

Räumliche Vieleckrahmen mit eingespannten Füßen

unter besonderer Berücksichtigung
der Windbelastung

Von

Dr.-Ing. Alfred Millies

Mit 53 Textabbildungen



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH
1927

Räumliche Vieleckrahmen mit eingespannten Füßen

unter besonderer Berücksichtigung
der Windbelastung

Von

Dr.-Ing. **Alfred Millies**

Mit 53 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1927

ISBN 978-3-662-26818-6 ISBN 978-3-662-28279-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-28279-3

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

Vorwort.

Die Anfänge dieser Arbeit reichen bis 1921 zurück. In dem Konstruktionsbüro der Beton- und Monierbau-A.-G. suchte man nach einem Verfahren für die Berechnung von Kühlturmunterbauten, von welchen alljährlich eine beträchtliche Anzahl im Zusammenhang mit den Erweiterungs- und Neubauten der Großkraftwerke zur Ausschreibung gelangten. Ob die bisher üblichen Näherungsverfahren, welche z. T. einander widersprachen, für die Praxis ausreichten, konnte nur die genaue Rechnung nachweisen. Das zu berechnende System besteht aus in den Fundamenten eingespannten, an den Enden durch Querriegel verbundenen Stützen, welche im Grundriß ein n -Eck bilden. Die Zahl der Unbekannten beträgt $6n$, bei dem gewöhnlich gewählten Achteckgrundriß also 48. Die Aufgabe bestand darin, ein statisch unbestimmtes Hauptsystem zu finden, welches eine bequeme Berechnung gewährleistet. Nachdem es gelungen war, dieses in dem zweistieligen, räumlichen Rahmen zu finden, bot die Lösung keine theoretischen Schwierigkeiten mehr.

Die Praxis erwartete jedoch nicht nur eine theoretische Lösung. Deshalb wurden Tafeln errechnet, aus welchen unmittelbar die Momente zu entnehmen sind. An Hand der genauen Ergebnisse wurde sodann ein Näherungsverfahren aufgestellt, welches schon mit einfachen dreigliedrigen Gleichungen ausreichend genaue Werte liefert.

Wenn auch die Arbeit entstanden ist im Hinblick auf Kühlturmunterbauten, so reicht ihre Anwendbarkeit doch erheblich weiter. Denn jedes räumliche System, welches aus mehrstieligen Rahmen besteht, läßt sich mit ihrer Hilfe leicht errechnen, indem man es durch Schnitte in zweistielige Rahmen auflöst und diese als statisch unbestimmtes Hauptsystem entsprechend den hier gemachten Angaben einführt. Weiter wurde gezeigt, wie auch Brückenbogen als räumliches System nach denselben Grundsätzen in einfacher Weise berechnet werden können.

Im Sommer 1925 war die Arbeit so weit gediehen, daß sie der Techn. Hochschule zu Charlottenburg als Dissertation vorgelegt werden konnte, von welcher sie nach dem Referat von Herrn Geh. Rat Prof. Dr.-Ing. e. h. Hertwig und dem Korreferat von Herrn Geh. Rat Prof. Dr.-Ing. e. h. Siegmund Müller Juli 1926 angenommen wurde. Bei der endgültigen Fassung unterstützte mich Herr Geh. Rat Hertwig mit wert-

vollen Ratschlägen und Anregungen, für welche ich auch an dieser Stelle ergebenen Dank sage. Der Umfang der Arbeit erschwerte ihre Veröffentlichung, doch war es dank dem Entgegenkommen der Verlagsbuchhandlung Julius Springer möglich, die Arbeit in ungekürzter Fassung der Fachwelt zugänglich zu machen. Möge sie ihr Erscheinen zustimmend begrüßen! Die praktische Anwendbarkeit habe ich inzwischen an verschiedenen von der Beton- und Monierbau-A.-G. ausgeführten Bauten erproben können.

Berlin, 13. Dezember 1926.

Alfred Millies.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Einleitung	1
II. Das statisch bestimmte Hauptsystem	1
III. Statisch unbestimmte Systeme	2
IV. Der zweistielige Rahmen mit eingespannten Füßen.	4
1. Gleichmäßige Riegelbelastung $p = \frac{8}{a^2}$ senkrecht zum Riegel, in der Rahmenebene liegend	14
2. Eckbelastung senkrecht zur Rahmenebene mit $P = 1 \cdot \frac{\cos \gamma}{h} = \frac{1}{s}$	15
3. Gleichmäßige Riegelbelastung mit $q = \frac{8}{a^2}$ senkrecht zur Rahmen- ebene	17
4. Gleichmäßige Belastung der Stiele senkrecht zur Rahmenebene mit $q = \frac{1}{s^2}$	18
5. Belastung durch $P = \frac{2}{h}$ in der Riegelachse in Richtung von rechts nach links	19
6. Gleichmäßige Temperaturänderung $+t_0^0$	20
7. Spiegelsymmetrische Belastung des Riegels mit $q = \frac{8}{a^2}$ in der Rahmenebene	21
8. Der zweistielige Rahmen als statisch unbestimmtes Hauptsystem	22
V. Der räumlich eingespannte Bogen	27
1. Momente der virtuellen Belastungszustände	27
2. Belastung des Bogens durch Wind senkrecht zur Bogenebene mit $w t/m$	29
VI. Der vierstielige geschlossene Rahmen mit zwei geneigten Seitenebenen.	31
1. Verschiebungswerte am statisch unbestimmten Hauptsystem	37
2. Senkrechte Belastung des vorderen Riegels mit $q = \frac{8}{a^2}$	39
3. Eckbelastung senkrecht zur Rahmenebene A mit $P = \frac{2}{h}$	41
4. Wagerechte Kraft in der Riegelachse.	41
5. Wagerechte Riegelbelastung mit $q = \frac{8}{a^2}$	42
VII. Der vierstielige geschlossene Rahmen mit vier geneigten Seitenebenen.	43

	Seite
VIII. Der geschlossene Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Querriegeln	44
1. Belastung der Riegelecke AB (AB') durch die wagerechte Kraft $\frac{1}{h}$ senkrecht zum Riegel A	49
2. Gleichmäßige Belastung der Stiele AB (AB') senkrecht zur Rahmenebene A mit p t/m.	51
3. Belastung der Rahmen C und C' durch $P = \frac{2}{h}$ in der Riegelachse in Richtung AE	52
IX. Der geschlossene n -Eckrahmen mit n -fach symmetrischer Form und Belastung	53
1. Temperaturerhöhung $+t^0$	54
2. Gleichmäßige Riegelbelastung in den Rahmenebenen mit $q = \frac{8}{a^2}$	54
X. Der geschlossene Achteckrahmen	55
1. Momente und Verschiebungen am statisch unbestimmten System.	59
2. Senkrechte, gleichmäßige Belastung des Rahmenriegels A mit $q = \frac{8}{a^2}$	67
3. Einzelbelastung der Rahmenecken AB und AB' mit $P = \frac{\cos \gamma}{h} = \frac{1}{s}$ senkrecht zur Rahmenebene A	72
4. Gleichmäßige Belastung des Rahmenriegels A mit $q = \frac{8}{a^2}$ senkrecht zur Rahmenebene.	80
5. Gleichmäßige Belastung der Stiele AB und AB' senkrecht zur Ebene A mit $q = \frac{1}{s^2}$	83
6. Belastung der Seitenrahmen C und C' mit $P = \frac{2}{h}$ in der Riegelachse in Richtung $A-E$	85
XI. Zweites Verfahren zur Berechnung des n -stieligen Rahmens mit eingespannten Füßen	89
XII. Zusammenfassung	94
XIII. Quellenverzeichnis	96

I. Einleitung.

Die nachfolgende Untersuchung erstreckt sich auf räumliche Systeme, welche sich auf den einseitig eingespannten Stab zurückführen lassen. Sie geht also aus von dem einfachen, räumlich eingespannten Stab und verfolgt dann einige der durch obere steife oder gelenkige geschlossene Querverbindungen entstehenden räumlichen Rahmen mit symmetrisch gelegenen Einspannstellen. Besonderer Wert wird darauf gelegt, die Kräfteverteilung bei wagerechtem Kraftangriff zu verfolgen, für welchen sich bisher kaum brauchbare Näherungsmethoden ergeben haben.

Die Notwendigkeit derartiger genauer Untersuchungen ergibt sich beispielsweise bei seitlich nicht ausgesteiften Bogenträgern, Kranbahnen, bei in Kurven liegenden, aus einzelnen Rahmen gebildeten Förderbahnen, bei den Tragkonstruktionen von Kühltürmen, Wassertürmen, Turbinenfundamenten, bei Kuppel- und anderen Dachbauten, für deren Berechnung nachstehend praktisch brauchbare Grundlagen gegeben werden¹⁾.

II. Das statisch bestimmte Hauptsystem.

bildet der räumlich eingespannte Stab. Die bildliche Darstellung der Momente erfolgt durch mit der Drehachse zusammenfallende Vektoren, deren Doppelpfeil die Richtung kennzeichnet, nach welcher gesehen das Moment im Rechtssinn dreht. Momente und Axialkräfte werden in bezug auf ein rechtwinkliges Bezugssystem festgelegt, das mit dem Stab fest verbunden ist. Sie sind +, wenn die Pfeilrichtung in Richtung der +-Koordinatenachse zeigt. Schneidet man den Stab an einer Stelle durch und bringt die Schnittkräfte als äußere Kräfte an, so sollen die Schnittkräfte gleiches Vorzeichen haben, andererseits aber

¹⁾ Nach Beendigung dieser Arbeit wurden über Teilgebiete noch folgende Abhandlungen veröffentlicht, welche zeigen, daß die Bedeutung räumlicher Kräftewirkung immer mehr erkannt wird:

Habel: Berechnung symmetr. mehrstieliger Rahmen bei stetiger Belastung in der Querrichtung. Bautechnik 1926, S. 159 u. f. (Die Abhandlung gibt weitere Quellen an.)

Reisinger: Berechnung eines Kühlturmunterbaues als räumliches Stabwerk. Bauing. 1926, S. 550 u. f.

Craemer: Der durchlaufende Balken auf torsionsfesten Unterzügen. Bauing. 1925, S. 954 u. f.

die resultierende äußere Kraft = 0 sein, d. h. die Schnittkräfte links und rechts des Schnittes haben bei gleichem Vorzeichen entgegengesetzte Pfeilrichtung.

Das Bezugssystem wird so gewählt, daß die Z -Achse bei beliebiger Stabform in der Stabachse liegt mit der Richtung zur Einspannstelle (Abb. 1). Die beiden anderen Achsen fallen zusammen mit den äquatorialen Hauptträgheitsachsen des Stabquerschnittes und bilden beim geraden Stab mit der Z -Achse ein Rechtssystem ($r-t-z$).

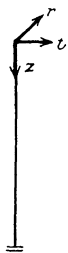


Abb. 1.

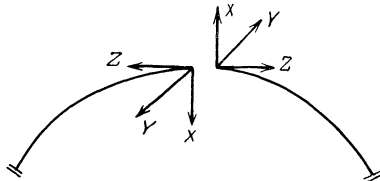


Abb. 2.

Für den räumlichen Bogen (Abb. 2) sowie für Rahmenriegel ergibt sich mit Rücksicht auf die obige Festsetzung, daß

die X - Y - Z -Achsen nur auf der einen Seite ein Rechtssystem bilden, während auf der anderen Seite die Rechtsdrehung in der Reihenfolge Y - X - Z geschieht. Das Rechtssystem wird in diesem

Fall für den in der Bild-

ebene linken Schnitt gewählt. Die Blickrichtung wird für jedes System besonders festgelegt, z. B. für den mehrstieligen geschlossenen Rahmen von außen nach innen. Der zweistielige Rahmen mit Kragarmen wird als Teil eines geschlossenen Rahmens betrachtet und danach die Blickrichtung gewählt.

III. Statisch unbestimmte Systeme.

Die Berechnung der statisch unbestimmten Größen erfolgt aus der für den Raum erweiterten Arbeitsgleichung. Der Einfluß der Querkkräfte kann ohne weiteres vernachlässigt werden, wenn es sich — wie überall angenommen — um Stäbe handelt, deren Querschnitt im Verhältnis zur Länge klein ist ($\frac{d}{l} \leq \frac{1}{5}$). Der Einfluß der Normalkräfte kann gegenüber dem der Momente ebenfalls vernachlässigt werden. Jedoch würde die Berücksichtigung ebenso wie in der Ebene keine Schwierigkeiten bieten.

Die Grundgleichung lautet¹⁾:

$$\left. \begin{aligned} \sum \bar{P}_m \delta_m + \sum \bar{C} \cdot \Delta c + \int_0^s \bar{M}_y M_y \frac{ds}{E J_y} + \int_0^s \bar{M}_x \cdot M_x \cdot \frac{ds}{E J_x} + \int_0^s \bar{M}_z M_z \frac{ds}{G \cdot J} \\ + \int_0^s \bar{N} \cdot \alpha \cdot t_0 ds + \int_0^s \bar{M}_y \frac{\Delta t_x}{dx} \cdot \alpha \cdot ds + \int_0^s \bar{M}_x \cdot \frac{\Delta t_y}{dy} \cdot \alpha \cdot ds = 0. \end{aligned} \right\} (1)$$

¹⁾ Vgl. Reisinger.

Hierbei beziehen sich die überstrichenen Kräfte auf den virtuellen Belastungszustand, die übrigen auf den der äußeren gegebenen Belastung.

Die Bestimmung der Integralwerte kann ebenso wie in der Ebene erfolgen, wobei zweckmäßig der Momentenverlauf graphisch dargestellt wird und die hierfür bekannten Integrationswerte benutzt werden¹⁾. Ein prinzipieller Unterschied besteht hinsichtlich der Integration also nicht. Sieht man zunächst von dem Einfluß der Auflagerverschiebungen Δc und der Temperaturänderungen t_0 und Δt ab, welche zweckmäßig gesondert untersucht werden, und führt ein Vergleichsträgheitsmoment J_c ein, so erhält man die Arbeitsgleichung in der praktisch brauchbaren Form:

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^s \bar{M}_y M_y \cdot \frac{ds J_c}{J_y} + \int_0^s \bar{M}_x M_x \cdot \frac{ds J_c}{J_x} + \int_0^s \bar{M}_z M_z \cdot \frac{E J_c}{G J_z} \cdot ds = - E J_c \cdot \sum \bar{P}_m \delta_m, \\ & \text{worin:} \\ & E J_c \cdot \sum \bar{P}_m \delta_m = \int_0^s \bar{M}_y \cdot M_{0y} \cdot \frac{ds J_c}{J_y} + \int_0^s \bar{M}_x \cdot M_{0x} \cdot \frac{ds J_c}{J_x} + \int_0^s \bar{M}_z \cdot M_{0z} \cdot \frac{E J_c}{G \cdot J_z} \cdot ds. \end{aligned} \right\} (2)$$

J_x und J_y als äquatoriale Trägheitsmomente sind aus der ebenen Statik geläufig.

$\frac{M_z}{G J_z}$ ist der dem Verdrehungsmoment M_z entsprechende Verdrehungswinkel, welcher u. U. durch Versuche für den betreffenden Baustoff und Querschnitt zu ermitteln ist²⁾.

Die auch in der Ebene vorhandene Unsicherheit in der Rechnung durch das unbekanntes Verhältnis der Trägheitsmomente der verschiedenen Stäbe wird im Raum noch vergrößert durch das Hinzutreten von J_z und $G : E$. Solange hierüber abschließende Untersuchungen fehlen, ist eine übertrieben genaue Rechnung illusorisch. Dies ist bei der Beurteilung der unten genannten Näherungsverfahren zu berücksichtigen.

Bei der Bestimmung der Verschiebungen am statisch unbest. Hauptsystem wird von dem Reduktionssatz Gebrauch gemacht, welcher besagt, daß in der Formel $\delta_{ik} = \int_0^s \bar{M}_i M_k ds'$ entweder nur \bar{M}_i oder nur M_k am stat. unbest. System einzusetzen sind, während das andere Moment vom stat. best. System genommen wird³⁾.

In bezug auf die Wahl der Unbekannten ist zu erwähnen,

¹⁾ Vgl. Degenburg u. Demel, Müller-Breslau.

²⁾ Thalau: Über die Verbundwirkung von Rippen in freitragenden zweiholmigen und verspannungslosen Flugzeugflügeln. Diss. Berlin 1925.

³⁾ Vgl. Kammer.

1. daß von vorhandener Symmetrie Gebrauch gemacht wird durch gruppenweise Einführung der Unbekannten,

2. daß die Momentenbilder durch Fortlassen gemeinsamer Faktoren und durch Wahl des Kraftangriffs einfach gestaltet werden,

3. daß der Kraftangriff nach Möglichkeit so gelegt wird, daß nur Diagonalverschiebungswerte entstehen, das sind Verschiebungswerte, welche in der Diagonale der Nennerdeterminante stehen, also gleichen Index tragen, z. B. δ_{ii} . Dieses wird wie in der Ebene durch Verschieben des Kraftangriffspunktes an einen ideellen Hebelarm erreicht.

Die 2. und 3. Bedingung stehen zum Teil zueinander im Gegensatz. Es ist von Fall zu Fall zu bestimmen, wieweit man der einen oder anderen Forderung Rechnung tragen will. Die 3. Bedingung ist u. U. nicht nur wegen der Einfachheit der Gleichungsauflösung, sondern auch wegen der Genauigkeit der Rechnung vorzuziehen.

Um eine Anhäufung von Beiwerten zu vermeiden, werden folgende Abkürzungen eingeführt: $\underline{\xi}$, $\underline{\zeta}$ usw. stellt das gesamte Momentbild des Lastzustandes ξ , $\zeta = +\frac{1}{k}$ usw. dar, d. h. für jeden Punkt ein bestimmtes Moment M_x , M_y und M_z . Die seitliche Verschiebung wird mit $\int \xi \zeta$ bezeichnet. Hat also ξ im Stab s die Momente M_{x_1} , M_{y_1} , M_{z_1} , ζ die Momente an gleicher Stelle M_{x_2} , M_{y_2} , M_{z_2} , so ist

$$\int \xi \zeta = \sum \int_0^s M_{x_1} \cdot M_{x_2} \cdot \frac{ds J_c}{J_x} + \int_0^s M_{y_1} \cdot M_{y_2} \cdot \frac{ds J_c}{J_y} + \int_0^s M_{z_1} \cdot M_{z_2} \cdot \frac{ds \cdot J_c E}{J_z \cdot G}, \quad (3)$$

wobei sich das Summenzeichen über alle Stäbe s des Systems erstreckt.

IV. Der zweistielige Rahmen mit eingespannten Füßen.

(vgl. Abb. 3 u. 4)

Die Stabachsen werden in einer Ebene liegend und symmetrisch zur Mitte angenommen. Die Rahmenebene ist gegen die Lotrechte um den Winkel β geneigt. Der Riegel ist parallel zur Grundrißebene; seine X -Achse liegt in der Rahmenebene. Die Stiele bilden mit dem Riegel den Winkel $(90 + \gamma)$; die r -Achsen der Stiele schließen mit der Rahmenebene den Winkel α' (im Grundriß den Winkel α) ein, so daß also die Hauptträgheitsachsen der Stiele nicht in oder senkrecht zur Rahmenebene liegen.

Alle Winkel werden als spitze Winkel eingeführt.

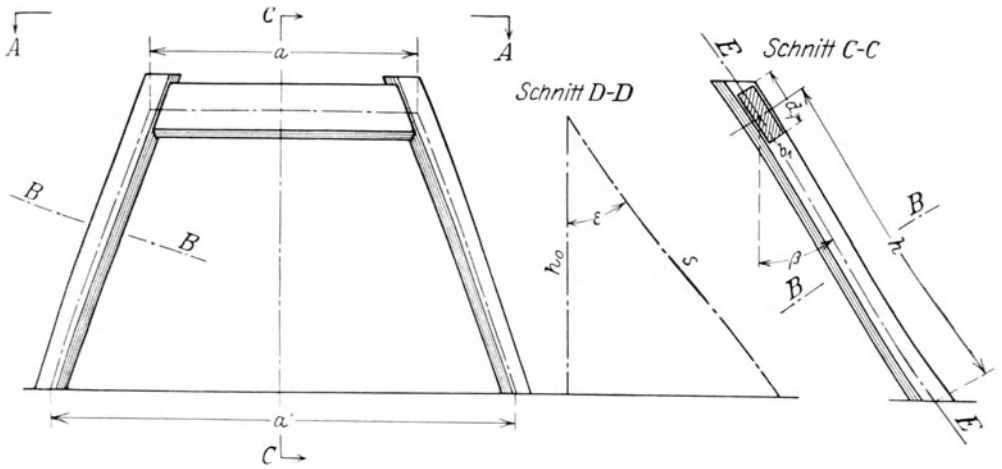
Betrachtet man den Rahmen als Ausschnitt aus einem mehrstieligen geschlossenen Rahmen mit unten eingespannten Pfosten, so bedeuten:

im Riegel: M_y + Zug an der Unterseite,

M_x + Zug an der Innenseite;

im Pfosten: M_t + Zug an der Außenseite,

M_r + Zug von außen gesehen an der linken Seite.



Grundriß A-A

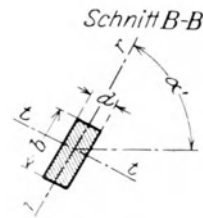
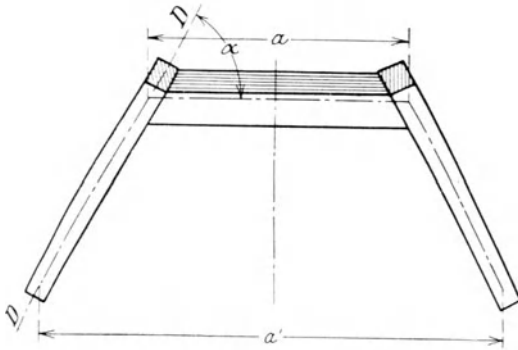
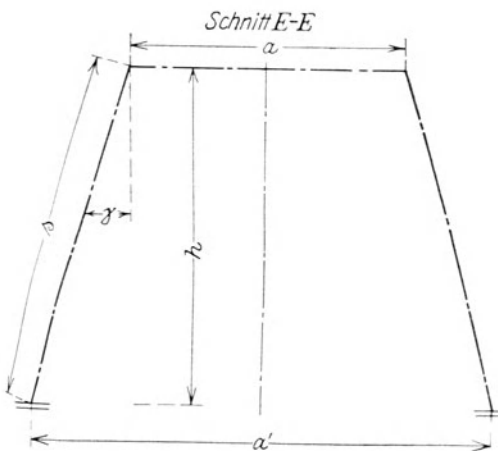


Abb. 3.



Abkürzungen:

$$\begin{aligned} v &= \frac{a'}{a}, & n &= \frac{a}{h}, \\ c_1 &= \sin^2 \alpha' + \frac{s_t}{s_r} \cos^2 \alpha', \\ c_2 &= \cos^2 \alpha' + \frac{s_t}{s_r} \sin^2 \alpha', \\ c_3 &= \sin^2 \alpha' - \frac{s_t}{s_r} \cos^2 \alpha', \\ c_4 &= \cos^2 \alpha' - \frac{s_t}{s_r} \sin^2 \alpha', \\ c_5 &= 1 + \frac{s_t}{s_r}. \end{aligned}$$

(4)

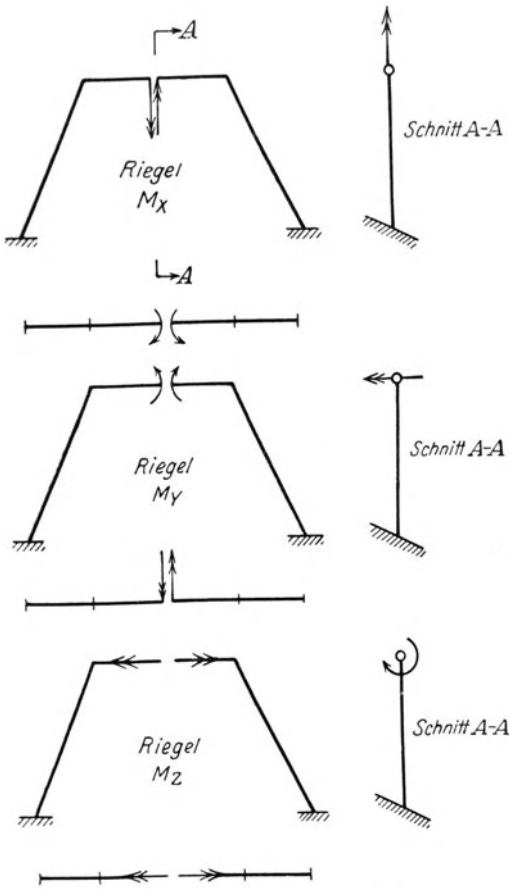


Abb. 4 a. Positive Riegelmomente.

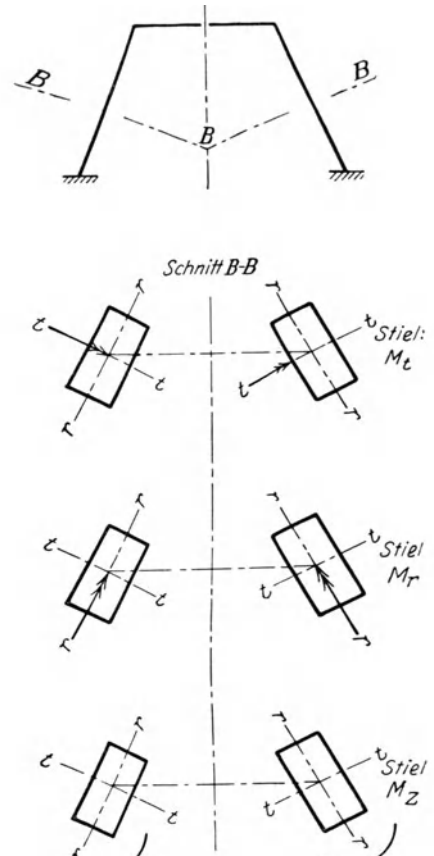


Abb. 4 b. Positive Stielmomente.

Riegel:

$$J_x = \frac{1}{12} d_1 b_1^3,$$

$$a_x = a \cdot \frac{J_c}{J_x},$$

$$J_y = \frac{1}{12} d_1^3 b_1,$$

$$a_y = a \cdot \frac{J_c}{J_y},$$

$$J_z = \frac{b_1 d_1^3}{3,5 \left[1 + \left(\frac{d_1}{b_1} \right)^2 \right]} \quad (\text{vgl. Hütte I}),$$

$$a_z = a \cdot \frac{J_c}{J_z} \cdot \frac{E}{G}.$$

(5)

Stiel:

$$\begin{aligned} J_t &= \frac{1}{12} db^3, & s_t &= s \cdot \frac{J_c}{J_t}, \\ J_r &= \frac{1}{12} d^3 b, & s_r &= s \cdot \frac{J_c}{J_r}, \\ J_z &= \frac{b \cdot d^3}{3,5 \left[1 + \left(\frac{d}{b} \right)^2 \right]}, & s_z &= s \cdot \frac{J_c}{J_z} \cdot \frac{E}{G} \end{aligned} \quad (5)$$

mit $J_c = J_r$ und $k = \frac{d}{b}$ ist $s_z = s \cdot 0,76 (1 + k^2)$.

Winkelbeziehungen:

$$\begin{aligned} \sin \alpha' &= \frac{\sin \alpha}{\cos \gamma}, & \cos \alpha' &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha'}, \\ \sin \gamma &= \frac{a' - a}{2s}; & \cos \gamma &= \frac{h}{s}; & \operatorname{tg} \gamma &= \frac{n}{2} (\nu - 1), \\ \sin \varepsilon &= \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha}; & \cos \varepsilon &= \cos \gamma \cdot \cos \beta = \frac{h_0}{s}, \\ \cos \beta &= \frac{h_0}{h}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$G = \frac{m}{2(m+1)} \cdot E = i/M. 0,385 \cdot E.$$

Der Übergang aus den Koordinaten des Riegels in die der Stiele ergibt sich wie folgt: Der durch die 3 Achsen des Riegels festgelegte Vektor wird zunächst zerlegt in Richtung des Stieles und senkrecht dazu. Die letztere Komponente wird weiter in Richtung der r - und t -Achse zerlegt.

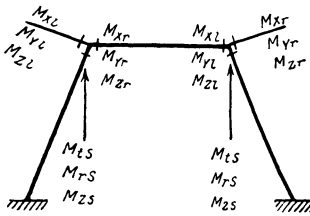


Abb. 5.

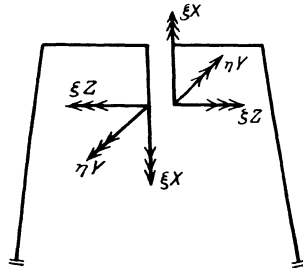


Abb. 6.

Hiermit ergeben sich die grundlegenden Transformationsformeln (Abb. 5):

$$\left. \begin{aligned} M_{t_s} &= \sin \gamma \sin \alpha' (M_{x_r} + M_{x_l}) + \cos \alpha' (M_{y_r} + M_{y_l}) + \cos \gamma \sin \alpha' (M_{z_l} - M_{z_r}), \\ M_{r_s} &= \sin \gamma \cos \alpha' (M_{x_r} - M_{x_l}) + \sin \alpha' (M_{y_l} - M_{y_r}) - \cos \gamma \cos \alpha' (M_{z_l} + M_{z_r}), \\ M_{z_s} &= \cos \gamma (M_{z_r} - M_{z_l}) + \sin \gamma (M_{z_l} + M_{z_r}). \end{aligned} \right\} (7)$$

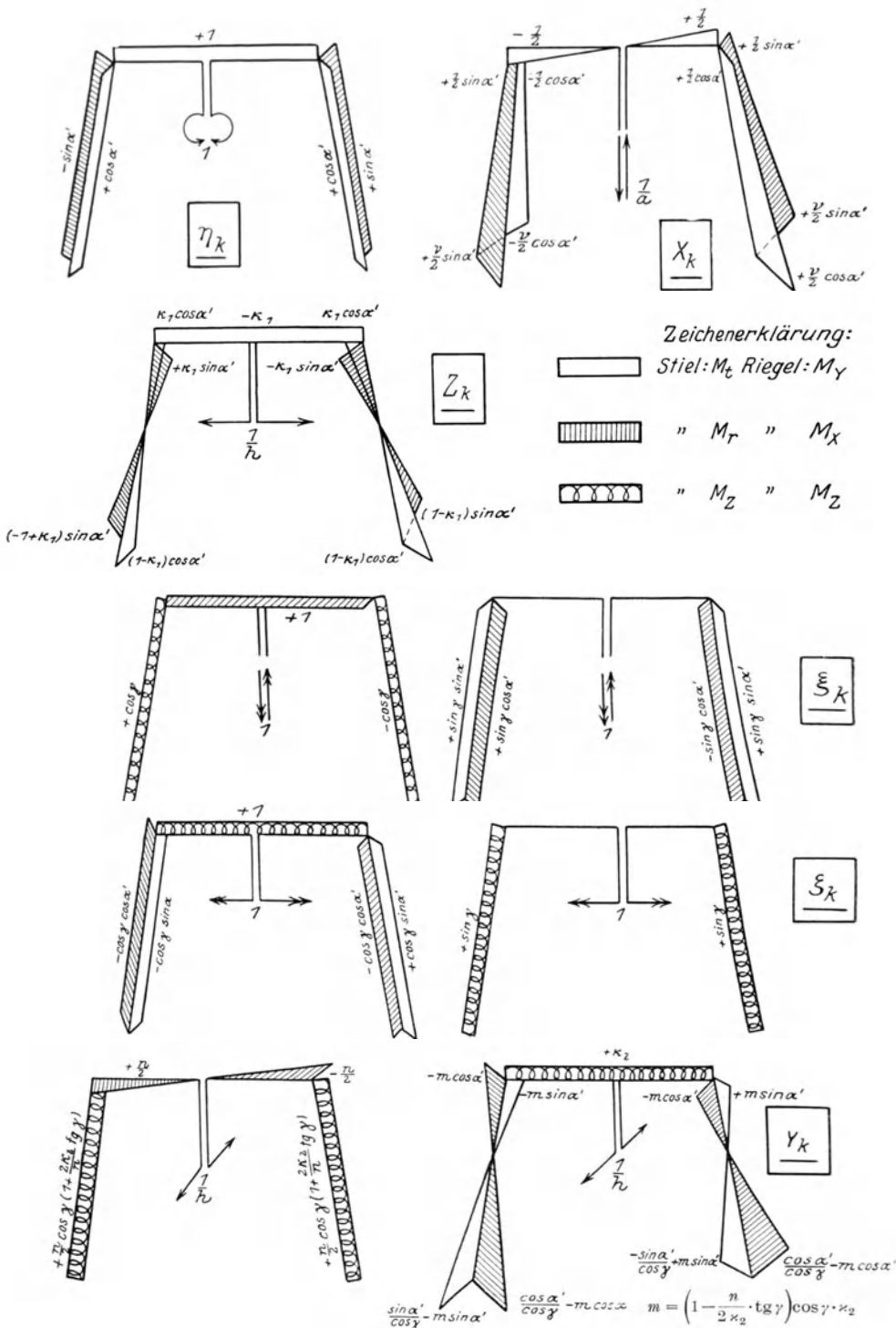


Abb. 7.

Denkt man sich den Riegel in der Mitte aufgeschnitten, so entsteht als statisch bestimmtes Hauptsystem der eingespannte Stab. Analog dem Berechnungsverfahren in der Ebene werden die Schnittkräfte an einem von der Schnittstelle ausgehenden ideellen Hebelarm angebracht (Abb. 6). Es sind die folgenden: die beiden äquatorialen Biegemomente, deren Vektoren ξ in der Rahmenebene, η senkrecht zur Rahmenebene liegen; das Drehmoment ζ mit dem Vektor parallel zur Riegelachse; die beiden Querkräfte X (entsprechend ξ) Y (entsprechend η) und die Normalkraft Z (entsprechend ζ parallel zur Riegelachse). Um unbenannte Momente zu erzielen, werden für die Axial- und Querkräfte nicht die virtuellen Belastungen $+1$ eingeführt, sondern für $X = +\frac{1}{a}$, für X und $Z = +\frac{1}{h}$. Man erhält dann aus der Rechnung nicht die Kräfte selber, sondern ihre Momente. Die Momentenflächen der virtuellen Lastzustände $\underline{\xi}$, $\underline{\eta}$ usw. zeigen Abb. 7 und die Zusammenstellung Formel (8) u. (9). Da alle Momentenflächen geradlinig verlaufen, ist für jeden Stab nur die Angabe der Anfangs- und Endordinate der Momentenfläche erforderlich.

Die Punkte werden mit Ziffern bezeichnet (Abb. 8), ausgehend von Riegelmitte (0); Riegelecke 1 (rechts 1'), Stielkopf 2 (2'), Stielfuß 3 (3'), Kragarmecke 4 (4'), Kragarmende 5 (5').

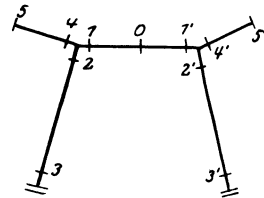


Abb. 8.

Verschiebungen am zweiastigen Rahmen für $\gamma = 0$, $s_t = s_r$.

$$\left. \begin{aligned} \int \xi \xi &= a_x + 2 s_r \\ \int \eta \eta &= a_y + 2 s_r \\ \int Z Z &= s_r \left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right) \end{aligned} \right\} \text{ wo } \begin{aligned} \int \zeta \zeta &= a_z + 2 s_r \\ \int X X &= \frac{1}{12} a_y + \frac{1}{2} s_r \\ \int Y Y &= s_r \left(\frac{2}{3} - \kappa_2 \right) + \frac{n^2}{2} \left(s_z + \frac{a_x}{6} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\kappa_1 = \frac{s_r}{a_y + 2 s_r}, \quad (14 a) \quad \text{wo } \kappa_2 = \frac{s_r}{a_z + 2 s_r} \quad (15 a)$$

Die übrigen Verschiebungen sind null.

Diagonalverschiebungen am zweiastigen Rahmen: $s_r \neq s_t$, $\gamma \neq 0$.

$$\begin{aligned} \int \xi \xi &= a_x + 2 s_z \cos^2 \gamma + 2 s_r \cdot c_2 \sin^2 \gamma, \\ \int \eta \eta &= a_y + 2 c_1 s_r, \\ \int Z Z &= a_y \kappa_1^2 + 2 c_1 s_r \left[\frac{1}{3} - \kappa_1 + \kappa_1^2 \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Für } \kappa_1 = \frac{c_1 s_r}{a_y + 2 c_1 s_r} \quad \text{ist } \int Z Z = c_1 s_r \left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right), \quad (12)$$

$$\text{„ } \kappa_1 = 0 \quad \text{„ } \int Z Z = \frac{2}{3} c_1 s_r.$$

(8)

Virtuelle Lastzustände am stat. best. Hauptssystem des zweistieligen Rahmens: $s_r \neq s_l$, $\gamma \neq 0$, Abb. 7.

Riegel 1 (1')				Stiel 2-3 (2'-3')			
	M_x	M_y	M_z	M_t	M_r	M_z	
$\xi = 1$	+1	0	0	+ sin γ sin α'	$\begin{matrix} (+) \sin \gamma \cdot \cos \alpha' \\ (-) \sin \gamma \cdot \cos \alpha' \end{matrix}$	$\begin{matrix} (+) \cos \gamma \\ (-) \cos \gamma \end{matrix}$	
$\eta = 1$	0	+1	0	+ cos α'	$\begin{matrix} (+) \sin \alpha' \\ (-) \sin \alpha' \end{matrix}$	0	
$Z = \frac{1}{h}$	0	- κ_1	0	Punkt 2: - $\kappa_1 \cos \alpha'$ 3: (1 - κ_1) cos α'	$\begin{matrix} (+) \kappa_1 \sin \alpha' \\ (-) (\kappa_1 - 1) \sin \alpha' \end{matrix}$	0	
$\zeta = 1$	0	0	+1	$\begin{matrix} (+) \cos \gamma \sin \alpha' \\ (-) \cos \gamma \sin \alpha' \end{matrix}$	- cos γ cos α'	+ sin γ	
$X = \frac{1}{a}$	0	$\frac{1}{(+)\frac{1}{2}}$	0	Punkt 2: $\frac{1}{(+)\frac{1}{2}} \cos \alpha'$ 3: $\frac{1}{(+)\frac{1}{2}} \cos \alpha'$	$\begin{matrix} + \frac{1}{2} \sin \alpha' \\ + \frac{1}{2} \sin \alpha' \end{matrix}$	0	
$Y = \frac{1}{h}$	$\frac{1}{(-)\frac{1}{2}}$	0	+ κ_3	Punkt 2: $\begin{matrix} (+) \left[\kappa_3 \cos \gamma - \frac{n}{2} \sin \gamma \right] \sin \alpha' \\ (-) \left[\kappa_3 \cos \gamma - \frac{n}{2} \sin \gamma \right] \sin \alpha' \end{matrix}$ 3: $\begin{matrix} + \frac{\sin \alpha'}{\cos \gamma} + M_2 \\ (-) \frac{\sin \alpha'}{\cos \gamma} + M_2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \left[\kappa_3 \cos \gamma - \frac{n}{2} \sin \gamma \right] \cos \alpha' \\ + \frac{\cos \alpha'}{\cos \gamma} + M_{r_2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} n \\ + \frac{n}{2} \cos \gamma + \kappa_2 \sin \gamma \end{matrix}$	
Virtuelle Lastzustände am stat. best. Hauptssystem des zweistieligen Rahmens: $\gamma = 0$.							
	M_x	M_y	M_z	M_t	M_r	M_z	
$\xi = 1$	+1	0	0	0	0	+1	
$\eta = 1$	0	+1	0	+ cos α	$\begin{matrix} (+) \sin \alpha \\ (-) \sin \alpha \end{matrix}$	0	
$Z = \frac{1}{h}$	0	- κ_1	0	Punkt 2: - $\kappa_1 \cos \alpha$ 3: (1 - κ_1) cos α	$\begin{matrix} (+) \kappa_1 \sin \alpha \\ (-) (\kappa_1 - 1) \sin \alpha \end{matrix}$	0	

(9)

$\underline{\zeta} = 1$	0	0	+1	$\bar{(-)} \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	0
$\underline{X} = \frac{1}{a}$	0	$\frac{-1}{(+)\ 2}$	0	$\bar{(-)} \frac{1}{2} \cos \alpha$	$+\frac{1}{2} \sin \alpha$	0
$\underline{Y} = \frac{1}{h}$	$\frac{n}{(-)\ 2}$	0	+ x_3	Punkt 2: $\bar{(-)} x_3 \sin \alpha$ 3: $\bar{(-)} (1 - x_3) \sin \alpha$	$-x_3 \cos \alpha$ $(1 - x_3) \cos \alpha$	$\frac{n}{+ 2}$

Symmetrische Krümmung am stat. best. Hauptsystem des zweiastigen Rahmens $\gamma \neq 0$. Abb. 16.

(10)

		Riegel 4 (4')			Stiel 2-3 (2'-3')		
		M_x	M_y	M_z	M_l	M_r	M_s
$\underline{\xi}_{l+i} = 1$	0	+1	0	0	$+\sin \gamma \cdot \sin \alpha'$	$\bar{(-)} \sin \gamma \cos \alpha'$	$\bar{(-)} \cos \gamma$
$\underline{\eta}_{l+i} = 1$	0	+1	0	0	$+\cos \alpha'$	$\bar{(-)} \sin \alpha'$	0
$\underline{Z}_{l+i} = \frac{1}{h}$	0	$-x'_1$	0	0	Punkt 2: $-x'_1 \cos \alpha'$ 3: $(1 - x'_1) \cos \alpha'$	$\bar{(-)} x'_1 \sin \alpha'$ $\bar{(-)} (x'_1 - 1) \sin \alpha'$	0
$\underline{\zeta}_{l-i} = 1$	0	0	0	+1	$\bar{(-)} \cos \gamma \sin \alpha'$	$-\cos \gamma \cdot \cos \alpha'$	+ $\sin \gamma$
$\underline{X}_{l-i} = \frac{1}{a_1}$	0	$+\frac{1}{(-)\ 2}$	0	0	Punkt 2: $+\frac{1}{2} \cos \alpha'$ 3: $+\frac{1'}{(-)\ 2} \cos \alpha'$	$+\frac{1}{2} \sin \alpha'$ $+\frac{\gamma}{2} \sin \alpha'$	0
$\underline{Y}_{l-i} = \frac{1}{h}$	$\frac{n'}{(+)\ 2}$	0	+ x'_2	0	Punkt 2: $+\left[x'_2 \cos \gamma - \frac{n'}{2} \sin \gamma \right] \sin \alpha'$ 3: $\bar{(-)} \sin \alpha' + M_{l_2}$	$-\left[x'_2 \cos \gamma - \frac{n'}{2} \sin \gamma \right] \cos \alpha'$ $+\frac{\cos \alpha'}{\cos \gamma} + M_{r_2}$	$\frac{n'}{+ 2} \cos \gamma + x'_3 \sin \gamma$

Für spiegelsymmetr. Belastung rechts gleiches, links entgegengesetztes Vorzeichen.

$$\int \zeta \zeta = a_z + 2 s_z \sin^2 \gamma + 2 c_2 s_r \cos^2 \gamma,$$

$$\int X X = \frac{1}{12} a_y + \frac{1}{6} c_1 s_r (1 + \nu + \nu^2),$$

$$\int Y Y = a_z \kappa_2^2 + s_z \cdot \frac{n^2}{2} \cos^2 \gamma \left(1 + \frac{2 \kappa_2}{n} \operatorname{tg} \gamma\right)^2 + \frac{1}{12} a_x n^2 + 2 s_r c_2$$

$$\left[\frac{1}{3 \cos^2 \gamma} - \kappa_2 \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma\right) + \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma\right)^2 \right].$$

Für $\kappa_2 = 0$ ist $\int Y Y = s_z \cdot \frac{n^2}{2} \cos^2 \gamma + \frac{1}{12} a_x n^2 + 2 s_r c_2$

$$\left[\frac{1}{3 \cos^2 \gamma} + \frac{n}{2} \operatorname{tg} \gamma + \left(\frac{n}{2} \sin \gamma\right)^2 \right].$$

Seitliche Verschiebungen am zweistieligen Rahmen: $s_r \neq s_t, \gamma \neq 0$.

$$\left. \begin{aligned} \int \xi \eta &= (s_t - s_r) \cdot \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha', & \int \xi \zeta &= \int \xi X = \int \xi Y = 0, \\ \int \xi Z &= (s_t - s_r) \sin \gamma \sin 2 \alpha' \left(\frac{1}{2} - \kappa_1\right), \\ \int \eta Z &= -a_y \kappa_1 + 2 c_1 s_r \left(\frac{1}{2} - \kappa_1\right), & \int \eta \zeta &= \int \eta X = \int \eta Y = 0. \end{aligned} \right\} (13)$$

$$\int \eta Z = 0 \quad \text{für} \quad \kappa_1 = \frac{c_1 s_r}{a_y + 2 c_1 s_r}, \quad (14)$$

$$\int Z \xi = \int Z X = \int Z Y = 0.$$

$$\int \zeta X = (s_t - s_r) \cos \gamma \sin 2 \alpha' \cdot \frac{1 + \nu}{4},$$

$$\int \zeta Y = a_z \kappa_2 + \frac{n}{2} \left(1 + \frac{2 \kappa_2}{n} \operatorname{tg} \gamma\right) \sin 2 \gamma s_z$$

$$- 2 s_r c_2 \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma\right) \right].$$

Für $\kappa_2 = 0$ wird $\int \zeta Y = \frac{n}{2} \sin 2 \gamma \cdot s_z - s_r \cdot c_2 \left(1 + \frac{n}{2} \sin 2 \gamma\right),$

„ $\kappa_2 = \frac{s_r c_2 \left(1 + \frac{n}{2} \sin 2 \gamma\right) - \frac{n}{2} \sin 2 \gamma s_z}{a_z + 2 \sin^2 \gamma s_z + 2 s_r c_2 \cos^2 \gamma}$ wird $\int \zeta Y = 0.$ (15)

$$\int X Y = - (s_t - s_r)$$

$$\cdot \frac{\sin 2 \alpha'}{4 \cos \gamma} \left[\frac{1}{3} (1 + 2 \nu) - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma\right) (1 + \nu) \right].$$

Für $\kappa_2 = 0$ wird

$$\int X Y = - (s_t - s_r) \cdot \frac{\sin 2 \alpha'}{4 \cos \gamma} \left[\frac{1 + 2 \nu}{3} + \frac{n}{4} (1 + \nu) \cdot \sin 2 \gamma \right].$$

Seitliche Verschiebungen am zweistieligen Rahmen: $s_t = s_r, \gamma \neq 0$.

Es bleiben nur:

$$\int \eta Z = -a_y \kappa_1 + 2 s_r \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right),$$

$$\int \zeta Y = a_z \cdot \kappa_2 + \frac{n}{2} \left(1 + \frac{2 \kappa_2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right) \sin 2 \gamma s_z \quad (13a)$$

$$- 2 s_r \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right].$$

Durch Wahl von κ_1 nach (14) und κ_2 nach (15) werden auch diese = 0.

Seitliche Verschiebungen am zweistieligen Rahmen: $s_t \neq s_r, \gamma = 0$.

Es bleiben:

$$\int \eta Z = -a_y \kappa_1 + 2 c_1 s_r \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right).$$

Für $\kappa_1 = \frac{c_1 s_r}{a_y + 2 c_1 s_r}$ wird $\int \eta Z = 0$.

$$\int \zeta X = \frac{1}{2} (s_t - s_r) \sin 2 \alpha. \quad (13b)$$

$$\int \zeta Y = a_z \kappa_2 - 2 s_r c_2 \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \right].$$

Für $\kappa_2 = \frac{c_2 s_r}{a_z + 2 c_2 s_r}$ wird $\int \zeta Y = 0$,

„ $\kappa_2 = 0$ wird $\int \zeta Y = -s_r c_2$.

$$\int X Y = -(s_t - s_r) \cdot \frac{\sin 2 \alpha}{4} (1 - 2 \kappa_2).$$

Wir können die Unbekannten in zwei Gruppen einteilen (Abb. 9):

Gruppe I: ξ, η, Z entsprechen symmetrischer Belastung,

„ II: ζ, X, Y entsprechen spiegelsymmetrischer Belastung.

Die beiden Gleichungsgruppen sind vollkommen unabhängig voneinander, und es ist auch gestattet, den Angriffspunkt der Kräfte in den beiden Gruppen verschieden zu wählen, so wie es die Rechnung praktisch erfordert. Für die Wahl des Angriffspunktes ist die Größe der seitlichen Verschiebungen maßgebend. Diese sind in Formel (13) dargestellt. Es ist zu ersehen, daß deren Größe in der Hauptsache von vier Faktoren abhängt:

1. $s_r : s_t$, 2. γ , 3. κ_1 , 4. κ_2 .

Hiervon können wir nur κ_1 und κ_2 frei wählen.

Durch die Festlegung $s_r = s_t$ fallen alle Verschiebungen fort, mit Ausnahme von $\int \eta Z$ und $\int \zeta Y$. Diese können wir durch passende Wahl von κ_1 und $\kappa_2 = 0$ machen (Formel (14), (15)). Die Wahl $s_r = s_t$ ist auch aus praktischen Gründen (Knicksicherheit) zu empfehlen.

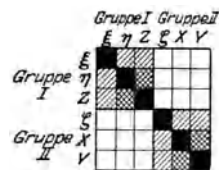


Abb. 9.

- Verschiebungen allgemein.
- Verschiebungen für $s_r = s_t$.
- Verschiebungen für $s_r = s_t$ und κ_1 nach (14) κ_2 nach (15).

Ist $s_r \neq s_t$, so kann man näherungsweise ein mittleres Trägheitsmoment einführen und die Momente nach der Steifigkeit verteilen.

Ist $\gamma = 0$, $s_r \neq s_t$, so bleiben vier seitliche Verschiebungen übrig. Für Symmetrie gelingt es, durch Wahl von $\kappa_1 = \frac{c_1}{\frac{a_y}{s_r} + 2c_1}$ alle drei

seitlichen Verschiebungen verschwinden zu lassen. Für Spiegelsymmetrie wird man, da doch zwei seitliche Verschiebungen übrigbleiben, zweckmäßig $\kappa_2 = 0$ wählen, um einfache Momentenflächen zu erzielen.

Der Einfluß von γ ist bei den praktisch vorkommenden Fällen (bis etwa 1:5) gering; derjenige von $s_r : s_t$ kann durch passende Wahl eines mittleren Wertes klein gehalten werden, so daß die schwierigeren Systeme, für welche der zweistielige Rahmen als statisch unbestimmtes System gewählt wird, im allgemeinen mit $\gamma = 0$ und $s_r = s_t$ gerechnet werden können.

Zusammenstellung der Verschiebungen: Formel (11) bis (13).

Es sollen nun einige wichtige Belastungsfälle im einzelnen untersucht werden.

1. Gleichmäßige Riegelbelastung $p = \frac{8}{a^2}$ senkrecht zum Riegel, in der Rahmenebene liegend. (vgl. Abb. 10)

	M_x bzw. M_t	M_y bzw. M_r	M_z	
Punkt 0	0	0	0	}
1	0	-1	0	
2	$-\cos \alpha'$	$(-)\sin \alpha'$	0	
3	$-(2\nu - 1)\cos \alpha'$	$(+)\sin \alpha'$	0	

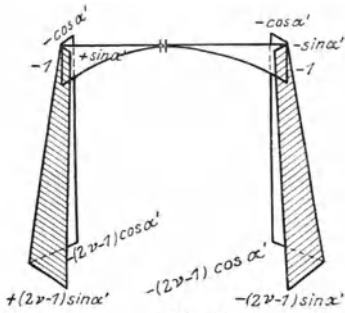


Abb. 10.

Die Vorzeichen beziehen sich immer auf die linke Hälfte. In Klammern stehen die der rechten Seite. Diese erhält man allgemein aus der Anschauung, da bei Symmetrie die Rieglmomente gleich, vom Stiel M_t gleich, M_r und M_z entgegengesetzt gleich sind. Bei Spiegelsymmetrie ist es genau umgekehrt: Rieglmomente und M_t entgegengesetzt gleich, M_r und M_z dagegen gleich.

Verschiebungen :

$$\left. \begin{aligned} \int M_0 \xi &= \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha' \cdot \nu (s_r - s_t), \\ \int M_0 \eta &= -\left(\frac{1}{3} a_y + 2 \nu c_1 \cdot s_r\right), \\ \int M_0 Z &= \frac{1}{3} a_y \kappa_1 - 2 c_1 s_r \left[\nu \left(\frac{2}{3} - \kappa_1\right) - \frac{1}{6}\right]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

a) Sonderfall: $s_r = s_t$; $\gamma \neq 0$.

M_I -Fläche:

	M_x bzw. M_t	M_y bzw. M_r	M_z
Punkt 0	0	$\frac{2}{3} \frac{a_y + s_r}{2 a_y + s_r}$	0
„ 1	0	$-\frac{4}{3} \frac{a_y}{2 a_y + s_r}$	0
„ 2	$-\frac{4}{3} \frac{a_y}{2 a_y + s_r} \cos \alpha'$	$+\frac{4}{3} \frac{a_y}{2 a_y + s_r} \sin \alpha'$	0
„ 3	$+\frac{2}{3} \frac{a_y}{2 a_y + s_r} \cos \alpha'$	$-\frac{2}{3} \frac{a_y}{2 a_y + s_r} \sin \alpha'$	0

Parabel

(18)

b) Sonderfall: $s_r \neq s_t$, $\gamma = 0$.

M_I -Fläche wie unter a), jedoch tritt an Stelle von „ s_r “ überall „ $c_1 s_r$ “.

c) Die Formel b) gilt auch angenähert für den allgemeinen Fall: $s_r \neq s_t$, $\gamma \neq 0$.

2. Eckbelastung senkrecht zur Rahmenebene

mit $P = 1 \cdot \frac{\cos \gamma}{h} = \frac{1}{s}$. (Abb. 11)

M_0 -Fläche:

Punkt 0–2: $M_x = M_y = M_t = M_r = M_z = 0$.

Punkt 3: $M_t = -\sin \alpha'$, $M_r = \frac{(-)}{(+)} \cos \alpha'$, $M_z = 0$. (19)

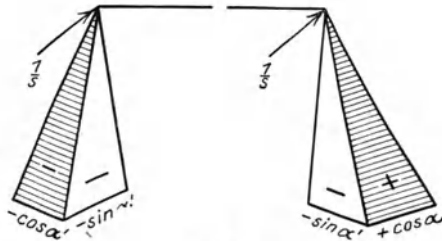


Abb. 11.

Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned}
 \int M_0 \xi &= -s_r \cdot c_3 \sin \gamma, \\
 \int M_0 \eta &= +\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \alpha' (s_r - s_t), \\
 \int M_0 Z &= \sin 2 \alpha' (s_r - s_t) \left(\frac{1}{3} - \frac{\alpha_1}{2} \right).
 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

a) Sonderfall: $s_r = s_t; \quad \gamma \neq 0.$

$$\eta = Z = 0, \quad \xi = + \frac{s_r \cdot \sin \gamma}{a_x + 2 s_z \cos^2 \gamma + 2 s_r \sin^2 \gamma}. \quad (21)$$

b) Sonderfall: $s_r \neq s_t; \quad \gamma = 0.$

$$\xi = 0, \quad \left. \begin{aligned} \eta &= - \frac{\frac{1}{2}(s_r - s_t) \sin 2 \alpha'}{a_y + 2 c_1 s_r} \\ Z &= - \frac{\frac{1}{2}(s_r - s_t) \sin 2 \alpha'}{s_r \cdot c_1} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Punkt 0–2: $M_x = M_y = M_z = M_r = M_t = 0.$

Punkt 3: $\left\{ \begin{aligned} M_t &= - \sin \alpha' - \cos \alpha' \cdot \frac{\sin 2 \alpha'}{2 c_1} \left(1 - \frac{s_t}{s_r}\right) \\ M_r &= - \cos \alpha' + \sin \alpha' \cdot \frac{\sin 2 \alpha'}{2 c_1} \left(1 - \frac{s_t}{s_r}\right) \end{aligned} \right. \quad M_z = 0.$

Es tritt eine Verteilung des Fußmomentes nach der Steifigkeit ein: z. B. wird M_t mit J_t kleiner, da dann $\frac{s_t}{s_r} > 1$, der Zusatz also + Vorzeichen hat. Die Änderung von M_t ist im Verhältnis $\cos \alpha : \sin \alpha$ kleiner als die von M_r . Für $\alpha = 0$ ist $M_r = 1$, $M_t = 0$; für $\alpha = 90^\circ$ $M_t = 1$, $M_r = 0$. Für die zwischenliegenden Werte ist $M_r + M_t > 1$.

c) Ist $s_r \neq s_t$ und $\gamma \neq 0$ (jedoch $\leq \frac{1}{5}$), so kann man immer noch nach b) rechnen.

Beispielsweise erhält man für

$$\sin \gamma = 0,2, \quad \frac{a}{s} = 1, \quad \alpha = 67^\circ 30', \quad \frac{a_y}{s_r} = 3, \quad \frac{a_x}{s_r} = \frac{a_z}{s_r} = 12$$

und

$$\begin{aligned} \frac{s_t}{s_r} = \frac{1}{4}, \quad M_t &= -1,0271 \quad \text{statt} \quad 1,0263, \\ M_r &= -0,0915 \quad \text{,,} \quad -0,0917; \\ \frac{s_r}{s_t} = 4, \quad M_t &= -0,7090 \quad \text{statt} \quad 0,7047, \\ M_r &= -0,996 \quad \text{,,} \quad -0,9886. \end{aligned} \quad (23)$$

Aus dem Beispiel geht ferner hervor, daß die Kraft in Richtung der größeren Achse in beiden Fällen $\sim = P$ ist; diejenige in Richtung der kleineren Achse wird um so größer, je mehr die größere Achse von der Richtung der angreifenden Kraft abweicht.

3. Gleichmäßige Riegelbelastung mit $q = \frac{8}{a^2}$ senkrecht zur Rahmenebene. (vgl. Abb. 12)

M_0 -Fläche:

Punkt 0	M_x bzw. M_t	Parabel	M_y bzw. M_r	M_z
„ 1	0	} Parabel	0	0
„ 2	-1		0	0
„ 3	$-\sin \gamma \sin \alpha'$		$(-)\sin \gamma \cos \alpha'$	$(-)\cos \gamma$
„ 3	$-\left(\sin \gamma + \frac{4}{n \cos \gamma}\right) \sin \alpha'$	$(+)\left(\sin \gamma + \frac{4}{n \cos \gamma}\right) \cos \alpha'$	„	„

(24)

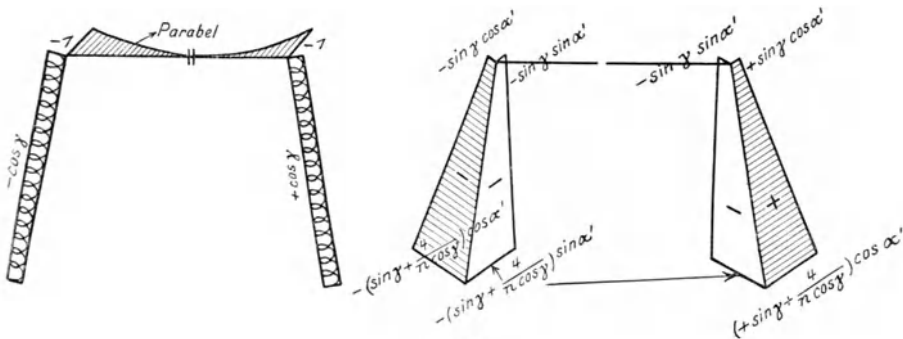


Abb. 12.

Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned} \int M_0 \xi &= -\frac{1}{3} a_x - 2 \cos^2 \gamma s_z - 2 s_r \cdot c_2 \left(\sin^2 \gamma + \frac{2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right), \\ \int M_0 \eta &= (s_r - s_t) \sin 2 \alpha' \left(\sin \gamma + \frac{2}{n \cos \gamma} \right), \\ \int M_0 Z &= -(s_r - s_t) \sin 2 \alpha' \left[\sin \gamma \left(\kappa_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{n \cos \gamma} \left(\kappa_1 - \frac{2}{3} \right) \right]. \end{aligned} \right\} (25)$$

a) Sonderfall: $s_r = s_t; \quad (c_2 = 1).$

Riegel: $M_y = M_z = 0.$

Punkt 1: $M_{x_1} = -1 + \xi = \frac{-\frac{2}{3} a_x + \frac{4}{n} s_r \operatorname{tg} \gamma}{a_x + 2 \cos^2 \gamma s_z + 2 \sin^2 \gamma s_r}.$ (26)

Die übrigen M_x -Momente des Riegels ergeben sich durch Abzug der Parabel mit dem Pfeil + 1. Die Stielmomente ergeben sich aus der M_0 -Fläche, indem bei M_t und M_r $\sin \gamma$ und bei M_z $\cos \gamma$ den Beiwert M_{x_1} erhalten.

b) Sonderfall: $s_r = s_t; \quad \gamma = 0.$

Man erhält für den Einspannungsgrad (M_x im Punkt 1) die einfache Formel

$$M_{x_1} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{a_x}{a_x + 2s_z}, \quad (27)$$

Für $s_z = 0$ ist vollkommene Einspannung vorhanden, für $a_x = 0$ ist die Einspannung des Riegels im Stiel = 0.

Auch unter a) kann die Einspannung = 0 werden. Es muß dann sein $\frac{2}{3} a_x = \frac{4}{n} s_r \cdot \operatorname{tg} \gamma$ oder $\operatorname{tg} \gamma = \frac{a_x}{s_r} \cdot \frac{n}{6}$ z. B. für $\frac{a_x}{s_r} = 3$, $n = 1$ muß sein $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2}$, $\gamma = 26^\circ 30'$. Ist γ größer als dieser Wert, so ist M_x im Punkt 1 noch positiv.

Ist $s_f \neq s_r$, so erhält man den Einspannungsgrad näherungsweise, indem man in die Formel unter a) für „ s_r “ „ $c_2 s_r$ “ einführt.

Die Stielmomente am Fuß sind nicht nur von M_{x_1} abhängig. Die Momente kann man sich zweckmäßig zerlegen in den Einfluß des am Kopf angreifenden Momentes M_{x_1} und den Einfluß der an der Ecke senkrecht zur Rahmenebene angreifenden Kraft $P = \frac{4}{n \cdot \cos \gamma}$. Für letztere sind die unter 2. entwickelten Formeln (19—23) gültig, während man die ersten nach Formel (26) erhält.

4. Gleichmäßige Belastung der Stiele senkrecht zur Rahmenebene mit $q = \frac{1}{s^2}$. (vgl. Abb. 13)

M_0 -Fläche:

$$M_x = M_y = M_z = M_t = M_r \quad \text{für Punkt } 0-2 = \text{Null.}$$

$$\text{Punkt 3: } M_t = -\frac{1}{2} \sin \alpha', \quad M_r = \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} \frac{1}{2} \cos \alpha', \quad M_z = 0. \quad (28)$$

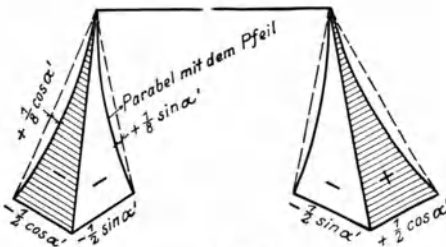


Abb. 13.

an der Ecke herrührende Dreieckfläche. Die Ergebnisse werden sich also ähnlich denen bei 2 zeigen.

Von dem Dreieck ist eine Parabel mit dem Stich $f = \frac{1}{8} \sin \alpha'$ für M_t , $f = \begin{matrix} (+) \\ (-) \end{matrix} \frac{1}{8} \cos \alpha'$ für M_r abzuführen. Ein Vergleich mit 2 zeigt, daß das Momentenbild sich zerlegen läßt in die bei starrer Auflagerung an der Ecke entstehende Parabel- und die von der Auflagerkraft

Verschiebungen: $\int M_0 \xi = -\frac{1}{3} c_2 \sin \gamma s_r,$ (29)

$$\int M_0 \eta = +\frac{1}{6} (s_r - s_l) \sin 2 \alpha',$$

$$\int M_0 Z = +\frac{1}{2} (s_r - s_l) \sin 2 \alpha' \left(\frac{1}{4} - \frac{\kappa_1}{3} \right).$$

a) Sonderfall: $s_r = s_l; \quad \gamma \neq 0.$

$$\xi = \frac{\frac{1}{3} s_r \sin \gamma}{a_x + 2 \cos^2 \gamma s_z + 2 \sin^2 \gamma s_r}. \quad (30)$$

Man erhält ξ zu $\frac{2}{3}$ des Wertes bei reiner Eckbelastung mit $P = \frac{1}{2s}$.

b) Sonderfall: $s_r \neq s_l; \quad \gamma = 0.$

Man erhält η zu $\frac{2}{3}$, Z im Verhältnis $\frac{3 a_y + 2 s_r c_1}{4 a_y + 2 s_r c_1}$ des Wertes bei reiner Eckbelastung mit $P = \frac{1}{2s}$. Für Z schwankt das Verhältnis zwischen $\frac{3}{4}$ und 1. Im Mittel kann man als obere Auflagerkraft $P = \frac{3}{8s}$ annehmen.

Bemerkungen zu den Abschnitten 2 bis 4.

Um die Rechnung zu vereinfachen, wird man im allgemeinen die gleichmäßige Windkraft als Einzelkraft an der Riegelecke einsetzen. Die Formeln (26) und (27) unter 3 geben einen Maßstab für die zusätzlichen M_x -Momente. Es zeigt sich ferner, daß die Auflagerkraft bei Stielbelastung kleiner ist als bei starrer Auflagerung, und zwar i. M. $\frac{3}{8}$ statt $\frac{1}{2}$.

5. Belastung durch $P = \frac{2}{h}$ in der Riegelachse in Richtung von rechts nach links. (Abb. 14)

M_0 -Fläche:

Punkt 0-2: $M_x = M_y = M_z = M_t = M_r = 0.$

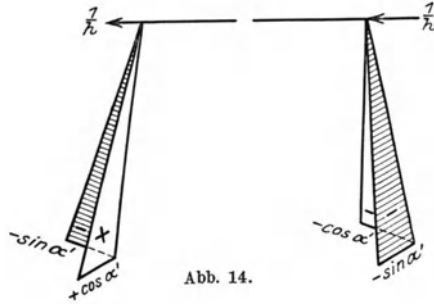
Punkt 3: $M_x = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \cos \alpha', \quad M_y = -\sin \alpha', \quad M_z = 0. \quad (31)$

Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned} \int M_0 \zeta &= -\frac{1}{2} (s_t - s_r) \cos \gamma \sin 2 \alpha', \\ \int M_0 X &= -s_r \cdot c_1 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{\nu}{3} \right), \\ \int M_0 Y &= (s_t - s_r) \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma} \left[\frac{1}{3} - \frac{\kappa_2}{2} \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

a) Sonderfall: $s_t = s_r$; $\gamma \neq 0$.

$$X = \frac{s_r \left(\frac{1}{6} + \frac{\nu}{3} \right)}{\frac{1}{12} a_y + \frac{1}{6} s_r (1 + \nu + \nu^2)} = \frac{2 s_r (1 + 2 \nu)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)}. \quad (33)$$



M_r -Fläche:

	M_x bzw. M_t	M_y bzw. M_r	M_z
Punkt 0	0	0	0
" 1	0	$(+) \frac{s_r (1 + 2 \nu)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)}$	0
" 2	$(-) \frac{s_r (1 + 2 \nu)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)} \cos \alpha'$	$(+) \frac{s_r (1 + 2 \nu)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)} \sin \alpha'$	0
" 3	$(+) \frac{a_y + s_r (2 + \nu)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)} \cos \alpha'$	$(-) \frac{a_y + s_r (2 + \nu)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)} \sin \alpha'$	0

b) Sonderfall: $s_r = s_t$; $\gamma = 0$:

$$X = \frac{6 s_r}{a_y + 6 s_r}. \quad (34)$$

Die Momente ergeben sich wie unter a) mit $\nu = 1$. Der Momentennullpunkt teilt den Stiel im Verhältnis $3 s_r : a_y + 3 s_r$, liegt also immer in der oberen Hälfte.

c) Ist $s_t \neq s_r$, $\gamma \neq 0$, so erhält man angenähert X aus Formel (33) unter a), wenn man statt „ s_r “, „ $c_1 s_r$ “ einführt. Außerdem entsteht ein Drehmoment, welches die größere Achse in die Kräfteebene zu drehen versucht.

6. Gleichmäßige Temperaturänderung $+t_0^0$.

Verschiebungen:

$$\int \xi t = 0, \quad \int \eta t = 0. \\ \int Z t = -\varepsilon t a' \cdot \frac{E J_c}{h}. \quad (35)$$

$$Z = \frac{\varepsilon E J_r \cdot t_0 \cdot a'}{c_1 \left(\frac{2}{3} - \alpha_1 \right) \cdot s \cdot h}, \quad \text{wo} \quad \alpha_1 = \frac{c_1 s_r}{a_y + 2 c_1 s_r}. \quad (36)$$

Die Momentenfläche entspricht der Z-Fläche (Abb. 7).

Sonderfall: $s_r = s_t, \gamma = 0$:

$$Z = \frac{\varepsilon E J_r \cdot t_0 \cdot n}{\left(\frac{2}{3} - \kappa_1\right) h}$$

M_I -Fläche:

	M_x bzw. M_t	M_y bzw. M_r	M_z
Punkt 0 u. 1	0	$-\varepsilon \frac{E J_r}{h} \cdot t_0 \cdot n \cdot \frac{3}{1 + 2 \frac{a_y}{s_r}}$	0
„ 2	$-\varepsilon \frac{E J_r}{h} \cdot t_0 \cdot n \cdot \frac{3}{1 + 2 \frac{a_y}{s_r}} \cdot \cos \alpha$	$(-)\varepsilon \frac{E J_r}{h} \cdot t_0 \cdot n \cdot \frac{3}{1 + 2 \frac{a_y}{s_r}} \cdot \sin \alpha$	0
„ 3	$+\varepsilon \frac{E J_r}{h} \cdot t_0 \cdot n \cdot \frac{3 \left(1 + \frac{a_y}{s_r}\right)}{1 + 2 \frac{a_y}{s_r}} \cdot \cos \alpha$	$(+)\varepsilon \frac{E J_r}{h} \cdot t_0 \cdot n \cdot \frac{3 \left(1 + \frac{a_y}{s_r}\right)}{1 + 2 \frac{a_y}{s_r}} \cdot \sin \alpha$	0

(37)

Der Momentennullpunkt unterteilt den Stiel im Verhältnis $1:1 + \frac{a_y}{s_r}$, liegt also immer über der Mitte.

7. Spiegelsymmetrische Belastung des Riegels mit $q = \frac{8}{a^2}$ in der Rahmenebene. (Abb. 15)

M_0 -Fläche:

	M_x bzw. M_t	M_y bzw. M_r	M_z
Punkt 0	0	0	0
„ 1	0	$(+)\ 1$	0
„ 2	$(-)\ \cos \alpha'$	$+\ \sin \alpha'$	0
„ 3	$(+)\ (2\nu - 1) \cos \alpha'$	$+(2\nu - 1) \sin \alpha'$	0

(38)

Verschiebungen:

$\int M_0 \zeta = -(s_r - s_t) \nu \cos \gamma \sin 2 \alpha'$	}	(39)
$\int M_0 X = \frac{1}{8} a_y + \frac{1}{6} c_1 s_r (1 + \nu + 4 \nu^2)$		
$\int M_0 Y = -(s_r - s_t) \sin 2 \alpha' \left[\nu \kappa_2 \cos \gamma \left(-1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) - \frac{1}{\cos \gamma} \left(\frac{2}{3} \nu - \frac{1}{6} \right) \right]$		

a) Sonderfall: $s_r = s_t; \zeta = Y = 0$.

Eckmoment:

$$M_{y1} = \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} 1 \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} \frac{1}{2} X = \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} \frac{\frac{1}{4} a_y + s_r (1 + \nu - 2 \nu^2)}{a_y + 2 s_r (1 + \nu + \nu^2)}. \quad (40)$$

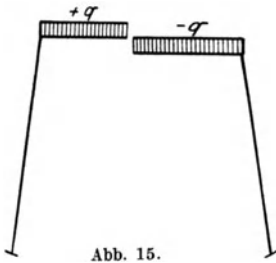


Abb. 15.

b) Sonderfall: $s_r = s_t$; $\gamma = 0$.

$$M_{y1} = \frac{-1}{(+)\frac{1}{4}} \cdot \frac{a_y}{a_y + 6 s_r}. \quad (40a)$$

Die vorstehenden Formeln geben einen Anhalt dafür, welchen Fehler man begeht, wenn man bei vorhandener einseitiger Belastung des Riegels diese gleichmäßig über den Riegel verteilt.

Für b) beträgt der Fehler $\frac{-3}{(+)\frac{1}{16}} \cdot \frac{2 a_y + s_r}{a_y + 6 s_r}$ des Eckmomentes bei gleichmäßig verteilter Belastung.

8. Der zweistielige Rahmen als statisch unbestimmtes Hauptsystem.

Die Momente aus den äußeren Belastungen sind unter 1 bis 7 entwickelt. Es ergeben sich für 1 und 5—7 ähnliche Formeln wie in der Ebene, wenn man als Trägheitsmoment des Stiels (je nach der Belastung) $\frac{J_r}{c_1}$ bzw. $\frac{J_r}{c_2}$ einführt.

Reihen sich an den Rahmen zu beiden Seiten weitere Felder, so können diese ebenfalls in Rahmenmitte aufgeschnitten gedacht werden. Die Schnittkräfte sind für den Ausgangsrahmen äußere, am Kragarm angreifende Kräfte, deren Einfluß im folgenden untersucht wird.

Es wird angenommen, daß alle drei Ebenen, gebildet aus den Riegeln und Stielen, mit der Lotrechten den Winkel β einschließen, während die die Riegel enthaltende Deckebene parallel zur Grundrißebene ist. Die Z-Achse der Stiele bilden die Grate der Rahmenebenen. Der Stiel halbiert also den Winkel zwischen den Riegeln. Die r-Achse des Stiels liegt in der Ebene der Winkelhalbierenden.

Die Schnittkräfte werden paarweise als Summe und Differenz angebracht. Abgesehen von den Vorzeichen entstehen dieselben Momentenflächen wie beim Ausgangsrahmen. Die Kragarmlänge ist $\frac{1}{2} a_1$; κ'_1 , κ'_2 , ν' usw. entsprechen den Werten κ_1 , κ_2 , ν am Ausgangsrahmen. Die Momentenflächen sind in Abb. 16 für symmetrische und spiegelsymmetrische Belastung dargestellt. Bezeichnet man die drei Rahmenebenen von links nach rechts mit $i-k-l$, so entstehen bei symmetrischer Belastung (ξ_{l+i} , η_{l+i} , Z_{l+i} , ζ_{l-i} , X_{l-i} , Y_{l-i}) nur die Schnittkräfte ξ_k , η_k , Z_k im Ausgangsrahmen k , während bei spiegelsymmetrischer Belastung nur ζ_k , X_k , Y_k vorhanden sind. Diese Schnittkräfte lassen sich wie früher gezeigt, leicht aus den Verschiebungswerten bestimmen, welche in Formel (41) bis (44) zusammengestellt sind. Für $s_r = s_t$ erhält man

die Schnittkräfte unmittelbar aus der Gleichung $\varphi_k = - \frac{\int M_0 \varphi_k}{\int \varphi_k \varphi_k}$.

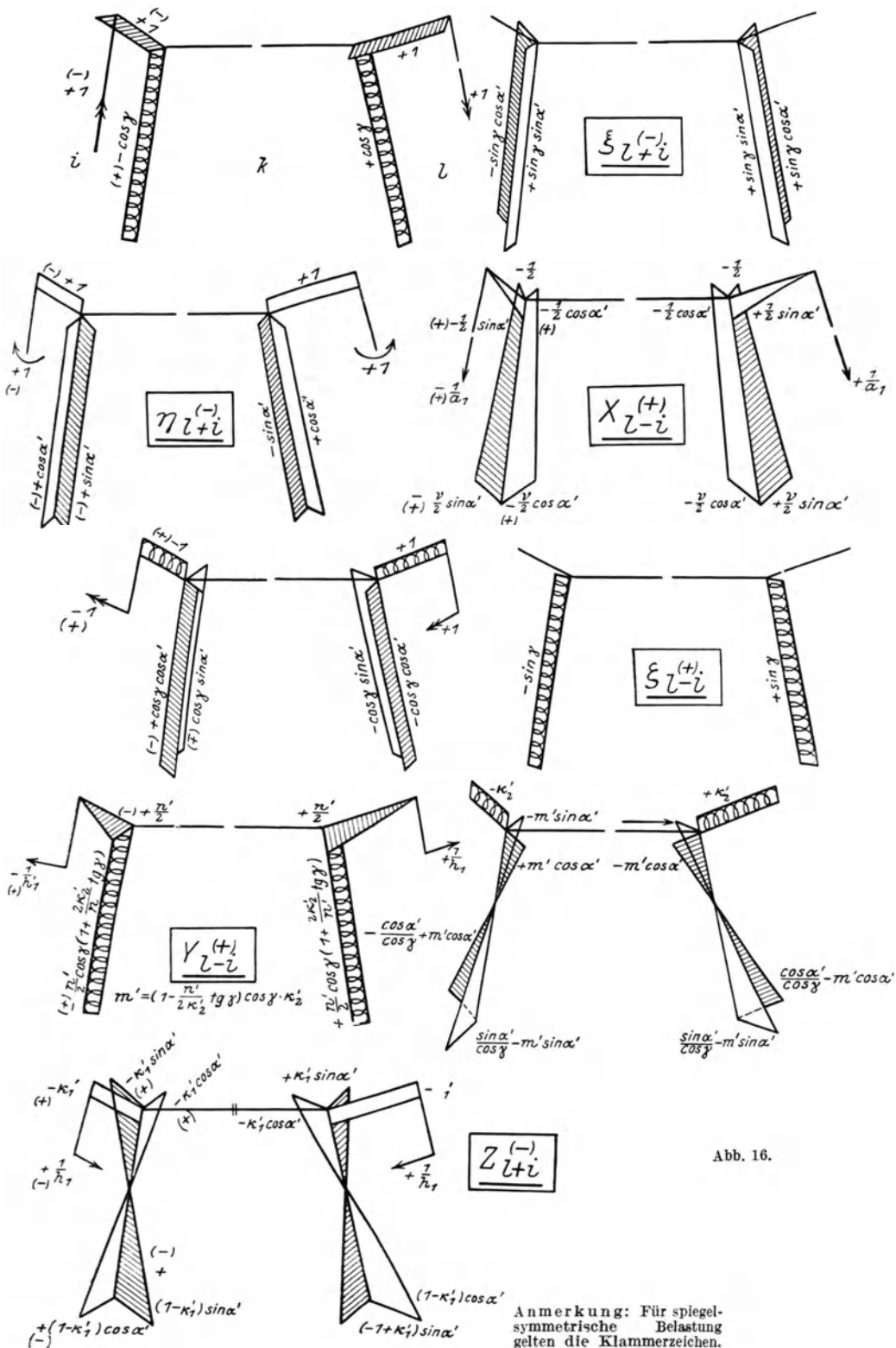


Abb. 16.

Kragarmbelastung des zweistieligen Rahmens:

I. Symmetrische

	ξ_k	η_k
ξ_{i+i}	$-2 s_r \left[\sin^2 \gamma \cdot c_4 + \frac{s_z}{s_r} \cos^2 \gamma \right]$	$+ s_r \sin \gamma \sin 2 \alpha' \cdot c_5$
η_{i+i}	$s_r \cdot c_5 \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha'$	$-2 s_r \cdot c_3$
Z_{i+i}	$s_r \cdot c_5 \left(\frac{1}{2} - \kappa_1' \right) \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha'$	$-2 s_r \cdot c_3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \kappa_1' \right)$
ξ_{i-i}	$s_r \cdot \sin 2 \gamma \left(c_4 - \frac{s_z}{s_r} \right)$	$- s_r \cdot c_5 \cdot \cos \gamma \cdot \sin 2 \alpha'$
X_{i-i}	$-\frac{1}{4} (1 + \nu') s_r \cdot c_5 \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha'$	$+\frac{1 + \nu'}{2} s_r \cdot c_3$
Y_{i-i}	$-2 s_r \left\{ \frac{n'}{2} \cos^2 \gamma \left(1 + \frac{2 \kappa_2'}{n} \operatorname{tg} \gamma \right) \frac{s_z}{s_r} \right.$ $\left. + c_4 \operatorname{tg} \gamma \left[\frac{1}{2} - \kappa_2' \cos^2 \gamma \cdot \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right\}$	$s_r \cdot c_5 \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma}$ $\cdot \left[\frac{1}{2} - \kappa_2' \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right]$

II. Spiegelsymmetrische

	ξ_k	X_k
ξ_{i-i}	$s_r \cdot \sin 2 \gamma \left(\frac{s_z}{s_r} - c_4 \right)$	$\frac{1 + \nu}{4} s_r \cdot c_5 \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha'$
η_{i-i}	$s_r \cdot c_5 \cos \gamma \sin 2 \alpha'$	$-\frac{(1 + \nu)}{2} s_r \cdot c_3$
Z_{i-i}	$s_r \cdot c_5 \cos \gamma \cdot \sin 2 \alpha' \left(\frac{1}{2} - \kappa_1' \right)$	$- s_r \cdot c_3 \left[\frac{1}{6} + \frac{\nu}{3} - \kappa_1' \left(\frac{1 + \nu}{2} \right) \right]$
ξ_{i+i}	$2 s_r \left[\frac{s_z}{s_r} \sin^2 \gamma + c_4 \cos^2 \gamma \right]$	$-\frac{(1 + \nu)}{4} s_r \cdot c_5 \cdot \cos \gamma \sin 2 \alpha'$
X_{i+i}	$-\frac{1}{4} (1 + \nu') s_r \cdot c_5 \cos \gamma \cdot \sin 2 \alpha'$	$\frac{1}{6} s_r c_3 \left[1 + \frac{1}{2} (\nu + \nu') + \nu \nu' \right]$
Y_{i+i}	$2 s_r \left\{ \frac{s_z}{s_r} \cdot \frac{n'}{4} \sin 2 \gamma \left(1 + \frac{2 \kappa_2'}{n'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right.$ $\left. - c_4 \left[\frac{1}{2} - \kappa_2' \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right\}$	$\frac{1}{2} s_r c_5 \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma} \left[\frac{1}{6} + \frac{\nu}{3} \right.$ $\left. - \frac{(1 + \nu)}{2} \kappa_2' \cos \gamma \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right]$

Verschiebungswerte für $s_r \neq s_t$, $\gamma \neq 0$.

Belastung.

$$\begin{aligned}
 & \overline{Z_k} \\
 & + s_r \sin \gamma \cdot \sin 2 \alpha' \cdot c_5 \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right) \\
 & - 2 s_r \cdot c_3 \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right) \\
 & - 2 s_r \cdot c_3 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_1') + \kappa_1 \kappa_1' \right] \\
 & - s_r \cdot c_5 \cdot \cos \gamma \cdot \sin 2 \alpha' \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right) \\
 & + \left[\frac{1}{6} + \frac{\nu'}{3} - \kappa_1 \left(\frac{1 + \nu'}{2} \right) \right] s_r \cdot c_3 \\
 & \left. \begin{aligned}
 & s_r \cdot c_5 \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2' \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right. \\
 & \left. - \kappa_1 \left[\frac{1}{2} - \kappa_2' \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right\}
 \end{aligned} \right\} \tag{43}
 \end{aligned}$$

Belastung.

$$\begin{aligned}
 & \overline{Y_k} \\
 & 2 s_r \left\{ \frac{s_z}{s_r} \cdot \frac{n}{2} \cos^2 \gamma \left(1 + \frac{2 \kappa_2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right) + c_4 \operatorname{tg} \gamma \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right\} \\
 & - s_r c_5 \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma} \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \\
 & - s_r c_5 \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left[\kappa_1' + \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right. \\
 & \left. + \kappa_1' \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right\} \\
 & 2 s_r \left\{ \frac{s_z}{s_r} \cdot \frac{n}{4} \sin 2 \gamma \left(1 + \frac{2 \kappa_2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right) - c_4 \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right\} \tag{44} \\
 & \frac{1}{2} s_r c_5 \frac{\sin 2 \alpha'}{\cos \gamma} \left[\frac{1}{6} + \frac{\nu'}{3} - \frac{(1 + \nu')}{2} \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \\
 & 2 s_r \left\{ \frac{s_z}{s_r} \cdot \frac{n n'}{4} \cos^2 \gamma \left(1 + \frac{2 \kappa_2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right) \left(1 + \frac{2 \kappa_2'}{n'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right. \\
 & + \frac{c_4}{\cos^2 \gamma} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cos^2 \gamma \left[\kappa_2 \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) + \kappa_2' \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right. \\
 & \left. \left. + \cos^4 \gamma \cdot \kappa_2 \kappa_2' \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \left(1 - \frac{n'}{2 \kappa_2'} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Kragarmbelastung des zweistieligen Rahmens. Verschiebungswerte für $\gamma = 0$.
I. Symmetrische Belastung.

	ξ_k	η_k	Z_k
ξ_{l+i}	$-2 s_z$	0	0
η_{l+i}	0	$-2 s_r c_3$	$-2 s_r c_3 \left(\frac{1}{2} - x_1 \right)$
Z_{l+i}	0	$-2 s_r c_3 \left(\frac{1}{2} - x_1' \right)$	$-2 s_r c_3 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (x_1 + x_1') + x_1 x_1' \right]$
ξ_{l-i}	0	$-s_r c_5 \sin 2\alpha$	$-s_r c_5 \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - x_1 \right)$
X_{l-i}	0	$s_r c_3$	$s_r c_3 \left(\frac{1}{2} - x_1 \right)$
Y_{l-i}	$-n' s_z$	$s_r c_5 \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - x_2' \right)$	$s_r c_5 \sin 2\alpha \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (x_1 + x_2') + x_1 x_2' \right]$

(41)

II. Spiegelsymmetrische Belastung.

	ξ_k	X_k	Y_k
ξ_{l-i}	0	0	$+n s_z$
η_{l-i}	$s_r c_5 \sin 2\alpha$	$-s_r c_3$	$-s_r c_5 \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - x_2 \right)$
Z_{l-i}	$s_r c_5 \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - x_1' \right)$	$-s_r c_3 \left(\frac{1}{2} - x_1' \right)$	$-s_r c_5 \sin 2\alpha \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (x_1' + x_2) + x_1' x_2 \right]$
ξ_{l+i}	$2 s_r c_4$	$-\frac{1}{2} s_r c_5 \sin 2\alpha$	$-2 s_r c_4 \left(\frac{1}{2} - x_2 \right)$
X_{l+i}	$-\frac{1}{2} s_r c_5 \sin 2\alpha$	$+\frac{1}{2} s_r c_3$	$\frac{1}{2} s_r c_5 \sin 2\alpha \left[\frac{1}{2} - \gamma_2 \right]$
Y_{l+i}	$-2 s_r c_4 \left(\frac{1}{2} - x_2' \right)$	$\frac{1}{2} s_r c_5 \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - x_2' \right)$	$2 s_r \left\{ \frac{s_z}{s_r} \cdot \frac{n^2}{4} + c_4 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (x_2 + x_2') + x_2 x_2' \right] \right\}$

(42)

V. Der räumlich eingespannte Bogen. (vgl. Abb. 17—19)

Es wird angenommen, daß die Stabachse in einer Ebene (= Bild-ebene) und die Hauptträgheitsachsen des Stabquerschnitts in bzw. senkrecht zu dieser Ebene liegen. Die Momentenvektoren werden wieder nach drei zueinander senkrecht stehenden Achsen zerlegt:

M_x : in der Bogenebene senkrecht zur Achse,

M_y : senkrecht zur Bogenebene,

M_z : in der Bogenebene tangential zur Achse nach der Einspannstelle gerichtet.

Hat der Vektor im Scheitel die Komponenten M_{x_0} , M_{y_0} , M_{z_0} , so gelten für den Querschnitt φ die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} M_{x\varphi} &= + M_{x_0} \cos \varphi \quad (+) M_{z_0} \sin \varphi \\ M_{y\varphi} &= M_{y_0} \\ M_{z\varphi} &= (-) M_{x_0} \sin \varphi \quad + M_{z_0} \cos \varphi \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Klammervorzeichen} \\ \text{für die rechte Seite.} \end{array} \quad (45)$$

In folgendem wird der symmetrische Bogen weiter untersucht. Denkt man sich wieder den Bogen in der Mitte aufgeschnitten und die an einem ideellen Hebelarm angreifenden Schnittkräfte als äußere Kräfte angebracht, so entstehen die folgenden

1. Momente der virtuellen Belastungszustände.

$$\left. \begin{array}{lll} \underline{\xi} = 1 & M_{x\varphi} = + \cos \varphi & M_{y\varphi} = 0 & M_{z\varphi} = (+) \sin \varphi \\ \underline{\eta} = 1 & M_{x\varphi} = 0 & M_{y\varphi} = + 1 & M_{z\varphi} = 0 \\ \underline{Z} = 1 & M_{x\varphi} = 0 & M_{y\varphi} = v - z_0 & M_{z\varphi} = 0 \\ \underline{\zeta} = 1 & M_{x\varphi} = (-) \sin \varphi & M_{y\varphi} = 0 & M_{z\varphi} = + \cos \varphi \\ \underline{X} = 1 & M_{x\varphi} = 0 & M_{y\varphi} = (+) u & M_{z\varphi} = 0 \\ \underline{Y} = 1 & M_{x\varphi} = (+) e \cdot \cos (\psi + \varphi) & M_{y\varphi} = 0 & M_{z\varphi} = + e \sin (\psi + \varphi) \end{array} \right\} (46)$$

wo $e = \frac{z_1 - v}{\sin \psi} = \frac{u}{\cos \varphi}$; $\operatorname{tg} \psi = \frac{z_1 - v}{u}$; $\operatorname{tg} \varphi = \frac{dv}{du}$.

Die Unbekannten zerfallen in zwei voneinander unabhängige Gruppen entsprechend symmetrischer und spiegelsymmetrischer Belastung:

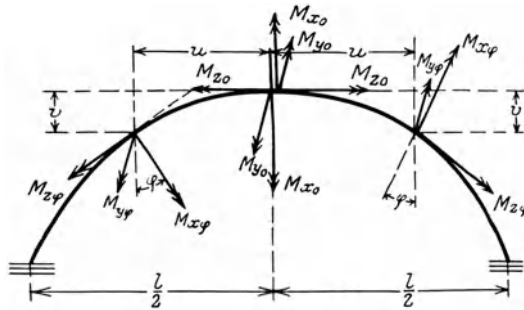


Abb. 17. Positive Momente.

I. Symmetrische Belastung: ξ, η, Z . Hebelarm z_0 ,

II. Spiegelsymmetrische Belastung: ζ, X, Y , Hebelarm z_1 .

In Gruppe I ist ξ unabhängig von η, Z .

$$\int \eta Z = 2 \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} (v - z_0) ds \cdot \frac{J_c}{J_y} \quad (47)$$

kann durch Wahl von z_0 zu Null gemacht werden, so daß nur Diagonalschiebungen bleiben.

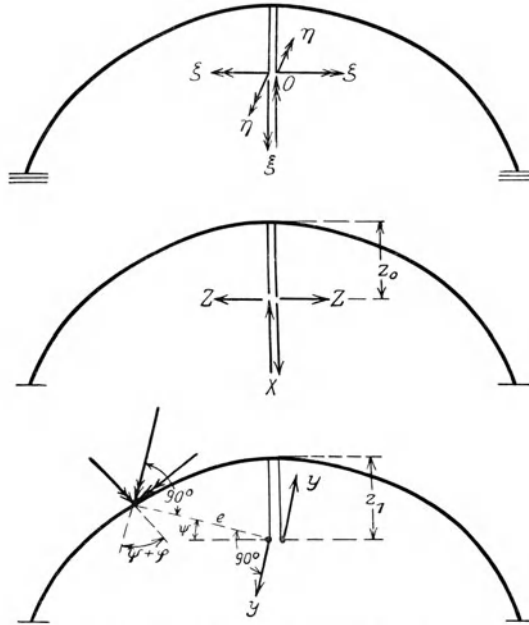


Abb. 18. Statisch unbestimmte Größen.

In Gruppe II ist X unabhängig von ζ, Y . Durch Wahl von z_1 kann auch

$$\int \zeta Y = -2 \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} e \sin \varphi \cdot \cos (\psi + \varphi) \cdot ds \cdot \frac{J_c}{J_x} \quad (48)$$

$$+ 2 \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} e \sin (\psi + \varphi) \cdot \cos \varphi \cdot ds \cdot \frac{E J_c}{G J_z}$$

zu Null gemacht werden.

Die drei Unbekannten η , Z und X entsprechen der ebenen Belastung, bei welcher nur M_y auftritt.

Die Diagonalverschiebungen bestimmen sich aus den Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \int \xi \xi &= \int \cos^2 \varphi \cdot ds \cdot \frac{J_c}{J_x} + \int \sin^2 \varphi \cdot ds \cdot \frac{E J_c}{G J_z}, \\ \frac{1}{2} \int \eta \eta &= \int ds \cdot \frac{J_c}{J_y}, \\ \frac{1}{2} \int Z Z &= \int (v - z_0)^2 ds \cdot \frac{J_c}{J_y}, \\ \frac{1}{2} \int \zeta \zeta &= \int \sin^2 \varphi \cdot ds \cdot \frac{J_c}{J_x} + \int \cos^2 \varphi \cdot ds \cdot \frac{E J_c}{G J_z}, \\ \frac{1}{2} \int X X &= \int u^2 ds \cdot \frac{J_c}{J_y}, \\ \frac{1}{2} \int Y Y &= \int [e \cos(\psi + \varphi)]^2 ds \cdot \frac{J_c}{J_x} + \int [e \cdot \sin(\psi + \varphi)]^2 \cdot ds \cdot \frac{E J_c}{G J_z}, \end{aligned} \right\} (49)$$

wobei die Integrale von $u = 0$ bis $u = \frac{l}{2}$ zu nehmen sind.

2. Belastung des Bogens durch Wind senkrecht zur Bogenebene mit w t/m. (Abb. 19)

M_0 -Fläche: Moment im Punkt u_a :

$$M_{x_0} = - \int_{u=0}^{u=u_a} w \cdot ds \cdot (u_a - u); \quad M_{z_0} = \int_{v=0}^{v=v_a} w \cdot ds (v_a - v). \quad (50)$$

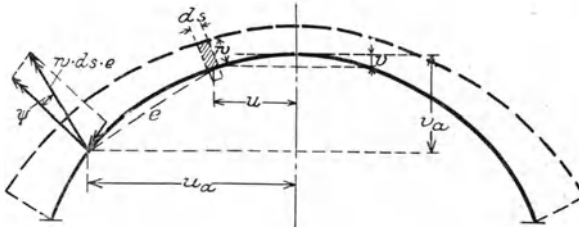


Abb. 19.

Die auf den Querschnitt u_a/v_a bezogenen Momente erhält man hieraus nach Formel (45) zu:

$$\begin{aligned} M_{x_\varphi} &= + M_{x_0} \cos \varphi \quad (-) M_{z_0} \sin \varphi = - |M_{x_0}| \cos \varphi - |M_{z_0}| \sin \varphi, \\ M_{z_\varphi} &= (-) M_{x_0} \sin \varphi + M_{z_0} \cos \varphi = (+) |M_{x_0}| \sin \varphi \quad (-) |M_{z_0}| \cos \varphi. \end{aligned} \quad (50 a)$$

Da M_{x_φ} links und rechts gleiches, M_{z_φ} wechselndes Vorzeichen hat und $M_{y_\varphi} = 0$ ist, verschwinden alle Verschiebungswerte bis auf $\int M_w \xi$.

Man erhält:

$$\frac{1}{2} \int M_w \xi = \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} M_{x\varphi} \cos \varphi \cdot \frac{ds \cdot J_c}{J_x} + \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} M_{z\varphi} \sin \varphi \cdot ds \frac{E J_c}{G J_z}, \quad (51)$$

oder durch Einsetzen von $M_{x\varphi}$, $M_{z\varphi}$ nach Formel (50a)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int M_w \xi = & - \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} |M_{x_0}| ds \left(\frac{\cos^2 \varphi \cdot J_c}{J_x} + \sin^2 \varphi \cdot \frac{E J_c}{G J_z} \right) \\ & + \int_{u=0}^{u=\frac{l}{2}} |M_{z_0}| \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot ds \left(- \frac{J_c}{J_x} + \frac{E J_c}{G J_z} \right), \end{aligned} \quad (51a)$$

wo $|M_{x_0}|$ und $|M_{z_0}|$ ohne Vorzeichen nach Formel (50) einzusetzen sind.

Man erhält schließlich

$$\xi_w = - \frac{\frac{1}{2} \int M_w \xi}{\frac{1}{2} \int \xi \xi} \quad (52)$$

und die endgültigen Momente zu:

$$\left. \begin{aligned} M_{x\varphi}^I &= + (M_{x_0} + \xi_w) \cos \varphi \quad (+) \quad M_{z_0} \sin \varphi \\ M_{z\varphi}^I &= (-) (M_{x_0} + \xi_w) \sin \varphi + M_{z_0} \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

a) Sonderfall $\varphi = 0$ (eingespannter gerader Stab):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int \xi \xi &= \int_0^{\frac{l}{2}} du \cdot \frac{J_c}{J_x} = \frac{l}{2} \quad \text{für } J_x = J_c = \text{konst.} \\ \frac{1}{2} \int M_w \xi &= - \int_0^{\frac{l}{2}} w \frac{u^2}{2} \cdot du \frac{J_c}{J_x} = - w \cdot \frac{l^3}{48} \quad \text{für } w = \text{konst.} \\ \xi_w &= + w \cdot \frac{l^2}{24}. \end{aligned} \quad (53a)$$

$$\text{Spannungsmoment: } - w \frac{l^2}{8} + w \frac{l^2}{24} = - w \frac{l^2}{12}.$$

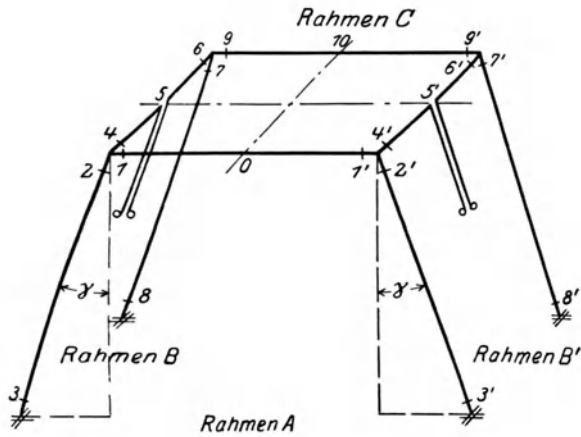
b) Näherungsweise betrachtet man den Bogen als beiderseits eingespannten geraden Stab, mit der abgewickelten Bogenlänge als Spannweite. Die Formel (51) für $\int M_w \xi$ zeigt, daß die Genauigkeit von dem

Glied $\int_0^{\frac{l}{2}} M_{z\varphi} \sin \varphi \cdot \frac{ds}{GJ}$ abhängt. Bei flachen Bogen ist $M_{z\varphi}$ und $\sin \varphi$ klein, so daß das Glied vernachlässigt werden kann.

Die Integrale sind praktisch durch Summenzeichen zu ersetzen, wenn das Trägheitsmoment wechselt. Ebenso wie in der Ebene kann an Stelle der Rechnung das graphische Verfahren treten.

VI. Der vierstielige geschlossene Rahmen mit zwei geneigten Seitenebenen. (vgl. Abb. 20)

Von den vier im rechten Winkel zusammenstoßenden Rahmen-ebenen sind die vordere A und die hintere C senkrecht, während die linke B und rechte B' den Winkel γ mit der Lotrechten einschließen. Die t -Achse des Stiels liegt in der A - bzw. C -Ebene, die r -Achse in der B - bzw. B' -Ebene. Die Länge der Riegel in der A - und C -Ebene ist „ a “, in B und B' „ b “.



Denkt man sich die Riegel „ b “ in der Mitte aufgeschnitten, so entsteht das statisch unbestimmte Hauptsystem, bestehend aus den gleichen zwei-stieligen Rahmen A und C , an deren Kragarmen die statisch unbestimmten Größen entsprechend

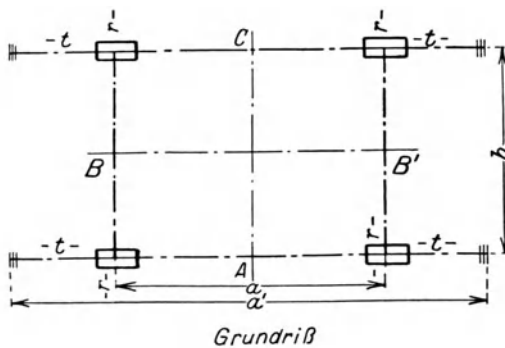


Abb. 20.

symmetrischer und spiegelsymmetrischer Belastung paarweise angreifend gedacht werden (Abb. 20). Sie bilden zwei voneinander unabhängige Gruppen von je sechs Unbekannten. Bezeichnen wir wieder

32 Der vierstielige geschlossene Rahmen mit zwei geneigten Seitenebenen.

von außen gesehen die linke Seite des Rahmens „ k “ mit „ i “, die rechte mit „ l “, so erhält man folgende virtuelle Belastungszustände:

$$\left. \begin{aligned} \xi_I &= \xi_{l+i}, & \eta_I &= \eta_{l+i}, & Z_I &= Z_{l+i}, \\ \zeta_I &= \zeta_{(-)(l-i)}, & X_I &= X_{(-)(l-i)}, & Y_I &= Y_{(-)(l-i)}. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{I. Symmetr.} \\ \text{Belastung} \end{array} \quad (54)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{II} &= \xi_{(-)(l-i)}, & \eta_{II} &= \eta_{(-)(l-i)}, & Z_{II} &= Z_{(-)(l-i)}, \\ \zeta_{II} &= \zeta_{l+i}, & X_{II} &= X_{l+i}, & Y_{II} &= Y_{l+i}, \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{II. Spiegelsym.} \\ \text{Belastung} \end{array} \quad (55)$$

wobei das Klammerzeichen für den Rahmen C gilt (Abb. 21). Der Einfluß der Belastungszustände ξ_{l+i} usw. ist bereits in Formel (41 bis 44)

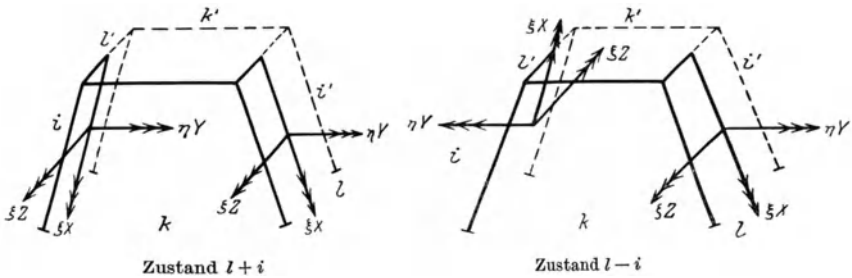


Abb. 21.

untersucht worden. Da die r -Achse des Stiels hier nicht in der Winkelhalbierenden angenommen ist, ergeben sich geringe Abweichungen. Aus gleichem Grund macht sich eine andere Wahl des Vorzeichens von M_r erforderlich: M_{r+} dreht ebenso wie M_{i+} den Stiel nach außen, entsprechend Zug an der Rahmeninnenseite. Das Vorzeichen der linken Seite ist also bei M_r umgedreht.

Die Diagonal- und seitlichen Verschiebungen des statisch bestimmten Systems ergeben sich aus den Formeln (12–13) für Rahmen $A-C$ mit $\alpha = \alpha' = 90^\circ$, also $c_1 = 1$; $c_2 = \frac{s_t}{s_r}$; für B und B' ist $\gamma = 0$ einzusetzen und a mit b , s_r mit s_t zu vertauschen.

Die Momente der virtuellen Belastungszustände ξ , ξ_{l+i} , ξ_{l-i} sind in Formel (56/58) angegeben.

Die der symmetrischen Belastung I entsprechenden Werte ξ , η , Z am Rahmen A und C , sowie die Werte ζ_{XY} am Rahmen A und C entsprechend der spiegelsymmetrischen Belastung II erhält man aus folgenden Zusammenstellungen der Verschiebungswerte:

Verschiebungswerte am Rahmen A und C :

$$\int \eta Z = -a_y \kappa_1 + 2 s_r \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right).$$

$$\text{Für } \kappa_1 = \frac{s_r}{a_y + 2 s_r} \text{ wird } \int \eta Z = 0,$$

$$\int \zeta Y = a_z \kappa_2 + \frac{n}{2} \left(1 + \frac{2 \kappa_2 \operatorname{tg} \gamma}{n} \right) \sin 2 \gamma s_z - 2 s_t \left[\frac{1}{2} - \kappa_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2 \kappa_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right],$$

$$\text{Für } \kappa_2 = \frac{1 + \frac{n}{2} \sin 2 \gamma \left(1 - \frac{s_z}{s_t} \right)}{\frac{a_z}{s_t} + 2 \left(\cos^2 \gamma + \frac{s_z}{s_t} \sin^2 \gamma \right)} \text{ wird } \int \zeta Y = 0,$$

$$\int \xi \xi = a_x + 2 (\cos^2 \gamma s_z + \sin^2 \gamma s_t),$$

$$\int \eta \eta = a_y + 2 s_r,$$

$$\int Z Z = s_r \left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right), \quad \text{wo } \kappa_1 = \frac{s_r}{a_y + 2 s_r},$$

$$\int \zeta \zeta = a_z + 2 [\sin^2 \gamma s_z + \cos^2 \gamma s_t],$$

$$\int X X = \frac{1}{12} [a_y + 2 (1 + \nu + \nu^2) s_r],$$

$$\int Y Y = \frac{n^2}{2} \left[\frac{1}{6} a_x + \sin^2 \gamma s_t + \cos^2 \gamma s_z \right] + \frac{2}{3} \frac{s_t}{\cos^2 \gamma} + n \operatorname{tg} \gamma s_t - \kappa_2 \left[s_t + \sin 2 \gamma \cdot \frac{n}{2} \left(s_t + \frac{1}{2} s_z \right) \right].$$

(59)

Verschiebungswerte am Rahmen $B-B'$:

$$\int \eta Z = -b_y \kappa_1' + 2 s_t \left(\frac{1}{2} - \kappa_1' \right),$$

$$\int \zeta Y = b_z \kappa_2' - 2 s_r \left(\frac{1}{2} - \kappa_2' \right),$$

$$\int \xi \xi = b_x + 2 s_z, \quad \int \eta \eta = b_y + 2 s_t, \quad \int \zeta \zeta = b_z + 2 s_r,$$

$$\int X X = \frac{1}{12} (b_y + 6 s_t), \quad \int Z Z = b_y \kappa_1'^2 + 2 s_t \left(\kappa_1'^2 - \kappa_1' + \frac{1}{3} \right),$$

$$\int Y Y = b_z \kappa_2'^2 + s_z \frac{n'^2}{2} + \frac{1}{12} b_x \cdot n'^2 + 2 s_r \left(\frac{1}{3} - \kappa_2' + \kappa_2'^2 \right).$$

Momentenflächen der virtuellen Belastungszustände am statisch bestimmten System.

	Riegel 1 (1')			Stiel 2-3 (2'-3') Klammervorzeichen für die rechte Seite		
	M_x	M_y	M_z	M_x	M_y	M_z
$\xi_k = 1$	+1	-	-	+ sin γ	-	-
$\eta_k = 1$	-	+1	-	-	+1	-
$Z_k = \frac{1}{h}$	-	- α_1	-	-	Punkt 2: - α_1 " 3: 1 - α_1	-
$\xi_k = 1$	-	-	+1	$\frac{1}{(+)} \cos \gamma$	-	+ sin γ
$X_k = \frac{1}{a}$	-	$\frac{1}{(+)} \frac{1}{2}$	-	-	Punkt 2: $\frac{1}{(+)} \frac{1}{2}$ " 3: $\frac{1}{(+)} \frac{\gamma}{2}$	-
$Y_k = \frac{1}{h}$	$+\frac{n}{(-)} \frac{1}{2}$	-	+ α_2	Punkt 2: $\frac{1}{(+)} \left[\alpha_2 \cos \gamma - \frac{n}{2} \sin \gamma \right]$ " 3: $\frac{1}{(-)} \frac{1}{\cos \gamma} + M_{t_2}$	-	$+\frac{n}{2} \cos \gamma + \alpha_2 \sin \gamma$

(56)

	Riegel 4 (4')			Stiel 2-3 (2'-3') Klammervorzeichen für die rechte Seite		
	M_x	M_y	M_z	M_x	M_y	M_z
$\xi_{I+I} = 1$	+1	-	-	-	-	$\frac{1}{(+)} 1$
$\eta_{I+I} = 1$	-	+1	-	+1	-	-

(57)

$\frac{Z_{l+i}}{h} = \frac{1}{h}$	-	$-\kappa_1'$	-	Punkt 2: $-\kappa_1'$ " 3: $1-\kappa_1'$	-	-
$\frac{\zeta_{l-i}}{h} = 1$	-	-	$\bar{+} 1$	-	-1	-
$\frac{X_{l-i}}{b} = \frac{1}{b}$	-	$-\frac{1}{2}$	-	$-\frac{1}{2}$	-	-
$\frac{Y_{l-i}}{h} = \frac{1}{h}$	$+\frac{n'}{2}$	-	$\bar{+} \kappa_3'$	-	Punkt 2: $-\kappa_3'$ " 3: $1-\kappa_3'$	$-\frac{n'}{2}$ $(+)$

(58)

	Stiel 2-3 (2'-3') Klammervorzeichen für die rechte Seite					
	M_x	M_y	M_z	M_t	M_r	M_s
$\frac{\xi_{l-i}}{h} = 1$	$\bar{+} 1$	-	-	-	-	+1
$\eta_{l-i} = 1$	-	$\bar{+} 1$	-	$\bar{+} 1$	-	-
$\frac{Z_{l-i}}{h} = \frac{1}{h}$	-	$\bar{+} \kappa_1'$	-	Punkt 2: $\bar{+} \kappa_1'$ " 3: $\bar{+} (-1 + \kappa_1')$	-	-
$\frac{\zeta_{l+i}}{h} = 1$	-	-	+1	-	$\bar{+} 1$	-
$\frac{X_{l+i}}{b} = \frac{1}{b}$	-	$\bar{+} \frac{1}{2}$	-	$\bar{+} \frac{1}{2}$	-	-
$\frac{Y_{l+i}}{h} = \frac{1}{h}$	$\bar{+} \frac{n}{2}$	-	$\bar{+} \kappa_2'$	-	Punkt 2: $\bar{+} \kappa_2'$ " 3: $\bar{+} (-1 + \kappa_2')$	$\bar{+} \frac{n'}{2}$

3*

Gruppe I: Symmetrische Belastung des zweistieligen Rahmens:

$$\begin{aligned}
 \int \xi_{l+i} \xi_k &= -2s_z \cos \gamma, \\
 \int \eta_{l+i} \xi_k &= +2 \sin \gamma s_t, \\
 \int Z_{l+i} \xi_k &= +2 \sin \gamma \cdot s_t \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha_1' \right), \\
 \int \zeta_{l-i} \eta_k &= -2s_r, \\
 \int \zeta_{l-i} Z_k &= -2s_r \left(\frac{1}{2} - \alpha_1 \right), \\
 \int X_{l-i} \xi_k &= -s_t \cdot \sin \gamma, \\
 \int Y_{l-i} \xi_k &= -n' s_z \cos \gamma, \\
 \int Y_{l-i} \eta_k &= +2s_r \left(\frac{1}{2} - \alpha_2' \right), \\
 \int Y_{l-i} Z_k &= +2s_r \left[\frac{1}{3} - \frac{\alpha_1}{2} + \alpha_2' \left(\alpha_1 - \frac{1}{2} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{60}$$

Gruppe II: Spiegelsymmetrische Belastung des zweistieligen Rahmens:

$$\begin{aligned}
 \int \xi_{l-i} \zeta_k &= 2s_z \sin \gamma, \\
 \int \xi_{l-i} Y_k &= s_z \cdot n \cdot \cos \gamma \left(1 + \frac{2\alpha_2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right), \\
 \int \eta_{l-i} \zeta_k &= 2s_t \cdot \cos \gamma, \\
 \int \eta_{l-i} Y_k &= -2s_t \left[\frac{1}{2 \cos \gamma} - \alpha_2 \cos \gamma \left(1 - \frac{n}{2\alpha_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right], \\
 \int Z_{l-i} \zeta_k &= +2s_t \cos \gamma \left(\frac{1}{2} - \alpha_1' \right), \\
 \int Z_{l-i} Y_k &= -2s_t \left\{ \frac{1}{\cos \gamma} \left(\frac{1}{3} - \frac{\alpha_1'}{2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \alpha_2 \cos \gamma \left(1 - \frac{n}{2\alpha_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \left(\alpha_1' - \frac{1}{2} \right) \right\}, \\
 \int \zeta_{l+i} X_k &= -\frac{1}{2} (1 + \nu) s_r, \\
 \int X_{l+i} \zeta_k &= -s_t \cdot \cos \gamma, \\
 \int X_{l+i} Y_k &= +\frac{s_t}{\cos \gamma} \left\{ \frac{1}{2} - \alpha_2 \cos^2 \gamma \left(1 - \frac{n}{2\alpha_2} \operatorname{tg} \gamma \right) \right\}, \\
 \int Y_{l+i} \zeta_k &= +s_z \cdot \sin \gamma \cdot n', \\
 \int Y_{l+i} X_k &= s_r \left\{ \frac{1}{6} + \frac{\nu}{3} - \alpha_2' \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \right\}, \\
 \int Y_{l+i} Y_k &= +s_z \cdot \frac{n n'}{2} \cdot \cos \gamma \left(1 + \frac{2\alpha_2}{n} \operatorname{tg} \gamma \right).
 \end{aligned} \tag{61}$$

1. Verschiebungswerte am statisch unbestimmten Hauptsystem.

Für die Momente gelten die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Symmetr. Belastung: } \underline{M}_I &= \underline{M}_0 + \xi_k \underline{\xi}_k + \eta_k \underline{\eta}_k + Z_k \underline{Z}_k, \\ \text{Spiegelsym. " : } \underline{M}_I &= \underline{M}_0 + \zeta_k \underline{\zeta}_k + X_k \underline{X}_k + Y_k \underline{Y}_k. \end{aligned} \right\} (62)$$

Hierin sind ξ_k usw. die aus den vorstehenden Verschiebungswerten errechneten Festwerte, während $\underline{\xi}_k$ usw. die den einzelnen Systempunkten zugehörigen Momentenwerte für $\underline{\xi}_k = 1$ usw. (vgl. Formel (56)) darstellen.

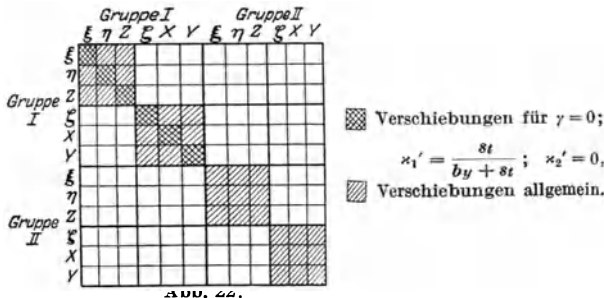
Der Verschiebungswert mit einem zweiten Belastungszustand \underline{M}'_0 , \underline{M}'_I hat die Größe

$$\int M'_I M_I = \int M'_0 M_0 + \xi_k \int M'_0 \xi_k + \eta_k \int M'_0 \eta_k + Z_k \int M'_0 Z_k \quad (63)$$

für Gruppe I und entsprechend für Gruppe II mit ζ_k, X_k, Y_k . Hieraus ist zu ersehen, daß $\int I II = 0$.

In Gruppe I ist $\int \xi \xi = 2 \int \xi_{l+i} \xi_{l+i}$, dasselbe gilt für η, Z sowie für ζ, X, Y in Gruppe II.

Für $\int \xi \zeta$ in Gruppe I gilt: $\int \xi_{l+i} \zeta_{l-i} + \int \xi_{l+i} \zeta_{(-l+i)} = 0$. Entsprechendes gilt für alle Verschiebungen $(l+i)$ $(l-i)$, so daß jede Gruppe in $2 \cdot 3$ voneinander unabhängige Unbekannte zerfällt, nämlich (Abb. 22)



Gruppe I:

$$\xi_{l+i}, \quad \eta_{l+i}, \quad Z_{l+i} \quad - \quad \zeta_{(-)l-i}, \quad X_{(-)l-i}, \quad Y_{(-)l-i},$$

Gruppe II:

$$\xi_{(+)l-i}, \quad \eta_{(+)l-i}, \quad Z_{(+)l-i} \quad - \quad \zeta_{l+i}, \quad X_{l+i}, \quad Y_{l+i}.$$

Die allgemeine Betrachtung wird nur für

$$\boxed{\gamma = 0}$$

fortgesetzt, da für $\gamma \neq 0$ zu unübersichtliche Formeln entstehen.

Gruppe I.

Momente im statisch unbestimmtem System:

$$\begin{aligned}
 \underline{\xi_{l+i}^I} &= \underline{\xi_{l+i}^0} + \frac{2s_z}{a_x + 2s_z} \underline{\xi_k}, \\
 \underline{\eta_{l+i}^I} &= \underline{\eta_{l+i}^0}, \\
 \underline{Z_{l+i}^I} &= \underline{Z_{l+i}^0}, \\
 \underline{\xi_{(-)(l-i)}^I} &= \underline{\xi_{(-)(l-i)}^0} + \frac{2s_r}{a_y + 2s_r} \eta_k + \frac{3a_y}{2a_y + s_r} \cdot Z_k, \\
 \underline{X_{(-)(l-i)}^I} &= \underline{X_{(-)(l-i)}^0}, \\
 \underline{Y_{(-)(l-i)}^I} &= \underline{Y_{(-)(l-i)}^0} + \frac{n' s_z}{a_x + 2s_z} \underline{\xi_k} + \frac{2s_r \left(\frac{1}{2} - \kappa_2'\right)}{a_y + 2s_r} \eta_k \\
 &\quad + \frac{2 \left[\frac{1}{3} - \frac{\kappa_1}{2} + \kappa_2' \left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right)\right]}{\frac{2}{3} - \kappa_1} Z_k.
 \end{aligned} \tag{64}$$

Verschiebungen am statisch unbestimmtem System:

$$\begin{aligned}
 \int \xi_{l+i} \xi_{l+i}^I &= b_x + 2s_z \cdot \frac{a_x}{a_x + 2s_z}, \\
 \int \eta_{l+i} \eta_{l+i}^I &= b_y + 2s_t, \\
 \int Z_{l+i} Z_{l+i}^I &= s_t \left(\frac{2}{3} - \kappa_1'\right), \quad \text{wo } \kappa_1' = \frac{s_t}{b_y + 2s_t}, \\
 &\quad \text{(wofür } \int \eta_{l+i} Z_{l+i} = 0), \\
 \int \zeta_{l-i} \zeta_{l-i}^I &= b_z + \frac{a_y}{2a_y + s_r} \cdot s_r, \\
 \int X_{l-i} X_{l-i}^I &= \frac{1}{12}(b_y + 6s_t), \\
 \int Y_{l-i} Y_{l-i}^I &= \frac{n'^2}{2} \left(\frac{1}{6} b_x + a_x \cdot \frac{s_z}{a_x + 2s_z}\right), \quad \text{wenn } \kappa_2' = 0 \\
 &\quad \text{(wofür } \int \zeta_{l-i} Y_{l-i}^I = 0).
 \end{aligned} \tag{65}$$

Die Verschiebungen für das ganze System (vorderer und hinterer Rahmen) sind doppelt so groß.

Wie man sieht, erhält man in Gruppe I für $\gamma = 0$ jede Unbekannte aus nur einer Gleichung: z. B. $\xi_{l+i}^I = -\frac{\int M_0 \xi_{l+i}^I}{2 \cdot \int \xi_{l+i} \xi_{l+i}^I}$.

Gruppe II.

$$\text{Abkürzung: } \int Y Y = s_t \left(\frac{2}{3} - \kappa_2\right) + \frac{n^2}{2} \left(\frac{1}{6} a_x + s_z\right).$$

Da die seitlichen Verschiebungen doch nicht verschwinden, setzt man $\kappa_1' = \kappa_2' = 0$ und erhält:

$$\left. \begin{aligned}
 \int \xi_{l-i} \eta_{l-i}' &= 2 n s_z \cdot s_t \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \cdot \frac{1}{\int Y Y}, \\
 \int \xi_{l-i} Z_{l-i}' &= 2 n s_z \cdot s_t \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \frac{1}{\int Y Y}, \\
 \int \eta_{l-i} Z_{l-i}' &= s_t - \frac{2 s_t^2}{a_z + 2 s_t} - \frac{4 s_t^2 \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right)}{\int Y Y}, \\
 \int \xi_{l-i} \xi_{l-i}' &= b_x + 2 s_z - n^2 s_z^2 \cdot \frac{1}{\int Y Y}, \\
 \int \eta_{l-i} \eta_{l-i}' &= b_y + 2 s_z \cdot \frac{s_t}{a_z + 2 s_t} - 4 s_t^2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2}{\int Y Y}, \\
 \int Z_{l-i} Z_{l-i}' &= \frac{2}{3} s_t - \frac{s_t^2}{a_z + 2 s_t} - 4 s_t^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right)^2 \cdot \frac{1}{\int Y Y}, \\
 \int \zeta_{l+i} X_{l+i}' &= 0, \\
 \int \zeta_{l+i} Y_{l+i}' &= -s_r + \frac{6 s_r^2}{a_y + 6 s_r}, \\
 \int X_{l+i} Y_{l+i}' &= -\frac{1}{2} n n' s_t \cdot s_z \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \frac{1}{\int Y Y}, \\
 \int \zeta_{l+i} \zeta_{l+i}' &= b_z + 2 s_r - \frac{12 s_r^2}{a_y + 6 s_r}, \\
 \int X_{l+i} X_{l+i}' &= \frac{1}{12} (b_y + 6 s_t) - \frac{s_t^2}{a_z + 2 s_t} - \frac{s_t^2 \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2}{\int Y Y}, \\
 \int Y_{l+i} Y_{l+i}' &= \frac{2}{3} s_r + \frac{n'^2}{2} \left(s_z + \frac{1}{6} b_x \right) - \frac{3 s_r^2}{a_y + 6 s_r} - \frac{n^2 n'^2 s_z^2}{4 \int Y Y}.
 \end{aligned} \right\} (66)$$

Die Verschiebungen für das ganze System sind doppelt so groß. Die Unbekannten sind aus je drei Gleichungen zu bestimmen.

2. Senkrechte Belastung des vorderen Riegels mit $q = \frac{8}{a^2}$

(vgl. Fl. 8 u. 9. Abb. 23).

Die Momente am statisch unbestimmten Hauptsystem sind mit

$$M_I = \frac{+ \frac{4}{3} a_y}{2 a_y + s_r} : \left. \begin{aligned}
 \text{Punkt 0: } M_y &= 1 - M_I, & \text{Punkt 2: } M_r &= -M_I, \\
 \text{„ 1: } M_y &= -M_I, & \text{„ 3: } M_r &= +\frac{1}{2} M_I.
 \end{aligned} \right\} (67)$$

3. Eckbelastung senkrecht zur Rahmenebene A mit $P = \frac{2}{h}$.

(Abb. 24)

Die Kraft geht unmittelbar in die zweiastigen Rahmen B und B' , in denen die Momente, Formel (33), (Belastungsfall 5) entstehen.

4. Wagerechte Kraft in der Riegelachse.

Sind die Rahmen A und C durch die gleiche Kraft und in derselben Richtung beansprucht, so entstehen dieselben Momente wie im zweiastigen Rahmen (Belastungsfall 5, Formel (34)).

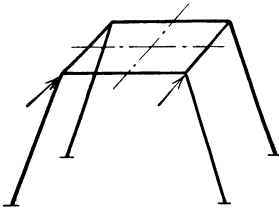


Abb. 24.

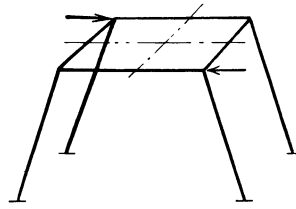


Abb. 25.

Ist der vordere Rahmen allein belastet, so ist zu dem vorstehenden Belastungsfall eine Zusatzbelastung anzubringen, derart, daß Rahmen A und C entgegengesetzt gleich belastet sind (Abb. 25).

Die M_I -Momente sind mit $M_I = \frac{3 s_r}{a_y + 6 s_r}$

$$\begin{aligned} \text{Punkt 0:} & \quad 0 & \text{Punkt 2:} & \quad M_r = \binom{-}{+} M_I, \\ \text{" 1:} & \quad M_y = \binom{-}{+} M_I & \text{" 3:} & \quad M_r = \binom{+}{-} (1 - M_I). \end{aligned} \quad (71)$$

Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned} \int M_I \zeta_{l+i} &= 2 s_r \frac{a_y}{a_y + 6 s_r} \\ \int M_I Y_{l+i} &= -4 s_r \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3 s_r}{a_y + 6 s_r} \right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{die übrigen Ver-} \\ \text{schiebungen} = 0 \end{array} \quad (72)$$

für $\varkappa_2' = 0$.

Auflösungsschema:

$$\begin{aligned} \int \zeta_{l+i} \zeta_{l+i} \cdot \zeta_{l+i} + & \quad 0 & + \int Y_{l+i} \zeta_{l+i} \cdot Y_{l+i} &= -s_r \cdot \frac{a_y}{a_y + 6 s_r} \\ 0 & + \int X_{l+i} X_{l+i} \cdot X_{l+i} + \int Y_{l+i} X_{l+i} \cdot Y_{l+i} &= & 0 \\ \int \zeta_{l+i} Y_{l+i} \cdot \zeta_{l+i} + \int X_{l+i} Y_{l+i} \cdot X_{l+i} + \int Y_{l+i} Y_{l+i} \cdot Y_{l+i} & & & \\ & & & = 2 s_r \left(\frac{1}{3} - \frac{\frac{3}{2} s_r}{a_y + 6 s_r} \right). \end{aligned}$$

5. Wagerechte Riegelbelastung mit $q = \frac{8}{a^2}$.

(vgl. Belastungsfall 3, Fl. 24—27 u. Abb. 26)

Die M^I -Fläche wird zerlegt in diejenige infolge der Eckbelastung mit $P = \frac{4}{n}$, für welche das unter 2. Gesagte gilt, und die in folgendem

zu untersuchende Momentenfläche infolge der Stielverdrehung:

$$M_I = \frac{2}{3} \frac{a_x}{a_x + 2s_z}$$

M_I -Fläche:

$$\left. \begin{aligned} \text{Punkt 0: } M_x &= 1 - M_I, \\ \text{„ 1: } M_x &= -M_I, \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

$$\text{Punkt 2 u. 3: } M_z = \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} M_I.$$

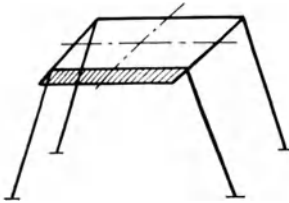


Abb. 26.

Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned} \int M_I \xi_{l+i} &= + 2s_z \cdot M_I, \\ \int M_I Y_{l-i} &= + n' s_z \cdot M_I \quad (\text{für } \alpha_2' = 0). \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

Man erhält nur die Unbekannten ξ_{l+i} , $Y_{(-)l-i}^+$:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{l+i} &= - \frac{\frac{2}{3} a_x s_z}{b_x (a_x + 2s_z) + 2a_x s_z} = k_1, \\ Y_{(-)l-i}^+ &= - \frac{1}{n'} \cdot \frac{\frac{2}{3} a_x \cdot s_z}{\frac{1}{6} b_x (a_x + 2s_z) + a_x s_z} = k_2. \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

Momente:

$$\left. \begin{aligned} \underline{M_{II}} &= \underline{M_I} + k_1 \underline{\xi_{l+i}^I} + k_2 \underline{Y_{(-)l-i}^I} = \underline{M_0^I} + k_1 \underline{\xi_{l+i}^0} + k_2 \underline{Y_{(-)l-i}^0} \\ &+ \underline{\xi} \left(k_1 \cdot \frac{2s_z}{a_x + 2s_z} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} k_2 \cdot \frac{n' s_z}{a_x + 2s_z} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} k_2 [\alpha_1 \cdot \underline{\eta} + \underline{Z}] \right). \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Die [] ist für den Riegel = 0, da $\underline{\eta} = 1$ und $\underline{Z} = -\alpha_1$. Für den Stielfuß ist [] = $\begin{matrix} + \\ - \end{matrix} 1$. Da auch $Y_{(-)l-i}^0 = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} 1$, heben sich die beiden

Glieder auf. Die Zusatzmomente sind also für den Riegel nur M_x -, für den Stiel nur M_z -Momente, und zwar:

$$\left. \begin{aligned} \text{Riegel:} \quad \text{Punkt 1 (9): } & \frac{s_z}{a_x + 2s_z} (2k_1 \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} n' k_2), \\ \text{„ 4 (6): } & k_1 \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \frac{n'}{2} k_2, \\ \text{„ 5 : } & k_1. \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

Stiel: Punkt 2 und 3 (7 und 8)

$$M_z = \binom{-}{+} k_1 - \frac{n'}{2} k_2 + \frac{s_z}{a_x + 2s_z} \binom{+}{(-)} 2k_1 + n' k_2 = \frac{a_x}{a_x + 2s_z} \binom{-}{+} k_1 - \frac{n'}{2} k_2.$$

Sämtliche Momente enthalten den Faktor $k_1 \binom{+}{(-)} \frac{n'}{2} k_2$. Setzt man k_1 und k_2 ein und bezeichnet mit

$$N = [b_x(a_x + 2s_z) + 2a_x s_z] \cdot \left[\frac{1}{6} b_x(a_x + 2s_z) + a_x s_z \right],$$

so ist

$$\left. \begin{aligned} k_1 + \frac{n'}{2} k_2 &= -\frac{1}{N} \cdot \frac{4}{9} a_x s_z [b_x(a_x + 2s_z) + 3a_x s_z], \\ k_1 - \frac{n'}{2} k_2 &= +\frac{1}{N} \cdot \frac{2}{9} a_x s_z [b_x(a_x + 2s_z)]. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Der Momentennullpunkt im Riegel wandert von der Ecke 6 für $b_x = 0$ bis zu $\frac{1}{3} b$ für $a_x s_z = 0$. Für $b_x = 0$ ist $M_{xy} = -\frac{2}{3}$ (volle Einspannung). Für $s_z = 0$ ist volle Einspannung im vorderen Rahmenstiel vorhanden. Aus den Momenten ersieht man die für Näherungsrechnungen wichtigen Übergangszahlen des Momentes M_x ; auf den Stiel entfällt $\frac{a_r}{a_x + 2s_z} M_x$, auf den angrenzenden Riegel das Moment $\frac{2s_z}{a_x + 2s_z} M_x$.

Betrachtet man den geschlossenen Rechteckrahmen der Deckebene als ebenes System, und bringt in Mitte der aufgeschnittenen Riegel b das Moment ξ und die Querkraft Y an, so erhält man, da $\int \xi Y = 0$:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= -\frac{\frac{2}{3} a_r}{2(a_x + b_x)}, \\ Y &= -\frac{\frac{2}{3} a_x}{a_x + \frac{1}{3} b_x}. \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

Hieraus ergeben sich die Eckmomente:

$$M_x = -\frac{1}{3} a_x \left[\frac{1}{a_x + b_x} \binom{+}{(-)} - \frac{1}{a_x + \frac{1}{3} b_x} \right]. \quad (80)$$

Die Grenzwerte stimmen nach Größe und Lage überein, die Zwischenwerte sind jedoch erheblich von s_z abhängig.

VII. Der vierstielige geschlossene Rahmen mit vier geneigten Seitenebenen. (vgl. Abb. 27)

Alle vier Seitenebenen sind unter dem Winkel β gegen die Lotrechte geneigt. Die r -Achse der Stiele liegt ebenso wie die Z -Achse in der Ebene der Winkelhalbierenden.

Der Rechnungsgang ist derselbe wie im vorigen Abschnitt. Durch

44 Der geschlossene Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Querriegeln.

Aufschneiden der Seitenriegel „b“ entstehen zwei zweistielige Rahmen mit Kragarmen. Für diese gelten die früher abgeleiteten Formeln (41) bis

(44), wobei $\alpha = 45^\circ$ einzusetzen ist.

Man bestimmt zunächst die Verschiebungswerte am zweistieligen Rahmen nach Formel (11) bis (13). Darauf erfolgt die Aufstellung der Momente und Verschiebungswerte am statisch unbestimmten Hauptsystem in gleicher Weise wie im vorigen Abschnitt, Formel (60) u. f. Auch hier werden die Unbekannten aus vier voneinander unabhängigen Gleichungsgruppen mit je drei Unbekannten bestimmt.

Für $\gamma = 0$ und $s_r = s_t$ erhält man die gleichen Ver-

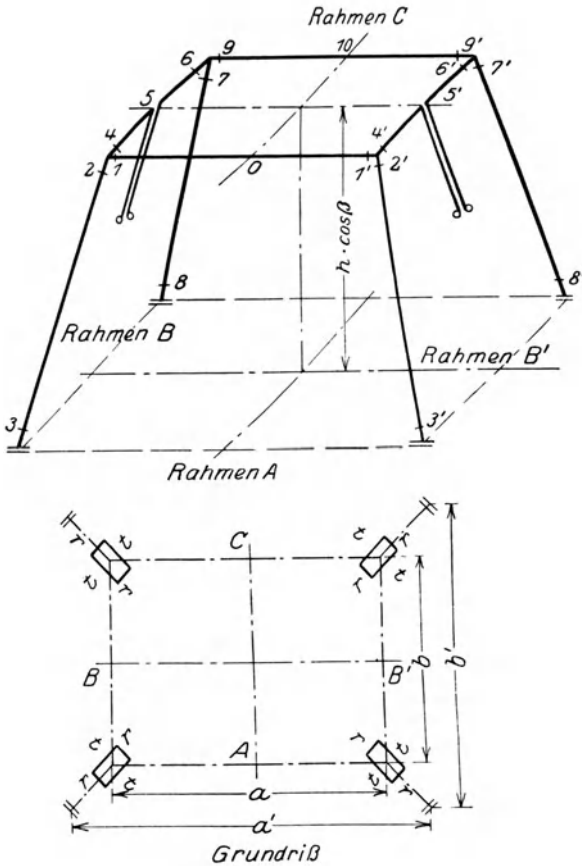


Abb. 27.

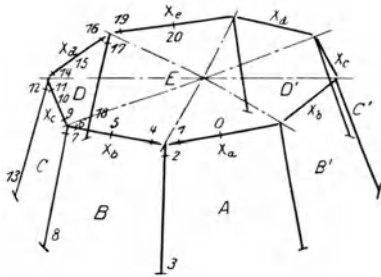
schiebungswerte und Momente wie im vorigen Abschnitt.

Ist $s_r \neq s_t$, so kann man näherungsweise ein mittleres Trägheitsmoment $\frac{J_r}{c_1}$ bzw. $\frac{J_r}{c_2}$ (je nach der Belastung) einführen und die so erhaltenen Riegelmomente entsprechend der Steifigkeit auf die Stielachsen verteilen.

VIII. Der geschlossene Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Querriegeln. (Abb. 28.)

Je zwei benachbarte Stiele liegen mit dem zwischenliegenden Riegel in einer Ebene, welche unter dem Winkel β gegen die Lotrechte geneigt

ist. Die t - und z -Achse der Stiele liegt wieder in der Ebene der Winkelhalbierenden. Die Riegel sind durch Kugelgelenke angeschlossen, so daß nur Quer- und Axialkräfte übertragen werden können. Die Querkräfte des Riegels können wie beim Balken auf zwei Stützen bestimmt werden, die Axialkraft wird als Unbekannte eingeführt.



Der Axialkraft 1 im Riegel entspricht im Stiel:

die Axialkraft $\sin \gamma$,

die Querkraft $\cos \gamma$, welche sich weiter zerlegen läßt

in Richtung „r“: $\cos \gamma \cos \alpha'$ (81)

„ „ „t“: $\cos \gamma \sin \alpha'$.

Die Unbekannten werden wieder paarweise eingeführt, und die Untersuchung wird in folgendem nur für den praktisch allein in Betracht kommenden Fall der symmetrischen Belastung eines Rahmenfeldes unternommen. Bei Nichtsymmetrie ist die Untersuchung entsprechend. Als virtuelle Belastungszustände werden eingeführt:

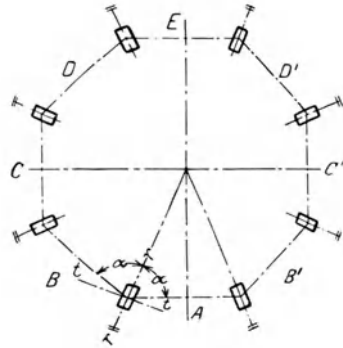


Abb. 28.

Die axiale Riegelkraft $Z_a = \frac{1}{h}$ im belasteten Rahmen A ; die Axialkräfte $Z_b = \frac{1}{h}$ in den beiderseits anschließenden Rahmen B und B' , welche wegen der Symmetrie gleich groß sind; die Axialkräfte $Z_c = \frac{1}{h}$ in den Rahmen C und C' usw.

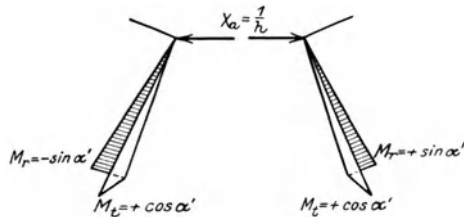


Abb. 29.

In allen Stielen entstehen nur dreieckige Momentenflächen, deren Größe am Fuß aus nachstehender Tabelle zu entnehmen ist. Der geradzahlige Vieleckrahmen hört mit $Z_{2n+1} = \frac{1}{h}$ auf, der ungerade mit $Z_{2n} = \frac{1}{h}$.

46 Der geschlossene Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Querriegeln.

Momente der virtuellen Belastungszustände (Abb. 29).

Stiel	M_l				M_r			
	AB	BC	CD ($2n-1$) $2n$	$2n$ ($2n+1$)	AB	BC	CD ($2n-1$) $2n$	$2n$ ($2n+1$)
$Z_a = \frac{1}{h}$	$+\cos \alpha'$				$\overset{-}{(+)} \sin \alpha'$			
$Z_b = \frac{1}{h}$	$+\cos \alpha'$	$+\cos \alpha'$			$\overset{+}{(-)} \sin \alpha'$	$\overset{-}{(+)} \sin \alpha'$		
$Z_c = \frac{1}{h}$		$+\cos \alpha'$	$+\cos \alpha'$			$\overset{+}{(-)} \sin \alpha'$	$\overset{-}{(+)} \sin \alpha'$	
...
$Z_{2n} = \frac{1}{h}$			$+\cos \alpha'$	$+\cos \alpha'$			$\overset{+}{(-)} \sin \alpha'$	$\overset{-}{(+)} \sin \alpha'$
$Z_{2n+1} = \frac{1}{h}$				$+\cos \alpha'$				$\overset{+}{(-)} \sin \alpha'$

Vorzeichen der Momente Abb. 4, Klammerwerte für rechts (B' , C' usw.)

Die $\frac{E J_c}{h}$ -fachen Verschiebungen bestimmen sich, wenn der Riegelquerschnitt = F ist, wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \int Z_a Z_a &= \frac{2}{3} s_r \left(\sin^2 \alpha' + \frac{s_t}{s_r} \cos^2 \alpha' \right) + \frac{a}{h} \cdot \frac{E J_c}{E F} \\
 &= \frac{2}{3} c_1 s_r + n \cdot \frac{J_c}{F} = \underline{k_1}, \\
 \int Z_b Z_b &= \int Z_c Z_c = \int Z_{2n} Z_{2n} = 2 \int Z_a Z_a = 2 k_1, \\
 \int Z_{2n+1} Z_{2n+1} &= \int Z_a Z_a + k_1, \\
 \int Z_a Z_b &= \int Z_b Z_c = \int Z_{2n-1} Z_{2n} = \int Z_{2n} Z_{2n+1} \\
 &= -\frac{2}{3} s_r \left(\sin^2 \alpha' - \frac{s_t}{s_c} \cos^2 \alpha' \right) = -\frac{2}{3} s_r c_3 = \underline{k_2}.
 \end{aligned}
 \tag{83}$$

Für die Elastizitätsgleichungen gilt also folgendes Schema:

	Z_a	Z_b	Z_c	Z_{2n-1}	Z_{2n}	Z_{2n+1}	
Z_a	k_1	k_2					$= -\int M_0 X_a$
Z_b	k_2	$2k_1$	k_2				$= -\int M_0 X_b$
Z_c		k_2	$2k_1$				$= -\int M_0 X_c$
...							
Z_{2n-1}				$2k_1$	k_2		$= -\int M_0 X_{2n-1}$
Z_{2n}				k_2	$2k_1$	k_2	$= -\int M_0 X_{2n}$
Z_{2n+1}					k_2	k_1	$= -\int M_0 X_{2n+1}$

Faktor: $\frac{E J_c}{h}$. (84)

Die Gleichungen haben denselben Aufbau wie die Clapeyronschen Gleichungen. Die Auflösung erfolgt z. B. nach Lewe, Methode des Zahlenrechtecks.

Die Werte k_1 und k_2 sind abhängig von

1. $\frac{s_t}{s_r} = \left(\frac{d}{b}\right)^2$, wo d die Querschnittshöhe senkrecht zur r -Achse, b diejenige \perp zur t -Achse (Abb. 3).

2. α' . Es ist $\sin \alpha' = \frac{\sin \alpha}{\cos \gamma}$. Ist die Stielneigung ε , so ist $\sin \gamma = \sin \varepsilon \cdot \cos \alpha$. Für den 8-stieligen Rahmen ist

$$\text{bei } \sin \varepsilon = \frac{1}{10}: \quad \sin \gamma = 0,0383, \quad \cos \gamma = 0,99975;$$

$$\text{bei } \sin \varepsilon = \frac{1}{5}: \quad \sin \gamma = 0,0765, \quad \cos \gamma = 0,9972.$$

Es ist also $\alpha \sim \alpha'$. Für α gilt beim n -stieligen Rahmen:

$$\alpha = 90^\circ - \frac{180^\circ}{n}.$$

3. $\frac{J_c}{F}$. Dieses Glied kann im allgemeinen wie in der Ebene vernachlässigt werden.

Als Beispiel wird der achtstielige Rahmen behandelt. Für die Werte c_1 und c_3 erhält man

$$\begin{aligned} \frac{d}{b} = 3, & \quad c_1 = 2,1716, & \quad c_3 = -0,4645, \\ & = 2, & \quad = 1,4934, & \quad = +0,2678, \\ & = 1, & \quad = 1,0000, & \quad = +0,7071 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ & = \frac{1}{2}, & \quad = 0,8902, & \quad = +0,8169, \\ & = 0, & \quad = 0,8536, & \quad = +0,8536, \\ & & \quad c_1 + c_3 = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (85)$$

48 Der geschlossene Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Querriegeln.

Für $n \cdot \frac{J_c}{F} = 0$; $\alpha = \alpha'$ setzt man den Faktor $\frac{E J_c}{h} \cdot \frac{s}{2s_r}$ heraus, so daß unmittelbar $k_1 = c_1$, $k_2 = -c_3$ ist. Die Auflösung der Gleichungen ergibt folgende

Zahlenrechtecke:

$$1. \frac{d}{b} = 2.$$

Faktor v. $\int M_0 Z$ $\frac{E J_c}{h} \cdot \frac{s}{2s_r}$	$-\int M_0 Z_a$	$-\int M_0 Z_b$	$-\int M_0 Z_c$	$-\int M_0 Z_d$	$-\int M_0 Z_e$
$Z_a =$	0,70710	0,06635	0,00623	0,00059	0,00011
$Z_b =$	0,06635	0,35665	0,03347	0,00317	0,00059
$Z_c =$	0,00623	0,03347	0,35360	0,03347	0,00623
$Z_d =$	0,00059	0,00317	0,03347	0,35665	0,06635
$Z_e =$	0,00011	0,00059	0,00623	0,06635	0,70710

(86)

$$2. \frac{d}{b} = 1.$$

$Z_a =$	$\frac{17}{12}$	$\frac{5}{12} \sqrt{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12} \sqrt{2}$	$\frac{1}{12}$
$Z_b =$	$\frac{5}{12} \sqrt{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{4} \sqrt{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12} \sqrt{2}$
$Z_c =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \sqrt{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4} \sqrt{2}$	$\frac{1}{4}$
$Z_d =$	$\frac{1}{12} \sqrt{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4} \sqrt{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{12} \sqrt{2}$
$Z_e =$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \sqrt{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12} \sqrt{2}$	$\frac{17}{12}$

(87)

$$3. \frac{d}{b} = \frac{1}{2}.$$

$Z_a =$	3,0316	2,0793	1,4997	1,1887	1,0909
$Z_b =$	2,0793	2,2656	1,6340	1,2952	1,1887
$Z_c =$	1,4997	1,6340	2,0613	1,6340	1,4997
$Z_d =$	1,1887	1,2952	1,6340	2,2656	2,0793
$Z_e =$	1,0909	1,1887	1,4997	2,0793	3,0316

(88)

Die Rechtecke sind in bezug auf beide Diagonalen symmetrisch.

Belastung der Riegelecke durch die wagerechte Kraft senkrecht zum Riegel. 49

Die Momente sind im Riegel und am Stielkopf gleich Null.

Bezeichnet man, von außen gesehen, die Riegelkraft links mit L , rechts mit R , so gilt für das Fußmoment:

$$\begin{aligned} M_t &= M_{0t} + \cos \alpha' (L + R), \\ M_r &= M_{0r} + \sin \alpha' (L - R). \end{aligned} \quad (89)$$

1. Belastung der Riegelecke $AB(AB')$ durch die wagerechte Kraft $\frac{1}{h}$ senkrecht zum Riegel A . (Abb. 30)

Die wagerechte Kraft ruft im Stiel eine Axialkraft $\sin \gamma$ und eine Querkraft $\cos \gamma$ hervor. Die Fußmomente sind:

$$M_t = -\sin \alpha', \quad M_r = \bar{(+)} \cos \alpha'. \quad (90)$$

Verschiebungen:

$$\begin{aligned} -\frac{E J_c}{h} \cdot \frac{3}{2 s_r} \int M_0 X_a &= -\frac{1}{2} \sin 2 \alpha' \left(1 - \frac{s_t}{s_r}\right), \\ -\frac{E J_c}{h} \cdot \frac{3}{2 s_r} \int M_0 X_b &= +\frac{1}{2} \sin 2 \alpha' \left(1 + \frac{s_t}{s_r}\right). \end{aligned} \quad (91)$$

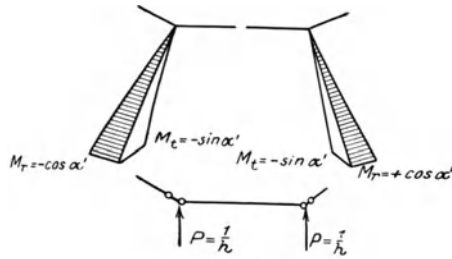


Abb. 30.

Für $\alpha \cong \alpha'$ erhält man folgende Zusammenstellung der Momente (Faktor $P \cdot h$):

	Punkt 3 (AB)		Punkt 8 (BC)		Punkt 13 (CD)		Punkt 18 (DE)	
	M_t	M_r	M_t	M_r	M_t	M_r	M_t	M_r
$\frac{d}{b} = 2$	-0,3238 (+ 0,6001)	-0,5364 (-0,1537)	+0,2935	-0,586	+0,0276	-0,0551	+0,0018	-0,0047
$\frac{d}{b} = 1$	-0,540 (+ 0,384)	-0,2235 (+ 0,1592)	+0,321	-0,313	+0,1405	-0,1225	+0,0769	-0,0317
$\frac{d}{b} = \frac{1}{2}$	-0,7076 (+ 0,2162)	-0,0729 (+ 0,3098)	+0,2962	-0,1160	+0,223	-0,0622	+0,1888	-0,0186

Bei Punkt 3 ist in Klammern das Zusatzmoment angegeben, welches mit dem M_0 -Moment das endgültige Moment ergibt.

50 Der geschlossene Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Querriegeln.

Die genaue Größe der Momente für $\frac{d}{b} = 1$ beträgt:

$$\text{Punkt 3: } M_t = -\frac{7}{12} \sin \alpha, \quad \text{Punkt 8: } M_t = \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} + \frac{1}{4}\right) \cos \alpha,$$

$$M_r = -\frac{7}{12} \cos \alpha, \quad M_r = -\left(\frac{5}{12} \sqrt{2} - \frac{1}{4}\right) \sin \alpha,$$

$$\text{Punkt 13: } M_t = +\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12} \sqrt{2}\right) \cos \alpha, \quad \text{Punkt 18: } M_t = +\frac{1}{12} \sin \alpha,$$

$$M_r = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \sqrt{2}\right) \sin \alpha, \quad M_r = -\frac{1}{12} \cos \alpha,$$

Für $\frac{d}{b} \neq 1$ tritt eine Verteilung nach der Steifigkeit ein.

Eine übersichtliche Anschauung von der Kräfteverteilung erhält man, wenn man die Querkräfte in den Stielen in Richtung der angreifenden Kraft und senkrecht dazu berechnet. Da die Formeln auch für den steif angeschlossenen Riegel gebraucht werden, wird der allgemeine Fall untersucht:

Sind die Momente am Kopf M_{t_0}, M_{r_0} , diejenigen am Fuß M_{t_u}, M_{r_u} , so ergibt sich die Kraft senkrecht zur

$$\left. \begin{array}{l} t\text{-Achse: } T = \frac{M_{t_u} - M_{t_0}}{h}, \\ r\text{-Achse: } R = \frac{M_{r_u} - M_{r_0}}{h}. \end{array} \right\} \quad (93)$$

Die Höhe des Nullpunktes ist: $h_i = \frac{M_u}{M_u - M_o}$.

Die Komponenten in Richtung der angreifenden Kraft (senkrecht zu A in Richtung $A-E$) und senkrecht dazu (senkrecht zu C , in Richtung $O-C$) ergeben sich wie folgt:

Schub in Richtung AE :	Schub in Richtung $OC (OC')$:	
Stiel $A-B$: $-T \sin \alpha_{(+)} R \cos \alpha$	$+T \cos \alpha_{(+)} R \sin \alpha$	
" $B-C$: $-T \cos \alpha_{(+)} R \sin \alpha$	$+T \sin \alpha_{(+)} R \cos \alpha$	(94)
" $C-D$: $+T \cos \alpha_{(+)} R \sin \alpha$	$+T \sin \alpha_{(+)} R \cos \alpha$	
" $D-E$: $+T \sin \alpha_{(+)} R \cos \alpha$	$+T \cos \alpha_{(+)} R \sin \alpha$	

Für den vorliegenden Belastungsfall erhält man, abgesehen vom Faktor $\frac{1}{h}$, also für $P = 1, \frac{d}{b} = 1$

	Schub in Richtung AE :		in Richtung $OC(OC')$:		
Stiel	$A-B$:	$+\frac{7}{12}$	} zusammen $\frac{12}{12} = 1$,	0	} links u. rechts = 0. (95)
"	$B-C$:	$+\frac{1}{6}$		$\frac{5}{12}$	
"	$C-D$:	$+\frac{1}{6}$		$\frac{1}{12}$	
"	$D-E$:	$+\frac{1}{12}$		0	

Die Kraftverteilung ist in Abb. 41 dargestellt. Sie weicht von der gewöhnlich näherungsweise angenommenen erheblich ab.

Sind mehrere Rahmenebenen belastet, so erhält man die Momente durch Überlagerung. Am einfachsten ist eine zeichnerische Zusammensetzung der Querkräfte.

2. Gleichmäßige Belastung der Stiele $AB(AB')$ senkrecht zur Rahmenebene A mit p t/m.

Auf einen Stiel entfällt die Kraft $P = p \cdot s$. Die M_0 -Fläche besteht aus den mit $P \cdot \frac{h}{2}$ erweiterten Momenten des vorigen Belastungsfalles (Formel (90)), von denen eine Parabel mit dem Stich $\frac{Ph \sin \alpha'}{8 (\cos \alpha')}$ abzuziehen ist.

Die Werte $\int M_0 X$ ergeben sich aus der Formel (91) im Verhältnis

$$\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} Ph}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{8} P \cdot h.$$

Entsprechend sind die Zusatzmomente (Formel 92) im Verhältnis $\frac{3}{8} Ph$ zu verändern. Man kann also die Wirkung der Kraft P zerlegen in diejenige der in Riegelhöhe angreifenden Einzelkraft $\frac{3}{8} P$, welche die Momente nach Belastung 1 hervorruft, und die dem Balken auf zwei Stützen entsprechende parabelförmige Momentenfläche mit dem Pfeil $\frac{Ph}{8} \sin \alpha'$ bzw. $\frac{Ph}{8} \cos \alpha'$.

Die Verteilung der Kraft auf die Stiele für $\frac{d}{b} = 1$ ist aus folgendem zu entnehmen:

	Schub in Richtung AE :		in Richtung $OC(OC')$:		
Stiel	$A-B$	$\frac{11}{32}$	} zusammen $\frac{1}{2}$	0	} (96)
	$B-C$	$\frac{1}{16}$		$\frac{5}{32}$	
	$C-D$	$\frac{1}{16}$		$\frac{5}{32}$	
	$D-E$	$\frac{1}{32}$		0	

3. Belastung der Rahmen C und C' durch $P = \frac{2}{h}$ in der Riegelachse in Richtung AE .

M_o -Fläche im Punkt 8 (S')

$$M_t = -\cos \alpha', \quad M_r = (+) \sin \alpha' \quad (97)$$

Für Punkt 13 ist M_t entgegengesetzt gleich, M_r gleich groß, entsprechend der Spiegelsymmetrie.

Verschiebungen:

$$\frac{E J_c}{h} \cdot \frac{2}{3 s_r} \cdot \int M_o X_b = - \frac{E J_c}{h} \cdot \frac{2}{3 s_r} \cdot \int M_o X_d = c_3. \quad (98)$$

Es ergibt sich — infolge der Spiegelsymmetrie —

$$X_b = -X_d, \quad X_c = 0, \quad X_a = -X_e.$$

Es genügt, den vierten Teil des Systems zu betrachten (gewählt wird der links vordere Teil). Die anderen Quadranten ergeben sich aus der Symmetrie bzw. der Spiegelsymmetrie.

$$\frac{d}{b} = 2,$$

$$X_a = -0,0176, \quad X_b = -0,0946.$$

	M_t	M_r	Kraft in Richtung $A-E$	Kraft in Richtung $O-C$
Stiel $A-B$	$-0,1122 \cos \alpha$	$-0,0770 \sin \alpha$	$+0,0671$	$+0,0493$
„ $B-C$	$-1,0946 \cos \alpha$	$-0,9054 \sin \alpha$	$+0,9329$	$-0,0671$

$$\frac{d}{b} = 1,$$

$$X_a = -\frac{1}{3}, \quad X_b = -\frac{1}{3} \sqrt{2}.$$

Stiel $A-B$	$-\frac{1}{3} \sin \alpha$	$-\frac{1}{3} \cos \alpha$	$+\frac{1}{3}$	0
„ $B-C$	$-\left(1 + \frac{1}{3} \sqrt{2}\right) \cos \alpha$	$-\left(1 - \frac{1}{3} \sqrt{2}\right) \sin \alpha$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

$$\frac{d}{b} = \frac{1}{2},$$

$$X_a = -0,7275, \quad X_b = -0,7925.$$

Stiel $A-B$	$-1,520 \cos \alpha$	$-0,065 \sin \alpha$	$+0,56$	$-0,167$
„ $B-C$	$-1,7925 \cos \alpha$	$-0,2075 \sin \alpha$	$+0,44$	$-0,560$

Die Zusammenstellung zeigt, daß für $\frac{d}{b} = 2$ kaum eine Veränderung in der Kräfteverteilung eintritt. Für $\frac{d}{b} = 1$ nehmen die seitlichen

(99)

Rahmen nur noch $\frac{2}{3}$ der Kraft auf, für $\frac{d}{b} = \frac{1}{2}$ weniger als die Hälfte, wobei jedoch eine starke Komponente senkrecht zur angreifenden Kraft auftritt (vgl. Abb. 50). Es ist hieraus deutlich zu ersehen, wie sich die Kraft immer in Richtung des größeren Trägheitsmomentes einstellt.

IX. Der geschlossene n -Eckrahmen mit n -fach symmetrischer Form und Belastung. (Abb. 31)

Die Riegel werden in der Mitte aufgeschnitten gedacht, so daß n eingespannte Stäbe entstehen. Die Schnittkräfte ξ , η , Z sind wegen der Symmetrie in jedem Schnitt gleich groß. Die M_0 -Flächen am statisch bestimmten System infolge der virtuellen Belastungen $\xi = 1$, $\eta = 1$, $Z = \frac{1}{h}$ sind:

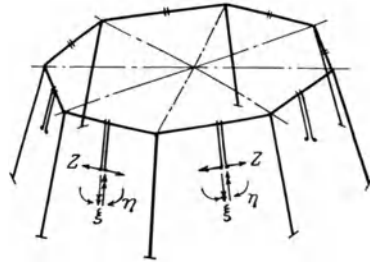


Abb. 31.

$$\xi = 1, \quad \eta = 1, \quad Z = \frac{1}{h},$$

$$\begin{aligned} \text{Riegel } M_x &= +1, & M_y &= +1, & M_z &= -\kappa_1, \\ \text{Stielkopf } M_t &= +2 \sin \gamma \sin \alpha', & M_t &= +2 \cos \alpha', & M_t &= -2 \kappa_1 \cos \alpha', \\ \text{Stielfuß } M_t &= +2 \sin \gamma \sin \alpha', & M_t &= +2 \cos \alpha', & M_t &= 2(1 - \kappa_1) \cos \alpha'. \end{aligned} \quad (100)$$

Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned} \int \xi \xi &= a_x + (2 \sin \gamma \sin \alpha')^2 s_t, \\ \int \eta \eta &= a_y + (2 \cos \alpha')^2 s_t, \\ \int Z Z &= \kappa_1^2 [a_y + s_t (2 \cos \alpha')^2] + s_t \left(\frac{1}{3} - \kappa_1 \right) (2 \cos \alpha')^2, \\ \int \xi \eta &= 2 \sin 2 \alpha' \cdot \sin \gamma \cdot s_t, \\ \int \xi Z &= 2 \sin 2 \alpha' \sin \gamma \cdot \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right) s_t, \\ \int \eta Z &= -a_y \kappa_1 + 4 \cos^2 \alpha' \left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right) s_t \end{aligned} \right\} \quad (101)$$

Für $\kappa_1 = \frac{2 \cos^2 \alpha' s_t}{a_y + 4 \cos^2 \alpha' s_t}$ wird $\int \eta Z = 0$

und $\int Z Z = 4 \cos^2 \alpha' s_t \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_1 \right)$

Für $\gamma = 0$ und $\kappa_1 = \frac{2 \cos^2 \alpha' s_t}{a_y + 4 \cos^2 \alpha' s_t}$

erhält man jede Unbekannte aus einer Gleichung.

$$\left. \begin{aligned} \int \xi \xi &= a_x, & \int \eta \eta &= a_y + 4 \cos^2 \alpha' s_t, \\ \int Z Z &= 4 \cos^2 \alpha' \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_1 \right) s_t. \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

1. Temperaturerhöhung $+t^0$.

$$\int t \xi = \int t \eta = 0; \quad \int t Z = -\varepsilon t a' \cdot \frac{E J_c}{h}$$

Für $\gamma = 0$ erhält man unmittelbar

$$Z = + \frac{\varepsilon t n \cdot E J_t}{4 \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_1 \right) h} \quad \text{mit} \quad \kappa_1 = \frac{2 \cos^2 \alpha}{a_y' + 4 \cos^2 \alpha} \tag{103}$$

gegen

$$Z_2 = \frac{\varepsilon t n E J_c}{\left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right) h} \quad \text{mit} \quad \kappa_1 = \frac{s_r}{a_y + 2 s_r}$$

beim zweistieligen Rahmen (Formel (36)).

Für $\alpha = 45^\circ$ (Rechteckrahmen) ist $Z = Z_2$, jede Seite verhält sich wie ein zweistieliger Rahmen.

Für $\alpha = 67^\circ 30'$ (Achteckrahmen) ist angenähert $Z = Z_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$ (wie beim Rechteckrahmen), z. B. für

$$\frac{a_y}{s_r} = 1, \quad Z = 2,36 Z_2; \quad \frac{a_y}{s_r} = 3, \quad Z = 2,73 Z_2 \quad \text{statt} \quad 2,41 Z_2.$$

Für $s_r \neq s_t$, $\gamma \neq 0$ ist zu beachten, daß Z fast nur von s_t und a' (unterer Abstand der Stiele) abhängig ist. Angenähert erhält man

$$Z = \frac{\varepsilon t \nu n \cdot E J_t}{4 \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_1 \right) h}, \quad \text{wo} \quad \kappa_1 = \frac{2 \cos^2 \alpha s_t}{a_y + 4 \cos^2 \alpha s_t}. \tag{104}$$

2. Gleichmäßige Riegelbelastung in den Rahmenebenen

mit $q = \frac{8}{\alpha^2}$.

M_0 -Fläche:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pkt. 0: } M_y = 0 \\ \text{,, 1: } M_y = -1 \end{array} \right\} \text{Parabel} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Pkt. 2: } M_t = -2 \cos \alpha' \\ \text{,, 3: } M_t = -2 \cos \alpha' (2 \nu - 1) \end{array} \right\} \tag{105}$$

Verschiebungen:

$$\left. \begin{array}{l} \int M_0 \xi = 2 \sin 2 \alpha' \sin \gamma \cdot \nu \cdot s_t, \\ \int M_0 \eta = - \left[\frac{1}{3} a_y + 4 \cos^2 \alpha' \cdot \nu \cdot s_t \right], \\ \int M_0 Z = - 4 \cos^2 \alpha' \left(\frac{2}{3} \nu - \frac{1}{6} \right) s_t, \quad \text{wenn } \kappa_1 = 0. \end{array} \right\} \tag{106}$$

Für $\gamma = 0$ und $\kappa_1 = 0$ erhält man

$$\eta = \frac{\frac{1}{3} a_y + \cos^2 \alpha s_t}{a_y + \cos^2 \alpha \cdot s_t}, \quad Z = \frac{a_y}{a_y + \cos^2 \alpha \cdot s_t}.$$

Momente:
$$\text{Abkürzung: } \frac{a_y}{a_y + \cos^2 \alpha s_t} = Z.$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Punkt 0: } M_y &= 1 - \frac{2}{3} Z, \\ \text{„ 1: } M_y &= -\frac{2}{3} Z, \\ \text{„ 2: } M_t &= -\frac{4}{3} Z \cdot \cos \alpha, \text{ Punkt 3: } M_t = +\frac{2}{3} Z \cos \alpha. \end{aligned} \right\} (107)$$

Für $Z = 1$ ist der Riegel voll eingespannt. Der Wert von Z ist

$$\left. \begin{array}{l} \text{beim Rechteck} \\ \frac{a_y}{a_y + \frac{1}{2} s_t}, \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Achteck} \\ \frac{a_y}{a_y + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2}\right) s_t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{wenig von 1} \\ \text{abweichend..} \end{array} \quad (108)$$

Je größer die Anzahl der Ecken, um so mehr nähert sich das Eckmoment der vollen Einspannung, während die Stielmomente 2 und 3 langsam verschwinden.

Der Einfluß einer Schrägstellung der Stiele ist unbedeutend.

X. Der geschlossene Achteckrahmen. (Abb. 32.)

Die Riegel und die Einspannstellen liegen in parallelen Ebenen und bilden konzentrische Achtecke. Die r - und Z -Achsen der Stiele liegen

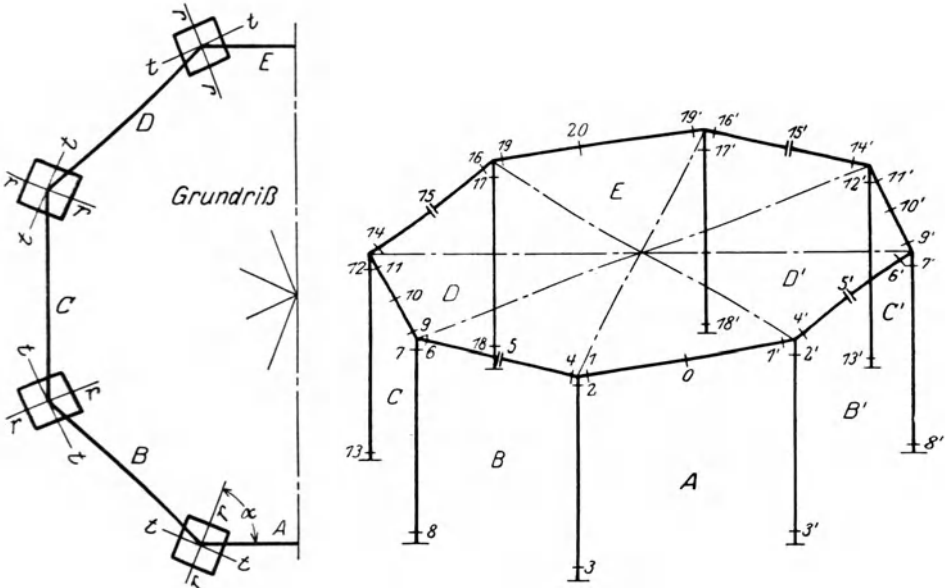
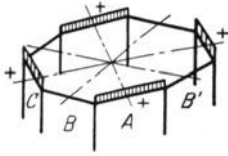


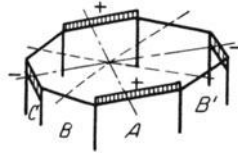
Abb. 32.

wieder in der Ebene der Winkelhalbierenden. Die Seitenebenen A, B, B', C, C', D, D' und E schließen im Grundriß den Winkel $2\alpha = 135^\circ$ ein.

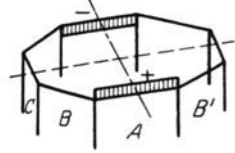
Durch Aufschneiden der Riegelmitten in den Ebenen $B-B'-D-D'$ entstehen vier gleiche zweistielige Rahmen¹⁾, welche nach Formel (41)



Gruppe A_I



Gruppe A_{II}



Gruppe B

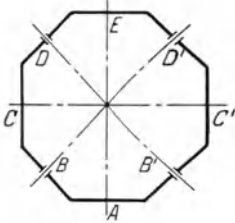


Abb. 33.

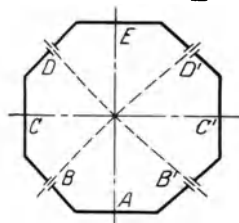


Abb. 34.

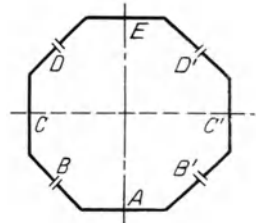
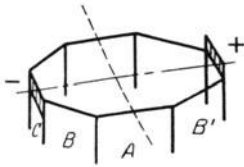
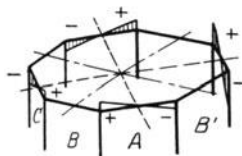


Abb. 35.



Gruppe C



Gruppe D

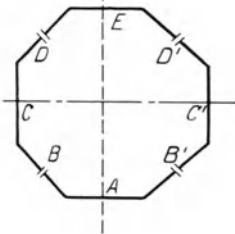


Abb. 36.

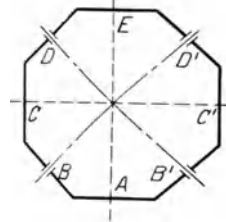


Abb. 37.

----- Symmetrieachse
 - - - - - Spiegelsymmetrie-Achse

bis (44) berechnet werden können. Die unbekanntenschnittkräfte werden in vier Gruppen, welche voneinander unabhängig sind, angebracht.

Gruppe A zerfällt in zwei voneinander unabhängige Untergruppen:

A_I : 4 Symmetrieachsen (Abb. 33).

Schnittkräfte:

$$\xi_A = + 1,$$

$$\eta_A = + 1,$$

$$Z_A = + \frac{1}{h}.$$

In den symmetrisch belasteten zweistieligen Rahmen sind nur ξ_k, η_k, Z_k zu berechnen.

A_{II} : 2 Symmetrie- + 2 Spiegelsymmetrie-Achsen (Abb. 34).

¹⁾ Für unsymmetrische Stabwerke kann die Untersuchung ähnlich erfolgen.

Schnittkräfte:

$$\text{Rahmen } B' \text{ und } D: \zeta_A = +1, \quad X_A = +\frac{1}{a}, \quad Y_A = +\frac{1}{h},$$

$$,, \quad B \quad ,, \quad D': \zeta_A = -1, \quad X_A = -\frac{1}{a}, \quad Y_A = -\frac{1}{h}.$$

Die zweistieligen Rahmen sind symmetrisch belastet.

Gruppe *B* (Abb. 35).

Rahmen *A* und *E* symmetrisch, *C* und *C'* spiegelsymmetrisch belastet:

$$\begin{array}{cccc} \text{Rahmen:} & B & B' & D' & D \\ \xi \eta Z = & +1\left(\frac{1}{h}\right) & +1\left(\frac{1}{h}\right) & -1\left(\frac{1}{h}\right) & -1\left(\frac{1}{h}\right), \\ \zeta XY = & -1\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{h}\right) & +1\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{h}\right) & +1\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{h}\right) & -1\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{h}\right), \end{array}$$

Gruppe *C* (Abb. 36)

entsteht aus *B* durch Drehung um 90° nach links.

Gruppe *D* (Abb. 37)

entsteht aus *A_{II}* durch Drehung um 45°. Jeder Rahmen ist spiegelsymmetrisch belastet.

Jede Belastung läßt sich zurückführen auf die Gruppen *A* und *B* durch Drehung und Überlagerung. Es genügt bei Gruppe *A*: $\frac{1}{8}$, bei *B*: $\frac{1}{4}$ des Systems zu berechnen. Die verbleibenden Teile erhält man aus der Symmetrie, und zwar ist bei Symmetrie M_t gleich, M_z, M_r entgegengesetzt gleich, bei Spiegelsymmetrie $M_z M_r$ gleich, M_t entgegengesetzt gleich.

Bezeichnen wieder „*i*“ den linken, „*l*“ den rechten Kragarm des Rahmens *k*, ferner „*I*“ die virtuellen Belastungen ξ, η, Z , „*II*“ diejenigen ζ, X, Y , so sind die Gruppen *A* bis *D* durch folgendes Schema darstellbar:

Rahmen	<i>A</i>	<i>C'</i>	<i>E</i>	<i>C</i>
Gruppe <i>A</i>	I_{l+i} II_{l-i}	I_{l+i} II_{l+i}	I_{l+i} II_{l-i}	I_{l+i} II_{-l+i}
<i>B</i>	I_{l+i} II_{l-i}	I_{-l+i} II_{l+i}	I_{-l-i} II_{-l+i}	I_{l-i} II_{-l-i}
<i>C</i>	I_{l-i} II_{l+i}	I_{l+i} II_{-l+i}	I_{-l+i} II_{-l-i}	I_{-l-i} II_{+l-i}
<i>D</i>	I_{-l+i} II_{-l-i}	I_{l-i} II_{-l-i}	I_{-l+i} II_{-l-i}	I_{l-i} II_{-l-i}

(109)

Die Verschiebungen $(l+i)(l-i)$ derselben Gruppe verschwinden nicht ohne weiteres. Für die Berechnung der Verschiebungen in den Gruppen gelten folgende Formeln:

$$\begin{aligned} \int A_I A_I &= 4 \int I_{l+i} I_{l+i}, \\ \int A_I A_{II} &= 2 \int I_{l+i} II_{l-i} + 2 \int I_{l+i} II_{-l+i} = 0, \\ \int A_{II} A_{II} &= 4 \int II_{l-i} II_{l-i}, \\ \int B_I B_I &= 2 \int I_{l+i} I_{l+i} + 2 \int I_{l-i} I_{l-i}, \\ \int B_I B_{II} &= 2 \int I_{l+i} II_{l-i} - 2 \int I_{l-i} II_{l+i}, \\ \int B_{II} B_{II} &= 2 \int II_{l+i} II_{l+i} + 2 \int II_{l-i} II_{l-i}, \end{aligned} \quad (110)$$

Für eine gegebene Belastung erhält man bei Gruppe A bei den Unbekannten im Nenner: 4, bei Gruppe B : 2. Man erhält dasselbe Ergebnis, wenn man die Belastung umordnet, entsprechend den Symmetrien der Gruppen, in $\frac{1}{4} A_I + \frac{1}{4} A_{II} + \frac{1}{2} B$. In diesem Fall bildet jede Gruppe einen abgeschlossenen Belastungszustand.

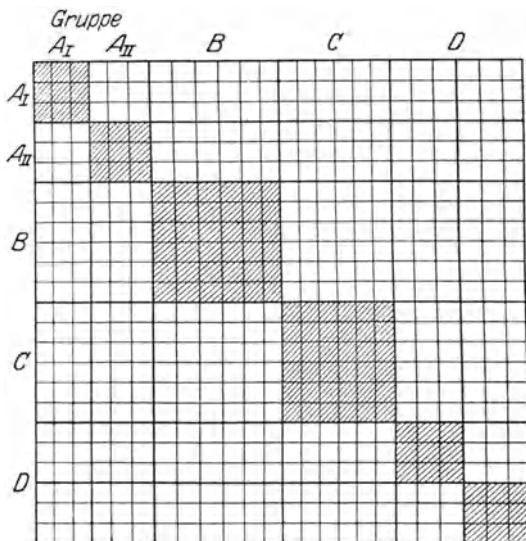


Abb. 38.

Der allgemeine Rechnungsgang ist der folgende:

1. Berechnung der zweistieligen Rahmen für die M_0 -Belastung (Formel (16) bis (40)) und Kragarmbelastung (Formel (41) bis (44)).

2. Berechnung der Momente am statisch unbestimmten Hauptsystem, in der allgemeinen Form:

$$\underline{M}_I = \underline{M}_0 + \xi_k \cdot \underline{\xi}_k + \eta_k \cdot \underline{\eta}_k + Z_k \cdot \underline{Z}_k + \zeta_k \cdot \underline{\zeta}_k + X_k \cdot \underline{X}_k + Y_k \cdot \underline{Y}_k. \quad (111)$$

3. Berechnung der Verschiebungen am statisch unbestimmten Hauptsystem, in der allgemeinen Form:

$$\begin{aligned} \int M'_I M_I &= \int M'_0 M_0 + \xi_k \int M'_0 \xi_k + \eta_k \int M'_0 \eta_k + Z_k \int M'_0 Z_k \\ &+ \zeta_k \int M'_0 \zeta_k + X_k \int M'_0 X_k + Y_k \int M'_0 Y_k. \end{aligned} \quad (112)$$

4. Aufstellung und Auflösung der Elastizitätsgleichungen.
5. Berechnung der endgültigen Momente, in der allgemeinen Form:

$$\underline{M}_{II} = \underline{M}_I + \xi_A \cdot \underline{\xi}_A^I + \eta_A \cdot \underline{\eta}_A^I + Z_A \cdot \underline{Z}_A^I + \zeta_A \cdot \underline{\zeta}_A^I + X_A \cdot \underline{X}_A^I + Y_A \cdot \underline{Y}_A^I \quad (113)$$

und entsprechend für Gruppe B.

Zweckmäßig führt man die Werte für $\underline{\xi}_A^I, \underline{\eta}_A^I$ usw. nach Formel (111) ein und faßt die verschiedenen Faktoren von $\underline{\xi}_k, \underline{\eta}_k$ usw. zusammen. Die allgemeine Untersuchung wird nur für den Sonderfall

$$\boxed{s_r = s_t, \quad \gamma = 0}$$

weitergeführt. Es wird angenommen, daß die Belastung entsprechend den Gruppen angeordnet ist, so daß bei A der Faktor „4“, bei B „2“ fortgelassen werden können.

Die Konstanten sind mit $\alpha = 67^\circ 30'$

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= \frac{1}{2} \sqrt{2}, & \cos 2\alpha &= -\frac{1}{2} \sqrt{2}, \\ \operatorname{tg} \alpha &= 1 + \sqrt{2}, & \operatorname{cotg} \alpha &= \sqrt{2} - 1, \\ \sin \alpha &= 0,92388, & \cos \alpha &= 0,38268, \\ c_1 = c_2 &= 1, & c_3 &= -\cos 2\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2}; \\ c_4 &= \cos 2\alpha = -\frac{1}{2} \sqrt{2}; & c_5 &= 2, \end{aligned} \quad (114)$$

1. Momente und Verschiebungen am statisch unbestimmten System.

Die Werte ξ_k, η_k usw. erhält man aus den Formeln (41) bis (42) durch Division mit den zugehörigen Diagonalverschiebungen II und Vorzeichenwechsel. Das Moment ist dann durch Formel (111) bestimmt; z. B. erhält man

$$\underline{\xi}_{l+i}^I = \underline{\xi}_{l+i}^0 + \frac{2s_z}{a_x + 2s_z} \xi_k.$$

Nach Formel (112) erhält man die Verschiebungen: z. B.

$$\int \xi_{l+i} \xi_{l+i}^I = \int \xi_{l+i} \xi_{l+i}^0 + \frac{2s_z}{a_x + 2s_z} \int \xi_{l+i} \xi_k^0.$$

Das erste Glied ist aus Formel (11), das zweite aus Formel (41) bekannt; im ganzen ist

$$\int \xi_{l+i} \xi_{l+i}^I = a_x + 2s_z + \frac{2s_z}{a_x + 2s_z} (-2s_z).$$

In dieser Weise berechnet man alle Verschiebungen für symmetrische und spiegelsymmetrische Belastung am zweistieligen Rahmen und setzt die Ergebnisse nach Formel (110) zusammen.

In der folgenden Zusammenstellung ist angenommen, daß die Belastung der Symmetrie der betreffenden Gruppe entspricht, so daß bei

Gruppe A nur $\frac{1}{8}$, bei Gruppe B nur $\frac{1}{4}$ des ganzen Systems zu berechnen ist. Bei den Verschiebungen der Gruppe A wird der Faktor „4“, bei B Faktor „2“ fortgelassen.

Zusammenstellung:
Gruppe A_I

$$\left. \begin{aligned} \int \xi_A \xi_{A'} &= a_x \cdot \frac{a_x + 4 s_z}{a_x + 2 s_z} \\ \int \eta_A \eta_{A'} &= s_r \left[\frac{1}{\kappa_1} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \kappa_1}{\frac{2}{3} - \kappa_1} \right], \text{ wo } \kappa_1 = \frac{s_r}{a_y + 2 s_r} \\ \int \eta_A Z_{A'} &= s_r \left\{ 1 - \frac{\kappa_1'}{\kappa_1} - 2 \kappa_1 \left(\frac{1}{2} - \kappa_1' \right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} - \kappa_1 \right)}{\left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right)} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_1') + \kappa_1 \kappa_1' \right] \right\} \\ \int Z_A Z_{A'} &= s_r \left\{ \frac{\kappa_1'^2}{\kappa_1} + \frac{2}{3} - 2 \kappa_1' - 2 \kappa_1 \left(\frac{1}{2} - \kappa_1' \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 2 \cdot \frac{\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_1') + \kappa_1 \kappa_1' \right]^2}{\left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right)} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

Man erhält ξ_A unabhängig von Z_A und η_A , nämlich

$$\xi_A = - \frac{\int M_I \xi_A}{a_x \cdot \frac{a_x + 4 s_z}{a_x + 2 s_z}}. \quad (116)$$

Setzt man $\int \eta_A Z_{A'} = 0$, so erhält man $\kappa_1' = \frac{1}{2 \int \eta_A \eta_{A'}}$. Mit diesem Wert von κ_1' kann man auch η_A und Z_A aus je einer Gleichung berechnen. Für die allgemeine Aufstellung der Momente ist es jedoch zweckmäßiger, andere Werte für κ_1' zu wählen, und zwar

1. wenn nur der Riegel belastet ist: $\kappa_1' = \frac{2}{3}$.

Dann ist

$$\int M_I Z_A = - \frac{2}{3} \int M_I \eta_A$$

und folglich

$$\eta_A = 0; \quad Z_A = + \int M_I \eta_A \cdot \frac{18 \kappa_1 \left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right)}{8 - 24 \kappa_1 + 17 \kappa_1^2}. \quad (117)$$

2. Bei Stielbelastung: $\varkappa_1' = 0$,

$$\int \eta_A Z_A^I = \frac{1}{2} s_r, \quad \int Z_A Z_A^I = \frac{1}{3} s_r.$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_A &= \frac{-\int M_I \eta_A + \frac{3}{2} \int M_I Z_A}{\int \eta_A \eta_A^I - \frac{3}{4}}, \\ Z_A &= -3 \int M_I Z_A - \frac{3}{2} \eta_A, \end{aligned} \right\} \quad (118)$$

Für die Momente M_{II} gilt die Formel:

$$\begin{aligned} \underline{M}_{II} &= \underline{M}_I + \xi_A \left(\underline{\xi}_A^0 + \frac{2 s_z}{a_x + 2 s} \underline{\xi}_k \right), \\ &+ \eta_A \cdot \underline{\eta}_A^0 + Z_A \cdot \underline{Z}_A^0 + \eta_k \cdot \sqrt{2} \cdot \varkappa_1 \left[\eta_A + \left(\frac{1}{2} - \varkappa_1' \right) Z_A \right] \\ &+ \underline{Z}_k \sqrt{2} \left\{ \eta_A \cdot \frac{\frac{1}{2} - \varkappa_1}{\frac{2}{3} - \varkappa_1} + \frac{\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\varkappa_1 + \varkappa_1') + \varkappa_1 \varkappa_1' \right]}{\frac{2}{3} - \varkappa_1} \cdot Z_A \right\}. \end{aligned} \quad (119)$$

Setzt man die Werte $\underline{\xi}_k$ usw. nach Formel (9) für die wichtigsten Punkte ein, so erhält man für die Zusatzmomente ($= M_{II} - M_I$) in

0 u. 1: $M_x = \xi_A \cdot \frac{2 s_z}{a_x + 2 s_z}$,

$$M_y = \frac{\varkappa_1}{\sqrt{2} (2 - 3 \varkappa_1)} (\eta_A - \varkappa_1' Z_A),$$

2: $M_t = \cos \alpha \left\{ (\eta_A - \varkappa_1' Z_A) \left[1 + \frac{\varkappa_1}{\sqrt{2} (2 - 3 \varkappa_1)} \right] \right\}$,

$$M_r = \sin \alpha \left\{ (\eta_A + \varkappa_1' Z_A) \left[1 - \frac{\varkappa_1}{\sqrt{2} (2 - 3 \varkappa_1)} \right] \right\},$$

3: $M_t = M_{t_2} + \cos \alpha \left\{ Z_A \left[1 + \frac{\sqrt{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\varkappa_1 + \varkappa_1') + \varkappa_1 \varkappa_1' \right)}{\left(\frac{2}{3} - \varkappa_1 \right)} \right] \right. \quad (120)$

$$\left. + \eta_A \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{3} - \varkappa_1}{\frac{2}{3} - \varkappa_1} \right\},$$

$$M_r = M_{r_2} + \sin \alpha \left\{ Z_A \left[1 - \frac{\sqrt{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\varkappa_1 + \varkappa_1') + \varkappa_1 \varkappa_1' \right)}{\left(\frac{2}{3} - \varkappa_1 \right)} \right] \right.$$

$$\left. - \eta_A \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} - \varkappa_1}{\frac{2}{3} - \varkappa_1} \right\}.$$

4 u. 5: $M_x = \xi_A$,

$$M_y = \eta_A - \varkappa_1' Z_A.$$

Der Zusammenhang der Momente in Punkt 1, 2 und 4 ist durch Formel (7) ausgedrückt. Für die Berechnung des Fußmomentes (3) aus dem Kopfmoment (2) ist folgende Betrachtung wichtig: Sind ganz allgemein im statisch bestimmten System die Schnittkräfte im linken Rahmen Z_l, X_l, Y_l , im rechten Z_r, X_r, Y_r , so ist in dem beiden Rahmen angehörigen Stiel das Fußmoment um

$$\left. \begin{aligned} M_l &= \cos \alpha' (Z_l + Z_r) + \frac{\nu-1}{2} (X_l - X_r) \cdot \cos \alpha' + \frac{\sin \alpha'}{\cos \gamma} (Y_r - Y_l) \\ M_r &= \sin \alpha' (Z_l - Z_r) + \frac{\nu-1}{2} (X_l + X_r) \cdot \sin \alpha' + \frac{\cos \alpha'}{\cos \gamma} (Y_r + Y_l) \end{aligned} \right\} (121)$$

größer als das Kopfmoment, wenn die Änderung von M_I außer acht gelassen wird. Z. B. ist in vorliegendem Fall $Z_l = Z_A$

$$Z_r = \sqrt{2} \left\{ \eta_A \frac{\frac{1}{2} - \kappa_1}{\frac{2}{3} - \kappa_1} + \frac{\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_1') + \kappa_1 \kappa_1' \right]}{\left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right)} \cdot Z_A \right\}.$$

Gruppe A_{II} :

x_2' wird gleich Null gesetzt.

$$\int \zeta_A \zeta_A^I = s_r \left(2 + \frac{a_z}{s_r} - \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{1 - \frac{3}{2} \kappa_1} \right),$$

$$\int \zeta_A X_A^I = \frac{s_r}{2} \cdot \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{1 - \frac{3}{2} \kappa_1},$$

$$\int \zeta_A Y_A^I = -\frac{1}{2} s_r,$$

(122)

$$\int X_A X_A^I = \frac{s_r}{2} \left[1 + \frac{1}{6} \frac{a_y}{s_r} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{1 - \frac{3}{2} \kappa_1} \right],$$

$$\int X_A Y_A^I = -\frac{1}{4} s_r,$$

$$\int Y_A Y_A^I = \frac{s_r}{3} \left[1 + n^2 \cdot \frac{a_x}{s_r} \cdot \frac{\frac{1}{4} a_x + 2 s_z}{a_x + 2 s_z} \right].$$

Momente:

$$\begin{aligned}
 M_{II} = M_I + \zeta_A \cdot \underline{\zeta_A}^0 + X_A \cdot \underline{X_A}^0 + Y_A \cdot \underline{Y_A}^0 + \underline{\xi_k} \cdot Y_A \cdot \frac{n \cdot s_z}{a_k + 2 s_z} \\
 + \underline{\eta_i} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \kappa_1 [2 \zeta_A - X_A - Y_A] \\
 + \underline{Z_k} \frac{\sqrt{2}}{2} \left[\frac{1}{2} - \kappa_1 \right. \\
 \left. \frac{2}{3} - \kappa_1 (2 \zeta_A - X_A) - Y_A \right].
 \end{aligned} \tag{123}$$

Zusatzmomente der wichtigsten Punkte:

Punkt 0 u. 1: $M_x = Y_A \cdot \frac{n s_z}{a_x + 2 s_z},$
 $M_y = \frac{\kappa_1}{\sqrt{2} (2 - 3 \kappa_1)} \left(\zeta_A - \frac{1}{2} X_A \right),$

„ 2: $\frac{M_t}{\cos \alpha} = - \zeta_A \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{2} X_A$
 $+ \frac{\kappa_1}{\sqrt{2} (2 - 3 \kappa_1)} \left(\zeta_A - \frac{1}{2} X_A \right),$
 $\frac{M_r}{\sin \alpha} = + \zeta_A \operatorname{cotg} \alpha - \frac{1}{2} X_A$
 $- \frac{\kappa_1}{\sqrt{2} (2 - 3 \kappa_1)} \left(\zeta_A - \frac{1}{2} X_A \right),$

„ 3: $\frac{M_t}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} + \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} - \kappa_1}{\frac{2}{3} - \kappa_1} \left(\zeta_A - \frac{1}{2} X_A \right)$
 $+ \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{2} \right) Y_A,$ (124)
 $\frac{M_r}{\sin \alpha} = \frac{M_{r2}}{\sin \alpha} - \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} - \kappa_1}{\frac{2}{3} - \kappa_1} \left(\zeta_A - \frac{1}{2} X_A \right)$
 $- \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2} \right) Y_A,$

„ 4: $M_x = + \frac{n}{2} Y,$
 $M_y = - \frac{1}{2} X_A,$
 $M_z = - \zeta_A,$

„ 5: $M_x = M_y = 0,$
 $M_z = - \zeta_A.$

Die Momente der übrigen Punkte erhält man durch Symmetrie und Spiegelsymmetrie (vgl. Seite 14).

Gruppe B:

$$\kappa_1' = \kappa_2' = 0$$

gewählt.

Die folgenden Verschiebungen lassen sich zum Teil noch einfacher schreiben, was bei der Zahlenrechnung jedoch ohne Vorteil ist, da auch die Ausgangswerte gebraucht werden.

Es wird überall der Faktor s_r fortgelassen und ferner als Abkürzung eingeführt:

$$\omega_x = \frac{1}{\int X_k X_k} = \frac{1}{\frac{1}{12} a_y + \frac{1}{2} s_r}, \quad (125)$$

$$\omega_y = \frac{1}{\int Y_k Y_k} = \frac{1}{s_r \left(\frac{2}{3} - \kappa_2 \right) + \frac{n^2}{2} \left(s_z + \frac{a_x}{6} \right)}.$$

vgl. Formel (11)

$$\left. \begin{aligned} \int \xi_B \xi_B^I &= \left[2(a_x + 2s_z) - \frac{4s_z^2}{a_x + 2s_z} - n^2 s_z^2 \omega_y \right] \cdot \frac{1}{s_r}, \\ \int \xi_B \eta_B^I &= \sqrt{2} \cdot n s_z \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \omega_y, \\ \int \xi_B Z_B^I &= \sqrt{2} \cdot n s_z \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \omega_y, \\ \int \xi_B \zeta_B^I &= - \int \xi_B \eta_B^I, \\ \int \xi_B X_B^I &= - \frac{1}{2} \int \xi_B \eta_B^I, \\ \int \xi_B Y_B^I &= - \frac{2n s_z^2}{s_r(a_x + 2s_z)} - 2n s_z \left[\frac{s_z}{s_r} \cdot \frac{n^2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \right] \omega_y, \\ \int \eta_B \eta_B^I &= 2 \left(\frac{a_y}{s_r} + 2 \right) - \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{1 - \frac{2}{3} \kappa_1} - 2 \kappa_2 - \frac{1}{2} s_r \omega_x \\ &\quad - 2 \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2 s_r \omega_y, \\ \int \eta_B Z_B^I &= \frac{3}{2} - \kappa_2 - \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \omega_y s_r - \frac{1}{4} s_r \omega_x, \\ \int \eta_B \zeta_B^I &= - \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \kappa_1 \right)}{\frac{2}{3} - \kappa_1} + 2 \kappa_2 - \frac{1}{2} \omega_x s_r + 2 \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2 \omega_y s_r, \\ \int \eta_B X_B^I &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \kappa_1 \right)}{\frac{2}{3} - \kappa_1} + \kappa_2 + \frac{1}{4} \omega_x s_r + \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2 \omega_y s_r, \end{aligned} \right\} (126)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \int \eta_B Y_B^I &= \frac{1}{2} - \kappa_2 + \frac{1}{4} \omega_x s_r + 2 \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \\
 &\quad \left[s_z \cdot \frac{n^2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) s_r \right] \omega_y, \\
 \int Z_B Z_B^I &= 1 - \frac{1}{2} \kappa_2 - \frac{1}{8} \omega_x s_r - 2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right)^2 \omega_y s_r, \\
 \int Z_B \zeta_B^I &= -\frac{1}{2} + \kappa_2 - \frac{1}{4} \omega_x s_r + 2 \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \omega_y s_r, \\
 \int Z_B X_B^I &= +\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \kappa_2 + \frac{1}{8} \omega_x s_r + \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \omega_y s_r, \\
 \int Z_B Y_B^I &= +\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 + \frac{1}{8} \omega_x s_r + 2 \sqrt{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) \\
 &\quad \left[s_z \cdot \frac{n^2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) s_r \right] \omega_y, \\
 \int \zeta_B \zeta_B^I &= 2 \left(\frac{a_z}{s_r} + 2 \right) - \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{1 - \frac{3}{2} \kappa_1} - 2 \kappa_2 \\
 &\quad - 2 \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2 \omega_y s_r - \frac{1}{2} \omega_x s_r, \\
 \int \zeta_B X_B^I &= \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{2 - 3 \kappa_1} - \kappa_2 + \frac{1}{4} \omega_x s_r - \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2 \omega_y s_r, \\
 \int \zeta_B Y_B^I &= -\frac{3}{2} s_r + \kappa_2 + \frac{1}{4} \omega_x s_r - 2 \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \\
 &\quad \left[s_z \cdot \frac{n^2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) s_r \right] \omega_y, \\
 \int X_B X_B^I &= \frac{1}{6} \left(\frac{a_y}{s_r} + 6 \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{3}{4} - \kappa_1}{2 - 3 \kappa_1} - \frac{1}{2} \kappa_2 \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right)^2 \omega_y s_r - \frac{1}{8} \omega_x s_r, \\
 \int X_B Y_B^I &= -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \kappa_2 - \frac{1}{8} \omega_x s_r - \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \kappa_2 \right) \\
 &\quad \left[s_z \cdot \frac{n^2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) s_r \right] \omega_y, \\
 \int Y_B Y_B^I &= 1 + \frac{n^2}{3} \cdot \frac{a_x}{s_r} \cdot \frac{1}{a_x + 2 s_z} + \frac{1}{12} n^2 \frac{a_x}{s_r} + \frac{n^2}{2} \cdot \frac{s_z}{s_r} - \frac{1}{2} \kappa_2 \\
 &\quad - \frac{1}{8} \omega_x s_r - \left[s_z \cdot \frac{n^2}{2} - \sqrt{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) s_r \right]^2 \frac{\omega_y}{s_r}.
 \end{aligned} \right\} (126)$$

Zusatzmomente für die wichtigsten Punkte.

$$\begin{aligned}
 \text{Punkt 0 u. 1: } \quad M_x &= \frac{2s_z}{a_x + 2s_z} \left(\xi_B + \frac{n}{2} Y_B \right), \\
 M_y &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\kappa_1}{2-3\kappa_1} \left(\eta_B - \frac{1}{2} X_B + \zeta_B \right), \quad M_z = 0, \\
 \text{„ 2: } \quad M_z &= -\frac{a_x}{a_x + 2s_z} \left(\xi_B + \frac{n}{2} Y_B \right), \\
 \frac{M_t}{\cos \alpha} &= M_{y_1} + \eta_B - \frac{1}{2} X_B - \operatorname{tg} \alpha \zeta_B, \\
 \frac{M_r}{\sin \alpha} &= -M_{y_1} + \eta_B - \frac{1}{2} X_B + \operatorname{cotg} \alpha \zeta_B, \\
 \text{„ 3: } \quad M_t &= M_{t_2} + \cos \alpha \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{2} \right) (Z_B + Y_B) \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{2}^{-\kappa_1}}{\frac{2}{3}^{-\kappa_1}} \left(\eta_B - \frac{1}{2} X_B + \zeta_B \right) \right\}, \\
 M_r &= M_{r_2} + \sin \alpha \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2} \right) (Z_B + Y_B) \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{2} \frac{\frac{1}{2}^{-\kappa_1}}{\frac{2}{3}^{-\kappa_1}} \left(\eta_B - \frac{1}{2} X_B + \zeta_B \right) \right\}, \\
 \text{Punkt 4: } \quad M_z &= -\zeta_B, \quad \text{Punkt 5: } \quad M_z = -\zeta_B, \\
 M_x &= \xi_B + \frac{n}{2} Y_B, \quad M_x = \xi_B, \quad (127) \\
 M_y &= \eta_B - \frac{1}{2} X_B. \quad M_y = \eta_B. \\
 \text{Punkt 6: } \quad M_z &= -\zeta_B, \\
 M_x &= \xi_B - \frac{n}{2} Y_B, \quad M_y = \eta_B + \frac{1}{2} X_B. \\
 \text{Punkt 7: } \quad M_z &= \left(\xi_B - \frac{n}{2} Y_B \right) - M_{x_9}, \\
 \frac{M_t}{\cos \alpha} &= \eta_B + \frac{1}{2} X_B + \zeta_B \operatorname{tg} \alpha + M_{y_9} + \operatorname{tg} \alpha \cdot M_{z_{10}}, \\
 \frac{M_r}{\sin \alpha} &= -\left(\eta_B + \frac{1}{2} X_B \right) + \zeta_B \operatorname{cotg} \alpha + M_{y_9} - \operatorname{cotg} \alpha M_{z_{10}}, \\
 \text{„ 8: } \quad M_t &= M_{t_7} + \cos \alpha \{ Z_B - \operatorname{tg} \alpha Y_B - \operatorname{tg} \alpha \cdot K \}, \\
 M_r &= M_{r_7} + \sin \alpha \{ -Z_B + \operatorname{cotg} \alpha Y_B + \operatorname{cotg} \alpha \cdot K \}, \\
 \text{wo} \quad K &= \omega_y \left\{ -n s_z \left(\xi_B - \frac{n}{2} Y_B \right) + s_r \sqrt{2} \right. \\
 &\quad \left. \left[\left(\frac{1}{2}^{-\kappa_2} \right) \left(\eta_B + \frac{1}{2} X_B + \zeta_B \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \kappa_2 \right) (Z_B - Y_B) \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Punkt 9: $M_z = -\sqrt{2} \kappa_2 \left\{ \left(\eta_B + \frac{1}{2} X_B + \zeta_B \right) + \frac{1}{2} (Z_B - Y_B) \right\} + \kappa_2 \cdot K,$
 $M_x = -\frac{n}{2} \cdot K,$
 $M_y = +\frac{\sqrt{2}}{4} \omega_x s_r \left[\left(\eta_B + \frac{1}{2} X_B - \zeta_B \right) + \frac{1}{2} (Z_B + Y_B) \right].$
 „ 10: $M_z = M_{z_0}; \quad M_x = M_y = 0.$

Die Verschiebungen werden auf Grund vorstehender Formeln für eine Gruppe von Annahmen, welche den praktisch vorkommenden Verhältnissen entsprechen, berechnet, und es wird die Auflösung der Elastizitätsgleichungen vorgenommen.

Für $s_r = s_t$ ist $\frac{s_z}{s_r} = \frac{1}{12 \cdot 0,385 \cdot 0,1426} = 1,52.$

Für den Riegel wird ein festes Verhältnis von $b : d$ angenommen, und zwar $b = 0,56 d.$

Dann ist

und $a_z = a_x$ (vgl. Formel (5)) (128)
 $a_x = \frac{a_y}{0,56^2} = 3,12 a_y.$

Es werden drei Steifigkeitsverhältnisse $\frac{a_y}{s_r} = a_{y'}$ angenommen, und zwar $a_{y'} = 1, 3$ und $5.$ Für jeden Wert ist ferner ein bestimmtes „ $n = \frac{a}{h}$ “ zu wählen. Praktischen Verhältnissen entsprechend wird $n = \frac{1}{2}, 1$ und 2 angenommen, so daß im ganzen neun verschiedene Systeme untersucht werden.

2. Senkrechte, gleichmäßige Belastung des Rahmenriegels A mit $q = \frac{8}{a^2}.$

Das Eckmoment des zweistieligen Rahmens ist nach Formel (18) für $s_r = s_t, \gamma \neq 0$

$$M_I = -\frac{\frac{3}{4} a_y}{2 a_y + s_r}.$$

Verschiebungen:

$$\begin{aligned} \int M_I \xi_{l+i} &= -\frac{1}{4} |M_I| \sin 2 \alpha' \cdot \sin \gamma \cdot s_r \cdot c_3, \\ \int M_I \eta_{l+i} &= +\frac{1}{2} |M_I| s_r \cdot c_3, \\ \int M_I Z_{l+i} &= -\frac{1}{2} |M_I| s_r \cdot \kappa_1' \cdot c_3, \\ \int M_I \xi_{l-i} &= +\frac{1}{4} |M_I| s_r \cdot c_3 \sin 2 \alpha' \cdot \cos \gamma, \\ \int M_I X_{l-i} &= -\frac{1}{4} |M_I| s_r \cdot c_3, \quad \int M_I Y_{l-i} = 0 \text{ für } \kappa_2' = 0. \end{aligned} \tag{129}$$

Die Verschiebungen gelten näherungsweise auch für $s_r \neq s_t$. Für das Achteck, $s_r = s_t$ und $\gamma = 0$ ist einzusetzen

$$c_3 = \frac{1}{2} \sqrt{2}; \quad c_5 = 2; \quad \sin 2\alpha' = \frac{1}{2} \sqrt{2}.$$

Die Belastung wird entsprechend den Gruppen A und B umgeordnet:

Gruppe A_I : Belastung der Riegel A , C , C' und E mit $q = \frac{8}{a^2}$. (Abb. 33.)

Mit $\kappa_1' = \frac{2}{3}$ und $\int M_I \eta_A = + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a_y}{2a_y + s_r}$ erhält man nach Formel (117):

$$Z_A = 6 \sqrt{2} \cdot \frac{a_y}{2a_y + s_r} \cdot \frac{\kappa_1 \left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right)}{8 - 24\kappa_1 + 17\kappa_1^2}. \quad (130)$$

Zusatz-Momente:

$$\left. \begin{aligned} \text{Pkt. 0 u. 1: } M_y &= -\frac{4}{3} \cdot \frac{a_y}{2a_y + s_r} \cdot \frac{\kappa_1^2}{8 - 24\kappa_1 + 17\kappa_1^2}, \\ \text{„ 2: } M_t &= -\cos \alpha \left[|M_I| + \frac{1}{3} \left(2 + \frac{\sqrt{2}\kappa_1}{2 - \frac{2}{3}\kappa_1} \right) Z_A \right], \\ M_r &= \sin \alpha \left[|M_I| - \frac{1}{3} \left(2 - \frac{\sqrt{2}\kappa_1}{2 - \frac{2}{3}\kappa_1} \right) Z_A \right], \\ \text{„ 3: } M_t &= -\frac{1}{2} M_{t2}; \quad M_r = -\frac{1}{2} M_{r2}, \\ \text{„ 4 u. 6: } M_y &= -\frac{2}{3} Z_A = -4 \sqrt{2} \cdot \frac{a_y}{2a_y + s_r} \cdot \frac{\kappa_1 \left(\frac{2}{3} - \kappa_1 \right)}{8 - 24\kappa_1 + 17\kappa_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

Zur Probe dient, daß $M_I + M_{y_1} + M_{y_2}$ mit Formel (107) (Vollbelastung) übereinstimmen muß. Man erhält für die Summe mit

$$\kappa_1 = \frac{1}{a_y' + 2} \quad \text{und} \quad a_y' = \frac{a_y}{s_r}:$$

$$M_I + M_{y_1} + M_{y_2} = -\frac{2}{3} a_y \cdot \frac{2}{2a_y + s_r} \left[1 + \frac{2a_y' \sqrt{2} + \sqrt{2} + 1}{8a_y'^2 + 8a_y' + 1} \right]$$

gegenüber:

$$-\frac{2}{3} a_y \cdot \frac{1}{a_y + \cos^2 \alpha s_r} = -\frac{2}{3} a_y \cdot \frac{1}{a_y + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2} \right) s_r},$$

was tatsächlich dasselbe ist.

Die Belastungsanordnung A_I ergibt das größte + Riegelmoment. Bezeichnen also g die Belastung durch Eigengewicht, p diejenige durch Nutzlast, so erhält man nach Formel (107) und (131) das größte + Riegelmoment bei einem — Stützmoment von

$$M_1 = -\frac{1}{12} g \cdot a^2 \cdot \frac{a_y}{a_y + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{2}\right) s_r} \quad (132)$$

$$- \frac{1}{12} p a^2 \cdot \frac{2 a_y}{2 a_y + s_r} \left(1 + \frac{\kappa_1^2}{8 - 24 \kappa_1 + 17 \kappa_1^2}\right),$$

z. B.

$$s_r = 0, \quad M_1 = -\frac{1}{12} g a^2 - \frac{1}{12} p a^2 \quad (\text{volle Einspg.}),$$

$$a_y = 0, \quad M_1 = 0,$$

$$a_y' = 1, \quad M_1 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{1,145} - \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{17}\right),$$

$$a_y' = 5, \quad M_1 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{5}{5,145} - \frac{1}{12} \cdot \frac{10}{11} \left(1 + \frac{1}{241}\right),$$

$$a_y' = \frac{1}{5}, \quad M_1 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{0,2}{0,345} - \frac{1}{12} \cdot \frac{0,4}{1,4} \left(1 + \frac{1}{2,92}\right).$$

Für den normalen Fall: $a_y' \geq 1$ (d. h. der Riegel ist schwächer als der Stiel) kann man also für Eigengewicht volle Einspannung, für Nutzlast das Moment des zweistieligen Rahmens annehmen.

Das Moment für Nutzlast läßt sich auch schreiben:

$$M_{1p} = -\frac{1}{3} p a^2 \cdot \frac{a_y (2 a_y + s_r)}{8 a_y^2 + 8 a_y s_r + s_r^2}. \quad (133)$$

Gruppe A_{II} (Abb. 34): Belastung der Riegel A und E mit $+\frac{8}{a^2}$, der Riegel C und C' mit $-\frac{8}{a^2}$.

In die Formel (135) ist einzusetzen:

$$\int M_I \zeta_A = +\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a_y}{2 a_y + s_r} \cdot s_r, \quad \int M_I X_A = -\frac{1}{2} \int M_I \zeta_A, \quad (134)$$

$$\text{Auflösungsschema:} \quad \int M_I Y_A = 0.$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_A \cdot \int \zeta_A \zeta_{AI} + X_A \int \zeta_A X_{AI} - Y_A \cdot \frac{1}{2} s_r &= - \int M_I \zeta_A, \\ \zeta_A \int \zeta_A X_{A'} + X_A \int X_A X_{A'} - Y_A \cdot \frac{1}{4} s_r &= - \int M_I X_A, \\ - \zeta_A \cdot \frac{1}{2} s_r - X_A \cdot \frac{1}{4} s_r + Y_A \cdot \int Y_A Y_{A'} &= - \int M_I Y_A. \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

Gruppe B (Abb. 35):

Mit $\kappa_1' = \kappa_2' = 0$ verbleiben nur

$$\int M_I \eta_B = \int M_I \zeta_B = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a_y}{2 a_y + s_r} \cdot s_r; \quad \int M_I X_B = -\frac{1}{2} \int M_I \zeta_B. \quad (136)$$

Die Unbekannten ξ_B bis Y_B sind aus den durch die Verschiebungen, Formel (126), festgelegten sechs Elastizitätsgleichungen zu bestimmen.

Momente bei senkrechter Belastung

a_y'/n		0	1	2	3	4	5	6	7	8	
M_x bzw. M_t	Vorzeichen	+		-	+	+	-	-		+	
	1	$\frac{1}{3}$	0,0048		0,2118	0,0782	0,0099	0,0008	0,0116	+ 0,0021	0,0039
		1	0,0044		0,2071	0,0698	0,0090	0,0011	0,0112	- 0,0049	0,0167
		2	0,0030		0,2041	0,0626	0,0061	0,0009	0,0079	- 0,0098	0,0209
	3	$\frac{1}{3}$	0,0014		0,2437	0,0930	0,0058	0,0003	0,0064	+ 0,0055	0,0058
		1	0,0011		0,2416	0,0905	0,0047	0,0003	0,0053	+ 0,0024	0,0166
		2	0,0007		0,2406	0,0817	0,0028	0,0002	0,0033	+ 0,0007	0,0227
	5	$\frac{1}{3}$	0,0006		0,2500	0,1010	0,0038	0,0001	0,0040	+ 0,0049	0,0089
		1	0,0005		0,2493	0,0978	0,0028	0,0001	0,0031	+ 0,0033	0,0148
		2	0,0003		0,2487	0,0967	0,0017	0,0001	0,0018	+ 0,0025	0,0167
	M_y bzw. M_r	Vorzeichen	+	-	+	-	-	-	+		-
		1	$\frac{1}{3}$	0,5163	0,4837	0,3091	0,1585	0,1380	0,0520	0,0341	- 0,0035
1			0,5180	0,4820	0,3135	0,1720	0,1305	0,0523	0,0261	- 0,0003	0,0235
2			0,5186	0,4814	0,3168	0,1748	0,1259	0,0525	0,0210	+ 0,0010	0,0241
3		$\frac{1}{3}$	0,4189	0,5811	0,4542	0,2388	0,0842	0,0285	0,0273	- 0,0139	0,0129
		1	0,4192	0,5808	0,4573	0,2431	0,0808	0,0285	0,0237	- 0,0124	0,0159
		2	0,4193	0,5807	0,4588	0,2453	0,0790	0,0286	0,0219	- 0,0119	0,0165
5		$\frac{1}{3}$	0,3896	0,6104	0,5048	0,2619	0,0608	0,0193	0,0222	- 0,0145	0,0093
		1	0,3897	0,6103	0,5063	0,2648	0,0590	0,0193	0,0204	- 0,0138	0,0110
		2	0,3897	0,6103	0,5069	0,2661	0,0582	0,0193	0,0195	- 0,0135	0,0115
M_z		1	$\frac{1}{3}$	0		- 0,0051	+ 0,0281			- 0,0034	
			1	0		- 0,0046	+ 0,0297			- 0,0024	
	2		0		- 0,0031	+ 0,0308			- 0,0013		
	3	$\frac{1}{3}$	0		- 0,0044	+ 0,0118			- 0,0026		
		1	0		- 0,0035	+ 0,0125			- 0,0017		
		2	0		- 0,0021	+ 0,0127			- 0,0008		
	5	$\frac{1}{3}$	0		- 0,0032	+ 0,0075			- 0,0019		
		1	0		- 0,0024	+ 0,0078			- 0,0011		
		2	0		- 0,0014	+ 0,0079			- 0,0006		

Endergebnis: Belastung des Riegels A mit $\frac{8}{a^2}$ (vgl. Formel (137))

Ist der Riegel statt mit $\frac{8}{a^2}$ mit q t/m belastet, so erhält man die Momente aus den Tafelwerten mit dem Beiwert $\frac{qa^2}{8}$.

Will man nur die Größtwerte der Momente haben, so setzt man näherungsweise oder genau für die + - Riegelmomente M_y Formel (131), für die - Riegelmomente M_y und Stielmomente $M_{t_{2,3}}$ die Momente bei Vollbelastung = Formel (107), für die Stielmomente $M_{r_{2,3}}$ die Momente bei Belastung nach Gruppe A_I = Formel (131).

des Riegels 0-1 mit q (Faktor $q \frac{a^2}{8}$). (137)

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19 u. 20
—	—	+	—	+		+	+	—		+
0,0081	0,0037	0,0008	0,0102	0,0192	— 0,0036	0,0003	0,0052	0,0026	+ 0,0099	0,0025
0,0088	0,0029	0,0030	0,0106	0,0204	— 0,0008	0,0003	0,0029	0,0001	+ 0,0049	0,0014
0,0067	0,0017	0,0032	0,0086	0,0235	+ 0,0009	0,0002	0,0010	0,0001	+ 0,0044	0,0005
0,0088	0,0010	0,0017	0,0043	0,0161	— 0,0021	0,0001	0,0026	0,0007	+ 0,0069	0,0006
0,0036	0,0007	0,0021	0,0040	0,0155	— 0,0007	0,0001	0,0013	0,0001	— 0,0010	0,0003
0,0024	0,0004	0,0016	0,0032	0,0135	— 0,0000	0,0001	0,0005	0,0001	+ 0,0038	0,0001
0,0022	0,0004	0,0013	0,0024	0,0114	— 0,0013	0,0008	0,0016	0,0004	+ 0,0028	0,0003
0,0020	0,0003	0,0014	0,0020	0,0127	— 0,0005	0,0011	0,0007	0,0002	— 0,0013	0,0001
0,0012	0,0002	0,0009	0,0017	0,0135	— 0,0001	0,0009	0,0003	0,0002	— 0,0028	0,0001
+	+	—	+	—		—	—	+		—
0,0415	0,0072	0,0271	0,0245	0,0253	— 0,0012	0,0035	0,0058	0,0039	+ 0,0015	0,0016
0,0373	0,0060	0,0253	0,0205	0,0198	— 0,0044	0,0033	0,0020	0,0015	— 0,0022	0,0006
0,0337	0,0057	0,0223	0,0179	0,0181	— 0,0043	0,0030	0,0017	0,0008	— 0,0028	0,0006
0,0170	0,0021	0,0128	0,0133	0,0185	+ 0,0011	0,0007	0,0025	0,0018	— 0,0047	0,0003
0,0151	0,0019	0,0113	0,0111	0,0145	— 0,0001	0,0007	0,0012	0,0012	— 0,0020	0,0001
0,0138	0,0018	0,0102	0,0101	0,0131	— 0,0001	0,0006	0,0012	0,0012	— 0,0022	0,0001
0,0095	0,0010	0,0075	0,0081	0,0149	+ 0,0010	0,0002	0,0014	0,0012	— 0,0043	0,0001
0,0085	0,0009	0,0066	0,0068	0,0125	+ 0,0005	0,0002	0,0009	0,0007	— 0,0032	0,0001
0,0079	0,0009	0,0061	0,0064	0,0115	+ 0,0004	0,0002	0,0008	0,0006	— 0,0031	0,0001
— 0,0010		+ 0,0044		— 0,0003		+ 0,0027		0		
— 0,0018		+ 0,0037		— 0,0009		+ 0,0015		0		
— 0,0026		+ 0,0024		— 0,0008		+ 0,0005		0		
— 0,0006		+ 0,0037		— 0,0004		+ 0,0020		0		
— 0,0010		+ 0,0028		— 0,0005		+ 0,0009		0		
— 0,0013		+ 0,0016		— 0,0004		+ 0,0003		0		
— 0,0004		+ 0,0026		— 0,0003		+ 0,0013		0		
— 0,0006		+ 0,0019		— 0,0002		+ 0,0006		0		
— 0,0007		+ 0,0011		— 0,0002		+ 0,0002		0		

Ist nur Riegel A belastet, so treten auch M_x und M_z -Momente auf. Die M_x entsprechen einer Abflachung des Achteckriegels an der Vorder- und Rückseite. Aus dieser Verformung erklären sich auch die M_z , welche nur im Riegel 4—6 größere Werte annehmen.

Die Horizontalschübe in den übrigen Stielen (7/8, 12/13, 17/18) sind verschwindend gering, die Aufnahme der Kraft erfolgt nahezu allein in dem vorderen zwei-stieligen Rahmen A.

3. Einzelbelastung der Rahmenecken AB und AB' mit $P = \frac{\cos \gamma}{h} = \frac{1}{s}$ senkrecht zur Rahmenebene A .

(vgl. Formel 19—23 u. Abb. 39).

Die Verschiebungen am statisch bestimmten System erhält man zu

$$\begin{aligned}
 \int M_0 \xi_{l+i}^0 &= +s_r \cdot c_4 \sin \gamma, \\
 \int M_0 \eta_{l+i}^0 &= -\frac{1}{2} s_r \cdot c_5 \cdot \sin 2\alpha', \\
 \int M_0 Z_{l+i}^0 &= -s_r \cdot c_5 \sin 2\alpha' \left(\frac{1}{3} - \frac{\kappa_1'}{2} \right), \\
 \int M_0 \zeta_{l-i}^0 &= -s_r \cdot c_4 \cdot \cos \gamma, \\
 \int M_0 X_{l-i}^0 &= \frac{1}{2} s_r \cdot c_5 \sin 2\alpha' \left(\frac{\nu}{3} + \frac{1}{6} \right), \\
 \int M_0 Y_{l-i}^0 &= s_r c_4 \left[\frac{2}{3 \cos \gamma} + \frac{n}{2} \sin \gamma \right] \quad \text{für } \kappa_3' = 0.
 \end{aligned} \tag{138}$$

Für $s_r = s_t$, $\gamma = 0$ ist $M_0 = M_I$;

die vorstehenden Formeln geben dann unmittelbar auch die Verschiebungen am statisch unbestimmten System.

Die Belastung wird wieder entsprechend den Gruppen A und B umgeordnet:

Gruppe A_I : Belastung der Rahmen A , C , C' , E .

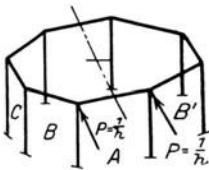


Abb. 39.

Sämtliche Momente sind $= 0$.

Gruppe A_{II} : Belastung der Rahmen A und E mit $+\frac{1}{h}$, der Rahmen C , C' mit $-\frac{1}{h}$.

$$\begin{aligned}
 \text{Verschiebungen:} \quad \int M_I \zeta_A &= +\frac{1}{2} \sqrt{2} s_r; \\
 \int M_I X_A &= +\frac{1}{4} \sqrt{2} s_r; \quad \int M_I Y_A &= -\frac{1}{3} \sqrt{2} s_r.
 \end{aligned} \tag{139}$$

Auflösungsschema vgl. Formel (135).

Der Achteckring wird vorn und hinten gleichmäßig eingedrückt, während die Seitenrahmen C und C' nach außen gezogen werden.

Gruppe B .

$$\begin{aligned}
 \text{Verschiebungen:} \quad \int M_I \eta_B &= -\frac{1}{2} \sqrt{2} s_r; \\
 \int M_I Z_B &= -\frac{1}{3} \sqrt{2} s_r; \quad \int M_I \zeta_B &= +\frac{1}{2} \sqrt{2} s_r; \\
 \int M_I X_B &= +\frac{1}{4} \sqrt{2} s_r; \quad \int M_I Y_B &= -\frac{1}{3} \sqrt{2} s_r.
 \end{aligned} \tag{140}$$

Die Unbekannten ξ_B bis Y_B sind wieder aus den Elastizitätsgleichungen mit den Verschiebungen, Formel (126), zu bestimmen.

Der Belastungszustand B : Rahmen A und E mit den gleichgerichteten wagerechten Eckkräften $\frac{1}{h}$ belastet, hat auch Interesse als Endzustand, z. B. bei gleichem Winddruck und sog.

Endergebnis: Nur Rahmen A belastet (vgl. Formel (141)).

Die bisherigen Näherungsverfahren zerlegten die angreifende Kraft in Richtung der angrenzenden Rahmen oder nahmen eine Verteilung der Kraft entsprechend den Trägheitsmomenten der Stiele in bezug auf die zur Krafrichtung senkrechten Achsen vor. Drittens konnte die Wirkung der Kraft auf den ebenen Achteckring der Deckebene verfolgt werden. In folgendem werden diese Verfahren kritisch untersucht und endlich für die Berechnung der Stiele ein neues Näherungsverfahren aufgestellt, welchem das Seite 44 u. f. berechnete System zugrunde liegt.

1. Die Verformung des Achteckringes in wagerechter Richtung.

Betrachtet man den Ring als ebenes System, so erhält man die Eckmomente infolge der Kraft $W = \frac{1}{h}$ zu:

$$\begin{aligned} M_1 = M_4 &= + 1,828 \cdot \frac{W \cdot a}{8} = + 0,228 n, \\ M_0 = M_9 &= - 2,414 \cdot \frac{W \cdot a}{8} = - 0,302 n, \\ M_{11} = M_{14} &= - 0,414 \cdot \frac{W \cdot a}{8} = - 0,052 n, \\ M_{16} = M_{19} &= + \frac{W \cdot a}{8} = + 0,125 n, \end{aligned} \tag{142}^1$$

Die tatsächlichen Momente sind kleiner, und zwar um so mehr, je größer a_y' und n werden. Sie nehmen mit wachsendem „ n “ nicht zu sondern ab. Dieses ist zu erklären daraus, daß bei größerem a_y' und n der Riegel elastischer wird und daher nur geringe Eckmomente aufzunehmen vermag. — Ferner weisen die Momente an den Ecken Sprünge auf, welche den Stieldrehmomenten entsprechen. — Die Momente nach Formel (142) geben also nur ein ungefähres Bild des Momentenverlaufs, welches von dem tatsächlichen um so mehr abweicht, je größer $a_y' n$ ist (vgl. Formel (141)).

2. Zerlegt man die angreifende Kraft in Richtung der angrenzenden Rahmenebenen, so erhält man für diese eine Kraft in Richtung des Riegels von $P = \frac{\sqrt{2}}{h}$ und entsprechend Formel (33) ein Eckmoment

$$M_{y_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{a_y' + 6}.$$

¹⁾ Vgl. Abeles: Bet. u. Eisen 1924, S. 110 u. f.

Eckbelastung senkrecht zum Rahmen

		a_y'	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
		Vorzeichen		+	+	+	-	+	-	-	-	+
M_x bzw. M_t	1	$\frac{1}{3}$		0,0268		0,0824	0,1951	0,0567	0,0047	0,0660	0,0284	0,0450
		1		0,0255		0,1099	0,2506	0,0517	0,0061	0,0640	0,0669	0,1196
		2		0,0171		0,1276	0,2850	0,0346	0,0056	0,0457	0,0965	0,1750
	3	$\frac{1}{3}$		0,0117		0,0567	0,2570	0,0476	0,0024	0,0522	0,0266	0,0859
		1		0,0094		0,0731	0,3170	0,0382	0,0025	0,0431	0,0515	0,1741
		2		0,0057		0,0815	0,3475	0,0233	0,0017	0,0267	0,0662	0,2252
	5	$\frac{1}{3}$		0,0068		0,0463	0,2949	0,0420	0,0015	0,0449	0,0245	0,1124
		1		0,0052		0,0566	0,3565	0,0316	0,0014	0,0344	0,0410	0,2032
		2		0,0030		0,0618	0,3841	0,0185	0,0009	0,0203	0,0502	0,2492
		Vorzeichen		+	+	-	+	+	-	+	-	
M_y bzw. M_r	1	$\frac{1}{3}$		0,0302		0,0994	0,1135	0,1447	0,0124	0,1198	0,1753	0,2027
		1		0,0380		0,1279	0,1447	0,1870	0,0111	0,1649	0,1935	0,2231
		2		0,0428		0,1455	0,1633	0,2134	0,0096	0,1942	0,2002	0,2303
	3	$\frac{1}{3}$		0,0105		0,0914	0,1400	0,1136	0,0042	0,1052	0,1506	0,2337
		1		0,0128		0,1132	0,1732	0,1416	0,0034	0,1347	0,1629	0,2520
		2		0,0140		0,1245	0,1892	0,1560	0,0029	0,1502	0,1671	0,2580
	5	$\frac{1}{3}$		0,0055		0,0795	0,1519	0,0943	0,0019	0,0905	0,1283	0,2494
		1		0,0066		0,0954	0,1837	0,1145	0,0017	0,1112	0,1370	0,2656
		2		0,0071		0,1027	0,1977	0,1237	0,0015	0,1207	0,1394	0,2701
M_z	1	$\frac{1}{2}$		0		-0,0299		+0,0167		-0,0203		
		1		0		-0,0262		+0,0258		-0,0137		
		2		0		-0,0175		+0,0320		-0,0072		
	3	$\frac{1}{2}$		0		-0,0359		+0,0100		-0,0218		
		1		0		-0,0289		+0,0151		-0,0136		
		2		0		-0,0176		+0,0177		-0,0069		
	5	$\frac{1}{2}$		0		-0,0351		+0,0088		-0,0203		
		1		0		-0,0265		+0,0111		-0,0120		
		2		0		-0,0155		+0,0127		-0,0061		

Das tatsächliche Moment ist in den untersuchten Fällen 50 bis 33% geringer, entsprechend

$$n = \frac{1}{2} \text{ bis } 2.$$

3. Um einen Überblick über die Verteilung der Kraft in den Stielen zu gewinnen, bestimmen wir wieder nach Formel (94) den Schub in Richtung der angreifenden Kraft und senkrecht dazu. Das Ergebnis ist in den Abb. 42—44 aufgetragen. Man erkennt die auffallende Übereinstimmung mit der Kraftverteilung in dem System mit gelenkig an-

0-1 mit P in 1 und 1' (Faktor $P \cdot h$). (141)

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19-20
-	-	+	-	+		+	+	-	+	+
0,0458	0,0201	0,0055	0,0408	0,0984	-0,0202	0,0047	0,0296	0,0132	0,0519	0,0134
0,0503	0,0168	0,0167	0,0420	0,1070	-0,0040	0,0061	0,0163	0,0009	0,0239	0,0080
0,0385	0,0099	0,0187	0,0309	0,0896	+0,0055	0,0056	0,0056	0,0002	0,0204	0,0028
0,0304	0,0083	0,0138	0,0249	0,1197	-0,0155	0,0024	0,0202	0,0051	0,0514	0,0050
0,0296	0,0058	0,0179	0,0211	0,1140	-0,0044	0,0025	0,0093	0,0006	0,0289	0,0023
0,0199	0,0032	0,0134	0,0144	0,0956	+0,0003	0,0017	0,0031	0,0009	0,0267	0,0008
0,0247	0,0048	0,0152	0,0172	0,1298	-0,0135	0,0015	0,0164	0,0047	0,0527	0,0027
0,0224	0,0032	0,0160	0,0142	0,1191	-0,0044	0,0014	0,0072	0,0014	0,0343	0,0012
0,0142	0,0017	0,0108	0,0101	0,1020	-0,0008	0,0009	0,0027	0,0016	0,0329	0,0004
+	-	-	+	-		-	-	+	-	-
0,0781	0,0104	0,0988	0,1017	0,1207	+0,0107	0,0124	0,0356	0,0258	0,0315	0,0095
0,0547	0,0163	0,0873	0,0775	0,0939	-0,0069	0,0111	0,0152	0,0119	0,0156	0,0053
0,0330	0,0191	0,0711	0,0645	0,0797	-0,0067	0,0096	0,0126	0,0100	0,0127	0,0046
0,0618	0,0040	0,0699	0,0766	0,1224	+0,0116	0,0042	0,0199	0,0175	0,0287	0,0024
0,0464	0,0057	0,0578	0,0595	0,0956	+0,0034	0,0034	0,0103	0,0098	0,0168	0,0015
0,0355	0,0063	0,0481	0,0519	0,0840	+0,0040	0,0029	0,0098	0,0093	0,0152	0,0014
0,0514	0,0022	0,0558	0,0633	0,1252	+0,0115	0,0019	0,0153	0,0145	0,0277	0,0011
0,0399	0,0029	0,0458	0,0507	0,1005	+0,0062	0,0017	0,0095	0,0091	0,0186	0,0008
0,0332	0,0032	0,0395	0,0454	0,0901	+0,0062	0,0015	0,0092	0,0087	0,0177	0,0008
+ 0,0033		+ 0,0258		- 0,0045		+ 0,0162		0		
- 0,0011		+ 0,0208		- 0,0074		+ 0,0083		0		
- 0,0057		+ 0,0131		- 0,0070		+ 0,0028		0		
- 0,0008		+ 0,0293		- 0,0037		+ 0,0153		0		
- 0,0040		+ 0,0223		- 0,0042		+ 0,0070		0		
- 0,0063		+ 0,0131		- 0,0036		+ 0,0024		0		
- 0,0015		+ 0,0286		- 0,0017		+ 0,0138		0		
- 0,0039		+ 0,0205		- 0,0028		+ 0,0060		0		
- 0,0053		+ 0,0116		- 0,0024		+ 0,0022		0		

geschlossenen Querriegeln (vgl. Abb. 41). Die Übereinstimmung nimmt mit n und a_y' zu. Hierbei übt n einen bedeutend stärkeren Einfluß aus als a_y' , von welchem die Kraftverteilung nur wenig abhängig ist.

Im einzelnen ist folgendes zu bemerken: Der steife Anschluß der Riegel bewirkt eine Ablenkung der Stielkraft $2/3$ nach außen, $7/8$ nach innen. Entsprechend dem M_x -Moment des Riegels 4-6 tritt zu den Kräften bei gelenkigem Anschluß ein Kräftepaar, welches die Ablenkung bewirkt. Die Ablenkung ist für die untersuchten Fälle im vorde-

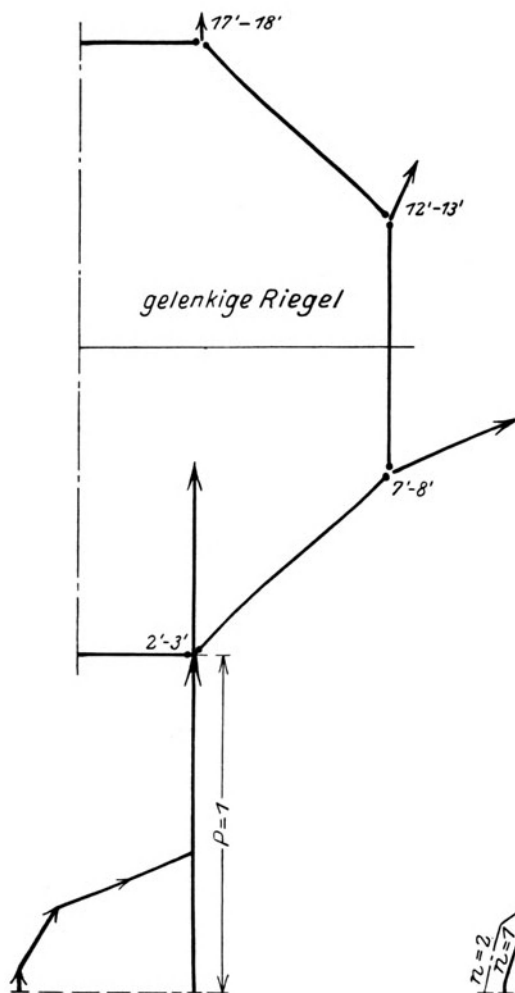


Abb. 40.

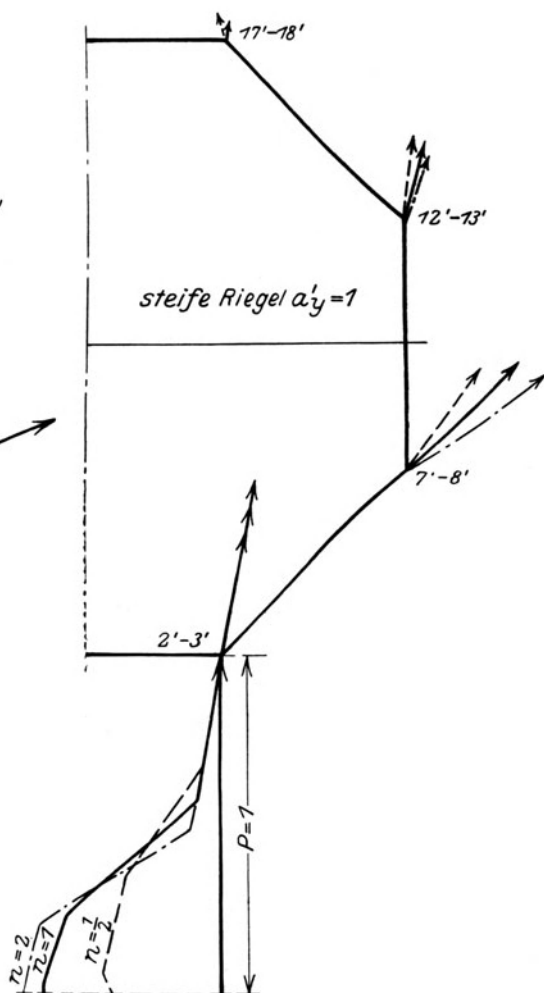


Abb. 41.

ren Rahmen unabhängig von a'_y und n 1 : 5 bis 1 : 6. Für den Stiel 7/8 wechselt sie fast nur mit n und beträgt i. M. für

$$n = .2 : \frac{1}{4} \text{ bis } \frac{1}{5}; \quad n = 1 : \frac{1}{3}; \quad n = \frac{1}{2} : \frac{1}{2}.$$

Für die hinteren Stiele 12/13 und 17/18 ist der Unterschied kaum feststellbar.

Die Ablenkung der Stielquerkraft 7/8 nach innen ist gleichbedeutend mit einer Drehung der Kraft in Richtung der angreifenden Kraft. Der Stiel 7/8 nimmt also bei kleinerem „ n “ einen stärkeren Anteil der an-

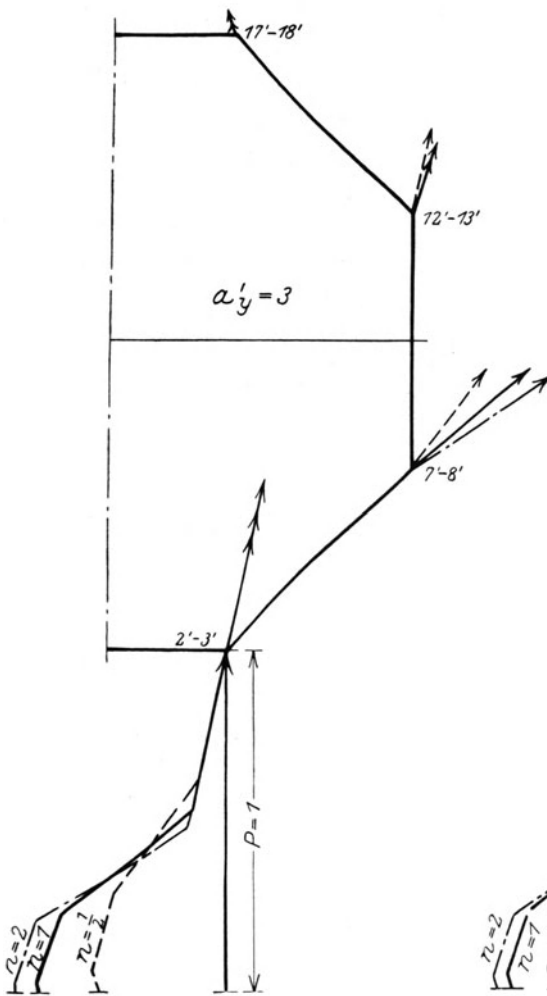


Abb. 42.

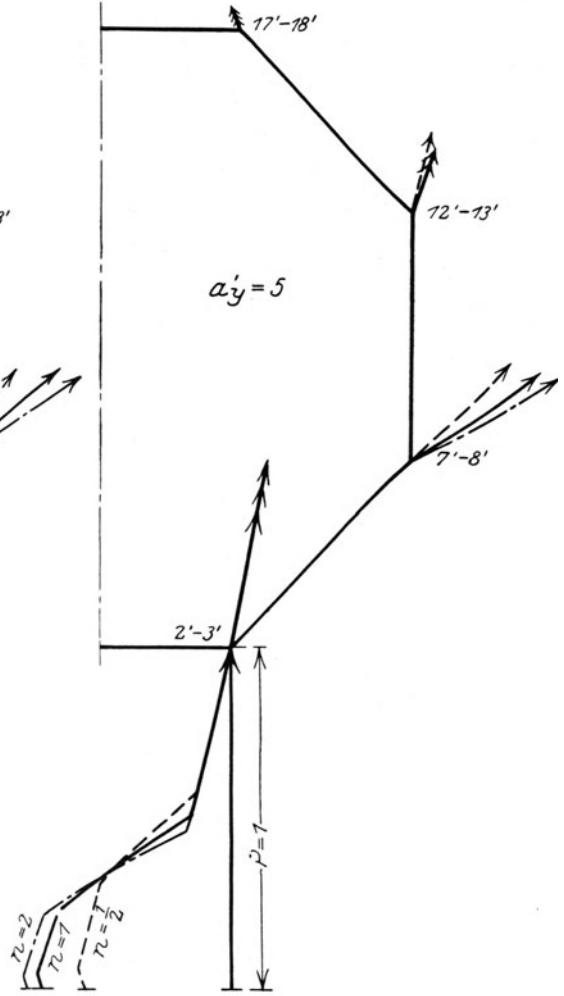


Abb. 43.

greifenden Kraft auf und bewirkt auf diese Weise eine Entlastung des vorderen Rahmens. Auch der Stiel 12/13 wird stärker zur Kraftaufnahme herangezogen.

Es zeigt sich, daß bei gelenkigem Anschluß der Querriegel die Kraftverteilung ähnlich wie bei dem steifen System erfolgt. Bei diesem ist die Verteilung eine günstigere. Nimmt man näherungsweise die gleiche Verteilung an, so erhält man doch noch erheblich verschiedene Fußmomente in den Stielen, da die Querkraft bei gelenkigem Riegelanschluß in Riegelhöhe wirkt, während beim Steifrahmen der Momentennull-

punkt bis zur Stielmitte wandern kann. Für den ebenen Rahmen liegt der Nullpunkt nach Formel (34) in der Höhe $\frac{a_y' + 3}{a_y' + 6} \cdot h$. Entsprechend erhält man hier näherungsweise den Nullpunkt der

$$\begin{aligned} M_t\text{-Momente in } & \frac{a_y' + 1}{a_y' + 2} h, \\ M_r\text{- } & \text{'' } \text{'' } \frac{a_y' + 4,5}{a_y' + 9} h. \end{aligned} \quad (143)$$

Von n ist die Lage des Nullpunktes ziemlich unabhängig bei gleichbleibendem a_y' .

Die Wichtigkeit des vorliegenden Belastungsfalles nötigt zur Betrachtung des ganz allgemeinen Steifrahmens, für den $s_r \neq s_t$, $\gamma \neq 0$, welcher an folgenden Beispielen vorgeführt wird:

a) $\sin \gamma = 0,2$; $\frac{a}{s} = 1$; $\alpha = 67^\circ 30'$ (Achteck);

$$a_y' = \frac{a_y}{s_r} = 3,0; \quad a_x = a_z = 4a_y; \quad \frac{d}{b} = \frac{1}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{s_t}{s_r} = \frac{1}{4}. \quad (144)$$

b) Dasselbe, jedoch $\frac{d}{b} = 2$ oder $\frac{s_t}{s_r} = 4$.

Die Berechnung unterscheidet sich von derjenigen für $s_r = s_t$, $\gamma = 0$ nur dadurch, daß die Unbekannten des zweistieligen Rahmens nicht aus je einer Gleichung bestimmt werden können, da die seitlichen Verschiebungen nicht verschwinden.

Die Momente sind in Formel (145) aufgetragen. Die Abb. 44—45 zeigen die Kräfteverteilung gleichzeitig mit der entsprechenden am gelenkigen System. Wieder zeigt sich eine Übereinstimmung. Es tritt nur eine Ablenkung der Querkraft infolge des steifen Anschlusses ein, welche sich aus den in 2—3 positiven, in 7—8 negativen M_x -Momenten des Riegels 4—6 erklärt.

$$\frac{d}{b} = \frac{1}{2}, \quad a_y' = 3, \quad \text{Belastungsfall 2.} \quad (145)$$

	0 und 1	2	3	4	6	7	8	9
M_x bzw. M_t	+ 0,0043	+ 0,0388	- 0,5295	+ 0,0204	- 0,0201	- 0,0260	+ 0,2248	- 0,0101
M_y " M_r	+ 0,0078	+ 0,0587	- 0,0741	+ 0,0734	- 0,0687	+ 0,0893	- 0,1163	+ 0,0287
M_z	0	- 0,0145		+ 0,0064		- 0,0087		- 0,0008

	11	12	13	14	16	17	18	19
M_x bzw. M_t	+ 0,0059	- 0,0083	+ 0,1804	- 0,0029	+ 0,0026	- 0,0036	+ 0,1243	- 0,0001
M_y " M_r	- 0,0354	+ 0,0438	- 0,0589	+ 0,0099	- 0,0146	+ 0,0132	- 0,0167	- 0,0010
M_z	- 0,0008	+ 0,0082		- 0,0009		+ 0,0025		0

$$\frac{d}{b} = 2, \quad a_{y'} = 3, \quad \text{Belastungsfall 2.}$$

(145)

	0 und 1	2	3	4	6	7	8	9
M_x bzw. M_t	+0,0185	+0,0708	-0,1593	+0,0494	-0,0574	-0,0504	+0,1094	-0,0437
M_y " M_r	+0,0058	+0,1522	-0,2278	+0,1846	-0,1792	+0,2235	+0,3204	+0,0735
M_z	0	-0,0314		+0,0056		-0,0148		-0,0015

	11	12	13	14	16	17	18	19
M_x bzw. M_t	+0,0233	-0,0121	+0,0729	-0,0017	+0,0098	-0,0084	-0,0230	+0,0019
M_y " M_r	-0,0780	+0,0779	-0,0776	-0,0106	+0,0052	+0,0065	+0,0150	+0,0013
M_z	-0,0015	+0,0268		+0,0129		+0,0103		0

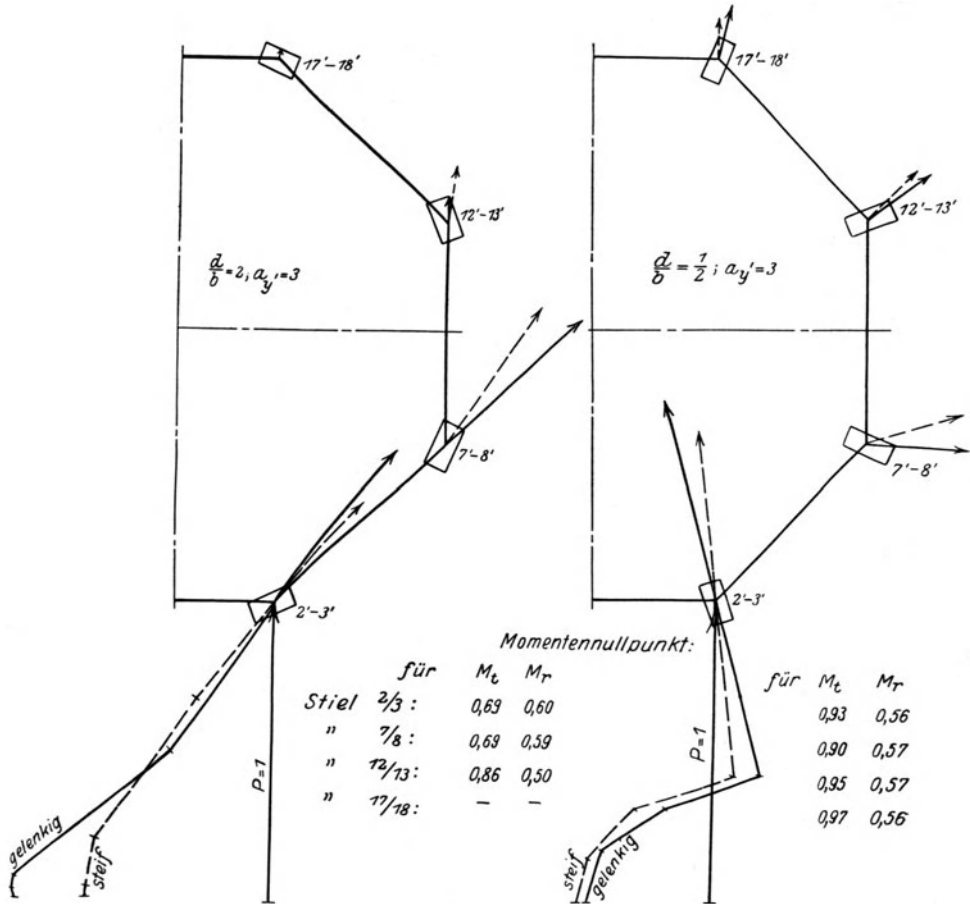


Abb. 44.

Abb. 45.

	für		M_t	M_r		
Stiel	2/3 :		0,69	0,60	für	M_t M_r
"	7/8 :		0,69	0,59		0,93 0,56
"	72/73 :		0,86	0,50		0,90 0,57
"	17/18 :		-	-		0,95 0,57
						0,97 0,56

Vergleicht man mit den Beispielen den früher untersuchten Fall $s_r = s_t$, $\gamma = 0$, $a_y' = 3$, $n = 1$, so ist folgendes zu bemerken: die Stielkraft stellt sich immer in Richtung des größeren Hauptträgheitsmomentes ein. Liegt der Stiel, an dem die äußere Kraft angreift, mit seiner größeren Achse in der Kraftrichtung, so wird etwa nur $\frac{1}{3}$ durch den Riegel in die übrigen Stiele geleitet. Ist der belastete Stiel jedoch in der Kraftrichtung schwächer ausgebildet, so wandert fast die ganze Kraft in den benachbarten zweistieligen Rahmen, so wie bei den zu zweit besprochenen üblichen Näherungsverfahren angenommen wird. Hierbei entstehen natürlich in dem Riegel B starke M_y -Momente, die sich angenähert aus der Gleichgewichtsbedingung der Momente an der Rahmenecke (Formel (7)) berechnen lassen, wenn man M_z und M_x im Riegel = 0 annimmt.

Der Momentennullpunkt ergibt sich näherungsweise aus Formel (143) mit einem mittleren Stielträgheitsmoment.

Es zeigt sich also, daß bei entsprechender Bemessung die üblichen Näherungsverfahren kein durchaus falsches Ergebnis erzielen. Eine klare Kräfteverteilung und eine wirtschaftliche Bemessung ist jedoch nur auf Grund der genauen Rechnung bzw. des neu gegebenen Näherungsverfahrens möglich.

4. Gleichmäßige Belastung des Rahmenriegels A mit $q = \frac{8}{a^2}$ senkrecht zur Rahmenebene

(vgl. Formel (24) bis (27)).

Die Momentenfläche im statisch unbestimmten Hauptsystem wird zerlegt in drei Teilflächen.

1. Parabel mit dem Pfeil $M_x = +1$ in Riegelmitte, entsprechend dem mit q belasteten Riegel als Balken auf zwei Stützen.

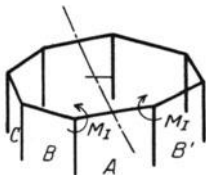


Abb. 46.

2. Momentenfläche infolge der Einzelkraft $P = \frac{4}{a}$ senkrecht zur Rahmenebene an den Rahmenecken.

3. Moment $M_I = \frac{2}{3} \cdot \frac{a_x}{a_x + 2s_z}$ am Riegel als M_x , am Stiel als M_z wirkend (Abb. 46).

Die Fläche 1. ruft keine statisch unbestimmte Größen hervor, da sie sich nur über den Riegel erstreckt.

Die Einzelkraft $P = \frac{4}{a}$ bewirkt im Endsystem Momente, welche sich aus denen des Belastungsfalles 2 durch Multiplizieren mit $\frac{4}{n}$ ergeben.

Es erübrigt sich also, den Einfluß eines Momentes M_I zu untersuchen.

Gruppe A_I :

$$\int M_I \xi_A = + 2 s_z \cdot M_I,$$

$$\xi_A = - \frac{4}{3} \cdot \frac{s_z}{a_x + 4 s_z}.$$

Momente:

$$M_{x_4} = M_{x_6} = - \frac{4}{3} \cdot \frac{s_z}{a_x + 4 s_z},$$

$$M_{x_1} = - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{a_x + 2 s_z} \left(a_x + 4 s_z \cdot \frac{s_z}{a_x + 4 s_z} \right), \quad (146)$$

$$M_{x_2} = - \frac{2}{3} \cdot \frac{a_x}{a_x + 4 s_z}.$$

Das Stieldrehmoment wird also kleiner im Verhältnis $(a_x + 2 s_z) : (a_x + 4 s_z)$. Für $s_z = 0$ ist volle Einspannung im Stiel vorhanden, M_x wird = 0. Ist a_x sehr klein, so verkleinert sich das Drehmoment bis fast auf die Hälfte.

Gruppe A_{II} :

$$\int M_I Y_A = + n s_z \cdot M_I. \quad (147)$$

Auflösung nach Formel (135).

Gruppe B :

$$\int M_I \xi_B = + 2 s_z M_I, \quad \int M_I Y_B = + n \cdot s_z \cdot M_I. \quad (148)$$

Endergebnis:

Betrachtet man den Riegel als ebenen, geschlossenen Balken auf acht Stützen, so erhält man

$$M_{x_1} = M_{x_4} = - \frac{71}{158} = - 0,422; \quad M_{x_6} = M_{x_9} = + \frac{19}{168}, \quad (150)$$

$$M_{x_{11}} = M_{x_{14}} = - \frac{5}{168}; \quad M_{x_{16}} = M_{x_{19}} = + \frac{1}{168}.$$

Ein Vergleich mit Formel (149) zeigt, daß die Näherung nur mangelhaft ist. Für M_{x_1} und M_{x_4} dient als gute Näherungsformel der Wert bei Belastungsanordnung A_I : Formel (146). Die übrigen Momente kann man näherungsweise = 0 setzen.

Wichtig ist vor allem, zu erfahren, welche Ungenauigkeit das Einsetzen der gleichmäßigen Belastung als Einzelkraft an der Rahmen-ecke, also das Weglassen des Einflusses von M_I , in sich birgt. Addiert man die $\frac{4}{n}$ fachen Werte der Tafel (141) zu den entsprechenden der Tafel (149), so erhält man die Gesamtmomente mit dem Faktor $\frac{pa^2}{8}$. Man sieht, daß sich der Einfluß von M_I nur auf den vorderen

Belastung durch ein Eckmoment

a_y'		n	1	2	3	4	5	6	7	8	
Vorzeichen			—	+	—	—	—		—	+	
M_x bzw. M_z	1	$\frac{1}{2}$	0,4475	0,0540	0,1078	0,2220	0,1208	—0,0182	0,0750	0,1450	
		1	0,4690	0,0503	0,0989	0,2260	0,1150	—0,0042	0,0780	0,1480	
		2	0,4840	0,0340	0,0661	0,2254	0,1095	+0,0063	0,0574	0,1083	
	3	$\frac{1}{2}$	0,5410	0,0305	0,1160	0,1540	0,0686	+0,0167	0,0443	0,1586	
		1	0,5490	0,0252	0,0935	0,1538	0,0666	+0,0206	0,0405	0,1440	
		2	0,5520	0,0156	0,0570	0,1497	0,0650	+0,0195	0,0263	0,0925	
	5	$\frac{1}{2}$	0,5780	0,0198	0,1089	0,1201	0,0483	+0,0238	0,0296	0,1555	
		1	0,5810	0,0152	0,0821	0,1178	0,0471	+0,0234	0,0238	0,1270	
		2	0,5835	0,0090	0,0480	0,1126	0,0465	+0,0197	0,0151	0,0772	
	Vorzeichen			+	+	—	+	—		+	—
	M_y bzw. M_r	1	$\frac{1}{2}$	0,0150	0,0549	0,0612	0,0825	0,0025	—0,0875	0,0355	0,0400
			1	0,0139	0,0509	0,0561	0,0761	0,0033	—0,0828	0,0250	0,0284
2			0,0093	0,0342	0,0374	0,0512	0,0031	—0,0573	0,0132	0,0152	
3		$\frac{1}{2}$	0,0044	0,0414	0,0555	0,0530	0,0004	—0,0539	0,0238	0,0368	
		1	0,0036	0,0336	0,0504	0,0432	0,0008	—0,0448	0,0151	0,0233	
		2	0,0022	0,0206	0,0308	0,0265	0,0006	—0,0278	0,0077	0,0118	
5		$\frac{1}{2}$	0,0019	0,0290	0,0555	0,0358	0,0004	—0,0366	0,0164	0,0313	
		1	0,0014	0,0219	0,0418	0,0271	0,0004	—0,0279	0,0098	0,0188	
		2	0,0008	0,0128	0,0245	0,0159	0,0003	—0,0164	0,0050	0,0096	
M_z		1	$\frac{1}{2}$	0	—0,2250		+0,0177		+0,0212		
			1	0	—0,2425		+0,0171		—0,0070		
			2	0	—0,2580		+0,0116		—0,0336		
	3	$\frac{1}{2}$	0	—0,3870		+0,0092		+0,0375			
		1	0	—0,3945		+0,0079		+0,0166			
		2	0	—0,4030		+0,0050		—0,0016			
	5	$\frac{1}{2}$	0	—0,4565		+0,0058		+0,0384			
		1	0	—0,4640		+0,0046		+0,0208			
		2	0	—0,4700		+0,0028		+0,0069			

Rahmen und den angrenzenden Riegel erstreckt, für welche Teile man ihn näherungsweise nach Formel (146) einsetzen konnte. Das Moment M_{x_1} wird beim Hinzutreten der Eckkraft $\frac{4}{a}$ verkleinert, M_{x_1} kann sogar das Vorzeichen wechseln, wenn n klein, d. h. die Wirkung der Eckkraft $\frac{4}{a}$ überwiegend ist. Für die näherungsweise Berechnung genügt es also, den Einfluß der Eckkraft $\frac{4}{a}$ zu untersuchen und nur die Momente M_{x_0} , M_{x_1} , M_{x_2} , M_{z_1} nach Formel (146) zu ergänzen.

$$M_x = \frac{2}{3} \frac{a_x}{a_x + 2s_z} \text{ in 1 und 1' (Abb. 46).}$$

(149)

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19 u. 20
							+	+	-	
- 0,0396	- 0,0021	+ 0,0355	- 0,0026	+ 0,0160	+ 0,0100	+ 0,0106	0,0101	0,0238	0,0540	+ 0,0052
+ 0,0280	+ 0,0126	+ 0,0223	+ 0,0167	- 0,0205	- 0,0256	+ 0,0049	0,0354	0,0111	0,0288	- 0,0023
+ 0,0398	+ 0,0191	- 0,0015	+ 0,0220	- 0,0337	- 0,0695	- 0,0006	0,0682	0,0015	0,0086	- 0,0010
- 0,0209	+ 0,0026	+ 0,0261	+ 0,0032	+ 0,0058	+ 0,0048	+ 0,0031	0,0014	0,0106	0,0492	+ 0,0003
+ 0,0039	+ 0,0069	+ 0,0099	+ 0,0116	- 0,0291	- 0,0250	+ 0,0011	0,0272	0,0036	0,0215	- 0,0007
+ 0,0211	+ 0,0086	- 0,0038	+ 0,0103	- 0,0285	- 0,0511	- 0,0005	0,0501	0,0004	0,0069	- 0,0002
- 0,0147	+ 0,0022	+ 0,0191	+ 0,0039	- 0,0053	+ 0,0029	+ 0,0016	0,0004	0,0059	0,0417	+ 0,0001
+ 0,0024	+ 0,0041	+ 0,0059	+ 0,0075	- 0,0271	- 0,0213	+ 0,0005	0,0223	0,0019	0,0179	- 0,0003
+ 0,0126	+ 0,0049	+ 0,0029	+ 0,0058	- 0,0228	- 0,0398	- 0,0002	0,0395	0,0004	0,0064	- 0,0001
							+	-	+	
- 0,0450	- 0,0114	+ 0,0222	- 0,0472	+ 0,0523	- 0,0350	+ 0,0025	0,0400	0,0272	0,0312	+ 0,0078
- 0,0531	- 0,0092	+ 0,0347	- 0,0402	+ 0,0446	- 0,0139	+ 0,0033	0,0206	0,0142	0,0169	+ 0,0045
- 0,0421	- 0,0054	+ 0,0312	- 0,0250	+ 0,0274	+ 0,0009	+ 0,0031	0,0052	0,0039	0,0052	+ 0,0015
- 0,0266	- 0,0032	+ 0,0202	- 0,0352	+ 0,0521	- 0,0208	+ 0,0005	0,0217	0,0176	0,0336	+ 0,0020
- 0,0276	- 0,0023	+ 0,0231	- 0,0262	+ 0,0392	- 0,0076	+ 0,0008	0,0092	0,0077	0,0120	+ 0,0010
- 0,0191	- 0,0013	+ 0,0165	- 0,0153	+ 0,0229	- 0,0014	+ 0,0006	0,0027	0,0024	0,0040	+ 0,0003
- 0,0179	- 0,0014	+ 0,0152	- 0,0238	+ 0,0459	- 0,0124	+ 0,0004	0,0132	0,0112	0,0217	+ 0,0008
- 0,0168	- 0,0010	+ 0,0149	- 0,0169	+ 0,0325	- 0,0047	+ 0,0004	0,0055	0,0048	0,0095	+ 0,0004
- 0,0108	- 0,0005	+ 0,0098	- 0,0096	+ 0,0184	- 0,0013	+ 0,0003	0,0018	0,0017	0,0035	+ 0,0002
- 0,0084			+ 0,0256			- 0,0059		+ 0,0051		0
- 0,0109			+ 0,0479			- 0,0016		+ 0,0378		0
- 0,0093			+ 0,0680			+ 0,0012		+ 0,0691		0
- 0,0055			+ 0,0213			- 0,0017		+ 0,0010		0
- 0,0059			+ 0,0350			+ 0,0003		+ 0,0280		0
- 0,0041			+ 0,0473			+ 0,0008		+ 0,0504		0
- 0,0037			+ 0,0164			- 0,0006		+ 0,0001		0
- 0,0035			+ 0,0274			+ 0,0003		+ 0,0225		0
- 0,0023			+ 0,0372			+ 0,0005		+ 0,0393		0

5. Gleichmäßige Belastung der Stiele AB und AB' senkrecht zur Ebene A mit $q = \frac{1}{s^2}$

(vgl. Formel (28) bis (30). Abb. 47).

Die Verschiebungen $\int M_I Z$ und $\int M_I Y$ ergeben sich im Verhältnis $\frac{3}{8}$; $\int M_I \eta$, $\int M_I X$ und $\int M_I \zeta$ im Verhältnis $\frac{1}{3}$ zu den Verschiebungen des Belastungsfalles 2. Dementsprechend werden sich auch die Momente (Formel (151)) angenähert im Verhältnis $\frac{3}{8}$ ergeben müssen.

Belastung der Stiele des Rahmens A

		a_y'	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
		Vorzeichen		+	+	-	+	-	-	-	-	+
M_x bzw. M_t	1	$\frac{1}{3}$	1	0,0119	0,0173	0,1882	0,0242	0,0020	0,0282	0,0052	0,0161	
			1	0,0109	0,0291	0,2120	0,0221	0,0027	0,0274	0,0217	0,0481	
			2	0,0073	0,0367	0,2263	0,0148	0,0024	0,0195	0,0345	0,0719	
	3	$\frac{1}{3}$	1	0,0047	0,0152	0,2140	0,0190	0,0010	0,0209	0,0070	0,0324	
			1	0,0037	0,0218	0,2380	0,0153	0,0010	0,0173	0,0170	0,0684	
			2	0,0023	0,0252	0,2500	0,0093	0,0007	0,0107	0,0229	0,0887	
	5	$\frac{1}{3}$	1	0,0027	0,0138	0,2280	0,0165	0,0006	0,0176	0,0066	0,0431	
			1	0,0020	0,0179	0,2520	0,0124	0,0006	0,0135	0,0132	0,0787	
			2	0,0012	0,0199	0,2625	0,0073	0,0004	0,0080	0,0167	0,0969	
		Vorzeichen		+	+	-	+	-	-	+	-	
M_y bzw. M_r	1	$\frac{1}{3}$	1	0,0065	0,0212	0,0855	0,0308	0,0053	0,0410	0,0675	0,0808	
			1	0,0098	0,0333	0,0989	0,0487	0,0057	0,0601	0,0753	0,0895	
			2	0,0118	0,0408	0,1070	0,0601	0,0064	0,0728	0,0780	0,0925	
	3	$\frac{1}{3}$	1	0,0029	0,0249	0,0977	0,0308	0,0068	0,0360	0,0556	0,0902	
			1	0,0038	0,0336	0,1106	0,0421	0,0029	0,0479	0,0605	0,0976	
			2	0,0043	0,0380	0,1171	0,0478	0,0031	0,0540	0,0621	0,0999	
	5	$\frac{1}{3}$	1	0,0016	0,0239	0,1030	0,0285	0,0007	0,0299	0,0457	0,0955	
			1	0,0020	0,0304	0,1158	0,0364	0,0008	0,0380	0,0490	0,1016	
			2	0,0022	0,0333	0,1210	0,0400	0,0009	0,0418	0,0500	0,1032	
M_z	1	$\frac{1}{3}$	1	0	-0,0122			+0,0033		-0,0082		
			1	0	-0,0112			+0,0072		-0,0057		
			2	0	-0,0075			+0,0099		-0,0030		
	3	$\frac{1}{3}$	1	0	-0,0144			+0,0025		-0,0087		
			1	0	-0,0116			+0,0046		-0,0054		
			2	0	-0,0071			+0,0056		-0,0027		
	5	$\frac{1}{3}$	1	0	-0,0138			+0,0025		-0,0079		
			1	0	-0,0104			+0,0034		-0,0047		
			2	0	-0,0061			+0,0041		-0,0024		

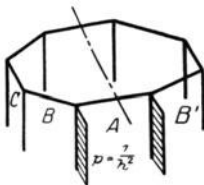


Abb. 47.

Für gelenkigen Anschluß der Riegel hatte sich das Verhältnis der Zusatzmomente genau zu $\frac{3}{8}$ derjenigen bei reiner Eckbelastung ergeben. Für den Steifrahmen ist die Übereinstimmung mit dem gelenkigen Rahmen wieder um so größer, je größer a_y' und n sind. Als Näherung genügt es in allen Fällen, $\frac{3}{8}$ der Gesamtkraft an der Riegelecke anzusetzen und von den nach Belastungsfall 2 bestimmten Momenten im

senkrecht zur Rahmenebene mit q (Faktor $q \cdot s^2$).

(151)

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19 u. 20
—	—	+	—	+			+		+	+
0,0200 0,0217 0,0165	0,0090 0,0071 0,0042	0,0020 0,0075 0,0082	0,0169 0,0172 0,0123	0,0411 0,0443 0,0366	— 0,0084 — 0,0015 + 0,0026	+ 0,0020 + 0,0027 + 0,0024	0,0124 0,0068 0,0022	— 0,0051 + 0,0000 + 0,0002	0,0208 0,0092 0,0076	0,0061 0,0033 0,0011
0,0123 0,0119 0,0080	0,0033 0,0023 0,0013	0,0056 0,0073 0,0054	0,0099 0,0082 0,0056	0,0475 0,0450 0,0374	— 0,0061 — 0,0017 + 0,0002	+ 0,0010 + 0,0010 + 0,0007	0,0080 0,0037 0,0012	— 0,0019 — 0,0002 — 0,0003	0,0200 0,0111 0,0103	0,0020 0,0009 0,0003
0,0097 0,0088 0,0056	0,0019 0,0012 0,0007	0,0060 0,0063 0,0043	0,0063 0,0050 0,0034	0,0506 0,0462 0,0394	— 0,0053 — 0,0017 — 0,0003	+ 0,0006 + 0,0006 + 0,0004	0,0064 0,0028 0,0010	— 0,0013 — 0,0000 — 0,0001	0,0202 0,0131 0,0126	0,0010 0,0005 0,0002
+	—	—	+	—			—		—	—
0,0338 0,0238 0,0144	0,0038 0,0063 0,0075	0,0414 0,0366 0,0294	0,0420 0,0318 0,0262	0,0502 0,0388 0,0327	+ 0,0036 — 0,0038 — 0,0035	— 0,0053 — 0,0047 — 0,0040	0,0142 0,0056 0,0046	+ 0,0103 + 0,0044 + 0,0037	0,0122 0,0054 0,0045	0,0038 0,0021 0,0018
0,0251 0,0188 0,0144	0,0014 0,0020 0,0023	0,0279 0,0229 0,0190	0,0305 0,0236 0,0204	0,0481 0,0375 0,0328	+ 0,0042 + 0,0011 + 0,0014	+ 0,0003 — 0,0014 — 0,0012	0,0077 0,0039 0,0037	+ 0,0068 + 0,0037 + 0,0035	0,0112 0,0063 0,0059	0,0009 0,0006 0,0005
0,0203 0,0158 0,0132	0,0008 0,0010 0,0011	0,0218 0,0179 0,0154	0,0258 0,0208 0,0188	0,0489 0,0388 0,0347	+ 0,0056 + 0,0035 + 0,0035	+ 0,0005 + 0,0006 + 0,0006	0,0047 0,0024 0,0023	+ 0,0042 + 0,0023 + 0,0022	0,0107 0,0070 0,0067	0,0004 0,0003 0,0003
+ 0,0007 — 0,0012 — 0,0032		+ 0,0104 + 0,0089 + 0,0056		— 0,0019 — 0,0032 — 0,0029		+ 0,0063 + 0,0034 + 0,0011		0		
— 0,0005 — 0,0018 — 0,0027		+ 0,0118 + 0,0089 + 0,0052		— 0,0015 — 0,0017 — 0,0014		+ 0,0061 + 0,0028 + 0,0009		0 0 0		
— 0,0007 — 0,0016 — 0,0022		+ 0,0112 + 0,0080 + 0,0046		— 0,0007 — 0,0011 — 0,0009		+ 0,0054 + 0,0023 + 0,0009		0 0 0		

Stiel AB eine Parabel mit dem Stich $f = \frac{1}{8} \sin \alpha$ für M_t und $f = \frac{1}{8} \cos \alpha$ für M_r abzuziehen.

6. Belastung der Seitenrahmen C und C' mit $P = \frac{2}{h}$ in der Riegelachse in Richtung $A - E$.

(vgl. Formel (31/34) u. Abb. 48).

Die M_r -Fläche ist in bezug auf die Achse $C - C'$ spiegelsymmetrisch, so daß nur Unbekannte der Gruppe B vorhanden sind. Wir betrachten wieder lediglich den Quadranten $A - C$.

M_y -Fläche:

$$\begin{aligned} \text{Punkt 9: } M_y &= + \frac{3 s_r}{a_y + 6 s_r} = f, \\ \text{„ 7: } M_t &= + f \cdot \cos \alpha, & M_r &= + f \cdot \sin \alpha, \\ \text{„ 8: } M_t &= (-1 + f) \cos \alpha, & M_r &= (-1 + f) \sin \alpha. \end{aligned} \quad (152)$$

Verschiebungen:

$$\begin{aligned} \int M_I \eta_{l-i} &= -\sqrt{2} s_r \left(f - \frac{1}{2} \right), \\ \int M_I Z_{l-i} &= -\sqrt{2} s_r \left(\frac{f}{2} - \frac{1}{3} \right) \quad \text{für } \alpha_1' = 0, \\ \int M_I \zeta_{-l-i} &= +\sqrt{2} s_r \left(f - \frac{1}{2} \right), \\ \int M_I X_{-l-i} &= -\frac{1}{2} \sqrt{2} s_r \left(f - \frac{1}{2} \right), \\ \int M_I Y_{-l-i} &= -\sqrt{2} s_r \left(\frac{f}{2} - \frac{1}{3} \right). \end{aligned} \quad (153)$$

Die endgültigen Momente zeigt Formel (154).

Um das Ergebnis zu veranschaulichen, bestimmen wir wieder nach Formel (93) und (94) die Stielquerkräfte und vergleichen sie mit denen bei gelenkigem Riegelanschluß (Formel (99) und Abb. 49—52). Bei diesem erhält der Stiel 2—3 $\frac{1}{6}$ der angreifenden Kraft und der Stiel 7—8 $\frac{1}{3}$ derselben mit 30° Ablenkung. Die Größe der Kraft ist beim Steifrahmen fast unverändert; je größer „ n “ ist, um so weniger beteiligt sich der Stiel 2 bis 3 an der Aufnahme der Kraft. Ein wesentlicherer Unterschied besteht in der Kraft-richtung: Die Querkraft 2—3 ist — nahezu unabhängig von a_y' und n — unter $3:1$ gegen die angreifende Kraft nach außen abgelenkt. Beim Stiel 7—8 ist die Ablenkung verschieden, je nach der Größe von a_y' und n ; sie bewirkt, besonders bei kleinem n , ein Einstellen der Querkraft in Richtung der angreifenden Kraft, wodurch der Stiel für die Aufnahme der Kraft wirksamer wird.

Für die angenäherte Berechnung der Momente ist die Kenntnis des Momentennullpunktes erforderlich (vgl. Formel (143)). Die Höhe desselben schwankt um den entsprechenden Wert beim zwei-stieligen Rahmen:

$$h_u = h \cdot \frac{a_y + 3 s_r}{a_y + 6 s_r}. \quad (155)$$

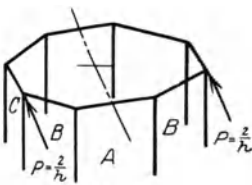


Abb. 48.

a'_y	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Vorzeichen		-	+	-	-	+	+	+	-	+		
M_x bzw. M_r	1	$\frac{1}{2}$	0,0132	0,0761	0,2121	0,0268	0,0094	0,0455	0,1293	0,0669	0,0513	0,0
		1	0,0175	0,0608	0,1852	0,0354	0,0123	0,0600	0,1423	0,1571	0,0672	0,0
		2	0,0145	0,0439	0,1555	0,0293	0,0107	0,0508	0,1563	0,2564	0,0569	0,0
	3	$\frac{1}{2}$	0,0065	0,0425	0,2515	0,0266	0,0048	0,0362	0,0823	0,1560	0,0448	0,0
		1	0,0070	0,0306	0,2090	0,0287	0,0050	0,0386	0,0934	0,2709	0,0476	0,0
		2	0,0049	0,0218	0,1740	0,0201	0,0035	0,0270	0,1017	0,3501	0,0329	0,0
	5	$\frac{1}{2}$	0,0042	0,0307	0,2600	0,0255	0,0029	0,0314	0,0639	0,2097	0,0402	0,0
		1	0,0040	0,0219	0,2180	0,0244	0,0027	0,0301	0,0715	0,3247	0,0390	0,0
		2	0,0026	0,0165	0,1918	0,0159	0,0018	0,0195	0,0770	0,3953	0,0251	0,0
Vorzeichen		+	+	-	+	+	-	+	-	+		
M_y bzw. M_r	1	$\frac{1}{2}$	0,0349	0,1071	0,1260	0,1530	0,0280	0,0970	0,3503	0,2657	0,3078	0,0
		1	0,0312	0,0926	0,1111	0,1310	0,0306	0,0697	0,3336	0,2944	0,3125	0,0
		2	0,0272	0,0770	0,0936	0,1072	0,0336	0,0401	0,3148	0,3269	0,3168	0,0
	3	$\frac{1}{2}$	0,0105	0,0851	0,1330	0,1022	0,0089	0,0845	0,2884	0,3235	0,2374	0,0
		1	0,0090	0,0711	0,1124	0,0836	0,0100	0,0639	0,2716	0,3525	0,2376	0,0
		2	0,0080	0,0606	0,0970	0,0700	0,0108	0,0485	0,2590	0,3779	0,2374	0,0
	5	$\frac{1}{2}$	0,0053	0,0702	0,1365	0,0804	0,0047	0,0710	0,2391	0,3531	0,1935	0,0
		1	0,0046	0,0588	0,1148	0,0660	0,0052	0,0555	0,2232	0,3829	0,1902	0,0
		2	0,0042	0,0518	0,1020	0,0571	0,0055	0,0461	0,2153	0,3997	0,1902	0,0
M_z	1	$\frac{1}{2}$		+ 0,0136		+ 0,0047		- 0,0058		+ 0,0573		
		1		+ 0,0179		- 0,0014		- 0,0073		+ 0,0521		
		2		+ 0,0148		- 0,0081		- 0,0062		+ 0,0464		
	3	$\frac{1}{2}$		+ 0,0202		- 0,0011		- 0,0087		+ 0,0249		
		1		+ 0,0216		- 0,0056		- 0,0090		+ 0,0238		
		2		+ 0,0152		- 0,0089		- 0,0059		+ 0,0230		
	5	$\frac{1}{2}$		+ 0,0214		- 0,0023		- 0,0088		+ 0,0161		
		1		+ 0,0204		- 0,0055		- 0,0088		+ 0,0160		
		2		+ 0,0133		- 0,0076		- 0,0056		+ 0,0160		

XI. Zweites Verfahren zur Berechnung des n -stieligen Rahmens mit eingespannten Füßen.

Das nachstehend beschriebene Verfahren hat den Vorteil einfacher Momentenflächen und dementsprechend einfacher Verschiebungswerte, wo hingegen die Auflösung der Elastizitätsgleichungen sich umständlicher gestaltet.

Das statisch bestimmte Hauptsystem bilden die n eingespannten Pfosten, auf denen die Riegel frei gelagert sind. Wählen wir als erste Unbekannte die Axialkraft Z_n der Riegel, so ergibt sich der schon früher untersuchte Rahmen mit gelenkig angeschlossenen Riegeln. Bei

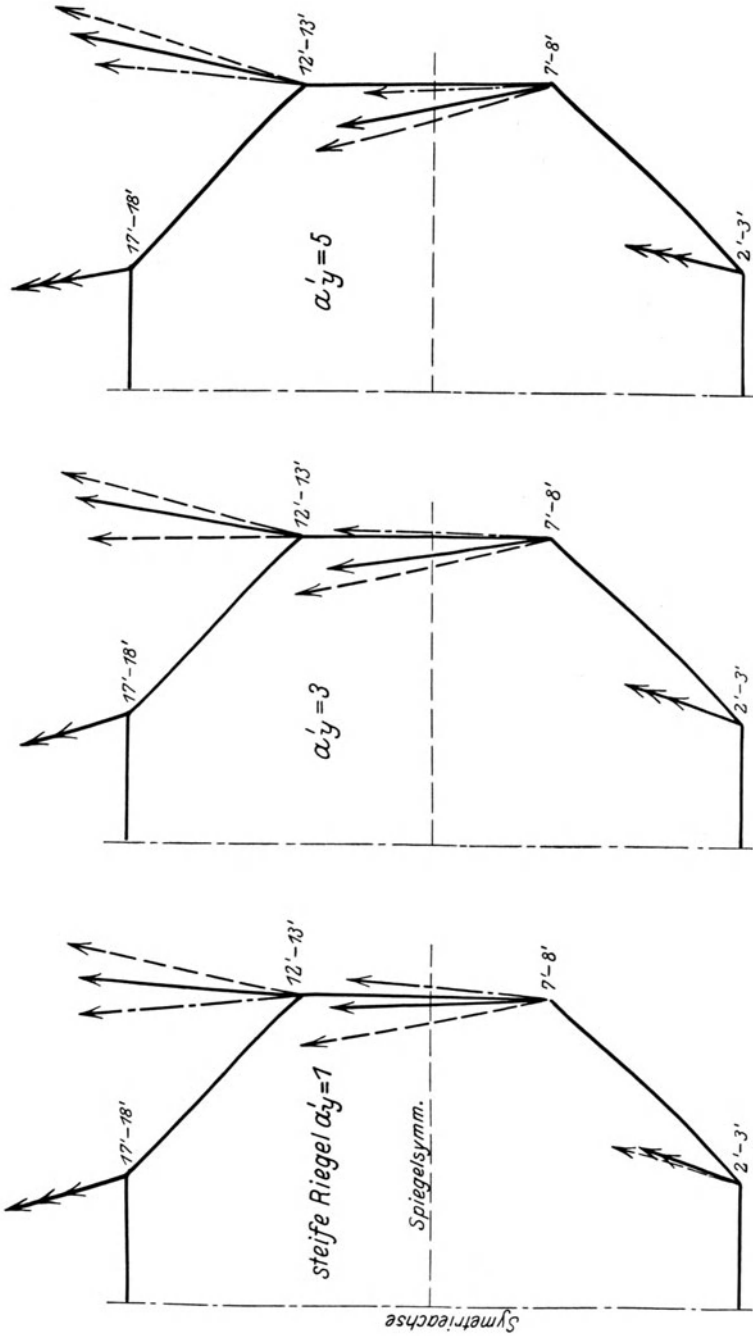


Abb. 50.

Abb. 51.

Abb. 52.

		Stiel					
Riegel		1'	2	3	2'	3'	
$Z_n = \frac{1}{h}$	1	—	—	$M_t = + \cos \alpha'$ $M_r = - \sin \alpha'$	—	$M_t = + \cos \alpha'$ $M_r = + \sin \alpha'$	
$\zeta_n l = +1$	$M_z = +1$	—	$M_t = - \cos \gamma \sin \alpha'$ $M_r = - \cos \gamma \cos \alpha'$ $M_z = + \sin \gamma$	$M_s =$	$M_t = + \cos \gamma \sin \alpha'$ $M_r = - \cos \gamma \cos \alpha'$ $M_z = + \sin \gamma$	$M_s' =$	
$\xi_n l = +1$	$M_x = +1$	—	$M_t = + \sin \gamma \sin \alpha'$ $M_r = + \sin \gamma \cos \alpha'$ $M_z = + \cos \gamma$	$M_t = M_{t3} + \frac{1}{n} \sin \alpha'$ $M_r = M_{r3} + \frac{1}{n} \cos \alpha'$ $M_z = + \cos \gamma$	—	$M_t = - \frac{1}{n} \sin \alpha'$ $M_r = + \frac{1}{n} \cos \alpha'$	
$\xi_n \eta = +1$	—	$M_x = +1$	—	$M_t = - \frac{1}{n} \sin \alpha'$ $M_r = - \frac{1}{n} \cos \alpha'$	$M_t = + \sin \gamma \sin \alpha'$ $M_r = - \sin \gamma \cos \alpha'$ $M_z = - \cos \gamma$	$M_t = M_{t3} + \frac{1}{n} \sin \alpha'$ $M_r = M_{r3} - \frac{1}{n} \cos \alpha'$ $M_z = - \cos \gamma$	
$\eta_n l = +1$	$M_y = +1$	—	$M_t = + \cos \alpha'$ $M_r = - \sin \alpha'$	$M_t = + \left(1 + \frac{\nu-1}{2}\right) \cos \alpha'$ $M_r = - \left(1 + \frac{\nu-1}{2}\right) \sin \alpha'$	—	$-\frac{\nu-1}{2} \cos \alpha'$ $-\frac{\nu-1}{2} \sin \alpha'$	
$\eta_n \eta = +1$	—	$M_y = +1$	—	$M_t = - \frac{\nu-1}{2} \cos \alpha'$ $M_r = + \frac{\nu-1}{2} \sin \alpha'$	$M_t = + \cos \alpha'$ $M_r = + \sin \alpha'$	$M_t = \left(1 + \frac{\nu-1}{2}\right) \cos \alpha'$ $M_r = \left(1 + \frac{\nu-1}{2}\right) \sin \alpha'$	

dreh- und biegungsfestem Anschluß derselben treten als weitere Unbekannte hinzu: das Drehmoment im Riegel = ζ_n und die Biegemomente an den Riegelenden: ξ_{n_l} und ξ_{n_r} bzw. η_{n_l} und η_{n_r} , deren Drehachsen wie in Abb. 53 angenommen werden. Der Index „ n “ bezeichnet den Riegel, an dessen Enden die Unbekannten wirken; Blickrichtung von außen nach innen.

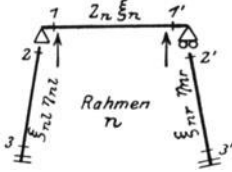


Abb. 53.

Bei gleicher Vorzeichenwahl sind die Momentenflächen am statisch bestimmten Hauptsystem (Formel (156)) aus den früheren Untersuchungen teilweise bekannt, nämlich diejenige für $Z = \frac{1}{h}$ aus Formel (82), die übrigen aus der Transformationsformel (7), worin nacheinander $M_{x_r} = \xi_{n_l} = 1$, $M_{x_l} = \xi_{n_r} = 1$ usw. zu setzen sind. Dazu treten für ξ und η die Stielmomente, herrührend von den Auflagerkräften des frei gelagerten Riegels (Faktor $\frac{1}{n}$ bzw. $\frac{\nu-1}{2}$). Die Momentenflächen einer Unbekannten erstrecken sich nur über die betreffende Seitenebene. Verschiebungswerte sind daher nur mit den Unbekannten der gleichen und der beiden benachbarten Seitenebenen vorhanden. Die Höchstzahl der Glieder in den Elastizitätsgleichungen beträgt $3 \cdot 6 = 18$ (Formel (157)). Betrachtet man jede der Gruppen $Z\xi\xi\eta$ für sich, so bilden Z und ζ dreigliedrige, ξ und η sechsgliedrige Gleichungen. Bei Vollsymmetrie erhält man sechs Elastizitätsgleichungen, aus denen die übrigen durch zyklische Vertauschung entstehen. Durch Umordnen der Belastung gelingt es auch hier, die Anzahl der Gleichungen zu verringern; beispielsweise erhält man für vollkommen symmetrische Belastung nur drei Gleichungen, da $\xi_r = \xi_l$, $\eta_r = \eta_l$, $\zeta = 0$.

Für den Sonderfall $s_r = s_l$ und $\gamma = 0$ ergeben sich weitere Vereinfachungen (Formel (158)). Das System ist insbesondere geeignet zur Nachprüfung der bei der Näherungsberechnung (Rahmen mit gelenkigen Riegeln) gewonnenen Ergebnisse. Setzt man die Näherungswerte in die genauen Elastizitätsgleichungen ein, so kann man nach dem Iterationsverfahren oder durch Auflösen der Gleichungen jede wünschenswerte Genauigkeit erzielen.

Verschiebungswerte: (158)

1. $\frac{1}{n} s_r c_4 \left(\frac{1}{2} \sin \gamma + \frac{1}{3n} \right),$
2. $- s_z \cos^2 \gamma - s_r c_4 \left[\sin^2 \gamma + \frac{1}{n} \sin \gamma + \frac{1}{3n^2} \right],$
3. $\frac{1}{3} a_x + s_z \cos^2 \gamma + s_r \cdot c_3 \left[\sin^2 \gamma + \frac{1}{n} \sin \gamma + \frac{2}{3n^2} \right],$

4. $\frac{1}{6} a_x - \frac{2}{n} s_r \cdot c_2 \left[\frac{1}{2} \sin \gamma + \frac{1}{3n} \right],$
5. $-\frac{1}{3n^2} s_r \cdot c_4,$
6. $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \cdot \frac{r-1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin \gamma + \frac{1}{3n} \right),$
7. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \left[\sin \gamma \left(1 + \frac{r-1}{4} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{r-1}{2} \right) \right],$
8. $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r - s_t) \left[\sin \gamma \left(1 + \frac{r-1}{4} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{r-1}{2} \right) \right],$
9. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r - s_t) \left[\frac{r-1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin \gamma + \frac{1}{3n} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{r-1}{2} \right) \right],$
10. $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{r-1}{2} \right),$
11. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{r-1}{2},$
12. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \left(\frac{1}{2} \sin \gamma + \frac{1}{3n} \right),$
13. $-\frac{1}{4} \sin 2\alpha' (s_r - s_t) \sin \gamma,$
14. $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \frac{1}{3n},$
15. $+\frac{1}{2} \sin 2\gamma \cdot s_z - s_r \cos \gamma c_4 \left(\sin \gamma + \frac{1}{2n} \right),$
16. $+\frac{1}{2} \sin 2\gamma s_z - s_r \cos \gamma c_2 \left(\sin \gamma + \frac{1}{n} \right),$
17. $-\frac{1}{2n} \cos \gamma s_r c_4,$
18. $= -17, \quad 19. = -16, \quad 20. = -15,$
21. $+s_r c_3 \cdot \frac{r-1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{r-1}{2} \right),$
22. $-s_r c_3 \left[1 + \frac{r-1}{2} + \frac{1}{3} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \right],$
23. $\frac{1}{3} a_y + s_r c_1 \left[1 + \frac{r-1}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \right],$
24. $\frac{1}{6} a_y - 2s_r c_1 \frac{r-1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{r-1}{2} \right),$

25. $-\frac{1}{3} s_r \cdot c_3 \left(\frac{\nu-1}{2}\right)^2,$
 26. $-\frac{1}{2} s_r c_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{\nu-1}{2}\right),$
 27. $+\frac{1}{2} s_r c_1,$
 28. $+\frac{1}{3} s_r c_3 \cdot \frac{\nu-1}{2},$
 29. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \cos \gamma \left(1 + \frac{\nu-1}{4}\right),$
 30. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r - s_t) \cos \gamma \left(1 + \frac{\nu-1}{2}\right),$
 31. $+\frac{1}{2} \sin 2\alpha' (s_r + s_t) \cos \gamma \left(\frac{\nu-1}{4}\right),$
 32. $= -31,$ 33. $= -30,$ 34. $= -29,$
 35. $\frac{2}{3} s_r c_1,$
 36. $-\frac{1}{2} s_r c_3,$
 37. $-\frac{1}{4} \cos \gamma \sin 2\alpha' (s_r + s_t),$
 38. $= -37,$
 39. $a_z + 2 s_r c_2 \cos^2 \gamma + 2 s_z \cdot \sin^2 \gamma,$
 40. $s_r \cos^2 \gamma c_4 + s_z \sin^2 \gamma.$

Für $\underline{s_r = s_t}$ ist

$$c_1 = c_2 = 1, \quad c_3 = -\cos 2\alpha, \quad c_4 = +\cos 2\alpha$$

und

$$8 = 9 = 13 = 30 = 33 = 0.$$

Für $\underline{\gamma = 0}$ ist

$$\nu - 1 = 0$$

und

$$6 = 11 = 13 = 21 = 25 = 28 = 31 = 32 = 0.$$

XII. Zusammenfassung.

Auf Grund der Arbeitsgleichung (1) wurde zunächst der zweistielige Rahmen für verschiedene Belastungsfälle berechnet. Es zeigte sich, daß man ähnlich wie in der Ebene durch Verlegen der Schnittkräfte an einen gedachten Hebelarm: $\kappa_1 h$ für symmetrische, $\kappa_2 h$ für spiegel-symmetrische Belastung, bei symmetrischen Stielquerschnitt ($s_r = s_t$) die sechs Unbekannten aus je einer Gleichung berechnen kann. Diese Tatsache begünstigt die Wahl des zweistieligen Rahmens als statisch

unbestimmtes Hauptsystem (Formel (41) bis (44)) — Auch für den eingespannten Bogen erhält man die Unbekannten in gleicher Weise aus je einer Gleichung, was für die Berechnung des unversteiften Bogens in bezug auf Wind von Wichtigkeit ist, Formel (53).

Unter Benutzung des zweistieligen Rahmens als statisch unbestimmtes Hauptsystem wurde sodann der vierstielige Rahmen berechnet, für den sich noch allgemeine Momentenformeln ableiten lassen, wenn die Seitenebenen lotrecht sind.

Praktisch kommen gewöhnlich nur zwei Belastungen in Frage: die allseitig symmetrische senkrechte Belastung und die Belastung aus Wind. Beide Fälle lassen sich beim vierstieligen Rahmen auf die ebene Statik zurückführen, ohne daß sich wesentliche Unterschiede ergeben.

Anders ist es, wenn der Winkel zwischen den Seitenrahmen von 90° abweicht. Zur angenäherten Berechnung eines solchen Systems auf Wind wurde der Vieleckrahmen mit gelenkig angeschlossenen Queriegeln eingeführt, für den die Momente in einfacher Weise aus Gleichungen von der Form der Clapeyronschen Gleichung bestimmbar sind.

Bei allseitig symmetrischer Belastung sind nur drei Unbekannte zu berechnen. Man erhält so die Momente infolge senkrechter Belastung (Formel (107)) und Temperaturänderung (Formel (103)).

Als Beispiel für die allgemeine Untersuchung eines Vieleckrahmens mit steif angeschlossenen Riegeln wurde der Achteckrahmen untersucht. Das statisch unbestimmte Hauptsystem bildeten vier zweistielige Rahmen. Durch Anwendung der Belastungsumordnung war es möglich, sämtliche Unbekannte aus höchstens drei Gruppen von drei, drei und sechs Gleichungen zu erhalten. Die allgemeine Auflösung war nur vereinzelt möglich. Darum wurden für eine Anzahl von Steifigkeitsverhältnissen für die wichtigsten Belastungen die Berechnung zahlenmäßig durchgeführt und die Ergebnisse tabellarisch zusammengestellt (Formel (137), (141), (149), (151), (154)). Dieselben ermöglichen eine genaue Beurteilung der tatsächlichen Spannungen. Für die ungünstigste senkrechte Belastung wurde Formel (132) gefunden. Für die Belastung durch Wind kann folgende, nicht nur auf das Achteck beschränkte Näherungsrechnung Anwendung finden:

An Stelle der gleichmäßigen Belastung wird eine Einzelkraft an der Riegelecke eingeführt, welche $\frac{3}{8}$ der Stielbelastung und $\frac{1}{2}$ der Riegelbelastung entspricht. Die Verteilung der Kraft auf die Stiele wird unter der Annahme von Gelenken an den Riegelenden berechnet (Formel (81 u. f.)) Der Angriffspunkt der Kraft ist näherungsweise durch Formel (143) und (155) bestimmt. Die gleichmäßige Riegelbelastung ruft an der Riegelecke außer der Einzelkraft ein Moment hervor, dessen Einfluß aus Formel (146) entnommen werden kann.

Nach Wahl der Momentennullpunkte und Abschätzung des Drehmomentes in den Stielen (aus Formel (146) oder an Hand der Tabelle, wobei meist genügend genau $M_z = 0$ gesetzt werden kann) hat man zur Bestimmung der sechs anschließenden Riegelmomente drei Transformationsformeln (Formel (7)). In ihnen sind also drei Werte abzuschätzen. Z. B. erhält man für $\gamma = 0$ und $M_{z_l} = M_{z_r} = \sim 0$ (vgl. die Tafelwerte)

$$M_{y_r} = \frac{1}{2} \left(\frac{M_t}{\cos \alpha} - \frac{M_r}{\sin \alpha} \right),$$

$$M_{y_l} = \frac{1}{2} \left(\frac{M_t}{\cos \alpha} + \frac{M_r}{\sin \alpha} \right).$$

Zur Nachprüfung der Näherungswerte, sowie auch zur allgemeinen Berechnung dient ein zweites Verfahren, welches von dem Rahmen mit gelenkigen Riegeln ausgeht und als weitere Unbekannte die Riegelmomente und das Riegelverdrehungsmoment einführt. Es ergeben sich einfache Momente und Verschiebungen. Die mehrgliedrigen Elastizitätsgleichungen können nach bekannten Verfahren aufgelöst werden.

XIII. Quellenverzeichnis u. a.

1. Müller-Breslau, H.: Die graphische Statik der Baukonstruktionen Bd. 2. 2. Abtlg.² Leipzig: Kröner 1925.
 2. Degenburg u. Demel: Hilfsmittel zur einfachen Berechnung von Formänderungen und von statisch unbestimmten Trägern. Berlin: Ernst u. Sohn 1915.
 3. Kammer: Statisch unbestimmte Hauptsysteme. Dissertation. Arm. Bet. 1914.
 4. Reisinger, E.: Zur Berechnung räumlicher Rahmenwerke. Dissertation, Dresden: Bücherei der Technischen Hochschule 1922.
 5. Dasselbe im Auszug: Bauing. 1924, Heft 1, Seite 5 u. f.
 6. Lewe: Die Berechnung durchlaufender Träger und mehrstieliger Rahmen nach der Methode des Zahlenrechtecks. Borna-Leipzig: Noske 1916.
 7. Handbuch für Eisenbetonbau Bd. 10². 1920.
-

Die Statik des ebenen Tragwerkes. Von Prof. **Martin Grüning**.
Hannover. Mit 434 Textabbildungen. VIII, 706 Seiten. 1925.
Gebunden RM 45.—

**Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke
aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung.**
Von Prof. **Martin Grüning**, Hannover. Mit 6 Textabbildungen. IV, 30 Sei-
ten. 1926. RM 3.30

Statik für den Eisen- und Maschinenbau. Von Prof. Dr.-Ing.
Georg Unold, Chemnitz. Mit 606 Textabbildungen. VIII, 342 Seiten.
1925. Gebunden RM 22.50

Statik der Vierendeelträger. Von Dr.-Ing. **Karl Kriso**, Graz. Mit
185 Textfiguren und 11 Tabellen. X, 288 Seiten. 1922.
RM 13.—; gebunden RM 15.—

**Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung
auf die Berechnung biegsamer Platten** unter besonderer
Berücksichtigung der trägerlosen Pilzdecken. Von Dr.-Ing. **H. Mar-
cus**, Direktor der HUTA, Hoch- und Tiefbau-Aktiengesellschaft, Breslau. Mit
123 Textabbildungen. VIII, 368 Seiten. 1924.
RM 21.—; gebunden RM 23.10

Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. Von
Dr.-Ing. **H. Marcus**, Direktor der HUTA, Hoch- und Tiefbau-Aktiengesell-
schaft, Breslau. Mit 33 Textabbildungen. (Erweiterter Sonderabdruck aus
„Der Bauingenieur“, 5. Jahrgang 1924, Heft 20 und 21.) 92 Seiten. 1925.
RM 5.10

Die elastischen Platten. Die Grundlagen und Verfahren zur Berech-
nung ihrer Formänderungen und Spannungen, sowie die Anwendungen der
Theorie der ebenen zweidimensionalen elastischen Systeme auf praktische
Aufgaben. Von Privatdozent Dr.-Ing. **A. Nádai**, Göttingen. Mit 187 Ab-
bildungen im Text und 8 Zahlentafeln. VIII, 326 Seiten. 1925.
Gebunden RM 24.—

Kreisplatten auf elastischer Unterlage. Theorie zentral-
symmetrisch belasteter Kreisplatten und Kreisringplatten auf elastisch nach-
giebiger Unterlage. Mit Anwendungen der Theorie auf die Berechnung von
Kreisplattenfundamenten und die Einspannung in elastische Medien. Von
Privatdozent Dr.-Ing. **Ferdinand Schleicher**, Karlsruhe. Mit 52 Textab-
bildungen. X, 148 Seiten. 1926. RM 13.50; gebunden RM 15.—

**Durchlaufende Eisenbetonkonstruktionen in elasti-
scher Verbindung mit den Zwischenstützen** (Platten-
balkendecken und Pilzdecken). Einflußlinientafeln und Zahlentafeln
für die maximalen Biegemomente und Auflagerdrücke infolge ständiger
und veränderlicher Belastung unter Berücksichtigung der Stützeinspannung
(Winklersche Zahlen) nebst Anwendungsbeispielen von Baurat Dr.-Ing. **F. Kann**,
Wismar. Mit 47 Textabbildungen. V, 72 Seiten. 1926. RM 7.20

Die gewöhnlichen und partiellen Differenzgleichungen der Baustatik. Von Ing. Dr. Friedrich Bleich und Prof. Ing. Dr. E. Melan. Mit 74 Abbildungen im Text. VII, 350 Seiten. 1927. Gebunden RM 28.50

Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes. Von Dr.-Ing. Friedrich Bleich. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 117 Abbildungen im Text. VI, 220 Seiten. 1925. Gebunden RM 15.—

Der durchlaufende Träger über ungleichen Öffnungen. Theorie, gebrauchsfertige Formeln, Zahlenbeispiele. Von Prof. Dr.-Ing. Emil Kammer, Darmstadt. Mit 303 Abbildungen im Text und auf 4 Tafeln. VIII, 269 Seiten. 1926. RM 25.50; gebunden RM 27.—

Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage und ihre Anwendung auf den Tiefbau nebst einer Tafel der Kreis- und Hyperbelfunktionen. Von Prof. Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Japan. Mit 150 Textfiguren. X, 302 Seiten. 1921. RM 11.—

Zur Berechnung des beiderseits eingemauerten Trägers unter besonderer Berücksichtigung der Längskraft. Von Prof. Dr.-Ing. Fukuhei Takabeya, Japan. Mit 28 Textabbildungen und 2 Formeltafeln. IV, 52 Seiten. 1924. RM 3.—

Untersuchungen über den Einfluß häufig wiederholter Druckbeanspruchungen auf Druckelastizität und Druckfestigkeit von Beton. Von Dr.-Ing. Alfred Mehmel. Mit 30 Textabbildungen. IV, 74 Seiten. 1926. RM 6.60

Die Methode der Festpunkte zur Berechnung der statisch unbestimmten Konstruktionen mit zahlreichen Beispielen aus der Praxis insbesondere ausgeführten Eisenbetontragwerken. Von Dr.-Ing. Ernst Suter. Mit 591 Figuren im Text und auf 15 Tafeln. XI, 734 Seiten. 1923. RM 19.—; gebunden RM 21.—

⊗ **Taschenbuch für Ingenieure und Architekten.** Unter Mitwirkung von Prof. Dr. H. Baudisch, Wien, Ing. Dr. Fr. Bleich, Wien, Prof. Dr. Alfred Haerpfer, Prag, Dozent Dr. L. Huber, Wien, Prof. Dr. P. Kresnik, Brünn, Prof. Dr. e. h. J. Melan, Prag, Prof. Dr. F. Steiner, Wien, herausgegeben von Ing. Dr. Fr. Bleich und Prof. Dr. e. h. J. Melan. Mit 634 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. X, 706 Seiten. 1926. Gebunden RM 22.50

Der Bauingenieur. Zeitschrift für das gesamte Bauwesen. Organ des Deutschen Eisenbau-Verbandes, des Deutschen Beton-Vereins, der Deutschen Gesellschaft für Bauingenieurwesen, des Beton- und Tiefbau-Wirtschaftsverbandes und des Beton- und Tiefbau-Arbeitgeberverbandes für Deutschland mit Beiblatt: Die Baunormung. Mitteilungen des NDL. Herausgegeben von Prof. Dr. Ing. e. h. M. Foerster, Dresden, Prof. Dr.-Ing. W. Gehler, Dresden, Prof. Dr.-Ing. E. Probst, Karlsruhe, Dr.-Ing. W. Petry, Oberkassel, Dipl.-Ing. W. Rein, Berlin. Vierteljährlich RM 7.50; Einzelheft RM 0.80