

Dynamomaschinen
für
Gleich- und Wechselstrom
und
Transformatoren.

Von

Gisbert Kapp,

M. Inst. C. E., M. Inst. E. E.

A u t o r i s i r t e d e u t s c h e A u s g a b e

von

Dr. L. Holborn und **Dr. K. Kahle.**

Mit zahlreichen in den Text gedruckten Figuren.

Berlin.
Julius Springer.

1894.

München.
R. Oldenbourg.

ISBN 978-3-642-49424-6 978-3-642-49703-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-49703-2
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1894

Vorwort.

Das vorliegende Buch enthält eine einfache Darlegung der allgemeinen Grundsätze, die bei dem Bau von Dynamomaschinen und Transformatoren in Frage kommen. Soweit es überhaupt bei einem technischen Werke dieser Art möglich ist, bin ich bestrebt gewesen, mathematische Ableitungen und Methoden zu vermeiden. Die Anwendung mathematischer Hilfsmittel ist daher soweit beschränkt, dass sowohl der angehende Elektrotechniker, wie der erfahrene Ingenieur dem Gegenstande zu folgen vermag, ohne vorher die Gesetze der elektrischen Erscheinungen besonders studirt zu haben.

Gisbert Kapp.

Inhalt.

Erstes Kapitel.

	Seite
1. Definition und Wirkungsgrad der Dynamomaschine	1
2. Messung der elektrischen Energie	2
3. Hauptbestandtheile der Dynamomaschine	6
4. Unterschied zwischen Gleich- und Wechselstrommaschine	8
5. Anwendung und Leistung der Dynamomaschine	9

Zweites Kapitel.

6. Einleitende Bemerkungen	12
7. Das magnetische Feld	13
8. Feldstärke	17
9. Elektromagnetische und elektrodynamische Einheiten	20
10. Mathematische und physikalische Pole	24
11. Das magnetische Feld eines mathematischen Pols	26

Drittes Kapitel.

12. Magnetisches Moment	28
13. Messung schwacher magnetischer Felder	30
14. Die Anziehungskraft von Magneten	31
15. Praktische Beispiele	39

Viertes Kapitel.

16. Wirkung eines elektrischen Stromes auf einen Magnet	42
17. Das magnetische Feld eines Stromes	42
18. Die Stärke eines vom Strom erzeugten Feldes	44
19. Einheit der elektrischen Stromstärke	48
20. Mechanische Kräfte zwischen elektrischen Strömen und Magneten	49
21. Praktische Beispiele	51

Fünftes Kapitel.

22. Elektromagnet	53
23. Solenoid	55
24. Magnetische Permeabilität	57

	Seite
25. Magnetisirende Kraft	58
26. Linienintegral der magnetischen Kraft	59
27. Gesamte Feldstärke	62
28. Praktisches Beispiel	63
29. Erweiterung der Theorie von den Elektromagneten	64
30. Magnetischer Widerstand	68

Sechstes Kapitel.

31. Magnetische Eigenschaften des Eisens	72
32. Experimentelle Bestimmung der Permeabilität	75
33. Hopkinson's Methode für die Untersuchung der magnetischen Eigenschaften eines Metalls	77
34. Energie der Magnetisirung	81
35. Hysterisis	84

Siebentes Kapitel.

36. Inducirte elektromotorische Kraft	87
37. Gesamte elektromotorische Kraft einer zweipoligen Maschine	93
38. Einheit des elektrischen Widerstandes im C.G.S.-System	95

Achstes Kapitel.

39. Elektromotorische Kraft des Ankers	97
40. Geschlossene Ankerwicklungen	103
41. Zweipolige Wicklung	103
42. Mehrpolige Wicklung mit Parallelschaltung	113
43. Mehrpolige Wicklung mit Serienschaltung	122
44. Mehrpolige gemischte Wicklung	136

Neuntes Kapitel.

45. Offene Ankerwicklungen	138
46. Die Brush'sche Wicklung	143
47. Die Thomson-Houston'sche Wicklung	145

Zehntes Kapitel.

48. Feldmagnete	147
49. Zweipolige Magnetsysteme	148
50. Mehrpolige Magnetsysteme	152
51. Gewicht der Magnetsysteme	157
52. Bestimmung der erregenden Kraft	159
53. Vorausbestimmung der Charakteristik	170

Elftes Kapitel.

	Seite
54. Statische und dynamische elektromotorische Kraft	176
55. Kommutiren des Stromes	177
56. Gegenwindungen des Ankers	182
57. Dynamische Charakteristik	185
58. Aeussere Charakteristik	188
59. Querwindungen des Ankers	190
60. Funkenfreier Kommutator	196

Zwölftes Kapitel.

61. Einfluss der linearen Dimensionen der Dynamomaschinen auf ihre Leistung	199
62. Kleine Dynamomaschinen	200
63. Grosse Dynamomaschinen	204
64. Vorzüge der mehrpoligen Dynamomaschinen	212

Dreizehntes Kapitel.

65. Energieverluste in Dynamomaschinen	215
66. Wirbelströme in den Polschuhen	218
67. Wirbelströme in den äussern Ankerdrähten	219
68. Wirbelströme im Ankerkern	221
69. Wirbelströme im Innern des Ringankers	221
70. Experimentelle Bestimmung der Energieverluste	222

Vierzehntes Kapitel.

71. Beispiele von Dynamomaschinen	226
72. Dynamomaschine von Ronald Scott	226
73. Dynamomaschine von Johnson & Phillips	229
74. Die Oerlikoner Dynamomaschine	236

Fünfzehntes Kapitel.

75. Einfachster Fall einer Wechselstrommaschine	239
76. Messung der elektromotorischen Kraft	242
77. Die Dynamomaschine von Fawcus & Cowan	247
78. Elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen	247
79. Selbstinduktion im Anker der Wechselstrommaschinen	256
80. Graphische Darstellung von Wechselstromproblemen	259
81. Energie eines Wechselstroms	263
82. Bedingungen für das Maximum der Energie	265
83. Anwendung auf Motoren	267

Sechzehntes Kapitel.		Seite
84. Betriebsbedingungen		268
85. Einfluss der Selbstinduktion		269
86. Einfluss der Kapazität		270
87. Das Arbeiten zweier Wechselstrommaschinen auf denselben Stromkreis		272
88. Rückwirkung des Ankers		281
89. Bedingung für einen stationären Gang		286
90. Allgemeine Schlussfolgerungen		296
 Siebzehntes Kapitel.		
91. Einfachster Fall eines Transformators		297
92. Mantel- und Ringtransformatoren		298
93. Einfluss der magnetischen Strömung		300
94. Primäre Stromstärke bei offenem sekundärem Kreise		302
95. Arbeitsdiagramme		305
 Achtzehntes Kapitel.		
96. Eintheilung der Wechselstrommaschinen		313
97. Die Maschine von Siemens		314
98. Die Maschine von Ferranti		316
99. Die Maschine von Kapp (Johnson & Phillips)		319
100. Die Maschine von Elwell-Parker (Electric Construction Corporation).		322
101. Die Maschine von Fricker (Gulcher Company)		324
102. Die Maschine von Mordey		327
103. Die Maschine von Kingdon		329

Erstes Kapitel.

1. Definition und Wirkungsgrad der Dynamomaschine. — 2. Messung der elektrischen Energie. — 3. Hauptbestandtheile der Dynamomaschine. — 4. Unterschied zwischen Gleichstrom- und Wechselstrommaschine. — 5. Anwendung und Leistung der Dynamomaschinen.

1. Definition und Wirkungsgrad der Dynamomaschine.

Im weitern Sinne bezeichnet man als Dynamomaschine einen Apparat, bei dem die mechanische Energie einer rotirenden Bewegung durch die elektromagnetische Induktion in elektrische Energie und umgekehrt verwandelt wird. Hierbei ist es gleichgültig, ob der elektrische Strom, den die durch irgend eine Kraft angetriebene Dynamomaschine liefert, immer dieselbe Richtung hat oder abwechselnd in entgegengesetzter Richtung fliesst; dasselbe gilt für den Strom, der der Maschine von einer äussern Quelle zugeführt wird. Dass wir bei der Erzeugung der mechanischen Energie nur die drehende Bewegung berücksichtigen, geschieht deshalb, um durch die Definition eine Reihe von Apparaten auszuschliessen, deren Wirkung gleichfalls auf der Anwendung der elektromagnetischen Induktion beruht. So wird auch bei einer gewöhnlichen elektrischen Klingel, dem Morse'schen Schreibapparat oder bei den Blocksignalen der Eisenbahnen die Energie elektrischer Ströme in mechanische Energie umgesetzt, ohne dass für diese Apparate die Bezeichnung Dynamomaschinen zutreffend wäre. Andererseits ist die Holtz'sche Influenzmaschine durch die obige Definition ausgeschlossen, weil bei ihr die mechanische Energie der rotirenden Bewegung nicht durch elektromagnetische, sondern durch elektrostatische Induktion in elektrische Energie umgesetzt wird. Trotz dieser Einschränkungen bleiben die Grenzen für den Begriff der Dynamomaschine noch unzweckmässig weit, und wir wollen deshalb noch Unterabtheilungen machen. Hierbei sind zwei Gesichtspunkte leitend: einmal wird entweder die mechanische

Energie rotirender Bewegung in elektrische umgesetzt oder umgekehrt; zum andern fließt entweder Gleichstrom oder Wechselstrom durch die Leitung. Hiernach unterscheiden wir vier Arten von Maschinen:

1. Die Gleichstrommaschine, durch welche die mechanische Energie in die Energie eines Gleichstroms verwandelt wird.
2. Die Wechselstrommaschine, durch welche die mechanische Energie in die Energie eines Wechselstroms umgesetzt wird.
3. Der Gleichstrommotor, durch welchen die Energie eines Gleichstroms in mechanische Energie verwandelt wird.
4. Der Wechselstrommotor, durch welchen die Energie eines Wechselstromes in mechanische Energie verwandelt wird.

Alle diese Maschinen haben also den Zweck, Energie in eine andere Form überzuführen; es ist deshalb klar, dass der Werth dieser Apparate in gewissem Grade von dem Wirkungsgrad der Umsetzung abhängt, d. h. von dem Verhältnis der Energiemengen, die einerseits der Maschine zugeführt, anderseits wieder gewonnen werden. Je kleiner der Verlust bei dieser Umsetzung ist, umso besser ist die Maschine. Dass überhaupt ein gewisser Verlust bei den Dynamomaschinen stattfindet, lässt sich aus der Analogie mit ähnlichen Apparaten schliessen. Denn bisher ist keine Maschine erfunden, die nicht mit einem bestimmten Verlust arbeitet; bei den Dynamomaschinen ist dieser Verlust aber kleiner als bei den meisten mechanischen Umsetzungen. Es ist nämlich keineswegs schwierig, Dynamomaschinen zu bauen, die einen Wirkungsgrad von 90 % haben, während die besten Centrifugalpumpen kaum 70 %, die besten Turbinen 85 % und die Dampfmaschinen nur ausnahmsweise 75 % erreichen. Sehen wir daher von den einfachen mechanischen Einrichtungen, die zur Kraftübertragung dienen, wie Seilbetrieb u. s. w., ab, so hat die Dynamomaschine gegenwärtig ohne Zweifel den grössten Wirkungsgrad von allen Maschinen.

2. Messung der elektrischen Energie.

Es entsteht hier natürlich die Frage, wie der Wirkungsgrad einer Dynamomaschine oder eines Elektromotors zu bestimmen ist. Er ist gleich dem Verhältnis der der Maschine zugeführten und der von ihr wiedergewonnenen Energiemenge. Die eine Energieform ist jedem Techniker bekannt und lässt sich ohne besondere

Schwierigkeit messen. Wird z. B. die Dynamomaschine durch Dampfkraft angetrieben, so können wir Diagramme bei voller Belastung und beim Leergang aufnehmen und so mit ziemlicher Genauigkeit bestimmen, welche Energiemenge der Dynamomaschine wirklich zugeführt wird. Noch besser lässt sich die Kraft mit dem Hefner-Alteneck'schen Arbeitsmesser bestimmen. Man vermeidet dabei den geringen Fehler, der von dem Unterschied der Reibung bei voller Belastung und beim Leergang herrührt. Mit solchen Messungen ist jeder Techniker vertraut; erst die elektrischen Messungen am Ende des Uebertragungsprocesses erheischen eine neue Vorbereitung. Die Beziehung zwischen den magnetelektrischen und den rein mechanischen Kräften werden wir im vierten Kapitel näher betrachten; für den vorliegenden Zweck genügt es, wenn wir nur eine einzige Methode angeben, wie man die elektrische Energie messen kann.

Fliesst ein Strom durch einen Draht, so wird dieser erwärmt. Die entwickelte Wärmemenge rührt von der Arbeit her, die der Strom leistet, wenn er den Widerstand des Drahtes überwindet. Aus dem Princip von der Erhaltung der Kraft, das für elektrische Processe ebenso gilt, wie für thermodynamische und rein mechanische, schliessen wir, dass die vom Drahte abgegebene Wärmemenge ein Maass für die vom Strome entwickelte elektrische Energie ist. Die in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge lässt sich mit einem Kalorimeter messen und ihr mechanisches Aequivalent in Kilogrammometer oder Pferdestärken bestimmen. Messen wir gleichzeitig die Stromstärke und den Spannungsunterschied zwischen den Enden des Stromleiters, so finden wir, dass bei einem ununterbrochenen Gleichstrom das Produkt dieser beiden Ablesungen der Anzahl von Kalorien proportional ist, die in der Zeiteinheit entwickelt werden. Wir können deshalb die etwas lästige und schwierige kalorimetrische Methode durch die weit einfachere elektrische ersetzen und sagen: die von einem ununterbrochenen Gleichstrom in einem Stromleiter entwickelte Energie wird gemessen durch das Produkt aus Stromstärke und Spannungsdifferenz zwischen den Enden des Leiters. Auf diese Weise findet man die von einer Glühlampe verzehrte Energie, wenn die Spannung an den Enden der Lampe mit der Stärke des sie durchfliessenden Stromes multiplicirt wird. Damit die Messung das richtige Resultat liefert, darf der Stromleiter unter keinen andern elektrodynamischen Einflüssen stehen. Er soll also nicht in der Nähe eines Magnetes in Bewegung gesetzt werden, noch soll man

einen Magnet ihm nähern oder von ihm entfernen. Denn durch eine solche relative Bewegung zwischen einem Magnet und einem Leiter würde in diesem ein Strom inducirt, der den ursprünglichen Strom, dessen Energie zu messen ist, entweder verstärkt oder schwächt; die Messung würde also um den Betrag derjenigen Energiemenge fehlerhaft sein, die durch die Bewegung verloren oder gewonnen wird. Aus demselben Grunde ist die Messung der Energie eines Wechselstromes nicht immer auf so einfache Weise möglich wie die des Gleichstroms. Unter gewissen Bedingungen wirkt nämlich ein Wechselstrom fast ebenso wie ein bewegter Magnet: das Produkt aus Spannung und Stromstärke ist sodann grösser als die wirkliche in Wärme verwandelte Energie. Um diese zu erhalten, wenn der Wechselstrom auf den Leiter zurückwirkt — eine Eigenschaft, die man gewöhnlich als *Selbstinduktion* bezeichnet, — sind noch einige weitere Messungen unvermeidlich; doch wollen wir jetzt hierauf nicht näher eingehen, da wir in einem spätern Kapitel darauf zurückkommen. Es genügt jetzt für uns, dass bei einem ununterbrochenen Gleichstrom das Produkt aus Spannung und Stromstärke ein Maass für die entwickelte Energie bildet. Die elektrische Spannung oder Potentialdifferenz wird in *Volt* gemessen, die Stromstärke in *Ampère* und das Produkt beider in *Volt-Ampère* oder *Watt*. Die Beziehung zwischen Watt und den andern Energie-Einheiten wird später erläutert, für den vorliegenden Fall möge genügen, dass

$$\begin{aligned} 1 \text{ Kilogramm-meter in der Sekunde} &= 9,81 \text{ Watt} \\ \text{und 1 metrische Pferdestärke}^1) &= 736 \text{ Watt.} \end{aligned}$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen können wir die Kraft einer Dynamomaschine in dem System mechanischer Einheiten ausdrücken. Wir messen die elektrische Energie in Watt und verwandeln diese in Pferdestärken, wenn die der Maschine zugeführte Energie in diesem Maasse ausgedrückt ist. Es möge z. B. der Strom einer Dynamomaschine durch einen in den Stromkreis eingeschalteten Strommesser bestimmt werden; ein Spannungsmesser möge an den Polklemmen der Dynamomaschine anliegen, von wo die Hauptleitungen abgehen, um eine Anzahl Lampen mit Strom zu versorgen. Machen wir alsdann gleichzeitig Ablesungen an beiden Instrumenten, so können wir bestimmen, welche Energie in den Lampen und in ihren Zuleitungen verzehrt wird. Die Anordnung ist schematisch in Fig. 1 dargestellt;

¹⁾ Die englische Pferdestärke beträgt 746 Watt.

hier bedeutet D die Dynamomaschine, die durch die *Bürsten* B_1, B_2 mit den Hauptkabeln H_1, H_2 verbunden ist. In der Leitung H_2 ist der Strommesser A eingeschaltet; der Spannungsmesser V ist mit den Enden der Hauptleitungen durch ein Paar Drähte verbunden und giebt die Spannung an den Klemmen der Maschine an. Zeigt der Strommesser auf 140 Ampère und der Spannungsmesser auf

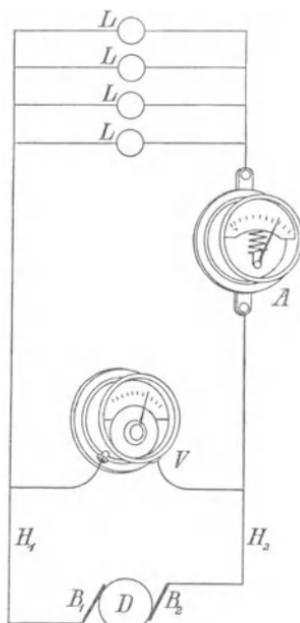


Fig. 1.

105 Volt, so ist die im Stromkreis verbrauchte Energie $105 \times 140 = 14\,700$ Watt oder 20 P.S. Auf ähnliche Weise lässt sich die einem Motor zugeführte Energie messen. In diesem Falle würde D den Motor bedeuten, der den Strom von einer beliebigen Quelle, z. B. von einer Batterie, empfängt, die an Stelle der Lampen L tritt. Die Energie, die dem Motor in Form eines elektrischen Stromes von einer gewissen bestimmten Stärke und Spannung zugeführt wird, kann aus den Ablesungen der beiden Instrumente A und V berechnet werden.

3. Hauptbestandtheile der Dynamomaschine.

Für eine solche Messung ist eine Kenntniss von dem Bau der Dynamomaschine nicht erforderlich, der Beobachter braucht nur die beiden Instrumente abzulesen und eine einfache Rechnung anzustellen. Wir wollen indessen hier auch auf die Konstruktion dieser Maschine im Allgemeinen eingehen und ihre Haupttheile beschreiben. Der Kürze halber soll nur auf die Dynamomaschinen Rücksicht genommen werden, da die einzelnen Theile des Motors im Wesentlichen dieselben sind. Wenn wir zuerst von jenen Theilen absehen, die rein mechanische Aufgaben erfüllen, so kann man bei einer Dynamomaschine vier Haupttheile unterscheiden, die elektrischen oder magnetischen Zwecken dienen, nämlich die Feldmagnete, den Anker, den Kommutator und die Bürsten. Die Feldmagnete und die Bürsten sind im Allgemeinen fest, während sich der Anker mit seinem Kommutator dreht. Der Strom wird durch die elektromagnetische Induktion in Drähten erzeugt, die vor den Magnetpolen bewegt werden. Die Drähte bilden einen Theil des Ankers und sind so mit einander verbunden, dass sich die einzelnen Induktionsstösse addiren. Sie stehen auch mit dem Kommutator in Verbindung, auf dem die Bürsten schleifen; in Folge dessen kann, wenn die Klemmen der Maschine durch einen Leiter verbunden sind, der Strom vom Anker wegfließen und durch die äussere Leitung zu ihm zurückkehren. Die Aufgabe der vier Haupttheile ist also folgende: Die Feldmagnete erzeugen die Pole, vor oder zwischen denen sich der Anker bewegt. Die hierbei in einer Drahtwicklung entstehenden elektrischen Ströme sammelt und richtet der Kommutator. Endlich haben die Bürsten den Zweck, zwischen den festen Klemmen des äusseren Stromkreises und dem rotirenden Kommutator eine passende Verbindung herzustellen. Diese Beschreibung wird mit Hülfe der durch Fig. 2 gegebenen Zeichnung einer der Praxis entnommenen Dynamomaschine deutlicher werden. Die abgebildete Maschine gehört zu der Klasse der sog. Flachringmaschinen, deren Anker die Form einer Scheibe oder eines cylinderförmigen Ringes von verhältnismässig grossem Durchmesser und kurzer Achse bildet. In der Seitenansicht (Fig. 2) ist der Anker im Querschnitt gezeichnet; A bezeichnet den Kern und W die Wicklung. Der Kern besteht aus dünnem Eisenblech, das auf einen stärkern eisernen Ring R gewickelt ist, der seinerseits wieder mittelst Armen und der Nabe H auf der Achse aufsitzt. Die flachen

Arme sind auseinandergeschnitten, Schraubenbolzen halten sie zusammen und pressen den Anker dazwischen. Aus gewissen Gründen,

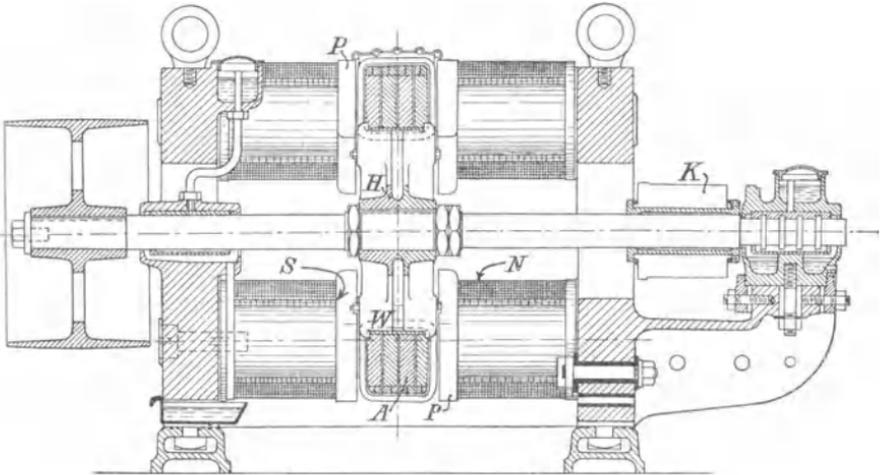


Fig. 2.

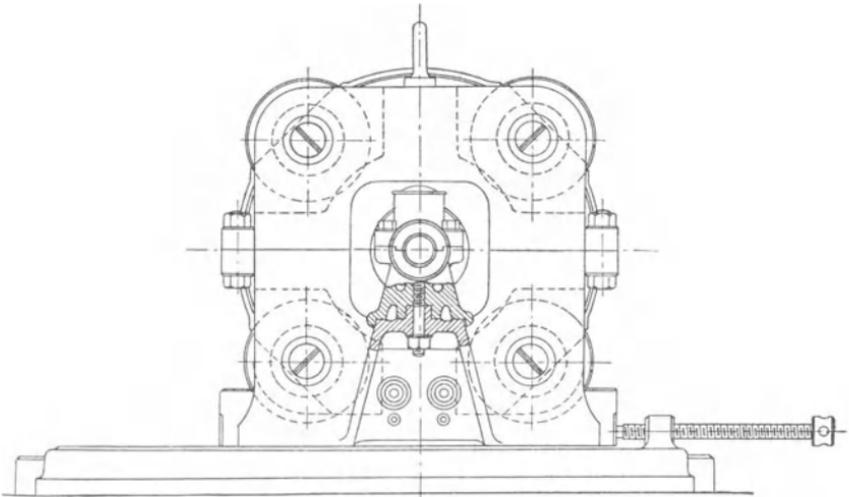


Fig. 2a.

die wir jetzt nicht näher erörtern wollen, besteht der Anker nicht aus einem einzigen starken Eisenblech, sondern aus mehreren

schmalen Streifen, die neben einander aufgewickelt worden sind. Ist der Kern fertig gestellt, so wird über seine mit Isolationsstoffen bekleidete Oberfläche der mit Baumwolle besponnene Kupferdraht gewickelt und zwar so, dass die Windungen aussen und innen zwischen den flachen Armen verlaufen. Die Ankerwicklung bildet eine in sich geschlossene Spule, die der Bequemlichkeit wegen in Abtheilungen angefertigt wird; die Verbindungsstellen zwischen zwei benachbarten Theilen der Wicklung werden mit den entsprechenden Segmenten des Kommutators C verbunden. Diese Segmente sind von einander gut isolirt und bilden zusammen einen Cylinder, auf dessen Aussenfläche die Bürsten schleifen. Durch diese wird der Strom aus dem Anker zu den Klemmen und in den äusseren Stromkreis geleitet. Die Polschuhe PP bilden die innern Endstücke von zwei Magnetsystemen, die auf beiden Seiten des Ankers liegen, während die äussern Enden durch das Joch I unter sich verbunden sind. Die Spulen M und S aus isolirtem Kupferdraht umgeben die Magnetkerne, und die in diesen Spulen fliessenden Ströme induciren den Magnetismus, der seinerseits wieder die Ströme in der Ankerwicklung inducirt.

4. Unterschied zwischen Gleich- und Wechselstrommaschinen.

Die Gleich- und Wechselstrommaschinen unterscheiden sich in ihrem Bau nicht wesentlich von einander, weisen jedoch in elektrischer Beziehung erhebliche Abweichungen von einander auf. Dies leuchtet am besten ein, wenn man einmal überlegt, welche Aenderungen an der durch Fig. 2 dargestellten Maschine vorgenommen werden müssten, damit sie Wechselstrom liefern könnte. Die Ankerspulen wären dann in vier getrennten Gruppen anzuordnen, die den vier Polen der Feldmagnete entsprächen. Spule 1 müsste mit Spule 2 verbunden werden, ebenso Spule 2 mit Spule 3 und Spule 3 mit Spule 4, so dass je ein Ende von Spule 1 und 4 frei blieben. Diese freien Enden wären mit zwei Kontakttringen zu verbinden, die auf der Achse befestigt, aber von dieser und von einander isolirt sein müssten. Von ihnen würde der Strom mittelst Bürsten in gewöhnlicher Weise abgenommen. Bei beiden Maschinen haben wir also ein System von Feldmagneten, ebenso einen Anker mit Drahtspulen; aber während diese bei der Gleichstrommaschine in grosser Zahl vorhanden sind und jede nur wenige, sogar in vielen Fällen

nur eine einzige Windung besitzen, giebt es bei der Wechselstrommaschine nur so viel Spulen, als die Feldmagnete Pole haben; jede Spule enthält dagegen eine grosse Zahl von Windungen. Bei der Gleichstrommaschine sind die Spulen alle ununterbrochen mit einander und mit den Segmenten des Kommutators verbunden, und jede Spule kommt gleichsam allmählich in Wirkung und ebenso allmählich wieder heraus. Bei der Wechselstrommaschine haben wir keinen Kommutator, sondern nur ein Paar Kontaktringe, die die Klemmen des Ankerkreises bilden; alle Spulen kommen gleichzeitig und plötzlich in Wirkung und wieder heraus.

Es giebt noch andere Unterschiede zwischen beiden Maschinenarten, doch sollen diese in spätern Kapiteln besprochen werden, wo wir die Theorie und die Wirkungsweise dieser Maschinen näher behandeln. Wir wollen jetzt nur noch die verschiedenen Aufgaben hervorheben, für welche die Gleich- und Wechselstrommaschinen bestimmt sind. Die ersteren werden für elektrische Beleuchtung, elektrochemische und thermoelektrische Arbeiten, sowie für elektrische Kraftübertragung benutzt. Der Wechselstrommaschinen bedient man sich hauptsächlich für Beleuchtungszwecke, doch sind sie auch für die Kraftübertragung tauglich. Für elektrochemische Leistungen sind sie bisher nicht in Anspruch genommen; was die thermoelektrischen Arbeiten, wie die Gewinnung von Aluminiumlegierungen, anbelangt, so können diese auch ohne Zweifel mit Erfolg durch Wechselstrom ausgeführt werden, obgleich man hierfür jetzt meistens Gleichstrom verwendet.

5. Anwendung und Leistung der Dynamomaschinen.

Ein besonderes praktisches Interesse beansprucht die Leistungsfähigkeit der Dynamomaschinen. Vor kaum zehn Jahren lenkten sie zuerst die Aufmerksamkeit der Techniker auf sich, und seitdem hat ihre Grösse und Leistung beständig zugenommen. Vor der Pariser elektrischen Ausstellung im Jahre 1881 gab es nur wenige Firmen, die sich mit dem Bau von Dynamomaschinen beschäftigten, und die meisten der hergestellten Maschinen passten mehr für wissenschaftliche Laboratorien als für technische Aufgaben. Sie hatten nur eine geringe Leistung und waren sowohl in elektrischer, als mechanischer Beziehung unvollkommen konstruirt. In der That wurden sie nicht von Technikern gebaut, sondern von Mechanikern, die gewöhnlich auch alle sonstigen Arten von elektrischen Apparaten

konstruirten. Trotzdem war die Dynamomaschine als Laboratoriumsapparat schon damals eine alte Erfindung. Kurz nachdem Faraday im Jahre 1831 die elektromagnetische Induktion entdeckt hatte, konstruirte Pixii magnetelektrische Maschinen für Gleich- und Wechselstrom. Ihm folgte eine grosse Zahl von Physikern und Mechanikern, die fortwährend kleinere Verbesserungen anbrachten, bis dass Pacinotti im Jahre 1864 die in sich geschlossene Ankerwicklung und den Kommutator entdeckte, wie sie heute noch beide im Gebrauch sind. Eigentliche Dynamomaschinen mit Selbsterregung giebt es jedoch erst, seitdem Siemens im Jahre 1867 das dynamoelektrische Princip erfunden hat. Hierdurch wurde es möglich, Maschinen von der Leistung, wie sie heute üblich ist, zu bauen. Gramme machte dann im Jahre 1870 nochmals dieselbe Erfindung, wie Pacinotti, gab ihr jedoch eine praktische Form, die seinen Namen trägt und das Muster für alle Dynamomaschinen mit geschlossener Ankerwicklung geworden ist. Auf der Wiener Ausstellung 1873 waren neben solchen Gramme'schen Maschinen auch Wechselstrommaschinen, die Beleuchtungszwecken dienten, zu sehen, doch erregten sie alle die Aufmerksamkeit der Techniker nur in geringem Grade. Später erst, nach der Erfindung der Glühlampe und nach den Pariser Ausstellungen von 1878 und 1881 wurde man sich klar, dass die Dynamomaschinen, die bisher nur zu wissenschaftlichen Zwecken in Laboratorien, in der Praxis jedoch nur in vereinzelt Fällen benutzt worden waren, ein grosses Anwendungsgebiet in der Industrie erringen konnten. Seit dieser Zeit fingen deshalb die Techniker damit an, den Bau der Dynamomaschine fabrikmässig zu betreiben. Anfangs war die Leistung der Maschinen sehr klein, so dass sie im Allgemeinen nur für einzelne, wenig ausgedehnte Beleuchtungsanlagen verwandt wurden. Als jedoch allmählich das Zutrauen zu dem elektrischen Licht wuchs und dieses deshalb in Fabriken, Mühlen und andern grossen Anlagen eingeführt wurde, nahmen die Maschinen an Grösse zu. Dies steigerte sich noch, als auch elektrische Centralstationen gegründet wurden. Die Leistung der neuern Gleich- und Wechselstrommaschinen beläuft sich auf Hunderte, ja in einigen Fällen auf Tausende von Pferdestärken. So baute Ferranti für die Centrale zu Deptford Wechselstrommaschinen mit einer Leistung von 1500 P.S., und es sind dort noch grössere Maschinen für 10 000 P.S. in Aussicht genommen. In einigen der Berliner Centralen sind Dynamomaschinen von 500 P.S.

im Betrieb, und es ist sehr wahrscheinlich, dass in Zukunft im Allgemeinen Maschinen von noch höherer Leistung erforderlich werden. Ebenso ist die Kraft der Maschinen, die nicht zu Beleuchtungszwecken dienen, beständig im Wachsen begriffen. Beispielsweise wollen wir die Dynamomaschinen betrachten, die zur Kraftübertragung dienen. Die Uebertragung von 50 P.S. zwischen Kriegstetten und Solothurn in der Schweiz, die vor einigen Jahren gebaut wurde, galt damals als ein Unternehmen von beträchtlicher Grösse, jetzt hat man aber schon in Schaffhausen eine Anlage von 600 P.S. fertig gestellt. Ebenso giebt es in Amerika viele Centralen, die elektrische Bahnen mit Strom versorgen und deren Leistung nach Hunderten von Pferdestärken zählt.

Auch die Maschinen, die für elektrochemische und thermo-electrische Zwecke dienen, sind von bedeutender Grösse. Werden in Beleuchtungscentralen Akkumulatoren gebraucht, so liefern die Dynamomaschinen, welche zum Laden derselben benutzt werden, selten weniger als 200 P.S. Auch zur Herstellung der Akkumulatoren, zur Reinigung des Kupfers und bei andern chemischen Processen werden grosse Maschinen verwandt. Ferner verbraucht man bei thermochemischen Arbeiten in den elektrischen Schmelzöfen bedeutende Energiemengen, z. B. in den Cowles'schen Aluminiumwerken zu Milton ungefähr 400 P.S., während der Heroult'sche Ofen in Neuhausen zwischen 300 und 400 P.S. verzehrt. Ueberall wendet man also in der Technik grosse und kräftige Maschinen an, die nur in grössern Werkstätten mit vollkommenen Einrichtungen herzustellen sind. Die Konstruktion dieser Maschinen kann deshalb nicht aufs Gerathewohl unternommen werden. Um mit Erfolg zu wirken, muss der heutige Elektrotechniker die wissenschaftlichen Principien vollständig kennen, die bei seinen Arbeiten in Frage kommen; zugleich muss er überall nur die besten Materialien in Anwendung bringen und deren Verarbeitung sorgfältig überwachen.

Zweites Kapitel.

6. Einleitende Bemerkungen. — 7. Das magnetische Feld. — 8. Feldstärke. — 9. Maasseinheiten. — 10. Mathematische und physikalische Magnete. — 11. Das Feld eines mathematischen Pols.

6. Einleitende Bemerkungen.

Die Wirkung der Dynamomaschinen und Transformatoren beruht auf der elektromagnetischen Induktion, deren allgemeine Principien wir zuerst untersuchen müssen. Zu diesem Zweck betrachten wir die Wechselwirkung zwischen Magneten und elektrischen Strömen, ferner die allgemeinen Merkmale und die Grösse der mechanischen Kräfte, die aus dieser Wechselwirkung entspringen, endlich die allgemeinen Beziehungen, die zwischen den mechanischen und elektromagnetischen Kräften bestehen. Es würde über den Rahmen des vorliegenden Buches, das in erster Linie für den Ingenieur bestimmt ist, hinausgehen, wenn wir eine vollständige Theorie der Elektrodynamik bringen wollten. In dieser Beziehung müssen wir den Leser auf die physikalischen Werke verweisen. Indessen hat kein Autor diesen Gegenstand erschöpfend behandelt, und der Leser muss mehrere Werke studiren, um eine einigermaassen vollständige Uebersicht über die Theorie des Gegenstandes zu gewinnen. Dies erfordert natürlich einen beträchtlichen Aufwand an Arbeit und setzt ein grösseres Maass mathematischer Kenntnisse voraus, als der Techniker gewöhnlich besitzt. Glücklicherweise ist es jedoch für diesen nicht nöthig, eine Theorie in allen ihren Einzelheiten zu verstehen, um sie in der Praxis anwenden zu können. Es sind ausgezeichnete Dampfmaschinen von Männern gebaut worden, die niemals die Schriften von Carnot, Clapeyron und Clausius studirt haben, die aber trotzdem die hauptsächlichsten thermodynamischen Principien erfasst hatten und sie anzuwenden verstanden. Sehr wenige der erfolgreichen Konstrukteure von Dynamomaschinen

haben es für nöthig gehalten, zuerst Maxwell's Werke durchzuarbeiten, bevor sie an den Bau der Maschinen gingen. Dennoch haben sie von den Maxwell'schen Gedanken Nutzen gehabt, aber erst nachdem diese von einer Reihe von Leuten durchgearbeitet waren, die die Theorie in mehr populärer Weise mit Hülfe des praktischen Experiments erklärt hatten. Wenn wir deshalb im Folgenden die Wirkungsweise der Dynamomaschine behandeln oder vielmehr die Regeln und Formeln darlegen wollen, die heute von den Erbauern solcher Maschinen benutzt werden, so überlassen wir uns weniger der Führung der wissenschaftlichen Pioniere als vielmehr der ihrer populären Dolmetsche und der des praktischen Experiments. Die Behandlung wird in Folge dessen leider oft die mathematische Eleganz vermissen lassen, dafür aber den Bedürfnissen des Technikers mehr entgegenkommen und ihm das Verständnis bedeutend erleichtern.

7. Das magnetische Feld.

Wenn wir einen geraden Stabmagnet auf den Tisch legen und den ihn umgebenden Raum mit Hülfe einer Kompassnadel (Fig. 3) untersuchen, so ergibt sich, dass die Nadel in jedem Punkt in der Nähe des Magnetes eine ganz bestimmte Lage hat. In der Figur ist der Nordpol der Nadel und derjenige des Stabes (d. h. das Ende, welches bei einem frei aufgehängten Stabe nach dem geographischen Norden zeigen würde) schraffirt. Die Nadel stellt sich in jedem Punkte so ein, dass die Anziehungen und Abstossungen zwischen den verschiedenen Polen einander das Gleichgewicht halten. Es möge der Stab auf einem Blatt Papier liegen und auf diesem eine Linie $a b$ derart gezogen sein, dass die Achse der Nadel bei ihrer Verschiebung stets die Tangente an die Linie bildet. Eine solche Linie lässt sich leicht auf folgende Weise konstruiren: Wir nehmen einen langen und dünnen magnetisirten Stahldraht D , dessen unteres Ende ein Nordpol und dessen oberes ein Südpol ist, und hängen ihn so über dem Papier auf, dass sein unteres Ende gerade die Ebene des Papiers berührt. Durch die Wirkung des Magnetstabes wird dann, wenn der Draht frei beweglich ist, sein unteres Ende auf dem Papier Kurven von der angegebenen Art beschreiben, während das obere Ende annähernd in Ruhe bleibt. Die anziehenden und abstossenden Kräfte des Magnetes wirken gleichsam längs dieser

Kurven, die deshalb *Kraftlinien* heissen. Sie verlaufen nicht nur in der Ebene des Papiers, sondern ebenso in dem ganzen Raume, der den Magnet umgibt; in ihrer Gesamtheit fasst man sie unter dem Namen des *magnetischen Feldes* zusammen. Wir definiren deshalb das magnetische Feld als einen Raum, in dem magnetische Kraftlinien verlaufen. Das magnetische Feld eines Stahlmagnetes ist nach innen durch die Oberfläche des Magnetes begrenzt, nach aussen hat es keine bestimmte Grenze. Die Wirkung, die der Draht *D* erleidet, wird immer schwächer, je weiter wir uns vom Magnete entfernen;

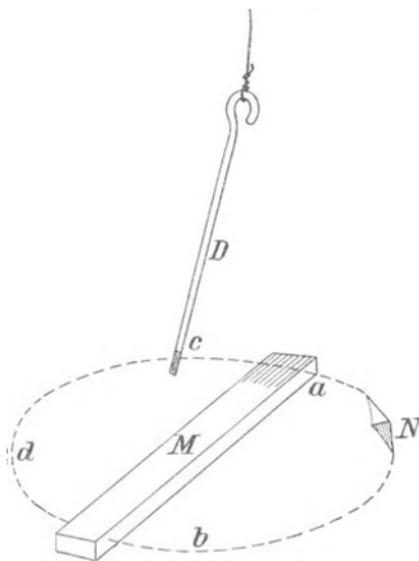


Fig. 3.

doch würde es keine bestimmte Grenze geben, wo die Kraftlinien zu existiren aufhörten, wenn unsere Untersuchungsmethoden empfindlich genug wären.

Eine zweite Methode, den Verlauf der Kraftlinien sichtbar zu machen, besteht darin, dass man ein Blatt Papier auf den Magnet legt und hierauf Eisenfeilspähne streut. Diese ordnen sich alsdann in der durch Fig. 4 dargestellten Art an. Ihre Dichte ist in der Nähe der Pole am grössten und nimmt mit der Entfernung ab. Dementsprechend wird auch das untere Ende des Stahldrahtes stark abgestossen, wenn es dem Nordpol des Stabes sehr genähert

wird und ebenso stark angezogen, wenn es dem Südpol nahe kommt, während diese Kräfte in den dazwischen liegenden Punkten kleiner sind. Bewegt sich das Ende des Drahtes längs der Linie $e d$ (Fig. 5), so leistet es mechanische Arbeit. Der Betrag an Arbeit, die der

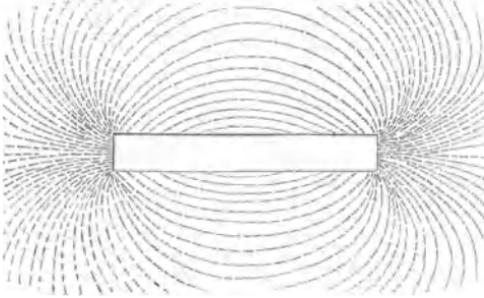


Fig. 4.

Einheitspol verrichtet, wenn er sich von einem Punkte der Kurve nach einem andern bewegt, stellt die magnetische Potentialdifferenz zwischen den beiden Punkten dar. Es ist zu beachten, dass diese Arbeit von dem Wege unabhängig ist, den der Pol durchläuft, wenn nur der Anfangs- und Endpunkt derselbe bleibt. Wird er gezwungen,

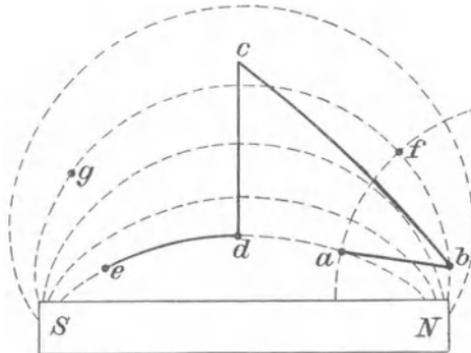


Fig. 5.

eine beliebige Bahn zu beschreiben, so wird auf den verschiedenen Strecken derselben Arbeit geleistet oder verzehrt. Ziehen wir alsdann die verlorene Arbeit von der gewonnenen ab, so ist der Unterschied genau gleich derjenigen Arbeit, die der Einheitspol leistete, als er, wie zuerst angenommen, seinen Weg auf der Kraftlinie zu-

rücklegte. So möge der Pol von dem Punkte a auf der Kraftlinie $N a d e S$ ausgehen und statt dass er sich längs dieser Linie weiter bewegt, soll er gezwungen werden, nach b, von da nach c und d und zuletzt nach e zu wandern, Der Weg a b wird zurückgelegt, während N abstossend auf den Pol wirkt, und dieser leistet deshalb Arbeit. Dagegen wird auf der Strecke b c Arbeit gewonnen, da der Pol sich mehr oder weniger in der Richtung bewegt, in der er vom Magnet fortgetrieben wird. Auf dem Wege c d wird von dem Pol weder Arbeit verzehrt, noch solche geleistet, da er alle Kraftlinien rechtwinklig schneidet.

Die Arbeit kann nämlich als das Produkt zweier Faktoren aufgefasst werden, von denen der eine die Kraft und der andere den in der Richtung der Kraft zurückgelegten Weg darstellt. Wollen wir deshalb die Arbeit berechnen, so brauchen wir nur diejenige Komponente der Bewegung zu berücksichtigen, die in die Richtung der Kraft fällt. Findet also die Bewegung genau rechtwinklig zu der Richtung aller Kräfte statt, so ist der eine Faktor und demnach das ganze Produkt, die Arbeit, Null. Wenn bei dem Uebergang zwischen zwei Punkten des Feldes weder Arbeit geleistet, noch gewonnen wird, so haben diese beiden Punkte offenbar dasselbe magnetische Potential, sie liegen auf derselben Niveaulinie. Stellen wir uns eine unendliche Zahl solcher Punkte vor, die eine Fläche bilden, so kann ein magnetischer Pol einen beliebigen Weg auf dieser Fläche beschreiben, ohne dass er Arbeit leistet oder verzehrt. Eine solche Fläche, die alle Kraftlinien rechtwinklig schneidet, heisst *Niveaufläche*.

So bildet z. B. bei einer Dynamomaschine die Oberfläche der Polschuhe oder die des Ankerkerns, der innerhalb der Polschuhe liegt, eine Niveaufläche. Wir können einen magnetischen Pol in jeder dieser Flächen oder in einer dazwischenliegenden, die von der Pol- und der Ankeroberfläche überall gleichen Abstand hat, verschieben, ohne dass Arbeit geleistet oder gewonnen wird. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn sich der Pol von einer Niveaufläche nach einer andern bewegt. Bei der Dynamomaschine lässt sich dieser Versuch nur schwer ausführen, da einmal der Zwischenraum zwischen Polschuhen und Anker durch die Wicklung sehr beschränkt ist, und zum andern ein magnetischer Pol, der sich in einem so starken Felde bewegt, leicht ummagnetisirt wird. In ziemlich unvollkommener und roher Weise lässt sich der Versuch aber auf folgende Art anstellen: Man bringt an die Rückseite von einem der Polschuhe

einen Schlüssel, der stark angezogen wird und fest stehen bleibt, wenn man ihn loslässt, da er selbst ein Magnet geworden ist. Das den Polschuh berührende Ende besitzt die entgegengesetzte Polarität, das abstehende Ende dieselbe Polarität wie der Polschuh. Drehen wir nun den Schlüssel um den Berührungspunkt, so dass das äussere Ende näher an den Polschuh herankommt, so müssen wir dabei eine gewisse Arbeit leisten, die wiedergewonnen wird, wenn wir den Schlüssel in seine ursprüngliche Lage zurückschnellen lassen. Verschieben wir jedoch den Schlüssel parallel zu sich selbst, so bemerken wir abgesehen von der Reibung keinen Widerstand gegen die Bewegung. In diesem Falle bewegt sich jeder Punkt des Schlüssels längs einer Niveaufläche; es wird deshalb Arbeit weder verzehrt, noch geleistet.

Um auf Fig. 5 zurückzukommen, so hatten wir die Bewegung des magnetischen Poles bis zum Punkte d verfolgt und gesehen, dass auf dem Wege von c nach d keine Arbeit geleistet wird. Auf der Strecke von d nach e wird Arbeit gewonnen, weil sich der magnetische Pol längs einer Kraftlinie bewegt. Nun lässt sich leicht zeigen, dass der gesammte Arbeitsbetrag, der von dem Pol längs des Weges von a nach e geleistet wird, von dem durchlaufenen Wege unabhängig ist und nur von dem Unterschiede des magnetischen Potentials zwischen den beiden Punkten a und e abhängt. Wir brauchen uns zu diesem Zweck nur eine Bewegung, die schief zu der Richtung der Kraftlinien verläuft, aus einer grossen Anzahl einzelner Strecken zusammengesetzt denken, die abwechselnd mit der Richtung der Kraftlinien zusammenfallen oder rechtwinklig dazu verlaufen. Die Verschiebungen, die rechtwinklig zu den Kraftlinien erfolgen, tragen nichts zu der geleisteten Arbeit bei, und der Erfolg ist derselbe, als ob die ganze Bewegung längs den Kraftlinien vor sich gegangen wäre. So leistet der magnetische Pol, wenn er sich auf einer Geraden von a nach g bewegt, genau dieselbe Arbeit, als wenn er zuerst längs der Niveaulinie af und darauf von f nach g längs der einen Kraftlinie wanderte. Besitzt der Pol die Stärke 1, so ist die Arbeit gleich dem Unterschiede des magnetischen Potentials zwischen a und g.

8. Feldstärke.

Betrachten wir das Feld eines Magnetes, wie es Fig. 3 darstellt, so sehen wir, dass sich die auf einen beweglichen Pol wirkenden Kräfte mit dessen Lage ändern. Je näher das Ende des Drahtes D

dem einen oder dem andern der beiden Pole des Stabes M ist, um so stärker wirkt die Anziehung oder Abstossung. Wandert also der magnetische Pol vom Nordpol zum Südpol des Stabes längs derselben Kraftlinie, so ändert sich die auf ihn wirkende Kraft von Punkt zu Punkt. Diese Aenderung ergibt sich auch aus Fig. 4, wo die Eisenfeilspähne am dichtesten in der Nähe der Pole angehäuft sind und um so spärlicher werden, je weiter wir uns von den Polen entfernen. Die Dichtigkeit dieser Kraftlinien ist in der That ein Maass für die Kraft, die in den verschiedenen Theilen des Feldes auf den beweglichen Pol ausgeübt wird. Man sagt gewöhnlich, die Kraft, die in einem gegebenen Theile des magnetischen Feldes auf einen beweglichen Pol wirkt, rührt davon her, dass dort so und so viel Kraftlinien auf das Quadratcentimeter kommen; vorausgesetzt wird dabei, dass die Kraftlinien die Fläche dieses Quadratcentimeters rechtwinklig schneiden. Geben wir also die Feldstärke zwischen den Polen und dem Anker einer Dynamomaschine zu 5000 C.G.S.-Einheiten an, so meinen wir damit, dass durch jedes Quadratcentimeter des Zwischenraums 5000 mal soviel Kraftlinien laufen, als durch ein Quadratcentimeter desjenigen Raumes, in dem die Einheit der Kraft auf den Einheitspol wirkt. Wir brauchen uns also nur über die Definition dieser Einheiten zu verständigen und können alsdann die Stärke eines magnetischen Feldes für jeden Punkt numerisch angeben.

Es muss hier jedoch vor einem Irrthum gewarnt werden, der aus einer allzu engen und wörtlichen Deutung der Theorie der Kraftlinien entstehen kann. Diese Theorie rührt, soweit sie sich auf den Magnetismus bezieht, von Faraday her, der damit auf einfache und natürliche Weise die magnetischen Erscheinungen zu erklären versuchte, ohne jedoch den Kraftlinien irgend welche physikalische Existenz zuzuschreiben. Bei dieser Einschränkung ist keine Gefahr vorhanden, dass man Faraday's Auffassung falsch anwendet; betrachten wir aber die Kraftlinien als wirklich existirend, so dass sie eine bestimmte Dimension und Lage haben und eine bestimmte Kraft ausüben, so hält die Theorie nicht Stand. Um dies zu zeigen, wollen wir beispielsweise die Anordnung der Kraftlinien in einem Einheitsfelde betrachten. Nach der Theorie kommt in einem solchen Felde nur eine Kraftlinie auf jedes Quadratcentimeter, und jede derselben übt die Einheit der mechanischen Kraft auf den in ihr befindlichen Einheitspol aus. Es giebt jedoch innerhalb des von einer

Kraftlinie durchsetzten Quadratcentimeters eine unendliche Zahl von Punkten, in welchen auf den Einheitspol die Einheit der mechanischen Kraft ausgeübt wird. Um dies zu erklären, müssten wir annehmen, dass jede Kraftlinie freilich auf ihr Quadratcentimeter beschränkt, aber innerhalb desselben frei beweglich ist, so dass sie dem Einheitspol folgen und überall auf ihn wirken kann. Diese gekünstelte Anschauung würde die Eigenschaften des Feldes erklären, wenn dies nur mit einem Einheitspol untersucht wird. Dagegen kommen wir wieder in Verlegenheit, wenn wir das Feld mit zwei Polen, deren Entfernung weniger als ein Centimeter beträgt, untersuchen wollten. Denn auf beide Pole wirkt das Feld in gleicher Weise, während höchstens einer auf einer Kraftlinie liegen könnte. Aus diesem Grunde ist die Vorstellung, die den Kraftlinien eine physikalische Existenz zuschreibt und sie wie elastische Fäden an einen Magnetpol angreifen lässt, ganz unhaltbar.

Besser, wenn auch keineswegs vollständig, würden wir zum Ziele kommen, wenn wir uns das magnetische Feld als eine bewegte Flüssigkeit vorstellen. Den Magnet müssen wir uns alsdann als eine Röhre denken, in deren Mittelpunkt eine Schnecke als Pumpe wirkt; die ganze Röhre soll in Wasser liegen. Wird die Pumpe in Bewegung gesetzt, so tritt das Wasser an der einen Seite aus der Röhre heraus, fliesst in gekrümmten Stromlinien und mit wechselnder Geschwindigkeit um die Röhre herum und tritt an deren andern Ende wieder ein. Den Einheitspol können wir durch eine Scheibe ersetzen, welche die Einheitsfläche darstellt, und damit die Stärke der Strömung an jeder Stelle messen. Dieser Vergleich ist nur insofern unvollkommen, als sich die vom strömenden Wasser ausgeübte Kraft nicht mit der ersten, sondern mit der zweiten Potenz der Geschwindigkeit ändert. Sehen wir indessen von diesem Unterschiede ab, so kann ein solches Modell näherungsweise das magnetische Feld darstellen. Die Kraftlinien bilden alsdann nicht feste Linien von bestimmter Zahl, welche die beiden Pole des Magnetes umgeben, sondern Stromlinien eines gewissen magnetischen Fluidums. In der Nähe der Magnetpole ist das Strombett eingengt und daher die Geschwindigkeit grösser. An diesen Stellen ist die Kraft, die von dem magnetischen Fluidum auf den beweglichen Pol ausgeübt wird, ein Maximum, während sie in grösserer Entfernung von den Polen, wo sich der Strom ausbreitet und folglich die Geschwindigkeit geringer wird, ebenfalls abnimmt. Diese Anschauung von der Aende-

rung der magnetischen Kraft, die der bewegliche Pol in verschiedenen Theilen des Feldes erfährt, erklärt auch den Umstand, dass ein magnetisches Feld einen bestimmten Energievorrath darstellt. Die Vorstellung von magnetischen Stromlinien ist also der Annahme, dass die Kraftlinien festen Fäden gleichen, vorzuziehen; sie ist auch jetzt allgemein angenommen. Sprechen wir trotzdem von einem Felde, bei dem so und so viel Kraftlinien auf das Quadratcentimeter kommen, so meinen wir damit, dass der Strom der Kraftlinien so und so viel mal stärker ist als in dem Felde von der Stärke 1. Der Leser wird gut thun, diese Erklärung überall anzuwenden, wo im Folgenden der Begriff der *Kraftlinien* vorkommt.

9. Elektromagnetische und elektrodynamische Einheiten.

Kraft. — Jedes physikalische Maasssystem beruht auf den drei Grundmaassen der Masse, Länge und Zeit, und die verschiedenen Systeme unterscheiden sich nur insofern von einander, als die absolute Grösse dieser drei Grundmaasse verschieden ist. So ist in dem metrischen System die Kraft von 1 kg* als eine solche definiert, die, eine Sekunde lang auf die Masse von 1 kg wirkend, dieser die Beschleunigung der Schwere, also 9,81 m in der Sekunde, ertheilt. In dem englischen Maasssystem ist die Kraft von einem Pfund gleich derjenigen Kraft, die, eine Sekunde lang auf die Masse von einem Pfund wirkend, dieser die Beschleunigung der Schwere, also 32,2 Fuss in der Sekunde, giebt. In beiden Systemen ist der Begriff der Kraft auf ähnliche Weise definiert, aber die Einheiten sind verschieden gross. Bei den elektrischen Maassen drückt man die Kräfte gewöhnlich in viel kleineren Einheiten als in Kilogramm oder Pfund aus. Die Einheit der Kraft erhält man, wenn das Centimeter als Grundmaass der Länge, das Gramm als Grundmaass der Masse und die Sekunde als Grundmaass der Zeit angenommen wird. Die Maasseinheiten der Kraft und aller andern physikalischen Grössen, die auf diesen Grundmaassen beruhen, bilden das Centimeter-Gramm-Sekunden- oder kurz das C.G.S.-System. Haben wir also eine gewisse Kraft, die im C.G.S.-System den Werth 20 hat, so wissen wir, dass diese Kraft, wenn sie eine Sekunde lang auf die Masse von einem Gramm wirkt, dieser die Beschleunigung von 20 Centimeter in der Sekunde ertheilt, oder wenn sie eine Sekunde lang auf die Masse von 4 Gramm wirkt, dieser die

Beschleunigung von 5 Centimeter verleiht, oder wenn sie $\frac{1}{20}$ Sekunde lang auf die Masse von einem Gramm wirkt, dieser die Beschleunigung von einem Centimeter in der Sekunde giebt. Die Einheit der Kraft wird in ähnlicher Weise als diejenige Kraft definiert, die, eine Sekunde lang auf die Masse von einem Gramm wirkend, dieser eine Geschwindigkeit oder eine Beschleunigung ihrer Geschwindigkeit von 1 Centimeter in der Sekunde erteilt. Fig. 6 kann dies noch näher erläutern: Es möge ein Gewicht von 980 mg vollständig ohne Reibung auf einem wagerechten Tische gleiten. Von dem Gewicht geht ein gewichtsloser und biegsamer Faden über eine Rolle R und trägt an seinem unteren Ende ein Gewicht von 1 mg. Die Rolle soll ebenfalls keine Masse haben und sich ohne Reibung drehen. Es wirkt alsdann auf das System nur die Schwerkraft, unter deren Einfluss das kleine Gewicht herabfällt und das grosse Gewicht auf dem Tische fortzieht. Wäre der Faden nicht an das grosse Gewicht ge-

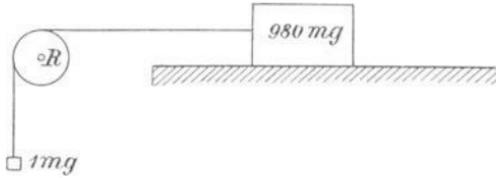


Fig. 6.

knüpft, so würde das Milligrammstück mit einer Beschleunigung von 981 cm in der Sekunde herabfallen; da die in Bewegung zu setzende Masse aber 981 mal so gross ist, so beträgt die Beschleunigung nur ein Centimeter in der Sekunde. Wir wollen nun beide Gewichte in demselben Verhältnis vergrössern, nämlich das grosse Gewicht von 980 auf 1000 mg oder 1 g und das kleine von 1 mg auf $1000:980$ oder 1,020 mg bringen. Durch diese gleichmässige Vergrösserung beider Gewichte haben wir die Beschleunigung des ganzen Systems nicht geändert, die immer noch 1 cm beträgt, und da die Kraft, die diese Beschleunigung bei dem grossen Gewicht hervorbringt, in die Richtung des Fadens fällt, so stellt die Spannung des Fadens genau die Einheit der Kraft im C.G.S.-System dar. Der Techniker denkt sich gewöhnlich die Kräfte nicht als Ursache der Beschleunigung einer gegebenen Masse, sondern er drückt sie in Tonnen, Kilogramm oder Gramm aus. Um auf diese Weise die Einheit der Kraft, die den Faden spannt, darzustellen, haben

wir nur zu untersuchen, wieviel sich von der Schwere des kleinen Gewichts wirklich als Zugkraft durch den Faden fortpflanzt. Es ist klar, dass die ganze Kraft des kleinen Gewichts nur dann übertragen wird, wenn sich das grosse Gewicht in Ruhe befindet; da sich aber das kleine Gewicht in beschleunigter, nach unten gerichteter Bewegung befindet, so fällt die Kraft, die diese Beschleunigung hervorbringt, gewissermaassen aus der Spannung des Fadens heraus, und es wird nur der Unterschied zwischen dem Gewicht und der Kraft, die für seine Beschleunigung nöthig ist, durch den Faden übertragen. Nun beträgt das kleine Gewicht 1,020 mg und seine Beschleunigung 1 cm in der Sekunde, während die Beschleunigung durch die Schwere gleich 981 cm in der Sekunde ist. Die Kraft, die den Faden spannt, entspricht deshalb einer Beschleunigung von 980 cm oder

$$1,020 \times \frac{980}{981} = 1,019 \text{ mg.}$$

An einem Orte also, wo die Beschleunigung durch die Schwere 981 cm beträgt, kann die Einheit der Kraft durch das Gewicht von 1,019 mg dargestellt werden. Diese Rücksicht auf die Schwere ist, wie man leicht einsieht, nothwendig, wenn wir eine ähnliche Berechnung wie oben anstellen, dabei aber voraussetzen, dass die Beschleunigung durch die Schwerkraft eine andere ist. Thatsächlich sind solche Unterschiede auf der Erde vorhanden, wenn sie auch nur klein sind. Wir wollen jedoch annehmen, dass es auf unserm Planeten einen Ort gebe, wo die Schwere nur halb so gross ist, wie wir vorher angenommen hatten. Dies würde die Einheit der Kraft, wenn sie durch die Einheit der Masse und die Einheit der Beschleunigung definirt ist, nicht ändern; an allen Orten der Erde würde man hierfür mittelst der Federwage genau denselben Werth finden. Dagegen würden die entsprechenden Gewichte anders werden. Die Einheit der Kraft wäre in diesem Falle durch die Zugkraft eines Gewichts von 2,038 mg dargestellt, also durch das doppelte Gewicht wie vorhin. Drücken wir also die Einheit der Kraft durch ein Gewicht von 1,019 mg aus, so ist zu bedenken, dass diese Beziehung nur für solche Orte gilt, an denen die Beschleunigung durch die Schwere 981 cm in der Sekunde beträgt.

Die auf diese Weise definirte Einheit der Kraft heisst eine *Dyne*, und wir können deshalb sagen, dass die Kraft einer Dyne in unseren Breiten durch das Gewicht von 1,019 mg dargestellt

wird oder näherungsweise durch das Gewicht einer Masse, die um 2% grösser als die des Milligramms ist. Hieraus ergeben sich folgende Beziehungen:

$$1 \text{ Gramm} = 981 \text{ Dynen.}$$

$$1 \text{ Kilogramm} = 981 \text{ 000 Dynen.}$$

$$1 \text{ Tonne} = 981 \text{ 000 000 Dynen.}$$

Effekt oder Leistung. — Nachdem wir die Einheit der Kraft definirt haben, kommen wir auf ähnlichem Wege zu der Einheit des Effekts. Offenbar wird die Einheit der Arbeit geleistet, wenn ein Punkt, auf welchen die Kraft einer Dyne wirkt, sich um ein Centimeter verschiebt; wird diese Arbeit in der Zeiteinheit, d. h. in einer Sekunde, geleistet, so haben wir die Einheit der Leistung. Die Einheit der Arbeit nennt man *Erg*, diejenige des Effekts ist daher ein Erg in einer Sekunde. Nach sehr einfachen Rechnungen, die wir hier nicht im Einzelnen angeben wollen, ergeben sich folgende Beziehungen:

$$1 \text{ Gramm-Centimeter in der Sekunde} = 981 \text{ Erg in der Sekunde.}$$

$$1 \text{ Kilogramm-Meter in der Sekunde} = 98 \text{ 100 000 Erg i. d. Sek.}$$

$$1 \text{ metrische Pferdestärke i. d. Sek.} = 7 \text{ 357 500 000 Erg i. d. Sek.}$$

Diese Zahlen sind unbequem gross, und deshalb hat man in der Technik eine grössere Einheit als das Sekunden-Erg, nämlich das *Watt* = 10^7 Sekunden-Erg, eingeführt. Es ist daher:

$$1 \text{ metrische Pferdestärke} = 735,75 \text{ oder nahezu } 736 \text{ Watt.}$$

$$1 \text{ englische Pferdestärke} = 745,96 \text{ „ „ } 746 \text{ Watt.}$$

Im Folgenden ist die Pferdestärke immer zu 736 Watt angenommen.

Arbeit. — Die Einheit der Arbeit ist das Erg; sie ist von der Zeit, in der sie geleistet wird, unabhängig. Da aber den Technikern der Begriff der Leistung näher liegt als derjenige der Arbeit, so wird die Einheit der Arbeit auch oft mit Rücksicht auf die Einheit der Leistung definirt. Die Einheit der Arbeit ist dann offenbar diejenige Arbeit, die durch die Einheit des Effekts in der Zeiteinheit geleistet wird. Diese Einheit ist unbequem klein; man verwendet deshalb eine 10 000 000 mal grössere Einheit, das *Sekunden-Watt* oder *Joule*. Heben wir ein Gewicht vom Fussboden auf und stellen es auf einen Tisch, so haben wir damit Arbeit geleistet; der Betrag dieser Arbeit ist unabhängig von der Zeit, in der sie geleistet ist. Der Effekt, mit dem die Arbeit vollendet wurde, ist der Zeit umgekehrt proportional; die Arbeit selbst aber ist eine Kon-

stante und kann durch das Produkt aus Gewicht und Höhe dargestellt werden, auf die das Gewicht gehoben wurde. Wir könnten folglich die Arbeit in Kilogramm-Meter ausdrücken; da aber gewöhnlich der Effekt durch Kilogramm-Meter in der Sekunde dargestellt wird, so ist ein anderer Weg vorzuziehen. Wir können nämlich zu diesem Zweck auch das mechanische Wärmeäquivalent benutzen und die Arbeit in Wärmeeinheiten ausdrücken. Heben wir ein Kilogramm auf die Höhe von 424 m, so leisten wir damit eine Arbeit, die einer Kalorie äquivalent ist. Diese ist gleich der Wärmemenge, die erforderlich ist, um ein Kilogramm Wasser um einen Grad Celsius zu erwärmen. Nach einer einfachen Rechnung ergibt sich:

$$1 \text{ Kalorie} = 4159,44 \text{ Joule oder Sekunden-Watt.}$$

Der Gebrauch dieser Einheiten möge an folgendem Beispiel erläutert werden. Glühlampen brennen oft zu dekorativen Zwecken unter Wasser. Wir wollen nun annehmen, dass eine solche Lampe, deren Energieverbrauch 60 Watt beträgt, in einem Gefässe brennt, das 1 l oder 1 kg Wasser von 20° enthält. Wir setzen voraus, dass die Energie, die die Lampe in Wärme umsetzt, vollständig an das Wasser abgegeben wird und kein Verlust in Folge von Wärmestrahlung entsteht. Wie lange dauert es unter diesen Umständen, bis das Wasser ins Kochen geräth?

Die Temperatur wird den Siedepunkt erreichen, wenn 80 Kalorien an das Wasser abgegeben worden sind. Dies ist der Fall, wenn die Lampe $80 \times 4159,44 = 332775$ Joule dem umgebenden Wasser mitgetheilt hat. Da in einer Sekunde 60 Joule von der Lampe abgegeben werden, oder 3600 Joule in einer Minute, so dauert es 92,43 Minuten oder ungefähr $1\frac{1}{2}$ Stunden, bis das Wasser kocht. In Wirklichkeit vergeht eine etwas längere Zeit, da wir das Gefäss nicht vollständig vor Ausstrahlung schützen können.

10. Mathematische und physikalische Pole.

In derselben Weise, wie wir zwischen mathematischen und physikalischen Punkten unterscheiden, müssen wir auch mathematische und physikalische Pole eines Magnetes trennen. Die Magnete in Fig. 3, 4 und 5 haben physikalische Pole, d. h. Pole von einer gewissen Ausdehnung. Die Pole bilden diejenigen Theile des Magnetes, von denen Kraftlinien ausgehen; diese Theile haben, wie die Figuren zeigen, eine gewisse Ausdehnung. Bei Fig. 4 kann man thatsächlich

nur schwer die Pole von den andern Theilen des Stabes trennen, da die Kraftlinien fast von der ganzen Oberfläche ausgehen. Sie sind jedoch an den Enden am dichtesten, und wir nennen deshalb die Endpunkte des Stabes gewöhnlich Pole, ohne ihrer Ausdehnung genau bestimmte Grenzen zuzuschreiben. Diese unbestimmte Anordnung der Kraftlinien ist offenbar für die mathematische Behandlung unbequem, und um über diese Schwierigkeit hinwegzukommen, denken wir uns den physikalischen Magnet durch einen idealen oder mathematischen ersetzt, bei dem die Endpunkte die Pole bilden, von denen alle Kraftlinien ausgehen. Ein für sich allein existirender Pol ist in der Natur nicht möglich, wir können aber unsern idealen Magnet lang genug machen und dadurch seine Pole soweit auseinander bringen, dass man in der Nachbarschaft jedes einzelnen dieselbe Wirkung erreicht, als wenn nur ein einziger Pol vorhanden wäre. Die Stärke eines physikalischen oder mathematischen Magnetes kann als Produkt aus seiner Länge — d. h. der Entfernung seiner beiden Pole — und dem freien Magnetismus an einem der Pole betrachtet werden. Dies Produkt nennt man *magnetisches Moment*. Wir nehmen hierbei an, dass an jedem Pol eine bestimmte Menge von magnetischem Fluidum konzentriert ist, von dem die Kraftlinien ausgehen. Dies Fluidum ist zwar an beiden Polen von gleicher Beschaffenheit, muss sich aber dem Vorzeichen nach unterscheiden. An dem einen Ende des Magnetes haben wir positives oder nordmagnetisches Fluidum, am andern negatives oder süd magnetisches. Wenn wir voraussetzen, dass die Kraftlinien vom Nordpol durch die Luft zum Südpol verlaufen, so können wir auch sagen, dass die nordmagnetische Masse die Kraftlinien aussendet und die süd magnetische sie wieder absorbiert. In dieser Definition nehmen wir diejenige Richtung der Kraftlinie als positiv an, in der sich ein freier Nordpol durch das Feld bewegt. Ob das magnetische Fluidum wirklich existirt oder nicht, ist von keiner praktischen Bedeutung. Es empfiehlt sich, den Begriff beizubehalten, da er den Thatsachen nicht im Geringsten widerspricht und sich wohl dazu eignet, die Eigenschaften der Magnetpole darzustellen. Die Anziehungskraft eines Magnetes ist unter dieser Voraussetzung der Menge des magnetischen Fluidums oder, wie man auch zu sagen pflegt, des an den Polen konzentrierten *freien Magnetismus* proportional; ferner muss die Feldstärke der Menge des freien Magnetismus an den Polen proportional gesetzt werden.

11. Das magnetische Feld eines mathematischen Pols.

Es möge M in Fig. 7 den Nordpol eines mathematischen Magnetes vorstellen, der so lang ist, dass wir den Südpol ausser Betracht lassen können. Die Menge des in dem Pol konzentrirten magnetischen Fluidums soll gleichfalls mit M bezeichnet werden, und in der Entfernung r_2 von M möge sich ein zweiter Nordpol befinden, dessen freier Magnetismus gleich m sei. Nach dem bekannten Gesetz ist die Abstossung zwischen den beiden gleichnamigen Polen durch den Ausdruck $\frac{mM}{r_2^2}$ bestimmt. Wir beschreiben nun mit dem Radius r_2 um M eine Kugelfläche K_2 ; bewegt sich der Pol m alsdann

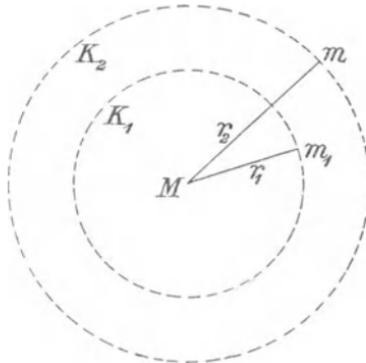


Fig. 7.

auf dieser Kugelfläche, so wechselt die Kraft, mit der sich die Pole M und m abstossen, zwar ihre Richtung, behält aber stets denselben numerischen Werth. Die Kugelfläche K_2 ist also ein Ort konstanten magnetischen Potentials. Die Kraftlinien des Feldes von M sind Radien dieser Kugelfläche und schneiden diese also unter rechtem Winkel. Wird nun der Pol m aus seiner Lage auf der Niveaufläche K_2 nach m_1 auf der Niveaufläche K_1 verschoben, so wird dabei eine Arbeit geleistet, deren Werth offenbar durch

$$\int_{r_2}^{r_1} \frac{Mm}{r^2} dr = - Mm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

gegeben ist; das negative Vorzeichen bedeutet hier, dass Arbeit aufzuwenden ist. Dieser Ausdruck ist aber gleich dem Unterschied

Drittes Kapitel.

12. Magnetisches Moment. — 13. Messung schwacher magnetischer Felder. — 14. Anziehungskraft von Magneten. — 15. Praktische Beispiele.

12. Magnetisches Moment.

Wie wir bereits erwähnten, ist das Moment M eines Magnetes gleich dem Produkte seiner Polstärke μ und seiner Länge l . Setzen wir

$$\mu = \frac{F}{4\pi},$$

so wird

$$M = \frac{lF}{4\pi}.$$

F ist die Anzahl der magnetischen Kraftlinien, welche von einem zum andern Ende des Stabes verlaufen. Bezeichnen wir mit \mathfrak{B} die Anzahl dieser Linien, die auf 1 qcm kommen, und mit q den Querschnitt des Stabes, so wird

$$M = \frac{lq\mathfrak{B}}{4\pi}.$$

Der Buchstabe \mathfrak{B} bezeichnet die Kraftliniendichte im Stabe, die gewöhnlich *spezifische Induktion* oder kurz *Induktion* genannt wird. Da lq das Volumen des Stabes ist, so kann man auch sagen: *das Moment eines geraden Magnetstabes ist gleich seinem Volumen multipliziert mit dem Quotienten der spezifischen Induktion und 4π .*

Der Magnetstab möge nun in einem magnetischen Felde von der Stärke \mathfrak{H} aufgehängt sein, dessen Kraftlinien horizontal und rechtwinklig zur magnetischen Achse des Stabes verlaufen. Dann wird der Nordpol in der Richtung der Kraftlinien des Feldes vorwärts getrieben, und der Südpol erfährt eine Anziehung in der entgegengesetzten Richtung. Diese beiden Kräfte setzen sich zu einem Drehungsmomente zusammen, das durch den Ausdruck

$$D = 1 \mu \oint = \frac{1 q \mathfrak{B} \oint}{4 \pi}$$

gegeben ist. Hier ist D in Dynen-Centimeter gemessen; um es in Gramm-Centimeter zu erhalten, haben wir den obigen Ausdruck durch 981 zu theilen.

Ein Beispiel möge einen Begriff von der Grösse der Kräfte geben, mit denen wir bei den magnetischen Anziehungen zu rechnen haben. Nehmen wir einmal an, wir magnetisirten einen grossen Stahlstab und hingen ihn im Erdfelde auf, d. h. wir stellten uns eine gewaltige Kompassnadel her. Wie gross müsste dann das Drehungsmoment sein, durch das dieser Stab in der Ost-West-Richtung gehalten würde? Der Magnet sei 1 m lang und habe 10 qcm Querschnitt. Bei Anwendung der nöthigen Mittel sind wir im Stande, auf jedem Quadratcentimeter der Endflächen des Stabes 400 Einheiten freien Magnetismus anzuhäufen, was einer Induktion von etwa 5000 Kraftlinien auf 1 qcm des Querschnittes entsprechen würde. Für die Stärke des Erdfeldes haben wir 0,18 C.G.S.-Einheiten in Rechnung zu setzen. Führen wir diese Werthe in obige Gleichung ein, so finden wir, dass das Erdfeld auf den in der Ost-West-Richtung befindlichen Magnet ein Drehungsmoment von 730 Gramm-Centimeter ausüben würde. Um den Stab in dieser Lage zu halten, hätten wir demnach an einem Ende eine Kraft von 14,60 g aufzuwenden. Dies ist ein sehr geringer Werth in Anbetracht der Dimensionen des Stabes, dessen Gewicht etwa 8 kg betragen würde. Man muss jedoch bedenken, dass, wenn auch der Magnet sehr kräftig ist, das Feld, in dem er sich befindet, nur geringe Stärke besitzt. Hätten wir ein stärkeres Feld benutzt, wie man es leicht mit stromdurchflossenen Drahtspulen herstellen kann, so würde das Drehungsmoment weit grösser gewesen sein. Man kann ein Feld von 500 C.G.S.-Einheiten noch in einfacher Weise zwischen zwei Spulen herstellen, deren Windungsflächen parallel und deren Abstand von einander gleich ihrem Radius ist. Hängen wir unsern Stabmagnet in einem solchen Felde senkrecht zu den Kraftlinien auf, so wäre das Drehungsmoment

$$\begin{aligned} D &= 100 \times 100 \frac{5000}{4 \pi} \times \frac{500}{981} \\ &= 2\,030\,000 \text{ Gramm-Centimeter} \\ &= 20,3 \text{ Kilogramm-Meter.} \end{aligned}$$

Um den Magnet demnach so zu halten, dass seine Achse parallel den Windungsebenen der Spulen ist, haben wir an jedem seiner Enden und senkrecht zu seiner Achse eine Kraft von 20,3 kg* anzubringen.

13. Messung schwacher magnetischer Felder.

Diese Berechnung ist nur unter der Annahme richtig, dass der Magnetismus des Stabes unverändert bleibt, wenn wir ihn in das Feld bringen. Bei grossen Feldstärken findet dies in Wirklichkeit nicht statt. Ein Feld von 500 C.G.S.-Einheiten hat aber schon eine grosse Stärke und würde den Magnetismus des Stabes ändern, selbst wenn er aus dem härtesten Stahle verfertigt wäre.

Die oben durchgeführte Berechnung des Drehungsmomentes ist daher nur annäherungsweise richtig und sollte nur einen Begriff von der Grössenordnung der Kräfte geben, die hier in Wirksamkeit treten. In einem schwachen Feld bleibt der Magnetismus eines stark magnetisirten Stahlstabes unverändert, weshalb man ihn auch als *permanenten* Magnet bezeichnet. Das Moment eines solchen Stabes ist daher in jeder Lage innerhalb eines schwachen Feldes konstant, eine Thatsache, deren man sich mit Vortheil bei der Bestimmung der magnetischen Feldstärke bedient.

Auf den ersten Blick könnte es scheinen, dass sich die Feldstärke, wenn das Moment des Stabes bekannt ist, leicht durch Messung des Kräftepaares bestimmen liesse, das erforderlich ist, um den Magnet senkrecht zur Richtung der Kraftlinien zu halten. Doch ist eine solche Messung nicht mit der nöthigen Genauigkeit auszuführen. Denn einerseits ist das Kräftepaar, wenn das Feld schwach ist und der Stab mässige Dimensionen hat, ausserordentlich klein und deshalb schwer zu ermitteln, andererseits ist die Bestimmung eines magnetischen Momentes selbst schwieriger auszuführen, als die einer Feldstärke.

Die allgemein übliche Methode zur Bestimmung schwacher Felder, besonders des Erdfeldes, ist von Gauss angegeben und setzt zwei Versuche voraus, die mit demselben Magnet anzustellen sind. Zuerst wird eine Magnetonadel durch den Stab abgelenkt, und aus der relativen Lage und Entfernung beider, sowie aus der Ablenkung der Nadel, wird $\frac{M}{S}$, d. h. das Verhältnis des Momentes des Stabes zur Stärke des Feldes ermittelt. Dann versetzen wir den Magnetstab in

Schwingungen und bestimmen seine Schwingungsdauer. Nach einem bekannten Satze ist diese der Quadratwurzel aus dem Trägheitsmomente des schwingenden Körpers, das für einen cylindrischen Stab leicht aus den Dimensionen zu berechnen ist, direkt und der Quadratwurzel aus der Direktionskraft $M\mathfrak{H}$ umgekehrt proportional. Durch Multiplikation der beiden Werthe, die sich für $\frac{M}{\mathfrak{H}}$ und $M\mathfrak{H}$ ergeben, erhalten wir M^2 und durch Division \mathfrak{H}^2 , sodass durch die beiden Beobachtungen sowohl das Moment des Magnetstabes als auch die Stärke des Feldes bestimmt ist.

Da diese Methode in allen Lehrbüchern beschrieben ist, wollen wir hier nicht weiter auf ihre Einzelheiten eingehen, um so mehr, als sie uns bei hohen Feldstärken, mit denen man es in der Technik meistens zu thun hat, nur ein Mittel zur Vergleichung liefert. Starke Felder misst man nämlich meistens nach einer andern Methode, die auf der elektromagnetischen Induktion beruht und bei der man zwei Drahtspulen und ein ballistisches Galvanometer benutzt. Die eine der Drahtspulen wird vom Erdfelde, die andere von dem zu messenden Felde beeinflusst; die dadurch bewirkten Ablenkungen des Galvanometers setzen uns in Stand, die beiden Felder zu vergleichen. Die Behandlung dieser Aufgabe muss für ein späteres Kapitel vorbehalten bleiben, in dem wir uns mit der Wechselwirkung zwischen Magnetfeldern und elektrischen Strömen zu beschäftigen haben.

14. Die Anziehungskraft von Magneten.

Die im vorigen und in diesem Kapitel entwickelten Formeln setzen uns in Stand, die Kraft, mit der ein permanenter Magnet einen andern oder ein durch Induktion magnetisirtes Stück Eisen anzieht, in Dynen oder Gramm auszudrücken. Wenn die Entfernung des einen der anziehenden oder abstossenden Pole im Vergleich zu den Abmessungen des Magnetes gross ist, lässt sich die Berechnung einfach durchführen. Wir können uns in diesem Falle die physikalischen Magnete durch ihnen äquivalente ideale Magnete mit punktförmigen Polen ersetzt denken, deren gegenseitige Wirkung dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. Wir erhalten dann ganz bestimmte Ausdrücke für die zwischen den Magneten wirkenden Kräfte und die sich hieraus ergebenden Kräftepaare. In dieser Form hat jedoch die Aufgabe kein Interesse für den Konstrukteur von

Dynamomaschinen und braucht deshalb auch hier nicht weiter verfolgt zu werden. Uns interessirt die Anziehung zwischen magnetischen Flächen, deren Ausdehnung im Vergleich zu ihrer Entfernung gross ist; in diesem Falle ist das oben angegebene Gesetz nicht mehr gültig. Wenn wir die Anziehung zwischen den Polschuhen und dem Anker einer Dynamomaschine ermitteln wollen, so können wir uns für die Berechnung den Magnetismus nicht in Punkten konzentriert denken, sondern wir müssen eine Vertheilung über be-

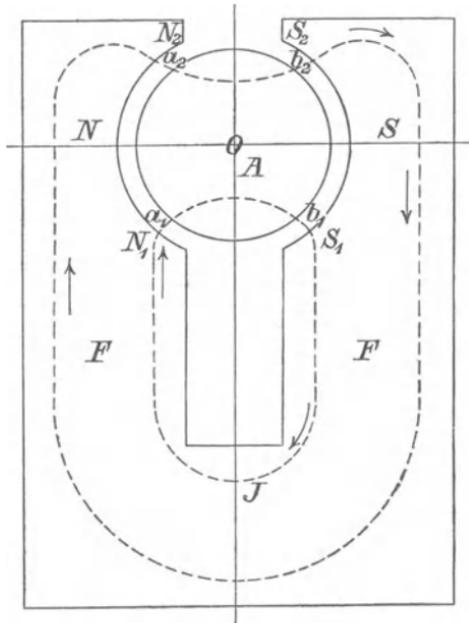


Fig. 8.

stimmte Flächen voraussetzen. Die sich hierbei ergebenden Kräfte können unter gewissen Bedingungen sehr bedeutend sein und müssen, da sie direkt auf die Achse, die Lager und sonstige Theile der Maschine wirken, genau bestimmt und bei der Berechnung berücksichtigt werden.

Bevor wir zu der theoretischen Betrachtung dieses Gegenstandes übergehen, wollen wir seine praktische Bedeutung für einen bestimmten Fall ins Auge fassen. Fig. 8 stellt die Feldmagnete F F und den Ankerkern A einer gewöhnlichen Dynamomaschine schematisch

dar. Die Kraftlinien verlaufen von dem links gelegenen Nordpol $N_1 N N_2$ durch den schmalen Luftzwischenraum $a_1 a_2$ in den Ankerkern A , von hier wieder durch den Luftzwischenraum $b_1 b_2$ in den Polschuh $S_1 S S_2$ und kehren durch das Joch J zum Nordpol zurück; sie bilden so einen geschlossenen magnetischen Kreis. Zwei solche Kreise sind in der Figur durch punktirte Linien gekennzeichnet, während die Richtung der Kraftlinien durch Pfeile angedeutet ist. Wie wir schon im vorigen Kapitel erwähnten, müssen die Flächen der Polschuhe und des Ankers Aequipotentialflächen sein, was sich auch leicht durch einen Versuch nachweisen liess. Die im Luftraum verlaufenden Kraftlinien müssen deshalb überall senkrecht auf diesen Flächen stehen, also vom Mittelpunkt O des Ankers aus radial verlaufen. An den Ecken der Polflächen wird ihre eigentliche radiale Richtung natürlich etwas geändert werden, aber wir vernachlässigen absichtlich den Einfluss dieser Störung. Denken wir uns nun einen Einheitspol nach N_2 gebracht, so wird er von der Oberfläche des Polschuhes in radialer Richtung abgestossen und in gleicher Richtung von der Oberfläche des Ankers angezogen werden. Die auf den Pol wirkende Kraft ist daher die Summe dieser Anziehung und Abstossung. Bringen wir anderseits den Einheitspol auf die Fläche des Polschuhes S , so wird er von dieser angezogen und von der Ankerfläche abgestossen. Wir gehen jetzt wieder auf den ersten Fall zurück und denken uns den Einheitspol fest mit der Fläche des Polschuhes N verbunden oder besser noch als Theil derselben. Diese Annahme führt zur Betrachtung der Kräfte, die auf ein Element der Polfläche $N_1 N N_2$ wirken, dessen Grösse so gewählt ist, dass in ihm die Einheit der magnetischen Masse concentrirt ist. Augenscheinlich kann ein solches Element keine Abstossung durch die übrige Fläche erfahren, da es einen Theil derselben bildet. Die eine Kraft, die, wie wir oben fanden, auf den freien Einheitspol wirkt, fällt damit fort. Die andere Kraft, die nach der Oberfläche des Ankers hin gerichtete Anziehung, bleibt jedoch unverändert bestehen. Jedes Element der Oberfläche des Polschuhes erfährt somit eine nach dem Anker zu gerichtete Anziehung, und da Wirkung und Gegenwirkung gleich und entgegengesetzt gerichtet sein müssen, so wird daher der gesammte Anker von der Oberfläche des Polschuhes angezogen.

Dieselbe Ueberlegung gilt auch für die andere Seite der Maschine. Denken wir uns, der Einheitspol bilde einen Theil der dem

Polschuh S gegenüberliegenden Ankeroberfläche, so findet eine nach rechts gerichtete Anziehung statt, wenn auch die im gleichen Sinne gerichtete Abstossung nicht mehr wirkt. Da dies für jedes Theilchen der gesammten Ankeroberfläche gilt, welche vom Polschuh S_1SS_2 umschlossen wird, so erfährt der Anker als Ganzes eine nach rechts gerichtete Anziehung. Wenn der Anker genau symmetrisch zum Felde angeordnet ist, so hebt die nach links gerichtete Anziehung die im entgegengesetzten Sinne wirkende auf, und die Lager erfahren daher keinen seitlichen Druck.

Ebenso kann ein Druck in der Richtung nach oben oder nach unten stattfinden, wenn der Anker unsymmetrisch zum Durchmesser NOS liegt. Denken wir uns z. B. die obere Hälfte beider Polschuhe entfernt, so würde der Anker durch den Nordpol nicht nur nach links, sondern auch nach unten gezogen werden, und in ähnlicher Weise würde der Südpol nach rechts und nach unten anziehend wirken. Die beiden horizontalen Komponenten heben einander auf, die beiden vertikalen verstärken sich jedoch und erzeugen einen abwärts gerichteten Druck auf die Lager, der den vom Gewichte des Ankers herrührenden verstärkt. In gleicher Weise, wenn auch in schwächerem Grade, muss die geringste Ungleichheit zwischen der obern und der untern Hälfte der Polschuhe wirken. Da nun eine völlige Symmetrie in jeder Richtung praktisch nicht immer herzustellen ist, so muss man die mechanischen Kräfte ungefähr abschätzen können, die bei mangelhafter Symmetrie auftreten können. Wir wollen diesen Gegenstand noch von einem allgemeineren Standpunkt aus betrachten.

Denken wir uns einmal einen ringförmigen, an einer Stelle aufgeschnittenen Magnet, wie ihn Fig. 9 zeigt. Das gesammte von einem solchen Magnet erzeugte Feld liegt in dem engen Spalt zwischen den beiden Schnittflächen. Bei einem geraden Magnetstabe ist offenbar der Quotient aus der an jedem Polende angehäuften magnetischen Masse und der Polfläche gleich dem magnetischen Momente dividirt durch das Volumen des Stabes. Dieser Quotient wird *die Stärke der Magnetisirung* genannt. Dass diese Definition für gekrümmte Magnete nicht mehr gültig ist, leuchtet sofort ein, wenn wir uns einen geraden Magnetstab kreisförmig gebogen denken, so dass sich die Pole beinahe berühren. Das magnetische Moment, das als Produkt aus Stärke und Entfernung der Pole definirt wurde, ist dadurch kleiner geworden, während die auf jedem Pole ange-

häufte magnetische Masse keine Abnahme erfahren hat. Um eine auch für gekrümmte Magnete gültige Definition aufzustellen, dürfen wir nicht das Verhältnis des ganzen magnetischen Momentes zum gesammten Volumen betrachten, sondern müssen das Verhältnis des magnetischen Momentes eines kleinen, aus der gesammten Masse herausgeschnittenen Theilchen zum Volumen desselben in Rechnung setzen. Einfacher ist es indessen, gänzlich von dem Begriffe der Stärke der Magnetisirung zu abstrahiren und dafür *die Dichte der magnetischen Masse* einzuführen. Wir nehmen daher an, die magnetische Masse sei gleichförmig über die Polflächen mit einer Dichte m ausgebreitet, und meinen damit, dass auf jedem Quadratcentimeter der Oberfläche m C.G.S.-Einheiten der magnetischen Masse angehäuft

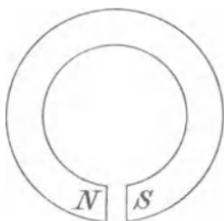


Fig. 9.

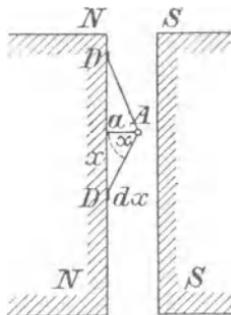


Fig. 10.

seien. Jedes Theilchen der magnetischen Masse stösst einen punktförmigen Pol von gleichem Magnetismus mit einer Kraft ab, deren Grösse dem Quadrate der Entfernung beider umgekehrt proportional ist und deren Richtung in die Verbindungslinie beider fällt. Die Einzelkräfte sind somit nach Grösse und Richtung verschieden und setzen sich zu einer Resultante zusammen, die, wie wir im Folgenden zeigen wollen, durch Integration der Einzelkräfte gefunden werden kann.

Wir wollen nun mit Hülfe der Fig. 10, die den Zwischenraum zwischen den Polflächen in grösserm Maassstabe darstellt, die Kraft betrachten, welche die Polflächen auf einen zwischen ihnen im Punkte A befindlichen Einheitspol ausüben. Hierzu nehmen wir an, es befinde sich im Punkte D der Polfläche NN ein magnetisches Theilchen mit dem Magnetismus σ , und es sei ferner der senkrechte Abstand zwischen A und der Polfläche NN gleich a , der Abstand

der Fläche SS. Eine ähnliche Betrachtung, wie die oben durchgeführte, zeigt, dass diese ebenfalls gleich $2\pi m$ ist. Die Gesamtkraft, die auf einen in dem Luftzwischenraum zwischen den Polflächen NN und SS befindlichen Einheitspol ausgeübt wird, ist demnach unter der Annahme, dass die Breite des Zwischenraums im Verhältnis zu der Ausdehnung der Flächen klein ist,

$$2P = 4\pi m.$$

Mit Hülfe dieses Ausdrucks können wir die Feldstärke in dem Luftzwischenraum berechnen. In Uebereinstimmung mit den allgemein gültigen Festsetzungen bezeichnen wir die Stärke desjenigen Feldes mit Eins, in dem auf jeden Centimeter eine Kraftlinie kommt oder in dem auf den Einheitspol eine Kraft von einer Dyne ausgeübt wird. Beträgt diese Kraft $4\pi m$ Dynen, so kommen in dem Felde auf jeden Centimeter $4\pi m$ Kraftlinien. Bezeichnen wir wieder die Feldstärke oder *Induktion* mit dem Symbol \mathfrak{H} , so erhalten wir

$$\mathfrak{H} = 4\pi m.$$

Es sei nun Q der Inhalt jeder Polfläche in Centimeter, dann ist $F = Q\mathfrak{H}$ die Gesamtzahl der Kraftlinien, die von einer Fläche zur andern verlaufen, und $M = mQ$ die gesammte Polstärke jeder Fläche oder die gesammte magnetische Masse, die auf jeder Fläche angehäuft ist. Wir haben deshalb

$$F = 4\pi M,$$

d. h., die Gesamtzahl der Kraftlinien ist 4π mal so gross, wie die gesammte Polstärke. Wir finden mithin das gleiche Ergebnis, wie im vorigen Kapitel, wo wir einen einzelnen Pol betrachteten. Da damals aber das Feld den Pol an allen Seiten umgab, war es nicht von vornherein klar, dass dieser Ausdruck auch noch für den Fall Gültigkeit behalten würde, wo das Feld gleichsam einseitig ist, d. h. sich von dem Pol aus nach einer Seite hin ausdehnt. Wie wir gesehen haben, ist dies jedoch der Fall, und die Formel

$$F = 4\pi M,$$

ist allgemein gültig.

Wir kehren nun zu Formel (2) zurück. Die Abstossung, welche die Polfläche NN auf einen in der Nähe befindlichen Nordpol von der Einheit der Stärke ausübt, ist bekanntlich gleich $2\pi m$. Wäre der Einheitspol ein Südpol, so würden wir denselben Ausdruck, jedoch

mit umgekehrtem Vorzeichen finden; die zwischen Pol und Fläche wirkende Kraft hat somit entgegengesetzte Richtung, ist also eine Anziehung. Unser Pol sei nun ein Theil der südlichen Polfläche SS. Wir erkennen sofort, dass jedes Theilchen dieser Fläche, das die Einheit der magnetischen Masse besitzt, von der Polfläche NN mit einer Kraft von $2\pi m$ Dynen angezogen wird. Da sich auf der südlichen Polfläche mQ solcher Theilchen befinden, so ist die gesammte Anziehungskraft, die zwischen beiden Flächen wirkt, $k = 2\pi m^2 Q$. Diesen Ausdruck können wir auf eine bequemere Form bringen, wenn wir die Feldstärke oder Induktion \mathfrak{S} einführen.

Da

$$m = \frac{\mathfrak{S}}{4\pi},$$

also

$$m^2 = \frac{\mathfrak{S}^2}{16\pi^2} \text{ ist,}$$

so wird

$$k = 2\pi m^2 Q = \frac{Q\mathfrak{S}^2}{8\pi}.$$

Es ist jedoch zu bedenken, dass diese Formel nur dann richtig ist, wenn die Entfernung der Polflächen im Verhältnis zu ihrer Ausdehnung so klein ist, dass man den störenden Einfluss der Kanten, wo die obere Grenze für den Winkel α kleiner als $\frac{\pi}{2}$ ist, vernachlässigen kann. Selbst wenn die Entfernung zwischen den Polschuhen merklich ist, behält die Formel trotzdem für den Fall Gültigkeit, dass sich die eine der Polflächen, wie bei den Dynamomaschinen, weit über die Grenzen der andern ausdehnt. Stehen die Flächen in unmittelbarer Berührung, wie z. B. bei einem Hufeisenmagnet und seinem Anker, so kann die Formel ohne Weiteres angewendet werden; sind jedoch die Polflächen klein und ihre Entfernung beträchtlich, so muss der Einfluss der Kanten berücksichtigt werden. Für praktische Zwecke genügt jedoch gewöhnlich eine angenäherte Kenntnis der Anziehungskraft, und deshalb ist hier die Formel

$$K = \frac{Q\mathfrak{S}^2}{8\pi} \text{ Dynen (3)}$$

meistens hinreichend genau.

15. Praktische Beispiele.

Wir wollen jetzt die Anwendung dieser Formel durch einige Beispiele erläutern. Fig. 11 stelle einen Hufeisenmagnet M mit seinem Anker A dar. Die Schenkel mögen einen Querschnitt von 3 qcm besitzen, und die Induktion (Kraftliniendichte auf 1 qcm) in ihnen betrage 20 000 C.G.S.-Einheiten. Dann ist die Kraft, mit der der Anker von jedem Schenkel angezogen wird, gleich

$$\frac{9 \times 20\,000^2}{8 \times 3,14} \text{ Dynen.}$$

Um die Kraft in Kilogramm zu erhalten, haben wir diesen Ausdruck durch 981 000 zu dividiren, und erhalten somit als Anziehungskraft beider Schenkel

$$K = \frac{9 \times 20\,000^2}{25,12 \times 981\,000} \times 2 \sim 292 \text{ kg*}.$$

Als zweites Beispiel möge die Dynamomaschine dienen, welche durch Fig. 8 dargestellt ist. Ihr Anker habe einen Durchmesser von 30 cm und eine Länge von 40 cm. Die Polschuhe sollen an jeder Seite einen Winkel von 120° umfassen. Die mittlere Kraftliniendichte (Induktion) im Anker sei $\mathfrak{B} = 5000$. Wir werden später zeigen, dass die Kraftliniendichte nicht im ganzen Bereiche des Luftzwischenraumes zwischen Polschuhen und Anker konstant ist, sondern dass sie oberhalb des Durchmessers NOS grösser und unterhalb dieses Durchmessers kleiner ist, als ihr Mittelwerth. Den Grund für diese Verschiedenheit können wir hier noch nicht angeben, da er von der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten abhängt, die wir in den folgenden Kapiteln behandeln werden. Vorläufig nehmen wir an, dass ein solcher Unterschied existirt, und zwar möge die mittlere Kraftliniendichte oberhalb des Durchmessers NOS 4800 und unterhalb desselben 5200 betragen.

Die Anziehung des obern rechten Viertels des Ankers ist unter der Annahme, dass die Ausbohrung in den Polschuhen auf jeder Seite einen Winkel von 120° umschliesst, um 30° gegen den Durchmesser NOS geneigt. Ihre vertikale Komponente ergibt sich durch Multiplikation der Gesamtkraft mit $\sin 30^\circ$ und ist somit die Hälfte der Gesamtkraft. Aehnlich liegen die Verhältnisse für die linke obere Hälfte. Die gesammte nach oben gerichtete Kraft, die auf

die obere Hälfte des Ankers wirkt, ist demnach der Anziehung gleich, welche die obere Hälfte eines Polschuhes ausübt. In derselben Weise finden wir, dass die gesammte abwärts gerichtete Kraft, welche auf die untere Hälfte des Ankers wirkt, gleich der Anziehung der untern Hälfte eines Polschuhes ist. Die Differenz dieser beiden Kräfte stellt einen Druck dar, den der Anker auf die Lager ausübt, und der sich zu seinem Gewichte addirt. Nach Gleichung (3) ergibt sich dieser Druck zu

$$\frac{30 \pi}{6} \times 40 \times \frac{5200^2 - 4800^2}{25,12} \text{ Dynen} \sim 100 \text{ kg}^*.$$

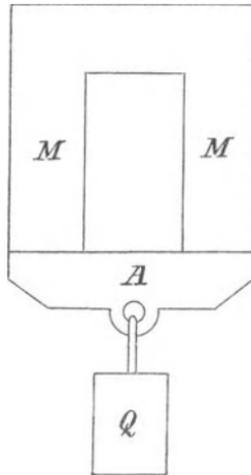


Fig. 11.

Eine Dynamomaschine von den angegebenen Abmessungen würde ungefähr 40 bis 50 P. S. leisten. Eine Vermehrung des Ankerdruckes auf jedes Lager um 50 kg* ist hier bedeutungslos und kann bei der Konstruktion vernachlässigt werden.

Es kann indessen Fälle geben, in denen die magnetische Anziehung nicht mehr zu vernachlässigen ist und auf irgend eine Weise berücksichtigt werden muss. Als Beispiel hierfür möge eine sogenannte Flachringmaschine dienen. Der Anker bildet hier bekanntlich eine flache Scheibe, die zwischen zwei Reihen auf Kreisen angeordneter und einander gegenüberstehender Pole umläuft. Wenn der Anker sorgfältig ausgerichtet ist, wird der Abstand der Pole von der

Scheibe auf jeder Seite derselbe sein, und die zwischen ihnen wirkenden Kräfte werden sich aufheben. Der Anker wird durch Kammlager in der richtigen Lage gehalten, und solange diese nicht abgenutzt sind, ist der Druck, der in axialer Richtung auf ihnen lastet, sehr gering. Kann sich jedoch der Anker in Folge der Abnutzung der Lager oder aus irgend einem andern Grunde der einen Reihe der Polschuhe nähern, so nimmt auf dieser Seite die Feldstärke bedeutend zu; in Folge dessen wird hier eine stärkere magnetische Anziehung auftreten, als auf der andern Seite. Nehmen wir an, in einer 100 pferdigen Maschine betrage die Oberfläche der Polschuhe auf der einen Seite des Ankers 2000 qcm, bei richtiger Stellung des Ankers sei ferner die Länge des Luftzwischenraumes auf jeder Seite 20 mm, und die Induktion im Anker 4600 C.G.S.-Einheiten. Der Anker möge sich nun aus irgend einem Grunde um 2 mm nach einer Seite verschieben, sodass die Induktion auf dieser Seite 5000 und auf der andern 4200 werden möge. Wir erhalten dann eine einseitige Anziehung von

$$\frac{2000 (5000^2 - 4200^2)}{25,12} \text{ Dynen} \sim 600 \text{ kg}^*.$$

Eine Kraft von solchem Betrage muss offenbar bei der Konstruktion der Maschine berücksichtigt werden.

Viertes Kapitel.

16. Wirkung eines elektrischen Stromes auf einen Magnet. — 17. Das magnetische Feld eines Stromes. — 18. Stärke des Feldes eines Stromes. — 19. Einheit der Stromstärke. — 20. Mechanische Kraft zwischen Strömen und Magneten. — 21. Praktische Beispiele.

16. Wirkung eines elektrischen Stromes auf einen Magnet.

Stellen wir eine Kompassnadel, die sich in ihrem Gehäuse befindet, auf einen Tisch und ziehen dicht darüber einen Draht, so sucht sich die Nadel rechtwinklig zu dem Draht zu stellen, sobald diesen ein Strom durchfließt. Steht die Nadel nicht unter dem Einfluss einer andern Kraft, oder ist der Strom sehr stark, so schliesst die Richtung der abgelenkten Nadel mit dem Draht genau einen rechten Winkel ein; wirken dagegen noch andere Kräfte auf die Nadel ein, so stellt sie sich in die Resultante jener und der ablenkenden Kraft des Stromes ein. Wenn wir demnach den Winkel beobachten, um den die Nadel abgelenkt wird, so sind wir im Stande, uns ein Urtheil über die Stärke der ablenkenden Kraft zu bilden, die der Strom ausübt. Wir finden auf diese Weise, dass die Kraft abnimmt, wenn der Draht parallel zu sich selbst um eine gewisse Strecke von der Nadel entfernt wird, dass sich ferner die Richtung der Kraft umkehrt, wenn der Draht unter, statt über der Nadel verläuft, und dass in allen Lagen die Kraft proportional der Stromstärke zunimmt.

17. Das magnetische Feld eines Stromes.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass ein von einem Strom durchflossener Draht auf seiner ganzen Länge von kreisförmigen Kraftlinien umgeben ist, deren Dichte in der Nähe des Drahtes am grössten ist und in weiterer Entfernung von demselben abnimmt. Die Kraftlinien bilden concentrische Ringe, wie sie Fig. 12

zeigt. Es geht dies noch klarer aus Fig. 13 hervor, wo der Draht ein Blatt Papier schneidet, auf dem die Kraftlinien gezeichnet sind. Nach der bekannten Ampère'schen Regel wird die Richtung, in der der Nordpol einer Nadel abgelenkt wird, wie folgt, bestimmt: *Denkt man sich eine menschliche Figur mit dem Strome schwimmend und nach dem Nordpol der Nadel sehend, so wird dieser nach derjenigen Richtung abgelenkt, die der Schwimmer mit ausgestreckter linker Hand*

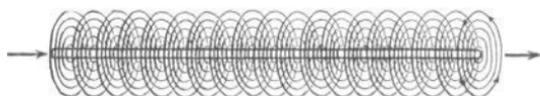


Fig. 12.

anzeigt. In einem der vorhergehenden Kapitel haben wir diejenige Richtung der Kraftlinien eines magnetischen Feldes als positive bezeichnet, in der sich ein beweglicher Nordpol fortbewegt. Vereinigen wir diese Definition mit der Ampère'schen Regel, so können wir sofort die Richtung des magnetischen Wirbels angeben, welcher einen vom Strom durchflossenen Leiter umgibt. Wenn nämlich der Strom im Drahte aufwärts fließt (Fig. 13), so ist die Richtung der Kraftlinien durch die Pfeile angegeben, oder anders ausgedrückt,

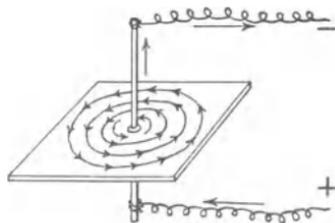


Fig. 13.

wenn wir in die Richtung blicken, in der der Strom fließt, so verlaufen die Kraftlinien in der Drehrichtung des Uhrzeigers. Eine einfache Gedächtnisregel liefert auch die folgende Anschauung. Umfasst man den stromdurchflossenen Leiter mit der rechten Hand in der Weise, dass der ausgestreckte Daumen in die Richtung des Stromes zeigt, dann umfließen die Kraftlinien den Draht so, dass sie an den Spitzen der übrigen Finger austreten.

Dass die Kraftlinien thatsächlich in konzentrischen Kreisen verlaufen, lässt sich leicht durch den Versuch nachweisen. Wir nehmen

zu diesem Zweck eine Glasplatte (Fig. 14) und bohren ein Loch durch ihre Mitte. Darauf wird die Platte mit einer dünnen Paraffinschicht überzogen und mit feinen Eisenfeilspähnen bestreut. Führt man durch das Loch einen Draht und schickt durch diesen einen Strom, so nehmen die auf die Platte gestreuten Eisenfeilspähne, wenn man die Glasscheibe gleichzeitig durch leises Klopfen etwas erschüttert, die in dem Diagramm dargestellte Lage ein. Erwärmt man nun die Platte gelinde, so schmilzt das Paraffin und schliesst die Feilspähne ein, die alsdann beim Abkühlen in ihrer Anordnung erhalten bleiben.

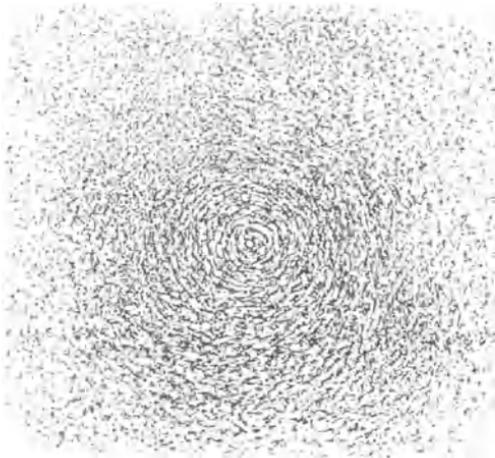


Fig. 14.

18. Die Stärke eines vom Strom erzeugten Feldes.

Nachdem wir gesehen haben, dass ein Stromleiter von einem Wirbel magnetischer Kraftlinien umgeben ist, müssen wir zunächst die Feldstärke für einen beliebigen Punkt in der Nähe des Drahtes bestimmen. Aus der Anordnung der Eisenfeilspähne können wir sogleich schliessen, dass die in einem Punkt ausgeübte Kraft rechtwinklig auf der Ebene steht, die durch diesen Punkt und den Theil des Drahtes geht, dessen Einfluss wir zu bestimmen wünschen. Es ist jedoch unmöglich, direkt die Kraft zu messen, die ein kurzes Stück des Stromleiters auf einen beweglichen Einheitspol ausübt; denn der Strom muss durch weitere Leitungen nach dem kurzen

Stück hin und von da wieder weggeführt werden, und diese Zuleitungen wirken ebenfalls auf den Pol und verdecken den Einfluss des zu untersuchenden Stücks. Ein Strom kann nur in einem geschlossenen Leiter entstehen, und auf den beweglichen Pol muss deshalb nothwendigerweise der ganze Stromkreis wirken. Um das Gesetz experimentell zu untersuchen, wählt man deshalb einen Stromkreis von einer so einfachen Form, dass die von dem geschlossenen Leiter hervorgebrachten Wirkungen einen Schluss auf den Einfluss jedes einzelnen Theils gestatten. Der einfachste Fall besteht darin, dass der Stromleiter einen Kreis bildet, in dessen Mittelpunkt sich der Magnetpol befindet. Bei dieser Anordnung sind alle Theile des Leiters von dem Pol gleich weit entfernt, und die Richtung jedes Stromelements steht senkrecht auf der Verbindungslinie des Elements und des Pols. Die mit einem solchen Apparat gewonnenen Ergebnisse sind natürlich nicht ohne Weiteres auf Stromkreise anwendbar, bei denen die Elemente nicht alle vom Pol dieselbe Entfernung haben und keine rechte Winkel mit den Verbindungslinien zwischen Pol und Element einschliessen. Für den kreisförmigen Stromleiter ergibt sich, dass die auf den Einheitspol ausgeübte Kraft, wenn sich dieser im Mittelpunkt des Kreises befindet, dem Umfang des Kreises und der Stromstärke direkt und dem Quadrat des Radius umgekehrt proportional ist. Wir können daraus schliessen, dass die von einem Element hervorgebrachte Wirkung der Länge des Elements und der Stromstärke direkt, dem Quadrate der Entfernung des Elements vom Pol aber umgekehrt proportional ist; jedoch gilt dies nur in dem Falle, wo das Element rechtwinklig auf der Linie steht, die es mit dem Pol verbindet. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, so lässt uns der Versuch im Stich. Wir müssen hier vorläufig eine Voraussetzung machen, deren Richtigkeit darauf durch den Versuch zu bestätigen ist. Wir nehmen an, dass die Kraft eines Elements, das mit der Verbindungslinie einen spitzen Winkel einschliesst, dem Sinus dieses Winkels proportional ist. Wir führen also statt der Länge des Elements seine Projektion auf die Senkrechte zur Richtungslinie nach dem Pol ein. Ein Element, das vollständig mit dieser Richtungslinie zusammenfällt, würde also überhaupt keine Wirkung auf den Pol ausüben.

Diese Annahme lässt sich leicht durch den Versuch prüfen. Wir wählen zu diesem Zweck einen unendlich langen, geradlinigen Leiter (Fig. 15). In Wirklichkeit existiert ein solcher natürlich nicht;

aber wählt man den Draht sehr lang im Verhältnis zum Abstände des Pols N , so ist die theoretische Bedingung sehr nahe erfüllt, besonders wenn dafür gesorgt ist, dass die andern Theile des Stromkreises von dem Pol möglichst weit entfernt sind. Die Stromstärke i

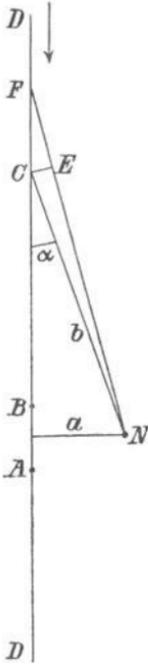


Fig. 15.

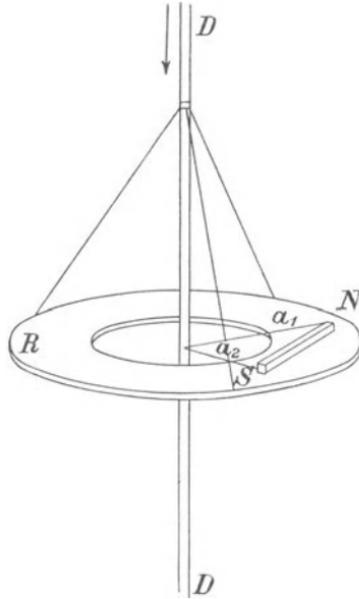


Fig. 16.

im Element AB übt eine Kraft aus, die in absolutem Maass durch den Ausdruck

$$\frac{i \overline{AB}}{a^2}$$

dargestellt wird, während das Element CF nach unserer Annahme die Wirkung

$$\frac{i \overline{CE}}{b^2}$$

ausübt. Integriren wir diese elementaren Kräfte über die ganze Länge des Drahts, und stimmt die so berechnete Resultante mit dem Werthe überein, den der Versuch ergiebt, so können wir natürlich

unsere Annahme für richtig halten. Wir brauchen zu diesem Zweck keine wirkliche Messung vorzunehmen und die Kraft zu ermitteln, da sich die absolute Grösse solcher Kräfte schon aus dem Versuch mit dem kreisförmigen Stromleiter ergibt. Wir haben nur zu prüfen, wie sich die Kraft mit der Entfernung a ändert. Dies lehrt ein sehr einfacher Versuch. In Fig. 16 möge DD den Draht vorstellen, den eine ringförmige hölzerne Scheibe R umgibt, auf die wir einen Magnet NS beliebig hinlegen können. Schicken wir einen Strom durch den Draht, so findet keine Drehung der Scheibe statt, obgleich sich der Magnet, allein betrachtet, wie wir oben sahen, rechtwinklig zu dem Draht zu stellen sucht. Fliessen der Strom in der Richtung des Pfeils, so sucht sich der Nordpol nach vorn im Sinne des Uhrzeigers zu bewegen, während der Südpol die entgegengesetzte Richtung einschlägt. Da jede Kraft für sich allein eine Drehung der Scheibe hervorrufen würde, so müssen die entsprechenden auf die Scheibe ausgeübten Drehungsmomente einander entgegengesetzt gleich sein. Die auf die Pole ausgeübten Kräfte sind deshalb ihren Entfernungen a_1, a_2 vom Draht umgekehrt proportional zu setzen.

Liefert nun auch die Integration der elementaren Kräfte in Fig. 15 dasselbe Ergebnis, so dürfen wir wohl unsere Annahme für richtig halten. Hier sucht die vom Element AB ausgeübte Kraft den Pol N aus der Ebene des Papiers nach vorn heraus zu drehen, dasselbe gilt für CF und jedes andere Element. Ist N ein Einheitspol, so ist die vom Element CF ausgeübte Kraft gleich

$$dP = \frac{i \overline{CE}}{b^2},$$

wo i die Stärke des Stromes in CF und b der Abstand zwischen N und CF ist. Bezeichnen wir die Entfernung zwischen den Elementen AB und CF mit x und wählen CF so klein, dass es als ein unendlich kleiner Zuwachs dx dieser Entfernung angesehen werden kann, so haben wir

$$x = a \operatorname{ctg} \alpha \text{ und } dx = -\frac{a \, d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$dP = \frac{i \sin \alpha \, dx}{b^2} = -\frac{i a \, d\alpha}{b^2 \sin \alpha}.$$

Nun ist

$$b = \frac{a}{\sin \alpha},$$

mithin wird

$$dP = - \frac{i \sin \alpha \, d\alpha}{a}.$$

Wird dieser Ausdruck über die ganze Länge des Drahts von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \pi$ integriert, so erhalten wir als gesammte Kraft

$$P = \frac{2i}{a} \dots \dots \dots (4).$$

Wir sehen also, dass die Kraft, die den Einheitspol N aus der Ebene des Papiers nach vorn herauszudrehen sucht, thatsächlich dem Abstände a zwischen Pol und Draht umgekehrt proportional ist. Unsere obige Annahme ist daher als richtig anzusehen.

19. Einheit der elektrischen Stromstärke.

Da die auf einen im magnetischen Felde befindlichen Einheitspol wirkende Kraft in C. G. S.-Einheiten gleich der Induktion in der Luft oder der Feldstärke \mathfrak{H} ist, so haben wir auch

$$\mathfrak{H} = \frac{2i}{a}; \dots \dots \dots (5)$$

d. h. *die Induktion in einem Punkte des Feldes, das von einem geraden, unendlich langen Stromleiter gebildet wird, ist gleich der doppelten Stromstärke, dividirt durch die Entfernung des betreffenden Punktes vom Stromleiter.* Aus dieser Beziehung können wir sofort die Definition für die Einheit der elektrischen Stromstärke ableiten. *Sie ist gleich der Stärke desjenigen Stromes, der, beim Durchfließen eines geraden, unendlich langen Leiters im Abstände von 1 cm von diesem eine Feldstärke von 2 C. G. S.-Einheiten oder im Abstände von 2 cm die Einheit der Feldstärke erzeugt.*

Diese Definition, die streng richtig ist, lautet indessen in den Lehrbüchern gewöhnlich anders. Man pflegt nämlich sonst die Einheit der Stromstärke mit Rücksicht auf einen kreisförmigen Stromleiter von 1 cm Radius zu definiren. Offenbar übt ein solcher Strom i auf den Einheitspol, der sich im Mittelpunkt des Kreises befindet, die Kraft $2\pi i$ aus; für die Stromstärke 1 ist diese Kraft demnach gleich 2π . Wir können also auch sagen: *Durch einen dünnen kreisförmigen Draht von 1 cm Radius fließt ein Strom von der Stärke 1, wenn er auf einen Einheitspol, der sich im Mittelpunkt des Kreises befindet, eine Kraft von 2π Dynen ausübt.* Die auf die Weise definirte

Einheit der Stromstärke ist von der Technik nicht angenommen, obwohl sie eine ganz passende Grösse besitzt. Gewöhnlich misst man die Stromstärken in einer Einheit, die zehnmal kleiner ist, und nennt diese praktische Einheit das *Ampère*. Demnach ist ein Strom von 25 Ampère gleich einem Strom von 2,5 C. G. S.-Einheiten.

20. Mechanische Kräfte zwischen elektrischen Strömen und Magneten.

In gewisser Weise haben wir schon in dem vorhergehenden Paragraphen die mechanischen Kräfte zwischen Stromleitern und Magneten betrachtet; es geschah dies hauptsächlich zu dem Zweck, um die Eigenschaften kennen zu lernen, die das magnetische Feld

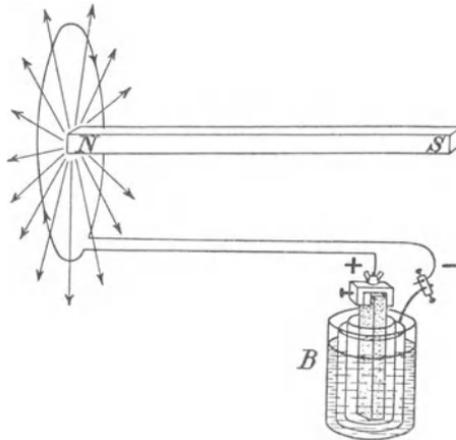


Fig. 17.

eines elektrischen Stromes besitzt. Wir müssen diesen Gegenstand jetzt mehr vom Standpunkt des Technikers prüfen und die Kräfte untersuchen, die Stromleiter und Magnetpole oder magnetische Felder auf einander ausüben. Es ist ohne Weiteres klar, dass bei unsern vorhergehenden Untersuchungen alle Kräfte M mal grösser werden, wenn es sich statt des Einheitspols um einen Pol von der Stärke M handelt. Ferner nimmt die auf den Pol ausgeübte Kraft im Verhältnis von 1 zu r ab, wenn der Radius der Spule r cm statt 1 cm beträgt. Es möge NS in Fig. 17 einen Magnet von der Polstärke M vorstellen; der Nordpol befinde sich im Mittelpunkt eines

kreisförmigen Drahts vom Radius r , der von der Batterie B den Strom i empfängt. Der Magnet soll so lang sein, dass der Einfluss des Stromleiters auf den Südpol zu vernachlässigen ist; alsdann wird der Nordpol mit der Kraft

$$P = \frac{2 \pi i M}{r} \dots \dots \dots (6)$$

nach links getrieben. Nun gehen, wie wir im zweiten Kapitel gesehen haben, von dem Pol $4 \pi M$ Kraftlinien aus. Denken wir uns also um den Pol eine Kugelfläche vom Radius r beschrieben, so ist auf dieser die Dichte der Kraftlinien gleich $4 \pi M : 4 \pi r^2 = M : r^2$. Der ganze kreisförmige Leiter befindet sich demnach in einem Felde von der Stärke $\mathfrak{B} = \frac{M}{r^2}$. Gewöhnlich gebraucht man das Symbol \mathfrak{B} für die Induktion im Eisen, auf die wir später zu sprechen kommen, und bezeichnet die Feldstärke mit \mathfrak{H} . Da wir aber dieses Symbol für das Linienintegral der magnetischen Kraft gebrauchen werden, so ist es am besten, \mathfrak{B} in allen denjenigen Fällen anzuwenden, wo es sich um die Induktion oder die Kraftlinienzahl für das Quadratcentimeter handelt, mögen nun die Kraftlinien im Eisen oder in sonst einem Medium verlaufen. Im vorliegenden Falle besteht dies Medium aus Luft. Die Kraftlinien schneiden den Draht rechtwinklig, und die in irgend einem Punkte wirkende Kraft ist der Achse des Magnetes parallel — d. h. rechtwinklig sowohl zu den Kraftlinien des Feldes wie zu der Richtung des Stromes. Dass eine mechanische Kraft auf den Draht wirken muss, geht daraus hervor, dass nach dem Princip von Aktion und Reaktion keine Wirkung auf den Magnet stattfinden kann, ohne dass eine gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft auf den Stromkreis ausgeübt wird. Wir sahen, dass der Magnet nach links getrieben wird, wenn der Stromkreis fest ist. Denken wir uns jetzt erstern befestigt, so würde letzterer nach rechts hin bewegt. Ein Stromleiter, den man in ein magnetisches Feld bringt, wird daher parallel zu sich selbst und rechtwinklig zu den Kraftlinien des Feldes verschoben. Um die Richtung, in der die Bewegung erfolgt, angeben zu können, denkt man sich eine menschliche Figur mit dem Strome schwimmend und in die Richtung der Kraftlinien sehend, dann zeigt ihre ausgestreckte Linke in die gesuchte Richtung. Die Kraft, die diese Bewegung hervorbringt, ist in dem durch Fig. 17 dargestellten Falle durch die Formel

$$P = 2 \pi i r \mathfrak{B}$$

gegeben. Nun ist $2 \pi r$ gleich der Länge l des kreisförmigen Leiters; die mechanische Kraft, die auf den Stromleiter wirkt, ist deshalb, in Dynen ausgedrückt, gleich dem Produkt aus Stromstärke, Länge des Leiters, soweit er der Einwirkung des Feldes ausgesetzt ist, und Feldstärke. Wir haben also

$$P = li \mathfrak{B} \dots \dots \dots (7)$$

In dieser Formel ist die Stromstärke natürlich in C. G. S.-Einheiten ausgedrückt. Geben wir sie in Ampère an, so erhält man

$$P = li \mathfrak{B} 10^{-1}.$$

Um die Kraft in Kilogramm zu erhalten, haben wir durch 981 000 zu dividieren, also

$$P = \frac{li \mathfrak{B}}{9810000} \text{ kg}^* \dots \dots \dots (8)$$

oder

$$P = 10,19 li \mathfrak{B} 10^{-8} \text{ kg}^* \dots \dots \dots (9)$$

21. Praktische Beispiele.

Auf einen Leiter, in dem ein Strom von 100 Ampère fließt und der sich auf einer Länge von 1 m durch ein Feld von 1000 C.G.S.-Einheiten erstreckt, wirkt demnach eine Kraft von 1,019 kg*.

Diese mechanische Kraft, die sich aus der Wechselwirkung von magnetischen Feldern und elektrischen Strömen ergibt, muss bei den Dynamomaschinen von der primären Maschine überwunden werden, bei den Motoren setzt sie die Achse des Ankers in Bewegung.

Es geht dies deutlich aus Fig. 18 hervor, wo ein Motor oder eine Dynamomaschine schematisch dargestellt ist. Der Einfachheit halber ist die Ankerwicklung nur durch eine Windung ABCD gezeichnet, und die Feldmagnete sind durch punktierte Linien angedeutet. Der enge Raum zwischen der innern Oberfläche des Ankerkerns (gewöhnlich Luftzwischenraum genannt) bildet ein starkes magnetisches Feld, d. h. der Raum wird von Kraftlinien durchsetzt, die sämtlich vom Nordpol radial in den Ankerkern eintreten, und ihn auf der andern Seite ebenfalls radial verlassen und zum Südpol laufen. Wenden wir die oben angegebene Regel über die Richtung, in welcher sich ein stromdurchflossener Leiter in einem magnetischen Felde bewegt, auf den vorliegenden Fall an, so ergibt sich für den

mit AB bezeichneten Theil des Leiters eine nach oben gerichtete Bewegung, während die des Theiles CD nach unten erfolgt. Beide wirken daher im gleichen Sinne und rufen eine Drehung des Ankers hervor, deren Richtung im vorliegenden Falle dem Sinne der Drehung des Uhrzeigers entgegengesetzt ist.

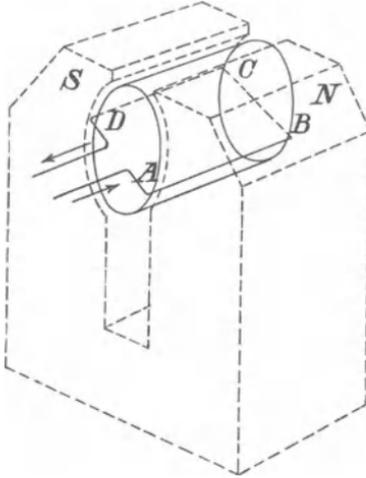


Fig. 18.

Die Anwendung der Formel (9) soll noch am folgenden Zahlenbeispiel erläutert werden. Bei den neuern Dynamomaschinen und Motoren kann die Feldstärke im Luftzwischenraum zu ungefähr 5000 C.G.S.-Einheiten angenommen werden. Fließt nun durch die Drahtwindung AB (Fig. 18) ein Strom von 100 Ampère, so ist die Kraft, die auf einen 10 cm langen Theil der Windung wirkt, gleich 0,5095 kg*.

Fünftes Kapitel.

22. Elektromagnet. — 23. Solenoid. — 24. Magnetische Permeabilität. — 25. Magnetische Kraft. — 26. Linienintegral der magnetischen Kraft. — 27. Gesamte Feldstärke. — 28. Praktisches Beispiel. — 29. Erweiterung der Theorie des Elektromagnetes. — 30. Magnetischer Widerstand.

22. Elektromagnet.

Bisher haben wir nur von Magneten und ihrem Felde gesprochen, ohne zu berücksichtigen, wie sie entstanden sind. Für unsern Zweck war es unwesentlich, ob wir es mit einem permanenten Stahlmagnet oder mit einem Elektromagnete zu thun hatten, wenn sie nur die erforderliche Stärke der Magnetisirung besaßen. Diese ist indessen in der Praxis meistens nicht auf die bekannte Weise zu erreichen, dass man einen Stahlstab mit einem andern Magnet streicht, sondern man muss dazu Elektromagnete anwenden, d. h. Stücke weichen Eisens, welche von einem elektrischen Strom umkreist und dadurch magnetisirt werden. Die Wirkung der Dynamomaschinen, soweit wir sie bis jetzt untersucht haben, hängt ausschliesslich von der Stärke der angewandten Magnete ab. Ehe wir eine Theorie der Wirkung solcher Maschinen aufstellen können, müssen wir daher zunächst wissen, wieviel Magnetismus in einem gegebenen Stück Eisen erzeugt wird, wenn ein gegebener Strom es eine bestimmte Anzahl Male umkreist. Mit andern Worten, wir haben die Beziehung aufzufinden zwischen den *Strom-* oder *Ampèrewindungen*, wie man sie gewöhnlich nennt, und der Gesamtzahl der von ihnen erzeugten Kraftlinien. Es leuchtet sofort ein, dass es für unsern Zweck nur auf die Grösse dieses Produktes ankommt und nicht auf die Art und Weise, wie es zusammengesetzt ist. Die magnetische Wirkung wird dieselbe sein, ob wir einen schwachen Strom in vielen Windungen oder einen starken Strom in wenigen

Windungen um ein Stück Eisen schicken, vorausgesetzt, dass der Raum, den die Windungen einnehmen, und das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl in beiden Fällen dieselben sind. Dies ist leicht ersichtlich, wenn man sich zwei, drei oder mehr Windungen, durch welche ein schwacher Strom fließt, zu einer einzigen zusammengefasst denkt, die dann ein Strom von zwei-, drei- oder mehrfacher Stärke durchläuft. Dehnen wir dies auf die ganze Spule aus, so können wir von einem zum andern Fall übergehen, ohne das Resultat dadurch zu verändern.

Fig. 19 stellt einen Elektromagneten in der Form dar, wie man sie gewöhnlich in physikalischen Laboratorien findet, und soll zeigen,

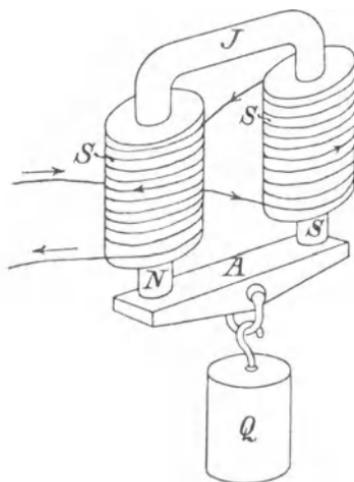


Fig. 19.

wie weiches Eisen durch einen es umkreisenden Strom magnetisch gemacht werden kann. Ein Stück Rundeisen ist nämlich zweimal rechtwinklig umgebogen und bildet den Magnet NJS. Auf die beiden vertikalen Schenkel sind zwei Spulen SS aus isoliertem Kupferdraht geschoben und quer über die Pole des Magnetes ist ein Anker A gelegt, an welchem, um die Kraft des Magnetes zu veranschaulichen, ein Gewicht Q hängt. Solange der Strom in der durch die Pfeile angegebenen Richtung fließt, wird das Gewicht festgehalten, es fällt jedoch in der Regel ab, wenn der Strom unterbrochen wird. Wir sagen mit Absicht in der Regel, weil thatsächlich das Gewicht unter

gewissen Umständen hängen bleibt, obwohl der Strom unterbrochen ist. In einem geschlossenen magnetischen Kreise besteht nämlich ein Theil der Kraft noch fort, nachdem ihre Ursache schon zu wirken aufgehört hat. Hängen wir deshalb an einen Magnet von grosser Tragfähigkeit ein verhältnismässig kleines Gewicht, so kann schon die zurückbleibende Kraft genügen, um es festzuhalten. Da dies jedoch nur eine sekundäre Wirkung ist, brauchen wir sie nicht weiter zu berücksichtigen, und nehmen daher an, dass der Magnet seine Tragfähigkeit verliert, sobald der Strom unterbrochen wird.

Weitere Versuche ergeben, dass die Tragfähigkeit des Magnetes bis zu einem gewissen Grade mit der Stärke des ihn erregenden Stromes zunimmt. Auf Seite 38 zeigten wir, dass zwischen der Tragfähigkeit eines Magnetes und seiner Polstärke, oder besser der Zahl der Kraftlinien, die an seinen Polen austreten, eine bestimmte Beziehung besteht. Mit Hülfe der dort entwickelten Formel können wir aus dem Gewichte, das in jedem Falle erforderlich ist, um den Anker abzureissen, die gesammte durch den Strom erzeugte Induction berechnen. Kennen wir ausserdem die Zahl der Drahtwindungen auf den Spulen, so sind wir im Stande, allgemein anzugeben, wieviel Kraftlinien bei einer bestimmten Anzahl von Ampèrewindungen oder bei einer bestimmten *erregenden Kraft*, wie diese Grösse allgemein genannt wird, in unserm magnetischen Kreise verlaufen. Diese Untersuchungsmethode liefert indessen nur ungenügende Resultate, da die Kanten der Polflächen, wie ebenfalls auf Seite 38 gezeigt ist, einen störenden Einfluss ausüben. Man wendet deshalb gewöhnlich eine andere von Hopkinson angegebene Methode an, um die Beziehung zwischen inducirender und inducirter Kraft für verschiedene Eisensorten abzuleiten. Wir werden hierüber später zu sprechen haben. Vorläufig möge die Bemerkung genügen, dass die inducirte Kraft bis zu einem gewissen Grade mit der inducirenden zunimmt, und dass sie bei weichem Eisen für einen bestimmten Betrag der erregenden Kraft ihr Maximum erreicht.

23. Solenoid.

Wie wir sahen, wirkt eine einzelne kreisförmige Drahtwindung, (siehe Fig. 17), welche vom Strome durchflossen wird, in derselben Weise auf einen Magnet, als ob sie selbst ein Magnet wäre. Hängen wir eine solche Windung so auf, dass sie sich ohne Reibung um

ihren vertikalen Durchmesser drehen kann, so verhält sie sich ähnlich wie eine Kompassnadel. Sie wird sich nämlich so einstellen, dass ihre Windungsebene in die Ost-West-Richtung fällt, und dass der sie durchfliessende Strom in der obern Hälfte der Windung von Westen nach Osten und in der untern Hälfte von Osten nach Westen verläuft. Wir führen jetzt an Stelle der einzelnen kreisförmigen Windung eine Reihe schraubenförmiger Windungen ein, wie sie Fig. 20 zeigt. Sie bilden zusammen eine cylindrische Spule, die ein *Solenoid* genannt wird, und die in ihrer Wirkung einen geraden

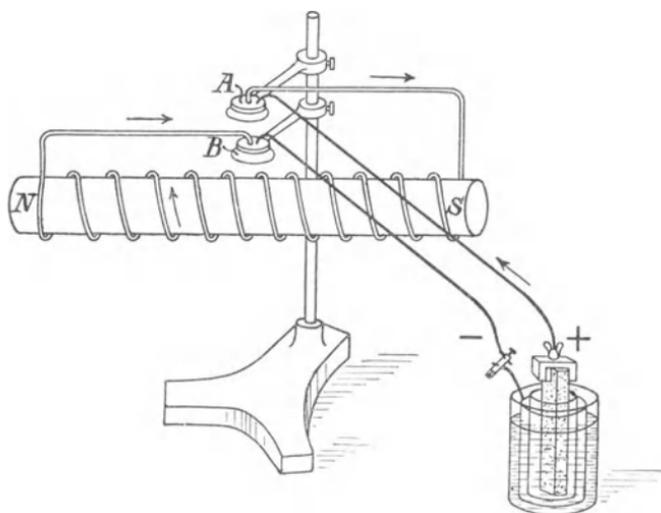


Fig. 20.

Stabmagnet ersetzt. Legen wir z. B. ein Stück Papier darauf und bestreuen dies mit Eisenfeilspähnen, so ordnen sie sich in derselben Weise an, als befände sich unter ihnen ein wirklicher Stabmagnet. Hängen wir die Spule in einem magnetischen Felde, z. B. dem der Erde auf, so stellt sich ihre Achse, ebenso wie die Kompassnadel, in die Nord-Süd-Richtung. Dieser Versuch lässt sich mit dem Apparat ausführen, den Fig. 20 darstellt. Die Enden des auf eine Spule gewickelten Drahtes sind umgebogen und tauchen in Quecksilbernäpfen, die auf den horizontalen Armen eines Stativs so angebracht sind, dass sich die Spule in ihnen frei drehen kann. Das Quecksilber in den Näpfen ist durch Drähte mit einem Elemente verbunden, so-

dass man einen Strom durch die Spule schicken kann, ohne dass ihre Beweglichkeit merklich durch Reibung gestört wird. Um die Herstellung zu erleichtern, kann man den Draht auf einen hölzernen Kern wickeln, der jedoch für die Wirkung des Apparates nicht in Betracht kommt. Das Solenoid verhält sich wie eine Röhre, durch die magnetische Kraftlinien verlaufen. Nähern wir dem Pole des Solenoids einen Magneten, so wird er, ebenso wie von einem andern Magnete, angezogen oder abgestossen. Ferner beobachtet man Anziehung oder Abstossung zwischen den Polen zweier Solenoide, sodass sich also die Solenoide in jeder Hinsicht wie Magnete verhalten.

24. Magnetische Permeabilität.

Jeder stromdurchflossene Draht wird, wie wir sahen, der Ursprung und Mittelpunkt eines magnetischen Wirbels. In einem Solenoid, wo alle Drähte nahe aneinander liegen, vereinigen sich daher die einzelnen Wirbel zu einem gemeinsamen Kraftlinienbündel, das in das Innere des Solenoides am Südpol eintritt, dasselbe seiner Länge nach mehr oder weniger parallel zu der Achse des Cylinders durchsetzt und am Nordpol wieder austritt. In dem das Solenoid umgebenden Raume beschreiben die Kraftlinien gekrümmte Bahnen, die vom Nord- zum Südpol verlaufen, wie man leicht mit Hilfe von Eisenfeilspähen zeigen kann.

Führen wir nun an Stelle des Holzstabes einen Eisenstab in das Innere des Solenoides, so gewinnt das äussere Feld bedeutend an Stärke. Die Feilspähe ordnen sich in dichtern Linien an, die Richtkraft des aufgehängten Solenoides (Fig. 20) wird stärker, und die Anziehung und Abstossung, die es ausübt, werden kräftiger.

Wir schliessen daraus, dass bei Gegenwart von Eisen ein bedeutend stärkeres Kraftlinienbündel inducirt wird, als vorher. Das Eisen scheint den Kraftlinien den Weg zu erleichtern und für sie besser durchdringbar zu sein, als die Luft. Diese Eigenschaft des Eisens, die Zahl der Kraftlinien zu verstärken, wird deshalb *Permeabilität* genannt; sie kann zur Unterscheidung der verschiedenen Eisensorten dienen, da diese jene Eigenschaft in mehr oder weniger hohem Grade besitzen. Die Permeabilität ist deshalb ein numerischer Koëfficient, der die Zahl angiebt, mit welcher man die ursprüngliche Feldstärke \mathfrak{H} multipliciren muss, um die Feldstärke \mathfrak{H}

zu erhalten, welche bei Einführung von Eisen in das Feld besteht. Bezeichnen wir sie mit μ , so haben wir die Gleichung

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}, \quad (10)$$

oder setzen wir \mathfrak{B} und \mathfrak{H} als bekannt voraus, so ergibt sich die Permeabilität μ aus der Gleichung

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}. \quad (11)$$

Die Permeabilität einer bestimmten Eisensorte ist keine Konstante, sondern hängt von der Feldstärke in einer Weise ab, welche nicht genau durch eine mathematische Formel ausgedrückt werden kann, sondern in jedem Falle experimentell bestimmt werden muss. Für die Konstruktion von Dynamomaschinen muss man wissen, wie viel Kraftlinien für eine bestimmte Anzahl von Ampèrewindungen bei einer gegebenen Anordnung der Feldmagnete erzeugt werden. Wie wir sahen, ist die Induktion das Produkt zweier Faktoren, von denen der eine die Permeabilität, die wir experimentell bestimmen müssen, und der andere die ursprüngliche Kraftlinienzahl vorstellt, die den Magnetismus im Eisen inducirt und die wir deshalb *magnetisirende Kraft* nennen. Zwischen der letztern und der erregenden Kraft bestehen bestimmte Beziehungen, die durch Formeln ausgedrückt werden können. Unsere Aufgabe ist deshalb auf die Frage zurückgeführt: Welche Gesetze bestimmen die Beziehung zwischen erregender und magnetisirender Kraft und wie hängen sie von der Grösse und der Gestalt der Magnete ab?

25. Magnetisirende Kraft.

In einem gleichförmigen magnetischen Felde von der Stärke \mathfrak{H} verlaufen die Kraftlinien sämmtlich geradlinig und parallel, und auf jedes Quadratcentimeter des Querschnitts kommt die Anzahl \mathfrak{H} . Grenzen wir in diesem Felde einen cylindrischen Raum von der Länge l und dem Querschnitt Q ab, dessen Achse in die Richtung der Kraftlinien fällt, und lassen wir einen Einheitspol sich von einem Punkte der einen zu einem Punkte der anderen Endfläche dieses Cylinders bewegen, so ist die Arbeit, welche bei der Bewegung dieses Punktes geleistet wird, augenscheinlich gleich $\mathfrak{H}l$, und, wie im zweiten Kapitel gezeigt wurde, unabhängig von dem Wege, welchen der Einheitspol beschreibt. Diese Arbeit ist gleich der magnetischen Po-

tentialdifferenz zwischen den beiden Punkten, oder allgemeiner gleich der zwischen den beiden Endflächen unseres cylindrischen Raumes. Multipliciren und dividiren wir nun die rechte Seite von Gleichung (10) mit 1, so erhalten wir

$$\mathfrak{B} = \frac{\mu \oint l}{1},$$

d. h. die Induktion in einem cylindrischen Raume ist der magnetischen Potentialdifferenz seiner Endflächen und seiner Permeabilität direkt und seiner Länge umgekehrt proportional. Denken wir uns nun eine Reihe solcher cylindrischer Räume von verschiedener Länge, aber vom gleichen Querschnitt, deren Inhalt verschiedene Permeabilität besitzt. Sind ihre Längen l_1, l_2, l_3 u. s. w., und die entsprechenden Werthe der Permeabilität μ_1, μ_2, μ_3 u. s. w., so bestehen die folgenden Gleichungen:

$$\frac{\mathfrak{B} l_1}{\mu_1} = \oint l_1$$

$$\frac{\mathfrak{B} l_2}{\mu_2} = \oint l_2$$

$$\frac{\mathfrak{B} l_3}{\mu_3} = \oint l_3 \text{ u. s. w.}$$

Durch Addition erhalten wir

$$\mathfrak{B} \left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} + \frac{l_3}{\mu_3} + \dots \right) = \oint (l_1 + l_2 + l_3 + \dots), \quad (12)$$

wo der Ausdruck auf der rechten Seite einfach die Arbeit darstellt, welche erforderlich ist, um den Einheitspol von dem einen zum andern Ende der aneinander gereihten Cylinder zu bringen.

26. Linienintegral der magnetischen Kraft.

Unsere Betrachtungen bleiben unverändert, wenn wir an Stelle eines Feldes mit geraden, ein solches mit gekrümmten Kraftlinien annehmen, vorausgesetzt, dass wir die Gestalt unsrer cylindrischen Räume entsprechend abändern. Die einzelnen Räume von verschiedener Permeabilität mögen in diesem Falle einen vollständig in sich geschlossenen Ring bilden. Unser Einheitspol würde dann auf dem Wege zu seinem Ausgangspunkte zurückkehren, aber sich nicht mehr auf einer willkürlichen Bahn bewegen können. Er dürfte nur ein-

mal den von dem Ringe begrenzten Raum umkreisen, und der Einfachheit halber nehmen wir an, seine Bewegung erfolgte auf einer der Kraftlinien. Die dabei geleistete Arbeit ist das Linienintegral der magnetischen Kraft, welches einmal längs des geschlossenen magnetischen Kreises gebildet ist. Dividiren wir dasselbe durch den Ausdruck $\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} + \frac{l_3}{\mu_3} + \dots$, so erhalten wir die Induktion \mathfrak{B} . Ein Beispiel möge dies veranschaulichen.

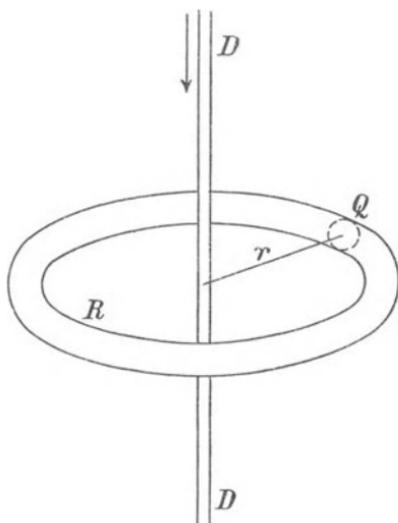


Fig. 21.

In Fig. 21 sei DD ein gestreckter Draht von grosser Länge, den ein Strom i in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung durchfliesst. Wir grenzen um diesen Draht einen ringförmig gestalteten Raum R vom Querschnitt Q und vom Radius r ab. Die magnetischen Kraftlinien umkreisen den Draht, wie wir oben sahen, in der Richtung des Uhrzeigers, sodass wir Arbeit leisten müssen, um den Pol einmal in entgegengesetzter Richtung um den Draht zu bewegen. Aus Gleichung (5) ergibt sich, dass die Stärke des den Draht umgebenden magnetischen Feldes in der Entfernung r gleich $\frac{2i}{r}$ ist. Dieser Ausdruck bezeichnet daher gleichzeitig die Kraft, die sich der Bewegung des Poles auf jedem Punkte seiner Bahn

entgegensetzt. Wollen wir die Arbeit finden, die erforderlich ist, um den Pol einmal längs des Ringes zu bewegen, so haben wir diese Kraft mit der Länge des zurückgelegten Weges, im vorliegenden Falle also mit $2\pi r$, zu multipliciren. Wir haben somit als Linienintegral der magnetischen Kraft

$$4\pi i.$$

Aus Gleichung (12) folgt daher für die Induktion

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi i}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} + \frac{l_3}{\mu_3} + \dots} \quad \dots \quad (14)$$

während die Gesamtzahl der in dem betrachteten Ringe verlaufenden Kraftlinien

$$F = Q \mathfrak{B}$$

ist.

Es ist zu beachten, dass der Radius des Ringes nicht mit in die Gleichung eingeht. Wir schliessen hieraus, dass eine wirklich

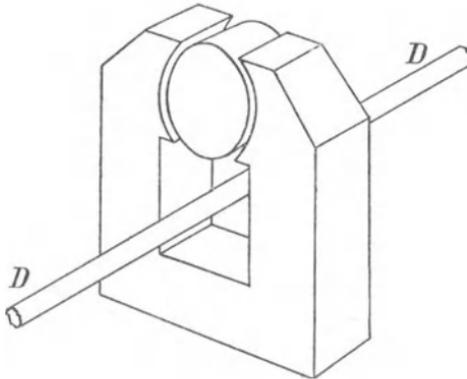


Fig. 22.

kreisförmige Gestalt des Ringes für unsere Betrachtungen nicht wesentlich ist, und dass ein Ring von beliebiger Gestalt dieselbe Induktion ergeben würde, wenn nur seine gesammte Länge dieselbe ist, wie die des kreisförmigen Ringes. Dies folgt auch aus der Thatsache, dass die für den Einheitspol aufgewandte Arbeit von dem durchlaufenen Wege unabhängig ist, vorausgesetzt, dass er den vom Strome durchflossenen Leiter nur einmal umkreist hat. Anstatt

also die mit Kraftlinien gefüllten Räume zu einem kreisförmigen Ringe zusammenzufügen, können wir sie auch auf jede beliebige andere Weise zusammensetzen, wenn sie nur eine geschlossene Bahn um den Leiter bilden.

Eine Anordnung, wie sie Fig. 22 darstellt, würde demnach in magnetischer Beziehung gleichbedeutend mit der durch Fig. 21 gekennzeichneten sein. Wir haben hier die Feldmagnete und den Anker einer Dynamomaschine, welche zusammen einen geschlossenen magnetischen Kreis um den Draht DD bilden, den der Strom von der Stärke i durchfließt. Wäre der Querschnitt des magnetischen Kreises an jeder Stelle derselbe, so könnte Formel (14) sofort zur Bestimmung der Induktion im Anker benutzt werden. Aber aus Gründen, die später auseinandergesetzt werden sollen, wählt man nicht für alle Theile der Maschine den gleichen Querschnitt. Wir müssen daher unsere Formel erst so abändern, dass sie auch für magnetische Kreise von verschiedenem Querschnitt anwendbar ist.

27. Gesammte Feldstärke.

Wenn Q_1, Q_2, Q_3 , u. s. w. die Querschnitte der einzelnen Theile und $\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \mathfrak{B}_3$, u. s. w. die entsprechenden Induktionen bedeuten, so ist die gesammte Kraftlinienzahl, die natürlich auf dem ganzen Wege konstant sein muss, durch die Ausdrücke

$$F = Q_1 \mathfrak{B}_1 = Q_2 \mathfrak{B}_2 = Q_3 \mathfrak{B}_3 \text{ u. s. w.}$$

gegeben.

Gleichung (11) haben wir auf die Form

$$\mathfrak{B} = \frac{\mu \mathfrak{H} l}{l}$$

gebracht; sie lässt sich jetzt auch in folgender Weise schreiben:

$$F \frac{l_1}{\mu_1 Q_1} = \mathfrak{H} l_1$$

$$F \frac{l_2}{\mu_2 Q_2} = \mathfrak{H} l_2$$

$$F \frac{l_3}{\mu_3 Q_3} = \mathfrak{H} l_3$$

u. s. w.

Durch Addition dieser Gleichungen erhalten wir

$$F \left\{ \frac{l_1}{Q_1} \cdot \frac{1}{\mu_1} + \frac{l_2}{Q_2} \cdot \frac{1}{\mu_2} + \frac{l_3}{Q_3} \cdot \frac{1}{\mu_3} + \dots \right\} = \oint (l_1 + l_2 + l_3 + \dots)$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite ist, wie wir oben zeigten, das Linienintegral der magnetischen Kraft, die ihren Sitz in dem stromdurchflossenen Drahte DD hat und durch das Produkt $4\pi i$ gegeben ist. Wir erhalten somit für die gesammte Kraftlinienzahl oder für die gesammte Feldstärke den Ausdruck

$$F = \frac{4\pi i}{\frac{l_1}{Q_1} \cdot \frac{1}{\mu_1} + \frac{l_2}{Q_2} \cdot \frac{1}{\mu_2} + \frac{l_3}{Q_3} \cdot \frac{1}{\mu_3} + \dots} \quad \dots \quad (15)$$

oder

$$F = \frac{4\pi i}{\Sigma \frac{l}{Q} \cdot \frac{1}{\mu}} \quad \dots \quad (16)$$

28. Praktisches Beispiel.

Die Anwendung von Formel (16) lässt sich am besten durch ein Beispiel zeigen. Zu diesem Zwecke nehmen wir eine Dynamomaschine an, deren Anker einen Durchmesser von 30 cm und eine Länge von 50 cm hat. Wir wollen die Stärke des Stromes ermitteln, die in dem geraden Drahte DD der Fig. 22 erforderlich ist, damit der Anker von 6000×10^6 Kraftlinien durchflossen wird. Der magnetische Stromkreis möge in drei Theile getheilt werden, nämlich in die Feldmagnete, den Anker und die Lufträume zwischen ihnen; die Länge dieser einzelnen Theile nehmen wir bezw. zu 140, 30 und $2 + 2 = 4$ cm an. Hierbei ist die Länge eines jeden Luftzwischenraumes zu 2 cm angenommen. Der Querschnitt der Feldmagnete möge 800 qcm, der des Luftzwischenraumes 1800 qcm und der des Ankers 500 qcm betragen. Die Permeabilität des Ankerkerns setzen wir zu 100, die der Feldmagnete zu 2000 fest, wobei wir die Permeabilität der Luft als Einheit annehmen. Setzen wir diese Zahlen in Gleichung (16) ein, so finden wir

$$6 \times 10^6 = \frac{1,256 i}{\frac{4}{1800} + \frac{140}{800 \times 2000} + \frac{30}{500 \times 1000}},$$

wenn wir i in Ampère ausdrücken. Hieraus ergibt sich

$$i \sim 11\,400 \text{ Ampère.}$$

Legen wir also einen geraden Draht zwischen die Schenkel der Feldmagnete und senden einen Strom von 11 400 Ampère hindurch, so erhalten wir im Anker die gewünschte Anzahl Kraftlinien. Es wird natürlich völlig unthunlich sein, einen so gewaltigen Strom zur Erregung der Feldmagnete zu verwenden. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wird man nicht einen einzelnen Draht benutzen, den der gesammte Strom durchfließt, sondern eine Anzahl Drähte, die neben einander liegen und von denen jeder einen Theil des Stromes leitet. Ferner wird man die Enden der einzelnen Drähte so mit einander verbinden, dass derselbe Strom sie nacheinander durchfließt. Wählt man diese Verbindungsstücke so kurz wie möglich, um an Draht zu sparen und um einen möglichst geringen elektrischen Widerstand zu erhalten, so gelangen wir zu der gewöhnlichen Form der Spulen für die Feldmagnete. An Stelle eines geradlinigen Leiters, den ein Strom von 11 400 Ampère durchfließt, tritt alsdann eine Spule von 11 400 Ampère-Windungen. Es drängt sich indessen sofort die Frage auf, ob eine solche Spule, die die Magnete eng umschliesst, wirklich die gleiche Wirkung wie ein Draht hat, der zwischen den Magnetschenkeln hindurch geführt ist. Auf den ersten Blick scheint dies nicht der Fall zu sein. Denn die Gleichung (5), auf die wir unsere Berechnungen begründet haben, ist streng genommen nur für einen Draht von unendlicher Länge gültig, und diese Bedingung ist nicht einmal annähernd durch eine Spule von begrenzten Abmessungen erfüllt. Bevor wir also Gleichung (16) für die Berechnung von Dynamomaschinen anwenden können, müssen wir sie für die übliche Form der Spulen der Feldmagnete richtig stellen.

29. Erweiterung der Theorie von den Elektromagneten.

Wir sahen, dass ein Solenoid, welches einen Eisenkern enthält, ein Elektromagnet wird, sobald wir einen Strom durch die Drahtspule senden, die das Solenoid bildet. Wir nahmen hierbei an, dass der Eisenkern gestreckte Form und ungefähr dieselbe Länge, wie das Solenoid, habe. Da wir es jedoch bei den Dynamomaschinen mit geschlossenen magnetischen Kreisen zu thun haben, so setzen wir jetzt voraus, der Eisenkern sei zu einem Ringe gebogen, der in den das Solenoid bildenden Drahttring hineingehängt ist. Diese Anordnung ist durch Fig. 23 veranschaulicht. Hier stellt W die Spule aus isolirtem Draht dar, welche aus irgend einer Stromquelle den

durch die Pfeilrichtung gekennzeichneten Strom erhält, und R ist ein Ring, der aus Theilen von verschiedener Permeabilität zusammengesetzt sein möge. Einer dieser Theile sei der Luftzwischenraum Z , dessen Permeabilität gleich 1 zu setzen ist. Er entspricht dem Raume, welcher sich bei Dynamomaschinen zwischen dem Anker und den Polschuhen befindet. Unsere Aufgabe ist es jetzt, das Linienintegral der magnetischen Kraft zu finden, die von dem Strom in der Spule W ausgeübt wird, und zwar haben wir es längs eines Umlaufs um den magnetischen Kreis zu bilden.

In Fig. 24 möge DD den Schnitt durch eine Drahtwindung der Spule darstellen, der rechtwinklig zu ihrer Ebene verläuft, und r

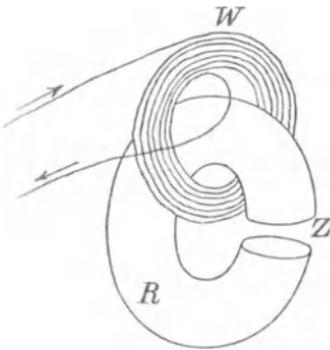


Fig. 23.

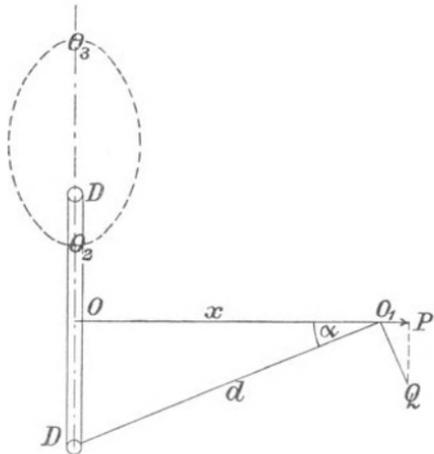


Fig. 24.

sei ihr Radius. Der magnetische Kreis um die Spule besteht aus Kraftlinien, welche die Windungsebene der erstern rechtwinklig schneiden. Diese Windungsebene bildet daher eine Equipotentialfläche, und man hat bei der Bewegung eines magnetischen Poles in dieser Ebene keine Arbeit zu leisten, ob er sich nun innerhalb oder ausserhalb des vom Drahte umschlossenen Theiles dieser Ebene befindet. Wir wollen das Linienintegral der magnetischen Kraft längs einer Linie bestimmen, die einen beliebigen Theil des Drahtes einmal umgiebt. Man kann leicht zeigen, dass in dieser Beziehung jeder beliebig gestaltete Weg, wenn er nur einmal um den Draht verläuft, dasselbe Ergebnis liefert. Aus diesem Grunde muss

die Arbeit, welche man bei der Bewegung des Einheitspols längs der elliptischen Bahn $O_2 O_3$ um den Draht zu leisten hat, genau gleich der sein, welche erforderlich ist, um ihn von O aus nach rechts in die Unendlichkeit, von hier auf einem Halbkreis von unendlich grossem Radius nach links in die Unendlichkeit und schliesslich von hier an den Ausgangspunkt O zurückzubringen. Zum bessern Verständnis wollen wir dem Pol auf den verschiedenen Theilen seiner Bahn folgen. Man leistet keine Arbeit, um ihn von O_2 nach O zu bringen, da beide Punkte auf derselben Aequipotentialfläche liegen. Die Bewegung von O in die Unendlichkeit erfordert Arbeit, während jede Bewegung des Poles in der Unendlichkeit ohne Arbeitsleistung zu vollziehen ist. Deshalb wird bei der Bewegung auf dem Viertelkreise von unendlichem Radius, die nöthig ist, um den Pol in die Ebene $O O_2 O_3$ zurückzuführen, keine Arbeit verbraucht. Da diese Ebene eine Aequipotentialfläche ist, so ist das magnetische Potential in O_3 genau dasselbe wie das eines in der Unendlichkeit auf der Linie OO_1 liegenden Punktes. Um also unsern Einheitspol von O nach rechts in die Unendlichkeit zu bringen, haben wir dieselbe Arbeit zu leisten, wie in dem Falle, wo wir ihn von O_2 nach O_3 auf der im Endlichen liegenden Bahn bewegen, die in Fig. 24 durch die punktirte Linie angedeutet ist. In ähnlicher Weise lässt sich zeigen, dass die Arbeit dieselbe bleibt, ob wir ihn auf der linken Seite in der Unendlichkeit nach O zurückführen, oder ihn auf der zweiten Hälfte der punktirten Linie, nämlich von O_3 nach O_2 bewegen. Da sich dieselbe Betrachtungsweise für jeden geschlossenen Weg anwenden lässt, der einmal um den Draht führt, so ist das Linienintegral längs jeder solchen geschlossenen Bahn gleich dem Werthe, der sich für die Bewegung des Poles von einem rechts im Unendlichen liegenden Punkte nach einem links im Unendlichen liegenden ergibt, vorausgesetzt, dass sie durch die Windung DD erfolgt.

Dieses Integral kann leicht, wie folgt, gefunden werden. Nehmen wir an, der Pol sei im Punkte O_1 angelangt. Ein im Punkte D gelegenes Theilchen l des Leiters, das sich in der Entfernung d von dem Pole befindet, wirkt dann auf ihn mit der Kraft

$$Q = \frac{li}{d^2},$$

die in der Richtung $Q O_1$ fällt. Die Horizontalkomponente dieser Kraft ist

$$P = \frac{li}{d^2} \sin \alpha.$$

Da diese Gleichung für jedes Theilchen gilt, so finden wir als gesammte Kraft, die der kreisförmige Leiter ausübt,

$$P = 2 \pi r i \frac{\sin \alpha}{d^2},$$

oder da

$$d = \frac{r}{\sin \alpha},$$

$$P = \frac{2 \pi i}{r} \sin^3 \alpha.$$

Die Arbeit, die zur Verschiebung des Einheitspoles um eine kleine Grösse dx erforderlich ist, beträgt

$$Pdx = \frac{2 \pi i}{r} \sin^3 \alpha dx.$$

Nun ist

$$x = r \operatorname{ctg} \alpha$$

und

$$dx = - \frac{r d\alpha}{\sin^2 \alpha},$$

sodass

$$Pdx = - 2 \pi i \sin \alpha d\alpha$$

wird.

Integriren wir diese Gleichung zwischen den Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$, so finden wir als Linienintegral der magnetischen Kraft

$$F = 4 \pi i \dots \dots \dots (17),$$

also genau denselben Ausdruck, den wir in Gleichung (13) für einen geraden, unendlich langen Leiter fanden. Die Gleichung

$$F = \frac{4 \pi i}{\sum \frac{1}{Q} \frac{1}{\mu}} \dots \dots \dots (16)$$

behält also auch ihre Gültigkeit für Magnete, die durch Solenoide erregt werden.

Es ist augenscheinlich von keiner Bedeutung, ob die Spule in Fig. 24 nur aus einem kreisförmigen Draht besteht, oder aus einem Leiter, der mehrere Windungen bildet. Denn in Gleichung (17) gehen weder der Durchmesser, noch die Dicke der Spule ein, und das Linienintegral erstreckt sich über eine Linie von unendlicher Länge.

Wir können daher den Strom, ohne das Resultat zu beeinflussen, in eine Anzahl Windungen vertheilen, die entweder dicht nebeneinander liegen, oder sich über eine bestimmte Länge des Magnetes ausdehnen, vorausgesetzt dass der magnetische Kreis von allen Windungen umschlossen wird. Die Gestalt der Spule ist daher ohne Einfluss auf die magnetischen Verhältnisse. Wenn die Spule aus mehreren Drähten besteht, so ist der erzeugte Magnetismus ausschliesslich von dem Produkte aus der Anzahl der Windungen und der Stärke des Stromes, der sie durchfliesst, d. h. von den Ampère-Windungen, abhängig.

Bezeichnet nun i die Stromstärke in jedem Drahte und n die Windungszahl der Spule, so muss Gleichung (16), wie folgt, geschrieben werden:

$$F = \frac{4\pi n i}{\sum \frac{1}{Q} \frac{1}{\mu}} \dots \dots \dots (18)$$

Es ist wohl zu beachten, dass die Stromstärke in dieser Formel in C.G.S.-Einheiten gegeben ist. Drücken wir sie in Ampère aus, so wird

$$F = \frac{0,4\pi n i}{\sum \frac{1}{Q} \frac{1}{\mu}} \dots \dots \dots (19).$$

30. Magnetischer Widerstand.

Der Gleichung (19) geben wir zweckmässig eine andere Form. Nehmen wir nämlich an, der magnetische Kreis bestehe aus drei Theilen von verschiedener Länge, verschiedenem Querschnitt und verschiedener Permeabilität, welche wir durch die Indices 1, 2 und 3 unterscheiden, so können wir schreiben:

$$0,4\pi n i = \frac{F l_1}{Q_1 \mu_1} + \frac{F l_2}{Q_2 \mu_2} + \frac{F l_3}{Q_3 \mu_3} \dots \dots \dots (20)$$

Der Ausdruck auf der linken Seite ist das Linienintegral der magnetischen Kraft, welches einmal längs des magnetischen Kreises gebildet ist, oder die gesammte Potentialdifferenz, bei der ein Kraftlinienbündel von der Stärke F erzeugt ist. Die Ausdrücke auf der rechten Seite zeigen, wie die Potentialdifferenz auf die einzelnen Theile des Kreises vertheilt ist. Jeder von ihnen stellt die Stärke des Kraftlinienstromes dar, multiplicirt mit einem Ausdruck, der die

Länge des betreffenden Theiles im Zähler und das Produkt aus seinem Querschnitt und seiner Permeabilität im Nenner aufweist.

Es fällt auf den ersten Blick auf, dass eine merkwürdige Analogie zwischen der Formel (20), welche die Eigenschaften des magnetischen Stromkreises darstellt, und zwischen dem Ohm'schen Gesetze besteht, das die Eigenschaften des elektrischen Stromkreises angeht. Um dies klar einzusehen, haben wir nur an Stelle der Stärke des magnetischen Kraftlinienstromes die elektrische Stromstärke zu setzen, an Stelle der magnetischen Permeabilität die spezifische Leitungsfähigkeit oder den reciproken Werth des spezifischen elektrischen Widerstandes und an Stelle von $0,4 \pi n i$ die elektromotorische Kraft.

In Uebereinstimmung mit dieser Analogie müssen die Ausdrücke von der Form $\frac{1}{Q} \frac{1}{\mu}$ als die magnetischen Widerstände der entsprechenden Theile des magnetischen Stromkreises angesehen werden, und wir können in folgender Weise das Ohm'sche Gesetz von den elektrischen Strömen auf die magnetischen übertragen: *Die magnetomotorische Kraft (das Linienintegral der magnetischen Kraft) ist gleich dem Produkte aus der Gesamtstärke der magnetischen Kraft und dem gesammten magnetischen Widerstande.*

Der Begriff des *magnetischen Widerstandes* erleichtert die Berechnung der dynamoelektrischen Apparate sehr, aber vom streng wissenschaftlichen Standpunkte aus ist er nicht ganz einwurfsfrei. Da wir in Zukunft häufig den Ausdruck magnetischer Widerstand anwenden werden, ist es wünschenswerth, von vornherein diese Einwände näher zu prüfen. Besonders kann man einwerfen, dass die Ueberwindung des magnetischen Widerstandes im Gegensatze zu der des elektrischen keinen Energieaufwand erfordert, und dass der magnetische Widerstand nicht konstant, sondern von der Induktion, d. h. von der Gesamtstärke des Kraftlinienstromes, abhängig ist. Der erste Einwand ist ohne Zweifel gerechtfertigt. Erzeugen wir eine elektromotorische Kraft an den Enden eines Leiters und rufen auf diese Weise einen Strom in ihm hervor, so wird der Leiter erhitzt, und es ist keine Anordnung denkbar, bei der sich dieser Energieverlust vermeiden liesse. Beim magnetischen Stromkreise liegt die Sache wesentlich anders. Es ist klar, dass die erregende Spule, durch welche wir den magnetisirenden Strom fließen lassen, einen gewissen Widerstand besitzen muss, und wir haben deshalb auch

einen bestimmten Betrag von Energie aufzuwenden, um den Strom durch die Spule hindurchzusenden. Wir können jedoch diesen Energieaufwand auf jeden beliebigen Betrag herabdrücken, indem wir einen grössern Querschnitt für den Draht wählen, ohne dadurch in irgend einer Weise den magnetischen Kraftlinienstrom zu verändern. Ja, wir können sogar einen solchen Strom erregen, ohne überhaupt eine Drahtspule zu verwenden, indem wir nämlich einen permanenten Stahlmagnet zur Erzeugung des Magnetismus wählen. Wenn wir also vom magnetischen Widerstande sprechen, so ist stets zu bedenken, dass er kein Widerstand im gewöhnlichen Sinne des Wortes ist, der nur durch Aufwand von Energie überwunden werden kann, sondern vielmehr ein solcher, welchen die Körper den Kräften entgegensetzen, die ihre Form zu verändern bestrebt sind.

Der zweite Einwurf ist nicht so stichhaltig, weil der elektrische Widerstand eines Stromkreises ebenfalls Veränderungen unterworfen ist, welche der ihn durchfliessende Strom verursacht. Der spezifische Widerstand aller Metalle wächst mit der Temperatur, und da die letztere um so mehr steigt, je mehr die Stromstärke zunimmt, so folgt daraus, dass je höher die Stromstärke ist, um so grösser auch der elektrische Widerstand der von diesem Strome durchflossenen Metalltheile sein wird. Genau dieselbe Beziehung besteht zwischen dem magnetischen Kraftlinienstrom und dem magnetischen Widerstande. Je stärker der magnetische Kraftlinienstrom ist, um so geringer ist die Permeabilität und um so grösser ihr reciproker Werth, der ein Maass für den magnetischen Widerstand ist. In dieser Beziehung besteht zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Widerstande der Unterschied nur in der Grösse, nicht aber in der Art der Veränderlichkeit.

Aus der ganzen Anordnung von Formel (20) erkennt man sofort, dass die gesammte magnetomotorische Kraft, welche in einem gegebenen magnetischen Stromkreise wirkt, gleich der Summe der magnetomotorischen Kräfte ist, welche in den einzelnen Theilen desselben erforderlich sind, dass also das Ohm'sche Gesetz nicht nur für den Stromkreis als Ganzes, sondern auch für jeden seiner einzelnen Theile gilt. Wir können daher allgemein den Satz aufstellen: *Die Kraftlinienzahl in einem beliebigen Theile eines magnetischen Stromkreises ist der Quotient aus der magnetomotorischen Kraft in diesem Theile (magnetische Potentialdifferenz zwischen dem*

Anfang und dem Ende dieses Theiles) und seines magnetischen Widerstandes.

Aus diesem Satze folgt, dass, wenn einer magnetomotorischen Kraft verschiedene Wege zur Verfügung stehen, auf denen sie sich ausgleichen kann, die Kraftlinienzahl auf diesen Wegen den betreffenden magnetischen Widerständen umgekehrt proportional ist. So können z. B. bei einer Dynamomaschine die Kraftlinien eine ganze Reihe von Wegen einschlagen, um von einem Polschuh zum andern zu gelangen. Einer unter ihnen läuft durch den Anker, und die Kraftlinien, die hier verlaufen, kommen allein für die Wirkung der Maschine in Betracht. Ausserdem giebt es noch eine Anzahl von Kraftlinien, welche ihren Weg von einem Polschuh zum andern durch die Luft nehmen. Diese, wie auch die andern Linien, welche die erregenden Spulen schneiden, sind für den eigentlichen Zweck der Maschine verloren. Wir werden hierauf zurückkommen, wenn wir den *magnetischen Nebenschluss* oder *das tote Feld* der Dynamomaschinen behandeln.

Um Formel (20) besser anwenden zu können, ist es zweckmässig, sie auf etwas andere Form zu bringen, indem wir beide Seiten durch $0,4\pi$ dividiren. Wir erhalten dann die erregende Kraft direkt in Ampèrewindungen, nämlich

$$ni = F \left(\frac{1}{1,256} \frac{l_1}{Q_1} \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{1,256} \frac{l_2}{Q_2} \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{1,256} \frac{l_3}{Q_3} \frac{1}{\mu_3} \right) \quad (21)$$

oder kurz

$$ni = F W, \quad \dots \dots \dots (22)$$

wo

$$W = \Sigma \frac{1}{1,256} \frac{l}{Q} \frac{1}{\mu} \quad \dots \dots \dots (23)$$

den magnetischen Widerstand bezeichnet. Wenn wir in Zukunft von einem magnetischen Widerstande sprechen, soll immer der durch Formel (23) gegebene Ausdruck damit gemeint sein.

Sechstes Kapitel.

31. Magnetische Eigenschaften des Eisens. — 32. Experimentelle Bestimmung der Permeabilität. — 33. Hopkinson's Methode. — 34. Energie der Magnetisirung. — 35. Hysteresis.

31. Magnetische Eigenschaften des Eisens.

Nach der auf Seite 57 gegebenen Definition ist die magnetische Permeabilität gleich dem numerischen Werthe des Verhältnisses, in dem die ursprüngliche Zahl der Kraftlinien eines magnetischen Feldes durch die Gegenwart von Eisen vergrössert wird. Dieses Verhältnis ist bei verschiedenen Eisensorten verschieden und ändert sich selbst bei demselben Eisen mit der Stärke des ursprünglichen Feldes oder, was dasselbe sagt, mit der magnetisirenden Kraft, also auch mit der hervorgebrachten Induktion. Man pflegt die Permeabilität als eine Funktion der Induktion oder der magnetisirenden Kraft aufzufassen; die magnetische Beschaffenheit eines Eisenstückes lässt sich demnach durch eine Tabelle oder Kurve darstellen. Solche Kurven können die Beziehung zwischen folgenden Grössenpaaren angeben: entweder zwischen magnetisirender Kraft und Permeabilität oder zwischen Induktion und Permeabilität oder zwischen magnetisirender Kraft und Induktion. Die letzte Beziehung ergibt sich unmittelbar aus den Beobachtungen und gewährt den grössten Nutzen.

Verschwindet die magnetisirende Kraft, so kehrt das Eisen nicht in seinen ursprünglichen Zustand zurück, in dem es sich vor der Magnetisirung befand; es behält vielmehr eine gewisse Magnetisirung bei, die man als *remanente* bezeichnet und die man numerisch durch die entsprechende Induktion ausdrücken kann. Zu jeder magnetisirenden Kraft und der entsprechenden Induktion gehört eine bestimmte remanente Induktion, die ebenfalls in einer Kurve dargestellt werden kann. Trägt man die magnetisirenden Kräfte

als Abscissen und die Induktionen als Ordinaten auf, so hat die Kurve der remanenten Induktion eine ähnliche Gestalt wie die Kurve der Induktion, liegt aber ihrer ganzen Ausdehnung nach über ihr. Es mag hierbei bemerkt werden, dass, wenn man das Probestück während der magnetischen Prüfung mechanischen Erschütterungen oder Deformationen unterwirft, die Kurve der Induktion schwach nach oben, die Kurve der remanenten Induktion dagegen bedeutend nach unten verschoben wird.

Ferner ist der Unterschied zwischen dem aufsteigenden und dem absteigenden Aste der Magnetisierungskurve bemerkenswerth. Wenn wir zuerst ein Probestück auf die Weise untersuchen, dass wir die magnetisirende Kraft allmählich anwachsen lassen und die Induktion auf jeder Stufe bestimmen, so erhält man nach dem Aufzeichnen der Resultate den ansteigenden Ast der Magnetisierungskurve. Von einer bestimmten Grenze an nimmt bei grossen Werthen der Induktion der Zuwachs für die gleichen Inkremente der magnetisirenden Kraft ab; in Folge dessen wird die Kurve immer flacher, bis ein Punkt erreicht ist, wo das Anwachsen der magnetisirenden Kraft keine Zunahme der Induktion mehr bewirkt. In diesem Zustande hat das Eisen die Sättigungsgrenze erreicht, und seine Permeabilität ist gleich Null geworden. Im Folgenden nehmen wir an, dass die Magnetisierung nicht soweit, sondern nur bis zu einem bestimmten kleinern Werthe getrieben ist. Lassen wir alsdann die magnetisirende Kraft allmählich abnehmen und tragen wiederum für jede Stufe die Induktion auf, so erhalten wir den absteigenden Ast der Magnetisierungskurve, der vollständig oberhalb der ersten Kurve verläuft und die Ordinatenachse in einem Punkte schneidet (entsprechend dem Werthe Null der magnetisirenden Kraft), der über dem Koordinatenanfangspunkte liegt. Der Abstand dieses Schnittpunktes vom Koordinatenanfangspunkt stellt die Induktion dar, die noch in dem Probestück vorhanden ist, nachdem man die magnetisirende Kraft allmählich auf Null zurückgeführt hat: diese Induktion wird *die Remanenz* des Probestücks genannt. Wir kehren nun die magnetisirende Kraft um, so dass das Probestück entmagnetisirt wird und lassen die jetzt entgegengesetzt gerichtete Kraft allmählich anwachsen, bis die frühere Induktion in negativer Richtung erreicht ist: wir erhalten dann den aufsteigenden negativen Ast der Magnetisierungskurve. Nimmt darauf die negative magnetisirende Kraft bis Null ab, und kehren wir sie zum zweiten Male um, so dass sie wieder

positiv wird und allmählich bis zu ihrem früheren Werth anwächst, so erhalten wir zuerst den absteigenden negativen und sodann den aufsteigenden positiven Ast der Magnetisirungskurve, der uns zu dem Punkte zurückführt, von dem die absteigende Magnetisirungskurve ausging. Auf diese Weise haben wir das Eisen einem vollständigen Magnetisirungszyklus unterworfen, der von einer bestimmten positiven Induktion durch Null zu einer gleichen negativen Induktion und von da durch Null zurück nach dem Ausgangspunkte lief. Die geschlossene Kurve, die diesem Cyklus entspricht, schneidet die Koordinatenachsen in vier Punkten: Die Schnittpunkte mit der Ordinatenachse ober- und unterhalb des Koordinatenanfangspunktes

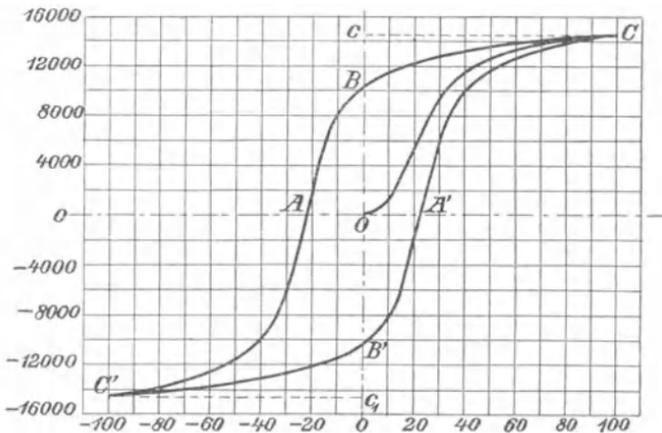


Fig. 25.

bestimmen die Remanenz des Probestücks, während die Schnittpunkte mit der Abscissenachse rechts und links vom Koordinatenanfangspunkt denjenigen Werth der entgegengesetzt gerichteten magnetisirenden Kraft angeben, der erforderlich ist, um die Induktion des Probestücks auf Null zu bringen. Hopkinson hat in seiner bekannten Abhandlung über die Magnetisirung des Eisens (Transactions of the Royal Society 1885) vorgeschlagen, jenen Werth der umgekehrt gerichteten magnetisirenden Kraft als Maass für die *Koercitivkraft* anzunehmen, wenn sich die Kurven nach beiden Seiten bis zu den höchsten Werthen der Induktion erstrecken.

Es wird zweckmässig sein, diese verschiedenen Begriffe an einer Figur zu veranschaulichen. Es möge in Fig. 25 OC die Magne-

tisirungskurve eines bestimmten Eisenstücks darstellen, das vorher noch keiner magnetisirenden Kraft ausgesetzt war. Nachdem wir in C angekommen sind, lassen wir die magnetisirende Kraft bis auf Null abnehmen und erhalten den Zweig CB der positiven absteigenden Magnetisirungskurve. Darauf kehren wir die Richtung der magnetisirenden Kraft um, bis sie den negativen Werth OA erreicht hat, wobei wir den Rest BA der positiven absteigenden Magnetisirungskurve erhalten. Durch weitere Steigerung der negativen magnetisirenden Kraft bekommen wir den negativen aufsteigenden Werth A C' der Magnetisirungskurve, und wird darauf die magnetisirende Kraft auf Null zurückgebracht und weiter bis auf OA' gesteigert, so kann man den negativen absteigenden Ast C' A' zeichnen. Eine weitere Zunahme der magnetisirenden Kraft liefert uns endlich die aufsteigende Magnetisirungskurve A' C. Ferner haben wir

$$\begin{aligned} OB &= OB' = \text{Remanenz,} \\ OA &= OA' = \text{Koercitivkraft.} \end{aligned}$$

Besonders die letzte Grösse spielt eine wichtige Rolle bei den Dynamomaschinen und ähnlichen Apparaten, da von der Koercitivkraft in gewissem Grade die Energie abhängt, die in Wärme umgesetzt wird, wenn das Eisen einen cyklischen Magnetisierungsprocess durchmacht. Auf diesen Punkt kommen wir später zurück.

32. Experimentelle Bestimmung der Permeabilität.

Wir haben soeben vorausgesetzt, dass für eine gegebene magnetisirende Kraft die entsprechende Induktion stets bekannt ist; wir müssen nun zeigen, wie die Beziehung zwischen magnetisirender Kraft, Induktion und Permeabilität auf experimentellem Wege bestimmt werden kann. Man wendet zu diesem Zweck verschiedene Methoden an. Anfangs brachte man das Probestück in Form eines kurzen Stabes oder Drahtes in eine Drahtspule, worin es magnetisirt wurde. Man benutzte alsdann ein Magnetometer, um das magnetische Moment des Probestücks zu bestimmen, das einem beliebigen Werthe des Magnetisierungsstromes entspricht; dabei war die Wirkung, die die Spule allein auf das Magnetometer ausübte, für sich zu bestimmen oder durch eine andere sogenannte Kompensationspule aufzuheben. Unter diesen Umständen lässt sich aus der Ablenkung des Magnetometers das magnetische Moment, die Intensität der

Magnetisirung und die Induktion des Probestücks berechnen*). Diese Methode ist aber, besonders sobald es sich um die Bestimmung der Remanenz handelt, nur dann ohne Weiteres anzuwenden, wenn das Probestück sehr lang im Verhältnis zum Durchmesser ist. Trifft dies nicht zu, so übt der freie Magnetismus an den Enden eine entmagnetisirende Kraft auf die innern und mittlern Theile des Stabes oder Drahtes aus, so dass der für die Induktion sich ergebende Werth zu klein ausfällt. Dieselbe Schwierigkeit tritt natürlich bei allen Methoden auf, bei denen das zu untersuchende Stück die Form eines Stabes mit freien Enden besitzt. Um diesen vom Einfluss der freien Enden herrührenden Fehler zu vermeiden, benutzten Stoleto und Rowland Probestücke, die geschlossene Ringe bildeten; der letztere wandte auch gerade Stäbe von sehr grosser Länge an. Ewing fand, dass die Länge des Stabes wenigstens 300 mal den Durchmesser übertreffen muss, wenn man die entmagnetisirende Wirkung der freien Enden vernachlässigen will.

Besitzt das Probestück die Form eines geschlossenen Ringes, so ist die magnetometrische Methode jedoch nicht brauchbar, da alsdann kein freier Magnetismus auftritt oder besser auftreten sollte, der auf das Magnetometer wirken kann. Hier benutzt man meist die ballistische Methode, die darauf beruht, dass jede Aenderung der Kraftlinienzahl innerhalb des Probestücks eine elektromotorische Kraft in einer dasselbe umgebenden Drahtspule hervorruft. Diese sogenannte sekundäre Spule ist mit einem ballistischen Galvanometer verbunden, dessen Ablenkung ein Maass für das Zeitintegral der in seinem Stromkreise wirkenden elektromotorischen Kraft liefert. Da dies Integral der Aenderung proportional ist, welche die gesammte Anzahl der die Spule schneidenden Kraftlinien erfährt, so ist auch die Ablenkung des ballistischen Galvanometers der Aenderung proportional, welche die Induktion des zu untersuchenden Eisenstücks erleidet.

Eine nähere Betrachtung der für diese Versuche erforderlichen Apparate, der anzubringenden Korrekturen, sowie der zu beobachtenden Vorsichtsmassregeln gehört nicht in den Rahmen dieses Buches. Es mag hier die Bemerkung genügen, dass sich die Aen-

*) Näheres über die magnetometrische Methode siehe bei Ewing, Die magnetische Induktion im Eisen und verwandten Metallen. Deutsche Uebersetzung, Berlin 1892.

derung der Induktion, die der beobachteten Ablenkung entspricht, aus dem Widerstande der sekundären Spule und des ballistischen Galvanometers, der Schwingungsdauer und dem logarithmischen Dekrement der Galvanometernadel und einiger anderer elektrischen Grössen berechnen lässt. Die Konstante des ballistischen Galvanometers kann auch auf experimentellem Wege mit Hülfe des Erdinduktors bestimmt werden. Dieser besteht aus einer flachen Drahtspule von bekannter Windungsfläche, die mit dem ballistischen Galvanometer verbunden wird. Liegen die Windungen des Erdinduktors horizontal und werden sie alsdann plötzlich um 180° gedreht, so wird bei dieser Bewegung die Wirkung der vertikalen Komponente des Erdfeldes zuerst vernichtet, wenn die Windungsfläche der Spule vertikal steht, darauf aber in umgekehrter Richtung wieder hergestellt, wenn die Spule wieder horizontal liegt. Die Aenderung, die die gesammte Zahl der Kraftlinien erfährt, ist also doppelt so gross, wie die Zahl der vertikalen Kraftlinien, die die ruhende Spule schneiden. Diese Zahl kann aber aus der Windungsfläche des Erdinduktors und der Vertikal-Intensität des Erdmagnetismus berechnet werden. Der Werth der letztern wird mit einem Magnetometer bestimmt, wie wir im dritten Kapitel gezeigt haben.

33. Hopkinson's Methode für die Untersuchung der magnetischen Eigenschaften eines Metalls.

Vom praktischen Standpunkt aus ist es wichtig, die magnetischen Eigenschaften verschiedener Eisensorten an solchen Probestücken zu untersuchen, die sich leicht herstellen lassen und in ihren Eigenschaften von der grossen Masse des Metalls nicht abweichen. Nehmen wir z. B. an, dass eine bestimmte Sorte Schmiedeeisen darauf hin geprüft werden soll, ob sie sich zu Feldmagneten eignet. In diesem Falle wäre es nutzlos, das Eisen in Draht auszuziehen und Proben davon zu prüfen, da gerade das Ziehen das Eisen so verändert, dass die darauf folgende magnetische Prüfung nur irre führen könnte. Wir würden in diesem Falle vielmehr ein kleines Stück ausschmieden und dies in Bezug auf Ausglühen und sonstige Bearbeitung möglichst in derselben Weise behandeln, wie es beim Schmieden der wirklichen Feldmagnete nöthig ist. Eine Prüfungsmethode, die der Anforderung des Technikers genügt, ist von J. Hopkinson angegeben. Mit seinem Apparat lassen sich Probestücke in Stabform untersuchen,

die entweder geschmiedet oder gegossen und darauf auf einen Durchmesser von 12 mm abgedreht werden. Die Stäbe brauchen nicht allzu lang zu sein, da bei der besonderen Anordnung, die sogleich angegeben wird, kein freier Magnetismus an den Enden auftreten kann. Probestücke von solcher Form lassen sich leicht herstellen und mit Hülfe von gewöhnlichen Lehren in den Werkstätten auf den richtigen Durchmesser abdrehen.

Der Apparat selbst ist sehr einfach. Er besteht aus einem Block J (Fig. 26) von ausgeglühtem Schmiedeeisen, dessen Länge 45 cm, dessen Breite 15 cm und dessen Tiefe 5 cm beträgt. In der Mitte ist ein Stück herausgeschnitten, und in dieser Höhlung befinden sich die Magnetisierungsspulen P_1 P_2 und eine sekundäre Spule S, die mit dem ballistischen Galvanometer verbunden ist. Die Enden des

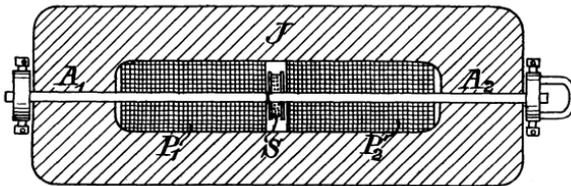


Fig. 26.

Eisenblocks sind durchbohrt, um die Probestücke A_1 A_2 aufzunehmen, deren Durchmesser genau in die Bohrungen passt. Man bestimmt die Stärke des Magnetisierungsstroms und berechnet aus deren Werthe, sowie aus der Windungszahl der Magnetisierungsspulen und aus den Dimensionen des Apparates die magnetisirende Kraft. Es sind zwei Probestäbe erforderlich, die mit ihren sorgfältig abgedrehten Enden in der Mitte des Eisenblocks gegen einander stossen, und von denen der eine mittels eines Handgriffs plötzlich weggezogen werden kann. In Folge dessen schnell die sekundäre Spule durch den Druck einer seitlich angebrachten Feder aus dem Apparat heraus, sodass die Induktion in ihr plötzlich von einem bestimmten Werthe auf Null herunterfällt. Aus der Ablenkung des Galvanometers ergibt sich dann der Betrag, den die Induktion in dem Augenblick besass, wo der Probestab und die sekundäre Spule weggezogen wurden.

Ein Theil der magnetisirenden Kraft dient dazu, die Kraftlinien durch die Probestäbe zu treiben, ein anderer, um sie durch den

Eisenblock zu schicken. Wir haben also eine Anordnung, auf die Formel (20) (S. 68) Anwendung finden kann. Bezeichnet i die Stärke des Magnetisierungsstromes in Ampère und z die Zahl der wirksamen Drahtwindungen auf beiden Magnetisierungspulen, so haben wir

$$\frac{4\pi i z}{10} = F \left\{ \frac{l_1}{Q_1 \mu_1} + \frac{l_2}{Q_2 \mu_2} \right\},$$

wo sich der Index 1 auf die Probestäbe und der Index 2 auf den Eisenblock beziehen soll. Da dieser aus geglühtem Schmiedeeisen besteht, so ist μ_2 sehr gross. Gleichzeitig ist der Querschnitt Q_2 sehr gross im Verhältnis zu dem Querschnitt Q_1 des Probestabes, so dass der Quotient

$$\frac{l_2}{Q_2 \mu_2}$$

als sehr klein gegen

$$\frac{l_1}{Q_1 \mu_1}$$

vernachlässigt werden kann. Die Formel lautet alsdann

$$\frac{4\pi i z}{10} = \frac{F l_1}{Q_1 \mu_1}.$$

Da der Querschnitt des Probestabes bekannt ist, so können wir die Induktion \mathfrak{B} und ebenso die Permeabilität aus der gesammten Anzahl F der Kraftlinien berechnen. Die magnetisierende Kraft ist

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi i z}{10 l};$$

ihr Werth lässt sich also aus der Stärke des Magnetisierungsstromes berechnen. Die Gesamtzahl F der Kraftlinien ergibt sich aus dem Ausschlag des ballistischen Galvanometers; dividiren wir sie durch den Querschnitt des Stabes, so finden wir die Induktion \mathfrak{B} ; wird diese endlich durch die magnetisierende Kraft dividirt, so erhalten wir die Permeabilität

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}.$$

Hopkinson hat in seiner schon citirten Abhandlung über die „Magnetisirung des Eisens“ die Resultate angegeben, die sich aus der Prüfung einer grossen Anzahl verschiedener Probestäbe ergeben haben. Die wichtigsten beziehen sich natürlich auf Schmiedeeisen und graues Gusseisen, da diese beiden für Dynamomaschinen ver-

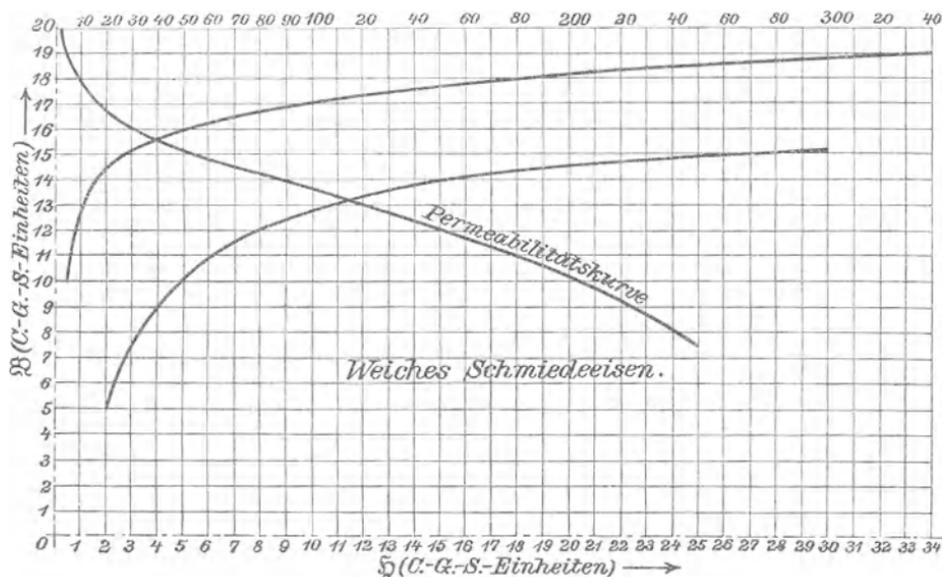


Fig. 27.

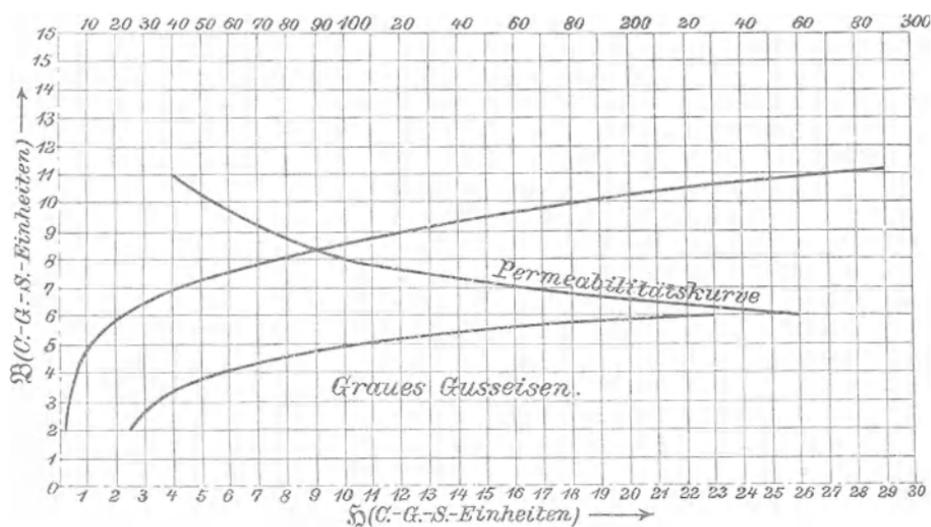


Fig. 28.

wendet werden. Die Kurven in Fig. 27 und 28 geben Mittelwerthe an, die nach den Hopkinson'schen Tabellen und Kurventafeln zusammengestellt sind. Es muss dabei erwähnt werden, dass eine beliebige Eisensorte, die allgemein als ausgeglühtes Schmiedeeisen oder graues Gusseisen bezeichnet wird, doch Kurven aufweisen kann und gewöhnlich auch wirklich aufweist, die von den hier mitgetheilten Kurven etwas abweichen. Ferner ist zu bemerken, dass in den Figuren der aufsteigende und absteigende Ast der Magnetisirungskurve nicht unterschieden ist, weil wir bei Dynamomaschinen, für deren Berechnung diese Kurven zuerst bestimmt waren, eine bestimmte Induktion ebenso oft bei abnehmendem als bei wachsendem Magnetisirungsstrom erreichen und deshalb das Mittel aus beiden Kurven im Ganzen die richtigsten Ergebnisse liefert. Ferner wird der Unterschied zwischen den beiden Kurven durch die mechanischen Erschütterungen verringert, die eine Dynamomaschine während des Betriebes erfährt. In jeder Figur sind zwei Kurven für die Induktion angegeben, deren Abscissen sich wie 1 : 10 verhalten. Dies ist deshalb geschehen, um den ersten Theil der Kurven besser zur Darstellung zu bringen. Die Zahlenwerthe für die Abscissen der untern Kurve stehen am obern, die für die obere Kurve am untern Rande der Figur. Ferner sind die Permeabilitätskurven gezeichnet, wo die Ordinaten die Induktion und die Abscissen die Permeabilität darstellen. Letztere ist eine einfache Zahl, die in der Figur für Gusseisen gleich den am obern Rande verzeichneten Werthen ist. Bei Schmiedeeisen hat die Permeabilität den zehnfachen Werth der obern Zahlen. Die Verwendung, die diese Kurven bei der Konstruktion und der Prüfung von Dynamomaschinen finden, wird in einem spätern Kapitel behandelt.

34. Energie der Magnetisirung.

Im fünften Kapitel haben wir gefunden, dass keine Energie erforderlich ist, um ein einmal hergestelltes magnetisches Feld zu erhalten. Wir haben die magnetischen Kraftlinien mit den Stromlinien einer bewegten Flüssigkeit verglichen, wo, abgesehen von der Reibung, auch keine Energie nöthig ist, um die Flüssigkeit in Bewegung zu erhalten. Es muss jedoch Energie aufgewendet werden, um die Flüssigkeit in Bewegung zu setzen, und diese Energie bleibt in der Flüssigkeit erhalten und kann wiedergewonnen werden, wenn

man die Bewegung hemmt. Trifft unser Vergleich zwischen einer bewegten Flüssigkeit und einem magnetischen Felde zu, so wäre zu erwarten, dass auch das Feld nur durch den Aufwand einer bestimmten Menge von mechanischer Energie hergestellt werden könnte; diese bliebe alsdann in dem Felde aufgespeichert und würde wieder gewonnen, wenn man das Feld wieder vernichtete. Dies ist in der That der Fall, wie sich leicht zeigen lässt. Wir haben im fünften Kapitel auseinandergesetzt, dass das Linienintegral der magnetischen Kraft oder der Unterschied des magnetischen Potentials zweier Punkte eines magnetischen Feldes gleich der Energie ist, die aufgewendet oder gewonnen wird, wenn sich der Einheitspol von dem einen Punkt nach dem andern bewegt. Sind die beiden Punkte um 1 cm von einander entfernt, so ist der Unterschied des magnetischen Potentials gleich der magnetisirenden Kraft \mathfrak{H} des Feldes. Wir wollen uns nun den Raum eines Kubikcentimeters vorstellen, der so im Felde gelegen ist, dass die Kraftlinien zwei gegenüberliegende Würfelseiten rechtwinklig schneiden; die Induktion soll über die ganze Oberfläche gleichmässig vertheilt sein und im absoluten Maass den Werth \mathfrak{B} haben. Natürlich hängt der Werth von \mathfrak{B} von der Permeabilität der Substanz ab, die den Würfel füllt. Besteht sie aus Luft oder aus einem andern unmagnetischen Stoffe, so ist die Induktion

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H};$$

besteht sie aus Eisen mit der Permeabilität μ , so ist

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}.$$

Jedenfalls erhalten wir für jeden Werth der magnetischen Kraft eine bestimmte Induktion. Nun möge die magnetisirende Kraft um einen unendlich kleinen Betrag wachsen und die Induktion in Folge dessen um $d\mathfrak{B}$ zunehmen. Vor der Aenderung war die Menge des freien Magnetismus auf den Endflächen unseres Würfels gleich

$$\frac{\mathfrak{B}}{4\pi},$$

nach derselben ist sie gleich

$$\frac{\mathfrak{B}}{4\pi} + \frac{d\mathfrak{B}}{4\pi};$$

d. h. es sind $\frac{d\mathfrak{B}}{4\pi}$ Einheiten der magnetischen Masse von der einen Endfläche des Würfels nach der andern übertragen, während die

magnetische Kraft von \mathfrak{H} auf $\mathfrak{H} + d\mathfrak{H}$ gewachsen ist. Vernachlässigen wir die unendlich kleine Grösse $d\mathfrak{H}$, so können wir die Energie, die zu der Uebertragung nöthig ist, gleich $\frac{1}{4\pi} \mathfrak{H} d\mathfrak{B}$ setzen.

Wächst nun die magnetische Kraft unendlich oft um unendlich kleine Beträge, so erhalten wir einen endlichen Zuwachs der magnetischen Kraft und der Induktion. Die gesammte Energie (in Erg) ist offenbar gleich dem Integral des obigen Ausdrucks zwischen den Grenzen der anfänglichen und schliesslichen Induktion, oder in einer Formel ausgedrückt,

$$E = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathfrak{B}_2}^{\mathfrak{B}_1} \mathfrak{H} d\mathfrak{B},$$

wenn wir mit \mathfrak{B}_1 und \mathfrak{B}_2 die Grenzen bezeichnen, zwischen denen sich die Induktion ändert. Die gesammte Energiemenge, die er-

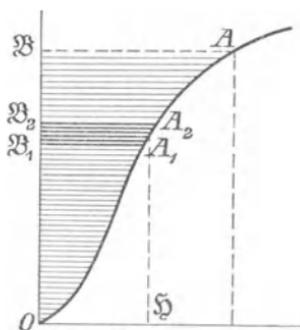


Fig. 29.

forderlich ist, um die Induktion von 1 ccm der magnetisirten Substanz auf \mathfrak{B} zu bringen, erhält man, wenn man die eine Grenze gleich 0 und die andere gleich \mathfrak{B} setzt; sie ist daher

$$E = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\mathfrak{B}} \mathfrak{H} d\mathfrak{B} \quad (27)$$

Die Anwendung, welche diese Formel findet, wenn es sich um die Magnetisirung von Eisen handelt, wird durch Fig. 29 noch klarer, welche die Beziehung zwischen magnetischer Kraft und Induktion darstellt. $A_1 A_2$ mögen zwei Zustände der Magnetisirung

bezeichnen, die einander so nahe sind, dass man sie, ohne einen grossen Fehler zu begehen, auf dieselbe magnetische Kraft \mathfrak{H} beziehen kann; $\mathfrak{B}_1 \mathfrak{B}_2$ seien die entsprechenden Werthe der Induktion. Die Zunahme des Magnetismus, der unter dem Einfluss der magnetischen Kraft \mathfrak{H} übertragen wird, stellt die Länge der Linie $\mathfrak{B}_1 \mathfrak{B}_2$, dividirt durch 4π , graphisch dar; die entsprechende Energie (in Erg) ist demnach gleich der Fläche $A_1 A_2 \mathfrak{B}_2 \mathfrak{B}_1$ dividirt durch 4π . Die gesammte Energie (in Erg), die bei der Magnetisirung von 1 ccm Eisen von der Induktion 0 auf die Induktion \mathfrak{B} aufgewendet wird, wird daher durch die Fläche zwischen der Ordinatenachse und der Magnetisirkungskurve, dividirt durch 4π , dargestellt. In der Figur ist dies die schraffierte Fläche $A O \mathfrak{B}$. Ist also die Magnetisirkungskurve irgend einer Eisensorte bekannt, so kann die Energie, die sich als Magnetismus in einem gegebenen Volumen oder in einer bestimmten Gewichtsmenge dieses Eisens bei verschiedenen Werthen der Induktion aufspeichern lässt, leicht berechnet werden.

35. Hysteresis.

Die Theorie, die wir hier für die Energie der Magnetisirung abgeleitet haben, ist aus zwei Gründen von praktischer Wichtigkeit, nämlich einmal wegen der Inductionsspulen, die bei Wechselstrombogenlampen benutzt werden, sodann wegen der Wechselstrommaschinen im Allgemeinen. Solche Inductionsspulen umgeben einen Eisenkern und sind in den Kreis eines Wechselstroms eingeschaltet. Während der Strom von Null bis zu seinem maximalen Werthe wächst, wird eine bestimmte Menge von magnetischer Energie in dem Eisenkern aufgespeichert und gelangt in Folge dessen nicht in die Lampe, wo der Strom Arbeit leistet. Nimmt dagegen der Strom ab, so wird die magnetische Energie frei und verhindert bis zu einem gewissen Grade die Umkehrung des Stromes. Auf diese Weise wirkt die Inductionsspule wie ein elastischer Puffer zwischen der Elektrizitätsquelle und der Lampe, indem sie die wirksame elektromotorische Kraft an den Klemmen der letztern verringert. Es ist nicht nöthig, in diesem Zusammenhang näher auf die Theorie und Konstruktion solcher Inductionsspulen einzugehen. Sie wurden nur erwähnt, um zu zeigen, dass die scheinbar nur für die Theorie ergiebige Berechnung der Energie eines magnetischen Feldes keineswegs in der Technik ohne praktische Bedeutung ist.

Die zweite der erwähnten Anwendungen ist von noch grösserer Wichtigkeit. Sie betrifft eine Erscheinung, die allgemein an jedem Wechselstromapparat beobachtet werden kann und unter dem Namen *Hysteresis* bekannt ist, den ihr Ewing beigelegt hat. Der Name schliesst ein Nachhinken ein und bezieht sich besonders auf das Zurückbleiben der Induktion hinter der magnetisirenden Kraft, das sich aus dem Unterschied zwischen den auf- und absteigenden Magnetisirungskurven (Fig. 25) ergibt.

Fangen wir mit der magnetischen Kraft Null an und lassen sie dann bis zu ihrem höchsten positiven Werthe wachsen, so erhalten wir die Kurve B'A'C. Ist der Punkt C erreicht, so hat jedes Kubikcentimeter des Eisens eine Energiemenge aufgenommen, welche, in Erg ausgedrückt, gleich der durch 4π dividirten Fläche zwischen der Kurve B'A'C und der Strecke B'c ist. Nimmt nun die magnetische Kraft wieder auf Null ab, so müssten wir die ganze Energiemenge wiedergewinnen, die das Eisen vorher absorhirt hat. Dies ist jedoch nicht der Fall. Wir erhalten nur die Energie wieder, die der zwischen BC und cB eingeschlossenen Fläche entspricht. Der Fehlbetrag, also die durch die Fläche B'A'CB'OB' dargestellte Energie, ist in Wärme umgesetzt. Dieselbe Schlussfolgerung gilt für die negativen magnetischen Kräfte, und wir kommen zu dem Resultat, dass in dem Eisen, das einen vollständigen magnetischen Cyklus durchmacht, eine Energiemenge verloren geht, die, in Erg ausgedrückt, gleich der durch 4π dividirten Fläche CBAC'B'A' ist. Die Energie, die durch die Hysteresis zerstreut wird, verkleinert nicht nur den Wirkungsgrad der Wechselstromapparate, sondern bringt auch eine Wärmeentwicklung hervor, die unter gewissen Bedingungen sehr lästig werden kann. Je weicher das Eisen ist, das man anwendet, um so kleiner ist der Abstand zwischen der aufsteigenden und absteigenden Magnetisirungskurve, um so kleiner ist also auch die Energiezerstreuung in Folge der Hysteresis. Deshalb sollte das für Wechselstromapparate zu verwendende Eisen möglichst weich und ausgeglüht sein.

Ist keine vollständige Magnetisirungskurve für eine gewisse Eisensorte vorhanden, dagegen aber die Koercitivkraft OA bekannt, so kann die Energiezerstreuung in Folge der Hysteresis auch näherungsweise aus dieser Grösse berechnet werden. Ein Blick auf Fig. 25 zeigt, dass die Länge der horizontalen Linien, die zwischen den beiden Kurven in verschiedenen Höhen liegen, an-

nähernd konstant ist und dass der Flächeninhalt der ganzen gestreckten Figur nahezu gleich dem Rechteck ist, dessen Grundlinie gleich AA' und dessen Höhe gleich dem doppelten höchsten Werthe der Induktion, also vier Mal so gross als das Produkt aus Koercitivkraft und Induktion ist. *Die Energiezerstreuung in Folge von Hysteresis (in Erg) ist mithin gleich dem Product aus Koercitivkraft und Induction dividirt durch π .* Die Zerstreung, die in der Zeiteinheit in Folge der Hysteresis stattfindet, ist natürlich der Anzahl der vollständigen

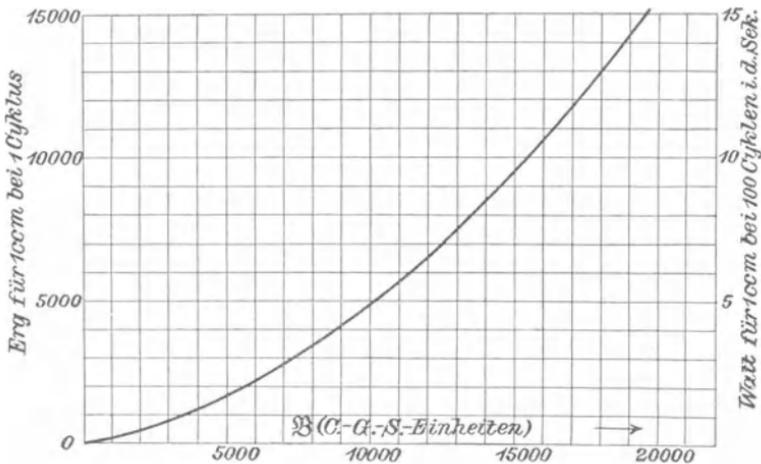


Fig. 30.

magnetischen Cyklen proportional, die auf die Zeiteinheit kommen. Wählen wir die Sekunde als Zeiteinheit und setzen voraus, dass das Eisen 100 vollständige Cyklen in der Sekunde durchmacht, so können wir die Energiezerstreuung für das Kubikcentimeter Eisen in Watt angeben, wie es durch die Kurve in Fig. 30 geschehen ist, die nach den Ewing'schen Beobachtungen über ausgeglühtes Schmiedeeisen gezeichnet ist. Die Zahlen links bedeuten hier Erg, die rechts bezeichnen Watt und gelten für ein Eisenstück, das 100 Cyklen in der Sekunde durchmacht.

Siebentes Kapitel.

36. Inducirte elektromotorische Kraft. — 37. Gesammte elektromotorische Kraft einer zweipoligen Dynamomaschine. — 38. Einheit des elektrischen Widerstandes im C.G.S.-System.

36. Inducirte elektromotorische Kraft.

In den vorhergehenden Kapiteln sahen wir, wie ein von einem Strome durchflossener Leiter in seiner Umgebung ein magnetisches Feld erzeugt, wie ein Stück Eisen, das wir in dieses Feld bringen, magnetisch wird und wie Ströme und Magnete mit messbaren mechanischen Kräften auf einander wirken. Der elektrische Strom erzeugt in jedem Falle Magnetismus, und es fragt sich nun, ob auch das Umgekehrte der Fall ist, d. h. ob auch ein Magnet einen elektrischen Strom erzeugen kann. Die Erfahrung zeigt, dass dies nur unter gewissen Bedingungen geschieht. Wickeln wir auf einen Magnet einen Leiter auf und halten beide in unveränderter Lage zu einander, so würde das empfindlichste Galvanometer, das wir mit den Enden des Leiters verbinden, keinen Strom anzeigen. Verschieben wir dagegen den Leiter gegen den Magnet, so entsteht ein Strom. Während also zur Erzeugung des Magnetismus keine Bewegung nöthig ist, wenn der elektrische Strom Magnetismus erzeugt, erfordert der umgekehrte Vorgang eine relative Verschiebung des Magnetes gegen den Leiter. Dies lässt sich leicht durch folgenden Versuch zeigen. Man verbindet die freien Enden eines Stromleiters S (Fig. 31), der in Form einer Spule aufgewickelt und über den geraden Magnetstab NS geschoben ist, mit dem Galvanometer G; die Verbindungsdrähte sollen so lang sein, dass das Galvanometer nicht unmittelbar durch den Magnet beeinflusst wird. In der angegebenen Lage, wo sich die Spule in der Mitte des Magnetstabes befindet, verlaufen sämtliche Kraftlinien durch sie hindurch, aber das Galva-

nometer zeigt keine Ablenkung. Verschieben wir jedoch die Spule auf dem Magnet, so wird die Galvanometernadel abgelenkt, und zwar im Allgemeinen um so stärker, je rascher die Bewegung vor sich geht. Ferner wird die Ablenkung in verschiedenem Sinne erfolgen, je nach der Richtung, in der wir die Spule verschieben: Dreht sich die Nadel des Galvanometers also z. B. nach rechts, wenn wir die Spule über den Nordpol hin abziehen, so erfolgt eine Ablenkung nach links, wenn die Spule nach dem Südpol bewegt wird. Schieben wir ferner die Spule wieder auf den Stab zurück, so erfährt die Galvanometernadel eine Ablenkung im entgegengesetzten Sinne, als wenn die Spule an demselben Magnetpol abgezogen wird.

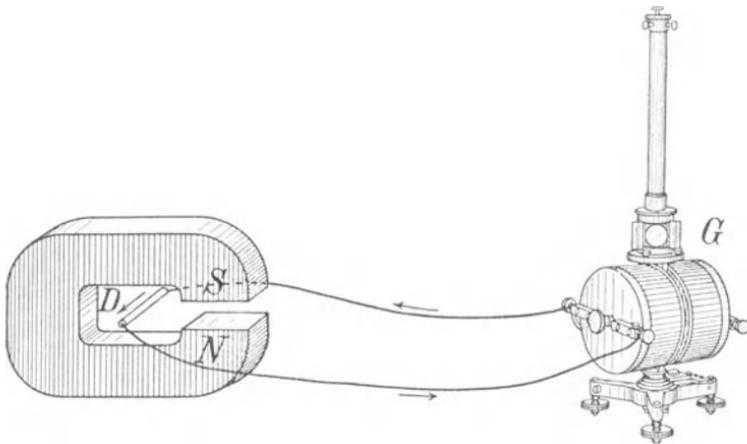


Fig. 31.

Da wir nun dieselbe Wirkung auch dadurch erreichen können, dass wir die Spule in Ruhe lassen und den Magnet in Bewegung setzen, so schliessen wir auf Grund dieser Versuche, dass durch jede Bewegung des Magnetes und des Leiters gegen einander ein Strom oder vielmehr eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, die ihrerseits wieder einen Strom hervorruft. Hat die Spule die in Fig. 31 angegebene Lage, so verläuft das Maximum der Kraftlinien durch sie hindurch, befindet sie sich dagegen auf einem Ende des Stabes, so ist die Zahl der in ihrem Innern verlaufenden Kraftlinien ein Minimum. Deswegen schreiben wir das Entstehen der elektromotorischen Kraft der Veränderung der Kraftlinienzahl zu, welche die Spule oder, all-

gemein gesagt, den Stromkreis durchsetzen. Denn der Versuch gelingt auch, wenn wir ihn in der Weise vornehmen, die Fig. 32 veranschaulicht. Wie bereits gesagt, ist die Ablenkung der Galvanometernadel um so grösser, je schneller der Leiter bewegt wird, und wir schliessen daraus, dass nicht die Veränderung der Kraftlinienzahl als solche, sondern die Schnelligkeit, mit der sie vor sich geht, die elektromotorische Kraft bestimmt. Diese ist demnach der Aenderung proportional, welche die Zahl der durch den betreffenden Stromkreis verlaufenden Kraftlinien in der Zeiteinheit erfährt. Ob hierbei die Kraftlinienzahl wächst oder abnimmt, ist nur auf die Richtung der entstehenden elektromotorischen Kraft von Einfluss. Dies ist eine einfache empirische Thatsache, die auf mannigfache Art bewiesen werden kann, für die wir jedoch keine Erklärung haben. Zwei

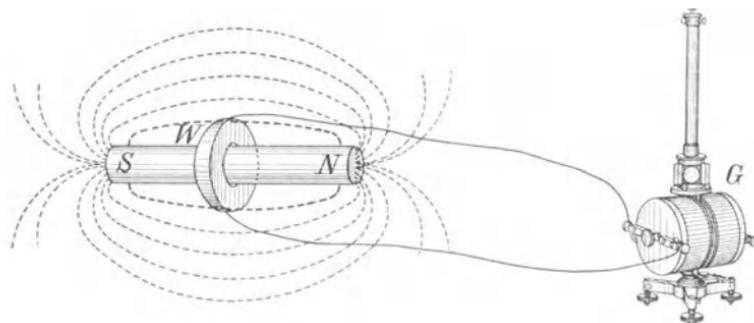


Fig. 32.

Beispiele, die als Beweis gelten können, sind in Fig. 31 und 32 veranschaulicht. In beiden — und überhaupt in allen — Fällen, in denen ein Induktionsstrom zu Stande kommt, sind der elektrische und magnetische Stromkreis wie die Glieder einer Kette mit einander verbunden, d. h., die magnetischen Kraftlinien durchsetzen den von den elektrischen Stromfäden gebildeten Ring.

Wir haben zu beachten, dass in den beiden gegebenen Fällen das Feld selbst keine Veränderung erfährt, sondern dass nur die Zahl der Kraftlinien, die den elektrischen Stromkreis durchsetzen, eine andere wird. Hierbei müssen die vom elektrischen Stromkreise umschlossenen Kraftlinien diesen stets schneiden. Es gibt jedoch auch Fälle, wo sich die Zahl der vom elektrischen Stromkreis umschlossenen Kraftlinien ändert, ohne dass diese vom Stromleiter ge-

schnitten werden. Hierfür giebt Fig. 33 ein Beispiel. R bezeichnet hier einen Eisenring, um welchen zwei Stromkreise P und S gewickelt sind. Senden wir durch P einen Strom, so entstehen Kraftlinien im Eisen, deren Zahl (Induktion \mathfrak{B}) von Null bis zu einem Maximum wächst und aus den elektrischen und magnetischen Konstanten der Anordnung nach Formel (16) berechnet werden kann. Während der Zeit, in der die Induktion anwächst, wird im Strom-

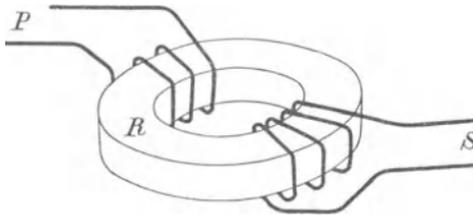


Fig. 33.

kreise S , der gleichfalls mit dem Kraftlinienstrom verketten ist, eine elektromotorische Kraft erzeugt, und der Abnahme der Induktion entspricht eine entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kraft in S . Die Ursache dieser Erscheinung bildet hier, ebenso wie oben, die Veränderung, welche die Zahl der den elektrischen Stromkreis durchsetzenden Kraftlinien erleidet; sie wird jedoch jetzt nicht dadurch bewirkt, dass sich der Stromkreis bewegt und Kraftlinien schneidet, sondern es ändert sich die gesamte Stärke des Feldes.

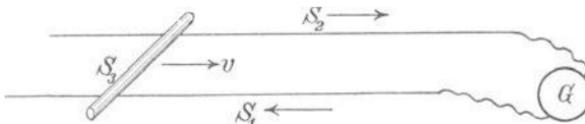


Fig. 34.

In Fig. 34 mögen S_1 und S_2 zwei parallele Metallschienen bedeuten, die an ihrem einen Ende durch ein Galvanometer G geschlossen sind; an dem andern Ende sind sie durch eine bewegliche dritte Schiene S_3 verbunden, die sie rechtwinklig schneidet. Der ganze Apparat soll sich in einem gleichförmigen magnetischen Felde befinden, dessen Kraftlinien senkrecht auf der Ebene der drei Schienen steht. Wenn sich die Schiene S_3 , welche wir als Schlitten bezeichnen wollen, mit der Geschwindigkeit v auf den festen Schienen

bewegt, so schneidet sie die Kraftlinien. Dadurch wird in ihr eine elektromotorische Kraft erzeugt, welche ihrerseits einen Strom in dem Kreise hervorruft. Ist die elektromotorische Kraft und der Widerstand des Stromkreises bekannt, so lässt sich die Stromstärke berechnen, und umgekehrt ergibt sich die elektromotorische Kraft, sobald wir Stromstärke und Widerstand bestimmt haben. Die elektromotorische Kraft hängt natürlich von der Geschwindigkeit, mit der sich der Schlitten bewegt, von der Feldstärke und von der Länge des Schlittens ab.

Durch eine Reihe sorgfältig angestellter Versuche würde man so das Gesetz für die Induktion der elektromotorischen Kraft bestimmen können. Noch einfacher lässt es sich indessen aus dem Prinzip von der Erhaltung der Energie ableiten. Der Strom, der in Folge der inducirten elektromotorischen Kraft durch den Leiter fliesst, stellt eine bestimmte Energiemenge dar; diese muss offenbar gleich der Arbeit sein, die aufgewandt wird, um den Schlitten im magnetischen Felde zu bewegen. Im vierten Kapitel zeigten wir, dass die mechanische Kraft P , die in einem Felde von der Kraftliniendichte \mathfrak{B} auf einen Leiter von der Länge l und der Stromstärke i wirkt, durch die Formel

$$P = li\mathfrak{B} \dots \dots \dots (27)$$

gegeben ist. Bewegen wir den Schlitten mit der Geschwindigkeit v in der Sekunde, so ist die hierfür erforderliche Arbeit A (in Erg)

$$A = Pv = li\mathfrak{B}v.$$

Nun ist die Energie, die der Strom von der Stärke i darstellt, gleich ei , wenn wir mit e die elektromotorische Kraft bezeichnen.

Es ist somit

$$A = ei = li\mathfrak{B}v \dots \dots \dots (28)$$

oder

$$e = l\mathfrak{B}v, \dots \dots \dots (29)$$

d. h. die inducirte elektromotorische Kraft ist gleich dem Produkt aus der Länge des Leiters, seiner Geschwindigkeit und der Feldstärke, wenn jede dieser Grössen in Einheiten des C.G.S.-Systems gegeben ist. In Formel (28) ist die Arbeit in Erg ausgedrückt; um sie in Watt zu erhalten, haben wir durch 10^7 zu dividiren und erhalten

$$A = li\mathfrak{B}v 10^{-7}.$$

Wollen wir ferner i in Ampère einsetzen, so haben wir noch durch 10 zu dividiren und erhalten schliesslich

$$A = li\mathfrak{B}v 10^{-8} \text{ Watt.}$$

Hieraus folgt für die inducirte elektromotorische Kraft

$$e = l\mathfrak{B}v 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (30)$$

Vergleichen wir den letzten Ausdruck mit Formel (28), so finden wir, dass die Einheit der elektromotorischen Kraft im C.G.S.-System gleich einem Hundertmilliontel Volt ist. Sie wird in einem Schlitten von 1 cm Länge erzeugt, wenn wir ihn mit einer Geschwindigkeit von 1 cm in der Sekunde rechtwinklig zu den Kraftlinien eines magnetischen Feldes von der Stärke 1 bewegen.

Da lv die Fläche bedeutet, die vom Schlitten in einer Sekunde beschrieben wird, so stellt $lv\mathfrak{B}$ die Aenderung dar, welche die Gesamtzahl der den Stromkreis durchsetzenden Kraftlinien in der Sekunde erfährt. Nimmt die gesammte Feldstärke in der Zeit dt um dF zu, so würde in einem einfachen Stromkreise eine elektromotorische Kraft im Betrage von

$$e = \frac{dF}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

inducirt. Besteht der Kreis aus mehreren Windungen, deren Zahl z sein möge, so ist

$$e = z \frac{dF}{dt} 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (31)$$

Diese Formel eignet sich besonders zur Berechnung der Wirkung von Transformatoren, während Formel (30) bei Dynamomaschinen bequemer anzuwenden ist.

Ein Beispiel mag zeigen, wie sie zu benutzen ist. Bei einer Dynamomaschine möge die Feldstärke \mathfrak{B} in dem Luftzwischenraum C 5000 C.G.S.-Einheiten, und die Geschwindigkeit der Ankerdrähte 1500 cm in der Sekunde betragen. Alsdann wird in einem Stücke der Ankerwicklung von 10 cm Länge eine elektromotorische Kraft von $\frac{10 \times 5000 \times 1500}{100000000} = 0,75$ Volt erzeugt.

Bevor wir die hier gefundenen Gesetze auf Dynamomaschinen anwenden, wollen wir zunächst eine einfache Regel aufstellen, aus der sich die Richtung der elektromotorischen Kraft ergibt. Nach dem Princip von der Erhaltung der Energie muss die elektromotorische Kraft nothwendig eine solche Richtung haben, dass sie der Bewegung, durch die sie entsteht, entgegenwirkt, und dem zu Folge bei der Ueberwindung dieses Widerstandes Arbeit zu leisten ist. Auf Grund dieser Ueberlegung könnte man die Richtung der elek-

tromotorischen Kraft in jedem Falle bestimmen; man erleichtert sich jedoch die Sache durch Anwendung einer einfachen Gedächtnisregel. Der Leiter, die Richtung der Kraftlinien und die der Bewegung mögen drei aufeinander senkrechte Geraden bilden. Denkt man sich nun eine menschliche Figur im Leiter liegen, die in der Richtung der Kraftlinien blickt, so tritt der Strom am Kopf (oben) ein und fliesst an den Füßen (unten) ab, wenn die Bewegung von rechts nach links gerichtet ist.

37. Gesammte elektromotorische Kraft einer zweipoligen Maschine.

Um die Anwendung von Formel (30) zu zeigen, wählen wir als Beispiel einen zweipoligen Gramme'schen Anker, der auf seinem äussern Umfange n wirksame Leiter besitzt. Es mag hier die Bemerkung Platz finden, dass man besser eine Ankerwicklung durch die Anzahl der äussern, wirksamen Leiter, als durch die Anzahl der Windungen definirt. Bei dem Gramme'schen Anker sind zwar diese beiden Zahlen identisch, aber bei den Trommel- und Flachringkernen ist dies nicht der Fall, sodass unsere Formeln bei Einführung von Windungszahlen ihre allgemeine Gültigkeit verlieren würden. Die Konstruktion des Gramme'schen Ankers ist so bekannt, dass nur einige allgemeine Bemerkungen über seine Eigenschaften hier nöthig sind. Er besteht aus einem Hohlcyylinder, der aus Eisenscheiben oder Eisendraht hergestellt und so mit Kupferdraht bewickelt ist, dass dieser eine in sich geschlossene Schraubenlinie bildet. An der äussern und innern Mantelfläche des Cylinders verläuft der Draht der Maschinenachse parallel und an den Stirnflächen mehr oder weniger radial. Rings um die ganze Wicklung sind in gleichen Zwischenräumen die Drahtwindungen durch metallische Leiter mit den Kommutatorsegmenten verbunden. Um die Herstellung zu erleichtern, besteht die ganze Wicklung nicht aus einem zusammenhängenden Stück, sondern aus einer Anzahl Spulen, die je eine, zwei oder mehrere Windungen enthalten. Von den Verbindungspunkten benachbarter Spulen führen dann die Leiter nach den Kommutatorsegmenten. Ein Strom, der an einem Kommutatorsegment eintritt, theilt sich in zwei Zweige, von denen der eine der Reihe nach alle Spulen auf der einen Hälfte des Cylinders und der andere der Reihe nach alle Spulen auf der andern Hälfte des Cylinders durch-

fliest. Bei dem der Eintrittsstelle gegenüberliegenden Kommutatorsegmente vereinigen sich die beiden Zweige wieder und treten aus der Wicklung aus. Die Hälfte der wirksamen Leiter ist daher jeder Zeit hintereinander und die beiden Hälften sind parallel geschaltet. Der Anker dreht sich zwischen den Polen des Magnetfeldes, und die Leiter schneiden daher die Kraftlinien des Feldes, sodass in jedem Draht eine elektromotorische Kraft erzeugt wird. Da die Drähte, welche zu irgend einer Zeit unter dem Einflusse desselben Poles stehen, hintereinandergeschaltet sind, so addiren sich ihre elektromotorischen Kräfte. Die Summe ergibt die gesammte elektromotorische Kraft, welche wir jetzt bestimmen wollen.

\mathfrak{B}_1 möge die Induktion im Luftzwischenraum bezeichnen, l die Länge und d den Durchmesser des Ankers, während n die Anzahl der Umdrehungen bedeute, die er in der Minute macht. ω sei der Winkel, den jeder Polschuh umfasst, und die Induktion habe in dem gesammten durch diesen Winkel bestimmten Theil des Ankers denselben Betrag. In den dazwischen liegenden Theilen sei die Induktion gleich Null. In Wirklichkeit ist dies nicht der Fall, da die Induktion an den Ecken der Polschube keine plötzliche Veränderung erleidet, sondern allmählich abfällt. Für die Bestimmung der elektromotorischen Kraft ist jedoch die genaue Kenntniss der Vertheilung der Kraftlinien nicht erforderlich, da es nicht darauf ankommt, die elektromotorische Kraft in jedem einzelnen Drahte, sondern die Summe aller Einzelkräfte zu ermitteln. Wenn deshalb in Folge der ungleichen Vertheilung der Kraftlinien ein Draht seinen vollen Antheil an der Erzeugung der elektrischen Energie nicht leistet, so wirkt ein anderer um eben soviel mehr, sodass die gesammte elektromotorische Kraft denselben Werth behält, als wenn die Kraftlinien gleichmässig vertheilt wären.

Ist z die Gesamtzahl der wirksamen Leiter auf dem Anker, so stehen davon $\frac{\omega}{2\pi} z$ in einem bestimmten Zeitpunkt unter dem Einflusse eines Polschuhes. Die elektromotorische Kraft e , welche in jedem dieser Drähte bei der Bewegung des Ankers erzeugt wird, beträgt nach Formel (30)

$$e = l \mathfrak{B}_1 \pi d \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt,}$$

wo der Ausdruck $\pi d \frac{n}{60}$ die lineare Geschwindigkeit bezeichnet,

mit der sich die Drähte durch das Feld bewegen. Die gesammte elektromotorische Kraft ist daher

$$\begin{aligned} E &= \frac{\omega}{2\pi} z l \mathfrak{B}_1 \pi d \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt} \\ &= z \omega \frac{d}{2} \mathfrak{B}_1 l \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.} \end{aligned}$$

Für die Gesamtzahl der Kraftlinien, welche den Anker durchsetzen, haben wir nun

$$F = \omega \frac{d}{2} \mathfrak{B}_1 l.$$

Führen wir daher die Gesamtzahl F der Kraftlinien ein, die wir aus den Konstruktionsdaten der Maschine und aus den erregenden Windungen nach Formel (19) berechnen können, so wird die gesammte elektromotorische Kraft

$$E = F z \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (32)$$

38. Einheit des elektrischen Widerstandes im C.G.S.-System.

Der Versuch, den wir mit den Schlitten anstellten, liefert uns ein bequemes Mittel, um die Beziehung zu bestimmen, die zwischen der absoluten oder C.G.S.-Einheit des Widerstandes und dem Ohm besteht. Die Widerstandseinheit im C.G.S.-System wird bekanntlich durch den Widerstand eines Leiters dargestellt, in welchem die Einheit der elektromotorischen Kraft die Einheit der Stromstärke erzeugt. Die Entfernung zwischen den beiden festen Schienen betrage 1 cm, die Feldstärke \mathfrak{B} sei gleich 1 und der Schlitten werde mit einer Geschwindigkeit von 1 cm in der Sekunde bewegt. Die erzeugte elektromotorische Kraft ist dann gleich 1 C.G.S.-Einheit oder gleich 10^{-8} Volt. Wenn der Gesamtwiderstand des Stromkreises gleich der Einheit wäre, so würde auch die Einheit der Stromstärke, also 10 Ampère, in dem Leiter fließen. Nehmen wir jetzt an, die Geschwindigkeit des Leiters würde auf 10000 km oder 10^9 cm in der Sekunde gesteigert, so würde dies eine elektromotorische Kraft von 10 Volt ergeben. Soll trotz der Vergrößerung der Geschwindigkeit die Stromstärke ihren alten Werth beibehalten, so müssen wir den Widerstand des Stromkreises in demselben Verhält-

nisse vergrössern. Statt ihn einer C.G.S.-Einheit gleich zu machen, müssen wir ihn auf 10^9 C.G.S.-Einheiten bringen. Da nun die elektromotorische Kraft 10 Volt und die Stromstärke 10 Ampère beträgt, so muss der Widerstand des Stromkreises 1 Ohm sein. Es ergibt sich somit, dass die C.G.S.-Einheit des Widerstandes der tausendmillionte Theil eines Ohm ist, oder

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Wir sahen, dass man, um die Stromstärke auf demselben Betrage zu halten, den Widerstand des Stromkreises im gleichen Verhältnis wie die Geschwindigkeit des Schlittens vergrössern muss. Man kann diese daher auch als ein Maass für den Widerstand ansehen. Hiernach ist der Widerstandsbetrag von 1 Ohm durch die Geschwindigkeit von 10^9 cm oder von 10000 km in der Sekunde gegeben; eine Strecke von 10000 km kommt aber der Länge des Erdquadranten gleich.

Achtes Kapitel.

39. Elektromotorische Kraft des Ankers. — 40. Geschlossene Ankerwicklungen. — 41. Zweipolige Wicklung. — 42. Mehrpolige Wicklung mit Parallelschaltung. — 43. Mehrpolige Wicklung mit Serienschaltung. — 44. Mehrpolige gemischte Wicklung.

39. Elektromotorische Kraft des Ankers.

Am Ende des vorhergehenden Kapitels haben wir für die mittlere elektromotorische Kraft des Ankers eine Formel abgeleitet, bei der wir die Voraussetzung machten, dass das Feld vollständig gleichförmig oder, anders ausgedrückt, dass die Induktion in dem ganzen Zwischenraum zwischen dem Ankereisen und den Polflächen konstant ist. Wir haben auch erwähnt, dass diese Voraussetzung nicht zutrifft, dass wir aber von etwaigen Unterschieden, welche die Induktion in verschiedenen Punkten aufweist, absehen könnten, da sie sich ausgleichen. Die gesammte elektromotorische Kraft des Ankers bleibt daher dieselbe, als wenn das Feld vollständig gleichförmig wäre. Dies ist jedoch kein wissenschaftlicher Beweis, und wir müssen deshalb, bevor wir weiter gehen, die Formel (32) streng ableiten.

Fig. 35 stellt den Querschnitt eines Ankers und seiner Magnetpole N, S dar. Die Vertheilung der magnetischen Kraftlinien in den Zwischenraum zwischen den Polen hängt von so vielen Bedingungen ab, dass wir uns unmöglich von der Beschaffenheit des Feldes auf dem Wege der Konstruktion eine Vorstellung machen können; wir müssen es vielmehr experimentell mittelst einer Induktionsspule oder mit Eisenfeilspähnen untersuchen. Für den vorliegenden Zweck ist es jedoch nicht nöthig, dass wir die genaue Vertheilung der Kraftlinien kennen; es braucht uns vielmehr nur die Anzahl aller magnetischen Kraftlinien bekannt zu sein, die links von der neutralen

Linie AB in den Anker treten und ihn dann an der rechten Seite wieder verlassen. Die Wicklung des Ankers ist so angeordnet, dass sich die elektromotorischen Kräfte, die in allen Drähten auf der einen Seite der Linie AB inducirt werden, addiren, und dass die gesammte elektromotorische Kraft, die auf der rechts von der Linie liegenden Hälfte hervorgerufen wird, gleich der auf der andern Hälfte erzeugten ist. Behalten wir die frühere Bezeichnungsweise bei, so haben wir z wirksame Windungen auf dem Anker, und die gesammte inducirte elektromotorische Kraft rührt von $\frac{z}{2}$ hintereinandergeschalteten Drähten her. Zählen wir die Windungen von oben nach rechts und nach links als 1, 2, 3 u. s. w., so können wir uns die gesammte Zahl

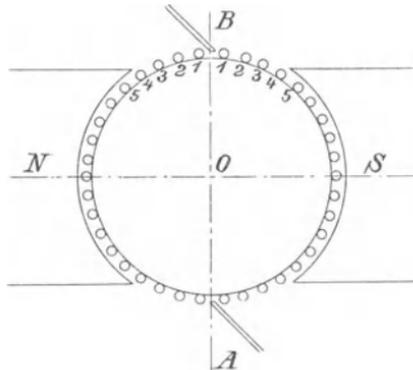


Fig. 35.

der Kraftlinien durch die Mittellinien der einzelnen Drähte in so viele Theile zerlegt denken, als Windungen auf jeder Seite vorhanden sind; die Zahl der Kraftlinien zwischen dem obersten Punkte des Ankers und der Mittellinie der Windung 1 sei gleich ΔF_1 , die zwischen den Mittellinien von 1 und 2 gleich ΔF_2 u. s. w. Die Zahl aller Kraftlinien ist alsdann gleich der Summe aller ΔF , wenn diese über die linke oder über die rechte Hälfte des Ankers ausgedehnt wird. Wir wollen nun zwei aufeinander folgende Theile des Ankers betrachten, deren Winkelabstand gleich der Entfernung zweier benachbarter Windungen ist. Werden die Windungen verschoben, so dass sie ihre Plätze vertauschen, so schneidet 1 alle Kraftlinien zwischen 1 und 2, 2 alle Kraftlinien zwischen 2 und 3

u. s. w. Die dadurch in Leiter 1 inducirte elektromotorische Kraft ist folglich gleich $\frac{\Delta F_2}{t}$, die in Leiter 2 inducirte gleich $\frac{\Delta F_3}{t}$ u. s. w., wo t die Zeit bedeutet, in der sich der Anker um den entsprechenden kleinen Winkel dreht. Die gesammte elektromotorische Kraft, die in $\frac{z}{2}$ Windungen auf der einen Seite des neutralen Durchmessers inducirt wird, ist also $\frac{\Sigma \Delta F}{t} = \frac{F}{t}$.

Nun möge der Anker einen Durchmesser von d cm haben und n Umdrehungen in der Minute machen; alsdann ist die Geschwindigkeit an der Peripherie gleich $\frac{n}{60} \pi d$ und der Abstand zweier benachbarter Windungen gleich $\frac{\pi d}{z}$. Daraus folgt

$$t \frac{n}{60} \pi d = \frac{\pi d}{z}$$

und

$$\frac{1}{t} = z \frac{n}{60};$$

setzen wir diesen Werth in die obige Gleichung ein, so ist

$$E = Fz \frac{n}{60}.$$

Die elektromotorische Kraft ist hierbei in C.G.S.-Einheiten angegeben; wollen wir sie in Volt ausdrücken, so müssen wir durch 10^8 dividiren und erhalten ebenso, wie im vorigen Kapitel

$$E = Fz \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt} \quad (32)$$

Die elektromotorische Kraft ist daher nur von der Gesamtzahl F der Kraftlinien abhängig, aber nicht von der mehr oder weniger regelmässigen Beschaffenheit des Feldes.

Wir haben diese Verhältnisse bisher nur für zweipolige Maschinen untersucht und müssen nun sehen, wie die Formel abzuändern ist, wenn es sich um mehrpolige Maschinen handelt. Wir wollen beispielsweise eine Maschine mit vier Polen betrachten, wie sie Fig. 36 zeigt. Die Kraftlinien, die von einem Pol ausgehen, theilen sich hier und laufen zu den beiden benachbarten Polen, wie es die

punktirten Linien angeben. Wenn wir annehmen, dass jeder Pol F Kraftlinien aussendet, so haben wir vier Induktionstreifen im Anker, von denen jeder $\frac{1}{2} F$ Kraftlinien enthält. Um den Vergleich mit der zweipoligen Maschine zu erleichtern, wollen wir annehmen, dass der Anker in Fig. 36 derselbe wie in Fig. 35 sei. Die Zahl der Windungen, auf die jeder Pol jetzt wirkt, ist $z/4$, während sie vorher $z/2$ war; setzen wir aber voraus, dass von jedem der vier Pole ebenso viele Kraftlinien ausgehen, wie vorher von jedem der zwei Pole, so ist die Zahl der zwischen zwei benachbarten Windungen verlaufenden Kraftlinien grösser als bei der zweipoligen Maschine. Während wir jetzt also eine geringere Zahl von ΔF haben, reprä-

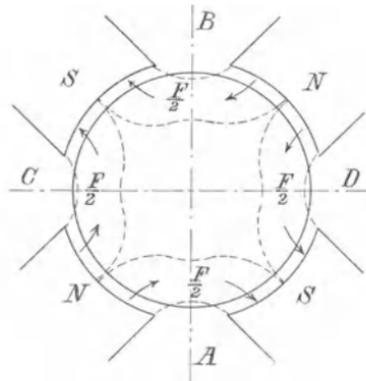


Fig. 36.

sentirt dagegen jedes ΔF mehr Kraftlinien, was einer höhern Induktion im Luftzwischenraume entspricht. Wenden wir dieselben Schlussfolgerungen wie vorher an, so ergibt sich, dass bei einer mehrpoligen Maschine die gesammte elektromotorische Kraft der Windungen, die unter dem Einfluss eines einzigen Polschuhes stehen, durch die Formel

$$E = \frac{F}{t}$$

oder

$$E = Fz \frac{n}{60} \text{ (C.G.S.-Einheiten)}$$

dargestellt wird und deshalb denselben Werth hat, wie bei der zweipoligen Maschine.

Es ist zu beachten, dass diese Formel für die elektromotorische Kraft desjenigen Ankertheils gilt, der zwischen zwei benachbarten neutralen Punkten liegt, an denen die Richtung des Stromes umgekehrt wird; wir wollen ein solches Stück der Kürze halber als *Ankersegment* bezeichnen. Bei einer zweipoligen Maschine liegen diese Punkte einander diametral gegenüber, und die elektromotorische Kraft rührt von der einen Hälfte der Ankerwindungen her, die auf einer Seite des neutralen Durchmessers liegen. In diesem Falle sind die beiden Ankersegmente parallel geschaltet, und die elektromotorische Kraft eines Segments ist dieselbe wie die des ganzen Ankers. Bei einer vierpoligen Maschine besteht der Anker aus vier Segmenten, von denen jedes einen Winkel von 90° umfasst. Hat die Maschine sechs Pole, so haben wir sechs Ankersegmente, von denen jedes einen Winkel von 60° einnimmt u. s. w.

Die Formel

$$E = Fz \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt} (32)$$

gibt daher die elektromotorische Kraft für jedes Segment an, und obgleich diese bei der zweipoligen Maschine gleich der elektromotorischen Kraft des ganzen Ankers ist, so braucht dies nicht nothwendig bei einer mehrpoligen Maschine der Fall zu sein. Es trifft dies nur dann zu, wenn die Ankerwicklung so angeordnet ist, dass alle Segmente parallel zu einander liegen; schaltet man aber zwei, drei oder mehr Segmente hintereinander, so ist die elektromotorische Kraft des ganzen Ankers gleich dem zwei-, drei- oder mehrfachen des durch Formel (32) angegebenen Werthes. Es ist also die gesammte elektromotorische Kraft einer vierpoligen Maschine mit Serienwicklung zweimal so gross als die einer zweipoligen Maschine von gleicher Feldstärke und mit einem Anker von gleicher Windungszahl. Die elektromotorische Kraft einer sechspoligen Maschine mit Serienwicklung ist dreimal so gross als die einer zweipoligen Maschine u. s. w.

Der Strom, den eine zweipolige Maschine liefert, ist doppelt so stark als der jeder Ankerwindung. Bei einer vierpoligen Maschine mit paralleler Ankerwicklung ist der Gesamtstrom viermal so stark als der einer einzigen Ankerwindung u. s. w. Die folgende Tabelle enthält die Beziehungen zwischen der Zahl der Pole, der elektromotorischen Kraft, der Stromstärke und der Leistung einer Dynamomaschine. E bedeutet hier die elektromotorische

Kraft eines Ankersegmentes, wie sie aus Formel (32) folgt, und $\frac{1}{2} I$ die Stromstärke in jeder Ankerwindung.

Zahl der Pole	E. M. K.		Stromstärke		Leistung
	Parallel- schaltung	Serien- schaltung	Parallel- schaltung	Serien- schaltung	Parallel- oder Serien- schaltung
2	E	E	I	I	EI
4	E	2E	2I	I	2EI
6	E	3E	3I	I	3EI
8	E	4E	4I	I	4EI
2n	E	nE	nI	I	nEI

Die Tabelle zeigt, dass die Leistung bei gegebener Grösse und gegebenem Gewicht des Ankers mit der Zahl der Pole wächst, und es könnte scheinen, als ob die mehrpoligen Maschinen unter allen Umständen leistungsfähiger wären, als die zweipoligen. Man muss jedoch hierbei bedenken, dass die elektromotorische Kraft eines Ankersegmentes von der Feldstärke abhängt. Umgeben wir nun einen gegebenen Anker mit einer grössern Anzahl von Magneten, so wird die Grösse der Polschuhe abnehmen. Wir müssen daher entweder die Dichte der Kraftlinien in dem Raum zwischen den Polen vergrössern, was aus später anzugebenden Gründen nicht immer möglich ist, oder uns mit einem schwächern Felde begnügen. Dies wiegt aber den Vortheil wieder auf, den die Anwendung vieler Pole auf der andern Seite mit sich bringen würde. Im Allgemeinen ist ein Anker, der für ein zweipoliges Feld gebaut ist, nicht gut bei einem mehrpoligen Felde zu brauchen und umgekehrt. Können wir jedoch die Dimensionen und die Wicklung des Ankers dem jedesmaligen Felde entsprechend ändern, so wenden wir das zweipolige Feld am besten bei kleinen und das mehrpolige bei grossen Maschinen an. Es wird dies noch näher im elften Kapitel ausgeführt werden. Augenblicklich beschäftigt uns nur die elektromotorische Kraft, die man bei einer gegebenen Ankerwicklung und bei einem bestimmten Felde erhält. In Bezug hierauf ist noch zu bemerken, dass man auch eine gemischte Ankerwicklung anwenden und z. B. einen zwölfpoligen Anker so anordnen kann, dass drei Segmente hintereinander und vier parallel geschaltet sind.

40. Geschlossene Ankerwicklungen.

Wir wollen nun einige Wicklungsmethoden beschreiben, nach denen man die Ankersegmente hinter einander oder parallel schalten kann*). Bei zweipoligen Maschinen mit offener Ankerwicklung sind die Segmente hinter einander verbunden, wie es im neunten Kapitel beschrieben wird. Bei zweipoligen Maschinen mit geschlossener Wicklung ist nur die Parallelschaltung möglich, und der Einfachheit halber wollen wir diese zuerst behandeln. Wir gehen dann zu der Betrachtung der mehrpoligen Wicklungen über, indem wir zuerst die Parallelschaltung, darauf die Serienschaltung und zum Schluss die gemischte Schaltung behandeln.

41. Zweipolige Wicklung.

Der Kreis in Fig. 37 soll den Querschnitt eines Ankers darstellen, der sich im Sinne des Uhrzeigers zwischen den Polen N, S dreht, und die 16 kleine Kreise auf dem Umfang des grossen mögen die Windungen sein. Nach der im siebenten Kapitel über die Richtung der inducirten Ströme gegebenen Regel wird alsdann in allen Leitern zwischen dem Anker und dem Nordpol eine elektromotorische Kraft erzeugt, die nach unten, also vom Beobachter weg, gerichtet ist, und in allen Leitern, die unter der Einwirkung des Südpols stehen, ist die elektromotorische Kraft nach oben, also auf den Beobachter zu, gerichtet. Wir bezeichnen die letzte Richtung durch einen Punkt in der Mitte des Drahtes; er bedeutet die Spitze des Pfeils, der die Stromrichtung anzeigt. In ähnlicher Weise wird ein nach unten gerichteter Strom durch einen Pfeil bezeichnet, der

*) Aus Mangel an Raum betrachten wir nur die gebräuchlichsten Wicklungen. Eine eingehendere Behandlung des Gegenstandes findet man in Arnold's ausgezeichnetem Buche „Die Ankerwicklungen der Gleichstrom-Dynamomaschinen, Berlin, 1891“. Hier wird gezeigt, wie man aus einer gegebenen Wicklung neue Wicklungen mittelst algebraischer Formeln ableiten kann. Wenn wir der Arnold'schen Darstellungsweise nicht folgen, so geschieht es nicht aus Geringschätzung seines wissenschaftlichen Verdienstes, sondern nur deshalb, weil wir glauben, dass die Darstellung in dem uns zur Verfügung stehenden, beschränkten Rahmen mehr durch Beispiele und Wicklungstabellen gewinnen wird.

vom Beobachter wegfliegt, und durch ein Kreuz angedeutet, das die Federn des Pfeiles darstellt. Diese Bezeichnungsweise der Richtung von Strömen und elektromotorischen Kräften in Drähten, auf deren Endfläche man sieht, ist überall in diesem Buche angewandt.

Bei der Wicklung des vorliegenden Ankers theilen wir zuerst den Umfang in 16 gleiche Theile und ziehen auf dem Mantel des Cylinders 16 Parallelen zu seiner Achse. Wir wollen alsdann mit der Wicklung bei Linie 16 beginnen und den Draht längs dieser von dem vordern nach dem hintern Ende ausspannen. Darauf biegen wir ihn um die Rückseite des Ankers längs der punktirten

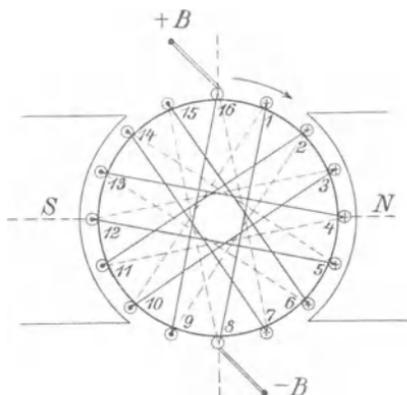


Fig. 37.

Linie 16 — 7 und führen ihn längs der Linie 7 nach vorn, biegen ihn um die Stirnfläche längs der ausgezogenen Linie 7 — 14 und gehen dann auf der Linie 14 weiter. Darauf gelangen wir zur Linie 5 u. s. w. und schliessen zuletzt mit der Verbindung 9—16. Es ist charakteristisch für die vorliegende Wicklung, die von Hefner-Alteneck angegeben ist und *Trommelwicklung* genannt wird, dass wir jede Windung nicht mit dem benachbarten, sondern mit dem an zweiter Stelle folgenden Drahte vervollständigen. Die Wicklung mag durch die folgende Tabelle dargestellt werden, in der die Zahlen in der Kolumne U die nach unten gerichteten Drähte bedeuten, die in Kolumne O die nach oben gerichteten; H und V bezeichnen die Verbindungen auf der hintern und vordern Stirnfläche.

V	U	H	O	V	U	H	O	V	U	H	O	V	U	H	O
—	16	—	7	—	14	—	5	—	12	—	3	—	10	—	1
—	8	—	15	—	6	—	13	—	4	—	11	—	2	—	9
—	16														

Da die Zahl der Kolumnen nebensächlich ist, so können wir die Wicklung auch durch folgende Tabelle ausdrücken:

V	U	H	O
—	16	—	7
—	14	—	5
—	12	—	3
—	10	—	1
—	8	—	15
—	6	—	13
—	4	—	11
—	2	—	9
—	16	—	7

Diese Darstellungsweise der Wicklung ist einem Diagramm vorzuziehen, da sie, besonders bei grossen Windungszahlen, übersichtlicher ist. In einem Diagramm würde man zu viele sich kreuzende Linien erhalten.

Wir haben jetzt die Vertheilung der elektromotorischen Kräfte in den verschiedenen Ankerwindungen zu untersuchen. Aus Fig. 37 ergibt sich folgendes:

15	16	1	E. M. K. = 0,
2	3	4	5	6	.	.	E. M. K. nach unten gerichtet,
	7	8	9	.	.	.	E. M. K. = 0,
10	11	12	13	14	.	.	E. M. K. nach oben gerichtet.

Der Einfachheit wegen wollen wir annehmen, dass in jedem der Drähte 2 bis 6 und 10 bis 14 die Einheit der elektromotorischen Kraft erzeugt wird und dass der absolute Werth des Potentials in dem Punkte, wo die Bürste — B anliegt, Null ist. Alsdann ist das Potential des Drahtes 1 und der Verbindung 1—10 auf der hintern Stirnfläche Null, aber das der vordern Verbindung 10—3 gleich 1, da in dem Draht 10 die nach vorn gerichtete elektromotorische Kraft 1 inducirt wird. An dem hintern Ende von 3 kommt noch eine Einheit hinzu, so dass das Potential der hintern Verbindung

3—12 gleich 2 ist. In ähnlicher Weise ist das Potential der vordern Verbindung 12 — 5 gleich 3 u. s. w. Wir können die Werthe des Potentials in unserer Wicklungstabelle einführen, indem wir in den Kolumnen H und V die Potentialwerthe an Stelle der Striche setzen, welche die Verbindungen auf den Stirnflächen bezeichnen. Die Tabelle erhält dann folgende Form:

V	U	H	O
5	16	5	7
5	14	4	5
3	12	2	3
1	10	0	1
0 —B	8	0	15
0	6	1	13
2	4	3	11
4	2	5	9
5 +B	16	5	7

Die negative Bürste berührt die auf der Stirnfläche befindliche Verbindung 8—1 und die positive die gleich gelegene Verbindung 16—9. Aus der Tabelle ergibt sich, dass der gesammte Potentialunterschied zwischen den Bürsten 5 Einheiten beträgt. Dies ist somit auch der Spannungsunterschied zwischen zwei benachbarten Drähten auf der Stirnfläche des Ankers, wenn sie sich in der Nähe der neutralen Punkte befinden.

Dieser Umstand ist für die Herstellung solcher Anker von grosser Bedeutung, und um ihn noch mehr hervorzuheben, lassen wir eine Wicklungstabelle für eine Maschine folgen, die eine grosse Zahl von Ankerwindungen besitzt. In Wirklichkeit ist nämlich die Zahl der Windungen gewöhnlich viel grösser als 16, wie wir bisher der Einfachheit wegen annahmen. Da es ferner zweckmässig ist, die Vertheilung des Potentials an einer Maschine, wie sie in der Praxis benutzt wird, zu betrachten, so wählen wir eine solche für 200 Volt, deren Anker im Ganzen 100 Windungen, also auf jeder Seite des neutralen Durchmessers 50 Windungen, besitzt. Von diesen stehen ungefähr 40 unter dem Einfluss eines Polschuhs, so dass die in jedem Draht inducirte elektromotorische Kraft gleich 5 Volt ist. Die Potentialwerthe der einzelnen Drähte sind in den Kolumnen H und V eingetragen. Einige dieser Zahlen sind unterstrichen und beziehen sich auf solche Verbindungen, die an den von den Bürsten berührten

Kommutatorsegmenten anliegen. Bedecken die Bürsten zwei Segmente auf jeder Seite, so tritt der Strom an den vorn gelegenen Drahtenden 49, 51, 98 und 100 in die Wicklung ein und verlässt sie an den gleichfalls vorn gelegenen Drahtenden 48, 50, 99 und 1. Er fließt also in den ersten Drähten nach unten und in den andern nach oben. Einen Augenblick später, wenn sich der Anker um einen kleinen Winkel gedreht hat, ist das mit 51 und 100 verbundene Kommutatorsegment an der Bürste vorbeigegangen, und der Strom fließt in diesen Drähten nach oben, dagegen in 50 und 1 nach unten.

V	U	H	O	V	U	H	O	V	U	H	O	V
<u>0</u>	100	0	49	<u>0</u>	98	0	47	0	96	0	45	0
0	94	0	43	<u>5</u>	92	10	41	15	90	20	39	25
25	88	30	37	35	86	40	35	45	84	50	33	55
55	82	60	31	65	80	70	29	75	78	80	27	85
85	76	90	25	95	74	100	23	105	72	110	21	115
115	70	120	19	125	68	130	17	135	66	140	15	145
145	64	150	13	155	62	160	11	165	60	170	9	175
175	58	180	7	185	56	190	5	195	54	200	3	200
200	52	200	1	200	50	200	99	200	48	200	97	200
200	46	200	95	200	44	195	93	190	42	185	91	180
150	40	175	89	170	38	165	87	160	36	155	85	150
150	34	145	83	140	32	135	81	130	30	125	79	120
120	28	115	77	110	26	105	75	100	24	95	73	90
90	22	85	71	80	20	75	69	70	18	65	67	60
60	16	55	65	50	14	45	63	40	12	35	61	30
30	10	25	59	21	8	15	57	10	6	5	55	0
0	4	0	53	0	2	0	51	<u>0</u>	100			

Nach der Wicklungstabelle wirkt in den oben genannten acht Drähten keine elektromotorische Kraft, und wenn wir die Bürsten nach der Tabelle eingestellt haben, so würde sich der Strom in jedem Drahte plötzlich umkehren, sobald er die Bürste verlässt. Um die hierbei auftretenden Funken zu vermeiden, müssen wir die Bürsten etwas vorwärts schieben, so dass eine geringe elektromotorische Kraft in den Drähten während der Stromumkehrung wirkt. In Folge dessen wird der ursprüngliche Strom allmählich geschwächt und der entgegengesetzt gerichtete Strom allmählich inducirt, bevor der Draht

die Bürste verlässt. Wir werden hierauf im elften Kapitel zurückkommen. Für den Augenblick sehen wir von dieser Verschiebung der Bürsten ab und betrachten die Vertheilung der elektromotorischen Kraft in den verschiedenen Windungen, die durch die Bürstenverschiebung nicht bedeutend geändert wird. Nach der Tabelle besteht eine Spannungsdifferenz von 200 Volt zwischen zwei benachbarten Windungen in den Punkten, wo der Strom umgekehrt wird. Dies tritt noch klarer hervor, wenn wir die Drähte ihrer Reihenfolge nach hinschreiben und bei jedem Paar die aus Kolumne H und V entnommene Potentialdifferenz hinzufügen. Wir wählen zu diesem Zweck dasjenige Viertel des Ankers, das die Windungen 100 bis 25 enthält, da das Potential in den andern Quadranten symmetrisch hierzu vertheilt ist. Es ergibt sich auf diese Weise folgende Zusammenstellung:

Windung	100	1	2	3	4	5	6
Spannungsunterschied		200	200	200	200	192,5	185
Windung	6	7	8	9	10	11	12
Spannungsunterschied		175	165	155	145	135	125
Windung	12	13	14	15	16	17	18
Spannungsunterschied		115	105	95	85	75	65
Windung	18	19	20	21	22	23	24
Spannungsunterschied		55	45	35	25	15	5

Aus dieser Tabelle geht hervor, dass die Isolation derjenigen Drähte, in denen keine elektromotorische Kraft erzeugt wird, die volle Spannung der Maschine aushalten muss, und dass allmählich die Spannung zwischen benachbarten Leitern kleiner wird, wenn wir längs der wirksamen Drähte nach dem polaren Durchmesser gehen. Da jedoch alle Windungen nach einander die Stelle der Stromumkehrung passiren, so muss die Isolation jedes Drahtes die volle Spannung der Maschine aushalten können. Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass jede Ankerspule nicht nur aus einer einzigen Windung zu bestehen braucht, wie bei unserm vorliegenden Beispiel, sondern eine beliebige Anzahl enthalten kann. So können wir z. B. fünf Windungen auf jede Spule bringen: alsdann ist die gesammte Kraft der Maschine gleich 1000 Volt, und wir müssten die benachbarten Spulen für eine Spannung von 1000 Volt isoliren. Da dies ziemlich schwierig ist, so findet die Trommelwicklung für sehr hohe Spannungen wenig Verwendung. Die Grenze, bis zu der diese Wicklungsart noch ohne Gefahr benutzt werden kann, liegt in ge-

wissen Ausnahmefällen bei 1000 Volt, doch gewöhnlich schon bei ungefähr 600 Volt.

C. E. L. Brown u. A. wandten ein besonderes Mittel an, um den Spannungsunterschied zwischen benachbarten Drähten zu verringern. Sie wickeln den Draht in zwei Lagen auf, zwischen denen sich eine starke isolirende Schicht SS befindet, wie es Fig. 38 zeigt. Alle Drähte von gerader Ordnungszahl werden dabei zunächst ringsherum auf dem Ankerkern angebracht; ihre Enden, die sich an die zurücklaufenden Drähte schliessen müssen, lässt man an der hintern Stirnfläche hervorragen. Darauf trägt man eine Schicht aus sehr gut isolirendem Material auf, wickelt hierüber die Drähte von ungerader Ordnungszahl und stellt die Endverbindungen mit den Drähten gerader Ordnungszahl her. Unter diesen Umständen besteht nur ein geringer Spannungsunterschied zwischen zwei nebeneinander-

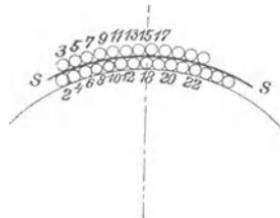


Fig. 38.

liegenden Leitern, während der Spannungsunterschied zwischen den übereinanderliegenden Drähten, der die volle Spannung der Maschine erreicht, ohne Gefahr von der Isolirschicht ertragen wird.

Ferner muss man bei dem Trommelanker grosse Sorgfalt auf die Anordnung und Isolation der Querverbindungen verwenden. Ein Blick auf Fig. 37 zeigt, dass sich die Drähte an den Stirnflächen des Ankers unter verschiedenen Winkeln schneiden. Nun ist es verhältnismässig leicht, zwei Drähte zu isoliren, die parallel neben einander verlaufen; schneiden sie sich jedoch, so ist die Gefahr grösser, dass die Isolirung durchgeschlagen wird. Bei grossen Maschinen, deren Wicklung nicht aus Draht, sondern aus Stäben besteht, sind für die Querverbindungen besonders geformte Leiter vorgesehen, deren Anordnung hohe Spannungsdifferenzen zwischen benachbarten Stäben ausschliesst. Solche Konstruktionen beschreiben wir später ausführlicher, wenn wir auf die verschiedenen Maschinenarten zu sprechen kommen.

Eine andere Wicklungsart für einen zweipoligen Anker zeigt Fig. 39. Sie ist bekannt unter dem Namen der *Ring-* oder der *Gramme'schen* Wicklung, obwohl sie zuerst Pacinotti bei seinem Elektromotor angewandt hat. Bei dieser Anordnung bildet der Ankerkern einen hohlen Cylinder, auf dem die Windungen in Form einer Schraubenlinie aufgewickelt und folglich in sich geschlossen sind. In der Figur sind 16 Leiter dargestellt. Beginnen wir mit der Wicklung oben, so würden wir 16 nach unten winden, darauf 1' durch das Innere nach oben, 1 nach unten, 2' nach oben, 2 nach unten, 3' nach oben u. s. w.

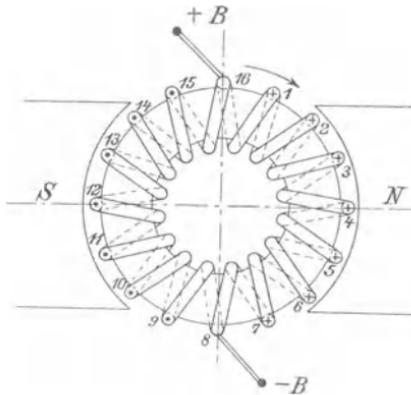


Fig. 39.

Die Wicklungstabelle ist in diesem Falle einfach. Bezeichnen wir die innern Seiten der Windungen 1, 2, 3 mit 1', 2', 3', so erhalten wir:

V	U	H	O	V	U	H	O	V	U	H	O
—	16	—	1'	—	1	—	2'	—	2	—	3'
—	3	—	4'	—	4	—	5'	—	5	—	6'
—	6	—	7'	—	7	—	8'	—	8	—	9'
—	9	—	10'	—	10	—	11'	—	11	—	12'
—	12	—	13'	—	13	—	14'	—	14	—	15'
—	15	—	16'	—	16						

Die Verbindungen auf der hintern und vordern Stirnfläche sind hier viel kürzer als bei dem Trommelanker; ihre Länge ist nämlich nur wenig grösser als die radiale Tiefe des Ankerkerns, und beträgt

ungefähr $\frac{1}{30}$ des Durchmessers, während bei dem Trommelanker die Endverbindungen $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{3}{4}$ mal so lang sind als der Durchmesser. Es ist dies ein entschiedener Vorzug der Ringwicklung, während die grössere Zahl der Drähte einen Nachtheil gegenüber dem Trommelanker bildet. Vergleichen wir die obige Wicklungstabelle mit der auf S. 105, so ergibt sich, dass bei ersterer doppelt so viele Drähte dem Eisen parallel laufen und doppelt so viel Querverbindungen nöthig sind. Nun ist es offenbar vortheilhaft, die gewünschte Spannung bei möglichst geringer Drahtlänge zu erzeugen, nicht allein um an Material zu sparen, sondern auch um den Widerstand der Maschine zu verkleinern. Bei Gegenüberstellung der Vorzüge zweier Wicklungsarten ist deshalb die Drahtlänge zu berücksichtigen, die zur Hervorbringung einer bestimmten Spannung erforderlich ist, d. h. das Verhältnis des wirksamen Theiles zur gesammten Drahtlänge der Wicklung. Bei den beiden Wicklungsarten wirken die Feldmagnete nur auf die äusseren Leiter und erzeugen nur in ihnen elektromotorische Kräfte; die Querverbindungen beim Ring und bei der Trommel und die im Innern des Ringes verlaufenden Drähte tragen daher nichts zu der elektromotorischen Kraft bei. Das Verhältnis der wirksamen zur gesammten Wicklung hängt natürlich von der allgemeinen Beschaffenheit des Drahtes und der Geschicklichkeit des Konstrukteurs ab, der die Windungen mit möglichst geringer Raumverschwendung unterzubringen hat. Ferner spielt hierbei noch die Grösse, Geschwindigkeit und Spannung der Maschine eine Rolle, da offenbar bei einer grossen Maschine mit starkem Draht der Raum besser ausgenutzt wird, als bei einer kleinen Maschine mit dünnem Draht; denn im letzten Falle nimmt die Isolation im Verhältnis zum Kupfer einen grösseren Raum ein. Um einen rohen Vergleich zwischen Ring- und Trommelwicklung anzustellen, wollen wir annehmen, dass die Querverbindungen bei ersterer das 0,4fache, bei letzterer das 1,6fache des Kerndurchmessers betragen. Wir müssen ferner ein bestimmtes Verhältnis zwischen dem Durchmesser und der Länge des Kerns voraussetzen. Ist z. B. die Länge gleich dem Durchmesser, so wäre bei dem Ringanker jede Windung gleich dem 2,8fachen und bei der Trommel gleich dem 5,2fachen des Kerndurchmessers. In Folge dessen wäre der Wirkungsgrad der Wicklungen gleich $1 : 2,8 = 0,356$ und $2 : 5,2 = 0,385$. Die folgende Tabelle giebt den Wirkungsgrad der Wicklungen für verschiedene Werthe des Verhältnisses von Länge und Durchmesser des Kerns an:

Länge Durchmesser	Wirkungsgrad der Wicklung für	
	Ringanker	Trommelanker
0,5	0,278	0,238
1,0	0,356	0,385
1,5	0,395	0,484
2,0	0,416	0,555

Hieraus geht deutlich hervor, dass die ganze Länge der Windungen um so besser ausgenutzt wird, je länger der Anker im Verhältnis zum Durchmesser ist. Ferner ist die Trommelwicklung bei sehr kurzen Ankern wirksamer als die Ringwicklung, obgleich dieser Unterschied bei den gebräuchlichen Dimensionen, wenn die Länge das 1 bis $1\frac{1}{2}$ fache des Durchmessers beträgt, nicht gross ist.

Ein anderer Umstand spricht jedoch noch zu Gunsten der Trommelwicklung, der in der obigen Tabelle nicht hervortritt. Diese berücksichtigt nämlich nur die wirksame Länge der Wicklung, dagegen nicht ihren Widerstand. Derselbe ist natürlich der Länge des Drahtes direkt proportional. Besteht die Wicklung aber aus Stäben, so kann deren Querschnitt in den verschiedenen Theilen (äussern und innern Stäbe, sowie Querverbindungen) verschieden gewählt werden, und zwar so, dass der verfügbare Wicklungsraum am besten ausgenutzt und der Ankerwiderstand möglichst verringert wird. Nun sind bei einem Ringanker die Windungen am schwierigsten an der innern Seite des Ankerkerns anzubringen, da hier am wenigsten Raum zur Verfügung steht. Aus diesem Grunde ist es kaum möglich, den Querschnitt der innern Stäbe grösser als den der äussern zu wählen. Der Wicklungsraum bei der Trommel ist dagegen nicht so beschränkt, und wir können hier im Allgemeinen den Querverbindungen einen grössern Querschnitt geben als den wirksamen Stäben. Die Trommel hat demnach nicht allein eine kürzere Drahtlänge, sondern einzelne Theile ihres Stromkreises können auch einen grössern Querschnitt haben als bei dem Ringanker, wodurch der Widerstand merklich verringert wird. In Folge dessen lässt sich ein stärkerer Strom durch den Anker schicken, und wir erhalten, wenn Gewicht und Grösse des Ankers gegeben sind, eine grössere Leistung. In der Praxis macht dieser Unterschied oft 30 bis 50 % aus.

Diese Vortheile der Trommelwicklung werden aber bis zu einem bestimmten Grade durch die grössere Schwierigkeit aufgewogen, die

die Isolation und die Anbringung der Spulen verursacht. Bei kleinen Ankern, die mit Draht bewickelt werden, sind die Spulen auf der Trommel schwerer zu befestigen als auf dem Ringe, da bei diesem die innern Theile der Windungen und die Querverbindungen dazu beitragen, dass die äussern Drähte in ihrer Lage erhalten bleiben. Dasselbe gilt für grosse Maschinen mit hoher Spannung; nur kommt hier noch die Schwierigkeit hinzu, die die Isolation der Spulen beim Trommelanker verursacht und die beim Ringanker wegfällt. Aus Fig. 39 geht hervor, dass hier der Strom die Spulen in derselben Reihe durchfliesst, in der sie aufeinander folgen, so dass der Spannungsunterschied zwischen zwei benachbarten Spulen gleich der elektromotorischen Kraft ist, die in einer einzigen Spule inducirt wird. Die Spulen lassen sich deshalb leicht gegeneinander isoliren, und aus diesem Grunde wird für Maschinen mit hoher Spannung allgemein der Ringanker bevorzugt. Bei mittlern und grossen Maschinen von mässiger Spannung kann man der erwähnten Schwierigkeit leicht begegnen, und in diesen Fällen ist die Trommelwicklung dem Ringe offenbar vorzuziehen.

42. Mehrpolige Wicklung mit Parallelschaltung.

Wir wollen jetzt untersuchen, welche Wicklung für mehrpolige Maschinen anzuwenden ist. Den einfachsten Fall bildet ein Ringanker mit Parallelschaltung, den wir deshalb zuerst betrachten. Fig. 40 stellt einen solchen Anker in einem sechspoligen Felde vor. Die Windungen sind schraubenförmig in genau derselben Weise wie bei den zweipoligen Maschinen um den Ankerkern gewickelt. Die Richtung, in der die elektromotorische Kraft in den verschiedenen Drähten inducirt wird, ist wie früher durch Punkte und Kreuze angegeben. In jeder der Gruppen von sieben Drähten, die sich unter den Nordpolen befinden, ist der Strom nach unten gerichtet und in den Gruppen unter den Südpolen nach oben. Nehmen wir an, dass in jedem Leiter 1 Volt erzeugt wird und dass der Strom links oben an der Bürste — B eintritt, wo demnach das Potential gleich 0 ist, so haben wir in dem Leiter 9 das Potential 7. Von Leiter 10 an ist die elektromotorische Kraft nach oben gerichtet, d. h. wir haben 1 Volt für jeden folgenden Draht abzuziehen, so dass im Leiter 17 das Potential wieder 0 ist. Die beiden Bürsten, die in der Figur mit — B bezeichnet sind, haben also dasselbe

Potential und können durch einen äussern Leiter mit einander verbunden werden. Dieselbe Betrachtung lässt sich auf die übrige Wicklung und auf die positiven Bürsten anwenden, so dass wir die drei negativen Bürsten und die drei positiven, jede unter sich, verbinden können. Die Spannung zwischen den negativen und den positiven Bürsten hängt natürlich von einer Abtheilung der Ankerwicklung ab, und die gesammte Stromstärke ist sechsmal so gross, als die eines einzelnen Leiters.

Bei der Wicklungsart, wie sie Fig. 40 darstellt, haben wir deshalb sechs Bürsten nöthig, die in gleichen Abständen rund um den

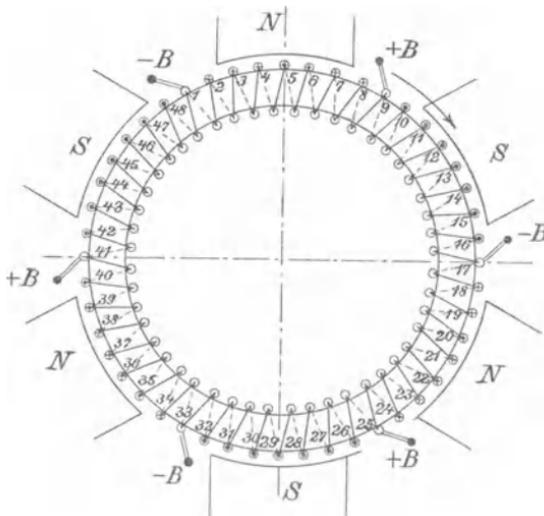


Fig. 40.

Kommutator herum angebracht sind. Dies ist bei gewissen Konstruktionen unbequem und hat ausserdem den Nachtheil, dass wir statt zweier Bürsten nun deren sechs einzustellen haben. Durch Anbringung innerer Querverbindungen lässt sich jedoch die Zahl der Bürsten verringern. Die Figur zeigt einen Anker mit 48 Drähten, und in der dargestellten Lage liegen die drei negativen Bürsten an den Windungen 1, 17 und 33 an, während gleichzeitig die drei positiven Bürsten die Drähte 9, 25 und 41 berühren. Wollen wir vier Bürsten weglassen, so müssen wir offenbar die äussern Verbindungen zwischen je drei Bürsten durch innere zwischen den sämtlichen,

einander entsprechenden Windungen der jedesmal zusammengehörigen drei Segmente ersetzen. Wir erhalten so die folgende Wicklungstabelle, bei der die vertikalen Kolumnen, nach abwärts gelesen, die aufeinanderfolgenden Drähte der gewöhnlichen Ringwicklung darstellen und die horizontalen Reihen die innern Querverbindungen, die, soweit sie augenblicklich gerade mit den Bürsten in Berührung stehen, durch dickere Striche bezeichnet sind.

1 — 17 — 33 —	10 — 26 — 42 —
2 — 18 — 34 —	11 — 27 — 43 —
3 — 19 — 35 —	12 — 28 — 44 —
4 — 20 — 36 —	13 — 29 — 45 —
5 — 21 — 37 —	14 — 30 — 46 —
6 — 22 — 38 —	15 — 31 — 47 —
7 — 23 — 39 —	16 — 32 — 48 —
8 — 24 — 40 —	17 — 33 — 1 —
9 — 25 — 41 —	

Fig. 41 stellt schematisch einen vierpoligen Cylinderanker mit Querverbindungen dar. Der Einfachheit halber ist die Annahme gemacht, dass der Anker nur 16 Windungen besitzt; die Querverbindungen sind als konzentrische Kreise gezeichnet, obgleich sie in Wirklichkeit gewöhnlich schraubenförmig auf einem cylinderförmigen Ansatz hinter dem Kommutator angeordnet oder am Kommutator selbst untergebracht sind. Solche Querverbindungen hat zuerst Mordey bei seinen Viktoria-Dynamomaschinen angewandt.

Die Vortheile der mehrpoligen, parallel geschalteten Ringwicklung bestehen darin, dass man Leiter von kleinerem Querschnitt anwenden kann, die sich besser bearbeiten lassen, dass die zu kommutirenden Ströme geringe Stärke haben und dass deshalb die Funken am Kommutator leichter zu vermeiden sind. Ferner besteht nirgends zwischen zwei benachbarten Windungen ein grosser Spannungsunterschied. Dagegen liegt die Gefahr vor, dass im Innern der Wicklung Ströme entstehen, welche nicht in den äussern Stromkreis gelangen und deshalb Energieverluste herbeiführen können. Nehmen wir nämlich an, dass sich der Anker in Folge irgend eines Versehens bei der Montirung der Maschine nicht genau in der Mitte des Feldes befindet, sondern etwas tiefer liegt, so ist der Luftzwischenraum an den drei untern Polen kleiner als an den obern (Fig. 40). Nun wächst offenbar die gesammte Kraftlinienzahl, wenn die Länge des Luftzwischenraums abnimmt. Durch die excentrische Lage des Ankers wird also bewirkt, dass von den einzelnen Polschuhen ungleich viel Kraftlinien ausgehen und dass in Folge

dessen die elektromotorische Kraft jeder einzelnen Spule in der untern Hälfte des Ankers grösser ist als in der obern. Beispielsweise wollen wir annehmen, der Unterschied betrage nur 10 %, so dass, wenn das Potential des Drahtes 2 ein Volt beträgt, das der Drähte 18 und 34 gleich 1,1 Volt ist. Für Draht 3 hätten wir 2 Volt und für die Leiter 19 und 35, die mit jenem durch Querverleiter verbunden sind, 2,2 Volt u. s. w. Dieser Spannungsunterschied muss Ströme in den Querverbindungen hervorrufen, die um so grösser und schädlicher sind, je geringer der Widerstand der Wicklung, also je vollkommener der Anker in sonstiger Beziehung ist.

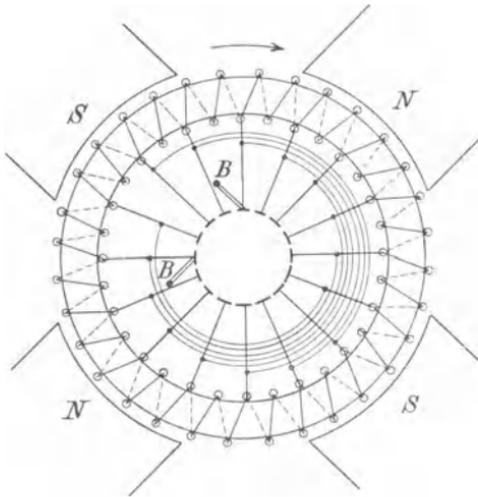


Fig. 41.

Nun kann der Widerstand der Ankerwicklung leicht so klein gemacht werden, dass der Spannungsverlust in ihm nur 3 bis $3\frac{1}{2}$ % der gesammten elektromotorischen Kraft beträgt. Wäre ein solcher Anker so schlecht centrirt, dass der Unterschied in der Zahl der Kraftlinien 10 % betrage, so hätten die schädlichen innern Ströme ungefähr eine $1\frac{1}{2}$ mal so grosse Stärke als die normalen. In Folge dessen flosse in denjenigen Spulen, die sich in dem starken Felde befänden, $2\frac{1}{2}$ mal so viel Strom als unter normalen Bedingungen, und in den Windungen, die im schwachen Felde wären, würde ein halb so starker Strom von entgegengesetzter Richtung fliessen. In Wirklichkeit gleicht jedoch die Rückwirkung des Ankers diese Unter-

schiede in der Stromstärke der verschiedenen Spulen aus. Aber selbst wenn wir annehmen, dass hierdurch eine Umkehrung des Stromes in den obern Windungen ganz ausgeschlossen wäre, so hätten wir immer noch die doppelte Stromstärke in den untern Spulen und folglich einen doppelt so grossen Spannungsverlust im Anker als im normalen Zustande. Ferner würden in Folge der Unsymmetrie des Feldes und der einseitigen Belastung des Ankers starke Funken auftreten.

Aus diesem Grunde ist es wichtig, bei Anwendung der parallelgeschalteten Wicklung für mehrpolige Maschinen grosse Sorgfalt auf

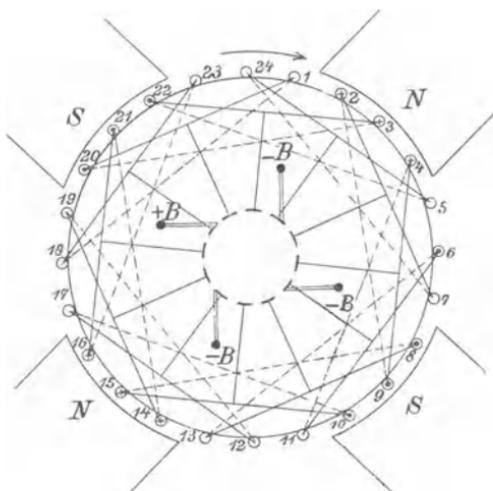


Fig. 42.

die gute Centrirung des Ankers und die gleichmässige Vertheilung der Feldstärke zu verwenden. Es gilt dies natürlich in gleicher Weise für den Trommelanker.

Wir haben jetzt die Trommelwicklung mit Parallelschaltung zu untersuchen und wählen für diesen Zweck einen vierpoligen Anker mit 24 Windungen (Fig. 42). In elektrischer Beziehung ist ein solcher Anker zwei Ankern äquivalent, von denen jeder 12 Windungen besitzt, die ein Strom von halber Stärke durchfliesst. Um die Wicklung für den vierpoligen Anker zu finden, können wir deshalb die Verbindungen in derselben Weise herstellen, wie bei der zweipoligen Maschine. Hier begannen wir mit dem Draht 2

(Fig. 43), wickelten diesen zuerst nach unten, dann über die hintere Stirnfläche nach 9, von da aufwärts und über die vordere Fläche nach 4, dann wieder nach unten u. s. w. Genau so verfahren wir bei dem vierpoligen Trommelanker (Fig. 42). Da hier aber der Winkelabstand zwischen den benachbarten Leitern nur halb so gross ist wie bei der zweipoligen Maschine, so umfassen die Querverbindungen nur ein Viertel statt der Hälfte des Umfangs. Ferner ist zu bemerken, dass die Querverbindungen auf der vordern und hintern Fläche nicht gleich lang sind. So überspannt die Verbindung 2 — 9 sieben Drähte, 9 — 4 aber nur fünf. Im Mittel würden 6 Leiter überspannt werden, also genau ein Viertel des Umfangs. Lassen wir

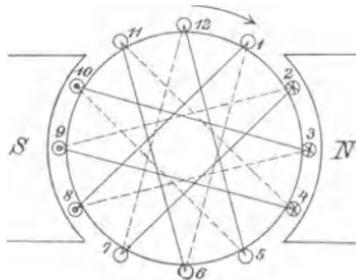


Fig. 43.

bei dem Anker von Fig. 42 die Drähte in der angegebenen Reihenfolge weiter auf einander folgen, so kehren wir wieder zum Ausgangspunkt zurück und erhalten eine geschlossene Wicklung, für die hier die Tabelle folgen möge:

V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H								
0	24	0	7	0	2	1	9	2	4	3	11	<u>3</u>	6	3	13	3	8	2	15
1	10	0	17	<u>0</u>	12	0	19	0	14	1	21	<u>2</u>	16	3	23	<u>3</u>	18	3	1
3	20	2	3	<u>1</u>	22	0	5	<u>0</u>	24	0	7	0	2	1	9	<u>2</u>	4	3	11

Die Buchstaben U und O sind als überflüssig weggelassen worden, da es gleichgültig ist, ob wir einen bestimmten Draht zuerst abwärts oder aufwärts wickeln. Das Resultat muss in beiden Fällen dasselbe sein. Die Buchstaben V und H bezeichnen, wie früher, Querverbindungen, und die Zahlen in den Kolonnen V und H stellen den Werth des Potentials (in passenden Einheiten) in diesem

Theile der Wicklung dar. Um das Potential für irgend einen Punkt der Wicklung zu finden, gehen wir von der negativen Bürste aus (die das Potential Null haben soll) und addiren, der Wicklung folgend, für jeden wirksamen Leiter die Anzahl von Volt hinzu, die in ihm erzeugt wird. Die Richtung der elektromotorischen Kraft ist in Fig. 42, wie gewöhnlich, durch Punkte und Kreuze angegeben. Wir erhalten auf diese Weise:

23, 24, 1; 5, 6, 7; 11, 12, 13; 17, 18, 19 E.M.K. = 0,
 2, 3, 4; 14, 15, 16 E.M.K. nach unten gerichtet,
 8, 9, 10; 20, 21, 22 E.M.K. nach oben gerichtet.

Indem wir der Einfachheit halber annehmen, dass in jedem Drahte 1 Volt inducirt wird und dass die negative Bürste dasjenige Kommutatorsegment berührt, das der vordern Verbindung 24—5 entspricht, erhalten wir 1 Volt für 22—3 und 3 Volt für 20—1 und 18—23. In der nächsten Verbindung 23—16, die auf der hintern Stirnfläche liegt, beträgt das Potential 3 Volt; gehen wir aber längs des Leiters 16 nach der vordern Stirnfläche, so verlieren wir 1 Volt, da die elektromotorische Kraft hier nach unten gerichtet ist. Das Potential der vordern Verbindung 16—21 beträgt deshalb nur 2 Volt. Da wir jedoch den Punkt des Ankers, in dem das Potential sein Maximum erreicht, mit dem äussern Stromkreis verbinden wollen, so müssen wir die positive Bürste jenseits des Drahtes 20 (der als letzter die elektromotorische Kraft vermehrt) anbringen, und zwar, bevor der Leiter 16 erreicht wird. Weil ferner der Punkt auf einer vordern Verbindung liegen muss, so können wir nur zwischen 20—1 und 18—23 wählen. Wir wollen uns für die letztere entscheiden, da alsdann die beiden Bürsten —B und +B genau um 90° von einander abstehen.

Wir haben bisher gesehen, dass der Strom, der in —B eintritt, darauf 5, 22 u. s. w. durchfliesst, schnell die Bürste +B erreicht. Wie verläuft nun der andere Stromzweig, der in 24 abwärts geht? Nach der Wicklungstabelle hat er 18 Leiter zu passiren, bevor er die positive Bürste erreicht, also dreimal soviel Leiter als der erste Stromzweig. Ausserdem steigt das Potential auf 3 Volt in 11—6, fällt darauf auf 0 in 12—17 und steigt wieder auf 3 Volt in 18—23. Da man offenbar den Strom austreten lassen muss, sobald die Spannung ihr Maximum erreicht hat, so bringen wir eine Bürste auf dem Kommutatorsegment an, das der vordern Verbindung 11—6 entspricht (in der Figur ist sie mit +B' bezeichnet) und eine zweite mit —B'

bezeichnete auf dem Segment, das zu der vordern Verbindung 12—17 gehört. In der Wicklungstabelle ist die Lage der Bürsten durch das Unterstreichen der Zahlen in Kolumne V angedeutet; ein einfacher Strich bezeichnet die negative, ein doppelter die positive Bürste.

Wir können auf der Trommel beliebig viele solcher Wicklungen herstellen und haben nur die Bedingung zu erfüllen, dass die Zahl aller Drähte auf der Trommel eine gerade ist und dass der eine von den beiden Drähten, die eine Windung bilden, auf eine ungerade Zahl fällt, wenn man beim ändern anfangend die zwischen ihnen liegenden Drähte der Reihe nach zählt. Gehen wir also von dem letzten Draht aus, der eine gerade Ordnungszahl haben muss, so wickeln wir diesen abwärts, darauf quer über die hintere Stirnfläche nach vorwärts, bis wir z. B. zu 21 kommen. Von hier gehen wir nach oben und überschreiten die vordere Stirnfläche rückwärts nach 2. Wir wollen in diesem Fall sagen, dass die Wicklung nach vorwärts in *Stufen* von 21 und nach rückwärts in Stufen von 19 fortschreitet. Nun könnten wir auch nach vorwärts Stufen von 17 und nach rückwärts solche von 15 machen oder irgend eine andere Kombination anwenden, bei der die Stufen nach vorwärts und rückwärts ungerade Zahlen sind und sich um 2 Einheiten unterscheiden. Die Stufe muss natürlich etwas mehr als die Breite des Polschuhs umfassen, wenn das Feld voll ausgenutzt werden soll. Werden die Stufen grösser als nöthig gewählt, so kann die Wicklung immer noch benutzt werden; doch wird alsdann, da die Querverbindungen länger sind, mehr Kupfer aufgewandt und dadurch der Ankerwiderstand vergrössert. Wählt man jedoch die Stufen so gross, dass auf die beiden Drähte derselben Windung zwei gleiche Pole wirken, so wird nicht nur die Spannung verringert, sondern auch das Auftreten von Funken befördert.

Es ist charakteristisch für diese Art der Trommelwicklung, dass derselbe Anker in Feldern benutzt werden kann, die eine verschiedene Anzahl von Polen haben, wenn man nur, gerade wie bei dem Ringanker, die Zahl der Bürsten entsprechend ändert. So kann man eine Trommel mit 24 Windungen, die nach vorwärts in Stufen von 7 und nach rückwärts in solchen von 5 gewickelt sind, recht gut in einem Felde mit vier Polen laufen lassen, vorausgesetzt, dass die Breite der Polschuhe nicht grösser ist als der Raum, den drei Drähte einnehmen. Ganz derselbe Anker kann aber auch in einem Felde mit zwei Polen Verwendung finden, wenn die Polschuhe die-

selben Dimensionen haben. Die elektromotorische Kraft wäre in beiden Fällen dieselbe, aber die Stromstärke bei dem zweipoligen Felde nur halb so gross als bei dem vierpoligen.

Um dies noch anschaulicher zu machen, folgt hier eine Wicklungstabelle für eine sechspolige Trommel mit Parallelschaltung; sie besitzt 120 Windungen, die nach vorwärts in Stufen von 21 und nach rückwärts in solchen von 19 gewickelt sind. Die Lage der sechs Bürsten ist durch Unterstreichen der entsprechenden Zahlen in den Spaltenkolumnen gekennzeichnet. Aus ihnen geht hervor, dass zwischen benachbarten Windungen der volle Spannungsunterschied besteht, gerade so wie bei der gewöhnlichen zweipoligen Maschine. Da jedoch die mehrpolige Wicklung mit Parallelschaltung gewöhnlich für grosse Stromstärken und mittlere Spannung verwandt wird, so macht die Isolation hier keine Schwierigkeiten.

V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V						
9	120	8	21	7	2	6	23	5	4	4	25	3	6	2	27	1	8	0	29	0
<u>0</u>	10	0	31	<u>0</u>	12	0	33	1	14	2	35	3	16	4	37	5	18	6	39	<u>7</u>
<u>7</u>	20	8	41	9	22	10	43	11	24	12	45	13	26	14	47	15	28	16	49	<u>16</u>
<u>16</u>	30	16	51	<u>16</u>	32	16	53	15	34	14	55	13	36	12	57	11	38	10	59	<u>9</u>
<u>9</u>	40	8	61	<u>7</u>	42	6	63	5	44	4	65	3	46	2	67	1	48	0	69	0
<u>0</u>	50	0	71	<u>0</u>	52	0	73	1	54	2	75	3	56	4	77	5	58	6	79	7
<u>7</u>	60	8	81	9	62	10	83	11	64	12	85	13	66	14	87	15	68	16	89	<u>16</u>
<u>16</u>	70	16	91	<u>16</u>	72	16	93	15	74	14	95	13	76	12	97	11	78	10	99	<u>9</u>
<u>9</u>	80	8	101	<u>7</u>	82	6	103	5	84	4	105	3	86	2	107	1	88	0	109	0
<u>0</u>	90	0	111	<u>0</u>	92	0	113	1	94	2	115	3	96	4	117	5	98	6	119	7
<u>7</u>	100	8	1	9	102	10	3	11	104	12	5	13	106	14	7	15	108	16	9	<u>16</u>
<u>16</u>	110	16	11	<u>16</u>	112	16	13	15	114	14	15	13	116	12	17	11	118	10	19	<u>9</u>

$$\begin{array}{l}
 \text{E. M. K. nach oben gerichtet} \\
 \text{E. M. K. nach unten gerichtet}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 33 - 48 \\
 73 - 88 \\
 113 - 8 \\
 13 - 28 \\
 53 - 68 \\
 93 - 108
 \end{array} \right.
 \quad
 \text{E. M. K.} = 0
 \left\{ \begin{array}{l}
 29 - 32 \\
 49 - 52 \\
 69 - 72 \\
 89 - 92 \\
 109 - 112 \\
 9 - 12
 \end{array} \right.$$

In der Wicklungstabelle ist angenommen, dass jede der sechs Bürsten zwei Kommutatorsegmente berührt, die negativen Bürsten befinden sich bei 0, die positiven bei 16.

Bringen wir denselben Anker in ein vierpoliges Feld, so bleibt die obige Wicklung völlig brauchbar, vorausgesetzt natürlich, dass die Breite der Polschuhe dieselbe ist, wie zuvor. Die Wicklungstabelle für diese Anordnung folgt hier ebenfalls.

V		H		V		H		V		H		V		H		V		H		V
4	120	4	21	3	2	3	23	2	4	2	25	1	6	1	27	0	8	0	29	0
0	10	0	31	0	12	0	33	0	14	1	35	1	16	2	37	2	18	3	39	3
3	20	4	41	4	22	5	43	6	24	7	45	8	26	9	47	10	28	11	49	12
12	30	12	51	13	32	13	53	14	34	14	55	15	36	15	57	16	38	16	59	16
16	40	16	61	16	42	16	63	16	44	15	65	15	46	14	67	14	48	13	69	13
13	50	12	71	12	52	11	73	10	54	9	75	8	56	7	77	6	58	5	79	4
4	60	4	81	3	62	3	83	2	64	2	85	1	66	1	87	0	68	0	89	0
0	70	0	91	0	72	0	93	0	74	1	95	1	76	2	97	2	78	3	99	3
3	80	4	101	4	82	5	103	6	84	7	105	8	86	9	107	10	88	11	109	12
12	90	12	111	13	92	13	113	14	94	14	115	15	96	15	117	16	98	16	119	16
16	100	16	1	16	102	16	3	16	104	15	5	15	106	14	7	14	108	13	9	13
13	110	12	11	12	112	11	13	10	114	9	15	8	116	7	17	6	118	5	19	4

$$\begin{array}{l}
 \text{E.M.K. nach oben gerichtet} \\
 \text{E.M.K. nach unten gerichtet}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 43 - 58 \\
 103 - 118 \\
 13 - 28 \\
 73 - 88
 \end{array} \right.
 \quad \text{E.M.K.} = 0 \quad
 \left\{ \begin{array}{l}
 119 - 12 \\
 29 - 42 \\
 59 - 72 \\
 89 - 102
 \end{array} \right.$$

Dadurch, dass die Zahl der Pole von sechs auf vier verringert wird, ändert sich die elektromotorische Kraft nicht, die Stromstärke wird aber um ein Drittel kleiner. Wollten wir das vierpolige Feld mehr ausnutzen, so müssten wir die Breite der Polschuhe und die Zahl der von ihnen ausgehenden Kraftlinien vergrößern; dem entsprechend wären auch die Stufen der Wicklung grösser zu wählen, z. B. 29 vorwärts und 27 rückwärts.

43. Mehrpolige Wicklung mit Serienschaltung.

Bei der Besprechung der mehrpoligen Wicklung mit Parallelschaltung sind wir vom Ringanker ausgegangen, weil bei ihm die Verhältnisse einfacher lagen als bei der Trommel. Bei der Reihenschaltung verhält es sich umgekehrt; deshalb wollen wir hier mit dem Trommelanker beginnen und als erstes Beispiel einen vierpoligen

wählen. Das charakteristische Merkmal des Trommelankers besteht darin, dass keine Drähte durch das Innere gehen; um also von einer Windung zur andern zu gelangen, können wir nur solche Verbindungen anwenden, die auf einer der Stirnflächen des Ankerkerns verlaufen. Die nothwendige Folge dieser Bedingung ist, dass wir bei der Verbindung zweier Drähte nur das hintere Ende des einen mit dem hintern Ende des andern, oder das vordere Ende des einen mit dem vordern Ende des andern verknüpfen können, aber niemals das hintere Ende des einen mit dem vordern Ende des andern. Da die elektromotorische Kraft mit dem Vorzeichen des Magnetpols ihre Richtung wechselt und wir die Drähte so verbinden müssen, dass sich die in ihnen erzeugten elektromotorischen Kräfte addiren, so folgt, dass die Länge der Verbindungen auf den Stirnflächen gleich dem Winkelabstand der Pole sein muss oder, mit andern Worten, dass die Stufe y , in der die Wicklung fortschreitet, ungefähr gleich der gesammten Zahl der Drähte, dividirt durch die Zahl p der Pole sein muss. Wir sagen ausdrücklich „ungefähr gleich,“ da die Zahl der Drähte nie ein genaues, Vielfaches der Stufe der Wicklung sein kann, wie wir sogleich sehen werden.

Einen vierpoligen Anker mit Serienschaltung kann man sich aus zwei zweipoligen Ankern entstanden denken, deren elektromotorische Kräfte sich addiren. Wir nehmen alsdann an, dass die zweipoligen Anker aufgeschnitten und in Halbcylinder ausgestreckt werden, die aneinander gesetzt einen Anker von dem doppelten Durchmesser bilden. Die Drähte, die bei dem zweipoligen Anker um 180° von einander entfernt waren, stehen nun um 90° von einander ab, so dass vier aufeinanderfolgende Drähte mit ihren entsprechenden Verbindungen den ganzen Umfang des Ankers umspannen. Die Wicklung schreitet also jetzt nicht mehr vorwärts und rückwärts wie bei der Parallelschaltung fort, sondern nur noch vorwärts. Ferner muss die Stufe der Wicklung eine ungerade Zahl sein; wäre sie eine gerade Zahl, so könnte man überhaupt keine Drähte an die Stellen bringen, die mit ungeraden Zahlen bezeichnet sind. Zählt man von einem abwärts gewickelten Draht mit Null anfangend bis zum nächsten abwärts gewickelten Draht, so fällt dieser auf eine gerade Zahl, die doppelt so gross wie die Stufe der Wicklung ist. Verfolgen wir die Wicklung einmal rund um den Anker herum, so finden wir, dass, wenn die Drähte unter dem Nordpol z. B. gerade Zahlen haben, die unter dem Südpol auf ungerade Zahlen fallen. Gehen

wir alsdann von einem Draht mit gerader Zahl unter einem der Nordpole aus, so kommen wir nach einem einmaligen Umlauf zu einem Draht unter demselben Pol, der ebenfalls eine gerade, aber nicht dieselbe Ordnungszahl hat, da sonst die Windung in sich geschlossen wäre. Aus der Analogie mit der zweipoligen Trommel schliessen wir, dass wir nach einem Umlauf zu einem Drahte gelangen, der entweder um zwei vor oder um zwei hinter dem liegt, von welchem wir ausgingen. Die Beziehung zwischen der Zahl p der Pole, der gesammten Anzahl z der Drähte und der Stufe y ist deshalb

$$z = py \pm 2,$$

wo y eine ungerade Zahl bedeutet.

So kann die Anzahl der Drähte bei einer vierpoligen Trommel, deren Wicklung in Stufen von 7 fortschreitet, entweder 30 oder 26 betragen, aber nicht 28, was ein Vielfaches der Stufe sein würde. Bei einer Stufe von 5 betrüge die Anzahl der Drähte 18 oder 22.

Bisher haben wir angenommen, dass die Länge der Querverbindungen auf der vordern Stirnfläche dieselbe ist wie auf der hintern, doch ist dies nicht unbedingt nothwendig. Dadurch, dass wir beide Enden jedes Drahtes um dieselbe Stufe fortschreiten lassen, erhalten wir eine vollständig symmetrische Anordnung, welcher der Konstrukteur aus diesem Grunde vorziehen wird. Es kann jedoch unter gewissen Bedingungen vortheilhaft sein, die Symmetrie aufzugeben. Ordnen wir z. B. bei einer vierpoligen Maschine die Ver-

Stufe		Zahl der Drähte	Stufe		Zahl der Drähte
vorn	hinten		vorn	hinten	
7	7	40 und 44	19	21	118 und 122
7	9	46 „ 50	21	21	124 „ 128
9	9	52 „ 56	21	23	130 „ 134
9	11	58 „ 62	23	23	136 „ 140
11	11	64 „ 68	23	25	142 „ 146
11	13	70 „ 74	25	25	148 „ 152
13	13	76 „ 80	25	27	154 „ 158
13	15	82 „ 86	27	27	160 „ 164
15	15	88 „ 92	27	29	166 „ 170
15	17	94 „ 98	29	29	172 „ 176
17	17	100 „ 104	29	31	178 „ 182
17	19	106 „ 110	31	31	184 „ 188
19	19	112 „ 116	31	33	190 „ 194

bindungen auf der Rückseite in Stufen zu 7 und die auf der Vorderseite in Stufen zu 5, so können wir 26 Drähte anbringen, und die Wicklung verliefte in der Folge 26—7—12—19; 24—5—10 u. s. w.; Wir könnten aber auch die hintern Verbindungen in Stufen zu 9 und die vordern in Stufen zu 7 wickeln und einen Anker mit 30 Drähten in folgender Weise anordnen: 30—9—16—25—2—11—18 u. s. w.

Jeder dieser Anker ist in elektrischer Beziehung den entsprechenden Wicklungen ($z = 26$ und $z = 30$) gleichwerthig, die wir erhalten, wenn die Stufen der hintern und der vordern Verbindungen beide gleich 7 sind.

Um die Fälle einzuschliessen, wo sich die Stufe der Wicklung auf der hintern und vordern Stirnfläche um 2 unterscheidet, müssen wir unsere Formel für die Anzahl der Stäbe in folgender Form schreiben:

$$z = \frac{p}{2} (2y + 2) \pm 2 \text{ oder}$$

$$z = p (y + 1) \pm 2,$$

wo y die kleinere der beiden Stufen bezeichnet und eine ungerade Zahl ist. Auf diese Weise könnten wir einen sechspoligen Anker mit 50 Drähten wickeln, der hinten in Stufen zu 9 und vorn in solchen zu 7 angeordnet ist, denn es ist

$$50 = \frac{6}{2} (2 \times 7 + 2) + 2.$$

Stufe		Zahl der Drähte	Stufe		Zahl der Drähte
vorn	hinten		vorn	hinten	
11	11	86 und 90	23	25	190 und 194
11	13	94 " 98	25	25	198 " 202
13	13	102 " 106	25	27	206 " 210
13	15	110 " 114	27	27	214 " 218
15	15	118 " 122	27	29	222 " 226
15	17	126 " 130	29	29	230 " 234
17	17	134 " 138	29	31	238 " 242
17	19	142 " 156	31	31	246 " 250
19	19	150 " 154	31	33	254 " 258
19	21	158 " 162	33	33	262 " 266
21	21	166 " 170	33	35	270 " 274
21	23	174 " 178	35	35	278 " 282
23	23	182 " 186	35	37	286 " 290

Für einen solchen Anker braucht man nicht die ganze Wicklungstabelle hinzuschreiben, da schon einige Zahlen genügen, um die Reihenfolge anzugeben, wie

50—9—16—25—32—41

48—7—14—23 u. s. w.

Ist die elektromotorische Kraft in den Drähten 6 bis 10, 23 bis 27, 40 bis 44 nach unten und in denen von 48 bis 2, 14 bis 18, 31 bis 35 nach oben gerichtet, so muss die negative Bürste die Kommutatorsegmente berühren, die an der Vorderfläche mit den Drähten 5, 21 oder 37 verbunden sind, und die positive Bürste die Segmente, die an dem vordern Ende der Drähte 47, 13 oder 29 anliegen. Die Entfernung zwischen den beiden Bürsten beträgt hierbei entweder 60° oder 180° .

Die Anwendung zweier ungleichen Stufen für die vordern und hintern Verbindungen gewährt den Vortheil, dass wir nicht in der Zahl der Windungen beschränkt sind. So können wir bei einem sechspoligen Anker, bei dem die Stufe auf der vordern und hinteru Fläche beidemale gleich 7 ist, nicht mehr als 44 Drähte aufwickeln, während bei Herstellung der Verbindungen auf beiden Stirnflächen in Stufen zu 9 nicht weniger als 52 Drähte möglich sind. Finden wir nun beispielsweise bei dem Entwurf der Maschine, dass 44 Drähte eine zu kleine und 52 Drähte eine zu grosse elektromotorische Kraft ergeben, so können wir uns dadurch helfen, dass wir die vordern Verbindungen in Stufen zu 7 und die hintern in Stufen zu 9 anordnen. Die Zahl der Drähte beträgt dann entweder 46 oder 50. Es geht dies noch deutlicher aus den vorstehenden Tabellen hervor, von denen sich die erste auf sechspolige, die zweite auf achtpolige Maschinen bezieht.

Nachdem wir die Frage erledigt haben, wie viel Drähte auf dem Anker möglich sind, kehren wir zu unserm Beispiel von der vierpoligen Maschine zurück.

Fig. 44 stellt die Wicklung einer vierpoligen Trommel mit 18 Stromleitern dar. Der Strom tritt an der negativen Bürste — B ein und an der positiven +B aus; dabei geht ein Zweig nach 18 abwärts und erhält die elektromotorische Kraft aus den Drähten 15, 2, 7, 12, während der andere Zweig nach 13 heruntergeht und die elektromotorische Kraft von den Drähten 3, 16, 11, 6 bekommt.

Diese Wicklungsart ist natürlich auf jede Anzahl von Polen anwendbar. Die Tabelle auf Seite 128 stellt die Wicklung einer acht-

poligen Trommel mit 202 Drähten dar, die auf beiden Stirnflächen in Stufen zu 25 gewickelt sind. Jeder wirksame Draht soll 1 Volt hervorbringen, und die Zahlen in den Kolumnen V und H bezeichnen, wie früher, das Potential der Verbindungen, wenn das der negativen Bürste gleich Null gesetzt wird. Um die Richtung der elektromotorischen Kräfte in den einzelnen Drähten zu finden, müssen wir aus der Zeichnung des Feldes die Breite der Polschuhe entnehmen. Wir wollen annehmen, dass diese je 21 Drähte bedecken, sodass etwas mehr als vier Drähte für jeden neutralen Raum übrig bleiben. Wir brauchen den Anker nicht zu zeichnen, da wir die

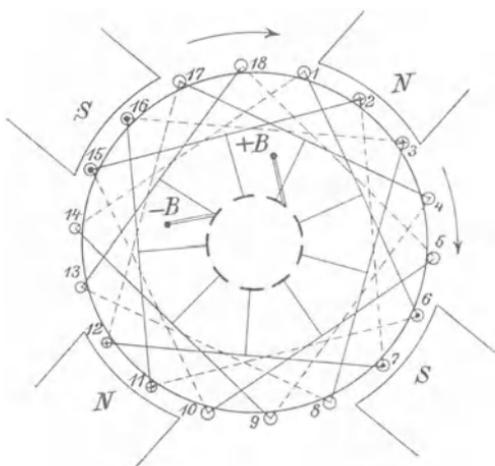


Fig. 44.

Lage der Mitte jedes Polschuhes einfach auf einen Kreis auftragen können. Fällt hierbei die Mitte des einen Pols mit dem Draht 202 zusammen, so liegt die Mitte des nächsten Pols bei $25\frac{1}{4}$, und die andern bei $50\frac{1}{2}$, $75\frac{3}{4}$, 101 , $126\frac{1}{4}$, $151\frac{1}{2}$ und $176\frac{3}{4}$. Fügen wir auf jeder Seite 10 Drähte hinzu und runden die Brüche ab, so erhalten wir folgendes Ergebnis:

E.M.K. nach	{	192 bis	10	E.M.K. = 0	{	11 bis	14
unten gerichtet		40 „	60			36 „	39
		91 „	111			61 „	65
	141 „	161	87 „			90	
E.M.K. nach	15 bis	35	112 „			115	
oben gerichtet	66 „	86	137 „			140	
	116 „	136	162 „	166			
	167 „	187	188 „	191			

Mit Hülfe dieser Zusammenstellung lassen sich die Potentialwerthe in die Kolumnen V und H leicht einsetzen, wie es in der Wicklungstabelle geschehen ist.

V		H		V		H		V		H		V		H		V
41	202	42	25	43	50	44	75	45	100	46	125	47	150	48	175	49
49	200	50	23	51	48	52	73	53	98	54	123	55	148	56	173	57
57	198	58	21	59	46	60	71	61	96	62	121	63	146	64	171	65
65	196	66	19	67	44	68	69	69	94	70	119	71	144	72	169	73
73	194	74	17	75	42	76	67	77	92	78	117	79	142	80	167	81
81	192	82	15	83	40	84	65	84	90	84	115	84	140	84	165	84
84	190	84	13	84	38	84	63	84	88	84	113	84	138	84	163	84
84	188	84	11	84	36	84	61	84	86	83	111	82	136	81	161	80
80	186	79	9	78	34	77	59	76	84	75	109	74	134	73	159	72
72	184	71	7	70	32	69	57	68	82	67	107	66	132	65	157	64
64	182	63	5	62	30	61	55	60	80	59	105	58	130	57	155	56
56	180	55	3	54	28	53	53	52	78	51	103	50	128	49	153	48
48	178	47	1	46	26	45	51	44	76	43	101	42	126	41	151	40
40	176	39	201	38	24	37	49	36	74	35	99	34	124	33	149	32
32	174	31	199	30	22	29	47	28	72	27	97	26	122	25	147	24
24	172	23	197	22	20	21	45	20	70	19	95	18	120	17	145	16
16	170	15	195	14	18	13	43	12	68	11	93	10	118	9	143	8
8	168	7	193	6	16	5	41	4	66	3	91	2	116	1	141	0
0	166	0	191	0	14	0	39	0	64	0	89	0	114	0	139	0
0	164	0	189	0	12	0	37	0	62	0	87	0	112	0	137	0
0	162	0	187	1	10	2	35	3	60	4	85	5	110	6	135	7
7	160	8	185	9	8	10	33	11	58	12	83	13	108	14	133	15
15	158	16	183	17	6	18	31	19	56	20	81	21	106	22	131	23
23	156	24	181	25	4	26	29	27	54	28	79	29	104	30	129	31
31	154	32	179	33	2	34	27	35	52	36	77	37	102	38	127	39
39	152	40	177	41	202	42										

Man sieht, dass das Potential in nicht weniger als 9 auf der vordern Stirnfläche befindlichen Verbindungen Null ist und in 9 andern, die auch auf der Vorderfläche liegen, 84 Volt beträgt. Wir könnten daher die negative Bürste an einer der ersten und die positive an einer der letztern Verbindungen anbringen. Wählen wir jedoch in

diesem Falle die Verbindung, die auf beiden Seiten gleich weit von wirksamen Drähten absteht, so kommt die negative Bürste auf jenes Kommutatorsegment zu liegen, das an der Verbindung 139—164 anliegt, und die positive auf das Segment, das der Verbindung 63—88 entspricht. Die beiden Bürsten stehen alsdann um 135° von einander ab. Es würde jedoch ebenso richtig sein, die positive Bürste an die Verbindung 115—140 zu legen, sodass die beiden Bürsten einen Winkel von 45° einschliessen. Man könnte auch, wenn die Breite der Pole so klein ist, dass eine grosse Anzahl der Drähte stromlos bleibt, vier positive und eben so viele negative Bürsten anbringen, die je um 45° von einander entfernt wären. Diese Anordnung empfiehlt sich, wenn man die Länge des Kommutators reduciren muss, ohne die Berührungsfläche der Bürsten verkleinern zu dürfen. Die Zahl der Kommutatorsegmente beträgt 101 oder ist halb so gross, wie die Zahl der Leiter. Um die Verschiebung der Kommutatorsegmente gegen die Bürsten kennen zu lernen, müssen wir die erste und dritte Kolumne V verfolgen. Betrachten wir z. B. die positive Bürste, so können wir annehmen, dass sie in dem Augenblick, auf den sich die Tabelle bezieht, gerade das Segment verlässt, das der Verbindung 65—90 entspricht und 63—88 berührt, was durch den Doppelstrich an dieser Stelle der Tabelle angedeutet ist. Einen Augenblick später berührt sie 61—86 und zuletzt 63—88. Um ein Bild von den Vorgängen im Anker zu gewinnen, brauchen wir uns nur zu denken, dass sich die Zahlen in der Wicklungstabelle nach unten bewegen oder, was dasselbe ist, dass die Zahlen fest und die Bürsten beweglich sind. Man sieht, dass die Stromrichtung gleichzeitig in 8 Drähten kommutirt werden muss, wozu aber auch acht Magnetpole vorhanden sind.

Benachbarte Leiter dieser Wicklung müssen sorgfältig von einander isolirt werden. Denn aus dem, was wir oben über die parallelgeschaltete Wicklung gesagt haben, geht hervor, dass der grösste Spannungsunterschied zwischen benachbarten Leitern bei parallelgeschalteter Wicklung unseres Ankers 21 Volt betragen würde. Im vorliegenden Falle ist er aber gleich 84 Volt, also viermal so gross. Weil die Isolation zwischen benachbarten Drähten die ganze Spannung der Maschine aushalten muss, wendet man die soeben beschriebene Wicklung nur bei mässigen Spannungen an. Für gewöhnliche Centralstationen, die ein Dreileitersystem speisen, wo die

maximale Spannung ungefähr 250 Volt beträgt, ist die Wicklung ohne Gefahr anzuwenden; auch hat man sie noch mit Erfolg bei Kraftübertragungen und Beleuchtungsanlagen mit Bogenlampen bis 600 Volt benutzt. Ueber diese Grenze hinaus ist jedoch der Ringanker mit Serienschaltung vorzuziehen.

Bei der mehrpoligen Wicklung mit Parallelschaltung verursacht eine Ungleichmässigkeit der Feldstärke, wie wir sahen, innere Ströme und in Folge dessen grosse Verluste. Dieser Uebelstand fällt bei der mehrpoligen Wicklung mit Serienschaltung vollständig weg. Aus der Wicklungstabelle geht hervor, dass eine solche Ungleichmässigkeit nothwendigerweise beide Stromzweige des Ankers in demselben

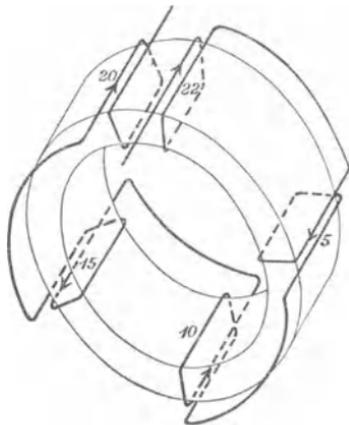


Fig. 45.

Maasse beeinflusst, so dass das Gleichgewicht zwischen ihnen nicht gestört wird und keine schädlichen Ströme entstehen können. Es ist dies ein bedeutender Vortheil bei allen Serienschaltungen.

Wir wollen jetzt die mehrpolige Ringwicklung mit Serienschaltung behandeln. Man kann leicht von der Trommel zum Ringanker übergehen, indem man jeden Draht durch eine Spule ersetzt, die man in der gewöhnlichen Gramme'schen Weise um den Ring wickelt. Damit jedoch die Verbindungsstücke an ihren Plätzen bleiben, müssen wir die Spulen abwechselnd in verschiedener Richtung wickeln. So würden wir bei dem vierpoligen Anker in Fig. 44 die Spule, die dem Stabe 18 entspricht, z. B. an der Aussenseite nach unten und an der Innenseite des Ringes nach oben wickeln, ebenso

auch die Spulen 2, 4, 6 u. s. w. Dagegen verliefen die Drähte der Spulen 1, 3, 5 u. s. w. an der Aussenseite nach oben und an der Innenseite nach unten. Eine solche Wicklung ist in Fig. 45 dargestellt, wo jedoch die Zahl der Spulen, um ihr Uebereinandergreifen zu vermeiden, 22 statt 18 beträgt. Wir beginnen die Wicklung mit Spule 22, winden sie an der Aussenseite nach unten und hören an der hintern Aussenseite auf. Spule 5 wickeln wir auf der Aussenseite nach oben, auf der Innenseite nach unten und hören an der vordern Aussenseite auf. Man wickelt die Spulen deshalb abwechselnd nach oben und unten, da die Verbindungsstücke alle dieselbe Länge haben sollen. Wird dies nicht verlangt, so kann man auch alle Spulen in derselben Weise wickeln, indem man auf der Aussenseite sowohl anfängt, als aufhört. Dann ist jedoch das hintere Ende von 22 mit dem hintern von 5, das vordere Ende von 5 mit dem vordern von 10, das hintere Ende von 10 mit dem hintern von 15 u. s. w. zu verbinden. Diese Art der Wicklung, bei der der Strom die Spulen abwechselnd in entgegengesetzter Richtung durchfließt, hat jedoch denselben Nachtheil wie die Trommelwicklung, dass der Spannungsunterschied zwischen benachbarten Spulen die volle Spannung der Maschine erreichen kann; die Wicklung ist daher, soweit es dem Verfasser bekannt ist, noch nirgends in der Praxis angewandt worden.

Dieser Uebelstand kann aber leicht beseitigt werden, und wir kommen damit zu einer Wicklung, die (zuerst von Ayrton und Perry angegeben und nachher von Andrews benutzt) jetzt in ausgedehnter Weise bei Anlagen mit hohen Spannungen Anwendung findet. Der Spannungsunterschied zwischen Spule 4 und 5 ist gross, ebenso zwischen 5 und 6, dagegen ist er zwischen 4 und 6, 6 und 8, 8 und 10 u. s. w. klein. Lassen wir deshalb alle ungeraden Spulen 1, 3, 5 u. s. w. weg, so erhalten wir eine Wicklung, bei der nirgends ein grosser Spannungsunterschied zwischen benachbarten Spulen auftritt; sie kann deshalb für jede Spannung benutzt werden, für welche die gewöhnliche zweipolige Ringwicklung brauchbar ist. Wollen wir nun Spule 5 weglassen, so müssen wir dafür eine Verbindung zwischen 22 und 10 herstellen. Wir hätten deshalb das Ende von 22 auf der hintern Aussenseite mit dem Anfang von 10 auf der vordern Aussenseite zu verbinden. Die Verbindung verliefte alsdann von hinten nach vorn durch das Innere des Ankers zum entgegengesetzten Ende des Durchmessers. Um dies zu vermeiden,

brauchen wir nur Spule 22 um eine halbe Windung zu vermehren, indem wir den Draht noch weiter herum an die Innenseite führen. Dadurch hört die Spule an der innern Vorderfläche auf. Die Verbindung kommt alsdann vollständig auf die vordere Fläche des Ankers zu liegen, wie es Fig. 46 zeigt. In derselben Weise können wir eine halbe Windung auf der innern Seite der Spule 10 zugeben und diese auch auf der Vorderseite endigen lassen. Die Verbindung 10—20 liegt dann ebenfalls auf der Vorderseite. Behandeln wir alle Spulen mit gerader Ordnungszahl in derselben Weise, so kommen alle Verbindungen auf die Vorderseite, und wir erhalten eine vollkommen symmetrische Wicklung. Diese umfasst jedoch nur die geraden Spulen in sich und schliesst die ungeraden

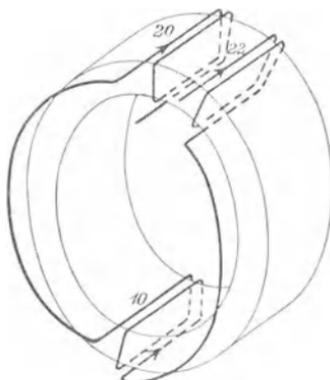


Fig. 46.

aus. Anstatt einer Trommel mit 22 Drähten erhalten wir also einen Ring mit nur 11 Spulen; wickeln wir aber auf jede Spule zwei Windungen, so haben wir im Ganzen auch 22 äussere Leiter, also dieselbe elektromotorische Kraft wie früher. Numerieren wir jedoch die Spulen und nicht die einzelnen Leiter, so können wir die Wicklung folgendermassen beschreiben: Das innere Ende von 11 ist mit dem äussern von 5, das innere von 5 mit dem äussern von 10, das innere von 10 mit dem äussern von 4 u. s. w. verbunden. Die Stufe der Wicklung beträgt in diesem Falle 5, d. h. die Hälfte von der Summe der Stufen, mit der eine äquivalente Trommelwicklung auf der vordern und hintern Stirnfläche fortschreitet. In dem vorliegenden Beispiel sind beide gleich, doch können sie sich auch

um 2 unterscheiden; alsdann ist die Stufe der Ringwicklung eine gerade Zahl. Bezeichnen wir mit y_v und y_h die Stufen auf der vordern und hintern Stirnfläche der Trommel, so wird die gesammte Anzahl der Drähte durch die Formel

$$z = \frac{1}{2} p (y_v + y_h) \pm 2$$

dargestellt.

Die äquivalente Ringwicklung hat halb so viel Spulen, und bezeichnen wir mit y die Stufe des Ringes, so haben wir

$$y = \frac{y_v + y_h}{2},$$

und für die Anzahl der Spulen auf dem Ringe erhalten wir

$$z = \frac{1}{2} p y \pm 1.$$

Wir haben gesehen, dass die Stufe einer Trommelwicklung immer eine ungerade Zahl sein muss. Bei der Ringwicklung kann sie dagegen eine gerade oder ungerade sein. Sie ist eine ungerade, wenn die Stufen auf den beiden Stirnflächen der äquivalenten Trommel (aus der wir uns den Ring entstanden denken können) gleich sind, und gerade, wenn die Stufe auf der Vorderseite entweder um 2 grösser oder kleiner als auf der Hinterseite ist. Die folgende Tabelle stellt die Zahl der Spulen für eine verschiedene Anzahl der Pole dar:

Anzahl der Pole	4	6	8	10	12	14
Anzahl der Spulen	$2y \pm 1$	$3y \pm 1$	$4y \pm 1$	$5y \pm 1$	$6y \pm 1$	$7y \pm 1$

y kann hier gerade oder ungerade sein. In beiden Fällen haben die Maschinen mit 4, 8 oder 12 Polen eine ungerade Anzahl von Spulen. Ferner ist die Zahl ungerade bei Maschinen mit 6, 10 und 14 Polen, wenn y gerade ist, aber gerade, wenn y ungerade ist.

Wir kennen jetzt das Gesetz, das die Anzahl der Spulen für einen mehrpoligen Ringanker mit Serienschaltung bestimmt, und wollen diese Wicklung in einer ähnlichen Tabelle darstellen, wie wir sie für den Trommelanker aufgestellt haben. Zu diesem Zweck müssen wir zunächst eine Methode angeben, nach der die äussern und innern Enden der Spulen zu unterscheiden sind. Wir können z. B. die Uebereinkunft treffen, dass das äussere Ende einer Spule links und das innere rechts von der Zahl steht, die die Ordnungsnummer

und 17 oder 46 und 49. Es sind im Ganzen nur zwei Bürsten nothwendig, die um 90° von einander abstehen; es können aber auch vier benutzt werden, wenn ihre Auflagefläche vergrößert werden soll. In dieser Beziehung verhalten sich Ring und Trommel bei Serienschaltung gleich, wenn beim Ringanker eine Vermehrung der Bürstenzahl auch nicht so oft vorzunehmen ist. Denn wir haben hier meistens hohe Spannung und niedrige Stromstärke, so dass die Auflagefläche der Bürsten nicht sehr gross zu sein braucht.

Von grosser praktischer Bedeutung ist es, welchen Abstand man zwischen den positiven und negativen Bürsten lässt. Wenn es nur auf Zugänglichkeit und leichte Ueberwachung, sowie auf Einfachheit in der Konstruktion ankommt, so würde man natürlich die Bürsten so nahe zusammenstellen, wie die Wicklung es nur irgend erlaubt; in elektrischer Beziehung wäre diese Anordnung jedoch nicht zweckmässig. Einmal läuft man Gefahr, dass sich die beiden Bürsten zufällig einmal berühren, und sodann schlagen die Funken leicht von einer Bürste zur andern über. Aus diesem Grunde geht man sicherer, wenn die Bürsten soweit von einander entfernt werden, als es die Wicklung erlaubt. Die relative Lage der Bürsten wird durch ein sehr einfaches Gesetz bestimmt. Wir haben gesehen, dass es für die negative Bürste halb so viele von einander gleich weit entfernte Lagen giebt, als Pole vorhanden sind; dazwischen können ebenso viele positive Bürsten angebracht werden. Wir wollen nun an allen diesen Stellen Bürsten anbringen und alsdann untersuchen, welche wir davon weglassen können. Behalten wir z. B. nur zwei benachbarte bei, so haben wir die kleinste Entfernung zwischen der positiven und negativen Bürste, und diese ist offenbar gleich dem Winkelabstand zwischen zwei benachbarten Polen, der bei einer vierpoligen Maschine 90° , bei einer sechspoligen 60° , bei einer achtpoligen 45° u. s. w. beträgt. Wollen wir den Abstand vergrößern, so können wir die eine Bürste um einen Winkel vorwärts schieben, der zweimal, viermal, sechsmal so gross ist, wie die Breite eines Polschuhs. Würden wir die Bürste nur um die einfache, dreifache oder fünffache Polbreite verschieben, so kämen wir zu Stellen, deren Potential gleich dem der unbewegten Bürste wäre. Man wird diese Verschiebung natürlich nur dann vornehmen, wenn dadurch der Abstand zwischen den beiden Bürsten grösser wird. So wäre bei einer vierpoligen Maschine die Verschiebung um die doppelte Polbreite nutzlos, weil die bewegliche Bürste dadurch nur auf die

andere Seite der festen zu liegen käme, der Abstand zwischen beiden aber wieder 90° betrüge. Aus demselben Grunde verschiebt man die Bürste einer sechspoligen Maschine nur um die doppelte, aber nicht um die vierfache Polbreite u. s. w. Der Abstand beider Bürsten muss also ein ungerades Vielfaches der Polbreite betragen. Der Uebersicht halber lassen wir die nächste Tabelle folgen.

Zahl der Pole	Abstand der Bürsten				
2	180°	—	—	—	—
4	90°	—	—	—	—
6	60°	180°	—	—	—
8	45°	135°	—	—	—
10	—	108°	180°	—	—
12	—	90°	150°	—	—
14	—	77°	128°	180°	—
16	—	—	112°	158°	—
18	—	—	100°	140°	180°
20	—	—	90°	126°	162°

44. Mehrpolige gemischte Wicklung.

Die Serien- und Parallelschaltung lassen sich auch bei demselben Anker vereinigen. So können wir z. B. eine 12 polige Trommel mit drei von einander unabhängigen Stromkreisen wickeln, deren Ausgangspunkte um 60° oder 120° von einander abstehen und von denen jede eine vierpolige Serienwicklung darstellt, und die Punkte gleichen Potentials dieser Kreise durch innere Verbindungen vereinigen. Eine solche Anordnung hat den Nachtheil, dass die Verbindungen auf der hintern und vordern Stirnfläche dreimal länger sind als bei der gewöhnlichen 12 poligen Serienwicklung (da 90° statt 30° überspannt werden), wozu noch die innern Querverbindungen kommen, wenn wir nicht 12 Bürsten anwenden wollen. Besser verfährt man, die unabhängigen Stromkreise neben einander und jeden in der gewöhnlichen Weise als 12 polige Serienwicklung zu wickeln. Alsdann bleiben die Verbindungen auf den Stirnflächen kurz. Die innern Verbindungen fallen fort, vorausgesetzt, dass wir die beiden Bürsten so breit machen, dass sie wenigstens eben so viele Segmente berühren, als unabhängige Stromkreise vorhanden sind. Bei dieser Anordnung steht es auch in unserm Belieben, die Zahl der unabhängigen Stromkreise nach Bedarf zu vermehren.

Die gemischte Wicklung wird vielfach angewandt, um den Querschnitt der Drähte auf ein passendes Maass zu bringen. Haben wir z. B. eine sechspolige Maschine für 1000 Ampère zu konstruiren und wenden wir Serienschaltung an, so muss jede Windung so dick sein, dass 500 Ampère hindurchfliessen können. Die Verbindungen solcher dicken Stäbe lassen sich aber nur schwer herstellen. Schalten wir anderseits den Anker parallel, so müssen wir dreimal so viele Drähte anwenden (jeder mit $\frac{1}{3}$ Querschnitt) und folglich dreimal so viele Verbindungen herstellen. Der von der Isolation beanspruchte Raum wird dadurch grösser und der Anker theurer. Ferner treten, wie wir früher gezeigt haben, innere Ströme und Energieverluste auf. In diesem Falle ist also keine der beiden Wicklungsmethoden für sich allein zweckentsprechend, wohl aber die gemischte Wicklung. Um die erforderliche elektromotorische Kraft zu erzeugen, mögen z. B. 150 Drähte auf dem Anker nöthig sein. Wir würden alsdann natürlich 152, also $6 \times 25 + 2$, verwenden; da aber 500 Ampère zu viel für einen Stab ist, so verdoppeln wir die Zahl der Stäbe und haben dann nur Ströme von 250 Ampère zu kommutiren. Wir erhalten so 304 Stäbe und ordnen diese in zwei Serienwicklungen, wie folgt, an:

304—50—100—150—200—250—300—46—96
 1—51—101—151—201—251—301—47—97

Die Bürsten müssen alsdann so breit sein, dass sie wenigstens zwei Kommutatorsegmente umfassen.

Neuntes Kapitel.

45. Offene Ankerwicklungen. — 46. Die Brush'sche Wicklung. —
47. Die Thomson-Houston'sche Wicklung.

45. Offene Ankerwicklungen.

Das einfachste Beispiel einer offenen Ankerwicklung bildet der von Siemens im Jahre 1857 angegebene Doppel-T-Induktor, der in Fig. 47 dargestellt ist. Dieser Anker besteht aus einem cylindrischen Eisenkern, der mit zwei Vertiefungen zur Aufnahme der Windungen versehen ist. Die Enden der Wicklung sind an den beiden halb-kreisförmigen Segmenten des Kommutators befestigt. In der Figur

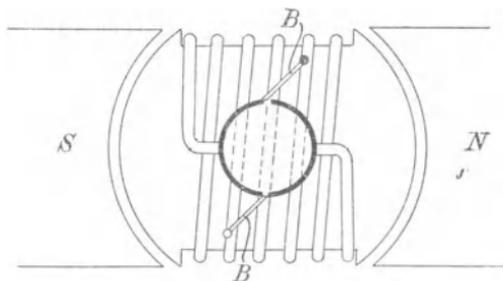


Fig. 47.

verlaufen die Drähte hinter dem Kommutator, in Wirklichkeit befinden sie sich natürlich rechts und links von ihm, da ja für die Nabe des Kommutators und die Ankerachse Platz geschaffen werden muss. In der dargestellten Stellung des Ankers, wo das Maximum der Kraftlinienzahl durch die Spulen verläuft, ist die elektromotorische Kraft Null, und die Bürsten schliessen die beiden Kommutatorsegmente kurz. Dreht sich der Anker um 90° , so nimmt die Kraftlinienzahl in der Spule bis auf Null ab. Die elektromotorische

Kraft hat alsdann ihren maximalen Werth erreicht. Bei der weitem Drehung nimmt die Kraftlinienzahl wieder bis zum Maximum zu, während die elektromotorische Kraft auf Null zurückgeht. Durch den Kommutator wird die Verbindung zwischen dem äussern Stromkreise und der Wicklung jedesmal umgekehrt, wenn die elektromotorische Kraft in der letztern ihre Richtung ändert. Die Stromrichtung bleibt somit im äussern Kreise unverändert, wenn sich auch die elektromotorische Kraft ändert und zwischen Null und ihrem Maximum pulsirt. Stellen wir die elektromotorische Kraft als Funktion der Zeit oder der Winkelstellung des Ankers dar, so erhalten wir die ausgezogene Kurve der Fig. 48. Wäre der Anker

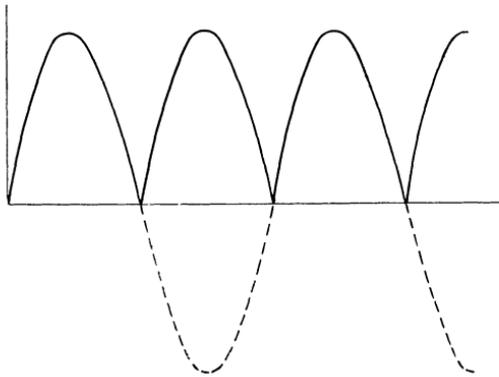


Fig. 48.

mit zwei Kontaktringen, anstatt mit einem zweitheiligen Kommutator versehen gewesen, so würde die elektromotorische Kraft an den Bürsten, die die Enden des äussern Stromkreises bilden, und somit auch der äussere Strom fortwährend ihre Richtung gewechselt haben, wie es die punktirte Linie in Figur 48 zeigt. Der über der Abscissenachse liegende Theil dieser Kurve ist derselbe wie vorher, aber die Stromimpulse haben abwechselnd entgegengesetzte Richtung. Bei Anwendung eines Kommutators sind die Impulse sämtlich gleich gerichtet; dies hat auch für andere Wicklungsarten als die des Doppel-T-Induktors Gültigkeit.

Wir könnten z. B. die Spule über einen Theil eines ringförmigen Kerns wickeln, wie ihn Fig. 49 darstellt. Aber in diesem Falle würde nur eine Seite des Ringes wirksam sein, und es wäre augenscheinlich eine Verbesserung, auch auf der andern Seite des Ringes

eine Spule anzubringen, wie es Fig. 50 zeigt. Die beiden Spulen müssten natürlich hintereinander geschaltet werden; ihre innern Enden werden übers Kreuz verbunden, während je eins der äussern Enden an einem Kommutatorsegment anliegt. Dieser Anker ist in elektrischer Hinsicht gleichbedeutend mit dem Doppel-T-Induktor,

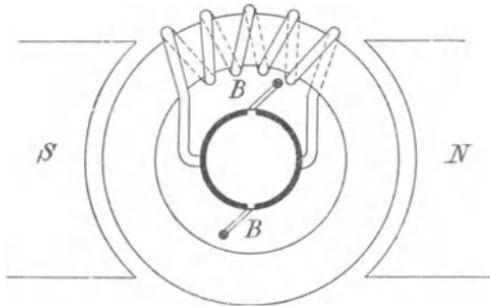


Fig. 49.

ist jedoch in mechanischer Beziehung eine Verbesserung, da die Anbringung der Windungen und ihre Isolation leichter zu bewerkstelligen und der Anker besser ventilirt ist. Der Strom würde indessen ebenso, wie beim Doppel-T-Induktor, pulsiren und bei so schwankender Stärke, wie sie Fig. 48 darstellt, für Beleuchtungs-

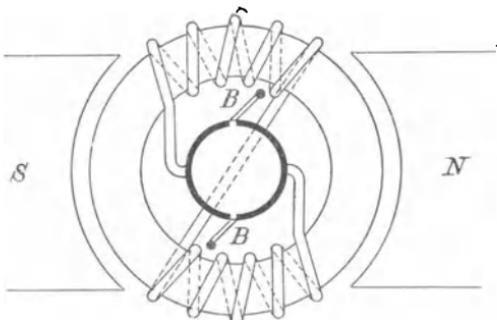


Fig. 50.

zwecke nicht brauchbar sein; auch würde unter diesen Umständen die Isolation durch die Selbstinduktion der verschiedenen Stromtheile sehr beansprucht werden.

Es drängt sich deshalb die Frage auf, wie es sich vermeiden lässt, dass die elektromotorische Kraft in so weiten Grenzen schwankt.

Gehen wir von der durch Fig. 50 dargestellten Lage des Ankers aus und bezeichnen sie in dem Diagramm der Fig. 51 mit O , so erhalten wir nach einer Drehung des Ankers um 90° das erste Maximum der elektromotorischen Kraft, bei 180° wird sie wieder Null, nimmt bei 270° zum zweiten Male ihren maximalen Werth an, u. s. w. Die beste Wirkung wird demnach zwischen 45 und 135° und zwischen 225 und 315° liegen, was in Fig. 51 durch die stärker gehaltenen Linien angedeutet ist. Um also grössere Schwankungen in der elektromotorischen Kraft auszuschliessen, hätten wir nur den Theil davon, der in Fig. 51 über der Linie yy liegt, auszunutzen, was sich durch Verkürzung der Kommutatorsegmente von 180 auf 90° erreichen liesse. Doch es entsteht hierbei eine neue Schwierigkeit. Die elektromotorische Kraft ändert zwar während der Zeit, wo die

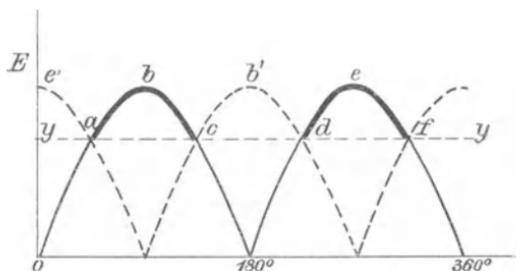


Fig. 51.

Bürsten mit dem Kommutatorsegmenten in Kontakt stehen, ihren Werth nicht mehr so stark als früher, aber der Stromkreis wird jetzt während jeder Umdrehung zweimal ganz unterbrochen. Die Verhältnisse liegen also, was die Kontinuität des Stromes anbetrifft, schlechter als vorhin; dies lässt sich jedoch leicht verbessern. Wir brauchen nur ein zweites Spulenpaar rechtwinklig zu dem ersten auf dem Ringe anzubringen und neben den ersten Kommutator einen zweiten zu setzen. Geben wir alsdann den Bürsten eine solche Breite, dass sie beide Kommutatoren bedecken, so kann der Strom nie unterbrochen werden, da ein Theil des einen Kommutators in Kontakt mit den Bürsten tritt, wenn diese den entsprechenden Theil des andern Kommutators verlassen. Das zweite Spulenpaar dient demnach dazu, die Unterbrechungsstelle zwischen f und a und zwischen c und d (Fig. 51) zu überbrücken.

Diese Wicklung ist durch Fig. 52 dargestellt, wo, der bessern

Uebersicht wegen, die Segmente der beiden Kommutatoren als konzentrische Kreise gezeichnet sind. Die elektromotorische Kraft der mit 1 1 bezeichneten Spulen ist in Fig. 51 durch die ausge-

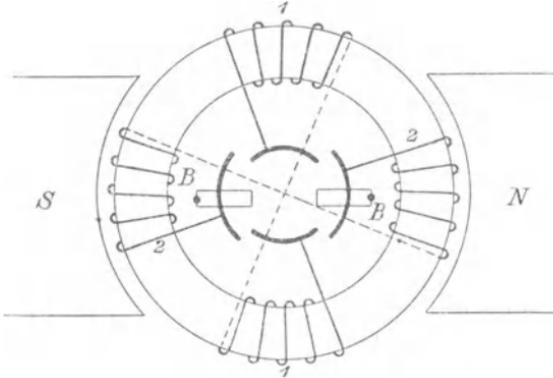


Fig. 52.

zogenen Linien dargestellt, während die punktirte Linie die elektromotorische Kraft des andern Spulenpaares 2 2 bezeichnet. Die resultierende elektromotorische Kraft wird demnach durch die Linie $e' a b c b' d e f$ dargestellt.

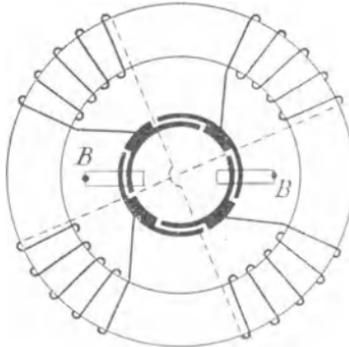


Fig. 53.

Es lässt sich noch leicht eine weitere Verbesserung einführen. Wir nehmen an, dass jedes Kommutatorsegment einen Bogen von 90° oder etwas mehr als 90° einschliesst, um eine ununterbrochene Stromabgabe zu ermöglichen. Die Bürsten müssten daher abwechselnd über isolirendes Material und über Metall gleiten. Dies

würde aber eine ungleiche Beanspruchung und ein Springen der Bürsten mit sich bringen. Um dies zu vermeiden, können wir jedes Kommutatorsegment mit einem Vorsprung versehen, der zwischen die beiden benachbarten Theile ragt, um so die Breite der Isolationsmittel soweit zu verringern, dass die Bürsten nur auf Metall schleifen. Diese Anordnung ist in Fig. 53 schematisch dargestellt.

46. Die Brush'sche Wicklung.

Die Wicklung, zu der wir auf diese Weise gekommen sind, ist die bekannte Brush'sche. Man kann natürlich die Zahl der Spulen verdoppeln oder verdreifachen und erhält so einen Anker mit 8 oder mit 12 Spulen. Die verschiedenen Sätze von je vier Spulen sind in diesem Falle durch geeignete Verbindungen zwischen den Bürsten hintereinandergeschaltet, sodass die elektromotorische Kraft noch

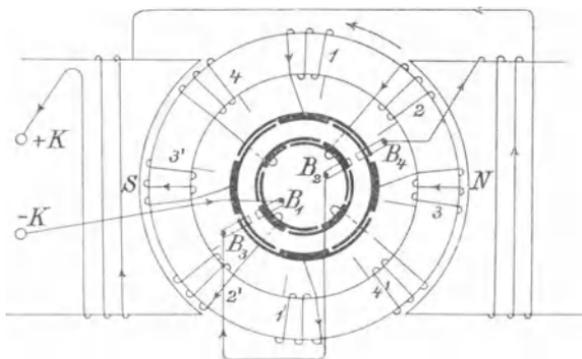


Fig. 54.

weniger schwankt. Fig. 54 zeigt die Wicklung und Verbindung eines Brush'schen Ankers mit acht Spulen.

Die beiden Sätze von Spulen sind mit 1 1', 3 3' und 2 2', 4 4' bezeichnet, und die Querverbindungen sind, um die Zeichnung nicht unnöthig zu compliciren, weggelassen. Die Kommutatoren erscheinen, wie oben, als concentrische Kreise, obgleich sie in Wirklichkeit neben einander liegen. Wenn der Strom in den Ankerspulen keinen magnetischen Einfluss auf den Ankerkern ausübte, so lägen die Berührungspunkte der Bürsten auf dem vertikalen Durchmesser, und es würde bei dem durch Fig. 54 dargestellten Zustande in den Spulen 1 1' die maximale Kraftlinienzahl verlaufen. Aber der Strom

in den Ankerspulen erzeugt noch ein Feld für sich, welches das von den Feldmagneten gebildete überlagert. Verfolgt man die Richtung der erzeugten Ströme, so sieht man leicht, dass das Maximum des resultirenden Feldes etwas links von Spule 1 und das Minimum etwas rechts von Spule 1' fallen muss. Die Verbindungslinie der Punkte, in denen die Bürsten aufliegen, wird daher nicht vertikal, sondern etwas im Sinne der Ankerdrehung geneigt sein. Deshalb ist die elektromotorische Kraft in den Spulen 4 4' entweder Null oder doch sehr schwach, während sie in den Spulen 2 2' den maximalen Werth und in den übrigen Spulen einen mittlern Werth besitzt. Der Strom tritt an der mit B_1 bezeichneten Bürste ein, welche in diesem Falle nur den mittlern Theil des Kommutatorsegmentes berührt, das zu Spule 2' gehört. Dem Strome steht daher nur ein Weg offen, nämlich durch Spule 2' und 2 zu der Bürste B_2 . Von hier fliesst er durch einen ausserhalb des Ankers verlaufenden Draht zur Bürste B_3 , die gleichzeitig zwei Kommutatorsegmente berührt, nämlich die, welche an den Spulen 3 und 1' anliegen. Darauf theilt sich der Strom, und seine beiden Zweige gehen getrennt durch die Spule 3' oder 1, vereinigen sich darauf wieder und verlassen den Anker bei der Bürste B_4 . Von hier wird der Strom um die Feldmagnete geleitet und sodann durch die Klemme +K in den äussern Stromkreis. Bei dieser Anordnung sind die Spulen von schwächster Wirkung ganz ausgeschaltet, die von mittlerer Wirkung sind parallel geschaltet und die von stärkster Wirkung liegen jede für sich im Stromkreise. Jede Spule wird während einer Umdrehung zweimal in folgender Weise ein- und ausgeschaltet:

Eingeschaltet:	Ausgeschaltet:	
$2' - 2$	$\langle \begin{matrix} 3 & - & 3' \\ 1' & - & 1 \end{matrix} \rangle$	4 und 4'
$\langle \begin{matrix} 2' & - & 2 \\ 4 & - & 4' \end{matrix} \rangle$	$3 - 3'$	1 und 1'
$4 - 4'$	$\langle \begin{matrix} 1 & - & 1' \\ 3 & - & 3' \end{matrix} \rangle$	2 und 2'
$\langle \begin{matrix} 4 & - & 4' \\ 2 & - & 2' \end{matrix} \rangle$	$1 - 1'$	3 und 3'
$2 - 2'$	$\langle \begin{matrix} 1 & - & 1' \\ 3' & - & 3 \end{matrix} \rangle$	4 und 4'

Der Einfachheit halber sind die Magnete in Fig. 54 mit cylindrischen Polflächen gezeichnet; in Wirklichkeit liegen sie, da die Maschine einen Flachringanker besitzt, auf beiden Seiten des Ankers, dessen Achse den Magnetschenkeln parallel ist.

47. Die Thomson-Houston'sche Wicklung.

Fig. 55 zeigt eine andere Anordnung für offene Ankerspulen, welche von der Thomson & Houston Co. für Bogenlichtmaschinen angewandt wird. Thatsächlich besitzt die Maschine einen Trommelanker von kugelförmiger Gestalt, der Deutlichkeit halber ist er jedoch in dem Diagramm der Fig. 55 als Ringanker gezeichnet. Wir haben hier nur drei Spulen, deren innere Enden im Punkte O mit einander verbunden sind, während jedes der äusseren Enden zu dem entsprechenden Segment eines dreitheiligen Kommutators geführt ist. In der abgebildeten Stellung des Ankers hat die elektromotorische Kraft in Spule D ihren höchsten Werth angenommen, in

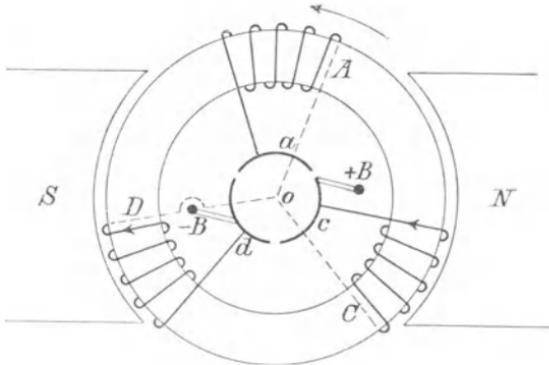


Fig. 55.

Spule C ist sie geringer und in Spule A sehr klein oder Null. Könnte der Strom in dieser Lage des Ankers durch die letzte Spule fließen, so würde die elektromotorische Kraft in Folge des elektrischen Widerstandes der Spule keine Erhöhung, sondern eine Schwächung erfahren. Die Bürsten sind daher so gestellt, dass die Spule mit der schwächsten Wirkung stets ausgeschaltet ist, und dass der Strom die beiden andern Spulen hinter einander durchfließt. In der durch Figur 55 gezeichneten Stellung des Ankers hat die positive Bürste gerade das Kommutatorsegment a verlassen. Einen Augenblick früher waren die Spulen A und C parallel geschaltet. Jetzt wird die Spule A während des sechsten Theiles einer Umdrehung ausserhalb des Stromkreises bleiben, und dann wird sie mit D parallel geschaltet, jedoch nur während des Augenblickes, in

welchem die negative Bürste die Kommutatorsegmente a und d verbindet. Dann wird die Spule D ausgeschaltet, und die Spule A kommt in die Stellung der höchsten Wirkung, während auf der andern Seite die Spule C diese Stellung verlässt, u. s. w. Während einer Umdrehung ist demnach jede Spule zweimal während eines Drittel der Umdrehung eingeschaltet und zweimal während eines Sechstel der Umdrehung ausgeschaltet.

Wären die Bürsten nur gerade so dick, dass sie zwei Kommutatorsegmente verbänden, so wäre die Zeit, während der die Spulen parallel geschaltet sind, nur äusserst kurz. Dies ist jedoch augenscheinlich nicht zulässig, da die Stromstärke dann plötzlich ihren Werth ändern müsste, und starke Funken am Kommutator auftreten würden. Jede Spule muss daher allmählich für die Ausschaltung aus dem Stromkreise vorbereitet werden, indem sie eine merkliche Zeit lang mit einer andern wirksamen Spule parallel geschaltet bleibt. Die Spule A muss daher, bevor sie die angegebene Stellung einnimmt, eine Zeit lang mit Spule C parallel geschaltet bleiben. Die elektromotorische Kraft in Spule A ist dann nach dem Kommutatorsegment a gerichtet und nimmt ab; die elektromotorische Kraft in Spule C ist nach dem Theile c, der parallel zu a liegt, gerichtet, nimmt aber zu. Der Strom in A wird daher den in C überwiegen und ihn zum Verschwinden bringen, wenn das Kommutatorsegment a allein unter die Bürste zu liegen kommt. Auf diese Weise ist das Auftreten von Funken vermieden. Man erreicht dies, indem man die Zeit, während der die Spulen einander parallel geschaltet sind, verlängert, und wendet deshalb statt jeder einzelnen der drei Bürsten zwei unter einander verbundene Bürsten an, von denen die eine um einen bestimmten Winkel gegen die andere versetzt ist. Vergrössert man diesen Winkel dadurch, dass man die Hauptbürste nach vorn und die Hilfsbürste nach hinten verschiebt, so verlängert man die Zeit, während welcher die Spule von schwacher Wirkung mit derjenigen von stärkerer Wirkung parallel geschaltet bleibt und verringert dadurch die aus der Wirkung beider Spulen resultirende elektromotorische Kraft. Die Wirkung der Maschine lässt sich daher in weiten Grenzen durch eine passende Verstellung der Bürsten reguliren.

Zehntes Kapitel.

48. Feldmagnete. -- 49. Zweipolige Magnetsysteme. — 50. Mehrpolige Magnetsysteme. -- 51. Gewicht der Magnetsysteme. — 52. Bestimmung der erregenden Kraft. -- 53. Vorausbestimmung der Charakteristik.

48. Feldmagnete.

Das magnetische Feld, in dem sich der Anker dreht, kann entweder durch permanente Stahlmagnete oder durch Elektromagnete erzeugt werden. Die erstern sind nicht so wirksam wie die letztern und werden nur ausnahmsweise benutzt. Man findet sie bei den ältern Maschinenformen für Leuchtthürme und bei kleinen Dynamomaschinen, wo Einfachheit der Konstruktion von grösserer Wichtigkeit ist als geringes Gewicht; so z. B. bei Minenzündern, Signalapparaten und Maschinen für Aerzte und für Laboratoriumszwecke. Ferner spricht noch ein anderer Grund, auf den wir unten zurückkommen, dafür, dass man bei kleinen Maschinen permanente Magnete verwendet: es wird nämlich die für die Erregung der Magnete erforderliche Arbeit ausserordentlich gross, wenn die Grösse der Maschine unter einer bestimmten Grenze bleibt. Maschinen mit permanenten Magneten werden gewöhnlich *magnetelektrische* genannt, während als *Dynamomaschinen* meistens solche bezeichnet werden, deren Feld durch Elektromagnete erzeugt wird. Da die magnetelektrischen Maschinen nur eine sehr beschränkte Anwendung finden, gehen wir sogleich zu den Feldmagneten der Dynamomaschinen über.

Die Zahl der verschiedenen Formen von Feldmagneten, die für Dynamomaschinen benutzt oder vorgeschlagen sind, ist ausserordentlich gross; jedoch ist ein Unterschied zwischen manchen in Wirklichkeit kaum vorhanden. Es wird daher am besten sein, von einer Aufzählung der verschiedenen Konstruktionen von Magneten abzu- sehen und nur zum Zwecke der Vergleichung einige besonders charakteristische Formen auszuwählen.

Bei allen Elektromagneten haben wir zwei Stromkreise zu unterscheiden, den elektrischen und den magnetischen. Diese beiden müssen so mit einander verkettet sein, dass der Strom im elektrischen Kreise einen Kraftlinienstrom im magnetischen Kreise erzeugen kann. Der Unterschied in der Form der Feldmagnete von Dynamomaschinen liegt darin, dass diese beiden Kreise in verschiedener, mehr oder weniger zweckmässiger Verbindung mit einander stehen.

49. Zweipolige Magnetsysteme.

Die einfachste Anordnung ist in Fig. 23 auf Seite 65 abgebildet. Hier haben wir eine Drahtspule W, die mit einem bei Z aufgeschnittenen Eisenring R verkettet ist. Geben wir dem Zwischenraum Z die Form eines Cylinders oder einer Höhlung, so kann darin ein cylindrischer Anker Platz finden. Wir können daher die durch Fig. 23 gegebene Anordnung als das Magnetsystem einer Dynamomaschine auffassen; doch ist diese Form keineswegs vollkommen. Einmal ist die Drahtlänge der Spule unnöthig gross, und man kann sie verkürzen, indem man den Draht enger um den Eisenring herumwickelt und über einen grössern Theil desselben vertheilt. Ferner ist die gekrümmte Form des Feldmagnetes, vom praktischen Standpunkt aus betrachtet, schlecht; ein solches Stück lässt sich nämlich schwer schmieden und mit den übrigen Theilen der Maschine verbinden; auch kann man die Wicklung nicht auf der Drehbank ausführen. Im fünften Kapitel wurde gezeigt, dass weder die Gestalt der Magnetkerne, noch die Anordnung ihrer Wicklung einen direkten Einfluss auf die Zahl der Kraftlinien ausübt, die durch eine gegebene erregende Kraft erzeugt wird. Wir können daher den magnetischen und den elektrischen Stromkreis so anordnen, wie es uns für die Herstellung am passendsten erscheint. An Stelle eines Drahtbündels können wir eine cylindrische Spule verwenden, die auf der Drehbank gewickelt wird, und statt des gekrümmten Eisenkerns benutzen wir einen aus verschiedenen geraden Stücken gebildeten Rahmen, der leichter geschmiedet und zusammengesetzt werden kann. Ferner lassen sich der Bequemlichkeit wegen die Polschuhe so anordnen, dass sie von dem eigentlichen Kern abzunehmen sind. Wir haben jedoch zu bedenken, dass die einzelnen Theile des magnetischen Stromkreises aufs Innigste mit einander verbunden sein müssen, damit die Kraftlinien kein Hindernis zu überwinden haben,

wenn sie von einem Theile in den andern übergehen. Auf diese Weise gelangen wir zu einer Anordnung, wie sie Fig. 56 a darstellt. M ist hier ein gerader, cylindrischer Magnetkern aus Schmiedeeisen,

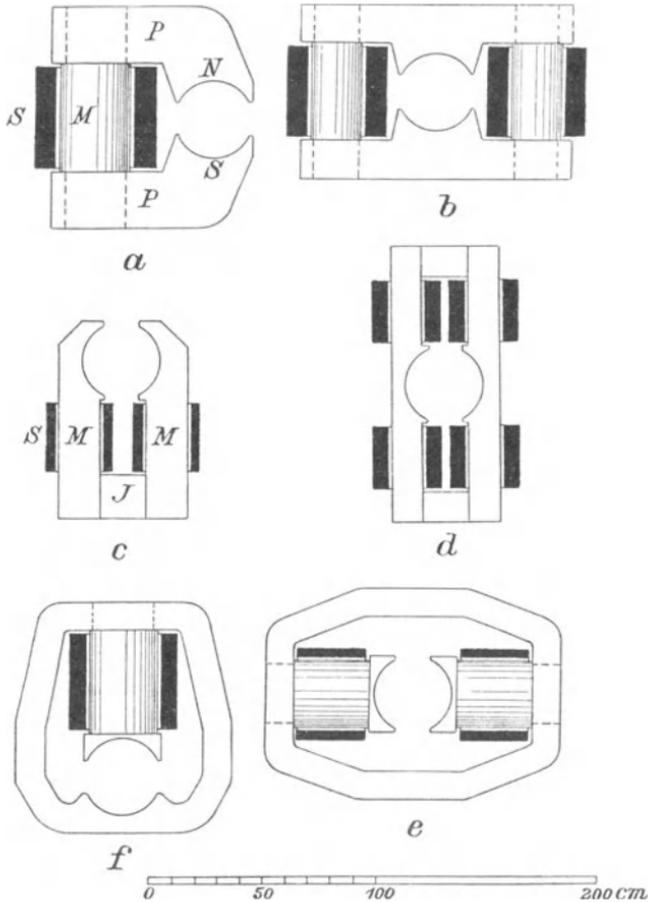


Fig. 56.

an dessen Enden sich die beiden Polschuhe PP aus Gusseisen anschliessen; S stellt die erregende Spule dar.

Man sieht auf den ersten Blick, dass diese Anordnung in elektrischer und magnetischer Beziehung der in Fig. 23 dargestellten äquivalent ist, aber in maschineller Beziehung bildet sie eine wesent-

liche Vervollkommnung. Die Konstruktion ist einfach und solide, sie lässt sich mittelst der Drehbank oder der Ausbohrmaschine ausführen; die Spule kann für sich gewickelt und auf den Kern geschoben werden, wenn die Maschine zusammengesetzt wird. Letzteres ist nicht nur deshalb wichtig, weil Reparaturen auf diese Weise leicht vorzunehmen sind, sondern weil dann auch die elektrischen und mechanischen Theile der Arbeit in verschiedenen Räumen ausgeführt werden können. Wenn die Spule direkt auf den Kern gewickelt werden müsste, hätte man einerseits ein grösseres Gewicht zu hantiren und liefe anderseits Gefahr, dass die Isolation durch Metallspähne verletzt würde, die sich in einem Raume mit Metallbearbeitungsmaschinen nicht vermeiden lassen. Deshalb ist es besser, die Wicklung der Spulen und die übrigen elektrischen Arbeiten in einer besondern Werkstätte auszuführen.

Die Magnetform von Fig. 56 a ist, wie wir schon bemerkten, in praktischer Beziehung vortheilhaft, dabei aber noch nach zwei Seiten hin verbesserungsfähig. Einmal wird das Feld leicht unsymmetrisch, da der Magnet nur an einer Seite des Ankers liegt, und zum andern ist eine Maschine mit solchem Magnetsystem sehr schwer. Beiden Mängeln kann dadurch abgeholfen werden, dass man den magnetischen Stromkreis verdoppelt, wie es Fig. 56 b zeigt. Wir haben allerdings mehr Draht für die erregenden Spulen nöthig, erhalten jedoch eine Maschine von geringerem Gesamtgewicht und völlig symmetrischem Felde.

Das Magnetsystem in Fig. 56 a ist ferner deshalb mangelhaft, weil die Spule wegen ihrer geringen Länge nur eine kleine Oberfläche besitzt und deshalb die beim Stromdurchgang in ihr erzeugte Wärme an die umgebende Luft nicht völlig abzugeben vermag. Die Erfahrung hat gezeigt, dass für jedes Watt, welches vom Widerstande der Spule verzehrt wird, eine bestimmte Abkühlungsfläche vorgesehen werden muss, wenn die Temperatur der Spule unter einer bestimmten Grenze gehalten werden soll. Die Ansichten über die Grösse dieser Fläche sind jedoch verschieden, und es ist unmöglich, eine bestimmte Regel hierfür anzugeben, da die Verhältnisse, unter denen die Maschine arbeitet, sowie die ventilirende Wirkung des Ankers und der Aufstellungsort der Maschine hierbei natürlich zu berücksichtigen sind. Im Allgemeinen sollte jedoch die Abkühlungsfläche für jedes in der Spule verbrauchte Watt nicht weniger als 7 qcm und nicht mehr als 25 qcm betragen. Damit die Spule in Fig. 56 a nicht zu heiss

wird, müssen wir daher entweder ihre Oberfläche vergrössern, indem wir sie länger und schmaler machen, oder wir müssen den Energieverbrauch durch Vermehrung des Kupfers verringern. Die erste Möglichkeit liefert nur einen zweifelhaften Gewinn, da auf diese Weise das Gewicht der Maschine zu gross wird, die zweite verursacht höhere Kosten. Wir können jedoch die ganze Konstruktion verändern und erhalten eine genügende Abkühlungsfläche, ohne das Gewicht des Magnetgestells zu verändern. Zu diesem Zwecke brauchen wir nur den Theil M (Fig. 56 a) zum Joch zu machen und die Spulen auf den Schenkeln P P anzubringen. Auf diese Weise gelangen wir zu der in Fig. 56 c gegebenen Anordnung, die sehr beliebt ist. Es ist hier nicht nur die Abkühlungsfläche grösser, sondern auch das Gewicht der Maschine wesentlich kleiner.

Drehen wir das ganze Magnetsystem um, sodass der Anker nach unten und das Joch nach oben kommt, so erhalten wir eine neue Anordnung, die auch vielfach im Gebrauch und besonders für direkt angetriebene Maschinen von Vortheil ist, wo wegen der tiefen Lage der Dampfmaschinenachse auch die der Dynamomaschine niedrig liegen muss. In diesem Falle ist die Maschine an den Polschuhen mittelst Träger oder Klammern befestigt, die aus unmagnetischem Material bestehen. Liegt der Anker oben, so sind diese Theile nicht nöthig, das Joch kann alsdann entweder direkt auf die Grundplatte geschraubt oder mit ihr aus einem Stück gegossen werden.

Dieses Magnetsystem ist allerdings leichter als die oben beschriebenen, immerhin aber noch reichlich schwer, wenn der Durchmesser des Ankers im Verhältnis zu seiner Länge gross ist. Will man bei einem solchen Anker ein leichtes Gewicht der Maschine erzielen, so verdoppelt man das Magnetsystem und erhält dann die in Fig. 56 d gegebene Anordnung. Sie enthält weniger Eisen, aber mehr Kupfer als die Form c und ist trotz des viel kleinern Gewichts doch theurer.

Die Magnetgestelle e und f (Fig. 56) sind dadurch gekennzeichnet, dass ihr Joch die Feldmagnete völlig umgiebt. Die Form e ist sehr schwer, erfordert jedoch wenig Kupfer zur Bewicklung, f ist nicht ganz so schwer, hat jedoch viel Kupfer nöthig.

Um dem Leser ungefähr eine Vorstellung von der Kupfermenge zu geben, die für jedes der angeführten Magnetsysteme erforderlich ist, sind die verschiedenen Wicklungsräume in der Figur schwarz

gezeichnet. Dabei ist angenommen, dass alle Maschinen mit dem gleichen Anker ausgerüstet werden sollen, nämlich mit einem Trommelanker von 30 cm Durchmesser und 38 cm Länge.

50. Mehrpolige Magnetsysteme.

Ein Beispiel eines mehrpoligen Magnetsystems zeigt schon Fig. 2 (S. 7). Der Anker ist ein Ring, dessen Durchmesser im Verhältnis zu seiner Länge gross ist, und die Magnetpole stehen

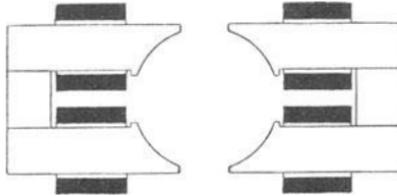


Fig. 57.

auf beiden Seiten den Stirnflächen des Ringes gegenüber. Es sind deshalb im Ganzen acht, an jeder Seite vier Magnetkerne erforderlich, deren Längsrichtung der Maschinenachse parallel ist. Die vom Anker abgewandten Enden der Magnetkerne sind durch zwei mas-

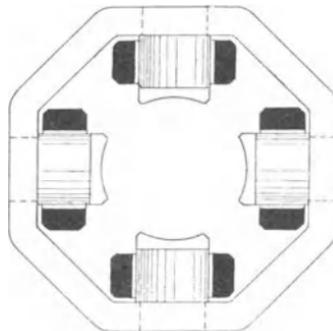


Fig. 58.

sive Joche aus Gusseisen verbunden. Feldmagnete dieser Form werden häufig bei Wechselstrommaschinen benutzt.

Bei den Maschinen mit cylindrischem Anker, mögen sie nun Gleich- oder Wechselstrom erzeugen, sind die dem Anker zugekehrten Seiten der Polschuhe nothwendig Theile einer Cylinder-

oberfläche, und die Längsrichtung der Magnetkerne steht gewöhnlich senkrecht auf der Maschinenachse. Jedes vielpolige Magnetsystem kann als Kombination von zweipoligen Systemen betrachtet werden. So erzeugen wir durch Verbindung zweier Systeme vom Typus der Fig. 56 ein vierpoliges Feld, wie es Fig. 57 zeigt.

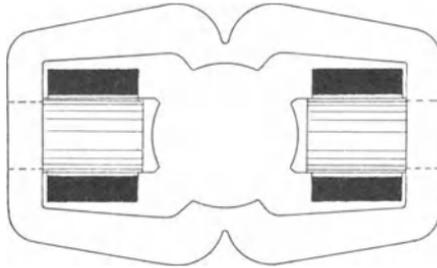


Fig. 59.

In ähnlicher Weise kann man Fig. 58 aus Fig. 56e entstanden denken; wir brauchen nur die Krümmung des Joches so zu vergrößern, dass ein zweites Paar von Feldmagneten Platz findet. Die Verbindung der Spulen muss in diesem Falle umgekehrt werden, so dass die einander gegenüberliegenden Pole dieselbe und benachbarte

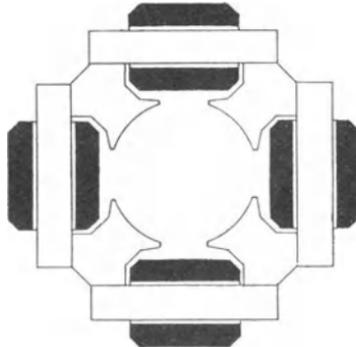


Fig. 60.

die entgegengesetzte Polarität erhalten. Durch Verdoppelung von Fig. 56f erhalten wir das in Fig. 59 dargestellte Magnetsystem. Hier werden vier Pole erzeugt, obwohl nur zwei Spulen zur Anwendung kommen. Ferner kann man sich Fig. 60 durch Vereinigung von vier Magnetsystemen der Fig. 56a entstanden denken.

Ist ein Feld von mehr als vier Polen erforderlich, so können wir es durch Verbindung von drei oder mehreren Systemen, wie sie Fig. 56c zeigt, bilden. Bei der Ausführung macht jedoch die Befestigung der Feldmagnete namhafte Schwierigkeiten; es ist daher aus diesem und auch aus andern Gründen weniger vortheilhaft als eine Erweiterung der durch Fig. 58 dargestellten Anordnung, welche das in Fig. 61 abgebildete zehnpolige System bildet. Fig. 60 kann auch zu einem System mit 6, 8 oder mehr Polen ausgebildet werden und hat vielfach Anwendung gefunden. Eine Umkehrung von Fig. 58

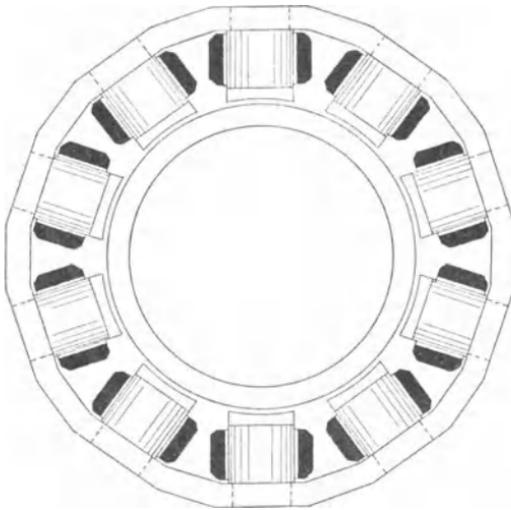


Fig. 61.

führt zu den sogenannten Innenpolmaschinen, bei denen ein Ringanker die Magnete einschliesst. Fig. 62 zeigt eine zehnpolige Maschine dieser Art.

Um dem Leser ungefähr eine Vorstellung von dem Gewicht des Ankers in Fig. 61 und 62 zu geben, sind in den Zeichnungen in beiden Fällen die Begrenzungslinien für Maschinen angegeben, die gleiche Leistung und gleiche Geschwindigkeit haben. Das Magnetsystem in Fig. 62 hat ungefähr das halbe Gewicht von dem in Fig. 61; dieser Vortheil wird jedoch durch die Schwierigkeiten wieder aufgewogen, welche die Befestigung des Ankerkerns und die sichere Anbringung der Drähte verursachen.

Es giebt keine bestimmte Regel, nach der wir die Güte eines dieser verschiedenen Magnetsysteme beurtheilen können. Die Spannung, die Grösse und die Geschwindigkeit der Maschine, die grössere oder geringere Bedeutung eines leichten Gewichtes, die Möglichkeit, weichen Stahlguss zu erhalten, der Preis des Kupfers und des Eisens, der für die Erregung der Magnete angesetzte Energieverbrauch, die zulässige Erwärmung der Spulen und schliesslich die Geschicklichkeit des Konstrukteurs, alles dies sind Momente, welche für die Wahl der einen oder andern Anordnung maassgebend sind. Aber zur allgemeinen Anleitung sollen hier einige Thatsachen mitgetheilt werden.

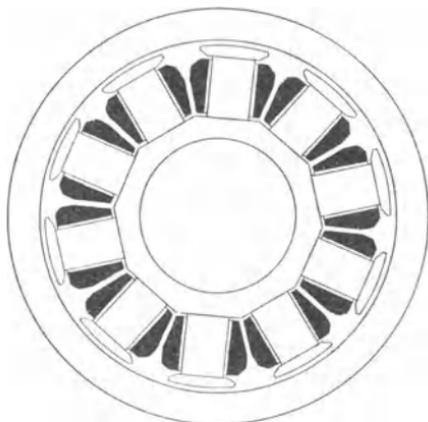


Fig. 62.

Wenn bei der in Fig. 57 dargestellten Anordnung Polschuhe verwandt werden, wobei sich der Querschnitt der Schenkel nahezu quadratisch wählen lässt, oder wenn der Anker ziemlich kurz ist, was von selbst den Querschnitt der Schenkel quadratisch macht, so ist für die Wicklung der Schenkel wenig Draht erforderlich, und das Gesamtgewicht der Maschine wird folglich nicht gross. Wegen des geringen Verbrauchs an Eisen und Kupfer ist diese Anordnung deshalb ziemlich billig, aber die Befestigungsvorrichtung für die Magnete fällt ziemlich theuer aus, da sie ganz aus Bronze hergestellt werden muss. Ein weiterer Mangel liegt darin, dass die Ventilation des Ankers und noch mehr die der Magnetspulen auf ihrer Innenseite sehr zu wünschen übrig lässt; die Maschine wird daher heisser werden als andere von weniger gedrungener Gestalt. Fig. 58 er-

fordert dieselbe Drahtmenge für die Magnetspulen oder vielleicht sogar noch etwas weniger als Fig. 57, aber das ganze Magnetgestell wird bedeutend schwerer, wenn das Joch aus Gusseisen gemacht wird. Wird es aus weichem Stahlguss hergestellt, so braucht es jedoch nur die Hälfte oder ein Drittel des Querschnitts zu haben, und alsdann wird die Form von Fig. 58 leichter als die von Fig. 57. Ein weiterer Vortheil liegt darin, dass keine Träger aus Bronze nöthig sind. Die ganze Anordnung ist weniger gedrungen als die von Fig. 57, und daher ist die Ventilation des Ankers und der Magnetspulen eine bessere.

Fig. 59 zeigt eine sehr einfache Anordnung und erfordert etwa dieselbe Kupfermenge, wie die Formen in Fig. 57 und 58; sie ist indessen sehr schwer, wenn Gusseisen für das Joch benutzt wird. Bei Verwendung von Stahlguss kann das Gewicht kleiner gemacht werden als bei allen frühern Systemen; besonders gilt dies für kleine Maschinen. Da der Anker und die Feldmagnete durch das sie umgebende Joch geschützt sind, so ist diese Konstruktion besonders für Maschinen geeignet, die, wie z. B. Strassenbahnmotoren, einer schlechten Behandlung ausgesetzt sind. Ferner finden sie auch für Schiffsbeleuchtung Anwendung, weil sie vermöge ihrer ganzen Bauart die Kompassse wenig beeinflussen. Das in Fig. 60 abgebildete System ist schwer und theuer. Es erfordert eine Befestigung aus Bronze und beträchtlich mehr Draht als die Form in Fig. 57, aber die Abkühlungsfläche der Spulen ist gross und die Ventilation sehr gut. Dieser Typus findet bei den meisten 10- und mehrpoligen Edison'schen Maschinen für Centralstationen Anwendung. Als Beispiel wollen wir den neuen Stromerzeuger für 300 Kilowatt (2400 Am bei 125 V) erwähnen, der eine Gewerfabrik bei Lüttich mit elektrischer Energie für motorische Zwecke versorgt. Bei dieser Maschine, die mehr ihrer Dimensionen als ihrer Leistung wegen bemerkenswerth ist, hat der Anker einen Durchmesser von 4,80 m, und das Magnetsystem besitzt 20 Pole. Die Magnetkerne und Polschuhe bestehen aus weichem Stahlguss und wiegen 10 t, während für die erregenden Spulen 2 t Kupferdraht verbraucht sind. Die Umdrehungszahl der Maschine, welche direkt durch eine Van der Kerkhove'sche Dampfmaschine angetrieben wird, beträgt 166 in der Minute; der Anker hat folglich die bemerkenswerth hohe lineare Umfangsgeschwindigkeit von mehr als 40 m in der Sekunde. Bei dieser Geschwindigkeit hat das

Magnetgestell ein Gewicht von etwa 40 kg für ein Kilowatt Leistung. Bei den Maschinen von dem in Fig. 57 dargestellten Typus bleibt das Gewicht des Magnetgestelles unter 45 kg für ein Kilowatt Leistung, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Ankers 10 m in der Sekunde beträgt. In dieser Beziehung verhält sich also die Maschine in Lüttich etwa $3\frac{1}{2}$ mal schlechter, deren Feld nach der in Fig. 60 gezeichneten Anordnung gebildet, dabei aber mit 20 Polen versehen ist.

51. Gewicht der Magnetsysteme.

Eine rohe Vergleichung der verschiedenen Magnetsysteme hinsichtlich ihres Gewichtes ist bereits oben angestellt; um jedoch diesen wichtigen Punkt völlig klar zu stellen, erscheint es wünschenswerth, hier einige wirklich ausgearbeitete Beispiele mitzutheilen, sodass der Leser Zahlen an Stelle allgemeiner Angaben vergleichen kann. Diese Zahlen beziehen sich freilich nur auf speciell ausgewählte Fälle, und ihre Verhältnisse würden sich ändern, wenn wir die Erhebungen für grössere oder geringere Leistung oder für andere Geschwindigkeiten oder andere Anker anstellten. Um bestimmte Zahlen zu geben, mussten natürlich auch bestimmte Verhältnisse gewählt werden. Für die zweipoligen Maschinen ist daher eine Leistung von 25 Kilowatt bei 550 Umdrehungen in der Minute angenommen, da dies ungefähr der Mittelwerth für Leistung und Umdrehungszahl dieser Maschinen ist. Die Anker haben 30 cm Durchmesser und 38 cm Länge, ihre Umfangsgeschwindigkeit beträgt daher etwa 8,8 m in der Sekunde. In zwei Fällen besitzt jedoch der Anker einen Durchmesser von 38 cm und hat demnach eine Umfangsgeschwindigkeit von 10,9 m in der Sekunde. Für die vierpoligen Maschinen ist eine Leistung von 80 Kilowatt bei 380 Umdrehungen in der Minute gewählt, was wiederum dem bei diesen Maschinen üblichen Mittelwerthe entspricht. Die Anker sollen in jedem Falle einen Durchmesser von 60 cm und eine Länge von 50 cm haben, sie besitzen demnach eine Umfangsgeschwindigkeit von 12,1 m in der Sekunde.

Bevor wir die Ergebnisse der Untersuchung mittheilen, müssen die Methoden, die bei der Konstruktion der Magnetsysteme verwendet wurden, kurz beschrieben werden. Die Gesetze, welche die Grösse der erregenden Kraft für irgend eine gegebene Anordnung des Magnetsystems bestimmen, sind weiter unten in diesem und im

nächsten Kapitel zu finden. Vor der Hand wollen wir nur mittheilen, dass nach diesen Gesetzen die für die Wicklung der Magnete erforderliche Drahtmenge berechnet und dass dabei die Rückwirkung des Ankers (siehe 11. Kapitel), die zulässige Grenze für die Erwärmung der Spulen und der für die Erregung übliche Betrag der Gesamtleistung in Rechnung gesetzt wurden. Wo es rathsam erschien, sind Polschuhe angewandt, um die erregende Kraft und das Gewicht der Magnetwicklung herabzudrücken. In zwei Fällen, die in Fig. 63 und 64 dargestellt sind, wurden die Polflächen durchgeschnitten, so dass sich die Rückwirkung des Ankers verringerte, die Feldmagnete also leichter gehalten werden konnten. Der Anker erhielt in diesen beiden Fällen einen Durchmesser von 38 cm und ist deshalb schwerer und theurer als ein solcher von 30 cm Durchmesser, der bei allen übrigen zweipoligen Maschinen benutzt

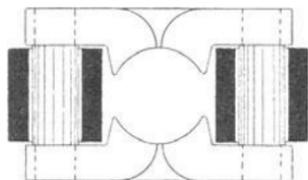


Fig. 63.

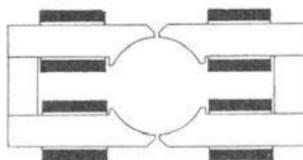


Fig. 64.

wurde. Für den Spannungsverlust in der Ankerwicklung der zweipoligen Maschinen sind 3,75 % angesetzt. Bei allen vierpoligen Maschinen ist derselbe Anker verwandt und für einen Spannungsverlust von 2,5 % berechnet.

Der Spannungsverlust in der Wicklung der Feldmagnete ist bei den zweipoligen Maschinen zu 3,5 % und bei den vierpoligen zu 2 % der Gesamtleistung angenommen; hiervon ausgenommen sind die Fälle, wo die zu hohe Erwärmung der Magnetspulen einen geringern Aufwand von Energie erforderlich machte. Die Temperaturerhöhung wurde in jedem einzelnen Falle bestimmt und ist in den Tabellen mitgetheilt. Die angegebenen Gewichte beziehen sich nur auf das Eisen des magnetischen Kreises und auf den Kupferdraht; das Gewicht der Spulenhalter, der Klemmen und der Befestigung für die Magnete ist nicht berücksichtigt. Um die Vergleichung zu erleichtern, ist das Gewicht der Magnete für eine Leistung von 1 Kilowatt berechnet; hierbei wurde die Annahme gemacht, dass die Geschwindigkeit am Umfang des Ankers in allen Fällen 10 m in der Sekunde

beträgt. Die Magnetkerne bestehen überall aus Schmiedeeisen; bei 56 a, 56 b- und 63 sind die Polschuhe und bei 56 c, 56 e, 56 f, 58 und 59 die Joche aus Gusseisen angefertigt.

Magnetsysteme von zweipoligen Maschinen

bei einer Leistung von 25 Kilowatt und bei einer Umdrehungszahl von 550.

Form des Magnetsystems von Fig.	56 a	56 b	56 c	56 d	56 e	56 f	63	64
Gesamtwicht des Magnetsystems in kg . . .	2290	2100	1360	1260	3040	2280	1650	1080
Eisengewicht in kg . . .	2070	1620	1170	810	2880	2070	1350	790
Kupfergewicht in kg . . .	220	480	190	450	160	210	300	290
Zur Erregung erforderliche Leistung in Procenten der Gesamtleistung .	3	3,5	3,5	3,5	3,25	2,8	3,5	3,5
Temperaturerhöhung . .	33°	25°	33°	20°	33°	33°	28°	22°
Gewicht des Magnetsystems in kg für ein Kilowatt Leistung bei einer Umfangsgeschwindigkeit des Ankers von 10 m in der Sekunde	79	72	47	43	103	79	70	47

Magnetsysteme von vierpoligen Maschinen

bei einer Leistung von 80 Kilowatt und bei einer Umdrehungszahl von 380.

Form des Magnetsystems von Fig.	57	58	59	60
Gesamtwicht des Magnetsystems in kg .	2730	4440	4940	3280
Eisengewicht in kg	1980	3910	4320	2110
Kupfergewicht in kg	750	530	620	1170
Zur Erregung erforderliche Leistung in Procenten der Gesamtleistung	2	2	2	3
Temperaturerhöhung	30°	36°	33°	25°
Gewicht des Magnetsystems in kg für ein Kilowatt Leistung bei einer Umfangsgeschwindigkeit des Ankers von 10 m in der Sekunde	40	67	73	49

52. Bestimmung der erregenden Kraft.

Das Gesetz, das die Kraftlinienzahl bestimmt, die bei einer gegebenen erregenden Kraft erzeugt wird, ist schon im fünften Kapitel abgeleitet. Es giebt in jedem einzelnen Falle, wo eine bestimmte Kraftlinienzahl in einer Dynamomaschine erzeugt werden soll, den dazu erforderlichen Werth der gesammten erregenden Kraft

in Ampèrewindungen an. Im Folgenden wollen wir stets die gesammte Feldstärke in C. G. S.-Einheiten mit F und die erregende Kraft in Ampèrewindungen mit X bezeichnen, sodass die allgemeine Gleichung (22) auch in der Form

$$X = FR \dots \dots \dots (33)$$

geschrieben werden kann, wo R den magnetischen Widerstand bedeutet und durch die Formel

$$R = \frac{1}{1,256} \sum \frac{L}{Q} \frac{1}{\mu} \left. \vphantom{\sum} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

$$= 0,8 \sum \frac{L}{Q} \frac{1}{\mu} \left. \vphantom{\sum} \right\} \dots \dots \dots$$

bestimmt ist. L und Q sind hier in Centimeter und Quadratcentimeter anzugeben, und der Koeffizient μ wird gleich 1, wenn der betrachtete magnetische Stromkreis nur Luft oder andere unmagnetische Stoffe enthält; man hat alsdann

$$R = 0,8 \frac{L}{Q}.$$

Da nun $F = \mathfrak{B}Q$ ist, so ergibt sich für die Zahl der Ampèrewindungen, die erforderlich ist, um die Kraftlinienzahl F in Luft zu erzeugen,

$$X = \mathfrak{B}Q \times 0,8 \frac{L}{Q} = 0,8 \mathfrak{B}L \dots \dots \dots (34).$$

Es ist im Allgemeinen bequem, die erregende Kraft für jeden Theil des magnetischen Kreises getrennt zu berechnen, da die Kraftlinienzahl nicht in allen Theilen die gleiche ist. Bei einer Dynamomaschine durchlaufen die Kraftlinien den Anker und den Luftzwischenraum, und zwar beide in gleicher Zahl, die Polschuhe, die Verbindungsstücke, die Magnetkerne und das Joch. In dem letzten Theil ist die Zahl grösser als im Anker, da ein bestimmter Bruchtheil der innerhalb der Magnetspulen erzeugten Linien nicht durch den Anker läuft, sondern in den die Spulen umgebenden Luftraum übertritt und die sogenannte *magnetische Streuung* oder das *totte Feld* bildet, das wie jeder andere Kraftlinienstrom von der Ausdehnung der Flächen, die verschiedenes magnetisches Potential haben, von deren Abstände und von der Grösse der magnetischen Potentialdifferenz oder magnetomotorischen Kraft abhängt. Im Allgemeinen wird die Streuung um so beträchtlicher sein, je grösser die erregende

Kraft, je ausgedehnter die äussere Oberfläche der Polschuhe und je geringer die Entfernung zwischen den ungleichnamigen Polen oder zwischen den Polschuhen und den Jochen ist.

Der magnetische Widerstand an den Berührungsflächen zweier benachbarter Eisentheile des magnetischen Stromkreises ist in der Regel zu vernachlässigen. Er ist in der That bei guten Maschinen, wo diese Flächen wirkliche Ebenen bilden und fest auf einander gepresst sind, gegen den Widerstand der übrigen Theile des Kreises bedeutungslos. Ewing¹⁾ hat den magnetischen Widerstand von Berührungsflächen experimentell untersucht, indem er die Abnahme bestimmte, welche die Induktion in einem Eisenstabe erfährt, wenn dieser bei der gleichen magnetisirenden Kraft in zwei, vier oder acht Stücke getheilt wird. Er fand, dass sich der Widerstand der Berührungsflächen bei Anwendung von mechanischem Drucke verringerte. Da bei guten Maschinen die zu verbindenden Theile fest mit einander verschraubt oder in einander getrieben sind, so ist anzunehmen, dass hier der mechanische Druck zur Herstellung eines guten magnetischen Schlusses genügt. Ewing berechnet die Dicke λ der Luftschicht, deren magnetischer Widerstand gleich dem der Berührungsfläche ist, und findet hierfür bei verschiedenen Werthen von \mathfrak{S} und \mathfrak{B} folgende Zahlen:

\mathfrak{S}	\mathfrak{B}	λ
30	9800 bis 14550	0,02 mm
50	13300 bis 15950	0,013
70	15200 bis 16820	0,009

Wenn wir hieraus die Ampèrewindungen X_λ berechnen, die in jedem Fall erforderlich sind, um den Widerstand an der Berührungsfläche zu überwinden, so kommen wir zu dem bemerkenswerthen Ergebnis, dass wir um so weniger Ampèrewindungen nöthig haben, je grösser die Induktion ist. Es ergeben sich nämlich folgende Werthe:

\mathfrak{B}	X_λ
12175	19,6
14625	17,0
16010	11,6

¹⁾ Phil. Mag. Sept. 1888.

Dies rührt wahrscheinlich daher, dass mit zunehmender Induktion auch die magnetische Anziehung zwischen den Eisentheilen eine Vergrößerung erfährt, und dass die Berührung zwischen den Flächen bei Ewing's Versuchen um so besser wurde, je grösser \mathfrak{B} war. Die Verhältnisse lagen daher bei dem Versuche nicht genau so, wie bei einem schweren Magnetgestell, wo die Berührungsflächen stets bedeutendem Drucke ausgesetzt sind. Im Uebrigen ist es gleichgültig, ob wir zur Ueberwindung des Widerstandes jeder Berührungsfläche zwischen zwei Eisentheilen des Stromkreises 10, 50 oder 100 Ampèrewindungen rechnen, da sich die gesammte erregende Kraft auf Tausende von Ampèrewindungen beläuft. Wir sind daher berechtigt, diesen Widerstand gänzlich zu vernachlässigen.

Es bleiben daher noch drei Theile des magnetischen Stromkreises übrig, die wir getrennt zu berechnen haben, nämlich der Anker, die Luftzwischenräume und die Magnete mit Einschluss der Polschuhe und des Joches. Für alle diese Theile bestimmen wir einzeln die erregenden Kräfte, die erforderlich sind, um die Kraftlinien hindurch zu treiben; für den Anker bezeichnen wir diese Kraft mit X_a , für den Luftzwischenraum mit X_l , für die Magnetkerne und Polschuhe mit X_m und für das Joch mit X_j . In ähnlicher Weise sollen die Indices a, l, m und i, wenn sie an die Buchstaben F und \mathfrak{B} gehängt werden, die Kraftlinienzahl oder die Induktion in den verschiedenen Abschnitten des Stromkreises bedeuten. Ferner bezeichnen wir mit L_a , L_m und L_j die mittlere Länge des Weges, den die Kraftlinien im Ankerkern, in den Feldmagneten und im Joch zurücklegen, mit δ die Breite des Luftzwischenraums zwischen Anker und Polschuhen, und mit Q_a , Q_l , Q_m und Q_j den Querschnitt des Ankerkerns, des Luftzwischenraums, der Magnetkerne und des Joches.

Die erregende Kraft, welche zur Erzeugung einer Induktion oder Kraftliniendichte \mathfrak{B}_a im Anker erforderlich ist, beträgt

$$\mathfrak{H}_a = \frac{\mathfrak{B}_a}{\mu},$$

wo

$$\mathfrak{H}_a = \frac{0,4 \pi X_a}{L_a},$$

mithin

$$\mathfrak{B}_a = \mu \frac{0,4 \pi X_a}{L_a}$$

ist.

Um die Ampèrewindungen X_a zu bestimmen, die für die Magnetisirung des Ankers allein erforderlich sind, muss der Werth der Permeabilität bekannt sein, der zu der betreffenden Induktion gehört. Wir ermitteln ihn nach dem Vorgang von Hopkinson auf experimentellem Wege, indem wir für eine Probe des Eisens, das für die Ankerplatten Verwendung finden soll, die Magnetisirungskurve bestimmen, welche \mathfrak{B} als Funktion von \mathfrak{H} darstellt. Wir kennen die Gesamtkraftlinienzahl, die zur Erzeugung der gewünschten elektromotorischen Kraft den Anker durchfließen muss; theilen wir sie durch den Querschnitt des Ankereisens, so erhalten wir \mathfrak{B}_a . Aus der Magnetisirungskurve ergibt sich sodann der entsprechende Werth für \mathfrak{H}_a und hieraus weiter

$$X_a = \frac{\mathfrak{H}_a}{0,4\pi} L_a = 0,8 \mathfrak{H}_a L_a.$$

Um den Faktor 0,8 zu vermeiden, stellt man zweckmässig an der Hand der Magnetisirungskurve eine Tabelle zusammen, welche die zusammengehörigen Werthe von $0,8 \mathfrak{H}$ und \mathfrak{B}_a enthält. Wir können dann aus dieser Tafel einfach diejenige Zahl entnehmen, mit welcher die mittlere Weglänge der Kraftlinien im Anker multiplicirt werden muss, um X_a zu erhalten. Die Zahlen in der Tafel geben also die Ampèrewindungen an, die zur Erzeugung der gewünschten Induktion für jedes Centimeter des Kraftlinienweges erforderlich sind. Die nachstehende Tafel kann benutzt werden, wenn der Anker aus Scheiben besten Holzkohleneisens zusammengesetzt ist.

\mathfrak{B}	$\frac{X_a}{L_a}$	\mathfrak{B}	$\frac{X_a}{L_a}$
5000	1,80	16000	40
10000	3,60	16500	56
11000	4,40	17000	72
12000	5,83	17500	88
13000	8,40	18000	104
13500	10,40	18500	128
14000	12,95	19000	160
14500	17,60	19500	220
15000	22,40	20000	280
15500	30,50		

Die Anwendung dieser Tafel wird am besten an einem Beispiel erläutert werden. Angenommen, die mittlere Länge des Kraftlinien-

weges im Anker sei gleich 30 cm und die gewünschte Induktion betrage 16000. Aus der Tafel ergibt sich, dass zur Erzeugung dieser Induktion für jedes Centimeter des Kraftlinienweges 40 Ampèrewindungen nöthig sind. Von der gesammten erregenden Kraft, welche auf die Feldmagnete wirkt, wären also $40 \times 30 = 1200$ Ampèrewindungen erforderlich, um die Kraftlinien durch den Anker zu schicken.

Um den Theil der erregenden Kraft zu bestimmen, der erforderlich ist, um die Kraftlinien durch den Luftzwischenraum zu treiben,

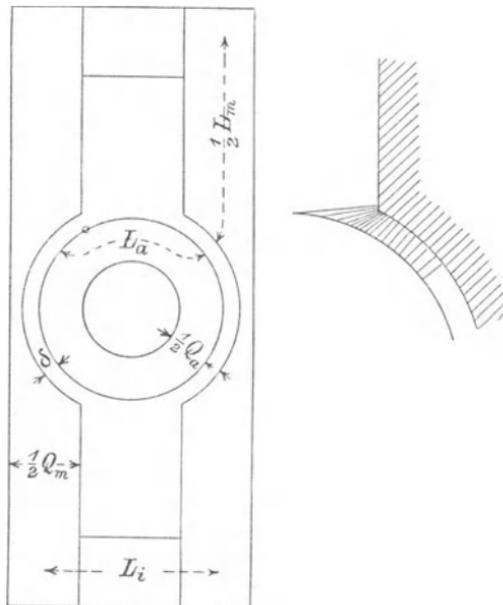


Fig. 65.

benutzen wir Formel (34). Die Abmessungen der Oberfläche der Polschuhe entnehmen wir aus der Zeichnung der Maschine. Es ist jedoch zu bedenken, dass der mittlere Querschnitt, den die Kraftlinien einnehmen, etwas grösser als die Oberfläche der Polschuhe ist, da sich die Kraftlinien an den Ecken der Polschuhe ausbreiten, wie es Fig. 65 zeigt. Man nimmt gewöhnlich an, dass die mittlere Bogenlänge des Luftzwischenraums um den Abstand zwischen Anker und Polfläche grösser ist als die Bogenlänge der Polfläche. Bezeichnen

wir diese mit λ und die Länge des Ankers mit l , so haben wir für den Querschnitt des Luftzwischenraums demnach

$$Q_1 = l(\lambda + \delta) \dots \dots \dots (35).$$

Die mittlere Kraftliniendichte beträgt hier

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{F_a}{Q_a}, \dots \dots \dots (36)$$

und die für den Luftzwischenraum erforderliche erregende Kraft ist daher

$$X_1 = 1,6 \mathfrak{B}_1 \delta \dots \dots \dots (37).$$

Es erübrigt noch, die erregende Kraft für die Feldmagnete, einschliesslich der Polschuhe und des Joches, zu bestimmen. Hier stossen wir auf die Schwierigkeit, dass die Kraftlinienzahl in Folge

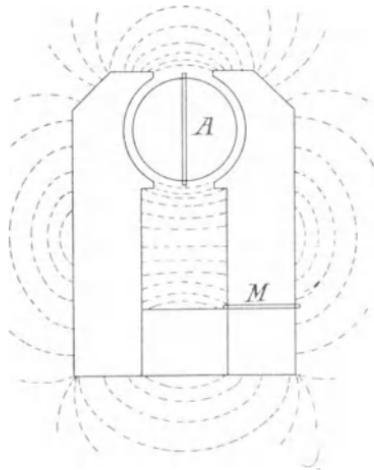


Fig. 66.

der magnetischen Streuung in den verschiedenen Theilen des Stromkreises nicht dieselbe ist, und dass das Gesetz, nach dem sie sich verändert, nicht genau bekannt ist. In Fig. 66 ist die Streuung durch punktirte Linien angedeutet; sie stellen jedoch nur die Kraftlinien dar, die in der Ebene des Papiers verlaufen. Es treten ausserdem Kraftlinien an den Seitenflächen der Polschuhe in den Luftraum über, die theils von einem Polschuh zum andern, theils zum Joch verlaufen; sie breiten sich nach den verschiedensten Richtungen

rings um die ganze Maschine her aus. Forbes¹⁾ hat unter Annahme, dass die Kraftlinien bestimmte Wege von einfacher Gestalt einschlagen, diesen Verlust zu ermitteln versucht; hierbei bleibt jedoch so viel dem persönlichen Ermessen des Rechners überlassen, dass es im Allgemeinen besser ist, die Streuung einer neuen Maschine aus den Ergebnissen von Versuchen abzuleiten, die man an ähnlich gebauten Maschinen von andern Grössenverhältnissen anstellt.

Ein solcher Versuch ist leicht anzustellen. Wir können mit ziemlicher Gewissheit annehmen, dass die Kraftlinienzahl bei M (Fig. 66) ihr Maximum erreicht, da hier ungefähr die Mitte des durch die Windungen erregten Theiles des magnetischen Kreises liegt. Das Minimum der Kraftlinienzahl verläuft offenbar bei A durch den Anker. Wir brauchen daher nur an diesen beiden Stellen um das Eisen zwei Spulen zu legen, die mit einem ballistischen Galvanometer verbunden sind, und für jede Spule die Ausschläge am Galvanometer beim Schliessen und Oeffnen des Stromkreises der erregenden Windungen zu bestimmen; denn auf diese Weise erhalten wir die gesammte Kraftlinienzahl an diesen beiden Punkten und das Verhältniss der beiden Zahlen. Auch kann man den Versuch auf die Art anstellen, dass man die beiden Spulen einmal hintereinander und dann gegeneinander schaltet und so $F_a + F_m$ und $F_m - F_a$ bestimmt. Esson²⁾ hat Versuche über die magnetische Streuung an verschiedenen Maschinen angestellt und gefunden, dass das Verhältniss $\frac{F_m}{F_a}$ zwischen 1,3 und 2,0 liegt.

Die magnetische Streuung wäre demnach für jede Art von Maschinen durch einen konstanten Koeffizienten dargestellt; doch ist diese Auffassungsweise nicht für alle Fälle gültig, wie folgende Ueberlegung zeigt. Nehmen wir an, wir hätten einen bestimmten Koeffizienten für die Streuung gefunden, während wir die Maschine bei schwacher Erregung prüften, so kann dieser unmöglich denselben Werth behalten, wenn die Maschine stärker erregt wird. Die Kraftlinienzahl im Anker sei im zweiten Fall um 30 % grösser als zuerst. Die für den Luftraum erforderlichen Ampèrewindungen haben dann eine Zunahme von 30 % erfahren, während die für den Anker erforderlichen um mehr als 30 % gewachsen sind. Der gesammte

¹⁾ Journ. of the Soc. of Telegr. Eng. 15, 551, 1886.

²⁾ Journ. of the Inst. of El. Eng. 19, 122, 1890.

magnetische Druck, der die Kraftlinien aus den Polschuhen in den Luftraum treibt, hat daher mehr als die Kraftlinienzahl zugenommen, und deshalb wird jetzt auch der Streuungskoeffizient grösser geworden sein. Es ist daher zweckmässig, die Streuung nicht als Funktion der gesammten Feldstärke zu betrachten, sondern als Funktion der erregenden Kraft $X_a + X_1$, die thatsächlich auf den Anker wirkt. Da die Streuung durch die Luft stattfindet, deren Permeabilität $\mu = 1$ ist, so ist der magnetische Widerstand, den die gestreuten Kraftlinien finden, konstant, und wir können die gesammte für die Wirkung der Maschine verlorene Kraftlinienzahl

$$\xi = F_m - F_a$$

dadurch finden, dass wir die für den Anker erforderliche erregende Kraft $X_a + X_1$ durch den magnetischen Widerstand ϱ des magnetischen Nebenschlusses dividiren. Wir schreiben daher

$$\xi = \frac{X_a + X_1}{\varrho}.$$

Der Koeffizient ϱ hängt natürlich von der Grösse und der ganzen Gestalt der Maschine ab. Bei Maschinen mit grossen Polflächen wird ϱ kleiner sein als bei solchen, deren Polflächen nur geringe Ausdehnung besitzen. So nimmt die Streuung in folgender Reihe bei den Magnetsystemen ab: Fig. 56 b, 56 d, 56 c und 58. Wenn wir ferner Fig. 56 c umdrehen, sodass die Pole in die Nähe der Grundplatte kommen, so wird die Streuung grösser.

Wir haben jetzt zu ermitteln, welchen Einfluss die Dimensionen der Maschine auf den Widerstand ϱ des magnetischen Nebenschlusses ausüben. Verdoppeln wir die linearen Abmessungen der Maschine, so vervierfachen wir die Ausdehnung der Oberflächen, von welchen sich die Streuung ausbreitet. Aber gleichzeitig verdoppeln wir die mittlere Länge des Weges, den die gestreuten Kraftlinien durchlaufen, so dass der Widerstand des Nebenschlusses auf die Hälfte gegen früher sinkt. Für zwei Maschinen derselben Art wird daher die Grösse ϱ den linearen Abmessungen umgekehrt proportional sein. Auf bequeme Weise kann man ϱ durch die Grösse des Ankers ausdrücken, und zwar wählt man hierfür, um kleine Abänderungen im Verhältniss zwischen Länge und Durchmesser des Ankers zulassen zu können, die Quadratwurzel aus dem Produkte der Länge und des Durchmessers. Der Widerstand des magnetischen Nebenschlusses wird demnach durch die Formel

$$e = \frac{K}{\sqrt{ld}} \cdot \dots \dots \dots (38)$$

dargestellt, wo l und d die Länge und den Durchmesser des Ankerkerns bezeichnet, und K einen Koeffizienten bedeutet, der von der Gestalt, aber nicht von der Grösse der Maschine abhängt. Bei den Maschinen, deren Magnetgestell ein einfaches Hufeisen bildet, kann, wenn der Anker oben liegt, $K = 0,29$ C.G.S.-Einheiten gesetzt werden; liegt der Anker unten, so ist $K = 0,21$ C.G.S.-Einheiten.

Addiren wir die gestreuten Kraftlinien zu den im Anker verlaufenden, so erhalten wir die Gesamtzahl aller Kraftlinien der Feldmagnete und hieraus die Induktion. Um die entsprechende erregende Kraft zu finden, verfahren wir in derselben Weise wie beim Anker und benutzen eine Tabelle, welche die Ampèrewindungen, die für jedes Centimeter des Kraftlinienweges erforderlich sind, als Funktion der Induktion angiebt. Es ist jedoch hierbei zu bedenken, dass ein Fehler, den man bei der Bestimmung der Permeabilität des Ankerkerns begeht, von keiner grossen Bedeutung ist, da die für den Anker erforderliche erregende Kraft in der Regel verhältnismässig klein ist; dagegen kann ein solcher Fehler bei den Feldmagneten das Resultat sehr entstellen, da er in grösserem Maasse in die gesammte erregende Kraft eingeht. Nun ist der Unterschied in der Permeabilität zwischen verschiedenen Eisensorten im Allgemeinen für hohe Kraftliniendichten grösser als für niedrige, so dass es, wenn man aus konstruktiven Rücksichten mit hohen Dichten arbeiten muss, sehr wichtig ist, die magnetischen Eigenschaften der betreffenden Eisensorte genau zu kennen. Auf der andern Seite ist ein Fehler weniger zu befürchten, wenn man geringe Dichten anwendet, was, wenn irgend möglich, auch schon deshalb rathsam ist, weil man dabei an Draht für die erregenden Windungen spart. In solchen Fällen ist die erregende Kraft kleiner und deshalb ein Fehler bei ihrer Bestimmung weniger bedeutsam, ganz abgesehen davon, dass sie sich mit grösserer Genauigkeit ermitteln lässt. Für gewöhnlich können wir daher von einer Untersuchung des Eisenmaterials in jedem einzelnen Falle absehen und für die Beziehungen zwischen \mathfrak{B} und $\frac{X}{L}$ eine Tafel benutzen, welche ein für alle Mal aus Versuchen abgeleitet ist, die an Eisen von mittlerer Qualität angestellt sind.

Erregende Kraft in Ampèrewindungen,
welche für jedes Centimeter des Kraftlinienweges in Schmiedeeisen
erforderlich ist.

\mathfrak{B}	$\frac{X_m}{L_m}$	\mathfrak{B}	$\frac{X_m}{L_m}$	\mathfrak{B}	$\frac{X_m}{L_m}$
5000	1,92	14200	17,2	16400	71,0
10000	4,25	14400	19,4	16500	76
11000	5,20	14600	22,3	16600	81
11500	5,91	14800	25,6	16700	86
12000	6,80	15000	29,7	16800	91
12500	7,84	15200	34,3	16900	97
12750	8,47	15400	39,0	17000	103
13000	9,27	15600	44,4	17100	112
13200	10,12	15800	50,3	17200	130
13400	11,08	16000	56,0	17300	150
13600	12,1	16100	60,0	17400	170
13800	13,5	16200	63,5	17500	195
14000	15,1	16300	67,2		

Erregende Kraft in Ampèrewindungen,
welche für jedes Centimeter des Kraftlinienweges in Gusseisen
erforderlich ist.

\mathfrak{B}	$\frac{X_i}{L_i}$	\mathfrak{B}	$\frac{X_i}{L_i}$	\mathfrak{B}	$\frac{X_i}{L_i}$
3000	4,00	6000	13,60	7600	47,5
4000	5,92	6200	15,30	7800	53
4500	7,23	6400	17,60	8000	60
5000	8,59	6600	20,60	8500	75
5200	9,20	6800	24,15	9000	90
5400	10,10	7000	28,85	9500	105
5600	11,10	7200	34,40	10000	121
5800	12,10	7400	40,0		

Für Feldmagnete benutzt man gewöhnlich Schmiedeeisen, Stahlguss oder Gusseisen. Letzteres sollte nur in den Theilen des magnetischen Stromkreises Verwendung finden, die nicht von erregenden Windungen umgeben sind, also am Joch und an den Polschuben, da sonst die Kosten des Kupfers in Anbetracht des grössern, vom Draht zu umgebenden Querschnittes zu hoch werden. Schmiedeeisen und Stahlguss werden in der Regel für die eigentlichen Magnetkerne benutzt und sind in magnetischer Beziehung gleichwerthig. Von dreizehn Proben Stahlguss, welche der Verfasser mit dem Magneto-

meter untersuchte, besaßen nur drei eine merklich niedrigere Permeabilität als gewöhnliches Schmiedeeisen, während die übrigen sich gleich oder ein wenig besser als dieses verhielten. Die erste der vorstehenden Tabellen kann bei der Konstruktion von Maschinen benutzt werden, deren Magnete aus gutem Schmiedeeisen oder besonders weichem Stahlguss hergestellt sind, die zweite bei der Konstruktion von Maschinen mit Magneten aus Gusseisen.

53. Vorausbestimmung der Charakteristik.

Im Allgemeinen bezeichnet man mit *Charakteristik* einer Dynamomaschine eine Kurve, welche die Beziehung zwischen zwei Variablen veranschaulicht, wie z. B. zwischen Stromstärke und Klemmenspannung bei konstanter Umdrehungszahl, zwischen Umdrehungszahl und Stromstärke bei konstantem äusserm Widerstande, zwischen Stromstärke und äusserm Widerstande bei konstanter Umdrehungszahl u. s. w. Unter diesen Beziehungen ist die zwischen der erregenden Kraft und der gesammten Kraftlinienzahl im Anker eine der wichtigsten. Sie kann durch eine Charakteristik dargestellt werden, die gewöhnlich die Magnetisirungskurve der Maschine genannt wird. Die erregenden Kräfte werden hierbei als Abscissen, die Kraftlinienzahlen im Anker als Ordinaten aufgetragen. Diese Kurve ist deshalb so wichtig, weil wir mit ihrer Hülfe die Magnetwicklung nicht nur für eine bestimmte Wirkungsweise der Maschine ermitteln können, sondern für jede beliebige Art des Betriebes, so für Compound-Maschinen, für Eisen- und Strassenbahnmotoren und allgemein für alle Aufgaben der elektrischen Kraftübertragung.

Wir wollen uns jetzt damit beschäftigen, aus der Zeichnung der Maschine verschiedene Punkte ihrer Magnetisirungskurve zu ermitteln. Diese Aufgabe ist eigentlich schon oben gelöst, wo wir für die verschiedenen Theile des magnetischen Kreises die erregende Kraft berechneten. Der besseren Orientirung halber wollen wir den Gegenstand nochmals an der Hand eines Beispiels besprechen.

Die Maschine besitze einen Ringanker von 45 cm Durchmesser und 35 cm Länge; die Ankerscheiben sollen eine radiale Tiefe von 9 cm haben und 80 % der gesammten Länge des Ankers ausfüllen. Die Leistung der Maschine betrage 40 Am und 1000 V bei 500 Umdrehungen in der Minute. Der Widerstand der Ankerwicklung sei gleich 0,95 Ohm und bedinge dementsprechend einen Spannungs-

verlust von 3,8 % der Gesamtspannung. Aus Gründen, die im nächsten Kapitel entwickelt werden sollen, ist für einen derartigen Anker ein doppelhufeisenförmiges Magnetsystem von der in Fig. 64 dargestellten Gestalt zweckmässig. Der Querschnitt des Ankereisens beträgt unter diesen Umständen $2 \times 35 \times 9 > 0,80 \text{ qcm} = 500 \text{ qcm}$, und die nutzbare Kraftlinienzahl ist demnach 500mal so gross als die Induktion. Aus der Zeichnung der Maschine mögen sich noch folgende Zahlen ergeben:

$$\begin{aligned} \text{Bogenlänge der Polschuhe: } & \lambda = 60 \text{ cm,} \\ \text{Breite des Luftzwischenraums: } & \delta = 2,3 \text{ cm,} \\ \text{Querschnitt der Magnetschenkel } & \left. \begin{array}{l} \\ \text{und des Joches:} \end{array} \right\} Q_m = 2 \times 450 \text{ qcm,} \\ \text{Weglänge der Kraftlinien im Anker: } & L_a = 40 \text{ cm,} \\ \text{ " " " in den Schenkeln } & \left. \begin{array}{l} \\ \text{und im Joch:} \end{array} \right\} L_m = 170 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Wir nehmen an, die Schenkel und das Joch seien beide aus Schmiedeeisen hergestellt, sodass wir sie nicht einzeln zu betrachten brauchen. Der Index m bezieht sich daher im Folgenden auch auf das Joch.

Nach Formel (34) ist der Querschnitt des Luftzwischenraums, den wir in Rechnung zu setzen haben,

$$Q_1 = (\lambda + \delta) l,$$

also in diesem Falle

$$Q_1 = (60 + 2,3) 35 \text{ qcm} = 2180 \text{ qcm.}$$

Der Anker soll an der Aussenseite mit 1440 Leitern versehen sein, sodass der vollen Leistung der Maschine etwa 9000000 Kraftlinien im Anker entsprechen. Um die Charakteristik zu finden, haben wir deshalb Punkte für $F=0$ bis $F=9000000$ zu bestimmen und besonders solche, für welche F einen etwas kleinern Werth als die letzte Zahl hat, da diese für das Verhalten der Maschine im gewöhnlichen Arbeitsgebiet maassgebend sind.

Wir nehmen zu diesem Zwecke zunächst eine bestimmte Kraftlinienzahl im Anker an, ermitteln die für ihre Erzeugung erforderliche erregende Kraft und tragen den entsprechenden Punkt ein. Alsdann führen wir dieselbe Berechnung für eine andere Kraftlinienzahl im Anker aus und fahren so fort, bis wir genügend Punkte haben, um die Kurve sicher zeichnen zu können.

Zunächst wollen wir den Punkt der Charakteristik für eine Kraftlinienzahl von 3000000 im Anker bestimmen; die entsprechende Induktion ist dann

$$\mathfrak{B}_a = \frac{F_a}{Q_a} = \frac{3000000}{500} = 6000.$$

Aus der Tabelle auf Seite 163 ergibt sich

$$\mathfrak{B}_a = 5000 \frac{X_a}{L_a} = 1,80$$

und

$$\mathfrak{B}_a = 10000 \frac{X_a}{L_a} = 3,60.$$

Durch Interpolation finden wir aus diesen beiden Werthen

$$\mathfrak{B}_a = 6000 \frac{X_a}{L_a} = 2,16.$$

Da die mittlere Länge des Kraftlinienweges im Anker $L_a = 40$ cm ist, so ergibt sich

$$X_a = 2,16 \times 40 = 86 \text{ Ampèrewindungen.}$$

Als erregende Kraft für den Luftzwischenraum, in welchem die Induktion

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{F_1}{Q_1} = \frac{3000000}{2180} = 1380$$

beträgt, finden wir nach Formel (36)

$$X_1 = 0,8 \times 1380 \times 2 \times 2,3 = 5070 \text{ Ampèrewindungen.}$$

Die gesammte, für den Anker und Luftzwischenraum erforderliche erregende Kraft ist daher

$$90 + 5070 = 5160 \text{ Amperewindungen.}$$

Diese erregende Kraft treibt auch die Kraftlinien, welche den magnetischen Nebenschluss bilden, durch die Luft in die Umgebung der Maschine.

Wir haben zunächst die Streuung oder das todte Feld zu bestimmen und müssen zu diesem Zweck den Werth von q ermitteln. Dieser ergibt sich aus Formel (38), wenn der Werth von K für die vorliegende Maschinenart bekannt ist. Wir setzen für Maschinen von der in Fig. 64 dargestellten Form $K = 0,22$ und finden

$$q = \frac{0,22}{\sqrt{1d}} = \frac{0,22}{\sqrt{45 \times 35}} = 0,0055.$$

Die Anzahl der im todten Felde verlaufenden Kraftlinien beträgt somit

$$\xi = \frac{X_a}{\rho} = \frac{5160}{0,0055} = 940\,000.$$

Die Feldmagnete haben daher nicht nur die 3000000 Kraftlinien zu erzeugen, welche im Anker ausgenutzt werden, sondern noch weitere 940000, welche sich in der Umgebung der Maschine in den Luftraum zerstreuen. Der Berechnung der Induktion in den Magneten müssen demnach 3940000 Kraftlinien zu Grunde gelegt werden, welche sich auf einen Querschnitt von 900 qcm (450 qcm für jeden Hufeisenmagneten) vertheilen. Es ist demnach

$$\mathfrak{B}_m = \frac{F_m}{Q_m} = \frac{3\,940\,000}{900} = 4380.$$

Suchen wir für diese Induktion die zugehörige erregende Kraft aus der Tabelle für die schmiedeeisernen Magnetkerne, so ergibt sie sich durch Interpolation aus den Werthen, die den Induktionen 0 und 5000 entsprechen. Wir finden auf diese Weise, dass zur Erzeugung der Induktion 4380 für jedes Centimeter des Kraftlinienweges 1,73 Ampèrewindungen nöthig sind, mithin wird

$$X_m = 1,73 \times 170 = 300 \text{ Ampèrewindungen.}$$

Die gesammte erregende Kraft bildet nun die Summe der einzelnen Theile. Es sind erforderlich

für den Anker	90 Ampèrewindungen
für den Luftzwischenraum	5070 „
für die Magnetschenkel	300 „
	im Ganzen 5460 Ampèrewindungen.

Die Berechnung ergibt noch nebenbei den Streuungskoeffizienten, jedoch nur für die angenommene Kraftlinienzahl von 3000000. Wir fanden, dass 940000 Kraftlinien für die Wirkung der Maschine verloren gehen, während 3000000 im Anker ausgenutzt werden. Der Verlust beträgt somit 31,3% der Gesamtzahl, d. h. der Streuungskoeffizient ist gleich 1,313.

Um noch mehr Punkte der Charakteristik zu finden, wiederholen wir die Berechnung für andere Kraftlinienzahlen, z. B. für 5000000, 6000000, 7000000, 7500000, 8000000, 8500000, 9000000, 9500000, 10000000. Diese Berechnungen werden, um Fehler leichter zu entdecken und um an Arbeit zu sparen, zweckmässig so ausgeführt, dass man beim Anker beginnend die für ihn erforder-

liche erregende Kraft zunächst für alle Kraftlinienzahlen bestimmt, dann mit den gewonnenen Zahlen weiter die erregende Kraft für den Luftzwischenraum ermittelt u. s. w. Die Ergebnisse der Berechnung finden sich in der nachstehenden Tabelle, an deren Kopf die Abmessungen der Maschine wiederholt sind.

$$Q_a = 500 \text{ qcm}; \quad Q_l = 2180 \text{ qcm}; \quad Q_m = 900 \text{ qcm}; \quad \rho = 0,0055;$$

$$L_a = 40 \text{ cm}; \quad d = 2,3 \text{ cm}; \quad L_m = 170 \text{ cm}.$$

F_a	\mathfrak{B}_a	X_a	—	—
F_l^z	\mathfrak{B}_l	X_l	$X_a + X_l$	—
F_m	\mathfrak{B}_m	—	X_m	X
3000000	6000	90	—	—
940000	1380	5070	5200	—
3940000	4400	—	300	5500
5000000	10000	140	—	—
1640000	2300	8450	9000	—
6640000	7400	—	500	9500
6000000	12000	230	—	—
1870000	2750	10000	10300	—
7870000	8700	—	600	10900
6500000	13000	340	—	—
2050000	2980	11000	11300	—
8550000	9500	—	700	12000
7000000	14000	520	—	—
2240000	3210	11800	12300	—
9240000	10300	—	800	13100
7500000	15000	900	—	—
2470000	3440	12700	13600	—
9470000	11100	—	900	14500
8000000	16000	1600	—	—
2740000	3670	13500	15100	—
10740000	11900	—	1200	16300
8500000	17000	2880	—	—
3150000	3900	14400	17300	—
11650000	12900	—	1500	18800
9000000	18000	4160	—	—
3530000	4130	15200	19400	—
12530000	13900	—	2300	21700
9500000	19000	6400	—	—
4090000	4360	16100	22500	—
13590000	15100	—	5200	27700
10000000	20000	11200	—	—
5110000	4590	16900	28100	—
15110000	16800	—	15500	43600

Bestimmen wir nach dieser Tabelle den Streuungskoeffizienten für die normale Magnetisirung des Ankers, wenn ihn 9000000 Kraftlinien durchsetzen, so erhalten wir 1,393; für 10000000 Kraftlinien beträgt er sogar 1,511, dagegen für 3000000 Kraftlinien nur 1,313. Aus dem Werthe des Streuungskoeffizienten kann daher nur ein angenäherter Werth für das todte Feld abgeleitet werden; genauere Werthe müssen für jeden Fall besonders berechnet werden.

Fig. 67 zeigt die Charakteristik der Maschine, wie sie sich aus obiger Tabelle ergibt. Wir können aus ihr sofort die erregende Kraft

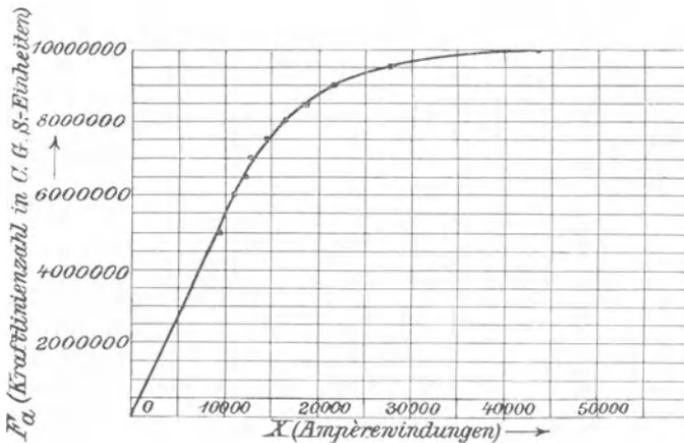


Fig. 67.

ableiten, die zur Erzeugung einer bestimmten Kraftlinienzahl im Anker erforderlich ist. Da die elektromotorische Kraft der Maschine der Kraftlinienzahl im Anker und der Geschwindigkeit proportional ist, so kann diese Kurve nach entsprechender Veränderung der Ordinaten auch dazu benutzt werden, den Verlauf der elektromotorischen Kraft bei offenem Stromkreise und bei konstanter Geschwindigkeit als Funktion der erregenden Kraft darzustellen. Es ist jedoch zu beachten, dass dies nur bei offenem Stromkreise Gültigkeit hat. Fließt ein Strom durch die Ankerwicklung, so übt er eine bestimmte Rückwirkung auf das magnetische Feld aus, die nach den Angaben des nächsten Kapitels in Rechnung zu setzen ist.

Elftes Kapitel.

54. Statische und dynamische elektromotorische Kraft. — 55. Kommutiren des Stroms. — 56. Gegenwindungen des Ankers. — 57. Dynamische Charakteristik. — 58. Aeussere Charakteristik. — 59. Querwindungen des Ankers. — 60. Funkenfreier Kommutator.

54. Statische und dynamische elektromotorische Kraft.

Nach der in den frühern Kapiteln erläuterten Methode lässt sich die elektromotorische Kraft des Ankers bestimmen, wenn die konstruktiven Daten der Maschine gegeben sind. Man misst dabei die elektromotorische Kraft an den Bürsten, wenn der äussere Stromkreis offen ist, d. h. wenn kein Strom durch den Anker fliesst. Unter dieser Bedingung bringt die Maschine nur eine statische elektrische Spannung hervor, die sich mit dem Druck vergleichen lässt, den die Wassermenge eines Sammelbeckens auf das geschlossene Ventil der Leitung ausübt. Sobald dieses aber auch nur wenig geöffnet wird und das Wasser ausfliesst, wird der Druck in der Leitung kleiner. Ebenso fällt die Spannung an den Bürsten einer Dynamomaschine, sobald der äussere Stromkreis geschlossen wird und in Folge dessen ein Strom durch den Anker fliesst. Wir unterscheiden deshalb die *statische elektromotorische Kraft* des Ankers, welche ohne Weiteres an den Bürsten zu messen ist, wenn die Maschine bei offenem Stromkreis läuft, und die *dynamische elektromotorische Kraft* des Ankers, welche die Maschine bei geschlossenem äussern Stromkreise liefert. Die letztere kann man nicht direkt an den Bürsten messen, sondern sie ergibt sich, wenn man zu der elektromotorischen Kraft an den Bürsten den Spannungsverlust im Anker addirt, der bekanntlich gleich dem Produkt aus Ankerwiderstand und Stromstärke ist. Die statische elektromotorische Kraft hängt bei einer bestimmten Maschine nur von der Feldstärke

und der Geschwindigkeit ab, während die dynamische elektromotorische Kraft ausserdem noch durch die Stromstärke bestimmt ist und kleiner wird, wenn diese wächst.

55. Kommutiren des Stromes.

Die Abnahme der elektromotorischen Kraft mit wachsender Stromstärke rührt von einer Reihe sekundärer Wirkungen her, die man gewöhnlich als *Rückwirkung des Ankers* zusammenfasst. Hierher gehört einmal das Kommutiren des Stroms in den Ankerwindungen, die an den Bürsten vorbeigehen. Man kann diese Erscheinung am besten auf experimentellem Wege untersuchen. Denkt man sich nämlich den Anker auf einer Drehbank befestigt und die Bürsten in solcher Lage angebracht, dass ein Strom durch den Anker fließen kann, so treten, wenn die Bank in Gang gesetzt wird, selbst bei einem schwachen Strome schon heftige Funken an den Bürsten auf, trotzdem dabei nur die geringe Arbeit geleistet wird, die zur Ueberwindung des Ankerwiderstandes nöthig ist. Lässt man jedoch denselben Anker zwischen den zugehörigen Feldmagneten laufen, so machen sich diese Funken nicht bemerkbar, wenn er auch die volle Arbeit leistet. Im ersten Falle wirkt auf den Anker keine magnetische Kraft (das schwache Feld der Erde kommt hier nicht in Betracht), im andern Falle läuft er in einem starken Felde, dessen Richtung bei der Einstellung der Bürsten berücksichtigt ist. Sollen also bei der Drehung des Ankers keine Funken auftreten, so muss er sich in einem magnetischen Felde befinden. Diese durch den Versuch erwiesene Thatsache bildet den Ausgangspunkt für unsere weitem theoretischen Ueberlegungen.

Fig. 68 stellt einen Theil eines ringförmigen Ankers mit der positiven Bürste dar, die zwei Kommutatorsegmente vollständig bedeckt und ein drittes gerade verlässt. Haben die Feldmagnete die angegebene Polarität und dreht sich der Anker im umgekehrten Sinne wie der Uhrzeiger, so ist die inducirte elektromotorische Kraft in allen Windungen rechts von der durch den sechsten Draht gelegten vertikalen Mittellinie nach oben und in allen auf der linken Seite befindlichen nach unten gerichtet. Die Richtung des Stromes in jedem an der Aussenseite des Ankers gelegenen Drahte hängt einerseits von der elektromotorischen Kraft, anderseits von der Stellung der Bürste + B ab. Da der Strom von dieser

Bürste wegfliessen, so muss er offenbar in allen äussern Drähten, die links von ihr liegen, nach unten und in allen rechts gelegenen nach oben fliessen. In welcher Richtung der Strom in den Drähten fliesst, die in dem Augenblicke durch die Bürste kurz geschlossen sind, ist jedoch nicht von vorn herein klar. Wir wissen, dass der Strom im Draht 2 abwärts fließen muss; dieselbe Richtung nimmt er in dem durch die Figur dargestellten Augenblicke in 3 an; wie er in 4 und 5 fliesst, ist ungewiss; in 6 ist er jedoch wieder aufwärts gerichtet. Die Stromstärke sinkt also zwischen 6 und 2 auf Null, kehrt ihre Richtung um und wächst während der Zeit, bis der Draht die Lage 2 erreicht, wieder zu ihrem ursprünglichen Werthe an. Dieser Vorgang findet in jedem Drahte beim Passiren der Bürste statt, einerlei ob der Anker in seinem Felde oder frei in der

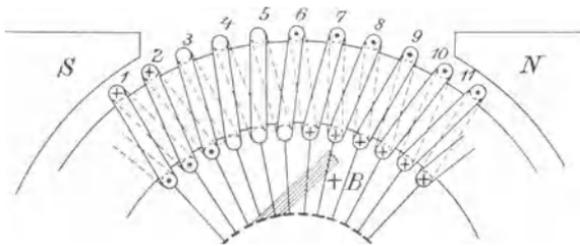


Fig. 68.

Luft läuft. Im letztern Falle treten jedoch Funken auf, welche davon herrühren, dass der Strom oder wenigstens ein Theil desselben nicht die Drähte 2 und 3 durchfliesst, sondern einfach die entsprechenden Kommutatorsegmente überspringt, um zum Rande der Bürste zu gelangen. Er findet also in den Drähten 2 und 3 ein Hindernis, das offenbar nur in einer elektromotorischen Kraft bestehen kann, deren Auftreten auch leicht zu erklären ist, wenn der Anker frei in der Luft läuft. Fließt nämlich der Strom in der durch die Kreuze und Punkte bezeichneten Richtung, so wird der Theil des Ankers zwischen 2 und 6 ein Südpol, d. h. es treten hier Kraftlinien ein. Diese Zone ist allerdings durch die Drähte 2 und 6 nicht genau begrenzt, jedoch können wir hiervon vorläufig absehen. Die hier auftretenden Kraftlinien werden natürlich von den Drähten 2, 3, 4 und 5 geschnitten und erzeugen in ihnen eine nach oben gerichtete elektromotorische Kraft. Ohne diese würde, sobald das Kommu-

tatorsegment des Drahtes 3 von der Bürste frei wird, ein nach unten gerichteter Strom in ihm fließen. Da jedoch in ihm selbst eine elektromotorische Kraft wirkt, so findet der Strom hierdurch einen Widerstand und wird an dem Kommutatorsegment gewissermaßen herausgepresst, sodass er unter Bildung eines Funkens durch die Luft zur Bürste überspringen muss. In gleicher Weise, wie das durch die Kommutatorwirkung hervorgerufene Feld bewirken auch die magnetischen Kraftlinien, die in der Umgebung jedes stromdurchflossenen Drahtes entstehen, das Auftreten von Funken. Die mit dem Vorhandensein dieser Kraftlinien verknüpften Erscheinungen bezeichnet man kurz als *Selbstinduktion*, die einer plötzlichen Aenderung der Richtung oder der Stärke des Stromes entgegenwirkt. Das einzige Hilfsmittel, um die Funken zu vermeiden, besteht darin, diese Aenderungen allmählich vor sich gehen zu lassen und den Draht schon unter der Bürste gleichsam für den Strom vorzubereiten, der in ihm fließt, nachdem er die Bürste verlassen hat. Zu diesem Zweck ist es am einfachsten, auf den kurz geschlossenen Draht eine nach unten gerichtete elektromotorische Kraft wirken zu lassen. Fließt alsdann in dem Zeitpunkt, auf den sich Fig. 68 bezieht, in dem Drahte 3 der Strom in derselben Richtung wie in dem Drahte 2, so wirkt in dem Augenblicke der Trennung keine elektromotorische Kraft zwischen der Bürste und dem Kommutatorsegment des Drahtes 3; in Folge dessen entsteht kein Funke. Die abwärts gerichtete elektromotorische Kraft wird von Kraftlinien hervorgebracht, die aus dem Anker austreten und hier einen Südpol bilden. Um die Funken zu vermeiden, brauchen wir also nur die Bürste im Sinne der Drehung des Ankers soweit vorwärts zu schieben, dass die kurz geschlossenen Drähte hinreichend weit in den Wirkungsbereich des Südpols kommen.

Wir sind auf diese Weise zu folgendem Resultat gekommen, das sich leicht experimentell beweisen lässt. Stehen die Bürsten genau in der Mitte zwischen beiden Polschuhen, so findet die Umkehrung der Stromrichtung unter ähnlichen, wenn auch nicht ganz so ungünstigen Bedingungen statt, als wenn sich der Anker in einem Felde von verschwindender Stärke dreht; es treten also mehr oder weniger starke Funken auf. Verschieben wir aber die Bürsten auf dem Anker, so lässt sich eine Stellung finden, in der die Funken verschwinden. Es ist allerdings, wie wir später sehen werden, hierfür nothwendig, dass das Feld der Magnete im Verhältnis zu dem

vom Ankerstrom erzeugten hinreichende Stärke besitzt. Ist dieses gegen jenes zu vernachlässigen, so würde überhaupt keine Verschiebung der Bürsten nöthig sein. Für den Augenblick genügt die Bemerkung, dass die Bürsten bei einem Generator im Sinne der Umdrehungsrichtung vorwärts geschoben werden müssen. Aus den frühern Auseinandersetzungen geht hervor, dass die Grösse dieser Verschiebung mit der Stromstärke wächst. Ferner hängt ihr Betrag von dem Verhältnis der Feldstärke des Ankers zu der der Magnete, von der Form der Polschuhe, von der Zahl der Anker-

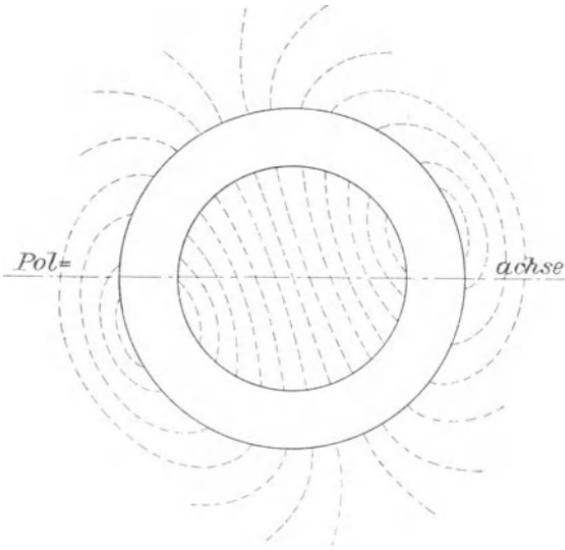


Fig 69.

windungen, die auf ein Kommutatorsegment kommen, und von der Wicklungsart des Ankers ab. Bei einem Motor fließt der Strom in umgekehrter Richtung wie bei der Dynamomaschine durch den Anker, und man muss daher hier die Bürsten nach rückwärts verschieben, um einen funkenfreien Gang zu erzielen.

Bisher haben wir keine Rücksicht auf die innern Drähte des Ringes genommen. Wir haben nur von dem beim Kommutiren entstehenden Felde gesprochen, soweit es von der aussen gelegenen Ankerwicklung und von den magnetischen Kraftlinien jedes einzelnen Leiters erzeugt wird. Bei einem Trommelanker ist dies auch hin-

reichend, weil es hier nur äussere Ankerdrähte giebt; bei einem Ringanker haben wir jedoch ein inneres und äusseres Feld (Fig. 69) und die Selbstinduktion in den innern und in den äussern Drähten zu berücksichtigen. Hier tritt daher leicht eine noch stärkere Funkenbildung als bei dem Trommelanker auf. Dementsprechend hat man auch beim Ringanker die Bürsten um einen grössern Winkel zu verschieben, um die Funken zu vermeiden.

Die Art der Wicklung hat ebenfalls einen Einfluss auf die Funkenbildung und folglich auch auf die Verschiebung der Bürsten. Entspricht jedem Kommutatorsegment nicht eine einzige Windung, sondern eine Spule mit vielen Windungen, so ist die Selbstinduktion grösser, und deshalb ein stärkeres Feld für die Umkehrung der Stromrichtung erforderlich. Neuerdings sucht man daher die Windungszahl möglichst zu beschränken, die auf ein Kommutatorsegment kommt, und wendet lieber eine grössere Zahl von Segmenten an.

Ferner wäre zu untersuchen, welche Rolle die Zeit bei dem Vorgang des Kommutirens spielt. Wir haben gesehen, dass der Strom in jedem Draht auf Null gebracht und umgekehrt werden muss, während sich der Draht aus der Lage 6 nach der Lage 2 (Fig. 68) bewegt. Der ganze Vorgang des Kommutirens muss also in dem Zeitraum beendet sein, in dem der Draht von der einen in die andere Lage übergeht. Da diese Zeit um so kürzer ist, je grösser die Geschwindigkeit des Ankers gewählt wird, so könnte es auf den ersten Blick scheinen, als ob ein funkenfreier Gang bei grosser Geschwindigkeit schwieriger herzustellen wäre als bei geringer. Die Bürsten müssten also bei grösserer Geschwindigkeit weiter verschoben werden. Dies ist jedoch nicht der Fall. Die elektromotorische Kraft, die dem vorhandenen Strome in jedem Drahte entgegenwirkt und den entstehenden unterstützt, wird freilich um so grösser sein, je kürzer der Zeitraum ist, der hierfür zur Verfügung steht. Denn wir müssen bedenken, dass diese elektromotorische Kraft dadurch entsteht, dass Kraftlinien geschnitten werden; sie ist deshalb dem Produkt aus Geschwindigkeit und Dichte der Kraftlinien in dem Theile zwischen 2 und 6 direkt proportional. Je grösser die Geschwindigkeit, um so höher ist jedoch auch die elektromotorische Kraft, welche die Stromumkehrung unterstützt. Das Auftreten der Funken hängt daher nicht direkt von der Geschwindigkeit ab. Lassen wir die Stärke des Magnetfeldes konstant und verändern wir den Widerstand des äussern Strom-

kreises so, dass die Stromstärke bei verschiedener Geschwindigkeit konstant bleibt, so können wir entweder mit geringer Geschwindigkeit (also kleiner elektromotorischer Kraft) oder mit hoher Geschwindigkeit (also auch grosser elektromotorischer Kraft) arbeiten, ohne dass in dem einen Fall Funken auftreten, wenn sie im andern nicht vorhanden waren. Haben wir aber die Maschine für geringe Geschwindigkeit und kleine elektromotorische Kraft eingestellt und wollen wir nun mit grosser Geschwindigkeit, aber unveränderter elektromotorischer Kraft arbeiten, so müssen wir das Magnetfeld schwächen. In diesem Falle können Funken auftreten; es rührt dies indessen keineswegs von der grossen Geschwindigkeit selbst her, sondern davon, dass diese zur Erzeugung derselben elektromotorischen Kraft ein schwächeres Feld bedingt, das zum funkenfreien Kommutiren nicht ausreicht.

56. Gegenwindungen des Ankers.

Wir haben gesehen, dass ein gewisser Theil des Magnetfeldes, nämlich der durch den vordern Polschuhrand gebildete, für die Umkehrung der Stromrichtung benutzt werden muss. Dieses Stück des Feldes liefert also keinen Beitrag zu der gesammten elektromotorischen Kraft des Ankers und geht deshalb für die nutzbare Arbeit der Maschine verloren. Hieraus erklärt sich der Unterschied in der Leistung der Maschine, je nachdem sie belastet oder unbelastet läuft. In dem letzten Falle befinden sich die Bürsten mitten zwischen den Polen, und alle Kraftlinien werden für die Erzeugung der elektromotorischen Kraft benutzt. Wird die Maschine aber belastet, so müssen wir die Bürsten nach vorwärts verschieben und verlieren dadurch einen Theil der Kraftlinien; die elektromotorische Kraft wird also kleiner. Hieraus erklärt es sich, dass die statische elektromotorische Kraft immer grösser ist als die dynamische. Zu diesem Unterschied kommt noch die Spannungsabnahme in dem Anker, so dass die an den Bürsten gemessene Spannung merklich kleiner ist, wenn die Maschine Arbeit leistet, als wenn sie bei offenem Stromkreise läuft.

Der Spannungsverlust, der von der Rückwirkung des Ankers herrührt, kann auch noch auf andere Weise dargestellt werden¹⁾.

¹⁾ Esson und Swinburne, Journal of the Institution of Electrical Engineers 15, 1886, 19, 1890 und 20, 1891.

Fig. 70 giebt die Stromrichtung in den verschiedenen Ankerwindungen und die Lage der Bürsten an, die der Einfachheit halber direkt auf den Windungen schleifen sollen; der Kommutator ist deshalb weggelassen. Wir haben gesehen, dass man, um das Auftreten von Funken zu vermeiden, die Bürsten so weit vorschieben muss, dass die kurz geschlossenen Drähte in den Wirkungsbereich der vordern Ränder der Polschuhe kommen. Ob die so definirte Stellung genau unter diese Ränder fällt oder in geringe Entfernung

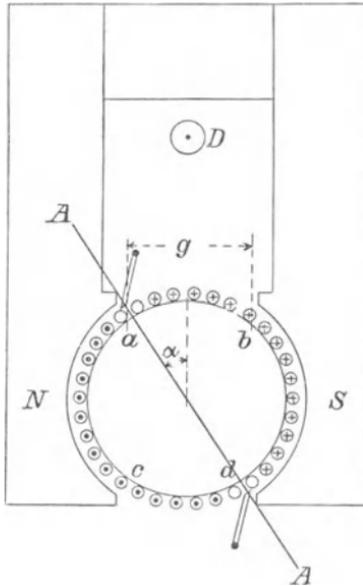


Fig. 70.

davon, hängt von mannigfachen Umständen ab, von denen wir augenblicklich absehen wollen. Es mag die Bemerkung genügen, dass in der Praxis im Allgemeinen ein funkenfreier Gang bei voller Belastung erzielt wird, wenn die Bürsten den Polrändern sehr nahe, wenn auch nicht direkt unter sie zu liegen kommen. Wir können daher den Winkel α zwischen der Vertikalen und dem Polrande als erste Annäherung für den Verschiebungswinkel gelten lassen. Da die Stromumkehrung auf dem Durchmesser $A A$ stattfindet, so haben wir einen nach unten gerichteten Strom in allen Drähten auf der rechten Seite dieser Linie, und einen nach oben gerichteten auf der

linken Seite. Befände sich der Anker ausserhalb des Feldes, so würden Kraftlinien aus dem Ankerkern an dem obern Ende des Durchmessers A A austreten und rechts am untern Ende wieder eintreten; dadurch entstünde in diesen beiden Theilen eine nördliche, bezw. südliche Polarität (vergl. auch Fig. 69). Da sich jedoch der Anker zwischen den Feldmagneten befindet, so können sich diese Polaritäten nicht in derselben Weise entwickeln, obgleich die Tendenz dazu bestehen bleibt. Die wirklich entstehende Kraftlinienströmung bildet vielmehr die Resultante der Wirkungen, die Magnete und Anker beide für sich ausüben. Nun können wir uns nach Esson's Vorgang die magnetisirende Wirkung der Ankerdrähte von zwei Gruppen von Spulen herrührend denken, die rechtwinklig zu einander stehen: nämlich einer vertikalen Spule, die die Windungen von a bis b und von c bis d umfasst, und einer horizontalen, zu der die Windungen zwischen a und c und zwischen b und d gehören. Die erste Spule inducirt Kraftlinien, die die entgegengesetzte Richtung haben, wie die von den Feldmagneten hervorgerufenen; die andere erzeugt dazu senkrecht gerichtete Linien. Esson nennt diese Spulen *Gegenwindungen* und *Querwindungen* des Ankers. Die Kraftlinien, die von den Feldmagneten herrühren, kann man sich durch eine erregende Kraft X entstanden denken, die durch einen Strom in einem einzigen Draht D zwischen den Magnetschenkeln erzeugt wird (vergl. Fig. 22 und 23). Wir haben im fünften Kapitel gezeigt, dass ein solcher Draht dieselbe Wirkung ausübt, wie die Spulen der Feldmagnete und dass diese Wirkung ziemlich unabhängig von der Lage des Drahtes ist. Es ist klar, dass sich alle Windungen zwischen a und b in magnetischer Beziehung ebenso verhalten wie der Draht D, da sie ebenfalls in dem Raum zwischen Anker und Joch liegen. Da die Stromrichtung in diesen Windungen der im Drahte D entgegengesetzt ist, so wird die gesammte auf die Magnete wirkende Kraft gleich X, vermindert um das Produkt aus Stromstärke und Anzahl der Gegenwindungen. Führen wir hierfür das Zeichen X_g ein, so wird unter Beibehaltung der frühern Bezeichnungen:

$$X_g = z i \frac{\alpha}{\pi},$$

wo i die Stromstärke im Anker bedeutet. Diese Formel ist sowohl für zweipolige als mehrpolige Maschinen anwendbar. Sie kann aber noch zweckmässiger gestaltet werden, wenn wir den Verschiebungswinkel α der Bürsten durch den Zwischenraum g zwischen den

gegenüberliegenden Polrändern ersetzen. Bezeichnet man den Durchmesser des Ankers mit d und die Länge des Luftzwischenraums zwischen Anker und Polschuhen mit δ , so wird

$$X_g = z i \frac{g}{\pi (d + \delta)}. \quad (39)$$

57. Dynamische Charakteristik.

Das wirklich erzeugte Feld rührt also nicht von X allein her, sondern von $X - X_g$. Diese Korrektur ist zu berücksichtigen, wenn man die dynamische Charakteristik der Magnetisierung bestimmt, welche offenbar nur für eine bestimmte Stromstärke des Ankers gezeichnet werden kann. Ferner ist zu bemerken, dass die Formel (39) leicht einen zu grossen Werth für die Induktion der Gegenwindungen (und folglich einen zu kleinen für die Charakteristik) liefert, besonders wenn die Stromstärke gering ist. Der Grund hierfür liegt darin, dass der Durchmesser, an dem die Umkehrung des Stromes stattfindet, bei guten Maschinen selbst bei voller Stromstärke nicht genau mit den Polrändern abschneidet und dass deshalb die Verschiebung der Bürsten besonders bei geringen Stromstärken noch weiter verringert werden muss. Dieser Fehler kann dadurch aufgehoben werden, dass man für g einen kleinern Werth annimmt, als die Zeichnung angiebt; doch muss dies dem Gutdünken des Konstrukteurs überlassen bleiben. Die Vorherbestimmung der dynamischen Charakteristik ist also nicht mit derselben Genauigkeit wie die der statischen möglich, jedoch immer noch mit genügender Annäherung. Die Wirkung der Gegenwindungen des Ankers beträgt bei maximaler Stromstärke im Allgemeinen $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ der erregenden Kraft des Feldes und für die Hälfte der maximalen Stromstärke $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{10}$ oder im Mittel 8%. Begehen wir also bei der Schätzung von g selbst einen Fehler von 50%, so würden dieser bei der Bestimmung der erregenden Kraft nur einen Fehler von 4% und wegen der Gestalt der Magnetisierungskurve eine noch kleinere Abweichung bei der Bestimmung des wirksamen Feldes und der elektromotorischen Kraft des Ankers verursachen. Für praktische Zwecke ist also diese Art der Berechnung, die Esson und Swinburne unabhängig von einander angegeben haben, genau genug.

Die Ableitung der dynamischen Charakteristik aus der statischen ist sehr einfach. Es möge OM (Fig. 71) die statische Charak-

teristik darstellen. Alsdann giebt $OB = X$ die erregende Kraft an, die der Kraftlinienzahl BA entspricht. Machen wir nun $BC = X_g$, so stellt $OC = X - X_g$ die wirkliche erregende Kraft dar, die die nutzbare Kraftlinienzahl CD hervorbringt. E ist also ein Punkt der dynamischen Charakteristik. Wir können solche Punkte in beliebiger Anzahl erhalten, wenn wir durch die statische Charakteristik horizontale Geraden legen und auf diesen eine Strecke abtragen, die gleich X_g ist. Auf diese Weise ist die Kurve $M_1 M_2$ entstanden. Doch ist hieran noch eine kleine Korrektur anzubringen. Wir haben schon erwähnt, dass die Grösse g in Formel (39) genau genommen nicht konstant ist, sondern von der Stromstärke abhängt. Sie ändert sich jedoch auch bei konstanter Stromstärke mit der

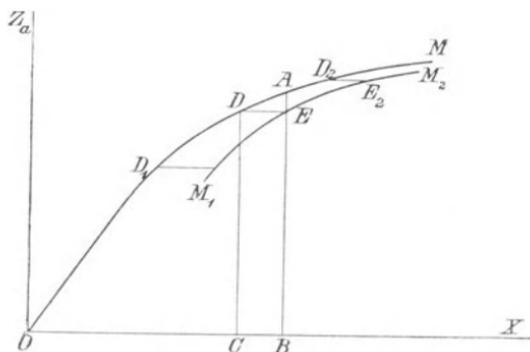


Fig. 71.

Feldstärke. Die Umkehrung der Stromrichtung findet nämlich, wie wir gesehen haben, im Allgemeinen an dem Rande des Feldes statt, wo es genügende Stärke besitzt, um der Selbstinduktion der Windungen entgegenzuwirken. Wird nun aus irgend einem Grunde das ganze Feld geschwächt, so müssen wir die Bürsten weiter verschieben, um eine für die Stromwendung hinreichende Feldstärke zu erhalten. Hierdurch wird aber die Induktion der Gegenwindungen vergrössert und das Feld noch mehr geschwächt, was wiederum eine weitere Verschiebung der Bürsten nöthig macht. Dies kann sich so lange fortsetzen, bis die Bürsten unter die Ränder der Polschuhe zu liegen kommen. Dann kann jedoch eine weitere Verschiebung der Bürsten die Induktion der Gegenwindungen nicht mehr vermehren, da die Polschuhe die Magnetschenkel vor der Wirkung der Anker-

windungen schützen. Die Umkehrung der Stromrichtung findet alsdann nicht mehr an der Grenze des Feldes, sondern im Felde selbst statt. Sind dann die Magnete und Polschuhe so gestaltet, dass die Induktion in dem gesammten von den Polen eingeschlossenen Raume konstant ist, so wird der Strom an allen Punkten zwischen dem Rande und der Mitte der Polschuhe ohne Funken kommutirt. Diesen Umstand benutzt man bei der Konstruktion von Bogenlichtmaschinen, die für konstanten Strom und veränderliche Spannung gebaut werden. Die Veränderung der Spannung wird hier durch eine automatische Vorrichtung bewirkt, welche die Bürsten bei einer geringen Zunahme der Stromstärke nach vorwärts und bei einer geringen Abnahme derselben nach rückwärts verschiebt.

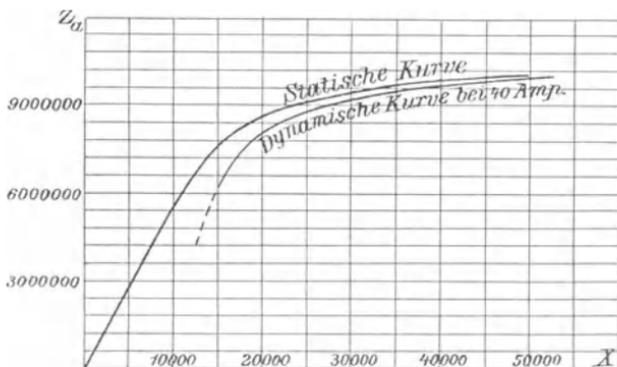


Fig. 72.

Wir haben gesehen, dass der entmagnetisirende Einfluss der Gegenwindungen um so grösser wird, je näher der neutrale Durchmesser an die Polränder rückt. Da wir die Bürsten weiter verschieben müssen, wenn die Feldstärke abnimmt, so folgt, dass man bei der Herleitung der dynamischen Charakteristik aus der statischen die Strecke DE für den untern Theil der Kurve vergrössern, dagegen für den oberen Theil verkleinern muss, so dass

$$D_1 E_1 > DE > D_2 E_2.$$

Doch bleibt auch diese Korrektur dem Gutdünken des Rechners überlassen. Bei Maschinen mit konstanter Spannung, wo es aus ökonomischen Gründen rathsam ist, im oberen Theile der Charakteristik zu arbeiten, kommen die beiden Kurven einander so nahe,

dass ein Fehler, der bei der Abschätzung der verschiedenen Länge von DE begangen wird, nur einen geringen Einfluss auf das endgültige Resultat ausübt. Ausserdem muss man bedenken, dass die Formel (39) den maximalen Werth für die Wirkung der Gegenwindungen angiebt, wenn wir die sich aus der Zeichnung ergebende Entfernung der Polränder einführen. Die Spannung der Maschine fällt daher stets nur etwas zu gross aus, wenn man die Korrektion ganz vernachlässigt. Ein solcher Fehler kann natürlich noch sehr leicht an der fertigen Maschine ausgeglichen werden.

Fig. 72 stellt ausser der statischen Kurve von Fig. 67 noch die entsprechende dynamische dar (der Maassstab ist in den beiden Figuren verschieden); letztere beginnt bei dem niedrigsten Punkte, für welchen ein funkenfreies Kommutiren des Stromes möglich wird, wo also der neutrale Durchmesser mit den Polrändern zusammenfällt, und endigt in dem Punkte, wo die Hälfte der maximalen Verschiebung für eine funkenfreie Stromabgabe erforderlich ist.

58. Aeussere Charakteristik.

Einen interessanten Fall bildet die Hauptstrommaschine, bei welcher der Ankerstrom die Wicklung der Feldmagnete durchfliesst, so dass die erregende Kraft der Stromstärke genau proportional ist. Die gesammte Feldstärke und folglich auch die Stärke an dem Rande, wo die Umkehrung des Stromes stattfindet, wächst hier proportional mit der Wirkung der Gegenwindungen des Ankers; die Maschine lässt sich daher so konstruiren, dass die Stellung der Bürsten für eine ziemlich veränderliche Leistung konstant gehalten werden kann. In diesem Falle ist die erregende Kraft der Hauptstromstärke proportional, man kann daher durch die Charakteristik die Beziehung zwischen Stromstärke und Feldstärke oder bei konstanter Geschwindigkeit auch die Beziehung zwischen Stromstärke und elektromotorischer Kraft des Ankers darstellen. Beim Zeichnen der dynamischen Charakteristik dürfen wir daher die Länge DE (Fig. 71) nicht konstant setzen, sondern müssen sie proportional OB annehmen. Hieraus folgt, dass die dynamische Charakteristik jetzt durch den Koordinatenanfangspunkt O geht. Fig. 73 stellt diese Charakteristik für eine Maschine dar, auf die sich die Magnetisierungscurve in Fig. 67 bezieht. OS ist für konstante Geschwindigkeit die Kurve der statischen elektromotorischen Kraft, die man als

Spannung an den Bürsten misst, wenn die Magnete besonders erregt werden; OD bedeutet die dynamische Charakteristik.

Die Klemmenspannung der Maschine ist die dynamische elektromotorische Kraft, vermindert um den Spannungsverlust in dem Anker und in der Wicklung der Feldmagnete. Dieser Verlust ist natürlich der Stromstärke proportional und wird durch die Gerade OW dargestellt. Die Länge der Ordinaten zwischen OW und OD giebt also die Klemmenspannung an. Tragen wir diese Werthe auf der Abscissenaxe auf, so erhalten wir die Kurve OK, die die Klemmenspannung als Funktion der Stromstärke darstellt und *äussere*

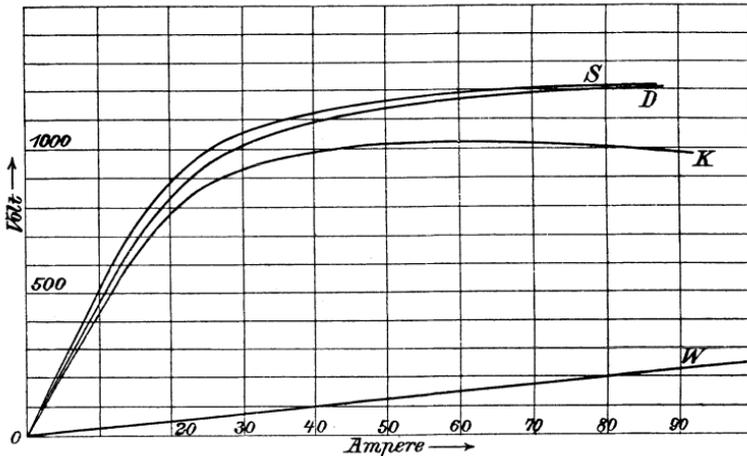


Fig. 73.

Charakteristik genannt wird. Es ist zu beachten, dass sie bei steigender Stromstärke fällt und zwar beträchtlich, wenn die Stromstärke einen solchen Werth angenommen hat, dass die Rückwirkung des Ankers und die Feldstärke am Rande des Polschuhes, wo der Strom umgekehrt wird, einander nicht mehr das Gleichgewicht halten, so dass die Bürsten zur Vermeidung der Funkenbildung weiter vorgeschoben werden müssen. Dieser Abfall der Klemmenspannung tritt besonders bei Maschinen älterer Konstruktion hervor, bei denen sowohl der Widerstand als die Rückwirkung des Ankers gross sind. Da die neuern Maschinen verhältnissmässig starke Felder und kleine Anker haben, so ist auch die Rückwirkung des Ankers schwach und der Spannungsverlust in ihm gering. Bei solchen

Maschinen fällt die Charakteristik am Ende nicht ab, wenn sie nicht übermässig belastet sind. Eine Ausnahme von dieser Regel machen jedoch die verschiedenartigen Maschinen mit offenem Anker, die für Bogenlichtbeleuchtung benutzt werden. Hier ist die Rückwirkung des Ankers sehr gross und dementsprechend auch der Abfall der Charakteristik. Es ist dies jedoch ein Vortheil, da die Maschine alsdann bei starker Belastung oder bei einem Kurzschluss vor zu grossen Zugkräften bewahrt bleibt.

59. Querwindungen des Ankers.

Wir wollen nun sehen, welche Rolle die Querwindungen des Ankers, nämlich die zwischen a und c und zwischen b und d (Fig. 70), bei der Wirkungsweise der Maschine spielen. Sowohl die rechts, wie die links gelegene Gruppe der Windungen ist offenbar

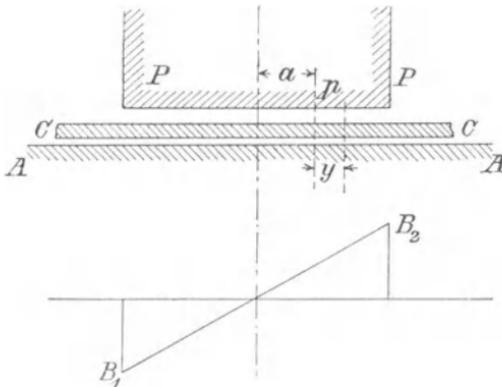


Fig. 74.

einer Stromschicht äquivalent, die zwischen zwei parallelen Eisenflächen fliesst, deren Breite gleich der Bogenlänge λ der Polschuhe und deren Abstand gleich der Länge d des Zwischenraums zwischen Anker und Polschuhen ist. Die gesammte Stromstärke in jeder Schicht ist gleich $z i \frac{\lambda}{\pi d}$ zu setzen, während die Stromdichte γ für das Centimeter des Querschnitts gleich $\frac{iz}{\pi d}$ ist.

Um die Wirkung zu bestimmen, die diese Stromschicht auf die Induktion zwischen den beiden Flächen ausübt, nehmen wir an,

dass diese in eine Ebene ausgebreitet werden (Fig. 74), wo A A die Oberfläche des Ankers, P P die des Pols und C C die Stromschicht bedeuten soll. Die Induktion in der Luft für einen beliebigen Punkt p, der auf der Oberfläche des Pols liegt und von der Mittellinie die Entfernung a hat, rührt von der Wirkung aller Stromelemente her, die rechts und links von diesem Punkte liegen, wobei die Integration bis zu den Rändern der Polfläche auszudehnen ist. Ein Stromelement γdy , das von p um die Strecke y entfernt ist, erzeugt eine magnetisirende Kraft

$$H = \frac{0,4 \pi \gamma dy}{2 \vartheta} ;$$

integriren wir diesen Ausdruck über alle Elemente rechts von p, so erhalten wir den Theil der Induktion in p, den jener Theil der Stromschicht hervorbringt. Vernachlässigen wir den verhältnismässig sehr kleinen magnetischen Widerstand des Eisens, so erhalten wir für diese Induktion den Werth

$$- \frac{0,4 \pi \gamma}{2 \vartheta} \left(\frac{z}{2} - a \right).$$

Auf ähnliche Weise finden wir für die Induktion, die von dem links gelegenen Theil der Stromschicht herrührt,

$$+ \frac{0,4 \pi \gamma}{2 \vartheta} \left(\frac{z}{2} + a \right).$$

Die gesammte Induktion ist also

$$- \frac{0,4 \pi \gamma}{\vartheta} a.$$

Für $a=0$, d. h. für die Mitte des Polschuhs, ist die Induktion Null und für $a = \frac{1}{2} \lambda$, d. h. für die Ränder des Polschuhs, erreicht sie ihren höchsten Werth, und zwar einen positiven für den einen Rand und einen negativen für den andern, wie die Linie $B_1 B_2$ angiebt. Der absolute Betrag des Maximum ist

$$\frac{1,256 \gamma \lambda}{2 \vartheta} = \frac{1,256}{2 \vartheta} z i \cdot \frac{\lambda}{\pi d}.$$

Zu dieser von den Querwindungen herrührenden Induktion kommt nun die von den erregenden Spulen der Feldmagnete ausgeübte. In Fig. 75 ist die gerade Linie $B_1 B_2$ wieder gezeichnet, doch sind ihre Endpunkte in der Abscissenachse durch die Bogen

$B_0 B_1$ und $B_2 B_3$ verbunden, da die Induktion offenbar nicht plötzlich an den Polrändern von Null auf das Maximum steigen kann. Die von den Feldmagneten herrührende Induktion ist natürlich längs der ganzen Polfläche konstant und wird in Fig. 75 durch die Gerade $P_1 P_2$ dargestellt, während $P_0 P_1$ und $P_3 P_2$ das allmähliche Ansteigen an den Rändern wiedergeben. Die wirkliche Induktion ergibt sich durch Addition dieser beiden Kurven, wodurch die Linie $P_0 D_1 D_2 P_3$ entsteht.

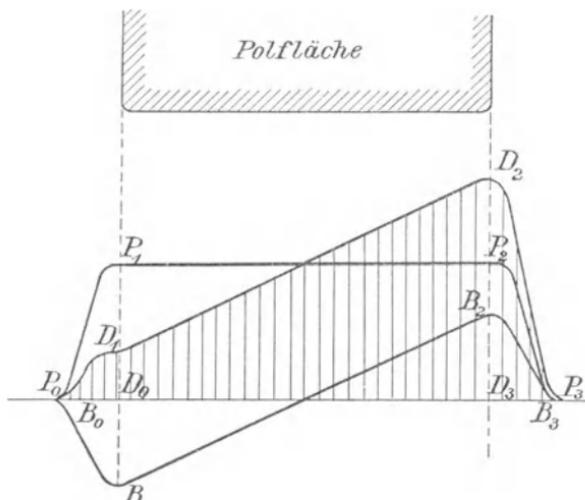


Fig. 75.

Diese Kurve lässt sich experimentell bestimmen und wurde zuerst von S. P. Thompson mit Hilfe eines Spannungsmessers ermittelt. Es möge in Fig. 76 C den Kommutator einer Dynamomaschine und A ein Stück Fiber bezeichnen, das zwei von einander isolierte Drähte trägt. Ihre zugespitzten Enden haben dieselbe Entfernung von einander, wie zwei benachbarte Segmente des Kommutators, die sie berühren, und müssen stets so scharf erhalten werden, dass keine der Spitzen breiter ist als die Isolation zwischen den einzelnen Segmenten, da sonst von einem Segment zum andern Funken überspringen würden. Das hintere Ende der Drähte ist mit einem empfindlichen Spannungsmesser verbunden oder noch besser mit einem Kondensator K, der mittelst des Umschalters U durch ein ballistisches Galvanometer G entladen werden kann. Das Stück

Fiber ist auf einer Achse befestigt und auf einem getheilten Kreise (der in der Figur weggelassen ist) in jede gewünschte Stellung zu bringen, so dass der Kontakt der Reihe nach die verschiedenen Kommutatorsegmente verbinden kann. Hat der Umschalter die in der Figur angegebene Stellung, so empfängt der Kondensator eine Ladung, die der Induktion an dieser Stelle p des Feldes proportional ist. Wird der Umschalter U alsdann niedergedrückt, so entladen wir den Kondensator durch das Galvanometer, dessen Ausschlag gleichfalls der Induktion proportional wird. Um die Ergebnisse übersichtlich zusammenzustellen, tragen wir die Positionswinkel von A , die an dem getheilten Kreise abgelesen werden können, als

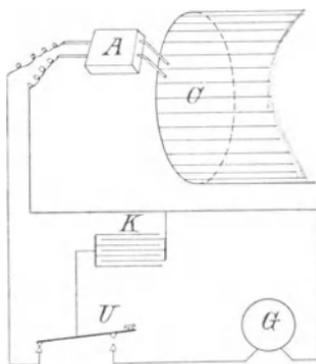


Fig. 76.

Abscissen und die zugehörigen Galvanometerauslässe als Ordinaten auf und erhalten so die Kurve $P_0D_1D_2P_3$.

Derselbe Apparat kann nach dem Vorgange von W. Mordey auch dazu benutzt werden, um die Aenderung der elektromotorischen Kraft rund um den Kommutator herum zu messen. Hierzu ist nur ein Kontaktdraht, z. B. der mit dem Kondensator verbundene nöthig; der zweite an dem Umschalter U liegende wird dann direkt an eine der Bürsten angelegt. Die Kurve für die elektromotorische Kraft hat im Allgemeinen die in Fig. 77 dargestellte Form. Wäre keine Rückwirkung des Ankers vorhanden, d. h. stellte man die Beobachtungen an, während der Anker stromlos ist, so erhielte man eine Kurve, deren Gestalt die punktirte Linie angebt.

Ein Anker, der eine Kurve von der in Fig. 75 dargestellten Gestalt liefert, läuft ohne Funkenbildung wenn die Bürsten an

einer Stelle zwischen P_0 und D_0 aufliegen. Ihre genaue Lage hängt von der Grösse der Induktion ab, die erforderlich ist, um der Selbstinduktion der Ankerwindungen das Gleichgewicht zu halten. Jedenfalls würde das Feld stark genug sein, um eine funkenlose Um-

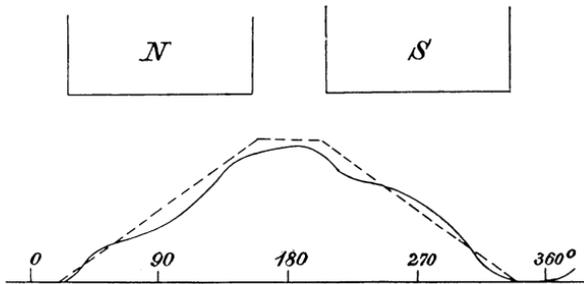


Fig. 77.

kehrung des Stromes zu bewirken, d. h. die Induktion der Querwindungen ist klein im Verhältnis zu der von der Wicklung der Feldmagnete erzeugten.

Wir haben nun noch den Fall zu untersuchen, wo die Induktion der Querwindungen des Ankers verhältnismässig gross wird. Wir

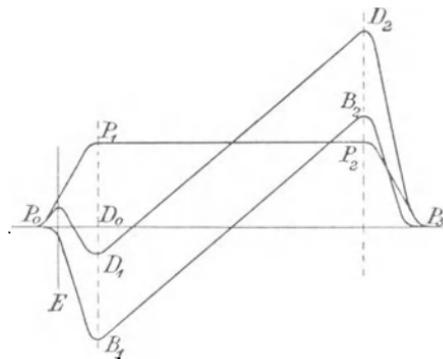


Fig. 78.

machen deshalb die Annahme, dass $D_0 B_1 > D_0 P_1$; dann fällt der Punkt D_1 (Fig. 78) unter die Abscissenachse, und das Feld, unter dessen Einfluss die Umkehrung des Stromes vor sich geht, ändert seine Richtung. Es ist zweifelhaft und hängt von der Beschaffenheit der Polränder ab, ob der kleine Buckel oberhalb der Achse bei

P_0 existirt oder nicht. Man könnte daher möglicherweise einen funkenfreien Gang erzielen, wenn man die Bürste in die Linie E brächte; dies wäre jedoch ein reiner Zufall, mit dem ein vorsichtiger Konstrukteur nicht rechnen darf. Wir erwähnen diese Möglichkeit hier nur, um die wenigen Fälle zu erklären, wo ein funkenfreier Gang bei Maschinen erzielt wurde, bei denen die Induktion der Querwindungen die der Feldmagnete übertraf. Als allgemeine Regel ist jedoch anzunehmen, dass unter solchen Bedingungen stets Funken am Kommutator auftreten. Um einen funkenfreien Gang zu erhalten, muss der Punkt D_1 offenbar oberhalb der Achse liegen, und folglich $D_0 B_1 < D_0 P_1$ sein. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn die Ampèrewindungen der Feldmagnete, die erforderlich sind, um den Luftwiderstand zu überwinden, die Induktion der Querwindungen des Ankers übertreffen. Bezeichnen wir die letzteren mit X_q , so haben wir

$$X_a > X_q,$$

wo

$$X_a = 0,8 \times 2 \delta \mathfrak{B}_a \quad \text{und} \quad X_q = z i \frac{\lambda}{\pi d}.$$

Die Induktion an dem vordern Polrande (vorn im Sinne der Ankerdrehung) ist dann

$$\mathfrak{B}_a' = \frac{1,256 (X_a - X_q)}{2 \delta}$$

und an dem hintern Rande

$$\mathfrak{B}_a'' = \frac{1,256 (X_a + X_q)}{2 \delta}.$$

Für praktische Zwecke ist es vortheilhaft, die Induktion am vordern und hintern Rande als Funktion der mittleren Induktion auszudrücken, da letztere jedesmal zu bestimmen ist, wenn man die Charakteristik der Magnetisirung sucht. Wir haben dann

$$\mathfrak{B}_a' = \mathfrak{B}_a \left(\frac{X_a - X_q}{X_a} \right)$$

als Minimum der Induktion am vordern Rande und

$$\mathfrak{B}_a'' = \mathfrak{B}_a \left(\frac{X_a + X_q}{X_a} \right)$$

als Maximum der Induktion am hintern Rande.

60. Funkenfreier Kommutator.

Damit die Maschine funkenfrei läuft, muss die Induktion \mathfrak{B}_a' einen gewissen Grenzwert besitzen, über dessen Grösse jedoch die Meinungen auseinandergehen. Ein allgemein gültiger Werth hierfür lässt sich auch nicht angeben. So ist für einen Trommelanker ein kleinerer Werth von \mathfrak{B}_a' zulässig als für einen Ringanker, da die grössere Selbstinduktion in den Spulen der letztern natürlich auch ein stärkeres Feld für das Kommutiren des Stromes erfordert. Ferner kann \mathfrak{B}_a' kleiner sein bei einer Maschine, wo zu jedem Kommutatorsegment nur eine Windung gehört, als bei einer solchen, wo eine Spule mit vielen Windungen an einem Kommutatorsegment anliegt. Die Form der Polschuhe, besonders die der vordern Ränder, hat ebenfalls einen Einfluss auf den Werth von \mathfrak{B}_a' . Ferner sind noch andere Bedingungen zu berücksichtigen, so die Wicklungsart der Feldmagnete (ob Nebenschluss-, Serien- oder Compoundwicklung), die Verwendung der Maschine als Generator oder als Motor, die Zeit, die während des Betriebs auf die Wartung der Maschine verwandt wird u. A. Da so viele Punkte, und besonders vorher ganz unbekannte, bei der Konstruktion zu berücksichtigen sind, thut man offenbar nicht gut, das Feld für die Umkehrung des Stromes zu klein anzunehmen, obgleich man dadurch eine Maschine erhält, die im Verhältnis zu ihrem Gewicht eine grosse Leistung aufweist. Neuerdings wählt man das Feld für die Umkehrung des Stromes gewöhnlich ziemlich stark, nämlich etwa zu 2000 C. G. S.-Einheiten. Hierfür spricht noch ein anderer Grund. Ist das Feld nämlich am hintern Rande, dem schwachen Felde am vordern Rande entsprechend, sehr stark, so treten Energieverluste auf, die wir später im 13. Kapitel besprechen werden.

Man kann jedoch in gewissen Fällen gezwungen sein, einen Anker mit starker Induktion der Querwindungen anzuwenden, und es entsteht deshalb die Frage, wie trotzdem dem Felde hinreichende Stärke für die Umkehrung des Stromes gegeben werden kann. Wir wollen den in Fig. 78 dargestellten Fall betrachten, der sich auf eine Maschine bezieht, wo sicher bei voller Belastung Funken auftreten. Bei der Bestimmung der Induktion der Querwindungen an den Polrändern zu $\frac{1,256}{2j} z i \frac{\lambda}{\pi d}$ haben wir die Annahme gemacht, dass der magnetische Widerstand der Eisentheile, die von den durch

die Querwindungen erzeugten Kraftlinien geschnitten werden, zu vernachlässigen ist. Dies trifft in Wirklichkeit bei den in Fig. 56 a, b, c oder 58 dargestellten Maschinentypen auch zu, wo überall in der auf den Polflächen senkrechten Richtung soviel Eisen vorgesehen ist, dass praktisch keine magnetisierende Kraft erforderlich ist, um die Kraftlinien von dem einen Polrande nach dem andern zu treiben. Handelt es sich jedoch um eine Maschine von dem Typus der Fig. 56 d, so ist diese Annahme nicht mehr ganz richtig. Der Weg, den hier die Kraftlinien der Querwindungen im Eisen zurückzulegen haben, ist nicht so frei. Die Kraftlinien werden vielmehr in dem engen Querschnitt in der Mitte angehäuft und zusammengedrängt, wodurch die Induktion der Querwindungen merklich verringert werden kann. In dieser Beziehung ist also das Feld

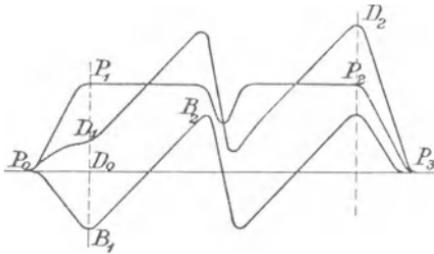


Fig. 79.

in Fig. 56 d besser als jedes der drei andern Maschinentypen. Wir können aber noch einen Schritt weiter gehen und die Polschuhe vollständig in der Richtung des polaren Durchmessers durchschneiden, sodass ein Luftzwischenraum entsteht, wie ihn Fig. 63 und 64 aufweisen. Die Kraftlinien können dann nicht längs des ganzen Polschuhes von einem Rande zum andern verlaufen, sondern bilden in jeder Hälfte einen geschlossenen Kreis. In Folge dessen wird die Induktion der Querwindungen am Rande der Polschuhe auf die Hälfte ihres früheren Betrages verringert, und die Gesamtinduktion am vordern Rand übersteigt daher den für einen funkenlosen Gang der Maschine erforderlichen Grenzwert. Ein Blick auf Fig. 79 macht dies noch deutlicher. Dies Diagramm bezieht sich auf dieselbe Maschine wie Fig. 78, nur sind die Polschuhe in der Mitte durch einen Schlitz von solcher Breite geteilt, dass ihn keine Kraftlinien durchsetzen können. Die Linie P_1P_2 , die die Resultante der

Induktion der Magnetwindungen und der Gegenwindungen darstellt, hat in der Mitte eine Vertiefung, die von dem Schlitz der Polschuhe herrührt, an ihrem Endpunkt behält sie natürlich dieselbe Form. Die Resultante der Induktion, die von der Kurve $P_0D_1D_2P_3$ dargestellt wird, ist nun überall positiv, sodass keine Funken am Kommutator auftreten, wenn die Bürste zwischen P_0 und D_0 angebracht wird.

Es sind noch verschiedene andere Methoden vorgeschlagen, um die Rückwirkung des Ankers zu verringern oder auszugleichen. So wäre hier z. B. der Mather'sche Kompensationsmagnet zu erwähnen, der zwischen den beiden eigentlichen Feldmagneten angebracht ist und von dem Ankerstrom erregt wird. Die Wicklung dieses Kompensationsmagnets ist so geschaltet, dass sie den Kraftlinien entgegenwirkt, die sonst von dem Ankerstrom erzeugt würden. In Folge dessen wird der Strom genau in der Mitte zwischen den Polen kommutirt. Man erreicht hierdurch, dass die Breite der vertikalen Gegenwindungen (Fig. 70) auf Null reducirt wird und dass folglich die dynamische elektromotorische Kraft für alle Stromstärken denselben Werth hat, wie die statische.

Swinburne hat vorgeschlagen, einen Hülfspol für die Stromumkehrung in der Weise anzuwenden, dass man in den Polschuhen der Feldmagnete hinter dem vordern Rande eine Vertiefung anbringt und auf dem dadurch getrennten Theil eine erregende Spule befestigt, die hinter den Anker geschaltet wird. Diese Anordnung verringert natürlich die Breite der Gegenwindungen nicht in der Weise wie der Mather'sche Kompensationsmagnet, bewirkt aber, dass die Stellung der Bürsten für alle Belastungen konstant bleibt.

Endlich kann man nach H. J. Ryan's¹⁾ Vorgang zur Aufhebung der Induktion der Querwindungen die Polschuhe mit Durchbohrungen versehen, die der Achse des Ankers parallel sind, und durch diese Windungen ziehen, die die Querwindungen des Ankers kompensiren.

¹⁾ Electrical World, 20, 1892.

Zwölftes Kapitel.

61. Einfluss der linearen Dimensionen der Dynamomaschinen auf ihre Leistung. — 62. Kleine Dynamomaschinen. — 63. Grosse Dynamomaschinen. — 64. Vorzüge der mehrpoligen Dynamomaschinen.

61. Einfluss der linearen Dimensionen der Dynamomaschinen auf ihre Leistung.

Bei den Dynamomaschinen mit Selbsterregung wird ein bestimmter Theil der vom Anker gelieferten Energie zur Erregung der Feldmagnete verbraucht und leistet daher im äussern Stromkreis keine Arbeit. Der Wirkungsgrad der Maschine ist natürlich umso besser, je geringer die für die Erregung der Feldmagnete nöthige Energie im Verhältnis zu der gesammten Leistung ist. Da nun allgemein der Wirkungsgrad jeder Maschine sehr von deren Grösse abhängt, so ist anzunehmen, dass dies auch bei den Dynamomaschinen der Fall ist. Eine kleine Dampfmaschine, die als Spielzeug dient, kann unmöglich denselben Wirkungsgrad haben, wie eine 100pferdige, und ebenso wird eine kleine Dynamomaschine mit stärkern Verlusten arbeiten als eine grosse. Verkleinern wir nun die Abmessungen einer Dynamomaschine allmählich immer mehr, so fragt es sich, ob wir schliesslich dahin gelangen, dass die Verluste der Maschine die Gesamtleistung des Ankers überschreiten, d. h. dass die Maschine überhaupt keine Arbeit mehr leistet. Um diese Frage beantworten zu können, wollen wir zwei Dynamomaschinen von gleicher Gestalt, aber von verschiedener Grösse mit einander vergleichen. Die eine davon soll eine normale Maschine sein, die nach wissenschaftlichen Grundsätzen und mit Rücksicht auf die von ihr verlangte Leistung gebaut ist; die andere möge nur ein Modell der ersten sein, bei dem die linearen Abmessungen aller Theile im Verhältnis q vergrössert oder verkleinert sind. Hier

ist $q > 1$, wenn das Modell grösser als die normale Maschine ist, und $q < 1$, wenn das Umgekehrte stattfindet. Im letzten Fall jedoch kann die Bedingung der Proportionalität nicht mehr für alle Theile erfüllt werden. Es hat dies seinen Grund in gewissen praktischen Schwierigkeiten. So können wir die Dicke der baumwollenen Umspinnung der Drähte nicht in demselben Maasse verringern, wie den Durchmesser des blanken Drahtes; in Folge dessen ist der Querschnitt des Drahtes bei dem Modell gegen den Querschnitt des entsprechenden Drahtes der normalen Maschine bedeutend kleiner, als sich aus dem Verhältnis q^2 ergibt. Für die Breite des Luftzwischenraums gilt das Umgekehrte. Sind z. B. die Dimensionen des Modells im Verhältnis von 1 : 2 gegen die der normalen Maschine verkleinert, so muss dennoch die Breite des Luftzwischenraums mehr als die Hälfte des ursprünglichen betragen, wenn der Anker gut isolirt sein und sich zwischen den Polschuhen sicher und frei drehen soll. Der magnetische Widerstand des Modells wird also verhältnismässig grösser ausfallen, als ihn die Berechnung nach den Daten der normalen Maschine ergibt.

Um unsere Betrachtungen jedoch nicht zu sehr zu erschweren, sehen wir im Folgenden von den Modifikationen ab, die die Praxis verursacht. Wir müssen alsdann nur bedenken, dass aus diesen Gründen die Grenze, wo die Maschine keine Arbeit mehr leistet in der Praxis viel früher erreicht wird, als sich aus unserer Theorie ergibt.

62. Kleine Dynamomaschinen.

Es ist gleichgültig, ob wir die Untersuchung an einer Maschine mit Hauptstrom-, Nebenschluss- oder Kompoundwicklung anstellen; das Ergebnis ist in allen Fällen dasselbe. Der Einfachheit wegen nehmen wir jedoch eine Hauptstrommaschine an. Damit die normale Maschine und das Modell unter gleichen Bedingungen arbeiten, muss sich die Geschwindigkeit der normalen Maschine zu der des Modells wie 1 : $1/q$ verhalten. Diese Bedingung liefert dieselbe Geschwindigkeit für den Umfang des Ankers und denselben von der Centrifugalkraft auf die Ankerdrähte ausgeübten Zug. Die Zahl der wirksamen Ankerdrähte sei z_a , die Windungszahl der Magnetwicklung z_m ; diese Werthe gelten natürlich für beide Maschinen. w und w' mögen die Widerstände des äussern Stromkreises für die normale Maschine und für das Modell sein, w_0 und w_0' die entsprechenden innern

Widerstände. Für den untern, geradlinig verlaufenden Theil der Charakteristik (Fig. 67) gelten dann folgende Beziehungen:

$$Z = \frac{X}{W}; w + w_0 = \frac{X}{W} \cdot \frac{z_a n 10^{-6}}{i},$$

wo n die Umdrehungszahl, i die Stromstärke und W der magnetische Widerstand der Maschine bedeutet. Da $X = i z_m$ ist, so haben wir

$$w + w_0 = \frac{z_a z_m n 10^{-6}}{W}.$$

Für den obern Theil der Charakteristik bedingt der vergrößerte magnetische Widerstand des Eisens eine bedeutend höhere erregende Kraft, als sich aus der Formel $X = ZW$ ergibt. Wir haben daher im Allgemeinen:

$$w + w_0 < \frac{z_a z_m n 10^{-6}}{W}.$$

In dieser Gleichung sind alle Grössen mit Ausnahme von w und n Konstanten, die sich aus der Zeichnung der Maschine ergeben. Die Grössen w und n können wir nur innerhalb bestimmter Grenzen variiren, die durch diese Gleichung gegeben sind. Ueberschreiten wir dieses Intervall, so kann sich die Maschine nicht mehr selbst erregen. Wenn die beiden Seiten der obigen Gleichung einander gleich sind, so befindet sich die Maschine in einem kritischen Zustande, und die Stromstärke hat keinen bestimmten Werth. Setzen wir

$$K = \frac{z_a z_m 10^{-6}}{W},$$

so ist der kritische Widerstand für eine gegebene Geschwindigkeit

$$w = Kn - w_0$$

und die kritische Geschwindigkeit für einen gegebenen Widerstand

$$n = \frac{w + w_0}{K}.$$

Kehren wir nun zu unserm Modell zurück, so müssen wir zunächst ermitteln, wie die verschiedenen Grössen von q abhängen. Für das Modell ist die Länge des Drahtes q mal, sein Querschnitt q^2 mal, sein Widerstand also $1/q$ mal so gross, wie bei der normalen Maschine, so dass

$$w_0' = \frac{w_0}{q}.$$

Der magnetische Widerstand des Luftzwischenraums wird in gleicher Weise geändert. Da $\delta' = q \delta$ und $Q'_1 = q^2 Q_1$, so wird sich der Widerstand des Luftzwischenraums im Verhältnis von $1 : 1/q$ ändern. Vernachlässigen wir die kleine Korrektur, die eigentlich wegen der Permeabilität einzuführen wäre (dies ist erlaubt, da die Charakteristik bei der niedrigen Magnetisierung, welche im kritischen Zustande herrscht, als gerade Linie anzusehen ist), so finden wir, dass alle Widerstände des magnetischen Kreises demselben Gesetze folgen. Es ist deshalb

$$W' = \frac{W}{q} \text{ und } K' = K q.$$

Der kritische Widerstand, d. h. der höchste Betrag des äussern Widerstandes, durch welchen das Modell noch eben einen Strom hindurchsenden kann, wird deshalb

$$W' = K' n' - W_0' = K n - \frac{W_0}{q}.$$

Der erste Ausdruck auf der rechten Seite dieser Gleichung ist daher derselbe wie bei der normalen Maschine, während der zweite Ausdruck verschieden ist. Ist $q > 1$, d. h. haben wir die Abmessungen der normalen Maschine vergrössert, so wird der zweite Ausdruck kleiner und der kritische Widerstand grösser. Dies liegt auf der Hand; denn die grössere Maschine leistet mehr und kann daher auch einen Strom durch einen höhern Widerstand schicken. Ist indessen $q < 1$, d. h. verkleinern wir die linearen Abmessungen der normalen Maschine, so wird der zweite Ausdruck auf der rechten Seite grösser und der kritische Widerstand kleiner. Es fragt sich jetzt, um wie viel müssen wir die Abmessungen der normalen Maschine verringern, um ein Modell zu erhalten, welches nur in einem äussern Stromkreise vom Widerstand Null Arbeit zu leisten vermag und welches bei der geringsten weitem Verkleinerung seiner Dimensionen sich selbst nicht mehr erregen kann. Diese Grenze wird augenscheinlich erreicht, wenn

$$K n = \frac{W}{q}$$

oder

$$q = \frac{W}{K n}.$$

Um die Anwendung dieser Formel zu zeigen, wählen wir als Beispiel einer normalen Maschine die, auf welche sich die äussere

Charakteristik von Fig. 73 bezieht. Der gesammte innere Widerstand einer solchen Maschine würde ungefähr 2,5 Ohm und der kritische Widerstand des äussern Stromkreises etwa 40 Ohm betragen. Hieraus ergibt sich $K_n = 42,5$. Nehmen wir jetzt an, das hiernach angefertigte Modell sei im Maassstab von $\frac{1}{5}$ hergestellt, so würde der höchste Widerstand, durch welchen dies Modell noch eben einen Strom schicken könnte, gleich $42,5 - 2,5/0,2 = 30$ Ohm sein.

Die normale Maschine hatte einen Anker von 45 cm Durchmesser, welcher 500 Umdrehungen in der Minute machte. Der Anker des Modells würde einen Durchmesser von 9 cm haben und 2500 Umdrehungen in der Minute machen. Verringern wir die Grösse des Modells noch mehr und lassen seinen Anker entsprechend schneller laufen, so erhalten wir schliesslich eine Maschine, die überhaupt keine Arbeit mehr leisten kann. Diese Grenze erreichen wir, wenn

$$q = \frac{2,5}{42,5} = \frac{1}{17}$$

wird, d. h. wenn das Modell 17 mal kleiner als die normale Maschine ist. Der Anker würde dann einen Durchmesser von etwas mehr als 2,5 cm haben und 8500 Umdrehungen in der Minute machen. Dies ist jedoch nur eine theoretische Grenze, die in der Praxis nie erreicht werden kann. Der Draht würde so fein werden, dass er sich kaum noch wickeln liesse, und die Dicke der Umspinnung dürfte nur 0,01 mm betragen. Ueberdies müsste der Zwischenraum zwischen Anker und Polschuhen auf 0,1 bis 0,2 mm verringert werden, was bei einer Geschwindigkeit von 8500 Umdrehungen nicht die genügende mechanische Sicherheit bieten würde. Um also ein Modell zu erhalten, das Arbeit leisten kann, müssten wir den Maassstab bedeutend grösser als $\frac{1}{17}$ wählen.

Wird die Dynamomaschine als Motor benutzt, so existirt keine derartige Grenze für ihre Grösse. Denn da die elektrische Energie den Feldmagneten und dem Anker von aussen zugeführt wird, so können wir jeder Zeit das Modell in Gang setzen, wenn wir nur genügend Energie aufwenden.

Hieraus erklärt es sich, dass die Konstruktion und die Herstellung kleiner Dynamomaschinen grosse praktische Schwierigkeiten bietet. Deshalb erregen sich solche Maschinen in der Regel überhaupt nicht selbst, sondern erhalten permanente Magnete aus hartem Stahl, wie schon im zehnten Kapitel bemerkt wurde.

63. Grosse Dynamomaschinen.

Noch wichtiger als die Angabe der untern Grenze ist die Festsetzung der grössten Dimensionen, in denen man eine beliebige Dynamomaschine noch ausführen kann. Besonders heute, wo man bei der Anlage von Centralstationen, elektrischen Bahnen und Kraftübertragungen stets bestrebt ist, immer grössere Maschinen zu bauen, entsteht die natürliche Frage, ob das Bedürfnis nach solchen Maschinen dadurch befriedigt werden kann, dass man einfach die Abmessungen von Maschinen, die sich für eine bestimmte Leistung bewährt haben, vergrössert, oder ob man die ganze Konstruktion der Maschine abändern muss, wenn die Leistung eine bestimmte Grenze überschreitet. Um dies zu entscheiden, wollen wir zuerst untersuchen, wie die Leistung bei der Vergrösserung der linearen Abmessungen wächst, und zwar soll diese Betrachtung nur für die zweipoligen Maschinen durchgeführt werden, da diese im Allgemeinen bei mittleren Leistungen zur Verwendung kommen.

Sehen wir zunächst von dem Einfluss der Feldmagnete ab, so hängt die Leistung einer solchen Maschine von drei Bedingungen ab:

1. Von dem Wirkungsgrad des Ankers, d. h. von dem Verhältnis der im Anker erzeugten zu der an den Bürsten verfügbaren elektrischen Energie.

2. Von der für die Erwärmung zulässigen Grenze, d. h. von dem Verhältnis der Energie, die im Anker in Wärme verwandelt wird, zu der gesammten ausstrahlenden Oberfläche; hierbei muss die für die Zu- und Abfuhr der Luft zu leistende Arbeit mit in Rechnung gesetzt werden.

3. Von einem möglichst funkenfreien Gang, der von dem Minimum der Induktion an dem vordern Polrande (im Sinne der Ankerdrehung) abhängt.

Damit die grosse und die kleine Maschine den gleichen mechanischen Bedingungen unterworfen sind, nehmen wir an, dass der Anker in beiden Fällen dieselbe Umfangsgeschwindigkeit besitzt. Die Winkelgeschwindigkeit muss daher in demselben Verhältnis verringert werden, in dem die Grösse der Maschine wächst. Man sieht sofort, dass die Grenzen der Leistung für diese drei Bedingungen verschieden sind; wir wollen sie daher getrennt behandeln und mit dem Wirkungsgrad des Ankers beginnen.

Wenn die linearen Abmessungen der grossen Maschine q mal

grösser als die der kleinen sind, so wird sich der Ankerwiderstand der grossen zu dem der kleinen wie $1:1/q$ verhalten. Ist die Induktion im Anker beide Mal dieselbe, so würde das wirksame Feld bei der grossen Maschine q^2 mal und die elektromotorische Kraft um q mal grösser sein. Wir hätten also

$$E_a' = q E_a \text{ und}$$

$$W_a' = \frac{W_a}{q}.$$

Der Energieverlust in Folge von Hysterese würde auf jedes Kubikcentimeter Eisen im Verhältnis von $1:q$ kleiner, da die Zahl der Polwechsel in diesem Verhältnis abgenommen hat. Weil jedoch der Inhalt des Ankers im Verhältnis von $1:q^3$ grösser geworden ist, so wird auch der Energieverlust in Folge von Hysterese im Verhältnis von $1:q^2$ zugenommen haben. Hierzu kommt noch der Energieverlust, der durch die Foucault-Ströme im Eisen und im Kupfer bedingt ist. Was diese Wirbelströme im Eisen anbetrifft, so bleibt der durch sie verursachte Verlust für jedes Kubikcentimeter des Kerns derselbe, wenn wir die Dicke der Eisenplatten im Anker nicht ändern, die gewöhnlich 0,5 bis 0,6 mm beträgt. Da der Gesamtinhalt des Ankers q^3 mal grösser wird, so nimmt auch dieser Verlust um ebensoviel zu.

Schwieriger ist der Verlust zu bestimmen, der von den Foucault-Strömen im Kupfer herrührt. Wenn wir einfach die linearen Abmessungen der Ankerwindungen vergrössern, ohne sie zu theilen, so wird dieser Verlust weit mehr als das q^3 fache betragen. Stellen wir aber die Ankerwicklung der grossen Maschine aus Streifen oder Drähten her, die den gleichen Querschnitt wie die Windungen der kleinen Maschine besitzen, und benutzen nur eine grössere Anzahl von ihnen, so wird der Verlust proportional mit q^3 wachsen. Es ist jedoch zu beachten, dass die mehrfache Theilung, welche zur Vermeidung der Foucault-Ströme nöthig ist, einen grössern Aufwand von Isolationsmaterial mit sich bringt, sodass der Wicklungsraum nicht so gut, wie bei dicken Drähten, ausgenutzt werden kann. Der Ankerwiderstand wird daher nicht kleiner als W_a/q werden. Bezeichnen wir nun für die kleine Maschine den Verlust in Folge von Hysterese mit A_h und den in Folge von Wirbelströmen im Eisen und im Kupfer mit A_f , so sind die entsprechenden Werthe für die grosse Maschine gleich $q^2 A_h$ und $q^3 A_f$. Ist ferner J' die Strom-

stärke im Anker der grossen Maschine, dann wird der Wirkungsgrad beider Maschinen derselbe sein, wenn

$$\frac{A_h + A_r + J^2 W_a}{E_a J} = \frac{q^2 A_h + q^3 A_r + J'^2 \frac{W_a}{q}}{q E_a J'} \quad . . \quad (40)$$

Kennen wir die Verluste in der kleinen Maschine, so können wir aus dieser Formel die Stromstärke für die grosse Maschine berechnen. Wenn man vom Einfluss des Hysteresis und der Foucault-Ströme absehen könnte, so wäre $J' = q^2 J$, und die Leistung der grossen Maschine wäre q^3 mal so gross als die der kleinen. Diese Verluste sind indessen keineswegs zu vernachlässigen und hängen mehr oder weniger von der Konstruktion der Maschine ab. Aus diesem Grunde ist eine allgemeine Lösung der obigen Gleichung unmöglich.

Wir können indessen die Betrachtung für ein Beispiel durchführen, das im Durchschnitt den wirklichen Verhältnissen entspricht. Wir wählen zu diesem Zweck eine Maschine von 20 Kilowatt Leistung (200 Am und 100 V), deren Verluste in Folge von Hysteresis 0,5 %, in Folge von Foucault-Strömen 1 % und in Folge des Ankerwiderstandes 3,5 % betragen; verdoppeln wir die Dimensionen dieser Maschine, so ergibt die obige Gleichung:

$$\frac{100 + 200 + 700}{100 \times 200} = \frac{4 \times 100 + 8 \times 200 + 0,00875 J'^2}{100 \times 2 J'}$$

$$\frac{1000}{100} = \frac{2000 + 0,00875 J'^2}{J'}$$

Hieraus ergeben sich zwei Werthe für J' , nämlich 260 und 880 Am. Wir brauchen natürlich nur den höhern Werth zu berücksichtigen, der einer Leistung von 176 Kilowatt, also ungefähr dem 8 fachen der kleinen Maschine, entspricht. Hätten die Foucault-Ströme einen Energieverlust von 2 % in der kleinen Maschine bewirkt, so wäre ihr Wirkungsgrad 94 % statt 95 %. Die grosse Maschine hätte denselben Wirkungsgrad bei einer Stromstärke von 925 Am, also bei der 12 fachen Leistung der kleinen. Dasselbe gilt auch für den durch Hysteresis bedingten Verlust. Je grösser dieser bei der kleinen Maschine ist, um so geringer ist ihr Wirkungsgrad. Um den Wirkungsgrad der grossen Maschine auf den gleichen Betrag herunterzudrücken, muss sie mehr Strom liefern; ihre Leistung würde dann mehr als q^3 mal so gross als die der kleinen sein. Bedeutet

daher A die Leistung der kleinen Maschine und A' die der grossen, so lautet die Bedingung dafür, dass der Wirkungsgrad bei beiden derselbe ist,

$$A' \geq q^3 A \quad 1).$$

Wir haben jetzt zu prüfen, wie die Leistung der Maschine durch ihre Erwärmung begrenzt ist. Die Abkühlungsfläche ist dem Quadrate der linearen Dimensionen proportional. Da die lineare Geschwindigkeit und folglich auch die Ventilation des Ankers nicht

1) Der Einfachheit wegen ist diese Bedingung an einem Beispiel bewiesen. Der allgemeine Beweis lässt sich leicht in folgender Weise führen. Wir nehmen zunächst an, A' wäre gleich $q^3 A$, und indem wir den entsprechenden Werth von J' in Gleichung (40) einsetzen, untersuchen wir, ob dadurch die rechte Seite grösser oder kleiner wird als die linke.

$$\begin{aligned} A_h + A_f + J^2 W_a &\begin{aligned} &\geq E_a J \frac{q^2 A_h + q^3 A_f + q^3 J^2 W_a}{q^3 E_a J} \\ &\leq \end{aligned} \\ A_h + A_f + J^2 W_a &\begin{aligned} &\geq \frac{A_h}{q} + A_f + J^2 W_a \\ &\leq \end{aligned} \\ A_h &\begin{aligned} &\geq \frac{A_h}{q} \\ &\leq \end{aligned} \end{aligned}$$

Da $q > 1$ ist, so kann augenscheinlich nur das obere Vorzeichen gelten. Setzen wir also $J' = q^2 J$ in Gleichung (40), so machen wir den Ausdruck auf der rechten Seite zu klein. Damit der Wirkungsgrad bei beiden Maschinen derselbe ist, müssen die beiden Seiten einander gleich sein; wir müssen also J' so ändern, dass die rechte Seite grösser wird. Dies ist der Fall, wenn $J' > q^2 J$. Nun lässt sich Gleichung (40) auch in folgender Form schreiben:

$$\frac{A_h}{J} + \frac{A_f}{J} + J W_a = q \frac{A_h}{J'} + q^2 \frac{A_f}{J'} + J' \frac{W_a}{q}.$$

Hier ist $q \frac{A_h}{J'} < q \frac{A_h}{q^2 J} < \frac{A_h}{J}$, d. h. das erste Glied auf der rechten Seite ist kleiner als das erste auf der linken. Ebenso ist der zweite Ausdruck auf der rechten Seite offenbar kleiner als der entsprechende auf der linken. Sollen beide Seiten einander gleich sein, so muss daher das dritte Glied auf der rechten Seite grösser als das dritte auf der linken sein, d. h.

$$\begin{aligned} &J' > q^2 J \\ \text{oder} & \\ &A' > q^3 A. \end{aligned}$$

geändert wird, so ist der Energieverlust für die gleiche Erhöhung der Temperatur im grossen Anker q^2 mal so gross als im kleinen. Diese Bedingung wird durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$(A_h + A_f + J^2 W_a) q^2 = q^2 A_h + q^3 A_f + J'^2 \frac{W_a}{q}$$

$$(A_f + J^2 W_a) q^2 = q^3 A_f + J'^2 \frac{W_a}{q} (41)$$

Die Hysterisis hat offenbar auf die Grenzen der Leistung, die durch die Erwärmung bedingt sind, keinen Einfluss, da sie, ebenso wie die Abkühlungsfläche, dem Quadrate der linearen Dimensionen proportional ist. Die Stärke der Foucault-Ströme wächst dagegen mit dem Kubus der linearen Dimensionen; die Ströme gewinnen daher immer mehr an Einfluss, je grösser die Dimensionen gewählt werden. Könnten wir die Wirkung der Wirbelströme ganz vernachlässigen, so wäre

$$J' = q^{3/2} J.$$

Da dies aber nicht erlaubt ist, wollen wir jetzt untersuchen, wie sie die Grenzen der Leistung beeinflussen.

Gleichung (41) kann auch in folgender Weise geschrieben werden:

$$A_f (q^2 - q^3) = J'^2 \frac{W_a}{q} - q^2 J^2 W_a .$$

Da $q > 1$ ist, so ist die linke Seite der Gleichung negativ, und daher haben wir

$$J'^2 \frac{W_a}{q} < q^2 J^2 W_a \quad \text{oder} \quad J' < J q^{3/2};$$

sind also die Foucault-Ströme in der kleinen Maschine so stark, dass sie berücksichtigt werden müssen, und benutzt man für die Wicklung des Ankers bei beiden Maschinen dieselben Drähte oder Stäbe, so ist die höchste zulässige Stromstärke für die grosse Maschine kleiner als $J q^{3/2}$. Die Foucault-Ströme bewirken demnach bei der grossen Maschine eine höhere Erwärmung als bei der kleinen.

Der Deutlichkeit halber wollen wir die Rechnung an demselben Beispiel, wie oben, durchführen und die Dimensionen der Maschine mit einer Leistung von 20 Kilowatt verdoppeln. Wir haben dann $A_f = 200$ und $W_a = 0,0175$. Da $q = 2$, also

$$q^2 - q^3 = -4,$$

so wird

$$4 \times 200 = 200^2 \times 0,0175 \times 4 - 0,00875 J'^2$$

oder

$$J' = 478 \text{ Am.}$$

Wären keine Foucault-Ströme vorhanden, so würde $J' = 570$ sein. Die Leistung der grossen Maschine ist

$$A' = J' E'_a = q J' E_a,$$

also auch $A' < q^{5/2} J E_a$ oder $A' < q^{5/2} A$. Kämen die Foucault-Ströme nicht in Frage, so betrüge die Leistung der grossen Maschine 104 Kilowatt; im andern Falle erhalten wir hierfür 95,4 Kilowatt, wenn der Anker dieselbe Temperaturerhöhung erleidet, wie bei der kleinen Maschine.

Drittens wird die Leistung der Maschine dadurch begrenzt, dass am Kommutator keine Funken auftreten dürfen. Es hängt dies von dem Minimum ab, das die Induktion an dem vordern Polrande besitzt. Nehmen wir wieder dieselbe Kraftliniendichte für den Anker beider Maschinen an, so ist die erregende Kraft, welche für den Luftraum erforderlich ist, bei der grossen Maschine q mal grösser als bei der kleinen. Die erregende Kraft, welche die Kraftlinien durch den Anker treibt, wird gleichfalls bei der grossen Maschine q mal so gross sein als bei der kleinen. Um daher denselben Werth für die resultirende Induktion unter der vordern Kante der Polfläche zu erhalten, müssen wir die Belastung des Ankers der grossen Maschine so begrenzen, dass durch ihn ein q mal so starker Strom fliesst, wie durch den Anker der kleinen Maschine. Die Leistung stiege in Folge dessen auf den q^2 fachen Betrag. Diese Grenze, die die Theorie ergibt, lässt sich in der Praxis im Allgemeinen dadurch etwas überschreiten, dass man entweder die Maschine mit einer höhern Induktion arbeiten lässt oder dass man die Induktion an der vordern Kante des Polschuhes etwas erniedrigt. Im ersten Falle vergrössern wir die elektromotorische Kraft, im zweiten die Stromstärke der Maschine. Da in der Regel die Grenze der Leistung, die durch die Erwärmung bedingt wird, über dem q^2 fachen liegt (wenn sie auch, wie wir oben sahen, das $q^{5/2}$ fache nicht erreicht), so können wir die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum und im Eisen vergrössern und in Folge dessen mit einer elektromotorischen Kraft arbeiten, die etwas grösser ist als $q E$. Dadurch

erhalten wir eine Leistung, die den Werth $q^2 A$ übertrifft. Ferner ist zu beachten, dass die höhere Kraftliniendichte eine stärkere erregende Kraft erfordert und dass man deshalb die Zahl der Querswindungen des Ankers vermehren kann, ohne das Auftreten von Funken befürchten zu müssen. Wir können deshalb sowohl die elektromotorische Kraft, als auch die Stromstärke erhöhen und erhalten alsdann für die grosse Maschine eine Leistung, die beträchtlich grösser als $q^2 A$ ist.

Dies lässt sich am besten an einem Beispiele zeigen. Wir gehen zu diesem Zwecke von der in Fig. 56 c abgebildeten Maschinengattung aus und untersuchen, welche Leistung wir von einer Maschine erwarten können, die in allen Theilen doppelt so gross ist wie die ursprüngliche. Der Anker der kleinen Maschine habe einen Durchmesser von 30 cm und eine Länge von 38 cm. Bei 550 Umdrehungen in der Minute betrage die Leistung 25 Kilowatt, von denen 1200 Watt im Anker verloren gehen. Die grosse Maschine würde dann einen Anker von 60 cm Durchmesser und 76 cm Länge besitzen; da sie eine viermal so grosse Abkühlungsfläche darbietet, können wir einen Gesamtverlust von 4800 Watt zulassen. Wir brauchen die Rechnung nicht im Einzelnen durchzuführen, sondern wollen das Ergebnis nur kurz mittheilen:

	Kleine Maschine	Grosse Maschine
Ankerwiderstand in Ohm	0,015	0,006
Erregende Kraft in Ampèrewindungen	23000	60000
Gewicht der Eisenbleche des Ankers in kg	130	1170
Gewicht der Feldmagnete in kg . . .	1170	9680
Die für die Erregung erforderliche Energie in % der gesammten . . .	3,50	1,95
Umdrehungszahl in der Minute . . .	550	275
Leistung	250 Am \times 100 V	700 Am \times 230 V

Für die Erwärmung des Ankers und die Funkenbildung am Kommutator sind hierbei für beide Maschinen dieselben Grenzen angenommen.

Wenn die Beziehung $A' = q^2 A$ für die Praxis gültig wäre, so könnte die Leistung der grossen Maschine nur $4 \times 25 = 100$ Kilowatt betragen. Dass sie in Wirklichkeit $\frac{700 \times 230}{1000} = 161$ Kilowatt

leistet, liess sich nur dadurch erreichen, dass nicht alle entsprechenden Abmessungen der beiden Maschinen genau in demselben Verhältnis zu einander stehen. In Folge dessen ist die grosse Maschine für ihre Grösse und für ihre Leistung verhältnismässig zu schwer geworden. Nach den oben mitgetheilten Zahlen beträgt das Gesamtgewicht der kleinen Maschine 1300 kg und das der grossen 10850 kg; diese beiden Werthe verhalten sich wie 1 : 8,3, während die entsprechenden Leistungen im Verhältnis von 25 : 161 = 1 : 6,45 zu einander stehen. Mit andern Worten, auf die Leistung von einem Kilowatt kommen bei der kleinen Maschine 52 kg und bei der grossen 68 kg. In Bezug auf das Gewicht und die Kosten ist deshalb die grosse Maschine nicht so günstig wie die kleine, und man sieht, dass dieselbe Maschinengattung für verschiedene Grössen nicht in gleicher Weise vortheilhaft ist.

Fassen wir die Bedingungen nochmals zusammen, die wir für die Grenzen der Leistung fanden, so ist

- bei gleichem Wirkungsgrad $A' \stackrel{=}{\geq} q^3 A$,
- bei gleicher Erwärmung des Ankers $A' \stackrel{=}{\leq} q^{5/2} A$,
- bei gleicher Funkenbildung am Kommutator $A' \stackrel{=}{\geq} q^2 A$.

Die Grenze, die sich aus der Bedingung des gleichen Wirkungsgrades für die Leistung ergibt, wird in der Regel nicht erreicht. Man will natürlich gewöhnlich mit der grossen Maschine einen höhern Wirkungsgrad erreichen als mit der kleinen und muss daher unter der Grenze bleiben, die wir für die Leistung bei gleichem Wirkungsgrad gefunden haben. Ferner ist dieser Grenzwert bedeutend grösser als die durch die beiden andern Bedingungen bestimmten, so dass wir ihn schon deshalb nicht erreichen können, weil sonst die Erwärmung und die Funkenbildung zu gross würden. Die Leistung der grossen Maschine wird deshalb zwischen $q^2 A$ und $q^{5/2} A$ liegen, während ihr Gewicht natürlich das q^3 fache von dem der kleinen ist.

Es könnte nach diesen Untersuchungen scheinen, als ob die Maschine bei zunehmender Grösse im Verhältnis zu ihrer Leistung immer schwerer und theurer würde; aber es ist zu bedenken, dass diese Schlussfolgerung nur unter den Bedingungen Gültigkeit behält, die wir der Untersuchung zu Grunde legten. Wir nahmen nämlich an, 1. dass die Leistung der kleinen Maschine bereits so gross ist, wie es die Erwärmung und Funkenbildung nur irgend gestattet; 2. dass

genau dieselben Grenzen bei der grossen Maschine inne zu halten sind und 3. dass diese in allen Einzelheiten eine getreue, vergrösserte Nachbildung der kleinen Maschine ist. In der Praxis ist nun die Leistung der sogenannten kleinen Maschinen (von weniger als 15 Kilowatt) im Allgemeinen weniger durch die Erwärmung und die Funkenbildung begrenzt, als durch den Wirkungsgrad. Wir können daher ohne Gefahr bei der grossen Maschine die Grenzen, die sich aus der Erwärmung und Funkenbildung ergeben, soweit erhöhen, dass die Leistung viel grösser wird, als aus den obigen Formeln folgt. Die Verhältnisse ändern sich jedoch, wenn die kleine Maschine, von der wir ausgehen, bereits ziemlich gross ist, so dass die Grenzen ihrer Leistung mehr von der Erwärmung und Funkenbildung als vom Wirkungsgrade abhängen. In diesem Falle bringt eine Vergrösserung des Modells keinen Gewinn. So lassen sich gute zweipolige Maschinen ohne Schwierigkeit für 50 und selbst für 100 Kilowatt konstruieren; wollten wir jedoch dieselbe Maschinengattung für eine Leistung von 300 oder 600 Kilowatt verwenden, so würden diese grösseren Maschinen mehr als sechsmal so schwer und so theuer sein als ihre kleinern Modelle. Wir schliessen hieraus, dass sich die zweipoligen Maschinen zur Erzeugung grosser Leistungen nicht eignen.

64. Vorzüge der mehrpoligen Dynamomaschinen.

Es entsteht nun die Frage, wie die grossen Maschinen zu konstruieren sind, damit sie in Hinsicht auf Gewicht und Kosten wohlmöglich besser sind als die kleinen zweipoligen. Die praktische Erfahrung hat hier zu Gunsten der mehrpoligen Maschinen entschieden. Während für Maschinen von kleiner und mässiger Grösse ohne Zweifel die zweipoligen vorzuziehen sind, gibt es eine Grenze, wo vierpolige Maschinen vortheilhafter wirken. Vergrössern wir die Leistung noch weiter, so erreichen wir bald einen Punkt, wo eine sechspolige Maschine günstiger als eine vierpolige wird u. s. w. Es lässt sich indessen keine bestimmte Regel angeben, nach der man die Anzahl der Pole für eine gegebene Leistung bestimmen könnte. Dass jedoch die Güte einer Konstruktion von der geeigneten Wahl des Maschinentypus abhängt, wird der Leser leicht einsehen, wenn er mehrere Konstruktionen für verschiedene Maschinengrössen vergleicht.

Wir wollen hier keine grosse Reihe von Konstruktionen vor-

führen, sondern nur an einem Beispiel zeigen, wie eine Vermehrung der Polzahl wirkt. Zu diesem Zwecke wählen wir die Maschine für 25 Kilowatt (250 Am und 100 V bei 550 Umdrehungen), die durch Fig. 56 c dargestellt wird, und deren Einzelheiten auf S. 39 mitgeteilt sind. Das Gewicht der Eisenbleche im Anker beträgt 130 kg und das der Feldmagnete 1170 kg. Der Anker hat einen Durchmesser von 30 cm und eine Länge von 38 cm. Wir wollen jetzt eine vierpolige Maschine bauen, die einen Anker vom doppelten Durchmesser, aber von derselben radialen Tiefe (in diesem Falle 9,5 cm) und von derselben Länge hat. Nehmen wir für die Feldmagnete den in Fig. 57 dargestellten Typus an, so wird das Gewicht etwa das doppelte des von Fig. 56 c werden, vorausgesetzt, dass wir mit derselben Kraftliniendichte arbeiten. Die Windungszahl und der Widerstand der Ankerwicklung wird aufs Doppelte steigen, und lassen wir die Maschine mit derselben Geschwindigkeit laufen, so wird auch die elektromotorische Kraft verdoppelt, während die Stromstärke unverändert bleibt. Die Leistung der vierpoligen Maschine mit einem Anker von 60 cm Durchmesser und 38 cm Länge hat bei 275 Umdrehungen dieselbe durch den Wirkungsgrad und die Funkenbildung bedingte Grenze, wie die der zweipoligen Maschine mit einem Anker von 30 cm Durchmesser und 38 cm Länge bei 550 Umdrehungen. Die Leistung ist aber im ersten Falle doppelt so gross.

Wir wollen jetzt sehen, um wie viel wir die linearen Abmessungen der zweipoligen Maschine hätten vergrössern müssen, um auf die doppelte Leistung zu kommen. Um verwickelte Rechnungen zu vermeiden, nehmen wir an, dass $A' = q^{2,25} A$ ist, da wir ja wissen, dass das q^2 fache zu wenig und das $q^{2,5}$ fache zu viel geben würde. Um die doppelte Leistung zu erhalten, hätten wir $q^{2,25} = 2$ oder $q = 1,36$ zu setzen. Die zweipolige Maschine für 50 Kilowatt müsste demnach einen Anker von 41 cm Durchmesser und von 52 cm Länge haben und mit einer Geschwindigkeit von $550/1,36 = 405$ Umdrehungen in der Minute laufen. Das Gewicht wäre im Verhältnis von $1 : 1,36^3$ grösser, aber der Wirkungsgrad wäre nur wenig besser. Das Gewicht der grossen Maschine setzt sich, wie folgt, zusammen: der Anker wiegt 320 kg, die Feldmagnete 2340 kg, beide zusammen also 2660 kg; die grosse Maschine wiegt also 2,05 mal soviel wie die kleine zweipolige. In der folgenden Tabelle sind die verschiedenen Grössen angegeben, und zwar sind sie sämtlich auf die kleine zweipolige Maschine bezogen.

	Kleine Maschine mit 2 Polen	Grosse Maschine	
		mit 2 Polen	mit 4 Polen
Leistung	25 Kilowatt	doppelt so gross	doppelt so gross
Erwärmung	—	gleich gross	etwas kleiner
Funkenbildung	—	gleich stark	gleich stark
Wirkungsgrad	—	etwas höher	gleich hoch
Umdrehungszahl	550	405	275
Gewicht	—	2,5 fach	2,05 fach

Hieraus ergibt sich, dass die vierpolige Maschine nicht nur leichter als die zweipolige ist, sondern auch bedeutend langsamer läuft. Ihr Anker wird wegen seiner freien Lage weniger stark erwärmt, aber ihr Wirkungsgrad ist auch etwas geringer. Abgesehen von diesem Nachtheil, dem übrigens leicht durch eine geringe Erhöhung der Umdrehungszahl abgeholfen werden kann, ist deshalb die vierpolige Maschine für den vorliegenden Fall entschieden die bessere Konstruktion.

Dreizehntes Kapitel.

65. Energieverluste in Dynamomaschinen. — 66. Wirbelströme in den Polschuhen. — 67. Wirbelströme in den äussern Ankerdrähten. — 68. Wirbelströme im Ankerkern. — 69. Wirbelströme im Innern des Ringankers. — 70. Experimentelle Bestimmung der Verluste.

65. Energieverluste in Dynamomaschinen.

Dem Energieverlust in Dynamomaschinen liegen verschiedene Erscheinungen zu Grunde, von denen einige rein mechanischer, andere elektrischer und magnetischer Natur sind. In den Feldmagneten der Dynamomaschinen findet ausschliesslich ein Verlust elektrischer Energie statt, der durch das Produkt aus der Stärke des erregenden Stromes und aus der Spannung an den Enden der Magnetwicklung dargestellt wird. Die Bestimmung dieses Verlustes ist so einfach, dass wir sie nicht weiter zu besprechen brauchen. Erwähnung verdient nur, dass wir bei der Berechnung dieses Verlustes die durch Temperatursteigerung bedingte Widerstandserhöhung berücksichtigen müssen.

Die Verluste, die im Anker auftreten, sind verwickelterer Natur und lassen sich nicht so leicht bestimmen. Zunächst gehört hierher die Reibung der Achse in den Lagern und die der Bürsten auf dem Kommutator. Letztere kann wegen ihres geringen Betrages vernachlässigt werden, erstere ist an der Hand der Formeln, die sich in jedem Lehrbuch der Maschinenkunde finden, leicht zu bestimmen. Man muss natürlich nicht nur das Gewicht des Ankers in Rechnung setzen, sondern auch den Zug des etwa vorhandenen Riemens und die magnetische Anziehung berücksichtigen, wenn diese nicht ganz ausgeglichen sein sollte. Beispiele, die den Einfluss der ungleichmässigen magnetischen Anziehung erläutern, sind im dritten Kapitel gegeben. Ferner ist ein geringer Energieverlust auf die Ueberwindung des Luftwiderstandes zurückzuführen. Der Anker wirkt bei seiner schnellen Umdrehung in gewissem Grade wie ein Ventilator,

und bei gut konstruirten Maschinen wird diese Wirkung für die Abkühlung des Ankers ausgenutzt, wobei natürlich eine geringe Energiemenge aufzuwenden ist. Alle diese Verluste sind jedoch gering im Vergleich zu den elektrischen und magnetischen Verlusten.

Diese haben ihren Grund in der Hysterisis, den Foucault- oder *Wirbel-Strömen*, sowie im Widerstande des Ankers und der Berührungsstellen der Bürsten. Die in der Ankerwicklung verbrauchte elektrische Energie lässt sich leicht mit Hülfe des Ohmschen Gesetzes bestimmen und braucht unsere Aufmerksamkeit nicht weiter zu beschäftigen; die von der Hysterisis und von den Wirbelströmen herrührenden Energieverluste lassen sich jedoch nicht so leicht berechnen. Wenn die Magnetisirungskurve für die Eisensorte, aus der die Ankerbleche hergestellt sind, bekannt ist, kann man den durch Hysterisis bedingten Verlust annähernd bestimmen. Wir kennen die mittlere Kraftliniendichte und somit die Energie, die bei dieser Induktion während jedes Cyklus in einem Kubikcentimeter Eisen verbraucht wird. Aus der Umdrehungszahl des Ankers und aus der Zahl der Pole können wir die Zahl der Cyklen in der Sekunde ermitteln und haben somit, da uns auch die gesammte Eisenmenge im Anker bekannt ist, alle Elemente, welche zur Bestimmung des gesammten auf die Hysterisis zurückzuführenden Energieverlustes nöthig sind. Das Resultat ist jedoch, wie bereits gesagt, nur annähernd richtig, und zwar aus folgendem Grunde. Wir kennen allerdings die mittlere Induktion, aber wir haben keine Sicherheit, dass diese auf dem ganzen Querschnitt des Ankerkernes gleichförmig ist. Im Gegentheil wird die Induktion höchst wahrscheinlich an einigen Stellen grösser als an andern sein. Denn einerseits ist die Länge der Kraftlinien verschieden, und die kurzen Kraftlinien drängen sich zusammen, während die langen weniger dicht verlaufen, anderseits stört der in der Ankerwicklung verlaufende Strom die gleichmässige Vertheilung der Kraftlinien. Aus der in Fig. 30 dargestellten Kurve folgt, dass die durch Hysterisis bedingten Verluste schneller zunehmen als die Induktion. Das Anwachsen der Hysterisis in den Theilen, wo die Induktion den Mittelwerth überschreitet, und ihre Abnahme in den Theilen, wo die Induktion unter dem Mittelwerth bleibt, bewirken, dass die gesammte Hysterisis unter diesen Umständen grösser sein wird, als wenn die Kraftlinien gleichmässig vertheilt wären.

Die Verluste, die von Wirbelströmen herrühren, sind sehr ver-

wickelter Natur. Sie können auftreten in den Ankerblechen, in den Polschuhen, in den Ankerwindungen und den dazu gehörigen Verbindungsstücken, in der Achse und in den Ankerträgern. Ein Versuch, sie auf Grund theoretischer Ueberlegungen zu bestimmen, hat natürlich keinen Zweck. Wir wissen freilich im Allgemeinen, wie diese Ströme in den verschiedenen Theilen der Maschine entstehen und können angenähert ihre Richtung angeben. Aber dies genügt nicht, um die Grösse des Energieverlustes zu bestimmen; hier kann unbedingt nur der Versuch entscheiden.

Bevor wir dazu übergehen, einen solchen Versuch zu beschreiben, wollen wir zunächst die allgemeinen Ursachen für die Wirbelströme auseinandersetzen. Wir können uns alsdann ein Bild davon machen, was in den Theilen der Maschine vor sich geht, welche vorzugsweise der Sitz dieser Ströme zu sein pflegen. Nehmen wir als Beispiel eine Brush'sche Bogenlichtmaschine an. Eine ganz oberflächliche Untersuchung lässt uns sofort die Thatsache erkennen, dass, wenn die Maschine einige Zeit gelaufen hat, die (in der Drehungsrichtung des Ankers) hintern Kanten der Polschuhe heisser sind als die vordern. Man könnte vielleicht meinen, dass dies eine Wirkung der heissen Luft sei, welche beim Rotiren des Ankers nach vorn getrieben wird. Hiergegen spricht jedoch die Thatsache, dass die vordern Ecken der Polschuhe heisser als die hintern sind, wenn die Maschine als Motor läuft. Die Wärme in den Polschuhen kann daher nicht durch Luftströme vom Anker übertragen werden, sondern muss in den Polschuhen selbst erzeugt, d. h. eine Wirkung von Wirbelströmen sein. Für diese Ansicht spricht auch die ungleiche Vertheilung der Wärme in den Polschuhen. Da Wirbelströme ihren Grund in Veränderungen der Induktion haben, so wird die durch sie bedingte Erwärmung um so stärker auftreten, je höher und je veränderlicher die Induktion ist. Dies finden wir an den Vorsprüngen der Polschuhe bei der Brush'schen Dynamomaschine bestätigt. In Folge der Rückwirkung des Ankers, welche bei dieser Maschinengattung besonders stark auftritt, werden die Kraftlinien an dem (in der Drehrichtung des Ankers) hintern Vorsprung zusammengedrängt; ihre Dichte besitzt jedoch nicht dauernd den höchsten Werth, sondern pulsirt in Folge der Einschnitte im Ankerkern. Diese Schwankungen der Induktion rufen die Wirbelströme hervor. An den vordern Vorsprüngen besitzen sie geringere Stärke und erzeugen demzufolge nicht soviel Wärme.

66. Wirbelströme in den Polschuhen.

Wie die Wirbelströme in den Polschuhen entstehen, zeigt Fig. 80, in welcher das Rechteck $A B C D$ die ausgebreitete Oberfläche eines Polschuhs und die schmalen schraffirten Rechtecke Vorsprünge auf dem Ankerkern darstellen. Da diese Vorsprünge der Polfläche sehr nahe kommen, so wird die Induktion unter den schraffirten Flächen erheblich verstärkt. Zu Folge der Drehung des Ankers, welche von rechts nach links erfolgen mag, bewegen sich diese Bündel zusammengedrängter Kraftlinien auf der Oberfläche der Polschuhs entlang und erzeugen unter jedem Vorsprung in dem Eisen des Polschuhs eine elektromotorische Kraft, deren Richtung mit der der Achse zusammenfällt. In den Zwischenräumen ist diese elektromotorische Kraft viel kleiner, sodass die Ströme in der durch

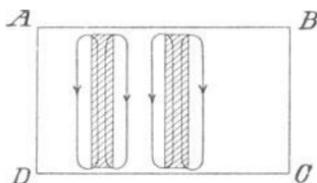


Fig. 80.

die Pfeile gekennzeichneten Richtung verlaufen werden. Je grösser der Raum ist, den die Vorsprünge bedecken, und je weiter die Zwischenräume zwischen ihnen sind, um so grösser wird natürlich die elektromotorische Kraft sein und um so mehr Raum werden die Ströme zu ihrer Ausbreitung zur Verfügung haben. Die Ströme selbst wirken wieder auf die Vorsprünge zurück und erzeugen einen Zug, der sich der Drehung des Ankers entgegengesetzt. Die auf diese Weise verzehrte Kraft erscheint als Wärme wieder, die in den Vorsprüngen und in den Polschuhen erzeugt wird. Um den hierdurch entstehenden Verlust möglichst zu verkleinern, müssen wir den Raum, in welchen die Ströme fließen können, verengen, indem wir den Anker mit schmalen Vorsprüngen, die nahe bei einander liegen, versehen. Diese Anordnung hat den weitem Vortheil, dass dadurch die Unterschiede der Induktion unter und zwischen den Polschuhen und in Folge dessen auch die elektromotorischen Kräfte, welche die Wirbelströme erzeugen möglichst verkleinert

werden. Neuerdings wendet man daher bei gezahnten Ankern schmale und tiefe Nuthen an. Man kann auch die Nuthen oben ganz verschliessen, also den Draht durch Löcher ziehen, anstatt ihn in Vertiefungen zu legen. Oder man verengt die Nuthen oben, sodass man eben noch den Draht hindurchführen kann, und

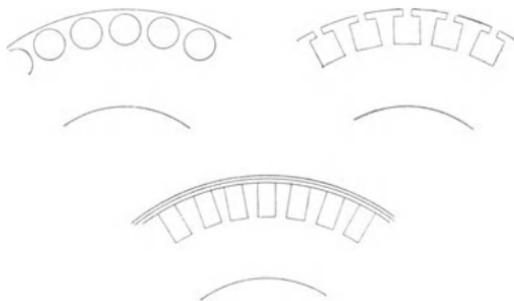


Fig. 81.

legt dann eine Reihe von Drähten in den erweiterten untern Theil der Nuthen. Endlich kann man auch Nuthen mit parallelen Wandungen benutzen und sie nach dem Aufwickeln des Drahtes mit einer Lage Eisendraht überdecken. Diese verschiedenen Anordnungen sind in Fig. 81 dargestellt.

67. Wirbelströme in den äussern Ankerdrähten.

Wenn ein massiver Leiter parallel zu sich selbst in einem gleichförmigen magnetischen Felde bewegt wird, so treten überhaupt keine Wirbelströme in ihm auf, da in jedem Theile des Leiters die gleiche elektromotorische Kraft erzeugt wird. Ist jedoch das Feld nicht gleichförmig, dann werden gewisse Theile des Leiters sich in einem gegebenen Augenblicke in einem stärkern Felde befinden als andere; zwischen diesen wird dann eine Differenz in den elektromotorischen Kräften bestehen, die Wirbelströme erzeugt. Fig. 82 kann diesen Vorgang klar machen. A ist eine durch den Anker gelegte Schnittfläche, P eine durch den Polschuh gelegte und a b sind Querschnitte der Ankerdrähte, die aus massiven Stäben bestehen mögen. In der durch die Figur gegebenen Lage befindet sich der Theil a des auf der linken Seite befindlichen Leiters in einem starken Felde, während der Theil b erst eben die Grenze

des Feldes überschritten hat. Die elektromotorische Kraft ist deshalb in a grösser als in b ; es entsteht deshalb ein Strom, der an der rechten Seite des Leiters aufwärts und an der linken Seite abwärts fliesst. Hat sich der Leiter an der Kante des Polschuhs vorbei bewegt (wie durch das rechts befindliche Rechteck $a b$ angedeutet wird), so verlaufen in ihm unter der Voraussetzung, dass das Feld gleichförmig ist, keine Wirbelströme mehr, weil dann die Induktion bei a denselben Werth, wie bei b , hat. Das Feld einer Dynamomaschine kann jedoch nur dann gleichförmig sein, wenn sie bei offenem äussern Stromkreise läuft. Unter dieser Bedingung ist die Induktion im ganzen Bereiche des Polschuhs durch die horizontale Linie $P_1 P_2$ in Fig. 75, Seite 192, gegeben. Wirbelströme können dann nur an den Kanten der Polschuhe entstehen, aber nicht unter den Polschuhen selbst. Arbeitet die Maschine bei geschlossenem

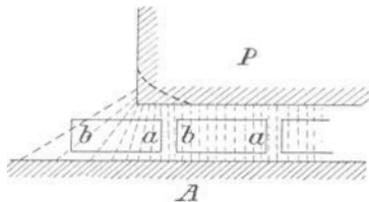


Fig. 82.

äussern Stromkreise, so wird die Induktion unter den Polschuhen nicht mehr durch eine horizontale Linie, sondern durch die Kurve $D_1 D_2$ in Fig. 75 dargestellt. Es entstehen in Folge dessen die Wirbelströme nicht nur in den Leitern, die sich gerade an den Kanten der Polschuhe befinden, sondern auch in allen zwischenliegenden. Ueberdies hat die Stärke dieser Ströme unter der vordern Kante der Polschuhe in Folge der gesteigerten Induktion bedeutend zugenommen. Hieraus folgt, dass die durch Wirbelströme bedingten Energieverluste bei geschlossenem äussern Stromkreis grösser sind, als bei offenem.

Diese Verluste können durch verschiedene Mittel verringert werden. Am einfachsten gelangt man durch Zertheilung der Leiter zum Ziel. Man kann sie aus schmalen Streifen zusammensetzen, die von einander isolirt, aber an den Enden verbunden sind, oder statt der massiven Leiter Kabel benutzen, die aus dünnen, von einander isolirten Leitern bestehen und in die nöthige Form gepresst

sind. In demselben Sinne wirkt eine Abstumpfung der scharfen Polkanten, wie sie in Fig. 82 durch die punktirte Linie angedeutet ist; der Uebergang aus der neutralen Zone in das starke Feld verläuft dann allmählicher. Man kann auch die Leiter in Vertiefungen legen; denn alsdann schneiden die Kraftlinien die Leiter so schnell, dass die Wirbelströme keine Zeit zum Entstehen finden. Unter sonst gleichen Verhältnissen ist natürlich die elektromotorische Kraft, welche diese Ströme erzeugt, der mittleren Induktion proportional; die Ströme sind ihrerseits wieder der elektromotorischen Kraft proportional, sodass der Energieverlust dem Quadrate der Induktion proportional wird.

68. Wirbelströme im Ankerkern.

Die Wirbelströme im Ankerkern selbst folgen im Grossen und Ganzen denselben Gesetzen, wie die in den äussern Ankerdrähten. Wenn der Kern auf der Drehbank abgedreht wird, ist Gefahr vorhanden, dass der Stahl die Kanten der Platten zusammenbiegt und sie trotz der Papierisolation in Kontakt bringt. Ist dies der Fall, so besitzt der Anker einen mehr oder weniger gut leitenden Ueberzug von Metall, in dem die Wirbelströme kreisen können. Hierzu kommt, dass in jeder Platte Wirbelströme verlaufen, die allerdings nur sehr schwach sind, wenn die Platten hinreichend dünn gewählt werden. Bei sorgsamer Herstellung kann man jedoch den Kontakt zwischen den äussern Kanten der Platten fast völlig vermeiden, sodass in der Regel der durch Wirbelströme im Anker bedingte Energieverlust zu vernachlässigen ist.

69. Wirbelströme im Innern des Ringankers.

Ausser den oben erwähnten Verlusten treten bei den Ringankern noch andere auf, die durch Wirbelströme in den innern Ankerdrähten und in den vom Ringe eingeschlossenen Metalltheilen verursacht werden. Wenn der Querschnitt des Ankerkerns genügende Grösse hat, bildet sich natürlich bei offenem äussern Stromkreis kein Feld im Innern des Kerns. Aber sobald die Maschine Strom liefert, entsteht ein inneres Feld, wie es Fig. 69 zeigt. Da die Kraftlinien dieses Feldes bei der Umdrehung des Ankers ihre Lage im Raum unverändert beibehalten, so müssen sie die innern Leiter, die Achse, die Ankernabe und die Träger des Ankerkerns schneiden

(Fig. 83). Wenn die Nabe und die Träger für den Anker aus Eisen hergestellt sind, so ist natürlich das innere Feld stärker und die Verluste werden grösser. Aus diesem Grunde werden diese Theile in den besten neuern Ringmaschinen aus Bronze hergestellt. Ganz vermeiden lassen sich natürlich auch alsdann die Verluste

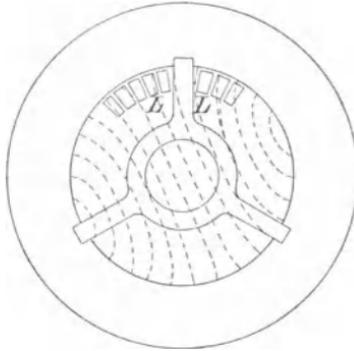


Fig. 83.

nicht. Es ist zu beachten, dass sie mit der Leistung der Maschine wachsen. Beim Trommelanker haben wir keinen innern Leiter nöthig, hier fallen deshalb auch diese Verluste weg. Unter sonst gleichen Umständen wird daher eine Trommelmaschine einen höhern Wirkungsgrad haben als eine Ringmaschine.

70. Experimentelle Bestimmung der Energieverluste.

Die Bestimmung der gesammten Energie, die in einer Dynamomaschine bei offenem äussern Stromkreise verloren geht, lässt sich sehr genau ausführen, wenn man die Maschine als Motor laufen lässt und die ihr zugeführte Energie misst. Man muss natürlich die Zufuhr so reguliren, dass die Maschine bei der normalen Geschwindigkeit und Klemmenspannung läuft. Wird hierfür Sorge getragen, so ist die Feldstärke und die dazu nöthige erregende Kraft ungefähr dieselbe, als wenn die Maschine als Generator arbeitet. Sie kann freilich wegen der Rückwirkung und wegen des Widerstandes des Ankers nicht genau dieselbe sein; da jedoch diese störenden Einflüsse annähernd bekannt sind, so kann man die Erregung leicht so abändern, dass sie den wirklichen Verhältnissen

beim Betriebe entspricht. Die dem Anker zugeführte elektrische Energie lässt sich mit grosser Genauigkeit messen und ebenso die für die Erregung der Feldmagnete erforderliche. Der Versuch erfordert nur einen Tourenzähler, einen Strom- und einen Spannungsmesser. Das Ergebnis genügt jedoch nicht für praktische Zwecke. Es ist ja immerhin von Werth, genau zu wissen, wieviel Energie im Anker und wieviel in den Feldmagneten verloren geht; bei der ersten genügt uns jedoch nicht nur die Kenntnis ihres Betrages, sondern wir müssen auch wissen, wie sie sich zusammensetzt. Nur auf diese Weise lässt sich feststellen, wo Verbesserungen anzubringen sind und wie etwaige Abänderungen wirken. Nehmen wir z. B. an, wir wollten bestimmen, wie weit die Drähte zu theilen seien, um Wirbelströme in ihnen auszuschliessen. Je mehr wir die Drähte zertheilen, um so mehr Raum ist offenbar für die Isolation erforderlich und um so theurer wird die Maschine, aber auch um so geringer werden die Wirbelströme. Bei der Ausführung der Maschine müssen wir aber sowohl bestrebt sein, sie theoretisch möglichst vollkommen zu machen, als auch die Schwierigkeiten der Herstellung nicht unnöthig zu vergrössern. Der Konstrukteur muss also, um zwischen diesen einander widerstreitenden Anforderungen die Mitte zu halten, genau wissen, wie weit die Zertheilung der Leiter von Einfluss ist. Dies lässt sich nur bestimmen, wenn er den Verlust ermitteln kann, den die ungenügende Theilung eines beliebig gestalteten Leiters mit sich bringt, d. h., wenn man die durch Wirbelströme bedingten Verluste vom gesammten Verluste trennen kann.

Bei der gleichen Feldstärke ist der durch Hysteresis verursachte Verlust proportional der Geschwindigkeit; dasselbe gilt auch für die Reibungsverluste, vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeit nicht zu klein wird. Die von Wirbelströmen herrührenden Verluste sind proportional dem Quadrate der elektromotorischen Kräfte, durch die sie entstehen, und müssen daher für die gleiche Feldstärke proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit sein. Benutzen wir diese Thatsache, dass die beiden Arten von Verlusten verschiedenen Gesetzen folgen, so können wir sie in folgender Weise trennen. Wir erregen die zu untersuchende Maschine durch eine unabhängige Elektrizitätsquelle und halten den erregenden Strom konstant. Wir schicken ferner einen Strom durch den Anker, der dadurch in Bewegung gesetzt wird, und verändern die Spannung, um verschiedene Geschwindigkeiten zu erhalten. Der Strom, der genügt,

um die Maschine in Gang zu setzen, ist so gering, dass man die Rückwirkung und den Widerstand des Ankers vernachlässigen und die Klemmenspannung der elektromotorischen Kraft der Maschine gleichsetzen kann. Wir bestimmen nun die Geschwindigkeit n , die Stromstärke i und die Klemmenspannung e . Lassen wir letztere anwachsen, so steigen auch die beiden andern Grössen. Ordnen wir den Versuch für den vorliegenden Fall zweckmässig an, so können wir sehr schnell eine Reihe solcher Bestimmungen zusammengehöriger Werthe der drei Grössen vornehmen, und tragen wir alsdann die Stromstärken als Funktion der Geschwindigkeit auf, so

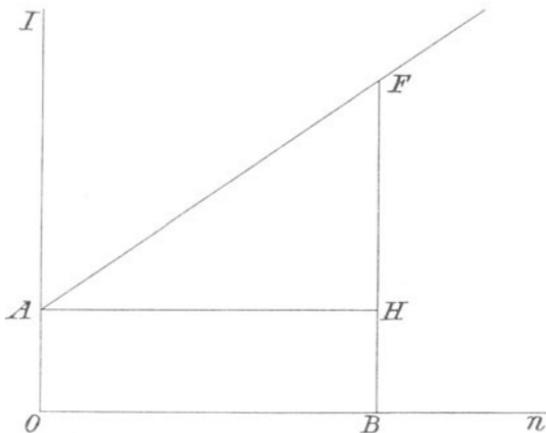


Fig. 84.

erhalten wir die in Fig. 84 dargestellte Gerade. Der Punkt A, wo diese Linie die Ordinatenachse schneidet, entspricht der Stromstärke, die eben hinreicht, um den Anker in Bewegung zu setzen, vorausgesetzt, dass keine Erhöhung des Reibungswiderstandes bei sehr langsamer Geschwindigkeit oder beim Stillstande eintritt. Da jedoch die Reibung bei abnehmender Geschwindigkeit zunimmt, so würde eine Messung der Stromstärke im Augenblicke des Angehens ein falsches Ergebnis liefern. Wir finden den richtigen Werth, wenn wir die Stromstärke für eine mässige Geschwindigkeit bestimmen und die Linie nach rückwärts verlängern. Die Länge $OA = i_0$ bezeichnet dann die anfängliche Stromstärke beim Angehen und die Länge $BF = i$ die maximale Stromstärke bei der normalen Geschwindigkeit $n = OB$. Da der Widerstand, den die Hysterese und

die Reibung der Bewegung entgegensetzen, unabhängig von der Geschwindigkeit ist, so können wir uns die maximale Stromstärke i aus zwei Theilen zusammengesetzt denken, von denen der eine $i_0 = BH$ gerade genügt, um der Reibung und Hysteresis das Gleichgewicht zu halten, und der andere $i - i_0 = HF$ erforderlich ist, um den Widerstand, den die Wirbelströme verursachen, zu überwinden. Bezeichnen wir mit V_h den Verlust, den Hysteresis und Reibung mit sich bringen, und mit V_f den von den Foucault'schen Strömen herrührenden Verlust, so bestehen folgende Beziehungen zwischen dem gesammten Verlust V und seinen Komponenten:

$$V = V_h + V_f;$$

$$V = ei;$$

$$V_h = e i_0; \quad V_f = e (i - i_0).$$

Wir können somit auf sehr einfache Weise den durch Wirbelströme bedingten Verlust bestimmen, müssen jedoch dabei bedenken, dass diese Bestimmung nur Gültigkeit hat, wenn die Maschine keinen Strom in den äusseren Kreis liefert. Wie wir oben festgestellt haben, nimmt der von Wirbelströmen herrührende Verlust zu, wenn die Maschine Arbeit leistet.

Die hier beschriebene Methode lässt sich indessen so abändern, dass sie sich auch für die Messung des Verlustes durch Wirbelströme bei voller Belastung eignet. Wir haben zu diesem Zweck zwei Maschinen von gleicher Grösse und Konstruktion nöthig, und ausserdem eine dritte Maschine von geringerer Leistung, die aber dieselbe Stromstärke liefert. Die beiden zu untersuchenden Maschinen werden starr mit einander verbunden und ihre Ankerwicklungen und die der kleinen Maschine hintereinander geschaltet. Die Feldmagnete sind so geschaltet, dass die eine Maschine als Generator und die andere als Motor läuft, wobei die kleine Maschine die Kraft liefert, um die Kombination in Gang zu setzen. Bringen wir die erregende Stromstärke der beiden Maschinen und die elektromotorische Kraft der kleinen Maschine auf den richtigen Betrag, so behält der Strom für sehr verschiedene Werthe der Geschwindigkeit annähernd dieselbe Stärke bei, so dass man eine Reihe von zusammengehörigen Werthen erhält, aus denen man die verschiedenen Verluste getrennt bestimmen kann.

Vierzehntes Kapitel.

71. Beispiele von Dynamomaschinen. — 72. Maschine von Ronald Scott. — 73. Maschine von Johnson und Phillips. — 74. Oerlikoner Maschine.

71. Beispiele von Dynamomaschinen.

Es würde weit über den Rahmen dieses Buches hinausgehen, wenn wir hier auch nur annähernd alle jetzt gebräuchlichen Arten von Dynamomaschinen beschreiben und durch Zeichnungen erläutern wollten. Trotzdem wird es sich als zweckmässig erweisen, wenigstens an einigen Beispielen zu zeigen, wie die oben behandelten allgemeinen Grundsätze für den Bau der Dynamomaschinen in der Wirklichkeit anzuwenden sind; es folgen deshalb in Fig. 85, 86 und 87 Zeichnungen von Dynamomaschinen, die drei verschiedenen Haupttypen angehören. Wir wollen jetzt auf die Einzelheiten ihrer Konstruktion näher eingehen, die der Verfasser den Fabrikanten verdankt.

72. Dynamomaschine von Ronald Scott.

Die Maschine von Ronald Scott (Fig. 85, a, b und c) ist für eine Leistung von 200 Am und 80 V bestimmt und macht in der Minute 600 Umdrehungen. Der Ankerkern hat einen Durchmesser von 26,5 cm und eine Länge von 33 cm; er besteht, wie gewöhnlich, aus schmiedeeisernen Blechen und besitzt 426 qcm Eisen auf seinem Querschnitt. Die Trommelwicklung enthält 136 Stäbe und besondere Querverbindungen; es sind dies flache Kupferstreifen, die in der Mitte aufgeschnitten und dann nach entgegengesetzter Richtung gebogen werden, wie es in der Figur 85 c angegeben ist. Der Schlitz geht nicht ganz durch das Band hindurch, so dass ein kleines Stück an dem einen Ende in der vollen Breite erhalten bleibt. Hier sind

zwei V-förmige Einschnitte in dem Blech angebracht, damit es von isolirenden Backen gehalten werden kann. Die freien Enden des Bandes sind an die Enden der Stäbe gelöthet; diese bestehen aus je drei Kupferstreifen von 1,6 mm Dicke und 7,9 mm Höhe. Der Querschnitt eines Stabes ist also $3 \times 1,6 \times 7,9 = 12,6$ qmm; es entspricht dies einer Stromdichte von 2,7 Am auf 1 qmm.

Der Widerstand der Ankerwicklung von Bürste zu Bürste beträgt 0,014 Ohm.

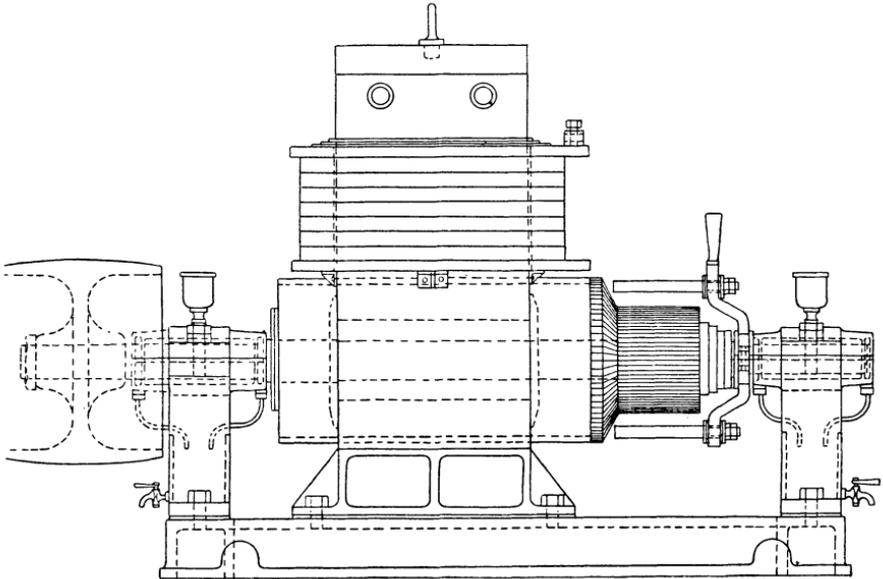
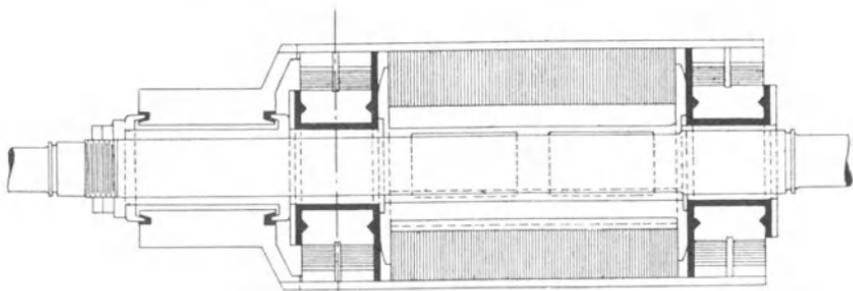
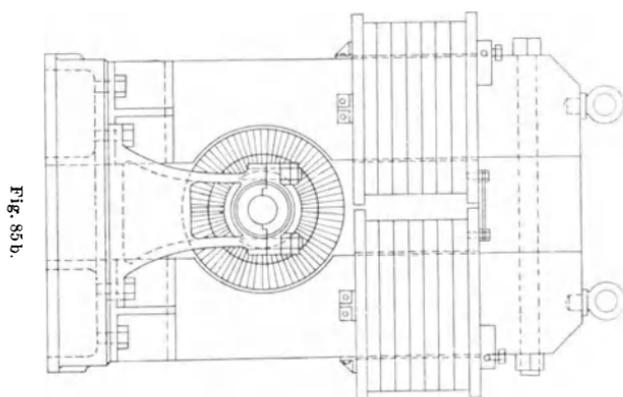


Fig. 85 a.

Die Feldmagnete werden von rechteckigen Eisenstäben von $17,8 \text{ cm} \times 33,0 \text{ cm} = 587,4$ qcm Querschnitt gebildet und tragen eine Nebenschlusswicklung von 2400 Windungen und ausserdem noch eine direkte Wicklung von 14 Windungen aus Kupferband. Der Widerstand des Nebenschlusses beträgt 13,5 Ohm und der der direkten Windungen 0,0021 Ohm.

Aus diesen Daten ergibt sich die Stromstärke im Nebenschluss zu 5,9 Am und der Spannungsverlust in den direkten Windungen zu 0,42 V. Die elektromotorische Kraft, die für eine Leistung von 200 Am bei 80 V erforderlich ist, findet man folgendermaassen:



$$\begin{aligned} \text{Spannung an den Bürsten} &= \text{Klemmenspannung} \\ &+ \text{Verlust in der direkten Wicklung} \\ &= 80 + 0,42 = 80,42 \text{ Volt.} \end{aligned}$$

$$\text{Spannungsverlust im Anker} = 205,9 \times 0,014 = 2,88 \text{ Volt.}$$

$$E = 80,42 + 2,88 = 83,3 \text{ Volt.}$$

Die Anzahl aller nutzbaren Kraftlinien ergibt sich nach Formel (32) zu

$$E = F z \frac{n}{60} 10^{-8}$$

$$F = 6\,132\,000 \text{ C. G. S.-Einheiten.}$$

Die mittlere Dichte der Kraftlinien im Ankerkern ist

$$\mathfrak{B}_a = \frac{6\,132\,000}{426} = 14\,400,$$

und nehmen wir eine Streuung von 33% an, so ist die Induktion in den Magneten

$$\mathfrak{B}_m = 13\,700.$$

Die gesammte erregende Kraft setzt sich zusammen aus der der Nebenschlusswicklung ($5,9 \times 2400$) und der der direkten Windungen (200×14) und ergibt sich zu

$$X = 16\,960 \text{ Ampèrewindungen.}$$

Der elektrische Wirkungsgrad der Maschine wird vom Fabrikanten zu 92,5% angegeben.

73. Dynamomaschine von Johnson und Phillips.

Die Dynamomaschine von Johnson und Phillips, die in Fig. 86 a und b gezeichnet ist, gehört einem Typus an, der besonders für Maschinen von geringer oder mittlerer Grösse beliebt ist. Jede Fabrik konstruiert natürlich die Einzelheiten der Maschinen nach eignen Ideen; doch kann die in Fig. 56c dargestellte Anordnung des Feldes als die allgemeine Form gelten. Ein Blick auf Fig. 57 und auf die Tabelle von S. 159 lehrt uns, weshalb dieser Typus bei dem Bau von Dynamomaschinen so sehr bevorzugt wird. Einmal ist die Konstruktion in mechanischer Beziehung fest und einfach, sodann ist die Kupfermasse für die erregenden Windungen gering, und der Kommutator und die Lager befinden sich in passender Höhe. Hierzu kommt, dass die Grundplatte der Maschine zugleich als Joch dienen

kann und dass keine Stützen aus Bronze für die Feldmagnete erforderlich sind.

Die abgebildete Maschine ist für eine Leistung von 15 Kilowatt bei 870 Umdrehungen in der Minute bestimmt. Die Klemmenspannung beträgt 140 V. Der Ankerkern ist in gewöhnlicher Weise aus schmiedeeisernen Blechen zusammengesetzt, die von einander isolirt und an drei Fortsätzen einer Nabe befestigt sind. An den Enden werden die Bleche durch Backen zusammengehalten, die ebenfalls aus Speichen und einer Nabe bestehen, so dass die Luft in den Zwischenräumen der Speichen von einem Ende zum andern

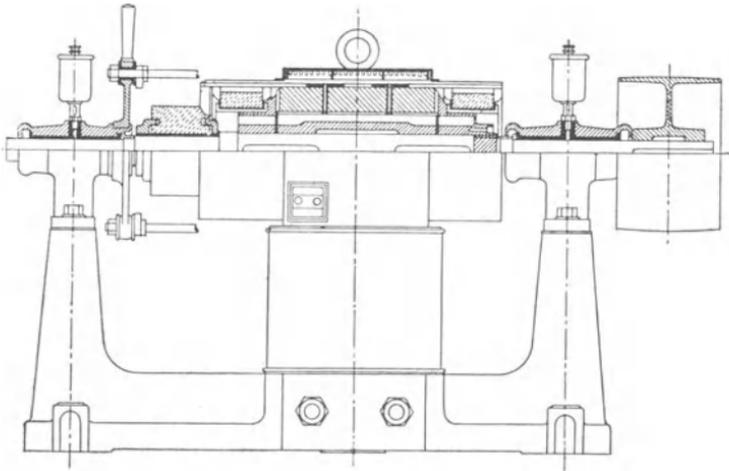


Fig. 86 a.

frei durch den Anker streichen kann; diese Bewegung der Luft wird noch durch die ventilirende Wirkung der Verbindungsstücke zwischen dem Kommutator und den Ankerstäben unterstützt. Bei den Ankern, die an ihren Stirnflächen vollständig geschlossen sind, kann die im Kern erzeugte Wärme nur durch die äussere Oberfläche entweichen, d. h. durch die Kupferleiter und deren Isolation; ist aber eine Ventilation an den Stirnflächen vorgesehen, so wird eine beträchtliche Wärmemenge, die von der Hysterisis und den Wirbelströmen in dem Kern herrührt, durch die Luft direkt abgeführt. In Folge dessen wird die Wicklung nicht so stark erwärmt. Ferner ist bei der vorliegenden Maschine noch eine Ventilation in radialer

Richtung vorhanden. Zu diesem Zweck sind zwischen den dünnen Eisenblechen paarweise stärkere angebracht, die durch Fiberstücke in einer bestimmten Entfernung von einander gehalten werden, so dass Luftkanäle zwischen je zwei der stärkeren Platten entstehen. Nach aussen hin tragen die Platten Vorsprünge oder Zähne, die durch die Wicklung hindurchragen, aber von ihr durch Fiber und Glimmer isolirt sind. Von der Ventilation abgesehen, haben die stärkern Platten aber besonders den Zweck, die Drehung der Achse sicher auf die äussern Leiter zu übertragen. Wir haben im vierten

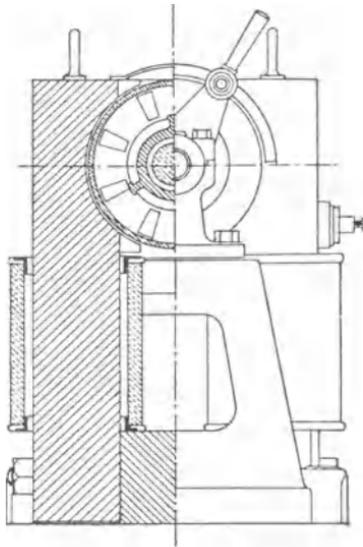


Fig. 86 b.

Kapitel gezeigt, welche Kraft nöthig ist, um einen Leiter, den ein bestimmter Strom durchfliesst, durch ein magnetisches Feld von gegebener Intensität zu bewegen. Es ergab sich, dass in einem Felde von 5000 C. G. S.-Einheiten auf jedes Meter eines Drahtes, durch den 100 Am fließen, ein Zug von 5 kg* ausgeübt wird. Für das Feld der Dynamomaschine können wir im Durchschnitt einen Zug von 0,05 kg* für jedes Ampère-Meter eines Leiters annehmen. So wirkt bei einer zweipoligen Maschine, deren Anker eine Länge von 30,4 cm hat, auf jeden Leiter unter den Polschuhen (d. h. auf 75% aller Leiter) ein Zug von 1,6 kg*, wenn der ge-

sammte Ankerstrom 200 Am beträgt. Auf einen einzigen Leiter kommt also freilich keine grosse Kraft; bedenkt man aber, dass die Zahl der Leiter bis auf mehrere Hundert steigen kann, so ist die Summe aller dieser Kräfte ziemlich beträchtlich.

Ferner muss man berücksichtigen, dass eine Dynamomaschine oft einem Kurzschluss oder einer sonstigen Misshandlung ausgesetzt ist, wodurch die Stromstärke und also auch die mechanische Beanspruchung der Leiter viel grösser wird, als während des gewöhnlichen Betriebs; aus diesem Grunde ist es sehr wichtig, den Anker stark und widerstandsfähig zu bauen.

Die abgebildete Maschine besitzt zwei Paare stärkerer Bleche, von denen jedes Paar vier Fortsätze hat. Die gesammte Kraft, die erforderlich ist, um die Leiter durch das Feld zu treiben, vertheilt sich deshalb auf acht Fortsätze. Welche Kraft muss während des regelmässigen Betriebs jeder davon aushalten? Nehmen wir für die Rechnung, die wir natürlich nur angenähert ausführen können, an, dass die Maschine einen Wirkungsgrad von 85% hat, so werden von der Achse bei 870 Umdrehungen in der Minute $15:0,85 = 17,6$ Kilowatt oder ziemlich 23,6 P. S. übertragen. Ein kleiner Theil dieser Kraft geht in den Lagern und im Ankerkern verloren, gelangt also nicht zu den Leitern. Doch können wir diesen Verlust unberücksichtigt lassen, da in Folge von unvollkommener Anfertigung schon von Anfang an Druckkräfte auf die Fortsätze wirken, die sich nicht in Rechnung setzen lassen. Es kommen also im Durchschnitt 3 P. S. auf jeden Fortsatz. Nun hat der Anker einen Durchmesser von 25,4 cm und eine Länge von 30,4 cm, während die Scheiben 5 cm breit sind. Die Geschwindigkeit, bei der die Triebkraft übertragen wird, beträgt deshalb

$$\frac{25,4 \pi}{100} \times 870 \sim 694 \text{ m in der Minute}$$

und die gesuchte Kraft ist daher

$$P = \frac{75 \times 3 \times 60}{694} \sim 19 \text{ kg}^*.$$

Das Eisen des Ankerkerns hat einen Querschnitt

$$A_a = 255 \text{ qcm},$$

und es befinden sich 216 Drähte auf dem Anker; die Querverbindungen bestehen aus halbkreisförmigen Kupferbändern, an deren

Enden Stifte sitzen. Die Bänder sind alle isolirt und spiralförmig nebeneinander in dem isolirten Hohlraum eines gusseisernen Kastens angeordnet. Die Stifte sind rechtwinklig zu der Fläche der Bänder umbogen und bilden so an jedem Ende des Kastens eine Reihe von Verbindungsstücken, mit denen die Enden der entsprechenden Stäbe verlöthet sind.

Der Widerstand der Ankerwicklung beträgt im warmen Zustande 0,051 Ohm und der des Nebenschlusses (1452 Windungen auf jedem Schenkel) 26,05 Ohm. Die Magnete werden von rechteckigen Stäben von 28,5 cm Breite und 14 cm Dicke gebildet und haben einen Querschnitt

$$A_m = 400 \text{ qcm.}$$

Bei 140 V fliesst ein Ankerstrom von 107 Am durch den äussern Kreis, hierzu kommen noch $140 : 26,05 = 5,37$ Am für die Erregung der Magnete, so dass im Ganzen ein Strom von 112,4 Am zu Stande kommt; der Spannungsverlust im Anker beträgt 5,7 V. Die gesammte nützliche Feldstärke er giebt sich aus Formel (33)

$$E = F z \frac{n}{60} 10^{-8},$$

$$145,7 = 216 \times 870 \times 10^{-8} F,$$

$$F = 4640000 \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Der elektrische Wirkungsgrad der Maschine ist das Verhältnis der Leistung zu der elektrischen Energie, die in der Ankerwicklung erzeugt wird, also

$$\eta = \frac{140 \times 107}{145,7 \times 112,4} \sim 91,5 \%$$

Bei den beiden hier behandelten Beispielen ist der elektrische Wirkungsgrad angegeben, um die Art seiner Berechnung zu erläutern. In der Wirklichkeit ist meistens der mechanische (oder, wie er zuweilen heisst, der kommerzielle) Wirkungsgrad von Bedeutung. Daher wird es zweckmässig sein, noch ein anderes Beispiel zu betrachten, bei dem der mechanische Wirkungsgrad nach der im letzten Kapitel beschriebenen Methode bestimmt ist. Es handelt sich hier gleichfalls um eine Dynamomaschine von Johnson & Phillips, die dem in Fig. 86 dargestellten Typus angehört, aber grösser ist. Der Ankerkern hat einen Durchmesser von 35,5 cm

und eine Länge von 47,3 cm; die radiale Tiefe des Kerns beträgt 7,6 cm und die Leistung 42 Kilowatt (600 Am bei 70 V) bei 470 Umdrehungen in der Minute. Die Magnete haben gemischte Wicklung für konstante Klemmenspannung. Die erregende Kraft der Nebenschlusswicklung ist gleich 20000, die der direkten Windungen gleich 10000 Ampèrewindungen. Der Spannungsverlust in den direkten Windungen beträgt 1 V und der Stromverlust im Nebenschluss 13,6 Am. Die Ankerwicklung besteht aus 84 getheilten Stäben, und der Querschnitt der Querverbindungen ist um 70 % grösser als der von den Stäben. Der gesammte Widerstand von Bürste zu Bürste beträgt warm 0,0036 Ohm. Aus diesen Daten ergibt sich

Energieverlust im Nebenschluss	970 Watt
" in den direkten Windungen	600
" in Folge des Ankerwiderstands	1358
Insgesamt	2928 Watt.

Der elektrische Wirkungsgrad der Maschine ist deshalb

$$\frac{42\,000}{42\,000 + 2928} \sim 93,4\%$$

Der mechanische Wirkungsgrad ist natürlich kleiner, weil zu den vom Widerstand der Anker- und Magnetwicklung absorbirten 2928 Watt noch der Verlust hinzukommt, der von der magnetischen und mechanischen Reibung, sowie von den Wirbelströmen herrührt. Dieser Verlust wurde in der oben angegebenen Weise bestimmt.

Das Feld der Maschine wurde besonders erregt und ein Strom durch den Anker der Maschine geschickt, so dass sie eben als Motor lief. Tragen wir nun die Stromstärken als Funktion der Geschwindigkeit auf, so erhalten wir eine gerade Linie, die die Ordinatenachse im Punkte $i = 9,2$ Am schneidet. Diese Stromstärke ist also bei jener besondern Erregung erforderlich, um die Reibung zu überwinden. Wurde die Spannung auf 73 V gesteigert, so betrug die Geschwindigkeit 464 Umdrehungen in der Minute und die Stromstärke 17 Am. Wir haben deshalb

Gesamter Verlust	$W = 17 \times 73 = 124$ Watt
Verlust durch Reibung	$W_n = 9,2 \times 73 = 67,6$
" " Wirbelströme	$W_f = 7,8 \times 73 = 56,4$

Diese Verluste beziehen sich natürlich nur auf die Geschwindigkeit von 464 Umdrehungen in der Minute. Es ist jedoch nicht nöthig, den Versuch für andere Werthe der Geschwindigkeit zu wiederholen, da das Gesetz bekannt ist, nach dem sich der Verlust mit der Geschwindigkeit ändert. Wir haben oben gezeigt, dass sich die Verluste in Folge der Reibung proportional der ersten und die Verluste in Folge von Wirbelströmen proportional der zweiten Potenz der Geschwindigkeit ändern. Wir haben also

$$W_h = h n$$

und

$$W_f = f n^2,$$

wenn n die Zahl der Umdrehungen in der Minute und h und f noch zu bestimmende Koeffizienten bedeuten. Um grosse Zahlen zu vermeiden, setzt man besser statt n die Grösse $\frac{n}{100}$ und erhält

$$W_h = h \frac{n}{100}$$

und

$$W_f = f \left(\frac{n}{100} \right)^2.$$

Die Koeffizienten h und f ergeben sich aus den beobachteten Werthen für W_h und W_f , und zwar ist

$$h = 144,2 \quad \text{und} \quad f = 26,5.$$

Hieraus findet man für 470 Umdrehungen in der Minute

$$W_h = 144,2 \times 4,70 = 680 \text{ Watt},$$

$$W_f = 26,5 \times (4,70)^2 = 583 \text{ Watt}$$

oder insgesamt 1263 Watt, wenn die Maschine mit 470 Umdrehungen in der Minute leer läuft. Wenn wir annehmen, dass der Verlust in Folge von Wirbelströmen um 30 % zunimmt, sobald die Maschine mit voller Belastung läuft, so gehen 1439 Watt verloren. Fügen wir hierzu noch 2928 Watt, die durch den Widerstand der Feld- und Ankerwicklung verloren gehen, so beläuft sich die Summe aller Verluste auf 4367 Watt. Der mechanische Wirkungsgrad der Maschine ist deshalb bei voller Belastung

$$\eta = \frac{42\,000}{46\,367} \sim 90,5\%.$$

74. Die Oerlikoner Dynamomaschine.

Die Oerlikoner Maschine (Fig. 87 a und b) bietet ein sehr interessantes Beispiel der besten neuern Maschinen mit hoher Spannung und langsamem Gang. Es handelt sich hier um den Generator der Kraftübertragungsanlage zu Innsbruck, die von den Oerlikoner Werken (Schweiz) gebaut wurde. Die Maschine hat 10 Pole, und ihre Achse steht senkrecht, so dass sie direkt mit der

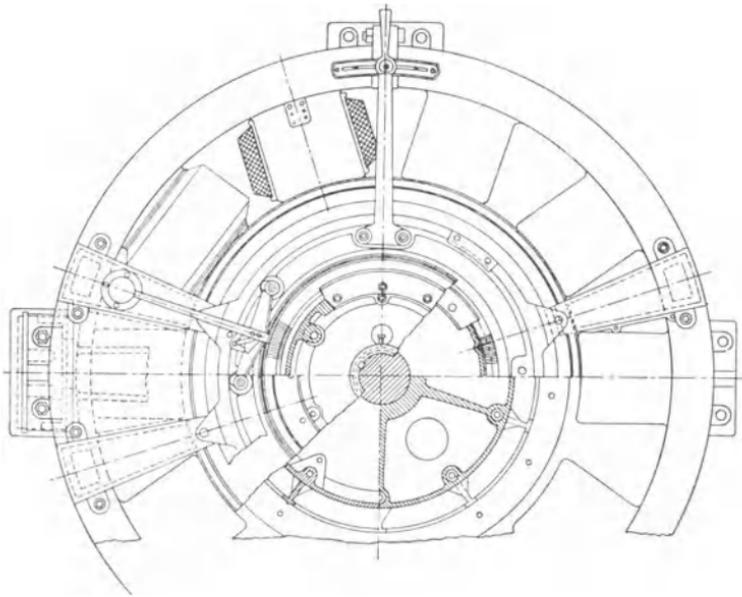


Fig. 87 a.

Turbinenachse gekuppelt werden kann. Die Leistung beträgt 240 Kilowatt bei 1550 Volt und die Geschwindigkeit 230 Umdrehungen in der Minute. Die Maasse können aus den Zeichnungen entnommen werden, die im Maassstab von $\frac{1}{24}$ angefertigt sind; zur Bequemlichkeit des Lesers wollen wir jedoch noch einige der hauptsächlichsten Abmessungen besonders angeben. Das ringförmige Joch mit den Magneten bildet zwei Gussstücke, die Polschuhe fehlen. Der äussere Durchmesser des Jochs beträgt 2,565 m, seine Breite 0,609 m und die Dicke 0,162 m. Die Magnete ragen um 0,324 m

nach Innen, und ihr rechteckiger Querschnitt ist gleich $0,533 \times 0,324$ qm. Der äussere Durchmesser des Ankerkerns beträgt 1,5 m, seine Länge

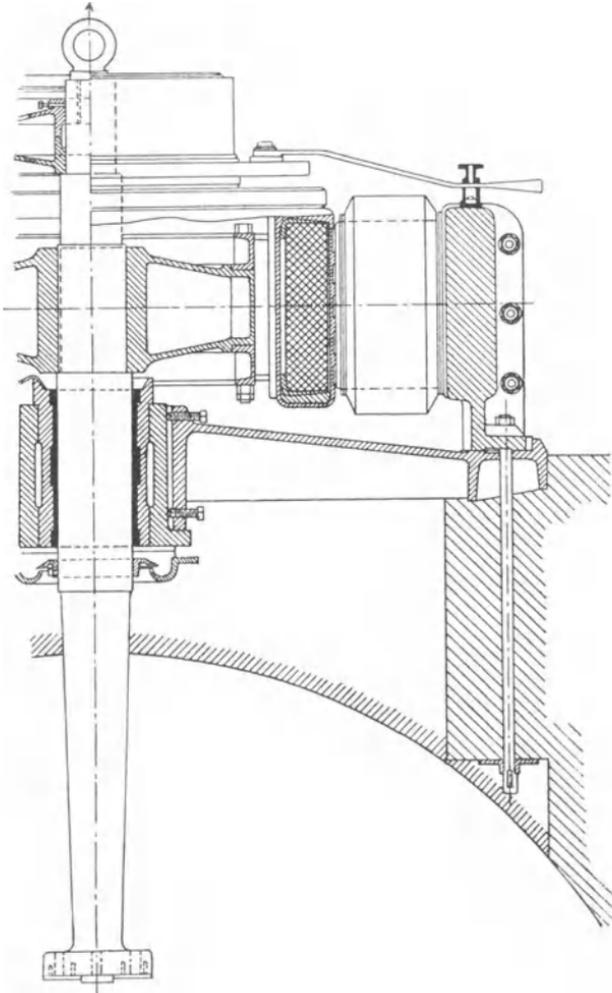


Fig. 87 b.

0,533 m und seine radiale Tiefe 0,14 m. Hieraus ergibt sich eine Umfangsgeschwindigkeit von 1080 m in der Minute. Der Luftzwischenraum beträgt 20 mm, und der freie Raum zwischen der

äussersten Lage des Bindedrahts und den Polen ist nur 3 mm breit. Offenbar muss bei einem so grossen Durchmesser und einem so kleinen freien Luftzwischenraum eine besondere Sorgfalt auf die Genauigkeit der Arbeit verwandt werden.

Der Anker besitzt eine Ringwicklung mit Serienschaltung, und die Endverbindungen befinden sich unmittelbar über dem Anker. Hieran schliesst sich alsdann sogleich der Kommutator, dessen Durchmesser gleich 0,914 m und dessen Länge gleich 0,254 m ist. Jenseits des Kommutators ist kein Lager mehr nöthig, da die Bürsten auf einem Ring sitzen, der mittelst vier Klammern an dem Joche befestigt ist.

Fünfzehntes Kapitel.

75. Einfachster Fall einer Wechselstrommaschine. — 76. Messung der elektromotorischen Kraft. — 77. Die Dynamomaschine von Fawcus & Cowan. — 78. Elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen. — 79. Selbstinduktion im Anker der Wechselstrommaschinen. — 80. Graphische Darstellung von Wechselstromproblemen. — 81. Energie eines Wechselstromes. — 82. Bedingungen für das Maximum der Energie. — 83. Anwendung auf Motoren.

75. Einfachster Fall einer Wechselstrommaschine.

Dreht sich ein geschlossener Leiter so in einem magnetischen Felde, dass er Kraftlinien schneidet, so wird er der Sitz einer elektromotorischen Kraft von wechselnder Richtung. Eine Maschine, bei der sich ein solcher Vorgang abspielt, ist eine Wechselstrommaschine. Die denkbar einfachste Form einer solchen Maschine ist ein metallischer Ring oder eine Drahtspule, welche um ihren vertikalen Durchmesser im Erdfelde rotirt. Wenn die Windungsebene der Spule senkrecht zum Meridian steht, so werden keine Linien geschnitten, während in dem Augenblicke, wo die Windungsfläche durch den Meridian geht, die Anzahl der geschnittenen Kraftlinien und dem zu Folge auch die erzeugte elektromotorische Kraft ein Maximum ist. Die elektromotorische Kraft, welche natürlich in der Spule ihre Richtung wechselt, kann dazu verwandt werden, durch jeden beliebigen Leiter, der mit ihren Enden verbunden ist, einen Wechselstrom zu schicken. Wir könnten z. B. annehmen, die beiden Enden des Drahtes, der die Spule bildet, wären, wie Fig. 88 zeigt, mit dem Kohlenfaden einer Glühlampe verbunden. Diese Anordnung würde eine sehr einfache elektrische Lichtanlage darstellen, wenn es sich ermöglichen lässt, den Apparat mit der nöthigen Geschwindigkeit zu betreiben. Dass dies jedoch ganz un- ausführbar ist, zeigt die folgende Berechnung. Nehmen wir an, die

Spule sei aus 1000 Windungen gebildet und habe einen Durchmesser von 1 m, so müsste sie 20000 Umdrehungen in der Minute machen, um eine Glühlampe für 100 V zu betreiben. Wählen wir die Drehungsachse horizontal und rechtwinklig zum magnetischen Meridian, so liessen sich 100 V schon mit 8000 Umdrehungen in der Minute erzeugen; wir haben hier deshalb eine geringere Geschwindigkeit nöthig, weil wir die gesammte Intensität des Erdmagnetismus benutzen und nicht nur die horizontale Komponente desselben, wie im ersten Falle. Aber dennoch ist das Feld für

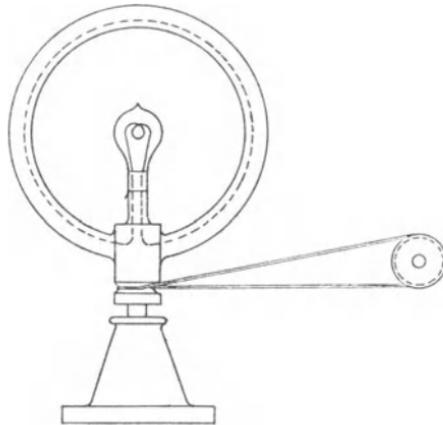


Fig. 88.

jeden praktischen Zweck viel zu schwach, und um eine wirklich brauchbare Maschine zu erhalten, müssen wir ein künstlich erzeugtes Feld benutzen.

Nehmen wir daher an, wir hätten auf irgend eine Weise ein gleichförmiges Feld von hinreichender Stärke erzeugt. In dieses Feld bringen wir jetzt den durch Fig. 88 dargestellten Apparat, ersetzen jedoch die Lampe durch zwei Kontaktringe, an denen der äussere Stromkreis anliegt, sodass wir die erzeugte elektromotorische Kraft messen können. f möge die Windungsfläche der Spule sein, z die Anzahl der Windungen, ω die Winkelgeschwindigkeit bei n Umdrehungen in der Minute und \mathfrak{B} die Stärke des Feldes. Um die Lage der Spule in jedem Augenblicke angeben zu können, müssen wir von einer bestimmten Anfangslage ausgehen und wählen hierfür, wie allgemein üblich, die Stellung, in der sich die Spule rechtwinklig

zur Richtung des Feldes befindet. In dieser Lage hat die Zahl der Kraftlinien, welche durch die Spule verlaufen, ihren höchsten Werth, nämlich $\mathfrak{H} = \mathfrak{H} f$, die elektromotorische Kraft ist dagegen Null. Hat sich die Spule in der Zeit t um den Winkel α gedreht, so ist die Zahl der Kraftlinien, die durch die Spule verlaufen, $\mathfrak{H}_\alpha = \mathfrak{H} \cos \alpha$, und die augenblickliche elektromotorische Kraft, die diesem Zeitpunkt entspricht, ist

$$e = -z \frac{d\mathfrak{H}_\alpha}{dt} = -z \mathfrak{H} \frac{d(\cos \alpha)}{dt}.$$

Da nun $\alpha = \omega t$ und $\omega = 2\pi n$ ist, so wird

$$e = 2\pi n z \mathfrak{H} \sin \alpha.$$

Dies ist augenscheinlich eine veränderliche Grösse, welche für $\alpha = 0$ verschwindet und für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ein Maximum ist, das wir mit

$$E = 2\pi n z \mathfrak{H}$$

bezeichnen.

Die augenblickliche elektromotorische Kraft e lässt sich nun durch die folgenden Ausdrücke als Sinus-Funktion der maximalen elektromotorischen Kraft darstellen, wenn man mit T die Dauer einer vollen Umdrehung bezeichnet:

$$e = E \sin \alpha;$$

$$e = E \sin (2\pi n t);$$

$$e = E \sin \left(2\pi \frac{t}{T} \right).$$

Für die Praxis ist indessen nicht die augenblickliche, sondern die *effektive*¹⁾ *elektromotorische Kraft* von Wichtigkeit. Man setzt die effektive Spannung eines Wechselstroms gleich der konstanten Spannung eines Gleichstroms, wenn beide in einem Leiter von bestimmtem Widerstand dieselbe Wärmemenge erzeugen. Man kann daher ohne Weiteres die effektive Spannung eines Wechselstroms mit einem kalorimetrischen Spannungsmesser bestimmen, dessen Wirkung ja auf der Wärmeerzeugung des Stromes beruht. Oder haben wir zwei von einem Wechselstrom durchflossene Leiter, zwischen denen die

1) Die Bezeichnung „effektiv“ für Spannung und Stromstärke wurde 1889 auf dem Pariser Kongress angenommen.

effektive Spannung von 100 V konstant gehalten wird, so muss eine zwischen diese geschaltete Glühlampe dieselbe Leuchtkraft besitzen, als wenn ein Gleichstrom von 100 V Spannung sie durchflösse.

76. Messung der elektromotorischen Kraft.

Wir haben jetzt zu untersuchen, in welcher Beziehung die effektive elektromotorische Kraft zur maximalen steht. Um dieselbe Helligkeit mit der Glühlampe zu erzeugen, ob sie mit Gleich- oder Wechselstrom gespeist wird, ist natürlich nöthig, dass in beiden Fällen dieselbe Energiemenge in der Zeiteinheit verzehrt wird. Der Widerstand des Kohlenfadens hängt von der Temperatur ab und diese wieder von der Stromstärke, sodass seine Temperatur und sein Widerstand bei Anwendung von Wechselströmen gewissen Schwankungen unterworfen sind. Hat jedoch der Strom eine hohe Wechselzahl (z. B. 100 bis 200 in der Sekunde), so ist die Widerstandsveränderung zu vernachlässigen, weil die Zeit zwischen zwei Stromwellen zu kurz ist, als dass sich der Faden abkühlen könnte. Wir dürfen daher den Widerstand als konstant annehmen und ihn dem gleichsetzen, den der Kohlenfaden besitzt, wenn ihm ein Gleichstrom von derselben Energie zugeführt wird. Der Widerstand des Kohlenfadens sei w , und als Zeiteinheit nehmen wir die Zeitdauer T einer vollen Periode des Wechselstroms an. Die Arbeit, die ein Gleichstrom von der Spannung e in dieser Zeit leistet, ist offenbar

$$A = \frac{e^2}{w} T \text{ Watt-Sekunden.}$$

Die entsprechende Arbeit des Wechselstromes ist

$$A = \int_0^T \frac{E^2}{w} \sin^2 \left(2\pi \frac{t}{T} \right) dt = \frac{1}{2} \frac{E^2}{w} T \text{ Watt-Sekunden.}$$

Die Beziehung der effektiven Spannung zur maximalen wird daher durch folgende Formel ausgedrückt:

$$e = \frac{E}{\sqrt{2}}.$$

Ein anderer Beweis für diese Formel, der hier nachfolgen soll, rührt von Blakesley her. Um die Arbeit zu bestimmen, welche die durch Fig. 88 dargestellte Spule während einer Umdrehung

leistet, denken wir uns die Periode in eine grosse Anzahl kleiner Theile getheilt und addiren die Arbeitsbeträge, die in den aufeinanderfolgenden kleinen Zeiträumen geleistet werden. Wenn wir, anstatt jede Stellung der Spule einzeln für sich zu betrachten, sie in Verbindung mit der um 90° vorwärts gelegenen in Rechnung setzen, so erhalten wir den doppelten Betrag der Arbeit. Die Leistung der Spule ist in dem Augenblicke, wo sie sich um den Winkel α gedreht hat, $\frac{E^2}{w} \sin^2 \alpha$, und in der konjugirten Stellung, die dem Winkel $\alpha + \frac{\pi}{2}$ entspricht, $\frac{E^2}{w} \cos^2 \alpha$. Die Summe dieser beiden Leistungen ist offenbar $\frac{E^2}{w}$, und dies gilt für jede Lage der Spule. Wir finden daher als Ausdruck für die Leistung der Spule

$$\frac{e^2}{w} = \frac{1}{2} \frac{E^2}{w},$$

und demnach

$$e = \frac{E}{\sqrt{2}}.$$

Die effektive elektromotorische Kraft unserer Wechselstrommaschine beträgt daher

$$e = \frac{2 \pi n z}{\sqrt{2}} \wp 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es ist zweckmässig, diese Gleichung auf dieselbe Form zu bringen, wie die für die elektromotorische Kraft einer zweipoligen Gleichstrommaschine. Wir führten als Zahl der Ankerdrähte damals nicht die Zahl der vollen Windungen, sondern die der wirksamen Leiter auf dem Anker ein. Da sich jede Windung aus zwei wirksamen Leitern zusammensetzt, so stellt die Zahl z in obiger Gleichung in Wirklichkeit $2z$ wirksame Drähte dar; oder wenn wir die Zahl der wirksamen Drähte wie bei den Gleichstrommaschinen mit z bezeichnen, so müssen wir $\frac{z}{2}$ statt z in obiger Gleichung einführen. Ferner ist es zweckmässig, die Geschwindigkeit nicht durch Umdrehungen in der Sekunde, sondern in der Minute auszudrücken. Die effektive elektromotorische Kraft einer Wechselstrommaschine wird demnach

$$e = \frac{6,28}{1,41} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{z}{2} \wp 10^{-8} \text{ Volt}$$

oder

$$e = 2,22 \frac{n}{60} z \zeta 10^{-8} \text{ Volt.} \dots \dots (43)$$

Diese Formeln gelten natürlich auch für zweipolige Wechselstrommaschinen, vorausgesetzt, dass das Feld zwischen den Polen gleichförmig ist. Eine derartige Maschine stellt Fig. 89 dar. Diese Anordnung ist indessen noch nicht vollkommen. Um ein gleichförmiges Feld zu erhalten, muss die Entfernung zwischen den Polflächen N und S nothwendiger Weise gross sein. Wenn das Feld daher auch stärker als das der Erde ist, so ist es doch bedeutend schwächer als bei Dynamomaschinen.

Um die Maschine in dieser Hinsicht zu verbessern, hat man dieselben Mittel wie bei Gleichstrommaschinen anzuwenden — man

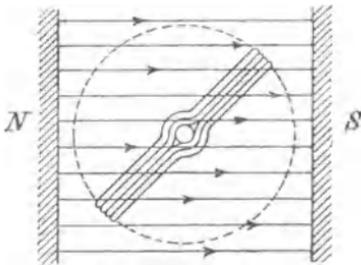


Fig. 89.

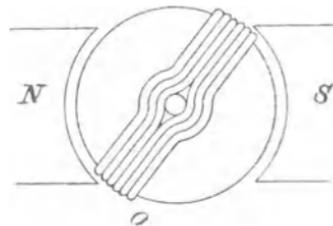


Fig. 90.

muss einen Eisenkern im Anker benutzen und die Polschuhe so gestalten, dass der Weg, den die Kraftlinien in der Luft zurückzulegen haben, möglichst kurz wird. Dies führt zu der in Fig. 90 dargestellten Anordnung. Es drängt sich jedoch die Frage auf, ob Formel (43) auch den richtigen Werth für die elektromotorische Kraft einer derartigen Maschine liefern würde. Diese Formel beruhte auf der Annahme, dass sich die Zahl der Kraftlinien, welche durch die Spule verlaufen, stetig wie eine Sinus-Funktion ändert. Dies kann natürlich für eine Maschine von der durch Fig. 90 dargestellten Form nicht gelten. Das Feld, das die Drähte der Spule durchschneiden, ist nun auf den Raum zusammengedrängt, der zwischen den Polschuhen liegt. Bewegt sich die Spule völlig innerhalb dieses Feldes, so muss die elektromotorische Kraft nahezu konstant bleiben, befindet sie sich jedoch ausserhalb desselben, so muss sie Null sein. Während des Ein- und Austretens wird ein rasches

Ansteigen und Sinken der elektromotorischen Kraft stattfinden. Die Kurve der elektromotorischen Kraft wird daher nicht so stetig verlaufen wie die Kurve A der Fig. 91, sondern mehr wie die gebrochene Linie B. In dieser Figur sind die Winkelstellungen der Spule als Abscissen und die entsprechenden elektromotorischen Kräfte als Ordinaten aufgetragen; in beiden Fällen gehen wir von der vertikalen Lage der Spule aus, wo die elektromotorische Kraft Null ist.

Die genaue Gestalt der gebrochenen Linie hängt von der Breite der Spule und von der Bogenlänge der Polschuhe ab und kann in jedem Falle leicht bestimmt werden. Ist sie gefunden, so erhält man die effektive elektromotorische Kraft, wenn man eine zweite

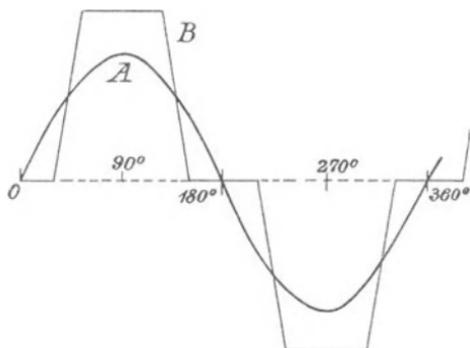


Fig. 91.

Linie zeichnet, deren Ordinaten die Quadrate der Ordinaten von B darstellen, und die Fläche zwischen dieser Linie und der Abscissenachse misst. Die Höhe eines Rechteekes von gleichem Inhalt und gleicher Grundlinie stellt dann das Quadrat der effektiven elektromotorischen Kraft dar.

Es würde ermüden und gewiss unnötig sein, dies für jeden einzelnen Fall durchzuführen. Haben wir ein für alle Mal die Beziehung der effektiven zur maximalen elektromotorischen Kraft für eine Maschine abgeleitet, bei der die Breite der Spule und die Bogenlänge der Polschuhe in bestimmtem Verhältnis zu einander stehen, dann muss dieselbe Beziehung auch für alle ähnlich konstruierten Maschinen Gültigkeit haben. Es genügt daher, einige wenige Typen zu untersuchen, die eine besonders charakteristische Anordnung zeigen.

Bisher wurde stillschweigend die Annahme gemacht, dass die Wechselstrommaschine einen Trommelanker besitzt. Ein Blick auf Fig. 92 zeigt jedoch, dass sich ein Ringanker ebenso gut anwenden lässt. Wir haben nur zwei gegenüberliegende Punkte *a* und *b* der Wicklung mit zwei Kontakttringen zu verbinden, um von diesen Wechselströme abnehmen zu können. Befindet sich der Anker in

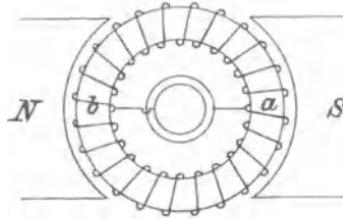


Fig. 92.

der durch die Figur dargestellten Lage, so ist die elektromotorische Kraft an den Kontakttringen Null. Während sie jedoch in Fig. 90 längere Zeit diesen Werth beibehält, besitzt sie ihn in Fig. 92 nur einen Augenblick. Den Verlauf der elektromotorischen Kraft einer solchen Maschine stellt Fig. 93 dar. Die Linie *B* schneidet hier die Abscissenachse ohne Unterbrechung der Stetigkeit. Die elektro-

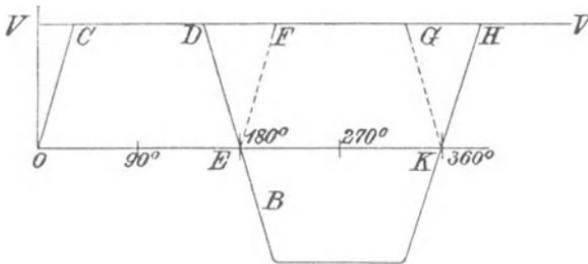


Fig. 93.

motorische Kraft der Maschine steigt plötzlich von 0 bis *C*, während sich die Windung *a* der untern Kante des Polschuhes *S* nähert. Sie bleibt dann konstant von *C* bis *D*, bis sich die Windung *a* der untern Kante des Polschuhes *N* gegenüber befindet. Hierauf fällt sie plötzlich auf Null und erreicht ein Maximum im Negativen, wenn sich die Windung *a* von der obern Kante des Polschuhes *N* nach oben bewegt u. s. w.

77. Die Dynamomaschine von Fawcus & Cowan.

Trägt der Anker ausser den oben erwähnten Kontaktringen noch einen gewöhnlichen Kommutator, so können wir der Maschine gleichzeitig einen Gleichstrom von derselben Spannung, wie die maximale elektromotorische Kraft, und einen Wechselstrom von der niedrigeren effektiven Spannung entnehmen. Die Spannung des Gleichstroms ist in Fig. 93 durch die Horizontale V dargestellt, die des Wechselstroms durch die gebrochene Linie B, deren negativer Theil der Bequemlichkeit halber durch eine punktirte Linie oberhalb der Abscissenachse aufgetragen ist. Die effektive Spannung des Wechselstroms muss offenbar kleiner als die des Gleichstroms sein; das Verhältnis beider hängt von der Bogenlänge der Polschuhe ab. Beträgt der Winkel, den ein Polschuh einnimmt, 90 Grad, so ist dies Verhältnis 1 : 0,765.

Diese Eigenschaft der Maschine, zwei Ströme verschiedener Spannung zu liefern, haben Fawcus & Cowan in sinnreicher Weise benutzt, um gleichzeitig Lampen zu speisen und Akkumulatoren zu laden. Die einzige Abweichung ihrer Maschine von einer gewöhnlichen Gleichstrommaschine besteht darin, dass zwei gegenüberliegende Theile des Kommutators mit zwei koaxialen Kontaktringen verbunden sind. Während nun die Lampen mit einem Wechselstrom von 100 V effektiver Spannung gespeist werden, kann gleichzeitig eine Akkumulatorenbatterie, die die Beleuchtung übernimmt, wenn die Maschine still steht, mit Gleichstrom von entsprechend höherer Spannung geladen werden. Ferner ist es möglich, auch die Lampen mit Gleichstrom zu betreiben, wenn man nur durch Einschaltung von Widerstand in den Stromkreis der Feldmagnete das Feld hinreichend schwächt.

78. Elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen.

Aus Fig. 91 und 93 entnimmt man sofort, dass man unmöglich Formel (43) ohne weitere Untersuchungen auf die Wechselstrommaschinen anwenden kann, wie sie wirklich gebaut werden. Erstens ist diese Formel nur für zweipolige Maschinen aufgestellt. Wechselstrommaschinen besitzen jedoch meistens eine grosse Anzahl von Polen. Zweitens haben wir eine rotirende Bewegung der Spule angenommen, während bei einer multipolaren Maschine die Drehung

der Spule bei ihrer Bewegung gegen die gleichzeitig erfolgende lineare Verschiebung gering ist. Sind die Pole radial auf einem Kreise angeordnet, wie es stets der Fall zu sein pflegt, so können wir die Drehung der Spule überhaupt vernachlässigen und brauchen nur ihre lineare Verschiebung von einem Pol zum andern ins Auge zu fassen. Ferner müssen wir die Gestalt und die Abmessungen der Polschuhe in Rechnung setzen und den Raum, den die Spulen im Verhältnis zu ihnen einnehmen. Von allen diesen Umständen wird die Gestalt der Linie B in Fig. 91 abhängen, aus der sich die effektive elektromotorische Kraft berechnen lässt.

Besteht die Ankerspule in Fig. 90 nur aus einer einzigen Windung, die also in der Richtung der Bewegung nur geringe Aus-

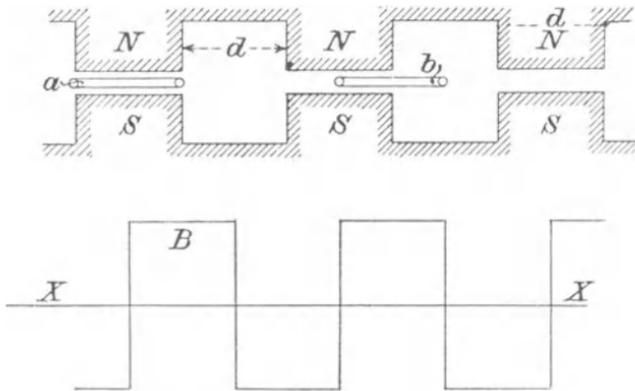


Fig. 94.

dehnung besitzt, so wird offenbar die elektromotorische Kraft während der ganzen Zeit, wo sich der Draht im Bereich des Polschuhes befindet, ihren maximalen Werth beibehalten und beim Verlassen dieses Bereiches plötzlich herabsinken. Könnte man die strömlosen Zeiträume, während derer die elektromotorische Kraft ihre Richtung wechselt, vernachlässigen, so müsste die effektive elektromotorische Kraft den höchsten erreichbaren Werth haben und gleich der maximalen elektromotorischen Kraft sein. Dies lässt sich natürlich in Wirklichkeit nicht erreichen, da sonst die Pole verschiedenen Zeichens unmittelbar aneinander stossen müssten.

Am besten entsprechen dieser Forderung noch die Verhältnisse bei der Mordey'schen Wechselstrommaschine, bei der Felder von

gleicher Richtung mit neutralen Zonen wechseln. In Fig. 94 mögen N und S Pole von rechteckigem Querschnitte sein; a und b bezeichnen zwei Lagen der Spule, die aus einer einzigen Drahtwindung von gleicher Gestalt wie die Begrenzung der Polfläche bestehen soll. In der Stellung a verlaufen die gesammten Kraftlinien des Feldes durch die Windung, und die in ihr erzeugte elektromotorische Kraft ist Null. Einen Augenblick später tritt die linke Seite der Windung in das Feld ein, und die elektromotorische Kraft steigt bis zu ihrem maximalen Werthe an, den sie beibehält, bis die linke Seite der Windung aus dem Felde austritt. In diesem Augenblick ist die elektromotorische Kraft wieder Null; unmittelbar darauf tritt jedoch die rechte Seite der Windung in das nächstgelegene Feld ein, und in Folge dessen nimmt die elektromotorische Kraft sofort wieder ihren maximalen Werth an, jedoch mit anderm Vorzeichen. Bei der weitem Bewegung der Spule wiederholt sich dieser Vorgang; stets ist entweder die rechte oder die linke Seite der Windung in Wirksamkeit, aber nie beide gleichzeitig.

Die effektive elektromotorische Kraft ist somit gleich der maximalen und nach Formel (30) gleich dem Produkt aus der Induktion, aus der Länge der wirksamen Leiter und aus der Geschwindigkeit. Die Maschine möge nun p Pole von quadratischem Querschnitt und mit Kanten von der Länge d besitzen; dieselben Abmessungen sollen auch die zwischen je zwei benachbarten Feldern gelegenen neutralen Zonen haben. Bezeichnet ξ die Anzahl der Kraftlinien, die von jedem Pol zum gegenüberliegenden übertritt, so ist $\frac{\xi}{d^2}$ die Induktion in dem von ihnen gebildeten Felde. Ist der Durchmesser des Ankers D, so ist bei der Anordnung der Maschine der Umfang des Ankers $\pi D = 2pd$ und somit die lineare Geschwindigkeit $\frac{\pi D n}{60} = \frac{2p d n}{60}$, wenn n die Zahl der Umdrehungen in einer Minute ist. Berücksichtigen wir ferner, dass die Länge des für die Induktion wirksamen Drahtes gleich d ist, so ergibt sich für die elektromotorische Kraft der Maschine

$$e = 2 p \xi \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Sind statt einer einzigen Windung auf dem Anker 2 p Windungen angebracht, die sämmtlich hintereinandergeschaltet sind, so wird die

Zahl der wirksamen Drähte $z = 4p$ und die elektromotorische Kraft

$$e = pz \oint \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es ist sehr lehrreich, diesen Ausdruck mit Formel (32) zu vergleichen, welche die elektromotorische Kraft einer zweipoligen Gleichstrommaschine angiebt. Wir haben bereits auseinandergesetzt, das bei multipolaren Maschinen, deren Ankerspulen hintereinandergeschaltet sind, die elektromotorische Kraft in demselben Verhältnis wie die Zahl der Pole wächst. Eine vierpolige Maschine hat zwei Polpaare und liefert die doppelte elektromotorische Kraft, eine sechspolige Maschine hat drei Polpaare und die dreifache elektromotorische Kraft u. s. w. Um die gesammte elektromotorische Kraft eines solchen Ankers zu erhalten, haben wir somit die elektromotorische Kraft, welche sich aus Formel (32) ergibt, mit der Anzahl der Pole von gleichem Vorzeichen zu multipliciren. Hat die Maschine p Nordpole und ebensoviel Südpole, so finden wir als gesammte elektromotorische Kraft

$$e = pz \oint \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt,}$$

also genau denselben Ausdruck wie oben. Unsere Wechselstrommaschine liefert mithin dieselbe effektive elektromotorische Kraft wie eine Gleichstrommaschine, die ebensoviel gleichnamige Pole und wirksame Ankerdrähte besitzt und bei der jeder Feldmagnet von der gleichen Kraftlinienzahl durchsetzt wird. Während jedoch bei der Gleichstrommaschine die Ankerwicklung zwei parallel geschaltete Hälften besitzt, sind sämtliche Windungen auf dem Anker der Wechselstrommaschine hintereinandergeschaltet. Lassen wir daher für beide Maschinen in jedem Leiter dieselbe Stromstärke zu, so wird die Leistung der Wechselstrommaschine nur die Hälfte der andern sein.

Zu diesem Ergebnis gelangten wir unter der Annahme, dass die Breite der Spulenwicklungen in der Bewegungsrichtung des Ankers zu vernachlässigen ist, was in der Praxis jedoch nicht möglich ist. Wenden wir, um die Spannung der Maschine zu erhöhen, Spulen mit vielen Windungen an, so wird der Verlauf der elektromotorischen Kraft etwa durch eine Kurve von der durch Fig. 93 gegebenen Form dargestellt. Um die effektive elektromotorische Kraft

einer solchen Maschine zu bestimmen, müssen wir eine bestimmte Beziehung zwischen der Breite der Pole und der der Spulenwicklung annehmen. Die Breite der ganzen Spule wird man natürlich stets gleich der Polbreite machen, um den Windungsraum möglichst vollständig auszunutzen. Die Breite der Spulenwicklung möge im vorliegenden Falle gleich dem vierten Theile der Polbreite, die Breite des unbewickelten Theiles der Spule also gleich der halben Polbreite sein. Unter dieser Annahme behält die elektromotorische Kraft während der halben Dauer jeder vollen Periode ihren maximalen Werth

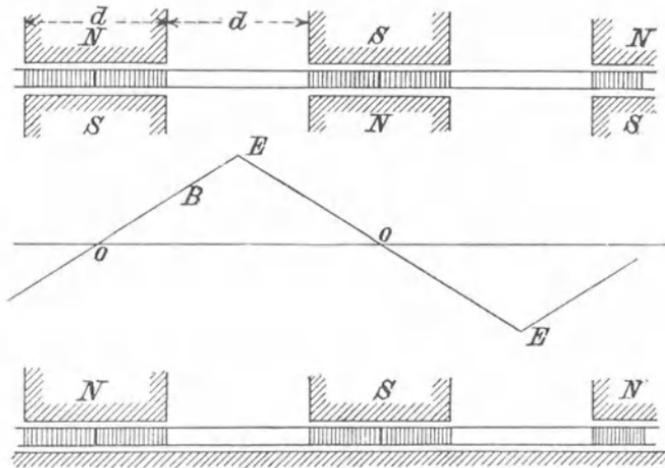


Fig. 95.

bei, den die Theile CD und FG der Linie B in Fig. 93 darstellen. Die Aenderungen der elektromotorischen Kraft, die den geneigten Theilen der Linie B entsprechen, vollziehen sich in der andern Hälfte der Periode. Die effektive elektromotorische Kraft ist nun die Quadratwurzel aus dem Mittel der Quadrate der einzelnen Werthe der elektromotorischen Kraft und kann durch Integration leicht gefunden werden. Unter den oben gemachten Annahmen ergibt sich dafür

$$e = 0,817 p z \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.} \quad \dots \quad (44)$$

Die elektromotorische Kraft einer solchen Wechselstrommaschine ist demnach nur 81,7 % der elektromotorischen Kraft, die wir erhalten

würden, wenn wir sie als Gleichstrommaschine unter Verwendung derselben Anzahl wirksamer Ankerdrähte und unter Beibehaltung derselben Kraftlinienzahl in den Feldmagneten betreiben würde.

Wir gehen jetzt zu dem Falle über, dass Nord- und Südpole einander abwechselnd auf derselben Seite des Ankers folgen, eine Anordnung, die die Siemens'schen und Ferranti'schen Wechselstrommaschinen aufweisen. Die Polbreite d soll auch hier gleich dem Abstände zwischen zwei benachbarten Polen sein. Um in den Ankerspulen bei ihrer Bewegung elektromotorische Kräfte wechselnder Richtung zu erhalten, sind dieselben so auf dem Anker zu vertheilen, dass auf jedes Feld und die darauf folgende neutrale Zone eine kommt. Man macht daher, um den verfügbaren Raum auf dem Anker voll auszunutzen, die Breite der ganzen Spule gleich der doppelten Polbreite. Die Breite des unbewickelten Theiles der Spule wird verschieden gewählt; als Mittelwerth kann man die Hälfte der Polbreite annehmen.

Fig. 95 zeigt die Spulen in der Lage, wo sie die maximale elektromotorische Kraft liefern. Diese behält den höchsten Werth jedoch nur einen Augenblick bei und nimmt den durch die Figur dargestellten zickzackförmigen Verlauf. Wenn die Spule aus w Windungen besteht, so rührt die maximale in ihr erzeugte elektromotorische Kraft von $2 w$ Leitern her und ist daher, da jetzt $\pi D = 4 p d$ ist,

$$E' = 8 p w \oint \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wenn die Anzahl der Spulen gleich $2 p$ ist, so ist die Anzahl der wirksamen Leiter $z = 4 p w$; die maximale elektromotorische Kraft des gesammten Ankers wird somit

$$E = 4 p z \oint \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt. (45)}$$

Der Werth der elektromotorischen Kraft in dem Augenblicke, wo sich die Spulenmitte in der Entfernung x von der Mitte des Magnetes befindet, ist offenbar

$$e = \frac{x}{d} E,$$

wo x nach einander die Werthe von 0 bis d annimmt. Um den Flächeninhalt der die Quadrate der elektromotorischen Kräfte darstellenden Kurve zu bestimmen, haben wir zu bilden

$$\int_0^d e^2 dx = \frac{d E^2}{3} .$$

Da die Grundlinie der durch diesen Ausdruck dargestellten Fläche d ist, so ergibt sich als mittlere Ordinate, d. h. als Quadrat der effektiven elektromotorischen Kraft $\frac{E^2}{3}$ und mithin ist letztere selbst

$$e = \frac{E}{\sqrt{3}} = 2,31 p z \wp \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt.} \quad . . . \quad (46)$$

Die elektromotorische Kraft einer solchen Wechselstrommaschine ist deshalb 2,31 mal so gross als die, welche sie als Gleichstrommaschine mit der gleichen Anzahl wirksamer Ankerdrähte und bei gleich starkem Felde liefern würde.

Die Anordnung der Pole auf beiden Seiten des Ankers ist offenbar nicht unbedingt nöthig; man könnte die auf der einen Seite befindlichen, wie die untere Hälfte von Fig. 95 zeigt, durch einen Ankerkern aus weichem Eisen ersetzen. Um dieselbe Feldstärke wie oben beizubehalten, wäre dann die erregende Kraft für die übrigen Schenkel zu verdoppeln. Die Ankerwicklung der Wechselstrommaschine wird in dieser Anordnung der einer gewöhnlichen multipolaren Gleichstrommaschine mit Trommelanker ähnlich. Einige Wechselstrommaschinen werden in der That so gebaut, z. B. die Maschinen von Westinghouse und die der Electric Construction Corporation.

Der Koeffizient 2,31 hat natürlich nur für solche Maschinen Gültigkeit, bei welchen die Breite der Pole und der Spulenwicklung und der Abstand der Mitten zweier benachbarten Pole in dem angegebenen Verhältnis stehen. Um zu zeigen, wie er durch eine Abänderung des Verhältnisses dieser Grössen beeinflusst wird, wollen wir eine Wechselstrommaschine mit Ringanker (Fig. 129 stellt eine solche dar) betrachten, bei der die Breite der Pole 12,7 cm, die der Spulen 12,2 cm und der Abstand der Mitten zweier benachbarten Pole 20,3 cm beträgt. Durch die Verbreiterung der Pole erreichen wir, dass die maximale elektromotorische Kraft, welche unter den oben betrachteten Verhältnissen nur während eines Augenblickes wirkte, längere Zeit ihren Werth beibehält. Die effektive elektromotorische Kraft erfährt hierdurch eine Vergrösse-

rung ohne Steigerung der maximalen elektromotorischen Kraft. Durch letztere wird nämlich, auch wenn sie nur kurze Zeit wirkt, die Isolation stark beansprucht, und um dies zu vermeiden, muss man die Spulenbreite entweder grösser oder kleiner als die Polbreite machen. Bei der durch Fig. 96 dargestellten Maschine sind die Spulen um 2,5 cm schmaler als die 12,7 cm breiten Pole gemacht; die elektromotorische Kraft behält dem zu Folge ihren höch-

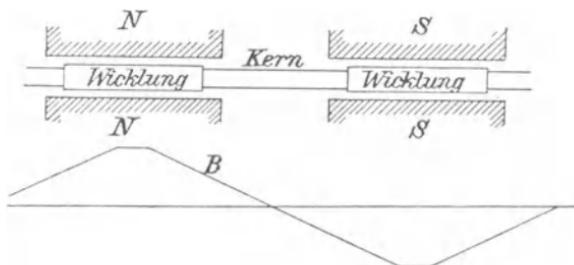


Fig. 96.

sten Werth bei, während die Spule 2,5 cm zurücklegt. Die maximale elektromotorische Kraft beträgt unter diesen Umständen nur

$$E = \frac{10,2}{12,7} \cdot 4 p z \oint \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt}$$

und ist also um etwa 20 % kleiner als in dem oben betrachteten Falle, während die effektive elektromotorische Kraft von 57,8 auf 64,6 % der maximalen gestiegen ist und

$$e = 2,06 p z \oint \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt} \quad (47)$$

beträgt.

Während die effektive elektromotorische Kraft also um nur 11 % gesunken ist, hat die Beanspruchung der Isolation eine Erniedrigung um 25 % erfahren. Haben wir eine effektive elektromotorische Kraft von 2000 V, so würde die Isolation $\frac{2000}{0,646} = 3100$ V auszuhalten haben, während sie unter den oben besprochenen Verhältnissen durch $\frac{2000}{0,587} = 3400$ V beansprucht sein würde. Man könnte natürlich den Polflächen auch eine solche Gestalt geben, dass die Kurve der elektromotorischen Kraft genau wie die Sinuskurve verlief. Dann hätte die Isolation nur $2000 \sqrt{2} = 2828$ V auszuhalten.

Aus den gegebenen Beispielen leuchtet ein, dass man in jedem Falle die effektive elektromotorische Kraft im Voraus berechnen kann, wenn nur die Gestalt der Spulen und der Magnete bekannt ist. Für jede Art von Wechselstrommaschinen lässt sich daher das Verhältnis der effektiven elektromotorischen Kraft zu derjenigen bestimmen, welche die Maschine liefern würde, wenn sie unter Beibehaltung der magnetischen Verhältnisse und der Zahl der Leiter auf dem Anker Gleichstrom erzeugen würde. Die effektive elektromotorische Kraft wird mithin durch die Formel

$$e = k p z \zeta \frac{n}{60} 10^{-8} \text{ Volt. (48)}$$

gegeben, wo k ein Koefficient ist, der von der speciellen Konstruktion der Maschine abhängt.

In der folgenden Tabelle sind Werthe von k für verschiedene Fälle mitgetheilt. Die Breite der Pole und der Spulenwicklung sind durch den Abstand der Mitten zweier benachbarten Pole ausgedrückt. Bei Maschinen, wie die Mordey'sche, wo gleiche Pole aufeinander folgen, ist jedoch die Hälfte dieses Abstandes in Rechnung zu setzen.

No.	k	Verhältnis des Abstandes der Polmitten zur Breite	
		der Pole	der Spulenwicklung
1	1,00	1,00	0,00
2	0,58	1,00	1,00
3	0,82	1,00	0,50
4	2,06	0,62	0,50
5	1,64	0,50	1,00
6	2,31	0,50	0,50
7	2,83	0,33	0,33
8	2,22	Die E. M. K. verläuft wie eine Sinuslinie	

Um verschiedene Konstruktionen mit einander zu vergleichen, ist zu beachten, dass der Koefficient k das Verhältnis der elektromotorischen Kraft der Wechselstrommaschine zu der der entsprechenden Gleichstrommaschine bedeutet. Einer neunpoligen Mordey'schen Maschine, für welche k einen der drei ersten Werthe annehmen kann, entspricht somit eine achtzehnpolige Gleichstrommaschine mit Trommelanker. Bei den Maschinen, auf welche sich

die vier folgenden Werthe von k beziehen, folgen Pole von verschiedenen Vorzeichen auf derselben Seite des Ankers auf einander. Hier ist ihre Anzahl, die nothwendiger Weise gerade sein muss, die nämliche, wie bei der entsprechenden Gleichstrommaschine. Für den vierten und sechsten der mitgetheilten Werthe von k sind die Pole und Spulenwicklung so angeordnet, wie es in der Praxis gewöhnlich üblich ist. Beide Werthe von k weichen, wie man sieht, nicht wesentlich von dem ab, der sich unter der Annahme ergibt, dass die Kurve der elektromotorischen Kraft wie eine Sinuslinie verläuft. Diesem Werthe werden sie sich in Wirklichkeit noch mehr nähern. Denn die Felder sind niemals scharf abgegrenzt, wie wir annahmen, sondern an ihren Rändern nimmt die Kraftliniendichte allmählich bis Null ab, sodass die Kurven der elektromotorischen Kraft in Wirklichkeit keine scharfen Ecken aufweisen, sondern wellenförmig verlaufen. Man wird daher, ohne zu falschen Schlüssen zu gelangen, die Annahme machen können, dass die Kurven der in der Praxis gebräuchlichen Wechselstrommaschinen wie Sinuslinien verlaufen. Da diese Voraussetzung die Rechnungen, welche an diesen Maschinen und an Transformatoren anzustellen sind, wesentlich erleichtert, werden wir in der Folge, wenn nöthig, von ihr Gebrauch machen.

79. Selbstinduktion im Anker der Wechselstrommaschinen.

Jeder elektrische Stromkreis, in dem eine elektromotorische Kraft durch elektromagnetische Induktion erzeugt werden kann, muss auch elektromagnetische Trägheit oder *Selbstinduktion* besitzen. Dies lässt sich leicht an der Hand der folgenden Betrachtung zeigen. Ein Stromkreis, in dem eine elektromotorische Kraft durch Induktion erzeugt werden soll, muss eine veränderliche Zahl von Kraftlinien umschliessen und dem zu Folge unbedingt die Form einer oder mehrerer Windungen besitzen. Schickt man jedoch durch eine Drahtwindung einen Strom, so entstehen, wie Fig. 12 zeigt, rings um den Draht magnetische Wirbel. Die Kraftlinien, die diese Wirbel bilden, haben dieselbe Richtung wie diejenigen, die den Strom erzeugen. Der Stromkreis wird deshalb mit den Kraftlinien verkettet, welche der Strom selbst erzeugt, und jede Aenderung der Stromstärke ist von einer Aenderung der gesammten, durch den Strom erzeugten Kraftlinienzahl begleitet. Diese letzte Aenderung erzeugt wiederum in dem Stromkreise eine elektromotorische Kraft, welche man Selbst-

induktion nennt. Man sieht daher, dass es eine physikalische Unmöglichkeit ist, eine Wechselstrommaschine zu konstruieren, welche keine Selbstinduktion besitzt.

Die Selbstinduktion ist offenbar folgenden drei Grössen proportional: der Kraftlinienzahl, der Windungszahl und der Wechselzahl in der Zeiteinheit. Die Kraftlinienzahl ihrerseits ist wiederum proportional der Stromstärke, vorausgesetzt, dass das Medium, welches die Spule umgiebt, konstante Permeabilität besitzt; die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist somit der Stromstärke proportional. Nehmen wir an, wir hätten eine Spule von z Windungen, welche vom Strome i durchflossen würde, und bezeichnen wir mit f die Feldstärke, welche durch eine Windung dieser Spule erzeugt wird, wenn sie ein Strom von der Stärke Eins (10 Am) durchfließt, dann ist das gesammte von der Spule erzeugte Feld zif . Der Strom möge nun $2\pi n$ mal in der Sekunde seine Richtung wechseln, also n volle Perioden in der Sekunde haben, so wird das Maximum der Selbstinduktion in dem Augenblicke, wo die Stromstärke Null ist, für jede einzelne Windung $2\pi n zif$ und für die gesammte Spule

$$E_s = 2\pi n z^2 i f = 2\pi n L i$$

sein, wo $L = z^2 f$ der *Koeffizient der Selbstinduktion* genannt wird. Da das selbstinducirte Feld ebenso wie das nutzbare, von den Feldmagneten erzeugte Feld F von der Permeabilität des Mediums abhängt, so gewinnen wir offenbar nicht dadurch, dass wir f verkleinern. Im Gegentheil, wir müssen bestrebt sein, die Permeabilität durch Verringerung des Luftzwischenraums und durch Erweiterung der Oberflächen der Polschuhe möglichst zu erhöhen, damit zur Erzeugung einer hohen effektiven elektromotorischen Kraft nur eine geringe Erregung nöthig ist. Es bleibt daher nichts anderes übrig, als die Windungszahl z zu verringern und die Feldstärke der Magnete zu erhöhen, wenn man die Selbstinduktion verkleinern will. Wir haben also bei Wechselstrommaschinen sehr starke Magnete und nur wenige Windungen auf dem Anker anzuwenden. Eine Maschine mit geringer Selbstinduktion wird daher gross, schwer und im Vergleich zu ihrer Leistung kostspielig sein. Es bietet jedoch keine besondern Vortheile, die Selbstinduktion unter eine gewisse Grenze zu erniedrigen, und die in der Praxis gebräuchlichen Wechselstrommaschinen haben daher allgemein eine beträchtliche Selbstinduktion.

Die Selbstinduktion einer Wechselstrommaschine zu prüfen, bietet keine Schwierigkeit. Wir brauchen nur, während die Maschine still steht, einen Strom von bekannter Stärke und von der normalen Wechselzahl durch den Anker zu schicken und die elektromotorische Kraft an den Klemmen zu messen. Wir haben dabei natürlich dem Ankerwiderstande Rechnung zu tragen, wofür wohl keine weitere Anleitung erforderlich ist. Der Selbstinduktionskoeffizient für eine Spule ist $z^2 f$ und somit für den gesammten Anker, auf dem $2 p$ Spulen angebracht sein mögen,

$$L = 2 p z^2 f.$$

Die elektromotorische Kraft, welche erforderlich ist, um einen Strom von der maximalen Stärke I und von n Perioden in der Sekunde durch den Anker zu senden, ist demnach

$$E_s = 2 \pi n L I \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

Führen wir in dieser Formel für die maximalen Werthe der Spannung und Stromstärke die effectiven Werthe ein und ersetzen wir die C.G.S.-Einheiten für Spannung, Stromstärke und Selbstinduktion durch die entsprechenden praktischen Einheiten Volt, Ampère und Henry, so wird

$$e_s = 2 \pi n L i \text{ Volt. (49)}$$

Da die Periodenzahl n bekannt ist und i und e_s messbar sind, so ergibt sich aus dieser Formel der Selbstinduktionskoeffizient. Wir können ihn jedoch auch direkt bestimmen und dann für jede Stromstärke i die entsprechenden Werthe von E_s und e_s ableiten.

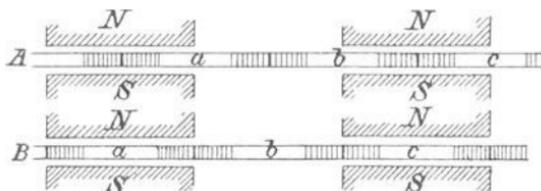


Fig. 97.

Es ist noch zu bemerken, dass L nicht konstant ist, sondern je nach der Stellung, welche der Anker im Felde einnimmt, verschiedene Werthe annimmt. Dies ergibt sich aus Fig. 97, welche den Anker einer Mordey'schen Maschine in zwei verschiedenen Stellungen zeigt; in der obern Zeichnung (A) besitzt die elektro-

motorische Kraft ihren höchsten Werth, in der untern Zeichnung (B) ist sie Null. Im ersten Falle ist eine Hälfte von jeder der Spulen a, b, c in Wirksamkeit, und die Feldmagnete bilden nur unvollständige Kerne für die Ankerspulen. Im zweiten Falle besitzen die Spulen a und c vollständige Kerne, die Spule b hat jedoch überhaupt keinen Kern. Die Permeabilität des Mediums in der Umgebung der Spule b und der in gleicher Lage wie diese befindlichen Spulen wird für den durch die Figur B dargestellten Fall ein Minimum sein, für die Spulen b und c und die übrigen gleich gelegenen ein Maximum. In dem andern durch Figur A dargestellten Falle ist die Permeabilität aller Spulen dieselbe und hat einen mittlern Werth. Es ist unmöglich, sofort zu sagen, ob die Selbstinduktion des ganzen Ankers in dem einen oder dem andern Falle grösser sein wird. Versuche, welche Ayrton¹⁾ an einer Mordey'schen Maschine anstellte, zeigten, dass die Differenz nicht gross ist. Der Selbstinduktionskoeffizient ergab sich für die Stellung A des Ankers zu 0,038 Henry und für die Stellung B zu 0,036 Henry. Er fand ferner, dass beide Werthe bei voller Erregung der Magnete um etwa 14 % kleiner sind, was sich aus der Abnahme der Permeabilität der Magnete bei hohen Kraftliniendichten ergibt.

80. Graphische Behandlung von Wechselstromproblemen.

Wie schon gesagt, ist die Selbstinduktion der Geschwindigkeit proportional, mit welcher sich das selbstinducirte Feld ändert. Da diese Geschwindigkeit am höchsten ist, wenn die Feldstärke durch Null geht, so folgt, dass die Selbstinduktion ihren höchsten Werth hat, wenn die Stromstärke Null ist, dagegen verschwindet, wenn die Stromstärke den höchsten Werth besitzt. Diese Beziehung zwischen den beiden Grössen lässt sich leicht durch eine algebraische Formel darstellen, wie es auch in der That in allen Lehrbüchern über Wechselströme geschieht; für praktische Zwecke ist jedoch eine graphische Darstellung vorzuziehen, welche ein leichteres Verständnis und eine bessere Verfolgung der Veränderungen dieser verschiedenen Grössen ermöglicht. Einer der ersten, der die graphische Behandlung auf Wechselstromprobleme anwandte, war Blakesley, dessen Darstellungsweise wir im Wesentlichen folgen.

¹⁾ Journal of the Institution of Electrical Engineers 18, 1889.

Die für einen Wechselstrom maassgebenden Grössen lassen sich in folgender Weise graphisch darstellen. Nehmen wir an, die Strecke $O I$ in Fig. 98 beschreibe n mal in der Minute um O eine Kreisfläche, so nimmt ihre Projektion auf der Vertikalen $O Y$ abwechselnd zu und ab. Sie wird in einem beliebigen Augenblick durch den Ausdruck $O I \sin \alpha$ dargestellt, der dem analog ist, den wir am Anfang dieses Kapitels für den augenblicklichen Werth der elektromotorischen Kraft in der Spule unserer elementaren Wechselstrommaschine aufstellten. Damals fanden wir, dass $e = E \sin \alpha$ ist;

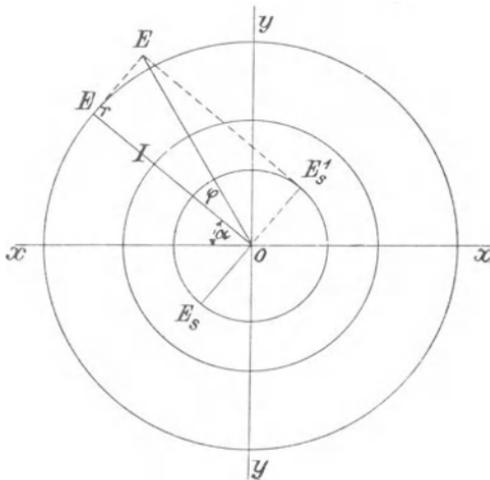


Fig. 98.

machen wir die Annahme, es wirke keine andere elektromotorische Kraft im Stromkreise, so folgt nach dem Ohm'schen Gesetze, dass

$$I = \frac{E}{w} \quad \text{und} \quad i = \frac{e}{w}$$

ist; es ist also auch $i = I \sin \alpha$. Es stelle nun die Strecke $O I$ in einem beliebigen Maassstabe die maximale Stromstärke dar, dann giebt die Projektion dieser Strecke in jedem beliebigen Augenblicke den momentanen Werth der Stromstärke im gleichen Maassstabe an. Für die elektromotorische Kraft gelten natürlich dieselben Betrachtungen. Stellt $O E_r$ in einem beliebigen Maassstabe die maximale elektromotorische Kraft dar, welche erforderlich ist, um einen Strom von der maximalen Stärke I durch den Stromkreis vom Wider-

stande w zu schicken, dann geben die Projektionen dieser Strecke auf die Vertikale OY die augenblicklichen Werthe der elektromotorischen Kraft an. In gleicher Weise lässt sich auch die Selbstinduktion darstellen. Bekanntlich hat dieselbe ihren maximalen Werth, wenn $i=0$ ist, d. h. wenn die Strecke OI in unserer Figur horizontal steht. In diesem Augenblicke muss daher der Radiusvektor, der die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion darstellt, mit der Vertikalen OY zusammenfallen. Die einzige Frage, die noch zu lösen ist, wäre die, ob er nach oben oder nach unten gerichtet ist. Nehmen wir an, der Radius der Stromstärke bewege sich im Sinne des Uhrzeigers und falle mit dem linken Theile der Horizontalen OX zusammen. Die Stromstärke würde dann grade Null sein und zu wachsen anfangen. Nach dem Lenz'schen Gesetze sucht die Selbstinduktion das Anwachsen der Stromstärke zu verhindern; der Radius der Selbstinduktion muss also nach unten gerichtet sein. OE_s möge die maximale Selbstinduktion im gleichen Maasstabe darstellen, wie OE_r die maximale elektromotorische Kraft des Stromes; die Projektionen von OE_s geben dann wieder die augenblicklichen Werthe der Selbstinduktion an. Die Strecken OJ und OE_s bewegen sich also gemeinsam um O und behalten stets ihre gegenseitige, um 90° gegeneinander geneigte Stellung bei.

Bei der Festsetzung der Lage von I und E_r nahmen wir an, dass ausser E_r keine andere elektromotorische Kraft in dem Stromkreise wirke. Wir sehen jetzt, dass ausser der elektromotorischen Kraft E_r , welche zur Ueberwindung des Widerstandes des Stromkreises erforderlich ist, noch die Selbstinduktion E_s wirkt. Soll also die Stromstärke den angenommenen Betrag beibehalten, so haben wir noch eine weitere elektromotorische Kraft einzuführen, die die Selbstinduktion aufhebt. Dieselbe muss natürlich von gleichem Betrage, aber von entgegengesetzter Richtung wie letztere sein und wird durch die punktirte Linie OE_s^1 dargestellt. Die Wechselstrommaschine muss daher die Resultante aus beiden elektromotorischen Kräften liefern, die sich durch geometrische Addition der beiden sie darstellenden Strecken als die Strecke OE ergibt. OE muss augenscheinlich unter allen Umständen grösser als OE_r sein.

Denken wir uns nun die Feldmagnete der Wechselstrommaschine erregt und den äussern Stromkreis offen, so wird die Spannung, die wir an den Klemmen der Maschine messen, gleich $\frac{E}{\sqrt{2}}$

Energie wieder frei wird. Die in Wirklichkeit verzehrte Arbeit ist somit kleiner, als wenn Stromstärke und Spannung in gleicher Phase wären.

Die Stärke und Spannung eines Wechselstromes mögen gegeneinander die Stellung einnehmen, welche in Fig. 99 die Strecken OE und OI angeben. Die augenblickliche Energie des Stromes wird dann durch das Produkt der Linien Oe und Oi dargestellt. Nach einer viertel Periode wird sich E in E_1 und I in I_1 befinden. Wir bestimmen nun für jede Lage die entsprechende Energie und finden

$$e i = E I \cos \alpha \cos \beta$$

$$e_1 i_1 = E I \sin \alpha \sin \beta$$

und somit

$$e i + e_1 i_1 = E I (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$

$$= E I \cos (\beta - \alpha).$$

Die Differenz der Winkel β und α stellt, wie sich sofort aus der Figur ergibt, einfach den Winkelunterschied der Radien Vektoren für Spannung und Stromstärke dar, den man die *Phasendifferenz* beider nennt und mit φ bezeichnet. Wir haben demnach

$$e i + e_1 i_1 = E I \cos \varphi.$$

Hätten wir zwei andere konjugierte Stellungen gewählt, so würde die Summe dieselbe geblieben sein. Obige Formel stellt somit den doppelten Betrag der mittlern Energie des Wechselstromes für die ganze Periode dar, welche somit

$$A = \frac{E I}{2} \cos \varphi \dots \dots \dots (51)$$

ist.

Führen wir statt der maximalen die entsprechenden effektiven Werthe ein, so wird, da

$$E = e \sqrt{2} \quad \text{und} \quad I = i \sqrt{2}$$

ist, die mittlere Energie

$$A = e i \cos \varphi \dots \dots \dots (52)$$

Die mittlere Energie eines Wechselstromes ist somit gleich dem Produkte aus seiner effektiven Spannung und Stärke multiplicirt mit dem Kosinus der Phasendifferenz beider.

82. Bedingungen für das Maximum der Energie.

Die unmittelbare Folge der Selbstinduktion im Anker einer Wechselstrommaschine oder in einem andern Theile des Stromkreises ist eine Verminderung der Leistung. Die Maschine erzeugt eine höhere elektromotorische Kraft als diejenige, welche am Gebrauchsorte verfügbar ist, und wir haben in Folge dessen eine grössere Maschine nöthig, als wenn Spannung und Stromstärke in gleicher Phase wären. Das Produkt der effektiven Werthe der Spannung und der Stromstärke wird zuweilen die scheinbare Energie des Wechselstromes genannt, und aus dem Verhältnisse derselben zur wirklichen Energie lässt sich ein angenäherter Schluss ziehen, ob die Maschine richtig dimensionirt ist. Wenn sich auch dies Verhältniss in Folge einer hohen Selbstinduktion ungünstig gestalten

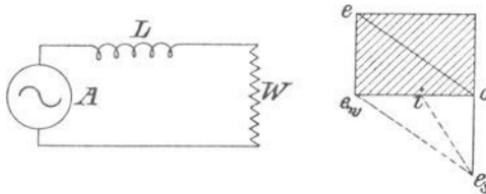


Fig. 100.

und die Maschine für ihre Leistung zu schwer und zu kostspielig werden kann, so braucht deshalb der mechanische Wirkungsgrad der Maschine noch nicht schlecht zu sein. Einen bestimmten Werth darf die Selbstinduktion bei Maschinen, welche für Parallelschaltung und Kraftübertragung dienen sollen, sogar nicht unterschreiten, wie im nächsten Kapitel gezeigt werden wird.

Uns interessirt indessen augenblicklich nur die Frage, unter welchen Bedingungen eine gegebene elektromotorische Kraft die höchste Energie in einem gegebenen Stromkreise leisten wird, der eine bestimmte Selbstinduktion im Anker oder in einem andern Theile besitzt. In Fig. 100 möge A eine Wechselstrommaschine, L einen Theil des Stromkreises mit Selbstinduktion und W einen induktionsfreien Widerstand bedeuten, in welchem mit einer gegebenen elektromotorischen Kraft der Maschine eine möglichst hohe Energiemenge geliefert werden soll. Wie gross haben wir unter diesen Umständen den Widerstand W zu wählen? Um die Auf-

gabe nicht unnöthig zu erschweren, nehmen wir an, dass der Anker und die übrigen Theile des Stromkreises mit Ausnahme von W widerstandslos sind.

Hätten wir es mit Gleichstrom zu thun, so würden wir um so mehr Energie erhalten, je mehr wir den Widerstand verringerten. Anders verhält sich die Sache beim Wechselstrom. Vergrössern wir die Stromstärke, so nimmt auch die Selbstinduktion in der Spule L zu und verringert die in W verfügbare elektromotorische Kraft. Vermehren wir hingegen den Widerstand W, so schwächen wir die Stromstärke; es wird ja dann allerdings ein geringerer Theil der elektromotorischen Kraft bei L zurückgeworfen und ein grösserer Theil bleibt für W verfügbar, aber zufolge der Schwächung der Stromstärke könnte doch die in W aufgenommene Energie verringert sein. Es muss augenscheinlich für W ein bestimmter Werth existiren, für welchen die in ihm verzehrte Energie einen höchsten Werth besitzt. Derselbe lässt sich leicht bestimmen.

In Fig. 100 möge $O e_s$ die der Stromstärke $O i$ entsprechende Selbstinduktion und $O e$ die elektromotorische Kraft der Maschine bedeuten. Die für W verfügbare elektromotorische Kraft ist dann $O e_w$; W ist nun so zu bestimmen, dass das Produkt $i e_w$ ein Maximum wird. Da i proportional e_s ist, kann man die Aufgabe auch dahin stellen, den Werth von W zu finden, für welchen das Produkt der in W verbrauchten elektromotorischen Kraft und der zur Ueberwindung von L erforderlichen ein Maximum wird. Das Produkt $e_w e_s$ wird nun durch die Fläche des schraffirten Rechtecks dargestellt, und es leuchtet sofort ein, dass diese ein Maximum wird, wenn das Rechteck ein Quadrat ist, d. h. wenn $e_w = e_s$ oder die Phasenverschiebung $\varphi = 45^\circ$ ist. Der entsprechende Werth von W ergibt sich nun durch Anwendung von Formel (49) zu

$$W = 2 \pi n L.$$

Das Verhältnis der wirklich verfügbaren Energie zur scheinbaren wird in diesem Falle

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71.$$

83. Anwendung auf Motoren.

An Stelle des Widerstandes W möge in den Stromkreis eine Dynamomaschine mit Hauptstromwicklung und mit Feldmagneten eingefügt sein, welche zur Vermeidung von Foucault-Strömen aus Eisenblechen gebildet sind. Die Umdrehungsrichtung einer solchen Maschine ist unabhängig von der Richtung des Stromes, der sie durchfließt; sie geräth daher, auch wenn sie mit Wechselströmen gespeist wird, von selbst in Gang. Eine derartige Maschine wird aus drei Gründen dem Durchgange des Stromes Widerstand leisten, einmal wegen des Leitungswiderstandes, zweitens wegen der Selbstinduktion und drittens, weil sie beim Umlaufen in genau derselben Weise wie beim Betrieb mit Gleichstrom eine elektromotorische Gegenkraft liefern würde. Die Feldmagnete mögen nur wenige Windungen tragen und deshalb nur schwach erregt sein; dann ist die elektromotorische Gegenkraft der Stromstärke annähernd proportional und verhält sich wie die elektromotorische Kraft, die zur Ueberwindung eines induktionsfreien Widerstandes nöthig ist. Unter diesen Umständen lässt sich daher die oben durchgeführte Untersuchung auch auf diesen Fall anwenden. Vernachlässigen wir den Leitungswiderstand des Motors, so wird die Arbeit, die er leisten kann, den höchsten Betrag annehmen, wenn die elektromotorische Kraft, welche zur Ueberwindung der Selbstinduktion erforderlich ist, der elektromotorischen Gegenkraft gleich ist. Da bei hoher Periodenzahl die Selbstinduktion eines solchen Motors viel höher als die elektromotorische Gegenkraft ist, die bei einer üblichen Geschwindigkeit auftreten kann, so ist eine niedrige Periodenzahl wesentlich, wenn die Bedingung für das Maximum der Energie erfüllt oder annähernd erreicht werden soll. Die im vorigen Paragraphen durchgeführte Untersuchung ist daher für einige Formen selbstangehender, einphasiger Wechselstrommotoren von Wichtigkeit.

Sechzehntes Kapitel.

84. Betriebsbedingungen. — 85. Einfluss der Selbstinduktion. — 86. Einfluss der Kapazität. — 87. Das Arbeiten zweier Wechselstrommaschinen auf denselben Stromkreis. — 88. Rückwirkung des Ankers. — 89. Bedingung für einen stationären Gang. — 90. Allgemeine Schlussfolgerungen.

84. Betriebsbedingungen.

Bei einer Gleichstrommaschine ist es gleichgültig, ob ihre elektromotorische Kraft dazu verwandt wird, einen Leitungswiderstand oder eine elektromotorische Gegenkraft zu überwinden: so lange im äussern Stromkreise derselbe Strom bei derselben Spannung fliesst, ändert sich der Gang der Maschine nicht, mag nun der Strom zur Speisung von Lampen, Batterien oder Elektromotoren dienen. Bei einer Wechselstrommaschine liegt die Sache anders. Hier hängt die Arbeit, die die Maschine leistet, nicht allein von der Klemmenspannung und der Stromstärke ab, sondern ganz besonders auch von der Art des Betriebes. Wird der Strom zur Speisung von Glühlampen verwandt, so ist die Selbstinduktion des äussern Stromkreises sehr klein, und der Strom bleibt hinter der Klemmenspannung fast gar nicht, hinter der inducirten elektromotorischen Kraft dagegen um einen kleinen Betrag zurück, der von der Selbstinduktion des Ankers abhängt. Werden dagegen Bogenlampen eingeschaltet, so vermehren die Drahtspulen in diesen die gesammte Selbstinduktion des Stromkreises bedeutend, und der Strom erfährt daher sowohl gegen die inducirte elektromotorische Kraft, als auch gegen die Klemmenspannung eine beträchtliche Verzögerung. Obgleich also in beiden Fällen sowohl Stromstärke wie Klemmenspannung scheinbar denselben Betrag haben, so arbeitet die Maschine doch unter ganz verschiedenen Bedingungen. Diese erfahren eine weitere Aenderung, wenn wir einen Kondensator (z. B. ein koncentrisches Kabel von einigen Meilen Länge) einschalten oder wenn

eine zweite Wechselstrommaschine auf denselben Stromkreis arbeitet. Im Folgenden wollen wir diese verschiedenen Fälle näher betrachten.

85. Einfluss der Selbstinduktion.

Eine Wirkung der Selbstinduktion, die sich darin äussert, dass der Strom verzögert und die nutzbare Arbeit verringert wird, haben wir schon im vorigen Kapitel erwähnt und brauchen deshalb hier nicht darauf zurückzukommen. Jetzt soll uns ein anderer Einfluss derselben beschäftigen, nämlich die Rückwirkung des Ankerstroms auf das Feld. In Fig. 101 möge d einen Draht der Ankerwicklung darstellen, der sich von links nach rechts zwischen den Polen NS der Feldmagnete bewegt. Befindet er sich in der Lage A , so besitzt die elektromotorische Kraft ihren höchsten Werth und ist in

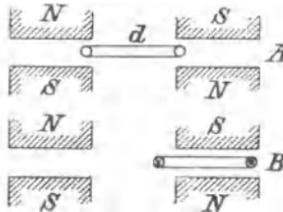


Fig. 101.

dem Drahte von unten links nach oben rechts gerichtet. Wäre nun keine Selbstinduktion vorhanden, so hätte auch der Strom zur gleichen Zeit seinen höchsten Werth und würde wegen der symmetrischen Lage der Drähte das Feld weder verstärken noch schwächen. Er erreicht aber wegen der verzögernden Wirkung der Selbstinduktion erst dann seinen höchsten Werth, wenn sich der Draht um eine Strecke nach rechts in die Lage B bewegt hat, und verursacht in Folge dessen eine Schwächung des Feldes. Was für den einzelnen Draht gilt, trifft auch mehr oder weniger für den ganzen Anker zu, so dass in Folge der Selbstinduktion im Allgemeinen nicht nur die Leistung kleiner wird, über die wir bei einer gegebenen Spannung im Stromkreis verfügen können, sondern auch die inducirte Spannung selbst. Der Unterschied der Klemmenspannung bei offenem Stromkreis gegen die bei voller Belastung der Maschine ist daher grösser, als sich aus dem Einfluss der Selbstinduktion allein ergeben würde.

86. Einfluss der Kapazität.

Stellen wir uns vor, dass eine Wechselstrommaschine eine Anzahl Glühlampen speist, die mit ihr durch ein mehrere Meilen langes concentrisches Kabel verbunden sind. Dies wirkt alsdann wie ein Kondensator, der zu den Lampen parallel geschaltet ist. Um die Aufgabe nicht unnötig zu compliciren, wollen wir annehmen, dass der Leitungswiderstand und die Selbstinduktion von Kabel und Maschine zu vernachlässigen sind. Die inducirte elektromotorische Kraft ist alsdann gleich der Klemmenspannung, und beide haben die-

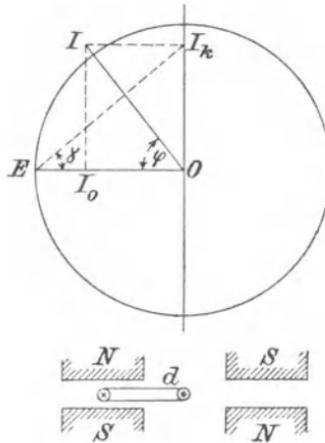


Fig. 102.

selbe Phase. Nun möge in Fig. 102 OE diese elektromotorische Kraft darstellen und OJ_0 die Stärke des den Lampen zugeführten Stromes. Zu diesem Arbeitsstrom kommt alsdann noch ein Ladungsstrom, der zu dem Kondensator hin- und von ihm wegströmt. Bezeichnet K die Kapazität des Kondensators und e die augenblickliche Potentialdifferenz der beiden Oberflächen (in unserm Falle ist diese gleich der augenblicklichen elektromotorischen Kraft der Maschine), so ist der entsprechende Kondensatorstrom

$$i_k = K \frac{de}{dt};$$

und da

$$\frac{de}{dt} = 2\pi n E \cos \alpha,$$

so finden wir für den maximalen Werth des Kondensatorstroms in C.G.S.-Einheiten

$$J_k = 2 \pi n E K$$

und

$$i_k = J_k \cos \alpha$$

oder in praktischen Einheiten

$$J_k = 2 \pi n E K 10^{-6} \text{ Am, (53)}$$

wo J_k die maximale Stärke des Ladungsstroms in Ampère, E die maximale Spannung an den Klemmen des Kondensators in Volt und K seine Kapazität in Mikrofarad bedeutet. Dieselbe Formel gilt offenbar noch, wenn man die effektiven Werthe der Stromstärke und elektromotorischen Kraft einsetzt; es ist daher auch

$$i_k = 2 \pi n e K \cdot 10^{-6} \text{ Am (54)}$$

Der Kondensatorstrom muss natürlich der elektromotorischen Kraft um ein Viertel der Periode voraus sein. Der ihn darstellende Radius Vektor geht also von O (Fig. 102) nach oben; seine Länge ergibt sich aus Formel (53) und der Winkel γ bei E ist durch die Beziehung

$$\gamma = 2 \pi n K 10^{-6}$$

bestimmt. Aendert sich E , so finden wir die entsprechenden Punkte J_k dadurch, dass wir Parallelen zu der punktirten Linie EJ_k ziehen. Die Maschine liefert den Strom OJ_0 in die Lampen und den Strom OJ_k in den Kondensator, also den Gesamtstrom OJ . Dieser eilt, wie sich aus dem Diagramm ergibt, der elektromotorischen Kraft voraus. Der Draht d in Figur 102 erreicht mithin die Lage, wo die Stromstärke ein Maximum wird, früher als die, wo die elektromotorische Kraft ihren höchsten Werth erreicht. Der Ankerstrom verstärkt also das Feld.

Swinburne hat vorgeschlagen, diese Eigenschaft des Kondensators zu benutzen, um die Feldmagnete einer Wechselstrommaschine durch die Maschine selbst zu erregen und so eine besondere Erregermaschine unnöthig zu machen. Man braucht zu diesem Zwecke nur einen Kondensator zwischen die Klemmen der Maschine zu schalten. Der remanente Magnetismus der Feldmagnete wird dann zuerst eine schwache elektromotorische Kraft hervorrufen, die im Kondensator einen Ladungsstrom erzeugt. Dieser wird seinerseits

das Feld verstärken und die elektromotorische Kraft vergrössern, worauf wieder die Stärke des Ladungsstroms anwächst u. s. f., bis die volle Spannung erreicht ist. Wir hätten also einen Vorgang, der der Selbsterregung der Gleichstrommaschine vollständig analog wäre. Es lässt sich auch ohne Zweifel eine Wechselstrommaschine bauen, die auf diese Weise sich selbst erregte, doch würde diese Anordnung viel mehr kosten, als man durch den Wegfall der besondern Erregermaschine sparen könnte. Denn man muss bedenken, dass die Erregerspulen thatsächlich doch vorhanden wären, und zwar befänden sie sich auf dem Anker, also auf jenem Maschinentheile, wo im Gegensatz zu den Feldmagneten der Raum sehr beschränkt ist. Die Wirkung des Kondensators würde übrigens auch noch dadurch eine Schwächung erfahren, dass durch die Vermehrung der Ankerwindungen die Selbstinduktion vergrössert wird.

87. Das Arbeiten zweier Wechselstrommaschinen auf demselben Stromkreis.

Das Verhalten zweier oder mehrerer Wechselstrommaschinen, die auf denselben Stromkreis arbeiten, ist sowohl bei dem Betrieb von Centralstationen, als auch bei Kraftübertragungen von grosser Wichtigkeit. Im ersten Falle ist es offenbar aus Sparsamkeitsrückichten nothwendig, die Zahl der im Gange befindlichen Maschinen jederzeit möglichst dem Strombedarf anzupassen. Rüstete man nun die Centrale nur mit zwei grossen Wechselstrommaschinen aus, von denen jede die maximale Leistung liefern könnte, so erforderte dies einerseits ein unnöthig grosses Anlagekapital, anderseits arbeiteten die Maschinen nur mit einer mittleren Leistung, also mit geringem Wirkungsgrade. Will man diese Mängel umgehen, so muss man eine Anzahl kleinerer Maschinen aufstellen, die zur Vermeidung complicirter Schaltungen alle auf denselben äussern Stromkreis arbeiten müssen. Bei Kraftübertragungen haben wir selbstverständlich stets zwei Wechselstrommaschinen, nämlich den Generator und den Motor, die einen Stromkreis bilden.

Der Einfachheit halber gehen wir bei dieser Betrachtung von folgender Annahme aus: die eine der beiden Maschinen sei so gross und habe eine so geringe Selbstinduktion und einen so kleinen Widerstand, dass ihr Gang keine Aenderungen erfährt, wenn auch in dem Stromkreise oder dem Gange der zweiten Maschine allerlei

Aenderungen eintreten. Dies trifft annähernd bei einer Centralstation zu, wo eine grosse Zahl von Maschinen auf zwei Sammelschienen arbeitet, wenn eine kleine Maschine ein- oder ausgeschaltet wird. Hierdurch werden die bereits eingeschalteten Maschinen kaum beeinflusst, und wir können annehmen, dass die Spannung an den Sammelschienen konstant bleibt, welchen Strom die kleine Maschine auch immer liefert oder verzehrt.

Wir haben also folgenden Fall unserer Betrachtung zu unterziehen: Eine grosse Maschine ohne Widerstand und Selbstinduktion liefert in den äusseren Stromkreis eine beträchtliche Energiemenge und ist mit einer kleinen Maschine parallel geschaltet, die Widerstand und Selbstinduktion besitzt. Beide Maschinen haben dieselbe Polwechselzahl und die gleiche Klemmenspannung. Unter den Fragen, die sich bei näherer Betrachtung dieser Anordnung aufdrängen, ist die folgende für die Praxis am wichtigsten: Es sollen die Betriebsbedingungen bestimmt werden, unter denen die kleine Maschine, die von einem besondern primären Motor mit mechanischer Energie versorgt wird, bei bestimmter Leistung möglichst viel nutzbare Energie in den äusseren Stromkreis liefert. Diese Aufgabe kann auch so formulirt werden: Wie muss eine Anzahl von Wechselstrommaschinen einer Centralstation, die sämmtlich parallel geschaltet sind, arbeiten, damit jede nicht allein dieselbe Stromstärke, sondern auch dieselbe Energie liefert.

Da die Verluste in den Maschinen verhältnismässig nur klein sein können, so beeinflusst eine Veränderung der Betriebsbedingungen den gesammten Wirkungsgrad nur wenig; die Maschinen werden also annähernd die gleiche Energie liefern, wenn die ihnen zugeführte mechanische Energie bei allen möglichst dieselbe ist. Die Dampfmaschinen dürfen daher nicht mit Regulatoren der gewöhnlichen Art versehen sein, die die Geschwindigkeit konstant halten; letztere wird schon durch die Zahl der Polwechsel regulirt und muss bei allen Maschinen dieselbe bleiben. Ist jedoch der Regulator so eingerichtet, dass er bei normaler Geschwindigkeit nicht in Wirksamkeit tritt, sondern nur dann, wenn die Maschine durchgehen will, so hängt die von der Maschine bei jeder Umdrehung gelieferte Energie nur von dem Dampfdruck und der Ventilöffnung ab und kann als konstant angesehen werden. Da aber die Geschwindigkeit gleichförmig ist, so bleibt auch die der Dynamomaschine zugeführte und annäherungsweise auch die von ihr geleistete

angenommenen Ankerspannung entsprechend zu verändern ist, wenn die Phasenverschiebung und die Stärke des Stromes bekannt sind.

Es bedeute der innere Kreis in Fig. 103 die Spannung an den Maschinenklemmen oder an den Sammelschienen und der äussere die Ankerspannung; der Radius Vektor der Stromstärke möge vom Punkte O aus nach links verlaufen. Der Spannungsverlust in einem bekannten Widerstande kann für eine bestimmte Stromstärke leicht berechnet und auf der Stromlinie aufgetragen werden. Auf diese Weise möge A festgelegt sein. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist nach unten gerichtet und muss in Folge davon durch eine nach oben gerichtete elektromotorische Kraft aufgehoben werden, die durch OC dargestellt sein möge. Um den Strom durch den Anker zu treiben, müssen wir also die elektromotorische Kraft OB, die Resultante von OA und OC, aufwenden. Es ist zu beachten, dass die resultierende elektromotorische Kraft für alle Werthe der Stromstärke in die Linie OB fällt, deren Richtung ausschliesslich durch die Selbstinduktion und den Widerstand bestimmt ist. Ferner bemerke man, dass die Längen der Strecken OA, OB und OC der Stromstärke proportional sind und dass wir deshalb eine derselben, z. B. OC, als passendes Maass für die Stromstärke wählen können.

Die resultierende elektromotorische Kraft OB kann nun auch als Resultante der Klemmen- und der Ankerspannung betrachtet werden, und es bietet keine Schwierigkeit, jetzt das Parallelogramm der Spannungen zu finden, dessen Resultante OB ist. Es sind nur zwei solche Parallelogramme möglich. In dem einen liegt die Ankerspannung rechts von der Vertikalen; in diesem Falle hat der Strom im Anker die entgegengesetzte Richtung wie die elektromotorische Kraft und giebt deshalb Energie an die Maschine ab, die somit als Motor wirkt. Wir sehen hiervon augenblicklich ab und beschränken uns auf die andere Möglichkeit, wo die Maschine Strom liefert; dieser Fall ist in dem Diagramm (Fig. 103) dargestellt. Die Linie OE_a bedeutet die Ankerspannung und die Linie OE_k die Spannung an den Sammelschienen, die natürlich der Spannung an den Maschinenklemmen entgegengesetzt gleich ist. Die Phasenverschiebung ist gleich φ , und die Energie, die der Maschine zugeführt wird (einschliesslich des Verlustes in Folge des innern Widerstandes, aber abgesehen von den Verlusten durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme) ist gleich dem Produkt aus der Stromstärke, der Ankerspannung und dem Kosinus des Winkels φ . Wir müssen also E_a

auf die Stromlinie projiciren, erhalten damit den Punkt F und multipliciren alsdann OF mit der Stromstärke. Dabei wird natürlich vorausgesetzt, dass wir die effektiven Werthe, und nicht die maximalen für Stromstärke und Spannung auftragen.

Die Multiplikation kann auf graphischem Wege ausgeführt werden. Da OC die Stromstärke in einem passenden Maassstab bedeutet, so stellt der Flächeninhalt des Rechtecks $OCDF$ die der Maschine zugeführte Energie dar.

In ähnlicher Weise giebt das Rechteck $OCHG$ die Energie an, die die Maschine liefert, und das Rechteck $O C B A$ den Energie-

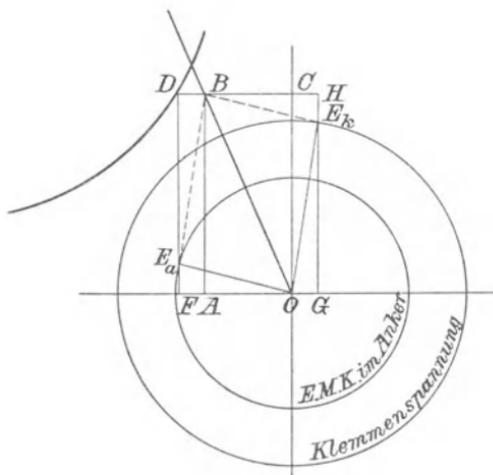


Fig. 104.

verlust in Folge des Ankerwiderstandes. Da die zugeführte Energie konstant ist, so muss es auch das Produkt von DC und DF sein; der Punkt D liegt also auf einer gleichseitigen Hyperbel.

Es bietet jetzt weiter keine Schwierigkeiten, das Diagramm auch für andere Bedingungen zu konstruiren. Nimmt z. B. der Strom im Anker zu, so rückt der Punkt B auf der Linie der resultirenden Spannung höher hinauf. Fig. 104 stellt diese Linie und die gleichseitige Hyperbel der vorhergehenden Figur nochmals dar. Wir wollen nun die Ankerspannung bestimmen, die nöthig ist, um den stärkern Ankerstrom hervorzubringen. Stellt OC die betreffende Stromstärke dar, so ziehen wir eine Horizontale, die die

Linie der resultierenden Spannung in B und die Hyperbel in D schneidet. Der Endpunkt des Radius Vektor, der die Ankerspannung darstellt, muss auf der Vertikalen liegen, die durch D geht und in F die horizontale Achse schneidet. Um ihn zu finden, schlagen wir von B als Mittelpunkt mit einem Radius, der gleich der Klemmenspannung ist, einen Kreisbogen, der D in E_a schneidet. OE_a ist alsdann gleich der Ankerspannung, welche mithin viel kleiner als vorher ist. Die mechanische Energie, die die Maschine

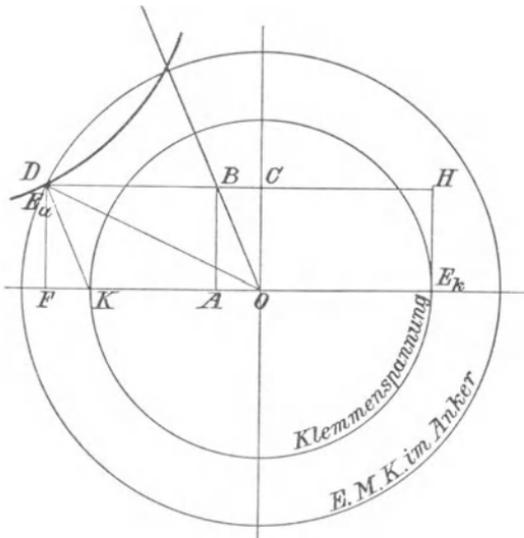


Fig. 105.

verzehrt, ist natürlich dieselbe wie früher, aber es ist weniger Energie verfügbar, da der Verlust im Ankerwiderstande viel grösser ist.

Um den Verlust möglichst herabzudrücken, muss die Maschine so stark erregt werden, dass die Stromstärke im Anker bei demselben Betrage der absorbierten Energie ein Minimum ist. Der Punkt D muss also auf der Hyperbel und ebenso der Punkt B auf der Linie der resultierenden Spannung möglichst tief liegen.

Nun erreicht der Punkt B die tiefste Lage, wenn BE_a horizontal ist. Würden wir B noch tiefer fallen lassen, so würde ein mit dem Radius Vektor der Klemmenspannung vom Punkte B aus konstruierter Kreis die Vertikale, die durch D geht, nicht

mehr erreichen, und die Stromstärke wäre so gering, dass die Maschine die zugeführte Energie nicht mehr absorbieren könnte. In Fig. 105 ist der Punkt D dadurch gefunden worden, dass durch K eine Parallele zu der Linie der resultirenden Spannung gezogen ist. Hierdurch erhält man die Ankerspannung $O E_a$; die Punkte E_a und D fallen natürlich zusammen. Die Klemmenspannung hat jetzt dieselbe Phase wie die Stromstärke, und die Maschine liefert von der ihr zugeführten Energie den höchsten Betrag in den äussern Stromkreis.

Die dargestellten Diagramme sind nicht in genauer Uebereinstimmung mit der Wirklichkeit ausgewählt. Die neuern Maschinen haben einen weit kleinern Widerstand und im Allgemeinen eine geringere Selbstinduktion. Wir haben hierfür verhältnismässig grosse Werthe angenommen, um die geometrische Darstellung leichter verständlich zu machen. Fig. 106 stellt dagegen ein Diagramm dar, das sich auf eine wirkliche Wechselstrommaschine von 60 Kilowatt bezieht, für die folgende Daten gelten:

Klemmenspannung	2000 V,
Stromstärke	30 Am,
Polwechselzahl in der Sekunde .	60,
Widerstand des warmen Ankers	1,94 Ohm,
$L = 0,069$ Henry und $e_s = 26$ i.	

Der Deutlichkeit halber sind die Konstruktionslinien weggelassen, und die Punkte, die die Lage für den Radius der Ankerspannung angeben, sind untereinander durch eine Kurve verbunden und mit 1, 2, 3 u. s. w. bezeichnet. Die entsprechenden Punkte auf dem Kreise der Klemmenspannung, die natürlich der Spannung an den Sammelschienen entgegengesetzt gleich ist, sind in derselben Weise hervorgehoben. Die resultirende elektromotorische Kraft wird durch die geneigte Gerade dargestellt, die in der Nähe der Ordinatenachse verläuft; auf ihr sind die Werthe der Stromstärke eingetragen, welche den betreffenden resultirenden elektromotorischen Kräften entsprechen; sie ergeben sich leicht aus der Konstruktion des Parallelogramms über je zwei zusammengehörigen Werthen der Anker- und der Klemmenspannung. Der Radius Vektor der Stromstärke fällt in jedem Falle mit den linken Seiten der Abscissenachse zusammen; das Diagramm veranschaulicht mithin auch unmittelbar die Phasendifferenz der Stromstärke gegen die Anker- und die Klemmen-

spannung. Die Radialen Vektoren der Ankerspannung liegen theils unterhalb der Stromlinie (Punkt 1 bis 5), theils oberhalb derselben (Punkt 6 bis 9). Im ersten Falle bleibt der Strom zurück, im andern Falle eilt er voran. Die Spannung des Ankers lässt sich also durch Regulirung des erregenden Stroms in weiten Grenzen verändern, ohne dass dadurch die von der Maschine verzehrte Energie (60 Kilowatt) beeinflusst wird. Der einzige Unterschied besteht

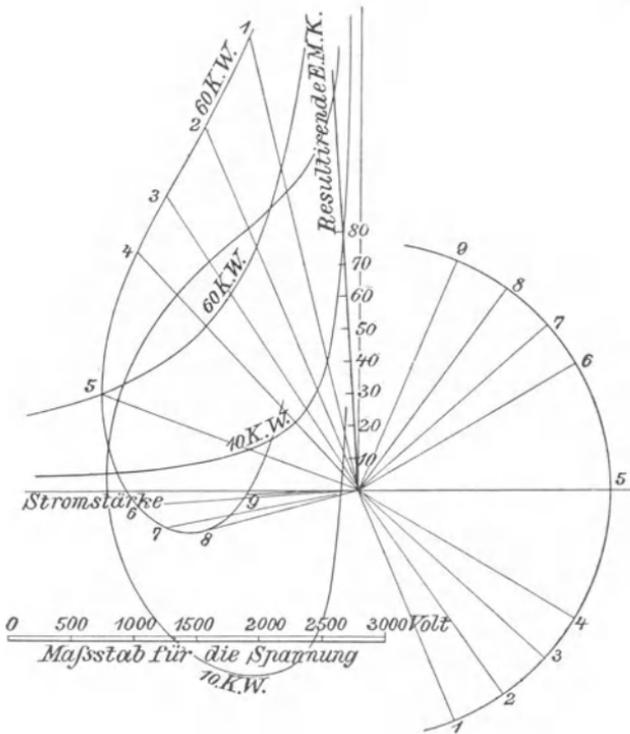


Fig. 106.

darin, dass die Stromstärke sowohl bei zu starker als auch bei zu schwacher Erregung steigt, während der Wirkungsgrad abnimmt, weil mehr Energie im Widerstand des Ankers verloren geht. Punkt 5 entspricht den günstigsten Bedingungen für die Wirkung der Maschine; alsdann hat der Ankerstrom dieselbe Phase wie die Spannung an den Sammelschienen, und die Maschine besitzt bei offenem Stromkreise eine Spannung von 2200 V.

Obgleich das Diagramm der Fig. 106 alle Daten enthält, so lässt sich daraus doch nicht ohne Weiteres die Abhängigkeit erkennen, die zwischen der Feldstärke oder der Spannung des Ankers und der Stromstärke besteht. In dieser Beziehung ist das von R. W. Weekes angegebene Diagramm vorzuziehen, das in Fig. 107 dargestellt ist. Es entsteht aus dem vorhergehenden, wenn man die Ankerspannungen als Abscissen und die Stromstärken, die in Fig. 106 auf der Linie der resultirenden elektromotorischen Kraft verzeichnet sind, als Ordinaten aufträgt. Wir erhalten auf diese Weise eine Kurve, die sofort anzeigt, welchen Strom die Maschine liefert, wenn die Erregung geändert, die treibende Kraft aber auf 60 Kilowatt konstant gehalten wird. Wir können in dieser Weise

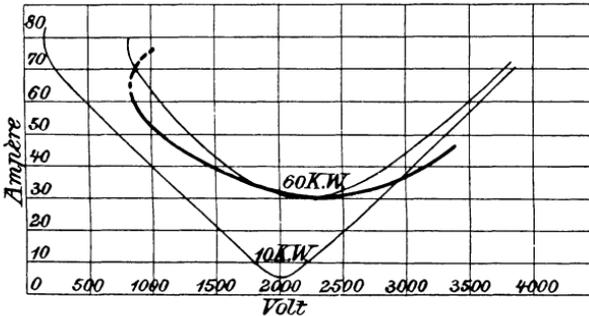


Fig. 107.

mehrere solcher Kurven für verschiedene Werthe der treibenden Kraft konstruieren. In der Figur sind zwei gezeichnet, nämlich eine für 60 und eine für 10 Kilowatt. Diese Kurven sind dünn ausgezogen und ergeben sich aus dem Diagramm von Fig. 106; die Rückwirkung des Ankers ist bei ihnen nicht berücksichtigt. Bei der dick ausgezogenen Kurve ist der Rückwirkung des Ankers Rechnung getragen; wir kommen hierauf unten näher zurück. Die Kurven veranschaulichen die wichtige Thatsache, dass jedem Werthe der Triebkraft (oder der Belastung) der Maschine eine bestimmte Erregung entspricht, bei der die Stromstärke ein Minimum und der Wirkungsgrad ein Maximum ist. Bleibt die Erregung unter diesem Betrage oder überschreitet sie ihn, so nimmt in jedem Falle die Stromstärke zu, der Wirkungsgrad aber ab. Will man also die Leistung reguliren, so hat man nicht die erregende Kraft, sondern die Triebkraft

zu ändern. Die günstigste erregende Kraft für 60 und für 10 Kilowatt ist jedoch annähernd dieselbe, da die tiefsten Punkte der beiden Kurven sehr nahe bei einander liegen.

88. Rückwirkung des Ankers.

Wir haben schon bemerkt, dass der Strom im Anker jedesmal, wenn er gegen die elektromotorische Kraft eine Phasenverschiebung erleidet, eine Verstärkung oder Schwächung des Feldes bewirkt und wollen diesen Einfluss jetzt genauer bestimmen. Da diese Aufgabe ziemlich verwickelt ist, so wollen wir vorher im Allgemeinen die Bedingungen untersuchen, die bei der magnetisirenden oder entmagnetisirenden Wirkung des Ankerstroms in Frage kommen. Zuerst leuchtet es ein, dass diese Wirkung der Stromstärke proportional ist. Sodann muss die Wirkung offenbar bei zunehmender Phasenverschiebung wachsen; in welchem Maasse dies geschieht, lässt sich freilich auf den ersten Blick nicht angeben. Ebenso ist die Form der Polschuhe und der Spulen, sowie die Gestalt der Stromkurve nicht ohne Einfluss. Schliesslich ist die Wirkung nicht konstant, sondern ändert sich periodisch mit der Zeit. Da jedoch im Allgemeinen die Polschuhe und die Magnetwicklungen ein Stück bilden, und da der erregende Stromkreis nothwendigerweise hohe Selbstinduktion besitzt, so kann sich das resultirende Feld nur innerhalb enger Grenzen ändern. Wir können es deshalb, ohne einen grossen Fehler zu begehen, als konstant ansehen. Man erhält also die entmagnetisirende Wirkung der Gegenwindungen des Ankers (wir gebrauchen hier denselben Ausdruck, wie oben bei den Gleichstrommaschinen), dadurch, dass man die momentane Wirkung über die Dauer einer vollständigen Periode integriert. Bedeutet X die Anzahl der Gegenwindungen zu einer beliebigen Zeit, so muss man, um ihren Einfluss zu kompensiren,

$\int_0^{\tau} X dt$ Ampèrewindungen zu der erregenden Kraft des Fel-

des hinzufügen. Nun ist zu bedenken, dass X ein Produkt darstellt, dessen einer Faktor die augenblickliche Stromstärke ist, während der andere nicht die gesammte Zahl der Ankerwindungen, sondern nur jene Drähte umfasst, die in dem betreffenden Augenblick eine entmagnetisirende Wirkung ausüben können. Die Lösung

ist deshalb nicht einfach und in gewissen Fällen sogar unmöglich. Ist jedoch die Breite der Polflächen und der Spulen halb so gross, wie der Abstand zwischen zwei entgegengesetzten Polen (dies trifft mehr oder weniger bei der Mehrzahl der jetzt üblichen Maschinen zu), so lässt sich eine angenäherte Lösung angeben. Bedeutet nämlich φ die Phasenverschiebung und w die gesammte Zahl der wirk-samen Drähte einer Spule, so haben wir

$$X = \frac{wI}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi - \alpha \right) \sin \alpha .$$

Entwickeln wir $\sin \alpha$ in einer Reihe so erhalten wir näherungsweise als Mittelwerth für die Gegenwindungen der ganzen Ankerwicklung

$$X_b = w i \sqrt{2} \frac{2\varphi}{\pi}, (55)$$

wo für die Stromstärke der effektive Werth einzusetzen ist. Diese Formel liefert freilich einen etwas zu grossen Werth für die Gegenwindungen; doch ist der Fehler so gering, dass er in der Praxis zu vernachlässigen ist. Wollen wir die Phasenverschiebung φ in Bogen-graden ausdrücken, so können wir die Formel auch in folgender Weise schreiben:

$$X_b = 0,0156 w i \varphi (56)$$

Beispielsweise wollen wir annehmen, dass jede Ankerspule einer Maschine von 100 Kilowatt 80 wirksame Leiter besitzt, in denen ein Strom von 50 Am fliesst, sodass $w i = 4000$ wird. Aus dem Arbeitsdiagramm möge sich φ zu 20° ergeben; alsdann ist die Zahl der Gegenwindungen $= 0,0156 \times 4000 \times 20 = 1248$.

Damit die Maschine also unter denselben Bedingungen arbeitet, wie sie das Arbeitsdiagramm vorschreibt, müssen wir die erregende Kraft der Feldmagnete, die der aus dem Diagramm sich ergebenden Spannung des Ankers entspricht, um 1248 Ampèrewindungen vermehren. Diese Korrektion ist in Fig. 107 angebracht, wo die dünn ausgezogenen Kurven für den Fall gelten, dass die Rückwirkung des Ankers vernachlässigt ist, während bei der dick ausgezogenen Kurve der Rückwirkung des Ankers Rechnung getragen ist. Um diese Korrektion anbringen zu können, muss natürlich die statische Charakteristik der Maschine bekannt sein, die sich ergibt, wenn sie bei offenem Stromkreis arbeitet. Will man die statische Kurve bestimmen, so lässt man die Maschine ungefähr mit ihrer nor-

malen Geschwindigkeit leer laufen, variirt den erregenden Strom und liest Geschwindigkeit, erregende Stromstärke und Klemmenspannung ab. Hieraus ergibt sich die Ankerspannung bei normaler Geschwindigkeit als Funktion des erregenden Stroms (Fig. 108), eine Beziehung, die durch die statische Charakteristik der Maschine dargestellt wird. Das Arbeitsdiagramm (Fig. 106) giebt uns die Stromstärke und die Phasenverschiebung für jeden Werth der Ankerspannung an. Aus Gleichung (56) berechnen wir zunächst die Rückwirkung des Ankers, die bei voreilem Strom abgezogen, und bei zurückbleibendem Strom zu der aus der Charakteristik sich ergebenden Feldstärke hinzugefügt werden muss. Wir erhal-

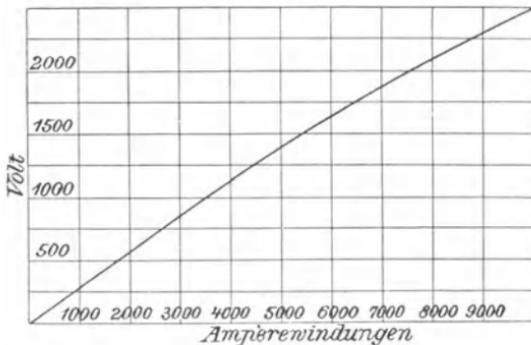


Fig. 108.

ten alsdann die erregende Kraft, die thatsächlich aufgewandt werden muss, und die entsprechende Ankerspannung für den Fall, dass die Maschine bei offenem Stromkreise läuft. Die Werthe der Ankerspannung sind in Fig. 107 als Abscissen der stark ausgezogenen Kurve aufgetragen. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass man hierfür auch die Werthe der erregenden Stromstärke hätte wählen können.

Es ist bemerkenswerth, dass der Unterschied der beiden Kurven, die einer Leistung von 60 Kilowatt entsprechen, nicht sehr gross ist. Dies rührt daher, dass sich das Diagramm auf eine Maschine bezieht, die eine grosse Selbstinduktion besitzt. Aus der Fig. 106 ergibt sich, dass die Phasenverschiebung für verschiedene Werthe der Ankerspannung innerhalb weiter Grenzen ziemlich klein bleibt; ebenso ist die Rückwirkung des Ankers nach Formel (56) verhält-

nismässig schwach. Hieraus folgt für die Praxis, dass kleine Aenderungen des erregenden Stroms keinen grossen Einfluss auf den Ankerstrom der Maschine ausüben, wenn die Maschine unter den günstigsten Betriebsbedingungen arbeitet. Eine starke Zu- oder Abnahme des erregenden Stromes vergrössert die Stromstärke im Anker dagegen in hohem Grade; wird aber die erregende Kraft und damit auch die Ankerspannung noch weiter unter eine gewisse Grenze herabgedrückt, so trifft die entsprechende Ordinate die Energiekurve (diese Stelle ist in der Figur punktiert) überhaupt nicht mehr: die Wechselstrommaschine kann alsdann ihrer Antriebsmaschine nicht mehr hinreichend entgegenwirken, so dass diese durchgehen muss. Arbeitet die Maschine bei normaler Feldstärke, so ist ihr Gang wegen der hohen Selbstinduktion vollkommen gleichförmig. Dagegen liegt die Sache ganz anders, wenn die Selbstinduktion sehr klein ist, so dass ihre elektromotorische Kraft z. B. nur der im Widerstande verlorenen Spannung gleichkommt.

Ogleich eine Maschine mit geringer Selbstinduktion wegen der hohen Kosten in der Praxis nicht ausführbar ist, so bietet es doch Interesse, einen solchen Fall der Betrachtung zu unterziehen. Zeichnet man sich hierfür die entsprechenden Diagramme und die Energiekurven, so ergeben diese, dass die Veränderung, die die Phasenverschiebung bei kleinen Veränderungen des erregenden Stromes erfährt, mit abnehmender Selbstinduktion wächst; in Folge dessen wird die Gestalt der Energiekurve immer spitzer, wenn man von der Rückwirkung des Ankers absieht. Zieht man sie mit in Rechnung, so verläuft die Kurve allerdings flacher, jedoch nur wenig, da die ganze Bauart solcher Maschinen eine starke Rückwirkung des Ankers ausschliesst. Denn da sie geringe Selbstinduktion besitzen sollen, muss ihr Feld sehr stark sein, und ihre Ankerspulen dürfen nur wenige Windungen besitzen. Die Rückwirkung des Ankers kann daher nur gering sein. Die Energiekurve hat somit unter allen Umständen, auch wenn die Rückwirkung des Ankers berücksichtigt wird, die Gestalt eines sehr spitzen V, wie es Fig. 109 zeigt, die den ungefähren Verlauf dieser Kurve für eine Maschine darstellt, bei der die Selbstinduktion bei voller Belastung nur wenige Procente der Ankerspannung ausmacht.

Abgesehen von den hohen Kosten, die die Herstellung einer solchen Maschine verursacht, ist es noch fraglich, ob sie sich für den Betrieb einer Centralstation eignen würde. Um dies zu unter-

suchen, kehren wir für einen Augenblick zu dem oben beschriebenen Fall zurück, wo mehrere Maschinen, von denen jeder dieselbe Energiemenge zugeführt wird, auf das Netz einer Centralstation parallel geschaltet sind. Es ist natürlich wünschenswerth, dass alle Maschinen unter denselben Bedingungen arbeiten, dass also jede dieselbe Stromstärke und dieselbe Energiemenge liefert. Zu diesem Zwecke müssen die Maschinen so erregt werden, dass alle Anker dieselbe Spannung besitzen. Es ist nun die Frage, woran erkennt man, dass die Maschinen richtig erregt sind. Die Strommesser im Kreise des erregenden Stromes geben nur die Grösse der erregenden Kraft an, die wir anwenden; dies beweist jedoch noch nicht, dass die Ankerspannung überall dieselbe ist. Denn bei den einzelnen Maschinen sind die Luftzwischenräume und die sonstigen konstruktiven Einzelheiten immer etwas verschieden. Ferner ist es schwierig,



Fig. 109.

die Rheostaten in dem Stromkreis der Feldmagnete so einzustellen, dass überall dieselbe Stromstärke herrscht. Es werden sich deshalb Unterschiede in der Spannung der verschiedenen Anker nicht vermeiden lassen. Nun erzeugen diese bei Maschinen mit beträchtlicher Selbstinduktion, auf die sich Fig. 107 bezieht, nur geringe Veränderungen in der Stromstärke des Ankers, da hier die Energiekurve einem bauchigen, abgerundeten V gleicht. Diese Maschinen liefern also, wenn sie mit derselben Kraft angetrieben werden, nicht nur dieselbe Energie, sondern auch dieselbe Stromstärke. Umgekehrt können wir die Triebkraft nach dem Strommesser im Ankerkreis jeder Maschine reguliren.

Bei den Maschinen mit geringer Selbstinduktion ist dies nicht der Fall. Ein Blick auf Fig. 109 zeigt, dass bei konstanter Triebkraft eine geringe Aenderung in der Feldstärke die Stärke des Ankerstromes erheblich beeinflussen würde. Hier lässt sich deshalb die Leistung der Maschine und ihre Triebkraft nicht nach dem

Strommesser im Ankerkreis reguliren, und eine gleiche Vertheilung der Leistung zwischen den verschiedenen Maschinen ist schwer zu erreichen. Diese Schwierigkeit wächst in demselben Maasse, wie die Selbstinduktion der Maschine abnimmt; könnten wir die Selbstinduktion vollständig beseitigen, so wäre die Maschine in keinem Stromkreise verwendbar, wo noch eine andere elektromotorische Kraft wirksam ist. Die Selbstinduktion ist deshalb eine sehr schätzenswerthe Eigenschaft der Wechselstrommaschinen; nur vermöge derselben können diese Maschinen parallel geschaltet und für Kraftübertragungen verwendet werden.

89. Bedingung für einen stationären Gang.

Bisher haben wir ausschliesslich die Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen behandelt; im Folgenden werden wir auch die Hintereinanderschaltung derselben in den Kreis unserer Betrachtungen ziehen. Wir werden sehen, dass sich beide Schaltungsweisen von einem Gesichtspunkte aus betrachten lassen, wenn wir einmal an die Behandlung der folgenden Aufgabe gehen. Es ist eine gewisse Spannung für die Sammelschienen und den Anker gegeben und es fragt sich, in welcher Weise die Leistung der Maschine von der Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen abhängt. Um die praktische Tragweite dieser Frage zu beweisen, wollen wir annehmen, dass die Spannung des Ankers der der Sammelschienen voraneilt und dass sich die Dampf- und die Dynamomaschine im Gleichgewicht befinden. Nimmt aus irgend einem Grunde die Leistung der Antriebsmaschine zu, so wird unmittelbar auch die Phasenverschiebung wachsen, und wächst dann gleichzeitig die Leistung in hinreichend starkem Maasse, so können die Dampfmaschine und die Wechselstrommaschine wieder in einen stationären Gang kommen. Verursacht aber die Zunahme der Phasenverschiebung eine Abnahme der Leistung, so ist der neue Zustand nicht stabil, und die Dampfmaschine geht durch.

Des bessern Verständnisses halber wollen wir ein Beispiel wählen. Es möge die Spannung der Sammelschienen von einer sehr grossen Maschine erzeugt werden, deren Selbstinduktion und Widerstand zu vernachlässigen sind. Mit der grossen Maschine soll eine kleine gekuppelt sein, und zwar in verstellbarer Weise, so dass die beiden Anker verschiedene Winkel mit einander bilden

können, und dass die Phasendifferenz der Spannung beider Maschinen beliebig zu verändern ist. Zeichnen wir in jedem Falle das Diagramm, so müssen wir uns vor allen Dingen über die Richtung, in der jede der beiden elektromotorischen Kräfte wirkt, im Klaren sein. Sind z. B. beide Maschinen parallel geschaltet und verläuft in dem Diagramm der grossen Maschine der Radius Vektor für die elektromotorische Kraft in einem bestimmten Augenblicke vertikal nach unten, so hätten wir ihn in dem Diagramm der kleinen Maschine vertikal nach oben anzubringen. Sind die beiden Maschinen

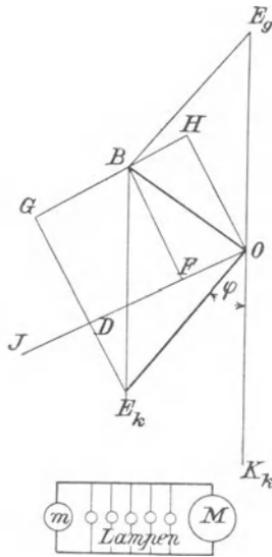


Fig. 110.

hintereinander geschaltet, so behält natürlich die elektromotorische Kraft der grossen Maschine ihre Richtung bei, wenn sie auf das Diagramm der kleinen Maschine übertragen wird.

Die Parallelschaltung ist schematisch in Fig. 110 dargestellt, wo m die kleine und M die grosse Maschine bezeichnet; zwischen die Verbindungen beider sind Glühlampen geschaltet. Das beigefügte Diagramm ist so einfach, dass wenige Worte zu seiner Erklärung ausreichen. In dem Zeitpunkt, auf den sich das Diagramm bezieht, erzeugt die grosse Maschine eine nach unten gerichtete elektromotorische Kraft $O E_g$, die natürlich im Diagramm

der kleinen Maschine nach oben gerichtet und der nach unten gerichteten Klemmenspannung OK_k der kleinen Maschine entgegengesetzt ist. Sind nun die beiden Anker in solcher Stellung gekuppelt, dass die Ankerspannung der kleinen Maschine um den in dem Diagramm angegebenen Betrag vorseilt, so setzen sich die Spannungen der Sammelschienen und des Ankers, OE_g und OE_k , (die letzte ist im vorliegenden Fall kleiner) zu der resultirenden elektromotorischen Kraft OB zusammen. Es ist dies die elektromotorische Kraft, die den Strom durch die kleine Maschine treibt und die einmal den Ankerwiderstand OF und sodann die Selbstinduktion BF zu überwinden hat. Wie gross auch immer die resultirende elektromotorische Kraft sein mag, das Verhältnis ihrer beiden Komponenten ist stets dasselbe. Mit andern Worten, da BF auf OF senkrecht steht, so ist der Winkel BOF konstant und nähert sich um so mehr einem Rechten, je geringer der Spannungsverlust im Anker ist. Bei den neuern Maschinen ist der Ankerwiderstand sehr klein, der Winkel FBO also sehr spitz und BOF nahezu ein Rechter. In dem Diagramm ist er jedoch der Deutlichkeit halber merklich kleiner angenommen.

Die mechanische Energie, die an die kleine Maschine abgegeben wird, ist gleich dem Produkt aus der Stromstärke und der Projektion der Ankerspannung auf den Radius Vektor OJ des Stromes. Da die Spannung der Stromstärke proportional ist, so ist die Energie auch durch den Flächeninhalt des Rechtecks $ODGH$ dargestellt, dessen Basis gleich der Projektion der Ankerspannung auf den Radius Vektor des Stromes und dessen Höhe gleich der Selbstinduktion ist. Das Rechteck $FDGB$ stellt die Energie dar, die an die Sammelschienen des Netzes abgegeben wird, und $OFBH$ den Verlust im Anker.

Verstellen wir nun die Kupplung, so dass der Phasenunterschied ein anderer wird, und wiederholen alsdann dieselbe geometrische Konstruktion, so erhalten wir einen andern Werth für die Energie und können auf diese Weise die Energie für einen beliebigen Phasenunterschied bestimmen. Werden die so gewonnenen Werthe in Polarkoordinaten aufgetragen, so erhalten wir eine Kurve, wie sie die linke Hälfte der Fig. 111 darstellt, welche als Generator bezeichnet ist. Für die neuern Wechselstrommaschinen, die nur einen kleinen Ankerwiderstand haben, ist diese Kurve fast ein Kreis, und vernachlässigen wir den Ankerwiderstand, so ist sie wirklich ein Kreis. Die Energie,

die von der Dampfmaschine an die Wechselstrommaschine abgegeben wird, ist durch die Strecke OP dargestellt, die auf dem Radiusvektor OR liegt; der Winkel, den dieser mit der Vertikalen bildet, ist gleich der Phasenverschiebung zwischen der kleinen und grossen Maschine. Wird dieser Null oder sehr klein, so ist auch die Energie sehr klein. Sie steigt sehr schnell mit wachsender Phasenverschiebung an.

Bisher haben wir angenommen, dass die beiden Maschinen fest mit einander verkuppelt sind. Die Kupplung möge nun plötzlich

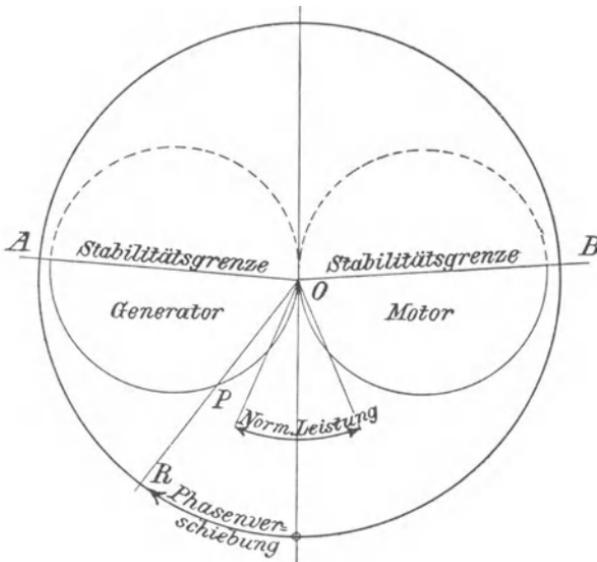


Fig. 111.

gelöst werden. In diesem Augenblicke stelle OP die Phasenverschiebung und die Energie dar. Nimmt die Kraft der Dampfmaschine nun aus irgend einem Grunde ab, so fällt auch die Leistung der Dynamomaschine, die Phasenverschiebung wird kleiner, und der Punkt P bewegt sich auf der Energiekurve nach O hin, d. h. die Dampfmaschine hat wirklich weniger Energie als zuvor zu liefern. Andererseits kann man durch Vergrößerung des Dampfdrucks der Dampfmaschine mehr Energie zuführen. Die Phasenverschiebung wird in Folge dessen grösser, der Punkt P bewegt sich auf der Energiekurve von O weg, und die von der Wechselstrommaschine gelieferte

Energie nimmt also gleichfalls zu. Die einzelnen Zustände sind demnach vollkommen stationär. Sobald der Dampfmaschine mehr Energie zugeführt wird, wächst auch die Leistung der Wechselstrommaschine und umgekehrt. Diese automatische Regulierung hat jedoch ihre Grenzen.

Eilt die Dampfmaschine so weit vor, dass der Radius Vektor mit OA zusammenfällt, so kann die Wechselstrommaschine nicht mehr Energie absorbieren. Wächst alsdann der Phasenunterschied noch weiter, so nimmt die Leistung ab, und die Dampfmaschine geht durch. Die Energiekurve ist in diesem Theile punktirt gezeichnet. Will man auf diesem Theile arbeiten, so müssen die beiden Maschinen fest mit einander gekuppelt sein. Die kleine Maschine eilt in diesem Falle um mehr als 90° vor, d. h. ihre elektromotorische Kraft hat theilweise dieselbe Richtung wie die der grossen Maschine. Die beiden Maschinen sind also hinter einander geschaltet. Dies ist aber nur möglich, wenn sie fest mit einander gekuppelt sind. Sonst können sie nur in Parallelschaltung arbeiten.

Das Diagramm enthält noch eine zweite Energiekurve auf der rechten Seite, die als Motor bezeichnet ist. Sie bezieht sich auf das Verhalten der Maschine, wenn sie als Motor läuft und in der Phase hinter der grossen Maschine zurückbleibt. Je stärker der Motor belastet wird, um so mehr wächst die Verzögerung und damit die abgegebene Energie. Erreicht der Radius Vektor die Linie OB , so steigt die Energie langsamer an und jenseits von OB regulirt sich die Maschine nicht mehr selbst. Um dies zu vermeiden, arbeitet man am besten mit einer geringen Phasenverschiebung, so dass auch ein plötzliches und unvorhergesehenes Anwachsen der Belastung die Selbstregulierung nicht stört.

Die Grenzen, innerhalb deren sich die Maschine sowohl als Motor wie als Generator sicher selbst regulirt, sind in der Figur durch den Winkel angegeben, der als *normale Leistung* bezeichnet ist. Er ist ungefähr gleich 45° .

Benutzt man die Maschine nur als Generator, so ist die Gefahr, dass die zugeführte Energie zu gross wird, offenbar nicht so gross wie bei dem Motor die Gefahr der Ueberlastung. Wir können deshalb eine grössere Phasenverschiebung zulassen, als das Diagramm angiebt. Arbeiten wir z. B. mit einer solchen von 40° , so kann die Energie ohne Gefahr um 60 bis 70% zunehmen. Dies bezieht sich natürlich auf eine zweipolige Maschine. Für eine 20polige kann

die Phasenverschiebung nur zwischen 0 und 4° liegen. Haben wir z. B. zwei Dampfwechselstrommaschinen, die parallel geschaltet sind, und läuft die Kurbel der einen Dampfmaschine um 4° gegen die der andern voraus, so liefert die erste in einem Augenblick die ganze Leistung. Beträgt der Unterschied in dem Gange beider Maschinen noch mehr als 4° , so liefert die erste für einen Augenblick nicht allein die volle Leistung, sondern auch noch eine gewisse Energiemenge, um die andere Maschine zu treiben. Die Energie würde also zwischen den beiden Maschinen hin und her wogen, wodurch ein Arbeiten bei Parallelschaltung unmöglich wird. Wenn auch die Dampfmaschine der voreilenden Wechselstrommaschine nicht dauernd die Energie zu liefern vermag, die für die ganze Leistung erforderlich ist, so kann dies doch während eines Augenblicks deshalb geschehen, weil in dem Schwungrade eine gewisse Energiemenge aufgespeichert ist; diese momentane Ueberlastung kann aber die Maschine aus der Selbstregulierung bringen. Um dies zu vermeiden, muss man verhüten, dass eine Dampfmaschine der andern voreilt oder hinter ihr zurückbleibt. Aus diesem Grunde sind direkt gekuppelte Dampfmaschinen von grosser Umlaufgeschwindigkeit den Maschinen mit Riemenübertragung und geringer Geschwindigkeit vorzuziehen. Es müssen nämlich nicht allein die Wechselstrommaschinen, sondern auch die Dampfmaschinen synchron laufen.

Die Art der Verbindung zweier Maschinen, die in Fig. 110 dargestellt ist, wird gewöhnlich nicht als Reihenschaltung bezeichnet, obgleich der Strom bei dieser Anordnung die Maschinen hinter einander durchlaufen kann. Denn ausser dem Strom, der durch die Maschinen fliesst, wird noch Strom zur Speisung der Lampen verwandt. Bei wirklicher Reihenschaltung müsste der im äussern Kreise verbrauchte Strom aber durch beide Maschinen laufen. Der Strom, der bei der in Fig. 110 dargestellten Anordnung durch die beiden Maschinen fliesst, ist mehr eine nebensächliche Wirkung, die nicht auftritt, wenn die Maschinen frei von jedem mechanischen Zwang laufen. Denn alsdann beeinflussen sie sich gegenseitig so, dass sie von selbst in Parallelschaltung kommen. Nun wollen wir aber die Verbindungen so anordnen, dass wirklich eine Reihenschaltung entsteht, wie sie Fig. 112 darstellt. Hier können die Lampen nur dann brennen, wenn der Strom durch beide Maschinen fliesst. Die elektromotorischen Kräfte der beiden Maschinen setzen sich zu der resultirenden elektromotorischen Kraft OB zusammen,

die einmal den Strom durch den Widerstand des ganzen Kreises (Lampen, Netz und beide Anker) treibt, sodann die Selbstinduktion der beiden Anker überwinden muss. Da Widerstand und Selbstinduktion konstant sind, so ist das Verhältnis der beiden elektromotorischen Kräfte immer dasselbe, wie auch immer der Winkel φ ,

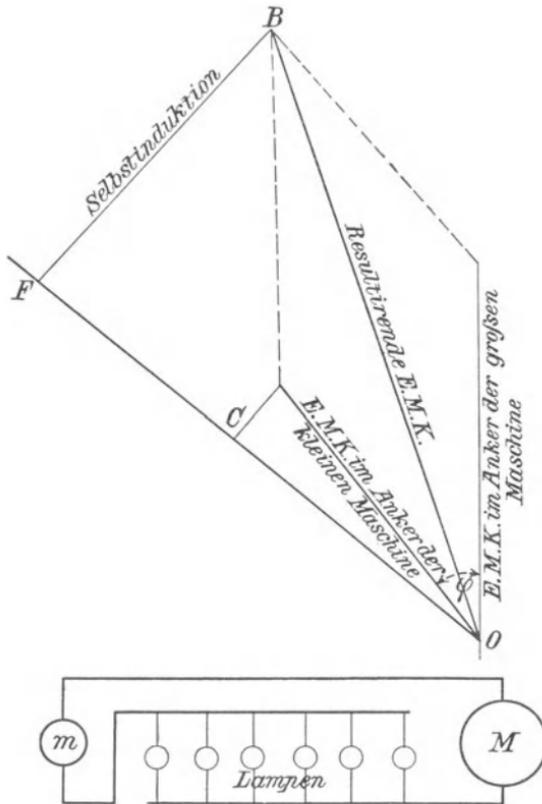


Fig. 112.

die Verzögerung der Ankerspannung der kleinen Maschinen gegen die der grossen, beschaffen ist. Der Winkel BOF bleibt deshalb konstant, wenn er auch weiter nach links zu liegen kommt, sobald der Phasenunterschied durch passende Aenderung der mechanischen Kupplung zwischen den beiden Maschinen vergrössert wird. Die von der grossen Maschine absorbierte Energie ist dem Flächeninhalt des

Rechtecks proportional, dessen Grundlinie gleich FC und dessen Höhe gleich FB ist. In derselben Weise ergibt sich die der kleinen Maschine zugeführte Energie als der Flächeninhalt eines Rechtecks von der Grundlinie OC und von der Höhe FB . Aendern wir nun die Kupplung so, dass die kleine Maschine noch mehr zurückbleibt und wiederholen die Konstruktion, so finden wir den Werth der Energie, der dem neuen Phasenunterschied entspricht. Tragen wir,

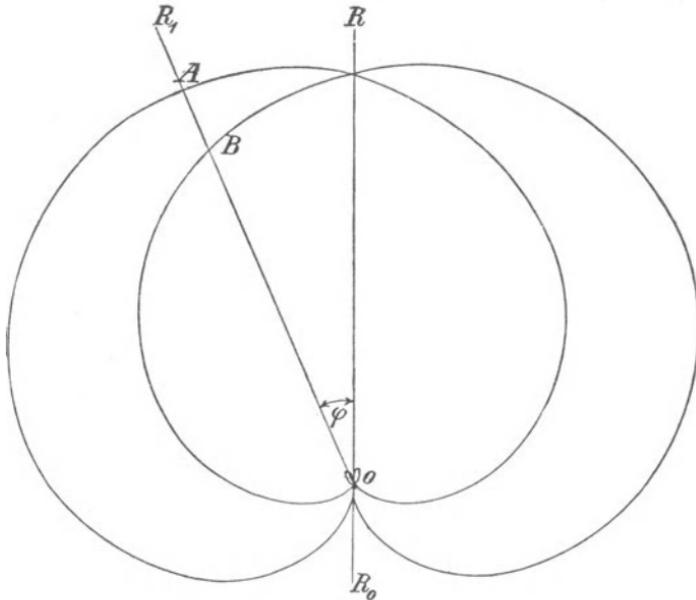


Fig. 113.

wie früher, die berechneten Werthe in Polarkoordinaten auf, so erhalten wir die Energiekurven, die jetzt eine ganz andere Gestalt haben.

In Fig. 113 sind die Energiekurven für zwei Maschinen A und B von gleicher elektromotorischer Kraft dargestellt. Sie arbeiten mit dem Maximum der Energie, wenn sie derartig gekuppelt sind, dass das Maximum der elektromotorischen Kraft bei beiden gleichzeitig eintritt. Dieser Bedingung entspricht in dem Diagramm der Radius Vektor OR . Bleibt die Maschine A um den Winkel ROR_1 hinter B zurück, so absorbiert A die Energie OA und B die Energie OB u. s. w.

Die parallel geschalteten Maschinen besaßen einen stationären Gang, auch wenn sie nicht mechanisch mit einander gekuppelt waren. Das ist im vorliegenden Fall nicht so. Denn wenn die Kupplung gelöst wird, so liefert die Dampfmaschine von B, die voreilt, etwas mehr Triebkraft. In Folge dessen bleibt A sofort noch etwas mehr zurück, d. h. der Radius Vektor OR_1 bewegt sich noch weiter nach links. Hierdurch wird OB, die von der voreilenden Maschine absorbierte Energie, kleiner, so dass diese Maschine noch mehr voreilt. Die Maschinen können ohne mechanische Kuppelung in Hintereinanderschaltung nicht stationär arbeiten. Sind die Dampfmaschinen auf konstante Geschwindigkeit reguliert, so bleibt die Maschine A von selbst um 180° zurück, d. h. sie läuft parallel mit B (der Radius Vektor der Energiekurven fällt dann nach OR_0), und es wird keine Arbeit im Lampenkreise geleistet. Aus dem Gesagten geht hervor, dass frei laufende Wechselstrommaschinen nicht hinter einander geschaltet werden können, wohl aber parallel, wenn die Triebkräfte während des ganzen Cyklus gleichmässig wirken. Ob Wechselstrommaschinen parallel geschaltet werden können, hängt also einfach von den Dampfmaschinen und der Art ihrer Regulierung ab.

Arbeitet eine Wechselstrommaschine auf die Hauptleitungen eines Leitungsnetzes, so sollte nach unserer bisherigen Annahme die Spannung des Netzes durch eine grosse Maschine oder eine Anzahl kleinerer konstant gehalten werden, so dass die Klemmenspannung der zu betrachtenden Maschine von vornherein bestimmt ist. Es bleibt uns nun noch übrig, den Fall zu untersuchen, wo zwei Maschinen parallel geschaltet sind, die sich jedoch nicht so voneinander unterscheiden, dass eine allein bestimmend für die Klemmspannung ist. Es mögen zwei Maschinen A und B verschiedene Ankerspannung besitzen und von gleich starken Dampfmaschinen angetrieben werden. Zuerst leuchtet es ein, dass die Klemmenspannung bei beiden Maschinen gleich gross sein und dieselbe Phase wie der resultierende Strom haben muss, wenn dieser in einem induktionsfreien Widerstande Arbeit leistet. Sodann kann die Stromstärke in jeder Maschine grösser, aber nicht kleiner sein als die Hälfte der resultierenden Stromstärke. Da die Triebkraft bei beiden Maschinen dieselbe ist, so muss auch die Leistung und folglich auch die Stromstärke die nämliche sein.

Die beiden Maschinen mögen zuerst gleich stark erregt werden, so dass ihre Ankerspannungen beide gleich OE sind, denen die

Klemmenspannung OE_t entspricht (Fig. 114). Jede Maschine liefert alsdann das Minimum der Stromstärke i_0 , beide zusammen also $2i_0$; der Wirkungsgrad ist ein Maximum. Die Strecke EE_t stellt die elektromotorische Kraft dar, die zur Ueberwindung der Selbstinduktion und des Ankerwiderstandes erforderlich ist; sie entspricht der Linie BK in Fig. 105. Wir wollen nun untersuchen, wie die Ankerspannung abgeändert werden muss, damit die Maschine A die Stromstärke Oi_A und die Maschine B die Stromstärke Oi_B liefert. Um den Strom Oi_A im Anker zu erhalten, müssen wir zu der Klemmenspannung OE_t noch die Spannung E_tE_A addiren, die den Ankerwiderstand und die Selbstinduktion überwindet. Wir müssen also die Maschine so stark erregen, dass sie bei offenem

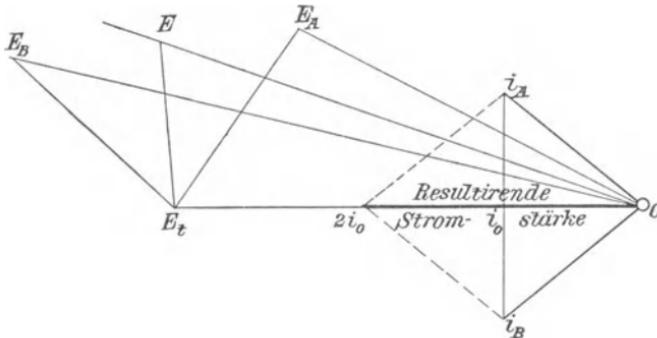


Fig. 114.

Stromkreis die Spannung OE_A besitzt. Führen wir eine ähnliche Konstruktion für die Maschine B durch, so erhalten wir für ihre Spannung den Werth OE_B . Es ist also offenbar möglich, zwei Maschinen von sehr verschiedener Spannung mit einander zu verbinden, wenn jede von einer Dampfmaschine mit derselben Leistung angetrieben wird. Eine ähnliche Konstruktion, wie sie Fig. 114 darstellt, lässt sich in dem Falle anwenden, wo die beiden Dampfmaschinen nicht denselben Antrieb ausüben; der einzige Unterschied besteht nur darin, dass dann die Stromstärke in beiden Maschinen nicht dieselbe ist und die Punkte i_A und i_B nicht auf derselben Vertikalen liegen. Die Maschine A kann z. B. eine Spannung von 2500 V und B eine solche von 1500 V vor dem Zusammenschalten besitzen; nachher beträgt die Klemmenspannung ungefähr 2000 V.

90. Allgemeine Schlussfolgerungen.

Im Folgenden mögen die Schlussfolgerungen, die sich aus den vorhergehenden Betrachtungen ergeben, nochmals kurz zusammengefasst werden.

Alle Wechselstrommaschinen haben eine ziemlich grosse Selbstinduktion. Maschinen mit sehr kleiner Selbstinduktion sind nothwendigerweise sehr gross, schwer und kostspielig und können nicht ohne Weiteres in Stromkreise geschaltet werden, die noch eine andere Wechselstromquelle enthalten.

Die Selbstinduktion bewirkt einmal unmittelbar, dass die Phase des Stromes hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt und dass die Klemmenspannung geringer wird. Mittelbar bewirkt sie eine weitere Schwächung der Klemmenspannung dadurch, dass zu Folge der Phasenverschiebung des Ankerstromes eine gewisse entmagnetisirende Wirkung auf das Feld ausgeübt wird.

Die Kapazität bewirkt ein Voraneilen des Stroms und eine Erhöhung der Klemmenspannung; dieser Einfluss wird noch durch die Rückwirkung des Ankers vergrössert.

Wechselstrommaschinen, die unabhängig von einander angetrieben werden, lassen sich nicht hinter einander verbinden; wohl aber kann man sie parallel schalten. Hierbei ist es günstig, wenn der Ankerwiderstand möglichst klein ist.

Bei Parallelschaltung ist eine gewisse Selbstinduktion erforderlich; wird diese jedoch zu gross, so ist die Schaltungsweise freilich noch immer möglich, die nutzbare Energie wird aber unnöthig klein. Ist auf der andern Seite die Selbstinduktion zu klein, so kann man die Erregung nur sehr schwer in der Weise reguliren, dass alle Maschinen dieselbe Leistung ergeben.

Die Erregung soll immer so bemessen sein, dass die entsprechende Ankerspannung grösser als die kleinste Ordinate der Energiekurve ist, damit bei wachsender Erregung auch die Stromstärke im Anker zunimmt.

Zwei Wechselstrommaschinen von verschiedener Spannung können ohne Weiteres parallel geschaltet werden; die resultirende Spannung ist gleich dem Mittelwerth aus den Spannungen beider Maschinen.

Siebzehntes Kapitel.

91. Einfachster Fall eines Transformators. — 92. Mantel- und Ringtransformatoren. — 93. Einfluss der magnetischen Streuung. — 49. Primäre Stromstärke bei offenem sekundären Kreise. — 95. Arbeitsdiagramme.

91. Einfachster Fall eines Transformators.

Bei den Wechselstrommaschinen bewegen sich die Ankerspulen gegen die Feldmagnete. In Folge dessen ändert sich die Zahl der Kraftlinien in jenen Spulen, und es entsteht in ihnen eine elektromotorische Kraft. Diese Aenderung der Induktion lässt sich indessen auch noch auf andere Art hervorrufen, so z. B. dadurch, dass man neben einer Spule eine zweite aufstellt und die Anordnung so trifft, dass die Kraftlinien der ersten Spule auch die zweite durchsetzen und folglich in ihr eine elektromotorische Kraft hervorrufen. Einen derartigen Apparat nennt man einen *Transformator*, und die Spule, durch die der Wechselstrom geschickt wird, bezeichnet man als *primäre*, die andere, in der die elektromotorische Kraft erzeugt wird, als *sekundäre*. Die Transformatoren werden meistens dazu benutzt, um Wechselströme von gegebener Spannung in solche von anderer Spannung umzuwandeln. Wenn der Apparat so angeordnet ist, dass die gleiche Anzahl von Kraftlinien unter allen Umständen beide Spulen durchsetzen muss, so wird offenbar die inducirte elektromotorische Kraft der Windungszahl jeder Spule direkt proportional sein. Bezeichnet man mit f die Kraftlinienzahl in C.G.S.-Einheiten, mit n die Zahl der Polwechsel und mit z die Windungszahl, so wird die maximale elektromotorische Kraft, welche in dem Augenblicke herrscht, wo die Kraftlinienzahl gleich Null ist,

$$E = 2 \pi n z f 10^{-8} \text{ Volt, (57)}$$

wie sofort aus den Auseinandersetzungen auf Seite 241 folgt.

Die effektive elektromotorische Kraft ist demnach

$$e = \frac{2 \pi n}{\sqrt{2}} z f 10^{-8} \quad (58)$$

$$= 4,45 n z f 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (59)$$

Umgekehrt ist die Feldstärke, wenn wir eine elektromotorische Kraft e in der sekundären Spule erzeugen,

$$f = \frac{e 10^8}{4,45 n z} \text{ C.G.S.-Einheiten.} \quad (60)$$

Hierbei haben wir der Einfachheit halber den Leitungswiderstand der Spule nicht berücksichtigt. Aus Formel (59) und (60) folgt, dass zur Erzeugung einer bestimmten Spannung eine um so kleinere Windungszahl oder Kupfermenge ausreicht, je höher die Kraftlinienzahl ist. Um die Kosten und die Grösse der Spule möglichst zu verringern, müssen wir daher den Transformator so konstruieren, dass ein Strom von mässiger Stärke ein starkes Feld erzeugen kann. Man muss also die Spule mit einem Eisenkern versehen.

92. Mantel- und Ringtransformatoren.

Dies führt uns zu der in Fig. 115 dargestellten Anordnung, wo W eine Wechselstrommaschine vorstellt, welche die primäre Spule P mit Strom versorgt, während die Lampe L von der sekundären Spule S gespeist wird; beide Spulen sind magnetisch durch den Eisenkern K miteinander verbunden. Indessen durchsetzen nicht alle Kraftlinien, die in der primären Spule erzeugt werden, auch die sekundäre Spule S . Einerseits treten überall an den Seitenflächen eines solchen Kerns Kraftlinien aus, selbst wenn nur die primäre Spule in Wirksamkeit ist. Bedeutend verstärkt wird jedoch noch diese magnetische Streuung durch die Wirkung der sekundären Spule. Denn dem Lenz'schen Gesetz zufolge muss die sekundäre Spule in ihrer magnetischen Wirkung der primären entgegengesetzt sein, so dass wir gleiche Pole an den Enden des Stabes und einen Folgepunkt in der Mitte erhalten. In Folge dieser Streuung wird somit die elektromotorische Kraft der sekundären Spule geschwächt. Ein weiterer Nachtheil dieser Anordnung liegt darin, dass der magnetische Stromkreis theils aus Eisen, theils aus Luft besteht; letztere setzt dem Durchgange der Kraftlinien aber

einen grossen Widerstand entgegen, sodass ein starker primärer Strom erforderlich wird. Diesem Uebelstande lässt sich jedoch leicht abhelfen. Wir haben nur dafür zu sorgen, dass die Kraftlinien ausschliesslich im Eisen verlaufen und verwenden daher beim Transformator einen geschlossenen magnetischen Stromkreis.

Dies lässt sich auf sehr verschiedene Weise erreichen. Zunächst kann man einen Eisenkern benutzen, wie es beim Gramme'schen Ringe üblich ist, und ihn, wie einen Anker, mit primären und sekundären Spulen bewickeln. Ferner lässt sich auch die Stellung des Eisens und Kupfers vertauschen; man stellt alsdann die Spulen aus zwei Drahringen von ziemlich grossem Durchmesser her und umwickelt sie mit Eisenwindungen, die rechtwinklig zu den Kupferwindungen liegen und diese vollständig einhüllen. Die erstere Anordnung bezeichnet man als *Ringtransformator*, die zweite als *Mantel-*

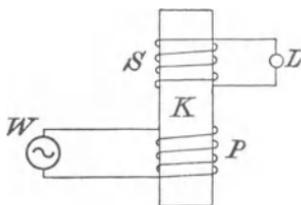


Fig. 115.

transformator. Werden bei dem Transformator Eisenbleche verwendet, wie es neuerdings allgemein üblich ist, so kann man die Grenze zwischen den beiden Arten nicht immer scharf ziehen, da sich ein vollständiger Mantel aus Eisenplatten nicht herstellen lässt. Wir können jedoch als Kennzeichen eines Manteltransformators anführen, dass er einen einfach oder mehrfach verzweigten magnetischen Stromkreis besitzt, während Ringtransformatoren stets nur einen einzigen magnetischen Stromkreis aufweisen.

Fig. 116 stellt drei typische Beispiele dar; A und B sind Ringtransformatoren, C ist ein Manteltransformator. Die primären und sekundären Spulen liegen unmittelbar neben einander. Der Querschnitt des Eisens ist in allen Fällen derselbe. Auch die Wicklungsräume haben bei allen Formen die gleichen Abmessungen, so dass die drei Transformatoren für annähernd dieselben Spannungen und Stromstärken bestimmt sind. Man muss beim Bau von Transformatoren natürlich bestrebt sein, eine grosse Leistung und einen

hohen Wirkungsgrad bei möglichst geringen Kosten und kleinem Gewicht zu erzielen. A und B enthalten gleich viel Eisen, C jedoch weniger. Auf der andern Seite ist die Kupfermenge in A und C dieselbe, in B jedoch geringer. A besitzt daher keine Vortheile vor den beiden andern Typen. Von diesen enthält der Ringtransformator weniger Kupfer, der Manteltransformator jedoch weniger Eisen; ohne weiteres lässt sich daher nicht entscheiden, welcher von beiden

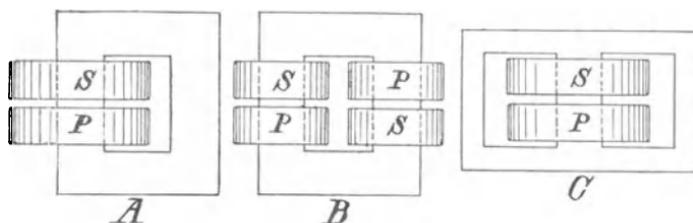


Fig. 116.

den Vorzug verdient. Hierzu ist eine genaue Kenntniss der magnetischen Eigenschaften des Eisens nöthig, welches bei dem Transformator benutzt werden soll.

93. Einfluss der magnetischen Streuung.

Wie wir bereits erwähnten, suchen die primäre und die sekundäre Wicklung den Eisenkern in entgegengesetztem Sinne zu magnetisiren. Diese magnetisirenden Kräfte sind natürlich den Ampèrewindungen der beiden Spulen proportional, während die resultirende Magnetisirung oder die Zahl der Kraftlinien, welche beide Spulen durchsetzen, von der Art des Zusammenwirkens der beiden Spulen abhängig ist. Wir haben deshalb drei Felder zu unterscheiden — das *Hauptfeld* f , welches alle Linien, die beide Spulen durchsetzen, umfasst, und die beiden *Nebenfelder* f_1 und f_2 , welche von den Kraftlinien gebildet werden, die nur die primäre oder nur die sekundäre Spule durchlaufen. Genau genommen hat das Nebenfeld nicht für alle Windungen einer Spule denselben Werth, da ein Theil der Kraftlinien, die es bilden, aus dem Kern austreten, ehe sie das Ende der Spule erreicht haben. Das Wesentliche dieser Wirkung kann jedoch durch ein bestimmtes Nebenfeld dargestellt werden, welches sämtliche Windungen der Spule in gleicher Weise beeinflusst.

Um die Wirkung eines solchen Nebenfeldes klar zu machen, nehmen wir an, der Transformator befinde sich in einem Medium, das für Kraftlinien völlig undurchdringlich ist, und das Nebenfeld jeder Spule werde durch einen besonders angebrachten, geschlossenen Eisenring von solchen Dimensionen gebildet, dass der Transformator unter diesen Umständen gerade so arbeitet, als ob er sich unter gewöhnlichen Umständen in Luft befände. In Fig. 117 verläuft das Hauptfeld f durch beide Spulen, das Nebenfeld f_1 nur durch die

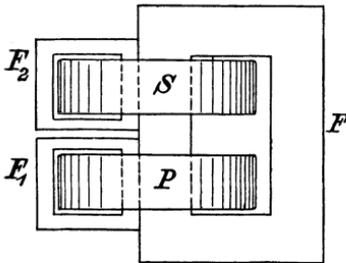


Fig. 117.

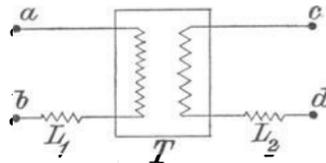


Fig. 118.

primäre und das Nebenfeld f_2 nur durch die sekundäre. Die vom Hauptfeld f herrührende elektromotorische Kraft ist in der primären Spule

$$E_1 = 4,45 n z_1 f 10^{-8} \text{ Volt}$$

und in der sekundären

$$E_2 = 4,45 n z_2 f 10^{-8} \text{ Volt,}$$

wo z_1 und z_2 die entsprechenden Windungszahlen beider Spulen sind. Hierzu kommt die elektromotorische Kraft des Nebenfeldes, welche für die primäre Spule

$$e_1 = 4,45 n z_1 f_1 10^{-8} \text{ Volt}$$

und für die sekundäre

$$e_2 = 4,45 n z_2 f_2 10^{-8} \text{ Volt}$$

ist. Die Nebenfelder wirken mithin gerade so, als ob in den äusseren Stromkreis beider Spulen Leiter mit Selbstinduktion eingeschaltet wären. Eine solche Anordnung stellt Fig. 118 dar, wo T einen Transformator ohne Nebenfeld darstellt, und L_1 und L_2 Spulen mit Selbstinduktion bedeuten und die Punkte a, b und c, d die Klemmen des Transformators sind. Die Spannung zwischen jedem der beiden

Klemmenpaare wird jetzt durch die Spulen L_1 und L_2 in derselben Weise beeinflusst, wie der Transformator in Fig. 117 durch die Nebenfelder f_1 und f_2 .

Unter gewissen Bedingungen wird daher augenscheinlich das Nebefeld bei Steigerung der Leistung des Transformators die Spannung an den Klemmen der sekundären Spule erniedrigen. Wenn die Klemmen der primären Spule an Leitungen angeschlossen sind, zwischen denen konstante Spannung herrscht, so besteht natürlich auch zwischen den Klemmen des offenen sekundären Stromkreises eine bestimmte Spannungsdifferenz. Schliessen wir den sekundären Stromkreis durch Einschaltung von Lampen, so bemerken wir, dass diese Spannung fällt. Dies rührt zum Theil von dem Leitungswiderstande der primären und sekundären Spule, zum Theil von dem Nebelfelde her. Je mehr Lampen eingeschaltet werden, um

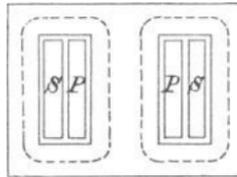


Fig. 119.

so mehr sinkt die Spannung. Der Transformator muss nun so konstruirt werden, dass dieser Spannungsabfall in vernünftigen Grenzen bleibt. Wir haben also den Widerstand der Spulen möglichst klein zu wählen und sie so anzuordnen, dass ein Nebefeld von möglichst geringer Stärke entsteht. Bei der in Fig. 116 C dargestellten Anordnung wird das Nebefeld erhebliche Stärke besitzen; bringen wir jedoch die Spulen in die durch Fig. 119 gegebene Lage, so wird es sehr geschwächt. In gleicher Weise könnte man in Fig. 116 B das Nebefeld verringern, wenn man die Spulen nicht neben, sondern in einander anbringt.

94. Primäre Stromstärke bei offenem sekundären Kreise.

Ein Transformator, der bei offenem sekundären Kreise arbeitet, entnimmt den primären Leitungen soviel Strom, dass ein Feld entsteht, welches gerade die primäre Spannung aufhebt. Es ist natürlich wünschenswerth, dass diese Stromstärke möglichst gering bleibt.

Sind die magnetischen Eigenschaften des Transformators bekannt, so lässt sie sich leicht berechnen. Denn dieser Strom muss einerseits die Arbeit leisten, welche durch Hysteresis und Foucault-Ströme verzehrt wird, andererseits die erregende Kraft bilden, welche zur Erzeugung des gesammten Feldes nöthig ist. Da die Phase des Feldes und die Spannung um 90° gegeneinander verschoben sind, so erfordert die Erzeugung des Feldes keine Arbeit; die Komponente des Stromes, welcher zur Magnetisirung dient, ist daher ein energieloser Strom. Die andere Komponente muss gleiche Phase wie die Spannung besitzen und verzehrt also Energie. Bedeutet daher i_0 die gesammte Stärke des primären Stromes bei offenem sekundären Kreise und sind i_h und i_m die beiden auf einander senkrechten Komponenten, welche die durch Hysteresis und Foucault-Ströme verzehrte Energie liefern und die Magnetisirung erzeugen müssen, so haben wir

$$i_0^2 = i_h^2 + i_m^2 .$$

Die scheinbare Energie, welche vom Transformator bei offenem sekundären Kreise verzehrt wird, ist $i_0 E_1$, die wirkliche Energie $i_h E_1$, und das Verhältnis beider $\frac{i_h}{i_0}$ wird nach dem Vorgange von Fleming¹⁾ *Energiefaktor* genannt. Er nähert sich um so mehr der Einheit, je kleiner i_m im Verhältnis zu i_h ist, und liefert ein ungefähres Maass für die Leitungsfähigkeit des magnetischen Stromkreises. Bei den neuern Transformatoren liegt der Energiefaktor zwischen 0,70 und 0,80.

Wir gehen jetzt dazu über, die Stärke des primären Stromes bei offenem sekundären Kreise zu berechnen. Bedeutet μ die Permeabilität des Eisens (sie liegt gewöhnlich zwischen 1000 und 3000), l die Länge des magnetischen Stromkreises, die in Fig. 119 durch die punktirte Linie angegeben ist, und Q seinen Querschnitt, so ist zur Erzeugung der Kraftliniendichte \mathfrak{B} die magnetisirende Kraft

$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{B}}{\mu}$ erforderlich. Da

$$\mathfrak{H} = \frac{4 \pi i_m z_1}{l}$$

ist, so haben wir

$$i_m = \frac{\mathfrak{B}}{\mu} \cdot \frac{l}{4 \pi z_1} \text{ C.G.S.-Einheiten.}$$

¹⁾ Fleming, Proc. Inst. El. Eng. Bd. 21.

Dieser Ausdruck bezieht sich natürlich auf das Maximum der Magnetisierung. Um die effektive Stromstärke in Ampère zu erhalten, haben wir ihn mit 10 zu multipliciren und durch $\sqrt{2}$ zu dividiren, und erhalten somit

$$i_m = 0,565 \frac{\mathfrak{B} l}{\mu z_1} \text{ Am.} \dots \dots \dots (61)$$

Bezeichnet a die Energiemenge in Watt, welche Hysteresis und Foucault-Ströme in jedem Kubikcentimeter Eisen während jedes Cyklus bei der Induktion \mathfrak{B} verzehren, so ist der gesammte hierdurch verursachte Verlust

$$i_h E_1 = n a l Q.$$

Führen wir für E_1 den aus Formel (59) gewonnenen Werth ein, so wird der Energie verzehrende Strom durch die Formel

$$i_h = 0,225 \frac{a l}{\mathfrak{B} z_1} 10^{-8} \text{ Am.} \dots \dots \dots (62)$$

dargestellt. Der für a zu setzende Werth ergibt sich aus der Hysteresiskurve, Fig. 30; man hat ihn jedoch noch wegen der Foucault-Ströme um einen bestimmten Betrag zu vergrößern, der für jede Art von Transformatoren durch einen Versuch bestimmt werden muss, jedoch im Allgemeinen sehr klein ist, besonders wenn die Dicke der Eisenplatten 0,25 mm nicht überschreitet.

Der primäre Strom, der bei offenem sekundären Kreise entsteht, darf natürlich, wie schon erwähnt ist, nur schwach sein. Denn in den Centralstationen müssen die Transformatoren während einer viel längern Zeit an die Hauptleitungen angeschlossen bleiben, als sie voll oder wenigstens mässig belastet sind. In den meisten Fällen sind die Transformatoren sogar stets mit den Hauptleitungen verbunden und nur wenige Stunden am Tage im Betriebe. Während der ganzen übrigen Zeit verzehrt der Transformator Energie, deren Betrag man natürlich in neuerer Zeit möglichst herunterzudrücken sucht. Wie man hierbei zu verfahren hat, ergibt sich aus den Formeln (61) und (62). Man muss niedrige Kraftliniendichte, einen kurzen magnetischen Stromkreis und das weichste Eisen anwenden, das zu bekommen ist. Bei hoher Polwechselzahl kann man die Kraftliniendichte verringern; man findet daher in der Praxis, dass die Stärke des primären Stromes bei offenem sekundären Kreise für hohe Polwechselzahlen geringer ist.

Es ist jedoch zu bedenken, dass man die Länge des magnetischen Stromkreises nicht verkürzen kann, ohne den Wicklungsraum zu beschränken. Verkleinert man anderseits die Kraftliniendichte durch Vergrößerung des Querschnittes, so wächst sowohl der Durchmesser der Spulen, wie die Länge des magnetischen Stromkreises. Bei der Konstruktion von Transformatoren hat man daher stets eine Anzahl von Anforderungen zu erfüllen, die sich theilweise widersprechen. Einerseits muss der elektrische Widerstand wegen des Spannungsabfalles und der Erhitzung bei voller Belastung gering sein, anderseits aber auch der magnetische Widerstand wegen des primären Stromes bei offenem sekundären Kreise und wegen des Energieverbrauchs bei schwacher Belastung. Diesen beiden Bedingungen sollte daher nach Möglichkeit Rechnung getragen werden.

95. Arbeitsdiagramme.

Wir benutzen wieder die graphische Darstellung zur Erläuterung der Wirkungsweise eines Transformators und setzen zunächst der Einfachheit halber voraus, die primäre und sekundäre Wicklung seien so angeordnet, dass zwischen ihnen keine Kraftlinien austreten und ein Nebefeld bilden können. Weiter machen wir sowohl hier, wie überhaupt in der Folge die Annahme, dass das *Uebersetzungsverhältnis* des Transformators 1 : 1 sei, d. h. dass die primäre und die sekundäre Spule gleich viel Windungen besitzen. Aendern wir die Windungszahlen, so behalten die folgenden Betrachtungen dennoch ihre Richtigkeit; es werden sich nur alle Wirkungen der Spannung in demselben Verhältnis wie die Windungszahl und alle Wirkungen der Stromstärke im umgekehrten Verhältnis wie diese ändern. Verdoppeln wir z. B. die Anzahl der Windungen, so erhalten wir die doppelte elektromotorische Kraft, die halbe Stromstärke, den vierfachen Widerstand und den doppelten Spannungsverlust in diesem. Die gesammten Ampèrewindungen der Spule bleiben jedoch nach wie vor dieselben. Ohne das Ergebnis unserer Betrachtungen zu beeinflussen, können wir uns auch denken, beide Spulen hätten nicht allein gleichviel Windungen, sondern jede bestände nur aus einer einzigen Windung, deren Fläche gleich der mittlern Fläche aller Windungen der Spule ist. Diese Annahme machen wir, wie sofort einleuchtet, deshalb, damit wir im Diagramm denselben Maassstab für die Stromstärke und die Ampèrewindungen benutzen können.

An den Klemmen der primären Spule möge nun konstante Spannung herrschen und in den Stromkreis der sekundären Spule sei ein variabler, induktionsfreier Widerstand eingeschaltet. In Fig. 120 bezeichnen $OI_2 = i_2$ die effektive Stromstärke im sekundären Kreise, der durch die inducirte Spannung OE_2 erzeugt wird. Die Spannung, welche zur Ueberwindung des Widerstandes der Spule erforderlich ist, sei durch die Strecke OW_2 dargestellt; dann ist an den Klemmen für die Arbeitsleistung im sekundären Kreise die Spannung $e_2 = W_2 E_2$ verfügbar. OF möge die effektiven Amperewindungen bezeichnen, welche erforderlich sind, um ein Feld

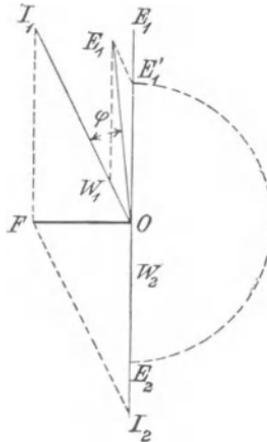


Fig. 120.

zu erzeugen, das in der sekundären Spule die elektromotorische Kraft e_2 induciren kann. OF muss rechtwinklig auf OE_2 stehen. Um die Lage des Radius Vektor für die primäre Stromstärke zu finden, müssen wir ein Parallelogramm konstruiren, dessen Resultante OF ist, und finden so den primären Strom $OI_1 = i_1$. Dieser hat die Arbeit zu leisten, die der Transformator verzehrt und die durch das Produkt dieser Stromstärke mit einer bestimmten elektromotorischen Kraft (sie sei gleich $O\dot{W}_1$) dargestellt wird. Diese Strecke stellt dann nicht nur die Spannung dar, die zur Ueberwindung des Leitungswiderstandes der primären Spule nöthig ist, sondern auch die, welche auf Kosten der Hysterisis und der Foucault-Ströme verzehrt wird. Um den primären Strom durch die Spule zu schicken, müssen wir also an ihren Klemmen eine Spannung wirken

lassen, welche sowohl der durch das Feld inducirten, als auch der durch Leitungswiderstand, Hysteresis und Foucault-Ströme verzehrten das Gleichgewicht halten muss. Wir finden sie, indem wir $OE_2 = OE_1'$ machen, als die Diagonale $OE_1 = e$ des Parallelogramms, das wir über den Seiten OW_1 und OE_1' konstruiren.

Die Arbeit, die der Transformator verzehrt, ist $e_1 i_1 \cos \varphi$, und die, welche er leistet, $e_2 i_2$, mithin ist der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{e_2 i_2}{e_1 i_1 \cos \varphi} .$$

Alle Grössen, die Fig. 120 darstellt, sind aus den oben mitgetheilten Formeln abgeleitet. Die effektiven Ampèrewindungen OF ergeben sich aus Formel (61). Das Uebersetzungsverhältnis ist $e_2 : e_1$ und würde 1 sein, wenn keine Verluste auftreten. Aus dem Diagramm ergibt sich jedoch, dass $e_1 > e_2$ ist. Das Uebersetzungsverhältnis ist somit bei voller Belastung kleiner als 1. Erhöhen wir den äussern Widerstand des sekundären Kreises und führen die Konstruktion nochmals durch, so wird der Radius Vektor, der die primäre Stromstärke darstellt, entsprechend kürzer und stärker geneigt ausfallen, während e_1 nur um wenig abnehmen wird. Da jedoch e_1 konstant gehalten werden soll, so müssen wir sämtliche Linien des Diagramms entsprechend verlängern. Theils aus diesem Grunde, theils weil OW_2 wegen der schwächern sekundären Stromstärke abnimmt, muss die Spannung $W_2 E_2$ an den sekundären Klemmen steigen. Bei fallender Belastung wächst also die sekundäre Spannung. Gleichzeitig nimmt auch die Phasenverschiebung φ im primären Kreise zu.

Die Maasse in dem Diagramm sind so gewählt, um die Konstruktion klar erkennen zu lassen. In Wirklichkeit ist OF viel kleiner gegen OI_2 und erreicht kaum den zehnten Theil davon, sodass die geneigten Linien sämtlich steiler werden. Ebenso sind die Spannungsverluste OW_2 und OW_1 zu hoch angenommen. In Wirklichkeit wird demnach der gesammte Spannungsverlust im Transformator nur wenige Procent der Primärspannung betragen.

Wir wollen jetzt den Einfluss des Nebenschaltfeldes untersuchen. Da wir bereits gezeigt haben, wie der Widerstand der Spulen und andere Verluste beim Arbeitsdiagramm zu behandeln sind, so wollen wir diese jetzt von der Betrachtung ausschliessen, um die ohnehin schon verwickelte Aufgabe nicht unnöthig zu erschweren. Wir

nehmen also einen Transformator an, der, abgesehen vom Nebenfelde, vollkommen ist, d. h. bei dem weder Hysteresis noch Foucault-Ströme auftreten und dessen Wicklungen keinen Widerstand besitzen.

In der Praxis hat man schon längst die Entdeckung gemacht, dass der Spannungsabfall eines Transformators beim Speisen von Glühlampen gering sein kann, dagegen aber beim Einschalten von Bogenlampen oder Motoren sehr hoch wird. Auf der andern Seite

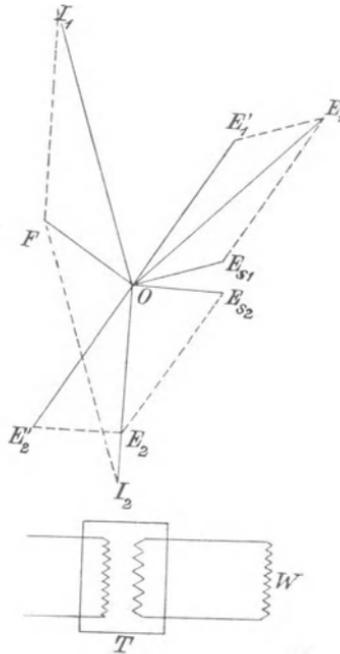


Fig. 121.

kann ein Transformator, der auf einen Kondensator, also z. B. auf ein konzentrisches Kabel, arbeitet, sogar eine Steigerung der Spannung zeigen. Im Folgenden sollen die Aufgaben, welche ein Transformator bei verschiedenem Betriebe darbietet, nicht auf mathematischem Wege gelöst werden. Es mag genügen, nur allgemein die Gründe anzugeben, weshalb Transformatoren unter gewissen Bedingungen eine Steigerung und unter andern eine Verminderung ihrer Spannung zeigen. Der Leser wird dann im Stande sein, bestimmte Fälle selbst zu berechnen.

Zuerst betrachten wir den Fall, der sich in der Praxis sehr häufig darbietet, dass ein Transformator auf einen induktionslosen Widerstand, z. B. auf eine Anzahl Glühlampen, arbeitet. In Fig. 121 stellt T den Transformator und W die Lampen dar. Im Arbeitsdiagramm sind die einzelnen Grössen mit denselben Buchstaben bezeichnet wie in Fig. 120. $O E_{s_2}$ möge die Selbstinduktion bedeuten, welche das Nebenfeld F_2 erzeugt; dann muss augenscheinlich $O E_2'$

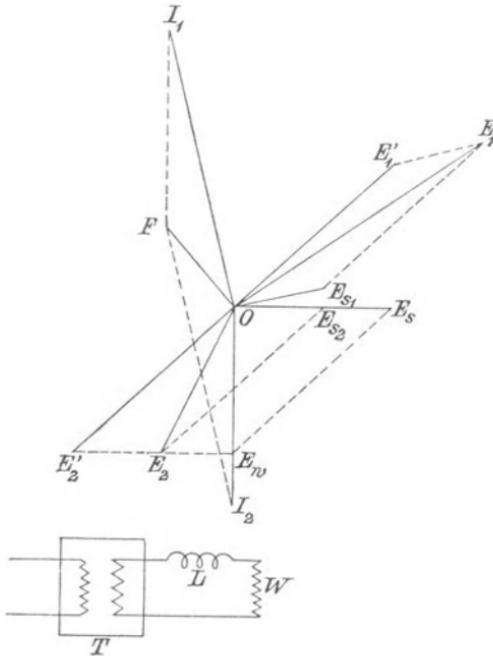


Fig. 122.

die inducirte elektromotorische Kraft der sekundären Spule sein. Der Radius Vektor für die Ampèrewindungen, welche das Hauptfeld erzeugen, muss rechtwinklig auf $O E_2'$ stehen und in der Phase um 90° nach vorn verschoben sein. Wir finden so OF und hieraus weiter $O I_1$. Nun besitzt die primäre Spule ebenfalls ein Nebenfeld, dessen Wirkung durch die elektromotorische Kraft E_{s_1} aufgehoben wird, die gegen $O I_1$ um 90° nach vorn verschoben ist. Die in der primären Spule inducirte elektromotorische Kraft $O E_1'$ muss entgegengesetzt gleich $O E_2'$ sein; die primäre Klemmenspannung wird

somit gleich OE_1 . Man erkennt sofort, dass die primäre Klemmenspannung grösser als die entsprechende sekundäre sein muss. Bei offenem sekundären Kreise müssen sie jedoch gleich sein. Ein Transformator zeigt somit, selbst wenn sein Wirkungsgrad 100 % beträgt, beim Speisen von Glühlampen eine Verminderung der Spannung.

Wir nehmen jetzt an, der äussere Stromkreis bestehe aus zwei hintereinandergeschalteten Theilen, von denen der eine Widerstand und der andere Selbstinduktion besitzt. Dies ist der Fall, wenn der Transformator Bogenlampen und Motoren allein speist. OE_{s_2} (Fig. 122) stellt, wie oben, die Spannung dar, die zur Ueberwindung des Nebenschaltfeldes der sekundären Spule erforderlich ist, und $E_{s_2} E_s$ die Spannung, die in dem Leiter mit Selbstinduktion verzehrt wird. Der Spannungsverlust im Widerstande W ist OE_w . Dann wird die sekundäre Klemmenspannung gleich OE_2 und die sekundäre indu-

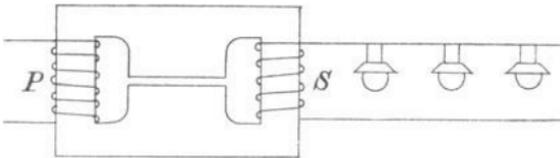


Fig. 123.

cirte elektromotorische Kraft OE_2' . Dementsprechend ist die primäre inducirte elektromotorische Kraft OE_1' , woraus sich die übrigen Grössen, wie oben, ergeben. Die Verminderung der Spannung ist hier höher als im ersten Falle.

Transformatoren, die zur Speisung von hintereinandergeschalteten Bogenlampen dienen sollen, werden so konstruirt, dass das Nebenschaltfeld und demzufolge die Verminderung der Spannung stark ist. Sie liefern dann für verschiedene Belastungen annähernd dieselbe Stromstärke. Fig. 123 stellt einen solchen Transformator dar.

Zuweilen ist es nöthig, Glühlampen und Bogenlampen oder Motoren in Parallelschaltung mit einem Transformator zu betreiben. Diese Anordnung und das entsprechende Arbeitsdiagramm zeigt Fig. 124. Der Stromkreis mit Selbstinduktion besitzt natürlich auch einigen Widerstand, und seine elektromotorische Gegenkraft wird deshalb zum Theil gleiche Phase mit der Stromstärke haben. Letztere ist deshalb nicht um volle 90° gegen die Klemmenspannung

nach rückwärts verschoben. W wird vom Strom OI_w und L vom Strom OI_l durchflossen; der resultierende Strom ist deshalb OI_2 . Die weitere Konstruktion ist in derselben Weise wie oben durchgeführt. Man sieht, dass die Spannung eine beträchtliche Erniedrigung erfährt. Dieselbe Erfahrung hat man auch in Centralstationen bei gleichzeitigem Betriebe von Glüh- und Bogenlampen in Parallelschaltung gemacht.

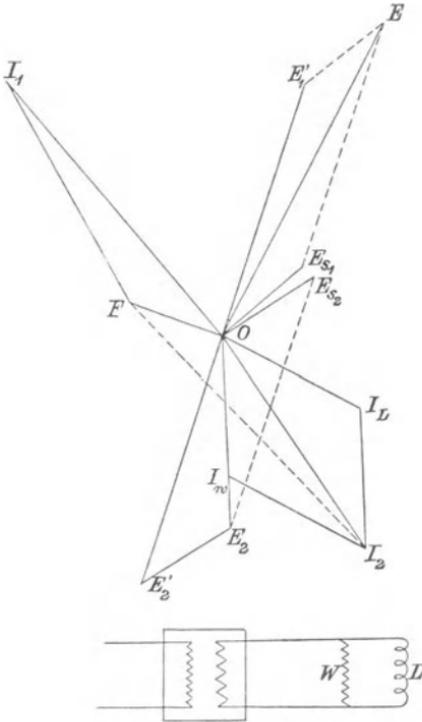


Fig. 124.

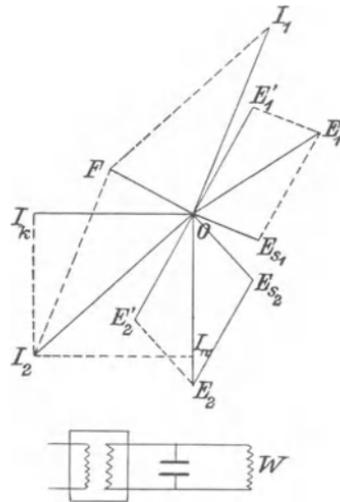


Fig. 125.

Schliesslich haben wir noch den Fall zu betrachten, dass ein Transformator Strom in ein langes concentrisches Kabel mit beträchtlicher Capacität liefert. Hier ist der sekundäre Strom die Resultante aus dem Arbeit leistenden Strom, der in gleicher Phase mit der Klemmenspannung ist, und aus dem Ladungsstrom, der ihr um 90° voraneilt. In Fig. 125 sind die alten Bezeichnungen beibehalten; nur für den Ladungsstrom ist der Radius Vektor OI_k neu

eingeführt. Die Konstruktion ist sehr einfach und bedarf keiner weitem Erläuterung. Man erkennt, dass jetzt an Stelle der Erniedrigung eine Erhöhung der Spannung tritt. Man könnte Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität noch auf verschiedene andere Weisen kombinieren. Die hier angeführten Beispiele genügen jedoch, um die Anwendung des Arbeitsdiagramms für die Lösung derartiger Aufgaben zu erläutern.

Achtzehntes Kapitel.

96. Eintheilung der Wechselstrommaschinen. — 97. Die Maschine von Siemens. — 98. Die Maschine von Ferranti. — 99. Die Maschine von Kapp (Johnson & Phillips). — 100. Die Maschine von Elwell-Parker (Electric Construction Corporation). — 101. Die Maschine von Fricker (Gulcher Co.). — 102. Die Maschine von Mordey. — 103. Die Maschine von Kingdon.

96. Eintheilung der Wechselstrommaschinen.

Die Wechselstrommaschinen, welche heut zu Tage gebaut werden, lassen sich in zwei streng von einander verschiedene Gruppen theilen. Bei den einen durchlaufen die Kraftlinien einen bestimmten Weg von unveränderlichem Widerstande, und die elektromotorische Kraft wird dadurch erzeugt, dass die Leiter diese Linien schneiden. Bei den andern ist der Widerstand und die Bahn der Kraftlinien veränderlich, und die elektromotorische Kraft kommt durch die Aenderungen der Kraftliniendichte zu Stande. Die erste Gruppe, der alle ältern Maschinen angehören, zerfällt wieder in zwei Unterabtheilungen, je nachdem der Anker beweglich und die Feldmagnete fest oder der Anker fest und die Feldmagnete beweglich sind. Beide Arten von Maschinen besitzen Schleifringe, sei es nun für den Anker oder für die Feldmagnete; da der Strom jedoch nicht kommutirt zu werden braucht, so bietet es keine Schwierigkeit, die Ringe so anzuordnen, dass Funken und Erwärmung vermieden werden. Bei der zweiten Gruppe sind keine Schleifringe erforderlich; die Konstrukteure solcher Maschinen pflegen dies als besondern Vorzug zu preisen.

Man kann auch die Wechselstrommaschinen danach eintheilen, ob ihr Anker Eisen enthält oder nicht. Das Eisen wirkt wegen der Verluste in Folge der Hysteresis unvortheilhaft; da jedoch nur

geringe Mengen erforderlich sind, die nur schwach magnetisirt werden, so lassen sich diese Verluste bei gut konstruirten Maschinen auf etwa 1 % der gesammten Leistung herunterdrücken. Auf der andern Seite ist zu bedenken, dass der Anker durch die Verwendung von Eisen grössere Festigkeit gewinnt.

Bei der Konstruktion von Wechselstrommaschinen, die zur Erzeugung hoher Spannungen dienen sollen sind besonders folgende Punkte zu beachten: 1. Gute mechanische Konstruktion, damit die Maschine ununterbrochen in Betrieb sein kann. 2. Festigkeit des Ankers. 3. Gute Isolation der Ankerspulen, die so angeordnet sein müssen, dass keine hohe Spannungsdifferenzen zwischen benachbarten Drähten auftreten können. 4. Leichte Zugänglichkeit der Ankerspulen, wenn Reparaturen nöthig sind. 5. Zweckmässige Anordnung der Sammelringe, die zu keinen Störungen Veranlassung geben dürfen. 6. Hoher Wirkungsgrad.

97. Die Maschine von Siemens.¹⁾

Die Feldmagnete besitzen schmiedeeiserne Kerne und sind auf einem gusseisernen Rahmen befestigt, dessen beide Hälften mit einander verschraubt sind. Die erregenden Spulen sind auf Messinghülsen gewickelt und so verbunden, dass die aufeinanderfolgenden Pole verschiedenes Zeichen haben und dass entgegengesetzte Pole einander gegenüberstehen. Die Kraftlinien schneiden somit den Anker überall rechtwinklig.

Die Einzelheiten der Konstruktion veranschaulicht Fig. 126. Die Spulenkern werden aus hartem Holz angefertigt und mit Messingblech zusammengehalten. Letzteres ist mit einer Lage Isolationsmaterial, wie Hartfaser oder Pressspahn, bedeckt, auf welche der Draht fest gewickelt ist. Die Verbindungen zwischen den einzelnen Spulen bilden Drähte, welche gut isolirt durch Löcher in den Befestigungsplatten der Spule geführt sind. Diese Platten sind aus Neusilber und halten die hölzernen Kerne und die Leiter zusammen. Unter jeder befindet sich eine Lage Isolationsmaterial; die beiden

¹⁾ Die hier folgenden Beschreibungen von Wechselstrommaschinen lehnen sich an eine Reihe von Aufsätzen, die R. W. Weekes über derartige Maschinen der elektrischen Ausstellung im Krystallpalast im Electrical Engineer, Juli und August 1892, veröffentlicht hat.

Schraubenbolzen, die, wie aus der Figur zu ersehen ist, den hölzernen Kern durchdringen, halten die beiden Platten zusammen und leisten dem Zuge Widerstand, den die Centrifugalkraft auf die Spulen ausübt. In den Metalltheilen werden bei der Bewegung des Ankers Ströme inducirt, welche jedoch wegen der Verwendung von Neusilber nur geringe Energiemengen darstellen. Die Spulenträger sind auf das Ankerende fest geschraubt und können, falls Reparaturen nöthig sind, nach Lösung der Schrauben mit den Spulen herausgenommen werden. Um den Anker in seinem äussern Umfange

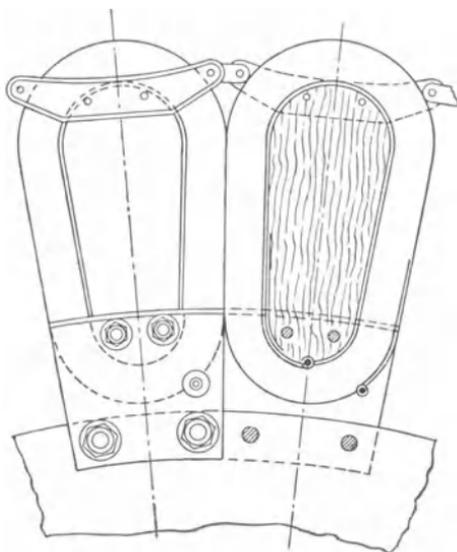


Fig. 126.

grössere Festigkeit zu geben, sind daselbst an jeder Seite Messingstreifen angebracht und so mit einander vernietet, dass sie eine geschlossene Kette um den ganzen Anker bilden.

Um den Gang der Maschine möglichst geräuschlos zu machen, sind die Zwischenräume zwischen den Polflächen mit Holz ausgefüllt, sodass dem Anker eine ununterbrochene Fläche gegenübersteht. Die Sammelringe bestehen aus Kupfer und sind mit dem äussern Stromkreise durch zwei gewöhnliche Kupferbürsten verbunden.

Die nachstehenden Angaben beziehen sich auf eine Siemenssche Maschine für niedrige Spannung.

Spannung	80 V
Stromstärke	500 Am
Umdrehungszahl in der Minute	400
Periodenzahl in der Sekunde .	60
Anzahl der Pole	20
Gesammtgewicht	2 t
Grundfläche	1,10 × 1,70 qm.

98. Die Maschine von Ferranti.

Die Maschine von Ferranti ist im Princip dieselbe, wie die Siemens'sche und unterscheidet sich von ihr nur durch die konstruktiven Einzelheiten, besonders durch die des Ankers. Die Ankerkerne

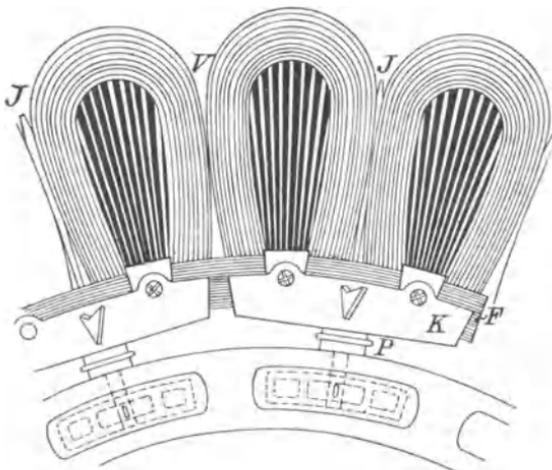


Fig. 127.

bestehen aus Scheiben von Messing und Asbest, wie Fig. 128 und 129 zeigen. Die radial angeordneten Messingscheiben besitzen in ihrer Längsrichtung eingepresste Rillen, die eine Verschiebung der einzelnen Platten gegeneinander verhindern. Die Dicke der Asbestscheiben nimmt in radialer Richtung zu, um dem Kern die erforderliche Gestalt zu geben. Die Messingplatten werden am dünnen Ende des Kerns durch Uebergießen von flüssigem Metall zusammenge-
löthet und während dieses Vorganges nebst den Asbestplatten durch Klammern zusammengepresst. Durch weitere Bearbeitung er-

halten die Kerne die richtige Form und werden dann an dem massiven Ende durchbohrt, um dort eine Schraube (B und C) aufnehmen zu können, welche die elektrische und mechanische Verbindung mit dem Spulenträger herstellt. Das innere Ende der Spulenwicklung wird mit dem Kern verlöthet. Sie ist aus blankem Kupferband hergestellt, das gleichfalls mit einer Rille zur Vermeidung seitlicher Verschiebungen versehen ist. Die aufeinanderfolgenden Windungen sind durch einen Streifen Hartfiber von einander isolirt. Beim Aufwickeln des Bandes wird dasselbe stark gespannt, sodass

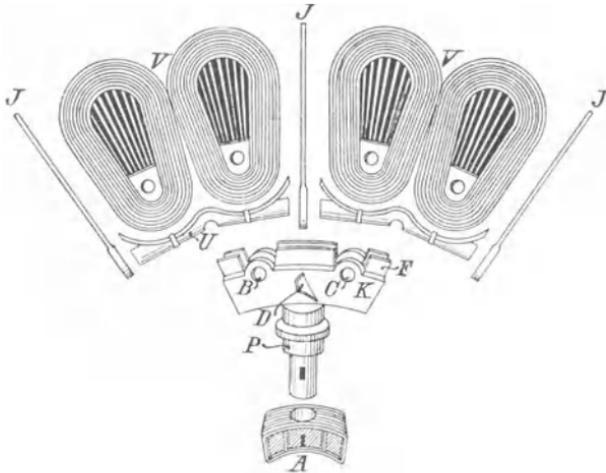


Fig. 128.

sich die Isolation fest in die Rille presst und dadurch das Band eine unveränderliche Lage erhält.

Bei der Montirung der Spulen wird für jedes Paar ein Träger benutzt, wie Fig. 128 zeigt, der gleichzeitig die innern Enden der Spulenwicklung mit einander verbindet, die äussersten Lagen sind durch die Ebonitplatte J von einander isolirt. Die äussern Enden der Wicklung sind im Punkte V mit einander verbunden, wo sich zwei Spulen berühren, die nicht auf demselben Träger befestigt sind. Es geschieht dies vor der Befestigung der Spulen auf dem Rahmen. Bei dieser Art der Verbindung müssen natürlich die einzelnen Träger sowohl von einander, als auch von dem Rahmen gut isolirt sein. Der Stiel des Trägers ist zunächst an der Stelle, wo er in das zu

seiner Aufnahme bestimmte Loch des ringförmigen Trägers für sämtliche Spulen eintritt, mit Porzellan P isolirt. Dieser Träger besitzt an den betreffenden Stellen weite, in der Richtung der Achse verlaufende Durchbohrungen, sodass auf dem untern Ende des Stieles eine grosse viereckige Mutter befestigt werden kann und dass rings um diese noch ein schmaler Zwischenraum bleibt, der mit Schwefelkitt ausgefüllt wird. Dieser dehnt sich aus und bildet alsdann sowohl die Isolirung, wie die Befestigung für die Mutter. Durch die Verwendung von Porzellan will man eine grössere Oberflächenisolation erzielen und ferner die Feuersgefahr beseitigen, die der Schwefel an dieser Stelle bei dem Auftreten von Funken darbieten würde. Die beiden Hälften des Ankers sind parallel geschaltet, um die Spannung zwischen benachbarten Spulen zu erniedrigen.

Bei Maschinen für 245 Kilowatt, welche 2400 V liefern, werden in jeder Spule 200 V erzeugt, sodass die Spannung zwischen den beiden auf einem Träger befindlichen Spulen 400 V beträgt. Die Ebonitplatten, die hier eingefügt sind, gewähren jedoch eine hinreichende Sicherung gegen Kurzschlüsse. Die Spulen sind an ihrem untern Ende mittelst isolirter Metalltheile in den Trägern befestigt, wie es Fig. 128 veranschaulicht. Diese Anordnung trägt sehr zur Erleichterung der Reparaturen bei. Wird eine Spule irgendwie beschädigt, so nimmt man sie zusammen mit der benachbarten des andern Trägers heraus und ersetzt die beiden durch zwei neue.

Von zwei genau einander gegenüberliegenden Punkten des Ankers sind Verbindungen durch das Innere der Achse nach zwei gut isolirten Kupferringen geführt, von denen der Strom mit Hülfe zweier Halbringe aus Messing abgenommen wird. Zwischen den Kupfer- und Messingringen befindet sich Graphit, der die Reibung verringert, dabei aber zugleich eine gute Leitung herstellt.

Die Feldmagnete bestehen aus schmiedeeisernen Platten und sind auf einem Rahmen befestigt, der aus verschiedenen Gussstücken zusammengeschraubt wird. Die erregenden Spulen werden auf besondere Hülsen gewickelt, welche auf die Magnetschenkel geschoben und hier gut befestigt werden. Auf die Schmiervorrichtung der Maschine ist besondere Sorgfalt verwandt. Das Oel wird von unten in das Lager gepresst und sucht gleichsam die Achse vom Lager abzuheben. Die Oelpumpen werden auf jeder Seite von Excentern in Bewegung gesetzt, die auf der Achse sitzen.

Der Wirkungsgrad der Maschine sollte eigentlich gross sein.

Doch wenn auch die Zertheilung der Spulenkern die Foucault-Ströme in den Messingscheiben sehr schwächt, so ist doch wahrscheinlich der davon herrührende Verlust erheblich höher als der, welcher in Folge von Hysteresis bei Maschinen mit eisernem Ankerkern auftritt. Das Messing verleiht indessen dem Anker eine ausserordentliche Festigkeit.

Die Magnete werden durch einen Strom von 150 Am Stärke und 30 V Spannung gespeist; der entsprechende Energieverbrauch beträgt 1,85 % der gesammten Leistung.

Nachstehend folgen einige Angaben über eine solche Maschine:

Spannung	2400 V
Stromstärke	100 Am
Umdrehungszahl in der Minute . . .	335
Periodenzahl in der Sekunde	66
Zahl der Ankerspulen	24
Querschnitt des Ankerleiters	16 × 1 qmm
Zahl der Windungen jeder Spule . .	40
Dicke der Isolation zwischen den Windungen	0,5 mm
Kupfergewicht des Ankers	120 kg
Oberfläche der Polschuhe	800 qcm
Zahl der erregenden Windungen . . .	522
Dicke des Drahtes der Magnetspulen	4 mm
Gesamtgewicht	18,5 t
Grundfläche	3,0 × 3,8 qm
Höhe	2,8 m

99. Die Maschine von Kapp (Johnson & Phillips).

Die Maschine von Johnson & Phillips, Fig. 129, welche vom Verfasser konstruirt ist, unterscheidet sich dadurch von den vorigen, dass bei ihr gleichnamige Pole einander gegenüberstehen. Die Kraftlinien verlaufen somit an derselben Seite des Ankers von einem Magnet zum nächstfolgenden. Zur Herstellung des magnetischen und mechanischen Gleichgewichts ist auf jeder Seite des Ankers eine Polreihe nöthig.

Die Magnetkerne bestehen aus Schmiedeeisen, besitzen breitere Polflächen und sind in gusseisernen Rahmen befestigt. Die Pol-

flächen sind nahezu rechteckig gemacht, damit in allen Entfernungen von der Mitte die gleiche Anzahl Kraftlinien in den Anker tritt. Wäre dies nicht der Fall, so würden die Kraftlinien im Anker von dem einen Blech ins andere übertreten und so zur Entstehung von Foucault-Strömen Veranlassung geben. Der gusseiserne Rahmen, in dem die Kerne befestigt sind, besteht aus zwei Hälften, welche



Fig. 129.

mit einander verschraubt sind, sodass der Anker leicht herausgenommen werden kann. Bei den grossen Maschinen kann jeder Magnetkranz mit Hülfe einer Schraube längs der Achse verschoben werden, um eine Prüfung des Ankers an Ort und Stelle zu ermöglichen. Der Ankerkern wird in der Weise hergestellt, dass man ein Band aus Holzkohleneisen gleichzeitig mit einem die einzelnen Lagen von einander isolirenden Papierstreifen auf einen gusseisernen

Ring wickelt, welcher durch Speichen auf der Achse befestigt ist. Die Zahl der Speichen ist halb so gross als die der Magnetpole; es können daher jedes Mal zwei Spulen zwischen je zwei Speichen angebracht werden. Die Zwischenräume zwischen den Spulen sind mit hartem Holz ausgelegt, sodass die Stirnfläche des Ankers eben ist. Diese Holzstücke werden durch Schraubenbolzen in ihrer Lage festgehalten und sind ausserdem noch mit Stahldraht umwickelt, für den entsprechende Rinnen vorgesehen sind. An den Stellen, wo sich die Wicklung befindet, ist der Ankerkern mit Glimmer und zwei Lagen vulkanisirter Fiber versehen.

Bei den kleinen Maschinen dieser Art sind sämtliche Spulen hintereinandergeschaltet; bei den grössern Maschinen, die in Centralen verwandt werden, sind die Spulen in zwei parallel geschaltete Hälften getheilt, um die Spannung zwischen benachbarten Spulen zu erniedrigen. Die Enden der Spulen sind nach Schrauben geführt, welche gut isolirt im Speichenring befestigt sind. Zur Stromabnahme dienen gewöhnliche Kupferbürsten, von denen zwei auf jedem Schleifringe aufliegen. Die Fläche, auf der sie schleifen, liegt vertikal und nicht horizontal, wie es sonst meistens bei Dynamomaschinen üblich ist. Es geschah dies, um den Kollektor innerhalb des Magnetgestells anbringen zu können, damit die gefährlichen Theile der Maschine besser vor Berührung geschützt sind.

Es folgen noch einige Angaben über zwei Maschinen dieser Art von verschiedener Grösse.

	Kleinere Maschine	Grössere Maschine
Spannung	2000 V	1000 V
Stromstärke	7,5 Am	120 Am
Umdrehungszahl in der Minute	900	600
Periodenzahl in der Sekunde .	75	100
Gesammtgewicht der Maschine	2,25 t	6,15 t
Grundfläche	0,9 × 1,45 qm	1,75 × 2,10 qm
Höhe	1,15 m	1,65 m.

100. Die Maschine von Elwell-Parker (Electric Construction Corporation).

Bei der Maschine von Elwell-Parker bewegen sich die Feldmagnete im Innern des festen Ankers. Die schmiedeeisernen Feldmagnete sind radial auf einem massiven, ebenfalls schmiedeeisernen Ringe befestigt, welcher seinerseits auf eine gusseiserne Nabe getrieben ist. Die Nabe ist fest mit der Achse verbunden und an den Stirnflächen durch dünne Eisenbleche geschlossen, um Energieverluste durch die Luftströmungen zu verhüten, welche sonst durch

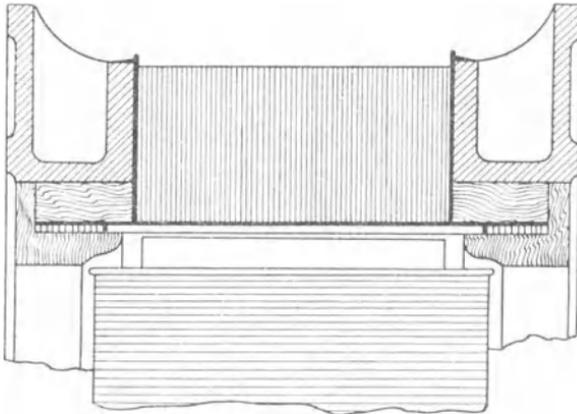


Fig. 130.

die Träger der Nabe beim Rotiren des Ankers entstehen würden. Die erregenden Spulen sind auf Hülsen von Eisenblech gewickelt, welche auf den Magnetkernen befestigt sind. Hierauf ist grosse Sorgfalt zu legen, da die Centrifugalkraft, welche die Spulen von den Magneten zu ziehen sucht, bei normaler Geschwindigkeit nahezu 150mal so gross als das Gewicht der Spulen selbst ist. Die Spulen sind hintereinandergeschaltet, und die freien Enden führen an Schleifringe, welche auf der Achse befestigt sind. Der Strom wird diesen beiden Ringen durch zwei Paar Bürsten aus Kupfergaze zugeführt, sodass an einer Bürste jederzeit Veränderungen vorgenommen werden können, ohne den Gang der Maschine zu stören.

Der Ankernern liegt ausserhalb der Spulen und ist so aus Blechen von Holzkohleneisen zusammengesetzt, dass er senkrecht zur Achse der Maschine zertheilt ist. Fig. 130 zeigt unten einen Magnetschenkel und darüber im Durchschnitt den Ankernern; in der Begrenzungsfläche zwischen beiden sind seitlich die Windungen der flachen Spule im Durchschnitt zu sehen. Fig. 131 stellt die innere Fläche des Ankerringes mit den auf ihr angebrachten Spulen dar. Die Ankerbleche sind zwischen die beiden Hälften eines gusseisernen Rahmens geklemmt. Der innere Durchmesser desselben ist grösser

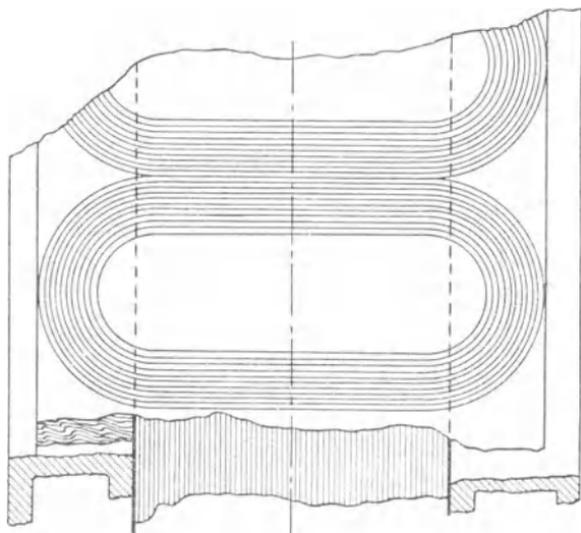


Fig. 131.

als der des schmiedeeisernen Kerns; der hierdurch gewonnene Raum ist durch Holz ausgefüllt, das eine isolirende Befestigung für die Ankerspulen bildet. Dieselben sind auf Holzkerne gewickelt und dann auf die innere Fläche des Ankerringes gelegt; zwischen beiden ist eine isolirende Schicht angebracht. Die Spulen werden an jeder Seite des Ankers durch einen Holzring in ihrer Lage gehalten, durch welchen die Leiter und der Kern gleichzeitig festgeklemmt sind. Der Ring besteht aus einzelnen Theilen, sodass nur einer davon entfernt zu werden braucht, wenn eine Spule herausgenommen werden muss. Die Breite der Kerne ist etwa doppelt so gross wie die der Spulenwicklung, sodass die Leiter und die Kerne abwechselnd

ungefähr denselben Raum auf dem Anker einnehmen. Die Verbindungen zwischen den Spulen liegen in Kanälen, welche in den Ankerrahmen gegossen sind, und werden durch die Holzbekleidung geschützt. Die beiden freien Enden der Wicklung werden zu Klemmen geführt, welche gewöhnlich auch unter der Holzbekleidung liegen, sodass die Maschinentheile, an denen hohe Spannungsdifferenzen herrschen, nicht zugänglich sind.

Es folgen noch einige Einzelheiten über eine solche Maschine von 30 000 Watt Leistung.

Spannung	1000 V
Stromstärke	30 Am
Umdrehungszahl in der Minute	600
Periodenzahl in der Sekunde	60
Durchmesser des Ankers	90 cm
Wirksame Breite des Ankers	15 cm
Anzahl der Ankerspulen	12
Windungszahl jeder Spule	34
Zahl der Feldmagnete	12
Querschnitt der Feldmagnete	$7,6 \times 15,2$ qcm
Stärke des erregenden Stroms	16 Am
Spannung des erregenden Stroms	100 V
Gesammtgewicht	2,75 t
Grundfläche	$1,2 \times 1,4$ qm
Höhe	1,3 m

101. Die Maschine von Fricker (Gulcher Company).

Die Maschine von Fricker ähnelt der zuletzt beschriebenen in der Anordnung der Feldmagnete. Sie bestehen aus einem sternförmigen Gussstück, welches 12 radiale Arme besitzt; Fig. 132 und 133 dienen zur Erläuterung. Dieses Gussstück ist auf der Achse befestigt. Die Spulen sind auf Hülsen von Eisenblech gewickelt, welche Flanschen aus Messing besitzen. Die radiale Tiefe des Wicklungsraums nimmt mit der Entfernung von der Achse zu, um möglichst viel Platz für die Wicklung zu gewinnen. Die Spulen werden auf die Kerne geschoben und durch zwei Eisenschrauben in ihrer Lage gehalten, welche die obern Flanschen der Spulen durchdringen und in der Nabe des Magnetsterns verschraubt sind. Die Energie, welche zur Erregung der Feldmagnete aufgewandt wird,

beträgt 2,3 % der Gesamtleistung, also verhältnismässig weniger, wie bei der zuletzt beschriebenen Maschine; es rührt dies von dem geringen Abstand zwischen Feldmagneten und Ankerkern her.

Die Anordnung des Ankers ähnelt der in den Lontin'schen Maschinen, zeigt jedoch gegen diese einen Fortschritt, da die Zwischenräume zwischen den Polen mit Eisen ausgefüllt sind, um Schwankungen in der Feldstärke zu vermeiden. Der Anker ist aus 4mm dicken, ringförmigen Eisenplatten hergestellt, welche so gestaltet sind, dass sie nach dem Zusammensetzen einen Ring mit 24 Ein-

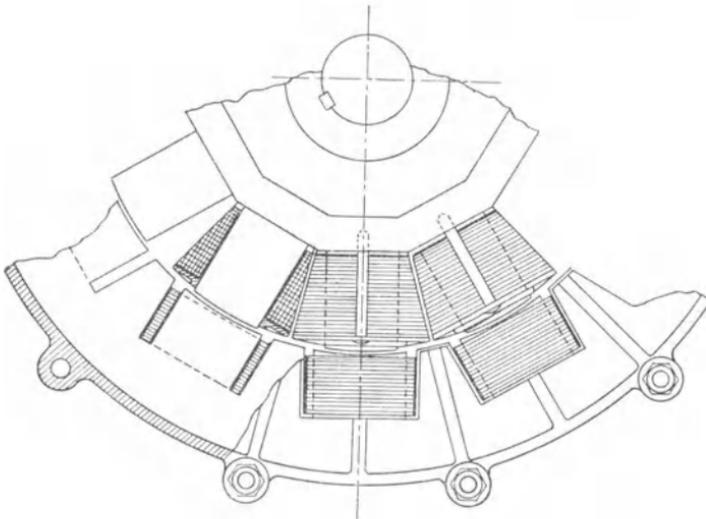


Fig. 132.

schnitten bilden, welche die Ankerspulen aufnehmen. Diese Platten werden in einem Rahmen durch Schrauben zusammengehalten, die die gusseisernen Aussenringe durchsetzen. Für die Ankerwicklung wird Kupferband von 40 mm Breite und 2 mm Dicke verwandt, das über die hohe Kante auf eine dem Magnetkern entsprechende Form gewickelt wird. Der Kern und die Wicklung sind durch Asbest und Fiber, die mit Schellack behandelt sind, oder durch eine dünne Lage Theckholz von einander getrennt. Nach dem Zusammensetzen sind die Spulen völlig in Eisen gebettet. Die Kraftlinien haben, um den Anker zu durchdringen, in jeder Lage der Pole annähernd denselben Widerstand zu überwinden, sodass nur geringe Schwankungen der

Feldstärke auftreten. Eine Zertheilung der Feldmagnete, wie wir sie bei den Lontin'schen Maschinen finden, ist daher unnöthig. Wegen des schmalen Luftzwischenraums ist die für die Erregung der Feldmagnete aufzuwendende Energie gering, trotzdem der Wicklungsraum beschränkt ist und die Magnete aus Gusseisen bestehen. Von Nachtheil ist es, dass die Menge des Ankereisens fast doppelt so gross ist, wie bei der zuletzt beschriebenen Maschine; die Verluste durch Hysteresis sind daher wenigstens um ebensoviel grösser, als die für die Erregung nöthige Energie abgenommen hat. Ferner ist

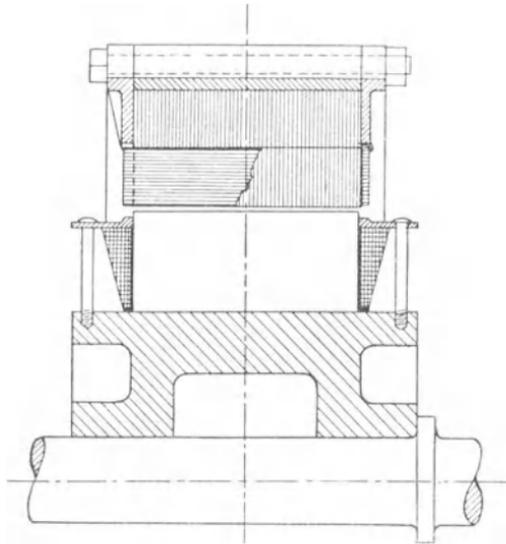


Fig. 133.

bei den Maschinen, deren Ankerspulen von Eisen umgeben sind die Rückwirkung des Ankers wegen des geringen Luftzwischenraums bedeutend höher. Die erregende Kraft muss daher bedeutend verändert werden, wenn Schwankungen der Klemmenspannung bei Aenderung der Leistung vermieden werden sollen. Ferner würde bei Maschinen für hohe Spannungen die Isolation der Ankerspulen erhebliche Schwierigkeiten darbieten.

Die Spulen können einzeln herausgenommen werden, wenn sie beschädigt sind. Um dies zu erleichtern, ist der ganze Anker auf Schlitten angeordnet und kann in kurzer Zeit parallel zur Achse von den Feldmagneten weggeschoben werden.

Die Einschnitte im Anker, in denen die Spulen liegen, erzeugen geringe Induktionsschwankungen an der Oberfläche der Feldmagnete. Um Foucault-Ströme zu vermeiden, sind in die Polflächen Rinnen geschnitten, welche ungefähr 1,3 mm breit und 6 mm tief sind. Der Gang der Maschine verursacht sehr wenig Geräusch.

Es folgen noch einige Angaben über eine derartige Maschine von 30 000 Watt Leistung.

Spannung	100 V
Stromstärke	300 Am
Umdrehungszahl in der Minute	700
Periodenzahl in der Sekunde	70
Gesammtgewicht	1,5 t
Grundfläche	$1,45 \times 0,90$ qm
Höhe	1,2 m

102. Die Maschine von Mordey.

Die Maschine von Mordey unterscheidet sich im Princip und in den Einzelheiten von allen bis jetzt beschriebenen. Die Richtung der Kraftlinien in den Ankerspulen wird hier nicht umgekehrt, wie bei allen bisher betrachteten Maschinen, es ändert sich nur die Feldstärke in den Spulen und nimmt vom maximalen Betrage bis auf einen Werth ab, der praktisch Null ist. Man erreicht dies, indem man zweimal so viel Spulen, wie Pole anwendet. Befindet sich dann eine Spule gerade vor einem Pole, sodass die höchste Feldstärke in ihr herrscht, so liegen die beiden benachbarten Spulen zwischen zwei Polen und werden nicht von Kraftlinien durchsetzt. Die Feldmagnete sind leicht so anzuordnen, dass eine Reihe gleicher Pole aufeinander folgt. Der magnetische Kreis besteht aus einem kurzen, gusseisernen Stabe von grosser Dicke, um den eine weite Spule gelegt ist; an den Endflächen des Stabes sind nach innen gekehrte klauenförmige Polschuhe befestigt, welche den Rückweg für die Kraftlinien bilden und nur einen schmalen Spalt für den feststehenden Anker zwischen sich frei lassen. Der gusseiserne Cylinder ist mit der Achse fest verbunden und an seine Endflächen sind die sternförmigen Gussstücke geschraubt, die so viele Fortsätze besitzen, wie Pole nöthig sind. Die erregende Spule ist auf eine Hülse gewickelt, die auf den Cylinder geschoben wird. In der Mitte der Wicklung ist Platz für die Ankerspulen gelassen, damit diese mög-

lichst auf den Grund der sternförmig auf dem Cylinder angeordneten Hufeisenmagnete dringen können. Durch diese Anordnung wird eine Verkürzung des Kraftlinienweges in radialer Richtung erzielt. Der Strom wird der erregenden Spule von zwei Messingringen aus zugeführt, die durch ein biegsames Band aus Kupfergaze, das durch ein Gewicht gespannt wird, mit den Klemmen verbunden sind.

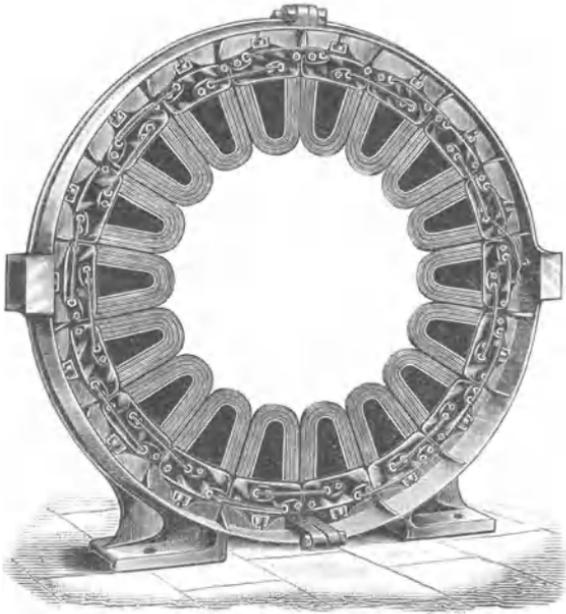


Fig. 134.

Die Ankerspulen sind auf Kerne von Porzellan gewickelt, welche die Festigkeit der Metallkerne ohne deren Nachteile besitzen. Als Leiter dient blankes Kupferband, das gleichzeitig mit einem isolirenden Streifen aufgewickelt wird. Die innern und äussern Enden der Spulen sind durch biegsame Leiter verbunden; diese sind durch neusilberne Backen geführt, welche zur Befestigung der äussern Enden der Spulen an einen ringförmigen zweitheiligen Rahmen aus Gusseisen dienen. Die hintereinandergeschalteten Ankerspulen sind in zwei parallel geschaltete Hälften getheilt, um hohe Spannungsunterschiede zwischen benachbarten Spulen zu vermeiden. Die

Mordey'schen Maschinen sind gut konstruirt und sorgfältig ausgeführt.

Es folgen einige Angaben über zwei derartige Maschinen verschiedener Grösse.

	Kleinere Maschine	Grössere Maschine
Spannung	2000 V	2000 V
Stromstärke	25 Am	50 Am
Umdrehungszahl in der Minute	600	430
Periodenzahl in der Sekunde .	100	100
Zahl der Ankerspulen	20	28
Durchmesser des Ankers . . .	1,35 m	1,75 m
Gesammtgewicht	4 t	9 t
Grundfläche	$2,0 \times 1,7$ qm	$2,5 \times 1,9$ qm
Höhe	1,6 m	2,1 m.

103. Die Maschine von Kingdon.

Die Maschine von Kingdon gehört zu denen, bei welchen die elektromotorische Kraft durch Aenderung der Bahn der Kraftlinien bewirkt wird. Hierdurch werden Aenderungen der Kraftliniendichte an den Stellen hervorgerufen, wo die Spulen angebracht sind. Die schematischen Skizzen in Fig. 135, 136 und 137 dienen zur Erläuterung des Vorganges.

Sämmtliche Eisentheile sind aus Platten von Holzkohleneisen zusammengesetzt. Der äussere Ring, der innen mit einer Reihe Vorsprünge versehen ist, bildet sowohl den Kern für die Ankerspulen als auch den für die Magnetspulen. Die letztern befinden sich auf den mit N und S bezeichneten Vorsprüngen, erstere auf den dazwischen liegenden mit A bezeichneten. Die rotirenden Eisentheile, die den magnetischen Kreis schliessen, sind gleichfalls getheilt und werden durch Schrauben festgehalten, welche durch zwei Stahlscheiben dringen.

In Fig. 135 überbrückt das rotirende Schlusstück den Anker und den Südpol des Feldmagnetes, sodass die Kraftlinien in der durch Pfeile bezeichneten Richtung verlaufen. Fig. 136 stellt die magnetischen Verhältnisse dar, wenn das Schlusstück soweit vorgeückt ist, dass es sich grade dem Ankerkern gegenüber befindet. Dann erzeugen der Nord- und der Südpol gleiche und entgegengesetzte magnetische Ströme im Ankerkern, die sich aufheben, sodass also

in diesem Augenblicke keine Kraftlinien durch den Kern dringen. In der durch Fig. 137 dargestellten Lage verbindet das Schlusstück den Nordpol mit dem Anker; die Kraftlinien besitzen im Anker wieder ihre grösste Dichte, haben jedoch die entgegengesetzte Richtung, wie in Fig. 135. Hat die Maschine 16 Pole, so hätte das Schlusstück $\frac{1}{32}$ einer Umdrehung beschrieben, und die elektromotorische Kraft hätte eine halbe Periode durchgemacht.

Vergleicht man Fig. 135 und 136, so zeigt sich, dass der magnetische Widerstand im letztern Falle viel grösser als im erstern ist,

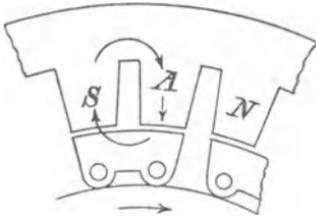


Fig. 135.

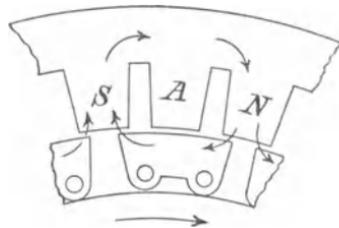


Fig. 136.

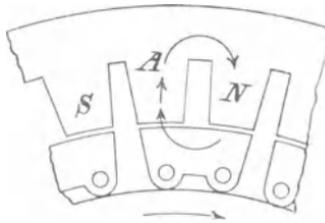


Fig. 137.

während die magnetomotorische Kraft den doppelten Betrag besitzt. In den Zwischenlagen des Schlusstückes erfährt der magnetische Widerstand eine weitere Vergrösserung, ohne dass die erregende Kraft wächst. Hierdurch wird die Kraftlinienzahl in den Magneten geändert, und ein Wechselstrom in ihrer Wicklung erzeugt. Hierin und in dem Umstande, dass die Ummagnetisierung so grosser Eisenmassen erhebliche Verluste durch Hysteresis verursacht, liegen die Nachteile dieser Art von Maschinen. Durch zweckmässige Konstruktion können diese Fehler jedoch sehr eingeschränkt werden.

Die folgenden Zahlen beziehen sich auf eine solche Maschine von 70 000 Watt Leistung.

Spannung	110 V
Stromstärke	640 Am
Umdrehungszahl in der Minute	375
Periodenzahl in der Sekunde .	100
Zahl der Magnetpole	16
Zahl der Ankerspulen	16
Gesammtgewicht	7 t
Grundfläche	$1,1 \times 2,0$ qm.

Die mittlere Umfangsgeschwindigkeit des Ankers oder der Feldmagnete ist in jedem der betrachteten Fälle bedeutend höher als bei den Gleichstrommaschinen. Die Grenze für die Geschwindigkeit ist natürlich durch die mechanische Festigkeit des bewegten Theiles gegeben. Johnson & Phillips wenden eine Geschwindigkeit bis zu 2400 m in der Minute an; die Konstruktion ihres Ankerkerns lässt dies jedoch auch zu. Die Magnete der Mordey'schen Maschine haben eine Umfangsgeschwindigkeit von 1900 m in der Minute, während die übrigen Konstrukteure im Mittel ungefähr 1500 m zulassen.

Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke) Berlin N.
