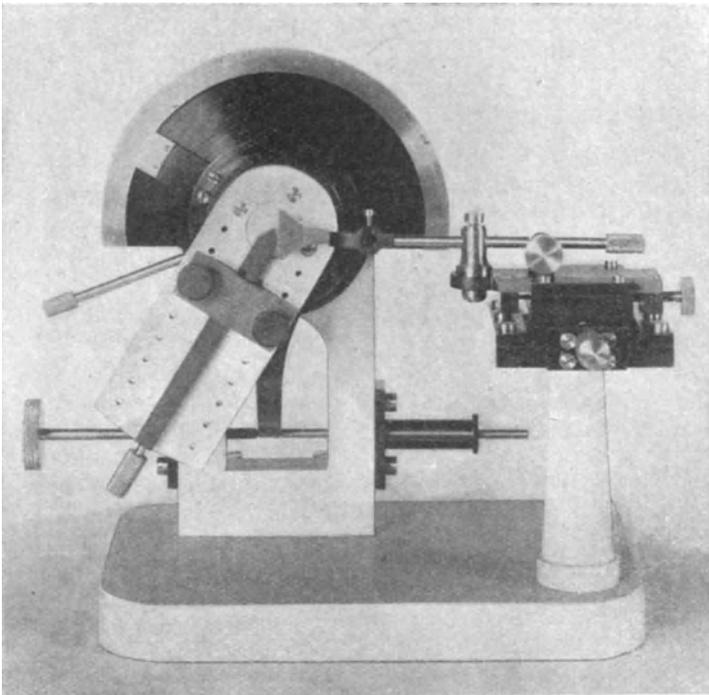


Fig. 60. Winkelmesser für Drehstähle nach Göpel.

was für manche Zwecke genügt, bei Gewindelehren indessen nicht ausreichend ist. Hier führt die Prüfung des Stahles mit dem Hohl-dreieck wesentlich weiter.

Mikroskopische Winkelmessung. Für Winkel mit geringen Flankenlängen

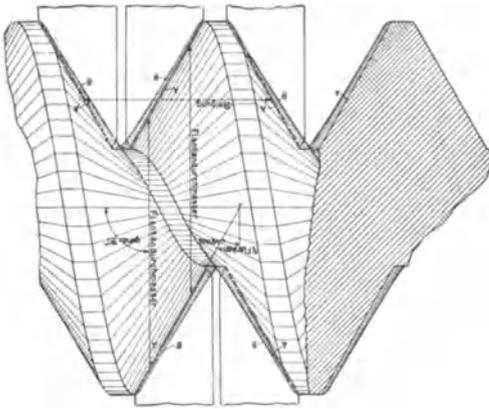


Fig. 61. Anlage von Schneiden an das Gewinde.

bleibt nichts anderes als eine mikroskopische Winkelmessung übrig. Das Objektiv des Mikroskopes entwirft in der Bildebene des Okulars, in welcher sich ein drehbarer (einfacher oder doppelter) Faden befindet, ein Bild des betreffenden Gegenstandes, und zwar immer nur von einer zur Mikroskopachse senkrechten Ebene desselben, die in der Regel die obere Fläche sein wird. Bei Gewinden muß aber der Winkel im Achsialschnitt gemessen werden. Das bereitet, namentlich bei größeren Steigungen, Schwierigkeiten, weil die Flanken von oben oder unten überragen. Dadurch erhält man

verschwommene Konturen, die durch Reflexe an den gewölbten Kanten noch undeutlicher werden. Diese Fehler vermeidet man, wenn man nach F. Meyer¹⁾ im Achsialschnitt zwei Schneiden an die Flanken heranschiebt (Fig. 61), so daß sich je ein enger Lichtspalt bildet. Er wird von der

eigentlichen Schneide und ihrem Spiegelbild begrenzt (für dessen Entstehung man das kleine Stück der Schraubenfläche durch ihre Tangentialebene ersetzt denken kann); bei Einstellung auf Mitte Spalt hat man also den Faden wirklich an die Flanke im Achsialschnitt angelegt. Bei der neueren Ausführung besitzt die Schneide einen zu ihrer Anlegekante genau parallelen Strich; sie wird so angeschoben, daß der Lichtspalt über die ganze Länge verschwindet, und dann der Strich in der Bildebene auf den auf der Schneide befindlichen eingestellt. Die Drehung des Okulars wird entweder an einem äußeren Teilkreis mit

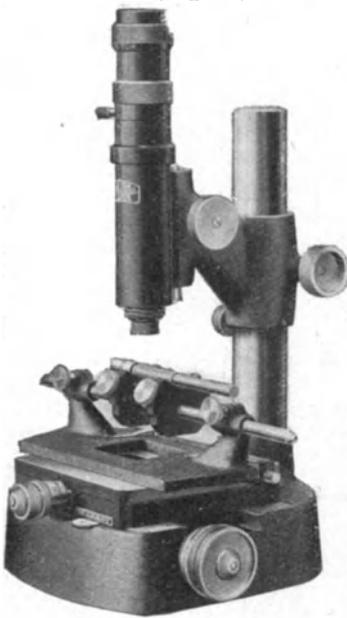


Fig. 62. Werkstattmikroskop.



Fig. 63. Gesichtsfeld des Werkstattmikroskopes.

Nonien oder auch, wie bei dem Werkstattmikroskop (Fig. 62) an einer in der Bildebene des Okulars befindlichen, photographisch verkleinerten Skala (Fig. 63) abgelesen. Bei diesem nur für kleinere Gewinde bestimmten Geräte ist eine Anlage von Schneiden nicht erforderlich. Die Teilung beträgt meist $\frac{1}{10}^\circ$ bzw. $\frac{1}{3}^\circ$, so daß man im ersten Falle durch den sechsteiligen

Nonius noch $10''$), im zweiten noch etwa $7''$ schätzen kann. Wenn auch hiermit

¹⁾ F. Meyer: Der Betrieb 2, 136, 1920.

²⁾ Es würde indessen keine Schwierigkeiten bereiten, die Ablesegenauigkeit auf $5''$ und, wenn nötig, auch auf $2''$ zu steigern, wie dies inzwischen auch bei der großen Ausführung des Werkstattmikroskopes (Fig. 38) geschehen ist.

die Genauigkeit mancher trigonometrischen und häufig auch die der Lichtspaltmethoden nicht erreicht wird, so bietet die mikroskopische Messung doch oft die einzige Möglichkeit, einen Winkel mit einiger Genauigkeit zu bestimmen; das gilt namentlich dann, wenn entsprechende Gegenwillehren fehlen.

V. Reflexions-Goniometer und Libelle.

Reflexionsgoniometer. Zur Ermittlung des Winkels von prismatischen Körpern, z. B. der Hauptdreiecke für die Gewindeherstellung, bedient man sich am besten optischer Methoden. Sie beruhen im Prinzip darauf, daß die beiden Flächen des Prismas, welches auf einem mit einem Teilkreis verbundenen Tische steht, nacheinander in dieselbe räumliche Stellung zu einer Marke gebracht werden, die durch einen Lichtstrahl geliefert wird. Es wird dabei das Prisma so gedreht, daß die von einer feststehenden Lichtquelle L kommenden Strahlen (Fig. 64) von seiner Fläche a gerade in das Visier V reflektiert werden; hierauf wird es so gedreht, daß die Fläche b an die Stelle von a tritt, was wieder unter Benutzung der Reflexion durch das Visier V beobachtet wird. Der Prismenwinkel γ ist dann das Supplement des Drehwinkels.

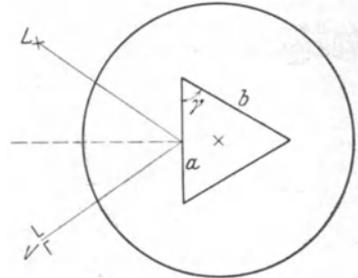


Fig. 64. Prinzip des Reflexionsgoniometers.

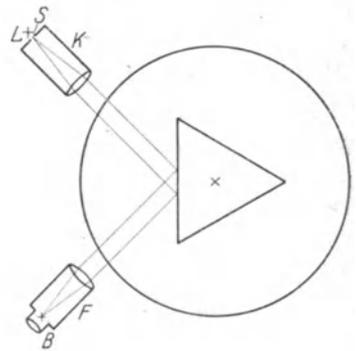


Fig. 65. Schema des Reflexionsgoniometers.

Um eine einwandfreie Messung zu ermöglichen, beobachtet man im parallelen Licht. Deshalb benutzt man als Lichtquelle einen beleuchteten Spalt S , der im Brennpunkt der Linse des sogenannten Kollimatorrohres K liegt (Fig. 65). Aus diesem treten

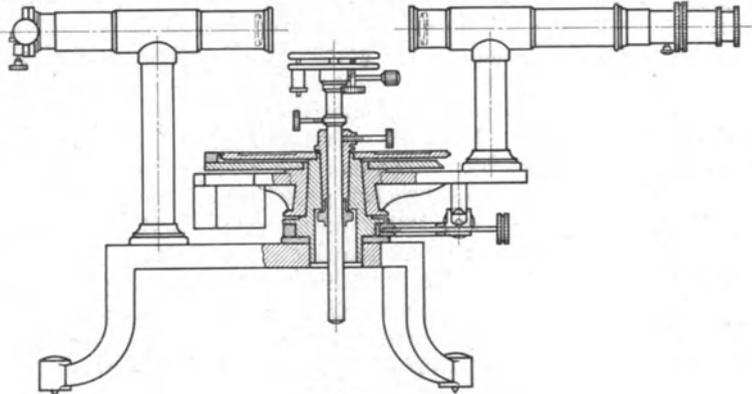


Fig. 66. Reflexionsgoniometer.

die Lichtstrahlen parallel aus, werden an der Prismenfläche reflektiert und gelangen so in das Beobachtungsfernrohr F , in dessen Bildebene B ein Bild des Spaltes entsteht. Das Prisma wird so lange gedreht, bis das Spaltbild in seiner Längsrichtung gerade durch den in der Bildebene befindlichen Faden halbiert

wird. Die Ausführung eines solchen Goniometers zeigen Fig. 66 und 67 (Fernrohr *F*, Kollimator *G* mit dem Spalt *Sp*, Prismen-tisch *T*, Nonien *n* zur Ablesung des Teilkreises).

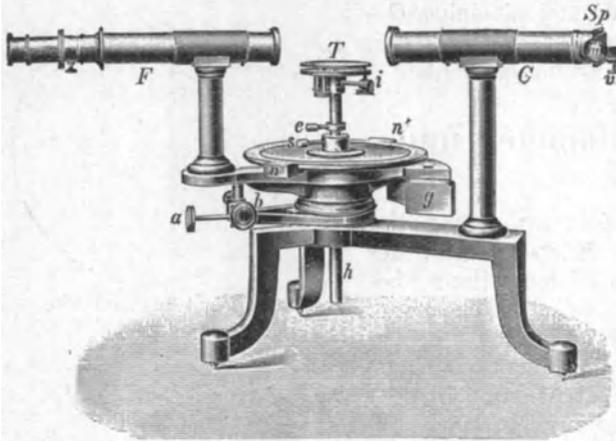


Fig. 67. Reflexionsgoniometer.

d. h. bis bei einer Bewegung des Kopfes Faden und Spaltbild keine Verschiebung gegeneinander aufweisen. Damit man ferner den Winkel des Prismas in seinem Hauptschnitt, d. h. senkrecht zu seiner (evtl. nur gedachten) Schnittkante mißt, müssen die beiden Flächen *a* und *b* (Fig. 64) parallel zur Drehachse und ferner die Fernrohrachse senkrecht hierzu stehen. Um letztere einzurichten, ersetzt man das Prisma durch eine planparallele Glasplatte *A* (Fig. 68), die am besten in einem Kork gefaßt ist, dreht sie senkrecht zur Fernrohrachse und neigt sie dann durch Betätigung einer der drei Schrauben des Nivelliertisches *T* (in Fig. 67) so lange (in die Lage *B*), bis der wagerechte Faden des Fadenkreuzes in sich selbst zurückgeworfen wird (und sie somit senkrecht zur Fernrohrachse *C* steht). Hierzu ist notwendig, das Fadenkreuz zu beleuchten, was entweder mit einem kleinen unter 45° zur Achse geneigten, vor das Okular gesetzten Glasplättchen geschieht (Gaußsches Okular), das von der Seite her beleuchtet wird, oder besser mit dem von Porro angegebenen Okular. Dieses besitzt in der Fadenebene ein kleines 90° -Prisma, welches das halbe Gesichtsfeld ausfüllt und dessen Gebrauch wohl aus Fig. 69 genügend deutlich hervorgeht. Nachdem die Glasplatte dadurch senkrecht zur Fernrohrachse gestellt ist, dreht man sie mit dem Tisch um 180° , wodurch sie in die Lage *B'* (Fig. 68) kommt; im allgemeinen wird man deshalb jetzt beobachten, daß das Spiegelbild des wagerechten Fadens nicht mit ihm selbst zusammenfällt; denn der von *C* kommende Strahl wird an *B'* in eine solche Richtung *C'* zurückgeworfen, daß er mit dem Lote *D* auf *B'* denselben Winkel wie der Strahl *C* bildet. Dann korrigiert man die Hälfte der Abweichung durch Neigen des Fernrohres,

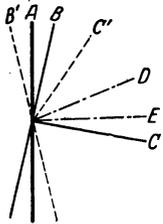


Fig. 68. Justierung der Fernrohrachse.

das zu diesem Zweck mittels einer Mikrometerschraube um eine horizontale Achse gekippt werden kann, die andere Hälfte durch entsprechende Neigung der Platte mit dem Nivelliertisch, wodurch beide in die zueinander senkrechten Lagen *E* und *A* kommen. Sicherheitshalber wird die Kontrolle nach Drehen der

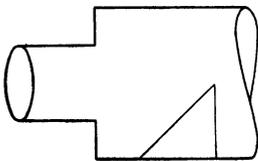


Fig. 69. Fernrohr-Okular nach Porro.

Platte um 180° wiederholt. Damit ist die Fernrohrachse senkrecht zur Drehachse gerichtet. Nun stellt man das Prisma auf (Fig. 70), und zwar so, daß eine Fläche (a) senkrecht steht zur Verbindungslinie von zwei der Schrauben (a_1 und a_2), die zum Nivellieren des Tisches T (Fig. 67) dienen. Nachdem man das Prisma mit dem Tisch gedreht hat, bis der Spalt in das Fernrohr zurückgeworfen wird, neigt man es durch Betätigung einer der Schrauben a_1 oder a_2 so, daß der horizontale Faden das Spiegelbild halbiert (häufig läßt sich auch die Mitte des Spaltes selbst in irgendeiner Weise markieren). Darauf dreht man das Prisma, bis die Fläche b als reflektierende wirkt, und justiert diese entsprechend durch Betätigung der dritten Schraube a_3 , wodurch die Neigung der Fläche a zur Fernrohrachse nicht geändert wird. Zweckmäßig wird ihre Stellung nachher nochmals beobachtet und, wenn nötig, berichtigt.

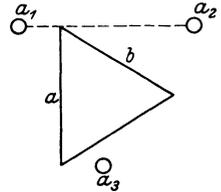


Fig. 70. Justierung des Prismas.

Statt Kollimator und Fernrohr kann man auch mit einem sogenannten Autokollimationsfernrohr auskommen; es ist dies ein Fernrohr mit dem Okular nach Porro (Fig. 69). Dabei dient die von dem Prisma verdeckte Hälfte, welche dann auch ein Fadenkreuz enthält, als Kollimator, die andere als Beobachtungsfernrohr.

Die zu erzielende Genauigkeit hängt im wesentlichen von dem Teilkreis ab; um frei von den Exzentrizitätsfehlern zu sein, ist stets das Mittel aus den Ablesungen an zwei um 180° einander gegenüberliegenden Stellen zu nehmen. Bei einfacheren Goniometern gibt der Nonius noch Minuten, bei besseren bis zu $\frac{1}{10}'$ also $6''$

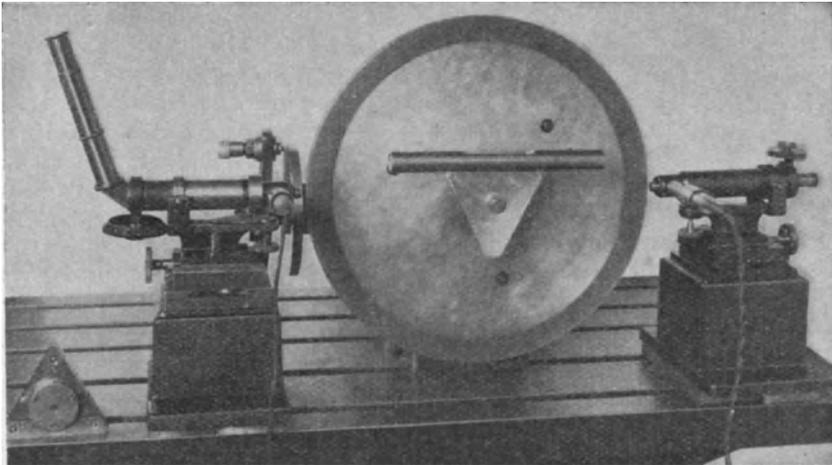


Fig. 71. Winkelmessung mit Teilscheibe und Libelle.

Für sehr genaue Messungen, wie sie in der Optotechnik benötigt werden, verwendet man sehr große Teilkreise, bei denen man mikroskopisch noch $\frac{1}{10}''$ ablesen kann. Um von Teilungsfehlern frei zu werden, benutzt man verschiedene Stellen des Teilkreises und nimmt das Mittel aus den Beobachtungen.

Voraussetzung zur Benutzung der Reflexionsgoniometer ist, daß die entsprechenden Körper gut ebene und sehr sauber bearbeitete Flächen haben.

Messung mit Teilkreis und Libelle. Ist man im Besitz eines Teilkreises, wie er z. B. zur Untersuchung von Teilköpfen (s. Abschnitt IV) benötigt wird,

so kann man das (vorher auseinandergesetzte) Prinzip der Reflexionsgoniometer auch auf andere Weise erreichen¹⁾.

Man setzt dazu den Teilkreis auf eine horizontale Welle, die möglichst mit einer Vorrichtung zur Feindrehung ausgerüstet ist, und befestigt den zu untersuchenden Körper an der Scheibe, so daß die Schnittkante der beiden den Winkel einschließenden Flächen parallel zur Achse wird (Fig. 71). Hierauf dreht man die Scheibe so, daß die eine Prismenfläche (a) genau wagerecht steht, was mit einer empfindlichen Libelle kontrolliert wird, und liest die Einstellung an zwei um 180° gegenüberliegenden Punkten (zur Ausschaltung der Exzentrizitätsfehler) mittels zweier Mikroskope ab. Dann dreht man die Scheibe so, daß jetzt die Prismenfläche b horizontal zu stehen kommt, was wieder mit Hilfe der Libelle festgestellt wird. Um sicher zu sein, daß nicht der Beobachtungstisch seine Neigung geändert hat, wiederholt man die Beobachtung an der Fläche a ; man kann auch an ihm eine zweite empfindlichere Kontrolllibelle anbringen.

Die Mikroskope wählt man zweckmäßig so, daß ein Trommelteil des Schraubenmikrometers 1μ bedeutet. Gibt man jetzt noch der Scheibe einen Durchmesser von 411,7 mm, so hat 1° eine Bogenlänge von 3,6 mm, und somit eine Sekunde eine solche von 1μ , und es entspricht dann jedem Trommelteil $1''$. Diese Ablesegenauigkeit reicht vollkommen aus, da man mit Teilungsfehlern von etwa $5''$ an der Scheibe rechnen muß. Auch hier kann man zur Erhöhung der Genauigkeit das Verfahren anwenden, die Messung unter Benutzung anderer Stellen der Scheibe zu wiederholen. Unbedingt notwendig ist aber die Ausschaltung der Exzentrizitätsfehler, da diese sonst eine größere Ungenauigkeit bewirken.

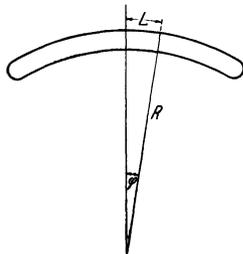


Fig. 72. Libelle.

Will man die Genauigkeit wirklich ausnutzen, so muß man eine Libelle von $1''$ Empfindlichkeit benutzen, d. h. eine solche, bei der sich die Blase für eine Neigung von einer Sekunde um einen Teilstrich verschiebt. Da man in der Regel $\frac{1}{5}$ Intervall (das meist eine Länge von 2 mm hat) noch bequem schätzen kann, so reicht im Notfall auch eine Empfindlichkeit von $5''$ aus.

Messung von Winkeln mittels Libelle. Allgemein ist bei der Libelle der Winkel-ausschlag $\varphi = L/R$ (Fig. 72), wobei L die Länge eines Intervalles und R ihren Krümmungshalbmesser bedeuten. Will man die Empfindlichkeit in Sekunden haben, so gilt $\varphi = 206000 \cdot L/R$; somit ist die Empfindlichkeit $E = L/\varphi = R/206000$. Für eine Empfindlichkeit von $1''$ für 1 mm Ausschlag muß also $R = 206$ m sein.

Die Libelle stellt nun ein vorzügliches Hilfsmittel zur Messung kleiner Winkelabweichungen, vor allem von der Wagerechten, unter Benutzung eines rechten Winkels aber auch von der Senkrechten dar; dazu muß man natürlich ihre Empfindlichkeit kennen. Diese kann man mit großer Genauigkeit bestimmen, wenn man die Libelle auf ein möglichst kräftiges, gut ebenes Lineal setzt, dessen eines Ende durch eine Mikrometerschraube oder untergelegte Endmaße gehoben und gesenkt werden kann. Eine Erhebung von 1 mm auf 1 m Länge entspricht einem Winkel von $206''$, einer solchen von $\frac{1}{100}$ mm von also rund $2''$. Die Empfindlichkeit ist von Zeit zu Zeit zu kontrollieren, da sie auch von der Temperatur abhängt.

¹⁾ Nach einer mündlichen Mitteilung von Professor Göpel.

Unabhängig von der veränderlichen Empfindlichkeit der Libellen wird man bei dem in Fig. 73 wiedergegebenen Gerät, das in einem Abstände $L = 200$ mm von seinem Drehpunkt mit einem Schraubenmikrometer ausgerüstet ist. Weicht die zu untersuchende Fläche von der Wagerechten ab, so wird die Blase durch Betätigung der Feinschraube in ihre Nullage (symmetrische Mittelstellung) zurückgebracht. Die Winkelabweichung δ berechnet sich dann aus $\delta = h/200$, falls h die Verstellung der Mikrometerschraube bedeutet, oder in Sekunden $\delta = 206h \cdot 10^3/200 \sim h \cdot 10^3''$.

Allgemein würde gelten: $\delta = 206 \cdot h \cdot 10^3/L$.

Bezeichnen f_1 und f_2 die Fehler von h und L , so ist nach Beispiel 4 der Fehler φ von δ

$$\varphi = \pm \delta \cdot (f_1/h + f_2/L).$$

Nun kann man f_1 auf etwa $\pm 4 \mu$, f_2 auf etwa $\pm 1/10$ mm ansetzen. Mit $L = 200$ mm ergeben sich dann für verschiedene Werte von δ die folgenden Fehler (Zahlentafel 11):

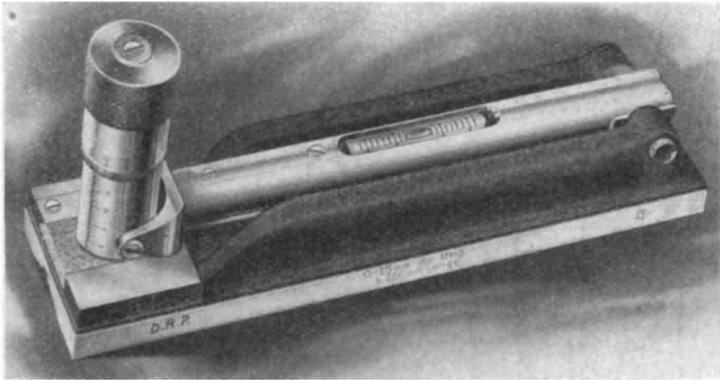


Fig. 73. Libellen-Winkelmesser für kleine Winkel.

Zahlentafel 11. Fehler φ des mit der Libelle ermittelten Winkels α .
(für $L = 200$ mm)

α	h mm	φ
1'	0,06	4''
5'	0,29	4''
10'	0,58	4''
30'	1,75	5''
1°	3,5	6''
2°	7,0	8''
3°	10,5	9''

Die Genauigkeit wird also, die Verwendung einer genügend empfindlichen Libelle vorausgesetzt, sehr groß. Selbstverständlich muß dabei der Nullpunkt der Schraube der genauen wagerechten Stellung der Libelle entsprechen, andernfalls seine etwaige Abweichung in Rechnung zu setzen ist.

Erreichen die mit der Wagerechten oder Senkrechten gebildeten Winkel größere Werte, so muß man die Libelle mit einem Anlegegoniometer kombinieren (Fig. 74). Bei diesem Libellenwinkelmesser stellt man den die Libelle tragenden Arm auf einen vollen Gradstrich der Winkelteilung ein, bis sie angenähert einspielt,

und verschiebt sie dann auf diesem, bis die Blase in der Nullage steht. Der Arm ist in 60 Intervalle geteilt und so ausgeführt, daß jede Verschiebung um einen Teilstrich eine Winkeländerung von 1' entspricht. Eine gewisse Schwierigkeit bei Benutzung dieses Gerätes liegt vor allem in der Einstellung auf die Gradstriche,

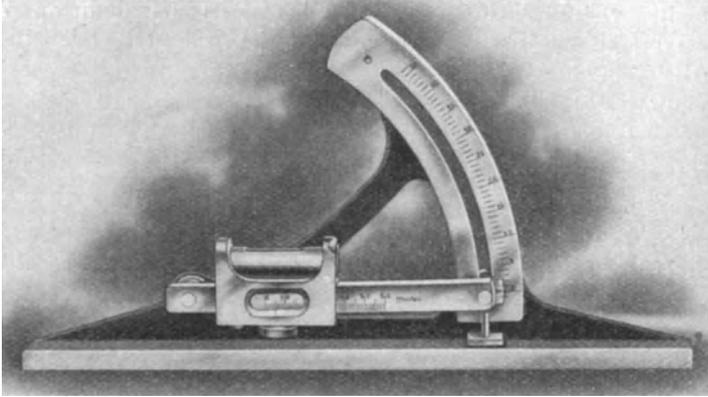


Fig. 74. Libellen-Winkelmesser für größere Winkel.

die mit einer Genauigkeit von mindestens $\frac{1}{2}'$ erfolgen müßte. Wenn auch durch die Anbringung zweier Hilfsstriche neben dem eigentlichen Index für möglichste Erleichterung der Einstellung gesorgt ist, so kann man doch höchstens damit rechnen, daß sie auf $\frac{1}{50} \div \frac{1}{60}$ der Teilung, also auf 1' genau, ausgeführt werden

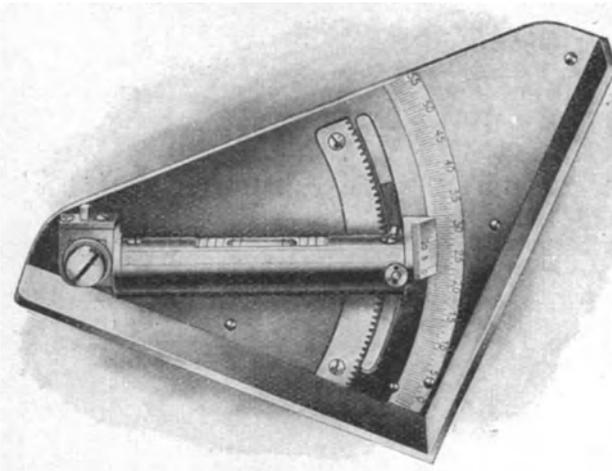


Fig. 75. Libellen-Winkelmesser für größere Winkel.

mittelbare Ablesung auf 1' gestattet, wie dies im Prinzip in Fig. 75 ausgeführt ist.

Das Verfahren der Winkelbestimmung mit der Libelle ist auch sehr geeignet zur Prüfung von Anlegegoniometern. Man befestigt sie dazu auf der Teilscheibe und setzt die Libelle auf den sonst beweglichen Schenkel, um sicher zu sein, daß er seine Lage während des Versuches unverändert beibehält. Man dreht dann den Teilkreis mit Hilfe der Teilscheibe so, daß die Ablesemarke

kann. Dies setzt aber schon sehr gute und gleichmäßige, vor allem gleich dicke Striche auf dem Gradbogen und dem Index, ferner gute Beleuchtung voraus, so daß doch wohl nur eine Genauigkeit von $2' \div 3'$ zu erreichen sein wird. Praktischer wäre es wohl, den Gradbogen in $\frac{1}{2}^\circ$ zu teilen und statt der verschiebbaren Libelle eine feststehende zu verwenden, dafür aber den schwenkbaren Arm mit einem in 29 Teile geteilten Nonius auszurüsten, welcher un-

nacheinander auf die einzelnen Teilstriche zu stehen kommt und beobachtet die etwaigen Fehler an der Teilscheibe.

Pendelneigungsmesser. Kommt es bei der Bestimmung von Neigungen gegen die Wagerechte oder Senkrechte nicht auf äußerste Genauigkeit an, sondern genügt eine solche von 5', so kann man statt der Libelle ein Pendel nehmen, das am besten mittels Schneide in einer Pfanne gelagert ist (eine Konstruktion, wie sie auch bei empfindlichen Fühlhebeln benutzt wird). Eine Ausführungsform eines solchen Pendelneigungsmessers zeigt Fig. 76¹⁾. Das mit einem breiten ebenen Fuß versehene Gehäuse trägt eine sich um den Vollkreis erstreckende Gradteilung. An dem eigentlichen Pendel ist ein Nonius befestigt, der 5' abzulesen erlaubt. Ein Vorteil dieses Instrumentes ist, daß es auch Neigungswinkel beliebiger Größe zu messen gestattet.

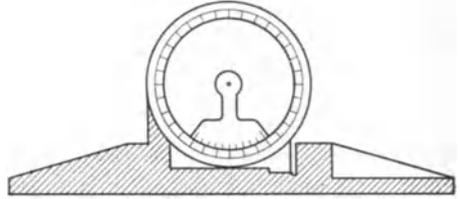


Fig. 76. Pendelneigungsmesser.

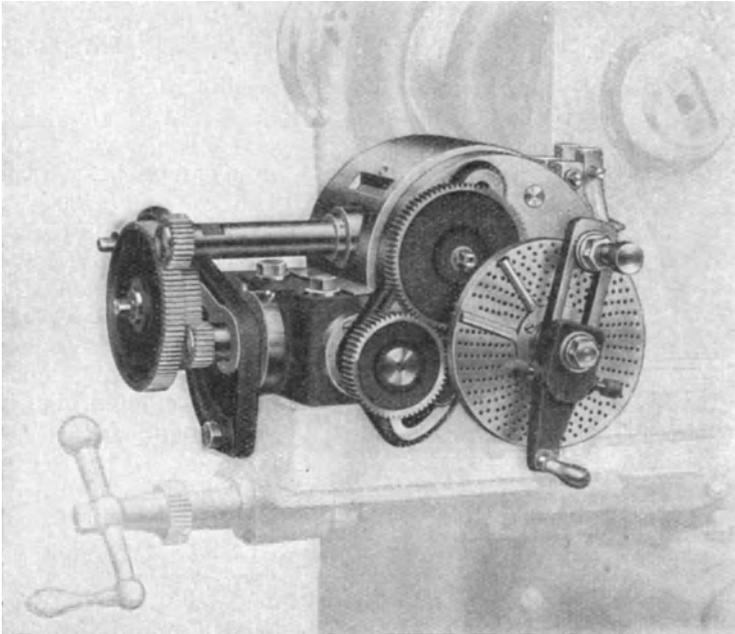


Fig. 77. Universal-Teilkopf.

VI. Prüfung von Teilungen. Untersuchung von Teilköpfen.

Vielfach handelt es sich in der Technik nicht um die Feststellung des Maßes von Winkeln, sondern darum, ob eine Teilung gleichmäßig ausgeführt ist, also ob alle Winkel gleich groß sind.

¹⁾ Amer. Mach. 57, 505, 1922.

Untersuchung von Teilköpfen.

Für das Folgende sei ein bestimmter Teilkopf vorausgesetzt (Fig. 77); bei diesem ist mit der Kurbel unmittelbar eine Schnecke e (Fig. 78 und 79) verbunden, die das Schneckenrad f und damit die Teilkopfspindel a dreht. Das Übersetzungsverhältnis ist dabei so gewählt, daß eine volle Umdrehung der Kurbel $\frac{1}{40}$ Umdrehung der Spindel bewirkt. Entsprechende andere Teilungen lassen sich dadurch einstellen, daß man nicht um ganze Kurbelumdrehungen, sondern um Bruchteile hiervon weitergeht; diese werden, und zwar stets gleichbleibend, dadurch gesichert, daß die Kurbel mittels einer federnden Rast auf bestimmte Löcher der Lochscheibe l eingestellt wird. Die Zahl Z der Löcher und die Durchmesser D der verschiedenen Lochreihen sind aus Zahlentafel 12 ersichtlich.

Zahlentafel 12. Zahl Z der Löcher und Durchmesser D der einzelnen Lochkränze (in mm) sowie zulässige Höchstabweichung A der Lochabstände (in $\frac{1}{100}$ mm).

Z }	15	16	17	18	19	20	21	23	27
	29	31	33	37	39	41	43	47	49
D	75	86	97	108	119	130	141	152	163
A	$\pm 7,3$	8,3	9,4	10,6	11,5	12,7	13,7	14,7	15,9

a) **Lochscheibe.** Es möge nun die Vorschrift gelten, daß an keiner Stelle die tatsächliche Lage des Loches um mehr vom richtigen Wert abweichen soll, als einem Fehler von $\pm 10''$ am Teilkopf entspricht, was bei 40facher Untersezung $400''$ ausmacht. Umgerechnet auf Längenmaß ergibt dies die in der Reihe A der Zahlentafel 12 aufgeführten zulässigen Höchstabweichungen in $\frac{1}{100}$ mm bei den einzelnen Kreisen.

Die Prüfung läßt sich dadurch ausführen, daß in je zwei benachbarte Löcher zwei genau passende kegelige Stifte gesteckt und ihr jeweiliger Abstand mit einem empfindlichen Fühlhebel ermittelt wird (Fig. 80) (dabei sind der Anschlag und die Meßuhr mit dem Gestell fest verbunden und werden beide mit diesem — bei unveränderter gegenseitiger Lage — nach Versetzen der Stifte von Loch zu Loch weitergedreht). In der nachstehenden Zahlentafel 13 sind nun die Unterschiede (in $\frac{1}{100}$ mm), die sich in einem bestimmten Falle für einen Loch-

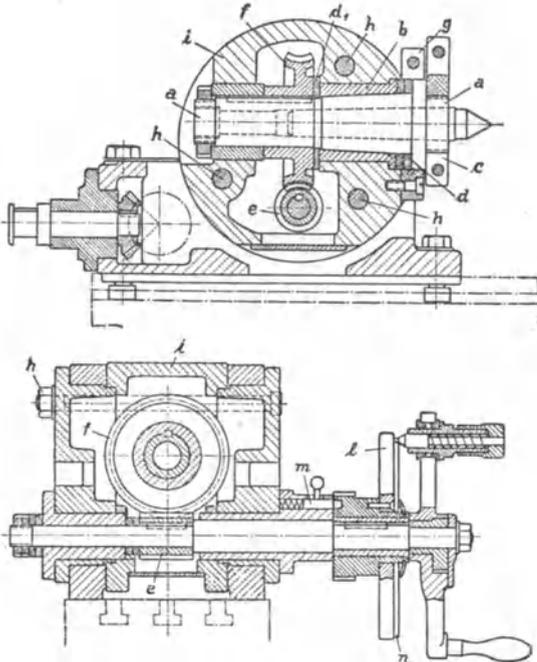


Fig. 78 u. 79. Schnitte durch den Universal-Teilkopf.

kranz von $n = 16$ Löchern gegen einen willkürlich angenommenen Wert ergeben hatten, vermerkt. Um den Fehler, vom Ausgangsloch aus gerechnet, zu haben, muß man die Summe S der Fehler bilden (zweite Spalte); das Mittel aus der Endziffer

($S'/n = S'/16$), multipliziert mit der betreffenden Lochnummer m , also mit 1, 2, ..., 16, ergibt die theoretischen Abweichungen von dem willkürlich angenommenen Wert; die Differenz gegen die Werte der zweiten Spalte liefert dann die Korrekturen der einzelnen Lochabstände gegen das Ausgangsloch. Um von seiner willkürlichen Wahl frei zu werden, bildet man noch die algebraische Summe aus der größten positiven und der größten negativen Korrektur. Diese muß dann unter dem doppelten der oben angegebenen \pm -Zahlen bleiben.

Zahlentafel 13. Prüfung der Lochreihe 16 eines Teilkopfes.

m	Beob.	S	$m \cdot S'/16$	Korr.
1	± 0	± 0	+ 1,4	- 1,4
2	± 0	± 0	+ 2,8	- 2,8
3	- 2	- 2	+ 4,2	- 6,2
4	+ 2	± 0	+ 5,6	- 5,6
5	+ 1	+ 1	+ 7,0	- 6,0
6	+ 2	+ 3	+ 8,4	- 5,4
7	+ 4	+ 7	+ 9,8	- 2,8
8	+ 1	+ 8	+ 11,2	- 3,2
9	+ 3	+ 11	+ 12,6	- 1,6
10	+ 1	+ 12	+ 14,0	- 2,0
11	+ 5	+ 17	+ 15,4	+ 1,6
12	+ 1	+ 18	+ 16,8	+ 1,2
13	+ 1	+ 19	+ 18,2	+ 0,8
14	+ 2	+ 21	+ 19,6	+ 1,4
15	± 0	+ 21	+ 21,0	$\pm 0,0$
16	+ 1	$S' = + 22$	+ 22,4	- 0,4

Das Ergebnis der Prüfung einer vollkommenen Lochscheibe ist in Zahlentafel 14 aufgeführt.

Zahlentafel 14. Prüfung der Lochscheibe eines Teilkreises.

Lochzahl	Fehler beobachtet:			Fehler zulässig
	größter	kleinster	Summe	
16	+ 1,6	- 6,2	7,8	16,6
17	+ 2,6	- 7,2	9,8	18,8
18	+ 4,2	- 7,8	12,0	21,2
19	+ 4,3	- 8,0	12,3	23,0
20	+ 5,6	- 9,0	14,6	25,4
21	+ 3,1	- 8,9	12,0	27,4
23	+ 0,6	- 11,4	12,0	29,4
27	+ 9,0	- 2,7	11,7	31,8
31	+ 3,3	- 4,9	8,2	16,6
33	+ 3,6	- 1,6	5,2	18,8
37	+ 7,7	- 2,9	10,6	21,2
41	+ 6,4	- 5,1	11,5	25,4
43	+ 10,2	- 0,8	11,0	27,4
47	+ 15,7	- 6,3	22,0	29,4
49	+ 7,8	- 8,3	16,1	31,8

Die Fehler liegen also durchweg beträchtlich unter den zugelassenen Werten; im allgemeinen kann man rechnen, daß die durch fehlerhafte Lochlage verursachten Unsicherheiten unter $\pm 5''$, also der Hälfte des zugelassenen Wertes, bleiben. Wie die graphische Auftragung lehrt, rühren sie im wesentlichen von der Exzentrizität her, da sich die Beobachtungspunkte ohne Zwang durch eine Sinuslinie verbinden lassen. Die Lage der Exzentrizität ist aber bei den einzelnen Kreisen etwas verschieden, was nach dem Herstellungsverfahren leicht erklärlich ist.

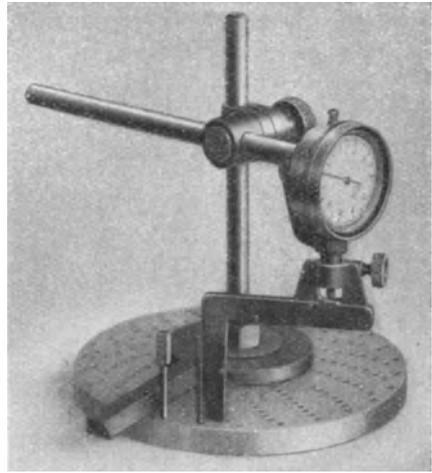


Fig. 80. Prüfung der Lochscheibe mittels Meßuhr.

b) Schneckenrad. Für die Prüfung des eigentlichen Teilkopfes muß von folgender Überlegung ausgegangen werden. Die Fehler können herrühren einmal von Unregelmäßigkeiten in der Teilung, Zahnstärke oder Zahnform des Schneckenrades und weiterhin von Unregelmäßigkeiten in der Schnecke. Gibt man dieser eine volle Umdrehung, so legt sich das Schneckenrad immer wieder an dieselbe Stelle der Schnecke; man

erhält also dann im wesentlichen die Fehler des Schneckenrades, und zwar unabhängig von den Fehlern des Lochkreises, da man die Raste immer wieder in dasselbe Loch einschnappen läßt. Dreht man die Schnecke aber immer nur um Bruchteile einer vollen Umdrehung, so kommen auch ihre Unregelmäßigkeiten zur Geltung. Selbstverständlich gehen hierbei auch die Fehler des benutzten Lochkreises mit ein. Dieses Verfahren entspricht etwa der Zerlegung der Fehler einer Meßschraube in fortschreitende und periodische. Die Bestimmung der Fehler geschieht nun dadurch, daß auf die Spindel e (Abb. 78 und 79) eine in $\frac{1}{1}^{\circ}$ geteilte Scheibe (Fig. 81) aufgesetzt und möglichst exzentrizitätsfrei mit Hilfe einer Meßuhr ausgerichtet wird. In Höhe der Achsenmitte stellt man

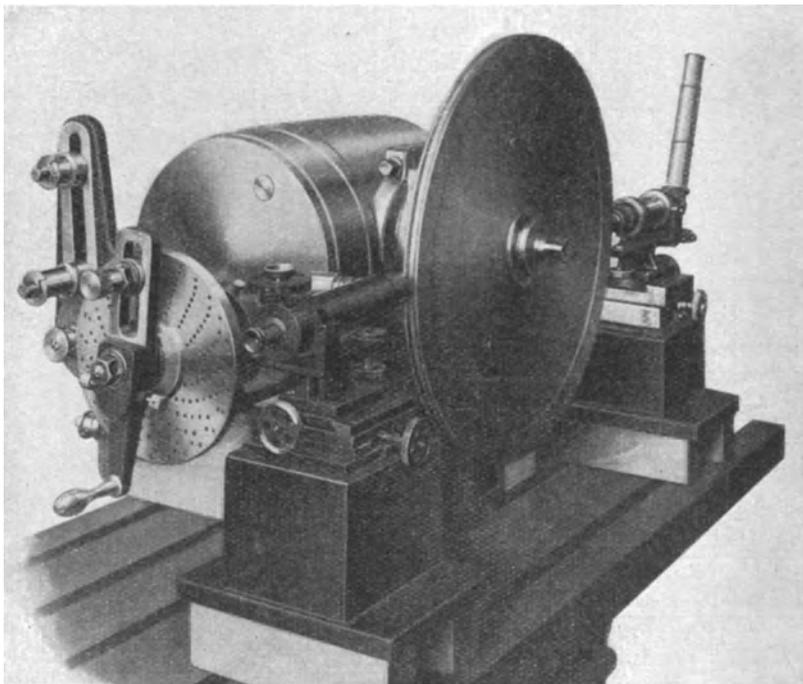


Fig. 81 Prüfung des Teilkopfes mit Hilfe von Meßmikroskopen und Teilscheibe.

dann (wie auf S. 42) zwei Ablesemikroskope auf (zwei Stück, um die etwa noch vorhandenen Exzentrizitätsfehler ausschalten zu können), die mit Okularschraubenmikrometern ausgerüstet sind. Die Einrichtung wird zweckmäßig gleichfalls so getroffen, daß 1 Skalenteil 1'' entspricht.

Für die Bestimmung der Fehler des Schneckenrades wird nun die Kurbel je einmal voll herumgedreht, wodurch sich die Scheibe um genau 9° drehen würde, falls der Teilkopf absolut fehlerfrei wäre. Es werden dann die Abstände der beiden im Gesichtsfelde der Mikroskope erscheinenden Striche von dem Nullpunkte der dort angebrachten Skala in Trommelteilen, unter den angegebenen Verhältnissen also in Winkelsekunden, bestimmt. Zweckmäßig stellt man bei Beginn der Meßreihe die beiden Mikroskope (mit Hilfe der eine kleine Neigung um eine wagerechte Achse bewirkenden Schraube) so ein, daß die Gradstriche der Teilscheibe etwa in der Mitte der Mikroskopskala liegen, um das leicht zu Irrtümern Veranlassung gebende Rechnen mit positiven und negativen Zahlen zu vermeiden.

Das Protokoll einer wirklich ausgeführten Beobachtung, zunächst für die Fehler des Schneckenrades, ist in Zahlentafel 15 mitgeteilt. In seinen einzelnen Spalten sind angeführt: die Zahl der Kurbeldrehungen und die Ablesung an den beiden um 180° einander gegenüberliegenden Mikroskopen in Sekunden. Aus der Summe der Ablesungen ist dann der am Fuß der Zahlentafel stehende Mittelwert berechnet, der sich bei jeder Ablesung hätte ergeben müssen, falls der Teilkopf völlig fehlerfrei gewesen wäre. Zieht man ihn von den einzelnen Beobachtungen ab, so erhält man die Korrekturen für die beiden Ablesungsreihen einzeln, und das Mittel aus ihnen gibt dann die exzentrizitätsfreie Korrektur. In den Unterschieden zwischen den Korrekturen links und rechts stecken noch die eigentlichen Beobachtungsfehler mit drin, so daß die größte zwischen beiden auftretende Differenz von 33 Sekunden nicht vollständig auf die Exzentrizität der Teilscheibe zu werfen ist.

Zahlentafel 15. Prüfung eines Teilkopfes; volle Umdrehungen der Schnecke.

Nr.	Linkes Mikroskop		Rechtes Mikroskop		Mittel
	Ablesung	Differenz	Ablesung	Differenz	
0	338	- 10	338	- 5	- 8
1	331	- 17	333	- 10	- 14
2	305	- 43	316	- 27	- 35
3	310	- 38	325	- 18	- 23
4	315	- 33	335	- 8	- 21
5	325	- 23	345	+ 2	- 11
6	323	- 25	343	± 0	- 13
7	316	- 32	340	- 3	- 18
8	329	- 19	351	+ 8	- 6
9	338	- 10	360	+ 17	+ 4
10	332	- 16	352	+ 9	- 4
11	347	- 1	365	+ 22	+ 11
12	347	- 1	363	+ 20	+ 10
13	362	+ 14	371	+ 28	+ 21
14	351	+ 3	360	+ 17	+ 10
15	357	+ 9	361	+ 18	+ 14
16	353	+ 5	353	+ 10	+ 8
17	340	- 8	340	- 3	- 6
18	330	- 18	326	- 17	- 18
19	338	- 10	332	- 11	- 11
20	347	- 1	340	- 3	- 2
21	340	- 8	330	- 13	- 11
22	345	- 3	335	- 8	- 6
23	355	+ 7	340	- 3	+ 2
24	354	+ 6	335	- 8	- 1
25	353	+ 5	335	- 8	- 2
26	354	+ 6	336	- 7	- 1
27	358	+ 10	338	- 5	+ 3
28	365	+ 17	340	- 3	+ 7
29	371	+ 23	347	+ 4	+ 14
30	376	+ 28	338	- 5	+ 12
31	377	+ 29	348	+ 5	+ 17
32	378	+ 30	353	+ 10	+ 20
33	374	+ 26	350	+ 7	+ 17
34	377	+ 29	353	+ 10	+ 20
35	379	+ 31	360	+ 17	+ 24
36	367	+ 19	349	+ 6	+ 13
37	360	+ 12	342	- 1	+ 6
38	340	- 8	334	- 9	- 9
39	344	- 4	334	- 9	- 7

Mittel: **348** **348**

Größte Fehler des Teiltrades + 24 - 35 (Drehrichtung rechts).

Für die Ablesung bei 0° ist bei der Berechnung das Mittel aus den beiden zu Anfang und zum Schluß der Messung beobachteten Werte genommen.

c) **Schnecke.** In ganz entsprechender Weise ist bei der Beobachtung um je $\frac{1}{9}$ Umdrehung verfahren. Beobachtungen und Rechnungen ergeben sich aus Zahlentafel 16.

Zahlentafel 16. Prüfung eines Teilkopfes; $\frac{1}{9}$ Umdrehungen der Schnecke.

Nr.	Linkes Mikroskop		Rechtes Mikroskop		Mittel
	Ablesung	Differenz	Ablesung	Differenz	
0	315	- 14	317	- 12	- 13
1	315	- 14	314	- 15	- 15
2	323	- 6	322	- 7	- 7
3	327	- 2	328	- 1	- 2
4	334	+ 5	335	+ 6	+ 6
5	337	+ 8	340	+ 11	+ 10
6	334	+ 5	338	+ 9	+ 7
7	338	+ 9	341	+ 12	+ 11
8	330	+ 1	331	+ 2	+ 2
Mittel:	329		329		

Größte Fehler der Schnecke + 11 - 15.

Danach ergeben sich folgende Verhältnisse:

Zahlentafel 17. Prüfung eines Teilkopfes; Gesamtergebnis.

	größter	kleinster
Fehler des Schneckenrades	+ 24	- 35
Fehler der Schnecke	+ 11	- 15
zusammen:	+ 35	- 50

Da im ungünstigsten Falle sich beide Fehler addieren können, so ist für die Beurteilung die Summe der Fehler des Schneckenrades und der Schnecke maßgebend. Die Fehler des betreffenden Teilkopfes bleiben also unter $\pm 1'$.

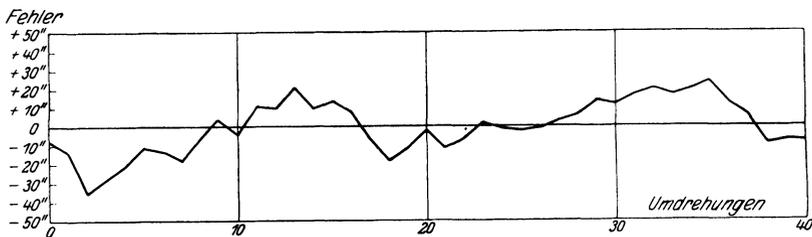


Fig. 82. Fehler des Schneckenrades eines Teilkopfes.

Da nun aber beim Herumdrehen in entgegengesetzter Richtung andere Verhältnisse auftreten können, so müssen hier dieselben Beobachtungen wiederholt werden. Dabei hat sich bisher stets herausgestellt, daß die Fehler bei Linksdrehung kleiner als bei Rechtsdrehung sind.

Das Ergebnis der Beobachtungen ist in Fig. 82 und 83 wiedergegeben. Die Fehler des Schneckenrades haben einen unregelmäßigen Verlauf, der sich nur in großen Zügen als Summe von Sinuslinien wiedergeben ließe, dagegen zeigen die Schneckenfehler im wesentlichen einen deutlichen sinusförmigen Verlauf, so daß man hier mit Recht von periodischen Fehlern sprechen kann. Einem größten

Fehler von $\pm 1'$ im ganzen oder je $\pm \frac{1}{2}'$ am Schneckenrad und der Schnecke würde bei der geprüften Konstruktion erst eine Abweichung von $\pm 0,067$ mm in der Dicke bzw. Gleichmäßigkeit der Schneckenradzähne bzw. des Schneckenwindes entsprechen.

Daß der Wert von $\pm 1'$ eine außerordentlich hohe, früher kaum oder nur ausnahmsweise erreichte Genauigkeit darstellt, tritt besonders klar hervor, wenn man die Abweichungen betrachtet, die dadurch bei zu teilenden Stücken von verschiedenen Durchmesser d auftreten. Da ein Winkel von $1'$ in Bogenmaß einem Wert von rund $3 \cdot 10^{-4}$ entspricht, so bedeutet $\pm 1'$ Winkelabweichung einen Teilungsfehler, am Umfang des Werkstückes gemessen, von $\pm 3 \cdot d \cdot 10^{-4}$ mm. Er beträgt also bei

$d =$	50	100	200	300	400	500 mm
	0,015	0,030	0,060	0,090	0,120	0,150 mm.

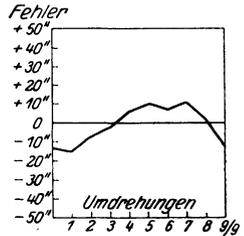


Fig. 83. Fehler der Schnecke eines Teilkopfes.

Der Fehler bewegt sich somit bei den kleineren Durchmessern in dem Bereich von etwa $\frac{3}{100}$ mm und tritt auch hier nur mit dieser Größe auf, wenn zufällig die größten Fehler von Schneckenrad und Schnecke zusammen kommen. Im Durchschnitt wird man deshalb wohl nur mit der Hälfte der angegebenen Zahlen zu rechnen brauchen.

Untersuchung von Zahnrädern¹⁾.

a) mit Teilscheibe. Ganz ähnlich verfährt man auch bei der Prüfung von Zahnrädern. Man setzt dazu Zahnrad und Teilscheibe auf eine gemeinsame Welle, die zwischen Spitzen gut gelagert wird (Fig. 84). Durch die Wirkung eines um die Welle geschlungenen Gewichtes legen sich die einzelnen Zahnflanken nacheinander jeweils mit demselben Druck gegen einen in ein Kugelsegment endenden Anschlag. Zum weiteren Drehen wird dieser herausgeklappt; er ist selbstverständlich so auszubilden, daß er nach dem Zurückschlagen immer wieder dieselbe Stelle einnimmt²⁾. Es wird dann genau so wie bei der Untersuchung der Teilköpfe verfahren, und zwar ist auch hier wieder in beiden Drehungsrichtungen zu beobachten.

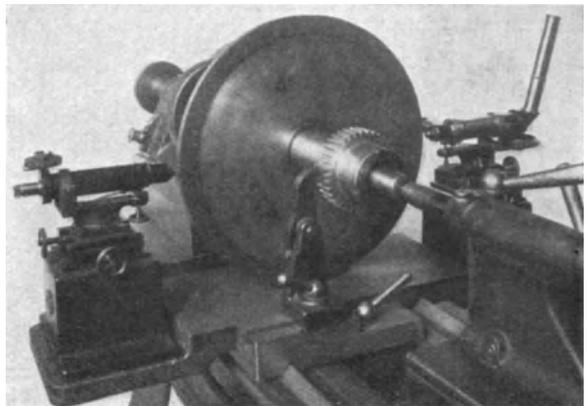


Fig. 84. Zahnradprüfung mit Teilscheibe.

¹⁾ Es sollen hier nur die Apparate zur Ermittlung der Teilungsfehler behandelt werden, welche auf eine Winkelmessung zurückgehen, während die auf Längenmessungen beruhenden (wie die Zahnstärkenschublehre, das Odontometer u. ä.) nicht erörtert werden.

²⁾ Ein auf diesem Prinzip beruhender Apparat wird von der Firma Fr. Krupp gebaut (s. M. Kurrein, Werkstattstechnik 17, 225, 1923); da hier aber nur ein Mikroskop vorgesehen ist, so werden die Exzentrizitätsfehler der Teilscheibe nicht ausgeschaltet.

Nachstehend sind in Zahlentafel 18 die in derselben Weise wie in Zahlentafel 15 berechneten Mittel der aus den Beobachtungen an beiden Mikroskopen bei einem Zahnrade mit 36 Zähnen erhaltenen Korrekturen (in Sekunden) mitgeteilt. Trägt man sie graphisch auf (Fig. 85, ausgezogene Zickzacklinie), so erkennt man deutlich einen sinusförmigen Verlauf, was auf das Vorliegen einer Exzentrizität hinweist.

b) Berechnung der Exzentrizität nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die Korrekturen werden sich demnach durch eine Gleichung der Form

$$\delta' = a' \cdot \sin(\varphi + \psi)$$

darstellen lassen, wo φ den "jeweiligen Drehwinkel und ψ den Wert von φ bedeutet, für den $\delta' = 0$ wird, d. h. der tatsächliche und der geometrische Drehpunkt auf einem Durchmesser liegen.

Die Gleichung werde in der Form geschrieben

$$\delta' = a \cdot \sin\varphi \cdot \cos\psi + a \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi = A \cdot \sin\varphi + B \cdot \cos\varphi,$$

$$\text{wo} \quad A = a \cdot \cos\psi, \quad B = a \cdot \sin\psi$$

$$\text{und somit} \quad \text{tg}\psi = B/A$$

ist. Die Ermittlung der Konstanten A und B erfolgt am besten mittels der Methode der kleinsten Quadrate, bei welcher die Konstanten so bestimmt werden, daß die Summe der Restfehlerquadrate ein Minimum wird. Die Fehler der einzelnen Beobachtungen sind nach Abzug der Exzentrizität:

$$\delta_1 - A \cdot \sin\varphi_1 - B \cdot \cos\varphi_1, \quad \delta_2 - A \cdot \sin\varphi_2 - B \cdot \cos\varphi_2, \dots$$

es muß also
$$\sum (\delta - A \cdot \sin\varphi - B \cdot \cos\varphi)^2$$
 ein Minimum werden.

Damit dies erfüllt ist, müssen die partiellen Differentialquotienten nach A und B gleich 0 werden. Es muß also sein

$$\sum \delta \cdot \sin\varphi - A \cdot \sum \sin^2\varphi - B \cdot \sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi = 0$$

$$\text{und} \quad \sum \delta \cdot \cos\varphi - B \cdot \sum \cos^2\varphi - A \cdot \sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi = 0.$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$A = \frac{\sum \delta \cdot \cos\varphi \cdot \sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi - \sum \delta \cdot \sin\varphi \cdot \sum \cos^2\varphi}{(\sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi)^2 - \sum \sin^2\varphi \cdot \sum \cos^2\varphi},$$

$$B = \frac{\sum \delta \cdot \sin\varphi \cdot \sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi - \sum \delta \cdot \cos\varphi \cdot \sum \sin^2\varphi}{(\sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi)^2 - \sum \sin^2\varphi \cdot \sum \cos^2\varphi}.$$

Wenn die Größe $\frac{360}{Z}$ (Z die Zähnezahl) ohne Rest in 90° teilbar ist, wird:

$$\sum \sin\varphi \cdot \cos\varphi = 0, \\ \sum \sin^2\varphi = \sum \cos^2\varphi = \frac{Z}{2}.$$

In diesem Sonderfalle wird also

$$A = \frac{\sum \delta \cdot \sin\varphi}{\sum \sin^2\varphi}, \quad B = \frac{\sum \delta \cdot \cos\varphi}{\sum \sin^2\varphi}.$$

Die Durchführung der Rechnungen für das geprüfte Zahnrad (mit $Z = 36$) ergibt:

$$A = -63,86; \quad B = +49,85,$$

woraus folgt $\operatorname{tg} \psi = -0,7807; \quad \psi = -38^\circ;$

$$a = -81,035$$

es wird somit $\delta' = -63,86 \cdot \sin \varphi + 49,85 \cdot \cos \varphi$

oder $\delta' = -81 \cdot \sin(\varphi - 38^\circ),$

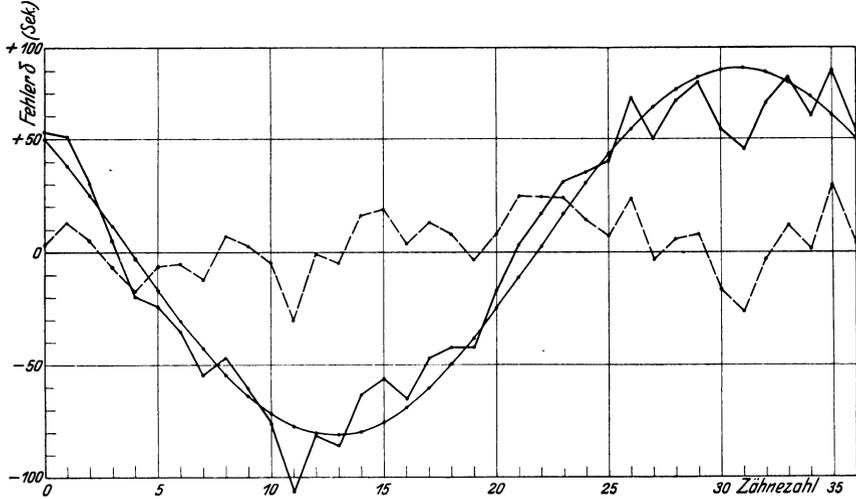


Fig. 85. Fehler eines Zahnrades, berechnet nach der Methode der kleinsten Quadrate.

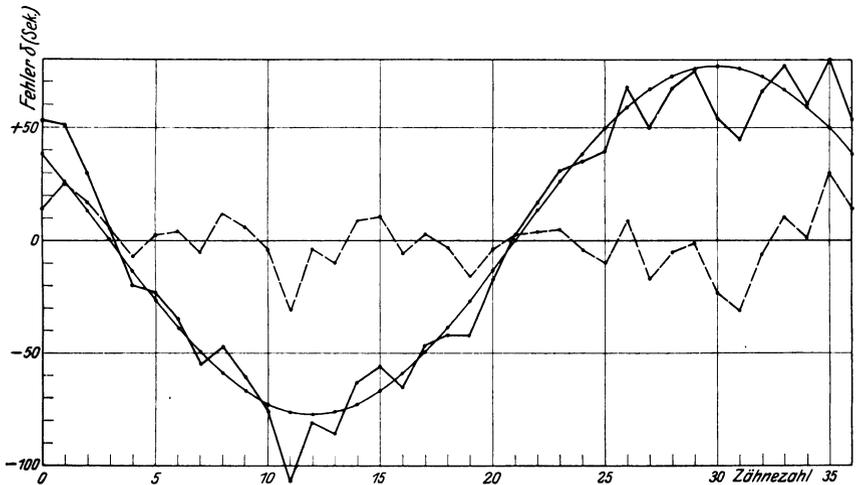


Fig. 86. Fehler eines Zahnrades, graphisch ausgeglichen.

wobei für φ die Werte $10^\circ, 20^\circ \dots 360^\circ$ einzusetzen sind. Die damit berechneten Werte sind in der 5. Spalte der Zahlentafel 18 vermerkt (Fig. 85 ausgezogene Sinuskurve). Zieht man die Werte von δ' von den beobachteten δ ab, so gibt die Differenz $\delta - \delta'$ (6. Spalte) die Fehler, welche allein von der Ungleichförmigkeit der Teilung Zahnstärke und Zahnform herrühren (Fig. 85 gestrichelte Kurve).

Zahlentafel 18. Prüfung eines Zahnrades.

Zähne- zahl Z	Korr. (beob.) δ	Ausgleich nach der Methode der kleinsten Quadrate				Ausgleich durch ein- gezeichnete Sinuslinie	
		$\varphi + \psi$	$\sin(\varphi + \psi)$	δ'	$\delta - \delta'$	δ'	$\delta - \delta'$
1	+ 51"	- 28°	- 0,4695	+ 38,0"	+ 13,0"	+ 26,3	+ 25
2	+ 30"	- 18°	- 0,3090	+ 25,0"	+ 5,0"	+ 13,4	+ 17
3	+ 5"	- 8°	- 0,1392	+ 11,3"	- 6,3"	0	+ 5
4	- 20"	+ 2°	+ 0,0349	- 2,8"	- 17,2"	- 13,4	- 7
5	- 23"	+ 12°	+ 0,2079	- 16,9"	- 6,9"	- 26,3	+ 3
6	- 35"	+ 22°	+ 0,3746	- 30,4"	- 5,1"	- 38,5	+ 4
7	- 55"	+ 32°	+ 0,5299	- 42,9"	- 12,1"	- 49,5	- 5
8	- 47"	+ 42°	+ 0,6691	- 54,2"	+ 7,2"	- 59,0	+ 12
9	- 61"	+ 52°	+ 0,7880	- 63,8"	+ 2,8"	- 66,7	+ 6
10	- 76"	+ 62°	+ 0,8830	- 71,5"	- 4,5"	- 72,4	- 4
11	- 107"	+ 72°	+ 0,9511	- 77,1"	- 29,9"	- 75,8	- 31
12	- 81"	+ 82°	+ 0,9903	- 80,2"	- 0,8"	- 77,0	- 4
13	- 86"	+ 92°	+ 0,9994	- 81,0"	- 5,0"	- 75,8	- 10
14	- 63"	+ 102°	+ 0,9782	- 79,2"	+ 16,2"	- 72,4	+ 9
15	- 56"	+ 112°	+ 0,9272	- 75,1"	+ 19,1"	- 66,7	+ 11
16	- 65"	+ 122°	+ 0,8481	- 68,7"	+ 3,7"	- 59,0	- 6
17	- 47"	+ 132°	+ 0,7431	- 60,2"	+ 13,2"	- 49,5	+ 3
18	- 42"	+ 142°	+ 0,6157	- 49,9"	+ 7,9"	- 38,5	- 3
19	- 42"	+ 152°	+ 0,4695	- 38,0"	- 4,0"	- 26,3	- 16
20	- 17"	+ 162°	+ 0,3090	- 25,0"	+ 8,0"	- 13,4	- 4
21	+ 3"	+ 172°	+ 0,1392	- 11,3"	+ 14,3"	0	+ 3
22	+ 17"	+ 182°	- 0,0349	+ 2,8"	+ 14,2"	+ 13,4	+ 4
23	+ 31"	+ 192°	- 0,2079	+ 16,9"	+ 14,1"	+ 26,3	+ 5
24	+ 35"	+ 202°	- 0,3746	+ 30,4"	+ 4,6"	+ 38,5	- 4
25	+ 40"	+ 212°	- 0,5229	+ 42,9"	- 2,9"	+ 49,5	- 10
26	+ 68"	+ 222°	- 0,6691	+ 54,2"	+ 13,8"	+ 59,0	+ 9
27	+ 50"	+ 232°	- 0,7880	+ 63,8"	- 13,8"	+ 66,7	- 17
28	+ 67"	+ 242°	- 0,8830	+ 71,5"	- 4,5"	+ 72,4	- 5
29	+ 75"	+ 252°	- 0,9511	+ 77,1"	- 2,1"	+ 75,8	- 1
30	+ 54"	+ 262°	- 0,9903	+ 80,2"	- 26,2"	+ 77,0	- 23
31	+ 45"	+ 272°	- 0,9994	+ 81,0"	- 36,0"	+ 75,8	- 31
32	+ 66"	+ 282°	- 0,9782	+ 79,2"	- 13,2"	+ 72,4	- 6
33	+ 77"	+ 292°	- 0,9272	+ 75,1"	+ 1,9"	+ 66,7	+ 10
34	+ 60"	+ 302°	- 0,8481	+ 68,7"	- 8,7"	+ 59,0	+ 3
35	+ 80"	+ 312°	- 0,7431	+ 60,2"	+ 19,8"	+ 49,5	+ 30
36	+ 53"	+ 322°	- 0,6157	+ 49,9"	+ 3,1"	+ 38,5	+ 14

Der größte Fehler ohne Abzug der Exzentrizität ergibt sich, da das Zahnrad einen Durchmesser von 114 mm und die Teilscheibe von 411,7 mm hatte und bei dieser einem Winkel von 1" die Strecke 1μ entspricht, zu

$$107 \cdot 114/411,7 = 30 \mu.$$

Auf die angegebenen Ausführungsfehler entfallen davon

$$36 \cdot 114/411,7 = 10 \mu,$$

während 20μ , also das Doppelte auf Rechnung der Exzentrizität kommt. Ihr Betrag e berechnet sich zu

$$e = 81 \cdot 114/411,7 = 22 \mu$$

Man kann ihn auch aus der früher abgeleiteten Formel

$$e = R \cdot \delta \varphi / \sin \varphi = 57 \cdot 81 \cdot 4,85 \cdot 10^{-6} / 1 = 22 \mu$$

erhalten. Es liegt also eine Abweichung des tatsächlichen Drehpunktes von dem geometrischen um rund $\frac{2}{100}$ mm vor.

Um ein vollständiges Urteil über die Genauigkeit des Zahnrades zu haben, müssen die Beobachtungen an anderen Punkten der Zahnflanken, sowohl in radialer wie in dazu senkrechter Richtung wiederholt werden.

c) **Graphische Bestimmung der Exzentrizität.** Für die Praxis ist die Eliminierung der Exzentrizität nach der Methode der kleinsten Quadrate im allgemeinen zu umständlich. Genügend genau kommt man zum Ziele, wenn man durch die Beobachtungen (Fig. 86, ausgezogene Zickzackkurve) zunächst eine Sinuskurve legt, die sich den Beobachtungen möglichst gut anpaßt und die Stelle aufsucht, an welcher sie die Nulllinie schneidet, was in diesem Falle bei Zahn 3 und 21 geschieht. Durch diese legt man dann eine Sinuslinie derart, daß die von ihr und den Beobachtungen eingeschlossnen Flächen zu angenähert gleichen Teilen ober- und unterhalb der Sinuslinie fallen. Am besten läßt sich dies durchführen, wenn man (bei konstanter Länge der Abszissenachse) auf durchsichtiges Papier oder Zelluloid Sinuslinien verschiedener Amplituden zeichnet und sieht, welche von ihnen jener Bedingung am besten entspricht. Aus der Figur entnimmt man dann die Ordinaten δ' der Sinuslinie für die einzelnen Zähne und zieht diese wieder von δ ab, wie das in den beiden letzten Spalten der Zahlentafel 18 durchgeführt ist. Die hierbei gefundene Übereinstimmung $\psi = -30^\circ$ (statt 38°) und $a = -77$ (statt -81) ist vollständig ausreichend.

Geht Z nicht ohne Rest in 360 auf, so ändert sich die Rechnung zu Anfang etwas. Man muß dann für die einzelnen Zähne ausrechnen, um wie viel die Mikroskopablesung von dem nächsten Teilstrich hätte abstehen müssen. Diese

Werte, die man für die einzelnen Zahnräder ein für allemal in Zahlentafeln niederlegt, sind dann zunächst von den Beobachtungen abzuziehen und mit diesen Differenzen ist darauf die Rechnung genau so durchzuführen, wie vorher auseinandergesetzt wurde.

d) **Teilkreisprüfer.** Um dies zu vermeiden, verfährt die Firma Carl Zeiß, Jena, so, daß auf einem ungeteilten Kreise von 411,7 mm Durchmesser die den Anlagen der einzelnen Zähne entsprechenden Stellungen mit einem Stichel aufgeritzt werden, wie dies aus Fig. 87 zu ersehen ist. Man nimmt dann den so geteilten Kreis auf den in Fig. 88 dargestellten Apparat und ermittelt nun in der bei der Untersuchung von Teilkreisen geschilderten Weise die Fehler der durch die einzelnen Teilstriche begrenzten Intervalle und damit die des Zahnrades. Man bedarf also hierzu noch eines besonderen kostspieligen Apparates, während der geteilte Kreis und die beiden Mikroskope, welche zu der vorher geschilderten Methode benötigt wurden, doch meist schon (z. B. zur Untersuchung von Teilköpfen) vorhanden sind. Ferner muß noch besondere Sorgfalt auf die Ausschaltung der Exzentrizität verwendet werden, da sie bei der Kupplung des Kreises mit dem Zahnrade und nach seinem Einbau in den Prüfapparat im allgemeinen verschiedene Werte haben wird; die genaue Justierung, für die ein empfindlicher Fühlhebel vorgesehen ist, erfordert ziemliche Zeit. Andererseits hat man aber den Vorteil, von dem Fehler des Teilkreises unabhängig zu sein und ein verhältnismäßig schnell herzustellendes objektives Dokument zu erhalten, das man zur beliebigen Zeit ausmessen kann. Auf dem Kreise vermag man bis zu 45 Teilungen anzubringen, bevor ein Abdrehen

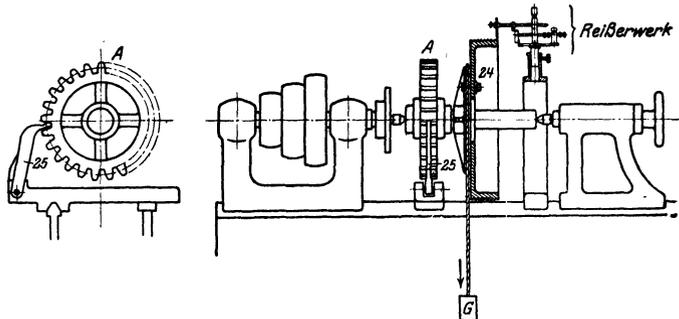


Fig. 87. Zahnradprüfung durch Kopieren der Teilung.

erforderlich wird. Läßt man — was ohne weiteres statthaft — einen Fehler von $1\ \mu$ zu, so kann man den Kreis um 4 mm abdrehen, ehe man berücksichtigen muß, daß $1\ \mu$ Ablesung im Mikroskop nicht mehr $1''$ entspricht. Es wäre noch zu be-

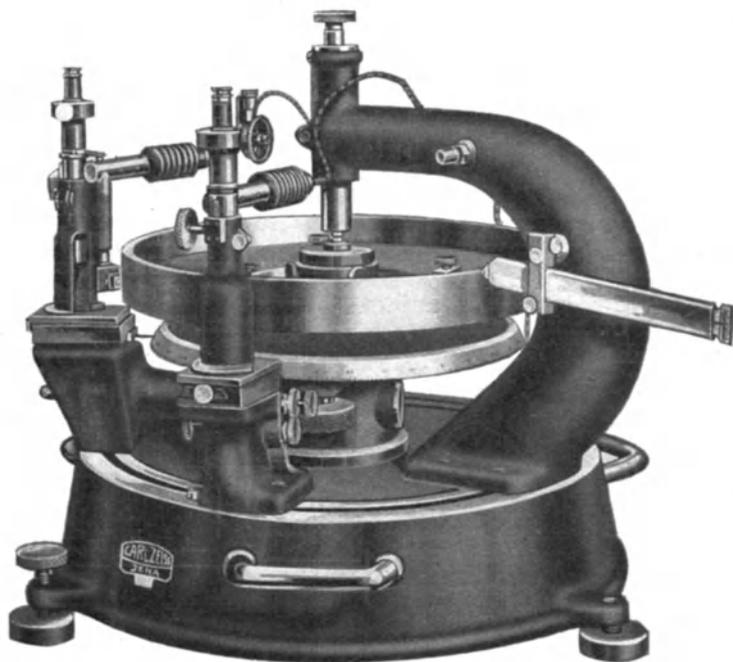


Fig. 88. Teilkreisprüfapparat.

fürchten, daß die bei der Prüfung in der Werkstatt selbst hergestellten Striche für eine mikroskopische Beobachtung zu grob sind. Die dadurch etwa auftretenden Schwierigkeiten werden indessen durch eine besondere Ablesemarke auf der Strichplatte des Mikroskopes vermieden, die in Fig. 89 wiedergegeben ist.

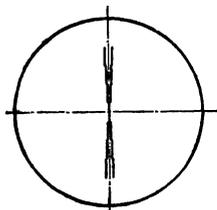


Fig. 89. Strichplatte der Mikroskope des Teilkreisprüfapparates.

e) **Apparat des National Physical Laboratory.** Während bei den beiden vorher geschilderten Verfahren jeder Zahn zur Anlage gebracht und dann der dazugehörige Drehwinkel bestimmt wird, geht das National Physical Laboratory¹⁾ umgekehrt vor, indem jedesmal das Zahnrad um den theoretischen Wert gedreht und darauf die Stellung des Zahnes beobachtet wird. Das Zahnrad wird auch hier zwischen Spitzen aufgenommen und mit einer Scheibe gekuppelt, welche einen um dieselbe Achse schwenkbaren und an ihr in beliebiger Stellung zu befestigenden längeren Arm hat. Dieser legt sich mit seinem kugelförmigen Ende gegen eine von einem Ausleger getragene feste, sauber bearbeitete Platte. Der gewünschte Drehwinkel wird erhalten, indem man an diese Endmaße ansprengt und den (festgeklebten) Arm und damit auch das Zahnrad so lange dreht, bis jener sich auf die Endmaße auflegt. Für die nächste Beobachtung wird der Arm (bei festgehaltenem Zahnrad) wieder zur Anlage an die feste Platte gebracht und dann wie vorher verfahren.

¹⁾ National Physical Laboratory, Report for the year 1922, S. 117.

Die jeweilige Stellung der einzelnen Zähne wird mit einem in drei zueinander senkrechten Richtungen verschiebbaren empfindlichen Fühlhebel beobachtet; auf diese Weise ergeben sich die Teilungsfehler. Die Bestimmung der Exzentrizität erfolgt anscheinend in ähnlicher Weise, wie vorher auseinandergesetzt.

Es sei noch erwähnt, daß auch die übrigen für die Benutzung eines Zahnrades wichtigen Größen mit dem Apparat untersucht werden. So wird die genaue Zahnform durch Abtasten mit einem sehr sorgfältig gebauten Pantographen von 50facher Vergrößerung auf eine berußte oder mit Anilinfarbe bedeckte Glasplatte übertragen, wobei sich sehr feine Linien ergeben. Beim Übergang zum nächsten Zahn wird auch die Platte jedesmal um ein kleines Stück seitlich verschoben, so daß die verschiedenen Kurven dicht nebeneinanderliegen und die etwaigen Unregelmäßigkeiten leicht beobachtet werden können. Die Parallelität der Zähne zur Achse wird durch Verschiebung des Fühlhebels parallel zur Achse bestimmt. Um die radiale Symmetrie der Zähne zu ermitteln, wird nach der Aufnahme des Profils mit dem Pantographen das Rad zwischen den Spitzen umgedreht und darauf das Profil desselben Zahnes gezeichnet, wodurch ein etwaiger Fehler verdoppelt wird. Schließlich wird noch der Teilkreisdurchmesser durch Vergleich eines aufgezichneten Zahnprofils mit der Aufzeichnung eines glatten Zylinders von

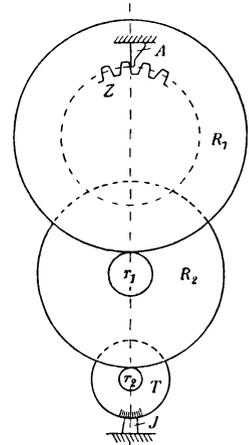


Fig. 90. Schema des Zahnradprüfapparates nach Göpel.

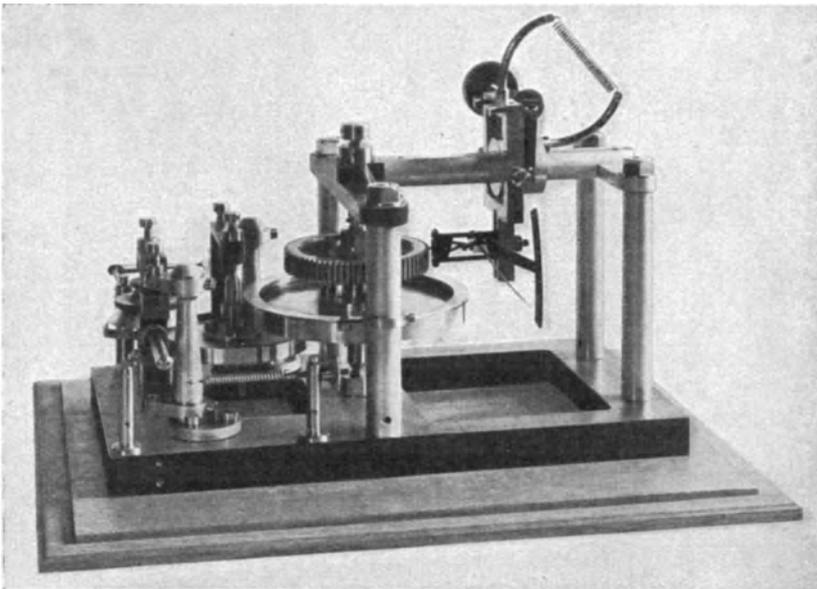


Fig. 91. Zahnradprüfapparat nach Göpel.

bekanntem Durchmesser bestimmt, der zwischen dieselben Spitzen eingespannt wird.

f) **Apparat der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.** Zur Untersuchung kleinerer Zahnräder bis 150 mm Durchmesser hat Göpel¹⁾ einen Apparat angegeben, der auf der Anwendung des Meßrades beruht und in Fig. 90 schematisch, in Fig. 91 in Ansicht dargestellt ist. Es wird dabei das zu untersuchende Zahnrad Z (Fig. 90) mit einer genau zylindrischen, sorgfältig geschliffenen Scheibe R_1 aus naturhartem Stahl gekuppelt, auf der, durch die gleichfalls aus Zylindern bestehenden Übertragungen r_1 , R_2 , das Meßbrädchen r_2 abrollt. Seine Stellung wird an dem Index J abgelesen, wenn jedesmal ein Zahn gegen den Anschlag A anliegt, welcher von dem Meßbolzen eines Fühlhebels gebildet wird, der dabei immer denselben Ausschlag zeigen muß. Da das Abrollverfahren eine sehr große relative Genauigkeit gibt, so erhält man sehr zuverlässige Werte. In dem für die Physikalisch-Technische Reichsanstalt gebauten

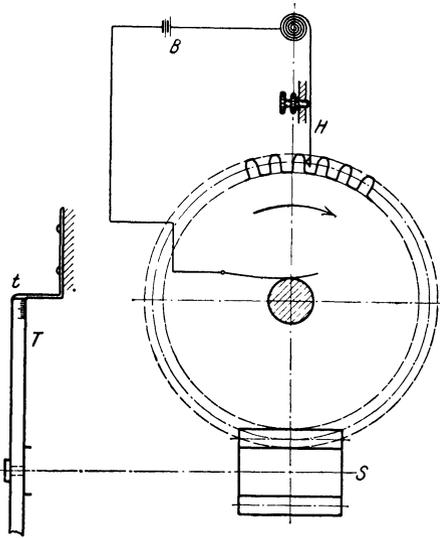


Fig. 92. Prüfung von Zahnrädern mittels Schnecke.

methode etwas vereinfachen. Man setzt dabei auf die Schneckenachse S (s. Fig. 92) eine Scheibe T , die nur einen Hauptstrich und beiderseits einige Teilstriche von je 1 mm Abstand trägt; ihre Stellung ist an einem Zeiger t abzulesen. Die Lage der einzelnen Zahnflanken wird durch einen ausklappbaren Fühlhebel, ähnlich wie bei dem Apparat von Göpel, angegeben. Man dreht jeweils die Schnecke, bis der Fühlhebel nach Anlage an den nächsten Zahn wieder auf 0 einspielt, und liest dabei die Stellung der Scheibe ab. Bedeutet D den Durchmesser der Scheibe T ; t die Teilung des Zahnrades, δ seine Teilungsfehler; e die Ablesungen an der Scheibe T (nach Abzug der Ablesung für den ersten Zahn), so verhält sich

$$(D \cdot \pi) : t = (D \cdot \pi \pm e) : (t \pm \delta),$$

woraus folgt

$$\delta = t \cdot e / (D \cdot \pi).$$

Bezeichnet man noch den Teilkreisdurchmesser der Zahnrades mit d , die Zähnezahln mit Z , so wird $t = d \cdot \pi / Z$ und damit $\delta = \frac{e \cdot d}{Z \cdot D}$.

¹⁾ F. Göpel: Werkstattstechnik 7, 643, 679, 1913.

Apparat ist die Übersetzung der beiden Reibungseingriffe zu 1:10 gewählt, so daß man am Index noch 10^{-5} in Bogenmaß abliest. Die Reibungseingriffe sind (zwischen Spitzen) in schwenkbaren Hebeln gelagert, so daß sie durch Spiralfedern immer mit dem nötigen Druck gegen R_1 gedrückt werden. Voraussetzung für zuverlässiges Arbeiten ist, daß alle Achsen genau parallel justiert sind, was man dadurch prüft, daß eine genau planparallele Platte, die unter Druck zwischen die eingreifenden Zylinderflächen gebracht wird, über die ganze Zylinderfläche gleichmäßige Reibung zeigt. Auch bei der Prüfung von Zahnrädern mit diesem Apparat hat sich herausgestellt, daß weit aus die größten Fehler von ihrer Exzentrizität herrühren.

g) **Kuppelung mit Schnecke.** Wenn man das Zahnrad mit einer Schnecke kuppeln kann, so läßt sich die Prüf-

Wählt man den Durchmesser D so, daß $d/(Z \cdot D)$ etwa gleich $1/100$ wird, so bedeutet jedes Millimeter Ableseung an der Teilscheibe $1/100$ mm Fehler in der Teilung. Da man $1/10$ mm noch schätzen bzw. auf einem Nonius leicht ablesen kann, so erhält man auf diese Weise eine Ablesegenauigkeit von 1μ . Die Meßgenauigkeit ist aber geringer und wird etwa auf $3 \div 5 \mu$ anzusetzen sein, da man immer mit einem gewissen, wenn auch geringen, axialen Spiel der Schnecke rechnen muß. Bei diesem Verfahren ist gewissermaßen die optische Vergrößerung des Mikroskopes durch die Übersetzung der Schnecke ersetzt.

Von J. Luserke¹⁾ ist dieses Verfahren noch weiter zu einer Schnellablesung ausgebildet. Statt des Fühlhebels benutzt er einen federnden Hebel H (Fig. 92), der bei Anlage an die Flanken den Stromkreis einer Batterie B von 4 Volt schließt, in den eine kleine Glühlampe eingeschaltet ist. Hierbei wird die Schnecke kontinuierlich gedreht und die Stellung der Scheibe T im Augenblick des Aufblitzens der kleinen Glühlampe beobachtet, das dann eintritt, wenn der Hebel H gerade die Flanken berührt. Dieser muß selbstverständlich entsprechend gedämpft sein, um bei dem Übergleiten über die einzelnen Zähne nicht in Schwingungen zu geraten. Statt der Glühlampe, die immer eine gewisse Trägheit hat, wird es sich empfehlen, in den Stromkreis (von entsprechend höherer Spannung) ein Helium- oder Neonrohr zu legen. Da es darauf ankommt, die Stellung gerade im Augenblick des Aufblitzens abzulesen, so wird man sich hier mit Schätzung von $1/4$ Intervall begnügen müssen, was unter den angegebenen Verhältnissen immerhin eine Ablesegenauigkeit von $2^{1/2} \mu$ bedeutet und für die meisten praktischen Zwecke ausreichend ist. Man gewinnt dadurch den Vorteil eines wesentlich schnelleren Arbeitens.

h) Optischer Zahnradprüfer²⁾. Ein (gleichfalls recht schnell arbeitender) optischer Zahnradprüfer ist von der Firma Zeiß konstruiert, dessen optische Einrichtung in Fig. 93 wiedergegeben ist. Die von zwei Punkten ausgehenden Strahlen werden durch zwei verschiebbare Halbobjektive parallel gemacht und (durch Vermittlung von Prismen) dem Objektiv des Beobachtungsmikroskops zugeführt. Auf diese Weise entstehen von dem Zahn eines Zahnrades in der Bildebene zwei Bilder, die sich je nach den gegenseitigen Lagen der beiden Halbobjektive mehr oder minder überdecken. Verschiebt man beide mit Hilfe von Mikrometerschrauben, so daß sie sich zu einem Vollobjektiv ergänzen, so erhält man ein Bild des betreffenden Zahnes, wie es in Fig. 94 dargestellt ist. Entfernt man nun die beiden Objektive voneinander, so rücken auch die beiden Bilder auseinander, wobei sie sich teilweise überdecken (Fig. 95 bis 98); die Spitze des so gebildeten Kernschattens ist der Schnittpunkt zweier benachbarter Flanken; ihre Lage wird demgemäß von der Zahnstärke abhängen. Man hat also nur nötig, die Spitze bei dem ersten Zahn

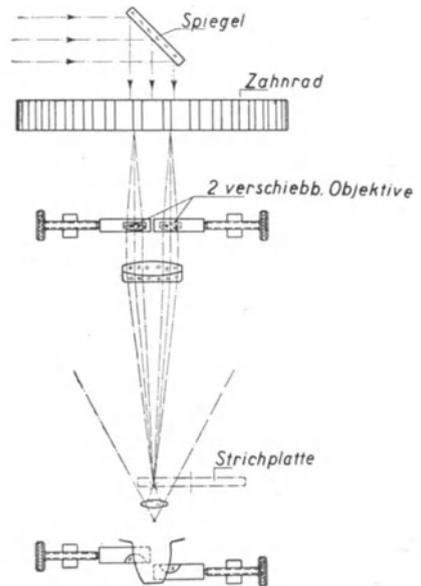


Fig. 93. Optische Einrichtung des Zahnradprüfers.

¹⁾ J. Luserke: Werkzeugmaschine 26, 527, 1922.

²⁾ A. Steinle: Werkstattstechnik 18, 169, 1924.

durch Betätigung der Mikrometerschrauben auf eine der beiden Spirallinien (z. B. die obere in Fig. 95) zu bringen, wobei man darauf zu achten hat, daß sie in Verlängerung des mittleren zur Spirale senkrechten Radialstriches liegt, das Zahnrad vor dem Mikroskop vorbeizudrehen und zu sehen, wie weit die Spitzen der von den einzelnen Zähnen herrührenden Kernschatten hierbei ihre Lage gegen die Spirallinie ändern (dabei muß die Spitze jedesmal wieder auf der Verlängerung

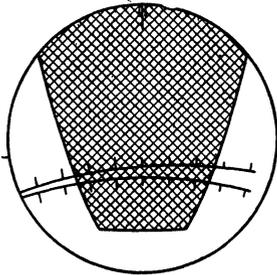


Fig. 94.
Gesichtsfeld des
Zahnradprüfers.

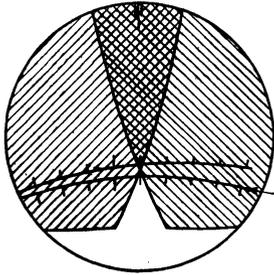


Fig. 95.
Gesichtsfeld des Zahnradprüfers bei Benutzung der
Toleranzspiralen.

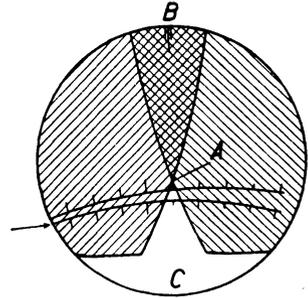


Fig. 96.

desselben Radialstriches liegen). Stellt man nun jedesmal die Spitze durch symmetrisches Verschieben der Halbobjektive wieder auf die Spirallinie ein, so kann man auf diese Weise die einzelnen Teilungsfehler zahlenmäßig feststellen; dabei entspricht 1 Skalenteil der Mikrometerschrauben einem Fehler von $\frac{1}{100}$ mm am Zahn, senkrecht zu seiner Symmetrielinie gemessen. Meist wird man sich indessen mit der Feststellung begnügen, ob die Abmessungen die zugelassenen Toleranzen

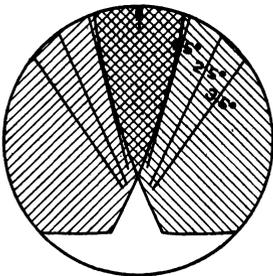


Fig. 97.
Gesichtsfeld des Zahnradprüfers bei Benutzung
der Tangenteneinschließung.

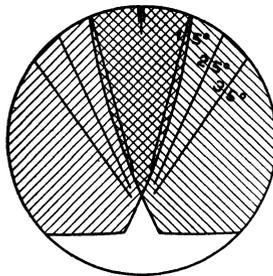


Fig. 98.

überschreiten oder nicht. Dazu bringt man die Spitze des Kernschattens beim ersten Zahn etwa auf die Mitte zwischen den beiden Toleranzspiralen (Fig. 95). Die zulässige Toleranz stellt man durch Drehen derselben ein, und zwar derart, daß der verlängerte Radialstrich der Spiralen, welcher die gewünschte Toleranz angibt, zwischen die beiden Doppelstriche B (Fig. 96) zu liegen kommt. Der Abstand der beiden Spiralen steigt von Strich zu Strich um etwa $\frac{1}{100}$ mm. Man hat dann nur darauf zu achten, ob die Kernschattenspitze beim Drehen des Zahnrades immer innerhalb der Toleranzspirale bleibt oder nicht (wobei sie selbstverständlich jedesmal wieder in der Verlängerung des Radialstriches liegen muß).

Dieses Meßverfahren kann aber (genau so wie die früher geschilderten, der punktförmigen Berührung wegen) durch Unebenheiten der Zahnflanken, wie sie beim Fräsen und Schleifen entstehen, beeinflußt werden. Es ist deshalb noch ein zweites Meßverfahren vorgesehen, bei dem man nicht die Spitze des Kernschattens beobachtet, sondern eine linienförmige Berührung benutzt, indem man an seine Flanken zwei Tangenten legt. Dazu dreht man die Strichplatte, bis die Schenkel

eines der Zahnstärke entsprechenden Winkels den Kernschatten tangieren (s. Fig. 97), bzw. ändert seine Breite mit Hilfe der Mikrometerschrauben so lange, bis dies der Fall ist. Dreht man jetzt das Zahnrad wieder, so macht sich ungleichmäßige Teilung durch einen Lichtspalt zwischen den Flanken des Kernschattens und den Winkelschenkeln oder durch ein Hineinwandern dieser in den Raum des Kernschattens bemerkbar (Fig. 98). Die Abweichung kann gleichfalls durch die Mikrometerschrauben gemessen werden, indem man die Breite des Kernschattens so lange ändert, bis er die Schenkel wieder tangiert.

Das Gerät gestattet schließlich auch noch festzustellen, ob die Zähne radial stehen. War der Fräser bei der Herstellung nicht genau auf Mitte der Radachse eingestellt, wie in Fig. 99, so stehen die Zähne schief, wenn das Zahnrad so gedreht wird, daß die Mitte des Zahnes auf einem Durchmesser liegt. Um diesen Fehler zu ermitteln, werden die Halbbobjektive so weit von einander entfernt, daß ein Bild wie in Fig. 100 entsteht, die Flanken sich also nahe am Kopfkreise schneiden. Darauf wird das Mikroskop verschoben und die beiden Halbbobjektive so weit voneinander entfernt, bis der Schnittpunkt der Flanken (wie in Fig. 101) nahe dem Fußkreise liegt.

Bei seitlich versetzten Zähnen bleibt er dann nicht auf einer der beiden senkrechten Linien, sondern rückt seitlich ab. Die Größe des Fehlers bestimmt man dadurch, daß man eine der Linien 0,05–0,8 der Strichplatte Fig. 102 so einstellt, daß der zwischen ihnen befindliche kurze Strich innerhalb des Doppelstriches zu liegen kommt, und diejenige Linie aufsucht, bei welcher der Schnittpunkt der Flanken in den beiden vorher angegebenen Stellungen auf ihr bleibt, wie in Fig. 103 und 104.

Die Bezifferung des betreffenden Striches gibt unmittelbar die Seitenversetzung des Zahnes in Millimetern; die Genauigkeit dieser Bestimmung beträgt im Durchschnitt 0,05 mm.

Der äußere Aufbau des optischen Zahnradprüfers ist aus Fig. 105 und 106 ersichtlich. Ein gußeisernes Bett trägt die Achse 5, auf welche

das zu prüfende Zahnrad 4 mit einer genau laufenden Zwischenbuchse aufgesetzt wird. Durch das Handrad 16 kann es in der Höhe verstellt werden, bis seine untere Stirnfläche scharf in dem Mikroskop erscheint. Dieses wird mit dem Schlitten 13 verschoben und durch den Spiegel 6 beleuchtet; das Handrad 18 bewirkt die Drehung des Zahnrades bei der Prüfung. Die Messungen erfolgen mittels der Mikrometerschrauben 19 und 21.

Der ganze Schlitten mit dem Mikroskop kann von dem Bett abgenommen, auf eine runde Säule aufgesteckt und so an jeder Fräsbank oder Zahnradfräs-

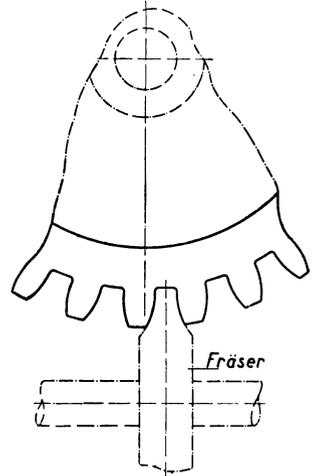


Fig. 99. Falsche Stellung des Fräasers.

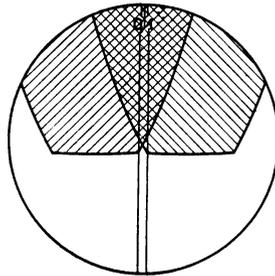


Fig. 100.

Gesichtsfeld des Zahnradprüfers bei der Messung seitlich versetzter Zähne.

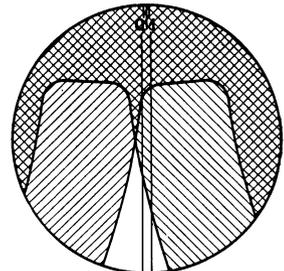


Fig. 101.

maschine benutzt werden, um, wenn gewünscht, die Räder sofort bei der Herstellung zu prüfen.

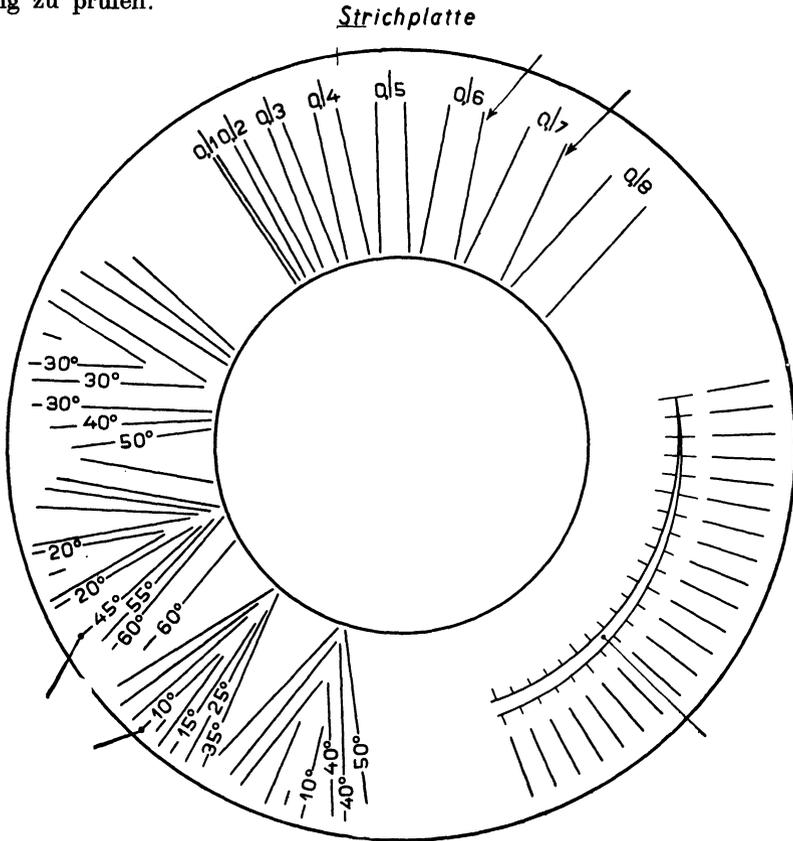


Fig. 102. Strichplatte des Zahnradprüfers.

Der optische Zahnradprüfer ist für Räder von $90 \div 400$ mm Außendurchmesser und Modul $0,25 \div$ Modul 15 zu verwenden.

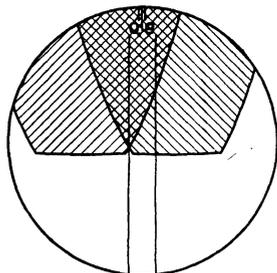


Fig. 103. Gesichtsfeld des Zahnradprüfers bei der Messung seitlich versetzter Zähne.

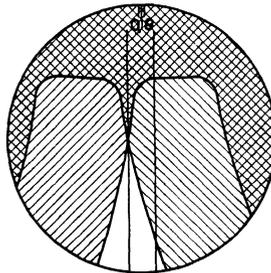


Fig. 104.

Neuerdings wird dieses Gerät mit einer Zusatzeinrichtung ausgerüstet, um auch Räder mit Zapfen, Kegelräder und kleine Räder untersuchen zu können. Jene besteht aus einem Aufsatz mit zwei Spitzenböcken, der ähnlich wie ein Zahnrad auf den Radträger gespannt wird. Die Zapfen der zu prüfenden Räder werden zwischen seinen Spitzen aufgenommen, während die Drehung mittels

Schnecke und Schneckenrad vom oberen Spitzenbock aus erfolgt (Fig. 107). Für Kegelräder und Räder unter 40 mm Durchmesser wird der obere Spitzen-

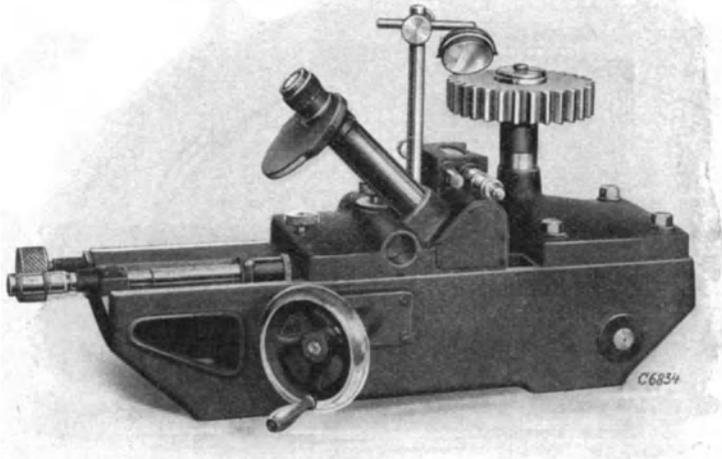


Fig. 105. Optischer Zahnradprüfer.

bock gegen die in Fig. 108 wiedergegebene Einrichtung ausgewechselt und ihr Spannbogen so weit geschwenkt, bis die Mantellinie des Ergänzungskegels senkrecht zur optischen Achse steht, wobei die Einstellung nach der am Spannbogen befindlichen Gradteilung erfolgt. Sitzen die Zähne des zu prüfenden Rades dicht an der Achse, so wird vor die beiden Halbobjektive noch ein Hilfsprisma gesetzt.

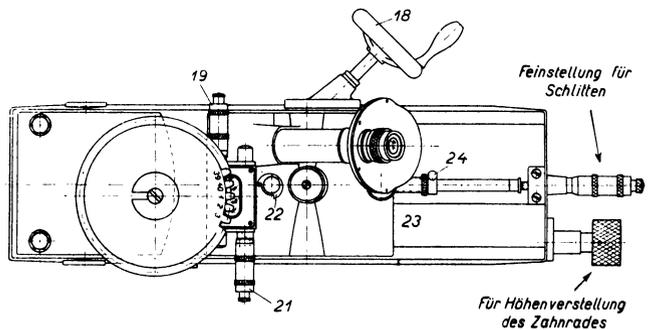
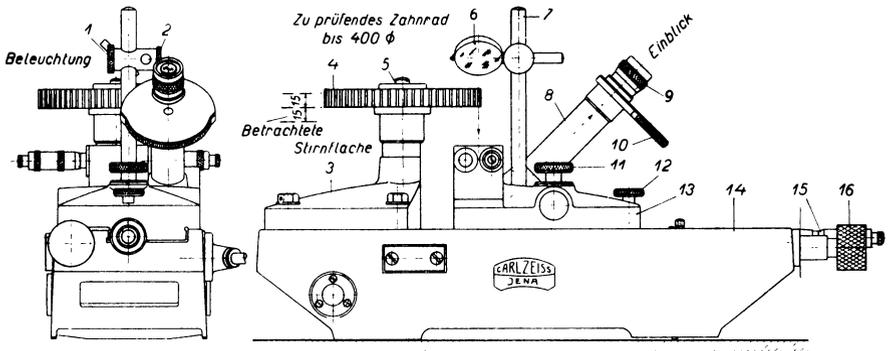


Fig. 106. Optischer Zahnradprüfer.

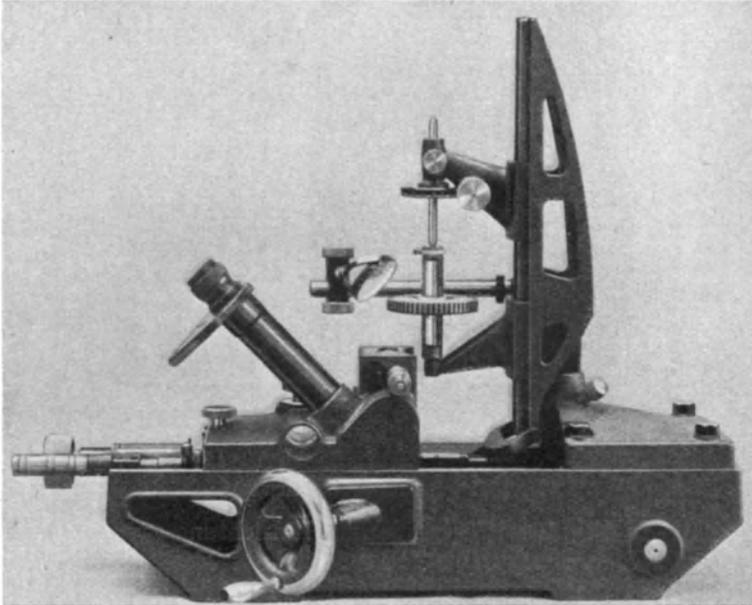


Fig. 107. Zusatzeinrichtung zum Prüfen von Zahnrädern mit Zapfen.

Periodische Fehler an Gewinden.

Die zur Prüfung von Teilköpfen und Zahnrädern gebrauchte Teilscheibe kann weiter benutzt werden zur Untersuchung der periodischen Fehler von Ge-

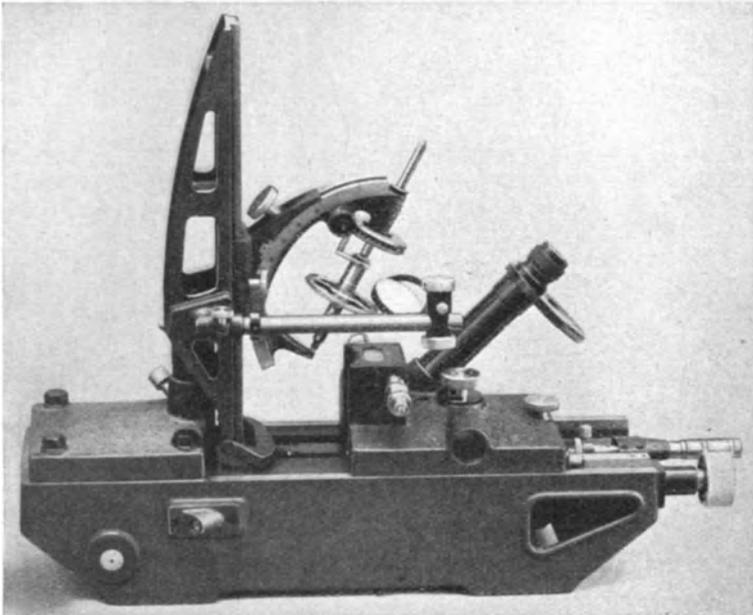


Fig. 108. Zusatzeinrichtung zum Prüfen von Kegelrädern.

winden und Schnecken, wozu man einen Apparat nach Art der Steigungsmeßmaschinen benötigt. Man nimmt das Gewinde zwischen Spitzen auf, koppelt es mit der Teilscheibe *T* (Fig. 109) und bringt an eine Flanke den Meßbolzen *M* eines empfindlichen Fühlhebels *F* zur Anlage, der hierbei auf 0 zeigen soll. Nach dem Herausklappen des Fühlhebels dreht man das Gewinde um eine bestimmte Gradzahl, die möglichst ohne Rest in 360° teilbar ist, wobei die Einstellung unter mikroskopischer Beobachtung der Teilscheibe geschieht (Mikroskop *M'*). Darauf verschiebt man durch ein dem Sollwert entsprechendes Endmaß den Fühlhebel *F*, bringt seinen Meßbolzen wieder zur Anlage und beobachtet den Ausschlag, der unmittelbar die Abweichung vom Sollwert angibt.

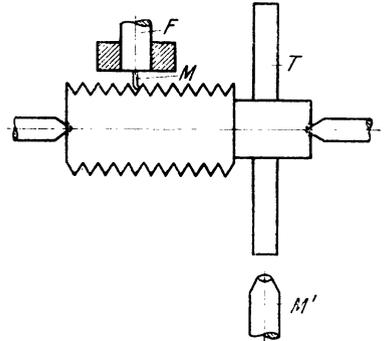


Fig. 109. Bestimmung periodischer Gewindefehler mittels Teilscheibe.

Für eine Verschiebung der Flanke um $1\ \mu$ braucht man eine Drehung um $\frac{360 \cdot 60}{1000 \cdot h} = \frac{21,6}{h}$ min, falls *h* die Steigung (in mm) bedeutet.

Will man auf $1\ \mu$ genau messen, so muß der Drehwinkel für die Steigungen

$$h = \frac{1}{4}, 1, 6\ \text{mm}$$

mit einer Genauigkeit von

$$1\frac{1}{2}^\circ 22' 3\frac{1}{2}'$$

bestimmt werden.

Bei einer Exzentrizität von $e = \frac{5}{100}$ mm und einem Halbmesser der Teilscheibe von nur 100 mm, würde der Exzentrizitätsfehler im ungünstigsten Falle 1,7' ausmachen (siehe Zahlentafel 10), so daß er selbst bei der Untersuchung eines Gewindes von 6 mm Steigung keine Rolle spielt und eine Ablesung an zwei um 180° einander gegenüberstehenden Mikroskopen überflüssig ist. Noch mehr gilt dies, wenn man die bei der Untersuchung der Teilköpfe benutzte Scheibe von 411,7 mm Durchmesser nimmt, bei

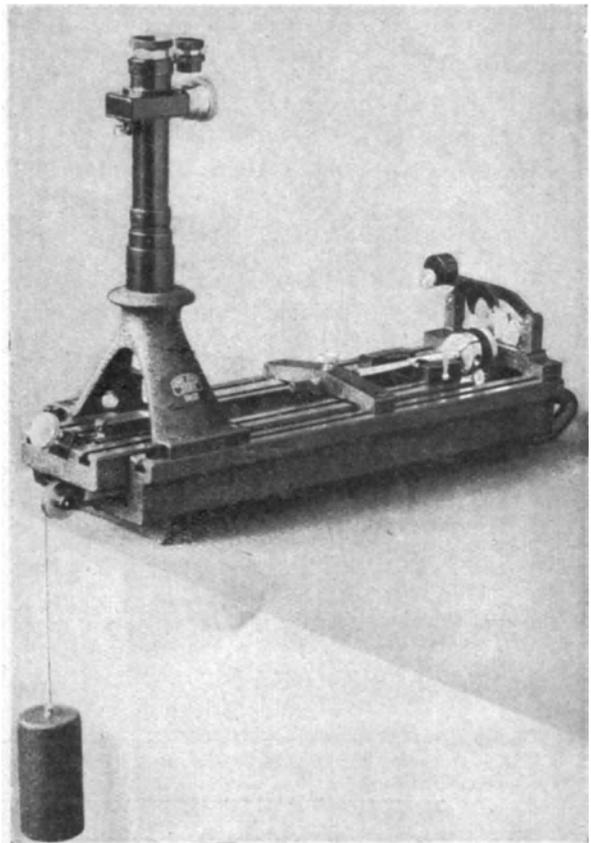


Fig. 110. Meßmaschine zur Bestimmung periodischer Gewindefehler.

welcher der Exzentrizitätsfehler (unter den angenommenen Verhältnissen) auf unter $1'$ sinkt.

Statt Teilscheibe und Mikroskop kann man auch ein in entsprechender Weise gezahntes Rad verwenden, das unter Benutzung einer Sperrklinke jeweils um den benötigten Bruchteil von 360° weiter geschaltet wird. Bei einer Ausführung von Zeiß (Fig. 110) wird diese Drehung durch Mitnehmer auf den zu untersuchenden Gewindebolzen übertragen und dadurch eine Vorrichtung verschoben, welche mit einem Zahn in das Gewinde eingreift. Jene ist mit einem (in der Verlängerung der Achse des Bolzens liegenden) Glasmaßstab gekuppelt, dessen Verschiebung mit dem links sichtbaren Mikroskop gemessen wird.

VII. Das Konstruieren und Anreißen von Winkeln.

Zeichnen nach festen Lehren.

Am einfachsten läßt sich ein bestimmter Winkel zeichnen oder anreißen, wenn ein entsprechender fester Winkel oder eine Schablone vorliegt. Es sollen dann die Striche parallel zu seinen Schenkeln gezogen werden. Nun wird sich aber die Parallelität nicht streng für die ganze Länge aufrechterhalten lassen und dadurch im ungünstigsten Falle eine Zeichnung entstehen, wie sie (übertrieben) in Fig. 111 dargestellt ist. Der gesamte dabei auftretende Fehler F' ergibt sich (im Bogenmaß) sofort zu $F' = \pm (f_1/L_1 + f_2/L_2)$.

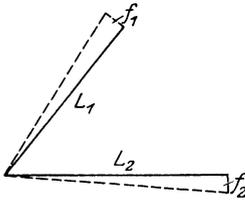


Fig. 111. Zeichnen eines Winkels nach einer festen Lehre.

Hierzu kommt noch der Fehler F'' der Lehre selbst, so daß der Gesamtfehler F wird $F = F' + F'' = \pm (f_1/L_1 + f_2/L_2 + F'')$.

Ist die Lehre nach dem Lichtspaltverfahren geprüft (siehe Abschnitt I), was besonders bei 90° Lehren zutrifft, so wird (falls noch V die Vergrößerung der bei seiner Untersuchung benutzten Lupe bezeichnet)

$$F = \pm [f_1/L_1 + f_2/L_2 + 5 \cdot 10^{-3}/(L_1 \cdot V)].$$

In Sekunden ergibt sich schließlich der Fehler zu

$$\varphi = \pm 206 \cdot 10^3 \cdot F = \pm [206 \cdot 10^3 \cdot (f_1/L_1 + f_2/L_2) + 1030/(L_1 \cdot V)].$$

Setzt man $f_1 = f_2 = 0,1$ mm, $L_1 = L_2 = L$, $V = 5$, so wird

$$\varphi = \pm (412,10^3 \cdot 0,1/L + 0,206 \cdot 10^3/L) = \pm 41,4 \cdot 10^3/L.$$

Man ersieht daraus, daß die Fehler der festen Lehren praktisch ohne Einfluß sind, so daß man bei Zeichnungsfehlern $f_1 = f_2 = n/10$ mm den Fehler φ einfach n mal größer ansetzen kann. Die für $f_1 = f_2 = 1/10$ mm bei verschiedenen Schenkellängen L auftretenden Fehler φ sind in der Zahlentafel 19 zusammengestellt.

Zahlentafel 19. Fehler bei Zeichnen von Winkeln nach festen Lehren (bei einem Zeichnungsfehler von $1/10$ mm).

Schenkellänge L mm	Fehler φ min	Schenkellänge L mm	Fehler φ min
10	69 $\sim 1^\circ$	100	6,9
20	34,5 $\sim 1/2^\circ$	150	4,6
30	23	200	3,5
50	14	250	2,8
75	9,2	500	1,4

Während der Fehler also bei kleinen Schenkellängen auf über 1° steigen kann, läßt sich bei genügend großen Lehren eine recht beträchtliche Genauigkeit erreichen, selbstverständlich vorausgesetzt, daß die Lehre nicht mit größeren Fehlern behaftet ist.

Konstruktion des 90°-Winkels.

Ohne Benutzung fester Lehren läßt sich der 90°-Winkel konstruieren, und zwar auf Grund des geometrischen Satzes, daß der Winkel im Halbkreis stets ein rechter ist.

Man schlägt dazu über einer Strecke (um den Punkt *M*) einen Halbkreis (Fig. 112), der sie in *A* und *B* schneidet. Zieht man von *A* eine beliebige Gerade bis zum Schnitt *C* mit dem Halbkreis und verbindet *C* mit *B*, so ist Winkel *ACB* ein rechter. Bei der Zeichnung oder dem Anreißen läßt es sich nun aber nie so einrichten, daß man von den Punkten *A* und *B* ausgeht, und daß auch *C* wirklich genau auf dem Halbkreis liegt. Dadurch wird auch der Winkel *ACB* von 90° abweichen. Um seinen Fehler zu berechnen, muß man das Dreieck *ACB* als schiefwinkelig betrachten. Es seien (wie auch im folgenden immer) die den Punkten *A*, *B*, *C* gegenüberliegenden Seiten mit *a*, *b*, *c* und die Winkel bei *A*, *B*, *C* mit α , β , γ bezeichnet.

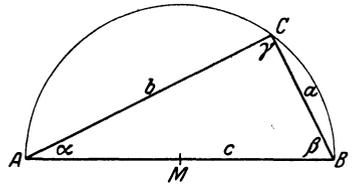


Fig. 112. Konstruktion des 90°-Winkels im Halbkreis.

Nach dem verallgemeinerten Pythagoras ist

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma,$$

daraus folgt $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

Bezeichnen f_1, f_2, f_3 die Fehler von *a*, *b*, *c* (d. h. die Abweichungen der bei der Konstruktion benutzten Strecken *a*, *b*, *c* von der Länge, welche sie bei idealer Konstruktion hätten), so wird der Fehler *F* von $\cos \gamma$ (nach Beispiel 4)

$$F = \pm (f_1 \cdot \partial \cos \gamma / \partial a + f_2 \cdot \partial \cos \gamma / \partial b + f_3 \cdot \partial \cos \gamma / \partial c)$$

$$= \pm \left[f_1 \cdot \left(\frac{2a}{2ab} - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a^2b} \right) + f_2 \cdot \left(\frac{2b}{2ab} - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab^2} \right) + f_3 \cdot \frac{2c}{2ab} \right]$$

$$F = \pm \frac{1}{ab} \cdot [a \cdot f_1 + b \cdot f_2 + c \cdot f_3 - \frac{1}{2} \cdot (a^2 + b^2 - c^2) \cdot (f_1/a + f_2/b)].$$

Bei der Berechnung von *F* genügt es, für die Größen *a*, *b*, *c* die idealen Werte einzusetzen. Ferner sei ein besonderer Fall angenommen, daß nämlich angenähert *AC* = *BC* gewählt war, daß also das rechtwinkelige Dreieck gleichschenkelig ist. Dann wird (da ja mit dem idealen rechtwinkelligen Dreieck gerechnet werden darf)

$$a = b = c/\sqrt{2}.$$

Nimmt man ferner für alle drei Seiten gleich große Fehler an, so daß $f_1 = f_2 = f_3 = f$ ist, so wird

$$F = \pm \frac{2}{c^2} \cdot c \cdot (1 + \sqrt{2}) \cdot f$$

$$= \pm 4,828 \cdot f/c.$$

Der Fehler φ des Winkels γ selbst berechnet sich nach Beispiel 1 im Bogenmaß zu

$$\varphi = \pm F/\sin \gamma \text{ oder } \varphi = \pm 206 \cdot F \cdot 10^3/\sin \gamma \text{ sek.}$$

Da nun $\gamma \sim 90^\circ$, so wird schließlich

$$\varphi = \pm 206 \cdot 4,828 \cdot 10^3 \cdot f/c = \pm 994,6 \cdot 10^3 \cdot f/c.$$

Rechnet man im allgemeinen mit einem Fehler von $f = \frac{1}{4}$ mm, so wird schließlich

$$\varphi = \pm 248,6 \cdot 10^3/c \text{ sek.}$$

Die sich für verschiedene Durchmesser c ergebenden Fehler φ sind in Zahlentafel 20 zusammengestellt.

Zahlentafel 20. Fehler bei der Konstruktion des rechten Winkels.

c mm	φ min	c mm	φ min
10	$414 \sim 7^0$	100	$41 \sim \frac{3}{4}^0$
20	$207 \sim 3\frac{1}{2}^0$	150	$28 \sim \frac{1}{2}^0$
30	$138 \sim 2\frac{1}{4}^0$	200	21
50	$83 \sim 1\frac{1}{2}^0$	250	17
75	$55 \sim 1^0$	500	8

Zur Erzielung einer Genauigkeit von auch nur 1^0 ist also ein Halbkreisdurchmesser von mindestens 75 mm, praktisch besser 100 mm, notwendig, falls die Zeichnungsungenauigkeit $\frac{1}{4}$ mm beträgt. Wird dieser Fehler größer, so ist der Halbkreisdurchmesser c im entsprechenden Verhältnis länger zu nehmen, um dieselbe Genauigkeit zu erhalten (da ja der Fehler φ proportional f/c ist).

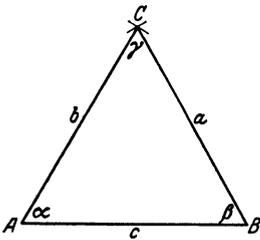


Fig. 113. Konstruktion des 60^0 -Winkels im gleichseitigen Dreieck.

Konstruktion des 60^0 -Winkels.
 Ebenso wie den 90^0 - kann man auch den 60^0 -Winkel geometrisch leicht konstruieren, und zwar als Winkel im gleichseitigen Dreieck. Man schlägt dazu mit der Strecke AB (Fig. 113) um die beiden Endpunkte A und B zwei Kreise, die sich im Punkt C schneiden und verbindet C mit A und B . Es stellt dann jeder der drei Winkel α, β, γ einen 60^0 -Winkel dar. Genau wie in dem soeben betrachteten Falle weichen sie aber auch wieder von dem verlangten Werte ab.

Die (genau so wie beim 90^0 -Winkel auszuführende) Rechnung ergibt für den Fehler φ von γ ($= \alpha = \beta$) die Gleichung:

$$\varphi = \pm 118,94 \cdot 10^3/c.$$

Bei gleicher Länge der Basis c wird also der Fehler des 60^0 -Winkels nur etwa halb so groß wie beim rechten Winkel.

Die sich für verschiedene Werte von c ergebenden Fehler φ sind in Zahlentafel 21 berechnet.

Zahlentafel 21. Fehler bei der Konstruktion des 60^0 -Winkels (im gleichseitigen Dreieck).

c mm	φ min	c mm	φ min
10	$198 \sim 3\frac{1}{4}^0$	100	20
20	$99 \sim 2\frac{3}{4}^0$	150	13
30	$66 \sim 1^0$	200	10
50	$40 \sim \frac{3}{4}^0$	250	8
75	$26 \sim \frac{1}{2}^0$	500	4

Bei der Konstruktion des 60^0 -Winkels erreicht man also eine Genauigkeit von 1^0 bereits bei Benutzung einer Grundlinie von 30 mm, die man sicherheitshalber indessen auf etwa 50 mm erhöhen wird.

Konstruktion des 45°-Winkels.

Der Winkel von 45° läßt sich geometrisch mit Hilfe des gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks konstruieren. Wie beim rechten Winkel schlägt man dazu (Fig. 114) über einer Strecke (in dem Punkt *M*) einen Halbkreis, der sie in *A* und *B* schneidet, und schlägt darauf um diese beiden Punkte mit einem größeren Halbmesser zwei Kreise, welche sich in *D* schneiden. Die Verbindungslinie *DM* trifft den Halbkreis in *C*; verbindet man noch *C* mit *A* und *B*, so sind die Winkel α und $\beta = 45^\circ$.

Die Rechnung ergibt für den Fehler φ von $\alpha (= \beta)$ die Gleichung:

$$\varphi = \pm 197,2 \cdot 10^3 \cdot f/c.$$

Die sich hiernach ergebenden Werte findet man in Zahlentafel 22.

Zahlentafel 22. Fehler bei der Konstruktion des 45°-Winkels. (Gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck.)

<i>c</i> mm	φ min	<i>c</i> mm	φ min
10	329 $\sim 5^{1/2}_2$ °	100	33 $\sim 1/2$
20	164 $\sim 2^{3/4}_4$ °	150	22
30	110 $\sim 1^{3/4}_4$ °	200	16
50	66 ~ 1 °	250	13
75	45 $\sim 3/4$	500	7

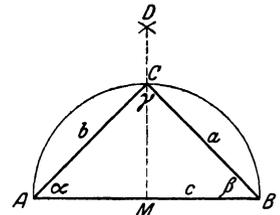


Fig. 114. Konstruktion des 45°-Winkels im gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck.

Zur Erreichung einer Genauigkeit von 1° braucht man also einen Halbkreisdurchmesser von 50 mm, wofür man aber sicherheitshalber etwa 75 mm nehmen wird.

Fällen einer Senkrechten.

Die Winkel 90°, 60° und 45° sind die einzigen, die sich unmittelbar auf Grund geometrischer Sätze konstruieren lassen. Aus ihnen kann man nun durch Halbierung auch die halben Winkel, also 45°, 30° und 22½°, und durch weiter fortgesetzte Halbierung z. B. 15°, 7½° usw. erhalten. Diese Konstruktion kann man nun bei dem 90°- und 60°-Dreieck auch in der Weise ausführen, daß man mit Hilfe von 90°-Lehren in ihnen die Senkrechte fällt (da sie hier identisch mit der Winkelhalbierenden ist).

Dabei kann der rechte Winkel um einen Betrag falsch ausfallen (siehe Fig. 115), den man aus der auf S. 66 entwickelten Formel erhält, wenn man $L_1 = c/2$ und $L_2 = h$ setzt. Dann wird der Fehler ψ des rechten Winkels

$$\psi = \pm [206 \cdot 10^3 \cdot (2f_1/c + f_2/h) + 2 \cdot 1030/(c \cdot V)].$$

Setzt man wieder $f_1 = f_2 = 0,1$ mm, $V = 5$, so wird

$$\psi = \pm [20,6 \cdot 10^3 \cdot (2/c + 1/h) + 0,412 \cdot 10^3/c] = \pm (41,6/c + 20,6/h) \cdot 10^3.$$

Ebenso groß wird auch der Fehler des durch die Senkrechte halbierten Winkels. Dazu kommt dann aber im ungünstigsten Falle noch der halbe Betrag χ des Fehlers, welchen der 90°- oder 60°-Winkel bereits besitzt (siehe Zahlentafel 20 und 21). Es wird somit der Fehler des halben Winkels $\varphi = \psi + \chi$.

a) Halbierung des Winkels von 90°. Es ist $h = \sqrt{a^2 - c^2/4} = \sqrt{c^2/2 - c^2/4} = c/2$; damit wird $\varphi = \pm 82,4 \cdot 10^3/c + \chi$.

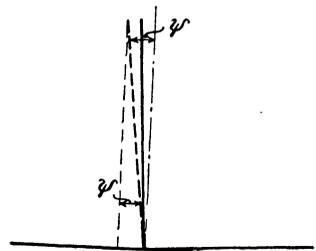


Fig. 115. Fällen der Senkrechten mit Hilfe der 90°-Lehre.

Für den auf diese Weise bei C entstandenen 45° -Winkel ergeben sich die Fehler aus Zahlentafel 23, in deren letzter Spalte auch die Fehler vermerkt sind, die bei unmittelbarer Konstruktion auftreten können.

Zahlentafel 23. Fehler bei der Konstruktion des 45° -Winkels durch Fällen der Senkrechten im gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck.

c mm	ψ min	χ min	φ min	bei direkter Konstruktion (min)
10	137	207	$344 \sim 6\frac{3}{4}^0$	$329 \sim 5\frac{1}{2}^0$
20	68,5	103,5	$172 \sim 3^0$	$164 \sim 2\frac{3}{4}^0$
30	46	69	$115 \sim 2^0$	$110 \sim 1\frac{3}{4}^0$
50	27	41,5	$69 \sim 1\frac{1}{4}^0$	$66 \sim 1^0$
75	18	27,5	$46 \sim \frac{3}{4}^0$	$45 \sim \frac{3}{4}^0$
100	14	20,5	$35 \sim \frac{1}{2}^0$	$33 \sim \frac{1}{2}^0$
150	9	14	23	22
200	7	10,5	18	16
250	5,5	8,5	14	13
500	2,5	4	7	7

Die Fehler, welche bei der Halbierung des 90° -Winkels durch Fällen der Senkrechten entstehen, sind also nur unwesentlich größer als bei unmittelbarer Konstruktion.

b) Halbierung des Winkels von 60° . Es ist $h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,866 h$; damit wird $\varphi = \pm (65,4 \cdot 10^3/c + \chi)$.

Die Werte von φ für verschiedene Größen von c sind in Zahlentafel 24 enthalten.

Zahlentafel 24. Fehler bei der Konstruktion des 30° -Winkels durch Fällen der Senkrechten im gleichseitigen Dreieck.

c mm	ψ min	χ min	φ min
10	109	99	$208 \sim 3\frac{1}{2}^0$
20	54,5	49,5	$104 \sim 1\frac{3}{4}^0$
30	36	33	$69 \sim 1\frac{1}{4}^0$
50	22	20	$42 \sim \frac{3}{4}^0$
75	14,5	13	$28 \sim \frac{1}{2}^0$
100	11	10,5	21
150	7	6,5	14
200	5,5	5	11
250	4	4	8
500	2	2	4

Zur Erreichung einer Genauigkeit von 1^0 braucht man also ein gleichseitiges Dreieck von mindestens 50 mm, besser 75 mm Seitenlänge.

Halbierung eines gegebenen Winkels.

Im allgemeinen Falle nimmt man die Halbierung des gegebenen Winkels so vor, daß man um seinen Scheitel C (Fig. 116) einen Kreis mit einem beliebigen Halbmesser schlägt, der seine Schenkel in A und B schneidet, dann um diese Punkte zwei Kreise (mit wiederum beliebigem Halbmesser) schlägt, die sich in C' schneiden, und C mit O' verbindet. Es ist dann Winkel $ACC' = BCC' = \gamma/2$.

Tatsächlich werden aber die Strecken CA und CB wie auch AC' und BC' nicht einander gleich ausfallen. Es muß also der so entstandene Winkel γ , aus

dem schiefwinkligen Viereck $ACBC'$ berechnet werden, in welchem der Winkel γ und die vier Seiten a, b, a', b' als bekannt anzusehen sind. In diesem Falle läßt sich für γ_1 kein einfacher geschlossener Ausdruck mehr ableiten; man muß vielmehr die zur Berechnung notwendigen Stücke einzeln ermitteln.

Es sei hier auf die teilweise recht umständliche Fehlerrechnung verzichtet, vielmehr seien nur die Ergebnisse der Rechnung für bestimmte Fälle in Zahlentafeln angegeben. Dabei ist vorausgesetzt, daß $AC = AC'$ gewählt, die Konstruktion also gemäß Fig. 117 ausgeführt ist.

a) Halbierung des 90° -Winkels. Obwohl eine Konstruktion des Winkels von 45° durch Halbierung des rechten Winkels praktisch nicht in Frage kommt, da man ihn unmittelbar geometrisch konstruieren kann, soll dieser Fall doch, des Vergleichs mit den anderen Winkeln wegen, betrachtet werden.

Die sich für verschiedene Werte von a ergebenden Fehler findet man in Zahlentafel 25.

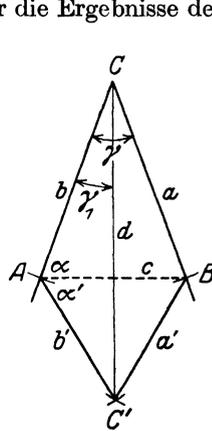


Fig. 116. Halbierung des Winkels γ .

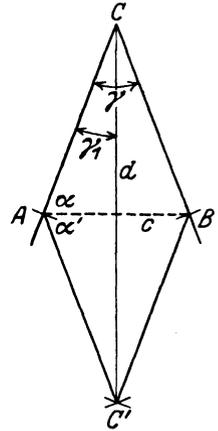


Fig. 117. Halbierung des Winkels γ (mit $AC = AC'$).

Zahlentafel 25. Fehler bei der Konstruktion des 45° -Winkels durch Halbierung des rechten Winkels.

a mm	$\sim c$ mm	φ min	bei direkter Konstruktion min	bei Fällung der Senkrechten min
10	14,1	$404 \sim 6\frac{3}{4}^0$	$329 \sim 5\frac{1}{2}^0$	$344 \sim 6\frac{3}{4}^0$
20	28,3	$202 \sim 3\frac{1}{2}^0$	$164 \sim 2\frac{3}{4}^0$	$172 \sim 3^0$
30	42,4	$135 \sim 2\frac{1}{4}^0$	$110 \sim 1\frac{3}{4}^0$	$115 \sim 2^0$
50	70,7	$81 \sim 1\frac{1}{4}^0$	$66 \sim 1^0$	$69 \sim 1\frac{1}{4}^0$
75	106,1	$54 \sim 1^0$	$45 \sim \frac{3}{4}^0$	$46 \sim \frac{3}{4}^0$
100	141,4	$40 \sim \frac{3}{4}^0$	$33 \sim \frac{1}{2}^0$	$35 \sim \frac{1}{2}^0$
150	212,1	$27 \sim \frac{1}{2}^0$	22	23
200	282,8	20	16	17
250	353,6	16	13	16
500	707,1	8	7	7

Die Genauigkeit, welche man durch Halbierung des Winkels erreicht, ist demnach noch etwas geringer als beim Fällen der Senkrechten; beide Methoden kommen also nicht an die Genauigkeit der unmittelbaren Konstruktion heran.

b) Halbierung des 60° -Winkels. Die Fehler des so entstandenen Winkels von 30° findet man in Zahlentafel 26.

Zahlentafel 26. Fehler bei der Konstruktion des 30° -Winkels (durch Halbierung des 60° -Winkels).

$a = c$ mm	φ min	durch Fällen der Senkrechten	$a = c$ mm	φ min	durch Fällen der Senkrechten
10	$545 \sim 9^0$	$208 \sim 3\frac{1}{4}^0$	100	$55 \sim 1^0$	21
20	$273 \sim 4\frac{1}{2}^0$	$104 \sim 1\frac{3}{4}^0$	150	$36 \sim \frac{1}{2}^0$	14
30	$182 \sim 3^0$	$69 \sim 1\frac{1}{4}^0$	200	$27 \sim \frac{1}{2}^0$	11
50	$109 \sim 2\frac{3}{4}^0$	$42 \sim \frac{3}{4}^0$	250	22	8
75	$73 \sim 1\frac{1}{4}^0$	$28 \sim \frac{1}{2}^0$	500	11	4

Die Fehler bei der Winkelhalbierung sind also fast doppelt so groß wie bei der Konstruktion durch Fällen der Senkrechten.

c) **Halbierung des 45°-Winkels.** Die entsprechenden Fehler sind in Zahlentafel 27 angegeben.

Zahlentafel 27. Fehler des Winkels von $22\frac{1}{2}^\circ$ (durch Halbierung von 45°).

a mm	φ min	a mm	φ min
10	1530 $\sim 15\frac{1}{2}^\circ$	100	153 $\sim 2\frac{1}{2}^\circ$
20	715 $\sim 12^\circ$	150	102 $\sim 1\frac{3}{4}^\circ$
30	510 $\sim 8\frac{1}{2}^\circ$	200	77 $\sim 1\frac{1}{4}^\circ$
50	306 $\sim 5^\circ$	250	61 $\sim 1^\circ$
75	204 $\sim 3\frac{1}{2}^\circ$	500	31 $\sim \frac{1}{2}^\circ$

d) **Halbierung des 30°-Winkels.** Die entsprechenden Fehler sind aus Zahlentafel 28 zu ersehen.

Zahlentafel 28. Fehler des 15° -Winkels (durch zweimalige Halbierung von 60°).

a mm	φ min	a mm	φ min
10	8401	100	840
20	4201	150	560
30	2800	200	420 $\sim 7^\circ$
50	1680	250	360 $\sim 6^\circ$
75	1120	500	168 $\sim 3^\circ$

Der Zahlentafel kommt, wie aus den Zahlen hervorgeht, keine reelle Bedeutung mehr zu. Es liegt dies daran, daß die Voraussetzungen der ganzen Rechnung nicht mehr erfüllt sind; daß nämlich die Fehler nur einen geringen Betrag ausmachen, so daß man ihre höheren Potenzen vernachlässigen kann. Das gilt auch schon für die vorhergehende Zahlentafel 27 bei den kleineren Werten von a oder c . Die hierfür berechneten Zahlen geben also mehr die Größenordnung als den wirklichen Wert. Erst für Fehler von 1° und darunter kann man demgemäß die verschiedenen Zahlen als genau ansehen.

Konstruktion des Winkels von 29° .

Für den beim Acme-Trapez-Gewinde vorkommenden Winkel von 29° ergibt sich eine einfache Konstruktion dadurch, daß der Sinus des halben Winkels, also von $14\frac{1}{2}^\circ$, mit recht großer Annäherung gleich $\frac{1}{4}$ (genau 0,25038) ist.

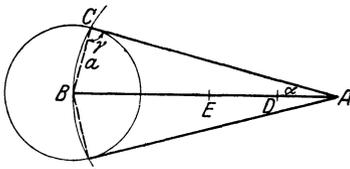


Fig. 118. Konstruktion des Winkels von 29° .

Man trägt dazu (Fig. 118) auf einer Geraden von A aus viermal die beliebige Strecke AD ab, so daß AB gleich $4 \cdot AD$ wird, schlägt um B einen Kreis mit dem Halbmesser AD und um den Mittelpunkt E von AB einen Kreis mit dem Halbmesser AE , welcher jenen in C und F schneidet. Verbindet man diese beiden Punkte mit A , so ist Winkel CAF gleich 29° . Der Beweis liegt darin, daß das Dreieck ABC rechtwinklig ist (Winkel im Halbkreis). Somit gilt $\sin BAC = BC/AB = \frac{1}{4}$.

Für die Untersuchung der Genauigkeit muß man das Dreieck ABC wieder als schiefwinklig betrachten.

Die hiernach sich ergebenden Fehler sind in Zahlentafel 29 vermerkt.

Zahlentafel 29. Fehler des Winkels von 29°.

a mm	φ min	a mm	φ min
10	355 ~ 6°	100	36 ~ 1/2°
20	178 ~ 3°	150	24
30	118 ~ 2°	200	18
50	71 ~ 1 1/4°	250	14
75	47 ~ 3/4°	500	7

Der Fehler ist also etwas größer als bei der Konstruktion des 45°-Winkels (siehe Zahlentafel 22).

Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus.

Handelt es sich um die Konstruktion eines beliebigen Winkels (der nicht gerade 90°, 60°, 45°, 30° oder 29° ist), so kann man dies unter Benutzung von Zahlentafeln ausführen, welche die trigonometrischen Funktionen enthalten. Dabei kann man zwei Fälle unterscheiden, je nachdem, ob man vom Sinus oder vom Tangens ausgeht (während die Benutzung des Cosinus oder des Cotangens mit diesen beiden im Prinzip identisch ist). Die Konstruktion mit Hilfe des Sinus gestaltet sich auf Grund der Beziehung (s. Fig. 119) $\sin \alpha = a/c$ wie folgt: man sucht in der trigonometrischen Zahlentafel den Wert $\sin \alpha = s$ auf, nimmt für c irgendeinen beliebigen Wert (am besten ein Vielfaches von 10) und berechnet dann a aus $a = c \cdot s (= c \cdot \sin \alpha)$.

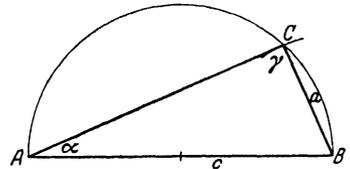


Fig. 119. Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Sinus.

Man konstruiert dann über der Strecke $AB = c$ den Halbkreis, schlägt um B mit dem Halbmesser a einen Kreis, der den Halbkreis in C schneidet, und verbindet C mit A . Es ist dann Winkel A der gesuchte Winkel α .

Das Ergebnis der Fehlerrechnung ist für verschiedene Winkel und verschiedene Werte von C in Zahlentafel 30 zusammengestellt.

Zahlentafel 30. Fehler (in Minuten) bei der Konstruktion mit Hilfe des Sinus.

$\delta\alpha$	5°	10°	15°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°
10	180	189	201	214	248	296	329	404	492	738	1475
20	90	95	100	107	124	148	164	202	246	369	738
30	60	63	67	71	83	99	110	135	164	246	492
50	36	38	40	43	50	59	66	81	98	148	295
75	24	25	27	23	33	39	44	54	63	98	197
100	18	19	20	21	25	30	33	40	49	74	148
150	12	13	13	14	17	19	22	27	32	49	98
200	9	9	10	11	12	15	16	20	25	37	74
250	7	8	8	9	10	12	13	16	20	30	59
500	4	4	4	4	5	6	6	8	10	15	30

Für den Winkel von 45° müssen sich im wesentlichen dieselben Fehler wie bei der unmittelbaren Konstruktion ergeben; daß dieses zutrifft, lehrt ein Vergleich mit Zahlentafel 22. Für den 30°-Winkel fällt die Konstruktion aus dem Sinus etwas, wenn auch nur unwesentlich, genauer aus als durch Halbierung des 60°-Winkels (s. Zahlentafel 26), dagegen wird sie für den 29°-Winkel beträchtlich genauer als bei der vorher betrachteten Konstruktion. Für den 60°-Winkel werden die Fehler aber wesentlich größer als wenn man ein gleichseitiges Dreieck kon-

struiert (s. Zahlentafel 21). Da bei größeren Winkeln der Fehler immer größer wird (der relative Fehler, d. h. der Quotient aus Fehler und Winkel nimmt aber ab), so verfährt man besser so, daß man bei Winkeln über 45° ihr Komplement (also den Winkel $90 - \alpha$) konstruiert, da man dann auf kleinere Fehler kommt. Konstruiert man also z. B. den Winkel von 30° , während man seinen Komplementwinkel 60° braucht, so sind die Fehler wesentlich kleiner, bleiben aber immer noch um etwa 50% größer als bei der Konstruktion des gleichseitigen Dreiecks.

Konstruktion mit Hilfe des Tangens.

Ebenso kann man auch die Konstruktion der Winkels mit Hilfe der Beziehung (s. Fig. 120) $\operatorname{tg} \alpha = a/b$ ausführen. Man sucht dazu in der trigonometrischen Zahlentafel den Wert $\operatorname{tg} \alpha = t$, nimmt für b eine beliebige Strecke (am besten wieder ein Vielfaches von 10) und berechnet dann a aus

$$a = b \cdot t (= b \cdot \operatorname{tg} \alpha).$$

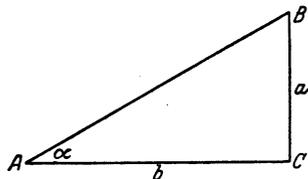


Fig. 120. Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Tangens.

Man zeichnet einen rechten Winkel C , trägt auf seinen Schenkeln die Strecken a und b bis B und A ab und verbindet diese beiden Punkte; dann ist Winkel $A = \alpha$.

Die Ergebnisse der Fehlerrechnung sind in Zahlentafel 31 zusammengestellt.

Zahlentafel 31. Fehler (in Minuten) bei der Konstruktion mit Hilfe des Tangens.

$\Delta \alpha$	5°	10°	15°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°
10	176	195	212	232	280	332	357	382	423	452	463
20	88	97	106	116	140	166	179	191	212	226	232
30	59	65	71	77	93	111	119	127	141	151	154
50	35	39	42	46	56	66	71	76	85	90	93
75	23	26	28	31	37	44	48	51	58	60	62
100	18	19	21	23	28	33	36	38	42	45	46
150	12	13	14	16	17	22	24	25	28	30	31
200	9	10	11	12	14	17	18	19	21	23	23
250	7	8	8	9	11	13	14	15	17	18	19
500	4	4	4	5	6	7	7	8	8	9	9

Die Werte sind bis 45° nur unwesentlich größer als bei der Konstruktion mit Hilfe des Sinus, weiterhin werden sie bedeutend kleiner. Auch hier kann man günstigere Verhältnisse erreichen, wenn man für Winkel über 45° das Komplement $90 - \alpha$ konstruiert.

Im allgemeinen ist also die Konstruktion mit Hilfe des Sinus vorzuziehen, zumal man hier auch ohne die 90° -Lehre auskommen kann.

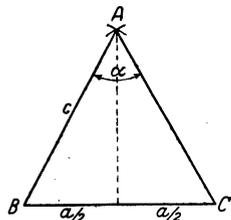


Fig. 121. Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Sinus des halben Winkels.

Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Sinus des halben Winkels.

Da im gleichschenkligen Dreieck (Fig. 121) $\sin \alpha/2 = 1/2 \cdot a/c$ ist, so ergibt sich auch hieraus eine Konstruktion für den Winkel α mit Hilfe von $\sin \alpha/2$. Man sucht dazu in der trigonometrischen Zahlentafel den Sinus des halben Winkels auf, nimmt für c einen beliebigen Wert (am besten wieder ein Vielfaches von 10) und erhält dann die Dreieckseite a aus

$$a = 2c \cdot \sin \alpha/2.$$

Die Konstruktion geschieht derart, daß man die Strecke a abträgt, um ihre Endpunkte B und C mit dem Halbmesser c zwei Kreise schlägt, die sich in A schneiden, und den Schnittpunkt A mit B und C verbindet. Es ist dann, wie leicht ersichtlich, Winkel $A = \alpha$.

Die Ergebnisse der Fehlerrechnung sind in Zahlentafel 32 zusammengestellt.

Zahlentafel 32. Fehler (in Minuten) bei der Konstruktion aus dem Sinus des halben Winkels.

Δq	5°	10°	15°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
10	358	375	392	409	447	490	514	539	594	659	736	829
20	179	187	196	205	224	245	257	269	297	330	368	424
30	119	125	131	136	149	163	171	180	198	220	245	276
50	72	75	78	82	89	98	103	108	119	132	147	166
75	48	50	52	54	56	65	69	72	79	88	98	111
100	36	37	39	41	45	49	51	54	59	66	74	83
150	24	25	26	27	30	33	34	36	40	44	49	55
200	18	19	20	20	22	25	26	27	30	33	37	42
250	14	15	16	16	18	20	21	22	24	26	29	33
500	7	7	8	8	9	10	10	11	12	13	15	17

Beim Vergleich mit der Genauigkeit der anderen Konstruktionen ist aber zu beachten, daß diese auf c als Grundlinie bezogen sind und daß den in Zahlentafel 32 angenommenen Werten von a die in Zahlentafel 33 vermerkten Werte von c entsprechen.

Zahlentafel 33. Werte der Dreieckseite c für verschiedene Grundlinien a und Winkel α .

Δq	5°	10°	15°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
10	115	57	38	29	19	15	13	12	10	9	8	7
20	229	115	77	58	39	29	26	24	20	17	16	14
30	344	172	115	86	58	44	39	35	30	26	23	21
50	573	287	192	144	97	73	66	59	50	44	39	36
75	860	431	288	216	145	120	99	89	75	66	59	54
100	1146	574	383	288	193	146	131	118	100	87	78	71
150	1719	861	575	432	290	219	197	177	150	131	117	107
200	2293	1147	766	576	386	292	261	237	200	174	156	141
250	2866	1434	958	720	483	365	327	296	250	218	195	177
500	5731	2868	1915	1440	966	731	653	592	500	436	389	354

Selbst ohne Berücksichtigung des Umstandes, daß c hier andere und bei Winkeln unter 60° größere Werte hat, als bei den früheren Methoden angenommen wurden, ist die Konstruktion mit dem Sinus des halben Winkels, wie durch Vergleich mit Zahlentafel 30 folgt, wesentlich ungenauer.

Das allgemeine Ergebnis lautet also dahin, daß, wenn keine feste Lehre vorhanden ist und es sich nicht um die aus dem gleichschenkelig-rechtwinkligen bzw. gleichseitigen Dreieck leicht zu konstruierenden Winkel von 90° , 45° bzw. 60° handelt, man am besten vom Sinus ausgeht, wobei man noch bei Werten über 45° den Komplementwinkel konstruiert.

Bei Winkeln über 90° konstruiert man unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte den Supplementwinkel $180 - \alpha$.

WERKSTATTBÜCHER

FÜR BETRIEBSBEAMTE, VOR- UND FACHARBEITER
HERAUSGEGEBEN VON EUGEN SIMON, BERLIN

In Vorbereitung befinden sich:

Gußeisen. Von Johann Mehrrens.

Festigkeit und Formänderung. Von H. Winkel.

Fräser. Von P. Zieting.

Einrichten von Automaten I. Von K. Sächse.

Einrichten von Automaten II. Von Ph. Kelle, A. Kreil, E. Gothe.

Gesenkschmiede. Von P. H. Schweißguth.

Prüfen und Aufstellen von Werkzeugmaschinen. Von W. Mitau.

Werkzeuge für Revolverbänke. Von K. Sauer.

Einbau und Behandlung der Kugellager. Von H. Behr.

Haupt- und Schaltgetriebe der Werkzeugmaschinen. Von Walther Storek.

Fräsen. Von W. Birtel.

Kaltsägeblätter. Von A. Stotz.

Herstellung der Lehren. Von A. Stich.

Beizen und Entrosten. Von Otto Vogel.

Die Gewinde, ihre Entwicklung, ihre Messung und ihre Toleranzen. Im Auftrage der Ludw. Loewe & Co. A.-G., Berlin, bearbeitet von Professor Dr. G. Berndt. Mit 395 Abbildungen im Text und 286 Tabellen. Erscheint Ende 1924.

Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen. Von Prof. Dr. G. Berndt und Dr. H. Schulz, Privatdozenten an der Technischen Hochschule Charlottenburg. Mit 218 Textfiguren. (222 S.) 1921. 7.35 Goldmark; gebunden 9 Goldmark

Der praktische Maschinenbauer. Ein Lehrbuch für Lehrlinge und Gehilfen, ein Nachschlagebuch für den Meister. Herausgegeben von Dipl.-Ing. H. Winkel.

Erster Band: Werkstattausbildung. Von August Laufer, Meister der Württemb. Staatseisenbahn. Mit 100 Textfiguren. (214 S.) 1921. Gebunden 4 Goldmark

Zweiter Band: Die wissenschaftliche Ausbildung. 1. Teil: Mathematik und Naturwissenschaft. Bearbeitet von R. Kramm, K. Büegg und H. Winkel. Mit 369 Textfiguren. (388 S.) 1923. Gebunden 7 Goldmark

2. Teil: Fachzeichnen, Maschinenteile, Technologie. Bearbeitet von W. Bender, H. Frey, K. Gotthold und H. Guttwein. Mit 887 Textfiguren. (420 S.) 1923. Gebunden 8 Goldmark

Dritter Band: Kraftmaschinen, Elektrotechnik, Werkstatt-Förderwesen. Bearbeitet von W. Gruhl, H. Frey, R. Hänchen. Mit etwa 350 Textabbildungen. Erscheint Ende 1924.

Der vierte Band wird die Betriebsführung behandeln.

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9