

Kurzes Lehrbuch  
der  
**Elektrotechnik**

Von  
Dr. Adolf Thomalen

Achto Auflage

**Kurzes Lehrbuch**  
**der Elektrotechnik**

Von

**Dr. Adolf Thomälen**

a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe

Achte, verbesserte Auflage

Mit 499 Textbildern



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1920

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen,  
vorbehalten.

Copyright 1920 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1920

Softcover reprint of the hardcover 8th edition 1920

ISBN 978-3-662-42142-0      ISBN 978-3-662-42409-4 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-42409-4

## Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den allgemein verständlichen Darstellungen und den Spezialwerken. Es will den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiet der Elektrotechnik bekannt machen, sondern ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen aneignen, mit deren Hilfe er sich die Erscheinungen auf dem Gebiet der Elektrotechnik erklären kann. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf rechnerischem und zeichnerischem Wege zu verfolgen. Dabei sind die Rechnungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben, sowie das Eingehen auf Einzelheiten der Ausführung verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender und konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg S.-A., im Mai 1903.

---

## Vorwort zur achten Auflage.

Nach der eingreifenden Durcharbeitung, welche die grundlegenden Abschnitte in der siebenten Auflage erfahren haben, konnten diese Teile in der neuen Auflage im wesentlichen ungeändert bleiben. Jedoch wurden mit Rücksicht auf größere Anschaulichkeit mehr Beispiele gegeben.

Beim magnetischen und elektrischen Feld wurde neben dem Fluß, der im Sinne der Flußstärke eine physikalische Größe ist, auch die Vorstellung von dem den Raum erfüllenden Fluß zugelassen.

Bei der Behandlung der Stromwendung wird zur Vereinfachung der Rechnung, wie es auch sonst vielfach üblich ist, der zusätzliche Kurzschlußstrom eingeführt. Die Bedingung für funkenfreien Gang wird dann an der Hand der Kurven des zusätzlichen Kurzschlußstromes erörtert.

Da die Wendepolmaschinen nicht nur eine größere Bedeutung, sondern auch eine einfachere Wirkungsweise besitzen als die Maschinen

mit verschobenen Bürsten, so wurden sie bei der Behandlung der Stromwendung und der magnetischen Wirkung des Ankers vorangestellt.

Auch in den grundlegenden Abschnitten über Wechselstrom konnte die Darstellung der vorigen Auflage beibehalten werden. Wo es nötig erschien, sind Oberwellen kurz berücksichtigt. Die Leistungen bei der Ersatzschaltung des Drehstrommotors sind im Anschluß an das Spannungs- und Strombild dieser Schaltung, anstatt wie früher beim Drehstrommotor, behandelt. In dem neuen Abschnitt 79 wird der Spannungsverlust bei verteilter Selbstinduktion und Kapazität an einem Beispiel näherungsweise durch Zeichnung und Rechnung ermittelt, wobei der Vorzug der symbolischen Rechnung wieder deutlich zu Tage tritt. Auch für die Ermittlung des Spannungsverlustes in einer unsymmetrischen Drehstromleitung wird ein Beispiel gegeben.

In den neuen Abschnitten 84 und 85 werden die Ausgleichvorgänge bei getrennter Induktivität und Kapazität im Zusammenhang dargestellt. Die früheren Abschnitte über das Ein- und Ausschalten eines Gleichstromes, sowie über das Einschalten von Transformatoren wurden in diese Darstellung mit aufgenommen.

Im Anschluß an die grundlegenden Arbeiten Wagners und Rüdenbergs, durch die ein bisher unbekanntes Gebiet in überaus glänzender und durchsichtiger Weise erschlossen wurde, sind in den Abschnitten 86 und 87 die Grundgesetze der Wanderwellen und die Vorgänge beim Einschalten von Leitungen behandelt. Obgleich dieser Teil seinen Platz bei den allgemeinen Gesetzen über Wechselstrom gefunden hat, so kann er doch ohne Nachteil nach den Teilen über Transformatoren und Maschinen durchgenommen werden.

Zur Ableitung der Feldkurve von Drehstrommotoren wurde an Stelle der wirksamen Erregung einer geschlossenen Feldlinie das Durchflutungsgesetz benutzt, um die Form der Kurve auch in den Zeitpunkten, in denen sie unsymmetrisch ist, abzuleiten.

In dem neuen Abschnitt über Phasenschieber zeigte es sich wieder, wie bequem man mit den Gesamtinduktivitäten des Drehfeldes rechnet. Für die Phasenschieber mit Stromwender wurden auf diese Weise die bekannten Kreisbilder abgeleitet, während sich für das Strombild des Vibrators ein zeichnerisches Verfahren ergab.

Der Verlagsbuchhandlung danke ich für ihr freundliches Entgegenkommen bei der Drucklegung.

Karlsruhe, im Januar 1920.

**Ad. Thomälen.**

# Inhaltsverzeichnis.

## Erster Teil.

	Seite
1. Der elektrische Strom . . . . .	1
2. Die Spannung . . . . .	2
3. Das Ohmsche Gesetz . . . . .	4
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Stoff, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters . . . . .	8
5. Die Kirchhoffschen Regeln . . . . .	10
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife . . . . .	13
7. Reihen- und Nebenschaltung von Zellen . . . . .	15
8. Die Wheatstonesche Brücke . . . . .	16
9. Spannungsmessung durch Gegenschaltung . . . . .	19
10. Elektrische Arbeit und Leistung . . . . .	20
11. Die Verluste durch Stromwärme . . . . .	23

## Zweiter Teil.

12. Die Vorgänge bei der Elektrolyse . . . . .	25
13. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse . . . . .	28
14. Die Polarisation . . . . .	30
15. Die Sammler . . . . .	33
16. Die Vorgänge in Zellen . . . . .	37
17. Voltameter . . . . .	39

## Dritter Teil.

18. Magnetische Induktion . . . . .	40
19. Magnetische Feldstärke . . . . .	47
20. Die Magnetisierung des Eisens . . . . .	50
21. Übergang in ein anderes Mittel . . . . .	53
22. Längszug und Querdruck im magnetischen Feld . . . . .	54

## Vierter Teil.

23. Das Induktionsgesetz . . . . .	56
24. Das Durchflutungsgesetz . . . . .	60
25. Gerade Stromleiter in der Luft . . . . .	62
26. Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft . . . . .	67
27. Der magnetische Kreis . . . . .	69

## Fünfter Teil.

28. Die Selbstinduktion . . . . .	75
29. Die gegenseitige Induktion . . . . .	79
30. Elektrische Arbeit und magnetische Energie . . . . .	81
31. Der Hub eines Elektromagneten . . . . .	84
32. Die Hysteresis . . . . .	87
33. Wirbelströme . . . . .	89

**Sechster Teil.**

	Seite
34. Elektrische Induktion . . . . .	92
35. Elektrische Feldstärke . . . . .	98
36. Elektrische Induktion und Feldstärke . . . . .	100
37. Die Kapazität . . . . .	103
38. Die Energie des elektrischen Feldes . . . . .	108

**Siebenter Teil.**

39. Grundeinheiten des absoluten Maßsystems . . . . .	109
40. Mechanische Größen . . . . .	110
41. Die magnetischen Größen . . . . .	112
42. Die elektrischen Größen . . . . .	114

**Achter Teil.**

43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender . . . . .	117
44. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung . . . . .	119
45. Mehrpolige Schleifenwicklung . . . . .	126
46. Mehrpolige Wellenwicklung . . . . .	129
47. Spannung und Ankerwiderstand der Gleichstrommaschinen . . . . .	136

**Neunter Teil.**

48. Die Erregung der elektrischen Maschinen . . . . .	138
49. Die Feldmagnete . . . . .	140
50. Der Strom der kurzgeschlossenen Spule . . . . .	143
51. Funkenloser Gang . . . . .	149
52. Quermagnetisierung und Ankerrückwirkung . . . . .	152
53. Spannungsteilung . . . . .	156

**Zehnter Teil.**

54. Die fremderregte Maschine . . . . .	158
55. Die Hauptschlußmaschine . . . . .	164
56. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine . . . . .	165
57. Batterie und Maschine in Nebeneinanderschaltung . . . . .	169
58. Maschinen für gleichbleibenden Strom . . . . .	177
59. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen . . . . .	180

**Elfter Teil.**

60. Drehrichtung der Motoren . . . . .	184
61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung . . . . .	187
62. Der Nebenschlußmotor . . . . .	191
63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors . . . . .	193
64. Hauptschlußmotoren . . . . .	204
65. Beispiel . . . . .	207
66. Die Regelung von Hauptschlußmotoren . . . . .	210

**Zwölfter Teil.**

67. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes . . . . .	213
68. Mittelwert und Effektivwert . . . . .	217
69. Die mittlere Leistung des Wechselstromes . . . . .	220

	Seite
70. Darstellung durch Strahlen . . . . .	221
71. Die Selbstinduktion in Wechselstromkreisen . . . . .	230
72. Die Kapazität in Wechselstromkreisen . . . . .	235
<b>Dreizehnter Teil.</b>	
73. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe . . . . .	236
74. Widerstand und Kapazität in Reihe . . . . .	243
75. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom . . . . .	244
76. Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung . . . . .	247
<b>Vierzehnter Teil.</b>	
77. Wechselstromwiderstände in Nebenschaltung . . . . .	249
78. Die Ersatzschaltung . . . . .	258
79. Verteilte Selbstinduktion und Kapazität . . . . .	259
<b>Fünfzehnter Teil.</b>	
80. Mehrphasenströme . . . . .	261
81. Dreieck- und Sternschaltung . . . . .	264
82. Die Leistung des Drehstromes . . . . .	268
83. Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen . . . . .	271
<b>Sechzehnter Teil.</b>	
84. Ausgleichvorgänge . . . . .	277
85. Beispiele . . . . .	280
86. Wanderwellen . . . . .	287
87. Einschaltvorgang bei Leitungen . . . . .	293
<b>Siebzehnter Teil.</b>	
88. Aufbau der Transformatoren . . . . .	299
89. Der Transformator bei Leerlauf . . . . .	303
90. Der Transformator ohne Spannungsverluste . . . . .	307
91. Berücksichtigung der Spannungsverluste . . . . .	311
<b>Achtzehnter Teil.</b>	
92. Wechselstrommaschinen . . . . .	317
93. Die Spannung bei rechteckiger Feldkurve . . . . .	323
94. Die Spannung bei sinusförmigem Feld . . . . .	325
<b>Neunzehnter Teil.</b>	
95. Das Einschalten einer Synchronmaschine . . . . .	327
96. Das Spannungsbild der Wechselstrommaschine . . . . .	330
97. Belastungsänderung der Wechselstrommaschine . . . . .	334
98. Die synchronisierende Kraft . . . . .	340
99. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen . . . . .	344
100. Änderung der Erregung . . . . .	350
101. Selbsttätige Spannungsregelung . . . . .	354
<b>Zwanzigster Teil.</b>	
102. Magnetische Wirkung des Ankerstromes . . . . .	358
103. Ankerrückwirkung und Gesamterregung . . . . .	360
104. Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung . . . . .	365
105. Vorausberechnung der Erregung . . . . .	367



**Einundzwanzigster Teil.**

	Seite
106. Wirkungsweise der Drehstrommotoren . . . . .	369
107. Die Spannung im Ständer des Drehstrommotors . . . . .	374
108. Das Feld des Dreiphasenstromes . . . . .	376
109. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes . . . . .	381
110. Das Drehmoment des Drehstrommotors . . . . .	385
111. Schlüpfung und Drehzahl . . . . .	390

**Zweiundzwanzigster Teil.**

112. Der streuungslose Drehstrommotor . . . . .	392
113. Strombild für widerstandslosen Ständer . . . . .	396
114. Leistung, Drehmoment und Schlüpfung . . . . .	400
115. Leistungsfaktor, Kippmoment und Anzugsmoment . . . . .	403
116. Das genaue Heylandsche Strombild . . . . .	405
117. Vereinfachtes Strombild . . . . .	409
118. Der Streuungsfaktor . . . . .	414

**Dreiundzwanzigster Teil.**

119. Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors . .	422
120. Strombild mit Zerlegung der Ständererregung . . . . .	425
121. Strombild auf Grundlage des Querfeldes . . . . .	428

**Vierundzwanzigster Teil.**

122. Einphasenmotoren mit Stromwender . . . . .	430
123. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom . . . . .	434
124. Der Repulsionsmotor . . . . .	438
125. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor . . . . .	444
126. Doppelschlußmotoren . . . . .	451

**Fünfundzwanzigster Teil.**

127. Drehstrom-Reihenschlußmotoren . . . . .	456
128. Spannungs- und Strombild . . . . .	458
129. Verbesserung des Leistungsfaktors und des Anlaufs . . . . .	463

**Sechsendzwanzigster Teil.**

130. Drehstrom-Regelsätze . . . . .	466
131. Phasenschieber . . . . .	471

**Siebenundzwanzigster Teil.**

132. Einankerumformer . . . . .	475
133. Spannungsregelung beim Einankerumformer . . . . .	479
134. Die Stromwärme im Einankerumformer . . . . .	480
135. Der Kaskadenumformer . . . . .	484
Bezeichnungen . . . . .	486
Namen- und Sachverzeichnis . . . . .	489

# Erster Teil.

## 1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Leuchtfäden der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens, die chemische Zersetzung von Flüssigkeiten usw. der Wirkung des elektrischen Stromes zu.

Der Vorgang, mit dem man es hier zu tun hat, ist seinem Wesen nach derselbe wie bei dem Ausgleich ungleichnamiger, durch Reibung erzeugter Elektrizitätsmengen. Dieser Ausgleich erfolgt unter dem Einfluß der zwischen den Elektrizitätsmengen bestehenden Spannung.

Ähnlich wie das Wasser von oben nach unten fließt und die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, wird die Elektrizität durch eine zwischen zwei Orten bestehende elektrische Spannung in Bewegung gesetzt. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es gleichgültig, ob er sich zwischen zwei Metallkugeln vollzieht, die mit ungleichnamiger Elektrizität geladen sind, oder zwischen den Klemmen einer Zelle oder einer stromerzeugenden Maschine.

Dennoch besteht zwischen der Reibungselektrizität und der durch Zellen oder Maschinen erzeugten strömenden Elektrizität ein Unterschied. Die Elektrizitätsmenge, die beispielsweise auf einer Leydener Flasche gesammelt und durch den Funken zur Entladung gebracht wird, ist verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit von einer Daniellzelle geliefert wird, oder gar gegenüber der Elektrizität, die während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Auf der anderen Seite ist die Spannung, die wir hier zunächst nur als Ausgleichbestreben auffassen wollen, bei der Reibungselektrizität außerordentlich viel höher als die übliche Spannung der Maschinen. Man erkennt dies daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem handelt es sich bei der Reibungselektrizität meist um einen plötzlichen, dagegen bei der strömenden Elektrizität um einen gleichmäßigen Ausgleich.

Um für diesen Ausgleich eine einfache Gesetzmäßigkeit abzuleiten, nimmt man an, daß beim elektrischen Strom nur die positive Elektrizität, wie sie z. B. auf einem mit Seide geriebenen Glasstab entsteht, in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann bestimmt als die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit

durch den Querschnitt eines Leiters fließt. Die Stromstärke durch die Einheit der Fläche nennt man die Stromdichte.

Als Grundlage für die Messung der Stromstärke dient die elektrolytische Wirkung des Stromes. Man nennt einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet wie der andere.

Nach dem deutschen Reichsgesetz hat ein Strom die Einheit der Stärke, wenn er in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Dieser Strom heißt ein Ampere. Die Stromstärke wird also in Amp. und die Stromdichte in Amp./mm<sup>2</sup> gemessen.

Die Erfahrung ergibt, daß die magnetischen und elektrolytischen Wirkungen zweier Ströme in demselben Verhältnisse zueinander stehen. In der Regel wird daher die magnetische Wirkung zum Messen der Stromstärke benutzt. Meßgeräte, in denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf Eisen oder auf eine andere Stromspule wirkt, heißen Stromzeiger oder, wenn es sich um schwache Ströme handelt, Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die in einer Sekunde durch den Querschnitt fließt, wenn die Stromstärke gleich 1 Amp. ist, heißt ein Coulomb. Wenn z. B. die Stromstärke einer Metallfadenlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen in einer Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die Elektrizitätsmenge, die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden in Bewegung gesetzt wird, gleich  $0,5 \cdot 3600 = 1800$  Coulomb. Ist  $I$  die Stromstärke in Amp. und  $t$  die Zeit in Sek., so ist die Elektrizitätsmenge

$$Q = I \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist gleich 3600 Coulomb.

## 2. Die Spannung.

Wir haben schon erwähnt, daß die Elektrizität unter dem Einfluß einer Spannung in Bewegung gesetzt wird. Die Spannung wird entweder durch Maschinen hergestellt, in denen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch Zellen, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Die Chromzelle besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure ( $CrO_3$ ) und Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) tauchen. Die Untersuchung der offenen Zelle mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen der Zelle herrscht also eine elektrische Spannung. Wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle  $C$  zum Zink  $Zn$  (Bild 1).

Nun strömt trotz dieses Ausgleichs die Elektrizität dauernd von der einen Klemme zu der anderen, solange diese durch den äußeren Leiter verbunden sind. Wir müssen also annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern der Zelle wieder vom Zink zur Kohle zurückfließt. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder in die Höhe geschafft dadurch, daß es durch die Sonnenwärme zum Verdunsten gebracht wird. Wir haben also in der Zelle eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislauf durch den inneren Widerstand der Zelle und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache

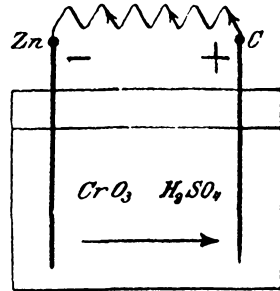


Bild 1. Chromzelle.

der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft. Wir vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser in beständigem Kreislauf durch eine in sich zurücklaufende Rohrleitung treibt. Die elektromotorische Kraft ist gleich der Spannung, die wir bei offenem äußeren Kreis an den Klemmen der Zelle messen. Bei geschlossenem Stromkreis können wir die elektromotorische Kraft nur aus ihren Wirkungen längs der ganzen Strombahn berechnen, ohne sie jedoch als eine Spannung zwischen zwei Punkten messen zu können. Wir müssen sie als die im ganzen Stromkreise wirkende Spannung ansehen und wollen dafür kürzer die Bezeichnung »erzeugte Spannung« einführen.

Zur Messung einer Spannung könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblatt-Elektroskops verwenden. Man mißt jedoch bequemer die Spannung durch den Strom, der durch sie verursacht wird. Wenn z. B. bei zwei miteinander in Verbindung stehenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene, unveränderliche Größe ist, so stehen die in der Zeiteinheit von dem einen Gefäß zum anderen fließenden Wassermengen in demselben Verhältnis wie die Drücke oder Spannungen. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichleiter, z. B. die Wicklung eines Meßgerätes, nacheinander an die zu messenden Spannungen, z. B. an die Klemmen mehrerer Zellen. Die größere oder geringere Stromstärke im Meßgerät ist uns dann ein Maß für die größere oder geringere elektrische Spannung.

Dabei ergibt sich nun, daß die von einer Zelle erzeugte Spannung eine fast unveränderliche Größe ist, die vor allem von den Abmessungen der Zellen unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht eine Zelle mit einem hochgelegenen Wasserbehälter. Durch diesen ist ein für allemal ein gegebener Druck geschaffen, der durch den Höhen-

unterschied zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist. Es ist gleichgültig, ob der Behälter groß oder klein ist, sofern er nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich davon ab, ob an den Verbrauchsstellen viel oder wenig Wasser verbraucht wird. Ebenso ist nicht die Stromstärke, sondern die von der Zelle erzeugte Spannung eine wesentlich unveränderliche Größe, die sich durch ein Elektroskop feststellen läßt, wenn die Zelle nicht benutzt wird. Die Stromstärke hängt dagegen ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder größeren äußeren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgendeine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die übliche Einheit der Spannung ist halb so groß wie die der oben erwähnten Chromzelle und wird ein Volt genannt.

### 3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir verschiedene Spannungen nacheinander an denselben Ausgleichleiter legen, so stehen die Stromstärken, die in dem Leiter auftreten, in demselben Verhältnis wie die Spannungen. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen einer und derselben Zelle nacheinander durch Drähte, die nach Art des Metalles, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke verschieden ist, und folgern daraus daß die Drähte dem Strome einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir z. B. auf einen hohen Widerstand des Leiters, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärken stehen also im umgekehrten Verhältnis wie die Widerstände des Leiters. Ähnlich ist bei gegebenem Drucke die Wassermenge, die in der Zeiteinheit durch ein Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohres ist.

Unsere obigen Beobachtungen fassen wir also dahin zusammen: die Stromstärken stehen im gleichen Verhältnis wie die Spannungen und im umgekehrten Verhältnis wie die elektrischen Widerstände. Ist also  $E$  die erzeugte Spannung in Volt und  $R$  der Widerstand des Stromkreises, so ist die Stromstärke

$$I = \frac{E}{R} \text{ Amp.} \quad (2)$$

Diese Gleichung, die das Ohmsche Gesetz genannt wird, ist das Grundgesetz für die Elektrotechnik. Man sollte eigentlich hinter dem Gleichheitszeichen noch eine Verhältnisgröße vermuten. Diese fällt

aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im geeigneten Maß eingesetzt wird. Dieses Maß kann dann nicht mehr willkürlich gewählt werden, sondern es folgt mit Notwendigkeit aus den Einheiten für die Spannung und Stromstärke. Setzen wir in Gleichung (2)  $I = 1$  und  $E = 1$ , so wird auch  $R = 1$ . Das heißt: als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung von einem Volt den Strom ein Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Durch den Versuch ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von der Länge 106,3 cm und dem Querschnitt 1 mm<sup>2</sup>.

Ist z. B. die von einer Maschine erzeugte Spannung  $E = 115$  Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ist der Gesamtwiderstand  $R = 1,15$  Ohm, also

$$I = \frac{E}{R} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Amp.}$$

Die gesetzliche Festlegung der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings anders als oben angegeben ist. So wird im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber in einer Sekunde niederschlägt, und das Ohm als des Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt. Daraus folgt: ein Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand von einem Ohm den Strom ein Ampere erzeugt.

Wir formen nun die Gleichung (2) um und erhalten:

$$R = \frac{E}{I}. \quad (3)$$

Diese Gleichung ist der rechnerische Ausdruck dafür, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz Verwendung einer hohen Spannung doch nur eine geringe Stromstärke auftritt. Der Widerstand ist also eigentlich nichts anderes als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke. Man würde fehlgehen, wenn man den Widerstand als eine Gegenspannung auffassen wollte. Vielmehr erhält man die Spannung erst, wenn man den Widerstand mit der Stromstärke vervielfacht. Gleichung (2) ergibt nämlich:

$$E = I \cdot R. \quad (4)$$

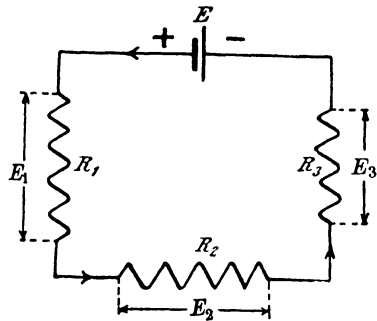


Bild 2.  
Reihenschaltung von Widerständen.

In dieser Gleichung ist die linke Seite die von der Stromquelle erzeugte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand  $R$  bei dem Strome  $I$  verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nun aber nicht nur für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom  $I$  durchfließe z. B. nacheinander die Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  (Bild 2). Bezeichnen wir die Klemmenspannungen an den Widerständen mit  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$ , so ergibt der Versuch:

$$\begin{aligned} E_1 &= I \cdot R_1 & E_2 &= I \cdot R_2 & E_3 &= I \cdot R_3 \\ R_1 &= \frac{E_1}{I} & R_2 &= \frac{E_2}{I} & R_3 &= \frac{E_3}{I}. \end{aligned}$$

Wie stark man also auch den Strom durch Anwendung einer höheren Spannung macht, so hat doch beispielsweise das Verhältnis der Klemmenspannung  $E_1$  zu der Stromstärke  $I$  bei dem mit  $R_1$  bezeichneten Verbrauchskörper immer einen unveränderlichen Wert, vorausgesetzt, daß nicht etwa durch eine Temperaturschwankung geringe Änderungen eintreten. Dieses unveränderliche Verhältnis nennen wir eben den Widerstand. Er ist im Grunde genommen nichts anderes als ein Festwert, der die Abhängigkeit des Spannungsverbrauchs in einem Leiter von der Stromstärke bestimmt.

Die Gleichungen (2) bis (4) gelten daher auch für jeden einzelnen Teil eines Stromkreises, vorausgesetzt, daß unter  $R$  der Widerstand und unter  $E$  die Klemmenspannung dieses Teiles verstanden wird.

Ein Widerstand von einem Ohm liege z. B. in Reihe mit zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen an einer Netzspannung von 110 Volt. Die Stromstärke sei gleich 15 Ampere. Dann ist der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand  $1 \cdot 15 = 15$  Volt und die Spannung an den Bogenlampen zusammen  $110 - 15 = 95$  Volt.

Wir wollen nun an der Hand des Ohmschen Gesetzes die Wirkungsweise der Strom- und Spannungszeiger darlegen. Beide Arten von Meßgeräten beruhen auf den magnetischen Wirkungen, die von einer stromdurchflossenen Spule ausgeübt werden, und messen daher streng genommen beide eine Stromstärke. Sie unterscheiden sich aber durch ihre Schaltung und Ausführung.

Stromzeiger liegen im Hauptstrom und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes. Infolgedessen ist auch bei hoher Stromstärke die im Meßgerät entwickelte Wärme und der Spannungsverlust sehr gering.

Soll dagegen ein Meßgerät als Spannungszeiger dienen, so legt man es an die zu messende Spannung, also z. B. in Bild 3 an die Klemmen der Maschine. Dadurch liegt der Spannungszeiger zugleich im Nebenschluß zu dem äußeren Stromzweige oder allgemein im Nebenschluß zu dem Teil, dessen Klemmenspannung gemessen werden

soll. Der Strom, der dabei in den Spannungszeiger fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Dieser Verlust wird aber verschwindend gering, wenn man dem Spannungszeiger einen großen Widerstand gibt oder ihn mit einem großen Widerstand in Reihe schaltet. Man erreicht dadurch zugleich, daß das Einschalten des Spannungszeigers ohne Einfluß auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper ist. Zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung hat man dann viele Windungen nötig, und dies führt zur Verwendung eines dünnen Drahtes.

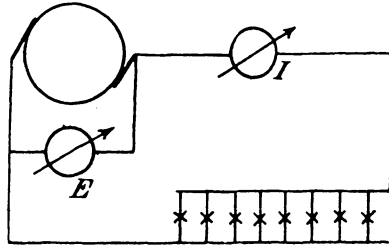


Bild 3.  
Schaltung des Strom- und Spannungszeigers.

Da der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird, so arbeitet ein Spannungszeiger in Wirklichkeit ebenfalls als Stromzeiger. Vervielfacht man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Spannungszeigers, so erhält man die Spannung an den Enden des Meßgerätes, die natürlich gleich auf der Teilung aufgetragen ist. Die grundsätzliche Gleichheit der Strom- und Spannungs-

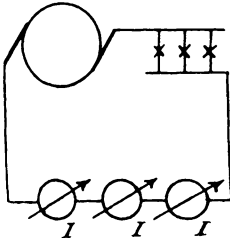


Bild 4.  
Eichung von Stromzeigern.

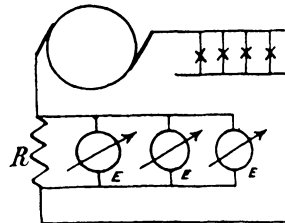


Bild 5.  
Eichung von Spannungszeigern.

zeiger ist am besten daraus ersichtlich, daß es Meßgeräte gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Schaltet man z. B. einen Stromzeiger, bei dem  $1/1000$  Amp. einen Grad Ausschlag hervorruft, als Spannungszeiger, indem man gleichzeitig den Widerstand des Meßzweiges durch Zuschaltung eines Widerstandes auf  $1000$  Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von  $1000 \cdot 1/1000 = 1$  Volt.

Aus dem Vorhergehenden folgt nun von selbst, daß Stromzeiger, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Bild 4). Dagegen sind Spannungszeiger, die miteinander zu vergleichen sind, nebeneinander zu schalten. Sie sind sämtlich mit ihren Klemmen an die Spannung zu legen, die gemessen werden soll. In Bild 5 ist eine solche Schaltung gezeichnet, wobei die Spannung am Widerstand  $R$  gemessen wird. Die vorgeschalteten Lampen dienen



dazu, einen größeren oder geringeren Betrag der Maschinenspannung zu vernichten und so die Spannung am Widerstand  $R$  zu regeln.

Vor allen Dingen muß man sich hüten, Spannungszeiger, die verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten, da die Gesamtspannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungszeiger in ungleicher Weise auf die Meßgeräte verteilt.

Strom- und Spannungszeiger können auch zur Widerstandsmessung verwendet werden. Besonders sehr kleine oder sehr große Widerstände bestimmt man vorteilhaft durch Beobachtung der Spannung und Stromstärke. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines Elektromotors und mißt die Spannung  $E$  an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand  $R = E/I = 0,2$  Ohm.

Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgendeines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Es ist indessen zu beachten, daß das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke nur dann gleich dem Widerstande ist, wenn in dem untersuchten Zweige keine Spannung erzeugt wird. Die obige Rechnung gilt also nur für den Fall, daß der Elektromotor still steht, aber nicht bei einem laufenden Motor, in dessen Ankerwicklung eine Spannung erzeugt wird.

#### 4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Stoff, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Der Widerstand eines Leiters, den wir bisher als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke bezeichnet haben, steht in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Leiters. Er ist außerdem wesentlich vom Stoff und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig. Bedeutet  $l$  die Länge in m,  $q$  den Querschnitt in  $\text{mm}^2$  und  $\varrho$  einen Festwert, so ergibt die Erfahrung

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{q} \text{ Ohm.} \quad (5)$$

Der Widerstand eines Leiters wächst also in demselben Verhältnis wie die Länge und umgekehrt wie der Querschnitt. Der Festwert  $\varrho$  ist bei den einzelnen Stoffen verschieden. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (5)  $l = 1$  und  $q = 1$  gesetzt wird, wodurch  $R = \varrho$  wird.  $\varrho$  ist also der Widerstand des betreffenden Stoffes bei 1 m Länge und 1  $\text{mm}^2$  Querschnitt. Man nennt den Widerstand eines Drahtes von der Einheit der Länge und der Einheit des Querschnitts den spezifischen Widerstand. Um ihn zu bestimmen, mißt man bei dem zu untersuchenden Drahte die Größen  $R$ ,  $l$  und  $q$  und berechnet daraus  $\varrho$ . Die Messung ergibt z. B.:

Kupfer bei 15°	0,017	Nickelin	0,2 bis 0,4
Aluminium	0,029	Kohle	100 bis 1000
Quecksilber 1/1,063 = 0,94.		Schwefelsäure (25%)	14 000.

Das Nickelin wird wegen seines hohen spezifischen Widerstandes zur Herstellung von Widerständen, die zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung dienen, verwendet. Dagegen stellt man die Wicklungen der Maschinen und Meßinstrumente und die Leitungen meist aus dem bestleitenden Metall, dem Kupfer, her, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, also die Hin- und Rückleitung zusammen  $l = 2 \cdot 20 = 40$  m und der Querschnitt  $q = 50$  mm<sup>2</sup>, so erhalten wir den Widerstand der Hin- und Rückleitung zu

$$R = \rho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Bei einer Stromstärke  $I = 60$  Ampere ergibt sich dann der Spannungsverlust in der Leitung zu  $I \cdot R = 0,0136 \cdot 60 = 0,8$  Volt.

Der spezifische Widerstand ist keine ganz unveränderliche Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar nimmt der Widerstand in demselben Verhältnis zu wie die Temperatur. Man bezeichnet als den Temperaturkoeffizienten die Widerstandszunahme, welche die bei Null Grad bestimmte Widerstandseinheit bei einem Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet also  $R_0$  den Widerstand bei 0°,  $R$  den Endwiderstand bei der Temperatur  $\vartheta$  und  $\alpha$  den Temperaturkoeffizienten, so folgt:

$$R = R_0(1 + \alpha \vartheta). \quad (6)$$

Ist also der Widerstand bei der Temperatur  $\vartheta_1$ ° gleich  $R_1$  und bei der Temperatur  $\vartheta_2$ ° gleich  $R_2$ , so folgt:

$$R_1 = R_0(1 + \alpha \vartheta_1) \qquad R_2 = R_0(1 + \alpha \vartheta_2),$$

d. h. 
$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \vartheta_2 - R_2 \vartheta_1}. \quad (7)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt  $\alpha = 0,004$ , d. h. der Widerstand des Kupfers wächst bei einem Grad Temperaturerhöhung um 0,4%. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa  $0,4 \cdot 50 = 20\%$ . Deswegen rechnet man den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers zu rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des Temperaturkoeffizienten läßt sich die beim Betriebe auftretende Temperaturerhöhung in einem Teil einer Maschine berechnen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Vor dem Betrieb sei bei der Raumtemperatur  $\vartheta_1$  der Widerstand der Magnetwicklung

gleich  $R_1$ , nach mehrstündigem Betrieb sei der Widerstand  $R_2$ . Dann ergibt sich nach Gleichung (7) die Temperatur nach dem mehrstündigen Betrieb zu

$$\vartheta_2 = \frac{R_2 - R_1 + \alpha R_2 \vartheta_1}{\alpha \cdot R_1}. \quad (8)$$

Ist z. B.  $R_1 = 40$ ,  $\vartheta_1 = 20^\circ$ ,  $R_2 = 47$ , so wird bei  $\alpha = 0,004$ :

$$\vartheta_2 = \frac{47 - 40 + 0,004 \cdot 47 \cdot 20}{0,004 \cdot 40} = 67,2^\circ.$$

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für genaue Widerstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickel, dessen Temperaturkoeffizient gleich 0,0002 bis 0,0004 ist, und das außerdem einen hohen spezifischen Widerstand besitzt. Der Widerstand des Manganins, einer Kupfer-Manganlegierung, ist fast unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Der Widerstand einer Kohlenfadenglühlampe ist also während des Brennens geringer, als wenn die Lampe ausgeschaltet ist. Er ist also zu bestimmen, während die Lampe brennt, d. h. er ist aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Zuweilen ist es vorteilhaft, den Leitwert, d. h. den umgekehrten Wert des Widerstandes, in die Rechnung einzuführen. Die Einheit des Leitwertes ist der umgekehrte Wert des Ohm und wird als 1 Siemens bezeichnet. Ist z. B. der Widerstand gleich 20 Ohm, so ist der Leitwert  $1/20 = 0,05$  Siemens. Der spezifische Leitwert ergibt sich dann als der umgekehrte Wert des spezifischen Widerstandes, also z. B. beim Kupfer zu  $1 : 0,17 = 59$ .

## 5. Die Kirchhoffschen Regeln.

1. Die Erfahrung ergibt: An jedem Verzweigungspunkt ist die Summe der Stromstärken der zufließenden Ströme gleich der Summe der Stromstärken der abfließenden Ströme. Führt man also die Stärke der zufließenden Ströme als positiv und die der abfließenden als negativ ein, so ist für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum I = 0. \quad (9)$$

Diese Regel ist von grundsätzlicher Wichtigkeit für das Verständnis des Vorganges beim elektrischen Strom. Die Auffassung, daß die Elektrizität längs des ganzen Stromkreises von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, ist falsch. Wenn wir von Ladungserscheinungen absehen, fließt die ganze Elektrizitätsmenge

die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und von da aus durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht fortwährend neu erzeugt, sondern ein und dieselbe Elektrizitätsmenge wird durch den ganzen Kreis hindurch in Bewegung gesetzt, ohne daß sie sich irgendwo staut oder irgendwo verschwindet. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt nach unten und wird von dort aus durch Verdunsten wieder in die Höhe geschafft. Wenn man dennoch zuweilen von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung.

Die 1. Kirchhoffsche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Stromstärken eine andere Stromstärke zu berechnen. Die Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine sei z. B.

$E = 220$  Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Bild 6)  $I = 100$  Ampere und der Widerstand der im Nebenschluß liegenden Magnetwicklung  $R_m = 50$  Ohm. Dann ergeben sich die Stromstärken in der Magnetwicklung und im Anker zu

$$I_m = \frac{E}{R_m} = 4,4 \text{ Amp.}, \quad I_a = I + I_m = 104,4 \text{ Amp.}$$

2. In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand gleich der Summe der in dem Stromkreise erzeugten Spannungen.

$$\Sigma I \cdot R = \Sigma E. \quad (10)$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und erzeugten Spannungen als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder einer Spannung im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn man dann in der Rechnung für diese Größe ein negatives Ergebnis erhält, so ist die wirkliche Richtung der vorläufig angenommenen entgegengesetzt.

Eine Maschine erzeuge z. B. eine Spannung  $E = 116$  Volt und sei auf eine Sammlerbatterie von 50 Zellen von je 2 Volt geschaltet,

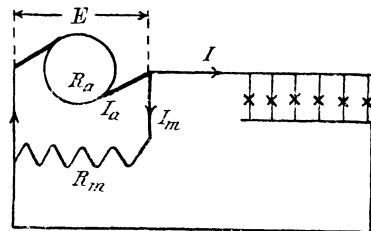


Bild 6. Stromverteilung bei einer Nebenschlußmaschine.

um sie zu laden (Bild 7). Die von den Zellen erzeugte Spannung  $E_b = 50 \cdot 2 = 100$  Volt ist der von der Maschine erzeugten Spannung entgegengeschaltet. Der Maschinenwiderstand sei  $R_a = 0,1$  Ohm,

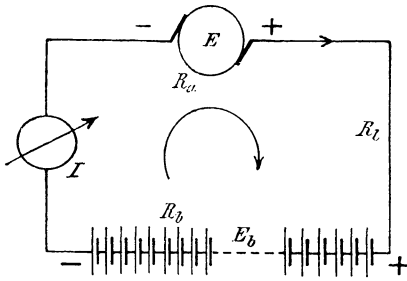


Bild 7.  
Schaltung beim Laden einer Batterie.

der Batteriewiderstand  $R_b = 0,18$  Ohm und der Leitungswiderstand  $R = 0,12$  Ohm. Gesucht wird die Stromstärke  $I$ , der Spannungsverlust in den einzelnen Teilen des Stromkreises sowie die Klemmenspannung der Maschine und der Batterie.

Verfolgen wir den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$I \cdot R_a + I \cdot R_b + I \cdot R_l = E - E$$

$$\text{oder } I = \frac{E - E_b}{R_a + R_b + R_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohmschen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$I \cdot R_a = 40 \cdot 0,1 = 4,0 \text{ Volt}$$

$$I \cdot R_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ „}$$

$$I \cdot R_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ „}$$

$$\text{dazu die Gegenspannung } E_b = 100,0 \text{ „}$$

---


$$\text{Summe: } 116,0 \text{ Volt.}$$

Wie man sieht, wird die von der Maschine erzeugte Spannung aufgebraucht, um die Gegenspannung der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern.

Die Klemmenspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Zweiges ist, folgt aus der Überlegung, daß von der durch die Maschine erzeugten Spannung ein Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für den äußeren Zweig. Ähnlich hat man bei einer Wasserleitung den vollen, der Wasserhöhe entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sobald aber Wasser verbraucht wird, tritt wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden ein Druckverlust auf, so daß der Druck an der Verbrauchsstelle geringer ist, als es der Wasserhöhe entspricht.

Wir ziehen also zur Berechnung der Klemmenspannung den inneren Spannungsverlust von der durch die Maschine erzeugten Spannung  $E$  ab und erhalten die Klemmenspannung der Maschine zu

$$E - I \cdot R_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei der Batterie, die geladen wird. Hier hat die Klemmenspannung der Batterie die Aufgabe, die Gegenspannung  $E_b$  zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch  $I \cdot R_b$  zu liefern. Die Klemmenspannung der Batterie ist also:

$$E_b + I \cdot R_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

Eine Probe unserer Rechnung erhalten wir dadurch, daß wir die Klemmenspannung der Maschine auch außen herum berechnen. Zu diesem Zwecke fügen wir zum Spannungsverbrauch in der Leitung noch den im Batteriewiderstand und die zu überwindende Gegenspannung der Batterie und erhalten die Maschinenspannung zu

$$I R_l + I \cdot R_b + E_b = 4,8 + 7,2 + 100 = 112 \text{ Volt.}$$

### 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Die Reihenschaltung mehrerer Widerstände ergibt einen Gesamtwiderstand, der gleich der Summe der einzelnen Widerstände, also größer als ein Einzelwiderstand ist. Dagegen ergibt die Nebenschaltung zweier Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ , wie sie in Bild 8 gezeichnet ist, keine Vergrößerung, sondern eine Verringerung des Widerstandes gegenüber

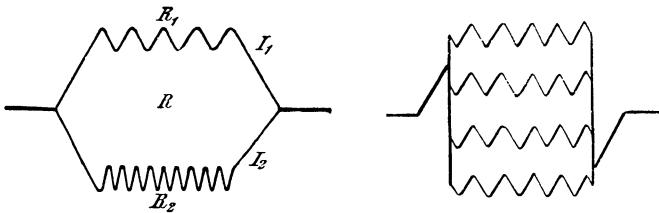


Bild 8.

Nebenschaltung von Widerständen.

Bild 9.

einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom bequemer geworden ist. Nicht der Widerstand, sondern der Leitwert der Verzweigung wird durch die Nebeneinanderschaltung vergrößert. Er ergibt sich als die Summe der Leitwerte der einzelnen Zweige. Sind also  $R_1$  und  $R_2$  die Einzelwiderstände, so folgt der Gesamtwiderstand  $R$  der Verzweigung aus der Gleichung

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \text{d. h. } R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (11)$$

Durch die Nebenschaltung von Widerständen wird es möglich, sehr kleine Widerstände, bei denen sonst eine genaue Abgleichung ausgeschlossen wäre, in einfacher Weise herzustellen. Man stellt sich zunächst einen etwas zu großen Widerstand  $R_1$  her und schaltet neben diesen einen zweiten Widerstand  $R_2$ .

$R_1$  sei z. B. 0,102 Ohm. Durch Nebenschaltung eines Widerstandes  $R_2$  sei der Gesamtwiderstand  $R$  auf 0,1 Ohm zu bringen.

Aus Gleichung (11) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot R_2}{0,102 + R_2}, \quad \text{d. h. } R_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Macht man nun z. B. bei der Abgleichung einen Fehler von 2 %, so daß der Widerstand  $R_2$  in Wirklichkeit nur 5 Ohm ist, so wird  $R = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 0,09996$ . Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04 %.

Bei mehr als zwei Zweigen ergibt sich in ähnlicher Weise wie oben der Leitwert  $1/R$  der gesamten Verzweigung als die Summe der einzelnen Leitwerte, d. h.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (12)$$

Daraus läßt sich dann der Gesamtwiderstand  $R$  berechnen. Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Die Ankerwicklung einer vierpoligen Maschine bestehe z. B. aus vier gleichen nebeneinander geschalteten Zweigen (Bild 9). Ist die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 mm<sup>2</sup>, so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers:

$$\rho \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200/4}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$R_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Wir berechnen nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Bild 8 gezeichneten Verzweigung. Die Klemmenspannung, die sowohl am Widerstand  $R_1$  als am Widerstand  $R_2$  liegt, sei  $E$ . Ist  $I_1$  die Stromstärke im Widerstande  $R_1$  und  $I_2$  die Stromstärke im Widerstande  $R_2$ , so ergibt sich:

$$E = I_1 R_1 = I_2 R_2, \quad \text{d. h. } I_1 : I_2 = R_2 : R_1. \quad (13)$$

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht von dieser Regel Gebrauch, wenn man mit einem empfindlichen Galvanometer, das nur für schwache Ströme gebaut ist, einen starken Strom messen will. Dabei legt man nach Bild 10 in den Hauptstrom einen großen Widerstand und legt das Galvanometer in den Nebenschluß zu einem bekannten, kleinen Abzweigwiderstand  $R_z$ . Ist  $R_g$  der Galvanometerwiderstand,  $I_g$  der Strom im

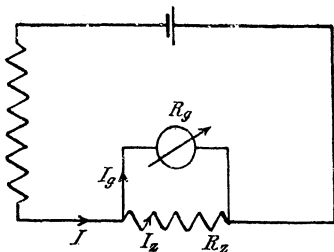


Bild 10. Messung mit Abzweigung.

Galvanometer und  $I_z$  der Strom im Abzweigungswiderstand, so ergibt sich:

$$\frac{I_g}{I_z} = \frac{R_z}{R_g} \quad \text{oder} \quad \frac{I_g}{I_g + I_z} = \frac{R_z}{R_g + R_z}.$$

Nun ist nach Bild 10 die Summe  $I_g + I_z$  nichts anderes als die Stromstärke  $I$  des Hauptstromes. Daraus folgt dann:

$$I = I_g \cdot \frac{R_g + R_z}{R_z}. \quad (14)$$

Die Rechnung wird am bequemsten, wenn man den Abzweigungswiderstand gleich  $1/9$ ,  $1/99$  oder  $1/999$  des Galvanometerwiderstandes macht. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand  $R_g = 100$  Ohm und der Abzweigungswiderstand  $R_z = 100/999$  Ohm, so ergibt sich:

$$I = I_g \cdot \frac{100 + 100/999}{100/999} = 1000 I_g.$$

### 7. Reihen- und Nebenschaltung von Zellen.

Bei der Reihenschaltung von Zellen ist die positive Klemme einer Zelle mit der negativen Klemme der folgenden Zelle verbunden (Bild 11), so daß derselbe Strom alle Zellen hintereinander durchfließt. Dabei wirken alle Spannungen in derselben Richtung, so daß sie sich ebenso wie die inneren Widerstände der Zellen zueinander fügen. Ist nun der äußere Widerstand groß im Verhältnis zum Wider-

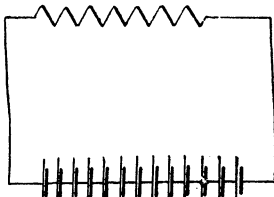


Bild 11. Reihenschaltung von Zellen.

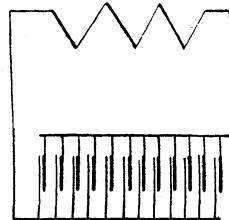


Bild 12. Nebenschaltung von Zellen.

stand der Zellen, so hat der Zellenwiderstand selbst bei vielen hintereinander geschalteten Zellen keinen besonderen Einfluß, während die wirksame Spannung durch die Hintereinanderschaltung der Zellen auf einen hohen Betrag gebracht wird. Man verwendet daher die Reihenschaltung, um bei großem äußeren Widerstand eine große Stromstärke zu erzielen.

Bei der Nebenschaltung (Bild 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander. Dabei ergibt sich am äußeren Widerstande nur eine geringe Spannung, da sich nebeneinander geschaltete Spannungen nicht zu-



einander fügen. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Wasserbehältern zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen von dem geringeren Druckverlust, nur den gleichen Druck wie bei Anwendung eines einzelnen Wasserbehälters. Trotzdem ergibt sich oft gerade durch die Nebenschaltung eine hohe Stromstärke. Dies ist der Fall, wenn der äußere Widerstand klein ist und daher keine hohe Spannung zur Erzielung eines starken Stromes nötig ist und der

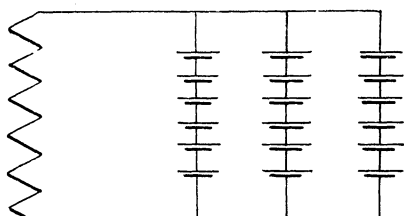


Bild 13. Gemischte Schaltung von Zellen.

Zellenwiderstand gegenüber dem äußeren Widerstand stark ins Gewicht fällt.

Außer der Reihenschaltung und der Nebenschaltung kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Bild 13), indem man einige Zellen hintereinander und mehrere derartige

Zweige nebeneinander schaltet. Es sei

$R$ der äußere Widerstand	$E$ die Spannung einer Zelle
$R_b$ der Batteriewiderstand	$x$ die Zahl der Zellen in Reihe
$R_i$ der Zellenwiderstand	$z$ die Gesamtzahl der Zellen.

Dann ist die Anzahl der Zweige  $z/x$  und der Widerstand eines Zweiges gleich  $R_i \cdot x$ . Die Batteriespannung ist gleich  $E \cdot x$  und der Batteriewiderstand

$$R_b = \frac{R_i \cdot x}{z/x} = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Demnach ist die Stromstärke  $I$  im äußeren Kreise:

$$I = \frac{E \cdot x}{R + R_i \cdot x^2/z} = \frac{E}{R/x + R_i \cdot x/z}.$$

Die Stromstärke wird am größten, wenn der Nenner der rechten Seite am kleinsten wird. Differenzieren wir daher den Nenner nach  $x$  und setzen wir den Differentialquotienten gleich Null, so ergibt sich

$$R = R_i \cdot \frac{x^2}{z}. \quad (15)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist der innere Widerstand der Batterie. Dieser muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Zellenzahl am größten wird. Diese Regel ist aber nur in der Schwachstromtechnik von Bedeutung.

## 8. Die Wheatstonesche Brücke.

Außer durch Messung der Spannung und Stromstärke werden Widerstände auch mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke (Bild 14) bestimmt.

Eine Zelle, deren Spannung  $E$  nicht bekannt und nicht unveränderlich zu sein braucht, liegt an den Enden  $A$  und  $B$  eines mit einer Teilung versehenen blanken Meßdrahtes, auf dem das Schleifstück  $C$  verschoben werden kann. In Nebenschaltung zu dem Drahte ist mit Hilfe möglichst widerstandsfreier Verbindungen ein Stromzweig gelegt, der aus dem unbekanntem, zu messenden Widerstande  $x$  und einem bekannten Widerstande  $R$  besteht. Ein Galvanometer liegt im Brückenweg zwischen  $C$  und dem Verbindungspunkt der Widerstände  $x$  und  $R$ .

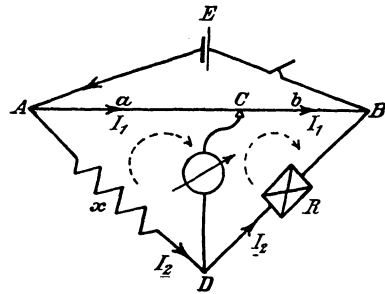


Bild 14.

Schaltbild der Wheatstoneschen Brücke.

Man verschiebt nun das Schleifstück, bis der Brückenweg stromlos ist. Dann fließt der Strom  $I_1$  durch die Widerstände  $a$  und  $b$  und der Strom  $I_2$  durch die Widerstände  $x$  und  $R$ . Wir verfolgen nun nacheinander die beiden unteren Stromkreise in Richtung der gerichelten Pfeile und beachten dabei, daß in diesen Kreisen keine Spannungen erzeugt werden und der Brückenweg stromlos ist. Dann ergibt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel:

$$I_1 \cdot a + 0 - I_2 \cdot x = 0 \quad \text{und} \quad I_1 \cdot b - I_2 \cdot R + 0 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{x}{R} = \frac{a}{b}. \quad (16)$$

In dieser Gleichung bedeutet  $a/b$  zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Meßdrahtes, dann aber unmittelbar das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Gl. (16) wird uns verständlich durch den Vergleich mit einem Wasserstrom, der sich in zwei nebeneinander liegende, senkrechte Rohre verzweigt. Wenn man von irgendeinem Punkte des ersten Rohres eine wagerechte Leitung nach dem zweiten Rohr legt, so fließt durch diese kein Strom, weil kein Höhenunterschied zwischen ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich besteht bei der Wheatstoneschen Brücke, wenn das Galvanometer stromlos ist, zwischen den Punkten  $C$  und  $D$  keine Spannung, und der Spannungsverbrauch von  $A$  bis  $C$  ist gleich dem von  $A$  bis  $D$ . Demnach ist

$$I_1 \cdot a = I_2 \cdot x \quad \text{und} \quad I_1 \cdot b = I_2 \cdot R.$$

Daraus folgt dann Gl. (16). Die Genauigkeit ist am größten, wenn  $R$  etwa gleich  $x$  gewählt wird, so daß das Schleifstück ungefähr in der Mitte steht.

Man kann auch statt der Drahtlängen  $a$  und  $b$  Spulenwiderstände anwenden. Der Brücken­zweig wird entweder durch Veränderung des Verhältnisses der Spulenwiderstände  $a$  und  $b$  oder durch Regeln des Widerstandes  $R$  stromlos gemacht. Das Verfahren eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

Bei sehr kleinen Widerständen verursachen die Zuleitungswiderstände erhebliche Meßfehler. Man kann diese zum Teil dadurch vermeiden, daß man die Zelle nach Bild 15 unmittelbar an die Enden der Widerstände  $x$  und  $R$  legt und statt des Meßdrahtes, wie oben angegeben, Spulenwiderstände  $a$  und  $b$  benutzt, die so groß sind, daß ihr Zuleitungswiderstand nicht in Betracht kommt. Auf diese Weise sind eine Reihe von Fehlerquellen beseitigt. Dagegen bleibt der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen  $x$  und  $R$  bestehen. Legt

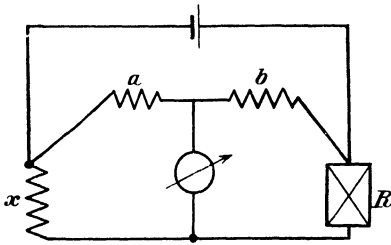


Bild 15. Schaltbild der Wheatstoneschen Brücke mit teilweisem Ausschluß von Fehlerquellen.

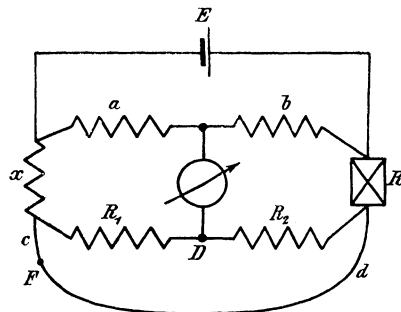


Bild 16. Schaltbild der Thomsonschen Doppelbrücke.

man in Bild 15 das Meßgerät unmittelbar an das Ende des Widerstandes  $x$ , so wird der Widerstand  $R$  um den Betrag der Zuleitung zwischen  $x$  und  $R$  vergrößert. Legt man das Meßgerät dagegen unmittelbar an  $R$ , so mißt man  $x$  zu groß.

Der Einfluß der Zuleitung zwischen  $x$  und  $R$  wird beseitigt, wenn man das Meßgerät durch zwei Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  an  $x$  und  $R$  zugleich anschließt, wie das in der Thomsonschen Doppelbrücke geschieht (Bild 16). Dabei bleiben die Widerstände  $x$  und  $R$  durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  sind so zu wählen, daß sie sich wie  $a : b$  verhalten. Man bringt dann durch Veränderung des Widerstandes  $R$  den Strom im Brücken­zweig auf Null. Zwischen  $D$  und dem Punkt  $F$ , der den Widerstand der Verbindungsleitung zwischen  $x$  und  $R$  im Verhältnis  $c : d = R_1 : R_2 = a : b$  teilt, besteht dann keine Spannung. Wir können also das Meßgerät unter Weglassung der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  statt an  $D$  unmittelbar an  $F$  gelegt denken. Wenn also der Brücken­zweig durch Veränderung des Widerstandes  $R$  stromlos geworden ist, besteht die Gleichung:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{R + d}.$$

Da nun  $c/d = a/b$  ist, so ist auch das Verhältnis  $x/R$  genau gleich  $a/b$ , der Widerstand der Zuleitung ist also herausgeschafft. Sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, können so mit großer Genauigkeit gemessen werden.

### 9. Spannungsmessung durch Gegenschaltung.

Eine Zelle von der Spannung  $E_0$  liege an den Enden eines mit einer Teilung versehenen Meßdrahtes (Bild 17). Ihre Spannung braucht nicht bekannt zu sein. Sie darf sich aber während des Versuches nicht ändern und muß größer sein als die Spannungen, die bei dem Versuch gemessen werden.

Zwischen den Anfang  $A$  des Meßdrahtes und das Schleifstück sei unter Zwischenschaltung eines Galvanometers und eines Widerstandes eine Zelle von der bekannten Spannung  $E_n$  angeschlossen, derart, daß die Spannungen  $E_0$  und  $E_n$  gegeneinander geschaltet sind.

Man verschiebt nun das Schleifstück, bis das Meßgerät angenähert stromlos ist, und schließt den Widerstand kurz. Man bringt dann das Schleifstück nach  $C_n$ , wo das Meßgerät den Strom Null anzeigt.

Nun ersetzt man die Zelle

von der Spannung  $E_n$  durch die Zelle mit der zu messenden Spannung  $E$ , wobei die Spannungen  $E_0$  und  $E$  wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Meßgerät sei stromlos, wenn das Schleifstück nach  $C$  verschoben ist.

Um dann aus den gemessenen Längen  $AC_n$  und  $AC$  auf das Verhältnis der Spannungen  $E_n$  und  $E$  schließen zu können, beachten wir, daß die zwischen  $A$  und  $B$  bestehende Spannung längs des ganzen Meßdrahtes verbraucht wird. An den Enden des halben Meßdrahtes herrscht z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen in demselben Verhältnis stehen wie die Widerstände. Auch ohne daß der untere Zweig angeschlossen wird, verhält sich die Spannung zwischen  $A$  und  $C_n$  zur Spannung zwischen  $A$  und  $C$  wie die Drahtlänge  $AC_n$  zur Drahtlänge  $AC$ . Nun hält die Spannung zwischen  $A$  und  $C_n$  der Spannung  $E_n$  das Gleichgewicht, während die Spannung zwischen  $A$  und  $C$  der Spannung  $E$  das Gleich-

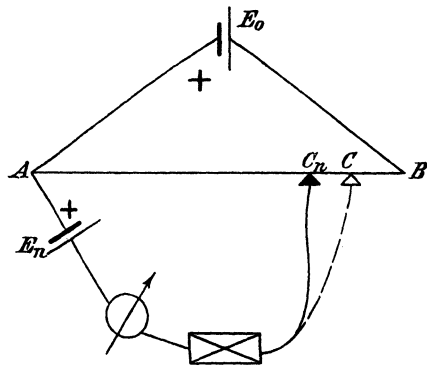


Bild 17. Spannungsmessung durch Gegenschaltung.

gewicht hält. Wenn wir also statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen, erhalten wir:

$$\frac{AC_n}{AC} = \frac{E_n}{E}. \quad (17)$$

Man sieht deutlich, wie die Spannung auf der ganzen Länge  $A B$  verbraucht wird. In ähnlicher Weise ergibt sich die Spannung  $E_k$  zwischen  $A$  und  $B$  nach der Gleichung

$$\frac{AB}{AC_n} = \frac{E_k}{E_n}. \quad (18)$$

Dabei ist  $E_k$  eine Klemmenspannung, die um den inneren Spannungsverlust kleiner ist als die erzeugte Spannung  $E_0$ . Es darf nicht übersehen werden, daß die Zelle, welche die Spannung  $E_0$  erzeugt, im Gegensatz zu den zu vergleichenden Zellen nicht stromlos ist.

Das beschriebene Verfahren wird für die Eichung von Meßgeräten fast ausschließlich angewendet. (Kompensationsapparat nach Feussner.) Man ersetzt dabei den Meßdraht durch genau abgegliche Widerstände, die Zelle  $E_0$  durch eine Sammlerbatterie und verwendet als bekannte Spannung die einer Westonzelle.

### 10. Elektrische Arbeit und Leistung.

Ein vom Strome durchflossener elektrischer Leiter wird erwärmt. Der Versuch ergibt, daß die entwickelten Wärmemengen mit der Spannung  $E$ , der Stromstärke  $I$  und der Zeit  $t$  im gleichen Verhältnis stehen. Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so stellt  $E \cdot I \cdot t$  eine elektrische Arbeit dar.

Es gilt nun zunächst, die Einheit für die elektrische Arbeit festzusetzen. Man ist ausgegangen von der Einheit der Kraft, dem Dyn. Ein Dyn ist die Kraft, die der Einheit der Masse, d. h.  $1 \text{ cm}^3$  Wasser, in einer Sekunde die Geschwindigkeit  $1 \text{ cm/sek}$  erteilt. Wirkt diese Kraft über den Weg  $1 \text{ cm}$ , so wird die Einheit der Arbeit geleistet. Diese heißt ein Zentimeterdyn oder Erg.  $10^7$  Erg faßt man unter der Bezeichnung ein Joule zusammen:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Zentimeterdyn oder Erg.} \quad (19)$$

Da nun das Joule durch das Erg, d. h. durch die Einheiten des Dyn und des Zentimeters bestimmt ist, läßt sich seine Beziehung zum Meterkilogramm leicht ermitteln. Da  $1 \text{ kg}$  das Gewicht von  $1000 \text{ cm}^3$  Wasser ist, so ist  $1 \text{ kg}$  die von der Erde ausgeübte Kraft, die der Masse von  $1000 \text{ cm}^3$  Wasser in einer Sekunde die Geschwindigkeit  $981 \text{ cm/sek}$  erteilt. Wenn wir die Masse  $1000$  mit der Beschleunigung  $981$  vervielfachen, erhalten wir:

$$1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 981 \text{ Dyn.} \quad (20)$$

Die Bezeichnung für Kilogramm ist dabei mit einem Stern versehen, um deutlich zu machen, daß es sich um eine Kraft und nicht, wie später beim absoluten Maß, um eine Masse handelt.

Demnach ist  $1 \text{ mkg} = 981\,000 \text{ Meterdyn} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Zentimeterdyn}$ . Da  $10^7 \text{ Zentimeterdyn}$  oder Erg zu einem Joule zusammengefaßt sind, so ist:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule} \quad \text{oder} \quad 1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81} = 0,102 \text{ mkg}. \quad (21)$$

Die Einheiten der Spannung und Stromstärke, wie sie auf S. 2 und 4 eingeführt wurden, sind nun so gewählt, daß die Arbeit 1 Joule geleistet wird, wenn 1 Volt den Strom 1 Amp. eine Sekunde lang erzeugt. Ist also  $A$  die Arbeit in Joule,  $E$  die Spannung in Volt,  $I$  die Stromstärke in Amp. und  $t$  die Zeit in sek, so ist

$$A = E \cdot I \cdot t \text{ Joule}. \quad (22)$$

Daraus ergibt sich nun die vom Strom entwickelte Wärmemenge  $Q$  in Grammkalorien. Eine Grammkalorie (gkal.) ist die Wärmemenge, durch die 1 g Wasser um einen Grad erwärmt wird, und diese Wärmemenge ist nach dem Versuch gleichwertig mit 0,427 mkg. Demnach ist:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \text{ mkg} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule, d.h. } 1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.} \quad (23)$$

Die Arbeit von  $E \cdot I \cdot t$  Joule entspricht also der Wärmemenge:

$$Q = 0,24 E \cdot I \cdot t \cdot \text{Grammkalorien}. \quad (24)$$

Diese Gleichung heißt das Joulesche Gesetz. Um sie durch den Versuch zu prüfen, leiten wir einen Strom durch eine gemessene Menge Wasser mit Hilfe einer im Wasser liegenden Platinspirale, deren Enden für die Stromzuführung mit starken Kupferdrähten versehen sind. Das innere Glasgefäß in Bild 18, welches das Wasser enthält, wird am besten auf Korkschnitten gestellt und durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man bestimmt die Spannung, die Stromstärke, die Zeit und die Temperaturerhöhung  $\vartheta_2 - \vartheta_1$ . Dann berechnet man die Wärmemenge in Grammkalorien, indem man das Wassergewicht in Gramm mit der Temperaturerhöhung vervielfacht.

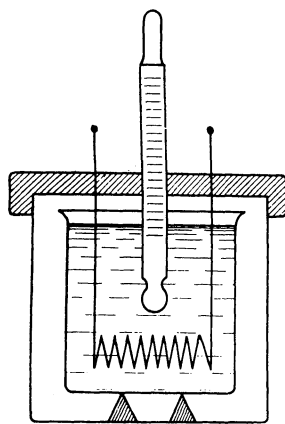


Bild 18. Ermittlung des Jouleschen Gesetzes.

Wenn man den Versuch mit einiger Vorsicht ausführt, findet man die Gleichung (24) erfüllt. Es empfiehlt sich, den Versuch unter Zimmertemperatur zu beginnen, und ihn ebensoviel über Zimmertemperatur zu beendigen, wie man unter Zimmertemperatur angefangen

hat. Dann geht in der zweiten Hälfte des Versuches eine ebenso große Wärmemenge von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und Fehler durch Wärmeverluste heben sich heraus. Ferner hat man zu beachten, daß das Wassergewicht den Wasserwert des inneren Glases mit einschließt. Man erhält diesen, wenn man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19, vervielfacht.

Wir berechnen nun in einigen Beispielen die elektrische Arbeit.

Liefert z. B. eine Maschine bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere während 10 Stunden, also 36 000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule.}$$

Dies entspricht  $396 \cdot 0,102 \cdot 10^6 = 40,5 \cdot 10^6$  mkg.

Liefert ferner eine Zelle eine Stunde lang einen Strom von 0,55 Amp. bei einer Klemmenspannung von 1 Volt, so ergibt sich:

$$A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule.}$$

Das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um 1980/9,81 mkg zu leisten, d. h. 200 kg ein Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit. Stellt  $E \cdot I \cdot t$  die elektrische Arbeit in Joule dar, so ist  $E \cdot I$  die elektrische Leistung in Joule in der Sekunde. Die Einheit der elektrischen Leistung wird also geliefert von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt. Diese Einheit, d. h. ein Joule in der Sekunde, wird 1 Watt genannt. 1 Joule ist daher auch gleich 1 Wattsekunde.

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sek} = 10^7 \text{ Erg/sek.} \quad (25)$$

Bezeichnet  $N$  die Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$N = E \cdot I \text{ Watt.} \quad (26)$$

Da 1 mkg gleich 9,81 Joule ist, so folgt:

$$1 \text{ mkg/sek} = 9,81 \text{ Joule/sek} = 9,81 \text{ Watt.} \quad (27)$$

Die gebräuchlichen größeren Einheiten für Leistung und Arbeit sind:

1 Kilowatt. . . = 1000 Watt,

1 Kilowattstunde = 1000 · 3600 =  $3,6 \cdot 10^6$  Wattsekunden oder Joule.

Das Kilowatt ist jetzt an Stelle der Pferdestärke allgemein als Einheit für die Leistung eingeführt<sup>1)</sup>.

Aus der Gleichung für die elektrische Arbeit folgt nun eine schärfere Fassung für die elektrische Spannung. Wir haben schon wiederholt den elektrischen Strom mit dem Wasserstrom verglichen. Man

<sup>1)</sup> 1 PS = 75 mkg/sek = 75 · 9,81 Watt = 0,736 Kilowatt.

erhält bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm, wenn man das Gewicht der Wassermenge in Kilogramm mit der Fallhöhe in Meter vervielfacht. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, da  $I \cdot t$  die Elektrizitätsmenge ist, die während der Zeit  $t$  unter dem Einfluß der Spannung  $E$  in Bewegung gesetzt ist. Setzen wir nun  $I \cdot t$  in der Gleichung  $A = E \cdot I \cdot t$  gleich Eins, also gleich einem Coulomb, so wird  $A = E$ . Die Spannung ist also die Arbeit, die zwischen zwei Punkten geleistet wird, wenn die Einheit der Elektrizitätsmenge von dem einen Punkt zum andern geschafft wird. Im elektrostatischen Feld bezeichnet man diese Arbeit auch als Potentialunterschied (vgl. Abschn. 35). Auf dem Gebiete der strömenden Elektrizität sollte diese Bezeichnung aber nur da angewandt werden, wo die Arbeit unabhängig vom Weg ist, was z. B. bei Wechselstrom nicht immer der Fall ist.

### 11. Die Verluste durch Stromwärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung  $E = I \cdot R$  die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$N = E \cdot I = I^2 \cdot R. \quad (28)$$

Der Verbrauch z. B. in einer Glühlampe ist also um so größer, so größer das Quadrat der Stromstärke und der Widerstand ist.

Dasselbe gilt auch für den Verlust in den elektrischen Leitungen. Wir setzen z. B. den Fall, daß 10 000 Kilowatt auf 150 km einfache Entfernung zu übertragen sind. Die Übertragung erfolge durch eine Hin- und Rückleitung, obwohl bei hoher Spannung tatsächlich meist Drehstrom mit drei Leitungen benutzt wird. Wir können nun die Leistung mit hoher Stromstärke und niederer Spannung oder niederer Stromstärke und hoher Spannung übertragen. Wenn  $E$  die Spannung ist, so ergibt sich die Stromstärke bei einer Gesamtleistung von 10 000 Kilowatt =  $10^7$  Watt zu  $I = N/E = 10^7/E$  Amp.

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000, 10 000 und 100 000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 100 000, 10 000, 1000 und 100 Ampere.

Wir wollen nun in der Zuleitung einen Verlust von 10%, d. h. von 1000 Kilowatt =  $10^6$  Watt zulassen. Wenn dann der Leitungswiderstand mit  $R$  bezeichnet wird, so ist der Verlust gleich  $I^2 \cdot R = 10^6$  Watt, d. h. es wird  $R = 10^6/I^2$ .

Die Länge der Hin- und Rückleitung zusammen ist  $l = 300\,000$  m und der spezifische Widerstand des Kupfers  $q$  gleich 0,017. Aus Gleichung (5) auf S. 8 ergibt sich dann der Querschnitt  $q$  zu:

$$q = \frac{q \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 300\,000}{10^6/I^2} = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2 \text{ mm}^2.$$



Der Querschnitt wächst also bei gegebenem Verlust in der Leitung mit dem Quadrate der Stromstärke. Er steht nach der obigen Gleichung für  $I$  im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der Spannung. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

$E$	$I$	$q = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2$
100	100 000	$50 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$
1 000	10 000	$50 \cdot 10^4 \text{ „}$
10 000	1 000	$50 \cdot 10^2 \text{ „}$
100 000	100	50

Wegen der Kosten ist nur die letzte Anordnung, wie sie in zahlreichen Fällen bereits ausgeführt ist, möglich.

Die Rücksicht auf die Verluste in der Zuleitung bzw. auf den Leitungsquerschnitt führt häufig zur Dreileiterschaltung. Eine Metallfadenlampe sei z. B. so gebaut, daß sie bei 0,25 Ampere die vorgeschriebene Lichtstärke und Lebensdauer hat, und ihr Widerstand sei im heißen Zustand 440 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmenspannung von  $440 \cdot 0,25 = 110$  Volt, damit ein Strom von 0,25 Ampere hindurchfließt. Es seien nun 400 Lampen auf eine Entfernung von 2 km zu speisen, wobei in der Zuleitung ein Verlust von 10 % zugelassen werde. Wie groß muß der Querschnitt  $q$  der Leitung gewählt werden?

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen nebeneinander (Bild 19). Bei 400 Lampen von je 0,25 Ampere ist der Gesamtstrom  $I = 0,25 \cdot 400 = 100$  Ampere. Die gesamte übertragene Leistung ist:

$$N = E \cdot I = 110 \cdot 100 = 11000 \text{ Watt.}$$

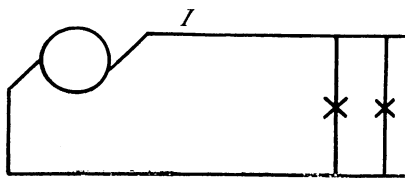


Bild 19. Glühlampen in Zweileiterschaltung.

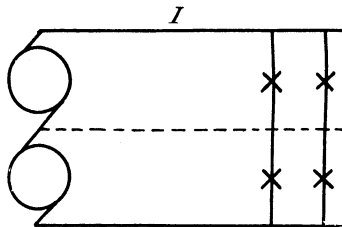


Bild 20. Glühlampen in Dreileiterschaltung.

Der Verlust in der Leitung ist 10 % dieser Leistung, also 1100 Watt. Wenn  $R$  der Widerstand der Leitung ist, so wird:

$$I^2 \cdot R = 100^2 \cdot R = 1100, \quad \text{oder} \quad R = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge  $l$  ist  $2 \cdot 2000$  m. Aus der Gleichung  $R = \rho \cdot l/q$  folgt:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ mm}^2,$$

2. Fall. Spannung 220 Volt. Je 2 Lampen in Reihe.

Wir schalten zwei Maschinen von je 110 Volt hintereinander (Bild 20). Die Spannung jeder Lampe wird 110 Volt. Wir haben dann bei 400 Lampen nur 200 Zweige von je 0,25 Amp., d. h. eine Stromstärke  $I = 200 \cdot 0,25 = 50$  Ampere. Die Leistung ist also

$$N = E \cdot I = 220 \cdot 50 = 11000 \text{ Watt.}$$

Das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen wie früher 10 %, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$I^2 \cdot R = 50^2 \cdot R = 1100, \quad R = 1100/50^2 = 0,44$$

und

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ mm}^2.$$

In beiden Fällen werden gleich viele Lampen gespeist und die Leistung ist dieselbe. Der Leitungsquerschnitt ist aber durch das Verdoppeln der Netzspannung viermal so klein geworden. Umgekehrt kann man bei demselben Leitungsquerschnitt bei gleichem relativen Verlust die vierfache Leistung übertragen, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Damit nun auch im zweiten Fall alle Lampen unabhängig voneinander ein- und ausgeschaltet werden können, ist ein Nulleiter vom Verbindungspunkt der Maschinen nach den Verbindungspunkten je zweier Lampen geführt. Dieser hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz des dritten Leiters ist die Ersparnis an Kupfer bedeutend.

## Zweiter Teil.

### 12. Die Vorgänge bei der Elektrolyse.

Man unterscheidet elektrische Leiter erster und zweiter Klasse. Die Leiter erster Klasse, zu denen die Metalle und die Kohle gehören, sind solche, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren. Die Leiter zweiter Klasse, zu denen die Basen, Säuren und Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand gehören, sind solche, die durch den Stromdurchgang eine chemische Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung Elektrolyse.

Das Gerät, in dem die Zersetzung vor sich geht, heißt die Zersetzungs-*zelle*, und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, durch die der Strom zu- und abgeleitet wird, heißen Elektroden. Die positive Elektrode, die den Strom zuführt, wird als *Anode*, die negative, an welcher der Strom aus der Flüssigkeit austritt, als *Kathode* bezeichnet (Bild 21).

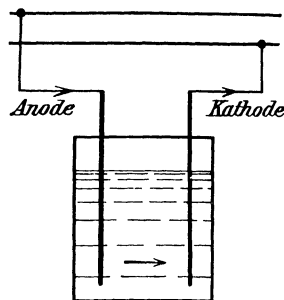


Bild 21. Zersetzungs-*zelle*.

Von den Bestandteilen, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, wandert der eine mit dem Strom zur Kathode, der andere Teil gegen den Strom zur Anode. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer.

Nach der neueren Auffassung ist die Spaltung in die Ionen schon vor dem Durchgang des elektrischen Stromes vorhanden. Zu dieser Anschauung führte unter anderem die Beobachtung des osmotischen Druckes, mit dem Wasser durch eine halbdurchlässige Wand in die Lösung eines Stoffes einzudringen sucht. Im allgemeinen ergibt sich, daß stark verdünnte Lösungen, die in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle gelöst enthalten, den gleichen osmotischen Druck besitzen. Sonderbarerweise zeigen jedoch gerade die Leiter zweiter Klasse eine Abweichung von diesen Gesetzen. So ist z. B. der osmotische Druck bei der Salzsäure doppelt so groß und bei der Schwefelsäure dreimal so groß, wie man erwartet. Diese Schwierigkeit löste Arrhenius in geistreicher Weise durch die Annahme, daß das Molekül in mehrere kleinste Teilchen (Ionen) zerfallen ist, die nun in bezug auf den osmotischen Druck dieselbe Wirkung ausüben, wie sonst die Moleküle, so daß wieder eine allgemeine Gesetzmäßigkeit für alle Lösungen besteht. Das Molekül der Salzsäure ( $HCl$ ) ist z. B. in die beiden Ionen  $H$  und  $Cl$ , das Molekül der Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) in drei Ionen  $H$ ,  $H$  und  $SO_4$  zerfallen.

In bezug auf Gefrierpunktniedrigung und Siedepunkterhöhung zeigen die Leiter zweiter Klasse dasselbe abweichende Verhalten gegenüber anderen Lösungen wie in bezug auf den osmotischen Druck. Dadurch erhält die Anschauung, daß ein Leiter zweiter Klasse freie Ionen enthält, eine weitere Stütze. Das Vorhandensein dieser freien Ionen bedingt geradezu die Leitfähigkeit.

Die positiv geladenen Ionen heißen Kathionen. Sie werden beim Stromdurchgang von der Kathode angezogen, wandern in der Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die anderen Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Diese Anschauungen sind nicht leicht mit der Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach beim elektrischen Strom nur die positive Elektrizität fließt. Man wird am besten beide Vorstellungen nebeneinander bestehen lassen.

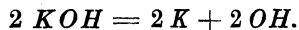
Zu den Kathionen gehören die Ionen solcher Elemente, die durch ihr allgemeines chemisches Verhalten als Metalle gekennzeichnet sind. Die Metalle, wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold, zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus. Sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff, z. B. Natronlauge ( $NaOH$ ), Kalilauge ( $KOH$ ), gelöschter Kalk ( $Ca[OH]_2$ ), sind Basen. Die Basen sind dadurch gekennzeichnet, daß sie rotes Lakmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren.

Da die Ionen der Metalle immer mit dem Strome zur Kathode wandern, so sind sie elektropositiv, d. h. sie sind die Träger der positiven Elektrizität (Kationen). Auch der Wasserstoff wandert mit dem Strome zur Kathode, er ist also ebenfalls zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er durch Metalle vertreten werden kann.

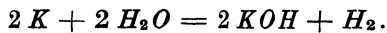
Zu den Anionen gehören die Ionen der Nichtmetalle. **Nichtmetalle** sind solche Elemente, die, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität sind, und deren Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren sind, wie z. B. Salzsäure ( $HCl$ ), Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ), Salpetersäure ( $HNO_3$ ), Phosphorsäure ( $H_3PO_4$ ). Die Säuren sind wiederum dadurch gekennzeichnet, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und Basen neutralisieren.

Chlor, Brom, Jod und Fluor sind in ihren Wasserstoffverbindungen ohne weiteres Anionen. Ferner gehören zu den Anionen noch die Säurereste  $SO_4$ ,  $PO_4$ ,  $NO_3$  usw., sowie die Hydroxylgruppe  $OH$  der Basen. Wir gehen nun zu Beispielen über.

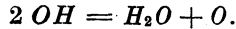
Die Zersetzung von Kalilauge ( $KOH$ ) erfolgt nach der Gleichung



Dabei wandert das Kalium mit dem Strome und veranlaßt an der Kathode unter Bildung von Kalilauge das Auftreten von Wasserstoff:

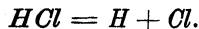


Die Hydroxylgruppe  $OH$  dagegen, die gegen den Strom wandert, veranlaßt an der Anode das Auftreten von Sauerstoff nach der Gleichung:



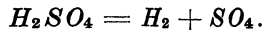
Das Ergebnis ist also dasselbe, wie wenn allein Wasser zersetzt wäre. Tatsächlich ist jedoch die Kalilauge zersetzt, da reines Wasser ein vollkommener Nichtleiter ist.

Salzsäure wird zersetzt nach der Gleichung:

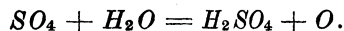


Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf.

Schwefelsäure wird zersetzt nach der Gleichung:

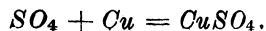


Dabei tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf, während der Säurerest  $SO_4$  zur Anode wandert. Falls diese aus Kohle oder Platin besteht, so zerfällt die Gruppe  $SO_4$  nach der Gleichung:

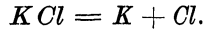


Es ist also wieder, als wenn Wasser allein zersetzt wäre.

Besteht die Anode dagegen aus Kupfer, so wird sie von der Gruppe  $SO_4$  zu Kupfersulfat gelöst, nach der Gleichung:



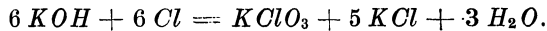
Chlorkaliumlösung wird zersetzt nach der Gleichung:



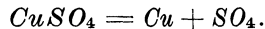
Dabei wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode. Dort bildet sich durch einen zweiten Vorgang, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch eine halbdurchlässige Schicht, wie z. B. eine Tonzelle, getrennt, so ist das Endergebnis Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne solche Schicht, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein. In kalter Lösung entsteht bei diesem dritten Vorgang unterchlorigsaures Kali ( $KClO$ ) nach der Gleichung:



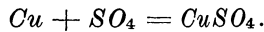
Arbeitet man jedoch mit heißer Lösung, so bildet sich chlor-saures Kali ( $KClO_3$ ) nach der Gleichung:



Als weiteres Beispiel der Zersetzung einer Salzlösung nennen wir die Elektrolyse des Kupfersulfats ( $CuSO_4$ ) nach der Gleichung:



Das Kupfer wandert mit dem Strome zur Kathode und verkuft diese, während die Gruppe  $SO_4$  zur Anode wandert. Besteht diese aus Platin oder Kohle, so wird, wie oben, Sauerstoff frei. Besteht sie aber aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, nach der Gleichung:



### 13. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Wie Faraday ermittelte, ist die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge der Stromstärke und der Zeit, also der Elektrizitätsmenge proportional. Sie ist außerdem von der Zusammen-

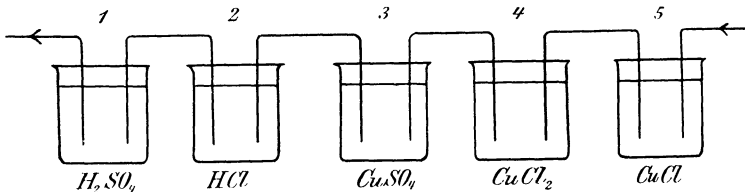


Bild 22. Reihenschaltung von Zersetzungszellen.

setzung des Elektrolyten abhängig. Um diese Abhängigkeit durch den Versuch zu ermitteln, leiten wir unter Benutzung von Platinelektroden ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ), Salzsäure ( $HCl$ ), Kupfervitriol ( $CuSO_4$ ), Kupferchlorid ( $CuCl_2$ ) und Kupferchlorür ( $CuCl$ ) (Bild 22). Der Versuch werde so lange fortgesetzt, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten

Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen. Bei diesen ist in Klammern das Atomgewicht angegeben, d. h. die kleinste Gewichtsmenge eines Elementes, bezogen auf Wasserstoff, die eine chemische Verbindung eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure ( $HCl$ ) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Wir erhalten:

1. ( $H_2SO_4$ ) 2 mg Wasserst. ( $H = 1$ ), 16 mg Sauerst. ( $O = 16$ ).
2. ( $HCl$ ) 2 mg Wasserst. ( $H = 1$ ), 70,8 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).
3. ( $CuSO_4$ ) 63,2 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ), 16 mg Sauerst. ( $O = 16$ ).
4. ( $CuCl_2$ ) 63,2 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ), 70,8 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

Bis dahin ist alles regelmäßig. Man hätte aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort die der nächsten drei Zellen berechnen können, da in der zweiten Zelle ebensoviel Wasserstoff gebildet wird wie in der ersten, in der dritten ebensoviel Sauerstoff wie in der ersten und in der vierten ebensoviel Kupfer wie in der dritten. Es scheint sich aus den Versuchen die Regel zu ergeben, daß die ausgeschiedenen Gewichtsmengen eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Verbindung man das Element abscheidet.

Bei der fünften Zelle mit dem Kupferchlorür ( $CuCl$ ) findet man jedoch eine Schwierigkeit. Da im Kupferchlorür 63,2 Teile Kupfer auf 35,4 Teile Chlor enthalten sind, so erhalten wir entweder 63,2 mg Kupfer, wie in der dritten und vierten Zelle, woraus sich 35,4 mg Chlor ergeben, oder 70,8 mg Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, was einer Ausbeute von 126,4 mg Kupfer entspricht. Der Versuch entscheidet für den zweiten Fall, d. h. wir erhalten:

5. ( $CuCl$ ) 126,4 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ), 35,4 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

Man erhält also aus einer Chlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Chloridlösung.

Allgemein ergibt sich eine einfache Gesetzmäßigkeit in der Weise, daß sich die abgeschiedenen Gewichtsmengen nicht nach dem Atomgewicht, sondern nach dem Äquivalentgewicht richten. Dieses Äquivalentgewicht ist das Atomgewicht geteilt durch die Wertigkeit, wobei unter Wertigkeit die Anzahl der Wasserstoffatome zu verstehen ist, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure ( $HCl$ ) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es im Chlorkalium ( $KCl$ ) ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser ( $H_2O$ ) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, durch die sich die Elemente aneinander hängen. So bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das

Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir im obigen Beispiel in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe  $SO_4$  getrennt, also zwei Bindungen oder Wertigkeiten gelöst. Ebenso findet man, daß in allen folgenden Zellen je zwei Wertigkeiten oder Arme gelöst sind. Man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Bindungen, oder er scheidet überall äquivalente Gewichtsmengen aus.

Ist also  $m$  die Menge in mg,  $a$  das Atomgewicht,  $k$  die Wertigkeit,  $I$  die Stromstärke in Amp. und  $t$  die Zeit in Sek., so ergibt sich mit Hilfe eines durch den Versuch bestimmten Festwertes 0,010 386:

$$m = 0,010\ 386 \cdot \frac{a}{k} \cdot I \cdot t \text{ mg.} \quad (1)$$

Da  $I \cdot t$  die Elektrizitätsmenge und  $a/k$  das Äquivalentgewicht ist, so nimmt das Faradaysche Gesetz die Form an: Gleichwertige Gewichtsmengen verschiedener Ionen befördern überall die gleiche Elektrizitätsmenge, d. h. sie haben den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt die Gewichtsmenge eines Elementes in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde, d. h. durch ein Coulomb, ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Es ergibt sich nach der obigen Gleichung zu  $0,010\ 386 \cdot a/k$ . Dies ist also die Gewichtsmenge, die bei ihrer Wanderung die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb befördert.

Das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers ist z. B. gleich  $0,010\ 386 \cdot 107,6/1 = 1,118$  und das des Kupfers in der Chlorid- und Sulfatlösung  $0,010\ 386 \cdot 63,2/2 = 0,328$ .

Ebenso läßt sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergeben sich dann die Raumteile des ausgeschiedenen Knallgases: Ein Ampere liefert in einer Sekunde  $0,174 \text{ cm}^3$  trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Bei der Wasserzersetzung treten nach der Formel  $H_2O$  doppelt so viele Atome Wasserstoff auf wie Sauerstoff. Da zwei Atome Wasserstoff und zwei Atome Sauerstoff je ein Molekül bilden, so werden doppelt so viele Moleküle Wasserstoff gebildet wie Sauerstoff. Nach der Avogadroschen Regel nimmt dann auch der ausgeschiedene Wasserstoff doppelt so viel Raum ein wie der Sauerstoff.

#### 14. Die Polarisation.

Zersetzt man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungsstelle eine Klemmenspannung von zwei bis drei Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist,

so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man nach Bild 23 eine höhere Spannung, z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes daran, so stellt sich von selbst eine Klemmenspannung im Betrage von zwei bis drei Volt her. Ist in Bild 23  $E_o$  die von der Maschine erzeugte Spannung,  $I$  die Stromstärke,  $R$  der Vorschaltwiderstand einschließlich des Widerstandes der Maschine und der Zuleitung, so ergibt sich die Klemmenspannung  $E_k$  der Zersetzungszelle zu  $E_o - I \cdot R$ .

Obwohl die Klemmenspannung der Zersetzungszelle von außen an die Zelle gelegt wird und den Strom durch die Zelle treibt, ist ihre Größe von der Zelle bestimmt. Wir können sie also nicht willkürlich ändern, sondern sie ist von der Beschaffenheit der Zelle selbst abhängig. Sie bleibt z. B. wesentlich dieselbe, wenn wir durch Änderung der Maschinenspannung oder des vorgeschalteten Widerstandes die Stromstärke erheblich ändern. Sie bleibt sogar auch dann angenähert dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, verändern. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmenspannung eines Metallwiderstandes, durch die Stromstärke und den inneren Widerstand  $R_i$  gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer als der aus der Stromstärke und dem inneren Widerstand berechnete Wert.

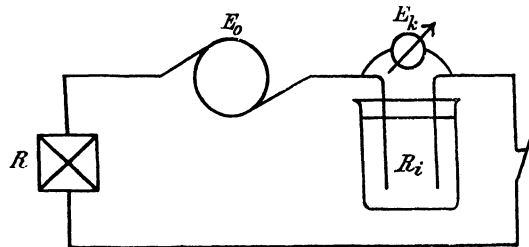


Bild 23. Maschine, Zersetzungszelle, Widerstand in Reihe.

Das wird erklärlich durch die Beobachtung, daß die Zersetzungsstelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch den im Nebenschluß zur Zersetzungszelle liegenden Spannungszeiger sendet. Sie arbeitet dann wie eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme der Zelle her austreibt, in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom, und die jetzt wirksame Spannung ist die Polarisationsspannung. Sie ist nur so lange wirksam, wie die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei eine stromerzeugende Zelle vor uns, die aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht. Die von ihr erzeugte Spannung, die wir mit  $E$  bezeichnen wollen, ist dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet.

Nun ist die Zelle schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmenspannung  $E_k$  hatte dabei den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern und die Gegenspannung  $E$  der Polarisation zu überwinden. Für die Klemmenspannung



nung der Zersetzungszelle ergibt sich dann während des ursprünglichen Stromdurchganges die Gleichung:

$$E_k = E + I \cdot R_i. \quad (2)$$

Unter der Polarisationsspannung verstehen wir also die Spannung, die durch die Veränderung der Elektroden der Zersetzungszelle entsteht. Wenn die Polarisationsspannung wie gewöhnlich gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch sehr groß ist, so ist die Klemmenspannung fast nur durch sie und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand bedingt.

Durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit wird das Auftreten der Polarisationsspannung noch deutlicher. Vervielfachen wir nämlich die obige Gleichung mit  $I$ , so erhalten wir:

$$E_k \cdot I = E \cdot I + I^2 \cdot R_i. \quad (3)$$

In dieser Gleichung stellt  $E_k \cdot I$  die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und  $I^2 \cdot R_i$  den Verbrauch durch Stromwärme dar. Wir schließen also, daß die Leistung  $E \cdot I$  bei der Wasserzersetzung verbraucht ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das bei der Wasserzersetzung entwickelte Knallgas eine Energie besitzt. Wenn wir es zur Entzündung bringen, wird Wärme entwickelt oder Arbeit geleistet, die gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit ist.

Es läßt sich nun nachweisen, daß die Polarisationsspannung für gleich Elektrolyte und Elektroden stets denselben Wert hat. Die im Knallgas aufgespeicherte Energie steht in gleichem Verhältnis zu der Menge des Knallgases, also zu der bei der Wasserzersetzung in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Ist  $c$  ein Festwert, der im besonderen nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu  $A = c \cdot I \cdot t$ . Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit gleich  $E \cdot I \cdot t$ . Aus der Gleichheit beider Arbeiten folgt  $E = c$ , d. h. die Polarisationsspannung ist für gleiche Zersetzungszellen unveränderlich. Dabei ist überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt.

Für anders zusammengesetzte Zellen hat die Polarisation einen anderen Wert. Wenn z. B. Kupfer und Sauerstoff unter Anwendung von Platinelektroden aus Kupfersulfat ausgeschieden werden, so ist die Polarisation eine andere, als wenn Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt wird. Dies steht in Übereinstimmung damit, daß die Verbrennungswärme, die bei Wiedervereinigung der Endprodukte entwickelt wird, in beiden Fällen verschieden ist.

Wir wollen nun die Polarisation vorausberechnen. Nach der Faradayschen Regel entspricht einem Coulomb das  $0,010386 \cdot 10^{-3}$ -fache des Grammäquivalents, wobei das Grammäquivalent das

Molekulargewicht in Gramm geteilt durch die Wertigkeit ist. Die einem Grammäquivalent entsprechende Elektrizitätsmenge ist also:

$$I \cdot t = \frac{1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} \text{ Coulomb.}$$

Demnach ist die aufgewendete Arbeit:

$$E \cdot I \cdot t = \frac{E}{0,010386 \cdot 10^{-3}}.$$

Ist nun  $x$  die Wärmemenge in Grammkalorien, die bei der Bildung eines Grammäquivalents frei wird, so ergibt sich nach dem Jouleschen Gesetz die entsprechende elektrische Arbeit zu  $x : 0,24$ . Durch Gleichsetzung der beiden berechneten Werte für diese Arbeit erhalten wir:

$$\frac{E}{0,010386 \cdot 10^{-3}} = \frac{x}{0,24}, \text{ d. h. } E = \frac{x}{23\,000}. \quad (4)$$

Beispielsweise werden bei Bildung eines Grammmoleküls Wasser 68 000 gkal., bei Bildung eines Grammäquivalents also 34 000 gkal. frei. Demnach ist die Polarisationsspannung bei Wasserzersetzung  $E = 34000 : 23000 = 1,47$  V.

Man kann also z. B. mit einem Daniell-Element, dessen Spannung wenig mehr als 1 Volt ist, kein Wasser zersetzen. Die wirkliche Polarisationsspannung ist übrigens noch höher als 1,47 V, da wir nur die wesentlichste Ursache der Polarisation berücksichtigen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, in welchem die Polarisation Null wird. Zersetzt man Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen eine Stromquelle bilden. Die Polarisation ist in diesem Falle gleich Null, und die Klemmenspannung ist vollständig gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch. Dies folgt auch daraus, daß zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode genau die Arbeit verbraucht wird, die bei der Lösung des Kupfers an der Anode gewonnen wird, so daß die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

## 15. Die Sammler.

Die ersten von Planté hergestellten Sammler oder Akkumulatoren enthielten Bleiplatten, zwischen denen verdünnte Schwefelsäure zersetzt wurde. Die Platten wurden dabei nur oberflächlich verändert. Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faure-Verfahren Nuten- oder Gitterplatten aus Blei, deren Zwischenräume mit Mennige, Bleioxyd oder

fein verteiltem metallischen Blei ausgefüllt waren (Bild 24). Jetzt verwendet man als positive Platten Bleigitter, die durch einen starken Strom in kurzer Zeit oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt werden. Die negativen Platten bestehen ebenfalls aus Bleigittern, enthalten aber weitere Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgefüllt sind. Diese negativen Platten werden nach Aufstellung der Zellen durch eine erste ununterbrochene 40stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt.

Bei der Zusammensetzung der Zellen werden die Nasen der Platten auf den Rand der Glasgefäße gelegt und die gleichnamigen Platten jeder Zelle durch Bleistreifen miteinander verlötet (Bild 25).

Die erzeugte Spannung beträgt zwei Volt. Sie ist nicht nur bei der Entladung, sondern auch während der Ladung vorhanden und wirkt dabei dem Strome oder der Klemmenspannung entgegen. Der Strom fließt bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, in die er bei der Ladung eintritt. Diese Klemme ist also in beiden Fällen positiv, da man bei einem Stromerzeuger (Entladung) die Klemme als positiv bezeichnet, an welcher der Strom austritt, während bei einem Stromverbraucher (Ladung) die Klemme positiv ist, an welcher der Strom eintritt.

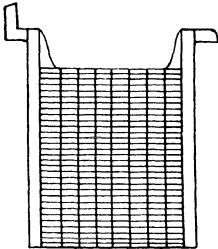


Bild 24. Platte eines Sammlers.

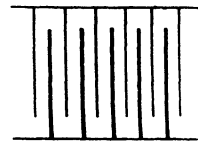
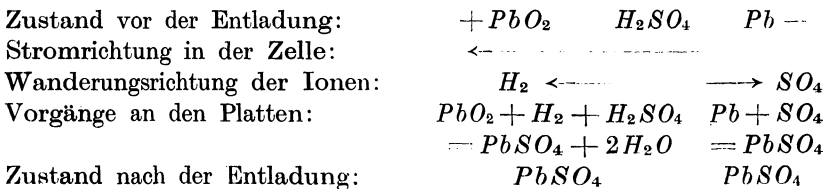


Bild 25. Plattenverbindung beim Sammler.

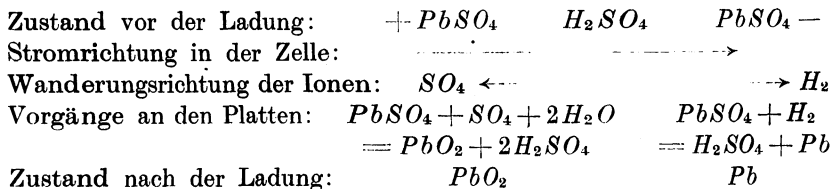
Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also während der Entladung in schwefelsaures Blei übergeführt: die positive dadurch, daß das Bleisuperoxyd durch Wasserstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd reduziert wird, die negative dadurch, daß das Blei durch Sauerstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd oxydiert wird. Das Bleisuperoxyd der positiven Platte gibt also gleichsam seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der nega-

tiven Platte ab. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Arbeit, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Ursache der Wärmeentwicklung ist. Wenn schließlich die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben hat und die negative Platte dadurch oxydiert ist, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Sammler entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle mehr bilden können.

Des entladene Sammler werde nun als Zersetzungsquelle behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, so daß aus der Zersetzungszone wieder eine Stromquelle geworden ist.

Neben der Oxydation und Reduktion sind allerdings auch die Änderungen der Säuredichte bei den Arbeitsvorgängen beteiligt. Das spezifische Gewicht der Säure wird bei der Entladung geringer, bei der Ladung größer.

Der Vorgang der Ladung besteht also in einer chemischen Umwandlung der wirksamen Masse der Platten und nicht etwa in der Aufspeicherung von Elektrizität. Wenn man trotzdem von einer Kapazität des Sammlers spricht, so meint man damit nur die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Sammlers in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung ist dabei nicht die Rede.

Da die Kapazität durch das Gewicht der wirksamen Masse gegeben ist, so ist sie theoretisch unabhängig davon, ob mit starkem Strom kurze Zeit oder mit schwachem Strom entsprechend längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen ist. In Wirklichkeit findet man allerdings, daß die Kapazität bei Entladung mit starkem Strome bedeutend kleiner ist als bei Entladung mit schwachem Strome. Das erklärt sich einfach dadurch, daß die wirksame Masse bei starkem Strome nur oberflächlich umgewandelt wird, also nur zum Teil an dem ganzen Vorgang teilnimmt.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu denen bei der Ladung. Er übersteigt meist den Wert 0,9. Grundsätzlich müßte dieses Verhältnis

gleich Eins sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der wirksamen Masse bestehen und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten wirksamen Masse proportional sind. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Sammler von selbst. Dies liegt weniger an einer mangelhaften Isolation, als an Selbstentladung durch Ströme, die an einer und derselben Platte durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung oder ungleiche Säuredichte auftreten. Endlich wird der Wirkungsgrad auch deswegen geringer als Eins, weil ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Elektrizitätsmenge nutzlos zur Gasentwicklung verwendet wird. Wenn gegen Ende der Ladung die wirksame Masse größtenteils umgewandelt ist, so kann der Wasserstoff und Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen, d. h. die Gasentwicklung beginnt. Nur dann, wenn man die Ladung unterbricht, bevor eine stärkere Gasentwicklung auftritt, wird der Wirkungsgrad sehr hoch.

Von größerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Amperestunden ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um diesen zu ermitteln, beobachten wir bei Ladung und Entladung mit dem vorgeschriebenen Strome die Klemmenspannung. Diese beträgt im Anfang der Ladung

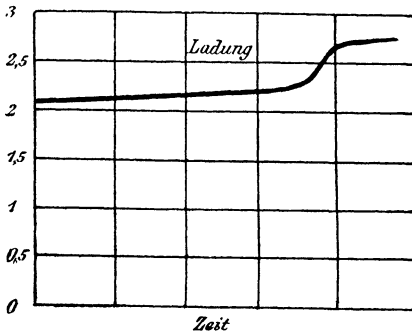


Bild 26. Spannung bei Ladung.

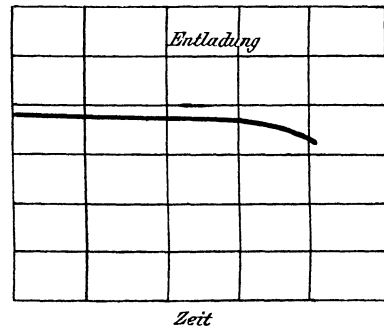


Bild 27. Spannung bei Entladung.

etwa 2,1 Volt und steigt wegen der an den Elektroden haftenden Gasblasen am Ende der Ladung (Bild 26). Wenn die Spannung von 2,6 Volt erreicht ist, wird die Ladung gewöhnlich unterbrochen. Bei der Entladung beträgt die Klemmenspannung anfangs etwa 1,9 Volt und fällt am Schluß auf 1,8 Volt (Bild 27). Eine weitere Entladung würde die Platten verderben, und die Spannung würde auch sehr bald stark sinken.

Die Ursache, weshalb die Klemmenspannung bei der Entladung kleiner ist als bei der Ladung, liegt hauptsächlich in dem inneren Spannungsverlust. Ist  $E$  die vom Sammler erzeugte Spannung und

$R_i$  der innere Widerstand, so ergibt sich bei der Ladung die Klemmenspannung  $E_k$  durch die Gleichung:

$$E_k = E + I \cdot R_i, \quad (5)$$

während für die Entladung die Gleichung gilt:

$$E_k = E - I \cdot R_i. \quad (6)$$

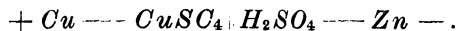
Dazu kommt, daß auch die vom Sammler erzeugte Spannung bei der Entladung kleiner ist als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert bei der Ladung.

Der Unterschied der Klemmenspannungen bei Ladung und Entladung hat nun zur Folge, daß der Wirkungsgrad in Wattstunden kleiner ist als der in Amperestunden. Er ist etwa 0,8 bis 0,9.

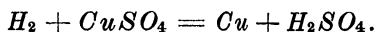
### 16. Die Vorgänge in Zellen.

Die einfachste Zelle besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit der Zelle von der Schwefelsäure gelöst wird. Man beobachtet nun bei offener Zelle durch ein Elektrometer, daß das Kupfer positiv, das Zink negativ geladen ist. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strom zum Kupfer, wo er sich in Blasen ansetzt. Dadurch entsteht nun eine neue Zelle, die aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Zink besteht, und deren Spannung der Spannung der ursprünglichen Zelle entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Spannung allmählich, d. h. die Zelle polarisiert sich. Um eine unveränderliche Spannung zu erhalten, muß man die Polarisierung durch den freien Wasserstoff verhindern. Dies geschieht dadurch, daß man den Wasserstoff im Augenblick des Entstehens bindet oder statt des Wasserstoffes ein Metall ausfällt.

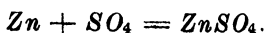
Die Daniell-Zelle besteht zu diesem Zwecke aus Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine halbdurchlässige Tonzelle voneinander getrennt sind. Eine Kupferplatte im Kupfervitriol bildet den positiven Pol, eine Zinkplatte in der Schwefelsäure den negativen Pol.



Der Strom, den die Zelle erzeugt, fließt in der Zelle vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus:



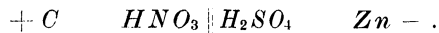
Das Zink wird dagegen durch die Gruppe  $SO_4$ , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ( $ZnSO_4$ ) gelöst:



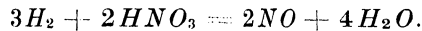
Durch diesen Oxydationsvorgang wird die Stromarbeit geliefert. Sie umfaßt die Arbeit im äußeren Kreise, die Stromwärme in der Zelle und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Arbeit. Man kann auch einfacher die gesamte, von der Zelle gelieferte Arbeit auffassen als den Unterschied der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Arbeit.

Da die Elektroden unverändert bleiben, so tritt keine Polarisation ein, und die erzeugte Spannung bleibt bei der Stromlieferung unverändert. Sie beträgt 1,07 Volt, falls die verwendeten Stoffe rein sind.

Die Bunsen-Zelle besteht aus Kohle in starker Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch eine halbdurchlässige Zelle getrennt:

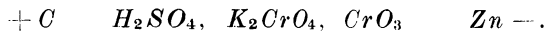


Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Die Gruppe  $SO_4$  löst, wie bei der Daniell-Zelle, das Zink unter Bildung von Zinksulfat, während der mit dem Strom wandernde Wasserstoff an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden wird:



Das dabei frei werdende Stickoxyd ( $NO$ ) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickendem Stickstoffdioxyd ( $NO_2$ ). Die erzeugte Spannung ist 1,8 bis 1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als der der Daniell-Zelle.

Die Chrom-Zelle besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat ( $K_2CrO_4$ ,  $CrO_3$ ):

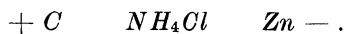


Die Zelle enthält keine Tonzelle. Die Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe  $SO_4$  löst das Zink, während der an der Kohle auftretende Wasserstoff durch Sauerstoff aus dem doppelchromsauren Kali gebunden wird. Dieses enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure ( $CrO_3$ ), die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird:



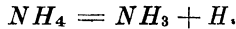
Die rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich wird dadurch die erzeugte Spannung, die ursprünglich zwei Volt betrug, geringer, so daß die Zelle bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz unveränderlich ist.

Die Leclanché-Zelle besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen:

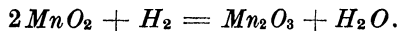


Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst es zu Chlorzink, ein Vorgang, bei dem ebenso wie bei

einer Oxydation Arbeit frei wird. Auf der anderen Seite wandert die Gruppe  $NH_4$ , die sich wie ein Metall verhält, mit dem Strome, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde die Zelle polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd ( $MnO_2$ ), eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, gibt ihren Sauerstoff unter Bildung von Manganoxyd ( $Mn_2O_3$ ) an den Wasserstoff ab, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder Chromsäure kann der Braunstein bei stärkerem Strom den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden. Die erzeugte Spannung, die im stromlosen Zustand 1,4 Volt beträgt, sinkt daher, wenn ein stärkerer Strom entnommen wird. Die Zelle ist also ebenfalls nicht ganz unveränderlich.

Die Weston-Zelle (Bild 28) besteht aus einem Glasgefäß in H form, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind. Die positive Elektrode ist Quecksilber ( $Hg$ ), die negative Kadmiumamalgam mit 12 bis 13 % Kadmium ( $Cd$ ). Als Flüssigkeit dient eine gesättigte Kadmiumsulfatlösung ( $CdSO_4$ ), deren Sättigung durch beigegebene Kadmiumsulfatkristalle aufrecht gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmium mit dem Strome. Es muß nun verhindert werden, daß es sich mit der positiven Elektrode legiert und beide Elektroden dadurch mehr und mehr gleich werden. Deshalb befindet sich über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat ( $Hg_2SO_4$ ), Kadmiumsulfatkristallen und metallischem Quecksilber. Die zur positiven Elektrode wandernden Kadmium-Ionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat metallisches Quecksilber und Kadmiumsulfat:

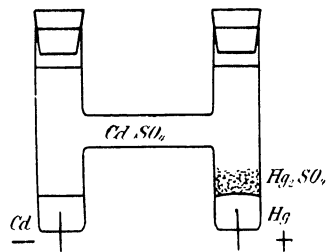
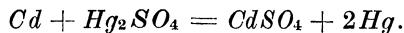


Bild 28. Weston zelle.



Da die positive Elektrode metallisches Quecksilber bleibt, so tritt keine Polarisation auf. An der negativen Elektrode wird Kadmium von der Gruppe  $SO_4$  gelöst. Die erzeugte Spannung ist bei Entnahme ganz schwacher Ströme unverändert gleich 1,019 Volt.

## 17. Voltameter.

Die genaue Ermittlung der Stromstärke geschieht mit dem Silvervoltameter. Als Kathode dient ein Platintiegel, der eine Lösung von 20 bis 40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ( $AgNO_3$ ) in 100 Teilen



Wasser enthält, während die Anode durch einen Stab aus reinem Silber gebildet wird. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 cm<sup>3</sup> der Lösung ausgeschieden sind, und auf 1 cm<sup>2</sup> der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünfteil Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere auf 1 cm<sup>2</sup> betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen. Nach dem Versuche wird er mit chlorfreiem, destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung mehr zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung unlösliches Chlorsilber:



Nach dem Auswaschen wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70 bis 90° ausgelaugt und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Trockengefäß erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung.

Die Berührung der inneren Tiegelwandung mit der Hand ist streng zu vermeiden, da der Silberniederschlag sonst nicht fest haftet. Um etwaige Verunreinigungen organischer Natur zu zerstören, empfiehlt es sich, vor Ausführung des Versuches den Tiegel zu glühen. Er darf dabei aber keine Spur von Silber enthalten, da sich sonst eine leicht schmelzende Platin-Silberlegierung bildet. Auch darf zum Ausglühen nur die Spitze einer nicht leuchtenden Flamme benutzt werden, da der Tiegel sonst unter Bildung von Kohlenstoff-Platin brüchig wird.

Es bezeichne nun  $m_1$  und  $m_2$  das Gewicht des Tiegels in mg vor und nach dem Versuch und  $t$  die Zeit in Sekunden. Da 1 Amp. in 1 Sek. 1,118 mg Silber niederschlägt, so ergibt sich die Stromstärke zu

$$I = \frac{m_2 - m_1}{1,118 \cdot t} \text{ Ampere.} \quad (7)$$

## Dritter Teil.

### 18. Magnetische Induktion.

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, weiches Eisen anzuziehen. Eisenfeilspäne, in die man den Magneten taucht, bleiben besonders an den Enden des Stabes haften (Bild 29). Man bezeichnet die Stellen der stärksten magnetischen Kraft als die Pole und den Abstand der

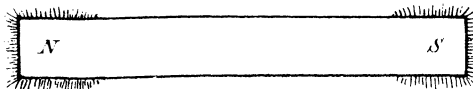


Bild 29. Eisenfeilspäne an den Magnetpolen.

Pole als die magnetische Achse. Bei langen, dünnen Magneten können wir die Pole als punktförmig ansehen.

Eine Magnetnadel, die um eine lotrechte Drehachse beweglich ist, stellt sich so ein, daß ihr eines Ende nach dem geographischen Norden zeigt. Man nennt dieses Ende den Nordpol, das andere den Südpol der Magnetnadel und bezeichnet willkürlich den Nordpol als positiv, den Südpol als negativ. Die Erfahrung zeigt, daß gleichnamige Pole sich abstoßen, ungleichnamige sich anziehen. Im geographischen Norden ist also ein physikalischer Südpol anzunehmen.

Als Polstärke  $m$  eines punktförmigen Poles bezeichnet man die Kraft, die dieser Pol in der Einheit der Entfernung auf den Einheitspol ausübt. Die Entfernung wird in cm, die Kraft in Dyn gemessen. Der Einheitspol ist der punktförmige Pol, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Er wird 1 Weber genannt.

In der Technik hat man es nicht mit punktförmigen Polen, sondern mit magnetischen Feldern zu tun. Nach Faraday denken wir uns die Umgebung eines Magneten in einem besonderen Zustand, so daß sie gleichsam selbst magnetisiert ist. Den ganzen umgebenden Raum, so weit in ihm magnetische Wirkungen beobachtet werden, nennt man das magnetische Feld. Dieses macht sich durch seine Induktionswirkung und seine Kraftwirkung bemerkbar.

Die Induktionswirkung, die für die Technik am wichtigsten ist, zeigt sich z. B. durch den Stromstoß, den wir erhalten, wenn wir eine Drahtwindung im magnetischen Feld um  $180^\circ$  drehen. Der Einfachheit wegen nehmen wir an, daß das Feld gleichförmig ist, oder wir setzen die Fläche der Windung so klein voraus, daß wir in der nächsten Umgebung der Windung mit einem gleichförmigen Feld rechnen können. Dann zeigt sich, daß der Stromstoß unter sonst gleichen Umständen mit der Fläche der Schleife wächst und bei einer bestimmten Anfangslage der Schleife am stärksten ist. Wir nehmen nun eine Windung, welche eine ebene Fläche gleich der Flächeneinheit umfaßt und bringen sie in die Stellung, in der wir bei einer Drehung um  $180^\circ$  den größten Stromstoß erhalten. Die Größe des Feldes, die wir durch diesen Stromstoß messen, nennen wir die magnetische Induktion oder die magnetische Dichte und bezeichnen sie mit  $\mathfrak{B}$ . Als Einheit ist willkürlich die Induktion im Abstand 1 cm vom Einheitspol gewählt. Sie wird mit 1 Gauß bezeichnet.

Da wir zur Ermittlung der Induktion unsere Probewindung in eine bestimmte Anfangslage bringen mußten, so hat die Induktion ähnlich wie eine Kraft, eine bestimmte Richtung im Raum. Diese Richtung ist bei unserm obigen Versuch gegeben durch die Senkrechte auf die Ebene unserer Windung in der Anfangslage. Wenn man also Induktionen, die von verschiedenen Polen an einer Stelle des Feldes herrühren, zusammensetzen will, so muß man sie wie Kräfte geometrisch aneinander fügen.

Wie der Versuch ergibt, fällt die Richtung der Induktion, abgesehen von magnetischen Feldern in Kristallen, mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammen. Wir können sie also dadurch zur Darstellung bringen, daß wir Eisenfeilspäne von oben auf eine Unterlage streuen, die wir dabei etwas erschüttern. Die Eisenfeilspäne werden beim Herunterfallen selbst magnetisch, ziehen sich gegenseitig an und ordnen sich in bestimmten Kurven an (Bild 30). Diese zeigen uns an jeder Stelle die Richtung

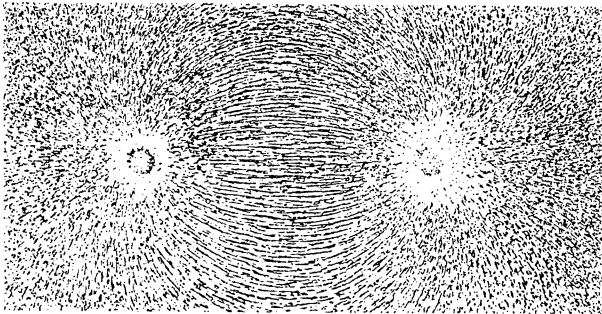


Bild 30. Eisenfeilspäne im Feld eines Hufeisenmagneten.

der Kraft und damit auch der Induktion an. Wir können diese Kurven auch erhalten, wenn wir ständig in Richtung der Induktion weiter-schreiten. Man nennt solche Kurven, deren Tangenten an jeder Stelle die Richtung der Induktion angeben, Induktionslinien und betrachtet sie willkürlich als vom Nordpol austretend und in den Südpol einmündend. Sie geben nichts anderes an als die Richtung der Induktion. Indem man sie aber verschieden dicht zeichnet, kann man sie benutzen, um auch die ungefähre Größe der Induktion an den einzelnen Stellen des Feldes anschaulich zu machen.

Das Produkt aus einer Fläche und der zur Fläche senkrechten Komponente der Induktion heißt der Induktionsfluß durch die Fläche. Er wird leider vielfach als Kraftfluß bezeichnet. Als Einheit dient der Fluß durch  $1 \text{ cm}^2$  bei der zur Fläche senkrechten Induktion  $1 \text{ Gauß}$ . Diese Einheit heißt  $1 \text{ Maxwell}$ . Sie wird sonst auch oft als eine Kraftlinie bezeichnet.

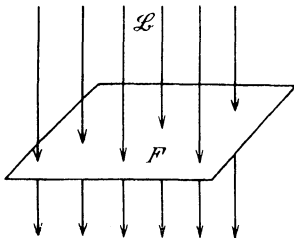


Bild 31. Fluß durch eine zur Induktion senkrechte Fläche.

Ist das Feld, wie in Bild 31 gleichförmig, so ist der Fluß durch eine zur Induktion senkrechte Fläche von  $F \text{ cm}^2$  bei der Induktion  $\mathfrak{B} \text{ Gauß}$

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \text{ Maxwell} \quad (1)$$

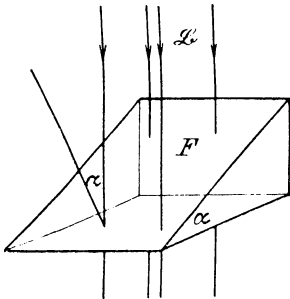
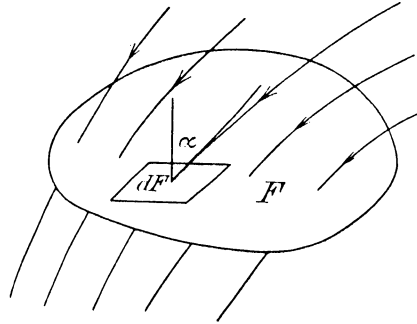
Die dem Anker gegenüberstehende Polfläche eines Stromerzeugers sei z. B.  $F = 500 \text{ cm}^2$  und die zur Fläche senkrechte Induktion überall  $\mathfrak{B} = 10\,000 \text{ Gauß}$ . Dann ist der Induktionsfluß

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = 10\,000 \cdot 500 = 5 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Bildet im gleichförmigen Feld die Induktion  $\mathfrak{B}$  mit der Senkrechten auf der ebenen Fläche  $F$  den Winkel  $\alpha$ , so ist die zur Fläche senkrechte Komponente der Induktion gleich  $\mathfrak{B} \cos \alpha$ . Demnach ist der Fluß

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \cdot \cos \alpha \text{ Maxwell.} \quad (2)$$

Dabei ist nach Bild 32  $F \cdot \cos \alpha$  die zur Induktion senkrechte Komponente der Fläche.

Bild 32. Fluß durch die Fläche  $F$ .Bild 33. Fluß durch die Fläche  $F$ .

Wir berechnen nun den Fluß durch eine beliebige krumme Fläche in einem ungleichförmigen Feld. Es sei in Bild 33  $dF$  ein Flächenteilchen und  $\alpha$  der Winkel, den die Induktion an dieser Stelle mit der Senkrechten auf der Fläche einschließt. Dann ist der Fluß durch die Fläche  $dF$  gleich  $d\Phi = \mathfrak{B} \cdot dF \cdot \cos \alpha$ , also der Gesamtfluß durch die Fläche

$$\Phi = \int \mathfrak{B} \cdot dF \cos \alpha \text{ Maxwell.} \quad (3)$$

Der Fluß, der durch das Produkt aus Induktion und Fläche bestimmt ist, ist ein einfacher Zahlenwert und hat im Gegensatz zur Induktion keine Richtung im Raume. Wenn man also mehrere Flüsse einer Fläche zusammensetzen will, hat man ihre Zahlenwerte algebraisch zusammenzuzählen, ohne Rücksicht darauf, wie die Induktionen zur Fläche gerichtet sind.

Wir zerlegen nun das magnetische Feld in eine Reihe nebeneinander verlaufender Kanäle von beliebigem Quer-

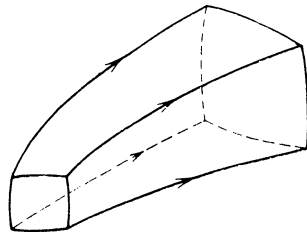


Bild 34. Induktionsröhre.

schnitt, derart, daß die Wandung an jeder Stelle gleiche Richtung mit der jeweiligen Induktion hat (Bild 34). Ein solcher Kanal heißt eine Induktionsröhre. Sie ist dadurch gekennzeichnet, daß der Fluß durch jedes Flächenteilchen der Wandung gleich Null ist.

Quer durch eine solche Röhre legen wir dann eine beliebige Fläche. Dann ergibt der Versuch für alle Querschnittsflächen einer Röhre denselben Induktionsfluß, und zwar auch dann, wenn die Röhre nacheinander verschiedene Mittel, wie z. B. Luft und Eisen durchdringt.

Eine Röhre, für deren Querschnitte dieser gleichbleibende Fluß gleich 1 Maxwell ist, bezeichnen wir als Einheitsröhre. Der Fluß durch eine Fläche kann also auch durch die Zahl der Einheitsröhren, welche die Fläche durchsetzen, gemessen werden. Vielfach bezeichnet man die Zahl der Einheitsröhren auch als die Kraftlinienzahl.

Da der Fluß durch jeden Querschnitt einer Röhre gleich groß ist, so kommen wir zu der Vorstellung eines sich innerhalb der Röhre fortsetzenden Flusses, der die Röhre erfüllt, nacheinander die einzelnen Teile einer Röhre durchdringt, sich verzweigt usw. Im Gegensatz zum Zahlenwert  $\int \mathfrak{B} \cdot dF$ , der genauer als Flußstärke bezeichnet werden sollte, ist der den Raum durchdringende Fluß keine physikalische Größe, sondern nur eine Hilfsvorstellung, mit der man aber bequem und zuverlässig arbeitet. Man muß allerdings beachten, daß es sich im Gegensatz zum fließenden Wasser nicht um einen Bewegungsvorgang, sondern um einen Ruhezustand handelt, zu dessen Aufrechterhaltung keine Arbeit nötig ist. Auch liegt es an sich noch nicht im Wesen eines Flusses, daß seine Stärke beim Durchgang durch verschiedene Mittel dieselbe bleibt, d. h. daß der Fluß quellenfrei ist. Hätten wir statt der Induktion die Feldstärke, die wir im nächsten Abschnitt kennen lernen werden, mit der Fläche vervielfacht, so hätten wir einen Fluß erhalten, der sich beim Übertritt in ein anderes Mittel ändert, also nicht quellenfrei ist. Die Quellenfreiheit muß also als eine besondere, durch den Versuch festgestellte Eigenschaft des Induktionsflusses bezeichnet werden. Dieser geht vom Nordpol aus, durchdringt das ganze Feld und mündet in den Südpol ein. Wir dürfen sogar annehmen, daß er sich auch dort noch quellenfrei fortsetzt, also im Innern eines Dauermagneten vom Südpol zum Nordpol zurückkehrt, daß also die Induktionslinien geschlossene Kurven sind.

Wir ermitteln nun das Feld eines punktförmigen Poles und zweier ungleichnamiger punktförmiger Pole. Wir legen dazu in Bild 35 um den Einheitspol als Mittelpunkt eine Kugelfläche vom Halbmesser 1 cm und grenzen auf ihr eine beliebig umrandete Fläche  $ab$ . Die Induktion auf dieser Fläche ist nach S. 41 gleich 1 Gauß. Ziehen wir dann die Randstrahlen, so erhalten wir eine Induktionsröhre, die im vorliegenden Fall Pyramidenform hat. Der Fluß, der diese

Röhre erfüllt, setzt sich fort und durchdringt auf einer Kugelfläche vom Halbmesser  $r$  cm eine  $r^2$ fache Fläche. Die Induktion auf dieser Fläche als der Fluß durch die Flächeneinheit ist also  $r^2$  mal so klein wie auf der ersten Kugelfläche, ergibt sich also zu  $1/r^2$  Gauß. Die Induktionen bei einem punktförmigen Pol verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate der Abstände vom Pol.

Nun ist die Oberfläche der Kugel vom Halbmesser  $r$  cm gleich  $4r^2\pi$  cm<sup>2</sup>. Demnach ergibt sich der Fluß durch diese ganze Fläche zu  $4r^2\pi \cdot 1/r^2 = 4\pi$  Maxwell. Dies ist dann auch der Fluß durch jede beliebige Fläche, die den Einheitspol abgesehen vom Innern des Magnetstabes vollständig umhüllt. 1 Maxwell ist dann bestimmt als der  $4\pi$ e Teil des Flusses des Einheitspoles.

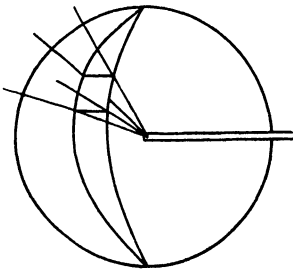


Bild 35. Induktionsröhre eines punktförmigen Poles.

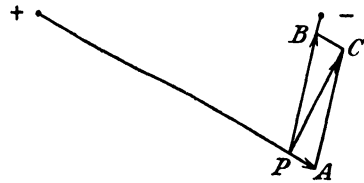


Bild 36. Induktion im Feld zweier gleicher, ungleichnamiger Pole.

Im Feld zweier punktförmiger Pole ist die Induktion an jeder Stelle die geometrische Summe aus den Induktionen, die von den einzelnen Polen herrühren. In Bild 36 verhalten sich z. B. die Entfernungen des Punktes  $P$  von zwei ungleichnamigen Polen wie  $2 : 1$ . Die Induktionen  $PA$  und  $PB$  verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen, also wie  $1 : 4$ . Sie ergeben dann die Summe  $PC$ , welche die Induktion im Punkte  $P$  nach Größe und Richtung darstellt.

Ein Gesamtbild über das Feld zweier ungleichnamiger Pole erhalten wir, wenn wir das Feld in Röhren gleichen Flusses zerlegen. Wir ermitteln derartige Röhren zunächst für einen einzelnen Pol (Bild 37), indem wir die um den Pol als Mittelpunkt beschriebene Kugel durch gleichgerichtete Ebenen in Zonen von gleicher Dicke teilen. Da diese Zonen gleich große Mantelflächen besitzen, so geht durch jede Mantelfläche vom Mittelpunkt aus derselbe Fluß. Wenn wir also die in Bild 37 gezeichneten Strahlen ziehen und das ganze Bild um eine zu den Ebenen senkrechte Achse drehen, so beschreiben die Strahlen Kegelmäntel, welche die Wandungen der gesuchten Röhren bilden.

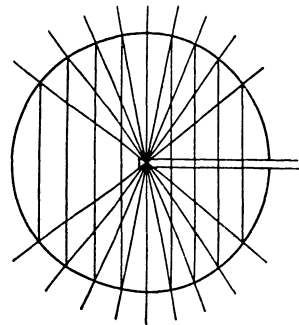


Bild 37. Röhren gleichen Flusses.

Um dann die Röhren gleichen Flusses bei zwei gleichen, ungleichnamigen Polen zu ermitteln, schlagen wir zunächst, wie in Bild 37, um einen Pol als Mittelpunkt einen Kreis. Wir teilen den Durchmesser, der in die Richtung des Polabstandes fällt, in so viele Teile, wie Röhren gleichen Flusses zu bilden sind. In Bild 38 ist die Anzahl der Teile gleich zehn. Der Durchmesser wird zweckmäßig so gewählt, daß der Polabstand ein ganzes Vielfaches der Teile des Durch-

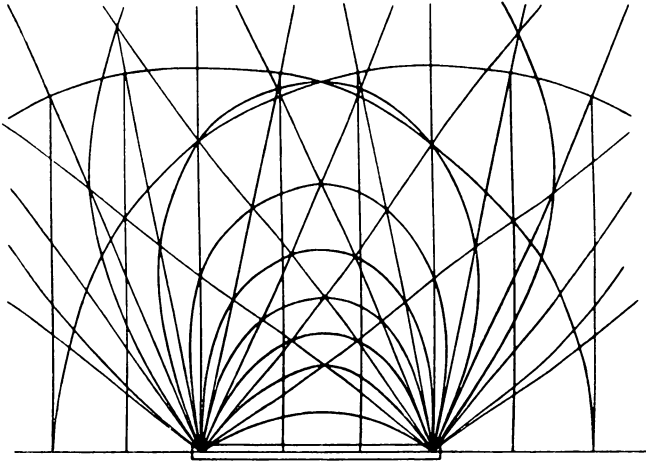


Bild 38. Induktionsröhren zweier gleicher ungleichnamiger Pole.

messers ist. Er ist in Bild 38 gleich drei solchen Teilen. In den Teilpunkten des Durchmessers errichten wir Senkrechte und ziehen vom Mittelpunkt aus Strahlen nach den Punkten, in denen die Senkrechten den Kreis schneiden.

Dieselbe Zeichnung führen wir für den andern Pol aus und verbinden die Punkte, in denen sich die Strahlen beider Pole schneiden, in der gezeichneten Weise durch krumme Linien. Dann drehen wir das Bild um die Verbindungslinie der Pole als Achse. Jeder Teil der krummen Linien, der zwischen zwei aufeinander folgenden Schnittpunkten der Strahlen liegt, beschreibt dann eine Mantelfläche, durch die von rechts ein positiver, von links ein gleich großer negativer Fluß hindurchtritt. Die Summe des hindurchtretenden Flusses ist also gleich Null, d. h. die Mantelflächen sind Wandungen von Induktionsröhren. Die krummen Linien selbst stellen die Schnitte dieser Röhren mit der Papierebene dar und sind Induktionslinien. Da in unendlich kleiner Entfernung von einem Pol der Einfluß des zweiten Poles vernachlässigt werden kann, so gilt hier die Zeichnung nach Bild 36. Die krummen Linien gehen also in die Strahlen über und berühren diese in den Polen.

## 19. Magnetische Feldstärke.

Von der Induktionswirkung des magnetischen Feldes unterscheiden wir die Kraftwirkung. Wenn wir einen punktförmigen Pol, dessen zugehöriger ungleichnamiger Pol weit entfernt sein möge, im magnetischen Feld bewegen, so haben wir eine Arbeit zu leisten. Diese ist positiv da, wo wir den Pol entgegen der Kraft des Feldes bewegen, und negativ da, wo die Bewegung in Richtung dieser Kraft erfolgt. Die Gesamtarbeit ist im Feld eines Dauermagneten von dem Wege, den wir einschlagen, unabhängig und nur von der Lage der Endpunkte der Bewegung abhängig. Sie wird als magnetische Energie aufgespeichert und in ihrem vollen Betrage als mechanische Arbeit oder als Energie der Bewegung wiedergewonnen, wenn der Pol wieder nach der Anfangslage zurückgelangt. Der Vorgang entspricht vollständig dem Vorgang beim Heben und Fallenlassen eines Gewichtes.

Die Arbeit, die erforderlich ist, um die positive Poleinheit aus dem Unendlichen nach einem Punkt des magnetischen Feldes zu schaffen, heißt das Potential dieses Punktes. Punkte gleichen Potentials liegen auf einer sog. Niveaufläche. Sie ist dadurch gekennzeichnet, daß die Bewegung eines punktförmigen Poles auf ihr ohne Arbeitsleistung erfolgt und jedes Teilchen der Fläche senkrecht auf der Krafrichtung steht.

Die Arbeit, die bei der Bewegung der Poleinheit zwischen zwei beliebigen Punkten des Feldes geleistet wird, ist der Potentialunterschied oder die magnetische Spannung zwischen beiden Punkten.

Wir teilen nun die Arbeit, die wir auf einem kleinen Wegteilchen genau entgegen der Krafrichtung leisten, durch den Weg. Dadurch erhalten wir die magnetische Spannung für die Längeneinheit oder die Feldstärke. Sie wird mit  $\mathfrak{H}$  bezeichnet. Da das Verhältnis der Arbeit zum Weg gleich der Kraft ist, so kann die Feldstärke, d. h. die magnetische Spannung für die Längeneinheit, auch durch die Kraft auf die Poleinheit gemessen werden. Sie wird am einfachsten durch die Schwingungszahl einer kleinen Magnetnadel bestimmt, deren Feldstärke und Polabstand bekannt sind.

Die Einheit der Feldstärke hat das Feld, das auf die Poleinheit die Kraft 1 Dyn ausübt. Die Feldstärke wird also in Dyn/Weber gemessen. Wenn ein Feld auf den Pol  $m$  die Kraft  $P$  Dyn ausübt, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{P}{m} \text{ Dyn/Weber.} \quad (4)$$

Im Felde der Erde erfahre z. B. der Pol von der Polstärke  $m = 10$  Weber die Kraft  $P = 2$  Dyn in wagerechter Richtung. Dann ist die wagerechte Komponente der Feldstärke



$$\mathfrak{H}_w = \frac{P}{m} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Dyn/Weber.}$$

Aus der Feldstärke folgt dann umgekehrt die magnetische Spannung oder die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit. Sie ergibt sich zwischen zwei Punkten eines gleichförmigen Feldes, die nach Bild 39 um  $l$  cm in Richtung des Feldes voneinander entfernt sind, zu  $\mathfrak{H} \cdot l$ .

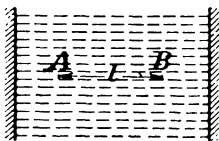


Bild 39.  
Gleichförmiges Feld.

Ebenso ergibt sich die Spannung, zwischen zwei beliebigen Punkten eines ungleichförmigen Feldes zu  $\int \mathfrak{H} dl$ , wo  $\mathfrak{H}$  die jeweilige Komponente der Feldstärke in Richtung der Bewegung ist und der Weg ganz beliebig ist.

Die Richtung der Feldstärke ist durch die der magnetischen Kraft gegeben, sie kann also durch die Einstellung einer in jeder Richtung frei drehbaren kleinen Magnetnadel oder nach Bild 30 durch Eisenfeilspäne festgestellt werden. Wie bereits auf S. 42 erwähnt wurde, ergibt der Versuch, daß Induktion und Feldstärke gleichgerichtet sind. Die sog. Kraftlinien, die wir erhalten, wenn wir ständig in Richtung der Feldstärke oder der Kraft weiterschreiten, fallen also mit den Induktionslinien zusammen. Wir können daher die allgemeine Bezeichnung Feldlinien einführen. Bei zwei gleichen, punktförmigen Polen erhalten wir z. B. für die Kurven der Feldstärke in Bild 40 dieselben Linien wie in Bild 38.

Ebenso ergibt der Versuch, daß Feldstärke und Induktion in der Luft stets in demselben Verhältnis stehen. Nun herrscht nach der Festsetzung der Poleinheit auf S. 41 im Abstand 1 cm vom Einheitspol die Feldstärke 1 Dyn/Weber. Da die Induktion an dieser Stelle nach S. 41 willkürlich gleich 1 Gauß gesetzt wurde, so sind Induktion und Feldstärke in der Luft, wenn auch nicht begrifflich, so doch zahlenmäßig einander gleich.

Wir wollen nun die Feldstärke und das Potential im Feld eines punktförmigen Poles in der Luft ermitteln und daraus das Potential im Feld zweier ungleichnamiger Pole ableiten. Im Abstand  $r$  cm vom Einheitspol war nach S. 45 die Induktion gleich  $1/r^2$  Gauß, also ist dort auch die Feldstärke in der Luft gleich  $1/r^2$ . In der Entfernung  $r$  vom Pol  $m$  ist dann die Feldstärke  $\mathfrak{H} = m/r^2$  Dyn/Weber. Das Potential in der Entfernung  $r$  cm vom Pol oder die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit aus dem Unendlichen nach der betreffenden Stelle ist dann

$$U = \int_{\infty}^r \mathfrak{H} \cdot dr = \int_{\infty}^r \frac{m}{r^2} \cdot dr = \frac{m}{r} \quad (5)$$

Bei zwei entgegengesetzt gleichen punktförmigen Polen wird das

Potential an einer Stelle, die um  $r_1$  cm von dem einen Pol und um  $r_2$  cm von dem andern Pol entfernt ist:

$$U = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2}. \quad (6)$$

Alle Punkte, für die dieser Ausdruck denselben Wert hat, liegen auf einer Niveaufläche. Die Kurven, die in Bild 40 die beiden Pole umschließen, sind die Schnitte solcher Niveauflächen mit der Papier-

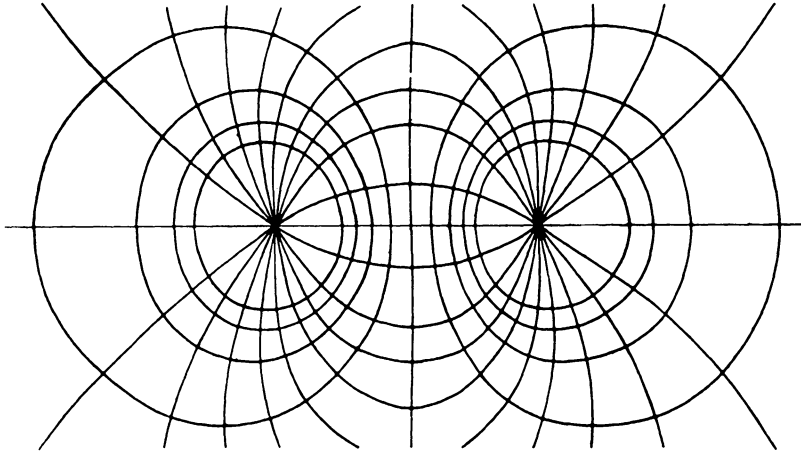


Bild 40. Schnitt der Papierebene mit den Niveauflächen und Feldröhren zweier punktförmiger entgegengesetzt gleicher Pole.

ebene. Sie sind unter der Annahme gezeichnet, daß der Potentialunterschied zwischen je zwei benachbarten Niveauflächen derselbe ist.

Wir wenden uns nun zu der Feldstärke in einem festen Mittel, also z. B. im Eisen. In diesem läßt sich das Feld mit Hilfe eines punktförmigen Poles oder einer Magnetnadel nicht untersuchen. Wir werden jedoch auch in diesem Falle eine Feldstärke im Eisen, die durch den Versuch bestimmt ist, einführen können. Wir legen z. B. einen Eisenstab in ein gleichförmiges Feld, so daß seine Längsrichtung in die Richtung der Feldlinien fällt (Bild 41). Wenn der Stab lang genug und das Feld ausgedehnt genug ist, wird das äußere Feld gegen die Mitte des Stabes auch nach dem Hineinbringen des Eisens nahezu gleichförmig sein. Wir legen dann zwei Niveauflächen im Abstand  $l$  cm und bestimmen die Arbeit, die nötig ist, um die Poleinheit in der Luft unmittelbar an der Eisenoberfläche von der einen zur andern Niveaufläche zu führen. Wenn wir diese durch die Länge  $l$  teilen,

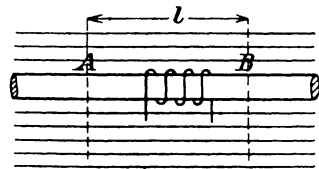


Bild 41. Eisenstab im gleichförmigen Feld.

erhalten wir die magnetische Spannung für die Längeneinheit. Diese außen gemessene Feldstärke nennen wir dann die Feldstärke im Eisen. Dabei ist angenommen, daß die ebenen Niveaulflächen sich durch das Eisen hindurch fortsetzen.

## 20. Die Magnetisierung des Eisens.

Für Eisen ergibt sich durch den Versuch ein anderes Verhältnis zwischen der Feldstärke und der magnetischen Induktion als in der Luft. Außerdem ist dies Verhältnis nicht nur bei den einzelnen Arten des Eisens verschieden, sondern es ändert sich auch mit dem Betrage der magnetischen Induktion. Zur Untersuchung des Eisens ermitteln wir, wie in Bild 41, die magnetische Feldstärke im Eisen. Wir legen dann um das Eisen eine Spule und messen den Stromstoß, den wir erhalten, wenn wir das Feld im Eisen zum Verschwinden bringen. Aus diesem Stromstoß ergibt sich der Induktionsfluß und weiter durch Teilung mit dem Querschnitt des Eisenstabes die Induktion.

Wir wiederholen den Versuch in einem Feld von anderer Stärke. Tragen wir dann die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  wagerecht und die magnetische

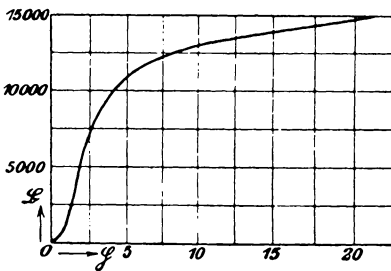


Bild 42. Magnetisierungskurve von Gußstahl.

Induktion  $\mathfrak{B}$  senkrecht auf, so erhalten wir die Magnetisierungskurve des untersuchten Eisens (Bild 42). Im ersten Anfang wächst der Induktion bei Steigerung der Feldstärke verhältnismäßig wenig, dann aber nimmt sie beim Anwachsen der Feldstärke außerordentlich zu. Schließlich wird bei steigender Feldstärke die Kurve flacher, und man erhält für eine starke Zunahme der Feldstärke nur eine geringe Zunahme der magnetischen Induktion. Man bezeichnet das Eisen dann als gesättigt, obwohl sich nicht angeben läßt, wo die Sättigung beginnt.

Das Verhältnis der Induktion zur Feldstärke nennt man die magnetische Durchlässigkeit oder Permeabilität und bezeichnet sie mit  $\mu$ . Demnach ist allgemein

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} \quad (7)$$

Für die Luft ist  $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$ , also  $\mu = 1$ .

Die Durchlässigkeit des Eisens ist nach Bild 42 von dem Grade der Magnetisierung des Eisens abhängig. Wenn wir von dem allerersten Teil der Magnetisierungskurve absehen, ist die Durchlässigkeit für geringe Sättigung am größten und kann dabei einen Wert bis zu 4000 erreichen. Mit zunehmender Sättigung nimmt dann die Durchlässigkeit ab.

Weiter ist die Durchlässigkeit in hohem Grade von der Art des Eisens abhängig. Sie ist gering beim Gußeisen, größer beim gewöhnlichen Schmiedeeisen und am größten beim weichen Gußstahl oder Flußstahl und bei dem für elektrische Maschinen und Transformatoren verwendeten Eisenblech.

Die Erscheinung, daß das Eisen unter sonst gleichen Umständen um so stärker magnetisiert wird, je weicher es ist, wird erklärlich durch die zuerst von Weber ausgesprochene Anschauung, daß der Vorgang bei der Magnetisierung ähnlich ist wie der beim Richten der Eisenfeilspäne. Man nimmt dabei an, daß die kleinsten Teile des Eisens von Natur magnetisch sind, daß sie aber nach Bild 43 wirt durcheinander

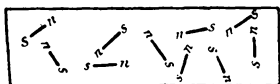


Bild 43. Eisen vor der Magnetisierung.

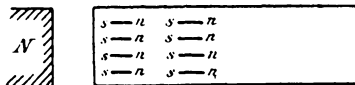


Bild 44. Eisen während der Magnetisierung.

liegen. Das Eisen ist dann nach außen unmagnetisch. Bringen wir das Eisen dann nach Bild 44 in ein magnetisches Feld, so werden die kleinsten Teile gleichgerichtet, und zwar um so vollständiger, je weicher das Eisen ist. Das Eisen erscheint dann wegen des »freien Magnetismus« an den Endflächen magnetisch, während sich im Innern die Wirkungen der ungleichnamigen Pole der kleinsten Teile gegenseitig aufheben.

Diese Anschauung wird dadurch bestätigt, daß nach dem Entfernen aus dem magnetischen Feld Schmiedeeisen in geringem Maße, hartes Gußeisen in höherem Grade und gehärteter Gußstahl stark magnetisch bleibt. Die einmal gerichteten kleinsten Teile kehren dabei nicht vollständig in ihre ursprüngliche Lage zurück, und zwar verharren sie in ihrer Lage um so mehr, je härter das Eisen ist. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet nach der Mitte der magnetischen Achse zu unmagnetisch erscheint, daß aber nach dem Durchbrechen an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet werden.

Eine weitere Bestätigung dieser Anschauung ist die Wärmeentwicklung, die beim Ummagnetisieren des Eisens auftritt. Bei der Ummagnetisierung werden die kleinsten Teile um  $180^\circ$  gedreht. Die dadurch verursachte Reibung hat eine Wärmeentwicklung zur Folge, die durch einen Arbeitsaufwand bei der Ummagnetisierung gedeckt werden muß. Man bezeichnet diese Erscheinung als magnetische Reibung oder als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben, wobei allerdings nicht an einen zeitlichen Unterschied zwischen der Feldstärke und der zugehörigen Induktion gedacht werden darf. Der durch Hysteresis bedingte Aufwand an Leistung ist der Anzahl der Polwechsel in der Zeiteinheit und dem Rauminhalt des Eisens proportional. Er wächst außerdem mit der Stärke der Magnetisierung und entsprechend dem Wesen des Vorganges mit der Härte des Eisens.

Wir wollen nun für den Fall, daß ein Raum von gleichbleibendem Querschnitt  $F$  cm<sup>2</sup> und der Länge  $l$  cm gleichförmig magnetisiert wird, eine dem Ohmschen Gesetz entsprechende Regel ableiten. Wir vervielfachen dazu beide Seiten der Gleichung (7) mit dem Querschnitt  $F$  und erweitern rechts mit der Länge  $l$ . Um Übereinstimmung mit der entsprechenden Gleichung des Elektromagnetismus in Absch. 27 zu erhalten, erweitern wir rechts noch willkürlich mit  $0,4\pi$ . Dadurch erhalten wir:

$$\mathfrak{B} \cdot F = \frac{\mathfrak{H} \cdot l}{0,4\pi} \cdot 0,4\pi \cdot \frac{\mu \cdot F}{l}$$

Nun ist  $\mathfrak{B} \cdot F$  der Fluß  $\Phi$  und  $\mathfrak{H} l / 0,4\pi$  ist proportional der magnetischen Spannung zwischen den Enden. Ferner hat  $0,4\pi \mu \cdot F / l$  eine ähnliche Form wie der elektrische Leitwert, der umgekehrte Wert des elektrischen Widerstandes. An die Stelle des spezifischen elektrischen Leitvermögens tritt dabei  $0,4\pi \mu$ . Wir können daher  $0,4\pi \cdot \mu \cdot F / l$  als einen magnetischen Leitwert auffassen, den wir mit  $\mathcal{A}$  bezeichnen. Wir setzen also

$$\mathcal{A} = \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot F}{l} \quad (8)$$

Dadurch erhalten wir das Ohmsche Gesetz für Magnetismus:

$$\Phi = \frac{\mathfrak{H} \cdot l}{0,4\pi} \cdot \mathcal{A}. \quad (9)$$

Gl. (7) ist dann das Ohmsche Gesetz für einen Raum vom Querschnitt 1 cm<sup>2</sup> und der Länge 1 cm, also für die Raumeinheit.

Wie sich später beim Magnetismus ergeben wird, stellt  $\mathfrak{H} l / 0,4\pi$  nichts anderes dar, als die Amperewindungen, die nötig sind, um den Fluß durch den betreffenden Raumteil zu treiben. Es sei z. B. die Induktion in den Polkernen eines Elektromotors  $\mathfrak{B} = 15\,000$  Gauß, der Querschnitt der Kerne gleich 500 cm<sup>2</sup> und die Länge beider Pole zusammen  $l = 50$  cm. Die Durchlässigkeit sei  $\mu = 480$ . Dann ist der Leitwert der Polkerne

$$\mathcal{A} = \frac{0,4\pi \cdot 480 \cdot 500}{50} = 6000.$$

Der Fluß ist  $\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = 15\,000 \cdot 500 = 7,5 \cdot 10^6$  Maxwell. Das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl, d. h. die Amperewindungen, die allein für die Polkerne erforderlich sind, ist dann nach Gl. (9)

$$\frac{\mathfrak{H} \cdot l}{0,4\pi} = \frac{\Phi}{\mathcal{A}} = \frac{7,5 \cdot 10^6}{6000} = 1250.$$

Beim Ohmschen Gesetz für Magnetismus ist übrigens zu beachten, daß zur Aufrechterhaltung eines magnetischen Feldes im Gegensatz zum elektrischen Strom keine Arbeit erforderlich ist.

## 21. Übergang in ein anderes Mittel.

Wir bringen in Bild 45 einen Eisenkörper, der der Einfachheit wegen eine Kugel sei, in ein bisher gleichförmiges Feld. Der Versuch mit Eisenfeilspänen zeigt dann, daß das magnetische Feld in der umgebenden Luft ungleichförmig geworden ist. Bezeichnen wir die Endpunkte des mit dem ursprünglichen Feld gleichgerichteten Durchmessers kurz als die Pole, so ergibt der Versuch in der Luft die größte Feldstärke und damit die größte Induktion an den Polen, die kleinste dagegen am Äquator. Gleichzeitig sehen wir, daß sich die Röhren des Feldes nach dem Eisen zu verengern. Es ist, als ob sie infolge der großen Durchlässigkeit des Eisens in dieses hineingezogen werden.

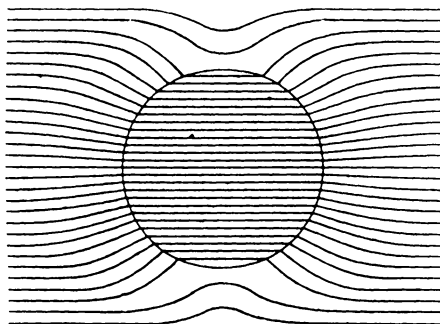


Bild 45. Eisenkugel im gleichförmigen Feld.

Das Eisen selbst ist auf diese Weise magnetisch geworden und zeigt an der Eintrittsstelle der Feldlinien einen Südpol, an der Austrittsstelle einen Nordpol. Im Innern ist das Feld gleichförmig und mit dem ursprünglichen Feld gleichgerichtet. Dabei ist die Feldstärke im Eisen, entsprechend dem Versuch in Bild 41, gleich der gegenüber dem ursprünglichen Feld stark verringerten Feldstärke in der Luft am Äquator. Andererseits ist infolge der Quellenfreiheit des Induktionsflusses die Induktion im Eisen gleich der gegenüber dem ursprünglichen Feld vergrößerten Induktion in der Luft an den Polen.

Die Induktion im Eisen ist jetzt zwar größer als die des ursprünglichen Feldes, aber doch nicht  $\mu$  mal so groß. Sonst müßte das Feld der Erde, dessen wagerechte Komponente 0,2 Gauß ist, in einem wagerecht in der Nord-Südrichtung liegenden Eisenstab von der Durchlässigkeit  $\mu = 4000$  die verhältnismäßig große Induktion  $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = 4000 \cdot 0,2 = 800$  Gauß erzeugen. In Wirklichkeit ist die Induktion sehr viel geringer, weil im Eisen nicht die Feldstärke des ursprünglichen Feldes, sondern die stark verringerte Feldstärke am Äquator wirksam ist. Wir können uns dies auch so erklären, daß das Eisen infolge seiner großen Durchlässigkeit einen sehr geringen magnetischen Widerstand, ja sogar fast einen Kurzschluß darstellt. Die magnetische Spannung für die Längeneinheit ist also sehr klein, ähnlich wie bei Reihenschaltung mehrerer elektrischer Verbrauchskörper die elektrische Spannung an einem Teile, der einen kleinen Widerstand besitzt, sehr gering ist.

Wie Bild 45 weiter zeigt, werden die Feldlinien im allgemeinen beim Übergang von dem einen Mittel zum anderen gebrochen. Sie treten z. B. in Bild 46 aus dem Mittel 1 in das Mittel 2. Die Flächen, die sie dabei senkrecht durchsetzen, verhalten sich dabei wie  $AB$  zu  $CD$ . Da der Induktionsfluß einer Röhre quellenfrei ist, so ergibt sich

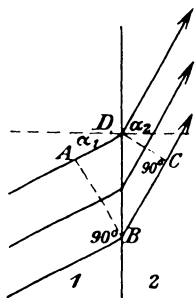


Bild 46.  
Brechung der Feldlinien.

$$\mathfrak{B}_1 \cdot AB = \mathfrak{B}_2 \cdot CD.$$

Sind nun  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Brechungswinkel, die die Feldlinien mit der Senkrechten auf der Grenzfläche bilden, so ist

$$AB = BD \cdot \cos \alpha_1 \quad CD = BD \cdot \cos \alpha_2.$$

Setzen wir diese Werte in die obige Gleichung ein, so erhalten wir

$$\mathfrak{B}_1 \cdot \cos \alpha_1 = \mathfrak{B}_2 \cdot \cos \alpha_2. \quad (10)$$

Die zur Grenzfläche senkrechten Komponenten der Induktionen sind also einander gleich.

Wir berechnen andererseits die Arbeit, die aufzuwenden ist, um die Poleinheit zwischen zwei Punkten der Grenzfläche zu bewegen. Wir erhalten dabei denselben Wert, gleichgültig ob wir ihn aus den Tangentialkomponenten der Feldstärken des einen oder des anderen Mittels berechnen. Die Tangentialkomponenten der Feldstärken sind also gleich, d. h. es wird

$$\mathfrak{H}_1 \cdot \sin \alpha_1 = \mathfrak{H}_2 \cdot \sin \alpha_2. \quad (11)$$

Setzen wir

$$\frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{H}_1} = \mu_1 \quad \frac{\mathfrak{B}_2}{\mathfrak{H}_2} = \mu_2$$

so erhalten wir aus Gl. (10) und (11)

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (12)$$

Die Tangenten der Brechungswinkel verhalten sich also wie die Durchlässigkeiten der betreffenden Mittel. Da die Durchlässigkeit des Eisens sehr viel größer ist als die der Luft, so treten die Feldlinien stets fast senkrecht aus der Luft in die Eisenfläche ein. Die Eisenoberfläche ist also mit großer Annäherung eine Niveaulfläche.

## 22. Längszug und Querdruck im magnetischen Feld.

Wenn wir den Stromkreis eines Elektromagneten, dessen Anker gegenüber den Polen einen festen Abstand haben möge, öffnen, so beobachten wir eine starke Funkenbildung. Die Wärme, die dabei entwickelt wird, muß also als Energie vorhanden gewesen sein. Daraus,

daß die Funkenbildung bei gegebener Induktion um so größer ist, je größer der Luftraum zwischen Anker und Polen ist, schließen wir, daß dieser Raum der hauptsächlichste Sitz der Energie ist. Alle Kraftwirkungen, die im magnetischen Feld auftreten, beruhen dann darauf, daß die Energie sich in Arbeit umsetzt und auf diese Weise einen kleinsten Wert anzunehmen sucht.

Ist  $V$  der Raumteil in  $\text{cm}^3$ , so ergibt sich — am einfachsten beim Elektromagneten in Abschnitt 30 — unter Voraussetzung gleichförmiger Induktion und unveränderlicher Durchlässigkeit die Energie zu

$$W = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot V \text{ Erg.} \quad (13)$$

Der Raumteil sei nun nach Bild 47 ein gerades Prisma mit den Kantenlängen  $x$ ,  $y$  und  $z$  zwischen ebenen, ungleichnamigen Polflächen eines Elektromagneten. Die Durchlässigkeit des Raumteiles sei allgemein  $\mu$ . Ferner setzen wir voraus, daß die Feldstärke im Eisen gegenüber der des betrachteten Raumteiles vernachlässigt werden kann.

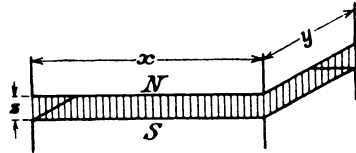


Bild 47. Feld zwischen ebenen Polflächen.

Wir ziehen dann die Pole um die Strecke  $dz$  auseinander und vergrößern dadurch den Raumteil um  $dV = x \cdot y \cdot dz$ . Machen wir die allerdings nie vollständig zu verwirklichende Annahme, daß die Induktion und damit auch die Feldstärke sich nicht ändert, so wird die Zunahme der Energie:

$$dW = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot dV = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot x \cdot y \cdot dz.$$

Da Wärme bei unserm Vorgang nicht entwickelt wird, so ist die Zunahme der Energie vollständig gleich der auf dem Wege  $dz$  von uns geleisteten Arbeit. Die Kraft, die wir aufgewendet haben, ergibt sich also, wenn wir die Zunahme der Energie durch den Weg  $dz$  teilen. Wenn  $x \cdot y$  gleich der Fläche  $F$  gesetzt wird, die vom Flusse durchsetzt wird, so ist die Kraft:

$$P = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot F \text{ Dyn.} \quad (14)$$

Dies ist der sog. Längszug der Feldlinien, durch den sie sich scheinbar einer Verlängerung widersetzen oder sich zu verkürzen suchen. Er ist die Ursache der gegenseitigen Anziehung zwischen ungleichnamigen Polen oder zwischen den Polen und dem Anker eines Hufeisenmagneten. Berücksichtigen wir, daß in der Luft  $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$  ist und setzen wir 1 Dyn gleich  $1/981\,000 \text{ kg}^*$ , so wird die Zugkraft eines Magneten

$$P = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi \cdot 981\,000} \cdot F = 4\mathfrak{B}^2 \cdot F \cdot 10^{-8} \text{ kg}^*. \quad (15)$$



Dabei ist auf den Einfluß der Ränder keine Rücksicht genommen. Bei einem Hufeisenmagneten ist für  $F$  die doppelte Einzelfläche einzusetzen.

Wir betrachten nun wieder einen prismatischen Raumteil von der Höhe  $z$  und der zur Induktion senkrechten Fläche  $x \cdot y$ . Bei gleichbleibendem Fluß  $\mathcal{D}$  vergrößere sich die Breite  $y$  um  $dy$ . Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn ungleichnamige Pole sich abstoßen, wodurch sich der von einem gegebenen Fluß erfüllte Raum vergrößert. Wir setzen dann in Gl. 13

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{B}}{\mu} \quad \mathfrak{B} = \frac{\mathcal{D}}{x \cdot y} \quad V = x \cdot y \cdot z.$$

Dadurch erhalten wir, indem wir nach  $y$  differenzieren:

$$W = \frac{\mathcal{D}^2 \cdot z}{x \cdot y \cdot 8\pi\mu} \quad \text{und} \quad dW = -\frac{\mathcal{D}^2 \cdot z}{x \cdot y^2 \cdot 8\pi\mu} \cdot dy.$$

Die Zunahme der Breite um  $dy$  hat also eine Abnahme der magnetischen Energie zur Folge. Da Wärme bei einem solchen Vorgang nicht auftritt oder verschwindet, so hat das Feld längs des Weges  $dy$  eine Arbeit geleistet. Die sog. Querkraft, die es dabei ausübt, ergibt sich, wenn wir die Abnahme der Energie, d. h. die geleistete Arbeit, durch den Weg  $dy$  teilen, zu  $\mathcal{D}^2 z : 8\pi\mu xy^2$ . Setzen wir  $\mathcal{D}/xy = \mathfrak{B}$  und  $x \cdot z$  gleich der Fläche  $F$ , auf welche die Querkraft wirkt, so wird die Querkraft

$$P = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B} \cdot F}{8\pi} \quad (16)$$

Die Feldlinien üben also scheinbar senkrecht zu ihrer Richtung einen Querdruck aus, durch den sie den eingenommenen Raum zu vergrößern, d. h. ihre Dichte zu verringern suchen. Umgekehrt widersetzen sie sich einem Zusammendrängen auf größere Dichte. Dieser Querdruck ist die Ursache, warum ungleichnamige Pole sich abstoßen.

In Wirklichkeit sind Längszug und Querdruck nur »fiktive« Spannungen, die sich einzeln nicht messen lassen. Was gemessen wird, ist ihre Gesamtwirkung. Diese sucht einen Gleichgewichtszustand des magnetischen Feldes herzustellen, in welchem sich Längszug und Querdruck gegenseitig die Wage halten.

Wir können nun Gleichung (13), (14) und (16) dahin zusammenfassen: Die Energie für die Raumeinheit sowie der Längszug und der Querdruck auf die Flächeneinheit sind bei unveränderlicher Durchlässigkeit sämtlich gleich  $\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}/8\pi$ .

## Vierter Teil.

### 23. Das Induktionsgesetz.

In Bild 48 sei für eine Spule willkürlich eine bestimmte Umlaufrichtung durch den Rundpfeil festgelegt. Wir setzen dann auf die

Fläche der Windung die Spitze eines Korkziehers und drehen den Handgriff im Sinne der Umlaufrichtung. Die Richtung, nach der sich die Schraube bewegt, bezeichnen wir dann als positive Spulenachse. Sie ergibt sich bei dem Umlaufsinn in Bild 48 als von rechts nach links gerichtet, gleichgültig, ob wir den Korkzieher von rechts oder von links her auf die Fläche der Windung setzen. Die Richtungen des Umlaufs und der Spulenachse sind auf diese Weise fest miteinander verbunden. Spannungen und Ströme in Richtung des Umlaufsinnnes, sowie Flüsse im Sinne der Spulenachse werden dann als positiv in die Rechnung eingeführt. Wie die Amperesche Schwimmerregel auf S. 62 ergeben wird, ist die obige Korkzieherregel gleichbedeutend damit, daß wir von einem positiven Strom auch einen positiven Fluß erzeugt sein lassen.

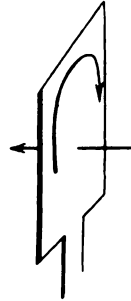


Bild 48. Umlauf und Spulenachse.

Wie nun Faraday zuerst beobachtete, wird in einer Spule eine elektromotorische Kraft induziert oder eine Spannung erzeugt, sobald und solange sich der von den Windungen umfaßte Induktionsfluß ändert. Die induzierte Spannung ist so gerichtet, daß ein von ihr erzeugter Strom einer Änderung des Flusses entgegenwirkt. Bei einer positiven Zunahme des Flusses wird also eine negative Spannung erzeugt.

Die erzeugte Spannung ist der Änderungsgeschwindigkeit des Flusses proportional. Die Spannung, die erzeugt wird, wenn der umfaßte Fluß sich um 1 Maxwell in 1 sek ändert, heißt die absolute Einheit der Spannung.  $10^8$  absolute Einheiten der Spannung sind unter der Bezeichnung 1 Volt zusammengefaßt.

Der von  $w$  hintereinander geschalteten Windungen umfaßte Fluß  $\Phi$  ändere sich nun in der Zeit  $dt$  um den Betrag  $d\Phi$ . Mit Berücksichtigung der obigen Regel über das Vorzeichen ist dann der Zeitwert der erzeugten Spannung

$$e = - w \cdot \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (1)$$

Die Spannung kann dadurch erzeugt werden, daß sich der von einer stillstehenden Spule umfaßte Fluß, wie bei Transformatoren, zeitlich ändert. Sie kann aber auch zustande kommen, daß eine Windung oder eine Spule, wie in elektrischen Maschinen, ihre Lage in einem Magnetfeld ändert. In Bild 49 bis 51 wird z. B. eine Schleife an einem hinter der Papierebene liegenden Südpol vorbeibewegt. Der Fluß dringt dabei von vorn nach hinten durch die Windungsfläche. Entsprechend der Regel über die magnetische Wirkung des Stromes auf S. 62 ergibt sich dann:

Sehen wir auf die Fläche der Windung in dem Sinne, in dem sie vom Fluß durchsetzt wird, so wirkt die erzeugte

Spannung bei Zunahme des Flusses im positiven Umlaufsinn der Mathematik, d. h. entgegen dem Uhrzeiger. Dies ist z. B. in Bild 49 der Fall.

In Bild 50 hat der umfaßte Fluß seinen größten Wert und ändert sich in dem dargestellten Zeitpunkt überhaupt nicht. Die erzeugte Spannung ist daher Null.

Endlich ergibt sich in Bild 51 infolge der Abnahme des umfaßten Flusses eine Spannung, die im negativen Umlaufsinn der Mathe-

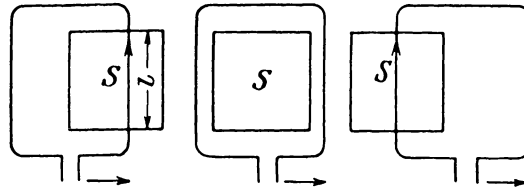


Bild 49.                      Bild 50.                      Bild 51.  
Bewegung einer Schleife im magnetischen Feld.

matik, d. h. im Sinne des Uhrzeigers wirkt. Die Spannung hat daher in dem durch Bild 50 dargestellten Zeitpunkt ihre Richtung gewechselt.

Die Schleife, durch deren Bewegung im magnetischen Feld die Spannung erzeugt wird, hat in der Regel zwei gerade Leiter, die senkrecht zu den Feldlinien liegen und bei der Bewegung durch diese hindurchschneiden. Es sei dann in Bild 49 die Länge des Teiles, der vor dem Pol liegt, gleich  $l$  cm und die Geschwindigkeit gleich  $v$  cm/sek. Die magnetische Induktion  $\mathfrak{B}$  sei auf der Länge  $l$  überall dieselbe. Die Richtung der Bewegung stehe senkrecht zur Leiterlänge und zur magnetischen Induktion. Legt der Leiter in der Zeit  $dt$  den Weg  $ds$  zurück, so ist die von ihm beschriebene Fläche gleich  $l \cdot ds$  und die Zunahme des umfaßten Flusses  $d\Phi = \mathfrak{B} \cdot l \cdot ds$ . Wenn wir der Einfachheit wegen auf die Richtung keine Rücksicht nehmen, so ergibt sich die Spannung zu

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = \frac{\mathfrak{B} \cdot l \cdot ds}{dt} \cdot 10^{-8} = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Da die Änderung des von der Windung umfaßten Flusses gleich der Zahl der vom Leiter geschnittenen Einheitsröhren ist, so können wir nach der ursprünglichen Faradayschen Anschauung die Spannung auch durch das Schneiden der Feldröhren erzeugt sein lassen. Sie ist dann in ihrer Größe durch die Anzahl der in der Zeiteinheit geschnittenen Einheitsröhren gegeben.  $10^{-8}$  Volt werden nach Gleichung (2) erzeugt, wenn ein Leiter von der Länge 1 cm mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek durch ein magnetisches Feld von der Induktion 1 Gauß senkrecht hindurchschneidet. Es sei z. B. bei einer mehrpoligen Maschine die senkrecht durch das magnetische

Feld bewegte Länge eines Leiters  $l$  gleich 30 cm, die in Reihe geschaltete Leiterzahl vor allen Polen zusammen gleich 400, die Geschwindigkeit gleich 2000 cm/sek und die magnetische Induktion gleich 7000 Gauß. Dann wird die erzeugte Spannung nach Gleichung(3):

$$e = 7000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 \cdot 10^{-8} = 1680 \text{ Volt.}$$

Steht die Leiterlänge nicht senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes oder ist die Bewegungsrichtung nicht senkrecht zum Leiter und zum magnetischen Feld, so sind für  $l$  oder  $v$  die senkrechten Komponenten einzuführen.

Die Richtung der erzeugten Spannung ergibt sich wie früher, kann jedoch bequemer nach der Faradayschen Schwimmerregel bestimmt werden. Schwimmt man in der positiven Richtung der Feldlinien und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die erzeugte Spannung nach rechts. In Bild 49 bis 51 schwimmen wir z. B. von vorn nach hinten mit dem Gesicht nach rechts. Dann wirkt die Spannung nach unserem ausgestreckten rechten Arm, also von unten nach oben.

In Bild 52, wo der Leiter feststeht und der Pol nach rechts bewegt wird, ist die relative Bewegung des Leiters gegenüber dem Pol nach links gerichtet. Die Schwimmerregel ergibt dann eine Spannung, die von oben nach unten wirkt. Auch hier hätten wir die Richtung der Spannung auch aus der Zu- oder Abnahme des umfaßten Flusses bestimmen können.

Ob wir indessen annehmen können, daß die Spannung tatsächlich in dem Teile des Leiters erzeugt wird, der im magnetischen Feld liegt, ist zweifelhaft. Der Messung zugänglich ist immer nur die Spannung, die in einem geschlossenen Kreise durch die Änderung des umfaßten Flusses erzeugt wird. Selbst wenn wir die Klemmen einer elektrischen Maschine, wie es bei Leerlauf der Fall ist, offen lassen, messen wir nicht die Spannung in einem ungeschlossenen Kreis, da wir ja den Kreis durch den Spannungszeiger schließen. Dies ist auch dann der Fall, wenn wir statt eines gewöhnlichen Meßgerätes ein Elektrometer verwenden, da die Spannung auch in diesem durch die Isolation hindurch wirksam ist (vgl. Abschnitt 34).

Wir werden daher sicher gehen, wenn wir immer nur von der erzeugten Spannung in einem geschlossenen Kreise sprechen. Dabei ist es nicht nötig, daß der Kreis aus Leitern besteht, sondern er kann auch teilweise oder sogar vollständig aus Nichtleitern bestehen. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse, daß in jeder geschlossenen Kurve, gleichgültig ob sie in einem Leiter oder Nichtleiter verläuft, die elektrische Gesamtspannung gleich der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten magnetischen Flusses ist.

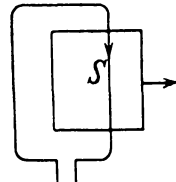


Bild 52. Magnetisches Feld, durch Leiter hindurchschneidend.

Besteht die geschlossene Kurve aus Leitern, so kommt durch die erzeugte Spannung ein Strom zustande. Ist  $i$  der Zeitwert des Stromes, so ist die in der Zeit  $dt$  von der Spule gelieferte elektrische Arbeit nach Gl. (1)

$$dA = e \cdot i \cdot dt = -i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (3)$$

Wenn z. B. eine Spule an eine Gleichstromquelle geschaltet wird, so wächst der Strom allmählich an und hat in einem gegebenen Zeitpunkt den Wert  $i$ . Er erzeugt einen Fluß, der ebenfalls anwächst, so daß  $d\Phi$  positiv ist. Die in der Zeit  $dt$  von der Spule gelieferte Arbeit ist also nach Gl. (3) negativ, d. h. von der Stromquelle wird der Spule elektrische Arbeit zugeführt.

Wenn wir andererseits den Stromkreis einer Spule, die von einem Gleichstrom durchflossen wird, unterbrechen, so nimmt der Strom und damit der Fluß ab, d. h.  $d\Phi$  wird negativ. Nach Gl. (3) erhalten wir dann einen positiven Wert für die von der Spule gelieferte Arbeit. Sie setzt sich ganz oder teilweise unter Funkenbildung in Wärme um.

#### 24. Das Durchflutungsgesetz.

In Bild 53 befindet sich die positive Poleinheit, die wir uns am Ende eines langen, dünnen Stabmagneten denken, in der Umgebung einer vom Strom durchflossenen Spule von  $w$  Windungen. Das Kreuz im Leiterquerschnitt stellt den Schaft eines Pfeiles dar und deutet

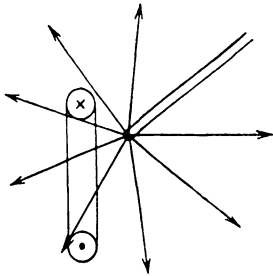


Bild 53.

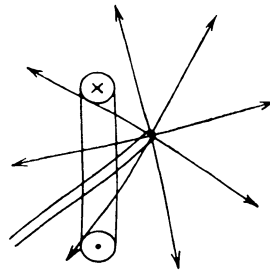


Bild 54.

Schleife vor und nach der Bewegung der Poleinheit auf einer den Leiter umschließenden Bahn.

einen Strom an, der von vorn nach hinten fließt. Ebenso stellt der Punkt im Leiterquerschnitt die Spitze eines Strompfeiles dar und deutet einen Strom an, der von hinten nach vorn fließt. Von dem Fluß  $4\pi$ , den die Poleinheit gleichmäßig in den Raum sendet, umfasse die Spule den Teil  $\Phi$ .

Wir bewegen dann die Poleinheit außen herum auf irgendeiner Bahn und führen sie durch die Fläche der Windungen von links nach rechts wieder an die ursprüngliche Stelle (Bild 54). Da sich während dieser Bewegung der von der Schleife umfaßte Fluß ändert, so wird eine Spannung erzeugt. Trotzdem wollen wir anneh-

men, daß der Strom in den Windungen während des Vorganges einen unveränderlichen Wert  $I$  Amp. hat. Diese Annahme können wir verwirklichen, wenn wir den Pol jeweilig mit einer solchen Geschwindigkeit bewegen, daß die erzeugte Spannung zeitlich immer denselben Wert hat. Den Strom können wir dann entweder von der erzeugten Spannung allein oder von dieser in Verbindung mit einer aufgedrückten Klemmenspannung erzeugt denken. Wir können aber die obige Annahme auch dadurch verwirklichen, daß wir viel Widerstand vor unsere Spule schalten und die Spannung, mit der wir die Spule einschließlich des Widerstandes speisen, entsprechend groß wählen. Dann hat die Bewegung unseres Poles keinen nennenswerten Einfluß auf die Stromstärke.

Nun verschwindet bei der Bewegung zunächst der Fluß  $\Phi$  aus der Schleife und nachher tritt der Fluß  $4\pi - \Phi$  von der anderen Seite durch die Schleife hindurch. Die bei der Bewegung erzeugte elektrische Arbeit ist dann nach Gleichung (3):

$$-\int_{\Phi}^{-(4\pi - \Phi)} I \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} = 4\pi \cdot I \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Joule.}$$

Während der Bewegung haben wir die vom Strom auf den Pol ausgeübte magnetische Kraft zu überwinden. Ist  $\mathfrak{H}_l$  die Komponente der jeweiligen Kraft in Richtung der Bewegung und  $dl$  ein Teilchen des Weges, so ist die gesamte Arbeit  $\int \mathfrak{H}_l \cdot dl$  Erg, wobei die Summe über eine die Stromleiter umschließende Bahn zu nehmen ist. Berücksichtigen wir, daß  $10^{-7}$  Joule gleich 1 Erg ist, so erhalten wir durch Gleichsetzung der aufgewendeten und erzeugten Arbeit

$$\int \mathfrak{H}_l \cdot dl = 0,4\pi \cdot I \cdot w \text{ Erg.} \quad (4)$$

Man bezeichnet  $\int \mathfrak{H}_l \cdot dl$  als das Linienintegral der magnetischen Feldstärke und  $I \cdot w$ , d. h. die Summe der umschlossenen Ströme als die Durchflutung. Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke in Erg/Poleinheit ist also gleich dem  $0,4\pi$  fachen der Durchflutung in Ampere. Dabei ist es gleichgültig, welche Lage die von der geschlossenen Bahn umgebenen Stromleiter zueinander haben und von welchen Strömen sie einzeln durchflossen werden.

Die Bewegung eines Poles zwischen zwei Punkten im Feld eines Stromes ist also etwas ganz anderes als die im Feld eines Dauermagneten. Durch Bewegung im Feld des Dauermagneten wird unter Aufwand mechanischer Arbeit magnetische Energie aufgespeichert oder unter Verringerung der magnetischen Energie Arbeit geleistet. Im Feld eines Stromes wird dagegen die mechanische Arbeit bei der Bewegung des Poles in elektrische Arbeit umgesetzt, oder umgekehrt, wie beim Elektromotor, elektrische Arbeit in mechanische Arbeit verwandelt.

Im Feld eines Dauermagneten ist ferner die Arbeit unabhängig vom Weg, während sie im Feld des elektrischen Stromes davon abhängig ist, ob und wie oft die Fläche der Windungen durchschritten wird. Beim Zusammenfallen des Anfangs- und Endpunktes ist die Arbeit nur dann, wie beim Dauermagneten, gleich Null, wenn die Fläche der Windungen nicht durchschritten wird, wenn also die Durchflutung innerhalb der geschlossenen Bahn gleich Null ist. Dagegen ist die Arbeit gleich  $0,4\pi \cdot I \cdot w$ , wenn die Bahn der Bewegung die Stromleiter  $I$   $w$  umschließt. Allgemein ist sie gleich dem  $0,4\pi$ -fachen der Durchflutung innerhalb einer geschlossenen Bahn.

Da weiter  $\int \mathfrak{H}_i dl$  nach S. 47 die magnetische Spannung längs der geschlossenen Bahn ist, so wird uns die magnetische Spannung im elektromagnetischen Feld viel greifbarer als im Feld eines Dauermagneten. Die magnetische Spannung längs einer geschlossenen Bahn ist das  $0,4\pi$  fache der umschlossenen Ströme in Ampere, sie wird also gleichsam von diesen Strömen geschaffen.

## 25. Gerade Stromleiter in der Luft.

Wir betrachten einen geraden Stromleiter von sehr großer Länge. Die anderen Teile des Stromkreises seien so weit entfernt, daß ihr

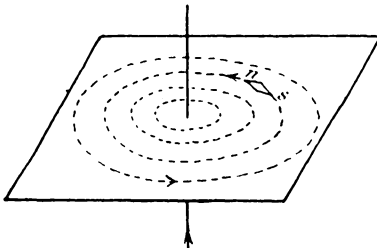


Bild 55.  
Feldlinien eines geraden Stromleiters.

Einfluß vernachlässigt werden kann. Das umgebende Mittel sei gleichförmig, also z. B. Luft. Wir bewegen dann eine kleine Magnetnadel in Richtung ihrer magnetischen Achse weiter oder streuen Eisenfeilspäne auf eine Ebene, die der Stromleiter senkrecht durchdringt (Bild 55). Wir sehen dann, daß die magnetischen Feldlinien des geraden Stromleiters Kreise

sind, deren Ebenen vom Stromleiter im Mittelpunkt senkrecht durchsetzt werden. Ein frei beweglicher Nordpol, dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, umkreist den Stromleiter in Richtung der magnetischen Feldlinien. Diese Richtung, die senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene steht, ergibt sich aus der Ampèreschen Schwimmerregel: Schwimmt man in der Richtung des Stromes und sieht nach der Magnetnadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

Wir ermitteln nun unter den obigen Bedingungen die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  im Abstände  $r$  cm von der Achse eines vom Strom  $I$  Amp. durchflossenen Leiters von kreisförmigem Querschnitt und führen dazu die Poleinheit auf einem Kreise vom Halbmesser  $r$  cm rund um den Leiter. Da die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  längs des Weges  $2r\pi$  dieselbe

ist, so ist die geleistete Arbeit gleich  $\mathfrak{H} \cdot 2r\pi$ . Bei der Durchflutung  $I$  ergibt sich also nach Gleichung (4)  $\mathfrak{H} \cdot 2r\pi = 0,4\pi I$  oder

$$\mathfrak{H} = \frac{0,2I}{r}. \tag{5}$$

Wir zerlegen nun das Feld in magnetische Röhren, d. h. in Hohlzylinder, deren Achse mit der Leiterachse zusammenfällt und in Bild 56 senkrecht zur Papierebene steht. Es sei  $r_1$  der innere und  $r_2$  der äußere Halbmesser einer Röhre in cm und  $l$  die Länge des Leiters in cm. Da in der Luft die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  gleich der magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}$  ist, so ist der Fluß durch die unendlich schmale Fläche  $l \cdot dr$  gleich  $\mathfrak{H} \cdot l \cdot dr$ . Summieren wir zwischen den Grenzen  $r_1$  und  $r_2$ , so wird der Fluß einer Röhre nach Gl. (5):

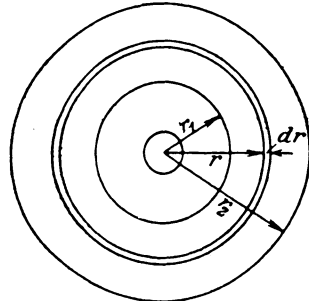


Bild 56. Schnitt durch die Röhre eines geraden Leiters.

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{H} \cdot l \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{0,2 \cdot I}{r} \cdot l \cdot dr = 0,2I \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \tag{6}$$

Die Flüsse der einzelnen Röhren sind also gleich groß, wenn die Halbmesser aufeinander folgender Zylinderflächen in demselben Verhältnis stehen.

Wir wenden uns nun zu der Kraft, die ein gerader Stromleiter im gleichförmigen Feld erfährt. Falls das Feld feststeht und der Stromleiter beweglich ist, formen wir die Schwimmerregel, wie folgt, um:

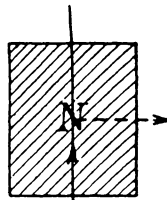


Bild 57. Kraftwirkung zwischen magnetischem Feld und Stromleiter.

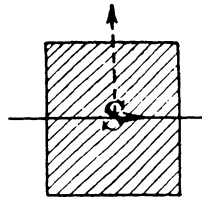


Bild 58.

Wir schwimmen mit dem Strom und sehen nach dem Nordpol, von wo die Feldlinien ausgehen. Dann erfährt der Nordpol eine Kraft nach links, der Leiter selbst eine solche nach rechts. Schwimmen wir z. B. in Bild 57 von unten nach oben und sehen nach dem hinter der Papierebene liegenden Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach rechts. Ebenso schwimmen wir in Bild 58 von links nach rechts und sehen nach dem vor der Papierebene he-



findlichen Nordpol. Dann bewegt sich der Stromleiter nach unserer rechten Hand, also nach oben.

Die Kraft, die ein gerader Stromleiter auf diese Weise in einem gleichförmigen Feld erfährt, wird in großem Maßstabe in Elektromotoren, daneben auch in Meßgeräten nutzbar gemacht. Um uns das Wesen des Vorganges deutlich zu machen, betrachten wir in Bild 59 in einem gleichförmigen, von links nach rechts gerichteten Feld einen geraden Stromleiter, der die Papierebene senkrecht durchsetzt und von vorn nach hinten durchflossen wird. Die magnetischen Feldlinien

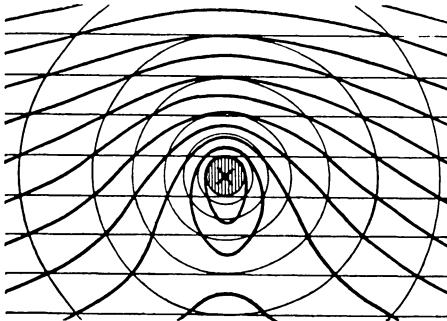


Bild 59. Gesamtröhren eines gleichförmigen Feldes und eines Stromleiters.

umkreisen den Leiter im Sinne des Uhrzeigers. Wir zerlegen dann das äußere Feld durch gleichgerichtete Ebenen von gleichem Abstand in plattenförmige Röhren, durch deren sämtliche Querschnitte derselbe Fluß geht. Ebenso zerlegen wir das vom Stromleiter erzeugte Feld in Röhren, die aus Hohlzylindern bestehen und sämtlich denselben Fluß führen mögen wie die plattenförmigen Röhren

des ursprünglichen Feldes. Die Durchmesser je zweier aufeinander folgender Zylinderflächen stehen dabei nach Gleichung (6) in demselben Verhältnis. Die gleichgerichteten Geraden und die Kreise in Bild 59 sind die Schnitte der Papierebene mit den Röhrenwänden. Wir verbinden dann die Schnittpunkte der Geraden und der Kreise in der gezeichneten Weise durch Kurven und führen diese in der Längsrichtung des Leiters, also senkrecht zur Papierebene, entlang. Sie beschreiben dann Flächen, durch die zwischen zwei aufeinander folgenden Schnittpunkten von der einen Seite ein Fluß des ursprünglichen Feldes und von der andern Seite ein gleich großer Fluß des vom Strom erzeugten Feldes hindurchtritt. Da also die Summe des Flusses, der durch jedes Flächenstück hindurchgeht, gleich Null ist, so sind die Flächen die Wandungen der Röhren für das gesamte Feld, das sich aus dem ursprünglichen und dem vom Strome geschaffenen Feld ergibt. Die gezeichneten Kurven stellen dann die Feldlinien des Gesamtfeldes dar, und der Längszug dieser Linien, die sich zu verkürzen suchen, sowie der Querdruck oberhalb des Leiters ergeben eine Kraft, die den Stromleiter nach unten bewegt.

Die Kraft, die ein magnetisches Feld und ein Stromleiter auf diese Weise aufeinander ausüben, ist die Ursache, weshalb zur Drehung einer stromerzeugenden Maschine eine Arbeit geleistet werden muß. Der durch Bewegung erzeugte Strom widersetzt sich der

Bewegung (Lenzsches Gesetz). Von der Antriebsmaschine muß dabei eine gleich große Kraft aufgewendet werden, um die Gegenkraft zu überwinden.

Dadurch sind wir nun in der Lage, die Größe der Kraft zwischen einem Stromleiter von der Länge  $l$  cm, der den Strom  $I$  Amp. führt, im magnetischen Felde von der Induktion  $\mathfrak{B}$  Gauß zu berechnen. Wurde der Leiter in Bild 49 in der Zeit  $dt$  sek um die Strecke  $ds$  cm senkrecht zu seiner eigenen Richtung und zur Richtung der magnetischen Induktion bewegt, so war die erzeugte Spannung nach S. 58

$$e = 10^{-8} \mathfrak{B} \cdot l \cdot \frac{ds}{dt} \text{ Volt.}$$

Die in der Zeit  $dt$  geleistete elektrische Arbeit ist dann:

$$dA = e \cdot I \cdot dt = 10^{-8} \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot ds \cdot \text{Joule.}$$

Dazu ist eine gleich große mechanische Arbeit erforderlich. Teilen wir diese durch den Weg  $ds$ , auf dem sie geleistet wird, so erhalten wir die Kraft in Joule/cm. Nun ist 1 Joule/cm gleich  $10^7$  Erg/cm  $= 10^7$  Dyn. Demnach ist die Kraft, die überwunden wird, die also Feld und Strom aufeinander ausüben:

$$P = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-8} \text{ Joule/cm} = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-1} \text{ Dyn.} \quad (7)$$

Die betrachtete Anordnung stellte bisher einen Stromerzeuger dar, in welchem der Strom durch die erzeugte Spannung geschaffen wird und mit ihr gleiche Richtung hat. Unsere Gleichung gilt aber auch für den Fall, daß wir den Strom von außen durch eine angelegte Klemmenspannung erzeugen. Anstatt dann den Stromleiter entgegen der vom Feld und Strom aufeinander ausgeübten Kraft zu bewegen, überlassen wir ihn sich selbst. Unsere Anordnung wird dabei zum Motor, und der Stromleiter bewegt sich bei derselben Richtung des Feldes und des Stromes entgegengesetzt wie früher. Die Richtung der erzeugten Spannung wird dadurch ebenfalls entgegengesetzt, so daß sie dem Strome entgegenwirkt und dieser durch den Unterschied der aufgedrückten Klemmenspannung und der erzeugten Gegenspannung zustande kommt. Der Teil der Klemmenspannung, der zur Überwindung der erzeugten Gegenspannung verbraucht wird, ergibt dann in Verbindung mit dem Strome den Anteil der zugeführten elektrischen Leistung, der sich in mechanische Leistung umsetzt.

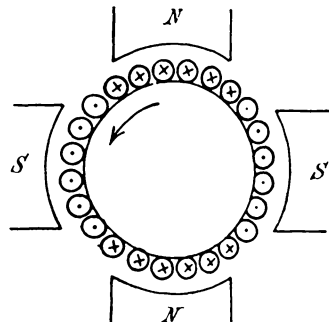


Bild 60. Stromverteilung in einem Elektromotor.

Bei der wirklichen Ausführung liegen die Stromleiter nach Bild 60 auf dem Umfang einer Eisentrommel. Sie sind so geschaltet, daß die

vor den verschiedenen Polen auftretenden Kräfte in gleichem Sinne wirken. Für  $l$  ist dann in Gleichung (7) die gesamte vor den Polen liegende Drahtlänge in cm einzusetzen. Es sei z. B.

die magnetische Induktion vor den Polen . . . . .	$\mathfrak{B} = 7000$ Gauß,
die Stromstärke eines Leiters . . . . .	$I = 14$ Amp.,
die Anzahl der Leiter . . . . .	$z = 944$ ,
die Länge des Ankers . . . . .	$b = 24$ cm,
der Durchmesser des Ankers . . . . .	$d = 40$ cm,
das Verhältnis des Polbogens zur Polteilung	$2/3$ .

Die vor den Polen liegende Leiterlänge ergibt sich dann zu

$$l = z \cdot b \cdot 2/3 = 15000 \text{ cm.}$$

Demnach ist die Zugkraft nach Gleichung (7)

$$P = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-1} = 1,47 \cdot 10^8 \text{ Dyn.}$$

Wenn wir durch 981 000 teilen, erhalten wir die Zugkraft in kg\*. Bei einem Halbmesser  $d/200$  m wird dann das Drehmoment in mkg:

$$D = \frac{P}{981\,000} \cdot \frac{d}{200} = 30 \text{ mkg.}$$

Wir fassen nun die magnetische Wirkung zweier gerader Stromleiter von kreisförmigem Querschnitt im gleichförmigen Mittel ins Auge und lassen die Leiter zunächst in Bild 61 von gleichgerichteten Strömen durchflossen sein. Wir schlagen dann Kreise, derart daß der Mittelpunkt mit dem des Leiterquerschnittes zusammenfällt und je zwei aufeinander folgende Halbmesser nach Gleichung 6 in demselben Verhältnis stehen. Die Schnittpunkte der Kreise verbinden wir in der dargestellten Weise durch Kurven und verschieben diese in Richtung der Leiterlänge. Dann beschreiben die zwischen je zwei Schnittpunkten liegenden Kurvenstücke Flächen, durch die nach S. 63 von der einen Seite ein von dem einen Leiter herrührender Fluß und von der andern Seite ein gleich großer, vom andern Leiter herrührender Fluß tritt. Die Flächen sind also die Wandungen von magnetischen Röhren, und die gezeichneten Kurven sind Feldlinien. Diese umschließen beide Leiter gemeinsam. Dies geht auch daraus hervor, daß die magnetischen Wirkungen beider Ströme sich außen unterstützen und innen zwischen den Leitern mehr oder weniger aufheben. Der Längszug der Feldlinien außen sucht nun die Leiter einander zu nähern. Dies ist der Grund, warum gleichgerichtete Stromleiter sich anziehen.

Wenn die Ströme der beiden Stromleiter entgegengesetzt gerichtet sind, so haben wir die Schnittpunkte zweier Kreise, wie in Bild 62 angegeben, zu verbinden und wieder die Kurven in Richtung der Leiterlänge zu führen. Die Kurvenstücke, die zwischen zwei Schnittpunkten liegen, beschreiben dann Flächen, durch die wieder gleich

große Flüsse von entgegengesetzten Seiten hindurchtreten, die also die Wände der magnetischen Röhren sind. Der gezeichnete Verlauf der Feldlinien ergibt sich auch daraus, daß die magnetischen Wirkungen beider Ströme sich jetzt innerhalb der Leiter unterstützen und außerhalb mehr oder weniger aufheben. Der Querdruck der Feldlinien innerhalb der Leiter drängt nun die Leiter auseinander. Dies

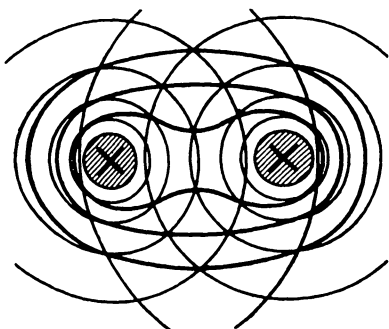


Bild 61. Feldlinien zweier gleichgerichteter Ströme.

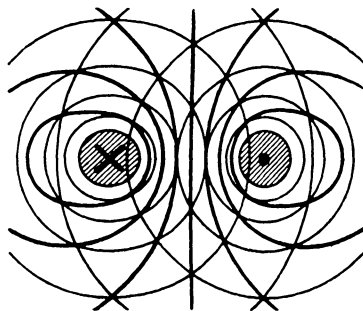


Bild 62. Feldlinien zweier entgegengesetzt gerichteter Ströme.

ist der Grund, weshalb entgegengesetzt durchflossene Stromleiter sich abstoßen. Da die beiden Leiter die beiden Seiten einer einzigen Windung darstellen können, so folgt, daß jede stromdurchflossene Windung ihre Fläche zu vergrößern sucht.

Die Kraft zwischen Stromleitern oder Spulen wird in Meßgeräten (Elektrodynamometern) zum Messen von Strömen, Spannungen und Leistungen benutzt. Die bewegliche Spule sucht sich dabei so zu stellen, daß sie den größten magnetischen Fluß umfaßt.

## 26. Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft.

Die Feldlinien einer Stromschleife (Bild 63) dringen nach der Ampereschen Regel sämtlich von der einen Seite in die Fläche der Windung ein und auf der andern Seite aus, um sich dann außen herum zu schließen. Eine ebene Schleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Nordpol an der Seite liegt, wo die Feldlinien austreten. Sieht man auf die Fläche der Windung und fließt der Strom dann im Uhrzeigersinn, so hat man einen Südpol, andernfalls einen Nordpol vor sich. Sehr bequem ist auch die Korkzieherregel: Man setzt die Spitze des Korkziehers auf die Fläche der Schleife und dreht den Handgriff im Sinne des Stromumlaufs. Dann gibt die Längsbewegung der Schraube die Richtung der Feldlinien an.



Bild 63. Feldlinien einer Schleife.

Wir wollen nun für eine kreisrunde Schleife vom Halbmesser  $r$  cm in der Luft die Feldstärke im Mittelpunkt beim Strome  $I$  Amp. bestimmen. Dabei ermitteln wir statt der Kraft auf die Poleinheit umgekehrt die von der Poleinheit auf den Stromleiter ausgeübte Kraft (Bild 64). Die Induktion am Umfang, die von der Poleinheit im Mittelpunkt herrührt, ist nach S. 45 gleich  $1/r^2$ .

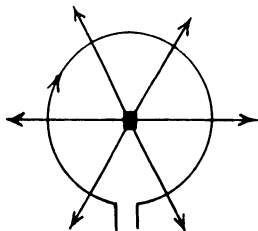


Bild 64. Poleinheit im Mittelpunkt einer Stromschleife.

Da alle Teile des Leiters mit den strahlenförmig vom Pol ausgehenden Feldlinien einen rechten Winkel bilden, so ist Gleichung (7) auf S. 65 anwendbar. Setzen wir darin für die magnetische Induktion  $1/r^2$  und für die Leiterlänge den Wert  $2r\pi$  ein, so erhalten wir die Kraft zu  $I \cdot 2r\pi \cdot 1/r^2 \cdot 10^{-1}$  Dyn. Dies ist umgekehrt auch die Kraft, mit welcher der Stromleiter auf die Poleinheit wirkt, d. h. die Feldstärke im Mittelpunkt wird

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi I}{10 r} \text{ Dyn/Weber.} \quad (8)$$

Vereinigen wir nach Bild 65 mehrere Windungen zu einer Spule, so dringen die Feldlinien, wie in Bild 63, durch die Flächen der einzelnen Schleifen. Sie vereinigen sich aber jetzt, wie in Bild 61, zu

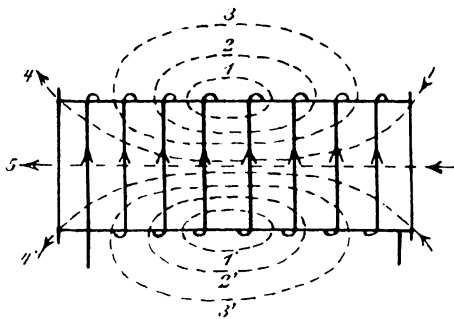


Bild 65. Feldlinien einer Spule.

langen Feldlinien, von denen einige die ganze Spule durchdringen, im Innern wesentlich gleichgerichtet mit der Spulenachse sind und sich außen herum schließen. Die Durchflutung ist für die einzelnen Linien verschieden. Ist  $I$  die Stromstärke, so ist die Durchflutung für Linie 1 gleich  $2I$ , für Linie 2 gleich  $4I$ , für Linie 3 gleich  $6I$  und für Linie 4 gleich  $8I$ . Wir können uns wieder vorstellen, daß die Durchflutung uns die betreffende Feldlinie verursacht.

Die Ähnlichkeit mit einem Magneten, bei dem die Feldlinien ebenfalls zum Teil durch die Stirnfläche, zum Teil durch die Mantelfläche treten, springt in die Augen. Diese Ähnlichkeit wird dann besonders stark, wenn wir nach S. 44 auch beim Magneten annehmen, daß die Feldlinien, die in den Südpol einmünden, wie bei der Spule im Innern weitergehen und dann aus dem Nordpol austreten.

Dennoch besteht zwischen dem Feld des Magneten und der Stromspule der schon früher erwähnte wesentliche Unterschied, daß

die Bewegung eines Poles im Feld eines Magneten unter Aufspeicherung oder Freiwerden von Energie vor sich geht, während sie im Feld der Stromspule unter Erzeugung oder Verbrauch von elektrischer Arbeit erfolgt. Auch ist die Arbeit zwischen zwei Punkten im Feld eines Dauermagneten vom Wege unabhängig, bei der Stromspule aber von der Durchflutung abhängig, die durch die Bahn der Bewegung umschlossen wird.

Die positive Richtung der Feldlinien innerhalb der Stromspule bestimmt sich nach der Ampereschen Schwimmerregel, wobei man nach dem Innern der Spule zu blicken hat, oder nach der Korkzieherregel. In Bild 65 ergibt sich z. B. eine Richtung von rechts nach links.

Die magnetische Wirkung von Stromspulen wird in den gewöhnlichen Meßgeräten, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf Eisenteile wirkt, zum Messen von Strömen und Spannungen benutzt.

### 27. Der magnetische Kreis.

Bei einer ringförmigen, nach Bild 66 gleichmäßig auf dem Umfang bewickelten Spule von  $w$  Windungen, in deren Innerem sich Luft befinde, hat die vom Strom  $I$  geschaffene Feldstärke  $\mathfrak{H}$  im Innern auf allen Punkten einer kreisförmigen Feldlinie von der Länge  $l$  denselben Wert. Die Durchflutung einer solchen Linie wird durch die Ströme gebildet, die den inneren Hohlraum von hinten nach vorn durchdringen. Sie ist gleich dem Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl, das wir künftig die Erregung nennen und mit  $X$  bezeichnen. Das Durchflutungsgesetz in Gleichung (4) ergibt dann die Feldstärke zu

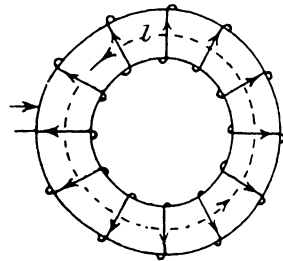


Bild 66. Ringförmige Stromspule.

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4\pi \cdot I \cdot w}{l} = 0,4\pi \cdot \frac{X}{l}. \quad (9)$$

Ist der Unterschied des äußeren und inneren Durchmessers klein gegenüber dem mittleren Durchmesser, so hat  $l$  für alle Feldlinien nahezu denselben Wert, und die Feldstärke ist im Innern überall dieselbe. Befindet sich in Bild 66 ein Eisenkern von gleichbleibendem Querschnitt in der Spule, so ist bei einer Durchlässigkeit  $\mu$  die magnetische Induktion nach S. 50:  $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$ . Sie ist dann ebenfalls überall dieselbe.

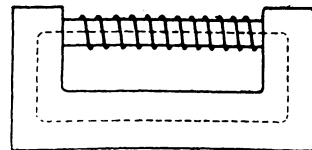


Bild 67. Gleichförmige Magnetisierung eines Eisenkerns.

Wir betrachten nun in Bild 67 den Fall, in welchem eine Stromspule einen Eisenstab von gleichbleiben-

dem Querschnitt  $F$  und der Länge  $l$  magnetisiert. Der Rückschluß für die Feldlinien wird durch ein Joch von großem Querschnitt und großer magnetischer Durchlässigkeit gebildet. Wir können dann den magnetischen Spannungsverbrauch im Joch vernachlässigen. Ferner können wir den magnetischen Fluß, der nach Bild 65 durch die Mantelfläche tritt, gegenüber dem Fluß durch den Eisenquerschnitt vernachlässigen, also mit einer überall gleichen magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}$  und Feldstärke  $\mathfrak{H}$  im Eisenkern rechnen. Gleichung (9) ist dann unmittelbar anwendbar, und wir erhalten die Induktion zu

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = 0,4\pi \cdot \frac{\mu \cdot I \cdot w}{l}. \quad (10)$$

Als Durchflutung ist dabei die Summe der Ströme einzusetzen, welche die gestrichelte Kurve, also das innere Fenster durchsetzen. Sie ist wieder gleich dem Produkt aus Stromstärke und Windungszahl, also gleich den Stromwindungen oder der Erregung. Daraus ergibt sich sofort die wichtige Folgerung, daß es gleichgültig ist, ob die Stromwindungen auf dem Eisenkern gleichmäßig verteilt oder zusammengedrängt sind, oder ob sie gar auf dem Joch angeordnet werden.

Vervielfachen wir Gleichung (10) mit dem Querschnitt  $F$  des Eisenstabes, so erhalten wir den Fluß  $\mathfrak{D}$  zu

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{B} \cdot F = 0,4\pi \cdot \frac{\mu \cdot F}{l} \cdot I \cdot w. \quad (11)$$

Wir bezeichnen nun allgemein das Verhältnis des Flusses  $\mathfrak{D}$  zur Erregung  $I \cdot w$  als den magnetischen Leitwert  $\mathcal{A}$ , setzen also:

$$\mathfrak{D} = I \cdot w \cdot \mathcal{A}. \quad (12)$$

Dann ergibt sich der magnetische Leitwert des Eisenstabes nach Gleichung (11), wie auf S. 52, zu

$$\mathcal{A} = \frac{0,4\pi\mu \cdot F}{l}. \quad (13)$$

Enthält der magnetische Kreis hintereinander mehrere Teile, die nach Länge, Querschnitt und Durchlässigkeit verschieden sind, so führt man am besten den umgekehrten Wert des Leitwertes, d. h. den magnetischen Widerstand der einzelnen Teile ein. Durch Zusammenzählen der einzelnen Widerstände erhält man dann den Gesamtwiderstand, dessen umgekehrter Wert der Gesamtleitwert ist. Sind  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3$  usw. die Leitwerte der Teile, so ergibt sich der Leitwert  $\mathcal{A}$  des ganzen Kreises aus der Gleichung:

$$\frac{1}{\mathcal{A}} = \frac{1}{\mathcal{A}_1} + \frac{1}{\mathcal{A}_2} + \frac{1}{\mathcal{A}_3} \dots \quad (14)$$

Da  $I \cdot w$  nach Gleichung (9) der magnetischen Spannung proportional ist und der magnetische Leitwert nach Gleichung (13) dieselbe Form hat wie ein elektrischer Leitwert, so können wir Gleichung

(12) als das Ohmsche Gesetz für den elektromagnetischen Kreis bezeichnen, allerdings unter der schon auf S. 52 betonten Einschränkung. Die Aufrechterhaltung eines magnetischen Feldes verlangt im Gegensatz zum elektrischen Strom keinen Arbeitsaufwand. Sobald sich nach dem Einschalten ein Gleichgewichtszustand hergestellt hat, wird die elektrische Arbeit, die der Stromspule zugeführt wird, vollständig in Stromwärme und nicht etwa in magnetische Energie umgesetzt. Diese Arbeit wäre auch dieselbe, wenn sich Luft statt Eisen in der Spule befände, also der Fluß sehr klein wäre. Da also die Magnetisierung im Gleichgewichtszustand keinen Arbeitsaufwand erfordert, so bedeutet es keine unmittelbare Verringerung des Wirkungsgrades, wenn bei elektrischen Maschinen neben dem Fluß durch den Anker auch ein seitlicher »Streufluß« auftritt.

Wir wollen nun das Ohmsche Gesetz für Magnetismus zur Berechnung der Streuung einer Maschine verwenden. Gerade diese Rechnung wird es deutlich machen, daß die Erregung, d. h. die Zahl der Stromwindungen, nichts anderes ist als eine magnetische Spannung. Wie die elektrische Spannung einen Strom nicht nur durch die Lampen und Motoren, sondern auch durch die dazu im Nebenschluß liegende Isolation bewirkt, so treibt die magnetische Spannung an den Polköpfen einer Maschine nicht nur den Fluß durch den Luftspalt und Anker, sondern auch einen Streufluß seitlich durch die Luft. Da dieser durch dieselbe Spannung geschaffen wird wie der nützliche Fluß, so hängt der Streufluß von der Erregung ab, die nötig ist, um den nützlichen Fluß durch Luftspalt und Anker zu treiben.

Für einen magnetischen Kreis, d. h. für ein Polpaar, sei diese Erregung in dem durch Bild 68 dargestellten Fall gleich 6200. Die Länge der Pole in Richtung der Achse sei  $b = 30$  cm und die Höhe der Polköpfe in Richtung des Halbmessers gleich 2,5 cm. Dann ist der Querschnitt des Streufeldes unmittelbar am Polkopf an einer Seite gleich  $30 \cdot 2,5 = 75$  cm<sup>2</sup>. Da der Streufluß eines Nordpoles beide Seitenflächen der Polköpfe durchsetzt, so wird der Querschnitt nach beiden Seiten zusammen gleich 150 cm<sup>2</sup>. Wenn wir

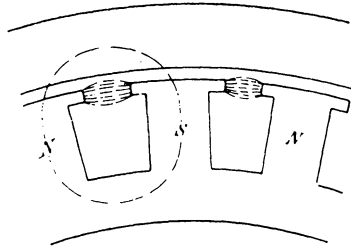


Bild 68. Wechselstrommaschine.

annehmen, daß sich der Streufluß in der gezeichneten Weise in der Mitte auf die doppelte Fläche, also auf 300 cm<sup>2</sup> ausbreitet, so wird der mittlere Querschnitt  $F_1 = \frac{1}{2} \cdot (150 + 300) = 225$  cm<sup>2</sup>. Ist der Abstand der Polköpfe  $l_1 = 6,5$  cm, so ist bei der Durchlässigkeit der Luft gleich 1 der magnetische Leitwert  $\mathcal{A}_1$  des Streufeldes zwischen den Polköpfen

$$\mathcal{A}_1 = \frac{0,4\pi\mu \cdot F_1}{l_1} = 43.$$



Da an den Polköpfen eine Erregung  $I \cdot w = 6200$  Amperewindungen wirksam ist, so wird der Streufluß zwischen den Polköpfen

$$\Phi_1 = I \cdot w \cdot \mathcal{A}_1 = 6200 \cdot 43 = 0,27 \cdot 10^8 \text{ Maxwell.}$$

Dazu kommt der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Pole. Ist die Länge der Polkerne in Richtung des Halbmessers gleich 16 cm, so ist der beiderseitige Querschnitt des Streufeldes zwischen den Seitenflächen der Pole  $F_2 = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ cm}^2$ . Bei einem mittleren Abstand der Seitenflächen  $l_2 = 10 \text{ cm}$  ergibt sich dann ein magnetischer Leitwert

$$\mathcal{A}_2 = \frac{0,4\pi\mu \cdot F_2}{l_2} = 120.$$

Wir nehmen nun an, daß die Stromwindungen der Magnete auf dem ganzen Kern verteilt sind. Dann ist die Erregung an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich Null, also im Mittel gleich 3100. Demnach wird der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Pole

$$\Phi_2 = 3100 \cdot \mathcal{A}_2 = 3100 \cdot 120 = 0,37 \cdot 10^8 \text{ Maxwell.}$$

Der gesamte Streufluß ist dann  $\Phi_1 + \Phi_2 = 0,64 \cdot 10^8$  Maxwell.

Wir wenden uns nun zu dem Fall, in welchem der magnetische Kreis mehrere, hintereinander liegende Teile von verschiedener Durchlässigkeit enthält und angenommen werden kann, daß die magnetische Induktion längs eines einzelnen Teiles denselben Wert beibehält. In

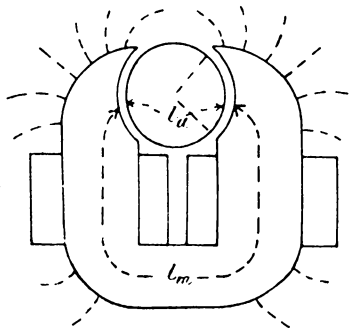


Bild 69.  
Magnetischer Kreis einer Maschine.

Bild 69 besteht der magnetische Kreis z. B. aus dem Anker, dem doppelten Luftzwischenraum und dem Magnetgestell. Gesucht wird für einen gegebenen magnetischen Fluß die erforderliche Magneterregung, d. h. das Produkt aus Magnetstrom und Windungszahl.

Die Magneterregung  $X$  ist gleich der Durchflutung, die das Fenster des magnetischen Kreises oder eine in sich geschlossene Feldlinie durchsetzt. Sie ist also nach dem Durchflutungsgesetz das  $1/0,4\pi$  fache oder 0,8 fache der gesamten magnetischen

Spannung. Diese wird wie eine elektrische Spannung für die Widerstände der verschiedenen Teile verbraucht. Dann können wir auch die ihr proportionale Gesamterregung  $X$  in die einzelnen Teile  $X_a$ ,  $X_l$  und  $X_m$  zerlegen, die für Anker, Luft und Magnetgestell erforderlich sind. Wir wenden auf diese Weise Gleichung (12) nicht nur auf den ganzen Kreis, sondern auch auf jeden Teil des Kreises an, wobei dann unter  $I \cdot w$  der für diesen Teil erforderliche Anteil an der Gesamterregung zu verstehen ist.

Wir ermitteln nun ein für alle Male für das in Frage kommende Eisen die für 1 cm erforderliche Erregung in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion. Der Versuch wird, wie in Bild 67, an einem Eisenstab vorgenommen, der durch eine Stromspule magnetisiert wird. Das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl gibt die Erregung, und wenn wir diese durch die Länge des Stabes teilen, erhalten wir die Erregung für 1 cm. Diese soll unter Anlehnung an den Buchstaben  $\mathfrak{H}$  mit  $h$  bezeichnet werden, um anzudeuten, daß es sich um eine der Spannung für die Längeneinheit proportionale Größe handelt.

Der Eisenstab trägt nun noch eine zweite Spule, die an ein für Stromstoß geeichtes Meßgerät angeschlossen ist. Aus dem Stromstoß beim Verschwinden des magnetisierenden Stromes schließen wir dann auf den umfaßten Fluß und die Induktion. Wir tragen in Bild 70 die Erregung für 1 cm wagerecht und die magnetische Induktion senkrecht auf und erhalten so die sogenannten Magnetisierungskurven. Sie unterscheiden sich von den Magnetisierungskurven in Abschnitt 20 nur durch den Maßstab. Für die unten angegebenen Stromwindungen gilt die untere Kurve, für die oben angegebenen die obere Kurve.

Zur Ermittlung der erforderlichen Gesamterregung des magnetischen Kreises entnehmen wir dann für jeden Teil zu einer gegebenen Induktion die für 1 cm nötige Erregung  $h$  aus den Kurven und vervielfachen sie mit der Länge  $l$  des magnetischen Weges in dem betreffenden Teil. Bedeutet  $a$  den Anker und  $m$  das Magnetgestell, so werden die für beide Teile erforderlichen Erregungen:

$$X_a = h_a \cdot l_a \quad (15) \quad X_m = h_m \cdot l_m. \quad (16)$$

Da für die Luftstrecke die Induktion  $\mathfrak{B}_l$  gleich der Feldstärke  $\mathfrak{H}_l$  ist, so ergibt sich bei der doppelten Länge  $l$  des Luftspaltes in cm die für die Luft erforderliche Erregung unmittelbar aus Gleichung (10) zu

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{H}_l \cdot l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l. \quad (17)$$

Die Gesamterregung ergibt sich dann zu

$$X = X_a + X_m + X_l. \quad (18)$$

Bei dem Eisengestell der Maschine in Bild 69 sei z. B.

Ankerdurchmesser	$d = 20$ cm	dopp. Luftabstand	$l_l = 0,8$ cm
Wellendurchmesser	$d_w = 3$ cm	Magnetweg	$l_m = 110$ cm
Ankerlänge	$b = 20$ cm	Magnetquerschnitt	$F_m = 400$ cm <sup>2</sup> .

Der Anker sei aus Eisenblechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander getrennt sind, wodurch sich der Eisenquerschnitt um 15% verringert. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Der Polbogen umfasse einen Winkel von 120°. Wegen der seitlichen Streuung durch die Luft sei der Fluß in den Magneten um 20% größer als im Anker. Gesucht wird die Magneterregung, die nötig ist, wenn der Fluß im Anker  $\Phi = 2,5 \cdot 10^6$  Maxwell betragen soll.

Der Ankerquerschnitt wird bei dem durch das Papier verursachten Raumverlust von 15%  $F_a = b(d - d_w) \cdot 0,85 = 290 \text{ cm}^2$ . Die Länge

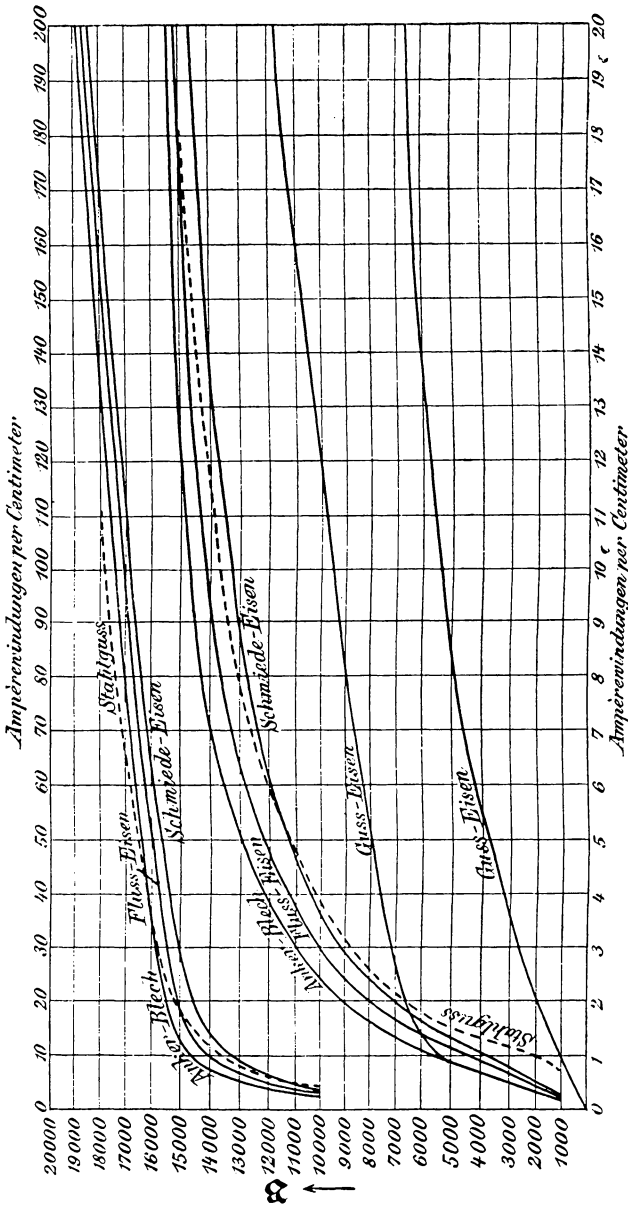


Bild 70. Magnetisierungskurven.  
(Aus Kapp, Dynamomaschinen, 4. Auf. Berlin, 1904, S. 204.)

$l_a$  des magnetischen Weges im Anker schätzen wir gleich dem Ankerdurchmesser, also zu 20 cm. Wir berechnen nun aus dem gegebenen Fluß  $\Phi = 2,5 \cdot 10^6$  die magnetische Induktion im Anker zu

$$\mathfrak{B}_a = \frac{\Phi}{F_a} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{290} = 8600 \text{ Gauß.}$$

Die dabei erforderliche Erregung für die Längeneinheit ergibt sich aus der Kurve für Ankerblech in Bild 70 zu

$$h_a = 2 \text{ Amperewindungen/cm.}$$

Demnach ist die für den ganzen Ankerweg erforderliche Erregung

$$X_a = h_a \cdot l_a = 2 \cdot 20 = 40 \text{ Amperewindungen.}$$

Der Querschnitt der Luft bei einem Winkel der Polbohrung von  $120^\circ$  ist  $F_l = d\pi \cdot b \cdot 120/360 = 420 \text{ cm}^2$ . Für die Luft erhält man dann die magnetische Induktion zu

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{F_l} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{420} = 5960 \text{ Gauß.}$$

Gleichung (17) gibt dann die für die doppelte Luftstrecke erforderliche Erregung zu

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l_l = 0,8 \cdot 5960 \cdot 0,8 = 3820.$$

Der Fluß in den Magneten ist 20% größer als im Anker, er ist also  $\Phi_m = 1,2 \cdot 2,5 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^6$  Maxwell. Wir erhalten dann die Induktion zu

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\Phi_m}{F_m} = \frac{3 \cdot 10^6}{400} = 7500 \text{ Gauß.}$$

Die dafür erforderliche Erregung für die Längeneinheit ergibt sich aus der Kurve für Gußeisen in Bild 70 zu

$$h_m = 40 \text{ Amperewindungen/cm.}$$

Dann wird die Erregung für den ganzen Weg im Magneteisen:

$$X_m = h_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400 \text{ Amperewindungen.}$$

Die für den ganzen magnetischen Kreis erforderliche Erregung ist also

$$X = X_a + X_l + X_m = 40 + 3820 + 4400 = 8260 \text{ Amperewind.}$$

Dabei ist es in bezug auf die magnetische Wirkung gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen von je 1 Amp. oder 4130 Windungen von je 2 Amp. auf den Polkernen liegen.

## Fünfter Teil.

### 28. Die Selbstinduktion.

Eine elektrische Spannung wird stets erzeugt, wenn sich der umfaßte magnetische Fluß einer Spule ändert. Diese Änderung des Flusses kommt nicht nur zustande, wenn die Spule ihre Lage im Magnetfeld ändert, sondern auch dann, wenn sich der Strom der Spule, der ein magnetisches Feld erzeugt, ändert. Man bezeichnet diese Erscheinung als Selbstinduktion.

Will man auch hier nach S. 58 annehmen, daß die Spannung durch ein Schneiden von magnetischen Feldlinien erzeugt wird, so kann man sich nach Bild 71 vorstellen, daß die Feldlinien beim Entstehen des elektrischen Stromes aus einem Leiter heraustreten und sich dann, wie die Wellenlinien nach dem Hineinwerfen eines Steines ins Wasser, ausbreiten.

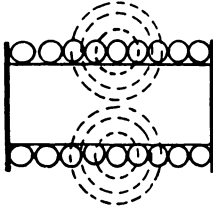


Bild 71. Entstehende Feldlinien einer Spule.

Die durch Änderung des umfaßten Flusses erzeugte Spannung ist allgemein so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, welcher der Änderung des Flusses entgegenwirkt. Die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung ist also dem zunehmenden Strom entgegengerichtet, dem abnehmenden Strom gleichgerichtet.

Wir wollen nun annehmen, daß ein magnetischer Kreis durch  $w$  Windungen einer Spule magnetisiert wird, und daß alle Windungen denselben Fluß umfassen. Wir wollen weiter voraussetzen, daß der Leitwert  $\mathcal{A}$  des magnetischen Kreises von der Induktion unabhängig ist. Dies ist stets bei der Luft und bei geringer Sättigung angenähert auch beim Eisen der Fall, oder auch dann, wenn der Widerstand der Luft im magnetischen Kreis über den des Eisens überwiegt. Nimmt dann der Strom  $i$  Amp. in der Zeit  $dt$  sek. um  $di$  zu, so ist die Zunahme des von ihm erzeugten Flusses nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus  $d\Phi = di \cdot w \cdot \mathcal{A}$ , und die erzeugte Spannung ist:

$$e = - \frac{w \cdot d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = - w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.}$$

Wir setzen jetzt

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \quad (1)$$

und bezeichnen diese Größe als die Induktivität. Dann wird die Spannung der Selbstinduktion

$$e = - L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Die Einheit der Induktivität besitzt die Spule, in der 1 Volt erzeugt wird, wenn sich der Strom gleichmäßig in 1 Sek. um 1 Amp. ändert. Diese Einheit heißt 1 Henry.

Nun ist bei gleichbleibendem Strom  $I$  nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus  $\Phi = I \cdot w \cdot \mathcal{A}$ . Demnach wird nach Gleichung (1)

$$L = w \cdot \frac{\Phi}{I} \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \quad (3)$$

Bezeichnen wir  $\Phi \cdot w$  als die Verkettung des Flusses mit den Windungen, so ist die Induktivität in Henry das  $10^{-8}$ fache der Flußverkettung beim Strom 1 Amp.

Daß die Induktivität nach Gleichung (1) vom Quadrat der Windungszahl abhängt, erklärt sich daraus, daß die Windungen einerseits magnetisieren, daß aber andererseits in ihnen die Spannung erzeugt wird.

Bei einer Spule, die nach Bild 66 oder 67 auf einen Eisenkern von der Länge  $l$  cm und dem Querschnitt  $F$  cm<sup>2</sup> gewickelt ist, ergibt sich die Induktivität unter Voraussetzung einer gleichbleibenden Durchlässigkeit  $\mu$  nach Gleichung (13) auf S. 70 zu

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} = w^2 \cdot \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot F}{l} \cdot 10^{-8}. \quad (4)$$

Ist z. B. der Querschnitt  $F = 20$  cm<sup>2</sup>, die Länge des Eisenweges  $l = 40$  cm, die Windungszahl gleich 100 und die Durchlässigkeit gleich 4000, so wird die Induktivität

$$L = 10^4 \cdot \frac{0,4\pi \cdot 4000 \cdot 20}{40} \cdot 10^{-8} = 0,25 \text{ Henry.}$$

Die Annahme einer gleichbleibenden Durchlässigkeit trifft indessen nur für den ersten geradlinigen Teil der Magnetisierungskurve und auch dort nur angenähert zu.

Enthält der Eisenkern, wie es bei den sog. Drosselpulsen der Fall ist, nach Bild 72 einen Luftspalt, so kann der magnetische Widerstand des Eisens gegen den der Luftstrecke vernachlässigt werden. In Gleichung (4) ist dann für  $\mu$  die Durchlässigkeit der Luft, also 1 und für  $l$  die Länge der Luftstrecke einzusetzen. Ist z. B. der Querschnitt des Luftraumes  $F = 100$  cm<sup>2</sup> und die Länge der Luftstrecke  $l = 0,5$  cm, so ergibt sich bei  $w = 200$  Windungen die Induktivität zu

$$L = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 0,4\pi \cdot 1 \cdot 100}{0,5} \cdot 10^{-8} = 0,1 \text{ Henry.}$$

Wir berechnen nun die Induktivität einer Leitung, wobei wir im Auge behalten, daß es sich immer um die Induktivität einer Schleife, aber nicht um die Induktivität eines einzelnen Leiters oder eines Teiles eines Leiters handeln kann. Die Schleife bestehe aus zwei langen runden Leitern von der Länge  $l$  km =  $l \cdot 10^5$  cm, dem Halbmesser  $r$  cm und dem Abstand  $d$  cm (Bild 73). Wird der eine Leiter allein vom Gleichstrom  $I$  durchflossen, so wäre nach Gleichung (6) auf S. 63 der von der Schleife umfaßte Fluß

$$\Phi = 0,2 \cdot \ln \frac{d}{r} \cdot I \cdot l \cdot 10^5 \text{ Maxwell.}$$

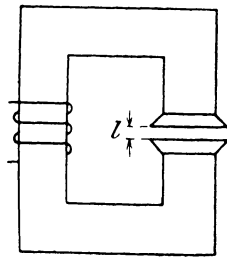
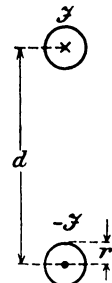


Bild 72. Drosselspule.

Bild 73.  
Hin- und Rückleitung.

Fließt der Strom  $I$  im einen Leiter hin, im andern zurück, so ist der Fluß doppelt so groß. Die Induktivität der Schleife in Henry als das  $10^{-8}$ -fache des umfaßten Flusses beim Strome 1 Amp. ist also

$$L = 41n \frac{d}{r} \cdot l \cdot 10^{-4} \text{ Henry.} \quad (5)$$

Ist z. B. die einfache Länge  $l = 20$  km, der Abstand  $d = 80$  cm, der Halbmesser  $r = 0,4$  cm, so ist die Induktivität

$$L = 4 \frac{\log 200}{0,4343} \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 0,0424 \text{ Henry.}$$

Zu der Induktivität, die von dem Feld in der Luft herrührt, kommt übrigens eine Induktivität infolge des Feldes in den Leitern selbst, wodurch sich der nach Gleichung (5) berechnete Wert nicht unwesentlich vergrößert (vgl. Abschnitt 83).

Wir berechnen nun die mittlere Spannung der Selbstinduktion bei einer Spule eines Gleichstromankers, die teilweise in Nuten des Ankereisens eingebettet ist. Die Ankerlänge sei gleich 30 cm und die Windungszahl  $w = 2$ . Der Strom  $I$  werde bei der Drehung des Ankers in der Zeit  $T = 0,004$  Sek. von  $-50$  auf  $+50$  Amp. geändert. Jedes Zentimeter der in die Nuten eingebetteten Leiter erzeuge bei 1 Amp. einen Fluß von 6 Maxwell. Der Leitwert der Nut ist also für 1 cm gleich 6. Die nicht in Nuten liegenden Teile der Spule mögen vernachlässigt werden.

Da die Spule bei 2 Windungen 4 in Nuten liegende Leiter enthält und die Länge jeder Nut gleich 30 cm ist, so ist die Leiterlänge in den Nuten  $4 \cdot 30 = 120$  cm und der Fluß bei 1 Amp. gleich  $6 \cdot 120 = 720$  Maxwell. Wenn wir diesen mit der Windungszahl 2 und mit  $10^{-8}$  vervielfachen, erhalten wir die Induktivität zu

$$L = 2 \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 1,44 \cdot 10^{-5} \text{ Henry.}$$

Da sich der Strom in der Zeit  $T$  von  $-I$  auf  $+I$  ändert, so ist die mittlere Änderungsgeschwindigkeit  $2I/T$ . Demnach ist die mittlere Spannung der Selbstinduktion

$$E = L \cdot \frac{2I}{T} = 1,44 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{100}{0,004} = 0,36 \text{ Volt.}$$

Eine beträchtliche Größe erreicht die Spannung der Selbstinduktion, wenn der Stromkreis eines Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann verschwindet der starke magnetische Fluß, der von den vielen Windungen des Elektromagneten umfaßt wurde, sehr schnell. In der Grundgleichung  $e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi/dt$  ist dann auf der rechten Seite der Zähler sehr groß und der Nenner sehr klein. Die Spannung der Selbstinduktion kann dabei derartig hoch werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es an der Unterbrechungsstelle mit einer Funkenbildung zu tun. Diese ist schließlich insofern von Vorteil, als der Strom noch durch die Luft-

strecke hindurch aufrecht gehalten und die Spannung der Selbstinduktion hierdurch verringert wird.

Mit Rücksicht auf die Selbstinduktion unterbricht man den Strom eines Elektromagneten oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt hat, oder man schaltet, wie in Bild 74, vor dem Ausschalten einen Widerstand  $R$  neben die Magnetwicklung  $R_m$ . Wenn dann der Strom in der gemeinsamen Leitung unterbrochen wird, so nimmt der Strom und der umfaßte magnetische Fluß langsam ab. Er erzeugt dabei in der Magnetwicklung eine Spannung der Selbstinduktion, die dem abnehmenden Strome gleichgerichtet ist. Sie treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den jetzt dazu in Reihe liegenden Widerstand  $R$ , so daß die rasche Unterbrechung des Magnetstromes vermieden wird.

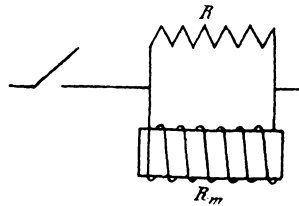


Bild 74. Nebenschluß zu einem Elektromagneten.

In vielen Fällen ist es erforderlich, die Selbstinduktion ganz aufzuheben. Bei der Wheatstoneschen Brücke für Wechselstrom wird z. B. als Stromquelle ein Induktor und als Meßgerät im Brückenweig ein Telephon benutzt. Eine Selbstinduktion in dem zu messenden Widerstand würde dann die Messung stören, da der hineinfließende Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand, sondern auch von der Selbstinduktion abhängt, die den Strom zeitweise verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade Leiter, nach diesem Verfahren untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen ebenfalls induktionsfrei sein. Man erreicht dies dadurch, daß man den aufzuwickelnden Draht nach Bild 75 in der Mitte umbiegt und zweifädig aufwickelt. Dabei werden zwei benachbarte Windungen in entgegengesetztem Sinne durchflossen, so daß sie zusammen keine magnetische Wirkung ausüben.

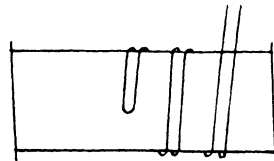


Bild 75. Zweifädige Wicklung.

## 29. Die gegenseitige Induktion.

In einer Spule wird auch dann eine Spannung erzeugt, wenn sich der Strom in einer benachbarten Spule ändert. Man bezeichnet diese Erscheinung als gegenseitige Induktion. Sie wird uns nach Bild 76 verständlich durch die Überlegung, daß es in bezug auf die erzeugte Spannung gleichgültig ist, ob die mit 2 bezeichnete Windung wie bei dem Vorgang der Selbstinduktion zu dem Stromkreise der Windung 1 oder zu einem selbständigen Stromkreise gehört. In



beiden Fällen erzeugt die Änderung des Stromes  $i_1$  in der Spule 1 eine Spannung in der Spule 2. Wir erhalten daher auch für die Spannung der gegenseitigen Induktion in der zweiten Spule dieselbe Richtung wie für die der Selbstinduktion. Sie ist dem anwachsenden Strom der ersten Spule entgegengerichtet, dem abnehmenden Strom gleichgerichtet.

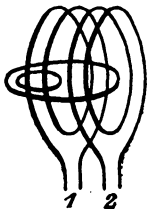


Bild 76. Gegenseitige Induktion.

Während aber die Selbstinduktion durch den gesamten, von der ersten Spule umfaßten Fluß verursacht wird, kommt die gegenseitige Induktion nach Bild 76 nur durch den Teil des Flusses der ersten Spule zustande, der die zweite durchsetzt. Der als Streuung bezeichnete Teil des Flusses, der nur die erste Spule, nicht aber die zweite umschlingt, trägt nur zur Selbstinduktion der ersten Spule, nicht aber zur gegenseitigen Induktion bei.

Ist jetzt  $\mathcal{A}$  der Leitwert für den Teil des Flusses der ersten Spule, der die zweite durchsetzt, so ist dieser Teil nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus bei  $w_1$  Windungen der ersten Spule und beim Augenblickswert  $i_1$  des Stromes der ersten Spule

$$\Phi = i_1 \cdot w_1 \cdot \mathcal{A}.$$

Enthält die zweite Spule  $w_2$  Windungen, so ist die in ihr bei Änderung des Flusses erzeugte Spannung

$$e_{12} = -w_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = -w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{di_1}{dt} \text{ Volt.}$$

Wir setzen jetzt

$$M = w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}, \quad (6)$$

und bezeichnen diese Größe als die gegenseitige Induktivität. Sie wird wie die Selbstinduktivität in Henry gemessen. Die Spannung der gegenseitigen Induktion in der zweiten Spule wird dann

$$e_{12} = -M \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (7)$$

Die gegenseitige Induktivität bleibt dieselbe, wenn die beiden Spulen ihre Rolle vertauschen. Die Spannung der gegenseitigen Induktion, die in der Spule 1 bei Änderung des Stromes  $i_2$  der zweiten Spule erzeugt wird, ist also

$$e_{21} = -M \cdot \frac{di_2}{dt}. \quad (8)$$

Dabei hat man eine positive Spulenachse festzusetzen und die Ströme in Gl. (7) und (8) mit positivem Vorzeichen einzuführen, wenn ihr Fluß die induzierte Windung im Sinne der positiven Spulenachse durchsetzt (vgl. S. 57).

Eine Spannung der gegenseitigen Induktion kommt nun nicht nur durch eine Stromänderung zustande, sondern auch dadurch, daß die zweite Spule ihre Lage gegenüber einer von gleichbleibendem Strom durchflossenen ersten Spule ändert. In Bild 76 mögen z. B. beide Spulen in Richtung ihrer Achse einander genähert oder voneinander entfernt werden. Der dadurch erzeugte Strom in der zweiten Spule ist dann so gerichtet, daß er der Änderung des umfaßten, vom Strom in der ersten Spule erzeugten Flusses entgegenwirkt. Bei Näherung der beiden Spulen nimmt der von der zweiten Spule umfaßte Teil des Flusses zu, und der in der zweiten Spule erzeugte Strom ist dem Strom der ersten Spule entgegengerichtet. Bei Entfernung der beiden Spulen voneinander ist der in der zweiten Spule erzeugte Strom dem Strom der ersten Spule gleich gerichtet. Gleichzeitig ergibt sich aus den Gesetzen über die gegenseitige Anziehung gleichgerichteter Ströme und die gegenseitige Abstoßung entgegengerichteter Ströme: Der in der zweiten Spule erzeugte Strom ist so gerichtet, daß er die Bewegung in jedem Falle hindert.

### 30. Elektrische Arbeit und magnetische Energie.

Wir betrachten den Arbeitsvorgang beim Entstehen und Verschwinden des magnetischen Feldes. Wenn der Strom in einer Spule anwächst, so wird eine Spannung der Selbstinduktion erzeugt, die dem Strom entgegenwirkt und das Anwachsen verlangsamt. Dadurch, daß die aufgedrückte Klemmenspannung die Spannung der Selbstinduktion überwindet, leistet sie in Verbindung mit dem Strom und der Zeit eine elektrische Arbeit, die als magnetische Energie aufgespeichert wird und sich bei Unterbrechung des Stromes unter Funkenbildung in Wärme umsetzt.

Der Strom  $i$  Amp. in  $w$  Windungen magnetisiere einen magnetischen Kreis so, daß alle Windungen mit einem gleich großen Fluß  $\Phi$  verkettet sind, und wachse in der Zeit  $dt$  um  $di$ . Dabei wächst der Fluß um  $d\Phi$ , so daß in der Spule eine Spannung  $e = -w \cdot d\Phi/dt \cdot 10^{-8}$  erzeugt wird. Dann ist die von der Spule gelieferte elektrische Arbeit nach Gleichung (3) auf S. 60

$$dA = e \cdot i \cdot dt = -i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}.$$

Bei Zunahme des Stromes und des Flusses haben  $i$  und  $d\Phi$  dasselbe Vorzeichen, die elektrische Arbeit ist also negativ. Wie wir bereits auf S. 60 sahen, wird dann von außen Arbeit zugeführt und Energie aufgespeichert. Bei Abnahme des Stromes und des Flusses haben  $i$  und  $d\Phi$  entgegengesetztes Vorzeichen, und die von der Spule gelieferte elektrische Arbeit wird positiv. Die Spule liefert dann elektrische Arbeit unter Abnahme der magnetischen Energie.

Wir lassen nun den Strom von Null an auf  $I$  Amp. zunehmen und tragen in Bild 77 den Augenblickswert  $i \cdot w$  wagerecht und den

Augenblickswert  $\Phi \cdot 10^{-8}$  senkrecht auf. Dann ist die elektrisch zugeführte Arbeit  $i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$  gleich dem Inhalt eines schmalen Flächenstreifens. Die ganze Arbeit, die beim Anwachsen des Stromes bis auf seinen Endwert  $I$  elektrisch zugeführt wird, ist dann gleich der gestreiften Fläche.

Wenn eine mechanische Arbeit, wie sie beim Hubeines Elektromagneten geleistet wird, während der Zunahme

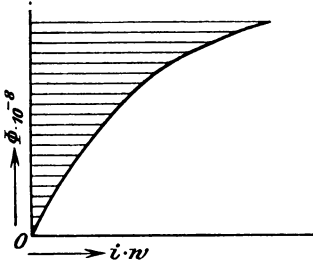


Bild 77.  
Durchlässigkeit veränderlich  
Magnetische Energie, dargestellt durch die gestreifte Fläche.

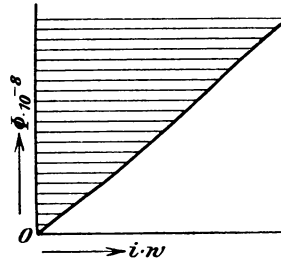


Bild 78.  
Durchlässigkeit gleichbleibend

des Stromes nicht vorkommt und die geringe Wärmeentwicklung beim Richten der Eisenteilchen vernachlässigt wird, wird die zugeführte Arbeit in magnetische Energie umgesetzt. Diese wird also dann ebenfalls durch die gestreifte Fläche dargestellt und ist

$$W = \int_0^I i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (9)$$

Wenn dann beim Ausschalten der Strom von  $I$  auf Null abnimmt, so wird die magnetische Energie wieder in Stromwärme umgesetzt. Dies geschieht in der Weise, daß der verschwindende Fluß eine Spannung der Selbstinduktion und diese wieder einen ihr gleichgerichteten Strom erzeugt. Häufig führt dies zu einer Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle, wodurch der Strom noch eine kleine Zeit aufrecht gehalten wird.

Ist die Durchlässigkeit gleichbleibend, also unabhängig von der magnetischen Induktion, so wird die Abhängigkeit des Flusses von den Stromwindungen durch die Gerade in Bild 78 dargestellt. Die magnetische Energie ist wieder gleich der gestreiften Fläche, also gleich dem halben Produkt aus Breite und Höhe. Ist also jetzt  $\Phi$  der Endwert des Flusses beim Strome  $I$ , so wird die magnetische Energie unter Benutzung von Gleichung (3) auf S. 76

$$W = \frac{1}{2} I \cdot w \cdot \Phi \cdot 10^{-8} = \frac{L \cdot I^2}{2} \text{ Joule.} \quad (10)$$

Wir wollen nun die magnetische Energie in Abhängigkeit von der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  und Induktion  $\mathfrak{B}$  darstellen und betrachten dazu einen

Eisenstab vom Querschnitt  $F$  cm<sup>2</sup> und der Länge  $l$  cm. Dieser sei durch die Stromwindungen  $I \cdot w$  nach Bild 67 auf seiner ganzen Länge gleichmäßig magnetisiert. Dann ist für einen beliebigen Zeitpunkt des Einschaltvorganges, wenn  $\mathcal{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  und  $i$  Augenblickswerte darstellen:

$$\mathcal{D} = \mathfrak{B} \cdot F \quad \text{und} \quad i = \frac{\mathfrak{H} \cdot l}{0,4 \pi \cdot w}.$$

Setzen wir diese Werte in Gleichung (9) ein, so wird die magnetische Energie im betrachteten Zeitpunkt

$$W = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{0,4 \pi} \cdot 10^{-8} l \cdot F \text{ Joule.} \quad (11)$$

Da 1 Joule =  $10^7$  Erg. und  $l \cdot F$  der magnetisierte Raum in cm<sup>3</sup> ist, so ist die Energie für die Raumeinheit oder die Energiedichte

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4 \pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (12)$$

Da wir es immer in der Hand haben, den betrachteten Raumteil hinreichend klein zu wählen, so gilt unsere Gleichung auch für ungleichmäßige Magnetisierung. Für unsere unveränderliche Durchlässigkeit nimmt dann Gleichung (12) die Form an:

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{B} \cdot d\mathfrak{B}}{\mu \cdot 4 \pi} = \frac{\mathfrak{B}^2}{8 \pi \mu} = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8 \pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (13)$$

In dem Beispiel der Drosselspule auf S. 77 war z. B. die Länge des Luftraumes  $l = 0,5$  cm. Bei der Windungszahl  $w = 200$  und einem Strom von 20 Amp. ergibt dann Gl. 9 und S. 69 unter Vernachlässigung des Eisenweges die Induktion im Luftraum zu

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi \cdot I \cdot w}{l} = \frac{0,4 \pi \cdot 20 \cdot 200}{0,5} = 10000.$$

Demnach ist die Energiedichte

$$\sigma = \frac{10000 \cdot 10000}{8 \pi} = 0,4 \cdot 10^7 \text{ Erg/cm}^3.$$

Nun war die Fläche des Luftraumes gleich 100 cm<sup>2</sup> und die Länge der Luftstrecke 0,5 cm, also der magnetisierte Luftraum  $V = 100 \cdot 0,5 = 50$  cm<sup>3</sup>. Demnach ist die im Luftraum aufgespeicherte Energie

$$\sigma \cdot V = 0,4 \cdot 50 \cdot 10^7 = 20 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Wir hätten die Energie auch nach Gl. 10 berechnen können. Die Induktivität hatte sich auf S. 77 zu 0,1 Henry ergeben. Demnach ist die Energie

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{0,1 \cdot 20^2}{2} = 20 \text{ Joule.}$$

Ist der magnetische Widerstand des Eisens nicht zu vernachlässigen, so wird außerdem eine geringe Energie im Eisen aufgespeichert, deren Dichte sich unter der Annahme einer gleichbleibenden Durchlässigkeit nach Gl. (13) oder sonst nach Gl. (9) berechnet.

### 31. Der Hub eines Elektromagneten.

Die Gleichung  $A = \int i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$  stellt uns in jedem Falle die zugeführte elektrische Arbeit dar, aber wie im vorigen Abschnitt nur dann die magnetische Energie, wenn keine sonstige Arbeit geleistet wird. Wir wenden uns jetzt zu dem Fall, wo die Änderung des Flusses gleichzeitig mit Leistung einer mechanischen Arbeit verbunden ist, was beim Hub eines Elektromagneten der Fall ist.

Vor dem Hub haben wir einen großen Abstand zwischen den Polen und dem Anker, also einen großen magnetischen Widerstand und daher für einen gegebenen Strom einen verhältnismäßig geringen

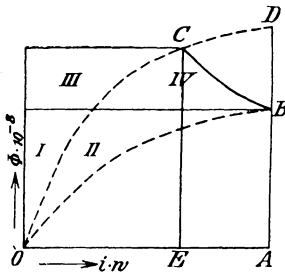


Bild 79. Durchlässigkeit veränderlich  
Arbeits- und Energieflächen eines Gleichstrommagneten.

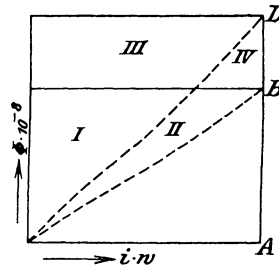


Bild 80. Durchlässigkeit gleichbleibend

magnetischen Fluß. Nach dem Hub ist der Abstand und der magnetische Widerstand kleiner und der Fluß für denselben Strom größer.

Wir untersuchen jetzt den Elektromagneten bei festgehaltenem Anker in der Lage des Ankers vor dem Hub bei verändertem Erregerstrom, tragen den Fluß  $\Phi$  in Abhängigkeit von den Stromwindungen  $i \cdot w$  in Bild 79 ein und erhalten dadurch die untere gestrichelte Kurve. Ebenso untersuchen wir den Elektromagneten nach dem Hub bei gleichbleibender Lage des Ankers und erhalten dadurch die obere gestrichelte Kurve.

Wir betrachten nun zunächst einen Gleichstrommagneten, den wir mit gleichbleibender Klemmenspannung speisen<sup>1)</sup>. Der Strom ist vor und nach dem Hub durch die Spannung und den Widerstand der Wicklung gegeben. Die entsprechende Erregung in Amperewindungen sei gleich  $OA$ . Dieser Erregung entspricht vor dem Hub ein

<sup>1)</sup> Vgl. Emde ETZ 1908 S. 817.

Fluß  $AB$ . Während des Hubes verringert sich der magnetische Widerstand und der Fluß nimmt zu. Diese Zunahme erzeugt eine Spannung, die der Änderung des Stromes entgegenwirkt, also dem Strom und der Klemmenspannung entgegengerichtet ist. Die Stromstärke nimmt daher bei wachsendem Flusse vorübergehend etwas ab. Schließlich stößt der Anker auf die Pole auf und der magnetische Widerstand entspricht dem Zustand nach dem Hube. Der Endpunkt  $C$  der ausgezogenen Kurve  $BC$ , welche die Abhängigkeit des Flusses vom Strom während des Hubes darstellen möge, liegt also auf der oberen gestrichelten Kurve, und  $EC$  ist der Fluß im Zeitpunkt des Aufschlagens. Der Strom wächst dann, wie beim Einschalten mit ruhendem Anker, auf seinen Endwert  $OA$ , wobei die Kurve  $CD$  die Abhängigkeit des Zeitwertes des Flusses vom Zeitwert des Stromes angibt.

Wenn wir die Flächen in Bild 79 mit römischen Buchstaben bezeichnen, ergibt sich die bis zum Aufschlagen des Ankers elektrisch zugeführte Arbeit zu:

$$A = \int_{AB}^{EC} i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} = III + IV.$$

Nun ist nach dem vorigen Abschnitt die magnetische Energie vor dem Hub gleich der Fläche  $I + II$ , und im Zeitpunkt, wo der Anker aufschlägt, gleich der Fläche  $I + III$ , sie hat also während des Hubes um den der Fläche  $III - II$  entsprechenden Betrag zugenommen. Von der Stromquelle wird also nicht nur die Hubarbeit, sondern auch eine der Zunahme der Energie entsprechende Arbeit zugeführt. Wir erhalten dann die Hubarbeit, wenn wir von der zugeführten Arbeit die Zunahme der Energie abziehen. Sie ist gleich der Fläche  $III + IV$ , vermindert um  $III - II$ , also gleich der Fläche  $II + IV$ .

Wir wollen nun annehmen, daß vor die Wicklung ein sehr großer Widerstand geschaltet und die Spannung der Stromquelle entsprechend hoch gewählt werde. Dann ist die Spannung, die während des Hubes durch die Änderung des Flusses erzeugt wird, gegenüber der Spannung der Stromquelle zu vernachlässigen. Der Strom bleibt daher während des Hubes unveränderlich gleich  $OA$ , und die Kurve  $BC$  fällt mit  $BD$  zusammen. Nehmen wir nun weiter eine gleichbleibende Durchlässigkeit an, so erhalten wir Bild 80. Die zugeführte Arbeit, die der Fläche  $III + IV$  entspricht, ist dann doppelt so groß wie die Hubarbeit, die durch die Fläche  $II + IV$  gegeben ist. Ein der Hubarbeit gleicher Betrag wird also für die Erhöhung der magnetischen Energie zugeführt.

Ganz anders liegt die Sache beim Wechselstrommagneten<sup>1)</sup>. Bei diesem ändert sich mit dem Strom auch der Fluß ständig zwischen

1) Vgl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1917 S. 473.

einem positiven und negativen Höchstwert. Dieser ist wie bei einem Transformator in Abschnitt 89 bei kleinem Widerstand der Wicklung durch die Klemmenspannung vorgeschrieben, also unveränderlich. Wenn die Zeit einer Periode des Wechselstromes klein gegenüber der Hubzeit ist, so erreicht der Fluß während der Hubzeit mehrere Male seinen Höchstwert, und jedesmal ist der Abstand zwischen Polen

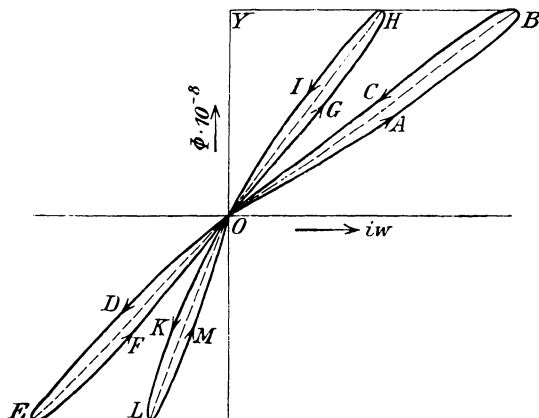


Bild 81. Arbeitsflächen des Wechselstrommagneten.

und Anker geringer geworden. Diesen Abständen, bei denen der Höchstwert auftritt, entsprechen bei festgehaltenem Anker die gestrichelt gezeichneten Magnetisierungskurven  $OB$ ,  $OE$  usw. in Bild 81.

Wir betrachten der Einfachheit wegen nur die vollen Perioden während der Hubzeit. Die Ab-

hängigkeit des Flusses von den Stromwindungen ist dann durch die ausgezogene Kurve  $OABCO D$  usw. gegeben, die in der Folge des Alphabets in Richtung der Pfeile zu verfolgen ist. Entsprechend dem jeweiligen Luftabstand ist der Fluß bei ansteigender Magnetisierung kleiner, bei abfallender Magnetisierung größer als der durch die gestrichelte Kurve gegebene Wert.

Nun ist in der ersten viertel Periode die vom Netz zugeführte elektrische Arbeit, ähnlich wie in Bild 77, gleich der Fläche  $OABY$ . Davon wird in der zweiten viertel Periode die elektrische Arbeit  $BCOY$  wieder ans Netz zurückgegeben. Da der Strom und damit die magnetische Energie am Anfang und Ende gleich Null ist, also keine Arbeit in magnetische Energie umgesetzt wird, so ist die schmale Fläche  $OABCO$  gleich der Hubarbeit in der ersten halben Periode. Die Summe aller schmalen Flächen ist dann die ganze Hubarbeit.

Der Hub beginne und endige jetzt in Zeitpunkten, in denen der Strom und damit die Energie beliebige Werte haben. Dann kann je nach dem zufälligen Anfangs- und Endzustand der Augenblickswert der ständig wechselnden Energie im Zeitpunkt der Beendigung des Hubes größer oder kleiner sein als im Zeitpunkt des Anfanges.

Da der Höchstwert des Flusses und damit der Induktion derselbe bleibt und der Luftraum durch den Hub geringer wird, so ist der Höchstwert der ständig wechselnden Energie nach S. 83 nach

dem Hub kleiner als vor dem Hub. Das bedeutet aber jetzt nicht, daß etwa die Hubarbeit ganz oder teilweise durch Abnahme der Energie gedeckt wird. Vielmehr bedeutet es nur, daß nach dem Hub bei den regelmäßigen Schwingungen kleinere Höchstwerte der Energie erreicht werden als vor dem Hub.

### 32. Die Hystereseis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus. Man läßt dann den magnetisierenden Strom von Null an allmählich zunehmen, wodurch die Feldstärke  $\mathcal{H}$ , die abgesehen von  $0,4 \pi$  gleich der Zahl der Amperewindungen für 1 cm ist, und die magnetische Induktion  $\mathfrak{B}$  gleichzeitig wachsen. Trägt man nun die Feldstärke  $\mathcal{H}$  wagerecht und die Induktion  $\mathfrak{B}$  senkrecht auf, so erhält man die Kurve  $OA$  in Bild 82.

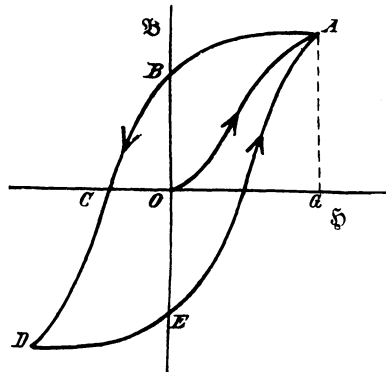


Bild 82. Hysteresisschleife.

Schwächt man nach Erreichung einer willkürlich gewählten größten magnetischen Induktion  $OA = \mathfrak{B}_m$  den magnetisierenden Strom wieder ab, so ist die Induktion für einen gleichen Wert der Feldstärke bei abnehmender Magnetisierung größer als bei ansteigender. Trägt man wieder die Feldstärke wagerecht und die zugehörige magnetische Induktion senkrecht auf, so erhält man die Kurve  $AB$ . Dieses Verhalten des Eisens läßt darauf schließen, daß von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus im Eisen zurückbleibt. Man bezeichnet daher diese Erscheinung als Hystereseis, d. h. als ein Zurückbleiben.

Für eine Feldstärke  $\mathcal{H} = 0$  ist die Induktion bei abnehmender Magnetisierung gleich  $OB$ . Dies ist die Induktion des zurückbleibenden Magnetismus. Hystereseis und zurückbleibender Magnetismus sind also in gewissem Sinne dasselbe. Wir erklären beide Erscheinungen daraus, daß die einmal gerichteten Eisenteilchen infolge der Reibung in ihrer neuen Lage zu verharren suchen.

Keht man nun die Richtung des Stromes um, so ist eine Feldstärke  $OC$  nötig, um den zurückbleibenden Magnetismus zu vernichten. Man sieht deutlich, daß die Eisenteilchen sich einer Umagnetisierung widersetzen. Erst wenn die Feldstärke über  $OC$  hinaus gesteigert wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. Die Kurve  $CD$  entspricht dann wieder der ansteigenden



und die Kurve  $DE$  der abfallenden Magnetisierung.  $OE$  ist wieder der zurückbleibende Magnetismus usw.

Nun ist nach Gleichung (12) auf S. 83 die magnetische Energie für die Raumeinheit

$$\sigma = \int \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3.$$

Da  $\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$  gleich einem der schmalen Flächenstreifen in Bild 83 ist, so ist  $\int \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$  gleich der ganzen gestreiften Fläche. Diese stellt also, durch  $4\pi$  geteilt, den Arbeitsverbrauch in  $\text{Erg/cm}^3$  während der Magnetisierung von Null bis zum Endwert der Induktion dar.

Wenn die Magnetisierung abnimmt, so wird  $d\mathfrak{B}$  und dadurch die Arbeit negativ, d. h. von der Arbeit wird der Teil wiedergewonnen, der durch die Fläche in Bild 84 gegeben ist. Nach Umkehrung des Stromes wird die aufgespeicherte Arbeit wieder positiv und entspricht der Fläche in Bild 85. Davon wird der Betrag wiedergewonnen, der durch die Fläche in Bild 86 dargestellt ist. Daraus folgt:

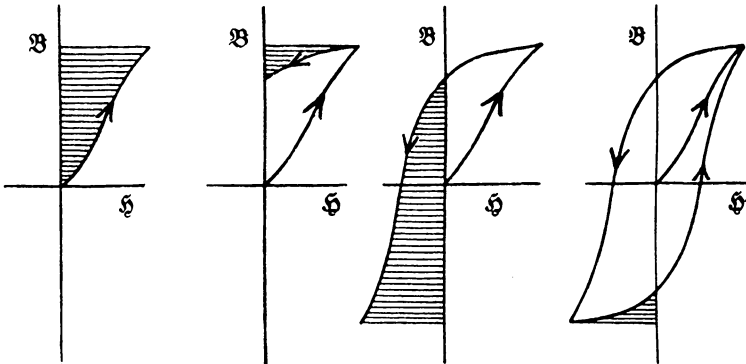


Bild 83.

Bild 84.

Bild 85.

Bild 86.

Arbeit bei Magnetisierung von Eisen, dargestellt durch Flächen.

Die für  $1 \text{ cm}^3$  und für eine Periode zur Ummagnetisierung aufgewendete Arbeit in  $\text{Erg}$  ist gleich dem  $4\pi$ ten Teil der Fläche der Hysteresisschleife. Wie im vorigen Abschnitt wird die Arbeit durch eine Fläche dargestellt.

Wiewohl die Hysteresisfläche für die Erkenntnis des Wesens des Vorganges von Bedeutung ist, so sieht man doch davon ab, den Hysteresisverlust durch Aufnahme der Hysteresisfläche zu ermitteln. Abgesehen davon, daß dieses Verfahren zu zeitraubend ist, hat man es sich zur Regel gemacht, das Eisen unter denselben Verhältnissen zu untersuchen, denen es beim Betriebe unterworfen ist. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch einen Leistungszeiger, in dem die Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft.

Rechnerisch ergibt sich der Hysteresisverlust durch die von Steinmetz gefundene Beziehung, daß der Arbeitsverlust für die Raumeinheit und für eine Periode proportional der 1,6ten Potenz der größten magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}_m$  ist. Ist  $\eta$  eine gleichbleibende Ziffer, die für die einzelnen Arten des Eisens verschieden ist, und  $V$  der Rauminhalt des Eisens in  $\text{cm}^3$ , so ist die Arbeit in Erg für  $1 \text{ cm}^3$ :

$$\frac{A}{V} = \eta \cdot \mathfrak{B}_m^{1,6} \text{ Erg/cm}^3. \quad (14)$$

Das Steinmetzsche Gesetz hat sich bis zu einer größten Induktion  $\mathfrak{B}_m = 7000$  als wesentlich richtig ergeben.  $\eta$  liegt bei den gebräuchlichen Eisenblechen zwischen 0,001 und 0,004.

Ist  $G$  das Eisengewicht in kg, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 der magnetisierte Raum zu  $V = G \cdot 1000/7,7 \text{ cm}^3$ . Da  $1 \text{ Erg/sek} = 10^{-7} \text{ Watt}$  ist, so wird die bei  $f$  Perioden in der Sekunde aufgewendete Leistung:

$$N = \eta \cdot \mathfrak{B}_m^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot f \cdot 10^{-7} \text{ Watt}. \quad (15)$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Steinmetzschen Ziffer  $\eta$  mehr ab. Wenn man nämlich in der üblichen Weise den Verlust durch Ummagnetisierung mit Wechselstrom bestimmt, so mißt man die Summe aus dem Hysteresisverlust und dem gleichzeitig auf tretenden Wirbelstromverlust (vgl. Abschn. 33). Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Verbrauch in Watt für ein Kilogramm Eisen bei 50 Perioden in der Sekunde und bei einer größten Induktion von 10000 Gauß anzugeben. Diese Verlustziffer ist bei den gebräuchlichen Eisenblechen von 0,5 mm Stärke 3 bis 4 Watt für ein Kilogramm Eisen. Durch Verwendung von siliziumhaltigen Eisenblechen, sog. legierten Blechen, läßt sich der Verlust wesentlich herabsetzen.

Wenn das Eisen längere Zeit einer höheren Temperatur ausgesetzt wird, so nimmt die Verlustziffer bei den gewöhnlichen Blechen zu (Altern des Eisens). Bei siliziumhaltigen Blechen bleibt die Verlustziffer jedoch ungeändert.

### 33. Wirbelströme.

Unter Wirbelströmen versteht man Ströme, die nicht in einer vorgeschriebenen Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Sie entstehen z. B., wenn ein magnetisches Feld starke Leiter schneidet. Die Ströme lassen sich in ihrer Bahn nicht genau verfolgen, jedoch läßt sich so viel sagen, daß die Spannung, von der sie erzeugt werden, senkrecht zur Richtung der magnetischen Induktion und senkrecht zur Bewegungsrichtung steht. Ist z. B. eine Kupferwindung, wie im oberen Teil in Bild 87, auf eine

ungeteilte Eisentrommel gewickelt, und wird diese so gedreht, daß der obere Leiter aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faradaysche Regel, daß die im Draht erzeugte Spannung in Richtung des Pfeiles wirkt. Eine gleiche Spannung wird aber auch in dem darunter liegenden Eisen erzeugt. Infolgedessen entstehen im Eisen Ströme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes, sehr erheblich sind. Diese würden eine starke Erwärmung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Bild 87 als einen kurzgeschlossenen Stromerzeuger betrachtet, in welchem der erzeugte Strom der Bewegung entgegenwirkt und daher einen Arbeitsverlust verursacht.

Man kann den Arbeitsverbrauch durch Wirbelströme in einfacher Weise dadurch zeigen, daß man eine Kupferscheibe zwischen den Polen eines anfangs noch nicht erregten Elektromagneten hin- und herschwingen läßt. Sobald der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die erzeugten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die Energie der Bewegung setzt sich dabei in Stromwärme im Kupfer um.

Da Wirbelströme unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit bedeuten, so wird es notwendig, den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammenzusetzen, wie es der untere Teil des Ankers in Bild 87 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre

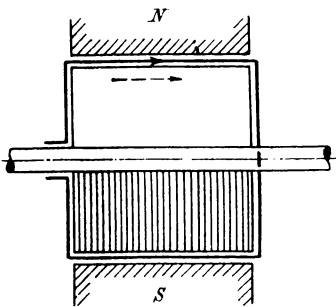


Bild 87.

Ungeteilte bzw. geblättern Eisentrommel.

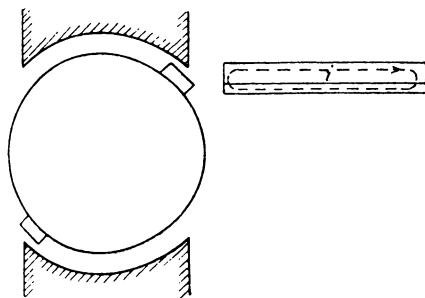


Bild 88.

Wirbelströme in starken Leitern.

Oxydschicht oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander getrennt. Allgemein gilt die Regel, daß man das Eisen senkrecht zu dem Leiter zu unterteilen hat, in welchem eine Spannung erzeugt wird.

Bei Maschinen mit Nutenankern ist es meist auch nötig, die Polschuhe aus Blechen zusammenzusetzen. Der magnetische Fluß hat das Bestreben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen, und wird durch den Zahn, der aus der Polecke austritt, zeitweise mitgenommen. Bei dieser Bewegung des Flusses werden Wirbelströme in den Polecken

erzeugt. Ferner ergibt sich, daß auch unter der Polfläche Wirbelströme auftreten können, da die magnetische Induktion im Poleisen gegenüber dem Zahn größer ist als gegenüber der Nut und die Orte der größten und kleinsten Induktion sich bei der Drehung verschieben.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, wie Bild 88 in übertriebener Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise die eine Kante des Stabes noch im magnetischen Feld, während die andere Kante sich nicht mehr im Bereiche des Poles befindet. Der von der Seite gesehene Stab ist auf der rechten Seite des Bildes herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters erzeugte Spannung bewirkt in diesem Teile des Leiters einen Strom, der in der Hauptsache durch die Stirnverbindungen und das äußere Netz weiterfließt, sich aber zum Teil in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst schließt. In Wirklichkeit ergibt sich im unteren Teil des Leiters keine Umkehrung der Stromrichtung, sondern eine kleinere Stromdichte.

Man vermeidet die Wirbelströme im Ankerkupfer dadurch, daß man die Polecken abschrägt oder abrundet oder den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des Feldes.

Bei den gegenwärtig allgemein verwendeten Nutenankern ist die Wirbelstrombildung im Ankerkupfer indessen ohnehin sehr gering. Der Fluß verläuft nach Bild 153 fast vollständig durch die Zähne des Ankers und wird, wie wir es oben bereits bei Betrachtung der Polecke sahen, bei der Drehung teilweise mitgenommen und dadurch gedehnt. Schließlich schneidet das Feld mit großer Geschwindigkeit durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und erzeugt in allen Teilen des Ankerleiters dieselbe Spannung, so daß die Bildung von Wirbelströmen ausgeschlossen ist.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von großem Vorteil. So beruht die Wirkung von Wirbelstrombremsen auf der magnetischen Kraft, die von den Polen eines Elektromagneten auf die bei der Bewegung in einer Eisenscheibe erzeugten Wirbelströme ausgeübt wird.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Dämpfung von Meßgeräten, indem man den beweglichen Magneten innerhalb eines Vollkörpers aus Kupfer aufhängt. Der Magnet stellt sich dann, ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Meßgerät aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, dämpft man die Bewegung dadurch, daß man die Spule kurz schließt. Sie wird dann durch die Ströme, die bei den Schwingungen in ihr erzeugt wer-

den, oft augenblicklich zur Ruhe gebracht. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen zu tun, die in der Längsrichtung eines Drahtes fließen.

## Sechster Teil.

### 34. Elektrische Induktion.

Ähnlich wie wir die Umgebung eines Magneten als ein magnetisches Feld ansahen, das von Kräften erfüllt ist, sehen wir auch die Umgebung eines statisch geladenen Körpers oder eines von Elektrizität durchströmten Leiters als ein elektrisches Feld an, das von Kräften erfüllt ist. Das Feld ist bei den Spannungen, wie sie bei Gleichstrom üblich sind, allerdings sehr schwach gegenüber dem Feld, mit dem man bei der statischen Elektrizität zu tun hat. Bei den hohen Wechselstromspannungen, die neuerdings vielfach verwendet werden, nähert man sich indessen den Verhältnissen, wie sie bei Versuchen mit Influenzmaschinen vorkommen.

Die Kräfte des Feldes zeigen sich z. B. darin, daß kleine leichte Körper von einem Glas- oder Harzstab, der durch Reibung elektrisch geworden ist, angezogen werden, ferner darin, daß die Träger ungleichnamiger Elektrizitätsmengen sich anziehen und gleichnamiger Elektrizitäten sich abstoßen. Weiter zeigen sie sich darin, daß die Luft oder ein anderes trennendes Mittel bei genügend hoher Spannung durchschlagen wird. Endlich ist auch jeder elektrische Strom in einem Leiter auf die Wirkung eines elektrischen Feldes zurückzuführen.

Wie beim magnetischen Feld haben wir auch beim elektrischen Feld eine Induktion und eine Feldstärke zu unterscheiden.

Die elektrische Induktion messen wir durch den Stromstoß, der beim Entstehen oder Verschwinden des elektrischen Feldes scheinbar durch die Flächeneinheit des Dielektrikums hindurchgeht. Wenn wir z. B. den Kondensator in Bild 89 laden, so fließt von der positiven Klemme der Stromquelle positive Elektrizität nach der rechten Platte und negative Elektrizität von der negativen Klemme der Stromquelle nach der linken Platte. Der letztere Vorgang ist gleichbedeutend damit, daß positive Elektrizität, wie gezeichnet, von der linken Platte zur negativen Klemme der Stromquelle zurückfließt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, bei dem die Elektrizität trotz der Unterbrechungsschicht des Kondensators durch den ganzen Stromkreis fließt. Der wirkliche Strom in der Zuleitung findet dabei seine Fortsetzung in dem sog. Verschiebungsstrom in der Zwischenschicht. Ist die Ladung beendet, ist der Verschiebungsstrom Null. Besonders auffallend ist die Erscheinung des

Verschiebungsstromes, wenn wir eine Wechselstromquelle an ein unbelastetes, also offenes Kabel legen. Dann fließt in das Kabel dauernd ein ziemlich starker Strom, obwohl keine Verbraucher angeschlossen sind und der Isolationswiderstand überaus groß ist.

Wir messen nun durch den Stromstoß in einem eingeschalteten Meßgerät die bei der Ladung oder Entladung des Kondensators in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge und teilen sie durch die zum Verschiebungsstrom senkrechte Fläche der Zwischenschicht. Dann erhalten wir die sog. elektrische Induktion oder elektrische Verschiebung im Dielektrikum. Sie wird in Coulomb/cm<sup>2</sup> gemessen und mit  $\mathfrak{D}$  bezeichnet. Eine anschauliche Vorstellung von der Induktion gewinnen wir, wenn wir parallel zur Plattenfläche des Kondensators eine Querschnittsfläche durch die Zwischenschicht legen und diese links mit negativer, rechts mit positiver Elektrizität belegt denken. Die Ladung für die Flächeneinheit in Coulomb/cm<sup>2</sup> ist dann die elektrische Induktion.

Die elektrische Induktion hat ebenso wie die magnetische Induktion eine bestimmte Richtung im Raume, die mit der Kraft- richtung zusammenfällt. Verschiedene Induktionen an derselben Stelle sind also geometrisch zur Gesamtinduktion zusammenzuzählen.

Über die elektrischen Feldlinien und Röhren gilt dasselbe wie über die magnetischen, mit dem einzigen Unterschied, daß die elektrischen Feldlinien und Röhren an positiv geladenen Flächen beginnen und an negativ geladenen endigen, während die magnetischen Feldlinien und Röhren in sich geschlossen sind.

Der elektrische Induktionsfluß oder Verschiebungsfluß ist das Produkt aus einer Fläche und der zur Fläche senkrechten Komponente der Induktion. Er ergibt sich im Dielektrikum, wie der magnetische Fluß, als quellenfrei, ist also für jeden Querschnitt einer Röhre derselbe. Da die Induktion in Coulomb/cm<sup>2</sup> gemessen wird, so ist die Einheit des elektrischen Flusses 1 Coulomb.

10<sup>-6</sup> Coulomb werden als 1 Mikrocoulomb bezeichnet. Ist  $\mathfrak{D}$  die Induktion und  $\alpha$  der Winkel, den die Senkrechte auf der Fläche  $dF$  mit der Induktion bildet, so ist der Fluß

$$Q = \int \mathfrak{D} \cdot dF \cdot \cos \alpha \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Während wir beim Magnetismus für die Poleinheit den Fluß  $4\pi$  erhielten, haben wir jetzt der Einheit der Elektrizitätsmenge willkürlich die Einheit des Flusses zugeordnet. Wir können dann nicht nur den Fluß und die Elektrizitätsmenge in demselben Maß, also in Coulomb, messen und mit demselben Buchstaben bezeichnen, sondern

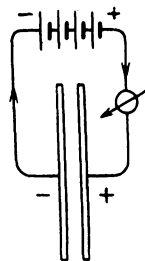


Bild 8'. Ladung eines Kondensators.

wir haben vor allen Dingen den großen Vorteil, daß nun der elektrische Fluß durch eine Fläche vollständig die Stelle der Elektrizitätsmenge, mit der man früher arbeitete, einnimmt. Anstatt der Vorstellung, daß eine Elektrizitätsmenge auf der Oberfläche eines isolierten Leiters angesammelt wird, tritt jetzt unmittelbar die Anschauung, daß in der Umgebung, dem aus Nichtleitern bestehenden sogenannten Dielektrikum, ein elektrischer Fluß vorhanden ist. Auf diese Weise machen wir wirklich Ernst mit der Faradayschen Anschauung, daß alle Vorgänge, z. B. die Ladung oder Entladung eines Kondensators, im Dielektrikum vor sich gehen. Die isolierten Leiter behalten allerdings die wichtige Eigenschaft, daß sie die Ausgangsstellen für den elektrischen Fluß sind und dies auch bleiben, wenn sie im Raume verschoben werden.

Der sog. Verschiebungsstrom als die Änderung der Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit ist jetzt bestimmt als die Änderung des durch das Dielektrikum tretenden Flusses in der Zeiteinheit. Er ergibt sich also zu

$$i = \frac{dQ}{dt} \text{ Amp.} \quad (2)$$

Dieser Strom übt dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein geschlossener Kreisstrom. Denken wir also in Bild 90 durch das Dielektrikum eine gestrichelt umrandete Fläche gelegt, so ist nach dem Durchflutungsgesetz die magnetische Spannung  $\int \mathfrak{H} dl$  längs der geschlossenen, gestrichelten Kurve proportional dem die Fläche durchfließenden Verschiebungsstrom, d. h. proportional der Änderung des elektrischen Flusses in der Zeiteinheit. Damit ist die Übereinstimmung der Vorgänge im magnetischen und elektrischen Feld vollkommen. Längs einer geschlossenen Kurve ist die elektrische Spannung proportional der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten magnetischen Flusses, die magnetische Spannung proportional der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten elektrischen Flusses. Wir gehen nun zu einfachen Beispielen über.

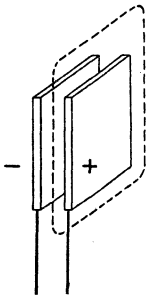


Bild 90. Durchflutung durch die gestrichelt umrandete Fläche bei Ladung oder Entladung.



Bild 91. Feldlinien des Plattenkondensators.

Bei einem Plattenkondensator sind die elektrischen Feldlinien unter Vernachlässigung der Randwirkung nach Bild 91 überall gleichgerichtet. Die Induktion  $\mathfrak{D}$  ist dann überall dieselbe und der Fluß oder die Ladung  $Q$  ergibt sich bei der einseitigen Plattenfläche  $F$  cm<sup>2</sup> zu

$$Q = \mathfrak{D} \cdot F \text{ Coulomb.} \quad (3)$$

Ist z. B. die einseitige Fläche eines Plattenkondensators gleich 1000 cm<sup>2</sup> und die Ladung gleich 3 Mikro-

coulomb =  $3 \cdot 10^{-6}$  Coulomb, so ist die elektrische Induktion im Dielektrikum

$$\mathfrak{D} = \frac{Q}{F} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{1000} = 0,003 \cdot 10^{-6} \text{ Coulomb/cm}^2.$$

Bei einem Röhrenkondensator, also z. B. einem gleichachsigen Kabel (Bild 92) ist die Induktion unter Vernachlässigung der Randwirkung auf einer durch das Dielektrikum gelegten Zylinderfläche überall dieselbe. Ist  $l$  die Länge des Kondensators in cm und  $r$  der Halbmesser der Zylinderfläche in cm, so ist die Fläche gleich  $2r\pi \cdot l$ . Bei einem Flusse oder einer Ladung  $Q$  ist dann die Induktion im Abstand  $r$  von der Achse:

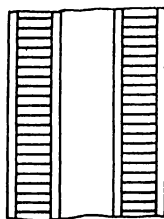


Bild 92. Feldlinien des Röhrenkondensators.

$$\mathfrak{D} = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2r\pi \cdot l} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (4)$$

Ist z. B. die Länge eines gleichachsigen Kabels  $2 \text{ km} = 2 \cdot 10^5 \text{ cm}$  und der äußere Halbmesser des inneren Leiters gleich  $1 \text{ cm}$ , so wird bei einer Ladung von  $0,0025 \text{ Coulomb}$  die Induktion auf der Oberfläche des inneren Leiters

$$\mathfrak{D} = \frac{Q}{2r\pi l} = \frac{0,0025}{2 \cdot 1 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,002 \cdot 10^{-6} \text{ Coulomb/cm}^2.$$

Gleichung (4) gilt auch für die Induktion in der Entfernung  $r \text{ cm}$  von einem einzelnen, unendlich dünnen geraden Leiter.

Bei einem Kugelkondensator wird die Induktion im Abstand  $r \text{ cm}$  vom Mittelpunkt

$$\mathfrak{D} = \frac{Q}{4r^2\pi} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (5)$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich für die Induktion im Abstand  $r \text{ cm}$  von einem punktförmigen, mit der Elektrizitätsmenge  $Q \text{ Coulomb}$  geladenen Körper im gleichförmigen Mittel. Wir müssen dabei annehmen, daß keine Leiter in der Nähe sind, welche die gleichmäßige Ausstrahlung der Feldlinien in den umgebenden Raum stören. Die Feldlinien endigen dann grundsätzlich im Unendlichen auf einer entgegengesetzt geladenen inneren Kugelfläche. Tatsächlich finden sie allerdings ihr Ende an entgegengesetzten Ladungen der Zimmerwände, was jedoch die Verteilung in der Nähe des punktförmigen Körpers nicht wesentlich beeinflusst.

Die Feldlinien zweier punktförmiger, entgegengesetzt gleicher Ladungen können wir in derselben Weise zeichnen wie die magnetischen Feldlinien zweier punktförmiger Pole in Bild 38.

Wir ermitteln nun die Feldlinien zweier entgegengesetzt geladener gerader Leiter von unendlicher Länge und unendlich



kleinem Querschnitt, welche in Bild 93 die Papierebene in  $A$  und  $B$  senkrecht durchsetzen. Die Punkte  $C$  und  $D$  mögen auf einer Feldlinie liegen, die bei ihrer Verschiebung in der Längsrichtung der Leiter

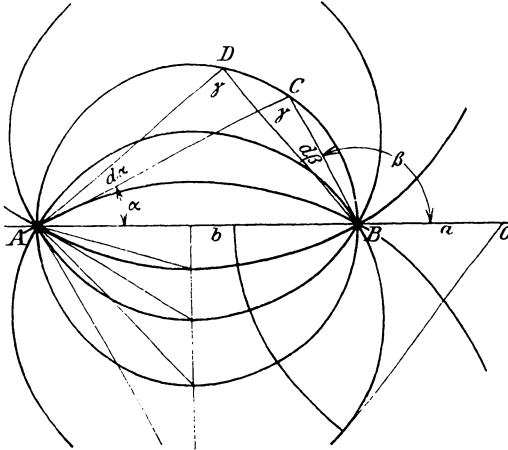


Bild 93. Feldlinien zwischen unendlich dünnen Leitern.

die Wandung einer elektrischen Röhre beschreibt. Wächst in Bild 93  $\alpha$  um  $d\alpha$ , so wächst  $\beta$  um  $d\beta$ . Nun geht durch die Wandung von der Breite  $CD$  kein Fluß hindurch, d. h. von  $A$  und  $B$  gehen zwei entgegengesetzt gleiche Flüsse durch  $CD$ . Daraus folgt:  $d\beta = d\alpha$ , oder wenn wir die Unveränderliche bei der Integration gleich  $\gamma$  setzen:  $\beta = \alpha + \gamma$ . Der Winkel  $\gamma$  an der Spitze ist also unveränderlich, d. h. die

elektrische Feldlinie ist ein Kreisbogen über  $AB = b$ .

Wir wollen nun das ganze Feld in Röhren gleichen Flusses zerlegen. Wir ziehen dazu von  $A$  aus in gleichem Abstand eine Reihe von Strahlen und schlagen durch  $A$  und  $B$  eine Reihe von Kreisen, deren Mittelpunkte die Schnittpunkte der Strahlen mit der Mittelsenkrechten auf  $AB$  sind. Die Kreise sind, wie oben abgeleitet wurde, elektrische Feldlinien. Wenn wir sie in Richtung der Leiter verschieben, bildet der Raum zwischen je zwei aufeinander folgenden Kreisen eine Feldröhre. Da die Tangenten an alle Kreise in  $A$  oder  $B$  gleiche Winkel miteinander bilden, so ist der Fluß aller Röhren derselbe. Natürlich hätten wir die Feldlinien auch unter entsprechender Änderung der Zeichnung, ähnlich wie in Bild 38 ermitteln können.

Nun hat das Quadrat der Tangenten  $r$ , die von ein und demselben Punkte  $O$  der Verlängerung von  $AB$  an die Kreise gezogen werden, für alle Kreise denselben Wert

$$r^2 = a(a + b). \quad (6)$$

Ein Kreis um  $O$  mit der Tangente als Halbmesser schneidet also alle Feldlinien rechtwinklig.

Wir nehmen nun die Tatsache voraus, daß die Feldlinien stets senkrecht zur Leiteroberfläche gerichtet sind und man daher jede zu ihnen senkrechte Fläche im Dielektrikum durch eine Leiteroberfläche ersetzen kann. An der Verteilung der Feldlinien außen wird also nichts geändert, wenn wir

die Oberfläche des Zylinders, dessen Halbmesser gleich dem Halbmesser des Kreises um  $O$  ist, durch eine gleiche metallische Fläche ersetzen, d. h. wenn der Zylinder um  $O$  die Oberfläche eines Drahtes ist. Man muß dann allerdings die Feldlinien im Innern des Zylinders wegnehmen, da sich die Ladung nur an der Oberfläche eines metallischen Leiters befindet und das Feld im Innern gleich Null ist.

Dadurch haben wir nun ein Mittel, um die Röhren beiendlichem Querschnitt der Leiter darzustellen. Wir ersetzen dazu in Bild 94 und 95 unsere Leiter durch zwei Leiter von unendlich dünnem Querschnitt und verlegen sie nach den noch näher zu bestimmenden

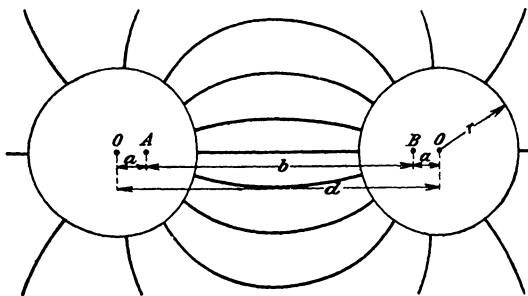


Bild 94. Feldlinien zweier Drähte von gleichem Halbmesser.

»elektrischen Achsen«  $A$  und  $B$ . Für die Leiter von unendlich dünnem Querschnitt haben wir dann die Zeichnung nach Bild 93 auszuführen. Die Feldlinien werden dabei wieder Kreise, die durch  $A$  und  $B$  gehen.

Die Halbmesser  $r$  beider Drähte seien zunächst einander gleich. Die Mittelpunkte sind mit  $O$  und der Abstand der Mittelpunkte mit  $d$  bezeichnet. Wie in Bild 93 sei  $a$  der Abstand der elektrischen Achsen vom Mittelpunkt und  $b$  der Abstand beider Achsen voneinander.

Da nach Bild 94  $b = d - 2a$  ist, so nimmt Gl. (6) die Form an

$$r^2 = a(d - a) \quad \text{d. h.} \quad a^2 - ad + r^2 = 0.$$

Wenn wir für  $a$  auflösen, erhalten wir

$$a = \frac{d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - r^2}. \quad (7)$$

Ist z. B. der Halbmesser  $r = 0,4$  cm und der Abstand der Leitermitten  $d = 32$  cm, so ist der Abstand  $a$  der elektrischen Achse von der Leitermitte

$$a = 16 - \sqrt{256 - 0,16} = 0,005 \text{ cm.}$$

Wie das Beispiel zeigt, kann man in den Fällen, in denen der Halbmesser klein ist gegenüber dem Abstand, die elektrischen Achsen mit den Leitermitten zusammenfallen lassen.

Sind die Halbmesser nach Bild 95 ungleich, so ist nach Gl. (6)

$$\begin{aligned} r_1^2 &= a_1(a_1 + b) & r_2^2 &= a_2(a_2 + b). \\ a_1 + a_2 + b &= d. \end{aligned}$$

Aus diesen drei Gleichungen lassen sich die Unbekannten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $b$

berechnen. Auch hier kann man bei großem Leiterabstand  $a_1$  und  $a_2$  gleich Null setzen.

Wir bestimmen schließlich die Feldlinien zwischen einer ebenen leitenden Fläche und einem zu ihr gleichgerichteten, entgegengesetzt

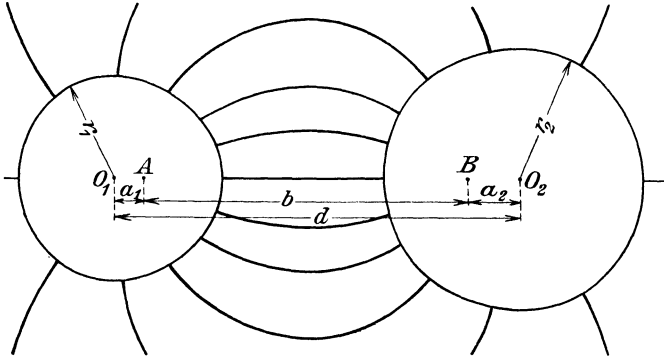


Bild 95. Elektrische Feldlinien zweier Drähte von ungleichem Halbmesser.

geladenen geraden Leiter. Da die Feldlinien auf der Ebene senkrecht stehen, so können wir diese durch die Ebene ersetzen, die in Bild 93 durch die Mitte von  $AB$  geht und auf allen Feldlinien senkrecht steht. Wir zeichnen also das Spiegelbild des Leiters in bezug auf die leitende Ebene und verfahren dann nach Bild 94.

### 35. Elektrische Feldstärke.

Wenn wir einen elektrisch geladenen Leiter im elektrischen Felde bewegen, leisten wir eine mechanische Arbeit. Diese ist positiv, solange die Bewegung entgegen der vom Feld auf den Leiter ausgeübten Kraft gerichtet ist, und negativ, solange sie in Richtung der Kraft erfolgt. Wie bei der Bewegung eines Poles im magnetischen Feld ist die Arbeit unabhängig vom Weg und nur durch die Lage des Anfangs- und Endpunktes gegeben. Wir schreiben daher auch dem elektrischen Feld ein Potential zu und bestimmen dieses in einem Punkte des Feldes als die Arbeit, die nötig ist, um die positive Einheit der Elektrizität aus dem Unendlichen dorthin zu schaffen.

Die Arbeit, die wir bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge zwischen zwei Punkten des Feldes leisten, ist dann gleich dem Potentialunterschied oder der elektrischen Spannung zwischen beiden Punkten. Messen wir die Arbeit in Joule und die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so erhalten wir die Spannung in Volt.

Teilen wir die Arbeit, die wir zwischen zwei unendlich nahe gelegenen Punkten bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge entgegen der Krafrichtung des Feldes leisten, durch den Weg, so erhalten wir die elektrische Feldstärke. Sie ist also bestimmt als

die elektrische Spannung für die Längeneinheit und wird in Volt/cm gemessen. Ist  $dE$  die Spannung in Volt und  $dl$  die Weglänge in cm, so ergibt sich die elektrische Feldstärke zu

$$\mathcal{E} = \frac{dE}{dl} \text{ Volt/cm.} \quad (8)$$

Ein Plattenkondensator mit einem Plattenabstand  $l = 0,1$  cm werde z. B. zu einer Spannung von 110 Volt geladen. Die Feldstärke im Dielektrikum, die beim Plattenkondensator gleichförmig ist, ergibt sich dann als die Spannung für die Längeneinheit zu.

$$\mathcal{E} = \frac{E}{l} = \frac{100}{0,1} = 1000 \text{ Volt/cm.}$$

Dabei ist es gleichgültig, wie groß die Platten sind und aus welchem Stoffe die Zwischenschicht besteht.

Die Gleichung (8) gilt nicht nur für Nichtleiter, sondern ebenso wohl für durchströmte Leiter. In dem Kreis eines Stromerzeugers ist die erzeugte Spannung  $E = \int \mathcal{E} dl$  die Summe aus zwei Spannungen. Von diesen wird die eine im inneren Ohmschen Widerstand des Stromerzeugers längs der ganzen inneren Drahtwicklung verbraucht. Da der innere Spannungsverlust bei großer Länge des Weges immer sehr klein ist, so ist die Feldstärke, d. h. die Spannung für die Längeneinheit, im Draht sehr klein. Die andere Spannung ist die Klemmenspannung. Diese können wir entweder als die Spannung an einer im Dielektrikum verlaufenden elektrischen Feldlinie auffassen, oder als die Spannung, die im äußeren Kreise, z. B. in der Drahtwicklung eines Spannungszeigers, verbraucht wird. Wir nehmen also auch in den äußeren metallischen Leitern, sobald sie vom Strom durchflossen werden, ein elektrisches Feld an, das die Richtung des Stromes hat.

Die obige Festsetzung der Feldstärke als Spannung für die Längeneinheit macht es uns sofort verständlich, daß die Beanspruchung der verschiedenen Isolierstoffe auf Durchschlagen von der Feldstärke abhängt.

Da die Arbeit für die Längeneinheit gleich einer Kraft ist, so kann die Feldstärke auch als die Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge bezeichnet und als solche gemessen werden. Dies kann z. B. durch die Beobachtung der Schwingungszahl eines kleinen elektrischen Kompasses geschehen, der aus zwei isoliert auf einer Achse befestigten und entgegengesetzt geladenen Metallkugeln besteht. Allerdings erhalten wir die Feldstärke, wenn die Kraft in Dyn gemessen wird und als Einheit der Elektrizitätsmenge 1 Coulomb gewählt wird, nicht in Volt/cm. Vielmehr ergibt sich

$$1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb} \times \text{cm}} = \frac{10^7 \text{ emdyn}}{\text{Coulomb} \times \text{cm}} = \frac{10^7 \text{ Dyn}}{\text{Coulomb}}. \quad (9)$$

Die Richtung der Feldstärke kann durch einen elektrischen Kompaß bestimmt werden. Sie läßt sich auch durch Hineinstreuen eines feinen Pulvers in das Feld ermitteln, ähnlich wie man die Richtung eines magnetischen Feldes durch Eisenfeilspäne feststellt.

Abgesehen von elektrischen Feldern in Kristallen ist die Richtung der Feldstärke dieselbe wie die der Induktion. Wenn wir also in Richtung der Feldstärke weiterschreiten, beschreiben wir dieselben Feldlinien, die wir bei der Induktion kennen gelernt haben.

Über die Niveauflächen gilt dasselbe wie im magnetischen Feld. Sie sind beim Plattenkondensator Ebenen, die den Flächen der Platten gleichgerichtet sind, beim Zylinderkondensator Zylinderflächen und beim Kugelkondensator Kugelflächen. Für zwei punktförmige ungleichnamige Elektrizitätsmengen erhalten wir dieselben Niveauflächen wie in Bild 40. Bei zwei geraden, entgegengesetzt geladenen runden Leitern sind sie nach Bild 93 Zylinderflächen, die aber nicht denselben Mittelpunkt haben.

Da sich eine Spannung in Leitern erster Klasse, zu denen alle Metalle gehören, sofort ausgleicht, so haben solche Leiter im elektrischen Feld an allen ihren Punkten dasselbe Potential, d. h. die Oberfläche ist eine Niveaufläche, und die Kraft ist an

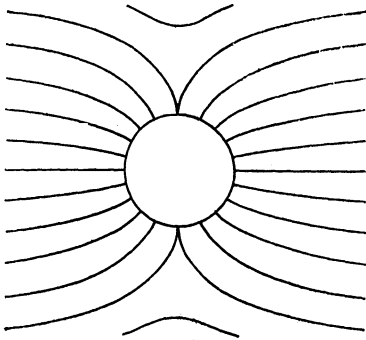


Bild 96.  
Leiter im gleichförmigen elektrischen Feld.

allen Punkten der Oberfläche genau senkrecht zu dieser gerichtet. Wenn wir also einen metallischen Leiter in Bild 96 in ein bisher gleichförmiges Feld bringen, so drängen sich die Feldlinien nach dem Leiter hin zusammen. Wir erhalten ein ähnliches Bild wie beim Eisen im magnetischen Feld (Bild 45), nur mit dem Unterschied, daß die Feldlinien jetzt genau senkrecht eintreten. Da die Leiteroberfläche überall dasselbe Potential besitzt, so stellt sie einen vollständigen Kurzschluß für die Feldlinien dar.

Die Spannung zwischen zwei Punkten der Oberfläche und damit die Feldstärke im Innern ist Null, und zwar auch dann, wenn das Innere hohl ist. Dies ist der Grund, weshalb die Feldlinien an der einen Seite endigen, die dadurch negative Ladung erhält, und an der anderen Seite, die dadurch positive Ladung erhält, neu entspringen. Diese Erscheinung wurde früher als Influenz bezeichnet.

### 36. Elektrische Induktion und Feldstärke.

Im Gegensatz zum magnetischen Feld ergibt der Versuch im elektrischen Feld nicht nur für die Luft, sondern auch für jedes

andere Isoliermittel ein festes Verhältnis zwischen Induktion und Feldstärke. Da die Einheiten für beide willkürlich gewählt sind, so können wir nicht erwarten, daß beide, wie beim magnetischen Feld in der Luft, zahlenmäßig gleich werden. Ihre Beziehung ergibt sich vielmehr mit Hilfe der sog. statischen und absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge und deren Beziehung zum Coulomb.

Die statische Einheit der Elektrizitätsmenge ist die, welche in der Luft auf die gleiche Elektrizitätsmenge in 1 cm Entfernung die Kraft 1 Dyn ausübt.

Die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge ist die, welche bei der absoluten Einheit der Spannung (vgl. S. 57) die Arbeit 1 Erg ergibt. Sie ist nach Maxwells Versuchen  $3 \cdot 10^{10}$  mal so groß wie die statische Einheit. Da  $3 \cdot 10^{10}$  die Lichtgeschwindigkeit  $v$  in cm/sek ist, so schloß Maxwell, daß das Licht eine elektromagnetische Erscheinung ist, was viele Jahre später durch die Hertzschen Versuche bestätigt wurde. Ein bemerkenswertes Licht auf das Verhältnis der absoluten und statischen Einheit fällt auch durch den Versuch von Rowland. Erteilt man einem Kreisring, der auf jedem Zentimeter des Umfangs mit der statischen Einheit der Elektrizitätsmenge geladen ist, eine Umfangsgeschwindigkeit  $v = 3 \cdot 10^{10}$  cm/sek, so übt der Ring dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein Kreisstrom von der absoluten Einheit der Stromstärke.

Nun ist 1 Coulomb die Elektrizitätsmenge, die mit 1 Volt =  $10^8$  absoluten Einheiten der Spannung die Arbeit 1 Joule =  $10^7$  Erg ergibt. Daraus folgt:

$$1 \text{ Coulomb} = 10^7 \cdot 10^{-8} = 10^{-1} \text{ abs. Einh.} = 10^{-1} \cdot v \text{ stat. Einh.}$$

Die Kraft, die im Abstand 1 cm von der punktförmigen Elektrizitätsmenge 1 Coulomb auf 1 Coulomb ausgeübt wird, ist dann  $(10^{-1} \cdot v)^2$  Dyn, d. h. die Feldstärke ist dort  $10^{-2} \cdot v^2$  Dyn/Coulomb. Die Feldstärke in Volt/cm ist dann nach Gl. (9)

$$\mathcal{E} = 10^{-7} \cdot v^2 \cdot 10^{-2} = v^2 \cdot 10^{-9} \text{ Volt/cm.}$$

Andererseits ist der Fluß, den die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb aussendet, gleich 1. Auf einer Kugelfläche vom Halbmesser 1 cm, in deren Mittelpunkt sich die Ladung 1 befindet, d. h. in 1 cm Entfernung von der Einheit, ist also die Induktion

$$\mathcal{D} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{4\pi \text{ cm}^2}.$$

Demnach erhalten wir für die Luft die allgemein gültige Beziehung

$$\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{E}} = \frac{10^9}{4\pi \cdot v^2} \quad \text{d. h.} \quad \mathcal{D} = \frac{10^9}{4\pi v^2} \cdot \mathcal{E} \frac{\text{Coulomb}}{\text{cm}^2}. \quad (10)$$

Laden wir z. B. einen plattenförmigen Luftkondensator von einem Plattenabstand  $l = 0,1$  cm zu einer Spannung  $\mathcal{E} = 100$  Volt, so

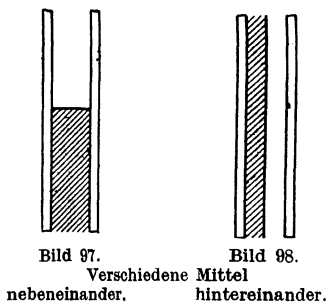
ist die Feldstärke oder die Spannung für 1 cm, wie auf S. 99  $\mathcal{E} = E/l = 1000 \text{ Volt/cm}$ . Demnach ist die Induktion oder der Fluß durch die Flächeneinheit

$$\mathfrak{D} = \frac{10^9}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{20}} \cdot 1000 = 8,9 \cdot 10^{-11} \text{ Coulomb/cm}^2.$$

Wir untersuchen nun denselben Kondensator, nachdem wir die Luft durch ein anderes Mittel ersetzt haben und finden für dieselbe Feldstärke eine  $\varepsilon$  mal so große Induktion. Man bezeichnet dann  $\varepsilon$  als die Dielektrizitätskonstante. Sie ergibt sich z. B. bei festem Paraffin zu 2, bei Glas zu 5,5 bis 9. Dann wird für ein beliebiges Mittel

$$\mathfrak{D} = \frac{10^9 \cdot \varepsilon}{4\pi \cdot v^2} \mathcal{E} \frac{\text{Coulomb}}{\text{cm}^2}. \quad (11)$$

Besteht die Zwischenschicht nach Bild 97 zur Hälfte aus Luft, zur Hälfte aus einem Mittel von der Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon$ , z. B. aus Glas, so ist die Spannung, also auch die Feldstärke für beide Hälften dieselbe. Die Induktion ist dagegen im Glase  $\varepsilon$  mal so groß wie in der Luft.



Liegen dagegen Glas und Luft nicht nebeneinander, sondern wie in Bild 98 hintereinander, so ist die Induktion in beiden Mitteln dieselbe, dagegen die Feldstärke im Glase  $\varepsilon$  mal so klein wie in der Luft. Bei gleicher Dicke beider Schichten ist dann die Spannung  $E_g$  am Glase

$\varepsilon$  mal so klein wie die Spannung  $E_l$  an der Luftstrecke. Ist dann  $E$  die Gesamtspannung zwischen den Endplatten, so ist

$$E = E_l + E_g \quad \text{und} \quad E_l : E_g = \varepsilon.$$

Aus beiden Gleichungen ergibt sich die Spannung an der Luftstrecke zu

$$E_l = \frac{\varepsilon \cdot E}{1 + \varepsilon}.$$

Ist  $l$  der gesamte Plattenabstand, so ist in unserem Falle die Länge der Luftstrecke gleich  $l/2$  und die Spannung für die Längeneinheit der Luftstrecke wird

$$\mathcal{E} = \frac{E_l}{l/2} = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon} \cdot \frac{E}{l} \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}.$$

Dies Ergebnis ist überraschend, da wir bei demselben Plattenabstand ohne die Glasplatte eine Feldstärke  $\mathcal{E} = E/l$  haben. Die Feldstärke im rechten Teil des Kondensators wird also durch das Hineinschieben des Glases im Verhältnis  $2\varepsilon : (1 + \varepsilon)$  vergrößert.

Dies ist der Grund, warum die Durchschlagsmöglichkeit in der Luft durch das Einfügen eines Stoffes von hoher Dielektrizitätskonstante vergrößert wird, obwohl dieser Stoff selbst eine weit größere Durchschlagsfestigkeit besitzt als die Luft. Noch verständlicher wird uns diese Erscheinung, wenn wir nach Werner Siemens<sup>1)</sup> das Ohmsche Gesetz, wie für den magnetischen Fluß, so auch für den elektrischen Fluß anwenden. Die Dielektrizitätskonstante ist dann als eine dielektrische Durchlässigkeit zu bezeichnen. Der Spannungsverbrauch in dem Mittel von großer Durchlässigkeit ist dann klein und die an der Luftstrecke übrige Spannung groß.

Über die Brechung der elektrischen Feldlinien gilt dasselbe wie für die magnetischen Feldlinien. An die Stelle der magnetischen Durchlässigkeit  $\mu$  tritt die dielektrische Durchlässigkeit  $\epsilon$ . Ebenso drängen sich die elektrischen Feldlinien, wie die magnetischen, nach dem Körper von größerer Durchlässigkeit hin zusammen, so daß Bild 45 auch für die elektrischen Feldlinien gilt. Allerdings besteht ein Unterschied dem Grade nach. Die elektrische Durchlässigkeit ist sehr gering gegenüber der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens. Aus diesem Grunde treten die elektrischen Feldlinien auch nicht, wie die magnetischen, fast senkrecht in einen Stoff von größerer Durchlässigkeit ein.

### 37. Die Kapazität.

Das Verhältnis der Elektrizitätsmenge oder des Flusses zur Spannung wird Kapazität genannt und mit  $C$  bezeichnet. Ist  $E$  die Spannung in Volt, so ist

$$Q = C \cdot E \text{ Coulomb.} \quad (12)$$

Die Einheit der Kapazität hat ein Kondensator, in welchem bei 1 Volt der Fluß durch die Fläche gleich 1 Coulomb ist. Diese Einheit heißt 1 Farad. Ein Mikrofarad ist gleich  $10^{-6}$  Farad.

Im Grunde ist Gleichung (12) nichts anderes als ein Ohmsches Gesetz für den elektrischen Fluß. Dabei stellt die Kapazität  $C$  einen dielektrischen Leitwert für den elektrischen Fluß dar, der indessen nicht mit dem umgekehrten Wert des Isolationswiderstandes für den elektrischen Strom verwechselt werden darf. Daß wir in Gl. (12) ein Ohmsches Gesetz vor uns haben, wird deutlich, wenn wir die Kapazität in einigen einfachen Fällen berechnen.

Bei einem Plattenkondensator von der Fläche  $F$  cm<sup>2</sup> und einem Abstand  $l$  cm ist  $Q = \mathfrak{D} \cdot F$  und  $E = \mathfrak{E} \cdot l$ , also ist die Kapazität unter Benutzung von Gleichung (11)

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{F}{l} = \frac{10^9}{4\pi \cdot \nu^2} \cdot \frac{\epsilon \cdot F}{l} \text{ Farad.} \quad (13)$$

<sup>1)</sup> Werner Siemens, Lebenserinnerungen, 5. Aufl., Berlin 1897, S. 180.



Wir sehen deutlich, daß sich die Kapazität ähnlich wie ein elektrischer Leitwert berechnet. Bei einem Kondensator sei z. B. die einseitige Fläche einer Platte gleich 400 cm<sup>2</sup>. Ähnlich wie in Bild 25 seien 30 gleichnamige Platten nebeneinander geschaltet. Dann ist die Fläche auf beiden Seiten  $F = 2 \cdot 30 \cdot 400 = 24\,000$  cm<sup>2</sup>. Der Abstand  $l$  sei 0,2 cm, und die Zwischenschicht bestehe aus Luft. Dann wird

$$C = \frac{10^9}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{20}} \cdot \frac{24\,000}{0,2} = 0,0106 \cdot 10^{-6} \text{ Farad.}$$

Häufig müssen wir zur Berechnung der Kapazität den dielektrischen Widerstand, d. h. den umgekehrten Wert der Kapazität einführen. Beim Röhrenkondensator von der achsialen Länge  $l$  cm haben wir z. B. den dielektrischen Widerstand eines Hohlzylinders von der Wandstärke  $dr$  im Abstand  $r$  cm von der Achse zu berechnen, indem wir den umgekehrten Wert von  $C$  aus Gleichung (13) bilden. Dabei haben wir  $dr$  statt  $l$  und  $2r\pi \cdot l$  statt  $F$  einzuführen. Der Gesamtwiderstand wird dann bei dem inneren Halbmesser  $r_1$  und dem äußeren Halbmesser  $r_2$ :

$$\frac{4\pi v^2}{10^9} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\varepsilon \cdot 2r\pi \cdot l} = \frac{2v^2}{10^9 \cdot \varepsilon \cdot l} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Die Kapazität als der umgekehrte Wert des dielektrischen Widerstandes ist dann:

$$C = \frac{10^9 \cdot \varepsilon \cdot l}{2v^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \text{ Farad.} \quad (14)$$

Bei einem gleichachsigen Kabel von 2 km Länge sei z. B. der äußere Halbmesser des inneren Leiters  $r_1 = 1$  cm, der innere Halbmesser des äußeren Leiters  $r_2 = 1,5$  cm und die Dielektrizitätskonstante der Zwischenschicht  $\varepsilon = 4$ . Dann ist die Kapazität bei der Länge  $l = 2 \cdot 10^5$  cm

$$C = \frac{10^9 \cdot 4 \cdot 10^5 \cdot 2}{2 \cdot 9 \cdot 10^{20} \ln 1,5} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Farad.}$$

Bei einer Spannung von 1000 Volt ist also die Ladung

$$Q = C \cdot E = 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 1100 \cdot 10^{-6} \text{ Coulomb.}$$

Die Induktion auf der Oberfläche des inneren Leiters ergibt sich dabei zu

$$\mathfrak{D}_1 = \frac{Q}{2r_1\pi \cdot l} = \frac{1100 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,00088 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Coulomb}}{\text{cm}^2}.$$

Die Feldstärke oder die Beanspruchung wird dort nach Gl. (11)

$$\mathfrak{E}_1 = \frac{4\pi \cdot v^2}{10^9 \cdot \varepsilon} \cdot \mathfrak{D}_1 = 2470 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}.$$

An der inneren Oberfläche des äußeren Leiters ergibt sich infolge der größeren Fläche eine im Verhältnis 1 : 1,5 kleinere Induktion und entsprechend die kleinere Feldstärke von  $2470 : 1,5 = 1650$  Volt/cm. Wäre die Spannung von 1000 Volt gleichmäßig längs des Abstandes von 0,5 cm verteilt, so hätte sich überall eine Feldstärke von  $1000 : 0,5 = 2000$  Volt/cm ergeben.

Für eine in der Luft befindliche Kugel vom Halbmesser  $r$  cm, der im Endlichen keine leitenden Flächen gegenüberstehen, haben wir den dielektrischen Leitwert einer Hohlkugel von der Wandstärke  $dx$  im Abstand  $x$  vom Mittelpunkt nach Gleichung (13) zu berechnen und den umgekehrten Wert zu bilden. Der ganze dielektrische Widerstand des umgebenden Raumes ist dann:

$$\frac{4\pi v^2}{10^9} \int_r^\infty \frac{dx}{4\pi x^2} = \frac{v^2}{10^9} \cdot \frac{1}{r}.$$

Die Kapazität als der umgekehrte Wert wird dann:

$$C = \frac{10^9}{v^2} \cdot r \text{ Farad.} \quad (15)$$

Anstatt den Vorgang der Ladung einer solchen Kugel auf die Oberfläche zu verlegen, haben wir ihn bei unserer obigen Rechnung im unendlichen Raum angenommen. Der leitende Körper ist dabei schließlich nichts anderes als ein Hohlraum im Dielektrikum. Eine große Kugel hat nicht deswegen auch eine große Kapazität, weil ihre Oberfläche groß ist, sondern weil der Widerstand des umgebenden Raumes klein ist. Jedenfalls ist die Auffassung von der Kapazität als eines dielektrischen Leitwertes anschaulicher und zutreffender als die frühere, noch jetzt in ihrem Namen nachwirkende Anschauung, daß sie eine Aufnahmefähigkeit der Leiteroberflächen darstellt. Je mehr man sie als Leitwert ansieht, desto greifbarer wird es, daß die Vorgänge sich im Dielektrikum, nicht aber auf der Leiteroberfläche abspielen. Wir dürfen jedoch nicht übersehen, daß die Oberflächen der Leiter insofern eine wichtige Rolle spielen, als die Ladung an ihnen haftet und bei Bewegung der Leiter mit ihnen bewegt wird.

Anstatt die Kapazität aus dem dielektrischen Widerstand zu berechnen, hätten wir sie auch bei gegebener Ladung  $Q$  aus der Arbeit  $E$  berechnen können, die wir aufwenden, um auf irgendeinem Wege 1 Coulomb von der negativ geladenen zur positiv geladenen Fläche zu führen. Dieser Weg wird nötig, wenn die Feldlinien nicht derartig einfach verlaufen wie in den obigen Fällen.

Um z. B. die Kapazität zweier langer, runder Drähte von gleichem Querschnitt in der Luft zu bestimmen, ersetzen wir die Drähte nach S. 97 durch die elektrischen Achsen  $A$  und  $B$ , die bei derselben Ladung denselben Fluß aussenden wie die Drähte (Bild 99). Ihre Lage berechnet sich nach Gleichung (7). Wir ermitteln dann

zunächst die Induktion in einem beliebigen Punkte  $P$ , der auf der Verbindungslinie  $AB$  um  $x$  cm von  $A$  entfernt ist. Ist  $Q$  die Ladung auf der Länge  $l$  cm, so ist die Induktion in  $P$ , falls die Achse  $A$  allein

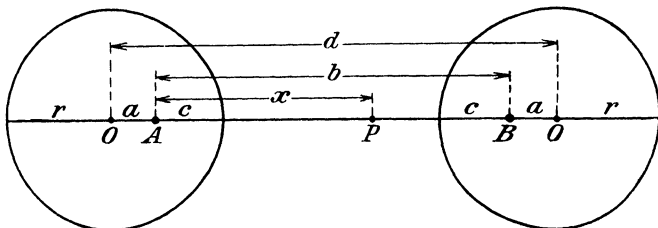


Bild 99. Elektrische Achsen  $A$  und  $B$  zweier gerader Leiter.

wirksam wäre, nach Gl. (4) auf S. 95 gleich  $Q/2x\pi l$ , und falls die Achse  $B$  allein wirksam wäre, gleich  $Q/2\pi l(b-x)$ . Da die Achsen entgegengesetzt geladen sind, so sind beide Induktionen gleichgerichtet. Nach Gleichung (10) ist also die gesamte Feldstärke:

$$\mathfrak{E} = \frac{4\pi v^2}{10^9} \mathfrak{D} = \frac{4\pi v^2}{10^9} \left( \frac{Q}{2x\pi l} + \frac{Q}{2(b-x)\pi \cdot l} \right).$$

Wir berechnen nun die Arbeit, um 1 Coulomb von der Oberfläche des einen Drahtes zu der des anderen zu führen. Da  $x$  von  $A$  an gerechnet ist, so ist die untere Grenze  $c$  und die obere Grenze  $b-c$ . Die Arbeit für 1 Coulomb, d. h. die Spannung zwischen den Leiteroberflächen, ist also

$$E = \int_c^{b-c} \mathfrak{E} \cdot dx = \frac{2v^2 \cdot Q}{10^9 l} \left[ \ln x - \ln(b-x) \right]_c^{b-c} = \frac{4v^2 \cdot Q}{10^9 l} \cdot \ln \frac{b-c}{c} \text{ Volt.}$$

Die Kapazität als das Verhältnis der Ladung zur Spannung wird dann

$$C = \frac{10^9 \cdot l}{4v^2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{b-c}{c}} \text{ Farad.} \quad (16)$$

Ist der Abstand der Leitermitten groß gegenüber dem Halbmesser, so wird nach S. 97  $a = O$ , also  $c = r$ . Außerdem kann  $b-c = d-r$  oder auch gleich  $d$  gesetzt werden. Dadurch wird

$$C = \frac{10^9 \cdot l}{4 \cdot v^2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{d}{r}}. \quad (17)$$

Ist z. B. die Länge gleich 10 km, d. h.  $l = 10^6$  cm, der Abstand  $d = 50$  cm und der Halbmesser  $r = 0,5$  cm, so ist die Kapazität

$$C = \frac{10^9 \cdot 10^6}{4 \cdot 9 \cdot 10^{20}} \frac{0,4343}{\log 100} = 0,06 \cdot 10^{-6} \text{ Farad.}$$

Bei einer Einfachleitung mit Erde als Rückleitung haben wir das Spiegelbild der Leitung einzuführen und nach Bild 100 die Entfernung beider Leiter  $d = 2h$  zu setzen. Die Kapazität zwischen Leiter und Spiegelbild berechnet sich dann nach Gleichung (17), wobei  $d = 2h$  zu setzen ist. Nun ist der dielektrische Widerstand zwischen Leiter und Erde halb so groß wie zwischen Leiter und Spiegelbild, also die Kapazität doppelt so groß. Sie ergibt sich also zu

$$C = \frac{10^9 \cdot l}{2v^2} \frac{1}{\ln \frac{2h}{r}} \quad (18)$$

Um mit Berücksichtigung der Erde die Kapazität einer Doppelleitung zu ermitteln, die aus den Leitern 1 und 2 für

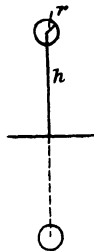


Bild 100. Einfachleitung mit Erde als Rückleitung.

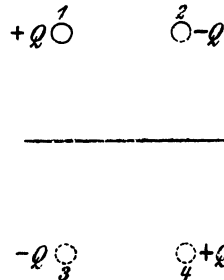


Bild 101. Doppelleitung.

Hin- und Rückleitung besteht, zeichnet man nach Bild 101 die Spiegelbilder 3, 4. Man führt dann 1 Coulomb von einem Leiter zum anderen und berücksichtigt dabei nicht nur die von beiden Leitern herrührenden Feldstärken, sondern auch die in Richtung der Bewegung fallenden Komponenten der von den Spiegelbildern herrührenden Feldstärken. Am einfachsten kommt man zum Ziel, wenn man die Arbeiten zusammenzählt, die auf dem Wege 2 1 bei der Bewegung der positiven Einheit der Elektrizitätsmenge geleistet werden, falls jeder Leiter einzeln geladen ist. Die elektrischen Achsen läßt man dabei mit den Leiterachsen zusammenfallen. Wir führen dazu die nach Gleichung (17) berechneten Kapazitäten  $C_{12}$ ,  $C_{24}$ ,  $C_{14}$ , usw. der Schleifen 1 2, 2 4, 1 4 usw. ein und beachten, daß wir die Arbeit von 2 nach 1 auf jedem beliebigen Wege, also auch über 4 oder 3 leisten können. Wir berücksichtigen weiter, daß die Arbeit zwischen zwei Leitern bei alleiniger Ladung eines dieser Leiter halb so groß ist, als wenn beide Leiter mit entgegengesetzt gleichen Elektrizitätsmengen geladen wären. Die Arbeit auf dem Wege 2 1 ist also unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Ladungen bei alleiniger Ladung eines der vier Leiter:

$$\text{Arbeit} \begin{matrix} \text{geladen} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{12}} & \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{12}} & -\frac{1}{2} \frac{Q}{C_{23}} + \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{13}} & \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{24}} - \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{14}} \end{matrix}$$

Da  $C_{24} = C_{13}$  und  $C_{23} = C_{14}$  ist, so ist die Gesamtarbeit

$$E = Q \left( \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{13}} - \frac{1}{C_{14}} \right).$$

Da die Kapazität  $C$  gleich  $Q/E$  ist, so ergibt sich

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{13}} - \frac{1}{C_{14}}. \quad (19)$$

### 38. Die Energie des elektrischen Feldes.

Wir wollen einen Kondensator dadurch laden, daß wir eine Spannung  $e$  anlegen, die wir von Null an bis auf den Endwert  $E$  steigern. Ist  $e$  der Zeitwert der Spannung, so ist der Zeitwert der Ladung  $Q_t = C \cdot e$ . Wächst dann die Spannung in der Zeit  $dt$  um  $de$ , so wächst die Ladung um  $dQ_t = C \cdot de$ , und die zufließende Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit, d. h. der Ladestrom ist

$$i = \frac{dQ_t}{dt} = C \cdot \frac{de}{dt} \text{ Amp.} \quad (20)$$

Die Arbeit, die dem Kondensator bei der Ladung zugeführt wird, ist nach Gleichung (20):

$$A = \int_0^E e \cdot i \cdot dt = \int_0^E C \cdot e \cdot de = \frac{C \cdot E^2}{2} \text{ Joule.} \quad (21)$$

Sie läßt sich auch in der Form  $Q \cdot E/2 = Q^2/2C$  schreiben, wobei  $Q = C \cdot E$  der Endwert der Ladung ist. Diese Arbeit wird als Energie des elektrischen Feldes aufgespeichert und setzt sich bei der Entladung wieder in elektrische Arbeit um. Ist z. B. die Kapazität eines Kabels gleich  $1 \cdot 10^{-6}$  Farad und die Ladespannung gleich 10000 Volt, so ist die aufgespeicherte Energie

$$W = \frac{C \cdot E^2}{2} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8}{2} = 50 \text{ Joule.}$$

Wir berechnen nun die Dichte der elektrischen Energie. Wenn wir bei einem Plattenkondensator von der Fläche  $F$  cm<sup>2</sup> und dem Plattenabstand  $l$  cm die Randwirkung vernachlässigen und mit  $\mathfrak{D}$  die Induktion, mit  $\mathfrak{E}$  die Feldstärke bezeichnen, so wird  $Q = \mathfrak{D} \cdot F$  und  $E = \mathfrak{E} \cdot l$ . Setzen wir dann in Gleichung (21)  $C \cdot E = Q$ , so wird die elektrische Energie:

$$W = \frac{Q \cdot E}{2} = \frac{\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D}}{2} \cdot F \cdot l \cdot \text{Joule.} \quad (22)$$

Da  $F \cdot l$  der Raum in cm<sup>3</sup> ist, so ist die Dichte der elektrischen Energie:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D}}{2} \cdot \text{Joule/cm}^3. \quad (23)$$

Die Zahl  $4\pi$ , die wir in der Gleichung für die magnetische Energie hatten, fällt hier weg, da die Einheit des Flusses in anderer Weise bestimmt ist.

Längszug und Querdruck des elektrischen Feldes berechnen sich wie die entsprechenden Größen des magnetischen Feldes. Beide Kräfte auf der Flächeneinheit ergeben sich zu:

$$\frac{P}{F} = \frac{\mathfrak{D} \cdot \mathfrak{E}}{2} \frac{\text{Joule/cm}}{\text{cm}^2} = \frac{\mathfrak{D} \cdot \mathfrak{E}}{2} \cdot 10^7 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}. \quad (24)$$

## Siebenter Teil.

### 39. Grundeinheiten des absoluten Maßsystems.

Das sogenannte absolute Maßsystem beruht auf den Einheiten des Zentimeters, des Gramms und der Sekunde.

Die Einheit der Länge ist 1 cm, d. h. der hundertste Teil eines in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes. Das Meter selbst ist willkürlich ungefähr gleich dem zehnmillionsten Teil eines Erdquadranten gewählt. Wir bezeichnen mit  $l$  in der Regel die Länge in cm.

Die Einheit der Masse ist das Gramm, d. h. die Masse, die so viel wiegt wie 1 cm<sup>3</sup> Wasser von 4° C. Das Gewicht in Gramm gibt also unmittelbar die Masse im absoluten Maß an.

In der Technik wird sonst das 1000fache eines Gramms nicht als Masseneinheit, sondern als Krafteinheit verwendet. Um dann die Masse zu erhalten, muß man das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere, also durch 9,81 teilen. Ein Körper, der 9,81 kg wiegt, hat also im technischen Maß die Masse Eins, im absoluten Maß dagegen die Masse 9,81 · 1000 g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten. Eigentlich liegt darin aber keine größere Schwierigkeit, als wenn man sagt, daß 1 m gleich 100 cm ist. Die Wahl des Grammes als Masseneinheit erscheint sogar besonders einfach, weil 1 cm<sup>3</sup> Wasser wirklich einen Stoff, also eine Masse darstellt. Allerdings muß man nun darauf verzichten, die Kräfte in einem so naheliegenden Maß zu messen, wie im technischen Maß. — Wir bezeichnen die Masse in Gramm mit  $M$ .

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde, d. h. der 86 400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit  $t$ .

Die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit usw., lassen sich nun als Funktionen oder Dimensionen der Länge (L), der Masse (M) und der Zeit (T) darstellen. Eine Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, ein Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus

Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil sie sich ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit teilen.

Weiter ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern mit Notwendigkeit aus den gewählten Grundeinheiten folgen. So z. B. ergibt sich die Einheit der Fläche als  $1 \text{ cm}^2$ , die des Raumes als  $1 \text{ cm}^3$  und die der Geschwindigkeit als  $1 \text{ cm/sek}$ .

#### 40. Mechanische Größen.

Geschwindigkeit ist das Verhältnis des Weges zur Zeit oder der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Die Dimension ist also  $L \cdot T^{-1}$ . Die Geschwindigkeit  $v$  im absoluten Maß ist:

$$v = \frac{l \text{ cm}}{t \text{ sek}}. \quad (1)$$

Die absolute Einheit ist  $1 \text{ cm/sek}$ .

Beispiel. Der Anker eines Turbogenerators habe einen Durchmesser von  $0,5 \text{ m}$ . Die Drehzahl in der Minute sei  $3000$ . Gesucht wird die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß.

Der Weg eines Punktes am Umfang ist für eine Umdrehung gleich  $0,5 \cdot \pi \text{ m}$ , also in einer Minute  $0,5 \pi \cdot 3000 = 4710 \text{ m}$ . Wir drücken nun den Weg  $l$  in  $\text{cm}$  und die Zeit  $t$  in  $\text{sek}$  aus:

$$l = 4710 \cdot 100 \text{ cm} \quad t = 1 \cdot 60 \text{ sek}$$

und erhalten

$$v = l/t = 471000/60 = 7850 \text{ cm/sek}.$$

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit. Ihre Dimension ist also  $L \cdot T^{-1}/T = L \cdot T^{-2}$ . Sind bei gleichförmiger Beschleunigung  $v_1$  und  $v_2$  die Anfangs- und Endgeschwindigkeit in  $\text{cm/sek}$ , so wird die Beschleunigung

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \text{ cm/sek}^2. \quad (2)$$

Die Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um  $1 \text{ cm/sek}$  wächst. Ist z. B. die Anfangsgeschwindigkeit gleich  $0$ , die Endgeschwindigkeit nach  $3 \text{ sek}$   $29,43 \text{ m/sek}$ , so ist  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm/sek}$ ,  $t = 3$ , also

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \text{ cm/sek}^2.$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erhält also das Ergebnis im absoluten Maß, wenn man alle Größen im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in  $\text{cm}$  anzugeben ist, auch nicht in

cm/sek, sondern in cm/sek<sup>2</sup>. Ebensowenig wie wir eine Fläche in cm messen, dürfen wir eine Beschleunigung in cm/sek ausdrücken, da dieses Maß nur für die Geschwindigkeit gilt. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung, da man nur Größen miteinander vergleichen kann, deren Dimensionen gleich sind. Ein Rechenfehler hat sich schon oft einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen der Glieder einer Gleichung nicht übereinstimmten. Es ist also wichtig, daß man in bezug auf die Dimensionen gewissenhaft ist und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

Kraft ist Masse mal Beschleunigung. Demnach ist ihre Dimension  $L \cdot M \cdot T^{-2}$ . Aus dem Schwerkraftgesetz, wonach die Kraft gleich dem Produkt der Massen geteilt durch das Quadrat der Entfernung ist, hätten wir eine andere Dimension erhalten. Die Dimensionen sind also nicht im Wesen der betreffenden Größen begründet oder erschöpfen dieses Wesen nicht vollständig.

Die absolute Einheit ist die Kraft, die einem Gramm die Beschleunigung 1 cm/sek<sup>2</sup> erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn. Ist  $P$  die Kraft und  $M$  die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$P = M \cdot a \text{ Dyn.} \quad (3)$$

Wir ermitteln jetzt die Kraft in Dyn, mit der die Erde ein Kilogrammgewicht anzieht. Da  $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$  und  $9,81 \text{ m/sek}^2 = 981 \text{ cm/sek}^2$  ist, so wird

$$M = 1000 \text{ g} \quad a = 981 \text{ cm/sek}^2 \quad P = 981\,000 \text{ Dyn.}$$

Das Kilogrammgewicht oder die technische Krafteinheit ist also gleich 981 000 Dyn. Ist  $\text{kg}^*$  die Bezeichnung für die technische Einheit der Kraft, so ist

$$1 \text{ kg}^* = 981\,000 \text{ Dyn} \quad 1 \text{ Dyn} = 1,02 \text{ mg}^*.$$

Arbeit ist gleich Kraft mal Weg. Ihre Dimension ist also  $L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$ . Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet durch die Kraft 1 Dyn längs 1 cm. Diese Einheit heißt 1 Zentimeterdyn oder 1 Erg. Ist  $P$  die Kraft in Dyn, so ist die Arbeit

$$A = P \cdot l \text{ Erg.} \quad (4)$$

Wenn z. B. 1 Kilogrammgewicht 1 m hoch gehoben wird, so ist  $P = 981\,000 \text{ Dyn}$   $l = 100 \text{ cm}$   $A = 981\,000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg}$ .  $10^7 \text{ Erg}$  werden unter der Bezeichnung 1 Joule zusammengefaßt. Daraus folgt:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 9,81 \text{ Joule.}$$

Die Beziehung zwischen den Einheiten der Arbeit und der Wärme ergibt sich durch den Versuch. Als Einheit der Wärme dient die kleine Kalorie, die 1 g Wasser um 1° erwärmt. Der Versuch ergibt dann



$$1 \text{ gkal} = 0,427 \text{ mkg} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{0,427 \cdot 9,81} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Leistung ist Arbeit in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Arbeit zur Zeit. Demnach ist ihre Dimension  $L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$ . Die absolute Einheit ist 1 Erg/sek. Man faßt  $10^7$  Erg/sek = 1 Joule/sek unter der Bezeichnung 1 Watt und 1000 Watt unter der Bezeichnung 1 Kilowatt zusammen. Ist also jetzt  $A$  die Arbeit in Joule und  $t$  die Zeit in sek, so ist die Leistung

$$N = \frac{A}{t} \text{ Watt.} \quad (5)$$

Ferner ergibt sich

$$1 \text{ mkg/sek} = 9,81 \text{ Joule/sek} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Die früher übliche Einheit der Leistung war 1 Pferdestärke = 75 mkg/sek = 736 Watt.

#### 41. Die magnetischen Größen.

Polstärke eines punktförmigen Poles ist nach S. 41 die Kraft, die der Pol auf die Poleinheit im Abstand der Längeneinheit ausübt. Ist  $m$  die Polstärke im absoluten Maß, so ist die Kraft zwischen zwei punktförmigen Polen im Abstand  $r$  cm in der Luft nach dem Coulombschen Gesetz:

$$P = \frac{m \cdot m}{r^2} \text{ Dyn.} \quad (6)$$

Daraus folgt die Dimension der Polstärke zu  $L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1}$ . Die Einheit der Polstärke im absoluten Maß hat der punktförmige Pol, der in der Luft auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit heißt 1 Weber.

Magnetische Spannung ist nach S. 47 die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit. Ihre Dimension ist also  $L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1}$ . Sie wird in Erg/Weber gemessen.

Magnetische Feldstärke ist die magnetische Spannung für die Längeneinheit. Ihre Dimension ist also  $L^{-1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1}$ . Sie kann durch die Kraft, die auf die Poleinheit wirkt, gemessen werden. Das Feld hat die Stärke Eins, das auf den Pol 1 Weber die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit heißt 1 Gauß. Ist  $\xi$  die Feldstärke in Gauß, so wird

$$P = m \cdot \xi \text{ Dyn.} \quad (7)$$

Magnetische Induktion wird nach S. 41 gemessen durch die Induktionswirkung der Flächeneinheit des Feldes. Als Einheit ist die Induktion im Abstand 1 cm vom Einheitspol gewählt. Dadurch er-

halten magnetische Induktion und Feldstärke dieselbe Dimension, die Einheit, 1 Gauß, ist für beide dieselbe, und in der Luft werden sie zahlenmäßig einander gleich.

Magnetische Durchlässigkeit ist nach S. 50 das Verhältnis der magnetischen Induktion zur Feldstärke, d. h.

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}. \quad (8)$$

Da die Induktion dieselbe Dimension hat wie die Feldstärke, so ist die Durchlässigkeit im absoluten Maß eine reine Zahl.

Induktionsfluß ist nach S. 42 das Produkt aus magnetischer Induktion und Fläche. Die Dimension ist also  $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$ , d. h. dieselbe wie die der Polstärke. Die Einheit, 1 Maxwell, ist der Fluß durch  $1 \text{ cm}^2$  bei der Induktion 1 Gauß. Ist  $\mathfrak{B} \cdot \cos \alpha$  die zum Flächenteilchen  $dF$  senkrechte Komponente der magnetischen Induktion, so ist der Fluß durch die ganze Fläche

$$\Phi = \int \mathfrak{B} \cdot dF \cdot \cos \alpha. \quad (9)$$

Der Fluß durch eine Fläche, die den Pol  $m$  abgesehen vom Innern des Magneten vollständig umschließt, ist

$$\Phi = 4\pi m \text{ Maxwell}. \quad (10)$$

Eine Einheitsröhre ist eine Röhre, deren Querschnitt der Fluß 1 Maxwell durchsetzt. Von der Poleinheit gehen  $4\pi$  solche Einheitsröhren aus. Der Fluß durch eine Fläche kann dann auch durch die Anzahl der Einheitsröhren durch die Fläche gemessen werden.

Magnetischer Leitwert ist nach S. 52 das Verhältnis des magnetischen Flusses zur magnetischen Spannung. Seine Dimension ist also L. Unter Abweichung vom absoluten Maß wird nicht  $\Phi : \mathfrak{H} l$ , sondern  $\Phi : 0,8 \mathfrak{H} l$  als magnetischer Leitwert eingeführt und mit  $\mathcal{A}$  bezeichnet. Dadurch wird

$$\Phi = 0,8 \mathfrak{H} \cdot l \cdot \mathcal{A} \text{ Maxwell}. \quad (11)$$

Bei gleichförmiger Induktion ist nach S. 52

$$\mathcal{A} = \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot F}{l}. \quad (12)$$

Der umgekehrte Wert des magnetischen Leitwertes ist der magnetische Widerstand.

Die magnetische Energie hat dieselbe Dimension wie die Arbeit. Auch die Einheit ist dieselbe. Die magnetische Energie im Raum  $V \text{ cm}^3$  ist im gleichförmigen Feld nach S. 83

$$W = \int_0^{\mathfrak{H}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} V \cdot \text{Erg}. \quad (13)$$

Daraus folgt die Energiedichte

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (14)$$

#### 42. Die elektrischen Größen.

Elektrische Spannung ist die Arbeit bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge. Sie ist nach S. 57 gleich der Änderung des umfaßten magnetischen Flusses in der Zeiteinheit. Ihre Dimension ist also  $L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}$ . Die absolute Einheit der Spannung wird erzeugt, wenn sich der von einer Windung umfaßte magnetische Fluß um 1 Maxwell/sek ändert, oder wenn ein Leiter von 1 cm Länge mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek senkrecht durch ein Feld von der Induktion 1 Gauß hindurchschneidet. Das  $10^8$ fache der absoluten Einheit heißt 1 Volt. Ist also  $w$  die Windungszahl,  $l$  die Leiterlänge in cm und  $v$  die Geschwindigkeit in cm/sek, so ist die erzeugte Spannung nach S. 57 und 58

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (15)$$

Die Stromstärke ist nach dem Durchflutungsgesetz ihrem Wesen nach eine magnetische Spannung, hat also die Dimension  $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ . Die absolute Einheit ist die Stromstärke, für welche die magnetische Umlaufspannung  $\int \mathfrak{H} dl$  gleich  $4\pi$  ist. Statt dessen können wir sie als die Stromstärke bestimmen, die mit der absoluten Einheit der elektrischen Spannung die Leistung 1 Erg/sek ergibt.

Der 10. Teil der absoluten Einheit ist willkürlich als technische Einheit gewählt und 1 Amp. genannt. Diese Stromstärke scheidet in 1 sek 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung aus.

Die Leistung von 1 Amp. bei der Spannung 1 Volt ist dann  $10^{-1} \cdot 10^8 \text{ Erg/sek} = 10^7 \text{ Erg/sek} = 1 \text{ Watt}$ . Ist also  $I$  die Stromstärke in Amp., so ergibt sich die Leistung  $N$  und die Arbeit  $A$  zu  $N = E \cdot I \text{ Watt.} \quad (16)$  und  $A = E \cdot I \cdot t \text{ Joule.} \quad (17)$

Elektrizitätsmenge ist das Produkt aus der Stromstärke und der Zeit. Ihre Dimension ist  $L^{1/2} \cdot M^{1/2}$ . Die absolute Einheit fließt in 1 sek bei der absoluten Einheit der Stromstärke durch den Querschnitt. Sie ist nach S. 101  $3 \cdot 10^{10}$  mal so groß wie die statische Einheit. Dabei ist  $3 \cdot 10^{10}$  die Lichtgeschwindigkeit  $v$  in cm/sek. Die statische Einheit übt auf die gleiche Elektrizitätsmenge in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn aus. Ihre Dimension ist also wie die der Polstärke  $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$ . Die Elektrizitätsmenge im absoluten und statischen Maß unterscheidet sich also durch die Dimension der Geschwindigkeit.

Der 10. Teil der absoluten Einheit, der dem Ampere entspricht, ist die technische Einheit und wird mit 1 Coulomb bezeichnet.

$$1 \text{ Coulomb} = 10^{-1} \text{ abs. Einh.} = 10^{-1} \cdot v \text{ stat. Einh.} \quad (18)$$

1 Mikrocoulomb ist gleich  $10^{-6}$  Coulomb.

Ist  $Q$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ist die elektrische Arbeit

$$A = E \cdot Q \text{ Joule.} \quad (19)$$

Daraus folgt das Verhältnis zwischen dem Volt und der statischen Einheit der Spannung. Diese ergibt mit der statischen Einheit der Elektrizitätsmenge, also mit  $10 \cdot v^{-1}$  Coulomb die Arbeit 1 Erg =  $10^{-7}$  Joule. Daraus folgt, da 1 Joule/Coulomb gleich 1 Volt ist:

$$\text{die statische Einheit der Spannung} = \frac{10^{-7} \text{ Joule}}{10 \cdot v^{-1} \text{ Coulomb}} = 300 \text{ Volt.} \quad (20)$$

Elektrischer Widerstand ist das Verhältnis der elektrischen Spannung zur Stromstärke. Seine Dimension ist also  $LT^{-1}$ . Dies ist dieselbe Dimension wie die der Geschwindigkeit. Die absolute Einheit ist also, so sonderbar es klingt, 1 cm/sek. Die technische Einheit ist der Widerstand, in welchem 1 Volt den Strom 1 Amp. erzeugt. Diese Einheit heißt 1 Ohm. Da 1 Volt gleich  $10^8$  abs. Einheiten und 1 Amp. gleich  $10^{-1}$  abs. Einheiten ist, so ist 1 Ohm gleich  $10^8 : 10^{-1} = 10^9$  abs. Einheiten. Der Widerstand in Ohm wird dann

$$R = \frac{E}{I} \text{ Ohm.} \quad (21)$$

Gesetzlich ist das Ohm bestimmt als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt. Dann ergibt sich die gesetzliche Bestimmung für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die in einem Widerstand von einem Ohm die Stromstärke 1 Amp. erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die beim Strom 1 Amp. an dem Widerstand von einem Ohm vorhanden ist.

Induktivität ist nach S. 76 die magnetische Flußverkeftung bei der Einheit der Stromstärke. Ihre Dimension ergibt sich nach Gleichung 1 auf S. 76 zu  $L$ , und die absolute Einheit ist 1 cm. Als technische Einheit gilt die Induktivität einer Spule, in der ein Volt erzeugt wird, wenn sich die Stromstärke gleichmäßig in 1 sek um 1 Amp. ändert. Diese Einheit wird 1 Henry genannt. Da 1 Volt gleich  $10^8$  abs. Einheiten und 1 Amp. gleich  $10^{-1}$  abs. Einheiten ist, so wird 1 Henry gleich  $10^8 : 10^{-1} = 10^9$  abs. Einheiten oder gleich  $10^9$  cm. Dies ist gleich einem Erdquadranten. Ist  $w$  die Windungszahl und  $\mathcal{A}$  der für Selbstinduktion und gegenseitige Induktion verschiedene magnetische Leitwert, so sind die Induktivitäten der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \quad (22) \quad M = w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \quad (23)$$

Die Spannung der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion wird dann bei Änderung des Stromes in der Zeit  $dt$  sek um  $di$  Amp.:

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad (24) \quad e_{12} = -M \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (25)$$

Elektromagnetische Energie ist gleich der magnetischen Energie. Wird während der Entstehung des Feldes keine mechanische Arbeit oder Hysteresisarbeit geleistet, so ist die elektromagnetische Energie gleich der elektrisch zugeführten Arbeit, also nach S. 81

$$W = \int_0^x i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (26)$$

Bei gleichbleibender Durchlässigkeit und dem Endwert,  $I$  der Stromstärke wird die Energie nach S. 82

$$W = \frac{LI^2}{2} \text{ Joule.} \quad (27)$$

Elektrische Induktion im Dielektrikum ist gleich der Ladung für die Flächeneinheit (vgl. S. 93). Ihre Dimension ist also  $L^{-3/2}M^{1/2}$ . Sie wird in Coulomb/cm<sup>2</sup> gemessen.

Elektrischer Fluß ist das Produkt aus der elektrischen Induktion und der Fläche. Dimension und Einheit sind also dieselben wie die der Elektrizitätsmenge. Ist  $\mathfrak{D} \cdot \cos \alpha$  die zur Fläche  $dF$  senkrechte Komponente der Induktion, so ist der Fluß durch die ganze Fläche

$$Q = \int \mathfrak{D} \cdot dF \cdot \cos \alpha. \quad (28)$$

Elektrische Feldstärke ist nach S. 98 die elektrische Spannung auf der Längeneinheit, d. h. die Arbeit bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge auf der Längeneinheit. Sie wird gemessen durch die Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge. Ihre Dimension ist  $L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}$ . Die praktische Einheit ist

$$1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = \frac{1 \text{ Joule}}{\text{Coulomb} \cdot \text{cm}} = \frac{10^7 \text{ Erg}}{\text{cm} \cdot \text{Coulomb}} = 10^7 \text{ Dyn/Coulomb.}$$

Ist  $E$  die Spannung in Volt und  $dl$  die Länge in cm, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \frac{dE}{dl} \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}. \quad (29)$$

Elektrische Durchlässigkeit ist das Verhältnis der elektrischen Induktion zur elektrischen Feldstärke (vgl. S. 102). Ihre Dimension ist  $L^{-2}T^2$ . Sie ist also im absoluten Maß nicht, wie die magnetische Durchlässigkeit, eine reine Zahl. Wird die Induktion  $\mathfrak{D}$  in Coulomb/cm<sup>2</sup> und die Feldstärke  $\mathfrak{E}$  in Volt/cm gemessen, ist ferner

$\varepsilon$  die Dielektrizitätskonstante, bezogen auf Luft, und  $v = 3 \cdot 10^{10}$  die Lichtgeschwindigkeit in cm/sek, so ist die Induktion nach S. 102

$$\mathfrak{D} = \frac{10^9 \varepsilon}{4\pi v^2} \mathfrak{E} \frac{\text{Coulomb}}{\text{cm}^2}. \quad (30)$$

Kapazität ist nach S. 103 das Verhältnis der Elektrizitätsmenge zur Spannung. Ihre Dimension ergibt sich zu  $L^{-1}T^2$ . Die praktische Einheit ist die eines Kondensators, der durch 1 Volt mit 1 Coulomb geladen wird. Diese Einheit heißt 1 Farad.

Ist  $C$  die Kapazität in Farad und  $E$  die Spannung in Volt, so ist die Elektrizitätsmenge

$$Q = C \cdot E \text{ Coulomb}. \quad (31)$$

Da 1 Coulomb gleich  $10^{-1}$  abs. Einheit und 1 Volt gleich  $10^8$  abs. Einheiten ist, so ist 1 Farad = 1 Coulomb : 1 Volt =  $10^{-9}$  abs. Einheiten. 1 Mikrofarad ist gleich  $10^{-6}$  Farad.

Elektrische Energie hat dieselbe Dimension wie die Arbeit. Sie ergibt sich nach S. 108 zu

$$W = \frac{C \cdot E^2}{2} = \frac{Q \cdot E}{2} = \frac{Q^2}{2C} \text{ Joule}. \quad (32)$$

Die Dichte der elektrischen Energie ergibt sich zu

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D}}{2} \frac{\text{Joule}}{\text{cm}^3}. \quad (33)$$

## Achter Teil.

### 43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel »Experimental researches on electricity« veröffentlichte, wurde die Erscheinung, daß durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine Spannung erzeugt wird, bekannt. Im Jahre 1854 fand sie in dem Siemenschen Doppel-T-Anker (Bild 102 und 103) ihre wichtigste Anwendung. Dieser Anker besteht aus einer Eisentrommel, in deren Nuten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht untergebracht ist. Die Wicklung ist an einen zweiteiligen Stromwender angeschlossen. Wird die Trommel zwischen den Polen eines Stahlmagneten gedreht, so schneiden die in den Nuten liegenden Drähte durch das magnetische Feld hindurch, so daß in ihnen eine Spannung erzeugt wird.

In Bild 102 befinden sich die Spulenseiten, d. h. die zu einer Gruppe vereinigten Drähte, gerade vor der Polmitte und schneiden dort durch ein gleichmäßiges Feld. Nach der Faradayschen Schwimmerregel auf S. 59 ist die erzeugte Spannung bei der gegebenen

Rechtsdrehung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten und in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet. Die Spannungen in beiden Teilen einer Windung wirken also in demselben Sinne und ebenso auch die Spannungen aller Windungen.

Tritt die Spulenseite *I* aus dem Bereich des Nordpols, so sinkt die Spannung allmählich auf Null. Tritt sie dann in den Bereich des

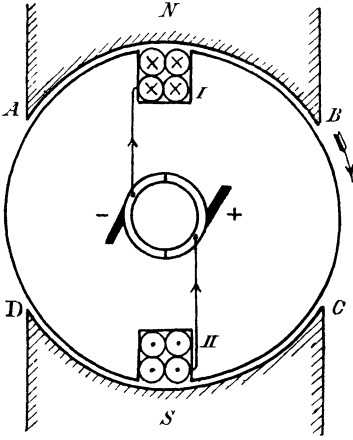


Bild 102.

Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

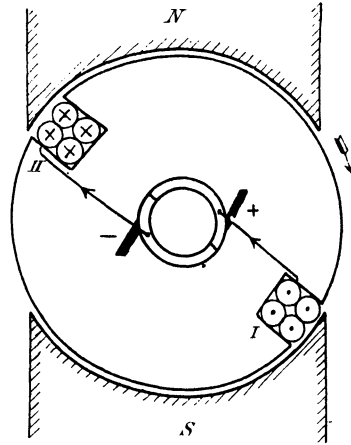


Bild 103.

Südpoles, so kehrt die Spannung ihre Richtung um. In der Spule werden also Wechselspannungen erzeugt.

Während des Zeitraumes, in dem sich die Spulenseiten vor dem Polbogen befinden, ist die Spannung gleichmäßig. Ist  $\mathfrak{B}$  die Induktion unter den Polen,  $l$  die Gesamtlänge aller vor den Polen liegenden Leiter in cm ohne die Stirnverbindungen und  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit in cm/sek, so ist in dem betrachteten Zeitraum die Spannung nach Gleichung (2) auf S. 58

$$E = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wir verbinden nun die beiden Hälften des Stromwenders durch Schleifbürsten mit einem äußeren Stromkreise. Statt der ursprünglich hierfür verwendeten Drahtbürsten benutzt man jetzt allgemein Kohlestücke. Wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, daß der Stromwender in der Windungsebene der Spulen unterteilt ist, so müssen die Bürsten in der neutralen Zone angelegt werden, d. h. in dem Ankerdurchmesser, der senkrecht auf der Längsrichtung der Pole steht. Wenn dann die Richtung der Spannung in der Spule wechselt, werden gleichzeitig die Enden der Spule an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Netzes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe, auch nach-

dem die Spulenseite *I* in den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Bild 103). Aus dem Wechselstrom in der Spule ist also im Netz ein in seiner Stärke wechselnder Gleichstrom geworden. Wenn die Nuten nicht übermäßig breit sind, ergibt sich dann die Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit nach Bild 104.

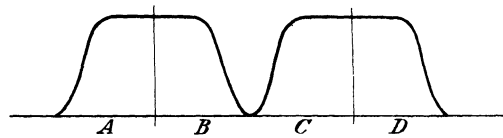


Bild 104. Zeitlicher Verlauf des Stromes beim Doppel-T-Anker.

#### 44. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung.

Damit der äußere Strom nicht nur in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke gleich bleibt, muß man statt des einen Nutenpaares eine große Anzahl Nuten verwenden und den Stromwender in eine entsprechend große Anzahl Teile teilen. Diese Verwendung eines mehrteiligen Stromwenders geschah zuerst im Jahre 1860 beim Ringanker von Pacinotti. Die Ringwicklung wurde später von der im Jahre 1872 durch v. Hefner-Alteneck erfundenen Trommelwicklung vollständig verdrängt. Dennoch empfiehlt es sich, näher auf sie einzugehen, da alle Verhältnisse sich leichter übersehen lassen als bei der Trommel.

Die Ringwicklung ist eine in sich geschlossene Spirale, die auf einen Eisenring aufgewickelt ist. Sie besteht in Bild 105 aus acht Spulen von je zwei Windungen. Die Zahl der Spulen und der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer. Sie sind sämtlich in gleichem Sinne gewickelt.

Auf der verlängerten Achse befindet sich der vierteilige Stromwender aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist in Richtung der Achse in ebensoviele voneinander isolierte Stege oder Segmente geteilt, wie der Anker Spulen enthält.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen elektrisch miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem davor liegenden Steg hin ab, oder man führt das Ende einer Spule unmittelbar zu einem Steg und vereinigt es dort mit dem Anfang der nächsten Spule.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines Elektromagneten gedreht, so schneiden die Drähte der Wicklung durch das magnetische Feld. Da die Feldlinien durch das Eisen des Ringes verlaufen und der Luftraum innen beinahe frei vom Feld ist, so werden nur an der äußeren Mantelfläche Feldlinien geschnitten. Anstatt nun die Stromrichtung nach der Faradayschen Schwimmerregel durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die entsprechenden Pfeile in den



Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich, daß bei Rechtsdrehung eines Stromerzeugers der Strom in allen vorderen Stirnverbindungen in der Richtung vom Südpol zum Nordpol fließt.

Die Pfeile in Bild 105 zeigen, daß je eine Spannung in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stoßen, die sich entgegengerichten und sich innerhalb der Maschine gegenseitig aufheben.

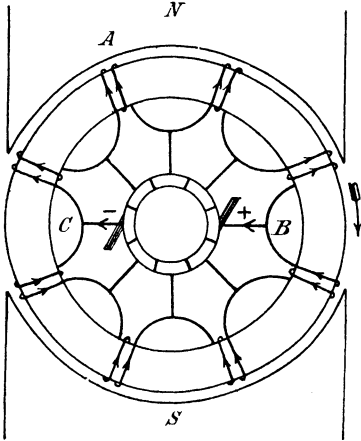


Bild 105. Ringwicklung, alle Spulen im Stromkreis.

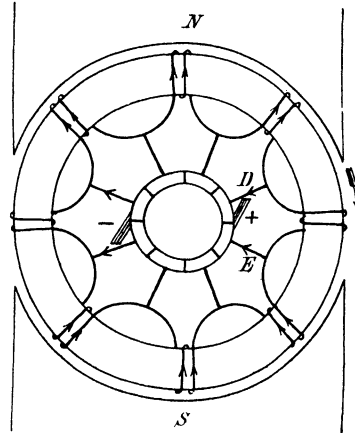


Bild 106. Ringwicklung, je eine Spule durch die Bürsten kurzgeschlossen.

Legen wir nun bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch einen äußeren Leiter, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äußeren Leiter und bei *C* wieder in die Maschine hinein, um auf zwei Wegen nebeneinander durch die Wicklung nach *B* zurückzulinieren. Wir haben also bei *B* die positive und bei *C* die negative Bürste. Wenn die Isolation zwischen den Stegen sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet, liegen die Bürsten wieder auf einem zur magnetischen Induktion senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone.

Ist die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang und die Zahl der Stege sehr groß, so liegen vor den Polen in jedem Zeitpunkt immer gleichviel Drähte, und die Spannung ist in allen Augenblicken gleich groß. Der große Vorteil des vierteiligen Stromwenders gegenüber den früheren Maschinen liegt auf der Hand.

Die Spannung ändert sich auch dann nicht, wenn nach Bild 106 durch die Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Stege zu gleicher Zeit zu liegen kommt. Allerdings werden die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen durch die Bürsten kurz geschlossen und dadurch aus dem Stromkreis ausgeschaltet. Der Strom fließt dann unmittelbar von *D* und *E* auf die positive Bürste zu. Die aus-

geschalteten Spulen schneiden aber bei richtiger Bürstenstellung überhaupt kein Feld, so daß ihr Kurzschluß keinen Einfluß auf die Spannung hat. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlichem Einfluß, da die Zahl der Spulen groß gewählt wird.

Hätten wir nach Bild 107 und 108 beim Wickeln eine oder mehrere Spulen überschlagen, so hätten wir eine mehrgängige Wicklung mit einer größeren Anzahl von Stromzweigen erhalten. Hat

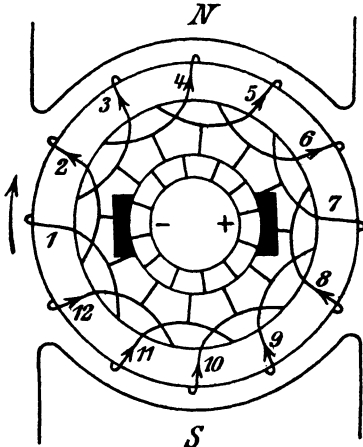


Bild 107. Mehrgängige Ringwicklung, zweifach geschlossen.

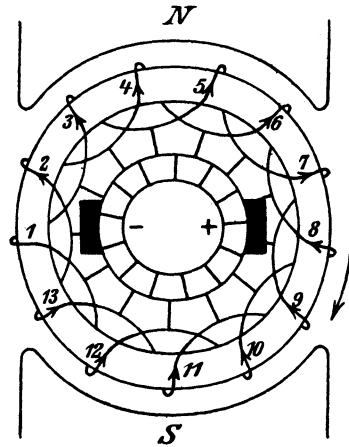


Bild 108. Mehrgängige Ringwicklung, einfach geschlossen.

dabei der Schritt, gemessen in Spulen, um den man beim Wickeln weiterschreitet, mit der Spulenzahl einen gemeinsamen Teiler, so erhält man eine mehrfach geschlossene Wicklung. So ergeben sich in Bild 107 die getrennten, in sich geschlossenen Wicklungen

1 3 5 7 9 11 1 und 2 4 6 8 10 12 2.

Haben Wicklungsschritt und Spulenzahl keinen gemeinsamen Teiler, so ist die Wicklung einfach geschlossen. In Bild 108 erhalten wir z. B. die Reihenfolge

1 3 5 7 9 11 13 2 4 6 8 10 12 1.

Zeichnen wir, wie oben in Bild 105 und 106, die Strompfeile in die Wicklungen, so erkennen wir, daß der Anker in vier Zweigen nebeneinander durchflossen wird und die Bürsten stets gleichzeitig mindestens je zwei Stege bedecken müssen. Der Stromlauf ist dann im gezeichneten Zeitpunkt

$$- \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline 12 & 10 & 8 \\ \hline 3 & 5 & \\ \hline 11 & 9 & \\ \hline \end{array} +$$

$$- \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 5 & 7 \\ \hline 12 & 10 & 8 \\ \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline 13 & 11 & 9 \\ \hline \end{array} +$$

Wir wenden uns jetzt zur **Trommelwicklung**. Sie besteht, wie der Ring, aus einer Reihe von Spulen, die miteinander verbunden und deren Enden zu je einem Steg des Stromwenders geführt sind. Die Zahl der Spulen ist also gleich der Zahl der Stege. Wir wählen sie immer weit kleiner, als es der wirklichen Ausführung entspricht.

Bei großen Maschinen enthält jede Spule nur eine einzige Windung von stabförmigem Querschnitt. Bei kleinen Maschinen besteht die Spule aus mehreren Windungen, von denen wir jedoch immer nur eine zeichnen. Die Wicklung wird auf der Mantelfläche entlang und dann quer über die Stirnfläche wieder zum Umfang geführt.

Jede Spule enthält zwei auf der Mantelfläche liegende Spulenseiten. Wenn sich diese aneinander genau gegenüberliegen, so daß die Spulenweite gleich dem Durchmesser oder bei mehrpoligen Maschinen gleich der Polteilung ist, so haben wir eine **Durchmesserwicklung**. Ist die Spulenweite kleiner oder größer, so haben wir eine **Sehnenwicklung**. Die Sehne muß immer so groß sein, daß der volle Fluß, der die Ankeroberfläche durchsetzt, von der Spule umfaßt wird.

Statt der früher üblichen glatten Wicklung, bei der die Spulenseiten auf dem Umfang der Trommel liegen, wird jetzt allgemein die **Nutenwicklung** verwendet, die sich leichter und billiger herstellen läßt. Die Spulen werden dabei vorher fertig gewickelt, auf einer Schablone in die erforderliche Form gebracht und dann mit ihren Seiten in Nuten des Ankereisens eingebettet. Neben der leichteren Herstellung hat der Nutenanker noch den Vorteil einer besseren Ausnutzung, einer leichteren und sicheren Befestigung der Wicklung und eines geringeren Verlustes durch Wirbelströme (vgl. S. 91).

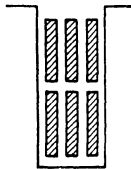


Bild 109. Drei Spulenseiten nebeneinander, zwei übereinander.

Bei der üblichen **Zweischichtwicklung**, die wie im folgenden stets voraussetzen, liegen in jeder Nut zwei Spulenseiten oder Stäbe übereinander. Von den beiden Spulenseiten einer Spule liegt also immer die eine, die wir als den **Spulenanfang** bezeichnen wollen, oben, die andere, die wir als das **Spulende** bezeichnen, rund um eine Polteilung verschoben, unten in einer Nut. Meist liegen auch nach Bild 109 mehrere Spulenseiten nebeneinander in einer Nut (vgl. auch Bild 121). Die einzelnen, in der Nut nebeneinander

liegenden Spulenseiten einer Schicht sind an nebeneinander liegende Stege angeschlossen. In bezug auf die Schaltung macht es nichts aus, ob die Nut in einer Schicht einen oder mehrere Stäbe enthält.

Jede obere Spulenseite nimmt mit der räumlich unter ihr liegenden, aber zu einer andern Spule gehörigen Spulenseite ein gewisses Feld auf dem Umfang ein. Wir bezeichnen diese Felder fortlaufend und geben den beiden übereinander liegenden Spulenseiten die Nummer des Feldes (vgl. Bild 121). Bei Aufstellung der Reihenfolge machen wir dann die obere

Spulenseite durch fetten Druck kenntlich. Enthält die Nut in einer Schicht nur je eine Spulenseite, so fallen die Felder mit den Nuten zusammen (Bild 110 bis 115).

Die Spulenköpfe, welche die Verbindungen zweier, zu einer Spule gehöriger Spulenseiten an den Stirnseiten bilden, liegen entweder auf der Stirnfläche selbst, oder wie bei der Faßwicklung auf einer Mantelfläche, welche die Verlängerung des Mantels der Trommel

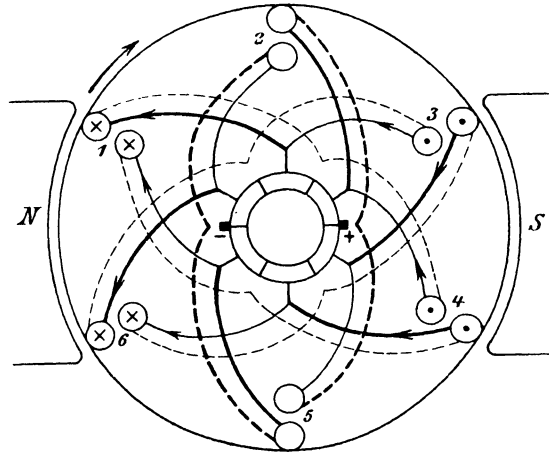


Bild 110. Zweipolige Durchmesserwicklung mit gerader Spulenzahl.

bildet. Jeder Spulenkopf besteht aus zwei Teilen, die ebenso wie die Stirnverbindungen zweier aufeinander folgender Spulen in verschiedenen, zur Achse senkrechten Ebenen liegen. Auf diese Weise können sich zwei Spulenköpfe oder Stirnverbindungen überkreuzen, ohne sich zu berühren. Bei der Stirnverbindung der vorderen Stirnfläche wird von uns der in der Zeichnung vorn liegende Teil, der an die obere Spulenseite angeschlossen ist, stark ausgezogen (vgl. Bild 110). Die Spulenköpfe der hinteren Stirnfläche sind durch einfache gestrichelte Linien dargestellt. Sind diese stark gestrichelt, so ist die Spule durch eine Bürste kurz geschlossen.

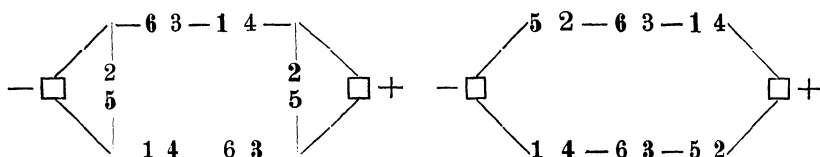
Bild 110 zeigt eine zweipolige Wicklung mit 6 Spulen, die in sechs Nuten untergebracht sind. Die zusammengehörigen Spulenseiten einer Spule, z. B. 1 (oben), 4 (unten), die hinten durch die gestrichelte Verbindung verbunden sind, liegen sich genau gegenüber, wir haben also eine Durchmesserwicklung. An die Spule 1 4 ist mit Hilfe der über den Stromwender führenden Stirnverbindung 4 2 die folgende Spule 2 5 angeschlossen usw. Schließlich wird die Wicklung in sich kurz geschlossen, und es ergibt sich die nebenstehende Reihenfolge.

1	2	3	4	5	6	1
⋮	/	⋮	/	⋮	/	⋮
4	5	6	1	2	3	/

Die senkrechte punktierte Verbindung bedeutet dabei die Spulenweite oder den Spulenkopf, entsprechend der gestrichelten Linie

auf der Stirnfläche hinten. Der schräge Strich bedeutet die über den Stromwender führende Verbindung zweier Spulen auf der Vorderseite.

Drehen wir den Anker im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom wieder vor dem Nordpol von vorn nach hinten, also auf der vorderen Stirnfläche auf den Nordpol zu und vom Südpol weg. Dadurch ergeben sich die Strompfeile in den Spulenseiten und den Stirnverbindungen. In den Feldern 2 und 5, die in der neutralen Zone liegen, lassen wir die Pfeile weg. Wir erkennen dann, daß die Bürsten in der gezeichneten Stellung aufzulegen sind. Dabei werden im dargestellten Zeitpunkt die Spulen 2 5 und 5 2, deren Spulenkopf hinten stark gestrichelt ist, durch je eine Bürste kurz geschlossen. Da es sich um einen Stromerzeuger handelt, so tritt der Strom bei der negativen Bürste hinein. Er durchfließt dann die Wicklung in zwei Zweigen nebeneinander, und wir erhalten den Stromlauf wie linksstehend:



Sobald die Bürsten nur auf je einem Steg des Stromwenders aufliegen, sind alle Spulen im Stromkreis und der Stromlauf ist wie rechtsstehend.

Wenn wir die Mantelfläche abrollen, erhalten wir für einen Zeitpunkt, in dem nicht alle Spulen im Stromkreise liegen, Bild 111.

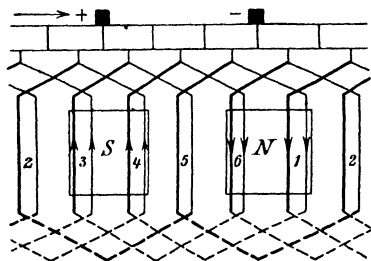


Bild 111. Trommelwicklung, abgerollt.

Bei sind alle oberen Spulenseiten und die zugehörigen Teile der Verbindungen der Vorderseite stark ausgezogen. Die unteren Spulenseiten sind der Deutlichkeit wegen neben den in derselben Nut liegenden oberen Spulenseiten gezeichnet. Die Wicklung gleitet im Sinne des Pfeiles vor den hinter der Papierebene liegenden Polen und an den feststehenden Bürsten vorbei.

In bezug auf funkenlose Stromwendung ist es nachteilig, wenn zwei Spulen, die in denselben Nuten liegen, gleichzeitig kurz geschlossen werden, wie dies bei der Durchmesserwicklung der Fall ist. In dieser Hinsicht ist die Sehnenwicklung günstiger. Macht man dabei die Nutenzahl oder bei mehrpoligen Maschinen die Nutenzahl für ein Polpaar ungerade, so wird ein gleichzeitiger Kurzschluß zweier Spulen überhaupt vermieden. Bild 112 zeigt dies für den Fall, daß die Sehne groß ist, d. h. daß die Verbindung hinten, z. B. 1 4, fast genau gleich dem Durch-

messer ist. Wir erhalten bei den sieben Spulen die Reihenfolge:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 \\ \vdots & / & \vdots & / & \vdots & / & \vdots & / \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 1 & 2 & 3 & \end{array}$$

Zeichnen wir, wie oben, die Strompfeile ein, so erhalten wir die Lage der Bürsten. Im dargestellten Zeitpunkt wird durch die positive Bürste die in der neutralen Zone liegende Spule 3 6 durch die rechte Bürste kurz geschlossen. Ihre Stirnverbindung hinten ist wieder stark gestrichelt. Nach  $\frac{1}{14}$  Umdrehung kommt die Spule 2 6 durch

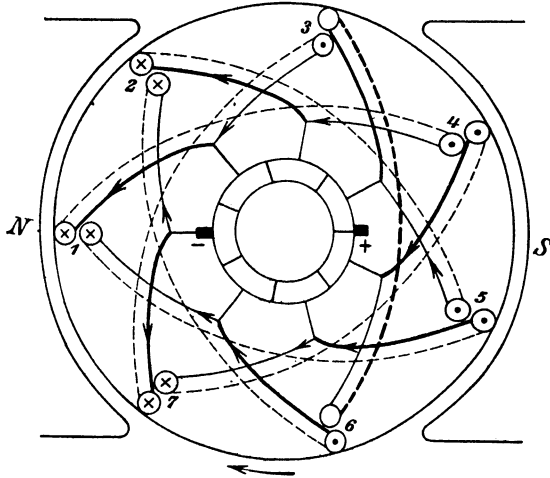


Bild 112. Trommelwicklung mit ungerader Spulenzahl.

die linke Bürste zum Kurzschluß. Wir erhalten im gezeichneten Zeitpunkt den nebenstehenden Stromlauf.

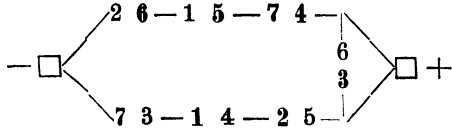
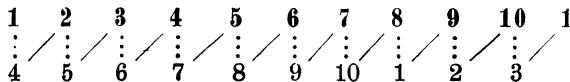
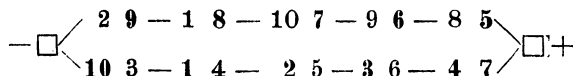


Bild 113 zeigt eine Wicklung mit 10 Spulen und wesentlich kleinerer Sehne. Von 1 aus ist die Verbindung hinten nicht, wie bei der Durchmesserwicklung, nach 6, auch nicht an die daneben liegende Stelle 5, sondern nach 4 geführt und an die Spule 1 4 dann die Spule 2 5 angeschlossen. Wir erhalten dadurch die Reihenfolge:



Durch Einzeichnen der Strompfeile erhalten wir die Lage der Bürsten und dadurch den Stromlauf:



Infolge der geraden Spulenzahl für das Polpaar werden im Gegensatz zu Bild 112 jetzt zwei Spulen gleichzeitig kurz geschlossen, die aber nun nicht mehr in denselben Nuten liegen.

Die Sehnenwicklung zeigt noch die Besonderheit, daß die Drähte, die in der neutralen Zone liegen, wie z. B. die Drähte in den Nuten 3, 4, 8 und 9, von entgegengesetzten Strömen durchflossen werden. Dies ist vorteilhaft, da hierdurch die gesamte magnetische Wirkung des

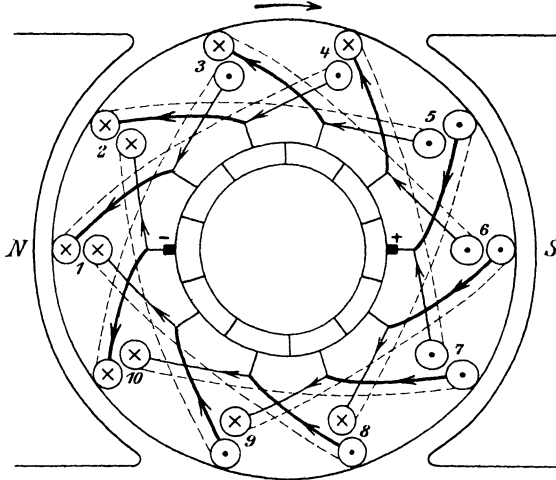


Bild 113. Sehnenwicklung.

Ankers kleiner wird (vgl. Abschnitt 52). Man darf aber die Abweichung der Spulenweite vom Durchmesser nicht zu groß machen, da sonst die Wendepole, die man zur Erreichung eines funkenfreien Ganges anbringt, zu breit werden müßten.

#### 45. Mehrpolige Schleifenwicklung.

Mit zunehmender Größe der Maschine wird das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen Form in bezug auf Lüftung sehr ungünstig. Dazu kommt noch, daß der Strombelag vor einem Pol, d. h. das Produkt aus der Stromstärke eines

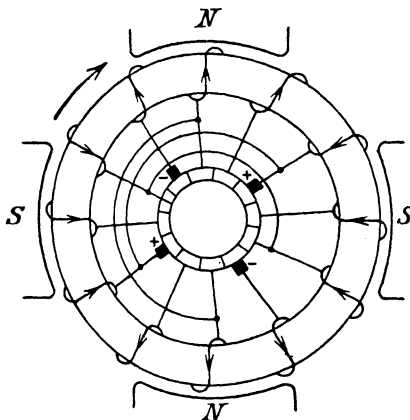


Bild 114. Ringanker mit Ausgleichverbindern.

Leiters und der Anzahl der vor einem Pol liegenden Leiter wegen der magnetischen Wirkung des Ankerstromes einen bestimmten Betrag nicht überschreiten darf. Endlich führt bei Maschinen mit hoher Stromstärke auch die Rücksicht auf den funkenlosen Gang und auf die Vermeidung von Wirbelströmen dazu, die Ankerwicklung unter Verwendung eines mehrpoligen Magnetgestells in mehr als zwei Zweige zu zerlegen.

Wir betrachten zunächst in Bild 114 einen gewöhnlichen eingängigen Ringanker innerhalb eines vierpoligen Magnetgestells, das so erregt ist, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Wenn wir für Rechtsdrehung die Strompfeile einzeichnen, ergibt sich, daß wir je zwei positive und negative Bürsten in der gezeichneten Lage aufzulegen haben. Die gleichnamigen Bürsten werden miteinander und mit der entsprechenden Klemme des Netzes verbunden. Wir sehen dann, daß der Anker nebeneinander in vier Zweigen durchflossen wird, von denen jeder vor einem Pol liegt. Ist  $p$  die Anzahl der Polpaare und  $a$  die halbe Anzahl der Ankerzweige nebeneinander, so wird für die eingängige Ringwicklung  $a = p$ .

Bei der mehrpoligen Trommel mit Schleifenwicklung besitzt jede Spule zwei Spulenseiten, die vor entgegengesetzten Polen liegen, und von denen wir die eine als den Anfang, die andere als das

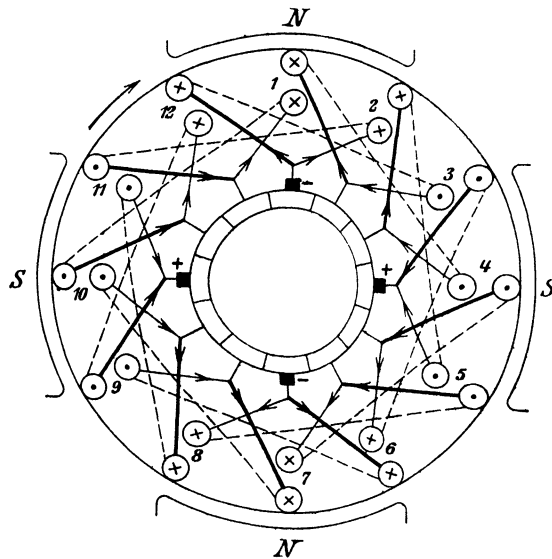


Bild 115. Vierpolige Trommel mit Schleifenwicklung.

Ende ansehen. In Bild 115 betrachten wir z. B. den Draht 1 oben als den Anfang und den zugehörigen Draht 4 unten als das Ende der ersten Spule. Die Spulen werden in der Weise verbunden, daß man das Ende der ersten Spule mit dem Anfang der zweiten Spule verbindet. In Bild 115 ist also z. B. 4 unten mit 2 oben verbunden. Die Anfänge der im Wicklungsgang folgenden Spulen liegen dabei räumlich unmittelbar nebeneinander. Man schreitet also vom Ende der ersten Spule zurück zum Anfang der folgenden Spule.

Gleichzeitig sehen wir, daß die mehrpolige Trommel völlig mit der Ringwicklung übereinstimmt. Wenn wir in Gedanken die Spulen-

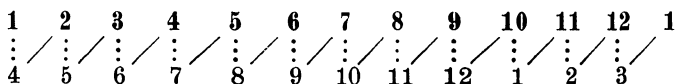


seiten, welche die Enden bilden, weglassen oder mit den Anfängen zusammenfassen, so erhalten wir ohne weiteres die fortlaufend aufeinander folgenden äußeren Spulenseiten des Ringankers. Bei Schleifenwicklung ist also ebenso wie bei der Ringwicklung die Anzahl der Stromzweige, und damit auch die Bürstenzahl, gleich der Polzahl, d. h. es wird  $a = p$ . Die Schleifenwicklung eignet sich daher besonders für Maschinen mit hoher Stromstärke, so daß fast alle größeren Maschinen mit ihr ausgeführt werden.

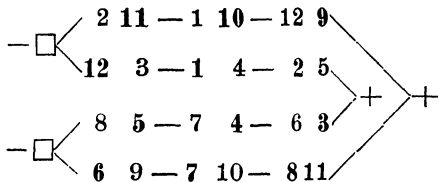
Umfassen die beiden Spulenseiten einer Spule genau eine Polteilung, so haben wir wie früher eine Durchmesserwicklung, andernfalls eine Sehnwicklung.

Die Spulenzahl können wir an sich beliebig wählen, jedoch macht man sie mit Rücksicht auf funkenfreie Stromwendung durch die Zahl der Polpaare teilbar. Bild 115 zeigt eine vierpolige Trommel mit Schleifenwicklung und 12 Spulen, die in 12 Nuten untergebracht sind. Die einzelnen Felder, die je eine Anfangs- und Endspulenseite übereinander enthalten, sind wieder fortlaufend bezeichnet. Der Spulenkopf, der durch die gestrichelte Verbindung dargestellt wird, umfaßt die volle Polteilung, wir haben also Durchmesserwicklung.

Wir bezeichnen wieder die oberen Spulenseiten durch fette Buchstaben und erhalten die Reihenfolge:



Wenn wir die Strompfeile in die Wicklung eintragen, sehen wir, daß je zwei positive und negative Bürsten aufzulegen sind. Der Anker wird dann im dargestellten Zeitpunkt in den nebenstehenden vier Stromzweigen durchflossen.



Nach  $\frac{1}{24}$  Umdrehung kommen gleichzeitig alle in den Feldern 11, 2, 5 und 8 liegenden Spulenseiten zum Kurzschluß.

Die Spulenseiten der einzelnen Ankerzweige liegen bei der Trommel, wie beim Ring, vor verschiedenen Polen. Sind nun die Polpaare nicht vollständig gleich, so können große Ungleichmäßigkeiten in der Strombelastung der einzelnen Zweige auftreten. Die erzeugte Spannung betrage z. B. bei einer vierpoligen Maschine vor dem einen Polpaar  $E_1 = 115$ , vor dem anderen Polpaar  $E_2 = 114$  Volt. Der Widerstand je eines vor einem Polpaar liegenden Doppelzweiges in Bild 114 sei  $R = 0,05$  Ohm und der Gesamtstrom gleich 100 Amp. Da die Klemmenspannung an den Bürsten für beide Doppelzweige dieselbe ist, so entsprechen die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  in den beiden Doppelzweigen der Gleichung  $E_1 - I_1 R = E_2 - I_2 R$ . Demnach ist

$I_1 - I_2 = 20$ , d. h. bei dem Gesamtstrom von 100 Amp. wird  $I_1 = 60$  und  $I_2 = 40$  Amp.

Bei vierpoligen Maschinen sucht allerdings der ungleich auf die einzelnen Zweige verteilte Ankerstrom infolge seiner magnetischen Wirkung die Ungleichheit der Pole auszugleichen, so daß die Verschiedenheit in der Stromverteilung weniger erheblich ist. Bei anderen Polzahlen kann sie Störungen hervorrufen, da sie eine ungleiche Strombelastung der einzelnen Bürsten verursacht und Bürstenfeuer zur Folge hat.

Man sucht daher bei größeren Maschinen die Ungleichmäßigkeiten wenigstens von den Bürsten fernzuhalten. Dies geschieht durch Ausgleichverbindungen, durch welche die Stege, die um eine doppelte Polteilung voneinander entfernt sind, nach Bild 114 und 116 entweder in regelmäßigem Abstand oder sämtlich miteinander verbunden werden. Die Zahl der Spulen oder Stege muß dabei durch die Zahl der Polpaare teilbar sein.

Bei Gleichheit der Polpaare besteht zwischen den verbundenen Stegen keine Spannung, so daß die Verbindungen stromlos sind. Bei ungleicher Stromverteilung übernehmen sie dagegen den Überschuß des Stromes, so daß allen Bürsten derselbe Strom zufließt.

Durch die Ausgleichverbinder wird nun auch gleichzeitig eine Verbindung zwischen den Stegen, auf denen gleichnamige Bürsten schleifen, hergestellt. Wenn also alle Stege mit Verbindern versehen werden, kann man mit zwei Bürsten auskommen. Jedoch wird hiervon nur in seltenen Fällen Gebrauch gemacht.

Die Verbinder werden wie in Bild 114 an die Zuführungen zum Stromwender, oder wie in Bild 116 an der dem Anker zugewendeten Seite des Stromwenders unmittelbar an die Stege angeschlossen.

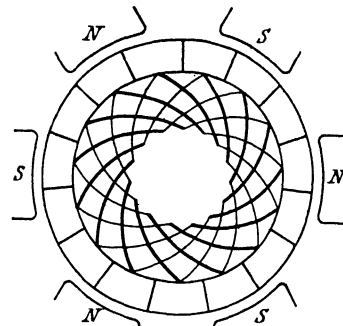


Bild 116.  
Stromwender mit Ausgleichverbindungen.

#### 46. Mehrpolige Wellenwicklung.

Bei der mehrpoligen Wellenwicklung schaltet man nicht, wie bei der Schleifenwicklung, hinter eine Spule die räumlich folgende desselben Polpaares, sondern nach Bild 117 und 118 eine ähnlich liegende des nächsten Polpaares. Auf diese Weise fährt man fort und schaltet bei einem Umgang  $p$  Spulen in Reihe. Man tut auf diese Weise dasselbe, wie wenn man einer Spule der zweipoligen Maschine die  $p$ -fache Windungszahl gibt. In Bild 117 sind z. B. die Spulen

1, 5 und 9 eines Umganges gleichwertig einer Spule von dreifacher Windungszahl, die auf der Breite 1 bis ausschließlich 13 liegt. Ebenso sind in Bild 118 die Spulen 1 6 11 eines Umganges gleichwertig einer Spule von dreifacher Windungszahl, die auf der Breite 1 bis ausschließlich 3 liegt. Jede Spule eines Umganges ist gegen die vorhergehende im magnetischen Feld etwas verschoben, und die Summe aus diesen einzelnen Verschiebungen ist die Gesamtverschiebung eines Umganges.

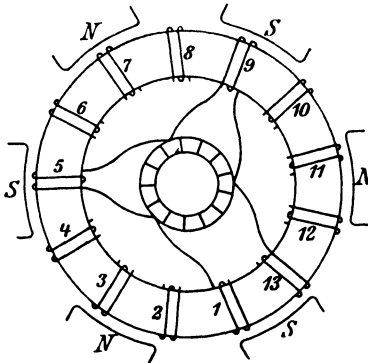


Bild 117. Wellenwicklung mit zwei Stromzweigen ( $a = 1$ ).

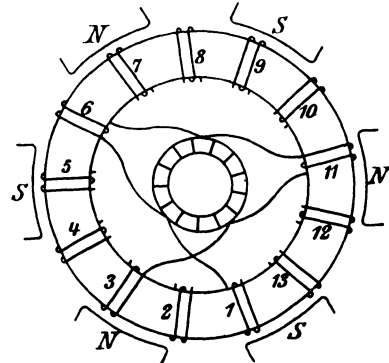


Bild 118. Wellenwicklung mit vier Stromzweigen ( $a = 2$ ).

Kommt man nach einem Umgang, also nach dem Durchlaufen von  $p$  Spulen, wie in Bild 117, an die dem Ausgangspunkt unmittelbar benachbarte Stelle, so ist die Wicklung einer eingängigen zweipoligen Wicklung gleichwertig. Nur werden  $p$  ähnlich liegende Spulen durchlaufen, ehe man zu der auf die Anfangsspule räumlich folgenden kommt. Wir erhalten dann wie bei der eingängigen zweipoligen Wicklung zwei Stromzweige, von denen jeder sich mit seinen Spulenseiten auf alle Pole verteilt. Grundsätzlich kommt man dann auch mit zwei Bürsten aus, jedoch legt man meist, wie bei der Schleifenwicklung,  $2p$  Bürsten in Abständen von einer Polteilung auf.

Kommt man dagegen nach einem Umgang an eine Stelle, die von der Ausgangsspule gerechnet um  $a$  Spulenanfänge entfernt ist, so ist die Wicklung einer mehrgängigen zweipoligen Wicklung nach Bild 107 und 108 gleichwertig. Sie zerfällt dann, wie diese, in  $2a$  Stromzweige. In Bild 118 kommt man z. B., bei 1 beginnend, in einem Umgang nach 3, d. h.  $a$  ist gleich 2 und die Wicklung enthält  $2a = 4$  Stromzweige. Man könnte jetzt mit  $2a$  Bürsten auskommen, legt aber auch jetzt wieder  $2p$  Bürsten in Abständen von je einer Polteilung auf.

Alles dies gilt ebensowohl für den Ring wie für die Trommel. Ist  $S$  die Zahl der Spulen oder Stege,  $2a$  die Zahl der Stromzweige und  $2p$  die Polzahl, so entspricht der Wicklungsschritt  $Y$ , der beim Ring in Spulen, bei der Trommel in Spulenanfängen oder in

beiden Fällen in Stegen des Stromwenders gemessen wird, der Gleichung

$$p \cdot Y = S \pm a. \quad (1)$$

Das untere Vorzeichen gibt eine schleichende oder ungekreuzte Wicklung (Bild 117), das obere Vorzeichen eine übergreifende oder gekreuzte Wicklung (Bild 118). Die Wicklungslänge ist bei der gekreuzten Wicklung etwas größer als bei der ungekreuzten. Die Wicklung ist einfach geschlossen, wenn  $S$  und  $Y$  keinen gemeinsamen Teiler haben.

Der Schritt besteht bei der Trommel aus zwei Teilen, die angenähert gleich gewählt werden. Von diesen bestimmt der Teil auf der Stirnfläche hinten, z. B. 1 3 in Bild 119, die Spulenweite, während der über den Stromwender führende Teil auf der Stirnfläche vorn, z. B. 3 6 in Bild 119, den Schaltschritt vom Ende einer Spule zum Anfang der nächsten angibt. Der ganze Schritt von 1 über 3 und den Stromwender nach 6 ist dann der Wicklungsschritt, der in Spulanfängen oder Stegen zu zählen ist, also gleich  $6 - 1 = 5$  ist.

Bei Zweischichtwicklung, wie sie in der Regel bei Nutenwicklungen angewendet wird, liegen Anfänge und Enden der Spulen übereinander. Wir bezeichnen dann die Felder, die je eine obere und untere Spulenseite enthalten, wie früher fortlaufend und zählen den Schritt  $Y$  in diesen Feldern.

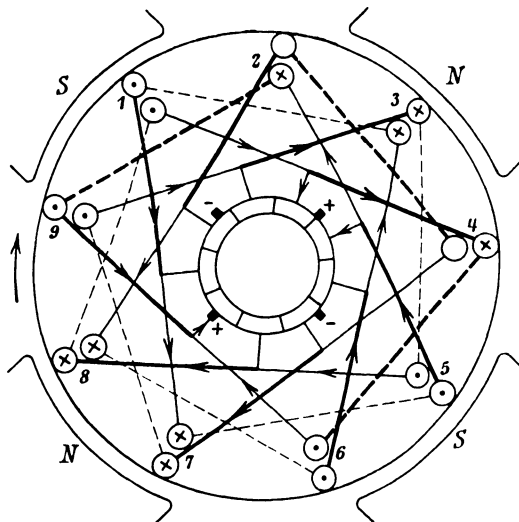
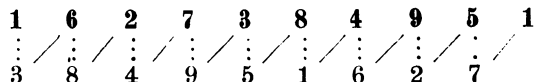


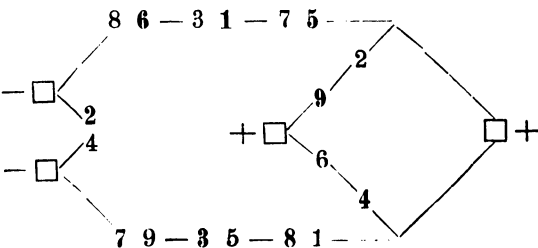
Bild 119. Vierpolige Wellenwicklung mit zwei Stromzweigen.

Bild 119 zeigt eine vierpolige Wellenwicklung mit  $S = 9$  Spulen und  $2a = 2$  Stromzweigen. Je zwei Spulenseiten liegen in einer Nut. Aus Gleichung (1) ergibt sich für  $S = 9$ ,  $a = 1$  und  $p = 2$  der Schritt

zu  $Y = (S \pm a)/p = 5$  oder  $4$ . Wir wählen den Schritt gleich fünf und nehmen willkürlich den Teilschritt hinten gleich 2 und vorn gleich 3. Dann erhalten wir die Reihenfolge



Wir legen nun vier Bürsten im Abstand von je einer Polteilung auf und zwar so, daß der Strom aus 1 und 5 auf eine Bürste, die zwei Stege bedeckt, zufließt. Diese Bürste, die im Bilde oben rechts liegt, schließt im gezeichneten Zeitpunkt die Spulen 4 6 und 9 2 in Reihe geschaltet, kurz. Daneben schließen die beiden negativen Bürsten die Spule 2 4 kurz. Die hinten liegenden Spulenköpfe der genannten Spulen sind stark gestrichelt. Wir erhalten den nebenstehenden Stromlauf.



Da der Spulenwiderstand gegenüber dem Übergangswiderstand der Bürsten verschwindend klein ist, so nehmen die Spulen 2 9 und 4 6 an der Stromführung teil, und der Ankerstrom verteilt sich fast gleichmäßig auf beide positiven Bürsten.

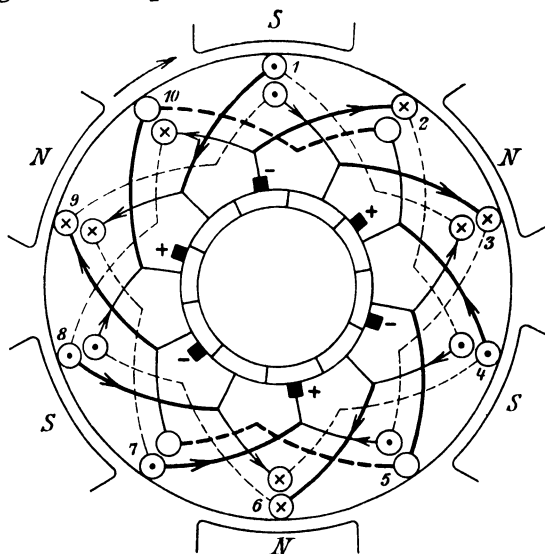


Bild 120. Sechspolige Wellenwicklung mit vier Stromzweigen.

Wenn wir die Spulenseiten eines Stromzweiges der Reihe nach verfolgen, erkennen wir, daß sie sich auf alle Pole verteilen. Ihre

Lage zu den Polen verschiebt sich dabei allmählich, so daß sie schließlich einem einzigen längs eines Polpaares verteilten Stromzweig gleichwertig sind.

Bild 120 zeigt eine sechspolige Trommel mit zehn Spulen und vier Stromzweigen. Für  $S = 10$ ,  $p = 3$  und  $a = 2$  erhalten wir aus Gleichung (1)

$$Y = \frac{S \pm a}{p} = \frac{10 \pm 2}{3} = 4.$$

Da  $S$  und  $Y$  den gemeinsamen Teiler 2 haben, so ist die Wicklung zweifach geschlossen. Wählen wir nun jeden der beiden Teilschritte gleich 2, so erhalten wir die Reihenfolge

1	5	9	3	7	1	2	6	10	4	8	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
3	7	1	5	9		4	8	2	6	10	

Wie man sieht, kommt man, von 1 oben anfangend, in  $p = 3$  vollen Schritten, von denen jeder die Spulenweite hinten und den Schaltschritt vorne umfaßt, nach 3 oben. Da dies der zweite Spulenanfang neben dem Ausgang ist, so ist  $a = 2$ , d. h. die Wicklung enthält  $2a = 2$  Stromzweige nebeneinander.<sup>4</sup>

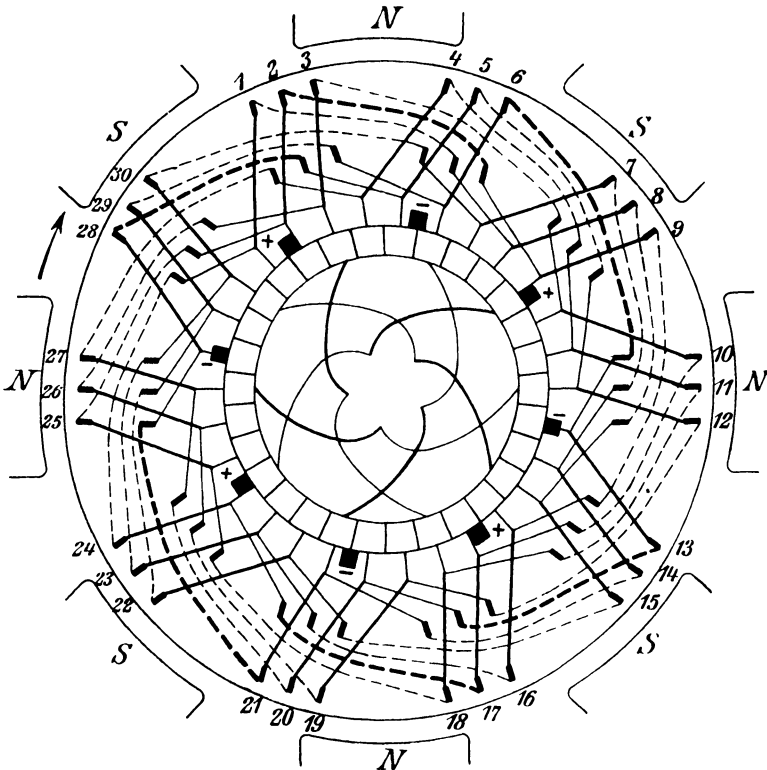


Bild 121. Achtpolige Wellenwicklung für vier Stromzweige mit Ausgleichverbindern.

Ferner zeigt Bild 121 eine achtpolige Wellenwicklung mit  $2a = 4$  Stromzweigen nebeneinander. Die Spulen- oder Stegzahl sei  $S = 30$ , die Anzahl der Spulenseiten nebeneinander in der Nut gleich 3. Der Wicklungsschritt wird  $Y = (S \pm a)/p = 8$  oder 7.

Wir nehmen willkürlich  $Y = 7$ , und wählen den Schritt hinten gleich 4 und vorne gleich 3. Dabei ist der Schritt hinten nicht durch die Zahl der Spulenseiten nebeneinander in der Nut teilbar. Die Spulenweiten hinten sind also nicht gleich lang. Die Reihenfolge ist

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 8 & 15 & 22 & 29 & & \\ \vdots & \diagdown & \vdots & \diagdown & \vdots & \diagdown & \vdots \\ 5 & 12 & 19 & 26 & 3 & \text{ usw.} & \end{array}$$

Um den Stromlauf und den Kurzschluß der Spulen bequem zu übersehen, führen wir die Wicklung auf ein zweipoliges Ersatzbild zurück (Bild 122). Wir arbeiten dabei mit Spulen statt mit Spulen-

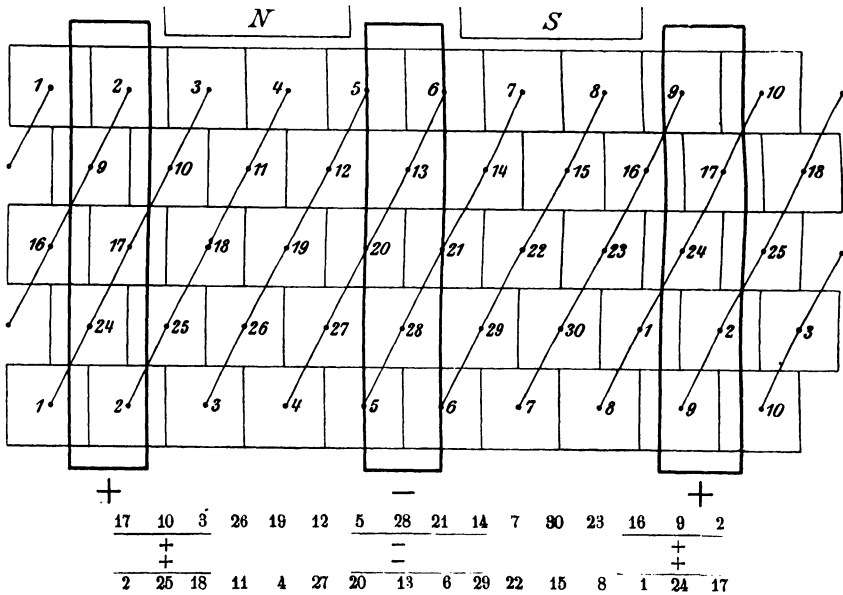


Bild 122. Zweipoliges Ersatzbild.

seiten und geben jeder Spule die Nummer ihrer oberen Spulenseite. Den an die obere Spulenseite angeschlossenen Steg bezeichnen wir mit der Nummer der oberen Spulenseite. Wir teilen dann den Stromwender in  $p$  gleiche Teile, von denen jeder also einer doppelten Polteilung entspricht. Diese Teile legen wir genau senkrecht untereinander und fügen den ersten Teil unten nochmals hinzu. In unserem Falle ist  $p = 4$ , und wir erhalten  $p + 1 = 5$  solcher Reihen.

Die im Wicklungsgang aufeinander folgenden Stege liegen dann schräg untereinander, und zwar bei der gekreuzten Wicklung mit

dem Schritt  $Y = (S + a)/p$  schräg nach rechts und bei der ungekreuzten Wicklung mit dem Schritt  $Y = (S - a)/p$  schräg nach links. Bei unserer ungekreuzten Wicklung mit dem Schritt  $Y = 7$  liegen z. B. die im Wicklungsgang aufeinander folgenden Stege 4, 11, 18, 25 und 2 schräg nach links untereinander. Die Wicklung schreitet dann im Zickzack z. B. von Steg 10 über 17, 24, 1 nach 8 von dort zu dem damit übereinstimmenden, senkrecht darüber liegenden Steg 8 der obersten Reihe und von dort über 15 und 22 weiter.

Von der obersten Reihe kommt man in  $p$  Schritten zur untersten Reihe, die mit der obersten übereinstimmt. Da man dabei auf einen Steg gelangt, der gegen den Anfang um  $\pm a$  Stege verschoben ist, so ist die Verschiebung bei jedem Schritt gleich  $\pm a/p$ . Die im Wicklungsgang aufeinander folgenden Stege zweier unmittelbar untereinander liegenden Reihen sind also um  $\pm a/p$  Stegteilungen gegeneinander verschoben. In unserem Falle bei  $a = 2$  und  $p = 4$  ist die Verschiebung gleich einer halben Stegteilung nach links.

Die Spulen bilden die Verbindungen zwischen den Stegen. Der schräge Strich z. B. zwischen den Stegen 3 und 10 deutet dann die Spule 3 7 an, die weiter über den Steg 10 an die Spule 10 14 angeschlossen ist.

Da alle gleichnamigen Bürsten übereinander liegen, so können wir sie zu einer einzigen Bürste vereinigen, die alle Reihen bedeckt. Wir legen also an beliebiger Stelle eine negative Bürste auf und links und rechts davon im Abstand einer Polteilung, d. h. von  $S/2 p$  Stegteilungen, zwei miteinander übereinstimmende positive Bürsten. In unserem Falle ist der Abstand gleich  $30/8 = 3\frac{3}{4}$  Stegteilungen. Die Bürstenbreite ist gleich einer Stegteilung gewählt, und die negative Bürste bedeckt gerade einen vollen Steg. Zwischen den Bürsten sind oben die beiden Pole angedeutet.

Wir verfolgen nun von der negativen Bürste aus den Stromlauf nach rechts und links hin. Wir sehen dabei deutlich, daß die Wicklung in zwei Gängen unter den Bürsten hindurchgeht, wobei die Ströme ihre Richtung umkehren. Nach jeder Seite hin erhalten wir zwei Stromzweige, zusammen also  $2 a = 4$  Stromzweige, die im unteren Teil des Bildes angegeben sind.

Bedeckt eine Gesamtbürste zwei im Wicklungsgang aufeinander folgende Stege, so ist die dazwischen liegende Spule kurzgeschlossen. So sind durch die negative Bürste die Spulen 6 (zwischen Steg 6 und 13) und 13 (zwischen Steg 13 und 20) in Reihe liegend kurzgeschlossen, ebenso die Spulen 21 und 28. Durch die positive Bürste sind die Spulen 10, 17 und 24 und ebenso die Spulen 25, 2, 9 in Reihe liegend kurzgeschlossen. Die kurzgeschlossenen Spulen nehmen an der Stromführung teil. Der Strom wird also einem Ankerzweig teilweise unmittelbar durch Bürste und Steg, teilweise durch Vermittlung einer kurzgeschlossenen Spule zugeführt.



Dadurch, daß man die Lage der Nuten und damit die in ihnen liegenden Spulenseiten einzeichnet, läßt sich das Ersatzbild auch für weitere Untersuchungen, wie z. B. zur Bestimmung der Breite der Wendepole benutzen<sup>1)</sup>.

Obwohl sich die Spulenseiten eines Ankerzweiges bei Wellenwicklungen auf verschiedene Pole verteilen und dadurch Ungleichheiten der Pole weniger schädlich sind als bei Schleifenwicklung, sind doch erfahrungsgemäß bei Wellenwicklungen mit mehr als zwei Stromzweigen ( $a > 1$ ) Ausgleichverbinder erforderlich. Dabei sind je  $a$  Stege, die gleichen Abstand und gleiche relative Lage zu den Polen besitzen, zu verbinden. Die Spulen- oder Stegzahl und die Polzahl muß also durch  $a$  teilbar sein. Bei mehreren Spulenseiten nebeneinander in der Nut ist es vorteilhaft, wenn auch die Nutenzahl durch  $a$  teilbar ist, damit nicht Spulenseiten, die eine verschiedene Lage in der Nut haben, verbunden zu werden brauchen.

Diese Bedingungen sind bei der Wicklung in Bild 121 erfüllt. Je zwei Stege, die um  $S/a = 30/2$  Stegteilungen voneinander entfernt sind, können also durch Ausgleichverbinder verbunden werden. Von diesen braucht nur ein Teil ausgeführt zu werden. In Bild 121 ist z. B. der dritte Teil der möglichen Verbindungen gezeichnet. Man sieht deutlich, daß die verbundenen Stege, d. h. auch die angeschlossenen Spulenseiten, genau dieselbe Lage gegenüber den Polen haben.

#### 47. Spannung und Ankerwiderstand der Gleichstrommaschinen.

Die Zeit, in der sich eine Spulenseite von der Mitte eines Poles bis zur Mitte des nächsten gleichnamigen Poles bewegt, ist  $T = 1 : p n/60$ . Ist  $\Phi$  der Fluß eines Poles, so nimmt der von einer Windung umfaßte Fluß in der Zeit  $T/4$  um  $\Phi$  Maxwell zu oder ab. Die mittlere erzeugte Spannung in einer Windung ist also nach dem Induktionsgesetz  $E_{\text{mittel}} = \Phi \cdot 10^{-8} : T/4$  Volt.

Ist dann  $z$  die Drahtzahl, so sind  $z/2a$  Drähte, d. h.  $z/4a$  Windungen in Reihe geschaltet. Demnach ist die erzeugte Spannung der Maschine

$$E = E_{\text{mittel}} \cdot \frac{z}{4a} = \frac{p}{a} \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Bei der zweipoligen Maschine ist  $p = 1$  und, sofern die Wicklung eingängig ist, auch  $a = 1$ . Bei mehrpoligen Maschinen mit Schleifenwicklung ist, ebenfalls unter Voraussetzung einer eingängigen Wicklung,  $a = p$ . Bei Wellenwicklung sind  $p$  und  $a$  verschieden.

Gleichung (2) gilt auch für Ringanker, sofern man für  $z$  die Drahtzahl auf dem äußeren Umfang einsetzt.

<sup>1)</sup> Vgl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1919 S. 321.

Ist nun  $l$  die Gesamtlänge der Wicklung in m, so ist die Länge eines Zweiges gleich  $l/2a$ , also der Widerstand eines Zweiges gleich  $\rho l : 2 a q$ . Bei  $2a$  Zweigen nebeneinander ist der Widerstand  $2a$  mal so klein, er ergibt sich also allgemein zu

$$R_a = \rho \cdot \frac{l}{4 a^2 \cdot q} \text{ Ohm.} \quad (3)$$

Für den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers kann 0,02 eingesetzt werden. Zum Widerstand der Wicklung kommt der Übergangswiderstand der Bürsten hinzu.

Ist z. B. die gesamte Drahtlänge  $l = 200$  m, der Querschnitt  $q = 40 \text{ mm}^2$  und die halbe Zahl der Stromzweige  $a = 2$ , so ist der Ankerwiderstand

$$R_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 40} = 0,00625 \text{ Ohm.}$$

Bei einem Strom von 400 Amp. ist dann der Spannungsverlust im Anker

$$I_a \cdot R_a = 0,00625 \cdot 400 = 2,5 \text{ Volt.}$$

Rechnen wir den Spannungsverlust unter den Bürsten gleich 1,5 Volt, so ist der gesamte Spannungsverlust 4 Volt. Bei einer Klemmenspannung von 110 Volt muß also die erzeugte Spannung 114 Volt betragen.

Unsere Gleichungen setzen uns nun instand, zu beurteilen, wann die Wellenwicklung an Stelle der Schleifenwicklung am Platze ist. In allen Fällen handelt es sich darum, daß der Querschnitt eines Ankerleiters nicht zu klein wird, da sonst die Isolation der Leiter zuviel Platz wegnimmt. Auch wird eine Wicklung mit Stäben von großem Querschnitt billiger als eine Spulenwicklung aus Drähten. Die Stromstärke für einen Ankerzweig darf also nicht zu klein und die Zahl der Ankerzweige nicht zu groß sein.

Kleine Maschinen, d. h. Maschinen mit verhältnismäßig geringen Stromstärken, erhalten daher vorteilhaft nur zwei Stromzweige, d. h. eine Wellenwicklung mit  $a = 1$ .

Bei großen Maschinen mit starken Strömen ergibt sich auch bei  $2p$  Stromzweigen eine genügend hohe Stromstärke für den Ankerzweig, also ein großer Stabquerschnitt. Solche Maschinen werden also mit Schleifenwicklung ausgeführt, die den Vorteil einer großen Gleichmäßigkeit aller Zweige besitzt.

Wird die Stromstärke eines Ankerzweiges bei nur zwei Zweigen zu groß und bei  $2p$  Zweigen zu klein, so empfiehlt sich eine Wellenwicklung, bei der die Zahl der Stromzweige größer als 2 und kleiner als  $2p$  ist.

## Neunter Teil.

### 48. Die Erregung der elektrischen Maschinen.

Als Dynamomaschinen werden alle Maschinen bezeichnet, in denen durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld elektrische Arbeit erzeugt wird. Dynamomaschinen und Stromerzeuger sind also gleichbedeutend. Auf Grund einer Entdeckung, die Werner Siemens 1866 machte<sup>1)</sup>, werden die Dynamomaschinen als selbsterregende Maschinen gebaut.

Die Selbsterregung vollzieht sich derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur das Feld des zurückbleibenden Magnetismus wirksam ist. Dadurch wird eine geringe Spannung und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem dieser Strom nach Bild 123 um die Schenkel der Maschine fließt, ver-

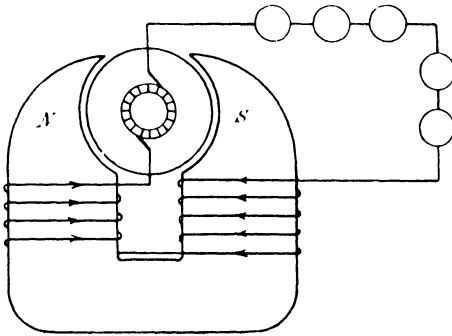


Bild 123. Hauptschlußmaschine.

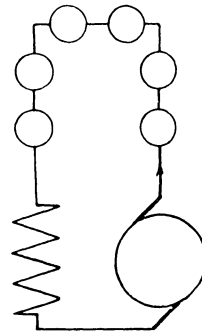


Bild 124. Schaltbild der Hauptschlußmaschine.

stärkt er den zurückbleibenden Magnetismus. Dadurch wächst dann die Spannung und dadurch wieder der Strom usw. So arbeitet sich die Maschine beim »Angehen« selbst in die Höhe und erzeugt sich ihren Magnetismus selbst.

Die Stärke des auf diese Weise geschaffenen Feldes und die Spannung hängt von den Betriebsverhältnissen ab. Auf den ersten Blick könnte man allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr dehnbarer Begriff ist. Der Strom wächst vielmehr nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke und dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der Spannung ist, die bei dem betreffenden magnetischen Feld erzeugt wird, oder besser so lange, wie die erzeugte Spannung stärker wächst als der Spannungsverbrauch im Erregerstromkreis.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen erschwert, da das betreffende Feld ja vom Strom selbst

<sup>1)</sup> Siehe Poggendorfs Annalen 1867, sowie »Wissenschaftliche und technische Arbeiten« von Werner Siemens, Band II, S. 234.

abhängig ist. Wir kommen zu dem merkwürdigen Ergebnis, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die Spannung und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die Spannung selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist.

Die Magnetwicklung besteht bei der Hauptschlußmaschine (Bild 123) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes, der vom Hauptstrom durchflossen wird. Anker, Magnetwicklung und äußeres Netz sind nach Bild 124 hintereinander geschaltet.

Bei der Nebenschlußmaschine (Bild 125 und 126) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Sie

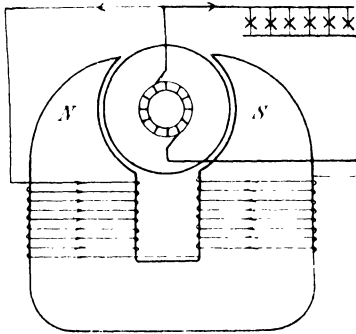


Bild 125. Nebenschlußmaschine.

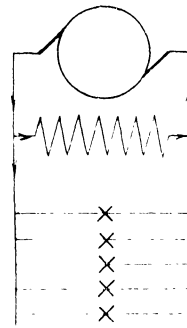


Bild 126. Schaltbild der Nebenschlußmaschine.

liegt unmittelbar an den Bürsten, also im Nebenschluß zum äußeren Netz. Infolge des großen Widerstandes der Wicklung ist der Magnetstrom sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

Die Doppelschluß- oder Compoundmaschine ist eine Vereinigung der Hauptschluß- und Nebenschlußmaschine (Bild 127 und 128). Sie ist im wesentlichen eine Nebenschlußmaschine, deren Feld

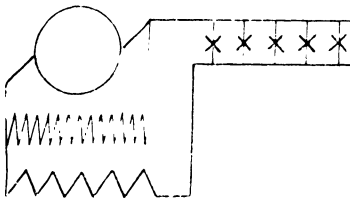


Bild 127. Doppelschlußmaschine, Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt.

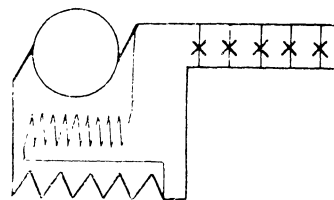


Bild 128. Doppelschlußmaschine, Nebenschluß von den Klemmen abgezweigt.

durch die Wirkung einer Hauptschlußwicklung verstärkt wird. Die Verstärkung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches die Klemmenspannung trotz des vergrößerten Spannungsverlustes im Anker auf demselben Betrag zu halten. Die Schaltung ist derartig, daß die Ströme in der Hauptschluß- und Nebenschlußwicklung gleichgerichtet sind. In Bild 127 ist die Nebenschlußwicklung von

den Bürsten abgezweigt, sie liegt also im Nebenschluß zur Hauptschlußwicklung und dem äußeren Netz. In Bild 128 ist die Nebenschlußwicklung dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt, sie liegt also im Nebenschluß allein zum äußeren Netz.

Besonders wichtig sind die Bedingungen, unter denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen unmöglich wird.

Unter allen Umständen muß die Magnetwicklung so geschaltet sein, daß der zurückbleibende Magnetismus durch den erzeugten Strom verstärkt wird. Nun hängt die Richtung des Stromes, der durch den zurückbleibenden Magnetismus erzeugt wird, von der Drehrichtung ab, d. h. die Schaltung der Magnetwicklung und die Drehrichtung müssen zueinander passen. Bei gegebener Schaltung geht die Maschine nicht an, wenn die Drehrichtung falsch ist. Umkehrung der Drehrichtung ruft dann in der Regel die Selbsterregung hervor. Ebenso geht die Maschine bei gegebener Drehrichtung nicht an, wenn die Magnetwicklung falsch geschaltet ist. Umschaltung der Magnetwicklung bringt die Maschine dann in der Regel zur Selbsterregung.

Geht die Maschine auch nach Umkehrung der Drehrichtung oder Umschaltung der Magnetwicklung nicht an, so muß entweder die Drehzahl erhöht oder der Widerstand des Magnetkreises verringert werden. Dieser Widerstand ist bei Nebenschlußmaschinen der Widerstand der Magnetwicklung einschließlich eines etwaigen Regelwiderstandes, bei Hauptschlußmaschinen die Summe aus dem äußeren und inneren Widerstand.

Die Polarität des zurückbleibenden Magnetismus hat keinen Einfluß auf das Angehen der Maschine, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

Nebenschlußmaschinen werden bei Leerlauf angelassen, ehe die Maschine auf Stromverbraucher geschaltet ist. Der durch den zurückbleibenden Magnetismus erzeugte Strom fließt dann in seiner vollen Stärke durch die Magnetwicklung. Andernfalls würde er zum Hauptteil ins Netz fließen und der Magnetismus würde ungenügend verstärkt. Hauptschlußmaschinen können dagegen nur angelassen werden, wenn das äußere Netz eingeschaltet ist. Dabei darf der äußere Widerstand zwischen den Klemmen nicht zu groß sein.

#### 49. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete enthalten meist mehrere miteinander verschraubte Teile, die aus Dynamoblech, Gußeisen, Dynamogußstahl oder Flußeisen bestehen.

Das Dynamoblech, das für den Anker gebraucht wird, wird meist auch für die Polschuhe verwendet, um durch Unterteilung den Verlust durch Wirbelströme zu verringern. Häufig werden nicht nur die Polschuhe, sondern auch die Polkerne aus

Blechen zusammengesetzt. Bei der großen Durchlässigkeit des Ankerbleches kommt man dann mit einem geringen Polquerschnitt aus, was in bezug auf das Gewicht der Erregerwicklung von wesentlicher Bedeutung ist.

Gußeisen wurde früher fast allgemein für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Durchlässigkeit kommt es indessen jetzt nur für mittlere und kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringen Herstellungskosten und der billige Preis des Gußeisens wiegen in vielen Fällen den Nachteil des durch die geringe Durchlässigkeit veranlaßten größeren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Der Dynamo gußstahl hat das Gußeisen neuerdings überall verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er besitzt eine hohe magnetische Durchlässigkeit, die sich von der des Dynamo-bleches kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen als bei Gußeisen und braucht dabei trotzdem verhältnismäßig wenig Erregung auf den Polen. Infolgedessen wird das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem ist die Zulassung einer größeren magnetischen Induktion, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß. Diesen Vorteilen stehen der höhere Preis des Gußstahls und die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Magnetgestell mit der Grundplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

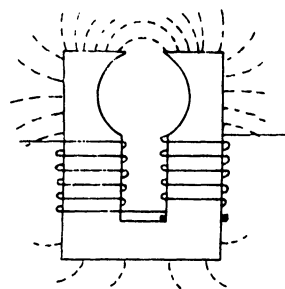


Bild 129. Streufeld bei ungünstiger Form des Magnetgestelles.

Infolge der Streuung ist der Fluß in den Magneten größer als im Anker. Die dadurch vergrößerte magnetische Induktion in den Magnetkernen und im Joch veranlaßt dann einen größeren Aufwand an Erregung als bei einer streuungslosen Maschine. Die Form des Magnetgestelles muß daher so gewählt werden, daß die Streuung möglichst gering wird. Die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Bild 129 vergrößern unnützerweise das Eisengewicht der Maschinen und vermehren den seitlich austretenden Streufluß.

Das Verhältnis des Flusses in den Magneten zu dem Fluß im Anker heißt der Streufaktor. Um ihn durch den Versuch zu ermitteln, wird nach Bild 129 eine Hilfsspule um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem Meßgerät für Stromstoß geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes verschwindet dann das Feld nicht nur innerhalb der Erregerpule, sondern auch innerhalb der

Hilfsspule. Der Ausschlag des Meßgerätes ist ein Maß für den Fluß. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Hilfsspule wiederholt, und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann den Streufaktor. Dieser hat bei der jetzt allein gebräuchlichen, von Lahmeyer angegebenen eisenumschlossenen Maschine (Bild 152), bei der die Erregerspulen ganz nahe am Anker liegen und deshalb der Querschnitt des Streufeldes verhältnismäßig gering ist, den günstigen Wert 1,1 bis 1,2.

Man muß im Auge behalten, daß der angegebene Wert für den Streufaktor nur eine rohe Annäherung darstellt. Die Streuung kann bei Maschinen ein und derselben Art verschieden sein, je nachdem der magnetische Widerstand des Streufeldes größer oder geringer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluß größer bei rechteckigem als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls größer, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Außerdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der Luftabstand zwischen den Polen und Anker besonders groß, so ist zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes eine große Erregung nötig. Diese schafft dann auch einen besonders großen Streufluß bei verhältnismäßig geringem nutzbaren Fluß.

Dies wird noch deutlicher, wenn man den Streufluß und den nutzbaren Fluß als zwei nebeneinander fließende Ströme auffaßt, die zu den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege im umgekehrten Verhältnis stehen. Wie man sieht, können Maschinen derselben Art eine ganz verschiedene relative Streuung besitzen.

Andererseits kann der Wert des Streufaktors für ein und dieselbe Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man je nach der Magneterregung einen verschiedenen Fluß im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt, und ihr magnetischer Widerstand ist nicht unveränderlich. Dazu kommt noch, daß die Stromwindungen des Ankers bei wendepollosen Maschinen nach Abschnitt 52 wechselnde Gegenerrregung darstellen, wodurch das Verhältnis des nutzbaren Flusses zum Streufluß stark beeinflußt wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Leitwert des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine eine Ausmessung zuläßt. Ist  $F$  der Querschnitt und  $l$  die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Seite 52 der Leitwert des Streufeldes zu  $\mathcal{A} = 0,4 \pi F/l$ .

Ist nun die Erregung  $X_a + X_z + X_l$  nötig, um den Fluß  $\Phi$  durch Anker, Zähne und Luft zu treiben, und ist außerdem noch die Gegenerrregung  $X_g$  der Stromwindungen des Ankers zu überwinden, so ist der Streufluß nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus:

$$\Phi_s = (X_a + X_z + X_l + X_g) \cdot \mathcal{A}.$$

Der Fluß durch den Magnetquerschnitt ist dann  $\mathcal{D}_m = \mathcal{D} + \mathcal{D}_s$ . Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 27 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

### 50. Der Strom der kurzgeschlossenen Spule.

Während eine Spule durch eine Bürste kurzgeschlossen ist, kehrt der Strom in ihr seine Richtung um. Wir stellen uns die Aufgabe, den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußstromes zu ermitteln. Die Bürstenbreite sei gleich einer Stegteilung, so daß gleichzeitig nicht mehr als eine Spule durch eine einzelne Bürste kurzgeschlossen wird.

Der Anker werde in Bild 130 von links nach rechts an der feststehenden Bürste vorbeibewegt. Der unter die Bürste einlaufende Steg werde mit 1, der unter der Bürste auslaufende Steg mit 2 bezeichnet. Die positive Zählrichtung sei in der Bürste und den Verbindungen zwischen Stromwender und Spule von oben nach unten angenommen, in der Spule dagegen von links nach rechts, entsprechend der Richtung des Stromes nach dem Stromwechsel. Es sei  $I$  der Strom eines Ankerzweiges,  $i_1$  und  $i_2$  der Zeitwert des Stromes in der Verbindungsleitung und  $i$  der Zeitwert des Stromes in der kurzgeschlossenen Spule. Dann ergibt die erste Kirchhoffsche Regel:

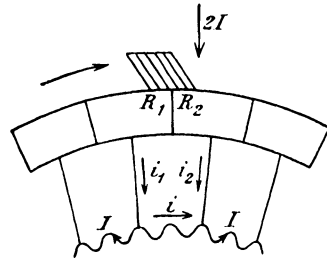


Bild 130. Kurzgeschlossene Spule.

$$i_1 = I + i \quad (1) \quad i_2 = I - i \quad (2)$$

Der Widerstand der Spule und der Verbindungsleitungen werde vernachlässigt. Es sei  $R$  der Übergangswiderstand der ganzen Bürste,  $t$  die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses und  $T$  die Zeitdauer des Kurzschlusses. Wenn wir dann von einem etwaigen Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so verhalten sich die Übergangswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  des ein- und auslaufenden Steges umgekehrt wie die Berührungsf lächen. Daraus folgt:

$$R_1 = \frac{R \cdot T}{t} \quad (3) \quad R_2 = \frac{R \cdot T}{T - t} \quad (4)$$

Wir nehmen nun zunächst an, daß in der kurzgeschlossenen Spule weder von außen, noch durch die eigene Selbstinduktion eine Spannung erzeugt wird. Dann ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel im Kurzschlußkreise  $i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0$ .

Daraus erhalten wir unter Benutzung von Gleichung (3) und (4)

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{t}{T - t} \quad \text{d. h.} \quad \frac{i_1}{i_1 + i_2} = \frac{t}{T}$$



Wir setzen nun in der letzten Gleichung  $i_1 + i_2$  gleich dem Bürstenstrom  $2I$  und  $i_1$  nach Gleichung (1) gleich  $I + i$ . Dann erhalten wir

$$i = 2I \cdot \frac{t}{T} - I. \quad (5)$$

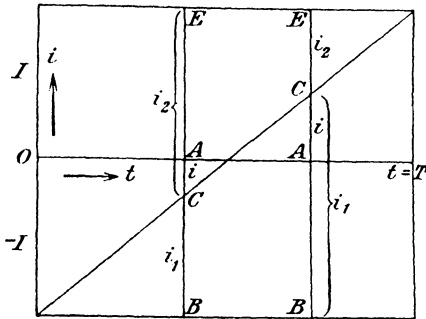


Bild 131. Gradlinige Kurzschlußkurve.

Trägt man dann in Bild 131 die Zeit  $t$  wagerecht und den Zeitwert  $i$  des Kurzschlußstromes senkrecht auf, so erman eine Gerade. Für  $t < T/2$  ist der Kurzschlußstrom negativ. Zu einer beliebigen Zeit  $t = OA$  ist dann

$$AC = i$$

$$BC = I + i = i_1$$

$$CE = I - i = i_2.$$

Wir berücksichtigen nun die Induktivität  $L$  der kurzgeschlossenen Spule. Sie berechnet sich aus dem Induktionsfluß, der die Nuten und die Stirnverbindungen umschließt. Falls gleichzeitig durch eine ungleichnamige Bürste eine zweite Spule kurzgeschlossen wird, deren Spulenseiten in denselben Nuten liegen wie die der betrachteten Spule, ist für den durch den Nutenfluß verursachten Anteil der Induktivität der doppelte Wert einzusetzen.

Nach Gleichung (2) auf S. 76 ergeben sich jetzt der Zeitwert  $e_s$  und der Mittelwert  $E_s$  der Selbstinduktionsspannung zu

$$e_s = -L \frac{di}{dt} \quad (6) \quad E_s = \frac{2I \cdot L}{T}. \quad (7)$$

In der Spule werde nun noch durch ein äußeres Feld, ein sog. Wendefeld, eine Wendespannung  $e_w$  erzeugt, die eine beliebige Funktion der Zeit sein kann. Eine positive Wendespannung wirke in der Zählrichtung unserer Spule, also im Sinne des Stromes nach dem Stromwechsel.

Wenn die Wendespannung in jedem Zeitpunkt entgegengesetzt gleich der Selbstinduktionsspannung ist, so ist die Summe der erzeugten Spannungen stets gleich Null. Wir erhalten dann dieselbe gradlinige Stromkurve wie oben. Der Zeitwert der Selbstinduktionsspannung ist dann während der ganzen Kurzschlußzeit derselbe, und zwar gleich dem in Gleichung (7) berechneten Mittelwert. Ebenso groß muß dann während der ganzen Kurzschlußzeit die Wendespannung sein.

Sind die Zeitwerte der Wendespannung ständig größer als die mittlere Selbstinduktionsspannung, so liegt die Kurve des Kurzschlußstromes nach Bild 132 oberhalb der gradlinigen Kurve. Der Strom-

wechsel findet dann schon statt, ehe die halbe Kurzschlußzeit verstrichen ist. In Bild 132 ist dann für den Zeitpunkt  $A$

$$AD = i \quad BD = I + i = i_1 \quad DE = I - i = i_2.$$

Sind die Zeitwerte der Wendespannung dagegen ständig kleiner als die mittlere Selbstinduktionsspannung, so liegt die Kurve des Kurzschlußstromes in Bild 132 unterhalb der geradlinigen Stromkurve. Der Stromwechsel findet dann erst statt, nachdem die halbe Kurzschlußzeit verstrichen ist.

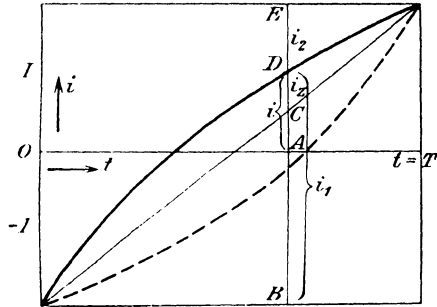


Bild 132. Kurven des Kurzschlußstromes.

Wir setzen nun zur Vereinfachung der Rechnung den Kurzschlußstrom  $i$  gleich der Summe aus dem geradlinigen Kurzschlußstrom  $AC$  und einem zusätzlichen Kurzschlußstrom  $i_z = CD$ . Da der geradlinige Kurzschlußstrom nach Gleichung (5)

gleich  $2I \cdot t/T - I$  ist, so ist der Kurzschlußstrom selbst

$$i = \frac{2I \cdot t}{T} - I + i_z \quad (8) \quad \text{d. h.} \quad \frac{di}{dt} = \frac{2I}{T} + \frac{di_z}{dt}. \quad (9)$$

Der Zeitwert der Selbstinduktionsspannung ist dann nach Gleichung (6) und (7)

$$e_s = -L \frac{di}{dt} = -L \cdot \frac{2I}{T} - L \frac{di_z}{dt} = -E_s - L \frac{di_z}{dt}. \quad (10)$$

Setzen wir ferner den Wert von  $i$  aus Gleichung (8) in Gleichung (1) und (2) ein, so erhalten wir

$$i = I + i = \frac{2I \cdot t}{T} + i_z \quad (11) \quad i_2 = I - i = \frac{2I(T-t)}{T} - i_z. \quad (12)$$

Nun ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel im Kurzschlußkreis

$$e_s + e_w = i_1 \cdot R_1 - i_2 \cdot R_2.$$

Führen wir in diese Gleichung die Werte aus Gleichung (3) und (4) sowie aus Gleichung (10) bis (12) ein, so ergibt sich

$$e_w - E_s - L \cdot \frac{di_z}{dt} = \frac{R \cdot T^2 \cdot i_z}{t(T-t)}. \quad (13)$$

Wir wollen nun die Kurve, die den zusätzlichen Strom in Abhängigkeit von der Zeit darstellt, in Bild 133 näherungsweise ermitteln (vgl. Rothert ETZ 1902, S. 865). Es sei z. B. ganz willkürlich

$$2I = 10 \quad R = 0,1 \quad L = 0,05 \quad T = 1.$$

Dann ist nach Gleichung (7)  $E_s = 2I \cdot L/T = 0,5$  Volt. Der Zeit-

wert der Wendespannung sei während der ganzen Kurzschlußzeit gleichbleibend  $e_w = 0,8$  Volt. Dann ist nach Gleichung (13)

$$\frac{di_z}{dt} = \frac{e_w - E_s}{L} - \frac{RT^2}{L} \cdot \frac{i_z}{t(T-t)} = 6 - 2 \frac{i_z}{t \cdot (T-t)}. \quad (14)$$

Im Beginne des Kurzschlusses ist  $t = 0$  und  $i = -I$ , also nach Gleichung (8)  $i_z = 0$ . Dann ist in diesem Zeitpunkt  $i_z/t = di_z/dt$ . Setzen wir diesen Wert in Gleichung (13) ein und führen wir für  $T-t$  den Wert  $T$  ein, so erhalten wir die Steigung im Beginne des Kurzschlusses zu

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{di_z}{dt} = \frac{e_w - E_s}{R \cdot T + L} = \frac{0,8 - 0,5}{0,1 \cdot 1 + 0,05} = 2. \quad (15)$$

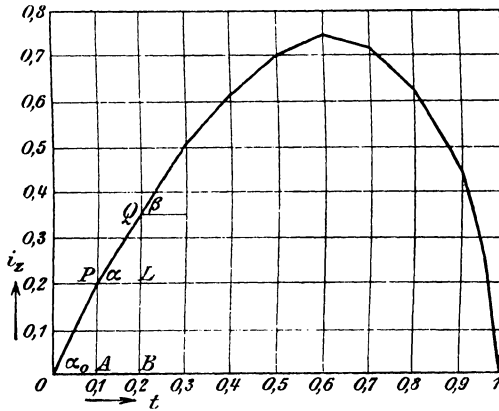


Bild 133. Kurve des zusätzlichen Stromes.

Bei der Zeichnung in Bild 133 ist gegebenenfalls eine Verschiebung des Maßstabes der Senkrechten und Wagerechten zu beachten.

Wir nehmen nun an, daß die Steigung in dem ersten kleinen Zeitraum  $OA = 0,1$  sek gleichbleibt und erhalten den zusätzlichen Strom im Zeitpunkt  $A$  zu

$$i_z = AP = OA \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 = 0,1 \cdot 2 = 0,2.$$

Im Zeitpunkt  $A$  ist also  $t = 0,1$  und  $i_z = 0,2$ . Setzen wir diese Werte in Gleichung (14) ein, so erhalten wir die Steigung im Zeitpunkt  $A$  zu

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{di_z}{dt} = 6 - \frac{2 \cdot 0,2}{0,1(1 - 0,1)} = 1,556.$$

Der nächste Zeitraum  $AB$  sei willkürlich wieder gleich  $0,1$  sek. Dann ist der Zuwachs des Stromes in diesem Zeitraum

$$LQ = AB \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0,1 \cdot 1,556 = 0,1556.$$

Im Zeitpunkt  $B$  ist also  $t = 0,2$  und  $i_z = BQ = AP + LQ = 0,2 + 0,1556 = 0,3556$ . Setzen wir wieder diese Werte in Gleichung (14) ein, so erhalten wir die Steigung im Zeitpunkt  $B$  zu

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{di_z}{dt} = 6 - \frac{2 \cdot 0,3556}{0,2(1 - 0,2)} = 1,556.$$

In dieser Weise fahren wir fort und erhalten unsere Kurve mit hinreichender Genauigkeit.

Der Verlauf der Kurve des zusätzlichen Stromes hängt von  $e_w - E_s$  ab, Wir wollen annehmen, daß diese Größe während der ganzen Kurzschlußzeit das Vorzeichen höchstens einmal wechselt.

Wie Gleichung (15) zeigt, geht die Kurve des zusätzlichen Stromes im Beginne des Kurzschlusses nach oben, wenn in diesem Zeitpunkt  $e_w - E_s$  positiv ist. Bleibt dann  $e_w - E_s$  während der ganzen Kurzschlußzeit positiv, so erhalten wir die Kurve 1 in Bild 134. Wird dagegen  $e_w - E_s$  im Laufe der Kurzschlußzeit negativ, so erhalten wir die Kurvenformen 2 oder 3.

Ist im Beginne des Kurzschlusses  $e_w - E_s$  negativ, so geht die Kurve im Beginn des Kurzschlusses nach unten. Bleibt dann  $e_w - E_s$  während der ganzen Kurzschlußzeit negativ, so erhalten wir die

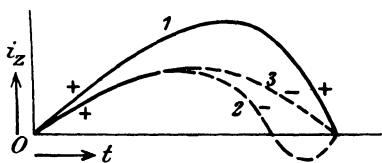


Bild 134.

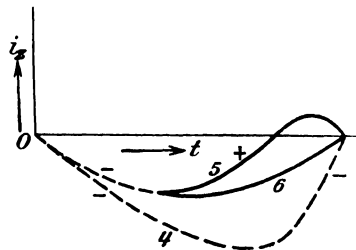


Bild 135.

Kurven des zusätzlichen Kurzschlußstromes.

Kurvenform 4 in Bild 135. Wird dagegen  $e_w - E_s$  im Laufe der Kurzschlußzeit positiv, so erhalten wir die Kurvenformen 5 oder 6.

Alle Kurven sind da, wo  $e_w - E_s$  positiv ist, ausgezogen, und da, wo  $e_w - E_s$  negativ ist, gestrichelt. Je nachdem sie oberhalb oder unterhalb der Wagerechten liegen, ist der zusätzliche Strom positiv oder negativ. Wo sie ansteigen, ist  $di_z/dt$  positiv, wo sie fallen, ist  $di_z/dt$  negativ.

Am Ende des Kurzschlusses, also für  $t = T$  und  $i = I$ , ist der zusätzliche Strom nach Gl. (8) in allen Fällen Null. Es ist nun für einen funkenlosen Gang durchaus nötig, daß die Steigung oder das Gefälle in diesem Zeitpunkt einen endlichen Wert hat. Andernfalls wird mit  $di_z/dt$  auch  $di/dt$  und damit die Selbstinduktionsspannung am Ende des Kurzschlusses unendlich groß. In Bild 136 ist dieser

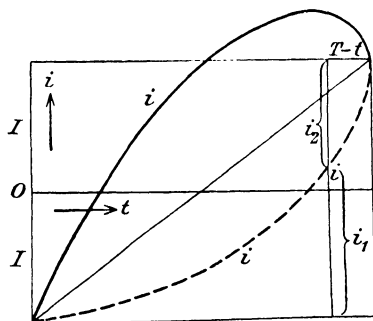


Bild 136. Steigung oder Gefälle unendlich für  $t = T$ .

Fall beim Überwiegen der Wendespannung durch die ausgezogene Kurve, beim Überwiegen der mittleren Selbstinduktionsspannung durch die gestrichelte Kurve dargestellt. Gleichzeitig wird nach

Bild 136 das Verhältnis  $i_z : (T - t)$ , das der Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenkante proportional ist, für  $t = T$  unendlich groß. Beide Ursachen führen zur Funkenbildung, wenn die Bürste von dem ablaufenden Steg abgleitet.

Nun ist in dem Falle, wo die Steigung oder das Gefälle der Kurve des zusätzlichen Stromes am Ende gleich unendlich ist, schon kurz vor dem Endpunkt  $e_w - E_s$  gegen  $L \cdot di_z/dt$  zu vernachlässigen. Gleichung (13) nimmt daher die Form an:

$$\frac{R \cdot T}{L} = \frac{\frac{di_z}{dt}}{i_z} \cdot \frac{t}{T-t} \quad (16)$$

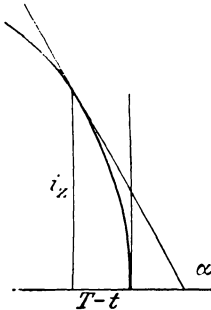


Bild 137. Gefälle unendlich für  $t = T$ .

Dabei ist nach Bild 137 kurz vor dem Endpunkt  $i_z/(T-t)$  größer  $-tga$ , also größer als  $-di_z/dt$  und ebenso  $T$  größer als  $t$ . Demnach ist  $RT/L$  kleiner als Eins, wenn die Steigung oder das Gefälle am Ende unendlich wird.

Wenn andererseits die Steigung endlich bleibt, so ist am Ende des Kurzschlusses  $i_z : (T - t) = -di_z/dt$ . Aus Gleichung (13) ergibt sich dann für den Endpunkt des Kurzschlusses mit  $t = T$

$$\frac{di_z}{dt} = -\frac{e_w - E_s}{RT - L} \quad (17)$$

Nun hat in den Fällen der Kurven 1, 2, 4 und 5  $di_z/dt$  am Ende des Kurzschlusses entgegengesetztes Vorzeichen wie  $e_w - E_s$ . Die Steigung ist also bei diesen Kurven nach Gleichung (17) nur endlich, wenn  $RT$  größer ist als  $L$ .

Nur bei den Kurven 3 und 6 hat  $e_w - E_s$  am Ende des Kurzschlusses dasselbe Vorzeichen wie  $di_z/dt$ . Unsere Gleichung ergibt dann in diesen Fällen für  $RT < L$  eine endliche Steigung. Die Wendespannung müßte dann aber ganz genau abgeglichen sein. Sonst erhält man die Kurvenformen 2 und 5 und damit für  $RT < L$  eine unendliche Steigung. Auf eine endliche Steigung kann also mit Sicherheit nur bei  $RT > L$  gerechnet werden.

Wir haben bei den bisherigen Entwicklungen angenommen, daß die Bürstenbreite gleich einer Stegteilung ist. Ist die Breite größer, so werden durch die Bürste mehrere Spulen gleichzeitig kurzgeschlossen. Zu der Selbstinduktion der betrachteten Spule kommt dann die gegenseitige Induktion durch die andern, gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen hinzu. Da sich aber jetzt die Kurzschlußzeit verlängert, so wird dadurch der Einfluß der gegenseitigen Induktion größtenteils wieder aufgehoben. Man kann diese daher ganz vernachlässigen, wenn man unter  $T$ , wie früher, die Kurzschlußzeit bei einer Bürstenbreite gleich der Stegteilung versteht.

### 51. Funkenloser Gang.

Je steiler die Kurve des Kurzschlußstromes am Ende der Kurzschlußzeit verläuft, desto größer ist nach S. 147 die Selbstinduktionsspannung, sowie die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstentaste, desto größer also die Gefahr der Funkenbildung. Man erstrebt daher eine Kurve des Kurzschlußstromes, die sich der geradlinigen Kurve möglichst nähert.

Das beste Mittel hierfür sind Wendepole<sup>1)</sup>, die bereits 1884 von Menges vorgeschlagen wurden, aber erst etwa 20 Jahre später zur Anwendung gelangten. Sie werden jetzt bei allen mittleren und größeren Maschinen angewendet.

Die Wendepole stehen ebenso wie die Bürsten in der neutralen Zone. Ihre Windungen werden nach Bild 138 derart vom Ankerstrom durchflossen, daß sie den Stromwindungen des Ankers, die in Richtung des Bürstendurchmessers magnetisierend wirken, entgegenwirken. Damit dabei nicht nur die magnetische Wirkung des Ankers aufgehoben wird, sondern unter dem Wendepoleinsog. Wendefeld entsteht, müssen die Stromwindungen der Wendepole etwas größer sein als die des Ankers, so daß der magnetische Spannungsverbrauch im Kreis der Wendepole gedeckt wird. Das Wendefeld muß über die

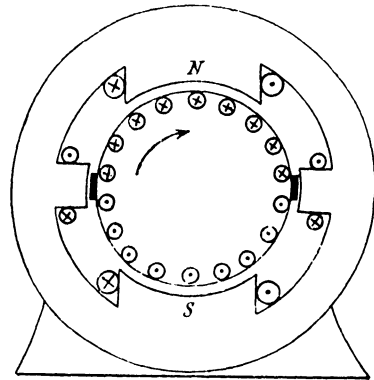


Bild 138. Maschine mit Wendepolen.

ganze Wendezone eine gleichbleibende Induktion besitzen und so stark sein, daß es in der kurzgeschlossenen Spule bei der Drehung des Ankers eine Spannung gleich der mittleren Selbstinduktionsspannung erzeugt. Dann ist die Kurve des Kurzschlußstromes nach S. 144 geradlinig und Wendespannung und Selbstinduktionsspannung heben sich in jedem Zeitpunkt auf. Richtiger wird man sagen, daß die Änderung des von der kurzgeschlossenen Spule selbst erzeugten Flusses durch die Änderung des umfaßten Wendeflusses ausgeglichen wird und der von der Spule umfaßte Fluß sich daher überhaupt nicht ändert. Die Stromwendung erfolgt dann allein unter dem Einfluß des Übergangswiderstandes der Bürsten.

Da sich die Erregung der Wendepole in demselben Maße ändert wie die magnetische Wirkung des Ankers und der kurzgeschlossenen Spule, so hat das Wendefeld, wenn es für eine bestimmte Belastung richtig bemessen ist, bei einer Änderung der Belastung immer die erforderliche Stärke. Wendepolmaschinen sind also gegen Ände-

<sup>1)</sup> Vgl. Pichelmayr ETZ 1903, S. 101.

rungen der Belastung ganz unempfindlich. Ihre Überlastbarkeit ist dann nicht durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang, sondern durch die Erwärmung gegeben.

Da die Selbstinduktionsspannung in jedem Zeitpunkt durch die Wendespannung aufgehoben wird, kann man beim Entwurf der Maschinen verhältnismäßig große Werte der mittleren Selbstinduktionsspannung zulassen, ohne eine Funkenbildung befürchten zu müssen. Dies ist besonders wichtig bei den Turbomaschinen, die mit Umdrehungen bis zu 3000/min laufen. Bei solchen hohen Drehzahlen ist die Zeitdauer des Kurzschlusses einer Spule besonders gering, so daß die Änderungsgeschwindigkeit des Stromes und damit die mittlere Selbstinduktionsspannung groß werden. Solche Maschinen sind erst durch die Wendepole lebensfähig geworden.

Natürlich ist es auch bei Wendepolmaschinen von Vorteil, wenn man die Induktivität der kurzgeschlossenen Spule nach Möglichkeit beschränkt. Man verwendet daher offene Nuten und bei größeren Maschinen eine einzige Windung für die Spule. Auch sorgt man möglichst dafür, daß die von ungleichnamigen Bürsten kurzgeschlossenen Spulenseiten nicht in denselben Nuten liegen, da sonst die Gesamtinduktivität verdoppelt würde.

Endlich verwendet man jetzt zur Sicherung des funkenlosen Ganges Kohlebürsten statt der früher üblichen Kupferbürsten. Nur bei elektrolytischen Maschinen mit ihren kleinen Spannungen und ihren hohen Stromstärken sind Kohlebürsten wegen ihres großen Spannungsabfalles nicht immer anwendbar.

Kohlebürsten verursachen allerdings größere Reibung und eine stärkere Erwärmung des Stromwenders, so daß man sich anfangs scheute, sie bei den rasch laufenden Turbomaschinen anzuwenden. Durch Verwendung von Hohlstegen und Teilung des Stromwenders in Richtung der Achse ist es indessen gelungen, für genügende Lüftung des Stromwenders zu sorgen.

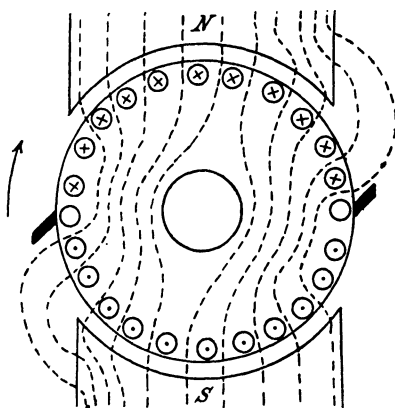


Bild 139. Verzerrung des Feldes.

Wir wenden uns nun zu den Maschinen ohne Wendepole und lassen bei diesen zunächst die Bürsten auch bei Belastung in der für Leerlauf günstigsten Stellung, d. h. in der geometrischen neutralen Zone stehen. Diese Zone ist aber jetzt nicht, wie bei Leerlauf, feldfrei, da die Magneterrregung und die Stromwindungen des Ankers nach Bild 139 zusammen ein Feld erzeugen, das gegen das ursprüngliche Feld verzerrt ist. Die Induktion wird da,

wo der Anker den Pol eines Stromerzeugers verläßt, vergrößert und an der andern Seite verringert. Die kurzgeschlossenen Spulenseiten liegen also jetzt nicht an einer feldfreien Stelle. Infolgedessen wird in ihnen eine Spannung erzeugt, die wie die Selbstinduktion den abnehmenden Strom aufrecht zu halten sucht und dem zunehmenden Strom entgegenwirkt. Wir können sie als eine negative Wendespannung einführen, welche die Stromwendung verzögert. Dadurch wird die Kurve des Kurzschlußstromes am Schlusse steiler und die Gefahr des Funkens vergrößert.

Man verschiebt daher die Bürsten beim Stromerzeuger in Richtung der Drehung, beim Motor gegen die Drehrichtung. Dadurch kommen die Spulenseiten der kurzgeschlossenen Spule zunächst in eine feldfreie Stelle, so daß wenigstens die nachteilige Wirkung des vom Anker erzeugten Feldes beseitigt ist. Zur Aufhebung der schädlichen Wirkung der Selbstinduktion bedarf man dann aber noch eines positiven Wendefeldes. Man verschiebt daher die Bürsten noch weiter in die Nähe der Polspitzen, bis die kurzgeschlossenen Spulenseiten nach Bild 140 in einem Feld von der erforderlichen Stärke liegen.

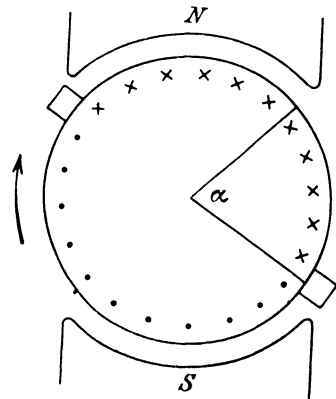


Bild 140.  
Maschine mit Bürstenverschiebung.

Um die Bürsten so einstellen zu können, daß das Wendefeld die erforderliche Stärke besitzt, muß man für einen allmählichen Übergang des Feldes von der neutralen Zone bis unter den Polbogen sorgen. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Pole erleichtert die Einstellung der Bürsten auf funkenlosen Gang. Aber selbst bei allmählichem Übergang des Feldes wird sich ein Feld, das wie bei den Wendepolen über die ganze Wendezone gleichförmig ist, nicht erreichen lassen.

Besonders nachteilig ist es außerdem, daß sich das Feld in der Wendezone bei Änderungen der Belastung im Gegensatz zu den Wendepolmaschinen sehr stark ändert. Diese Änderung ist gerade deswegen so groß, weil das Feld nur durch den Unterschied der Magneterregung und der Stromwindungen des Ankers zustande kommt. Also gerade bei starker Belastung wird das Feld an der Stelle, wo sich die Spulenseiten der kurzgeschlossenen Spule befinden, geschwächt, anstatt daß es wie bei Wendepolmaschinen verstärkt wird. Man müßte also jedesmal die Bürsten bei Änderung der Belastung neu einstellen. Dies ist aber zu unbequem und auch jetzt, wo ein funkenfreier Lauf zwischen Leerlauf und 25 % Überlastung



ohne Bürstenverstellung verlangt wird, ausgeschlossen. Es bleibt also nichts übrig, als die Bürsten entsprechend einer mittleren Belastung einzustellen, so daß die Maschine bei geringer Belastung mit einem zu starken Wendefeld, bei starker Belastung mit einem zu schwachen Wendefeld arbeitet.

Bei Maschinen ohne Wendepole kann man also nicht damit rechnen, daß die Selbstinduktionsspannung der kurzgeschlossenen Spule in jedem Zeitpunkt durch die Wendespannung aufgehoben wird. Um dann trotzdem einen funkenlosen Gang zu erreichen, wird man nach dem Schluß des vorigen Abschnitts dafür sorgen müssen, daß der Übergangswiderstand  $R$  der Bürste, die Induktivität  $L$  der kurzgeschlossenen Spule und die Kurzschlußzeit  $T$  die Bedingung erfüllen

$$\frac{R \cdot T}{L} > 1. \quad (18) \quad \text{d. h.} \quad 2I \cdot R > \frac{2IL}{T}. \quad (19)$$

Der Spannungsverlust unter der Bürste bei gleichmäßiger Stromdichte muß also größer sein als die mittlere Spannung der Selbstinduktion. Nun ist der Spannungsverlust erfahrungsgemäß bei Kohlenbürsten stets angenähert ein Volt. Ebenso groß darf dann die mittlere Spannung der Selbstinduktion sein. Wenn man in Wirklichkeit etwa den doppelten Wert zuläßt, so kommt dies wohl daher, daß schon eine geringe, kaum sichtbare Funkenbildung den Übergangswiderstand  $R$  erhöht, so daß die Ungleichung (18) dann auch bei größerer Selbstinduktionsspannung erfüllt wird.

Auch hier wieder sehen wir die Notwendigkeit einer möglichsten Beschränkung der Induktivität  $L$ . Ebenso sehen wir den Vorteil der Kohlenbürsten mit ihrem großen Übergangswiderstand  $R$ . Ohne sie wäre eine feste Bürstenstellung bei Änderung der Belastung gar nicht denkbar.

## 52. Quermagnetisierung und Ankerrückwirkung.

Wie wir sahen, wird der Anker durch seine Stromwindungen zu einem Elektromagneten, dessen Wicklungsachse mit dem Bürstendurchmesser zusammen fällt. Wir betrachten nun insonderheit die Stromwindungen des Ankers,

deren Drähte vor den Polen liegen und als Querwindungen bezeichnet werden.

Wenn die Pole unerregt sind, so erzeugen die Querwindungen ein Feld, das nach Bild 141 unter der Polmitte gleich Null ist und nach beiden Seiten proportional dem Umfang zunimmt, bis es in

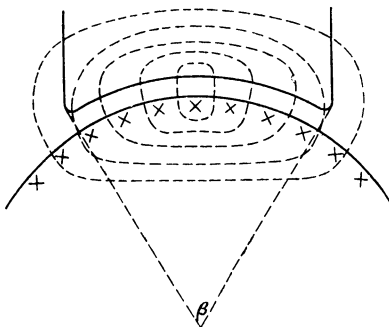


Bild 141. Querfeld des Ankers.

der Gegend der Polecken seinen größten Wert annimmt. Man bezeichnet dieses Feld als das Querfeld.

Wenn die Hauptpole erregt werden, so kommt das Feld unter den Polen durch die vereinigte Wirkung der Magneterregung und der Querwindungen des Ankers zustande.

Sind dabei Polschuhe und Ankerzähne schwach gesättigt, so können wir das von der Magneterregung bei Leerlauf erzeugte Feld und das bei stromloser Magnetwicklung vom Ankerstrom erzeugte Querfeld zum Gesamtfeld vereinigen. Wir erhalten dann beim Stromerzeuger da, wo der Anker unter den Pol tritt, eine Feldschwächung, da, wo er heraustritt, eine Feldverstärkung gegenüber dem Leerlauf. Die Wirkung der Querwindungen zeigt sich dann in einer Feldverzerrung, ohne daß sich am Gesamtfluß und damit an der erzeugten Spannung etwas ändert.

Sind dagegen die Polschuhe und die Zähne gesättigt, was im allgemeinen an der Austrittsstelle des Ankers stets der Fall sein wird, so hat die Zunahme der Induktion an dieser Stelle eine starke Verringerung der magnetischen Durchlässigkeit zur Folge, die durch die geringe Vergrößerung der Durchlässigkeit an der Eintrittsstelle des Ankers nicht ausgeglichen wird. Das Feld wird also nicht nur verzerrt, sondern der Fluß wird auch geringer als bei Leerlauf. Die Quermagnetisierung hat daher einen Spannungsabfall gegenüber dem Leerlauf zur Folge, der allerdings wegen seiner Kleinheit ohne Bedeutung ist.

Wenn sich das Feld an der Austrittsstelle des Ankers durch Belastung wesentlich verstärkt, so kann dies zum Überschlagen eines Funkens zwischen den Stegen des Stromwenders und damit zu einem Rundfeuer von Bürste zu Bürste führen. Man pflegt daher die Maschine so zu entwerfen, daß die Zähne schon bei Leerlauf stark gesättigt sind und hält dabei die Umfangsgeschwindigkeit und die im Feld liegende Leiterlänge einer Spule in solchen Grenzen, daß keine Gefahr des Überschlagens eines Funkens besteht. Die hohe Sättigung bei Leerlauf hat zur Folge, daß die Induktion an der Austrittsstelle des Ankers durch die Belastung keine große Zunahme mehr erfahren kann. Man kommt dabei an der Zahnwurzel auf Induktionen von 20000 bis 24000 Gauß. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß diese hohen Induktionen sich in Wirklichkeit dadurch verringern, daß ein Teil des Flusses neben dem Zahn durch die Nut verläuft.

Bei Maschinen, die stark beansprucht sind oder stoßweise einer starken Belastung ausgesetzt werden, muß die Feldverzerrung ganz ausgeschlossen werden. Dies geschieht nach Bild 142 durch eine sog. Kompensationswicklung, die in Nuten der Polschuhe untergebracht ist und so vom Ankerstrom durchflossen wird, daß die Ströme im Anker und in der Kompensationswicklung entgegengesetzt gerichtet sind. Ihre Windungszahl ist gleich der Anzahl der Quer-

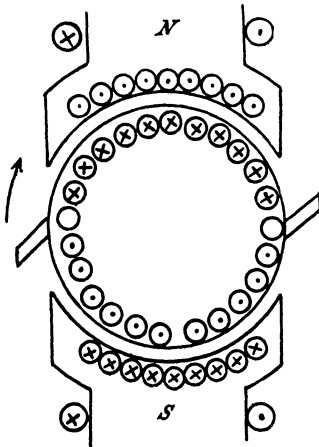


Bild 142. Maschine mit Kompensationswicklung.

ist senkrecht zum Büchsendurchmesser, während die Wicklungsachse der Kompensationswicklung mit dem Bürstendurchmesser gleich-

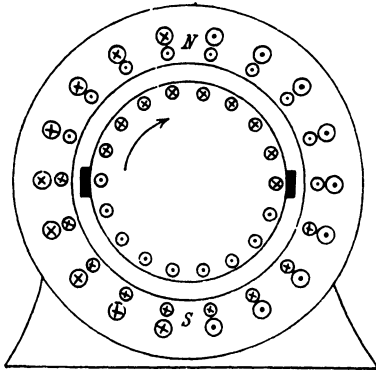


Bild 143. Dérimaschine.

windungen des Ankers, so daß die Quermagnetisierung bei allen Belastungszuständen aufgehoben und damit die Feldverzerrung beseitigt wird. Die Erregung der Wendepole wird in diesem Falle um den Betrag der Stromwindungen der Kompensationswicklung geringer, so daß sie nur aus den wenigen Stromwindungen besteht, die für den magnetischen Kreis des Wendeflusses nötig sind.

Bei der von Déri angegebenen Kompensationswicklung besitzt das Magnetgestell nach Bild 143 keine ausgeprägten Pole, sondern es ist ähnlich wie der Ständer eines Drehstrommotors gebaut. Die Wicklungsachse der Hauptwicklung, die in Nuten des Magnetgestells liegt,

ist senkrecht zum Büchsendurchmesser, während die Wicklungsachse der Kompensationswicklung mit dem Bürstendurchmesser gleichgerichtet ist. Die Kompensationswicklung wird auf diese Weise zu einem genauen Spiegelbild der Ankerwicklung, so daß die magnetische Wirkung des Ankers an jeder Stelle des Umfangs aufgehoben wird. Da in der Wendezone diese Wirkung nicht nur aufgehoben, sondern ein Wendefeld geschaffen werden muß, so sind auch hier Wendepole, d. h. in unserem Falle Wendezähne, im Magnetgestell nicht zu entbehren.

Bei Maschinen ohne Wendepole kann die Quermagnetisierung nicht nur wegen der Verstärkung des Feldes an der Austrittsstelle, sondern auch wegen der Schwächung an der Eintrittsstelle des Ankers nachteilig werden, da an dieser Stelle die kurzgeschlossenen Spulenseiten das zum funkenfreien Gang erforderliche Wendefeld vorfinden müssen. Ist  $I_a$  der Ankerstrom,  $2a$  die Anzahl der Stromzweige des Ankers,  $z$  die gesamte Drahtzahl und  $\beta$  der Winkel der Polbohrung, so ist die Anzahl der Stromdrähte vor einem Pol, d. h. die Zahl der quermagnetisierenden Stromwindungen für einen magnetischen Kreis

$$X_q = \frac{I_a}{2a} \cdot z \cdot \frac{\beta}{360} \quad (20)$$

Wir schreiten nun nach Bild 144 an der Eintrittsstelle des Ankers durch den Ankerzahn und die Luft zur Polecke, von da quer durch den Polschuh zur Polmitte, dort durch die Luft und den Ankerzahn zum Ankerkern und dann zurück zur Ausgangsstelle. Ist  $\mathfrak{B}_w$  die für funkenfreien Gang erforderliche Induktion in der Luft an der Eintrittsstelle und  $l$  der doppelte Luftabstand, so ist der magnetische Spannungsverbrauch in der Luftstrecke an der Eintrittsstelle des Ankers gleich  $\mathfrak{B}_w \cdot l/2$ . Dabei wird allerdings die nicht ganz zutreffende Annahme gemacht, daß die Induktion auf dem ganzen Wege  $l/2$  dieselbe ist.

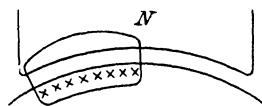


Bild 144. Ermittlung der Induktion an der Eintrittsstelle.

Ist ferner  $X_1$  und  $X_2$  die unter der Polmitte für den doppelten Luftspalt und die doppelte Zahntiefe erforderliche Erregung, so ist der magnetische Spannungsverbrauch auf dem einfachen Wege gleich  $1/2 \cdot 0,4\pi(X_1 + X_2)$ . Der magnetische Spannungsverbrauch quer durch Polschuh und Anker, sowie der im Ankerzahn an der Eintrittsstelle werde wegen seiner Kleinheit vernachlässigt. Dann ergibt das Durchflutungsgesetz:

$$\frac{0,4\pi(X_1 + X_2)}{2} = \mathfrak{B}_w \frac{l}{2} = \frac{0,4\pi \cdot X_q}{2} \quad \text{d. h.} \quad \mathfrak{B}_w = 0,4\pi \frac{X_1 + X_2 - X_q}{l}$$

Für  $X_1$  und  $X_2$  können ohne Fehler die Werte eingesetzt werden, die nötig sind, um bei Leerlauf, d. h. bei gleichmäßiger Feldverteilung, den Fluß durch Luft und Zähne zu treiben. Aus unserer Gleichung erhält man dann die zulässige Anzahl der quermagnetisierenden Stromwindungen. Ergibt sich beim Entwurf eine zu große Quermagnetisierung, so muß man die Drahtzahl auf dem Anker unter gleichzeitiger Erhöhung der Luftinduktion vergrößern. Wie unsere Gleichung zeigt, ist eine hohe Luftinduktion günstig, da hierdurch einerseits die Erregung  $X_1$  vergrößert und gleichzeitig die Drahtzahl auf dem Anker und damit die Quererregung  $X_q$  herabgesetzt wird. Man kommt bei großen langsam laufenden Maschinen bis auf eine Luftinduktion von 10000 Gauß. Eine große Länge des Luftspaltes ist ebenfalls vorteilhaft, da hierdurch nicht nur der Zähler in unserer Gleichung kleiner, sondern auch der Nenner größer wird. Der Vorteil wird aber nur durch großen Aufwand an Magnetkupfer erkauft.

Bei Maschinen mit Bürstenverstellung übt der Anker neben der Quermagnetisierung auch eine Längsmagnetisierung aus. Nach Bild 140 wirken die Stromwindungen des Ankers, die innerhalb des doppelten Bürstenverschiebungswinkels liegen, denen der Magnete genau entgegen. Man bezeichnet diese Stromwindungen als die Ankerrückwirkung. Das Längsfeld der Maschine kommt jetzt durch den Unterschied der Magneterregung und der Ankerrückwirkung zustande. Um also dieselbe Spannung zu erzeugen wie

bei Leerlauf, muß man die Leerlauferregung um den Betrag der Ankerrückwirkung erhöhen. Ist  $\alpha$  der doppelte Bürstenverschiebungswinkel,  $I_a$  die Ankerstromstärke,  $2a$  die Zahl der Stromzweige und  $z$  die gesamte Drahtzahl des Ankers, so ist die Ankerrückwirkung infolge der Bürstenverschiebung

$$X_g = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{\alpha \cdot z}{360}. \quad (21)$$

### 53. Spannungsteilung.

An Stelle der auf S. 25 dargestellten Art der Spannungsteilung kommen folgende Anordnungen in Betracht.

Wenn eine Batterie im Nebenschluß zur Maschine arbeitet, führt man einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Die Batteriehälften werden dabei allerdings oft ungleich beansprucht.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, hintereinander geschaltete Maschinen als Spannungsteiler verwenden (Bild 145 und 146). Bei gleicher Belastung beider Netzhälften laufen beide Maschinen als Motoren leer, und die ganze Maschinenspannung verteilt sich bei gleicher Bauart und Erregung in gleicher Weise auf beide Motoren. Ist jedoch das Netz, wie in Bild 145, ungleich belastet, so wirkt die Maschine auf der stärker belasteten Seite als ein Stromerzeuger, der

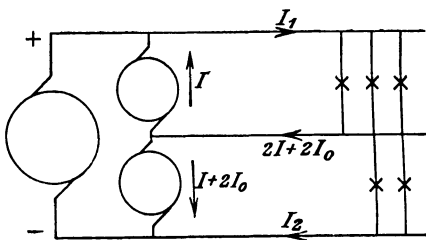


Bild 145.

Stromverteilung bei drei Leitern mit Ausgleichmaschinen.

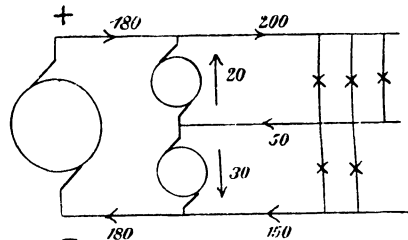


Bild 146.

den zusätzlichen Strom in der oberen Netzhälfte liefert. In die als Motor laufende zweite Maschine fließt dann so viel Strom, wie nötig ist, um die Arbeitsleistung des Stromerzeugers und die Leerlaufleistung beider Maschinen zu liefern.

Wir machen die Annahme, daß der Widerstand der Ausgleichmaschinen zu vernachlässigen ist. Es sei  $I_0$  der Leerstrom jeder Ausgleichmaschine bei gleichmäßiger Netzbelastung und  $E$  die Spannung jeder Netzhälfte. Dann ist die Leerlaufleistung für die Ausgleichmaschinen zusammen gleich  $2E \cdot I_0$ . Wird nun die eine Maschine zum Stromerzeuger und liefert sie einen Strom  $I$ , so ist ihre Leistung  $E \cdot I$ . Die als Motor laufende Maschine verbraucht also die Leistung  $E \cdot I + 2E I_0$  und die Stromstärke in dem Motor ist  $I + 2I_0$ .

Nach der 1. Kirchhoffschen Regel ist dann der Strom im Mittel-  
leiter  $2I + 2I_0$ . Das ist zugleich der Unterschied der Ströme  $I_1$   
und  $I_2$ . Aus der Gleichung  $I_1 - I_2 = 2I + 2I_0$  folgt dann

$$I = \frac{I_1 - I_2}{2} - I_0.$$

Ist z. B.  $I_1 = 200$ ,  $I_2 = 150$ ,  $I_0 = 5$ , so werden die Ströme der  
beiden Ausgleichmaschinen:

$$I = \frac{200 - 150}{2} - 5 = 20, \quad I + 2I_0 = 20 + 10 = 30$$

Die Stromstärke der Hauptmaschine wird dann 180 Ampere (Bild 146).

Wie sich auf S. 65 ergab, wird in der als Motor laufenden Maschine  
eine Spannung erzeugt, die unter Vernachlässigung des Ankerwider-  
standes gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung ist. Da  
nun die beiden Ausgleichmaschinen in bezug auf Bauart, Erregung und  
Drehzahl gleich sind, so folgt, daß ihre erzeugten Spannungen die-  
selben sind. Demnach sind auch ihre Klemmenspannungen gleich,  
d. h. die Spannungsteilung ist vollkommen.

In Wirklichkeit wird das Ergebnis durch den Spannungsverlust  
in den Ankern beeinflusst, da die Klemmenspannung der als Strom-  
erzeuger laufenden Ausgleichma-  
schine um den Spannungsverlust klei-  
ner und die des Motors um den ent-  
sprechenden Betrag größer ist als die  
erzeugte Spannung. Man kann den  
Unterschied verringern, wenn man  
jede Einzelmachine von der nicht  
zugehörigen Netzhälfte erregt, oder  
wenn man den Strom des Mittelleiters  
benutzt, um das Feld des Stromer-  
zeugers zu verstärken und das des  
Motors zu schwächen<sup>1)</sup>.

Besonders einfach ist die Span-  
nungsteilung durch eine Drosselspule  
nach Dolivo Dobrowolsky, (Bild  
147). Dabei werden zwei Punkte der  
Ankerwicklung, die bei zweipoligen  
Maschinen um eine Polteilung von  
einander entfernt sind, zu Schleifrin-  
gen geführt. An diese wird eine sog.  
Drosselspule angeschlossen, die um  
einen Eisenkern gewickelt ist. Durch die Wicklung der Drosselspule  
fließt dann ein Wechselstrom, dessen Feld beim Entstehen und

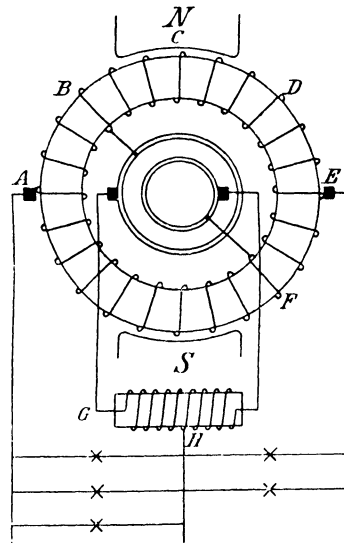


Bild 147.  
Spannungsteilung durch Drosselspule.

<sup>1)</sup> Vgl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd. II. 2. Aufl. 1907. S. 550.

Verschwinden durch die Windungen der Spule hindurchschneidet. Wie sich bei der Besprechung der Transformatoren ergeben wird, wirkt die dadurch erzeugte Spannung dem Strome entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Magnetisierung nötig ist. Infolgedessen ist der Wechselstrom außerordentlich gering, während die Drosselspule durchlässig für Gleichstrom ist.

Die ganze Wechselstromspannung ist die Spannung zwischen *B* und *F*. Davon heben sich die Spannungen zwischen *D* und *E* einerseits und zwischen *E* und *F* gegenseitig auf, die Wechselstromspannung ist also gleich der Spannung zwischen *B* und *D*. Zwischen *B* und *C* herrscht also im gezeichneten Augenblick die halbe Wechselstromspannung, d. h. dieselbe Spannung wie zwischen *G* und *H*. Fügen wir nun die Spannung *AB* einmal zur Spannung *BC* und ein andermal zur gleich großen Spannung *GH*, so erhalten wir im ersten Falle die halbe Maschinenspannung, im zweiten Falle die Spannung *AH*. Die Spannung *AH* zwischen Haupt- und Mittelleiter ist also gleich der halben Maschinenspannung.

Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel<sup>1)</sup>, bei der drei um  $\frac{2}{3}$  der Polteilung abtgehende Punkte der Wicklung zu Schleifringen geführt werden. Man stellt sich dann aus drei Drosselspulen, die je mit einem der Schleifringe verbunden werden, eine Sternschaltung her, an deren Mittelpunkt man den Nulleiter anschließt (vgl. die Sternschaltung bei Drehstrom).

Endlich ist nach Dettmar eine Spannungsteilung noch in der Weise möglich, daß man den Strom des Mittelleiters mit Hilfe einer Hilfsbürste, die genau zwischen zwei Hauptbürsten auf dem Stromwender schleift, zur Maschine zurückführt<sup>2)</sup>. Die Pole werden dann durch einen Schnitt in Richtung der Achse geteilt, damit in der jeweils durch die Hilfsbürste kurzgeschlossenen Spule keine starken Spannungen erzeugt werden. Damit die Spannung einer Netzhälfte unabhängig von der anderen erregt werden kann, müssen die Wicklungen von gegenüberliegenden Polhälften hintereinander geschaltet werden. Die Erregerwicklung für die eine Netzhälfte wird wieder von der andern Hälfte aus gespeist.

## Zehnter Teil.

### 54. Die fremderregte Maschine.

Wir betrachten eine Maschine, deren Magnetwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist wird (Bild 148). Die Maschine laufe zunächst leer. Wir lassen die Erregung ungeändert

<sup>1)</sup> ETZ 1898, S. 544.

<sup>2)</sup> ETZ 1897, S. 55 und 230.

und ändern nur die Drehzahl. Nach Gleichung (2) auf S. 136 ist die erzeugte Spannung

$$E = \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung  $n$  jetzt die einzige Veränderliche ist, so ist die Spannung proportional der Drehzahl. Wenn

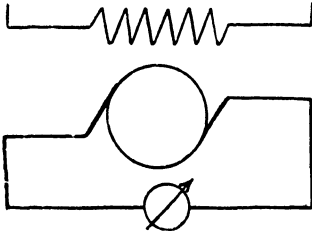


Bild 148. Maschine mit gleichbleibender Erregung bei Leerlauf.

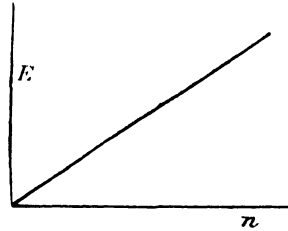


Bild 149. Abhängigkeit der Spannung von der Drehzahl bei gleichbleibender Erregung.

wir die Drehzahl wagerecht und die Spannung senkrecht auftragen, so erhalten wir die Gerade in Bild 149.

Wir lassen jetzt umgekehrt die Drehzahl ungeändert und ändern durch einen Regelwiderstand den Erregerstrom (Bild 150). Wir tragen dann den Erregerstrom  $I_m$  oder die Magnetenerregung wagerecht und die abgelesene Spannung senkrecht auf und erhalten so in Bild 151 die sog. Leerlaufkurve (Leerlaufcharakteristik). Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schließlich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung des magnetischen Flusses und der Spannung bewirkt.

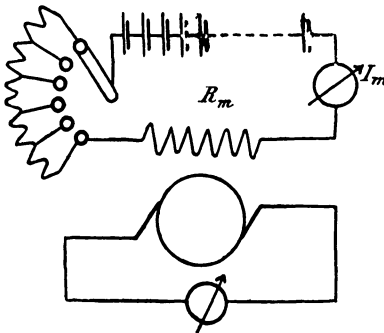


Bild 150. Maschine bei Leerlauf mit Änderung der Erregung.

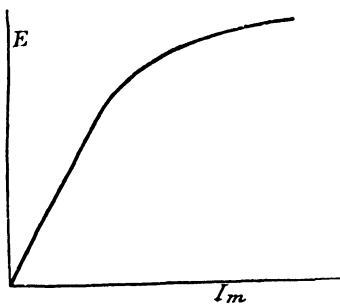


Bild 151. Leerlaufkurve einer Nebenschlußmaschine.

Nun ist die Klemmenspannung bei Leerlauf gleich der erzeugten Spannung. Da diese dem magnetischen Fluß proportional ist, so stellt uns Bild 151 im passenden Maßstabe auch die Abhängigkeit des Flusses vom Erregerstrom dar. Wir können die Leerlaufkurve daher gewissermaßen als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen.



Immerhin besteht zwischen den früher erwähnten Magnetisierungskurven und der Leerlaufkurve ein nicht unwesentlicher Unterschied. Bei den Magnetisierungskurven ist die Erregung für die Längeneinheit des magnetischen Weges, bei der Leerlaufkurve die Erregung für den ganzen Weg aufgetragen. Ferner gibt uns die Magnetisierungskurve den Fluß durch die Flächeneinheit, die Leerlaufkurve aber den Fluß durch den Ankerquerschnitt, bzw. die erzeugte Spannung an.

Wir wollen nun die Leerlaufkurve bei einer gegebenen Maschine vorausberechnen und ermitteln zunächst die Querschnitte der magne-

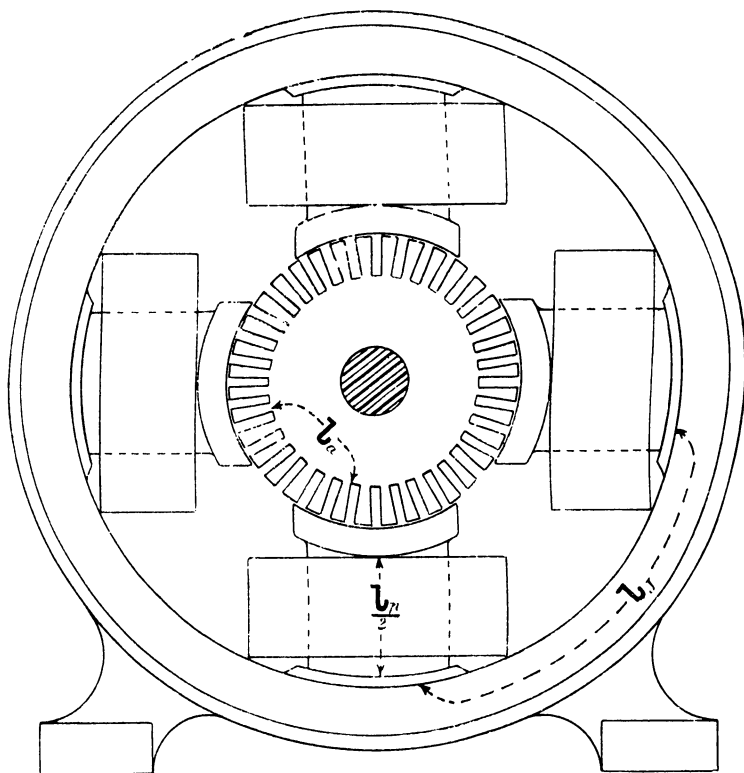


Bild 152. Schnittzeichnung einer vierpoligen Maschine.

tischen Wege in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Nach dem im Maßstabe 1 : 4 gezeichneten Bild 152 und dem im Maßstab 1 : 2 gezeichneten Bild 153 sei

Ankerdurchmesser	$d = 15,0$ cm,	Einfacher Luftabstand	. . . . . 0,2 cm,
Wellendurchmesser	$d_w = 3,5$ „	Polbogen $\beta$	. . . . . $70^\circ$ ,
Ankerlänge	. . . $b = 11,0$ „	Polkerndurchmesser	. . . . . 7,4 cm,
Nutentiefe	. . . $t_n = 2,0$ „	Jochquerschnitt	. . . . . $37$ cm <sup>2</sup> ,
Nutenbreite	. . . $b_n = 0,5$ „	Nutenzahl	. . . . . 36.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt bei 15% Raumverlust durch die Papierschicht zwischen den Ankerblechen zu

$$F_a = 0,85 (d - d_w - 2t_n) \cdot b = 70 \text{ cm}^2.$$

Den Zahnquerschnitt erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und den Rest mit  $b \cdot \beta/360$  vervielfachen. Mit Berücksichtigung der Papierschichten wird dann bei 36 Nuten:

$$F_z = 0,85 [(d - t_n)\pi - 36 \cdot b_n] b \cdot \beta/360 = 41,5 \text{ cm}^2.$$

Da der Fluß in der durch Bild 153 dargestellten Weise in den Anker tritt, so ist der Luftquerschnitt  $F_l$  das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol. Bei dem doppelten Luftabstand  $l_l = 0,4 \text{ cm}$  ist die Fläche der Polbohrung gleich  $(d + l_l) \pi \cdot \beta \cdot b/360 = 104 \text{ cm}^2$ . Andererseits ist die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten  $(d\pi - 36 \cdot b_n) \cdot b \cdot \beta/360 = 62 \text{ cm}^2$ .

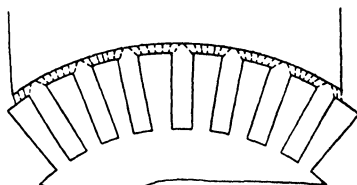


Bild 153. Feldverteilung im Luftraum.

Als Mittel aus den beiden Werten erhalten wir:

$$F_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ cm}^2.$$

Der Querschnitt der runden Polkerne ergibt sich zu:

$$F_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ cm}^2.$$

Der Jochquerschnitt ist das Doppelte des Einzelquerschnittes, da der Fluß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt. Wir erhalten so:

$$F_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ cm}^2.$$

Die Längen der magnetischen Wege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für  $l_l$  der doppelte Luftabstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für  $l_z$  die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet  $l_p$  die doppelte Länge eines Polkernes. Dagegen ist für  $l_J$  die einfache Länge des magnetischen Weges im Joch einzusetzen. Der Weg in den Polschuhen soll vernachlässigt werden. Wir erhalten:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polkerne (Schmiedeeisen)	Joch (Gußeisen)
$F_a = 70$	$F_z = 41,5$	$F_l = 83$	$F_p = 43$	$F_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22$

Wir wählen nun nacheinander beliebige Werte des Flusses  $\Phi$  und teilen sie durch den Querschnitt des betreffenden Teiles. Für die so berechneten magnetischen Induktionen  $\mathfrak{B}$  erhalten wir aus Bild 70

auf S. 74 die zugehörige Erregung für 1 cm, die wir mit  $h$  bezeichnet haben. Beim Anker und bei den Zähnen legen wir dabei die Kurve für Ankerblech, bei den Polen die Kurve für Schmiedeeisen und beim Joch die Kurve für Gußeisen zugrunde. Die Erregung  $h$  für die Längeneinheit, in Amperewindungen für 1 cm, haben wir dann mit der Länge des magnetischen Weges zu vervielfachen, um die für den betreffenden Teil erforderliche Erregung zu erhalten. Dabei haben wir zu beachten, daß der Fluß  $\Phi_m$  in den Polkernen und im Joch wegen der Streuung größer ist als der Fluß im Anker und in der Luft. Wir schätzen  $\Phi_m = 1,2 \Phi$ . Die für die doppelte Luftstrecke  $l_l$  erforderliche Erregung erhalten wir nach S. 73 unmittelbar zu

$$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l l_l. \quad (2)$$

Es genügt meist, zwei Punkte der Kurve zu berechnen, nämlich für den vorgeschriebenen Betriebszustand und für einen Zustand bei hoher Sättigung. Wir wählen  $\Phi = 0,4 \cdot 10^6$  und  $0,6 \cdot 10^6$ :

$\Phi =$	0,4	$0,6 \cdot 10^6$	$\Phi_m = 1,2 \Phi$	0,48	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_a = \Phi/F_a =$	5700	8550	$\mathfrak{B}_p = \Phi_m/F_p$	11200	16800
$h_a =$	1,1	1,8	$h_p$	5	100
$X_a = h_a \cdot l_a =$	7,7	12,6	$X_p = h_p \cdot l_p$	62,5	12500
$\mathfrak{B}_l = \Phi/F_l =$	4820	7220	$\mathfrak{B}_J = \Phi_m/F_J$	6500	9720
$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l l_l$	1540	2310	$h_J$	19	197
$\mathfrak{B}_z = \Phi/F_z =$	9650	14400	$X_J = h_J \cdot l_J$	418	2350
$h_z =$	2,3	9	$\Sigma X =$	2040	5960
$X_z = h_z \cdot l_z =$	9,2	36			

Wir tragen nun den Fluß senkrecht und die zugehörigen Erregungen für die einzelnen Teile und den Gesamtkreis wagerecht auf und erhalten so die Kurven in Bild 154. Die Kurve für die Luft ist eine Gerade. Die Kurve für die Gesamterregung  $X$  schmiegt sich anfangs dieser Geraden an, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens immer flacher verläuft. Für einen beliebigen Fluß  $OA$  ist dann die Erregung für die Pole gleich  $AB$ , für das Joch gleich  $AC$ , für die Luft gleich  $AD$  und für den ganzen Kreis  $AE = AB + AC + AD$ . Die Erregung für Anker und Zähne ist dabei wegen ihres kleinen Betrages vernachlässigt.

Es sei nun die Drahtzahl  $z$  auf dem Anker gleich 720, die Polpaarzahl  $p$  gleich 2 und die Drehzahl  $n$  gleich 1665. Dann erhalten wir für Schleifenwicklung nach Gleichung (2) auf S. 136:

$$E = \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \Phi.$$

Wenn wir also, wie es rechts in Bild 154 geschehen ist, den Maßstab im Verhältnis  $1 : 2 \cdot 10^{-4}$  ändern, so gibt unsere Kurve ohne

weiteres die Abhängigkeit der Spannung von der Erregung eines Polpaares an.

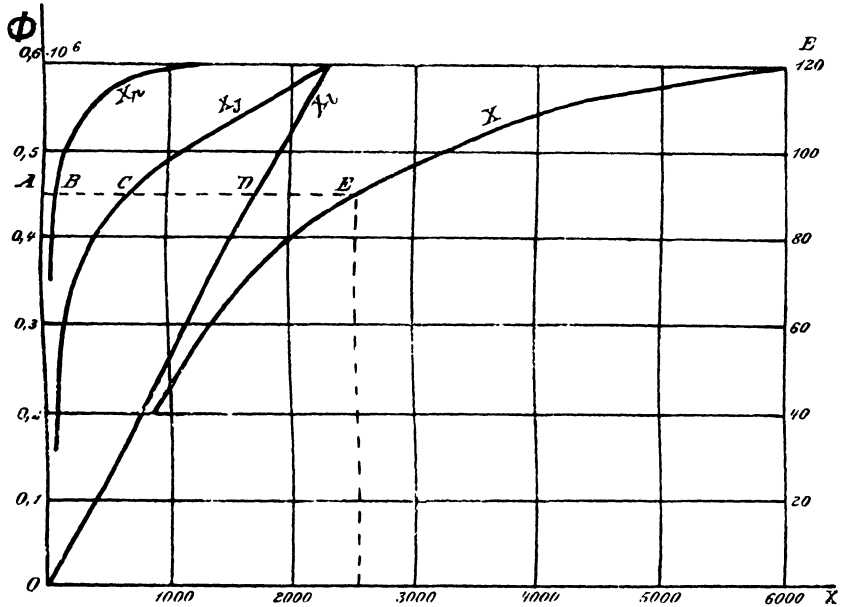


Bild 154. Die Erregung für die Teile des magnetischen Kreises und den ganzen Kreis.

Wir wollen jetzt das Verhalten einer Maschine mit ungeänderter Erregung und Drehzahl bei Änderung der Belastung darstellen. Wir schließen die Klemmen der Maschine durch einen äußeren Widerstand, also z. B. durch nebeneinander geschaltete Glühlampen. Je mehr solcher Lampen wir einschalten, desto größer ist der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. die Belastung der Maschine. Die Klemmenspannung, die bei Leerlauf gleich der erzeugten Spannung war, ist nun bei Belastung um den inneren Spannungsverlust geringer geworden. Ist jetzt  $E_a$  im Unterschied von der Klemmenspannung  $E$  die durch die Änderung des umfaßten Flusses erzeugte Spannung,  $I$  der Ankerstrom und  $R_a$  der Ankerwiderstand, so ergibt sich die Klemmenspannung durch die Gleichung  $E = E_a - I \cdot R_a$ .

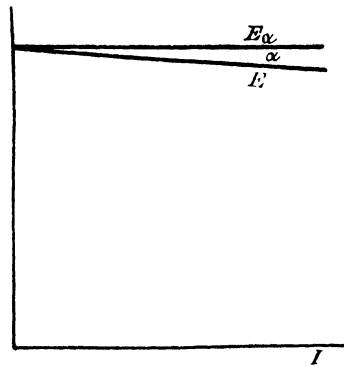


Bild 155. Abhängigkeit der Klemmenspannung vom Strom bei gleichbleibender Erregung.

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die erzeugte Spannung infolge der gleichbleibenden Erregung unveränderlich, also durch die wagerechte Gerade  $E_a$  in Bild 155

gegeben. Der Spannungsverlust ist der Stromstärke proportional. Wir ziehen also die Gerade  $E$  so, daß  $\operatorname{tg} \alpha = I \cdot R_a / I = R_a$  ist, wobei wir den verschiedenen Maßstab in wagerechter und senkrechter Richtung berücksichtigen. Die Unterschiede zwischen den Senkrechten der Kurven  $E_a$  und  $E$  stellen dann den Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Senkrechten der geneigten Geraden uns die Klemmenspannung angeben. Beim Versuch verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Klemmenspannung mißt, dazu den Spannungsverlust im Anker hinzuzählt und so die erzeugte Spannung berechnet.

Die Kurven erfahren durch die früher besprochene entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Änderung. Dazu kommt, daß der Ankerwiderstand keine unveränderliche Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung, des Ankers, also mit zunehmender Belastung, wächst.

### 55. Die Hauptschlußmaschine.

Bei der Hauptschlußmaschine sind Ankerstrom, Erregerstrom und äußerer Strom gleich. Wir betrachten eine mit gleichbleibender Drehzahl angetriebene Hauptschlußmaschine, bei der wir die Stromentnahme ändern (Bild 156) und tragen die Stromstärke  $I$

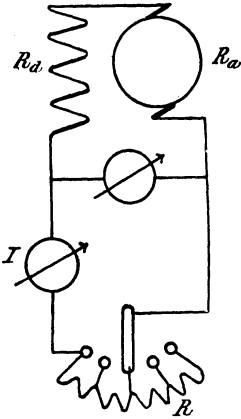


Bild 156. Hauptschlußmaschine bei Belastung.

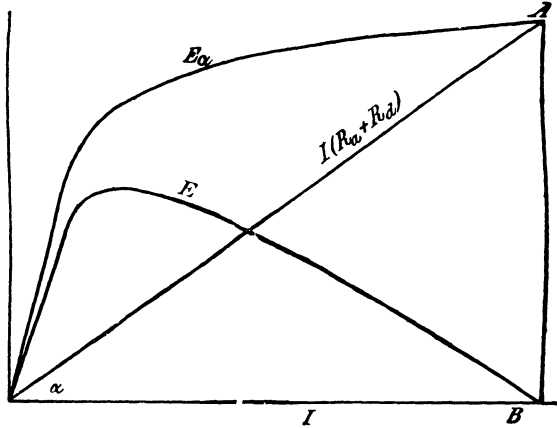


Bild 157. Abhängigkeit der erzeugten Spannung und Klemmenspannung einer Hauptschlußmaschine von der Stromstärke.

wagerecht und die Klemmenspannung  $E$  senkrecht auf (Bild 157). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel  $\alpha$  gegen die Wagerechte, so daß  $\operatorname{tg} \alpha = R_a + R_d$  ist, wobei  $R_d$  der Widerstand der Hauptschlußwicklung auf den Magneten ist und eine Verschiedenheit des Maßstabes in wagerechter und senkrechter Richtung wieder zu beachten ist. Die Senkrechten der Geraden stellen dann den Spannungsverlust  $I \cdot (R_a + R_d)$  im Innern der Maschine dar. Wenn wir

sie zu den Senkrechten der Klemmenspannungskurve hinzuzählen, so erhalten wir die Kurve  $E_a$ , welche die erzeugte Spannung  $E_a$  in Abhängigkeit vom magnetisierenden Strom darstellt. Hätten wir statt der Stromstärke  $I$  das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl der Magnete wagerecht aufgetragen, so hätten wir genau die im vorigen Abschnitt besprochene Kurve erhalten (vgl. Bild 154).

Die erzeugte Spannung ist gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf, da mit dem magnetisierenden Strom auch das magnetische Feld gleich Null wird. Schließen wir dann die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, wodurch eine Spannung erzeugt wird und ein Strom zustande kommt. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetz die Stromstärke, desto stärker also auch das Feld und die erzeugte Spannung, bis sie bei Kurzschluß ihren höchsten Wert erreicht.

Die Klemmenspannung steigt mit wachsender Belastung an, um nachher nach Erreichung eines höchsten Wertes wieder zu fallen. Infolge der Sättigung des Eisens muß einmal der Punkt eintreten, wo der Gewinn an erzeugter Spannung durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine. Bei Kurzschluß, den die Maschine natürlich nicht aushält, wird die Klemmenspannung gleich Null. Die ganze erzeugte Spannung  $AB$  wird dann verbraucht, um den Strom  $OB$  durch den inneren Widerstand zu treiben.

Wegen der Veränderlichkeit der Klemmenspannung werden Hauptschlußmaschinen nicht mehr als Stromerzeuger benutzt. Als Motoren für Straßenbahnen und Krane haben sie aber eine große Bedeutung.

### 56. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine.

Wir treiben eine Nebenschlußmaschine leer mit gleichbleibender Drehzahl an und ändern den Magnetstrom durch einen Regelwiderstand. Tragen wir dann den Magnetstrom  $I_m$  wagerecht und die Klemmenspannung  $E$  senkrecht auf, so erhalten wir eine Kurve, welche die Abhängigkeit von dem magnetisierenden Strom darstellt. Da die Maschine nur den sehr kleinen Magnetstrom liefert, so ist der Spannungsverlust im Anker zu vernachlässigen. Die Klemmenspannung ist also gleich der erzeugten Spannung, und unsere Kurve verläuft genau wie die der erzeugten Spannung bei der fremderregten Maschine oder der Hauptstrommaschine.

Wir schalten nun die Nebenschlußmaschine auf einen äußeren Verbrauchskreis (Bild 158). Die Veränderung des äußeren Stromverbrauches wirkt jetzt im Gegensatz zur Hauptstrommaschine nicht mehr unmittelbar auf das magnetische Feld zurück. Der Einfluß des

äußeren Stromverbrauchs auf die Erregung und die erzeugte Spannung ist vielmehr gering, so daß wir es in den Betriebsgrenzen mit einer ziemlich unveränderlichen Spannung zu tun haben. Das Verhalten der Nebenschlußmaschine im Betrieb ist daher einfacher als das der Hauptschlußmaschine, wiewohl ein Verständnis der Maschine nicht so leicht zu erhalten ist wie bei der Hauptschlußmaschine.

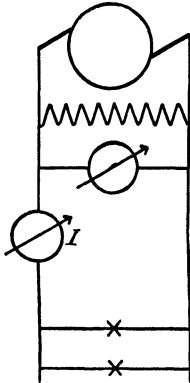


Bild 158. Nebenschlußmaschine.

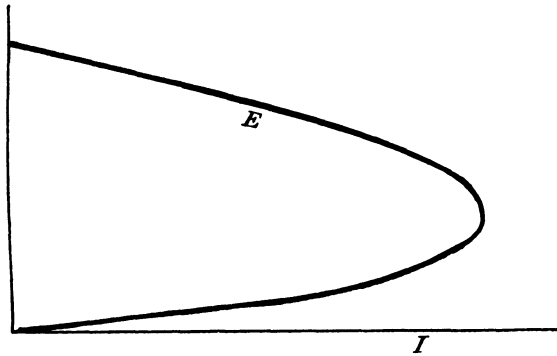


Bild 159. Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine.

Eine Vergrößerung des äußeren Stromes  $I$  bedingt zunächst eine Erhöhung des Ankerstromes  $I_a$  nach der Gleichung  $I_a = I + I_m$ , so daß der Spannungsverlust im Anker wächst. Die Klemmenspannung  $E$  wird also kleiner nach der Gleichung  $E = E_s - I_a \cdot R_a$ .

Die Klemmenspannung ist also am größten bei Leerlauf und nimmt mit zunehmender Belastung ab. Weil nun die Magnetwicklung unmittelbar an den Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmenspannung auch der Magnetstrom geringer. Dadurch wird das Feld schwächer, und die erzeugte Spannung und die Klemmenspannung wird dadurch noch mals verringert. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlußmaschine größer als bei der fremderregten Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so groß ist wie bei der Hauptschlußmaschine.

Man kann es jedoch auch bei der Nebenschlußmaschine erreichen, daß der Spannungsabfall bei Mehrbelastung fast ebenso klein wird wie bei der fremderregten Maschine. Man baut die Maschinen zu diesem Zwecke so, daß ein Teil des magnetischen Kreises, meist die Polkerne oder die Zähne, stark gesättigt ist. Dann hat die Änderung der Erregung, die durch die Belastung auftritt, kaum einen Einfluß auf das Feld, und der Spannungsabfall bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist dann nur wie bei Fremderregung gleich dem Spannungsverbrauch  $I_a \cdot R_a$ . Solche Maschinen eignen sich also besonders für Lichtanlagen, bei denen mit Rücksicht auf ruhiges Brennen der

Lampen eine unveränderliche Klemmenspannung gefordert wird. Bei Kohlefadenlampen ist diese Forderung deswegen besonders dringend, weil der Widerstand der Kohle mit steigender Erwärmung abnimmt. Bei einer Spannungserhöhung nimmt also der Strom unverhältnismäßig stark zu, wodurch die für das Auge unangenehme Lichtschwankung außerordentlich groß wird und die Lebensdauer der Lampe stark herabgesetzt wird. Metallfadenlampen sind allerdings viel weniger empfindlich, aber auch bei diesen muß die Spannung wesentlich gleichbleiben. Maschinen, die ohne eine im Nebenschluß geschaltete Batterie auf ein Glühlampennetz arbeiten, müssen also einen geringen Spannungsabfall aufweisen. Etwa dann noch vorkommende Spannungsänderungen lassen sich durch Veränderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis ausgleichen.

Im Gegensatz zu Lichtmaschinen arbeiten Maschinen zum Laden von Sammlern mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfang der Ladung, wo zur Überwindung der Gegenspannung der Zellen nur eine verhältnismäßig geringe Klemmenspannung nötig ist, ist ein Widerstand im Magnetkreis eingeschaltet, der dann im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird.

Wir wollen nun die Abhängigkeit der Klemmenspannung vom äußeren Strom durch den Versuch aufnehmen. Wir bemerken dann, daß die Stromstärke mit Vermehrung der nebeneinander geschalteten Lampen anfangs stark zunimmt, während die Klemmenspannung langsam abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Erwägungen verständlich ist, entspricht dem oberen Teil des Bildes 159. Wenn wir jedoch die Zahl der eingeschalteten Lampen übermäßig erhöhen, so wird schließlich die Stromstärke dadurch nicht mehr vergrößert, sondern verringert, wobei die Klemmenspannung mehr und mehr abnimmt. Schließlich wird sie bei Kurzschluß, wenn beide Klemmen gleichsam zu einem einzigen Punkt vereinigt sind, naturgemäß gleich Null, wobei auch der Magnetstrom und das magnetische Feld gleich Null werden. Hätte die Maschine keinen zurückbleibenden Magnetismus, so wäre auch die erzeugte Spannung und der Ankerstrom bei Kurzschluß gleich Null.

Dieses Verhalten der Nebenschlußmaschine wird deutlich aus Bild 160. Wir tragen dazu den Magnetstrom bei Betrieb wagerecht und die erzeugte Spannung  $E_a$  senkrecht auf (Bild 160). Da wir bei dem jetzigen Versuch den Magnetwiderstand ungeändert lassen, so ist die Klemmenspannung dem Magnetstrom proportional nach Gleichung  $E = I_m \cdot R_m$ .

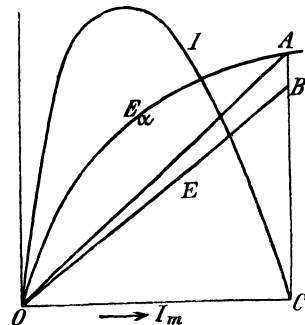


Bild 160. Abhängigkeit der Klemmenspannung und Stromstärke vom Magnetstrom bei der Nebenschlußmaschine.



Wir erhalten auf diese Weise als Kurve der Klemmenspannung die Gerade  $OB$  in Bild 160. Die Unterschiede der Senkrechten der Kurven  $E_a$  und  $E$  ergeben uns dann den Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a = (I + I_m) \cdot R_a = I \cdot R_a + I_m \cdot R_a$ .

Bei Leerlauf wird der Magnetstrom gleich  $OC$  und der Spannungsverlust im Anker  $OC \cdot R_a = AB$ . Daraus folgt allgemein, daß der Unterschied der Senkrechten der Geraden  $OA$  und  $OB$  gleich  $I_m \cdot R_a$  ist. Der Unterschied zwischen den Senkrechten der Kurve  $E_a$  und der Geraden  $OA$  ist dann  $I \cdot R_a$ , er stellt uns also im passenden Maßstab den äußeren Strom dar. Dieser Strom ist in geändertem Maßstab in Bild 160 senkrecht aufgetragen und so die Kurve  $I$  gezeichnet. Für einen bestimmten Betriebszustand hat die Stromstärke ihren größten Wert.

Da der Magnetstrom  $I_m$  der Klemmenspannung proportional ist, so ist die Kurve  $I$  bei passender Wahl des Maßstabes nach Drehung um  $90^\circ$  gleich der Kurve  $E$  in Bild 159 oder besser deren Spiegelbild.

Anstatt, wie oben angegeben, die Klemmenspannung bei veränderter Belastung durch einen Regelwiderstand im Magnetkreis auf derselben Höhe zu halten, kann man auch die Wirkung der Nebenschlußwicklung durch eine Hauptschlußwicklung verstärken (Doppelschluß- oder Compoundmaschine). Die Wirkungsweise wird

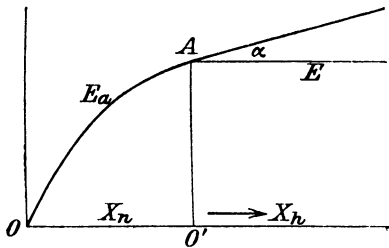


Bild 161. Klemmenspannung einer Doppelschlußmaschine in Abhängigkeit vom Stromverbrauch.

deutlich, wenn wir in Bild 161 die Erregung, gleichgültig ob sie von der Nebenschluß- oder Hauptschlußwicklung herrührt, wagrecht auftragen. Bei Leerlauf haben wir nur die Erregung  $OO' = X_n$  der Nebenschlußmaschine. Dazu fügt sich von  $O'$  an bei Betrieb die Erregung  $X_h$  durch den Hauptstrom. Die Kurve  $E_a$

gibt die Abhängigkeit der erzeugten Spannung von der Gesamterregung an. Sie nähert sich in ihrem zweiten Teil einer Geraden, die mit der Wagerechten den Winkel  $\alpha$  bildet. Nun ist der Spannungsverlust proportional dem Hauptstrom, also auch proportional der Erregung  $X_h$ . Durch passende Wahl der Hauptschlußwindungen kann man also erreichen, daß die Klemmenspannung  $E$ , die nach Abzug des Spannungsverlustes von der erzeugten Spannung  $E_a$  übrig bleibt, bei wechselnder Erregung  $X_h$ , also wechselnder Stromstärke, einen unveränderlichen Wert hat.

Die Doppelschlußmaschinen sind an sich für Lichtanlagen sehr geeignet. Wenn sie dennoch keine besonders große Verbreitung gefunden haben, so liegt das zunächst daran, daß sie bei plötzlichen Belastungsschwankungen doch vorübergehenden Schwankungen der Klemmenspannung unterworfen sind. Das hat seine Ursache in einer

augenblicklichen Änderung der Drehzahl der Antriebsmaschine, deren Regler immer eine gewisse Unempfindlichkeit besitzt. Diese Schwankungen der Drehzahl verursachen eine Änderung der erzeugten Spannung und der Klemmenspannung. Dadurch ändert sich aber auch der Strom der Nebenschlußwicklung und das Feld. Die Spannungsschwankungen sind also viel größer als die Schwankungen der Drehzahl.

Ein zweiter Grund, welcher der Verwendung von Doppelschlußmaschinen vielfach entgegensteht, liegt darin, daß sie ebensowenig wie Hauptschlußmaschinen zum Laden von Sammlern geeignet sind. Wenn die Drehzahl der Antriebsmaschine aus irgendeinem Grunde einmal nachläßt, so überwiegt die von der Batterie erzeugte Spannung und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptschlußwindungen der Magnete. Diese werden dadurch ummagnetisiert, und die von der Maschine und der Batterie erzeugten Spannungen sind nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so erreicht die Stromstärke in diesem Falle eine gefährliche Höhe. Will man daher mit einer Doppelschlußmaschine eine Batterie laden, so muß man die Hauptschlußwindungen ausschalten und die Maschine als reine Nebenschlußmaschine arbeiten lassen.

Bei Verwendung einer Nebenschlußmaschine zur Ladung einer Batterie ist eine Gefahr ausgeschlossen, denn dann liegt die positive Klemme der Batterie immer an der positiven Klemme der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die von der Batterie und Maschine erzeugten Spannungen bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Bei Umkehrung des Hauptstromes läuft die Maschine einfach als Motor, ohne daß die Stromstärke übermäßig ansteigt. Höchstens kann die Änderung in der Stromstärke eine Funkenbildung am Stromwender verursachen. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen selbsttätigen Ausschalter mit einem Elektromagneten, dessen Wicklung vom Hauptstrom durchflossen wird. Die magnetische Wirkung des Stromes hält dabei den Schalter geschlossen. Wenn dann die von der Maschine erzeugte Spannung und damit der Hauptstrom abnimmt, so wird der Elektromagnet stromlos und der Schalter wird durch die Kraft einer Feder geöffnet.

### 57. Batterie und Maschine in Nebeneinanderschaltung.

Die im vorigen Abschnitt geforderte unveränderliche Netzspannung wird meist durch Nebeneinanderschaltung einer Maschine und einer Batterie erreicht. Man hat dabei zugleich den Vorteil, daß man die Maschine nur für die mittlere und nicht für die höchste Netzbelastung anzuschaffen braucht und sie auch zeitweise ganz ab-

stellen kann. Endlich verursacht die im Nebenschluß zur Maschine liegende Batterie eine unveränderte Belastung der Maschine auch bei stark wechselndem Stromverbrauch (Pufferbatterien in Kraftwerken). Dadurch wird in Dampfkraftwerken der Dampfverbrauch unabhängig von den Änderungen im äußeren Netz, so daß eine bedeutende Ersparnis an Kohlen erzielt wird.

1. Änderungen im Stromverbrauch. Da die von der Batterie erzeugte Spannung sich im Laufe der Ladung und Entladung nur sehr langsam ändert, so können wir sie während eines längeren Zeitraumes als gleichbleibend ansehen. Wenn wir uns also bei der Betrachtung auf einen solchen Zeitraum beschränken, so können wir bei dem geringen inneren Spannungsverlust in der Batterie auch die Klemmenspannung  $E$  der Batterie als gleichbleibend ansehen. Diese Klemmenspannung der Batterie ist gleichzeitig auch die Klemmenspannung der im Nebenschluß zur Batterie geschalteten Maschine. Diese wird also von einem gleichbleibenden Magnetstrom erregt; d. h. bei ungeänderter Drehzahl ist die von der Maschine erzeugte Spannung  $E_a$  unveränderlich. Damit bleibt auch der Ankerstrom unverändert nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E_a - E}{R_a}. \quad (3)$$

Trotz der Änderungen des äußeren Stromverbrauches bleiben also die Klemmenspannung und der Ankerstrom gleich. Wenn z. B. die Batterie entladen wird (Bild 162) und im äußeren

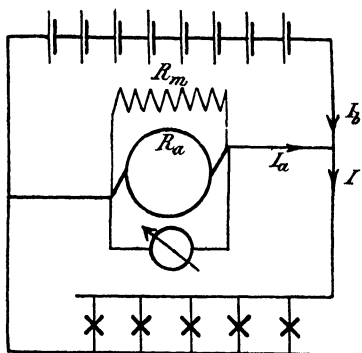


Bild 162. Stromverlauf bei Entladung.

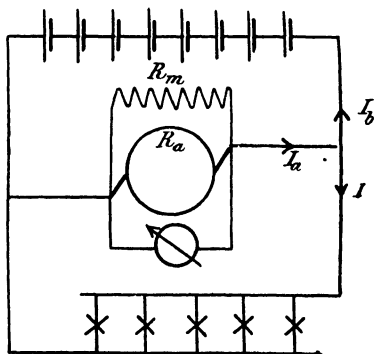


Bild 163. Stromverlauf bei Ladung.

Netz die Anzahl der nebeneinander liegenden Glühlampen vergrößert wird, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt. Wird umgekehrt bei Ladung der Batterie (Bild 163) die Anzahl der eingeschalteten Lampen vergrößert, so nimmt gleichsam das Netz der Batterie einen Teil des von der Maschine gelieferten Stromes weg. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, in welchem

die Stromquelle auch bei Änderungen im Stromverbrauch ein und denselben Strom liefert, den wir in willkürlicher Weise in die Batterie und ins Netz verteilen können.

Die Batterie kann sogar durch die Änderungen des äußeren Stromverbrauches willkürlich aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung übergeführt werden. Die Maschine liefere z. B. allein den Strom in das Netz, so daß die Stromstärke im Batteriezweig gleich Null ist. Die Klemmenspannung und die von der Batterie erzeugte Gegenspannung heben sich dabei genau auf. Wird dann durch Ausschalten von Lampen der äußere Strom kleiner als der Ankerstrom, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Wird der äußere Stromverbrauch dagegen durch Einschalten von Lampen größer als der Ankerstrom, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wird die Maschine so erregt, daß sie einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie bei Änderungen des Stromverbrauches dauernd aus Entladung in Ladung über und umgekehrt.

Mit dem betrachteten Vorgang sind allerdings geringe Änderungen der Klemmenspannung verbunden. Genau genommen ist nur die erzeugte Batteriespannung, nicht aber die Klemmenspannung ganz unveränderlich. Wir haben aber bei unserer Betrachtung den Spannungsverlust in der Batterie absichtlich vernachlässigt, um auf diese Weise den Kern der Sache deutlich zu machen.

Den wirklichen Verhältnissen kommen wir auf einem anderen Wege näher. In Bild 164 sind zwei Stromquellen nebeneinander geschaltet, deren erzeugte Spannung angenähert gleich ist. Bei Vergrößerung des Netzstromes fließt dann der Hauptteil des zusätzlichen Stromes durch den Zweig, der den geringsten Widerstand hat. Dieselben Verhältnisse treten auf, wenn

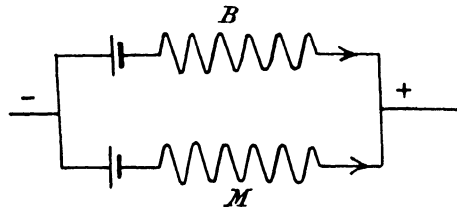


Bild 164. Nebeneinander geschaltete Stromquellen.

Batterie und Maschine nebeneinander geschaltet sind. Der Hauptteil der Stromzunahme entfällt bei Vergrößerung des Stromverbrauches auf die Batterie, die den geringeren inneren Widerstand hat, während nur ein geringer Teil auf die Maschine entfällt. Die Pufferwirkung der Batterie wird also um so besser sein, je größer der Maschinenwiderstand im Verhältnis zum Batteriewiderstand ist.

Eine vollkommene Pufferwirkung setzt einen unendlich kleinen Batteriewiderstand voraus. In Wirklichkeit ist die Pufferwirkung mehr oder weniger unvollkommen. Es wird daher häufig nötig, nach Pirani die Batterie dadurch zum besseren »Ansprechen« zu bringen, daß man nach Bild 165 in den Batteriezweig eine Zusatzmaschine schaltet. Diese wird durch eine an der Batterie liegende Neben-

schlußwicklung und eine im entgegengesetzten Sinne wirkende, vom Netzstrom gespeiste Hauptschlußwicklung erregt. Die Nebenschlußwicklung wird so bemessen, daß sie bei mittlerer Netzbelastung die Wirkung der Hauptschlußwicklung gerade aufhebt, so daß die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung gleich Null ist.

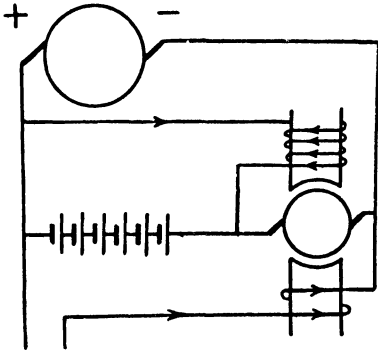


Bild 165. Piranimaschine.

Die von der Batterie erzeugte Spannung ist nun gleich der Netzspannung gewählt, so daß der Batteriestrom bei mittlerem äußeren Stromverbrauch gleich Null ist. Bei starkem Stromverbrauch überwiegt die Hauptschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt dann in demselben Sinne wie die

der Batterie. Diese wird daher kräftig zur Stromlieferung herangezogen. Bei geringem äußeren Stromverbrauch überwiegt die Wirkung der Nebenschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt dann der Batterie entgegen. Sie wirkt also in demselben Sinne wie die Netzspannung, und die Batterie wird kräftig geladen. Der Maschinenstrom bleibt also von den starken Leistungsschwankungen, wie sie sich bei Straßenbahnen in kurzen Zwischenräumen ständig wiederholen, unberührt. Dabei muß die Batterie so bemessen werden, daß sie die zusätzlichen Stromstöße ganz aufnehmen kann.

In Wirklichkeit besitzt die Piranimaschine meist eine eigene Erregermaschine, die nun statt der Piranimaschine selbst mit den oben beschriebenen beiden Wicklungen versehen wird.

Durch Änderung eines Widerstandes im Erregerkreis der Piranimaschine läßt sich der Grad der Pufferung willkürlich einstellen, d. h. man kann nach Bedarf, wenn die Rücksicht auf die größte zulässige Stromstärke der Batterie es erfordert, die Stromstöße statt ganz auf die Batterie auch teilweise auf die Maschine übertragen.

Ebenso kann man durch Änderung eines Widerstandes in der Nebenschlußwicklung der Erregermaschine den Änderungen des mittleren Netzstromes Rechnung tragen, sowie willkürlich den Ladezustand der Batterie erhöhen, indem man der Batterie in den kurzen Zeiträumen der Ladung mehr elektrische Arbeit zuführt, als man in den kurzen Zeiträumen der Entladung entnimmt.

2. Änderung der Magneterregung. Wir setzen zunächst den Fall, daß eine Batterie geladen werden soll, ohne daß Strom ins Netz geliefert wird. Man bringt zu diesem Zweck durch Änderung der Erregung die von der Maschine erzeugte Spannung auf einen solchen

Betrag, daß sie die von der Batterie erzeugte Spannung um einige Volt übersteigt. Dann schaltet man ein, und zwar verbindet man die gleichnamigen Klemmen der Maschine und der Batterie. Da die von der Maschine und Batterie erzeugten Spannungen sich entgegenwirken und die der Maschine erst nur wenig über die der Batterie überwiegt, so ist die Stromstärke noch gering. Man bringt dann nach Gleichung (3) durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag. Der Ausschlag des Spannungszeigers ändert sich dabei nicht, da die Klemmenspannung dieselbe ist wie die unveränderliche, von der Batterie erzeugte Spannung.

Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, die Erregung der Maschine, bis der Ankerstrom fast Null wird, und unterbricht dann die Verbindung zwischen Maschine und Batterie.

Wir setzen nun weiter den Fall, daß eine Batterie, die im Nebenschluß zu einer Maschine am Netz liegt und noch stromlos ist, in den Zustand der Ladung übergeführt werden soll. Wir verstärken dazu die Erregung der Maschine und dadurch den Ankerstrom, wobei die Netzspannung, die ja zugleich die Batteriespannung ist, sich wieder nicht ändert. Wenn wir voraussetzen, daß die Zahl der Verbrauchskörper nicht erhöht wird, so tritt keine Änderung im äußeren Strom auf, d. h. die Zunahme des Maschinenstromes fließt in die Batterie, wodurch diese geladen wird. Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, den Erregerstrom der Maschine, bis der Maschinenstrom gleich dem Netzstrom ist, wodurch der Batteriestrom zu Null wird. Die Batterie bleibt dann als Spannungsregler am Netz liegen.

Ebenso wird durch Änderung der Maschinenerregung in den Zeiten starken Stromverbrauches, soweit es nötig ist, die Belastung in geeigneter Weise auf Maschine und Batterie verteilt. Man regelt die Magneterregung so, daß die Maschine dauernd voll belastet ist und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert (Entladung der Batterie).

3. Die Änderung der Batteriespannung. Die Batteriespannung ist entsprechend der Lade- und Entladekurve allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die dann durch einen Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, ist der Hebel des Zellschalters als Doppelhebel ausgebildet, dessen beide Teile voneinander isoliert und durch einen Zwischenwiderstand verbunden sind. In Bild 166, das sich auf Entladung der Batterie bezieht, ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung liegen

beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, so daß das Netz dann unmittelbar an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt. Schließlich gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab. Wird also der Zwischenwiderstand so bemessen, daß der Spannungsverlust in ihm beim vorgeschriebenen Strom 1 Volt beträgt, so erhöht sich die Spannung in zwei gleichen Abständen um je 1 Volt.

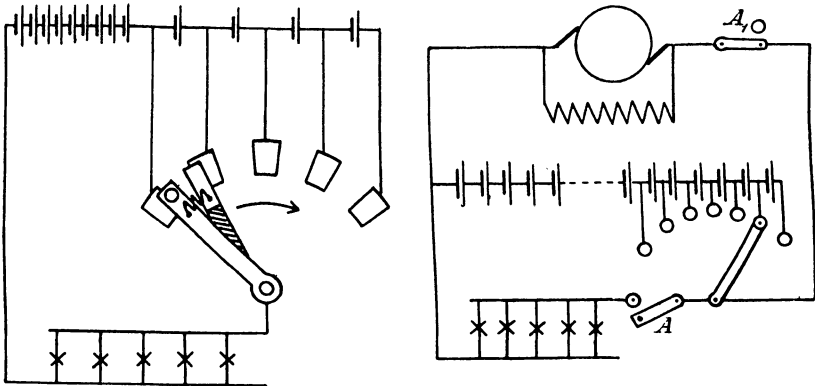


Bild 166. Entladung mit Einfachzellenschalter. Bild 167. Schaltbild für Einfachzellenschalter.

Bei der leitungsparenden Schaltung werden zwischen je zwei Kontakte des Zellenschalters zwei Zellen geschaltet. In die Verbindung zwischen den Hebeln wird eine Hilfszelle gelegt, die so geschaltet wird, daß ihre Spannung der Batteriespannung entgegenwirkt. Dann ändert sich die Batteriespannung bei Betätigung des Zellenschalters zunächst um die Spannung von 2—1 Zellen, d. h. um eine Zelle, und erst bei weiterer Betätigung des Zellenschalters, bei welcher die Hilfszelle abgeschaltet wird, um zwei Zellen.

Bild 167 zeigt das Schaltbild für den Einfachzellenschalter. Der Hebel dient bei der Ladung als Ladehebel und schaltet bei offenem Schalter *A* die letzten Schaltzellen rechts nach und nach ab. Da diese nur während der letzten Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen sind, so sind sie eher voll geladen als der Hauptteil der Batterie. Im Laufe der Ladung wandert der Schalthebel dann bis auf den linken Kontakt.

Mit einem Einfachzellenschalter kann man ein Netz von einer Maschine und einer Batterie gleichzeitig speisen oder zu einer anderen Zeit die Batterie unter Abschaltung des Netzes durch die Maschine laden. Soll indessen auch während der Ladung das Netz gespeist werden, wie dies im allgemeinen der Fall ist, so hat man einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Bild 168). Dabei liegt das Netz dauernd unten am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung als auch während der Entladung als Spannungsregler dient.

Der Ladehebel oben steht bei dem Doppelzellenschalter in Bild 168 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb des Entladehebels. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings etwas stark beansprucht, da sie von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen werden.

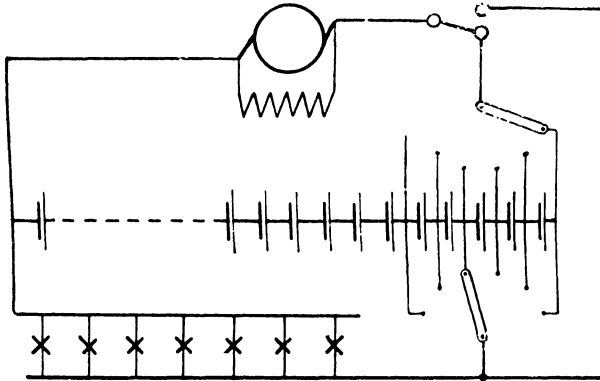


Bild 168. Schaltbild für Doppelzellenschalter.

Am Schlusse der Ladung stehen beide Hebel in Bild 168 ganz links auf demselben Kontakt, wobei also die Maschine, die Batterie und das Netz dieselbe Klemmenspannung haben. Will man dann mit der Ladung aufhören, so macht man durch Regeln im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um, so daß die Maschine unmittelbar am Netz, d. h. am Entladehebel liegt. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregler, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Ihre Spannung sinkt währenddessen allmählich und muß daher durch den Zellenwechsel auf dem gleichen Betrag gehalten werden. Der von Hand betätigte oder selbsttätige Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt mit Hilfe eines Anschlages den Ladehebel mit. Grundsätzlich würde also die erwähnte Umlegung des Schalthebels nicht nötig gewesen sein, da beide Hebel des Zellenwechselers bei Entladung immer auf demselben Kontakt stehen. In Wirklichkeit ist sie jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Schleifedern des Entladehebels durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden.

Wie man sieht, sind die einander entsprechenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt mit einer Kontaktreihe aus, auf der beide Hebel schleifen.

Bei Anwendung eines Doppelzellenschalters ist die Möglichkeit gegeben, während der Ladung das Netz mit gleichbleibender Spannung



zu speisen und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Die Maschine muß zum Zwecke der Batterieladung für eine Spannung gebaut werden, die wesentlich höher ist als die Netzspannung. Sie liefert aber beim Zusammenarbeiten mit der Batterie nur die Netzspannung, wird also nicht vollständig ausgenutzt. Sie muß z. B. bei einer Netzspannung von 110 Volt so erregt werden können, daß sie eine Spannung von 150 Volt liefert. Dieser Nachteil wird vermieden durch eine Zusatzmaschine, wobei die Hauptmaschine nur für die Netzspannung bemessen und eine wesentliche Erhöhung der Spannung überhaupt nicht vorgesehen wird. Das Magneteisen kann also stark gesättigt sein, und ein größerer Regelwiderstand im Magnetkreis ist überhaupt nicht erforderlich. Eine solche Maschine besitzt geringere Eisenquerschnitte als die Maschinen zum Laden von Sammlern und wird daher viel billiger.

Bei Verwendung einer Zusatzmaschine (Bild 169) liegt die Hauptmaschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch die Zusatzmaschine geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß der

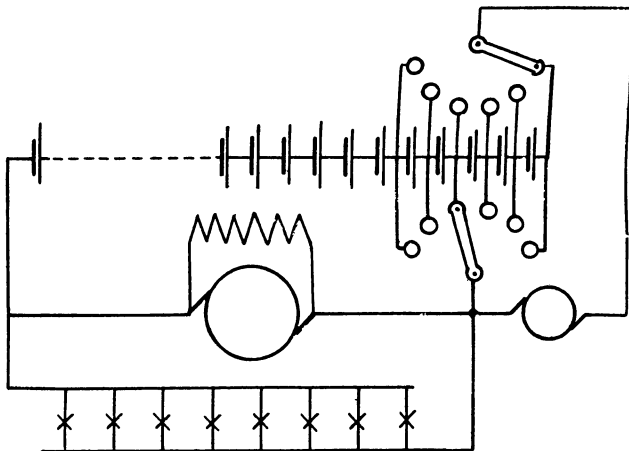


Bild 169. Doppelzellenschalter mit Zusatzmaschine.

Ladestrom der Schaltzellen durch Regeln der Zusatzmaschine gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom unmittelbar vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also stromlos, weil er zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregler.

Die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelzellenschalters folgt aus der Überlegung, daß die Spannung jeder Zelle am Ende der Ladung 2,7 Volt, am Ende der Entladung 1,8 Volt

beträgt. Der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus  $110 : 2,7 = 40$  Zellen bestehen, und die ganze Batterie mit Einschluß der Schaltzellen muß  $110 : 1,8 = 60$  Zellen enthalten. Also müssen  $60 - 40 = 20$  Zellen oder etwa 30% aller Zellen an den Zellenschalter angeschlossen sein.

4. Die Drehzahlschwankungen. Wir haben bisher damit gerechnet, daß sich die von der Maschine erzeugte Spannung nicht ändert, und untersuchen jetzt, welchen Einfluß eine Schwankung der Drehzahl der Maschine auf den Ankerstrom hat. Dabei wollen wir den äußeren Stromverbrauch ungeändert lassen. Würde die Maschine ohne Batterie arbeiten, so hätte eine Schwankung der Drehzahl eine erhebliche Spannungsänderung zur Folge. Jetzt aber ist die Netzspannung zugleich die Klemmenspannung der Batterie, also wesentlich unveränderlich. Dagegen ändert sich der Ankerstrom  $I_a$ , wenn sich die Drehzahl und dadurch die von der Maschine erzeugte Spannung  $E_a$  ändert, nach Gleichung (3).

Nimmt z. B. die Drehzahl für einen Augenblick ab, so sinkt die von der Maschine erzeugte Spannung und der Ankerstrom. Da der äußere Stromverbrauch derselbe geblieben ist, so liefert bei Entladung die Batterie um so mehr Strom, je weniger der Anker liefert. Bei Ladung fließt umgekehrt bei Abnahme des Ankerstromes entsprechend weniger Strom in die Batterie. Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine setzen sich also in Stromschwankungen der Batterie um.

Diese Überlegungen gelten für den Fall, daß die Spannungsschwankungen nicht übermäßig groß sind. Ist die Drehzahl dagegen stark veränderlich, wie z. B. bei Zugbeleuchtungsmaschinen, die von der Radachse der Bahnwagen angetrieben werden, so müssen besondere Maschinen verwendet werden, wie z. B. die Rosenbergmaschine.

#### 58. Maschinen für gleichbleibenden Strom.

Die Rosenberg-Maschine für Zugbeleuchtung (Bild 170) wird vom Anker aus erregt. Obgleich dieser in Wirklichkeit nur eine einzige Wicklung mit 4 Bürsten besitzt, so können wir uns doch auf dem Anker zwei getrennte Wicklungen vorstellen. Die X-Wicklung ist in Bild 170 innen gezeichnet und durch die Bürsten  $B_1 B_2$  kurz geschlossen. Es sei nun  $I_x$  der Strom in der X-Wicklung und  $I_y$  der Strom in der Y-Wicklung des Ankers. Die Magnetwicklung wird von den Bürsten  $B_3 B_4$ , an denen die Lampen und eine Batterie in Nebeneinanderschaltung liegen, mit einer festen Spannung gespeist.

Der Strom  $I_x$  ist der Erregerstrom, der den wagerechten Fluß  $\Phi_x$  erzeugt. Er kommt dadurch zustande, daß die X-Wicklung einen senkrechten Hilfsfluß  $\Phi_y$  schneidet. Dieser wird erzeugt durch die Entgegenwirkung des gleichbleibenden Stromes auf den Polen und des Stromes  $I_y$ . Dieser Strom wird von den Bürsten  $B_3 B_4$  abgenommen, um sich dann in die Batterie und die Lampen zu verteilen.

Die von dem Magnetstrom ausgeübte Erregung ist nun immer größer als die vom Strom  $I_y$  ausgeübte, da bei Gleichheit beider Erregungen der Fluß  $\Phi_y$  und damit der erzeugte Strom  $I_x$  verschwindet. Damit würden dann auch der Fluß  $\Phi_x$  sowie der durch ihn erzeugte Strom  $I_y$  gleich Null werden. Demnach bleibt der Strom  $I_y$  unter allen Umständen unter einer gewissen Grenze, selbst wenn die Drehzahl  $n$  ins Ungemessene steigt. Deutlicher ergibt sich die Wirkungsweise durch die Rechnung, bei der  $a$  bis  $f$  Festwerte sind.

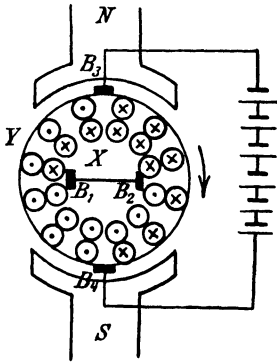


Bild 170. Rosenberg-Maschine.

In der kurzgeschlossenen, wagerechten Wicklung wird eine Spannung erzeugt, die dem Fluß  $\Phi_y$  und der Drehzahl  $n$  proportional ist. Sie ist andererseits nach dem Ohmschen Gesetz dem Strom  $I_x$ , d. h. auch dem von ihm erzeugten Fluß  $\Phi_x$  proportional. Daraus folgt

$$\Phi_y \cdot n = a \cdot \Phi_x.$$

In dieser Gleichung ist  $\Phi_y$  proportional dem Unterschied zwischen der gleichbleibenden Magneterregung  $b$  und den Stromwindungen  $c \cdot I_y$ . Andererseits ist der Fluß  $\Phi_x$  bei der gleichbleibenden Spannung  $E$  an den senkrechten Bürsten umgekehrt proportional der Drehzahl. Die obige Gleichung nimmt daher die Form an:

$$(b - c \cdot I_y)n = \frac{d}{n}, \quad \text{d. h.} \quad I_y = e - \frac{f}{n^2}. \quad (4)$$

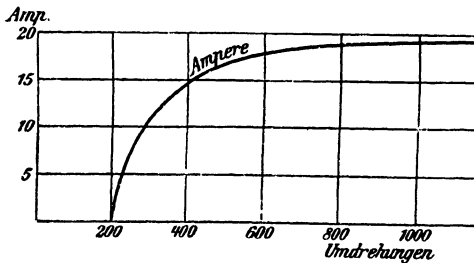


Bild 171. Stromstärke und Drehzahl einer Rosenberg-Maschine.

Für genügend hohe Werte der Drehzahl wird das zweite Glied der rechten Seite verschwindend gering, d. h. der Strom der Maschine ist annähernd unabhängig von der Drehzahl. In Bild 171 ist die Stromstärke in Abhängigkeit von der Drehzahl aufgetragen, und zwar für  $e = 20$  und  $f = 80 \cdot 10^4$ .

Damit nicht für ganz geringe Drehzahlen ein Rückstrom auftritt, ist zwischen Maschine und Batterie eine Aluminiumzelle eingeschaltet, bestehend aus einer Aluminium- und einer Eisenelektrode in einer ammoniakalischen Lösung. Eine derartige Zelle läßt einen Strom nur in der Richtung vom Eisen zum Aluminium durch.

Die Vorzeichen der Hauptbürsten  $B_3$   $B_4$  sind unabhängig von der Drehrichtung. Die Maschine kann sich durch ihren zurückbleibenden Magnetismus selbst erregen.

Die von Krämer angegebene Maschine<sup>1)</sup>, die u. a. für Scheinwerfer und Schweißmaschinen benutzt wird, hat die Aufgabe, gleichbleibenden Strom bei starken Änderungen des äußeren Widerstandes zu liefern. Bei dieser Maschine, die im Gegensatz zur Rosenberg-Maschine mit gleichbleibender Drehzahl betrieben wird, liegen auf den Magnetpolen drei Wicklungen (Bild 172). Von diesen ist die Nebenschlußwicklung 1 an die Bürsten angeschlossen, während die Wicklung 2 vom Hauptstrom durchflossen und die Wicklung 3 von einer gleichbleibenden Spannung fremd erregt wird. Die Maschine ist eine sog. labile Maschine, d. h. eine Maschine mit ganz ungesättigtem Eisen. Es sei  $E$  die Klemmenspannung,  $I_1$  der Strom im Zweig 1 und  $R_1$  der Widerstand der Magnetwicklung 1. Durch geeignete Ausführung der Maschine, gegebenenfalls durch Änderung des Widerstandes im Zweige 1 wird erreicht, daß die Leerlaufkurve in Bild 173, die wegen der geringen Sättigung

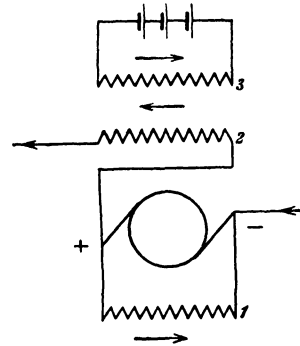


Bild 172. Krämersche Maschine.

eine Gerade ist, genau der Beziehung entspricht:  $\frac{AB}{OB} = \frac{E}{I_1} = R_1$ .

Die in jedem Augenblick allein unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung erzeugte Spannung genügt dann gerade, um den Verbrauch im Widerstand  $R_1$  der Wicklung 1 zu decken.

Wenn eine solche Maschine eine zusätzliche Fremderregung erhält, so arbeitet sie sich, je nachdem die Fremderregung die Wirkung der Nebenschlußwicklung unterstützt oder abschwächt, beliebig weit in ihrer Spannung aufwärts oder abwärts. Dies erklärt sich daraus, daß durch den Strom der Nebenschlußwicklung zwar in jedem Augenblicke gerade eine solche Spannung erzeugt wird, wie zur Aufrechterhaltung dieses Stromes erforderlich ist, daß aber die zusätzliche Erregung eine immer weitere Änderung der erzeugten Spannung und damit des Nebenschlußstromes bewirkt.

In unserm Falle ist die zusätzliche Erregung der Unterschied zwischen der Hauptschlußerregung 2 und der gleichbleibenden Erregung 3. Überwiegt z. B. die Hauptschlußerregung 2, so wird die Wirkung der Nebenschlußerregung 1 geschwächt und die Spannung sinkt. Bei dem gegebenen Widerstand des äußeren Kreises nimmt infolgedessen der Hauptstrom nach dem Ohmschen Gesetz ab, und

<sup>1)</sup> Siehe ETZ 1909, S. 798.

zwar so lange, bis dadurch die zusätzliche Erregung zu Null geworden, d. h. der Unterschied zwischen den magnetischen Wirkungen der Spulen 2 und 3 verschwunden ist. In diesem Augenblicke ist Gleichgewicht, da die Spannung, die jetzt unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung erzeugt wird, gerade genügt, um den Strom in der Nebenschlußwicklung aufrecht zu halten. Die Spannung ist dabei in Bild 173 z. B. von  $AB$  auf  $A'B'$  her- untergegangen.

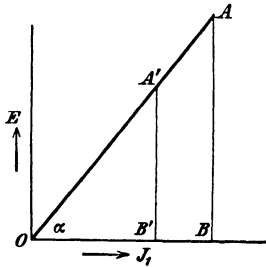


Bild 173. Labile Leerlaufkurve.

Allgemein ändert sich die Spannung in einem solchen Sinne und so lange, bis der Hauptstrom, unter Berücksichtigung der Windungszahlen der Spulen 2 und 3, gleich dem gleichbleibenden Strom der Fremderregung geworden ist. Durch Einstellen dieses Stromes auf einen bestimmten willkürlichen Betrag läßt sich also der Hauptstrom regeln.

### 59. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

Die Verluste einer Maschine bestehen aus dem Leerlaufverlust und den Verlusten durch Stromwärme.

Der Leerlaufverlust  $N_0$  wird zunächst verursacht durch Lagerreibung, Bürstenreibung und Luftreibung. Gerade der Verlust durch Luftreibung ist nicht unwesentlich, wenn die Maschine, wie es z. B. stets bei Turbomaschinen der Fall ist, zur besseren Abführung der Wärme gekapselt ausgeführt wird. Die Stirnseiten des umlaufenden Teiles werden dabei als Ventilatoren ausgebildet, und die durch eine Öffnung des Gehäuses angesaugte Luft streicht durch Zwischenräume der Maschine hindurch. Zu den Reibungsverlusten kommt noch der Verlust durch Hysterisis im Ankereisen. Dieser ist bei geringer magnetischer Induktion der 1,6ten Potenz der Induktion proportional und kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von etwa 10 000 Gauß im Ankerkern und von über 20 000 Gauß in den Ankerzähnen dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden.

Endlich kommt bei Leerlauf noch der Verlust durch Wirbelströme im Ankereisen, Poleisen und Ankerkupfer, sowie in den Ankerbolzen in Betracht. Dieser Verlust ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Induktion nicht nur die erzeugte Spannung, sondern auch die Stromstärke des Wirbelstromes wächst. Bei gegebener Erregung und Drehzahl kann der Leerverlust als unveränderlich angesehen werden.

Zu den Leerlaufverlusten kommt nun noch die Stromwärme im Anker und in der Nebenschlußwicklung.

Es sei nun  $E_a$  die erzeugte Spannung,  $E$  die Klemmenspannung,  $I$  der äußere Strom,  $I_a$  der Ankerstrom,  $I_m$  der Magnetstrom,  $R_a$  der

Ankerwiderstand und  $N_0$  die dem Anker bei Leerlauf zugeführte Leistung. Dann ergibt sich der Wirkungsgrad  $\eta$  als das Verhältnis der Nutzleistung  $E \cdot I$  zu der durch die Antriebsmaschine zugeführten Leistung, d. h.

$$\eta = \frac{E \cdot I}{E_a \cdot I_a + N_0} = \frac{E \cdot I}{E \cdot I + I_a^2 \cdot R_a + E \cdot I_m + N_0} \quad (5)$$

Für die Ermittlung des Wirkungsgrades einer ausgeführten Maschine stehen zwei Wege offen. Man kann die mechanische zugeführte Leistung durch den Versuch ermitteln und dann die Nutzleistung durch die mechanische Leistung teilen. Man kann aber auch den Wirkungsgrad aus den einzelnen Verlusten bestimmen. Dazu läßt man die Maschine leer als Motor laufen, wobei die vom Anker aufgenommene Leistung gleich der Leerlaufleistung  $N_0$  ist. Dazu fügt man die Stromwärme in den Magneten, sowie die dem Betriebsstrom entsprechende Stromwärme  $I_a^2 \cdot R_a$  und erhält so den Gesamtverlust bei Betrieb.

Bei großer Belastung überwiegt der Verlust  $I_a^2 \cdot R_a$  durch Stromwärme im Anker, und der Wirkungsgrad wird gering. Bei geringer Belastung überwiegt der gleichbleibende Verlust  $E \cdot I_m$  durch Stromwärme in der Magnetwicklung und der Leerlaufverlust  $N_0$ , so daß der Wirkungsgrad wieder gering ist. Bei einer mittleren Belastung, bei der die veränderlichen Verluste durch Stromwärme im Anker etwa gleich den festen Verlusten sind, wird der Wirkungsgrad am größten.

Da die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Höchstwertes über eine große Strecke fast wagerecht verläuft, so hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Eine Maschine liefere z. B. eine Klemmenspannung  $E = 110$  Volt, die durch Änderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis auf demselben Betrag gehalten werde. Der Ankerwiderstand einschließlich der Bürsten sei 0,2 Ohm. Die Leerlaufkurve der Maschine sei in Bild 154 gegeben, und es mögen die Wagerechten, durch 4000 geteilt, den Magnetstrom darstellen. Die Leerlaufverluste seien gleich 250 Watt. Da sie durch Änderung der Magneterregung nur zum Teil beeinflußt werden, so sollen sie als gleichbleibend angenommen werden. Die Bürsten mögen in der neutralen Zone stehen, so daß die Ankerrückwirkung gleich Null ist. Gesucht wird der Wirkungsgrad bei Ankerströmen von 25, 50 und 75 Ampere. Es ergibt sich, wenn die Gesamtleistung  $E \cdot I + E \cdot I_m + I_a^2 R_a + N_0 = \Sigma N$  gesetzt wird:

$I_a$ . . . . .	25	50	75	$E \cdot I$ . . . . .	2620	5335	8040
$I_a \cdot R_a$ . . . . .	5	10	15	$E \cdot I_m$ . . . . .	130	165	210
$E_a = E + I_a \cdot R_a$	115	120	125	$I_a^2 \cdot R_a$ . . . . .	125	500	1120
$I_m$ aus Bild 154 .	1,2	1,5	1,9	$N_0$ . . . . .	250	250	250
$I = I_a - I_m$ . . .	23,8	48,5	73,1	$\eta = EI/\Sigma N$ .	0,84	0,856	0,838

Wir wollen nun die Leerlaufverluste bei einer bestimmten gleichbleibenden Erregung durch einen Versuch trennen.

Wenn zwei gleiche Maschinen vorhanden sind, so können wir sie miteinander kuppeln und die erste Maschine als Elektromotor antreiben, während wir die zweite Maschine zunächst unerregt lassen. Wir ziehen dann von der dem Motor zugeführten Leistung die im Motor in Stromwärme umgesetzte Leistung  $E \cdot I_m + I_a^2 \cdot R_a$  ab. Die so ermittelte mechanische Leistung des Motors wird für die Reibung beider Maschinen und für Hysterese und Wirbelströme in der ersten Maschine verbraucht. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die zweite Maschine betriebsmäßig erregen, wobei sie aber noch leer läuft. Zu dem früheren Verbrauch im Motor ist dann der Verbrauch für Hysterese und Wirbelstromverlust in der zweiten Maschine hinzugekommen. Auf diese Weise läßt sich die für Reibung verbrauchte Leistung und die Summe der Hysterese und Wirbelstromverlust in jeder Maschine verbrauchte Leistung ermitteln. Um diese Summe in ihre beiden Teile zu zerlegen, wiederholt man den Versuch mit anderer Drehzahl, wobei natürlich die Erregung, d. h. das Feld der Maschinen unverändert bleiben muß. Die Veränderung der Drehzahl ist also nach Abschn. 63 durch einen Vorschaltwiderstand im Ankerkreis des Motors vorzunehmen. Da der Verlust durch Hysterese der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Drehzahl proportional ist, so ergibt sich mit Hilfe zweier Festwerte  $c_1$  und  $c_2$  die Summe aus Hystereseverlust  $N_h$  und Wirbelstromverlust  $N_w$  zu

$$N_h + N_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2, \quad \text{d. h.} \quad \frac{N_h + N_w}{n} = c_1 + c_2 \cdot n. \quad (6)$$

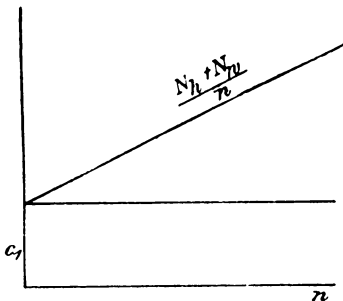
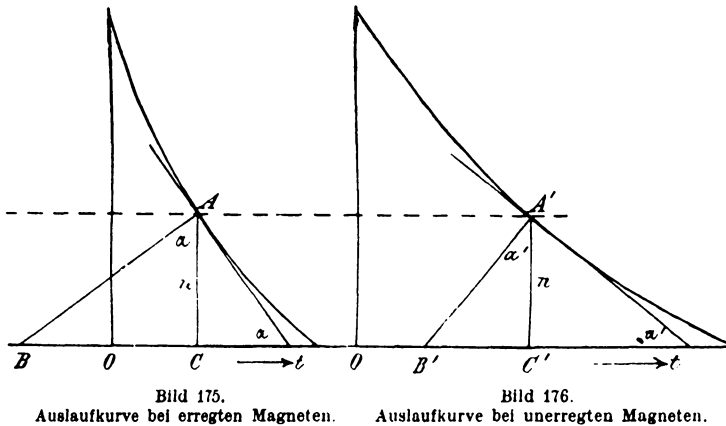


Bild 174. Trennung der Hysterese- und Wirbelstromverluste, Erregung gleichbleibend.

Tragen wir also in Bild 174 die Drehzahl  $n$  wagerecht und  $(N_h + N_w)/n$  senkrecht auf, so erhalten wir eine Gerade, deren Abschnitt  $c_1$  auf der senkrechten Achse uns den Hystereseverlust bei einer Umdrehung in der Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Drehzahl zu vervielfachen, um den Hystereseverlust zu erhalten, und können so die Leerlaufleistung in ihre Teile zerlegen.

Die gesonderte Ermittlung der Reibungsverluste kann auch durch den Auslaufversuch vorgenommen werden. Wir treiben dazu die betriebsmäßig erregte Maschine mit einer etwas über die vorgeschriebene Geschwindigkeit hinausgehenden Drehzahl als Elektromotor an, unterbrechen dann den Ankerstrom und lassen die Maschine bei ungeänderter Magneterregung auslaufen, wobei die Verzögerung durch die bremsende Wirkung der gesamten Leerlauf-

verluste  $N_0$  bewirkt wird. Während des Auslaufens beobachten wir zu bestimmten Zeitpunkten durch einen Geschwindigkeitsmesser die jeweilige Drehzahl und tragen die Zeit wagerecht und die Drehzahl senkrecht auf (Bild 175). Anstatt der Drehzahl kann die damit proportionale Klemmenspannung beobachtet werden. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die Maschine mit ununterbrochenem Anker- und Magnetstrom auslaufen lassen. Die Auslaufzeit wird jetzt größer, weil die bremsende Wirkung der Hysteresis und Wirbelströme fehlt und nur die Reibungsverluste  $N_r$ , die Verzögerung ver-

Bild 175.  
Auslaufkurve bei erregten Magneten.Bild 176.  
Auslaufkurve bei unerregten Magneten.

ursachen. Wenn wir die Zeit wagerecht und die Drehzahl senkrecht auftragen, ergibt sich die Kurve in Bild 176.

Die betriebsmäßige Drehzahl  $n$  sei gleich  $AC$  und  $A'C'$ . Wir zeichnen dann die Normalen  $AB$  und  $A'B'$  und benutzen die bekannte Beziehung, daß die Energie der Bewegung des umlaufenden Ankers dem Quadrate der Drehzahl proportional ist. Wenn also  $k$  einen Festwert bedeutet, so ist die Energie der Bewegung  $W = k \cdot n^2$ , d. h.:

$$\frac{dW}{dt} = k \cdot 2n \cdot \frac{dn}{dt} \quad (7)$$

Dabei ist  $dW/dt$  die durch die verzögernde Wirkung der Verluste verursachte Änderung der Energie in der Zeiteinheit, d. h. die bei Leerlauf mit der gleichen Drehzahl aufzuwendende Arbeit in der Zeiteinheit.

Für Bild 175 ist  $dW/dt$  gleich den Gesamtverlusten  $N_0$  und  $dn/dt$  gleich  $\operatorname{tg} \alpha$ . Für Bild 176 ist  $dW/dt$  gleich den Reibungsverlusten  $N_r$  und  $dn/dt$  gleich  $\operatorname{tg} \alpha'$ . Demnach ist nach Gleichung (7)

$$N_0 = k \cdot 2n \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad N_r = k \cdot 2n \cdot \operatorname{tg} \alpha'$$

Demnach wird

$$\frac{N_r}{N_0} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{B'C'}{BC} \quad (8)$$



Da der Gesamtverlust  $N_0$  (ohne Stromwärme) bei der Drehzahl  $n$  und der gegebenen Magneterregung durch einen Leerlaufversuch gemessen werden kann, so läßt sich der Verlust  $N_r$  berechnen.

Hopkinson hat eine Verfahren angegeben, das die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend große Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen und treibt die eine von einer äußeren Stromquelle als Motor an. Dieser Motor treibt dann die andere als Stromerzeuger an, und dieser speist wieder durch seinen Strom den Motor. Die äußere Stromquelle und die zweite Maschine sind bei diesem Versuch auf den Motor nebeneinander geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle nur die durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingte Leistung, die auf diese Weise gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß Drehzahl und Stromstärke dem gewöhnlichen Betrieb entsprechen. Die stärker erregte Maschine läuft als Stromerzeuger, die schwächer erregte als Motor.

---

## Elfter Teil.

### 60. Drehrichtung der Motoren.

Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Bauart nicht von den Stromerzeugern. Ein und dieselbe Maschine kann sogar in einem Augenblick als Stromerzeuger und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten. Eine Maschine sucht sogar, während sie als Stromerzeuger angetrieben wird, gleichzeitig als Motor zu arbeiten, indem sie ein Drehmoment ausübt, das dem von der Antriebsmaschine ausgeübten Drehmoment entgegenwirkt. Ebenso sucht eine als Motor laufende Maschine gleichzeitig als Stromerzeuger zu wirken, indem sie eine Spannung erzeugt, die aber in diesem Falle als eine Gegenspannung dem Strome entgegengerichtet ist.

Wir ermitteln die Drehrichtung, das Drehmoment, die Drehzahl und die Leistung in Abhängigkeit von den elektrischen und magnetischen Größen.

Die Drehung eines Stromerzeugers erfordert nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit einen Aufwand von Arbeit. Der durch die Bewegung erzeugte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird z. B. der in Bild 177 angedeutete Stromerzeuger im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten. Dieser Strom übt in Verbindung mit dem magnetischen Feld eine Kraft aus, die den

Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des gestrichelten Pfeiles, zu drehen sucht.

Wir denken nun die Antriebsmaschine abgestellt und die elektrische Maschine in Bild 178 derart von einer Stromquelle gespeist,

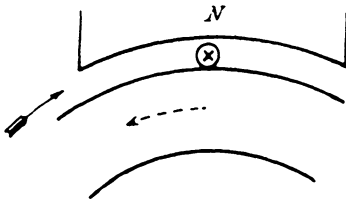


Bild 177. Stromerzeuger, dem Antrieb entgegenwirkend.

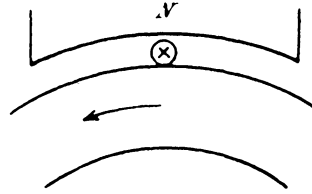


Bild 178. Motor, infolge der elektromagnetischen Wechselwirkung umlaufend.

daß die Stromrichtung in der Anker- und Magnetwicklung gegenüber Bild 177 nicht geändert ist. Dann folgt, daß die Maschine sich jetzt entgegen der früheren Drehrichtung drehen muß. Daraus ergibt sich:

Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Stromerzeuger angetrieben wurde.

Daraus darf man nun aber nicht etwa folgern, daß überhaupt jede Maschine, wenn sie aus dem Zustand des Stromerzeugers in den des Motors übergeht, ihre Drehrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker und in den Magneten beim Motor dieselbe ist wie beim Stromerzeuger. Wir wenden uns also jetzt dem Hauptschluß- und Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptschlußmaschine liegen Anker und Magnete hintereinander. Wir nehmen an, daß die in Bild 179 angedeutete

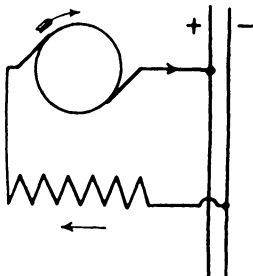


Bild 179. Hauptschlußmaschine als Stromerzeuger.

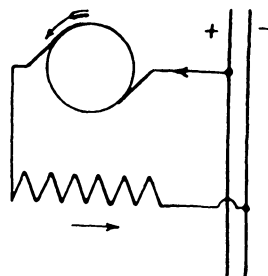


Bild 180. Hauptschlußmaschine als Motor.

Hauptschlußmaschine als Stromerzeuger im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß sich dabei für die Bürste rechts ein positives Vorzeichen ergibt. Wir benutzen dann dieselbe Maschine als Motor und

schließen sie zu diesem Zwecke der Deutlichkeit wegen genau in der früheren Weise ans Netz an (Bild 180). Dann hat der Strom im Motor gegenüber dem Stromerzeuger seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt. Die Drehrichtung ist dann dieselbe, wie wenn der Strom in beiden Teilen dieselbe Richtung behalten hätte. Die Hauptschlußmaschine läuft daher ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Stromerzeuger, d. h. gegen die Bürsten.

Soll dagegen beim Übergang einer Hauptschlußmaschine vom Betrieb als Stromerzeuger in den Betrieb als Motor die Drehrichtung dieselbe bleiben, so hat man entweder den Anker oder die Magnete umzuschalten. Die Umschaltung der Magnetwicklung empfiehlt sich deswegen, weil dann die Stromrichtung in der Magnetwicklung ungeändert bleibt. Andernfalls wäre wegen der Hysterisis das Feld bei gleichem Strom etwas schwächer als vor dem Umschalten.

Wir betrachten nun weiter den umgekehrten Fall, in welchem ein Hauptschlußmotor beigleich bleibender Drehrichtung als Stromerzeuger benutzt wird. Dieser Fall ist wichtig, da die Bremsung von Hauptschlußmotoren bei Straßenbahnwagen und elektrischen Kranen vielfach dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Stromerzeuger auf Widerstände geschaltet wird. Dabei wird elektrische Arbeit erzeugt, durch die eine gleichwertige Energie der Bewegung verbraucht wird. Man muß dazu allerdings eine Umschaltung der Maschine vornehmen, da diese sonst als Stromerzeuger sich nicht erregen würde. Solange sie als Motor läuft, ist ihre erzeugte Spannung nach S. 65 dem Strome entgegengerichtet. Wenn wir sie nun auf Widerstände schalten und sich selbst erregen lassen, so hat bei der ungeänderten Drehrichtung und dem ungeändert  $n$  Vorzeichen der Pole, die beim Angehen nur den zurückbleibenden Magnetismus besitzen, auch die erzeugte Spannung beim Angehen dieselbe Richtung wie früher. Sie erzeugt also einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt gerichtet ist. Die Folge ist, daß der zurückbleibende Magnetismus, der von der Magnetisierung durch den früheren Motorstrom herrührt, nicht verstärkt, sondern geschwächt wird, und die Maschine sich nicht erregt. Wenn man daher von der Fahrt zur Bremsung übergehen will, muß man die Magnete im Verhältnis zum Anker umschalten.

Wir betrachten nun den Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Bild 181 und 182 zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Stromerzeuger und Motor derselbe bleibt, wenn wir die Nebenschlußmaschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Dagegen hat der Ankerstrom in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall dieselbe geblieben, so würde der Motor entgegengesetzt wie der Stromerzeuger laufen. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine

als Motor in demselben Sinne wie als Stromerzeuger. Eine Nebenschlußmaschine, die als Stromerzeuger betrieben wurde,

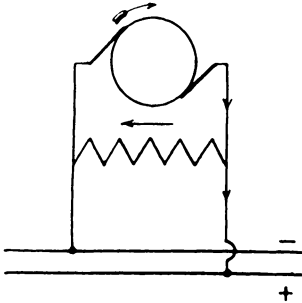


Bild 181.  
Nebenschlußmaschine als Stromerzeuger.

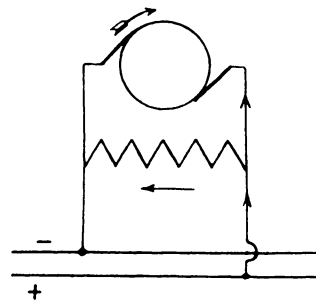


Bild 182.  
Nebenschlußmaschine als Motor.

läuft also als Motor in der früheren Drehrichtung. Ebenso kann ein Nebenschlußmotor ohne Änderung der Schaltung in der früheren Drehrichtung als Stromerzeuger angetrieben werden.

Eine Vertauschung der Hauptleitungen ist ohne Einfluß auf die Drehrichtung, weil dabei der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt wird. Man muß also zum Umsteuern

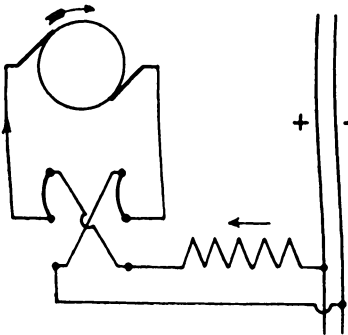


Bild 183.  
Umsteuerung eines Hauptschlusstromotors.

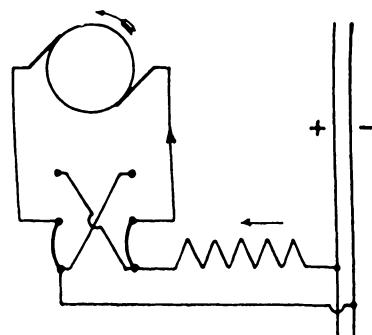


Bild 184.

entweder allein den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom umkehren. In der Regel kehrt man wegen des oben erwähnten Einflusses der Hysterisis den Ankerstrom um, wie es Bild 183 und 184 für einen Hauptstrommotor zeigen.

### 61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung.

Es sei unter Voraussetzung einer glatten Ankerwicklung  $\mathfrak{B}$  die Induktion an irgendeiner Stelle der Ankeroberfläche. Ferner sei

$b$  die Ankerlänge in cm,  
 $d$  der Ankerdurchmesser in cm,  
 $z$  die Drahtzahl,

$I_a$  der Ankerstrom,  
 $p$  die Zahl der Polpaare,  
 $2a$  die Zahl der Stromzweige.

Auf der Breite  $dx$  liegt die Drahtlänge  $z \cdot b \cdot dx/d\pi$ . Demnach ist beim Strom  $I_a/2a$  im einzelnen Draht die Kraft auf der Breite  $dx$  nach Gleichung (7) auf S. 65

$$dP = \frac{\mathfrak{B}}{10} \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot b \cdot dx}{d \cdot \pi} \text{ Dyn.}$$

Nun ist  $\mathfrak{B} \cdot b \cdot dx$  der Fluß durch die Fläche  $b \cdot dx$ . Wenn wir über eine Polteilung  $d\pi/2p$  integrieren, erhalten wir den Fluß  $\Phi$  eines Poles und damit die Zugkraft einer Polteilung. Wir vervielfachen mit der Polzahl  $2p$  und erhalten die Zugkraft in Dyn zu

$$P = 2p \cdot \frac{\Phi}{10} \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{d \cdot \pi} \text{ Dyn.}$$

Wenn wir durch 981 000 teilen und mit dem Halbmesser in Meter, also mit  $d/200$  vervielfachen, erhalten wir das Drehmoment zu

$$D = \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} \text{ mkg.} \quad (1)$$

Unsere Gleichung ist für einen glatten Anker abgeleitet, gilt aber auch für einen Nutenanker. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung erforderlich ist.

Die Bedeutung unserer Gleichung (1) ergibt sich erst, wenn wir ihre beiden Seiten miteinander vertauschen. Ursprünglich besagte sie, daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment dem magnetischen Fluß und dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustand entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Ergebnis, daß das Produkt  $\Phi \cdot I_a$  sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir dem Motor einen willkürlichen Strom zuführen, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist nur der Fall, solange der Motor noch stillsteht und die Stromstärke, die beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes geregelt wird, noch nicht genügt, um den Motor zum Anziehen zu bringen. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß Gleichung (1) erfüllt sein, d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Man muß aber dann natürlich unter der Belastung das Drehmoment mit Einschluß des Drehmomentes der Leerlaufreibung verstehen. Dann sind die beiden entgegengesetzten Drehmomente einander genau gleich, und das Kraftmoment überwiegt nicht etwa über das Lastmoment, wie man im Anfang zu glauben geneigt ist.

Dabei bleibt jedoch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Man

fragt sich oft, warum man beim elektrischen Betrieb einen Regler, der den elektrischen Strom mehr oder weniger drosselt, entbehren kann. Der Grund dafür liegt darin, daß die Ankerdrähte des Motors ebenso wie die eines Stromerzeugers durch ein magnetisches Feld hindurchschneiden und dadurch eine Gegenspannung erzeugt wird (vgl. S. 65). Diese ist der Drehzahl proportional und übt in bezug auf den zufließenden Strom dieselbe drosselnde Wirkung aus, wie es der Regler einer Dampfmaschine in bezug auf den zuströmenden Dampf tut.

Wird z. B. die Belastung des Motors, d. h. das Drehmoment der Last, vergrößert, so genügt das bisher ausgeübte Drehmoment nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Es findet also eine vorübergehende Verzögerung statt, wodurch sich die Zahl der in der Zeiteinheit geschnittenen Einheitsröhren und die erzeugte Gegenspannung verringert. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufließen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor bei dem gegebenen Strom noch ausgeübte Drehmoment zu groß, so daß der Motor beschleunigt wird. Die dadurch vergrößerte Gegenspannung drosselt den Strom so weit ab, daß im Beharrungszustand wieder das ausgeübte Drehmoment gleich dem durch die Belastung erforderten Drehmoment ist.

Die Drehzahl ergibt sich aus der erzeugten Gegenspannung  $E_a$  nach Gleichung (2) auf S. 136:

$$E_a = \frac{P}{a} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (2)$$

Da die an den Anker gelegte Netzspannung  $E$  sowohl die Gegenspannung  $E_a$  zu überwinden als auch den Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a$  zu decken hat, so folgt:

$$E = E_a + I_a \cdot R_a. \quad (3)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich dann:

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}. \quad (4)$$

Die Gleichung zeigt, daß eine Änderung der Belastung, also des Ankerstromes, nicht nur eine vorübergehende, sondern auch eine dauernde Änderung der Drehzahl mit sich bringt. Die Änderung ist nach Gleichung (4) bei Motoren mit gleichbleibendem Feld (Nebenschlußmotoren) sehr gering, sie ist aber groß, wenn sich mit dem Ankerstrom auch das Feld ändert (Hauptschlußmotoren).

Erst jetzt leiten wir die Gleichung für die Leistung ab, da sie sich aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Drehzahl ergibt.

Ist  $D$  das Drehmoment in mkg und  $\omega = 2\pi \cdot n/60$  die Winkelgeschwindigkeit in der Sekunde, so ist die abgegebene Leistung in

mkg/sek nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich  $D \cdot \omega$ . Um sie in Watt zu erhalten, haben wir  $D \cdot \omega$  nach S. 22 noch mit 9,81 zu vervielfachen und erhalten:

$$N = D \cdot \omega \cdot 9,81 = D \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (5)$$

Um die abgegebene Leistung auch durch elektrische Größen auszudrücken, vervielfachen wir Gleichung (3) mit  $I_a$ :

$$E \cdot I_a = E_a \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a. \quad (6)$$

In dieser Gleichung stellt  $E \cdot I_a$  die auf den Anker übertragene Leistung dar, während  $I_a^2 \cdot R_a$  uns die im Anker in Stromwärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach ist  $E_a \cdot I_a$  der Verbrauch für die abgegebene Leistung des Motors. Diese schließt die Nutzleistung und die Leerlaufleistung ein.

Wir prüfen die Richtigkeit unserer Gleichungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit. Die abgegebene Leistung  $D \cdot \omega \cdot 9,81$  muß gleich  $E_a \cdot I_a$  sein. Dies ergibt sich, wenn wir für  $E_a$  und  $D$  die entsprechenden Werte aus Gleichung (1) und (2) einsetzen.

Bei sehr kleinem Drehmoment, also geringem Ankerstrom, ist die Leistung gering. Mit zunehmender Belastung wird sie größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Drehzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ihren höchsten Wert erreicht, differenzieren wir die Gleichung  $N = E_a \cdot I_a = E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a$  nach  $I_a$  und setzen den ersten Differentialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann

$$E - 2I_a \cdot R_a = 0, \quad \text{d. h. } I_a \cdot R_a = E/2.$$

Die Leistung ist also am größten, wenn die Hälfte der Netzspannung für den Spannungsverlust verbraucht wird oder der Spannungsverlust gleich der Gegenspannung ist.

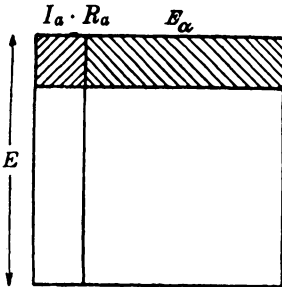


Bild 185.

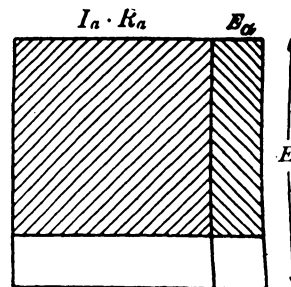


Bild 186.

Darstellung der zugeführten Leistung, mechanischen Leistung und Stromwärme im Anker eines Motors.

Dasselbe Ergebnis erhalten wir aus Bild 185 und 186, wo die Klemmenspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a$  und die zur Überwindung der Gegenspan-

nung dienende Spannung  $E_a$  zerlegt ist. Abgesehen vom Festwert  $R_a$  ist dann das gestreifte Rechteck gleich der abgegebenen Leistung und das gestreifte Quadrat gleich dem Verlust durch Stromwärme. Man sieht, daß das Rechteck für kleine und große Werte von  $I_a$  besonders klein ist. Das Rechteck wird am größten, wenn es zu einem Quadrate wird, d. h. wenn  $I_a \cdot R_a = E_a$  ist, wie auch oben abgeleitet wurde. Unter dieser Bedingung hat also die abgegebene Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall weit außerhalb der Betriebsgrenzen, da der Motor die dabei auftretende hohe Stromstärke nicht aushält. Da außerdem für  $E_a = I_a \cdot R_a$  die Hälfte der zugeführten Leistung in Stromwärme umgesetzt wird, so ist der Wirkungsgrad bei so starker Überlastung nur gleich 0,5.

### 62. Der Nebenschlußmotor.

Der Nebenschlußmotor ist ein Motor, dessen Magnetwicklung gesondert von der Stromquelle gespeist wird. Zunächst soll das Verhalten dieses Motors bestimmt werden, wenn sowohl die Magnetwicklung als auch der Anker ohne Zwischenschaltung von Widerständen an die Netzspannung angeschlossen ist. Der Motor arbeitet dann bei gleichbleibender Erregung.

Das ganze Drehmoment ergibt sich nach Gleichung (1) zu:

$$D = \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}.$$

Da der Erregerstrom und das magnetische Feld in unserm Falle unveränderlich sind, so ist das gesamte Drehmoment dem Ankerstrom proportional. Tragen wir also den Ankerstrom wagerecht und das ganze Drehmoment  $D$  senkrecht auf, so erhalten wir die durch den Nullpunkt gehende Gerade in Bild 187.

Das nutzbare Drehmoment  $D_n$  ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf für Reibung, Hysterese und Wirbelströme aufgewendet werden muß. Ist also  $I_0$  der Leerstrom im Anker, so ist das nutzbare Drehmoment dem Unterschied  $I_a - I_0$  proportional. Wenn wir es senkrecht auftragen, so erhalten wir ebenfalls eine Gerade, die mit der ersten Geraden gleiche Richtung hat und auf der wagerechten Achse den Abschnitt  $I_0$  abschneidet (Bild 187).

Die Drehzahl ist nach Gleichung (4)

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}$$

Da in dieser Gleichung der Fluß wieder unveränderlich ist, so ist die Drehzahl der Gegenspannung  $E - I_a \cdot R_a$  proportional. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a$  proportional. Tragen wir also den Ankerstrom wagerecht und die Drehzahl senkrecht auf, so erhalten wir die ge-



neigte Gerade in Bild 188. Da der Spannungsverlust immer sehr gering ist, so hat der gleichbleibend erregte Nebenschlußmotor zwischen Leerlauf und Vollbelastung fast dieselbe Drehzahl. Er kommt also für Gruppenantrieb allein in Frage.

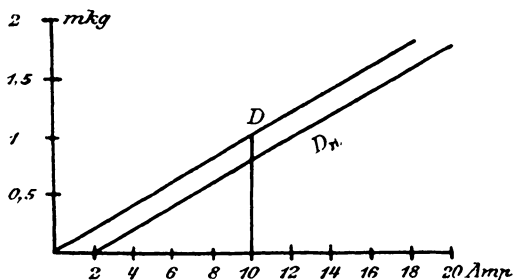


Bild 187. Drehmoment und Ankerstrom eines Nebenschlußmotors.

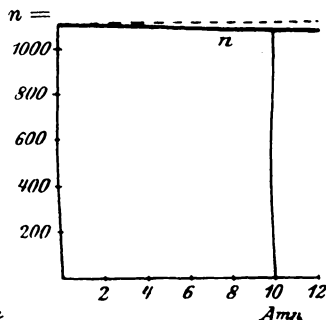


Bild 188. Drehzahl und Ankerstrom eines Nebenschlußmotors.

Die Nutzleistung in Watt ergibt sich entweder nach Gleichung (5) zu  $D_n \cdot 2\pi \cdot n \cdot 9,81/60$  oder aus der Gegenspannung und dem Arbeitstrom  $I_a - I_0$  zu  $E_a (I_a - I_0)$ .

Wenn  $I$  die Summe des Ankerstromes  $I_a$  und des Magnetstromes  $I_m$  bezeichnet, so ist der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E_a(I_a - I_0)}{E \cdot I} = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{E \cdot (I_a + I_m)} \quad (7)$$

Beim Leerlauf ist  $I_a = I_0$  und der Wirkungsgrad gleich Null. Er wird ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom  $I_a = E/R_a$ , den übrigens der Anker nur ganz ausnahmsweise und auch dann nicht dauernd aushält, den Motor nicht zum Anziehen bringt.

Bei einer mittleren Belastung wird der Wirkungsgrad am größten. Dies wird auch dadurch erklärlich, daß bei sehr geringer Belastung die gleichbleibenden Verluste durch Leerlauf und durch Stromwärme in der Magnetwicklung zu stark ins Gewicht fallen, während bei starker Überlastung die Stromwärme im Anker den Wirkungsgrad stark herabdrückt. Der Höchstwert des Wirkungsgrades liegt etwa bei dem Betriebszustand, bei dem die Stromwärme  $I_a^2 \cdot R_a$  im Anker gleich den gleichbleibenden Verlusten  $E \cdot I_0 + E \cdot I_m$  durch Leerlauf und Stromwärme in den Magneten ist.

Wir gehen nun zu einem Zahlenbeispiel über. Bei einem zwei-poligen Motor ( $p = 1$ ,  $a = 1$ ) sei:

$$\begin{array}{lll} E = 110 & \Phi = 2 \cdot 10^6 & z = 300 \\ R_a = 0,3 & I_m = 1 & I_0 = 2. \end{array}$$

Dann wird das gesamte Drehmoment:

$$D = \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,1 \cdot I_a,$$

das nutzbare Drehmoment:

$$D_n = 0,1(I_a - I_0) = 0,1 \cdot I_a - 0,2,$$

und die Drehzahl:

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^3}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = 1100 - 3 I_a.$$

Ist z. B. das nutzbare Drehmoment gleich 0,8 mkg, so ist der Strom gleich 10 Ampere, das gesamte Drehmoment gleich 1 mkg und die Drehzahl gleich 1070. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3% (vgl. Bild 187 und 188).

Die Nutzleistung wird

$$E_a(I_a - I_0) = (E - I_a \cdot R_a)(I_a - I_0) = 856 \text{ Watt},$$

und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{E \cdot (I_a + I_m)} = \frac{107 \cdot 8}{110 \cdot 11} = 0,7.$$

Da die Summe der gleichbleibenden Verluste sich zu  $E \cdot I_0 + E \cdot I_m = 330$  Watt ergibt, so ist beim günstigsten Wirkungsgrad der Verlust  $I_a^2 \cdot R_a$  auch etwa gleich 330 Watt. Bei dem Ankerwiderstand  $R_a = 0,3$  ist also  $I_a = \sqrt{330/0,3} = 33$ .

Wir wollen nun den Wirkungsgrad bei dieser Belastung, sowie bei halber und doppelter Belastung berechnen.

$I_a$	$I = I_a + I_m$	$I_a - I_0$	$E_a = E - I_a \cdot R_a$	$\eta = E_a(I_a - I_0)/EI$
17	18	15	105	0,8
33	34	31	100	0,825
66	67	64	90	0,78.

Demnach ändert sich der Wirkungsgrad wenig, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Beim Entwurf braucht daher auch nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, daß der günstigste Wirkungsgrad bei der vorgeschriebenen Belastung erreicht wird. Besonders gebietet die Rücksicht auf eine geringe Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf meist, daß kleine Motoren unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung arbeiten.

### 63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors.

1. Das Anlassen. Im Augenblick des Anlassens steht der Motor still, so daß noch keine Gegenspannung erzeugt wird. Wenn man also den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand an die volle Netzspannung legt, so wird die Stromstärke und dadurch die

Erwärmung des Ankers im allgemeinen zu hoch. Wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind, ist es auch aus mechanischen Gründen unzulässig, wenn das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist. Endlich muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein plötzlicher, starker Stromverbrauch einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung etwaiger benachbarter Lampen verursacht. Man hat demnach beim Anlassen in der Regel so viel Widerstand vor den Anker zu schalten, daß die Stromstärke den zulässigen Betrag nicht überschreitet.

Wenn ein Motor mit Hilfe des Anlassers in Gang gesetzt ist, so wächst mit zunehmender Geschwindigkeit die Gegenspannung. Diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaßwiderstand kann also allmählich ausgeschaltet werden.

Es ist zu beachten, daß der Anlaßwiderstand allein im Ankerkreis liegen muß und nicht in einer gemeinsamen Zuleitung für Anker und Magnetstrom liegen darf. Sonst würde bei ruhendem Anker die Magnetwicklung durch den im Nebenschluß zu ihr liegenden Anker fast kurz geschlossen sein, so daß die Spannung an ihren Klemmen fast Null ist. Da die Magnete dabei nicht erregt werden, so ist ein Drehmoment und dadurch ein Anlassen des Motors ausgeschlossen. Ein Nebenschlußmotor erfordert daher immer drei Zuleitungen.

Bei ganz kleinen Hauptschlußmotoren, die beim Anlaufen nur geringe Massen zu beschleunigen haben, kommt man ohne Anlasser aus. In besonderen Fällen werden auch große Nebenschlußmotoren zu zweien hintereinander ohne Widerstand an die Netzspannung gelegt. Dabei kommt zunächst auf jeden Motor die halbe Netzspannung, und erst wenn er sich in Bewegung gesetzt hat, wird jeder an die volle Spannung gelegt. Die Magnetwicklung wird natürlich vor dem Anlassen eingeschaltet. Voraussetzung ist aber, daß keine nennenswerten Massen zu beschleunigen sind. Dies trifft z. B. bei Antriebsmotoren von Schiffen zu, da die Schiffsschraube beim Anlassen nur »Schaumschlägerei treibt« und der Fahrwiderstand noch verschwindend gering ist. Ein solches Anlassen ohne Widerstand ist deswegen zulässig, weil die Selbstinduktion des Ankers das Anwachsen des Stromes verlangsamt und das einfache Ohmsche Gesetz für den Einschaltvorgang nicht gültig ist<sup>1)</sup>.

2. Widerstandsregelung. Wir betrachten das Verhalten eines Motors, dessen Magnetwicklung unmittelbar an der gleichbleibenden Netzspannung liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regelbaren Widerstandes an die Netzspannung angeschlossen ist (Bild 189). Die Belastung sei gleichbleibend. Eine Änderung des Drehmomentes mit der Drehzahl,

<sup>1)</sup> Vgl. Trettin, Das Einschalten großer Gleichstrommotoren ohne Vorschaltwiderstand. ETZ 1912, S. 759 ff.

wie sie bei Gebläsen eintritt, sei also ausgeschlossen. Wir machen dann, gleichgültig ob der Motor stark oder schwach oder nur durch seine eigene Reibung belastet ist, die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist. Gleichung (1) auf S. 188 fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht beeinflußt wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand verändert. Allerdings nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu. Dadurch wird das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Bedeutung geforderte Drehmoment, so daß der Anker beschleunigt wird. Hiermit wächst dann die Gegenspannung und die Stromstärke nimmt wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem durch die Belastung geforderten Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke tritt beim Motor nur durch eine Änderung der Belastung auf.

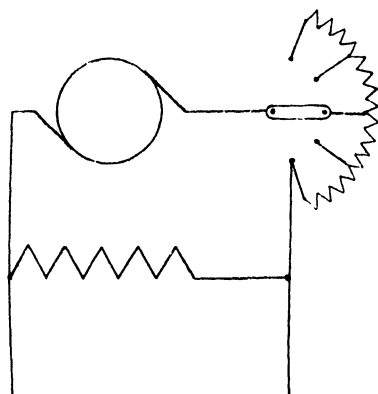


Bild 189. Widerstandsregelung eines Nebenschlußmotors.

Dagegen ist die Drehzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande abhängig. Die Netzspannung  $E$  hat jetzt nicht nur die Gegenspannung zu überwinden und den Spannungsverlust im Anker zu liefern, sondern auch den Spannungsverbrauch im vorgeschalteten Widerstand  $R$  zu decken. Es ergibt sich also:

$$E = E_a + I_a \cdot R_a + I_a \cdot R.$$

In dieser Gleichung sind  $E$  und  $R_a$  ohne weiteres unveränderlich und  $I_a$  bleibt gleich, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die Gegenspannung und damit die Drehzahl stark beeinflußt.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung genau gleich und entgegengesetzt der Gegenspannung ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch einen an den Bürsten liegenden Spannungszeiger ohne weiteres die Gegenspannung. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes  $R$ , daß die Drehzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. Die Genauigkeit ist um so größer, je kleiner der Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem Beispiel auf S. 192 ergibt sich z. B. für den

Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (4) auf S. 189:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1094.$$

Legen wir nun z. B. vor den Anker einen Widerstand von 27,5 Ohm, so wird dadurch der Strom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also  $27,5 \cdot 2 = 55$  Volt, und die Spannung, die wir mit dem Spannungszeiger an den Bürsten messen, ist  $110 - 55 = 55$  Volt. Wir erhalten also eine Drehzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Drehzahl wie bei 110 Volt. Die Drehzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Angenähert dies Gesetz auch für alle Betriebszustände gültig. Wir kommen dadurch zu dem wichtigen Ergebnis: Bei einem Motor mit gleichbleibender Erregung ist die Stromstärke proportional der Belastung und die Drehzahl proportional der Bürstenspannung. Man kann also durch Änderung der Bürstenspannung die Drehzahl beliebig ändern.

Der Vorschaltwiderstand muß dabei, wie oben beim Anlassen, allein im Ankerzweig liegen, so daß die Magneterregung während des Versuches ungeändert bleibt. Liegen Anker und Magnetwicklung mit beiden Klemmen aneinander und der Vorschaltwiderstand in der gemeinsamen Zuleitung, so bewirkt eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes meist nur eine geringe Änderung der Drehzahl. Erhöhen wir z. B. die Klemmenspannung des Ankers und der Magnete gleichzeitig auf das Doppelte, so wächst der Fluß bei wenig gesättigten Magneten auch auf fast das Doppelte. Dann aber wird in der Gleichung (4) sowohl  $E_a$  im Zähler als auch  $\Phi$  im Nenner verdoppelt, und die Drehzahl bleibt ungeändert. Nur wenn die Magnete stark gesättigt sind, bewirkt eine Erhöhung der Klemmenspannung auch angenähert eine proportionale Erhöhung der Drehzahl, und der Motor verhält sich fast wie ein Motor mit gleichbleibender Erregung.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Drehzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Vorschaltwiderstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei Regelung der Hauptschlußmotoren für elektrische Straßenbahnen der Fall ist. Jede Änderung der Belastung bewirkt sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß auch die Bürstenspannung und die Drehzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leerlaufenden Motor, vor dessen Anker ein sehr großer Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Drehzahl bis auf Null zurück. Die selbsttätige

starke Änderung der Drehzahl bei vorgeschaltetem Widerstand muß also durch Betätigung des Vorschaltwiderstandes ausgeglichen werden.

3. Feldregelung. Statt durch Vorschaltwiderstände kann die Drehzahl auch durch Feldänderung geregelt werden. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir in Gleichung (4) auf S. 189 die kleine Größe  $I_a \cdot R_a$  vernachlässigen und die Gegenspannung als unveränderlich gleich der Klemmenspannung annehmen. Schaltet man also einen Regelwiderstand in den Magnetkreis ein und schwächt dadurch den Magnetstrom und dadurch den Fluß  $\Phi$ , so wird nach Gleichung (4) die Drehzahl größer. Wir können uns das auch so deutlich machen, daß der Motor bei dem schwachen Feld schneller laufen muß, um eine der Klemmenspannung gleiche Gegenspannung zu erzeugen. Immerhin ist das nur eine äußerliche Erklärung. Der innere Grund für eine Beschleunigung des Motors liegt darin, daß beim Schwächen des Feldes die bei der gegebenen Drehzahl erzeugte Gegenspannung geringer wird. Dadurch nimmt der Ankerstrom zu, und zwar unverhältnismäßig stark, so daß das Drehmoment des Motors über das Lastmoment überwiegt und eine Beschleunigung zustande kommt.

Da das Produkt  $\Phi \cdot I_a$  der Belastung proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Feldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. In unserm obigen Beispiel war  $E = 110$  Volt,  $R_a = 0,3$  Ohm,  $z = 300$  und  $\Phi = 2 \cdot 10^6$ . Für  $I_a = 10$  Ampere ergab sich dann auf S. 193  $n = 1070$ .

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung das Feld im Verhältnis 0,8 : 1 schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis 1 : 0,8 zu. Wir erhalten dann:

$$\Phi = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6, \quad I_a = 10/0,8 = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt  $\Phi \cdot I_a$  ist dann dasselbe geblieben wie früher, aber der Ankerstrom ist dadurch, daß wir zur Erhöhung der Drehzahl das Feld verringert haben, größer geworden. Diese Zunahme des Ankerstromes ist nicht ganz ohne Einfluß auf die Drehzahl, da sie eine Zunahme des Spannungsverlustes bedingt. Wir erhalten nach Verringerung des Flusses die Drehzahl

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Bei einem Motor mit verschwindend kleinem Ankerwiderstand hätten wir statt dessen genau eine Erhöhung der Drehzahl im Verhältnis 1 : 0,8, also von 1070 auf 1338 erhalten.

Gleichzeitig erkennen wir, daß man das Feld nicht unbegrenzt schwächen darf, um die Drehzahl zu erhöhen. Schließlich wird der Einfluß des Spannungsverlustes auf die Drehzahl so groß, daß diese bei übermäßiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Sonst müßte ja der belastete (!) Motor mit unendlicher Drehzahl laufen, wenn das Feld durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null geschwächt

wird. In Wirklichkeit bleibt der Motor in diesem Falle stehen, weil die eine der beiden Größen, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muß also einen Wert für den Fluß  $\Phi$  oder für den Ankerstrom  $I_a$  geben, für den die Drehzahl bei der gegebenen Belastung einen Höchstwert erreicht. Um den betreffenden Wert für  $I_a$  zu ermitteln, setzen wir nach S. 190 die mechanische Leistung gleich dem dafür verbrauchten Teil der elektrischen Leistung:

$$D \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 = E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a.$$

Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert wird, ist  $D$  unveränderlich. Wenn wir dann den Differentialquotienten nach  $I_a$  gleich Null setzen, erhalten wir  $I_a \cdot R_a = E/2$ . Die Drehzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren größten Wert, wenn das Feld so weit geschwächt ist, daß der Spannungsverlust halb so groß ist wie die Klemmenspannung. Der Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle kleiner als 0,5, und der Betriebszustand liegt, zumal wegen des großen Ankerstromes  $I_a$ , weit außerhalb der Betriebsgrenzen.

Der Vorzug der Feldregelung besteht darin, daß sie im Unterschied von der Widerstandsregelung ohne nennenswerte Verluste erfolgt. Jedoch fallen Motoren mit Feldregelung größer aus als Motoren ohne Feldregelung. Sie arbeiten bei hoher Drehzahl mit schwachem Felde, so daß sie magnetisch durchaus nicht ausgenutzt sind. Andererseits laufen sie bei starkem Feld so langsam, daß sie mechanisch wenig ausgenutzt werden. Eine starke Feldschwächung ist übrigens oft nur bei einem verringerten Drehmoment möglich, da der Motor sonst die mit der Feldschwächung verbundene Erhöhung des Ankerstromes nicht aushält.

4. Schaltung der Widerstände. Da eine Unterbrechung des Magnetstromes beim Abstellen des Motors wegen der Selbstinduktion

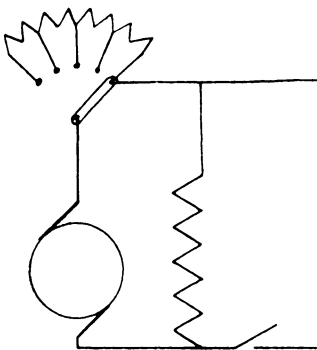


Bild 190. Funkenfreies, aber unzulässiges Abschalten.

ein Durchschlagen der Isolation, jeden falls aber eine Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben kann, so hat man dafür zu sorgen, daß der Magnetstrom langsam bis auf Null abnimmt. Dies kann — allerdings nicht im wirklichen Betrieb — dadurch geschehen, daß man beim Abschalten die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Schalter in Bild 190 öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch die Energie der Bewegung weiter, und durch das nur langsam verschwindende Feld wird in ihm

noch eine Spannung erzeugt. Da diese mit der vorher bei Betrieb

wirksamen Gegenspannung gleiche Richtung hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit das Feld ganz allmählich auf Null. Man kann das sehr gut an dem allmählichen Zurückgehen des Ausschlages eines an den Motorklemmen liegenden Spannungszeigers beobachten.

Ein solches Ausschalten des Hauptstromes ist jedoch sehr bedenklich, weil dann der Hebel des Anlассers beim Stillsetzen des Motors in einer Stellung verbleibt, die beim Wiedereinschalten einen gefährlichen Kurzschluß veranlaßt.

Dagegen kommt man zum Ziel, wenn man Anlассer und Anker an einer Stelle aneinander legt und die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und des Anlассers schaltet (Bild 191)<sup>1)</sup>. Bei einer mittleren Stellung des Hebels ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlассer, während der linke Teil im Magnetkreis liegt. Die Schaltung hat den großen Vorteil, daß Anker und Magnete, wie in Bild 190, dauernd verbunden bleiben. Das Ausschalten erfolgt daher funkenfrei, besonders wenn man es schnell und bei voller Drehzahl des Motors vornimmt.

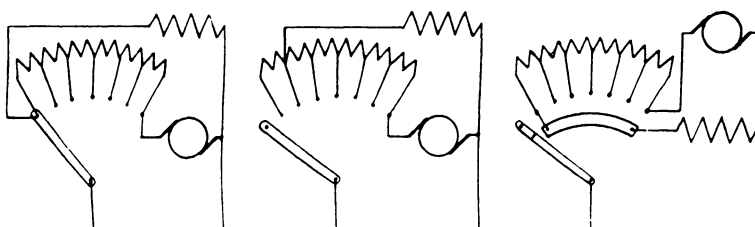


Bild 191.

Bild 192.

Bild 193.

Schaltungen für den Anlaß- und Regelwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Daß in Bild 191 der Widerstand des Magnetkreises etwas erhöht wird, ist ohne besondere Bedeutung, da der Anlaßwiderstand viel kleiner ist als der Widerstand der Magnetwicklung. Will man den Verlust im Magnetkreis etwas verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlассers abzweigen (Bild 192). Allerdings erreicht dann der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert, da der in Bild 192 links liegende Teil des Anlассers in der gemeinsamen Leitung des Ankers und der Magnete liegt. Das Drehmoment kommt also nur allmählich zustande, zumal da die Selbstinduktion der Magnetspulen die Bildung des Feldes verlangsamt.

Durch einen doppelten Hebel nach Bild 193 kann dieser Nachteil, sowie der zusätzliche Verlust im Magnetkreis vermieden werden. Die Magnete werden durch einen kurzen Hebel, der auf dem Segment schleift, sofort voll eingeschaltet, während der Ankerstrom durch den längeren Hebel, der auf den Schleifstücken des Anlaßwiderstandes

<sup>1)</sup> Vgl. den Aufsatz von R. Krause, ETZ 1901, S. 233.



schleift, eingeschaltet wird. Beide Hebel liegen übereinander und sind starr miteinander verbunden.

Dasselbe ist bei dem Anlasser mit Feldregelung in Bild 194 der Fall. Im Anfang werden die Magnete durch einen kurzen Hebel und das linke Segment eingeschaltet, während der Ankerstrom durch einen

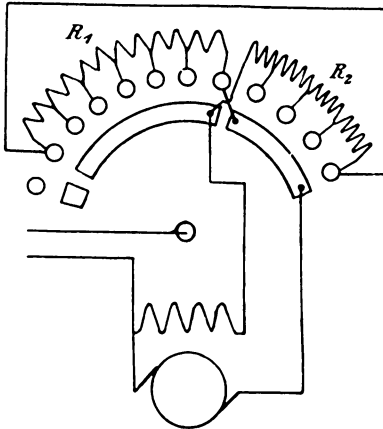


Bild 194. Anlaß- und Regelwiderstand.

langen Hebel und den Anlasser  $R_1$  geschlossen wird. Die beiden starr gekuppelten Hebel sind in dem Bilde nicht gezeichnet. Bei vollem Betrieb steht der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Soll die Drehzahl nun erhöht werden, so dreht man den Hebel weiter nach rechts. Dabei wird nach und nach der Regelwiderstand  $R_2$  in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom unmittelbar durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Um ein funkenfreies Ausschalten zu erzielen, ist das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regelwiderstandes verbunden. Nach dem Ausschalten treibt dann die als Stromerzeuger weiterlaufende Maschine

einen Strom hintereinander durch Anker, Magnete, Regelwiderstand  $R_2$  und Anlasser  $R_1$ .

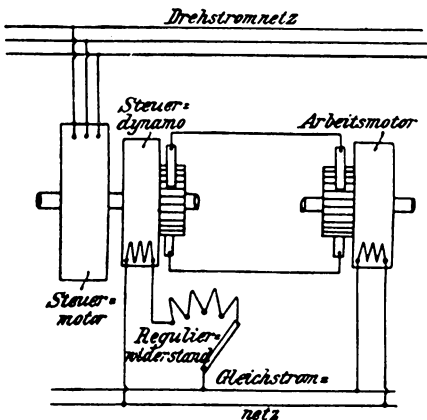


Bild 195. Leonard-Schaltung.

5. Anlaß- und Regelmotoren. Der Bau von Anlassern für sehr große Motoren bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht besonders dann, wenn große Massen zu beschleunigen sind, große Verluste. Man verwendet daher für Hebezeuge mit schwierigen Betriebsbedingungen, bei denen Motoren für große Leistungen in kurzen Zwischenräumen zu steuern sind, wie z. B. für Förderanlagen, Kohlenkipper, Hobelmaschinenantrieb usw. besondere Anlaß- und Regelmotoren. Diese ermöglichen auch eine besonders feinstufige und genaue Regelung.

So wird bei der Leonard-Schaltung (Bild 195) der Anker des gleichbleibend erregten Arbeitsmotors nicht unmittelbar vom Netz,

sondern von einem eigenen fremderregten Stromerzeuger gespeist, dessen Spannung durch einen in seinem Magnetkreis liegenden Widerstand geändert werden kann. Der Stromerzeuger, die sog. Steuerdynamo, wird in der Regel durch einen Drehstrommotor, den sog. Steuermotor, dauernd in gleichbleibender Drehrichtung angetrieben. Die Steuerdynamo ist dauernd unmittelbar auf den Arbeitsmotor geschaltet und wird beim Anlassen dieses Motors zunächst schwach erregt. Dadurch, daß man dann die Erregung der Steuerdynamo allmählich verstärkt, bringt man den Arbeitsmotor auf volle Drehzahl. Ebenso wird der Arbeitsmotor durch Schwächung des Feldes der Steuerdynamo bis auf Null stillgesetzt.

Bei Maschinen, die fortdauernd angelassen und wieder stillgesetzt werden, wird oft nach Ilgner auf der Welle des Steuermotors und der Steuerdynamo ein Schwungrad angeordnet. Dieses gibt unter Verringerung seiner Drehzahl beim Anfahren des Arbeitsmotors einen Teil der aufgespeicherten Energie ab. Beim Stillsetzen des Arbeitsmotors arbeitet dieser als Stromerzeuger auf die nun als Motor laufende Steuerdynamo, so daß Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Auf diese Weise wird dem Netz auch bei stark wechselndem Betriebe dauernd eine fast gleichbleibende Arbeit entnommen, und die starken Spitzen im Stromverbrauch, die ohne Schwungrad auftreten würden, werden vermieden. Man muß allerdings dafür sorgen, daß der Steuermotor bei Belastung einen starken Abfall in der Drehzahl zeigt (12 bis 15%), damit das Schwungrad zur Geltung kommt. Es ist leicht einzusehen, daß in dieser Beziehung ein großer Ankerwiderstand im Steuermotor günstig wirkt. Wäre der Ankerwiderstand gleich Null, so würde der Steuermotor mit fast gleichbleibender Drehzahl laufen, d. h. das Schwungrad würde gar nicht zur Geltung kommen, und die Belastungsschwankungen würden starke Änderungen im Stromverbrauch des Motors bewirken.

Man kann bei einem Gleichstromstauermotor die erforderliche Verzögerung auch durch eine Hauptschlußwicklung auf dem Steuermotor erreichen, die so vom Strome dieses Motors durchflossen wird, daß die Wirkung der Nebenschlußwicklung verstärkt wird. Ihre Wirkung beruht darauf, daß die Gegenspannung den Strom des Steuermotors bei Belastung des Arbeitsmotors stark abdrosselt.

Noch vollkommener arbeitet der Ilgner-Umformer, wenn beim Anlassen des Arbeitsmotors selbsttätig Widerstand in den Ankerkreis des Steuermotors eingeschaltet wird. Beim Anlassen erhöht sich infolge der zunehmenden Leistung des Arbeitsmotors zunächst die elektrische Leistung der Steuerdynamo. Der mit der Steuerdynamo gekuppelte Steuermotor sucht den entsprechenden Mehrverbrauch an Strom aus dem Netz zu entnehmen. Hieran wird er jedoch dadurch gehindert, daß Widerstand in seinen Ankerkreis eingeschaltet und sein Strom auf diese Weise selbsttätig auf dem gleichen Betrage gehalten

wird. Infolgedessen muß die Drehzahl der Steuermaschinen und des Schwungrades abnehmen. Das Schwungrad liefert dann die zusätzliche Leistung, während sich die dem Steuermotor vom Netz aus zugeführte Leistung nicht ändert.

Umgekehrt wird beim Bremsen und Stillsetzen die Erregung der Steuerdynamo verringert. Die Spannung der Steuerdynamo wird dadurch geringer als die des Arbeitsmotors, so daß dieser Motor einen Rückstrom in die Steuerdynamo liefert. Dadurch wird er selbst gebremst, die Steuerdynamo dagegen als Motor angetrieben, so daß das Schwungrad und gleichzeitig der Steuermotor beschleunigt wird. Eine dadurch bedingte Verringerung der Stromstärke des Steuermotors wird dann dadurch verhindert, daß selbsttätig Widerstand in seinem Ankerkreis ausgeschaltet wird.

Das Kraftwerk bleibt bei Verwendung eines solchen Ilgner-Umformers von den Schwankungen der Belastung unberührt. Es liefert dauernd denselben Strom in den Steuermotor, gleichgültig, ob z. B. der Arbeitsmotor Strom verbraucht oder Strom zurückerliefert oder für einen Zeitraum stille steht. Beim Anlassen des Arbeitsmotors arbeiten Steuermotor und Schwungrad zusammen auf die Steuerdynamo, beim Bremsen arbeiten Steuermotor und die als Motor angetriebene Steuerdynamo zusammen auf das Schwungrad.

Ein Hauptvorteil des Regels durch eine Steuermaschine besteht darin, daß zu einer bestimmten Stellung des Steuerhebels unter allen Umständen eine bestimmte Geschwindigkeit des Arbeitsmotors gehört, unabhängig von der Belastung dieses Motors. Beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes, also ohne Leonardschaltung, wäre das nicht zu erreichen, da der im Vorschaltwiderstand auftretende Spannungsverlust sich mit der Stromstärke, also mit Belastung, ändert.

Anstatt durch Änderung des Widerstandes im Ankerkreis kann man den Strom eines Gleichstrom-Steuermotors auch durch Änderung der Magneterregung selbsttätig auf dem gleichen Betrage halten.

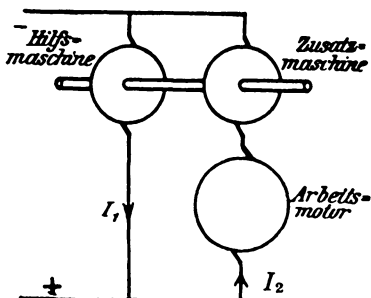


Bild 196. Anlassen durch Zusatzmaschine.

Große Motoren können auch durch eine Zusatzmaschine angelassen werden, deren erzeugte Spannung der Netzspannung zuerst entgegengerichtet und nachher gleichgerichtet ist. In Bild 196 sei z. B. der Arbeitsmotor, der gleichbleibend erregt ist, für 1000 Volt gebaut, während die Zusatzmaschine und die mit ihr gekuppelte, gleichbleibend erregte Hilfsmaschine für 500 Volt gebaut

sind. Die Netzspannung sei 500 Volt. Da die Hilfsmaschine unmittelbar am Netz liegt, so laufen Hilfs- und Zusatzmaschine dauernd mit

annähernd gleichbleibender Drehzahl, wobei es gleichgültig ist, welche von ihnen als Stromerzeuger arbeitet und welche als Motor.

Vor dem Anlassen steht der Arbeitsmotor still und dient nur als Zuleitung für die Zusatzmaschine. Diese Maschine treibt als Motor die Hilfsmaschine an, leistet aber nur die Leerlaufarbeit, da die erzeugte Spannung der Hilfsmaschine infolge geeigneter Erregung genau gleich und entgegengesetzt der Netzspannung gemacht ist.

Wir schwächen jetzt die Erregung der als Motor laufenden Zusatzmaschine und beschleunigen sie dadurch ein wenig. Infolge der größer gewordenen Drehzahl überwiegt dann die erzeugte Spannung der Hilfsmaschine über die Netzspannung und liefert uns einen Strom  $I_1$ . Dadurch wird zugleich die Motorleistung der Zusatzmaschine größer, und der Strom  $I_2$  nimmt zu. In Wirklichkeit fließt dabei der Strom  $I_1$  aus der Hilfsmaschine über den Anker des Arbeitsmotors unmittelbar in die Zusatzmaschine, und vom Netz wird nur eine den Verlusten in beiden Maschinen entsprechende elektrische Leistung geliefert.

Schließlich wird der Strom  $I_2$  so stark, daß der Arbeitsmotor anzieht. Wir haben dann im rechten Zweige zwei hintereinander geschaltete Motoren. Im allgemeinen ist bei einer solchen Hintereinanderschaltung von zwei nicht miteinander gekuppelten Motoren gar nicht zu sagen, in welcher Weise sich die Netzspannung auf beide Motoren verteilt. In unserem Falle ist aber nach dem Obigen die Drehzahl der Zusatzmaschine fast unveränderlich. Ihre erzeugte Spannung ist durch die jeweilige Erregung gegeben. Zur Überwindung dieser Gegenspannung wird dann ein ganz bestimmter Teil der Klemmenspannung verbraucht. Der Rest der Spannung liegt dann am Arbeitsmotor, der infolgedessen eine ganz bestimmte Drehzahl annimmt.

Zugleich ist jetzt, nachdem der Arbeitsmotor angezogen hat, die Stromstärke  $I_2$  nach S. 188 durch die Belastung des Arbeitsmotors gegeben, sie wächst also nicht mehr bei weiterer Schwächung des Magnetfeldes der Zusatzmaschine. Daher nimmt das Drehmoment der Zusatzmaschine, das durch das Produkt aus dem Fluß und dem jetzt gleichbleibenden Strom  $I_2$  gegeben ist, bei Schwächung ihres Feldes jetzt dauernd ab, d. h. diese Maschine wird, entgegen den Ausführungen auf S. 197, jetzt durch weitere Schwächung des Feldes verzögert. Wenn auch diese Verzögerung gering ist, so genügt sie doch, um den von der Hilfsmaschine erzeugten Strom auf Null zu bringen.

Im weiteren Verlaufe wird das Feld der Zusatzmaschine und dadurch ihre erzeugte Spannung sowie ihr Drehmoment vollständig gleich Null gemacht, wobei sie von der jetzt bereits als Motor laufenden Hilfsmaschine leer angetrieben wird. Am Arbeitsmotor liegt dann die volle Netzspannung von 500 Volt.

Wir erregen jetzt allmählich die von der Hilfsmaschine angetriebene Zusatzmaschine im umgekehrten Sinne, so daß ihre erzeugte Spannung dem Strome  $I_2$  gleichgerichtet ist. Sie wird dadurch zum Stromerzeuger, dessen Spannung sich zur Netzspannung hinzufügt. Dadurch wächst dann die Spannung an den Klemmen des Motors allmählich bis auf 1000 Volt, so daß er seine volle Drehzahl erreicht. Die ihm zugeführte elektrische Leistung wird dabei zur Hälfte unmittelbar vom Netz und zur Hälfte von der Zusatzmaschine, mittelbar natürlich ganz vom Netz geliefert.

#### 64. Hauptschlußmotoren.

Beim Hauptschlußmotor sind Anker und Magnetwicklung hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit dem Fluß das Drehmoment ergibt, ist zugleich der Erregerstrom. Belasten wir daher einen Hauptschlußmotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker als auch der Fluß. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gleichung (1) auf S. 188 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Größen  $\Phi$  und  $I_a$  zustande.

Arbeitet z. B. der Motor mit ungesättigtem Eisen, so entspricht dem doppelten Strom auch ein doppelter Fluß, also nach der genannten Gleichung das vierfache Drehmoment. Wird umgekehrt die Belastung vervierfacht, so nimmt der Strom nur um das Doppelte zu.

Die Drehzahl ist nach Gleichung (4) auf S. 189:

$$n \approx \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}$$

Dabei ist der Einfachheit wegen unter  $R_a$  der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen ändert sich der Nenner erheblich, weil sich mit dem Ankerstrom auch der Fluß ändert. Infolgedessen wird die Drehzahl durch eine Änderung der Belastung stark beeinflußt. Bei einer Erhöhung der Belastung genügt z. B. eine kleinere Drehzahl, um eine der Klemmenspannung fast gleiche Gegenspannung zu erzeugen.

Das große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Strom macht den Hauptstrommotor im Unterschied vom Nebenschlußmotor besonders geeignet für den Betrieb von Kranen und Straßenbahnen. Beim Anfahren muß das vom Motor ausgeübte Drehmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann eine sehr schätzenswerte Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Stromverbrauch liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptschlußmotor sehr günstig. Wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, so liefert er es mit einem geringeren Aufwand an Strom, als es ein Nebenschlußmotor tut. Die Belastungsschwankungen des Kraftwerkes sind also nicht so bedeutend wie bei Nebenschlußmotoren.

Natürlich kann das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Drehzahl eintritt. Leistung ist gleich Kraft mal Geschwindigkeit. Wenn also ein Hauptschlußmotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei verhältnismäßig wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus dem Kraftwerk entnimmt, so muß seine Drehzahl dabei gering sein. Wir müssen diese Veränderlichkeit der Drehzahl als einen besonders großen Vorteil der Hauptschlußmotoren ansehen, da es z. B. mit Rücksicht auf den gleichmäßigen Betrieb der Kraftwerke sehr zweckmäßig ist, daß die vollbesetzten Wagen einer elektrischen Bahn einen Berg langsam hinauffahren.

Wir wollen nun das Verhalten des Hauptschlußmotors bei den verschiedenen Betriebszuständen rechnerisch verfolgen. Zu dem Zwecke ermitteln wir zunächst die Magnetisierungskurve, indem wir die Maschine als Stromerzeuger durch einen anderen Motor mit gleichbleibender Drehzahl  $n_g$  antreiben und durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den von unserem Stromerzeuger gelieferten Strom  $I_a$  und die Klemmenspannung und berechnen die erzeugte Spannung, indem wir den Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a$  zur Klemmenspannung hinzuzählen. Dabei ist wieder  $R_a$  der gesamte innere Widerstand. Wir teilen nun die erzeugte Spannung durch  $p/a \cdot n_g \cdot z \cdot 10^{-8}/60$  und erhalten dadurch den Fluß  $\Phi$ , der durch den Strom  $I_a$  geschaffen wird. Wir tragen dann den Strom wagerecht

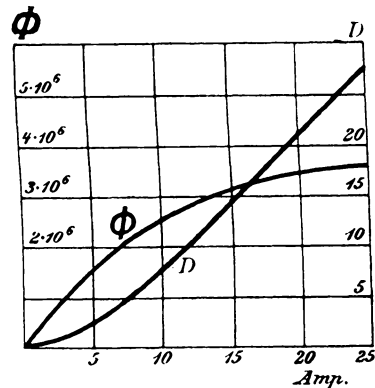


Bild 197. Fluß, Drehmoment und Stromstärke eines Hauptschlußmotors.

und den Fluß senkrecht auf und erhalten die Kurve  $\Phi$  in Bild 197. Diese unterscheidet sich von der Kurve der erzeugten Spannung nur durch den Maßstab und gilt im Gegensatz zu dieser nicht nur für den Stromerzeuger, sondern auch für den Motor.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei gleichbleibender Klemmenspannung  $E$  als Motor laufen lassen und mechanisch belasten. Man mißt dann die Drehzahl  $n$  und

die Stromstärke  $I_a$  des Motors und berechnet den jeweiligen Fluß nach Gleichung (4) auf S. 189.

Ist nun der Fluß für jede Stromstärke  $I_a$  ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von  $\Phi$  und  $I_a$  und trägt es senkrecht auf. Man erhält so die Kurve  $D$  in Bild 197, die uns das Drehmoment für jeden einzelnen Strom angibt. Sie ist anfangs konvex gegen die wagerechte Achse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve fast geradlinig, und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme des Stromes proportional.

Die Kurve des Flusses  $\Phi$  setzt uns nun in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Drehzahl zu ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke in Bild 198 eine Wagerechte im Abstände  $E$  von der wagerechten Achse (in Bild 198 ist dieser Abstand gleich 500 Volt). Wir ziehen dann durch den Schnittpunkt der Wagerechten mit der senkrechten Achse eine Gerade, so daß die Tangente

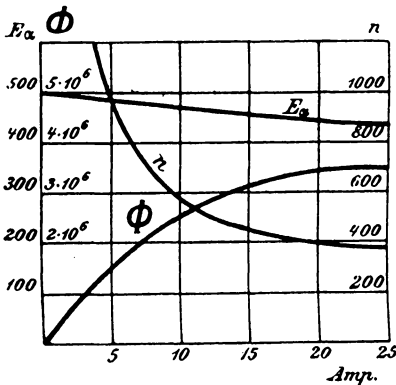


Bild 198.

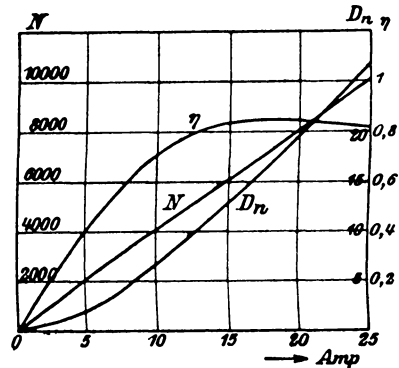


Bild 199.

Stromstärke, Drehzahl, Nutzleistung, Nutzmoment und Wirkungsgrad eines Hauptschlusstromotors.

ihres Neigungswinkels gegen die Wagerechte unter Berücksichtigung der Maßstäbe gleich  $R_a$  ist.  $R_a$  bedeutet dabei, wie früher, den Gesamtwiderstand des Motors. Dann ist für jeden Betriebszustand der Unterschied der Senkrechten zwischen der Wagerechten und der geneigten Geraden gleich  $I_a \cdot \text{tg} \alpha = I_a \cdot R_a$ , d. h. gleich dem Spannungsverlust. Die Senkrechten der geneigten Geraden stellen uns also die Gegenspannung  $E_a$  dar. Wenn wir sie durch den zugehörigen Fluß teilen, so erhalten wir nach Gleichung (4) auf S. 189 ein Maß für die Drehzahl  $n$ . Auf diese Weise ist die Kurve  $n$  in Bild 199 ermittelt. Sie zeigt, daß der Hauptschlusstromotor bei vollständigem Leerlauf durchgeht. Seine Drehzahl steigert sich derartig, daß er in Stücke fliegt. Falls also die Motoren nicht, wie bei Straßenbahnwagen, ständig genügend belastet sind, müssen sie durch selbsttätige Schalter geschützt werden.

Mit zunehmender Belastung nimmt die Drehzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, einem fast gleichbleibenden Werte nähert.

Der Wirkungsgrad ergibt sich, wenn wir die Verluste durch Stromwärme und Leerlauf von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und den Rest durch die zugeführte Leistung teilen. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen, wie bei dem Nebenschlußmotor mit gleichbleibender Erregung. Da das Feld beim Hauptschlußmotor nicht gleich bleibt, gibt es keinen Leerstrom, der, wie beim Nebenschlußmotor, mit dem Fluß vervielfacht, bei Betrieb und bei Leerlauf das für die Reibung nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Reibungsmoment ausgehen, das bei der Drehzahl bei Vollast wirksam ist, und es bei den verschiedenen Betriebszuständen als gleichbleibend voraussetzen. Wir haben dann von dem Moment  $D$  dieses Moment  $D_0$  abzuziehen und erhalten dadurch die Kurve in Bild 199, die das nutzbare Drehmoment  $D_n$  darstellt. Vervielfachen wir dann das nutzbare Drehmoment mit der Drehzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung  $N$  und dann durch Teilung mit  $E \cdot I_a$  den Wirkungsgrad. Wir erhalten auf diese Weise die Kurve  $\eta$ , deren Senkrechte uns den Wirkungsgrad angeben. Dieser ist bei geringer Belastung wegen des Einflusses der Leerlaufleistung gering. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem höchsten Wert, um dann schließlich wieder geringer zu werden, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Stromwärme stark ins Gewicht fällt.

### 65. Beispiel.

Bei einem von der Maschinenfabrik Örlikon ausgeführten Motor sei nach Kapps Elektromechanischen Konstruktionen  $E = 500$ ,  $R_a = 2,75$ ,  $z = 944$ ,  $p = 2$  und  $a = 1$ . Die Abhängigkeit der erzeugten Spannung  $E_g$  vom Strom für die Maschine als Stromerzeuger ist bei einer Drehzahl  $n_g = 450$  durch die ersten beiden senkrechten Reihen der unten folgenden Zahlentafel gegeben. Wir erhalten dann den von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Fluß nach Gleichung (2) auf S. 136 zu:

$$\Phi = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot n_g \cdot z} = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_g.$$

Der Fluß ergibt uns in Verbindung mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (1) auf S. 188 zu:

$$D = \frac{p \cdot \Phi \cdot I_a \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-8} \cdot \Phi \cdot I_a \text{ mkg.}$$



Zur Berechnung der Drehzahl brauchen wir die Gegenspannung:

$$E_a = E - I_a \cdot R_a = 500 - 2,75 \cdot I_a.$$

Daraus erhalten wir die Drehzahl nach Gleichung (4) auf S. 189 zu:

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E_a}{\Phi}.$$

Die Ergebnisse sind im folgenden zusammengestellt. Die Kurven des vorigen Abschnittes beziehen sich auf unser Beispiel.

Stromerzeuger		Motor und Stromerzeuger		Motor	
$I_a$	$E_g$	$\Phi =$	$D =$	$E_a =$	$n =$
		$7070 E_g$	$0,307 \cdot 10^{-6} \cdot \Phi I_a$	$500 - 2,75 I_a$	$3,18 \cdot 10^6 \frac{E_a}{\Phi}$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45	486,2	970
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85	472,5	590
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6	458,7	470
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3	445	410
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3	431,2	390

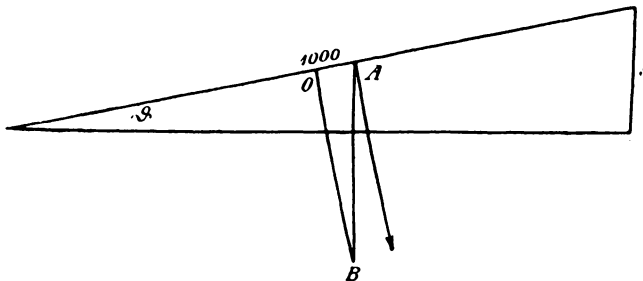


Bild 200. Zerlegung des Wagengewichts in Komponenten.

Wir ermitteln nun Strom und Geschwindigkeit für jede Steigung. Es sei

- $G$  das Wagengewicht in Tonnen [1 Tonne = 1000 kg\*],
- $f$  der Bahnwiderstand, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,
- $s$  die Steigung auf Tausend.

Dann ist die Zugkraft auf ebener Strecke  $G \cdot f$ . Andererseits ist in Bild 200 die Komponente der Schwerkraft in der Fahrtrichtung  $AO = AB \cdot \sin \varrho$ .

Setzen wir für  $\sin \varrho$  den Wert  $s/1000$  und für  $AB$  das Wagengewicht in Kilogramm, also  $1000 G$  ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ist also die Zugkraft  $P$  am Radumfang

$$P = G \cdot (f + s) \text{ kg}^*. \quad (8)$$

Ist  $r$  der Halbmesser des Rades in Meter, so ist das Drehmoment an der Radachse:

$$P \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r \text{ mkg}.$$

Es sei nun  $c$  das Übersetzungsverhältnis, d. h. der Durchmesser des treibenden Rades auf der Motorachse, geteilt durch den Durchmesser des getriebenen Laufrades. Dann verhält sich das Drehmoment des Motors zum Drehmoment an der Radachse wie  $c : 1$ , wobei  $c$  kleiner als 1 ist. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad  $\eta$  der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszuübende Drehmoment zu:

$$\Sigma D = \frac{c \cdot P \cdot r}{\eta} = \frac{c \cdot G \cdot r (f + s)}{\eta}. \quad (9)$$

Im vorliegenden Falle ist der Halbmesser des Rades  $r = 0,39$  m und das Übersetzungsverhältnis  $c = 1 : 4,9$ . Nehmen wir an, daß das Wagengewicht 8 Tonnen, der Bahnwiderstand  $f = 12$  und der mittlere Wirkungsgrad gleich 0,8 ist, so erhalten wir:

$$\Sigma D = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot 0,8} = 0,8 \cdot (12 + s).$$

In unserem Falle sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, also hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also das Drehmoment für jeden der beiden Motoren zu:

$$D = \frac{\Sigma D}{2} = 0,4 \cdot (12 + s).$$

Lösen wir für  $s$  auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Drehmomenten nimmt, zu:

$$s = 2,5 \cdot D - 12.$$

Für die Drehmomente auf S. 208 erhalten wir dann die unten folgende Zahlentafel. Negative Werte der Steigung bedeuten Gefälle.

Um die Wagengeschwindigkeit  $v$  in km/st zu ermitteln, berechnen wir zunächst die Drehzahl der Räder in der Stunde, indem wir die Drehzahl des Motors in der Minute mit 60 und mit dem Übersetzungsverhältnis  $c$  vervielfachen. Wenn wir diese Drehzahl der Räder mit dem Umfang des Rades in km vervielfachen, wird die Wagengeschwindigkeit in km/st:

$$v = n \cdot 60 \cdot c \cdot 2r\pi \cdot 10^{-3} \text{ km/st}.$$

Setzen wir  $r = 0,39$  m und  $c = 1 : 4,9$ , so wird

$$v = 0,03 \cdot n \text{ km/st}.$$

Auf diese Weise ist die vorletzte Reihe der folgenden Zahlentafel berechnet, wobei die Werte von  $n$  aus S. 208 entnommen sind. In der letzten Reihe ist dann noch der gesamte in den Wagen fließende Strom  $I = 2 \cdot I_a$  angegeben. Man kann dann noch die Steigung wagenrecht und den Gesamtstrom  $I$ , sowie die Wagengeschwindigkeit  $v$  senkrecht auftragen.

$I_a$	$D$	$s = 2,5 D - 12$	$v = 0,03 \cdot n$	$I = 2 \cdot I_a$
5	2,45	— 5,85 ‰	29 km/st	10
10	7,85	+ 7,4 „	17,7 „	20
15	14,6	+ 24,6 „	13,8 „	30
20	21,3	+ 41,5 „	12,3 „	40
25	27,3	+ 56,5 „	11,7 „	50

### 66. Die Regelung von Hauptschlußmotoren.

Die Drehzahl eines Motors ist nach Gleichung (4) auf S. 189:

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}$$

Dabei ist unter  $E$  die Klemmenspannung am Motor selbst zu verstehen. Der nächstliegende Weg zur Änderung der Drehzahl des Hauptschlußmotors ist also eine Veränderung der Motorspannung durch den Anlasser. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dabei im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Motorspannung erniedrigt wird. Diese Regelung durch Vorschaltwiderstände hat sich bei Hauptschlußmotoren am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Verlust durch Stromwärme ziemlich bedeutend. Man regelt daher zuweilen die Drehzahl wie beim Nebenschlußmotor durch Veränderung des Feldes. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird z. B. die Drehzahl  $n$  größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlußmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein solcher beim Hauptschlußmotor nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat man den Regelwiderstand in den Nebenschluß zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch die Magnetwicklung fließt.

Wir wollen z. B. bei dem in Bild 197 dargestellten Falle den Widerstand des Nebenschlusses gleich dem der Magnetwicklung wählen, so daß der Ankerstrom nur zur Hälfte durch die Magnetwicklung fließt. Dann wird ein gegebenes Feld durch denselben Magnetstrom, also bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wie vorher. Wir haben also die Kurve  $\Phi$  in Bild 197 ungeändert zu lassen, aber die Zahlenwerte der Wagenrechten zu verdoppeln. Das Produkt des Ankerstromes und des zugehörigen Flusses ergibt, mit  $0,307 \cdot 10^{-6}$  aus der

Zahlentafel auf S. 208 vervielfacht, das Drehmoment und damit die Kurve  $D$  in Bild 201.

Für eine Belastung von z. B. 14 mkg erhalten wir aus Bild 197 einen Ankerstrom von 15 Amp. und einen Fluß von  $3,1 \cdot 10^6$  Maxwell, dagegen aus Bild 201 einen Ankerstrom von 19 Amp. und einen Fluß von  $2,5 \cdot 10^6$  Maxwell. Wenn wir von dem Einfluß des geringen Spannungsverlustes im Motor absehen, steht die Drehzahl zu dem Fluß im umgekehrten Verhältnis, sie hat sich also durch Einschaltung des Nebenschlusses im Verhältnis 3,1 : 2,5 erhöht.

Das Feld kann auch durch Umschaltung der Magnetspulen geändert werden. Die Magnetspulen werden beim Anfahren in

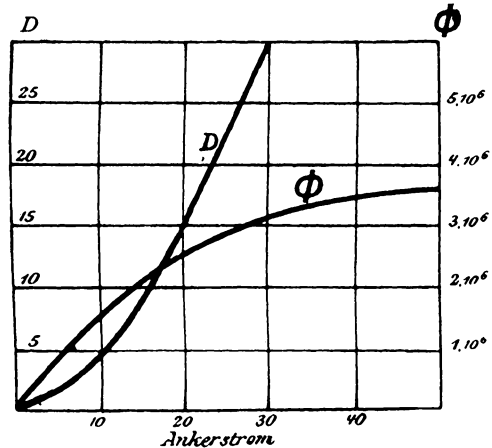


Bild 201. Motor nach Einschaltung des Nebenschlusses.

Reihe und bei voller Fahrt nebeneinander geschaltet (Sprague-Schaltung). Die Anker der Motoren eines Wagens sind dabei für sich allein nebeneinander geschaltet. Dies kann indessen bei ungleichem magnetischen Widerstande der Motoren eines Wagens oder schlechtem Kontakt der Magnetzweige oder endlich bei ungleichem Übergangswiderstande der Bürsten zu starken Unterschieden in der Stromaufnahme der einzelnen Motoren führen<sup>1)</sup>.

Ein Wagen enthalte z. B. zwei nebeneinander geschaltete Anker, deren Bürstenspannung  $E$  gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Ist dann die Stromstärke des einen Motors 15 Ampere, so ist seine Gegenspannung  $E_a = 500 - 15 \cdot 1 = 485$  Volt.

Der zweite Motor des Wagens läuft mit genau derselben Drehzahl wie der erste Motor. Nehmen wir an, daß sein Feld um 5 % schwächer ist als das des ersten Motors, so wird für diesen Motor  $E_a = 485 \cdot 0,95 = 460$  Volt. Demnach fließt in den zweiten Motor der Strom  $I_a = (E - E_a)/R_a = 40$  Ampere.

Zusammen fließen also in den Wagen  $40 + 15 = 55$  Ampere, und zwar 15 Amp. in den stärker erregten und 40 Amp. in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Bei großer Verschiedenheit der Erregung kann sogar die erzeugte Spannung der stärker erregten Maschine größer sein als die Bürstenspannung, so daß die Maschine als Stromerzeuger ar-

<sup>1)</sup> Vgl. den Aufsatz von Sieber, ETZ 1901, S. 35.

beitet und Strom in den anderen Motor liefert. Dieser hat dann nicht nur für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Stromerzeuger wirkende Maschine anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine infolge zu großer Stromwärme zerstört wird.

Man ist demnach mehr davon abgekommen, die Drehzahl durch Umschaltung der Magnetwicklungen zu verändern, und begnügt sich mit Regelung durch Vorschaltwiderstände. Einen zu großen Verlust in den Vorschaltwiderständen vermeidet man dadurch, daß man die beiden Motoren eines Wagens, die bei der Fahrt nebeneinander geschaltet sind, beim Anfahren in Reihe schaltet (Bild 202 und 203). Der eine

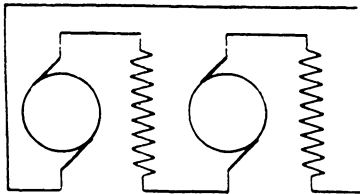


Bild 202. Reihenschaltung zweier Motoren beim Anfahren.

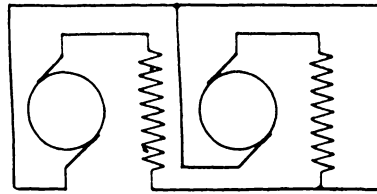


Bild 203. Nebeneinanderschaltung zweier Motoren während der Fahrt.

Motor dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen, und auf jeden Motor kommt beim Anfahren nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus dem Kraftwerk nur der einfache Strom entnommen, was bei der besonders hohen, zum Anfahren erforderlichen Stromstärke sehr wesentlich ist.

Allerdings erscheint auch jetzt nach der Nebeneinanderschaltung eine ungleiche Verteilung der Stromstärke und Belastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleichem Feld nicht ausgeschlossen. Ist z. B. der Widerstand des einen Ankers etwas größer als der des anderen, so ist die Stromstärke nach der Gleichung  $I_a = (E - E_a)/R_a$  kleiner als die des anderen Motors. Da indessen bei dieser Schaltung der Anker eines Motors immer mit der zugehörigen Magnetwicklung verbunden bleibt, so ist der Ankerstrom immer gleich dem Magnetstrom desselben Motors. Mit dem Ankerstrom nimmt daher auch das Feld und die Gegenspannung ab, so daß sich die durch ungleichen Widerstand veranlaßte Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder ausgleicht.

Ebenso wird ein Unterschied im Feld beider Motoren immer nur wenig ausmachen. Der zweite Motor besitze z. B. einen größeren Abstand des Ankereisens vom Magneteisen als der erste Motor. Seine Magnetisierungskurve, welche die Abhängigkeit des Flusses vom Strom darstellt, verläuft also flacher. In Bild 204 und 205 ist der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, daß der Fluß des zweiten Motors für gleiche Werte des Stromes um 10 % kleiner ist als der des ersten Mo-

tors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmenspannung und unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für die Drehzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Kurve des zweiten Motors höher als die des ersten Motors. Für eine bestimmte Drehzahl, wie sie durch die gestrichelte Wagerechte gegeben ist, ergibt sich dann

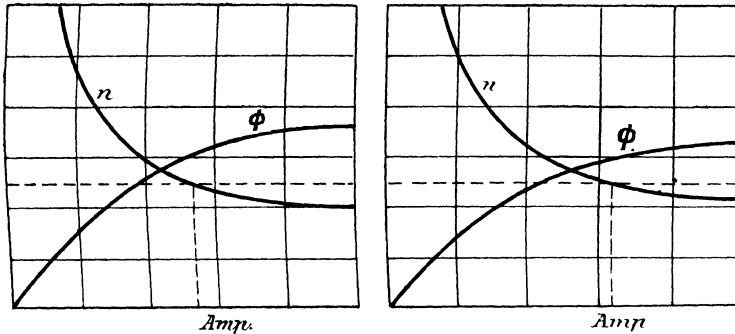


Bild 204. Drehzahl und Stromstärke bei zwei Motoren mit ungleichem Feld. Bild 205.

allerdings beim zweiten Motor eine größere Stromstärke als beim ersten Motor. Aber die Unterschiede zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Sprague-Schaltung kennen gelernt haben. Der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand besitzt, hat allerdings ein schwächeres Feld und entwickelt daher eine kleinere Gegenspannung, so daß die Stromstärke im Anker dieses Motors größer ist als die des anderen Motors. Da aber dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er sie doch ziemlich stark, sucht also den Feldunterschied auszugleichen.

## Zwölfter Teil.

### 67. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes.

Bei einem Gleichstrom ist die Stärke und Richtung des Stromes in allen Zeitpunkten dieselbe. Bei einem Wechselstrom ändert sich die Stromstärke und die Richtung periodisch mit der Zeit. Tragen wir die Zeit  $t$  wagerecht und den Zeitwert  $i$  der Stromstärke senkrecht auf, so erhalten wir die sogenannte Stromkurve (Bild 206). Die Zeit  $T$ , innerhalb welcher sich derselbe Zustand wiederholt, heißt die Zeit einer vollen Periode. Die Anzahl der

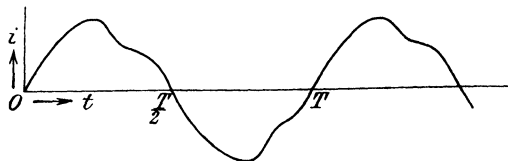


Bild 206. Stromkurve.

Die Zeit  $T$ , innerhalb welcher sich derselbe Zustand wiederholt, heißt die Zeit einer vollen Periode. Die Anzahl der

Perioden in der Sekunde oder die Frequenz ist dann

$$f = \frac{1}{T}. \quad (1)$$

Der Strom nimmt von Null an bis auf einen Höchstwert zu, nimmt dann wieder bis auf Null ab und ändert beim Durchgang durch Null seine Richtung. Der Richtungswechsel findet in Abständen von einer halben Periode statt. In ähnlicher Weise ändert sich die Spannung.

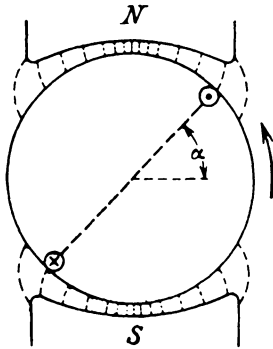


Bild 207.  
Lage des Ankers zur Zeit  $t$ .

Wenn die Spannungs- oder Stromkurve, wie in Bild 206 keine Sinuskurve ist, so enthält sie nach Fourier eine sinusförmige Grundwelle von der Frequenz der Gesamtwelle und sinusförmige Oberwellen, deren Frequenzen ein ganzes Vielfaches der Frequenz der Grundwelle sind.

Wir setzen im folgenden für die Spannungs- und Stromkurve stets eine Sinuskurve voraus, die für den Betrieb am günstigsten ist und eine einfache Behandlung der Vorgänge möglich macht. Man erreicht einen sinusförmigen Verlauf der

Spannungskurve bei den Maschinen dadurch, daß man nach Bild 207 den Luftspalt von der Polmitte nach den Polspitzen allmählich etwas erweitert. Indem die Spulenseiten durch das Feld hindurchschneiden, wird in ihnen eine sinusförmige Spannung erzeugt. Statt den Zeitwert aus der Gleichung  $e = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$  zu berechnen, ermitteln wir ihn aus der Änderung des umfaßten Flusses.

Ist  $\mathfrak{B}_m$  die größte magnetische Induktion, d. h. die Induktion unter der Polmitte, so ist die Induktion im Bogenabstand  $x$  von der neutralen Zone gleich  $\mathfrak{B}_m \cdot \sin x$ . Bei einer Ankerlänge  $b$  und einem Ankerhalbmesser  $r$  ist die dem Bogen  $dx$  entsprechende Oberfläche gleich  $b \cdot r \cdot dx$ . Sind also die Nuten gegen die neutrale Zone um den Bogen  $\alpha$  vorgeschritten, so ist der Zeitwert des von einer Windung umfaßten Flusses:

$$\Phi_t = \int_{\alpha}^{\pi + \alpha} \mathfrak{B}_m \cdot \sin x \cdot b \cdot r \cdot dx = 2 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot b \cdot r \cdot \cos \alpha.$$

Liegen die Nuten in der neutralen Zone, so ist  $\alpha = 0$  und  $\cos \alpha = 1$  und der umfaßte Fluß ist am größten. Der Höchstwert  $\Phi$  und der Zeitwert  $\Phi_t$  des umfaßten Flusses sind dann

$$\Phi = 2 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot b \cdot r \quad \text{und} \quad \Phi_t = \Phi \cdot \cos \alpha.$$

Die Zeit  $t$  werde nun von dem Zeitpunkt gerechnet, in dem die Nuten in der neutralen Zone liegen, in dem also eine Windung den Höchstwert  $\Phi$  des Flusses umfaßt. Ist  $\omega = 2\pi \cdot n/60$  die Winkel-

geschwindigkeit, d. h. der Bogen in der Zeiteinheit, so ist der in der Zeit  $t$  zurückgelegte Bogen  $\alpha = \omega t$  und der zur Zeit  $t$  von allen  $w$  Windungen umfaßte Fluß  $\Phi_t = \Phi \cdot w \cdot \cos \omega t$ . Der Zeitwert der erzeugten Spannung ist dann

$$e = -w \cdot \frac{d\Phi_t}{dt} \cdot 10^{-8} = w \cdot \omega \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \sin \omega t \text{ Volt.} \quad (2)$$

Für  $\alpha = \omega t = 0$  liegen die Spulenseiten in der neutralen Zone und die erzeugte Spannung ist Null. In Übereinstimmung damit wird in Gleichung (2)  $\sin \omega t$  und damit der Zeitwert der Spannung gleich Null. Dabei ist gleichzeitig der umfaßte Fluß am größten. Um uns das noch deutlicher zu machen, tragen wir in Bild 208 den der Zeit proportionalen Bogen  $\omega t$  wagerecht und den umfaßten Fluß senkrecht auf. In dem Zeitpunkt, in welchem der umfaßte Fluß am größten ist, verläuft seine Kurve wagerecht und die Änderung in der Zeiteinheit ist Null. Daher geht in diesem Zeitpunkt die erzeugte Spannung durch Null hindurch.

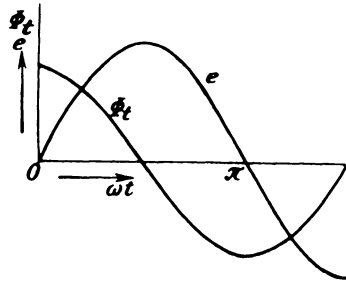


Bild 208. Umfaßter Fluß und Spannung in Abhängigkeit von der Zeit.

Für  $\omega t = \pi/2$  liegen die Spulenseiten vor der Polmitte, also im stärksten Felde, so daß der Höchstwert der Spannung erzeugt wird. In Übereinstimmung damit erhalten wir in Gleichung (2) für  $\sin \omega t$  jetzt den Höchstwert Eins und damit auch den Höchstwert der erzeugten Spannung. Dieser ergibt sich nach Gleichung (2) zu

$$e_m = w \cdot \omega \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (3)$$

Gleichung (2) können wir daher auch in der Form schreiben

$$e = e_m \cdot \sin \omega t. \quad (4)$$

Der Höchstwert wird in dem Zeitpunkt erzeugt, in welchem der umfaßte Fluß gleich Null ist. Dies geht auch aus Bild 208 hervor. Wenn der umfaßte Fluß durch Null hindurchgeht, ist seine Kurve am steilsten. Die Änderung in der Zeiteinheit ist also am größten.

Nimmt  $\omega t$  über  $\pi/2$  hinaus zu, so kommen die Spulenseiten wieder in ein schwächeres Feld und die erzeugte Spannung nimmt ab. Für  $\omega t = \pi$  liegen die Spulenseiten wieder in der neutralen Zone. Gleichzeitig wird  $\sin \omega t$  und die erzeugte Spannung gleich Null. Bei weiterer Drehung ändert sich die Richtung, in der die Spulenseiten durch das Feld hindurchschneiden, und damit auch die Richtung der erzeugten Spannung, d. h. sie wird negativ. Dies erhalten wir auch aus Gl. (2), da der Sinus eines überstumpfen Winkels negativ ist.

Setzen wir  $\cos \alpha = \sin(\alpha + \pi/2)$ , so erhalten wir  $\Phi_t = \Phi \cdot \sin(\omega t + \pi/2)$ . Der Vergleich mit Gleichung (4) zeigt dann, daß



der umfaßte Fluß um  $90^\circ$  gegen die von ihm erzeugte Spannung vorgeht. Umgekehrt bleibt die erzeugte Spannung um  $90^\circ$  gegen den Fluß zurück, durch dessen Änderung sie erzeugt wird.

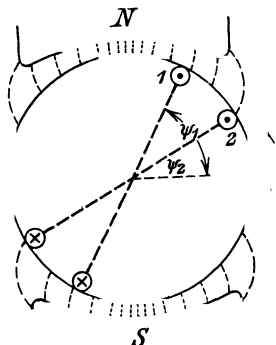


Bild 209. Phasenverschobene Spannungen zur Zeit  $t=0$ .

Wir haben bisher willkürlich die Zeit von dem Zeitpunkt an gerechnet, in welchem die erzeugte Spannung gleich Null war. Das ist am einfachsten, aber es ist nicht durchführbar, wenn mehrere Spannungen oder Ströme in Frage kommen, die in ihrem zeitlichen Zustand, d. h. in ihrer Phase, verschieden sind. Auf dem Anker einer Maschine mögen z. B. zwei gleiche um einen gewissen Winkel verschobene Spulen liegen. Bild 209 zeige die Lage zur Zeit  $t=0$ , d. h. wir rechnen die Zeit von dem Zeitpunkt, in welchem die Spulenseiten der Spule 1 um  $\psi_1$  und die der Spule 2 um  $\psi_2$  gegen die neutrale Zone vorgeschritten sind. Dann sind die Zeitwerte der in beiden Spulen erzeugten Spannungen:

$$e_1 = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi_1) \quad e_2 = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi_2).$$

Wir können die Richtigkeit dieser Gleichungen unmittelbar prüfen, wenn wir  $t=0$  setzen. Ist also allgemein  $\psi$  der Winkel, um

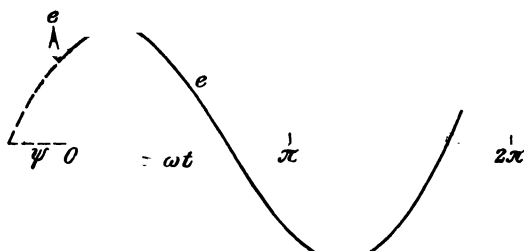


Bild 210.  $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$ .

den die Wechselstromwelle zur Zeit  $t=0$  gegen ihren Ursprung vorgeschritten ist, so ist der Zeitwert, entsprechend Bild 210

$$e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi). \quad (5)$$

Bei unserer zweipoligen Maschine ist die Zeit einer Periode gleich der Zeit einer Umdrehung. Bei mehrpoligen Maschinen, deren Windungen natürlich etwa eine Polteilung umfassen müssen, haben wir bei  $p$  Polpaaren während einer Umdrehung  $p$  Perioden. Ist also  $n$  die Drehzahl in der Minute, so ist die Frequenz

$$f = p \cdot \frac{n}{60}. \quad (6)$$

Der Bogen einer doppelten Polteilung entspricht dann einer vollen Periode oder dem Bogen  $2\pi$ . Ist z. B. bei der vierpoligen Maschine in Bild 211 eine Spulenseite aus der neutralen Zone bis unter die Polmitte, also um räumlich  $45^\circ = \pi/4$  vorgeschritten, so hat sich die

Spannung von Null bis auf ihren Höchstwert geändert. Wir dürfen also nicht gedankenlos  $e = e_m \cdot \sin \pi/4$  setzen. Man kann diese Schwierigkeit dadurch vermeiden, daß man Gleichung (4) in der Form schreibt  $e = e_m \cdot \sin (p \cdot \omega t)$  und dann unter  $\omega t$  nach wie vor den wirklichen räumlichen Winkel versteht. Einfacher setzen wir indessen fest, daß wir unter einem elektrischen Grad nicht mehr den 360. Teil einer Umdrehung, sondern den 360. Teil einer Periode verstehen wollen. In diesem Sinne ist  $\pi$  immer der Bogen einer Polteilung. Die elektrische Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist dann nicht mehr der räumliche Bogen in der Zeiteinheit, sondern das Verhältnis des Bogens  $2\pi$  zur Zeit einer Periode, d. h.

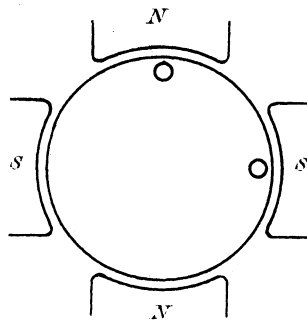


Bild 211. Ankerspule einer vierpoligen Maschine.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \quad (7)$$

Mit Einführung dieser elektrischen Winkelgeschwindigkeit, die als Kreisfrequenz bezeichnet wird, gelten dann die bisherigen Gleichungen allgemein.

Die erzeugte Spannung ändert sich auch dann zeitlich sinusförmig, wenn eine ruhende Spule, wie beim Transformator, von einem Wechselstrom durchflossen wird, der sich selbst zeitlich sinusförmig ändert. Der Bogen  $\omega t$  verliert dabei seine räumliche Bedeutung vollständig und hat allein noch eine Beziehung zur Zeit.

### 68. Mittelwert und Effektivwert.

Wenn wir den Zeitwert des Stromes mit der unendlich kleinen Zeit, während welcher er fließt, vervielfachen, so erhalten wir die während der unendlich kleinen Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Wir summieren diese Elektrizitätsmengen über eine Halbwelle des Stromes, also über die Zeit einer halben Periode und teilen die Summe durch die Zeit. Dadurch erhalten wir die mittlere Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit oder die mittlere Stromstärke zu

$$M(i) = \frac{1}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} i dt. \quad (8)$$

Wenn wir den Wechselstrom nach Bild 102 durch einen zweiteiligen Stromwender gleichrichten und durch ein Voltmeter leiten, so ergibt sich aus dem Niederschlag und der Zeit der Mittelwert des Stromes. Dieser heißt daher auch der elektrolytische Mittelwert.

Ist die Stromkurve eine Sinuskurve, so tragen wir nach Bild 212 den Bogen  $\alpha = \omega t$  wagerecht und den Zeitwert des Stromes senkrecht auf. Dann ist einer der Flächenstreifen gleich  $i \cdot d\alpha$ . Wir ersetzen dann die ganze gestreifte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie  $\pi$  und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks den gesuchten Mittelwert. Er ergibt sich zu

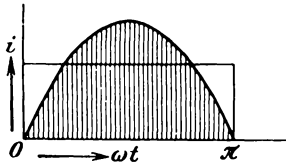


Bild 212. Bildung des Mittelwertes.

$$\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} i d\alpha = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} i_m \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot i_m. \quad (9)$$

Bei Sinuskurven verhält sich also der Mittelwert zum Höchstwert wie 2 zu  $\pi$  oder wie 7 zu 11. Er spielt übrigens gegenüber dem sog. Effektivwert nur eine untergeordnete Rolle.

Der Effektivwert ist die Stromstärke, die gleichmäßig fließend dieselbe Stromwärme erzeugt wie der Wechselstrom. Nun ist die im Widerstand  $R$  erzeugte Stromwärme des Wechselstromes in der Zeit  $dt$  gleich  $i^2 \cdot R \cdot dt$ . Demnach ist der Effektivwert  $I$  bestimmt durch die Gleichung

$$I^2 \cdot R \cdot T = \int_0^T i^2 \cdot R \cdot dt, \quad \text{d. h. } I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt}. \quad (10)$$

Der Effektivwert ist also die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Zeitwerte, d. h. der quadratische Mittelwert.

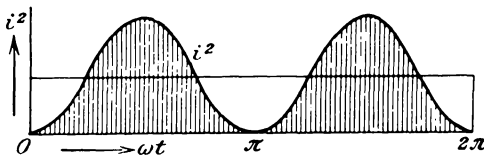


Bild 213. Ermittlung des Effektivwertes.

auf. Der Inhalt eines Flächenstreifens ist gleich  $i^2 \cdot d\alpha$ . Wenn wir dann die ganze gestreifte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie  $2\pi$  ersetzen, so erhalten wir in der Höhe des Rechtecks das mittlere Quadrat. Die Wurzel daraus ist der gesuchte Effektivwert. Setzen wir  $i = i_m \cdot \sin \alpha$ , so erhalten wir den Effektivwert zu

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} i_m^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha}. \quad (11)$$

Nun ist nach der teilweisen Integration

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \Big|_0^{2\pi} = \pi.$$

Demnach wird der Effektivwert für Sinuskurven

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0,707 i_m. \quad (12)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also bei Sinuskurven das 0,707fache des Höchstwertes. Dasselbe gilt für den Effektivwert der Spannung. Es wird sich ergeben, daß die Effektivwerte unmittelbar zur Berechnung der Leistung verwendet werden können.

Die Effektivwerte werden von vielen Meßgeräten, die mit Gleichstrom geeicht sind, unmittelbar angezeigt. Wir leiten z. B. einen Wechselstrom durch ein für Gleichstrom geeichtes Dynamometer, das aus einer festen und einer beweglichen Spule besteht. Beide Spulen werden in Reihe vom Strom durchflossen, der in beiden gleichzeitig seine Richtung umkehrt. Das Drehmoment, das beide Spulen aufeinander ausüben, wirkt also stets in demselben Sinne. Der Ausschlag ist dabei von dem Strom in der festen und der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig, und das Meßgerät nimmt infolge seiner Trägheit gleichsam das Mittel aus den Quadraten der Zeitwerte des Stromes. Der Ausschlag ist dann derselbe wie bei einem gleichmäßig fließenden Strom von der Stärke  $I$ , der durch Gleichung (10) bestimmt ist. Daraus folgt, daß das für Gleichstrom geeichte Meßgerät unabhängig von der Kurvenform bei Wechselstrom den Effektivwert anzeigt.

Dasselbe ist der Fall bei Hitzdrahtmeßgeräten, bei denen sich ein stromdurchflossener Platindraht durch die Stromwärme verlängert und dadurch den Zeigerausschlag bewirkt. Auch hier wird der Ausschlag durch das Mittel aus dem Quadrat der Zeitwerte bedingt.

Bei den Meßgeräten, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt, ist die Kraft proportional den Zeitwerten des Stromes und des im Eisen erzeugten Magnetismus. Sie ist also bei geringer Sättigung ebenfalls dem Quadrate des Zeitwertes des Stromes proportional. Grundsätzlich haben wir also auch hier dieselbe Teilung für Gleichstrom und Effektivwert des Wechselstromes. Infolge der Hysteresis des Eisens ist aber der Ausschlag bei einem Wechselstrom von gegebenem Effektivwert im allgemeinen etwas kleiner als bei Gleichstrom von demselben Zahlenwert. Solche Meßgeräte sind daher mit Wechselstrom zu eichen, und zwar mit Hilfe von Dynamometern oder Hitzdrahtmeßgeräten, die selbst wieder mit Gleichstrom geeicht sind.

## 69. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Sind  $e$  und  $i$  die Zeitwerte der Spannung und Stromstärke, so ist der Zeitwert der Leistung gleich  $e \cdot i$  und die Arbeit während der Zeit  $dt$  gleich  $e \cdot i \cdot dt$ . Die mittlere Leistung wird dann:

$$N = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T e \cdot i \cdot dt \text{ Watt.} \quad (13)$$

Diese mittlere Leistung wird, unabhängig von der Kurvenform, vom Leistungszeiger angegeben.

Wir setzen nun voraus, daß Spannung und Strom sinusförmig sind, wobei wir uns auf eine halbe Periode beschränken können, und behandeln sofort den allgemeinen Fall, daß Spannung und Strom in der Phase verschoben sind. Der Strom entspreche der Gleichung  $i = i_m \sin(\omega t)$ , während die Spannung durch die Gleichung  $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$  gegeben sei. Dies bedeutet, daß die Spannung

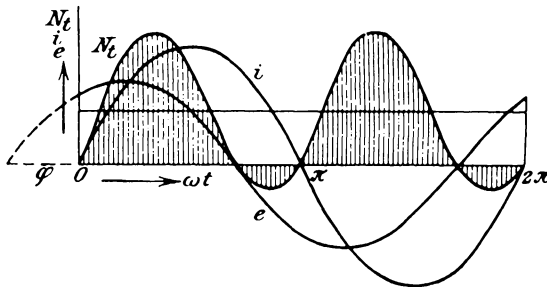


Bild 214. Ermittlung der Leistung.

zur Zeit 0, wo der Strom gleich Null ist, bereits den Wert  $e_m \sin \varphi$  besitzt (vgl. Bild 214). Die Spannung eilt dann dem Strom um den Winkel  $\varphi$  voraus. Wir dürfen nicht etwa daraus, daß die Stromkurve weiter nach rechts vorgeschoben ist als Spannungskurve, schließen, daß der Strom vor der Spannung vorausseilt. Tatsächlich hat die Spannung zu einem Zeitpunkt bereits den Höchstwert erreicht, in welchem der Strom seinen Höchstwert noch nicht erreicht hat. Die Spannung eilt also in Bild 214 vor dem Strome voraus.

Wir bilden nun für jeden Zeitpunkt den Zeitwert  $N_t = e \cdot i$  der Leistung, tragen ihn senkrecht auf und erhalten so die Kurve  $N_t$  der Leistung. Der Inhalt  $e \cdot i \cdot dt$  eines Flächenstreifens ist dann die Arbeit während der Zeit  $dt$ , und die Arbeit während einer Periode gleich der gestreiften Fläche. Die Flächen unterhalb der wagerechten Achse stellen dabei eine negative Arbeit dar. Bei einem Stromerzeuger bedeutet dies, daß zu gewissen Zeiten Arbeit aus dem Netz in die Maschine zurückgeliefert wird, die dann in diesen Zeiträumen nicht als Stromerzeuger, sondern als Motor läuft.

Wir summieren nun die Flächenstreifen über eine halbe Periode unter Berücksichtigung des Vorzeichens und ersetzen die Gesamtfläche durch ein Rechteck über der Zeit einer halben Periode. Die Höhe dieses Rechtecks ist dann die mittlere Leistung  $N$ . Diese ist wegen der negativen Flächen kleiner, als man nach der Spannung und Stromstärke erwarten sollte. Wenn wir statt der Zeit, wie in Bild 214, den Bogen auftragen, wird die Rechnung am bequemsten.

Wir wollen hier indessen einen andern Weg einschlagen, indem wir von den Gleichungen ausgehen:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \varphi - \alpha) &= \cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos \alpha + \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \alpha \\ \cos(\alpha + \varphi + \alpha) &= \cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos \alpha - \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \alpha. \end{aligned}$$

Wir ziehen beide Gleichungen voneinander ab. Mit Benutzung der dadurch erhaltenen Gleichung ergibt sich:

$$N_t = e_m \cdot i_m \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \alpha = \frac{e_m i_m}{2} (\cos \varphi - \cos(2\alpha + \varphi)).$$

Der Zeitwert der Leistung ist also eine Kosinusfunktion von der doppelten Frequenz. Sie schwingt um einen gleichbleibenden Mittelwert

$$N = \frac{e_m \cdot i_m}{2} \cdot \cos \varphi. \quad (14)$$

Wir führen nun die Effektivwerte  $E = e_m / \sqrt{2}$  und  $I = i_m / \sqrt{2}$  ein und erhalten die mittlere Leistung zu

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (15)$$

Diese Leistung wird durch die mittlere Senkrechte der Kurve  $N$  in Bild 214 dargestellt. Man bezeichnet allgemein  $E \cdot I$  als die Scheinleistung und das Verhältnis der wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung als den Leistungsfaktor. Für Sinuskurven wird der Leistungsfaktor nach Gleichung (15)

$$\cos \varphi = \frac{E \cdot I}{N}. \quad (16)$$

Wenn Strom und Spannung gleiche Phase haben, so wird  $\varphi = 0$  und  $\cos \varphi = 1$ . Dann wird

$$N = E \cdot I. \quad (17)$$

Ist endlich die Phasenverschiebung gleich  $90^\circ$ , so wird die Leistung gleich Null.

## 70. Darstellung durch Strahlen.

Die Strom- und Spannungskurven geben ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der Ströme und Spannungen. Für eine schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung ist jedoch die Darstellung durch Strahlen vorzuziehen, die aber streng genommen nur für sinusförmige Stromstärke und Spannung gilt.

Die Spannung sei  $e = e_m \cdot \sin(\omega t)$ . Wir drehen in Bild 216 den Strahl  $OE$ , dessen Länge uns den Höchstwert  $e_m$  der Spannung dar-

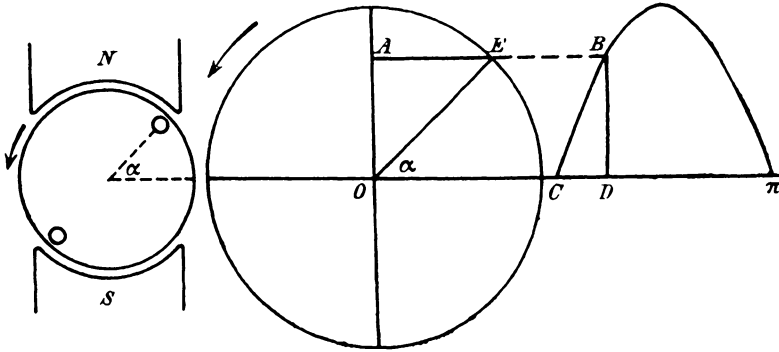


Bild 215.  
Umlaufende Spule.

Bild 216.  
Darstellung der Spannung durch einen Strahl.

stellt, mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$ , wobei  $f$  die Frequenz des Wechselstromes ist. Bei einer zweipoligen Maschine (Bild 215) dreht sich also der Strahl mit derselben Drehzahl wie die Maschine. Wie üblich, ist der Drehsinn entgegen dem Uhrzeiger gewählt.

Für  $t = 0$  wird  $\alpha = 0$ . Die gezeichnete Ankerspule liegt dann in der neutralen Zone, und der Strahl der Spannung fällt in die positive Richtung der wagerechten Achse. In einem beliebigen Zeitpunkt bildet der Strahl mit dieser Achse den Winkel  $\alpha$ , d. h. denselben Winkel, den bei zweipoliger Maschine die Ebene der Spule mit der neutralen Zone bildet. Der Zeitwert  $e$  der Spannung ist dann  $e_m \cdot \sin \alpha$ , er ist also in jedem Zeitpunkt gleich der Projektion  $OA$  des Strahles  $OE$  auf die senkrechte Achse.

In der rechts gezeichneten Sinuskurve ist der Höchstwert gleich  $e_m$ , der Bogen  $CD$  für den gezeichneten Zeitpunkt gleich dem Bogen  $\alpha$  und  $DB$  gleich dem Zeitwert, also gleich  $OA$ .

Wir sind nun in der Lage, Spannungen von verschiedener Größe und Phase, also von verschiedenem Effektivwert und verschiedenem zeitlichen Zustand zusammensetzen. Auf dem Anker einer Maschine in Bild 217 liegen z. B. zwei in Reihe geschaltete Wicklungen, die um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule  $I$  hat die größere Drahtzahl, also ist der Höchstwert ihrer Spannung größer als der Höchstwert in der Spule  $II$ . Wir ziehen nun in Bild 218 die Strahlen  $OE_1$  und  $OE_2$ , welche die Höchstwerte der erzeugten Spannungen darstellen, in Richtung der entsprechenden Ebenen der Spulen, zeichnen aus beiden die Summe  $OE$  wie bei Zusammensetzung von Kräften und bilden die Projektionen  $OA$ ,  $OB$  und  $OC$  aller drei Strahlen auf die senkrechte Achse. Wir sehen dann aus der Übereinstimmung der gestreiften Dreiecke, daß die Summe aus den Zeitwerten  $OA$  und  $OB$  der Spannungen beider Spulen gleich dem Zeit-

wert  $OC$  der geometrischen Summe  $OE$  ist. Wir können also allgemein Spannungen geometrisch zusammensetzen.

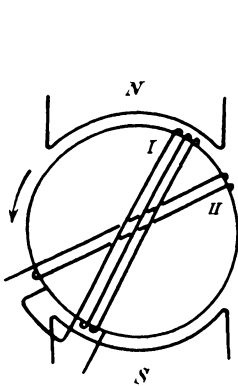


Bild 217.  
Erzeugung von Spannungen  
verschiedener Phase.

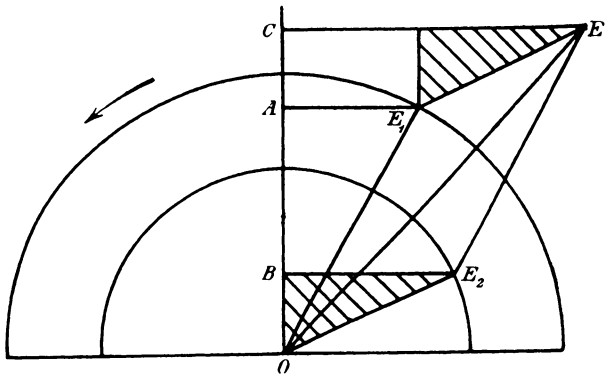


Bild 218.  
Zusammensetzung von Spannungen  
verschiedener Phase.

Um das deutlich zu machen, zeichnen wir den Anker und die Strahlen in dem Zeitpunkt, in dem die Gesamtspannung ihren Höchstwert hat (Bild 219). Dieser wird erreicht, wenn die Spannung in der Spule I ihren Höchstwert überschritten und die in der Spule II ihn noch nicht ganz erreicht hat. Der Strahl der Gesamtspannung fällt dann in die senkrechte Achse. Fassen wir die Drähte der beiden

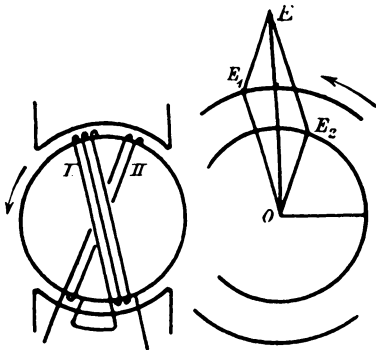


Bild 219. Summe der Spannungen  
gleich dem Höchstwert.

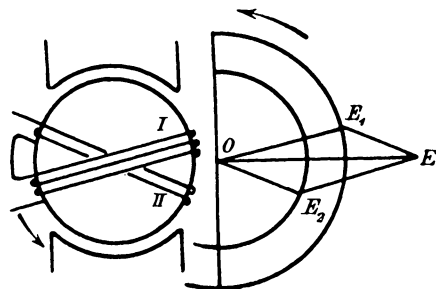


Bild 220. Summe der Spannungen  
gleich Null.

Spulen, die dicht nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, zu einer gemeinsamen Spulenseite zusammen, so erkennen wir, daß diese gerade vor der Polmitte liegt, wo die magnetische Induktion und daher die Spannung der Gesamtwicklung am größten ist. Ebenso fällt in Bild 220 der Strahl der Gesamtspannung in die wagerechte Achse, seine Projektion auf die senkrechte Achse und damit sein Zeitwert ist also Null.



Das stimmt damit überein, daß die eine Spannung im gezeichneten Zeitpunkt positiv, die andere negativ ist, und die gemeinsame Spulenseite gerade in der neutralen Zone liegt.

Von den beiden Strahlen  $O E_1$  und  $O E_2$  eilt  $O E_1$  in der Phase gegen  $O E_2$  vor, weil bei der Drehung der Strahl  $O E_1$  eher durch die senkrechte Achse geht als der Strahl  $O E_2$ . Der Voreilungswinkel ist gleich dem Winkel, um den die Windungsebene der Spule  $I$  im Drehsinn der Maschine gegen die der Spule  $II$  voraufeilt. Nun können wir natürlich die Maschine auch im Uhrzeigersinn drehen, wobei die Spannung in der Spule  $II$  ihren Höchstwert eher erreicht als in der Spule  $I$ . Im Bild der Strahlen, in welchem der Drehsinn entgegen dem Uhrzeiger beibehalten wird, wäre dann  $O E_2$  gegen  $O E_1$  voreilend zu zeichnen.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Höchstwerte die Effektivwerte ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Strahl  $O E$  in Bild 218 gibt dann den Effektivwert der Gesamtspannung an. Ebenso kann man bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind.

Wir haben im vorgehenden die Strahlen von demselben Anfangspunkt ausgehen lassen und nach dem Parallelogramm zusammengesetzt.

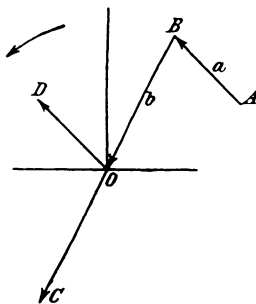


Bild 221. Parallelverschiebung der Strahlen.

Man sollte sich aber an eine einfachere Zeichnung gewöhnen. Dabei muß man die Richtung des Strahles durch einen Pfeil zum Ausdruck bringen und sich bei der Benennung der Strahlen streng daran halten, die Anfangs- und Endpunkte in der Reihenfolge zu nennen, die durch die Richtung des Strahles gegeben ist. So ist der Strahl  $a$  in Bild 221 gleichbedeutend mit dem Strahl  $OD$ , und man wird ihn mit  $AB$  und nicht mit  $BA$  benennen. Ebenso ist der Strahl  $b$  gleichbedeutend mit  $OC$ ,

und man wird ihn mit  $BO$  und nicht mit  $OB$  benennen.

An Stelle der Zeichnung des Parallelogramms tritt nun sehr bequem die unmittelbare Aneinanderreihung der Strahlen. In Bild 222 erhalten wir aus den Strahlen  $OB$  und  $BC$  die Summe  $OC$ . Das Wesen der geometrischen Addition tritt dabei deutlich hervor. Ebenso liefert in Bild 223 die Zusammensetzung der Strahlen  $AO$  und  $OB$  ohne weiteres den Strahl  $AB$ . Seine Richtung geht von  $A$  nach  $B$ , weil man bei der Zusammensetzung mit  $A$  angefangen hat und, immer im Sinne der Pfeile von  $A$  über  $O$  weiter schreitend, nach  $B$  gelangt. Endlich ergeben in Bild 224 die Strahlen  $BA$  und  $AC$  die Summe  $BC$ .

Ebenso können wir einen Strahl von einem zweiten abziehen, indem wir seine Richtung umkehren und ihn dann hinzufügen. Falls zwei Strahlen von ein und demselben Punkt ausgehen, wie in Bild 222 die Strahlen  $OC$  und  $OB$ , ist die Differenz durch die Verbindungslinie der Endpunkte gegeben. Sie ist dabei die Fortsetzung des subtrahierten Strahles. In Bild 222 ist  $OB + BC = OC$ , also  $OC - OB = BC$  und  $OB - OC = -BC = CB$ .

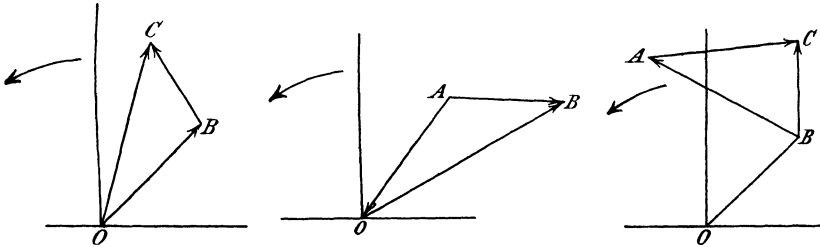


Bild 222.

Bild 223.

Bild 224.

Aneinanderreihung von Strahlen von verschiedener Phase.

In Wechselstromkreisen gelten nun ohne weiteres die Kirchhoffschen Regeln, wenn man statt der algebraischen die geometrische Summe einführt. So ist z. B. bei einem Stromerzeuger die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung  $E_a$  die geometrische Summe aus dem inneren Spannungsverlust und dem der Klemmenspannung  $E$  gleichen äußeren Spannungsverbrauch. Wie sich im Abschnitt 73 ergeben wird, enthält der innere Spannungsverlust einen durch den inneren Ohmschen Widerstand  $R$  veranlaßten Spannungsverlust, der in Phase mit dem Strom  $I$  ist und einen induktiven Spannungsverlust  $I \cdot L \omega$ , der gegen den Strom um  $90^\circ$  voreilt.

In Bild 225 ist  $OA$  um  $90^\circ$  gegen den Strom voreilend gleich  $I \cdot L \omega$ ,  $AB$  in Phase mit dem Strom gleich  $I \cdot R$ ,  $BC$  gleich  $E$  und  $OC$  gleich  $E_a$ .

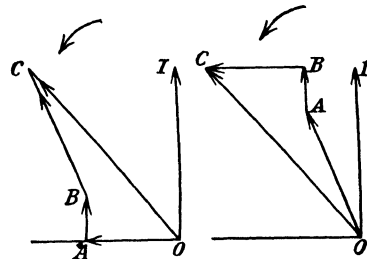


Bild 225.

Bild 226.

Spannungsbild eines Stromerzeugers mit Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs.

Weiter ist in Bild 226, wo nur die Reihenfolge geändert ist,  $OA$  gleich  $E$ ,  $AB$  in Phase mit dem Strom gleich  $I \cdot R$ ,  $BC$  um  $90^\circ$  gegen den Strom voreilend gleich  $I \cdot L \omega$  und  $OC$  gleich  $E_a$ .

An Stelle des induktiven Spannungsverlustes können wir nach Abschnitt 71 auch die erzeugte Spannung  $E_s$  der Selbstinduktion einführen, die gegen den Strom um  $90^\circ$  zurückbleibt. Dann ist in Bild 227  $OA = I \cdot R$ ,  $AB = E$ , also  $OB$  der gesamte Spannungsverbrauch. Dieser ist gleich der Summe der erzeugten Spannungen. Von diesen ist  $OC$  die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung und

$CB$ , um  $90^\circ$  gegen den Strom zurückbleibend, die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung. Wir können statt dessen auch z. B. Bild 225 verwenden und darin unter  $AO$  mit Umkehrung des Pfeiles die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung verstehen.

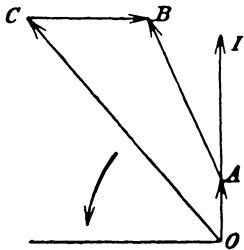


Bild 227.  
Spannungsbild eines Stromerzeugers mit Einführung der erzeugten Spannung der Selbstinduktion.

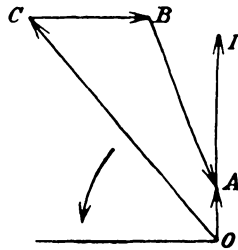


Bild 228.

Wenn der Stromerzeuger auf ein Netz geschaltet ist, das noch von andern Maschinen gespeist wird, können wir noch einen Schritt weiter gehen. Wir berücksichtigen dann nicht nur, wie oben, die Selbstinduktion durch Einführung einer erzeugten Spannung, sondern fassen auch die Klemmenspannung als eine von den andern Maschinen oder dem Netz erzeugte, dem Stromerzeuger aufgedrückte Spannung auf. Dann liefert in Bild 228 die Summe aus den drei Spannungen  $OC$ ,  $CB$  und  $BA$ , die durch das Magnetfeld, durch die Selbstinduktion und das Netz erzeugt werden, den inneren Ohmschen Spannungsverbrauch  $OA$ . Die Richtung des Strahles der Klemmenspannung, die jetzt dem Stromerzeuger aufgedrückt und nicht von ihm geliefert wird, ist jetzt entgegengesetzt wie früher.

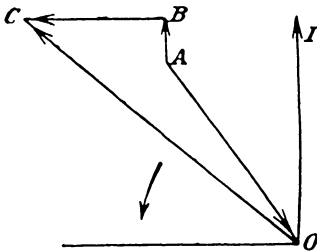


Bild 229. Spannungsbild eines Motors mit Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs.

Sie ist also der vom Magnetfeld erzeugten Spannung wesentlich entgegengerichtet. Wir können statt dessen auch unmittelbar Bild 225 verwenden, wenn wir unter  $CB$  unter Umkehrung des Pfeiles die der Maschine aufgedrückte Klemmenspannung verstehen.

Bei einem Motor ist uns dies von vornherein geläufig. Bei der Zeichnung des Spannungsbildes für den Motor haben wir zu beachten, daß der Strom  $I$  von der Klemmenspannung  $E$  geliefert wird, also mit ihr wesentlich in Phase ist, während er der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung entgegengerichtet ist. Berücksichtigen wir die Selbstinduktion durch Einführung eines induktiven Spannungsverlustes, so erhalten wir Bild 229, in welchem  $AO$  die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung und  $OC$  die vom Netz erzeugte Spannung ist.  $AO + OC$  ist dann gleich dem Spannungsverlust  $AC$ , der aus dem Ohmschen Verlust  $AB$  und dem induktiven Verlust  $BC$  besteht.

Wollen wir die Selbstinduktion dagegen durch Einführung einer

von der Selbstinduktion erzeugten Spannung berücksichtigen, so brauchen wir nur in Bild 229 unter Umkehrung des Pfeiles unter  $C B$  die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung zu verstehen. Die Summe  $A O + O C + C B$  ist dann die vom Magnetfeld, dem Netz und der Selbstinduktion erzeugte Spannung, und diese Summe ist gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch  $A B$ .

Es fragt sich nun, ob die Aneinanderreihung der Strahlen auch in bezug auf die Leistung zulässig ist. Bild 230 bezieht sich auf zwei Spulen eines Stromerzeugers mit den Spannungen  $E_1$  und  $E_2$  in Reihe. Der Strom  $I$ , der in beiden dieselbe Phase hat, bleibe hinter  $E_1$  um  $\varphi_1$ , hinter  $E_2$  um  $\varphi_2$  und hinter der Gesamtspannung  $E$  um  $\varphi$  zurück. Wir projizieren nun die Strahlen  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E$  auf den Strahl des Stromes. Nun ist die Leistung allgemein gleich  $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ , d. h. gleich dem Strom mal der rechtwinkligen Teilspannung  $E \cdot \cos \varphi$ , die mit dem Strom gleiche Phase hat. Demnach

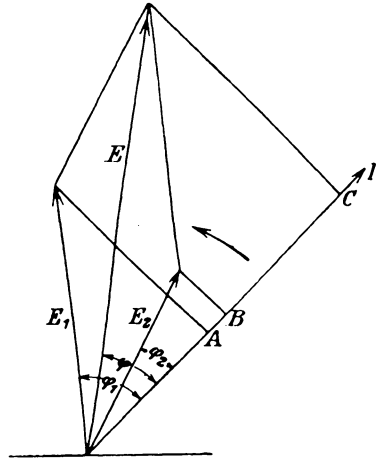


Bild 230. Leistung der Gesamtspannung gleich Leistung der Teilspannungen.

ist die Summe der Einzelleistungen  $E_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1 + E_2 \cdot I \cdot \cos \varphi_2 = I \cdot O A + I \cdot O B = O C$ , also gleich  $E \cdot \cos \varphi$ . Demnach ist

$$E_1 I \cos \varphi_1 + E_2 I \cos \varphi_2 = E I \cos \varphi. \quad (18)$$

Die Leistung der Gesamtspannung ist also gleich der Summe der Leistungen der Teilspannungen.

Wir gehen nun dazu über, die Strahlen der Spannungen und Ströme auch in die Rechnung einzuführen. Ein Strahl ist bestimmt durch seine Länge, d. h. durch seinen Betrag, und durch seine Richtung. Der Betrag ist in unserem Falle der Effektivwert des Stromes oder der Spannung. Die Richtung ist gegeben durch die Phase, d. h. durch den Winkel, den der Strahl mit der positiven Richtung der wagerechten Achse bildet. Um solche gerichtete Größen in einfacher Weise darzustellen, wollen wir uns der deutschen Buchstaben bedienen. Wir ordnen also z. B. dem Strom  $\mathfrak{I}$  in Gedanken nicht nur eine bestimmte Stärke  $I$ , sondern auch einen bestimmten Phasenwinkel  $\psi$  zu. Dieser Winkel ist bei Spannungen und Strömen von dem Zeitpunkt abhängig, für welchen die Strahlen gezeichnet sind. Der Strom  $\mathfrak{I}$  in Bild 231 besteht nun aus einem Teilstrom  $a$  in Richtung der positiven wagerechten Achse und einem Teilstrom  $b$

in Richtung der positiven senkrechten Achse. Um anzudeuten, daß  $b$  um  $90^\circ$  im positiven Drehsinn gegen  $a$  gedreht ist, vervielfachen wir  $b$  mit  $+j$ . Ist also  $I$  der Betrag, d. h. der Effektivwert, und  $\psi$  die Phase des Stromes, so wird

$$\mathfrak{I} = a + jb \quad (19) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a} \quad (20) \quad I = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (21)$$

Nach Bild 231 können wir die Gl. (19) auch in der Form schreiben

$$\mathfrak{I} = I \cdot \cos \psi + jI \cdot \sin \psi. \quad (22)$$

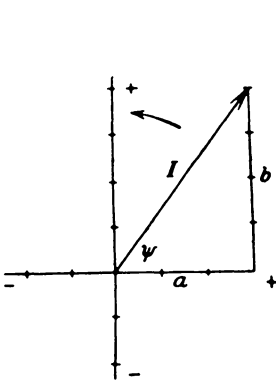


Bild 231. Rechtwinklige Teilströme.

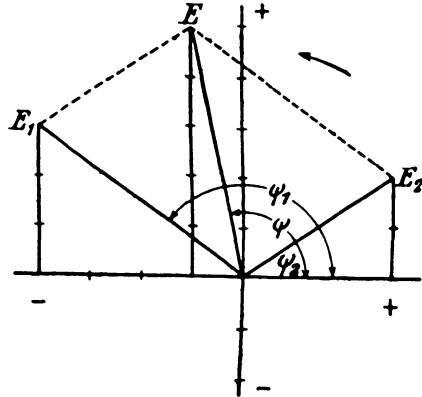


Bild 232. Gesamtspannung und Teilspannungen.

Wir wenden unsere Gleichungen jetzt an, um Spannungen rechnerisch statt zeichnerisch zusammensetzen. In Bild 232 sind zwei Spannungen von den Effektivwerten  $E_1$  und  $E_2$  und den Phasen  $\psi_1$  und  $\psi_2$  gegeben. Die Summe hat den Effektivwert  $E$  und die Phase  $\psi$ . Nach der Zeichnung ist

$$\mathfrak{E}_1 = -4 + j3 \quad \mathfrak{E}_2 = +3 + j2.$$

Durch Summierung erhalten wir  $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 = -1 + j5$ .

Ein Blick auf Bild 232 bestätigt, daß die Gesamtspannung die Teilspannungen  $-1$  und  $j5$  hat. Nach Gl. (20) und (21) ergibt sich dann

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}. \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{+5}{-1} = -5.$$

Drehen wir den Strahl  $\mathfrak{E}$  um  $180^\circ$ , so wird daraus  $-\mathfrak{E}$ . Vervielfachung mit  $-1$  verschiebt also einen Strahl um  $180^\circ$ .

Vervielfachung mit  $+j$  verschiebt nach der obigen Festsetzung einen Strahl um  $90^\circ$  im positiven Drehsinne. Vervielfachung mit  $-j$  verschiebt ihn also um  $90^\circ$  im negativen Drehsinn.

Zweimalige Vervielfachung mit  $j$ , also Vervielfachung mit  $j^2$ , dreht dann den Strahl um  $2 \cdot 90^\circ$ , wobei aus dem Strahl  $\mathfrak{E}$  der Strahl  $-\mathfrak{E}$  wird. Daher ist

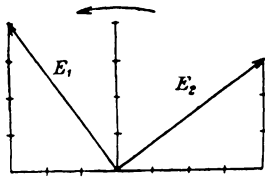
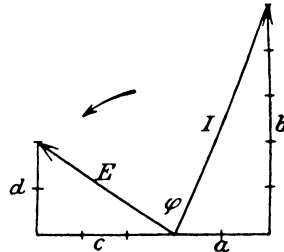
$$j^2 \cdot \mathfrak{E} = -\mathfrak{E}, \quad \text{d. h. } j = \sqrt{-1}. \quad (23)$$

Demnach ist  $j$  nichts anderes als die sonst mit  $i$  bezeichnete imaginäre Einheit. Gleichung 19 und 22 geben also den Strahl in komplexer Form. Komponenten in Richtung der positiven senkrechten Achse werden dabei als positiv imaginär, solche in Richtung der negativen senkrechten Achse als negativ imaginär eingeführt. Man bezeichnet diese Rechnungsart als die symbolische.

Wenden wir die obigen Regeln auf ein Beispiel an. In Bild 233 seien zwei Spannungen  $E_1$  und  $E_2$  von gleichem Effektivwert gegeben, von denen  $E_1$  gegen  $E_2$  um  $90^\circ$  voreilt. Nach der Zeichnung ist

$$\mathfrak{E}_1 = -3 + j4 \quad \mathfrak{E}_2 = +4 + j3.$$

Wir können nun  $\mathfrak{E}_1$  dadurch entstanden denken, daß wir  $\mathfrak{E}_2$  um  $+90^\circ$  vorwärts drehen, d. h.  $\mathfrak{E}_2$  mit  $+j$  vervielfachen. In der Tat gibt  $+j(4 + j3)$ , da  $j^2 = -1$  ist, den Wert  $-3 + j4$ , d. h. den Strahl  $\mathfrak{E}_1$ .

Bild 233. Um  $90^\circ$  verschobene Spannungen.Bild 234.  $N = a \cdot c + b \cdot d$ .

Ebenso können wir  $\mathfrak{E}_2$  dadurch entstanden denken, daß wir den Strahl  $\mathfrak{E}_1$  um  $90^\circ$  im Sinne des Uhrzeigers, also um  $-90^\circ$  drehen oder ihn mit  $-j$  vervielfachen. In der Tat ist  $-j(-3 + j4)$  gleich  $4 + j3$ , also gleich  $\mathfrak{E}_2$ .

Im Gegensatz zur Stromstärke und Spannung können wir die Leistung nicht in der symbolischen Rechnung zum Ausdruck bringen, da sie nach Bild 214 die doppelte Frequenz hat wie Strom und Spannung. Wir können aber den Mittelwert  $N$  der Leistung aus der symbolischen Form des Stromes und der Spannung berechnen. In Bild 234 sei der Strom  $\mathfrak{I} = a + jb$ , die Spannung  $\mathfrak{E} = c + jd$ . Nun ist die Leistung der Gesamtspannung gleich der Leistung der Teilspannungen. Die Teilspannung  $c$  gibt mit dem Strom  $a$  die Leistung  $a \cdot c$  und mit dem Strom  $b$  wegen der Phasenverschiebung von  $90^\circ$  die Leistung Null. Ebenso ergibt die Teilspannung  $d$  mit dem Strom  $a$  die Leistung Null und mit dem Strom  $b$  die Leistung  $b \cdot d$ . Demnach ist die Gesamtleistung

$$N = a \cdot c + b \cdot d. \quad (24)$$

In Bild 234 ist z. B. der Strom  $\mathfrak{I} = 2 + j5$  und die Spannung  $\mathfrak{E} = -3 + j2$ , also wird die Leistung  $N = -3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 4$ . Das selbe Ergebnis hätten wir, allerdings auf sehr unbequemem Wege, er-

halten, wenn wir die Effektivwerte  $E = \sqrt{(-3)^2 + 2^2}$  und  $I = \sqrt{2^2 + 5^2}$  miteinander und mit dem Cosinus des Phasenverschiebungswinkels  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung vervielfacht hätten.

### 71. Die Selbstinduktion in Wechselstromkreisen.

Wir betrachten eine Spule, die gleichbleibende Induktivität besitzt. Falls sie einen Eisenkern enthält, muß also die Sättigung so gering sein, daß die Durchlässigkeit während des ganzen Verlaufs einer Periode und auch bei verschiedenen Betriebszuständen als gleichbleibend angesehen werden kann. Es genügt auch, wenn im magnetischen Kreis eine Luftstrecke enthalten ist, deren magnetischer Widerstand groß ist gegenüber dem des Eisens. Ist  $L$  die Induktivität, so ist nach Gleichung (2) auf S. 76 der Zeitwert der erzeugten Spannung der Selbstinduktion

$$e_s = -L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (25)$$

Ist die Stromkurve sinusförmig, so ist  $i = i_m \cdot \sin \omega t$ , d. h.  $di/dt = i_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = -i_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \pi/2)$ . Demnach wird

$$e_s = +L\omega \cdot i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (26)$$

Der Höchstwert ist  $L\omega \cdot i_m$  und der Effektivwert

$$E_s = L\omega I. \quad (27)$$

Wir berechnen daraus die Spannung der Selbstinduktion bei einer Drosselspule, die nach Bild 72 einen bewickelten, an einer Stelle aufgeschnittenen Eisenkern enthält. Wenn die magnetische Induktion nicht zu hoch ist, kann der magnetische Widerstand des Eisens gegenüber der Luftstrecke vernachlässigt werden. Es sei nun

der Luftweg  $l = 0,6 \text{ cm}$      die Stromstärke  $I = 10 \text{ Amp.}$   
 der Luftquerschnitt  $F = 12 \text{ cm}^2$      die Frequenz  $f = 50$   
 die Windungszahl  $w = 200$ .

Da die Durchlässigkeit der Luft gleich Eins ist, ergeben sich der magnetische Leitwert und die Induktivität nach Gleichung (13) auf S. 70 und Gleichung (1) auf S. 76 zu

$$\mathcal{A} = \frac{0,4 \pi F}{l} = 25 \quad \text{und} \quad L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Da die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gleich  $2\pi \cdot f$ , also gleich 314 wird, so ist der Effektivwert der Spannung der Selbstinduktion

$$E_s = L\omega I = 31,4 \text{ Volt.}$$

Unten wird sich ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegter Spannungszeiger fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Widerstand, diese Spannung abdrosselt.

Zur Berechnung einer Drosselspule müssen wir von der allgemeinen Gleichung (2) für die erzeugte Spannung auf S. 215 ausgehen, damit wir nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahl auf ungünstige Werte der magnetischen Induktion im Eisen kommen. Zu dem Zwecke setzen wir in Gleichung (2) auf S. 215  $\omega = 2\pi f$  und bilden den Effektivwert der erzeugten Spannung, indem wir den Höchstwert durch  $\sqrt{2}$  teilen. Dann wird

$$E_s = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot w \cdot f \cdot \mathcal{D} \cdot 10^{-8} = 4,44 \cdot w \cdot f \cdot \mathcal{D} \cdot 10^{-8}. \quad (28)$$

Dabei ist  $\mathcal{D}$  der Höchstwert des von einer Windung umfaßten Flusses, also das Produkt aus der größten Induktion  $\mathfrak{B}_m$  und der vom Fluß durchsetzten Fläche  $F$ . Wird der magnetische Weg im Eisen vernachlässigt, so daß nur die Luft mit der Durchlässigkeit  $\mu = 1$  in Betracht kommt, so gilt nach S. 69 für die größte magnetische Induktion die Gleichung

$$\mathfrak{B}_m = \xi_m = \frac{0,4\pi i_m \cdot w}{l}.$$

Führen wir den Effektivwert  $I$  ein, setzen wir also  $i_m = \sqrt{2} I$ , so wird

$$I = \frac{\mathfrak{B}_m \cdot l}{0,4\pi \cdot \sqrt{2} \cdot w} = \frac{\mathfrak{B}_m \cdot l}{1,78 \cdot w}. \quad (29)$$

Mit Hilfe von Gleichung (28) und (29) läßt sich nun eine Drosselspule berechnen. Es sei

die Stromstärke  $I = 10$       der Luftquerschnitt  $F = 15 \text{ cm}^2$   
 die Frequenz  $f = 50$       die größte Induktion  $\mathfrak{B}_m = 5000$ .

Die zu erzeugende Spannung sei  $E_s = 30$  Volt. Dann wird:

$$\mathcal{D} = \mathfrak{B}_m \cdot F = 5000 \cdot 15 = 75000$$

und nach Gleichung (28) und (29)

$$w = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \mathcal{D} \cdot f} = 180. \quad l = \frac{1,78 \cdot w \cdot I}{\mathfrak{B}_m} = 0,64 \text{ cm}.$$

Da am Luftspalt eine Streuung der Feldlinien auftritt, so drosselt die Spule bei unserm Strome von 10 Amp. etwas mehr als 30 Volt. Die Streuung wirkt also in unserm Falle günstig.

Wenden wir uns jetzt zur Phase der Spannung der Selbstinduktion bei sinus-

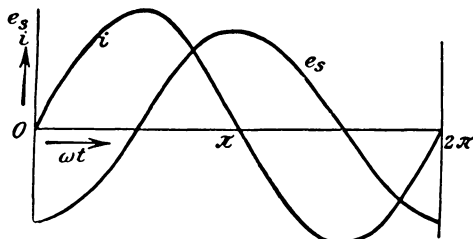


Bild 235. Stromstärke und erzeugte Spannung der Selbstinduktion.



förmigem Strom. Aus Gleichung (26) geht hervor, daß die Spannung der Selbstinduktion gegen den Strom um  $90^\circ$  zurückbleibt. Wir machen uns dies dadurch anschaulich, daß wir die Stromkurve entsprechend der Gleichung  $i = i_m \cdot \sin(\omega t)$  zeichnen (Bild 235).

Für  $t = 0$  ist die Stromstärke gleich Null, und die Spannung der Selbstinduktion hat nach Gleichung (26) ihren negativen Höchstwert. Dies hängt damit zusammen, daß die Kurve der Stromstärke in dem Zeitpunkt, in welchem sie durch Null hindurchgeht, am steilsten ist,  $di/dt$  also am größten ist. Der negative Wert der Selbstinduktion für  $t = 0$  erklärt sich daraus, daß die Selbstinduktion dem anwachsenden Strom entgegengerichtet ist.

Für  $\omega t = \pi/2$  ist die Stromstärke am größten und die Stromkurve verläuft wagerecht. Der Strom und damit der von der Spule umfaßte Fluß ändert sich also in diesem Zeitpunkt gar nicht, und die Spannung der Selbstinduktion ist Null. So erhalten wir die Kurve  $e_s$  der durch Selbstinduktion erzeugten Spannung, die gegen den Strom um  $90^\circ$  zurückbleibt. Ersetzen wir den Strom durch den von ihm erzeugten Fluß  $\Phi_t$ , so erhalten wir dasselbe Bild wie in Bild 208.

Die Zeichnung der Strahlen macht uns dies alles noch deutlicher. Fällt der umlaufende Strahl des Stromes in die positive Richtung der wagerechten Achse, so ist seine Projektion auf die senkrechte Achse und damit auch der Zeitwert des Stromes gleich Null (Bild 237). Der Strahl der Spannung der Selbstinduktion, die um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurückbleibt, fällt dann in die negative Richtung der senkrechten Achse. In dem kurz vorhergehenden Zeitraum (Bild 236) sind

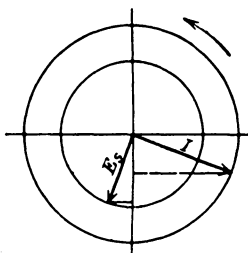


Bild 236.

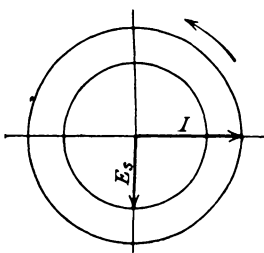


Bild 237.

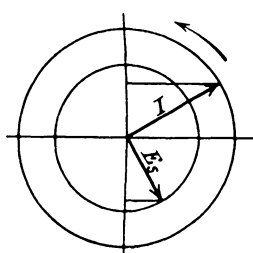


Bild 238.

Phase der durch Selbstinduktion erzeugten Spannung.

die Projektionen der Strahlen des Stromes und der Selbstinduktionsspannung auf die senkrechte Achse beide negativ. Dies stimmt damit überein, daß die Spannung der Selbstinduktion dem jetzt abnehmenden negativen Strome gleichgerichtet sein muß. In Bild 238 dagegen ist die Projektion auf die senkrechte Achse beim Strom positiv, bei der Selbstinduktionsspannung negativ. Dies ist daraus erklärlich, daß die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung dem jetzt anwachsenden positiven Strom entgegengesetzt sein muß.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß der von der Spule umfaßte Fluß dem Strome proportional ist, so hat er dieselbe Phase wie der Strom, der ihn erzeugt. Die Spannung der Selbstinduktion bleibt also um  $90^\circ$  nicht nur hinter dem Strome, sondern auch hinter dem Flusse zurück, durch dessen Änderung sie erzeugt wird.

Wenn der Widerstand  $R$  einer Selbstinduktionsspule vernachlässigbar klein ist, sind die Klemmenspannung  $e$  und die erzeugte Spannung der Selbstinduktion  $e_s$  in jedem Zeitpunkt entgegengesetzt gleich. Der Zeitwert der Klemmenspannung ist also

$$e = + L \cdot \frac{di}{dt}, \quad (30)$$

und der Strom bleibt um  $\varphi = 90^\circ$  hinter der Klemmenspannung zurück (Bild 239). Da hierdurch  $\cos\varphi$  gleich Null wird, so ist die Leistung  $N = E \cdot I \cdot \cos\varphi$  gleich Null. Dies erklärt sich daraus, daß  $e \cdot i$  nach Bild 239 im Zeitraum von 0 bis  $\pi/2$  positiv, im Zeitraum  $\pi/2$  bis  $\pi$  negativ ist usw. Die Kurve des Zeitwertes  $N_t$  der Leistung ist also symmetrisch zur wagerechten Achse, d. h. die positiven Flächen sind gleich den negativen. Positive Flächen stellen eine

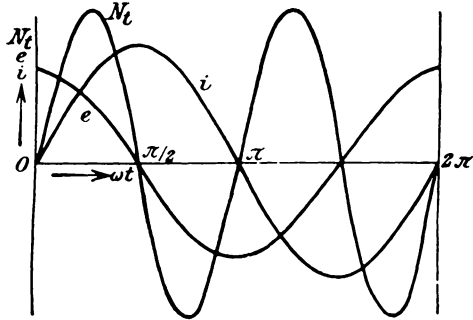


Bild 239. Stromstärke, Klemmenspannung und Leistung für  $R = 0$ .

der Spule zugeführte elektrische Arbeit, negative eine von ihr zurückgegebene Arbeit dar. Die Gesamtarbeit wird also Null.

Selbstinduktionsspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten Verlust abzudrosseln. Man verwendet sie daher vielfach an Stelle der Beruhigungswiderstände bei nebeneinander geschalteten Bogenlampen oder an Stelle der Ersatzwiderstände bei Reihenschaltung von Bogenlampen.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung für die Nebeneinanderschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie aus S. 76 hervorgeht, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen. Diese Eigenschaft der Selbstinduktion macht man sich zunutze, wenn die Möglichkeit besteht, daß starke Ströme zwischen nebeneinander geschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vgl. Abschnitt 99). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die zwischen Maschine und Sammelschiene eingeschaltet werden. Der Verbrauch an Leistung in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast  $90^\circ$

hinter der Klemmenspannung der Drosselspule zurückbleibt. Man hat allerdings mit einem Spannungsverlust in den Drosselspulen zu rechnen, aber dieser Nachteil wird durch den Vorteil des ruhigen Zusammenarbeitens aufgehoben.

Bei einer von Swinburne angegebenen Schaltung (Bild 240) läßt sich ein Spannungsverlust in den Drosselspulen bei gleichmäßigem

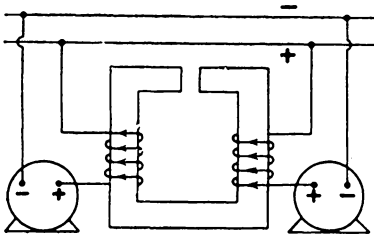


Bild 240. Dämpfungsdrosselspulen nach Swinburne.

Arbeiten der Maschinen überhaupt verhindern. Die von den beiden Maschinen ins Netz gelieferten Ströme umfließen den Kern der Drosselspule derartig, daß ihre magnetischen Wirkungen sich aufheben. Bei Gleichheit beider Ströme wird also kein Feld erzeugt. Wenn jedoch zwischen beiden Maschinen Ausgleichströme hin und her fließen, so

unterstützen sich die magnetischen Wirkungen, die sie auf die Drosselspule ausüben. Diese kommt daher zur Wirksamkeit und hindert das Anwachsen der Ausgleichströme.

Auch für den Überspannungsschutz von Wechselstromanlagen werden Drosselspulen verwendet.

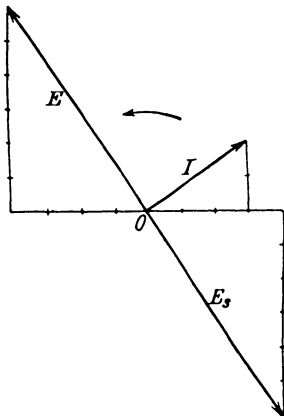


Bild 241. Stromstärke, Klemmenspannung und erzeugte Selbstinduktionsspannung einer Drosselspule.

Wir führen jetzt noch die Selbstinduktionsspannung in die symbolische Rechnung ein und nehmen dabei zunächst noch die Zeichnung in Bild 241 zu Hilfe, obwohl die symbolische Rechnung eigentlich die Aufgabe hat, die Zeichnung überflüssig zu machen.

Da die Selbstinduktionsspannung um  $90^\circ$  hinter dem Strom  $\mathfrak{I}$  zurückbleibt, so erhalten wir  $\mathfrak{E}_s$ , wenn wir  $\mathfrak{I}$  nicht nur mit  $L\omega$ , sondern auch mit  $-j$  vervielfachen. Ebenso erhalten wir bei verschwindend kleinem Ohmschen Widerstande den Strahl  $\mathfrak{E}$  der dem Strome um  $90^\circ$  voreilenden Klemmenspannung, wenn wir  $\mathfrak{I}$  mit  $L\omega$  und mit  $+j$  vervielfachen. Es wird also

$$\mathfrak{E}_s = -jL\omega\mathfrak{I} \quad (31) \quad \mathfrak{E} = +jL\omega\mathfrak{I}. \quad (32)$$

Ist z. B. wie in Bild 241  $\mathfrak{I} = 3 + j2$  und  $L\omega = 2$ , so ergibt sich unter Berücksichtigung, daß  $j^2 = -1$  ist:

$$\mathfrak{E}_s = -j \cdot 2(3 + j2) = 4 - j6 \quad \mathfrak{E} = +j \cdot 2(3 + j2) = -4 + j6.$$

Die Beträge, d. h. die Effektivwerte, sind dann

$$I = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6 \quad E_s = E = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = 7,2.$$

Die Tangenten der Winkel, um welche die Strahlen gegen die positive Richtung der wagerechten Achse voreilen, werden für den Strom gleich  $+2/(+3)$ , für die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung  $-6/(+4)$  und für die Klemmenspannung  $-4/(+6)$ .  $\mathfrak{I}$  liegt daher im ersten,  $\mathfrak{E}_s$  im vierten und  $\mathfrak{E}$  im zweiten Quadranten, was durch einen Blick auf Bild 241 bestätigt wird.

## 72. Die Kapazität in Wechselstromkreisen.

Wir haben schon früher gesehen, daß eine aus der Stromquelle, der Leitung und einem Kondensator bestehende Schaltung wie ein geschlossener Stromkreis betrachtet werden kann. Bei der Ladung fließt z. B. in jedem Augenblick ebensoviel positive Elektrizität von der negativen Belegung ab, wie zur positiven zufließt. Wir können dann nach Maxwell annehmen, daß der Strom der Zuleitungen seine Fortsetzung in dem durch die Änderung des elektrischen Feldes bedingten Verschiebungsstrom im Dielektrikum des Kondensators findet. Ebenso wie der Kondensator verhält sich jeder Verbrauchskörper, der wie z. B. ein Kabel, Kapazität besitzt.

Wächst die Spannung an einem Kondensator von der Kapazität  $C$  Farad in der Zeit  $dt$  um  $de$ , so ist die Zunahme der Elektrizitätsmenge  $dQ = C \cdot de$ , also der Zeitwert des Stromes

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{de}{dt}. \quad (33)$$

Daraus folgt dann

$$e = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (34)$$

Ist die Stromkurve sinusförmig, also  $i = i_m \cdot \sin \omega t$ , so wird

$$e = \frac{1}{C} \int i_m \cdot \sin \omega t \cdot dt = -\frac{i_m}{C\omega} \cos \omega t = \frac{i_m}{C\omega} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (35)$$

Der Höchstwert der Spannung ist also  $e_m = i_m/C\omega$  und der Effektivwert

$$E = \frac{I}{C\omega}. \quad (36)$$

Zugleich ergibt Gleichung (35), daß die Spannung am Kondensator um  $90^\circ$  hinter dem Strom zurückbleibt, oder daß der Strom um  $90^\circ$  vor der Spannung vorauseilt. (Vgl. Bild 242.)

Für  $\omega t = 0$  ist  $i = 0$  und die Spannung hat ihren negativen Höchstwert, der sich für diesen Augenblick gar nicht ändert. Der Kondensator ist voll geladen und fängt an sich zu entladen, sobald die äußere Spannung anfängt, abzunehmen. Strom und Spannung sind also in der nächsten viertel Periode einander entgegengerichtet.

Für  $\omega t = \pi/2$  ändert sich die Spannung am meisten, daher hat auch die Stromstärke ihren höchsten Wert. Während dann in der

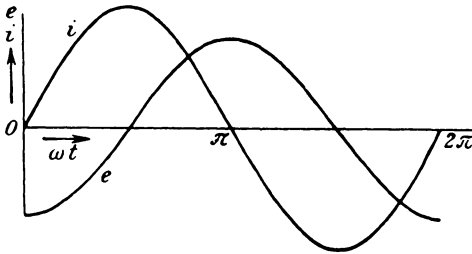


Bild 242. Spannung und Strom eines Kondensators.

nächsten viertel Periode die Spannung anwächst, erzeugt sie einen ihr gleichgerichteten Strom. Spannung und Stromstärke sind also positiv usw.

Im ersten Viertel der Periode, wo Strom und Spannung entgegengesetzte Richtung haben, ist die zugeführte Leistung

negativ, d. h. der Kondensator gibt Arbeit in die Stromquelle zurück. Im zweiten Viertel der Periode wird dann der Kondensator wieder aufgeladen, und die Energie erreicht einen Höchstwert. Dieser ergibt sich wie in Gl. (21) auf S. 108 unter Benutzung von Gl. (33) zu

$$\int_{e=0}^{e=e_m} e \cdot i \cdot dt = \int_0^{e_m} C \cdot e \cdot de = \frac{C \cdot e_m^2}{2}. \quad (37)$$

Da ebensoviel positive wie negative Arbeit zugeführt wird, so ist die mittlere Leistung gleich Null, entsprechend  $\varphi = -90^\circ$  und  $\cos \varphi = 0$ .

In der symbolischen Rechnung bringen wir das Nacheilen der Kondensatorspannung um  $90^\circ$  gegenüber dem Strom dadurch zum Ausdruck, daß wir nach Gl. (36) schreiben

$$\mathfrak{E} = -j \cdot \frac{\mathfrak{S}}{C\omega} \quad (38) \quad \text{d. h.} \quad \mathfrak{S} = j \cdot C\omega \cdot \mathfrak{E}. \quad (39)$$

## Dreizehnter Teil.

### 73. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Der Widerstand  $R$  und eine Spule mit der gleichbleibenden Induktivität  $L$  und einem verschwindend kleinen Widerstand seien nach Bild 243 in Reihe an eine Stromquelle geschaltet. In einem beliebigen Zeitpunkt sei die Stromstärke gleich  $i$ . Dann ist die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung gleich  $e_s = -L \cdot di/dt$ . Sie ergibt zusammen mit der Klemmenspannung  $e$  der Stromquelle den Spannungsverbrauch  $i \cdot R$ , d. h.

$$e + e_s = e - L \frac{di}{dt} = i \cdot R. \quad (1)$$

Wir nehmen nun sinusförmigen Strom an und tragen in Bild 244 den der Zeit proportionalen Bogen  $\omega t$  wagerecht und den dem Strom proportionalen und phasengleichen Spannungsverbrauch  $i \cdot R$ ,

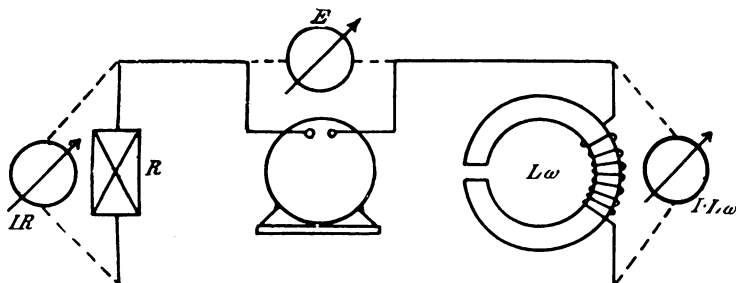


Bild 243. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

sowie die von der Selbstinduktion erzeugte, dem Strom um  $90^\circ$  nach-eilende Spannung der Selbstinduktion senkrecht auf. Wir wollen dann in einzelnen kennzeichnenden Zeitpunkten verfolgen, wie sich die Klemmenspannung aus den genannten Einzelspannungen ergibt.

Für  $\omega t$  gleich Null ist die Stromstärke und damit die Spannung  $i \cdot R$  gleich Null, und die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung hat ihren negativen Höchstwert. Nun kann die Stromstärke nur dann

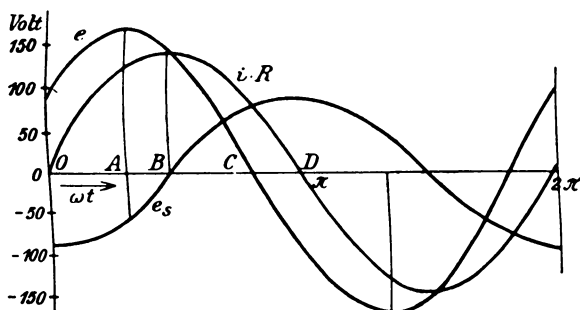


Bild 244. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Null sein, wenn überhaupt keine Spannung wirksam ist. Der Höchstwert der Spannung der Selbstinduktion wird also gerade aufgehoben durch den Zeitwert der Klemmenspannung. Die ganze, in diesem Zeitpunkt wirksame Klemmenspannung wird dazu verbraucht, der Spannung der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

Im Zeitpunkt *A* ist die Spannung  $i \cdot R$  positiv und die Spannung der Selbstinduktion negativ. Ein Teil der Klemmenspannung wird dann für die Spannung  $i \cdot R$  verbraucht, während der andere Teil dazu dient, die Spannung der Selbstinduktion zu überwinden.

Im Zeitpunkt *B* ist die Spannung der Selbstinduktion gleich Null, also ist die Klemmenspannung gleich der Spannung  $i \cdot R$ , und die Kurven beider schneiden sich.

Endlich ist im Zeitpunkt  $C$  die Spannung der Selbstinduktion gleich der Spannung  $i \cdot R$ . Diese wird also jetzt vollständig von der Spannung der Selbstinduktion geliefert, so daß die Klemmenspannung gleich Null ist und ihre Kurve die wagerechte Achse schneidet.

Unser Bild ist für  $I = 10$  Amp.,  $R = 10$  Ohm und  $L\omega = 6,28$  gezeichnet. Wir erhalten dabei einen Höchstwert der Klemmenspannung gleich 167 Volt, gegenüber einem Höchstwert der im Widerstand verbrauchten Spannung von  $I \cdot R \cdot \sqrt{2} = 141,4$  Volt. Daselbe Verhältnis besteht zwischen den Effektivwerten. Die Stromstärke ist also kleiner, als man nach der Klemmenspannung und dem Widerstand  $R$  erwarten sollte. Das Ohmsche Gesetz  $E = I \cdot R$  gilt also nicht mehr allgemein für Wechselstrom.

Wir legen nun Spannungszeiger an den Widerstand, die Selbstinduktionsspule und die Gesamtklemmen und messen die Spannung am Widerstand zu  $I \cdot R = 100$  Volt, an der Selbstinduktionsspule zu  $I \cdot L\omega = 62,8$  Volt und an den Gesamtklemmen zu  $167/\sqrt{2} = 118$  Volt. Die zweite Kirchhoffsche Regel, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist, gilt also nur mehr für die Zeitwerte, aber nicht mehr für die Effektivwerte.

Endlich eilt die Klemmenspannung vor dem Strom um einen Winkel  $\varphi$  voraus, der in Bild 244 dem Bogen  $CD$  entspricht. Der Strom erreicht also seinen Höchstwert später als die Klemmenspannung. Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und rechnet ihn beim Voreilen der Spannung vor dem Strome als positiv.

Wir können nun allen diesen auffallenden Erscheinungen auch dadurch gerecht werden, daß wir statt der erzeugten Spannung der Selbstinduktion, die dem Strom um  $90^\circ$  nachhinkt, einen sogenannten induktiven Spannungsverlust einführen, welcher der erzeugten Spannung der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich ist, also dem Strome um  $90^\circ$  voreilt. Durch Umformung von Gleichung (1) erhalten wir nämlich:

$$e = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} \quad (2)$$

Die Klemmenspannung hat dann in jedem Zeitpunkt die Spannung  $i \cdot R$  und den induktiven Spannungsverbrauch  $+ L \cdot di/dt$  zu liefern. Man nennt dann den Spannungsverbrauch  $i \cdot R$ , der in Phase mit dem Strom ist, die Wirkspannung, während man den induktiven Spannungsverbrauch, der gegen den Strom um  $90^\circ$  voreilt, als eine Blindspannung bezeichnet.

Der induktive Spannungsverbrauch wird durch einen Strahl dargestellt, welcher dem der erzeugten Spannung der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich, also in der symbolischen Rechnung gleich

+  $jL\omega\mathfrak{S}$  ist. Da die Richtung oder das Vorzeichen im Effektivwert nicht zum Ausdruck kommt, wollen wir zur Unterscheidung die erzeugte Spannung der Selbstinduktion mit  $L\omega I$ , den induktiven Spannungsverbrauch mit  $I \cdot L\omega$  bezeichnen.

Die Zeichnung der Strahlen macht uns nun alle obigen Erscheinungen viel deutlicher. Der Strahl des Stromes, der durch die Gleichung  $i = i_m \cdot \sin \omega t$  gegeben sei, werde in Bild 245 willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegt. Das Bild ist also für die Zeit  $t = 0$  gezeichnet. Der Spannungsverbrauch  $I \cdot R$  hat dieselbe Phase wie der Strom. Um  $90^\circ$  gegen den Strom zurückbleibend, also senkrecht nach unten, wird der Strahl der Spannung der Selbstinduktion  $E_s$  und entgegengesetzt der gleich große Strahl des induktiven Spannungsverbrauchs  $I \cdot L\omega$  gezeichnet. In unserer früheren Darstellung ist dann  $I \cdot R$  die Summe aus der Klemmenspannung  $E$  und der Spannung  $E_s$  der Selbstinduktion. Statt dessen wird nach Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs die Klemmenspannung  $E$  die Summe aus  $I \cdot R$  und  $I \cdot L\omega$ . Der Strom bleibt wieder um den Winkel  $\varphi$  hinter der Klemmenspannung zurück.

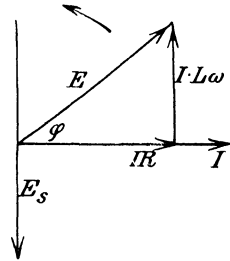


Bild 245 Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Aus Bild 245 ergibt sich nun  $E^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot L\omega)^2$ , oder

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \quad (3) \qquad \qquad \qquad \text{tg } \varphi = \frac{L\omega}{R} \quad (4)$$

Während wir in Bild 244 aus Stromstärke, Widerstand und Selbstinduktion die Klemmenspannung ermittelten, können wir jetzt umgekehrt aus Klemmenspannung, Widerstand und Selbstinduktion die Stromstärke nach Größe und Phase bestimmen. Für  $E = 118$  Volt,  $R = 10$  Ohm und  $L\omega = 6,28$  erhalten wir aus Gleichung (3) und (4):

$$I = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Amp.} \qquad \qquad \qquad \text{tg } \varphi = \frac{6,28}{10} = 0,628.$$

Der zu  $\text{tg } \varphi = 0,628$  gehörige Bogen, der rund gleich  $\pi/6$  ist, wird in Bild 244 durch  $CD$  dargestellt.

In Bild 246 sind nun zwei Zweige in Reihe geschaltet, die beide Widerstand und Selbstinduktion besitzen. Für die beiden Zweige ergeben sich mit den im Bild eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$\begin{aligned} E_1 &= I \cdot \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2} & \text{tg } \varphi_1 &= L_1 \omega / R_1 \\ E_2 &= I \cdot \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} & \text{tg } \varphi_2 &= L_2 \omega / R_2. \end{aligned}$$

Die Wirkspannungen  $I \cdot R_1$  und  $I \cdot R_2$  haben gleiche Phase und ebenso die Blindspannungen  $I \cdot L_1 \omega$  und  $I \cdot L_2 \omega$ . Wir erhalten daher Bild 247, in welchem der Strahl des Stromes willkürlich in die



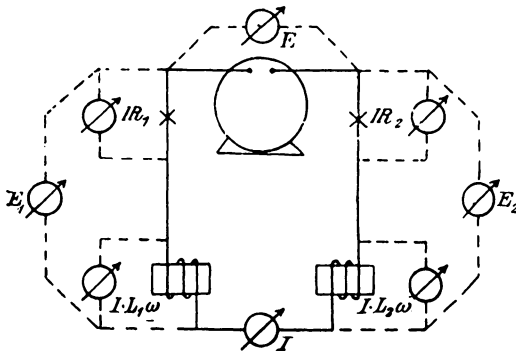


Bild 246. Wirkwiderstände und Blindwiderstände in Reihe.

hat. Für die Gesamtspannung  $E$  und ihre Phase gegenüber dem Strom ergeben sich die Gleichungen

$$E = I \cdot \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (L_1 + L_2)^2 \omega^2} \quad (5)$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(L_1 + L_2)\omega}{R_1 + R_2} \quad (6)$$

Natürlich können Widerstand und Selbstinduktion auch in einem einzelnen Teile des Stromkreises vereinigt sein. Bei einer Wechselstrommaschine sei z. B.

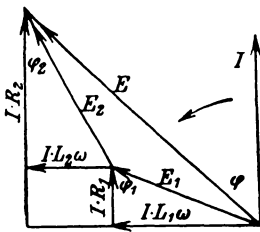


Bild 247. Spannungsbild.

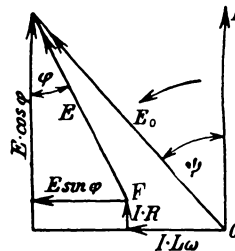


Bild 248. Spannungsbild eines Stromerzeugers.

die Klemmenspannung $E = 2000$	die Induktivität $L = 0,04$
die Stromstärke $I = 50$	der Ankerwiderstand $R = 1$
die Frequenz $f = 50$	$\cos \varphi$ im Netz $0,8$ .

Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine und die vom Magnetfeld erzeugte Spannung.

Der Spannungsverlust im Ankerwiderstand  $R$  ist in Phase mit dem Strom. Er ergibt sich zu  $I \cdot R = 50 \cdot 1 = 50$  und der induktive Spannungsverlust, der dem Strom um  $90^\circ$  voraufeilt, zu  $I \cdot L \omega = 50 \cdot 0,04 \cdot 2\pi \cdot 50 = 628$ . Der gesamte Spannungsverlust  $OF$  (Bild 248) ist die Summe aus  $I \cdot R$  und  $I \cdot L \omega$ , also

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630.$$

positive Richtung der senkrechten Achse gelegt ist. Die Summe der Teilspannungen  $E_1$  und  $E_2$  ist die Gesamtspannung  $E$ . Die Teilspannungen sind im allgemeinen in der Phase gegeneinander verschoben, während die Stromstärke in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe Phase

Dieser große Spannungsverlust ist fast ganz durch Selbstinduktion verursacht, die sich also als recht nachteilig erweist.

Die äußere Wirkspannung wird nach Bild 248 gleich  $E \cdot \cos \varphi$ , also  $2000 \cdot 0,8 = 1600$  Volt, während der äußere induktive Spannungsverbrauch gleich  $E \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200$  Volt wird. Die Summe der Wirkspannungen ist dann  $I \cdot R + E \cos \varphi = 50 + 1600$  und die Summe der Blindspannungen  $I \cdot L\omega + E \sin \varphi = 628 + 1200 = 1828$ . Die vom Magnetfeld zu erzeugende Spannung ist dann

$$E_0 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Sie eilt dem Strome um den Winkel  $\psi$  voraus, so daß  $\cos \psi = 1650/2460 = 0,67$  wird.

Bei ungesättigtem Eisen ist die vom Magnetfeld erzeugte Spannung gleich der Klemmenspannung bei Leerlauf. Der Unterschied zwischen den Spannungen bei Leerlauf und dem gegebenen Betriebszustand ist also  $2460 - 2000 = 460$  Volt, während der Spannungsverlust bei Betrieb  $OF = 630$  Volt ist. Dieser scheinbare Widerspruch erklärt sich daraus, daß man den Spannungsverlust  $OF$  geometrisch von der Gesamtspannung  $E_0$  abziehen muß, um die Klemmenspannung  $E$  bei Betrieb zu erhalten.

In Gleichung (3) tritt statt des Widerstandes  $R$  die Größe  $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  auf. Die Größe  $L\omega$ , die wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, bezeichnen wir als den induktiven Widerstand. Wir haben um so mehr das Recht, sie als einen Widerstand anzusehen, als sie wie der Widerstand  $R$  die Dimension  $L \cdot T^{-1}$  hat. Nun wird  $L$  in Henry gemessen, und ein Henry ist ebenso wie ein Ohm gleich  $10^9$  absolute Einheiten. Demnach ist  $L\omega$  unmittelbar der induktive Widerstand in Ohm. Der Widerstand  $R$  heißt im Gegensatz dazu der Wirkwiderstand. Man nennt dann  $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  den Scheinwiderstand. Wir wollen für diesen die Bezeichnung  $z$  gebrauchen.

Teilen wir alle Seiten des Spannungsdreiecks in Bild 245 durch den Strom  $I$ , so erhalten wir in Bild 249 ein rechtwinkliges Widerstandsdreieck, in welchem der Scheinwiderstand die Summe aus dem Wirkwiderstand und induktiven Widerstand ist. Zugleich ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$ , um den die Spannung gegen den Strom

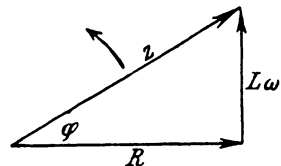


Bild 249.  
Flemingsches Widerstandsbild.

vorausseilt, gleich dem Winkel, um den der Scheinwiderstand im Sinne der Drehrichtung des Strahles der Spannung gegen den Wirkwiderstand vorausseilt (Flemingsches Widerstandsbild). Es ist also:

$$z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \quad (7) \quad \cos \varphi = R/z \quad (8) \quad \sin \varphi = \frac{L\omega}{z} \quad (9)$$

Wir können nun den Scheinwiderstand, ebenso wie die Strahlen der Stromstärke und Spannung, als eine gerichtete Größe ansehen,

deren »Phasenwinkel«  $\varphi$  aber jetzt unveränderlich ist. Legen wir den Wirkwiderstand in die wagerechte Achse, so können wir die rechtwinklige Aneinanderreihung des induktiven und Ohmschen Widerstandes wieder durch symbolische Schreibweise ausdrücken. Der Scheinwiderstand  $\mathfrak{z}$  wird dann

$$\mathfrak{z} = R + j \cdot L\omega. \tag{10}$$

Wir verbinden also mit  $\mathfrak{z}$  die Vorstellung eines Betrages  $z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  und eines »Widerstandswinkels«  $\varphi$ , dessen Tangente gleich  $L\omega/R$  ist. In dieser Vorstellung und der kurzen Bezeichnung  $\mathfrak{z}$ , die wie jede andere Buchstabenbezeichnung in die Rechnungen eingeführt wird, liegt die Bedeutung der symbolischen Schreibweise.

Wir vervielfachen nun den in symbolischer Form gegebenen Strom  $\mathfrak{I}$  mit  $\mathfrak{z} = R + jL\omega$ . Wir erhalten dadurch zunächst  $\mathfrak{I} \cdot R$ , d. h. eine Größe, deren Betrag gleich  $I \cdot R$  ist, und die mit dem Strom  $\mathfrak{I}$

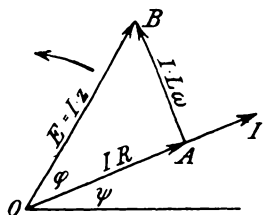


Bild 250.  $\mathfrak{E} = \mathfrak{I} \cdot \mathfrak{z}$ .

dieselbe Phase hat. Das zweite Glied wird  $j\mathfrak{I} \cdot L\omega$ , d. h. eine Größe vom Betrag  $I \cdot L\omega$ , die gegen den Strom  $\mathfrak{I}$  um  $90^\circ$  vorwärts gedreht ist (Bild 250). Die Summe aus beiden Gliedern ist dann nach Bild 250 gleich  $OA + AB = I\sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = I \cdot z$ , d. h. die Spannung  $E$ . Da die Summe um den Winkel  $\arctg L\omega/R$  gegen den Strom voreilt, so stellt sie die Spannung  $E$  nicht nur nach dem

Betrag, sondern auch nach ihrer Phase dar, so daß wir sie mit  $\mathfrak{E}$  bezeichnen können. Wir erhalten also das Ohmsche Gesetz in symbolischer Form:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{I} \cdot \mathfrak{z}. \tag{11}$$

Die obige Ableitung ist nur ein besonderer Fall der allgemeinen Regel, daß man bei der symbolischen Rechnung durch Vervielfachung gerichteter Größen eine Größe erhält, deren Betrag gleich dem Produkt der Beträge und deren Phase gleich der Summe der Phasenwinkel ist. Die Einfachheit der Rechnung mit gerichteten Größen tritt dabei deutlich zutage. Diese Art der Rechnung erweist sich bei theoretischen Untersuchungen und

Ableitungen als äußerst wertvoll. Man hat sie mit Recht mit der Kurzschrift verglichen. Leider teilt sie mit dieser den Nachteil, daß sie selbst für den, der sie beherrscht, häufig etwas fremdartig bleibt.

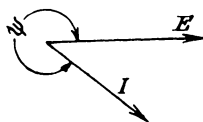


Bild 251. Strom mit dem Phasenwinkel  $\psi$ .

Wir wollen als Beispiel die Aufgabe auf S. 239 durch symbolische Rechnung lösen, obwohl sie in einem solchen einfachen Falle keinen Vorteil bieten kann. Es war  $E = 118$ ,  $R = 10$  und  $L\omega = 6,28$ . Gesucht wird der Strom nach Stärke und Phase. Wir legen den Strahl der Klemmenspannung  $E$

in Bild 251 willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse und haben dann die Spannung als reelle Zahl, also mit  $E = 118$  in die Rechnung einzuführen. Wir erhalten dann den Strom zu  $\mathfrak{S} = E/\delta = 118/(10 + j 6,28)$ . Wir machen den Nenner reell, indem wir mit  $10 - j 6,28$  erweitern. Dabei haben wir  $j = \sqrt{-1}$ , also  $j^2 = -1$  zu setzen. Dadurch wird

$$\mathfrak{S} = \frac{118}{10 + j \cdot 6,28} \cdot \frac{10 - j \cdot 6,28}{10 - j \cdot 6,28} = \frac{118}{10^2 + 6,28^2} \cdot (10 - j 6,28)$$

oder  $\mathfrak{S} = 8,5 - j 5,31$ .

Wir erhalten dann den Effektivwert und die Phase des Stromes zu

$$I = \sqrt{8,5^2 + 5,31^2} = 10 \quad \text{tg } \psi = -5,31/8,5 = -0,628.$$

Absichtlich haben wir den Phasenwinkel mit  $\psi$  und nicht mit  $\varphi$  bezeichnet, denn die Rechnung gibt zunächst nur die Verschiebung gegen die positive Richtung der wagerechten Achse an.  $\psi$  liegt im vierten Quadranten, wie dies der Nacheilung des Stromes gegenüber der Spannung entspricht.

#### 74. Widerstand und Kapazität in Reihe.

Ein Widerstand  $R$  sei mit einem Kondensator von der Kapazität  $C$  in Reihe geschaltet. Der Effektivwert der Gesamtspannung sei  $E$ , der Zeitwert sei  $e$ . Dann ist nach Gleichung (34) auf S. 235

$$e = i \cdot R + \frac{1}{C} \int i \cdot dt. \quad (12)$$

Die Gesamtspannung besteht bei sinusförmigem Strom aus einer Teilspannung von dem Effektivwert  $I \cdot R$ , die mit dem Strom in Phase ist, und nach Seite 235 aus einer Teilspannung  $I/C\omega$ , die gegen den Strom um  $90^\circ$  nacheilt. Die Spannung  $I/C\omega$  ist dann ebenfalls eine Blindspannung, die im Unterschied von der induktiven Spannung als kapazitive Spannung bezeichnet wird. Die Zusammensetzung der Sinuskurven für die Wirkspannung und kapazitive Spannung

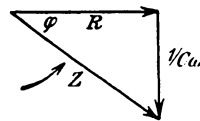
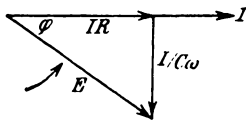


Bild 252. Widerstand und Kapazität in Reihe.

Bild 253. Widerstand und Kapazität in Reihe.

können wir in ähnlicher Weise vornehmen wie in Bild 244. Schneller erhalten wir durch Zeichnung der Strahlen in Bild 252:

$$E = I \cdot \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}} \quad (13)$$

$$\text{tg } \varphi = -\frac{1/C\omega}{R} \quad (14)$$

Das negative Vorzeichen im Zähler des Ausdrucks für  $\operatorname{tg} \varphi$  rührt daher, daß der Winkel  $\varphi$  im vierten Quadranten liegt, wenn nach Bild 252  $I \cdot R$  in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegt wird.

Wenn wir dann wieder alle Strahlen in Bild 252 durch den Strom  $I$  teilen, so erhalten wir in Bild 253 ein rechtwinkliges Widerstands-dreieck, in welchem  $z = E/I$  der Scheinwiderstand,  $R$  der Wirkwiderstand und  $1/C\omega$  der sog. kapazitive Widerstand ist. Dabei ist

$$z = \sqrt{R^2 + 1/C^2 \omega^2}, \quad (15)$$

während sich  $\operatorname{tg} \varphi$  wie oben ergibt. Wollen wir, statt zu zeichnen, symbolisch rechnen, so haben wir nach Bild 253  $1/C\omega$  um  $90^\circ$  gegen  $R$  zurückbleibend einzuführen, also nach S. 228 mit  $-j$  zu vervielfachen. Dadurch wird

$$z = R - j \cdot \frac{1}{C\omega}. \quad (16)$$

Man kann also den kapazitiven Widerstand als einen negativen induktiven Widerstand auffassen.

### 75. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Sind Wirkwiderstand, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe geschaltet, so ergibt sich nach Gleichung (2) und Gleichung (12) auf S. 238 und 243 die Gesamtspannung zu

$$e = iR + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (17)$$

Bei sinusförmigem Strom hat  $I \cdot R$  die Phase des Stromes, die Spannung  $I \cdot L\omega$ , die zur Überwindung der Selbstinduktion dient, eilt dem Strom um  $90^\circ$  vor, und die Spannung  $I/C\omega$  an der Kapazität bleibt hinter dem Strom um  $90^\circ$  zurück. Die Summe aus allen drei Spannungen ist dann die Gesamtspannung  $E$ . (Vgl. Bild 254.)

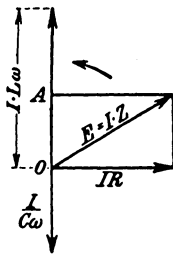


Bild 254. Wirkspannung, induktive und kapazitive Spannung in Reihe.

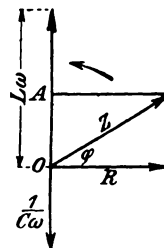


Bild 255. Wirkwiderstand, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe.

Ist  $OA = I \cdot L\omega - I/C\omega$ , so ist die Summe aus  $OA$  und  $I \cdot R$  die Gesamtspannung nach Größe und Phase. Demnach ist  $E^2 = (I \cdot R)^2 + OA^2$  oder

$$E = I \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (18) \quad \text{und} \quad \text{tg } \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}. \quad (19)$$

Gleichung (18) heißt das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Teilen wir nun, wie früher, alle Strahlen durch den Strom  $I$ , so erhalten wir das Widerstandsbild in Bild 257. In diesem sind der Wirkwiderstand  $R$  und der Blindwiderstand  $L\omega - 1/C\omega$  die Teilwiderstände und  $z = E/I$  der Scheinwiderstand. Wir bezeichnen nun den Blindwiderstand mit  $x$ . Dann ist

$$x = L\omega - \frac{1}{C\omega}. \quad (20)$$

Dabei ist

$$z = \sqrt{R^2 + x^2} \quad (21)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{z} \quad (22) \quad \sin \varphi = \frac{x}{z}. \quad (23)$$

Berücksichtigen wir, daß die Vervielfachung mit  $+j$  einen Strahl  $\mathfrak{S}$  um  $90^\circ$  vorwärts, die mit  $-j$  um  $90^\circ$  rückwärts dreht, so nimmt das Ohmsche Gesetz in der symbolischen Schreibweise die Form an:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{S} \cdot R + j\mathfrak{S} \cdot x = \mathfrak{S} \cdot \mathfrak{z}. \quad (24)$$

Dabei ist der Scheinwiderstand  $\mathfrak{z}$  in symbolischer Form

$$\mathfrak{z} = R + j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) = R + j \cdot x. \quad (25)$$

Es ist bedeutungsvoll, daß  $\omega$  in der Klammergröße der Gleichung (18) im Zähler und im Nenner steht. Es muß also eine Frequenz geben, für welche die Größe innerhalb der Klammer gleich Null wird. Wir erhalten sie aus der Gleichung:  $L\omega - 1/C\omega = 0$ , oder wenn wir für  $\omega$  auflösen und die Frequenz  $f$  einführen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}, \quad (26) \quad \text{d. h. } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{C \cdot L}}. \quad (27)$$

Für diese Frequenz wird die Klammergröße im Ausdruck für  $z$  gleich Null, und wir erhalten  $I = E/R$ . Die Stromstärke ist dann also ebenso groß, wie wenn wir ohne Selbstinduktion und Kapazität allein den Widerstand  $R$  an die Spannung  $E$  legen.

Die von einer Maschine erzeugte Spannung sei z. B.  $E = 10000$  Volt, ihre Induktivität  $L = 0,4$  Henry, die Kapazität eines Kabels  $C = 2,5 \cdot 10^{-6}$  Farad, und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung 5 Ohm. Die Induktivität des Kabels werde vernachlässigt. Die Frequenz  $f$  sei zunächst gleich 50.

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann die Hälfte des ganzen

Widerstandes, nämlich 2,5 Ohm einzusetzen. Der gesamte Blindwiderstand ergibt sich bei der Frequenz  $f = 50$  zu

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0,4 \cdot 6,28 \cdot 50 - \frac{10^{-6}}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28} = 126 - 1275 = -1149.$$

Die Stromstärke wird dann nach Gleichung (18)

$$I = \frac{10000}{\sqrt{2,5^2 + (-1149)^2}} = 8,7 \text{ Ampere.}$$

Dies ist die Stromstärke, die in unserem Falle in das offene Kabel fließt. Die Phasenverschiebung ist dabei fast  $-90^\circ$ ,  $\cos \varphi$  fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Frequenz die Stromstärke bei den obigen Werten der Spannung, der Induktivität und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht. Diese gefährliche Frequenz ergibt sich aus der Gleichung für  $f$  zu:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Frequenz wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und wir erhalten, obgleich das Kabel offen ist, eine Stromstärke:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und Selbstinduktion jede den außerordentlichen Wert:

$$\frac{I}{C\omega} = L\omega \cdot I = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt!!}$$

Natürlich hält das Kabel die hohe Stromstärke und Spannung nicht aus. Man nennt den bei der gefährlichen Frequenz eintretenden Zustand, bei welchem die Netzfrequenz  $f$  mit der sog. Eigenfrequenz  $1/2\pi\sqrt{LC}$  des Stromkreises übereinstimmt, die Resonanz. Die dabei auftretenden Vorgänge erklären sich daraus, daß in jedem Augenblick die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung ausreicht, um die hohe Kapazitätsspannung zu liefern, und umgekehrt, so daß die Klemmenspannung der Maschine nur dazu dient, den Schwingungskreis anzuregen. Das Bemerkenswerte ist dabei, daß trotz des offenen Kabels eine so außerordentlich große Stromstärke auftritt und trotz betriebsmäßig erregter Maschine die Spannung einen so hohen Wert annimmt. Dabei ist aber zu beachten, daß die Induktivität  $L = 0,4$  verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist  $L$  kleiner, wie das bei Maschinen für große Leistungen der Fall ist, so liegt die gefährliche Frequenz weit höher als bei 160.

Aber auch in unserm Falle liegt die Frequenz 160 so weit über der gewöhnlichen Frequenz 50, daß bei sinusförmiger Spannung gar keine Annäherung an die Resonanz besteht. Es kann aber vorkommen, daß die Spannungskurve nicht sinusförmig ist, daß also nach S. 214 neben der Grundwelle noch Oberwellen höherer Frequenz bestehen. Bei einer Netzfrequenz  $f = 50$  würde z. B. die Oberwelle dritter Ordnung die Frequenz 150 besitzen. Dieser Wert liegt so nahe bei 160, daß der Zustand sich der Resonanz nähert und der Strom der dritten Oberwelle sehr groß wird. Er ergibt sich, wenn in Gl. (18) statt der Kreisfrequenz  $\omega$  der Grundwelle der Wert  $3\omega$  und für  $E$  die Spannung der dritten Oberwelle eingeführt wird.

### 76. Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung.

Sind Spannung und Stromstärke um den Winkel  $\varphi$  verschoben, so ist nach S. 221 die mittlere Leistung

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (28)$$

Wir können uns dies so erklären, daß von der Spannung  $E$  zur Berechnung der Leistung nur die Teilspannung  $E \cos \varphi$  in Betracht kommt, die gleiche Phase mit dem Strome hat. Setzen wir  $E \cdot \cos \varphi$  gleich  $I \cdot R$ , so erhalten wir für die Leistung des Wechselstromes den Ausdruck  $I^2 \cdot R$ , der also für Gleichstrom und Wechselstrom in gleicher Weise gilt. Man bezeichnet die Größe  $E \cdot I \cdot \cos \varphi$  auch als die Wirkleistung, im Gegensatz zur scheinbaren Leistung  $E \cdot I$ , und zur Blindleistung  $E \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot x$ .

In dem Beispiel auf Seite 242 war z. B. die Klemmenspannung der Maschine gleich 2000 Volt, die Stromstärke gleich 50 Amp. und der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  im äußeren Stromkreise gleich 0,8, d. h.  $\sin \varphi$  war 0,6. Wir erhalten also eine scheinbare Leistung von  $2000 \cdot 50 = 100000$  Watt, eine Wirkleistung von  $2000 \cdot 50 \cdot 0,8 = 80000$  Watt und eine Blindleistung von  $2000 \cdot 50 \cdot 0,6 = 60000$  Watt.

Daß die wirkliche Leistung eines Stromerzeugers kleiner ist als die scheinbare, bedingt keinen unmittelbaren Verlust, denn die auf den Stromerzeuger übertragene Leistung verringert sich ebenfalls mit der Wirkleistung. Dennoch ist die Phasenverschiebung nachteilig, da die wirkliche Leistung bei dem gegebenen Strome nur durch eine unverhältnismäßig große Spannung erreicht wird, die neben der Wirkspannung auch noch einen induktiven Spannungsverbrauch zu liefern hat. Die Maschine muß also für die ganze Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und  $I \cos \varphi$  in der Gleichung  $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi$  zusammenfassen. Aus Bild 256 ergibt sich, daß das Produkt  $I \cdot \cos \varphi$  der Teilstrom ist, der mit der Spannung gleiche Phase hat. Wenn wir diesen mit der Spannung vervielfachen, erhalten wir die Leistung. Man nennt diesen



Teilstrom den Wirkstrom und den dazu senkrechten Teilstrom  $I \cdot \sin \varphi$  den Blindstrom. Diese Zerlegung des Stromes in Teilströme ist in Wirklichkeit der Ersatz des ganzen Stromkreises durch zwei nebeneinander geschaltete Zweige, von denen der eine nur Widerstand besitzt und den Wirkstrom führt, während der andere nur Blindwiderstand enthält und den Blindstrom führt.

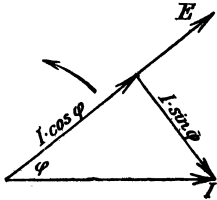


Bild 256. Wirkstrom und Blindstrom.

Während wir nun oben den Einfluß der Phasenverschiebung darin sahen, daß bei gegebener Leistung und Stromstärke die Spannung unverhältnismäßig groß ist, werden wir jetzt sagen, daß bei gegebener Leistung und Spannung die Stromstärke unverhältnismäßig groß sein muß. Zur Berechnung der Leistung kommt nur der eine Teilstrom in Frage. Die vermehrte Stromstärke erfordert in den Stromerzeugern, Leitungen und Motoren einen größeren Kupferquerschnitt, oder bei gegebenem Kupferquerschnitt wird der Verlust durch Stromwärme unnötig groß. Man sucht daher die Phasenverschiebung zu verringern indem man die Selbstinduktion der Stromerzeuger, Motoren und sonstigen Verbrauchskörper möglichst klein macht.

Wie man sieht, müssen die Maschinen bei Wechselstrom für die Scheinleistungen, d. h. für Spannung und Stromstärke, und nicht für die wirkliche Leistung bemessen sein. Ihre Leistung wird daher nicht in Kilowatt, sondern in Kilovoltampere ( $kVA$ ) angegeben.

Besonders deutlich wird der Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen ver-

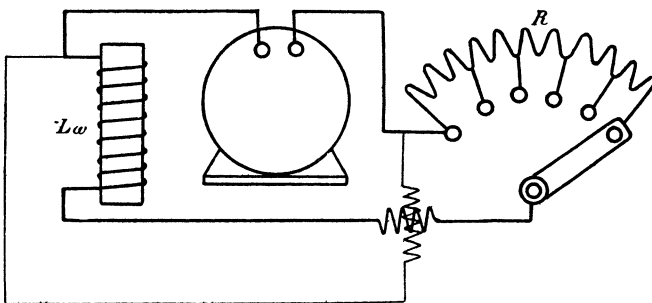


Bild 257. Gleichbleibende Induktivität und veränderlicher Widerstand in Reihe.

änderlichen Widerstand hintereinander an eine gleichbleibende Klemmenspannung legt (Bild 257). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch einen Leistungszeiger gemessen. Steht der Hebel des Widerstandes rechts, und ist infolgedessen der Widerstand groß, so ist die Stromstärke und damit die Leistung gering. Dreht man dann den

Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke und, wie man erwartet, auch die Leistung. Schließlich aber wird ein Punkt erreicht, wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter wächst, wo aber der Ausschlag des Leistungszeigers wieder heruntergeht. Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu, aber der Ausschlag des Leistungszeigers geht fast auf Null zurück.

Dies erklärt sich daraus, daß bei sehr kleinem Widerstand die Selbstinduktion eine starke Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung verursacht, so daß  $E \cdot I \cdot \cos \varphi$  sehr gering wird.

Wir können das auch aus dem Flächeninhalt des Dreiecks in Bild 245 folgern. Dieser wird bei gleichbleibender Spannung  $E$  am größten, wenn die beiden Teilspannungen gleich groß sind, d. h. wenn  $R$  gleich  $L\omega$  wird. Nun ist die Fläche gleich  $\frac{1}{2}I \cdot R \cdot L\omega I$ , also bei gleichbleibender Induktivität proportional der Leistung  $I^2 R$ . Diese wird also ebenfalls am größten für  $R$  gleich  $L\omega$ , d. h. bei einer Phasenverschiebung von  $45^\circ$ .

## Vierzehnter Teil.

### 77. Wechselstromwiderstände in Nebenschaltung.

Wenn die Spannung  $E$  gegen den Strom  $I$  um den Winkel  $\varphi$  verschoben ist, können wir den Strom nach Bild 256 in einen mit der Spannung phasengleichen Wirkstrom  $I_w$  und einen dazu senkrechten Blindstrom  $I_b$  zerlegen. Wie erwähnt ist die Zerlegung in Wirkstrom und Blindstrom der Ersatz des einen Stromzweiges durch zwei nebeneinander liegende Zweige, von denen der eine nur Wirkwiderstand und der andere nur Blindwiderstand besitzt. Dabei ist

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad (1) \qquad I_b = I \cdot \sin \varphi \quad (2)$$

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2} \quad (3) \qquad \operatorname{tg} \varphi = I_b / I_w. \quad (4)$$

Wenn die Spannung vor dem Strom voraufeilt, sind  $\varphi$  und  $I_b$  positiv, wenn sie nacheilt, negativ. Ein positiver Blindstrom bleibt nach Bild 256 um  $90^\circ$  hinter der Spannung zurück, ein negativer eilt um  $90^\circ$  vor.

Sind nun mehrere Zweige nebeneinander geschaltet, so haben sie alle dieselbe Spannung. Wir können dann für jeden Zweig die Größe des Stromes und seine Phase gegenüber der Spannung berechnen und jeden Strom in einen Wirkstrom und einen Blindstrom zerlegen. Wenn wir dann die Summe der Wirkströme und die Summe der Blindströme rechtwinklig zusammenfügen, so erhalten wir den Gesamtstrom. Sein Betrag und seine Phase sind dann nach Bild 258 gegeben durch

$$I = \sqrt{(\sum I_w)^2 + (\sum I_b)^2} \quad (5) \qquad \operatorname{tg} \varphi = \sum I_b / \sum I_w. \quad (6)$$

An einer Spannung  $E = 300$  Volt mögen z. B. die in Bild 259 gegebenen Zweige liegen, deren Widerstände in den ersten Reihen der

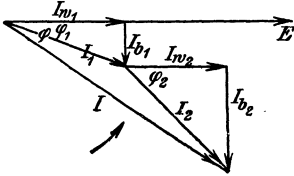


Bild 258. Gesamtstrom  $I$  der Verzweigung.

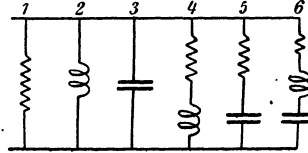


Bild 259. Wechselstromzweige nebeneinander.

folgenden Zahlentafel angegeben sind. Wir berechnen dann nacheinander für jeden Zweig

$$z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad I = \frac{E}{z}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{z} \quad \sin \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{z}$$

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad I_b = I \cdot \sin \varphi$$

Der Gesamtstrom  $I$  nach Größe und Phase ergibt sich dann nach Gleichung (5) und (6).

Zweig	$R$	$L\omega$	$1/C\omega$	$z$	$I$	$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	$I_w$	$I_b$
1	6	—	—	6	50	1	0	50	0
2	—	15	—	15	20	0	1	0	20
3	—	—	30	30	10	0	-1	0	-10
4	4	3	—	5	60	0,8	0,6	48	36
5	6	—	8	10	30	0,6	-0,8	18	-24
6	4	8	11	5	60	0,8	-0,6	48	-36
								164	-14.

Dann erhalten wir den Gesamtstrom nach Größe und Phase aus den Gleichungen

$$I = \sqrt{164^2 + (-14)^2} = 164,5 \quad \text{tg } \varphi = \frac{-14}{164} = -0,0855.$$

Die Phasenverschiebung ist negativ, d. h. der Strom eilt der Spannung vor.

Wir können unsere Aufgabe auch auf symbolischem Wege lösen, indem wir für jeden Zweig  $z = R + j(L\omega - 1/C\omega)$  und daraus  $\mathfrak{S} = \mathfrak{E}/z$  berechnen, die Nenner reell machen und die Ströme zusammenzählen. Wenn wir den Strahl der Spannung willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse legen, haben wir für  $\mathfrak{E}$  den reellen Wert  $E = 300$  einzuführen. Wir erhalten dann:

Zweig	$\mathfrak{z}$	$\mathfrak{Y} = \mathfrak{G}/\mathfrak{z}$
1	6	50
2	$j15$	$-j20$
3	$-j30$	$+j10$
4	$4 + j3$	$48 - j36$
5	$6 - j8$	$18 + j24$
6	$4 - j3$	$48 + j36$
		$\Sigma \mathfrak{Y} = 164 + j14$

Wir haben nun zu beachten, daß unser Ausdruck für  $\Sigma \mathfrak{Y}$  an sich mit Wirkstrom und Blindstrom nichts zu tun hat, sondern nur die Teilströme, bezogen auf die wagerechte und senkrechte Achse angibt. Beide sind in unserem Falle positiv, d. h. der Strahl des Gesamtstromes liegt im ersten Quadranten und eilt dem in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegten Strahl der Spannung vor. Wir haben zwar einen positiven Phasenwinkel  $\psi$  des Strahles  $\mathfrak{Y}$ , aber eine negative Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Anstatt des Wirkstromes und des Blindstromes kann man bei Nebeneinanderschaltung auch mit dem Wirkleitwert und dem Blindleitwert arbeiten. Ist  $x = L\omega - 1/C\omega$  der Blindwiderstand, so ist der Scheinwiderstand eines Zweiges  $\mathfrak{z} = R + jx$ . Der Scheinleitwert, den wir mit  $\eta$  bezeichnen, ist der umgekehrte Wert, also

$$\eta = \frac{1}{\mathfrak{z}} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2}. \quad (7)$$

Wir nennen nun  $R/(R^2 + x^2)$  den Wirkleitwert und bezeichnen ihn mit  $g$ . Ebenso nennen wir  $x/(R^2 + x^2)$  den Blindleitwert und bezeichnen ihn mit  $b$ . Demnach ist

$$g = \frac{R}{R^2 + x^2} \quad (8) \quad b = \frac{x}{R^2 + x^2} \quad (9) \quad \eta = g - jb. \quad (10)$$

Wir können dann für jeden Zweig den Wirk- und Blindleitwert berechnen und alle entsprechenden Werte zusammenzählen. Daraus erhalten wir den Gesamtleitwert in symbolischer Form und damit die reellen Größen, d. h.

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} \quad (11) \quad I = E \cdot y \quad (12) \quad \text{und } \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}. \quad (13)$$

In Wirklichkeit ist diese Art der Rechnung nichts anderes als die mit Wirk- und Blindstrom, da der Leitwert gleich dem Strom bei der Spannung Eins ist.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die beiden Zweige in Bild 260 so abzustimmen, daß die Phasenverschiebung zwischen Gesamtstrom und Spannung gleich Null wird. In diesem Falle muß die Summe der Blindströme, d. h.  $I_1 \cdot \sin \varphi_1 + I_2 \cdot \sin \varphi_2$  gleich Null werden. Nun ist

$$I_1 = \frac{E}{z_1} \qquad I_2 = \frac{E}{z_2}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{L\omega}{z_1} \qquad \sin \varphi_2 = \frac{-1/C\omega}{z_2}.$$

Demnach lautet unsere Bedingung, wenn  $z_1 = \sqrt{R_1^2 + L_1^2\omega^2}$  und  $z_2 = \sqrt{R_2^2 + 1/C^2\omega^2}$  gesetzt wird:

$$\frac{L\omega}{R_1^2 + L^2\omega^2} = \frac{1/C\omega}{R_2^2 + 1/C^2\omega^2}. \quad (14)$$

Dies bedeutet nichts anderes, als daß die nach Gleichung (9) berechnete Summe der Blindleitwerte Null ist. Der Blindstrom des einen Zweiges wird dann vom Blindstrom des andern Zweiges geliefert und umgekehrt, und in der Zuleitung fließt nur Wirkstrom. Man könnte daher an sich die Selbstinduktion von Verbrauchskörpern, z. B. von Drehstrommotoren, für die Zuleitung und die Stromerzeuger dadurch unschädlich machen, daß man im Nebenschluß zu den Verbrauchskörpern Kondensatoren einschaltete. Diese lassen sich aber nicht genügend haltbar herstellen. Wir werden jedoch später sehen, daß ein übererregter Synchronmotor wie ein Kondensator wirkt, indem er einen der Spannung voreilenden Strom aufnimmt. Falls also in der Anlage Synchronmotoren laufen, wird man diese übererregen. In besonderen Fällen werden auch übererregte leerlaufende Synchronmotoren an der Verbrauchsstelle als »Phasenregler« aufgestellt.

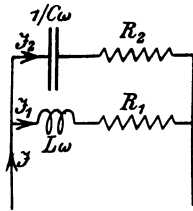


Bild 260. Wechselstromzweige nebeneinander.

Wenn  $R_1$  und  $R_2$  in Bild 260 gleich Null sind, ist der Wirkstrom in jedem Zweig und daher auch in der Zuleitung gleich Null. Dann nimmt Gleichung (14) die Form an

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}. \quad (15)$$

Unter dieser Bedingung ist dann nicht nur der Blindstrom, sondern der Gesamtstrom in der Zuleitung gleich Null, während in der Verzweigung ein Strom fließt. Dieser Fall der »Stromresonanz« ist natürlich immer nur angenähert zu verwirklichen.

Wir hätten unsere Aufgabe auch auf symbolischen Wege rechnen können, indem wir den gesamten Scheinwiderstand  $\mathfrak{z}$  der Verzweigung, wie bei Gleichstrom (!) entsprechend Gleichung (11) auf S. 13 berechnen. Dieser wird

$$\mathfrak{z} = \frac{\mathfrak{z}_1 \mathfrak{z}_2}{\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2}. \quad (16)$$

Wir haben dann  $\mathfrak{z}_1 = R_1 + jL\omega$  und  $\mathfrak{z}_2 = R_2 - j1/C\omega$  zu setzen und den Nenner in Gleichung (16) reell zu machen. Dann er-

halten wir im Zähler eine komplexe Größe, in welcher das imaginäre Glied gleich Null werden muß, damit die ganze Verzweigung nur wie ein Ohmscher Widerstand wirkt. Wir erhalten dadurch dieselbe Bedingung wie in Gleichung (14).

78. Die Ersatzschaltung.

Viele Wechselstromkreise, wie z. B. Leitungen, Transformatoren und Drehstrommotoren, lassen sich auf die sog. Ersatzschaltung in Bild 261 zurückführen. Bei einem Transformator bedeuten z. B.  $R_1$  und  $R_2$  die inneren Wirkwiderstände der beiden Wicklungen,  $x_1$  und  $x_2$  die beiden, durch Streuung verursachten inneren Blindwiderstände. Die angegebenen sekundären Widerstände stellen die nach Abschn. 90 auf das Windungsverhältnis 1 : 1 umgerechneten Werte dar. Der Blindwiderstand  $x$  ist gleich dem bei Leerlauf gemessenen induktiven Widerstand, abzüglich des Blindwiderstandes durch primäre Streuung. Er wird also durch den nutzbaren, beide Wicklungen durchsetzenden Fluß verursacht. Der Transformator sei durch einen induktionsfreien Widerstand  $R_n$  belastet. Gesucht wird der primäre Strom nach Größe und Phase bei gleichbleibender primärer Klemmenspannung  $E$  und Änderung der Belastung.

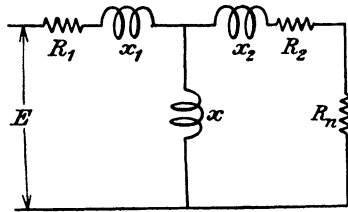


Bild 261. Ersatzschaltung.

Wir ermitteln zunächst umgekehrt bei Änderung der Belastung die primäre Spannung, die aufgedrückt werden muß, um einen gleichbleibenden primären Strom  $I_1$  zu erzeugen.

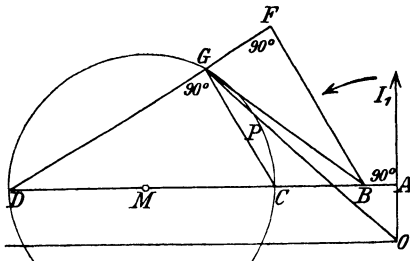


Bild 262. Spannungsbild der Ersatzschaltung für gleichbleibenden Strom, gleichzeitig Widerstands bild.

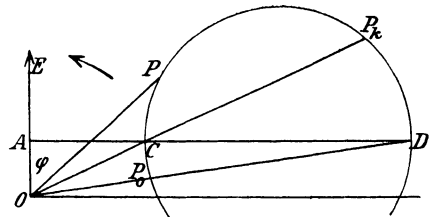


Bild 263. Strombild der Ersatzschaltung für gleichbleibende Spannung.

Wir legen in Bild 262 den Strahl des Stromes  $I_1$  willkürlich in die positive Richtung der senkrechten Achse. Dann fällt  $OA = I_1 R_1$  ebenfalls in diese Richtung, während  $AB = I_1 \cdot x_1$  um  $90^\circ$  voreilt. Ist dann  $BG$  die Spannung an der Verzweigung, so ist  $OG$  die gesuchte Gesamtspannung.

Der sekundäre Strom, der im Widerstand  $R_n$  fließt, sei  $I_2$ . Dann erhalten wir die Spannung  $BG$ , wenn wir den induktiven Widerstand  $x$  mit dem Strom in diesem Widerstand, d. h. mit dem Unterschied der Ströme  $I_1$  und  $I_2$  vervielfachen. Sie ist also gleich dem geometrischen Unterschied von  $I_1 \cdot x$  und  $I_2 \cdot x$ . Dabei eilt  $BD = I_1 \cdot x$  dem Strome  $I_1$  und  $GD = I_2 \cdot x$  dem Strome  $I_2$  um  $90^\circ$  vor. Der Strahl des Stromes  $I_2$  fällt also in die Richtung  $CG$ .

Nun liegt die Spannung  $BG$  auch am rechten Zweige, sie besteht also aus den Teilspannungen  $BF = I_2 \cdot (R_2 + R_n)$  in Phase mit dem Strome  $I_2$  und  $FG = I_2 \cdot x_2$ , um  $90^\circ$  gegen  $I_2$  voreilend.

Nun haben wir angenommen, daß der Effektivwert des Stromes  $I_1$  bei Änderungen des Widerstandes  $R_n$  durch Änderung der Gesamtspannung auf dem gleichen Betrag gehalten wird. Dann bleiben  $OA$ ,  $AB$  und  $BD$  ebenfalls gleich. Ferner ist das Verhältnis  $BC : CD = FG : GD = x_2 : x$ , also unveränderlich. Bei demselben effektiven Strom und fester Lage seines Strahles liegt also der Endpunkt des Strahles  $OG$  der Gesamtspannung auf einem Kreise mit dem Durchmesser  $CD$ , unabhängig von  $R_n$ .

Wir teilen nun alle Strahlen durch  $I_1$  oder zeichnen das Bild für  $I_1 = 1$ . Dann wird das Spannungsbild zum Widerstandsbild. Darin ist

$$OA = R_1, \quad AB = x_1, \quad BD = x.$$

$BG$  ist gleich dem Scheinwiderstand der Verzweigung, während  $OG$  gleich dem Scheinwiderstand der Gesamtschaltung ist und der Endpunkt  $G$  wieder auf dem Kreise liegt.

Den Betriebszustand mit  $R_n = \infty$ , wobei der rechte Zweig offen ist, bezeichnen wir als Leerlauf. Den Betriebszustand mit  $R_2 + R_n = 0$ , wobei die aus den Widerständen  $x$  und  $x_2$  bestehende Verzweigung nur induktiven Widerstand enthält, bezeichnen wir als ideellen Kurzschluß. In beiden Fällen bildet die Verzweigung einen induktiven Widerstand, der gegen den Wirkwiderstand  $OA$  um  $90^\circ$  voreilt. Er ist bei Leerlauf  $BD = x$  und bei Kurzschluß nach Gleichung (16) gleich  $BC = x_2 \cdot x / (x_2 + x)$ . Der gesamte Blindwiderstand der Ersatzschaltung ist also nach Bild 262

$$\text{bei Leerlauf: } x_0 = x_1 + x = AD \quad (17)$$

$$\text{bei ideellem Kurzschluß: } x_k = x_1 + \frac{x_2 \cdot x}{x_2 + x} = AC. \quad (18)$$

Mit Hilfe von  $R_1$ ,  $x_0$  und  $x_k$  läßt sich dann der Kreis über dem Durchmesser  $CD$  zeichnen.

Ein solches Widerstandsbild oder ein Spannungsbild bei gleichbleibendem Strom hat aber für uns noch wenig Wert. Was wir brauchen, ist ein Strombild, das uns gestattet, bei gleichbleibender Spannung für jeden Effektivwert des Stromes unmittelbar seine Phase abzulesen.

Der Übergang vom Spannungs- oder Widerstandsbild zum Strombild geschieht durch die Inversion. Sie besteht darin, daß man den reziproken Wert einer Größe, die durch einen Strahl dargestellt wird, ebenfalls durch einen Strahl darstellt. Sind z. B. bei einem Kreis  $OP_1$  und  $OP_2$  die Abschnitte einer Sekante und  $q$  die Tangente von  $O$  aus, so gilt die Gleichung:

$$\frac{1}{OP_1} = \frac{1}{q^2} \cdot OP_2.$$

$OP_2$  stellt uns also, abgesehen vom Maßstab, den reziproken Wert von  $OP_1$  dar.

Wir wenden nun dies Verfahren auf Bild 262 an. Ist  $r$  der Halbmesser des Kreises im Widerstandsbild, so ist das Quadrat der Tangente von  $O$  an den Kreis:

$$q^2 = \overline{OM}^2 - r^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AM}^2 - r^2 = OA^2 + (AM + r)(AM - r).$$

Dafür erhalten wir nach Bild 262 und Gleichung (17) und (18)

$$q^2 = R_1^2 + x_0 \cdot x_k. \quad (19)$$

In Bild 262 ist  $q^2 = OG \cdot OP$ , demnach wird für den Gesamtwiderstand  $OG$  der Strom bei gleichbleibender Spannung  $E$

$$I_1 = \frac{E}{OG} = \frac{E}{q^2} \cdot OP. \quad (20)$$

Nun ist in Bild 262 der Phasenwinkel  $\varphi$  des Gesamtwiderstandes gleich  $AOG$ . Dies ist derselbe Winkel, um den der Strom hinter der Spannung zurückbleibt. Wir legen also in Bild 263 den Strahl der gleichbleibenden Spannung in die positive Richtung der senkrechten Achse und lassen den Strahl  $OP$  um den Winkel  $\varphi$  zurückbleiben. Der Endpunkt  $P$  dieses Strahles beschreibt dann ebenso wie in Bild 262 einen Kreis, der das Spiegelbild des Kreises in Bild 262 ist. Der Strahl  $OP$  dieses Kreises gibt dann eine dem Strom  $I_1$  proportionale Größe nach Größe und Phase an.

Damit wir nicht jedesmal nach Gleichung (20) mit  $E/q^2$  zu vervielfachen brauchen, vervielfachen wir von vornherein alle Strecken, die zur Zeichnung des Kreises dienen, mit  $E/q^2$ , machen also unter Benutzung von Gleichung (19) genau wie in Bild 263:

$$OA = R_1 \cdot \frac{E}{q^2} \quad (21) \quad AC = x_k \cdot \frac{E}{q^2} \quad (22) \quad AD = x_0 \cdot \frac{E}{q^2} \quad (23)$$

Dann beschreibt der Endpunkt  $P$  des Strahles  $OP$  des Stromes  $I_1$  bei festgehaltenem Strahl der Klemmenspannung für die verschiedenen Betriebszustände einen Kreis über  $CD$ . In diesem Strombild ist dann der zu  $OD$  inverse Strahl  $OP_0$  der Leerstrom und der zu  $OC$  inverse Strahl  $OP_k$  der ideale Kurzschlußstrom.



Bild 263 ist das genaue Heylandsche Strombild für den induktionslos belasteten Transformator oder für den Drehstrommotor. Die Einfachheit der Gleichungen (21) bis (23), die mit Gl. (17) bis (19) den Kreis bestimmen, ist bemerkenswert.

Bild 263 stellte den besonderen Fall der Ersatzschaltung dar, in welchem der Wirkwiderstand im mittleren Zweig gleich Null war. Wir

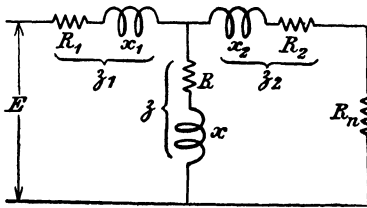


Bild 264. Ersatzschaltung.

behandeln jetzt den allgemeinen Fall, in welchem dieser Widerstand nach Bild 264 gleich  $R$  ist. Beim Transformator oder Drehstrommotor vertritt die Stromwärme in diesem Widerstand angenähert die Verluste bei der Umagnetisierung des Eisens.

Wir können nun wieder, wie im vorigen Abschnitt, durch Inversion zum Ziel kommen, geben jedoch der symbolischen Behandlung den Vorzug, da wir dadurch für die Untersuchung des Drehstrommotors im Prüffeld wertvolle Unterlagen erhalten. Zunächst werden die Wirk- und Blindwiderstände nach Bild 264 zu den Scheinwiderständen  $z_1$ ,  $z_2$  und  $z$  zusammengefaßt. Dann ergibt sich der gesamte Scheinwiderstand bei Speisung von der Primärseite unter Benutzung von Gleichung (16) auf S. 252

bei Leerlauf ( $R_n = \infty$ ): 
$$z_0 = z_1 + z, \tag{24}$$

bei Kurzschluß ( $R_n = 0$ ): 
$$z_k = z_1 + \frac{z_2 \cdot z}{z_2 + z}. \tag{25}$$

Ebenso wird der gesamte Scheinwiderstand bei Kurzschluß der primären Klemmen und Speisung von der Sekundärseite aus

$$z_{k_2} = z_2 + \frac{z_1 \cdot z}{z_1 + z}. \tag{26}$$

Es sei nun unter Voraussetzung einer gleichbleibenden primären Spannung  $\mathcal{E}$  und Speisung von der Primärseite

	der primäre Strom	der sekundäre Strom
bei Leerlauf	$\mathfrak{I}_0$	
bei Belastung	$\mathfrak{I}_1$	$\mathfrak{I}_2$
bei Kurzschluß	$\mathfrak{I}_k$	$\mathfrak{I}_{2k}$

Setzen wir die primären Spannungen bei Leerlauf und Betrieb einander gleich, so erhalten wir nach Bild 264

$$\mathcal{E} = \mathfrak{I}_0 \cdot z_0 = \mathfrak{I}_1 \cdot z_1 + (\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_2) \cdot z.$$

Daraus ergibt sich, wenn  $z_1 + z = z_0$  gesetzt wird, allgemein  $\mathfrak{I}_2$  und im besonderen  $\mathfrak{I}_{2k}$  zu

$$\mathfrak{I}_2 = (\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_0) \frac{z_0}{z} \tag{27}$$

$$\mathfrak{I}_{2k} = (\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_0) \frac{z_0}{z}. \tag{28}$$

Ebenso setzen wir die Spannung bei Kurzschluß und bei Betrieb einander gleich und erhalten

$$\mathcal{E} = \mathfrak{I}_k \cdot \mathfrak{z}_1 + \mathfrak{I}_{2k} \mathfrak{z}_2 = \mathfrak{I}_1 \mathfrak{z}_1 + \mathfrak{I}_2 \mathfrak{z}_2 + \mathfrak{I}_2 \cdot R_n.$$

Führen wir in diese Gleichung die berechneten Werte von  $\mathfrak{I}_2$  und  $\mathfrak{I}_{2k}$  aus Gleichung (27) und (28) ein, so erhalten wir unter Benutzung von Gleichung (26)

$$(\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_0) \cdot R_n = (\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1) \mathfrak{z}_{k_2}. \quad (29)$$

Nun ändert die Vervielfachung mit einem Wirkwiderstand die Phase eines Strahles nicht, während nach S. 242 die Vervielfachung mit  $\mathfrak{z}_{k_2}$  einen Strahl um den zugehörigen Phasenwinkel  $\varphi_{k_2}$  vorwärts dreht.  $\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_0$  eilt dann gegen  $\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1$  um den gleichbleibenden Winkel  $\angle P_k P A = \varphi_{k_2}$  vor. Der Endpunkt  $P$  des Strahles des primären Stromes liegt also nach Bild 265 auf einem Kreise, in welchem  $180^\circ - \varphi_{k_2}$  der stumpfe Peripheriewinkel über der Sehne  $P_0 P_k$  ist.

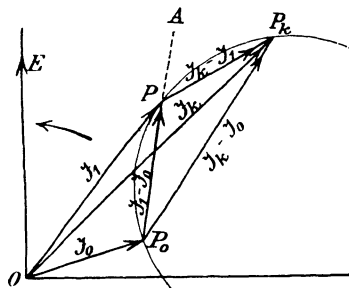


Bild 265. Strombild der Ersatzschaltung.

Bei Untersuchung eines Drehstrommotors ermittelt man zunächst den Leerstrom  $\mathfrak{I}_0$  und den Kurzschlußstrom  $\mathfrak{I}_k$  nach Größe und Phase. Durch Speisung von der sekundären Seite bei kurzgeschlossenen pri-

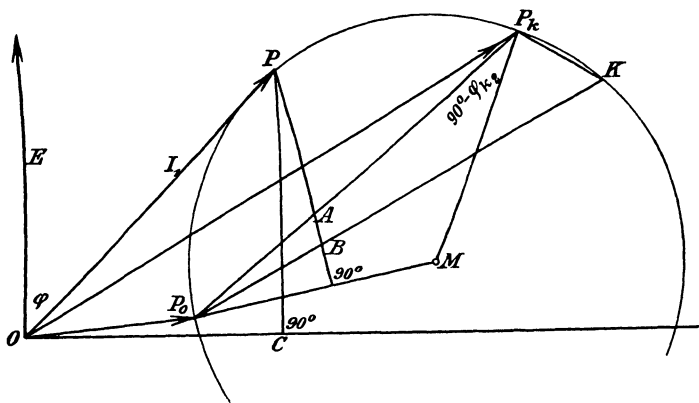


Bild 266. Strombild der Ersatzschaltung.

mären Klemmen und Messung der Spannung, Stromstärke und Leistung erhält man  $\varphi_{k_2}$  und trägt den Strahl  $P_k M$  unter dem Winkel  $90^\circ - \varphi_{k_2}$  an  $P_0 P_k$  an. Der Schnittpunkt dieses Strahles mit der Mittelsenkrechten auf  $P_0 P_k$  ist der Kreismittelpunkt  $M$ . Statt des Winkels  $\varphi_{k_2}$  kann ohne Fehler der bei Kurzschluß und Speisung von

der Primärseite gemessene Winkel  $\varphi_k$  treten. Bei Drehstrommotoren mit Kurzschlußläufer ist dies sogar notwendig.

Wir berechnen jetzt die sekundär abgegebene Leistung  $N_2$ . Wenn wir  $\mathfrak{Z}_2$  aus Gleichung (27) und  $R_n$  aus Gleichung (29) einführen, erhalten wir die abgegebene Leistung zu

$$\mathfrak{Z}_2^2 R_n = (\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_0) \cdot (\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_1) \frac{\mathfrak{z}_0^2 \cdot \mathfrak{z}_{k_2}}{\mathfrak{z}^2}.$$

Nun erhält man unter Benutzung von Gleichung (24) bis (26) nach einigen Umformungen

$$\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_0 = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{z}_k} - \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{z}_0} = \mathfrak{C} \cdot \frac{\mathfrak{z}^2}{\mathfrak{z}_0^2 \cdot \mathfrak{z}_{k_2}}.$$

Demnach wird

$$\mathfrak{Z}_2^2 R_n = \mathfrak{C} \cdot \frac{(\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_0)(\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_1)}{\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_0}.$$

Als eine Größe der doppelten Frequenz dürfen wir  $\mathfrak{Z}_2^2 R_n$  nicht in unser Strombild einführen. Dagegen können wir ihren Betrag, der gleich  $I_2^2 R_n$  ist, als die abgegebene Leistung  $N_2$  in Rechnung setzen. Diese wird also nach Bild 265

$$N_2 = E \cdot \frac{P_0 P \cdot P P_k}{P_0 P_k}.$$

Wir fällen nun vom Betriebspunkt  $P$  eine Senkrechte auf  $P_0 M$ , die den Strahl  $P_0 P_k$  in  $A$  schneidet. Dann ergibt sich wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke  $APP_0$  und  $PP_k P_0$ :

$$\frac{PA}{P_0 P} = \frac{PP_k}{P_0 P_k}.$$

Demnach ist die abgegebene Leistung, die bei Drehstrommotoren die Reibungsverluste mit einschließt:

$$N_2 = E \cdot PA. \quad (30)$$

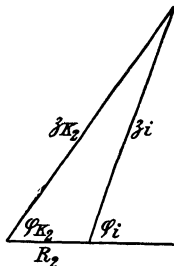


Bild 267.  
Scheinwiderstand bei primärem Kurzschluß und Speisung von der Sekundärseite.

Die auf den sekundären Teil übertragene Leistung, die nach Abschnitt 110 beim Drehstrommotor dem Drehmoment proportional ist, ist um die Verluste  $I_2^2 R_2$  größer. Um sie darzustellen, ermitteln wir den ideellen Kurzschlußpunkt  $K$ , der auftreten würde, wenn auch der innere Sekundärwiderstand  $R_2$  gleich Null wäre<sup>1)</sup>. In diesem Falle messen wir bei Speisung von der Sekundärseite und Kurzschluß der primären Klemmen einen Scheinwiderstand  $\mathfrak{z}_i$ , der nach Bild 267 um  $R_2$  kleiner ist als  $\mathfrak{z}_{k_2}$ . Gleichzeitig wird der stumpfe Winkel über der Sehne  $P_0 K$  der Supplementwinkel zu dem zum Scheinwiderstand  $\mathfrak{z}_i$  gehörigen Phasenwinkel  $\varphi_i$ .

<sup>1)</sup> Vgl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. II. Stuttgart 1909.

Andererseits ist der Winkel  $P_0 K P_k$  nach S. 257 gleich  $\varphi_{k_2}$ . Daraus folgt nach Bild 267:

$$K P_k : K P_0 = R_2 : Z_{k_2}. \quad (31)$$

Mit Hilfe des inneren sekundären Widerstandes  $R_2$  und des bei Kurzschluß der primären Klemmen von der sekundären Seite aus gemessenen Scheinwiderstandes  $Z_{k_2}$  läßt sich also  $K$  zeichnen.

Nun ist beim inneren Sekundärwiderstand gleich Null die abgegebene Leistung gleich der auf den sekundären Teil übertragenen Leistung. Sie ergibt sich also entsprechend Gleichung (30) zu

$$N_a = E \cdot P B. \quad (32)$$

Der Verlust im sekundären Teil, bezogen auf die dem sekundären Teil übertragene Leistung, d. h. nach Abschnitt 111 bei Drehstrommotoren die Schlüpfung, ist dann

$$\frac{I_2^2 \cdot R_2}{N_a} = \frac{A B}{P B}. \quad (33)$$

Ist endlich  $P C$  die Senkrechte des Kreises, so ist die dem primären Teil zugeführte Leistung

$$N_1 = E \cdot P C. \quad (34)$$

### 79. Verteilte Selbstinduktion und Kapazität.

Bisher wurde stets von uns angenommen, daß Selbstinduktion und Kapazität in besonderen Teilen des Stromkreises vorhanden waren. Wir gehen jetzt zu dem bei Leitungen und Kabeln vorliegenden Fall über, in welchem jeder Teil der Leitung sowohl Selbstinduktion als Kapazität besitzt. In diesem Falle ist nicht nur die Spannung

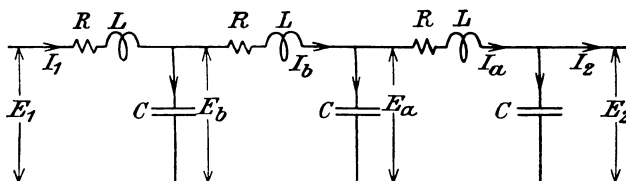


Bild 268. Ersatzschaltung einer Leitung.

zwischen Hin- und Rückleitung, sondern auch die Stromstärke je nach der Entfernung vom Anfang verschieden. Ihre genaue Ermittlung<sup>1)</sup> erfolgt am besten durch symbolische Rechnung, sie ist aber auch dann noch etwas unbequem. Wir wollen statt dessen ein Näherungsverfahren anwenden, das uns das Wesen der Sache viel deutlicher macht und durchaus befriedigende Ergebnisse erzielt. Das Kabel oder die Freileitung wird dabei in eine Anzahl Teile geteilt und dann durch die Ersatzschaltung in Bild 268 dargestellt. Je größer die

<sup>1)</sup> Siehe Rößler, Die Fernleitung von Wechselströmen. Berlin 1905.

Anzahl der Teile ist, desto größer ist die Genauigkeit. Es wird jedoch völlig genügen, wenn die Zahl der Teile gleich 3 gewählt wird.  $R$ ,  $L\omega$  und  $1/C\omega$  sind dann die Widerstände für den dritten Teil des Kabels.

Gegeben sei z. B. am Leitungsende die Spannung  $E_2 = 1000$ , die Stromstärke  $I_2 = 20$  Amp. und der Leistungsfaktor  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , bei Voreilung der Spannung vor dem Strom. Für den dritten Teil des Kabels sei  $R = 2$  Ohm,  $L = 1 \cdot 10^{-2}$  Henry,  $C = 2,8 \cdot 10^{-6}$  Farad. Die Frequenz sei  $f = 50$ , also die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f = 314$ , d. h.  $L\omega = 3,14$  und  $C\omega = 8,8 \cdot 10^{-4}$ . Gesucht wird am Leitungsanfang die Spannung  $E_1$ , die Stromstärke  $I_1$  und der Leistungsfaktor  $\cos \varphi_1$ .

Wir legen in Bild 269 willkürlich den Strahl der Spannung  $E_2$  nach rechts in die wagerechte Achse und lassen den Strahl  $OA$  des Stromes  $I_2$  um den gegebenen Winkel  $\varphi_2$  gegen die Spannung  $E_2$  zurückbleiben. Die Spannung  $E_2$  treibt nun nach Bild 268 durch den rechten Kondensator einen Strom, der gegen die Spannung  $E_2$  um  $90^\circ$  voreilt. Er ergibt sich nach Gleichung (36) auf S. 235 zu

$$AB = E_2 \cdot C\omega = 1000 \cdot 8,8 \cdot 10^{-4} = 0,88 \text{ Amp.}$$

Wir fügen also den Strahl  $AB$  an  $OA$  an, so daß er um  $90^\circ$  gegen  $OE$  voreilt, und erhalten in  $OB$  den Strom  $I_a$  nach Größe und Phase.

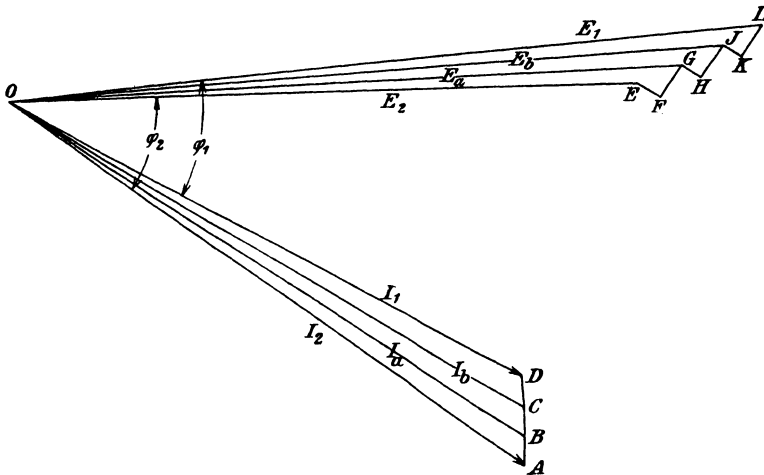


Bild 269. Strombild bei verteilter Selbstinduktion und Kapazität.

Aus der Zeichnung ergibt sich  $I_a = 19,5$  Amp. Wir fügen nun zu der Spannung  $E_2 = OE$  in Richtung des Stromes  $I_a$  den Spannungsverlust  $EF = I_a \cdot R = 19,5 \cdot 2 = 39$  und um  $90^\circ$  voreilend den Spannungsverlust  $FG = I_a \cdot L\omega = 19,5 \cdot 3,14 = 61,2$ . Statt dessen hätten wir auch unmittelbar  $EG = I_a \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$  gegen  $I_a$  um  $\arctg L\omega/R$  voreilend an  $OE$  antragen können. Wir erhalten so

die Spannung  $E_a$  in Bild 268. Sie ergibt sich aus der Zeichnung zu  $OG = 1070$ .

Die Spannung  $E_a$  treibt durch den mittleren Kondensator den Strom

$$BC = E_a \cdot C \omega = 1070 \cdot 8,8 \cdot 10^{-4} = 0,94.$$

Wir tragen  $BC$  um  $90^\circ$  gegen  $OG$  voreilend an  $OB$  an und erhalten in  $OC$  den Strom  $I_b$  nach Größe und Phase. Die Zeichnung ergibt  $I_b = 18,9$  Amp.

An  $OG$  tragen wir nun wieder in Richtung von  $I_b$  den Strahl  $GH = I_b \cdot R = 18,9 \cdot 2 = 37,8$  und um  $90^\circ$  voreilend den Strahl  $HJ = I_b \cdot L \omega = 18,9 \cdot 3,14 = 59$  an und erhalten in  $OJ$  die Spannung  $E_b$ . Sie ergibt sich aus der Zeichnung zu 1130 Volt.

Die Spannung  $E_b$  treibt nun durch den linken Kondensator den Strom

$$CD = E_b \cdot C \omega = 1130 \cdot 8,8 \cdot 10^{-4} = 0,99.$$

Wir fügen ihn, um  $90^\circ$  gegen  $OJ$  voreilend, zu  $OC$  hinzu und erhalten dadurch den Strom  $OD = I_1$  nach Größe und Phase zu 18,35.

An  $OJ = E_b$  tragen wir nun in Richtung von  $I_1$  den Spannungsverlust  $JK = I_1 R = 18,35 \cdot 2 = 36,7$  und um  $90^\circ$  voreilend  $KL = I_1 \cdot L \omega = 18,35 \cdot 3,14 = 57,5$  und erhalten die Klemmenspannung  $E_1 = OL$ . Die Zeichnung ergibt

$$E_1 = 1200 \quad I_1 = 18,35 \quad \cos \varphi_1 = 0,827.$$

Der Deutlichkeit wegen sind  $R$ ,  $C$  und  $L$  größer gewählt als der Wirklichkeit entspricht. Die Aufgabe hätte sich auch ebensogut und nicht weniger übersichtlich auf symbolischem Wege lösen lassen. Die Spannung  $E_2$  wird dabei als reell, der sekundäre Strom als  $\mathfrak{I}_2 = I_2 \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi)$  eingeführt, sowie  $R + j \cdot L \omega$  gleich  $\mathfrak{z}$  und  $j \cdot C \omega = \mathfrak{y}$  gesetzt. Die Spannung  $E_2$  erzeugt den um  $90^\circ$  voreilenden Strom  $j E_2 \cdot C \omega = E_2 \cdot \mathfrak{y}$ . Dann ergibt sich durch Rechnung

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_a &= \mathfrak{I}_2 + E_2 \cdot \mathfrak{y} = 16 - j11,12 & \mathfrak{E}_a &= E_2 + \mathfrak{I}_a \cdot \mathfrak{z} = 1067 + j27,9 \\ \mathfrak{I}_b &= \mathfrak{I}_a + \mathfrak{E}_a \cdot \mathfrak{y} = 15,98 - j10,18 & \mathfrak{E}_b &= \mathfrak{E}_a + \mathfrak{I}_b \cdot \mathfrak{z} = 1130,7 + j57,5 \\ \mathfrak{I}_1 &= \mathfrak{I}_b + \mathfrak{E}_b \cdot \mathfrak{y} = 15,92 - j9,19 & \mathfrak{E}_1 &= \mathfrak{E}_b + \mathfrak{I}_1 \cdot \mathfrak{z} = 1191 + j88,8 \end{aligned}$$

Daraus folgt nach Gleichung (2) auf S. 228 und Gleichung (24) auf S. 229

$$I_1 = 18,4 \quad E_1 = 1196 \quad \cos \varphi_1 = N_1 : E_1 I_1 = 0,825.$$

## Fünftehnter Teil.

### 80. Mehrphasenströme.

Die Verwendung des Wechselstromes wurde lange Zeit dadurch gehindert, daß es nicht gelang, Wechselstrommotoren zu bauen, die mit dem erforderlichen Drehmoment anliefen. Erst durch die Ver-

wendung des Drehstromes, d. h. eines mehrphasigen Wechselstromes, wurde dieses Hindernis beseitigt.

Mehrphasige Wechselströme sind Ströme, die in ihrem zeitlichen Zustand, d. h. in ihrer Phase, in regelmäßigem Abstand gegeneinander verschoben sind. Die Stromerzeuger für mehrphasigen Wechselstrom oder Drehstrom besitzen dementsprechend eine Reihe von besonderen Wicklungen oder Zweigen, die gegeneinander um denselben räumlichen Winkel verschoben sind. Die in ihnen erzeugten Spannungen haben dann eine dem räumlichen Winkel entsprechende Phasenverschiebung gegeneinander. Sind alle Zweige gleichmäßig belastet, so haben auch die Ströme dieselbe Phasenverschiebung gegeneinander.

Eine vollkommene Drehstromwicklung müßte aus unendlich vielen oder wenigstens sehr vielen einzelnen Zweigen bestehen. In Bild 270 gehört z. B. je eine Nut mit der auf demselben Durchmesser

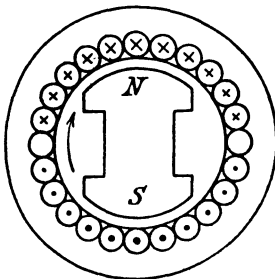


Bild 270.  
Ankerströme der Vielphasenwicklung,  
Durchmesserwicklung.

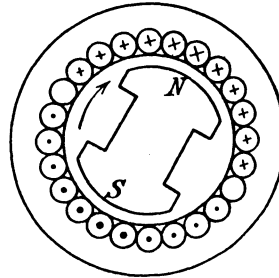


Bild 271.  
Ankerströme,  $\frac{1}{12}$  Periode später  
als in Bild 270.

liegenden Nut zu einem besonderen Zweige. Jeder Zweig der Wicklung sei zu besonderen Klemmen geführt und an eine äußere Belastung angeschlossen, die der Einfachheit wegen nur Wirkwiderstand enthalten möge. Die Feldverteilung sei sinusförmig. Der induktive Widerstand der Wicklung werde vernachlässigt, so daß der Strom in jedem Zweige gleiche Phase mit der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung hat. Er hat dann seinen Höchstwert in der Nut, vor der sich gerade die Polmitte befindet, und fällt in dem dargestellten Zeitpunkt nach beiden Seiten hin räumlich sinusförmig ab. Dies ist in Bild 270 durch entsprechend starke Zeichnung der Strompfeile deutlich gemacht.

Nach  $\frac{1}{12}$  Periode steht das Polrad in der durch Bild 271 gegebenen Lage, und der Strom ist wieder am stärksten in den Nuten, vor denen sich die Polmitte befindet. Synchron oder gleichlaufend mit dem Polrad dreht sich also in den feststehenden Drähten die sinusförmige Stromverteilung. Wir haben es also beim Mehrphasenstrom mit einem wirklichen Drehstrom zu tun. Als Vergleich ziehen wir den Fall heran, bei dem eine Reihe von Glühlampen auf dem Umfang eines Kreises liegen, die Lichtstärke

der Lampen sinusförmig verteilt ist, und diese sinusförmig verteilte Lichtstärke sich wie bei einer Reklamebeleuchtung im Kreise dreht.

In Wirklichkeit beschränkt man sich fast stets auf drei Zweige, die schon eine sehr vollkommene Wirkung ergeben. Bei Einankerumformern kommen sechs Zweige, bei Kaskadenumformern zwölf Zweige vor.

Bild 272 zeigt eine zweipolige Dreiphasenwicklung. Die Nuten  $1a$ ,  $1e$ , bzw.  $2a$ ,  $2e$  oder  $3a$ ,  $3e$  gehören zu je einem Zweige. Die Anfänge der Zweige liegen in den Nuten  $1a$ ,  $2a$ ,  $3a$ , die Enden in den Nuten  $1e$ ,  $2e$ ,  $3e$ . Die drei Anfänge sind um  $\frac{1}{3}$  des Umfanges oder allgemein bei mehrpoligen Maschinen um 120 elektrische Grade, also  $\frac{2}{3}$  der Polteilung voneinander entfernt.

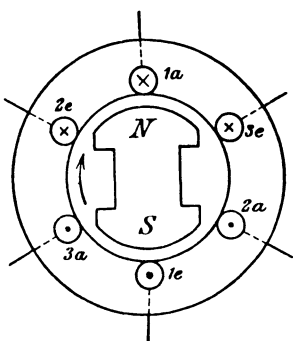


Bild 272.  
Ankerströme der Dreiphasenwicklung.

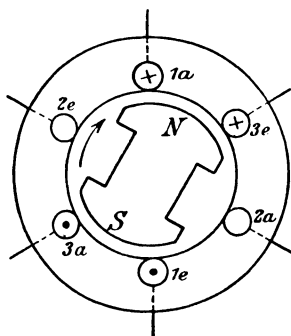


Bild 273. Ankerströme,  $\frac{1}{12}$  Periode später als in Bild 272.

Die drei Zweige sind in gleichem Sinne gewickelt, d. h. alle Anfänge sind von hinten nach vorn durch die Nut geführt. Sie sind in der Reihenfolge bezeichnet, in der sie nacheinander vor die Polmitte zu liegen kommen. Bei unserer Maschine, bei welcher der Magnetkörper gedreht wird und die Wicklung feststeht, stimmt also die Reihenfolge mit dem Drehsinn überein. Wir wollen zunächst wieder annehmen, daß die drei Zweige je zu besonderen Klemmen geführt sind und im Stromkreis der Zweige nur Wirkstrom fließt, der in allen Zweigen denselben Effektivwert haben möge.

Der Zweig, der gerade vor der Polmitte liegt, führt den größten Strom  $i_m$ . In den benachbarten Spulenseiten der anderen Zweige ist der Strom gleichgerichtet, hat aber bei sinusförmiger Feldverteilung nur den Wert  $i_m \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_m$ . Die Spulenseite des Zweiges, der den größten Strom führt, wird also zu beiden Seiten eingefäßt von Spulenseiten der anderen Zweige, die einen gleichgerichteten, aber halb so starken Strom führen.

Nach  $\frac{1}{12}$  Periode liegen die Spulenseiten des Zweiges  $2a$ ,  $2e$ , nach Bild 273 zwischen den Polen, so daß Spannung und Strom in diesem Zweige gleich Null sind. Die beiden anderen Zweige führen



dann den Strom  $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$ . Vor einem Pol liegen dann zwei Spulenseiten, die zu verschiedenen Zweigen gehören und einen Strom von gleicher Richtung und Stärke führen.

Nach weiterem Verlauf von  $\frac{1}{12}$  Periode wiederholt sich das Bild 272, jedoch führt jetzt die Spulenseite 3 e statt 1 a den größten Strom. Auch hier wieder dreht sich die Durchflutung im Gleichlauf mit dem Magnetfeld, wenn sie auch nicht vollkommen sinusförmig ist.

### 81. Dreieck- und Sternschaltung.

Die sechs Zuleitungen in Bild 272 und 273 lassen sich durch Dreieck- oder Sternschaltung auf drei verringern, wobei die eine Leitung stets die Rückleitung für die beiden anderen bildet. Wir bezeichnen wie früher die Zweige eines Stromerzeugers in der Reihenfolge, in der die Spannung in ihnen erzeugt wird, mit arabischen Ziffern. Die Klemmen der Maschine bezeichnen wir dann mit römischen Ziffern, und zwar so, daß vollständige Gleichmäßigkeit entsteht. In den Schaltbildern legen wir dann eine positive Richtung für die Ströme und Spannungen in den einzelnen Teilen der Schaltung fest und deuten diese Richtung durch Pfeile an. Diese besagen nichts über die Richtung der Ströme und Spannungen im dargestellten Zeitpunkt, sondern sie geben nur die Richtung an, in der die Spannungen und Ströme als positiv zu zählen sind. Sie sind also nichts anderes als Zählpfeile. An ein und derselben Stelle verwendet man daher möglichst auch nur einen Zählpfeil, gleichgültig, ob es sich um einen Strom, einen Spannungsverbrauch, eine erzeugte Spannung oder eine Gegenspannung handelt.

Die Pfeile können an und für sich ganz willkürlich gewählt werden, jedoch muß man sie in den drei Zweigen übereinstimmend wählen, wenn man in den Gleichungen für Ströme und Spannungen die Fußzeichen der Reihenfolge nach vertauschen will. Ferner empfiehlt es sich, in einem unverzweigten Stromkreise die Richtungen möglichst in einem Sinne fortlaufend zu wählen.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende eines Zweiges mit dem Anfang des folgenden Zweiges verbunden und so die Wicklung in sich geschlossen. Bild 274 zeigt dies für einen innerhalb eines feststehenden Magnetgestells umlaufenden Ringanker. Wie wir sehen, ist eine Gleichstromwicklung, sei es Ring oder Trommel, die wir an drei um 120 Grad versetzten Stellen zu Schleifringen führen, gleichzeitig eine in Dreieck geschaltete Drehstromwicklung. Bild 275 zeigt die Dreieckschaltung bei der feststehenden Trommelwicklung eines Stromerzeugers oder beim feststehenden Teil eines Drehstrommotors. Wir durchlaufen z. B. diese Wicklung, indem wir in der linken Nut der Spulenseite 1 von hinten nach vorn schreiten und in zwei Win-

dungen den Zweig 1 1' verfolgen. Bei der rechten Nut der Spulenseite 1' gehen wir hinten nach der Spulenseite 2, die gegen 1 um 120° verschoben ist, also den Anfang des zweiten Zweiges bildet usw. Die Netzleiter werden dann an die Verbindungspunkte von je zwei Zweigen angeschlossen.

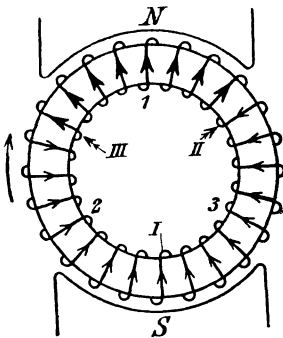


Bild 274. Drehstromwicklung eines umlaufenden Ringankers in Dreieckschaltung.

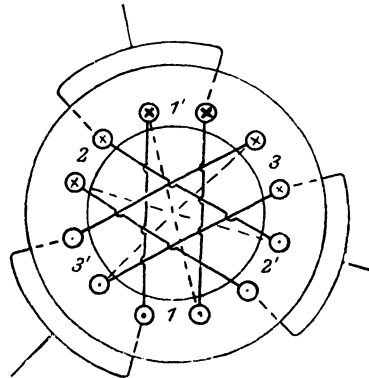


Bild 275. Drehstromwicklung eines feststehenden Trommelankers in Dreieckschaltung.

In dem besonderen Fall der Wicklung nach Bild 274 können ebensowenig innere Ströme auftreten wie in einer gewöhnlichen Gleichstromwicklung. Allgemein gilt dies bei sinusförmiger Spannungswelle. Dies geht daraus hervor, daß die Summe dreier Strahlen, deren Abstand 120° ist, gleich Null ist. In jedem Zeitpunkt ist also die Summe zweier Spannungen entgegengesetzt gleich der dritten.

Die Spannung zwischen zwei Netzleitern ist bei Dreieckschaltung gleich der Klemmenspannung eines Zweiges. Wir wollen die Spannung zwischen den Klemmen I und II mit  $E_{I II}$  bezeichnen und sie außen von I nach II hin als positiv zählen (vgl. Bild 275). Daraus ergeben sich auch die positiven Zählrichtungen der Spannungen  $E_{II III}$  u.  $E_{III I}$ .

Wir setzen nun eine positive Zählrichtung in den Außenleitern fest und wählen diese passend, aber willkürlich beim Stromerzeuger von der Maschine weggerichtet (vgl. Bild 276). Die positive Zählrichtung in den Wicklungen ist dann ganz willkürlich. Da man indessen

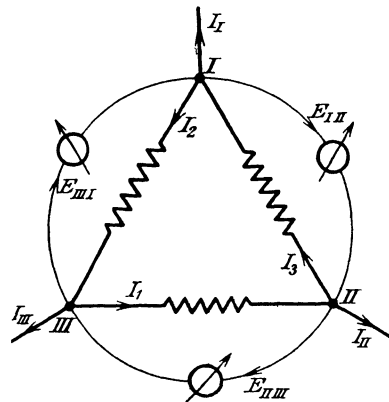


Bild 276. Positive Stromrichtungen bei Dreieckschaltung.

am bequemsten in einem geschlossenen Stromkreis nur eine Zählrichtung anwendet und bereits außen von I nach II gezählt wird,

so wählen wir die positive Zählrichtung innen von  $II$  nach  $I$ . Daraus ergeben sich die in Bild 276 eingetragenen Pfeile in den drei Zweigen. Bei diesen positiven Richtungen wird dann

$$\mathfrak{S}_I = \mathfrak{S}_3 - \mathfrak{S}_2 \quad \mathfrak{S}_{II} = \mathfrak{S}_1 - \mathfrak{S}_3 \quad \mathfrak{S}_{III} = \mathfrak{S}_2 - \mathfrak{S}_1.$$

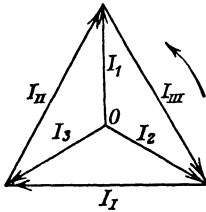


Bild 277. Ströme bei Dreieckschaltung.

Nach S. 225 erhalten wir dann aus Bild 277 die Netzströme nach Größe und Phase. Die Strahlen  $\mathfrak{S}_1$ ,  $\mathfrak{S}_2$  und  $\mathfrak{S}_3$  werden dabei in der Reihenfolge bezeichnet, in der sie durch eine feste Achse hindurchschreiten. Wir sehen, daß der Strom eines Netzleiters  $\sqrt{3}$ mal so groß ist wie der Strom eines Zweiges und gegen die Ströme der angeschlossenen Zweige um  $30^\circ$  bzw.  $150^\circ$  verschoben ist.

Der Strom in einem Netzleiter hat seinen Höchstwert, wenn die angeschlossenen Zweigströme unter Vernachlässigung des Vorzeichens je den Wert  $i_m \cdot \sin 60^\circ$  haben. In Bild 274 wird also der Höchstwert des Stromes im Netzleiter II nach  $1/12$  Umdrehung erreicht, wenn der Strom gegenüber dem dargestellten Zeitpunkt im Zweig 1 vom Höchstwert auf  $0,866 i_m$  abgenommen und der Strom im Zweige 3 vom halben Höchstwert auf  $0,866 i_m$  zugenommen hat. Der Zweig 2 liegt dann zwischen den Polen und ist stromlos.

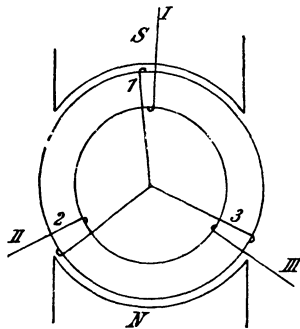


Bild 278. Sternschaltung.

Im Gegensatz zur Dreieckschaltung sind bei der Sternschaltung die Anfänge der drei Zweige in einem Sternpunkt aneinander gelegt und die Enden zu den Netzklammern geführt. Da die Summe der um  $120^\circ$  verschobenen Ströme gleich Null ist, so tritt durch die Vereinigung der drei Zweige im Nullpunkt bei sinusförmigen Strömen kein störender Ausgleich auf. Ist z. B. der Strom in Phase mit der erzeugten Spannung, so hat er in Bild 278 im Zweig I seinen größten Wert  $i_m$  und in

den beiden anderen Zweigen je den Wert  $i_m \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_m$ . Die Summe der beiden auf den Nullpunkt zufließenden Ströme ist also gleich dem abfließenden Strom.

Der Strom im Netzleiter ist bei Sternschaltung nach Größe und Phase gleich dem Strom im angeschlossenen Zweige. Wie bei der Dreieckschaltung setzen wir wieder die positive Zählrichtung der drei Ströme in den Netzleitern von der Maschine weggerichtet fest. Da durch ist jetzt auch die positive Richtung in den Wicklungen gegeben.

Dadurch, daß wir in einem geschlossenen Kreis die Zählrichtung möglichst fortlaufend wählen, ist dann auch die Zählrichtung der

Klemmenspannungen der drei Zweige, d. h. der Sternspannungen  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  gegeben. Sie ist außen von der Klemme auf den Nullpunkt zu gerichtet, was auch der Anschauung entspricht, daß das Potential der Klemme höher ist als das des Nullpunktes.

Die positive Richtung der Netzspannung  $E_{II I}$  wählen wir willkürlich wie bei Dreieckschaltung von I nach II. Bei dieser Zählrichtung ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{I II} &= \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \\ \mathcal{E}_{II III} &= \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 \\ \mathcal{E}_{III I} &= \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1. \end{aligned}$$

Die Zeichnung der Strahlen in Bild 280 ergibt dann die verkettete Klemmenspannung nach

Größe und Phase. Sie ist  $\sqrt{3}$  mal so groß wie die Spannung eines Zweiges und gegen die beiden Zweigspannungen, aus denen sie besteht, um  $30^\circ$  bzw.  $150^\circ$  verschoben. Der Höchstwert der verketteten Spannung  $E_{III I}$  zwischen den Leitern III und I wird z. B. in Bild 278 nach  $1/12$  Umdrehung erreicht, wenn die Spannung im Zweig I vom Höchstwert auf  $e_m \sin 60^\circ = 0,866 e_m$  abgenommen und die im Zweig 3 von  $0,5 e_m$  auf  $0,866 e_m$  zugenommen hat. Zusammen ist dann der Höchstwert gleich  $1,73 e_m$ .

Bei Arbeitsübertragungen mit hohen Spannungen zieht man die Sternschaltung beim Stromerzeuger und Motor vor, weil die Spannung, für welche die Wicklung eines Zweiges ausgeführt werden muß, dabei nur 1,73mal so klein zu sein braucht wie die Netzspannung. Sind Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung geschaltet werden. Ohne besondere Vorkehrungen darf jedoch nur bei Dreieckschaltung, nicht aber bei Sternschaltung die Anzahl der Lampen zwischen den Netzleitern verschieden sein.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung zwischen den drei Netzleitern ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Gleichheit der Spannung zwischen

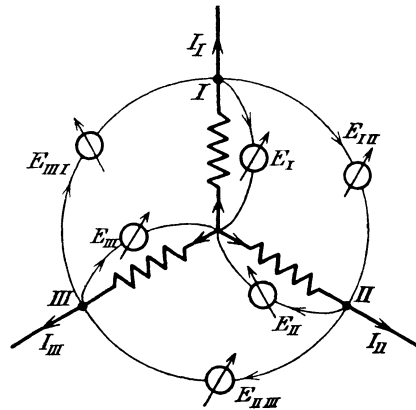


Bild 279. Positive Richtungen der Spannungen.

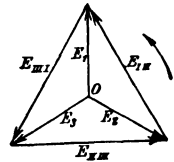


Bild 280. Spannungen bei Sternschaltung.

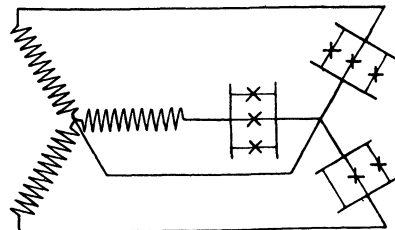


Bild 281. Drehstromverteilung mit Nulleiter.

den Netzleitern gestört wird, so hat man nach Bild 281 die Sternpunkte des Stromerzeugers und des Netzes miteinander zu verbinden. Der Nulleiter erfüllt dann dieselbe Aufgabe wie der Nulleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

## 82. Die Leistung des Drehstromes.

Nach S. 221 ist der Zeitwert der Leistung eines einzelnen Zweiges die Summe aus einem gleichbleibenden Mittelwert und einer Sinusfunktion von der doppelten Frequenz des Stromes. Der Zeitwert der Gesamtleistung ist dann die Summe aus dem dreifachen Mittelwert eines Zweiges und aus drei Sinusfunktionen, deren Abstand gleich  $\frac{1}{3}$  Periode der einfachen Frequenz und gleich  $\frac{2}{3}$  Periode der doppelten Frequenz ist. Wie eine Darstellung durch Strahlen leicht zeigt, ist die Summe dieser Sinusfunktionen in jedem Zeitpunkt gleich Null. Die Gesamtleistung ist also in jedem Zeitpunkt gleich dem dreifachen Mittelwert eines Zweiges, also gleichbleibend.

Es sei nun unabhängig von der Schaltung

- $E_1$  die Spannung eines Zweiges in Volt,
- $I_1$  der Strom eines Zweiges in Amp.,
- $\varphi$  der Winkel der Voreilung der Spannung vor dem Strom,
- $E$  die Netzspannung in Volt,
- $I$  der Netzstrom in Amp.,

dann ist bei gleicher Belastung der Zweige die Gesamtleistung

$$N = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi. \quad (1)$$

Für Dreieckschaltung ist  $E_1 = E$  und  $I_1 = I/\sqrt{3}$ , und für Sternschaltung  $E_1 = E/\sqrt{3}$  und  $I_1 = I$ . Demnach ergibt sich für beide Schaltungen

$$N = \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (2)$$

Wir benutzen unsere Gleichung für die Gesamtleistung, um den Verlust in Drehstromleitungen mit dem in Gleichstromleitungen zu vergleichen. Die Leistung  $N$  sei bei derselben Netzspannung  $E$  und demselben Verlust auf dieselbe Entfernung durch Drehstrom und Gleichstrom zu übertragen. Für einen Einzelleiter sei der Widerstand  $R$  und der Querschnitt  $q$ , während das Gewicht der gesamten Leitung gleich  $G$  sei. Durch  $g$  sei Gleichstrom, durch  $d$  Drehstrom bezeichnet. Dann ist:

Gleichstrom	Drehstrom
$N = E \cdot I$	$N = \sqrt{3} E I \cos \varphi$
$I = \frac{N}{E}$	$I = \frac{N}{\sqrt{3} E \cos \varphi}$
Verlust in zwei Leitern	Verlust in drei Leitern
$2 I^2 R_g = 2 \frac{N^2 R_g}{E^2}$	$3 I^2 R_d = \frac{N^2 \cdot R_d}{E^2 \cdot \cos^2 \varphi}$

Setzen wir die Verluste gleich, so wird  $2 R_g = R_d / \cos^2 \varphi$ . Da die Widerstände sich bei gegebener Länge umgekehrt verhalten wie die Querschnitte, so wird

$$\frac{q_d}{q_g} = \frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cos^2 \varphi}.$$

Die gesamten Gewichte des Kupfers verhalten sich wie die Summen der Einzelquerschnitte, d. h.

$$\frac{G_d}{G_g} = \frac{3 q_d}{2 q_g} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}. \quad (3)$$

Ist z. B.  $\cos \varphi = 1$ , d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75 % des Kupfers aufzuwenden, das bei der Gleichstromleitung nötig ist. Die Verhältnisse liegen aber, wie unsere Gleichung zeigt, bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt dazu über, die Leistung zu messen. Man kann dazu nach Bild 282 die Leistung jedes Zweiges einzeln messen und die Summe der drei Einzelleistungen bilden. Ist bei Sternschaltung der Nullpunkt zugänglich, so legt man dazu die Spannungsspule des Leistungszeigers an den Nullpunkt und die Klemme des Zweiges,

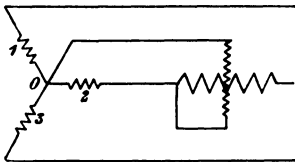


Bild 282. Messung der Leistung eines Zweiges.

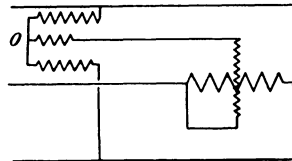


Bild 283. Messung der Leistung mit künstlichem Sternpunkt.

dessen Strom die Stromspule des Leistungszeigers durchfließt. Bei Sternschaltung ohne zugänglichen Nullpunkt und bei Dreieckschaltung muß man sich nach Bild 283 aus drei Zweigen mit gleichem Widerstand einen künstlichen Nullpunkt herstellen. Dabei muß der Widerstand des Zweiges, in welchem die Spannungsspule des Leistungszeigers liegt, einschließlich des Widerstandes dieser Spule gleich dem Widerstand der anderen Zweige sein.

Bei gleicher Belastung zwischen den drei Netzleitern genügt in den obigen Fällen eine einzige Messung.

Wichtiger ist in Anlagen ohne Nulleiter die Messung der Gesamtleistung durch zwei Leistungszeiger nach Bild 284. Dabei liegt die Stromspule je eines Leistungszeigers in einem Netzleiter und die Spannungsspule an diesem Leiter und dem Leiter, der nicht an eine Stromspule angeschlossen ist. Sind  $e_1, e_2, e_3$  die Zeitwerte der Sternspannungen und  $i_1, i_2, i_3$  die Zeitwerte des Stromes, so ist der Zeitwert der Leistung

$$N_t = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3. \quad (4)$$

Nun ist bei Anlagen ohne Nulleiter  $i_2 = -(i_1 + i_3)$ . Demnach ist die Leistung

$$N_t = (e_1 - e_2)i_1 + (e_3 - e_2)i_3.$$

Nun ist  $e_1 - e_2$  der Zeitwert der Spannung an dem vom Strom  $i_1$  durchflossenen Leistungszeiger und  $e_3 - e_2$  der Zeitwert der Spannung an dem vom Strom  $i_3$  durchflossenen Leistungszeiger. Da die Leistungszeiger infolge der Trägheit ihres beweglichen Teiles das Mittel aus den Zeitwerten nehmen, so geben ihre Ausschläge zusammen die gesamte mittlere Leistung an.

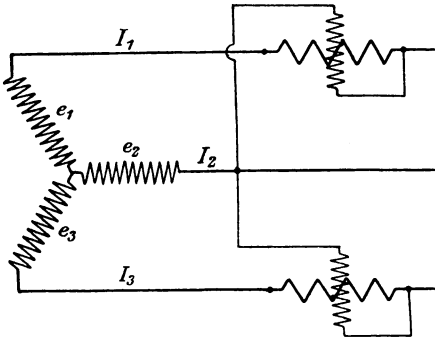


Bild 284.  
Leistungsmessung mit zwei Leistungszeigern.

Dabei ist aber auf das Vorzeichen zu achten. Wenn der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Strom und Sternspannung nach Bild 285 größer als  $60^\circ$  ist, so eilt die

Spannung  $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$  gegen  $\mathfrak{I}_1$  um einen stumpfen Winkel vor, d. h. sie ergibt mit dem Strome  $\mathfrak{I}_1$  zusammen eine negative Leistung.

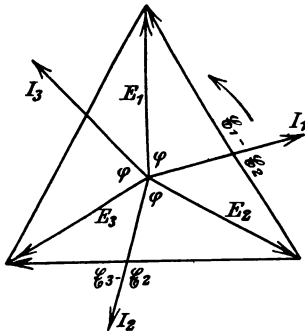


Bild 285. Spannungen und Ströme bei starker Phasenverschiebung.

Dies hat an sich keine physikalische Bedeutung, da diese Spannung und Stromstärke ja an sich nichts miteinander zu tun haben. Aber die aus dem ersten Glied in der obigen Gleichung folgende mittlere Leistung und damit auch der Ausschlag des betreffenden Leistungszeigers wird negativ. Die Summe der Ausschläge der Leistungszeiger ist also mit Berücksichtigung des Vorzeichens zu bilden.

Bei der Schaltung ist darauf zu achten, daß beide Leistungszeiger so geschaltet werden, daß sie bei der Phasenverschiebung Null beide positiven Ausschlag geben. Durch Gleichstrommessung sei z. B. festgestellt, daß der Ausschlag positiv ist, wenn die Stromspule in Bild 284 von links nach rechts, die Spannungsspule von unten nach oben durchflossen wird. Wenn dann die gezeichnete Wicklung einen Stromerzeuger bedeutet, so wäre bei Gleichstrom nach Bild 284 zu schalten, damit der Ausschlag positiv wird. Diese Schaltung ist dann auch für die Messung der Leistung des Stromerzeugers bei Wechselstrom richtig.

Ist der Leistungszeiger nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so muß man die Zuleitungen zur Spannungsspule des Leistungszeigers,

der bei richtiger Schaltung nach der verkehrten Richtung auszu- schlagen sucht, für diese Messung vertauschen und den Ausschlag dann mit negativem Vorzeichen einführen.

Hat man nur einen Leistungszeiger zur Verfügung, so muß man ihn nach Bild 286 schalten und nach Ablesung durch Umlegen der stark ausgezogenen Bügel nach Bild 287 einschalten.

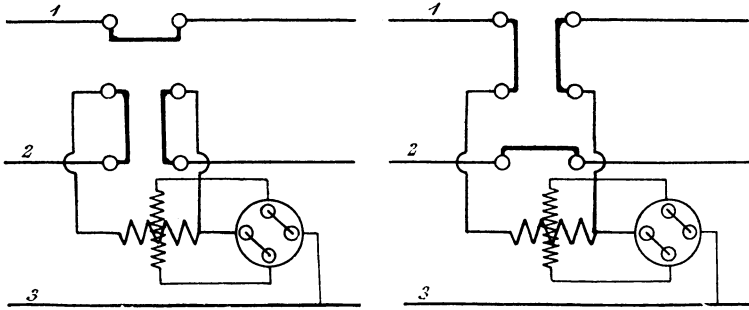


Bild 286. Umschaltung des Leistungszeigers zur Messung der Gesamtleistung.

Will man bei der Ermittlung der Leistung aus zwei Einzel- leistungen die doppelte Ablesung vermeiden, so benutzt man einen Leistungszeiger, der aus zwei einzelnen Leistungszeigern besteht. Ihre beweglichen Spulen sitzen auf derselben Achse, so daß sich die Dreh- momente unter Berücksichtigung des Vorzeichens zusammensetzen.

### 83. Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen.

Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen wird, wie in Wechsel- stromleitungen überhaupt, nicht nur durch den Wirkwiderstand, sondern auch durch den Blindwiderstand der Leitung bedingt. Die Kapazität kann bei Freileitungen meist vernachlässigt werden.

Bei der Ermittlung des Spannungsver- lustes müssen wir wieder, wie auf S. 77 im Auge behalten, daß von einem induk- tiven Spannungsverbrauch nicht in einem einzelnen Leiter, sondern nur in einer Schleife die Rede sein kann. Eine solche Schleife besteht neben den Verbindungen am Anfang und Ende, deren Einfluß ver- nachlässigt werden kann, entweder aus zwei Leitern, oder aus einem Leiter und der Erde, oder aus einem Leiter und einer zwischen Anfang und Ende liegenden Meßleitung für einen Spannungszeiger.

Eine Schleife bestehe aus zwei langen, geraden, runden Leitern von der Länge  $l$  km, dem Halbmesser  $r$  cm und dem Abstand  $d$  cm.

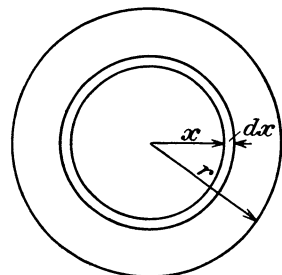


Bild 288. Schnitt durch den Leiter.



Die Induktivität, die durch das Feld zwischen den beiden Leitern in der Luft veranlaßt wird, ist dann nach Gleichung 5 auf S. 78

$$L' = 4 \ln \frac{d}{r} \cdot l \cdot 10^{-4} \text{ Henry.} \quad (5)$$

Wie bereits auf S. 78 erwähnt wurde, kommt hierzu noch eine Induktivität, die durch das Feld im Innern der Leiter verursacht wird. Um sie zu berechnen, setzen wir eine auf dem ganzen Leiterquerschnitt gleichmäßige Stromdichte voraus. Bei 1 Amp. ist dann nach Bild 288 die Durchflutung innerhalb eines Kreises vom Halbmesser  $x$  cm gleich  $1 \cdot x^2/r^2$ . Ist  $\mathfrak{H}$  die Feldstärke am Umfang des Kreises, so lautet das Durchflutungsgesetz

$$\mathfrak{H} \cdot 2x\pi = 0,4\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}.$$

Setzen wir unmagnetischen Stoff, also z. B. Kupfer voraus, so ist die Induktion  $\mathfrak{B}$  an derselben Stelle gleich der Feldstärke  $\mathfrak{H}$ . Durch eine Fläche von der Breite  $dx$  cm und der Länge  $l \cdot 10^5$  cm geht dann der Fluß  $d\mathcal{D} = \mathfrak{H} \cdot l \cdot 10^5 dx$  Maxwell. Die Flußverkettung, d. h. das Produkt aus dem Fluß und dem umschlossenen Strom ist dann

$$d\mathcal{D} \cdot \frac{x^2}{r^2} = \mathfrak{H} \cdot l \cdot 10^5 \cdot dx \cdot \frac{x^2}{r^2}.$$

Wir setzen darin für  $\mathfrak{H}$  den Wert aus dem Durchflutungsgesetz ein, summieren zwischen den Grenzen 0 und  $r$ , verdoppeln wegen des zweiten Leiters den erhaltenen Wert und vervielfachen mit  $10^{-8}$ . Dadurch ergibt sich das  $10^{-8}$ -fache der Flußverkettung bei 1 Amp. zu

$$L'' = 2 \cdot 10^{-8} \int_0^r 0,2 \frac{x}{r^2} \cdot l \cdot 10^5 \cdot dx \cdot \frac{x^2}{r^2} = l \cdot 10^{-4}. \quad (6)$$

Die gesuchte Induktivität der Schleife ist dann

$$L = L' + L'' = \left(4 \ln \frac{d}{r} + 1\right) \cdot l \cdot 10^{-4}. \quad (7)$$

Allerdings wird die gleichmäßige Stromdichte, von der wir ausgegangen sind, gerade durch die Selbstinduktion, die von dem Feld im Innern der Leiter herrührt, gestört, und die Stromdichte wird nach dem Innern zu geringer (Hautwirkung). Dies ist aber bei den Frequenzen, mit denen man in der Starkstromtechnik arbeitet, nicht von großer Bedeutung.

Wir berechnen nun die gegenseitige Induktivität zwischen den Schleifen  $a$  und  $b$  in Bild 289: Die Schleife  $a$  führe den Gleichstrom 1 Amp., der im Leiter 2 hinfließt und im Leiter 3 zurückfließt. Der Fluß, der dabei die Schleife  $a$  durchsetzt, dringt weiter durch die Schleifen  $b$  und  $c$  hindurch. Demnach ist die nach Gleichung (7) berechnete Selbstinduktivität  $L_a$  gleich der Summe der gegenseitigen

Induktivitäten  $M_{ab}$  und  $M_{ac}$ . Durch zyklische Vertauschung ergibt sich eine ebensolche Beziehung für die übrigen Schleifen. Wir erhalten so die Gleichungen .

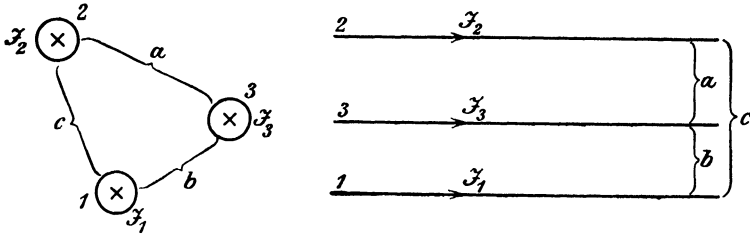


Bild 289. Unsymmetrische Drehstromleitung.

$$L_a = M_{ab} + M_{ac} \quad L_b = M_{ba} + M_{bc} \quad L_c = M_{ca} + M_{cb}. \quad (8)$$

Daraus folgt

$$M_{ab} = 0,5(L_a + L_b - L_c). \quad (9)$$

Dadurch sind wir imstande, gegenseitige Induktivitäten durch Induktivitäten der Selbstinduktion auszudrücken.

Wir wollen nun die Spannung ermitteln, die wir bei Drehstrom durch einen zwischen Anfang und Ende des Leiters 1 geschalteten Spannungszeiger messen. Wenn wir der Einfachheit halber den Wirkwiderstand eines Leiters gleich Null annehmen, so messen wir durch den Spannungszeiger nur eine induktive Spannung. Die Meßleitung ist in Bild 290 mit 0 bezeichnet, und die Schleifen, die sie unmittelbar mit dem Leiter 1 und unter Vermittlung der Zweige des Stromerzeugers und der Belastung mit den Leitern 2 und 3 bildet, sind  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  genannt. Wir setzen nun zunächst nach Bild 289 eine positive Stromrichtung in den drei Leitern fest, die jedesmal vom Anfang nach dem Ende gerichtet ist. Weiter setzen wir für die Schleifen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  eine positive Umlaufrichtung fest, die wir willkürlich in der Schleife  $\alpha$  oder 1, 0 im Sinne des positiven Stromes  $I_1$ , in der Schleife  $\beta$  oder 2, 0 im Sinne des positiven Stromes  $I_2$  und in der Schleife  $\gamma$  oder 3, 0 im Sinne des positiven Stromes  $I_3$  wählen. Wir haben dann jeden Strom als negativ einzuführen, der dieser Richtung entgegenfließt oder dessen Fluß die Schleife entgegengesetzt durchsetzt wie die eines im positiven Umlaufsinne fließenden Stromes.

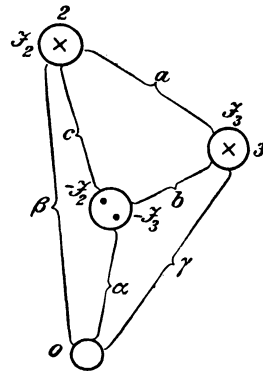


Bild 290. Zurückführung auf Ströme in zwei Schleifen.

Wir setzen nun voraus, daß kein neutraler Leiter vorhanden ist. Dann ist die Summe der drei Ströme gleich Null, und es wird  $I_1 = -I_2 - I_3$ . Wir können also annehmen, daß nach Bild 290 die

Schleife  $a$  stromlos ist und die Schleifen  $b$  und  $c$  vom Strom  $\mathfrak{I}_3$  bzw.  $\mathfrak{I}_2$  durchflossen werden. Der induktive Spannungsverbrauch in der Meßschleife  $\alpha$  wird dann allein durch die gegenseitige Induktion der vom Strom  $\mathfrak{I}_2$  durchflossenen Schleife  $c$ , bzw. der vom Strom  $\mathfrak{I}_3$  durchflossenen Schleife  $b$  auf die Meßschleife  $\alpha$  verursacht. Die Spannung, die wir messen, ist also bei der Kreisfrequenz  $\omega$  unter Berücksichtigung der obigen Regel über das Vorzeichen:

$$\mathfrak{B}_\alpha = -M_{ca} \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_2 - M_{ba} \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_3.$$

Bei der weiteren Rechnung oder Zeichnung ist übrigens nicht  $\mathfrak{B}_\alpha$ , sondern  $j \cdot \mathfrak{B}_\alpha$  einzuführen (vgl. S. 234).

Nun können wir die gegenseitigen Induktivitäten nach Gl. (9) durch die Selbstinduktivitäten ausdrücken, und zwar wird nach Bild 290

$$M_{ca} = 0,5 \cdot (L_c + L_a - L_\beta) \quad M_{ba} = 0,5 \cdot (L_b + L_a - L_\gamma).$$

Setzen wir noch  $(-\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_3) L_u = \mathfrak{I}_1 \cdot L_u$ , so erhalten wir

$$\mathfrak{B}_\alpha = -0,5 \omega (L_c \mathfrak{I}_2 + L_b \cdot \mathfrak{I}_3) + 0,5 \omega (\mathfrak{I}_1 L_u + \mathfrak{I}_2 L_\beta + \mathfrak{I}_3 L_\gamma). \quad (10)$$

Die Spannung, die wir messen, ist also von den Induktivitäten der Schleifen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ , d. h. von der Lage der Meßleitung abhängig. Je nachdem wie wir die Meßleitung legen, messen wir eine verschiedene Spannung. Dies ist der Grund, weshalb man von einem Potentialunterschied im Wechselstromfeld nicht allgemein sprechen kann. Die Größe  $\mathfrak{B}_\alpha$  ist daher auch nicht als Spannungsverlust in einem Leiter, sondern als der induktive Spannungsverbrauch in der aus Leiter und Meßleitung gebildeten Schleife zu bezeichnen.

Liegt die Meßleitung weit genug von den drei Leitern entfernt, so wird  $L_\alpha = L_\beta = L_\gamma$ . Da die Summe der drei Ströme Null ist, so verschwindet dann das letzte Glied in Gleichung (10), und wir erhalten  $V_\alpha$ , wie unten angegeben. Durch zyklische Vertauschung ergeben sich dann ebenso die Spannungen  $V_\beta$  und  $V_\gamma$ .

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_\alpha &= -0,5 \cdot \omega \cdot (L_c \cdot \mathfrak{I}_2 + L_b \cdot \mathfrak{I}_3) \\ \mathfrak{B}_\beta &= -0,5 \cdot \omega \cdot (L_a \cdot \mathfrak{I}_3 + L_c \cdot \mathfrak{I}_1) \\ \mathfrak{B}_\gamma &= -0,5 \cdot \omega \cdot (L_b \cdot \mathfrak{I}_1 + L_a \cdot \mathfrak{I}_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Bei einer symmetrischen Dreiphasenleitung wird  $L_\alpha = L_\beta = L_\gamma = L$ , und wir erhalten dadurch, daß die Summe der drei Ströme gleich Null ist:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_\alpha &= 0,5 \cdot L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_1 \\ \mathfrak{B}_\beta &= 0,5 \cdot L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_2 \\ \mathfrak{B}_\gamma &= 0,5 \cdot L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Die Gleichungen (11) und (12) gelten aber nur für den Fall, daß die Meßleitung sehr weit entfernt ist. Dies ist z. B. der Fall, wenn wir, selbstverständlich bei ungeerdetem Nullpunkt des Stromerzeugers, den Anfang eines Leiters erden und das Ende über einen Spannungszeiger ebenfalls zur Erde führen.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die Spannung zwischen den Nullpunkten des Stromerzeugers und der Belastung zu ermitteln. Auch hier wieder gibt es keine Spannung an sich, sondern nur eine Spannung bei gegebener Lage der Meßleitung. Wir wollen den Nullpunkt des Stromerzeugers erden und den der Belastung nach Bild 291 über einen Spannungszeiger ebenfalls zur Erde führen. Wir ermitteln damit die Spannung  $\mathcal{E}_0$  des Nullpunktes der Belastung gegen die Erde. Für die Schleifen, die die Erde mit den einzelnen Leitern bildet, gelten dann die Gleichungen (11) oder (12).

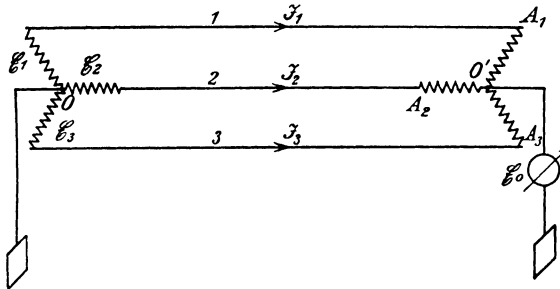


Bild 291. Spannung zwischen den Nullpunkten auf dem Wege über die Erde.

Es seien  $\mathfrak{z}_1$ ,  $\mathfrak{z}_2$  und  $\mathfrak{z}_3$  die Scheinwiderstände der drei Zweige zwischen den Nullpunkten, enthaltend den inneren Scheinwiderstand des Stromerzeugers, den Wirkwiderstand eines Leiters und den Scheinwiderstand des betreffenden Zweiges der Belastung. Sind dann  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  und  $\mathcal{E}_3$  nach Größe und Phase die erzeugten Spannungen des Stromerzeugers, so gelten unter Einführung der induktiven Spannungen aus Gleichung (11) oder (12) die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \mathfrak{z}_1 \mathfrak{I}_1 + j \mathfrak{B}_\alpha + \mathcal{E}_0 \\ \mathcal{E}_2 &= \mathfrak{z}_2 \mathfrak{I}_2 + j \mathfrak{B}_\beta + \mathcal{E}_0 \\ \mathcal{E}_3 &= \mathfrak{z}_3 \mathfrak{I}_3 + j \mathfrak{B}_\gamma + \mathcal{E}_0 \\ 0 &= \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}_2 + \mathfrak{I}_3. \end{aligned}$$

Aus diesen vier Gleichungen in Verbindung mit Gleichung (11) bzw. (12) lassen sich die vier Unbekannten  $\mathcal{E}_0$ ,  $\mathfrak{I}_1$ ,  $\mathfrak{I}_2$  und  $\mathfrak{I}_3$  nach Größe und Phase berechnen. Es genügt indessen, durch Bild 292 das Wesen der Sache darzustellen, ohne die umständliche Rechnung durchzuführen. Es bedeute  $OB_1$  die erzeugte Spannung im Zweige 1 des

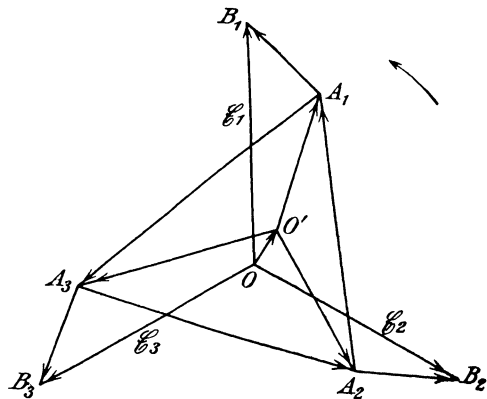


Bild 292. Ermittlung der Sternspannungen der Belastung.

Es genügt indessen, durch Bild 292 das Wesen der Sache darzustellen, ohne die umständliche Rechnung durchzuführen. Es bedeute  $OB_1$  die erzeugte Spannung im Zweige 1 des

Stromerzeugers,  $A_1 B_1$  den inneren Spannungsverlust im Stromerzeuger und im Wirkwiderstand des Leiters 1 und den induktiven Spannungsverlust  $j \cdot \mathfrak{R}_a$ .  $OO'$  sei gleich der berechneten Spannung  $\mathfrak{E}_0$ . Dann ist  $O'A_1$  die Sternspannung des Zweiges 1 der Belastung. Ähnlich ergeben sich die Sternspannungen  $O'A_2$  und  $O'A_3$  für die beiden anderen Zweige der Belastung.  $A_2 A_1$ ,  $A_3 A_2$  und  $A_1 A_3$  sind dann die verketteten Spannungen an der Belastung.

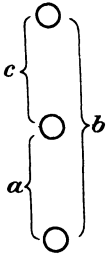


Bild 293.  
Unsymmetrische  
Drehstromleitung.

In den meisten Fällen kann man die Spannung zwischen den Sternpunkten wegen der annähernd gleichen Belastung der drei Zweige gleich Null setzen und von den Strömen ausgehend mit Hilfe von Gleichung (11) oder (12) die Spannungen an der Belastung ermitteln. Dies ist um so besser, als man überhaupt im wirklichen Betrieb nicht mit Scheinwiderständen, sondern mit Strömen rechnet.

Es sei z. B. bei der Leitung in Bild 293 die Länge  $l = 20$  km, der Drahtalbmesser  $r = 0,2$  cm und der Abstand  $d$  für die Schleifen  $a$  und  $c$  gleich 30 cm, also für die Schleife  $b$  gleich 60 cm. Dann ergibt sich nach Gleichung (7) und nach Gleichung (5) auf S. 8

$$L_a = L_c = 0,042 \quad L_b = 0,0476 \quad R = 27,2.$$

Die Spannung zwischen zwei Leitern sei 10 000 Volt, also die Sternspannung  $10\,000/\sqrt{3} = 5800$  Volt. Die vom Kraftwerk abgegebene Leistung sei 432 kW bei einem Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 0,8$  und der Frequenz  $f = 50$ . Dann ist bei gleichmäßiger Belastung die Stromstärke jedes Leiters

$$I = \frac{432000}{\sqrt{3} \cdot 10000 \cdot 0,8} = 31,25.$$

Die geringe Ungleichmäßigkeit, die durch die Unsymmetrie der Leitung hervorgerufen wird, ist dabei vernachlässigt.

Wir ermitteln dann bei großer Entfernung der Leitung des Spannungszeigers den induktiven Spannungsverlust nach Gleichung (11). Mit Rücksicht auf das negative Vorzeichen und die Vervielfachung mit  $j$  haben wir die Spannungsverluste um  $90^\circ$  gegen den Strom zurückbleiben zu lassen, durch den sie verursacht werden.

Es seien nun in Bild 294  $OD_1$ ,  $OD_2$ ,  $OD_3$  die Sternspannungen des Kraftwerkes und  $\mathfrak{S}_1$ ,  $\mathfrak{S}_2$ ,  $\mathfrak{S}_3$  die um den Winkel  $\varphi$  zurückbleibenden Ströme. Für Schleife  $\alpha$  ziehen wir dann von der Spannung  $OD_1$  entsprechend Gleichung (11) folgende Strahlen ab:

- in Richtung des Stromes  $\mathfrak{S}_1$ :  $C_1 D_1 = I_1 R = 850$  Volt
- um  $90^\circ$  gegen  $\mathfrak{S}_2$  nachteilend:  $B_1 C_1 = 0,5 \omega \cdot L_c \cdot I_2 = 206$  Volt
- um  $90^\circ$  gegen  $\mathfrak{S}_3$  nachteilend:  $A_1 B_1 = 0,5 \omega \cdot L_b \cdot I_3 = 233$  Volt.

Dann erhalten wir unter Vernachlässigung der geringen Spannung zwischen den Nullpunkten die Sternspannung der Belastung zu  $OA_1$

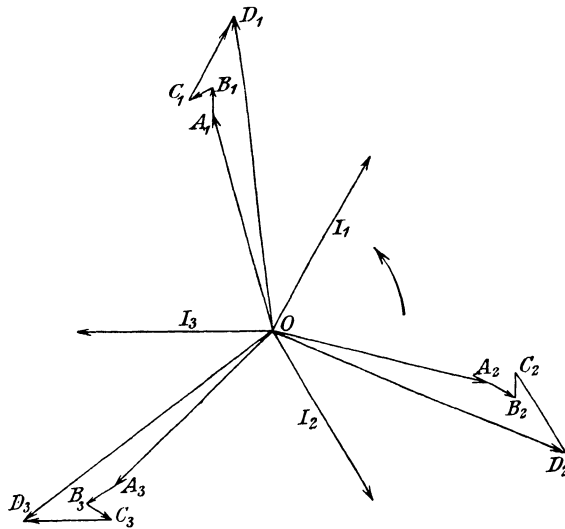


Bild 294. Spannungsverluste bei unsymmetrischer Leitung.

Die Zeichnung in Bild 294 ist der Deutlichkeit wegen mit den vierfachen Spannungsverlusten ausgeführt.

In derselben Weise ergeben sich die beiden andern Sternspannungen. Wie man sieht, eilen die gesamten induktiven Spannungsverluste  $A_1 C_1$  und  $A_3 C_3$  nicht mehr genau um  $90^\circ$  gegen die Ströme  $I_1$  und  $I_3$  vor.

## Sechzehnter Teil.

### 84. Ausgleichvorgänge.<sup>1)</sup>

Wir haben bisher im Stromkreise einen gleichmäßigen Dauerzustand vorausgesetzt und untersuchen jetzt den Übergangszustand, der zwischen einer im Stromkreise eingetretenen Änderung und dem Erreichen des Dauerzustandes liegt. Induktivität und Kapazität sollen dabei voneinander gesondert und jede an einem bestimmten Punkt zusammengedrängt sein. Es sei

- $i$  der Zeitwert des wirklichen Stromes in der Übergangszeit,
- $i_d$  der Dauerstrom, der in einem Zeitpunkt der Übergangszeit auftreten würde, wenn sich sofort der Dauerzustand einstellen würde,

<sup>1)</sup> Siehe Fränkel, Theorie der Wechselströme, Berlin 1914, S. 238 ff.

- $i_f$  der freie Strom, der den Dauerstrom zum wirklichen Strom ergänzt,  
 $q$  der Zeitwert der wirklichen Ladung in der Übergangszeit,  
 $q_d$  die Dauerladung, die in einem Zeitpunkt der Übergangszeit auftreten würde, wenn sich sofort der Dauerzustand einstellen würde,  
 $q_f$  die freie Ladung, welche die Dauerladung zur wirklichen Ladung ergänzt.

Dann ist allgemein

$$i = i_d + i_f. \quad (1) \qquad q = q_d + q_f. \quad (2)$$

Enthält der Stromkreis nur den Widerstand  $R$  und die Induktivität  $L$  in Reihe, so ist die Spannung in jedem Zeitpunkt nach Gleichung (2) auf S. 238

$$e = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Setzen wir für  $i$  den Wert aus Gleichung (1) ein, so wird

$$e = i_d \cdot R + L \cdot \frac{di_d}{dt} + i_f \cdot R + L \frac{di_f}{dt}.$$

Nun ist nach der Festsetzung des Dauerstromes

$$e = i_d \cdot R + L \cdot \frac{di_d}{dt}, \quad \text{d. h. } i_f \cdot R + L \frac{di_f}{dt} = 0.$$

Wir lösen für  $-dt \cdot R/L$  auf und integrieren, wobei der Festwert gleich  $-\ln K$  gesetzt wird. Dadurch erhalten wir, wenn  $\varepsilon = 2,718$  die Basis der natürlichen Logarithmen ist:

$$-\frac{R}{L} \cdot t = \int \frac{di_f}{i_f} = \ln i_f - \ln K, \quad \text{d. h. } i_f = K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}. \quad (3)$$

Man bezeichnet  $R/L$  als den Dämpfungsfaktor und  $L/R$  als die Zeitkonstante. Fügt man den freien Strom aus Gleichung (3) zum Dauerstrom, so erhält man die Gleichung für den wirklichen Strom. Den darin vorkommenden Festwert  $K$  ermittelt man aus dem wirklichen Strom zur Zeit  $t = 0$ .

Enthält der Stromkreis nur den Widerstand  $R$  und die Kapazität  $C$  in Reihe, so gilt nach S. 243 die Gleichung

$$e = i \cdot R + \frac{1}{C} \int i \cdot dt.$$

Da diese Gleichung wieder durch den Dauerstrom  $i_d$  allein erfüllt wird, so gilt für den freien Strom

$$i_f \cdot R + \frac{1}{C} \int i_f \cdot dt = 0.$$

Setzen wir  $i_f = dq_f/dt$ , so erhalten wir ähnlich wie oben:

$$q_f + R \cdot C \frac{dq_f}{dt} = 0, \quad \text{d. h. } q_f = K \varepsilon^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}. \quad (4)$$

Der Dämpfungsfaktor ist  $1/RC$ . Die freie Ladung  $q_f$  aus Gleichung (4) fügt man zur bekannten Dauerladung und erhält so die wirkliche Ladung. Den Festwert  $K$  ermittelt man dann aus der wirklichen Ladung zur Zeit  $t = 0$ .

Enthält der Stromkreis Widerstand, Induktivität und Kapazität in Reihe, so gilt nach S. 244 die Gleichung

$$e = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt.$$

Da diese Gleichung wieder durch den Dauerstrom allein erfüllt wird, so gilt für den freien Strom

$$i_f \cdot R + L \cdot \frac{di_f}{dt} + \frac{1}{C} \int i_f dt = 0.$$

Setzen wir  $\int i_f \cdot dt = q_f$ , so erhalten wir

$$\frac{dq_f}{dt} \cdot R + \frac{d^2q_f}{dt^2} \cdot L + \frac{q_f}{C} = 0. \quad (5)$$

Je nach dem Verhältnis  $R^2 : 4L/C$  ergeben sich dafür verschiedene Lösungen. Wir behandeln hier nur den Fall, in welchem  $R^2$  kleiner ist als  $4L/C$ . Dafür ergibt die Theorie der Differentialgleichungen unter Benutzung der noch zu bestimmenden Festwerte  $A$  und  $\alpha$

$$q_f = \varepsilon^{-a \cdot t} \cdot A \cdot \sin(b \cdot t + \alpha) \quad (6)$$

Darin ist

$$a = \frac{R}{2L} \quad (7) \quad b = \frac{\sqrt{4L/C - R^2}}{2L}. \quad (8)$$

$a$  ist der Dämpfungsfaktor. Man kann die Richtigkeit der Lösung dadurch prüfen, daß man  $q_f$  aus Gl. (6), sowie die beiden ersten Differentialquotienten in Gl. (5) einsetzt. Man erhält nun aus Gl. (6)

$$i_f = \frac{dq_f}{dt} = -a \cdot A \cdot \varepsilon^{-at} \sin(bt + \alpha) + b \cdot A \cdot \varepsilon^{-at} \cdot \cos(bt + \alpha). \quad (9)$$

Wir setzen jetzt

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \chi \quad (10) \quad \text{d. h. } \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \chi \quad \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \chi.$$

Dabei ist nach Gl. (7) und (8)  $\sqrt{a^2 + b^2} = 1/\sqrt{L \cdot C}$ . Führen wir dann die Werte von  $a$  und  $b$  aus den letzten beiden Gleichungen in Gl. (9) ein, so erhalten wir:

$$i_f = \frac{-A \cdot \varepsilon^{-at}}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \sin(b \cdot t + \alpha - \chi). \quad (11)$$



Man fügt nun die Werte der freien Ladung und des freien Stromes aus Gleichung (6) und (11) zu den entsprechenden Dauerwerten und erhält daraus die Gleichungen für die wirkliche Ladung und den wirklichen Strom. Die darin enthaltenen Festwerte  $A$  und  $\alpha$  bestimmt man aus der wirklichen Ladung und Stromstärke zur Zeit  $t = 0$ .

Die freie Ladung und Stromstärke ergeben sich in unserm Falle, d. h. bei  $R^2 < 4L/C$ , als gedämpfte Sinusschwingungen von der Kreisfrequenz  $b$ , die sich über die Dauerwerte überlagern. Man kann solche gedämpfte Schwingungen zeichnen, indem man die Senkrechten der ungedämpften Schwingungen entsprechend dem Dämpfungsfaktor und der Zeit verkleinert. Bei verschwindend kleinem Widerstand  $R$  ergibt sich die Kreisfrequenz der Eigenschwingungen nach Gleichung (8) zu  $1/\sqrt{LC}$ .

### 85. Beispiele.

1. Der Stromkreis mit dem Widerstand  $R$  und der Induktivität  $L$  in Reihe werde an eine Gleichstromspannung  $E$  geschaltet. Dann ist der Dauerstrom gleich  $E/R$ . Fügen wir ihn zu dem nach Gleichung (3) berechneten freien Strom, so erhalten wir den wirklichen Strom

$$i = \frac{E}{R} + K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

Für  $t = 0$  ist  $i = 0$ . Setzen wir beide Werte in unsere Gleichung, so wird  $K = -E/R$ . Der Strom ist also

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t} \quad (12)$$

Für  $t = L/R$  wird

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot \varepsilon^{-1} = \frac{E}{R} \left( 1 - \frac{1}{2,718} \right) = 0,63 \cdot \frac{E}{R}.$$

Die Zeitkonstante  $L/R$  gibt also in unserm Falle die Zeit an, in welcher der Strom auf das 0,63 fache des Endwertes angewachsen ist.

Es sei z. B.  $E = 10$  Volt,  $R = 2$  Ohm und  $L = 2$  Henry. Dann ist der Dauerstrom  $I = E/R = 5$  Amp. und der Zeitwert des Stromes während des Ausgleichs  $i = 5 - 5 \varepsilon^{-t}$ . Bild 295 zeigt für diesen Fall die Abhängigkeit der Stromstärke von der Zeit. Der Endwert des Stromes wird genau genommen erst nach unendlicher Zeit erreicht. Jedoch steigt der Strom schon in kurzer Zeit nahezu auf den Endwert. Wir berechnen z. B. die Zeit, in der der Unterschied gegenüber dem Dauerstrom nur mehr 1<sup>0</sup>/<sub>00</sub> beträgt, der Strom also auf 4,995 Amp. angewachsen ist. Wir erhalten:

$$4,995 = 5 - 5 \varepsilon^{-t}, \quad \text{d. h. } \varepsilon^{-t} = 0,001.$$

Daraus ergibt sich

$$\varepsilon^t = 1000 \quad t = \ln 1000 = \frac{\log 1000}{0,4343} = 6,9 \text{ sek.}$$

2. Bei einem vom Gleichstrom  $I$  erregten Elektromagneten, neben dessen Wicklung nach Bild 74 ein Widerstand geschaltet ist, werde der Hauptstrom ausgeschaltet. Die Summe aus den dann in Reihe liegenden Widerständen der Wicklung und des nebengeschalteten Zweiges sei  $R$ , die Induktivität sei gleich  $L$ . In der Magnetwicklung ist der Dauerstrom Null, also der wirkliche Strom nach Gl. (3):

$$i = i_f = K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

Für  $t = 0$  ist  $i = I$ . Daraus erhalten wir  $K = I$ , d. h.

$$i = I \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}. \quad (13)$$

Für  $t = L/R$  wird  $i = I \cdot \varepsilon^{-1} = 0,37 I$ . Die Zeitkonstante  $L/R$  gibt also in unserm Falle die Zeit an, in der der Strom auf das 0,37fache des Anfangswertes gefallen ist. Im Nebenzweig kehrt der Strom seine Richtung augenblicklich um, da der Zweig nur Wirkwiderstand enthält. Unsere Entwicklungen gelten auch für einen Elektromagneten, der durch Kurzschließen seiner Klemmen stromlos wird.

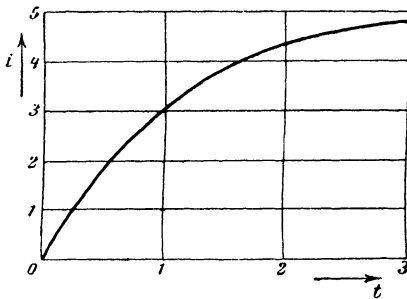


Bild 295.  
Gleichstrom beim Einschalten.

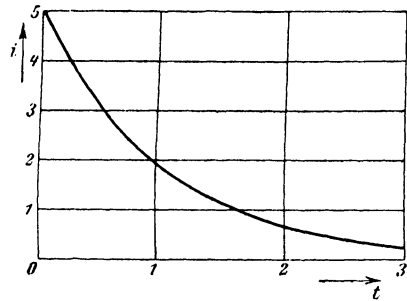


Bild 296.  
Gleichstrom beim Aufhören der Spannung.

Für  $I = 5$ ,  $R = 2$  und  $L = 2$  ist die Stromkurve in Bild 296 gezeichnet. Sie ist das Spiegelbild der Stromkurve in Bild 295.

3. Ein Stromkreis von der Kapazität  $C$  Farad und dem Widerstand  $R$  Ohm in Reihe werde an die Gleichstromspannung  $E$  gelegt. Die Induktivität werde gleich Null gesetzt. Dann ist die Dauerladung  $q_d = C \cdot E$ , also die Gesamtladung als die Summe der Dauerladung und der nach Gleichung (4) berechneten freien Ladung

$$q = C \cdot E + K \cdot \varepsilon^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}.$$

Für  $t = 0$  ist  $q = 0$ , also  $K = -C \cdot E$ . Demnach ist

$$q = C \cdot E - C \cdot E \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}}.$$

Daraus folgt der Strom

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}}. \quad (14)$$

Im Zeitpunkt des Einschaltens, also für  $t = 0$ , wird die Stromstärke nach unserer Gleichung gleich  $E/R$ . Sie ist also bei kleinem Widerstand außerordentlich groß, obwohl der Stromkreis im gewöhnlichen Sinne überhaupt nicht geschlossen ist. Tatsächlich ist nun allerdings immer etwas Selbstinduktion vorhanden, die bewirkt, daß der Strom im Zeitpunkt des Einschaltens nicht gleich  $E/R$  ist, sondern von Null an zunimmt. Er kann aber doch so stark werden, daß es sich empfiehlt, ein Kabel nicht sofort auf die volle Spannung zu schalten, sondern die Spannung allmählich zu erhöhen, oder das Kabel durch einen sog. Schutzschalter über einen Widerstand anzuschließen. Der Widerstand wird schon während des Schaltens kurz geschlossen.

4. Eine Spule mit der gleichbleibenden Induktivität  $L$  und verschwindend kleinem Wirkwiderstand werde zur Zeit  $t = 0$  an eine Wechselstromquelle mit der Spannung  $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$  angeschlossen. Da der Dauerstrom beim Wirkwiderstand Null um  $\pi/2$  gegen die Spannung zurückbleibt, so ist er  $i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \pi/2)$ . Da ferner der Dämpfungsfaktor nach Gleichung (3) gleich Null ist, so ist der freie Strom gleichbleibend gleich  $K$ . Der wirkliche Strom ist also

$$i = i_m \cdot \sin\left(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}\right) + K. \quad (15)$$

Für  $t = 0$  ist  $i = 0$ , d. h. der Festwert  $K$ , der jetzt einen gleichbleibenden Strom darstellt, ist

$$K = -i_m \cdot \sin\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = i_m \cos \psi. \quad (16)$$

Der wirkliche Strom besteht also aus einem Gleichstrom  $i_m \cdot \cos \psi$ , über den sich ein sinusförmiger Wechselstrom lagert. Bild 297 zeigt die Welle der Spannung, deren Ursprung gegen den Anfangspunkt um den Winkel  $\psi$  zurück liegt, sowie die Welle des Dauerstromes, die gegen die Spannungswelle um  $\pi/2$  zurückbleibt. Der freie Strom wird durch die Gerade

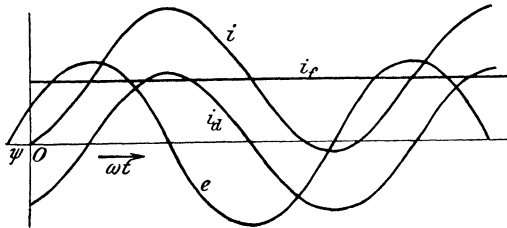


Bild 297. Einschaltstrom bei widerstandloser Induktionsspule.

dargestellt. Die Kurve des wirklichen Stromes verläuft wie die des Dauerstromes, ist aber um den gleichbleibenden Wert  $K$  des freien Stromes in senkrechter Richtung verschoben. Sie geht für  $t = 0$  durch Null hindurch, da für diesen Zeitpunkt der freie Strom und der Dauerstrom entgegengesetzt gleich sind. Wenn der Wirkwiderstand unserer Annahme entsprechend gleich Null ist, was natürlich tatsächlich nie ganz zutrifft, bleiben die Kurven ungeändert, d. h. der Gesamtstrom enthält dauernd einen Gleichstrom.

Der freie Strom ist am größten, wenn die Spannung beim Einschalten gerade durch Null hindurchgeht. Er ist dabei gleich dem Höchstwert  $i_m$  des Dauerstromes. Auch der Höchstwert des Gesamtstromes wird in diesem Falle am größten. Er ist dabei gleich  $2 i_m$  und wird nach Ablauf einer halben Periode erreicht. Die Kurve des Gesamtstromes liegt dann dauernd oberhalb oder unterhalb der Wagerechten, so daß der Strom seine Richtung überhaupt nicht ändert.

Wird endlich eingeschaltet, wenn die Spannung ihren Höchstwert besitzt, so ist der Dauerstrom beim Einschalten gleich Null. Daher fällt die Kurve des Gesamtstromes mit der des Dauerstromes zusammen.

5. Eine widerstandslose Induktionsspule mit einem Eisenkern, der bei der Magnetisierung stark gesättigt wird, werde an eine sinusförmige Wechselstromspannung geschaltet. Die aufgedrückte Spannung bedingt eine entgegengesetzt gleiche Selbstinduktionsspannung und dadurch zwar nicht denselben Fluß, aber dieselbe Flußänderung wie im Dauerzustand. Man hat dann die Kurve des Dauerflusses  $\Phi_d$ , der nach Bild 208 um  $\pi/2$  gegen die aufgedrückte Spannung zurückbleibt, senkrecht so weit zu verschieben, daß sie für  $t = 0$  durch Null hindurchgeht und erhält dadurch den wirklichen Fluß  $\Phi$ . Bild 298 zeigt dies unter der Annahme, daß die Spannung zur Zeit  $t = 0$  durch Null hindurchgeht, wobei der Fluß auf das Doppelte des Höchstwertes des Dauerflusses ansteigt.

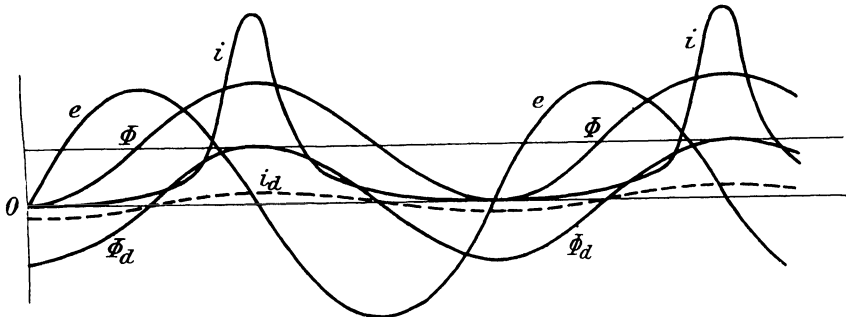


Bild 293. Fluß- und Stromkurve bei gesättigtem Eisen.

Der Strom  $i$  ergibt sich dann dadurch, daß man den Fluß durch den Eisenquerschnitt teilt und die erforderliche Erregung für 1 cm aus Bild 70 ermittelt. Wenn diese der Einfachheit wegen als Senkrechte aufgetragen wird, ergibt sich die Kurve  $i$ . Zum Vergleich ist die entsprechende Kurve des Dauerstromes gezeichnet, die jetzt im Gegensatz zu früher keine Rolle mehr bei der Ermittlung des Gesamtstromes spielt. Bei der Zeichnung ist angenommen, daß der Höchstwert der Induktion beim Dauerzustand gleich 8000, also beim Übergangszustand gleich 16 000 ist. Da bei 16 000 Gauß 35 Amperewindungen/cm nötig sind, bei 8000 Gauß aber nur 1,6 Amperewin-

dungen/cm, so ist der Höchstwert des Einschaltstromes 23(!)mal so groß wie der des Dauerstromes. Beim Einschalten großer Transformatoren oder Drehstrommotoren mit stark gesättigtem Eisen werden daher ebenfalls die auf S. 282 erwähnten Schutzschalter verwendet. Der Widerstand, der in ihnen enthalten ist und schon während der Schaltbewegung kurzgeschlossen wird, ist so bemessen, daß er im Dauerzustand bei Leerlauf einige Prozente der Netzspannung vernichten würde. Infolge seiner dämpfenden Wirkung wird der Höchstwert des Stromes schon bei seinem ersten Auftreten verringert.

Auch hier wieder fällt die Kurve des wirklichen Stromes mit der des Dauerstromes zusammen, wenn in dem Zeitpunkt eingeschaltet wird, wo der Dauerstrom durch Null hindurchgeht, also die Spannung ihren Höchstwert hat.

6. Ein Stromkreis mit der gleichbleibenden Induktivität  $L$  und dem Widerstand  $R$  werde zur Zeit  $t = 0$  an die Spannung  $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$  geschaltet. Ist  $i_m$  der Höchstwert des Dauerstromes und  $\operatorname{tg} \varphi = L \omega / R$ , so ist der Zeitwert des Dauerstromes  $i_a = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi)$ . Er ist durch die Kurve  $i_a$  in Bild 299

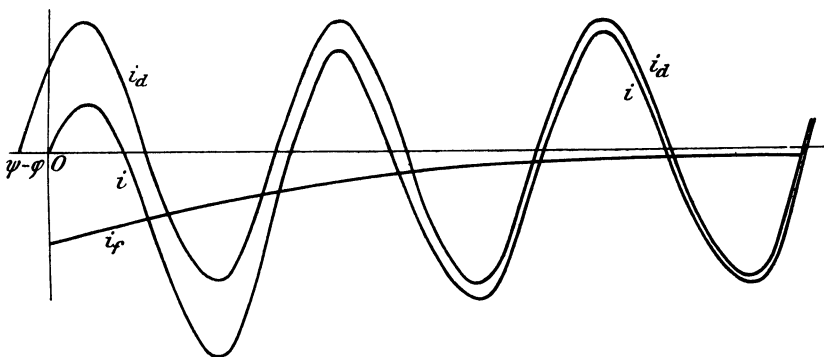


Bild 299. Einschaltstrom für Widerstand und Induktivität bei Wechselstrom.

dargestellt. Der freie Strom ist nach Gleichung (3)  $i_f = K \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$ , und der wirkliche Strom als die Summe des Dauerstromes und des freien Stromes ist:

$$i = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) + K \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

Für  $t = 0$  ist  $i = 0$ , d. h.  $K = -i_m \cdot \sin(\psi - \varphi)$ . Der freie Strom wird also durch die Kurve  $i_f$  dargestellt. Der wirkliche Strom ist dann

$$i = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) - e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \cdot i_m \cdot \sin(\psi - \varphi). \quad (17)$$

Er ist durch die Kurve  $i$  gegeben, die durch das Zusammenzählen der Senkrechten der Kurven  $i_a$  und  $i_f$  gewonnen ist. Nach einer Anzahl von Schwingungen, die genau genommen unendlich groß ist,

geht der wirkliche Strom in den Dauerstrom über. Wir fragen nun, unter welchen Umständen der Höchstwert des wirklichen Stromes am größten wird. Wenn wir Gl. (17) partiell nach  $\psi$  und  $t$  differenzieren und die Differentialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir

$$\begin{aligned} \cos(\omega t + \psi - \varphi) - \cos(\psi - \varphi) \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t} &= 0. \\ \omega \cdot \cos(\omega t + \psi - \varphi) + \frac{R}{L} \cdot \sin(\psi - \varphi) \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t} &= 0. \end{aligned}$$

Wenn wir  $\cos(\omega t + \psi - \varphi)$  herausschaffen und  $L\omega/R = \operatorname{tg} \varphi$  setzen, erhalten wir

$$L\omega \cdot \cos(\psi - \varphi) = -R \cdot \sin(\psi - \varphi), \quad \text{d. h. } \operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg}(\psi - \varphi).$$

Daraus folgt  $\psi = 0$  oder  $\psi = \pi$ . Der Strom wird also, wie in dem Sonderfall 1 auf S. 280 am größten, wenn beim Durchgang der Spannung durch Null eingeschaltet wird.

7. Eine Drosselspule mit der gleichbleibenden Induktivität  $L$  und ein Kondensator mit der Kapazität  $C$  in Reihe werden zur Zeit  $t = 0$  an eine Gleichstromspannung  $E$  geschaltet. Der Wirkwiderstand  $R$  sei verschwindend klein. Da die Bedingung  $R^2 < 4L/C$  erfüllt ist, so ergibt sich die freie Ladung aus Gleichung (6) zu

$$q_f = \varepsilon^{-a \cdot t} \cdot A \cdot \sin(b \cdot t + \alpha).$$

Darin ist nach Gleichung (7) und (8)  $a = 0$  und  $b = 1/\sqrt{LC}$ . Da die Dauerladung  $q_d = C \cdot E$  ist, so wird die wirkliche Ladung

$$q = q_d + q_f = C \cdot E + A \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \alpha\right). \quad (18)$$

Daraus folgt der Strom

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{A}{\sqrt{LC}} \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \alpha\right). \quad (19)$$

Wir ermitteln nun die Festwerte  $A$  und  $\alpha$ . Für  $t = 0$  ist  $q = 0$  und  $i = 0$ . Daraus folgt

$$A \cdot \sin \alpha = -C \cdot E \quad \frac{A}{\sqrt{LC}} \cdot \cos \alpha = 0.$$

Daraus folgt  $\alpha = \pi/2$  und  $A = -C \cdot E$ . Demnach wird

$$q = C \cdot E - C \cdot E \cdot \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (20) \quad i = \frac{E}{\sqrt{LC}} \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}. \quad (21)$$

Der Strom ist ein Wechselstrom mit dem Höchstwert  $E : \sqrt{LC}$ . Die Kreisfrequenz ist  $1/\sqrt{LC}$ , also die Schwingungszahl in der Sekunde gleich  $1 : 2\pi\sqrt{LC}$  und die Zeit einer Schwingung  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ . Wenn der Widerstand, wie angenommen, gleich Null ist,

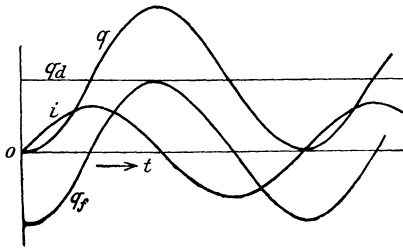


Bild 300. Strom beim Einschalten einer Drosselspule und eines Kondensators auf eine Gleichstromquelle.

dauern die Schwingungen unbegrenzt fort. Bild 300 zeigt den zeitlichen Verlauf des Stromes, der Dauerladung, der freien Ladung und der Gesamtladung.

Im ersten Viertel der Periode wächst der Strom bis auf den Höchstwert  $i_m = E : \sqrt{L/C}$ , und die in der Drosselspule aufgespeicherte Energie erreicht nach Gleichung (10) auf S. 82 den Be-

trag  $L \cdot i_m^2/2 = C \cdot E^2/2$ . Gleichzeitig erreicht nach Gl. (20) die Ladung des Kondensators den Betrag  $C \cdot E$ , die Spannung am Kondensator also den Betrag  $E$ , und die Energie des elektrischen Feldes erreicht nach Gleichung (21) auf S. 108 den Betrag  $C \cdot E^2/2$ . Die Stromquelle liefert also im ersten Viertel der Periode die Energie  $C \cdot E^2$ .

Zur Zeit  $T/2$ , die dem Bogen  $\pi$  entspricht, ist der Strom nach Gl. (21) gleich Null, die Drosselspule hat also ihre magnetische Energie abgegeben. Gleichzeitig ist die Ladung des Kondensators nach Gleichung (20) gleich  $2 \cdot CE$ , also die Kondensatorspannung gleich  $2E$ , d. h. doppelt so groß wie die Gleichstromspannung. Die elektrische Energie ist dann  $C(2 \cdot E)^2/2 = 2C \cdot E^2$ . Davon stammt der Betrag  $C \cdot E^2/2$  aus der Drosselspule, während der Betrag  $C \cdot E^2$  im zweiten Viertel der Periode aus der Stromquelle geliefert ist.

Im dritten Viertel der Periode wird die elektrische Energie des Kondensators zum großen Teil frei, unter Aufspeicherung von magnetischer Energie und Rücklieferung an die Stromquelle. Endlich wird im vierten Teil der Periode die magnetische Energie der Drosselspule und der Rest der elektrischen Energie des Kondensators an die Stromquelle zurückgegeben, worauf das Spiel von neuem beginnt.

8. Eine Drosselspule mit der gleichbleibenden Induktivität  $L$  in Reihe mit einem Kondensator von der Kapazität  $C$  bei vernachlässigbarem Wirkwiderstand werde zur Zeit  $t = 0$  an die Spannung  $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$  angeschlossen. Der Dauerstrom ist dann ein sinusförmiger Wechselstrom. Je nachdem dann  $L\omega$  oder  $1/C\omega$  überwiegt, bleibt der Dauerstrom  $i_d$  um  $+\pi/2$  oder  $-\pi/2$  gegen die Spannung zurück. Die Dauerladung wird ebenfalls sinusförmig und bleibt gegen den Strom um  $\pi/2$  zurück. Im übrigen bleibt der Gang der Rechnung derselbe wie im Fall 7. Der Strom, den man erhält, besteht aus dem sinusförmigen Dauerstrom von der Kreisfrequenz  $\omega$ , über den sich der sinusförmige freie Strom von der Eigenkreisfrequenz  $1/\sqrt{LC}$  überlagert.

Wir wollen nun annehmen, daß im Zeitpunkt eingeschaltet wird, wenn die Spannung der Stromquelle ihren Höchstwert  $e_m$  besitzt.

Tatsächlich wird bei den gebräuchlichen Schaltern der Strom immer in diesem Zeitpunkt geschlossen. Wir setzen weiter den Fall, daß die eigene Kreisfrequenz  $1/\sqrt{LC}$  sehr groß ist gegen die Kreisfrequenz  $\omega$  der Stromquelle. Dann können wir annehmen, daß viele Eigenschwingungen vollendet sind, ehe sich die Spannung der Stromquelle wesentlich ändert. Wir können also im Anfang mit einer gleichbleibenden Spannung rechnen. Der Höchstwert der Spannung am Kondensator wird dann wie früher gleich  $2 e_m$  und der Höchstwert des Stromes nach Gleichung (21)  $i_m = e_m : \sqrt{LC}$ . Gleichzeitig hat unsere Annahme, daß  $\omega$  gegen  $1/\sqrt{LC}$  verschwindet, zur Folge, daß  $\omega^2$  gegen  $1/LC$  erst recht verschwindet, also  $L\omega$  gegen  $1/C\omega$  zu vernachlässigen ist. Der Gesamtwiderstand ist dann  $1/C\omega$ , d. h. der Höchstwert  $i_{dm}$  des Dauerstromes ist  $e_m \cdot C\omega$ . Daraus folgt:

$$\frac{i_m}{i_{dm}} = \frac{e_m / \sqrt{LC}}{e_m \cdot C\omega} = \frac{1/\sqrt{LC}}{\omega} . \quad (22)$$

Der Höchstwert des Stromes nach dem Einschalten verhält sich also zum größten Dauerwert wie die Eigenfrequenz zur Frequenz der Stromquelle. Der große Einschaltstrom ergibt wieder die Notwendigkeit von Schutzschaltern beim Einschalten von Kabeln.

### 86. Wanderwellen.

Wir haben bisher angenommen, daß Selbstinduktion und Kapazität in getrennten Teilen des Stromkreises vorhanden sind. Tatsächlich ist diese Annahme nie vollkommen erfüllt. Sie trifft jedoch häufig angenähert zu, da z. B. bei den Wicklungen von Maschinen und Transformatoren die Kapazität meist gegenüber der Selbstinduktion zu vernachlässigen ist, während das Umgekehrte oft bei Kabeln der Fall ist. Unter Annahme einer solchen getrennten Induktivität und Kapazität ergaben sich in den letzten beiden Abschnitten in manchen Fällen Überspannungen und Überströme. Auch die Entwicklungen des Abschnittes 75, wo sich im Falle einer Resonanz Überspannungen und Überströme ergaben, bezogen sich auf den Fall, daß Induktivität und Kapazität in besonderen Teilen des Stromkreises vorhanden sind. Wir behandeln jetzt den Fall, in welchem die einzelnen Teile eines Stromkreises, wie z. B. die Leitungen, längs ihrer ganzen Bahn sowohl Selbstinduktion als Kapazität besitzen<sup>1)</sup>. Man spricht in diesem Falle von verteilter Selbstinduktion und Kapazität.

Es sei  $l$  die einfache Länge der Leitung,  $L$  die Induktivität für die Längeneinheit und  $C$  die Kapazität für die Längeneinheit. Der

<sup>1)</sup> Vgl. die Pionierarbeit von K. W. Wagner, Elektromagnetische Ausgleichsvorgänge in Freileitungen und Kabeln, Leipzig und Berlin 1908.



Widerstand werde gleich Null gesetzt. Ebenso werde angenommen, daß abgesehen vom Verschiebungsstrom kein Strom durch das Dielektrikum geht, die Isolation also vollkommen ist. Wir bestimmen dann die Spannung  $e$  und die Stromstärke  $i$  im Abstand  $x$  vom Leitungsanfang in Abhängigkeit vom Ort und von der Zeit. Dabei haben wir

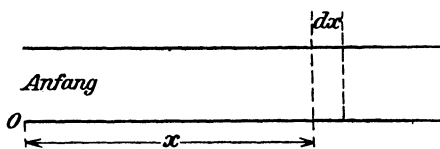


Bild 801. Leitungsteil von der Länge  $dx$ .

partielle Differentialquotienten einzuführen, die wie üblich durch ein rundes  $\partial$  kenntlich gemacht sind.

Der Spannungsverbrauch auf der Längeneinheit, die wir uns dabei sehr klein vorstellen müssen, ist  $L \cdot \partial i / \partial t$ . Er ist gleich der negativen Zunahme der Spannung auf der Längeneinheit, also gleich  $-\partial e / \partial x$ . Demnach ist

$$L \frac{\partial i}{\partial t} = - \frac{\partial e}{\partial x}. \quad (23)$$

Andererseits ist die Stromabnahme auf der Längeneinheit infolge des scheinbar durch das Dielektrikum fließenden Verschiebungsstromes gleich  $C \cdot \partial e / \partial t$ . Sie ist gleich der negativen Zunahme des Stromes auf der Längeneinheit, also gleich  $-\partial i / \partial x$ , d. h.

$$C \frac{\partial e}{\partial t} = - \frac{\partial i}{\partial x}. \quad (24)$$

Wir differenzieren Gleichung (23) partiell nach  $x$  und Gleichung (24) partiell nach  $t$  und erhalten:

$$L \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t \cdot \partial x} = - \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} \quad \text{und} \quad C \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 i}{\partial x \cdot \partial t}.$$

Wenn  $\frac{\partial^2 i}{\partial t \cdot \partial x}$  herausgeschafft wird, ergibt sich mit einem Festwert  $c$ :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 e}{\partial x^2}. \quad (25) \quad c = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}. \quad (26)$$

Die Auflösung der Gleichung (25) ergibt nach der Theorie der Differentialgleichungen

$$e = \varphi(x - c \cdot t) + \rho(x + c \cdot t). \quad (27)$$

Dabei ist  $\varphi(x - c \cdot t)$  eine Funktion von  $x - c \cdot t$  und  $\rho(x + c \cdot t)$  eine Funktion von  $x + c \cdot t$ . Man kann sich leicht von der Richtigkeit der Auflösung überzeugen, wenn man die zweiten Differentialquotienten von  $e$  nach  $x$  und  $t$  bildet. Man erhält zunächst:

$$\frac{\partial \varphi(x - c \cdot t)}{\partial t} = \frac{\partial \varphi(x - c \cdot t)}{\partial (x - c \cdot t)} \cdot \frac{\partial (x - c \cdot t)}{\partial t} = \frac{\partial \varphi(x - c \cdot t)}{\partial (x - c \cdot t)} \cdot (-c).$$

Demnach

$$\frac{\partial^2 \varphi(x - c \cdot t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi(x - c \cdot t)}{\partial (x - c \cdot t)^2} (-c) \cdot \frac{\partial (x - c \cdot t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi(x - c \cdot t)}{\partial (x - c \cdot t)^2} \cdot c^2.$$

Wenn wir also der Kürze wegen  $\varphi$  statt  $\varphi(x - c \cdot t)$  und  $\varrho$  statt  $\varrho(x + c \cdot t)$  schreiben, erhalten wir:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (x - c \cdot t)^2} \cdot c^2 + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial (x + c \cdot t)^2} \cdot c^2.$$

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (x - c \cdot t)^2} + \frac{\partial^2 \varrho}{\partial (x + c \cdot t)^2}.$$

Daraus folgt unmittelbar Gleichung (25). Wir ermitteln nun die Gleichung für die Stromstärke und differenzieren dazu Gl (27) nach  $t$ :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -c \frac{\partial \varphi}{\partial (x - c \cdot t)} + c \frac{\partial \varrho}{\partial (x + c \cdot t)}.$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (24) ein, so erhalten wir

$$-C \cdot c \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial (x - c \cdot t)} + C \cdot c \cdot \frac{\partial \varrho}{\partial (x + c \cdot t)} = \frac{\partial i}{\partial x}.$$

Durch Integration ergibt sich dann

$$i = C \cdot c \cdot \varphi - C \cdot c \cdot \varrho.$$

Dabei ist nach Gleichung (26)  $C \cdot c = \sqrt{C/L}$ . Wir setzen den umgekehrten Wert gleich  $Z$  und bezeichnen ihn als den Wellenwiderstand der Leitung. Dann ergibt sich, wenn die Funktionen wieder vollständig geschrieben werden:

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (28) \quad i = \frac{1}{Z} \left\{ \varphi(x - c \cdot t) - \varrho(x + c \cdot t) \right\}. \quad (29)$$

Die Funktionen  $\varphi$  und  $\varrho$  sind von der Zeit und dem Ort abhängig. Dabei hat  $\varphi$  stets wieder denselben Wert, wenn  $x - c \cdot t$  einen beliebigen festen Wert  $p$  erreicht. Ebenso hat  $\varrho$  stets wieder denselben Wert, wenn  $x + c \cdot t$  einen beliebigen festen Wert  $q$  annimmt. Wir setzen also

$$x - c \cdot t = p, \quad x + c \cdot t = q.$$

und erhalten durch Differenzieren nach  $t$ :

$$\text{für } \varphi: \quad \frac{dx}{dt} = c, \quad \text{für } \varrho: \quad \frac{dx}{dt} = -c.$$

Die Funktion  $\varphi$  ist dann nach Bild 302 eine Wanderwelle, die in unveränderter Form mit der Geschwindigkeit  $c$  vorwärts schreitet. Dagegen ist  $\varrho$  eine Welle, die in unveränderter Form mit der Geschwindigkeit  $c$  rückwärts schreitet. Die Bezeichnungen  $\varphi$  und  $\varrho$  sind mit Rücksicht auf diese Fortschrittingsrichtung gewählt. Für Freileitungen wird

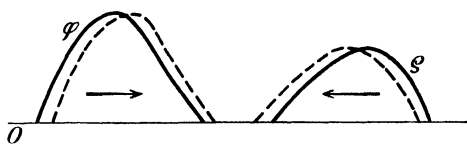


Bild 302. Vorwärts und rückwärts schreitende Wellen.

Die Bezeichnungen  $\varphi$  und  $\varrho$  sind mit Rücksicht auf diese Fortschrittingsrichtung gewählt. Für Freileitungen wird

nach Gleichung (26) mit Benutzung von Gleichung (5) auf S. 78 und Gleichung (17) auf S. 106 unter Vernachlässigung des magnetischen Feldes im Innern der Leiter  $c = v = 3 \cdot 10^{10}$  cm/sek, also gleich der Lichtgeschwindigkeit. Dabei ist in Gleichung (5) auf S. 78 wo die Länge in km einzusetzen ist,  $l = 10^{-5}$  einzusetzen.

Die Form der Wellen ergibt sich aus den Anfangsbedingungen. Wir werden sie in den nächsten Abschnitten für einfache Fälle ermitteln, haben aber zunächst die Reflexionsgesetze für die Wanderwellen festzustellen<sup>1)</sup>.

1. Leitungsende offen. Es seien  $\varphi$  und  $\varrho$  die Zeitwerte der vorwärts und rückwärts laufenden Wellen am Leitungsende. Nun ist nach Gleichung (29)  $\varphi - \varrho = i \cdot Z$ . Da der Strom am offenen Leitungsende gleich Null ist, so wird  $\varphi = \varrho$ . Läuft also eine beliebige Spannungswelle  $\varphi$  nach Bild 302a auf das Ende zu, so entsteht eine

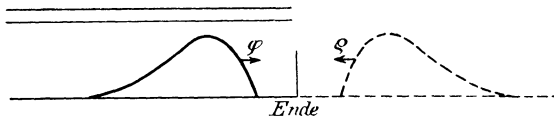


Bild 302a. Leitungsende offen.

rückwärts laufende Welle  $\varrho$ , die das Spiegelbild in bezug auf eine im Leitungsende errichtete Senkrechte ist. An jeder Stelle der Leitung ergibt sich dann die Spannung nach der Gleichung  $e = \varphi + \varrho$ , d. h. die Spannung wird durch die Überlagerung größer als der Welle  $\varphi$  entspricht. Ebenso ergibt sich an jeder Stelle der Leitung der Strom durch den Unterschied der Wellen  $\varphi$  und  $\varrho$  nach der Gleichung  $i \cdot Z = \varphi - \varrho$ .

2. Leitungsende kurz geschlossen. Da die Spannung am kurzgeschlossenen Ende gleich Null ist, so gilt die Gleichung  $e = \varphi + \varrho = 0$ , d. h.  $\varrho = -\varphi$ . Läuft also eine beliebige Spannungswelle  $\varphi$  nach Bild 302b auf das Leitungsende zu, so entsteht

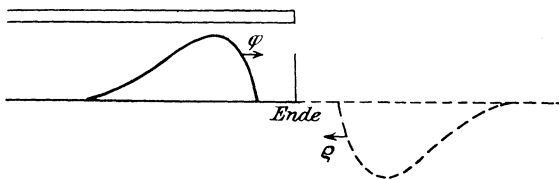


Bild 302b. Leitungsende kurz geschlossen.

gleichzeitig eine rückläufige Welle  $\varrho$ , die das Spiegelbild in bezug auf die senkrechte und wagerechte Achse ist.

<sup>1)</sup> Nach der überaus einfachen Darstellung bei K. W. Wagner im 1. Sonderheft der Telegraphen- und Fernsprechtechnik, April 1919.

3. Leitungsende über Widerstand  $R$  geschlossen. Dann gelten für das Ende die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} e &= \varphi + \varrho = i \cdot R & 2\varphi &= i(R + Z) \\ \varphi - \varrho &= i \cdot Z & 2\varrho &= i(R - Z) \end{aligned} \right\} \text{d. h. } \varrho = \frac{R - Z}{R + Z} \cdot \varphi.$$

Wir setzen nun 
$$\frac{R - Z}{R + Z} = p. \tag{30}$$

und bezeichnen diese Größe als den Reflexionsfaktor. Ist  $R$  größer als  $Z$ , so ist  $p$  positiv und wir erhalten eine rückläufige Welle wie in Bild 302a, nur mit verringerter Höhe. Die Überlagerung ergibt dann ebenfalls eine Spannungserhöhung gegenüber der Welle  $\varphi$  allein.

Ist  $R$  kleiner als  $Z$ , so ist  $p$  negativ, und wir erhalten eine rückläufige Welle wie in Bild 302b, jedoch ebenfalls mit verringerter Höhe. Für  $R = Z$  ist die rückläufige Welle gleich Null.

4. Übergang von einer Leitung 1 auf die Leitung 2. Eine beliebige Spannungswelle  $\varphi_1$  laufe mit der Geschwindigkeit  $c_1$  auf der Leitung 1 nach dem Verbindungspunkt hin. Die Welle, die in die Leitung 2 weiterläuft, sei  $\varphi_2$ . Da die rückwärts laufende Welle dieser Leitung gleich Null ist, so ist nach Gleichung (27) und (29) am Verbindungspunkt  $e_2 = \varphi_2 = i_2 \cdot Z_2$ . Da Spannung und Stromstärke am Verbindungspunkt beider Leitungen gemeinsam sind, so führen wir dafür die Bezeichnungen  $e$  und  $i$  ein und erhalten  $e = i \cdot Z_2$ . Wir haben dann dieselben Verhältnisse, wie wenn die erste Leitung von dem Wellenwiderstand  $Z_1$  auf einen Ohmschen Widerstand  $Z_2$  geschlossen wäre. Der Reflexionsfaktor  $p$  und die in die Leitung 1 zurücklaufende Welle  $\varrho_1$ , sind also nach Gleichung (30)

$$p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad \varrho_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \cdot \varphi_1.$$

Über die Vorzeichen gilt dasselbe wie unter 3. Daraus, daß die Spannung am Verbindungspunkt, die oben zu  $\varphi_2$  berechnet wurde, beiden Leitungen gemeinsam ist, ergibt sich dann

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \varrho_1 = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_1} \cdot \varphi_1.$$

Dabei ist  $2 Z_2 / (Z_2 + Z_1)$  der sog. Brechungsfaktor.

Die in die zweite Leitung eindringende Welle  $\varphi_2$  läuft mit einer der zweiten Leitung entsprechenden Geschwindigkeit  $c_2$ . Sie ist für  $Z_2 > Z_1$  größer als die ankommende Welle  $\varphi_1$ . Dies ist z. B. der Fall, wenn eine Welle aus einem Kabel in eine Freileitung übertritt.

Wenn dagegen  $Z_2$  kleiner ist als  $Z_1$ , so ist die in die Leitung 2 weiterlaufende Welle  $\varphi_2$  kleiner als die ankommende Welle  $\varphi_1$ . Bild 302c

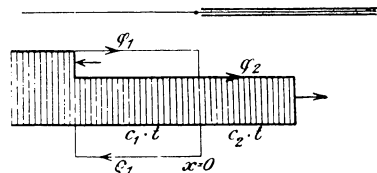


Bild 302c. Reflexion und Brechung am Verbindungspunkt.

zeigt dies für den Fall einer langen Welle  $\varphi_1$  von gleichmäßiger Höhe  $\varphi_1$  und senkrechter Wellenstirn, wobei  $Z_2 : Z_1 = 1/2$  angenommen ist. Dabei ergeben sich die Wellen  $\varphi_2 = 2/3 \varphi_1$  und  $\varrho_1 = \varphi_1/3$ , die im gezeichneten Zeitpunkt gegen den mit  $x = 0$  bezeichneten Verbindungspunkt um  $c_2 \cdot t$  bzw.  $c_1 \cdot t$  vorgeschritten sind.

4. Leitungsende über Widerstand  $R$  und Induktivität  $L$  geschlossen. Für diesen Fall gelten am Leitungsende die Gleichungen

$$\begin{aligned} e = \varphi + \varrho &= i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} \\ \varphi - \varrho &= i \cdot Z \\ \hline 2\varphi &= i(R + Z) + L \cdot \frac{di}{dt}. \end{aligned} \quad (31)$$

Die Leitung verhält sich also, wie Petersen zuerst als allgemein gültig ausgesprochen hat<sup>1)</sup>, in Bezug auf das Ende wie ein Stromkreis, in welchem die Spannung  $2\varphi$  wirksam ist und der Wellenwiderstand wie ein Ohmscher Widerstand zu behandeln ist.

Für den Fall einer langen Spannungswelle  $\varphi$  von gleicher Höhe ist  $2\varphi$  ein Festwert, und der Strom ergibt sich dann nach Gl. (31) unter Benutzung von Gleichung (12) auf S. 280 zu

$$i = \frac{2\varphi}{R + Z} - \frac{2\varphi}{R + Z} \cdot e^{-\frac{R+Z}{L} \cdot t}.$$

Die rückwärts laufende Welle  $\varrho$  wird dann

$$\varrho = \varphi - i \cdot Z = \frac{R - Z}{R + Z} \cdot \varphi + \frac{2\varphi \cdot Z}{R + Z} \cdot e^{-\frac{R+Z}{L} \cdot t}.$$

Für  $R = 0$  gibt Bild 302d die Welle  $\varrho$ , die im dargestellten Zeitpunkt von rechts her über die Leitung hinwegzuziehen beginnt. Die Summe  $\varphi + \varrho$  ist dann die Spannung, die durch die Senkrechten der gestreiften Fläche gegeben ist. Ebenso ist der Unterschied  $\varphi - \varrho$ , der ebenfalls durch die Senkrechten einer gestreiften Fläche dargestellt ist, gleich  $i \cdot Z$ , also ein Maß für den Strom. Beide gestreiften Flächen müssen wir von rechts her über die Leitung hinwegbewegt denken. Wie Bild 302d zeigt, wird eine Spannungswelle durch eine Induktivität im ersten Augenblick unter Erhöhung auf den doppelten Wert zurückgeworfen. Die Induktivität wirkt also wie

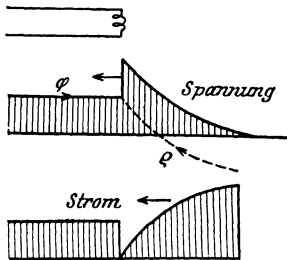


Bild 302d. Reflexion an einer Induktivität.

ein offenes Leitungsende.

5. Leitungsende durch Widerstand  $R$  und Kapazität  $C$  geschlossen. Ist  $\varphi$  die am Leitungsende einfallende Welle, so

<sup>1)</sup> Archiv für Elektrotechnik 1912, S. 245.

stellen wir sofort nach der obigen Regel für das Leitungsende die Gleichung auf:

$$2\varphi = i \cdot (R + Z) + \frac{1}{C} \int i \cdot dt. \quad (32)$$

Nach Gleichung (14) auf S. 281 ergibt sich daraus für den Fall, daß die Welle  $\varphi$  eine gleichmäßige Höhe besitzt, also  $\varphi$  ein Festwert ist:

$$i = \frac{2\varphi}{R + Z} \cdot e^{-\frac{t}{(R+Z) \cdot C}}.$$

und

$$\varrho = \varphi - i \cdot Z = \varphi - 2\varphi \cdot \frac{Z}{R + Z} \cdot e^{-\frac{t}{(R+Z) \cdot C}}.$$

Bild 302e zeigt für  $R=0$  die rücklaufende Welle  $\varrho$  im Zeitpunkt  $t=0$ , wo sie über die Leitung herziehen beginnt. Die Senkrechten der oberen gestreiften Fläche geben wieder die Spannung  $\varphi + \varrho$  während die der unteren gestreiften Fläche die Größe  $\varphi - \varrho = i \cdot Z$  darstellen. Beide Flächen müssen wir wieder von rechts her über die Leitung herziehend denken. Wie man sieht, wirkt die Kapazität wie ein Kurzschluß, indem die Spannung im ersten Augenblick auf Null heruntergeht.

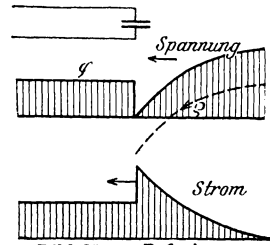


Bild 302e. Reflexion an einer Kapazität.

## 87. Einschaltvorgang bei Leitungen.

Eine unbelastete Leitung von der Länge  $l$  werde an eine Gleichstromquelle von der Spannung  $E$  geschaltet. Der Widerstand der Leiter, sowie der Leitwert der Isolationsschicht sei gleich Null. Der Anfang der Leitung ist in Bild 303 mit  $A$ , das Ende mit  $B$  bezeichnet. Die Funktion  $\varphi$  werde durch die Senkrechten einer ausgezogenen Kurve, die Funktion  $\varrho$  durch die einer gestrichelten Kurve dargestellt. Wir wollen die Form dieser Kurven, ohne das Reflexionsgesetz zu benutzen, ableiten.

Vor dem Einschalten, also zur Zeit  $t=0$ , ist die Spannung und die Stromstärke an allen Punkten der Leitung gleich Null. Wir erhalten also, wenn  $t=0$  gesetzt wird, aus Gleichung (27) und (29) für jeden Wert von  $x$  die Beziehungen:

$$0 = \varphi(x) + \varrho(x), \quad 0 = \varphi(x) - \varrho(x).$$

Demnach sind zur Zeit  $t=0$  für jeden Wert von  $x$  die Funktionen  $\varphi(x)$  und  $\varrho(x)$  gleich Null, d. h. die beiden Kurven fallen mit der wagerechten Achse  $AB$  zusammen. Sie sind der Deutlichkeit wegen etwas übereinander gezeichnet.

Die Kurven  $\varphi$  und  $\varrho$ , von denen wir bisher nur die in die wagerechte Achse fallenden Teile von der Länge  $AB$  kennen,

schreiten nun nach dem Einschalten mit der Geschwindigkeit  $c$  fort, und zwar die Kurve  $\varphi$  nach rechts, die Kurve  $\varrho$  nach links. In dem mit  $T/8$  bezeichneten Zeitpunkt sind sie um die halbe Leitungslänge vorgeschritten.

Die Spannung am Leitungsanfang ist dabei dauernd gleich  $E$ . Da sie die Gleichung (27) erfüllt und die rückwärts schreitende Welle  $\varrho$  entsprechend  $MR$  gleich Null ist, so muß die vorwärts schreitende

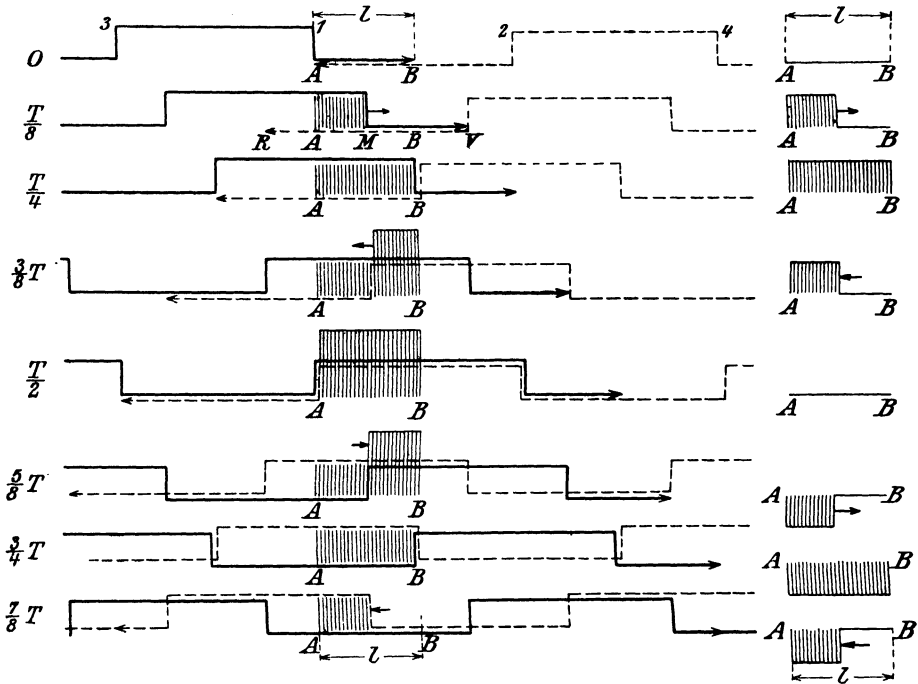


Bild 303. Wanderwellen beim Einschalten einer offenen Leitung.

Welle  $\varphi$  sich um  $E$  vergrößert haben. Ihre Kurve verläuft also zur Zeit  $T/8$  von  $M$  an wagerecht nach links. Dies Ergebnis übertragen wir in das darüberstehende Bild.

Gleichzeitig ist am Leitungsende  $B$ , wo der Strom Null ist, der Unterschied der beiden Wellen nach Gleichung (29) gleich Null. Da für  $t = T/8$  die vorwärts schreitende Welle  $\varphi$  am Leitungsende gleich Null ist, so ist auch die rückwärts schreitende Welle an dieser Stelle gleich Null.

Damit sind wir nun imstande, zunächst für  $t = 0$  die ganzen Wellen, die von links und rechts her über die Leitung hinwegzuziehen beginnen, zu zeichnen. Eine Senkrechte der ausgezogenen Kurve links ergibt mit einer gleich weit vom Anfang  $A$  entfernten Senkrechten der gestrichelten Kurve rechts zusammen den Wert  $E$ . Dagegen müssen zwei Senkrechten der ausgezogenen Kurve links und

der gestrichelten Kurve rechts, die gleich weit vom Ende  $B$  entfernt sind, gleich groß sein. Aus der Ecke 1 erhält man die Ecke 2, aus dieser die Ecke 3 usw. So ergeben sich zwei rechteckige Wellen von der Wellenlänge  $4l$ , deren Symmetrielinie um  $E/2$  gegen die wagerechte Achse nach oben verschoben ist.

Es sei nun  $T$  die Zeit in Sekunden, in der die Wellen um eine Wellenlänge, also um die Strecke  $4l$  fortschreiten. Wir zeichnen dann beide Wellen in Zeitabschnitten von  $T/8$  Sek. Wenn wir auf der Länge  $l$  die Senkrechten beider Wellen zusammenzählen, ergibt sich nach Gleichung (27) die Spannung an jeder Stelle. Sie wird durch die Senkrechten der gestreiften Flächen im linken Teil des Bildes dargestellt. In den Zeitpunkten  $T/4$  und  $3/4 T$  finden wir das auf S. 290 ermittelte Reflexionsgesetz bestätigt.

Wir fassen nun die Bewegung der Gesamtwellen ins Auge. Zur Zeit  $T/8$  schreitet eine Ladewelle von der Höhe  $E$  in der Richtung vom Anfang zum Ende. Sie wird dort zur Zeit  $T/4$  unter Erhöhung der Spannung auf das Doppelte zurückgeworfen, so daß eine Ladewelle von der Höhe  $E$  zum Anfang zurück kehrt. Dort wird sie zur Zeit  $T/2$  unter Verringerung der Spannung auf den einfachen Wert wieder zurückgeworfen, d. h. eine Entladewelle von der Höhe  $E$  schreitet vom Anfang zum Ende. Hat sie dann zur Zeit  $3/4 T$  das Ende erreicht, so wird sie unter Verringerung der Spannung auf Null wieder zum Anfang zurückgeworfen. Dann wiederholt sich das Spiel von neuem, bis sich infolge der dämpfenden Wirkung des schließlich doch nicht zu vernachlässigenden Wirkwiderstandes der Leitung die Senkrechten der Einzelwellen  $\varphi$  und  $\varrho$ , bezogen auf ihre wagerechte Symmetrielinie, allmählich verkleinern. Die Wellen laufen sich dadurch tot, und die ganze Leitung steht schließlich unter der Spannung  $2 \cdot E/2$ . Auch für die Lade- und Entladewellen der Spannung gelten die Reflexionsgesetze.

In ähnlicher Weise ergibt sich die Stromstärke aus dem Unterschied der Einzelwellen  $\varphi$  und  $\varrho$ . Sie ist im rechten Teil des Bildes als Senkrechte der gestreiften Fläche aufgetragen.

Nun ist die Energie des elektrischen Feldes zwischen den Leitern für die Längeneinheit gleich  $C \cdot e^2/2$ , dagegen die Energie des magnetischen Feldes gleich  $L \cdot i^2/2$ . Wie Bild 303 zeigt, wird zeitweise Arbeit unter Aufspeicherung von Energie aus der Stromquelle geliefert und zeitweise Arbeit durch Abnahme der Energie zurückgeliefert. Ferner wird zeitweise magnetische Energie in elektrische umgesetzt und umgekehrt.

Bisher war die Leitung am Ende offen. Sie sei jetzt über einen Widerstand  $R$  geschlossen. Dann ist für das Ende in jedem Zeitpunkt nach S. 291,

$$\varrho = \frac{R - Z}{R + Z} \cdot \varphi.$$



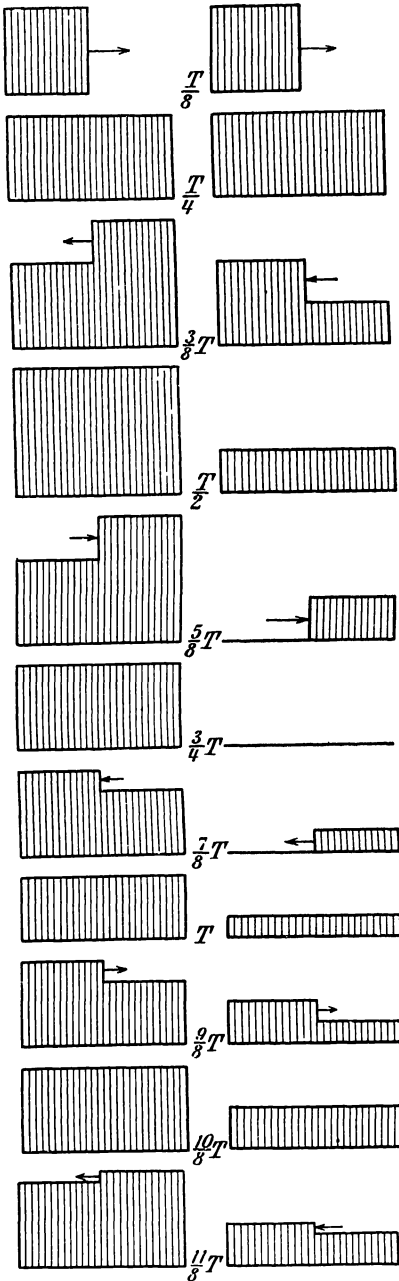
Bei einem Kabel sei z. B.  $Z = \sqrt{L/C} = 100$  Ohm. Der am Ende zwischen die Leiter geschaltete Widerstand sei  $R = 300$  Ohm. Dann ist am Ende

$$\varphi = \frac{300 - 100}{300 + 100} \varphi = \frac{\varphi}{2}.$$

Die Wellen  $\varphi$  und  $\varrho$  ergeben sich dann wie in Bild 303, mit dem Unterschied, daß die Senkrechte der gestrichelten Kurve rechts halb so groß sein muß wie die gleich weit von  $B$  entfernte Senkrechte der ausgezogenen Kurve links. Gleich weit von  $A$  entfernte Senkrechte der beiden Kurven ergeben dagegen wie früher die Summe  $E$ .

Die Summe der Senkrechten beider Kurven längs der Leitung  $AB$  ergibt die Spannung, der Unterschied, durch  $Z = 100$  geteilt, den Strom (Bild 304). Spannung und Strom sind wie früher durch die Senkrechten der gestreiften Flächen dargestellt. Auch hier wieder ergeben sich aus den Einzelwellen die Lade- und Entladewellen der Spannung, die dem Reflexionsgesetz folgen. Man überzeugt sich leicht, daß die Stromstärke am Ende, abgesehen von den Zeitpunkten  $T/4$ ,  $T/2$  usw., in allen Zeiträumen gleich dem Verhältnis der Spannung zum Widerstand  $R$  ist.

Wir betrachten schließlich den Fall, in welchem eine lange, offene Leitung 2 an eine lange unter der Spannung  $E$  stehende Leitung 1 geschaltet wird<sup>1)</sup>. Die Induktivität und Kapazität seien



Spannung Strom  
Bild 304. Wanderwellen beim Einschalten einer durch Widerstand belasteten Leitung.

<sup>1)</sup> Vgl. Rüdénberg, El. u. Maschinenbau 1912, Heft 8.

bei beiden Leitungen verschieden, so daß auch die Wellenwiderstände  $Z_1$  und  $Z_2$ , sowie die Fortschreitungs geschwindigkeiten in beiden Leitungen verschieden sind. Der Schalter liege bei  $x = 0$  (Bild 305a und b). Für  $t = 0$ , wenn der Schalter noch offen ist, erhalten wir für jeden Punkt der Leitung 1

$$e_1 = \varphi_1 + \varrho_1 = E, \quad i_1 = \frac{1}{Z_1}(\varphi_1 - \varrho_1) = 0$$

und für jeden Punkt der Leitung 2

$$e_2 = \varphi_2 + \varrho_2 = 0, \quad i_2 = \frac{1}{Z_2}(\varphi_2 - \varrho_2) = 0.$$

Daraus folgt in jedem Punkt der Leitungen für  $t = 0$

$$\varphi_1 = \varrho_1 = E/2, \quad \varphi_2 = \varrho_2 = 0.$$

Dieser Zustand ist im oberen Teil des Bildes 305a dargestellt.

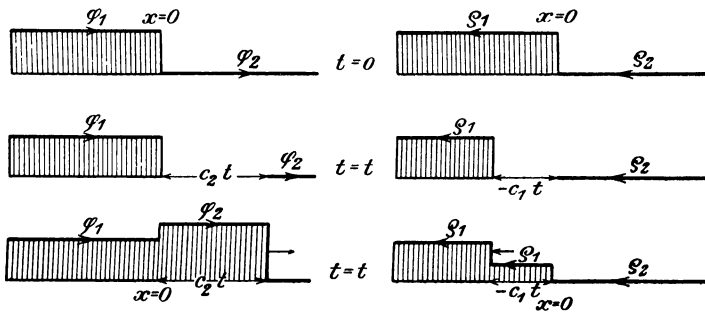


Bild 305a. Einzelwellen beim Zusammenschalten zweier Leitungen.

Zur Zeit  $t$  ist  $\varphi_1$  um  $c_1 t$  vorwärts und  $\varrho_1$  um  $c_1 t$  rückwärts geschritten, ebenso  $\varphi_2$  um  $c_2 t$  vorwärts und  $\varrho_2$  um  $c_2 t$  zurück. (Bild 305a Mitte.) Dabei kennen wir  $\varphi_1$  und  $\varrho_2$  an jeder Stelle, während  $\varphi_2$  und  $\varrho_1$  nur so weit bekannt sind, wie sie gezeichnet sind. Die fehlenden Teile erhalten wir aus der Überlegung, daß in jedem Zeitpunkt für  $x = 0$ , also an der Verbindungsstelle, die Gleichungen gelten:

$$e_1 = e_2, \quad i_1 = i_2.$$

$$\text{d. h. } \varphi_1 + \varrho_1 = \varphi_2 + \varrho_2 \quad \frac{\varphi_1 - \varrho_1}{Z_1} = \frac{\varphi_2 - \varrho_2}{Z_2}.$$

Nun ist nach Bild 305a Mitte für  $x = 0$   $\varphi_1 = E/2$  und  $\varrho_2 = 0$ . Führen diese Werte in die letzten beiden Gleichungen ein und setzen wir  $\alpha = Z_1/Z_2$ , so erhalten wir

$$\frac{E}{2} + \varrho_1 = \varphi_2, \quad \frac{E}{2} - \varrho_1 = \alpha \cdot \varphi_2.$$

$$\text{Daraus folgt: } \varphi_2 = \frac{E}{1 + \alpha},$$

$$\varrho_1 = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \cdot \frac{E}{2}$$

Dies sind zunächst nur die Werte für  $x = 0$ . Da sich aber  $\varphi_2$  und  $\varphi_1$  unverändert fortsetzen, so sind es auch die Werte in dem Zeitraum  $t$ , so daß wir den unten in Bild 305a dargestellten Zustand erhalten.

Das Bild ist unter der Annahme gezeichnet, daß  $Z_1$  kleiner ist als  $Z_2$ , also  $\alpha$  kleiner ist als Eins. Dies ist der Fall, wenn ein Kabel eine Freileitung speist. Fügen wir nun  $\varphi$  und  $\varrho$  auf jeder Leitung zusammen, so erhalten wir Bild 305b oben.

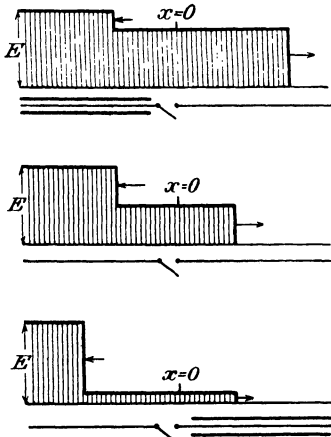


Bild 305b. Spannungswellen beim Zusammenschalten zweier Leitungen.

Wie wir sehen, wandert eine Welle von der Höhe  $E/(1 + \alpha)$  in die bisher spannungslose Leitung 2 nach vorwärts, um sie teilweise zu laden. Dagegen wandert eine Welle  $E - E/(1 - \alpha)$  nach rückwärts in die Speiseleitung und entladet sie teilweise.

Bild 305b Mitte zeigt denselben Fall für das Zusammenschalten zweier gleicher Leitungen. Die Lade- und Entladewellen werden in diesem Falle gleich groß. Endlich bezieht sich Bild 305b unten auf das Laden eines Kabels durch eine Freileitung.

In allen betrachteten Fällen sind die Wellen rechteckig, d. h. sie haben eine senkrechte Wellenstirn. Dies hat zur Folge, daß ein Punkt eines Leiters, der gerade von der Welle getroffen wird, gegen den benachbarten Punkt desselben Leiters, der noch nicht getroffen ist, eine starke Spannung besitzt, die gegebenenfalls gleich der doppelten Betriebsspannung sein kann. Dies ist deswegen gefährlich, weil die Wicklungen von Maschinen, Transformatoren oder Apparaten ebenfalls verteilte Selbstinduktion und Kapazität besitzen. Wenn sie also an die Leitungen angeschlossen sind, dringen die Wanderwellen in sie hinein. Die Spannung zwischen benachbarten Windungen kann auf diese Weise so groß werden, daß die Isolation durchschlägt wird. Man schützt sich gegen diese Gefahr durch stärkere Isolierung der Eingangswindungen, ferner durch Nebenschaltung von Kapazitäten, welche die Wanderwellen ableiten oder auch durch Vorschalten von Drosselpulen, welche die Wanderwellen zurückwerfen. Der beste Schutz gegen Überspannungen besteht indessen darin, daß man nach Möglichkeit die Entstehung von Wellen gefährlicher Höhe vermeidet. Auch muß man die Leitungsnetze so anordnen, daß sich die Wellen, ohne auf Induktivitäten zu stoßen, im fortlaufenden Zuge durch Dämpfung des Ohmschen Leitungswiderstandes totlaufen können<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Siehe Petersen ETZ 1913, S. 238.

## Siebzehnter Teil.

### 88. Aufbau der Transformatoren.

Transformatoren dienen in der Regel zur Umformung von hoher Spannung auf niedrigere Spannung oder umgekehrt, vielfach auch zur Umformung des Stromes. Sie enthalten zwei auf einen Eisenkern gewickelte Spulen (Bild 306 und 307), von denen die erste von Wechsel-

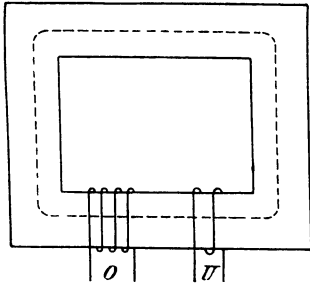


Bild 306.  
Kerntransformator für Wechselstrom.

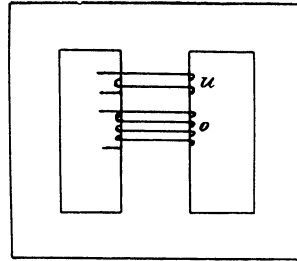


Bild 307.  
Manteltransformator für Wechselstrom.

strom gespeist wird, während aus der zweiten Wechselstrom entnommen wird. Die Spule mit der größeren Windungszahl heißt Oberspannungsspule ( $O$ ), die andere Unterspannungsspule ( $U$ ).

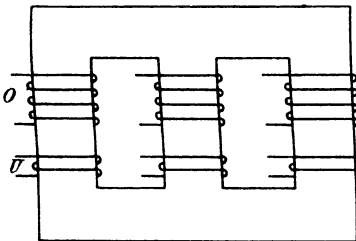


Bild 308. Kerntransformator für Drehstrom.

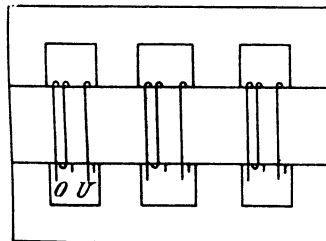


Bild 309. Manteltransformator für Drehstrom.

Die Transformatoren werden entweder nach Bild 306 und 308 als Kerntransformatoren oder nach Bild 307 und 309 als Manteltransformatoren gebaut.

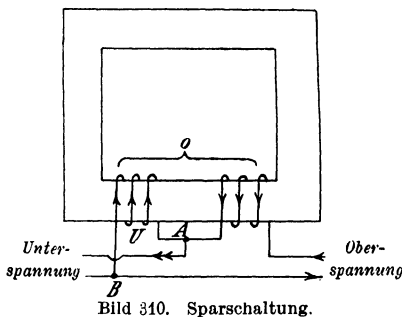
Der Eisenkörper wird zur Verringerung der Wirbelstromverluste aus Blechen zusammengesetzt. Meist werden Bleche verwendet, die mit Silicium legiert sind und eine geringe Verlustziffer aufweisen.

Bei der Röhrenwicklung (vgl. Bild 329) liegen die beiden Spulen übereinander, und zwar liegt die Unterspannungsspule, die gegen das Eisen in geringerem Maße isoliert zu werden braucht, unten. Damit die Spannung zwischen zwei übereinander liegenden Windungen nicht zu groß wird, teilt man die Oberspannungsspule in eine Reihe von nebeneinander liegenden Einzelspulen.

Bei der Scheibenwicklung (vgl. Bild 330) besteht jede Wicklung aus einer Reihe von scheibenförmigen Einzelspulen. Die Scheiben der beiden Wicklungen werden abwechselnd aufeinander geschichtet. Die äußersten Scheiben gehören mit Rücksicht auf die Isolierung gegen Eisen zur Unterspannungsspule und enthalten zur Verringerung der Streuung halb so viele Windungen wie die übrigen Scheiben.

Kern und Wicklung liegen meist zum Zweck der Kühlung und Isolierung unter Öl.

In der Regel sind beide Spulen voneinander isoliert. Wenn jedoch die Spannungen beider Spulen in der Größenordnung nicht sehr verschieden sind, kann man zur Verringerung der Kosten und der Ver-



luste nach der sogenannten Sparschaltung die Unterspannungsspule als einen Teil der Oberspannungsspule ausbilden (Bild 310). Die Spannung an den Klemmen der Oberspannungsseite rechts entspricht den gesamten Windungen, die Spannung an den Klemmen der Unterspannungsseite links dem linken Teil der Windungen. Der Strom fließt im gezeichneten Zeitpunkt

aus beiden Wicklungsteilen auf A zu, dann weiter ins Netz der Unterspannungsseite, teilt sich bei B und fließt zum Teil nach der Oberspannungsseite, zum Teil in die Unterspannungsspule.

Bei Einphasentransformatoren liegt jede Spule auf zwei gegenüberliegenden Kernen. Bei Drehstromtransformatoren liegen die drei Zweige entweder nach Bild 308 auf je einem besonderen Kern, wobei die geringe entstehende Ungleichmäßigkeit in der Weglänge der magnetischen Linien ohne Belang ist, oder die drei Zweige liegen, durch Eisen voneinander getrennt, nach Bild 309 auf einem einzigen Kern. Zuweilen wird auch für jeden der drei Zweige ein besonderer Einphasentransformator verwendet, damit bei etwaigen Betriebsstörungen ein Ersatz leichter beschafft werden kann.

Die Zweige der Drehstromtransformatoren können sowohl primär, als auch sekundär in Stern oder in Dreieck geschaltet werden. Wenn in Anlagen mit sekundärer Sternspannung und Nulleiter die Verbrauchsspannung auch bei ungleicher Belastung der drei Zweige dieselbe sein soll, so muß man bei primärer Sternschaltung auch primär einen Nulleiter oder sekundär Ausgleichstransformatoren anordnen. Man kann statt dessen aber auch sekundär unter Verteilung jedes Zweiges auf zwei verschiedene Kerne in Doppelsternschaltung schalten oder primär in Dreieck, sekundär in Stern schalten.

Transformatoren zur Umwandlung von Zweiphasenstrom in Drehstrom oder umgekehrt bestehen nach der Scottschen Schaltung aus zwei Einphasentransformatoren, die nach Bild 311 geschaltet sind.

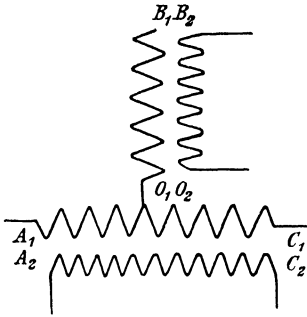


Bild 311.  
Scottsche Schaltung.

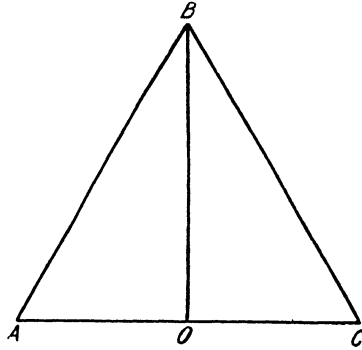


Bild 312. Drehstromspannungen bei der Scottschen Schaltung.

Wir legen dann an  $A_1, B_1, C_1$  die drei um  $120^\circ$  verschobenen Spannungen des Drehstromes an (Bild 312). Dann ist auf der Drehstromseite das Verhältnis der Spannungen  $O_1 B_1$  und  $A_1 C_1$  gleich  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ . Nun wird das Windungsverhältnis so gewählt, daß zwischen den Windungen  $O_2 B_2, O_1 B_1$  usw. die Gleichung besteht:

$$\frac{O_2 B_2}{O_1 B_1} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} \cdot \frac{A_2 C_2}{A_1 C_1}$$

Dann erhalten wir in  $O_2 B_2$  und  $A_2 C_2$  zwei gleiche, um  $90^\circ$  verschobene Spannungen, wie sie für Zweiphasenstrom verwendet werden.

Eine besondere Art sind die Transformatoren für Induktionsöfen (Bild 313), bei denen die erste, auf dem Eisenkern liegende Spule von Wechselstrom gespeist wird, während die zweite durch eine Rinne geschmolzenen Metalls gebildet wird, das durch die Stromwärme flüssig gehalten wird.

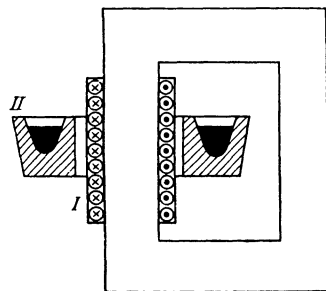


Bild 313. Induktionsofen.

Bei allen obigen Anordnungen waren die beiden Spulen in fester Lage zueinander. Eine Änderung des Verhältnisses der Spannungen läßt sich dann nur dadurch erreichen, daß man an einer der beiden Spulen verschiedene Anzapfungen vorsieht. Man kann jedoch bei Einphasentransformatoren eine solche Änderung auch dadurch erreichen, daß man, wie bei den Induktionsreglern (Bild 314), die Lage der beiden Spulen zueinander ändert. Die erste Wicklung ist auf

einem Teil des inneren Umfangs des Ständers, die zweite auf dem ganzen Umfang einer drehbaren Eisentrommel untergebracht. Fallen

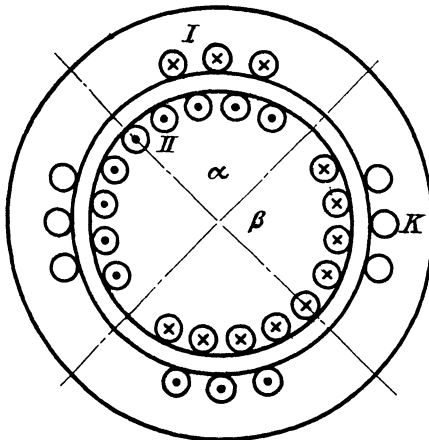


Bild 314. Einphasiger Induktionsregler.

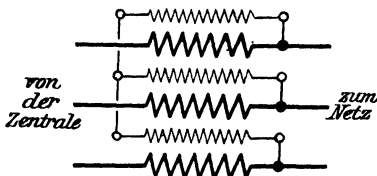


Bild 315. Schaltung des Zusatztransformators.

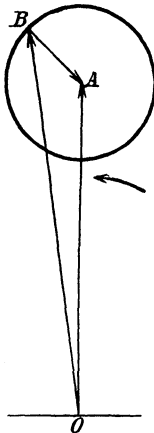


Bild 316a. Verringerung der Spannung  $OB$  auf  $OA$ .

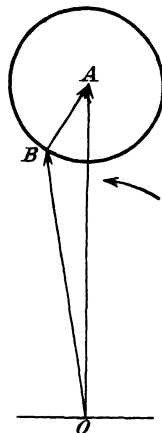


Bild 316b. Erhöhung der Spannung  $OB$  auf  $OA$ .

die Achsen der beiden Wicklungen zusammen, so ist die in der zweiten Spule erzeugte Spannung am größten. Bilden sie einen rechten Winkel miteinander, so ist sie Null. Allgemein kommt für die gegenseitige Induktion der beiden Wicklungen von den Windungen der zweiten Spule nur der Teil in Betracht, der auf dem Bogen  $\alpha$  gegenüber den Drähten der ersten Spule liegt. Die auf dem Bogen  $\beta$  liegenden Windungen der

zweiten Spule würden eine schädliche Selbstinduktion zur Folge haben, wenn ihre Wirkung nicht nach S. 313 durch eine ihnen auf dem Ständer gegenüberliegende Kurzschlußwicklung  $K$  aufgehoben würde.

Bei Induktionsreglern für Drehstrom entsteht nach Abschnitt 106 ein Drehfeld. Dabei hat eine Verdrehung der Trommel keinen Einfluß auf die Größe der in der zweiten Spule erzeugten Spannung. Statt dessen ändert sich die Phase dieser Spannung. Man benutzt dies in den Zusatztransformatoren von Unterwerken, um die Netzspannung bei Schwankungen der dem Unterwerk zugeführten Spannung auf einem gleichbleibenden Betrag zu halten. Man speist dabei die Wicklung auf der drehbaren Trommel nach Bild 315 von der

gleichbleibenden Netzspannung, und schaltet die Wicklung auf dem Ständer in Reihe mit der dem Unterwerk zugeführten Spannung. In

Bild 316a und 316b ist  $OB$  die vom Kraftwerk dem Unterwerk zugeführte Spannung. Zu ihr fügt sich geometrisch die Spannung der Ständerwicklung des Zusatztransformators. Durch Änderung der Phase dieser Spannung wird die Netzspannung  $OA$  trotz der Verschiedenheit der Spannung  $OB$  auf demselben Betrag gehalten. Wenn die Spannung, die von der mit dem Kraftwerk in Reihe geschalteten Wicklung erzeugt wird, gegen den Strom um weniger als  $90^\circ$  verschoben ist, bildet diese Wicklung die zweite Spule, welche elektrische Arbeit liefert, andernfalls ist sie die erste Spule, welche elektrische Arbeit aufnimmt.

Da beide Wicklungen, wie beim Drehstrommotor, ein Drehmoment aufeinander ausüben, so müssen besondere Vorkehrungen zum Festhalten des drehbaren Teiles getroffen werden.

### 89. Der Transformator bei Leerlauf.

Wir betrachten zuerst einen Transformator ohne Eisenverluste und setzen dabei zunächst gleichbleibende magnetische Durchlässigkeit des Eisens und verschwindend kleinen Widerstand der ersten Spule voraus.

Bei Leerlauf, d. h. bei offenem Stromkreis der zweiten Spule, verhält sich die erste Spule genau wie eine Drosselspule. Die angelegte Klemmenspannung erzeugt in ihr einen Strom und dieser einen magnetischen Fluß, dessen zeitliche Änderung eine Spannung der Selbstinduktion in der Spule bewirkt. Die an die erste Spule gelegte Klemmenspannung wird dann dazu aufgebraucht, um die entgegengesetzte gleiche Spannung der Selbstinduktion zu überwinden. Die Stärke des Magnetisierungsstromes ist dadurch vorgeschrieben, daß er den für die Spannung der Selbstinduktion, also auch für die gleichgroße angelegte Klemmenspannung erforderlichen Fluß erzeugen muß.

Wir nehmen nun an, daß außer dem Fluß im Eisen kein weiterer Fluß auftritt. Ist dann  $\Phi$  der Höchstwert des Flusses im Eisen,  $w_1$  die Windungszahl der ersten Spule und  $f$  die Frequenz, so ist der Effektivwert der Klemmenspannung nach Gl. (28) auf S. 231

$$E_1 = 4,44 \Phi \cdot w_1 \cdot f \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (1)$$

Da derselbe Fluß die zweite Spule durchsetzt, so wird die in dieser Spule erzeugte Spannung, die wir bei Leerlauf als Klemmenspannung  $E_2$  messen, bei  $w_2$  Windungen

$$E_2 = 4,44 \Phi \cdot w_2 \cdot f \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Die Klemmenspannungen bei Leerlauf verhalten sich also wie die Windungszahlen.

Ist nun  $F$  die Fläche des von den Windungen umfaßten Eisenkerns in  $\text{cm}^2$ , so ist die größte magnetische Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\Phi}{F}. \quad (3)$$



Bei der magnetischen Durchlässigkeit  $\mu$  und der Weglänge  $l$  der Feldlinien im Eisen in cm besteht dann nach Gleichung (7) auf S. 50 und Gleichung (9) auf S. 69 die Beziehung  $\mathfrak{B}_m = \mu \cdot \mathfrak{H}_m = 0,4 \pi \cdot i_{\mu m} \cdot w_1 \cdot \mu / l$ . Der Effektivwert des Magnetisierungsstroms als das 0,707fache des Höchstwertes ist dann

$$I_{\mu} = \frac{\mathfrak{B}_m \cdot l}{1,78 w_1 \cdot \mu} \quad (4)$$

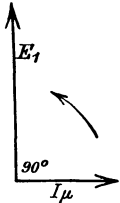


Bild 317. Spannung und Strom bei Leerlauf ohne Eisenverluste.

Gegebenenfalls ist für die Stoßfugen zwischen Kernen und Joch ein Zuschlag zu machen.

Da die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung um  $90^\circ$  gegen den Strom zurückbleibt, so eilt die Klemmenspannung  $E_1$ , die der Spannung der Selbstinduktion bei verschwindend kleinem Widerstand genau das Gleichgewicht hält, dem Strom um  $90^\circ$  voraus (Bild 317). Der Strom ist also Blindstrom und die Leistung gleich Null.

Dabei haben wir den Widerstand der ersten Spule als verschwindend gering angenommen. Tatsächlich ist dieser Widerstand so klein, daß bei Leerlauf an den bisherigen Ergebnissen durch seine Berücksichtigung nichts Wesentliches geändert wird.

Wir haben weiter die Annahme gemacht, daß außer dem Fluß im Eisen kein weiterer Fluß von der ersten Spule erzeugt wird. In Wirklichkeit treten nun allerdings Streulinien auf, die sich wesentlich durch die Luft hindurch schließen und die zweite Spule nicht durchsetzen. Die Spannung der zweiten Spule ist also ein wenig kleiner, als es der Spannung der ersten Spule und dem Verhältnis der Windungszahlen entspricht. Indessen ist der Einfluß der Streuung bei Leerlauf gering.

Endlich haben wir gleichbleibende magnetische Durchlässigkeit angenommen. Diese Annahme trifft bei den hohen Sättigungen, für die man die Transformatoren jetzt entwirft, nicht mehr zu. Wir haben dann bei verschiedenen Klemmenspannungen, die wir an die erste Spule legen, eine ganz verschiedene magnetische Durchlässigkeit im Augenblick der größten magnetischen Induktion, und sogar während einer Periode ändert sich die Durchlässigkeit fortwährend. Bei sinusförmiger Klemmenspannung ändert sich dann zwar nach wie vor der Fluß zeitlich sinusförmig, aber der Strom ist nicht mehr sinusförmig. Genau genommen ist dann eine Darstellung des Stromes durch einen Strahl überhaupt nicht mehr zulässig, und von Phasenverschiebung kann man dann nicht mehr sprechen. Auch unsere Gleichungen sind dann nicht mehr streng richtig. Man wird aber doch ohne Fehler die Darstellung durch Strahlen sowie Gleichung (1) und (2) beibehalten. An Stelle von Gleichung (4) treten aber zur Ermittlung des erforderlichen Magnetisierungsstromes die mit Wechselstrom aufgenommenen

Kurven in Bild 318. Diese geben für eine größte magnetische Induktion das für 1 cm Weglänge des Eisens nötige Produkt aus Windungszahl und effektivem Strom in Amp. an<sup>1)</sup>.

Wir wenden uns jetzt zu dem Transformator mit Eisenverlusten, wie er der Wirklichkeit entspricht. Tatsächlich ist die Leistung bei Leerlauf nicht, wie oben angenommen wurde, gleich Null, sondern es wird bei Leerlauf eine nicht unbeträchtliche Leistung aufgenommen, die in Hystereseleistung und Wirbelstromleistung umgesetzt wird. Gerade weil die meisten Transformatoren dauernd am Netz liegen, auch wenn kein Strom aus ihnen entnommen wird, spielt der Leerlaufverlust eine große Rolle. Wir nehmen zunächst an, daß die ganze bei Leerlauf zugeführte Leistung  $N_0$  für den Hystereseverlust des Eisens verbraucht wird. Dann ergibt sich der sogenannte Hysterese-Strom  $I_h$ , d. h. der Wirkstrom bei Leerlauf, der mit der Klemmenspannung in Phase ist, sowie der Leistungsfaktor bei dem Leerstrom  $I_0$  zu

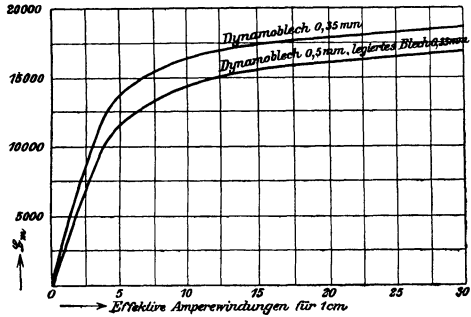


Bild 318. Größte Induktion und effektive Erregung für die Längeneinheit.

$I_h = \frac{N_0}{E_1}$  (5)       $\cos \varphi_0 = \frac{N_0}{E_1 \cdot I_0}$  (6)

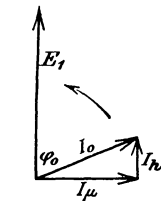


Bild 319. Spannung und Strom bei Leerlauf mit Eisenverlusten.

Zwischen den Strömen bestehen dann nach Bild 319 die Beziehungen

$$I_{\mu}^2 + I_h^2 = I_0^2 \quad (7) \quad \text{tg } \varphi_0 = I_{\mu}/I_h. \quad (8)$$

Gleichzeitig ergibt sich, daß die magnetische Induktion, die bei gleichbleibender Durchlässigkeit dem Magnetisierungsstrom  $I_{\mu}$  proportional und phasengleich ist, hinter dem Leerstrom  $I_0$  um den Winkel  $90^{\circ} - \varphi_0$  zurückbleibt. Um dies noch deutlicher zu machen, tragen wir in Bild 320 den Zeitwert des Leerstromes  $I_0$  wagerecht und die magnetische Induktion senkrecht auf und zeichnen auf diese Weise eine Hysteresschleife. Ebenso tragen wir in Bild 321 die Zeit wagerecht und die magnetische Induktion senkrecht auf. Wenn die Klemmenspannung zeitlich sinusförmig ist, so ist es auch die entgegengesetzt gleiche erzeugte Spannung der Selbstinduktion und damit auch der um  $90^{\circ}$  gegen diese voreilende Fluß oder die magnetische Induktion.

<sup>1)</sup> Vgl. Arnold-la Cour, Transformatoren. 2. Aufl., Berlin 1910, S. 13.

Die Induktion  $OR$  des zurückbleibenden Magnetismus tritt nach Bild 321 im Zeitpunkt  $O'$  auf. In diesem Zeitpunkt ist also die Stromstärke gleich Null.

Die Induktion wird dann gleich Null nach Bild 320 beim Strom  $OA$  und nach Bild 321 im Zeitpunkt  $A$ . Wir tragen also in diesem Zeitpunkt den aus Bild 320 entnommenen Strom  $OA$  senkrecht auf.

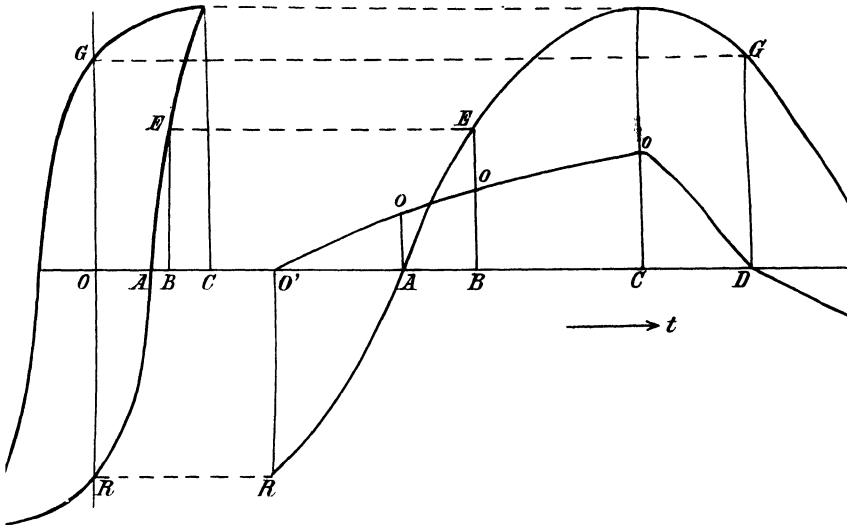


Bild 320.  
Hysteresisschleife.

Bild 321.  
Magnetische Induktion und Leerstrom in Abhängigkeit von der Zeit.

Zur Induktion  $EB$  gehört weiter nach Bild 320 ein Strom  $OB$  und nach Bild 321 ein Zeitpunkt  $B$ . Wir tragen dann wieder den Strom  $OB$  aus Bild 320 im Zeitpunkt  $B$  senkrecht auf.

Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so in Bild 321 eine Kurve, welche die Abhängigkeit der Stromstärke von der Zeit darstellt. Die Kurve geht früher durch Null hindurch als die Kurve der Induktion, so wie wir es nach Bild 319 erwarten müssen. Allerdings ist sie keine Sinuskurve mehr, so daß wir genau genommen den Leerstrom nicht mehr durch einen umlaufenden Strahl darstellen können und auch nicht mehr von Phasenverschiebung zwischen Induktion und Strom sprechen dürfen. Wir werden indessen keinen großen Fehler machen, wenn wir den wirklichen Leerstrom durch einen sinusförmigen Strom von demselben Effektivwert ersetzen und diesem die dem Bild 319 entsprechende Voreilung vor der magnetischen Induktion zuschreiben.

Zu dem Verlust durch Hysteresis kommt der Verlust durch Wirbelströme im Eisen hinzu. Bild 322 gibt die Abhängigkeit des Gesamtverlustes von der größten magnetischen Induktion für 1 kg Eisen bei der Frequenz 50 an.

Wir gehen jetzt zu einem Beispiel über, um die Aufnahme der Kurven in Bild 318 und 322 durch den Versuch zu zeigen. Wir wollen dabei unter  $I_h$  den Strom verstehen, der mit der Klemmenspannung der erste Spule vervielfacht den gesamten Eisenverlust ergibt. Gegeben sei bei einem Transformator mit legiertem Blech:

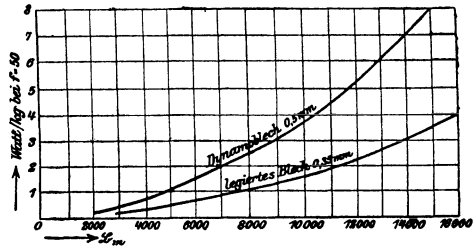


Bild 322. Verlust in Watt/kg bei der Frequenz 50/sek. (nach Arnold u. la Cour, Transformatoren. 2. Aufl. Berlin 1910, S. 63 und 65).

Eisenquerschnitt . . .  $F = 850 \text{ cm}^2$  Spannung d. 1. Spule  $E_1 = 2000 \text{ Volt}$   
 Länge des Eisenweges  $l = 110 \text{ cm}$  Leerstrom . . . . .  $I_0 = 2,84 \text{ Amp}$   
 Windungen d. 1. Spule  $w_1 = 106$  Leerlaufleistung . .  $N_0 = 1200 \text{ Watt}$   
 Frequenz . . . . .  $f = 50$  Eisengewicht . . . . .  $G = 800 \text{ kg}$

Wir erhalten dann:

$$I_h = \frac{N_0}{E_1} = \frac{1200}{2000} = 0,6 \text{ Amp.} \qquad I_u = \sqrt{I_0^2 + I_h^2} = 2,78 \text{ Amp.}$$

$$\Phi = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot f \cdot w_1} = 8,5 \cdot 10^6 \qquad \mathfrak{B}_m = \frac{\Phi}{F} = 10000.$$

Daraus folgt die für 1 cm erforderliche effektive Erregung zu  $I_u \cdot w_1 / l = 2,67$  Amperewindungen/cm. Der Verlust für 1 kg Eisen ergibt sich zu  $N_0 / G = 1,5$  Watt/kg. Für eine Induktion von 10 000 Gauß erhalten wir aus Bild 318 und 322, die auf dieselbe Weise aufgenommen sind, ähnliche Werte. Bei nicht legiertem Blech wäre der Verlust zwei- bis dreimal so groß.

### 90. Der Transformator ohne Spannungsverluste.

Auf Grund der bekannten Erscheinungen der Selbstinduktion bei einer Drosselspule bot das Verhalten des unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Nicht so einfach ist dagegen die Wirkungsweise bei Belastung. Man begreift es nicht recht, daß sich die Stromstärke der ersten Spule selbsttätig nach der willkürlich gewählten Stromstärke der zweiten Spule einstellt, daß also um so mehr Strom in die erste zufließt, je mehr Strom aus der zweiten entnommen wird. Während bei Leerlauf eine große erzeugte Gegenspannung das Hineinfließen des Stromes fast vollständig verhindert, hört diese Wirkung der Selbstinduktion scheinbar auf, wenn Strom aus der zweiten Spule entnommen wird. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch die Zunahme des Stromes oder die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion der ersten Spule eigentlich veranlaßt ist. Mit anderen

Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden voneinander getrennten Spulen.

Nun ist es allerdings einfach genug, z. B. für induktionslose Belastung aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit den Zusammenhang zwischen den Strömen der beiden Spulen zu folgern. Die der ersten Spule zugeführte Leistung muß gleich der Summe aus der von der zweiten Spule abgegebenen Leistung und den Verlusten sein. Bei induktionsloser Belastung ist die von der zweiten Spule abgegebene Leistung gleich  $E_2 I_2$  und die der ersten Spule zugeführte Leistung unter Vernachlässigung des kleinen, für die Magnetisierung erforderlichen Blindstromes gleich  $E_1 \cdot I_1$ . Unter weiterer Vernachlässigung der sehr kleinen Verluste ist also  $E_1 I_1 = E_2 I_2$  oder

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (9)$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Obgleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit uns derartig geläufig geworden ist, daß es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so läßt sich doch nicht leugnen, daß die obige Ableitung die gesetzmäßige Beziehung zwischen den Strömen noch nicht vollständig erklärt. Dies gelingt erst, wenn wir nach Kapps Vorgang die magnetische Wirkung beider Spulen ins Auge fassen.

Wir gehen davon aus, daß auch beim Betrieb die an die erste Spule angelegte Klemmenspannung eine unter Vernachlässigung des kleinen Spannungsverlustes gleiche Spannung zu überwinden hat, die durch Änderung des Flusses erzeugt wird. Dieser wird aber jetzt nicht mehr, wie bei Leerlauf, durch die erste Spule allein, sondern durch die gemeinsame Wirkung beider Spulen erzeugt. Nun hat der Strom der ersten Spule wesentlich dieselbe Phase wie die angelegte Klemmenspannung, also entgegengesetzte Phase wie die durch die Änderung des Flusses erzeugte Spannung. Die erste Spule verhält sich in dieser Hinsicht wie ein Elektromotor. Dagegen hat der Strom in der zweiten Spule, die sich wie ein Stromerzeuger verhält, wesentlich dieselbe Phase wie die durch Änderung des Flusses erzeugte Spannung. Da die erzeugten Spannungen durch denselben Fluß geschaffen werden, also in beiden Spulen dieselbe Phase haben, so haben die Ströme beider Spulen eine Phasenverschiebung von fast  $180^\circ$ , ihre magnetischen Wirkungen sind sich also fast vollständig entgegengesetzt. Die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion bei Belastung ist dann also daraus zu erklären, daß die erste Spule unter dem Einfluß einer von der zweiten Spule herrührenden gegenseitigen Induktion steht.

Daß die Stromentnahme aus der zweiten Spule eine entsprechende Zunahme des Stromes der ersten Spule zur Folge hat, geht auch aus folgender Überlegung hervor. Durch die gleichbleibende, an die erste

Spule gelegte Spannung ist eine gleich große erzeugte Gegenspannung, also ein bestimmter Fluß und damit eine bestimmte Gesamterregung vorgeschrieben, die gleich der Leerlauferrregung ist. Diese Gesetzmäßigkeit wird für eine kurze Zeit gestört, wenn wir aus der zweiten Spule mehr Strom entnehmen, da dieser Strom eine starke magnetische Wirkung ausübt. In die erste Spule fließt dann so viel Strom zu, daß die von der zweiten Spule ausgeübte Erregung aufgehoben wird. Diese Zunahme des Stromes der ersten Spule kommt dadurch zustande, daß die Schwächung des Flusses, die im ersten Augenblick eintritt, in der ersten Spule eine kleinere erzeugte Gegenspannung und damit ein stärkeres Überwiegen der Klemmenspannung zur Folge hat.

Die Erregungen der beiden Spulen zusammen sind also stets gleich der Leerlauferrregung, oder die Erregung der ersten Spule dient dazu, die Erregung der zweiten Spule aufzuheben und gleichzeitig noch die Leerlauferrregung zu liefern. Vernachlässigen wir die geringe Leerlauferrregung, so wird ebenso wie nach Gleichung (9)

$$I_1 \cdot w_1 = I_2 w_2. \quad (10)$$

Wir stellen nun das Verhalten des Transformators ohne Spannungsverlust durch Zeichnung der Strahlen der Ströme und Span-

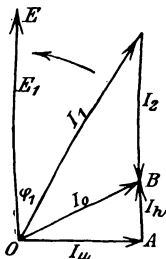


Bild 323.

Spannungen und Ströme des Transformators ohne Spannungsverlust.  
Belastung durch Wirkstrom.

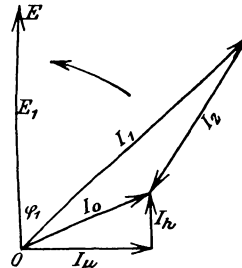


Bild 321.

Induktive Belastung.

nungen dar und führen dabei alle Zeichnungen für das Windungsverhältnis 1 : 1 aus. In diesem Falle ergeben die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  in den beiden Spulen als Summe den Leerstrom  $I_0$ , und die durch die Änderung des Flusses in beiden Spulen erzeugten Spannungen sind einander gleich.

Bei einem beliebigen Windungsverhältnis ist  $I_0 \cdot w_1$  die Summe aus  $I_1 \cdot w_1$  und  $I_2 \cdot w_2$  oder  $I_0$  die Summe aus  $I_1$  und  $I_2 \cdot w_2/w_1$ . Ferner ist die erzeugte Spannung in der zweiten Spule im Verhältnis  $w_2 : w_1$  größer als in der ersten. Unsere für das Windungsverhältnis 1 : 1 ausgeführten Strombilder gelten allgemein, wenn wir  $I_2$  durch  $I_2 \cdot w_2/w_1$  ersetzen.

Wie in Bild 319 ist  $I_0$  die Summe aus dem Magnetisierungsstrom  $I_\mu$  und dem dagegen um  $90^\circ$  voreilenden Hysteresisstrom  $I_h$ . Ferner

bleibt die in der ersten Spule erzeugte Spannung gegen den Magnetisierungsstrom um  $90^\circ$  zurück, sie wird durch  $EO$  dargestellt.

Wenn wir nach Bild 323 aus der zweiten Spule nur Wirkstrom entnehmen, so hat der Strom der zweiten Spule dieselbe Phase wie die erzeugte Spannung, sein Strahl ist also gleichgerichtet mit  $EO$ . Der Strom der ersten Spule folgt dann daraus, daß er mit dem der zweiten Spule als Summe den Leerstrom ergeben muß.

Die Klemmenspannung  $E_1$  der ersten Spule ist entgegengesetzt gleich der erzeugten Spannung, sie wird also durch  $OE$  dargestellt. Dagegen ist die Klemmenspannung  $E_2$  der zweiten Spule, sofern wir sie von der Spule und nicht etwa von einem an der Spule liegenden Netz geliefert ansehen, unter Vernachlässigung des inneren Spannungsverlustes gleich der erzeugten Spannung, sie wird also beim Windungsverhältnis 1 : 1 durch  $EO$  und allgemein durch  $EO \cdot w_2/w_1$  dargestellt.

Der Winkel  $\varphi_1$ , um den Klemmenspannung und Stromstärke der ersten Spule verschoben sind, ist in Wirklichkeit sehr klein. Der Transformator stellt also bei Belastung durch Wirkstrom angenähert einen induktionslosen Verbrauchskörper dar.

Ist die Belastung nicht induktionslos, so bleibt der Strom  $I_2$  der zweiten Spule nach Bild 324 gegen die erzeugte Spannung  $EO$  zurück. Er ergibt wieder zusammen mit dem Strom der ersten Spule den Leerstrom  $I_0$ . Die Klemmenspannungen ergeben sich wie oben. Wie das Bild zeigt, hat eine Phasenverschiebung im Stromkreis der zweiten Spule bei kleinem Leerstrom eine angenähert gleiche Phasenverschiebung im Stromkreis der ersten Spule zur Folge.

Die Regel, daß die Spannungen sich wie die Windungszahlen, die Ströme sich umgekehrt wie diese verhalten, und daß die Summe der

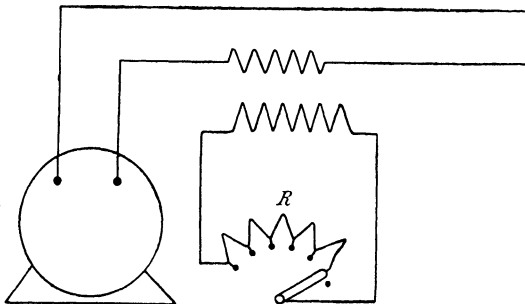


Bild 325.  
Reihentransformator.

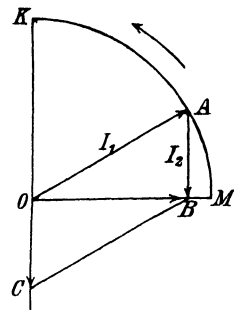


Bild 326. Ströme des  
Reihentransformators.

beiden Ströme den Leerstrom ergibt, gilt auch für den Stromtransformator, bei welchem die erste Spule nicht an der Netzspannung, sondern in der Zuleitung eines anderen Verbrauchskörpers liegt (Bild 325). Wenn wir annehmen, daß die Spannung an der ersten Spule in allen Fällen klein gegenüber der Maschinenspannung

ist, so sind Änderungen im Stromkreis der zweiten Spule ohne wesentlichen Einfluß auf den von der Maschine gelieferten Strom. Wir können also, wenn im äußeren Netz nichts geändert wird, mit gleichbleibendem Strom der ersten Spule rechnen, d. h. der Endpunkt des Strahles für den Strom der ersten Spule liegt auf einem Kreise (Bild 326). Wenn die zweite Spule nur Wirkstrom liefert, ist der Strom  $I_2$  in Phase mit der erzeugten Spannung, er bleibt also um  $90^\circ$  hinter dem Magnetisierungsstrom zurück. Dieser ist also gleich  $OB$ . Diesem Strom ist der Fluß und damit die Spannungen der beiden Spulen proportional.

Für  $R = \infty$ , also offene zweite Spule, ist die erste Spule eine reine Drosselspule, und ihr Strom ist reiner Magnetisierungsstrom.  $I_1$  fällt also mit  $OM$  zusammen.

Für  $R = 0$ , d. h. Kurzschluß der zweiten Spule, wird die Spannung beider Spulen gleich Null. Dies bedeutet, daß auch der Fluß gleich Null wird. Kurzschluß der zweiten Spule ist also gleichbedeutend mit Kurzschluß der ersten Spule. Der Strom der zweiten Spule ist dabei gleich  $KO$  und hält dem Strom  $OK$  der ersten Spule vollständig das Gleichgewicht.

In der Nähe des Punktes  $K$  ändert sich bei verändertem Widerstand  $R$  der Strom  $I_2$  sehr wenig, wir haben also einen wesentlich gleichbleibenden Strom in der zweiten Spule.

### 91. Berücksichtigung der Spannungsverluste.

Der Spannungsverlust in den Transformatoren wird zunächst durch die inneren Ohmschen Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  der beiden Spulen verursacht. Der Spannungsverlust in der ersten Spule ist  $I_1 \cdot R_1$  und hat dieselbe Phase wie der Strom der ersten Spule. Der Spannungsverlust in der zweiten Spule ist  $I_2 \cdot R_2$  und hat dieselbe Phase mit dem Strom der zweiten Spule.

Neben diesen Ohmschen Spannungsverlusten treten induktive Spannungsverluste auf, die durch die Streuflüsse der beiden Spulen verursacht werden. Neben dem Fluß im Eisen, der durch die gemeinsame Wirkung beider Ströme erzeugt wird, entstehen Streuflüsse, die von einer Spule allein erzeugt werden und sich wesentlich durch die Luft schließen, ohne die andere Spule zu durchsetzen.

Bild 327, in welchem die beiden Spulen entgegen der wirklichen Ausführung auf verschiedenen Kernen liegen, zeigt die gemeinsamen, durch die Entgegenwirkung beider Ströme erzeugten Feldlinien im Eisen und die von jeder der beiden Spulen erzeugten Streulinien, die sich innen und außen durch die Luft schließen. Die Strompfeile in den Windungen sind für einen gegebenen Zeitpunkt gezeichnet, in welchem die beiden Ströme, wie im allgemeinen, sich entgegenwirken. Der Strom der ersten Spule ist als überwiegend angenommen und der Pfeil im Eisen entsprechend eingezeichnet.



Nach dieser Darstellung haben wir im Innern der zweiten Spule zwei Flüsse, welche die Spule von entgegengesetzten Seiten durchsetzen. In Wirklichkeit wird die Spule also nur von dem Unterschied beider durchsetzt. Dies führt zu der in Bild 328 dargestellten An-

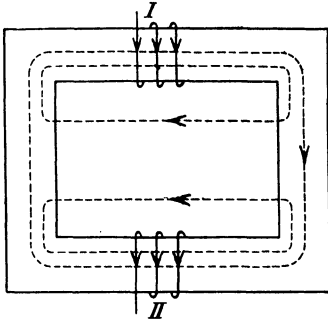


Bild 327. Streulinien,  
von beiden Spulen verursacht.

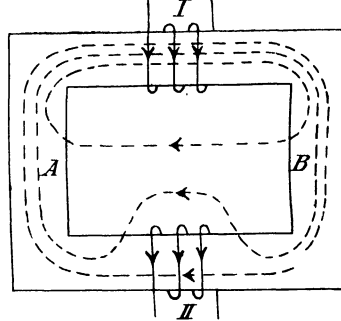


Bild 328. Streulinien,  
von der ersten Spule allein verursacht.

schauung, wonach als gemeinsamer Fluß nur der wirkliche, die zweite Spule durchdringender Fluß angesehen und der Streufluß der zweiten Spule mit von der ersten Spule erzeugt angenommen wird. Er wird nach Bild 328 durch den Gegendruck der von der zweiten Spule ausgeübten Erregung, die von der Erregung der ersten Spule überwunden werden muß, seitlich in den Streuweg gedrängt. Bild

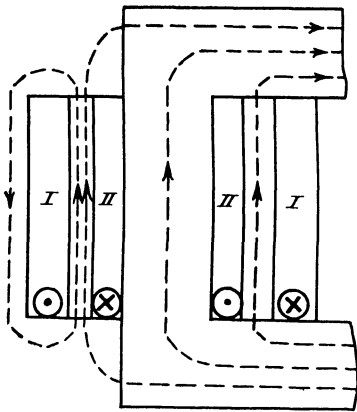


Bild 329. Feldlinien der Röhrenwicklung.

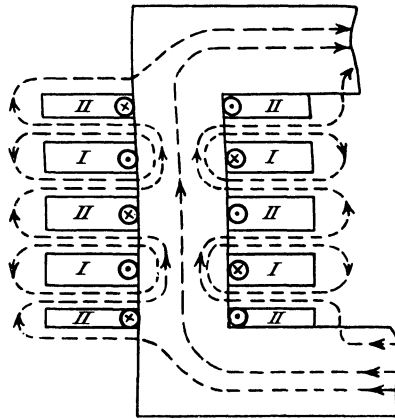


Bild 330. Feldlinien der Scheibenwicklung.

329 und 330 zeigen den Verlauf des gemeinsamen Flusses und der Streuflüsse bei Röhren- und Scheibenwicklung nach der Anschauung, daß auch der Streufluß der zweiten Spule durch die Wirkung des Stromes der ersten Spule entsteht.

Bei Leerlauf, wo die zweite Spule stromlos ist, ist ihr Gegendruck gleich Null und der vom Strom der ersten Spule erzeugte Fluß

durchdringt, nach Abzug des Streuflusses der ersten Spule, in seinem vollen Betrage die zweite Spule. Mit zunehmendem Strom der zweiten Spule wächst ihr Streufluß im Verhältnis zum gesamten Fluß, von dem sie durchsetzt wird. Endlich geht bei Kurzschluß fast der ganze Fluß durch den Streuweg, und durch die Windungen der zweiten Spule dringt nur so viel, wie nötig ist, um eine Spannung gleich dem geringen inneren Ohmschen Spannungsverbrauch der zweiten Spule zu erzeugen. Ist der Kurzschluß vollkommen, d. h. auch der innere Widerstand der zweiten Spule gleich Null, so sind die Ohmsche Spannung und damit der Fluß innerhalb der zweiten Spule gleich Null, d. h. der gesamte Fluß wird durch die Gegenwirkung des Stromes der zweiten Spule aus dieser hinaus in den Streuweg gedrängt. Der Strom der ersten Spule ist dann wieder, wie bei Leerlauf, reiner Magnetisierungsstrom, der aber weit größer ist als bei Leerlauf, weil er den vorgeschriebenen Gesamtfluß nicht im bequemen Eisenweg, sondern im unbequemen Streuweg zu erzeugen hat.

Obwohl nun die Anschauung, daß auch der Streufluß der zweiten Spule vom Strom der ersten erzeugt wird, den wirklichen Verhältnissen am besten entspricht, so müssen wir doch beachten, daß der Streufluß der zweiten Spule nur durch einen Teil des Stromes der ersten Spule erzeugt wird, nämlich durch den Teil, der dem Strom der zweiten Spule das Gleichgewicht hält. Größe und Phase des Streuflusses der zweiten Spule sind also durch den Strom der zweiten Spule gegeben, so daß wir die Rechnung doch am besten so ausführen, als ob der Fluß von der zweiten Spule erzeugt wird.

Die Streuflüsse erzeugen eine schädliche Spannung der Selbstinduktion, und es wäre sehr wohl möglich, diese als solche einzuführen und sie zu der durch den gemeinsamen Fluß erzeugten Spannung hinzuzuzählen. Bequemer werden wir indessen die Streuung nach S. 238 durch Einführung eines induktiven Widerstandes  $x_1$  und  $x_2$  berücksichtigen. Der induktive Spannungsverlust in der ersten Spule ist dann  $I_1 \cdot x_1$  und eilt dem Strom der ersten Spule um  $90^\circ$  vor. Ebenso ist der induktive Spannungsverlust der zweiten Spule gleich  $I_2 \cdot x_2$  und eilt dem Strom der zweiten Spule um  $90^\circ$  vor.

Die Klemmenspannung der ersten Spule ist jetzt um den gesamten Spannungsverlust der ersten Spule größer als die durch den gemeinsamen Fluß erzeugte Spannung in dieser Spule. Ebenso ist die Klemmenspannung der zweiten Spule um den gesamten Spannungsverlust dieser Spule kleiner als die in dieser Spule durch den gemeinsamen Fluß erzeugte Spannung. Nun gilt nach wie vor die Beziehung, daß sich die durch den gemeinsamen Fluß erzeugten Spannungen wie die Windungszahlen verhalten. Wenn wir also die stets zutreffende Voraussetzung machen, daß die Spannungsverluste klein sind, so ist angenähert auch das Verhältnis der Klemmenspannungen

gleich dem der Windungszahlen, und das Verhältnis der Ströme ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Windungen.

Unsere frühere Beziehung, daß die Summe der Ströme der beiden Spulen gleich dem Strom bei Leerlauf ist, gilt jetzt nur mehr angenähert. Infolge des Spannungsverlustes der ersten Spule ist für gleiche Klemmenspannung die erzeugte Gegenspannung von dem jeweiligen Strom abhängig und in allen Betriebsfällen kleiner als bei Leerlauf. Demnach ist auch der gemeinsame Fluß und der dafür erforderliche »Leerstrom« bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Wir werden jedoch bei Transformatoren keinen großen Fehler machen, wenn wir in den Grenzen des Betriebs den Leerstrom als unveränderlich ansehen. Die genaue Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Flusses und des Leerstromes ergibt sich in Abschnitt 113.

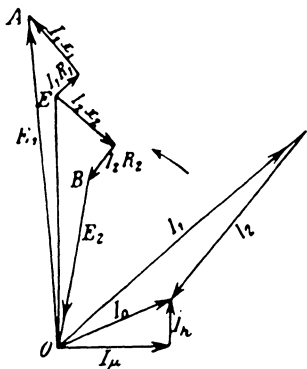


Bild 331. Spannungen und Ströme des Transformators mit Berücksichtigung der Spannungsverluste, Windungsverhältnis 1 : 1.

Bild 331 gibt die Strahlen der Ströme und Spannungen unter der Annahme, daß die Klemmenspannung  $E_2$  der zweiten Spule infolge induktiver Belastung gegen den Strom  $I_2$  vorausliegt. Wir fügen zu der Klemmenspannung  $E_2$  in Phase mit dem Strom  $I_2$  den Ohmschen Spannungsverlust  $I_2 \cdot R_2$  und um  $90^\circ$  gegen den Strom  $I_2$  voreilend den induktiven Spannungsverlust  $I_2 x_2$ . Die Summe ergibt die

durch den gemeinsamen Fluß in der zweiten Spule erzeugte Spannung  $EO$ , die unter Voraussetzung gleicher Windungszahl auch gleich der in der ersten Spule erzeugten Spannung ist. Um  $90^\circ$  gegen  $OE$  voreilend zeichnen wir den Strahl des Magnetisierungsstromes  $I_\mu$ , der uns in Verbindung mit dem Hysteresisstrom  $I_h$  den Leerstrom  $I_0$  und damit auch den Strom  $I_1$  der ersten Spule ergibt. Zu der Spannung  $OE$ , die der in der ersten Spule erzeugten Spannung das Gleichgewicht hält, fügen wir in Phase mit dem Strom  $I_1$  der ersten Spule den Ohmschen Spannungsverlust  $I_1 R_1$  und um  $90^\circ$  gegen den Strom  $I_1$  voreilend den induktiven Spannungsverlust  $I_1 x_1$ . So erhalten wir als Summe aller Spannungen die Klemmenspannung  $E_1$  der ersten Spule nach Größe und Phase. Der Wirkungsgrad wird dann

$$\eta = \frac{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + N_0 + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2} \quad (11)$$

Bei kleiner Belastung fallen die Eisenverluste und bei großer Belastung die Verluste durch Stromwärme zu sehr ins Gewicht, und der Wirkungsgrad ist gering. Dazwischen hat der Wirkungsgrad

einen höchsten Wert, für den sehr hohe Beträge (z. B. 0,98) erreicht werden.

Von der Klemmenspannung der zweiten Spule ausgehend, haben wir schrittweise die einzelnen Spannungsverluste hinzugefügt und sind dadurch zu der Klemmenspannung der ersten Spule gelangt. Dies führt zu der Kappschen Anschauung, die auf schöne Weise beide Windungen zu einem Ganzen zusammenfaßt.

Es seien  $E'_2$ ,  $I'_2$ ,  $R'_2$ , und  $x'_2$  die wirklichen Werte für sekundäre Spannung, Stromstärke und Widerstände.

Bei einem beliebigen Windungsverhältnis stellt der in Bild 331 mit  $I_2$  bezeichnete Strahl den Strom  $I'_2 \cdot w_2/w_1$  dar. Ebenso stellt  $EO$  nicht unmittelbar die in der zweiten Spule erzeugte Spannung, sondern das  $w_1/w_2$ -fache dieser Spannung dar, und  $BO = E_2$  ist die Spannung  $E'_2 \cdot w_1/w_2$ . Bei der zweiten Spule ist also der Strom mit  $w_2/w_1$  und alle Spannungen mit  $w_1/w_2$  zu vervielfachen, um die Größen auf das Windungsverhältnis 1 : 1 umzurechnen.

Die umgerechneten Spannungsverluste in der zweiten Spule sind dann  $I'_2 \cdot R'_2 \cdot w_1/w_2$  und  $I'_2 \cdot x'_2 \cdot w_1/w_2$ . Wenn unter Vernachlässigung des kleinen Leerstromes  $I'_2 = I_1 \cdot w_1/w_2$  gesetzt wird, erhalten wir die umgerechneten Spannungsverluste zu  $I_1 \cdot R'_2 \cdot w_1^2/w_2^2$  und  $I_1 \cdot x'_2 \cdot w_1^2/w_2^2$ . Diese werden also gleichsam durch den Strom  $I_1$  verursacht. Man nennt den mit  $w_1^2/w_2^2$  vervielfachten Widerstand der zweiten Spule den auf das Windungsverhältnis 1 : 1 umgerechneten Widerstand. Die umgerechneten Widerstände werden

$$R_2 = R'_2 \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2} \quad (12) \quad x_2 = x'_2 \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2} \quad (13)$$

Der Strom  $I_1$  hat nun anscheinend die erste und zweite Spule hintereinander zu durchfließen. Dabei ist der gesamte Ohmsche und der induktive Widerstand gegeben durch

$$R_k = R_1 + R_2 \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2} \quad (14) \quad x_k = x_1 + x_2 \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2} \quad (15)$$

Von der an die erste Spule gelegten Spannung bleibt dann nach Abzug des Spannungsverlustes in diesen Widerständen die umgerechnete Klemmenspannung der zweiten Spule übrig.

Wir erhalten nun für die Spannungen das einfache Bild 332, in welchem die umgerechnete Klemmenspannung  $E_2$  der zweiten Spule der Unterschied der an die erste Spule gelegten Spannung  $E_1$  und

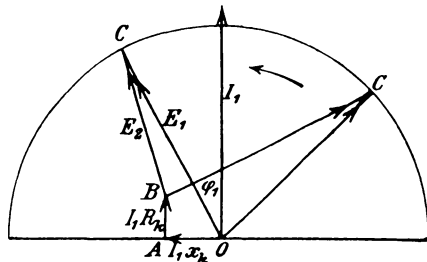


Bild 332. Spannungsbild des Transformators für gleichbleibenden Strom.

des gesamten inneren Spannungsverlustes ist. Legen wir den Strahl des Stromes stets in dieselbe Richtung, so liegen bei gleichbleibender Stromstärke die Punkte  $A$  und  $B$ , also der Anfang des Strahles der Klemmenspannung  $E_2$  fest. Für gleichbleibende Klemmenspannung  $E_1$ , aber veränderliche Phasenverschiebung  $\varphi_2$  zwischen Strom und Klemmenspannung der zweiten Spule beschreibt dann der Endpunkt  $C$  des Strahles der Klemmenspannung  $E_2$  einen Kreis um  $O$  mit dem Halbmesser  $E_1$ . Wir können dann den Unterschied zwischen den beiden Klemmenspannungen leicht ablesen. Dieser Unterschied wird sehr gering, wenn  $OC$  angenähert in die Richtung von  $I_1$  fällt, wenn also die Phasenverschiebung im Stromkreis der zweiten und damit der ersten Spule klein ist. Bei negativer Phasenverschiebung, d. h. bei stark kapazitiver Belastung, bleibt  $E_1$  gegen  $I_1$  zurück, und die Spannung  $BC$  der zweiten Spule, umgerechnet auf die erste, wird, wie im rechten Teil gezeichnet, größer als die der ersten Spule.

Das Dreieck  $OAB$  in Bild 332 können wir durch den Versuch bestimmen, indem wir die zweite Spule kurzschließen und an die erste Spule eine so kleine Spannung  $E_k$  anlegen, daß der entstehende Strom  $I_k$  gleich dem betriebsmäßigen, der Zeichnung in Bild 332 zugrunde liegenden Strom  $I_1$  ist. Da die angelegte Spannung  $E_k$  jetzt nur die Verluste zu decken hat, so ist sie gleich  $OB$ . Messen wir die Verluste  $N_k$  bei Kurzschluß, so ergibt sich

$$\cos \varphi_k = \frac{N_k}{E_k \cdot I_k} \quad (16)$$

$$R_k = \frac{E_k}{I_k} \cdot \cos \varphi_k \quad (17)$$

$$x_k = \frac{E_k}{I_k} \cdot \sin \varphi_k. \quad (18)$$

Wir haben bisher den Strom der zweiten Spule, abgesehen vom Windungsverhältnis, nach Größe und Phase gleich dem Strom der

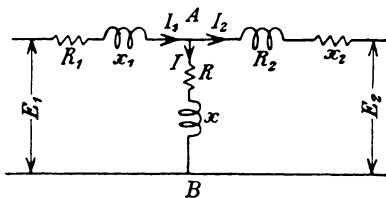


Bild 333. Ersatzschaltung.

ersten Spule gesetzt, also den Leerstrom vernachlässigt. Wollen wir diese Vernachlässigung fallen lassen, so müssen wir annehmen, daß der Strom der ersten Spule nach Durchfließen des inneren Widerstandes der ersten Spule in seiner vollen Stärke in die zweite Spule hinein tritt, sondern daß die Stromstärke sich um den Leerstrom  $I_0$  verringert. Wir kommen dadurch zu der sog. Ersatzschaltung in Bild 333. In dieser durchfließt der Strom  $I_1$  die Widerstände  $R_1$  und  $x_1$  der ersten Spule. Von der Klemmenspannung  $E_1$  bleibt dann zwischen  $A$  und  $B$  eine Spannung übrig, die der durch den gemeinsamen Fluß erzeugten Spannung  $EO$  in Bild 331 das Gleichgewicht hält. Dieser Spannung ist der jetzt mit  $I$  bezeichnete Leerstrom, der nach S. 314 nicht ganz

unveränderlich ist, proportional. Wir haben dann zwischen  $A$  und  $B$  so viel Ohmschen und induktiven Widerstand einzufügen, daß der Strom  $I$  gegen die Spannung  $AB$  nach Bild 331 um  $\arctg \cdot I_\mu / I_h$  zurückbleibt. Der Unterschied zwischen  $I_1$  und  $I$  ist dann der umgerechnete Strom  $I_2$ , der die inneren Widerstände  $x_2$  und  $R_2$  durchfließt und an den Klemmen der zweiten Spule unter der Spannung  $E_2$  heraustritt. Diese Schaltung, die für Drehstrommotoren von Bedeutung ist, wurde bereits in Abschn. 78 behandelt.

## Achtzehnter Teil.

### 92. Wechselstrommaschinen.

Die Wechselstrommaschinen für Ein- und Mehrphasenstrom werden als synchrone und asynchrone Maschinen, sowie als Maschinen mit Stromwender gebaut.

Die synchronen Stromerzeuger und Motoren besitzen einen feststehenden aus Blechen zusammengesetzten Anker, den sog. Ständer, dessen Klemmen der in der Regel hochgespannte Wechselstrom entnommen oder zugeführt wird, und einen umlaufenden Magnetkörper, dem der zur Erregung dienende Gleichstrom durch Schleifringe zugeführt wird. Der Magnetkörper wird bei langsam laufenden Maschinen als Polrad, bei den schnellaufenden Turbomaschinen nach Bild 334 als Trommel ausgebildet. Die ebenfalls zu den Synchronmaschinen gehörenden Einankerumformer sind Gleichstrommaschinen, die außer dem Stromwender Schleifringe besitzen.

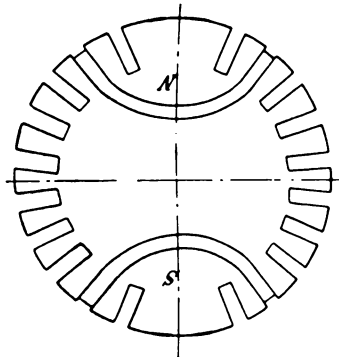


Bild 334.

•Magnetkörper einer Turbomaschine.

Die Asynchronmaschinen werden fast ausschließlich für Drehstrom gebaut. Sie besitzen einen äußeren feststehenden Teil, den sog. Ständer, der wie der Anker einer Synchronmaschine ausgeführt ist und von außen gespeist wird, und einen inneren, drehbaren Teil, den Läufer, in dessen Wicklung ein Strom vom Ständer aus durch magnetische Wirkung erzeugt wird.

Die Maschinen mit Stromwender sind Motoren, bei denen sich ein wie bei Gleichstrom gewickelter Anker mit Stromwender innerhalb eines vom Wechselstrom durchflossenen Ständers dreht.

Wir bezeichnen bei Wechselstrommaschinen als Spulenseite die zu einem Zweige gehörige Draht- oder Stabgruppe einer Pol-

teilung. Um den Umfang auszunutzen und die schädliche Selbstinduktion zu verringern, wird die Spulenseite in mehreren Nuten nebeneinander untergebracht.

Bei Einphasenmaschinen ist die Breite der Spulenseite, falls der Umfang vollständig bewickelt wird, gleich der Polteilung. Meist wird aber nur ein Teil des Umfangs bewickelt.

Bei Dreiphasenwicklungen hat die Spulenseite, abgesehen von den Maschinen mit Stromwender, eine Breite von  $\frac{1}{3}$  der Polteilung. Sie wird gewöhnlich in 2 bis 4, bei den Läufern von Drehstrommotoren in 3 bis 7 Nuten untergebracht. Turbomaschinen, die wegen ihrer großen Drehzahl eine sehr kleine Polzahl besitzen und selbst für Leistungen von mehreren tausend Kilowatt noch zweipolig ausgeführt werden, erfordern wegen ihrer großen Polteilung eine größere Nutenzahl für die Spulenseite. Bei den Ankern der Maschinen mit Stromwender ist die Breite der Spulenseite  $\frac{2}{3}$  der Polteilung.

Die Wicklung kann als Schleifenwicklung ausgeführt werden, wobei die Nuten einer Spulenseite im Wicklungsgang unmittelbar aufeinander folgen und die Spulen der verschiedenen Polpaare in Reihe oder nebeneinander geschaltet werden. Man kann aber auch Wellenwicklung anwenden, wobei die Nuten einer Spulenseite erst bei wiederholten Umgängen an die Reihe kommen.

Kleinere Maschinen werden mit Spulenwicklung, große Maschinen mit Stabwicklung ausgeführt.

Bei Spulenwicklung sind die Spulenköpfe meist bandförmig. Die Köpfe für die einzelnen Nuten einer Spulenseite, die nach Bild 335 ungleich lang sind, werden meist zu einem gemeinsamen Wicklungskopf zusammengefaßt. Bei Mehrphasenmaschinen wird die gegenseitige Berührung der Köpfe verschiedener Zweige in der durch Bild 335 dargestellten Weise oder in einer ähnlichen Art vermieden.

Bei Stabwicklung werden die Stirnverbindungen meist wie bei Gleichstrommaschinen nach Bild 336 gabelförmig mit zwei in verschiedenen Stirnebenen liegenden Teilen ausgebildet. Sie können jedoch auch nach Bild 338 verschränkt werden. In beiden Fällen sind die Köpfe für alle Nuten einer Spulenseite gleich lang.

Die Stirnverbindungen einer Spulenseite können auch nach Bild 337 in gleichen Hälften nach entgegengesetzten Richtungen des Umfangs geführt werden. Dies führt zu einer erheblichen Verringerung der Wicklungslänge. Zu den Wicklungen mit Führung der Köpfe nach entgegengesetzten Richtungen zählen auch die Stabwicklungen mit zwei Schichten nach Bild 339. Die Führung nach entgegengesetzten Seiten ist gleichbedeutend damit, daß die Hälfte der Wicklung des ganzen Zweiges für sich allein fertig geschaltet und dann unter Umkehrung der Wicklungsrichtung die andere Hälfte dahinter geschaltet wird.

Wir gehen nun zu Beispielen über und behandeln dabei zunächst die gewöhnlichen Wicklungen mit einer Breite der Spulenseite gleich  $\frac{1}{3}$  der Polteilung. Wir zeichnen dabei nur die vorderen Spulenköpfe des ersten Zweiges und nehmen an, daß dieser gerade den größten Strom führt. Seine Spulenseiten werden dann nach S. 263 eingefast von Spulenseiten anderer Zweige, die einen halb so starken

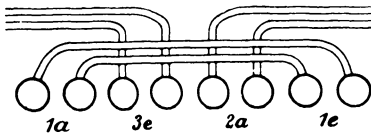


Bild 335. Kopf einer Spulenwicklung.

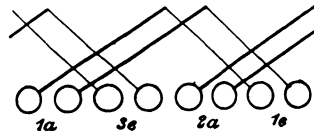


Bild 336. Gabelförmige Stirnverbindungen.

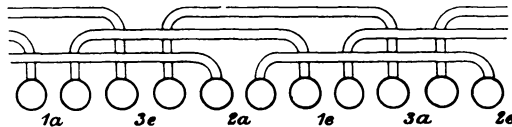


Bild 337. Spulenwicklung, Stirnverbindungen nach entgegengesetzten Seiten geführt.

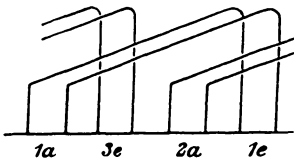


Bild 338.

Verschränkte Stirnverbindungen.

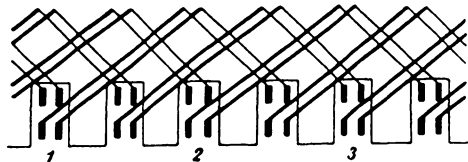


Bild 339. Stabwicklung, Stirnverbindungen, nach entgegengesetzten Seiten geführt.

Strom von derselben Richtung führen. Die drei Zweige sind dadurch unterschieden, daß Schaft und Spitze des Strompfeiles im ersten Zweig und die Umrandung der Nuten des zweiten Zweiges stark gezeichnet sind. Die drei Anfänge sind mit *a*, die Enden mit *e* bezeichnet. Die Anfänge sind an sich um  $\frac{1}{3}$  einer doppelten Polteilung gegeneinander verschoben, können jedoch, wie dies in den Abbildungen geschehen wird, um eine gerade Anzahl von Polteilungen versetzt werden, ohne daß sich etwas an der Schaltung ändert. Alle Verbindungen hinten sind gestrichelt.

Bild 340 und 341 zeigen vierpolige Spulenwicklungen mit zwei Nuten für die Spulenseite. Während die Köpfe der Spulenseite in Bild 340 nach derselben Richtung geführt sind, laufen sie in Bild 341 nach verschiedenen Richtungen. Dies ist dadurch erreicht, daß nach Durchlaufen der Wicklungshälfte 1, 6, 13, 18 der Fortschreitungsinn umgekehrt wird, d. h. die Wicklung im Sinne 24, 19, 12, 7 weiterstreitet. Die Wicklung in Bild 340 ist eine Schleifenwicklung. Die Wicklung in Bild 341 wird dadurch zu einer Wellenwicklung, daß jede Spulenseite nur zwei Nuten enthält.



Bild 342 gibt eine vierpolige Stabwicklung mit einem Stab in der Nut, mit gabelförmigen, gleich langen genau eine Polteilung um-

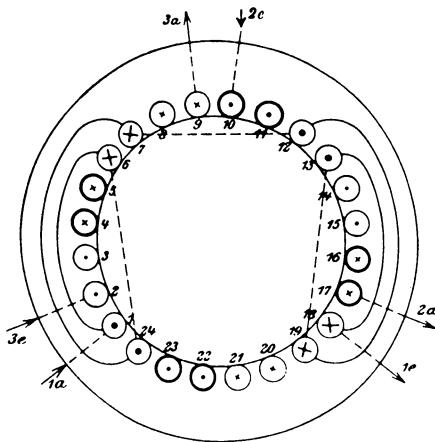


Bild 340. Vierpolige Spulenwicklung. Köpfe nach derselben Richtung.

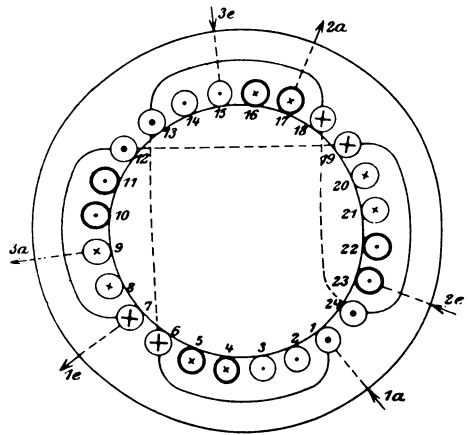


Bild 341. Vierpolige Spulenwicklung. Köpfe nach verschiedenen Richtungen.

fassenden Stirnverbindungen. Die Wicklung ist eine Schleifenwicklung, und die Stirnverbindungen einer Spulenseite sind nach derselben Richtung geführt.

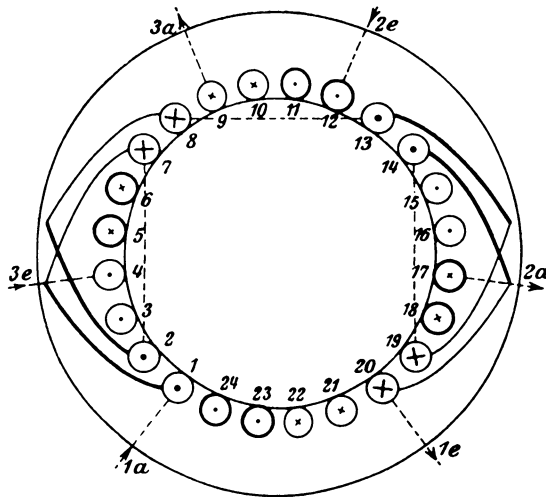


Bild 342. Vierpolige Stabwicklung. Köpfe einer Spulenseite nach derselben Richtung.

Bild 343 zeigt eine vierpolige Stabwicklung, mit zwei Stäben übereinander und zwei Nuten für die Spulenseite. Die Stirnverbindungen der Oberstäbe sind nach der einen Richtung, die der Unterstäbe nach der andern Richtung geführt. Die Wicklung ist eine

Wellenwicklung, die bei 1 anfangend im Uhrzeigersinn fortschreitet. Bei der Verbindung 18 24 ändert sich die Fortschreitungsrichtung, wodurch die Spulenköpfe vollständig regelmäßig werden.

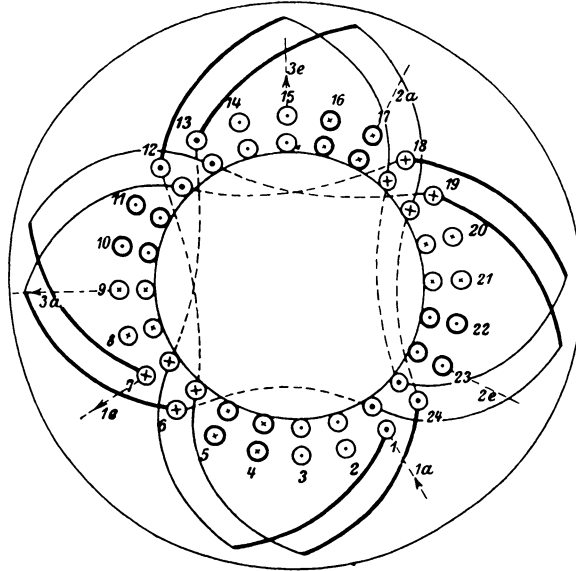


Bild 343. Vierpolige Stabwicklung. Köpfe einer Spulenseite nach verschiedenen Richtungen.

Wir wenden uns jetzt zur Drehstromwicklung mit einer Breite der Spulenseite gleich  $\frac{2}{3}$  der Polteilung, wie wir sie stets bei dreiphasigen Einankerumformern haben. Sie entsteht dadurch, daß wir die Wicklung eines gewöhnlichen Gleichstromankers an drei Stellen zu Schleifringen führen. Wir erhalten dadurch nach Bild 274 eine in Dreieck geschaltete Drehstromwicklung mit einer Breite der Spulenseite gleich  $\frac{2}{3}$  der Polteilung. Die Stegzahl muß dabei durch die Anzahl der Drehstromzweige, d. h. durch drei teilbar sein. Bei mehr als zwei Gleichstromzweigen sind Ausgleichverbinder nötig.

Bild 344 zeigt eine vierpolige Wicklung eines Einankerumformers, die als Schleifenwicklung ausgeführt ist. Von 1 oben ist z. B. die Wicklung hinten nach der um eine Polteilung versetzten Stelle 7 unten und von dort vorn über den Stromwender nach 2 oben geführt usw.

Wir wollen annehmen, daß die äußere Zuleitung zum inneren Schleifring gerade stromlos ist. Der Strom, der von außen dem äußeren Schleifring zufließt, fließt dann in zwei gleichen Teilen zum Stromwender. Jeder dieser Teile teilt sich dann in zwei Teile, von denen der stärkere durch einen einzelnen Zweig zum inneren Schleifring fließt, während ein halb so starker Strom durch zwei Zweige hintereinander zu demselben Schleifring fließt.

Die Spulenseiten des Drehstroms bestehen in unserm Falle aus vier Nuten, sie bedecken also  $\frac{2}{3}$  der Polteilung. Gleichzeitig sehen wir, wie sie sich gegenseitig überlappen. Ihre magnetischen Wirkungen unterstützen sich zwar im allgemeinen noch. Aber gleichzeitig heben

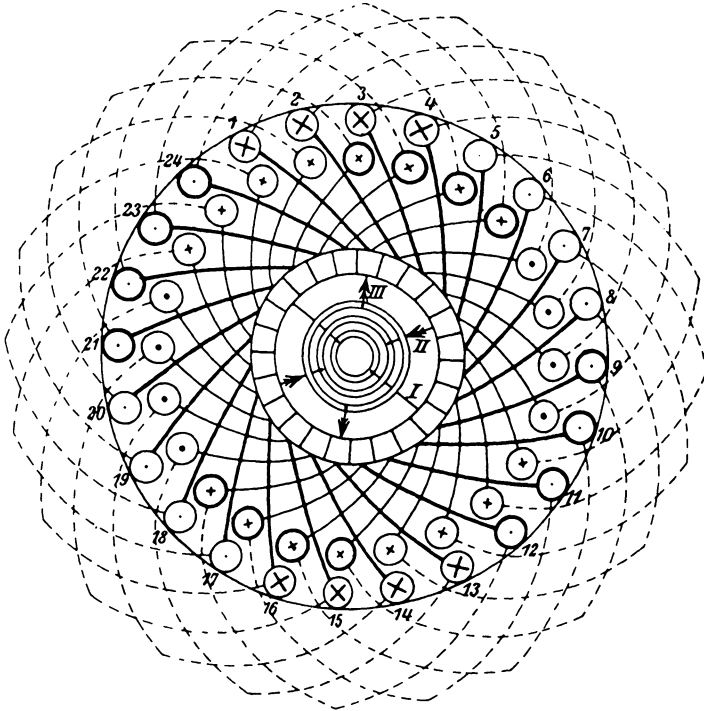


Bild 344. Vierpoliger Einankerumformer mit Schleifenwicklung.

sich an einzelnen Stellen, z. B. bei 5 und 6, die Ströme gegenseitig auf.

In elektrischer und magnetischer Hinsicht ist eine breite Spulenseite ungünstig. Wenn man daher Gleichstromwicklungen, wie es oft der Fall ist, für die Läufer von Drehstrommotoren benutzt, so schneidet man die Wicklung auf, so daß jeder Teil nur die halbe Breite besitzt, und schaltet die Teile entsprechend in Reihe. Die Wicklung in Bild 345 müssen wir z. B. jedesmal aufschneiden, wenn zwei nebeneinander liegende Nuten, die  $\frac{1}{3}$  der Polteilung bedecken, bewickelt sind. Wir erhalten dann in Bild 345 für den ersten Zweig die Teile:

oben	1	2	13	14	7	8	19	20
	⋮	/	⋮	⋮	/	⋮	⋮	/
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
unten	7	8	19	20	13	14	1	2.

Wir können nun diese in Reihe oder nebeneinander schalten. Wir wählen Reihenschaltung, schalten also unter Benutzung der von der Gleichstromwicklung übernommenen Stirnverbindungen die ersten

beiden Teile durch die von 8 unten nach 13 oben führende Verbindung *a* und die beiden letzten durch die von 14 unten nach 19 oben führende Verbindung *b* in Reihe. Die dadurch entstehenden beiden Teile werden dann unter Berücksichtigung der Stromrichtung, d. h. wie in Bild 341 unter Umkehrung der Wicklungsrichtung, durch die Verbindung *c*, die von 20 unten nach 2 unten führt, hintereinander geschaltet.

Ist die Drahtzahl eines Drehstromzweiges nicht durch die Polzahl teilbar, so erhalten die Spulenseiten vor den Polen nicht überall dieselbe Drahtzahl. Dies ist z. B. bei den gewöhnlichen Gleichstromwellenwicklungen der Fall.

Man erhält bei diesen Wicklungen eine große Annäherung der Spannungskurve an die Sinuslinie.

Die Breite der Spulenseite war bei den oben behandelten gewöhnlichen Drehstromwicklungen  $\frac{1}{3}$  der Polteilung, bei den Maschinen mit Stromwender  $\frac{2}{3}$  der Polteilung. Im Gegensatz dazu stehen die Käfig- oder Kurzschlußwicklungen von Drehstrommotoren. Diese enthalten eine Reihe von Stäben, die in je einer Nut verlegt und an den Stirnseiten durch Ringe kurzgeschlossen sind. Die Zahl der Zweige ist dann nicht drei, sondern gleich der Nutenzahl einer Polteilung. Die Breite der Spulenseite ist gleich Null zu setzen.

### 93. Die Spannung bei rechteckiger Feldkurve.

Wenn wir zunächst annehmen, daß die magnetische Induktion unter den Polen einer Wechselstrommaschine gleichförmig ist und an den Polspitzen entgegen den wirklichen Verhältnissen plötzlich auf Null abfällt, so besteht die Kurve der Spannung aus Rechtecken.

In Bild 346 ist die Kurve der Spannung für Einlochwicklung gezeichnet. Der Höchstwert wird erreicht, sobald die Nut des Ankers unter den Pol tritt, und er bleibt gleich, solange sich die Nut unter dem Pol befindet.

Es sei nun  $\beta$  das Verhältnis der Polbreite zur Polteilung,  $f$  die Frequenz und  $z$  die in Reihe geschaltete Drahtzahl eines Zweiges. Dann ist die Zeit, in der die Nut am Pol vorbeigeleitet, gleich  $\beta/\pi : 2 f$ .

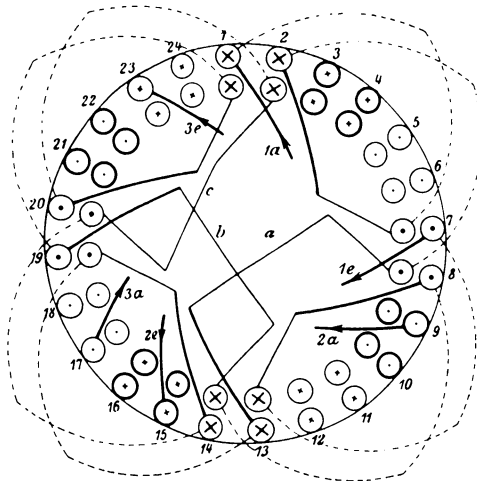


Bild 345. Aufgeschnittene Gleichstromwicklung.

Dabei wird der Fluß  $\Phi$  von  $z$  Drähten geschnitten, also wird der Höchstwert der Spannung

$$e_m = \frac{\Phi \cdot z \cdot 10^{-8}}{\beta/\pi \cdot 2f} = \frac{2\pi}{\beta} \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Wir tragen nun in Bild 347 den Bogen  $\omega t$  wagerecht und das Quadrat der Spannung senkrecht auf und ersetzen die gestreiften

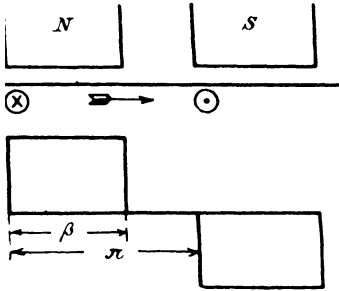


Bild 346.

Spannung bei Einlochwicklung und rechteckiger Feldkurve.

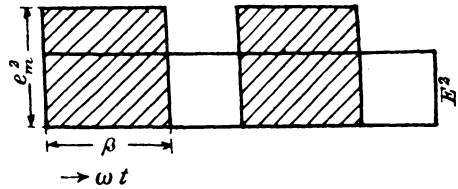


Bild 347.

Flächen durch ein Rechteck über der Grundlinie  $2\pi$ . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu  $e_m^2 \cdot \beta/\pi$ . Wenn wir die Wurzel ziehen, erhalten wir den Effektivwert zu

$$E = \sqrt{\beta/\pi} \cdot e_m. \quad (2)$$

Bei der Zweilochwicklung in Bild 348 betrachten wir nur den in der Wirklichkeit immer vorkommenden Fall, daß die Breite der Spulenseite kleiner ist als der Polabstand. Die Kurve der Spannung

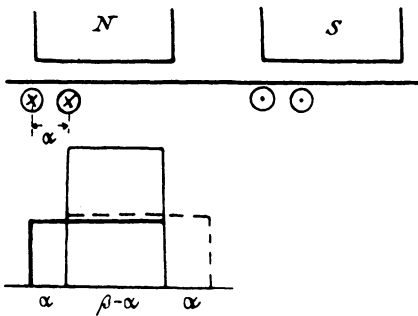


Bild 348.

Spannung bei Zweilochwicklung und rechteckiger Feldkurve.

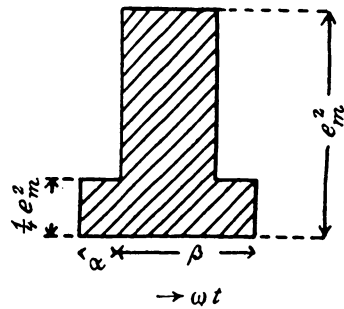


Bild 349.

setzt sich aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen  $\alpha$  gegeneinander verschoben sind. Während sich beide Nuten vor dem Pol befinden, also über den Bogen  $\beta - \alpha$ , hat die Spannung ihren Höchstwert. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor

den Polen befindlichen Drähte in einer oder in zwei Nuten liegen, so erhalten wir nach Gleichung (1):

$$e_m = \frac{2\pi}{\beta} \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (3)$$

Während sich dagegen nur eine einzige Nut vor dem Pol befindet, d. h. zweimal über den Bogen  $\alpha$ , ist die Spannung nur  $e_m/2$ .

Wir tragen nun wieder das Quadrat der Spannung senkrecht auf (Bild 349) und berechnen die gestreifte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot \alpha \cdot \frac{e_m^2}{4} + (\beta - \alpha) \cdot e_m^2 = \left( \beta - \frac{\alpha}{2} \right) e_m^2.$$

Wenn wir diese Fläche durch  $\pi$  teilen und die Wurzel ziehen, erhalten wir den Effektivwert zu

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\alpha}{2\pi}} \cdot e_m. \quad (4)$$

Tatsächlich kommen rechteckige Feldkurven nicht vor. Die oben berechneten Werte für die Spannungen sind daher etwas zu groß. Die Annahme eines sinusförmigen Feldes wird der Wirklichkeit besser entsprechen.

#### 94. Die Spannung bei sinusförmigem Feld.

Das magnetische Feld am Umfang sei infolge geeigneter Abrundung der Polecken sinusförmig. Ist  $w$  die Windungszahl in Reihe für einen Zweig, so wird die in Reihe geschaltete Drahtzahl eines Zweiges  $z = 2w$ . Setzen wir ferner  $\omega = 2\pi f$ , so wird der Höchstwert der Spannung bei Einlochwicklung nach Gl. (2) auf S. 215

$$e_m = \Phi \cdot w \cdot \omega \cdot 10^{-8} = \pi \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir  $\pi/\sqrt{2} = 2,22$ , so wird der Effektivwert

$$E = 2,22 \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (5)$$

Liegen die Drähte einer Spulenseite in mehreren Nuten, so werden sie nicht alle gleichmäßig induziert. Ist dann wieder der Nutenabstand im elektrischen Maß gleich  $a$ , so haben wir die in allen Spulenseiten erzeugten Spannungen nach Gleichung (5) einzeln zu berechnen und nach Bild 350 unter dem Winkel  $\alpha$  zusammzusetzen. Sie werden dabei durch die Sehnen  $s$  über dem Bogen  $a$  dargestellt. Demnach ist bei  $q$  Nuten für die Spulenseite die Summe gleich der Sehne  $S$  über dem Bogen  $q \cdot a$ . Ist  $r$  der Halbmesser, so wird  $s = 2r \cdot \sin \alpha/2$  und  $S = 2r \cdot \sin (q \cdot \alpha/2)$ .

Daraus folgt der sog. Wicklungsfaktor, der allgemein als das Verhältnis der Spannungen der verteilten Wicklung zu der in einem Nutenpaar vereinigten Wicklung bestimmt ist. Er ist bei sinus-

förmigem Feld das Verhältnis der geometrischen Summe der Spannung der einzelnen Nuten zur algebraischen Summe, d. h.

$$f_w = \frac{S}{q \cdot s} = \frac{\sin(q \cdot \alpha/2)}{q \cdot \sin \alpha/2}. \quad (6)$$

Ist z. B. die Nutenzahl für die Spulenseite  $q = 2$  und der Nutenabstand gleich  $1/6$  der Polteilung, d. h. gleich  $\pi/6$ , so wird der Wicklungsfaktor gleich  $\sin(2 \cdot \pi/12) : 2 \cdot \sin \pi/12 = 0,5 : 0,518 = 0,968$ .

Statt der Zahl 2,22 bei der Einlochwicklung erhalten wir also bei dem gegebenen Nutenabstand  $2,22 \cdot 0,968 = 2,15$ .

Bei kleinem Nutenabstand können wir die Wicklung als eine glatte Wicklung ansehen, deren Drähte gleichmäßig auf den Umfang verteilt sind. Dann wird der gebrochene Linienzug in Bild 350 zu

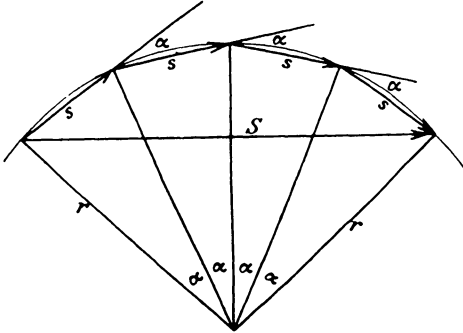


Bild 350. Summe der Spannungen der einzelnen Nuten.

einem Kreisbogen und der Wicklungsfaktor wird das Verhältnis der Sehne zum Bogen  $2\gamma$  der Spulenbreite. Dieses Verhältnis ist

$$f_w = \frac{2 \sin \gamma}{2\gamma} = \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (7)$$

Ist z. B. die Breite der Spulenseite gleich  $1/3$  der Polteilung, so ist  $2\gamma$  gleich  $\pi/3$ ,  $\gamma$  also  $\gamma = \pi/6$ , d. h.

$$f_w = \frac{\sin \pi/6}{\pi/6} = \frac{3}{\pi}.$$

Statt 2,22 bei Einlochwicklung erhalten wir also  $2,22 \cdot 3/\pi = 2,12$ .

Bei einer Breite der glatten Spulenseite gleich  $2/3$  der Polteilung, wie sie bei dreiphasigen Einankerumformern vorkommt, ist  $2\gamma = 2/3\pi$ , also der Wicklungsfaktor gleich  $1/2\sqrt{3} : \pi/3 = 0,83$ . Statt 2,22 erhalten wir also  $2,22 \cdot 0,83 = 1,84$ .

Ist endlich die Breite der Spulenseite, wie bei Einankerumformern für Einphasenstrom, gleich der Polteilung, so wird der Wicklungsfaktor gleich dem Verhältnis des Durchmessers zum Halbkreis, also gleich  $2/\pi$ . Statt 2,22 erhalten wir also  $2,22 \cdot 2/\pi = 1,414$ .

In den letzten beiden Fällen ist aber zu beachten, daß  $z$  die in Reihe liegende Drahtzahl eines Zweiges und nicht die gesamte Drahtzahl bedeutet.

## Neunzehnter Teil.

### 95. Das Einschalten einer Synchronmaschine.

Wenn mehrere Synchronmaschinen an ein Netz angeschlossen sind, so ist die Frequenz des Stromes in allen Maschinen dieselbe wie im Netz. Zwischen der Drehzahl  $n$ , der Polpaarzahl  $p$  und der Frequenz  $f$  besteht dann die Beziehung

$$f = p \cdot \frac{n}{60}. \quad (1)$$

Die Drehzahl ist also durch die Frequenz genau gegeben, und die Maschinen arbeiten synchron, d. h. gleichlaufend. Nur bei einem Stromerzeuger, der allein das Netz speist, kann die Drehzahl bei gegebener Polzahl willkürlich gewählt werden, falls nicht auch hier durch die Verbraucher eine bestimmte Frequenz und damit eine bestimmte Drehzahl des Stromerzeugers gefordert wird.

Gleichung (1) gilt ebensowohl für die synchronen Stromerzeuger wie für die synchronen Motoren. Diese sind genau gebaut wie die

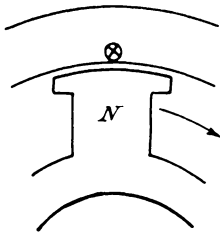


Bild 351. Stromrichtung eines Stromerzeugers, abhängig von Feld und Drehrichtung.

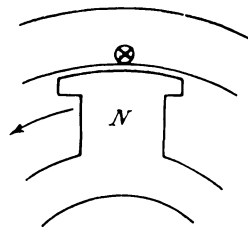


Bild 352. Drehrichtung eines Motors, abhängig vom Strom und Feld.

Stromerzeuger, so daß jede Wechselstrommaschine ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzt werden kann. Wenn wir den Nordpol des in Bild 351 angedeuteten Stromerzeugers im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom erzeugt, der von vorn nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment zu überwinden. Daraus folgt bei dem in Bild 352 gezeichneten Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht.

Nun steht in einem bald darauffolgenden Zeitpunkt statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom inzwischen seine Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Dies wird dadurch erreicht, daß die Drehzahl des Polrades nach der obigen Gleichung genau der Frequenz des Netzes entspricht.



Wie wir später sehen werden, hält sich diese Übereinstimmung, wenn sie einmal vorhanden ist, im Betriebe aufrecht. Vor dem Einschalten eines Stromerzeugers oder Motors auf ein Netz von gegebener Frequenz muß sie jedoch bereits vorhanden sein, damit ein Kurzschluß vermieden wird.

Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, läßt man eine mit dem Motor unmittelbar gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor anlaufen. Synchronmotoren, die mit einem Stromerzeuger für Gleichstrom gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, werden von der Gleichstromseite aus angelassen. Dabei wird natürlich vorausgesetzt, daß die Gleichstromseite gleichzeitig von einer Batterie oder einer anderen Maschine gespeist wird. Wenn der Motor eine kurzgeschlossene sogenannte Dämpferwicklung auf den Polen besitzt (vgl. Abschn. 99), kann er auch unbelastet mit  $\frac{1}{3}$  der gewöhnlichen Spannung als Asynchronmotor angelassen werden. Falls Angehen mit Belastung gefordert wird, muß statt des Synchronmotors ein Asynchronmotor oder Stromwendermotor verwendet werden.

Das Hinzuschalten eines synchronen Stromerzeugers oder Motors auf ein Netz mit gegebener Klemmenspannung gleich in mancher Beziehung dem Vorgang bei einem Nebenschlußerzeuger für Gleichstrom. Soll eine Nebenschlußmaschine auf ein Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und verändert die Magneterregung, bis die Spannung der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei Wechselstrom läßt man ebenfalls die zuzuschaltende Maschine leer anlaufen. Soweit es überhaupt möglich ist, muß die Drehzahl der Frequenz des Netzes entsprechen. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterregung die Spannung der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmenspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man wie bei der Gleichstrommaschine sicher sein, daß wirklich die zu verbindenden Klemmen der Maschine und des Netzes im Zeitpunkt des Einschaltens gleichnamig sind. Nur dann schaltet man die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Frequenz, die für Gleichstrommaschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Einschaltens derselbe wie bei der Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es aber bei Wechselstrom schwieriger zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sog. Phasenlampen, durch welche die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Bild 353 und 354). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Dreh-

zahl und Spannung und schaltet bei der in Bild 353 gezeichneten Anordnung den Schalter ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Spannung und Gegenspannung sich das Gleichgewicht halten. Dies geht aus den Vorzeichen der Klemmen in Bild 353 hervor, die natürlich nur für den gezeichneten Zeitpunkt gelten.

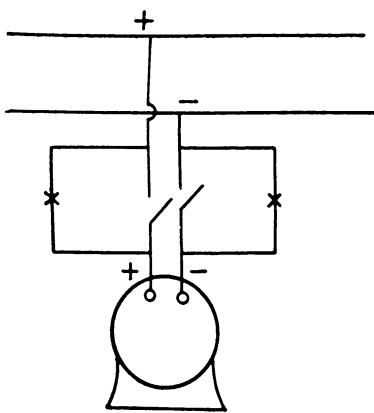


Bild 353. Phasenlampen  
Einschalten beim Erlöschen der Lampen.

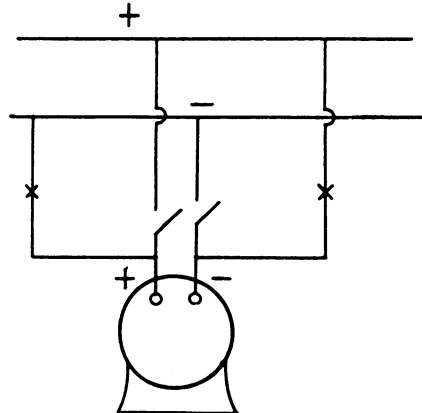


Bild 354. Phasenlampen.  
Einschalten beim Aufleuchten der Lampen.

Man kann aber auch die in Bild 354 angegebene Schaltung anwenden, wobei der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt wird, daß die Lampen hell aufleuchten. Dies geschieht, wenn die beiden, jetzt über die Lampen hintereinander geschalteten Spannungen des Netzes und der Maschine in ihren Zeitwerten gleich sind und im Glühlampenkreis in demselben Sinne wirken.

Die Erkennung des richtigen Zeitpunktes bietet keine Schwierigkeiten, wenn auch der Vorgang nicht ganz so glatt vonstatten geht wie beim Gleichstrom, da weder die Drehzahl noch die Phase ganz genau den erforderlichen Wert besitzt. Wir werden aber später sehen, daß die Maschine selbst bald den vollen Gleichlauf erzwingt.

Bei Dreiphasenmaschinen braucht man bei der ersten Inbetriebsetzung drei Phasenlampen, die wie in Bild 353 geschaltet sind. Gleichzeitiges Erlöschen und Aufleuchten zeigt, daß die Klemmen der Maschine in der richtigen Reihenfolge an den dreipoligen Schalter angeschlossen sind. Andernfalls sind zwei Zuleitungen zum Schalter zu vertauschen. Nachher genügen dann Phasenlampen in 2 Zweigen.

Solange ein aufs Netz geschalteter Stromerzeuger oder Motor noch unbelastet läuft, haben wir dieselben Verhältnisse wie beim Einschalten einer Gleichstrommaschine. Spannung und Gegenspannung von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet, und die Stromstärke sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die Verschiedenheit des Betriebes von nebeneinander geschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst bei dem Vorgang der Belastung und der Änderung der Erregung zutage (vgl. Abschnitt 97 und 100).

### 96. Das Spannungsbild der Wechselstrommaschine.

Wir betrachten im folgenden eine Wechselstrommaschine, die für sich allein einen äußeren Stromkreis speist, und wollen für eine bestimmte Magneterregung die Klemmenspannung bei gegebener Belastung ermitteln. Dabei nehmen wir an, daß die Induktivität der Maschine einen bei allen Betriebszuständen unveränderlichen Wert hat. Dies trifft allerdings bei Sättigung der Magnetkerne nicht zu, da ein Teil des vom Ankerstrom erzeugten Flusses sich durch die Magnetkerne schließt. Wir wollen aber der Einfachheit wegen doch zunächst mit gleichbleibender Induktivität rechnen. Die Stromstärke sei  $I$ , der Ohmsche Widerstand des Ankers  $R$  und der induktive Widerstand des Ankers  $L\omega$ . Von der erzeugten Spannung, die wegen der gleichbleibenden Magneterregung bei allen Betriebszuständen denselben Wert hat wie bei Leerlauf und daher mit  $E_0$  bezeichnet werde, ziehen wir dann den Ohmschen Spannungsverlust  $IR$  und den induktiven Spannungsverlust  $I \cdot L\omega$  ab und erhalten dadurch die von der Maschine gelieferte Klemmenspannung  $E$ .

Die erzeugte Spannung  $E_0$  entnehmen wir der Leerlaufkurve. Diese wird aufgenommen, indem man den Magnetstrom durch einen Widerstand verändert oder die Spannung der Erregermaschine regelt. Sie kann auch nach Abschnitt 54 durch Rechnung ermittelt werden. Man trägt dann den Erregerstrom oder das Produkt aus Erregerstrom und Windungszahl wagerecht und die Leerlaufspannung senkrecht auf (vgl. Bild 384). Diese Kurve der erzeugten Spannung gilt bei fester Induktivität gleichmäßig für Leerlauf und Belastung.

Solange die Eisensättigung gering ist, kommt in dem ganzen magnetischen Kreis der Maschine fast nur der Luftzwischenraum in Betracht. Der magnetische Fluß sowie die erzeugte Spannung sind dann dem Erregerstrom proportional, und die Kurve steigt zunächst geradlinig an. Wenn aber mit zunehmender Sättigung die Durchlässigkeit des Eisens abnimmt, wird die Kurve allmählich immer flacher.

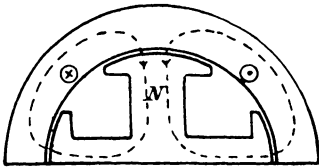


Bild 355.  
Vom Anker erzeugtes Feld bei verschiedener Stellung des Polrades.

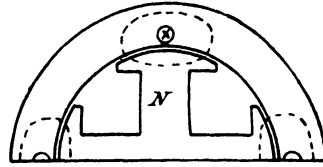


Bild 356.

Den induktiven Widerstand  $L\omega$  bestimmen wir durch Messung an der stillstehenden Maschine. Wir wollen annehmen, daß die Stellung der Pole gegenüber dem Anker keine wesentliche Änderung der Selbstinduktion des Ankers bewirkt. Die Bilder 355 und 356

zeigen allerdings, daß der magnetische Widerstand für den vom Ankerstrom erzeugten Fluß bei ausgeprägten Polen je nach der Lage des Poles gegenüber der Spulenseite des Ankers verschieden ist. Genau genommen behält also die Induktivität während des Zeitraumes einer Periode nicht denselben Wert. Sie wird außerdem von der Phasenverschiebung der erzeugten Spannung gegenüber dem Strome beeinflusst, da es nicht gleichgültig sein kann, ob im Zeitpunkt des größten Ankerstromes die Polmitte oder die Mitte der neutralen Zone vor der Spulenseite steht. Indessen wird ein Fehler, den wir durch die Annahme einer bei allen Polradstellungen gleichbleibenden Induktivität machen, nur gering sein. Nötigenfalls können wir die Untersuchung bei verschiedenen Stellungen des Polrades vornehmen und aus den Ergebnissen das Mittel nehmen.

Wir legen also an den Anker unserer stillstehenden Maschine eine Wechselstromspannung, die wir so niedrig wählen, daß nur der Strom  $I$  auftritt, für den die Maschine betriebsmäßig bestimmt ist. Der Versuch ist allerdings bei größeren Maschinen selbst mit der gewählten kleinen Spannung bedenklich, da der vom Anker erzeugte Fluß bei Stillstand mit der vollen Frequenz durch die Magnetwindungen hindurchschneidet und in ihnen eine Spannung von gefährlicher Höhe erzeugt. Wir wollen jedoch hierauf keine Rücksicht nehmen, da es uns auf möglichste Einfachheit des Versuchs ankommt. Ferner muß vorausgesetzt werden, daß die Pole und das Magnetjoch aus Blechen bestehen, so daß keine Wirbelströme den Versuch stören.

Die Spannung  $E$ , die wir bei Stillstand an den Anker legen, ist dann die Summe aus dem Ohmschen Spannungsverbrauch  $I \cdot R$  und dem induktiven Spannungsverbrauch  $I \cdot L\omega$ . Messen wir nun mit dem Leistungszeiger bei unserm Versuch eine Leistung  $N$ , so ergibt sich der Winkel  $\beta$ , um den die Spannung  $E$  vor dem Strome vorauffeilt, aus der Gleichung  $\cos \beta = N/EI$ . Da  $E/I$  der Scheinwiderstand ist, so wird der Ohmsche und induktive Widerstand des Ankers

$$R = \frac{E}{I} \cdot \cos \beta \quad L\omega = \frac{E}{I} \cdot \sin \beta, \quad \text{d. h. } \operatorname{tg} \beta = \frac{L\omega}{R}. \quad (2)$$

Wir sind nun in der Lage, die Strahlen der Spannungen bei Belastung zu zeichnen. Wir legen dazu in Bild 357 den Strahl des Stromes willkürlich senkrecht nach oben.  $AB$ , um  $90^\circ$  gegen den Strom voreilend, ist der induktive Spannungsverbrauch  $I \cdot L\omega$  und  $BD$ , in Phase mit dem Strom, der Ohmsche Spannungsverbrauch  $I \cdot R$ . Dann ist  $AD$  der gesamte Spannungsverlust in der Maschine. Er eilt dem Strom um den obigen Winkel  $\beta$  vorauf.

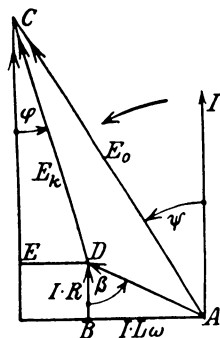


Bild 357.  
Strahlen der Spannungen.



Kreis, der die Verlängerung der Strahlen  $DC$  oder diese Strahlen selbst in den Punkten  $F$  schneidet. Dann ist  $CF$  der algebraische Spannungsabfall zwischen Leerlauf und der betreffenden Belastung. Dieser Abfall ist am größten, wenn  $C$  in der Verlängerung von  $AD$  liegt, also bei stark induktiver Belastung. Er ist ziemlich klein für  $C = C_0$ , d. h. für reine Wirkleistung, und wird schließlich negativ für teilweise kapazitive Belastung. Wir haben also bei negativer Phasenverschiebung, d. h. kapazitiver Belastung eine Spannungserhöhung gegenüber dem Leerlauf.

Eine negative Phasenverschiebung, die mit einer Spannungserhöhung des Stromerzeugers verbunden ist, erreicht man auch, wenn man den Stromerzeuger auf einen Motor arbeiten läßt, dessen erzeugte Spannung scheinbar größer ist als die des Stromerzeugers. Ist z. B. die erzeugte Spannung beim Stromerzeuger 1000 Volt und beim Motor 1200 Volt, so stellt sich die beiden Maschinen gemeinsame Klemmenspannung zu etwa 1100 Volt ein, und die Spannungserhöhung des Stromerzeugers gegenüber dem Leerlauf beträgt  $1100 - 1000 = 100$  Volt.

Die Anschauung, daß die erzeugte Spannung des Motors größer angenommen wird als die Netzspannung und diese wieder größer als die erzeugte Spannung des Stromerzeugers, widerspricht vollständig den Anschauungen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Sie findet ihre äußerliche Erklärung darin, daß sich die Spannungen beim Wechselstrom nicht algebraisch, sondern geometrisch zusammensetzen. Physikalisch ist sie indessen nicht zu halten und wird später durch eine zutreffende Anschauung ersetzt. Vorläufig behalten wir sie jedoch mit Rücksicht auf einfache Darstellung bei, da sie bei gleichbleibender Induktivität ein richtiges Ergebnis liefert. Wir bezeichnen dann einen Stromerzeuger oder Motor als übererregt oder untererregt, je nachdem seine erzeugte, bei Leerlauf gemessene Spannung größer oder kleiner ist als die Klemmenspannung. Wir erreichen eine solche Übererregung oder Untererregung, wenn wir den Gleichstrom zur Magnetisierung der Feldmagnete ändern, nachdem die Maschine auf ein von anderen Maschinen gespeistes Netz oder auf einen Synchronmotor geschaltet ist.

Bisher haben wir eine als Stromerzeuger angetriebene Maschine betrachtet. Wir lassen nun unsere Maschine, nachdem sie aufs Netz geschaltet ist, als Motor arbeiten, indem wir sie zum Antrieb einer Last verwenden. Dann wird der Strom  $I$  von der Netzspannung  $E$  erzeugt und hat wesentlich dieselbe Phase wie diese. Die Netzspannung hat dann wie bei Gleichstrom eine Gegenspannung  $E_0$  zu überwinden, die durch Drehung im Magnetfeld erzeugt wird, und hat außerdem den gesamten Spannungsverbrauch zu liefern. Wir können statt dessen auch sagen, daß die Summe aus den sich entgegenwirkenden Spannungen, die vom Netz und von der Maschine geschaffen

werden, den gesamten inneren Spannungsverbrauch  $AD$  liefert. Bild 359, das die Strahlen der Spannungen des Synchronmotors zeigt, unterscheidet sich von der entsprechenden Darstellung für den Stromerzeuger dadurch, daß die Strahlen der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung  $E_0$  und des Stromes  $I$  nicht einen spitzen, sondern

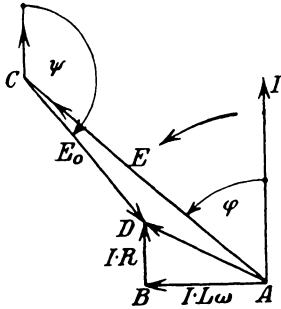


Bild 359.

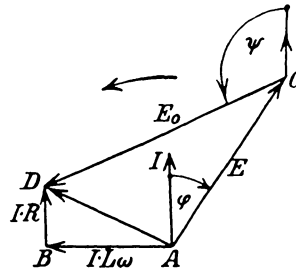


Bild 360.

Spannungen des untererregten Synchronmotors. Spannungen des übererregten Synchronmotors.

einen stumpfen Winkel  $\psi$  miteinander bilden. Die von der Maschine erzeugte elektrische Leistung  $E_0 I \cos \psi$  ist also negativ, d. h. die Maschine nimmt einen gleichen Betrag auf und gibt ihn als mechanische Leistung ab. Außerdem nimmt die Maschine noch die der Stromwärme  $I^2 \cdot R$  entsprechende Leistung auf und die aufgenommene Gesamtleistung ist  $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ .

Die erzeugte Spannung  $E_0$  ist in Bild 359 kleiner als die dem Motor aufgedrückte Netzspannung  $E$ , die Maschine ist daher untererregt. Bei Übererregung würden wir Bild 360 erhalten.

### 97. Belastungsänderung der Wechselstrommaschine.

Wir haben bisher die Klemmenspannung eines Stromerzeugers als von diesem geliefert angesehen und ihr daher wesentlich dieselbe Phase zugeschrieben wie der erzeugten Spannung und dem Strom. Unser Stromerzeuger liege nun an einem Netz, das auch von anderen Maschinen gespeist wird. Die von ihm gelieferte Klemmenspannung ist dann entgegengesetzt gleich der von den übrigen Maschinen gelieferten Spannung oder der Netzspannung. Wir bezeichnen diese mit  $E$ , haben ihr aber entgegengesetzte Phase zuzuschreiben wie der vom Stromerzeuger gelieferten Klemmenspannung, so daß sie in Bild 357 nicht durch  $DC$ , sondern durch  $CD$  dargestellt wird. Wir gewinnen auf diese Weise eine gemeinsame Behandlung für den Stromerzeuger und den Motor. In beiden ist dann der gesamte innere Spannungsverbrauch die Summe aus den sich wesentlich entgegenwirkenden, vom Netz und der Maschine geschaffenen Spannungen  $E$  und  $E_0$ .

Wir betrachten nun eine Maschine, die bei gleichbleibender Erregung, also gleichbleibender erzeugter Spannung  $E_0$ , als Stromerzeuger oder Motor an einer gleichbleibenden Netzspannung liegt. Das Netz werde von so großen Maschinen gespeist, daß Änderungen an unserer Maschine keinen Einfluß auf Größe und Phase der Netzspannung haben. Wir können dann den Strahl der Netzspannung  $E$  festlegen und den Strahl der erzeugten Spannung  $E_0$  je nach den Betriebsverhältnissen gegen diesen Strahl voreilen oder zurückbleiben lassen. Statt dessen legen wir in Bild 361 und 362 den Strahl der von

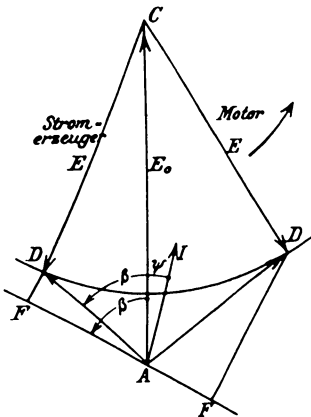


Bild 361. Übererregte Maschine.

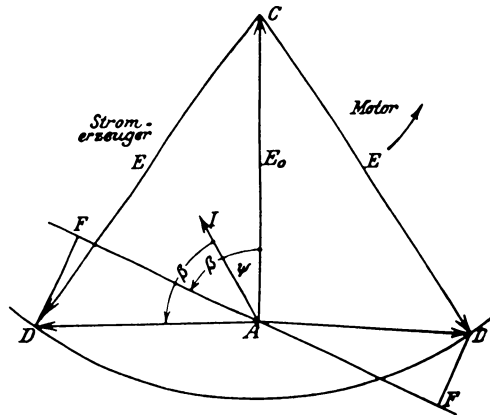


Bild 362. Untererregte Maschine.

dem Magnetfeld erzeugten Spannung  $AC = E_0$  fest, und zwar in senkrechter Richtung nach oben. Sie ergibt mit der gleichbleibenden Netzspannung  $CD$ , deren Endpunkt  $D$  einen Kreis beschreibt, in allen Fällen den inneren Spannungsverlust  $AD$ . Bild 361 bezieht sich auf die übererregte Maschine, Bild 362 auf die untererregte Maschine.

Der Strom bleibt nach Bild 357 hinter dem gesamten Spannungsverlust um den Winkel  $\beta = \arctg L\omega/R$  zurück. Daraus folgt dann der Winkel  $\psi$ , um den der Strom gegen die erzeugte Spannung  $E_0$  zurückbleibt. Er ist in Bild 362 negativ. Liegt  $CD$  in Bild 361 und 362 links von  $AC$ , so wird  $\psi$ , wie gezeichnet, spitz, also arbeitet die Maschine als Stromerzeuger. Andernfalls wird  $\psi$  stumpf, und die Maschine ist ein Motor.

Wir ziehen nun von  $A$  aus einen Strahl, der gegen  $AC = E_0$  um den obigen Winkel  $\beta$  voraufeilt, und fällen von  $D$  aus eine Senkrechte  $DF$  auf diesen Strahl. Dann ist  $\angle DAF = \psi$ . Wir setzen ferner den gesamten inneren Widerstand  $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  gleich  $z$ , also  $AD = I \cdot z$ . Dann wird

$$E_0 \cdot I \cdot \cos \psi = E_0 \frac{AD}{z} \cdot \cos \psi = \frac{E_0}{z} \cdot AF. \quad (3)$$



Dies ist bei einem Stromerzeuger die gesamte erzeugte elektrische Leistung, d. h. die zugeführte, in elektrische Arbeit umgesetzte mechanische Leistung, bei einem Motor dagegen der Teil der zugeführten Leistung, der in mechanische Leistung umgesetzt wird. Allgemein ist also die mechanische Leistung dargestellt durch die senkrechte Projektion  $AF$  des Strahles  $AD$ . Daraus folgt:

1. Bei Änderungen der Belastung bewegt sich der Punkt  $D$  in Bild 361 und 362 auf einem Kreise, und zwar gilt der linke Teil für den Stromerzeuger, der rechte für den Motor.

2. Beim Stromerzeuger eilt die erzeugte Spannung der negativ genommenen Netzspannung vor, beim Motor nach.

3. Je stärker wir die Maschine als Stromerzeuger oder Motor belasten, desto größer wird die Phasenverschiebung zwischen der negativ genommenen Netzspannung  $E$  und der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung  $E_0$ .

4. Die größte mechanische Leistung, die der Stromerzeuger aufnehmen oder der Motor abgeben kann, wird erreicht, wenn der Strahl der Netzspannung mit  $AF$  gleichgerichtet ist. Bei noch größerer Belastung fällt die Maschine aus dem Tritt. Da dies gleichbedeutend mit einem Kurzschluß ist, so werden die Maschinen so gebaut, daß die betriebsmäßige Belastung nur die Hälfte der größten Belastung ist. Dies bewirkt, daß die Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung und der negativ genommenen Netzspannung klein ist.

Wir stellen nun die Belastung einer Wechselstrommaschine dem entsprechenden Vorgang bei der Gleichstrommaschine gegenüber und schalten für den Zweck zunächst eine leerlaufende Gleichstrommaschine auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Gleichstrommaschine dadurch, daß wir die Erregung der Maschine und dadurch die erzeugte Spannung  $E_a$  verstärken. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung:  $I_a = (E_a - E)/R_a$ .

Mit der Ankerstromstärke unserer Gleichstrommaschine wird nun die gesamte elektrische Leistung  $E_a \cdot I_a$  größer. Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine kleine Verzögerung ein, durch die der Regler der Antriebsmaschine beeinflußt wird. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Leistung zugeführt, so daß die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung ist.

Wenn der Stromverbrauch im äußeren Netz unverändert geblieben ist, so kann der Strom unserer einzelnen Maschine nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Eine solche Beeinflussung dieser anderen Maschinen ist nur dadurch möglich, daß gleichzeitig die Klemmenspannung sich um einen gewissen Betrag ändert. Dieser ist aber so klein, daß er bei unserer Betrachtung keine weitere Rolle spielt.

Dabei ist zu beachten, daß die elektrische Leistung der Gleichstrommaschine dauernd erhöht ist, daß demnach auch der Verbrauch an mechanischer Leistung dauernd größer ist als vorher. Der Regler der Antriebsmaschine steht also dauernd in einer anderen Stellung als früher, und die Drehzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Drehzahl so klein, daß sie im Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird. Wir fassen nun unser Ergebnis zusammen: Bei einem auf ein Gleichstromnetz von gleichbleibender Spannung geschalteten Stromerzeuger wird die Belastung durch die Erregung verändert. Dabei wirkt der Stromerzeuger auf die Antriebsmaschine zurück, und es ändert sich in geringem Maße die Drehzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Antriebsmaschine gibt das her, was der Stromerzeuger fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Eine leerlaufende Maschine sei nach S. 328 auf ein Netz geschaltet, das von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Dann wird die Klemmenspannung und Drehzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflußt durch Änderungen der kleinen Maschine. Wir können also mit gleichbleibender Frequenz und Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die erzeugte Spannung unserer Maschine zu vergrößern. Wenn wir dies tun, so erhalten wir zwar die von uns erwartete Änderung der Stromstärke, aber gegen unsere Erwartung keine Vergrößerung des Ausschlages des Leistungszeigers und entsprechend keine Vergrößerung der Leistung. Wenn nun trotz einer Vergrößerung der erzeugten Spannung und Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schließen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und dem Strom größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung verändert werden kann. Die Wechselstrommaschine arbeitet entweder genau im Gleichlauf oder sie fällt aus dem Tritt. Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Antriebsmaschine noch genau im alten Gleichlauf weiter, und dabei steht ihr Regler genau in der alten Stellung. Die zugeführte Leistung ist also noch dieselbe wie früher, und die abgegebene Leistung bleibt daher ungeändert. So z. B. leistet die Antriebsmaschine nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine verändern.

Demnach läßt sich die abgegebene Leistung nur durch willkürliche Verstellung des Reglers ändern. Diese Verstellung erfolgt ent-

weder von Hand oder durch einen kleinen, am Regler angebrachten und von der Schalttafel aus betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die zugeführte Leistung bei der gleichbleibenden Drehzahl, die der Maschine durch die Frequenz des Netzes aufgezwungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung des Stromerzeugers zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung ändern. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot, d. h. der Stromerzeuger richtet seine Leistung nach der von der Antriebsmaschine auf ihn übertragenen Leistung.

Es fragt sich nur, wodurch der Stromerzeuger veranlaßt wird, seine erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun bedeutungsvoll, daß eine Vergrößerung der zugeführten Leistung eine Beschleunigung zur Folge hat, und daß dadurch eine Voreilung der erzeugten Spannung gegenüber der negativ genommenen Netzspannung eintritt. Dadurch wird nach S. 336 die vom Stromerzeuger geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Antriebsmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine bis zu einer gewissen Grenze beliebig vergrößern. Die Grenze ist dadurch gegeben, daß schließlich die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrommaschine und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Gleichstrommaschine wird vor dem Abschalten dadurch entlastet, daß man ihre Erregung schwächt und so die Maschine stromlos macht. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten dadurch stromlos gemacht, daß man durch Verstellung des Reglers die zugeführte Leistung vermindert.

Es erhebt sich jetzt noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich der selbsttätige Regler der Antriebsmaschine hat, wenn doch die Drehzahl des Stromerzeugers und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Frequenz des Netzes gegeben ist. Nun ist es ja allerdings richtig, daß der Regler einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß in der ganzen Anlage eine Änderung vor sich geht. Soll aber ein von der Willkür der Verbraucher abhängiger Mehrverbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen Regler an allen Maschinen vorhanden sein. Sie bewirken dann bei allgemein etwas verminderter Frequenz überall eine größere zugeführte Leistung. Natürlich läßt sich dann die Frequenz dadurch wieder auf den alten Betrag bringen, daß man alle Regler etwas verstellt.

Ferner erhebt sich die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung hat, da diese nicht, wie bei der Gleichstrommaschine, eine Veränderung der Leistung bedingt. Daß eine Verstärkung der Erregung sämtlicher Maschinen die Netzspannung

in die Höhe bringen muß, leuchtet ja allerdings ein. Die Frage ist jedoch, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung einer einzelnen Maschine auf diese selbst ausübt, unter der Voraussetzung, daß die Netzspannung nicht wesentlich dadurch geändert wird. Die Beantwortung dieser Frage wird sich im Abschn. 100 und 102 ergeben.

Wir wenden uns jetzt zum Belasten eines Synchronmotors. Dieser wird in der Regel, wie der Stromerzeuger, durch eine Antriebsmaschine auf Gleichlauf gebracht und mit Hilfe von Phasenlampen aufs Netz geschaltet. Er unterscheidet sich dann noch nicht von einem leerlaufenden Stromerzeuger. Wenn wir ihn dann mechanisch belasten, tritt für eine kurze Zeit eine Verzögerung ein. Das Polrad kommt dadurch in eine solche Lage zum Anker, daß der entstehende Strom in Verbindung mit dem Feld ein Drehmoment im Sinne der Drehrichtung ausübt. Die erzeugte Spannung, die vor der Belastung der Netzspannung entgegengesetzt gleich war, bleibt gleichzeitig infolge der Verzögerung hinter der negativ genommenen Netzspannung zurück. Die Maschine nimmt also nach Bild 361 und 362 elektrische Leistung auf und gibt mechanische Leistung ab, sie ist also zum Motor geworden.

Durch die kurzzeitige Beschleunigung wird also eine Maschine zum Stromerzeuger, durch die kurzzeitige Verzögerung zum Motor.

Besonders anschaulich werden diese Vorgänge, wenn wir annehmen, daß unsere Maschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, die auf ein von anderen Maschinen oder einer Batterie gespeistes Netz geschaltet ist. Wir haben es dann in der Hand, die Gleichstrommaschine, die jetzt ebenfalls stets genau mit der synchronen Drehzahl läuft, ohne umständliche Veränderungen als Stromerzeuger oder als Motor arbeiten zu lassen. Wenn wir sie so stark erregen, daß ihre erzeugte Spannung über die des Netzes überwiegt, arbeitet sie als Stromerzeuger. Wenn wir sie dagegen schwächer erregen, so überwiegt die Netzspannung  $E$ , so daß die Gleichstrommaschine als Motor angetrieben wird.

Die Wechselstrommaschine laufe nach dem Einschalten noch leer. Wir schwächen dann den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, die als Motor arbeitet und bisher nur die Leerlaufverluste zuführte. Sonst hat eine solche Schwächung des Feldes bei Gleichstrommotoren eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Drehzahl unseres Maschinensatzes, wie noch näher im nächsten Abschnitt ausgeführt wird, unabänderlich durch die Frequenz des Netzes gegeben. Bei dieser gleichbleibenden Drehzahl verringert sich durch eine Schwächung des Feldes die erzeugte Spannung  $E_a$  des Gleichstrommotors. Nach der Gleichung  $I_a = (E - E_a)/R_a$  wächst dadurch der Strom erheblich an, und der Anker wird beschleunigt. Das damit gekuppelte Polrad der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche

Lage zu dem Anker, daß sich die erzeugte elektrische Leistung nach S. 336 vergrößert. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung des Gleichstrommotors das Gleichgewicht.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, anstatt ihn abzuschwächen. Die Folge ist bei der gleichbleibenden Drehzahl eine Vergrößerung der erzeugten Spannung des Gleichstrommotors. Diese überwiegt dann über die Spannung des Gleichstromnetzes, so daß elektrische Leistung von der nun zum Stromerzeuger gewordenen Gleichstrommaschine abgegeben wird. Infolgedessen tritt eine kurzzeitige Verzögerung ein, durch welche die Wechselstrommaschine zum Motor wird.

### 98. Die synchronisierende Kraft.

Wir betrachten mehrere gleiche und gleich stark erregte, nebeneinander aufs Netz geschaltete Stromerzeuger, auf welche dieselbe Leistung von der Antriebsmaschine übertragen wird. Dann verteilt sich die im äußeren Kreise verbrauchte Leistung gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach Bild 361 und 362 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung und der Netzspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Netzspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die erzeugte Spannung überall gleiche Phase hat. In einem gegebenen Zeitpunkte hat also der Ankerdraht der einen Maschine genau dieselbe Lage zu den Polen wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht nur eine gleiche Anzahl von Umdrehungen in einem bestimmten Zeitraum, sondern auch eine Übereinstimmung in den Zeitwerten der erzeugten Spannung gemeint.

Wir fragen uns nun, wie es kommt, daß diese Übereinstimmung in der Drehzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich dann aufrecht erhält, wenn zufällige Schwankungen in der Drehgeschwindigkeit einer einzelnen Maschine vorkommen. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, sind die Maschinen so zu schalten, daß die gleichnamigen Klemmen aneinander liegen. Die einzelnen erzeugten Spannungen sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also unsere Wechselstrommaschinen nebeneinander geschaltet sind, so ist es nicht nur nötig, daß in einem gegebenen Zeitpunkt die Richtung der erzeugten Spannungen in allen Maschinen gleich ist, sondern daß ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, daß Maschinen von gleicher Polzahl mit vollständig gleicher Drehzahl und Maschinen von ungleicher Polzahl mit voll-

ständig gleicher Frequenz laufen. Diese Voraussetzung gilt dann auch für ungleiche Belastung oder Erregung, bei denen zwar die erzeugte Spannung der Maschinen von verschiedener Phase ist, bei denen aber der Phasenunterschied dauernd derselbe bleiben muß.

Die vollständige Übereinstimmung der Drehzahl ließe sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber nebeneinander geschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen, d. h. sie veranlassen eine bei allen Maschinen vollständig gleiche Frequenz und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Gleichlauf. Ein einzelner Stromerzeuger sei z. B. infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Antriebsmaschine vor den anderen Maschinen in einem bestimmten Zeitpunkt ein wenig vorausgeeilt. Diese räumliche Vorseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels zwischen der erzeugten Spannung der einzelnen Maschine und der negativ genommenen Netzspannung. Die letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels hat nun nach Bild 361 und 362 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der gesamten erzeugten elektrischen Leistung zur Folge. Dann reicht die zugeführte Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den umlaufenden Magnetkörper in die richtige Stellung gegenüber dem Anker zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Bild 361 und 362 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die Antriebsleistung. Die dadurch veranlaßte Beschleunigung bringt dann den Magnetkörper der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu dem Anker, so daß seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die elektrische Maschine schreibt also der Antriebsmaschine eine vollständig genaue Drehzahl vor und hält dadurch die Antriebsmaschine im Gleichlauf.

Dabei setzen wir allerdings voraus, daß die Maschinen in dem Bereich arbeiten, wo nach Bild 361 und 362 eine Zunahme des Winkels zwischen der negativ genommenen Netzspannung und der erzeugten Spannung eine wesentliche Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Dies ist auch für kleine Werte des Winkels der Fall. Dabei werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung der elektrischen Maschinen kräftig ausgeglichen. Dies ist auch um so nötiger, als eine Verschiebung um wenige räumliche Grade gleichbedeutend ist miteinander sehr erheblichen,  $p$ -fachen Verschiebung in elektrischen Graden.

Wenn jedoch die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels eine sehr geringe

Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Wenn der Höchstwert der Leistung überschritten wird, hat sogar das Voreilen der Maschine eine Abnahme der Leistung zur Folge. Die Antriebsleistung überwiegt dann über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter und die Maschine wird noch mehr beschleunigt. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze Zusammenarbeiten ist gestört. Dabei fließen natürlich sehr starke Ströme zwischen den Maschinen hin und her.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch die Vor- und Nacheilung einer Maschine verursacht wird. In der Regel spricht man dagegen von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß die voreilende Maschine zu viel und die zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Ausgleichstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine hinzufügt und vom Strom der zurückbleibenden Maschine abzieht. Die voreilende wird gleichsam durch diesen Strom, den sie liefert, gebremst und die nacheilende, die den Strom empfängt, gleichsam als Motor angetrieben.

Nun kommt es darauf an, daß für eine Zunahme des Winkels  $\epsilon$  zwischen der Netzspannung und der erzeugten Spannung die Zunahme der Leistung  $N$  möglichst groß wird, damit die synchronisierende Kraft groß wird. Diese können wir also als die Zunahme der

Leistung bei der Verschiebung um eine elektrische Bogeneinheit oder als das Verhältnis  $dN/d\epsilon$  auffassen.

Um sie zu berechnen, betrachten wir einen Stromerzeuger, dessen erzeugte Spannung  $E_0 = OC$  in Bild 363 um den Winkel  $\epsilon$  gegen die negativ genommene Netzspannung  $E$  voreilt. Ist  $z = \sqrt{R^2 + L^2} \omega$  der gesamte innere Widerstand, so ist  $AC = I_1 \cdot z$  die Summe aus  $AO = E$  und  $OC = E_0$ . Durch eine zufällige Ursache vergrößere sich  $\epsilon$  um  $\Delta\epsilon$ , der Strom nehme dabei geometrisch um den sog. Synchronisierungsstrom  $I_s$  auf den Wert  $I_2$  zu.

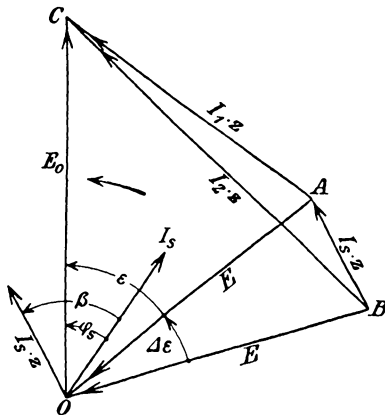


Bild 363. Änderung des Spannungsverlustes und Stromes bei zusätzlicher Voreilung.

Dann ist  $BC = I_2 \cdot z$  die Summe aus  $BO = E$  und  $OC = E_0$ . Da die Spannungsverluste den entsprechenden Strömen proportional sind, so stellt  $BA$  uns  $I_s \cdot z$  dar. Wir verlegen nun den Anfangs-

punkt dieses Strahles nach  $O$ , ziehen den Strahl  $I_s$  so, daß er gegen den Strahl  $I_s \cdot z$  um den Winkel  $\beta = \text{arc tg } L\omega/R$  zurückbleibt, und erhalten dadurch den Winkel  $\varphi_s$ , um den die Spannung  $E_0$  gegen den Synchronisierungsstrom voreilt.

Für eine kleine zusätzliche Voreilung ist  $I_s \cdot z = E \cdot \mathcal{A}\varepsilon$ , und der Strahl  $I_s \cdot z$  steht dann senkrecht auf  $AO$ . Demnach ist

$$\varphi_s = \varepsilon - (90^\circ - \beta),$$

und die Zunahme der Leistung für einen Zweig wird

$$\mathcal{A}N = E_0 \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s = \frac{E_0 \cdot E}{z} \sin(\beta + \varepsilon) \cdot \mathcal{A}\varepsilon \text{ Watt.} \quad (4)$$

Nun ist der Wirkwiderstand  $R$  immer klein gegenüber dem induktiven Widerstand  $L\omega$ , so daß  $\beta$  nahezu  $90^\circ$  wird. Da ferner  $\varepsilon$  nach S. 336 immer klein ist, so können wir  $\sin(\beta + \varepsilon)$  gleich Eins setzen. Wir teilen nun die Leistung in Watt durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $2\pi \cdot n/60$  und durch 9,81 und vervielfachen mit der Anzahl  $\nu$  der Zweige. Dann erhalten wir die Zunahme des Drehmomentes  $D$  für eine elektrische Bogeneinheit zu

$$\frac{\mathcal{A}D}{\mathcal{A}\varepsilon} = \frac{\nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{\mathcal{A}N}{\mathcal{A}\varepsilon}.$$

Nun ist die räumliche Bogeneinheit  $p$  mal so groß wie die elektrische Bogeneinheit. Demnach ergibt sich die Direktionskraft, d. h. die Zunahme des Drehmomentes für eine räumliche Bogeneinheit nach Gleichung (4) zu

$$B = \frac{p \cdot \nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{\mathcal{A}N}{\mathcal{A}\varepsilon} = \frac{p \cdot \nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{E_0 \cdot E}{z}. \quad (5)$$

Da  $E_0/z$  gleich dem Kurzschlußstrom und  $E$  rund gleich  $E_0$  ist, so wird  $\nu \cdot E_0 \cdot E/z$  gleich der Scheinleistung bei Kurzschluß.

Die Direktionskraft wirkt bei nebeneinander geschalteten Wechselstrommaschinen wie bei einem gedrillten Draht. Je größer die Abweichung aus der vorgeschriebenen Lage ist, desto größer ist das Drehmoment, das der Abweichung entgegenwirkt. Zufällige Verschiebungen aus der richtigen Stellung des Polrades gegenüber dem Anker werden daher im allgemeinen in kurzer Zeit ausgeglichen.

Wir wollen nun den Einfluß des inneren Wirkwiderstandes und induktiven Widerstandes auf die synchronisierende Kraft ermitteln. Eine Verringerung des Wirkwiderstandes verringert den Gesamtwiderstand  $z$ , erhöht also nach Gleichung (5) die synchronisierende Kraft. Dasselbe trifft bis zu einer gewissen Grenze auch für eine Verringerung des induktiven Widerstandes zu. Ist jedoch der induktive Widerstand sehr klein gegenüber dem Wirkwiderstande, so ist der Winkel  $\beta$ , um den der Synchronisierungsstrom  $I_s$  gegenüber  $I_s \cdot z$  zurückbleibt, nicht, wie wir angenommen haben,  $90^\circ$ , sondern fast



gleich Null.  $I_s$  fällt dann in Bild 363 fast mit  $I_s \cdot z$  zusammen und bildet mit dem Strahl der Netzspannung  $E$  einen Winkel von fast  $90^\circ$ . Die Synchronisierungsleistung ist dann fast Null. Der Synchronisierungsstrom wäre also, bezogen auf die Netzspannung, Blindstrom. Die Selbstinduktion darf demnach nicht vollständig fehlen.

Um für die Zeit nach dem Einschalten, also vor der Belastung, den günstigsten Wert des induktiven Widerstandes zu ermitteln, setzen wir in Gleichung (4)  $\varepsilon = 0$ ,  $\sin \beta = R/z$  und  $z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ . Wenn wir dann  $\mathcal{A}N/\mathcal{A}\varepsilon$  nach  $L\omega$  differenzieren, ergibt sich, daß die synchronisierende Kraft am größten wird für  $L\omega = R$ . Ein so kleiner Wert des induktiven Widerstandes läßt sich aber in Wirklichkeit nicht erreichen.

### 99. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen.<sup>1)</sup>

Wenn eine Wechselstrommaschine von einer Dampfturbine oder Wasserkraftmaschine angetrieben wird, so läuft sie während jeder Umdrehung mit unveränderter Geschwindigkeit. Wird sie jedoch von einer Dampfmaschine oder einem Gasmotor angetrieben, so erleidet sie bei jeder Umdrehung Vor-

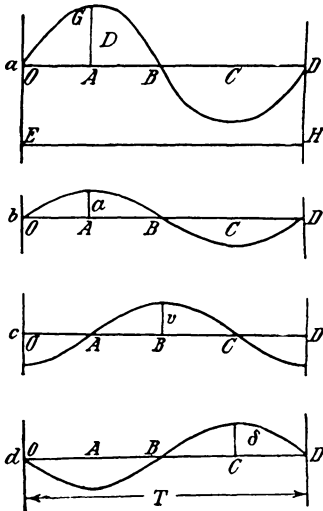


Bild 361.

Zusätzliches Drehmoment, Beschleunigung, Geschwindigkeit und Voreilung in Abhängigkeit von der Zeit.

leidet sie bei jeder Umdrehung Voreilungen und Verzögerungen, die durch das ungleichmäßige Drehmoment der Antriebsmaschine bedingt sind. Liegt sie gleichzeitig im Nebenschluß mit anderen Maschinen am Netz, so ist sie durch die synchronisierende Kraft des Ankers ebenfalls regelmäßig wechselnden Antrieben ausgesetzt. Wenn die Maschine zur Verringerung der Schwankungen der Geschwindigkeit eine kurzgeschlossene Dämpferwicklung auf den Polen besitzt, kommen auch hierdurch regelmäßig wechselnde Antriebe zustande.

In Bild 364 a mögen z. B. die Senkrechten der Kurve  $OGBD$ , von  $EH$  gemessen, das gesamte, auf die Maschine wirkende Drehmoment darstellen. Ist  $EO$  das mittlere Drehmoment, so geben uns die Senkrechten

der Kurve  $OGB$ , von  $OD$  an gemessen, das zusätzliche Drehmoment an, das von uns als sinusförmig angenommen wird. Es sei nun

<sup>1)</sup> Vgl. die Aufsätze von Görge, ETZ 1900, S. 188, 1902, S. 1053 und von Rosenberg, ETZ 1902, S. 425, 1903, S. 827.

$D$  das größte zusätzliche gesamte Drehmoment,  
 $m$  die Masse des umlaufenden Teils im mechanischen Maß,  
 $r$  der Halbmesser des Schwerpunktkreises in Meter,  
 $T$  die Zeit, in der sich das größte zusätzliche Moment wiederholt,  
 $\delta$  der Bogen der größten Voreilung.

Dann ergibt sich die größte Beschleunigung zu

$$a = \frac{D}{m \cdot r} \text{ m/sek}^2. \quad (6)$$

Die Beschleunigung erreicht ihren Höchstwert gleichzeitig mit dem zusätzlichen Drehmoment, d. h. in Bild 364b im Zeitpunkte  $A$ .

Solange die Beschleunigung positiv ist, nimmt die Geschwindigkeit zu. Sie wächst also in dem Zeitraum von  $O$  bis  $B$  von ihrem niedrigsten Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt  $A$  geht sie durch ihren mittleren Wert hindurch, und von diesem Zeitpunkt an beginnt die positive zusätzliche Geschwindigkeit, die am größten im Zeitpunkt  $B$  wird (Bild 364c). Der Höchstwert  $v$  der zusätzlichen Geschwindigkeit berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung  $a \cdot 2/\pi$  mal der Zeit  $AB = T/4$  zu:

$$v = \frac{2}{\pi} \cdot a \cdot \frac{T}{4}. \quad (7)$$

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der richtigen Stellung zu. Sie wächst im Zeitraum  $AC$  von ihrem niedrigsten (negativen) Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt  $B$  hat sie ihren Mittelwert Null. Der Höchstwert der Voreilung ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit  $v \cdot 2/\pi$  mit der Zeit  $BC = T/4$  vervielfachen, zu  $s = v \cdot T/2\pi$ . Wir teilen nun  $s$  durch den Halbmesser  $r$  und führen  $v$  aus Gleichung (7) und (6) ein. Dann wird der Bogen der größten Voreilung, d. h. die Amplitude der Schwingungen um die richtige Lage:

$$\delta = \frac{D \cdot T^2}{4\pi^2 \cdot m r^2}. \quad (8)$$

Ist  $G$  das Gewicht des Magnetkörpers in kg und  $d = 2r$  der Durchmesser des Schwerpunktkreises in Meter, so ist  $m = G/9,81$ . Demnach ist das Trägheitsmoment  $m r^2$  gleich  $\frac{G d^2}{4 \cdot 9,81}$ , wobei  $G d^2$  das sog. Schwungmoment ist.

Arbeitet die Maschine für sich allein auf das Netz, so ist für  $D$  das durch die Antriebsmaschine allein verursachte größte zusätzliche Moment  $A$  einzusetzen. Der Bogen  $\alpha$  der größten Voreilung wird dabei nach Gleichung (8):

$$\alpha = \frac{A \cdot T^2}{4 \pi^2 \cdot m r^2}. \quad (9)$$

Arbeitet die Maschine auf ein Netz, das auch von anderen Maschinen gespeist wird, so kommt das Synchronisierungsmoment hinzu. Bei der Direktionskraft  $B$  und einer größten Voreilung  $\beta$  ist das größte Synchronisierungsmoment gleich  $B \cdot \beta$ . Dieses tritt im Zeitpunkt der größten Nacheilung auf, also nach Bild 364 a bis d in demselben Zeitpunkt, in welchem das gesamte zusätzliche Moment am größten ist. Daraus folgt, daß das zusätzliche Antriebsmoment und das Synchronisierungsmoment sich algebraisch zum Gesamtmoment zusammenfügen, d. h. für das Gesamtmoment  $D$  ist  $B \cdot \beta \pm A$  einzusetzen. Gleichung (8) nimmt dann die Form an

$$\beta = \frac{(B\beta \pm A)T^2}{4\pi^2 \cdot m r^2}. \quad (10)$$

Wir lösen für  $\beta$  auf und setzen nach Gleichung (9)  $AT^2 = a \cdot 4\pi^2 \cdot m r^2$ . Dadurch erhalten wir den sog. Vergrößerungsfaktor, d. h. das Verhältnis der zusätzlichen Voreilung beim Zusammenarbeiten mit anderen Maschinen zur Voreilung beim Alleinbetrieb zu

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \pm \frac{1}{1 - BT^2/4\pi^2 m r^2}. \quad (11)$$

Das obere Vorzeichen gilt, wenn  $4\pi^2 m r^2$  größer ist als  $BT^2$ , also bei großem Trägheitsmoment, kleiner synchronisierender Kraft und kleiner Schwingungszeit. Synchronisierungsmoment und zusätzliches Moment der Antriebsmaschine wirken dann in demselben Sinne, d. h. das Antriebsmoment erreicht seinen positiven Höchstwert, wie das Synchronisierungsmoment, im Zeitpunkt der größten Nacheilung.

Das untere Vorzeichen gilt, wenn  $4\pi^2 \cdot m r^2$  kleiner ist als  $BT^2$ , also bei kleinem Trägheitsmoment, großer synchronisierender Kraft und großer Schwingungszeit. Das zusätzliche Moment der Antriebsmaschine erreicht in diesem Fall seinen positiven Höchstwert im Zeitpunkt der größten Voreilung und zieht sich dabei von dem entgegengesetzt wirkenden Synchronisierungsmoment ab.

In beiden Fällen ist beim Arbeiten der Maschine auf ein von anderen Maschinen gespeistes Netz die größte Voreilung vor der mittleren Lage größer, als wenn die Maschine für sich allein arbeitet. Den Fall, daß  $BT^2/4\pi^2 m r^2$  größer ist als 2, wollen wir dabei ausschließen, da er sehr geringe Schwungmassen voraussetzt. Das Anwachsen der Voreilung geschieht in der Weise, daß die Voreilung bei jeder Schwingung zunimmt und sich dabei im allgemeinen einem endlichen Grenzwert nähert. Die diesem Grenzwert entsprechende synchronisierende Kraft bewirkt dann in Verbindung mit dem anfänglichen zusätzlichen Moment der Antriebsmaschine gerade die betreffende Voreilung, so daß Gleichgewicht besteht.

Bei einer Maschine, die von einer Tandemmaschine mit zwei um  $90^\circ$  versetzten Kurbeln angetrieben wird, sei z. B. die Polpaarzahl  $p = 32$ , die Drehzahl  $n = 94$ , die Scheinleistung bei Kurzschluß

2080000 Watt und das Trägheitsmoment  $mr^2 = 5500 \text{ kgm}^2$ . Dann ist die durch den Synchronisierungsstrom geschaffene Direktionskraft nach Gleichung (5) auf S. 343

$$B = \frac{32 \cdot 2080000}{9,81 \cdot 2\pi \cdot 94/60} = 690000 \text{ mkg/Bogen.}$$

Die Zeit einer Schwingung des Polrades wird

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n/60} = 0,32.$$

Demnach wird der Vergrößerungsfaktor

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{1 - BT^2/4\pi^2 mr^2} = \frac{1}{1 - 0,327} = 1,5.$$

Für  $T^2 = 4\pi^2 \cdot mr^2/B$  wird der Vergrößerungsfaktor unendlich groß. Die Voreilungen werden dann bei jeder Schwingung größer und machen schließlich infolge der starken Ströme, die dabei auftreten, ein Zusammenarbeiten mit den übrigen Maschinen unmöglich. Man nennt diesen Zustand die Resonanz. Der Vorgang wird uns sofort deutlich, wenn wir beachten, daß  $4\pi^2 \cdot mr^2/B$  das Quadrat der Schwingungsdauer eines Pendels ist. Beim Parallelarbeiten mit anderen Maschinen würde ein Polrad, das von einer Wasser- oder Dampfturbine gleichförmig angetrieben, durch Schaltvorgänge zufällig beschleunigt oder verzögert wird, unter dem Einfluß der synchronisierenden Kraft mit dieser Schwingungsdauer schwingen, bis es, durch Wirbelströme oder Reibung gedämpft, wieder die gleichmäßige Drehbewegung annimmt.

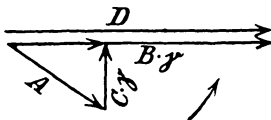
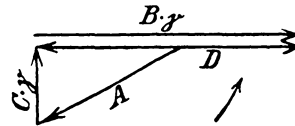
Bei der Resonanz ist also diese Eigenschwingungszeit gleich der Schwingungszeit, in der sich die zusätzliche Momente der Antriebsmaschine wiederholen, d. h. gerade wenn die Maschine selbst ausgeschwungen hat, erfolgt der neue Antrieb von außen. Die Voreilungen müssen sich also jedesmal vergrößern.

Schon in der Nähe der Resonanz wird der Betrieb durch das Schwingen der Maschine, das man als Pendeln bezeichnet, gefährdet. Daher muß der Unterschied zwischen den beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden. Wenn die Eigenschwingungszeit, wie es in der Regel bei Stromerzeugern der Fall ist, an sich schon größer ist, als die der Antriebsmaschine (positives Vorzeichen in Gleichung 11), so muß man, um sich noch weiter vom Zustand der Resonanz zu entfernen, den Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten noch größer machen, d. h. das Schwungmoment erhöhen. Daß daneben auch die anfängliche Voreilung abnimmt, ist ein weiterer, aber nebensächlicher Vorteil.

Ein zweiter Weg ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Maschine und Sammelschiene. Dadurch wird die scheinbare Kurzschlußleistung und damit die Direktionskraft kleiner. Das ergibt dann eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors.

Ist die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine von vornherein kleiner als die der Antriebsmaschine (negatives Vorzeichen in Gleichung 11), so würde eine Vergrößerung der Schwungmassen die Schwingungszeiten einander nähern. In diesem Falle wird eine Verringerung der Schwungmassen von Vorteil sein.

Die Maschine besitze nun eine Dämpferwicklung aus Kupferstäben, die in Nuten der Polschuhe verlegt und an den Stirnseiten wie die Käfigwicklung eines Asynchronmotors durch Ringe kurzgeschlossen ist. Bei den zylindrischen Magnetkörpern der Turbomaschinen wird die Dämpferwicklung durch die metallischen, an den Stirnseiten verbundenen Keile gebildet, welche die Nuten des Magnetkörpers schließen. Da das vom Anker erzeugte Feld nach S. 262 mit synchroner Geschwindigkeit umläuft, so wird die Dämpferwicklung bei gleichförmigem Gang von keinen Feldlinien geschnitten. Bei ungleichförmigem Gang schneidet dagegen das vom Anker erzeugte Feld durch die Dämpferwicklung des Magnetkörpers. Die dadurch erzeugten Ströme üben ähnlich wie der Läuferstrom eines Asynchronmotors ein Drehmoment aus, das die Verschiebung zwischen Feld und Stromleiter zu hindern sucht. Die dämpfende Wirkung ist um so größer, je größer die zusätzliche Geschwindigkeit ist. Ist  $\gamma$  die größte zusätzliche Voreilung und  $C$  ein Festwert, so ist das größte zusätzliche Dämpfungsmoment gleich  $C \cdot \gamma$ . Der Höchstwert tritt auf, wenn die zusätzliche Geschwindigkeit am größten ist. Da er der Bewegung entgegenwirkt, so haben wir im Zeitpunkt  $B$  in Bild 364a—d den negativen Höchstwert. Das Dämpfungsmoment eilt also dem gesamten Moment und dem damit phasengleichen Synchronisierungsmoment um  $90^\circ$  voraus.

Bild 365. Drehmomente für  $D > B \cdot \gamma$ .Bild 366. Drehmomente für  $D < B \cdot \gamma$ .

Wir können dann die zusätzlichen Drehmomente durch Strahlen darstellen. In Bild 365 und 366 ist  $A$  das zusätzliche Moment der Antriebsmaschine,  $C \cdot \gamma$  das Dämpfungsmoment,  $B \cdot \gamma$  das Synchronisierungsmoment und  $D$  das dem Synchronisierungsmoment phasengleiche gesamte Moment. Je nachdem dieses sich algebraisch durch eine Summe oder eine Differenz ergibt, erhalten wir nach Bild 365 und 366 das gesamte Drehmoment zu

$$D = B \cdot \gamma \pm \sqrt{A^2 - C^2 \gamma^2}.$$

Nun stehen nach Gleichung (8) die gesamten Drehmomente der gedämpften und ungedämpften Maschine in demselben Verhältnis wie die Voreilungen, d. h. es ist

$$\frac{B\gamma \pm \sqrt{A^2 - C^2\gamma^2}}{B\beta \pm A} = \frac{\gamma}{\beta}.$$

Wir schaffen die Nenner weg, quadrieren und lösen für  $\gamma^2$  auf:

$$\frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{A^2}{A^2 + C^2\beta^2}. \quad (12)$$

Die Dämpfung macht also in allen Fällen die Voreilung vor der Gleichgewichtslage kleiner. Man muß aber beachten, daß das Dämpfungsmoment und Synchronisierungsmoment beide eine zusätzliche Leistung mit sich bringen, die im einen Zeitraum positiv, im anderen negativ ist, also als Ganzes Blindleistung ist. Die Gesamtleistung schwingt also um einen Mittelwert, und dies verursacht dann entsprechende Schwingungen der Stromstärke, die den Betrieb stören können. Wir müssen also wissen, ob diese Schwingungen durch die Dämpfung größer oder geringer werden. Da die Leistungen sich wie die Drehmomente verhalten, so entspricht die zusätzliche Leistung ohne Dämpfung dem Moment  $B \cdot \beta$ , mit Dämpfung nach Bild 365 und 366 dem Moment  $\sqrt{B^2\gamma^2 + C^2\gamma^2}$ . Das Verhältnis der Quadrate der zusätzlichen elektrischen Leistungen mit und ohne Dämpfung ist also unter Benutzung von Gleichung (12)

$$\frac{(B^2 + C^2)\gamma^2}{B^2\beta^2} = \frac{B^2 + C^2}{B^2} \cdot \frac{A^2}{A^2 + C^2\beta^2}. \quad (13)$$

Nun ist nach Gleichung (9) und (10) der Vergrößerungsfaktor

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{B \cdot \beta \pm A}{A} \quad \text{oder} \quad B\beta = A(k \mp 1).$$

Das obere Vorzeichen gilt wie früher für den Fall, daß die Schwungmassen größer sind als dem Resonanzfall entspricht. Wir führen  $B\beta$  in die rechte Seite der Gleichung (13) ein und erhalten das Verhältnis der Quadrate der zusätzlichen Drehmomente zu:

$$\frac{(B^2 + C^2) \cdot \gamma^2}{B^2 \cdot \beta^2} = \frac{B^2 + C^2}{B^2 + C^2(k \mp 1)^2}. \quad (14)$$

Da die Leistungen in demselben Verhältnis stehen wie die Drehmomente, so verringert sich die zusätzliche Leistung durch die Dämpfung in allen Fällen für das untere Vorzeichen, wenn also die Schwungmassen kleiner sind als dem Resonanzfall entspricht. Die Dämpfung hilft auch noch für den Fall des oberen Vorzeichens, d. h. wenn die Schwungmassen größer sind als im Resonanzfall, sofern  $k - 1$  größer als 1 oder  $k$  größer als 2 ist. Sind jedoch die Schwungmassen schon so groß, daß der Vergrößerungsfaktor kleiner ist als 2, so werden nach Gleichung (14) die zusätzliche Blindleistung und damit die Schwingungen der Stromstärke durch die Dämpfung vergrößert.

## 100. Änderung der Erregung.

Wir fragen uns, welchen Einfluß die Änderung der Erregung bei einer Wechselstrommaschine hat, die an einem Netz von gleichbleibender Spannung liegt und eine gleichbleibende mechanische Leistung empfängt oder abgibt.

Setzen wir zunächst den Ankerwiderstand gleich Null, so ist in Bild 367 die Summe aus der erzeugten Spannung  $E_0 = AC$  und der Netzspannung  $E = BA$  gleich dem induktiven Spannungsverlust  $I \cdot L\omega = BC$ . Der obere Teil des Bildes, in welchem  $E_0$  vor der negativ genommenen Netzspannung voraufeilt, bezieht sich auf den

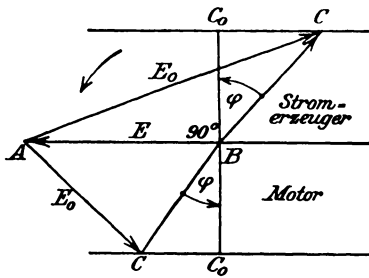


Bild 367. Gleichbleibende Belastung und geänderte Erregung,  $R = 0$ .

Stromerzeuger, der untere, in welchem  $E_0$  nacheilt, auf den Motor. Beim Stromerzeuger ist die gelieferte Klemmenspannung der Netzspannung entgegengerichtet, also gleich  $AB$ , beim Motor ist die Klemmenspannung gleich der Netzspannung  $BA$ . Wir ziehen nun  $BC_0$  senkrecht auf  $AB$  und legen durch  $C$  Gerade, die mit  $AB$  gleichgerichtet sind. Nun eilt der Strahl  $BC$  des induktiven Spannungs-

verlustes gegen den Strom und der Strahl  $BC_0$  gegen die Klemmenspannung um  $90^\circ$  vor. Demnach ist der Winkel zwischen  $BC$  und  $BC_0$  gleich dem Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Strom und Klemmenspannung. Dabei wird dieser Winkel stets von  $BC$  aus gerechnet. Er wird also gegebenenfalls nach S. 333 negativ.

Die mechanische Leistung ist beim inneren Widerstand Null gleich der elektrischen Leistung  $E \cdot I \cos \varphi$ . Setzen wir  $I = BC/L\omega$  und  $BC \cdot \cos \varphi = BC_0$ , so wird die Leistung eines Zweiges der Mehrphasenmaschine:

$$N = \frac{E}{L\omega} \cdot BC_0. \quad (15)$$

Da die Leistung nach unserer Voraussetzung gleichbleibt, so liegt bei Änderung der Erregung der Endpunkt des Strahles  $E_0 = AC$  auf der Geraden, die zu  $BA$  gleichgerichtet ist.

Wir finden hier unsere früheren Ergebnisse über die Phasenverschiebung bei Über- und Untererregung bestätigt. Bei Übererregung liegt  $C$  rechts von  $C_0$ , und wir haben beim übererregten Stromerzeuger positive, beim übererregten Motor negative Phasenverschiebung. Bei Untererregung liegt  $C$  links von  $C_0$ , und wir haben beim untererregten Stromerzeuger negative, beim untererregten Motor positive Phasenverschiebung. Der Begriff der Über- und Untererregung

hat sich dabei etwas verschoben, indem jetzt darunter eine Erregung verstanden wird, die größer oder kleiner ist als bei der erzeugten Spannung  $AC_0$ , d. h. als die Erregung für  $\varphi = 0$ .

Wir ermitteln nun den Ort für den Endpunkt  $C$  des Strahles  $AC$  der erzeugten Spannung unter Berücksichtigung des inneren Widerstandes  $R$ . Die Netzspannung ist in Bild 368 wieder gleich  $BA$ .

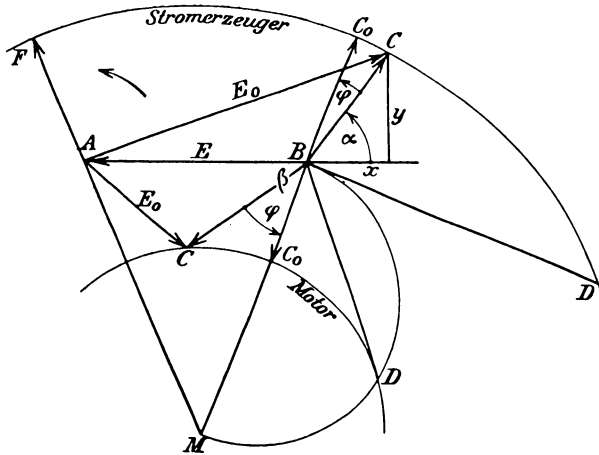


Bild 368. Gleichbleibende Belastung und geänderte Erregung, Ankerwiderstand gleich  $R$ .

Sie ist gleich der Klemmenspannung des Motors, während die Klemmenspannung  $E_k$  des Stromerzeugers gleich  $AB$  ist. Die Klemmenspannungen mögen den Strömen um den Winkel  $\varphi$  voraufeilen.  $BC$  ist der gesamte innere Spannungsverlust  $I \cdot z$ , der dem Strom um  $\beta = \arctg L\omega/R$ , also der Klemmenspannung um einen Winkel  $\alpha = \beta - \varphi$  voraufeilt. Demnach ist  $\varphi = \beta - \alpha$ .

Die gesamte mechanische Leistung eines Zweiges, die in elektrische Leistung umgesetzt wird, ist dann beim Stromerzeuger

$$N = E \cdot I \cos \varphi + I^2 R. \quad (16)$$

Wir setzen  $\cos \varphi = \cos (\beta - \alpha) = \cos \beta \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \sin \alpha$ . Sind dann  $x$  und  $y$  die Koordinaten des Punktes  $C$ , bezogen auf den Anfangspunkt  $B$ , so ist nach Bild 368  $I^2 = (x^2 + y^2)/z^2$ . Ferner ist:

$$I \cos \alpha = \frac{BC}{z} \cos \alpha = \frac{x}{z} \quad \text{und} \quad I \cdot \sin \alpha = \frac{BC}{z} \sin \alpha = \frac{y}{z}.$$

Dadurch erhalten wir:

$$N = E \frac{x}{z} \cos \beta + E \frac{y}{z} \cdot \sin \beta + (x^2 + y^2) \frac{R}{z^2}.$$

Wir erweitern mit  $z^2 : R$  und setzen nach Bild 357  $R/z = \cos \beta$ . Dann nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$x^2 + y^2 + E \cdot x + E \cdot \tg \beta \cdot y = N \cdot z^2/R. \quad (17)$$



Der Punkt  $C$  liegt also auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt  $M$  die Koordinaten  $p = -E/2$  und  $q = -\frac{1}{2} \cdot E \cdot \operatorname{tg} \beta$  hat.  $M$  liegt also auf der Mittelsenkrechten von  $BA$ , und  $BM$  bildet mit  $BA$  den Winkel  $\beta$ . Fügen wir auf beiden Seiten der Gleichung (17) die quadratische Ergänzung  $p^2 + q^2 = \overline{BM}^2$  hinzu, so erhalten wir auf der rechten Seite das Quadrat des Halbmessers. Tragen wir also  $BD = z \cdot \sqrt{N/R}$  senkrecht zu  $MB$  auf, so wird  $MD$  der Halbmesser.

Da der Winkel  $\varphi = \beta - \alpha$  ist, so ist er in Bild 368 durch den Winkel gegeben, um den  $BC$  gegen den in die Verlängerung von  $MB$  fallenden Strahl  $BC_0$  zurückbleibt. Für  $BC = BC_0$  wird  $\varphi = 0$ , und der Stromerzeuger liefert nur Wirkstrom ins Netz. Für Übererregung liegt  $C$  rechts von  $C_0$ , und wir haben positive Phasenverschiebung, bei Untererregung liegt  $C$  links von  $C_0$ , und wir haben negative Phasenverschiebung.

Liegt endlich  $C$  in der Verlängerung von  $MA$ , so hat  $AC$  seinen kleinsten möglichen Wert  $AF$ . Wird die Erregung noch weiter verringert, so fällt die Maschine aus dem Tritt.

Mit der Verringerung der Erregung des Stromerzeugers wird der Winkel, um den die erzeugte Spannung  $AC$  vor der Klemmenspannung vorausseilt, größer. Das stimmt gut mit dem räumlichen Vorgang zusammen, da die Verringerung der Erregung im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung mit sich bringt. Daher überwiegt für einen kleinen Zeitraum die Leistung der Antriebsmaschine, und das Polrad wird kurzzeitig beschleunigt, bis die abgegebene elektrische Leistung wieder der zugeführten Leistung das Gleichgewicht hält.

Für den Motor eilt der Spannungsverbrauch  $BC$  wieder gegen den Strom um  $\beta$ , also gegen die Netzspannung  $BA = E$  um  $\alpha = \beta - \varphi$  vor (Bild 368). Wie beim Stromerzeuger ist dann  $\varphi = \beta - \alpha$ . Die mechanische Leistung eines Zweiges ergibt sich als der Unterschied der zugeführten elektrischen Leistung  $E \cdot I \cdot \cos \varphi$  und der in Stromwärme umgesetzten Leistung  $I^2 \cdot R$ , d. h.

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi - I^2 \cdot R. \quad (18)$$

Wir rechnen nun von  $B$  aus  $x$  zweckmäßig von rechts nach links und  $y$  von oben nach unten. Dadurch erhalten wir ähnlich wie beim Stromerzeuger die Gleichung

$$x^2 + y^2 - E \cdot x - E \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot y = -z^2 \cdot N/R. \quad (19)$$

Wir erhalten dann als Ort des Punktes  $C$  für den Motor ebenfalls einen Kreis, dessen Mittelpunkt  $M$  derselbe ist wie für den Stromerzeuger. Der Halbmesser  $MD$  ergibt sich, wenn wir nach Gleichung (19) über  $BM$  einen Halbkreis schlagen und von  $B$  aus die Sehne  $BD = z \cdot \sqrt{N/R}$  abtragen.

Der Winkel  $\varphi$  läßt sich wieder unmittelbar ablesen. Er wird für  $C = C_0$  gleich Null, bei Untererregung, d. h. für  $C$  links von  $C_0$  positiv und bei Übererregung, d. h. für  $C$  rechts von  $C_0$  negativ.

Wir tragen nun in Bild 369 z. B. für den Stromerzeuger die Spannung  $E_0 = OC$  aus Bild 368 wagerecht und den Spannungsverlust  $I \cdot z = BC$ , der uns nach Änderung des Maßstabes den Strom darstellt, senkrecht auf und erhalten so die obere V-Kurve.

Für die Spannung  $E_0 = AC_0$ , d. h. für eine bestimmte Erregung, hat die Stromstärke ihren geringsten Wert und die Senkrechte der V-Kurve ist am kleinsten. Dabei ist  $\cos \varphi = 1$ , und Stromerzeuger liefert die vorgeschriebene Leistung, indem er allein Wirkstrom abgibt. Die Stromwärme ist dabei am kleinsten und der Wirkungsgrad am größten.

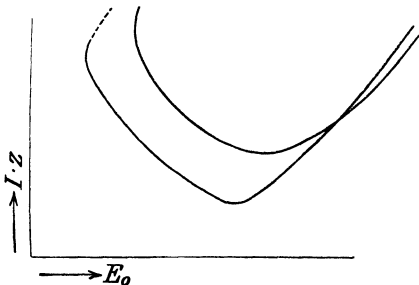


Bild 369. V-Kurven.

Gleichzeitig verläuft die V-Kurve in ihrem niedrigsten Punkt wagerecht, d. h. die Maschine ist in bezug auf die Stromstärke gegen Änderungen der Erregung unempfindlich, so daß die Bedienung weniger Aufmerksamkeit erfordert.

Damit sich die Stromstärke nicht bei jeder kleinen Änderung der Erregung übermäßig ändert, ist es vorteilhaft, wenn die V-Kurve unten möglichst flach verläuft. Nun zeigt Bild 368, daß eine Änderung der Erregung, also des Strahles  $AC$ , den Strom, d. h. den Strahl  $BC$  dann wenig beeinflusst, wenn  $BC_0$  verhältnismäßig groß ist. Dabei stellt der Strahl  $BC_0$  den gesamten Spannungsverbrauch beim Leistungsfaktor Eins dar. Er ist dem Strom, also bei gegebener Klemmenspannung auch der Leistung und außerdem dem inneren Scheinwiderstand  $z$  proportional. Die Maschinen besitzen also eine flache V-Kurve, wenn bei gegebener Leistung der innere Scheinwiderstand groß ist oder bei gegebenem inneren Scheinwiderstand die Leistung groß ist. Der induktive Widerstand ist also trotz des Spannungsverlustes, den er verursacht, schätzenswert, da er die Maschine gegen Änderungen der Erregung unempfindlich macht.

Bei der unteren Kurve in Bild 369 ist die Leistung etwa halb so groß wie bei der oberen Kurve.

Der rechte Teil der Kurven entspricht der Übererregung, der linke Teil der Untererregung. Da wo die Kurven links in Richtung der senkrechten Achse verlaufen, fällt die Maschine aus dem Tritt.

Beim Versuch wird statt der Spannung  $E_0$  der Magnetstrom wagerecht aufgetragen, wodurch sich die Kurve nur wenig ändert.

## 101. Selbsttätige Spannungsregelung.

Mit Erfolg ist die selbsttätige Spannungsregelung durch Schnellregler durchgeführt worden. Bei der Schnellregelung wird nach einer etwaigen Änderung der Spannung ein Schaltvorgang ausgelöst, der die Spannung im entgegengesetzten Sinne nicht nur in dem erforderlichen Betrage, sondern in starkem Überschuß zu ändern sucht. Die übermäßige Änderung der Spannung wird dann durch einen ent-

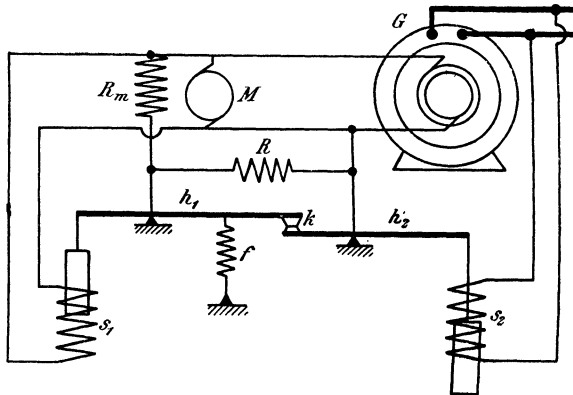


Bild 370. Schaltung des Tirrillreglers.

gegengesetzten Schaltvorgang verhindert<sup>1)</sup>. Von den Schnellreglern soll im folgenden der Tirrillregler beschrieben werden. Die Schaltung ist unter Weglassung der unwichtigeren Nebenteile in Bild 370 gegeben. Dem Polrad der Wechselstrom- oder Drehstrommaschine  $G$ , von der das Netz gespeist wird, wird mit Hilfe von Schleifringen der Erregerstrom zugeführt. Dieser Strom wird von der Maschine  $M$  geliefert, deren Magnetwicklung  $R_m$  unter Zwischenschaltung des Widerstandes  $R$  an den Anker der Erregermaschine angeschlossen ist. Der Widerstand  $R$  wird durch den Kontakt  $k$  in regelmäßigen Zwischenräumen kurzgeschlossen, so daß die Erregung dauernd schwankt.

Das regelmäßige Schließen und Öffnen des Kontaktes  $k$  erfolgt durch die Wirkung der Doppelhebel  $h_1$  und  $h_2$ . Wir denken uns zunächst den Hebel  $h_2$  festgehalten. Auf den Hebel  $h_1$  wirkt die Feder  $f$  im Sinne des Uhrzeigers und die magnetische Wirkung der Spule  $s_1$ , die von der Erregermaschine gespeist wird, entgegen dem Uhrzeiger. Der Hebel  $h_1$  wirkt dann wie der Hammer eines Induktors.

Bei geschlossenem Kontakt  $k$  ist der Widerstand  $R$  kurzgeschlossen, die Erregermaschine ist also stark erregt, und ihre Spannung

<sup>1)</sup> Vgl. Schwaiger, Das Regulierungsproblem in der Elektrotechnik. Elektrotechnik und Maschinenbau 1908, S. 421, und Natalis, Die selbsttätige Regulierung elektrischer Generatoren, Braunschweig 1908.

ist groß. Dann überwiegt die Kraft der von ihr gespeisten Spule  $s_1$  über die der Feder  $f$  und zieht den Kontakt  $k$  auseinander. Dadurch wird der Widerstand  $R$  in den Magnetkreis der Erregermaschine eingeschaltet, die Spannung dieser Maschine nimmt ab, und damit auch die Kraft der von ihr gespeisten Spule  $s_1$ . Dann überwiegt die Kraft der Feder  $f$  und schließt den Kontakt  $k$  wieder usw. Dieser Vorgang wiederholt sich dauernd in regelmäßigen, ganz kurzen Zwischenräumen.

Dabei ist zu beachten, daß der Magnetstrom der Erregermaschine wegen der Selbstinduktion eine gewisse Zeit braucht, ehe er annähernd auf seinen Endwert bei kurzgeschlossenem Widerstand  $R$  angestiegen ist. Der Kontakt  $k$  wird daher bereits wieder geöffnet, lange bevor dieser Endwert erreicht wird. Ebenso wird der Kontakt wieder geschlossen, lange ehe der Magnetstrom bei eingeschaltetem Widerstand angenähert auf seinen Endwert gesunken ist.

Der Magnetstrom sei bei dauernd eingeschaltetem Widerstand  $R$  gleich  $OA$ , bei dauernd kurzgeschlossenem Widerstand gleich  $OB$  (Bild 371). Während der Kontakt kurzgeschlossen ist, nimmt dann

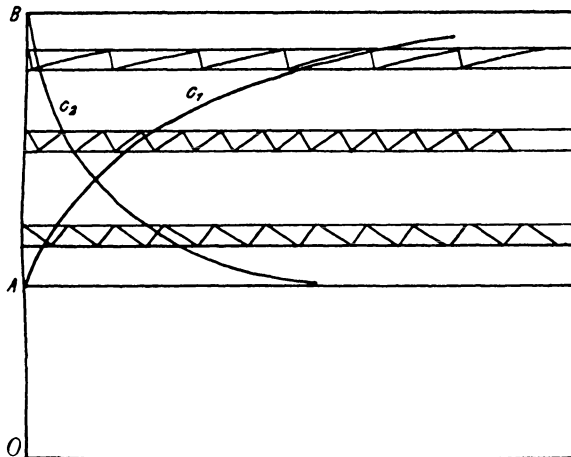


Bild 371. Erregerstrom bei Verwendung eines Tirrillreglers.

der Strom entsprechend der Kurve  $c_1$  zu, und während der Kontakt offen ist, nimmt er entsprechend der Kurve  $c_2$  ab. Die Kurven verlaufen ähnlich wie die in Bild 295 und 296. Bei einem bestimmten Betriebszustand seien die regelmäßigen Schwankungen des Magnetstromes der Erregermaschine durch die mittlere Zickzacklinie gegeben, die sich aus den in derselben Höhe befindlichen Teilen der Kurven  $c_1$  und  $c_2$  zusammensetzt. Entsprechende Schwankungen um eine mittlere Lage führt dann die Spannung der Erregermaschine und die Spannung des Stromerzeugers  $G$  aus.

Wir wollen nun, während sich der obere Teil des Kontaktes regelmäßig bewegt, den unteren Teil von Hand nach oben verschieben und

dann wieder festhalten. Während unsere Verschiebung liegen die beiden Teile dauernd aufeinander, so daß der Widerstand einmalig eine verhältnismäßig lange Zeit kurzgeschlossen ist. Der Magnetstrom wächst also auf einen höheren Endwert an als früher. Zugleich spannen wir durch unsere Verrückung die Feder stärker, so daß nun auch zur Unterbrechung des Kontaktes eine größere Kraft der Spule  $s_1$ , also eine größere Spannung und ein größerer Magnetstrom der Erregermaschine nötig ist. Der obere Teil des Kontaktes schwingt also von jetzt an um eine höhere Gleichgewichtslage und der Magnetstrom um einen größeren Mittelwert. Die Folge ist, daß die Zickzacklinie dieses Stromes sich in Bild 371 nach oben verschiebt.

Wenn wir andererseits während der regelmäßigen Bewegung des Kontaktes den unteren Teil nach unten verschieben und dann festhalten, so wird der Kontakt einmalig für eine verhältnismäßig lange Zeit geöffnet. Der Magnetstrom sinkt dadurch auf einen geringeren Endwert als früher. Der Kontakt schwingt dann um die neue Gleichgewichtslage, bei der die Feder schwächer gespannt ist, wodurch auch der Magnetstrom um einen geringeren Mittelwert schwingt. Die Zickzacklinie verschiebt sich dann in Bild 371 nach unten.

In Wirklichkeit vollziehen sich die Bewegungen, die wir von Hand ausführten, selbsttätig durch eine Änderung der Klemmenspannung. Dazu dient der Hebel  $h_2$ , den die Kraft der Spule  $s_2$  entgegen dem Uhrzeiger dreht, während das Gewicht des Eisenkerns im Sinne des Uhrzeigers wirkt. Die Spule  $s_2$  ist an die Netzspannung angeschlossen, und zwar hält bei der vorgeschriebenen Netzspannung die Kraft der Spule dem Eisenkern in jeder Lage das Gleichgewicht.

Wenn nun die Netzspannung aus irgendeinem Grunde sinkt, so überwiegt das Gewicht des Eisenkerns, dreht den Hebel  $h_2$  ein wenig im Uhrzeigersinn und verschiebt dadurch den unteren Teil des Kontaktes nach oben. Ebenso überwiegt beim Anwachsen der Netzspannung über den vorgeschriebenen Betrag die Kraft der Spule  $s_2$ , dreht den Hebel  $h_2$  entgegen dem Uhrzeiger und verschiebt den unteren Teil des Kontaktes nach unten. Wir erhalten dann durch diese selbsttätige Verschiebung dieselben Veränderungen des Magnetstromes der Erregermaschine, wie bei Verrückung von Hand. Diese Veränderungen halten dann die Netzspannung auf dem gleichen Betrage.

Aus Bild 371 geht hervor, daß die Schwingungszahl bei einer Lage des Kontaktes, die etwa der mittleren Zickzacklinie entspricht, am größten ist und bei schwachem und starkem Magnetstrom abnimmt. Daraus wird deutlich, daß die Stärke des Magnetstromes nicht etwa eindeutig durch die Schwingungszahl gegeben ist.

Ferner ergibt sich, daß bei geringem mittlerem Magnetstrom die Zeit, in welcher der Strom anwächst, kleiner ist als die Zeit, in welcher er abfällt. Umgekehrt überwiegt bei starkem mittlerem Magnetstrom die Zeit des Anwachsens über die Zeit des Abfallens. Es scheint

jedoch nach den obigen Abteilungen, als ob diese Erscheinung nicht eine Ursache, sondern eine Folge der Änderungen des Magnetstromes der Erregermaschine ist.

Man kann auch nach Danielson die Netzspannung dadurch auf dem gleichen Betrage halten oder nötigenfalls selbsttätig erhöhen, daß man den Netzstrom unter Vermittlung eines Transformators mit Hilfe von Schleifringen durch die mit dem Stromerzeuger gekuppelte Gleichstrom-Erregermaschine leitet. Das Polgestell der Erregermaschine kann gegenüber dem umlaufenden Anker verdreht werden (Bild 372). Den Transformator können wir dabei außer Betracht lassen und die Danielson-Maschine als eine zweite

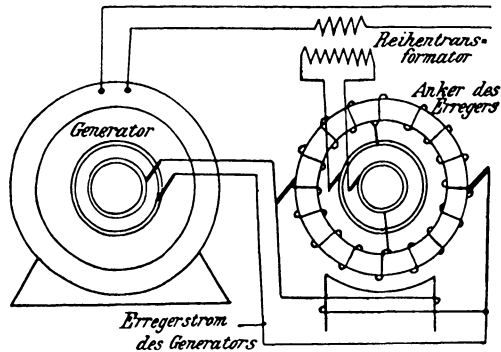


Bild 372. Erregung durch Danielsonmaschine.

Wechselstrommaschine auffassen, die mit der Hauptmaschine in Reihe geschaltet ist, was bei der starren Kupplung beider Maschinen ausführbar ist.

Wir leiten also den von der Wechselstrommaschine erzeugten Strom, den wir als Dreiphasenstrom annehmen wollen, unmittelbar dem Anker der Erregermaschine zu. Im feststehenden Anker würde dadurch eine synchron umlaufende Stromverteilung entstehen. Wenn der Anker dagegen entgegengesetzt dieser Umlaufrichtung gedreht wird, so stehen die Ströme — genau genommen erst bei sehr vielen Phasen — im Raume fest. Diese Erscheinung tritt auch beim Einankerumformer auf, oder bei jedem synchronen Stromerzeuger oder Motor, bei dem der Anker umläuft und die Pole feststehen.

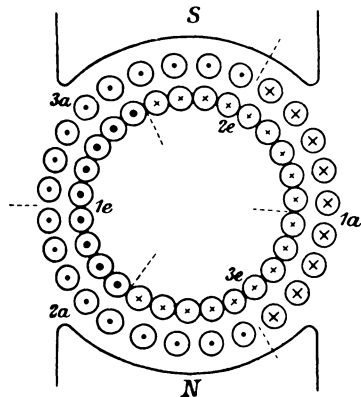


Bild 373. Stromrichtung der Danielsonmaschine für Drehstrom bei rein induktiver Belastung.

Wir können nun durch Verdrehung des Polgestells jede beliebige Phase zwischen dem Ankerstrom und der erzeugten Spannung herstellen. Wir wählen diese Stellung nach Bild 373 so, daß die Spulenseiten, die den größten Strom führen, bei rein induktiver Belastung in der neutralen Zone liegen, und zwar

so, daß die vom Anker ausgeübte Erregung in demselben Sinne wirkt wie die der Magnete. Wenn dann bei irgend einer Belastung der äußere Blindstrom wächst, so verstärkt er das Magnetfeld der Erregermaschine und damit den Erregerstrom. Auf diese Weise wird der größere Spannungsverlust, der durch eine Zunahme des nacheilenden Stromes verursacht wird, ausgeglichen und die Netzspannung auf denselben Betrag gehalten.

Die Spannung an den Schleifringen des Danielson-Umformers fügt sich unter Vermittlung des Transformators zur Spannung der Hauptmaschine. Die Danielson-Maschine arbeitet dabei je nach der Stellung ihres Polgestells in geringem Maße als Stromerzeuger oder als Motor.

## Zwanzigster Teil.

### 102. Magnetische Wirkung des Ankerstromes.

Wir haben bisher angenommen, daß die Induktivität der Maschine bei allen Betriebszuständen gleich bleibt. Wir lassen jetzt diese Annahme fallen und müssen nun die magnetische Wirkung des Ankers in ihre einzelnen Teile zerlegen.

Der Anker erzeugt zunächst einen Fluß, der um die Nuten und um die Stirnverbindungen verläuft (Bild 374 und 375). Man bezeichnet

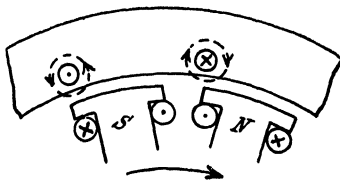


Bild 374. Nutenstreufluß.

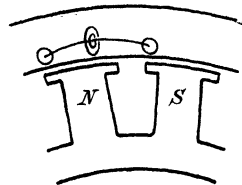


Bild 375. Stirnstreufluß.

diesen Fluß, der mit den Magnetwindungen nicht verkettet ist, als den Streufluß. Er ist bei allen Belastungen dem Strom proportional und hat daher einen gleichbleibenden induktiven Widerstand zur Folge, den wir als den Streuwiderstand  $L_{st\omega}$  bezeichnen wollen. Dieser ist immer nur gering, wenn er auch größer ist als der innere Wirkwiderstand.

Außerdem magnetisiert der Ankerstrom auch den Magnetkörper. Wir betrachten im folgenden diese Wirkung stets in dem Zeitpunkt, in welchem der Strom seinen Höchstwert erreicht, und fassen sie dann als maßgebend für die ganze Periode auf. In allen Fällen nehmen wir eine gleichbleibende Netzspannung an, die z. B. durch mehrere große, auf das Netz arbeitende Maschinen gegeben ist.

Die Maschine in Bild 376 ist bei der gezeichneten Stromrichtung bei Rechtslauf ein Stromerzeuger. Der Höchstwert des Stromes wird erreicht, nachdem die Polmitte um den Winkel  $\psi$  gegen die Spulenseite vorgeschritten ist. Der Strom eilt demnach der erzeugten Spannung nach, wie dies bei induktiver Belastung der Fall ist. Der Vergleich der Stromrichtungen im Anker und Feldmagnet zeigt, daß unter diesen Umständen in den Polkernen der Ankerstrom dem Magnetstrom entgegenwirkt, so daß das Magnetfeld durch den Unterschied der Magneterregung und der Ankerrückwirkung zustande kommt.

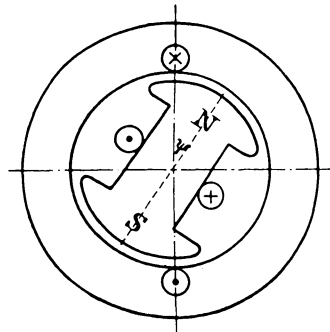


Bild 376 Übererregte Maschine ( $i = im$ )  
 Stromerzeuger: Rechtslauf, Stromnacheilung.  
 Motor: Linkslauf, Stromvoreilung.

Wenn wir also dieselbe Spannung haben wollen wie bei Leerlauf, so müssen wir die Magneterregung um den Betrag der Ankerrückwirkung erhöhen.

Die bisherige, durch die Magneterregung allein erzeugte Spannung  $E_0$  ist also nur eine gedachte Größe. In Wirklichkeit wird durch das Längsfeld eine Spannung erzeugt, die durch die Gesamterregung, d. h. durch die Magneterregung vermindert um die Ankerrückwirkung zustande kommt. Diese Spannung ist abgesehen von dem geringen inneren Spannungsverlust durch Wirkwiderstand und Streuwiderstand entgegengesetzt gleich der gegebenen Netzspannung. Durch diese ist also ein gleichbleibender Längsfluß und eine gleichbleibende Gesamterregung vorgeschrieben. Wenn wir also versuchen, diese durch Erhöhung des Magnetstromes, also Übererregung, zu verstärken, so antwortet der Stromerzeuger damit, daß er nach Bild 376 einen nacheilenden Strom erzeugt, der durch Ankerrückwirkung die Verstärkung des Magnetstromes wieder ausgleicht.

Die Maschine in Bild 376 stellt gleichzeitig bei Linkslauf einen Motor dar, bei dem der Höchstwert der Stromes um den Winkel  $\psi$  früher erreicht wird, ehe die Polmitte an die Spulenseite kommt. Wir wollen dabei davon absehen, wie in Abschnitt 97 einen stumpfen Winkel einzuführen. Der Strom eilt also der durch das Längsfeld erzeugten Spannung vor. Er magnetisiert die Pole wieder entgegengesetzt wie der Magnetstrom, übt also wieder eine Ankerrückwirkung aus. Da der Fluß, wie oben, vorgeschrieben ist, so antwortet ein Motor auf eine Verstärkung der Magneterregung, also eine Übererregung, damit, daß er einen jetzt voreilenden Strom aufnimmt, der durch seine Ankerrückwirkung die Gesamterregung auf dem früheren Betrage hält. Nach S. 252 werden übererregte Motoren, die voreilenden



Strom aufnehmen, verwendet, um die nacheilenden Ströme von Drehstrommotoren in dem gemeinsamen Netzleiter auszugleichen.

Der Strom einer übererregten Maschine wirkt also entmagnetisierend und eilt der Spannung beim Stromerzeuger nach, beim Motor vor.

In ähnlicher Weise bezieht sich Bild 377 auf einen rechtslaufenden Stromerzeuger, bei dem der Strom vor der durch das

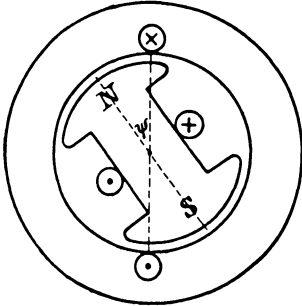


Bild 377. Untererregte Maschine ( $i = i_m$ )  
Stromerzeuger: Rechtslauf, Stromvoreilung.  
Motor: Linkslauf, Stromnacheilung.

Längsfeld erzeugten Spannung um den Winkel  $\psi$  voraufeilt. Der Stromerzeuger ist also kapazitiv belastet. Der Ankerstrom ist jetzt dem Magnetstrom gleichgerichtet, er wirkt also nicht entmagnetisierend, sondern magnetisierend. Die Ankerrückwirkung ist also negativ, und die Gesamterregung ist die Summe aus der in demselben Sinne wirkenden Magnetisierung durch den Magnetstrom und Ankerstrom. Wenn wir also versuchen, einen Stromerzeuger, der am

Netz von gleichbleibender Spannung liegt und gleichbleibende Gesamterregung fordert, schwächer zu erregen, so erzeugt er einen voreilenden Strom, der durch seine jetzt magnetisierende Wirkung die Schwächung der Erregung wieder ausgleicht.

Bild 377 stellt nun auch bei Linkslauf einen Motor dar, dessen Strom um den Winkel  $\psi$  hinter der durch das Längsfeld erzeugten Spannung zurückbleibt. Ankerstrom und Magnetstrom wirken wieder in gleichem Sinne. Ein an gleichbleibender Netzspannung liegender Motor antwortet also auf eine Schwächung des Magnetstromes damit, daß er einen nacheilenden Strom aufnimmt, der durch seine magnetisierende Wirkung die Gesamterregung auf dem früheren Betrage hält.

Der Strom einer untererregten Maschine verstärkt also das Feld und eilt der Spannung beim Stromerzeuger vor, beim Motor nach.

Wir können die Ergebnisse auch dahin zusammenfassen: Nacheilender Strom schwächt das Feld des Stromerzeugers und verstärkt das des Motors. Voreilender Strom verstärkt das Feld des Stromerzeugers und schwächt das des Motors.

### 103. Ankerrückwirkung und Gesamterregung.

Wenn der Strom in Phase mit der durch das Längsfeld erzeugten Spannung ist, wird die Ankerrückwirkung nach Bild 378 gleich Null.

Ist die Phasenverschiebung wie in Bild 379 gleich  $90^\circ$ , so hat die Ankerrückwirkung ihren größten Wert. Wir können daraus schließen, daß sie dem Sinus des Winkels  $\psi$ , um den die erzeugte Spannung vor dem Strom voraufeilt, proportional ist.

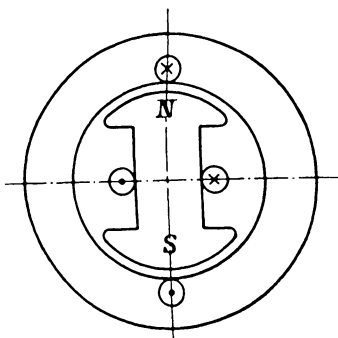


Bild 378. Strom in Phase mit der Spannung. Stromerzeuger: Rechtslauf. Motor: Linkslauf.

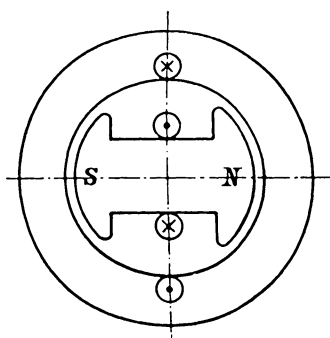


Bild 379. Strom um  $90^\circ$  gegen die Spannung verschoben.

Bei Einphasenmaschinen ist eine genaue Berechnung der Ankerrückwirkung unmöglich, da sich die Wicklungsachse des Ankers gegenüber der Längsrichtung der Pole dauernd ändert.

Bei der ungleich wichtigeren und im Grunde viel einfacheren Dreiphasenmaschine liegen die Verhältnisse viel günstiger. Wenn die Spulenseite eines Zweiges in Bild 380 gerade den höchsten Strom führt, ist der Strom in den benachbarten Spulenseiten der anderen Zweige nach S. 263 halb so groß. Ist also für einen Zweig die Drahtzahl gleich  $z$ , also die Windungszahl gleich  $z/2$ , so ist bei einem effektiven Strom  $I$  und einem größten Strom  $\sqrt{2}I$  die vom Anker ausgeübte Erregung für ein Polpaar

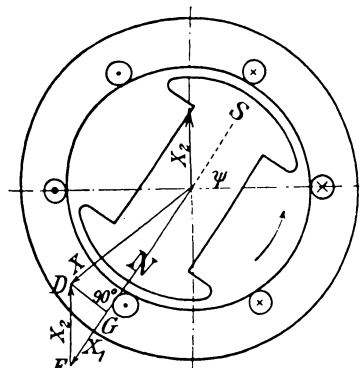


Bild 380. Ströme und Erregungen des Dreiphasen-Stromerzeugers.

$$X_2 = 2\sqrt{2}I \cdot \frac{z}{2} \cdot \frac{1}{p} = \sqrt{2} \frac{I \cdot z}{p}. \quad (1)$$

Dies gilt allerdings genau nur für alle die Zeitpunkte, in denen der Strom in einem der drei Zweige seinen Höchstwert besitzt, aber angenähert auch für die übrigen Zeitpunkte. Wir können also mit einer gleichbleibenden, umlaufenden Ankererregung rechnen.

Die Magneterregung  $X_1$  und Ankererregung  $X_2$  ergeben dann zusammen eine Gesamterregung  $X$ , die das wirkliche Feld erzeugt.

Diesem entspricht dann eine Spannung, die mit der Netzspannung zusammen den inneren Spannungsverlust durch den Wirkwiderstand  $R$  und den Streuwiderstand  $L_s \omega$  liefert. Wir entnehmen diese zu der Gesamterregung gehörige erzeugte Spannung, die wir mit  $E_a$  bezeichnen wollen, aus der Leerlaufkurve.

Streng genommen gilt die Zusammensetzung der Erregungen der Magnete und des Ankers zu einer Gesamterregung nur für Maschinen mit zylindrischem Magnetkörper, bei denen der magnetische Widerstand in Richtung eines jeden Ankerdurchmessers der gleiche ist. Bei Maschinen mit ausgeprägten Polen rechnet man genauer in der Weise, daß man die Ankererregung in zwei umlaufende Erregungen zerlegt, von denen die eine in der Längsrichtung, die andere in der Querrichtung der Pole magnetisiert. Wir wollen jedoch der Einfachheit wegen hierauf verzichten, da wir auf unserem Wege angenähert zu demselben Ergebnis kommen.

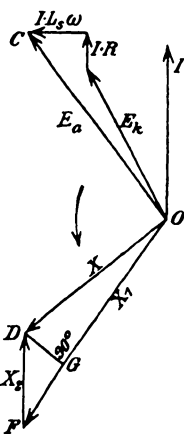
Wir fügen nun in Bild 381 zur Klemmen-spannung  $E_k$  eines Stromerzeugers den Spannungsverlust durch Wirk- und Streuwiderstand und erhalten dadurch in  $OC$  die Spannung  $E_a$ , die durch einen, gemeinsam vom Anker- und Magnetstrom geschaffenen Fluß erzeugt wird. Zu dieser entnehmen wir die erforderliche Gesamterregung  $X$  aus der Leerlaufkurve. Sie hat dieselbe Phase wie der von ihr erzeugte Fluß, ihr Strahl  $OD$  eilt also der von dem Fluß erzeugten Spannung  $E_a$  um  $90^\circ$  voraus.

Bild 381. Spannungen und Erregungen des Dreiphasen-Stromerzeugers.

Diese Gesamterregung reicht aber nur bei Leerlauf aus, um die Spannung  $OC$  zu erzeugen. Bei Betrieb muß eine Erregung  $DF$  hinzukommen, die der vom Anker ausgeübten und mit dem Ankerstrom  $I$  phasengleichen Erregung  $X_2 = FD$  das Gleichgewicht hält. So ergibt sich die bei Betrieb erforderliche Magneterregung zu  $X_1 = OF$ . Die wirkliche Erregung  $OD = X$  ist dabei die Summe aus der Magneterregung  $OF = X_1$  und der Ankererregung  $FD = X_2$ .

Die Einführung der Gleichstromerregung als Strahl wird dadurch möglich, daß man den von ihr erzeugten Fluß ins Auge faßt, der in die Ankerspule bald hineintritt, bald aus ihr heraustritt, also ein Wechselfluß ist.

Wir zerlegen nun nach Bild 381 die Ankererregung  $X_2 = FD$  in den Teil  $FG$  entgegengesetzt der Magneterregung  $X_1$  und einen dazu senkrechten Teil  $GD$ . Es sei nun wie früher  $\psi$  der Winkel, um den die Mitte des Polrades im Zeitpunkt des größten Stromes gegen die Mitte der Spulenseite des Ankers vorgeschritten ist. Wir tragen dann die Erregungen  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X$  auch in Bild 380 als Strahlen



ein und zwar so, daß die Richtungen mit denen der magnetischen Wirkungen übereinstimmen. Mit Rücksicht hierauf ist der Drehsinn des Polrades von vornherein entgegen dem Uhrzeiger gewählt. Dann wird  $GDF = \psi$ , also

$$FG = X_2 \cdot \sin \psi \qquad GD = X_2 \cdot \cos \psi.$$

Diese beiden Teile können wir als wirkliche auf dem Umfang sinusförmig verteilte Ströme auffassen, deren Höchstwerte in der neutralen Zone, bzw. vor der Polmitte vorhanden sind, und die sich — genau genommen bei vielphasiger Wicklung — synchron mit dem Polrad verschieben.  $X_2 \cdot \sin \psi$  ist dann die Längsmagnetisierung und  $X_2 \cdot \cos \psi$  die Quermagnetisierung.

Der Teil der Erregung des Ankers, welcher der Gesamterregung genau entgegenwirkt, d. h. die Ankerrückwirkung, ist also

$$X_g = GD = X_2 \cdot \sin \psi. \qquad (2)$$

Da mit großer Annäherung  $OG$  gleich  $OD$  ist, so wird die Magneterregung

$$X_1 = X + X_g. \qquad (3)$$

Für negative Werte von  $\psi$  wird die Ankerrückwirkung, wie wir bereits früher sahen, negativ.

Ein ähnliches Bild erhalten wir für den Motor. Wir nehmen an, der Strom sei infolge geeigneter Erregung in Phase mit der Netzspannung  $E$  (Bild 382). Wir ziehen dann von dieser den induktiven Spannungsverlust  $I \cdot L_s \omega$  und den Wirkspannungsverlust  $I \cdot R$  ab und erhalten in  $OC$  die Spannung, die der durch das Längsfeld erzeugten Gegenspannung  $CO$  das Gleichgewicht hält. Zu  $CO$  entnehmen wir aus der Leerlaufkurve die Gesamterregung  $X = OD$ , die gegen  $CO$  um  $90^\circ$  voreilt. Zu ihr fügen wir die Erregung  $DF$ , die der vom Anker ausgeübten Erregung  $X_2 = FD$  das Gleichgewicht hält. Dann ist  $OF$  die Magneterregung  $X_1$ .

Die Beziehung zwischen der Gesamterregung und der bei Betrieb erzeugten Spannung  $E_a$  wird wegen der Magnetstreuung nicht genau durch die Leerlaufkurve dargestellt. Um dies zu beweisen, betrachten wir zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen der Fluß  $\mathcal{O}_m$  der Magnete gleich ist. Die ganze Magnetstreuung trete am Luftspalt auf. Sind dann die Flüsse im Luftspalt und Streuweg bei Leerlauf  $\mathcal{O}_0$  und  $\mathcal{O}_{s0}$ , bei Betrieb  $\mathcal{O}$  und  $\mathcal{O}_s$ , so ist  $\mathcal{O}_m = \mathcal{O} + \mathcal{O}_s = \mathcal{O}_0 + \mathcal{O}_{s0}$ . Daraus folgt:

$$\mathcal{O}_0 - \mathcal{O} = \mathcal{O}_s - \mathcal{O}_{s0}. \qquad (4)$$

Bei Leerlauf sei nun die ganze Magneterregung gleich  $X_0$  und die Erregung, die nötig ist, um den Fluß  $\mathcal{O}_m$  durch das Magneteisen

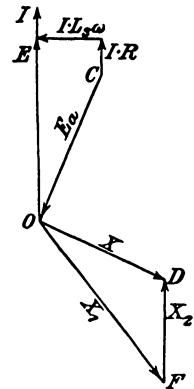


Bild 382. Spannungen und Erregungen des Motors.

zu treiben, gleich  $X_m$ . Dann ist am Luftspalt und dem dazu im Nebenschluß liegenden Streuweg die Erregung  $X_0 - X_m$  wirksam. Der Weg im Anker werde vernachlässigt.

Bei Betrieb ist die Magneterregung  $X + X_g$ . Davon wird  $X - X_m$  verbraucht, um den Fluß durch die Luft zu treiben. Am Streuweg ist dagegen die Erregung  $X + X_g - X_m$  wirksam, wobei  $X_m$  nach unserer Voraussetzung denselben Wert hat wie bei dem betrachteten Leerlaufzustand.

Sind dann  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{A}_s$  die magnetischen Leitwerte des Luftspaltes und des Streuweges, so ergeben sich nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus die Gleichungen:

	Luftspalt	Streuweg	
Leerlauf	$\Phi_0 = (X_0 - X_m) \mathcal{A}$	$\Phi_{s0} = (X_0 - X_m) \mathcal{A}_s$	
Betrieb	$\Phi = (X - X_m) \mathcal{A}$	$\Phi_s = (X + X_g - X_m) \mathcal{A}_s$	

Wir ziehen die übereinander stehenden Gleichungen voneinander ab und erhalten nach Gleichung (4)

$$\Phi_0 - \Phi = (X_0 - X) \mathcal{A} = (X + X_g - X_0) \mathcal{A}_s. \quad (5)$$

Lösen wir für  $X_0 - X$  auf, so erhalten wir

$$X_0 - X = \frac{\mathcal{A}_s}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_s} \cdot X_g. \quad (6)$$

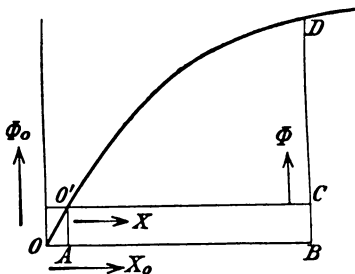


Bild 383. Fluß bei der Leerlauf- und Gesamterregung.

Es sei nun in Bild 383  $OB = X_0$  und  $BD = \Phi_0$ . Wir machen dann

$$OA = \frac{\mathcal{A}_s}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_s} \cdot X_g. \quad (7)$$

Dann ist nach Gleichung (6)  $OA$  auch gleich  $X_0 - X$ , also  $AB = X$ . Eine Senkrechte in  $A$  schneide die Leerlaufkurve in  $O'$ .

Da diese Kurve in ihrem anfänglichen Teil die Magnetisierungskurve für die Luftstrecke darstellt, so ist nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus  $AO' = OA \cdot \mathcal{A} = (X_0 - X) \mathcal{A}$ , oder nach Gleichung (5)

$$AO' = \Phi_0 - \Phi. \quad (8)$$

Ziehen wir dann durch  $O'$  eine Wagerechte, so wird  $BC = AO'$  und  $O'C = AB$ . Verlegen wir also den Anfangspunkt von  $O$  nach  $O'$ , stellt uns bei Betrieb die Kurve die Abhängigkeit des Flusses  $\Phi = CD$  von der Gesamterregung  $X = O'C$  dar.

Allerdings ist in  $X_g$  der Winkel  $\psi$  enthalten, der in den Fällen, in denen die Magneterregung im voraus bestimmt werden soll, noch nicht bekannt ist. Der Winkel wird sich jedoch ohne große Fehler schätzen und nötigenfalls berichtigen lassen.

Aus der Zeichnung wird es nun deutlich, daß bei Maschinen, die im geradlinigen Teil der Kurve arbeiten, der Einfluß der Magnetstreuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von  $O$  nach  $O'$  ändert dann an der Kurve gar nichts.

#### 104. Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung.

Um die Ankerrückwirkung und Ankerstreuung an einer ausgeführten Maschine zu ermitteln, nehmen wir zunächst, wie bei einer Gleichstrommaschine, die Leerlaufkurve auf. Wir schließen

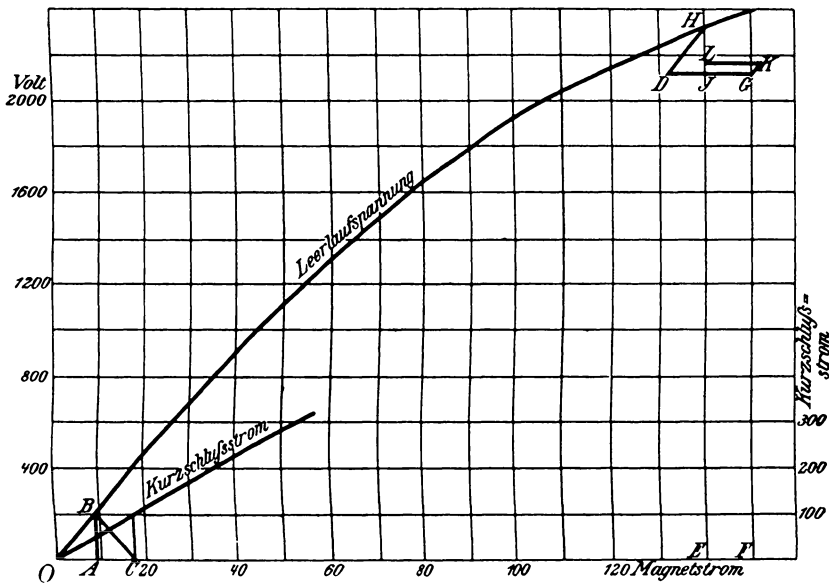


Bild 384. Leerlauf- und Kurzschlußkurve und Potiersches Dreieck.

dann die noch unerregte, mit der gewöhnlichen Drehzahl angetriebene Maschine über Stromzeiger kurz, erregen schwach und beobachten den Ankerstrom bei der jeweiligen Erregung. Wir tragen dann den Magnetstrom wagerecht und die Leerlaufspannung sowie den Kurzschlußstrom senkrecht auf (Bild 384). Die gezeichneten Kurven sind aus einer Arbeit Heylands (ETZ 1900, S. 1011) entnommen.

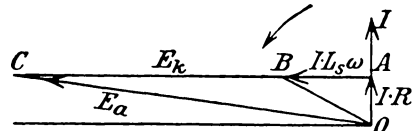


Bild 385. Spannungsbild bei rein induktiver Belastung.

Die Maschine wird dann durch Drosselspulen oder leerlaufende Drehstrommotoren oder endlich durch stark untererregte, leerlaufende Synchronmotoren rein induktiv belastet. Da bei rein induktiver Belastung (Bild 385) die Klemmenspannung gleich dem

äußeren induktiven Spannungsverbrauch ist, so setzt sie sich algebraisch mit dem inneren induktiven Spannungsverlust  $I \cdot L_s \omega$  durch Ankerstreuung zusammen. Die Summe  $E_k + I \cdot L_s \omega$  ist dann fast genau gleich  $OA$ , d. h. gleich der erzeugten Spannung  $E_a$ .

Da sie gegen den Strom jetzt fast um  $90^\circ$  voreilt, so kommt sie unter der genauen Entgegenwirkung von Anker- und Magneterregung zustande. Ist also in Bild 384 die Magneterregung bei rein induktiver Belastung gleich  $OF$  und die Ankerrückwirkung gleich  $EF$ , so ist die gesamte Erregung gleich  $EF$ , also die dabei erzeugte Spannung gleich  $HE$ . Diese besteht aus dem inneren induktiven Abfall  $HJ$  und der Klemmenspannung  $JE = GF$ .

Bei Kurzschluß beträgt nun die Phasenverschiebung ebenfalls fast  $90^\circ$ , d. h. Anker- und Magnetstrom wirken sich ebenfalls genau entgegen. Für dieselbe Stromstärke ist also nicht nur die Selbstinduktion durch Ankerstreuung, sondern auch die Ankerrückwirkung ebenso groß wie bei induktiver Belastung. Ist also  $OC$  die Erregung bei Kurzschluß, so ist  $AC = EF = JG$  die Ankerrückwirkung und  $OA$  die Gesamterregung bei Kurzschluß. Die dabei erzeugte Spannung ist gleich  $BA$ . Da sie bei Kurzschluß fast vollständig für den Spannungsverlust durch Ankerstreuung verbraucht wird, so ist  $BA = HJ$ . Da ferner  $OB$  nahezu eine Gerade ist, so ergibt sich zur Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung folgende einfache, von Potier angegebene Zeichnung, die sich im vorliegenden Falle auf eine von Heyland untersuchte Maschine bezieht. Der Strom war bei Kurzschluß und induktiver Belastung gleich 100 Ampere.

Es sei in einem fortlaufenden Linienzuge:

$OF = 150$  Amp. die Magneterregung bei rein induktiver Belastung.  
 $FG = 2140$  Volt die Klemmenspannung bei rein induktiver Belastung.  
 $GD = OC = 18$  Amp. die Magneterregung bei Kurzschluß.  
 $DH$  in Richtung des anfänglichen Teiles der Leerlaufkurve.

Dann ergibt sich die Summe aus Klemmenspannung und induktivem Spannungsabfall zu  $HE = 2320$  Volt. Demnach ist der induktive Spannungsabfall bei 100 Ampere:

$$I \cdot L_s \omega = HJ = 2320 - 2140 = 180 \text{ Volt,}$$

und die vom Anker ausgeübte Erregung, die bei  $\psi = 90^\circ$  gleich der Ankerrückwirkung ist:

$$X_2 = JG = 10 \text{ Ampere.}$$

Wird die am Schluß des vorigen Abschnittes abgeleitete Verlegung des Anfangspunktes der Leerlaufkurve berücksichtigt, so verschiebt sich  $G$  in Richtung des anfänglichen Teils der Leerlaufkurve nach  $K$ , und zwar um den noch unbekanntem Betrag  $X_2 \cdot \mathcal{A}_s / (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s)$  wagerecht nach rechts. Wenn wir dann von  $K$  aus dieselbe Zeichnung ausführen, wie von  $G$  aus, so kommen wir auf denselben Punkt  $H$ ,

aber die Ankerrückwirkung wird genau genommen  $LK$  statt  $JG$  und die Streuspannung  $HL$  statt  $HJ$ . Demnach ist

$$X_2 = LK = JG + X_2 \frac{A_s}{A + A_J}, \text{ d. h. } X_2 = \frac{A + A_s}{A} JG.$$

### 105. Vorausberechnung der Erregung.

Bei der im vorigen Abschnitt besprochenen Maschine sei die Erregung für eine Klemmenspannung von 2200 Volt und einen Strom von 200 Amp. vor auszubestimmen, und zwar bei einem Leistungsfaktor 1, 0,8 und 0 im Netz.

In allen drei Fällen soll die Spannungserhöhung ermittelt werden, die beim Abschalten der belasteten Maschine vom Netz auftritt. Der innere Widerstand sei  $R = 0,22$ .

1.  $\cos \varphi = 1$ . Der Spannungsverbrauch durch Wirkwiderstand ist:

$$I \cdot R = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Die Wirkspannung außen ist bei induktionsloser Belastung, also  $\cos \varphi = 1$ , gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt. Die Summe der Wirkspannungen in Bild 386 ist also:

$$AB = 2200 + 44 = 2244 \text{ Volt.}$$

Der innere Spannungsverbrauch durch Ankerstreuung ist bei 200 Ampere doppelt so groß wie bei 100 Ampere, also nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes gleich 360 Volt. Wir erhalten also

$$GA = 360 \text{ Volt.}$$

Die Summe aus den Spannungen  $GA$  und  $AB$  ergibt die durch das Längsfeld erzeugte Spannung zu:

$$GB = \sqrt{2244^2 + 360^2} = 2275.$$

Dazu gehört aus der Leerlaufkurve in Bild 384 eine Gesamt-erregung:

$$X = HB = 134 \text{ Ampere.}$$

Andererseits ist nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes die vom Anker ausgeübte Erregung bei 200 Ampere

$$X_2 = 20 \text{ Ampere.}$$

Durch Zusammenfügen der Erregungen  $X$  und  $X_2$  erhalten wir:

$$X_1 = 138 \text{ Ampere.}$$

Der Einfachheit wegen ist  $X$  dabei in gleicher Richtung mit  $GB$  aufgetragen, d. h. die Erregungen und Spannungen sind für zeitlich um  $90^\circ$  verschiedene Zustände gezeichnet.

Wir ermitteln jetzt die Spannungserhöhung, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 138 Ampere Erregung ergibt die Leerlaufkurve eine Spannung von 2300 Volt. Da die Klemmen-



spannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von  $2300 - 2200 = 100$  Volt. Das ist 4,55 % der Klemmenspannung, also ein sehr günstiger Wert.

2.  $\cos \varphi = 0,8$ . Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 240:

$$IR = 200 \cdot 0,22 = 44, \quad E \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8 = 1760,$$

$$I \cdot L_s \omega \text{ (wie oben)} = 360, \quad E \cdot \sin \varphi = 2200 \cdot 0,6 = 1320.$$

Die Summe des Wirkspannungsverbrauchs ist also  $1760 + 44 = 1804$  Volt und die Summe des induktiven Spannungsverbrauchs  $1320 + 360 = 1680$  Volt. Die erzeugte Spannung ist also in Bild 387:

$$GB = \sqrt{1804^2 + 1680^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Wenn wir, wie auch nachher, in der Leerlaufkurve in Bild 384 extrapolieren, erhalten wir für 2460 Volt eine Gesamterregung:

$$X = 162 \text{ Ampere.}$$

Dazu fügen wir die Ankererregung  $X_2 = 20$  Ampere und erhalten eine Magneterregung:

$$X_1 = KB = 176 \text{ Ampere.}$$

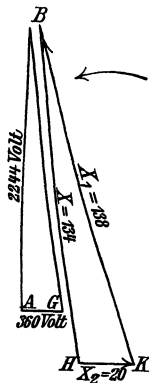


Bild 386.

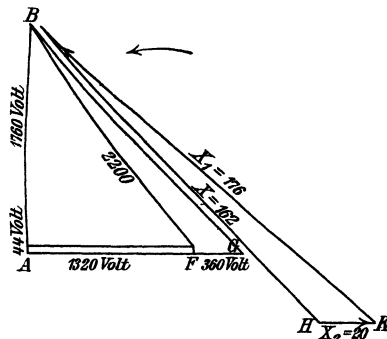
bei  $\cos \varphi = 1$ .

Bild 387.

Vorausbestimmung der Erregung.

bei  $\cos \varphi = 0,8$ .

Um also bei einem Leistungsfaktor 0,8 die Klemmenspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung gegenüber den bei induktionsloser Belastung erforderlichen 138 Ampere auf 176 Ampere zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt natürlich auch die Leerlaufspannung an, und zwar erhalten wir aus der Leerlaufkurve für 176 Ampere Erregung eine Spannung von 2530 Volt. Die Spannungserhöhung ist also  $2530 - 2200 = 330$  Volt oder 15 % der Klemmenspannung.

3.  $\cos \varphi = 0$ . Bei rein induktiver Belastung ist der äußere induktive Spannungsverbrauch gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt, die Summe des induktiven Spannungsverbrauchs ist also

$2200 + 360 = 2560$  Volt. Da der Wirkspannungsverbrauch von 44 Volt, der an sich sehr gering ist und sich jetzt noch dazu unter einem rechten Winkel zu den übrigen Spannungen hinzufügt, jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die erzeugte Spannung ebenfalls gleich 2560 Volt. Dafür gibt die Leerlaufkurve eine Gesamterregung

$$X = 180 \text{ Ampere.}$$

Hierzu fügt sich jetzt fast in gleicher Richtung die Ankererregung von 20 Ampere, und wir erhalten die Magneterregung:

$$X_1 = 180 + 20 = 200 \text{ Ampere.}$$

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufkurve bis auf 2630 Volt, also um  $2630 - 2200 = 430$  Volt. Das sind 19,5% der Klemmenspannung, was als verhältnismäßig günstig zu bezeichnen ist.

## Einundzwanzigster Teil.

### 106. Wirkungsweise der Drehstrommotoren.

Die asynchronen Drehstrommotoren enthalten einen aus Eisenblech zusammengesetzten und dreiphasig bewickelten feststehenden Teil, den sog. Ständer, der vom Drehstromnetz gespeist

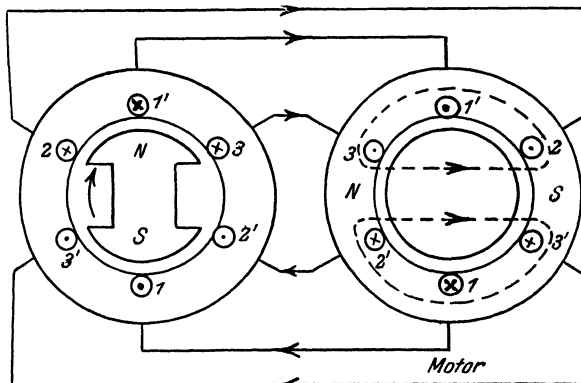


Bild 338. Drehstrommaschine und Drehstrommotor. Durchmesserwicklung.

wird, und einen ebenfalls aus Eisenblechen zusammengesetzten umlaufenden Teil, den sog. Läufer, in dessen Wicklung ein Strom durch gegenseitige Induktion vom Ständer aus erzeugt wird. Die Motoren heißen daher auch Induktionsmotoren. Die Läuferwicklung besteht entweder wie bei der Käfig- oder Kurzschlußwicklung aus Stäben, die an den Stirnflächen durch Stirnringe verbunden sind, oder aus einer Dreiphasenwicklung, die über Schleifringe zu

Widerständen geführt ist. Diese werden nach dem Anlaufen kurzgeschlossen oder zum Regeln der Drehzahl geändert.

Bild 388 zeigt einen Stromerzeuger, der den Ständer eines Drehstrommotors speist. Je zwei gegenüberliegende Spulenseiten bilden einen Zweig der Drehstromwicklung. So führt z. B. die Wicklung des ersten Zweiges im Stromerzeuger in der Nut 1 von hinten nach vorn, dann vorn quer über die Stirnfläche nach 1', dort von vorn nach hinten, weiter hinten von 1' nach 1 usw., bis alle Windungen durchlaufen sind.

Die Ständerwicklung des Motors ist genau wie die des Stromerzeugers ausgeführt, sie unterscheidet sich daher auch in keiner Weise von der ebenso ausgeführten Wicklung eines Synchronmotors.

Die Enden der entsprechenden Zweige des Stromerzeugers und des Motors sind miteinander verbunden. Um Überkreuzungen zu sparen, sind sie beim Motor im entgegengesetzten Sinne bezeichnet wie beim Stromerzeuger. In Wirklichkeit ergeben sich statt der gezeichneten sechs Zuleitungen nach S. 264 nur drei Zuleitungen.

Die Mitte des Polrades liegt in Bild 388 gerade vor den Spulenseiten des ersten Zweiges. Falls wir die Phasenverschiebung durch Selbstinduktion vernachlässigen, führt dieser Zweig also den größten Strom, während die benachbarten Spulenseiten nach S. 263 einen halb so starken Strom führen.

Verfolgen wir jetzt den Strom im Ständer des Motors, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' einerseits und die Spulenseiten 2, 1' und 3 andererseits in magnetischer Beziehung zusammengehören. Obwohl sie zu verschiedenen Zweigen gehören, bilden sie doch gleichsam eine gemeinsame, in demselben Sinne durchflossene Spulenseite. Nach der Ampereschen Regel ergibt sich dann im Motor das gestrichelt angedeutete Feld, sowie die Lage der im Ständer gebildeten Polmitten N und S.

Wir zeichnen jetzt in Bild 389 den Stromerzeuger nach einer Drehung des Polrades um  $30^\circ$ . Dann liegt der zweite Zweig gerade in der neutralen Zone und ist stromlos, während die beiden anderen Zweige je den Strom  $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$  führen. Im Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 3' und andererseits die Spulenseiten 3 und 1' in magnetischer Hinsicht zusammen. Es ergibt sich dann wieder das gestrichelt angedeutete Feld und die Lage der Polmitten N und S.

Die Polmitten haben sich also im Zeitraum von  $\frac{1}{12}$  Periode um  $\frac{1}{12}$  des Umfanges verschoben. Wir erhalten also im Motor ein Feld, das synchron mit dem Stromerzeuger umläuft. Denken wir uns statt der dreiphasigen Wicklungen vielphasige, so verschiebt sich, wie wir es bereits in Abschnitt 80 sahen, im Motor und im Stromerzeuger die sinusförmige Stromverteilung mit gleichmäßiger Stärke und Geschwindigkeit synchron mit dem Polrad, und das Drehfeld ist

vollkommen. Wir haben es sogar mit einem wirklichen Drehstrom und nicht nur mit einem Drehfeld zu tun.

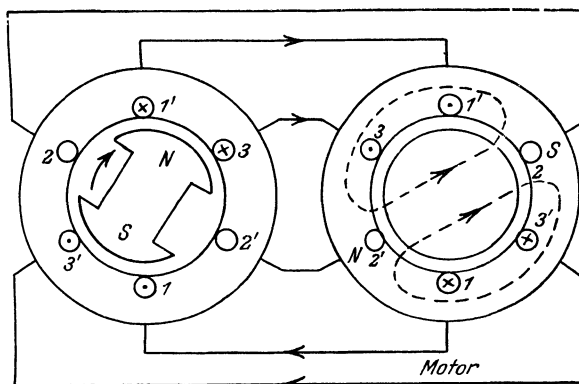


Bild 389. Drehstrommaschine und Drehstrommotor,  $\frac{1}{12}$  Periode nach dem in Bild 388 dargestellten Zeitpunkt. Durchmesserwicklung.

Um die Wirkung dieses umlaufenden Feldes zu veranschaulichen, ersetzen wir es durch ein Polgestell, das in Bild 390 entgegengesetzt dem Uhrzeiger umläuft. Das Feld dieses Polrades schneidet durch den Läufer in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Läufer im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feldgedreht würde. Nach der bekannten Regel haben wir also vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des erzeugten Stromes anzudeuten.

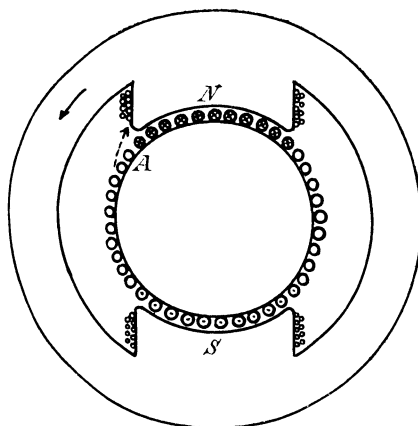


Bild 390. Umlaufendes Polgestell zur Veranschaulichung eines Drehfeldes.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich das vom Ständer allein erzeugte Feld darstellt, sondern das Gesamtfeld, das sich aus der gemeinsamen Wirkung des Ständer- und Läuferstromes ergibt. In diesem Falle haben wir keine Phasenverschiebung zwischen der im Läufer erzeugten Spannung und dem Läuferstrom. Vor den Polmitten hat also nicht nur die erzeugte Spannung, sondern gleichzeitig auch der Strom den Höchstwert.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der erzeugte Strom der Bewegung entgegen. Er sucht also die Verschiebung zwischen Magnetfeld und Läuferdraht zu verhindern, d. h. der Läufer läuft in

Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das zu verstehen, schwimmen wir nach der Ampereschen Regel bei  $A$  von vorn nach hinten, mit dem Gesicht nach dem Nordpol. Die Kraft, die ausgeübt wird, sucht dann den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben. Durch diese Kraft, die durch den getrichelten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Läufer gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das umlaufende Polrad gegen einen Anschlag des Läufers stößt, der an Stelle des gestrichelten Pfeiles gedacht werden kann und den Läufer mitnimmt. Noch besser ziehen wir einen Fall zum Vergleich heran, in welchem ein unmagnetisches Eisengestell den Läufer mit Hilfe eines Riemens mitnimmt.

Ist der Läufer unbelastet und läuft er ganz ohne Reibung in den Lagern, so ist seine Drehzahl gleich der Drehzahl des Feldes. Da dann überhaupt kein Feld geschnitten wird, so sind erzeugte Spannung und Strom im Läufer gleich Null. Daß dabei eine Drehung erfolgt, erscheint auf den ersten Blick widersinnig. Es ist indessen zu beachten, daß wir vollständigen Leerlauf ins Auge gefaßt haben.

Ist der Läufer dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Läuferstrom nötig. Der Läufer bleibt daher in seiner Drehzahl etwas hinter der Drehzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Dieser Unterschied in den Drehzahlen ermöglicht es, daß die Drähte des Läufers das Feld schneiden, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Strom erzeugt wird. Unter gewöhnlichen Verhältnissen genügt eine ganz geringe Spannung, um in dem kleinen Wirkwiderstand des Läufers den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist der Unterschied der Drehzahlen, d. h. die Schlüpfung, immer sehr gering und beträgt oft nur 1 bis 2 %.

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir soeben den Vergleich mit dem Riemen dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist infolge des Riemengleitens die Drehzahl des mitgenommenen Läufers ebenfalls geringer als die des umlaufenden Eisengestelles. Diesen Verlust durch das Riemengleiten können wir passend mit der Schlüpfung des Läufers vergleichen.

Wenn nun die Drehzahl des Läufers bei gewöhnlichen Verhältnissen annähernd gleich der Drehzahl des Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wicklungen bei der üblichen Frequenz im allgemeinen nicht anwendbar sind. Da man mit Rücksicht auf ruhiges Brennen der im Drehstromnetz eingeschalteten Lampen mit der Frequenz 50 arbeitet, so würden bei zweipoliger Wicklung des Ständers das Feld und der Läufer 50mal in der Sekunde oder 3000mal in der Minute umlaufen. Man vermeidet diese hohen Drehzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wicklungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wicklung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken

uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Bild 391 umfaßt z. B. jede Windung den vierten Teil des Umfanges. Die Stirnverbindungen sind nur für einen Zweig durchgeführt. Bei den anderen Zweigen sind nur Schaft und Spitze der Strompfeile in die Nuten hineingezeichnet, unter der Annahme, daß im gezeichneten Zeitpunkt der Strom in dem vollständig gezeichneten Zweig am stärksten und in den beiden anderen Zweigen halb so stark ist. Bei der dargestellten Wicklung ergeben sich vier Pole, deren Lage für den gezeichneten Zeitpunkt angegeben ist. Mit der Verschiebung der Ströme in den einzelnen Leitern verschiebt sich auch die Lage der Pole längs des Umfanges.

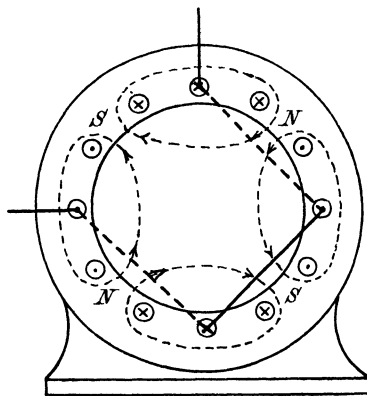


Bild 391. Vierpolige Wicklung.

Während einer Periode macht das Feld in Bild 391 nur eine halbe Umdrehung. Es sei allgemein  $p$  die Anzahl der Polpaare,  $f$  die Frequenz des Ständerstromes und  $n_0$  die Drehzahl des Feldes in der Minute, die auch die synchrone Drehzahl oder die Drehzahl bei völlig unbelastetem Lauf ist. Dann ergibt sich

$$n_0 = \frac{60f}{p}. \quad (1)$$

Ist  $n$  die Drehzahl des belasteten Läufers, so ist der Unterschied der Drehzahlen zwischen Leerlauf und Belastung gleich  $n_0 - n$ . Es ist, als wenn der Läufer mit dieser Drehzahl durch ein feststehendes Feld hindurchschneidet. Ist  $s$  die Schlüpfung, d. h. das Verhältnis der Abnahme der Drehzahl des Läufers zur Drehzahl des Feldes, so wird die Frequenz, mit der das Feld die Läuferdrähte schneidet:

$$s \cdot f = \frac{p \cdot (n_0 - n)}{60}. \quad (2)$$

Wegen der Abnahme der Drehzahl bei Belastung heißen die gewöhnlichen Drehstrommotoren Asynchronmotoren.

Die Drehrichtung des Läufers ist durch die Drehrichtung des umlaufenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen des in Stern oder Dreieck geschalteten Ständers miteinander vertauscht.

Läufer mit Phasenwicklung werden für dieselbe Polzahl gewickelt wie der Ständer. Läufer mit Käfigwicklung sind für Ständer jeder beliebigen Polzahl verwendbar.

## 107. Die Spannung im Ständer des Drehstrommotors.

Wir betrachten in Bild 392 den Zweig 1, der gerade den größten Strom führt. Der Fluß, der seine Windungsfläche durchsetzt, wird von ihm selbst und von den beiden anderen Zweigen erzeugt, die im gegebenen Zeitpunkt je einen halb so starken Strom führen. Sind die Ströme Sinusfunktionen der Zeit, so ist bei nicht zu hoher Eisen-sättigung auch der magnetische Fluß, der unseren Zweig 1 durchsetzt, eine Sinusfunktion der Zeit, gleichgültig, wie er durch die vereinigte Wirkung der drei Zweige zustande kommt. Dann aber gilt die bekannte Gleichung  $E = 4,44 \Phi \cdot w \cdot f \cdot 10^{-8}$  (vgl. S. 231). Dabei ist  $\Phi \cdot w$  der Höchstwert der Flußverkettung, wie er im gezeichneten Zeitpunkt auftritt. Da indessen nicht alle Windungen des Zweiges 1 von dem gleichen Fluß durchsetzt werden, haben wir die Verkettung für die Flüsse der verschiedenen Zähne einzeln zu berechnen und für  $\Phi \cdot w$  den Ausdruck  $\Sigma \Phi w$  einzusetzen<sup>1)</sup>.

Wir erhalten also:

$$E = 4,44 \cdot \Sigma \Phi w \cdot f \cdot 10^{-8}. \quad (3)$$

Wenn wir geringe Sättigung des Eisens voraussetzen, ist die magnetische Induktion an jedem Zahn und damit der Fluß des Zahnes der dort wirksamen Erregung  $X$  proportional. Wir berechnen also statt  $\Sigma \Phi \cdot w$  zunächst  $\Sigma X w$ . Darin bedeutet  $X$  die Erregung, von welcher der Fluß eines Zahns geschaffen wird, d. h. die Zahl der Stromdrähte, die dieser Fluß umschließt. Ferner ist  $w$  die Windungszahl des betrachteten Zweiges 1, die dieser Fluß durchsetzt. Die Nutenzahl für die Spulenseite, die mit  $q$  bezeichnet werde, sei vorderhand ungerade.

Wir betrachten zunächst ein Polpaar. In jeder Nut liege ein Draht und der Höchstwert des Stromes sei 1 Amp. Dann erhalten wir nach Bild 392 folgende Zahlentafel:

Bezeichnung des Flusses	Umschlossene, magnetisierende Ströme in Ampere	Verkettete Windungen des Zweiges 1	
	$X =$	$w =$	$X \cdot w$
1	1	1	1 <sup>2</sup>
2	3 · 1	3	3 <sup>2</sup>
3	5 · 1	5	5 <sup>2</sup>
.	.	.	.
.	.	.	.
$x$	$q \cdot 1$	$q$	$q^2$

Wir bilden die Summe  $1 + 3^2 + 5^2 \dots + q^2$  und verdoppeln sie, weil unten dieselben Flußverkettungen auftreten. Dies ergibt:

$$\frac{q^3}{3} + q^2 + \frac{2}{3} q.$$

<sup>1)</sup> Vgl. Görges, ETZ 1907, S. 1.

Die folgenden magnetisierenden Nuten führen nur den halben Strom, und als verkettete Windungen sind jetzt sämtliche  $q$  Windungen des Zweiges 1 einzuführen. Wir erhalten dann:

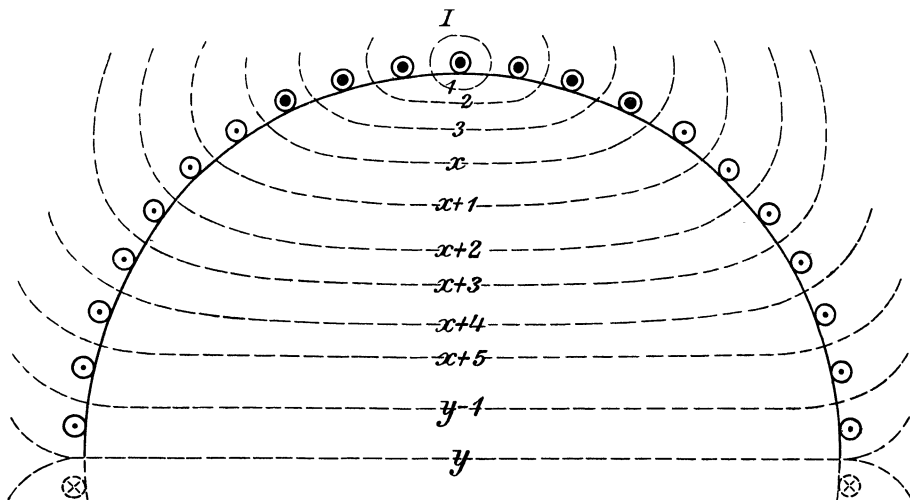


Bild 392. Magnetische Feldlinien, von drei Zweigen erzeugt, mit Zweig 1 verkettet.

Bezeichnung des Flusses	Umschlossene, magnetisierende Ströme in Ampere	Verkettete Windungen des Zweiges 1	$Xw =$
	$X =$	$w =$	$Xw =$
$x + 1$	$q + \frac{1}{2} \cdot 2$	$q$	$q(q + 1)$
$x + 2$	$q + \frac{1}{2} \cdot 4$	$q$	$q(q + 2)$
$x + 3$	$q + \frac{1}{2} \cdot 6$	$q$	$q(q + 3)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$y - 1$	$2q - \frac{1}{2} \cdot 2$	$q$	$q(2q - 1)$

Wenn wir die Summe der Werte  $X \cdot w$  bilden und wieder verdoppeln, erhalten wir:

$$3q^3 - 3q^2.$$

Endlich sind für den Fluß  $y$ , der nur einmal in Rechnung zu setzen ist, die umschlossenen magnetisierenden Ströme  $X = 2q$ , und die verketteten Windungen des Zweiges 1 sind  $w = q$ , also  $X \cdot w = 2q^2$ .

Alle Werte  $X \cdot w$  zusammen ergeben für ein Polpaar:

$$\Sigma Xw = \frac{2q}{3} (5q^2 + 1).$$

Allgemein sei nun die Drahtzahl eines Zweiges gleich  $z$ , also ist die Drahtzahl einer Nut gleich  $z/2pq$  statt Eins. Ferner ist der Höchstwert des Stromes gleich  $i_m$  statt Eins. Der Wert von  $X$  wird also  $i_m z / 2pq$  mal so groß, und  $w$  wird  $z/2pq$  mal so groß, als oben berechnet wurde. Berücksichtigen wir dann noch  $p$  Polpaare, so wird unter Voraussetzung der Reihenschaltung aller Windungen



$$\Sigma X w = \frac{z^2}{p} \cdot i_m \cdot \frac{5q^2 + 1}{6a}. \quad (4)$$

Ist  $F$  die Fläche einer Polteilung in  $\text{cm}^2$ , so ist die Fläche eines Zahns  $F/3q$ . Ist ferner  $l$  die doppelte Länge des Luftspaltes in  $\text{cm}$ , so wird der Fluß eines Zahnes nach S. 71 gleich  $0,4\pi X \cdot F/3q l$ . Wir erhalten also die Flußverkettung, wenn wir  $\Sigma X w$  mit  $0,4\pi \cdot F/3q l$  vervielfachen, zu

$$\Sigma \Phi w = \frac{0,4\pi F}{l} \cdot \frac{z^2 \cdot i_m}{p} \cdot \frac{5q^2 + 1}{18q^2}. \quad (5)$$

Nun ist die von den drei Zweigen zusammen erzeugte größte magnetische Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \frac{0,4\pi \cdot 2 \cdot i_m}{l} \cdot \frac{z}{2p} = \frac{0,4\pi \cdot i_m \cdot z}{p \cdot l}. \quad (6)$$

Setzen wir ferner

$$c = \frac{5q^2 + 1}{18q^2}, \quad (7)$$

so wird

$$\Sigma \Phi w = c \cdot z \cdot \mathfrak{B}_m \cdot F. \quad (8)$$

Für gerade Werte von  $q$  erhalten wir denselben Ausdruck für  $c$ . Die folgende Zahlentafel ergibt  $c$  in Abhängigkeit von  $q$ :

$q = 1$	2	3	4	$\infty$
$c = 0,333$	0,292	0,284	0,282	0,278.

Gleichung (8) und (3) liefern bei gegebener Spannung, Frequenz, Polfläche und größter Induktion die Drahtzahl eines Zweiges. Gleichung (6) gibt dann bei gegebenem Luftabstand den Höchstwert des Magnetisierungsstromes oder Leerstromes. Ist z. B.

$$E = 1910 \quad p = 6 \quad \mathfrak{B}_m = 6000 \quad F = 700 \quad l = 0,2 \quad f = 50 \quad q = 3,$$

so folgt

$$\Sigma \Phi \cdot w = \frac{E \cdot 10^8}{4,44 \cdot f} = 8,6 \cdot 10^8 \quad z = \frac{\Sigma \Phi \cdot w}{F \cdot \mathfrak{B}_m \cdot c} = 720.$$

$$i_m = \frac{p \cdot \mathfrak{B}_m \cdot l}{0,4\pi \cdot z} = 8, \quad \text{d. h. } I_0 = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 5,66.$$

Genau genommen ist der Magnetisierungsstrom wegen der Ständerstreuung etwas geringer.

Im nächsten Abschnitt werden wir die Drahtzahl und den Leerstrom in einfacherer, wenn auch nur angenäherter Weise berechnen.

### 108. Das Feld des Dreiphasenstromes.

Die Drehstromwicklung sei in so vielen Nuten untergebracht, daß wir sie als gleichmäßig verteilte, glatte Wicklung ansehen können. Die Breite des Spulenseite sei zunächst gleich  $1/3$  der Polteilung. Der Umfang werde gerade gestreckt. Die Umrahmung des

Zweiges 1 sei stark, die des Zweiges 2 schwach und die des Zweiges 3 gestrichelt gezeichnet. Der Zeitwert des Stromes sei im Zweig 1 entsprechend Bild 393 im dargestellten Zeitpunkt etwas kleiner als der Höchstwert, in Zweig 2 am kleinsten. Die Produkte aus der Drahtzahl einer Spulenseite und dem Zeitwert der Stromstärke seien nach ihrem absoluten Wert  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X_3$ . Dann gilt nach Bild 393 für die absoluten Werte im betrachteten Zeitpunkt die Beziehung  $X_1 = X_2 + X_3$ .

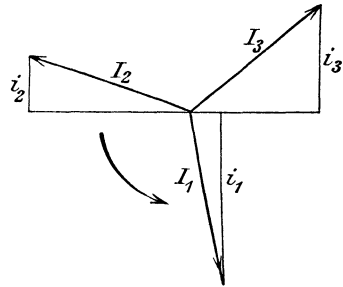


Bild 393. Zeitwerte des Stroms.

Wir ermitteln nun an den einzelnen Stellen des Umfanges die Induktion im Luftraum. Dazu verfolgen wir in Bild 394 eine geschlossene Linie, die an der betrachteten Stelle vom Ständer zum

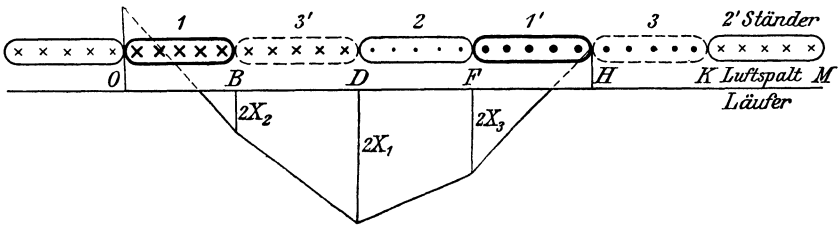


Bild 394. Feldkurve für Breite gleich  $\frac{1}{3}$  der Polteilung.

Läufer geht und an einer Stelle von entgegengesetzt gleicher Induktion wieder vom Läufer zum Ständer zurückkehrt. Beide Stellen sind dabei um eine Polteilung voneinander entfernt. In den Fällen einer symmetrischen Stromverteilung wie in Bild 395 bis 398 können wir statt eine Polteilung zu umschließen, auch die geschlossenen Kurven mit den Feldlinien zusammenfallen lassen.

Die von der geschlossenen Linie umschlossene Durchflutung ist nach dem Durchflutungsgesetz gleich  $0,8 \int d l$ . Wenn der Weg im Eisen vernachlässigt wird und in der Luft  $\int = \mathfrak{B}$  gesetzt wird, so ergibt sich, daß die Induktion an den beiden Stellen des Luftspaltes der zwischen diesen Stellen liegenden Durchflutung proportional ist. Wenn wir also an Stelle der Induktion die Durchflutung als Senkrechte auftragen, erhalten wir abgesehen vom Maßstab die Feldkurve. Mit Berücksichtigung des Schaftes und der Spitze der Strompfeile ergibt sich:

$$\begin{array}{llll}
 \text{zwischen } B \text{ und } H \text{ die Durchflutung} & X_1 + X_2 - X_3 = 2X_2 \\
 \text{» } D \text{ » } K \text{ »} & X_1 + X_2 + X_3 = 2X_1 \\
 \text{» } F \text{ » } M \text{ »} & X_1 + X_3 - X_2 = 2X_3.
 \end{array}$$

Diese Durchflutungen sind den Zeitwerten  $i_2$ ,  $i_1$  und  $i_3$  der Ströme in Bild 393 proportional, und wir können diese Zeitwerte unmittelbar

an den betreffenden Stellen als Senkrechte auftragen. Wir erhalten so die Induktion in den Punkten  $B$ ,  $D$  und  $F$ . Aus Symmetriegründen haben wir in entgegengesetzter Richtung in  $O$  die Senkrechte  $i_3$  und in  $H$  die Senkrechte  $i_2$  aufzutragen. Über den einzelnen Spulenseiten ist die Feldkurve dann geradlinig.

Kurz vor dem dargestellten Zeitpunkt ist der Strom  $i_1$  gleich dem Höchstwert  $i_m$  und die Ströme  $i_2$  und  $i_3$  sind gleich  $i_m/2$ . Wir erhalten dann die Feldkurve in Bild 395. Das Feld geht jetzt bei  $A$

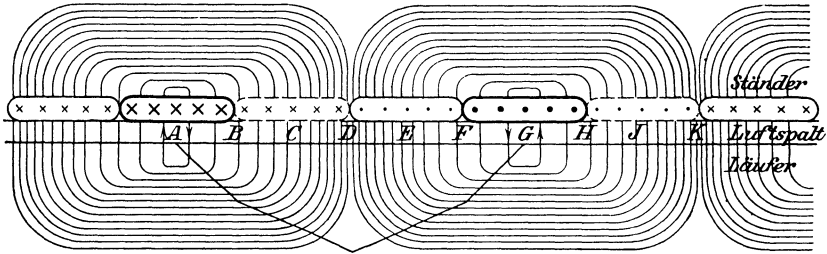


Bild 395. Feldkurve für Breite gleich  $1/3$  der Polteilung,  $i_1 = i_m$ .

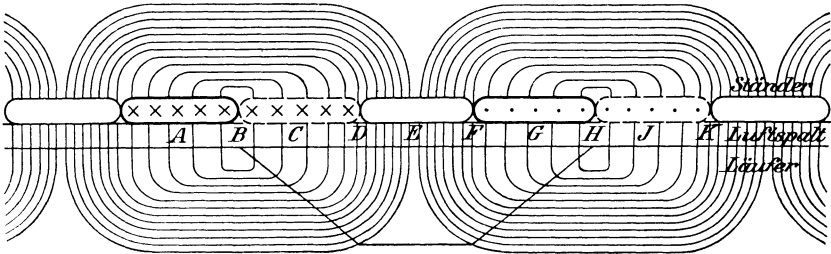


Bild 396. Feldkurve für Breite gleich  $1/3$  der Polteilung,  $i_2 = 0$ .

und  $G$ , d. h. in der Mitte der in gleichem Sinne durchflossenen Spulenseiten durch Null hindurch und erreicht bei  $B$  und  $F$  den halben Höchstwert, der dem Strom  $i_m$  entspricht, bei  $D$  den vollen Höchstwert, der dem Strom  $2 \cdot i_m$  entspricht.

Kurz nach dem in Bild 394 dargestellten Zeitpunkt ist der Strom  $i_2$  gleich Null, und die Ströme  $i_1$  und  $i_3$  sind je gleich  $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$ . Der erste und dritte Zweig bilden jetzt nach Bild 396 eine gemeinsame, gleichmäßig durchflossene Spulenseite von doppelter Breite. Das Feld geht in ihrer Mitte bei  $B$  und  $H$  durch Null hindurch und hat zwischen  $D$  und  $F$  einen gleichbleibenden Wert, welcher dem Strom  $2 \cdot 0,866 i_m$  entspricht.

Wie man sieht, ist das Feld zwischen den in Bild 395 und 396 dargestellten Zeitpunkten, also in  $1/12$  Periode, um  $1/6$  der Polteilung weitergewandert und ist dabei aus der spitzen Form in die flache Form übergegangen. Zwischen diesen regelmäßigen Formen liegen unregelmäßige nach Bild 394. Die Stellen der Unstetigkeit

bleiben bei der Wanderung fest liegen. Im nächsten zwölften Teil der Periode geht die flache Form dann wieder in die spitze über.

Die Feldlinien, welche die in gleichem Sinne durchflossenen Stromdrähte umschließen, sind entsprechend der Induktion verschieden dicht gezeichnet.

Wir betrachten nun die Wicklung eines Einankerumformers mit einer Breite von  $\frac{2}{3}$  der Polteilung. Die Spulenseiten der ver-

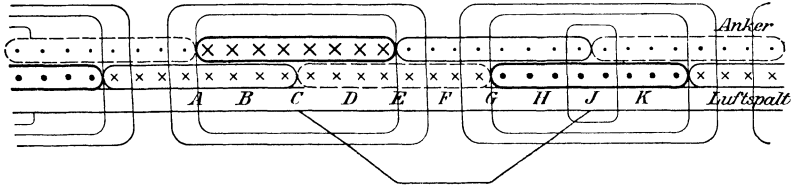


Bild 397. Feldkurve für Breite gleich  $\frac{2}{3}$  der Polteilung,  $i_1 = i_m$ .

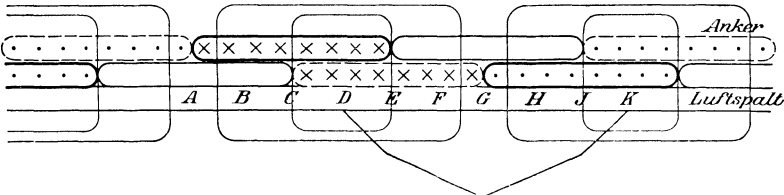


Bild 398. Feldkurve für Breite gleich  $\frac{2}{3}$  der Polteilung,  $i_2 = 0$ .

schiedenen Zweige überlappen sich dabei nach Bild 397 und 398 gegenseitig. In Bild 397 ist der Strom  $i_1$  gleich dem Höchstwert  $i_m$ . Die magnetische Wirkung der Spulenseite 1 zwischen A und E wird durch die von ihr überlappenden halben Spulenseiten der beiden andern Zweige, die jeder den Strom  $i_m/2$  führen, unterstützt. Das Feld, das bei C gleich Null ist, entspricht also bei A und E dem Strom  $1,5 \cdot i_m$ . Es behält dann seine Stärke zwischen E und G, wo entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten sich in ihrer Wirkung aufheben, bei. Wir erhalten also eine flache Feldkurve.

Nach  $\frac{1}{12}$  Periode ist der Strom  $i_2$  gleich Null und die Ströme  $i_1$  und  $i_3$  je gleich  $0,866 i_m$  (Bild 398). Die Induktion, die jetzt bei D gleich Null ist, entspricht bei C und E dem Strom  $2 \cdot 0,866 i_m \cdot \frac{1}{2} = 0,866 \cdot i_m$  und bei A und G dem Strom  $2 \cdot 0,866 \cdot i_m$ . Wir erhalten so die gezeichnete spitze Feldkurve.

Die Feldkurven sind dieselben wie in Bild 395 und 396, haben jedoch in den betrachteten Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt. Gleichzeitig sind die Induktionen im Verhältnis  $0,866 : 1$  kleiner geworden. Die breite Spulenseite ist also in magnetischer Hinsicht ungünstig und kommt daher für Drehstrommotoren nicht in Frage.

Wir berechnen jetzt den Fluß des Drehfeldes für die flache und spitze Feldkurve und nehmen aus beiden Werten das Mittel. Der

Fluß ergibt sich, wenn wir die Fläche der Feldkurve mit der Ankerlänge vervielfachen. Statt dessen können wir auch die mittlere Induktion, die gleich der Fläche der Feldkurve, geteilt durch die Grundlinie ist, mit der Polfläche vervielfachen. Wir haben dabei die Ströme, die wir bisher als Senkrechte aufgetragen haben, mit der Drahtzahl einer Spulenseite, also mit  $z/2 p$  und nach Gleichung (10) auf S. 70 mit  $0,4 \pi/l$  zu vervielfachen. Dabei ist  $z$  die gesamte Drahtzahl eines Zweiges und  $l$  der doppelte Luftabstand in cm. Für eine Breite der Spulenseite gleich  $1/3$  der Polteilung erhalten wir dann die mittleren Induktionen aus Bild 396 und 397 zu

$$1,167 i_m \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{z}{2p} \quad \text{und} \quad 1,155 i_m \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{z}{2p}.$$

Die beiden mittleren Induktionen und damit die Flüsse unterscheiden sich also außerordentlich wenig. Das Mittel aus den beiden Werten ist dann

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = 1,16 \cdot i_m \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{z}{2p}. \quad (9)$$

Der Magnetisierungsstrom wird dann berechnet, als wenn das Feld sinusförmig wäre, was bei der großen Annäherung der Feldkurven an die Sinuskurve zulässig ist. Es sei z. B. die Sternspannung  $E = 1910$ , die Frequenz  $f = 50$ , die Polpaarzahl  $p = 6$ , die Polfläche  $F = 700 \text{ cm}^2$ , der Höchstwert des sinusförmigen Feldes  $\mathfrak{B}_m = 6000$  und der doppelte Luftabstand gleich  $0,2 \text{ cm}$ . Dann ist

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} \cdot 6000 \quad \Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = 2,68 \cdot 10^8$$

Nach Gleichung (7) auf S. 326 wird dann

$$z = \frac{E \cdot 10^8}{2,12 \cdot \Phi \cdot f} = 672.$$

Demnach wird nach Gleichung (9) der Effektivwert  $I_0$  des Magnetisierungsstromes

$$I_0 = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{\mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot l \cdot 2p}{\sqrt{2} \cdot 1,16 \cdot 0,4\pi \cdot z} = 6,7 \text{ Ampere.}$$

Bei einer Breite der Spulenseite gleich  $2/3$  der Polteilung ist der nach Gl. (9) berechnete Wert der mittleren Induktion mit  $0,866$  zu vervielfachen.

Wir ermitteln endlich das Feld, das von dem Läuferstrom eines Käfigankers erzeugt wird. Dieser Strom ist nahezu sinusförmig verteilt, was in Bild 399 durch entsprechend starke Zeichnung des Schaftes und der Spitze der Strompfeile angedeutet ist. Das vom Strom erzeugte Feld ist bei  $C$  und  $G$  Null, nimmt dann sinusförmig zu und erreicht bei  $E$  seinen Höchstwert. Wenn dann die Stromverteilung fortschreitet, schreitet auch das Feld fort, und zwar im Gegensatz zu den Phasenankern ohne Änderung der Feldkurve.

Um einen Vergleich mit den Phasenankern zu ermöglichen, setzen wir die gesamte Drahtzahl des Ankers gleich  $3z$ , also die

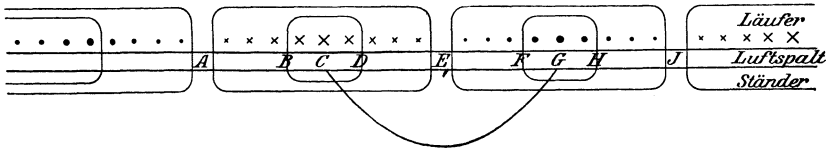


Bild 399. Vom Käfiganker erzeugtes Feld.

Stabzahl einer Polteilung gleich  $3z/2p$ . Ist dann  $i_m$  der Höchstwert des Stromes eines Stabes, so ist die mittlere Stromstärke gleich  $i_m \cdot 2/\pi$ . Die Gesamterregung, die bei  $E$  wirksam ist, ist also

$$X_m = \frac{2}{\pi} \cdot i_m \cdot \frac{3z}{2p}$$

Um die Induktion an dieser Stelle, d. h. den Höchstwert zu erhalten, haben wir mit  $0,4\pi/l$  zu vervielfachen. Der Mittelwert ist das  $2/\pi$ fache, ergibt sich also zu

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot X_m = 1,21 \cdot i_m \cdot \frac{0,4\pi \cdot z}{l \cdot 2p} \quad (10)$$

Dabei ist  $3z$  die Gesamtzahl der Drähte. Wie der Vergleich mit Gleichung (9) zeigt, ist die Käfigwicklung hinsichtlich ihrer magnetischen Wirkung am günstigsten. Ferner ergibt sich, daß sich die mittleren Induktionen, d. h. auch die Flüsse, bei Phasen- und Kurzschlußwicklungen fast genau verhalten wie die nach Gleichung (7) auf S. 326 berechneten Spannungen.

109. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Die Messung an einem 110-kW-Motor der Gesellschaft Oerlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu prüfen<sup>1)</sup>. Es sei

Spannung eines Zweiges . . . . .	$E = 1910$ Volt
Frequenz . . . . .	$f = 50$
Zahl der Polpaare . . . . .	$p = 6$
Eisenlänge . . . . .	$b = 23,5$ cm
Läuferdurchmesser . . . . .	$d = 90$ »
Doppelter Luftabstand . . . . .	$l = 0,15$ »
Drahtzahl eines Ständerzweiges . . . . .	$z = 672$
Länge eines Ständer- und Läuferzahnes zusammen . . . . .	$= 6$ »
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite . . . . .	$= 2,5$ .

Wir ermitteln zunächst die Polfläche zu

$$F = \frac{d \cdot \pi \cdot b}{2p} = 763.$$

<sup>1)</sup> Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktionstabellen für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Der Fluß zur Erzeugung einer Klemmenspannung entgegengesetzt gleichen Spannung ergibt sich bei einem sinusförmigen Feld und einer glatten Wicklung nach S. 325 und 326 zu

$$\frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Nehmen wir an, daß 2% des Flusses durch eine Streuung, die wir bisher vernachlässigt haben, verloren gehen, so treten 98% in den Läufer ein, und wir erhalten den in den Läufer eintretenden Fluß sowie die mittlere Induktion zu:

$$\Phi = 2,64 \cdot 10^6 \quad \text{und} \quad \mathfrak{B}_{\text{mittel}} = \frac{2,64 \cdot 10^6}{763} = 3460.$$

Demnach wird der Leerstrom  $I_0$  nach Gl. (9):

$$I_0 = \frac{\mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot l \cdot 2p}{\sqrt{2} \cdot 1,16 \cdot 0,4 \pi \cdot z} = 4,5.$$

Tatsächlich ist bei diesem Motor der Leerstrom nicht unbeträchtlich größer als 4,5 Amp. Der Grund liegt darin, daß der magnetische Widerstand des Eisens in der obigen Rechnung nicht berücksichtigt ist, was nunmehr geschehen soll.

Wir haben dazu zunächst eine Kurve zu zeichnen, die für jede magnetische Induktion im Luftraum die entsprechende Erregung angibt. Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve für die einzelnen Stellen des Umfanges zu jeder wirksamen Erregung die entsprechende Induktion. Man berechnet zu diesem Zwecke für eine Induktion  $\mathfrak{B}$  an beliebiger Stelle die für die Luft nötige Erregung zu

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B} \cdot l.$$

Da in unserem Falle  $l = 0,15$  ist, so wird

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B} \cdot 0,15 = 0,12 \cdot \mathfrak{B}.$$

Dann berechnet man die Induktion in den Zähnen an der betreffenden Stelle aus der Induktion in der Luft und dem Verhältnis der Querschnitte für den Fluß im Luftraum und in den Zähnen. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle mit Berücksichtigung eines Raumverlustes von 15% für die Papierisolation zwischen den Eisenblechen gleich  $2,5 : 0,85 = 2,95$ . Wir erhalten also:

$$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}.$$

Zu  $\mathfrak{B}_z$  ergibt sich die Erregung  $h$  für die Längeneinheit der Feldlinien aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Bild 400. Dann wird

$$X_z = h_z \cdot l_z.$$

Dabei ist für  $l_z$  das Doppelte der einfachen Zahnlangen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle:

$$X_z = h_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot h_z.$$

Die Summe aus  $X_l$  und  $X_z$  ergibt uns dann die für die betreffende magnetische Induktion nötige wirksame Erregung  $X$ .

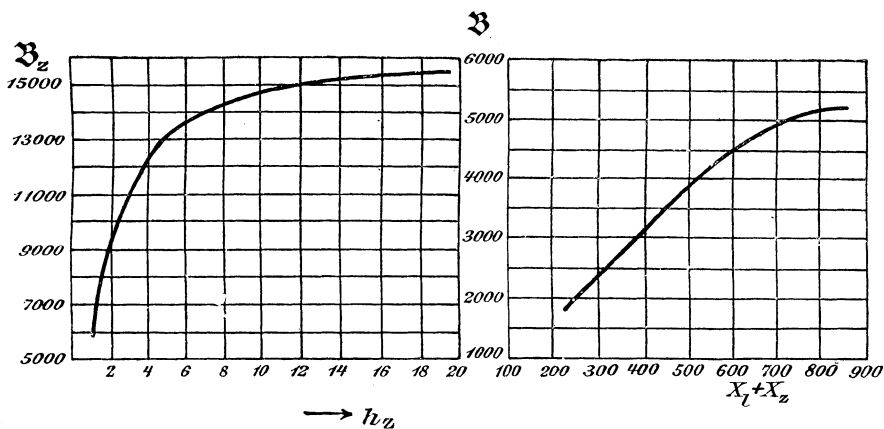


Bild 400. Magnetisierungskurve von Eisenblech.

Bild 401. Erregung und magnetische Induktion.

Diese Rechnung ist für Werte von  $\mathfrak{B}$  zwischen 2000 und 5200 ausgeführt und in der Zahlentafel und in Bild 401 zusammengestellt:

$\mathfrak{B}$	$X_l = 0,12 \cdot \mathfrak{B}$	$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}$	$h_z$	$X_z = 12 \cdot h_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5900	1,1	13	253
3000	360	8850	1,9	23	383
4000	480	11800	3,6	43	523
4500	540	13300	5,4	65	605
5000	600	14800	10,7	128	728
5200	624	15309	18,5	222	850

Wir müssen nun schätzen, um wieviel der Leerstrom infolge des Eisenwiderstandes gegenüber dem obigen Wert zu vergrößern ist. Wir nehmen an, es sei ein Zuschlag von 20% erforderlich, d. h. es sei  $I_0 = 5,5$  Ampere.

Wir tragen nun den Umfang wagerecht und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung  $X = X_l + X_z$  senkrecht auf und erhalten so die Kurve  $X$  in Bild 402, die dem früher behandelten ersten Grenzfall in Bild 395 entspricht. Für den Bogen  $\pi/2$  erhalten wir dabei eine größte Erregung:

$$2 \cdot i_m \cdot \frac{z}{2p} = \frac{\sqrt{2} \cdot I_0 \cdot z}{p} = \frac{\sqrt{2} \cdot 5,5 \cdot 672}{6} = 870.$$

Dagegen ergibt sich für  $\pi/6$  eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die größte. Der Maßstab für die Erregung ist links an der senkrechten Achse aufgetragen.

Wir entnehmen nun aus Bild 401 oder aus der Zahlentafel willkürlich die Werte



$\mathfrak{B} =$	2000	3000	4000	4500	5000	5200
$X = X_1 + X_2 =$	253	383	523	605	728	850

Die Werte von  $X$  tragen wir auf der senkrechten Achse auf und ziehen durch die Teilpunkte Wagerechte. Wo diese die Kurve  $X$  schneiden, errichten wir Senkrechte und machen deren Länge, von der wagerechten Achse gemessen, gleich den zugehörigen obigen Werten von  $\mathfrak{B}$ .

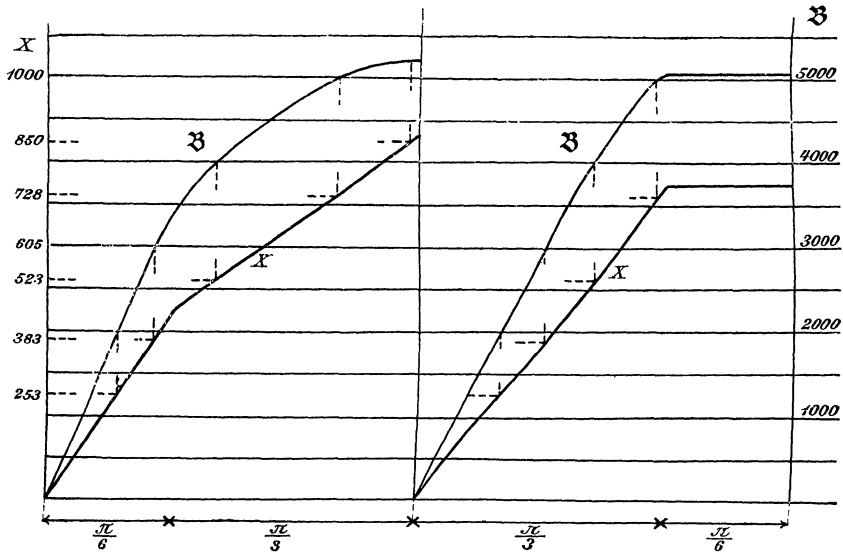


Bild 402. Bild 403.  
Feldkurven unter Berücksichtigung des Eisenwiderstandes der Zähne.

Der Maßstab für  $\mathfrak{B}$  ist im rechten Teil des Bildes 403 angegeben. Die Kurve, welche die Endpunkte der Senkrechten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve in dem betrachteten Zeitpunkt bei einem Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu ermitteln und durch die Grundlinie zu teilen. Wir erhalten dadurch die mittlere Induktion bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere zu 3635.

Dieselbe Zeichnung ist für den zweiten Grenzfall in Bild 403 durchgeführt. Dabei wird die größte Erregung nach Bild 396

$$1,73 \cdot i_m \cdot \frac{z}{2p} = \frac{1,73 \cdot \sqrt{2} \cdot 5,5 \cdot 672}{12} = 750.$$

Wir zeichnen nun wieder die Kurven  $X$  und  $\mathfrak{B}$ , ermitteln die von der Kurve  $\mathfrak{B}$  und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche und teilen sie durch die Grundlinie. Dadurch erhalten wir die mittlere Induktion zu 3583.

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Der gesamte in den Läufer eintretende Fluß  $\Phi$  ergibt sich dann zu:

$$\Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = 3609 \cdot 763 = 2,85 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von  $2,64 \cdot 10^6$ , daß wir gleiches Verhältnis zwischen Stromstärke und Fluß annehmen können. Der zur Erzeugung von  $2,64 \cdot 10^6$  Maxwell erforderliche Strom ergibt sich also zu:

$$I_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64}{2,75} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Tatsächlich ist nun ein Leerstrom von 6 Ampere gemessen. Der Grund dafür, daß auch jetzt noch der berechnete Leerstrom kleiner ist als der gemessene, liegt darin, daß der Eisenwiderstand des Ständer- und Läuferkernes noch nicht berücksichtigt ist. Außerdem wird der magnetische Leitwert des Luftspaltes durch die Nutenöffnungen verringert. Es ist also begreiflich, daß der jetzt berechnete Leerstrom noch um 12% kleiner ist als der gemessene.

### 110. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns wieder das tatsächliche Feld durch ein ebenfalls umlaufendes, sinusförmiges Feld von gleichem Flusse ersetzt. Der Höchstwert dieses Feldes, das durch die gemeinsame Wirkung des Ständer- und Läuferstromes zustande kommt, sei gleich  $\mathfrak{B}_m$ .

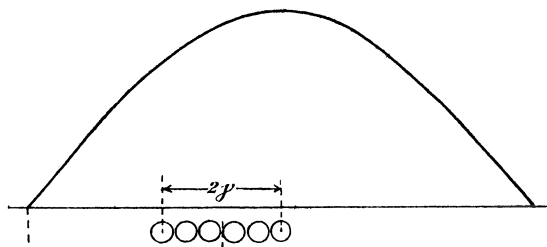


Bild 404. Spulenseite des Läufers im Feld.

Wir betrachten nun eine Spulenseite des Läufers, deren Breite allgemein gleich  $2\gamma$  sei und deren Mitte sich gerade im Abstand  $\alpha$  von der neutralen Zone befinden möge (Bild 404). Dann ist der Zeitwert der in ihr erzeugten Spannung dem Sinus dieses Winkels  $\alpha$  proportional. Zwischen ihr und dem Läuferstrom besteht keine Phasenverschiebung, da das Feld, das durch den Ständer- und Läuferstrom

gemeinsam erzeugt wird, schon die Selbstinduktion des Läufers mit einschließt. Der Zeitwert des Läuferstromes ist also:

$$i_2 = i_{2m} \cdot \sin \alpha.$$

Die Gleichung gilt allgemein sowohl für Phasenwicklungen als auch für Kurzschlußwicklungen.

Wir wenden sie zunächst auf einen dreiphasig gewickelten Läufer an. Bei diesem befinden sich die einzelnen Drähte im betrachteten Augenblick in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment im gegebenen Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere räumliche magnetische Induktion längs des Bogen  $2\gamma$  kennen. Allgemein ist im Abstand  $\beta$  von der neutralen Zone die Induktion gleich  $\mathfrak{B}_m \cdot \sin \beta$ . Die mittlere Induktion über dem Bogen  $2\gamma$  ist also:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha-\gamma}^{\alpha+\gamma} \mathfrak{B}_m \cdot \sin \beta \cdot d\beta = \mathfrak{B}_m \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha.$$

Die auf  $z_2/2 p$  Drähte der Spulenseite ausgeübte Kraft ist also nach S. 65 beim obigen Strom  $i_2$  und der Läuferlänge  $b$ :

$$\frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot i_{2m} \cdot \frac{z_2}{2p} \cdot b \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha \text{ Dyn.}$$

Für den zweiten und dritten Zweig wäre in dieser Gleichung  $\sin^2 (\alpha + 120^\circ)$  und  $\sin^2 (\alpha + 240^\circ)$  statt  $\sin^2 \alpha$  einzuführen. Nun ist

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + 120^\circ) + \sin^2 (\alpha + 240^\circ) = 3/2,$$

wie man aus der Gleichung  $\cos (2\alpha) = 1 - 2 \sin^2 \alpha$  ableiten kann. Also ist die Umfangskraft aller drei Zweige und aller  $2 p$  Pole zusammen in jedem Zeitpunkt dieselbe, und zwar ergibt sie sich zu

$$P = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}_m \cdot i_{2m}}{10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.} \quad (11)$$

Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem die Kraft wirkt, also den Halbmesser  $r$  des Läufers in cm. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich der Polfläche  $F$  mal der Anzahl der Pole, d. h.

$$2r\pi \cdot b = 2p \cdot F \text{ cm}^2, \quad \text{d. h.} \quad r = b \cdot p \cdot F / \pi \text{ cm.}$$

Demnach ist das Drehmoment in cmdyn, wenn gleichzeitig  $i_{2m} = \sqrt{2} I_2$  gesetzt wird:

$$P \cdot r = p \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{\pi} \mathfrak{B}_m \cdot F \cdot \frac{\sqrt{2} I_2}{10} \cdot z_2 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \text{ cmdyn.}$$

Um das Drehmoment in mkg zu erhalten, haben wir  $P \cdot r$  durch  $981000 \cdot 100$  zu teilen. Setzen wir gleichzeitig  $\mathfrak{B}_m \cdot 2/\pi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}}$ , also  $\mathfrak{B}_m \cdot F \cdot 2/\pi = \mathcal{O}$ , so erhalten wir das Drehmoment zu:

$$D = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{9,81} \cdot p \cdot \mathcal{O} \cdot z_2 \cdot I_2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \text{ mkg.} \quad (12)$$

Dabei ist  $z_2$  die Drahtzahl für einen Zweig. Die Breite  $2\gamma$  ist bei Drehstrommotoren gleich  $\pi/3$ , bei Drehstrommotoren mit Stromwender gleich  $2\pi/3$ .

Bei dem Kurzschlußläufer liegt der Leiter, der den Strom  $i_{2m} \cdot \sin a$  führt, im Felde  $\mathfrak{B}_m \cdot \sin a$  und die Kraft, die er bei einer Länge  $b$  erfährt, ist  $1/10 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot i_{2m} \cdot b \cdot \sin^2 a$ . Die mittlere Kraft ist, wie in Bild 213, halb so groß wie der Höchstwert. Bezeichnen wir die gesamte Drahtzahl, um einen Vergleich mit den Phasenwicklungen zu haben, wieder mit  $3 \cdot z_2$ , so wird die Kraft

$$P = 1,5 \mathfrak{B}_m \cdot \frac{i_{2m}}{10} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.} \quad (13)$$

Wir haben also einfach in Gleichung (11)  $\sin \gamma/\gamma = 1$  zu setzen, wie dies auch der unendlich kleinen Breite einer Spulenseite entspricht.

Nun ergaben sich auch die Spannungen im Abschnitt 94 ebenfalls mit Hilfe von  $\sin \gamma/\gamma$ , d. h. durch den sog. Wicklungsfaktor bei sinusförmigem Feld. Bei verschiedenen Wicklungen des Läufers verhalten sich also die Drehmomente wie die erzeugten Spannungen oder nach Seite 381 wie die vom Läufer erzeugten magnetischen Flüsse.

Das obige Ergebnis erhalten wir auch unmittelbar, wenn wir den Läufer festgebremst denken, so daß die ganze auf ihn übertragene Leistung in ihm selbst oder in einem mit Hilfe von Schleifringen in den Läuferkreis geschalteten Widerstand in Stromwärme umgesetzt wird. Das Feld schneidet dann mit der Frequenz des Ständerstromes durch die Läuferdrähte. Dabei wird in jedem Läuferzweig eine Spannung  $E_2$  erzeugt, die gleiche Phase mit dem Läuferstrom hat und sich nach Abschnitt 94 zu  $2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}$  berechnet. Dabei ist  $f_w$  der sog. Wicklungsfaktor und  $\Phi$  der in den Läufer wirklich eintretende Fluß, der von der gemeinsamen Wirkung des Ständer- und Läuferstromes geschaffen wird. Die Spannung wird allein verbraucht, um den Strom durch den Widerstand des Läuferkreises zu treiben, so daß keine Phasenverschiebung in diesem Kreis vorhanden ist. Wenn also wieder  $z_2$  die Zahl der Läuferdrähte für einen Zweig ist, so ist die auf den Läufer übertragene Leistung in allen drei Zweigen zusammen:

$$N_a = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (14)$$

Diese Leistung wird auf den Läufer durch ein von uns als sinusförmig angenommenes Feld übertragen, das mit der Drehzahl  $n_0$  umläuft. Die räumliche Winkelgeschwindigkeit ist dabei

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60} = 2\pi \cdot \frac{f}{p}.$$

In diesem Falle ist im Gegensatz zur elektrischen Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$  die räumliche Winkelgeschwindigkeit einzusetzen.

Nun ist die Leistung in mkg/sek gleich dem Drehmoment mal der räumlichen Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 vervielfachen. Wir erhalten also die Leistung in Watt, die auf den Läufer übertragen wird, zu:

$$N_a = D \cdot \omega_m \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (15)$$

Lösen wir für  $D$  auf und setzen die obigen Werte für  $N_a$  und  $\omega_m$  und die in Abschnitt 94 abgeleiteten Werte für  $f_w$  ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wicklungen dieselben Werte, wie durch die obige Berechnung. Dabei ist es gleichgültig, ob der Läufer läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von  $\Phi$  und  $I_a$  dieselben sind.

Es ist nun von Wert, das Drehmoment des Drehstrommotors mit dem eines Gleichstrommotors zu vergleichen, und zwar wählen wir zum Vergleich einen Kurzschlußläufer. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gleichung (1) auf S. 188:

$$D = \frac{p \cdot \Phi \cdot z \cdot I_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot p \cdot \Phi \cdot z \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot 10^{-10}. \quad (16)$$

Dabei ist  $I_a/2a$  die Stromstärke in einem Ankerleiter.

Wenn wir bei unserem Kurzschlußläufer beachten, daß die Gesamtzahl der Läuferdrähte  $z$  gleich  $3 \cdot z_2$  ist, und daß die Breite der Spulenseite unendlich klein ist, also  $\sin \gamma : \gamma$  gleich 1 wird, so erhalten wir aus Gleichung (12) 3,6 statt 3,25. Das Drehmoment des Drehstrommotors mit Kurzschlußwicklung ist also unter sonst gleichen Verhältnissen um 10% größer als das des Gleichstrommotors.

Wir betrachten nun das Drehmoment beim Anlaufen. Der Drehstrommotor verhält sich dabei wie ein ruhender Transformator, nur behält das Feld im Transformator bei seinem Entstehen und Verschwinden seine Achse bei, während es beim Drehstrommotor umläuft. Wie auf S. 313 angegeben, wird bei Kurzschluß fast der ganze Fluß durch die Gegenwirkung des Läuferstromes in den Streuweg gedrängt. Der geringe, übrigbleibende Teil schneidet mit der großen Frequenz  $f$  durch die Läuferdrähte und erzeugt in ihnen eine außerordentlich starke Spannung. Dadurch entsteht im Läufer (und entsprechend auch im Ständer) ein starker Strom, dem der Motor in vielen Fällen nicht gewachsen ist, und der auch oft eine unzulässige Belastung des Kraftwerkes darstellt. Motoren mit Kurzschlußläufer können daher nur bei ganz kleinen Leistungen unmittelbar eingeschaltet werden. Bei größeren Motoren wird der Ständer beim Anlassen in Stern geschaltet und nach dem Anlaufen auf Dreieck umgeschaltet, oder es werden Anlaßtransformatoren angewendet, die es gestatten, zunächst nur einen Bruchteil der gewöhnlichen Spannung an den Ständer zu legen. In geeigneten Fällen bringt man Motoren mit Kurzschlußläufer durch eine Antriebsmaschine, beispielsweise

durch eine sonst vom Drehstrommotor angetriebene, am Gleichstromnetz liegende Gleichstrommaschine auf die vorgeschriebene Drehzahl und schaltet dann den Ständer, meist allerdings auch noch unter Verwendung eines Widerstandes, aufs Netz, oder man läßt endlich den Stromerzeuger zugleich mit dem Motor anlaufen.

Abgesehen von dem hohen Anlaufstrom ist die Verwendbarkeit von Kurzschlußläufern auch dadurch begrenzt, daß ihr Anlaufmoment sehr gering ist, wenn man nicht den Läuferwiderstand unter Verringerung des Wirkungsgrades sehr hoch bemißt. Dies beruht darauf, daß das Feld, wie oben angegeben, bei Kurzschluß durch die Gegenwirkung des Läuferstromes aus dem Läufer »herausgeblasen« und in den Streuweg gedrängt wird. Das Drehmoment wird eben nur durch den Teil des Flusses geschaffen, der in den Läufer dringt, und dieser Teil ist immer nur so groß, daß die von ihm erzeugte Spannung für den Verlust im Wirkwiderstand des Läufers ausreicht. Hierzu genügt aber beim Stillstand ein ganz geringer Fluß, da der Läuferwiderstand klein und die Frequenz groß, nämlich gleich der Netzfrequenz ist. Das Anlaufmoment des Kurzschlußläufers ist also sehr gering. Beim Betriebe liegen die Verhältnisse deswegen anders, weil das Feld die Läuferdrähte nicht mit der Netzfrequenz, sondern mit der Frequenz der Schlüpfung schneidet und diese nur ein kleiner Bruchteil der Netzfrequenz ist.

Hiernach ist es erklärlich, daß man das Anlaufmoment auf Kosten des Wirkungsgrades dadurch vergrößern kann, daß man die Stirnringe des Kurzschlußläufers abdreht und dadurch den Widerstand vergrößert. Ebenso ist erklärlich, daß ein Anlaßwiderstand im Ständerkreis nur dazu dienen kann, den Anlaufstrom herabzusetzen, daß er aber durchaus nicht dazu hilft, das Anlaufmoment in die Höhe zu setzen.

Wird ein Anlaufen mit Last gefordert, so muß man Phasenläufer verwenden und mit Hilfe von Schleifringen zum Zweck des Anlassens Widerstände in den Läuferkreis einschalten. Solche Phasenläufer sind ebensogut bei Dreieckschaltung wie bei Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar in sich geschlossen, elektrisch aber muß man sie, wie beim Stromerzeuger, so lange als offen bezeichnen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaßwiderstand oder durch Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlaßwiderstände werden am besten in Stern geschaltet. Als Anlaßwiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden den Widerstand verringert.

Motoren mittlerer Größe werden häufig auch in der Weise angelassen, daß die Läuferwindungen anfangs teilweise gegeneinander geschaltet sind und erst nach dem Anlaufen in gewöhnlicher Weise geschaltet werden (Gegenschaltung von Görges).

Um sicher zu sein, daß der Motor mit der geforderten Zugkraft anläuft, müssen Ständer und Läufer verschiedene Anzahl von Nuten besitzen. Sonst stellt sich der Läufer in die Lage des geringsten magnetischen Widerstandes und ist daraus schwer herauszubringen.

### 111. Schlüpfung und Drehzahl.

Wie wir im Abschnitt 106 sahen, dreht sich der völlig unbelastete Läufer im Gleichlauf mit dem Felde, also mit der Drehzahl

$$n_0 = f \cdot 60/p. \quad (17)$$

Bei Belastung bleibt die Drehzahl des Feldes ungeändert. Dagegen wird die Drehzahl des Läufers so viel geringer, daß das Feld die Drähte des Läufers mit der erforderlichen Geschwindigkeit schneidet. Die dadurch erzeugte Spannung bewirkt einen Läuferstrom, der nach dem vorigen Abschnitt das erforderliche Drehmoment liefert.

Ist  $s$  die relative Schlüpfung, so ist die Frequenz, mit der die Läuferdrähte geschnitten werden, nach S. 373:

$$s \cdot f = \frac{n_0 - n}{60} \cdot p. \quad (18)$$

Die geringe in den Läuferdrähten erzeugte Spannung, die dieser Schlüpfung entspricht, ist nach S. 326

$$E_2 = 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (19)$$

Nun verstehen wir unter  $\Phi$  den tatsächlichen, in den Läufer tretenden Fluß, wie er durch die vereinigte Wirkung des Ständer- und Läuferstromes zustande kommt. Wir haben daher, wie schon früher bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung  $E_2$  und dem Läuferstrom  $I_2$ . Bezeichnet also  $R_2$  den Läuferwiderstand für einen Zweig, so ergibt sich:

$$E_2 = I_2 \cdot R_2. \quad (20)$$

Die im Läufer in Stromwärme umgesetzte Leistung in allen drei Zweigen zusammen ist dann

$$3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (21)$$

Mit Benutzung der Gleichung (14) auf S. 387 für die auf den Läufer übertragene Leistung  $N_a$  erhalten wir dann die relative Schlüpfung zu:

$$s = \frac{3 \cdot I_2^2 \cdot R_2}{N_a}. \quad (22)$$

Die relativen Verluste im Läufer sind also gleich der relativen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so baut, daß die Schlüpfung gering ist.

Es ist von Wert, das Verhalten des Drehstrommotors mit dem eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für diesen gilt:

$$E \cdot I_a = E_a \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a.$$

Darin ist  $E \cdot I_a$  die auf den Anker übertragene Leistung, während  $E_a \cdot I_a$  der Teil der zugeführten Leistung ist, der in mechanische Leistung umgesetzt wird. Beide Größen verhalten sich also wie die Klemmenspannung  $E$  zu der erzeugten Gegenspannung  $E_a$ , d. h. wie die Drehzahl  $n_0$  bei Leerlauf zur Drehzahl  $n$  bei Belastung, d. h.

$$\frac{E_a \cdot I_a}{E \cdot I_a} = \frac{n}{n_0}. \quad (23)$$

Durch Umformung erhalten wir ähnlich wie beim Drehstrommotor:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{E \cdot I_a - E_a \cdot I_a}{E \cdot I_a} = \frac{I_a^2 R_a}{E \cdot I_a}. \quad (24)$$

Der Abfall der Drehzahl gegenüber der Drehzahl bei Leerlauf ist also ebenfalls gleich dem relativen Verlust im Anker.

Wir gehen nun zur Regelung der Drehzahl über. Diese wird dadurch bewirkt, daß man mit Hilfe von Schleifringen Widerstand in den Läuferkreis einschaltet und dadurch die Schlüpfung vergrößert. Leider ist dabei, ähnlich wie beim Gleichstrommotor mit Vorschaltwiderstand, der Verlust bedeutend. Außerdem ist die Drehzahl dann bei jeder Belastungsschwankung veränderlich. Ein weiteres Mittel zur Änderung der Drehzahl, das aber nur bei Motoren mit Kurzschlußläufern anwendbar ist, besteht in der Umschaltung der Ständerwicklung auf verschiedene Polzahl. Auch kann man zur Regelung der Drehzahl den Läufer des einen Motors auf den Ständer eines anderen arbeiten lassen, der mit dem ersten Motor unmittelbar gekuppelt ist (Kaskadenschaltung). Setzen wir die synchrone Drehzahl gleich 1 und die relative Schlüpfung des ersten Motors, d. h. die Frequenz im Läufer dieses Motors gleich  $s$ , so ist die Frequenz des Ständerstromes des zweiten Motors ebenfalls gleich  $s$ , und die Drehzahl der beiden gekuppelten Motoren ist  $1 - s$ . Betrachten wir nun den Leerlauf beider Motoren, die beide gleiche Polzahl besitzen mögen, so ist die Schlüpfung des zweiten Motors gleich Null, seine Drehzahl ist also ebenfalls gleich  $s$ . Daraus folgt:  $1 - s = s$  oder  $s = 0,5$ . Die Motoren laufen also mit halbem Synchronismus. Die Kaskadenschaltung ergibt indessen einen ungünstigen Leistungsfaktor.

Die Schwierigkeit der verlustlosen Regelung der gewöhnlichen Drehstrommotoren hat dann zur Ausbildung von Drehstrommotoren mit Stromwender und besonderen Regelmaschinen geführt.



## Zweiundzwanzigster Teil.

### 112. Der streuungslose Drehstrommotor.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß der Streufluß, der die Nuten und Spulenköpfe des Ständers oder Läufers umgibt, ohne die Wicklung des anderen Teiles zu durchsetzen, zu vernachlässigen ist. Dann besteht nur ein einziger magnetischer Fluß, der gleichmäßig das Ständereisen, den Luftweg und das Läuferisen durchdringt. Er kommt durch die gesamte Erregung des Ständers und Läufers zustande. Sein Feld sei in Bild 405 gerade von oben nach unten gerichtet, so daß im Ständer gegenüber  $A$  die Mitte eines Nordpols und

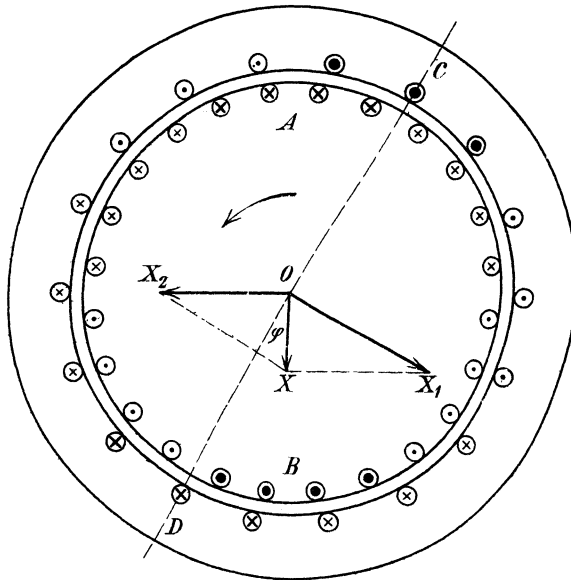


Bild 405. Stromverteilung im Drehstrommotor.

gegenüber  $B$  die Mitte eines Südpoles liegt. Wir zeichnen daher den Strahl der Gesamterregung  $OX$  senkrecht von oben nach unten.

Das Feld drehe sich, wie die Strahlen, entgegen dem Uhrzeiger. Es erzeugt dabei in den Läuferdrähten Ströme, die bei  $A$  und  $B$  einen Höchstwert haben, und zwar sehen wir nach der Faradayschen Regel oben den Schaft und unten die Spitze des Strompfeiles. Spitze und Schaft zeichnen wir in den vier Nuten bei  $A$  und  $B$ , die zu einem Zweig gehören, besonders stark. In den benachbarten Zweigen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Da der Strahl der vom Läufer ausgeübten Erregung  $OX_2$  in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie das vom Läufer-

strom allein erzeugte Feld, so ist er von rechts nach links gerichtet. Damit nun die Gesamterregung  $X$  zustande kommt, muß die Ständererregung nach Größe und Phase gleich  $OX_1$  sein. Der Höchstwert des Ständerstromes liegt also bei  $C$  und  $D$ , und zwar haben wir bei  $C$  die Spitze und bei  $D$  den Schaft des Strompfeiles anzuzeigen. Jede Spulenseite des Ständers liegt im vorliegenden Falle in 3 Nuten. Wir zeichnen in den Spulenseiten bei  $C$  und  $D$  die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Spulenseiten halb so stark.

Bild 405 zeigt nun, daß der Ständer- und Läuferstrom wie die Ströme in der ersten und zweiten Wicklung eines Transformators einander wesentlich entgegengesetzt sind. Der Ort des größten Stromes im Läufer verschiebt sich dabei im Läufer gleichlaufend mit dem Ständerstrom und dem Drehfeld. Wir haben also im Läufer wie im Ständer sowohl bei Stillstand, als auch beim Lauf eine sich im Gleichlauf drehende Erregung. Der Begriff des sich im Raume gleichlaufend drehenden Läuferstromes ist von der größten Wichtigkeit für das Verständnis des Drehstrommotors. Er ist allerdings nicht ganz leicht zu fassen, da bei Betrieb die Läuferdrähte in Bewegung sind und sich in Richtung des Drehfeldes und des umlaufenden Ständerstromes, also auch in Richtung der eigenen umlaufenden Läufererregung drehen. Am besten stellt man sich die umlaufenden Läuferströme ganz losgelöst von den Leitern vor, so daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Leiter ein Strom gerade fließt, und ob sich die Leiter drehen oder nicht.

Bild 405 zeigt ferner, daß der Strom in der Spulenseite des Läufers am stärksten ist, die im stärksten Teile des den Läufer schneidenden Feldes liegt. Dennoch, oder vielmehr gerade deshalb bleibt der Strom eines Läuferzweiges um  $90^\circ$  hinter dem von diesem Zweig umfaßten Fluß zurück. Denn die Spulenseiten bei  $A$  und  $B$ , die den größten Strom führen, umfassen gerade den Fluß Null. Entsprechend bleibt daher der Strahl  $X_2$ , der den Läuferstrom darstellt, gegen den umfaßten Fluß, der durch  $X$  dargestellt wird, um  $90^\circ$  zurück.

Wir beachten nun, daß das Feld nicht nur durch den Läufer, sondern auch durch den Ständer schneidet, daß also der Höchstwert der Spannung im Ständer ebenfalls im gezeichneten Zeitpunkt bei  $A$  und  $B$  erzeugt wird. In dem bei  $C$  und  $D$  liegenden Ständerzweig, der gerade den größten Strom führt, ist also die größte erzeugte Spannung im gezeichneten Zeitpunkt bereits überschritten. Da unter Vernachlässigung des inneren Wirkwiderstandes die erzeugte Spannung genau entgegengesetzte Phase hat wie die Klemmenspannung, so ergibt sich, daß der Ständerstrom hinter der Klemmenspannung um den gezeichneten Winkel  $\varphi$  zurückbleibt.

Die verhältnismäßig große Phasenverschiebung der Drehstrommotoren ist darin begründet, daß sie als Induktionsmotoren sich ihr

eigenes Feld schaffen und dazu wegen des Luftzwischenraumes ein starker Blindstrom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Obgleich man den Abstand zwischen Ständer und Läufer oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird  $\cos \varphi = 0,9$  nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren überschritten.

Wir wollen die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Drehzahl oder Schlüpfung darstellen. Die im Ständer erzeugte Spannung  $E_1$  ist von dem Fluße  $\Phi$  abhängig, der beim streuungslosen Motor dem Ständer und Läufer gemeinsam ist, außerdem von der Frequenz  $f$  und der Drahtzahl des Ständers, sowie von dem Wicklungsfaktor  $f_w$ , der bei der Breite der Spulenseite von  $\frac{1}{3}$  der Polteilung gleich 0,955 ist. Wenn  $z_1$  die Drahtzahl eines Ständerzweiges ist, so wird die in einem Zweig erzeugte Spannung:

$$E_1 = 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot f \cdot z_1 \cdot 10^{-8}.$$

Vernachlässigen wir den Verlust durch den Wirkwiderstand des Ständers, so ist die erzeugte Spannung entgegengesetzt gleich der Klemmenspannung, also unveränderlich. Demnach ist nach der obigen Gleichung der Fluß  $\Phi$  unveränderlich.

Wenn nun das Feld mit einer der Schlüpfung entsprechenden Frequenz  $s \cdot f$  durch die Läuferdrähte schneidet, so erzeugt es in ihnen die Spannung

$$E_2 = 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Der Einfachheit wegen setzen wir im Läufer Phasenwicklung voraus, so daß  $f_w$  für Läufer und Ständer denselben Wert hat.

Wenn  $R_2$  der Widerstand eines Läuferzweiges ist, so ergibt sich der Läuferstrom zu  $I_2 = E_2/R_2$ , er ist also nach der obigen Gleichung für  $E_2$  der Schlüpfung proportional. Wenn also  $C_1$  einen Festwert bedeutet, so wird

$$I_2 = C_1 \cdot s. \quad (2)$$

Beim Motor mit Streuung würde dies jedoch bei starken Belastungen nicht mehr zutreffen.

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (12) auf S. 386 aus dem Läuferstrom  $I_2$  mal dem Fluß  $\Phi$ . Dieser ist in unserem Falle unveränderlich, während der Läuferstrom der Schlüpfung proportional ist. Wenn  $C_2$  daher einen Festwert bedeutet, so erhalten wir:

$$D = C_2 \cdot s. \quad (3)$$

Die auf den Läufer übertragene Leistung  $N_a$  ist nach Gleichung (14) auf S. 387 ebenfalls dem Fluß und dem Läuferstrom proportional. Da der Fluß unveränderlich ist, so ist sie der Schlüpfung proportional. Wenn also  $C_3$  einen Festwert bedeutet, so ergibt sich:

$$N_a = C_3 \cdot s. \quad (4)$$

Die mechanische Leistung  $N_2$  ergibt sich endlich, wenn wir von der auf den Läufer übertragenen Leistung den Verlust durch Stromwärme im Läufer abziehen. Nun ist dieser Verlust dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Wenn also  $C_4$  einen Festwert und  $R_2$  den Läuferwiderstand für einen Zweig bedeutet, so ist

$$N_2 = N_a - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = C_3 \cdot s - C_4 \cdot s^2. \quad (5)$$

Wir tragen nun in Bild 406 die Drehzahl wagerecht und den Läuferstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die

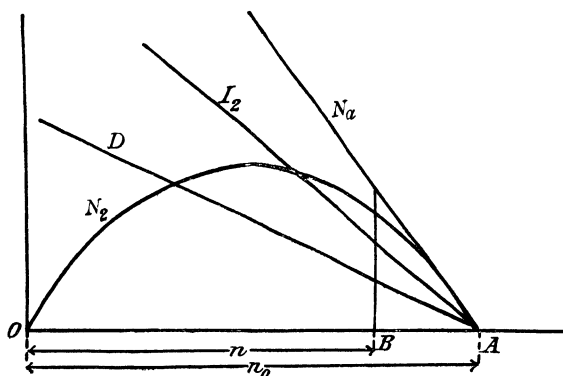


Bild 406. Stromstärke, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Drehstrommotors in Abhängigkeit von der Drehzahl.

mechanische Leistung senkrecht auf. Ist dann  $OA$  die Drehzahl  $n_0$  bei vollständigem Leerlauf und  $OB$  die Drehzahl  $n$  bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist  $OA - OB = BA$  der durch Schlüpfung verursachte Abfall in den Umdrehungen. Der Läuferstrom  $I_2$ , das Drehmoment  $D$  und die auf den Läufer übertragene Leistung  $N_a$  sind diesem Abfall proportional und werden daher durch die Senkrechten der Geraden dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung  $N_2$  durch die Senkrechte einer Parabel gegeben. Sie ist gleich Null im Punkte  $O$ , d. h. wenn die Drehzahl gleich Null ist, wenn also der Motor eingeschaltet, aber noch nicht in Bewegung gekommen ist, oder wenn er festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte  $A$ , also bei vollständigem Leerlauf. Der Betriebszustand, für den der Motor gebaut ist, liegt weit nach rechts, wo die Schlüpfung und der Verlust im Läufer gering sind, also der Wirkungsgrad hoch ist.

Der wirkliche Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen streuungslosen Motor wesentlich in bezug auf das Drehmoment beim Anlassen und die Überlastungsfähigkeit. Für das Anlassen, d. h. bei der Drehzahl Null, ergibt unsere Zeichnung ein besonders großes Drehmoment. Im Gegensatz dazu ist, wie bereits

auf S. 389 hervorgehoben wurde, das Anlaufmoment beim wirklichen Motor infolge der Streuung besonders klein, falls nicht Widerstand in den Läuferkreis geschaltet wird (vgl. Abschnitt 115).

### 113. Strombild für widerstandslosen Ständer.

Wir denken den Motor festgebremst. Der Läuferkreis werde durch einen Wirkwiderstand geschlossen und der Motor dann als Transformator untersucht. Wir wollen dabei zunächst einen bestimmten Zweig des Ständers und Läufers ins Auge fassen und den Läufer in einer solchen Lage festbremsen, daß beide Zweige sich genau gegenüberstehen. Der Motor verhält sich dann als Transformator bei Festbremsung und vorgeschaltetem Widerstand im Läuferkreis ebenso wie beim Lauf als Drehstrommotor. Für dieselbe Stromstärke im Ständer sind auch die Flüsse, die Leistungen und der Läuferstrom in beiden Fällen gleich.

Wenn wir die beim Transformator gewonnenen Ergebnisse auf den laufenden Motor übertragen, so müssen wir allerdings berücksichtigen, daß die Frequenz des Läuferstromes beim Lauf von der bei Festbremsung verschieden ist. Auch ändert ein einzelner Zweig des Läufers ständig seine Lage gegenüber einem einzelnen Ständerzweig. Wir müssen daher beim Lauf unter dem Läuferstrom ebenso wie unter dem Ständerstrom einen synchron mit dem Felde umlaufenden Strom verstehen.

Das Verhältnis der Windungen auf Ständer und Läufer werde vorläufig gleich Eins gesetzt. Die magnetische Durchlässigkeit werde bei allen Betriebszuständen als gleichbleibend angenommen.

Wenn wir den Ständerwiderstand vernachlässigen, so ist die im Ständer erzeugte Spannung entgegengesetzt gleich der Klemmenspannung, also unveränderlich. Damit ist auch der gesamte Ständer-

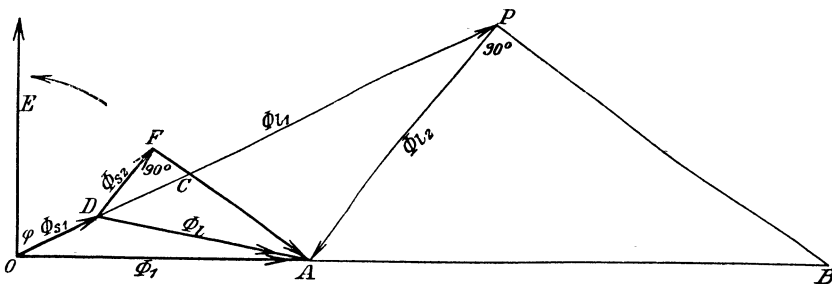


Bild 407. Magnetische Flüsse im Drehstrommotor.

fluß unveränderlich. Er bleibt um  $90^\circ$  hinter der Klemmenspannung zurück. Legen wir also in Bild 407 den Strahl der Klemmenspannung  $E$  senkrecht nach oben, so fällt der Strahl  $OA$  des gesamten Ständer-

flusses  $\Phi_1$  wagerecht nach rechts. Der Strahl des Ständerstromes falle in die Richtung  $OP$ , der des Läuferstromes in die Richtung  $PA$ .

Der gesamte Ständerfluß ist nun nach Bild 408 die Summe aus dem Ständerstreufuß  $\Phi_{s1} = OD$ , der in Phase mit dem Ständerstrom ist, und dem Luftfluß  $\Phi_l = DA$ . Dabei ist  $DA$  die Summe aus einem Luftfluß  $\Phi_{l1} = DP$ , den der Ständerstrom allein erzeugt, und einem Luftfluß  $\Phi_{l2} = PA$ , den der Läuferstrom allein erzeugt.

Bei Leerlauf durchdringt der Luftfluß in seiner vollen Stärke den Läufer. Bei Betrieb spaltet er sich nach Bild 408 in den Läuferstreufuß  $\Phi_{s2} = DF$  und den Läuferfluß  $\Phi = FA$ . Dies erklärt sich daraus, daß bei Betrieb der größte Teil der Ständererregung wie beim Transformator dazu dient, um die entgegengesetzt wirkende, vom Läufer ausgeübte Erregung aufzuheben oder ihr das Gleichgewicht zu halten. Infolge des Gegendruckes der Läufererregung wird dann ein Streufuß in den sekundären Streuweg gedrängt.

Da der Läuferstrom in die Richtung von  $PA$  fällt, so fällt der Teil des Ständerstromes, der dem Läuferstrom das Gleichgewicht hält, in die Richtung  $AP$ . Er treibt nach Bild 408 den Läuferstreufuß  $\Phi_{s2} = DF$ , der gleiche Phase mit  $AP$  hat, seitlich durch den Streuweg des Läufers. Nach dieser Anschauung wird also auch der Läuferstreufuß vom Ständerstrom erzeugt. Er hat dann entgegengesetzte Phase wie der Läuferstrom.

Der Rest  $FA$  ist dann der Teil des Luftflusses, der die Läuferwindungen durchsetzt, d. h. der Läuferfluß  $\Phi$  bei Betrieb. Er erzeugt im Läufer eine Spannung, die um  $90^\circ$  hinter dem Fluß zurückbleibt.

Da  $\Phi = FA$  den ganzen Fluß darstellt, der den Läuferkreis durchsetzt, so ist außerdem kein Selbstinduktionsfluß mehr vorhanden. Der Läuferstrom ist also in Phase mit der im Läufer durch diesen Fluß  $\Phi = FA$  erzeugten Spannung und bleibt wie diese um  $90^\circ$  gegen  $FA$  zurück. Demnach ist der Winkel  $DFA$  gleich  $90^\circ$ .

Bei Leerlauf, d. h. in diesem Falle bei Stillstand mit offenem Läufer, ist der Läuferstreufuß Null. Das feste Verhältnis des auf den Läufer übertragenen Flusses zum gesamten, vom Ständer erzeugten Fluß ist dann

$$\eta_1 = \frac{DP}{OD + DP} = \frac{DP}{OP}. \quad (6)$$

Ebenso ist bei Leerlauf mit Speisung vom Läufer, d. h. bei Stillstand und offenem Ständer, der Ständerstreufuß Null. Das feste

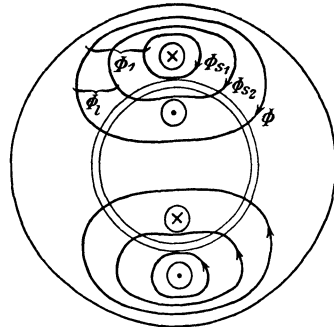


Bild 408.  
Magnetische Flüsse im Drehstrommotor.

Verhältnis des auf den Ständer übertragenen Flusses zu dem gesamten Läuferfluß ist dann

$$\eta_2 = \frac{PA}{PA + FD} = \frac{CP}{DP}. \quad (7)$$

$\eta_1$  und  $\eta_2$  sind mit den sog. Heylandschen Faktoren  $\tau_1$  und  $\tau_2$  durch die Gleichungen verknüpft:  $\eta_1 = 1/(1 + \tau_1)$  und  $\eta_2 = 1/(1 + \tau_2)$ . Wenn wir nun  $\eta_1 \cdot \eta_2$  bilden und  $PB$  in gleicher Richtung mit  $FA$  ziehen, so ist

$$\frac{AB}{OB} = \frac{CP}{OP} = \eta_1 \eta_2. \quad (8)$$

Da  $OA$  unveränderlich ist, so sind es auch  $AB$  und  $OB$ . Da weiter  $APB$  gleich  $90^\circ$  ist, so liegt  $P$  auf einem Kreis mit dem Durchmesser  $AB$ .

Nun ist der Ständerstrom dem von ihm erzeugten Fluß phasengleich und proportional. Demnach liegt auch der Endpunkt des

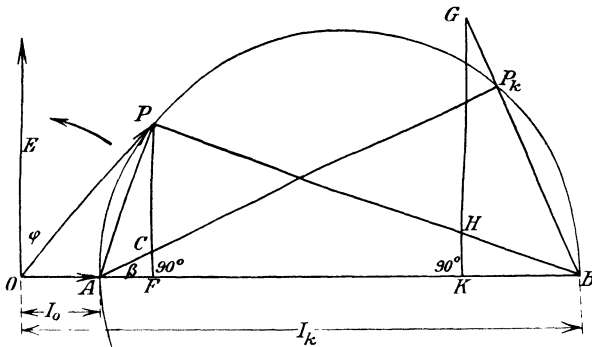


Bild 409. Strombild des Drehstrommotors.

Strahles  $OP$  des Ständerstromes  $I$  in Bild 409 auf einem Kreis. Da der Motor bei Leerlauf und bei Kurzschluß mit widerstandslosem Läuferkreis nur induktiven Widerstand darstellt, so bleiben Leerstrom und Kurzschlußstrom um  $90^\circ$  hinter der Spannung zurück, d. h.  $OA$  ist der Leerstrom  $I_0$  und  $OB$  der Kurzschlußstrom  $I_k$  bei widerstandslosem Läufer. (Heylandscher Kreis.)

Zwischen dem Kurzschlußstrom  $OB = I_k$  und dem Leerstrom  $OA = I_0$  besteht dann nach Gleichung (8) die Beziehung:

$$\frac{I_k}{I_0} = \frac{OB}{OB - AB} = \frac{1}{1 - \eta_1 \eta_2}. \quad (9)$$

Ferner folgt aus Bild 407 und Gleichung (6) das Verhältnis des Läuferstromes  $I_2$  zum Ständerstrom  $I$ :

$$\frac{I_2}{I} = \frac{PA}{DP} = \frac{PA}{\eta_1 OP}.$$

Wenn also im Strombild  $OP$  den Ständerstrom  $I$  darstellt, so ist  $PA/\eta_1$  der Läuferstrom  $I_2$ , oder mit Berücksichtigung der verschiedenen Drahtzahlen auf Ständer und Läufer

$$I_2 = \frac{PA}{\eta_1} \cdot \frac{z_1}{z_2}. \quad (10)$$

Anstatt den Läufer festgebremst zu denken, kann man auch für einen Betriebszustand beim Lauf das Strombild in der Weise entwickeln, daß man von den beiden durch den Ständer und Läufer einzeln erzeugten, synchron umlaufenden Feldern ausgeht und deren Wirkung auf einen feststehenden Ständerzweig und einen umlaufenden Läuferzweig untersucht <sup>1)</sup>. Der Einfachheit wegen trage der Läufer und Ständer Phasenwicklung.

Es sei  $L_1$  bzw.  $L_2$  die auf der Wirkung aller drei Zweige beruhende Gesamtinduktivität des Ständers bzw. Läufers, und  $M$  in demselben Sinne die gegenseitige Induktivität zwischen Ständer und Läufer. Bei gleicher Windungszahl ist  $M$  proportional dem übertragenen Fluß und  $L_1$  bzw.  $L_2$  proportional dem Gesamtfluß, wenn ein Teil mit 1 Amp. gespeist und der andere offen ist.

Die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher der feststehende Ständerzweig geschnitten wird, ist für die beiden synchron umlaufenden Felder, die vom Ständer und Läufer geschaffen werden, gleich der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Ständerstromes. Demnach ist im Ständer die Spannung  $E_{11}$  der Selbstinduktion und die Spannung  $E_{21}$  der gegenseitigen Induktion

$$E_{11} = L_1 \omega I \quad E_{21} = M \omega I_2.$$

Dabei bleibt  $E_{11}$  um  $90^\circ$  gegen den Ständerstrom  $I$  zurück. Beide Spannungen ergeben nach Bild 410 eine Summe  $OA$ , die willkürlich

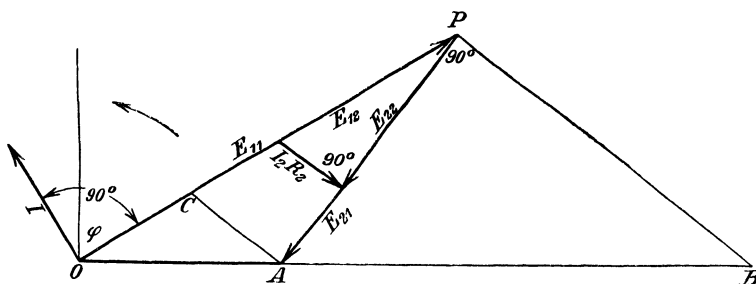


Bild 410. Ableitung des Strombildes aus dem Spannungsbild.

wagrecht nach rechts gelegt ist. Da sie der gleichbleibenden Klemmenspannung unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes entgegengesetzt gleich ist, so ist  $AO$  die Klemmenspannung. Der

<sup>1)</sup> Rogowski, Zeitschr. f. Elektrotechnik u. Maschinenbau, 1909, S. 513.



Winkel  $\varphi$ , um den der Strom hinter der Klemmenspannung zurückbleibt, ist dann gleich dem Winkel, um den  $E_{11}$  gegen die Richtung der positiven senkrechten Achse zurückbleibt.

Ist weiter  $s$  die Schlüpfung, so schneidet sowohl das vom Ständer als auch das vom Läufer erzeugte Drehfeld durch den umlaufenden Läuferzweig mit der Winkelgeschwindigkeit  $s\omega$ . Demnach wird die Spannung der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion im Läufer

$$E_{22} = L_2 \cdot s\omega \cdot I_2 \qquad E_{12} = M \cdot s\omega \cdot I.$$

Beide Spannungen ergeben als Summe den Spannungsverbrauch  $I_2 R_2$  durch den Wirkwiderstand  $R_2$  des Läufers (Bild 410).  $I_2 \cdot R_2$  eilt gegen die vom Strom  $I_2$  erzeugte Spannung  $E_{22}$  um  $90^\circ$  vor.

Nun ist allerdings die Winkelgeschwindigkeit für die Spannungen im Läufer und Ständer verschieden. Indessen ist der Winkel zwischen  $E_{11}$  und  $E_{21}$  derselbe wie zwischen  $E_{12}$  und  $E_{22}$ , da er durch den Phasenunterschied der beiden umlaufenden Felder gegeben ist. Für einen bestimmten Zeitpunkt fällt also  $E_{22}$  in die Richtung von  $E_{21}$ , wenn  $E_{12}$  in die Richtung von  $E_{11}$  fällt.

Ziehen wir nun  $CA$  und  $PB$  in Richtung von  $I_2 R_2$ , so wird  $CP = E_{12} \cdot E_{21}/E_{22}$ , d. h.

$$\frac{AB}{OB} = \frac{CP}{E_{11}} = \frac{E_{12}}{E_{11}} \cdot \frac{E_{21}}{E_{22}} = \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2}. \quad (11)$$

Nun unterscheidet sich die gegenseitige Induktivität von der Selbstinduktivität durch  $\eta_1$  bzw.  $\eta_2$  und durch das Windungsverhältnis, d. h. es ist

$$M = \eta_1 \cdot L_1 \cdot \frac{z_2}{z_1} = \eta_2 L_2 \frac{z_1}{z_2}. \quad (12)$$

Gleichung (11) nimmt daher wie früher die Form an:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{M^2}{L_1 L_2} = \eta_1 \eta_2. \quad (13)$$

Der Endpunkt des Strahles  $E_{11}$  liegt also auf einem Kreise über dem Durchmesser  $AB$ . Da  $E_{11}$  proportional dem Ständerstrom  $I$  ist, so ist  $OP$  wie früher unter Änderung des Maßstabes der Ständerstrom. Da der Winkel zwischen  $OP$  und der senkrechten Achse gleich  $\varphi$  ist, so fällt der Strahl der Klemmenspannung im Strombild nach oben in die senkrechte Achse.

#### 114. Leistung, Drehmoment und Schlüpfung.

In Bild 409 ist  $E$  die Ständerspannung und  $PF = I \cdot \cos \varphi$  der Ständerwirkstrom, beides für einen Zweig. Dann ist die zugeführte Leistung

$$N_1 = 3 \cdot E \cdot I \cos \varphi = 3E \cdot PF. \quad (14)$$

Sie ist unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes und des Ver-

lustes durch Ummagnetisierung gleich der auf den Läufer übertragenen Leistung  $N_a$ . Diese wird durch das mit der räumlichen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_m = 2\pi f/p$  umlaufende Feld übertragen, gleichgültig, ob der Läufer sich dreht oder unter Einschaltung von Widerstand in den Läuferkreis festgebremst ist. Wenn wir also die Leistung  $N_a = 3E \cdot PF$  durch  $\omega_m \cdot 9,81$  teilen, erhalten wir das Drehmoment in mkg zu

$$D = \frac{3E \cdot PF}{9,81 \omega_m} = \frac{3E \cdot p}{9,81 \cdot 2\pi \cdot f} \cdot PF. \quad (15)$$

Von der auf den Läufer übertragenen Leistung wird der Betrag  $3 \cdot I_2^2 R_2$  in Stromwärme umgesetzt. Dabei ist nach Gl. (10) auf S. 399.

$$I_2^2 = \frac{PA^2}{\eta_1^2} \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2}.$$

Nun ist in Bild 409 unter Benutzung eines bekannten Satzes der Planimetrie, wenn  $OB$  gleich  $I_k$  gesetzt wird,  $PA^2 = AF \cdot (I_k - I_0)$ . Demnach ist die Stromwärme in einem Zweige, wenn wir rechts mit  $E$  erweitern

$$I_2^2 R_2 = E \cdot \frac{(I_k - I_0) \cdot R_2}{E} \cdot \frac{z_1^2}{\eta_1^2 \cdot z_2^2} \cdot AF.$$

Wir lassen nun den Strahl  $AP_k$  gegen  $AB$  um einen Winkel  $\beta$  vor-eilen, so daß die Gleichung erfüllt ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{(I_k - I_0) \cdot R_2}{E} \cdot \frac{z_1^2}{\eta_1^2 \cdot z_2^2}. \quad (16)$$

Dann wird  $I_2^2 \cdot R_2 = E \cdot AF \cdot \operatorname{tg} \beta = E \cdot CF$ . Demnach ist der Rest  $E \cdot PC$  die von einem Läuferzweig abgegebene Leistung, die bei Festbremsung in Stromwärme umgesetzt und beim Lauf als mechanische Leistung abgegeben wird. Die abgegebene Leistung aller drei Zweige ist also

$$N_2 = 3E \cdot PC. \quad (17)$$

Sie schließt die Reibungsverluste mit ein. Fällt  $P$  mit  $P_k$  zusammen, so wird  $PC$  gleich Null, der Punkt  $P_k$  entspricht also dem Kurzschluß unter Berücksichtigung des Läuferwiderstandes und Vernachlässigung des Ständerwiderstandes.

Die Schlüpfung ist gleich dem Verhältnis der Stromwärme im Läufer zu der auf den Läufer übertragenen Leistung, sie ist also gleich dem Verhältnis  $CF : PF$ . Da  $CF$  proportional  $AF$  ist, so ist die Schlüpfung proportional der Tangente des Winkels  $FPA$ . Solange nun die Belastung gering ist, liegt  $P$  ganz im linken Teil des Strombildes, und die Tangente des Winkels  $FPA$  d. h. die des gleichgroßen Winkels  $PBF$  ist dann fast proportional  $PF$ . Bei kleinen Belastungen ergibt sich also auch hier, daß die Schlüpfung dem Drehmoment proportional ist.

Wir fällen nun von einem beliebigen Punkt  $G$  des Strahles  $BP_k$  das

Lot auf  $AB$ . Da die Dreiecke  $AFP$  und  $HKB$  und anderseits  $CF A$  und  $BK G$  einander ähnlich sind, so folgt

$$s = \frac{CF}{PF} = \frac{CF}{AF} \cdot \frac{AF}{PF} = \frac{BK}{GK} \cdot \frac{HK}{BK} = \frac{HK}{GK}. \quad (18)$$

Wählen wir also  $G$  so, daß das Lot  $GK$  gleich 100 mm ist, so gibt uns  $HK$  in mm unmittelbar die prozentische Schlüpfung.

Bei gegebenem Winkel  $\beta$ , d. h. gegebenem Widerstand im Läuferkreis, wird die Schlüpfung um so größer, je weiter  $P$  auf dem Kreise nach rechts rückt. Anderseits wird die Schlüpfung bei gegebener Belastung, also gegebenem Werte von  $PF$ , um so größer, je weiter  $P_k$  nach links liegt, d. h. je größer  $\tan \beta$  und damit  $R_2$  ist. Man kann also durch Einschalten von Widerstand im Läuferkreis die Schlüpfung vergrößern, d. h. die Drehzahl verringern.

Wir betrachten nun einen Betriebszustand, bei dem die Schlüpfung größer ist als Eins. Das ist z. B. der Fall, wenn bei einem

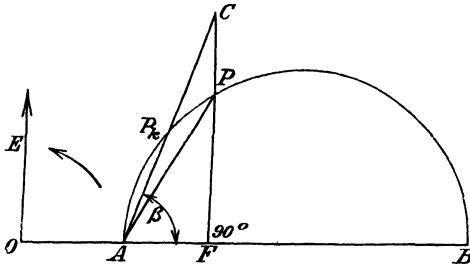


Bild 411. Schlüpfung größer als Eins.

im Hubsinne eingeschalteten Kranmotor so viel Widerstand in den Läuferkreis eingeschaltet wird, daß das Drehmoment nicht zum Ziehen der Last genügt. Die Last zieht dann den Motor, dessen Drehfeld im Hubsinne umläuft, im Senksinne durch. Die

auf diese Weise mechanisch zugeführte Arbeit und die dem Ständers elektrisch zugeführte Arbeit setzen sich im Widerstand des Läuferkreises in Stromwärme um, und der Motor wird dadurch gebremst (Gegenstrom-Senkbremsung). Für einen solchen Betriebszustand liegt der Endpunkt  $P$  des Strahles des Ständerstromes, von  $A$  aus gesehen, jenseits des Kurzschlußpunktes  $P_k$ , der selbst infolge des großen, im Läuferkreis eingeschalteten Widerstandes stark nach links gerückt ist (Bild 411). Der Schnittpunkt  $C$  des Strahles  $P_k$  mit  $PF$  fällt jetzt in die Verlängerung von  $FP$ . Wie früher gibt uns jetzt

$PF$  die elektrisch zugeführte Leistung und gleichzeitig das Drehmoment, das durch das Lastmoment gegeben ist.

$PC$  die jetzt negative, d. h. vom Motor aufgenommene mechanische Leistung.

$CF$  die im Läuferkreis in Wärme umgesetzte Leistung.

$CF : PF$  die Schlüpfung } bezogen auf die synchrone Drehzahl.  
 $PC : PF$  die Drehzahl }

Will man die Drehzahl im Senksinne steigern, so muß man bei gegebener Last, also bei der gegebenen Senkrechten  $PF$ , die Strecke

$PC$  vergrößern, also  $P_k$  nach links rücken, d. h.  $\beta$  vergrößern. Dies geschieht nach Gleichung (17) durch eine Vergrößerung des Widerstandes im Rotorkreis, die also jetzt die Drehzahl erhöht.

Von Wichtigkeit ist ferner der Fall, wo der Punkt  $P$  in Bild 409 auf dem Kreise nach links rückt, bis er unterhalb der wagerechten Achse liegt. Dieser Fall tritt ein, wenn ein Motor im Drehsinne des Feldes von außen mit einer übersynchronen Geschwindigkeit angetrieben wird. Er wird dadurch zum asynchronen Stromerzeuger. Man benutzt dies ebenfalls zur Bremsung bei elektrischen Kranen. Dabei wird beim Übergang vom Heben zum Senken die Schaltung geändert, d. h. der Motor im Senksinne eingeschaltet, wie wenn er im Senksinne Arbeit leisten soll. Ist die Last sehr klein und die Reibung des Getriebes groß, so läuft die Maschine auch wirklich als Motor und bewegt dabei die Last nach abwärts. Überwiegt dagegen die Last über das Drehmoment der Reibung, so treibt sie die Maschine mit übersynchroner Geschwindigkeit als Stromerzeuger an. Die Schlüpfung und Leistung wird dabei negativ, d. h. die Maschine nimmt nicht elektrische Leistung auf, sondern sie gibt sie unter Verbrauch von mechanischer Leistung an das Drehstromnetz zurück und wird dadurch gebremst. Wenn im Läuferkreis nur der innere Widerstand des Läufers selbst enthalten ist, so ist die Drehzahl nur sehr wenig größer als die synchrone. Je mehr Widerstand dann in den Läuferkreis eingeschaltet wird, desto mehr nimmt die Drehzahl zu. Ebenso nimmt die Drehzahl durch Vergrößerung der Last zu.

Auch für Kraftwerke hat sich der asynchrone Stromerzeuger infolge der Einfachheit seiner Bauart eingeführt. Allerdings entnimmt die Maschine dann, wie früher als Motor, auch jetzt einen Magnetisierungsstrom aus dem Netz, das also beispielsweise gleichzeitig von einem synchronen Stromerzeuger gespeist werden muß. Der asynchrone Stromerzeuger kann aber auch den zu seiner Erregung erforderlichen Blindstrom dadurch erhalten, daß er auf einen übererregten Synchronmotor bzw. übererregten Einankerumformer arbeitet.

### 115. Leistungsfaktor, Kippmoment und Anzugsmoment.

Die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist nach Bild 409 am geringsten, wenn der Strahl des Ständerstromes den Kreis berührt. Für diesen Betriebszustand wird der Motor gebaut. Ist also  $M_0$  der Kreismittelpunkt und  $OP$  die Tangente, so ist der größte Leistungsfaktor, wenn  $OB = I_k$  gesetzt wird:

$$(\cos \varphi)_m = \frac{PM_0}{OM_0} = \frac{(I_k - I_0)/2}{(I_k + I_0)/2} = \frac{I_k - I_0}{I_k + I_0}. \quad (19)$$

Nach Gleichung (9) wird dann der größte Leistungsfaktor

$$(\cos \varphi)_m = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2}. \quad (20)$$

Er hängt also allein von der Streuung ab.

Die unten folgende Zahlentafel gibt den größten Leistungsfaktor für verschiedene Streufaktoren unter der Annahme, daß  $\eta_1$  gleich  $\eta_2$  ist. Wir erkennen, daß  $\cos \varphi = 0,9$  nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei  $\eta_1$  und  $\eta_2$  den verhältnismäßig hohen Wert 0,97 haben müssen.

Ferner ergibt sich aus Bild 409 der für den Leistungsfaktor günstigste Betriebsstrom  $I$ , dessen Strahl die Tangente an den Kreis bildet, durch die Gleichung

$$I = \sqrt{I_0 \cdot I_k} \quad \text{oder nach Gl. (9)} \quad \frac{I_0}{I} = \sqrt{1 - \eta_1 \eta_2}. \quad (21)$$

Die Werte von  $I_0/I$  sind in der folgenden Zahlentafel für verschiedene Streufaktoren angegeben. Man erkennt daraus, daß der Leerstrom  $1/5$  bis  $1/3$  des Betriebsstromes bei kleinster Phasenverschiebung ist. Obwohl dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom, der durch den Luftraum zwischen Ständer und Läufer veranlaßt wird, ein Blindstrom ist und als solcher keinen unmittelbaren Arbeitsverlust verursacht, so bildet er doch einen gewissen Nachteil des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2% im Ständer und Läufer ist der Leerstrom immer noch das 0,2fache des Betriebsstromes.

Um die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei der vorgeschriebenen Belastung mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der Strahl des Ständerstromes den Kreis berührt. Dann ist  $I \cdot (\cos \varphi)_m$  nach der Gleichung für  $D$  auf S. 401 ein Maß für das vorgeschriebene Drehmoment, während der Halbmesser  $(I_k - I_0)/2$  ein Maß für das Kippmoment, d. h. für das größte Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit mit Benutzung von Gleichung (9), (20) und (21) zu

$$\frac{(I_k - I_0)/2}{I(\cos \varphi)_m} = \frac{2 - \eta_1 \cdot \eta_2}{2\sqrt{1 - \eta_1 \eta_2}}. \quad (22)$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten senkrechten Reihe in der folgenden Zahlentafel berechnet.

$\eta_1 = \eta_2$	$(\cos \varphi)_m = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2}$	$\frac{I_0}{I} = \sqrt{1 - \eta_1 \eta_2}$	Überlastungsfähigkeit $= \frac{2 - \eta_1 \eta_2}{2\sqrt{1 - \eta_1 \eta_2}}$	$\frac{I_k}{I_0} = \frac{1}{1 - \eta_1 \eta_2}$
0,93	0,76	0,37	1,56	7,35
0,94	0,79	0,34	1,62	8,6
0,95	0,82	0,31	1,76	10,2
0,96	0,85	0,28	1,92	12,8
0,97	0,89	0,24	2,15	17
0,98	0,92	0,20	2,61	25

Man erkennt, daß eine Überlastung auf das Doppelte des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments nur selten überschritten wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so bauen, daß der Ständerstrom bei der vorgeschriebenen Belastung kleiner ist als die Tangente an den Kreis. Das wird den Winkel  $\varphi$  nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

Besonders wichtig ist das Anzugsmoment. Wenn der Läuferwiderstand gleich Null ist, so ist nach S. 398 der Anlaufstrom gleich  $OB$ . In diesem Falle ist auch die Senkrechte des Kreises und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null. Dies erklärt sich, wie früher, daraus, daß bei Kurzschluß der ganze Fluß aus dem Läufer in den Streuweg des Läufers gedrängt wird, so daß die Drähte des Läufers überhaupt nicht mehr in einem wirksamen Felde liegen.

Aber auch bei den wirklich vorkommenden Werten des Läuferwiderstandes liegt der Punkt  $P_k$  in Bild 409, der dem Anlaufen entspricht, sehr niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaßwiderstandes im Läuferkreis der Widerstand  $R_2$  beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der Gleichung für  $\operatorname{tg} \beta$  auf S. 401 der Strahl  $AP_k$  steiler, so daß das Drehmoment beim Anlassen vergrößert wird.

In der letzten Reihe der Zahlentafel ist noch nach Gl. (9) das Verhältnis des Kurzschlußstromes zum Leerstrom aufgetragen.

### 116. Das genaue Heylandsche Strombild.

Der geometrische Ort für den Endpunkt des Strahles des Ständerstromes mit Berücksichtigung des Ständerwiderstandes  $R$  ist schon im Jahre 1894 auf planimetrischem Wege von Heyland in seiner ursprünglichen Veröffentlichung abgeleitet.<sup>1)</sup> Dies blieb aber längere Zeit unbekannt. Ossanna gab dann im Jahre 1899 eine Ableitung auf analytischem Wege.<sup>2)</sup> Diesen Weg schlug auch der Verfasser 1903 ein, indem er nach dem Vorgang von Behrend den Spannungsverlust im Ständerwiderstand durch eine Erhöhung der Klemmenspannung ausglich und dann das Strombild entsprechend der Betriebsspannung verkleinerte.<sup>3)</sup> Für diese Verkleinerung gab Stehr einen äußerst einfachen planimetrischen Weg an, den Pichelmayer 1908 veröffentlichte.<sup>4)</sup> Mit Hilfe der Inversion ist la Cour im Jahre 1909 zum Ziel gekommen.<sup>5)</sup> Dieser Weg zur Aufstellung des Strombildes wurde von uns bereits in Abschnitt 78 benutzt. Ein

1) ETZ 1894, S. 561.

2) Zeitschrift für Elektrotechnik 1899, S. 223.

3) Kurzes L-hrbuch der Elektrotechnik. Berlin 1903.

4) Pichelmayer, Der Dynamobau. Leipzig 1908, S. 306.

5) Arnold-la-Cour, Wechselstromtechnik. Bd. V. Berlin 1909.

weiterer Weg, den Petersen eingeschlagen hat,<sup>1)</sup> liegt in der symbolischen Behandlung der Ersatzschaltung (vgl. Abschnitt 78).

Von allen diesen Wegen führt der rein analytische am sichersten und ohne Kunstgriff zum Ziel, aber die Rechnung wird unbequem. Einfacher kommen wir auf dem Stehr-Pichelmayerschen Wege zum Ziel. Das Strombild für widerstandslosen Ständer, d. h. der Kreis in Bild 412 mit dem Mittelpunkt  $M_0$ , gilt auch für den Motor mit

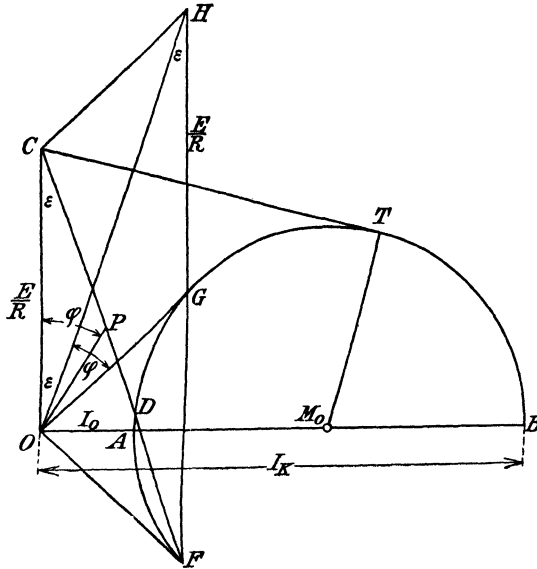


Bild 412. Ermittlung des Ständerstromes nach Stehr-Pichelmayer.

Ständerwiderstand, wenn nicht die Klemmenspannung, sondern die erzeugte Gegenspannung im Ständer bei allen Betriebszuständen gleich ist. Diese Gegenspannung sei in ihrem Betrage gleich der vorgeschriebenen Netzspannung  $E$ .  $I_0$  in Bild 412 ist daher der Leerstrom des Motors mit widerstandslosem Ständer bei der gewöhnlichen Netzspannung. Wir gleichen nun den Spannungsverlust durch den Wirkwiderstand im Ständer durch eine Erhöhung der Klemmenspannung gegenüber der gewöhnlichen Netzspannung aus. Das Spannungsdreieck für den Ständer ist dann ähnlich dem Dreieck  $O G H$ , und zwar ist  $O G$  der Ohmsche Spannungsverlust  $I \cdot R$ ,  $G H$  der Spannungsverbrauch zur Überwindung der gleichbleibenden Gegenspannung und  $O H$  die erhöhte Klemmenspannung. Wir teilen die drei Seiten durch den Ständerwiderstand  $R$ . Dann wird aus dem Spannungsverlust  $I \cdot R$  der Ständerstrom  $O G = I$ . Aus der Spannung  $G H$ , die gegen  $I_0$  um  $90^\circ$  voreilt, wird  $E/R$ , und  $O H$  ist die erhöhte Klemmenspannung, geteilt durch  $R$ .

<sup>1)</sup> Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik. Bd. II. Stuttgart 1908.

Wir haben dann das Dreieck  $O G H$  im Verhältnis  $G H : O H$  zu verkleinern so, daß die Länge des Strahles  $O H$  gleich  $E/R$  wird. Diesen Strahl haben wir in irgendeiner Richtung festzulegen. Wir drehen daher das Dreieck  $O G H$  unter gleichzeitiger Verkleinerung zum Dreieck  $O P C$  so weit, daß  $O H$  mit  $O C = E/R$  zusammenfällt. Dann gibt  $O P$  den Ständerstrom unter Berücksichtigung des Ständerwiderstandes bei der gewöhnlichen Netzspannung, deren Strahl in der Richtung  $O C$  festliegt.

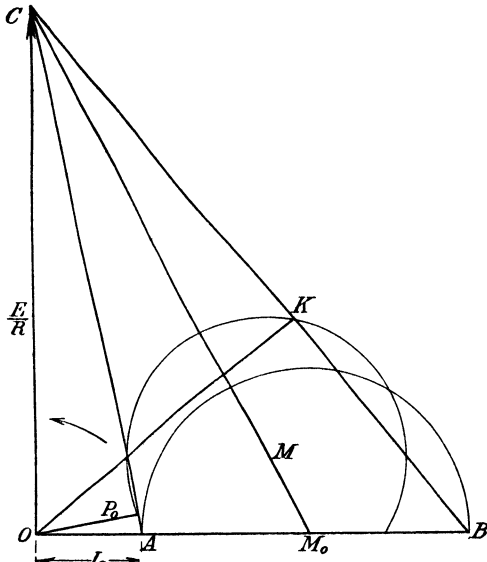


Bild 418. Zeichnung des genauen Kreises.

$CP$  schneide nun den Kreis in  $D$  und  $F$ . Da die drei Winkel  $\varepsilon$  einander gleich sind, so ist  $CF$  gleich  $OH$  und  $OF = CH = OG$ , und  $F$  liegt auf der Verlängerung von  $H G$ . Demnach ist:

$$\frac{CP}{E/R} = \frac{E/R}{HO} = \frac{E/R}{CF} \tag{23}$$

Nun ist das Quadrat der Tangente von  $C$  an den Kreis:

$$\overline{CM_0}^2 - \overline{AM_0}^2 = \frac{E^2}{R^2} + \overline{OM_0}^2 - \overline{AM_0}^2.$$

Da das Quadrat der Tangente gleich  $CD \cdot CF$  ist und  $OM_0^2 - AM_0^2 = I_0 \cdot I_k$  ist, so erhalten wir

$$CD \cdot CF = \frac{E^2}{R^2} + I_0 \cdot I_k \tag{24}$$

Wir erweitern nun die rechte Seite der Gleichung (23) mit  $CD$  und erhalten mit Benutzung von Gleichung (24)

$$CP = CD \cdot \frac{E^2}{E^2 + I_0 \cdot I_k \cdot R^2}.$$

Ist dann

$$c = \frac{E^2}{E^2 + I_0 \cdot I_k \cdot R^2} \tag{25}$$

so wird

$$CP = c \cdot CD \tag{26}$$



Da  $CD$  der Strahl eines Kreises ist, so ist  $CP$  der Strahl eines zweiten Kreises, der mit dem ersten den Ähnlichkeitspunkt  $C$  hat. Sein Mittelpunkt  $M$  ist gegeben durch  $CM = c \cdot CM_0$ . Nach Bild 413 ergeben sich dann die Koordinaten  $p$  und  $q$  des Mittelpunkts und der Halbmesser  $r$  zu

$$p = c \cdot OM_0 = c \cdot \frac{I_0 + I_k}{2} \quad q = (1 - c) \frac{E}{R} \quad r = c \left( \frac{I_k - I_0}{2} \right).$$

Dies sind dieselben Werte, die wir mit Hilfe der Inversion nach S. 255 finden. Die Übereinstimmung ergibt sich, wenn wir dort  $x_0 = \frac{E_1}{I_0}$  und  $x_k = \frac{E_1}{I_k}$  setzen.

Bei einem Motor von 440 kW der Gesellschaft Oerlikon<sup>1)</sup> ist

$$E = 1900 \quad I_0 = 36 \quad R = 0,4 \quad \eta_1 = \eta_2 = 0,946.$$

Dann wird nach Gleichung (9)  $I_k = I_0 / (1 - \eta_1 \eta_2) = 342$  also

$$c = \frac{E^2}{E^2 + I_0 \cdot I_k \cdot R^2} = \frac{3610 \cdot 10^3}{3612 \cdot 10^3}.$$

Dieser Wert liegt so nahe bei Eins, daß der Halbmesser und die Entfernung des Mittelpunkts von der senkrechten Achse gleich den Werten bei widerstandslosem Ständer gesetzt werden können. Die Entfernung des Mittelpunkts von der wagerechten Achse wird

$$(1 - c) \frac{E}{R} = \frac{2}{3612} \cdot \frac{1900}{0,4} = 2,6 \text{ Amp.}$$

Sie ist im vorliegenden Falle, wie bei allen großen Motoren, so klein, daß sie gleich Null gesetzt werden kann. Nur bei kleinen Motoren, deren Ständerwiderstand stärker ins Gewicht fällt, hat die Verrückung des Mittelpunktes nach oben eine Bedeutung. Sie hat zur Folge, daß der größte Leistungsfaktor größer ist als bei widerstandslosem Ständer.

$F$  und  $G$  fallen bei Leerlauf mit dem Endpunkt des Strahles  $I_0$  und bei ideellem Kurzschluß mit widerstandslosem Läufer mit  $B$  zusammen. Bei Berücksichtigung des Ständerwiderstandes liegt also der Endpunkt  $P_0$  des Leerstromes in Bild 413 auf  $CA$  und der Endpunkt  $K$  des Kurzschlußstromes bei widerstandslosem Läufer auf  $CB$ . Dabei sind die erzeugten Gegenspannungen im Ständer proportional  $CP_0$  und  $CK$ . Da der Motor sich in beiden Fällen wie eine Drosselspule verhält, so liegen  $P_0$  und  $K$  auf einem Kreis über dem Durchmesser  $OC$ , sie lassen sich also zeichnen. Der genaue Kreis ist dann dadurch bestimmt, daß er durch  $P_0$  und  $K$  geht und sein Mittelpunkt  $M$  auf  $OM_0$  liegt. Es läßt sich nachweisen, daß  $CA$  und  $CB$  den Kreis in der Höhe des Mittelpunktes schneiden und der Schnittpunkt auf  $OK$  bzw. auf der Verlängerung von  $OP_0$  liegt.

<sup>1)</sup> Vgl. ETZ 1900, S. 1087.

Um den Endpunkt des Strahles für den wirklichen Kurzschlußstrom beim Läuferwiderstand  $R_2$  zu ermitteln, bestimmen wir nach S. 398 den Kurzschlußpunkt  $P_k$  zunächst für widerstandslosen Ständer, also auf dem Kreis um  $M_0$ , und verbinden den Punkt, der senkrecht unter ihm auf demselben Kreis liegt, mit  $C$ . Die Verbindungslinie schneidet den genauen Kreis im gesuchten Kurzschlußpunkt.

Im Prüffeld mißt man Spannung, Strom und Leistung bei Leerlauf, berechnet den Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung und zeichnet den Leerstrom  $OP_0$ . Als Leerstrom ist dabei der Strom des völlig unbelasteten, also auch reibungslosen Motors zu verstehen. Man hat also durch Antrieb mit einer Hilfsmaschine die Reibungsleistung gesondert zu beobachten und  $P_0$  um einen ihr entsprechenden Betrag gegenüber dem Endpunkt des Strahles des beobachteten Leerstromes nach unten zu verlegen.

Ebenso ermittelt man den Strahl des Kurzschlußstromes  $OP_k$ . Der Kurzschluß muß natürlich bei stark verringerter Spannung ausgeführt und der gemessene Kurzschlußstrom proportional auf die Betriebsspannung umgerechnet werden.

In derselben Weise führt man den Kurzschluß bei Speisung von der sekundären Seite aus und benutzt den dabei beobachteten Phasenwinkel  $\varphi_{k2}$  zur Zeichnung des Kreises nach Bild 266. Der ideelle Kurzschlußpunkt  $K$  bei widerstandslosem Läufer ergibt sich wie auf S. 259. In Bild 266 ist dann das Drehmoment der Strecke  $PB$  proportional und die relative Schlüpfung gleich dem Verhältnis  $AB : PB$ .

### 117. Vereinfachtes Strombild.

Vielfach wird ein in seinen Grundlagen von Heyland angegebenes vereinfachtes Strombild verwendet, bei dem ein den Verlusten im Ständer und Läufer entsprechender Betrag von den Senkrechten des ursprünglichen Kreises abgezogen wird.

Im vorigen Abschnitt hat sich ergeben, daß der Halbmesser des genauen Kreises fast genau gleich dem des ursprünglichen ist und der Mittelpunkt um eine sehr kleine Strecke fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt diese Strecke, lassen also den Kreis für den Motor mit Ständerwiderstand mit dem ursprünglichen Kreis zusammenfallen (Bild 414). Der Strahl der Ständerspannung fällt dabei wie früher in die senkrechte Achse, und die zugeführte Leistung ist:

$$N_1 = 3 \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot E \cdot PF. \quad (27)$$

Von dieser zugeführten Leistung ziehen wir nun die einzelnen Verluste ab. Dabei empfiehlt es sich, für die Stromwärme in einem Ständerzweig anstatt  $I^2 \cdot R$  den Betrag  $I^2 \cdot R - I_0^2 \cdot R$  einzuführen und  $I_0^2 \cdot R$  statt dessen zu den Reibungsverlusten hinzuzuschlagen.

Dies ist um so angemessener, als die bei Leerlauf gemessene Leistung neben den Reibungsverlusten den Betrag  $I_0^2 \cdot R$  mit einschließt. Wir

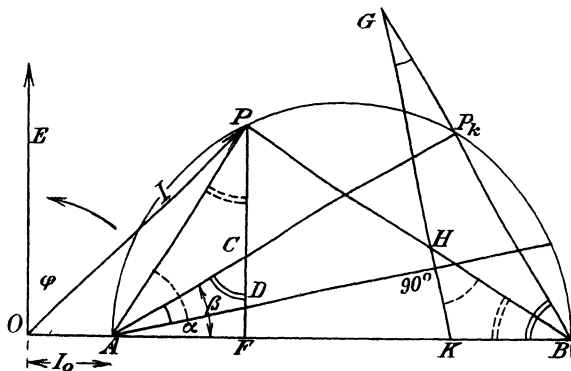


Bild 414. Vereinfachtes Strombild.

erhalten dann nach dem allgemeinen Pythagoras im Dreieck  $OAP$

$$I^2 - I_0^2 = \overline{AP}^2 + 2I_0 \cdot AF, \quad (28)$$

oder wenn wir  $OB = I_k$  und  $\overline{AP}^2 = AF \cdot (I_k - I_0)$  setzen:

$$(I^2 - I_0^2)R = AF \cdot (I_k + I_0) \cdot R. \quad (29)$$

Wir ziehen nun den Strahl  $AD$  so, daß der Winkel  $\alpha$ , den er mit dem Durchmesser bildet, der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(I_k + I_0) \cdot R}{E} \quad (30)$$

Dann ist

$$AF = DF / \operatorname{tg} \alpha, \quad (31) \quad \text{d. h. } 3(I^2 - I_0^2) \cdot R = 3 \cdot E \cdot DF. \quad (32)$$

Die auf den Läufer übertragene Leistung, die ein Maß für das Drehmoment einschl. des Drehmomentes der Reibung ist, ist dann

$$N_a = 3E(PF - DF) = 3E \cdot PD. \quad (33)$$

Der Verlust in einem Läuferzweig ist gleich  $I_2^2 \cdot R_2$ . Nun gilt mit großer Annäherung auch bei Berücksichtigung des Ständerwiderstandes nach S. 399 die Gleichung:

$$I_2 = \frac{AP \cdot z_1}{\eta_1 \cdot z_2}. \quad (34)$$

Wenn also  $\overline{AP}^2 = AF \cdot (I_k - I_0)$  gesetzt wird, so ist der Verlust in einem Läuferzweig

$$I_2^2 \cdot R_2 = AF \cdot (I_k - I_0) \cdot \frac{z_1^2}{\eta_1^2 z_2^2} \cdot R_2. \quad (35)$$

Wir ziehen nun den Strahl  $AP_k$  so, daß der Winkel  $\beta$ , den er mit dem Durchmesser bildet, der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha = \frac{(I_k - I_0) \cdot R_2}{E} \cdot \frac{z_1^2}{\eta_1^2 z_2^2}. \quad (36)$$

Dann ist  $CD = CF - DF = AF (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)$ , d. h.

$$3I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E \cdot CD. \quad (37)$$

Die mechanische Leistung ist dann

$$N_2 = 3E \cdot PC. \quad (38)$$

Von ihr hat man die Leerlaufleistung  $N_r$  abzuziehen, um die Nutzleistung zu erhalten.

Wir ziehen nun von einem beliebigen Punkt  $G$  des Strahles  $BP_k$  eine Senkrechte auf  $AD$ , welche  $PB$  in  $H$  und den Durchmesser in  $K$  schneidet. Dann sind die Dreiecke  $ADC$  und  $GKB$  und ebenso die Dreiecke  $ADP$  und  $HKB$  wegen Gleichheit der entsprechend bezeichneten Winkel einander ähnlich. Demnach ist die Schlüpfung  $s$  als das Verhältnis des Verlustes im Läufer zu der auf den Läufer übertragenen Leistung:

$$s = \frac{CD}{PD} = \frac{CD}{AD} \cdot \frac{AD}{PD} = \frac{KB}{GK} \cdot \frac{HK}{KB} = \frac{HK}{GK}. \quad (39)$$

Wird  $G$  so gewählt, daß  $GK$  gleich 100 mm wird, so liefert uns  $HK$  in mm unmittelbar die prozentische Schlüpfung. Wird anderseits  $G$  so gewählt, daß  $GK$  in mm gleich der synchronen Drehzahl, d. h. der Drehzahl des Drehfeldes oder gleich der Drehzahl des Läufers bei vollständigem Leerlauf ist, so ist  $GH$  in mm unmittelbar die Drehzahl  $n$  bei Betrieb.

Aus der Drehzahl in Verbindung mit der Nutzleistung  $N$ , die wir durch Abzug der Reibungsleistung  $N_r$  von der gesamten mechanischen Leistung  $N_2$  erhalten, ergibt sich dann das nutzbare Drehmoment, d. h. das Drehmoment der Nutzlast zu

$$D_n = \frac{N_2 - N_r}{\omega_m \cdot 9,81} = \frac{3E \cdot PC - N_r}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} = \frac{3E \cdot 60}{9,81 \cdot 2\pi} \cdot \frac{PC - N_r/3E}{n}. \quad (40)$$

Der Wirkungsgrad wird schließlich

$$\eta = \frac{N}{N_1} = \frac{PC - N_r/3E}{PF}. \quad (41)$$

Wir zeichnen das Strombild für einen Motor der Maschinenfabrik Oerlikon (Vgl. ETZ 1900, S. 1087). Der Motor ist für eine Leistung von 440 kW bei der besonders niedrigen Drehzahl von rund 75 Umdrehungen in der Minute gebaut. Diese niedrige Drehzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und, wie wir im 118. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde wurde statt der gewöhnlichen Frequenz 50 in der Sekunde die Frequenz  $f = 22,5$  gewählt, was natürlich nur möglich ist, wenn der Stromerzeuger gleichzeitig mit dem Motor entworfen wird. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu  $p = 60 f/n = 18$ . Der Durchmesser des Läufers ist rund 300 cm, der Luftabstand 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieck geschalteten Ständers ist  $E = 1900$  Volt. Der Ständerwiderstand ist  $R = 0,4$  Ohm für einen Zweig, der Läuferwiderstand  $R_2 = 0,016$  Ohm für einen Zweig. Die Drahtzahl eines Ständerzweiges ist  $z_1 = 864$ . Der Läufer besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Nuten untergebracht ist, so daß sich die Drahtzahl  $z_2$  eines Zweiges zu 143 ergibt.

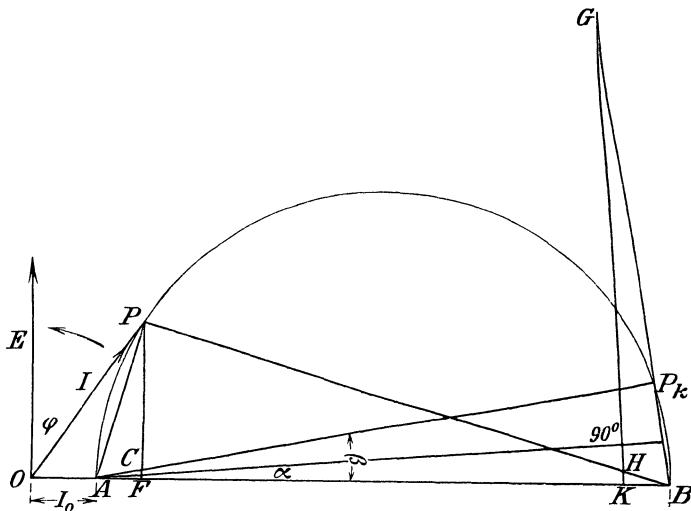


Bild 415. Vereinfachtes Strombild.

Der Leerstrom ist im Netzleiter 62 Amp., in einem Zweig also  $I_0 = 62/\sqrt{3} = 36$ . Der vorgeschriebene Betriebsstrom ist im Netzleiter 170 Ampere, in einem Zweig also  $I = 170/\sqrt{3} = 100$  Amp. Der gesamte Leerverlust wurde zu  $N_r = 16000$  Watt und der Streufaktor zu  $\eta_1 = \eta_2 = 0,946$  ermittelt.

Demnach erhalten wir in Bild 415

$$OA = I_0 = 36, \quad OB = I_k = \frac{I_0}{1 - \eta_1 \eta_2} = 342.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(I_k + I_0) \cdot R}{E} = 0,08,$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{(I_k - I_0) \cdot R_2}{E} \cdot \frac{z_1^2}{\eta_1^2 z_2^2} + \operatorname{tg} \alpha = 0,186.$$

Das nutzbare Drehmoment ist dann nach Gleichung (40), da  $N_r/3 E = 2,8$  ist:

$$D_n = 5550 \frac{PC - 2,8}{n}$$

und der Wirkungsgrad nach Gleichung (41)

$$\eta = \frac{PC - 2,8}{PF}.$$

Um die Drehzahl unmittelbar aus  $GH$  ablesen zu können, machen wir  $GK$  in mm gleich der synchronen Drehzahl, also gleich  $f \cdot 60/p = 75$  mm. In Wirklichkeit ist  $GK$  im Verhältnis 5 : 6 kleiner gewählt, so daß die abgelesenen Werte mit  $6/5$  zu vervielfachen sind.

Auf diese Weise ergibt sich für beliebige Werte des Ständerstromes  $I$  außerordentlich schnell die folgende Zahlentafel. Die dritte wagerechte Reihe entspricht dem vorgeschriebenen, in Bild 415 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte senkrechte Reihe enthält den Netzstrom, der sich bei der Dreieckschaltung des Ständers zu  $\sqrt{3} \cdot I$  ergibt.

$I =$ $OP$	$PC - 2,8$	$PF$	$\eta =$ $\frac{PC - 2,8}{PF}$	$n = GH$ in mm	$\cos \varphi =$ $\frac{PF}{OP}$	$D_n =$ $\frac{5550(PC - 2,8)}{n}$	$\sqrt{3} I$
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,793	64,8	0,57	9 700	490

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Bild 416 gezeichnet, wobei das nutzbare Drehmoment wagerecht aufgetragen

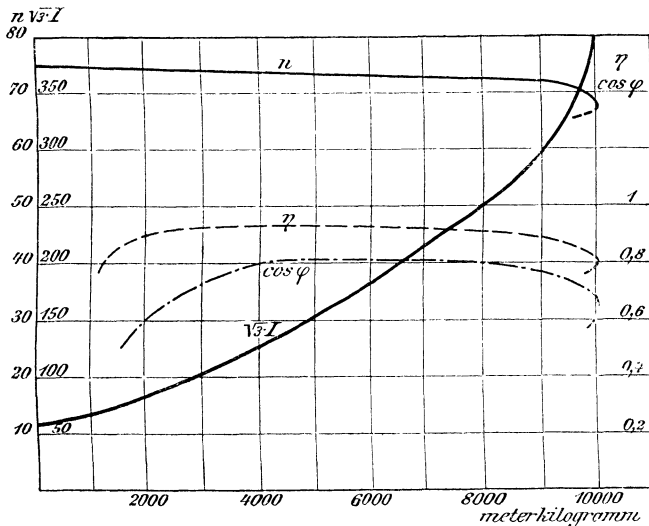


Bild 416. Elektrische und mechanische Größen des Drehstrommotors.

ist. Wie man sieht, ist das größte Drehmoment gleich 10000 mkg, während das Drehmoment beim vorgeschriebenen Betrieb etwa

5600 mkg beträgt. Der Motor kann also rund auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netz von 173 Ampere auf 421 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem rechten Teil des Strombildes entnommenen Werte treten daher im Gleichgewichtszustand nicht auf. Sie gelten nur für die Anlaufzeit oder auch für die Auslaufzeit, wenn der überlastete Motor allmählich zum Stillstand kommt.

Die Drehzahl ist beim vorgeschriebenen Betrieb gleich 73, die Schlüpfung also 2 auf 75 oder 2,7%. Bei stärkerer Belastung nimmt die Drehzahl dauernd ab und sinkt bei der höchsten Belastung auf 66,6.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der vorgeschriebenen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Höchstwertes über eine große Strecke fast wagerecht verlaufen. Es könnte auffallen, daß bei einem 440 Kilowatt-Motor nur ein Wirkungsgrad von rund 92% und ein Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 0,81$  erzielt wird. Im folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Drehzahl unseres Motors und die dadurch bedingte große Polzahl eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und ebenso der Wirkungsgrad ungünstig. Ein gewöhnlicher Motor derselben Gesellschaft für die gleiche Leistung und eine Drehzahl 370 bei der Frequenz 50 ergab z. B.  $\cos \varphi = 0,92$ ,  $\eta = 0,95$  und  $s = 1,5\%$ .

### 118. Der Streuungsfaktor.

Wie wir sahen, wird das Verhalten des Drehstrommotors im Betriebe wesentlich durch die Streufaktoren  $\eta_1$  und  $\eta_2$  bestimmt. Wir wollen nun untersuchen, wie diese durch den Versuch bestimmt werden können, und wodurch ihre Größe gegeben ist.

Wenn der Läufer Phasenwicklung besitzt, so legen wir eine Spannung  $E_{11}$  bei offenem Läufer an den Ständer und messen die Spannung  $E_{12}$  an den Schleifringen des Läufers. Ebenso legen wir bei offenem Ständer eine Spannung  $E_{22}$  an den Läufer und messen die Spannung  $E_{21}$  am Ständer. Unter der Voraussetzung, daß die Schaltung im Läufer dieselbe ist wie im Ständer, ist nach der Festsetzung von  $\eta_1$  und  $\eta_2$  auf S. 397 und 398

$$\eta_1 = \frac{E_{12}}{E_{11}} \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad (42) \qquad \eta_2 = \frac{E_{21}}{E_{22}} \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (43)$$

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{E_{12} \cdot E_{21}}{E_{11} \cdot E_{22}} \quad (44)$$

Diese Ermittlung der Streufaktoren ist aber nur dann zuverlässig, wenn die Spannungszeiger mit sehr großer Genauigkeit abgelesen werden können. Daß sie an sich richtig zeigen, ist auf den

Wert von  $\eta_1\eta_2$  von geringerem Einfluß, vorausgesetzt, daß sie bei beiden Messungen nicht vertauscht werden.

Es muß aber auch hier wieder darauf hingewiesen werden, daß die Eisensättigung einen störenden Einfluß ausübt. Selbst wenn die Sättigung im Ständerjoch und Läuferkern und in den Zähnen gering ist, kann eine Sättigung der Zahnstege den magnetischen Widerstand dieser Stege und damit den Streufluß stark beeinflussen. Da dieser Streufluß und damit die Sättigung von der Stromstärke abhängig ist, so ist der magnetische Widerstand des Streuweges bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Die Maschine arbeitet also bei Belastung günstiger, als nach den obigen Leerlaufmessungen angenommen wird.

Dadurch wird, strenggenommen, die Gültigkeit des Heyland-schen Strombildes beschränkt. Dieses gilt genau für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem zugrunde gelegten Wert von  $\eta_1$  und  $\eta_2$  entspricht. Es kommt daher vor allem darauf an, den Streufaktor für den vorgeschriebenen Betriebszustand zu ermitteln. Bei Motoren mit geringem Ständer- und Läuferwiderstand schließt man dazu den Läufer kurz und mißt den Kurzschlußstrom des Ständers bei ruhendem Läufer. Bei dem geringen Widerstande fällt dann der Strahl des Kurzschlußstromes  $OP_k$  in Bild 409 mit dem Strahl  $OB$  zusammen. Man erhält auf diese Weise  $OB = I_k$ . Dann wird nach Gl. (9)

$$\eta_1\eta_2 = \frac{I_k - I_0}{I_k}. \quad (45)$$

Nimmt man nun diese Beobachtung des Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Aber selbst wenn der Motor diese Stromstärke aushielte, würde die Messung kein brauchbares Ergebnis liefern, da die Sättigung der Zahnstege dabei weit größer ist als bei Betrieb. Man muß vielmehr eine solche Spannung an den Ständer legen, daß bei Kurzschluß gerade der vorgeschriebene Betriebsstrom durch den Ständer fließt. Dann ist beim Kurzschluß der Streufluß in den Zahnstegen, also auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und Nutzfeldes ebenso groß wie beim vorgeschriebenen Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemeingültigen Wert von  $\eta_1\eta_2$ , aber wenigstens den Wert für den vorgeschriebenen Betriebszustand. In den obigen Gleichungen ist dabei  $I_0$  der Leerstrom bei der verringerten Spannung.

Bei dem Motor auf S. 408 wurde z. B. nicht die Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannung von 390 bzw. 600 Volt an den Ständer gelegt. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme eines Zweiges zu 63,7 bzw. 116 Ampere. Der Leerstrom betrug bei 1900 Volt



36 Ampere, er berechnet sich also bei 390 bzw. 600 Volt zu 7,4 bzw. 11,4 Ampere.

Daraus erhalten wir nach Gleichung (45) bei einem Ständerstrom von 63,7 bzw. 116 Amp. einen Streufaktor

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{63,7 - 7,4}{63,7} = 0,884 \quad \text{bzw.} \quad \eta_1 \eta_2 = \frac{116 - 11,4}{116} = 0,901.$$

Die Messung zeigt deutlich, daß die relative Streuung mit zunehmendem Ständerstrom wegen der Sättigung der Zahnstege abnimmt. Der absolute Wert des Streuflusses wird natürlich bei wachsender Stromstärke größer.

Für den vorgeschriebenen Betriebsstrom von 100 Amp. in einem Zweig erhalten wir dann durch Interpolation zwischen  $I_k = 63,7$  und 116, bzw.  $\eta_1 \eta_2 = 0,884$  und 0,901 den Wert  $\eta_1 \eta_2 = 0,896$ . Wenn wir annehmen, daß  $\eta_1 = \eta_2$  ist, so ergibt sich daraus  $\eta_1 = \eta_2 = 0,946$ .

Ist der Ständer- und Läuferwiderstand nicht zu vernachlässigen, so kann nicht mehr angenommen werden, daß der Kurzschlußstrom mit  $OB$  zusammenfällt. In diesem Falle wird man das Strombild nach S. 257 zeichnen oder wie in Bild 417 punktweise aufnehmen und  $\eta_1 \eta_2$  als das Verhältnis des Durchmessers zur größten Abszisse berechnen. Bild 417 wurde

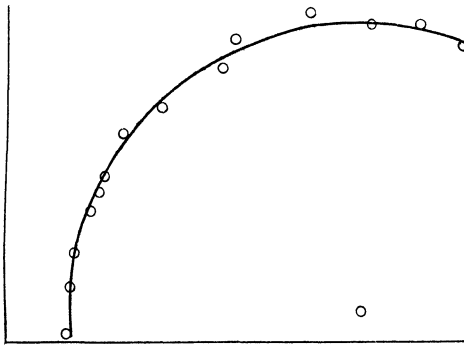


Bild 417. Strombild eines Drehstrommotors.

unter Festbremsung des Läufers an einem Motor von 1 Kilowatt aufgenommen.

Da der Leistungsfaktor und die Überlastungsfähigkeit unmittelbar vom Streufaktor  $\eta_1 \eta_2$  abhängen, so ergibt sich als erste Aufgabe beim Entwurf eines Drehstrommotors, die Streuung so weit wie möglich zu beschränken. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Nuten wegen des geringen Widerstandes des Streuweges vermieden werden muß. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die auch in bezug auf Herstellung der Wicklung günstigste ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand des Streupfades dabei am größten ist. Derartige Nuten veranlassen aber eine Erhöhung des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke und daher des Magnetisierungsstromes, so daß der Leistungsfaktor sehr ungünstig wird. In der Regel werden daher, wenigstens in Europa, halbgeschlossene Nuten verwendet.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Nuten für die Spulenseite anzuwenden, damit der Streufluß, der von den Stromdrähten einer Nut geschaffen wird, möglichst gering wird. Gleichzeitig wird der die ganze Spulenseite umfassende Streufluß geringer. Mit der Anzahl der Nuten nimmt nämlich auch die Anzahl der Zähne zu, und die Zahnfläche eines einzelnen Zahnes wird kleiner als bei geringer Nutenzahl. Der Teil des Streuflusses, der die ganze Spulenseite umfaßt und daher besonders schädlich ist, tritt dann aus einer kleinen Zahnfläche aus und ist daher verhältnismäßig gering.

Natürlich kann man in der Erhöhung der Nutenzahl nicht beliebig weit gehen, weil dann der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Spulenseite des Ständers in 3 bis 5, die des Läufers in 4 bis 7 Nuten unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß große Drehzahlen, d. h. kleine Polzahlen, in bezug auf Streuung günstig sind, da es bei großer Polteilung leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Nuten zu verteilen. Auch große Durchmesser bei kleiner Länge sind günstig, zumal da die geringe Länge einen geringen Nutzenstreufluß mit sich bringt. Allerdings erhöhen sich bei großem Durchmesser und geringer Eisenlänge die Kosten der Maschine. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung ohne besondere Mehrkosten erheblich steigern kann, wenn man beim Entwurf die Eisenlänge vergrößert. Auch ist bei großem Durchmesser der Einfluß der Stirnstreuung wieder größer, wodurch der Vorteil der verringerten Nutzenstreuung zum Teil wieder aufgehoben wird.

Ein weiteres Mittel zur Verringerung der Streuung ist die Verkleinerung des Luftspaltes. Der Fluß im Luftspalt steht für gleichen magnetisierenden Strom im umgekehrten Verhältnis zum Luftabstand, so daß die relative Streuung dem Luftabstand angenähert proportional ist.

Es ist nun von Wert, den Einfluß der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzelnen Motor verwenden, bei dem man zur Vergrößerung des Luftspaltes den Ständer oder Läufer abdreht. Dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern zugleich den magnetischen Widerstand der Zahnstege. Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren, mit verschieden großem Luftspalt, aber im übrigen genau von derselben Bauart, besonders also auch derselben Nutzenanordnung.

Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner ist die relative Streuung, desto größer also der größte Leistungsfaktor nach der Gleichung für  $(\cos \varphi)_m$  auf S. 403. Ebenso ist natürlich bei dem Motor mit geringerem Luftabstande der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung des durch die Klemmenspannung vorgeschriebenen Flusses genügt.

Das größte Drehmoment, das durch den Kreishalbmesser gegeben ist, ist dagegen bei beiden Motoren fast gleich. Um dies zu beweisen, schreiben wir den Durchmesser nach Gl. (9) auf S. 398

$$I_k - I_0 = \frac{I_0}{1 - \eta_1 \eta_2} - I_0 = \frac{\eta_1 \eta_2}{1 - \eta_1 \eta_2} \cdot I_0.$$

Darin ist  $\eta_1 \eta_2$  nicht stark von Eins verschieden, während  $1 - \eta_1 \eta_2$  die gesamte relative Streuung darstellt. Da der Motor mit dem größeren Leerstrom auch eine proportional größere relative Streuung besitzt, so ist der Durchmesser bei beiden Motoren derselbe. Das größte Drehmoment ist also fast unabhängig vom Luftabstand.

Von besonders großem Einfluß auf die Streuung ist nun die Frequenz bei gegebener Drehzahl, oder umgekehrt die Drehzahl bei gegebener Frequenz. Wir betrachten dazu zwei Motoren, deren Eisenstell dieselben Abmessungen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung und Leistung bestimmt sind. Die Frequenz sei in beiden Fällen  $f = 50/\text{sek}$ . Der eine Motor soll aber für die Drehzahl 1000, der andere für die Drehzahl 600 gewickelt sein. Beide Motoren sollen in bezug auf Ausnutzung des Nutenquerschnittes, Stromdichte und Anzahl der Stromdrähte für die Längeneinheit des Umfanges bei Betrieb gleich sein.

Wenn wir von der Verschiedenheit des Leistungsfaktors beider Motoren absehen, so ist bei gleicher Leistung und Spannung auch der Betriebsstrom in beiden Fällen gleich. Die Bedingung einer gleichen Zahl von Stromdrähten für die Längeneinheit des Umfanges ist dann gleichbedeutend mit gleicher gesamer Drahtzahl. Bei gleicher Nutenzahl haben wir dann auch dieselbe Drahtzahl in einer Nut.

Dagegen sind beide Motoren in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden. Nach der Gleichung:  $p = f \cdot 60/n$  muß der Motor bei der Drehzahl 600 die Polpaarzahl 5, bei der Drehzahl 1000 die Polpaarzahl 3 erhalten. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3 : 5. Auf dem ersten Motor (Bild 418) sind beispielsweise 3 Nuten für eine Spulenseite oder

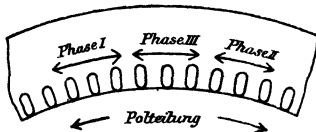


Bild 418.  $f = 50$ ,  $p = 5$ ,  $n = 600$ .

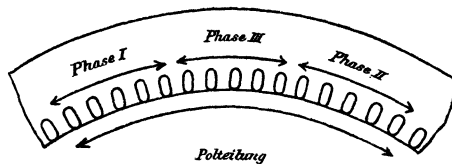


Bild 419.  $f = 50$ ,  $p = 3$ ,  $n = 1000$ .

9 Nuten für eine Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Nuten für eine Spulenseite oder 15 Nuten für eine Polteilung (Bild 419). Die Drahtzahlen einer Spulenseite verhalten sich also wie 3 : 5.

Da bei derselben Spannung, gesamer Drahtzahl und Frequenz der Fluß beider Motoren derselbe ist, die Polteilungen sich aber wie 3 : 5 verhalten, so verhalten sich die Induktionen wie 5 : 3. Der Motor mit der kleineren Drehzahl und größeren Polzahl hat also einen weit größeren Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme.

Ferner ist beim Leerlauf zur Erzeugung der größeren Induktion auch eine größere Erregung nötig. Da die Drahtzahl einer Spulenseite bei der kleineren Drehzahl nur  $3/5$  der Drahtzahl bei der größeren Drehzahl ist, so wird der Leerstrom  $(5/3)^2$  mal so groß.

Schwieriger gestaltet sich die Beurteilung, wenn wir den Streufaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir erhalten bei der Drehzahl 600, entsprechend der geringen Polbreite, einen im Verhältnis 5 : 3 größeren Widerstand des Luftfeldes als bei der Drehzahl 1000. Da nun nach S. 417 die relative Streuung angenähert dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß sie der Drehzahl umgekehrt proportional ist, und zwar unter der Voraussetzung, daß der Widerstand des Streufeldes bei beiden Motoren gleich ist. Wir würden auf diese Weise zum Ergebnis kommen, daß Motoren für eine große Drehzahl eine kleine relative Streuung aufweisen müssen. Es ist indessen etwas fraglich, ob wir mit demselben Widerstand des Streufeldes rechnen können, da die Kopfstreuung in Bild 419 infolge der größeren Stirnverbindungen größer ist als in Bild 418.

Bisher haben wir das Wesen der Streuung dahin aufgefaßt, daß ein Teil des vom Ständer erzeugten Flusses den Läufer nicht durchsetzt oder umgekehrt. Eine genaue Betrachtung<sup>1)</sup> lehrt indessen, daß die Streuung genauer als ein Verlust an Flußverkettungen und nicht nur als ein Verlust an magnetischem Fluß aufzufassen ist. Wenn man streng vorgehen will, muß man auf die Spannungen oder auf die damit proportionalen Flußverkettungen zurückgehen, wie dies schon auf S. 399 geschehen ist. Wenn ein vom Ständer erzeugter Fluß zwar in den Läufer dringt, aber mit den Läuferwindungen infolge Verschiedenheit der Nutenzahlen weniger verkettet ist als mit den Ständerwindungen, so hat dies denselben Einfluß wie ein Verlust durch Streuung. Man bezeichnet diese Erscheinung nicht gerade sehr zutreffend als die doppeltverkettete Streuung.

Wir wollen voraussetzen, daß der Motor gar keine Nutzenstreuung und Stirnstreuung besitzt, so daß die Induktivitäten  $L_1$  und  $L_2$  des Ständers und Läufers keine derartige Streuung mit einschließen. Wir speisen dann den Ständer bei offenem Läufer und messen die Spannung  $E_{11}$  am Ständer und die Spannung  $E_{12}$  am Läufer. Wir rechnen dann auf gleiche Windungszahl um, berechnen also  $E_{12} \cdot z_1/z_2$ . Die umgerechnete Läuferspannung ist dann trotz des Fehlens jeder eigentlichen Streuung kleiner als die Ständerspannung.

<sup>1)</sup> Vgl. Rogowski und Simons, ETZ 1909, S. 219.

Ebenso speisen wir den Läufer bei offenem Ständer, messen die Spannung  $E_{22}$  am Läufer und die Spannung  $E_{21}$  am Ständer und bilden  $E_{21} \cdot z_2/z_1$ . Wir setzen dann wie auf S. 400

$$\eta' = \frac{E_{12} z_1/z_2}{E_{11}} = \frac{M}{L_1} \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad (46) \quad \eta'' = \frac{E_{21} z_2/z_1}{E_{22}} = \frac{M}{L_2} \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (47)$$

Die Berechnung von  $\eta'$  und  $\eta''$  läuft also auf eine Berechnung der Induktivitäten  $M$ ,  $L_1$  und  $L_2$  hinaus. Wir führen sie an einem Beispiel mit 3 Nuten im Ständer und 2 Nuten im Läufer durch. Die Maschine werde vom Läufer aus magnetisiert. Wir berechnen dann die in dem Ständerzweig  $I$  auftretenden Flußverkettungen, wenn

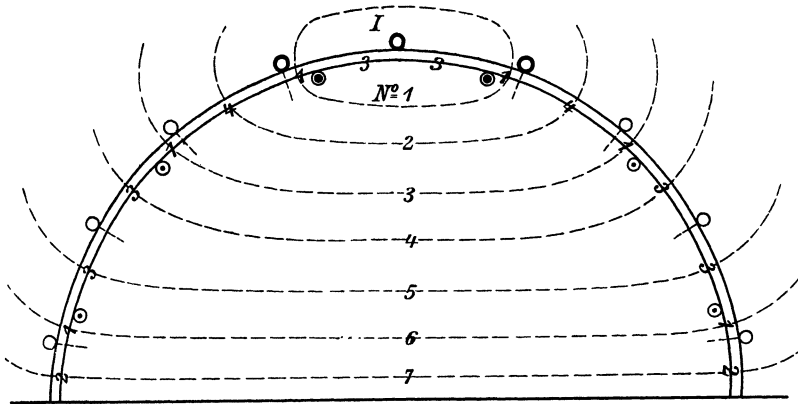


Bild 420. Vom Läufer erzeugter Fluß, mit einem Ständerzweig verkettet.  
1. Hauptstellung des Läufers.

dieser Zweig von dem Höchstwert des vom Läufer erzeugten Flusses durchsetzt wird. Dabei haben wir, wie im Abschnitt 107, zunächst anzunehmen, daß dieser Höchstwert nach Bild 420 durch einen Läuferzweig mit dem größten Strom und zwei Läuferzweige mit der halben größten Stromstärke erzeugt wird, während im zweiten Grenzfall zwei Läuferzweige mit je dem 0,866fachen des größten Stromes magnetisierend wirken. (Bild 421).

Der Strom sei in dem Läuferzweig, der dem betrachteten Ständerzweig  $I$  in Bild 420 gegenüberliegt, gleich Eins. Er ist dann in den anderen Läuferzweigen halb so groß. In jeder Nut des Ständers und Läufers liege ein Draht.

Wir ermitteln nun zunächst die Abstände zwischen je einer Ständer- und Läufernut längs des Umfanges. Der Abstand zweier Läufernuten ist  $\frac{1}{6}$  der Polteilung, der Abstand zweier Ständernuten gleich  $\frac{1}{9}$  der Polteilung. Dann wird der kleinste Abstand einer Ständer- und Läufernut  $(\frac{1}{6} - \frac{1}{9}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$  der Polteilung. Nehmen wir den Bogen der Polteilung in einem willkürlichen Maß zu 36 an, so wird der kleinste Abstand einer Ständer- und Läufernut

gleich 1. Der Abstand zweier Ständernuten ist dann gleich 4 und der zweier Läufernuten gleich 6. Daraus ergeben sich dann die in Bild 420 eingeschriebenen Abstände zwischen je einer Ständer- und Läufernut. Wenn wir die Länge des Eisens in Richtung der Achse gleich Eins setzen, geben uns diese Abstände gleichzeitig die Flächen  $F$  an, die von den mit 1 bis 7 bezeichneten Flüssen durchsetzt werden.

Die Induktivitäten sind dann abgesehen von Festwerten gleich den vom Fluß umschlossenen, also den Fluß erzeugenden Strömen  $X$ , mal dem Teil  $F$  des Luftquerschnittes, den der Fluß durchdringt, mal dem vom Fluß durchsetzten Teil  $w$  der Windungen unseres betrachteten Zweiges. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel, bei der wir uns auf die obere Hälfte beschränken:

Bezeichnung des Flusses	Umschlossene, magnetisierende Läuferströme $X$	Fläche $F$	Durchsetzte Windungen $w$ des Zweiges $I$	$X \cdot F \cdot w$
(1)	$2 \cdot 1$	1	1	2
(2) + (3)	$2 \cdot 1$	$4 + 1$	3	30
(4) + (5)	$2 \cdot 1 + 2 \cdot 1/2$	$3 + 3$	3	54
(6) + (7)	$2 \cdot 1 + 4 \cdot 1/2$	$1 + 2$	3	36
				$M = 122$

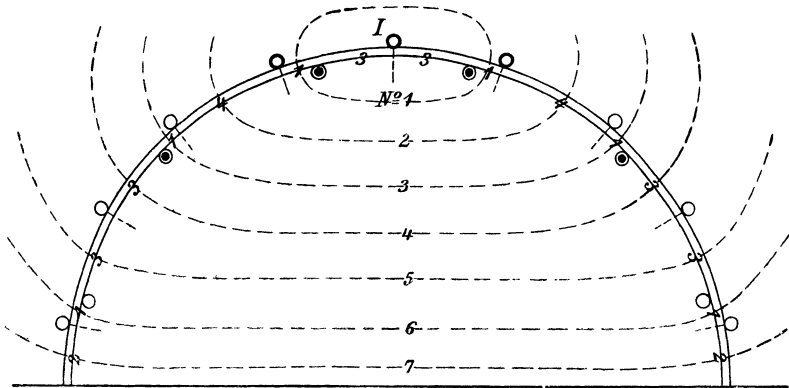


Bild 421. Vom Läufer erzeugter Fluß, mit einem Ständerzweig verketten.  
2. Hauptstellung des Läufers.

Führen wir dieselbe Rechnung in Bild 421 für die zweite Hauptstellung des Läufers durch, in welcher zwei Zweige des Läufers je den Strom  $0,866 \cdot I$  führen, so erhalten wir  $M = 121,24$ . Im Mittel beträgt also die Verkettenung zwischen Läufer und Ständer:

$$M = \frac{122 + 121,24}{2} = 121,6 \text{ Flußwindungen.}$$

Auf dieselbe Weise ergibt sich aus Bild 420 die Verkettenung des vom Läufer erzeugten Flusses mit den Windungen eines Läuferzweiges und ebenso die Verkettenung des Ständers auf sich selbst zu

$$L_2 = 84 \quad \text{und} \quad L_1 = 184.$$

Beide Werte hätten wir auch nach Gleichung (6) bis (8) auf S. 376 berechnen können, indem wir  $i_m = 1$ ,  $p = 1$ ,  $0,4 \pi/l = 1$  und  $F = 36$  setzen und beachten, daß wir uns auf eine halbe Polfläche beschränken. Dadurch erhalten wir für die halbe Polfläche die Flußwindungen  $L_1$  und  $L_2$  zu  $1/2 \cdot c \cdot z^2 \cdot 36$ . Für den Läufer ist  $c$  nach S. 376 gleich 0,292 und die Drahtzahl  $z$  eines Zweiges gleich 4. Für den Ständer ist  $c = 0,284$  und  $z = 6$ .

Mit Hilfe von  $L_1$ ,  $L_2$  und  $M$  ergibt sich, da  $z_1 : z_2 = 3 : 2$  ist:

$$\eta' = \frac{M}{L_1} \cdot \frac{z_1}{z_2} = 0,993 \qquad \eta'' = \frac{M}{L_2} \cdot \frac{z_2}{z_1} = 0,967.$$

Der relative Verlust an Flußverkettung wird also  $1 - \eta'\eta'' = 0,04$ . Er fügt sich zu dem durch Nuten- und Stirnstreuung verursachten Verlust hinzu. Bei größerer Nutenzahl wird die durch ungleiche Nutenzahl bedingte doppelt verkettete Streuung geringer. Sie geht bei 5 und 6 Nuten bis auf 0,01 herab.

Bei den Wechselstrommotoren mit Stromwender auf S. 433 werden wir der doppelt verketteten Streuung wieder begegnen. Der dort berechnete Wert  $k$  ist nichts anderes als  $\eta' = \eta''$ .

---

## Dreiundzwanzigster Teil.

### 119. Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors.

Außer den gewöhnlichen, mehrphasigen Induktionsmotoren gibt es auch einphasige asynchrone Induktionsmotoren. Der Ständer eines solchen Motors enthält nur eine einzige Wicklung, deren Seite in der Regel etwa  $2/3$  der Polteilung bedeckt. Diese Wicklung wird mit Wechselstrom gespeist, so daß zunächst ein schwingendes Feld entsteht, dessen Achse im Raume feststeht. Der Läufer wird als Kurzschlußläufer gebaut oder, wenn starke Ströme beim Anlaufen vermieden werden sollen, mit Schleifringen ausgeführt.

Wenn wir den geschlossenen Läufer eines solchen Einphasenmotors, gleichgültig in welcher Richtung, von außen nahezu auf Gleichlauf bringen, so entwickelt er ein Drehmoment. Dasselbe ist der Fall, wenn wir eine Zuleitung eines laufenden Drehstrommotors unterbrechen, wodurch der Motor zum Einphasenmotor wird. Auf den ersten Blick ist allerdings schwer einzusehen, wie ein solches Drehmoment zustande kommt, da die Achse des vom Ständer erzeugten Feldes im Raume feststeht. Auch erscheint es überraschend, daß die Richtung dieses Drehmomentes durch die willkürlich von außen gewählte Drehrichtung bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das vom Ständerstrom erzeugte Wechselfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Felder.

Diese Zerlegung führt man übrigens auch bei Einphasen-Stromerze gern aus und erhält dadurch ein mit dem Polrad umlaufendes und ein gegenlaufendes inverses Feld. Das gegenlaufende Feld schneidet dabei mit der doppelten Frequenz durch die Windungen des Polrades und erzeugt dabei Spannungen von gefährlicher Höhe, wenn es nicht durch Kurzschlußwindungen abgedämpft wird.

Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Felder, sondern auch die Stromwindungen des Ständers in zwei entgegengesetzt umlaufende Erregungen zerlegen. Dabei müssen wir annehmen, daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig verteilt sind, wie in Bild 422 durch verschieden große Nuten angedeutet ist. Im Grunde führt dies allerdings zu einer unendlich großen Zahl unendlich dünner Drähte.

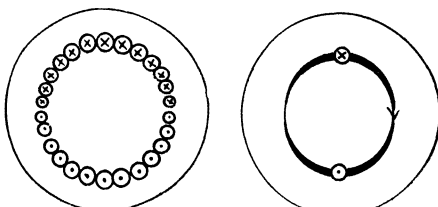


Bild 422.

Sinusförmig verteilte Erregung.

Bild 423.

Wir können eine umlaufende, sinusförmig verteilte Erregung auf die in Bild 423 gezeichnete Weise darstellen. Der Pfeil soll dabei nicht andeuten, daß die Wicklung selbst umläuft, sondern daß in feststehenden, gleichmäßig längs des Umfangs angeordneten Drähten die sinusförmige Stromverteilung umläuft. Wir wollen nun nachweisen, daß die Wirkung der Wechselrerregung in jedem Augenblick und an jedem Orte genau gleich der Wirkung zweier gleichbleibender sinusförmiger Erregungen ist, die entgegengesetzt umlaufen und halb so stark sind, wie die wirkliche Erregung im Zeitpunkt des größten Stromes.

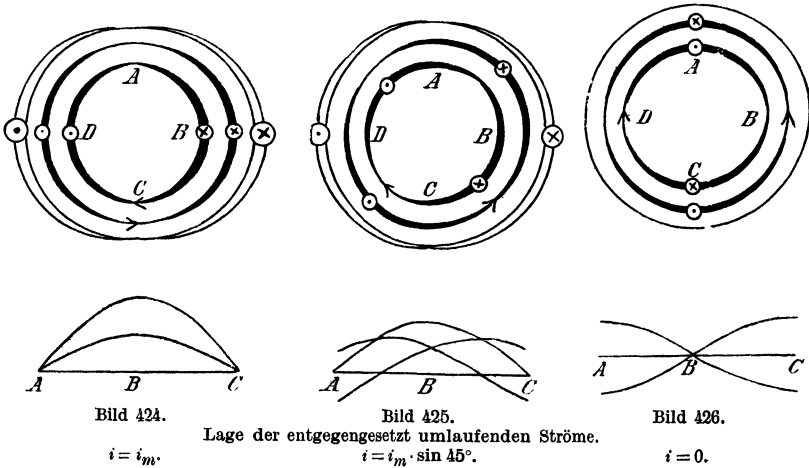
In Bild 424 hat der wirkliche Ständerstrom seinen Höchstwert. In diesem Zeitpunkt überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen, umlaufenden Spulenseiten und unterstützen sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig der außen angedeuteten feststehenden Erregung, die gerade ihren Höchstwert hat.

Nach  $\frac{1}{8}$  Periode ist der wirkliche Ständerstrom gleich  $i_m \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_m$ . In Bild 425 heben sich dann die umlaufenden Erregungen bei A und C auf. Die Zusammensetzung der beiden Sinuskurven im unteren Teil des Bildes ergibt dann eine Sinuskurve, deren Höchstwert wieder bei B liegt. Ihre Senkrechten sind gegenüber Bild 424 im Verhältnis  $0,707 : 1$  verkleinert, so daß die magnetische Wirkung der umlaufenden Erregungen wieder gleich der Wirkung der tatsächlichen Erregung ist.

Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von  $\frac{1}{8}$  Periode, wenn der tatsächliche Ständerstrom zu Null geworden ist (Bild 426). In diesem Zeitpunkt überdecken sich entgegengesetzte Spulenseiten der umlaufenden Erregungen und heben sich in ihrer Wirkung auf.



Wir fassen nun den vollständigen Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Kurzschlußläufer ins Auge. Die Drehung des Läufers erfolge im Sinne des Uhrzeigers. Wir bezeichnen dann die in diesem Sinne umlaufende Erregung des Ständers oder Läufers als die



mitlaufende Erregung, die andere als die gegenlaufende Erregung. Die mitlaufende Erregung erzeugt ein Luftfeld, das sich bei dem vorausgesetzten vollständigen Leerlauf im Gleichlauf in derselben Richtung dreht wie der Läufer, und in seiner vollen Stärke den Läufer durchdringt, die Läuferdrähte aber nicht schneidet. Dieses Feld ist für die drei betrachteten Zeitpunkte in Bild 427 bis 429 dargestellt. Wie überhaupt die Spannungen, Läuferströme usw. ist die Induktion für jede einzelne Erregung eine Sinusfunktion des Ortes.

Gegenüber der gegenlaufenden Erregung hat der Läufer eine Schlüpfung von 200%. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlußstrom im Läufer, der ebenso wie bei 100% Schlüpfung der gegenlaufenden Ständererregung genau entgegengesetzt ist und den Fluß ganz aus dem Läufer hinaus und in den Streuweg des Läufers drängt (Bild 430 bis 432). Wenn der Läuferwiderstand gleich Null ist, so braucht auch tatsächlich nur ein unendlich schwaches Feld geschnitten zu werden, um einen Läuferstrom zu erzeugen, welcher der gegenlaufenden Ständererregung das Gleichgewicht hält. Der den Läufer durchdringende Fluß ist also gleich Null.

Wir haben also bei vollständigem Leerlauf mit widerstandslosem Läufer ein mitlaufendes Feld im Läufer und ein gegenlaufendes Läuferstrefeld, sowie eine gegenlaufende Läufererregung. Da ein widerstandsloser Läufer synchron läuft, so ist im einzelnen Läuferdraht die Frequenz des von der gegenlaufenden Erregung herrührenden Stromes gleich der doppelten Frequenz des Ständerstromes.

Wir überdecken jetzt Bild 427 und 430, sowie andererseits Bild 429 und 432. Dann erkennen wir, daß in Wirklichkeit das in Bild 427 gezeichnete Feld im Läufer durch den Unterschied der wirklichen

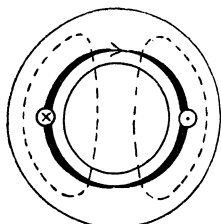


Bild 427.

$$i = i_m.$$

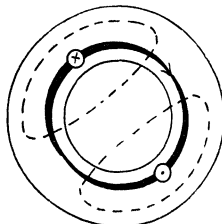


Bild 428.

Mitlaufendes Feld bei Leerlauf.

$$i = i_m \cdot \sin 45^\circ.$$

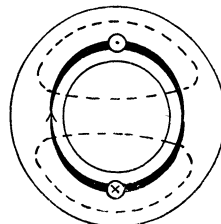


Bild 429.

$$i = 0.$$

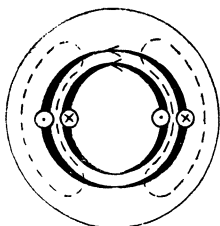


Bild 430.

$$i = i_m.$$

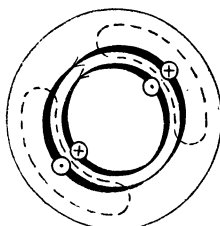


Bild 431.

Gegenlaufendes Feld bei Leerlauf.

$$i = i_m \cdot \sin 45^\circ.$$

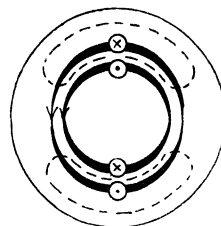


Bild 432.

$$i = 0.$$

Erregung auf Ständer und Läufer erzeugt wird. Dagegen wird das in Bild 426 gezeichnete Feld im Läufer, das räumlich um  $90^\circ$  gegen das senkrechte Hauptfeld verschoben ist, allein von dem Läuferstrom in Bild 432 erzeugt, da der Ständerstrom gleich Null ist.

Das Querfeld in Bild 429 ist nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich gegen das Hauptfeld verschoben, und zwar um  $90^\circ$ , wenn der Widerstand des Läufers gleich Null ist. Demnach ist die Wirkungsweise des Einphasenmotors auf die eines Zweiphasenmotors zurückgeführt, bei dem der eine Strom durch den Unterschied des Ständer- und Läuferstromes und der andere durch den Läuferstrom gegeben ist. Der Motor besitzt also ein Drehfeld.

Bei Berücksichtigung des Läuferwiderstandes bleibt die räumliche Verschiebung des Querfeldes gegenüber dem Hauptfeld bestehen, während die zeitliche Verschiebung nicht mehr  $90^\circ$  beträgt.

## 120. Strombild mit Zerlegung der Ständererregung.

Wir zerlegen den Ständerstrom  $I$  in zwei entgegengesetzt umlaufende Ströme von der Stärke  $I/2$ . Wie aus Bild 427 und 430 hervorgeht, umfaßt die Ständerwicklung je den größten, von beiden Strömen erzeugten Fluß in demselben Zeitpunkt, beide Ströme haben also im Strombild dieselbe Phase.

Der Läuferwiderstand sei gleich Null. Dann zeigt Bild 430 bis 432, daß das vom gegenlaufenden Strom  $I/2$  erzeugte Feld ein reines Streufeld ist, wie beim vollständigen Kurzschluß eines Drehstrommotors. Da es gleichgültig ist, in welcher Richtung es aus der Ständerwicklung verschwindet, so können wir es ohne weiteres zu dem Ständerstreufluß der mitlaufenden Erregung hinzuzählen.

Es seien  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{A}_{s1}$  und  $\mathcal{A}_{s2}$  die magnetischen Leitwerte des Luftweges und des Ständer- und Läuferstreuweges. Dann ist der Ständerstreufluß der mitlaufenden Ständererregung gleich  $\mathcal{A}_{s1} \cdot I/2$ . Dazu kommt zunächst der von der gegenlaufenden Ständererregung erzeugte Ständerstreufluß, der ebenfalls gleich  $\mathcal{A}_{s1} \cdot I/2$  ist. Weiter kommt dazu der nach Bild 430 ebenfalls von der gegenlaufenden Ständererregung erzeugte Läuferstreufluß, der wie beim vollständigen Kurzschluß eines Drehstrommotors dieselbe Phase hat wie der Gegenstrom. Er durchdringt nacheinander die Widerstände  $1/\mathcal{A}$  des Luftweges und  $1/\mathcal{A}_{s2}$  des Streuweges, also den Gesamtwiderstand  $1/\mathcal{A} + 1/\mathcal{A}_{s2}$ . Er ergibt sich also zu

$$\frac{I}{2} \cdot \left( \frac{1}{\mathcal{A}} + \frac{1}{\mathcal{A}_{s2}} \right) = \frac{I}{2} \cdot \frac{\mathcal{A} \cdot \mathcal{A}_{s2}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2}}.$$

Nun ist nach der Festsetzung auf S. 397

$$\eta_1 = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s1}} \quad (1) \qquad \eta_2 = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2}}. \quad (2)$$

Die Summe der drei Streuflüsse, die wir jetzt alle der mitlaufenden Erregung zuschreiben wollen, ist dann in Bild 433 unter Benutzung von Gleichung (1) und (2)

$$OD = \frac{I}{2} \left( 2\mathcal{A}_{s1} + \frac{\mathcal{A} \cdot \mathcal{A}_{s2}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2}} \right) = \frac{I}{2} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{2 - \eta_1 - \eta_1 \eta_2}{\eta_1}. \quad (3)$$

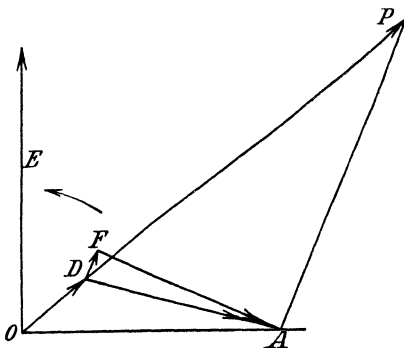


Bild 433. Flüsse des Einphasenmotors.

Wir erhalten dann in Bild 433 dieselben Flüsse wie in Bild 407.  $DA$  ist der mitlaufende Luftfluß, der die Summe aus den vom Ständer und Läufer einzeln erzeugten Luftflüssen  $DP$  und  $PA$  ist,  $DF$  der mitlaufende Läuferfluß,  $FA$  der Fluß im Läufer und  $OA$  der Fluß im Ständer.

Nun ist der vom Ständer allein erzeugte Luftfluß  $DP$  gleich  $\mathcal{A} \cdot I/2$ , also ist nach Gleichung (3) das Verhältnis dieses Luftflusses zum gesamten, vom Ständer allein erzeugten Fluß

$$\eta' = \frac{DP}{OD} = \frac{DP}{OD + DP} = \frac{\eta_1}{2 - \eta_1 \eta_2}. \quad (4)$$

Setzt man für  $\eta_1$  und  $\eta_2$  gleiche Zahlenwerte, die nahe an 1 liegen, so sieht man, daß die Ständerstreuung fast dreimal so groß ist wie beim Drehstrommotor mit dem Werte  $\eta_1$ .

Wir haben nun  $\eta'$  statt  $\eta_1$  einzuführen, sonst bleibt alles gegenüber dem entsprechenden Bild beim Drehstrommotor ungeändert.  $P$  liegt also auch jetzt auf einem Kreise, für den sich entsprechend Gleichung (8) auf S. 396 die Beziehung ergibt:

$$\frac{AB}{OB} = \eta' \cdot \eta_2 = \frac{\eta_1 \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2}. \quad (5)$$

Dabei ist  $OP$  dem Strom  $I/2$ , also auch dem Strom  $I$  proportional, so daß wir für den Strom die Darstellung in Bild 434 erhalten. Der Leerstrom  $OA$  bei geschlossenem Läufer, also beim Lauf, wird dann nach Gleichung (5)

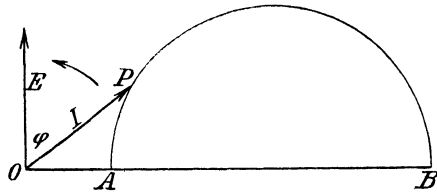


Bild 434. Strombild des Einphasenmotors.

$$OA = OB - AB = \frac{2 - 2\eta_1}{2 - \eta_1 \eta_2} \cdot OB. \quad (6)$$

Da  $2 - \eta_1 \eta_2$  wenig größer als Eins ist, so ist nach Gleichung (9) auf S. 398 der Leerstrom beim Lauf fast doppelt so groß wie bei offenem Läufer, der Leistungsfaktor ist also bei Betrieb sehr viel ungünstiger als beim Drehstrommotor.

Da die Schlüpfung beim widerstandslosen Läufer gleich Null ist, so bleibt die Drehzahl bei allen Belastungen dieselbe. Das Drehmoment ist also proportional der Leistung, d. h. der Senkrechten des Halbkreises. Die Überlastungsfähigkeit ist dabei viel geringer als beim Drehstrommotor.

Ein Angehen mit Last ist selbst durch Einschalten von Widerstand in den Läuferkreis ausgeschlossen. Man erreicht das Angehen mit Belastung durch eine Hilfswicklung, die um  $90^\circ$  gegen die Hauptwicklung versetzt ist. Sie wird durch einen Wechselstrom gespeist, dessen Phase gegen den Hauptstrom mittels eines Kondensators verschoben ist. Der Motor geht dann als Zweiphasenmotor an. Einphasen-Aufzugsmotoren laufen als Stromwendermotoren an (vgl. Abschnitt 124) und werden dann selbsttätig in Induktionsmotoren umgeschaltet.

Es ergibt sich ferner<sup>1)</sup>, daß auch bei Berücksichtigung des Läuferwiderstandes der Endpunkt des Strahles des Ständerstromes auf einem Kreise liegt. Dies folgt jedoch einfacher nach Abschnitt 121 aus dem von Görges eingeführten Querfeld<sup>2)</sup>.

1) Vgl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1905, S. 1111ff.

2) Vgl. Görges, ETZ 1903, S. 271.

## 121. Strombild auf Grundlage des Querfeldes.

Der Ständerstrom  $I$ , der nach Bild 435 sinusförmig verteilt sein möge, erzeugt zunächst durch Transformatorwirkung in der Kurzschlußschleifenwicklung des Läufers eine sinusförmig verteilte Läufererregung  $I_y$ , deren Achse feststeht und mit der Achse der Ständerwindungen gleichgerichtet ist. Unter der Entgegenwirkung der

Ströme  $I$  und  $I_y$  kommt im Läufer ein senkrechtes Feld mit dem Fluß  $\Phi_y$  zustande.

Dadurch, daß nun die Läuferdrähte bei ihrer Drehung das senkrechte Feld schneiden, wird in ihnen eine Spannung der Bewegung erzeugt, die einen Läuferstrom  $I_x$  zur Folge hat. Sein räumlicher und zeitlicher Höchstwert tritt in einer Windung auf, deren Achse in Bild 435 wagerecht ist, und die wir kurz als die X-Wicklung bezeichnen. Die sinusförmig verteilte Läufererregung  $I_x$ , deren Achse dauernd

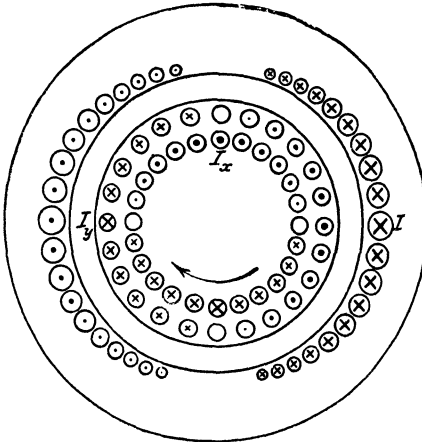


Bild 435. Stromverteilung im Einphasenmotor.

wagerecht ist, erzeugt im Läufer ein wagerechtes Feld mit dem Querfluß  $\Phi_x$ , das räumlich um  $90^\circ$  gegen das senkrechte Feld verschoben ist. Ist  $\mathcal{A}$  der Leitwert des Luftfeldes und  $\eta_2$  das Verhältnis des von der X-Wicklung erzeugten Luftflusses zum ganzen, von ihr erzeugten Fluß  $\Phi_x$ , der die Streuung einschließt, so wird

$$\Phi_x = I_x \cdot \frac{\mathcal{A}}{\eta_2}. \quad (7)$$

Für die senkrechte Achse des Motors gilt genau das Strombild  $OABP$  des Transformators, das aus Bild 407 und 409 übernommen ist (Bild 436). Wir müssen dabei allerdings beachten, daß  $\mathcal{A}$  nicht denselben Punkt bezeichnet wie in Bild 434. Ist also  $I_0$  der Leerstrom bei offenem Läufer und das Windungsverhältnis zwischen den Erregungen der Ströme  $I$  und  $I_y$  gleich Eins, so wird wie auf S. 398

$$OP = I \quad (8) \quad OA = I_0. \quad (9)$$

$$PA = \eta_1 I_y \quad (10) \quad OB = I_0 / (1 - \eta_1 \eta_2). \quad (11)$$

Nun ist in Bild 407  $PB$  in Phase mit dem den Läufer durchsetzenden Fluß  $\Phi = FA$ , und zwar ist dort

$$\frac{PB}{CA} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{1 - \eta_1 \eta_2} \quad (12) \quad \text{und} \quad \frac{CA}{FA} = \frac{CA}{\Phi} = \eta_2. \quad (13)$$



Bewegung  $E_{yx}$ . Diese wird durch den Fluß  $\Phi_y$  erzeugt, hat abgesehen vom Vorzeichen dieselbe Phase und ist von  $B$  nach  $P$  gerichtet.

Nach der Zeichnung sind die beiden Winkel  $\alpha$  einander gleich. Dann ergibt sich durch wiederholte Anwendung des Sinussatzes:

$$\sin \delta = \frac{AC \cdot \sin \gamma}{PA} = \frac{E_y}{I_y \cdot R} \cdot \sin \alpha. \quad \sin (90^\circ - \alpha) = \frac{CB \sin \gamma}{PB}.$$

Wir bilden aus beiden Gleichungen  $\operatorname{tg} \alpha$  und setzen den erhaltenen Wert nach Bild 436 gleich  $I_x R : E_x$ . Dadurch wird

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_y \cdot R}{E_y} \cdot \frac{AC}{PA} \cdot \frac{PB}{CB} = \frac{I_x \cdot R}{E_x}. \quad (16)$$

Setzen wir darin  $PB$  und  $PA$  nach Gleichung (15) und (10) ein, und berücksichtigen wir, daß die Spannungen der Ruhe sich wie die entsprechenden Flüsse verhalten, so wird

$$\frac{AC}{CB} = 1 - \eta_1 \eta_2 = \frac{OA}{OB}. \quad (17)$$

Der Punkt  $C$  liegt also fest. Da  $I_x \cdot R$  und  $E_x$  dem Strome  $I_x$  proportional sind, so ist  $\alpha$  unveränderlich, d. h.  $P$  liegt auf einem Kreise, in welchem  $90^\circ - \alpha$  der Peripheriewinkel über  $CB$  ist. Da  $OB$  nach Gleichung (17) harmonisch geteilt ist, so ist der Leerstrom beim Lauf etwa doppelt so groß wie beim Stillstand mit offenem Läufer (vgl. S. 427).

Eine Rechnung, auf die hier nicht eingegangen werden soll, ergibt bei der Klemmenspannung  $E$  und  $w_1$  Windungen auf dem Ständer und  $w_2$  Windungen auf dem Läufer:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{I_0 \cdot R \cdot w_2}{E} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2}. \quad (18)$$

Die Sehne  $CB$  ist unabhängig vom Läuferwiderstand. Für  $R = 0$  wird sie zum Durchmesser, und wir erhalten dann dasselbe Strombild wie auf ganz anderem Wege im vorigen Abschnitt.  $C$  in unserer Zeichnung fällt mit  $A$  in Bild 414 zusammen.

## Vierundzwanzigster Teil.

### 122. Einphasenmotoren mit Stromwender<sup>1)</sup>.

Der einphasige Induktionsmotor ist infolge seiner verhältnismäßig geringen Überlastungsfähigkeit, seines ungünstigen Leistungsfaktors und wegen des Fehlens eines Anzugsmomentes für viele Zwecke ungeeignet. Er kommt z. B. für Bahnzwecke nicht in Frage.

<sup>1)</sup> Vgl. Osnos, ETZ 1904, S. 1; Eichberg, ETZ 1904, S. 75 und Pichel-mayer, ETZ 1904, S. 464.

In den genannten Beziehungen verhält sich der Drehstrommotor günstiger. Seiner allgemeinen Verwendung für Bahnen stehen jedoch die Notwendigkeit mehrerer Oberleitungen und die Verluste bei der Regelung der Geschwindigkeit im Wege.

Der Bau von brauchbaren Einphasenmotoren mit Stromwender ist daher als ein sehr wesentlicher Fortschritt zu betrachten. Diese Motoren vereinigen den Vorteil eines hohen Anzugsmomentes mit dem einfachen und verlustlosen Anlassen und Regeln, wozu ein Transformator mit Stufenschalter oder ein Induktionsregler verwendet wird.

Die Einphasenmotoren mit Stromwender lassen sich nur als Motoren mit Reihenschlußverhalten bauen, da bei Nebenschlußmotoren infolge der Selbstinduktion der Magnetwicklung eine Phasenverschiebung von fast  $90^\circ$  zwischen dem Magnetfluß und der Klemmenspannung auftreten würde. Da nun der Ankerstrom hauptsächlich Wirkstrom ist und fast dieselbe Phase hat wie die Klemmenspannung, so ist er gegen den Magnetfluß zeitlich ebenfalls fast um  $90^\circ$  verschoben. Das Drehmoment wäre also sehr gering.

Wir behandeln den Reihenschlußmotor, den Repulsionsmotor, den Eichberg- und Latourmotor und den Doppelschlußmotor.

Um die Wirkungsweise der Motoren verfolgen zu können, berechnen wir zunächst die Spannungen der Ruhe und der Bewegung, die im Anker erzeugt werden, und zwar für den allgemeinen Fall, daß die Achse der Stromwindungen des Ankers um den Winkel  $\alpha$  gegen die Achse der Ständerwindungen

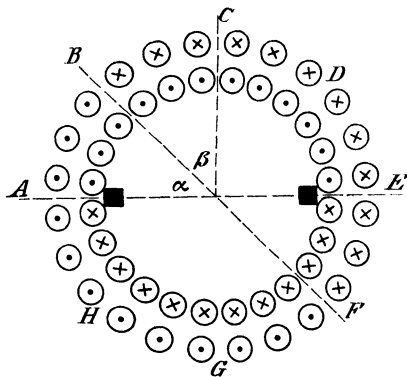


Bild 437. Verteilte Ständer- und Läuferwicklungen (Achsen um den Winkel  $\alpha$  verschoben).

verschoben ist. Dabei soll eine gleichmäßig verteilte Ständerwicklung angenommen werden (Bild 437). Die Eisensättigung sei gering, was allerdings in Wirklichkeit nicht zutrifft.

Wir berechnen zunächst die gegenseitige Induktivität zwischen Ständer und Anker. In Bild 438 ist der Umfang gerade gestreckt. Die Spulenbreite  $BF$  des Ständers sei wie der Bürstenabstand des Ankers gleich der Polteilung. Die in Reihe geschaltete Drahtzahl einer Polteilung sei auf dem Ständer gleich  $s_1$ , auf dem Anker gleich  $s_2$ . Sind  $z_1$  und  $z_2$  die gesamten Drahtzahlen auf Ständer und Anker, so berechnet sich bei  $2p$  Polen und  $2\alpha_1$  bzw.  $2\alpha_2$  nebeneinander geschalteten Stromzweigen

$$s_1 = \frac{z_1}{2p \cdot 2\alpha_1} \quad (1)$$

$$s_2 = \frac{z_2}{2p \cdot 2\alpha_2} \quad (2)$$



Der magnetische Leitwert des Luftzwischenraums sei  $\mathcal{A}$ . Er ergibt sich bei der Polfläche  $F$  und dem doppelten Luftspalt  $l$  nach Gleichung (13) auf S. 70 zu

$$\mathcal{A} = 0,4\pi \cdot \frac{F}{l}. \quad (3)$$

Wir betrachten nun die Bogenbreite  $dx$  im Abstand  $x$  von der Mitte  $D$  der Wicklungsbreite des Ständers. Da die Polteilung dem

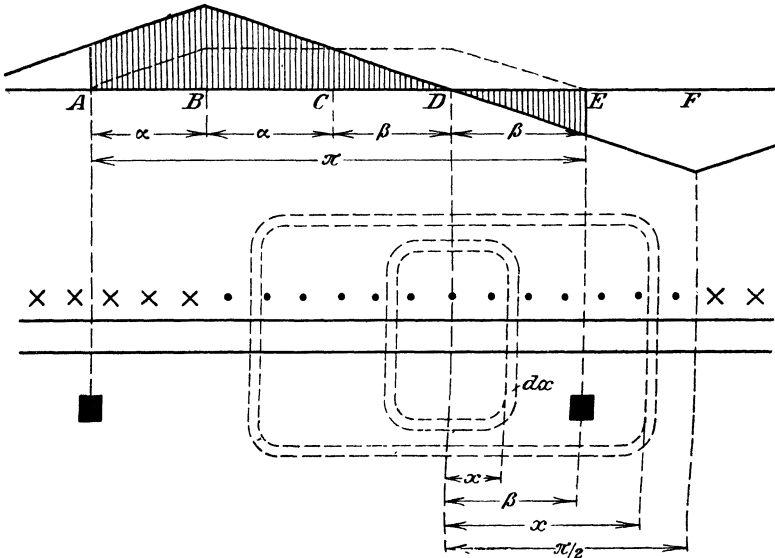


Bild 438. Vom Ständer erzeugter Fluß, den Anker durchsetzend.

Bogen  $\pi$  entspricht, so ist der Leitwert des Bogens  $dx$  gleich  $\mathcal{A} \cdot dx/\pi$ . Zwischen den Grenzen 0 und  $\beta = \pi/2 - \alpha$  umschließen die vom Ständer erzeugten Feldlinien, die den Bogen  $dx$  durchsetzen, auf dem Ständer die Drahtzahl  $s_1 \cdot 2x/\pi$  und auf dem Anker die Drahtzahl  $s_2 \cdot 2x/\pi$ . Der Bogen zwischen 0 und  $\beta$  liefert also nach Gleichung (6) auf S. 80 zur gegenseitigen Induktivität den Anteil

$$M' = \int_0^{\beta} s_1 \cdot \frac{2x}{\pi} \cdot s_2 \cdot \frac{2x}{\pi} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot 10^{-8}. \quad (4)$$

Zwischen den Grenzen  $\beta$  und  $\pi/2$  umfassen die vom Ständer erzeugten Feldlinien, die einen Bogen  $dx$  durchsetzen, auf dem Ständer zwar, wie oben, die Drahtzahl  $2x \cdot s_1/\pi$ , auf dem Anker dagegen nur die Drahtzahl  $2\beta \cdot s_2/\pi$ . Die übrigen Drähte des Ankers gehören zu Windungen, die in ihren beiden Spulenseiten entgegengesetzt induziert werden. Der Bogen zwischen  $\beta$  und  $\pi/2$  liefert also zur gegenseitigen Induktivität den Beitrag

$$M'' = \int_{\beta}^{\pi/2} \frac{2x \cdot s_1}{\pi} \cdot \frac{2\beta \cdot s_2}{\pi} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot 10^{-8}. \quad (5)$$

Bei  $2p$  Polen haben wir die  $2p$ -fache Induktivität. Wir führen also die Integration aus, summieren beide Teile, vervielfachen mit  $2p$  und setzen

$$k = 3 \frac{\beta}{\pi} - 4 \frac{\beta^3}{\pi^3}. \quad (6)$$

Dann erhalten wir die gegenseitige Induktivität zu

$$M = \frac{k}{3} \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot p \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}. \quad (7)$$

Daraus folgt nun in einfacher Weise die Selbstinduktivität  $L_1$  und  $L_2$  des Ständers und Ankers. Wir setzen  $\alpha = 0$ , also  $\beta = \pi/2$ , wodurch  $k$  den Wert Eins annimmt. Außerdem setzen wir beim Ständer  $s_1$  statt  $s_2$  und beim Läufer  $s_2$  statt  $s_1$  ein. Mit Berücksichtigung der Streuung (vgl. Gleichung (12) auf S. 400) erhalten wir dann

$$L_1 = \frac{M}{k \cdot \eta_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \quad (8) \qquad L_2 = \frac{M}{k \cdot \eta_2} \cdot \frac{s_2}{s_1}. \quad (9)$$

In diesen Gleichungen berücksichtigt  $\eta_1$  bzw.  $\eta_2$  die wirkliche Streuung und  $k$  die sog. doppelt verkettete Streuung, d. h. die unvollkommene Flußverkettung, die daher rührt, daß die Spulenseiten des Ständers und des Ankers um den Winkel  $\alpha$  verschoben sind.

Es seien nun die Spannungen der Selbstinduktion im Ständer und Anker  $E_{11}$  und  $E_{22}$  und die der gegenseitigen Induktion vom Ständer auf den Anker gleich  $E_{12}$  und die vom Anker auf den Ständer gleich  $E_{21}$ . Bei einem Strom  $I_1$  bzw.  $I_2$  in der äußeren Leitung des Ständers und Ankers wird dann:

$$E_{11} = L_1 \omega I_1 \quad (10) \qquad E_{22} = L_2 \omega I_2. \quad (11)$$

$$E_{12} = M \omega I_1 = \eta_1 \cdot k \cdot E_{11} \cdot s_2/s_1 \quad (12)$$

$$E_{21} = M \omega I_2 = \eta_2 \cdot k \cdot E_{22} \cdot s_1/s_2. \quad (13)$$

Wir berechnen nun die im Anker durch Bewegung erzeugte Spannung  $E_b$ . Ist  $\Phi$  der zeitliche Höchstwert des Flusses, der zwischen zwei Ankerbürsten in den Anker tritt, so ist der Höchstwert der Spannung der Bewegung nach S. 136

$$e_{bm} = \frac{p}{a_2} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (14)$$

Wir berechnen nun zunächst den Fluß  $\Phi$  und tragen dazu im oberen Teil des Bildes 438 die Induktion des vom Ständerstrom erzeugten Feldes in Abhängigkeit vom Bogen  $x$  auf. Das Feld ist dreieckig, und sein räumlicher Höchstwert liegt bei  $B$ . Ist nun  $i_m$  der

zeitliche Höchstwert des Ständerstromes im Außenleiter, so ist der räumliche und zeitliche Höchstwert der magnetischen Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \frac{0,4\pi \cdot s_1 \cdot i_m}{l}. \quad (15)$$

Wir bilden dann den Inhalt der gestreiften Fläche mit Berücksichtigung des Vorzeichens, indem wir von der ganzen Dreieckfläche  $\mathfrak{B}_m \cdot \pi/2$  den doppelten Inhalt des Dreiecks unter  $DE$ , also  $\beta \cdot \mathfrak{B} \cdot \beta : \pi/2$  abziehen. Statt dessen können wir auch davon ausgehen, daß die auf dem Bogen  $BD = 2\beta$  in Bild 437 liegenden Ständerdrähte kein Feld erzeugen, das für die Spannung der Bewegung in Betracht kommt. Das senkrechte Feld, durch das die Spannung der Bewegung erzeugt wird, wird allein von den Ständerwindungen auf dem Bogen  $DF = 2\alpha$  geschaffen. Dies Feld ist trapezförmig und hat die durch die gestrichelte Kurve in Bild 438 angegebene Form. Die Fläche zwischen der gestrichelten Feldkurve und der Wagerechten ist dann gleich der gestreiften Fläche, also wie oben gleich  $\mathfrak{B}_m(\pi/2 - \beta^2 \cdot 2/\pi)$ .

Wir vervielfachen diese Fläche mit dem Verhältnis der Polfläche  $F$  zum Bogen  $\pi$  und erhalten unter Benutzung der obigen Werte von  $\mathcal{A}$  und  $\mathfrak{B}_m$  den zeitlichen Höchstwert des von den Ankerdrähten geschnittenen Flusses zu

$$\Phi = \frac{\mathcal{A}}{2} \cdot s_1 \cdot i_m \left( 1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2} \right). \quad (16)$$

Nun ist die synchrone Drehzahl gleich  $60/fp$ . Setzen wir das Verhältnis der Drehzahl  $n$  zur synchronen Drehzahl gleich  $v$ , so wird

$$\frac{n}{60} = \frac{v \cdot f}{p} = \frac{v \cdot \omega}{2\pi p}. \quad (17)$$

Dabei ist  $\omega$  die Kreisfrequenz des Wechselstromes. Wir führen die berechneten Werte von  $\Phi$  und  $n/60$ , sowie  $z_2$  aus Gleichung (2) in Gleichung (14) ein, nehmen auf beiden Seiten der Gleichung den Effektivwert und setzen

$$h = \frac{3}{\pi} \left( 1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2} \right). \quad (18)$$

Dadurch erhalten wir mit Benutzung des obigen Wertes für  $M$  und  $E_{12}$  aus Gleichung (7) und (12)

$$\frac{E_b}{E_{12}} = \frac{h}{k} \cdot v. \quad (19)$$

Wenn die Ständerwicklung nur einen Teil, z. B.  $2/3$  der Polteilung einnimmt, sind die Spannungen in ähnlicher Weise zu berechnen.

### 123. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom.

Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom unterscheidet sich, abgesehen davon, daß das Magnetgestell aus Blechen zusammengesetzt sein muß, grundsätzlich nicht von einem Hauptschlußmotor für Gleich-

strom. Leiten wir Wechselstrom in einen für Gleichstrom gebauten Hauptschlußmotor, so kehrt sich der Strom im Anker und in der Magnetwicklung gleichzeitig um, und das Drehmoment hat während der ganzen Periode des Wechselstromes stets dieselbe Richtung.

Damit die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung gering wird, muß die magnetische Wirkung des Ankerstromes durch eine Kompensations- oder Querwicklung aufgehoben werden (Bild 439). Die Querwicklung kann nach Bild 440 mit der Magnet-

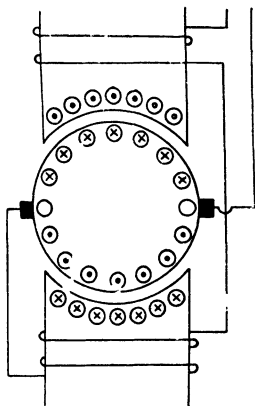


Bild 439. Reihenschlußmotor mit Querwicklung.

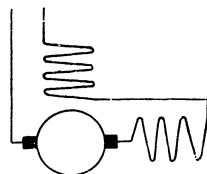


Bild 440. Querwicklung in Reihe mit dem Anker.

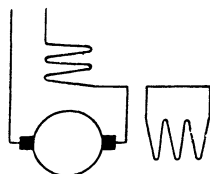


Bild 441. Querwicklung kurz geschlossen.

und Ankerwicklung in Reihe geschaltet werden. Sie kann aber auch nach Bild 441 in sich kurz geschlossen werden, wobei ihr Strom durch Transformatorwirkung vom Anker aus erzeugt wird. Der Anker stellt dann die erste Wicklung eines Reihentransformators dar, dessen zweite Wicklung in sich kurzgeschlossen ist. In einem solchen wird, abgesehen von der Streuung, keine Spannung der Ruhe erzeugt, da die Ströme beider Wicklungen sich gegenseitig aufheben.

Wir zeichnen nun in Bild 442 das Spannungsbild für den Reihenschlußmotor. Der Strom werde durch den mit  $I$  bezeichneten Strahl dargestellt. Ist  $L\omega$  die Summe aus dem induktiven Widerstand der Magnete und dem Streuwiderstand der Anker- und Querwicklung, und  $R$  der gesamte Ohmsche Widerstand, so ist  $OA$ , um  $90^\circ$  gegen den Strom voreilend, gleich dem induktiven Spannungsverbrauch  $I \cdot L\omega$  und  $AP$ , in Phase mit dem Strome, gleich  $I \cdot R$ . Der Strahl  $OP = I \cdot \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  stellt dann den gesamten Spannungsverlust dar. Dazu fügen wir die Spannung  $PB$  hinzu, die der durch Bewegung erzeugten Spannung das Gleichgewicht hält. Diese durch Bewegung erzeugte Spannung ist am größten, wenn der Fluß, also auch der den Fluß erzeugende Strom, am größten ist. Sie ist wie beim Gleichstrommotor dem Strom entgegengerichtet. Die Spannung  $PB$ , die ihr das Gleichgewicht hält, ist also in Phase mit dem Strom.

Die Summe  $OB$  aller Spannungen ist dann die Klemmenspannung  $E$ , die dem Strome um den Winkel  $\varphi$  voraufeilt.

Nun ist  $\operatorname{tg} \gamma = L\omega/R$ , also unveränderlich. Demnach liegt  $P$  auf einem Kreise, in welchem  $OB = E$  die Sehne über dem Bogen,

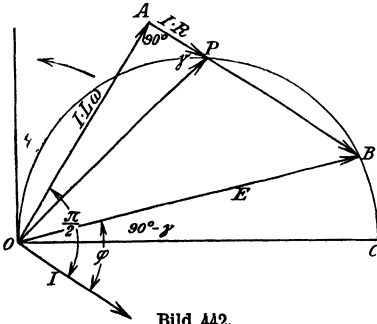


Bild 442.  
Spannungsbild des Reihenschlußmotors.

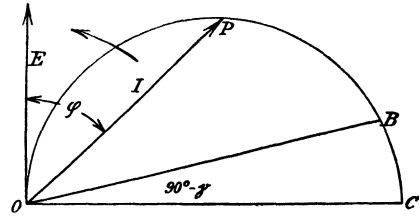


Bild 443.  
Strombild des Reihenschlußmotors.

$\pi - \gamma$  ist. Ist  $OC$  der Durchmesser, so ist der Winkel  $OCB$  gleich  $\gamma$ , d. h. der Durchmesser  $OC$  ist gleich  $E/\sin \gamma$ . Der Durchmesser ist in der Zeichnung wagerecht gelegt.

Nun sind die Winkel  $BOC$  und  $POA$  beide gleich  $\pi/2 - \gamma$ . Demnach ist der Winkel  $POC$  gleich  $AOB$ , also gleich  $\pi/2 - \varphi$ .  $OP$  bleibt also um den Winkel  $\varphi$  gegen die senkrechte Achse zurück.

Wir teilen nun alle Strahlen durch  $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  und erhalten dadurch Bild 443, in welchem der Strahl  $OP$  den Strom  $I$  darstellt. Der Endpunkt  $P$  liegt dann auf einem Kreise mit dem Durchmesser

$$OC = \frac{E/\sin \gamma}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = \frac{E}{L\omega}. \quad (20)$$

Der Strahl  $OB = E/\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  ist der Kurzschlußstrom. Da  $OP$  um den Winkel  $\varphi$  gegen die senkrechte Achse zurückbleibt, so liegt der Strahl der Spannung  $E$  im Strombild in dieser Achse.

Das Drehmoment ist dem Fluß und der Stromstärke, also bei geringer Sättigung dem Quadrate der Stromstärke proportional.

Die Drehzahl ergibt sich, abgesehen von einem Festwert, wenn wir in Bild 442 die Spannung der Bewegung  $E_b = BP$  durch den Fluß teilen. Wenn wir die allerdings bei Vollbelastung nicht zutreffende Annahme machen, daß die Sättigung gering ist, so ist der Fluß dem Strahl  $OP$  proportional. Die Drehzahl ist also dem Verhältnis  $BP : OP$ , d. h. unter Vernachlässigung des Widerstandes  $R$  dem Werte  $\cot \varphi$  proportional. Mit wachsender Drehzahl nimmt also der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  zu. Das erklärt sich auch einfach daraus, daß dabei der Wirkstrom im Verhältnis zum Blindstrom zunimmt und  $P$  in Bild 443 nach links rückt. Der Motor arbeitet also günstig bei übersynchronem Lauf.

Tragen wir die aus Bild 443 entnommenen Werte der Stromstärke wagerecht und die zugehörigen Werte des Drehmomentes und der Drehzahl senkrecht auf, so erhalten wir ähnliche Kurven wie beim Hauptschlußmotor für Gleichstrom.

Besonders wichtig ist die Frage der Stromwendung. Wie beim Gleichstrommotor tritt in der durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Selbstinduktion auf, die der Stromstärke und Drehzahl proportional ist. Da es sich um einen Wechselstrom handelt, so ändert sich die Spannung der Selbstinduktion mit dem Zeitwert des Stromes. Sie ist am größten, wenn in der Spule, die sich gerade unter der Bürste befindet, der Höchstwert des Stromes umzukehren ist. Die Selbstinduktionsspannung hat also in unserem Falle ausnahmsweise gleiche Phase mit dem Strom. Sie läßt sich durch Anwendung von Wendepolen in ähnlicher Weise aufheben wie bei Gleichstrommaschinen.

Gleichzeitig wird in der kurzgeschlossenen Spule, die vom Magnetfluß durchsetzt wird und gegenüber der Magnetwicklung die zweite Wicklung eines Transformators bildet, eine Spannung der Ruhe erzeugt. Diese bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Fluß zurück und ist diesem und der Frequenz proportional. Beim Anfahren ist sie am größten, weil dabei der Strom, also auch der Magnetfluß am größten ist.

Die in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte Spannung der Ruhe verursacht einen starken Kurzschlußstrom, der Bürstenfeuer zur Folge haben kann. Man muß daher dafür sorgen, daß die Spannung der Ruhe möglichst gering ist und wählt daher den Fluß und die Frequenz entsprechend niedrig. Reihenschlußmotoren arbeiten mit 15 und 25 Perioden günstiger als mit 50 Perioden. Auch empfiehlt sich die Verwendung von schmalen und harten Bürsten. Nötigenfalls sind Widerstände zwischen Ankerspulen und Stromwender einzubauen.

Ein weiteres Mittel zur Aufhebung der Spannung der Ruhe in der kurzgeschlossenen Spule besteht in der Verwendung von Hilfspolen, die durch eine Nebenschlußerregung gespeist werden und im Grunde zu einem doppelt gespeisten Motor führen. Das von der Nebenschlußerregung erzeugte Feld des Hilfspols bleibt, wie der erzeugende Strom wegen der Selbstinduktion der Nebenschlußerregung um  $90^\circ$  hinter der Klemmenspannung, also fast um  $90^\circ$  hinter dem Ständerstrom zurück. Es erzeugt in der kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Bewegung, die ebenfalls um etwa  $90^\circ$  hinter dem Strome zurückbleibt, also geeignet ist, die obenerwähnte Spannung der Ruhe aufzuheben. Dies geschieht allerdings nur bei einer bestimmten Drehzahl vollständig. Bei Stillstand ist die durch die Nebenschlußerregung der Hilfspole erzeugte Spannung auf jeden Fall Null, so daß gerade in dem wichtigsten Zeitraum, d. h. beim Anlassen, Kurzschlußströme unter den Bürsten nicht zu beseitigen sind.

Ein und derselbe Hilfspol darf übrigens nicht gleichzeitig eine Hauptstromwicklung zur Schaffung des Wendefeldes und eine Nebenschlußwicklung für die Aufhebung der Transformatorspannung in der kurzgeschlossenen Spule tragen, da beide Wicklungen sich durch gegenseitige Induktion beeinflussen.

### 124. Der Repulsionsmotor.

Beim Repulsionsmotor wird der Strom, der die Zugkraft ausübt, dem Anker nicht durch die Bürsten zugeführt. Er wird in dem über die Bürsten kurzgeschlossenen Anker durch gegenseitige Induktion von einem Teil der Ständerwicklung, die wir als Querwicklung bezeichnen wollen, erzeugt und gleichzeitig von diesem Teil der Wicklung kompensiert (Bild 444). Die Ständerwicklung zerfällt in die Querwicklung  $BD$  und die Erregerwicklung  $DF$ . In Wirklichkeit ergeben beide zusammen eine einzige Wicklung, deren Achse nach

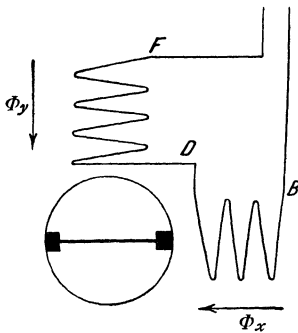


Bild 444.  
Schaltbild des Repulsionsmotors.

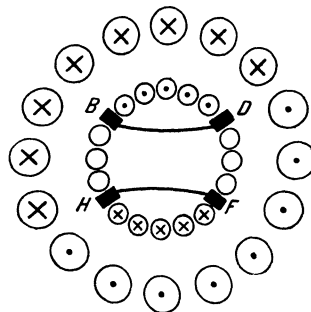


Bild 445.  
Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten.

Bild 445 gegen die der Ankerwindungen verschoben ist. Die Ständerwicklung kann dabei nach Bild 437 gleichmäßig auf der ganzen Polteilung oder nur auf  $\frac{2}{3}$  der Polteilung verteilt sein. Wie in Bild 444 stellen in Bild 437 die Windungen  $BD$  die Querwicklung und die Windungen  $DF$  die Erregerwicklung dar.

Bei den in Bild 437 gewählten Verhältnissen ergibt sich ein Drehmoment entgegen dem Uhrzeiger. Allgemein hat das Drehmoment die Richtung, in der die magnetische Achse des Ankers gegen die des Ständers verschoben ist. Die Drehzahl läßt sich durch Bürstenverschiebung regeln.

Es ist aber zu beachten, daß Repulsionsmotoren aus einer Bürstenstellung angelassen werden, bei der die magnetischen Achsen des Ankers und Ständers um  $90^\circ$  verschoben sind. Die induzierende Wirkung des Ständers auf den Anker ist dabei gleich Null und die

Ständerwicklung stellt dabei eine reine Drosselspule dar. Infolge ihrer Selbstinduktion ist daher der Strom am kleinsten. Beim Anlassen werden dann die Bürsten in die Betriebsstellung verschoben, bei welcher die Achsen einen Winkel von etwa 10 bis 20° bilden. Der Winkel der Verschiebung der Bürsten aus der Ruhelage ist dann der Komplementwinkel zum Achsenverschiebungswinkel, und der Motor dreht sich entgegen dem Sinne, in dem die Bürsten aus der Ruhelage verschoben werden. Zum Umsteuern werden die Bürsten in Ruhelage zurückgezogen und im entgegengesetzten Sinne verschoben.

Will man die Ankerwicklung zu einem genauen Spiegelbild der Querwicklung machen, so daß sie in magnetischer Hinsicht nur einen gewissen Teil des Umfangs annimmt, so kann man nach Bild 113 einen verkürzten Wicklungsschritt anwenden. Man kann aber auch, wie beim Dérimotor in Bild 445, Doppelbürsten anwenden. Nach Bild 445 sind dann nur die Abteilungen  $BD$  und  $FH$  des Ankers in Tätigkeit, während die Abteilungen  $DF$  und  $BH$  ausgeschaltet sind. Man erreicht dadurch eine bessere Entgegenwirkung des Ständer- und Ankerstromes in der Querrichtung, d. h. die Ankerstreuung wird kleiner.

Die Bürsten bei  $D$  und  $H$ , die in der magnetischen Achse des Ständers liegen, stehen fest, während die beiden andern Bürsten beweglich sind. Bei Stillstand steht die bei  $B$  gezeichnete Bürste bei  $D$  und ebenso die bei  $F$  gezeichnete Bürste bei  $H$ , so daß der Anker offen ist. Beim Anlassen werden die Bürsten dann in die Betriebsstellung verschoben. Man kann dabei den Winkel  $\alpha$ , den die Achsen des Ankers und Ständers bilden, besonders feinstufig verändern, da eine Vergrößerung der Verschiebung der Bürsten nur eine halb so große Vergrößerung der Verschiebung der magnetischen Achsen zur Folge hat. Die Drehzahl läßt sich auf diese Weise feinstufig regeln.

Wir wollen nun bei einem Motor mit einfachem oder doppeltem Bürstensatz den durch die Erregerwicklung  $DF$  des Ständers in Bild 444 oder 445 geschaffenen Erregerfluß  $\Phi_y$  und den durch die Querwicklung  $BD$  zusammen mit dem Anker geschaffenen Transformatorfluß  $\Phi_x$  nach Größe und Phase bestimmen. Wir brauchen dabei nach dem Vorgang von Görges den Kunstgriff, daß wir den Fluß  $\Phi_y$  des räumlich senkrechten Feldes willkürlich durch einen Strahl darstellen, der in die senkrechte Achse fällt. Wir erreichen dies dadurch, daß wir den Strahl des Ständerstromes  $I_1$ , der den Fluß  $\Phi_y$  erzeugt und gleiche Phase mit ihm hat, senkrecht nach oben gerichtet annehmen. (Bild 446).

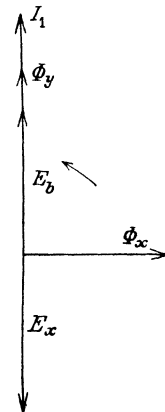


Bild 446. Flüsse und Spannungen des Repulsionsmotors.



Der Erregerfluß  $\Phi_y$  des senkrechten Feldes erzeugt im Anker eine Spannung  $E_b$  der Bewegung, die am größten ist, wenn der Ständerstrom  $I_1$ , der den Fluß  $\Phi_y$  erzeugt, am größten ist. Da die durch Bewegung erzeugte Spannung, wie bei Gleichstrom, dem Ankerstrom wesentlich entgegengesetzt ist und dieser durch Transformatorwirkung erzeugt wird, also dem Ständerstrom wesentlich entgegengesetzt ist, hat die Spannung der Bewegung gleiche Phase mit dem Ständerstrom. Sie ist durch den Strahl  $E_b$  gegeben.

Der Transformatorfluß  $\Phi_x$  des wagerechten Feldes, das durch die Entgegenwirkung der Ständerabteilung  $BD$  und des erzeugten Ankerstromes zustande kommt, erzeugt in der kurzgeschlossenen Ankerwicklung eine Spannung der Ruhe  $E_x$ , die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes der Spannung der Bewegung das Gleichgewicht hält. Ihr Strahl ist also senkrecht nach unten gerichtet. Da sie um  $90^\circ$  hinter dem Fluß  $\Phi_x$  zurückbleibt, so ist der Strahl dieses Flusses wagerecht nach rechts gerichtet. Die beiden räumlich um  $90^\circ$  verschobenen Flüsse haben also auch eine zeitliche Verschiebung von  $90^\circ$ , d. h. der Repulsionsmotor besitzt ein Drehfeld. Daß der Fluß des wagerechten Feldes durch einen wagerechten Strahl dargestellt wird, erleichtert wieder die Übersicht.

Nun ist die Spannung der Ruhe  $E_x$  abgesehen von einem Festwert gegeben durch den Fluß  $\Phi_x$  und die synchrone Drehzahl  $60 \cdot f/p$ . Dagegen ist die Spannung der Bewegung  $E_b$ , abgesehen von einem Festwert, gegeben durch den Fluß  $\Phi_y$  und die Drehzahl  $n$ . Da beide Spannungen gleich sind und die Rechnung fast gleiche Festwerte ergibt, so folgt unter Benutzung von Gleichung (16)

$$\Phi_x \cdot f \cdot \frac{60}{p} = \Phi_y \cdot n, \quad \text{d. h. } \Phi_x = v \cdot \Phi_y. \quad (21)$$

Für synchronen Lauf, d. h. für  $v = 1$  sind also die beiden Flüsse gleich, und das Drehfeld ist vollkommen. Bei Stillstand ( $v = 0$ ) ist das wagerechte Feld gleich Null, weil dabei wie beim Anlauf eines kurzgeschlossenen Drehstrommotors das ganze wagerechte Feld durch die Gegenwirkung des Ankerstromes aus dem Anker heraus und in den Streuweg gedrängt wird. Bei sehr großer Drehzahl überwiegt endlich nach der obigen Gleichung das wagerechte Feld bedeutend über das senkrechte Erregerfeld.

Wir zeichnen nun das Spannungs- und Strombild. Der Ständerstrom sei in Bild 447 durch den mit  $I_1$  bezeichneten Strahl gegeben. Die Spannung der Selbstinduktion  $E_{11} = OP$ , die der Ständer auf sich selbst erzeugt, bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Ständerstrom zurück. Sie bildet mit der Spannung  $E_{21}$  der gegenseitigen Induktion vom Anker auf den Ständer eine Summe  $OA$ , die unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes der Klemmenspannung  $AO = E$  entgegengerichtet ist. In der Zeichnung falle der Strahl  $AO$  der Klemmen-

spannung wagerecht nach links.  $OP$  bleibt dann hinter der senkrechten Achse um denselben Winkel  $\varphi$  zurück, um den der Strom  $I_1$  hinter der Spannung  $E$  zurückbleibt.

Die Spannung  $E_{12}$  der gegenseitigen Induktion vom Ständer auf den Anker hat dieselbe Phase wie die Spannung  $E_{11}$ , da sie durch denselben Strom geschaffen wird. Sie bildet mit der Spannung  $E_{22}$

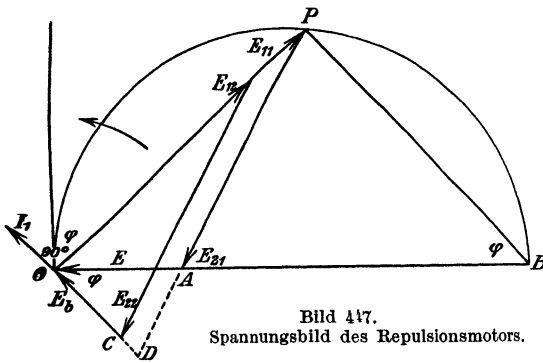


Bild 447.  
Spannungsbild des Repulsionsmotors.

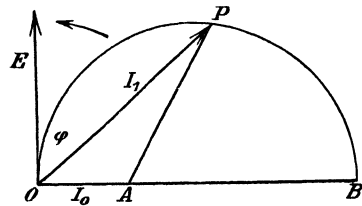


Bild 448.  
Strombild des Repulsionsmotors.

der Selbstinduktion des Ankers, die wieder gleiche Phase mit  $E_{21}$  hat, eine Summe  $OC$ , die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes der Spannung  $E_b$  der Bewegung das Gleichgewicht hält. Da die Spannung der Bewegung dieselbe Phase hat wie der Fluß und der Strom, so fällt  $E_b$  in die Richtung des Stromes  $I_1$ , d. h. der Winkel  $COP$  ist gleich  $90^\circ$ .

Wir ziehen nun  $PB$  in Richtung von  $OC$  und verlängern  $PA$  bis  $D$ . Wir benutzen dann die Gleichungen:

$$E_{11} = L_1 \omega I_1 \quad (22) \qquad E_{22} = L_2 \omega I_2 \quad (23)$$

$$E_{12} = M \omega I_2 \quad (24) \qquad E_{21} = M \omega I_2 \quad (25)$$

und erhalten:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{E_{21}}{PD} = \frac{E_{21}}{E_{22} \cdot E_{11}/E_{12}} = \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} \quad (26)$$

Da  $AO$  die gleichbleibende Klemmenspannung ist, so ist auch  $AB$  und  $OB$  unveränderlich. Da ferner der Winkel  $OPB$  gleich  $90^\circ$  ist, so liegt  $P$  auf einem Kreise, der durch  $O$  geht, und dessen Mittelpunkt auf der Verlängerung von  $OA$  liegt.

Wir teilen nun alle Strahlen durch  $L_1 \omega$ . Der Strahl  $OP$  stellt dann in Bild 448 unmittelbar den Ständerstrom  $I_1$  dar, und sein Endpunkt liegt, wie in Bild 447, auf einem Kreise. Ist  $I_0$  der Leerstrom bei offenem Anker oder bei einer Verschiebung der magnetischen Achsen um  $90^\circ$ , so gilt die Gleichung  $E = L_1 \omega I_0$ . Da wir  $OA = E$  ebenfalls durch  $L_1 \omega$  geteilt haben, so haben wir im Strombild in  $OA$  den Leerstrom  $I_0$  erhalten. Das obige Verhältnis  $AB : OB$  gibt uns dann den Durchmesser. Es ist bemerkenswert, daß dasselbe Ver-

hältnis bei der Ermittlung des Strombildes des Drehstrommotors und bei der Berechnung der doppelt verketteten Streuung auftrat. Tatsächlich berücksichtigen unsere berechneten Induktivitäten auf S. 433 sowohl die wirkliche Streuung als auch die ungünstige Flußverkettung infolge Verschiebung der magnetischen Achsen, die als doppelt verkettete Streuung wirkt.

Den Ankerstrom  $I_2$  erhalten wir aus der Beziehung, daß im Strombild  $PA = E_{21}/L_1\omega = I_2 \cdot M\omega/L_1\omega$  wird.

Nehmen wir nun eine auf der ganzen Polteilung verteilte Ständerwicklung an, so folgt die Drehzahl nach Gleichung (19) aus der Beziehung:

$$\frac{v \cdot h}{k} = \frac{E_b}{E_{12}} = \frac{OD}{E_{11}} = \frac{OD}{PB} \cdot \frac{PB}{E_{11}}.$$

Nun ist

$$\frac{OD}{PB} = \frac{OA}{AB} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M^2} \quad \text{und} \quad \frac{PB}{E_{11}} = \cot \varphi.$$

Demnach wird

$$\frac{v \cdot h}{k} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M^2} \cot \varphi. \quad (27)$$

Die Drehzahl ist also  $\cot \varphi$  proportional.

Endlich berechnen wir noch das Drehmoment aus der Gleichung:

$$D = \frac{E \cdot I_1 \cdot \cos \varphi}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60}. \quad (28)$$

Wir setzen wie früher  $n/60$  gleich  $v \cdot f/p$  und führen für  $v$  den Wert aus Gleichung (27) ein. Dann folgt, daß das Drehmoment proportional  $I_1 \cdot \sin \varphi$ , d. h. proportional der Projektion des Strahles  $OP$  des Ständerstromes auf die wagerechte Achse ist. Nach einem bekannten Satz der Planimetrie ist das Drehmoment dann auch proportional dem Quadrat des Ständerstromes. Dabei ist die Sättigung gering angenommen, was allerdings der Wirklichkeit nicht entspricht.

In Bild 449 ist nun die Stromstärke wagerecht und der Leistungsfaktor, die Geschwindigkeit und das Drehmoment senkrecht aufgetragen, und zwar für Achsenverschiebungswinkel  $\alpha = 10^\circ, 20^\circ$  und  $30^\circ$ . Der Einfachheit wegen wurde dabei  $I_0$  und  $p \cdot E/f = 1$  gesetzt, während  $(L_1 L_2 - M^2)/M^2 = 0,2$  angenommen wurde. Man erkennt, daß auch der Repulsionsmotor sich ähnlich verhält wie ein Hauptschlußmotor für Gleichstrom.

Werfen wir nun einen Blick auf den Vorgang der Stromwendung. Zunächst tritt eine Selbstinduktionsspannung in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Drehzahl proportional ist. Diese Selbstinduktion wirkt in derselben Weise wie beim Gleichstrommotor.

Außerdem wird in der kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Bewegung im Fluß  $\Phi_x$  erzeugt, die gleiche Phase mit diesem Fluß hat, und eine Spannung der Ruhe durch den Fluß  $\Phi_y$ , die um

90° hinter diesem Fluß zurückbleibt. Daraus folgt nach Bild 446, daß die Spannungen der Ruhe und der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule sich entgegenwirken. Beim Gleichlauf heben sie sich vollständig auf, da  $v = 1$  ist und nach S. 440 beide Flüsse gleich werden. Wir können die Verhältnisse beim Gleichlauf auch so auffassen, daß dabei ein vollkommenes Drehfeld entsteht, das sich ebenfalls im

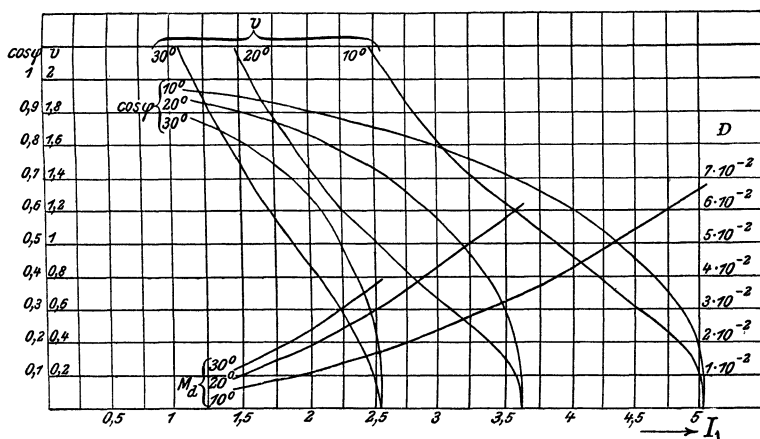


Bild 449. Drehmoment, Geschwindigkeit und Leistungsfaktor in Abhängigkeit von der Stromstärke.

Gleichlauf dreht und daher auf die kurzgeschlossene Spule keinen Einfluß ausübt. In diesem Falle bleibt also nur die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule übrig.

Bei einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als beim Gleichlauf, überwiegt der senkrechte Erregerfluß  $\Phi_y$ . Es läßt sich dann zeigen, daß die von ihm in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte Spannung der Ruhe die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule zum Teil aufhebt. Der Repulsionsmotor ist also in bezug auf funkenlose Stromwendung bei untersynchroner Geschwindigkeit günstig gestellt.

Ist die Geschwindigkeit größer als beim Gleichlauf, so ist der Fluß  $\Phi_x$  nach S. 440 größer als der Fluß  $\Phi_y$ . Da gleichzeitig  $v > 1$  ist, so überwiegt in der kurzgeschlossenen Spule die Spannung der Bewegung bedeutend über die der Ruhe. Weiter ist zu beachten, daß die außerdem noch auftretende Spannung der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule bei der großen Geschwindigkeit, mit der die Stromwendung bei hoher Drehzahl vor sich geht, besonders groß ist. Es läßt sich außerdem nachweisen, daß sie sich zu der Spannung der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule unter einem um so kleineren Winkel hinzufügt, je größer die Geschwindigkeit ist.

Bei hoher Drehzahl wirken also drei ungünstige Umstände zusammen. Zunächst ist die Geschwindigkeit zu groß, weiter ist der Fluß  $\Phi_x$  zu groß, und endlich fügen sich die Spannungen der Selbst-

induktion und der Bewegung unter einem spitzen Winkel aneinander. Beide werden durch die Spannung der Ruhe, die in der Spule durch den Fluß  $\Phi_y$  erzeugt wird, nur unvollkommen aufgehoben.

### 125. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor.

Der Eichberg-Motor und der Latour-Motor unterscheiden sich grundsätzlich dadurch von dem Repulsionsmotor, daß sie nach Bild 450 mit Hilfe des Ständerstromes  $I$ , der dem Anker zugeführt wird und einen senkrechten Fluß  $\Phi_y$  erzeugt, vom Anker aus erregt werden. Bei der wirklichen Ausführung wird in der Regel der Anker nicht, wie in Bild 450, unmittelbar durch den Ständerstrom

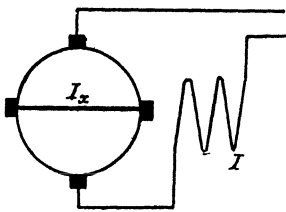


Bild 450. Grundsätzliche Schaltung des Eichberg-Motors und Latour-Motors.

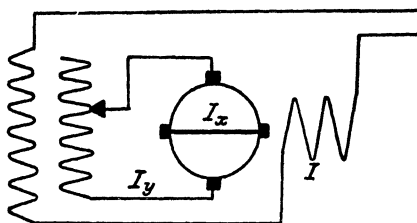


Bild 451. Eichberg-Motor mit Reihentransformator.

$I$ , sondern von der zweiten Wicklung eines Transformators gespeist, dessen erste Wicklung mit den Ständerwindungen in Reihe geschaltet ist (Bild 451). Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist veränderlich, um ein möglichst funkenfreies Anlaufen und eine Regelung der Drehzahl zu ermöglichen. Ist beim Transformator  $u$  das Verhältnis der Windungen der ersten und zweiten Wicklung, so ist der Strom  $I_y$  in der zweiten Spule, welche die senkrechte Erregerwicklung speist, gleich  $u \cdot I$ . Er hat im Transformator bei Vernachlässigung des geringen Leerstromes entgegengesetzte Phase wie der Strom  $I$ . Da jedoch durch die Einschaltung des Transformators grundsätzlich nichts gegenüber der einfacheren Schaltung ohne Transformator in Bild 450 geändert wird, so schreiben wir dem Erregerstrom  $I_y = u I$  im Motor dieselbe Phase zu wie dem Ständerstrom  $I$ .

Der die Zugkraft liefernde Ankerstrom  $I_x$ , dessen Windungen in der Zeichnung eine wagerechte Achse besitzen, wird wie beim Repulsionsmotor vom Ständer aus durch eine Spannung der Ruhe in dem über die Bürsten kurzgeschlossenen Anker erzeugt. Die Ankerwindungen mit wagerechter Achse bilden dabei die zweite Wicklung eines Transformators, dessen erste Wicklung durch die vom Strome  $I$  durchflossenen Ständerwindungen gebildet wird.

Beim Eichberg-Motor fließen die Ströme  $I_y$  und  $I_x$  nach Bild 451 in einer einzigen Ankerwicklung und lagern sich dort übereinander. Wir können uns aber auch hier zwei getrennte Wicklungen

mit zwei Stromwendern vorstellen, auf denen je ein Bürstenpaar schleift. In jeder Wicklung haben wir dann nach Bild 452 einen besonderen Ankerstrom.

Beim Latour-Motor (Bild 453) überdecken sich Erregerstrom und Arbeitsstrom nicht, wie beim Eichberg-Motor, sondern sie fließen in besonderen Abteilungen des Ankers. Es wird die Abteilung  $AB$  und  $CD$  vom Erregerstrom  $I_y$  durchflossen und der Arbeitsstrom  $I_x$  vom Ständer in der Abteilung  $AC$  und  $BD$  erzeugt.

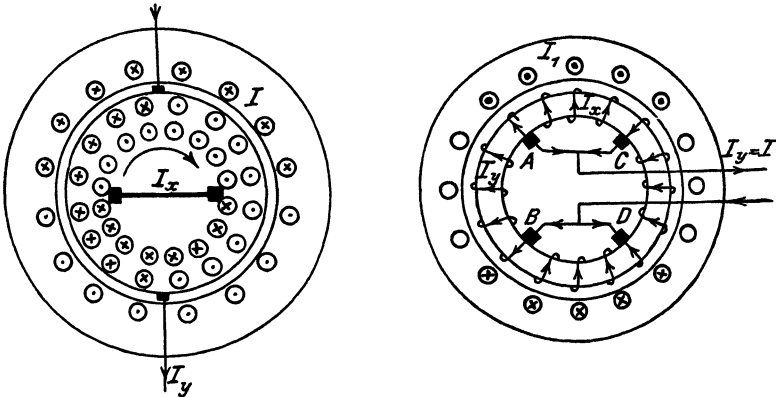


Bild 452. Stromverteilung im Eichberg-Motor. Bild 453. Stromverteilung im Latour-Motor.

Im Anker des Eichberg-Motors und Latour-Motors treten nun zwei Flüsse auf. Der senkrechte Fluß  $\Phi_y$  wird vom Erregerstrom  $uI$  geschaffen und hat gleiche Phase mit diesem Strom. Er erzeugt in der Wicklung mit senkrechter Achse eine Spannung der Ruhe  $E_y$ , die um  $90^\circ$  hinter dem Fluß  $\Phi_y$  zurückbleibt, und in der Wicklung mit der wagerechten Achse eine Spannung der Bewegung  $E_{yx}$ , die gleiche Phase mit dem Fluß  $\Phi_y$  hat.

Legen wir also in Bild 454 den Strahl des Ständerstromes  $I$  und damit den des Erregerstromes  $uI$  senkrecht nach oben, so liegt der Strahl der Spannung der Bewegung  $E_{yx}$  ebenfalls senkrecht nach oben und der Strahl der Spannung der Ruhe  $E_y$  wagerecht nach rechts.

Der wagerechte Fluß  $\Phi_x$  wird durch die Entgegenwirkung des Ständerstromes  $I$  und des durch Transformatorwirkung von ihm erzeugten Ankerstromes  $I_x$  geschaffen. Er erzeugt in der kurzgeschlossenen wagerechten Ankerwicklung eine Spannung der Ruhe  $E_x$ , die unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes des Ankers der Spannung  $E_{yx}$  das Gleichgewicht hält. Ihr Strahl ist also senkrecht nach unten gerichtet und gleich  $FO$ . Da sie um  $90^\circ$  hinter dem Fluß  $\Phi_x$  zurückbleibt, ist dieser wagerecht nach rechts gerichtet. Die beiden räumlich um  $90^\circ$  verschobenen Flüsse haben also eine zeitliche Verschiebung von  $90^\circ$ , d. h. der Motor besitzt ein Drehfeld.

Der wagerechte Fluß  $\Phi_x$  erzeugt nun außerdem in der senkrechten Wicklung des Ankers eine Spannung  $E_{xy}$  der Bewegung, die gleiche oder entgegengesetzte Phase hat wie der Fluß  $\Phi_x$ . Wir können die sonst etwas unbequeme Entscheidung durch die Überlegung gewinnen, daß beim Gleichlauf das Drehfeld den Anker überhaupt nicht schneidet, also die Spannung  $E_{xy}$  der Bewegung und die Spannung  $E_y$  der Ruhe einander aufheben. Beide sind also entgegengerichtet, und  $E_{xy}$  fällt wagerecht nach links.

In der  $X$ -Wicklung des Läufers war  $OF$ , in Phase mit dem Strom  $uI$ , die Spannung  $E_{yx}$  der Bewegung im Fluß  $\Phi_y$  und  $FO$  die ihr entgegengesetzte Spannung der Ruhe  $E_x$ . Dabei ist  $FO$  die Summe aus der Spannung der gegenseitigen Induktion  $M\omega I = FG$ , die gegen den Ständerstrom  $I$  um  $90^\circ$  zurückbleibt, und der mit  $M\omega I_x$  phasengleichen Spannung  $L_2\omega I_x = GO$ , die die wagerechte Ankerwicklung in sich selbst erzeugt.

In der  $Y$ -Wicklung des Läufers, d. h. in der Erregerwicklung, hält die den senkrechten Bürsten aufgedrückte Spannung der er-

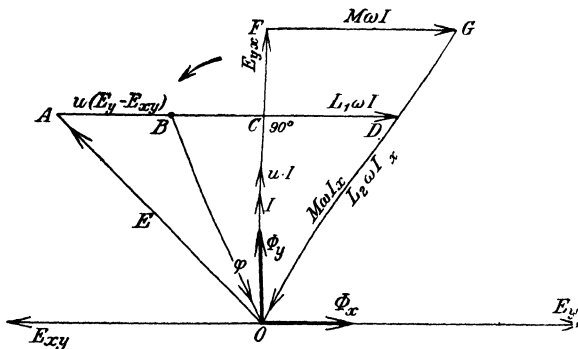


Bild 454. Flüsse und Spannungen des Eichberg-Motors und Latour-Motors.

zeugten Spannung  $E_y - E_{xy}$  das Gleichgewicht und ist ihr entgegengesetzt gleich. Ist, wie in Bild 454,  $E_y$  größer als  $E_{xy}$ , so ist der Strahl der gesamten erzeugten Spannung von links nach rechts gerichtet, also die aufgedrückte Spannung von links nach rechts. Die Spannung an der ersten Wicklung des Transformators ist  $u$  mal so groß wie die der Erregerwicklung aufgedrückte Spannung, also in Bild 454 durch  $BA = u(E_y - E_{xy})$  gegeben.

Ist dagegen  $E_y$  kleiner als  $E_{xy}$ , so liegt  $A$  nicht links, sondern rechts von  $B$ . Stets ist die Spannung an den Erregerbürsten, d. h. am Transformator, gegenüber dem Strom  $I$  eine reine Blindspannung.

Im Ständer ist nun  $OB$  die an den Ständer gelegte Klemmenspannung,  $BD$  die vom Strom  $I$  erzeugte Spannung der Selbstinduktion  $L_1\omega I$ , die um  $90^\circ$  gegen  $I$  zurückbleibt, und  $DO$  die vom wagerechten Ankerstrom erzeugte Spannung der gegenseitigen Induktion  $M\omega I_x$ . Die drei Spannungen ergeben die Summe Null.

Die Netzspannung  $E$  ist dann die Summe aus der Ständer-  
spannung  $OB$  und der Transformatorspannung  $BA$ , also gleich  $OA$ .  
Sie eilt dem Strom  $I$  um den Winkel  $\varphi$  voraus. Der Winkel wird  
negativ, wenn infolge hoher Drehzahl  $E_{xy}$  über  $E_y$  so stark über-  
wiegt, daß  $B$  rechts von  $C$  zu liegen kommt.

Wir berechnen nun z. B. die durch den Fluß des Stromes  $I_x$  er-  
zeugten Spannungen  $E_{xy}$  und  $E_x$ , und zwar die erstere nach Gl. (14)  
bis (17), die letztere nach Gl. (11), (9) und (7). Dabei wird als  
Achsenverschiebung beider Wicklungen der Winkel  $\pi/2$  eingeführt.  
Gleichzeitig wird der Fluß aus Gl. (16) im Verhältnis  $1:\eta_2$  erhöht,  
da die Y-Wicklung auch durch den Streufluß der X-Wicklung hin-  
durchschneidet. Dadurch wird

$$\frac{E_{xy}}{E_x} = \frac{E_{yx}}{E_y} = \frac{3}{\pi} \cdot v.$$

Dabei ist

$$E_y = L_2 \cdot \omega \cdot u \cdot I. \quad (29)$$

Demnach sind die beiden entgegengesetzt gleichen Spannungen  
in der X-Wicklung:

$$E_x = E_{yx} = \frac{3}{\pi} v \cdot E_y = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot L_2 \omega \cdot u \cdot I. \quad (30)$$

Ebenso wird die Spannung der Bewegung in der senkrechten  
Erregerwicklung:

$$E_{xy} = \frac{3}{\pi} v E_x = \frac{9}{\pi^2} \cdot v^2 \cdot L_2 \omega \cdot u \cdot I. \quad (31)$$

Wenn nach Bild 454  $CD = M \omega \cdot I \cdot M/L_2$  gesetzt wird, so ist

$$E \cdot \sin \varphi = u(E_y - E_{xy}) + L_1 \omega \cdot I - \frac{M^2}{L_2} \omega I,$$

$$E \cdot \cos \varphi = E_{yx} \cdot \frac{M}{L_2}.$$

Wir führen für  $E_y$ ,  $E_{xy}$  und  $E_{yx}$  die berechneten Werte aus  
Gleichung (29) bis (31) ein und setzen

$$\left( L_1 - \frac{M^2}{L_2} + u^2 L_2 \right) \omega = a \quad \frac{9}{\pi^2} u^2 \cdot L_2 \cdot \omega = b \quad \frac{3}{\pi} \cdot u \cdot M \omega = c.$$

Dann wird

$$E \cdot \sin \varphi = (a - b v^2) I. \quad (32) \quad E \cdot \cos \varphi = c \cdot v \cdot I. \quad (33)$$

Daraus folgt

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a - b v^2}{c v}. \quad (34)$$

Für jede Geschwindigkeit läßt sich also der Verschiebungswinkel  
 $\varphi$  und damit nach Gleichung (33) der Strom berechnen. Die Ge-  
schwindigkeit, bei welcher der Verschiebungswinkel  $\varphi$  gleich Null  
wird, ergibt sich aus der obigen Gleichung für  $\operatorname{tg} \varphi$  zu  $v_0 = \sqrt{a/b}$ .



Sie liegt oberhalb des Gleichlaufs. Ist die Geschwindigkeit noch größer, so wird der Verschiebungswinkel negativ. Dies beruht darauf, daß bei großer Geschwindigkeit die Spannung der Bewegung in der senkrechten Erregerwicklung über die entgegengesetzte Spannung der Ruhe überwiegt, so daß der Unterschied negativ wird. Dadurch kann die Selbstinduktion in der Ständerwicklung und wagerechten Ankerwicklung mehr als aufgehoben werden, so daß die Maschine vor-eilenden Strom aufnimmt.

Das Drehmoment  $D$  ergibt sich dann bei der Drehzahl  $n$ , der Frequenz  $f$  und der Polpaarzahl  $p$  unter Benutzung von Gleichung (33) zu

$$D = \frac{E \cdot I \cdot \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot n/60} = \frac{c \cdot p \cdot I^2}{2\pi \cdot 9,81 \cdot f}. \quad (35)$$

Für  $L_1 \omega = L_2 \omega = 6,3$  und  $M \omega = 6$ , sowie für eine Spannung von 500 Volt, eine Frequenz 50 und eine Polpaarzahl 3 sind auf diese Weise Strom, Leistungsfaktor und Drehmoment in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit berechnet, und zwar für  $u = 0,25$  und  $0,5$ . Darauf sind in Bild 455 Strom, Leistungsfaktor und Geschwindigkeit

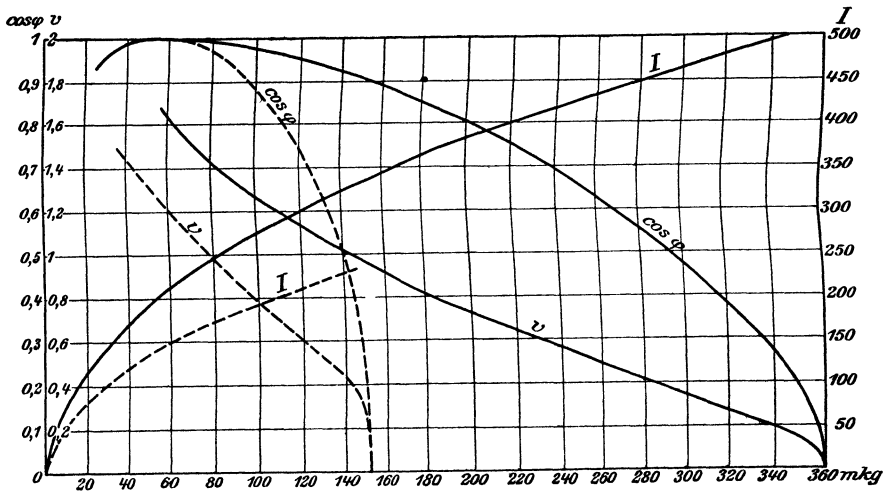


Bild 455. Kurven des Eichberg-Motors.

in Abhängigkeit vom Drehmoment aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf  $u = 0,25$ , die gestrichelten auf  $u = 0,5$ . Die Kurven zeigen ein Verhalten, das dem des Reihenschlußmotors ähnlich ist. Sie stimmen in ihrem Verlauf mit den beim Versuch aufgenommenen Kurven<sup>1)</sup> überein, wenn sich auch bei ausgeführten Motoren der Einfluß der Sättigung bemerkbar macht. Die Phasenverschiebung ist im äußersten linken Teil der Kurven negativ.

<sup>1)</sup> Eichberg 1904 ETZ, S. 80.

Statt wie oben den Strom zu berechnen, können wir seinen reziproken Wert auch durch Zeichnung gewinnen. Der reziproke Wert sei in Richtung des Strahles des Stromes selbst als Strahl aufgetragen.

Wir setzen dazu nach Gleichung (32) und (33) und Bild 456:

$$x = \frac{1}{I} \sin \varphi = \frac{a - bv^2}{E} \quad y = \frac{1}{I} \cos \varphi = \frac{c \cdot v}{E}.$$

Führen wir  $v$  aus der zweiten Gleichung in die erste ein, so ist

$$y^2 = \frac{c^2}{b \cdot E} \left( \frac{a}{E} - x \right). \quad (36)$$

Dies ist die Gleichung einer Parabel, deren Parameter gleich  $\frac{c^2}{b \cdot E}$  ist und deren Scheitel um  $a/E = OS$  vom Anfangspunkt  $O$  entfernt ist. Der Strahl der Parabel mit dem Anfangspunkt  $O$  ist dann gleich  $1/I$  und der Winkel, um den er gegen die senkrechte Achse zurückbleibt, gleich  $\varphi$ . Da bei unserer Vernachlässigung des Widerstandes die Phasenverschiebung beim Stillstand gleich  $90^\circ$  ist, so ergibt sich der Anlaufstrom  $I_k$ , indem wir in Gleichung (36)  $y = 0$  setzen, aus der Gleichung

$$\frac{1}{I_k} = OS = \frac{a}{E}.$$

Gleichzeitig ist  $y$  nach der obigen Gleichung ein Maß für die Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, bei der die Phasenverschiebung gleich Null wird, läßt sich daher unmittelbar ablesen. Man sieht dann auch deutlich, daß die Phasenverschiebung oberhalb dieser Geschwindigkeit negativ wird.

Da  $c^2/b$  unabhängig von  $u$  ist, so ist die Parabel von Änderungen des Windungsverhältnisses des Transformators unabhängig, und es ändert sich nur die Entfernung des Anfangspunktes vom Scheitel. Unsere Zeichnung bezieht sich auf denselben Motor wie Bild 455, und zwar gilt der Anfangspunkt  $O$  für  $u = 0,25$  und  $O'$  für  $u = 0,5$ .

Bemerkenswert ist das Verhältnis der beiden Flüsse bei den verschiedenen Betriebszuständen und das Verhältnis der Spannungen am Ständer und an den Erregerbürsten.

Beim Anlauf ist der Strom am größten, also auch der senkrechte Erregerfluß am größten. Dagegen ist der wagerechte Fluß im Anker gleich Null, da der vom Ständer durch den Luftraum gesandte wagerechte Fluß in den Streuweg des Ankers gedrängt wird. Daher entfällt von der ganzen Spannung auf den Ständer nur eine

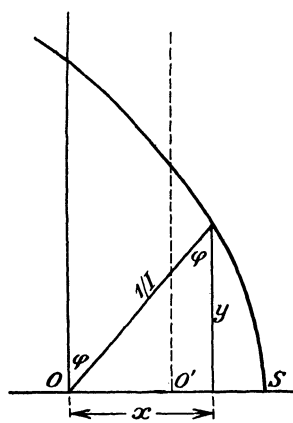


Bild 456. Ort für den Endpunkt des Strahles  $1/I$ .

kleine Spannung, die durch die Streuflüsse des Ständers und der wagerechten Ankerwicklung geschaffen wird, dagegen auf die senkrechte Erregerwicklung die große Spannung, die durch Luftfluß und Streufluß dieser Wicklung geschaffen wird.

Beim Lauf bildet sich ein von den Ankerwindungen umfaßter wagerechter Fluß aus. Da sich die Spannungen der Ruhe  $E_x$  und  $E_y$  wie die sie erzeugenden Flüsse verhalten, so ist nach Gl. (30)

$$\Phi_x = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot \Phi_y. \quad (37)$$

Bei geringer Geschwindigkeit überwiegt also der senkrechte Erregerfluß. Gleichzeitig ist die Spannung an den Erregerbürsten noch groß gegenüber der Spannung am Ständer.

Beim Gleichlauf wird  $v = 1$  und die beiden Flüsse sind einander nahezu gleich. Das Drehfeld ist dann vollkommen, und da der Anker sich ebenso schnell dreht wie das Feld, so wird keine Spannung in ihm erzeugt. Die Spannung an den Erregerbürsten wird daher Null, was auch daraus hervorgeht, daß dann in der Erregerwicklung die Spannung der Ruhe  $E_y$  die der Bewegung  $E_{xy}$  genau aufhebt (vgl. Bild 454). Die ganze Netzspannung liegt dann am Ständer, und man kann ohne Änderung der elektrischen Verhältnisse den Anker auch über die Erregerbürsten kurzschließen. Man erhält dadurch einen einphasigen Induktionsmotor, mit einer Längs- und Querwicklung des Ankers, auf den die in Abschnitt 122 entwickelte Anschauung in vorzüglicher Weise anwendbar ist. Wie der Induktionsmotor zeigt die Maschine dann Nebenschlußverhalten, d. h. fast unveränderliche Drehzahl.

Bei noch größerer Geschwindigkeit überwiegt der wagerechte Fluß. Gleichzeitig wird die Spannung an den Erregerbürsten nachteilig gegen den Strom, so daß das Voreilen an den Ständerbürsten, das durch die Streuung in der wagerechten Achse verursacht wird, ausgeglichen wird. Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Gesamtspannung wird dann zunächst Null und bei weiterer Steigerung der Geschwindigkeit negativ.

Die Stromwendung macht an den senkrechten Erregerbürsten keine Schwierigkeit. Da die von diesen Bürsten kurzgeschlossene Spule eine wagerechte Achse hat, so ist in ihr die Spannung der Ruhe proportional  $\Phi_x$  und die Spannung der Bewegung proportional  $v \cdot \Phi_y$ . Da nach Gleichung (37)  $\Phi_x$  rund gleich  $v \cdot \Phi_y$  ist, so haben beide Spannungen den gleichen Betrag. Daß sie entgegengesetzt gleich sind, folgt aus den Strahlen der Flüsse in Bild 454 und dem vollständigen Drehfeld bei Gleichlauf, das überhaupt keine Spannung in der kurzgeschlossenen Spule erzeugt. Demnach heben sich die Spannungen der Ruhe und der Bewegung in den von den Erregerbürsten kurzgeschlossenen Spulen bei jeder Geschwindigkeit auf. Selbst bei

Stillstand, wo die Spannung der Bewegung gleich Null ist, trifft dies zu, da der ganze wagerechte, vom Ständer erzeugte Fluß dabei in den Streuweg gedrängt wird. Der von der kurzgeschlossenen Spule umfaßte wagerechte Fluß und damit die Spannung der Ruhe ist also Null.

Die wagerechten Bürsten der kurzgeschlossenen Wicklung schließen Spulen mit senkrechter Achse kurz. In diesen Spulen ist die Spannung der Ruhe proportional  $\Phi_y$ , die Spannung der Bewegung proportional  $v \cdot \Phi_x$ . Da wieder nach Gleichung (37)  $\Phi_x$  rund gleich  $v \cdot \Phi_y$  ist, so verhalten sich die Spannungen wie  $1 : v^2$ . Beim Anlauf ist nur die Spannung der Ruhe durch den Erregerfluß  $\Phi_y$  vorhanden. Ihr nachteiliger Einfluß auf das Bürstenfeuer kann dadurch aufgehoben werden, daß man beim Anlassen ein kleines Übersetzungsverhältnis  $u$  beim Transformator, d. h. einen kleinen Erregerstrom  $u \cdot I$  einstellt. Der Motor läuft dann mit kleinem Erregerfluß  $\Phi_y$  und entsprechend höherem Strom an. Beim Gleichlauf heben sich die Spannungen der Ruhe und der Bewegung wieder auf. Oberhalb des Gleichlaufs überwiegt die Spannung der Bewegung sehr stark. Die Motoren arbeiten daher bei großer Geschwindigkeit ungünstig, während ein Reihenschlußmotor um so günstiger arbeitet, je größer die Geschwindigkeit gegenüber dem Gleichlauf ist. Der Reihenschlußmotor hat daher den Eichbergmotor aus dem Feld geschlagen.

**126. Doppelschlußmotoren<sup>1)</sup>.**

Die Doppelschlußmotoren für Wechselstrom besitzen einen mit Stromwender versehenen Anker, eine auf dem Ständer liegende Feldwicklung, deren magnetische Achse gegen die des Ankers um  $90^\circ$

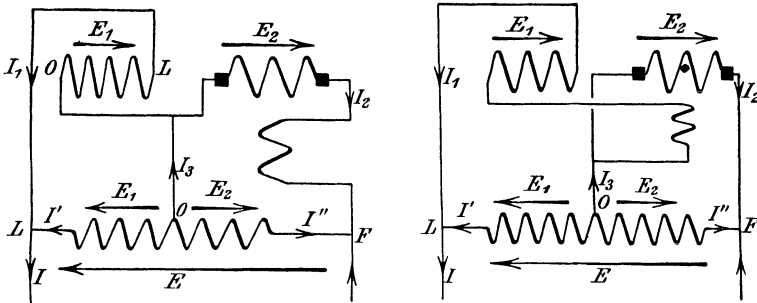


Bild 457. Feld in Reihe mit Anker.  
Pfeile geben positive Richtungen, nicht gleichzeitige Augenblickswerte.

Bild 458. Feld in Reihe mit Querwicklung.

verschoben ist, und eine gleichfalls auf dem Ständer liegende Querwicklung, deren magnetische Achse der des Ankers entgegengerichtet ist. Die Feldwicklung liegt entweder nach Bild 457 mit dem Anker oder nach Bild 458 mit der Querwicklung in Reihe. Der Kreis des

<sup>1)</sup> Vgl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. III, S. 613.

Ankers und der Kreis der Querwicklung werden mit Hilfe eines Spartransformators durch Spannungen von gleicher Phase gespeist. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist veränderlich. Eine besondere Ausführung nach Bild 457 ist der Alexandersonmotor, bei dem die Windungszahl des Ankers halb so groß ist wie die der Querwicklung. Diese bedeckt außerdem nur einen Teil des Umfanges, und der Anker stellt infolge Verkürzung des Wicklungsschrittes ein genaues Spiegelbild der Querwicklung dar.

Zur Festsetzung der positiven Richtungen für Spannungen und Ströme zeichnen wir den Anker ebenfalls wie eine Spule, und zwar mit demselben Wicklungssinn wie bei der Querwicklung. Diese ist so geschaltet, daß der Strom, der im wesentlichen aus der Querwicklung in den Anker weiterfließt, beide Wicklungen in entgegengesetztem Sinne durchfließt. Da die Querwicklung die erste, der Anker die zweite Wicklung eines Transformators darstellt, so geben wir der Querwicklung die Bezeichnung 1, dem Anker die Bezeichnung 2.

Wegen des gleichen Wicklungssinnes setzen wir dann in beiden Wicklungen dieselbe positive Richtung der Ströme und Spannungen fest. Nur unter dieser Bedingung haben wir überhaupt das Recht, den von einem Strom erzeugten Spannungen der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion dieselbe Phase und nicht etwa die entgegengesetzte Phase zuzuschreiben. Die positive Richtung in der Anker- und Querwicklung ist in den Bildern willkürlich von links nach rechts angenommen. Eine positive Spannung wirkt also in der Querwicklung von  $O$  nach  $L$  und im Anker von  $O$  nach  $F$ , gleichgültig, ob es sich um eine aufgedrückte oder eine innen erzeugte Spannung handelt. Dadurch ist auch die durch die Pfeile bezeichnete positive Richtung der Ströme  $I_1$  und  $I_2$  festgelegt, die in den beiden Wicklungen dieselbe ist wie für die Spannungen.

Damit sind auch für den Transformator die positiven Richtungen der Klemmenspannungen  $E_1$  und  $E_2$  und der Ströme  $I'$  und  $I''$  festgelegt, die auch hier von  $O$  nach  $L$  und von  $O$  nach  $F$  zu rechnen sind. Wir wählen ferner die positive Richtung des Stromes  $I_s$  im Mittelleiter willkürlich vom Transformator auf den Motor hin und die der Gesamtspannung  $E$  und des Motorstromes  $I$  willkürlich von  $F$  nach  $L$ .

In symbolischer Form ergeben sich dann die Gleichungen:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \quad (38) \quad \mathfrak{I} = \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}' = -\mathfrak{I} - \mathfrak{I}'' \quad (39) \quad \mathfrak{I}_s = \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}_2. \quad (40)$$

Es sei nun  $L_1$  die Induktivität der Querwicklung, und zwar in Bild 458 mit Einschluß der vorgeschalteten Feldwicklung. Ebenso sei  $L_2$  die Induktivität des Ankers, und zwar in Bild 457 gleichfalls mit Einschluß der vorgeschalteten Feldwicklung.

Die gegenseitige Induktivität zwischen Querwicklung und Anker sei  $M$ , und es sei

$$\sigma_1 = \frac{M}{L_1} \quad (41) \quad \sigma_2 = \frac{M}{L_2}. \quad (42)$$

Der Wirkwiderstand und die Verluste im Eisen werden vernachlässigt. Die Sättigung ist wieder gering angenommen.

Wir behandeln zunächst den Motor, dessen Feld nach Bild 457 in Reihe mit dem Anker liegt. Wir legen dazu in Bild 459 den Strahl  $FL$  der Klemmenspannung  $E$  willkürlich wagerecht von rechts nach links. In dieselbe Richtung fällt dann der Strahl  $OL$ , der die Spannung  $E_1$  an der Querwicklung darstellt. Der Strom  $I_1$

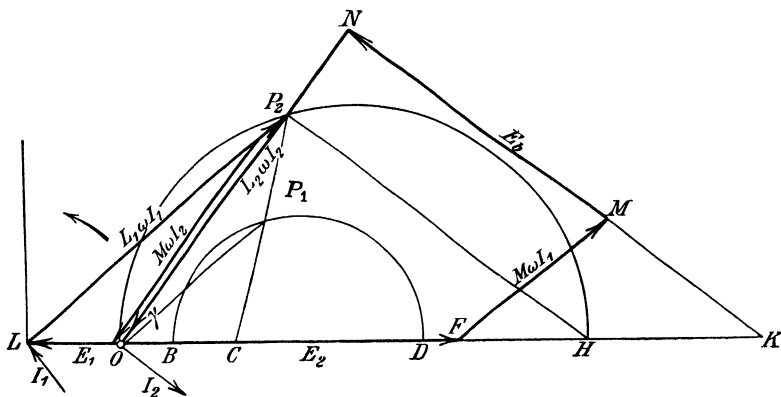


Bild 459. Spannungsbild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe mit Anker.

der Querwicklung bleibe, wie gezeichnet, hinter dieser Spannung  $E_1$  zurück. Er erzeugt in der Querwicklung die Spannung  $LP_2 = L_1 \omega I_1$ , die gegen ihn um  $90^\circ$  nacheilt. Außerdem erzeugt in der Querwicklung der Ankerstrom  $I_2$  eine Spannung der gegenseitigen Induktion  $P_2O = M \omega I_2$ . Die Summe der drei Spannungen  $E_1$ ,  $L_1 \omega I_1$  und  $M \omega I_2$  ist, wie im Bild gezeichnet, gleich Null.

Im Ankerkreis wird die Bürstenspannung  $E_2$  durch den Strahl  $OF$  und der Strom durch einen gegen  $M \omega I_2$  um  $90^\circ$  voreilenden Strahl  $I_2$  dargestellt. Zur Bürstenspannung  $E_2 = OF$  fügt sich die Spannung der gegenseitigen Induktion  $FM = M \omega I_1$ , ferner die durch Bewegung erzeugte Spannung  $MN = E_b$  und die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung  $NO = L_2 \omega I_2$ . Die Summe dieser vier Spannungen ist ebenfalls Null. Dabei hat  $M \omega I_1$  dieselbe Phase wie  $L_1 \omega I_1$ , und ebenso hat  $L_2 \omega I_2$  dieselbe Phase wie  $M \omega I_2$ . Die Spannung  $E_b$  der Bewegung hat abgesehen vom Vorzeichen dieselbe Phase wie der Fluß, der sie hervorruft, also auch wie der Ankerstrom, der diesen Fluß erzeugt. Das Vorzeichen folgt daraus, daß die Spannung der Bewegung, wie bei Gleichstrom, dem Strom  $I_2$ , der das

Drehmoment ausübt, entgegengerichtet sein muß. Der Winkel zwischen  $E_b$  und  $L_2 \omega I_2$  wird auf diese Weise gleich  $90^\circ$ .

Wir ziehen nun durch  $P_2$  einen Strahl in Richtung von  $E_b$ . Die wagerechte Achse werde durch diesen Strahl in  $H$  und durch die Verlängerung von  $E_b$  in  $K$  geschnitten. Dann ist:

$$\sigma_1 = \frac{M \omega I_1}{L_1 \omega I_1} = \frac{FK}{E_1 + OH} \quad \sigma_2 = \frac{M \omega I_2}{L_2 \omega I_2} = \frac{OH}{E_2 + FK}.$$

Wir setzen  $FK$  aus der zweiten Gleichung in die erste ein und lösen für  $OH$  auf. Dadurch erhalten wir

$$OH = \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot E_1 + \sigma_2 \cdot E_2}{1 - \sigma_1 \sigma_2}. \quad (43)$$

Sind also die Gesamtspannung und das Übersetzungsverhältnis des Transformators gegeben, so ist  $OH$  unveränderlich. Demnach

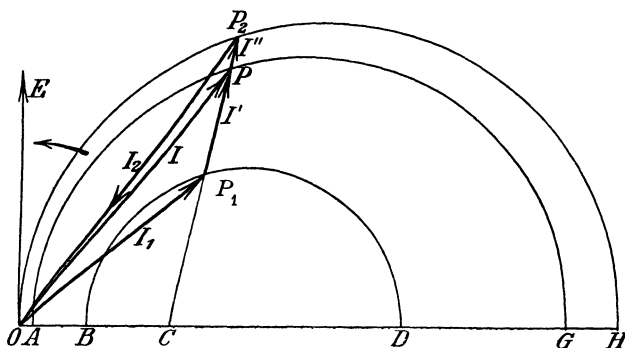


Bild 460. Strombild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe und Anker.

liegt der Anfangspunkt  $P_2$  des Strahles  $P_2 O = M \omega I_2$  auf einem Kreise über den unveränderlichen Durchmesser  $OH$ .

Ist nun  $OP_1$  nach Größe und Richtung gleich  $M \omega I_1$ , so ist

$$\sigma_1 = \frac{OP_1}{LP_2} = \frac{CO}{CO + E_1}, \quad \text{d. h. } CO = \frac{\sigma_1 \cdot E_1}{1 - \sigma_1}. \quad (44)$$

Der Punkt  $C$  liegt also fest. Da das Verhältnis  $CP_1$  zu  $CP_2$  ebenfalls gleich  $\sigma_1$  ist, so liegt  $P_1$  auf einem Kreise, der mit dem Kreis über  $OH$  den Ähnlichkeitspunkt  $C$  hat. Sein Durchmesser  $BD$  ist bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{CB}{CO} = \frac{CD}{CH} = \sigma_1. \quad (45)$$

Um nun zum Strombild überzugehen, teilen wir alle Strahlen und Strecken durch  $M \omega$ . Dadurch erhalten wir Bild 460, in welchem  $P_1$  und  $P_2$  wiederum auf Kreisen liegen und  $OP_1$  den Strom  $I_1$  der Querwicklung und  $P_2 O$  den Strom  $I_2$  des Ankers darstellt. Da alle Strahlen, z. B. der Strahl des Stromes  $I_1$ , gegenüber Bild 459 um  $90^\circ$  nach

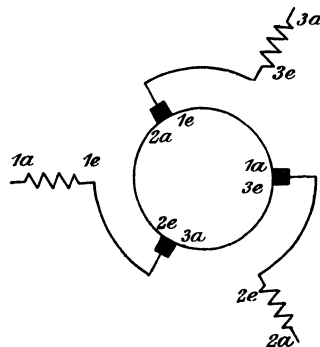






Die Motoren können als Reihenschlußmotoren oder Nebenschlußmotoren gebaut werden. Von diesen sollen im folgenden die Reihenschlußmotoren behandelt werden, und zwar unter Vernachlässigung der Eisensättigung, der Streuung, des Widerstandes und der Kurzschlußströme unter den Bürsten.

Die Ständerwicklung ist nach Bild 463 unverkettet. Die Anfänge  $1a$ ,  $2a$ ,  $3a$  liegen am Netz, die Enden  $1e$ ,  $2e$ ,  $3e$  an den auf dem Stromwender schleichenden Bürsten des Ankers. Vor dem Einschalten stehen die Bürsten so, daß die Ströme den Ständer und Anker genau in derselben Richtung magnetisieren.



In Bild 464 habe der Strom im Ständerzweig 1 seinen Höchstwert  $i_m$ .

Er fließt dann zu gleichen Teilen durch je einen Ankerzweig und weiter durch die Ständerzweige 2 und 3. Der eine Ankerzweig ist stromlos.

In Bild 465 sei der Strom im Ständerzweig 1 auf  $0,866 i_m$  gesunken, im Ständerzweig 2 auf  $0,866 \cdot i_m$  angewachsen und im Ständerzweig 3 zu Null geworden. Der Strom des Ständerzweiges 1

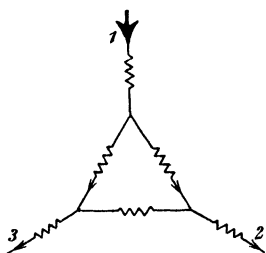


Bild 464.  $i = i_m$ .

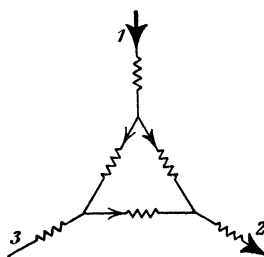


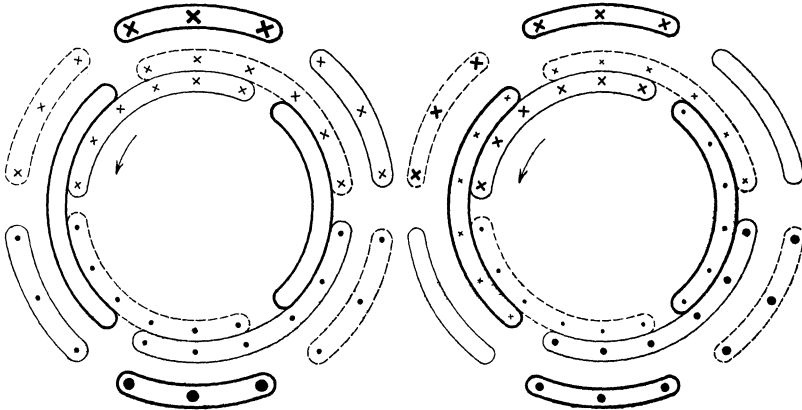
Bild 465.  $i = 0,866 \cdot i_m$ .

teilt sich dann im Anker in zwei ungleiche Teile. Der stärkere Teil fließt durch einen Ankerzweig unmittelbar zum Ständerzweig 2, während ein halb so starker Strom durch zwei Ankerzweige hintereinander ebenfalls zum Ständerzweig 2 fließt.

Wir erhalten dann im ersten Falle die Stromverteilung in Bild 466, im zweiten Fall die Stromverteilung in Bild 467. Wenn die Windungszahl des Ankers, wie in Bild 466 und 467, doppelt so groß ist wie des Ständers, so liegt der Erregung des Ständers an jeder Stelle eine gleichgroße Erregung des Ankers gegenüber. Die magnetisierenden Wirkungen beider Teile sind also einander gleich.

Wie Bild 466 und 467 zeigen, liegt in der Einschaltstellung ein Ankerzweig immer genau vor zwei Ständerzweigen. Er ist mit diesen nach Bild 463 in Reihe geschaltet, so daß die verkettete Netzspannung die Spannungen zu überwinden hat, die in dem Ankerzweig und in den beiden zugehörigen Ständerzweigen erzeugt werden.

An Stelle der geometrischen Summe der Spannungen der beiden Ständerzweige führen wir nun die in einem einzigen Zweig er-

Bild 466.  $i = i_m$ .Bild 467.  $i = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot i_m$ .

Ströme im Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung. Durchmesserwicklung.

zeugte Spannung  $E_1$  ein. Ebenso führen wir an Stelle der in einem ganzen Ankerzweig erzeugten Spannung die Spannung  $E_2$  ein, die in dem unserem Ständerzweig gegenüberliegenden halben Ankerzweig erzeugt wird, und endlich statt der Netzspannung die Sternspannung  $E$  des Netzes. Diese Sternspannung, die wir kurz als Netzspannung bezeichnen, ist entgegengesetzt gleich der Summe aus den in einem Ständerzweig und dem zugehörigen halben Ankerzweig erzeugten Spannungen  $E_1$  und  $E_2$ . Dabei hat nach Bild 466 und 467 der halbe Ankerzweig dieselbe Windungszahl wie der Ständerzweig.

### 128. Spannungs- und Strombild.

Die Ströme und das Feld mögen in Bild 468 entgegen dem Uhrzeiger umlaufen. Wir verschieben jetzt die Ankerbürsten aus der Einschaltstellung um den stumpfen Winkel  $\beta$  entgegen der Drehrichtung des Feldes. Dann wirken sich die Ständererregung  $X_1$  und die gleich große Ankererregung  $X_2$  wesentlich entgegen und geben zusammen eine Gesamterregung  $X$ . Dabei eilt jetzt die sinusförmig angenommene Ständererregung  $X_1$  der Ankererregung  $X_2$  um den stumpfen Winkel  $\beta$  voraus.

Wie die Amperesche Schwimmerregel zeigt, ergibt das Feld, das nach Größe und Phase der Gesamterregung  $X$  entspricht, mit

dem Ankerstrom zusammen nach Bild 468 ein Drehmoment entgegen dem Uhrzeiger, also im Sinne des Drehfeldes, wie dies mit Rücksicht auf geringe Verluste durch Wirbelströme und Hysteresis erforderlich ist. Ein Drehmoment entgegen dem Drehsinn des Feldes, das zwar durch entgegengesetzte Verschiebung der Bürsten zu erreichen wäre, kommt in Wirklichkeit nicht in Frage.

Auch jetzt ergeben die Sternspannung  $E$  des Netzes und die Spannungen  $E_1$  und  $E_2$ , die in einem Ständerzweig und dem halben zugehörigen Ankerzweig erzeugt werden, die Summe Null. Jetzt wird aber die Spannung  $E_2$  in dem halben Ankerzweig bei der Drehung des Feldes nach Bild 468 um den Winkel  $\beta$  früher erzeugt als die im Ständerzweig,  $E_2$  eilt also gegen  $E_1$  um  $\beta$  voraus.

Die Frequenz der Spannung an den Ankerbürsten, also auch der in einem halben Ankerzweig erzeugten Gegenspannung  $E_2$  ist gleich der des Ständerstromes. Wenn man die ständig zwischen zwei Bürsten liegenden Drähte als Ganzes betrachtet, macht es nichts aus, ob der Anker sich dreht oder nicht, und mit welcher Geschwindigkeit die Drähte innerhalb dieses Ganzen ihre Rolle wechseln.

Die Größe der in einem halben Ankerzweig erzeugten Spannung  $E_2$  entspricht der Schlüpfung, d. h. dem Unterschied der Drehzahl des Feldes und des Ankers. Dagegen entspricht die in einem Ständerzweig erzeugte Spannung  $E_1$  der Frequenz des Netzes. Da beide Spannungen durch dasselbe Feld erzeugt werden und die Drahtzahl nach dem Schluß des vorigen Abschnitts dieselbe ist, so ist die Schlüpfung  $s = E_2 : E_1$ .

Wir stellen nun das Spannungsbild beim Betriebe auf. Die Netzspannung  $OG = E$  in Bild 469 ergibt mit der im Anker erzeugten Spannung  $GP = E_2$  und der im Ständer erzeugten Spannung  $PO = E_1$  die Summe Null. Dabei eilt  $E_2$  gegen  $E_1$  um den Winkel  $\beta$  vor, um den die Bürsten aus der Einschaltstellung entgegen der Richtung des Drehfeldes verschoben worden sind. Da die Netzspannung bei allen Betriebszuständen gleich bleibt, so liegt  $P$  bei gegebener Bürstenstellung auf einem Kreise, in welchem  $OG = E$  die Sehne über dem Bogen  $180^\circ - \beta$  ist.  $PO$  ist dabei die im Ständer erzeugte Spannung und  $OP$  die einem Ständerzweig aufgedrückte Klemmenspannung. Die Schlüpfung  $s$  ist dann gleich dem Verhältnis  $GP : PO$ .

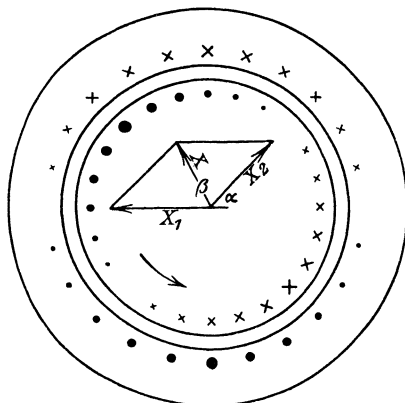


Bild 478. Drehstrom-Reihenschlußmotor.



doppelten Gleichlauf ( $E_1 = OA$ ) wird diese Voreilung gleich Null, da  $AOG$  gleich  $\pi/2 - \beta/2$  ist. Bei noch größerer Geschwindigkeit, welcher der Bogen  $AO$  entspricht, wird sie negativ.

Es sei nun  $I_0$  der Ständerstrom, wenn der Ständer für sich allein in Stern geschaltet ist. Er erzeugt in einem Ständerzweig eine Spannung, die der Sternspannung  $E$  des Netzes entgegengesetzt gleich ist. Daraus folgt:

$$\frac{E_{11}}{E} = \frac{I}{I_0}. \quad (1)$$

Nun ist nach Bild 469  $E_{11} = E_1 : 2 \cos \beta/2$ , also ist der Strom

$$I = \frac{I_0}{2E \cdot \cos \beta/2} \cdot E_1. \quad (2)$$

Für den Gleichlauf wird  $E_1 = E$ , also der Strom bei Gleichlauf

$$I_g = \frac{I_0}{2 \cos \beta/2}. \quad (3)$$

Für Stillstand wird  $E_1 = KO = E : 2 \cos \beta/2$ , also der Kurzschlußstrom nach Gl. (2):

$$I_k = \frac{I_0}{4 \cdot \cos^2 \beta/2}. \quad (4)$$

Zur Ermittlung der Leistung setzen wir nach Bild 469

$$POK = \frac{\beta}{2} - \varphi + \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} = 90^\circ - \varphi.$$

Ziehen wir also  $PH$  senkrecht auf  $OK$ , so wird  $PH = E_1 \cos \varphi_1$  und die zugeführte Leistung ergibt sich mit Gleichung (2) zu

$$N = 3E \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{3I_0}{2 \cos \beta/2} \cdot PH \text{ Watt}. \quad (5)$$

Da wir die Verluste vernachlässigen, ist die abgegebene Leistung gleich  $N$ . Das Drehmoment in mkg ergibt sich also durch Teilung der Leistung mit  $9,81 \cdot 2 \pi \cdot n/60$ . Nun tritt beim Gleichlauf an die Stelle von  $PH$  die Senkrechte des Punktes  $G$ , d. h.  $E \sin \beta/2$  und  $n/60$  wird gleich  $f/p$ . Demnach wird das Drehmoment beim Gleichlauf

$$D_g = \frac{3I_0 \cdot p \cdot E \sin \beta/2}{2 \cdot 9,81 \cdot 2\pi f \cdot \cos \beta/2}. \quad (6)$$

Da sich bei geringer Sättigung die Drehmomente wie die Quadrate des Stromes verhalten, ergibt sich nach Gl. (3) und (6) allgemein

$$D = \frac{D_g \cdot I^2}{I_g^2} = \frac{3 \cdot p \cdot E \cdot \sin \beta}{9,81 \cdot 2\pi f \cdot I_0} \cdot I^2. \quad (7)$$

Für Stillstand oder Anlauf erhalten wir aus Gleichung (4) und (7) das Drehmoment zu

$$D_k = \frac{3p \cdot E \cdot I_0 \cdot \sin \beta}{9,81 \cdot 2\pi f \cdot 16 \cos^4 \beta/2}. \quad (8)$$

Das Anlaufmoment ist also um so größer, je weiter die Bürsten aus der Einschaltstellung verschoben sind. Allerdings wird für  $\beta = 180^\circ$  das Feld gleich Null, dafür aber die Stromstärke bei unsern Voraussetzungen unendlich groß.

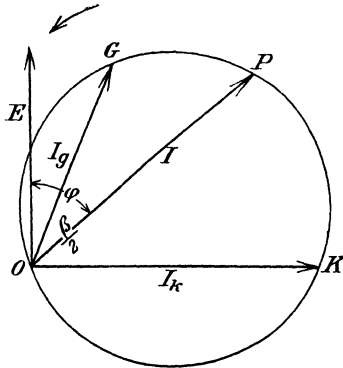


Bild 470. Strombild des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Wir vervielfachen nun nach Gleichung (2) alle Strahlen des Spannungsbildes mit  $I_0 : 2 E \cos \beta/2$  und erhalten dadurch das Strombild in Bild 470. Darin ist  $OP$  der Strom bei Betrieb,  $OG$  der Strom beim Gleichlauf und  $OK$  der Strom beim Anlauf.

$OG$  berechnet sich dabei nach Gleichung (3) und eilt gegen  $OK$  um  $\beta/2$  vor.  $P$  liegt dann wieder auf einem Kreise, in welchem  $\pi - \beta$  der Peripheriewinkel über der Sehne  $OG$  ist. Da  $POK$  gleich  $90^\circ - \varphi$  war, so fällt der Strahl der Klemmenspannung  $E$  dauernd in die Richtung  $OA$ , also senkrecht zu  $OK$ .

Bild 469 und 470 gelten nur für eine bestimmte Bürstenverschiebung. In dieser Hinsicht ist Bild 471 und 472 günstiger<sup>1)</sup>. Der Strahl

Bild 469 und 470 gelten nur für eine bestimmte Bürstenverschiebung. In dieser Hinsicht ist Bild 471 und 472 günstiger<sup>1)</sup>. Der Strahl

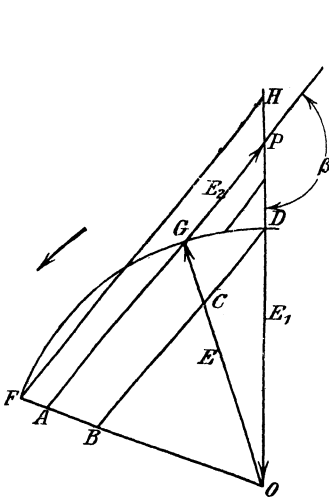


Bild 471. Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors für einen einzelnen Wert von  $\beta$ .

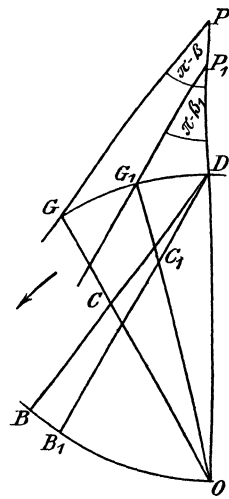


Bild 472. Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors für verschiedene Werte von  $\beta$ .

der im Ständer erzeugten Spannung  $E_1 = PO$  liegt dabei fest, und der Endpunkt  $G$  des Strahles der gleichbleibenden Netzspannung ver-

<sup>1)</sup> Vgl. Binder, Diagramm für den Drehstrom-Reihenschlußmotor, ETZ 1913. Heft 15.

schiebt sich auf einem Kreise mit dem Halbmesser  $E = OG$ . Bei gegebenem Bürstenverschiebungswinkel  $\beta$  haben dann alle Strahlen  $E_2$  der im Anker erzeugten Spannung  $E_2$  bei den verschiedenen Betriebszuständen dieselbe Richtung. Der Strom bleibt wieder um  $\pi/2 - \beta/2$  gegen  $OP$  zurück. Sein Strahl liegt also fest.

Unterhalb des Gleichlaufs liegt  $OG$  links, oberhalb des Gleichlaufs rechts von  $OP$ . Beim Gleichlauf fällt  $P$  mit  $D$  und  $OG$  mit  $OD$  zusammen.

Bei Stillstand ist die im Ständer erzeugte Spannung gleich  $HO$ , die gleichgroße im Läufer erzeugte Spannung gleich  $FH$  und die Netzspannung gleich  $OF$ . Wir verlängern nun  $PG$  bis  $A$  und ziehen  $DB$  in gleicher Richtung. Dann sind die Dreiecke  $ODB$  und  $OPA$  ebenso wie  $OHF$  gleichschenkelig, und es wird die Schlüpfung

$$s = \frac{GP}{PO} = \frac{CD}{DO} = \frac{CD}{BD}.$$

Bei Änderung von  $\beta$  ändert sich auch die Richtung  $OF$ . Das neue Bild läßt sich dann leicht zeichnen, da  $B$  auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt  $D$  und dem Halbmesser  $E$  liegt. Bei derselben Belastung, also gleichbleibendem Drehmoment, werde z. B.  $\beta$  auf  $\beta_1$  vergrößert. Da das Drehmoment nach Gleichung (7) proportional  $I^2 \cdot \sin \beta$ , also nach Gleichung (2) proportional  $E_1^2 \cdot \text{tg } \beta/2$  ist, ergibt sich dann zunächst die im Ständer erzeugte Spannung  $P_1O$  in Bild 472 aus

$$\overline{P_1O}^2 \cdot \text{tg } \beta_{1/2} = \overline{PO}^2 \cdot \text{tg } \beta/2.$$

Zieht man dann  $CB_1 = CB$  in der durch die neue Bürstenverschiebung gegebenen Richtung, so sieht man, daß sich die Schlüpfung im Verhältnis  $DC_1$  zu  $DC$  verringert, die Drehzahl also durch Vergrößerung der Bürstenverschiebung zugenommen hat.

### 129. Verbesserung des Leistungsfaktors und des Anlaufs<sup>1)</sup>.

Wir nahmen bisher gleiche magnetische Wirkung des Ständers und Ankers, also gleiche Windungszahl in einem Ständerzweig und einem halben Ankerzweig an. Dabei sind nach Bild 473, das mit Bild 469 übereinstimmt, die beim Anlauf oder Stillstand im Ständer und Anker erzeugten Spannungen  $E_1$  und  $E_2$  einander gleich.

Wir untersuchen nun, welchen Einfluß es hat, wenn die Windungszahl des Ankers gegenüber der des Ständers so weit erhöht wird, daß im Spannungsdreieck bei Stillstand der dem Strahl  $E_2$  gegenüberliegende Winkel gleich  $90^\circ$  wird (Bild 474).

Da der Motor sich bei Stillstand wie eine Drosselspule verhält, so bleibt der Anlaufstrom um  $90^\circ$  hinter der Netzspannung  $E$  zurück, er fällt also in die Richtung  $OK$ , d. h. er hat dieselbe Phase wie die

<sup>1)</sup> Vgl. Schenkel, ETZ 1912. S. 473 ff.



dem Ständerzweig aufgedrückte Spannung. Da in ähnlicher Weise wie im vorigen Abschnitt auch jetzt wieder die Verschiebung zwischen Strom und Ständerspannung sich als unveränderlich ergibt, so ist sie bei allen Betriebszuständen gleich Null. Da ferner beim Gleichlauf die Spannung am Anker gleich Null, also die am Ständer gleich der Netzspannung ist, so ist beim Gleichlauf auch die Phasenverschiebung zwischen Strom und Netzspannung gleich Null. Der Leistungsfaktor Eins wird also nicht wie früher beim doppelten, sondern beim einfachen Gleichlauf erreicht.

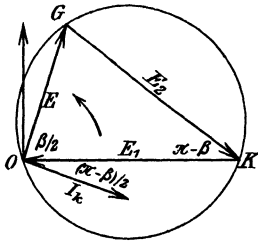


Bild 473.

Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.

$$\omega_2 = 2\omega_1.$$

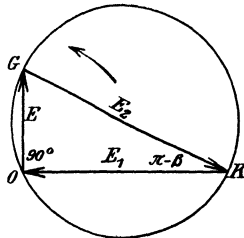


Bild 474.

$$\omega_2 > 2\omega_1.$$

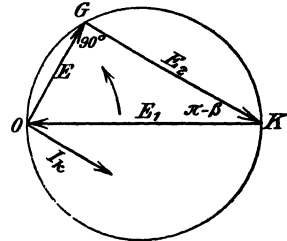


Bild 475.

Spannungsbild.

$$\omega_2 < 2\omega_1.$$

Ein solcher Motor zeigt aber im erhöhten Maße die auch bei gleicher magnetischer Wirkung des Ständers und Ankers auftretende Erscheinung, daß der Strom, der beim Anlauf durch  $OK$  gegeben ist, sich während des Anlaufens zunächst vergrößert, wenn sich  $P$  auf dem Kreise nach oben in die Betriebslage verschiebt. Der größte Strom, der überhaupt möglich ist, ist durch den von  $O$  aus gezogenen Kreisdurchmesser in Bild 470 gegeben. Alle Strahlen  $OP$ , deren Endpunkte auf dem Bogen unterhalb dieses Durchmessers liegen, wiederholen sich in ihrem Betrage oberhalb. Zu einem gegebenen Drehmoment, also gegebener Stromstärke, gehören dann zwei verschiedene Punkte  $P$  auf dem Kreise, also auch zwei verschiedene Drehzahlen. Davon ist die Drehzahl, die einem Punkt  $P$  unterhalb des Durchmessers entspricht, nicht stabil. Der Motor läuft dabei von selbst auf die höhere Drehzahl hinauf, dadurch, daß sich sein Drehmoment mit wachsender Drehzahl zunächst vergrößert. Dies hat aber den Nachteil, daß der Anlauf stoßweise erfolgt. Man kann daher auf ruhigen Anlauf nur rechnen, wenn sich auch das Gegendrehmoment, wie z. B. bei Gebläseantrieb, mit zunehmender Geschwindigkeit erhöht.

Um nun auch in anderen Fällen ein ruhiges Anlaufen zu erreichen, kann man die Windungszahl des Ankers gegenüber der des Ständers umgekehrt so weit verringern, daß dem Strahl  $E_1$  nach Bild 475 ein rechter Winkel gegenüberliegt. Der Strom ist dann bei Stillstand am größten und verringert sich ganz allmählich, wenn der Motor auf seine betriebsmäßige Drehzahl hinaufläuft.

Allerdings hat nun ein solcher Motor beim Gleichlauf einen geringeren Leistungsfaktor als bei gleicher Windungszahl auf Ständer und Anker. Der Strom, der wieder bei Stillstand um  $90^\circ$  hinter der Netzspannung zurückbleibt, bleibt jetzt nach Bild 475 bei Stillstand und daher auch wieder allgemein um  $\pi - \beta$  statt um  $\pi/2 - \beta/2$  hinter der Ständerspannung zurück, die bei Gleichlauf gleich der Netzspannung ist. Noch geringer wird der Leistungsfaktor, wenn das Spannungsdreieck bei Stillstand stumpfwinklig ist. Es ist daher vorteilhaft, wenn die Ankerwindungen nur so weit verringert werden, daß das Dreieck gerade rechtwinklig wird. Die Bedingung dafür lautet nach Bild 475

$$E_2 = E_1 \cdot \cos(\pi - \beta). \quad (9)$$

Das Windungsverhältnis muß also gleich  $\cos(\pi - \beta)$  sein, d. h. das Windungsverhältnis läßt sich bei dem beschriebenen Reihenschlußmotor nur für eine einzige Bürstenstellung so einrichten, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand gerade rechtwinklig wird. Dies genügt aber nicht für den wirklichen Betrieb, da bei diesem die Bürstenstellung je nach der Belastung und Drehzahl geändert wird.

Bei dem von den Siemens-Schuckertwerken durchgebildeten Motor mit doppeltem Bürstensatz (Bild 476) ändert sich das Windungsverhältnis selbsttätig so, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand für jede Bürstenstellung rechtwinklig ist. Der Motor wird dazu über einen Transformator gespeist, bei dem Anfang und Ende jedes Zweiges der zweiten Wicklung zu einer festen und einer beweglichen Bürste des Motors geführt sind. Die festen Bürsten  $A_1, A_2$  und  $A_3$  stehen in der Achse der Ständerwicklung. Die beweglichen, in einer anderen Ebene liegenden Bürsten  $B_1, B_2, B_3$  stehen vor dem Einschalten auf denselben Stegen wie die entsprechenden festen, so daß kein Strom in den Anker fließt. Beim Ingangsetzen werden die beweglichen Bürsten, wie gezeichnet, in die Betriebstellung verschoben.

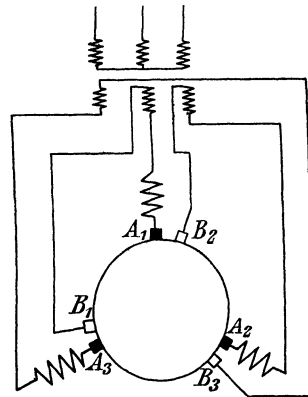


Bild 476. Schaltbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors mit doppeltem Bürstensatz.

Ist  $\beta$  wieder wie früher Bürsten-Verschiebungswinkel, so ist die Verschiebung der magnetischen Achsen, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen betrachtet, nach Bild 477 nicht wie früher  $\pi - \beta$ , sondern  $\pi/2 - \beta/2$ , also halb so groß. Eine große räumliche Verschiebung bewirkt also nur eine kleine Verschiebung der Achsen, so daß die Drehzahl feinstufig geregelt werden kann. Da in das Spannungsbild nicht die räumliche Bürstenverschiebung, sondern die Achsenverschiebung

einzuführen ist, so lautet jetzt die Bedingung dafür, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand rechtwinklig wird:

$$E_2 = E_1 \cdot \sin \beta/2.$$

Nach Abschnitt 94 ist bei sinusförmigem Feld die bei Stillstand im Ankerzweig erzeugte Spannung bei  $z$  Drähten des Ankerzweiges

$$E_2 = 2,22 \Phi \cdot f \cdot z \cdot \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \cdot 10^{-8}. \quad (10)$$

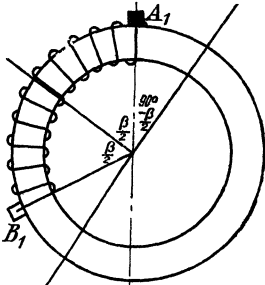


Bild 477. Ankerzweig zwischen zwei zusammengehörenden Bürsten.

Nun bleibt in unserem Falle  $z : \beta/2$  bei Verschiebung der beweglichen Bürste  $B_1$  ungeändert, also ist die erzeugte Spannung proportional  $\sin \beta/2$ . Man legt nun auf den Anker so viel Windungen, daß bei Stillstand und  $\beta/2 = \pi/2$  im Anker dieselbe Spannung erzeugt wird wie im Ständer. Dann ist die bei Stillstand im Anker erzeugte Spannung bei jeder Bürstenstellung gleich  $E_1 \cdot \sin \beta/2$ . Demnach ist die Bedingung dafür, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand rechtwinklig ist, jetzt für jede Bürstenstellung erfüllt,

der Anlauf wird also sicher beherrscht.

Wenn man die Windungszahl des Ankers etwas größer bemißt, als es, der Bedingung  $E_2 = E_1 \sin \beta/2$  entspricht, so ändert dies das Verhalten beim Anlauf nur wenig, aber der Leistungsfaktor wird günstiger. Dies ist besonders dann der Fall, wenn man die sonst festen Bürsten ebenfalls verschiebt, und zwar entgegen den beweglichen Bürsten. Man kann dadurch erreichen, daß die vollen Ankerwindungen zwischen zwei zusammengehörenden Bürsten liegen. Wie wir früher sahen, ist eine solche große Windungszahl in bezug auf den Leistungsfaktor vorteilhaft.

In den Gleichungen für Drehzahl, Stromstärke und Drehmoment ist das geänderte Windungsverhältnis auf Anker und Ständer zu berücksichtigen.

## Sechszwanzigster Teil.

### 130. Drehstrom-Regelsätze<sup>1)</sup>.

Zur verlustlosen Regelung von Drehstrommotoren kann man einen sogenannten Hintermotor verwenden. Am einfachsten ist dabei eine Anordnung, bei der als Hintermotor ein auf der Welle des Drehstrommotors sitzender Drehstrommotor mit Stromwender benutzt

<sup>1)</sup> Vgl. Dr. Georg Meyer, »Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen« 1911 Heft 22 bis 24.

wird. Dieser wird entweder als Reihenschlußmotor gebaut und durch Bürstenverschiebung geregelt oder als Nebenschlußmotor mit Spannungsregelung ausgeführt. Er wird von dem Läufer des Hauptmotors gespeist.

Bei einer anderen, von Scherbius angegebenen Anordnung wird der Hintermotor, der ebenfalls als Drehstrommotor mit Stromwender ausgeführt ist, getrennt vom Hauptmotor aufgestellt. Er treibt einen auf das Netz geschalteten asynchronen Stromerzeuger an. Die vom Läufer des Hauptmotors abgegebene elektrische Arbeit wird also nicht, wie oben, mechanisch, sondern elektrisch nutzbar gemacht.

Ein weiteres Mittel besteht darin, daß man den Läuferstrom des Hauptmotors nach Bild 478 einem Einankerumformer zuführt. Von

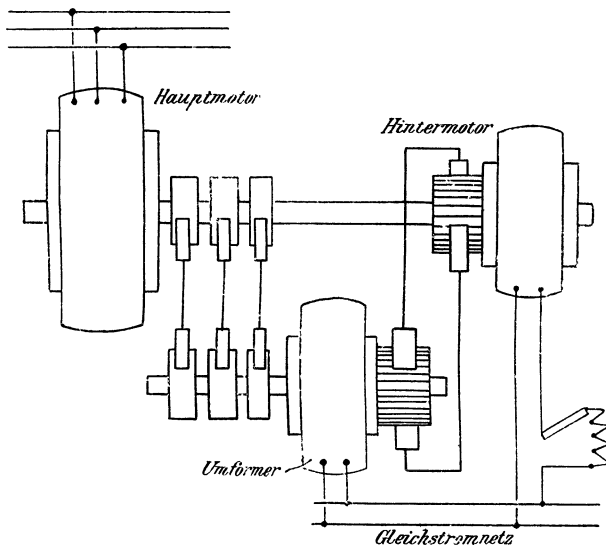


Bild 478. Regelsatz mit Gleichstrom-Hintermotor.

der Gleichstromseite dieses Umformers wird ein auf der Welle des Hauptmotors sitzender Gleichstrommotor gespeist. Die Drehzahl wird durch Änderung der Erregung des Gleichstrommotors geregelt.

Da ein Umformer sich auf der Drehstromseite genau wie ein Synchronmotor verhält, so ist es möglich, durch geeignete Erregung beim Umformer den Leistungsfaktor Eins zu erreichen. Dieser Fall soll im folgenden bei allen verschiedenen Betriebszuständen vorausgesetzt werden. Wie sich im folgenden Teil ergibt, stehen beim Einankerumformer die Drehstrom- und Gleichstromspannung in einem bestimmten, unveränderlichen Verhältnis. Daher stehen wegen Gleichheit der zugeführten und abgegebenen Leistung auch die Stromstärken des Drehstromes und Gleichstromes im Umformer in einem unveränderlichen Verhältnis.

Wir wollen nun weiter annehmen, daß der Fluß im Läufer des Hauptmotors bei allen Betriebszuständen derselbe ist. Dies trifft bei Vernachlässigung der Streuung genau zu und gilt auch bei Berücksichtigung der Streuung mit großer Genauigkeit für den linken Teil des Heylandschen Kreises. Die Verluste mögen in allen drei Maschinen der Anordnung in Bild 478 vernachlässigt werden. Unter diesen Voraussetzungen ist die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors proportional der Schlüpfung  $s$ .

Andererseits ist die Spannung des Gleichstrommotors proportional dem Fluß  $\Phi$  des Gleichstrommotors und der Drehzahl, die wegen der Anordnung der beiden Motoren auf derselben Welle proportional  $1 - s$  ist.

Da beide Spannungen gleichzeitig am Umformer liegen, so ist ihr Verhältnis unveränderlich. Unter Einführung eines Festwertes  $k$  ergibt sich also

$$\Phi \cdot (1 - s) = k \cdot s \quad \text{d. h.} \quad \Phi = k \cdot \frac{s}{1 - s}. \quad (1)$$

Ferner wird nach Abschnitt III von der gesamten Leistung  $N_1$ , die dem Ständer des Hauptmotors zugeführt wird, der Betrag  $s \cdot N_1$  im Läuferkreis in elektrische Leistung umgesetzt. An die Stelle der Stromwärme in einem an die Schleifringe des Läufers angeschlossenen Widerstand tritt einfach die dem Umformer zugeführte Arbeit. Diese wird weiter dem Gleichstrommotor zugeführt, und die Leistung dieses Motors wird

$$N_g = s \cdot N_1. \quad (2)$$

Demnach ist die vom Drehstrommotor unmittelbar an die Welle abgegebene mechanische Leistung

$$N_d = N_1 - N_g = (1 - s) \cdot N_1. \quad (3)$$

Wie Gleichung (1) erkennen läßt, ist bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors auch die Schlüpfung und damit die Drehzahl bei allen Belastungen dieselbe. Das Getriebe verhält sich also wie ein Nebenschlußmotor. Weiter zeigen die Gleichungen (2) und (3), daß das Verhältnis der vom Gleichstrommotor und vom Drehstrommotor auf die Welle übertragenen Leistung bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors ebenfalls unabhängig von der Belastung ist.

Um den Einfluß der Feldänderung des Gleichstrommotors deutlich zu machen, tragen wir den Fluß  $\Phi$  des Gleichstrommotors in Bild 479 wagerecht und den zugehörigen, nach Gleichung (1) berechneten, der Drehzahl entsprechenden Wert  $1 - s$  senkrecht auf. Die Kurve, die wir so erhalten, gibt für jeden Fluß die Drehzahl an. Sie schneidet die senkrechte Achse in der Höhe Eins, da für  $\Phi = 0$  auch  $s = 0$  ist. Wir ziehen nun durch den Schnittpunkt eine Wagerechte. Dann gibt uns für eine beliebige Erregung  $OC$  die Strecke  $AB$  die

Schlüpfung  $s$  an. Nach Gleichung (2) und (3) sind dann  $AB$  und  $BC$  die Teile der Gesamtleistung, die vom Gleichstrommotor und Drehstrommotor übernommen werden.

Wie die Kurve zeigt, verringert sich die Drehzahl mit wachsender Erregung des Hintermotors. Dies vollzieht sich in der Weise, daß eine Verstärkung der Erregung die Spannung an den Bürsten des Hintermotors und damit auch auf dem Umwege über den Umformer die Spannung an den Bürsten des Hauptmotors erhöht. Nun ist allgemein der Spannungsverlust im Läufer des Drehstrommotors gleich dem Unterschied der im Läufer erzeugten Spannung und der Schleifringspannung. Mit wachsender Schleifringspannung wird also der Läuferstrom des Hauptmotors und das von diesem ausgeübte Drehmoment geringer, und die Drehzahl nimmt ab, bis infolge der größeren Schlüpfung der Strom wieder stark genug für das Drehmoment ist.

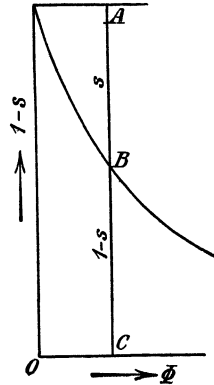


Bild 479. Abhängigkeit der Drehzahl  $BC$  von der Erregung des Hintermotors.

Da das Verhältnis der Stromstärken auf der Gleichstrom- und Wechselstromseite des Umformers unveränderlich ist, so ist der Strom des Gleichstrommotors proportional dem Läuferstrom des Hauptmotors. Er ist also nach Bild 409 nahezu proportional dem primären Wirkstrom, also der dem Hauptmotor zugeführten Leistung und damit der gesamten mechanischen Leistung. Diese ist natürlich nicht nur von der jeweiligen Belastung, d. h. von dem durch beide Motoren gemeinsam zu überwindenden Lastmoment, sondern auch von der in weiten Grenzen geregelten Drehzahl abhängig.

Durch eine zusätzliche Hauptschlußwicklung auf dem Hintermotor läßt sich erreichen, daß das Getriebe die Eigenschaften eines mit Belastung in seiner Drehzahl abfallenden Doppelschlußmotors besitzt, was bei Kupplung mit Schwungmassen zum Zweck der Pufferung von Vorteil ist.

Anstatt durch einen Hintermotor kann die Drehzahl auch nach einer von Heyland angegebenen Anordnung durch einen Frequenzwandler verlustlos geregelt werden. Der Frequenzwandler (Bild 480) enthält einen Gleichstromanker, der in einem unbewickelten, nur den magnetischen Schluß für den Fluß bildenden Ständer läuft und bei der einfachsten Anordnung auf der Welle des Hauptmotors sitzt. Der Anker besitzt einen Stromwender, der über Bürsten an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist, und außerdem Schleifringe, die über einen regelbaren Transformator an das Netz angeschlossen sind.

Wir wollen annehmen, der Maschinensatz laufe mit einer bestimmten Schlüpfung. Dann wird der Frequenzwandler über den

Stromwender mit einer der Schlüpfung entsprechenden Frequenz gespeist. Der dem Stromwender durch die drei Bürsten zugeführte Strom wirkt trotz der Drehung des Ankers genau wie der Strom einer feststehenden Wicklung, wie er z. B. den Klemmen des Ständers eines gewöhnlichen Drehstrommotors zugeführt wird. Im Frequenz-

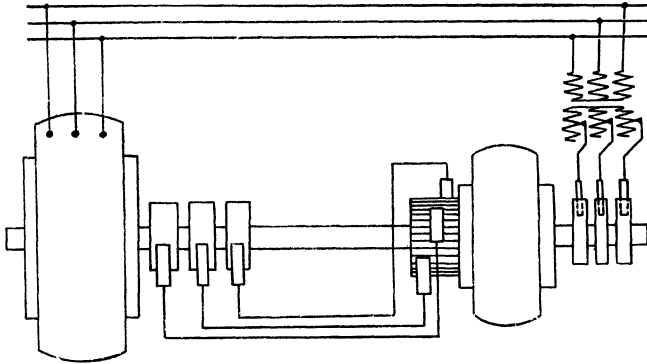


Bild 480. Grundsätzliche Anordnung des Frequenzwandlers.

wandler entsteht also ein Feld, das sich im Raume mit der Frequenz der Schlüpfung dreht. Dabei ist die Schaltung zwischen den Schleifringen des Hauptmotors und den Bürsten des Stromwenders derartig gewählt, daß das Feld im Frequenzwandler sich entgegengesetzt der Drehrichtung des Maschinensatzes dreht. Die Geschwindigkeit eines einzelnen Ankerdrahtes gegenüber dem Feld ist also die Summe aus einer der Drehzahl des Maschinensatzes entsprechenden Frequenz und der Frequenz der Schlüpfung des Hauptmotors. Spannung und Strom an den Schleifringen des Frequenzwandlers haben also genau die Netzfrequenz. Auf diese Weise wird es möglich, von den Schleifringen des Frequenzwandlers Strom ins Netz zurückzuliefern.

Während nun die Frequenz des dem Stromwender zugeführten und von den Schleifringen abgenommenen Stromes verschieden ist, sind die Spannungen an beiden Seiten einander gleich, da sie sich in beiden Fällen aus der Geschwindigkeit der Ankerdrähte gegenüber dem Drehfeld berechnen. Aus diesem Grunde paßt die Schleifringspannung des Frequenzwandlers nicht unmittelbar für das Netz, sondern sie muß erst durch einen Transformator auf die Netzspannung umgeformt werden.

Der Transformator dient nun gleichzeitig zur Regelung der Drehzahl, indem durch Betätigung eines Stufenschalters das Übersetzungsverhältnis des Transformators und dadurch die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers geändert wird. Dadurch wird gleichzeitig die Spannung am Stromwender des Frequenzwandlers, d. h. auch die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors ge-

ändert. Wird beispielsweise diese Spannung erhöht, so nimmt der Läuferstrom des Hauptmotors und damit das Drehmoment ab, Die Drehzahl verringert sich dann, bis infolge der größeren Schlüpfung wieder der für das Drehmoment nötige Strom erzeugt wird. Der Vorgang ist also genau der gleiche, wie wenn wir Widerstand in den Läuferkreis eines Drehstrommotors einschalten.

Im Gleichgewichtszustand ergeben dann im Frequenzwandler die Ströme der Stromwender- und Schleifringseite, die sich wesentlich entgegenwirken, zusammen die magnetisierende Wirkung, die der jeweiligen Spannung des Frequenzwandlers entspricht.

### 131. Phasenschieber.

Die sog. Phasenschieber dienen dazu, den Leistungsfaktor der Drehstrommotoren zu verbessern.

Heyland<sup>1)</sup> hat vorgeschlagen, den Blindstrom für die Magnetisierung nicht dem Ständer, sondern mit Hilfe eines Stromwenders dem Läufer zuzuführen. Wegen der kleinen Frequenz der Schlüpfung ist dazu nur eine geringe Spannung nötig, die von einigen Ständerwindungen abgenommen werden kann, so daß der Blindstrom nur eine geringe Phasenverschiebung im Ständerkreis bewirkt. Der Vorschlag ist aber nicht in größerem Umfange befolgt, da die Einfachheit der Bauart des Drehstrommotors dadurch leidet.

Ein anderer Weg ist die Verwendung eines besonderen eigen-erregten Phasenschiebers. Er enthält einen mit einer Gleichstromwicklung versehenen, trommelförmigen Anker, der mit einem Stromwender versehen ist und von außen in Drehung versetzt wird. Der Läuferstrom des Drehstrommotors wird dem Stromwender durch feststehende Bürsten zugeführt. Bei kleineren Leistungen kann nach Bild 481 für den Phasenschieber ein besonderer Ständer entbehrt werden<sup>2)</sup>. Bei größeren Leistungen muß man mit Rücksicht auf funkenfreien Gang für den Rückschluß der Feldlinien einen unbewickelten Ständer vorsehen, der da, wo der Kurzschluß der Spulen durch die Bürsten erfolgt, Ausparungen enthält<sup>3)</sup>.

Das vom Läuferstrom im Phasenschieber erzeugte Feld dreht sich langsam im Raume mit einer Drehzahl  $n_s$ , die der Schlüpfungsfrequenz des Drehstrommotors proportional ist, unabhängig davon, ob der Phasenschieber still steht oder gedreht wird. Die zwischen zwei Bürsten erzeugte Spannung hat daher immer die Frequenz der Schlüpfung. Ihr Effektivwert ist dagegen von der Drehgeschwindigkeit abhängig. Er ist am größten bei Stillstand des Phasenschiebers und nimmt ab, wenn der Phasenschieber im Sinne seines Drehfeldes ge-

<sup>1)</sup> Heyland, ETZ 1901, S. 633, 1902, S. 28 und 533, 1903, S. 51, 72, 95, 213.

<sup>2)</sup> Scherbius, ETZ 1912, S. 1079.

<sup>3)</sup> Rüdénberg, El. Kraftbetriebe und Bahnen, 1914, S. 425.



dreht wird. Ist beim Gleichlauf die Drehzahl gleich der des Feldes, so wird die erzeugte Spannung gleich Null. Zwischen Stillstand und Gleichlauf bleibt die erzeugte Spannung, die ja eine Selbstinduktionsspannung ist, um  $90^\circ$  gegen den Läuferstrom zurück.

Der Phasenschieber werde nun im Sinne seines Drehfeldes übersynchron mit der festen Drehzahl  $n_k$  angetrieben. Dann ändert die erzeugte Spannung in einer zwischen zwei Bürsten liegenden Wicklungsabteilung ihr Vorzeichen, bleibt aber um  $90^\circ$  gegen den Strom ver-

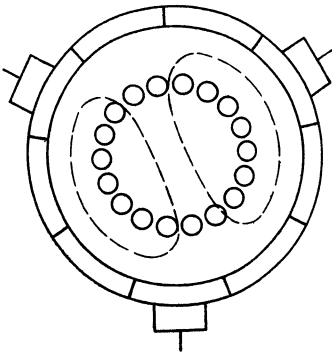


Bild 481. Ständerloser Phasenschieber.

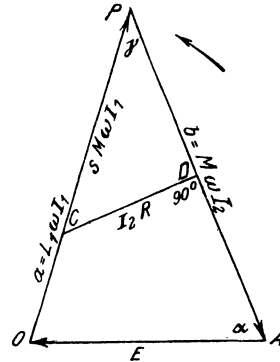


Bild 482. Spannungsbild für eigenregenen Phasenschieber und für Vibrator.

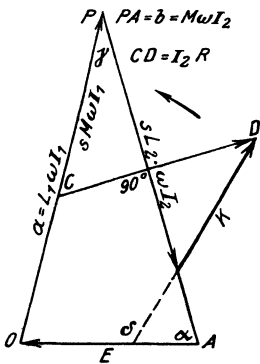


Bild 483. Spannungsbild für Phasenschieber mit Fremderregung.

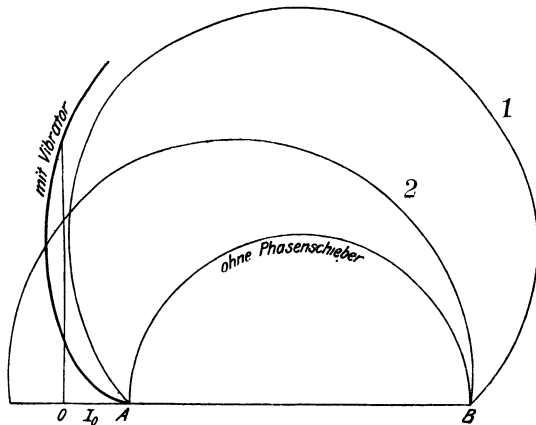


Bild 484. Strombild.

schoben und eilt daher dem Strom um  $90^\circ$  voraus. Sie kann daher dazu dienen, die Selbstinduktion, die durch Streuung des Drehstrommotors verursacht wird, mehr oder weniger aufzuheben und sogar noch eine überschüssige Spannung im entgegengesetzten Sinne zu liefern.

Die Größe dieser voreilenden erzeugten Spannung ist dem Feld, d. h. dem Läuferstrom  $I_2$  und dem Unterschied zwischen der festen Drehzahl  $n_k$  des Phasenschiebers und der Drehzahl  $n_s$  seines Feldes

proportional. Sind also  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K$  Festwerte, so ist die erzeugte Spannung  $K_1 \cdot I_2 (n_k - n_s) = K I_2 - K_2 \cdot I_2 \cdot s$ . Die ganze gegen den Läuferstrom nacheilende erzeugte Spannung im Läuferkreis ist dann in Bild 482 unter Benutzung der Bezeichnungen auf S. 399, wenn  $L_2 \omega + K_2 = L \omega$  gesetzt wird:

$$PD = s \cdot L \omega \cdot I_2 - (K \cdot I_2 - K_2 \cdot I_2 \cdot s) = s \cdot L \omega I_2 - K \cdot I_2.$$

Im Ständer des Drehstrommotors ist dann wie auf S. 399

$$AO = E, \quad OP = a = L_1 \omega I_1, \quad PA = b = M \omega I_2.$$

Im Läuferkreis ist, wenn  $R$  der Gesamtwiderstand im Läufer und Phasenschieber ist:

$$CP = s \cdot M \omega I_1, \quad PD = s \cdot L \omega I_2 - K \cdot I_2, \quad CD = I_2 \cdot R.$$

Da  $PD$  gegen  $CD$  um  $90^\circ$  zurückbleibt, so folgt:

$$\sin \gamma = \frac{I_2 R}{s \cdot M \omega I_1}, \quad \cos \gamma = \frac{s \cdot L \omega I_2 - I_2 K}{s \cdot M \omega I_1} = \frac{LI_2}{MI_1} - \frac{K \sin \gamma}{R}. \quad (4)$$

Wir setzen jetzt in Gleichung (4)

$$I_1 = \frac{a}{L_1 \omega}, \quad (5) \quad I_2 = \frac{b}{M \omega}, \quad (6) \quad \frac{L_1 \cdot L}{M^2} = m. \quad (7)$$

ferner:

$$a \cdot \cos \gamma = b - E \cos \alpha \quad (8) \quad a \cdot \sin \gamma = E \cdot \sin \alpha \quad (9)$$

Rechnen wir dann die  $X$ -Achse von  $A$  nach links und die  $Y$ -Achse von  $A$  aus nach oben, so erhalten wir in Gl. (4) für die Koordinaten des Punktes  $P$  die Gleichung eines Kreises, der durch  $A$  geht. Sein Mittelpunkt liegt um  $KE : 2R(m-1)$  oberhalb und um  $E : 2(m-1)$  rechts von  $A$ . Teilt man dann alle Strahlen und Strecken durch  $L_1 \omega$ , so erhält man das in Bild 484 mit 1 bezeichnete Strombild. Der Kreis geht angenähert durch den Endpunkt  $B$  des Durchmessers, der für den Motor ohne Phasenschieber gilt.

Man kann erreichen, daß die Phasenverschiebung bei der vorgeschriebenen Belastung gleich Null oder negativ wird. Bei Leerlauf und geringer Belastung haben wir dagegen stets einen nacheilenden Strom.

Wenn der Strom auch bei geringer Belastung voreilen soll, muß man den Phasenschieber fremderregen, ihn also mit Schleifringen versehen, wodurch er gleichzeitig zum Frequenzwandler wird. Die Schleifringe werden an eine Spannung  $K$  angeschlossen, welche dieselbe Frequenz hat wie das Netz, von dem der Drehstrommotor gespeist wird. Dann entsteht ein durch die Spannung  $K$  vorgeschriebenes Feld, das relativ zum Phasenschieber mit der Netzfrequenz  $n_0$  umläuft. Es erzeugt in einer Wicklungsabteilung zwischen zwei Bürsten des Stromwenders eine Spannung, die gleich der Schleifringsspannung  $K$  ist, unabhängig davon, ob der Phasenschieber stillsteht oder gedreht wird.

Der Phasenschieber werde nun mit Hilfe von Zahnrädern genau mit der Drehzahl  $n$  des Drehstrommotors entgegen dem Sinne seines Drehfeldes angetrieben. Dann ist die Drehzahl des Feldes im Raume

nicht mehr  $n_0$ , sondern  $n_0 - n = s \cdot n_0$ . Die zwischen zwei Bürsten erzeugte Spannung, die den Festwert  $K$  besitzt, ist also von der Frequenz der Schlüpfung.

Im Spannungsbild 483 ist dann die Spannung  $I_2 \cdot R$  im Läuferkreis die Summe aus den drei erzeugten Spannungen

$$s \cdot M \omega I_1, \quad s \cdot L_2 \omega I_2 \quad \text{und} \quad K.$$

Dabei ist der Winkel  $\delta$  durch die Einstellung der Bürsten auf dem Stromwender willkürlich gegeben. Wir erhalten dann

$$\left. \begin{aligned} s \cdot M \omega I_1 \cos \gamma &= s L_2 \omega I_2 - K \cdot \cos(\delta - \alpha) \\ s \cdot M \omega I_1 \sin \gamma &= I_2 \cdot R - K \cdot \sin(\delta - \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Wir setzen die Werte aus Gleichung (5) bis (9) ein. Die Glieder mit  $s \cdot b$  werden links vereinigt und in Gl. (7)  $L_2$  statt  $L$  eingeführt. Wir teilen dann beide Gleichungen durcheinander, vervielfachen übers Kreuz und setzen  $\sin \alpha \cdot \cos(\delta - \alpha) + \cos \alpha \cdot \sin(\delta - \alpha) = \sin \delta$ . Wenn wir dann  $\sin(\delta - \alpha)$  auflösen und die Achsen wie oben einführen, erhalten wir in Gleichung (10) für die Koordinaten des Punktes  $P$  die Gleichung eines Kreises, der durch den Endpunkt  $B$  des Durchmessers beim Motor ohne Phasenschieber geht. Die Wagerechte und Senkrechte des Mittelpunktes ergeben sich zu

$$p = \frac{1}{2} \left( K \sin \delta \cdot \frac{M \omega}{R} - \frac{E}{m - 1} \right) \quad q = -\frac{1}{2} K \cdot \frac{\cos \delta \cdot M \omega}{R}.$$

Teilen wir alle Strahlen und Strecken wieder durch  $L_1 \omega$ , so erhalten wir das mit 2 bezeichnete Strombild für Fremderregung in Bild 484.

Einen weiteren Weg zur Verbesserung des Leistungsfaktors hat Kapp in seinem Vibrator eingeschlagen. Der Läuferstrom jedes Zweiges wird dabei je einem bewickelten Anker zugeführt, der mit der Frequenz der Schlüpfung in einem durch Gleichstrom erregten gleichförmigen Feld schwingt. Die dadurch erzeugte Spannung hat die Frequenz des Läuferstromes, also die der Schlüpfung. Wenn der schwingende Anker durch seine Nulllage hindurchgeht, ist seine Geschwindigkeit und damit die erzeugte Spannung am größten. In diesem Zeitpunkt wird gleichzeitig aus der Beschleunigung eine Verzögerung, d. h. der Anker, der bisher als Motor arbeitete, wird zum Stromerzeuger, der sich bremst. Der Strom kehrt also beim Durchgang des Ankers durch die Nulllage seine Richtung um, wobei er die gleiche Richtung erhält, wie die Spannung. Daraus folgt, daß die erzeugte Spannung gegen den Strom um  $\frac{1}{4}$  der ganzen Schwingung voreilt. Sie kann also wieder zum Ausgleich der Streuspannung des Drehstrommotors dienen.

Da die Beschleunigung dem Zeitwert  $i_2$  des Läuferstromes proportional ist, so wird mit einem Festwert  $c$

$$\frac{dv}{dt} = c \cdot i_2 = c \cdot i_{2m} \cdot \sin(s \omega t).$$

Demnach ist die Geschwindigkeit

$$v = c \cdot i_{2m} \int \sin(s \omega t) \cdot dt = -\frac{c \cdot i_{2m}}{s \omega} \cdot \cos(s \omega t).$$

Nun ist der Zeitwert der erzeugten Spannung der Geschwindigkeit proportional. Demnach ist ihr Effektivwert dem Verhältnis  $I_2 : s$  proportional. Mit Einführung eines Festwertes  $K$  ergibt er sich also zu  $K \cdot I_2/s$  (vgl. Kapp, ETZ. 1913, S. 931). Setzen wir dann die Summe aus der Selbstinduktivität des Läufers und des Phasenschiebers gleich  $L$ , so wird in Bild 482  $PD = s L \omega I_2 - K \cdot I_2/s$ . Daraus folgt:

$$\cot \gamma = \left( s L \omega - \frac{K}{s} \right) : R.$$

Bei gegebener Schlüpfung liegt dann  $P$  auf einem Kreise, in welchem  $\gamma$  der Umfangswinkel über der Sehne  $E$  ist. Der Mittelpunkt dieses durch  $O$  und  $A$  gehenden Kreises liegt um  $\cot \gamma \cdot E/2$  senkrecht über der Mitte von  $OA$ . Gleichzeitig wird

$$s \cdot M \omega I_1 \cdot \sin \gamma = I_2 \cdot R. \quad (11)$$

Wir setzen

$$I_1 = \frac{a}{L_1 \omega}, \quad I_2 = \frac{b}{M \omega}, \quad a \cdot \sin \gamma = E \cdot \sin \alpha = E \cdot \frac{y}{b}.$$

Dabei ist  $y$  die Senkrechte des Punktes  $P$ . Wir erhalten dadurch

$$b^2 = s \cdot \frac{M^2 \omega^2}{L_1 \omega \cdot R} \cdot E \cdot y. \quad (12)$$

Der Punkt  $P$  liegt also bei gegebener Schlüpfung auch auf einem Kreise, der durch  $A$  geht und dessen Mittelpunkt im Abstand  $s \cdot M^2 \omega^2 E : 2 L_1 \omega R$  senkrecht über  $A$  liegt. Indem man also  $s$  willkürlich wählt, läßt sich das Spannungsbild punktweise durch den Schnittpunkt beider Kreise zeichnen. Die Teilung durch  $L_1 \omega$  liefert dann das Strombild in Bild 484. Auch hier wieder haben wir bei Leerlauf Nacheilung des Stromes. Dagegen läßt sich bei stärkerer Belastung  $\cos \varphi = 1$  oder Voreilung des Stromes erreichen

## Siebenundzwanzigster Teil.

### 132. Einankerumformer.

Der Einankerumformer ist eine Gleichstrommaschine, deren Ankerwicklung außer an den Stromwender an Schleifringe angeschlossen ist. Je nach der Anzahl der Schleifringe unterscheidet man Umformer für Einphasenstrom, Zwei- und Vierphasenstrom, Dreiphasenstrom und Sechspfasenstrom (Bild 485 bis 488).

Man erhält einen Sechsstrom einfach dadurch, daß man, wie in Bild 476 die zweite Wicklung eines Dreiphasentransformators nicht verkettet. Dadurch sind dann ohne weiteres sechs Zuleitungen zum Umformer gegeben. Im Grunde genommen ist der Sechsstromumformer also ein Dreiphasentransformator. Er kann als eine Ma-

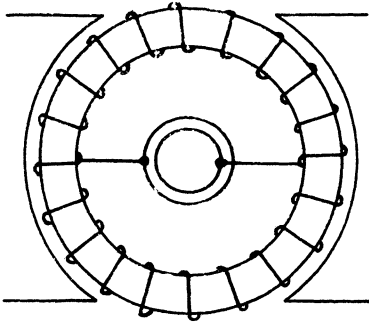


Bild 485. Einankerumformer für Einphasenstrom.

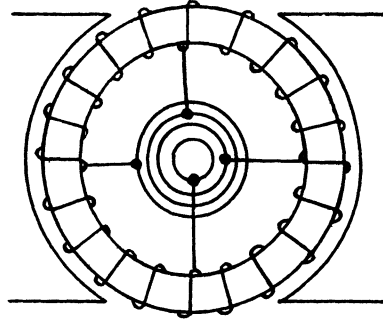


Bild 486. Einankerumformer für Zwei- und Vierphasenstrom.

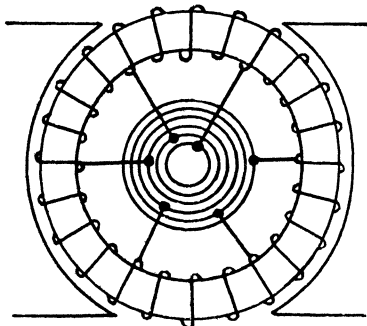


Bild 487. Einankerumformer für Dreiphasenstrom.

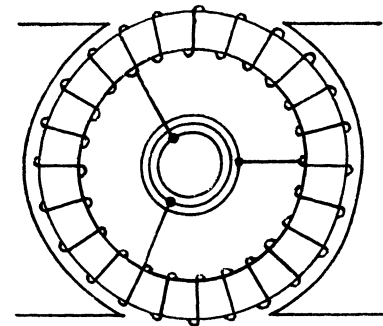


Bild 488. Einankerumformer für Sechsstrom.

schine mit nur drei Abteilungen aufgefaßt werden, deren Seiten die Breite einer vollen Polteilung haben, um  $120^\circ$  verschoben sind und sich gegenseitig teilweise überdecken.

Der Einankerumformer ist auf der Wechselstromseite eine gewöhnliche Synchronmaschine. Er arbeitet auf dieser Seite gewöhnlich als ein- oder mehrphasiger Motor und auf der Gleichstromseite als Stromerzeuger. Er kann jedoch auch von der Gleichstromseite als Motor angetrieben werden, so daß er auf der Wechselstromseite als Stromerzeuger arbeitet. Wenn dabei eine induktive Belastung eingeschaltet wird, wird das Feld des Einankerumformers nach S. 359 geschwächt. In dem Falle, daß der Umformer für sich allein das Wechselstromnetz speist, muß dann durch besondere Hilfsmittel eine Erhöhung der Drehzahl verhindert werden.

Die Maschine kann auch zur gleichzeitigen Lieferung von Gleichstrom und Wechselstrom benutzt werden. Im folgenden wird die Wirkungsweise als Wechselstrommotor und Gleichstromerzeuger dargestellt.

Der Einankerumformer wird entweder durch einen besonderen asynchronen Anwurfmotor oder von der Gleichstromseite aus auf die vorgeschriebene Drehzahl gebracht und dann wie eine gewöhnliche Synchronmaschine aufs Netz geschaltet. Er kann jedoch auch von der Wechselstromseite aus angelassen werden, dadurch, daß etwa der dritte Teil der Netzspannung an die Wechselstromseite gelegt wird. Der Umformer als reine Synchronmaschine läuft allerdings nicht von der Wechselstromseite aus an. Die Dämpferwicklung, die zur Vermeidung des Pendelns auf den Polen angebracht wird, bewirkt in dessen, daß der Umformer als Asynchronmaschine anläuft.

Die wesentliche Eigenschaft des Einankerumformers besteht darin, daß die Spannung des Gleichstromes und des Wechselstromes durch dasselbe Feld bei derselben Drehzahl erzeugt wird. Dabei ist unter dem Feld nicht etwa das von den Magneten allein erzeugte Feld, sondern das wirkliche, im Anker vorhandene Feld zu verstehen, das unter dem Einfluß der Erregung der Magnete und des Ankers zustande kommt, und in dem auch das Streufeld des Ankers enthalten ist. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverlustes schreibt nach S. 359 die Klemmenspannung und nicht die Magnet-erregung das Feld vor.

Wenn man also nicht besondere Vorkehrungen trifft, so folgt, daß die Klemmenspannung des Wechselstromes und des Gleichstromes in einem ganz bestimmten Verhältnis stehen. Dieses Verhältnis hängt von der Anzahl der Ankerzweige ab, die bei Einphasenstrom gleich 2, bei Zwei- und Vierphasenstrom gleich 4, bei Dreiphasenstrom gleich 3 und bei Sechsphasenstrom gleich 6 ist.

Ist  $z$  die Drahtzahl auf dem Anker und  $\nu$  die Anzahl der Ankerzweige, so ist die Drahtzahl eines Ankerzweiges gleich  $z/\nu$  und die halbe Breite eines Zweiges  $\gamma = \pi/\nu$ . Wenn wir die tatsächlich fast völlig zutreffende Annahme eines sinusförmigen Feldes machen und als Drahtzahl eines Zweiges  $z/\nu$  statt  $z$  einführen, so ergibt sich die Spannung, die in einem Ankerzweig erzeugt wird, bei zweipoliger Maschine nach Gleichung (5) und (7) auf S. 325 und 326 zu

$$E_w = 2,22 \cdot \frac{\Phi \cdot n \cdot z}{60 \cdot \nu} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Nun ist  $2,22 = \pi/\sqrt{2}$  und  $\nu \cdot \gamma = \pi$ . Demnach ist das Verhältnis der Wechselstromspannung zur Gleichstromspannung, die sich nach Gleichung (2) auf S. 136 berechnet,

$$\frac{E_w}{E_g} = \frac{2,22}{\nu} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}}. \quad (2)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen. Das Verhältnis ist in der Zahlentafel auf S. 483 eingetragen. Bei Einphasenstrom (Bild 485) können wir das Verhältnis auch durch die Überlegung erhalten, daß der Höchstwert der Wechselstromspannung erzeugt wird, wenn die Zuführungsdrähte zu den Schleifringen ebenso wie die Gleichstrombürsten in der neutralen Zone stehen. Der Höchstwert der Wechselstromspannung bei Einphasenstrom ist also gleich der Gleichstromspannung, der Effektivwert also 0,707mal so groß.

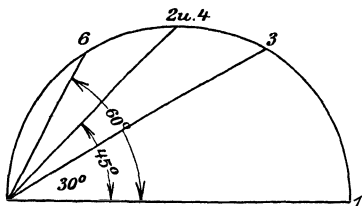


Bild 489. Spannungen des Umformers bei 1, 3, 4 und 6 Ankerzweigen.

Allgemein verhalten sich nach S. 326 die Wechselstromspannungen wie die entsprechenden Sehnen in Bild 489. Dadurch, daß Gleichstrom- und Wechselstromspannung von derselben Größenordnung sind, wird bei Umformung von hochgespanntem Wechselstrom in Gleichstrom ein ruhender Transformator nötig, wodurch die Anlage etwas verteuert wird. Sie stellt sich aber doch billiger als eine Doppelmaschine, die aus einem Wechselstrommotor und einer Gleichstrommaschine besteht.

Wir berechnen jetzt das Verhältnis der Stromstärken auf der Wechselstrom- und Gleichstromseite. Ist  $I_w$  der effektive Wechselstrom eines Ankerzweiges und  $\varphi$  die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke, so ist die Wechselstromleistung aller Abteilungen zusammen:

$$N_w = \nu \cdot E_w \cdot I_w \cdot \cos \varphi. \quad (3)$$

Ist  $I_g$  der Gleichstrom in einem der beiden Gleichstromzweige und  $E_g$  die Gleichstromspannung, so ist die Gleichstromleistung:

$$N = 2 E_g \cdot I_g. \quad (4)$$

Setzen wir nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit und unter Vernachlässigung der Verluste beide Leistungen gleich, so ergibt sich mit Gleichung (2) das Verhältnis des Gleichstromes zum effektiven Wechselstrom zu:

$$\frac{I_g}{I_w} = 1,11 \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (5)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen.

Der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  läßt sich, wie bei jedem Synchronmotor, willkürlich durch Änderung der Erregung einstellen. Bei gegebener Wechselstromspannung, also gegebenem wirklichen Feld, ändert sich durch Änderung der Erregung die Größe und Phase des Wechselstromes, und zwar in einer solchen Weise, daß die Gesamt-erregung, die sich aus der Gleichstromerregung und der Ankerrückwirkung des Wechselstromes ergibt, unverändert bleibt.

Daraus folgt, daß man nicht ohne weiteres die Gleichstromspannung durch Änderung der Erregung wesentlich beeinflussen kann.

### 133. Spannungsregelung beim Einankerumformer.

Man kann die Gleichstromspannung des Einankerumformers dadurch regeln, daß man die Wechselstromspannung des Umformers über einen Transformator mit veränderlichem Windungsverhältnis zuführt.

Die Spannung kann aber auch dadurch geregelt werden, daß man vor die Wechselstromseite eine Drosselspule schaltet. Ist ein ruhender Transformator zur Herabsetzung der Wechselstromspannung erforderlich, so kann man den induktiven Widerstand auch dadurch erreichen, daß man einen Transformator mit großer Streuung verwendet. Die Spannung des Wechselstromnetzes sei  $E$  und der induktive Widerstand der Drosselspule  $L\omega$ . Wenn wir dann den Umformer übererregen, so nimmt er einen Strom auf, welcher der Spannung an seinen Schleifringen voreilt (Bild 490). Der induktive Spannungsverbrauch

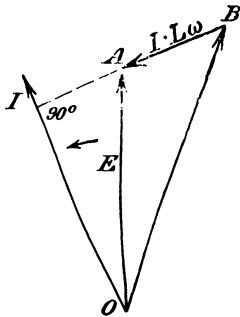


Bild 490. Spannungserhöhung durch Drosselspule.

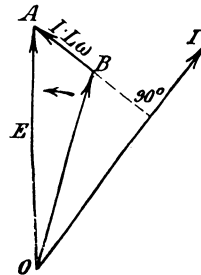


Bild 491. Spannungserniedrigung durch Drosselspule.

$I \cdot L\omega = BA$  in der Drosselspule eilt nun dem Strome um  $90^\circ$  vor und ergibt mit der Schleifringspannung  $OB$  die Netzspannung  $OA$ . Statt dessen können wir auch sagen, daß die Schleifringspannung  $OB$  die Summe aus der Netzspannung  $OA$  und der in der Drosselspule erzeugten Spannung  $AB$  ist. Wir haben also durch Übererregung die Schleifringspannung gegenüber der Netzspannung erhöht. Ebenso können wir durch Untererregung nach Bild 491 die Schleifringspannung gegenüber der Netzspannung erniedrigen.

Ein weiteres Mittel zur Veränderung der Gleichstromspannung bei gegebener Wechselstromspannung ist die Verschiebung der Gleichstrombürsten aus der neutralen Zone heraus, so daß eine Abteilung des Gleichstromes mehr oder weniger vor entgegengesetzten Polen liegt. Damit die durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spulen nicht in einem starken Felde liegen, ist es nötig, die Pole zu spalten.



Spaltpole sind auch zu dem Zwecke vorgeschlagen, um unmittelbar das Verhältnis der Gleichstrom- und Wechselstromspannung zu ändern. Die Spaltpole werden in diesem Falle verschieden stark erregt. Am besten stellen wir uns vor, daß sie gleichwertig sind mit einem, der einfachen Frequenz entsprechenden Polpaar und einem darübergelagerten Polgestell für eine mehrfache Frequenz. Die Anzahl der zusätzlichen Pole ist so gewählt, daß sie nur auf die Gleichstromspannung und nicht auf die Wechselstromspannung einen Einfluß haben. Bei dem zweipoligen Dreiphasenumformer in Bild 492 bedeckt z. B. die Seite eines Drehstromankerzweiges zwei volle Polteilungen der zusätzlichen Pole, so daß die von diesen Polen erzeugte Spannung bei sinusartigem Feld in jedem Augenblicke gleich Null ist. Dagegen wird eine Ankerabteilung des Gleichstroms außer durch die Hauptpole durch zwei gleichnamige und einen ungleichnamigen Hilfspol beeinflusst, so daß die Spannung durch gleichmäßige Änderung der Erregung aller Hilfspole geregelt werden kann.

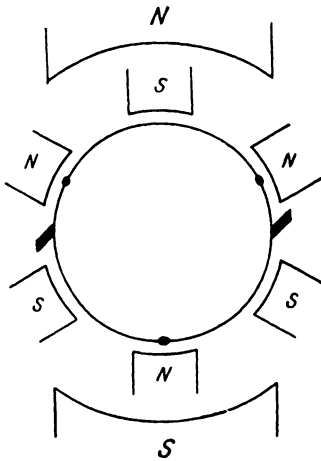


Bild 492. Hauptpole und zusätzliche Pole, gleichwertig mit verschieden erregten Spaltpolen.

Man braucht nun gar nicht zwei getrennte Polgestelle, sondern kann die magnetischen Wirkungen beider übereinander lagern. Man spaltet also die Hauptpole in drei Teile und erregt den mittelsten stärker oder schwächer als die äußeren.

Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man auch dadurch, daß man jeden Pol nur in zwei Teile spaltet und beide Teile verschieden stark erregt. Die Regelung des Verhältnisses der Gleichstrom- und Wechselstromspannung beruht dann darauf, daß sich die von den beiden Einzelpolen erzeugten Spannungen für den Gleichstrom algebraisch, für den Wechselstrom geometrisch zusammensetzen.

### 134. Die Stromwärme im Einankerumformer.

Wir betrachten wieder einen Umformer, der als Wechselstrommotor und als Gleichstromerzeuger arbeitet. Die erzeugten Spannungen des Gleichstromes und Wechselstromes haben im Ankerdraht wesentlich dieselbe Richtung, und der Motorstrom ist der erzeugten Spannung entgegengerichtet, während der Strom des Stromerzeugers der erzeugten Spannung gleichgerichtet ist. Wechselstrom und Gleichstrom im Ankerdraht sind also wesentlich entgegengerichtet und

heben sich zum Teil gegenseitig auf. Das ist natürlich von wesentlichem Vorteil in bezug auf die Stromwärme im Anker.

Es leuchtet ein, daß dabei eine geringe Verschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke des Wechselstromes günstig ist. Aber selbst wenn sie gleich Null ist, liegt doch zeitweise die Seite eines Ankerzweiges des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten Polen, so daß die beiden Ströme sich nur in einem Teil des Ankerzweiges entgegenwirken, in dem andern Teil aber gleichgerichtet sind. Nur bei unendlicher Zahl von Stegen und Ankerzweigen würden sich beide Ströme stets aufheben.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird am leichtesten, wenn wir die Zahl der Stege als sehr groß voraussetzen, je eine Windung an zwei Segmente anschließen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzelnen Windung ins Auge fassen. Dazu wählen wir zunächst die Windung, welche die Mitte des Ankerzweiges

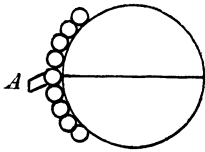


Bild 493. Mitte des Ankerzweiges unter der Bürste hindurchgehend.

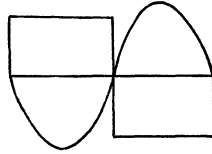


Bild 494. Gleichstrom und Wechselstrom in der Mitte des Ankerzweiges.

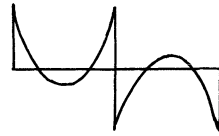


Bild 495. Wirklicher Strom in der Mitte des Ankerzweiges.

des Wechselstromes bildet, und setzen vorläufig voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

Sobald nun der Draht der betrachteten Windung in Bild 493 durch die neutrale Zone hindurchgeht, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechselstrom seine Richtung um. Dann stellt uns die rechteckige Kurve in Bild 494 den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten Windung dar. Ebenso stellt die Sinuskurve den Verlauf des Wechselstromes dar. Setzen wir beide Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens zusammen, so erhalten wir die Stromkurve in Bild 495. Die Einzelwerte  $i$  des Gesamtstromes haben wir zu quadrieren und mit dem Widerstand  $R$  der Windung zu vervielfachen, um die Zeitwerte des Verlustes durch Stromwärme zu erhalten.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, deren Seite um den Bogen  $\varepsilon$  von der Mitte des Ankerzweiges entfernt ist (Bild 496).

Sobald die Drähte dieser Windung bei  $A$  durch die neutrale Zone hindurchschreiten, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Da die Phasenverschiebung gleich Null angenommen ist, so erfolgt

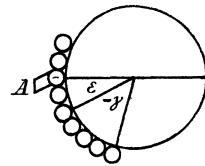


Bild 496. Draht im Abstand  $\varepsilon$  von der Mitte des Ankerzweiges liegend, unter der Bürste vorbeigleitend.

der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen  $\varepsilon$  später, wenn nämlich die Mitte des Ankerzweiges durch die neutrale Zone hindurchschreitet.

Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Bild 497 nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Zeitwerte

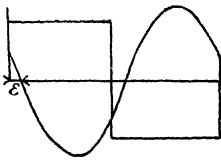


Bild 497. Ströme im Abstand  $\varepsilon$  von der Mitte des Ankerzweiges.

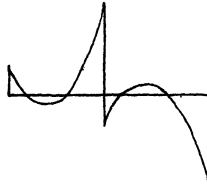


Bild 498. Wirklicher Strom im Abstand  $\varepsilon$  von der Mitte des Ankerzweiges.

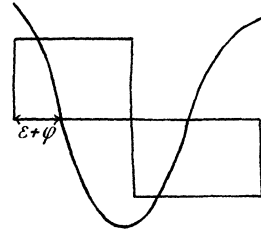


Bild 499. Ströme in Abstand  $\varepsilon$  von der Mitte des Ankerzweiges, bei Phasenverschiebung.

erhalten wir die Kurve in Bild 498, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung darstellt.

Bleibt nun allgemein der Strom um den Winkel  $\varphi$  hinter der erzeugten Spannung zurück, so erscheint die Stromkurve um den weiteren Bogen  $\varphi$  nach rechts verschoben (Bild 499).

Der Zeitwert des Stromes in der betrachteten Windung ist dann für diesen allgemeinsten Fall, wenn  $\alpha = \omega t$  gesetzt wird:

$$\dot{i} = I_g - \sqrt{2} I_w \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi). \quad (6)$$

Wir quadrieren den Zeitwert des Stromes, vervielfachen mit dem Widerstand  $R$  der betrachteten Windung und nehmen das Mittel zwischen  $0$  und  $\pi$ . Dabei sind  $\varepsilon$  und  $\varphi$  als unveränderlich anzusehen. Auf diese Weise erhalten wir den mittleren zeitlichen Verlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \dot{i}^2 d\alpha = R \left\{ I_g^2 + I_w^2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I_g \cdot I_w \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}. \quad (7)$$

Nun sei die Drahtzahl auf der Bogeneinheit gleich  $c$ . Dann ist die Drahtzahl auf dem Bogen  $d\varepsilon$  gleich  $c \cdot d\varepsilon$ . Wenn wir diese mit dem eben berechneten mittleren zeitlichen Verlust einer Windung vervielfachen, erhalten wir den mittleren zeitlichen Verlust einer Ankerabteilung von der Breite  $d\varepsilon$ . Um den gesamten Verlust zu erhalten, haben wir zwischen  $\varepsilon = -\gamma$  und  $\varepsilon = +\gamma$  zu integrieren, wo  $\gamma$  die halbe Breite der Ankerabteilung ist. Auf diese Weise erhalten wir den Verlust einer Ankerabteilung des Umformers zu:

$$N_v = R \cdot c \cdot 2\gamma \left( I_g^2 + I_w^2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I_g \cdot I_w \cos \varphi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right).$$

Setzen wir für  $I_w$  den Wert aus Gleichung (5) auf S. 478 ein, so erhalten wir den Verlust in einer Abteilung des Umformers zu

$$N_v = R \cdot c \cdot 2\gamma \cdot I_g^2 \left\{ \left( \frac{\gamma}{1,11 \cdot \sin \gamma \cos \varphi} \right)^2 - 0,62 \right\}. \quad (8)$$

Nun ist  $R \cdot c \cdot 2\gamma \cdot I_g^2$  der Verlust einer Ankerabteilung, wenn die Maschine bei demselben Strom  $I_g$  als Stromerzeuger für Gleichstrom angetrieben wird. Setzen wir also

$$a = \left( \frac{\gamma}{1,11 \sin \gamma \cdot \cos \varphi} \right)^2 - 0,62, \quad (9)$$

so stellt uns  $a$  das Verhältnis des Verlustes des Umformers zum Verlust des Stromerzeugers für gleiche Stärke des Gleichstromes dar.

Wir fragen nun, wie stark wir den Einankerumformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Zu diesem Zwecke ermitteln wir für dieselbe Wärmeentwicklung das Verhältnis  $b$  des Gleichstromes  $I_g$  im Umformer zu dem Strom  $I$  der als Gleichstromerzeuger arbeitenden Maschine.

Der Verlust des Stromerzeugers ist proportional  $I^2$ , der des Umformers nach Gleichung (8) und (9) proportional  $a \cdot I_g^2$ . Sollen beide Verluste gleich sein, so folgt  $a I_g^2 = I^2$ . Demnach ist das Verhältnis der zulässigen Leistung des Umformers zur zulässigen Leistung des Stromerzeugers:

$$b = \frac{I_g}{I} = \frac{1}{\sqrt{a}}. \quad (10)$$

Die Werte von  $a$  und  $b$  sind neben dem Verhältnis  $E_w/E_g$  übersichtlich zusammengestellt.

	Einphasen	Dreiphasen	Zwei- u. Vierphasen	Sechsphasen
Zahl der Ankerzweige $\nu$	2	3	4	6
Halbe Breite $\gamma$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$
$E_w/E_g$	0,707	0,613	0,5	0,355
$\cos \varphi$				
	1	1,38	0,38	0,27
$\alpha = \frac{\text{Verlust im Umformer}}{\text{Verlust im Stromerzeuger}}$	0,8	2,5	1,23	0,77
	0,6	4,93	3,3	2,46
	1	0,85	1,33	1,62
$b = \frac{\text{Leistung des Umformers}}{\text{Leistung des Stromerzeugers}}$	0,8	0,63	0,9	1,03
	0,6	0,45	0,55	0,64

Wie die Reihe für  $a$  zeigt, ist für  $\cos \varphi = 1$  bei derselben Stärke des Gleichstromes der Verlust im Einphasenumformer

das 1,38fache, im Sechphasenumformer nur das 0,27fache des Verlustes im Gleichstromerzeuger.

Wie weiter aus der Reihe für  $b$  hervorgeht, ist für  $\cos \varphi = 1$  bei derselben Stromwärme die Leistung des Einphasenumformers das 0,85fache, die des Sechphasenumformers das 1,93fache der Leistung des Gleichstromerzeugers.

Gleichzeitig zeigen die Reihen für  $a$  und  $b$  den ungünstigen Einfluß eines schlechten Leistungsfaktors. Man muß daher den Umformer möglichst so erregen, daß  $\cos \varphi = 1$  wird.

### 135. Der Kaskadenumformer.

Der Kaskadenumformer nach Bragstadt-la Cour besteht aus einem gewöhnlichen Drehstrommotor, der mit einem Einankerumformer gekuppelt ist. Die Wechselstromseite des Einankerumformers wird mit Hilfe einer Reihe von Verbindungsleitungen von dem Läufer des Drehstrommotors gespeist. Die Zahl der Polpaare sei im Motor gleich  $p_m$  und im Umformer gleich  $p_u$ . Die Frequenz sei im Ständer des Motors gleich  $f$ , im Läufer und Umformer gleich  $s \cdot f$ . Dann gelten die Gleichungen:

$$s \cdot f = p_u \cdot \frac{n}{60} \quad \text{und} \quad f - s \cdot f = p_m \frac{n}{60}.$$

Aus beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\frac{n}{60} = \frac{f}{p_m + p_u}. \quad (11)$$

Die Drehzahl ist also so groß wie die eines Synchronmotors mit einer Polzahl gleich der Summe beider Maschinen.

Die geringe Drehzahl bei einer im Verhältnis kleinen Polzahl oder umgekehrt, die geringe Polzahl bei der durch die Betriebsverhältnisse vorgeschriebenen Drehzahl ist ein wesentlicher Vorteil.

Falls beide Maschinen dieselbe Polzahl  $p_u$  besitzen, ist

$$\frac{n}{60} = \frac{f}{2p}. \quad (12)$$

Da  $\frac{f}{p}$  die Drehzahl des Feldes im Drehstrommotor ist, so beträgt die Schlüpfung 50%. Dabei wird die Hälfte der auf den Läufer des Drehstrommotors übertragenen Leistung zum Antrieb des Läufers verwendet und durch die Welle auf die Gleichstrommaschine übertragen, die auf diese Weise als Stromerzeuger angetrieben wird. Die andere Hälfte wird, wie bei einem Drehstrommotor mit Anlaßwiderstand, elektrisch vom Läufer abgegeben. Sie wird auf den Umformer übertragen, der auf diese Weise Wechselstrom empfängt und Gleichstrom liefert. Die Vorteile des geringen Verlustes im Anker treten

auch hier, wie beim Einankerumformer, zutage. Allerdings ist die Gleichstrommaschine jetzt nur zur Hälfte ein Einankerumformer. Dafür aber ist sie dadurch wieder etwas günstiger, daß es keine Schwierigkeit bietet, die Anzahl der Ankerzweige des Einankerumformers zu vergrößern und dadurch für die Verluste und die Belastungsfähigkeit noch günstigere Werte zu erhalten, als sie auf S. 483 angegeben sind. Da die Stromzuführung nicht durch Bürsten und Schleifringe zu erfolgen braucht, so kann man ohne besondere Kosten 12phasige Anker verwenden.

Die Läuferzweige des Drehstrommotors sind in Stern geschaltet. Beim Anlassen von der Drehstromseite werden drei Zweige über Schleifringe und Widerstände in einem Sternpunkt aneinandergelegt und nach dem Anlaufen alle Zweige in einem Sternpunkt kurzgeschlossen.

---

## Bezeichnungen.

### Fußzeichen:

<p><i>a</i> Anker, Ständer, An- fang,</p> <p><i>b</i> Batterie, Blindstrom, Bewegung,</p> <p><i>c</i> Kapazität,</p> <p><i>d</i> Drehstrom, Dauerwert,</p> <p><i>e</i> Einanker, Ende,</p> <p><i>f</i> freier Wert,</p> <p><i>g</i> Galvanometer, Gleich- strom, Rückwirkung, Stromerzeuger, Hysteresis, Hauptschluß</p>	<p><i>i</i> Inneres,</p> <p><i>J</i> Joch,</p> <p><i>k</i> Kurzschluß, Klemme, Stromwendung,</p> <p><i>l</i> Leitung, Luft,</p> <p><i>m</i> Magnete, Höchstwert, Motor, mechanische Größe,</p> <p><i>μ</i> Magnetisierung,</p> <p><i>n</i> nutzbar,</p> <p><i>p</i> Pol,</p> <p><i>q</i> quer,</p>	<p><i>s</i> Streuung, Selbstinduk- tion, Synchronisierung,</p> <p><i>t</i> Zeitwert,</p> <p><i>u</i> Umformer,</p> <p><i>v</i> Verlust,</p> <p><i>w</i> Wirbelstrom, Welle, Wicklung, Wirkstrom, Wechselstrom,</p> <p><i>z</i> Zweig, Zahn,</p> <p><i>0</i> Leerlauf,</p> <p>1, 2 primär, sekundär oder Ständer, Läufer.</p>
--	--	--

### Kleine lateinische und deutsche Buchstaben:

	Zuerst auf Seite
<i>a</i> Atomgewicht . . . . .	29
<i>a</i> Beschleunigung in cm/sek <sup>2</sup> . . . . .	110
<i>a</i> Beschleunigung in m/sek <sup>2</sup> . . . . .	345
<i>a</i> Dämpfungsfaktor . . . . .	279
<i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige . . . . .	127
<i>a</i> Verhältnis der Verluste . . . . .	483
<i>b</i> Ankerlänge in cm . . . . .	66
<i>b</i> Blindleitwert . . . . .	251
<i>b</i> eigene Kreisfrequenz . . . . .	279
<i>c</i> Fortpflanzungsgeschwindigkeit . . . . .	288
<i>d</i> Durchmesser in cm . . . . .	73
<i>d</i> Durchmesser in m . . . . .	345
<i>d</i> Leiterabstand in cm . . . . .	77
<i>e</i> Zeitwert der Spannung in Volt . . . . .	57
<i>f</i> Frequenz . . . . .	89
<i>f</i> Bahnwiderstand in kg/t . . . . .	208
<i>f<sub>w</sub></i> Wicklungsfaktor . . . . .	326
<i>g</i> Wirkleitwert . . . . .	251
<i>h</i> Erregung für die Längeneinheit . . . . .	73
$h = \frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2}\right)$ . . . . .	434
<i>i</i> Zeitwert der Stromstärke . . . . .	76
<i>k</i> Vergrößerungsfaktor . . . . .	346
<i>k</i> Wertigkeit . . . . .	30
$k = 3 \frac{\beta}{\pi} - 4 \frac{\beta^3}{\pi^3}$ . . . . .	433
<i>l</i> Länge in m . . . . .	8
<i>l</i> Länge in cm . . . . .	52
<i>l</i> Länge in km . . . . .	77
<i>m</i> Gewichtsmenge in mg . . . . .	30
<i>m</i> Polstärke in Weber . . . . .	41
<i>m</i> Masse im mechanischen Maß . . . . .	345
<i>n</i> Drehzahl in der Minute . . . . .	136
<i>p</i> Reflexionsfaktor . . . . .	291
<i>p</i> Zahl der Polpaare . . . . .	127
<i>q</i> Drahtquerschnitt in mm <sup>2</sup> . . . . .	8
<i>q</i> Nutenzahl für Pol und Zweig . . . . .	325
<i>r</i> Abstand oder Halbmesser in cm . . . . .	48
<i>r</i> Halbmesser in m . . . . .	209
<i>r</i> Halbmesser des Schwerpunkts- kreises in m . . . . .	345
<i>s</i> Weg in cm . . . . .	58
<i>s</i> Steigung auf Tausend . . . . .	208
<i>s</i> Drahtzahl in Reihe . . . . .	431
<i>s</i> Schlüpfung . . . . .	373
<i>t</i> Zeit in sek . . . . .	2
<i>u</i> Übersetzungsverhältnis . . . . .	444
<i>v</i> Geschwindigkeit in cm/sek . . . . .	58

Zuerst auf Seite	Zuerst auf Seite
<i>v</i> Lichtgeschwindigkeit in cm/sek 101	<i>y</i> Scheinleitwert in Siemens . . . 251
<i>v</i> Geschwindigkeit in km/st . . . 209	<i>y</i> Scheinleitwert, symbolisch . . . 251
<i>v</i> Größtezusätzl Geschwindigkeit 345	<i>z</i> äußere Leiterzahl . . . . . 66
<i>v</i> Drehzahl: synchrone Drehzahl. 434	<i>z</i> Drahtzahl eines Zweiges . . . 325
<i>w</i> Windungszahl . . . . . 57	<i>z</i> Scheinwiderstand des Ankers 335
<i>x</i> Blindwiderstand in Ohm . . . 245	<i>z</i> Scheinwiderstand in Ohm . . . 241
<i>x</i> Wärmetönung . . . . . 33	<i>z</i> Scheinwiderstand, symbolisch 242

Große lateinische und deutsche Buchstaben:

<i>A</i> Arbeit in Joule . . . . . 21	<i>L</i> Induktivität in Henry . . . . . 76
<i>A</i> Arbeit in Erg . . . . . 111	<i>L</i> Gesamtinduktivität des Ankers 330
<i>A</i> Größtes zusätzliches Antriebsmoment . . . . . 345	<i>M</i> Gegens. Induktivität in Henry 80
<i>B</i> Direktionskraft in mkg/Bogen 343	<i>M</i> Masse in Gramm . . . . . 109
<i>B</i> Magnetische Induktion in Gauß 41	<i>N</i> Leistung in Watt . . . . . 22
<i>C</i> Kapazität in Farad . . . . . 103	<i>N</i> Mittlere Leistung in Watt . 220
<i>C</i> Dämpfungsmoment beim Bogen Eins . . . . . 348	<i>P</i> Kraft in Dyn . . . . . 55
<i>D</i> Drehmoment in mkg . . . . . 66	<i>P</i> Kraft in kg . . . . . 55
<i>D</i> Größtes zusätzl. Drehmoment 345	<i>Q</i> Wärme in Grammkalorien . . . 21
<i>D</i> El. Induktion in Coulomb/cm <sup>2</sup> 93	<i>Q</i> Elektrizitätsmenge in Coulomb 2
<i>E</i> Spannung in Volt . . . . . 4	<i>Q</i> El Fluß in Coulomb. . . . . 93
<i>E</i> Effektive Spannung in Volt . 221	<i>R</i> Widerstand in Ohm. . . . . 4
<i>E</i> Netzspannung . . . . . 268	<i>R</i> Wirkwiderstand des Ankers . 330
<i>E<sub>a</sub></i> Erzeugte Spannung im Anker 168	<i>S</i> Felderzahl oder Spulenzahl . 130
<i>E<sub>a</sub></i> Durch Gesamtfeld erzeugte Spannung. . . . . 362	<i>T</i> Zeit des Kurzschlusses in sek 78
<i>E<sub>0</sub></i> Durch das Feld der Magnete erzeugte Spannung . . . . . 241	<i>T</i> Zeit einer Periode in sek . . 213
<i>E</i> Spannung, symbolisch . . . . 228	<i>T</i> Zeit einer Maschinenschwingung . . . . . 345
<i>E</i> Elektr. Feldstärke in Volt/cm 99	<i>U</i> Magn. Potential in Erg/Weber 48
<i>F</i> Fläche in cm <sup>2</sup> . . . . . 42	<i>V</i> Rauminhalt in cm <sup>3</sup> . . . . . 55
<i>G</i> Gewicht in kg . . . . . 89	<i>V</i> Spannungsverlust, symbolisch 274
<i>G</i> Gewicht in t . . . . . 208	<i>W</i> Energie in Erg . . . . . 55
<i>G</i> Magn. Feldstärke in Gauß . . 47	<i>W</i> Energie in Joule . . . . . 83
<i>I</i> Stromstärke in Amp. . . . . 2	<i>X</i> Erregung gemessen in Amperewindungen . . . . . 69
<i>I</i> Effektive Stromstärke in Amp. 218	<i>X</i> Gesamterregung . . . . . 362
<i>I</i> Stromstärke im Zweigwid. . . 316	<i>X<sub>1</sub></i> Magneterregung . . . . . 362
<i>I</i> Stromstärke, symbolisch . . . 228	<i>X<sub>2</sub></i> Erregung durch Ankerstrom 361
<i>K</i> Festwert . . . . . 278	<i>X<sub>g</sub></i> Ankerrückwirkung . . . . . 142
	<i>Y</i> Wicklungsschritt . . . . . 130
	<i>Z</i> Wellenwiderstand . . . . . 289

Griechische Buchstaben:

<i>α</i> Temperaturkoeffizient . . . . . 9	<i>β</i> Winkel der Polbohrung . . . . 154
<i>α</i> Dopp. Verschiebungswinkel . 156	<i>β</i> = arctg $L\omega/R$ . . . . . 331
<i>α</i> Nutenabstand . . . . . 324	<i>β</i> Voreilung ohne Dämpfung. . 346
<i>α</i> = $Z_1/Z_2$ . . . . . 297	<i>β</i> Komplement des Achsenverschiebungswinkels . . . . . 431
<i>α</i> Größte anfängliche Voreilung 345	<i>β</i> Bürstenverschiebungswinkel . 458
<i>α</i> Achsenverschiebungswinkel . 431	



	Zuerst auf Seite		Zuerst auf Seite
$\gamma$ Halbe Breite der Spulenseite.	326	$\nu$ Anzahl der Drehstromzweige .	343
$\gamma$ Größte Voreilung bei Dämpfung	348	$\rho$ Rückwärts wandernde Welle .	288
$\gamma = \arctg L\omega/R$ . . . . .	436	$\rho$ Spezifischer Widerstand . . . .	8
$\delta$ Bogen der größten Voreilung	345	$\sigma$ Magn. Energiedichte in Erg/cm <sup>3</sup>	83
$\varepsilon$ Basis der natürl. Logarithmen	278	$\sigma$ El. Energiedichte in Joule/cm <sup>3</sup>	108
$\varepsilon$ Dielektrizitätskonstante . . . .	102	$\varphi$ Winkel der Voreilung . . . . .	220
$\varepsilon$ Voreilung der erzeugt. Spannung		$\varphi$ Vorwärts wandernde Welle .	288
vor der negat. Netzspannung.	342	$\Phi$ Magnetischer Fluß in Maxwell	42
$\eta$ Hysteresiskoeffizient . . . . .	89	$\chi = \arctg b/a$ . . . . .	279
$\eta$ Wirkungsgrad . . . . .	181	$\psi$ Phasenwinkel . . . . .	216
$\eta$ Streufaktor. $< 1$ . . . . .	397	$\psi$ Winkel zwischen Strom und	
$\vartheta$ Temperatur in Grad Celsius .	9	erzeugter Spannung . . . . .	241
$\Lambda$ Magnetischer Leitwert . . . . .	52	$\omega$ Winkelgeschwindigkeit . . . . .	189
$\mu$ Magnetische Durchlässigkeit .	50	$\omega$ Kreisfrequenz . . . . .	217

## Namen- und Sachverzeichnis.

- Abschalten d. Gleichstrommasch. 338.  
 — der Wechselstrommaschinen 338.  
 — des Gleichstrommotors 198.  
 Absolutes Maß 109.  
 Abwicklung der Trommel 124.  
 Achse, elektrische, von Leitern 97.  
 — magnetische 40.  
 Äquipotentialflächen s. Niveauflächen.  
 Äquipotentialverbinder s. Ausgleich-  
 verbinder.  
 Äquivalentgewicht, chemisches 29.  
 — elektrochemisches 30.  
 Akkumulatoren s. Sammler.  
 Aktive Masse s. wirksame Masse.  
 Alexandersonmotor 452.  
 Allgemeines Ohmsches Gesetz für  
 Wechselstrom 244.  
 — — —, symbolisch 245.  
 Altern des Eisens 89.  
 Aluminiumzellen 178.  
 Ampere, Einh. der Stromstärke 2. 114.  
 Amperemeter s. Stromzeiger.  
 Amperesche Schwimmerregel 62.  
 Amperestunde 2.  
 Angehen d. Dynamomaschine 138. 140.  
 Anionen 26.  
 Anker der Maschinen 117, s. a. Läufer.  
 Ankerblech s. Dynamoblech.  
 Ankerrückwirkung b. Gleichstrom 155.  
 — b. Wechselstrom 358. 360. 363. 365.  
 Ankerstreuung 358. 365.  
 Ankerwiderstand 137.  
 Anlassen v. Drehstrommotoren 388. 405.  
 — von Drehstrom-Reihenschluß-  
 motoren 458.  
 — von Einankerumformern 477.  
 — von Einphasenmotoren 427.  
 — von Gleichstrommotoren 193. 200.  
 212.  
 — von Reihenschlußmotoren 431.  
 — von Repulsionsmotoren 438. 439.  
 — von Synchronmotoren 328.  
 Anlasser 193. 199. 389.  
 — zum Regeln 194. 391. 402.  
 Anlaßmaschinen 200.  
 Anlaßtransformator 388.  
 Anlaßwiderstand 193. 199. 389.  
 Anlaufmoment, Gleichstrommotor 194.  
 — Drehstrommotor 388. 395. 405.  
 Anlaufstrom s. Kurzschlußstrom.  
 Anode 25.  
 Arbeit 20. 60. 81. 111.  
 — bei der Magnetisierung 82.  
 — bei Ummagnetisierung 51. 88.  
 — beim Hub eines Elektromagneten 84.  
 — Umsetzung von mechanischer in  
 elektrische 65.  
 Arnold 157. 305. 307. 381. 405.  
 Arrhenius 26.  
 Asynchrone Stromerzeuger 403.  
 Asynchronmotoren 369. 373. 422, s. a.  
 Drehstrom- und Einphasenmotoren.  
 Atomgewicht 29.  
 Aufschneiden der Gleichstromwick-  
 lung 323.  
 Augenblickswert s. Zeitwert.  
 Ausgleichmaschinen 156.  
 Ausgleichstransformatoren 300.  
 Ausgleichverbinder 129. 136.  
 Ausgleichvorgänge 277.  
 — bei  $R$  und  $C$  in Reihe 278.  
 — bei  $R$  und  $L$  in Reihe 278.  
 — bei  $R$ ,  $C$  und  $L$  in Reihe 279.  
 — beim Aufhören der Spannung 281.  
 — beim Ausschalten eines Gleich-  
 stromes 281.  
 — beim Einschalten von  $R$  und  $L$  an  
 Gleichstromspannung 280.  
 — — — ein. ind. Stromkreises 282. 283.  
 — — — eines Kondensators 281.  
 — — — von  $L$  und  $C$  in Reihe 285. 286.  
 — — — einer Leitung 293.  
 Auslaufkurve 183.  
 Auslaufversuch 182.

- Ausschalten, funkenfreies 79.  
 — — von Motoren 198.  
 Ausschaltvorgang 78. 281.  
 Autotransformator s. Spartransformator.  
 Avogadro'sche Regel 30.  
**Basen** 26.  
 Batterie s. Sammler.  
 Behrend 405.  
 Belasten, Gleichstrommasch. 173. 336.  
 — von Synchronmaschinen 334. 336.  
 — von Synchronmotoren 339.  
 Beschleunigung 110.  
 Bifilar s. Zweifädig.  
 Binder 462.  
 Bleche, legierte 89. 299. 305. 307.  
 Blindleistung 247.  
 Blindleitwert 251.  
 Blindspannung 238.  
 Blindstrom 248. 249.  
 Blindwiderstand 245.  
 Bragstadt 484.  
 Brechung der Feldlinien 54. 103.  
 — von Wanderwellen 291.  
 Breite der Spulenseite 318. 322. 323. 376. 379.  
 Bremsung, elektrische 186. 402. 403.  
 Bürsten 118. 150.  
 Bürstenstellung 118. 149. 151.  
 Bunsenzelle 38.  
 Charakteristik s. Leerlaufkurve.  
 Chemische Energie 32.  
 — Vorgänge in Sammlern 34.  
 — — in Zellen 37.  
 Chromzelle 2. 38.  
 Compoundierung s. selbsttätige Spannungsregelung.  
 Compoundmaschine s. Doppelschlußmaschine.  
 Coulomb, Einheit der Elektrizitätsmenge 2. 115.  
 — — des elektrischen Flusses 93. 116.  
 Coulombsches Gesetz 112.  
 Dämpferwicklung 328. 348. 477.  
 — beim Anlassen von Synchronmotoren 328. 477.  
 Dämpfung durch Widerstand 280. 284. 293.  
 — beim Pendeln 348.  
 Dämpfung von Meßgeräten 91.  
 Dämpfungsfaktor 278. 279.  
 Daniellzelle 38.  
 Danielsonumformer 357.  
 Dauerladung 278.  
 Dauerstrom 277.  
 Dérimaschine, kompensiert 154.  
 Dérimotor mit doppelten Bürsten 438.  
 Dettmarsche Spannungsteilung 158.  
 Diagramme s. Spannungsbild, Strombild, Widerstandsbild.  
 Dichte des Flusses s. Induktion.  
 — der elektrischen Energie 108. 117.  
 — der magnetischen Energie 114.  
 Dielektrikum 94. 105.  
 Dielektrische Durchlässigkeit 116.  
 Dielektrischer Leitwert 103. 105.  
 Dielektrischer Widerstand 104.  
 Dielektrizitätskonstante 102.  
 Dimension 109.  
 Direktionskraft 343. 346.  
 Dobrowolski, Spannungsteilung 157.  
 Doppelbrücke 18.  
 Doppelschlußmaschine 168.  
 Doppelschlußmotor 451.  
 Doppel-T-Anker 117.  
 Doppeltverkettete Streuung 419. 433. 442.  
 Doppelzellenschalter 174.  
 Drehfeld bei der Mehrphasenmaschine 262.  
 — beim Doppelschlußmotor 456.  
 — beim Drehstrommotor 370. 377. 393.  
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 458.  
 — beim Eichbergmotor und Latourmotor 445.  
 — beim Einphasenmotor 425.  
 — beim Repulsionsmotor 440.  
 Drehmoment des Motors 66.  
 — des Drehstrommotors 385. 394. 400. 404. 411.  
 — d. Drehstrom-Reihenschlußmotors 461.  
 — des Eichbergmotors 448.  
 — des Einphasenmotors 422. 427.  
 — des Gleichstrommotors 187.  
 — des Hauptschlußmotors 206.  
 — des Nebenschlußmotors 191.  
 — des Reihenschlußmotors 436.  
 — des Repulsionsmotors 442.

- Drehrichtung der Strahlen 222. 224.  
 -- des Drehstrommotors 372. 373.  
 -- des Einphasenmotors 422.  
 -- des Gleichstrommotors 184.  
 -- Umkehrung der, s. Umsteuerung.  
 Drehstrom, Grundgesetze 261.  
 -- Leistung 268.  
 -- Leistungsmessung 269.  
 Drehstromleitung, Spannungsverlust 271.  
 -- Verluste 268.  
 Drehstrommotor 369 ff.  
 -- Anlassen 388. 405.  
 -- Anlaufmoment 388. 395. 405.  
 -- als Stromerzeuger 403.  
 -- Drehmoment 385. 394. 400. 404. 411.  
 -- Drehrichtung 372. 373.  
 -- Drehzahl 373. 390. 391. 402. 411.  
 -- Feld 376.  
 -- Flüsse 375. 377. 396.  
 -- Kippmoment 404.  
 -- Kreisdiagramm s. Strombild.  
 -- Kurzschlußstrom 389. 398. 401. 408. 409. 415.  
 -- Läuferstrom 371. 386. 393. 394. 396.  
 -- Läuferwiderstand 390. 401. 402. 405. 410.  
 -- Leerstrom 376. 380. 383. 398. 408.  
 -- Leistungen 257. 395. 400. 409.  
 -- Leistungsfaktor 403. 408. 471.  
 -- Magnetisierungsstrom 376. 380. 383.  
 -- Polumschaltung 391.  
 -- Regelung 391. 402. 403.  
 -- Schlüpfung 259. 372. 390. 394. 401. 402. 411.  
 -- Spannung im Ständer 374.  
 -- Spannungsbild 253. 399.  
 -- Streufaktor 397. 414. 419.  
 -- streuungsloser 392.  
 -- Strombild 253. 257. 398. 405. 409.  
 -- Überlastungsfähigkeit 404.  
 -- Umsteuerung 373.  
 -- Untersuchung im Prüffeld 257. 409. 414.  
 -- Verluste im Läufer 390. 395. 401. 410.  
 -- -- im Ständer 409.  
 -- Wirkungsgrad 411.  
 Drehstromregel-ätze 466.  
 Drehstrom-Reihenschlußmotor 456.  
 Drehstromtransformator 299.  
 Drehstromumformer 322. 476. 483.  
 Drehstromwicklungen 318. 373.  
 Drehtransformator s. Induktionsregler.  
 Drehung von Strahlen 229. 242.  
 Drehzahl des Drehstrommotors 372. 373. 390. 391. 402. 403. 411.  
 -- des Drehstrom-Reihenschlußmotors 460. 463.  
 -- des Eichbergmotors 447. 450.  
 -- des Einphasenmotors 427.  
 -- des Gleichstrommotors 189.  
 -- des Hauptschlußmotors 204. 210.  
 -- des Nebenschlußmotors 191. 195. 197.  
 -- des Reihenschlußmotors 431. 436.  
 -- des Repulsionsmotors 438. 439. 442.  
 -- des Synchronmotors 327.  
 Dreieckschaltung 264.  
 -- von Transformatoren 300.  
 Dreileiterschaltung 25. 156.  
 Dreiphasenmotor s. Drehstrommotor.  
 Dreiphasenstrom 263, s. a. Drehstrom.  
 Dreiphasenumformer 322. 476. 483.  
 Drossel-pule 76. 83. 230.  
 -- für Bogenlampen 233.  
 -- nach Swinburne 234.  
 -- zum Überspannungsschutz 234. 298.  
 -- zur Dämpfung beim Parallelbetrieb 233. 347.  
 -- zur Spannungsregelung bei Umformern 479.  
 -- zur Spannungsteilung 157.  
 Druck, osmotischer 26.  
 Durchflutung 61. 378.  
 Durchflutungsgesetz 60. 114.  
 Durchlässigkeit, magnetische 50. 54. 113.  
 -- dielektrische 116.  
 Durchmesserwicklung 122.  
 Dyn 20. 111.  
 Dynamoblech 89. 140. 299. 305. 307.  
 Dynamoelektrisches Prinzip 138.  
 Dynamogußstahl 74. 141.  
 Dynamomaschinen 138.  
 Dynamometer 67. 219.  
 Effekt s. Leistung.  
 Effektivwert 218.  
 Effektverluste s. Verluste.  
 Eichberg 430. 444. 448.  
 Eichbergmotor 444.

- Eichung von Meßgeräten 7. 19. 219.  
 — durch Voltameter 39.  
 — für Wechselstrom 219.  
 Eigenfrequenz 246. 280. 285. 286.  
 Eigenschwingungszeit 285. 347.  
 Einankerumformer 322. 475.  
 — Breite der Spulenseite 318. 322. 477. 483.  
 — Spannungsregelung 479.  
 — Verhältnis d. Spannungen 477. 483.  
 — Verhältnis der Ströme 478.  
 — Verluste 481.  
 — Wicklung 322.  
 Einfach geschlossene Wicklung 121. 131.  
 Einfachzellenschalter 174.  
 Einheit der Arbeit 20. 111.  
 — der Beschleunigung 110.  
 — der elektrischen Feldstärke 99. 116.  
 — — — Induktion 93. 116.  
 — der Elektrizitätsmenge 2. 101. 114.  
 — der Geschwindigkeit 110.  
 — der Induktivität 76. 115.  
 — der Kapazität 103. 117.  
 — der Kraft 20. 111.  
 — der Länge 109.  
 — der magn. Feldstärke 47. 112.  
 — — — Induktion 41. 112.  
 — der Masse 109.  
 — der Polstärke 41. 112.  
 — der Spannung 4. 5. 57. 114.  
 — der Stromstärke 2. 5. 114.  
 — der Wärme 21. 111.  
 — der Zeit 109.  
 — des elektrischen Flusses 93. 116.  
 — — — Widerstandes 5. 115.  
 — — magnetischen Flusses 42. 113.  
 — stat. der Elektrizitätsmenge 101. 114.  
 — — der Spannung 115.  
 Einheiten im absoluten Maß 109 ff.  
 — gesetzliche Festlegung 5.  
 Einheitspol 41.  
 Einheitsröhren 44. 58. 113.  
 Einlochwicklung 323. 325.  
 Einphasen-Aufzugsmotor 427.  
 Einphasenmotor 422 ff.  
 — Anlassen 427.  
 — Drehrichtung 422.  
 — Strombild 427. 429.  
 Einphasenmotoren mit Stromwender 430 ff.  
 Einphasentransformatoren 300.  
 Einschalten von Wechselstrommaschinen 327.  
 — von Kabeln 282. 287.  
 Einschaltstrom von Transformatoren 282. 283.  
 Einschaltvorgang bei  $R$  und  $L$  in Reihe 280.  
 — bei  $L$  und  $C$  in Reihe 285. 286.  
 — bei  $R$  und  $C$  in Reihe 281.  
 — bei Leitungen 293.  
 — bei starker Sättigung 283.  
 Eisen im magnet. Feld 50. 53. 70.  
 Elektrische Achse von Leitern 97.  
 — Arbeit 20. 115.  
 — Energie 108. 117. 236.  
 — Feldstärke 98. 116.  
 — Größen, Zusammenstellung 114.  
 — Induktion 92. 116.  
 — Leistung 22.  
 — Spannung 2. 5. 22. 57. 99. 114.  
 — Stromstärke 2. 5. 114.  
 Elektrischer Fluß 93. 116.  
 — Leitwert 10.  
 — Strom 1.  
 — Widerstand 4. 115.  
 Elektrisches Feld 92.  
 — — von geraden Leitern 96.  
 — Potential 98.  
 Elektrizität, Vorzeichen 1.  
 — statische 101.  
 Elektrizitätsmenge 2. 94. 101. 114.  
 Elektrochemie 25.  
 Elektrochem Äquivalentgewicht 30.  
 Elektroden 25.  
 Elektrodynamometer 67. 219.  
 Elektrolyse 25.  
 Elektrolytischer Mittelwert 217.  
 Elektromagnet, Zugkraft 55.  
 Elektromagnetismus 56 ff.  
 Elektromotorische Kraft 3, s. a. erzeugte Spannung.  
 Elemente s. Zellen.  
 Emde 84.  
 Endladewellen 295.  
 Energie d. el. Feldes 108. 117. 236.  
 — des magnetischen Feldes 55. 81. 113.  
 Energiedichte, elektrische 108. 117.  
 — magnetische 56. 114.  
 Entgegengesetzt umlaufende Erregungen 422.

- Erregung 69. 72. 138. 160.  
 -- Einfluß auf Belastung von Gleichstrommaschinen 173. 336.  
 -- -- auf Phasenverschiebung und Stromstärke 350. 353. 359.  
 -- Vorausberechnung bei Drehstrommotoren 376. 380. 383.  
 -- -- bei Gleichstrommasch. 72. 160.  
 -- -- bei Wechselstrommasch. 367.  
 Ersatzschaltung 253. 256. 316.  
 -- Strom- und Spannungsbild 253. 257.  
 Erzeugte Spannung 2. 57. 75. 79. 215.  
 -- -- der Bewegung 58. 214.  
 -- -- der gegenseitigen Induktion 79.  
 -- -- der Induktion 57. 75. 214. 217.  
 -- -- der Polarisierung 30.  
 -- -- der Ruhe 57. 217.  
 -- -- der Selbstinduktion 75. 230.  
 -- -- des Wechselstromes 214. 217.  
 -- -- durch Änderung des Flusses 57. 75. 214. 217.  
 -- -- im Drehstrommotor 374. 380.  
 -- -- im Einphasenmotor mit Stromwender 433.  
 -- -- im Transformator 303.  
 -- -- in der Gleichstrommaschine 136.  
 -- -- in der Wechselstrommaschine 323. 325.  
  
 Farad 103. 117.  
 Faraday, elektrochem. Gesetz 28.  
 Faradaysche Anschauung vom elektrischen Feld 92.  
 -- -- vom magnetischen Feld 41.  
 -- -- vom Induktionsvorgang 58.  
 -- Schwimmerregel 59.  
 Faßwicklung 123.  
 Faureverfahren 33.  
 Feld, elektrisches 92.  
 -- -- des Kondensators 94.  
 -- -- zweier gerader Leiter 96.  
 -- -- zwischen Leiter und Ebene 98.  
 -- magnetisches 41.  
 -- --, gleichförmig 42. 48.  
 -- -- des Dreiphasenstromes 376.  
 -- -- einer Schleife 67.  
 -- -- einer Spule 68.  
 -- -- eines geraden Leiters 62.  
 -- -- eines Poles 44. 48.  
 -- -- im Innern eines Leiters 272.  
 -- -- zweier Pole 45. 49.  
  
 Felder auf der Trommel 122.  
 Feldlinien, elektrische 93. 95. 103.  
 -- magnetische 42. 48.  
 -- Brechung 54.  
 -- einer Schleife 67.  
 -- einer Spule 68.  
 -- eines Poles 45.  
 -- gerader Leiter 62. 67.  
 -- zweier Pole 46.  
 Feldmagnete d. Gleichstrommasch. 140.  
 -- der Wechselstrommaschinen 317.  
 Feldregelung 197. 210.  
 Feldröhren, elektrische 93. 96.  
 -- magnetische 43.  
 -- -- eines Poles 45.  
 -- -- gerader Leiter 62. 67.  
 -- -- zweier Pole 46.  
 Feldstärke, elektrische 98. 116.  
 -- magnetische 47. 112.  
 -- -- in Eisen 49.  
 -- -- im Mittelpunkt einer Schleife 68.  
 -- --, Linienintegral 61.  
 Feldverzerrung 150. 153.  
 Ferraris 422.  
 Flemingsches Widerstandsbild 241.  
 Flüssigkeitsanlasser 389.  
 Fluß, elektrischer 93. 116.  
 -- magnetischer 42. 113.  
 -- des Transformators 283. 312. 396.  
 -- -- -- beim Einschalten 283.  
 -- -- des Drehstrommotors 375. 377. 396.  
 Flußröhren s. Feldröhren.  
 Flußverkettung 76. 115. 374. 419. 432. 442.  
 Förderanlagen 200.  
 Formspulen s. Schablonenwicklung.  
 Fortpflanzungsgeschwindigkeit 289.  
 Foucaultströme s. Wirbelströme.  
 Fourier 214.  
 Fränkel 277.  
 Freie Ladung 278.  
 Freier Strom 278.  
 Frequenz 214.  
 -- beim Reihenschlußmotor 437.  
 -- Einfluß auf Streuung 418.  
 -- eigene 246. 280. 285. 286.  
 Frequenzwandler 469. 473.  
 Funkenfreie Stromwendung 124. 126. 147. 149. 155.  
 -- -- b. Wechselstrom 437. 443. 450. 456.

- Funkenfreier Anlasser 198. 199.  
 Funkenfreies Ausschalten 79. 198. 199.  
  
**Galvanometer** 2.  
 Gauß 41. 48. 112. 113.  
 Gefrierpunktniedrigung 26.  
 Gegenschaltung zur Spannungsmessung 19.  
 — des Läufers 389.  
 Gegenseitige Induktion 79.  
 — Induktivität 80.  
 — — von Drehstromleitungen 272.  
 Gemischte Schaltung von Zellen 16.  
 Genaues Heylandsches Strombild 256. 405.  
 Geometrische Addition 223.  
 — Subtraktion 225.  
 Geometrischer Ort für den Endpunkt des Strahles 253. 257, s. a. Strombild und Spannungsbild.  
 Gesamtwiderstand der Verzweigung 13.  
 — — — bei Wechselstrom 252.  
 Geschwindigkeit 110.  
 Gewichte bei der Elektrolyse 29. 30.  
 Glatte Wicklung 122.  
 — — von Wechselstrommaschinen 326. 376.  
 Gleichlauf s. Synchronismus.  
 Gleichstrommotoren 184.  
 — Drehmoment 66. 187.  
 — Drehrichtung 184.  
 — Drehzahl 189.  
 — Leistung 190.  
 — Umsteuerung 187.  
 Gleichstromwicklung f. Drehstrom 323.  
 Görges 344. 374. 389. 427. 439.  
 Grad im elektrischen Maß 217.  
 Gramm 20. 109.  
 Grammkalorie 21. 111.  
 Grundschwingung 214. 247.  
 Gußeisen 74. 141.  
 Gußstahl 74. 141.  
  
 Harmonische s. Oberschwingungen.  
 Hauptschlußmaschine 139. 164.  
 — als Motor 185.  
 — bei Belastung 164.  
 Hauptschlußmotor 185. 204.  
 — Anlassen 212.  
 — Drehmoment 206.  
 — Drehzahl 206.  
  
 Hauptschlußmotor, el. Bremsung 186.  
 — Leistung 207.  
 — Regelung 210.  
 — Wirkungsgrad 207.  
 Hautwirkung 272.  
 v. Hefner-Alteneck 119.  
 Henry 76. 115.  
 Hertz 101.  
 Heyland 256. 365. 398. 405. 409. 471.  
 Heylandsche Streufaktoren 398.  
 Heylandsches Strombild 256. 398. 405. 409.  
 Hilfspole s. Wendepole.  
 Hilfszelle 174.  
 Hintermotor 466.  
 Hitzdrahtmeßgeräte 219.  
 Höchstwert der Spannung und Stromstärke 215.  
 Höhere harmonische s. Oberschwingungen.  
 Hopkinson, Rückarbeitung 184.  
 Hub des Elektromagneten 84.  
 Hysteresis 51. 87. 182. 305.  
 Hysteresisstrom 305.  
  
**Ilgner-Umformer** 201.  
 Imaginäre Zahl 229.  
 Impedanz s. Scheinwiderstand.  
 Induktanz s. Induktiver Widerstand.  
 Induktion, elektrische 93. 100. 116.  
 — gegenseitige 79. 116.  
 — magnetische 41. 50. 112.  
 Induktionsfluß, elektrischer 93. 116.  
 — magnetischer 42. 44. 113.  
 Induktionsgesetz 56.  
 Induktionslinie s. Feldlinie.  
 Induktionslose Wicklung 79.  
 Induktionsmotoren 369. 422, s. a. Drehstrommotoren.  
 Induktionsöfen 301.  
 Induktionsregler 302.  
 Induktionsvorgang 41. 56. 76. 214. 230.  
 Induktiver Spannungsverbrauch 225. 238.  
 Induktiver Widerstand 241.  
 — — in Nebenschaltung zu Kapazität 250. 252.  
 — — in Reihe mit Kapazität und Wirkwiderstand 244.  
 — — in Reihe m. Wirkwiderstand 236.  
 — — der Wechselstrommaschine 330.

- Induktivität 76. 115.  
 — der Drosselspule 77.  
 — der kurzgeschlossenen Spule 78. 148.  
 — gegenseitige 79.  
 — verteilte 259. 287. 298.  
 — von Leitungen 77. 272. 287.  
 — des Drehstrommotors 399.  
 Induzierte Spannung 57. 75. 79. 214. 230.  
 Inverses Feld 423.  
 Inversion 255.  
 Ionen 26.  
 Joule 20. 111.  
 Joulesche Wärme s. Stromwärme.  
 Joulesches Gesetz 21.  
  
 Kabel s. Leitungen.  
 — Ladestrom 246.  
 Kadmiumzelle 39.  
 Käfiganker s. Kurzschlußläufer.  
 Kalorie 21. 111.  
 Kapazität 103. 117. 235.  
 — Ausgleichvorgänge 278. 279. 285.  
 — einer Batterie 35.  
 — einer Leitung 105. 107. 259. 287.  
 — einer Kugel 105.  
 — eines Plattenkondensators 103.  
 — eines Zylinderkondensators 104.  
 — im Nebenschluß zu Widerstand und Selbstinduktion 250. 252.  
 — in Wechselstromkreisen 235.  
 — in Reihe mit Widerstand 243.  
 — in Reihe mit Widerstand und Selbstinduktion 244.  
 — verteilte 259. 287. 298.  
 Kapazitätsspannung 235.  
 Kapazitätsstrom 235.  
 Kapazitive Belastung 252. 316. 332. 360.  
 Kapazitiver Widerstand 244.  
 Kapp 74. 207. 308. 474.  
 Kappscher Vibrator 474.  
 Kaskadenschaltung 391.  
 Kaskadenumformer 484.  
 Kathionen 26.  
 Kathode 25.  
 Kerntransformator 299.  
 Kilogramm 20. 111.  
 Kilovoltampere 248.  
 Kilowatt 22. 112.  
 Kilowattstunde 22.  
  
 Kippmoment 404.  
 Kirchhoffsche Regeln 10.  
 — — für Wechselstrom 225.  
 Kittler 258. 406. 451.  
 Klemmenspannung am Widerstand 6.  
 — einer Batterie 37.  
 — einer Doppelschlußmaschine 168.  
 — einer fremderregten Maschine 163.  
 — einer Hauptschlußmaschine 164.  
 — einer Nebenschlußmaschine 166.  
 — einer Wechselstrommaschine 332.  
 — eines Transformators 303. 313.  
 Knallgas, Raunteile 30.  
 Köpfe der Spulen 123.  
 — — bei Wechselstrommaschinen 318.  
 Kohle, spezifischer Widerstand 9.  
 — Temperaturkoeffizient 10.  
 Kohlebürsten 118. 150.  
 Kollektor s. Stromwender.  
 Kommutator s. Stromwender.  
 Kompaß, elektrischer 99. 100.  
 Kompensation d. Phasenverschiebung bei Drehstrommotoren 471.  
 — — — bei Drehstrom-Reihenschlußmotoren 464.  
 — — — durch Synchronmotoren 252. 359.  
 — des Querfeldes bei Gleichstrommaschinen 153.  
 — — — bei Reihenschlußmotoren 435.  
 — zur Spannungsmessung 20.  
 Kompensationsapparat 20.  
 Kompensationswicklung 153.  
 Kompensierte Maschinen 153.  
 Komplexe Zahlen 228.  
 Kondensator, Feldlinien u. Röhren 94.  
 — Kapazität 103.  
 — Ladestrom 235.  
 Kopfstreuung bei Drehstrommotoren 417. 419.  
 — bei Wechselstrommaschinen 358.  
 Krämersche Maschine 179.  
 Kraft 20. 111.  
 — im elektrischen Feld 92.  
 — im magnetischen Feld 41. 55.  
 — zwischen Feld und Poleinheit 47.  
 — zwischen Feld und Stromleiter 64.  
 — zwischen Schleife und Pol 68.  
 — zwischen zwei Polen 41. 112.  
 — zwischen zwei Spulen 67.  
 — zwischen zwei Stromleitern 67.



- Kraftlinien s. Feldlinien, Feldröhren, Einheitsröhren.  
 Kraftübertragung 23.  
 Kranmotoren 204. 402. 403.  
 Kreis, magnetischer 69. 72.  
 Kreisbild bei der Ersatzschaltung 253. 257.  
 — beim Doppelschlußmotor 453 ff.  
 — beim Drehstrommotor 253. 257. 398. 399. 402. 406. 410.  
 — — —, Aufnahme im Prüffeld 257. 409. 416.  
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 460. 462.  
 — beim Einphasenmotor 427. 429.  
 — beim Reihenschlußmotor 436.  
 — beim Repulsionsmotor 441.  
 Kreisfrequenz 217.  
 —, eigene 280. 286.  
 Kugel, Kapazität 105.  
 Kupfer, spezifischer Widerstand 9.  
 — Temperaturkoeffizient 9.  
 Kurze Spulen s. Sehnenwicklung.  
 Kurzschluß einer Spule 78. 120. 143. 149. 155.  
 — — — bei Wechselstrom 437. 442. 450. 456.  
 Kurzschlußanker s. Kurzschlußläufer.  
 Kurzschlußbremsung 186.  
 Kurzschlußkurve 144.  
 Kurzschlußläufer 369. 380. 387. 388. 389.  
 — Anlaufmoment 389.  
 — Erregung 380.  
 Kurzschlußstrom einer Spule 143.  
 — zusätzlicher 145.  
 — des Drehstrommotors 398. 401. 408. 409.  
 — — — ideeller 254. 257. 398. 408.  
 Kurzschlußversuch bei der Wechselstrommaschine 365.  
 — beim Drehstrommotor 415.  
 — beim Transformator 316.  
  
 Labile Leerlaufkurve 179.  
 la Cour 305. 307. 405.  
 Lade- und Entladekurve 36.  
 Ladewellen 295.  
 Ladung mit Einfachzellenschalter 174.  
 — mit Doppelzellenschalter 175.  
 — mit Zusatzmaschine 176.  
 Länge 109.  
  
 Längszug des Feldes 55.  
 Läufer 369.  
 Läuferstrom 371. 386. 393. 394. 396. 410.  
 Lahmeyergerüst 142.  
 Lamellen s. Stege.  
 Lamellierung s. Unterteilung.  
 Latourmotor 444.  
 Leclanchézelle 38.  
 Leerlauf des Transformators 303.  
 Leerlaufcharakteristik siehe Leerlaufkurve.  
 Leerlaufkurve d. Gleichstrommaschine 159. 163.  
 — d. Wechselstrommaschine 330. 365.  
 Leerlaufverluste der Gleichstrommaschine 180.  
 — Trennung der 182.  
 — des Transformators 303.  
 Leerstrom des Drehstrommotors 376. 380. 383. 398. 408.  
 — des Einphasenmotors 427. 430.  
 — des Transformators 304. 305. 314.  
 Legierte Bleche 89. 299. 305. 307.  
 Leistung 22. 112.  
 — bei Phasenverschiebung 220. 247.  
 — bei rein induktiver Belastung 233.  
 — bei symbolischer Rechnung 229.  
 — bei Widerstand u. Selbstinduktion in Reihe 247.  
 — der Wechselstrommaschine 335. 351.  
 — des Drehstrommotors 258. 395. 400. 409.  
 — des Drehstroms 268.  
 — des Gleichstrommotors 190.  
 — des Synchronmotors 352.  
 — des Umformers 483.  
 — mittlere des Wechselstromes 220.  
 Leistungsfaktor 221.  
 — beim Doppelschlußmotor 456.  
 — beim Drehstrommotor 403. 471.  
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 463.  
 — beim Eichbergmotor 448.  
 — Einphasenmotor 427.  
 — beim Reihenschlußmotor 436.  
 — beim Repulsionsmotor 442.  
 — beim Synchronmotor 252. 359.  
 — Verbesserung des 252. 359.  
 Leistungsmessung 67.  
 — bei Drehstrom 269.  
 Leistungszeiger 67.

- Leistungszeiger für Drehstrom 271.  
 Leiter erster und zweiter Klasse 25.  
 — gerade, elektrisches Feld 96.  
 — — Kapazität 106.  
 — — magnetisches Feld 62. 66.  
 Leitfähigkeit s. Leitwert, spezifischer.  
 Leitung, Ausgleichvorgänge 293.  
 — Induktivität 77. 272.  
 — Kapazität 106.  
 — Spannungsverlust 9.  
 — — bei Drehstrom 271.  
 — Stromwärmeverlust 23.  
 — — bei Drehstrom 268.  
 — Vorgänge beim Einschalten 293.  
 — Wanderwellen 287.  
 — Wellenwiderstand 289.  
 Leitungsparende Schaltung 174.  
 Leitwert, dielektrischer 103. 105.  
 — elektrischer 10.  
 — — in symbolischer Form 251.  
 — magnetischer 52. 70. 113.  
 — — des Streufeldes 71. 142.  
 — spezifischer 10.  
 Lenz'sches Gesetz 65. 371.  
 Leonardschaltung 200.  
 Lichtgeschwindigkeit 101. 117. 290.
- Magnet** 41.  
 — Zugkraft des 55.  
**Magneterregung** 73. 138. 162.  
 — Einfluß auf Belastung von Gleichstrommaschinen 173. 336.  
 — Einfluß auf Phasenverschiebung Stromstärke von Wechselstrommaschinen 350. 353. 359.  
**Magnetische Achse** 40.  
 — Dichte s. Induktion.  
 — Durchlässigkeit 50. 113.  
 — Energie 55. 83. 113.  
 — Feldstärke 47. 112.  
 — Größen, Zusammenstellung 112.  
 — Kraft 41. 55.  
 — Permeabilität s. Durchlässigkeit.  
 — Polstärke 41. 112.  
 — Röhren s. Feldröhren.  
 — Spannung 47. 52. 62. 112.  
 — Streuung 71. 142. 311. 358. 363. 389. 397. 414.  
 — Wirkung des Ankers bei Gleichstrom 126. 152.  
 — — — bei Wechselstrom 358.
- Thomälens, Elektrotechnik. 8. Aufl.
- Magnetischer Fluß** 42. 44. 113.  
 — Kreis 69.  
 — Leitwert 52. 70. 113.  
 — — des Streufeldes 71.  
 — Widerstand 70. 113.  
**Magnetisches Feld** 41.  
 — — einer Schleife 67.  
 — — einer Spule 68.  
 — — eines Poles 45.  
 — —, Energie 55. 81. 113.  
 — — gerader Leiter 62.  
 — — Längszug und Querdruck 55.  
 — — zweier Pole 45.  
 — Potential 47. 48.  
**Magnetisierende Kraft** s. Feldstärke.  
**Magnetisierungskurve** 50. 74, s. auch Leerlaufkurve.  
 — für Wechselstrom 305.  
 — von Drehstrommotoren 383.  
 — von Gleichstrommaschinen 159. 163.  
 — von Transformatorenblech 305.  
 — von Wechselstrommaschinen 365.  
**Magnetisierungsstrom** des Drehstrommotors 376. 380. 383.  
 — des Transformators 304. 305. 314.  
**Magnetomotorische Kraft** s. Durchflutung oder Erregung.  
**Magnetkörper** von Gleichstrommaschinen 140.  
 — von Wechselstrommaschinen 317.  
**Magnetstreuung** 71. 142. 363.  
**Manganin** 10.  
**Manteltransformator** 299.  
**Mantelwicklung** s. Faßwicklung.  
**Maschinen** f. gleichbleibend. Strom 177.  
**Masse** 109.  
**Maß, absolutes** 109.  
**Maxwell, Beziehung zwischen Licht und Elektrizität** 101.  
 — Einheit des magn. Flusses 42. 113.  
**Maxwells Verschiebungsstrom** 235.  
**Mechanische Größen** 110.  
**Mehrf. geschlossene Wicklung** 121. 131.  
**Mehrlochwicklung** 318. 324. 326.  
**Mehrphasenströme** 261.  
**Mehrpoleige Wicklung** 126. 129. 216.  
**Mehrteiliger Stromwender** 119.  
**Meßgeräte** 6. 67.  
 — für Wechselstrom 219.  
**Meßleitung, Einfluß auf Spannung** 274.  
**Metalle, elektrochem. Verhalten** 26.

- Meter 109.  
 Meterkilogramm 21. 111.  
 Mikrocoulomb 93. 115.  
 Mikrofarad 103. 117.  
 Mittelwert, elektrolytischer 217.  
 — quadratischer 218.  
 Mittl. Leistung d. Wechselstromes 220.  
 — Stromstärke 217.  
 Molekularmagnetismus 51.  
 Mordeyverbindungen s. Ausgleichverbindungen.  
 Motor, Wirkungsweise 65.  
 Multiplikation, symbolische 242.
- Nebenschaltung von Zellen 15.  
 — von Gleichstromwiderständen 13.  
 — von Wechselstrommaschinen siehe Parallelschaltung.  
 — von Wechselstromwiderständen 249.  
 Nebenschlußmaschine 139. 165.  
 — als Motor 186.  
 — bei Belastung 166.  
 — Wirkungsgrad 180.  
 Nebenschlußmotor 186. 191.  
 — Anlassen 193.  
 — Drehmoment 191.  
 — Drehzahl 191.  
 — Regelung 194. 197. 200.  
 — Wirkungsgrad 192.  
 Negative Phasenverschiebung 249. 252.  
 — Schlüpfung 403.  
 Netzspannung in Drehstromanlagen 265 ff.  
 Netzstrom in Drehstromanlagen 265 ff.  
 Neusilber s. Nickelin.  
 Neutrale Zone 118. 149. 150.  
 Neutraler Leiter s. Nulleiter.  
 Nichtmetalle, elektrochemisches Verhalten 26.  
 Nickelin, spez. Widerstand 9.  
 — Temperaturkoeffizient 10.  
 Niveauflächen, elektrische 100.  
 — magnetische 47. 49.  
 Nulleiter 25. 156.  
 — bei Drehstrom 267.  
 Nullpunkte, Spannung zwischen den 275.  
 Nutenanker 122. 131 ff.  
 Nutenform, Einfluß auf Streuung 416.  
 Nutenstreuung 358. 416.  
 Nutenwicklung 122. 131 ff.
- Nutenzahl der Wechselstrommasch. 318.  
 — des Drehstrommotors 318. 374. 417.  
 — — — Einfluß a. Anzugsmoment 390.
- Oberschwingungen** 214. 247.  
**Öltransformatoren** 300.  
**Ohm, Einheit** 5. 115.  
**Ohmsche Spannung** 225. 238.  
**Ohmsches Gesetz für elektrischen Fluß** 103.  
 — — für Gleichstrom 4. 115.  
 — — für magnetischen Fluß 52. 71.  
 — — für Wechselstrom 245.  
**Osnos** 430.  
**Ossanna** 405.
- Pacinottischer Anker** 119.  
**Papierisolation** 73. 90. 161.  
**Parallel** s. Nebeneinander.  
**Parallelbetrieb** 334 ff.  
**Parallelogramm** 223.  
**Parallelschalten** s. Einschalten.  
**Pendeln von Wechselstrommasch.** 344.  
**Periode des Wechselstromes** 213.  
**Periodenzahl** s. Frequenz.  
**Permanente Magnete** s. Dauermagnete.  
**Permeabilität** s. Durchlässigkeit.  
**Petersen** 258. 292. 298. 406. 451.  
**Pferdestärke** 22. 112.  
**Phase** 216. 220. 228. 242.  
 — bei Drehstrom s. Zweige.  
 — der Kapazitätsspannung 235.  
 — der Selbstinduktionsspannung 225. 231.  
 — des induktiven Spannungsverbrauchs 225. 238.  
 — des Kapazitätsstromes 235.  
 — des Läuterstromes im Drehstrommotor 387. 393.  
 — des Ohmschen Spannungsverbrauchs 225.
- Phasenanker** s. Phasenläufer.  
**Phasenläufer** 369. 386. 389.  
**Phasenlampen** 328.  
**Phasenregelung** durch übererregte Motoren 252. 359.  
**Phasenschieber** 471.  
**Phasenverschiebung** zwischen Strom und Spannung 220. 238. 244.  
 — Aufhebung der 252. 359. 471.

- Phasenverschiebung, negative 249. 252.  
 Phasenwinkel 242.  
 Pichelmayr 149. 405. 430.  
 Piranimaschine 171.  
 Plantéverfahren 33.  
 Plattenkondensator 94. 103.  
 Polarisation 30.  
 Polbreite, Einfluß auf Spannung 324.  
 Pole 40.  
 Poleinheit 41. 45. 113.  
 Polstärke 41. 112.  
 Polumschaltung 391.  
 Polzahl, Einfluß auf Streuung 418.  
 Positive Stromrichtung 264. 265. 267.  
 452.  
 Potential, elektrisches 23. 98.  
 — — auf Leitern 100.  
 — magnetisches 47.  
 Potentialdifferenz s. Spannung.  
 Potiersches Dreieck 366.  
 Pufferbatterie 171.  
 Pufferung durch Schwungmassen 201.
- Quadratischer Mittelwert 218.**  
 Quellenfreies Feld 44.  
 Querdruck des elektrischen Feldes 109.  
 — des magnetischen Feldes 56.  
 Querfeld b. Gleichstrommaschinen 152.  
 — b. Wechselstrommaschinen 362. 363.
- Radius Vektor s. Strahl.**  
 Reaktanz s. Blindwiderstand.  
 Reflexion von Wanderwellen 290.  
 Reflexionsfaktor 291.  
 Regelmaschinen 200. 466.  
 Regelung d. Spannung b. Maschin. 167.  
 — — — durch Induktionsregler 302.  
 — — — selbsttätige nach Tirrill 354.  
 — — — nach Danielson 357.  
 — — — bei Umformern 479.  
 — v. Drehstrommotoren 391. 402. 403.  
 — — — d. Kaskadenschaltung 391.  
 — — — durch Polumschaltung 391.  
 — — — durch Regelmaschinen 466.  
 — — — d. Widerstand 391. 402. 403.  
 — von Drehstrom-Reihenschlußmotoren 431.  
 — v. Gleichstrommotoren 194. 197. 210.  
 — — — durch Feldänderung 197. 210.  
 — — — durch Reihen Nebenschaltung 212.
- Regelung von Gleichstrommotoren durch Steuermaschinen 200.  
 — — — durch Widerstände 194. 210.  
 — — — nach Sprague 211.  
 — von Reihenschlußmotoren 431.  
 — von Repulsionsmotoren 438.  
 Regulieranlasser 194. 389. 391.  
 Reibung, magnetische 51. 87.  
 Reibungselektrizität 1.  
 Reibungsverluste 180. 183.  
 Reihen-Nebenschaltung 212.  
 Reihenschaltung von Zellen 15.  
 — von Kapazität und Widerstand 243.  
 — von Widerstand u. Selbstind. 236.  
 — von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität 244.  
 Reihentransformator 310.  
 Remanent s. Zurückbleibend.  
 Repulsionsmotor 438.  
 Resonanz 246. 247. 252.  
 — beim Pendeln 347.  
 Richtung des Feldes 42. 48.  
 — der Spannung der gegens. Induktion 80.  
 — der magn. Kraft des Stromes 62.  
 — der erzeugten Spannung 57. 59.  
 — d. Spannung d. Selbstinduktion 76.  
 Ring mit Spiralwicklung 120.  
 — mit mehrgängiger Wicklung 121.  
 Röhren s. Feldröhren.  
 Röhrenkondensator 95.  
 — Kapazität 104.  
 Röhrenwicklung 299. 312.  
 Rogowski 399. 419.  
 Rosenberg 177. 344.  
 Rosenbergschmaschine 177.  
 Rotierend s. Umlaufend.  
 Rotierender Umformer s. Einankerumformer.  
 Rotor s. Läufer.  
 Rowland 101.  
 Rückarbeitung 184.  
 Rückwirkung s. Ankerrückwirkung.  
 Rüdénberg 296. 456. 471.
- Sättigung 50. 138. 159.  
 Säuren 25.  
 Salze 25.  
 Sammler 33. 169ff.  
 — als Spannungsteiler 156.  
 — chemische Vorgänge 34.

- Sammler im Nebenschluß zur Maschine 169.  
 — Kapazität 35.  
 — Ladung und Entladung 34. 36.  
 — Maschine zum Laden 167.  
 — Spannung 34. 36.  
 — Wirkungsgrad 35. 36.  
 Schablonenwicklung 122.  
 Schaltung von Zellen 15.  
 Schaltzellen 174. 177.  
 Scheibenwicklung 299. 312.  
 Scheinleistung 221. 247.  
 Scheinleitwert 251.  
 Scheinwerfermaschine 179.  
 Scheinwiderstand 241. 245.  
 — symbolisch 242. 245.  
 Schenkel 463.  
 Scherbius 467. 471.  
 Schleife, magnetisches Feld 67.  
 — Stromverteilung 14.  
 — Widerstand 13.  
 Schleifenwicklung 126.  
 Schlüpfung 259. 372. 390. 401. 402 411.  
 — größer als Eins 402.  
 — negative 403.  
 Schmiedeisen 74.  
 Schnellregler 354.  
 Schutzschalter 282. 284.  
 Schweißmaschine 179.  
 Schwimmerregel, Amperesche 62.  
 — Faradaysche 59.  
 Schwingungszeit d. Antriebsmasch. 345.  
 — der Wechselstrommaschine 347.  
 Schwungmassen, Einfl. a. Pendeln 347.  
 Schwungmoment 345.  
 Schwungrad nach Ilgner 201.  
 Scineffekt s. Hautwirkung.  
 Scottsche Schaltung 301.  
 Sehnenwicklung 122. 124. 439. 452.  
 Sekunde 109.  
 Selbsterregung 138. 186.  
 Selbstinduktion 75. 230.  
 — der kurzgeschlossenen Spule 78. 148.  
 — der Leitung 77. 272. 287.  
 — d. Wechselstrommasch. 330. 358. 365.  
 — — — durch Streuung 358. 365.  
 — des Transformators 303. 307. 311.  
 — Einfluß auf Pendeln 347.  
 — — auf V-Kurve 353.  
 — Phase der Spannung 232.  
 — Richtung der Spannung 76.  
 Selbstinduktion, Spannung 230.  
 — und Widerstand in Reihe 236. 248. 280.  
 — verteilte 259. 287.  
 — und Kapazität in Reihe 244. 285. 286.  
 Selbstinduktionskoeff. s. Induktivität.  
 Selbstinduktivität s. Induktivität.  
 Selbsttätige Spannungsregelung 354.  
 Sengelsche Spannungsteilung 158.  
 Serien s. Reihen.  
 Siedepunkterhöhung 26.  
 Siemens, Doppel-T-Anker 117.  
 — Erfindung d. Dynamomaschine 138.  
 — Ohmsches Gesetz für el. Fluß 103.  
 Siemens, Einh. d. el. Leitwertes 10.  
 Siliziumhaltige Bleche 89. 299. 305. 307.  
 Simons 419.  
 Sinuskurve 214.  
 Spannung 1. 3. 23. 57. 75. 98. 114. 215.  
 — der Bewegung 57. 214.  
 — der gegenseitigen Induktion 80.  
 — der Gleichstrommaschine 136.  
 — der Induktion 57. 76. 79. 215.  
 — der Polarisation 30.  
 — der Ruhe 57. 217.  
 — der Selbstinduktion 76. 230.  
 — der Wechselstrommaschine 323. 325.  
 — des Sammlers 34. 37.  
 — des Wechselstromes 215. 219.  
 — durch Änderung des Flusses 57. 215.  
 — Einheit 4. 57. 115.  
 — erzeugte 2. 57. 75. 79. 215.  
 — im Doppelschlußmotor 453.  
 — im Drehstrommotor 374. 380.  
 — im Eichbergmotor 447.  
 — im Einphasenmotor 428.  
 — im Reihenschlußmotor 435. 437.  
 — im Repulsionsmotor 440. 443.  
 — im Transformator 303. 313.  
 — in Zellen 37 ff.  
 — induzierte s. erzeugte.  
 — magnetische 47. 52. 62. 112.  
 Spannungsabfall im Transformator 313.  
 — in der Wechselstrommaschine 240. 332. 365.  
 — in Drehstromleitungen 271.  
 — in Wechselstromleitungen 259.  
 Spannungsbild der Wechselstrommaschine 332. 334. 335.  
 — des Drehstrommotors 253. 399.

- Spannungsbild des Synchronmotors 334. 335.
- Spannungserhöhung b. Abschalten 367.
- Spannungsmessung 3. 6. 19.
- Spannungsregelung 167.
- bei Motoren 194. 210.
- bei Umformern 479.
- durch Induktionsregler 302.
- selbsttätige, nach Danielson 357.
- nach Tirrill 354.
- Spannungsresonanz 246.
- Spannungsteilung 25. 156.
- Spannungsverbrauch 9.
- bei verteilter Kapazität und Induktivität 259.
- in Drehstromleitungen 271.
- in Gleichstromleitungen 9.
- in Transformatoren 311.
- in Wechselstrommaschinen 331.
- induktiver 225. 238.
- kapazitiver 243.
- Ohmscher 225. 238.
- Spannungsverlust s. Spannungsverbrauch.
- Spannungszeiger 6. 67. 219.
- Spartransformator 300.
- Spezifischer Leitwert 10.
- Widerstand 8.
- Spiegelung 98. 107.
- Spragueschaltung 211.
- Spule, magnetisches Feld 68.
- Spulenköpfe 123. 318.
- Spulenseite bei Gleichstrom 122.
- bei Drehstrom 318. 321. 322. 325.
- Spulenweite 122. 123.
- Spulenwicklung 318.
- Stabwicklung 122. 318.
- Stahlmagnet 40. 52.
- Ständer 317. 369.
- Stat. Charakteristik s. Leerlaufkurve.
- Stat. Einheit der Spannung 115.
- der Elektrizitätsmenge 101.
- Stator s. Ständer oder Anker.
- Steher 405.
- Steinmetzscher Hysteresiskoeff. 89.
- Stern-Doppelsternschaltung 300.
- Sternschaltung 266.
- beim Transformator 300.
- Steuerdynamo 201.
- Steuermaschine 201.
- Steermotor 201.
- Stirnstreuung bei Drehstrommotoren 417. 419.
- bei Wechselstrommaschinen 358.
- Stirnverbindungen s. Wicklungsköpfe.
- Strahlen 221.
- Streufaktor bei Drehstrommotoren 397. 414.
- Streufluß 71. 142.
- Streuinduktion 253. 311.
- Streuung 71. 142.
- der Drosselspule 231.
- der Feldmagnete 71. 142. 363.
- — — Einfluß auf Erregung 363.
- d. Ankers b. Wechselstrom 358. 365.
- des Drehstrommotors 397. 414.
- des Transformators 311.
- Streuungsloser Drehstrommotor 392.
- Strom, elektrischer 1.
- Stromdichte 2.
- unter der Bürste 148.
- Stromkurve beim Ein- und Ausschalten 281. 283. 284.
- der kurzgeschlossenen Spule 144.
- des Wechselstromes 213.
- Strommessung 2. 6. 67. 69.
- Stromresonanz 252.
- Stromstärke 2. 114.
- des Wechselstromes 213. 218.
- — — Effektivwert 218.
- — — Mittelwert 217.
- Stromtransformator 299. 310.
- Stromverteilung in der Schleife 13.
- Stromwärme 23.
- in Leitungen 23. 268.
- in Maschinen 180.
- Stromwender 117. 119.
- Stromwendung in Gleichstrommaschinen 77. 124. 126. 147. 149. 155.
- in Wechselstrommaschinen 437. 443. 450.
- Stromzeiger, Eichung 7.
- Ausführung und Schaltung 6. 67. 69.
- für Wechselstrom 219.
- Swinburnesche Drosselspulen 234.
- Symbolische Rechnung 228.
- Form des Ohmschen Gesetzes 242. 245.
- — des Widerstandes 242. 245.
- — — — einer Verzweigung 252.
- Synchronisierende Kraft 340. 346.
- Synchronisierung 328.

- Synchronisierungsstrom 342.  
 Synchronismus 327. 329. 372. 390.  
 Synchronmaschinen 317, s. a. Wechselstrommaschinen.  
 Synchronmotoren 317. 328.  
 — als Phasenregler 252. 359.  
 — Anlassen 328.  
 — bei Änderung der Belastung 335.  
 — — — der Erregung 350. 359.  
 — Spannungsbild 334. 335.  
 Synchronumlaufende Ströme 262. 370. 393. 396. 399.
- Tangentengesetz für Feldlinien 54.  
 Temperaturkoeffizient 9.  
 Temperaturmessung b. Magnetspulen 9.  
 Thomsonsche Doppelbrücke 18.  
 Tirrillregler 354.  
 Tourenzahl s. Drehzahl.  
 Trägheitsmoment bei Parallelbetrieb 345.  
 Tragkraft s. Zugkraft.  
 Transformator 299.  
 — bei Belastung 307. 311.  
 — bei Kurzschluß 313.  
 — bei Leerlauf 303.  
 — Einschaltvorgang 282. 283.  
 — Eisenverluste 305.  
 — Ersatzschaltung 253. 257.  
 — Flüsse 303. 311. 313.  
 — Hysteresisstrom 305.  
 — Leerstrom 304. 305.  
 — Magnetisierungsstrom 304. 305.  
 — Spannungs- und Strombild 253. 257. 309. 314.  
 — Spannungsverlust 311.  
 — Streuung 311.  
 — Umrechnung auf gleiche Windungszahl 309. 315.  
 — Untersuchung bei Leerlauf 305.  
 — — bei Kurzschluß 316.  
 — Verhältnis der Spannungen 303.  
 — — der Ströme 308.  
 — Verluste 305. 314.  
 — Wirkungsgrad 314.
- Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung 365.  
 — der Verluste in Gleichstrommaschinen 182.  
 Trommelwicklung 119.  
 Turbomaschinen 150. 180. 317. 348. 380.
- Übererregung von Synchronmotoren 252. 333. 334. 350.  
 Überlastungsfähigkeit von Drehstrommotoren 404.  
 — von Einphasenmotoren 427.  
 — von Synchronmotoren 336.  
 — Wechselstrommaschinen 336.  
 Überspannungen 246. 287. 293.  
 Überströme 246. 287.  
 Übersynchroner Lauf beim Drehstrommotor 404.  
 — — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 460.  
 — — beim Eichbergmotor 450.  
 — — beim Reihenschlußmotor 436.  
 — — beim Repulsionsmotor 440. 443.  
 Umformer s. Einankerumformer.  
 Umlaufende Erregung 262. 370. 377. 393. 396. 399. 422.  
 Ummagnetisierung 51. 87. 89.  
 Umsteuerung v. Drehstrommotoren 373.  
 — von Gleichstrommotoren 187.  
 — von Repulsionsmotoren 439.  
 Untererregung 334. 350.  
 Unterteilung des Eisens 90.
- V-Kurven 353.  
 Valenz s. Wertigkeit.  
 Vektor s. Strahl.  
 Vektordiagramm s. Spannungsbild, Strombild, Widerstandsbild.  
 Ventilierte Maschine 180.  
 Vergrößerungsfaktor 346.  
 Verkettung, s. Flußverkettung.  
 Verlust durch Hysteresis 88. 305.  
 — durch Stromwärme 23. 268.  
 — durch Wirbelströme 89.  
 — in Drehstromleitungen 268.  
 — in Drehstrommotoren 409. 410.  
 — in Gleichstrommaschinen 180.  
 — in Leitungen 23. 268.  
 — in Transformatoren 305. 314.  
 — in Umformern 480.  
 Verlustziffer 89.  
 Verschiebung, elektrische 93, s. a. elektrische Induktion.  
 Verschiebungsfluß s. elektrischer Fluß.  
 Verschiebungsstrom 94. 235.  
 Verteilte Selbstinduktion u. Kapazität 259. 287.  
 Vervielfachung mit  $\pm j$  229.

- Vervielfachung mit einer gerichteten Größe 242.  
 Verzerrung des Feldes 150. 153.  
 Vibrator 474.  
 Vielphasenwicklung 262. 370.  
 Volt 4. 57. 114. 115.  
 Voltmeter 39.  
 Voltmeter s. Spannungszeiger.  
 Volumverhältnisse b. d. Elektrolyse 30.  
 Vorausberechnung der Erregung bei Drehstrommotoren 376. 380. 383.  
 — — — b. Gleichstrommasch. 72. 160.  
 — — — bei Wechselstrommasch. 367.  
 Voreilung s. Phasenverschiebung.  
 — größte beim Parallelbetrieb 336.  
 Vorschaltwiderstand s. Anlasser.  
  
 Wärme beim Ummagnetisieren 51.  
 Wärmemenge 21. 111.  
 Wagner 287. 290.  
 Waltenhofensches Pendel 90.  
 Wanderungsrichtung der Ionen 26.  
 Wanderwellen 287.  
 — Brechung 291.  
 — beim Einschalten 293.  
 — Lade- und Entladewellen 295.  
 — Reflexionsgesetze 290.  
 Watt, Einheit 22. 112.  
 Wattloser Strom s. Blindstrom.  
 Wattmeter s. Leistungszeiger.  
 Wattstrom s. Wirkstrom.  
 Weber, Einheit 41. 112.  
 Weber, Molekularmagnetismus 51.  
 Wechselstrom 213 ff.  
 — Effektivwert 218.  
 — Mittelwert 217.  
 — Zeitwert 213. 218.  
 Wechselstromleitungen 259. 268. 271.  
 Wechselstrommaschinen 317.  
 — Abschalten 338.  
 — bei Änderung der Belastung 334.  
 — — — der Erregung 350. 359.  
 — bei induktiver Belastung 332.  
 — bei kapazitiver Belastung 332. 360.  
 — Einschalten 328.  
 — Kurzschlußkurve 365.  
 — Leerlaufkurve 365.  
 — Spannung 323. 325. 367.  
 — Überlastungsfähigkeit 336.  
 — Vorausberechnung der Erregung 367.  
  
 Wechselstromwiderstände nebeneinander 249.  
 Wellenwicklung 129.  
 Wendefeld 144. 149. 151.  
 Wendepole 149. 437.  
 Wendespannung 144. 149. 151.  
 Wertigkeit 29.  
 Westonzelle 39.  
 Wheatstonesche Brücke 16.  
 — — für Wechselstrom 79.  
 Wicklungen f. Gleichstrommasch. 119 ff.  
 — für Wechselstrommaschinen 318.  
 Wicklungsfaktor 325.  
 Wicklungsköpfe 123. 318.  
 Wicklungsschritt 130.  
 Widerstand, dielektrischer 104.  
 — elektrischer 4. 5. 8. 115.  
 — des Ankers 13 .  
 — einer Schleife oder Verzweigung 13.  
 — — — symbolisch 252.  
 — in symbolischer Form 242. 245.  
 — magnetischer 70. 113.  
 — mit Kapazität in Reihe 243. 278. 281.  
 — mit Selbstinduktion in Reihe 236. 278. 280.  
 — — — u. Kapazität i. Reihe 244. 279.  
 — spezifischer 8.  
 Widerstandsbild, Flemingsches 241.  
 — bei der Ersatzschaltung 254.  
 Widerstandsmessung 8. 16.  
 Widerstandsregelung b. Gleichstrommotor 194. 210.  
 — beim Drehstrommotor 391. 402. 403.  
 Widerstandswinkel 242.  
 Windungsverhältnis, Transformator 308. 315.  
 Winkelgeschwindigkeit 189.  
 — elektrische s. Kreisfrequenz.  
 Wirbelströme 89.  
 Wirbelstrombremse 91.  
 Wirbelstromverluste 90. 180. 306.  
 Wirkleistung 247.  
 Wirkleitwert 251.  
 Wirksame Masse 35.  
 Wirkspannung 239.  
 Wirkstrom 248. 249.  
 Wirkungsgrad von Drehstrommotoren 411.  
 — von Nebenschlußmaschinen 180.  
 — von Nebenschlußmotoren 192.  
 — von Sammlern 35.



- Wirkungsgrad von Transformatoren 314.  
 Wirkwiderstand 241.
- Zahnstreuung b. Drehstrommotor 415.  
 Zeit 109.  
 Zeitkonstante 278.  
 Zeitwert der Leistung 220.  
 — der Spannung 215.  
 — der Stromstärke 213.  
 — des umfaßten Flusses 214.  
 Zellen 37 ff.  
 — chemische Vorgänge 37 ff.  
 — Schaltung 15.  
 — Spannung 37.  
 Zellenschalter 173.  
 Zentimeter 109.  
 Zentimeterdyn 20. 111.  
 Zerlegung in Wirkstrom und Blindstrom 248. 249.  
 — in Einzelwellen 214. 247.
- Zersetzungszelle 25.  
 Zickzackschaltung siehe Doppelsternschaltung.  
 Zickzacktreppe 135.  
 Zugbeleuchtung 177.  
 Zugkraft s. Drehmoment.  
 — eines Magneten 55.  
 Zuleitung s. Leitung.  
 Zusätzlicher Kurzschlußstrom 145.  
 Zusammensetzung von Strahlen 222.  
 Zusatzmaschine zum Anlassen 202.  
 — zum Laden 176.  
 Zweifädige Wicklung 79.  
 Zweige bei Drehstrom 262. 264.  
 Zweilochwicklung 324. 326.  
 Zweischichtwicklung 122.  
 Zweiteiliger Stromwender 117.  
 Zylinderkondensator s. Röhrenkondensator.  
 Zylinderwicklung s. Röhrenwicklung.  
 Zylindrischer Magnetkörper 317.

**Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.** Von Professor Dr. **Gustav Benischke**. Vierte, vermehrte Auflage. Mit 592 in den Text gedruckten Abbildungen. Preis gebunden M. 32.—

---

**Elektrische Starkstromanlagen.** Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. Von Dipl.-Ing. **Emil Kosack**, Oberlehrer an den Vereinigten Maschinenbauschulen zu Magdeburg. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 294 Textfiguren. Preis gebunden M. 13.60

---

**Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik** für Unterricht und Praxis in allgemeinverständlicher Darstellung. Von Ingenieur **Rudolf Krause**. Vierte, verbesserte Auflage herausgegeben von Professor **H. Vieweger**. Mit etwa 350 Textfiguren. Erscheint Frühjahr 1920

---

**Angewandte Elektrizitätslehre.** Ein Leitfaden für das elektrische und elektrotechnische Praktikum. Von Professor Dr. **Paul Eversheim**, Privatdozent für angewandte Physik an der Universität Bonn. Mit 215 Textfiguren. Preis M. 8.—; gebunden M. 9.—

---

**Der wirtschaftliche Aufbau der elektrischen Maschine.** Von Dr. techn. **Milan Vidmar**. Mit 7 Textabbildungen. Preis M. 5.60

---

**Theorie der Wechselströme.** Von Dr.-Ing. **Alfred Fraenkel**. Mit 198 Textfiguren. Preis gebunden M. 10.—

---

**Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik.** Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch- und Fachschulen sowie zum Selbststudium. Von Professor **H. Vieweger**. Fünfte, verbesserte Auflage. Mit 210 Textfiguren und 2 Tafeln. Preis gebunden M. 14.—

---

**Wechselstromtechnik.** Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. (Zweite Auflage von »Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom«.) I. Teil. Mit 185 Textfiguren. Preis gebunden M. 9.—

---

**Die Fernleitung von Wechselströmen.** Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. Mit 60 Textfiguren. Preis gebunden M. 7.—

---

---

Hierzu Teuerungszuschläge

---

**Die Wechselstromtechnik.** Herausgegeben von Prof. E. Arnold, Karlsruhe. In 5 Bänden.

- I. Theorie der Wechselströme. Von J. L. la Cour und O. S. Bragstadt. Zweite Auflage. Unveränderter Neudruck.  
In Vorbereitung
- II. Die Transformatoren. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Zweite Auflage. Unveränderter Neudruck. In Vorbereitung
- III. Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 463 Textfiguren und 5 Tafeln. Unveränderter Neudruck.  
In Vorbereitung
- IV. Die synchronen Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 530 Textfiguren und 18 Tafeln. Unveränderter Neudruck.  
In Vorbereitung
- V. Die asynchronen Wechselstrommaschinen.
1. Teil. Die Induktionsmaschinen. Von E. Arnold, J. L. la Cour und A. Fraenckel. Unveränderter Neudruck.  
In Vorbereitung
2. Teil. Die Wechselstrom-Kommutatormaschinen. Von E. Arnold, J. L. la Cour und A. Fraenckel. Mit 400 Textfiguren, 8 Tafeln und dem Bildnis E. Arnolds. Unveränderter Neudruck.  
In Vorbereitung

---

**Arnold-La Cour, Die Gleichstrommaschine.** Ihre Theorie, Untersuchung, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise.

- I. Band. Theorie und Untersuchung. Dritte, umgearbeitete Auflage. Herausgegeben von J. L. la Cour, Chefingenieur. Mit 570 Textabbildungen. Preis gebunden M. 40.—
- II. Band. Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Dritte Auflage. In Vorbereitung

---

**Elektromotoren für Gleichstrom.** Von Dr. G. Roessler, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. Zweite Auflage. Mit 49 Textfiguren. Preis gebunden M. 4.—

---

**Die Geometrie der Gleichstrommaschine.** Von Geh. Reg.-Rat O. Grotrian, Professor an der Technischen Hochschule in Aachen. Mit 102 Textabbildungen. Preis M. 6.—, gebunden M. 7.40

---

**Magnetische Ausgleichsvorgänge in elektrischen Maschinen.** Von J. Biermanns, Vorsteher des Hochspannungslaboratoriums der A.E.G. Mit 123 Textfiguren. Preis M. 17.—, gebunden M. 19.—

---

**Gesammelte elektrotechnische Arbeiten 1897—1912.**

Von Dr. F. Eichberg. Mit 415 Textfiguren und 1 Tafel.

Preis M. 16.—, gebunden M. 17.—

---

**Arbeiten aus dem elektrotechnischen Institut der  
technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe.**

I. Band. 1908—1909. Mit 260 Textfiguren. Herausgegeben von  
Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. E. Arnold.

Preis M. 10.—

II. Band. 1910—1911. Mit 284 Textfiguren. Herausgegeben von  
Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. E. Arnold.

Preis M. 10.—

III. Band. 1913—1920. Mit etwa 110 Textfiguren. Herausgegeben  
von Professor R. Richter.

Preis etwa M. 28.—

---

**Messungen an elektrischen Maschinen.** Apparate, Instru-  
mente, Methoden, Schaltungen. Von Ingenieur Rud. Krause.  
Vierte, erweiterte und vollständig umgearbeitete Auflage. Heraus-  
gegeben von Oberingenieur Georg Jahn. Mit 260 Textabbildungen.

Preis gebunden etwa M. 18.—

---

**Leitfaden der elektrotechnischen Meßinstrumente.**

Von Oberingenieur Konrad Gruhn in Frankfurt a. M. Mit über 350  
Textabbildungen.

Preis M. 17.—, gebunden M. 20.—

---

**Elektrotechnische Meßkunde.** Von Dr.-Ing. P. B. A. Linker.

Dritte, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit etwa 400 Text-  
abbildungen.

In Vorbereitung

---

**Isolationsmessungen und Fehlerbestimmungen an  
elektrischen Starkstromleitungen.** Von F. Ch. Raphael.

Autorisierte deutsche Bearbeitung von Dr. Richard Apt. Zweite,  
verbesserte Auflage. Mit 122 Textabbildungen. Preis gebunden M. 6.—

---

**Die Isolierung elektrischer Maschinen.** Von H. W. Turner

und H. M. Hobart. Deutsche Bearbeitung von A. von Königslöw  
und R. Krause, Ingenieure. Mit 166 Textabbildungen.

Preis gebunden M. 8.—

---

**Lehrbuch der elektrischen Festigkeit der Isolier-  
materialien.** Von Professor Dr.-Ing. A. Schwaiger in Karlsruhe.

Mit 94 Textabbildungen.

Preis M. 9.—, gebunden M. 10.60

---

**Die Materialprüfung der Isolierstoffe der Elektrotechnik.** Herausgegeben von Oberingenieur **Walter Demuth**, Prüffeldvorstand der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie in Berlin, unter Mitarbeit von **Kurt Bergk** und **Hermann Franz**, Ingenieuren derselben Gesellschaft. Mit 76 Textabbildungen.  
Preis M. 12.—; gebunden M. 14.40

**Vorgänge in der Scheibe eines Induktionszählers und der Wechselstromkompensator als Hilfsmittel zu deren Erforschung.** Mitteilung aus dem Zählerlaboratorium der Siemens-Schuckert-Werke. Von Dr.-Ing. **W. v. Krukowski**. Mit 63 Abbildungen im Text und auf drei Textblättern.  
Preis M. 20.—

**Die elektrische Kraftübertragung.** Von Oberingenieur Dipl.-Ing. **Herbert Kyser**. In zwei Bänden.

I. Band: Die Motoren, Umformer und Transformatoren, ihre Arbeitsweise, Schaltung, Anwendung und Ausführung. Zweite, durchgesehene Auflage. Mit etwa 290 Textabbildungen und 5 Tafeln.

Erscheint im Frühjahr 1920

II. Band: Die Leitungen, Generatoren, Akkumulatoren, Schaltanlagen und Kraftwerkseinrichtungen. Ihre Berechnungsweise, Schaltung, Anwendung und Ausführung. Zweite Auflage.

Erscheint im Sommer 1920

**Das elektrische Kabel.** Eine Darstellung der Grundlagen für Fabrikation Verlegung und Betrieb. Von Ingenieur Dr. phil. **C. Baur** in Zürich. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 91 Textfiguren. Unveränderter Neudruck.  
Unter der Presse

**Grundzüge des Überspannungsschutzes in Theorie und Praxis.** Von Professor Dr.-Ing. **Karl Kuhlmann**, Zürich. Mit 47 Abbildungen.  
Preis M. 2.—

**Zur Vereinheitlichung von Installationsmaterial für elektrische Anlagen.** Von Oberingenieur **W. Klement** und Oberingenieur **C. Paulus**. Erster Teil: Haus- und Wohnungsanschlüsse. Mit 450 Textfiguren.  
Preis M. 8.—; gebunden M. 10.—

**Herstellen und Instandhalten elektrischer Licht- und Kraftanlagen.** Ein Leitfadensuch für Nicht-Techniker unter Mitwirkung von **Gottlob Lux** und **Dr. C. Michalke** verfaßt und herausgegeben von **S. Frhr. v. Gaisberg**. Achte, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Zweiter, unveränderter Abdruck. Mit 59 Textabbildungen.  
Preis M. 3.20

**Telephon- und Signalanlagen.** Ein praktischer Leitfadensuch für die Errichtung elektrischer Fernmelde-(Schwachstrom-)Anlagen. Von Oberingenieur **Carl Beckmann**. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 426 Abbildungen und Schaltungen und einer Zusammenstellung der gesetzlichen Bestimmungen für Fernmeldeanlagen.  
Preis gebunden M. 8.60

**Taschenbuch für den Maschinenbau.** Bearbeitet von Prof. **H. Dubbel**, Berlin, Dr. **G. Glage**, Berlin, Dipl.-Ing. **W. Gruhl**, Berlin, Dipl.-Ing. **R. Hänchen**, Berlin, Ing. **O. Heinrich**, Berlin, Dr.-Ing. **M. Krause**, Berlin, Prof. **E. Toussaint**, Berlin, Dipl.-Ing. **H. Winkel**, Berlin, Dr.-Ing. **K. Wolters**, Berlin. Herausgegeben von Professor **H. Dubbel**, Ingenieur, Berlin. Zweite, erweiterte und verbesserte Auflage. 1546 Seiten mit 2510 Textabbildungen und 4 Tafeln. Zwei Teile. Preis in einem Bande gebunden M. 30.—; in zwei Bänden gebunden M. 33.—

Dubbels Taschenbuch, erstmalig bei Kriegsbeginn erschienen, hat trotz der ungünstigen Zeitverhältnisse einen ungewöhnlichen Erfolg erzielt. Die erste starke Auflage ist im Verlaufe der Kriegszeit vollständig ausverkauft worden.

Die neue Auflage liegt in erweiterter und verbesserter Ausgabe vor. Sie gibt im Text und in den zeichnerischen Darstellungen ein Bild des neuesten Standes der Maschinentechnik und wird für den täglichen Gebrauch, sei es beim Studium, sei es bei der praktischen Arbeit, unentbehrlich sein.

---

**Taschenbuch für Bauingenieure.** Unter Mitwirkung von hervorragenden Fachmännern herausgegeben von Dr.-Ing. E. h. **Max Foerster**, Geh. Hofrat, ord. Professor für Bauingenieurwesen an der Technischen Hochschule Dresden. Dritte, verbesserte und erweiterte Auflage. 2263 Seiten mit 3070 Textfiguren. Zwei Teile. Preis in einem Bande gebunden M. 56.—; in zwei Bänden gebunden M. 60.—

Auflage reiht sich an Auflage! Wenige Jahre nach der zweiten ist, von Studierenden und Lehrern, Theoretikern und Praktikern mit gleicher Spannung erwartet, die 3. starke Auflage des Foersterschen Taschenbuches für Bauingenieure erschienen, das gründlich umgearbeitet wurde.

Sie stellt sich als ein neuzeitliches, alle praktischen und wissenschaftlichen Fortschritte der letzten Jahre berücksichtigendes Hilfsbuch dar.

Vollkommen neu bearbeitet sind die Abschnitte: Trägerlehre, Graphostatik, Festigkeitslehre, Statik der Baukonstruktionen und Eiserne Brücken sowie die Kapitel: Theorie des Eisenbetons und Anwendung des Eisenbetons im Hochbau. Neu hinzugekommen ist ein Abschnitt über wirtschaftlichen Baubetrieb. Erheblich ausgebaut und neuzeitlich vermehrt wurden die Kapitel: Baustoffe, Konstruktions-elemente des Eisenhochbaues, Stein- und Eisenbetonbrücken.

Das Taschenbuch für Bauingenieure wird auch in seiner 3. Auflage wieder der unentbehrliche Ratgeber für theoretische Belehrung und praktische Benutzung sein, als der es sich nach zahlreichen Urteilen aus Schule und Praxis in den früheren Auflagen erwiesen hat.

---

**Hilfsbuch für den Maschinenbau.** Für Maschinentechniker sowie für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Von Oberbaurat **Fr. Freytag**, Professor i. R. Fünfte, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 1218 Textabbildungen, 10 Tafeln und einer Beilage für Österreich. Zweiter, berichtigter Neudruck. Preis gebunden M. 24.—

**Kolbendampfmaschinen und Dampfturbinen.** Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und Konstrukteure. Von Professor **H. Dubbel**, Ingenieur, Berlin. Vierte, umgearbeitete Auflage. Mit 540 Textabbildungen.  
Preis gebunden M. 20.—

---

**Die Steuerungen der Dampfmaschinen.** Von Ingenieur **Heinrich Dubbel**. Mit 446 Textfiguren.  
Preis gebunden M. 10.—

---

**Kondensation.** Lehr- und Handbuch über Kondensation und alle damit zusammenhängenden Fragen, auch einschließlich der Wasserrückkühlung. Von Ziv.-Ing. **F. J. Weiß**. Zweite, ergänzte Auflage. Bearbeitet von Ingenieur **E. Wiki**. Mit 141 Textfiguren und 10 Tafeln. Preis gebunden M. 12.—

---

**Technische Thermodynamik.** Von Professor **W. Schüle**.

I. Band: Die für den Maschinenbau wichtigen Lehren nebst technischen Anwendungen. Dritte, erweiterte Auflage. Mit 244 Textfiguren und 7 Tafeln. Preis gebunden M. 16.—

II. Band: Höhere Thermodynamik mit Einschluß der chemischen Zustandsänderungen nebst ausgewählten Abschnitten aus dem Gesamtgebiet der technischen Anwendungen. Dritte Auflage. Mit 202 Textfiguren und 4 Tafeln. Preis gebunden etwa M. 36.—

---

**Leitfaden der technischen Wärmemechanik.** Kurzes Lehrbuch der Mechanik der Gase und Dämpfe und der mechanischen Wärmelehre. Von Professor **W. Schüle**. Mit 91 Textfiguren und 3 Tafeln.  
Preis gebunden M. 6.—

---

**Maschinentechnisches Versuchswesen.** Von Prof. Dr.-Ing. **A. Gramberg**.

I. Band: Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und im Betriebe. Zum Gebrauch in Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Vierte, neubearbeitete Auflage. Unter der Presse

II. Band: Maschinenuntersuchungen und das Verhalten der Maschinen im Betriebe. Ein Handbuch für Betriebsleiter, ein Leitfaden zum Gebrauch bei Abnahmeversuchen und für den Unterricht an Maschinenlaboratorien. Mit 300 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. Preis gebunden M. 25.—

---

**Handbuch der Feuerungstechnik und des Dampfkesselbetriebes** mit einem Anhang über allgemeine Wärmetechnik. Von Dr.-Ing. **Georg Herberg**, Beratendem Ingenieur in Stuttgart. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 59 Abbildungen und Schaulinien, 90 Zahlentafeln sowie 47 Rechnungsbeispielen.  
Preis gebunden M. 18.—

---

---

**Die Dampfkessel.** Von Oberlehrer Professor **F. Tetzner**. Sechste, verbesserte Auflage. Bearbeitet von Ingenieur **Heinrich**, Lehrer an der städtischen Beuth-Maschinenbauschule in Berlin. In Vorbereitung

---

**Die Dampfturbinen.** Von Professor Dr.-Ing. **A. Stodola** in Zürich. Fünfte Auflage. In Vorbereitung

---

**Entwerfen und Berechnen der Dampfturbinen** mit besonderer Berücksichtigung der Überdruckturbine einschließlich der Berechnung von Oberflächenkondensatoren und Schiffsschrauben. Von **J. Morrow**. Autorisierte deutsche Ausgabe von Dipl.-Ing. **Carl Kisker**. Mit 187 Textfiguren und 3 Tafeln. Preis gebunden M. 14.—

---

**Die Gebläse.** Bau und Berechnung der Maschinen zur Bewegung, Verdichtung und Verdünnung der Luft. Vom Geh. Regierungsrat **A. von Jhering**, Berlin. Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 643 Textabbildungen und 8 Tafeln. Preis gebunden M. 20.—

---

**Theorie und Konstruktion der Kolben- und Turbokompressoren.** Von Professor **P. Ostertag**, Winterthur. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 300 Textfiguren. Preis gebunden M. 26.—

---

**Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb.** Ihre Theorie und Konstruktion. Von Geh. Baurat Professor **A. Pfarr**. Zweite, teilweise umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 548 Textfiguren und einem Atlas von 62 lithographierten Tafeln. Zwei Bände. Preis gebunden M. 40.—

---

**Das Entwerfen und Berechnen der Verbrennungskraftmaschinen und Kraftgasanlagen.** Von Maschinenbaudirektor **H. Güldner**, Aschaffenburg. Dritte, neubearbeitete und bedeutend erweiterte Auflage. Mit 1282 Textfiguren, 35 Konstruktionstafeln und 200 Zahlentafeln. Unveränderter Neudruck. Preis gebunden etwa M. 80.—

---

**Ölmaschinen.** Wissenschaftliche und praktische Grundlagen für Bau und Betrieb der Verbrennungsmaschinen. Von **St. Löffler**, Professor, Privatdozent, und **A. Riedler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Berlin. Mit 288 Textabbildungen. Preis gebunden M. 16.—

---

**Hebe- und Förderanlagen.** Ein Lehrbuch für Studierende und Ingenieure. Von **H. Aumund**, Professor an der Technischen Hochschule Danzig. I. Band: Anordnung und Verwendung der Hebe- und Förderanlagen. Mit 606 Textabbildungen. Preis gebunden M. 42.—

---

---



**Billig Verladen und Fördern.** Eine Zusammenstellung der maßgebenden Gesichtspunkte für die Schaffung von Neuanlagen nebst Beschreibung und Beurteilung der bestehenden Verlade- und Fördermittel unter besonderer Berücksichtigung ihrer Wirtschaftlichkeit. Von Dipl.-Ing. **Georg von Hanffstengel**, Beratendem Ingenieur, Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin. Zweite, verbesserte Auflage. Preis M. 6.—

---

**Ingenieur-Mathematik.** Lehrbuch der höheren Mathematik für die technischen Berufe. Von Dr.-Ing. Dr. phil. **Heinz Egerer**, Diplom-Ingenieur, vormals Professor für Ingenieur-Mechanik und Materialprüfung an der Technischen Hochschule Drontheim. **Erster Band: Niedere Algebra und Analysis — Lineare Gebilde der Ebene und des Raumes in analytischer und vektorieller Behandlung — Kegelschnitte.** Mit 320 Textfiguren und 575 vollständig gelösten Beispielen und Aufgaben. Preis gebunden M. 12.—

---

**Die Differentialgleichungen des Ingenieurs.** Darstellung der für die Ingenieurwissenschaften wichtigsten gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen sowie der zu ihrer Lösung dienenden genauen und angenäherten Verfahren einschließlich der mechanischen und graphischen Hilfsmittel. Von Dipl.-Ing. Dr. phil. **W. Hort**. Mit 255 Textfiguren. Preis gebunden M. 14.—

---

**Lehrbuch der Mathematik.** Für mittlere technische Fachschulen der Maschinenindustrie. Von Professor Dr. **R. Neuendorff**, Oberlehrer an der Staatlichen höheren Schiff- und Maschinenbauschule, Privatdozent an der Universität in Kiel. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 262 Textfiguren. Preis gebunden M. 12.—

---

**Lehrbuch der darstellenden Geometrie.** Von Professor Dr. **A. W. Ludwig** in Dresden. **Erster Teil: Das rechtwinklige Zweitafelssystem.** Vielfache, Kreis, Zylinder, Kugel. Mit 58 Textabbildungen. Preis M. 8.—

---

**Lehrbuch der darstellenden Geometrie.** In zwei Bänden. Von Professor Dr. **G. Scheffers**, Berlin.  
I. Band: Mit 404 Textabbildungen. Preis M. 26.—; gebunden M. 30.60  
II. Band: Mit etwa 400 Textabbildungen. In Vorbereitung

---

**Ingenieur-Mechanik.** Lehrbuch der technischen Mechanik in vorwiegend graphischer Behandlung von Dr.-Ing. Dr. phil. **Heinz Egerer**, Diplom-Ingenieur, vormals Professor für Ingenieur-Mechanik und Materialprüfung an der Technischen Hochschule Drontheim. **Erster Band: Graphische Statik starrer Körper.** Mit 624 Textfiguren sowie 238 Beispielen und 145 vollständig gelösten Aufgaben. Preis M. 14.—; gebunden M. 16.—

---

**Lehrbuch der technischen Mechanik.** Von Professor **M. Grübler**, Dresden.  
I. Band: Bewegungslehre. Mit 124 Textfiguren. Preis M. 8.—  
II. Band: Die Statik der starren Körper. Mit 222 Textfiguren. Preis M. 18.—  
III. Band: Dynamik der starren Körper. In Vorbereitung

---

**Technische Mechanik.** Ein Lehrbuch der Statik und Dynamik für Maschinen- und Bauingenieure. Von Ed. **Autenrieth**. Zweite Auflage. Neubearbeitet von Professor Dr.-Ing. **Max Ensslin**, Stuttgart. Mit 297 Textfiguren. Zweiter, unveränderter Neudruck. Unter der Presse

---