Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn A.-G., Braunschweig

Hochfrequenztechnik

Von

Prof. Dr. Friedrich Franz Martens

Mit 153 Abbildungen. X, 176 Seiten. 8°. Kartoniert *RM* 6,—

Das Buch will zweierlei fördern: einmal die Erteilung von Unterricht über Hochfrequenztechnik, zum andern das Erbauen von Sende- und Empfangseinrichtungen. Die in zahlreichen Lehrgängen des Verfassers über Hochfrequenztechnik angestellten Schau- und Übungsversuche sind eingehend beschrieben. Die Darstellung ist bei aller Knappheit klar und verständlich und durch gute Abbildungen unterstützt, so daß das Werk gut geeignet ist, beim Bau von Sende- und Empfangsanlagen als Führer benutzt zu werden. *Glasers Annalen.*

.... Das Buch dürfte durch seine Gründlichkeit, mit der es sämtliche theoretischen Fragen der Hochfrequenztechnik behandelt, ohne in langatmige mathematische Untersuchungen zu verfallen, allgemein begrüßt werden und eine wertvolle Hilfe für den vorgeschrittenen Radioamateur und den Radiotechniker darstellen. *Dr. Arndt, Der Radio-Händler 1926, Heft 1.*

.... Jeder Lehrer der Physik, der sich, unbefriedigt von den vielen populären Darstellungen über Radiowesen, nach einer gründlichen physikalischen Erfassung des Gebietes sehnt, wird bei dieser Einarbeitung in dem Martensschen Buche einen sicheren Führer finden.

Dr. Kurt Fischer, Zentralblatt für die gesamte Unterrichtsverwaltung in Preußen 1925, Nr. 23.

Die Elektronenröhren
und ihre technischen Anwendungen

Von

Prof. Dr. Hans Georg Möller

Mit einem Geleitwort von

Prof. Dr. Max Wien

2. vollständig umgearbeitete Auflage

Mit 208 Abbildungen und einer Tafel. XV, 200 Seiten. 8°. Geheftet *RM* 7,50

(Sammlung Vieweg, Heft 49)

In Fachkreisen ist dieses Buch, dessen nunmehr erschienener zweiter Auflage man nur die weiteste Verbreitung wünschen kann, allgemein als eines der besten der ganzen Literatur bekannt. Wir können das Buch nicht besser kennzeichnen als durch die Worte, die ihm der Altmeister der deutschen Funkerei, M. Wien, zum Geleite geschrieben hat: „Jedem, der tiefer in das Wesen der Röhrenschwingungen eindringen will, wird das Buch unentbehrlich sein."

Die 2. Auflage ist dadurch gekennzeichnet, daß überall vermeidbare Rechnung beseitigt und durch einfache Konstruktionen an den Schaubildern ersetzt ist. Neu aufgenommen ist die Theorie von Schottky, ein Abschnitt über Störbefreiung und eine Darstellung der amerikanischen Röhren, Kenetron, Pliotron, Dynatron, Negatron, Kallirotron. *Radio (Deutsche Radio-Zeitschrift).*

Friedrich Franz Martens

Physikalisch-technische Elektrizitätslehre



Zweite Auflage

Mit 642 Abbildungen

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Die 1. Auflage erschien unter dem Titel
„Physikalische Grundlagen der Elektrotechnik“

ISBN 978-3-663-06640-8 ISBN 978-3-663-07553-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-07553-0

Alle Rechte vorbehalten

Vorwort.

Den Inhalt der „Elektrizitätslehre“ bilden die elektrischen und magnetischen Erscheinungen, die für die Naturerkenntnis wichtig und imstande sind, zur Bildung einer Weltanschauung beizutragen. Die „Elektrotechnik“ ist dagegen mehr auf Beherrschung der Natur und ihrer Energien gerichtet. Bei der ersten Auflage dieses Buches hat der Verfasser mehr Wert auf die Elektrotechnik, in der zweiten Auflage mehr Wert auf die Elektrizitätslehre gelegt. Aus diesem Grunde ist für die Neuauflage ein anderer Titel gewählt worden als für die frühere Auflage.

Zwischen dem Erscheinen der ersten Auflage und der lange verzögerten Fertigstellung der zweiten liegt der Zeitraum, in dem die Plancksche Entdeckung der Existenz eines konstanten Wirkungsquantums h und die v. Lauesche Entdeckung der Kristallgitterbeugung reiche Früchte getragen haben. Die Abschnitte 9, 10 und 12 suchen diese Ergebnisse darzustellen; sie behandeln: das periodische System der Elemente, die Lenard-Rutherfordsche Vorstellung von Kern und Atmosphäre des Atoms, die Bohrsche Theorie der Wellenstrahlung eines Atoms und die experimentelle Anregung von Licht- und Röntgenstrahlung. Das älteste Gebiet der „Feinphysik“, die Elektrolyse, ist in der alten und in der neuen Auflage dargestellt und bildet in der Neuauflage den Abschnitt 11.

Der Charakter des Buches ist der eines Lehrbuches. Daher ist auf die theoretische und experimentelle Begründung jedes einzelnen Ergebnisses mehr Wert gelegt als auf Vollständigkeit und Anzahl der Ergebnisse.

Besondere Sorgfalt ist auf konsequente Schreibweise der Gleichungen gelegt. Dabei ist der Grundsatz befolgt, welchen der Verfasser in einer Abhandlung in den Verhandlungen der Deutschen Physikal. Ges. 1914, S. 97 bis 99, aufgestellt hat: für eine Größe einfache; für den Zahlenwert einer Größe ähnliche, aber nicht gleiche Zeichen zu wählen. Später hat Herr Wallot vorgeschlagen, für den Zahlenwert einer Größe, z. B. der Länge l, das Zeichen $l/[l]$ oder $l/[\mathrm{cm}]$ zu verwenden. Diese zweckmäßige Schreibweise ist in den Zahlenwertgleichungen des vorliegenden Buches befolgt, so daß ohne weiteres erkennbar ist, ob eine Gleichung Größen oder Zahlenwerte verbindet.

Unabhängig von diesem allgemeinen Grundsatze der Schreibweise von Gleichungen ist das System der elektrischen

und magnetischen Gleichungen. Ein solches System ist an den Gebrauch von bestimmten Einheiten geknüpft. Dieser Tatsache verdanken die verschiedenen „Systeme von Gleichungen und Einheiten“ (gewöhnlich weniger zutreffend als „Maßsysteme“ bezeichnet) ihre Entstehung. Wie u. a. der Verfasser in der ETZ 1923 (Heft 22) gezeigt hat, lassen sich alle elektrischen und magnetischen Gleichungen mindestens so einfach schreiben bei Verwendung der absoluten praktischen Einheiten (Coulomb und Ampere, Ohm und Volt), wie bei Verwendung der verschiedenen absoluten unpraktischen Einheiten (z. B. der elektrostatischen Einheit der Ladung). Freilich ist es dann zweckmäßig, als Einheit der Kraft 1 Joule je Zentimeter zu gebrauchen. Auf S. 755 bis 757 sind die wichtigsten elektrischen und magnetischen Gleichungen in dieser Schreibweise zusammengestellt. Auf S. 758 ist gezeigt, wie man aus den Grundeinheiten g, cm und s die absoluten praktischen Einheiten A, Ω und V direkt (ohne den historischen Umweg über absolute unpraktische Einheiten) ableiten kann. — Der konsequente Gebrauch der Einheiten C, A, Ω und V wird, wie ich hoffe, dem Elektrotechniker und dem Lehrer an höheren Schulen in gleicher Weise nützlich sein.

Naturgemäß nimmt das Buch eine Mittelstellung ein zwischen Büchern, die — wie die Lehrbücher der Experimentalphysik — ein weiteres Gebiet behandeln, und solchen, die ein engeres Gebiet darstellen.

Wer sich über eine Sonderfrage genauer unterrichten will, wird in dem Buche in der Regel genügende Vorbereitung finden, um entweder Sonderwerke lesen oder folgenden Weg beschreiten zu können. Der Forschende durchsuche zunächst etwa den letzten vollständigen Jahrgang der Physikalischen Berichte (bei Friedr. Vieweg & Sohn A.-G., Braunschweig) und lese die Referate sowie die Originalabhandlungen, welche die gewählte Sonderfrage berühren.

Die vorhandene Literatur wurde vom Verfasser bei Bearbeitung der Neuauflage sorgfältig berücksichtigt. Vieles hat der Verfasser auch durch persönliche Mitteilungen (bei Führung durch Fabriken und Anlagen) erfahren. Herrn Dr. Mey ist er für Unterrichtung über die Herstellung von Glühlampen und für sonstige wertvolle Ratschläge zu Dank verpflichtet. Herr cand. phil. Hummel hat bei der Korrektur des 13. Abschnittes geholfen.

Berlin, Physikalisches Institut der Handelshochschule,
im Juni 1927.

Friedrich Franz Martens.

Inhaltsübersicht.

Abschnitt		Seite
1.	Das wirbellose elektrische Feld	1— 50
2.	Das magnetische Feld	51—101
3.	Das elektrische Wirbelfeld	102—145
4.	Elektrische Maschinen und Transformatoren	146—251
5.	Durchgang des elektrischen Stromes durch Stromleiter (Widerstände und Glühlampen, Isolatoren, Schalter und Gleichrichter)	252—314
6.	Elektrische Meßgeräte und Meßschaltungen	315—400
7.	Elektromagnetische Schwingungen	401—484
8.	Elektromagnetische Strahlung	485—620
9.	Atombau	621—645
10.	Körperliche Strahlen	646—670
11.	Elektrolytische Leitung und Spannung	671—700
12.	Die Entstehung kurzwelliger elektromagnetischer Strahlung	701—720
13.	Physikalische Eigenschaften	721—782
14.	Mathematische und funktechnische Ergänzungen	783—800
	Namen- und Sachregister	801—808

Liste von Verbesserungen.

	Elektrische Feldgrößen				Magnetische Feldgrößen			
	(spannungsbezogen)		(strombezogen)		(strombezogen)		(spannungsbezogen)	
I	Feld-stärke	Induktion	—	—	Feld-stärke	Induktion	—	—
	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{D} = \varepsilon \mathfrak{E}$	—	—	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$	—	—
II	Feld-stärke	Relative Verschieb.	— —	Absolute Verschieb.	Feld-stärke	Relative Induktion	— —	Absolute Induktion
	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{D}_e$	—	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}_i$	—	$\mathfrak{B}$
III	Leer-	Stoff-	Leer-	Stoff-	Leer-	Stoff-	Leer-	Stoff-
	Feldstärken		Verschiebungen		Feldstärken		Induktionen	
	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{D}$	$\varepsilon_0 \mathfrak{E}$	$\varepsilon \mathfrak{E}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}_i$	$\mu_0 \mathfrak{H}$	$\mu \mathfrak{H}$
		$= \mathfrak{E}\, \varepsilon/\varepsilon_0$				$= \mathfrak{H}\, \mu/\mu_0$		

Die elektrischen und magnetischen Feldstärken werden gewöhnlich so benannt und bezeichnet, wie unter I angegeben ist. Der Verfasser hat in den ersten bzw. letzten Teilen des vorliegenden Buches die unter II bzw. III angegebenen Namen und Zeichen gebraucht. Beide Schreibweisen ermöglichen es, daß durchweg die absoluten praktischen Einheiten: Ampere, Ohm, Volt usw. verwendet werden können. Die Bezeichnungsweise III hat vor II den Vorteil größerer Einfachheit und Anschaulichkeit. — Für eine Kraft ist in den ersten Teilen des Buches das Zeichen P, in den letzten das anschaulichere Zeichen $\mathfrak{K}$ gebraucht.

Um nun die ersten Teile des Buches in formale Übereinstimmung mit den letzten zu bringen, sind in den ersten Teilen folgende Verbesserungen anzubringen.

Das Zeichen + bedeutet „streiche"; → bedeutet „ersetze durch"; 1., 2., 3. bedeutet „erste, zweite, dritte Zeile". Die fett gedruckten Zahlen bedeuten die Seitenzahlen. (1), (2) usw. bedeutet Gl. (1), Gl. (2) usw.

2, 13. und (1), und c) 5. und d) 5. $P_s \rightarrow \mathfrak{K}_s$.

5, c) 5. lies: „Kraft mal Weg".

Art. 4, 2. Lage zum Beobachter → räumliche Verteilung.

8, 1. $P \rightarrow \mathfrak{K}$.

10, Art. 9, Relative Verschiebung → Stoffeldstärke.
Vorletzte und letzte Zeile $\mathfrak{D}_e \rightarrow \mathfrak{D}$.

13, 5. + $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{D}_e$. 2. vor (25) $\mathfrak{D} \rightarrow \varepsilon \mathfrak{E}$. (27) und 2. vorher $P \rightarrow \mathfrak{K}$.

20, 8. Induktion $\varepsilon \mathfrak{E} = \mathfrak{D} \rightarrow$ Verschiebung $\varepsilon \mathfrak{E}$. 9., (31) $\mathfrak{D} \rightarrow \varepsilon \mathfrak{E}$.

21, 3., 4. $\mathrm{d}\,\mathfrak{D}_s \rightarrow \varepsilon \,.\, \mathrm{d}\,\mathfrak{E}_s$.

23, 13. $\mathfrak{D} \rightarrow \varepsilon \mathfrak{E}$. 16. lies: oder $\mathfrak{E}^a - \mathfrak{E}^i = \sigma_s/\varepsilon_0$. 17., (42) $\mathfrak{D}_n \rightarrow \varepsilon \mathfrak{E}$.

24, Art. 18, 6. + $= \mathfrak{D}^a$. Letzte Zeile + von „bzw." an.

25, 7. von unten Erdplatten → Endplatten.

26, dritter Absatz, 2., 3., 4. absolute Verschiebung $\mathfrak{D}$ → Verschiebung $\varepsilon \mathfrak{E}$.

31, 2. vor (60) relative Verschiebbarkeit → Dielektrizitätskonstante.

39, 8. $+ \varepsilon \mathfrak{E} = \mathfrak{D}$, (69) $\mathfrak{D} \rightarrow \varepsilon \mathfrak{E}$.

70, Überschrift lies: Magnetische Feldstärke in Stoff.

72, Art. 54 lies: Magnetische Stoffeldstärke. Ziffer 1, 8. und

74, 3. nach (31) und Art. 56, Anfang: rel. magn. Ind. → Stoffeldstärke.
Art. 56, zweiter Absatz, 5., 7. Induktion → Stoffeldstärke.

77, 3. und Art. 57, 3., 4., 6., 7., 8. und auf (32) folgende 8. Induktion → Stoffeldstärke.

78, Art. 58 relative Induktion → Stoffeldstärke.
2., 4., 8. relative Permeabilität → Permeabilitätszahl.

79, Art. 59, 3. und 4. vor (34) relative Induktion → Stoffeldstärke.

80, 3., 9. relative Induktion → Stoffeldstärke. 16. Induktionen → Stoffeldstärken. Vor (35) relat. magn. Ind. → Stoffeldstärken.

84, 10., 11. $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$.

92, (65) $a^2 = (2R + y)^2 - 4R(R + y)\cos^2\psi$.

93, Art. 71, lies: $\mathrm{d}\,\Psi =$.

100, Art. 77, 7. relative Induktion → Stoffeldstärke.

104, auf (1) folgende 4. und (2) $\mathfrak{B} \rightarrow (\mu \mathfrak{H})$. Art. 80, 4., 5. $\mathfrak{B}_x \rightarrow \mu \mathfrak{H}_x$.

105, 4. + $= -\mathrm{d}\,y \cdot \mathrm{d}\,z \cdot \mathrm{d}\,\mathfrak{B}_x/\mathrm{d}\,t$.

106, Fig. 114: $\mathrm{d}\,\mathfrak{B} \rightarrow \mathrm{d}\,(\mu \mathfrak{H})$.

108, 2. $+ = \mathfrak{D}/\varepsilon$. Letzte Zeile $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$. Ferner $\mathfrak{B}_z \rightarrow \mu \mathfrak{H}_z$ in Art. 82, Fig. 116 und 10., 15., 16, 18., letzte Zeile vor (4), (4).

109, 3. $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$.

110, Art. 84, letzter Absatz, 3. $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$. Art. 85, 4. $\mathfrak{B}_z \rightarrow \mu \mathfrak{H}_z$.

111, 13., 15., auf (5) folgende 5., (6) $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$. Auf (6) folgende 2. + in der Gleichung $\mathfrak{B} = \mu_0 \mathfrak{H}$ und „absolute".

118, Art. 91, 6., 8., 10., (23) $P_x \rightarrow \mathfrak{K}_x$.

120, Art. 94: $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$ in 6., (28) und folgender 3., (29).

121, 2. $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$. (32) $P_x \rightarrow \mathfrak{K}_x$. Folgende 5. $\mathfrak{B}_z \rightarrow \mu \mathfrak{H}_z$, $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$.

122, 1., 2. $\mathfrak{B}_z \rightarrow \mu \mathfrak{H}_z$. 2. und letzte Zeile $P_x \rightarrow \mathfrak{K}_x$.

125, 1. und auf (39) folgende 5. relat. Ind. → Stoffeldstärke. 2., 3. $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$. (39), (40) kg* → kgk. (40) $P \rightarrow \mathfrak{K}$.

126, 9., 10. von unten $\mathfrak{B}_z \rightarrow \mu \mathfrak{H}_z$. 10. von unten $\mathrm{d}\,P_x \rightarrow \mathrm{d}\,\mathfrak{K}_x$.

143, (76) $2\pi\tau \rightarrow \tau$.

146, Fig. 161, folgende 1. $\mathfrak{B}_z \rightarrow \mu \mathfrak{H}_z$.

149, letzte Zeile vor (1) lies: „stellten Spule hat die Feldstärke den Wert".
158, Beispiel, 8. Polarzahl → Polzahl.
199, 2., (32), (33) $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$.
207, (42) und 2. vor (43) $\mathfrak{B} \rightarrow \mu \mathfrak{H}$.
305, (20), (21) und folgende 2., 3. $P \rightarrow \mathfrak{K}$.
328, $\mathfrak{B} \rightarrow \mu_0 \mathfrak{B}_i$: 4., 6., 10., (16), (17) und folgende 2. Art. 282, 4, 5. (19a) und folgende 2.
397, Ziffer 2, 2. und (122) $\mathfrak{B}_2 \rightarrow \mu_0 \mathfrak{B}_{i2}$. Art. 343, 7. $\mathfrak{B} \rightarrow \mu_0 \mathfrak{B}_i$.
425, (20b) $\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4}$.
459, letzte Zeile: Induktion → Stoffeldstärke.
460, auf Fig. 461 folgende 4. „stärke und Induktionen" → stärken.
501, (8b) $\mathfrak{D} \rightarrow (\varepsilon \mathfrak{E})$, $\mathfrak{B} \rightarrow (\mu \mathfrak{H})$.
641, in der Zeile 10 Ne + 11, 21 Sc + 28.
654, $e \rightarrow q$ in (7) und Fig. 592.
694, 6. $2\,H_3SO_4 \rightarrow 2\,H_2SO_4$.
708, 1. Kornladung → Kernladung.
716, 2. vor (31) $W_n \rightarrow {}^1/_2 A_n$, $W_m \rightarrow {}^1/_2 A_m$.
723, 5. von unten am Schluß lies: int. V. s/cm².
746, 49. $P = \gamma m l \rightarrow P = const - \gamma m l$.
747, 92. lies: $R_t = \mu \,.\, \mathfrak{K}_s$.
748, 119. lies: $g \,.\, cm^{-1}\, s^{-1}$.
749, letzte Figur $\mathfrak{K} \rightarrow 2\,\mathfrak{K}$.
751, 213. lies: $\overline{\mathfrak{K}_1} \ldots = \frac{m_1 \overline{v^2}}{l}$.
752, 273. 274. lies: $\frac{C_p - C_V}{[\text{cal} \,.\, g^{-1} \,.\, \text{grad}^{-1}]} = \frac{R_0}{I\,[\text{erg} \,.\, g^{-1} \,.\, \text{grad}^{-1}]}$.
755, 1. lies: Elektr. Leerfeldstärke.
784, Art. 670, 8. $\eta \rightarrow \varphi$.

1. Abschnitt.

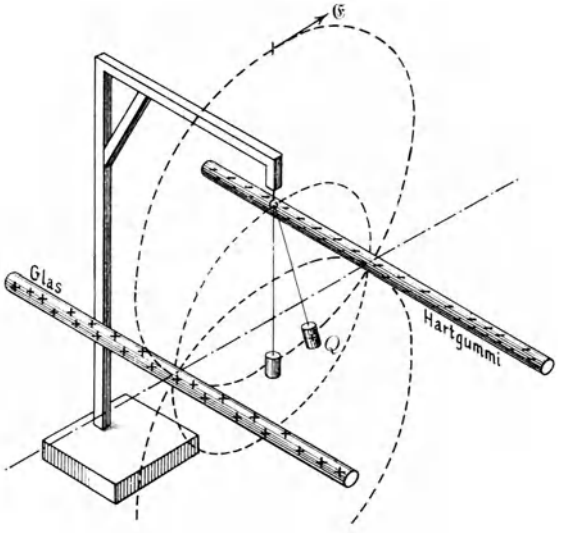
Das wirbellose elektrische Feld.

Erstes Kapitel.

Elektrische Feldstärke und elektrische Spannung.

Art. 1. Elektrisches Feld zwischen wahren Ladungen. Zu den einfachsten Versuchen über Elektrizität benutzt man folgende, in Fig. 1 dargestellte Gegenstände: 1. einen Glasstab, der mit Seidenstoff gerieben wird; 2. einen Hartgummistab, der mit einem Fuchsschwanz gerieben wird; 3. einen Zylinder aus Seidenpapier, der an einem Seidenfaden aufgehängt ist, also ein Pendel bildet.

Fig. 1.



a) Nachdem as Pendel mit dem geriebenen Glasstab berührt worden ist, wird es vom Glasstabe abgestoßen.

Man nimmt an, daß durch Reiben auf der Oberfläche des Glasstabes positive Elektrizität erzeugt wird, und daß ein Teil Q dieser

Elektrizitätsmenge oder „Ladung“ bei der Berührung vom Stabe auf das Pendel übergeht. Ferner nimmt man an, daß der Raum, in dem das Pendel hängt, durch die Nähe des geriebenen Glasstabes zu einem „elektrischen Felde“ wird.

Mit Hilfe dieser Bezeichnungen kann man den Versuch a) durch den kurzen Satz beschreiben: ein elektrisches Feld ist ein Raumteil, in dem eine elektrische Ladung eine mechanische Kraft erfährt.

Dem elektrischen Felde schreibt man in jedem Punkte eine bestimmte Richtung und Stärke zu. Die Richtung ist gleich der Richtung, in der sich eine positive Ladung, z. B. die vom geriebenen Glasstab auf das Pendel übertragene Ladung Q, zu bewegen sucht. Zwischen der Feldstärke $\mathfrak{E}_s$, der Ladung Q und der Kraft P_s besteht die Beziehung

$$P_s = Q \cdot \mathfrak{E}_s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

b) Vom geriebenen Hartgummistab wird das glasberührte Pendel angezogen.

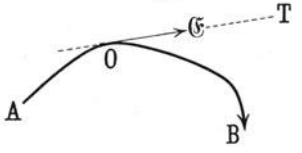
Man nimmt an, daß durch Reiben auf der Oberfläche des Hartgummistabes negative Elektrizität entsteht und daß diese negative Ladung ein elektrisches Feld erzeugt, das auf den Hartgummistab zu gerichtet ist.

c) Vom geriebenen Hartgummistab wird das hartgummiberührte Pendel abgestoßen.

Eine negative Ladung erfährt also in einem elektrischen Felde eine Kraft, die der Feldrichtung entgegengesetzt ist. Daraus folgt, daß die Kraft P_s in Gl. (1) nicht etwa dem Quadrate der Ladung Q proportional gesetzt werden darf.

d) Ändert man die in Fig. 1 dargestellte Versuchsanordnung, indem man die beiden Stäbe vertauscht, also die Feldrichtung umkehrt, so erkennt man, daß sich auch die auf das geladene Pendel wirkende Kraft umkehrt. Es kann also die Kraft P_s nicht etwa dem Quadrate der Feldtärke $\mathfrak{E}_s$ proportional sein.

Fig. 2.



Den in Fig. 1 dargestellten Raum zwischen den geriebenen Stäben aus Glas und Hartgummi sowie jedes andere elektrische Feld denkt man sich von Linien durchzogen, die „Kraftlinien“ genannt werden. Solche Kraftlinien gehen von der positiven Ladung des Glasstabes aus und endigen auf der negativen Ladung des Hartgummistabes. In jedem Punkte einer elektrischen Kraftlinie hat die

Feldstärke ($\mathfrak{E}$ in den Fig. 1 und 2) eine Richtung, die die Kraftlinie streifend berührt.

Die Kraftlinien zwischen Glas- und Hartgummistab verlaufen annähernd so wie zwischen zwei langen entgegengesetzt geladenen Drähten (vgl. Art. 13 und die Fig. 13 und 14).

Art. 2. Zerlegung einer Feldstärke in Komponenten. Herrscht in einem Punkte A (siehe Fig. 3) die von A nach B gerichtete Feldstärke $\mathfrak{E}$, so verlaufen manche Erscheinungen so, als ob eine kleinere Feldstärke in einer anderen Richtung vorhanden wäre. Befindet sich z. B. in A eine kleine positiv geladene Kugel, die in zwei Punkten 1 und 2 aufgehängt ist, so wird die Kugel nicht in der Richtung AB, sondern in der Richtung AA' abgelenkt. Die Kugel verhält sich also so, als ob nur die Feldstärke $\mathfrak{E}_x$, nicht die Feldstärke $\mathfrak{E}$, vorhanden wäre. Man bezeichnet $\mathfrak{E}_x$ als Komponente von $\mathfrak{E}$ in Richtung x. Die Größe von $\mathfrak{E}_x$ erhält man in folgender Weise. Man zeichnet von A aus in Richtung von $\mathfrak{E}$ eine Strecke AB, die sich zur gewählten Längeneinheit verhält wie die Feldstärke $\mathfrak{E}$ zur Einheit der Feldstärke (1 Volt/cm). Vom Endpunkt B dieser Strecke aus fällt man das Lot auf die x-Achse. Ist P der Fußpunkt des Lotes, so ist $AP = \mathfrak{E}_x$.

Fig. 3.

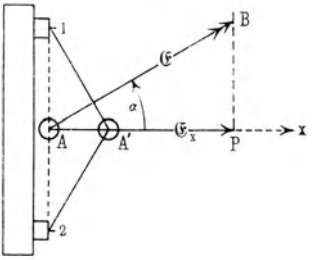
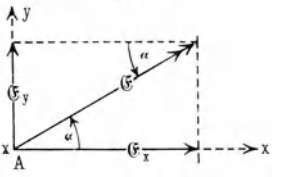


Fig. 4.



Allgemein gilt der Satz: Bildet eine Feldstärke $\mathfrak{E}$ mit einer Richtung x den Winkel α, so hat die Komponente von $\mathfrak{E}$ in Richtung x die Größe

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E} \cdot \cos\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Hierin bedeutet „*cos*“ eine bestimmte durch Fig. 3 erläuterte Rechnungsoperation.

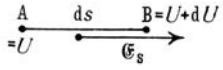
Von besonderer Wichtigkeit sind zwei Komponenten $\mathfrak{E}_x$ und $\mathfrak{E}_y$ der Feldstärke $\mathfrak{E}$, die zueinander senkrecht stehen und beide mit $\mathfrak{E}$ in einer Ebene liegen (siehe Fig. 4). Alle Wirkungen des elektrischen Feldes in der Umgebung des Punktes A sind die gleichen, 1. wenn nur die Feldstärke $\mathfrak{E}$ vorhanden ist, 2. wenn nur die beiden

zueinander senkrechten Komponenten $\mathfrak{E}_x$ und $\mathfrak{E}_y$ vorhanden sind. Es ist

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E} \cdot \cos\alpha, \quad \mathfrak{E}_y = \mathfrak{E} \cdot \sin\alpha, \quad \mathfrak{E}^2 = \mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 \quad . \quad . \quad (3)$$

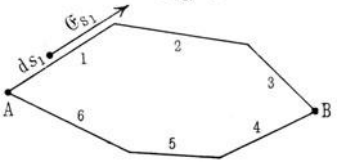
Art. 3. Wegspannung. a) Zwischen den Punkten A und B eines beliebigen elektrischen Feldes (siehe Fig. 5) liege das Wegstück ds. Die Komponente der Feldstärke in Richtung des Wegstückes sei $\mathfrak{E}_s$ und habe für alle Punkte des kleinen Wegstückes ds

Fig. 5.



Die Spannungsänderung dU ist negativ.

Fig. 6.



gleiche Größe und Richtung. Nimmt bei der Wanderung von A nach B irgend eine Größe U um den Betrag dU zu, so hat die Größe in A den Wert U, in B den Wert $U + dU$. Die Größe hat also in A einen um $-dU$ höheren Wert als in B. Man bezeichnet das Produkt eines Wegstückes ds und der Komponente $\mathfrak{E}_s$ der Feldstärke in Richtung des Wegstückes als Wegspannung, und zwar ist die Wegspannung von A gegen B

$$U_A - U_B = -dU = \mathfrak{E}_s \cdot ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

In Fig. 6 ist gezeigt, wie man für einen längeren Weg AB die Wegspannung bildet. Es ist

$$\mathfrak{E}_{s_1} \cdot ds_1 + \mathfrak{E}_{s_2} \cdot ds_2 + \mathfrak{E}_{s_3} \cdot ds_3 = U_{AB} = \int_A^B \mathfrak{E}_s \cdot ds \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die von B nach A berechnete Wegspannung hat offenbar denselben Betrag, aber das entgegengesetzte Vorzeichen wie die von A nach B berechnete Wegspannung, es ist

$$U_{BA} = -U_{AB} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Bildet man die Wegspannung für einen in sich geschlossenen, also nach dem Ausgangspunkt A zurückführenden Weg (z. B. 1 bis 6 in Fig. 6), so erhält man einen Wert der Wegspannung, der „Umlaufspannung“ U_u genannt wird.

b) Ist in einem leitenden Körper eine elektrische Feldstärke vorhanden, so bewegt sich gemäß Gl. (1) Ladung in dem Körper, und zwar positive Ladung in Richtung der Feldstärke oder negative in umgekehrter Richtung. Findet keine Bewegung von Ladung statt,

ist, wie man sagt, der leitende Körper „stromlos“, so muß die elektrische Feldstärke im ganzen Innern des Körpers gleich Null sein. Hieraus folgt: Die Wegspannung zwischen beliebigen Punkten eines stromlosen leitenden Körpers ist gleich Null. Die große Bedeutung dieses Satzes beruht darauf, daß er in guten Leitern (z. B. Kupferdrähten) auch beim Durchgang schwacher Ströme gilt (siehe Schluß vom Art. 7).

c) Befindet sich eine kleine positive Ladung Q an irgend einem Punkte des in Fig. 5 dargestellten Wegstückes ds, so wirkt gemäß Gl. (1) auf Q die von A nach B gerichtete Kraft $Q \cdot \mathfrak{E}_s$. Bei Bewegung der Ladung von A nach B wird von der Ladung Q die negative Arbeit „Kraft und Weg“ $dA = -Q \cdot \mathfrak{E}_s \cdot ds$ geleistet. Nach Gl. (4) ist diese Arbeit $dA = Q(+dU)$. Wird eine elektrische Ladung $+Q$ längs eines Weges bewegt, dessen Anfangspunkt A gegen den Endpunkt B die Wegspannung U_{AB} hat, so wird die Arbeit

$$A = -Q \cdot U_{AB} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

geleistet. — Fällt die Ladung $+Q$ von einem Orte A höherer Spannung nach einem Orte B mit niederer Spannung, so ist die Arbeit negativ, d. h. es wird Energie nach außen abgegeben, es kann z. B. eine Feder gespannt, ein Gewicht gehoben, eine Masse beschleunigt werden. — Um aber die Ladung $+Q$ von einem Orte A nach einem Orte B zu bringen, der eine positive Wegspannung gegen A hat, muß an der Ladung positive Arbeit geleistet, z. B. eine Feder entspannt werden.

Um die Ladung $+Q$ auf einem in sich geschlossenen Wege einmal ganz herumzuführen, ist die Arbeit

$$A_u = -Q \cdot U_u \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

erforderlich, wobei die Umlaufspannung in einem der Bewegungsrichtung entsprechenden Sinne berechnet ist. Vgl. Art. 91.

Art. 4. Spannung. a) Elektrische Ladungen, deren Größe und Lage zum Beobachter sich zeitlich nicht ändern, erzeugen ein „wirbelfreies“ elektrisches Feld (Fig. 7). Im Gegensatze hierzu steht das elektrische Wirbelfeld (Fig. 8). In wirbelfreien elektrischen Feldern haben Weg- und Umlaufspannung folgende wichtige Eigenschaften.

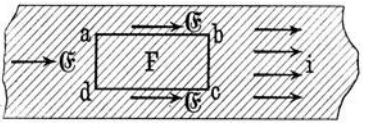
Fig. 7 zeigt ein gleichförmiges Feld, in dem das Rechteck $abcd$ so eingelagert ist, daß die langen Seiten mit der Feldstärke $\mathfrak{E}$ gleichgerichtet sind. Die Feldstärke hat in Richtung der beiden kurzen

Rechteckseiten die Komponente Null. Ist l die Länge der beiden langen Rechteckseiten, so ist die Wegspannung

$$U_{abc} = U_{adc} = l \cdot \mathfrak{E}.$$

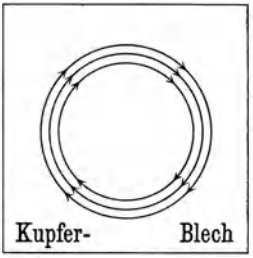
Die Wegspannung eines Punktes A gegen einen anderen Punkt B hat für alle Wege, die innerhalb eines wirbelfreien elektrischen Feldes liegen, den gleichen Wert. Die vom Berechnungswege unabhängige Wegspannung heißt „Spannung".

Fig. 7.



Wirbelfreies elektrisches Feld.

Fig. 8.



Elektrisches Wirbelfeld.

b) Liegen die beiden in Fig. 9 dargestellten von A nach B führenden Wege 1 und 2 ganz innerhalb eines wirbelfreien elektrischen Feldes, so ist

$$U_{A1B} = U_{A2B} = -U_{B2A},$$

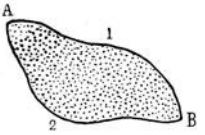
also

$$U_{A1B} + U_{B2A} = U_u = 0 \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Liegt ein in sich geschlossener Weg innerhalb eines wirbelfreien elektrischen Feldes, so ist die Umlaufspannung gleich Null.

c) Alle Teile eines stromlosen leitenden Körpers haben in beliebigen Feldern die Wegspannung Null, in wirbelfreien Feldern auch die Spannung Null gegeneinander.

Fig. 9.



d) Es führt zu keinem Widerspruch mit beobachteten Tatsachen, wenn man von der Erde aussagt: alle Teile der Erdoberfläche haben die Spannung Null gegeneinander. Hat ein Körper gegen ein Stück der Erdoberfläche, das mit ihm in demselben wirbelfreien Felde liegt, die Spannung U, so sagt man, der Körper habe die (gegen Erde gemessene) Spannung U. Nach dieser Bezeichnungsweise kann man von dem Stück der Erdoberfläche selbst sagen, es habe die Spannung Null.

Berechnet man in einem wirbelfreien elektrischen Felde die Wegspannungen U_{AE} eines Punktes A gegen Erde und U_{BE} eines Punktes B gegen Erde, so ist

$$U_{AE} - U_{BE} = U_{AE} + U_{EB} = U_{AB}.$$

Die Spannung U_{AB} eines Punktes gegen einen anderen ist gleich der Differenz der (gegen Erde gemessenen) Spannungen beider Punkte.

e) Die (gegen Erde gemessene) Spannung eines Punktes ist vergleichbar der Höhe eines Punktes über dem Meeresspiegel oder dem Druck in einer ruhenden Flüssigkeit. Alle drei Zustände haben die Eigenschaft, daß man zu gleichen Resultaten gelangt, wenn man die Summe der Zustandsänderungen zwischen zwei Punkten auf verschiedenen Wegen mißt. Wie vom Druck kann man also von der Spannung sagen: die Spannung ist eine allseitig gleiche, ungerichtete Größe.

f) Liegt ein Punkt 1 eines Weges um 2 m höher als ein anderer 100 m entfernter Punkt 2, so bezeichnet man $^2/_{100}$ als Gefälle des Weges im Punkt 1. Ebenso bezeichnet man $-\mathrm{d}U/\mathrm{d}s$ als elektrisches Spannungsgefälle. Hiernach und nach Gl. (4) ist die

$$\text{elektrische Feldstärke } \mathfrak{E} = \text{Spannungsgefälle } \frac{-\mathrm{d}U}{\mathrm{d}s} \quad \cdot \cdot \quad (10)$$

Hierin ist $+\mathrm{d}U$ die Zunahme, $-\mathrm{d}U$ die Abnahme der Spannung bei einer Wanderung um die Strecke $\mathrm{d}s$.

Zweites Kapitel.

Elektrischer Strom.

Art. 5. Ladung und Stromstärke. Erteilt man einem Metallkörper A durch Bestreichen mit einem geriebenen Glasstab eine positive, einem Körper B durch Bestreichen mit einem geriebenen Hartgummistab eine negative Ladung, so hat der Körper A gegen B eine sehr hohe Spannung.

Sind die beiden Metallkörper durch Luft, Hartgummi, Seidenfäden, kurz durch nichtleitende Körper, verbunden, so bleiben die den Metallkörpern mitgeteilten Ladungen sowie die Spannung zwischen ihnen lange Zeit hindurch unverändert.

Werden die beiden Metallkörper aber durch einen Leiter verbunden (z. B. einen nassen Faden oder einen Draht), so fließt (infolge

der mechanischen, auf jedes Ladungsteilchen wirkenden Kraft P) so lange positive Ladung von dem Körper höherer Spannung zu dem Körper niederer Spannung, bis die Körper auf gleicher Spannung sind. Enthalten anfangs beide Körper gleiche Ladungen entgegengesetzter Art, so erweisen sich nach kurzer Zeit beide Körper als ungeladen.

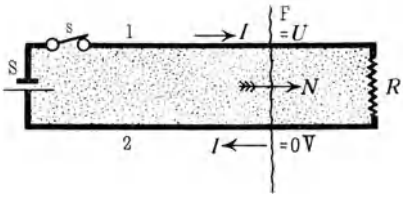
Fließt während der kleinen Zeit dt die Ladung dQ durch den Querschnitt eines Leiters, so wird der Quotient

$$I = dQ/dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

als (die in dem Querschnitt herrschende) Stromstärke bezeichnet. Als gesetzliche Einheit der Stromstärke dient die Stromstärke 1 Ampere (A).

Art. 6. Spannungsstufen. Die zwei Körpern durch geriebene Stäbe aus Glas bzw. Hartgummi mitgeteilten Ladungen erzeugen zwar sehr hohe Spannungen, haben aber geringen praktischen Wert, weil bei leitender Verbindung der Körper Spannung und Stromstärke in kurzer Zeit verschwinden.

Fig. 10.



Damit zwei Körper, z. B. die beiden Kupferdrähte 1 und 2 in Fig. 10, bei leitender Verbindung R dauernd die Spannung U gegeneinander haben, müssen Leiter 1, Verbindung R und Leiter 2 durch eine Spannungsstufe (oder Stromquelle) S zu einem Stromkreise ergänzt werden.

Die wichtigsten Spannungsstufen sind:

1. induktive (elektrische Maschinen und Transformatoren);
2. chemische (Elemente und Akkumulatoren);
3. thermische (Thermoelemente);
4. kapazitive (Elektrisiermaschinen);
5. Ohmsche (stromdurchflossene Widerstände).

Art. 7. Elektrischer Widerstand und Ohmsches Gesetz. Wie groß die elektrische Stromstärke I in einem bestimmten langgestreckten Leiter ist, hängt, wenn sich der Leiter wie gewöhnlich in einem wirbelfreien Felde befindet, nur ab von der Spannung U zwischen den Enden des Leiters und von einer Eigenschaft des Leiters, die man als „Widerstand R des Leiters“ bezeichnet. Alg gesetzliche Einheit

dieser Eigenschaft dient der Widerstand 1 Ohm (Ω). Nach dem Ohmschen Gesetz ist

$$I = U/R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Der Leiter (R) kann, wenn er vom Strome I durchflossen wird, als Spannungsstufe von der Spannung $U = RI$ angesehen werden. Hierauf beruht die Definition der gesetzlichen Spannungseinheit, des Volt (V).

Besteht der Leiter (R) aus einem dünnen, langen Draht, so herrscht im Innern des Drahtes die konstante, der Drahtachse gleichgerichtete Feldstärke $\mathfrak{E} = U/l$. Hierin ist U die Spannung eines Drahtquerschnittes gegen einen später vom Strome durchflossenen Querschnitt und l der Abstand beider Querschnitte. Für den zwischen beiden Querschnitten liegenden Drahtabschnitt gilt das Ohmsche Gesetz $I = U/R$, es ist also $I = \mathfrak{E} \cdot l/R$. Ist F der Querschnitt des Drahtes, so ist die Stromdichte

$$\mathfrak{c} = I/F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Mithin ist $\mathfrak{c} = \mathfrak{E} \cdot l/R \cdot F$ und

$$\boxed{\mathfrak{c} = \varkappa \cdot \mathfrak{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14\,a) \qquad \mathfrak{c} = (1/\varrho) \cdot \mathfrak{E} \quad . \quad . \quad . \quad (15\,a)$$

$$\varkappa = l/R \cdot F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14\,b) \qquad \varrho = R \cdot F/l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15\,b)$$

$$R = (1/\varkappa) \cdot l/F \quad . \quad . \quad . \quad (14\,c) \qquad R = \varrho \cdot l/F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15\,c)$$

Die Größen $\varkappa$ (Leitfähigkeit) und ϱ (spezifischer Widerstand) sind unabhängig von Form und Größe des betrachteten Leiters und reine Eigenschaften des Stoffes, aus dem der Leiter gefertigt ist. Näheres siehe im 5. Abschnitt.

Gl. (14a) ist eine allgemeinere Form des Ohmschen Gesetzes als Gl. (12).

Die Leitfähigkeit $\varkappa$ ist in Nichtleitern verschwindend klein, in Leitern, insbesondere in Metallen, groß. In gut leitenden Metallen, wie Silber und Kupfer, ist $\varkappa$ so groß, daß bei endlicher Stromdichte die Feldstärke $\mathfrak{E}$ nur sehr geringe Werte annehmen kann.

Art. 8. Elektrische Arbeit. Durchfließt eine Ladung $\mathrm{d}Q$ einen Leiter vom Widerstande R, so wird gemäß Gl. (7) die elektrische Arbeit $-U \cdot \mathrm{d}Q$ geleistet. Diese Arbeit wird in dem Leiter verbraucht und muß, wenn der Leiter sonst keine Änderungen beim Stromdurchgang erfährt, vollständig in Wärme umgewandelt werden. Da $\mathrm{d}Q = I \cdot \mathrm{d}t$ ist, so ist die vom Leiter aufgenommene positive Energiemenge, die Stromwärme

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} = U \cdot I \cdot \mathrm{d}t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Die Quelle dieser Arbeit ist die Spannungsstufe (S in Fig. 10).

Den Quotienten aus Arbeit und Zeit bezeichnet man als Leistung N. Also ist

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}}/\mathrm{d}t = N = U \cdot I \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Diese Leistung strömt dauernd von der Stromquelle S dem Widerstande R in Fig. 10 zu. Haben die beiden Schnittpunkte zweier Leiter mit einer Fläche die Spannung U gegeneinander, und werden beide Leiter in entgegengesetzter Richtung vom elektrischen Strome I durchflossen, so tritt durch die Fläche eine Leistung N, die gleich dem Produkt UI aus Spannung U und Stromstärke I ist.

Drittes Kapitel.

Elektrische Verschiebung.

Art. 9. Relative Verschiebung. Bringt man ein langgestrecktes Hartgummistäbchen, das an einem Faden aufgehängt ist, in ein elektrisches Feld, so sucht es sich in die Feldrichtung einzustellen. Man erklärt die Wirkung des elektrischen Feldes auf nichtleitende Stoffe am einfachsten durch folgende Annahmen.

Einen nichtleitenden Stoff, der sich in einem beliebigen elektrischen Felde befindet, bezeichnet man als Dielektrikum. Man nimmt an, daß sich in einem Dielektrikum eine große Anzahl sehr kleiner „Dipole“ befindet, das sind kleine Stoffteilchen, deren eines Ende positiv, deren anderes Ende negativ geladen ist. Eine von der —-Ladung zur +-Ladung durch den Dipol gehende Richtung wird als „Achse des Dipols“ bezeichnet.

Für Flüssigkeiten und amorphe Stoffe ist folgende weitere Annahme naheliegend. Ist die elektrische Feldstärke gleich Null, so liegen die Dipole alle regellos durcheinander und rufen daher insgesamt weder innen noch außen ein elektrisches Feld hervor. Im elektrischen Felde aber drehen sich alle Dipole ein wenig in demselben Sinne, so daß der Winkel zwischen der Achse jedes Dipols und der Feldrichtung kleiner wird. Infolge dieser Einstellung rufen die gesamten Dipole im Stoffe ein elektrisches Feld, das Dipolfeld $\mathfrak{P}$, hervor. Ist die gesamte Feldstärke, die von äußeren Ladungen und von den eingestellten Dipolen herrührt, $\mathfrak{E} + \mathfrak{P} = \mathfrak{D}_e$, so wird die Ablenkung jedes einzelnen Dipols proportional $\mathfrak{D}_e$ sein. Es ist also wahrschein-

lich, daß $\mathfrak{P} = const \cdot \mathfrak{D}$ sein wird. Setzt man hierin $\mathfrak{P} = \mathfrak{D} - \mathfrak{E}$, so erhält man $\mathfrak{D} - \mathfrak{E} = const \cdot \mathfrak{D}$ oder

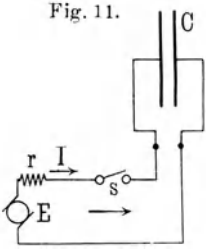
$$\frac{1}{1 - const}\,\mathfrak{E} = \mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \mathfrak{E} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Wir bezeichnen $\mathfrak{D}$ als Stoffeldstärke und $\varepsilon/\varepsilon_0$ als Dielektrizitätskonstante.

Die Zahl $\varepsilon/\varepsilon_0$ ist für den luftleeren Raum, in dem keine Dipole vorhanden sind, und $\mathfrak{P} = 0$ ist, gleich 1, für Gase sehr wenig von 1 verschieden. Für die meisten Isolatoren hat $\varepsilon/\varepsilon_0$ Werte, die zwischen 1 und 10 liegen. Für Wasser hat $\varepsilon/\varepsilon_0$ den ausnahmsweise großen Wert 80.

Art. 10. Elektrische Verschiebung. In den meisten praktischen Fällen durchfließt ein elektrischer Strom eine fortlaufende, in sich geschlossene Reihe von Leitern; z. B. umkreist der Strom I in Fig. 10 die punktierte Fläche.

Fig. 11.



In Fig. 11 ist folgende Versuchsanordnung dargestellt: die induktive Spannungsstufe E (ein Gleichstromgenerator) treibt nach dem Schließen des Schalters s einen Strom von der Stärke I durch den Leiter r und den Schalter s. Durch den unteren Leiter fließt der gleiche Strom I der unteren Klemme der Maschine zu. Es ist nun naheliegend und seit Maxwell allgemein üblich, sich vorzustellen, daß der Strom von der Stärke I auch den Luftraum durchwandert, der zwischen den beiden, den „Kondensator“ C bildenden Metallplatten liegt. Da die Luft den Strom nicht leitet, so muß der Strom zwischen den Platten C von anderer Art sein als ein „Leitungsstrom“; er wird „Verschiebungsstrom“ genannt. Nach dieser Vorstellung kann man sagen: es gibt nur in sich geschlossene Stromkreise.

Wie der Leitungsstrom in den metallischen Leitern des Stromkreises, so hat auch der Verschiebungsstrom zwischen den Kondensatorplatten die Stärke

$$I = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

In der kleinen Zeit $\mathrm{d}t$ nimmt die elektrische Ladung der linken Kondensatorplatte um $\mathrm{d}Q$ zu, die der rechten um $\mathrm{d}Q$ ab. Nach Art. 1 ist also zwischen den Kondensatorplatten ein elektrisches Feld vorhanden, dessen Feldstärke $\mathfrak{E}$ sich wie die Plattenladung Q zeitlich ändert. Von der linken Platte zur rechten gehen elektrische Feldlinien über, deren Zahl sich wie Q zeitlich ändert. Nach Art. 3b haben alle Punkte einer Platte praktisch gleiche Spannung gegen-

einander. Nach Art. 4 müssen die Platten gegeneinander eine Spannung haben, die sich wie Q zeitlich ändert.

Es ist nun sehr wahrscheinlich, daß die Feldlinien (abgesehen von den Randteilen) geradlinig zwischen den Platten verlaufen. Dann muß die Feldstärke $\mathfrak{E}$ in allen Punkten der zwischen den Platten gelegenen Schicht den gleichen Wert haben. Unter Einführung der Hilfsgrößen ε und Ξ können wir dann setzen

$$I = \frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{d}\,t} = F \cdot \varepsilon \cdot \frac{\mathrm{d}\,\mathfrak{E}}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\,\Xi}{\mathrm{d}\,t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Wenn $Q = 0$ ist, sind auch $\mathfrak{E}$ und $\Xi = 0$. Also ist

$$Q = F \cdot (\varepsilon\,\mathfrak{E}) = \Xi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Die Stromdichte $I/F = \mathfrak{c}$ des Verschiebungsstromes steht nicht zu $\mathfrak{E}$, sondern zu $\varepsilon\,\mathfrak{E}$ in einfacher Beziehung. Wir bezeichnen

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{E} \text{ als elektrische Leerfeldstärke,} \\ \mathfrak{E}\,\varepsilon/\varepsilon_0 = \mathfrak{D} \text{ als elektrische Stoffeldstärke,} \\ \varepsilon\,\mathfrak{E} \text{ als elektrische Stoffverschiebung,} \\ \varepsilon_0\,\mathfrak{E} \text{ als elektrische Luftverschiebung,} \\ \varepsilon \text{ als Stoffverschiebbarkeit,} \\ \varepsilon_0 \text{ als Leerverschiebbarkeit,} \\ \varepsilon/\varepsilon_0 \text{ als Dielektrizitätskonstante,} \\ \Xi \text{ als elektrischen Verschiebungsfluß.} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (22)$$

Allgemein kann man sagen: die Verschiebungsstromdichte ist gleich der Änderungsgeschwindigkeit der elektrischen Verschiebung.

Die Verschiebbarkeit ε ist eine Eigenschaft des Stoffes, aus dem die Schicht zwischen den Kondensatorplatten gebildet ist. Der Zahlenwert hängt von den Einheiten $[I]$, $[F]$, $[\mathfrak{E}]$ und $[t]$ ab, in denen die Größen I, F, $\mathfrak{E}$ und t gemessen werden. In diesem Buche sind die absoluten praktischen Einheiten gebraucht:

$$[I] = 1 \text{ abs. Ampere}, \quad [F] = 1\,\mathrm{cm}^2, \quad [\mathfrak{E}] = \frac{1 \text{ abs. Volt}}{\mathrm{cm}}, \quad [t] = 1 \text{ sek.}$$

Daher ergibt sich (gemäß S. 758) für den Leerraum

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{0{,}4\,\pi \cdot 10^{-8}} \left\{\frac{[\mathrm{cm}\,s^{-1}]}{c_0}\right\}^2 \left[\frac{s}{\text{abs. } \Omega \cdot \mathrm{cm}}\right].$$

Daß die Lichtgeschwindigkeit c_0 auf ε_0 bestimmenden Einfluß hat, liegt daran, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Störungen im Leerraum mit c_0 identisch ist. Die experimentelle Messung von ε_0 führt also zu (freilich nicht sehr genauen) Zahlenwerten von c_0.

Die Feldstärke $\mathfrak{E}\,\varepsilon/\varepsilon_0$ und die Verschiebung $\mathfrak{E}\,\varepsilon$ kennzeichnen denselben Zustand eines Stoffes. Der Unterschied ist in den verschiedenen

Namen der Größe zum Ausdruck gebracht. Ähnlich liegen die Verhältnisse für die Temperaturen eines Körpers, die als „absolute“ und „vom Eispunkt aus gemessene“ unterschieden werden; ähnlich auch für die Begriffe „Wärmemenge“ und „Energie“. — Die Einheiten, in denen die Verschiebungen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{D}_e$ gemessen werden, sind im letzten Abschnitt dieses Buches behandelt.

Art. 11. Das elektrische Feld einer punktförmigen Ladung (vgl. die Art. 14 und 24). Der Punkt P, für den Feldstärke und Spannung gesucht sind, habe von der punktförmigen Ladung Q den Abstand r. Die ganze Umgebung von Q sei ferner von einem Stoffe erfüllt, in dem die absolute Verschiebbarkeit den Wert ε hat. Man denke sich um Q eine Kugelfläche mit dem Halbmesser r beschrieben. Diese Kugelfläche hat die Oberfläche $4\pi r^2$ und wird nach Gl. (21) vom Induktionsfluß $\Psi = Q$ durchsetzt. Es ist also $\Psi = \mathfrak{D} \cdot 4\pi r^2 = Q$. Hieraus und aus Gl. (23) ergibt sich die elektrische Feldstärke in P

$$\mathfrak{E} = Q/\varepsilon \cdot 4\pi r^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Setzt man diesen Wert von $\mathfrak{E}$ in Gl. (4) ein, so erhält man für die Spannung U in der Entfernung r von der punktförmigen Ladung Q den Ausdruck

$$U = Q/\varepsilon \cdot 4\pi r \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Auf der rechten Seite dieser Gleichung steht zunächst noch eine willkürliche additive Konstante. Es ist nun naheliegend, anzunehmen, daß die Ladung Q in unendlich großer Entfernung keine merkliche Spannung hervorruft und demgemäß die Konstante $= 0$ zu setzen.

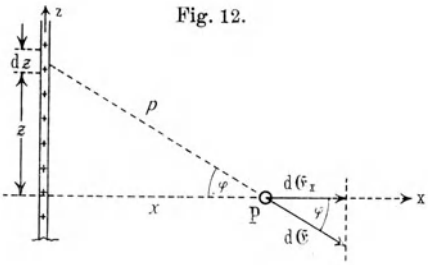
Nach Gl. (1) erfährt die Ladung Q_2 im Felde von der Stärke $\mathfrak{E}$ die mechanische Kraft $P = Q_2 \cdot \mathfrak{E}$. Ist die Feldstärke $\mathfrak{E}$ von einer zweiten punktförmigen Ladung Q_1 hervorgerufen, so ist

$$P_{1,2} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon \cdot 4\pi r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

Coulomb hat zuerst experimentell nachgewiesen, daß die zwischen zwei punktförmigen Ladungen wirkende Kraft dem Produkte der Ladungen direkt, dem Quadrate des Abstandes umgekehrt proportional ist. Man bezeichnet daher die Beziehung (27) als Coulombsches Gesetz und hat zur Erinnerung an den verdienten Forscher der Einheit der Ladung seinen Namen gegeben.

Art. 12. Elektrisches Feld eines gleichmäßig geladenen langen Drahtes. Nach Satz (25) ruft das Stück dz des in Fig. 12 dargestellten, gleichmäßig positiv geladenen Leiters im Punkte P die elektrische Feldstärke $d\mathfrak{E} = Q' \cdot dz / 4\pi\varepsilon p^2$ hervor. Hierin ist $Q' = Q/l$ die

Fig. 12.



Gleichmäßig geladener Draht.

Ladung je Längeneinheit. Die Komponente der Feldstärke in der zum Draht senkrechten Richtung x ist $d\mathfrak{E}_x = Q' \cdot dz \cdot \cos\varphi / 4\pi\varepsilon p^2$. Nun ist $\cos\varphi = x/p$. Ferner ist $tg\,\varphi = z/x$, also $d\varphi / \cos^2\varphi = dz/x$. Setzt man diese Werte ein, so erhält man

$$d\mathfrak{E}_x = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon x} \cos\varphi \cdot d\varphi = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon x} d(\sin\varphi).$$

Addiert man die Beiträge, die alle zwischen $\varphi = -\pi/2$ und $\varphi = +\pi/2$ liegenden Drahtstücke dz liefern, so erhält man

$$\mathfrak{E}_x = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon x} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{E}_r = \frac{\sigma_w}{\varepsilon} \frac{R}{r} \quad \cdots\cdots \quad (28)$$

In der zweiten Gleichung ist R der Radius des mit der Flächendichte σ_w geladenen Drahtes, r der Abstand des Punktes P von der Drahtachse.

Während die Feldstärke in der Nähe einer großen gleichmäßig geladenen Fläche konstant ist, ist die Feldstärke in der Nähe eines gleichmäßig geladenen unendlich langen Leiters dem Abstande umgekehrt proportional. In der Umgebung einer punktförmigen Ladung ist dagegen die Feldstärke dem Quadrate des Abstandes umgekehrt proportional.

Art. 13. Das elektrische Feld zweier geladener, paralleler Drähte läßt sich durch das in Fig. 13 dargestellte Verfahren ermitteln.

a) Die Drähte seien dünn und mögen die Zeichnungsebene (Fig. 13) in S_1 bzw. S_2 durchstoßen. Zeichnet man von S_1 ausgehende Strahlen so, daß sie gleiche Winkel σ_1 (von beispielsweise 22,5°) mit-

einander einschließen, und verschiebt dann die Zeichnung senkrecht zu ihrer Ebene, so entstehen keilförmige Raumteile, deren Schneiden im Drahte S_1 liegen. Alle diese Raumteile enthalten gleiche, von S_1 ausgehende elektrische Verschiebungsflüsse Ξ_1.

Wir nehmen an, daß auf der gleichen Länge l beider Drähte entgegengesetzte, aber gleiche Ladungen Q sitzen. Im folgenden ist $Q/l = Q'$ gesetzt und Q' als lineare Dichte der Ladung bezeichnet.

Man denke sich nun (in derselben Weise wie für S_1) auch für S_2 alle Linien gezeichnet, welche die Verschiebungsflüsse $\Xi_2 = \Xi_1$ begrenzen.

Der Bogen MN schließt die beiden Keile MS_1N und MS_2N ab. Er wird von den beiden gleichen Verschiebungsflüssen Ξ_1 und Ξ_2 in entgegengesetztem Sinne, tatsächlich also von keinem Verschiebungsflusse durchsetzt. Daher bildet der Bogen MN den Rand einer Verschiebungsröhre, d. h. er verläuft wie eine von S_1 über N und M nach S_2 übergehende Kraftlinie.

Der genauere Verlauf des Bogens MN zwischen M und N ergibt sich aus folgender Überlegung. In den Dreiecken MS_1N und MS_2N sind die beiden Winkel bei S_1 und S_2 durch Konstruktion gleich, die beiden Winkel bei L als Gegenwinkel. Folglich sind auch die beiden Winkel bei M und N gleich und können als Peripheriewinkel eines Kreises aufgefaßt werden, in dem der Drahtabstand S_1S_2 eine Sehne bildet. Unterteilt man die Verschiebungsflüsse Ξ_1 und Ξ_2 weiter, so erhält man außer M und N eine Reihe anderer Schnittpunkte, die demselben Kreise angehören. Man kann also sagen: Die Kraftlinien zwischen zwei dünnen entgegengesetzt gleich geladenen parallelen Drähten sind Kreise, welche durch beide Drahtachsen gehen.

Nach diesen Feststellungen ist die Zeichnung der elektrischen Kraftlinien dünner, entgegengesetzt geladener Drähte sehr einfach.

Man schlägt um einen Punkt, der in beliebiger Höhe y senkrecht über der Mitte O der Verbindungslinie S der dünnen Drähte liegt, einen Kreis mit dem Halbmesser

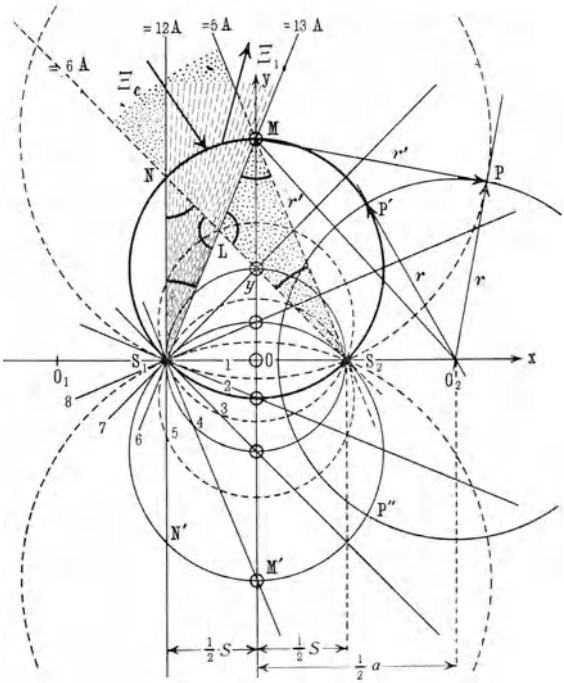
$$r' = \sqrt{y^2 + {}^1/_4 S^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28\,a)$$

Sollen die gezeichneten Kraftlinien die Eigenschaft haben, n gleiche Verschiebungsflüsse zu trennen, (in Fig. 13 ist $n = 16$), so teilt man einen der rechten Winkel, deren Scheitelpunkt einer der dünnen Drähte, deren einer Schenkel die Verbindungslinie S der Drähte ist, in ${}^1/_4 n$ gleiche Teile. Die Schnittpunkte der Teillinien mit der zur

Verbindungslinie senkrechten Symmetrielinie sind die Mittelpunkte der Kreis- oder Kraftlinien.

b) Auch die Linien gleicher elektrischer Spannung, die elektrischen Niveaulinien, lassen sich für die Umgebung zweier dünner, entgegengesetzt geladener Drähte (S_1 und S_2 in Fig. 13) leicht zeichnen.

Fig. 13.



Die Linie $P\,O_2 = r$ berühre den um M geschlagenen Kreis streifend. Die Höhe $O\,M = y$ des Kreismittelpunktes ergibt sich aus dem rechtwinkligen Dreieck $O\,M\,S_2$. Es ist $y^2 = r'^2 - {}^1/_4\,S^2$. Die Linie $M\,O_2$ ist Hypotenuse in zwei rechtwinkligen Dreiecken. Das eine hat die Katheten $O\,M = y$ und $O\,O_2 = {}^1/_2\,a$; das andere hat die Katheten r' und r. Folglich ist

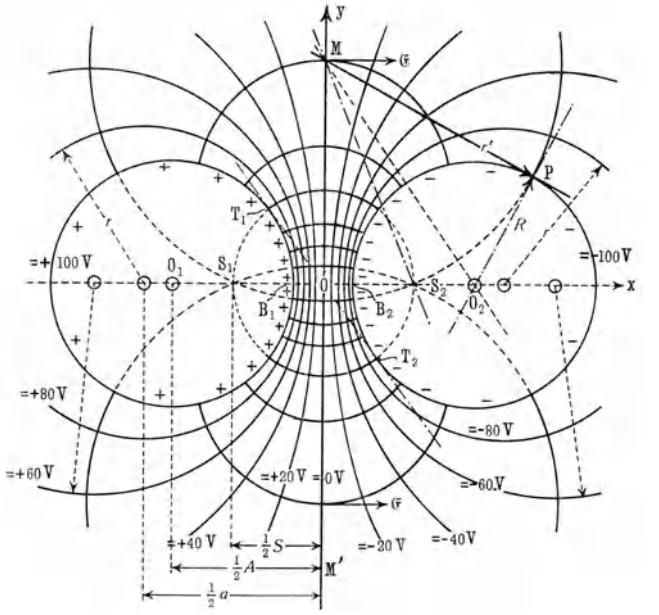
allgemein $S^2 = a^2 - 4\,r^2$, im besonderen $S^2 = A^2 - 4\,R^2$ . . (28 b)

Die Strecke $P\,O_2 = r$ ist also unabhängig vom Halbmesser r' der streifend berührten elektrischen Kraftlinie. Tangiert also $O_2\,P'$ den Kreis $M\,P'\,S_2\,S_1$, so ist $P'O_2 = P\,O_2 = r$. Man kann daher sagen: die elektrischen Niveaulinien zweier dünner, ent-

gegengesetzt geladener Drähte sind Kreise vom Halbmesser r, deren Mittelpunkte auf der Verbindungslinie der Drahtachsen liegen und vom Achsenmittelpunkt den Abstand $^1/_2 a$ haben; $^1/_2 a$ und r sind durch die Gl. (28b) bestimmt.

Es sei die Aufgabe gestellt, die elektrische Niveaulinie zu zeichnen, welche die Verbindungslinie S zweier dünner, entgegengesetzt ge-

Fig. 14.



ladener Drähte in zwei Punkten schneidet, die die Abstände x vom Achsenmittelpunkt O haben. Zur Berechnung der Bestimmungsstücke a und r der Niveaulinie haben wir dann außer (28 b) noch die Gleichung $x = {}^1/_2 a \pm r$, woraus folgt

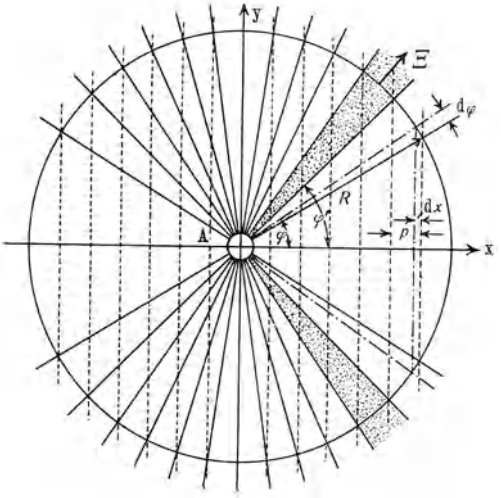
$$^1/_2 a = \frac{S^2}{8x} + {}^1/_2 x \text{ und } r = \pm\left\{\frac{S^2}{8x} - {}^1/_2 x\right\}. \quad . \quad . \quad (28\,c)$$

c) In Fig. 14 sind die elektrischen Kraft- und Niveaulinien zweier dicker Drähte gezeichnet. Die Mantelfläche der Drähte schneidet die Zeichnungsebene in zwei Kreisen vom Halbmesser R mit dem Abstand A der Mittelpunkte. Diese Kreise sind identisch mit den Niveaulinien $^1/_2 a = {}^1/_2 A$ und $r = R$. Die Ladungen beider

Drähte verschieben sich infolge der gegenseitigen Anziehung so, daß die Ladungsachsen S_1 und S_2 näher beieinanderliegen als die Drahtachsen O_1 und O_2. Man findet aus $O_1 O_2 = A$ den Abstand $S_1 S_2 = S$ der Ladungsachsen gemäß (28 b), indem man die Tangente $T_1 O T_2$ zieht und um $O T_2 = O S_2$ einen Kreisbogen schlägt.

Art. 14. Die elektrischen Felder einer punktförmigen Ladung und eines Dipols. a) Die auf einer kleinen Kugel A sitzende Ladung Q ist, wenn keine anderen Leiter in der Nähe sind, gleichmäßig auf

Fig. 15.



die Kugeloberfläche verteilt und wirkt dann so, als ob sie im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre.

Schlägt man (Fig. 15) um A als Mittelpunkt einen Kreis mit beliebigem Halbmesser R, so liegt zwischen Winkeln φ und $\varphi + \mathrm{d}\varphi$ der Kreisbogen $R \cdot \mathrm{d}\varphi$. Denkt man sich die Zeichnung um die x-Achse gedreht, so beschreibt der Bogen $R \cdot \mathrm{d}\varphi$ die Fläche $\mathrm{d}F = 2\pi R^2 \sin\varphi \cdot \mathrm{d}\varphi$. Der durch $\mathrm{d}F$ tretende Verschiebungsfluß $\mathrm{d}\Xi$ verhält sich zu dem ganzen, von A ausgehenden Verschiebungsfluß $\Xi = Q$ wie $\mathrm{d}F$ zu $4\pi R^2$. Es ist also $\mathrm{d}\Xi = {}^1/_2\, Q \cdot \mathrm{d}(-\cos\varphi)$. Zwischen zwei Kegeln, deren Öffnungswinkel 2φ bzw. $2\varphi'$ sind, liegt also der Verschiebungsfluß

$$\Xi = {}^1/_2\, Q\,(\cos\varphi - \cos\varphi') = {}^1/_2\, Q\, p/R \quad . \; . \; . \quad (29)$$

Teilt man den Halbmesser R des um A geschlagenen Kreises in gleiche Teile p, errichtet in den Teilpunkten Lote und verbindet die

Schnittpunkte der Lote und der Kreislinie mit A, so erhält man die Schnittlinien der Zeichnungsebene mit Kegeln. Letztere haben die Eigenschaft, daß zwischen den Mantelflächen je zweier Kegel stets der gleiche Verschiebungsfluß Ξ übergeht (Maxwell).

b) Zwei entgegengesetzt gleiche punktförmige Ladungen bezeichnet man als Dipol. Liegen beide Ladungen auf der x-Achse der Fig. 15, und führt man für die zweite negative Ladung in B dieselbe Konstruktion aus wie für die positive Ladung in A, so erhält man die von A nach B übergehenden Kraftlinien durch dieselbe Konstruktion wie sie für zwei Drähte in Fig. 13 durchgeführt ist, nämlich durch Verbinden der Schnittpunkte der verschiedenen von A und von B ausgehenden Strahlen.

Die Dipol-Kraftlinien haben nicht genau gleichen, aber ähnlichen Verlauf wie die in Fig. 13 dargestellten Kraftlinien zweier geladener Drähte.

c) Die Linien gleicher Spannung findet man für einen Dipol in folgender, ebenfalls von Maxwell angegebener Weise. Man schlägt um die Ladung $+ Q$ in A Kreise, in denen die allein von $+ Q$ hervorgerufene Spannung $U_1 = + Q/4\pi\varepsilon r$ Werte hat, die sich um gleichviel unterscheiden, also z. B. Kreise mit den Spannungen $U_1 = + 30,\ + 28 \cdots + 8,\ + 6$ Volt. Darauf schlägt man um die negative Ladung $- Q$ in B Kreise mit den Spannungen $U_2 = - 30,\ - 28 \cdots - 8,\ - 6$ Volt. An die Schnittpunkte beider Kreissysteme schreibt man dann die wirklichen Spannungen $U_1 + U_2 = (30 - 30)\,V = 0\,V$; $(28 - 28)\,V = 0\,V$ usw., ferner $= (30 - 28)\,V = 2\,V$, $(28 - 26)\,V = 2\,V$ usw.

Verbindet man die Punkte gleicher Gesamtspannung, so erhält man die Linien gleicher Spannung, die Niveaulinien.

In unmittelbarer Umgebung jeder punktförmigen Ladung sind die Niveaulinien Kreise, die Niveauflächen Kugeln, in deren Mittelpunkt die Ladung steht. Die zur Verbindungslinie der Ladungen senkrechte Symmetrie- oder Spiegelebene ist eine Niveaufläche, deren Spannung $= 0$ ist.

Art. 15. Flächendichte und Raumdichte der Ladung. a) Ist auf einer Fläche F die Ladung Q gleichmäßig verteilt, so bezeichnet man als Flächendichte der Ladung den Ausdruck

$$\sigma = Q/F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

Ist die Ladung Q auf einer leitenden Kugelfläche $F = 4\pi r^2$ gleichmäßig verteilt, so ist die Flächendichte in allen Punkten der Kugelfläche $\sigma = Q/4\pi r^2$.

Wie sich leicht zeigen läßt, wirkt eine solche Kugelfläche in allen äußeren Punkten genau so, als ob die gesamte Ladung der Kugelfläche im Mittelpunkt vereinigt wäre. Und umgekehrt: befindet sich die punktförmige Ladung Q im Mittelpunkt einer leitenden Kugelfläche, so ruft sie außerhalb der Kugelfläche dieselbe Wirkung hervor, als ob sie auf der Kugelfläche gleichmäßig verteilt wäre. Nach Gl. (25) ist für Punkte, die außerhalb der Kugelfläche dicht an der Fläche liegen, die elektrische Induktion $\varepsilon \mathfrak{E} = \mathfrak{D} = Q/4\pi r^2$.

Man erhält also für σ und $\mathfrak{D}$ den gleichen Ausdruck $Q/4\pi r^2$ und kann allgemein sagen: unmittelbar an einer leitenden Fläche mit der Flächendichte σ ist die elektrische Verschiebung bzw. Feldstärke

$$\mathfrak{D} = \sigma \text{ bzw. } \mathfrak{E} = \sigma/\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

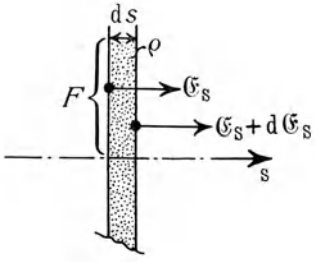
b) Als Raumdichte der Ladung bezeichnet man den Ausdruck

$$\varrho = Q/V, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

worin Q die gesamte, in dem Raumteil V gleichmäßig verteilte Ladung ist.

Im Innern von Metallen kann keine Ladung bleiben, ins Innere von isolierenden Stoffen kann keine Ladung eindringen; in beiden Fällen ist also $\varrho = 0$. Endliche Werte hat dagegen die Raumdichte ϱ der Ladung in einem luftleeren Raum, in dem sich eine Wolke von sogenannten Elektronen befindet. Als „Elektronen“ bezeichnet man die kleinsten Teilchen, aus denen negative elektrische Ladung (in ähnlicher Weise wie die Materie aus Atomen) zusammengesetzt ist.

Fig. 16.



Bewegt sich eine solche Elektronenwolke mit der Geschwindigkeit $v = ds/dt$ in der Richtung s, so ist nach Gl. (11)

$$I = \frac{\varrho \cdot dV}{dt} = \frac{\varrho \cdot F \cdot ds}{dt} = \varrho F v.$$

Hierin ist F eine senkrecht zur Bewegungsrichtung s stehende Fläche und $dV = F \cdot ds$ der Raumteil, der mit der Raumladungsdichte ϱ erfüllt ist. Die Stromdichte

$$\mathfrak{c} = \varrho \cdot v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

ist mit der Geschwindigkeit v gleichgerichtet.

Ist (Fig. 16) die räumliche Ladungsdichte ϱ innerhalb einer ebenen Schicht von der Fläche F und der Dicke ds konstant, so

nimmt bei einer Wanderung durch die Schicht die elektrische Feldstärke um $\mathrm{d}\mathfrak{E}_s$ zu. In dem Raumteil $F \cdot \mathrm{d}s$ sitzt die Ladung $\varrho \cdot F \cdot \mathrm{d}s$, und diese Ladung ist gleich dem Verschiebungsfluß $F \cdot \mathrm{d}\mathfrak{D}_s$, der von dem Raumteil ausgeht. Mithin ist $\mathrm{d}\mathfrak{D}_s = \varrho \cdot \mathrm{d}s$ oder (nach Poisson)

$$\frac{\mathrm{d}\mathfrak{E}_s}{\mathrm{d}s} = -\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}s^2} = \frac{1}{\varepsilon}\varrho \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Art. 16. Elektrisiertes Rotationsellipsoid mit langer Rotationsachse. Ein Rotationsellipsoid ist ein Körper, dessen Oberfläche durch Drehung einer Ellipse um eine ihrer beiden Achsen entstanden ist.

Fig. 17.

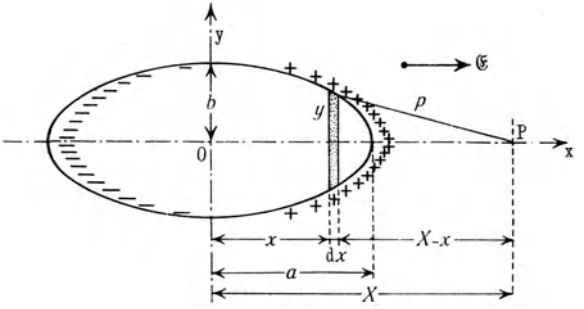


Fig. 17 zeigt ein solches mit den Achsen a und b; die Drehungsachse a fällt in die Richtung der x-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems.

Wird ein solches Ellipsoid in ein elektrisches Feld $\mathfrak{E}$ gebracht, das der Rotationsachse a parallel gerichtet ist, so wird der Stoff des Ellipsoids elektrisiert. Auf der rechten Hälfte des Ellipsoids treten positive, auf der linken negative Dipolladungen zutage. Anstatt die Wirkung aller im Innern liegenden Dipole in Rechnung zu setzen, kann man diese ganz außer Betracht lassen und nur die Wirkung der Oberflächenladungen betrachten. Dieser Rechnungsweise liegt die Anschauung zugrunde, daß die beiden entgegengesetzten Ladungen zweier benachbarter Dipole wegen ihrer großen Nähe in einiger Entfernung kein elektrisches Feld hervorrufen.

Die Wirkung der Oberflächenladungen ist gleich der Änderung, die eintreten würde, wenn ein durch und durch positiv geladenes Ellipsoid um einen kleinen Betrag in Richtung der x-Achse verschoben würde. Die Ladung auf jedem Flächenstück $\mathrm{d}F$ ist daher so groß, daß die Projektion von $\mathrm{d}F$ auf die Äquatorialebene (in der die y-Achse liegt) die gleiche Flächendichte σ_s der Ladung trägt. Eine schmale

Zone des Ellipsoids, deren Halbmesser zwischen y und $y + \mathrm{d}y$ liegt, hat die Länge $2\pi y$ und trägt die Ladung $\mathrm{d}Q = 2\pi y \cdot \mathrm{d}y \cdot \sigma_s$. Ist p der Abstand aller Teile der betrachteten Zone von einem axialen Punkte P, so ruft die Ladung der Zone nach Gl. (26) in P die elektrische Spannung $\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q/\varepsilon_0\ 4\pi p$ hervor. Die Koordinaten x und y eines Punktes der Ellipsoidoberfläche sind durch die Gleichung der Ellipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ miteinander verbunden. Aus diesen drei Gleichungen erhält man die Spannung in P

$$U = \frac{\sigma_s b^2}{2 \cdot \varepsilon_0 a^2} \int_{x=-a}^{x=+a} \frac{x \cdot \mathrm{d}x}{p}, \quad p = \sqrt{u^2 - c^2}, \quad u = \frac{X}{\eta} - x\eta, \quad \eta = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}.$$

Hieraus läßt sich der Wert von U berechnen; es ist

$$U = \frac{\sigma_s b^2}{\varepsilon_0 a \eta^2} \left| \frac{p}{2a} - \frac{1}{2\xi} ln(u + p) \right| \begin{matrix} u = \frac{X}{\eta} - a\eta, p = X - a \\ u = \frac{X}{\eta} + a\eta, p = X + a \end{matrix} \Bigg\}. \quad (35)$$

Durch Einsetzen der Grenzen und Einführung zweier Hilfsgrößen G und ξ erhält man

$$U = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} G, \quad G = \frac{a b^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{1}{\xi} \left\{ -\xi + {}^1/_2 ln \frac{1 + \xi}{1 - \xi} \right\}, \quad \xi = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{X} \quad (36)$$

Für die elektrische Feldstärke ergibt sich gemäß Gl. (10)

$$\mathfrak{E}_x = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} K, \quad K = \frac{a b^2}{(a^2 - b^2)^{3/2}} \left\{ \frac{\xi}{1 - \xi^2} - {}^1/_2 ln \frac{1 + \xi}{1 - \xi} \right\}. \quad (37)$$

Rückt der Punkt P unmittelbar an den Pol des Ellipsoids heran, so wird $X = a$, $\xi = \eta$, und man erhält

$$\mathfrak{E}^a = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0}(1 - f), \quad 1 - f = \frac{b^2}{a^2 \eta^3} \left\{ \frac{\eta}{1 - \eta^2} - {}^1/_2 ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta} \right\}. \quad (38)$$

Liegt der Punkt P im Innern des Ellipsoids auf der Längsachse, im Abstande X vom Mittelpunkt, so muß man in Gl. (35) als oberen Grenzwert $p = a - X$, als unteren Grenzwert $p = a + X$ setzen. Man erhält für die Spannung

$$U = \frac{\sigma_s X f}{\varepsilon_0}, \quad f = \frac{b^2}{a^2 \eta^3} \left\{ -\eta + {}^1/_2 ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta} \right\}, \quad \eta = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (39)$$

Der Streufaktor f hat in den Gl. (38) und (39) denselben Wert. Für die Feldstärke erhält man gemäß (Gl. 10) den im ganzen Ellipsoidinnern konstanten Wert

$$\mathfrak{E}^i = -\frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} f. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

Die wirklichen Feldstärken in äußeren und inneren Achsenpunkten sind um den Betrag $\mathfrak{E}$ größer als $\mathfrak{E}^a$ bzw. $\mathfrak{E}^i$; $\mathfrak{E}$ ist die ursprüngliche gleichförmige Feldstärke, durch welche die Elektrisierung des Ellipsoids hervorgerufen wird.

Die Differenz der Feldstärken in zwei Punkten, die in unmittelbarer Nähe eines Pols auf der Achse liegen, ist nach den Gl. (38) und (40)

$$\mathfrak{E}^a - \mathfrak{E}^i = \sigma_s/\varepsilon_0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Denkt man sich zwischen den beiden in Fig. 11 dargestellten Platten C eine Hartgummischeibe eingeschoben, so soll auch innerhalb der Platte $\mathrm{d}\mathfrak{Z}/\mathrm{d}t = I$ sein, ebenso wie in dem Luftraum zwischen Hartgummi- und Metallplatte.

Also: die Normalkomponente der elektrischen Verschiebung $\mathfrak{D}$ hat zu beiden Seiten der Grenzfläche eines nichtleitenden Körpers gleiche Werte.

Statt Gl. (41) kann man schreiben $(\mathfrak{E}^a + \mathfrak{E}) - (\mathfrak{E}^i + \mathfrak{E}) = \sigma_s/\varepsilon_0$ und dafür $\mathfrak{D}/\varepsilon_0 - \mathfrak{D}/\varepsilon = \sigma_s/\varepsilon_0$. Durchsetzt die elektrische Verschiebung $\mathfrak{D}_n$ senkrecht die Grenzfläche eines isolierenden Körpers, so sitzt auf der Oberfläche eine scheinbare Ladung, deren Flächendichte den Wert hat

$$\sigma_s = \mathfrak{D}_n\left(1 - \frac{1}{\varepsilon/\varepsilon_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

In zwei Punkten, die am Äquator des Ellipsoids innen bzw. außen liegen, rufen die Flächenladungen die gleiche Feldstärke hervor. Die Tangentialkomponente der Feldstärke hat zu beiden Seiten der Grenzflächen eines beliebigen Stoffes gleiche Werte.

Art. 17. Elektrisiertes Rotationsellipsoid mit kurzer Rotationsachse. Ist die Rotationsachse $2a$ kleiner als der größte Durchmesser $2b$ des Ellipsoids, so würde die Exzentrizität η imaginäre Werte annehmen. Wir setzen $\eta' = \sqrt{b^2 - a^2}/a$, $\xi' = \sqrt{b^2 - a^2}/X$ und erhalten für die Spannung im Punkt P den Ausdruck

$$U = \frac{\sigma_s b^2}{2\,\varepsilon_0 a^2\,\eta'^2}\left\{p_1 - p_2 + \frac{X}{\eta'}\,arc\ sin\,\frac{u_1 p_2 - u_2 p_1}{c^2}\right\}. \quad (43)$$

Hierin ist $c^2 = b^2\,(1 + \xi'^2)/\xi'^2$. Der obere Grenzwert von u ist $u_2 = +\,a\,\eta' + X/\eta'$, der untere $u_1 = -\,a\,\eta' + X/\eta'$. Für äußere Punkte hat der obere Grenzwert von p den Wert $p_2 = X - a$, der untere den Wert $p_1 = X + a$.

Hieraus ergibt sich für äußere, auf der Drehungsachse gelegene Punkte folgendes. Die Spannung in der Entfernung X ist

$$U = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} G', \; G' = \frac{a b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{\xi'} \left\{ \xi' - {}^1/_2 arc\,sin \frac{2\xi'}{1+\xi'^2} \right\} \quad (44)$$

Die Feldstärke ist für äußere Punkte in der Entfernung X

$$\mathfrak{E}_x = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} K', \; K' = \frac{a b^2}{(b^2 - a^2)^{3/2}} \left\{ \frac{-\xi'}{1+\xi'^2} + {}^1/_2 \, arc\,sin \frac{2\xi'}{1+\xi'^2} \right\}. \quad (45)$$

Am Pol, und zwar außerhalb des Ellipsoids, ist die Feldstärke

$$\mathfrak{E}^a = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} (1 - f'), \; 1 - f' = \frac{b^2}{a^2 \eta'^3} \left\{ \frac{-\eta'}{1+\eta'^2} + {}^1/_2 \, arc\,sin \frac{2\eta'}{1+\eta'^2} \right\}. \quad (46)$$

Für innere Punkte ist in Gl. (43) $p_2 = a - X$, $p_1 = a + X$ einzusetzen.

Es ergibt sich die Spannung

$$U = \frac{\sigma_s X f'}{\varepsilon_0}, \; f' = \frac{b^2}{a^2 \eta'^3} \left\{ \eta' - {}^1/_2 \, arc\,sin \frac{2\eta'}{1+\eta'^2} \right\}. \quad (47)$$

Die im ganzen Innern konstante Feldstärke ist

$$\mathfrak{E}^i = -\frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} f' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Für den Sprung $\mathfrak{E}^a - \mathfrak{E}^i$ der Feldstärke an den Polen ergibt sich derselbe Wert, wie ihn Gl. (41) für langgestreckte Rotationsellipsoide angibt.

Ist die Drehungsachse $2a$ sehr kurz im Vergleich zum größten Durchmesser $2b$, so nimmt das Ellipsoid die Form einer Platte an. Bei zur Platte senkrechter Feldrichtung ist $f' = 1$ und daher

$$\mathfrak{E}^a = 0, \; \mathfrak{E}^i = -\sigma_s/\varepsilon_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Art. 18. Vergleich von wahrer und scheinbarer Flächenladung. Die vorstehenden Ausführungen über die Flächendichte seien nochmals zusammengefaßt.

Auf der Oberfläche von Leitern gibt es nur frei bewegliche, wahre Ladungen Ist σ_w deren Flächendichte, so ist im Innern $\mathfrak{E}^i = \mathfrak{D}^i = 0$, während außen $\varepsilon \cdot \mathfrak{E}^a = \mathfrak{D}^a = \sigma_w$ ist (Gl. 31).

An der Oberfläche von Nichtleitern gibt es nur ortsfeste, scheinbare Ladungen, deren Flächendichte σ_s ist. Für die Normalkomponenten von Feldstärke bzw. Verschiebung gilt folgendes. Es ist $\mathfrak{E}^a - \mathfrak{E}^i = \sigma_s/\varepsilon_0$ bzw. $\mathfrak{D}^a = \mathfrak{D}^i = \sigma_s/[1 - \varepsilon_0/\varepsilon]$.

An der Oberfläche von Halbleitern können wahre und scheinbare Ladungen zugleich auftreten. Feldstärke und Verschiebung sind dann gleich den Summen der von σ_w und von σ_s hervorgerufenen Größen. — Der wesentlichste Unterschied von wahren und scheinbaren Ladungen besteht darin, daß wahre Ladungen sowohl mit Materie verbunden als auch frei von Materie vorkommen, scheinbare Ladungen immer untrennbar mit Materie verbunden sind.

Art. 19. Metallisches Rotationsellipsoid. Bringt man ein Rotationsellipsoid aus Metall in ein gleichförmiges, mit der Rotationsachse gleichgerichtetes elektrisches Feld, so bedeckt sich die eine Hälfte mit negativer, die andere mit positiver Ladung. An den Polen sei die Flächendichte σ_w. Die von σ_w im Innern hervorgerufene Feldstärke kann nach den Gl. (40) bzw. (48) berechnet werden; sie ist von gleicher Größe und entgegengesetzter Richtung wie die Feldstärke des ursprünglichen Feldes bei Abwesenheit des Ellipsoids. Im Innern ist die tatsächliche elektrische Feldstärke Null. Es ist gleichgültig, ob das Ellipsoid voll oder hohl ist.

Besteht das Ellipsoid, z. B. eine Kugelfläche, aus lauter schmalen Ringen, deren Achse die Rotationsachse ist, so bleibt, wenn die Ringe leitend verbunden sind, die Wirkung dieselbe, als ob die Oberfläche zusammenhängend wäre: im Innern tritt eine Feldstärke $\mathfrak{E}^i$ auf, die gleich der des äußeren Feldes ist. Trennt man sodann die leitenden Verbindungen zwischen allen einzelnen Ringen, so kann sich die Ladung eines Ringes nicht mehr ändern.

Bringt man nun das äußere Feld zum Verschwinden, so ist innen allein das von den Oberflächenladungen hervorgebrachte gleichförmige Feld vorhanden. Die Spannung der einzelnen Ringe ist dann eine lineare Funktion ihres Abstandes von der Äquatorialfläche. Erzeugt man auf jedem Ring eines solchen Ellipsoids die vorgeschriebene Spannung $U = const\, x$, so ist das Feld im Innern gleichförmig. Das durch zwei Erdplatten abgegrenzte Innere eines Rohres kann als der mittlere, zwischen zwei Niveauflächen gelegene Teil eines sehr langgestreckten Ellipsoids aufgefaßt werden. Nimmt die Spannung längs der Wandung des Rohrstückes linear zu, so herrscht im Innern ein gleichförmiges axiales Feld. Auf diese Weise lassen sich, wie Verf. gezeigt hat, ausgedehnte und gleichförmige elektrische Felder herstellen.

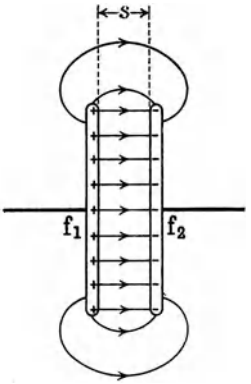
Viertes Kapitel.

Elektrische Kapazität.

Art. 20. Kapazität eines Plattenkondensators. Zwei Metallplatten von großem Durchmesser, die sich in geringem Abstande (s) gegenüberstehen, bilden einen Plattenkondensator (Fig. 18). Auf der Platte f_1 herrsche die (gegen Erde gemessene) Spannung U, auf der Platte f_2 die Spannung 0.

Man kann sich die Platten als kleine Ausschnitte aus zwei konzentrischen Kugelflächen vorstellen, deren Halbmesser sehr groß sind und sich nur wenig voneinander unterscheiden. Auf beiden Kugelflächen sind die Ladungen gleichmäßig verteilt. Das elektrische Feld zwischen den Platten wird — abgesehen vom Rande — ungeändert bleiben, wenn alle Teile der Kugelflächen — bis auf die Platten — entfernt werden. Zwischen den Platten herrscht also ein gleichförmiges, zu den Platten senkrechtes elektrisches Feld.

Fig. 18.



Da die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E} = U/s$ ist, so muß die absolute Verschiebung $\mathfrak{D} = \varepsilon U/s$ sein. Andererseits ist die absolute Verschiebung $\mathfrak{D}$ gleich der Flächendichte Q/F der Ladung.

Setzt man die beiden für die Verschiebung erhaltenen Ausdrücke einander gleich, so erhält man $Q = [\varepsilon F/s] \cdot U$. Der konstante eingeklammerte Faktor wird als Kapazität C des Kondensators bezeichnet. Sind z dielektrische Schichten von der Dicke s und der Fläche F vorhanden, so ist die Kapazität z-mal so groß als bei einer Schicht. Es ist also

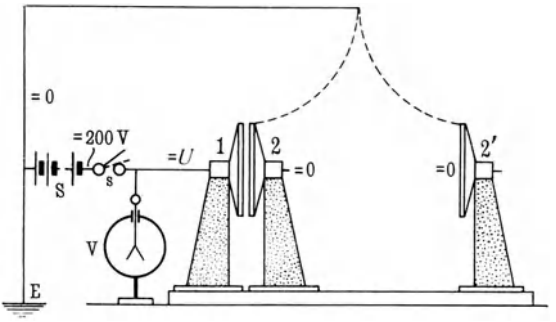
$$\text{Ladung } Q = \text{Kapazität } C \cdot \text{Spannung } U \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

$$\frac{z \cdot \varepsilon \cdot F}{s} = C = z \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot 0{,}0886 \frac{F}{[\mathrm{cm}^2]} \cdot \frac{1}{\frac{s}{[\mathrm{cm}]}} \mu\mu\,\mathrm{F} \quad . \quad . \quad (51)$$

Als Einheit der Kapazität benutzt man das Farad (F) oder das Mikrofarad (μF $= 10^{-6}$ F) oder das Mikromikrofarad ($\mu\mu$F $= 10^{-12}$ F).

Fig. 19 zeigt einen Versuch mit einem Plattenkondensator von veränderlicher Kapazität. Der isolierten Platte 1 wird bei nahe gegenüberstehender geerdeter Platte 2 eine bestimmte Ladung mitgeteilt; die Spannung ist $U = Q/C$. Darauf wird der Schalter s geöffnet, so daß Q konstannt bleibt, und die Platte 2 in die Stellung $2'$ überführt, so daß die Kapazität von 1 C', die Spannung von 1 U' wird. Es ist $U' = Q/C'$ und $U' > U$, weil $C' < C$. — Man kann den Versuch auch mit ganz einfachen Mitteln anstellen. Als Platte 1 kann eine wagerechte, auf drei Siegellackstangen gelagerte Blechplatte dienen; als Platte 2 eine in der Hand gehaltene Blechplatte, deren Hochheben einen großen Ausschlag des Elektrometers V bewirkt.

Fig. 19.



Die Kapazität eines Kondensators ist dem Rauminhalt einer Flasche vergleichbar. Die Ladung ist vergleichbar der Masse, die Spannung dem Druck eines Gases, mit dem die Flasche gefüllt ist.

Art. 21. Teilladung und Teilkapazität. In einer leitenden Hülle 0 seien zwei leitende Körper 1 und 2 angebracht. Die drei voneinander isolierten Körper seien mit drei Klemmen leitend verbunden (Fig. 20). Die von 1 und 2 ausgehenden Verbindungsdrähte seien so dünn, daß die auf ihnen sitzenden Ladungen gegen die auf den Körperflächen sitzenden Ladungen verschwindend klein sind.

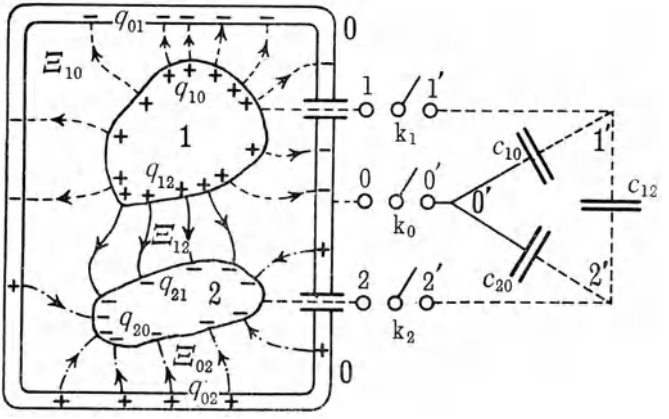
Die äußere Hülle 0 sei geerdet. Dann ist außerhalb der Hülle kein elektrisches Feld vorhanden. Das gesammte elektrische Feld im Innern besteht aus drei Verschiebungsflüssen, die zwischen 1 und 2, zwischen 0 und 2 und zwischen 1 und 0 übergehen. Jeder dieser Verschiebungsflüsse hat nicht dieselben, aber ähnliche Eigenschaften wie der gleichförmige zwischen zwei ebenen Kondensatorplatten übergehende Fluß. Der von 1 nach 0 übergehende Ver-

schiebungsfluß Ξ_{10} ist gleich dem Teile q_{10} der Gesamtladung von 1, von dem der Fluß ausgeht. Man bezeichnet q_{10} als Teilladung. Es ist

$$\Xi_{10} = +q_{10} = -q_{01}.$$

Ist die Spannung $u_{10} = 0$, so geht vom Körper 1 keine elektrische Kraftlinie aus, die in der Hülle 0 mündet, also auch keine Verschiebungslinie; dann ist der Verschiebungsfluß zwischen 1 und 0 gleich Null. Ist u_{10} positiv, so ist Ξ_{10} positiv; ist u_{10} negativ, so ist Ξ_{10} negativ. Es ist also wahrscheinlich, daß der Verschiebungsfluß Ξ_{10} proportional der Spannung u_{10} ist.

Fig. 20.



Ist der Verschiebungsfluß Ξ_{10} gleich der Teilladung q_{10} und proportional zur Spannung u_{10}, so muß auch q_{10} proportional u_{10} sein. Man bezeichnet das konstante Verhältnis q_{10}/u_{10} als Teilkapazität c_{10} des Körpers 1 gegen die Hülle und setzt $q_{10} = c_{10} \cdot u_{10}$.

Die gleichen Betrachtungen kann man für die beiden anderen Verschiebungsflüsse in der Hülle 0 der Fig. 20 anstellen und gelangt so zu den Sätzen

$$q_{10} = c_{10} \cdot u_{10},\ q_{12} = c_{12} \cdot u_{12},\ q_{20} = c_{20} \cdot u_{20} \quad . \quad . \quad (52)$$

Die Summe der auf einem Körper sitzenden Teilladungen muß gleich der Gesamtladung des Körpers sein, d. h. es ist

$$\left.\begin{aligned} Q_1 = q_{10} + q_{12},\ Q_2 = q_{20} + q_{21},\ Q_0 = q_{01} + q_{02}, \\ Q_1 + Q_2 + Q_0 = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (53)$$

Die letzte Gleichung ergibt sich daraus, daß außerhalb der geerdeten leitenden Hülle kein elektrisches Feld vorhanden sein kann.

Auf der rechten Seite der Fig. 20 sind drei Plattenkondensatoren gezeichnet, deren Kapazitäten gleich den Teilkapazitäten c_{10}, c_{12}, c_{20} sind. Die drei Klemmen k_1, k_0, k_2 verhalten sich gegen alle möglichen elektrischen Störungen in ganz gleicher Weise, ob sie mit dem Körper 1, der Hülle 0, dem Körper 2 oder ob sie mit den Zuleitungen 1′, 0′, 2′ zu den rechts gezeichneten Kondensatoren verbunden sind.

Art. 22. Die Messung von Teilkapazitäten ist in folgender Weise möglich.

1. Ist die Spannung $u_{12} = 0$ (Fig. 21), so ist nach den Gl. (53) und (52)

$$Q_1 = c_{10} \cdot u_{10}, \quad Q_2 = c_{20} \cdot u_{20}, \quad Q_0 = -c_{10} \cdot u_{10} - c_{20} \cdot u_{20}.$$

Fig. 21.

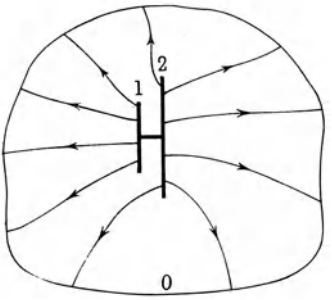
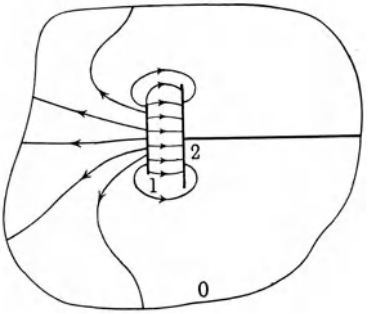


Fig. 22.



Die Gesamtladungen der leitend verbundenen Körper bzw. der Hülle sind, da $u_{10} = u_{20}$ ist:

$$Q_1 + Q_2 = (c_{10} + c_{20})u_{10} \quad \text{bzw.} \quad Q_0 = -(c_{10} + c_{20})u_{10}.$$

Zwischen den leitend verbundenen Klemmen 1 + 2 und der Klemme 0 liegt die meßbare Kapazität

$$C_{12} = c_{10} + c_{20} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

2. Ist $u_{20} = 0$ (Fig. 22), so ist

$$Q_1 = c_{10} \cdot u_{10} + c_{12} \cdot u_{12}, \quad Q_2 = -c_{12} \cdot u_{12}, \quad Q_0 = -c_{10} \cdot u_{10}.$$

Offenbar ist $u_{10} = u_{12}$, sodaß

$$Q_1 = (c_{10} + c_{12})u_{10} \quad \text{und} \quad Q_2 + Q_0 = -(c_{10} + c_{12})u_{10}.$$

Zwischen den leitend verbundenen Klemmen 0 + 2 und der Klemme 1 liegt die meßbare Kapazität

$$C_{20} = c_{10} + c_{12} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

3. Ist endlich $u_{10} = 0$, so liegt zwischen den leitend verbundenen Klemmen 1 + 0 und der Klemme 2 die meßbare Kapazität

$$C_{10} = c_{20} + c_{12} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (56)$$

Man nennt die Bedingungen 1, 2, 3, unter denen C_{12}, C_{20}, C_{10} gemessen sind, Betriebsbedingungen. Für die einzelnen Teilkapazitäten folgt aus den Gl. (54), (55) und (56) unter Einführung einer Hilfsgröße C

$$\left.\begin{aligned} C &= {}^1/_2\,[C_{12} + C_{10} + C_{20}], \quad c_{12} = C - C_{12}, \\ c_{10} &= C - C_{10}, \quad c_{20} = C - C_{20} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (57)$$

Die gemessene Größe C_{12} ist gleich der Kapazität der beiden Kondensatoren (c_{10}) und (c_{20}), wenn der Kondensator (c_{12}) kurz-

Fig. 23.

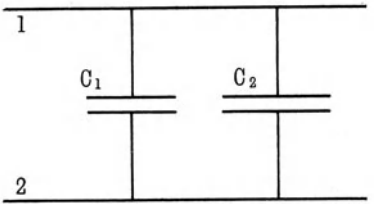
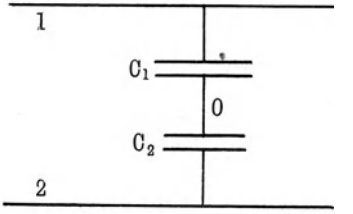


Fig. 24.



geschlossen ist. Man nennt dann die Kondensatoren (c_{10}) und (c_{20}) parallel geschaltet. Aus Gl. (54) folgt: Zwei parallel geschaltete Kondensatoren wirken wie ein Kondensator, dessen Kapazität gleich der Summe der Einzelkapazitäten ist.

Fig. 25.

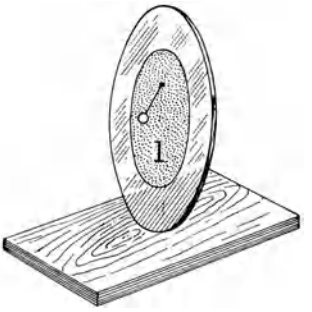


Fig. 23 zeigt zwei parallel, Fig. 24 zwei in Reihe geschaltete Kapazitäten C_1 und C_2. Letztere werden meistens so betrieben, daß die Verbindung O keine Ladung erhält. Dann sitzt auf der oberen Platte von C_1 die Ladung $+ Q$, auf der unteren die Ladung $- Q$. Die Gesamtkapazität C ist dadurch bestimmt, daß die Spannung $u_{12} = Q/C$ ist. Nun ist $u_{12} = u_{10} + u_{02} = Q/C_1 + Q/C_2$. Also: Zwei in Reihe geschaltete Kondensatoren, deren verbundene Belegungen zusammen keine Ladung enthalten, wirken wie ein Kondensator, dessen Kapazität C zu den einzelnen Kapazitäten C_1 und C_2 in der Beziehung steht

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (58)$$

Zwei nahe gegenüber gestellte Platten haben gegen die Laboratoriumswände geringe, gegeneinander große Kapazität. Dies zeigte am Ende des 18. Jahrhunderts Franklin, der Erfinder des Blitzableiters, amerikanischer Buchdrucker und Staatsmann, mit Hilfe der in Fig. 25 dargestellten Einrichtung. Bei abwechselnder Erdung der Belegungen nimmt die Spannung zwischen beiden Platten nur wenig ab.

Art. 23. Kapazität zweier paralleler Drähte. a) Nach Art. 13, c verhalten sich zwei dicke entgegengesetzt geladene parallele Drähte so, als ob ihre Ladungen in den „Ladungsachsen" (S_1 und S_2 in Fig. 14) säßen. Die Ladungen erzeugen im Abstande x von der Symmetrieebene gemäß Gl. (28) einzeln die Feldstärke $Q'/2\pi\varepsilon(1/2\,S \pm x)$. Die wirkliche im Abstande x von der Symmetrieebene erzeugte Feldstärke ist also

$$\mathfrak{E}_x = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\left\{\frac{1}{1/2\,S+x}+\frac{1}{1/2\,S-x}\right\}.$$

Die Summe aller Wegspannungen $\mathfrak{E}_x \cdot \mathrm{d}x$ zwischen den Punkten B_1 und B_2 ist

$$U_{B_1 B_2} = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\left| ln\frac{1/2\,S+x}{1/2\,S-x}\right|_{-(1/2\,A-R)}^{+(1/2\,A-R)} = \frac{Q'}{\pi\varepsilon}\,ln\frac{S+A-2R}{S-A+2R} \qquad (59)$$

Setzt man $Q' = Q/l$ und $Q/U = C$ und berücksichtigt Gl. (28b), so erhält man den ersten der nachstehenden Ausdrücke für die Kapazität C. Setzt man in diesem $l = \{l/[\mathrm{km}]\}\cdot 10^5\,\mathrm{cm}$, ferner $\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon/\varepsilon_0)$ und berücksichtigt Gl. (24), so erhält man den zweiten der für C gegebenen Ausdrücke (60). Die Kapazität zweier paralleler Drähte vom Halbmesser R ist, wenn A der Abstand der Drahtachsen, $\varepsilon/\varepsilon_0$ die relative Verschiebbarkeit des Dielektrikums ist,

$$\frac{l\pi\varepsilon}{ln\dfrac{A+\sqrt{A^2-4R^2}}{2R}} = C = \frac{l}{[\mathrm{km}]}\cdot\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\cdot\frac{0{,}01206}{lg\dfrac{A+\sqrt{A^2-4R^2}}{2R}}\,\mu\mathrm{F} \qquad (60)$$

b) Die Spannung zwischen B_1 und O ist halb so groß wie die Spannung zwischen B_1 und B_2. Mithin ist die Kapazität eines Drahtes vom Halbmesser R, dessen Achse in der Höhe h über einer leitenden Fläche, z. B. dem Erdboden liegt:

$$\frac{2l\pi\varepsilon}{ln\dfrac{h+\sqrt{h^2-R^2}}{R}} = C = \frac{l}{[\mathrm{km}]}\cdot\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\cdot\frac{0{,}02412}{lg\dfrac{h+\sqrt{h^2-R^2}}{R}}\,\mu\mathrm{F} \qquad (61)$$

c) Trägt die Länge l eines Drahtes die Ladung Q, so herrscht zwischen zwei Punkten A und B mit den Abständen r_A und r_B von der Drahtachse die Spannung

$$U_{AB} = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} ln \frac{r_B}{r_A}, \quad \text{worin} \quad Q' = \frac{Q}{l} \quad \cdots \quad (62)$$

die lineare Ladungsdichte ist.

Ist U_{12} die Spannung zwischen einem Volldraht vom Halbmesser R_1 gegen ein den Volldraht umschließendes gleichachsiges Rohr vom inneren Halbmesser R_2 (s. Fig. 97), so ist gemäß Gl. (62)

$$U_{12} = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} ln \frac{R_2}{R_1}, \quad \text{worin} \quad Q' = \frac{Q}{l}.$$

Nun ist Q/U_{12} die Kapazität. Es folgt der Satz: Die Kapazität zwischen den beiden Leitern eines gleichachsigen Kabels von der Länge l ist

$$\frac{2\pi l\varepsilon}{ln\frac{R_2}{R_1}} = C = \frac{l}{[\text{km}]} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{0{,}024\,12}{lg\frac{R_2}{R_1}} \mu\text{F} \quad \cdots \quad (63)$$

In Gl. (61) ist h der Abstand der Achse eines Drahtes von einer zum Draht parallelen leitenden Ebene. In Gl. (63) ist R_2 der Abstand der Achse eines Drahtes von einer den Draht umschließenden gleichachsigen Rohrwandung. Ist h/R groß gegen 1 und $R = R_1$ und $2h = R_2$, so hat die Kapazität in beiden Fällen den gleichen Wert.

Art. 24. Die Kapazität einer Kugel gegen eine andere bzw. gegen eine Ebene läßt sich streng nicht in so einfacher Weise berechnen wie die Kapazität zweier langer Drähte.

a) Wenn aber der Halbmesser R zweier Kugeln so klein gegen den Abstand A der Mittelpunkte ist, daß die Ladungen als gleichförmig verteilt anzusehen sind, dann ist die Berechnung einfach. Die positive Ladung $+Q$ der Kugel 1 ruft auf der Oberfläche der Kugel 1 die Spannung $U_{1,1} = Q/4\pi\varepsilon R$ hervor. Die Ladung $-Q$ der Kugel 2 ruft auf der Oberfläche von 1 die Spannung $U_{1,2} = -Q/4\pi\varepsilon(A-R)$ hervor. Die Spannung der Oberflächen von 1 bzw. 2 ist also

$$\frac{\pm Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{A-R}\right) \approx \frac{\pm Q}{4\pi\varepsilon R}\left(1 - \frac{R}{A}\right).$$

Es ist also die Spannung zwischen beiden Kugeln

$$U_{12} \approx \frac{Q}{2\pi\varepsilon R}\left(1 - \frac{R}{A}\right).$$

Die Kapazität einer Kugel gegen eine andere vom Abstand A hat, wenn der Halbmesser beider Kugeln R ist, den Wert

$$2\pi\varepsilon R\left(1+\frac{R}{A}\right) \approx C \approx \frac{1}{2\cdot 0{,}900}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{R}{[\mathrm{cm}]}\left\{1+\frac{R}{A}\right\}\mu\mu\mathrm{F} \qquad (64)$$

b) Die Spannung zwischen einer Kugel und der Spiegelebene ist halb so groß wie die Spannung zwischen einer Kugel und ihrem elektrischen Spiegelbilde. Die Kapazität ist also doppelt so groß. Die Kapazität einer Kugel vom Halbmesser R, deren Mittelpunkt in der Höhe h über einer leitenden Fläche liegt, ist

$$4\pi\varepsilon R\left(1+\frac{R}{2h}\right) \approx C \approx \frac{1}{0{,}900}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{R}{[\mathrm{cm}]}\left\{1+\frac{R}{2h}\right\}\mu\mu\mathrm{F} \qquad (65)$$

Die Kapazität ist, wenn R klein gegen $2h$ ist, einfach

$$C \approx 4\pi\varepsilon R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

c) Bringt man in die inmitten zweier Kugeln gelegene Symmetrie- oder Spiegelebene eine dünne leitende Platte, so wird nichts an dem Felde geändert, da die Ebene eine Niveaufläche ist. Entfernt man bei Anwesenheit der leitenden Platte die untere Kugel, so ändert sich das Feld oberhalb der Platte nicht: eine leitende Platte wirkt als Schirm gegen elektrische Felder. Sind beide Kugeln vorhanden, so trägt jedes Flächenelement $\mathrm{d}F$ der Platte auf beiden Seiten die gleiche entgegengesetzte Ladung. Ist nur eine Kugel vorhanden, so trägt jedes Flächenelement nur eine Art von Ladung, und zwar ist die Gesamtladung der (geerdeten) Fläche der Gesamtladung der Kugel entgegengesetzt gleich.

Art. 25. Unveränderliche Kondensatoren. 1. Eine der ältesten Kondensatorarten, die Leydener Flasche, ist in Fig. 26 dargestellt. Die beiden leitenden Flächen, die Belegungen, bestehen aus gewalztem Zinn (Stanniol), welches mit Eiweiß auf die Innen- und Außenseite einer zylindrischen Glasflasche geklebt ist. Mit der inneren Belegung ist eine Metallstange leitend verbunden, welche in der Achse der Flasche steht. Leydener Flaschen werden in ganz verschiedenen Größen hergestellt. Mit der Höhe nimmt in der Regel auch der Durchmesser, ebenso die Glasdicke und die Kapazität C zu.

Ist die Belegung

12 25 50 100 cm hoch,

so ist C etwa

600 1200 2500 5000 $\mu\mu$F.

2. Leydener Flaschen nehmen viel Platz in Anspruch und haben nur geringe Kapazität. Weit besser ist die Raumausnutzung in den von Schott & Gen. in Jena hergestellten Glasplattenkondensatoren (Fig. 27). Diese entstehen durch abwechselndes Übereinanderlegen eines dünnen Kupferbleches, einer Glasplatte, eines dünnen Bleches, einer Glasplatte usw. Die Bleche 1, 3, 5 usw. haben an einer Stelle seitliche Fahnen, die Bleche 2, 4, 6 usw. an einer anderen Stelle. Sämtliche Fahnen einer Art sind zusammengefaßt und mit der einen Klemme, sämtliche Fahnen anderer Art sind mit der anderen Klemme verbunden. Der ganze Kondensator wird mit einem schmelzbaren, nichtleitenden Stoff (am besten Paraffin) getränkt und dann in ein Holzkästchen eingeschlossen. Bei einer Kapazität von 10 000 $\mu\mu$F, wie sie die größten Leydener Flaschen haben, ist der Holzkasten so klein, daß man ihn noch in eine Tasche stecken kann. Die Kondensatoren sind für etwa 5000 Volt Spannung geeignet, während große Leydener Flaschen etwa 20 000 Volt vertragen.

Fig. 26.

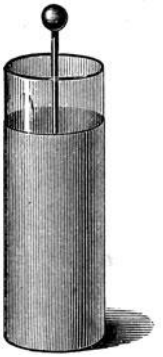
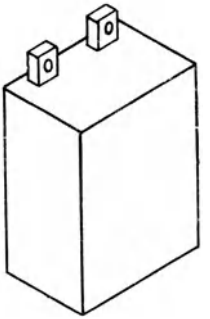


Fig. 27.



3. Glimmerkondensatoren (z. B. vom Wernerwerk, Berlin) sind in ganz ähnlicher Weise aufgebaut wie die beschriebenen Glasplattenkondensatoren.

4. Auf sehr einfache Weise erhält man eine Kapazität, indem man zwei parallele, etwa 10 m lange Enden dünnen, emaillierten Drahtes nebeneinander aufwickelt und jeden Draht mit einer Klemme verbindet. Solche Drahtkondensatoren für kleine Kapazitäten und Spannungen stellen die Norddeutschen Telephonwerke in Berlin her.

5. Papierkondensatoren haben meistens eine Kapazität von 2 000 000 $\mu\mu$F $=$ 2 μF und sind bis zu Spannungen von einigen 100 Volt geeignet. Sie werden in folgender Weise hergestellt. Ein etwa 12 m langer, 4 cm breiter Stanniolstreifen wird auf beiden Seiten mit dünnem, paraffiniertem Papier beklebt. Zwei solcher Streifen werden dann aufeinandergelegt und gerollt (Fig. 28), schließlich gepreßt und in einen eisernen Blechkasten gesteckt. Solche Konden-

satoren werden für Fernsprechzwecke von allen Telephonfabriken hergestellt.

6. Alle aus festen Stoffschichten aufgebauten Kondensatoren haben mehr oder weniger die unangenehme Eigenschaft des Rückstandes: Kurze Zeit nach einer Entladung stellt sich ihre Ladung von selbst wieder her. Frei von diesem Fehler sind Kondensatoren, deren isolierende Schichten aus Öl, Preßluft oder gewöhnlicher Luft bestehen. Solche Kondensatoren sind schwieriger herzustellen als

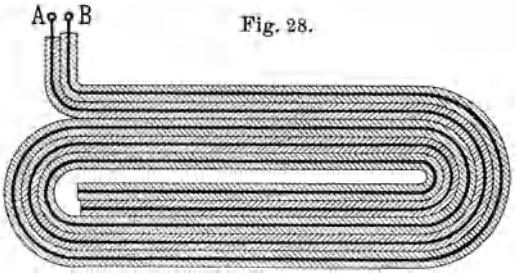


Fig. 28.

solche mit festen Isolierschichten, weil die beiden Plattensysteme durch eine besondere Konstruktion in fester Stellung zueinander gehalten werden müssen.

Einen sehr brauchbaren Ölkondensator hat Reuthe (Gesellschaft für drahtlose Telegraphie) konstruiert. Dünne Metallblechplatten erhalten mehrere eingedrückte kleine Wölbungen. Dann wird eine Glasplatte, eine Metallplatte, eine Glasplatte, eine Metallplatte usw. übereinandergeschichtet. Die Wölbungen dienen dazu, den Metallplatten einen größeren Abstand zu geben, als die dünnen Glasplatten allein es tun würden. Der ganze Kondensator wird in ein Gefäß eingeschlossen, in dem sich (elektrisch ausgekochtes) Transformatorenöl befindet.

7. Als Normalkondensatoren für Meßzwecke kommen nur Kondensatoren mit Luftschichten in Frage; feste Isolierstoffe sind wegen des Rückstandes, flüssige wegen der möglichen Veränderung von Leitfähigkeit und Verschiebbarkeit ausgeschlossen.

Luftkondensatoren werden meistens nach dem von Kiebitz angegebenen Prinzip gebaut. Jede Platte (Fig. 29) hat 3 (bzw. 4) enge und 3 (bzw. 4) weite Löcher. Durch jedes Loch ist (Fig. 30) eine Metallstange (Säule) hindurchgeführt. Die erste Platte wird dadurch in einer bestimmten Stellung zur dritten festgehalten, daß Metallrohrstücke auf die 3 (bzw. 4) Säulen geschoben werden, welche

die engen Löcher durchsetzen. Die gleichen Metallrohrstücke liegen zwischen der dritten und fünften Platte usw. Die zweite, vierte, sechste Platte usw. ist auf dieselbe Weise zu einem festen System verbunden. Wie werden nun beide Systeme in bestimmter Lage zueinander festgehalten? Dadurch, daß die 6 (bzw. 8) Säulen unten durch eine Platte aus einem isolierenden festen Stoffe geführt sind.

Als Stoff kann man Marmor verwenden, der nach dem Verfahren der Reichsanstalt behandelt worden ist. Im Vakuum wird Paraffin geschmolzen, darüber wird die Marmorplatte aufgehängt. Sodann wird die Platte ins Paraffin getaucht. Wird dann der Luft-

Fig. 29.

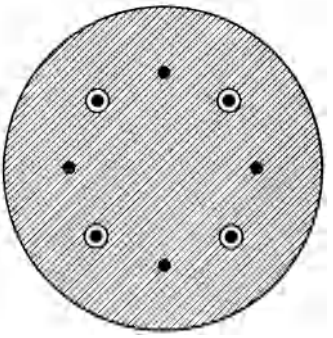
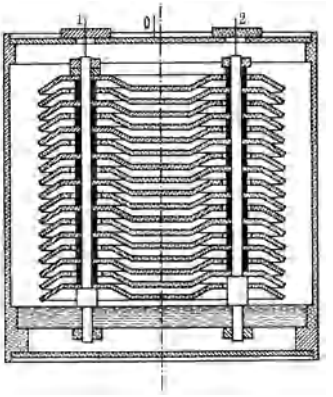


Fig. 30.



druck wieder hergestellt, so dringt das Paraffin in die Poren des Marmors ein, der sich nach dem Erkalten als ausgezeichneter Isolator erweist.

Ebene Platten verbiegen sich leicht. Frei von diesem Fehler sind gedrückte Platten mit ringförmigen Vertiefungen; hierauf hat Verfasser zuerst aufmerksam gemacht.

Art. 26. Drehkondensatoren beruhen auf folgendem, von Köpsel angegebenen Prinzip.

8. Die Fig. 31 und 32 stellen einen Drehkondensator mit zwei isolierten Systemen in leitender Hülle dar. Die Platten 1, 3, 5 usw. stehen fest, die Platten 2, 4, 6 usw. sind um die Achse 2 drehbar. Ist das geradzahlige, drehbare System ganz in das ungeradzahlige, feste hineingedreht, so ist die Kapazität c_{12} der beiden Systeme gegeneinander ein Maximum. Ist das drehbare System ganz aus dem festen herausgedreht, so hat die Kapazität c_{12} den sehr

Fig. 31.

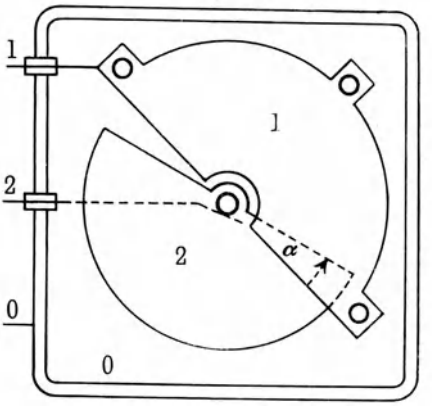


Fig. 32.

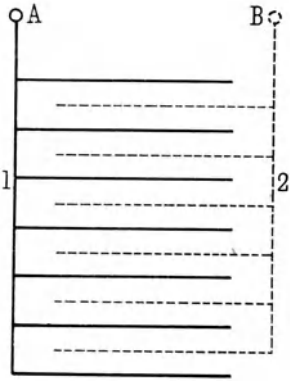


Fig. 33.

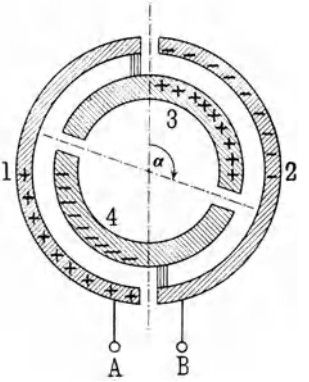
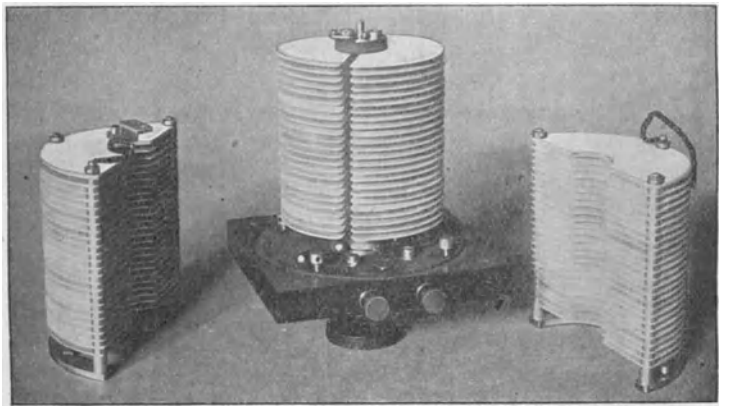


Fig. 34.



kleinen Wert $c_{12} = A$. Ist α der Winkel, um den das drehbare System aus dieser Anfangsstellung herausgedreht ist, kurz der Einstellwinkel, so ist in großer bzw. in grober Annäherung

$$c_{12} = A + B\alpha \quad \text{bzw.} \quad c_{12} = B\alpha \ldots\ldots \quad (67)$$

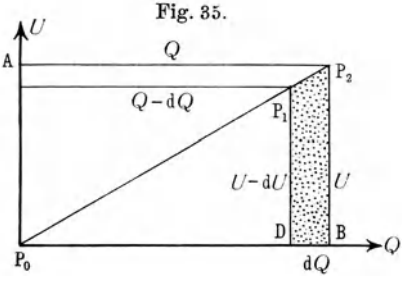
9. Schwieriger in bezug auf die Herstellung, aber vollkommener in bezug auf die Raumausnutzung und daher bei gleicher Kapazität kleiner sind Drehkondensatoren mit vier isolierten Systemen in leitender Hülle (Fig. 33 und 34). Die beiden Systeme 1 und 2 stehen fest, die beiden Systeme 3 und 4 sind drehbar; 1 ist mit 3, 2 mit 4 leitend verbunden, etwa durch je eine Schleifbürste. Die Kapazität ist bei gleichem Einstellwinkel α offenbar doppelt so groß, als wenn nur die Systeme 1 und 4 vorhanden wären.

Fünftes Kapitel.

Elektrische Feldenergie.

Art. 27. Energieinhalt eines geladenen Kondensators. In Fig. 35 steht die Höhe P_2B in Beziehung zur Spannung U, der Abstand P_2A in Beziehung zur Ladung Q eines Kondensators. Der Punkt P_2 bestimmt U und Q und damit den Ladungszustand des Kondensators.

Fig. 35.



Energie eines Kondensators.

Die Punkte P_0, P_1, P_2 usw., welche verschiedene Zustände desselben Kondensators darstellen, liegen alle auf einer geraden Linie, da nach Gl. (50) $Q = CU$, d. h. proportional zu U ist.

Um den Kondensator aus dem Zustand P_1 in den Zustand P_2 überzuführen, möge die kleine Ladung dQ von der negativen auf die positive Platte des Kondensators gebracht werden, also an einen Ort, dessen Spannung um U höher ist als am Ausgangspunkte. Dazu muß, gemäß Gl. (7), S. 5, an der Ladung dQ die Arbeit $dA = dQ \cdot U$ geleistet werden. Der Zahlenwert dieser Arbeit ist gleich dem Zahlenwert des Flächenstückes P_1P_2BD. Um den Kondensator aus dem Zustand P_0 in den Zustand P_2 überzuführen, ist also

eine Arbeit erforderlich, deren Zahlenwert gleich dem Zahlenwert der Fläche $P_0 P_2 B$ ist. Im Zustand P_0 enthält der Kondensator keine elektrische Energie. Im Zustand P_2 enthält er eine der Arbeit A gleiche Energie W. Es ist also der Energieinhalt eines Kondensators

$$W = {}^1/_2 Q U = {}^1/_2 C \cdot U^2 = {}^1/_2 Q^2/C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Setzt man in dem zweiten Ausdruck für W den Wert (51) der Kapazität C ein, so erhält man $W = {}^1/_2 U^2 \varepsilon F/s$. Nun ist $U = \mathfrak{E} \cdot s$, $\varepsilon \mathfrak{E} = \mathfrak{D}$ und $F \cdot s = V$. Mithin steckt im Volumen V eines gleichförmigen elektrischen Feldes die Feldenergie

$$W = {}^1/_2 \cdot \mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} \cdot V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

Werden die Spannungen u_{10} und u_{20} zweier in eine leitende Hülle eingeschlossener Körper (Fig. 20) verdoppelt, so vervierfacht sich die Energie jedes der drei elektrischen Teilfelder 1,0 und 1,2 und 0,2. Die gesamte von der geerdeten Hülle eingeschlossene Feldenergie ist

$$W = {}^1/_2 \{c_{10} \cdot u_{10}^2 + c_{12} \cdot u_{12}^2 + c_{20} \cdot u_{20}^2\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

Art. 28. Die auf geladene Körper wirkende Kraft. Die in einem beliebigen Felde auf punktförmige Ladungen ausgeübte Kraft ist einfach gleich Ladung mal Feldstärke (Gl. 1). Die von zwei punktförmigen Ladungen aufeinander ausgeübte Kraft ist durch das Coulombsche Gesetz (Gl. 27) gegeben. Ausgedehnte leitende Körper erfahren in einem beliebigen elektrischen Felde eine Kraft, die sich auf Grund folgender Überlegung angeben läßt.

Wird die Kapazität C eines Plattenkondensators durch Annäherung einer Platte an die andere um $\mathrm{d}C$ vermehrt, so tritt folgendes ein:

1. Sind die Platten ohne leitende Verbindung mit anderen Leitern, so bleibt die Ladung konstant, und der Energieinhalt $W = {}^1/_2 Q^2/C$ nimmt ab. Die Änderung ist $\mathrm{d}W_1 = -{}^1/_2 U^2 \cdot \mathrm{d}C$.

2. Sind die Platten zu einer Spannungsstufe parallel geschaltet, so bleibt die Spannung konstant, und der Energieinhalt $W = {}^1/_2 U^2 C$ nimmt zu, und zwar um $\mathrm{d}W_2 = {}^1/_2 U^2 \cdot \mathrm{d}C$.

Im Falle 1 ist von der bewegten Platte die mechanische Arbeit $\mathrm{d}A_1 = -\mathrm{d}W_1$ geleistet worden; durch die Annäherung kann auf Kosten der Feldenergie beispielsweise eine Feder gespannt werden.

Im Falle 2 ist von der gleich weit bewegten Platte die gleiche Arbeit wie im Falle 1 geleistet worden, da sowohl die Kraft, welche die Platte anzieht, als auch der Weg der Platte in beiden Fällen

gleich sind. Außerdem ist im Falle 2 eine Vermehrung der Feldenergie um $\mathrm{d}W_2$ eingetreten. Die Spannungsstufe muß also die elektrische Arbeit $U^2 \cdot \mathrm{d}C$ geliefert haben, eine Energiemenge, die der doppelten mechanischen Arbeit oder der doppelten Vermehrung der Feldenergie gleich ist.

Wird die mechanische Arbeit geleistet bei einer Parallelverschiebung aller Teile eines bewegten Körpers um die kleine Strecke $\mathrm{d}x$, oder bei einer Drehung des bewegten Körpers um den kleinen Winkel $\mathrm{d}\alpha$, so kann man für die Arbeit den Ausdruck $-P_x \cdot \mathrm{d}x$ oder $-M_\alpha \cdot \mathrm{d}\alpha$ setzen; P_x ist die in Richtung x wirkende Kraft, M_α ist das in Richtung α wirkende Drehmoment. Ist $\mathrm{d}W$ die bei einer Bewegung um $\mathrm{d}x$ oder bei einer Drehung um $\mathrm{d}\alpha$ auftretende Änderung der Feldenergie, so ist [1])

$$\text{die Kraft } P_x = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x}, \text{ das Drehmoment } M_\alpha = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\alpha} = D \cdot \alpha \quad (71)$$

Dem Drehmoment M_α ist der Ausschlagwinkel α proportional. Das Verhältnis M_α/α nennt man (Direktionskraft oder) Richtkraft D.

Art. 29. Elektrometer sind Instrumente, die zur Messung von Spannungen dienen und die Kräfte benutzen, welche ruhende

Fig. 36.

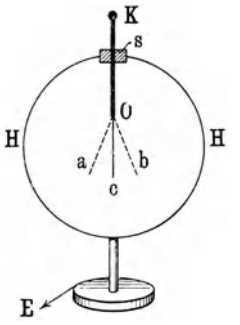


Fig. 37.

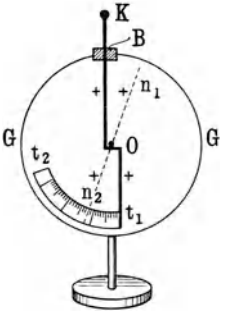
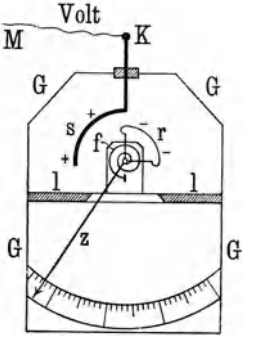


Fig. 38.



Ladungen aufeinander ausüben. In einer meist geerdeten leitenden Hülle sind 1, 2, 3 oder 4 isolierte Leiter angeordnet. Teile der Leiter oder ein Teil der Leiter sind beweglich.

[1]) Im Falle 1 sind die Ausdrücke (71) für P_x und M_α mit -1 zu multiplizieren. Da der Fall 2 weit häufiger ist, so ist nur das positive Vorzeichen angegeben.

a) Zu den Elektrometern mit einem isolierten Leiter gehören das Blättchenelektroskop (Fig. 36) und das Braunsche Elektrometer (Fig. 37), sowie das Elektrometer Fig. 38. Die elektrostatische Energie ist $W = {}^1/_2\, c_{10} \cdot u_{10}^2$, also ist

$$\mathrm{d}W/\mathrm{d}\alpha = D \cdot \alpha = {}^1/_2\,(\mathrm{d}c_{10}/\mathrm{d}\alpha)\, u_{10}^2$$

und der Ausschlag

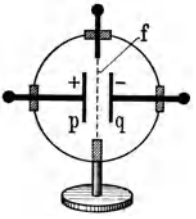
$$\alpha = \frac{1}{2D} \cdot \frac{\mathrm{d}c_{10}}{\mathrm{d}\alpha}\,(u_1 - u_0)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

b) Elektrometer mit zwei isolierten Leitern kann man nach dem Prinzip des in Fig. 31 dargestellten Drehkondensators ausführen. Um die Empfindlichkeit zu erhöhen, verwendet man vielfach mehrere Platten (Fig. 32) und bezeichnet dann das Instrument als Multicellularelektrometer. Es ist

$$\alpha = \frac{1}{2D} \cdot \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\alpha}\,(u_1 - u_2)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72\mathrm{a})$$

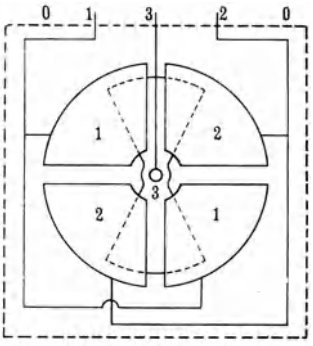
c) Elektrometer mit drei isolierten (darunter einem beweglichen) Leitern werden vielfach als Fadenelektroskop

Fig. 39.



Fadenelektroskop.

Fig. 40.



Quadrantelektrometer.

(Fig. 39) oder als Quadrantelektrometer (Fig. 40) ausgeführt. Für den Ausschlag erhält man bei geerdeter Hülle den Ausdruck

$$\alpha = \frac{1}{D} \cdot \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\alpha}\,(u_1 - u_2)\left(\frac{u_1 + u_2}{2} - u_3\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Ist u die zu messende Spannung, U eine bekannte Hilfsspannung, $C = (1/D) \cdot \mathrm{d}c/\mathrm{d}\alpha$ eine Gerätkonstante, so ergeben sich die Schaltungsmöglichkeiten I, II oder III (vgl. Fig. 40). Es ist

	$u_1 =$	$u_2 =$	$u_3 =$	Ablenkung
I	0	u	U	$\alpha \approx C U u$
II	$-U$	$+U$	u	$\alpha = 2 C U u$
III	u	0	0	$\alpha = \frac{1}{2} C u^2$
	0	u	u	

d) Am vollkommensten sind Elektrometer mit vier isolierten (darunter zwei beweglichen) Leitern. Sie sind den Vierfach-Drehkondensatoren (Fig. 33) ähnlich und werden vielfach als Binantelektrometer oder als Multicellularelektrometer ausgeführt. Der veränderliche Teil der elektrischen Feldenergie ist

$$W = \tfrac{1}{2}[c_{13} u_{13}^2 + c_{14} u_{14}^2 + c_{23} u_{23}^2 + c_{24} u_{24}^2].$$

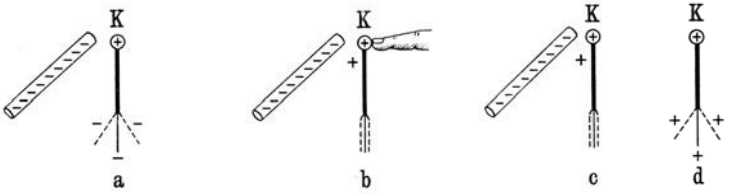
Für den Ausschlag erhält man also den Ausdruck

$$\alpha = \frac{1}{D} \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\alpha} (u_1 - u_2)(u_3 - u_4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Quadrant- und Binantelektrometer nach den Angaben von Dolezalek fertigt die Firma Bartels in Göttingen.

Art. 30. Ladung eines Elektrometers. Nähert man einen geriebenen Hartgummistab dem Knopf K eines Blättchenelektroskops

Fig. 41.



(Fig. 41 a), so beobachtet man ein Ausschlagen der Blättchen, obwohl gar keine Ladung auf das System übergegangen ist. Die negative Ladung der Oberfläche des Hartgummistabes zieht positive Elektrizität in den Knopf und treibt negative in die Blättchen. Entfernt man den Hartgummistab, so fallen die Blättchen wieder zusammen.

Nähert man abermals den Stab, so schlagen die Blättchen natürlich abermals aus. Berührt man nun den Knopf mit dem Finger (Fig. 41 b), so fallen die Blättchen zusammen, weil die negative Elektrizität durch den Finger zur Erde abfließt; dabei bleibt positive Ladung auf dem Knopf K und auf dem Finger.

Wenn man den Finger entfernt (Fig. 41 c), so bleibt diese positive Ladung zum Teil auf dem Knopf zurück.

Entfernt man jetzt auch den Hartgummistab (Fig. 41 d), so verteilt sich die positive Elektrizität auf das ganze System, die Blättchen schlagen aus und zwar infolge positiver Ladung.

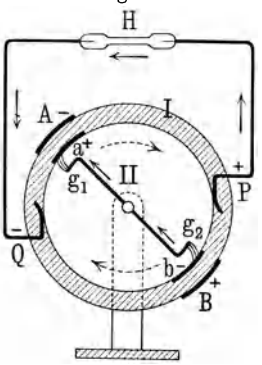
In einem ungeladenen Metallstück ist gleich viel positive und negative Elektrizität vorhanden. Durch Annäherung eines geladenen Körpers an das eine Ende des Metallstückes werden die beiden Elektrizitäten räumlich getrennt. Diesen Vorgang nennt man Influenz.

Sechstes Kapitel.

Versuche mit Elektrisiermaschinen.

Art. 31. Elektrisiermaschinen trennen dauernd positive Elektrizität von negativer. Auf einer feststehenden Hartgummischeibe *I* (Fig. 42) seien zwei metallische Belegungen *A* und *B* (z. B. aus Stanniol) angebracht. Durch Bestreichen mit einem geriebenen Hartgummistab sei $A-$, mit einem geriebenen Glasstab sei $B+$ geladen. Der festen Scheibe *I* ist eine zweite drehbare Scheibe *II* gegenübergestellt, welche ebenfalls mit zwei Belegungen (*a* und *b*) versehen ist. Ein Metalldraht $g_1 g_2$, der sogenannte Ausgleicher, steht fest und trägt an seinen Enden je eine Drahtbürste, welche an den Belegungen *a* und *b* anliegt. Hat *a* die in Fig. 42 gezeichnete Stellung, so wird $a+$, $b-$ geladen, und zwar durch Influenzwirkung der Belegungen *A* und *B*. Dreht man nun die Scheibe *II* im Sinne des beigesetzten Pfeiles ein wenig, so verlassen die Belegungen *a* und *b* die Bürsten g_1 und g_2 des Ausgleichers. Die auf *a* bzw. *b* befindlichen Ladungen können *a* und *b* jetzt nicht mehr verlassen. Wenn bei weiterer Drehung der Scheibe *II* die Belegung *a* mit der Schleifbürste *P*, die Belegung *b* mit der Schleifbürste *Q* in Berührung kommt, so wird $P+$, $Q-$ geladen. Die positive Ladung von *P* fließt nun auf dem Wege *PHQ* nach *Q* und neutralisiert die negative Ladung von *Q*. Wenn man zwischen

Fig. 42.



P und Q ein Glasrohr H einschaltet, aus welchem die Luft bis auf etwa 1 Proz. der ursprünglichen Luftmenge ausgepumpt worden ist, so leuchtet das vom Strome PHQ durchflossene Rohr H hell auf.

Dreht man die Scheibe II nun weiter, bis a und B, ferner b und A einander gegenüberstehen, so ladet sich $b+$, $a-$; bei weiterer Drehung geht die $+$-Ladung von b auf P über, die $-$-Ladung von a auf Q, es fließt wieder für kurze Zeit ein Leitungsstrom PHQ. Dreht man die Scheibe dauernd, so leuchtet bei jeder halben Umdrehung der Scheibe II das Rohr H einmal auf, ohne daß die ursprüngliche Ladung der Belegungen A und B abnimmt.

Die in Fig. 43 abgebildete Maschine ist erheblich vollkommener als die in Fig. 42 dargestellte, bisher besprochene. Auf der Platte II

Fig. 43.

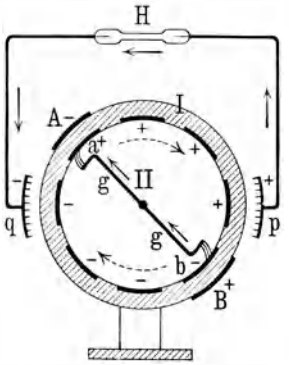
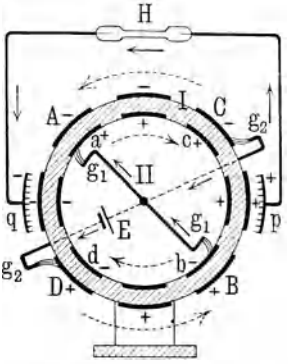


Fig. 44.



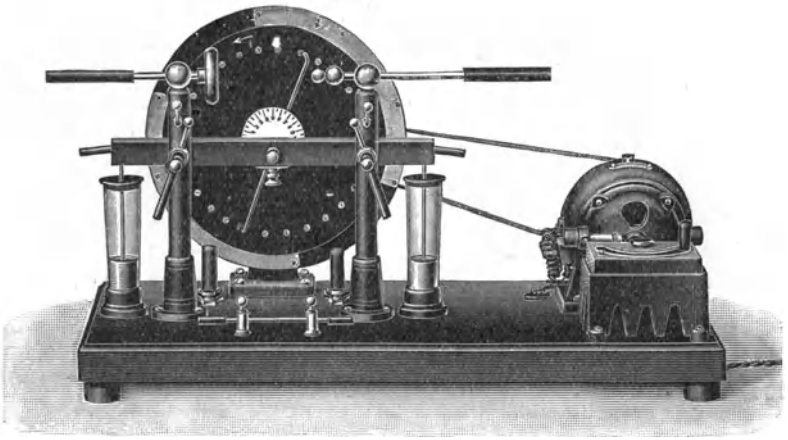
ist eine große Anzahl von Belegungen angebracht, die alle ebenso wirken wie a und b in Fig. 42. Der Stromstoß würde also viel öfter eintreten. Nun sind statt der Schleifbürsten P und Q zwei Spitzenkämme p und q angebracht. Tritt eine geladene Belegung einem solchen Spitzenkamm gegenüber, so geht die Elektrizität nicht plötzlich, sondern ganz langsam von der Belegung zum Spitzenkamm über. Die wirkliche Maschine wird also einen dauernden, annähernd konstanten Strom pHq erzeugen.

Noch vollkommener als die in Fig. 43 dargestellte Maschine ist die Whimshurstsche Elektrisiermaschine (Fig. 44). Die Wirkung der rechtsherum gedrehten Scheibe II ist genau dieselbe wie bei der in Fig. 43 dargestellten, bereits besprochenen Maschine. Dazu ist nötig, daß den beiden durch den Ausgleicher $g_1 g_1$ verbundenen Belegungen a und b entgegengesetzt geladene Belegungen A und B der Platte I gegenüberstehen. Dies kann nun so erreicht werden, daß auch die

Scheibe I drehbar gemacht wird, und zwar linksherum. Ein feststehender Ausgleicher $g_2 g_2$ ist um 90^0 gegen $g_1 g_1$ versetzt angebracht, und seine Enden werden durch die Spannungsstufe E dauernd entgegengesetzt geladen. E ladet die mit dem oberen Ende des Ausgleichers in Berührung stehende Belegung C negativ; nach einer Drehung der Scheibe I um 90^0 linksherum influenziert diese —-Ladung die gerade gegenüberstehende Belegung a von II. Bei dieser Anordnung geben beide Scheiben Ladungen an die Spitzenkämme p und q ab.

Die Elektrizitätsquelle E ist praktisch überflüssig, weil bei der Reibung der Ausgleicherbürsten bald auf Hartgummi, bald auf Metall

Fig. 45.



genügend Reibungselektrizität erzeugt wird, um z. B. die rechts oben stehende Belegung C einmal negativ zu laden. Steht diese —-Ladung links oben bei A, so wird die gegenüberliegende Belegung a von II durch Influenz positiv geladen. Ist die +-Ladung der Belegung a bei c angelangt, so wird die —-Ladung von C durch Influenz vermehrt. So verstärkt sich allmählich die Ladung der Belegungen von selbst.

Fig. 45 zeigt eine Elektrisiermaschine der Firma Wehrsen in Berlin.

Art. 32. Sitz der Ladung an der Oberfläche von Leitern. Fig. 46 zeigt eine isoliert aufgestellte Metallkugel, an der lange, schmale Papierstreifen befestigt sind. Wird der Metallkugel beispielsweise

positive Ladung zugeführt, so stellen sich die Papierbänder alle in Richtung der Kugelradien ein; die positiven Ladungen sitzen fast ganz an den freien Enden der Papierstreifen und stoßen einander ab.

Fig. 46.

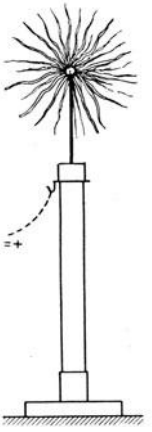
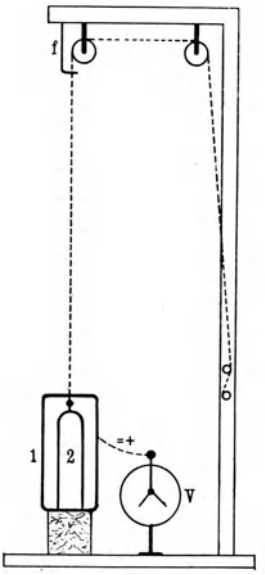


Fig. 47.



In Fig. 47 ist dargestellt, wie ein zylindrischer Metallkörper 2, der an einem Seidenfaden aufgehängt ist, in ein geladenes Gefäß 1 getaucht und sodann mit der geerdeten Feder f in Berührung gebracht werden kann. Auch bei oftmaliger Wiederholung dieses Vorgangs bleibt die Ladung von 1 ungeändert.

Die Ladungen eines Metallkörpers dringen also nicht in das Innere ein.

Art. 33. Flächendichte und Krümmung. Die beiden Metallkugeln 1 und 2 (Fig. 48) seien untereinander und mit dem positiven Pol einer Elektrisiermaschine leitend verbunden. Dann nimmt jede Kugel so viel Ladung auf, daß auf ihr die Spannung U des positiven Pols herrscht. Nach Gl. (26), S. 13, ist demnach in roher Annäherung $Q_1/r_1 = Q_2/r_2$ oder $\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2$ oder $\sigma_1/\varrho_1 = \sigma_2/\varrho_2$. Hierin sind σ_1 bzw. σ_2 die Flächendichten der Ladung, $\varrho_1 = 1/r_1$, und $\varrho_2 = 1/r_2$ die Krümmungen der Kugeln. Es ist also für einen Metallkörper

$$\sigma = const \cdot \varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

Die Flächendichte σ ist der Krümmung ϱ proportinal. Man kann dies mit Hilfe einer Probeplatte zeigen. Wird eine (an Seidenfäden aufgehängte) Probeplatte mit der Kugel 1 (bzw. 2) und sodann mit einem Elektroskop in Berührung gebracht, so erweist sich die Ladung viel größer im zweiten Falle als im ersten.

Verbindet man den einen Pol einer Elektrisiermaschine mit Erde, den anderen mit einem dicken Zylinder, neben dem ein sehr dünner Draht hängt (Fig. 49), so bemerkt man im Dunkeln, daß sich die

Oberfläche des dünnen Drahtes mit Glimmlicht bedeckt, nicht aber die Oberfläche des dicken Zylinders. Die Oberfläche des dünnen Drahtes ist so stark gekrümmt, daß die Flächendichte, die Verschiebung $\mathfrak{D}$ und die Feldstärke $\mathfrak{E}$ hier sehr groß werden. Ist die

Fig. 48.

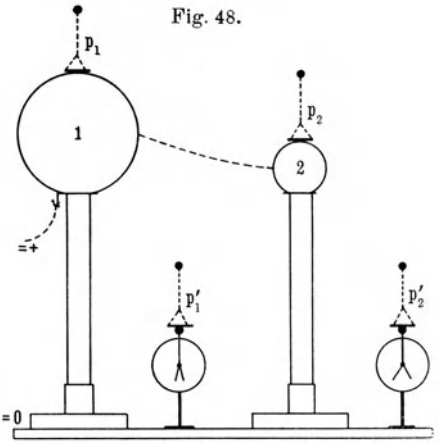
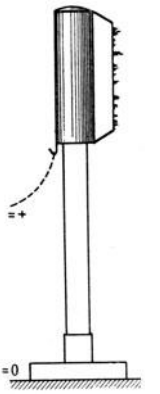


Fig. 49.



Feldstärke $\mathfrak{E}$ größer als etwa 30 000 Volt je Zentimeter, so verliert die Luft ihr Isolationsvermögen, sie wird leitend und leuchtend.

Fig. 50.

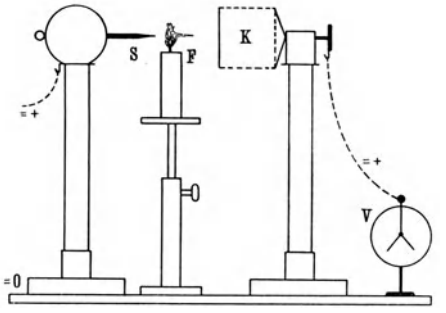
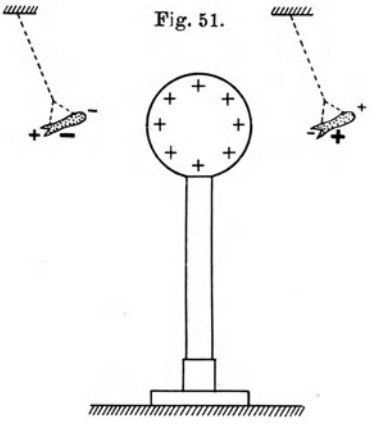


Fig. 51.



Von einer auf hoher Spannung befindlichen Spitze (Fig. 50) geht ein elektrischer Wind aus, der eine Flamme ablenkt oder ganz auslöscht und einen Gitterkäfig K gleichnamig auflädet.

Fische, aus ganz dünnem Blech geschnitten und an Seidenfäden aufgehängt, werden von einer geladenen Kugel stark angezogen, wenn sie der Platte das runde Kopfende zukehren. Kehren sie aber der Platte das spitze Schwanzende zu, so werden sie stark abgestoßen (Fig. 51).

Ein drehbares Rad (Fig. 52) mit seitlich abgebogenen Spitzen läßt von den Spitzen elektrischen Wind abfließen. Dabei erfahren die Spitzen eine Kraft, die der auf die Luftteilchen wirkenden Kraft entgegengesetzt ist. Das Rad gerät in schnelle Rotation.

Art. 34. Starke mechanische Kräfte zwischen Ladungen treten bei den folgenden Versuchen auf. Fig. 53 zeigt ein elektro-

Fig. 52.

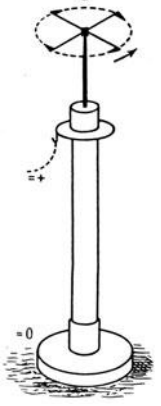


Fig. 53.

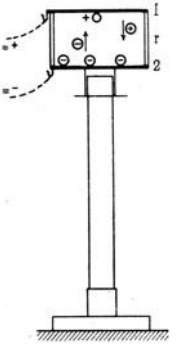
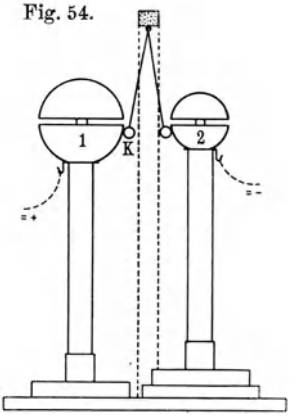


Fig. 54.



statisches Kugelspiel. Leichte, aus Hollundermark gefertigte Kugeln tanzen zwischen den entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten 1 und 2 auf und nieder.

Fig. 54 zeigt ein elektrostatisches Glockenspiel. Die Kugel K transportiert in regelmäßiger Folge positive Ladung von der Glockenschale 1 zur Glockenschale 2.

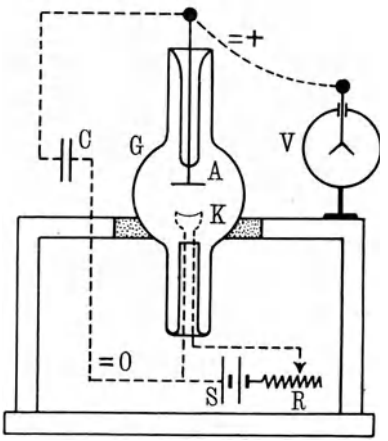
Art. 35. Verschiedene Arten des elektrischen Stromes. a) In Fig. 55 ist G ein Glasgefäß, in dem sich zwei Leiter befinden, die Elektroden genannt werden. Das Blech A wird Anode, der Wolframfaden K wird Kathode genannt. Das Glasgefäß ist vollkommen luftleer gepumpt. Die Kathode K kann mit Hilfe der Akkumulatoren S geglüht werden.

V ist ein Elektrometer, C ein Kondensator.

Wird die positiv geladene Kondensatorbelegung mit der Kathode K, die negativ geladene mit der Anode A verbunden, so bleibt die Ladung des Kondensators unverändert: es geht kein Strom durch das luftleere Glasgefäß. Dabei ist es gleichgültig, ob die Kathode K glüht oder nicht.

Wird die positiv geladene Kondensatorplatte mit der Anode A verbunden, so ist bei kalter Kathode der Strom ebenfalls Null. Bei glühender Kathode verschwindet die Ladung des Kondensators: die negative Ladung ist von der Glühkathode zur Anode gewandert. Man schreibt diesen Stromübergang kleinsten Teilchen der negativen Elektrizität, sogenannten Elektronen zu, die von K ausgestoßen nach A hinüberfliegen. Zwischen A und K befindet sich eine schnell aufwärts ziehende Wolke von Elektronen. Man bezeichnet den Strom zwischen K und A als Elektronenstrom im Vakuum, oder man sagt, von K gehen Kathodenstrahlen nach A über.

Fig. 55.



b) Der Leitungsstrom in Metallen beruht wahrscheinlich auch auf der Bewegung von Elektronen innerhalb des grobmaschigen Gitters, das die Metallatome bilden.

c) Während bei a) und b) die bewegte Elektrizität nicht mit Materie verbunden ist, ist bei den folgenden Stromarten die bewegte Elektrizität mit Materie verbunden. Geladene materielle Teilchen nennt man Ionen, wenn sie für sich bestehen, von anderen Teilchen abgesondert sind. Solche Ionen sind die Träger des elektrischen Stromes, wenn dieser Gase oder Flüssigkeiten durchschreitet. Ein solcher Ionenstrom kann durch eine Elektrisiermaschine in atmosphärischer Luft oder in verdünnten Gasen hervorgerufen werden. Ein solcher Ionenstrom fließt durch den menschlichen Körper, wenn der Finger eine auf positiver Spannung befindliche Kugel berührt.

d) Die Belegungen einer Elektrisiermaschine transportieren bei ihrer Drehung wahre Ladung und stellen daher einen Strom dar, der als wahrer Mitführungsstrom bezeichnet werden kann.

e) Dreht man eine zwischen zwei geladenen Kondensatorplatten befindliche Hartgummiplatte in ihrer Ebene, so drehen sich auch die scheinbaren Ladungen, die auf beiden Flächen zutage treten. Die Bewegung dieser Ladungen kann als scheinbarer Mitführungsstrom bezeichnet werden.

f) Änderung des elektrischen Verschiebungsflusses ist immer verbunden mit einem Strom, der Verschiebungsstrom genannt wird.

Es lassen sich demnach folgende Arten des elektrischen Stromes unterscheiden:

a) Elektronenstrom im Vakuum.
b) Leitungsstrom in Metallen.
c) Ionenstrom in ionisierten Gasen und Flüssigkeiten.
d) Wahrer Mitführungsstrom.
e) Scheinbarer Mitführungsstrom.
f) Verschiebungsstrom.
g) Molekularstrom.

Die letztgenannte Stromart bewirkt wahrscheinlich die magnetischen Erscheinungen im Eisen und wird im nächsten Abschnitt behandelt werden.

2. Abschnitt.

Das magnetische Feld.

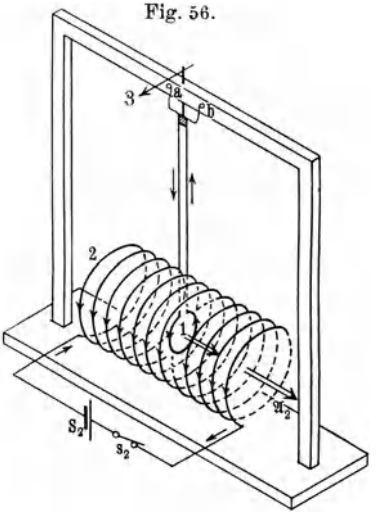
Siebentes Kapitel.

Magnetische Feldstärke und magnetische Spannung.

Art. 36. Drehspule im Magnetfeld. Im vorigen ersten Abschnitt dieses Buches ist gezeigt, daß ruhende elektrische Ladungen in ihrer Umgebung eine Wirkung hervorrufen, die als wirbelloses elektrisches Feld bezeichnet wird. Im beginnenden zweiten Abschnitt dieses Buches soll gezeigt werden, welche Wirkungen ein elektrischer Strom in seiner Umgebung hervorbringt.

Um diese Wirkungen zu erkennen, benutzen wir zunächst eine drehbar aufgehängte Spule 1 aus vielen Windungen dünnen besponnenen Kupferdrahtes, von denen in Fig. 56 der Deutlichkeit halber nur eine gezeichnet ist. Die Spule 1 ist durch zwei dünne Kupferdrähte an einer drehbaren Scheibe aufgehängt und mit den Klemmen einer Spannungsstufe leitend verbunden. Wird der Stromkreis geschlossen, so wird die aufgehängte Spule 1 von einem elektrischen Strome durchflossen; man stellt sich vor, daß positive Ladung sich in Richtung der eingezeichneten Pfeile bewege, also die durch ein Holzstäbchen sichtbar gemachte Achse $\mathfrak{A}_1$ der Spule 1 in entgegengesetztem Sinne wie der Uhrzeiger, d. h. in mathematisch positivem Drehsinn umkreise. An der drehbaren Scheibe, an welcher die Spule aufgehängt ist, ist ein Zeiger $\mathfrak{Z}$ angebracht. Wenn auf

Fig. 56.



die Spule kein Drehmoment wirkt, sind Zeiger $\mathfrak{Z}$ und Drehspulenachse $\mathfrak{A}_1$ parallel.

Die beschriebene Drehspule befindet sich nun in einem Raumteile, der von den Windungen einer aus dickem Kupferdraht hergestellten Spirale 2 umschlungen wird. Wenn der Schalter s_2 geschlossen wird, so treibt die Spannungsstufe S_2 einen starken elektrischen Strom durch die Kupferdrahtspirale 2, und zwar in Richtung der eingezeichneten Pfeile.

Die zur Aufhängung der Drehspule dienende Scheibe sei nun so eingestellt, daß Zeiger $\mathfrak{Z}$ und Achse $\mathfrak{A}_1$ zur Achse $\mathfrak{A}_2$ der Spirale senkrecht stehen, wenn beide Stromkreise 1 und 2 stromlos sind.

Wird einer der beiden Stromkreise geschlossen, so beobachtet man keinerlei Wirkung: $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{A}_1$ bleiben einander parallel und stehen beide senkrecht zur Achse $\mathfrak{A}_2$ der Spirale 2.

Werden aber beide Schalter s_1 und s_2 und damit beide Stromkreise geschlossen, so dreht sich die Drehspule und stellt sich so ein, daß ihre Achse $\mathfrak{A}_1$ nahezu mit der Achse $\mathfrak{A}_2$ der Spirale 2 gleichgerichtet ist.

Wir bezeichnen einen Raumteil, in dem eine stromdurchflossene Drehspule ein Drehmoment erfährt, als magnetisches Feld. Der Raumteil innerhalb einer stromdurchflossenen Drahtspirale ist also ein magnetisches Feld. Allgemeiner: ein elektrischer Strom erzeugt in seiner Umgebung ein magnetisches Feld. Das magnetische Feld in einem kleinen Raumteil ist gekennzeichnet durch Betrag und Richtung der in dem kleinen Raumteil herrschenden magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$. Als Richtung einer Feldstärke sehen wir die Richtung an, in welche sich die Achse ($\mathfrak{A}_1$) einer Drehspule einzustellen sucht.

Über den Betrag einer Feldstärke können wir uns ein Urteil bilden, indem wir den elektrischen Strom messen, der die Feldstärke erzeugt, und die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in Beziehung setzen zur Stärke I_2 dieses Stromes sowie zur Lage aller Teile des Stromleiters 2.

Art. 37. Magnetnadel im Magnetfelde. Ein Streifen gehärteten, blanken Stahlbleches sei durch Anlassen (Erhitzen) blau gefärbt. Um die beiden Enden des Streifens unterscheiden zu können, entfernt man die Blaufärbung der einen Hälfte durch Reiben mit Schmirgelpapier. Der Streifen ist in seiner Mitte auf einer Spitze gelagert, so daß er sich um eine senkrechte Achse, also in einer horizontalen Ebene leicht drehen kann.

Schiebt man den Stahlstreifen durch das starke magnetische Feld, das im Innern einer stromdurchflossenen Drahtspirale herrscht, so ist der Streifen verändert, magnetisiert worden. Legt man ihn wieder auf die Spitze, so entsteht eine Magnetnadel (siehe die Fig. 57 und 58).

Schiebt man zwei Stahlstäbchen nacheinander mit dem blaugefärbten Ende voran durch eine stromdurchflossene Spule, so zeigen sie folgende Eigenschaften: die beiden blauen Enden stoßen einander ab, ebenso die beiden weißen Enden; dagegen zieht das blaue Ende eines Stäbchens das weiße Ende des anderen Stäbchens an. Zur Erklärung dieser Erscheinung hat man eine Annahme gemacht, die zwar

Fig. 57.

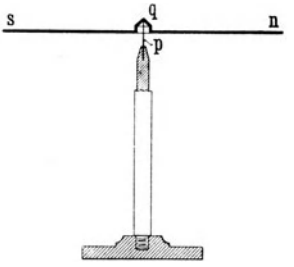
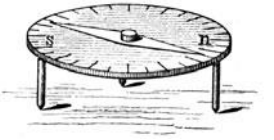


Fig. 58.



heute nicht mehr als zutreffend angesehen wird, aber wegen ihrer historischen Bedeutung Erwähnung verdient. Man hat angenommen, das blaugefärbte „Nordende“ der magnetisierten Stäbchen sei mit einem unwägbaren Stoff, mit nordmagnetischer Menge, das weiße „Südende“ sei mit südmagnetischer Menge bedeckt. Das Verhalten der Stäbchen gegeneinander hat man demnach durch den Satz beschrieben: „gleichartige Magnetmengen stoßen einander ab, ungleichartige ziehen einander an“.

Eine Magnetnadel verhält sich im Magnetfelde genau so wie eine stromdurchflossene Drehspule. Es liegt also die (von Ampère aufgestellte) Annahme nahe, daß ein magnetisierter Stahlstab ebenfalls Träger eines elektrischen Stromes sei, und zwar eines Stromes, der ihn umkreist und ohne äußere Spannungsstufe aufrecht erhalten wird.

Art. 38. Magnetische Feldlinien. Ein sehr anschauliches Mittel zur Prüfung von (nicht zu schwachen) magnetischen Feldern besteht im folgenden. Man bringt in das Feld ein mit Eisenfeilspänen bestreutes Kartonblatt und erschüttert dieses: dann ordnen sich die Feilspäne in Kurven an. Eine Magnetnadel stellt sich überall in die Richtung dieser Feilspankurven ein. Ein solches Kurvenbild ist in Fig. 91 wiedergegeben.

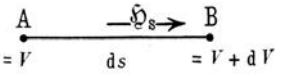
Man denkt sich den Raumteil, in welchem ein magnetisches Feld herrscht, von Linien durchzogen, die Feldlinien heißen und dadurch bestimmt sind, daß in jedem Punkte des Feldes die Feldlinie von der Feldstärke streifend berührt wird. Die Feilspankurven verlaufen annähernd so wie die Feldlinien.

Ordnet man eine stromdurchflossene Spule und ein Kartonblatt so an, daß die Spulenachse in der Ebene des Kartonblattes liegt, so haben die Feilspankurven, also auch die Feldlinien etwa den in Fig. 75, S. 66 dargestellten Verlauf. In der Mitte der Spule ist die Feldliniendichte, also auch die Feldstärke annähernd gleichförmig.

Die Neigung der Feilspäne, im magnetischen Felde Ketten zu bilden, hat man in folgender Weise erklärt. Jedes Spänchen wird im Felde zu einem Magneten, dessen Nordpol mit dem Südpol des folgenden durch eine starke mechanische Kraft verbunden ist.

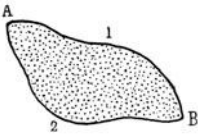
Art. 39. Magnetische Spannung. Zwischen den Punkten A und B (siehe Fig. 59) liegt das Wegstück ds des Weges s. Die

Fig. 59.



Die Spannungsänderung dV ist negativ.

Fig. 60.



Komponente der magnetischen Feldstärke in Richtung des Wegstückes sei $\mathfrak{H}_s$ und habe für alle Punkte des kleinen Wegstückes gleiche Größe. Man bezeichnet das Produkt $\mathfrak{H}_s \cdot ds$ aus Feldstärkenkomponente und Wegstück als magnetische Wegspannung. In Fig. 59 ist dV negativ, so daß die Wegspannung des Anfangspunktes A gegen den Endpunkt B den positiven Wert hat

$$-dV = \mathfrak{H}_s \cdot ds, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

während die Wegspannung des Endpunktes B gegen A dagegen $dV = -\mathfrak{H}_s \cdot ds$ ist. Zwischen den Punkten A und B eines beliebigen magnetischen Feldes liege ein Weg, dessen kleine Stücke 1, 2, 3 die Eigenschaft haben, daß in ihrem Bereich die Feldstärkenkomponente konstant ist. Man bezeichnet dann als Wegspannung die Summe

$$V_{AB} = \mathfrak{H}_{s_1} \cdot ds_1 + \mathfrak{H}_{s_2} \cdot ds_2 + \mathfrak{H}_{s_3} \cdot ds_3 + \ldots \quad (2)$$

Bildet man die Wegspannung für einen in sich geschlossenen, d. h. zum Ausgangspunkte zurückführenden, Weg, so erhält man die Umlaufspannung.

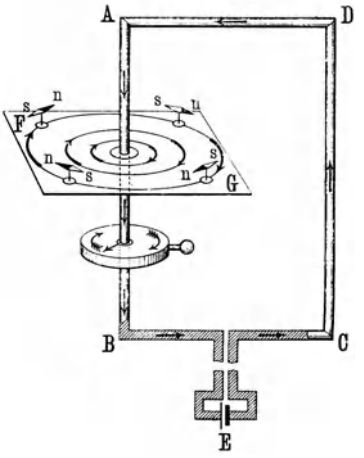
Wirbelfreie magnetische Felder haben folgende Eigenschaft. Für alle Wege, die innerhalb eines wirbelfreien magnetischen Feldes liegen und dieselben Punkte A und B verbinden, hat die magnetische Wegspannung den gleichen Wert. Dieser vom Wege unabhängige Wert der Wegspannung heißt magnetische Spannung. Liegt die Fläche $A\,1\,B\,2$ der Fig. 60 ganz innerhalb eines wirbelfreien Feldes, so sind die längs 1 bzw. 2 berechneten Wegspannungen gleich, es ist $V_{A1B} = V_{A2B}$. Nun ist $V_{A2B} = -V_{B2A}$. Es ist also die magnetische Umlaufspannung $(V_{A1B} + V_{B2A} =) V_u$ in wirbelfreien Feldern gleich Null.

In jedem beliebigen Punkte eines wirbelfreien Feldes ist die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}_s$ nach Gl. (1) gleich dem Spannungsgefälle $-\mathrm{d}V/\mathrm{d}s$, es ist

$$\mathfrak{H} = -\mathrm{d}V/\mathrm{d}s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Art. 40. Erstes Grundgesetz. Ein elektrischer Strom erzeugt in seiner Umgebung ein magnetisches Feld (vgl. Art. 36). Kommt der elektrische Strom vom Zifferblatt einer Uhr, so umschlingen die magnetischen Kraftlinien den Strom in einer Richtung, die dem Drehsinne des Uhrzeigers entgegengesetzt, also mathematisch positiv ist.

Fig. 61.



Die magnetische Umlaufspannung V_u längs der Begrenzung einer z-mal vom elektrischen Strome I durchstoßenen Fläche (z. B. der Fläche FG in Fig. 61) ist

$$\boxed{V_u = zI = \Theta} \quad \ldots (4)$$

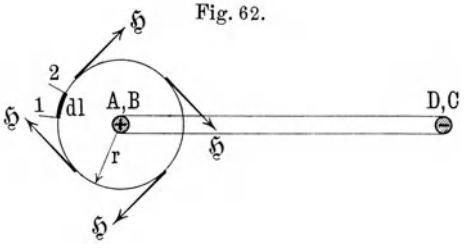
Man bezeichnet Θ als elektrische Durchflutung der Fläche.

Dieser Satz umfaßt so zahlreiche Erscheinungen, daß er mit Recht als erstes Grundgesetz der Elektrizitätslehre bezeichnet wird.

Beispiel 1: Langer gerader Draht. In Fig. 61 hat die nähere Umgebung der Mitte des Leiters AB die Eigenschaft, daß alle übrigen Teile der Stromschleife $ABCD$ weit entfernt sind. Daher wird die Feldstärke im wesentlichen nur von dem Strome im

Leiter AB erzeugt. Sie wird also den Leiter in Kreisen umschlingen. In Fig. 62 ist ein solcher Kreis oder magnetischer Wirbel dargestellt. Der Strom durchstößt die Zeichnungsebene von oben nach unten.

Fig. 62.



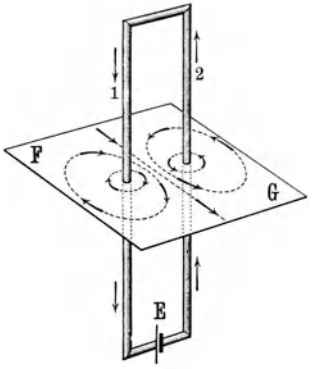
In diesem Falle ist das Produkt $\mathfrak{H} \cdot \mathrm{d}l$ für alle gleichen Teile $\mathrm{d}l$ des Kreisumfangs l konstant, es ist also die Umlaufspannung einfach $\mathfrak{H} \cdot l$. Hieraus und aus Gl. (4) folgt:

$$\mathfrak{H} = z \cdot I/l = z \cdot I/2\pi r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Ist $z = 1$, $I = 10$ Ampere, $l = 5$ cm, so ist $\mathfrak{H} = 2$ Ampere je Zentimeter oder $\mathfrak{H} = 2$ A/cm.

Art. 41. Wirbelhaltiges und wirbelfreies Feld. In Fig. 63 ist das magnetische Feld eines langen schmalen Stromrechtecks dargestellt. Bestreut man die Kartonfläche $F\,G$ mit Eisenfeilspänen, so tritt der Kraftlinienverlauf deutlich hervor.

Fig. 63.



Zwischen den Begrenzungen der in Fig. 61 und in Fig. 63 gezeichneten Flächen $F\,G$ besteht ein tiefgehender Unterschied.

a) Taucht man die in Fig. 63 dargestellte Anordnung in eine Holzkiste, so daß das Kartonblatt $F\,G$ den Deckel bildet, so liegt der Rand des Kartonblattes mitsamt den Brettern, die die Seitenwände und den Boden der Kiste bilden, in einem Raume, der keine elektrischen Ströme enthält. Das Holz der Seitenwände und des Bodens der Kiste bildet einen einfach zusammenhängenden Raum: in dem Holze ist keine in sich geschlossene elastische Linie denkbar, die sich nicht durch Verschiebung und Verkürzung ihrer Teile ohne Zerreißung zu einem Punkte zusammenziehen ließe.

Einen einfach zusammenhängenden Raumteil, der keine elektrischen Strombahnen enthält, nennt man ein wirbelfreies magnetisches Feld. Im wirbelfreien Felde ist die Umlaufspannung längs beliebiger, in sich geschlossener Wege gleich Null.

b) Den Rand des Kartonblattes FG in Fig. 61 kann man auf keine denkbare Weise in einen einfach zusammenhängenden Raum hineinbringen, ohne daß dieser Raum irgendwo einen Teil der Strombahn $ABCD$ enthält. Der Rand des Kartonblattes FG liegt also nicht in einem wirbelfreien Felde, sondern in einem wirbelhaltigen Felde.

Denkt man sich das ganze Rechteck $ABCD$ der Fig. 61 in eine flache Holzkiste verpackt, so ist der Raum außerhalb der Holzkiste einfach zusammenhängend und frei von Strombahnen, also wirbelfrei. Man kann ein wirbelhaltiges Feld in wirbelfreie und wirbelhaltige Raumteile zerlegen. Diese Zerlegung ist bis zu einem gewissen Grade willkürlich.

Art. 42. Das erste Grundgesetz in der Maxwell-Hertzschen Form. Bildet man die Umlaufspannung V_u längs der Begrenzung einer großen Fläche F, so gilt das Gesetz (4) nur dann, wenn der elektrische Strom konstant oder langsam veränderlich ist. Der englische Mathematiker Maxwell und der deutsche Physiker Heinrich Hertz haben gezeigt, daß man die Fläche F immer so klein wählen kann, daß das Gesetz auch für sehr schnell veränderliche Ströme gilt. Bei sehr kleiner Fläche ist die Umlaufspannung längs der Begrenzung verschwindend klein. Gl. (4) würde also zwei verschwindend kleine Größen gleichsetzen. Man kann diesen Übelstand vermeiden, indem man das erste Grundgesetz in der Form ausspricht: die Flächendichte V_u/F der magnetischen Umlaufspannung hat gleiche Richtung und Größe wie die Stromdichte $\mathfrak{c}$, es ist also

$$V_u/F = \mathfrak{c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Für die Flächendichte der Umlaufspannung ist auch die Bezeichnung „magnetischer Wirbel“, sind die Symbole „rot $\mathfrak{H}$“ oder „curl $\mathfrak{H}$“ in Gebrauch. In den Art. 80 und 81 wird die Bedeutung der Flächendichte näher erläutert werden.

Achtes Kapitel.

Das magnetische Feld von Spulen.

Art. 43. Berechnung von Feldstärken nach dem ersten Grundgesetz. Im Art. 40 ist bereits ein Beispiel für die Anwendung des ersten Grundgesetzes gegeben: es ist die Feldstärke in der Nähe eines langen geraden Drahtes berechnet worden.

Beispiel 2: Ringspule. Die einzelnen Teile der in Fig. 64 dargestellten Ringspule sind völlig gleichwertig. Magnetische Feldlinien können also nirgends austreten und müssen in Kreisen verlaufen, die ganz im Innern der Ringspule liegen. Ist l der mittlere, Umfang, z die Windungszahl und

Fig. 64.

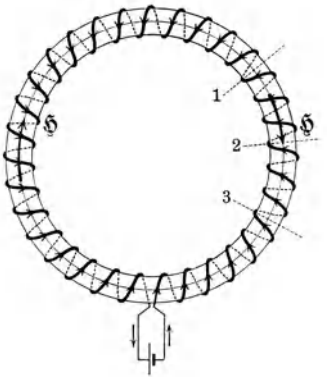
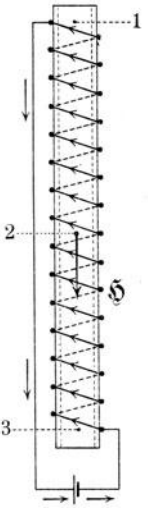


Fig. 65.



I die Stromstärke einer Ringspule, so wird eine Kreisfläche, deren Rand im Spuleninnern liegt, z-mal vom Strome I durchstoßen. Die Umlaufspannung ist $\mathfrak{H} \cdot l = zI$. Also ist die magnetische Feldstärke im Innern einer Ringspule

$$\mathfrak{H} = zI/l = \mathfrak{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Man bezeichnet $\mathfrak{a}$ als Strombelag. Im Außenraume ist die Feldstärke Null.

Beispiel 3: Lange gerade Spule. Für ein Stück der Ringspule (Fig. 64), beispielsweise für das zwischen den beiden Querschnitten 1 und 3 liegende, hat der Strombelag $\mathfrak{a}$ denselben Wert wie für alle

übrigen Teile der Ringspule. In der Mitte dieses Stückes, also im Querschnitt 2, bleibt die Feldstärke praktisch ungeändert, wenn man alle außerhalb des Stückes 1, 2, 3 liegenden Teile der Ringspule entfernt und das Stück 1, 2, 3 geradebiegt. Die Feldstärke wird dabei um so weniger geändert, je kleiner der Querschnitt, je größer der Umfang der Ringspule war. Daher gilt für das Innere einer langen geraden Spule (Fig. 65) ebenfalls die Gl. (7): $\mathfrak{H} = \mathfrak{a}$.

Beispiel 4: Volldraht und Rohr. a) Fließt ein elektrischer Strom in den Wandungen eines Rohres parallel zur Rohrachse, so sind im Innern des Rohres Umlaufspannung und (da es nur in sich geschlossene magnetische Feldlinien gibt) magnetische Feldstärke gleich Null.

b) Wird ein Volldraht mit dem Durchmesser $2R$ vom Strome I durchflossen, so ist die Stromdichte $\mathfrak{c} = I/\pi R^2$. Für eine Kreisfläche vom Durchmesser $2r$, deren Achse mit der Drahtachse zusammenfällt, ist die Umlaufspannung $\mathfrak{H} \cdot 2\pi r$, die Flächendichte der Umlaufspannung $2\mathfrak{H}/r$. Nach Satz (6) ist $2\mathfrak{H}/r = \mathfrak{c}$, also ist die Feldstärke $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_i$ im Innern eines Volldrahtes

$$\mathfrak{H}_i = {}^1/_2 r\mathfrak{c} = Ir/2\pi R^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

c) An der äußeren Oberfläche eines Volldrahtes oder eines Rohres ist $\mathfrak{H} \cdot 2\pi R = I$, also in Übereinstimmung mit (8)

$$\mathfrak{H}_R = I/2\pi R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

d) Für äußere Punkte im Abstand r von der Achse eines Volldrahtes oder eines Rohres gilt in Übereinstimmung mit den Gl. (5) und (9) die Beziehung $\mathfrak{H}_a = I/2\pi r$. Vgl. Art. 64.

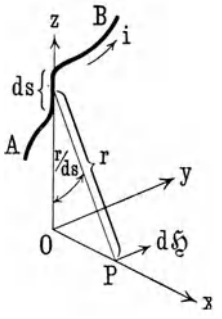
Beispiel 5: Bandförmige Stromleiter. Fließt der elektrische Strom in der Längsrichtung eines Kupferblechstreifens, dessen Breite b sehr klein gegen die Länge, sehr groß gegen die Dicke des Streifens ist, so muß die Feldstärke dicht außerhalb des Streifens konstant sein, die Feldlinien müssen hier parallel zur Oberfläche und senkrecht zur Längsrichtung des Streifens verlaufen. Es ist also $\mathfrak{H} \cdot 2b = I$.

Durchfließt der Strom I zwei dicht nebeneinander liegende Streifen von der Breite b in entgegengesetzter Richtung, so ist die Umlaufspannung, um den Doppelstreifen herum gemessen, gleich Null. Mißt man die Umlaufspannung längs eines Weges, der nur einen der beiden Leiter umschlingt, so ist $\mathfrak{H} \cdot b = I$. Es ist also die magnetische Feldstärke

$$\left.\begin{array}{l} \text{am einfachen Streifen } \mathfrak{H} = I/2b \\ \text{zwischen zwei Streifen } \mathfrak{H} = I/b \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Art. 44. Das Gesetz von Laplace (Biot-Savart) lautet: Das Stück ds eines den Strom I führenden Leiters liefert zur magnetischen Feldstärke in der Entfernung r vom Leiterstück den Beitrag

Fig. 66.



$$d\mathfrak{H} = I \cdot ds \cdot \sin(r, ds)/4\pi r^2 \quad . \quad . \quad (11)$$

Hierin bedeutet (r, ds) den Winkel zwischen dem Leiterstück ds und der Richtung der Entfernung r.

Um die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in dem untersuchten Punkte P (Fig. 66) zu erhalten, muß man die einzelnen Beiträge $d\mathfrak{H}$ der ganzen, immer in sich geschlossenen Strombahn zusammenfassen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß der einzelne Beitrag $d\mathfrak{H}$ zur wirklichen Feldstärke $\mathfrak{H}$ immer zu der durch ds und r gelegten Ebene senkrecht steht.

Art. 45. Berechnung von Feldstärken auf Grund des Gesetzes von Laplace. Für die Feldstärke in der Umgebung eines langen geraden Drahtes erhält man nach dem ersten Grundgesetz und nach dem Gesetz von Laplace die gleichen Werte. Dasselbe gilt für alle anderen Fälle, vorausgesetzt, daß die Stromstärke sich nicht zu schnell mit der Zeit ändert.

Beispiel 6: Mittelpunkt eines Stromringes. Für alle Punkte auf der Achse eines Stromringes (Fig. 67) ist offenbar Winkel $(r, ds) = 90^0$. Für alle Achsenpunkte ist also $d\mathfrak{H} = I \cdot ds/4\pi r^2$. Im Mittelpunkt eines Stromringes stehen alle Beiträge $d\mathfrak{H}$ senkrecht zur Ringfläche, ist also die wirkliche Feldstärke

Fig. 67.

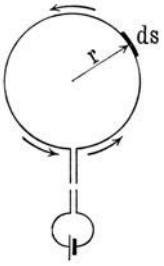
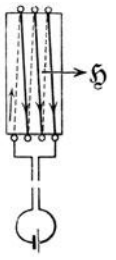


Fig. 68.



$$\mathfrak{H} = I/2r \text{ bzw. } \mathfrak{H} = Iw/2r \quad (12)$$

Der zweite Ausdruck gilt für die kurze, gerade Spule Fig. 68, wenn der Durchmesser groß gegen die Länge der Spule ist.

Beispiel 7: Achsenpunkte eines Stromringes (Fig. 69). Aus dem Beitrag $d\mathfrak{H}$ berechnet sich die axiale Komponente $d\mathfrak{H}_x = d\mathfrak{H} \cdot \sin\varepsilon$. Es ist also

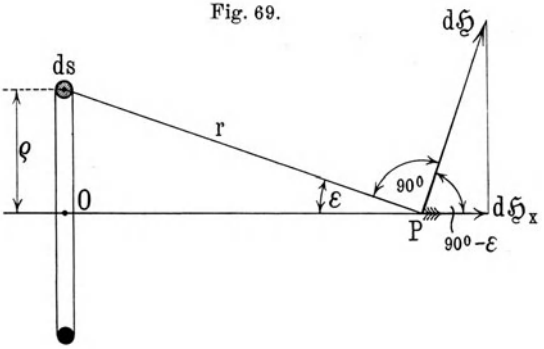
$$d\mathfrak{H}_x = I \cdot ds \cdot \sin\varepsilon/4\pi r^2 \text{ und } \mathfrak{H}_x = I \cdot 2\pi\varrho \sin\varepsilon/4\pi r^2$$

oder

$$\mathfrak{H}_x = I \cdot \sin^3\varepsilon/2\varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Hierin ist ε der Winkel, unter dem der Halbmesser ϱ des Stromringes vom Punkte P aus erscheint, $\mathfrak{H}_x$ die axiale Feldstärke im Punkte P. Ist $\varepsilon = 90^0$, so geht Gl. (13) in (12) über.

Fig. 69.



Die Wegspannung des Punktes P gegen Punkte, die in unendlicher Entfernung auf der Achse liegen, ist

$$V_{P\infty} = {}^1/_2 I (1 - \cos\varepsilon) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Ist x die Entfernung des Punktes P vom Mittelpunkt 0, so ist $ctg\,\varepsilon = x/\varrho$ (s. Fig. 69), also $-\mathrm{d}\varepsilon/\sin^2\varepsilon = \mathrm{d}x/\varrho$ und $-\mathrm{d}\varepsilon/\mathrm{d}x = \sin^2\varepsilon/\varrho$. Ferner ist $\mathrm{d}V/\mathrm{d}\varepsilon = {}^1/_2 I \sin\varepsilon$. Multipliziert man die linken und rechten Seiten der beiden letzten Gleichungen, so ergibt sich

$$-\mathrm{d}V/\mathrm{d}x = I\sin^3\varepsilon/2\varrho,$$

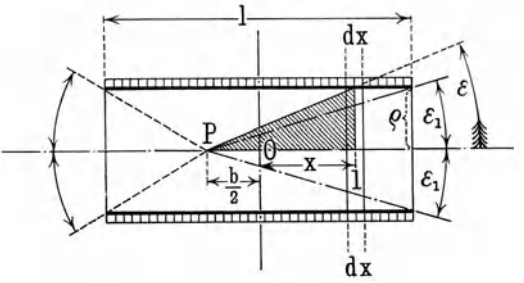
d. i. genau der Ausdruck (13). Dieser Ausdruck ist auch dann erfüllt, wenn statt der Zahl 1 in Gl. (14) eine beliebige andere Zahl gesetzt wäre. Doch hat die Verwendung der Zahl 1 den Vorzug, daß dann im Unendlichen $\varepsilon = 0^0$ und $1 - \cos\varepsilon = 0$ wird. Die Wirkung des Stromringes ist danach im Unendlichen gleich Null.

Die Richtung des Stromes ist so, daß der Strom im unteren Schnittpunkt der Zeichnungsebene mit dem Stromring von oben nach unten verläuft.

Denkt man sich den ganzen Stromring in eine flache Schachtel gepackt, so ist im Boden der Schachtel (auf der rechten Seite) die magnetische Spannung $V = +\,{}^1/_2 I$, im Deckel der Schachtel (auf der linken Seite) $V = -\,{}^1/_2 I$. Beim Durchgang durch die Schachtel springt die magnetische Spannung um den Betrag I. Der ganze Außenraum der Schachtel enthält keine Strombahnen und ist einfach zusammenhängend, also wirbelfrei, so daß in ihm überall die Umlaufspannung gleich Null ist.

Beispiel 8: Zylindrische Spule. Auf dem kleinen Stück dx der Spulenlänge (Fig. 70) liegen dw vom Strome I durchflossene Windungen. Der Strombelag ist $\mathfrak{a} = I \cdot dw/dx = I \cdot w/l$, worin l die Länge der Spule, w die Gesamtzahl von Windungen. Die dw Windungen rufen nach Gl. (13) im Achsenpunkte P die Feldstärke

Fig. 70.



$d\mathfrak{H} = -dw \cdot I \cdot \sin^3\varepsilon/2y$ hervor. Nun ist $I \cdot dw = \mathfrak{a} \cdot dx$ und $\cot g\,\varepsilon = (x + b/2)/y$, also $dx = -y \cdot d\varepsilon/\sin^2\varepsilon$. Mithin ist

$$d\mathfrak{H} = {}^1/_2\,\mathfrak{a} \cdot d\varepsilon \cdot \sin\varepsilon \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = -{}^1/_2\,\mathfrak{a}\,|\cos\varepsilon|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}.$$

Erscheinen die Halbmesser der Endflächen einer zylindrischen Spule von einem axialen Punkte aus unter dem Winkel ε_1 bzw. ε_2, so ist die Feldstärke in inneren bzw. äußeren Punkten der Achse

$$\mathfrak{H} = {}^1/_2\,\mathfrak{a}\,(\cos\varepsilon_1 - \cos\varepsilon_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Im Mittelpunkt der Spule ist $\varepsilon_2 = \pi - \varepsilon_1$, also $\mathfrak{H} = \mathfrak{a}\cos\varepsilon_1$; wenn ε_1 klein ist, so ist einfach $\mathfrak{H} = \mathfrak{a}$, wie in einer Ringspule und in einer langen geraden Spule. Der Verlauf der Feldlinien ist in Art. 49 behandelt.

Art. 46. Magnetische Feldstärke einer Ellipsoidspule.

Beispiel 9: Ellipsoidspule. In Fig. 71 ist eine Spule dargestellt, die die Form eines Rotationsellipsoids (Eies) hat. Der Strombelag $\mathfrak{a}$ ist längs der Rotationsachse x konstant, es ist

$$\mathfrak{a} = I \cdot dw/dx = I \cdot w/2\,a.$$

In der Zone dx liegen dw Windungen und diese rufen nach Gl. (14) im äußeren Punkte P die (gegen ∞ gemessene) Spannung

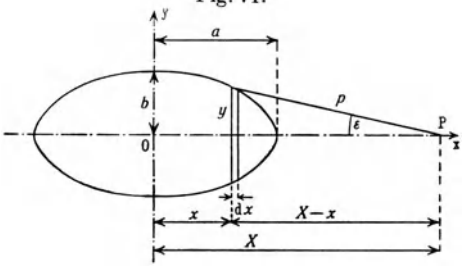
$$dV = {}^1/_2\,I \cdot dw\,(1 - \cos\varepsilon) = {}^1/_2\,\mathfrak{a} \cdot dx \cdot (1 - \cos\varepsilon)$$

hervor. Hierin ist $\cos\varepsilon = (X - x)/p$.

Unter Benutzung der bereits auf S. 22 eingeführten Hilfsgrößen p, u, η und ξ erhält man für die magnetische Spannung

$$V = \frac{\mathfrak{a} b^2}{a \eta^2} \left| \frac{a}{2 b^2} [p - \eta u] \right. \left. \begin{array}{l} \\ - \frac{1}{2 \xi} ln (u + p) \end{array} \right| \left. \begin{array}{l} u = \frac{X}{\eta} - a\eta, \; p = X - a \\ u = \frac{X}{\eta} + a\eta, \; p = X + a \end{array} \right\} \quad . \; . \quad (16)$$

Fig. 71.



Die nachstehenden Funktionen G, G', K, K' und f, f' haben die in den Art. 16 und 17 berechneten Werte. Es ergibt sich

$$V = \mathfrak{a} G \quad \text{bzw.} \quad V = \mathfrak{a} G' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

Folglich ist die magnetische Feldstärke außerhalb des Ellipsoids

$$\mathfrak{H}_x = \mathfrak{a} K \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{H}_x = \mathfrak{a} K' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

Rückt der Punkt P, für den V und $\mathfrak{H}_x$ berechnet sind, unmittelbar an den Pol des Ellipsoids heran, so wird $X = a$, $\xi = \eta$ und es ist

$$\mathfrak{H}^i = \mathfrak{a} (1 - f) \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{H}^i = \mathfrak{a} (1 - f') \quad . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Ist die Rotationsachse $2a$ des Ellipsoids kleiner als der größte Durchmesser $2b$, so sind nicht G, K, f, sondern G', F', f' zu benutzen. Im ganzen Innern des Rotationsellipsoids hat die Feldstärke den konstanten Wert $\mathfrak{H}^i$.

Beispiel 10: Kugelspule. Nähert sich die Form einer Ellipsoidspule einer Kugel, so wird die Exzentrizität der Querschnittsellipse $\eta = 0$ und der Streufaktor $f = f' = {}^1/_3$. Mithin ist die Feldstärke im Innern einer Kugelspule

$$\mathfrak{H} = {}^2/_3 \mathfrak{a}, \quad \text{worin} \quad \mathfrak{a} = Iw/2R \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

Hierin ist $\mathfrak{a}$ der Strombelag, w die Gesamtwindungszahl, I die Stromstärke, R der Halbmesser. Die Gleichung ist zuerst von Maxwell abgeleitet worden.

Die Kugelspule ist ein vorzügliches Mittel, um ein ausgedehntes gleichförmiges Magnetfeld zu erzeugen. Ein Nachteil ist, daß sie schwer mit großer Genauigkeit hergestellt werden kann. Hierin ist eine lange gerade Spule der Kugelspule überlegen.

Art. 47. Die magnetische Spannung in der Umgebung einer Ellipsoidspule. Fig. 72 zeigt, wie man sich den Verlauf der elektrischen Spannung U, der magnetischen Spannung V längs der Achse eines elektrisierten bzw. stromumflossenen Ellipsoids am einfachsten

Fig. 72.

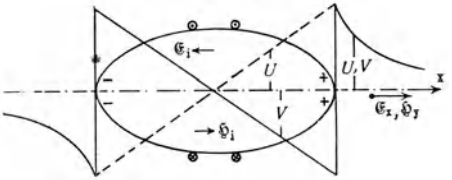
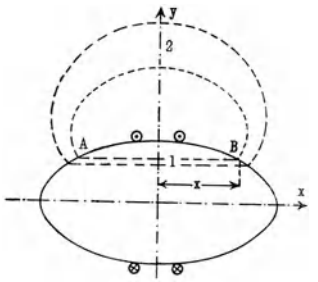


Fig. 73.



vorstellt. Außerhalb ist auf der Achse und in allen übrigen Punkten die Verteilung der Spannungen die gleiche. Die gerade Linie, welche V im Innern darstellt, ist in Wirklichkeit viel stärker geneigt als Fig. 72 zeigt.

Die magnetische Wegspannung längs der Linie $A\,1\,B$ (siehe Fig. 73) ist $V_1 = \mathfrak{H}^i \cdot 2x$, worin x der Abstand des Punktes B von der Äquatorialebene ist. Es ist also $V_1 = 2x \cdot \mathfrak{a}\,(1 - f)$. Die magnetische Umlaufspannung längs der Kraftlinien $A\,1\,B$ und $B\,2\,A$ ist gleich dem umlaufenen Strom, d. h. gleich $I \cdot w_{AB}$. Nun ist der konstante Strombelag $\mathfrak{a} = I w_{AB}/2x$, also ist die Umlaufspannung $V_{1,2} = 2x \cdot \mathfrak{a}$. Die Wegspannung V_2 längs des Weges 2 ist gleich der Differenz der Umlaufspannung $V_{1,2}$ und der Wegspannung V_1 längs des Weges 1. Also ist $V_2 = 2x\,\mathfrak{a}\,f$.

Man bezeichnet die Umgebung einer Feldlinie als Feldlinienröhre, wenn die Umgebung so abgegrenzt ist, daß aus ihr keine Feldlinien austreten. Die betrachtete Feldlinienröhre $A\,1\,B\,2\,A$ zerfällt in einen inneren und äußeren Teil (1 und 2).

Für jede, von einer Ellipsoid- oder Kugelspule mit konstantem Strombelag erzeugte, in sich geschlossene Feldlinienröhre steht die äußere Wegspannung zur Umlaufspannung in einem konstanten Verhältnis, das gleich dem Streufaktor f ist, es ist

$$V_2/V_{1,2} = f = (V_{1,2} - V_1)/V_{1,2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Art. 48. Das magnetische Feld zweier paralleler Drähte. Die magnetischen Niveauflächen eines einzelnen langen geraden Leiters sind durch den Leiter gelegte Ebenen. Haben die Ebenen gleichen Winkelabstand voneinander, so nimmt von Ebene zu Ebene die magnetische Spannung $V = I\varphi/2\pi$ um gleichviel ab. So erklärt es sich, daß die magnetischen Feldlinien den Leiter umkreisen und daß die Feldliniendichte oder Feldstärke dem Abstande umgekehrt proportional ist.

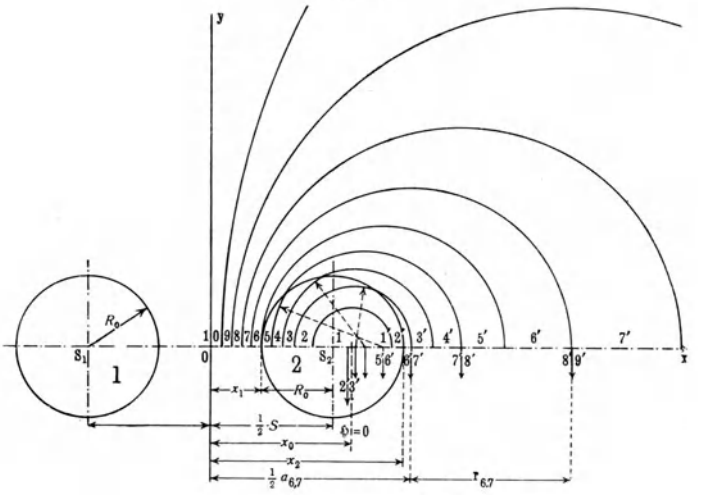
In Fig. 13, S. 16 seien S_1 und S_2 die Durchstoßungspunkte zweier dünner Leiter mit der Zeichnungsebene. Fließt der gleiche Strom ($I = 16$ A) in S_1 von hinten nach vorne, in S_2 von vorne nach hinten, so ist (abgesehen von einer Konstanten) die magnetische Spannung

längs der Ebene	$S_1 N$	$S_1 M$	$S_2 N$	$S_2 M$
beispielsweise	12	13	6	5 A

Die wirkliche Spannung in N ist also $12\,\text{A} + 6\,\text{A} = 18\,\text{A}$, in M $13\,\text{A} + 5\,\text{A} = 18\,\text{A}$. Mithin ist MN ein Stück einer magnetischen Niveaulinie. Hieraus und aus Art. 13 folgt:

Zwei geladene parallele Drähte erzeugen ein elektrisches Feld, zwei stromdurchflossene parallele Drähte

Fig. 74.



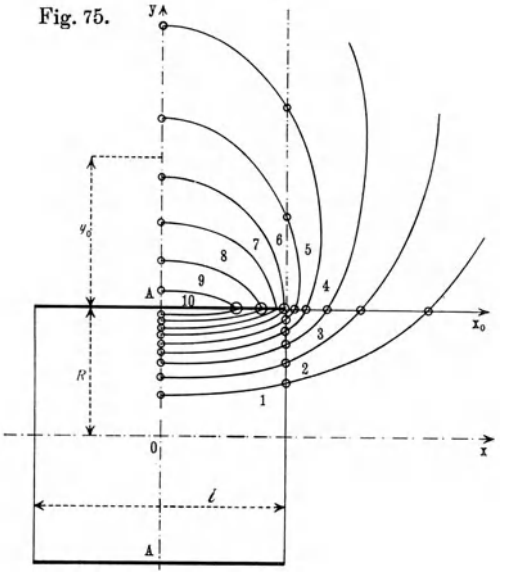
ein magnetisches Feld. Die elektrischen Kraftlinien, sowie die magnetischen Niveaulinien sind Kreise erster Art, deren Mittelpunkte auf der zur Verbindungslinie der Draht-

achsen senkrechten Symmetrielinie liegen. — Die elektrischen Niveaulinien und die magnetischen Kraftlinien sind Kreise zweiter Art, deren Mittelpunkte auf der Verbindungslinie der Drahtachsen liegen.

In Fig. 14, S. 17 ist das vollständige Bild der Felder, sind die Kreislinien erster und zweiter Art außerhalb zweier Kreise vom Radius R gezeichnet. Die beiden Kreise vom Radius R haben im Falle der geladenen und der stromdurchflossenen dicken Drähte eine verschiedene Bedeutung. Im ersteren Falle sind die Kreise identisch mit dem Umfang der Drähte und innerhalb der Kreise ist die Feldstärke Null. Im zweiten Falle der durchströmten Drähte muß man sich mit dem Halbmesser $S_1 B_1$ um S_1 bzw. $S_2 B_2$ um S_2 Kreise geschlagen denken; diese Kreise umranden den Querschnitt der beiden stromdurchflossenen Drähte. Das magnetische Feld innerhalb und außerhalb von zwei parallelen stromdurchflossenen Drähten 1 und 2 ist in Fig. 74 (in $2 \cdot 10$ gleiche Induktionsflüsse geteilt) dargestellt.

Art. 49. Das magnetische Feld einer zylindrischen Spule, deren Länge weder klein noch groß gegen den Durchmesser ist, ist vom

Fig. 75.



Verf. berechnet (siehe Art. 70) und in Fig. 75 für den Fall dargestellt, daß die Länge gleich dem Durchmesser ist. Es ist der Verlauf von 10 einzelnen gleichen Induktionsflüssen dargestellt; berechnet sind

die umkreisten Punkte. Es ist nur ein Viertel des gesamten Feldes dargestellt. $0x$ ist die Achse der Spule; die Mantelfläche der Spule schneidet die Zeichnungsebene in den beiden stark ausgezogenen, durch A und A' gehenden Linien. Denkt man sich die Zeichnung um $0x$ als Achse gedreht, so beschreiben die gezeichneten Kurven Flächen, und diese Flächen grenzen die einzelnen gleichen Kraftflüsse 1, 2, 3 . . . 10 gegeneinander ab.

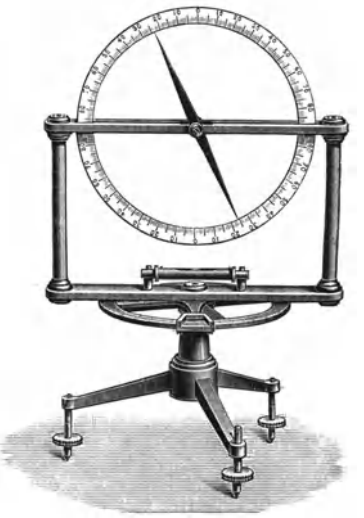
Was den mittleren Querschnitt AA' betrifft, so ist die Feldstärke am Rande des Innenraumes mehrere v. H. größer als in der Achse. Für alle axialen Punkte ist die Feldstärke bereits in Art. 45, S. 62 berechnet worden.

Neuntes Kapitel.

Das magnetische Feld der Erde.

Art. 50. Bestimmungsstücke des Erdfeldes. Drehspule und Magnetnadel sind geeignete Mittel zur Untersuchung von magnetischen Feldern. Das Nordende der Magnetnadel verhält sich wie die Drehspulennormale. Im allgemeinen ist es einfacher, zur Untersuchung der Feldrichtung die Magnetnadel zu verwenden, als die Drehspule.

Fig. 76.



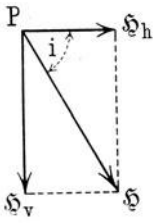
Die Magnetnadel verhält sich in gleicher Weise in der Nähe stromdurchflossener Spulen, also im Stromfeld, ferner in der Nähe magnetisierter Stahlstäbe, im Stabfeld, endlich an allen Punkten der heißen und gemäßigten Zone der Erdoberfläche, kurz im Erdfeld. Wir schließen daraus, daß Stromfeld, Stabfeld, Erdfeld Raumteile sind, die eine gleiche, nicht näher erklärbare Veränderung erlitten haben, sich in gleicher Weise von einem gewöhnlichen unmagnetischen Raum unterscheiden.

Eine Magnetnadel mit vertikaler Drehungsachse stellt sich in die Richtung der Horizontalkomponente $\mathfrak{H}_h$ des Erdfeldes; mit der

Richtung des durch den Drehpunkt gehenden Meridians bildet $\mathfrak{H}_h$ den kleinen Winkel d, die sogenannte Deklination. In Europa ist zurzeit ungefähr $\mathfrak{H}_h = 0{,}2$ Ampere je Zentimeter, $d = 12^0$ westlich.

Eine Magnetnadel mit horizontaler Drehungsachse, also vertikaler Drehungsebene (Fig. 76), stellt sich schräg nach unten, wenn die Drehungsebene ungefähr nordsüdlich gerichtet ist. Wenn die Horizontalkomponente genau in der Drehungsebene liegt, dann fällt die Richtung der Nadel mit der Richtung des Erdfeldes $\mathfrak{H}$ zusammen (Fig. 77), welches mit der Horizontalkomponente $\mathfrak{H}_h$ den Winkel i, die sogenannte Inklination, bildet. In Europa ist zurzeit ungefähr $i = 57^0$.

Fig. 77.



Man kann sich $\mathfrak{H}$ dadurch entstanden denken, daß die vertikale Komponente $\mathfrak{H}_v$ und die horizontale Komponente $\mathfrak{H}_h$ sich zu der Resultante $\mathfrak{H}$ zusammensetzen. Aus der Horizontalintensität $\mathfrak{H}_h$ und der Inklination i kann man $\mathfrak{H}_v$ und $\mathfrak{H}$ berechnen; es ist

$$\mathfrak{H}_v = \mathfrak{H}_h \cdot tg\, i \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{H}_h}{\cos i} \quad \cdots\cdots \quad (22)$$

Man bezeichnet die Horizontalintensität $\mathfrak{H}_h$, die Inklination i und die Deklination d als Elemente des Erdmagnetismus.

Die magnetischen Kraftlinien an der Erdoberfläche verlaufen ungefähr so, als ob die Erdachse ein Magnetstab wäre. In Europa ist das Erdfeld nach dem geographischen Norden und schräg nach unten gerichtet. Am Äquator ist die Vertikalkomponente fast Null; hier ist im wesentlichen nur eine Horizontalkomponente vorhanden.

Art. 51. Horizontalkomponente des Erdfeldes und Schiffskompaß. Der magnetische Kompaß (Fig. 78 und 79) bildet ein vorzügliches Mittel, um den Kurs eines Schiffes auf See zu bestimmen.

Auf der Kommandobrücke des Schiffes befindet sich ein kleiner hölzerner Turm $T\,T$. An dem sind die Lager für die Achse 1, 1 des Ringes $R\,R$ befestigt. In dem Ringe $R\,R$ ist um die Achse 2, 2 drehbar das eigentliche Gehäuse $G\,G$ des Kompasses angeordnet. Diese Aufhängung des Gehäuses nennt man eine kardanische; sie läßt zu, daß das Gehäuse G in Ruhe bleibt, wenn das Schiff schwankt. Die Winkelmessung geschieht beim Schiffskompaß anders als bei der in Fig. 58, S. 53 gezeichneten Magnetnadel. Bei beiden Apparaten ist 1. ein Magnetstab, 2. ein Teilkreis, 3. ein Index vorhanden. Bei der Nadel steht 2 fest, während 1 und 3, Stab und Spitze, miteinander

drehbar sind; beim Schiffskompaß steht 3 relativ zum Schiffe fest, während 1 und 2, Magnetstab und Teilkreis miteinander drehbar sind. Als Index dient die Marke f, welche am Rande des Kompaßgehäuses so angebracht ist, daß die Linie qf genau nach dem Vorderteil des Schiffes, also in die Fahrtrichtung zeigt.

Fig. 78.

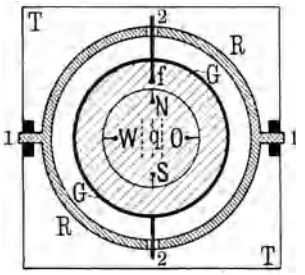
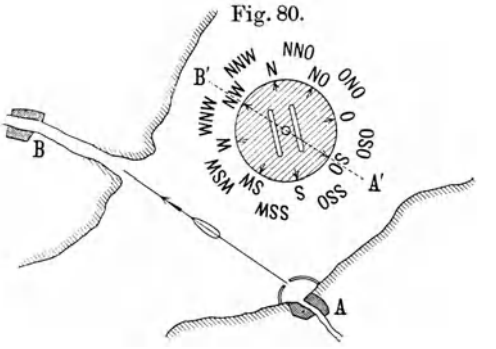


Fig. 79.



Fig. 80 erläutert die Benutzung eines Kompasses. Auf der Seekarte ist die Stellung der Kompaßrose in dem die Häfen A und B trennenden Gewässer eingezeichnet; diese Stellung ist unabhängig von Kurs und Ort eines von A nach B bestimmten Schiffes. Ver-

Fig. 80.

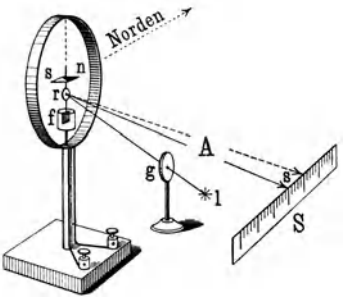


bindet man auf der Seekarte AB durch eine gerade Linie und zieht zu dieser die Parallele $A'B'$ durch den Mittelpunkt der gezeichneten Kompaßrose, so ist $A'B'$ die innezuhaltende Schiffsrichtung. Das Schiff steht in einer zu $A'B'$ parallelen Richtung, wenn der Teilpunkt NW der Schiffskompaßrose auf den Index f des Gehäuses hinweist. Man nennt NW den mißweisenden Kurs des Schiffes. Um bequem $A'B'$ parallel AB zu finden, bedient man sich des sogenannten Parallellineals. Bei Fluidkompassen ist das Gehäuse GG

mit Flüssigkeit angefüllt; die Reibung in der Flüssigkeit bewirkt, daß die Rose eines Fluidkompasses bedeutend ruhiger steht als die eines Trockenkompasses.

Art. 52. Die Messung des Erdfeldes mit Tangentenbussole (Fig. 81) ist bequemer und genauer als andere ältere Methoden. Der Strom I in w Windungen vom Durchmesser d rufe den kleinen Ausschlag s des Lichtzeigers auf der Skale S hervor. Dann ist näherungsweise $s/2A$ der Winkel zwischen der Komponente $\mathfrak{H}_h$ des Erdfeldes und dem aus Erdfeld und Spulenfeld entstehenden Felde, in das sich die Nadel sn einstellt. Es ist also $s/2A \approx \mathfrak{H}_s/\mathfrak{H}_h$. Da $\mathfrak{H}_s = wI/d$, so ist, falls der nicht abgelenkte Strahl die Skala senkrecht trifft,

Fig. 81.



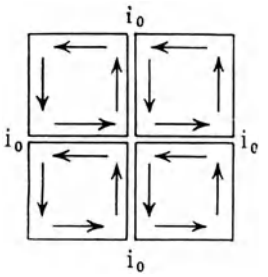
$$\mathfrak{H}_h \approx \frac{2wI}{d} \cdot \frac{A}{s}\left[1 + \frac{1}{4}\frac{s^2}{A^2}\right] \quad \cdots\cdots \quad (23)$$

Zehntes Kapitel.

Magnetische Induktion.

Art. 53. Elementare Stromschleifen und Randstrom. Legt man eine Anzahl von gleichen rechteckigen Stromschleifen (Fig. 82) aneinander, so daß sie eine Fläche bilden, so liegen im Innern der Fläche nur Paare von je zwei, in entgegengesetzter Richtung durchflossenen Strombahnen, die kein magnetisches Feld hervorrufen. Nur die den Rand der ganzen Stromfläche bildenden Strombahnen haben keine Nachbarn, nur sie erzeugen ein magnetisches Feld. Die Wirkung von einzelnen, in einer Fläche liegenden, elementaren Stromflächen ist gleich der Wirkung eines die ganze Stromfläche umkreisenden Randstromes.

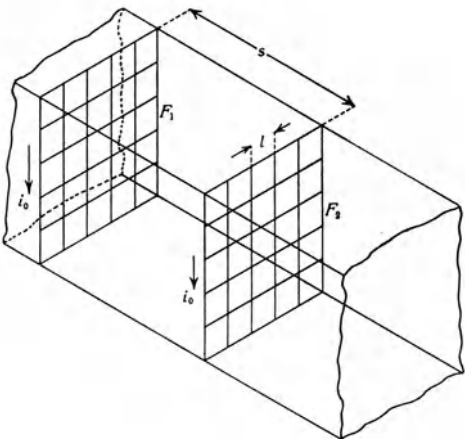
Fig. 82.



Denkt man sich mehrere solcher Stromflächen, wie es Fig. 83 zeigt, nebeneinander gestellt, so bilden die einzelnen Randströme i_0 Querschnitte eines rechteckigen Stabes. Ist s der gleichmäßige Abstand zweier benachbarter Flächen, so kann man die Größe $\mathfrak{a} = i_0/s$ als Strombelag des Stabes ansehen.

Die magnetische Wirkung des Stabes wird überall — nur nicht in unmittelbarer Nähe der einzelnen Randströme, d. h. in Punkten der Oberfläche des Stabes — so sein, als ob der Stab den gleichmäßigen Strombelag $\mathfrak{a}$ trüge.

Fig. 83.



Vergrößert man die Anzahl der aneinandergelegten Stromschleifen und damit die nebeneinandergestellten Stromflächen, so bleiben ungeändert: der Randstrom i_0 jeder Fläche, der Abstand s der einzelnen Flächen, also auch der Strombelag $\mathfrak{a}$.

Ist $\mathrm{d}F$ die Elementarfläche jeder einzelnen Stromschleife, so bilden n aneinandergelegte Stromschleifen die Fläche $n \cdot \mathrm{d}F$. Zwei solche im Abstand s nebeneinandergestellte Flächen schließen den Raumteil $n \cdot \mathrm{d}F \cdot s$ ein. Zu diesem Raumteil gehören n Elementarflächen. Gehören N Elementarflächen zu dem beliebigen Raumteil V, so ist offenbar $n : (n \cdot \mathrm{d}F \cdot s) = N : V$. Es ist also $1/s = \mathrm{d}F \cdot N/V$. Der Strombelag $\mathfrak{a} = i_0/s$ hat also den Wert

$$\mathfrak{a} = [i_0 \cdot \mathrm{d}F] \cdot [N/V] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Der zwischen zwei Stromflächen (z. B. den in Fig. 83 gezeichneten) gelegene Raumteil wird in einiger Entfernung das gleiche magnetische Feld hervorrufen, ob die elementaren Stromflächen alle in einer Ebene liegen oder in dem Raumteil verteilt sind, wofern nur Anzahl und Richtung der elementaren Stromflächen ungeändert bleiben. Die Feldstärke wird sich auch in diesem Falle aus dem durch Gleichung (24) gegebenen Strombelag $\mathfrak{a}$ berechnen lassen.

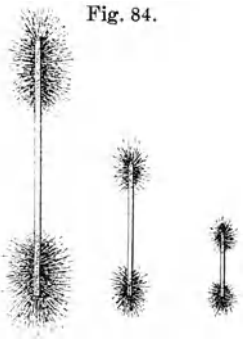
Enthält ein Stab im Volumen V die Anzahl N gleicher elementärer paralleler Stromschleifen, deren Flächen $\mathrm{d}F$

vom Strome i_0 umrandet werden, so erzeugt er dasselbe magnetische Feld, als ob seine Oberfläche den Strombelag $\mathfrak{a}$ trüge. Dieser Strombelag $\mathfrak{a}$ ist gleich dem Produkt aus der räumlichen Dichte N/V der Elementarschleifen und dem Moment $i_0 \cdot dF$ jeder einzelnen elementaren Stromschleife.

Art. 54. Relative magnetische Induktion. Ein magnetisierter Stahlstab verhält sich wie eine Spule, d. h. wie ein Körper mit einem Strombelag (vgl. Art. 37).

Zerbricht man eine magnetisierte Stricknadel, so erhält man wieder zwei vollständige Magnetstäbe, wie man mit Hilfe anhaftender Feilspäne zeigen kann (s. Fig. 84).

Mit diesen (und anderen) Beobachtungen verträglich ist die oben dargelegte Ampèresche Annahme, daß das ganze Innere eines magnetisierten Stahlstabes von gleichgerichteten elementaren Stromschleifen durchsetzt sei. Gemäß den Ausführungen des vorigen Artikels wird daher der Stahlstab so wirken, als ob er von Randströmen umkreist wäre, die wie der Strombelag $\mathfrak{a} = \mathfrak{a}_e$ wirken.


Fig. 84.

Eine Spule mit dem Strombelag $\mathfrak{a}_s$ enthalte einen Eisenkern mit dem Strombelag $\mathfrak{a}_e$.

1. Sind Spule und Eisenkern von Ringform oder von unendlich großer Länge, so ist die vom Strombelag $\mathfrak{a}_s$ herrührende Feldstärke im ganzen Innern der Spule gleich $\mathfrak{a}_s$, die vom Strombelag $\mathfrak{a}_e$ herrührende Feldstärke im ganzen Innern des Eisenkernes gleich $\mathfrak{a}_e$. Die Gesamtfeldstärke $\mathfrak{a}_s + \mathfrak{a}_e$ im Innern des Eisenkernes nennt man relative magnetische Induktion $\mathfrak{B}_i$. Einen Stab von unendlich großer Länge kann man als sehr langgestrecktes Ellipsoid auffassen. Ist die Exzentrizität $\eta = \sqrt{a^2 - b^2}/a$ der Ellipse, durch deren Drehung um die Längsachse $2a$ das Ellipsoid entstanden ist, $= 1$, so ist gemäß Gleichung (39), S. 22 der Streufaktor $f = 0$. Hiernach ist für $f = 0$:

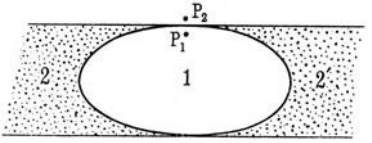
$$\mathfrak{B}_i = \mathfrak{a}_s + \mathfrak{a}_e \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{a}_s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

2. Enthält eine sehr lange gerade Spule einen Eisenkern von Ellipsoidform, so ist gemäß Gleichung (19), S. 63 für $0 < f < 1$

$$\mathfrak{B}_i = \mathfrak{a}_s + (1 - f)\mathfrak{a}_e \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{a}_s - f \cdot \mathfrak{a}_e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Für $f = 0$ gehen die Gleichungen (26) in (25) über. Das Glied $-f \cdot \mathfrak{a}_e$ hat folgende physikalische Bedeutung. Das Ellipsoid 1 und die beiden Randkörper 2, 2′ (Fig. 85) würden im ganzen Innern des Ellipsoids, also auch in dem Punkte P_1 und wegen der Stetigkeit der Tangentialkomponente auch im Punkte P_2, die Feldstärke $\mathfrak{a}_e$ erzeugen. Das Ellipsoid allein ruft im Innern, also auch in P_2, die Feldstärke $(1 - f) \cdot \mathfrak{a}_e$ hervor. Also rufen die Endkörper 2, 2′ in P_1 und in P_2 die Feldstärke $+ f\mathfrak{a}_e$ hervor. Geht man vom unendlich langen Stabe zum Ellipsoid über, so ist das gleichbedeutend mit Wegnahme der beiden Randkörper, also mit Erzeugung der Feldstärke $- f\mathfrak{a}_e$ im ganzen Innern des Ellipsoids und in P_2.

Fig. 85.

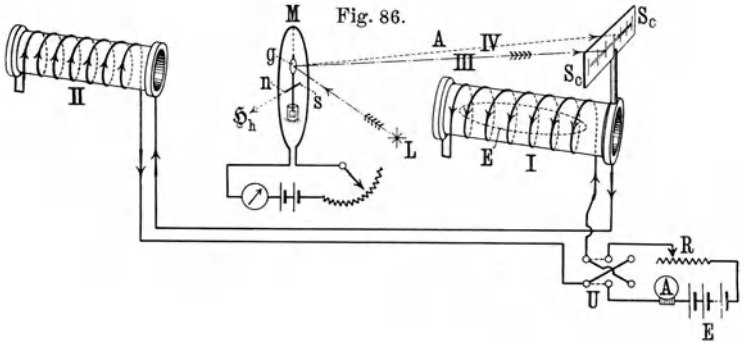


3. Ist die Spule stromlos, $\mathfrak{a}_s = 0$, so ist für das Eisenellipsoid

$$\mathfrak{B}_i = (1 - f) \cdot \mathfrak{a}_e \quad \text{und} \quad \mathfrak{H} = - f \cdot \mathfrak{a}_e \; . \; . \; . \; . \quad (27)$$

Art. 55. Die Untersuchung von Eisen- und Stahlellipsoiden geschieht mittels der in Fig. 86 dargestellten magnetometrischen Methode

Fig. 86.



Das Ellipsoid befindet sich in der Spule I. Beobachtet wird die Wirkung des Magnetfeldes, das vom Ellipsoid am Orte der Magnetnadel ns hervorgebracht wird. Der Spulenstrom in I wirkt nicht auf die Nadel ein, da die Spule II die Wirkungen von I aufhebt. Der Strommesser A gestattet, die Spulenstromstärke I in I zu messen, so daß der Strombelag

$$\mathfrak{a}_s = Iw/l \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (28)$$

der Spule berechnet werden kann.

Das vom Ellipsoid am Orte der Magnetnadel erzeugte Feld kann durch die Stromschleife M aufgehoben werden. Ist i_k die Stärke dieses Kompensationsstromes, d der Durchmesser, z die Zahl der Windungen des Ringes M, so sind die gleichen und entgegengesetzten, von M und von E hervorgerufenen Feldstärken am Orte der Magnetnadel $n\,s$

$$\mathfrak{H}_x = z\,i_k/d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Ist X der Abstand der Magnetnadel vom Mittelpunkt des Ellipsoids, so ist nach Gl. (18), S. 63 bzw. (37), S. 22

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{a}_e &= \frac{\mathfrak{H}_X}{K} \quad \text{bzw.} \quad \xi^2 = \left(\frac{a}{X}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] \\ K &= \frac{2}{3}\left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{a}{X}\right)^3 \left\{1 + {}^6/_5\,\xi^2 + {}^9/_7\,\xi^4 \ldots\right\} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Es ist nicht ratsam, Ellipsoide zu untersuchen, deren Länge $2\,a$ nicht mindestens das Fünfzigfache des größten Durchmessers $2\,b$ beträgt. Für solche Ellipsoide ist mit hinreichender Genauigkeit

$$f = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left\{\frac{1}{0{,}4343}\,lg\frac{2a}{b} - 1\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Ist das Achsenverhältnis $a/b = 50$, so ist der Streufaktor $f = 0{,}0014336$. Durch die Gl. (28), (30) und (31) sind $\mathfrak{a}_s$, $\mathfrak{a}_e$ und f bestimmt. Somit kann man die relative magnetische Induktion $\mathfrak{B}_i$ und die Feldstärke $\mathfrak{H}$ nach (26) berechnen.

Art. 56. Hysteresiskurven erhält man, indem man die relative magnetische Induktion $\mathfrak{B}_i$ als Funktion der Feldstärke $\mathfrak{H}$ auf Millimeterpapier darstellt. Fig. 87 (bzw. 88) ist eine Hysteresiskurve für Stahl (bzw. Eisen).

Anfänglich unmagnetisierter Stahl zeigt folgendes Verhalten (Fig. 87). Bei $\mathfrak{H} = 0$ ist $\mathfrak{B}_i = 0$. Wird $\mathfrak{H} = +10$ A/cm, so wird $\mathfrak{B}_i = +2000$ A/cm. Wird $\mathfrak{H} = 13$ A/cm, so wird $\mathfrak{B}_i = 6000$ A/cm. Wird $\mathfrak{H} > 50$ A/cm, so wird $\mathfrak{B}_i > 14700$ A/cm. Von da an steigt die Induktion kaum, der Strombelag $\mathfrak{a}_e$ des Eisens gar nicht mehr an: man sagt, das Eisen sei gesättigt. Wahrscheinlich beruht die Zunahme der Induktion mit der Feldstärke darauf, daß die an sich regellos gerichteten elementaren Stromschleifen im Stahl bei zunehmender Feldstärke mehr und mehr gerichtet werden, wie Drehspulen. Wenn alle vorhandenen elementaren Stromschleifen gleichgerichtet sind, so ist der Zustand der Sättigung vorhanden. Man nennt den von Null ab ansteigenden Zweig einer vollständigen Hysteresiskurve den jungfräulichen Zweig der Kurve.

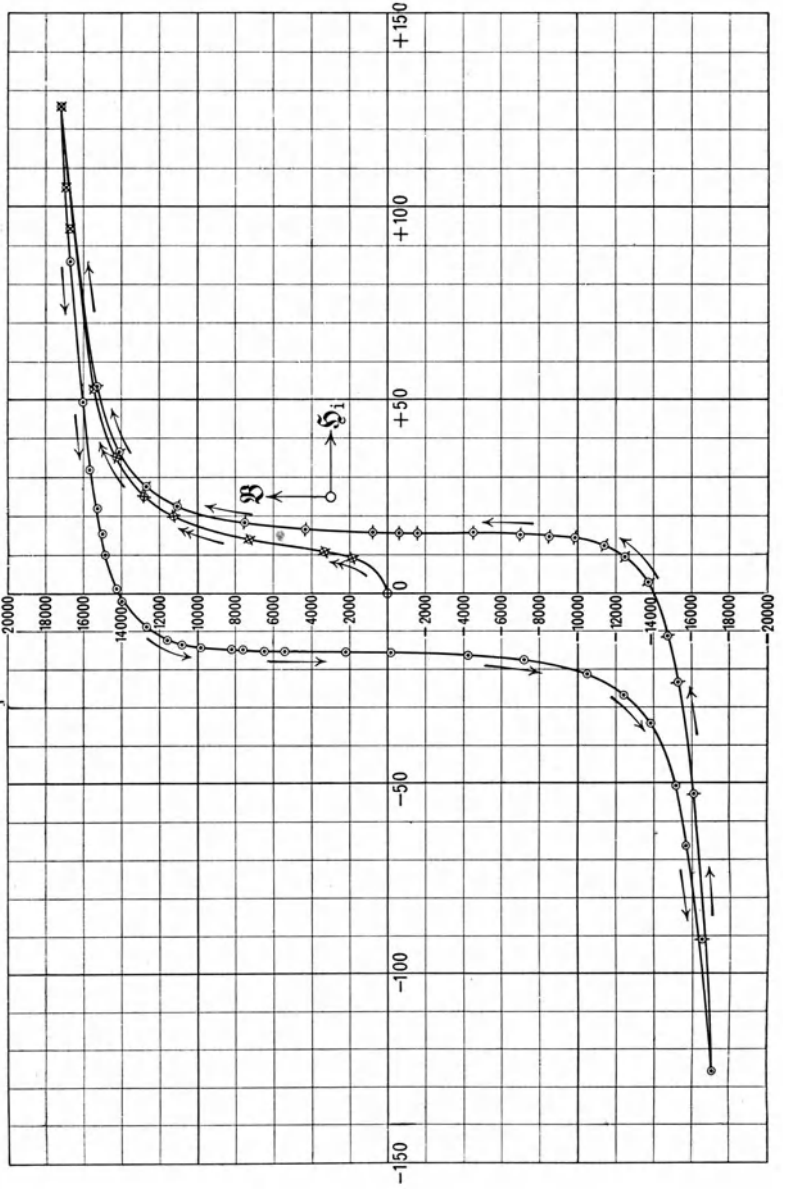

P
20000
18000
16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
18000
20000
+150
+100
+50
−50
−100
−150
$\mathfrak{B}$
$\mathfrak{H}_i$

Fig. 87.

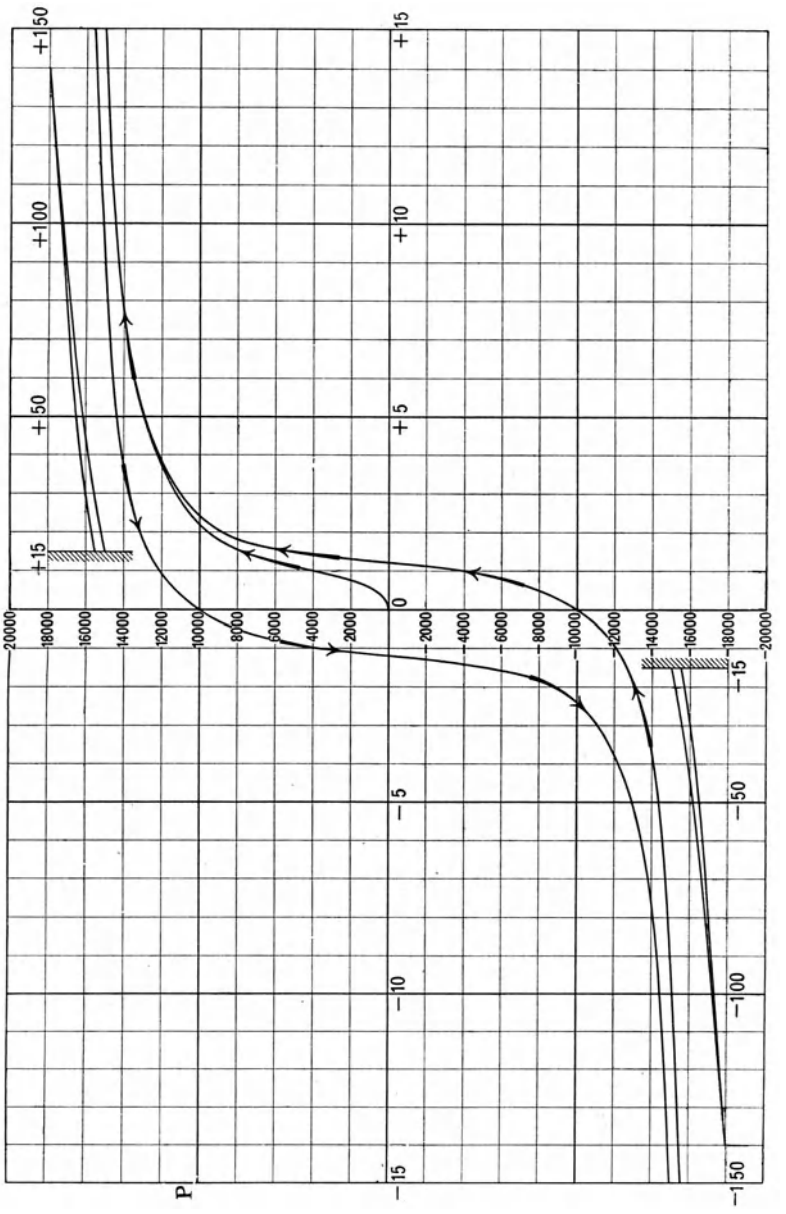

+150
+100
+50
+15
+15
+10
+5
20000
18000
16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
18000
20000
P
−15
−5
−10
−15
−50
−100
−150

Fig. 88.

Wird die Feldstärke allmählich verringert, so nimmt die Induktion sehr wenig ab. Wird $\mathfrak{H} = 0$, so wird $\mathfrak{B}_i = 14000$ A/cm. Dies ist die remanente relative Induktion. Erst wenn $\mathfrak{H} = -15$ A/cm geworden ist, ist $\mathfrak{B}_i = 0$ geworden. Diesen Wert von $\mathfrak{H}$ nennt man Koerzitivkraft. Man verringert allmählich $\mathfrak{H}$ bis zum Werte $-\mathfrak{H}_{max}$.

Sodann erhöht man $\mathfrak{H}$ von $-\mathfrak{H}_{max}$ bis $+\mathfrak{H}_{max}$ und erreicht dabei denselben Wert der relativen Induktion wie am Ende des jungfräulichen Zweiges.

Kreisprozesse zwischen den Grenzen $\pm\mathfrak{B}_{i\,max}$ hat zuerst Warburg ausgeführt und dabei ein wichtiges, in Art. 93 behandeltes Gesetz entdeckt.

Die Hysteresiskurve für Eisen (Fig. 88) unterscheidet sich von der für Stahl erhaltenen hauptsächlich dadurch, daß die Koerzitivkraft, für Eisen nur etwa 1,2; für Stahl dagegen etwa 16 A/cm, d. h. mehr als zehnmal größer ist.

Art. 57. Permanente Magnete. In Stahl- und Eisenkernen von Ringform oder unendlich großer Länge bleibt beim Aufhören des Spulenstromes eine relative Induktion zurück, welche genau gleich der remanenten Induktion ist, also etwa 14000 A/cm für Stahl, 10000 A/cm für Eisen beträgt.

In den untersuchten Ellipsoiden und bei allen nicht sehr langgestreckten Körpern ist die wirklich zurückbleibende Induktion geringer als die remanente Induktion. Aus Gl. (27), S. 73 folgt

$$\mathfrak{B}_i = -\frac{1-f}{f}\mathfrak{H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Für die untersuchten Ellipsoide ist $f = 0{,}0014336$, also $(1-f)/f = 697$, d. h. rund 700. Trägt man in die Hysteresiskurven einen Punkt ein, der Gl. (32) genügt, also z. B. den Punkt $\mathfrak{H} = -10$ A/cm, $\mathfrak{B}_i = +7000$ A/cm, und verbindet diesen Punkt mit dem Nullpunkt durch eine gerade Linie, so schneidet diese gerade Linie den absteigenden Zweig der Hysteresiskurve bei $\mathfrak{B}_i = 10000$ A/cm für Stahl, bei $\mathfrak{B}_i = 800$ A/cm für Eisen.

Die wirklich zurückbleibende Induktion ist also beim Stahl, wo die Koerzitivkraft groß ist, mehr als zehnmal größer als beim weichen Eisen. Deshalb kann man aus Stahl, nicht aber aus weichem Eisen, brauchbare permanente Magnete, z. B. Hufeisenmagnete herstellen.

Biegt man einen Stahlstab in Hufeisenform, so wird der Streufaktor f geringer. Hierin liegt einer der Gründe dafür, daß Huf-

eisenmagnete stärkere magnetische Felder zu erzeugen vermögen, als gleich lange gerade Stäbe. Fig. 89 (bzw. 90) zeigt das magnetische

Fig. 89.

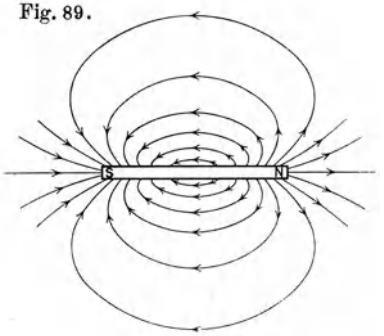
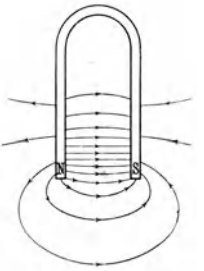
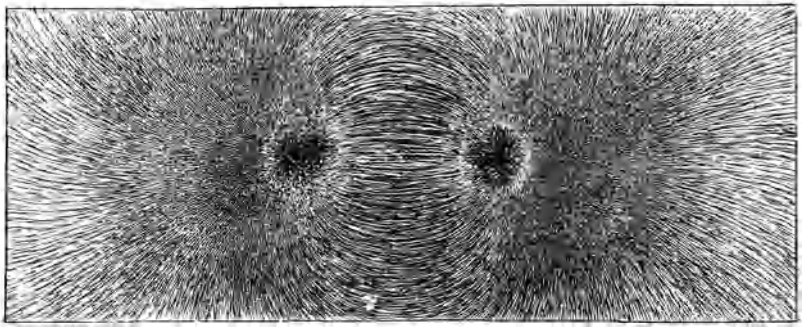


Fig. 90.



Feld eines Stabmagneten (bzw. Hufeisenmagneten). Fig. 91 zeigt Feilspankurven auf einem Kartonblatt, unter dem ein Hufeisenmagnet so aufgestellt ist, daß die beiden Enden (Pole) das Blatt berühren.

Fig. 91.



Art. 58. Das Verhältnis von relativer Induktion zur Feldstärke ist nach vorstehendem eine reine Zahl, die als relative Permeabilität μ/μ_0 zu bezeichnen zweckmäßig ist.

Für Eisen und Stahl ist die relative Permeabilität einerseits von der Vorgeschichte, andererseits von der Feldstärke abhängig. Führt man magnetische Kreisprozesse zwischen den Grenzen $\pm \mathfrak{B}_{i\,max}$ auf, so liegen die Punkte $+ \mathfrak{B}_{i\,max}$, $+ \mathfrak{H}_{max}$ alle auf dem jungfräulichen Zweig der Induktionskurve. Definiert man die relative Permeabilität

$$\mu/\mu_0 = \mathfrak{B}_{i\,max}/\mathfrak{H}_{max} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

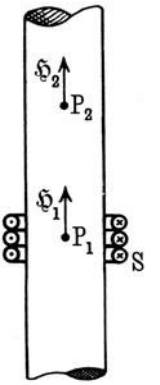
so wird zwar μ/μ_0 noch keine konstante Zahl, aber es gehört doch wenigstens zu jedem $\mathfrak{H}_{max}$ ein bestimmtes μ/μ_0.

Körper, die sich ähnlich wie Eisen und Stahl verhalten, sind Nickel und Kobalt; man nennt solche Stoffe „ferromagnetische Stoffe".

Fast alle anderen Stoffe haben die Eigenschaft, daß μ/μ_0 konstante, der 1 nahe Werte hat. Ist $\mu/\mu_0 > 1$, so nennt man die Stoffe paramagnetisch, ist $\mu/\mu_0 < 1$, diamagnetisch. Wenn μ/μ_0 nur außerordentlich wenig von 1 abweicht, so ist es zweckmäßig, nicht μ/μ_0, sondern den „Magnetisierungsgrad" $(\mu/\mu_0) - 1$ anzugeben.

Art. 59. Magnetische Kreise. In Fig. 92 ist eine kurze gerade stromdurchflossene Spule S dargestellt. Im Punkte P_2 ist die Feldstärke $\mathfrak{H}_2$ und die ihr gleiche relative Induktion $\mathfrak{B}_{i_2}$ bei Abwesenheit von Eisen erheblich kleiner als im Punkte P_1.

Fig. 92.



Steckt man durch die Spule S einen Eisenstab, dessen Länge mindestens 100 mal größer ist als der Durchmesser, und bringt in dem Eisenstabe einen sehr dünnen Schnitt an, so erweist sich in dem Punkte P_2, der im Schnitte gelegen ist, die Feldstärke und Induktion fast ebenso groß als im Punkte P_1.

Die physikalische Ursache liegt in dem Strombelag des Eisenkernes, der in demselben Sinne auf den Punkt P_2 wirkt wie der Spulenstrom.

Man kann die Erscheinung so beschreiben: magnetische Feldlinien zeigen das Bestreben, ihren Weg in Eisen zurückzulegen und treten (sozusagen) ungern aus dem Eisen aus; die Querkomponenten von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$ sind sehr klein.

Legt man alle Windungen der in Fig. 64, S. 58 gezeichneten Ringspule anstatt auf den ganzen Umfang eines Eisenkerns auf einen Teil des Umfangs, so erweisen sich an der gegenüberliegenden Seite des Ringes die relative Induktion $\mathfrak{B}_i$ und damit der relative Induktionsfluß $\Phi_i = F \cdot \mathfrak{B}_i$ annähernd ebenso groß, wie bei gleichmäßig bewickeltem Eisenring. Voraussetzung dabei ist, daß in beiden Fällen die

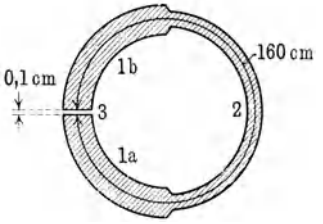
$$\text{elektrische Durchflutung } \Theta = wI \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

die gleichen Werte hat.

Auf der annähernden Konstanz des Induktionsflusses beruht das folgende, von Hopkinson angegebene Verfahren zur Berechnung magnetischer Kreise.

In Fig. 93 ist ein solcher Kreis dargestellt. Die Dimensionen der drei Teile 1, 2, 3 des Kreises sind im folgenden Schema unter Querschnitt F und Weglänge s angegeben. $\mathfrak{B}_i$ ist die relative Induktion der einzelnen Teile, $\mathfrak{B}_i = 5000$ A/cm die im Luftspalt herzustellende. Aus diesem Werte von $\mathfrak{B}_i$ ergibt sich der annähernd konstante Wert des relativen Induktionsflusses Φ_i. Aus dem Werte von Φ_i ergeben sich die übrigen Werte der relativen Induktion $\mathfrak{B}_i$. Aus dem jungfräulichen Ast der Hysteresiskurve (Fig. 88) für Eisen ergeben sich die Werte der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ in den einzelnen Teilen des Kreises.

Fig. 93.



Durch Multiplikation von $\mathfrak{H}$ mit s erhält man die drei magnetischen Wegspannungen $\mathfrak{H}_1 s_1$, $\mathfrak{H}_2 s_2$, $\mathfrak{H}_3 s_3$, welche nötig sind, um die Induktionen $\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{B}_3$ zu erzeugen. Die Summe der einzelnen Wegspannungen ist gleich der Umlaufspannung, diese ist gleich der elektrischen Durchflutung $\Theta = wI$ des Kreises.

Teil	$\Phi_i =$	$F =$	$\mathfrak{B}_i =$	$\mathfrak{H} =$	$s =$	$\mathfrak{H} \cdot s =$
	A/cm	cm²	A/cm	A/cm	cm	A
1	350 000	70	5 000	1,10	80	88
2	350 000	35	10 000	2,25	80	180
3	350 000	70	**5 000**	5000	0,1	500
					$\Theta = wI = \Sigma \mathfrak{H} \cdot s =$	**768 A**

Ist Φ_i der konstante relative Induktionsfluß in den Teilen 1, 2 ... eines magnetischen Kreises, sind F_1, F_2 ... die Querschnitte, s_1, s_2 ... die Weglängen der einzelnen Teile, so findet man die relativen magnetischen Induktionen

$$\mathfrak{B}_{i_1} = \frac{\Phi_i}{F_1}, \quad \mathfrak{B}_{i_2} = \frac{\Phi_i}{F_2} \text{ usw.} \quad \ldots\ldots \quad (35)$$

Die zu $\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{B}_2$ ... gehörigen Feldstärken $\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{H}_2$ ... entnehme man der Hysteresiskurve. Dann ist

$$\Theta = wI = \mathfrak{H}_1 \cdot s_1 + \mathfrak{H}_2 \cdot s_2 \cdots \ldots\ldots \quad (36)$$

Elftes Kapitel.

Magnetische Feldenergie.

Art. 60. Magnetische Feldenergie, Feldstärke und Induktion. Liegt ein Leerraumteil V in einem gleichförmigen magnetischen Felde, so steckt in dem Raumteil eine gewisse Energiemenge, die magnetische Feldenergie genannt und im folgenden als W, W_m oder W_{magn} bezeichnet wird. Die Feldenergie darf ihr Vorzeichen nicht ändern, wenn die Feldstärke Richtung und Vorzeichen wechselt. Daher ist es wahrscheinlich, daß $W = const \cdot \mathfrak{H}^2 \cdot V$ gesetzt werden kann, worin $\mathfrak{H}$ die Feldstärke, V das Volumen bedeutet.

Wir setzen die magnetische Feldenergie

$$\begin{array}{ll} \text{im Leerraum } V & \text{im Stoffraum } V \\ W_m = {}^1/_2\, \mathfrak{H}\,(\mu_0 \mathfrak{H})\, V, & W_m = {}^1/_2\, \mathfrak{H}\,(\mu \mathfrak{H})\, V \cdot \cdot \cdot \end{array} \quad (37)$$

Wir bezeichnen die Größen

$$\left.\begin{array}{l} \mu_0 \mathfrak{H} \text{ als Leerinduktion,} \\ \mu \mathfrak{H} \text{ als Stoffinduktion,} \\ \mu_0 \text{ als Permeabilität im Leerraum,} \\ \mu \text{ als Permeabilität in Stoff,} \\ \mu/\mu_0 \text{ als Permeabilitätszahl.} \end{array}\right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (38a)$$

Der Zahlenwert von μ_0 hängt von den Einheiten $[W_m]$, $[\mathfrak{H}]$ und $[V]$ ab, in denen die Größen W_m, $\mathfrak{H}$ und V der Gl. (37) gemessen werden sollen. Der Bildung der absoluten praktischen Einheiten

$$[W_m] = 1 \text{ abs. Joule}, \quad [\mathfrak{H}] = 1 \text{ abs. A/cm}, \quad [V] = 1 \text{ cm}^3$$

liegt, wie später auf S. 758 dargelegt wird, die Festsetzung

$$\mu_0 = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-8} \text{ [abs. } \Omega \cdot \text{sek/cm]} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (38b)$$

zugrunde. — Da die Feldenergie W_m nicht direkt meßbar ist, so ist eine direkte experimentelle Bestätigung der Gl. (37) nicht möglich. Wohl aber ist eine solche Bestätigung möglich für die zahlreichen Folgerungen aus (37), insbesondere die im 3. Abschnitt behandelten Induktionsvorgänge. Bei diesen spielen nicht die Feldstärken

$$\mathfrak{H} \text{ und } \mathfrak{H} \cdot \mu/\mu_0 = \mathfrak{B}$$

eine entscheidende Rolle, sondern die durch die Gl. (38) bestimmten Induktionen.

Art. 61. Feldenergie und Induktivität einer stromdurchflossenen Spule. Ein kleiner Raumteil dV liege in der Umgebung einer vom Strome i durchflossenen Spule beliebiger Form. Für Luft

haben die Permeabilitäten mit großer Annäherung denselben Wert wie für das Vakuum, ist also $\mu = \mu_0$. In dV sitzt nach (37) und (38) die Energiemenge $dW = {}^1/_2 \mu_0 \mathfrak{H}^2 \cdot dV$. Die Feldstärke $\mathfrak{H}$ kann man gleich dem Produkt aus der Stromstärke i und einem Faktor G setzen, der von der Stromstärke unabhängig ist, so daß

$$dW = {}^1/_2 \{\mu_0 G^2 \cdot dV\} i^2 = {}^1/_2 \cdot dL \cdot i^2 \cdot \quad \cdots \quad (39)$$

wird. Die von den Betriebsbedingungen der Spule, insbesondere von i, unabhängige Eigenschaft L der Spule nennt man Induktivität. Der Beitrag, den das Raumteilchen dV zur Induktivität L liefert, ist $\mu_0 \cdot G^2 \cdot dV$. Addiert man diese einzelnen Beiträge für die ganze Umgebung der Spule, so erhält man die Induktivität L.

Addiert man dagegen die einzelnen Energiebeträge dW, so erhält man einen Ausdruck für die Gesamtenergie W in der Umgebung der Spule. Es ist also

$$W = {}^1/_2 L i^2 \quad \cdots \quad (40)$$

und

$$L = \mu_0 \int G^2 \cdot dV \quad \text{und} \quad G = \mathfrak{H}\, i.$$

Beispiel 1: In einer Ringspule ist nach dem ersten Grundgesetz $\mathfrak{H} l = wi$, also $G = w/l$. Dann ist einfach

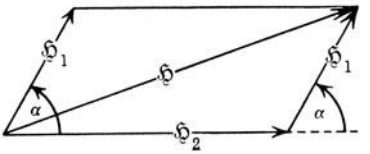
$$L = \mu_0 (w^2/l^2) \int dV = \mu_0 (w^2/l^2) F \cdot l$$

oder

$$L = \mu_0 w^2 F/l \quad \cdots \quad (41)$$

Art. 62. Gegeninduktivität zweier Spulen. Befindet sich ein Raumteil dV in der Nähe zweier Spulen, die von den elektrischen Strömen i_1 bzw. i_2 durchflossen werden, so sitzt in dV die magnetische Feldenergie $dW = {}^1/_2 \mu_0 \mathfrak{H}^2 \cdot dV$. Die Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist die

Fig. 94.



Resultante aus den beiden Feldstärken $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$, die von den Spulenströmen i_1 und i_2 erzeugt werden. Es ist gemäß Fig. 94

$$\mathfrak{H}^2 = \mathfrak{H}_1{}^2 + 2\,\mathfrak{H}_1\,\mathfrak{H}_2 \cos\alpha + \mathfrak{H}_2{}^2.$$

Setzt man $\mathfrak{H}_1 = G_1 i_1$, $\mathfrak{H}_2 = G_2 i_2$, so wird

$$\mathfrak{H}^2 = G_1{}^2 i_1{}^2 + 2\, G_1\, G_2 \cos\alpha \cdot i_1\, i_2 + G_2{}^2 i_2{}^2.$$

Der kleine Raumteil dV liefert also zur gesamten magnetischen Feldenergie den Beitrag

$$dW = {}^1/_2 \{dL_1 \cdot i_1^2 + 2\, dM \cdot i_1 i_2 + dL_2 \cdot i_2^2\} \quad . \quad . \quad . \quad (42\,a)$$

worin

$$dL_1 = \mu_0 G_1^2 \cdot dV,\ dM = \mu_0 G_1 G_2 \cos\alpha \cdot dV,\ dL_2 = \mu_0 G_2^2 \cdot dV \quad (42\,b)$$

Um die Summe aller Beiträge dW zu finden, muß man zunächst die Summen der Beiträge dL_1, dM und dL_1 bilden. Man bezeichnet L_1 als Induktivität der Spule 1, M als Gegeninduktivität beider Spulen, L_2 als Induktivität der Spule 2.

Sodann erhält man für die Energie des von zwei stromdurchflossenen Spulen erzeugten magnetischen Feldes den Ausdruck

$$W = {}^1/_2 \{L_1 \cdot i_1^2 \pm 2\, M \cdot i_1 i_2 + L_2 \cdot i_2^2\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

In dem mittleren Gliede ist das Vorzeichen unbestimmt gelassen, damit die Gegeninduktivität M in allen Fällen positiv gewählt werden kann.

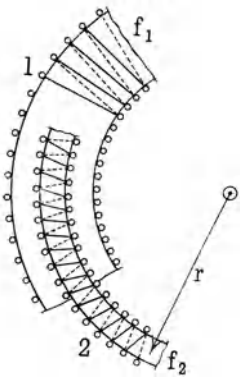
Beispiel 2: Werden die beiden Ringspulen 1 und 2 (Fig. 95) von den Strömen i_1 und i_2 durchflossen, so ist nach Gl. (42 b)

$$M = \mu_0 \int G_1 G_2 \cos\alpha \cdot dV \quad . \quad . \quad (44)$$

Für eine Ringspule ist $\mathfrak{H} = a = iw/l$, also $\mathfrak{H}/i = G = w/l$. Es ist also $G_1 = w_1/l$ und $G_2 = w_2/l$. Der Winkel zwischen beiden Feldstärken ist $\alpha = 0$, also ist $\cos\alpha = 1$. Beide Feldstärken überlagern sich nur im Innern der engeren Spule 2. Also ist

$$M = \mu_0 [w_1 w_2 / l^2] V_2 = \mu_0 w_1 w_2 F_2 / l \quad (45)$$

Fig. 95.



Art. 63. Berechnung der Induktivität aus dem Energieinhalt von Induktionsröhren. In den beiden vorhergehenden Artikeln sind Induktivität L und Gegeninduktivität M durch die in allen Raumteilen steckende magnetische Feldenergie bestimmt worden.

Die auf diesen Festsetzungen beruhenden Gleichungen (42 b) erfordern die schwierige Addition von Raumteilbeiträgen. Im folgenden wird gezeigt, daß man mit einfacheren Rechnungsoperationen zu Werten für die Induktivität L und die Gegeninduktivität M gelangen kann. Zunächst soll ein Ausdruck für die

Induktivität L aufgestellt werden, der nur die Addition von Flächenbeiträgen erfordert.

Als magnetische Feldlinienröhre bezeichnet man einen Raumteil, der ein Bündel von Feldlinien so umfaßt, daß durch seine Wandungen keine Feldlinien hindurchtreten, weder von außen nach innen, noch von innen nach außen (vgl. Art. 47).

Denkt man sich eine magnetische Feldlinienröhre (Fig. 96) in einzelne kleine Teile zerlegt, so enthält jedes Raumteilchen die Feldenergie $\mathrm{d}W = {}^1/_2\,\mathfrak{H}\cdot\mathfrak{B}\cdot\mathrm{d}V$ Nun ist $\mathrm{d}V = \mathrm{d}F\cdot\mathrm{d}s$, also ist

$$\mathrm{d}W = {}^1/_2\,[-\mathfrak{H}\cdot\mathrm{d}s]\,[-\mathfrak{B}\cdot\mathrm{d}F] = {}^1/_2\,[-\mathrm{d}V_m]\cdot\mathrm{d}\Phi.$$

Hierin ist gemäß Gl. (1), S. 54 $-\mathrm{d}V_m$ die Abnahme der magnetischen Spannung bei einer Wanderung um $\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}\Phi$ der Induktionsfluß in

Fig. 96.

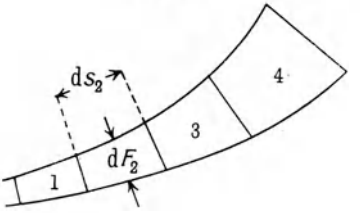
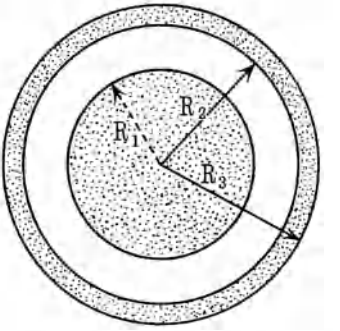


Fig. 97.



der Feldlinienröhre. Die gesamte, zwischen den Querschnitten A und B der Feldlinienröhre bzw. in der ganzen Feldlinienröhre sitzende Feldenergie ist, da $\mathrm{d}\Phi$ konstant bleibt, einfach

$$\mathrm{d}W_{AB} = {}^1/_2\,V_{AB}\cdot\mathrm{d}\Phi \quad \text{bzw.} \quad \mathrm{d}W_u = {}^1/_2\,V_u\cdot\mathrm{d}\Phi \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Hierin ist V_u die magnetische Umlaufspannung längs der ganzen in sich geschlossenen Feldlinienröhre

Durch Vergleich von Gl. (39) und (46) ergibt sich

$$\mathrm{d}L = V_u\cdot\mathrm{d}\Phi/i^2 \quad \text{und} \quad L = (1/i^2)\int V_u\cdot\mathrm{d}\Phi \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Art. 64. Induktivität eines gleichachsigen Kabels. In Fig. 97 ist der Querschnitt eines gleichachsigen Kabels dargestellt.

Beispiel 3: Wir berechnen zunächst den Beitrag L_1, den das Innere des Volldrahtes zur gesamten Induktivität L liefert. Gemäß Gl. (8), S. 59 ist hier $\mathfrak{H}_1 = i_1\cdot r/2\,\pi R_1^2$. Nun ist

$$\mathrm{d}\Phi = \mu_0\cdot\mathfrak{H}_1\cdot\mathrm{d}F = \mu_0\,\mathfrak{H}_1\cdot l\cdot\mathrm{d}r.$$

Hierin ist l die betrachtete Länge des gleichachsigen Kabels. Setzt man den Ausdruck für $\mathfrak{H}_1$ ein, so erhält man

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{\mu_0 i_1 l}{2\pi R_1^2} r \cdot \mathrm{d}r.$$

Die magnetische Umlaufspannung längs einer Kreislinie vom Halbmesser r ist gleich dem die Kreislinie durchstoßenden Strome. Letzterer ist $i_1 r^2\pi / R_1^2\pi$, also ist

$$V_u = \frac{i_1}{R_1^2} r^2.$$

Setzt man die für V_u und $\mathrm{d}\Phi$ gefundenen Ausdrücke in Gl. (47) ein, so erhält man

$$\frac{\mu_0 l}{2\pi R_1^4} \int_0^{R_1} r^3 \cdot \mathrm{d}r = L_1 = \frac{\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots \quad (48)$$

Beispiel 4: In dem Zwischenraum zwischen den Leitern 1 und 2 ist gemäß Gl. (5), S. 56 $\mathfrak{H}_{12} = i_1/2\pi r$. Mithin wird

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{\mu_0 l \cdot i_1}{2\pi} \frac{\mathrm{d}r}{r} \quad \text{und} \quad V_u = i_1.$$

Der Zwischenraum liefert zur gesamten Induktivität den Beitrag

$$\frac{\mu_0 l}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mathrm{d}r}{r} = L_{12} = \frac{\mu_0 l}{4\pi} \cdot ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad \ldots\ldots \quad (49)$$

Beispiel 5: Innerhalb des Rohres ist die von 1 herrührende Feldstärke $i_1/2\pi r$. Der Strom in dem ganzen als Rückleitung dienenden Rohr ist $-i_1$. Durch einen Ring vom inneren Halbmesser R_2, vom äußeren Halbmesser r fließt also der Strom

$$-i_1 \cdot (r^2 - R_2^2)/(R_3^2 - R_2^2).$$

Dieser Strom erzeugt die seinen Rand tangierende Feldstärke

$$-i_1 (r^2 - R_2^2)/(R_3^2 - R_2^2) \cdot 2\pi r.$$

Die gesamte Feldstärke in der Entfernung r von der Achse ist also

$$\frac{i_1}{2\pi r} \left\{ 1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right\} = \mathfrak{H}_2 = \frac{i_1 (R_3^2 - r^2)}{2\pi (R_3^2 - R_2^2) r}.$$

Folglich ist

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot i_1}{2\pi (R_3^2 - R_2^2)} \cdot \frac{R_3^2 - r^2}{r} \cdot \mathrm{d}r \quad \text{und} \quad V_u = i_1 \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}.$$

Mithin ist der Beitrag, den das Innere der Rohrwandung zur gesamten Induktivität liefert,

$$L_2 = \frac{\mu_0 l}{4\pi}\left\{\frac{R_3^4}{(R_3^2-R_2^2)^2}\,ln\,\frac{R_3^2}{R_2^2} - \frac{1}{2}\,\frac{3R_3^2-R_2^2}{R_3^2-R_2^2}\right\} \qquad (50)$$

Wenn das Rohr sehr dünnwandig ist, so kann man

$$(R_3^2-R_2^2)/R_2^2 = \delta, \quad R_3^2 = R_2^2(1+\delta)$$

setzen und den Ausdruck für L_2 in eine Reihe entwickeln. Man erhält so

$$L_2 \approx \frac{\mu_0 l}{4\pi}\,\frac{R_3^2-R_2^2}{3R_2^2}\left\{1 - \frac{R_3^2-R_2^2}{4R_2^2}\ldots\right\}.$$

Das Innere eines sehr dünnwandigen Rohres liefert also keinen merklichen Beitrag zur Induktivität (im Gegensatz zum Innern eines sehr dünnen Volldrahtes).

Aus den Gl. (48), (49) und (50) ergibt sich für die gesamte Induktivität eines gleichachsigen Kabels der Ausdruck

$$L = \frac{\mu_0 l}{4\pi}\left\{ln\,\frac{R_2^2}{R_1^2} + \frac{R_3^2}{R_3^2-R_2^2}\left[\frac{R_3^2}{R_3^2-R_2^2}\,ln\,\frac{R_3^2}{R_2^2} - 1\right]\right\} \qquad (51)$$

Ist das als Rückleitung dienende Rohr sehr dünnwandig, so wird

$$L \approx \frac{\mu_0 l}{4\pi}\left\{\frac{1}{2} + ln\,\frac{R_2^2}{R_1^2} + \frac{R_3^2-R_2^2}{3R_2^2}\right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad (52)$$

Das erste Glied dieser Summe stellt den Beitrag des Volldrahtes, das zweite Glied den Beitrag des Zwischenraumes, das dritte Glied den Beitrag der als Rückleitung dienenden Rohrwandung dar.

Art. 65. Induktivität zweier paralleler Drähte. Fig. 74, S. 65 stellt die Feldlinien zweier paralleler Leitungsdrähte 1 und 2 dar. Die Feldlinien sind außerhalb der Leitungsdrähte genaue Kreislinien, wie die Niveaulinien des elektrischen, von zwei geladenen Drähten herrührenden Feldes. Innerhalb der Leiter sind die Feldlinien in großer Annäherung Kreislinien.

Der Beitrag, den alle zwischen den Wandungen der Leiter hindurchtretenden Induktionsflüsse zur gesamten Induktivität liefern, läßt sich leicht berechnen. In einem Punkte der Verbindungslinie S der Drahtachsen, der vom Mittelpunkte der Verbindungslinie den Abstand x hat, ist die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{I}{2\pi}\left\{\frac{1}{1/_2\,S + x} + \frac{1}{1/_2\,S - x}\right\}.$$

Durch das Stück $\mathrm{d}x$ der Verbindungslinie tritt, wenn die Länge der Leiter gleich l ist, der Induktionsfluß

$$\mathrm{d}\Phi = \mu_0 \mathfrak{H} \cdot \mathrm{d}x \cdot l.$$

Die Umlaufspannung der durch $\mathrm{d}s$ gehenden Kraftlinie ist einfach gleich der Stromstärke I, da die Kraftlinie einen Draht einmal umrandet. Gemäß Gl. (47) ist also

$$L_z = \frac{\mu_0 l}{\pi} \left\{ \int_0^{1/2\,S-R} \frac{\mathrm{d}x}{1/2\,S + x} + \int_0^{1/2\,S-R} \frac{\mathrm{d}x}{1/2\,S - x} \right\} = \frac{\mu_0 l}{\pi} ln \frac{S-R}{R}.$$

Setzt man $\varrho = R/S$, so erhält man

$$L_z = (\mu_0 l/4\pi)\,[4\,ln\,S/R + 2\,ln(1-\varrho)^2] \quad . \quad . \quad . \quad (53\,a)$$

Den Beitrag L_i des Drahtinnern zur gesamten Induktivität findet man, indem man zunächst die Energie der radialen, sodann der tangialen Feldlinienröhren berechnet. Es ist

$$L_i = (\mu_0 l/4\pi)\,[1 + 2\,ln\,1/(1-\varrho^2)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53\,b)$$

Die sichelförmigen Räume an der Außenseite beider Drähte, zwischen der Drahtoberfläche und der einhüllenden Kraftlinie gelegen, liefern gemäß Gl. (47) zur Gesamtinduktivität den Beitrag

$$L_s = (\mu_0 l/4\pi)\,2\,ln(1+\varrho)/(1-\varrho) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53\,c)$$

Danach ist der strenge Ausdruck für die Induktivität der Länge l zweier Drähte vom Radius R, vom Achsenabstand S

$$L = (\mu_0 l/4\pi)\,[4\,ln\,S/R + 1] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54\,a)$$

Für die zahlenmäßige Rechnung bequemer ist der Ausdruck

$$L = \frac{l/\mathrm{km}}{1{,}000\,51} \left[0{,}921\,04\ lg\ \frac{S}{R} + 0{,}1 \right] \mathrm{m\,H} \quad . \quad . \quad . \quad (54\,b)$$

Art. 66. Induktivität einer Ellipsoidspule. Eine Feldlinie, die im Innern einer Ellipsoidspule den Weg $2x$ durchläuft, umschlingt insgesamt $w \cdot x/a$ Strombahnen, wenn w die Zahl der Windungen ist, die, gleichmäßig verteilt, die Rotationsachse $2a$ umschlingen. Es ist also die Umlaufspannung $V_{12} = Iwx/a$ (vgl. S. 64).

Ist $\mathfrak{H}$ die gleichförmige innere Feldstärke, so umschließt die Feldlinienröhre, die den mittleren Querschnitt in einer Scheibe von der Umfanglänge $2\pi y$, der Breite $\mathrm{d}y$ durchsetzt, den Induktionsfluß $\mathrm{d}\Phi = \mu_0 \mathfrak{H} \cdot 2\pi y \cdot \mathrm{d}y$. Da $\mathfrak{H} = a(1-f)$ ist, so ist

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{\mu_0 \pi I w (1-f)}{a}\, y \cdot \mathrm{d}y \quad \text{und} \quad V_{12} = \frac{Iwx}{a}.$$

Mithin ist die Induktivität einer Ellipsoidspule

$$\frac{1}{I^2}\int V_{12}\cdot \mathrm{d}\Phi = L = \frac{\mu_0 \pi w^2 (1-f)}{a^2}\int x y\cdot \mathrm{d}y.$$

Da $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ ist, so ist $y\cdot \mathrm{d}y = -b^2 x\cdot \mathrm{d}x/a^2$ und

$$L = \frac{\pi}{3}\mu_0 (1-f) w^2 b^2/a \quad \ldots\ldots \quad (55\,\mathrm{a})$$

Für eine Kugelspule ist $b = a = R$ und $f = {}^1/_3$, also

$$L = \frac{2\pi}{9}\mu_0 w^2 R \quad \ldots\ldots \quad (55\,\mathrm{b})$$

Gemäß Gl. (21), S. 64 ist $V_{12} : V_1 = 1 : (1-f)$. Die gesamte Feldenergie verhält sich also zur inneren wie $1 : (1-f)$, d. h. die äußere zur gesamten wie $f : 1$. Innerhalb einer Kugelspule stecken ${}^2/_3$, außerhalb ${}^1/_3$ der gesamten magnetischen Feldenergie.

Zwölftes Kapitel.

Berechnung der Gegeninduktivität zweier Stromleiter.

Art. 67. Gegeninduktivität zweier Stromlinien. Der Neumannsche Satz (56) lehrt, die Gegeninduktivität M zweier in sich geschlossener Stromlinien 1 und 2 zu berechnen. Sind $\mathrm{d}s_1$ und $\mathrm{d}s_2$ zwei kleine Stücke der beiden Stromlinien, die den Winkel σ miteinander bilden und den Abstand ξ voneinander haben, so ist die Gegeninduktivität der beiden Stromlinien

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int \frac{\mathrm{d}s_1\cdot \mathrm{d}s_2\, \cos\sigma}{\xi} \quad \ldots\ldots \quad (56)$$

Die Summen sind zu bilden über alle Teile $\mathrm{d}s_2$ der einen und sodann über alle Teile $\mathrm{d}s_1$ der anderen Stromlinie.

Die physikalische Bedeutung der Gegeninduktivität geht am deutlichsten aus folgender Vorstellung hervor. Fließt in der Stromlinie 1 der Strom I_1, so treibt dieser Strom durch die Stromlinie 2 den Induktionsfluß

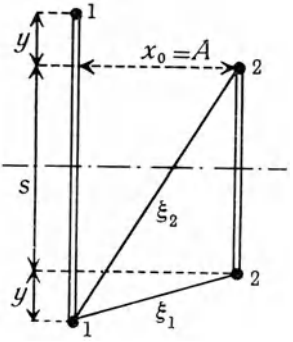
$$\Phi_2 = M I_1 \quad \ldots\ldots \quad (57\,\mathrm{a})$$

Umgekehrt ist

$$\Phi_1 = M I_2 \quad \ldots\ldots \quad (57\,\mathrm{b})$$

Beispiel: Zwei Quadrate 1 und 2 aus dünnem Draht (Fig. 98) stehen senkrecht zur Verbindungslinie A ihrer Mitten. Die Seite des einen Quadrates ist s, die des anderen $s + 2y$, beide seien sehr klein gegen A. Dann kann $ds_1 = s$, $ds_2 = s + 2y$ gesetzt werden. Der Abstand der parallelen Quadratseiten ist einfach

Fig. 98.



$$\xi_1 = \sqrt{A^2 + y^2}$$

bzw. $$\xi_2 = \sqrt{A^2 + (s+y)^2}.$$

Die Richtungskosinusse sind $\cos\sigma_1 = \mp 1$ bzw. $\cos\sigma_2 = \mp 1$. Zwischen den gekreuzten Seiten sind die Richtungskosinusse 0, also braucht ihr Abstand nicht berechnet zu werden.

Gemäß Gl. (56) ist

$$M = \frac{4 \cdot \mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{s(s+2y)}{\sqrt{A^2 + y^2}} - \frac{s(s+2y)}{\sqrt{A^2 + (s+y)^2}} \right\}.$$

Der Faktor 4 erklärt sich daraus, daß in der Klammer nur die Wirkung zweier Seiten des Quadrates 1 auf eine Seite des Quadrates 2 dargestellt wird. Es ist also

$$M = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{s \cdot (s+2y)}{A} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{A}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y+s}{A}\right)^2}} \right\}.$$

Wendet man nun die Rechnungsregeln an, die am Schluß für das Rechnen mit kleinen Größen gegeben sind, so erhält man

$$M = \frac{\mu_0 F_1 F_2}{2\pi A^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

Nach dem Biot-Savartschen Gesetz (Art. 44) ruft jede der vier Seiten des Rechtecks 1 in dem großen Abstand A auf der Achse die Feldstärke $d\mathfrak{H} = I_1 (s + 2y)/4\pi A^2$ hervor. Die Komponente in Richtung der Achse erhält man, indem man $d\mathfrak{H}$ mit dem Sinus des Winkels multipliziert, unter dem die halbe Seite des Rechtecks 1 vom Mittelpunkt des Rechtecks 2 aus erscheint, also mit $(\frac{1}{2}s + y)/A$.

Mithin ist die axiale Feldstärke im Mittelpunkt des Rechtecks 2

$$\mathfrak{H} = I_1 \cdot F_1 / 2\pi A^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58a)$$

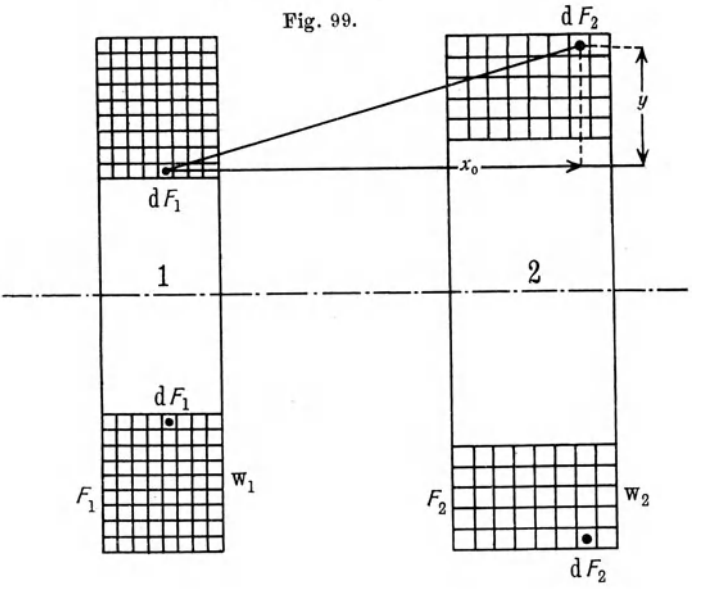
Der Induktionsfluß, den 1 durch 2 treibt, ist

$$M I_1 = \mu_0 I_1 F_1 \cdot F_2 / 2\pi A^3.$$

Das Neumannsche Gesetz führt in diesen wie an anderen Fällen zu genau demselben Ergebnis wie das Biot-Savartsche.

Art. 68. Gegeninduktivität eines Leiterbündels und einer Stromlinie. Eine Spule 1 (Fig. 99) bestehe aus w_1 Windungen rechteckigen

Fig. 99.



Kupferdrahtes, deren Isolierung so dünn ist, daß sie vernachlässigt werden kann. Ist I_1 die Stromstärke in den w_1 Windungen, so wird der ganze Windungsquerschnitt F_1 vom Strome $w_1 I_1$ durchflossen, das kleine Flächenstück $\mathrm{d}F_1$ von dem kleinen Strome $\mathrm{d}I_1$. Es ist offenbar

$$\mathrm{d}I_1 / w_1 \cdot I_1 = \mathrm{d}F_1 / F_1.$$

Ist M die Gegeninduktivität zwischen der Stromlinie $\mathrm{d}F_1$ und einer zweiten Stromlinie $\mathrm{d}F_2$, so treibt $\mathrm{d}F_1$ durch $\mathrm{d}F_2$ den Induktionsfluß

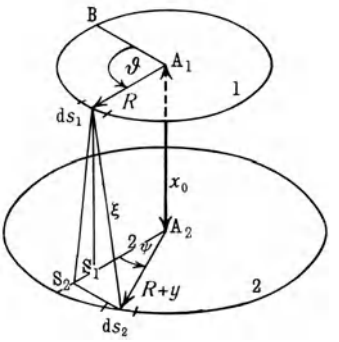
$$M \cdot \mathrm{d}I_1 = M \cdot w_1 I_1 \cdot \mathrm{d}F_1 / F_1.$$

Vom ganzen Querschnitt F_1 wird durch dF_2 der Induktionsfluß $M \int dI_1$ getrieben, und dieser Induktionsfluß, dividiert durch I_1, ist gleich der Gegeninduktivität M_1 zwischen dem Stromleiter 1 und der Stromlinie dF_2. Mithin ist

$$M_1 = \frac{w_1}{F_1} \int M \cdot dF_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (59)$$

Art. 69. Gegeninduktivität zweier gleichachsiger Kreislinien. Es seien R und $R + y$ die Radien, x_0 der Abstand der Ebenen der beiden Kreislinien 1 und 2 in Fig. 100. Nach dem Vorgang von Maxwell ersetzen wir den Winkel σ der Neumannschen Formel durch den Winkel 2ψ, den die Verbindungslinien R und $R + y$ (der Linienstücke ds_1 und ds_2 mit der Achse) miteinander bilden. Zieht man zu dem Radius A_1, ds_1 die Parallele durch A_2 und fällt auf diese Parallele die Lote ds_1, S_1 und ds_2, S_2, so erkennt man leicht, daß der Abstand von ds_1 und ds_2 den Wert hat

Fig. 100.



$$\xi = \sqrt{x_0^2 + (2R + y)^2 - 4R(R + y)\cos^2\psi} \quad \ldots \quad (60)$$

Wir addieren zunächst alle diejenigen Glieder der Neumannschen Formel, bei denen ξ gleiche Länge hat, drehen also ξ um die Achse $A_1 A_2$, indem wir ϑ von 0 bis 2π ändern. Da $ds_1 = R \cdot d\vartheta$, so ist der Beitrag einer solchen Umdrehung zur Gegeninduktivität

$$dM = {}^1/_2 \mu_0 R \frac{\cos 2\psi}{\xi} ds_2 \quad \ldots \ldots \quad (61)$$

Diese Umdrehung müssen wir nun mit allen möglichen Verbindungslinien ξ vornehmen. Wir denken uns vor jeder Umdrehung den Fußpunkt von ξ um $ds_2 = (R + y)\, d(2\psi)$ verschoben. Die Summe der Beiträge aller dieser Umdrehungen ist die Gegeninduktivität

$$M = 2\mu_0 R(R + y) \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2\psi \cdot d\psi}{\sqrt{x_0^2 + (2R + y)^2 - 4R(R + y)\cos^2\psi}} \quad (62)$$

Setzt man $\cos\psi = x$, so wird

$$k^2 = \frac{4R(R + y)}{x_0^2 + (2R + y)^2} \text{ und } M = \mu_0 \sqrt{R(R + y)} \left\{ \left[\frac{2}{k} - k \right] K - \frac{2}{k} E \right\} \quad (63)$$

Hierin sind K und E die vollständigen elliptischen Integrale erster bzw. zweiter Gattung mit dem Modul k. Die Werte von K und E (und M) sind bei Jahnke und Emde, Funktionentafeln, S. 46, 68 (76) und bei Legendre, Traité des fonctions elliptiques, angegeben.

Man kann einen Winkel τ so klein wählen, daß für $\psi < \tau$ mit großer Annäherung $\sin\psi = \psi$, $\cos\psi = 1 - {}^1/_2\,\psi^2$ gesetzt werden kann, und so groß, daß für $\psi > \tau$ bei großer Nähe beider Kreislinien die im Nenner stehende Wurzel in eine Reihe entwickelt werden kann. Führt man die Integration zuerst von 0 bis τ, sodann von τ bis $\pi/2$ aus, so erhält man aus (62) die Näherungsformel

$$M = \mu_0 \sqrt{R(R+y)}\left\{ ln\frac{8\sqrt{R(R+y)}}{\sqrt{x_0^2+y^2}} - 2\right\}$$

oder

$$M = \mu_0 R\left\{\left[1+\frac{y}{2R}\right] ln\frac{8R}{\sqrt{x_0^2+y^2}} - \left[2+\frac{y}{2R}\right]\right\} \qquad (64)$$

Diese Gleichung ist mit einigen höheren Potenzen von y/R und x_0/R von Maxwell zuerst abgeleitet und in vielen Arbeiten benutzt worden, so von Lord Rayleigh, Max Wien, Stefan.

Art. 70. Gegeninduktivität einer zylindrischen Spule und einer Kreislinie. Die Gegeninduktivität zwischen dem Stromring dx_0 und der gleichachsigen Kreislinie 2 (s. Fig. 101) ist M und durch (64), genauer durch (63) bestimmt.

Setzt man den strengen Ausdruck (63) in die Gl. (59) ein, so erhält man streng die Gegeninduktivität zwischen der zylindrischen Spule 1 und der Kreislinie 2 (s. Fig. 101). Es ist

$$M_1 = \frac{2\mu_0 w_1 R(R+y)}{l_1}\int_0^{\pi/2} \cos\,2\psi\cdot d\psi \int_{x'-l_1/2}^{x'+l_1/2} \frac{dx_0}{\sqrt{a^2+x_0^2}}$$
$$a^2 = (2R+y)^2 + 4R(R+y)\cos^2\psi \qquad (65)$$

Nach einigen Umrechnungen erhält man

$$M_1 = \frac{-2\mu_0 w_1 R(R+y) q}{l_1}\left\{\frac{+\sqrt{q^2-k_1^2}}{k_1^2}\left[U_1 - V_1\right] - \frac{\sqrt{q^2-k_2^2}}{k_2^2}\left[U_2 - V_2\right]\right\}$$
$$U_1 = \int_0^1 \frac{dx\sqrt{1-x^2}}{(1-q^2x^2)\sqrt{1-k_1^2x^2}},\quad V_1 = \int_0^1 \frac{dx\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-k_1^2x^2}}{1-q^2x^2} \qquad (66)$$
$$k_1^2 = \frac{4R(R+y)}{(x'+\frac{1}{2}l_1)^2+(2R+y)^2},\ k_2^2 = \frac{4R(R+y)}{(x'-\frac{1}{2}l_1)^2+(2R+y)^2},\ q^2 = \frac{4R(R+y)}{(2R+y)^2}$$

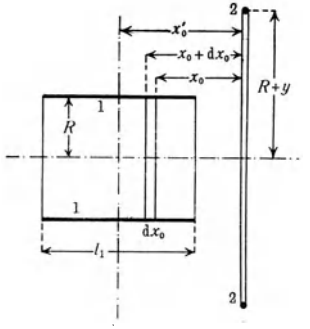
U_2 und V_2 sind die Werte, welche U_1 und V_1 annehmen, wenn man k_1 durch k_2 ersetzt. Die Wurzel $\sqrt{q^2 - k_2^2}$ ist negativ, wenn der Ring 2 innerhalb der beiden Randquerschnitte der Spule 1 liegt.

Gehört der Ring 2 der Mantelfläche der zylindrischen Spule (*a*) oder ihrer Verlängerung (*b*) an, so ist $y = 0$, $q = 1$. Dann ist einfach

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{2\,\mu_0\, w_1\, R^2\, U}{l_1},\quad cotg\,\alpha_1 = \frac{x' + l_1/2}{2R},\quad cotg\,\alpha_2 = \frac{x' - l_1/2}{2R} \\ U &= \frac{cotg\,\alpha_1}{|sin\,\alpha_1|}\,[\mathsf{K}_1 - \mathsf{E}_1] - \frac{cotg\,\alpha_2}{|sin\,\alpha_2|}\,[\mathsf{K}_2 - \mathsf{E}_2] \end{aligned}\right\} \quad (67)$$

Im Falle (*a*) ist $cotg\,\alpha_2$ negativ. Die Gegeninduktivität M hat ein flaches Maximum für $x_0 = 0$, d. h. für den mittleren Umfang der Spule. Sie fällt schnell ab für den Rand der Spule und dann immer langsamer für Ringe 2, die sich von der Spule 1 entfernen. Teilt man die maximale Gegeninduktivität in eine Anzahl, z. B. zehn gleiche Teile, so kann man die Punkte der Mantelfläche bestimmen, zwischen denen der hindurchtretende Induktionsfluß um gleichviel, z. B. $^1/_{10}$ des maximalen, abnimmt. Diese Berechnung hat Verfasser ausgeführt und zur Konstruktion des Kraftlinienbildes (Fig. 75, S. 66) einer zylindrischen Spule benutzt.

Fig. 101.



Viel mühsamer ist die Berechnung von M_1, wenn der Ring 2 nicht der Mantelfläche angehört. Dann führt Reihenentwicklung der Formeln (66) zum Ziele. Verf. hat M_1 für alle Punkte des mittleren und des Randquerschnittes einer zylindrischen Spule berechnet und dann graphisch die Punkte ermittelt, durch die die zehn gleichen Induktionsröhren hindurchtreten, deren Durchtritt durch die Mantelfläche schon bestimmt ist.

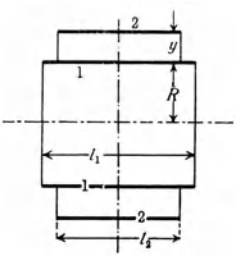
Art. 71. Gegeninduktivität zweier Spulen. Die Kreislinie mit dem Querschnitt dF_2 treibt durch die Spule 1 (s. Fig. 99) den Spulenfluß

$$d\,\Psi = M_1 \cdot dI_2 = M_1 w_2 I_2 \cdot \frac{dF_2}{F_2}.$$

Setzt man hierin für M_1 den Wert (59) ein und integriert, so erhält man den ganzen Spulenfluß, den die Spule 2 durch die Spule 1

treibt. Dieser Spulenfluß ist aber $M_2 I_2$. Mithin ist die Gegeninduktivität zweier Spulen mit den Windungszahlen w_1 und w_2, den Querschnitten F_1 und F_2

Fig. 102.



$$M_2 = \frac{w_1 w_2}{F_1 F_2} \int\int M \cdot \mathrm{d}F_1 \cdot \mathrm{d}F_2. \quad (68)$$

Hierin ist M die durch (63) bestimmte Gegeninduktivität der beiden Kreislinien, deren Querschnitte $\mathrm{d}F_1$ und $\mathrm{d}F_2$ sind.

Für zwei zylindrische Spulen von den Längen l_1 und l_2, den Radien R und $R + y$, deren mittlere Querschnitte zusammenfallen (siehe Fig. 102), erhält man

$$\left.\begin{aligned} M_2 &= \frac{8\mu_0 w_1 w_2}{l_1 l_2} R(R+y)\sqrt{R(R+y)}\,(U_1 - U_2) \\ U_1 &= \frac{1}{k_1}\left\{\left(1 - \frac{k_1^2}{q^2}\right)\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x\sqrt{1-x^2}}{(1-q^2x^2)\sqrt{1-k_1^2x^2}}\right. \\ &\qquad \left. + (1-k_1^2)\left(\frac{1}{3k_1^2} - \frac{1}{q^2}\right)\mathsf{K}_1 + \left(\frac{1}{q^2} - \frac{1+k_1^2}{3k_1^2}\right)\mathsf{E}_1\right\} \\ k_1^2 &= \frac{16R(R+y)}{(l_1+l_2)^2+4(2R+y)^2},\quad k_2^2 = \frac{16R(R+y)}{(l_1-l_2)^2+4(2R+y)^2},\quad q^2 = \frac{4R(R+y)}{(2R+y)^2} \end{aligned}\right\} \quad (69)$$

U_2 ist der Wert, den U_1 annimmt, wenn man k_1 durch k_2 ersetzt.

Art. 72. Induktivität einer zylindrischen Spule. Sind die beiden betrachteten Spulen von annähernd gleichem Halbmesser, von gleicher Länge und Windungszahl, so nähert sich die Induktivität jeder einzelnen Spule dem gleichen Wert L. Sind die Spulen in Reihe geschaltet, so haben sie eine Induktivität L_{1+2}, die einerseits, da die Induktivität bei Verdopplung der Windungszahl sich vervierfacht, gleich $4L$, andererseits gemäß Gl. (43) gleich $2L + 2M_2$ ist. Hieraus folgt $L = M_2$. Die Induktivität L einer Spule ist gleich dem Grenzwert, den die Gegeninduktivität M_2 der Spule gegen eine andere annimmt, wenn beide Spulen mehr und mehr genähert werden, bis sie sich völlig durchdringen. Es ist also gemäß Gl. (68)

$$L = \frac{w^2}{F^2} \int\int M \cdot \mathrm{d}F_1 \cdot \mathrm{d}F_2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

Setzt man demnach in den Gl. (69) $y = 0$ und $l_1 = l_2$, so geht M_2 in L über. Die Induktivität einer zylindrischen Spule von der Länge l, dem Halbmesser R, der Windungszahl w, der Ganghöhe $g = l/w$ berechnet sich aus den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} tg\,\alpha &= \frac{2R}{l}, \qquad k = \sin\alpha, \\ L &= \frac{8\mu_0}{3}\cdot\frac{R^2}{g^2}\cdot R\left\{\frac{1-k^2}{k^3}\,\mathsf{K} + \frac{2k^2-1}{k^3}\,\mathsf{E} - 1\right\} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (71)$$

Diese Gleichung ist (ohne Ableitung) schon von L. Lorenz (Wied. Ann. **7**, 170, 1879) angegeben worden. Über K und E ist im Anschluß an Gl. (63) das Nötigste gesagt.

Ist $l = 2R$, die Spulenlänge gleich dem Spulendurchmesser, so ist $tg\,\alpha = 1$, $\alpha = 45^0$, $k = {}^1/_2\sqrt{2}$, $\mathsf{K} = 1{,}8541$. Daher ist streng

$$(L)_{l=2R} = [0{,}08243\,w]^2\,\frac{2R}{[\mathrm{cm}]}\,[\text{abs. }\mu\,\mathrm{H}] \quad \ldots \quad (72)$$

Nimmt man an, 1. daß im ganzen mittleren Querschnitt die Feldstärke dieselbe sei wie im Spulenmittelpunkt, 2. daß alle Feldlinien alle Windungen umschlingen (vgl. Fig. 75), so erhält man aus (47) die Näherungsformel

$$L \approx [0{,}0836\,w]^2\,\frac{2R}{l}\sqrt{\frac{2}{1+(l/2R)^2}}\,\frac{2R}{[\mathrm{cm}]}\,[\text{abs. }\mu\,\mathrm{H}] \quad \ldots \quad (73)$$

Für eine einlagige Spule, deren Länge l gleich dem Durchmesser $2R$ ist, ergibt die Näherungsgleichung (73) einen Wert, der nur 3 v. H. zu groß ist.

Haben die einzelnen Windungen runden, statt rechteckigen Querschnitt und endlichen Abstand, so ist noch eine Korrektion zu dem Ausdruck Gl. (71) hinzuzufügen. Die neuesten Berechnungen dieser Korrektion sind von Rosa und Cohen ausgeführt (Bull. Bur. of Standards **5**, 41, 1908).

Art. 73. Permeabilität μ_0 des Leerraums. Man kann den Widerstand, den eine Spule von genau bestimmten Abmessungen dem Durchgang von Wechselstrom entgegensetzt, vergleichen mit dem Widerstand, den ein als internationale Widerstandseinheit (int. Ω) dienender Quecksilberfaden (von 1,06300 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° C) hat. Eine solche, äußerst sorgfältige Bestimmung ist in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt von Grüneisen und Giebe ausgeführt worden. Sie fanden

$$\mu_0 = \frac{0{,}4\,\pi\cdot 10^{-8}}{1{,}00051}\left[\frac{\text{int.}\,\Omega\cdot\text{sek}}{\text{cm}}\right] \quad \ldots \quad (74)$$

Durch Vergleich der Werte (74) und (38b) für μ_0 zeigt sich, daß das int. Ω um etwa 0,05 v. H. größer ist als das absolute praktische Ohm.

Grüneisen und Giebe benutzten Spulen, deren blanke Windungen in Gewinde hineingewickelt wurden. Die Gewinde waren auf Marmorrohre von rund 50 cm Länge und Durchmesser geschnitten. Zur Berechnung wählten sie die Lorenzsche Formel (71) mit der Korrektion von Rosa und Cohen.

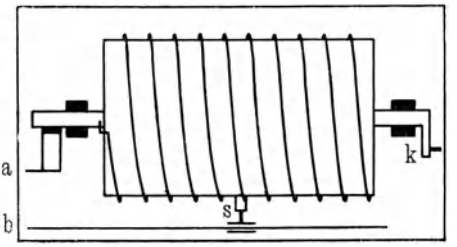
Dreizehntes Kapitel.

Praktische Ausführung von Leitern mit Induktivität.

Art. 74. Kleine veränderliche Induktivität. Als Spulen mit kleiner Induktivität seien solche Spulen bezeichnet, deren Induktivität unter etwa 500 μH liegt. Derartige Spulen werden in der Regel so ausgeführt, daß man eine Lage besponnenen Drahtes auf einen Preßspanzylinder wickelt. Es ist zweckmäßig, für die Mitte Volldraht, für die beiden Endteile der Wicklung Litze zu verwenden.

Führt man die Wicklung so aus, daß nach einigen Windungen immer kleine Drahtschlaufen herausstehen, so können die beiden

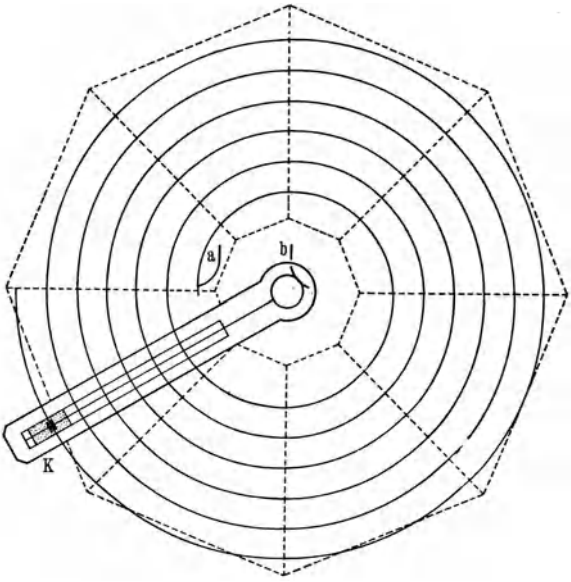
Fig. 103.



Drähte der Schlaufe blank gemacht, miteinander verlötet und dann als Abzweigung benutzt werden. Man erhält so Leiter mit stufenweise veränderlicher Induktivität.

Einen Leiter mit stetig veränderlicher Induktivität erhält man z. B. durch eine Anordnung nach Fig. 103. Der blanke Draht mit rechteckigem Querschnitt ist auf eine Trommel gewickelt. Zur Stromentnahme dient einerseits die Achse, andererseits ein Schleifkontakt s, der sich verschiebt, wenn die Trommel gedreht wird.

In der drahtlosen Telegraphie werden vielfach Flachspulen verwendet (Fig. 104). Diese Spulenform hat vor der zylindrischen den Vorteil der bequemen Zugänglichkeit aller Windungen. Man kann auf den einzelnen Windungen kleine Röhrchen befestigen und



dann mit Hilfe von Steckern beliebig von der Spule abzweigen. Man kann aber auch eine Kurbel K anordnen, an der ein Schleifkontakt entlanggleiten kann. Dann kann man durch Drehen der Kurbel die Induktivität stetig ändern.

Art. 75. Große feste Induktivität. Meistens werden Spulen mit kleiner Induktivität für den Durchgang starker Ströme gebraucht und umgekehrt. Spulen mit fester großer Induktivität kann man nach Art einer der Spulen herstellen, die Fig. 99 zeigt. In dieser Weise werden Normalen der Induktivität gewöhnlich hergestellt. Die Wicklung mit rechteckigem Querschnitt wird von einem Marmorkern getragen. Solche Normalen werden vom Wernerwerk in Berlin hergestellt (Fig. 105).

Spulen dieser Art eignen sich nur für geringe Stromstärken und niedrige Frequenzen. Bei größerer, schnell veränderlicher Stromstärke würde zwischen benachbarten Windungen eine so hohe Span-

Fig. 105.



Fig. 106.

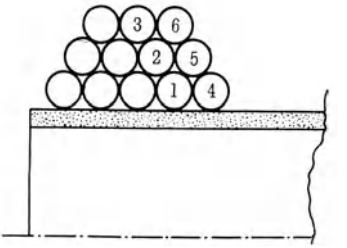


Fig. 107.

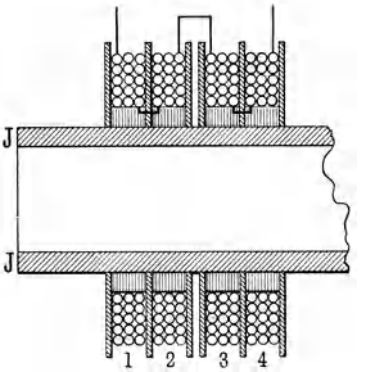
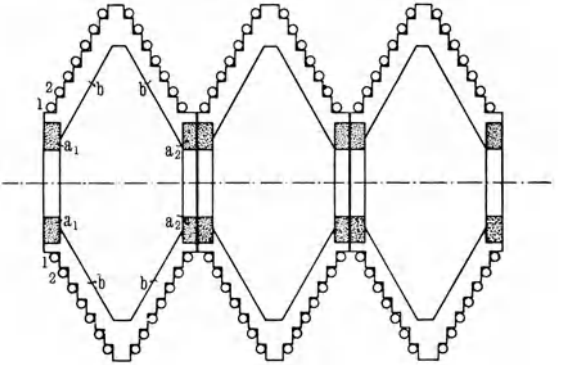


Fig. 108.



nung auftreten, daß die Isolation durchschlagen wird. Um Spulen mit großer Induktivität, die z. B. für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie brauchbar sind, herzustellen, verwendet man eine der in Fig. 106, 107 oder 108 dargestellten Wicklungsarten.

Bei der Pyramidenwicklung Fig. 106 wird nicht erst eine Lage, sodann eine zweite Lage usw. gewickelt, sondern es werden der Reihe nach die Windungen 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. gewickelt. Wenn die Windung fertig ist, beginnt man mit einer unten liegenden.

In Fig. 107 ist eine Wicklung dargestellt, die aus vielen einzelnen, in Reihe geschalteten kleinen Spulen 1, 2, 3, 4 usw. besteht.

Die in Fig. 108 dargestellte Wicklungsart kommt namentlich für große Spulen in Frage. Dabei ist der Querschnitt der Spule kein Kreis, sondern ein Sechs- oder Achteck. Die Windungen werden nur an den Eckpunkten unterstützt und liegen im übrigen frei.

Art. 76. Leiter mit großer stetig veränderlicher Induktivität kann man so herstellen, wie es die Fig. 109 und 110 zeigen.

In Fig. 109 sind a, b und c, d die Klemmen für den Eintritt und Austritt des Stromes in die beiden konischen Spulen 1 und 2. Letztere können in

Fig. 109.

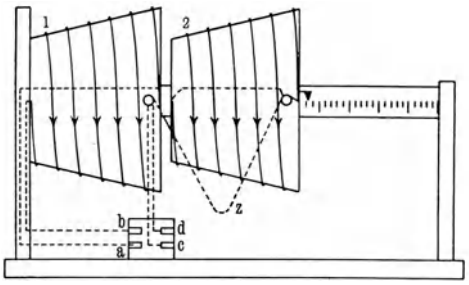
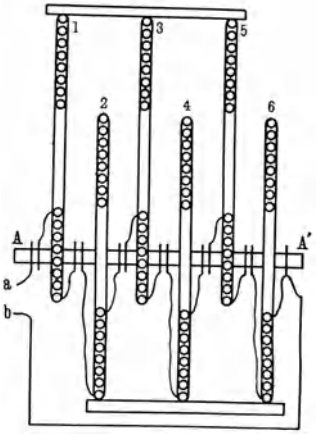


Fig. 110.



Reihe, und zwar so geschaltet werden, daß sie in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne vom Strome durchflossen werden. Die Spulen können auch parallel geschaltet werden und zwar ebenfalls gleichsinnig oder gegensinnig. Ist L die Induktivität jeder einzelnen Spule, M die Gegeninduktivität, so nennt man

$$k = M/L \quad \text{oder} \quad k = M/\sqrt{L_1 L_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

den Kopplungsgrad der Spulen. Die Gesamtinduktivität bei Reihenschaltung ist $2L\,(1 \pm k)$, bei Parallelschaltung $^1/_2 L\,(1 \pm k)$. Der Kopplungsgrad k kann von etwa 0,05 bis 0,80 geändert werden. Bei gleichsinniger Schaltung ändert sich die Gesamtinduktivität etwa im Verhältnis 1 : 1,8, bei gegensinniger etwa im Verhältnis 1 : 5. Die Verschiebung zweier Spulen bringt eine größere Veränderung der Induktivität hervor, wenn die Spulen gegensinnig geschaltet sind, als wenn sie gleichsinnig geschaltet sind.

In Fig. 110 ist eine Anzahl fester Flachspulen 1, 3, 5 usw. und eine Anzahl beweglicher Flachspulen 2, 4, 6 usw. dargestellt. Bei Gegenschaltung der Spulengruppen wird die Induktivität sehr klein, wenn die Gruppen ganz ineinandergeschoben oder gedreht sind. Damit zwischen benachbarten Spulen nicht zu hohe Spannungen auftreten, schaltet man entweder beide Gruppen parallel (Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, Berlin), oder man schaltet der Reihe nach 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. (Lorenz, Berlin).

Art. 77. Lange gerade Spule mit Eisenkern. In elektrischen Anlagen verwendet man häufig lange gerade Spulen mit langgestrecktem Eisenkern (Drosselspulen).

Ist $\mathfrak{a}_s$ der Strombelag der Spule, $\mathfrak{a}_e$ der des Eisenkerns, f der Streufaktor des Eisenkerns, so ist im Eisenkern gemäß Art. 54:

die magnetische Feldstärke . . $\mathfrak{H} = \mathfrak{a}_s - f\,\mathfrak{a}_e$,

die relative Induktion . . . . $(\mu/\mu_0)\cdot\mathfrak{H} = \mathfrak{a}_s + \mathfrak{a}_e - f\,\mathfrak{a}_e$.

Hieraus folgt

$$\mathfrak{a}_e = \mathfrak{a}_s\,\frac{\mu/\mu_0 - 1}{1 + f(\mu/\mu_0 - 1)},\quad \mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{a}_s}{1 + f(\mu/\mu_0 - 1)} \approx \frac{\mu_0\,\mathfrak{a}_s}{\mu\,f}\left(1 - \frac{1-f}{f\,\mu/\mu_0}\right).$$

Durch das Flächenstück $\mathrm{d}F$ des mittleren Querschnittes tritt der absolute Induktionsfluß $\mathrm{d}\Phi = \mu\cdot\mathfrak{H}\cdot\mathrm{d}F$. Man kann ferner von dem weitaus größten Teil aller Feldlinien, die den mittleren Querschnitt durchsetzen, annehmen, daß sie alle w Windungen der Spule umschlingen, so daß für sie die magnetische Umlaufspannung $V_u = wI$ ist.

Nach diesen Feststellungen ergibt sich aus Gl. (47), S. 84 die Induktivität L.

In roher Annäherung kann man 1. den Streufaktor f des Eisenkerns gleich dem eines Rotationsellipsoids von gleicher Länge $2a$ und gleichem Querschnitt $b^2\pi$ setzen und aus einer der Tabellen am Schlusse dieses Buches entnehmen; 2. das Glied $(1-f)/f(\mu/\mu_0)$ gegen 1 vernachlässigen.

In roher Annäherung wird demnach

$$L \approx \frac{1{,}256 \cdot 10^{-3} w^2}{100 f} \cdot \frac{F}{\mathrm{cm}^2} \cdot \frac{1}{l/\mathrm{cm}} \,\mathrm{mH} \quad \text{und} \quad 2b = 2\sqrt{F/\pi} \qquad (76)$$

Ist eine Drosselspule von bestimmter Induktivität für eine bestimmte Stromstärke erforderlich, so geschieht die Berechnung in folgender Weise. Man wählt das Verhältnis $2a/2b$ von Länge zu Durchmesser etwa zwischen 6 und 14. Man berechnet nun einige Spulen von verschiedener Größe mit der gewünschten Induktivität und bestimmt zur Ausführung diejenige, deren Wicklung die nötige Stromstärke ohne allzu große Wärmeentwicklung hindurchläßt.

Vergleicht man miteinander 1. eine eisenfreie Spule, 2. eine Spule gleicher Form mit langgestrecktem, offenem Eisenkern, 3. eine Spule gleicher Form mit in sich geschlossenem Eisenkern, so ist die Induktivität bei 2 größer als bei 1, bei 3 größer als bei 2. Der Vorteil von 2 gegenüber 3 besteht in der geringeren Abhängigkeit der Induktivität von der Stromstärke.

3. Abschnitt.

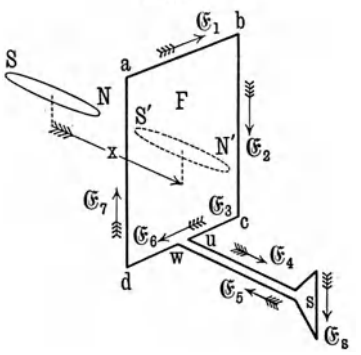
Das elektrische Wirbelfeld.

Vierzehntes Kapitel.

Erzeugung eines elektrischen Feldes durch Bewegung.

Art. 78. Verschiebung eines Magnetstabes in der Nähe einer Leiterschleife. Von der Hälfte N des in Fig. 111 gezeichneten Magnetstabes gehen magnetische Induktionslinien aus; sie münden auf der Hälfte S des Stabes. Ein Teil (Φ) des gesamten Induktionsflusses N → S durchsetzt die Fläche der Drahtschleife a b c d. Die Seite c d der Drahtschleife ist aufgeschnitten. Die Schnittstellen u und w sind mit den Enden der Saite s eines Saitenstrommessers verbunden, eines Gerätes, das im 6. Abschnitt näher beschrieben wird.

Fig. 111.



a) Befindet sich der Magnetstab in Ruhe, so hat das auf einer Skala entworfene Bild der Saite s dieselbe Lage wie bei geöffnetem Stromkreis. Bewegt man aber den Magnetstab, etwa aus der Stellung S N in die Stellung S′N′, so erscheint während der Dauer der Bewegung das Saitenbild abgelenkt. Während der Bewegung um dx sei der die Schleife durchsetzende Teil Φ des Induktionsflusses N → S um dΦ vermehrt. Der Ausschlag des Saitenbildes ist, da die Saite sich in einem konstanten Magnetfelde befindet, der Stromstärke i in der Saite und der Spannung u_k des oberen Saitenendes gegen das untere proportional.

b) Wir wiederholen den Versuch a) in einer etwas abgeänderten Weise: wir stecken den Magnetstab durch eine kleine Schlaufe in der Doppelleitung, welche die Drahtschleife mit der Saite s verbindet. Zu Beginn des Versuches ist dann angenähert $\Phi = 0$; am Ende ist

$\Phi = \Phi_0$, d. h. gleich dem gesamten Induktionsfluß N → S. Bei der Wiederholung b) des Versuches a) ist also $d\Phi/dx$ weit größer als beim Versuch a). Die Beobachtung zeigt, daß auch der Ausschlag des Saitenbildes weit größer ist. Wir können daher annehmen, daß die Spannung u_k an der Saite dem Quotienten $d\Phi/dx$ proportional sei.

c) Wiederholen wir die Versuche a) und b), indem wir den Magnetstab mit größerer Geschwindigkeit dx/dt bewegen, so beobachten wir einen größeren Ausschlag des Saitenbildes als vorhin; woraus wir schließen, daß die Spannung u_k an der Saite nicht nur dem Quotienten $d\Phi/dx$, sondern auch der Geschwindigkeit dx/dt proportional sei. Dieser Schluß wird dadurch bestätigt, daß sich die Richtung des Saitenausschlages umkehrt, wenn man den Magnetstab aus Schleife oder Schlaufe herauszieht.

Wir setzen also die Saitenspannung u_k dem Produkt beider Größen, d. h. der Änderungsgeschwindigkeit $d\Phi/dt$ des Induktionsflusses Φ proportional.

d) Ersetzt man den oberen Teil ab der aus dicken Kupferstäben gebildeten Drahtschleife durch einen ganz dünnen Draht aus einem Stoff, dessen Leitfähigkeit viel geringer ist als die von Kupfer, so zeigt sich der Saitenausschlag, also auch die Saiten- oder Klemmenspannung u_k bei gleicher Änderungsgeschwindigkeit $d\Phi/dt$ des Induktionsflusses viel geringer. Um diesen Versuch erklären zu können, dürfen wir nicht die Klemmenspannung u_k, sondern müssen wir die Umlaufspannung u der Änderungsgeschwindigkeit $d\Phi/dt$ proportional setzen. Die Umlaufspannung ist $u = u_s + u_k$. Wenn die längs der Schleife gebildete Wegspannung u_s [wie bei Versuch d)] einen endlichen Wert annimmt, die Umlaufspannung u aber konstant bleibt, so muß u_k abnehmen.

Art. 79. Das zweite Grundgesetz der Elektrizitätslehre. Durch Bewegung des Magnetstabes von SN nach S′N′ entstehen längs des in sich geschlossenen Leiterkreises die elektrischen Feldstärken $\mathfrak{E}_1$, $\mathfrak{E}_2$ usw., welche die Richtung der beigesetzten Pfeile haben. Die Umlaufspannung $u = \mathfrak{E}_1 \cdot ab + \mathfrak{E}_2 \cdot bc + \cdots$ wird also positiv, wenn man sie längs eines Weges bildet, der die Achse N′S′NS der Schleifenfläche in mathematisch positivem Sinne umschlingt.

Durch Bewegung des Magnetstabes von SN nach S′N′ entsteht eine positive Änderungsgeschwindigkeit $d\Phi/dt$ des die Schleife von links nach rechts durchsetzenden Induktionsflusses Φ. Also verläuft $-d\Phi/dt$, eine Größe, die als „magnetischer Schwund“

bezeichnet wird, von rechts nach links durch die Schleife, in demselben Sinne, in welchem die Achse N′S′NS der Schleifenfläche gerichtet ist.

Daher setzt man die Umlaufspannung u nicht der Änderungsgeschwindigkeit $+\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$, sondern dem magnetischen Schwund $-\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ proportional. Mißt man die Spannung u in Volt, die Zeit t in Sekunden, den Induktionsfluß Φ in einer passenden Einheit, der Voltsekunde, so erhält man das sogenannte II. Grundgesetz der Elektrizitätslehre in der Form:

Umlaufspannung = Magnetischer Schwund

oder

$$\boxed{u = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

Dividiert man beide Seiten der Gl. (1) durch die Fläche F, längs deren Begrenzung die Umlaufspannung u gemessen ist, und die vom magnetischen Schwunde $-\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ durchsetzt wird, so erhält man, falls $\Phi = F \cdot \mathfrak{B}$ ist, das zweite Grundgesetz in der Form:

$$\frac{u}{F} = curl\,\mathfrak{E} = rot\,\mathfrak{E} = -\frac{\mathrm{d}\mathfrak{B}}{\mathrm{d}t} = -\mu \cdot \frac{\mathrm{d}\mathfrak{H}}{\mathrm{d}t} \quad \cdots \quad (2)$$

Die Flächendichte der elektrischen Umlaufspannung (oder der Wirbel der elektrischen Feldstärke) ist von gleichem Betrage und entgegengesetzter Richtung wie die Änderungsgeschwindigkeit der absoluten magnetischen Induktion (vgl. Fig. 114).

Art. 80. Die Maxwell-Hertzschen Feldgleichungen. In Fig. 112 ist angenommen, daß $\mathfrak{m}_x$ die Achse des Flächenstückes $\mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z$ sei und daß in allen Punkten des Flächenstückes die zum Flächenstück senkrechte Komponente $\mathfrak{B}_x$ der absoluten magnetischen Induktion herrsche. Wenn $\mathfrak{B}_x$ in der kleinen Zeit $\mathrm{d}t$ um $\mathrm{d}\mathfrak{B}_x$ zunimmt, so entstehen längs der Begrenzung der Fläche $\mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z$ elektrische Feldstärken. Die Umlaufspannung

$$\mathrm{d}y \cdot \mathfrak{E}_y + \mathrm{d}z \left\{\mathfrak{E}_z + \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial y} \cdot \mathrm{d}y\right\} - \mathrm{d}y \left\{\mathfrak{E}_y + \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial z} \cdot \mathrm{d}z\right\} - \mathrm{d}z \cdot \mathfrak{E}_z$$

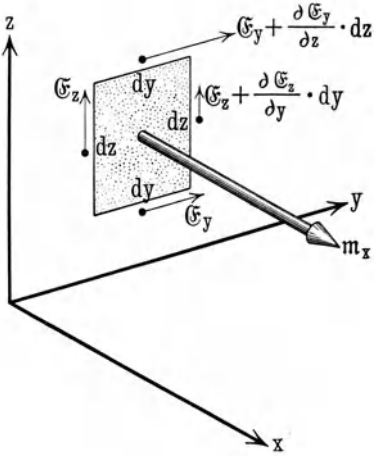
$$= \left[\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial z}\right] \mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z$$

(in mathematisch positivem Drehungssinn um die Achse $\mathfrak{m}_x$ berechnet) ist nach dem II. Grundgesetz (einem Ergebnis der Erfahrung) gleich dem magnetischen Schwund

$$-\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t = -\mathrm{d}y\cdot\mathrm{d}z\cdot\mathrm{d}\mathfrak{B}_x/\mathrm{d}t = -\mathrm{d}y\cdot\mathrm{d}z\cdot\mu\cdot\mathrm{d}\mathfrak{H}_x/\mathrm{d}t.$$

Dividiert man die beiden für die Umlaufspannung erhaltenen Ausdrücke durch die Fläche $\mathrm{d}y\cdot\mathrm{d}z$, so ergibt sich die erste der nachstehenden Gl. (3b); die zweite und dritte entsteht durch sogenannte zyklische Vertauschung der Koordinaten, wobei man x durch y, y durch z, z durch x ersetzt.

Fig. 112.



Die linken Seiten der drei Feldgleichungen (3b) sind die drei Komponenten der Flächendichte der elektrischen Umlaufspannung, die rechten die drei Komponenten der Abnahmegeschwindigkeit der magnetischen Induktion. Die nachstehenden Feldgleichungen (3a) sind eine Auflösung des I. Grundgesetzes [Gl. (6), S. 57] in drei zueinander senkrechte Komponenten. Die Stromdichte c ist hier durch die Summe von Leitungs- und Verschiebungsstromdichte ersetzt.

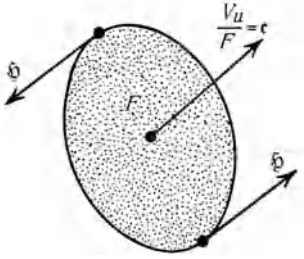
Die sechs Feldgleichungen lauten:

(I. Grundgesetz) . . . . (3a)	(II. Grundgesetz) . . (3b)
$\frac{\partial\mathfrak{H}_z}{\partial y}-\frac{\partial\mathfrak{H}_y}{\partial z}=\varkappa\mathfrak{E}_x+\varepsilon\frac{\partial\mathfrak{E}_x}{\partial t}$	$\frac{\partial\mathfrak{E}_z}{\partial y}-\frac{\partial\mathfrak{E}_y}{\partial z}=-\mu\frac{\partial\mathfrak{H}_x}{\partial t}$
$\frac{\partial\mathfrak{H}_x}{\partial z}-\frac{\partial\mathfrak{H}_z}{\partial x}=\varkappa\mathfrak{E}_y+\varepsilon\frac{\partial\mathfrak{E}_y}{\partial t}$	$\frac{\partial\mathfrak{E}_x}{\partial z}-\frac{\partial\mathfrak{E}_z}{\partial x}=-\mu\frac{\partial\mathfrak{H}_y}{\partial t}$
$\frac{\partial\mathfrak{H}_y}{\partial x}-\frac{\partial\mathfrak{H}_x}{\partial y}=\varkappa\mathfrak{E}_z+\varepsilon\frac{\partial\mathfrak{E}_z}{\partial t}$	$\frac{\partial\mathfrak{E}_y}{\partial x}-\frac{\partial\mathfrak{E}_x}{\partial y}=-\mu\frac{\partial\mathfrak{H}_z}{\partial t}$

Die Erscheinungen, welche durch diese Maxwell-Hertzschen Feldgleichungen teils zusammengefaßt und erklärt, teils vorausgesagt worden sind, sind so zahlreich und von solcher Bedeutung, daß die Sätze zu den schönsten Früchten des auf Naturerkenntnis gerichteten menschlichen Triebes gehören.

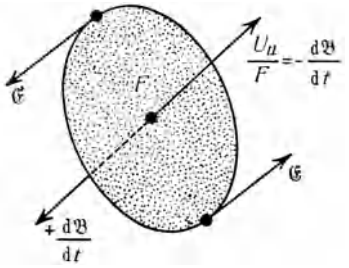
Durch die Fig. 113, 114, 115 sind die drei Grundgesetze der Elektrizitätslehre veranschaulicht. Das in Fig. 115 dargestellte

Fig. 113.



I. Grundgesetz.

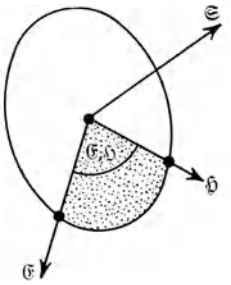
Fig. 114.



II. Grundgesetz.

III. Grundgesetz ist die Poyntingsche Form (siehe Art. 90) des Gesetzes von der elektrischen Arbeit bzw. Leistung [siehe Gl. (17), S. 10].

Fig. 115.



III. Grundgesetz.

Art. 81. Einfache Anwendungen der Feldgleichungen. Beispiel 4, Art. 43: Stromdurchflossener Volldraht. Die Drahtachse falle mit der z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems zusammen. Alle Änderungsgeschwindigkeiten sind Null. Ferner ist bei großem Leitvermögen $\varkappa$ des Drahtstoffes überall $\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_y = 0$. Daher verschwinden die rechten Seiten aller Feldgleichungen; nur in der dritten der Gl. (3a) bleibt rechts $\varkappa \mathfrak{E}_z = c_z$ stehen. Da $\mathfrak{H}_z = 0$ ist und $\mathfrak{H}_x$, $\mathfrak{H}_y$ unabhängig von z sind, so bleiben von den sechs Feldgleichungen nur folgende drei übrig:

$$\partial \mathfrak{H}_y / \partial x - \partial \mathfrak{H}_x / \partial y = c_z, \quad \partial \mathfrak{E}_z / \partial y = 0, \quad \partial \mathfrak{E}_z / \partial x = 0.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt, daß die Stromdichte im Drahtinnern bzw. im Außenraum konstante Werte (c_z bzw. 0) hat. Im Drahtinnern ist die erste Feldgleichung erfüllt durch die Annahme, daß die radiale magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}_r = 0$, die tangentiale (zu $\mathfrak{H}_r$ senkrechte) Feldstärke $\mathfrak{H}_\varphi = Cr$ sei. Die Polarkoordinaten r und φ sind mit den rechtwinkligen x und y verbunden durch die Beziehungen:

$$\sin \varphi = y/r \quad \text{und} \quad \cos \varphi = x/r.$$

Wenn $\mathfrak{H}_r = 0$ ist, so ist einfach

$$\mathfrak{H}_x = -\mathfrak{H}_\varphi \sin\varphi \quad \text{und} \quad \mathfrak{H}_y = +\mathfrak{H}_\varphi \cos\varphi.$$

Also ist bei obiger Annahme

$$\mathfrak{H}_x = -Cy, \quad \mathfrak{H}_y = +Cx \quad \text{und} \quad -\frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} = +\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} = C.$$

Die Feldgleichungen werden durch die Annahme erfüllt und es ist

$$2C = \mathfrak{c}_z, \quad C = {}^1/_2\,\mathfrak{c}_z \quad \text{und} \quad \mathfrak{H}_\varphi = {}^1/_2\,\mathfrak{c}_z r \text{ (Innenraum)}.$$

Im Außenraum, wo $\mathfrak{c}_x = 0$ ist, sind die drei Feldgleichungen erfüllt durch die Annahme $\mathfrak{H}_r = 0$ und $\mathfrak{H}_\varphi = C'/r$. Denn hiernach ist

$$\mathfrak{H}_x = -C' \frac{y}{x^2+y^2}, \quad \mathfrak{H}_y = +C' \frac{x}{x^2+y^2}$$

und

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} = -C' \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}.$$

Für die Oberfläche des Drahtes ist außen $\mathfrak{H}_\varphi = C'/R$, innen $\mathfrak{H}_\varphi = {}^1/_2\,\mathfrak{c}_z R$. Nun hat die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke an beiden Seiten einer Grenzfläche denselben Wert (siehe Schluß von Art. 16). Also ist

$$C' = {}^1/_2\,\mathfrak{c}_z R^2 = I/2\pi \quad \text{und} \quad \mathfrak{H}_\varphi = I/2\pi r \text{ (Außenraum)}.$$

Beispiel, Art. 12: Gleichmäßig geladener, langer, dicker Draht. Es ist überall und jederzeit $\mathfrak{H} = \mathfrak{E}_z = 0$, ferner ändern sich $\mathfrak{E}_x$ und $\mathfrak{E}_y$ nicht mit z und t. Folglich bleiben nur die Gleichungen

$$\varkappa \mathfrak{E}_x = 0 \quad \text{und} \quad \varkappa \mathfrak{E}_y = 0 \quad \text{und} \quad \partial \mathfrak{E}_y/\partial x - \partial \mathfrak{E}_x/\partial y = 0.$$

Aus den ersten beiden Gleichungen folgt: im Drahtinnern, wo die Leitfähigkeit $\varkappa$ endliche Werte hat, ist

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_y = 0 \text{ (Innenraum)}.$$

Die dritte Gleichung ist erfüllt durch die Annahmen

$$\mathfrak{E}_r = C/r \quad \text{und} \quad \mathfrak{E}_\varphi = 0.$$

Denn es ist, wenn $\mathfrak{E}_\varphi = 0$ ist

($\sin\varphi = y/r$, $\cos\varphi = x/r$ und) $\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_r \cos\varphi$, $\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_r \sin\varphi$

also

$$\mathfrak{E}_x = C \frac{x}{x^2+y^2}, \quad \mathfrak{E}_y = C \frac{y}{x^2+y^2}$$

und

$$\frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} = -\frac{2Cxy}{(x^2+y^2)^2}.$$

Für die Oberfläche des Drahtes ist

$$C/R = \mathfrak{E}_R = \mathfrak{D}/\varepsilon = \sigma_w/\varepsilon.$$

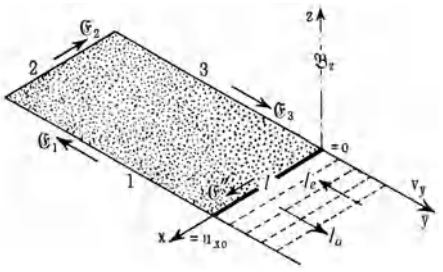
Also ist

$$C = \sigma_w R/\varepsilon \quad \text{und} \quad \mathfrak{E}_r = \sigma_w R/\varepsilon r \text{ (Außenraum).}$$

Art. 82. Das Schneiden von Feldlinien durch einen Leiter ist in Fig. 116 dargestellt.

Ein Leiter von der Länge l und der Richtung der x-Achse werde mit der Geschwindigkeit $v_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t$ in der Richtung der y-Achse bewegt und befinde sich während der Bewegung in einem konstanten magnetischen Felde von der Induktion $\mathfrak{B}_z$. Während der Bewegung um $\mathrm{d}y$ nimmt der das Rechteck $1, 2, 3, l$ von unten nach oben durchsetzende Induktionsfluß um $l \cdot \mathrm{d}y \cdot \mathfrak{B}_z$ zu, so daß der magnetische Schwund $l v_y \mathfrak{B}_z$ die Fläche F von oben nach unten durchsetzt. Bildet man die Umlaufspannung u im Sinne der beigesetzten Pfeile, so ist $u = l v_y \mathfrak{B}_z$.

Fig. 116.



Welchen Beitrag das Stück l des bewegten Leiters zur Umlaufspannung liefert, können wir nur entscheiden, wenn die Enden des Leiters aus dem Magnetfeld herausragen, so daß die Wegspannung zwischen den Enden, auf verschiedenen Wegen gemessen, gleiche Werte hat und einer Spannung gleich ist (siehe Art. 4, unter a). Ist diese Bedingung erfüllt, durchsetzen z. B. die Feldlinien nur die von den Leitern 1, 2, 3, l umrandete Fläche, und ist ferner der Widerstand etwa des Leiters 2 sehr groß gegen den Widerstand der übrigen Rechteckseiten, dann ist die Spannung u_{x0} zwischen den Enden des Leiterstückes l der Umlaufspannung u gleich.

Dann gilt also auch für die Klemmenspannung u_{x0} (des Punktes $x = l$ gegen den Punkt $x = 0$) die Beziehung $u_{x0} = l v_y \mathfrak{B}_z$ oder

$$\left(\frac{u}{l}\right)_x = v_y \mathfrak{B}_z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Wird ein Leiter von der Länge l mit der Geschwindigkeit v in einem (zum Leiter und zur Geschwindigkeit senkrechten) Magnetfeld von der Induktion $\mathfrak{B}$ bewegt, so entsteht

zwischen den (aus dem Felde herausragenden) Enden des Leiters eine Klemmenspannung, die dem Produkte aus Länge l, Geschwindigkeit v und Induktion $\mathfrak{B}$ gleich ist. Man pflegt von dem Leiter zu sagen, er „schneide" die Feldlinien des Magnetfeldes.

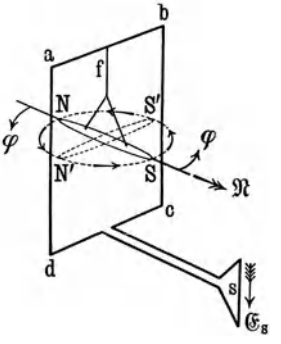
Bei der Anordnung Fig. 116 bedecken sich die freien Enden des bewegten Leiterstückes l mit entgegengesetzten elektrischen Ladungen. Trotzdem ist, falls der Stromkreis 1, 2, 3, l an irgend einer Stelle unterbrochen ist, im Leiterinnern die Feldstärke $\mathfrak{E} = 0$, denn sonst müßte eine endliche elektrische Stromdichte $\mathfrak{c} = \varkappa \mathfrak{E}$ vorhanden sein und ein Ausgleich der Ladungen eintreten. Zur Erklärung nehmen wir folgendes an. Die Ladungen erzeugen eine von der $+$-Ladung zur $-$-Ladung gerichtete, also der x-Achse entgegengesetzte „Ladungsfeldstärke" $\mathfrak{E}'$; die Bewegung des Leiters im Magnetfeld bewirkt eine gleich große Feldstärke $\mathfrak{E}''$, die sogenannte „eingeprägte Feldstärke", die die Richtung der x-Achse hat. Die beiden Feldstärken $\mathfrak{E}'$ und $\mathfrak{E}''$ überlagern sich zur Feldstärke $\mathfrak{E}' + \mathfrak{E}'' = \mathfrak{E} = 0$ und infolgedessen bleibt der bewegte Leiter trotz seiner Klemmenspannung stromlos.

Eine anschauliche Begründung des II. Grundgesetzes liefert die atomistische Anschauung vom Wesen der Elektrizität und Materie (Art. 98).

Art. 83. Drehung eines Magnetstabes in einer Leiterschleife.

Hängt man einen Magnetstab (N S in Fig. 117) in einer Leiterschleife a b c d drehbar auf und versetzt den Stab in schnelle Umdrehungen, so führt die Saite s eines Saitenstrommessers periodische Schwingungen aus. Die Ablenkung des Saitenbildes ist verschwindend klein, während der Stab (in der Stellung N S) senkrecht zur Schleifenebene steht; die Ablenkung hat den größten Wert in der einen oder der anderen Richtung, während der Stab (in der Stellung N′S′) der Schleifenebene parallel ist. Der zeitliche Verlauf der Umlaufspannung und praktisch auch der Klemmenspannung ist dem Verlaufe der Saitenablenkung proportional und in Fig. 138, S. 130 dargestellt. Auf diesem Prinzip beruhen alle größeren Generatoren für Wechselstrom.

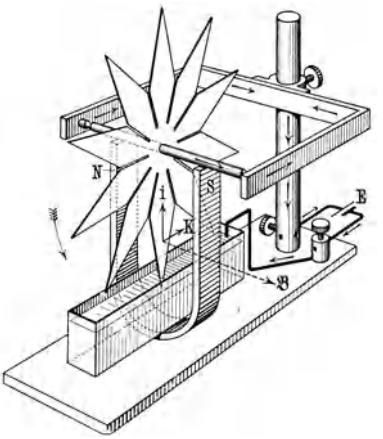
Fig. 117.



Erteilt man der Schleife eine kleine Drehung um eine vertikale in ihrer Ebene liegende Achse, so erscheint während der Drehung das Saitenbild abgelenkt. Die Ablenkung, also auch die Klemmenspannung ist am größten, wenn die Schleifenebene ungefähr die Nord–Südrichtung hat, so daß die vertikalen Rechteckseiten den von Süden nach Norden verlaufenden Teil der Erdfeldlinien schneiden.

Art. 84. Das Barlowsche Rad als Generator (Fig. 118). Ein sternförmiges Rad aus Kupferblech ist zwischen den Polen eines Hufeisenmagneten, über einem mit Quecksilber gefüllten Trog so angeordnet, daß mindestens zwei Speichen gleichzeitig ins Quecksilber tauchen.

Fig. 118.



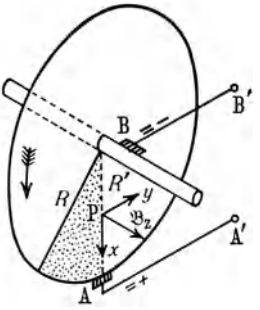
Wird das Rad im Sinne des gefiederten Pfeiles gedreht, so erweist sich die mit dem Quecksilber verbundene Klemme des Gerätes positiv, die mit der Radwelle verbundene Klemme negativ geladen. Ein zwischen die Klemmen geschalteter empfindlicher Strommesser zeigt den Sinn und die Größe der Klemmenspannung an. Letztere ist praktisch gleich der erzeugten Umlaufspannung und diese praktisch gleich der Spannung zwischen Quecksilber und Welle.

Der Sinn der Spannung ergibt sich auch aus Gl. (4). Legt man die z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems in die Richtung der Induktion $\mathfrak{B}$, die y-Achse in die Richtung K, in welcher die Radspeiche bewegt wird, so ist die x-Achse nach unten, also von der Welle zum Quecksilber gerichtet. Daher muß das Quecksilber positive Spannung gegen die Welle annehmen.

Art. 85. Drehbare Kupferscheibe in gleichförmigem Magnetfeld. Anstatt des Barlowschen Speichenrades kann man eine volle Kupferscheibe verwenden, wenn ein zur Welle paralleles gleichförmiges Magnetfeld ($\mathfrak{B}_z$ in Fig. 119) vorhanden ist. Das Feld kann z. B. durch eine Ellipsoid- oder Kugelspule (Art. 46) erzeugt werden. Die Schleifbürsten A und B dienen zur Stromentnahme am Rande bzw. zur Stromzuführung an der Welle. Ein im Kupfer

fester Halbmesser bewegt sich aus der Stellung R in die Stellung R', also in Richtung der y-Achse. Daher entsteht eine eingeprägte elektrische Kraft in Richtung BA, die Klemme A′ hat positive Spannung gegen die Klemme B′.

Fig. 119.



Die Größe dieser Spannung läßt sich leicht berechnen. Der Halbmesser R wird in die Stellung R' übergeführt durch eine Drehung der Scheibe um $\mathrm{d}\varphi$, während der kleinen Zeit $\mathrm{d}t$. Dabei beschreibt der Halbmesser die Fläche $R^2\pi \cdot \mathrm{d}\varphi / 2\pi$; er schneidet also den Induktionsfluß $^1/_2\,\mathfrak{B}_z \cdot R^2 \cdot \mathrm{d}\varphi$. Die erzeugte Umlaufspannung ist also

$$U_u = {}^1/_2\,\mathfrak{B}_z \cdot R^2 \cdot \mathrm{d}\varphi / \mathrm{d}t.$$

Nun ist

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

die Winkelgeschwindigkeit, mit der die Kupferscheibe rotiert. Also gilt der Satz:

Rotiert eine Scheibe vom Halbmesser R mit positiver Winkelgeschwindigkeit ω um die Richtung eines Magnetfeldes von der Induktion $\mathfrak{B}$, so entsteht zwischen einer mit dem Rand der Scheibe verbundenen Klemme und einer mit der Welle verbundenen Klemme die Spannung

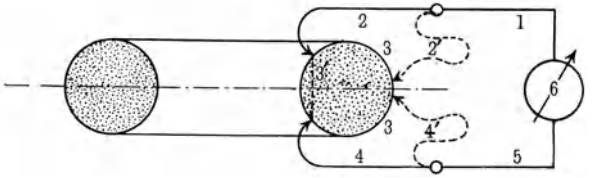
$$U_{RO} = {}^1/_2\,\mathfrak{B} R^2 \omega \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die Messung dieser Spannung ist dazu benutzt worden, den Faktor μ_0 in der Gleichung $\mathfrak{B} = \mu_0 \cdot \mathfrak{H}$, d. h. die absolute Permeabilität des Vakuums, zu bestimmen. Das Resultat steht in völliger Übereinstimmung mit der nach einer anderen Methode von Grüneisen und Giebe ausgeführten Messung von μ_0 (siehe Art. 73).

Bei Berechnung der Umlaufspannung (Fig. 119) darf man nicht etwa die stillstehende mathematische Linie R oder R' benutzen, sondern muß einen Halbmesser der Scheibe betrachten, der im Stoff der Scheibe fest ist und mit der Scheibe rotiert, sich also während der Zeit $\mathrm{d}t$ aus der Stellung R in die Stellung R' bewegt. Bei Berechnung der Umlaufspannung darf man keine Wegstücke benutzen, die sich gegen leitende Stoffe bewegen oder gegen die leitende Stoffe bewegt werden, es sei denn, daß die Bewegung in Richtung der Wegstücke erfolge.

In Fig. 120 ist ein magnetisierter Eisen- oder Stahlring dargestellt, der die Zeichnungsebene in zwei Kreisen durchstößt. Tritt ein Ausschlag des Strommessers 6 ein, wenn man die Drähte 2, 4 in die Stellungen 2′, 4′ überführt? Nach obiger Einschränkung des II. Grundgesetzes ist es unstatthaft, die Umlaufspannung längs des Weges

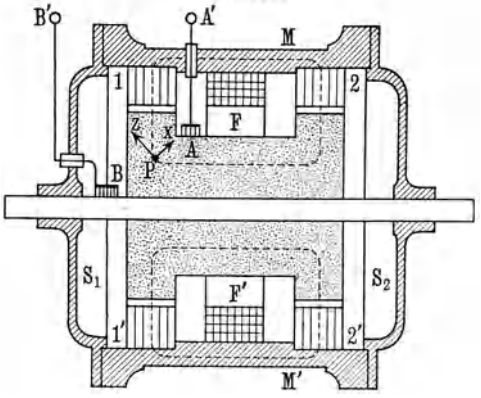
Fig. 120.



1, 2, **3′**, 4, 5, 6 zu berechnen, weil der Teil **3′** dieses Weges sich gegen den leitenden Stoff des Eisenringes bewegt. Man muß vielmehr die Umlaufspannung längs des Weges 1, 2, **3**, **3**, 4, 5, 6 bilden und erkennt sofort, daß weder dieser Weg noch der Weg 1, 2′, 4′, 5, 6 jemals einen magnetischen Induktionsfluß umfaßt, daß also, bei Überführung der Drähte von 2 nach 2′ und von 4 nach 4′ kein Ausschlag erfolgen wird. Der Versuch bestätigt diese Überlegung.

Art. 86. Unipolarmaschinen benutzen das in Fig. 119 dargestellte Prinzip, unterscheiden sich aber von der Anordnung der Fig. 119 dadurch, daß die Induktionslinien fast ganz in Eisen ver-

Fig. 121.



laufen. Fig. 121 zeigt eine Ausführungsform. Eine von Gleichstrom durchflossene Spule F, F′ treibt einen Induktionsfluß, der im Mantel MM′ des Ständers von links nach rechts, im mittleren Teil

des Läufers von rechts nach links gerichtet sei. Bewegt sich ein Eisenteilchen P von vorn nach hinten, so haben Schleifbürste A und Klemme A′ positive Spannung gegen Schleifbürste B und Klemme B′.

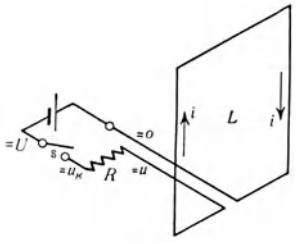
Die Klemmenspannung beträgt nur wenige Volt. Der praktische Wert einer solchen Maschine beruht darauf, daß ihr ein sehr starker (konstanter) Strom entnommen und zugeführt werden kann.

Fünfzehntes Kapitel.

Erzeugung eines elektrischen Feldes durch Stromänderung.

Art. 87. Stromänderung in einer Spule. Fig. 122 stellt einen Stromkreis dar, der aus einer chemischen Spannungsstufe von der konstanten Spannung U, einem Schalter s, einem Leiter vom Widerstande R und einer Stromschleife von der Induktivität L gebildet ist.

Fig. 122.



Nach Gl. (40), S. 82 ist die magnetische Energie der Umgebung der Schleife $W = {}^1/_2 L i^2$. Ändern sich W und i in der kleinen Zeit $\mathrm{d}t$ um $\mathrm{d}W$ bzw. $\mathrm{d}i$, so ist

$$\mathrm{d}W/\mathrm{d}t = L \cdot i \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

die Leistung an dem magnetischen Felde.

Nach Gl. (16), S. 9 steht die elektrische Arbeit $\mathrm{d}A$, die der Schleife in der Zeit $\mathrm{d}t$ zufließt, zu der Spannung u und der Stromstärke i der Zuleitung in der Beziehung

$$\mathrm{d}A/\mathrm{d}t = ui \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Ist die Schleife selbst widerstandsfrei, so muß die ganze elektrische Arbeit $\mathrm{d}A$ in die magnetische Feldenergie $\mathrm{d}W$ umgewandelt werden. Mithin sind die linken, also auch die beiden rechten Seiten der Gl. (7) und (8) gleich. Es ist also

$$u = L \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t \quad \text{und} \quad u_k = Ri + L \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Hierin bedeutet u die Klemmenspannung einer widerstandsfreien, die Umlaufspannung einer widerstandshaltigen Spule; u_k ist die Klemmenspannung einer Spule von der Induktivität L,

vom Widerstand R und zwar die Spannung der Eintrittsstelle des Stromes i gegen die Austrittsstelle.

Haben die eine Spule durchsetzenden magnetischen Feldlinien einen solchen Verlauf, daß die Windung 1 vom Induktionsfluß Φ_1, die Windung 2 vom Induktionsfluß Φ_2 usw. durchsetzt wird, so ist

$$\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \cdots \quad (10)$$

der die Spule durchsetzende „Spulenfluß". Dann ist der magnetische Schwund $-\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t$ und nach dem II. Grundgesetz

$$u = -\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t \quad (11)$$

Setzt man die beiden in (9) und (11) für u gegebenen Ausdrücke gleich, so folgt

$$\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t = -L \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t \quad \text{und} \quad \Psi = -Li \quad (12)$$

Art. 88. Langsames Anwachsen des Stromes in einer Spule. In der durch Fig. 122 dargestellten Versuchsanordnung ist bei geschlossenem Schalter $u_k = U$, also nach (9)

$$\frac{\mathrm{d}i}{U/R - i} = 2\delta \cdot \mathrm{d}t, \quad \text{worin } \delta = \frac{R}{2L} \quad (13)$$

als „Dämpfungsfrequenz" bezeichnet wird. Demnach ist

$$-ln(U/R - i) = 2\delta \cdot t + C.$$

Nun muß zur Zeit $t = 0$, also unmittelbar nach dem Schließen des Schalters s, $i = 0$ sein, weil nicht plötzlich eine endliche Feldenergie in der Umgebung der Spule entstehen, also nicht plötzlich i endliche Werte annehmen kann. Also ist $-ln\, U/R = C$ und

$$-ln(U/R - i) = 2\delta t - ln\, U/R, \quad ln\frac{U/R - i}{U/R} = -2\delta t.$$

Hieraus ergibt sich der nachstehende Wert für die augenblickliche Stromstärke i in der Spule. Differentiiert man i nach t, bildet also $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ und multipliziert mit L, so ergibt sich der nachstehende Wert für die augenblickliche Umlaufspannung u. Es ist

$$u = U \cdot e^{-2\delta t} \quad \text{und} \quad i = (U/R)[1 - e^{-2\delta t}] \quad (14)$$

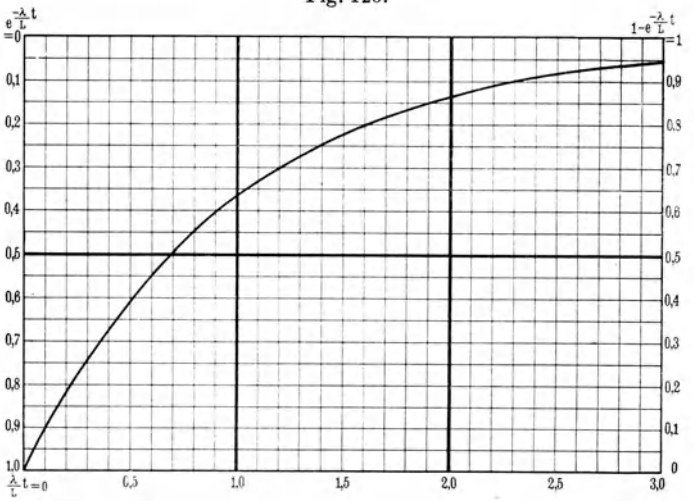
Nach langer Zeit t wird $i = I = U/R$.

In Fig. 123 sind die Werte dargestellt, welche die relative Umlaufspannung u/U und die relative Stromstärke i/I annehmen, wenn

der Exponent $2\delta t$ von 0 auf 3 anwächst. Die Abstände der Kurvenpunkte vom oberen bzw. unteren Rande der Figur sind gleich u/U bzw. i/I. Die Zahl $e = 2{,}718$ ist die Basis der natürlichen Logarithmen. Ist $2\delta t = 1$, so ist

$$u/U = 1/e = 0{,}368, \quad i/I = 1 - 1/e = 0{,}632.$$

Fig. 123.



Art. 89. Vorgänge in einer Spule bei Stromänderung in einer anderen. Die magnetische Feldenergie in der Umgebung zweier stromdurchflossener Spulen (Fig. 124) ist durch Gl. (43), S. 83 gegeben. Die Änderungsgeschwindigkeit dieser Feldenergie ist

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \left[L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \pm M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}\right] \cdot i_1 + \left[L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \pm M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}\right] \cdot i_2 \cdot \quad (15)$$

In beiden Zuleitungen strömt nach Gl. (16), S. 9 die Leistung

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (16)$$

Sind beide Spulen widerstandsfrei, so muß die ganze elektrische Arbeit $\mathrm{d}A$ in die magnetische Feldenergie $\mathrm{d}W$ umgewandelt werden. Dann sind die linken, also auch die beiden rechten Seiten der Gl. (15) und (16) gleich. Die so entstehende Gleichung muß jederzeit er-

füllt sein, also bei beliebigen Werten von i_1 und i_2. Das ist nur der Fall, wenn die beiden Gleichungen erfüllt sind

$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}\, i_1}{\mathrm{d}\, t} \pm M \frac{\mathrm{d}\, i_2}{\mathrm{d}\, t} \quad \text{und} \quad u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}\, i_2}{\mathrm{d}\, t} \pm M \frac{\mathrm{d}\, i_1}{\mathrm{d}\, t} \cdot \quad (17)$$

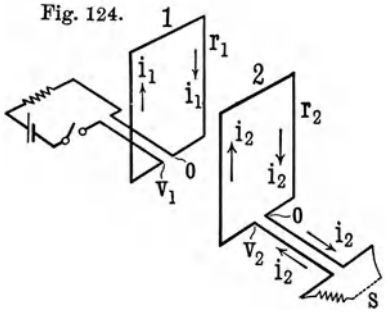
Bezeichnet man der Kürze halber die Änderungsgeschwindigkeit einer Größe durch das gestrichene Zeichen für die Größe, so wird kürzer

$$u_1 = L_1 i_1' \pm M i_2' \quad \text{und} \quad u_2 = L_2 i_2' \pm M i_1' \cdot \cdot \cdot \quad (18)$$

Hierin sind u_1 bzw. u_2 die Klemmenspannungen an der Eintrittsstelle der Ströme i_1 bzw. i_2 in widerstandsfreie Spulen oder die Umlaufsspannungen in Spulen von beliebigem Widerstand.

Die Eintrittsstellen der Ströme i_1 bzw. i_2 in zwei Spulen, deren Induktivitäten L_1 bzw. L_2, deren Widerstände R_1 bzw. R_2 sind, und deren Gegeninduktivität M ist, haben gegen die Austrittsstellen der Ströme die Klemmenspannungen

Fig. 124.



$$u_{k1} = R_1 i_1 + L_1 i_1' \pm M i_2' \quad (19a)$$

bzw.

$$u_{k2} = R_2 i_2 + L_2 i_2' \pm M i_1' \quad (19b)$$

Die Klemmenspannung einer Spule ist also gleich der Summe der Ohmschen Spannung, der induktiven Spannung und der gegeninduktiven Spannung.

Man kann den wirklichen, die Spule 1 durchsetzenden Spulenfluß Ψ_1 auffassen als Summe des Spulenflusses Ψ_{11}, der von i_1 erzeugt wird und des Spulenflusses Ψ_{12}, der von i_2 erzeugt wird und schreiben

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12} \quad \text{bzw.} \quad \Psi_2 = \Psi_{22} + \Psi_{21}.$$

Nach dem II. Grundgesetz ist dann

$$u_1 = -\Psi_{11}' - \Psi_{12}' \quad \text{bzw.} \quad u_2 = -\Psi_{22}' - \Psi_{21}' \cdot \cdot \quad (20)$$

Vergleicht man die Gl. (18) und (20), so ist [in Übereinstimmung mit (12)]

$$L i_1' = -\Psi_{11}' \quad \text{bzw.} \quad L_2 i_2' = -\Psi_{22}'.$$

Also muß

$$\pm M i_2' = -\Psi_{12}' \quad \text{bzw.} \quad \pm M i_1' = -\Psi_{21}'$$

sein. Aus diesen Gleichungen folgt

$$\Psi_{12} = \mp M i_2 \quad \text{bzw.} \quad \Psi_{21} = \mp M i_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (21)$$

Hierin ist Ψ_{12} der Spulenfluß, den der Strom i_2 in einer Spule 2 durch eine Spule 1 treibt; Ψ_{21} ist der Spulenfluß, den der Strom i_1 in einer Spule 1 durch eine Spule 2 treibt; M ist die Gegeninduktivität beider Spulen. Bestehen die Spulen aus nur einer Windung, so ist Ψ durch Φ zu ersetzen, dann gehen die Gl. (21) in die Gl. (57b) und (57a), S. 88 über.

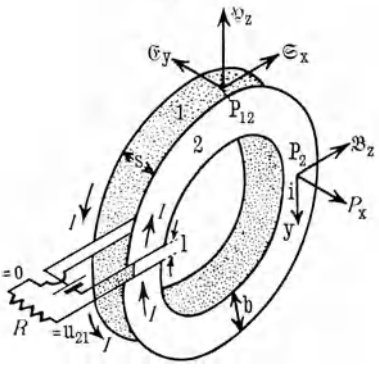
Sechzehntes Kapitel.

Elektrische Arbeit, mechanische Arbeit und magnetische Feldenergie.

Art. 90. Die Poyntingsche Deutung der elektrischen Arbeit.

In Fig. 125 sind zwei sehr dünne Ringe 1 und 2 dargestellt. Die Umfangslänge l sei sehr groß im Vergleich mit der Breite b und dem Abstand s, ferner sei $b/s \gg 1$.

Fig. 125.



Aus dem ersten Grundgesetz (vgl. Art. 43, Beispiel 5) folgt, daß die in entgegengesetzter Richtung vom Strome I durchflossenen Ringe nur in dem Zwischenraum ein magnetisches Feld von endlicher Stärke $\mathfrak{H}$ hervorrufen und daß (z. B. im Punkte P_{12}) $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z = I/b$ ist.

Ist u_{21} die Spannung des Ringes 2 gegen den Ring 1, so ist ein elektrisches Feld von endlicher Stärke $\mathfrak{E}$ nur in dem Zwischenraum vorhanden; es ist (z. B. im Punkte P_{12}) $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_y = u_{21}/s$.

Man kann den beschriebenen Zustand dadurch hervorrufen, daß man beide Ringe aufschneidet und die Schnittstellen so schaltet, daß die Ringe eine Stromquelle mit einem Widerstande R (z. B. einer Glühlampe) verbinden. Dann ist die von der Stromquelle (Spannungsstufe) gelieferte, durch die Ringe dem Widerstand zugeleitete elektrische Arbeit $u_{21} \cdot I \cdot dt$. Die elektrische Leistung (Arbeit durch Zeit) ist $u_{21} \cdot I$. Die Leistung durchströmt alle Querschnitte des Zwischenraumes, also auch den durch den Punkt P_{12} gelegten. Die Flächendichte der Leistung ist $\mathfrak{S}_x = u_{21} \cdot I/bs$ und wird als „Poyntingscher Vektor“ bezeichnet.

Vergleicht man die für $\mathfrak{E}_y$, $\mathfrak{H}_z$ und $\mathfrak{S}_x$ abgeleiteten Ausdrücke, so erkennt man die Beziehung

$$\boxed{\mathfrak{S}_x = \mathfrak{E}_y \mathfrak{H}_z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Man nennt diese bereits in Fig. 115, S. 106 dargestellte Beziehung das III. Grundgesetz der Elektrizitätslehre. Gl. (22) kann als „seh" gelesen und so leicht behalten werden.

Art. 91. Die mechanische Arbeit $\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}}$ sei positiv, wenn sie von außen an einem System geleistet, d. h. verbraucht wird; dagegen positiv, wenn sie von dem System nach außen abgegeben wird.

Wir machen den im Ringe 2 (s. Fig. 125) gelegenen Punkt P_2 zum Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Verschiebt sich der Ring 2 unter dem Einfluß einer Kraft P_x um $\mathrm{d}x$ in Richtung der x-Achse, so ist die geleistete Arbeit (Kraft $\times$ Weg) $P_x \cdot \mathrm{d}x$. Wird die Kraft P_x von elektrischen oder magnetischen Größen innerhalb des Systems ausgeübt, so ist die (abgegebene) Arbeit $-\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = P_x \cdot \mathrm{d}x$.

Dreht sich ein Körper unter dem Einfluß eines Drehmomentes M_ξ um den kleinen Winkel $\mathrm{d}\xi$, so ist die Arbeit $M_\xi \cdot \mathrm{d}\xi$. Für die abgegebene Arbeit gilt also bei der Verschiebung bzw. Verdrehung eines Körpers die Beziehung

$$-\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = P_x \cdot \mathrm{d}x \quad \text{bzw.} \quad -\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = M_\xi \cdot \mathrm{d}\xi \ . \quad (23)$$

Art. 92. Die allgemeine Energiebilanz elektromagnetischer Vorgänge vereinfacht sich dadurch, daß die elektrische Feldenergie meistens sehr gering ist. Es kommen dann für die Energiebilanz eines Systems nur folgende Energiearten in Betracht: 1. die elektrische Arbeit $\mathrm{d}A_{\mathrm{el}}$, 2. die mechanische Arbeit $\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}}$, 3. die Änderung $\mathrm{d}W_{\mathrm{magn}}$ der magnetischen Feldenergie, 4. die in Wärme übergeführte Energie $\mathrm{d}Q$.

Allgemein gilt der Satz: die Summe aller Arbeiten und Energieänderungen muß verschwinden, d. h. es ist

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} + \mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = \mathrm{d}W_{\mathrm{magn}} + \mathrm{d}Q \quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \quad (24)$$

Beispiel 1. Bei den im 14. Kapitel beschriebenen Versuchen werden ein leitender Körper und ein magnetisches Feld so gegeneinander bewegt, daß eine Spannung, aber kein Strom entsteht. In diesen Fällen ist jede einzelne Arbeit und Energieänderung gleich Null. Die in dem System enthaltene magnetische und Wärmeenergie bleiben konstant.

Beispiel 2. Sind alle Teile eines Leiters ortsfest, so ist die mechanische Arbeit $\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = A_{\mathrm{mech}} = 0$. Leiter, deren wichtigste Eigenschaft ihr elektrischer Widerstand ist, werden meist so konstruiert, daß Stromdurchgang keine merkliche magnetische Feldenergie hervorbringt, so daß $\mathrm{d}W_{\mathrm{magn}} = W_{\mathrm{magn}} = 0$ ist. Für bloße Widerstände folgt also aus (24)

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} = \mathrm{d}Q \quad \text{und} \quad A_{\mathrm{el}} = Q_2 - Q_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

d. h. alle elektrische Arbeit wird in Wärme übergeführt.

Beispiel 3. Bei den im 15. Kapitel beschriebenen Versuchen an ortsfesten Spulen tritt keine mechanische Arbeit und, falls die Spulen widerstandsfrei sind, auch keine Wärme auf. Es ist also innerhalb einer kleinen Zeit bzw. innerhalb einer Periode

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} = \mathrm{d}W_{\mathrm{magn}} \quad \text{bzw.} \quad A_{\mathrm{el}} = A_1 + A_2 = 0 \quad . \quad . \quad (26)$$

Bei periodischen Vorgängen, z. B. bei Wechselstrombetrieb eisenfreier Transformatoren, hat das System nach jeder ganzen Periode wieder den gleichen Zustand, also auch die gleiche magnetische Feldenergie, so daß die Summe aller $\mathrm{d}W_{\mathrm{magn}}$ innerhalb einer Periode gleich Null ist. Die innerhalb einer Periode verbrauchte elektrische Arbeit A_1 (positiv) und die innerhalb einer Periode abgegebene elektrische Arbeit A_2 (negativ) ergeben zusammen einen verschwindend kleinen Betrag.

Art. 93. Hysteresiswärme (Beispiel 4). Für eine widerstandsfreie Ringspule mit einem Eisenkern (vom Querschnitt F und von der Umfangslänge l) ist nach dem II. Grundgesetz, da $\mathfrak{B} = \mu_0 \mathfrak{B}_i$ ist, die Klemmenspannung

$$u_k = \mu_0 w F \cdot \mathrm{d}\mathfrak{B}_i / \mathrm{d}t.$$

Aus dem I. Grundgesetz ergibt sich die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in der Ringspule gleich dem Strombelag und die Stromstärke

$$i = \mathfrak{H} l / w.$$

Hat der Eisenkern das Volumen $V = lF$, so ist die elektrische Arbeit während einer kleinen Zeit bzw. während einer Periode

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} = \mu_0 V \mathfrak{H} \cdot \mathrm{d}\mathfrak{B}_i \quad \text{bzw.} \quad A_1 = \mu_0 V \int \mathfrak{H} \cdot \mathrm{d}\mathfrak{B}_i \quad . \quad . \quad (27)$$

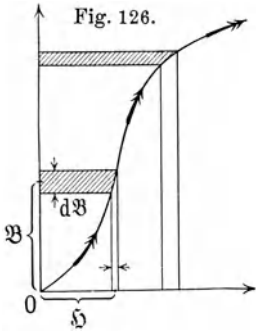
Während der jungfräuliche Ast der Magnetisierungskurve durchlaufen wird, wandern Energiemengen $\mathrm{d}A_{\mathrm{el}}$ ins Eisen hinein, die den schraffierten Flächenstücken der Fig. 126 proportional sind.

Würde bei Verringerung der Feldstärke dieselbe Kurve rückwärts durchlaufen, so würde alle Energie wieder aus dem Eisen in

die Zuleitungen der Spule zurückwandern. In Wirklichkeit ist die zurückwandernde Energie kleiner als die zugeströmte.

Nach dem Durchlaufen einer vollständigen Magnetisierungsskurve kehrt das Eisen in den magnetischen Anfangszustand zurück. Erfahrungsgemäß ist während des magnetischen Kreisprozesses keine andere Veränderung des Eisens eingetreten als eine Erwärmung. Daher muß die erzeugte Wärmemenge gleich der Summe der einzelnen elektrischen Arbeiten $\mathrm{d}A_{\mathrm{el}}$ sein, wobei die Summe (A_1) über alle Arbeiten während eines ganzen Kreisprozesses zu erstrecken ist. Bei einem vollständigen Magnetisierungsprozeß eines Stoffes entsteht im Volumen V des Stoffes eine Wärmemenge, die der Hysteresisarbeit [A_1 in Gl. (27)] gleich und dem Flächeninhalt der Magnetisierungsschleife proportional ist.

Fig. 126.



Dieses Gesetz ist von Warburg entdeckt worden. Es setzt den Wirkungsgrad der Transformatoren herab und hat dadurch große wirtschaftliche Bedeutung erlangt.

Art. 94. Energiebilanz bei Bewegung von Stromleitern (Beispiel 5). Werden die in Fig. 125 dargestellten Ringe mit einer Spannungstufe und einem an der Spannungstufe liegenden großen Ballastwiderstand in Reihe geschaltet und vom Strome I durchflossen, so hat die magnetische Energie im Zwischenraum den Wert $^1/_2\,\mathfrak{H}\mathfrak{B}V = {}^1/_2 I\mathfrak{B}ls$. Vergrößert sich der Abstand um $\mathrm{d}s = \mathrm{d}x$, so ist die Änderung der magnetischen Feldenergie

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{magn}} = -{}^1/_2 lI\mathfrak{B}\cdot\mathrm{d}x \quad \cdots\cdots \quad (28)$$

Geschieht die Verschiebung des Leiters 2 um $\mathrm{d}x$ während der Zeit $\mathrm{d}t$, so entsteht, falls die Ringe widerstandsfrei sind, nach Gl. (4), S. 108 die Klemmenspannung $u_k = l\mathfrak{B}\cdot\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$. Die zugeführte oder verbrauchte elektrische Arbeit ist, falls die Stromstärke I etwa durch einen großen Ballastwiderstand konstant gehalten wird,

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} = -lI\mathfrak{B}\cdot\mathrm{d}x \quad \cdots\cdots \quad (29)$$

Da die Ringe als widerstandsfrei vorausgesetzt worden sind, tritt keine Erwärmung ein, ist $\mathrm{d}Q = 0$, so daß Gl. (24) die einfachere Form

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{el}} + \mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = \mathrm{d}W_{\mathrm{magn}} \quad \cdots\cdots \quad (30\,\mathrm{a})$$

annimmt. Aus (28), (29) und (30a) ergibt sich, daß die mechanische Arbeit $\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = +\,{}^1/_2\, l I \mathfrak{B} \cdot \mathrm{d}x$ sein muß. Es ist daher

$$\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = -\,\mathrm{d}\,W_{\mathrm{magn}} \quad \text{und} \quad \mathrm{d}A_{\mathrm{el}} = -\,2\,\mathrm{d}A_{\mathrm{mech}} = 2\,\mathrm{d}\,W_{\mathrm{magn}} \qquad (30\mathrm{b})$$

Beispiel 6. Bei periodischen Vorgängen verschwindet die Summe der Änderungen der Feldenergie, wenn man die Summe über eine (oder mehrere) ganze Perioden erstreckt, z. B. für eine Umdrehung einer elektrischen Maschine berechnet. Es ist daher $\int \mathrm{d}\,W_{\mathrm{magn}} = 0$ und

$$A_{\mathrm{el}} + A_{\mathrm{mech}} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Verbraucht eine elektrische Maschine elektrische Arbeit, so gibt sie mechanische ab, als Motor wirkend; es ist A_{el} positiv, A_{mech} negativ. Verbraucht eine elektrische Maschine mechanische Arbeit, so gibt sie elektrische ab, als Generator wirkend; es ist A_{el} negativ, A_{mech} positiv.

Siebzehntes Kapitel.

Elektromagnetische Kraft.

Art. 95. Die auf einen Stromleiter im Magnetfeld ausgeübte Kraft. Die mechanische, bei der Bewegung eines Leiters geleistete Arbeit ist in Gl. (23) durch mechanische Größen ausgedrückt; in Gl. (30b) einer magnetischen Größe gleichgesetzt. Es muß also die Änderung der magnetischen Feldenergie $\mathrm{d}\,W_{\mathrm{magn}} = P_x \cdot \mathrm{d}x = M_\xi \cdot \mathrm{d}\xi$ sein. Auf einen im magnetischen Felde vom Energieinhalt W_{magn} befindlichen Körper wirkt die Kraft bzw. das Drehmoment

$$P_x = \mathrm{d}\,W_{\mathrm{magn}}/\mathrm{d}x \quad \text{bzw.} \quad M_\xi = \mathrm{d}\,W_{\mathrm{magn}}/\mathrm{d}\,\xi \quad . \quad . \quad (32)$$

Wir können die Änderung der Feldenergie auf zweierlei Weise berechnen.

1. Aus Fig. 125 geht hervor, daß sich der Ringleiter 2 in dem von 1 hervorgerufenen Felde befindet, in einem Felde, dessen Induktion (z. B. im Punkte P_2) $\mathfrak{B}_z = {}^1/_2\,\mathfrak{B}$ ist; hierin ist $\mathfrak{B}$ die von beiden Leitern im Zwischenraum hervorgerufene Induktion. Der Strom i hat im Punkte P_2 die Richtung y. Befindet sich ein vom Strome i durchflossener Leiter von der Länge l in einem

Magnetfelde von der Induktion $\mathfrak{B}_z$, so erfährt er die Kraft[1])

$$P_x = (li)_y \mathfrak{B}_z \quad \ldots \ldots \ldots \quad (33)$$

In Fig. 127a und b sind die Richtungen von Kraft, Strom und Feld veranschaulicht.

Fig. 128 stellt die Abstoßung zweier entgegengesetzt gerichteter Ströme dar. Allgemein kann man sagen: Zwei gleichgerichtete

Fig. 127a.

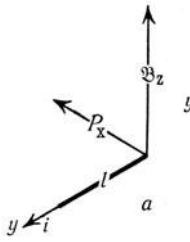


Fig. 127b.

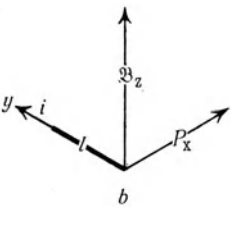


Fig. 128.

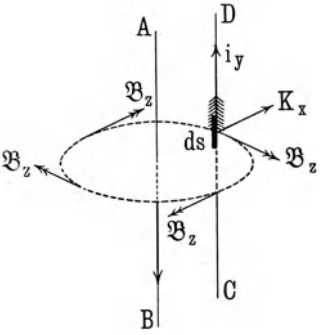


Fig. 129.

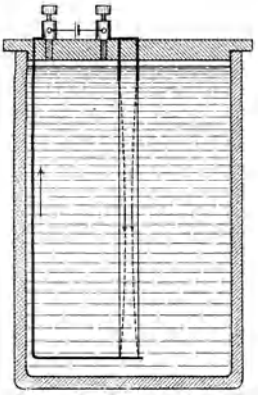
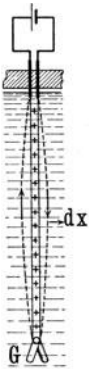


Fig. 130.



Ströme ziehen einander an, zwei entgegengesetzt gerichtete stoßen einander ab. Einen anschaulichen Beweis dieser Sätze geben die in den Fig. 129 und 130 dargestellten Versuche. Bei der Annäherung zweier gleichgerichteter Ströme nimmt die magnetische Feldenergie zu.

2. Durch Gl. (43), S. 83, ist die magnetische Feldenergie in der Umgebung zweier Leiter dargestellt. Da sich die Induktivitäten L_1 und L_2 beider Leiter bei einer Verschiebung oder Drehung nicht ändern, so ist $\mathrm{d}\, W_{\mathrm{magn}} = i_1 i_2 \cdot \mathrm{d}\, M$ und

$$P_x = i_1 i_2 \cdot \mathrm{d}\, M / \mathrm{d}\, x \quad \text{bzw.} \quad M_\xi = i_1 i_2 \cdot \mathrm{d}\, M / \mathrm{d}\, \xi \quad \cdot \quad \cdot \quad (34)$$

---

[1]) Man merkt sich den Inhalt der wichtigen Gl. (4), S. 108 und (33) daran, daß die gesuchte Größe (elektrische Feldstärke u/l bzw. Kraft P) voransteht und die Richtung x hat, während die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ am Schluß steht und die Richtung z hat.

Hierin ist $\mathrm{d}M$ die Änderung der Gegeninduktivität der Leiter, die bei einer gegenseitigen Verschiebung der Leiter um $\mathrm{d}x$ bzw. Verdrehung um $\mathrm{d}\xi$ eintreten würde.

Elektromagnetische Kräfte und Drehmomente sind bei vielen Gebrauchs- und Meßgeräten sowie bei allen Elektromotoren wirksam.

Art. 96. Das magnetische Moment von Spulen und Magneten.

1. Eine rechteckige Drahtschleife mit den Seiten 1, 2, 3, 4 von der Länge l sei um eine Achse drehbar, welche die Seiten 1 und 3 in ihren Mittelpunkten schneidet. Befindet sich die vom Strome I durchflossene Schleife in einem zu den Seiten 1 und 3 parallel gerichteten Magnetfelde von der Induktion $\mu\mathfrak{H}$, so erfahren die Seiten 2 und 4 zwei entgegengesetzte, zur Fläche F der Schleife senkrecht stehende Kräfte; nach Gl. (33) hat jede Kraft die Größe $(lI)\,\mu\mathfrak{H}$. Das von beiden Kräften ausgeübte Drehmoment ist $(l^2 I)\,\mu\mathfrak{H} = (FI)\,\mu\mathfrak{H} = \mathfrak{M}\cdot(\mu\mathfrak{H})$, worin $\mathfrak{M} = F.I$.

2. Eine vom Strome I durchflossene Kreislinie befinde sich in einem zur Kreisfläche F parallelen Magnetfelde von der Induktion $\mu\mathfrak{H}$.

Ist φ der Winkel, den ein nach einem Stück $\mathrm{d}s$ der Kreislinie zielender Halbmesser mit der Induktion $\mu\mathfrak{H}$ bildet, so ist die zu $\mu\mathfrak{H}$ senkrechte Komponente von $\mathrm{d}s$ gleich $R\cdot\mathrm{d}\varphi\cdot\cos\varphi$; die auf $\mathrm{d}s$ wirkende Kraft nach (33) $R\cdot\mathrm{d}\varphi\cdot\cos\varphi\cdot I\cdot\mu\mathfrak{H}$. Nun hat $\mathrm{d}s$ von dem zu $\mu\mathfrak{H}$ senkrechten Durchmesser der Kreislinie den Abstand $R\cos\varphi$. Daher erfährt $\mathrm{d}s$ das Drehmoment

$$I\mu\mathfrak{H}R^2\cos^2\varphi\cdot\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}M_\xi = {}^1\!/_4\, I\mu\mathfrak{H}R^2[1+\cos 2\varphi]\,\mathrm{d}2\varphi.$$

Addiert man die Drehmomente aller zwischen $\varphi = 0$ und $2\varphi = 4\pi$ gelegenen Stücke der Kreislinie, so erhält man $M_\xi = I\mu\mathfrak{H}R^2\pi = (FI)\,\mu\mathfrak{H} = \mathfrak{M}(\mu\mathfrak{H})$, worin $\mathfrak{M} = F\cdot I$.

Eine vom Strome I einmal umrandete Fläche (oder Stromfläche) F hat das magnetische Moment

$$\mathfrak{M} = FI \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (35)$$

Eine Stromfläche vom magnetischen Moment $\mathfrak{M}$ erfährt in einem Magnetfelde von der Induktion $\mu\mathfrak{H}$ das Drehmoment

$$M_\xi = -\mathfrak{M}\mu\mathfrak{H}\sin\xi \quad \cdots\cdots\cdots \quad (36)$$

Ist der Winkel ξ zwischen den Richtungen von Moment $\mathfrak{M}$ und Induktion $\mu\mathfrak{H}$ gleich einem rechten Winkel, so ist das Drehmoment $-\mathfrak{M}\mu\mathfrak{H}$. Das Drehmoment sucht ξ zu verkleinern, daher das $-$-Zeichen.

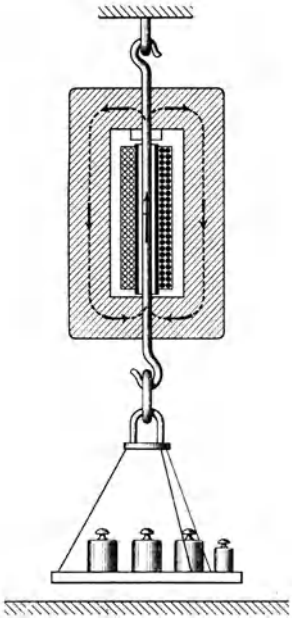
3. Ein Rotationsellipsoid sei in lauter einzelne, zur Rotationsachse x senkrechte Scheiben von der Breite $\mathrm{d}x$, von der Fläche $y^2\pi$ und vom Volumen $\mathrm{d}V = y^2\pi \cdot \mathrm{d}x$ geteilt. Ob das Ellipsoid eine stromdurchflossene Spule oder ein magnetischer Stahlstab ist: in beiden Fällen werden die einzelnen Scheiben von Strömen umrandet, deren Stärke $\mathfrak{a} \cdot \mathrm{d}x$ ist. Jede Scheibe hat also das magnetische Moment $\mathrm{d}\mathfrak{M} = \mathfrak{a} \cdot y^2\pi \cdot \mathrm{d}x = \mathfrak{a} \cdot \mathrm{d}V$. Hat der Strombelag $\mathfrak{a}$ für alle einzelnen Scheiben denselben Wert, so ist das magnetische Moment des ganzen Rotationsellipsoids

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{a} \cdot V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

4. Nach Gl. (30), S. 74, ruft ein solches Ellipsoid in Punkten der Achse, deren Abstand X vom Mittelpunkte sehr groß gegen die Ellipsoidlänge ist, die Feldstärke $\mathfrak{H}_X = \mathfrak{a}K$ hervor, worin $K = (4/3)\pi ab^2/2\pi X^3 = V/2\pi X^3$ ist. Da nun $\mathfrak{a} \cdot V = \mathfrak{M}$ ist, so gilt der Satz: ein Rotationsellipsoid vom magnetischen Moment $\mathfrak{M}$ ruft in sehr entfernten Punkten seiner Längsachse die magnetische Feldstärke hervor

$$\mathfrak{H}_X = \mathfrak{M}/2\pi X^3 \quad \ldots \quad (38)$$

Fig. 131.



Art. 97. Magnetische Zugkraft. In Fig. 131 ist eine von Hopkinson angegebene Anordnung dargestellt. Eine Spule umgibt einen Eisenstab mit einer Schnittstelle. Die Enden des Stabes sind durch ein „Schlußjoch“ verbunden. Ist die Stromstärke in der Spule verschwindend klein, so gleitet die untere Stabhälfte herunter, wenn die geringste Kraft an ihr zieht. Bei großer Stromstärke kann diese Kraft sehr groß sein, ohne daß die untere Stabhälfte heruntergleitet oder „abreißt“. Dann wirkt der abwärts gerichteten Kraft eine größere Kraft entgegen, die auf die Schnittfläche der unteren Stabhälfte wirkt und als „magnetische Zugkraft“ bezeichnet wird.

Sind zwei Eisenflächen von der Größe F durch eine Luftschicht von der kleinen Dicke x getrennt und ist in der Luftschicht die (zu

F senkrechte!) Feldstärke $\mathfrak{H}$, die relative Induktion $\mathfrak{B}_i$, die absolute Induktion $\mathfrak{B}$, so enthält die Luftschicht die magnetische Feldenergie

$$^1/_2 \mathfrak{H} \mathfrak{B} F x = {}^1/_2 \mu_0 \mathfrak{B}_i^2 F x.$$

Aus diesem Ausdruck läßt sich nach Gl. (32) die magnetische Zugkraft P_x berechnen. Wird die Schnittfläche F zweier Eisenstücke senkrecht von der relativen magnetischen Induktion $\mathfrak{B}_i$ durchsetzt, so übt eine Schnittfläche auf die andere die magnetische Zugkraft aus

$$P \leqq {}^1/_2 \mu_0 \mathfrak{B}_i^2 F \leqq 0{,}64 \cdot 10^{-7} \left| \frac{\mathfrak{B}_i}{[\mathrm{A/cm}]} \right|^2 \frac{F}{[\mathrm{cm}^2]} \mathrm{kg}^* \quad (39)$$

Das Zeichen $<$ bedeutet „kleiner als“ und ist hinzugesetzt, weil die tatsächliche Zugkraft immer etwas kleiner ist als die berechnete. Der Unterschied ist um so kleiner, je geringer die Unebenheiten der Schnittflächen und je größer die Schnittflächen sind.

Da der größte Wert der relativen Induktion etwa 15000 Ampere je Zentimeter beträgt, also $\mathfrak{B}_i < 15000$ A/cm ist, so ist die Flächendichte der magnetischen Zugkraft

$$P/F \leqq 14{,}4 \,\mathrm{kg}^*/\mathrm{cm}^2 \quad (40)$$

Bei einer Anordnung nach Fig. 131 war der Stabquerschnitt $F = 1\,\mathrm{cm}^2$. Die Masse der unteren Stabhälfte, der Wagschale und der Gewichte konnte auf 12 kg gesteigert werden, bevor der Stab

Fig. 132.

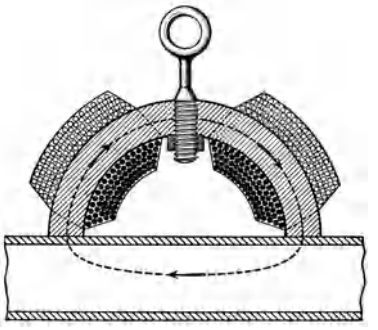
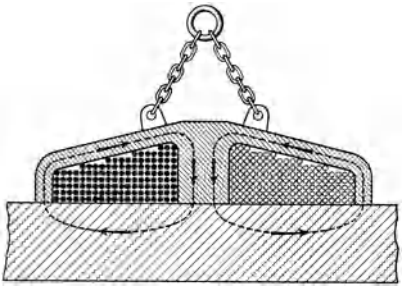


Fig. 133.



abriß. Die magnetische Zugkraft war also gleich 12 Kilogrammkraft oder 12 kg*, nur wenig kleiner als der aus (40) berechnete Höchstwert.

Die Abbildungen 132 und 133 stellen zwei Formen von Tragmagneten dar, die beim Transport von Eisenbahnschienen, Gußeisen-

stücken usw. benutzt werden. Auf diese Weise wird die Verbindung der Eisenstücke mit Kranhaken viel schneller bewirkt als bei Anwendung von Ketten und Seilen.

Eine andere Anwendung findet die magnetische Zugkraft, um Arbeitsstücke auf dem eisernen Werktisch einer Werkzeugmaschine oder kleine Werkzeugmaschinen, z. B. Bohrmaschinen, an einem großen Arbeitsstück zu befestigen.

Art. 98. Atomistische Erklärung des II. Grundgesetzes. Man nimmt an, daß sich in jedem Metallstück ortsfeste positive Atome und freibewegliche negative Ladungen oder Elektronen befinden. Bei Bewegung eines Metallstückes entstehen hiernach zwei elektrische Ströme: der Atomstrom I_a und der Elektronenstrom I_e. Da ein elektrischer Strom als Strömung positiver Ladung definiert ist, so müssen wir dem Atomstrom I_a die gleiche, dem Elektronenstrom I_e die entgegengesetzte Richtung zuschreiben als der Bewegung des Metallstückes. Nimmt das in Fig. 116, S. 108 dargestellte Drahtstück l der Reihe nach die durch gestrichelte Linien bezeichneten Stellungen an, so entsteht der Atomstrom I_a und der Elektronenstrom I_e. Beide Ströme erfahren eine (mechanische) Kraft, wenn die Bewegung des Drahtes in einem Magnetfelde ($\mathfrak{B}_z$) stattfindet. Der Atomstrom I_a ist im Draht fest, die Atome können ihre Lage im Draht nicht verändern. Der Elektronenstrom I_e aber folgt der auf ihn wirkenden Kraft, deren Richtung aus Fig. 127b ersichtlich ist. Bei Bewegung eines Drahtes in einem zum Draht und zur Bewegung senkrechten Magnetfeld häufen sich Elektronen auf dem einen Drahtende an, sodaß das andere Drahtende positiv geladen erscheint.

Ist $-Q' \cdot \mathrm{d}x$ die Elektronenladung auf dem Stück $\mathrm{d}x$ des bewegten Drahtes (siehe Fig. 116), so ist die Stärke des Elektronenstromes $I_e = +Q' \cdot \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$. Auf die kleine Länge $\mathrm{d}y$ dieses Stromes wirkt nach Gl. (33), S. 122, die Kraft $\mathrm{d}P_x = -(\mathrm{d}y \cdot I_e)\,\mathfrak{B}_z = -Q'\,\mathfrak{B}_z \cdot \mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$.

Diese Kraft muß gleich sein der Kraft, mit welcher die positive Ladung des einen Drahtendes die negative des anderen anzieht, d. h. gleich einer Kraft $-Q' \cdot \mathrm{d}x \cdot \mathfrak{E}'_x$ (vgl. den Schluß von Art. 82). Durch Gleichsetzen beider Kräfte ergibt sich für $\mathfrak{E}'_x = (u_x - u_0)/x = (u/l)_x$ der durch Gl. (4), S. 108, bestimmte Ausdruck.

Bei der in Fig. 119 dargestellten Anordnung verlaufen Atomstrom und Elektronenstrom in Kreislinien. Im Punkte P hat der Elektronenstrom eine der y-Achse entgegengesetzte Richtung, während

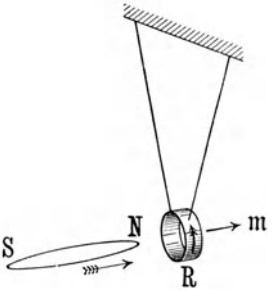
die z-Achse auf den Leser zu gerichtet ist. Der Elektronenstrom erfährt eine Kraft, deren Richtung der x-Achse entgegengerichtet ist. Daher häuft sich negative Ladung auf der Welle an, während der Rand positiv geladen erscheint.

Achtzehntes Kapitel.

Entstehung von Strom durch Veränderung eines Induktionsflusses.

Art. 99. Das Lenzsche Gesetz. Bei der Anordnung Fig. 116, S. 108 entsteht bei Bewegung des Drahtstückes l in der Richtung y eine Umlaufspannung längs des Weges l 1, 2, 3. Diese Umlaufspannung wird nur dann die Ursache eines elektrischen Stromes, wenn der Weg aus Leitern gebildet ist. In dem Leiterstück l kann also ein Strom in Richtung der x-Achse entstehen. Dieser Strom hat dieselbe Richtung wie der in Fig. 127a dargestellte Strom, erfährt also auch eine Kraft von gleicher Richtung. Diese Kraft hat die Richtung der negativen y-Achse der Fig. 116, also eine der Bewegung entgegengesetzte Richtung.

Fig. 134.



Das Lenzsche Gesetz umfaßt beliebige Vorgänge der beschriebenen Art und lautet: Wenn durch gegenseitige Bewegung eines Leiters und eines Magnetfeldes ein elektrischer Strom entsteht, so hat er stets eine solche Richtung, daß er die Bewegung zu hemmen sucht.

Ein Metallring R (Fig. 134) weicht einem schnell hineingeschobenen, folgt einem schnell herausgezogenen Magnetstab.

Art. 100. Das Barlowsche Rad als Generator und als Motor. Dreht sich aus irgend einem Grunde das in Fig. 118, S. 110 dargestellte Barlowsche Rad in Richtung des gefiederten Pfeiles, so erhält das Quecksilber eine gegen die Welle positive Spannung.

Wird die Welle und Quecksilber verbindende Speiche durch einen äußeren Stromzweig zu einem Stromkreise geschlossen, so kann in dem Stromkreise Strom in der einen oder anderen Richtung fließen.

Wird die Radspeiche von oben nach unten durchflossen, so erfordert die Maschine die Zufuhr von mechanischer Arbeit und gibt elektrische Arbeit an den äußeren Stromzweig ab, sie wirkt als Generator (vgl. Art. 94, Beispiel 6).

Wird die Welle und Quecksilber verbindende Radspeiche von unten nach oben durchflossen, so erfordert die Maschine die Zufuhr von elektrischer Arbeit und gibt mechanische Arbeit ab, sie wirkt als Motor. Ein Elektromotor wird also in einer Richtung durchströmt, in der der Strom I fließen würde, wenn bei stillstehender Maschine gleichsinnige Klemmenspannung vorhanden wäre wie bei rotierender Maschine. Beim Motor bzw. beim Generator ist infolgedessen die Klemmenspannung

$$U_k = U_u + R_k I \quad \text{bzw.} \quad U_k = U_u - R_k I \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Hierin ist U_u die Umlaufspannung, R_k der Klemmenwiderstand der Maschine.

Art. 101. Entstehung von Wirbelströmen durch Bewegung. Wird die in Fig. 135 dargestellte Kupferscheibe rotierend zwischen

Fig. 135.

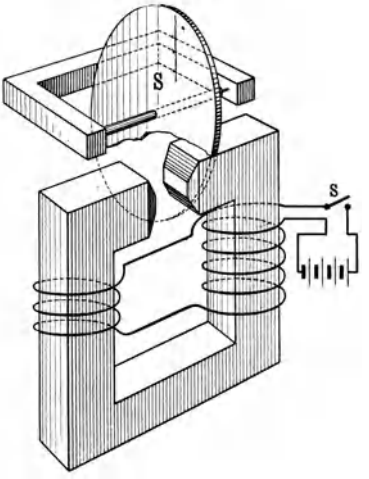
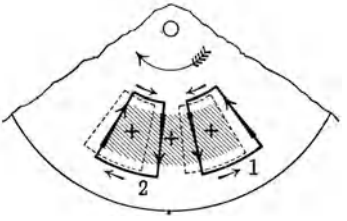


Fig. 136.



die Pole des Elektromagneten gebracht, so steht sie fast augenblicklich still. Dreht man sie unter Aufwendung von mechanischer Arbeit weiter, so erwärmt sie sich.

Während ein Stück der rotierenden Kupferscheibe (s. Fig. 136) die Stellung 1 hat, wird es reicher an hindurchgehenden Feldlinien, es entsteht in ihm ein elektrisches Wirbelfeld in Richtung der Pfeile und, da die Leitfähigkeit des Kupfers groß ist, ein starker Randstrom in Richtung der Pfeile. Während ein Stück der Scheibe die Stellung 2 hat, wird es ärmer an Feldlinien, es wird von

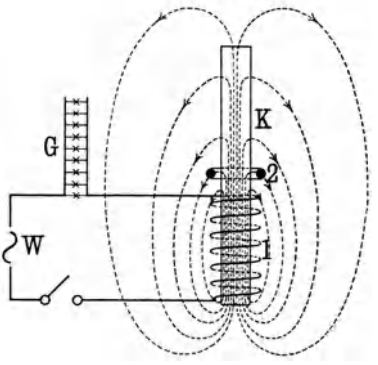
einem Strom umrandet, der den entgegengesetzten Umlaufssinn hat als der das Stück 1 umrandende Strom.

Die so entstehenden „Wirbelströme“ suchen nach dem Lenzschen Gesetz die Bewegung der Kupferscheibe zu hemmen.

Art. 102. Entstehung von Wirbelströmen durch Stromänderung. In Fig. 137 ist eine Spule 1 dargestellt, die einen unterteilten Eisenkern K zum Teil umschließt, zum Teil freiläßt.

Wird die Spule von einem elektrischen Strome durchflossen, so verringert sich der Induktionsfluß im Eisenkern um so mehr, je weiter von der Spule entfernt er untersucht wird. Ein das freie Ende des Eisenkerns umschließender Ring 2 umfaßt den im Eisenkern verlaufenden Induktionsfluß und wird radial von Feldlinien durchsetzt, die quer zur Richtung des Eisenkerns nach allen Seiten hin aus diesem austreten und als „Querfeld“ bezeichnet seien.

Fig. 137.



Wechselt der Strom in der Spule viele Male in einer Sekunde seine Richtung, so entsteht auch in dem Ring 2 ein Wechselstrom und dieser „Wirbelstrom“ erfährt in dem magnetischen Querfeld eine starke aufwärts gerichtete Kraft. Bei Schließung des die Spule 1 enthaltenden Wechselstromkreises fliegt der Ring bis an die Zimmerdecke.

Neunzehntes Kapitel.

Allgemeine Eigenschaften einer Wechselgröße.

Art. 103. Wechselgrößen mit sinusartigem Verlauf. Die sinusartige Wechselgröße y läßt sich durch den Ausdruck darstellen

$$y = Y_m \sin(\omega t + \varphi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

Hierin ist Y_m der Maximalwert von y; diesen Wert hat die Größe y, wenn $\sin(\omega t + \varphi) = 1$, also $\omega t + \varphi = \pi/2$ ist. Der Winkel $\omega t + \varphi$ sei als Phase der Wechselgröße y bezeichnet. Die Phase

ist gleich der Summe des fortschreitenden Zeitwinkels ωt und des konstanten Phasenwinkels φ. Der Zeitwinkel ωt ist gleich dem Produkt der Zeit t und der Kreisfrequenz ω. Die Kreisfrequenz steht zur Frequenz f und zur Periodendauer T in der Beziehung

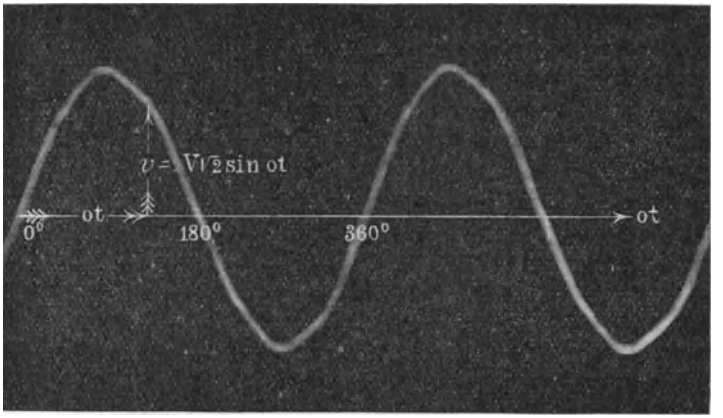
$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

Wenn der Zeitwinkel ωt um 2π, die Zeit t um T fortgeschritten ist, dann hat die Wechselgröße wieder denselben Wert, dann ist eine „Periode" abgelaufen. Denn es ist

$$sin\,[\omega\,(t + T) + \varphi] = sin\,(\omega t + 2\pi + \varphi) = sin\,(\omega t + \varphi).$$

Sinusartige Größen dienen zur Beschreibung vieler einfacher physikalischer Vorgänge. Z. B. ist die Ablenkung eines Pendels eine

Fig. 138.



sinusartige Funktion der Zeit, d. h. eine sinusartige Größe. Dreht man, wie in Art. 83 beschrieben ist, eine Drahtschleife in einem gleichförmigen magnetischen Felde, so tritt zwischen den beiden Enden einer Schnittstelle sinusartige Spannung u auf. Schließt man die Schnittstelle durch einen Widerstand, z. B. die Saite eines Saitenstrommessers, so tritt eine sinusartige Stromstärke i auf.

Die Saite eines Saitenstrommessers erfährt, wenn sie von einem sinusartigen Strom durchflossen wird, eine sinusartige Ablenkung. Diese kann mit Hilfe einer im 6. Abschnitt beschriebenen Einrichtung photographisch aufgenommen werden. Fig. 138 ist die Wiedergabe einer solchen Photographie. . Bei der Beschriftung ist der Phasenwinkel $\varphi = 0$ angenommen.

Die trigonometrische Darstellung einer Wechselgröße, z. B. durch Gl. (42), hat den Vorzug besonderer Einfachheit. Die Darstellung einer Wechselgröße durch eine Kurve, z. B. in Fig. 138, hat den Vorzug besonderer Anschaulichkeit.

Art. 104. Die vektorielle Darstellung einer Wechselgröße.

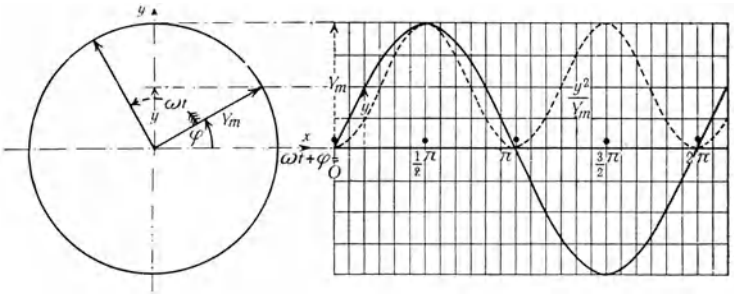
1. Man bezeichnet ungerichtete Größen, wie eine Masse m, Ladung Q oder Spannung U als Skalare, dagegen gerichtete Größen, wie Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$, elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$, magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$, als Vektoren. Stellt eine Linie Größe und Richtung eines Vektors dar, so sei sie als Strahl bezeichnet. In Fig. 94, S. 82 sind die magnetischen Feldstärken $\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{H}_2$, $\mathfrak{H}$ durch Strahlen dargestellt. Als Zeichen für den Vektor „magnetische Feldstärke" benutzt man $\mathfrak{H}$ oder H, als Zeichen für den Betrag der Feldstärke dagegen $|\mathfrak{H}|$ oder H. Für das in Fig. 94 gezeichnete magnetische Feld ist

$$|\mathfrak{H}| = \sqrt{|\mathfrak{H}_1|^2 + 2|\mathfrak{H}_1|\,|\mathfrak{H}_2| \cos\alpha + |\mathfrak{H}_2|^2} \text{ bzw. } \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2.$$

Die erste Beziehung ist eine algebraische; die zweite sagt aus, daß der Vektor $\mathfrak{H}$ gleich der geometrischen Summe der Vektoren $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ ist.

2. Es ist vorteilhaft, Größen, die eine sinusartige Funktion eines Zeitwinkels ωt sind, wie Vektoren zu behandeln und durch

Fig. 139.



Strahlen darzustellen. In Fig. 139 ist der Maximalwert Y_m der Wechselgröße y als Halbmesser eines Kreises gezeichnet, und zwar als ein Halbmesser, der gegen die positive x-Achse um den positiven Phasenwinkel φ gedreht ist. Die Projektion dieses Halbmessers auf die y-Achse stellt den Wert der Wechselgröße y zur Zeit $t = 0$ dar.

Man denkt sich nun den Halbmesser (entgegen der Drehrichtung des Uhrzeigers, d. h. in mathematisch positivem Sinne) mit der kon-

stanten Winkelgeschwindigkeit ω gedreht. Zur Zeit t bildet er mit der x-Achse den Winkel $\omega t + \varphi$. Die Projektion y des Halbmessers auf die y-Achse ist jederzeit gleich der Wechselgröße. In der rechten Hälfte der Fig. 139 ist diese der Wechselgröße y gleiche Projektion für verschiedene Phasen $\omega t + \varphi$ durch eine Kurve dargestellt.

Art. 105. Effektivwert einer Wechselgröße und effektive Leistung. 1. Brennt eine Glühlampe beim Durchgang eines Wechselstromes mit dem Maximalwert I_m ebenso hell wie beim Durchgang des Gleichstromes I, so nennt man I die effektive Stromstärke des Wechselstromes. Alle Wirkungen einer Wechselgröße y, die (wie die Stromwärme) dem Quadrat des Augenblickswertes y proportional sind, sind auch dem Quadrat des Effektivwertes Y proportional. Daher ist allgemein der Effektivwert Y einer Wechselgröße y

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} y^2 \cdot \mathrm{d}t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

Das Quadrat der augenblicklichen Wechselgröße y [s. Gl. (42)] ist

$$y^2 = Y_m \cdot Y_m \sin^2(\omega t + \varphi).$$

Folglich ist

$$y^2/Y_m = {}^1/_2\, Y_m [1 - \cos 2(\omega t + \varphi)].$$

Die *cos*-Größe hat offenbar sinusartigen Verlauf und eine doppelt so große Frequenz als y; sie ist in Fig. 139 durch eine gestrichelte Kurve dargestellt. Man erkennt ohne weiteres, daß der zeitliche Mittelwert der Größe $y^2/Y_m = {}^1/_2\, Y_m$ ist, woraus sich folgende Beziehung zwischen dem Effektivwert Y und dem Maximalwert Y_m ergibt:

$$Y = Y_m/\sqrt{2} = Y_m/1{,}410 = 0{,}707\, Y_m \quad \ldots\ldots \quad (45)$$

2. Haben die Durchstoßungspunkte zweier Netzleiter durch eine Fläche die Spannung u gegeneinander und führen die Netzleiter den gleichen Strom i in entgegengesetzter Richtung durch die Fläche, so tritt nach dem III. Grundgesetz durch die Fläche die Leistung ui [siehe Gl. (17), S. 10]. Der Mittelwert der Leistung oder die effektive Leistung ist

$$N = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} ui \cdot \mathrm{d}t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Ist die Spannung $u = U\sqrt{2}\sin(\omega t \pm \varphi)$,

die Stromstärke $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$, so ist

$$ui = UI \cdot 2\sin\omega t \sin(\omega t \pm \varphi) = UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t \pm \varphi)].$$

Der Mittelwert von $cos\,(2\,\omega\,t \pm \varphi)$ ist gleich Null. Mithin ist die effektive Leistung

$$N = U\,I\,cos\,\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Der Faktor $cos\,\varphi$ wird als Leistungsfaktor bezeichnet.

Fig. 140.

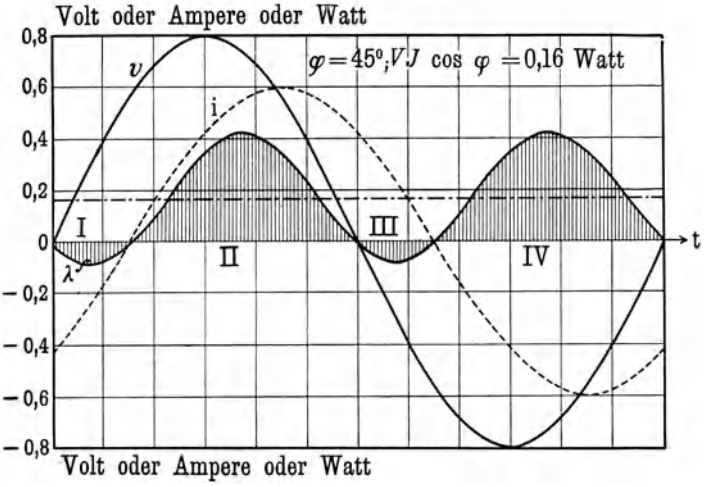
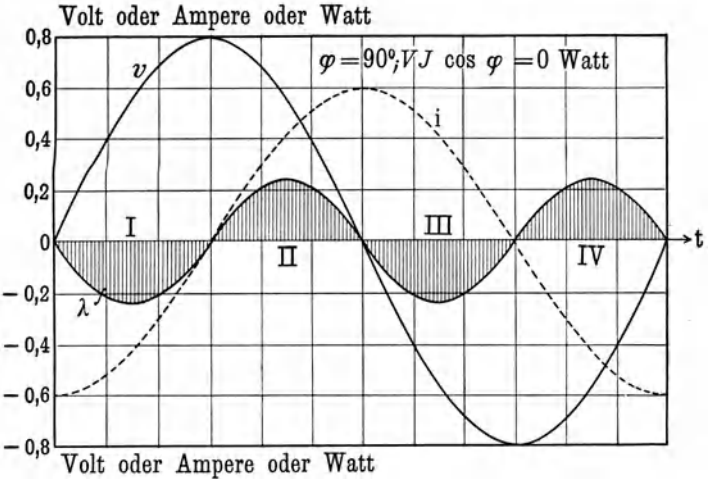


Fig. 141.



Ist der Phasenunterschied φ zwischen Strom und Spannung $= 0$, so ist die augenblickliche Leistung ui jederzeit positiv und verläuft

wie die gestrichelte Linie der Fig. 139. Für $\varphi = 45^0$ und für $\varphi = 90^0$ stellen die Fig. 140 und 141 den Verlauf der Leistung dar.

Art. 106. Trigonometrische Addition zweier Wechselgrößen. Um die Summe y der beiden Wechselgrößen

$$y_1 = Y_{m1} \sin(\omega t + \psi), \quad y_2 = Y_{m2} \sin(\omega t + \psi + \varphi) \quad . \quad . \quad (48)$$

zu bilden, entwickelt man den zweiten *sin* in eine Summe und schreibt

$$y = \{Y_{m1} + Y_{m2} \cos\varphi\} \sin(\omega t + \psi) + \{Y_{m2} \sin\varphi\} \cos(\omega t + \psi). \quad (49)$$

Setzt man

$$Y_{m1} + Y_{m2} \cos\varphi = Y_m \cos\chi, \quad Y_{m2} \sin\varphi = Y_m \sin\chi, \quad . \quad . \quad (50)$$

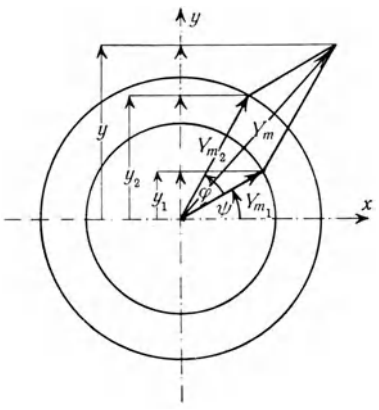
so ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} y &= Y_m \sin(\omega t + \psi + \chi), \quad tg\,\chi = \frac{Y_{m2} \sin\varphi}{Y_{m1} + Y_{m2} \cos\varphi} \\ Y_m &= \sqrt{Y_{m1}^2 + 2\,Y_{m1}\,Y_{m2} \cos\varphi + Y_{m2}^2} \end{aligned}\right\} \quad (51)$$

Die Ausdrücke für den Phasenwinkel χ bzw. den Maximalwert Y_m der Summe $y = y_1 + y_2$ ergeben sich durch Dividieren bzw. Quadrieren der Ausdrücke (50). Die Summe zweier sinusartiger Wechselgrößen gleicher Frequenz ist wieder eine sinusartige Wechselgröße derselben Frequenz.

Art. 107. Vektorielle Addition zweier Wechselgrößen. In Fig. 142 sind die beiden Maximalwerte Y_{m1} und Y_{m2} der beiden durch die Gl. (48) dargestellten Wechselgrößen als Vektoren dargestellt, gemäß den Festsetzungen in Art. 104, Ziffer 2.

Fig. 142.

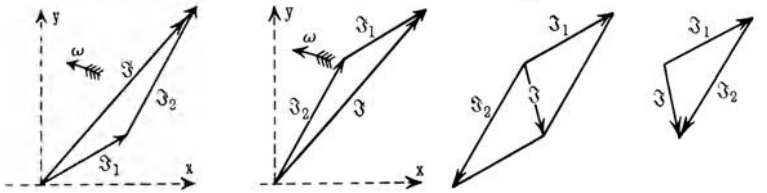


Wir zeichnen die Diagonale Y_m und projizieren sie auf die y-Achse. Diese Projektion y ist gleich der Summe der Projektionen von Y_{m1} und Y_{m2}, d. h. gleich der Summe $y_1 + y_2$ der Augenblickswerte beider Wechselgrößen. Folglich stellt die Diagonale Y_m den Maximalwert der Summe vektoriell dar, sowohl der Größe als auch der Richtung nach.

In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten von gleicher Länge. Folglich kann man den Vektor Y_m als geometrische Summe der beiden Vektoren Y_{m1} und Y_{m2} ansehen.

In den Fig. 143 bis 146 sind Vektoren addiert, die nicht die Maximalwerte, sondern die Effektivwerte zweier Wechselgrößen dar-

Fig. 143. Fig. 144. Fig. 145. Fig. 146.



stellen. In den beiden letzten Figuren hat $\mathfrak{J}_2$ entgegengesetzte Richtung wie in den beiden ersten. Durch Parallelverschiebung der Vektoren kann man sich die Aufgabe der geometrischen Addition so einfach wie möglich gestalten.

Art. 108. Symbolische Schreibweise. Man kann jede beliebige sinusartige Wechselgröße y darstellen als Summe einer Sinusfunktion und einer Kosinusfunktion ein und derselben Phase. Es ist

$$\left.\begin{aligned} y &= \sqrt{2}\left[Y_1 \sin \omega t + Y_2 \cos \omega t\right] \\ \text{oder} \quad &= \sqrt{2}\left[Y_1 \sin \omega t + Y_2 \sin (\omega t + \pi/2)\right] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (52)$$

In der symbolischen, von Steinmetz eingeführten Schreibweise setzt man nun

$$\bar{y} = \sqrt{2}\left[\mathfrak{Y}_1 + j\,\mathfrak{Y}_2\right]. \quad \ldots \quad (53)$$

Fig. 147.

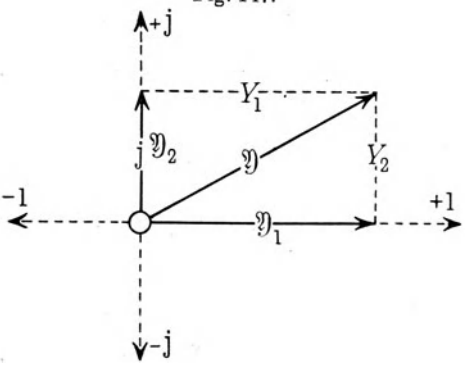


Fig. 147 erläutert die symbolische Schreibweise. Man unterscheidet vier zueinander senkrechte Richtungen durch die Zeichen $+1$, $+j$, -1, $-j$. Ein Vektor, dessen Betrag Y_1, dessen Rich-

tung $+1$ ist, bezeichnet man als $+1 \cdot \mathfrak{Y}_1$ oder $\mathfrak{Y}_1$; einen Vektor, dessen Betrag Y_2, dessen Richtung $+j$ ist, als $+j \cdot \mathfrak{Y}_2$. Der Vektor $\mathfrak{Y}_1$ ist reell, der Vektor $j\mathfrak{Y}_2$ ist imaginär. Die Vorwärtsdrehung eines Vektors um $+\pi/2$ wird symbolisch dargestellt durch Multiplikation mit j; die Drehung um π durch Multiplikation mit $j^2 = -1$; die Drehung um $-\pi/2$ durch Multiplikation mit $-j$.

Der Effektivwert $\mathfrak{Y}_1 + j\mathfrak{Y}_2$ der Wechselgröße y ist eine komplexe Größe. Man findet das Quadrat des reellen Wertes durch Multiplikation des komplexen Wertes $\mathfrak{Y}_1 + j\mathfrak{Y}_2$ mit dem komplex konjugierten Wert $\mathfrak{Y}_1 - j\mathfrak{Y}_2$. Es ist also der reelle Effektivwert der Wechselgröße y

$$Y = \sqrt{\mathfrak{Y}_1^2 + \mathfrak{Y}_2^2} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Für den Phasenwinkel χ der Wechselgröße y erhält man

$$tg\,\chi = \mathfrak{Y}_2/\mathfrak{Y}_1 = Y_2/Y_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

In vielen späteren Artikeln sind Beispiele für die symbolische Schreib-, Rechnungs- und Darstellungsweise gegeben.

Art. 109. Die exponentielle Darstellung einer Wechselgröße hat besondere Vorzüge, wenn der Maximalwert nicht konstant ist, sondern mit der Zeit abnimmt.

Nach dem Satze von Moivre ist

$$e^{\pm jx} = \cos x \pm j \sin x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Durch Addition und Subtraktion beider Ausdrücke folgt

$$\cos x = {}^1/_2 [e^{+jx} + e^{-jx}] \quad \text{und} \quad \sin x = \frac{1}{2j} [e^{+jx} - e^{-jx}] \quad (57)$$

Die Ausdrücke stellen, wenn man $x = \omega t$ setzt, den zeitlich veränderlichen Faktor einer Wechselgröße dar.

Im vorstehenden sind eine Reihe von Verfahren behandelt, die zur Darstellung von Wechselgrößen dienen:

1. die Darstellung in Kurvenform,
2. die vektorielle Darstellung,
3. die trigonometrische,
4. die symbolische,
5. die exponentielle Rechnungsweise.

In den folgenden beiden Kapiteln werden diese Methoden angewandt, um den Durchgang eines Wechselstromes durch eine Induktivität und durch eine Kapazität zu behandeln.

Zwanzigstes Kapitel.

Induktive Wechselgrößen.

Art. 110. Rein induktiver Widerstand. In Art. 87, S. 113 ist gezeigt, daß die Eintrittsstelle des Stromes i in eine reine, d. h. widerstandsfreie Induktivität L gegen die Austrittsstelle die Klemmenspannung $u = L \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ hat.

Wenn die Stromstärke i eine sinusartige Wechselgröße ist, so muß auch die Spannung u eine sinusartige Wechselgröße sein. Ist $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$, so ist

$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t = I\omega\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$ und $u = I \cdot \omega L \cdot \sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$.

Der Effektivwert der Spannung ist also

$$U = I \cdot \omega L. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

Aus dem Vorstehenden ergeben sich die beiden Sätze:

1. Eine sinusartige Größe mit dem Effektivwert I und der Kreisfrequenz ω hat eine sinusartige Änderungsgeschwindigkeit, deren Effektivwert $I\omega$ ist.

2. Der rein induktive Widerstand, den eine reine Induktivität L dem Durchgang eines Wechselstromes von der Kreisfrequenz ω entgegensetzt, ist ωL.

Der symbolische Ausdruck der Gl. vor (58) lautet:

$$\mathfrak{U} = j \cdot \omega L \cdot \mathfrak{I} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

Das Symbol j zeigt an, daß die augenblickliche Spannung u eine um $\pi/2$ größere Phase hat als die augenblickliche Stromstärke i.

In der exponentiellen Schreibweise ist

$$i = I \cdot \sqrt{2}\,\frac{e^{+j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}, \quad u = I \cdot \omega L \cdot \sqrt{2}\,\frac{e^{+j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \quad (60)$$

Art. 111. Induktiver Widerstand. In Art. 87, S. 113 ist gezeigt, daß beim Durchgang des Stromes i zwischen den Enden eines Leiters von der Induktivität L und vom Ohmschen Widerstande R (siehe Fig. 148) die Klemmenspannung

$$u = Ri + L \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

herrscht. Die Klemmenspannung ist gleich der Summe der Ohmschen Spannung Ri und der selbstinduktiven Spannung $L \cdot \mathrm{d}i/\mathrm{d}t$. In symbolischer Schreibweise ist also

$$\mathfrak{U} = R\mathfrak{I} + j\omega L\mathfrak{I} = \mathfrak{I}[R + j\omega L] \quad \ldots\ldots \quad (62)$$

Vergleicht man (62) mit (53), (54) und (55), so sieht man, daß

$$U/I = \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} \quad \text{und} \quad tg\,\chi = \omega L/R \quad \ldots \quad (63)$$

ist. Man bezeichnet den komplexen Widerstand $R + j\omega L$ als Widerstandsoperator; das Verhältnis U/I als induktiven Widerstand. Letzteren kann man darstellen als Hypotenuse eines

Fig. 148.

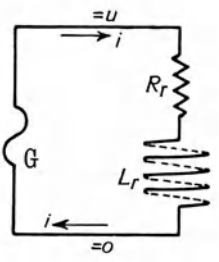
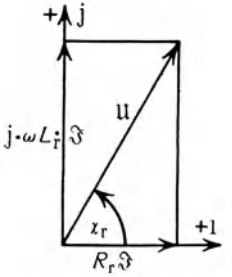


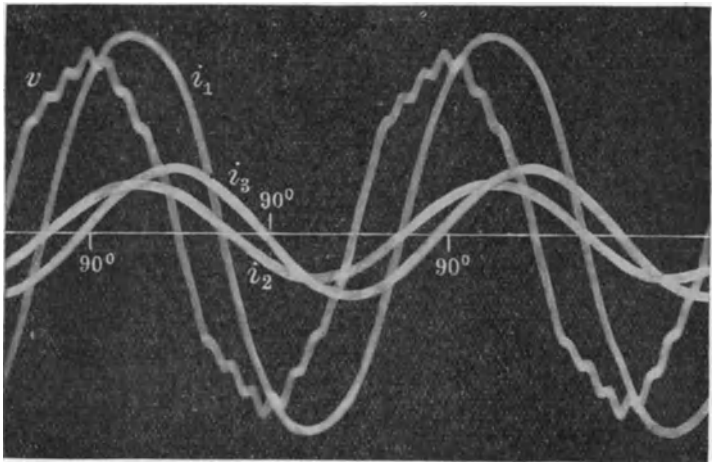
Fig. 149.



rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten der rein induktive Widerstand ωL und der Ohmsche Widerstand R sind.

In Fig. 149 sind die drei Spannungen $R\Im$, $j\omega L\Im$ und $\mathfrak{U}$ symbolisch dargestellt. Fig. 154 zeigt die Versuchsanordnung, an der

Fig. 150.



die Stromkurven i_1, i_2, i_3 aufgenommen sind, deren Wiedergabe Fig. 150 ist.

Bei Aufnahme von . .	i_1	i_2	i_3
war ωL	= 3,1	16,0	16,0 Ω,
war R	= 3,1	16,0	3,1 Ω.

Art. 112. Vergleich einer Induktivität mit reihegeschaltetem und einer Induktivität mit parallelgeschaltetem Widerstand. In Fig. 151 ist angenommen, daß zu einer reinen Induktivität L_p ein Ohmscher Widerstand R_p parallel geschaltet sei. Die gesamte Stromstärke ist dann (siehe Fig. 152),

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{U}\left[\frac{1}{R_p} - \frac{j}{\omega L_p}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

Der Faktor $-j$ bedeutet, daß die Stromstärke in der Induktivität um $\pi/2$ der Spannung und der Stromstärke im Widerstand nacheilt.

Fig. 151.

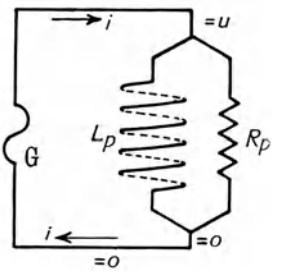
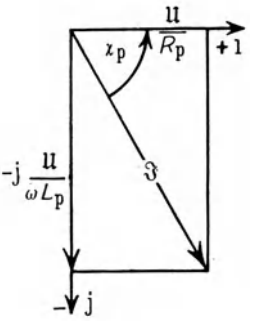


Fig. 152.



In Fig. 148 sowie in Gl. (62) ist dargestellt, wie ein Strom die reine Induktivität L_r und den mit L_r in Reihe geschalteten Widerstand R_r durchfließt.

Damit in beiden Fällen bei gleicher Spannung $\mathfrak{U}$ gleiche Stromstärke $\mathfrak{J}$ eintritt, muß nach den Gl. (62) und (64) der Leitwert

$$\frac{1}{R_p} - \frac{j}{\omega L_p} = \frac{1}{R_r + j\omega L_r} = \frac{R_r - j\omega L_r}{R_r^2 + \omega^2 L_r^2}$$

sein. Nun müssen die reellen und imaginären Glieder für sich gleich sein, d. h. es ist

$$\frac{1}{R_p} = \frac{R_r}{\omega^2 L_r^2 + R_r^2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\omega L_p} = \frac{\omega L_r}{\omega^2 L_r^2 + R_r^2}.$$

Aus Fig. 149 ergibt sich ohne weiteres (unter Hinzufügung des Indizes r)

$$tg\,\chi_r = \frac{\omega L_r}{R_r}, \text{ also } sin\,\chi_r = \frac{\omega L_r}{\sqrt{\omega^2 L_r^2 + R_r^2}}, \; cos\,\chi_r = \frac{R_r}{\sqrt{\omega^2 L_r^2 + R^2}}.$$

Mithin ist

$$R_p = R_r/cos^2\chi_r, \quad L_p = L_r/sin^2\chi_r, \quad tg\,\chi_r = \omega L_r/R_r \; . \; . \quad (65)$$

Aus Fig. 152 ergibt sich ohne weiteres $tg\,\chi_p = R_p/\omega L_p$. Mithin ist

$$R_r = R_p \cos^2\chi_p, \quad L_r = L_p \sin^2\chi_p, \quad tg\,\chi_p = R_p/\omega L_p \; . \; . \quad (66)$$

Aus Gl. (65) kann man R_p und L_p berechnen, wenn R_r und L_r gegeben sind. Aus Gl. (66) kann man R_r und L_r berechnen, wenn R_p und L_p gegeben sind. In beiden Fällen ist

$$\chi_p = \chi_r \quad \text{und} \quad (U/I)_p = (U/I)_r.$$

Art. 113. Versuche über induktiven Widerstand. In Fig. 153 ist dargestellt, wie man den Einfluß einer veränderlichen Induktivität L auf die Stromstärke sinnfällig zeigen kann. Die vom Generator G erzeugte Wechselspannung wird konstant gehalten (Glühlampe g). Die Stromstärke wird an der Lichtstärke der Glühlampen r_a erkannt. Bei großer Induktivität L leuchten die Glühlampen r_a fast gar nicht. Bei kleiner Induktivität L

Fig. 153.

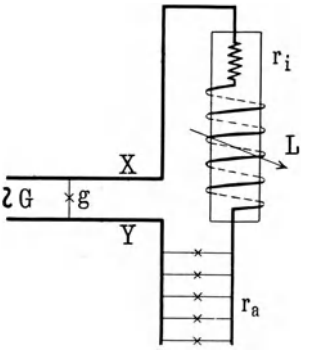


Fig. 154.

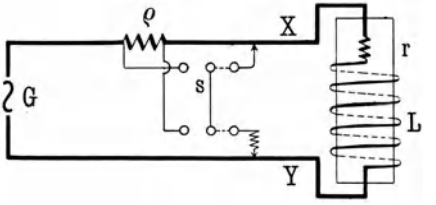
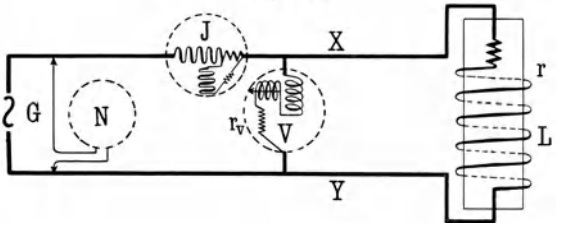


Fig. 155.



leuchten die Glühlampen r_a hell. Wird die Wechselspannung durch Gleichspannung von gleichem Effektivwert ersetzt (Glühlampe g), so leuchten die Glühlampen r_a blendend hell.

Fig. 154 zeigt, wie man die Augenblickswerte von Spannung und Stromstärke messen kann. Die Saite s eines Saitenstrommessers wird zunächst einem kleinen Widerstand ϱ parallel geschaltet und mißt dann die Stromstärke. Sodann wird die Saite zwischen die

Netzleiter geschaltet; sie mißt dann die Spannung. Mit dieser Anordnung sind die Kurven Fig. 150 aufgenommen.

In Fig. 155 ist gezeigt, wie man die Effektivwerte von Spannung und Strom messen kann, um aus ihnen den induktiven Widerstand zu berechnen. Der Strommesser J zeigt die effektive Stromstärke, der Spannungsmesser V zeigt die effektive Spannung an.

Einundzwanzigstes Kapitel.

Kapazitive Wechselgrößen.

Art. 114. Rein kapazitiver Widerstand. Solange der Strom i in der Anordnung Fig. 156 positive Richtung hat, d. h. in der Pfeilrichtung fließt, trägt er positive Ladung auf die obere Belegung der Kapazität C. Ist der Widerstand $R_r = 0$, so ist die Netzspannung

Fig. 156.

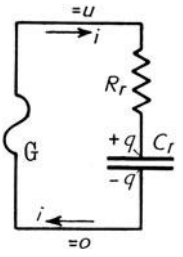
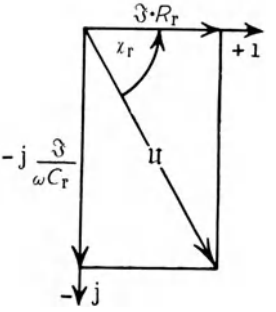


Fig. 157.



$u = q/C$. Die Netzspannung ist also ein Maximum, wenn $i = 0$ ist und von positiven zu negativen Werten übergeht. Beim Durchgang des Wechselstromes i durch eine reine Kapazität hat die Eintrittsstelle des Stromes gegen die Austrittsstelle eine Wechselspannung u, die der Stromstärke um $\pi/2$ nacheilt. Es ist dann $u' C = q' = i$, also

$$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/2), \quad i = I\sqrt{2}\sin\omega t, \quad I = U\omega C \quad . \quad . \quad (67)$$

Der rein kapazitive Widerstand einer Kapazität C ist $1/\omega C$.

Art. 115. Kapazitiver Widerstand. Der Widerstand, den der aus R_r und C_r gebildete Stromzweig (in der Anordnung Fig. 156) dem Durchgang des Wechselstromes i entgegensetzt, sei als „kapazitiver Widerstand“ bezeichnet. In der symbolischen Darstellung (siehe Fig. 157) ist

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{Z}\{R_r - j/\omega C_r\} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (68)$$

Der Widerstandsoperator $R - j/\omega C_r$ hat den reellen Wert, d. h. der kapazitive Widerstand ist

$$\sqrt{(R_r - j/\omega C_r)(R_r + j/\omega C_r)} = \sqrt{1/\omega^2 C_r^2 + R_r^2} \quad . \quad . \quad (69)$$

Aus der symbolischen Darstellung Fig. 157 folgt

$$tg\,\chi_r = \frac{1}{\omega C_r \cdot R_r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

Die Spannung bleibt hinter der Stromstärke zurück um einen Winkel, dessen Tangens gleich dem Verhältnis des rein kapazitiven Widerstandes $1/\omega C_r$ zu dem Ohmschen Vorwiderstand R_r ist.

Art. 116. Kapazität mit Nebenwiderstand. In symbolischer Darstellungsweise ist nach den Fig. 158 und 159

$$\mathfrak{Z} = \mathfrak{U}\left\{\frac{1}{R_p} + j\,\omega\,C_p\right\} \quad \text{und} \quad tg\,\chi_p = \omega\,C_p\,R_p \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

Fig. 158.

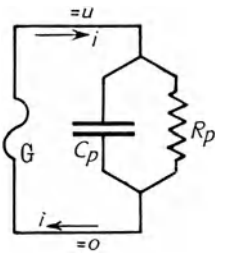
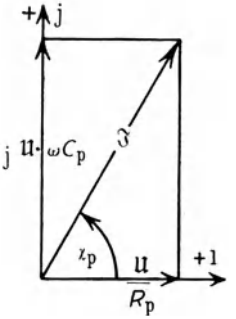


Fig. 159.



Damit in den Anordnungen nach Fig. 156 und nach Fig. 158 Spannung u und Stromstärke i jederzeit denselben Wert haben, muß nach den Gl. (68) und (71)

$$R_r - \frac{j}{\omega C_r} = \frac{R_p}{1 + j\,\omega\,C_p\,R_p} = \frac{R_p(1 - j\,\omega\,C_p\,R_p)}{1 + \omega^2\,C_p^2\,R_p^2}$$

sein. Also ist

$$R_r = R_p\,cos^2\chi_p, \quad C_r = C_p/sin^2\chi_p, \quad tg\,\chi_p = \omega\,C_p\,R_p \quad . \quad . \quad (72)$$

Ferner ist, da χ_p und χ_r denselben Wert haben sollen,

$$R_p = R_r/cos^2\chi_r, \quad C_p = C_r\,sin^2\chi_r, \quad tg\,\chi_r = 1/\omega\,C_r\,R_r \quad . \quad . \quad (73)$$

Im allgemeinen ist einer reinen Kapazität ein sehr großer Widerstand R_p (von z. B. $10^6\,\Omega$) parallel geschaltet, weil zwischen den Belegungen etwas Leitungsstrom übergeht. Dann ist die Anordnung

identisch mit einer etwas größeren Kapazität C_r, mit der ein sehr kleiner Widerstand R_r (von z. B. einigen Ω) in Reihe geschaltet ist.

Art. 117. Zusammenstellung der Ausdrücke für induktive und kapazitive Widerstände. Nach dem Vorstehenden hat der Widerstand bzw. der Tangens des Phasenwinkels, um den die Stromstärke der Spannung nacheilt, folgende Werte:

Schema (74).

Widerstand einer		$tg\,\chi =$
reinen Induktivität	ωL	$tg\,(+\pi/2)$
Induktivität mit Vorwiderstand . .	$\sqrt{\omega^2 L_r^2 + R_r^2}$	$\omega L_r / R_r$
Induktivität mit Nebenwiderstand . .	$\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{\omega^2 L_p^2} + \dfrac{1}{R_p^2}}}$	$\dfrac{R_p}{\omega L_p}$
reinen Kapazität	$1/\omega C$	$tg\,(-\pi/2)$
Kapazität mit Vorwiderstand . . .	$\sqrt{\dfrac{1}{\omega^2 C_r} + R_r^2}$	$\dfrac{-1}{\omega C_r R_r}$
Kapazität mit Nebenwiderstand . .	$\dfrac{1}{\sqrt{\omega^2 C_p^2 + \dfrac{1}{R_p^2}}}$	$-\omega C_p R_p$

Zweiundzwanzigstes Kapitel.

Die Fouriersche Reihe.

Art. 118. Darstellung eines periodischen Vorgangs durch eine Fouriersche Reihe. 1. Nach Fourier läßt sich jeder in regelmäßiger Folge wiederholte Vorgang als Summe von sinusartig verlaufenden Vorgängen darstellen, d. h. es ist

$$\left.\begin{aligned} y_{\omega t} = J_0 + J_1 \sin(\omega t + \gamma_1) + J_2 \sin(2\,\omega t + \gamma_2) + \cdots \\ + J_{17} \sin(17\,\omega t + \gamma_{17}) + \cdots \end{aligned}\right\} \quad . \quad (75)$$

Wir bezeichnen J_0 als konstanten Anteil, das Glied mit J_1 als Grundwelle, das Glied mit J_2 als zweite harmonische Oberwelle usw. Statt (75) kann man auch schreiben,

$$\omega t = 2\pi\tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

setzend,

$$\begin{aligned} &\mathfrak{A}_1 \sin\tau + \mathfrak{A}_2 \sin 2\tau + \cdots + \mathfrak{A}_{17} \sin 17\tau \cdots \\ &+ \mathfrak{B}_0 + \mathfrak{B}_1 \cos\tau + \mathfrak{B}_2 \cos 2\tau + \cdots + \mathfrak{B}_{18} \cos 18\tau \cdots = y_\tau. \end{aligned}$$

2. Multipliziert man die linke und rechte Seite von (76) mit $d\tau$ und integriert von 0 bis 2π, so verschwinden links alle Integrale bis auf eins, und man erhält

$$\mathfrak{B}_0 \int_0^{2\pi} d\tau = \int_0^{2\pi} y_\tau \cdot d\tau.$$

Den Wert des rechten Integrals findet man in genügender Annäherung, wenn man z. B. $d\tau = 2\pi/36$ setzt, die 36 Ordinaten $y_1, y_2 \cdots y_{35}$ der Kurve mißt, welche y_τ als Funktion von τ darstellt, und bildet:

$$\mathfrak{B}_0 \cdot 2\pi = (y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_{35})\ 2\pi/36$$

oder

$$36\,\mathfrak{B}_0 = y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_{35} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (77)$$

Multipliziert man die linke Seite von (76) mit $sin\,\tau \cdot d\tau$ und integriert von 0 bis 2π, so verschwinden links alle Integrale bis auf eins, und man erhält

$$18\,\mathfrak{A}_1 = y_1\,sin\,10^0 + y_2\,sin\,20^0 + \cdots + y_{35}\,sin\,350^0 \quad . \quad . \quad (78)$$

In ähnlicher Weise erhält man die übrigen Koeffizienten der Fourierschen Reihe (76). Teilt man eine ganze Periode in m gleiche Teile, so ist

$$\left.\begin{aligned} m\,\mathfrak{B}_0 &= \sum_{x=1}^{x=m} y_x, \quad \frac{m}{2}\,\mathfrak{B}_k = \sum_{x=1}^{x=m} y_x\,cos\frac{x\,k\,2\pi}{m} \\ k &= 1, 2 \cdots \frac{m}{2}, \quad \frac{m}{2}\,\mathfrak{A}_k = \sum_{x=1}^{x=m} y_x\,sin\frac{x\,k\,2\pi}{m} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

Die Konstanten der Reihe (75) findet man aus den Gleichungen

$$J_k = \sqrt{\mathfrak{A}_k^2 + \mathfrak{B}_k^2} \quad \text{und} \quad tg\,\gamma_k = \mathfrak{B}_k/\mathfrak{A}_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Der Quadrant, in welchem γ_k liegt, ergibt sich aus der Bedingung, daß $sin\,\gamma_k$ mit $\mathfrak{B}_k$, $cos\,\gamma_k$ mit $\mathfrak{A}_k$ das gleiche Vorzeichen hat.

Art. 119. Analyse einer Kurve mit gleichen Periodenhälften. Sind zwei Ordinaten, die einen Abstand von einer halben Periode haben, von gleicher Größe, aber entgegengesetztem Vorzeichen, so kann man die eine Periodenhälfte der vorhergehenden gleich machen, indem man sie um die Abszissenachse dreht, und zwar um den Winkel π. Induktive elektrische Spannungsstufen liefern fast immer

solche Strom- und Spannungskurven. In diesem Falle läßt sich die Kurve darstellen durch die Gleichung

$$y_{\omega t} = J_1 \sin(\omega t + \gamma_1) + J_3 \sin(3\,\omega t + \gamma_3) + \cdots + J_{17} \sin(17\,\omega t + \gamma_{17}) \quad \cdots \quad (81)$$

Dann vereinfacht sich die arithmetische Analyse erheblich gegen den Fall 36 ungleicher Ordinaten.

Teilt man eine Halbperiode in n gleiche Teile, so erhält man nach (79) die Koeffizienten

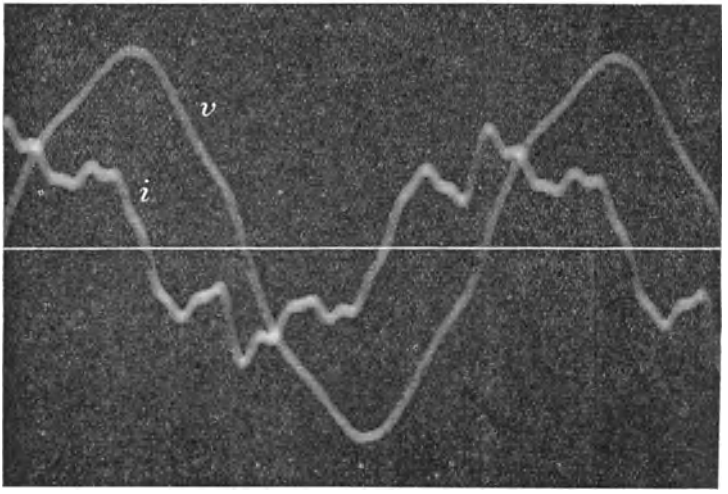
$$\frac{n}{2}\,\mathfrak{A}_k = \sum_{x=1}^{x=n} y_x \sin\frac{x\,k\,\pi}{n}, \quad \frac{n}{2}\,\mathfrak{B}_k = \sum_{x=1}^{x=n} y_x \cos\frac{x\,k\,\pi}{n} \quad \cdots \quad (82)$$

Hierauf findet man die Konstanten der Gl. (81) nach (Gl. (80).

Art. 120. Anwendungen der Fourierschen Analyse. Am Schlusse dieses Buches sind bequeme Schemata für die Benutzung der Gl. (79) und (82) gegeben.

Eine Induktivität wird von nahezu sinusartigem Strom durchflossen, auch wenn die Spannung nicht streng sinusartig verläuft (siehe Fig. 150): der induktive Widerstand ist für die Oberwellen größer als für die Grundwelle.

Fig. 160.



An einer Kapazität (s. Fig. 160) herrscht annähernd sinusartige Spannung u $(= v)$, auch wenn die Stromstärke i in der Kapazität nicht annähernd sinusartig ist: für die Oberwellen ist der kapazitive Widerstand kleiner als für die Grundwelle.

4. Abschnitt.

Elektrische Maschinen und Transformatoren.

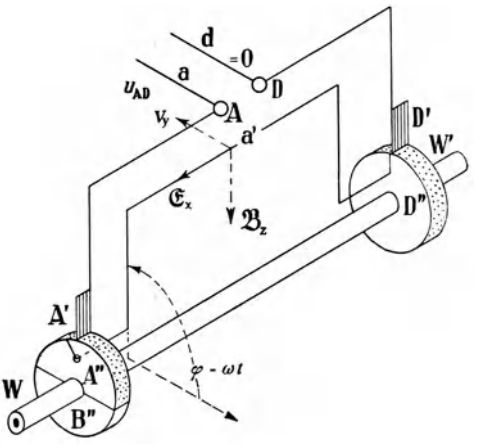
Dreiundzwanzigstes Kapitel.

Der Trommelanker der Gleichstrommaschine.

Art. 121. Schalteinrichtung oder Stromwender. 1. Eine zwar nicht konstante, aber stets gleichgerichtete Spannung zwischen zwei Metallkörpern oder Klemmen aufrechtzuerhalten, gelingt mit der in Fig. 161 dargestellten einfachen Maschine.

Auf der Welle WW′ sitzen zwei Scheiben; die eine ist von einem leitenden Halbring A″ umgeben, die andere von einem leitenden Vollring D″. Halbring und Vollring sind durch den Bügel a′ leitend verbunden.

Fig. 161.

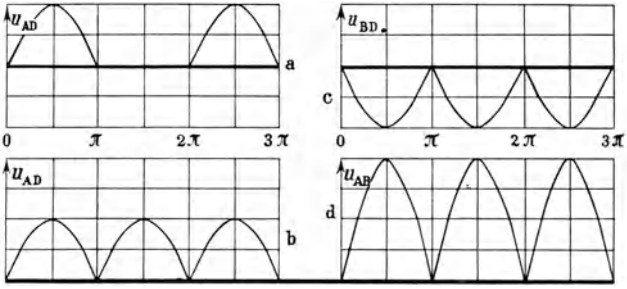


An den Scheiben liegen zwei Schleifbürsten A′ und D′ an, die mit den Klemmen A bzw. D der Maschine verbunden sind. Eine (in der Figur nicht gezeichnete) von Gleichstrom durchflossene Spule erzeugt ein gleichförmiges, zur Welle senkrecht gerichtetes Magnetfeld von der Induktion $\mathfrak{B}_z$. Den Leitern d, DD′ und D″ schreiben wir die (gegen Erde gemessene) Spannung 0 zu.

Aus einem beliebigen Grunde rotiere nun die Welle WW′ mit Scheiben und Bügel. Nach dem II. Grundgesetz [s. die Gl. (1), S. 104

und Gl. (4), S. 108] entsteht dann eine Spannung zwischen dem linken Bügelende und dem rechten, also auch zwischen den Leitern A″ und D″. Solange die Geschwindigkeit v_y positiv ist, solange der Drehwinkel φ von 0 bis π wächst, ist die Spannung des Halbringes A″ (gegen D″ und Erde) positiv. Da die Schleifbürste A′ nur während dieser Halb-

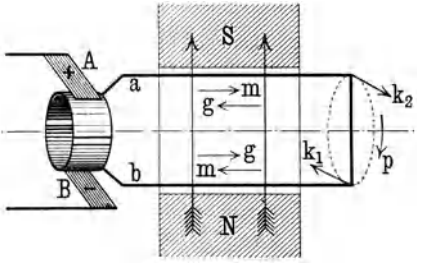
Fig. 162.



periode an dem Halbring A″ anliegt, so ist die Spannung u_{AD} der Bürste A′ und der Klemme A jederzeit $\geqq 0$ und hat den in Fig. 162 a dargestellten Verlauf.

2. Bringt man auf der links abgebildeten Scheibe außer dem Halbring A″ noch einen zweiten leitenden Halbring B″ an und verbindet dann B″ mit D″ durch einen, dem Bügel a′ gegenüberstehenden Bügel b′, so hat die Spannung der Schleifbürste A′ und der Klemme A etwa den in Fig. 162 b dargestellten Verlauf.

Fig. 163.



3. Bringt man nun eine der Schleifbürste A′ gegenüberstehende zweite Schleifbürste B′ an, die mit einer dritten Klemme B verbunden wird, so ist die Spannung der Schleifbürste B′ und der Klemme B jederzeit $\leqq 0$ und hat (gegen D″ und Erde) den in Fig. 162 c dargestellten Verlauf.

Die Spannung u_{AB} zwischen den Bürsten A′ und B′, den Klemmen A und B verläuft wie die Kurve Fig. 162 d.

4. Man kann die so erhaltene Maschine vereinfachen, indem man den Schleifring D″, die Schleifbürste D′ und die Klemme D entfernt und die rechten Enden der Bügel a′ und b′ direkt miteinander

verbindet. Die Klemmenspannung der so entstandenen Maschine Fig. 163 hat ebenfalls den in Fig. 162 d dargestellten Verlauf.

Art. 122. Eisenfreie Gleichstrommaschine. Während ein rotierender Bügel (Fig. 161) und eine rotierende Schleife (Fig. 163) eine zwar stets gleichgerichtete aber stark schwankende Spannung hervorbringt, erzeugt der in Fig. 164 dargestellte Trommelanker

Fig. 164.

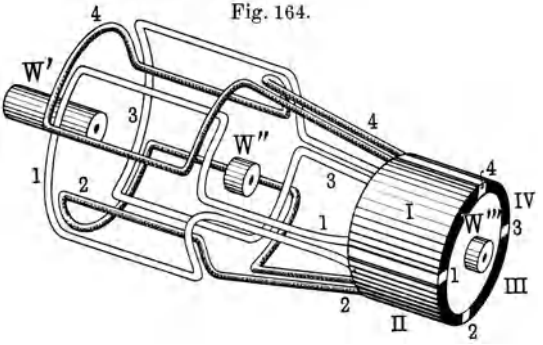
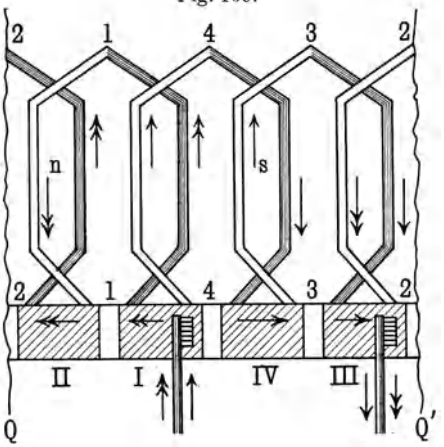


Fig. 165.

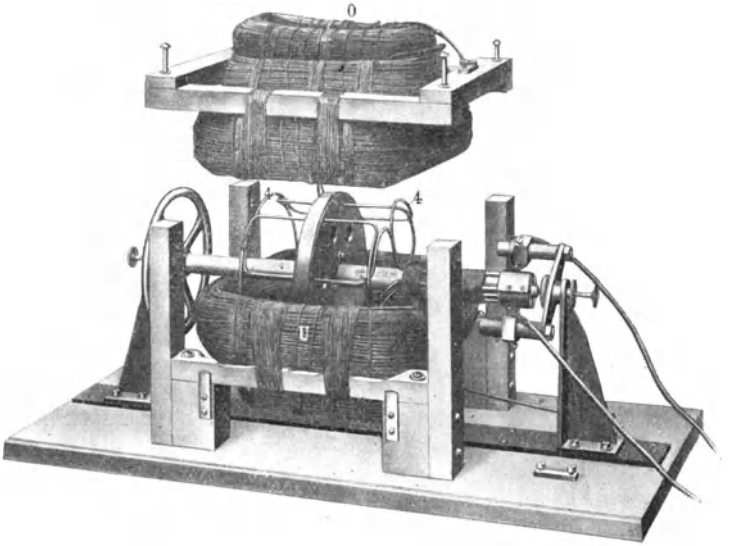


eine nahezu konstante Spannung. Die Wicklung dieses Ankers besteht aus vier formgleichen Schleifen 1, 2, 3 und 4. Jede Schleife überbrückt eine Lücke zwischen den vier Stegen I, II, III und IV des sogenannten Stromwenders.

Fig. 165 ist eine Abrollung des Ankers Fig. 164. Biegt man die Zeichnung, bis die Ränder Q und Q′ einander berühren, so erhält man ein Modell des Ankers.

In Fig. 166 ist dargestellt, wie man einen Bügel-, Schleifen- oder Trommelanker im Felde einer eisenfreien Spule anordnen und untersuchen kann. Das Feld in der geschlossenen Spule ist nahezu gleich-

Fig. 166.



förmig. Bei der Stromstärke I in den Windungen der hier dargestellten Spule haben Feldstärke und relative Induktion die Werte

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{B}_i = 22\,\{I/[\mathrm{A}]\}\ \mathrm{A/cm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Art. 123. Aufbau einer eisenhaltigen Gleichstrommaschine. Fig. 167 ist ein Querschnitt durch eine Maschine, die zwei Pole, also ein Polpaar hat; die Polpaarzahl ist $p = 1$. Die Maschine Fig. 168 ist vierpolig und hat die Polpaarzahl $p = 2$.

Der elektrische Strom, der die in Fig. 166 dargestellte Spule oder die Spulen durchfließt, die die Pole der Maschinen Fig. 167 und 168 umschlingen, sei Feldstrom genannt. Bei einer eisengeschlossenen Maschine braucht der Feldstrom die magnetischen Feldlinien nur zu erregen; erzeugt werden sie durch Molekularströme, welche im Innern des Eisens fließen, zusammen wie ein außerordentlich starker, die Oberfläche des Eisens umrandender Strom wirken und keine Zufuhr von elektrischer Arbeit bedürfen. Die vom Feldstrom erzeugte Feldstärke kann also sehr gering sein. — Bei einer eisenfreien Maschine muß der Feldstrom die magnetischen

Feldlinien nicht nur erregen, sondern alle selbst erzeugen. Dazu muß er stark sein und viele Windungen durchfließen; um ihn aufrechtzuerhalten, ist die Zufuhr von viel elektrischer Arbeit nötig. Eisenfreie Maschinen sind daher nur zu Versuchen, nicht zum praktischen Betrieb brauchbar.

Fig. 167.

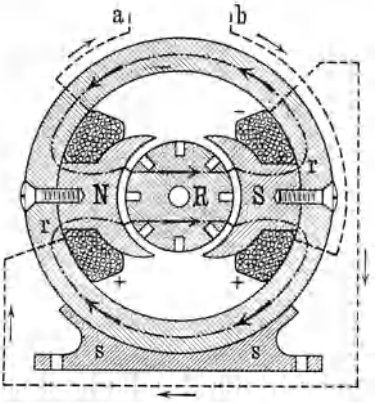


Fig. 168.

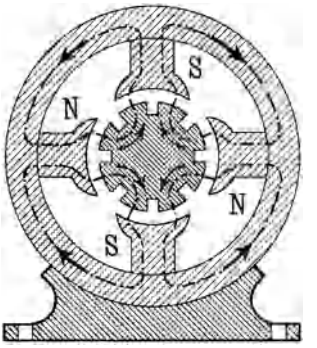
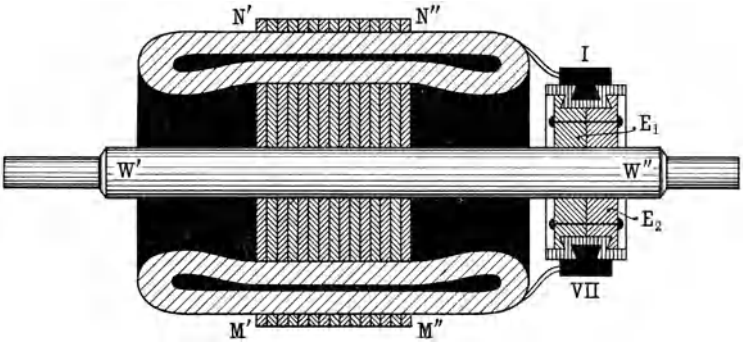


Fig. 169.



Bei Gleichstrommaschinen liegt die Feldwicklung auf dem Ständer. Die Ankerwicklung — in der durch Bewegung eine eingeprägte elektrische Kraft entsteht — liegt auf dem Läufer.

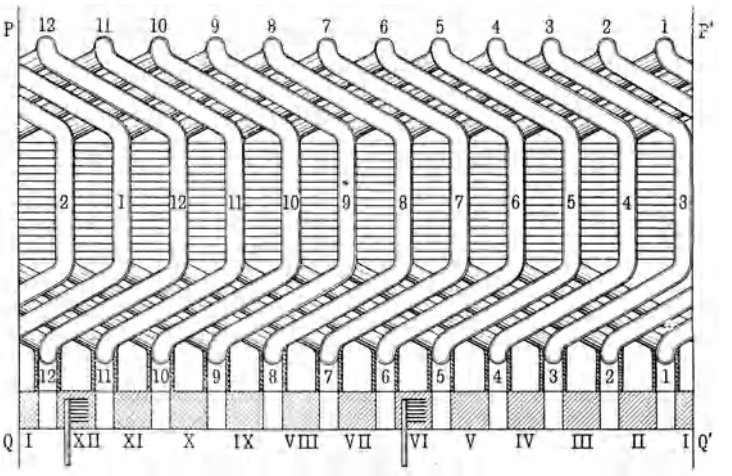
Bei der Maschine Fig. 167 beträgt die Polperiode $360^0 = 2\,\pi$; die Polteilung $180^0 = \pi$. Bei der Maschine Fig. 168 ist die Polperiode $180^0 = \pi$, die Polteilung $90^0 = \pi/2$. Definiert man

$$1 \text{ elektrischer Grad} = (1/p)^0,$$

so kann man bei jeder beliebigen Polpaarzahl sagen, die Polperiode umfasse 360 elektrische Grade.

Fig. 169 zeigt schematisch einen durch die Achse eines eisenhaltigen Trommelankers gelegten Schnitt. Der Ankerkern liegt zwischen den Querschnitten $M'N'$ und $M''N''$ und besteht aus einzelnen Scheiben, die aus Eisenblech gestanzt werden. Zur Vermeidung von Wirbelströmen wird das Eisenblech vorher mit Papier beklebt. Die einzelnen Scheiben, also auch der Ankerkern, enthalten am Rande Nuten, in denen die wirksamen, zur Welle parallelen

Fig. 170.



Leiterteile liegen. Diese sind gewöhnlich in zwei zylindrischen Schichten angeordnet, von denen die eine größeren Halbmesser hat als die andere.

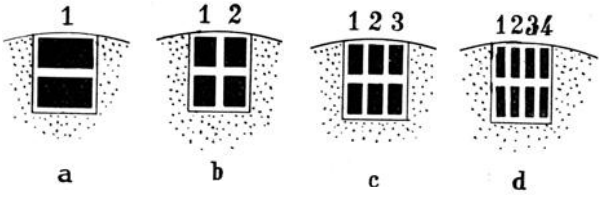
Der Stromwender wird etwa in der Art ausgeführt, die Fig. 169 rechts zeigt. Die Stege (I · · · VII · · ·) sind flache Kupferstücke, die auf der inneren, der Welle zugekehrten Seite einen schwalbenschwanzartigen Ansatz tragen. Diese Ansätze liegen in einer isolierenden Hülle, die aus dünnen, mit Schellack verklebten Glimmerplatten hergestellt ist. Zwischen zwei benachbarten Stegen werden ebene Glimmerplatten angeordnet.

Fig. 170 zeigt schematisch die Abrollung eines Trommelankers, der 12 Nuten und 12 Stege besitzt. Jede Spule besteht aus zwei Spulenseiten, von denen die eine in der inneren Schicht, die andere in der äußeren Schicht liegt. Die einzelnen formgleichen

Spulen werden mit Hilfe von Schablonen gewickelt und dann bandagiert. Sodann werden alle inneren Spulenseiten in je eine Nute des Ankerkernes eingedrückt, während alle äußeren Spulenseiten außerhalb des Ankers bleiben. Dann erst werden die Spulenseiten, die die äußere Schicht bilden sollen, in die Nuten gedrückt.

Die Fig. 171a bis d zeigen je eine Trommelankernute, die 2, 4, 6 bzw. 8 Spulenseiten enthält. Der in Fig. 170 dargestellte Anker

Fig. 171a bis d.



enthält Nuten nach Fig. 171a. Bei kleineren Maschinen besteht jede Spule aus mehreren Windungen, jede Spulenseite aus mehreren Drähten. Bei großen Maschinen für Spannungen von z. B. 220 V besteht jede Spulenseite aus einem Kupferstabe. Vgl. Art. 127.

Art. 124. Zweipolige Trommelankerwicklungen sind in den Fig. 172 und 173 dargestellt. In den Spulenseiten 2 und (2), 3 und (3)

Fig. 172.

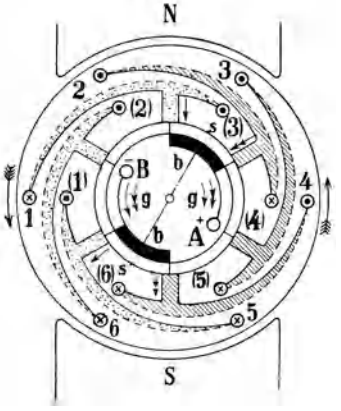
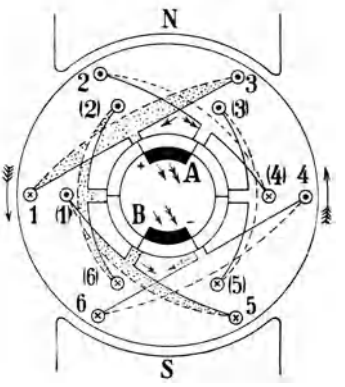


Fig. 173.

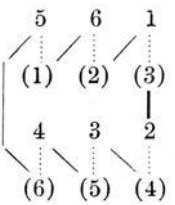


entsteht eine eingeprägte elektrische Feldstärke, die auf den Beschauer zu gerichtet ist. Ein Punkt in den Kreisen, die die Durch-

stoßung einer Spulenseite mit der Zeichnungsebene darstellen, bedeutet die Spitze, ein Kreuz den Schaft eines Pfeiles, der die Richtung der eingeprägten elektrischen Feldstärke kennzeichnet. Die Bürsten sind der Deutlichkeit halber auf der Innenseite der Stege gezeichnet; in Wirklichkeit liegen sie auf der Außenseite.

Wird die Maschine Fig. 172 als Generator benutzt, so tritt der Netzstrom (g) in die negative Klemme B ein, aus der positiven Klemme A aus. Der einen Trommelanker durchfließende Strom teilt sich in mindestens zwei Teilströme, die in den Fig. 172 und 173 durch Pfeile mit einer bzw. zwei Pfeilspitzen gekennzeichnet sind.

Man kann die Wicklung Fig. 172 durch nebenstehendes Schema darstellen. An der hinteren Stirnseite des Ankerkerns liegen die (in Zeichnung und Schema) gestrichelten Verbindungen. Die vorderen Verbindungen sind durch ausgezogene Linien dargestellt. Die von den Spulen 5...(1), 6...(2), 1...(3) umrandete Fläche (oder vielmehr die Projektion dieser Fläche auf die Zeichnungsebene) ist punktiert.



Der Nutenschritt des dargestellten Trommelankers beträgt 2, d. h. jede Spule liegt in Nuten, die zwei Nutenperioden einschließen.

Der in Fig. 173 dargestellte Anker unterscheidet sich von dem in Fig. 172 abgebildeten nicht durch die Wirkungsweise, wohl aber durch die Herstellungsart. Die Spulen Fig. 173 sind so entstanden, daß isolierter Draht auf den Ankerkern gewickelt ist. Es werden der Reihe nach die Spulen (6)...(2) und (3)...(5), 5...(1) und 2...(4), 1...3 und 4...6 gewickelt. Diese Handwicklung erfordert weniger Hilfsmittel, aber mehr Arbeitszeit als die Schablonenwicklung (Fig. 172) und ist allmählich auf immer kleinere Anker zurückgedrängt worden.

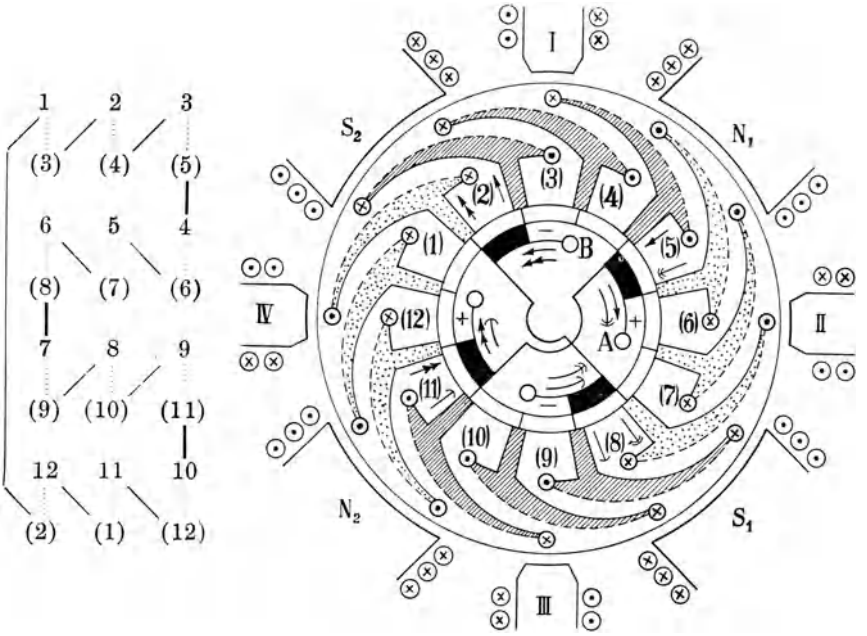
Art. 125. Die vierpolige Schleifenwicklung Fig. 174 besteht aus 12 formgleichen Spulen.

Es sind $2a = 4$ parallel geschaltete Stromzweige vorhanden. Die vier Teilströme, in die sich der gesamte Ankerstrom I_a teilt, sind durch verschiedene Pfeile gekennzeichnet. Die Stromstärke in jeder Spule und in jeder Spulenseite ist, wenn I_a den Ankerstrom bedeutet

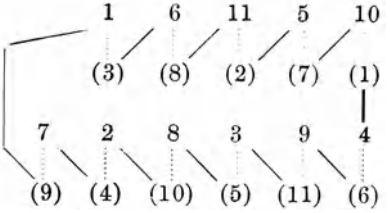
$$I = I_a/2a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Das folgende Schema stellt die Wicklung dar. Der Nutenschritt ist 2.

Fig. 174.



Art. 126. Die vierpolige Wellenwicklung. Fig. 175 unterscheidet sich von der Schleifenwicklung Fig. 174 vor allem dadurch, daß die Lücke zwischen zwei benachbarten Stegen nicht durch eine Spule, sondern durch zwei in Reihe geschaltete Spulen überbrückt ist, so daß unter sonst gleichen Umständen etwa die doppelte Spannung entsteht. Die Wellenwicklung wird daher bei kleineren vierpoligen Maschinen bevorzugt. Bei Schleifenwicklung müßte jede Spule unbequem viele Windungen erhalten, damit die erforderliche Spannung von z. B. 220 V erreicht wird.

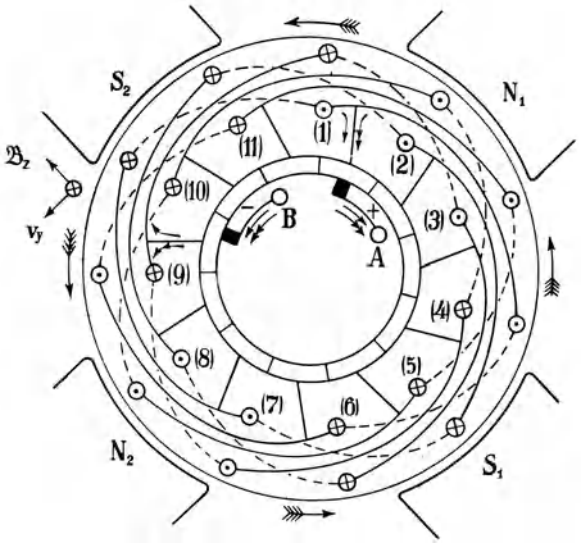


Die Anzahl der parallel geschalteten Stromzweige ist $2a = 2$. Die Stegzahl ist $S = 11$; die Polpaarzahl $p = 2$.

Man kann die Wicklung durch nebenstehendes Schema darstellen:

Verfolgt man die Wicklung z. B. auf dem Wege 1 ... (3) — 6 usw., so erkennt man, daß man beim Fortschreiten um eine gewisse Anzahl von Nuten wieder zu einer Spulenseite, z. B. 6, kommt, die sich in nichts von der Ausgangsspulenseite 1 unterscheidet. In dem Beispiel ist diese Nutenzahl, der Wicklungsschritt $Y = 5$. Der

Fig. 175.



Wicklungsschritt ist gleich dem Nutenschritt 2, vermehrt um den Verbindungsschritt 3. Nach Arnold besteht zwischen der Polpaarzahl p, dem Wicklungsschritt Y, der Stegzahl S und der halben Stromzweigzahl a die Beziehung

$$p\,Y = S \mp a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Bei dem in Fig. 175 gezeichneten Anker ist $2 \cdot 5 = 11 - 1$.

Ein Anker mit Wellenwicklung nach Fig. 175 erfordert nur zwei Bürsten. Gewöhnlich verbindet man aber mit jeder Bürste noch eine gegenüberstehende. Die Verbindung zwischen zwei Bürsten schließt dann eine Spule kurz, während sie spannungsfrei ist.

Art. 127. Praktisch ausgeführte Ankerwicklungen unterscheiden sich von den dargestellten einfachen Wicklungen durch feinere Unterteilung des Ankerumfanges.

Maschinen für Leistungen bis zu etwa 2 kW werden in der Regel zweipolig ($p = 1$) ausgeführt, und zwar nach Fig. 171 b. In

jeder Nute liegen dann vier Spulenseiten und die Stegzahl S ist doppelt so groß wie die Nutenzahl. Ist letztere $= 32$, so ist $S = 64$.

Bei vierpoligen Maschinen für einige kW Leistung ist Wellenwicklung mit zwei Ankerstromzweigen üblich ($a = 1$). Oft werden drei Spulenseiten in einer Nutenschicht angeordnet, wie es Fig. 171c zeigt. Diese drei Spulen werden zu einer Spulengruppe vereinigt, die zusammengewickelt, bandagiert und aufgelegt wird und den Nutenschritt bedeckt. Die Stegzahl S (z. B. $= 123$) ist gleich dem dreifachen der Nutenzahl. Letztere ist ungrade und beträgt z. B. 41. Damit die Spannung 220 V erreicht, muß jede Spule aus mehreren, z. B. 6, Windungen bestehen, muß jede Spulenseite mehrere, z. B. 6, Drähte enthalten. Die gesamte Drahtzahl z ist von der Größenordnung 1000.

Fig. 176.

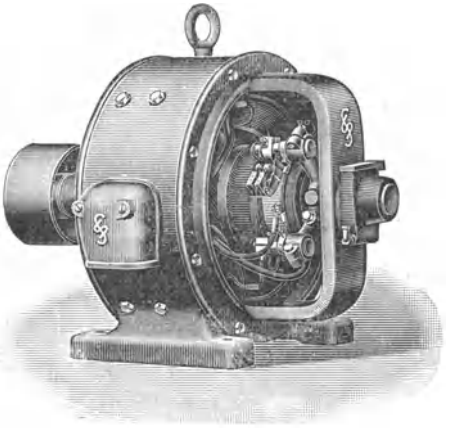
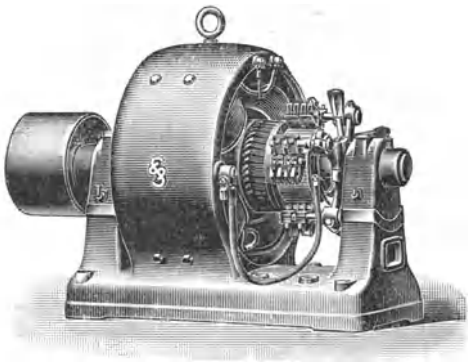


Fig. 177.



Würde man eine Maschine von gleicher Form und Größe mit Schleifenwicklung ausführen, so müßte die Drahtzahl z unbequem groß sein und etwa 2000 betragen. Schleifenwicklung wird daher bei vierpoligen Maschinen, deren Leistung nur wenige kW beträgt, nur angewandt, 1. wenn die Spannung viel geringer als 220 V ist und z. B. nur zum Betriebe einer Bogenlampe ausreichen soll, 2. wenn eine gerade Stegzahl erforderlich ist wie bei Einankerumformern für Einphasenstrom.

Art. 128. Die Lagerung eines Trommelankers erfolgt durch Schildlager (Fig. 176) oder durch Stehlager (Fig. 177). Die abgebildeten vierpoligen Maschinen sind Erzeugnisse der Siemens-

Schuckert-Werke in Berlin. In der Regel werden Schildlager bei kleineren, Stehlager bei größeren Maschinen verwendet.

Die Schleifbürsten sind gewöhnlich an einer sogenannten Brille befestigt, welche um den inneren Lagerrand gedreht werden kann. Die Zahl der Schleifbürsten ist fast immer gleich der Polzahl $2p$. Die erste, dritte Schleifbürste usw. werden parallel geschaltet, ebenso die zweite, vierte usw. Bei vierpoligen Ankern mit Wellenwicklung für zwei Stromzweige sind zwar nur zwei Bürsten erforderlich, wie Fig. 175 zeigt. Aber auch hier werden in der Regel vier Schleifbürsten angebracht, die paarweise parallel geschaltet werden.

Bei vierpoligen Maschinen haben zwei gegenüberliegende Stege jederzeit gleiche Spannung. Sie werden bisweilen durch im Anker feste Stegverbindungen überbrückt.

Art. 129. Die Umlaufspannung eines Trommelankers ergibt sich aus folgender Überlegung.

1. Während die in Fig. 163, S. 147 dargestellte Windung aus der gezeichneten Stellung heraus um $\pi/2 = 90^0$ gedreht wird, ändert sich der von der Windung umfaßte Induktionsfluß vom Nullwert bis zum Höchstwert. Ist Φ_m der absolute, Φ_{im} der relative Höchstwert, so ist $\Phi_m = \mu_0 \Phi_{im}$, worin μ_0 die absolute Permeabilität des Vakuums ist (siehe Art. 73). Die augenblickliche Spannung ist nach dem zweiten Grundgesetz (S. 104) $u = \mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$, also ist $u \cdot \mathrm{d}t = \mathrm{d}\Phi$. Bei gleichförmigem Dreh $n = 1/T$ ist also

$$\frac{1}{T/4} u \cdot \mathrm{d}t = 4n \cdot \mathrm{d}\Phi.$$

Addiert man die Werte, welche die linksstehende Größe in allen zwischen t und $t + T/4$ liegenden Zeitintervallen $\mathrm{d}t$ hat, so erhält man den zeitlichen Mittelwert U_1 der Spannung u. Addiert man die Änderungen $\mathrm{d}\Phi$, so erhält man den Höchstwert $\Phi_m = \mu_0 \Phi_{im}$. Mithin ist die mittlere Spannung einer Windung

$$U_1 = 4 \mu_0 n \Phi_{im} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Bei einer Maschine mit p Polpaaren ändert sich der umfaßte Induktionsfluß von 0 bis Φ_m schon während der Zeit $T/4p$, also ist allgemein die mittlere Spannung einer Windung

$$U_1 = 4 \mu_0 p n \Phi_{im} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Ist z die gesamte Drahtzahl, so sind insgesamt $^1/_2 z$ Windungen vorhanden. Ist $2a$ die Anzahl der parallel geschalteten Ankerstromzweige, so liegen $^1/_2 z/2a$ in Reihe geschaltete Windungen zwischen den Stegen, an denen die Bürsten verschiedener Spannung anliegen.

Die Bürstenspannung ist also $U_u = U_1 \cdot z/4a$. Hieraus und aus Gl. (5) ergibt sich die Umlaufspannung der Ankerwicklung [1])

$$\mu_0 \frac{p}{a} z n \Phi_{im} = U_u = 2{,}19 \cdot 10^{-10} \frac{p}{a} z \frac{n}{[\mathrm{min}^{-1}]} \frac{\Phi_{im}}{[\mathrm{A\,cm}]} \text{ Volt} . \quad [6\,a]$$

2. In sehr anschaulicher Weise stellt Fig. 221, S. 200 die Wirkungsweise eines zweipoligen Trommelankers dar. Die kürzesten in den Kreis einbeschriebenen Strahlen stellen die Wechselspannungen dar, welche in den einzelnen Spulen des Ankers entstehen. Denkt man sich jeden Strahl in soviel Teile geteilt, wie eine Spule Windungen enthält, so ist die Länge jedes Strahlenteils gleich der in jeder Windung entstehenden Höchstspannung U_1. Die Wechselspannungen der Hälfte aller Windungen, also $z/4$ Wechselspannungen U_1 addieren sich geometrisch zu der Bürstenspannung $\overline{U_u} = \overline{AD}$.

Nun ist der mit $\pi/2$ multiplizierte Durchmesser eines Kreises gleich dem halben Kreisumfang oder

$$AD \cdot \pi/2 = {}^1/_4 z \cdot U_1 \quad \text{oder} \quad U_u = z U_1 / 2\pi.$$

Die in jeder Windung herrschende Spannung hat den Zeitwert $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$, den Höchstwert $\Phi_m \omega = U_1 = \mu_0 n \Phi_{im} \cdot 2\pi$.

Setzt man den Wert von U_1 in den Ausdruck für U_u ein, so ergibt sich [in Übereinstimmung mit Gl. (6a)] für zweipolige Trommelanker $[p/a = 1]$ die Umlaufspannung

$$U_u = \mu_0 z n \Phi_{im} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6\,b)$$

Beispiel. Der in Fig. 164 abgebildete Trommelanker rotiere in dem Ständer, den Fig. 166 zeigt, mit der minutlichen Drehzahl $n/[\mathrm{min}^{-1}] = \mathbf{300}$. Die Stromstärke in den Ständerwindungen betrage 15 A. Dann ist nach Gl. (1), S. 149 die relative Induktion des Magnetfeldes 330 A/cm. Die von jeder Schleife des Trommelankers umrandete Fläche ist 196 cm². Also ist der Höchstwert des umfaßten Induktionsflusses $\Phi_i = \mathbf{64\,700\ A\,cm}$. Die Anzahl aller auf dem Umfang des Ankers liegenden Drähte ist $z = 8$. Die Polarzahl ist $p = \mathbf{1}$. Die Anzahl der parallel geschalteten Stromzweige ist $2a = 2$, also ist $a = \mathbf{1}$. Durch Einsetzen dieser Zahlenwerte in Gl. (6a) ergibt sich die Umlaufspannung

$$U_u = 0{,}0340 \text{ Volt}.$$

---

[1]) Wird der Induktionsfluß Φ_i nicht in [A cm], sondern in [Gauß cm] oder [Maxwell] gemessen, so ist der Faktor 2,19 der Gl. (6) durch 10/6 zu ersetzen.

Wird, wie in Art. 134 näher ausgeführt ist, der Anker durch einen Motor angetrieben und die Klemmenspannung durch einen empfindlichen Spannungsmesser bestimmt, so ist die gemessene Klemmenspannung U_k praktisch der Umlaufspannung U_u gleich.

Art. 130. Die Klemmenspannung einer Gleichstrommaschine U_k ist merklich größer oder kleiner als die Umlaufspannung U_u, wenn die Maschine als Motor oder als Generator benutzt wird. Ist I_a der Ankerstrom, R_a der Ankerwiderstand, so ist, wie bereits in Art. 100, S. 128 gezeigt ist,

$$U_k = U_u \pm R_a I_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Das positive Vorzeichen gilt für den Motor, das negative für den Generator. Man kann sich vorstellen, daß Bürsten, Stege und Schleifendrähte des in Fig. 163 dargestellten Schleifenankers widerstandsfrei seien und zwischen einer Klemme und einer Bürste der wirkliche Ankerwiderstand R_a eingeschaltet wäre. Die Pfeile m bzw. g zeigen die Richtung des Ankerstromes im Motor bzw. im Generator, bei gleichem Sinn der Spannung (+ und —) und gleichem Drehsinn (k_1, k_2). Dann ergibt sich Gl. (7) durch Anwendung des Ohmschen Gesetzes Gl. (12), S. 9 auf den Widerstand R_a.

Ist die Klemmenspannung etwas größer als die Umlaufspannung, so fließt der Ankerstrom von der höher gespannten Bürste zur niedriger gespannten, die Maschine läuft als Motor. Ist die Klemmenspannung etwas kleiner als die Umlaufspannung, so fließt der Ankerstrom von der niedriger gespannten Bürste zur höher gespannten, die Maschine wirkt als Generator.

In dem Draht a' (siehe Fig. 161, S. 146) entsteht bei Drehung des Bügelankers die eingeprägte elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}_x$, außerdem durch Anhäufung von positiver Ladung auf dem linken Drahtende die Ladungsfeldstärke $\mathfrak{E}_{-x}$, die entgegengesetzte Richtung wie $\mathfrak{E}_x$ hat. Bei gleichem Dreh und gleicher Induktion $\mathfrak{B}_z$ hat $\mathfrak{E}_x$ einen unveränderlichen Wert. Wird die Klemmenspannung erhöht, so wird $\mathfrak{E}_{-x} > \mathfrak{E}_x$, folglich fließt der Ankerstrom in Richtung der $-x$-Achse, die Maschine läuft als Motor. Wird die Klemmenspannung erniedrigt, so wird $\mathfrak{E}_x > \mathfrak{E}_{-x}$, der Ankerstrom fließt in Richtung der $+x$-Achse, die Maschine wirkt als Generator.

Als Ankerwicklung bezeichnet man stets diejenige Wicklung einer elektrischen Maschine, in der die eingeprägte elektrische Feldstärke entsteht, in der die Umlaufspannung berechnet wird, der die wesentliche elektrische Leistung entnommen bzw. zugeführt wird.

Bei Gleichstrommaschinen trägt immer der Ständer die Feld-, der Läufer die Ankerwicklung. Würde man die Rollen von Ständer und Läufer vertauschen, so müßte man umlaufende Bürsten anordnen, um der Ankerwicklung des Ständers elektrische Arbeit zu entnehmen oder zuzuführen. Umlaufende Bürsten sind aber mechanisch unbequem.

In der Praxis ist es üblich, Gleichstrommaschinen mit einem Schildchen zu versehen, auf dem angegeben sind: 1. die Klemmenspannung U_k, 2. der Höchstwert des Ankerstroms I_a, 3. die Drehzahl n/min^{-1}, 4. die Höchstleistung N_m als Motor (oder als Generator).

1. Um aus diesen Angaben die Umlaufspannung berechnen zu können, muß man den Ankerwiderstand bestimmen. Man legt an die Bürsten der nicht erregten, also nahezu feldlosen Maschine eine kleine Spannung U_1 und bestimmt unter langsamer Drehung (in abwechselndem Drehsinne) den Ankerstrom I_1. Dann ist

$$R_a = U_1/I_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Der Ankerwiderstand R_a setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

a) dem Widerstand der parallel geschalteten Ankerstromzweige,

b) den Übergangswiderständen zwischen Bürsten und Stromwender.

Aus den Angaben des Maschinenschildchens und dem Ankerwiderstand R_a findet man gemäß Gl. (7) für einen Motor bzw. einen Generator die Umlaufspannung

$$U_u = U_k \mp R_a I_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9\,\text{a})$$

2. Annähernd denselben Wert für die beim Dreh n vorhandene Umlaufspannung eines Motors erhält man, wenn man Klemmenspannung U_0 und Drehzahl n_0 bei Leerlauf bestimmt und setzt

$$U_u = U_0 \cdot n/n_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9\,\text{b})$$

3. Beim unbelasteten Generator ist die Umlaufspannung U_u gleich der Klemmenspannung U_k.

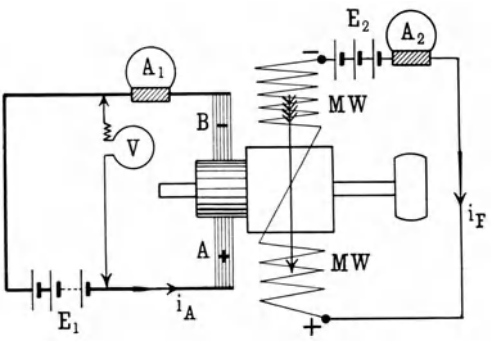
Vielfach wird die Umlaufspannung „erzeugte Spannung“ oder „elektromotorische Kraft“ genannt und als EMK bezeichnet. Generatoren werden häufig „Stromerzeuger“ genannt.

Vierundzwanzigstes Kapitel.

Schaltung und Untersuchung von Gleichstrommaschinen.

Art. 131. Ankerspannung und Drehzahl. Fig. 178 stellt einen leerlaufenden Gleichstrommotor dar. Man nennt den Motor „fremderregt“, weil eine Spannungsstufe E_1 den Ankerstrom liefert und eine zweite „fremde“ Spannungsstufe E_2 den Feldstrom durch die Feldspulen MW treibt, d. h. die Maschine erregt.

Fig. 178.



Bei der untersuchten zweipoligen Maschine für etwa 0,5 kW Höchstleistung ist $p = 1$ und $2a = 2$, also $a = 1$.

Ferner ist

die Länge des Ankerkernes	l	= 7,8 cm,
der Durchmesser des Ankerkernes . . .	$2r$	= 10,0 cm,
die Zahl der Nuten bzw. Stege		24 bzw. 48,
die gesamte Drahtzahl	z	= 1344,
der Ankerwiderstand	R_a	$\approx$ 3,5 Ω,
der Feldspulenwiderstand	R_f	= 1215 Ω,
der Feldstrom bei 220 V	I_f	= 0,181 A.

In der nachstehenden Tabelle sind die Beobachtungen zusammengestellt, die sich ergaben, wenn verschiedene Klemmenspannungen U_k an die Schleifbürsten gelegt wurden.

Tabelle 1.

$U_k =$ V	$I_a =$ A	$R_a \cdot I_a =$ V	$U_u =$ V	n =	$t =$ sek	$n =$ sek^{-1}	$n =$ min^{-1}
6	0,30	1,05	5,7	100	96,2	1,04	62,4
12	0,32	1,12	11,0	100	49,8	2,01	120,6
36	0,35	1,22	34,8	500	80,3	6,38	383
110	0,40	1,40	108,6	1000	40	19,9	1194
220	0,56	1,96	218,0	2000	40	40,0	2400

Die Anzahl n der Umdrehungen während der Zeit t wurde mit einem Tourenzähler, die Zeit t mit einer Stoppuhr gemessen.

Setzt man die Werte von U/V und n/min^{-1} in Gl. (6 b) ein, so erhält man für den relativen Induktionsfluß aus allen Messungen in großer Annäherung den Wert

$$\Phi_{im} = 310\,000 \text{ A cm}.$$

Die halbe Mantelfläche des Ankerkernes ist $\pi r l$. Die sogenannte mittlere Induktion der Fläche einer Polteilung ist also

$$\Phi_{im}/\pi r l = (\mathfrak{B}_i) = 2530 \text{ A cm}.$$

Art. 132. Arbeitsverluste. 1. Die in Fig. 178 dargestellte Fremderregung eines Motors wird häufig bei Versuchen, selten im Betriebe angewendet. Ein Motor wird fast stets so betrieben, daß dieselbe Spannungsstufe den Ankerstrom I_a und den Feldstrom I_f treibt, also den Strom $I_k = I_f + I_a$. Dann ist die elektrische Maschinenleistung N_k größer als die elektrische Ankerleistung N_a, und zwar um die Erregerleistung N_f.

2. Die dem Anker zugeführte (entnommene) elektrische Leistung N_a ist größer (kleiner) als die dem Anker entnommene (zugeführte) mechanische Ankerleistung N_m. Die nutzlos im Anker verbrauchte Leistung setzt sich aus folgenden Bestandteilen zusammen:

der Stromwärmeleistung . . . . . N_i,
der Lagerreibung . . . . . N_r,
der Hysteresisleistung . . . . . N_h,
der Luftreibung . . . . . N_l.

3. Es ist nach dem Vorstehenden für einen Motor (bzw. Generator)

$$\left.\begin{aligned} N_k &= \pm N_f + N_a \\ N_a &= N_m \pm N_i \pm (N_r + N_h) \pm N_l \end{aligned}\right\} \quad \cdot \cdot \quad (10)$$

Im einzelnen ist

$$\left.\begin{aligned} N_k &= U_k \cdot I_k, \quad N_f = R_f \cdot I_f^2 = U_k^2/R_f, \quad N_a = U_k \cdot I_a \\ N_m &= 2\pi n M, \; N_i = R_a \cdot I_a^2, \\ N_r &+ N_h = c_1 n, \qquad N_l = c_2 n^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdot \cdot \quad (11)$$

Hierin ist R_f der Widerstand der Feldspulen, n der Dreh, M das Drehmoment. Die Faktoren c_1 und c_2 können mit großer bzw. kleiner Genauigkeit als konstant angesehen werden.

Die nachstehende Tabelle 2 ist eine Fortsetzung der Tabelle 1 in Art. 131. Da der untersuchte Motor leerläuft, ist $N_m = 0$.

Tabelle 2.

$N_a =$ Watt	$N_i =$ Watt	$N_r + N_h + N_l =$ Watt	$n =$ min^{-1}	$N_r + N_h =$ Watt	$N_l =$ Watt	$c_2 \cdot n^2 =$ Watt
1,8	0,3	1,5	62,4	1,5	0	0,04
3,8	0,4	3,4	120,6	2,9	0,5	0,16
12,6	0,4	12,2	383	9,2	3,0	1,6
44,0	0,6	43,4	1194	29	15	16
123	1,1	122	2400	58	64	64

Die Trennung der Leistungen $(N_r + N_h)$ und N_l ist hier auf Grund der Annahme durchgeführt, daß für kleine Drehzahlen die Luftreibung N_l verschwindend klein sei.

Zur Trennung aller drei Verluste N_r, N_h und N_l gelangt man durch Versuche, bei denen die Maschine von einem Motor angetrieben wird und zunächst ohne, sodann mit Felderregung läuft. Zunächst ist dann die Verlustleistung $(N_r + N_l)$, sodann $(N_r + N_l) + N_h$. Die Lagerreibungsleistung N_r kann man von der Luftreibungsleistung N_l trennen unter den Annahmen, daß N_r proportional n und daß N_l proportional n^2 sei.

Art. 133. Drehzahl und Feldstrom. Aus den Gl. (6), S. 159 ergibt sich der Satz: bei konstanter Umlaufspannung ist das Produkt $n \cdot \Phi_{im}$ aus dem Dreh und dem Höchstwert des Induktionsflusses konstant. Da das Glied $R_a \cdot I_a$ der Gl. (9a), S. 160 klein gegen die Umlaufspannung U_u ist, so ist $U_u \approx U_k$ und bei konstanter Klemmenspannung das Produkt $n \cdot \Phi_{im}$ in großer Annäherung konstant.

Bei Verkleinerung des Induktionsflusses durch Schwächung des Feldstromes wird daher die Drehzahl vergrößert. Schaltet man mit den zur Felderregung dienenden Spulen einen veränderlichen Widerstand in Reihe, so kann man durch Änderung dieses Erregerwiderstandes die Drehzahl beeinflussen.

Diese Methode zur Änderung der Drehzahl ist nicht annähernd so ergiebig wie die Methode, die Ankerklemmen der fremderregten Maschine an verschiedene Spannungsstufen zu legen. Aber die Methode des Erregerwiderstandes ist im praktischen Betriebe durchführbar, während die Methode der verschiedenen Spannungsstufen nur für Versuchszwecke in Frage kommt. Eine dritte Methode, durch einen vor den Anker geschalteten Widerstand die Klemmenspannung des

Ankers und damit die Drehzahl zu beeinflussen, läßt zwar an Ergiebigkeit nichts zu wünschen übrig, hat aber den großen Nachteil, daß dann die Drehzahl in hohem Grade von der Belastung abhängig ist. Dies erkennt man durch Gleichsetzen der in den Gl. (9a) und (6a) für die Umlaufspannung gegebenen Ausdrücke, woraus für den Dreh n eines Motors die Beziehung folgt

$$n = \frac{U_k - R_a \cdot I_a}{\left[\mu_0 \frac{p}{a} z\right] \Phi_{im}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (12)$$

Art. 134. Feldstrom und Umlaufspannung. Fig. 179 zeigt einen Maschinensatz, der aus einem Motor M und einem Generator G besteht. Der Spannungsmesser V gibt direkt die Umlaufspannung U des Generators G an, weil die in V fließende Stromstärke sehr gering ist. Kennt man die Maschinenkonstanten p/a und z und bestimmt man den Dreh n, so erhält man nach Gl. (6) den Induktionsfluß Φ_{im}, der im magnetischen Kreis des Generators vorhanden ist.

Man kann nun den Feldstrom i_F des Generators in weiten Grenzen, etwa zwischen $\pm I$, ändern und U oder Φ_{im} als Funktion von i_F darstellen. So erhält man eine Kurve, welche der Magnetisierungs- oder Hysteresiskurve ähnlich ist. In Fig. 180 ist eine solche Kennlinie für die kleine Maschine wiedergegeben, welche in Art. 131 beschrieben ist.

Art. 135. Selbsterregung eines Gleichstromgenerators. Eine Gleichstrommaschine, deren Feldspulen zum Anker parallel geschaltet sind, wie Fig. 181 zeigt, nennt man Nebenschlußmaschine; eine Maschine (Fig. 182), deren Feldspulen mit dem Anker in Reihe geschaltet sind, Reihenschlußmaschine. Die Feldwicklung einer Nebenschlußmaschine besteht aus vielen dünnen Windungen, die Feldwicklung einer Reihenschlußmaschine aus wenigen dicken Windungen.

Beide Maschinenarten können als Motoren und als Generatoren verwandt werden. Doch sind Reihenschlußmaschinen als Generatoren weniger geeignet. Für den Nebenschlußgenerator gelten folgende Betrachtungen.

Der in Fig. 179 dargestellte, durch eine beliebige Antriebsmaschine angetriebene Generator G sei so erregt, daß die Klemmenspannung des Ankers genau gleich der Spannung des Netzes N ist. Man kann dann den Anker zum Netz parallel schalten und darauf die Maschine $\pm$ vom Netz abschalten. Dann bleibt die Maschine G erregt; sie liefert 1. den vorher vom Netz gelieferten Feldstrom und kann

Fig. 179.

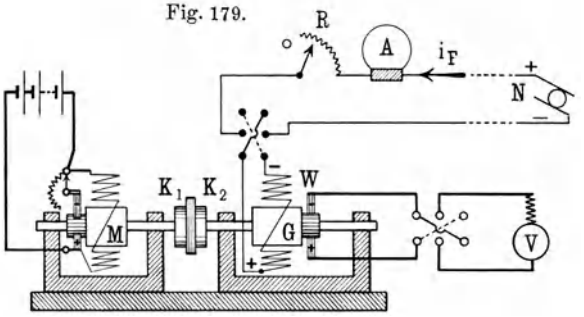


Fig. 180.

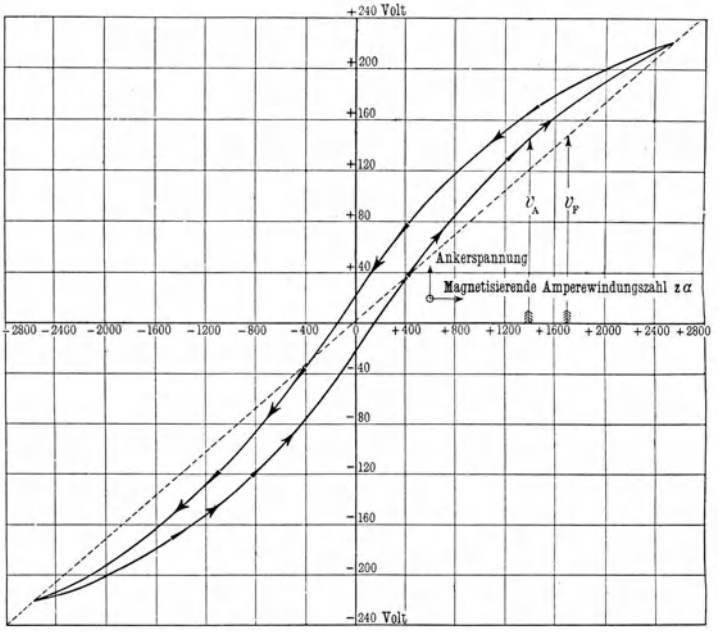


Fig. 181.

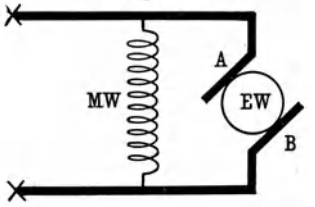
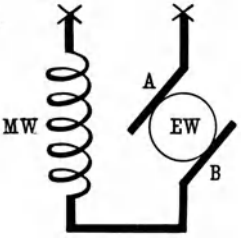


Fig. 182.

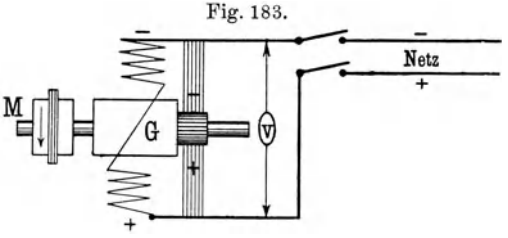


2. als Generator mit Eigenerregung zur Speisung von Glühlampen usw. benutzt werden. Man gebraucht hiernach nur während des Anlassens des Generators eine fremde Spannungsstufe (+ in Fig. 179) zur Felderregung.

Werner v. Siemens entdeckte 1879, daß man auch während des Anlassens keine fremde Spannungsstufe gebraucht, sondern daß der stillgesetzte Generator beim Anlassen imstande ist, sich selbst zu erregen. Die Erklärung gibt die Kennlinie Fig. 180. Wird der Feldstrom zum Verschwinden gebracht, so sinkt die Spannung des Ankers nicht etwa auf Null, sondern behält einen merklichen Wert von z. B. 17 Volt. Die Ursache dieser Spannung ist die remanente Induktion des eisengeschlossenen magnetischen Kreises der Maschine. Wird der Maschinensatz bei $i_F = 0$ stillgesetzt, so verschwindet zwar die remanente Spannung, aber nach dem Anlassen ist sie wieder da.

Schaltet man nun die Feldspulen — in richtigem Sinne — parallel zum Anker, so treibt die Ankerspannung von zunächst etwa 17 Volt einen Strom durch die Feldspulen. Dieser Feldstrom verstärkt Induktion und Induktionsfluß, so daß die Ankerspannung

Fig. 183.



etwas steigt. So verstärken sich allmählich Ankerspannung und Feldstrom gegenseitig, bis die Maschine voll erregt ist. Man nennt diesen Vorgang, der von der größten Bedeutung für die Erzeugung von elektrischer Energie ist, Selbsterregung.

Die Grenze der Selbsterregung ist erreicht, wenn die Ankerspannung (v_A in Fig. 180) gleich der Spannung $R_f \cdot I_f$ an den Feldspulen geworden ist. Anfangs ist $v_A = 17$ V, $R_f \cdot I_f = 0$ V. Es bleibt nun $v_A > R_f \cdot I_f$, bis $v_A = R_f \cdot I_f = 220$ V geworden ist.

Während ein Nebenschlußgenerator angelassen wird, muß er von dem Netz, an dem die zu speisenden Verbraucher liegen, abgeschaltet werden (siehe Fig. 183). Sonst tritt keine Selbsterregung ein.

Art. 136. Das Anlassen von Nebenschluß- und von Reihenschlußmotoren. 1. Schaltet man die beiden Klemmen $\times\times$ der

Nebenschlußmaschine Fig. 181 mit einer Spannungsstufe und einem Widerstand in Reihe, so tritt kein Anlaufen der Maschine ein, wie

Fig. 184.

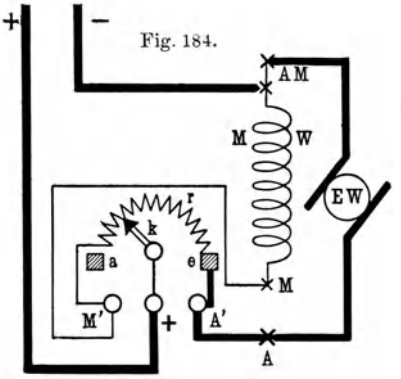


Fig. 185.

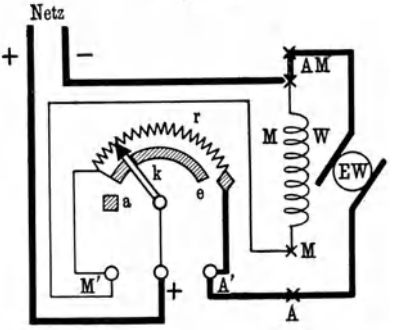
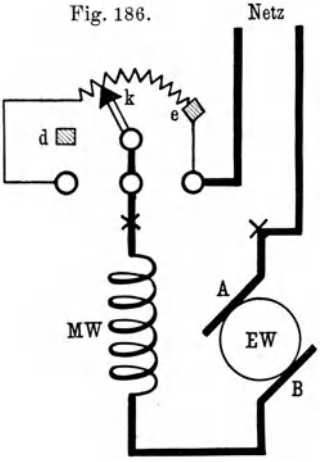


Fig. 186.



stark man auch den Ankerstrom mache. Infolge des geringen Ankerwiderstandes R_a bleiben Ankerspannung und Feldstrom immer sehr gering und infolgedessen auch das auf den Anker ausgeübte Drehmoment.

Richtige Anlaßschaltungen für Nebenschlußmotoren sind in den Fig. 184 und 185 dargestellt. Beide Schaltungen gestatten das plötzliche Ausschalten, sei es durch Linksdrehen der Kurbel k, sei es durch Öffnung eines Hauptschalters.

Fig. 186 zeigt das Anlassen eines Reihenschlußmotors. Spannungsstufe, Anlaßwiderstand, Feldspulen und Anker sind einfach in Reihe geschaltet.

Art. 137. Eine federnde Meßkupplung ist in Fig. 187 dargestellt. Das von der Welle W_1 und der Scheibe 1 auf die Scheiben 2 und 3 und die Welle W_2 ausgeübte Drehmoment M_{12} ist der Durchbiegung der drei Federn $F_1 F_2 F_3$ annähernd proportional. Letztere wird mit Hilfe eines Lichtbündels gemessen, das von einem hori-

zontalen Glühfaden ausgeht, auf die (der Drehungsachse zugekehrten) Flächen der Spiegel a und sodann b fällt und schließlich zu einer vertikalen Skale gelangt. Der Lichtfleck auf der Skale steht still, wenn beide Spiegel gedreht werden, wandert aber, wenn ein Spiegel

Fig. 187.

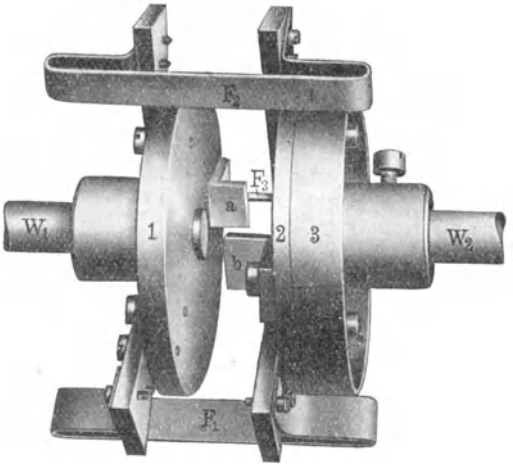
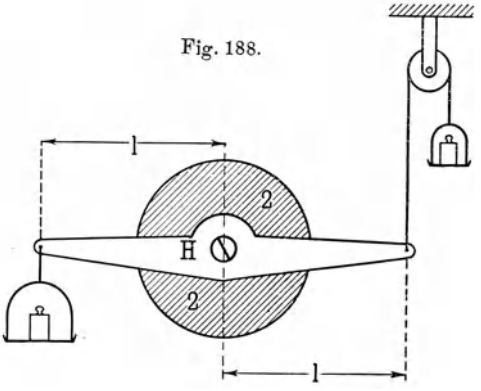


Fig. 188.



gegen den anderen etwas verdreht wird, wenn also die Federn eine kleine Durchbiegung erleiden.

Die Beziehung zwischen dem Ausschlage x des Lichtflecks und dem Drehmoment M_{12} läßt sich in folgender Weise ermitteln (siehe Fig. 188). Die linke und die rechte Wagschale greifen an gleichen Hebelarmen von der Länge l an. Die Gesamtmasse von Wagschalen

und Gewichtsstücken sei m. Man kann nun den beobachteten Ausschlag x des Lichtzeigers als Ordinate, die Masse m als Abszisse darstellen und erhält eine Kurve $m = f(x)$.

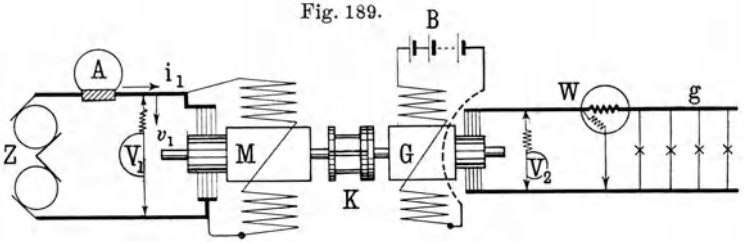
Die in Joule/cm gemessene, vom Schwerefeld g auf die Masse m ausgeübte Kraft ist $10^{-7} mg$. Das bei der Eichung hergestellte Drehmoment ist also $M_{12} = 10^{-7} mgl$. Die Arbeit, die bei einer Umdrehung gegen ein gleiches Drehmoment geleistet wird, ist $A = 2\pi M_{12}$. Geschieht die Umdrehung in der Zeit T, so ist die Leistung $N = A/T = 2\pi M_{12} n$. Macht man die Länge $l = 16$ cm, so wird einfach

$$N = \frac{1}{6000} \frac{n}{[\text{min}^{-1}]} \frac{m}{[\text{g}]} \text{Watt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Ist x der Ausschlag des Lichtzeigers, der beim Betrieb der federnden Kupplung auftritt, so kann man der Kurve $m = f(x)$ die Masse m entnehmen, die bei der Eichung dasselbe Drehmoment hervorrief. Die minutliche Drehzahl n/min^{-1} kann mit Tourenzähler und Stoppuhr bestimmt werden. Sodann erhält man aus Gl. (13) die von der Welle W_1 zur Welle W_2 übergehende Leistung N.

Art. 138. Die Leistungsmessung an einem Maschinensatze ist in Fig. 189 dargestellt; M ist ein Gleichstrommotor, K eine federnde Kupplung, G ein (fremderregter) Gleichstromgenerator. Es ist nahe-

Fig. 189.

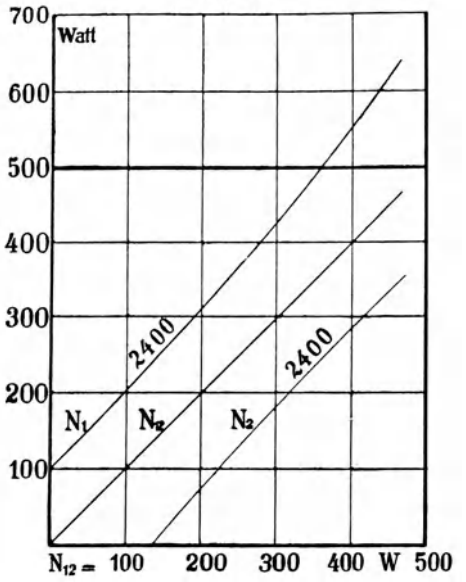


liegend, die dem Motor zugeführte elektrische Leistung als N_1 zu bezeichnen, die mechanische Leistung als N_{12}, die vom Generator abgegebene elektrische Leistung als N_2.

In Fig. 190 sind die drei Leistungen des untersuchten Maschinensatzes als Funktion von N_{12} dargestellt. Die Leerlaufleistung am Motor ist bestimmt, während die zweite Kupplungsscheibe (3 in Fig. 187) von der Zwischenscheibe (2) gelöst war; sie beträgt etwa 100 Watt und ist etwas kleiner als bei dem in Tab. 2, S. 163 untersuchten Motor (122 Watt). Die mechanische Leistung am fremderregten noch unbelasteten Generator beträgt etwa 130 Watt.

Die Kurve, die N_2 als Funktion von N_{12} darstellt, hat eine große praktische Bedeutung. Man kann sie benutzen, um aus der abgegebenen Leistung N_2 des Generators auf die mechanische, von einer beliebigen Antriebsmaschine abgegebene Leistung N_{12} zu schließen.

Fig. 190.



Die Leistung von N_2 ist nun außerordentlich bequem mit Hilfe elektrischer Meßgeräte ausführbar. Es ist zweckmäßig, die Kurve für alle möglichen Drehzahlen zu bestimmen und eine Schaar solcher Eichkurven zu zeichnen. Der Generator bleibt am besten fremderregt.

Art. 139. Umsteuerung von Gleichstrommaschinen. 1. Kehrt man die Spannung zweier Netzleiter um, so behält ein vom Netz getriebener Gleichstrommotor seinen Drehsinn bei. Dies gilt sowohl für den Nebenschlußmotor (Fig. 181, 184, 185) als auch den Reihenschlußmotor (Fig. 182, 186). Bei gleichzeitiger Umkehrung des Magnetfeldes und des Ankerstromes bleibt das Drehmoment, bleibt also auch der Drehsinn unverändert. Um einen Gleichstrommotor umzusteuern, muß man entweder nur den Feldstrom oder nur den Ankerstrom wenden (umkehren). Letztere Maßnahme verdient den Vorzug, weil die Umkehrung des Feldes eine induktive Spannung von gefährlicher Höhe hervorruft.

2. Eine Nebenschlußmaschine (siehe Fig. 183) kann ohne Umschaltungen a) als Generator, b) als Motor wirken. Das Netz habe eine praktisch konstante Spannung U_0. Ist das Produkt aus Drehzahl und Induktionsfluß so klein, daß die durch die Gl. (6) bestimmte Umlaufspannung $U_u < U_0$ ist, so wirkt die Maschine als Motor, dem Netze elektrische Arbeit entnehmend. Vergrößert man nun Drehzahl oder Induktionsfluß oder beide Größen, so wird $U_u > U_0$, die Maschine wirkt als Generator, dem Netze elektrische Arbeit zuführend. Gewöhnlich dient zur Regulierung der Umlaufspannung ein „Erregerwiderstand", der mit den Feldspulen in Reihe geschaltet ist. In beiden Verwendungsarten behält das Feld, ändert der Ankerstrom seine Richtung.

3. Bei der Reihenschlußmaschine (Fig. 182) kehrt sich bei Wendung des Ankerstromes auch der Feldstrom um. Damit die Maschine (bei ungeändertem Drehsinn) a) als Motor und b) als Generator wirken kann, muß man den Anker umschalten, so daß der Strom in den Feldspulen seine Richtung behält, im Anker seine Richtung umkehrt. Gleichzeitig mit der Ankerumschaltung muß die Drehzahl erhöht werden, wenn dasselbe Netz, anstatt elektrische Arbeit abzugeben, elektrische Arbeit aufnehmen soll.

Straßenbahnmotoren wirken a) zeitweise als Motoren, b) zeitweise als Generatoren. Im letzteren Falle speisen sie aber nicht das Netz, sondern sind vom Netz abgeschaltet und erwärmen den Anlaßwiderstand R. Letzterer besteht aus zwei in Reihe geschalteten gleichen Widerständen. Es gibt also drei Vorwärtsfahrtschaltungen a_1, a_2 bzw. a_3, in denen der Strom vom Fahrdraht aus durch den Anlaßwiderstand R bzw. $^1/_2 R$ bzw. 0, den Anker und die Feldspulen zur Erde fließt. Ferner zwei Bremsschaltungen b_1 bzw. b_2, bei denen der Strom durch die Feldspulen, den Widerstand $^1/_2 R$ bzw. R und den kommutierten Anker fließt. Endlich eine Nullstellung c, in der die Verbindungen Fahrdraht—Anlaßwiderstand, Anlaßwiderstand—Anker, Anker—Feldspulen unterbrochen sind. Zur Herstellung dieser sechs Schaltungen — zu denen noch Rückwärtsfahrtschaltungen treten — dient eine Schaltwalze.

Art. 140. Drehzahl, Drehmoment und Leistung. 1. Beim Nebenschlußmotor (Fig. 181) wie beim Reihenschlußmotor (Fig. 182) ist die Drehzahl durch Gl. (12) bestimmt, wenn in beiden Fällen U_k die Spannung zwischen den Schleifbürsten bedeutet. Die dem Anker zufließende elektrische Leistung ist $N = U_k \cdot I_a$. Setzt man den

hieraus für den Ankerstrom I_a folgenden Wert in Gl. (12) ein, so erhält man

$$C = \mu_0 \frac{p}{a} z, \quad n = \frac{U_k}{C \Phi_{im}} \left\{ 1 - \frac{R_a}{U_k^2} \cdot N \right\} \quad \cdot \cdot \cdot \quad (14)$$

Beim Nebenschlußmotor sind alle Größen des Ausdruckes (14) für den Dreh n konstant mit Ausnahme der elektrischen Leistung N am Anker. Diese ist nun sehr klein gegen die Leistung U_k^2/R_a, die der ruhende Anker bei voller Netzspannung (unter schnell zerstörender Erwärmung) aufnehmen würde. Beim Nebenschlußmotor nimmt daher die Drehzahl nur wenig ab, wenn die entzogene (mechanische Leistung und die etwas größere dem Anker zugeführte elektrische) Leistung N zunimmt.

Ganz anders verhält sich der Reihenschlußmotor. Mit zunehmender Leistung N steigt der Ankerstrom und der Spannungsabfall in den Feldspulen. Es sinkt also die Bürstenspannung U_k. Ferner steigt der Induktionsfluß Φ_{im}, da ja Feldspulen und Anker vom gleichen Strom durchflossen werden. In diesem Falle ergibt Gl. (14) folgendes: beim Hauptstrommotor nimmt die Drehzahl stark ab, wenn die Leistung N zunimmt.

2. Bei gleichem Induktionsfluß Φ_{im} und gleicher Ankerstromstärke I_a ist das Drehmoment bei beiden Motorarten gleich. Mit zunehmender Belastung bleibt Φ_{im} konstant beim Nebenschlußmotor, steigt Φ_{im} beim Reihenschlußmotor.

Bei dauernder Belastung eines Nebenschlußmotors und eines Reihenschlußmotors von gleicher Größe hat der Induktionsfluß Φ_{im} dieselbe Größe, die dadurch begrenzt ist, daß die Stromwärme in den Feldspulen nicht zu groß werden darf. Bei kurz dauernder, starker Belastung des Hauptschlußmotors können Induktionsfluß Φ_{im} und Drehmoment M stärker anwachsen, als es bei dauernder Belastung zulässig ist. Beim Nebenschlußmotor findet dies Anwachsen von Φ_{im} nicht statt, wohl aber beim Reihenschlußmotor. Daher hat der Reihenschlußmotor ein größeres Anzugsmoment und ist der gegebene Motor für Bahnwagen, Krane und Aufzüge.

Art. 141. Das Dreileiternetz. 1. Sind U_k bzw. U_v die Spannungen zwischen zwei Netzleitern an der Speise- bzw. Verbrauchsstelle und I die Netzstromstärke, so ist die dem Netz an der Speisestelle zugeführte Leistung $U_k I$, die dem Netz an der Verbrauchsstelle entzogene Leistung $U_v I$. Es ist also der Wirkungsgrad η des Netzes

$$\eta = U_v/U_k = 1 - (U_k - U_v)/U_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

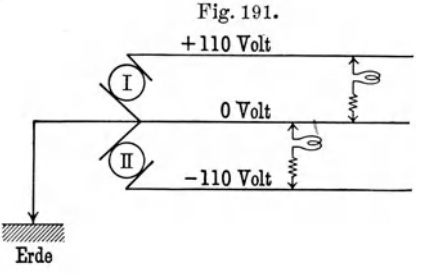
Ist R der Widerstand der beiden, vom Strome I durchflossenen Netzleiter, so ist nach dem Ohmschen Gesetz Gl. (12), S. 9 $U_k - U_v = RI$, nach dem III. Grundgesetz in der Form Gl. (17), S. 10 $I = N_v / U_v$. Hierin ist N_v die Verbrauchsleistung. Hieraus und aus Gl. (15) ergibt sich der Wirkungsgrad

$$1 - RN_v / U_k U_v = \eta \approx 1 - RN / U^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Die Verbrauchsspannung U_v darf mit Rücksicht auf die Glühlampen und Anlagen der Verbraucher nicht über einen gewissen Wert hinaus gesteigert werden, der z. B. 110 Volt betrage. Um den Wirkungsgrad eines Zweileiternetzes für Gleichstrom zu steigern, gibt es daher praktisch nur ein sehr kostspieliges Mittel: den Widerstand R der Netzleiter durch Vergrößerung ihres Querschnittes zu verringern.

2. Viel günstiger sind die Verhältnisse bei einem Dreileiternetz für Gleichstrom. Ein solches ist in Fig. 191 dargestellt. Die Verbrauchswiderstände liegen teils zwischen einem +-Leiter und einem Nulleiter, teils zwischen dem Nulleiter und einem —-Leiter.

Fig. 191.



Sind die beiden Verbrauchsstromzweige von gleichem Widerstand, so fließt im Nulleiter kein Strom. Die elektrische Arbeit wird dann durch zwei Leiter übertragen, deren Spannung gleich der doppelten Verbrauchsspannung, d. h. $= 2 U_v \approx 2 U$, ist. Daher ist der Wirkungsgrad eines Dreileiternetzes (im günstigsten Falle, d. h. bei gleicher Belastung beider Stromzweige)

$$\eta \approx 1 - RN / 4 U^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

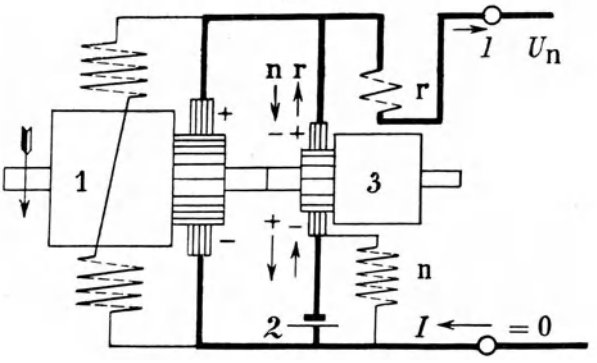
Bei gleicher Verbrauchsspannung ist die in Wärme umgesetzte, nutzlose Leistung in einem Dreileiternetz viermal kleiner als in einem Zweileiternetz.

3. Zur Speisung eines Dreileiternetzes kann man zwei gleiche Generatoren verwenden (siehe Fig. 191). Bei Verwendung nur eines Generators muß diese Maschine drei Klemmen besitzen mit den (gegen Erde gemessenen Spannungen) $+ U$, 0 und $- U$. In Art. 121, Ziffer 3 ist eine Maschine beschrieben, welche drei Spannungsklemmen besitzt. In der Praxis verwendet man andere Methoden der Spannungsteilung, die in Art. 168 dargestellt sind.

Art. 142. Die Parallelschaltung einer Akkumulatorenbatterie zu einem Gleichstromgenerator hat folgenden Zweck. Steigt die Belastung des Netzes über einen gewissen Wert hinaus, so wird die Netzstromstärke teils von der +-Klemme des Generators, teils von der +-Klemme der Batterie geliefert. Sinkt die Netzbelastung unter einen gewissen Wert, so fließt der aus der +-Klemme des Generators austretende Strom teils durch das Netz, teils durch die Batterie, welche dabei geladen wird. Die Schaltung bringt den weiteren Vorteil mit sich, daß zur Zeit ganz geringer Belastung der Generator stillgesetzt werden kann, ohne daß das Netz spannungslos wird.

Die Spannungsschwankungen, bei denen die Batterie ihre Funktion merklich ändert, also mit großer Stromstärke entladen bzw. geladen wird, zu verkleinern, gelingt mit der folgenden, von Pirani angegebenen, in Fig. 192 dargestellten Schaltung. Mit der Batterie 2 wird ein Trommelanker 3 in Reihe geschaltet, der mit dem Trommelanker 1 direkt gekuppelt ist. Eine der Feldspulen (r) wird vom

Fig. 192.



Speisestrom I durchflossen, die andere (n) von einem Strom, der der Batteriespannung U_2 proportional ist. Ist der Speisestrom stark, so überwiegt der von der Feldspule r erzeugte Induktionsfluß, die Ankerspannung addiert sich zur Batteriespannung, die kräftig zur Stromlieferung herangezogen wird. Sinkt der Speisestrom, so überwiegt der von der Feldspule n erzeugte Induktionsfluß, die (jetzt umgekehrte) Ankerspannung addiert sich zur Generatorspannung, so daß die Batterie kräftig geladen wird.

Fünfundzwanzigstes Kapitel.

Lichtbogenfreie Stromwendung.

Art. 143. Bürstenebene, Symmetrieebene, neutrale Zone. Diejenige durch die Achse einer Gleichstrommaschine gelegte Ebene, welche eine der Schleifbürsten in der Mitte der Auflagefläche schneidet, sei als Bürstenebene bezeichnet.

Dreht man den stromlosen Anker in eine Stellung, bei welcher eine Spule den Höchstwert des Induktionsflusses umfaßt, so kann man durch die Achse und die von der Spule überbrückte Lücke zwischen zwei benachbarten Stromwenderstegen eine Ebene legen, welche als Symmetrieebene bezeichnet sei. Dreht man den Anker Fig. 172, S. 152 um 30° im Sinne der gefiederten Pfeile, so umfassen die beiden Spulen 2...(4) und 5...(1) den Höchstwert des Induktionsflusses. In Fig. 172 fällt also die Bürstenebene mit der Symmetrieebene zusammen.

Ist der Anker von einem starken Strom durchflossen, so umfaßt eine Spule den Höchstwert des Induktionsflusses nicht beim Durchgang der von ihr überbrückten Steglücke durch die Symmetrieebene, sondern in einer etwas abweichenden Stellung, während die überbrückte Steglücke in der neutralen Zone liegt.

Die Bürstenebene kann meistens während des Betriebes verstellt werden. Die Stellung der Symmetrieachse ist nur von der Konstruktion, nicht von der Betriebsart abhängig. Die neutrale Zone fällt bei geringer Ankerstromstärke mit der Symmetrieebene zusammen und weicht bei größerer Ankerstromstärke im einen oder anderen Sinn von der Symmetrieebene ab.

Art. 144. Stromwendung und Lichtbogenbildung. In den folgenden Art. 144 bis 146 ist angenommen, daß die Bürstenebene nahezu mit der neutralen Zone zusammenfällt.

Ist I_a der gesamte Ankerstrom und $2a$ die Anzahl der parallel geschalteten Stromzweige der Ankerwicklung, so ist die Stromstärke in jedem Ankerdraht

$$I = I_a/2a \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Der Vorbeigang einer von einer Spule überbrückten Steglücke oder kurz einer Spule (3) an einer Schleifbürste (A) ist in den Fig. 193 und 194 dargestellt. Beim Durchgang einer Spule (3) durch die

Bürstenebene geht die Spule von einem Stromkreis (4, 5) in den nächsten (2, 1) über, muß die Stromstärke in der Spule von $\pm I$ bis $\mp I$ geändert (oder die Stromstärke I gewendet) werden.

Fig. 193.

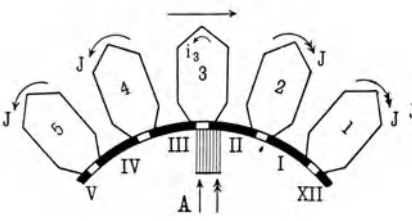
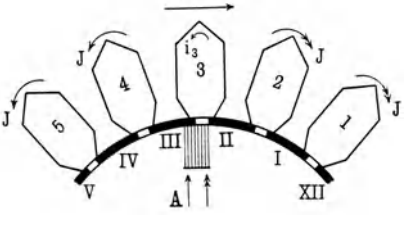
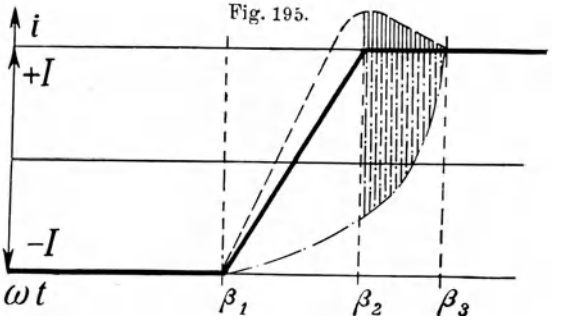


Fig. 194.



Die Fig. 193 bzw. 194 stellen die beiden Zeitpunkte dar, in denen die Spule 3 „aufläuft" bzw. „abläuft". Zwischen beiden Zeitpunkten (zwischen den Zeitwinkeln β_1 und β_2 der Fig. 195) ist die Spule von der Bürste geschlossen. In Fig. 195 ist i die augenblickliche Stromstärke in der Spule, in der der Strom gewendet werden muß.

Fig. 195.



Ist beim Ablauf ($\omega t = \beta_2$) $i = +I$, so erfolgt das Ablaufen ohne Lichtbogenbildung. Wenn aber beim Ablauf $i \gtrless I$ ist, wie die gestrichelte bzw. die strichpunktierte Kurve der Fig. 195 darstellen, so tritt folgendes ein. Der Strom in der Spule hat kurz nach und kurz vor dem Ablaufen (β_2) den gleichen Wert i, weil sich die magnetische Feldenergie der Spule nicht sprungweise ändern kann. Durch die Bürste fließt zu den voreilenden Spulen (2, 1 in Fig. 194) der konstante Strom I. Also muß der Strom $I - i$ von der Bürste zu den voreilenden Spulen auf anderem Wege gelangen als durch die ablaufende Spule: er nimmt seinen Weg unter Lichtbogenbildung durch die Luft. Der Licht-

bogenstrom geht von der Bürste zum abgelaufenen Steg, falls beim Ablauf $i < I$ ist, dagegen vom abgelaufenen Steg zur Bürste, wenn $i > I$ ist. Im Zeitwinkel $\omega t = \beta_3$ sei der Lichtbogen erloschen. Von da an ist $i = I$.

Art. 145. Bürstenwiderstand. Man kann durch die nicht erregte, feldlose Maschine den Ankerstrom I_a schicken und dann den Anker ganz langsam drehen. Dann wird der Widerstand zwischen der Bürstenklemme A und dem aufgelaufenen Stege (III) allmählich abnehmen; der Widerstand zwischen A und dem voreilenden Stege (II) wird allmählich zunehmen und im Augenblick des Ablaufens, wo die Berührungsfläche unendlich klein ist, unendlich groß sein. Bei langsamer Drehung des Ankers wird die Stromstärke i in der geschlossenen Spule allmählich von $-I$ bis $+I$ steigen, wird i etwa die stark ausgezogene Linie der Fig. 195 durchlaufen, welche lichtbogenfreies Ablaufen verbürgt.

Es läßt sich nicht mit Sicherheit sagen, ob die Widerstände zwischen einer Bürstenklemme und den Stegen bei schnellem Lauf des Ankers dieselben Werte haben wie bei langsamer Drehung. Erfahrungsgemäß begünstigt aber geringe Leitfähigkeit des Bürstenstoffes die Stromwendung. Man stellt daher allgemein die Schleifbürsten eines Stromwenders aus Kohle her, deren Leitfähigkeit im Vergleich zu Metallen klein ist.

Art. 146. Bürstenbreite. Bei schnellem Laufe ist die Stromstärke i in der geschlossenen Spule nicht nur von den Übergangswiderständen zwischen Bürstenklemme und den von der Spule überbrückten Stegen abhängig. Vielmehr ist i wesentlich durch die Induktivität L_3 der geschlossenen Spule bedingt. Jede Änderung des Spulenstromes $i = i_3$ ruft eine der Änderung entgegenwirkende induktive Umlaufspannung $L_3 \, di_3/dt$ in der geschlossenen Spule hervor.

Bei ganz schmaler Bürste ist die Zeitwinkeldifferenz $\beta_2 - \beta_1$ so klein, daß bei β_2 noch annähernd $i = -I$ ist, wie die strichpunktierte Kurve der Fig. 195 zeigt. Dann muß unmittelbar nach dem Ablaufen der starke Strom $2I$ als Lichtbogenstrom von der Bürste zum abgelaufenen Stege übergehen.

Man macht nun die Bürstenbreite stets größer als eine Stegbreite, so daß beim Ablaufen einer Spule 3 bereits die benachbarte Spule 4 geschlossen ist. Dies bringt den großen Vorteil mit sich, daß außer der induktiven Spannung $L_3 \cdot di_3/dt$ noch die ent-

gegengesetzte gegeninduktive Spannung $M_{34} \cdot di_4/dt$ in der Spule 3 auftritt. Dann kann i_3 sich schnell ändern, ohne daß die magnetische, von den beiden Strömen i_3 und i_4 erzeugte Feldenergie sich sprungweise zu ändern braucht.

Die gleichzeitige Schließung zweier benachbarter Stege ist eine unerläßliche Vorbedingung für das lichtbogenfreie Ablaufen der Stege des Stromwenders von den Schleifbürsten.

Art. 147. Bürstenstellung. In den Art. 144 bis 146 ist vorausgesetzt, daß die Bürstenebene mit der neutralen Zone zusammenfällt, so daß die geschlossene Spule durch die Drehung des Ankers auch der erregten Maschine keine merkliche Umlaufspannung erfährt. In diesem Falle erfolgt das Ablaufen zwar nicht ganz lichtbogenfrei, aber die Lichtbögen führen nur geringen Strom und sind von geringer Dauer, bilden daher keine Gefahr für die Maschine; vorausgesetzt, daß die Leitfähigkeit des Bürstenstoffes gering, die Breite der Bürsten genügend groß ist.

Wenn die Bürstenebene von der neutralen Zone stark abweicht, dann ist die durch Bewegung erzeugte Umlaufspannung der geschlossenen Spule erheblich, ebenso die in der geschlossenen Spule hervorgerufene Schließungsstromstärke. Die Lichtbogenbildung kann dann so stark werden, daß der Stromwender in kurzer Zeit zerstört wird.

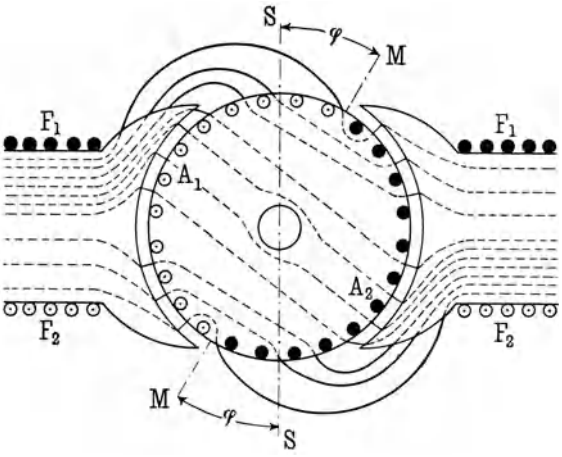
Andererseits kann diese Umlaufspannung das lichtbogenfreie Ablaufen begünstigen: wenn sie klein ist und gerade so bemessen wird, daß in der ablaufenden Spule kurz vor dem Ablaufen $i = I$ ist. Das lichtbogenfreie Ablaufen der Stege eines Stromwenders wird begünstigt durch geringe Verstellung der Bürstenebene gegen die neutrale Zone.

Art. 148. Neutrale Zone und Betriebsart. Hätte die neutrale Zone eine von der Betriebsart unabhängige Lage, so könnte man die Bürstenebene ein für allemal so einstellen, daß keine gefährliche Lichtbogenbildung auftritt.

Nun erzeugt aber der Ankerstrom ein zum Erregerstromfeld senkrecht stehendes Ankerstromfeld, so daß die Feldlinien etwa so verlaufen wie Fig. 196 zeigt. Beim Motor wie beim Generator ist die neutrale Zone (M) entgegen dem Drehmoment aus der Symmetrieebene abgelenkt.

Damit lichtbogenfreier, betriebssicherer Lauf erzielt wird, muß auch die Bürstenebene gegen die Symmetrieebene entgegen dem Drehmoment verstellt werden, also beim Motor entgegen, beim Generator

Fig. 196.



in der Drehrichtung. Man kann sich leicht merken: **M**itdrehung beim **G**enerator, **G**egendrehung beim **M**otor. Die günstigste Bürstenstellung ist also von der Betriebsart abhängig.

Art. 149. Wendepole. Während des Betriebes die Bürsten zu verstellen, ihre Lage der wechselnden Belastung oder Drehrichtung anzupassen, ist in vielen Fällen — z. B. bei Kran- und Straßenbahnmotoren — nicht möglich.

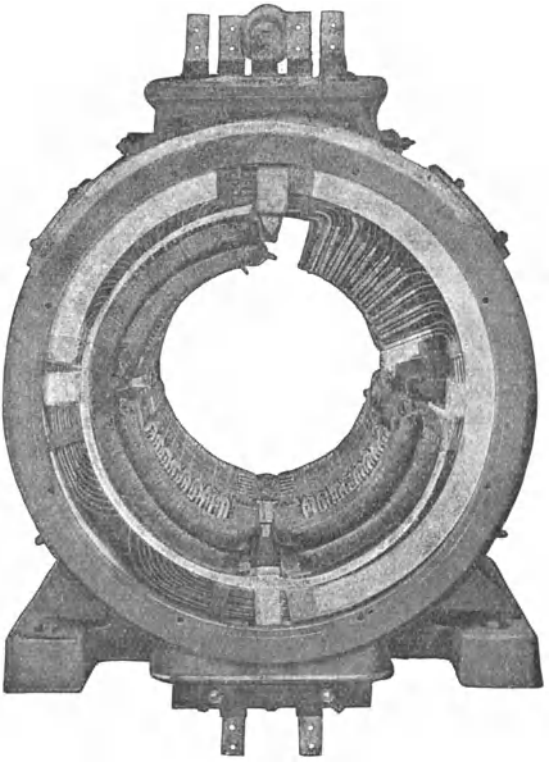
Glücklicherweise gibt es nun ein Mittel, um die Verschiebung der neutralen Zone durch den Ankerstrom zu verhindern: man kann den Anker mit einer ortsfesten Wicklung umgeben, die ein Spiegelbild der Ankerwicklung ist, und durch diese Wicklung den Ankerstrom in entgegengesetzter Richtung wie durch den Anker schicken. Ein merkliches Drehmoment zwischen beiden Wicklungen entsteht nicht, da die magnetischen Achsen beider Wicklungen genau entgegengesetzt gerichtet sind.

Anstatt an dem ganzen Ankerumfang feste Drähte anzuordnen, die entgegengesetzten Strom wie die Ankerdrähte führen, verfährt man bei kleineren Maschinen so, daß man nur schmale Wendepole anbringt (I, II, III, IV in Fig. 174). Diese Wendepole werden vom Ankerstrom umflossen; ihre Wicklung wird so bemessen, daß bei

Einstellung der Bürsten in die Symmetrieebene lichtbogenfreies Ablaufen der Stromwenderstege erfolgt. Das Wendepolfeld ist dem Ankerstromfeld entgegengerichtet. Beide Felder kehren ihre Richtung um, wenn die Maschine die Rolle eines Generators mit der eines Motors vertauscht.

Art. 150. Als Kompensationswicklung bezeichnet man eine ortsfeste Wicklung, welche die magnetische Wirkung der Ankerdrähte

Fig. 197.



fast ganz aufhebt. Fig. 197 zeigt den Ständer eines Gleichstromgenerators der AEG, der zum Antrieb durch eine Dampfturbine bestimmt ist.

Von den vier Feldspulenpaaren sind drei bereits eingelegt. Alle innerhalb einer Feldspule liegenden Stäbe der Kompensationswicklung, z. B. die rechts oben sichtbaren, werden in gleicher Richtung vom

Ankerstrom durchflossen, und zwar in einer Richtung, die dem Strom in den gegenüberliegenden Ankerdrähten entgegengesetzt ist.

An jeder Grenze zwischen zwei benachbarten Doppelfeldspulen ist ein schmaler Wendepol angebracht, ein sogenannter Wendezahn. Dies wird für nötig gehalten, weil ja nicht nur das Ankerfeld aufgehoben, sondern auch eine für die Stromwendung günstige geringe Umlaufspannung in der geschlossenen Spule erzeugt werden soll.

Sechsundzwanzigstes Kapitel.

Synchronmaschinen für Wechselstrom.

Art. 151. Eine eisenfreie Einphasenstrommaschine einfacher Art erhält man, wenn man den in Fig. 198 abgebildeten Schleifen-

Fig. 198.

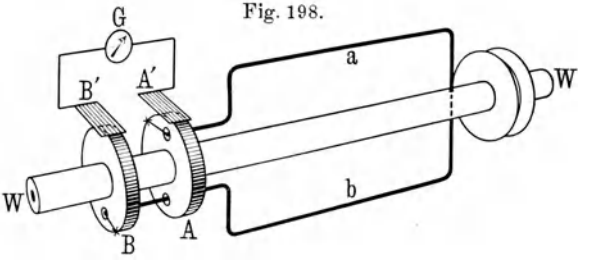
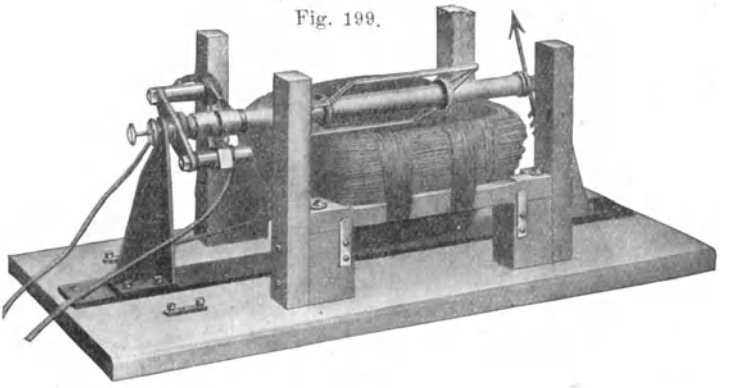


Fig. 199.



läufer in dem Hohlraum etwa einer Kugelspule anordnet. In Fig. 199 ist nur die untere Hälfte einer solchen Feldspule dargestellt.

In dem etwa von oben nach unten gerichteten Felde, das die gleichstromdurchflossene Feldspule hervorbringt, liegt ein Teil des in sich geschlossenen Stromkreises, den die Schleife a b mit Schleifring B, Bürste B′, Schließungswiderstand G, Bürste A′, Schleifring A bildet. Während die mit gleichmäßiger Winkelgeschwindigkeit ω gedrehte Schleifenebene horizontal steht, umfaßt die Schleife den Höchstwert Φ_{im} des relativen Induktionsflusses. Ist die Schleifenebene aus dieser Stellung heraus um den Winkel $\varphi = \omega t$ gedreht, so umfaßt die Schleife den relativen bzw. absoluten Induktionsfluß

$$\Phi_i = \Phi_{im} \cos \omega t \quad \text{bzw.} \quad \Phi = \Phi_m \cos \omega t \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Nach dem II. Grundgesetz [Gl. (1), S. 104] entsteht während der Drehung im Schleifenstromkreise die Umlaufspannung $u = -\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$. Hieraus und aus Gl. (19) folgt $u = \omega \Phi_m \sin \omega t$. Setzt man nun $\Phi_m = \mu_0 \Phi_{im}$, $\mu_0 = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-8}$ [Ω sek/cm] und $\omega = 2\,\pi n$, so erhält man für die augenblickliche bzw. effektive Umlaufspannung die Ausdrücke [1])

$$\left.\begin{aligned} u &= U\sqrt{2}\sin \omega t \\ \pi \sqrt{2}\,\mu_0\, n\, \Phi_{im} = U &= 0{,}558 \cdot 10^{-7} \frac{n}{[\mathrm{sek}^{-1}]} \frac{\Phi_{im}}{[\mathrm{A\,cm}]} \text{ Volt} \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Ersetzt man die aus einer Windung gebildete Schleife durch eine Spule von w eng benachbarten Windungen, so tritt zu den Ausdrücken für die effektive Spannung U noch der Faktor w.

Beispiel. Die mittlere Induktion in der vollständigen Feldspule (Fig. 199) ist durch Gl. (1), S. 149 gegeben. Danach ist bei 15 A Spulenstrom $\mathfrak{B}_i = 330$ A/cm. — Die Fläche der Schleife oder Spule ist 196 cm². Daher ist bei 15 A Spulenstrom der Höchstwert des umfaßten Induktionsflusses $\Phi_{im} = \mathbf{64\,700}$ [A cm]. Beim Dreh $n = \mathbf{1}\,\mathrm{sek}^{-1}$ wird die effektive Wechselspannung

$$U = 0{,}00361 \text{ Volt.}$$

Damit die effektive Wechselspannung = 2 V wird, muß das aus Windungszahl und Dreh gebildete Produkt $wn = 554\,\mathrm{sek}^{-1}$ sein. Ist die Windungszahl $w = 30$, so muß die sekundliche bzw. die minutliche Drehzahl 18,5 bzw. 1108 betragen.

Die Frequenz der erzeugten Wechselspannung ist dann

$$f = n = 18{,}5\,\mathrm{sek}^{-1},$$

d. h. etwa $^1/_3$ der für Wechselspannungsnetze üblichen Frequenz $50\,\mathrm{sek}^{-1}$.

---

[1]) Wird der relative Induktionsfluß Φ_{im} statt in A cm in Gauß cm² gemessen, so lautet der Zahlenfaktor 0,444 statt 0,558.

Ist p die Polpaarzahl der benutzten Wechselstrommaschine, so stehen Frequenz f und Dreh n in der Beziehung

$$f = p \cdot n \quad \ldots \ldots \ldots \quad (21)$$

Man bezeichnet Maschinen der hier beschriebenen Art, bei denen immer das Verhältnis f/n ganzzahlig ist, als Synchronmaschinen oder Gleichlaufmaschinen.

Art. 152. Die Einphasenstrom-Synchronmaschine als Motor. Durch die Feldspulen der in Fig. 199 dargestellten Maschine fließe Gleichstrom.

Schickt man durch den Schleifenanker ebenfalls Gleichstrom, so stellt sich die Schleife annähernd horizontal ein. Dreht man nun mit der Hand etwas weiter und wendet gleichzeitig die Richtung des Schleifenstromes, so dreht sich die Schleife von selbst weiter, bis ihre Ebene den Windungen der Feldspulen wieder annähernd parallel ist. Nach einer abermaligen kleinen Weiterdrehung der Schleife mit der Hand und abermaliger Stromwendung dreht sich die Schleife wieder von selbst um etwa 180^0 weiter.

Schickt man durch die Schleife Wechselstrom etwa von der Frequenz $f = 10\,\text{sek}^{-1}$, so gerät die Schleife in lebhafte Schwankungen. Versetzt man nun den wechselstromdurchflossenen Rotor mit der Hand in schnelle Rotation, so erreicht man nach einigen vergeblichen Versuchen, daß der Rotor dauernd umläuft, daß die Maschine als (leerlaufender) Motor wirkt.

Auf jeden der beiden Drähte a und b in Fig. 198, deren Länge l sei, wirkt nach Gl. (33), S. 122 die Kraft $P = l i \mathfrak{B}$. Hierin ist i die Stromstärke, $\mathfrak{B}$ die senkrecht nach unten gerichtete, vom Feldstrom erzeugte absolute Induktion. Die Kraft P steht zu $(l i)$ und $\mathfrak{B}$ senkrecht, ist also immer horizontal gerichtet. Die tangentiale Komponente von P ist $P \sin \omega t$. Hierin ist ωt der Winkel zwischen der Schleifenebene und der Horizontalebene.

Ist $2r$ der Abstand der beiden Drähte a und b, so ist das auf jeden der Drähte bzw. auf die Schleife ausgeübte Drehmoment

$$r P \sin \omega t \quad \text{bzw.} \quad M_\varphi = 2 r l \mathfrak{B} i \sin \omega t.$$

Nun ist der Höchstwert des umfaßten Induktionsflusses

$$\Phi_m = 2 r l \mathfrak{B} = \mu_0 \Phi_{im}.$$

Folglich ist

$$M_\varphi = \mu_0 \Phi_{im} i \sin \omega t \quad \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

Ist der Wechselstrom i synchron mit der Drehung, ist also

$$i = I\sqrt{2}\,sin\,(\omega t \pm \varphi),$$

so ist das augenblickliche Drehmoment

$$M_\varphi = {}^1/_2\,\sqrt{2}\,\mu_0\,\Phi_{im}\,I\,\{cos\,\varphi - cos\,(2\,\omega t \pm \varphi)\} \quad . \; . \quad (23)$$

Der zeitliche Mittelwert dieses Drehmomentes ist

$${}^1/_2\,\sqrt{2}\,\mu_0\,\Phi_{im} \cdot I\,cos\,\varphi.$$

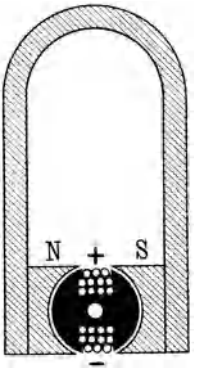
Die Arbeit bei einer Umdrehung ist das $2\,\pi$-fache, die Leistung N das $2\,\pi\,n$-fache des Mittelwertes. Unter Berücksichtigung von Gl. (20) ergibt sich die Leistung

$$N = U\,I\,cos\,\varphi; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

hierin sind U und I die Effektivwerte der Umlaufspannung bzw. Stromstärke; φ ist der Phasenwinkel zwischen den Zeitwerten beider Größen.

Art. 153. Die Zündmaschine besitzt ein Magnetfeld, das durch einen Hufeisenmagneten aufrecht erhalten wird. Die Ankerwicklung liegt auf einem Eisenkern, dessen Querschnitt in Fig. 200 als schwarze Fläche dargestellt ist und Doppel-T-Form hat.

Fig. 200.



In der gezeichneten Stellung des Läufers hat der die Läuferwicklung durchsetzende Induktionsfluß seinen Höchstwert; er ändert sich bei einer kleinen Drehung nicht, so daß die Spannung zwischen den Wicklungsenden Null ist.

Hat der Läufer eine Stellung, die um $\pi/2 = 90^0$ von der gezeichneten abweicht, so hat der umfaßte Induktionsfluß kleine, schnell veränderliche Werte und die Spannung hat einen positiven oder negativen Höchstwert.

Solche, z. B. von Bosch-Stuttgart, hergestellte Maschinen dienen dazu, Sprengladungen oder explosible Gasgemische zu entzünden. Sie werden dazu mit folgenden Hilfseinrichtungen versehen.

Die in Fig. 200 allein gezeichnete Primärwicklung ist während des größten Teils jeder Umdrehung kurz geschlossen. In den beiden Punkten der Umdrehungszeit, in denen die Kurzschlußstromstärke am größten ist, öffnet ein Abreißhebel den Primärkreis, so daß die Stromstärke sehr schnell auf Null sinkt. In einer Sekundär-

wicklung, die die primäre Wicklung umschlingt, entsteht im Augenblick des Abreißens eine hohe Umlaufspannung.

Man verbindet nun die Anfänge beider Wicklungen mit dem Ständer der Zündmaschine und anderen Metallteilen; das freie Ende der Sekundärwicklung mit einem Schalthebel.

Die Zündung eines Viertaktmotors mit vier Zylindern geschieht in folgender Weise. Die Welle des Motors, der Läufer der Zündmaschine und der Abreißhebel laufen synchron um. Der Schalthebel läuft halb so schnell um. Während einer Schaltperiode dreht sich die Motorwelle zweimal um, wird jeder Zylinder einmal durch einen Funken gezündet. Der Abreißhebel unterbricht viermal, der Schalthebel schaltet die viermal erzeugte Spannung der Reihe nach auf die vier Zündkerzen. Die Zündung des in einem Zylinder enthaltenen komprimierten Gasgemisches (etwa Benzoldampf und Luft) leitet den Arbeitstakt (1) ein. Es folgen: (2) der Auspufftakt, (3) der Ansaugetakt, (4) der Kompressionstakt.

Art. 154. Wechselstrommaschinen mit geschlossenem Eisenkreis werden gewöhnlich so ausgeführt, daß die Feldwicklung auf dem Läufer, die Ankerwicklung auf dem Ständer angebracht ist. Man braucht dann der Läuferwicklung durch zwei Schleifringe nur die geringe Leistung zuzuführen, die zur Aufrechterhaltung des Feldstromes nötig ist. Die große, durch Bewegung des Läufers erzeugte (oder verbrauchte) elektrische Leistung eines Generators (oder Motors) wird dem Ständer entnommen (oder zugeführt), und zwar durch feste Kontakte.

Eisenfreie Maschinen nach Art der in Fig. 199 dargestellten sind nur für Versuchs-, nicht für Betriebszwecke brauchbar, weil die zur Aufrechterhaltung des Feldes nötige elektrische Leistung viel zu groß ist.

Maschinen mit permanentem Feld (nach Fig. 200) haben zwar die gute Eigenschaft, gar keine Leistung zur Aufrechterhaltung des Feldes zu verbrauchen. Aber sie sind nicht für größere Leistungen ausführbar: die Dimensionen würden zu groß und die Baukosten zu hoch.

Fig. 201 zeigt einen Läufer mit Feldwicklung und das umgebende Feld. In Fig. 202 ist der magnetisch wirksame Teil eines Ständers mit Ankerwicklung abgebildet. Die Polteilung umfaßt 12 Nuten, jede Spulenseite 8 Nuten, d. h. $^2/_3$ der Polteilung. Die Verbindungen der Spulendrähte müssen zur Seite gebogen und auf die Stirnseiten des sogenannten Ständerpakets gelegt werden. Gewöhnlich biegt

man die eine Hälfte aller vorderen Verbindungen nach einer, die andere Hälfte nach der anderen Seite und verfährt mit den (gestrichelten) hinteren Verbindungen ebenso.

Fig. 201.

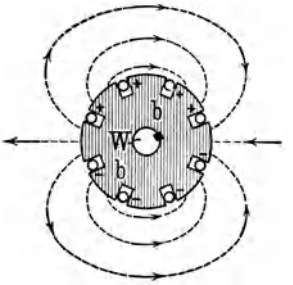
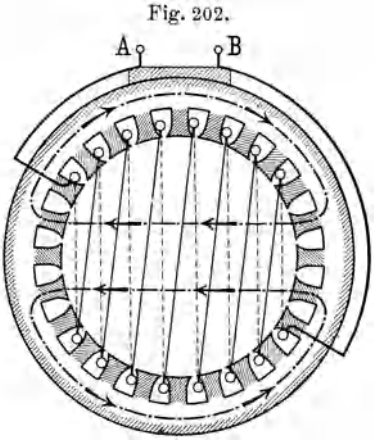


Fig. 202.



Die Fig. 203 und 204 stellen die magnetisch wirksamen Teile von vierpoligen Maschinen dar. Die in beiden Figuren dargestellten Läufer pflegt man als Läufer „mit unterteilten Polen“ bzw. als Läufer „mit ausgesprochenen Polen“ oder als „Magnetrad“ zu be-

Fig. 203.

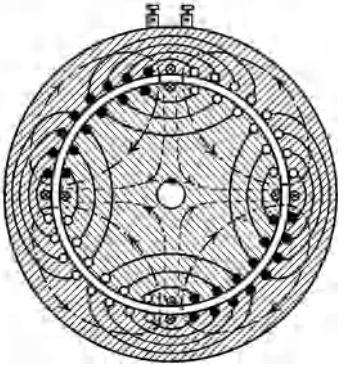
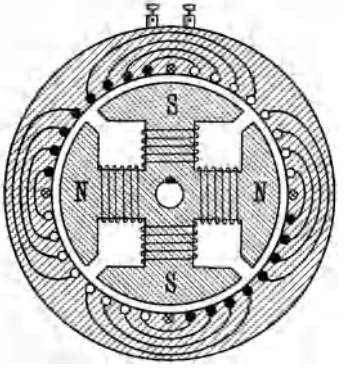


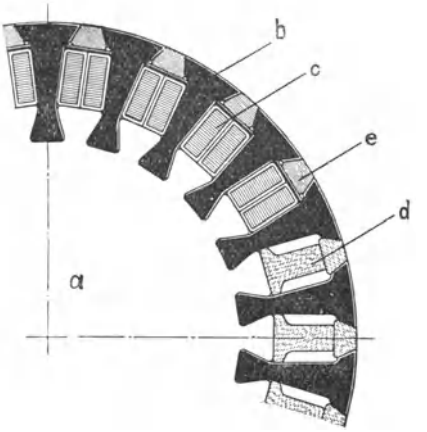
Fig. 204.



zeichnen. Die in den Fig. 202 bis 204 dargestellten magnetisch wirksamen Ständerteile sind aus einzelnen Blechringen zusammengesetzt und werden deshalb wohl als „Ständerpaket“ bezeichnet. Sie werden in ein gußeisernes Gehäuse eingeschlossen.

Art. 155. Ein Läufer mit Feldwicklung für große, zweipolige Turbogeneratoren ist in den Fig. 205 bis 207 dargestellt.

In der Schnittzeichnung Fig. 205 ist a ein massiver Stahlkern, in dessen Mantelfläche schwalbenschwanzförmige Nuten eingefräst sind. Nachdem die Spulen c aufgelegt sind, werden einzelne Stahlblechpakete b in die Nuten des Stahlkernes geschoben. Sodann werden Kupferschienen e in die Mantelfläche eingeschoben. Sie haben den Zweck, ein Heraustreten der Spulen c zu verhindern. Auf jeder Seite sind drei Nuten d frei von Wicklung und mit Eisen ausgefüllt. In diesen Teilen des Umfangs ist die Dichte der ein- bzw. austretenden Feldlinien am größten.



In Fig. 206 sind die Feldspulen dargestellt, welche die eine Hälfte des in Fig. 205 dargestellten Läufers bedecken sollen.

Fig. 206.

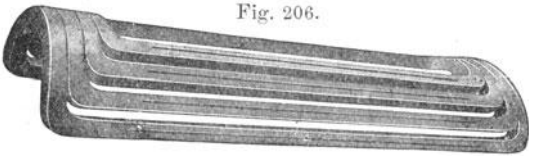


Fig. 207.

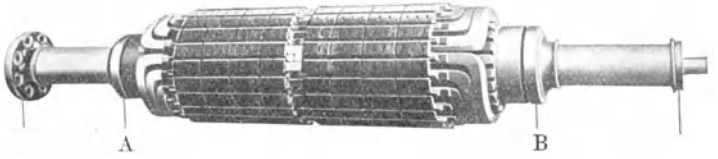
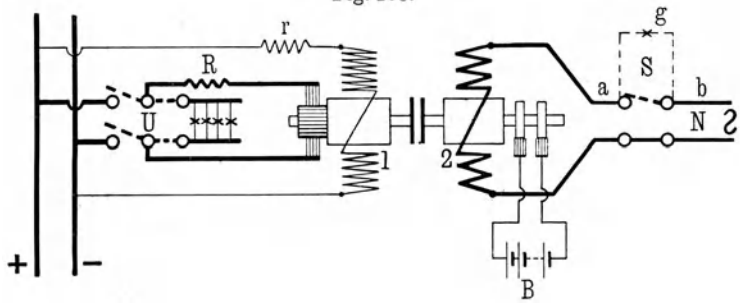


Fig. 207 zeigt den zusammengesetzten Läufer. A und B sind die Schleifringe, durch welche den reihegeschalteten Spulen der Feldstrom zugeführt bzw. entnommen wird. An der Innenseite jedes Schleifringes wird noch ein Ventilatorkranz aufgesetzt. Zum Schluß werden die Spulenköpfe mit Stahldraht umwickelt und bandagiert.

Art. 156. Parallelschaltung zweier Einphasenstrom-Synchronmaschinen. In Fig. 208 ist 1 eine Gleichstrom-, 2 eine Einphasenstrommaschine, $\pm$ ein Gleichspannungsnetz, N ein von einem großen Generator $\sim$ gespeistes Wechselspannungsnetz, dessen Frequenz und Spannung, ebenso wie die Spannung des Gleichstromnetzes, nahezu unveränderlich seien.

1. Wenn das Netz N allein von 2 gespeist werden soll (der Generator $\sim$ also abgeschaltet oder gar nicht vorhanden ist), dann ist der Betrieb des Maschinensatzes 1, 2 sehr einfach. Man läßt 1 als Motor laufen und schließt, wenn die gewünschten Werte der Frequenz und Spannung in a erreicht sind, den Schalter S. Bei steigender Belastung des Netzes N wächst die elektrische Leistung, die der Gleichstrommotor dem Gleichspannungsnetz ($\pm$) entnimmt.

Fig. 208.



2. Schwieriger ist das Anlegen einer Einphasenstrommaschine (2 in Fig. 208) an ein Netz, an dem schon ein oder mehrere Generatoren liegen.

Man verbindet die parallel zu schaltenden Maschinen zunächst durch die „Phasenlampe“ g, die zu dem geöffneten Schalter S parallel liegt. Ein Voltmeter sei so angeordnet, daß es abwechselnd die genauen Effektivwerte der Spannungen u_a und u_b zu messen gestattet. Dunkelheit der Phasenlampe g zeigt an, daß nicht nur die Effektivwerte, sondern daß auch die Phasen der Spannungen u_a und u_b gleich sind. Wenn geringe Unterschiede in der Frequenz der Spannungen u_a und u_b vorhanden sind, dann ist die Lampe abwechselnd längere Zeit hell, längere Zeit dunkel, ihre Stromstärke führt Schwebungen aus, ihre Lichtstärke ganz langsame Schwankungen.

Man regelt nun die Drehzahl des Gleichstrommotors 1, unter Benutzung des Erregerwiderstandes r, und ändert die etwa durch eine Akkumulatorenbatterie B bewirkte Erregung der Einphasenstrom-

maschine, bis die Phasenlampe g ganz langsame Schwankungen vollführt und das Voltmeter die Gleichheit von U_a und U_b anzeigt. Zu einer Zeit der Dunkelheit von g schließt man den Schalter S. Die Wechselstrommaschine 2 ist jetzt dem Generator ~ durch das Netz N parallel geschaltet. Sie ist noch stromlos und ihre Umlaufspannung u_u ist jederzeit gleich der Klemmenspannung $u_k = u_a$.

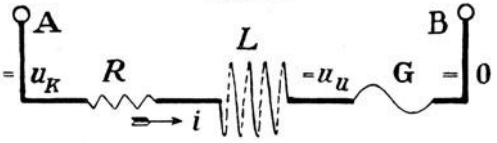
Art. 157. Die Einphasenstrom-Synchronmaschine als Generator und als Motor. Die noch leerlaufende Wechselstrommaschine 2 der in Fig. 208 dargestellten Versuchsanordnung kann als Generator oder als Motor wirken. Sie wirkt

I. als Generator, a) wenn der Antriebsmaschine 1 mehr Leistung zugeführt wird, etwa dadurch, daß der Erregerwiderstand r vergrößert wird; b) wenn die Frequenz f des Netzes N ganz wenig sinkt;

II. als Motor, a) wenn die Maschine 1 der Maschine 2 mehr und mehr Leistung entzieht, was durch Verkleinerung des Erregerwiderstandes r bewirkt werden kann; b) wenn die Frequenz des Netzes N ganz wenig steigt.

Ob die Einphasenmaschine 2 als Generator oder als Motor, die Gleichstrommaschine 1 als Motor oder Generator wirkt, zeigt ein mit dem Anlaßwiderstand R in Reihe geschalteter Strommesser; noch sinnfälliger ist es, den Umschalter U nach rechts zu legen und nun nach und nach die Glühlampen × × × einzuschalten.

Fig. 209.



Bei einer leerlaufenden Einphasenstrommaschine ist die Umlaufspannung mit der Klemmen- oder Netzspannung in Phase. Sind die beiden am Netz N liegenden Maschinen 2 und ~ von gleicher Polpaarzahl p, so sind die magnetischen Achsen der Läufer beider Maschinen jederzeit parallel.

In den Fällen Ia und Ib eilt der Läufer der (kleinen) als Generator wirkenden Maschine 2 dem Läufer des (großen) Generators ~ voraus.

In den Fällen IIa und IIb bleibt der Läufer der kleinen, als Motor wirkenden Maschine 2 hinter dem Läufer des großen Generators ~ zurück.

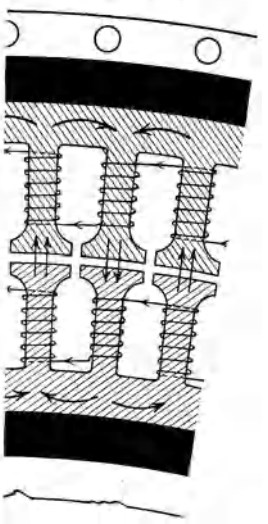
Das Verhalten einer Einphasenstrom-Synchronmaschine (AB in Fig. 209) kann man sich erklären, wenn man sich die auf dem Ständer liegende Ankerwicklung der Maschine in drei Teile zerlegt denkt: einen Teil mit Ohmschem Widerstand R, einen zweiten mit Induktivität L und einen dritten Teil, in dem die Umlaufspannung u_u hervorgebracht wird. Man kann diese Vorstellung in beliebiger Annäherung verwirklichen, wenn man vor eine große Maschine G von geringer Spannung eine reine Induktivität L und einen reinen Ohmschen Widerstand R schaltet.

Aus dieser Anschauungsweise ergibt sich folgendes: Damit die Klemmenspannung der Maschine konstant bleibt, muß die Stärke des umlaufenden Magnetfeldes, muß die Feldstromstärke

I. beim Generator vergrößert,
II. beim Motor verkleinert werden.

Art. 158. Mittelfrequenzmaschinen. 1. Langsam laufende Synchronmaschinen mit vielen Polpaaren werden in großen Abmessungen hergestellt. Sie dienen dazu, um, direkt angetrieben von einer großen Kolbendampfmaschine oder Gichtgasmaschine, ein Netz mit der Frequenz $f = 50$ sek^{-1} zu speisen. Ist z. B. die Polpaarzahl $p = 50$, so ist nur eine Umdrehung des Maschinensatzes je Sekunde erforderlich.

Fig. 210.



Für manche Versuchszwecke kann man mit Vorteil eine kleine Synchronmaschine mit vielen Polpaaren als langsam laufenden Motor benutzen.

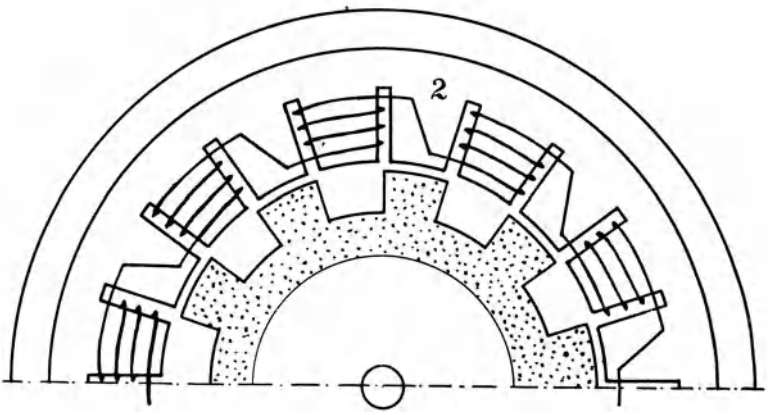
2. In kleinerer Ausführung werden schnellaufende Synchronmaschinen mit vielen Polpaaren zur Erzeugung von mittel- oder hochfrequentem Wechselstrom benutzt.

Bei den bisher behandelten Maschinen ist die Polperiode stets so eingeteilt, daß sie aus einem Nord- und einem Südpol, d. h. einem Austrittstor und einem Eintrittstor für magnetische Feldlinien besteht. Erhöht man die Zahl der Polperioden oder Polpaare einer solchen Maschine, so gelangt man zu der in Fig. 210 dargestellten Maschine. Eine solche Maschine hat den Nachteil, daß ein großer

Teil der Feldlinien, die aus den Nordpolen z. B. des Läufers austreten, nicht zu den gegenüberstehenden, sondern zu den benachbarten Südpolen übergeht, zumal wenn der Ständerwicklung Strom entnommen wird. Diese Streuung ist so schädlich, daß die Leistung einer Maschine nach Fig. 210 nur gering ist.

Eine Maschine mit viel geringerer Streuung und daher größerer Leistung erhält man, wenn man z. B. den mittleren der drei, in Fig. 210 dargestellten Läuferpole, einen Südpol, ganz wegläßt und in einem Polkranz nur Nordpole anordnet. Eine solche Maschine gewährt nach Entfernen des einen Lagerschildes etwa den in Fig. 211 dargestellten Anblick. Die Polperiode des Läufers besteht aus einem

Fig. 211.



Zahn und einer Lücke. Die Polperiode des Ständers aus zwei durch Schnitte getrennten Zähnen, von denen einer bewickelt ist. Zur Vermeidung von Wirbelströmen ist das Eisen des Ständerkranzes 2 fein unterteilt und besteht aus aufeinandergelegten, einseitig mit Papier beklebten Blechscheiben. Ein solcher Ständerkranz wird in eine gußeiserne Trommel geschoben.

Fig. 121, S. 112 zeigt einen zur Welle parallelen Schnitt durch eine solche Maschine. Die den Läufer in der Mitte umschlingende ortsfeste Feldspule FF′ macht die eine Läuferseite zu einem Kranz von Nord-, die andere zu einem Kranz von Südpolen.

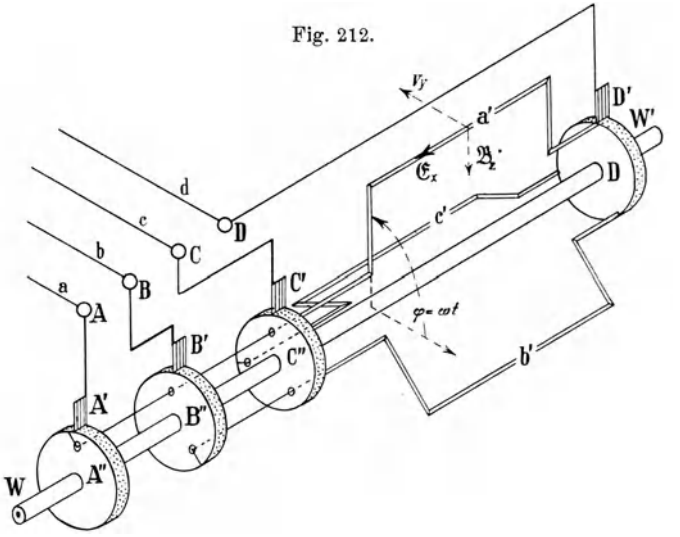
Die Ankerwicklungen beider Ständerkränze werden für sich nach außen geführt und in der Regel in Reihe geschaltet.

Derartige Maschinen sind in großer Anzahl für 500 Perioden je Sekunde gebaut worden, in erster Linie zum Betriebe von Ton-

funkenstationen. Sie sind ferner ein vorzügliches Hilfsmittel für die Messung von Kapazitäten, Induktivitäten u. a. Größen. Neuerdings werden Mittelfrequenzmaschinen vielfach dazu gebraucht, um mit Hilfe von verhältnismäßig kleinen Transformatoren hohe Wechselspannungen zu erzeugen, die gleichgerichtet werden und zum Betriebe von Senderöhren der drahtlosen Telegraphie dienen.

Art. 159. Die eisenfreie Drehstrommaschine. In Fig. 212 ist ein Läufer mit drei, um je 120° gegeneinander versetzten Bügeln a′, b′, c′

Fig. 212.



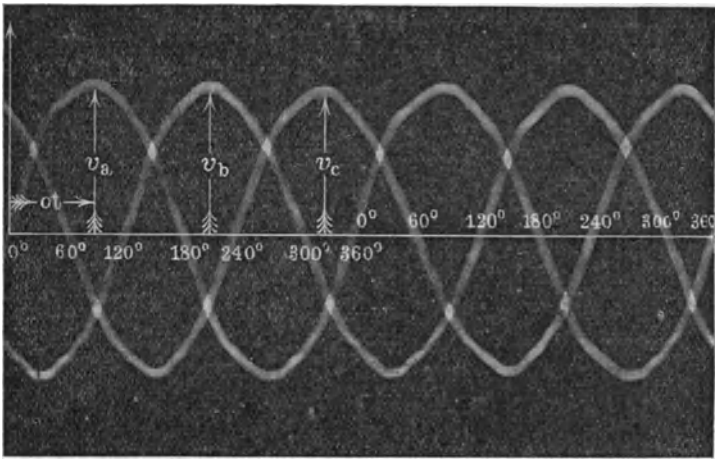
dargestellt. Dreht sich der Läufer aus irgend einem Grunde in einem Magnetfelde, das etwa durch den in den Fig. 166 und 199 dargestellten Ständer erzeugt sei, so entstehen zwischen den drei Klemmen A, B, C und der Klemme D drei Wechselspannungen u_a, u_b, u_c. Wie der Bügel b′ hinter a′ um 120° hereilt, so eilt auch die Wechselspannung u_b der Spannung u_a um 120° nach. Es ist

$$\left.\begin{aligned} u_a &= U\sqrt{2}\sin\omega t, \quad u_b = U\sqrt{2}\sin(\omega t - 120^0) \\ u_c &= U\sqrt{2}\sin(\omega t - 240^0) \end{aligned}\right\} \quad \cdot \cdot \quad (25)$$

In Fig. 213 sind die drei Spannungen u_a, u_b, u_c dargestellt. Zur Aufnahme der Kurven diente ein Saitenstrommesser mit rotierendem Spiegel.

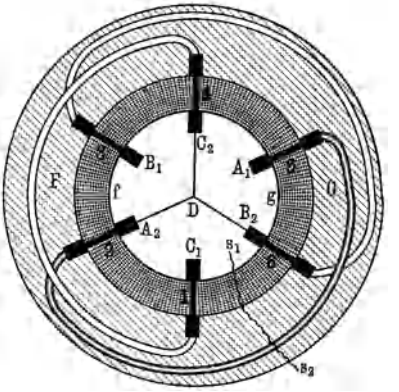
Man bezeichnet die drei Leiter a, b, c der Fig. 212 als Außenleiter, den Leiter d als neutralen Leiter. Die genannten drei oder vier Leiter bilden zusammen eine Drehstromleitung.

Fig. 213.



Art. 160. Drehstrommaschinen mit eisengeschlossenem Kreis sind eisenfreien weit überlegen, weil die zur Aufrechterhaltung des Magnetfeldes erforderliche elektrische Leistung viel geringer ist.

Fig. 214.



Mit Ausnahme der Einankerumformer werden größere Drehstrom - Synchronmaschinen immer so gebaut, daß die Feldwicklung auf dem Läufer liegt, die Ankerwicklung auf dem Ständer. Diese Anordnung bringt den Vorteil mit sich, daß die große, der Ankerwicklung des Generators entzogene, der des Motors zugeführte elektrische Leistung nicht über bewegliche Kontakte, Schleifbürsten und Schleifringe, geleitet zu werden braucht.

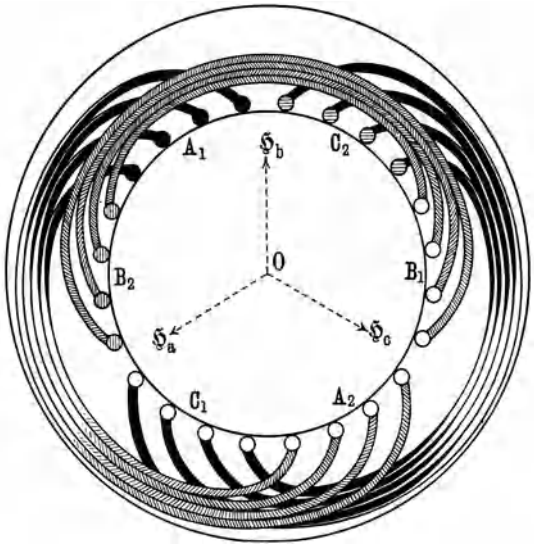
Der magnetische Kreis einer Drehstrom-Synchronmaschine gleicht den in den Fig. 201 bis 204 dargestellten Kreisen einer Einphasen-Synchronmaschine. Insbesondere dient der in den Fig. 205 bis 207

dargestellte zweipolige Läufer in der Regel zur Felderzeugung in Drehstromgeneratoren.

Der wesentlichste Unterschied zwischen einphasigen und dreiphasigen Maschinen liegt darin, daß bei letzteren drei miteinander verkettete Ankerspulen vorhanden sind.

Fig. 214 zeigt ein Ständerpaket mit Drehstromschleifen, so wie es einem in der Achse befindlichen Auge erscheint. Rotiert der Läufer links herum, so fällt seine magnetische Achse der Reihe nach

Fig. 215.



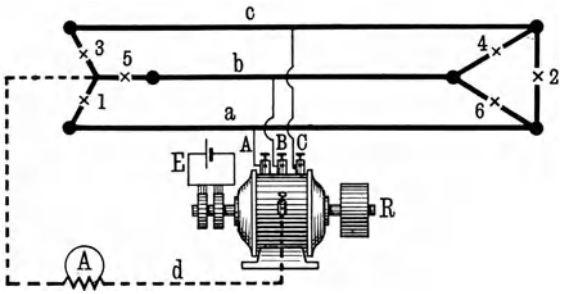
mit den Achsen der Schleifen $A_1 A_2$, $B_1 B_2$, $C_1 C_2$ zusammen. Zwischen A_1 und D, B_1 und D, C_1 und D entstehen dann die drei Spannungen u_a, u_b, u_c, die durch die Gl. (25) bestimmt und in Fig. 213 dargestellt sind.

Fig. 215 zeigt einen Stator, der nicht nur drei Schleifen enthält, wie der in Fig. 214 dargestellte, sondern drei Spulen. Die Polteilung (halbe Polperiode) enthält 12 Nuten und drei Spulenseiten. Jede Spulenseite ist auf vier Nuten verteilt. Die Wicklung ist so hergestellt, daß zuerst die Spule $C_1 C_2$, sodann die Spule $A_1 A_2$, zuletzt die Spule $B_1 B_2$ gewickelt worden ist. Vorteilhafter ist es, die eine Hälfte der Schleifen einer Spulengruppe nach einer, die andere Hälfte nach der anderen Seite zu biegen.

Art. 161. Stern- und Dreieckschaltung. Man kann die drei Außenleiter eines Drehstromnetzes auf zweierlei Weise dazu verwenden, durch drei verschiedene Stromzweige Ströme zu treiben.

In Fig. 216 ist links die Stern-, rechts die Dreieckschaltung von je drei Stromkreisen dargestellt. Jeder Stromkreis möge aus einer Glühlampe für 2 V Spannung bestehen. Der das Netz speisende

Fig. 216.



Generator erzeuge bei dem normalen Dreh von 1500 min^{-1} die Außenleiterspannung 500 V. Dreht man den Rotor der Maschine ganz langsam, so leuchten der Reihe nach die Lampen:

$$\begin{array}{cccccc} +1 & -3 & +5 & -1 & +3 & -5 \\ +\mathbf{2} & -\mathbf{4} & +\mathbf{6} & -\mathbf{2} & +\mathbf{4} & -\mathbf{6} \end{array} \text{ usw.}$$

Schaltet man vor jede Lampe einen kleinen Akkumulator, so leuchten nur die Lampen mit dem +-Vorzeichen, links in der Reihenfolge + 1, + 5, + 3, rechts in der Reihenfolge + **2**, + **6**, + **4**.

In dem Vektordiagramm Fig. 217 sind die Strahlen MA, MB, MC gleich den Effektivwerten der Spannungen der drei Außenleiter eines Drehstromnetzes gegen den neutralen Leiter. Denkt man sich die drei Strahlen mit der Winkelgeschwindigkeit ω nach links herum gedreht, so sind die Projektionen der Strahlen auf die y-Achse, multipliziert mit dem Faktor $\sqrt{2}$, gleich den Werten der drei Spannungen zur Zeit t, im Zeitwinkel $\omega t = \tau$.

Die „verkettete" Spannung ist gleich der geometrischen Summe MD der Strahlen MA und MB'. Diese Strahlen schließen einen Winkel von 60° ein; daher ist das Dreieck MAB' gleichseitig und $PA = {}^1/_2 \overline{U}$, ferner $PM = \overline{U}^2 - \overline{U}^2/4 = \overline{U}^2 3/4$. Mithin ist $2MP = MD = \overline{U}\sqrt{3}$. Die effektive Spannung zwischen je zwei Außenleitern [die sogenannte verkettete Spannung]

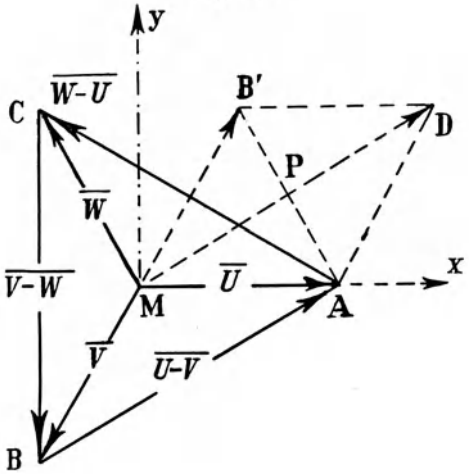
ist gleich dem $\sqrt{3}$-fachen der effektiven Spannung zwischen einem Außen- und dem neutralen Leiter [der sogenannten Phasenspannung].

Auch die Phase der verketteten Spannung ersieht man aus Fig. 217. Die verkettete Spannung $u_a - u_b = u_{ab}$ eilt der Phasenspannung u_a um 30^0 voraus. Mithin ist

$$\left.\begin{aligned} u_{ab} &= \sqrt{3}\, U \sqrt{2}\, \sin(\omega t + 30^0), \quad u_{bc} = \sqrt{3}\, U \sqrt{2}\, \sin(\omega t - 90^0) \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad u_{ca} = \sqrt{3}\, U \sqrt{2}\, \sin(\omega t - 210^0) \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Hierin ist U gemäß Gl. (25) die effektive Phasenspannung.

Fig. 217.



Im folgenden Schema sind einige häufig verwendete Werte der verketteten Spannung mit den zugehörigen Werten der Phasenspannung zusammengestellt:

Verkettete Spannung	=	220	380	500 V,	6	30	100 kV,
Phasenspannung	=	127	220	290 V,	3,47	17,3	53,7 kV.

Die in den Fig. 212 bzw. 214 dargestellten Bügel bzw. Schleifen sind durch Sternschaltung verbunden. Man kann Drehstromspulen auch durch Dreieckschaltung verbinden. Dann führt man in der Regel Anfang und Ende jeder Spule zu einer Klemme, damit nach Bedarf Dreieck- oder Sternschaltung gewählt werden kann. Dieselbe Synchronmaschine kann in Dreieckschaltung an ein Netz von z. B.

220 Volt verketteter Spannung, in Sternschaltung an ein Netz von 380 Volt $= \sqrt{3} \cdot 220$ Volt verketteter Spannung angeschlossen werden.

Art. 162. Das Drehfeld. Die drei Spulen A, B, C der in Fig. 215 dargestellten Drehstromwicklung mögen von den Strömen i_a, i_b, i^c durchflossen sein und einzeln die magnetischen Feldstärken

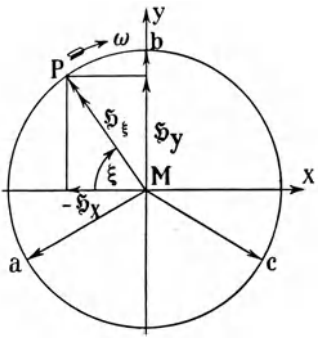
$$\mathfrak{H}_a = k \cdot i_a, \quad \mathfrak{H}_b = k \cdot i_b, \quad \mathfrak{H}_c = k \cdot i_c$$

erzeugen.

Die Resultanten der drei Feldstärken in bezug auf die y- bzw. x-Achse der Fig. 218 sind (da $cos\, 60^0 = {}^1/_2$, $cos\, 30^0 = {}^1/_2\sqrt{3}$ ist)

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{H}_y &= \mathfrak{H}_b - {}^1/_2 (\mathfrak{H}_a + \mathfrak{H}_c) \\ \text{bzw.} \\ \mathfrak{H}_x &= -{}^1/_2 \sqrt{3}\, (\mathfrak{H}_a - \mathfrak{H}_c) \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Fig. 218.



Die drei Stromstärken mögen gleiche Effektivwerte I haben, die durch die Gleichungen bestimmt seien, die man aus den Gl. (25) erhält, wenn man U durch I und u durch i ersetzt. Es ist dann

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{H}_a &= \mathfrak{H}\, sin\, \omega t, \\ \mathfrak{H}_b &= \mathfrak{H}\, sin\, (\omega t - 120^0), \\ \mathfrak{H}_c &= \mathfrak{H}\, sin\, (\omega t - 240^0), \\ \mathfrak{H} &= k I \sqrt{2} \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

$\mathfrak{H}$ ist die maximale Feldstärke, die jede einzelne der drei Spulen im Mittelpunkt des Stators erzeugt. Es ergibt sich

$$\mathfrak{H}_a + \mathfrak{H}_c = -\mathfrak{H}\, sin\, (\omega t - 120^0), \quad \mathfrak{H}_a - \mathfrak{H}_c = \mathfrak{H}\sqrt{3}\, cos\, (\omega t - 120^0) \quad (29)$$

Setzt man die Werte (28) und (29) in Gl. (27) ein, so erhält man

$$\mathfrak{H}_y = +{}^3/_2\, \mathfrak{H}\, sin\, (\omega t - 120^0), \quad \mathfrak{H}_x = -{}^3/_2\, \mathfrak{H}\, cos\, (\omega t - 120^0) \quad (30)$$

Ist ξ der Winkel, den ein (mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Sinne des Uhrzeigers umlaufender) Strahl MP der Fig. 218 mit der $-x$-Achse bildet, so ist

$$tg\, \xi = -\mathfrak{H}_y / \mathfrak{H}_x = tg\, (\omega t - 120^0).$$

Es ist also

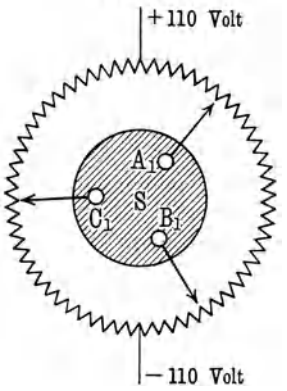
$$\xi = \omega t - 120^0 \quad \text{und} \quad \mathfrak{H}_\xi = {}^3/_2\, \mathfrak{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Werden drei um je 120° gegeneinander versetzte Spulen von drei sinusartigen Strömen durchflossen, die einander

um 120^0 nacheilen, so entsteht ein konstantes magnetisches Feld $\mathfrak{H}_s$, welches mit einer, der Kreisfrequenz ω der Wechselströme gleichen Winkelgeschwindigkeit umläuft und als Drehfeld bezeichnet wird.

Art. 163. Ein langsam umlaufendes Drehfeld kann man erzeugen, indem man einen Ständer mit Drehstromwicklung, z. B. den in Fig. 215 abgebildeten, 1. an einen größeren, ganz langsam gedrehten Drehstromgenerator oder 2. an die drei Klemmen $A_1 B_1 C_1$ des in Fig. 219 abgebildeten Widerstandes anschließt.

Fig. 219.



Eine Magnetnadel, die in das langsam umlaufende Drehfeld gebracht wird, stellt sich jederzeit in die Richtung des Drehfeldes ein. Sie rotiert also synchron mit dem Drehfelde.

Man benutzt diese Erscheinung u. a. zur Fernsteuerung eines Zeigers. Der Zeiger wird mit einem Magnetstab verbunden; letztere befindet sich im Felde eines Drehstromständers, z. B. des in Fig. 215 abgebildeten. Die drei Klemmen des Drehstromständers werden mit den drei Klemmen $A_1 B_1 C_1$ des Widerstandes Fig. 219 verbunden. Dann stellt sich der gesteuerte Zeiger immer in die gleiche Stellung ein wie ein auf der Scheibe $A_1 B_1 C_1$ des Widerstandes angebrachter Leitzeiger.

Art. 164. Die Drehstrom-Synchronmaschine als Generator und als Motor. Drehstrom-Synchronmaschinen besitzen in der Regel einen Läufer, dessen Wicklung von Gleichstrom durchflossen ist, und einen Ständer, der drei um je 120 elektrische Grade versetzte Spulen trägt, die von drei Wechselströmen mit 120^0 Phasenunterschied durchflossen werden. Das starke Magnetfeld des Läufers und das schwächere von den Ständerströmen erzeugte Drehfeld laufen synchron um.

Wird die Maschine als Motor benutzt, so eilt das Drehfeld dem Magnetfeld voraus und übt auf den Träger des Magnetfeldes, den Läufer, ein in der Drehrichtung wirkendes Drehmoment aus.

Wird die Maschine als Generator benutzt, so eilt das Drehfeld dem Magnetfeld nach und übt auf den Träger des Magnetfeldes, den Läufer, ein der Drehrichtung entgegengesetztes Drehmoment aus.

Dies steht in Übereinstimmung mit dem Lenzschen Gesetz Art. 99, S. 127.

Ist $\mathfrak{M}$ das magnetische Moment des Läufers, $\mathfrak{B}$ die absolute Induktion des Drehfeldes, ξ der Winkel zwischen den Richtungen von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{M}$, so ist nach Art. 96, S. 123 das Drehmoment

$$M_\xi = \pm \mathfrak{M} \cdot \mathfrak{B} \cdot \sin \xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Die Arbeit bei einer Umdrehuug ist $M_\xi \cdot 2\pi$. Also ist die mechanische Leistung

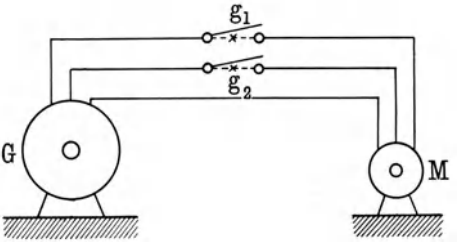
$$2\pi n M_\xi = N = \pm 2\pi n \mathfrak{M} \mathfrak{B} \sin \xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Beim leerlaufenden Motor ist die Induktion $\mathfrak{B}$ des Drehfeldes gering, ebenso der Faktor $\sin \xi$. Mit zunehmender Belastung steigt das Produkt $\mathfrak{B} \sin \xi$.

Für das Magnetfeld I. des belasteten Generators, II. des belasteten Motors gilt die am Schlusse von Art. 157 angegebene Regel.

Bevor zwei Drehstrom-Synchronmaschinen (G und M in Fig. 220) parallel geschaltet werden, müssen sie auf Drehzahlen gebracht werden, die sich umgekehrt wie die Polpaarzahlen p verhalten; auch müssen die Klemmspannungen im Moment des Parallelschaltens gleiche Phase haben. Die Erfüllung beider Bedingungen erkennt man an den beiden Phasenlampen g_1 und g_2 in Fig. 220. Beide Lampen müssen längere Zeit hindurch dunkel bleiben; dann erst darf man die Schalter schließen, zu denen die Lampen parallel geschaltet sind.

Fig. 220.



Siebenundzwanzigstes Kapitel.

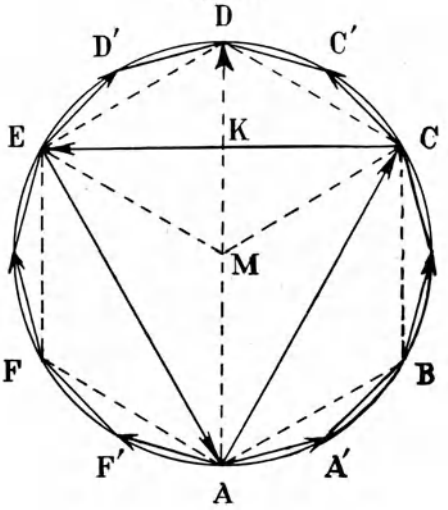
Einankerumformer und Spannungsteilung.

Art. 165. Die Spannung der Stege eines Trommelankers. Eine zweipolige Trommelankerwicklung mit Zweischichtwicklung und gerader Stegzahl S enthält S formgleiche Spulen. Jede Spule überbrückt, wie die Fig. 164 und 172 zeigen, die Lücke zwischen zwei

Stegen des Stromwenders. Die magnetische Achse einer Spule ist gegen die Achse der benachbarten Spule um den Winkel $2\pi/S$ verschoben.

Den wichtigsten Teil der Umlaufspannung jeder Spule bildet eine sinusartige Wechselgröße mit der Kreisfrequenz ω. Die kurzen Pfeile der Fig. 221 sind Strahlen, welche die sinusartigen Anteile der Umlaufspannungen einer Spule nach Größe und Phase vektoriell darstellen. Die Projektion jedes Pfeiles auf die y-Achse MD ist der Zeitwert der Umlaufspannung.

Fig. 221.



Bei geringer Stärke der Ankerteilströme ist die Umlaufspannung einer Spule gleich der Spannung zwischen den von der Spule überbrückten Stromwenderstegen. Hat die Spannung des Steges A den Wert $u_A = 0$, so wird die Spannung des Punktes B durch den Strahl AB der Größe und Richtung nach dargestellt und ist gleich der Projektion von AB auf die y-Achse.

Die eine Schleifbürste einer Gleichstrommaschine liegt immer an dem Stege, der die Spannung $u_A = 0$ hat, die andere an dem Stege, der die Spannung u_D hat. Die Bürstenspannung ist in großer Annäherung konstant und gleich dem Durchmesser AD des in Fig. 221 gezeichneten Kreises (vgl. Art. 129, S. 158).

Art. 166. Wechselstrom-Gleichstromumformer besitzen einen Trommelanker, dessen Stegzahl bei der Polpaarzahl $p = 1$ in der Regel durch 6 teilbar ist, und ein System von Schleifringen.

1. Bei Einphasen-Gleichstromumformern sind, wie Fig. 222 zeigt, zwei gegenüberliegende Stege mit je einem Schleifring verbunden. Zwischen den Schleifringen herrscht dann eine durch Fig. 221 bestimmte Wechselspannung, deren Höchstwert

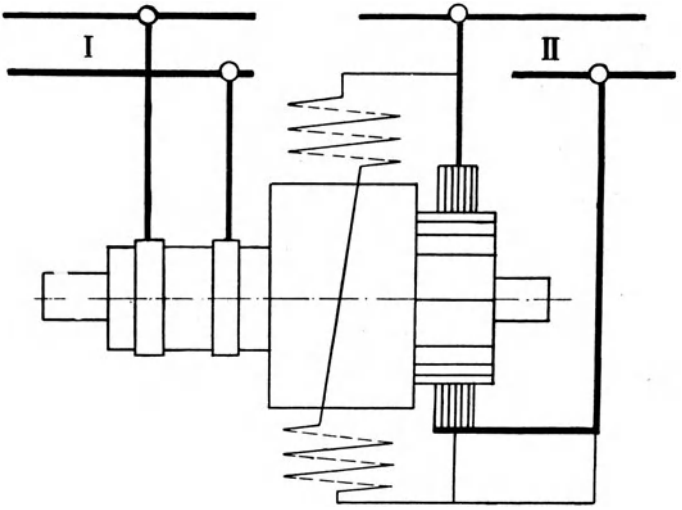
$$U_m = const.\ \mathrm{MD} = U_0$$

ist. Der Effektivwert der Einphasenspannung ist, wenn U_0 die Gleichspannung der Maschine ist,

$$U_1 = 0{,}707\, U_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

2. Dreiphasen-Gleichstromumformer haben einen Trommelanker, der außer dem Stromwender mit drei Schleifringen versehen

Fig. 222.



ist. Die Spannungen der drei Schleifringe untereinander werden durch die Strahlen AC, CE und EA der Fig. 221 dargestellt. Offenbar ist das Dreieck MCD gleichseitig, und, wenn $MC = r$ gesetzt wird,

$$CK^2 = r^2 - r^2/4 = 3r^2/4 \quad \text{und} \quad 2\,CK = CE = 2r\sqrt{3}/2.$$

Daher ist die Höchstspannung

$$U_3 = const.\ 2r \cdot \sqrt{3}/2 = U_0\sqrt{3}/2.$$

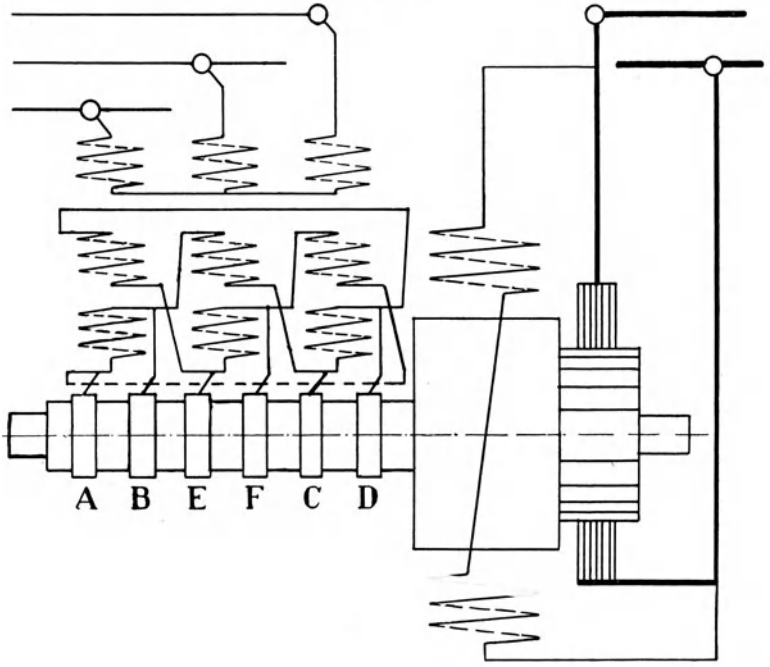
Der Effektivwert der Dreiphasenspannung ist also

$$U_3 = 0{,}612\, U_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

3. Der Sechsphasen-Gleichstromumformer besitzt, wie Fig. 223 zeigt, sechs Schleifringe, deren Spannungsunterschiede der Reihe nach durch die Strahlen AB, BC, CD, DE, EF, FA der Fig. 221 dargestellt werden. Damit alle sechs Schleifringe ausgenutzt werden können, ist ein Drehstrom-Transformator zwischen Netz- und Schleifringen erforderlich, wie es Fig. 223 zeigt. Bei Ableitung von sechs

Phasen ist die Ausnutzung der Trommelankerwicklung günstiger als bei Ableitung von nur drei Phasen. Die schlechte Ausnutzung bei drei Phasen geht z. B. aus Fig. 232 hervor.

Fig. 223.



Da (siehe Fig. 221) $AB = MC = r$ ist, so ist der Höchstwert der Spannung zwischen zwei benachbarten Schleifringen $U_0/2$. Der Effektivwert der Sechsphasenspannung ist also

$$U_6 = 0{,}354\, U_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Art. 167. Anwendungen der Einankerumformer. Alle Einankerumformer sind Synchronmaschinen. Sie werden meistens gebraucht, um Wechselstrom in Gleichstrom umzuformen, und laufen dann als Synchronmotoren. Die Gleichspannung U_0 ist durch die Gl. (34), (35) oder (36) bestimmt und kann (ohne Ausstattung der Maschinen mit besonderen Polen) nicht geändert werden, falls die Wechselspannung unverändert bleibt. Wird letztere geändert, etwa durch Änderung der sekundären Windungszahl des in Fig. 223 dargestellten Transformators, so ändert sich auch die Gleichspannung. Einanker-

umformer sind also ein vorzügliches Hilfsmittel für Versuche mit Gleichstrom.

Die wichtigste Anwendung des Drei- oder Sechsphasen-Gleichstromumformers ist folgende. Straßenbahnen fahren meistens an einem Fahrdraht, der Gleichspannung von etwa 500 V führt. Diese Spannung wird häufig nicht durch Gleichstromgeneratoren, sondern durch Einankerumformer erzeugt. Die Schleifringseite wird von einem Drehstromnetz aus gespeist.

Größere Umformer werden auf zweierlei Weise angelassen. — Ist das Gleichspannungsnetz noch anderweitig gespeist, etwa durch eine Akkumulatorenbatterie, so wird der Umformer von der Gleichstromseite aus angelassen. — Steht keine Gleichspannung zur Verfügung, so muß die Maschine vom Wechselstromnetz aus angelassen werden. Gewöhnlich treibt ein Drehstromnetz einen etwa vierpoligen Anlaßmotor, der auf der Welle des großen etwa sechspoligen Umformers sitzt. Der Anlaßmotor ist ein Drehstrom-Asynchronmotor.

Umformer mit zwei Schleifringen werden vielfach als Gleichstrom-Einphasenstromumformer gebraucht. Der Einphasenstrom dient dann zu Versuchszwecken oder z. B. zum Betriebe einer Röntgeneinrichtung.

Art. 168. Spannungsteilung. Soll mit einer Gleichstrommaschine ein Dreileiternetz (siehe Art. 141, S. 173) gespeist werden, so kann man den Gleichstromgenerator nach dem in Art. 121 unter Ziffer 3 dargelegten Prinzip bauen.

Üblicher ist es, einen Einphasen-Gleichstromumformer nach Fig. 223 mit einer Antriebsmaschine zu kuppeln und als Gleichstromgenerator zu benutzen. Die beiden Schleifringe werden durch eine einen Eisenkern umschlingende Spule geschlossen, deren Mittelpunkt als Nulleiterklemme dient (Dolivo-Dobrowolski).

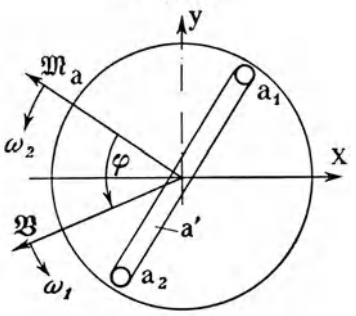
Man kann auch einen Umformer mit drei Schleifringen benutzen und letztere über drei Spulen eines Drehstromtransformators schließen. Der Schließungs- oder Sternpunkt dient dann als Nulleiterklemme.

Achtundzwanzigstes Kapitel.

Asynchronmotoren für Wechselstrom.

Art. 169. Läufer mit Drehstromwicklung im Drehfeld. Ein Ständer mit Drehstromwicklung, etwa der in Fig. 215 dargestellte, erzeuge ein Drehfeld $\mathfrak{B}$, das mit der Winkelgeschwindigkeit $+\omega_1$ in einer dem Drehsinn des Uhrzeigers entgegengesetzten (positiven) Richtung umläuft. In dem Drehfeld befinde sich ein Läufer, der dem in Fig. 212 dargestellten ähnlich ist. Nur seien außer den drei gezeichneten Bügeln noch drei weitere vorhanden, die den gezeichneten gegenüberstehen. Die so gebildeten, um je 120° gegeneinander versetzten drei Schleifen seien mit je einem Ende an einen Schleifring D angeschlossen, mit den freien Enden an die Schleifringe A, B, C. Rotiert dieser Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit $+\omega_2 < +\omega_1$, so entstehen auf den drei Schleifringen A, B, C Spannungen, die ebenso groß sind, als ob der Läufer stillstände und das Drehfeld $\mathfrak{B}$ mit der positiven Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 - \omega_2$ umliefe (s. Fig. 224).

Fig. 224.



Bildet das Drehfeld $\mathfrak{B}$ mit dem magnetischen Moment $\mathfrak{M}_a$ der Schleife $a_1\, a_2$ zur Zeit t den Winkel φ, so hat die zu $\mathfrak{A}$ parallele Komponente von $\mathfrak{B}$ den Wert $\mathfrak{B}\cos\varphi$, so umfaßt die Schleife den Induktionsfluß $\Phi = \Phi_m \cos\varphi$. In der Schleife entsteht die Umlaufspannung

$$-\Phi' = \Phi_m(\omega_1 - \omega_2)\sin\varphi.$$

Die an den Schleifringen A und D liegenden Bürsten seien durch den Widerstand R geschlossen. Die Induktivität der Schleife $a_1\, a_2$ sei L. Dann hat die Stromstärke i_a in der Schleife $a_1\, a_2$ zur Zeit t folgende Werte. Es ist (wenn die Gegeninduktivität zwischen den drei Schleifen a, b, c außer acht gelassen wird)

$$\left.\begin{aligned} &i_a = I\sqrt{2}\sin(\varphi - \chi), \quad i_b = I\sqrt{2}\sin(\varphi - 120^0 - \chi)\\ &i_c = I\sqrt{2}\sin(\varphi - 240^0 - \chi), \quad \varphi = (\omega_1 - \omega_2)\,t\\ &I = \frac{\Phi_m(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{2}\sqrt{(\omega_1 - \omega_2)^2 L^2 + R^2}}, \quad tg\,\chi = \frac{(\omega_1 - \omega_2)L}{R} \end{aligned}\right\} \quad (37)$$

Art. 170. Das Drehmoment eines Drehstrommotors. Die vom Strome i_a durchflossene Schleife a' (vgl. Fig. 212) hat das magnetische Moment $\mathfrak{M} = F \cdot i_a$, wenn F die Fläche der Schleife ist. Sie erfährt also im Felde von der absoluten Induktion $\mathfrak{B}$ das Drehmoment

$$M_a = \mathfrak{M}\,\mathfrak{B}\,sin\,\varphi = \Phi_m\,i_a\,sin\,\varphi.$$

Setzt man hierin den durch Gl. (37) bestimmten Wert der Stromstärke i_a ein, so erhält man für das augenblickliche, auf die Schleife a' wirkende Drehmoment den Ausdruck

$$M_a = {}^1/_2\,M \cdot 2\,sin\,\varphi \cdot sin\,(\varphi - \chi).$$

Der zeitliche Mittelwert dieses Drehmomentes (M_a) ist durch die Gleichungen bestimmt

$$(M_a) = {}^1/_2\,M\,cos\,\chi, \qquad M = \frac{\Phi_m^2\,(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{(\omega_1 - \omega_2)^2\,L^2 + R^2}} \qquad (38)$$
$$tg\,\chi = (\omega_1 - \omega_2)\,L/R$$

Das auf die drei Schleifen wirkende Drehmoment ist dreimal so groß. Setzt man für $cos\,\chi$ den aus Gl. (37) folgenden Wert ein, so erhält man

$$(M_{abc}) = \frac{3}{2}\,\frac{\Phi_m^2\,(\omega_1 - \omega_2)\,R}{(\omega_1 - \omega_2)^2\,L^2 + R^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Die Größe der drei Widerstände R läßt sich leicht ändern und so bemessen, daß das Drehmoment M_{abc} einen Höchstwert erreicht. Dann ist

$$R_m = (\omega_1 - \omega_2)\,L, \quad (M_{abc}) = 3\,\Phi_m^2/4\,L \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Art. 171. Kurzschluß- und Schleifringmotoren. 1. Bei ganz kleinen Drehstrom-Asynchronmotoren verzichtet man auf die Möglichkeit, durch Regulierwiderstände das größte Drehmoment herzustellen. Man legt dann in die Nuten des Läufers Kupferstäbe und bringt auf jeder Stirnseite des Rotors einen Kupferring an, der sämtliche Stabenden verbindet.

Hängt man in einem Ständer mit vertikaler Achse, dessen Drehstromwicklung von Drehstrom durchflossen wird, eine Kugel aus Metallblech auf, so rotiert die Kugel. Der Drehsinn kehrt sich um, wenn die Drehrichtung des Drehfeldes umgekehrt wird, wenn also die Reihenfolge der drei Phasen nicht a, b, c, sondern a, c, b ist.

2. Bei kleinen Drehstrom-Asynchronmotoren gibt man dem Läufer eine richtige Drehstromwicklung und verbindet die Anfänge der drei Spulen miteinander, ebenso die Enden. Zwischen Netz und Ständerwicklung schaltet man einen Anlasser mit drei

voneinander isolierten Widerständen, die während des Anlassens verringert und schließlich ganz ausgeschaltet werden.

Fig. 225 zeigt einen solchen Kurzschlußmotor der Siemens-Schuckert-Werke.

3. Größere Drehstrom-Asynchronmotoren werden als Schleifringmotoren ausgeführt. Fig. 226 zeigt einen solchen der Siemens-Schuckert-Werke.

Bei stillstehendem Läufer ist die Schlupfkreisfrequenz $\omega_1 - \omega_2 = 2\pi \cdot 50\,\text{sek}^{-1}$, also groß. Dann müssen die Regulierwiderstände gemäß Gl. (40) groß sein, damit das größte Drehmoment entsteht.

Fig. 225.

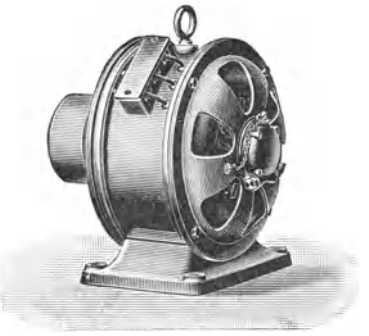
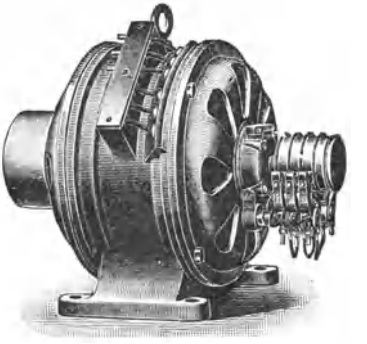


Fig. 226.



Läuft der Läufer mit voller Drehzahl, so ist die Schlupfkreisfrequenz $\omega_1 - \omega_2$ sehr klein und beträgt nur einige vom Hundert der Kreisfrequenz der Drehspannungen des Netzes. Dann muß der Widerstand R der drei Läuferspulen sehr gering sein: die äußeren Erregerwiderstände müssen $= 0$ sein.

Das Verhältnis der Schlupfkreisfrequenz $(\omega_1 - \omega_2)$ zur Kreisfrequenz ω_1 der Netzspannung bezeichnet man als Schlupf σ. Es ist

$$\omega_1 = 2\pi f_1, \quad \omega_2 = 2\pi \cdot p_2 n_2, \quad \sigma = (\omega_1 - \omega_2)/\omega_1 \quad . \quad . \quad (41)$$

Hierin ist f_1 die Kreisfrequenz der Netzspannung; p_2 die Polpaarzahl, n_2 der Dreh des Schlupfmotors.

Der Schlupf beträgt bei Leerlauf nur etwa 1 v. H., bei Vollast nur etwa 5 v. H. Für Schlupfmotoren

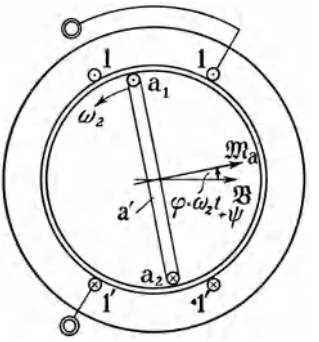
mit		1	2	3	Polpaaren,
ist	$n <$	3000	1500	1000	min^{-1},
	$>$	2850	1425	950	min^{-1}.

Erfinder dieser weitverbreiteten Drehstromschlupfmotoren ist Dolivo-Dobrowolski (AEG).

Art. 172. Asynchronmotoren für Einphasenstrom unterscheiden sich von Asynchronmotoren für Drehstrom in der Ausführung dadurch, daß der Ständer zwei gekreuzte Spulen trägt; im Betriebe dadurch, daß nur eine der beiden Ständerspulen am Netz liegt; in der Wirkungsweise dadurch, daß das Anzugsmoment gering ist.

Die beiden in Reihe geschalteten Spulen $A_1 A_2$, $B_1 B_2$ der Fig. 215 erzeugen ein im Raume festes, zu $\mathfrak{H}_c$ senkrechtes magnetisches Wechselfeld von der Induktion

Fig. 227.



$$\mathfrak{B} = c \cdot i = c I \sqrt{2} \sin \omega_1 t \qquad (42)$$

In diesem Felde drehe sich ein Rotor mit drei Drehstromspulen. Das magnetische Moment $\mathfrak{M}_a$ der einen Drehstromspule bilde mit $\mathfrak{B}$ den Winkel $\varphi = \omega_2 t + \psi$ (siehe Fig. 227). Dann bilden die magnetischen Momente der anderen Spulen mit $\mathfrak{B}$ die Winkel

$$(\omega_2 t + \psi - 120^0) \quad \text{bzw.} \quad (\omega_2 t + \psi - 240^0).$$

Ist F_2 die Größe der von einer Spule umfaßten Fläche, so ist

$$\Phi = F_2 \mathfrak{B} \cos \varphi$$

der umfaßte Induktionsfluß. Hiernach und nach (Gl. 42) ist

$$\Phi_m = F_2 c I_1 \sqrt{2}, \quad \Phi_a = {}^1/_2 \Phi_m \cdot 2 \sin \omega_1 t \cos (\omega_2 t + \psi) \qquad (43)$$

Hierin ist Φ_m der maximale Induktionsfluß, der von jeder der Läuferschleifen umfaßt werden kann. Die Werte für Φ_b bzw. Φ_c erhält man durch Subtraktion der Winkel 120^0 bzw. 240^0 von $\omega_2 t$. Nun ist

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta),$$

also ist

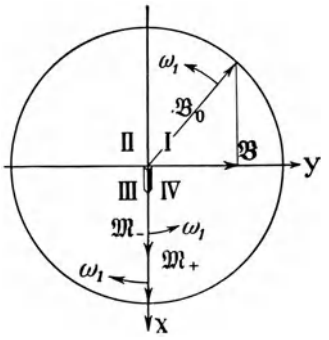
$$\Phi_a = {}^1/_2 \Phi_m \{\sin [(\omega_1 + \omega_2) t + \psi] + \sin [(\omega_1 - \omega_2) t - \psi]\} \qquad (44)$$

Die Umlaufspannungen erhält man, indem man folgende Ausdrücke mit dem oberen Vorzeichen zu den Ausdrücken mit dem unteren Vorzeichen addiert:

$$\left.\begin{aligned} u_a &= {}^1/_2 \Phi_m (\omega_1 \pm \omega_2) \cos [(\omega_1 \pm \omega_2) t \pm \psi] \\ u_b &= {}^1/_2 \Phi_m (\omega_1 \pm \omega_2) \cos [(\omega_1 \pm \omega_2) t \pm \psi \mp 120^0] \\ u_c &= {}^1/_2 \Phi_m (\omega_1 \pm \omega_2) \cos [(\omega_1 \pm \omega_2) t \pm \psi \mp 240^0] \end{aligned}\right\} \cdot \cdot \qquad (45)$$

Die drei Spannungsglieder mit dem oberen Vorzeichen erzeugen Ströme und infolgedessen ein Drehfeld, das gegen eine im Läufer feste Achse ($\mathfrak{M}_a$) mit der Winkelgeschwindigkeit $-(\omega_1 + \omega_2)$, gegen eine im Ständer feste Achse ($\mathfrak{B}$) mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega_1$ umläuft. Die drei Spannungsglieder mit dem unteren Vorzeichen erzeugen ein Drehfeld, das gegen eine im Läufer feste Achse ($\mathfrak{M}_a$) mit der Winkelgeschwindigkeit $+(\omega_1 - \omega_2)$ umläuft, gegen eine im Ständer feste Achse ($\mathfrak{B}$) mit der Winkelgeschwindigkeit $+\omega_1$. Im allgemeinen ist das erste rechtsumlaufende Feld stärker als das zweite linksumlaufende.

Fig. 228.



In Fig. 228 ist $\mathfrak{B}_0$ ein Strahl, dessen Projektion $\mathfrak{B}$ gleich der festgerichteten magnetischen Induktion ist, die von dem Einphasenstrom im Ständer erzeugt wird. $\mathfrak{M}_+$ bzw. $\mathfrak{M}_-$ sind die magnetischen Momente des Läufers, die sich aus dem oberen bzw. unteren Vorzeichen der Gl. (45) ergeben und mit den Winkelgeschwindigkeiten $-\omega_1$ bzw. $+\omega_1$ umlaufen.

Während $\mathfrak{B}_0$ im ersten Quadranten (I) steht, liegt $\mathfrak{M}_+$ in IV, $\mathfrak{M}_-$ in III, so daß die Resultante $\mathfrak{M}$ annähernd die Richtung der x-Achse hat: das auf den Träger des Momentes $\mathfrak{M}$, den Läufer ausgeübte Drehmoment ist positiv.

Verfolgt man $\mathfrak{B}_0$, $\mathfrak{M}_+$ und $\mathfrak{M}_-$ bei ihrem Umlauf, so sieht man, daß das Drehmoment immer positiv ist.

Die Größen ψ und ω_2 der Gl. (45) ändern sich mit der Belastung: die Drehzahl des Läufers fällt mit zunehmender Belastung ab. Der Hauptnachteil des Einphasenmotors besteht darin, daß er bei Stillstand kein zum Anlaufen ausreichendes Drehmoment entwickelt. Man hilft sich in folgender Weise: Man bringt auf dem Ständer eine zweite mit der ersten gekreuzte Wicklung an (z. B. $C_1\,C_2$ in Fig. 215) und schaltet diese in Reihe mit einer Drosselspule zwischen die Netzleiter. Beide Ständerwicklungen werden dann von Strömen mit erheblichem Phasenunterschied durchflossen, so daß ein Drehfeld entsteht und der Motor anläuft. Nach Erreichung der vollen Drehzahl wird die Hilfsspule ($C_1\,C_2$) abgeschaltet.

Art. 173. Als Drehstrommotor mit einphasiger Läuferwicklung läuft ein Drehstrom-Synchronmotor mit verringerter Drehzahl weiter,

wenn er durch zu starke Belastung aus dem Gleichlauf gebracht ist, vorausgesetzt, daß die Belastung mit sinkender Drehzahl n schnell abnimmt, etwa n^2 proportional ist.

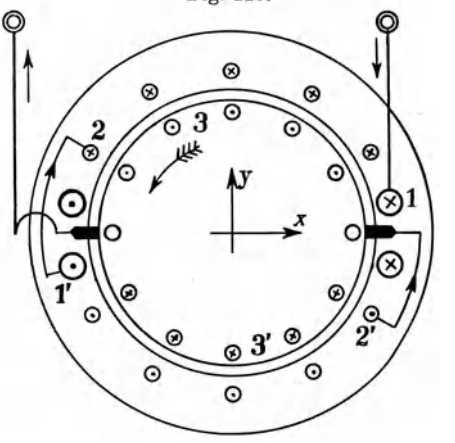
Der zeitliche Mittelwert des Drehmomentes ist durch Gl. (38), S. 205 bestimmt. Der Gleichstrom in der Läuferwicklung liefert keinen Beitrag zum Mittelwert des Drehmomentes. Das Drehmoment ist etwa dreimal kleiner als bei Dreiphasenwicklung des Läufers. Praktischen Wert hat ein solcher Motor daher nicht.

Neunundzwanzigstes Kapitel.

Wechselstrommotoren mit Stromwender.

Art. 174. Der Reihenschlußmotor für Einphasenstrom (siehe die Fig. 182, S. 165 und Fig. 229) besitzt als wichtigste Teile eine Ständerwicklung 11′ und eine Läuferwicklung 33′. Der letzteren wird Strom zugeführt bzw. entnommen durch den Stromwender und zwei Bürsten, die hier als Speisebürsten bezeichnet seien. Die Ständerwicklung 11′ erzeugt im Innern des Läufers ein magnetisches Feld von der absoluten Induktion $\mathfrak{B}_{1y}$. Die Läuferwicklung 33′ erzeugt im Läufer ein Magnetfeld von der Feldstärke $\mathfrak{H}_{3x}$. Die Indizes y und x kennzeichnen die Feldrichtung. Auf den Läufer wirkt nun im Sinne des gefiederten Pfeiles ein Drehmoment, dessen Entstehung man auf verschiedene Weise erklären kann.

Fig. 229.



Man kann sagen: die Felder $\mathfrak{B}_{1y}$ und $\mathfrak{H}_{3x}$ suchen sich parallel zu stellen, weil dabei die magnetische Feldenergie zunimmt. Man kann sagen: gleichgerichtete Ströme ($\times$, $\times$ und . , .) ziehen einander an, entgegengesetzt gerichtete ($\times$, . und . , $\times$) stoßen einander ab. Man kann auch sagen: auf die Drähte 3 bzw. 3′ wirken im Felde $\mathfrak{B}_{1y}$ nach links bzw. nach rechts gerichtete Kräfte.

Kehrt man die Richtung des Stromes und damit die Richtungen der Felder $\mathfrak{B}_{1y}$ und $\mathfrak{H}_{3x}$ gleichzeitig um, so behält das Drehmoment seinen Sinn. Ein Reihenschlußmotor für Gleichstrom läuft also auch, wenn er mit Wechselstrom betrieben wird. Damit keine starken Wirbelströme im Eisen entstehen, muß sowohl das Eisen des Ständers wie das des Läufers fein unterteilt sein, d. h. aus dünnen Blechen gebildet werden.

Damit ein brauchbarer Motor für Wechselstrom entsteht, muß eine zweite Ständerwicklung 22′ vorhanden sein, deren magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}_{2-x}$ möglichst gleich und entgegengesetzt der Feldstärke $\mathfrak{H}_{3x}$ des Läuferstromes ist. Die Änderung der Feldenergie, die bei einer kleinen Drehung des Läuferfeldes $\mathfrak{H}_{3x}$ eintritt, wird durch das Ständerfeld $\mathfrak{H}_{2-x}$ nicht beeinflußt, also auch nicht das auf den Läufer wirkende Drehmoment.

Da das Feld $\mathfrak{H}_{2-x} + \mathfrak{H}_{3x} \approx 0$ ist, so sind die induktiven Spannungen an den Wicklungen 33′ des Läufers und 22′ des Ständers verschwindend klein. Zwischen den Speisebürsten herrscht dann nur die Spannung u_3, die durch Drehung des Läufers erzeugt wird. Diese ist der Induktion $\mathfrak{B}_{1y}$ proportional, hat also mit dem Strome i gleiche Phase. Die Spannung u_2 an der Wicklung 22′ ist ≈ 0. Wenn die Spannung u_1 an der Wicklung 11′ klein gegen die durch Bewegung erzeugte Spannung u_3 ist, so ist die Klemmenspannung $u_k = u_1 + u_3$ mit dem Strome i in Phase, so daß der Leistungsfaktor $\cos\varphi \approx 1$ wird. Bei hoher Drehzahl ist diese Bedingung so weit erfüllt, wie es für wirtschaftlichen Betrieb notwendig ist.

Da die Spannung an der Wicklung 22′ gering ist, so kann man die Wicklung kurz schließen, ohne Stärke und Phase des in ihr fließenden Stromes merklich zu ändern.

Art. 175. Der Repulsionsmotor (siehe Fig. 230) besitzt eine Ständewicklung 11′, ferner eine Trommelankerwicklung 22′, die durch Kurzschlußbürsten in zwei Stromgebiete geteilt ist. Die Bürstenebene (eine Art Wasserscheide) fällt mit der Richtung der magnetischen Läuferachse zusammen und sei um den Winkel α aus der Nullstellung heraus gedreht. Das Läuferfeld hat dann die Komponenten

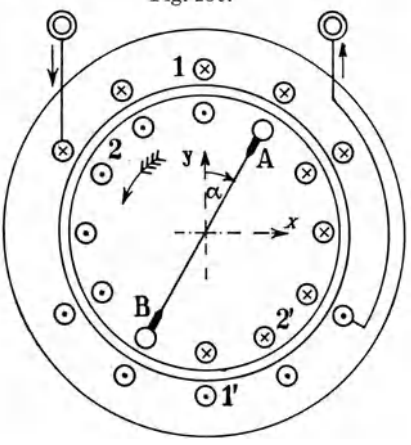
$$|\mathfrak{H}_{2y}| = |\mathfrak{H}_{2\alpha}| \cdot \cos\alpha \quad \text{und} \quad |\mathfrak{H}_{2x}| = |\mathfrak{H}_{2\alpha}| \cdot \sin\alpha \; . \; . \quad (46)$$

Der Läuferstrom ist proportional der Anzahl der Ankerwindungen, die innerhalb des Winkels 2α liegen. Man kann also $|\mathfrak{H}_{2\alpha}| = c\alpha$ setzen und erhält dann aus Gl. (46)

$$|\mathfrak{H}_{2y}| = c\alpha \cdot \cos\alpha \quad \text{und} \quad |\mathfrak{H}_{2x}| = c\alpha \cdot \sin\alpha \; . \; . \; . \quad (47)$$

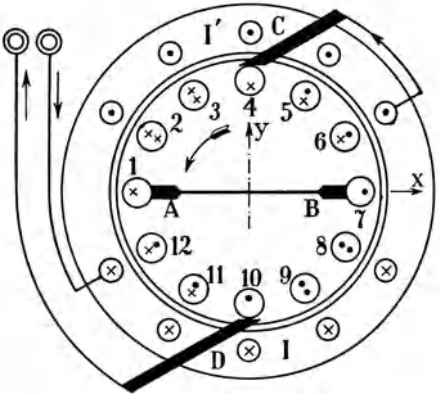
Das Läuferfeld $\mathfrak{H}_{2y}$ sucht sich nun dem Ständerfeld $\mathfrak{B}_{1-x}$ parallel zu stellen, das Drehmoment wirkt der Bürstenverstellung α entgegen. Man kann also den Drehsinn umkehren, d. h. den Motor umsteuern dadurch, daß man die Bürstenebene durch die Nullage hindurch nach der anderen Seite der Nullage dreht.

Fig. 230.



Art. 176. Der Reihenschluß - Kurzschlußmotor (Latour, Winter, Eichberg u. a.) besitzt eine Ständerwicklung II′ und eine Trommelankerwicklung, an der zwei Speise- und zwei Kurzschlußbürsten anliegen (siehe Fig. 231). In den beiden Wicklungshälften, die durch die Kurzschlußbürsten AB geschieden sind, entsteht durch Induktion ein Strom i_2, der gegen i_1 um 180° in der Phase verschieden ist. Infolgedessen heben sich die Felder, die von den Strömen i_1 und i_2 erzeugt werden, fast ganz auf. Die Spannung an der Wicklung 1 ist also sehr gering. Ferner ist das Feld der Maschine fast allein durch den Strom erzeugt, der durch die Speisebürsten der Läuferwicklung zugeführt bzw. entnommen wird; es ist als $\mathfrak{B}_{3-y}$ zu bezeichnen.

Fig. 231.



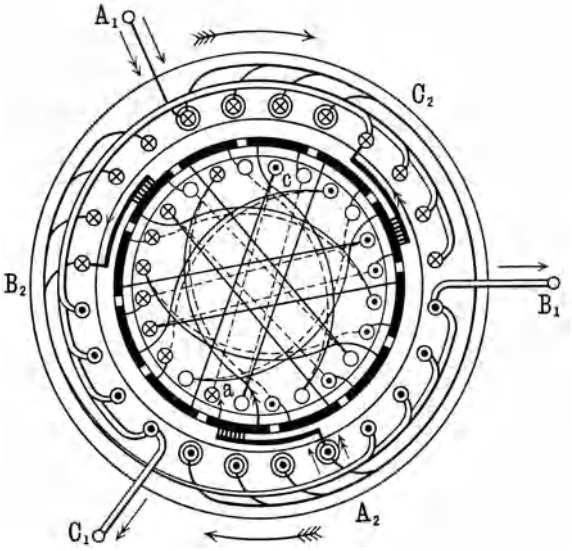
Das Drehmoment wirkt zwischen den Feldern $\mathfrak{H}_{1x}$ und $\mathfrak{B}_{3-y}$ und ist dem Uhrzeiger entgegengerichtet, d. h. positiv. Der Umstand, daß $\mathfrak{H}_{1x}$ durch $\mathfrak{H}_{2-x}$ fast aufgehoben ist, verkleinert nicht etwa das Drehmoment, da die bei einer kleinen Drehung des Ankers eintretende Änderung der Feldenergie durch $\mathfrak{H}_{2-x}$ nicht beeinflußt wird.

Gewöhnlich sind mit der Ständerwicklung nicht die Speisebürsten, sondern die Primärwindungen eines Transformators in Reihe geschaltet. Die Speisebürsten liegen dann an den Sekundärwindungen, deren Zahl durch einen Stufenschalter geändert werden kann.

Ihre wichtigste Anwendung finden Einphasenmotoren mit Stromwender im Bahnbetrieb (siehe Art. 206).

Art. 177. Der Reihenschlußmotor für Drehstrom (siehe Fig. 232) besitzt einen Ständer mit Drehstromwicklung und einen Läufer mit Trommelankerwicklung. Aus den drei unverketteten Spulen der Ständerwicklung tritt der Strom durch drei Schleifbürsten in den

Fig. 232.



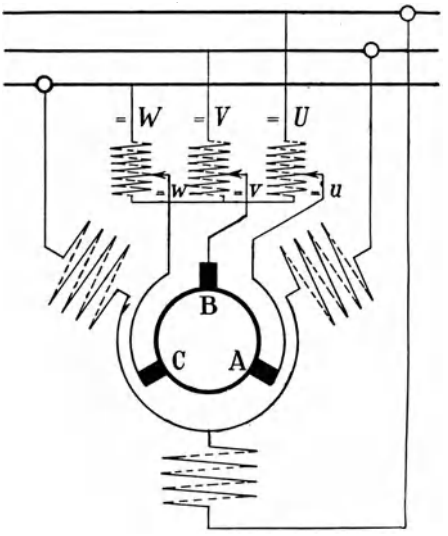
Stromwender des Trommelankers. In Fig. 232 ist der Stromverlauf in einem Zeitpunkt dargestellt, in dem der bei A_1 eintretende Strom seinen Höchstwert hat. Bei B_1 und C_1 treten dann zwei Ströme von halber Stärke aus. Das von der Ständerwicklung erzeugte Feld ist bei diesem Zeitpunkt $\mathfrak{B}_{-x}$, das Läuferfeld $\mathfrak{H}_{-y}$. Das Drehmoment hat den Drehsinn des Uhrzeigers, ist also negativ.

Im allgemeinen erzeugt die Läuferwicklung — bei beliebiger Drehzahl — ein Drehfeld, welches mit derselben Winkelgeschwindigkeit und demselben Drehsinn umläuft wie das von der Ständer-

wicklung erzeugte Drehfeld. Das Läuferdrehfeld eilt dem Ständerdrehfeld um einen Winkel nach, der von der Bürstenstellung abhängt. Das Drehmoment ist am größten, wenn die Nacheilung 90° beträgt; es ist Null, wenn beide Drehfelder gleichgerichtet sind. Es ist dem Drehsinn der Drehfelder entgegengerichtet, wenn das Läuferfeld dem Ständerfeld voraneilt. Man kann also durch Bürstenverstellung den Motor umsteuern und die Drehzahl in weiten Grenzen ändern (Görges).

Art. 178. Der Nebenschlußmotor für Drehstrom ist in Fig. 233 dargestellt. Der Ständer trägt Drehstromwicklung, der Läufer Trommelankerwicklung. Die drei Spulen der Drehstromwicklung werden in der Regel durch Sternschaltung verkettet. Die drei Schleifbürsten liegen an den Sekundärklemmen eines Spartransformators, dessen Primärklemmen an den drei Außenleitern des Drehstromnetzes liegen. Die Zahl der Sekundärwindungen läßt sich durch einen dreifachen Stufenschalter bequem ändern. Die Bürstenspannung läßt sich also in weiten Grenzen ändern und damit bei gleichbleibendem Drehmoment die Drehzahl (vgl. Art. 131).

Fig. 233.



Bei konstanter Spannung an der Ständerwicklung und zwischen den Bürsten läuft der Motor, wie ein Nebenschlußmotor für Gleichstrom, bei beliebiger Belastung mit fast gleicher Drehzahl.

Dreißigstes Kapitel.

Übersicht über elektrische Maschinen.

Art. 179. Die wichtigsten elektrischen Maschinen sind in folgender Tab. 1 zusammengestellt. Die Symbole hinter der Nummer werden später näher erläutert, sie kennzeichnen der Reihe nach: Verwendung, Ständerwicklung, Läuferwicklung, Sitz der Feldwicklung.

Tabelle 1.

Gleichstrommaschinen, Seite 146—181.

Nr. 1) $G, M \cdot I \cdot t_1 \cdot S$ Nebenschlußmaschine für Gleichstrom,
„ 2) $M \cdot I \cdot t_1 \cdot S$ Reihenschlußmotor für Gleichstrom.

Synchronmaschinen für Wechselstrom, Seite 181—199.

„ 3) $G, M \cdot I \cdot g \cdot L$ Synchronmaschine für Einphasenstrom,
„ 4) $G, M \cdot III \cdot g \cdot L$ Synchronmaschine für Drehstrom,
„ 5) G Mittel- oder Hochfrequenzmaschine.

Einankerumformer, Seite 199—203.

„ 6) $(GM) \cdot I \cdot t_2 \cdot S$ Einphasen-Gleichstromumformer,
„ 7) $(GM) \cdot I \cdot t_3 \cdot S$ Drei- od. Sechsphasen-Gleichstromumformer.

Asynchronmotoren, Seite 204—209.

„ 8) $M \cdot II \cdot d$ Induktionsmotor für Einphasenstrom,
„ 9) $M \cdot III \cdot d \cdot L$ Drehstrommotor.

Einphasenstrommotoren mit Stromwender, S. 209–212.

„ 10) $M \cdot II \cdot t_1$ Reihenschlußmotor,
„ 11) $M \cdot I \cdot t_3$ Repulsionsmotor,
„ 12) $M \cdot I \cdot t_2$ Reihenschlußkurzschlußmotor.

Drehstrommotoren mit Stromwender, Seite 212—213.

„ 13) $M \cdot III \cdot t_4$ Reihenschlußmotor für Drehstrom,
„ 14) $M \cdot III \cdot t_4$ Nebenschlußmotor für Drehstrom.

Jeder beliebige Motor (M in obiger Tabelle 1) kann mit jedem beliebigen Generator (G in Tabelle 1) zu einem Maschinensatze gekuppelt werden. Solche Maschinensätze werden in der Regel als Motorgenerator bezeichnet. Einankerumformer (E in der Tabelle 1) sind Maschinen, die zugleich als Motoren und Generatoren dienen, d. h. elektrische Leistung aufnehmen und abgeben.

Maschinen, deren magnetischer Kreis sicher nur von der Ständerwicklung oder nur von der Läuferwicklung erregt wird, sind in Tabelle 1 durch *S* oder *L* gekennzeichnet.

Art. 180. Die wichtigsten Ständer. Ständer für konstanten Induktionsfluß werden meistens aus massivem Eisen hergestellt und besitzen ausgesprochene Pole (siehe z. B. die Fig. 167 und 168). Bisweilen wird der Schaft der Pole massiv, der eigentliche Polschuh aus unterteilten Eisenblechen hergestellt.

Ständer für wechselnden Induktionsfluß werden aus Eisenblechen aufgebaut und besitzen keine ausgesprochenen Pole, sondern verteilte Wicklungen (siehe die Fig. 203 und 204).

Wir fassen hier nur zweipolige Maschinen ins Auge und sehen von Maschinen mit Wendepolen bzw. Wendezähnen ab, ebenso von unipolaren Maschinen. Dann kann man über die Ständerwicklungen folgendes aussagen:

I. Einen Ständer mit einer magnetischen Achse haben die Maschinen Nr. **1**, **2**, 3, **6**, **7**, 11, 12.

II. Einen Ständer mit zwei gekreuzten magnetischen Achsen besitzen die Maschinen Nr. 8, 10.

III. Einen Ständer mit drei, um je 120° gegeneinander versetzten magnetischen Achsen besitzen die Maschinen Nr. 4, 9, 13, 14.

Der Repulsionsmotor Nr. 11 kann nach I. oder II. ausgeführt werden. Massive Ständer kommen nur für die Maschinen mit fettgedruckter Nummer in Frage.

Art. 181. Die wichtigsten Läufer. Einen Läufer mit ausgesprochenen Polen, ein sogenanntes Magnetrad, besitzen nur große Synchronmaschinen für Wechselstrom, Nr. 3 und 4 in Tabelle 1 (siehe Fig. 204, S. 186).

Läufer, die aus Eisenblechen aufgebaut sind, kommen in allen anderen Maschinen zur Verwendung. Läufer mit kleinerem Durchmesser besitzen einen aus kreisrunden Eisenblechen geschichteten Kern. Bei Läufern mit größerem Durchmesser ist der Kern massiv, und nur der Rand aus Eisenblechen aufgebaut. Am Rande besitzen diese Läufer Nuten, die zur Welle parallel sind und zur Aufnahme der Wicklung dienen.

Eine Gleichstromwicklung mit zwei Schleifringen (*g* in Tabelle 1) dient immer zur Erzeugung des Magnetfeldes.

Eine verkettete Dreiphasenwicklung (d in Tabelle 1) kann entweder kurzgeschlossen sein oder an drei Schleifringen liegen, deren Bürsten durch veränderliche Widerstände geschlossen sind.

Eine Trommelankerwicklung ist entweder nur mit einem Stromwender verbunden ($t_1 \cdots t_4$ in Tabelle 1) oder mit einem Stromwender und Schleifringen (t_s in Tabelle 1). Die am Stromwender liegenden Bürsten können entweder kurz oder durch einen äußeren Stromzweig geschlossen sein und demnach als Kurzschluß- oder Speisebürsten unterschieden werden. Bei $2p$ Polpaaren haben die in Tab. 1 mit

t_1	bezeichneten Maschinen	$2p$ Speisebürsten,
t_2		$2p$ Speise-, $2p$ Kurzschlußbürsten,
t_3		$2p$ Kurzschlußbürsten,
t_4		$3p$ Speisebürsten.

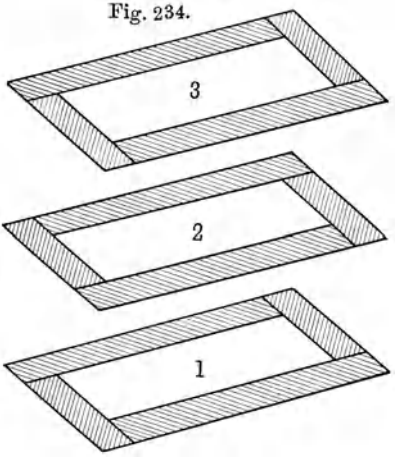
Einunddreißigstes Kapitel.

Aufbau und Wirkungsweise von Transformatoren.

Art. 182. Der Aufbau des Eisenkernes für einen Transformator ist in Fig. 234 schematisch dargestellt.

1. Aus dünnem, auf einer Seite mit Papier beklebtem Eisenblech werden Streifen gestanzt; in der Regel zwei Arten von Streifen verschiedener Länge. Man kann diese Streifen zu einzelnen Rahmen 1, 2, 3 zusammenlegen und dann die Rahmen übereinander schichten. Dabei ist darauf zu achten, daß die Fugen des 1., 3., 5. Rahmens usw. übereinander liegen, nicht etwa die Fugen zweier benachbarter Rahmen.

Fig. 234.



2. In Fig. 235 ist die Wicklung eines Transformators dargestellt. Der Kern wird von zwei Spulen 1 und 2 umschlungen. Die Windungszahlen der Spulen seien w_1 bzw. w_2. Die Spule mit der kleineren bzw. größeren Windungszahl sei als Unter- bzw. Oberspannungsspule bezeichnet. Die Spule,

der elektrische Arbeit zugeführt wird, sei als Primärspule, die andere, der elektrische Arbeit entnommen wird, sei als Sekundärspule bezeichnet. In Wirklichkeit sind die Spulen meistens anders angeordnet als Fig. 235 zeigt, nämlich gemäß Fig. 236. Die Unter-

Fig. 235.

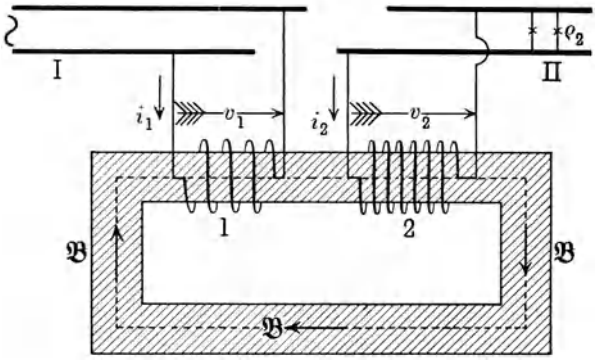


Fig. 236.

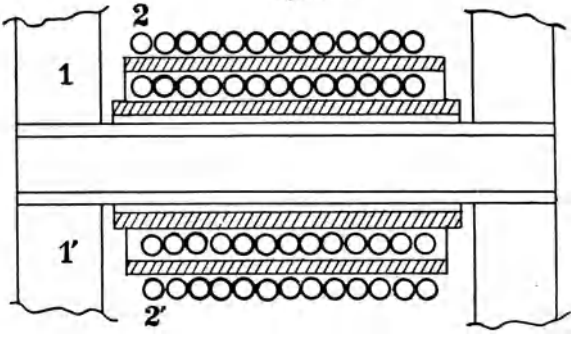


Fig. 237.

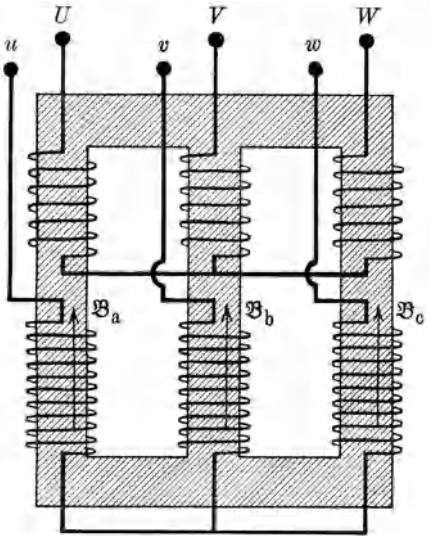


spannungsspule liegt in der Regel dem Eisenkern näher. Gewöhnlich sind auf jedem Schenkel des Eisenkernes je zwei Spulen angebracht. Die beiden inneren Spulen werden in Reihe geschaltet, ebenso die beiden äußeren Spulen. Man nennt eine solche Wicklung Röhrenwicklung.

Um den Querschnitt der runden Windungen besser auszunutzen, wird der Eisenkern in der Regel nicht aus zwei, sondern aus vier Streifenarten verschiedener Länge aufgebaut und erhält einen Querschnitt, wie es die Fig. 237 zeigt. Die Blechstreifen werden in die fertigen Spulenkörper eingeschoben.

3. In Fig. 238 ist ein Transformator dargestellt, der nicht nur zwei, sondern drei Schenkel besitzt, deren jeder eine Primär- und eine Sekundärspule trägt. Die drei Primärspulen und ebenso die drei Sekundärspulen sind sterngeschaltet.

Fig. 238.



4. Man unterscheidet Luft- und Öltransformatoren. Das Öl bietet Gewähr für eine bessere Isolation der Spulen und ermöglicht eine stärkere Abfuhr der Stromwärme als Luft. In der Regel werden Transformator und Ölfüllung in einem Eisenblechgefäß angeordnet. Letzteres ist durch autogene Schweißung gedichtet und hat gerieffelte Außenwände, deren große Oberfläche viel Wärme an die umgebende Luft abzugeben vermag. Die Ölfüllung muß zunächst durch Stromwärme gekocht und dadurch von Wasser befreit werden.

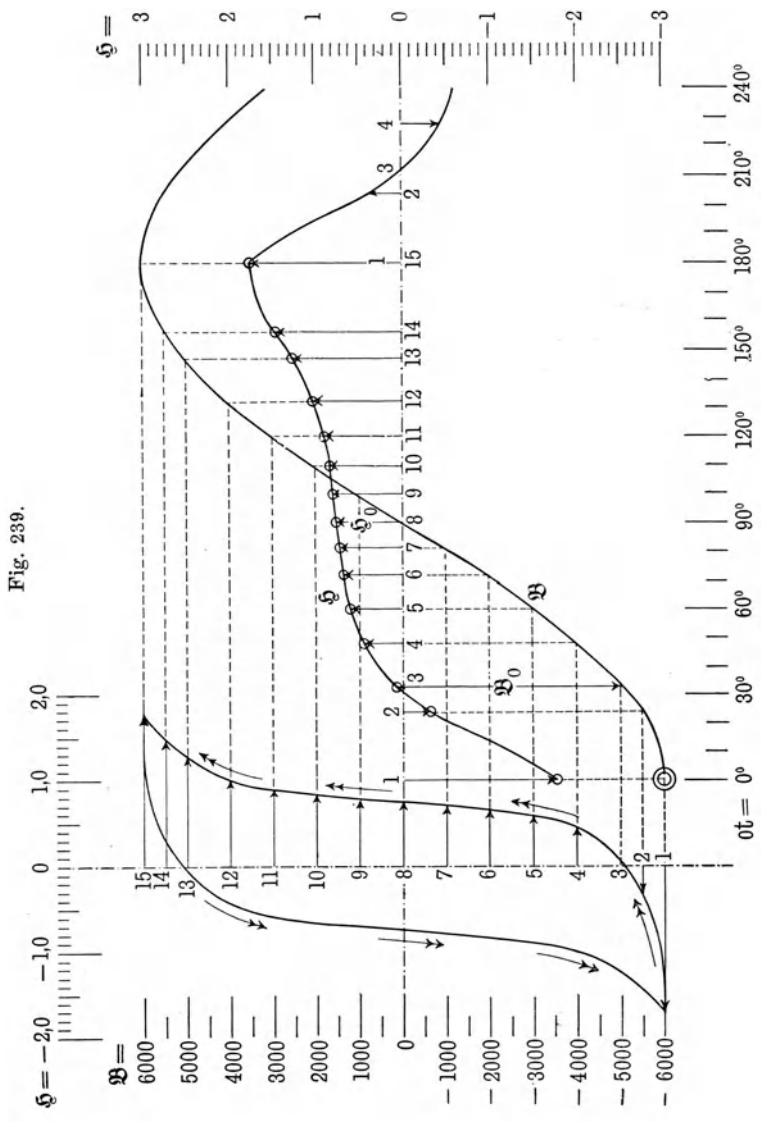
Art. 183. Induktion eines Eisenkernes und Feldstrom. In der rechten Hälfte der Fig. 239 ist die sinusartig verlaufende relative Induktion $\mathfrak{B}_i$ ($\mathfrak{B}$) als Funktion des Zeitwinkels ωt dargestellt. In der linken Hälfte der Figur ist die Magnetisierungskurve für das benutzte Eisen gezeichnet, die zwischen den Grenzwerten $\pm$ 6000/0,4 π [A/cm] aufgenommen ist. Aus der Kurve kann man nun die zu jedem beliebigen Werte der Induktion $\mathfrak{B}_i$ gehörige Feldstärke $\mathfrak{H}$ entnehmen. Aus dem zeitlichen Verlauf der $\mathfrak{B}_i$-Kurve und der Magnetisierungskurve ergibt sich also der zeitliche Verlauf der $\mathfrak{H}$-Kurve.

Nach dem I. Grundgesetz ist der Zeitwert i_m des Feldstromes jederzeit proportional der Feldstärke $\mathfrak{H}$. Umschlingt der Strom i_m einen Eisenkern von der Länge l in w Windungen, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = i_m w/l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

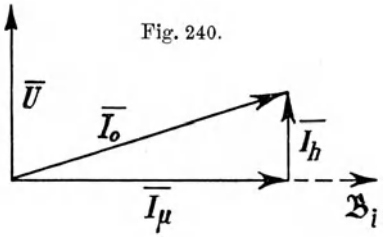
Zerlegt man die $\mathfrak{H}$- oder i_m-Kurve in eine Fouriersche Reihe, so erhält man als Sinusgröße mit der Grundkreisfrequenz ω eine

Sinusgröße i_0, die als Ersatzfeldstrom bezeichnet sei. Man kann den Ersatzfeldstrom i_0 in zwei Sinusströme zerlegen, in den Magnetisierungsstrom i_μ und den Hysteresisstrom i_h, und zwar so,



daß i_μ mit der Induktion $\mathfrak{B}_i$ gleiche Phase hat, i_h um $90^0 = \pi/2$ vor $\mathfrak{B}_i$ vorauseilt. In Fig. 240 sind die Effektivwerte I_0, I_μ und I_h als Strahlen gezeichnet.

Fig. 240.



Art. 184. Spulenspannung und Änderungsgeschwindigkeit der Induktion. In jeder Windung, die den Induktionsfluß Φ einmal umschlingt, entsteht nach dem II. Grundgesetz die Umlaufspannung Φ'. Bei Transformatoren für eine Leistung von einigen kW und eine Frequenz von 50 sek^{-1} ist die Umlaufspannung einer Windung etwa 1 Volt.

In w Windungen entsteht die w-fache Spannung. Ferner ist der absolute Induktionsfluß $\Phi = \mu_0 F \mathfrak{B}_i$. Daraus folgt: Ändert sich die relative Induktion $\mathfrak{B}_i$ eines Eisenkernes sinusartig zwischen den Grenzwerten $\pm \mathfrak{B}_{im}$, und ist f die Frequenz der Wechselgröße $\mathfrak{B}_i$, so entsteht in w, den Eisenkern vom Querschnitt F umschlingenden Windungen die Umlaufspannung [1])

$$\left.\begin{aligned} U &= 2\pi\mu_0 w f \cdot F \mathfrak{B}_{im} \\ &= 0{,}558 \cdot 10^{-7} w \frac{f}{[\mathrm{sek}^{-1}]} \frac{F}{[\mathrm{cm}^2]} \frac{\mathfrak{B}_{im}}{[\mathrm{A/cm}]} \text{ Volt} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Die Umlaufspannung u eilt der Induktion $\mathfrak{B}_i$ um $90^0 = \pi/2$ voraus. Daher ist in Fig. 240 der Strahl, der $\overline{U}$ darstellt, um $\pi/2$ gegen die Strahlen gedreht, die die Magnetisierungskomponente $\overline{I}_\mu$ bzw. die Induktion $\mathfrak{B}_i$ darstellen.

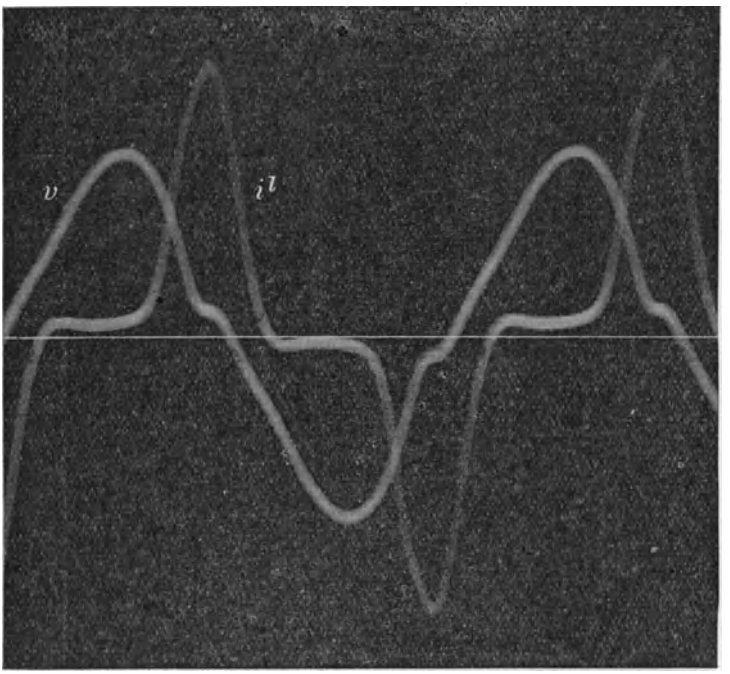
Fig. 241 ist eine photographische Aufnahme des zeitlichen Verlaufs der Klemmenspannung u und des (bei Leerlauf allein vorhandenen) Feldstromes i_m. In der Figur sind u bzw. i_m als v bzw. i_l bezeichnet. Die relative Induktion $\mathfrak{B}_i$ erreicht ihren Höchstwert zur selben Zeit wie der Feldstrom, eilt also der Spannung um $\pi/2$ nach.

---

[1]) Wird $\mathfrak{B}_{im}$ statt in A/cm in Gauß gemessen, so ist der Zahlenfaktor 0,558 durch den Faktor 0,444 zu ersetzen.

Der Feldstrom i_m hat in Fig. 241 einen wesentlich anderen Verlauf als die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in Fig. 239. Die Ursache liegt darin, daß in Fig. 241 die Grenzen $\pm \mathfrak{B}_{im}$ der Induktion fast dreimal größer gewählt sind als in Fig. 239. Um so spitze Stromkurven zu ver-

Fig. 241.



meiden, wählt man fast immer niedrige Grenzen der Induktion, die 5000 A/cm nicht überschreiten. Dann verläuft der Feldstrom wie die $\mathfrak{H}$-Kurve in Fig. 239 und ist sehr klein gegen den normalen primären Arbeitsstrom $i_1 - i_m$. Ein weiterer Grund dafür, niedrige Grenzen der Induktion zu wählen, liegt in dem Umstand, daß sonst mit zunehmender Belastung die Streuung zunehmen, der Kopplungsgrad abnehmen kann.

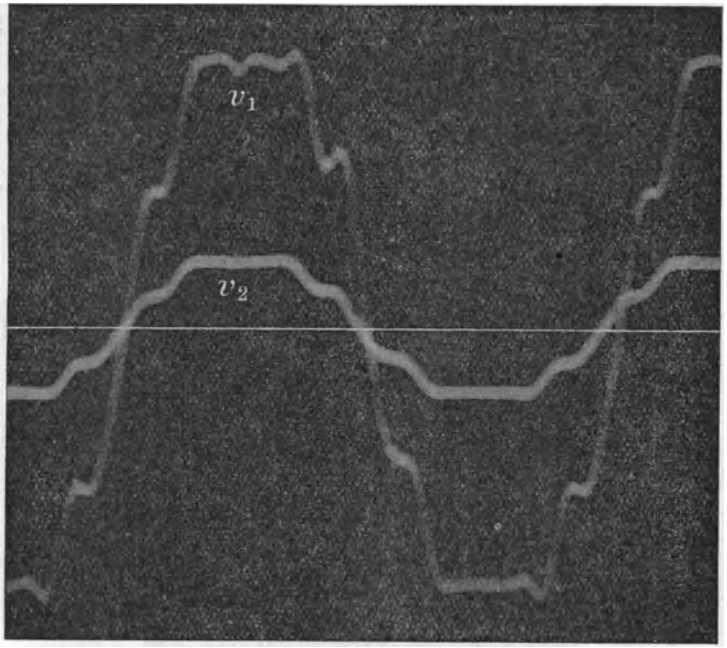
Art. 185. Der normal belastete, streuungsfreie Transformator mit verschwindend kleinen Widerständen. Der streuungsfreie Transformator hat die Eigenschaft, daß bei beliebigen Stromstärken (i_1 und i_2 in Fig. 235) jede einzelne Windung von demselben Induktionsfluß Φ durchsetzt wird. Nach dem II. Grundgesetz ist die Umlauf-

spannung jeder Windung gleich dem magnetischen Schwund $-\Phi'$. Also gilt für die Umlaufspannungen

$$u_1 = -w_1\Phi', \quad u_2 = -w_2\Phi', \quad u_2/u_1 = w_2/w_1 = w_{21} = U_2/U_1 \quad (50)$$

Man kann sich vorstellen, daß die beiden Wicklungen (1 und 2 in Fig. 235) widerstandsfrei seien, und daß ihnen zwei kleine Wider-

Fig. 242.



stände R_1 und R_2 vorgeschaltet seien, die gleich den Widerständen der wirklichen Wicklungen sind. Also gilt für die Klemmenspannungen

$$u_{k1} = R_1 i_1 + u_1, \quad u_{k2} = R_2 i_2 + u_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

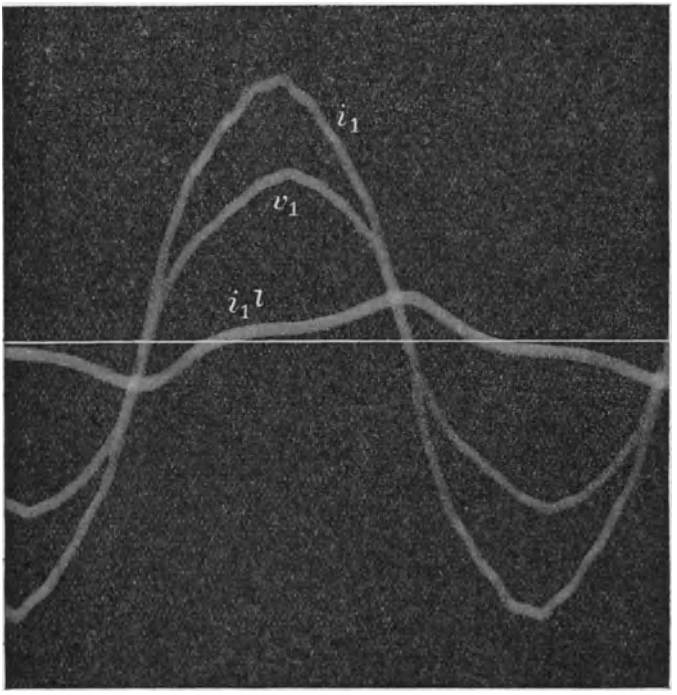
$$u_{k2}/u_{k1} \approx w_2/w_1 \approx w_{21} \approx U_{k2}/U_{k1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

Wir bezeichnen $w_2/w_1 = w_{21}$ als Windungsverhältnis, U_{k2}/U_{k1} als Spannungsübersetzung.

2. Die der Sekundärwicklung entzogene Leistung nennt man Belastung. Bei normaler Belastung eines Transformators behält die primäre Klemmenspannung denselben Wert wie bei der Belastung Null. Bei normaler Belastung ist der Spannungsabfall $U_{k1} - U_1$ in der Primärspule verschwindend klein gegen U_{k1}, hat also der In-

duktionsfluß Φ fast denselben Wert wie bei der Belastung Null. Daher müssen auch Feldstärke und Feldstrom in beiden Fällen fast gleiche Werte haben. Der Überschuß des Primärstromes i_1 über den Feldstrom i_m sei als Arbeitsstrom $i_1 - i_m$ bezeichnet. Seine magnetische

Fig. 243.



Wirkung muß durch den Sekundärstrom i_2 gerade aufgehoben werden. Es ist also in großer Annäherung

$$(i_1 - i_m)\, w_1 + i_2 w_2 = 0 \quad \text{oder} \quad i_1 w_1 + i_2 w_2 \approx 0 \; . \; . \quad (53)$$

Die erste der Gl. (53) gilt für Leerlauf ($i_2 = 0$ und $i_1 = i_m$) und normale Belastung, die zweite nur für normale Belastungen, bei denen der Feldstrom i_m gegen den Arbeitsstrom vernachlässigt werden kann.

Fig. 242 bestätigt den Inhalt der Gl. (52). Die primäre Klemmenspannung ist von einem Einphasen-Einankerumformer erzeugt und weicht stark von der Sinusform ab. Alle Abweichungen treten auch an den sekundären Klemmen auf. Bei sinusartiger Klemmenspannung auf der Primärseite herrscht auch auf der Sekundärseite sinusartige Spannung.

Fig. 243 ist eine photographische Aufnahme der primären Klemmenspannung u_1 (dort v_1), des Primärstroms i_1 und des Feldstroms i_m (dort i_1'). In den Fig. 239 und 243 sind gleiche Grenzwerte $\pm \mathfrak{B}_{im}$ der Induktion angenommen bzw. hergestellt, haben daher $\mathfrak{H}$ bzw. i_m den gleichen zeitlichen Verlauf.

Die Fig. 244 und 245 sind einfache Vektorgramme der vier Wechselgrößen: der zwei Klemmenspannungen und der zwei Stromstärken. In Fig. 244 sind die Widerstände der Spulen vernach-

Fig. 244.

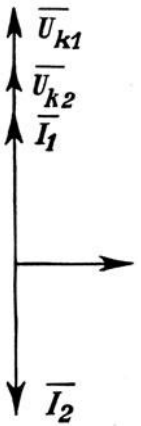


Fig. 245.

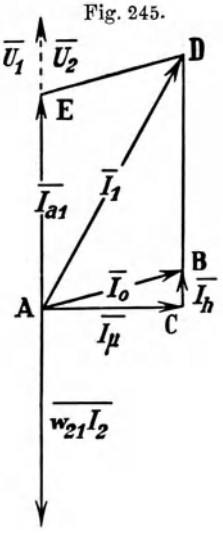
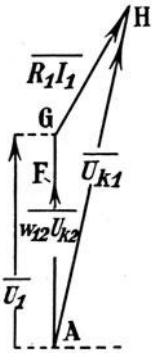


Fig. 246.



lässigt, ferner auch der Feldstrom. Dann sind u_1, u_2 und i_1 von gleicher, i_2 von entgegengesetzter Phase. In Fig. 245 sind nur die Widerstände vernachlässigt, während der Ersatzfeldstrom i_0 berücksichtigt ist. Dann eilt die sekundäre Stromstärke i_2 den beiden Spannungen um 180°, der primären Stromstärke I_1 um etwas weniger als 180° nach.

Für die Effektivwerte sinusartiger Arbeitsströme ergibt sich aus Gl. (53) die Beziehung

$$I_1 w_1 \approx I_2 w_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54a)$$

Die dem Transformator zugeführte bzw. entnommene Leistung ist durch die Näherungsgleichung gegeben

$$U_{k1} \cdot I_1 \approx U_{k2} \cdot I_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54b)$$

Art. 186. Der normal belastete Transformator mit endlichen Widerständen. Ist r_2 der Schließungswiderstand, R_2 der innere Widerstand der Sekundärspule, so wird

$$R_{22} = r_2 + R_2, \quad u_{k2} = -r_2 i_2 \text{ bzw. } u_2 = -R_{22} i_2 \quad . \quad (55)$$

Hierin sind u_{k2} bzw. u_2 die Klemmen- bzw. die Umlaufspannung der Sekundärspule (vgl. die Fig. 124 und 235).

Aus den beiden letzten Gl. (55) folgt für den Fall sinusartiger Wechselgrößen die Gleichheit der Effektivwerte

$$U_{k2}/r_2 = I_2 = U_2/R_{22} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Diese mit w_{21} multiplizierten Größen sind in Fig. 245 als Vektor aufgefaßt und durch den Strahl $\overline{AE}$ der Größe und Phase nach dargestellt.

In Fig. 245 ist also

$$\overline{U_{k2}\, w_{21}/r_2} = -\overline{I_2 w_{21}} = \overline{AE}.$$

Multipliziert man die so ermittelte Größe mit $w_{12}^2 r_2$, so erhält man die Größe $U_{k2} w_{12}$. In Fig. 246 ist der Strahl $\overline{AF}$ gleich dem Vektor $\overline{U_{k2} w_{12}}$ gezeichnet, der Strahl $\overline{AG}$ gleich dem Vektor $\overline{U_2 \cdot w_{12}} = \overline{U_1}$. Nach Gl. (56) ist $AG = AF\,[1 + R_2/r_2]$. Um aus der Umlaufspannung U_1 die Klemmenspannung U_{k1} zu finden, muß man zu dem Strahl $\overline{AG} = \overline{U_1}$ den Strahl $\overline{GH} = \overline{R_1 I_1}$ geometrisch addieren. Es ist also in Fig. 246 der Strahl $\overline{AH} = \overline{U_{k1}}$.

Bei endlichen Widerständen der primären und der sekundären Wicklung nehmen ihre Höchstwerte an der Reihe nach die Größen: 1. U_{k2} und U_2 und U_1 gleichzeitig, 2. etwas später U_{k1}, 3. etwas später I_1, 4. um annähernd π/ω später I_2. Die sekundäre Stromstärke I_2 eilt den anderen Größen um genau bzw. fast 180^0 nach. Je größer die Wicklungswiderstände sind, um so größer muß die primäre Klemmenspannung sein, damit die gleichen Ströme fließen.

Bei normaler Belastung ist der Feldstrom sehr klein gegen die Arbeitsströme. Dann macht man keinen großen Fehler, wenn man U_1 und $R_1 I_1$ algebraisch addiert. Man erhält dann für die Spannungsübersetzung den Ausdruck

$$\frac{U_{k2}}{U_{k1}} \approx \frac{w_{21}}{1 + (R_2 + w_{21}^2 R_1)/r_2}, \quad w_{21} = \frac{w_2}{w_1} \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

Die Gleichung gilt nur für den normal belasteten Transformator, d. h. nicht für den unbelasteten und auch nicht für den sekundär kurzgeschlossenen Transformator. Sie zeigt, daß die Spannungsübersetzung 1. annähernd gleich dem Windungsverhältnis w_{21} ist, wenn der Schließungswiderstand r_2 groß ist; 2. allmählich abnimmt, wenn der Schließungswiderstand r_2 verkleinert wird.

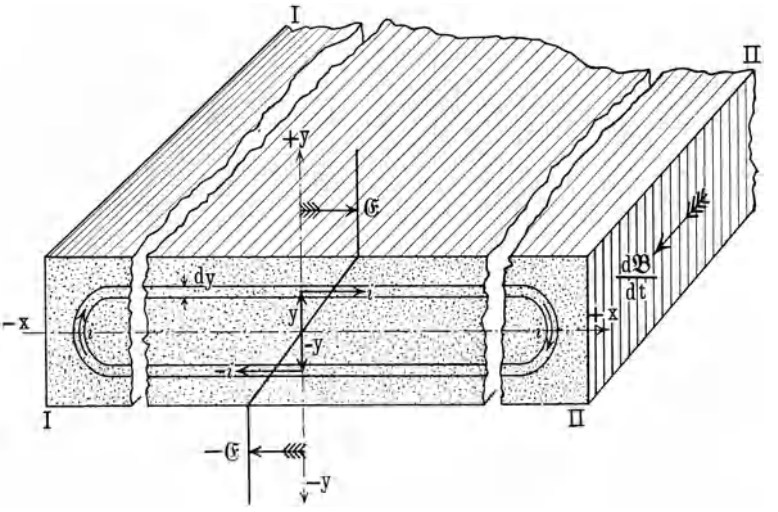
Zweiunddreißigstes Kapitel.

Die Verlustleistungen.

Art. 187. Die Wirbelstromleistung innerhalb der einzelnen Blechstreifen eines Transformatorkernes läßt sich auf Grund der Fig. 247 berechnen.

Die Dicke d eines Streifens sei sehr klein im Vergleich zu der Breite b und der Länge l. Dann kann man die Vorgänge an den

Fig. 247.



Rändern des Streifens vernachlässigen. Ferner sei die Leitfähigkeit $\varkappa$ des Eisens so klein, daß die Wirbelströme schwach sind und keine Rückwirkung auf die Induktion $\mathfrak{B}_i$ ausüben.

Der Teilstrom di verlaufe in den Abständen $\pm y$ von der Mittelebene des Streifens. Er umschlingt einen zylindrischen Körper von der Länge l und dem Querschnitt $2y \cdot b$. Der von diesem Stromwege

umrandete Induktionsfluß ist also $2\,y\,b\cdot\mu_0\,\mathfrak{B}_i$, so daß die Umlaufspannung $2\,\mu_0\,y\,b\,\mathfrak{B}_i'$ wird. Ist $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke längs dieses Stromweges, so ist die Umlaufspannung $\mathfrak{E}\cdot 2b$. Es herrscht also im Abstande y die Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \mu_0\,y\,\mathfrak{B}_i'.$$

Der Querschnitt, durch den der Teilstrom $\mathrm{d}i$ tritt, ist $l\cdot\mathrm{d}y$. Es ist also $\mathrm{d}i = \mathfrak{c}\cdot l\cdot\mathrm{d}y$, worin die Stromdichte $\mathfrak{c} = \varkappa\,\mathfrak{E}$ ist. Daraus folgt

$$\mathrm{d}i = \mu_0\,\varkappa\,l\,\mathfrak{B}_i'\,y\cdot\mathrm{d}y, \quad \mathrm{d}\,G = \varkappa l\cdot\mathrm{d}y/2\,b.$$

Hierin ist $\mathrm{d}\,G = 1/R$ der Leitwert, R der Widerstand des betrachteten Stromweges. Die in Stromwärme überführte Leistung ist

$$\mathrm{d}\,N_1 = R\cdot(\mathrm{d}\,i)^2 = (\mathrm{d}\,i)^2/\mathrm{d}\,G.$$

Es ist also

$$\mathrm{d}\,N_1 = 2\,\mu_0^2\,\varkappa\,b\,l\,\mathfrak{B}_i'^2\,y^2\cdot\mathrm{d}\,y.$$

Hieraus erhält man zunächst die Wirbelstromleistung in einem Blechstreifen von der Dicke d, sodann die Wirbelstromleistung im ganzen Eisenkern vom Volumen V[1])

$$\left.\begin{aligned} N_w &= (1/6)\cdot(\pi\,\mu_0)^2\,\varkappa\,V\,(d\,f\,\mathfrak{B}_{im})^2 \\ &= 2{,}60\cdot 10^{-16}\,\frac{\varkappa}{[1/\Omega\,\mathrm{cm}]}\,\frac{V}{[\mathrm{cm}^3]}\left\{\frac{d}{[\mathrm{cm}]}\,\frac{f}{[\mathrm{sek}^{-1}]}\,\frac{\mathfrak{B}_{im}}{[\mathrm{A/cm}]}\right\}^2 \end{aligned}\right\} \quad (58)$$

Diese Gleichung gilt nur für fein unterteiltes Eisen von geringer Leitfähigkeit $\varkappa$. Steigt z. B. die Dicke d der einzelnen Blechstreifen über einige Millimeter, so kann die Rückwirkung des Wirbelstromes, d. h. die Induktivität der Wirbelstrombahn, nicht mehr vernachlässigt werden.

Art. 188. Hysteresisleistung. Bei jedem vollständigen magnetischen Kreisprozeß wird die elektrische Arbeit A in Wärme umgewandelt. Falls der ganze Rauminhalt V des Körpers gleichmäßig von magnetischen Feldlinien erfüllt ist, so ist $A = h\,V$. Die verbrauchte Leistung ist $N_h = A/T$, wenn T die Dauer eines Kreisprozesses ist. Der Hysteresisverlust h ist eine Eigenschaft des untersuchten Stoffes und abhängig von den Grenzen $\pm\,\mathfrak{B}_{im}$ der relativen Induktion. Man kann demnach sagen: die Hysteresisleistung

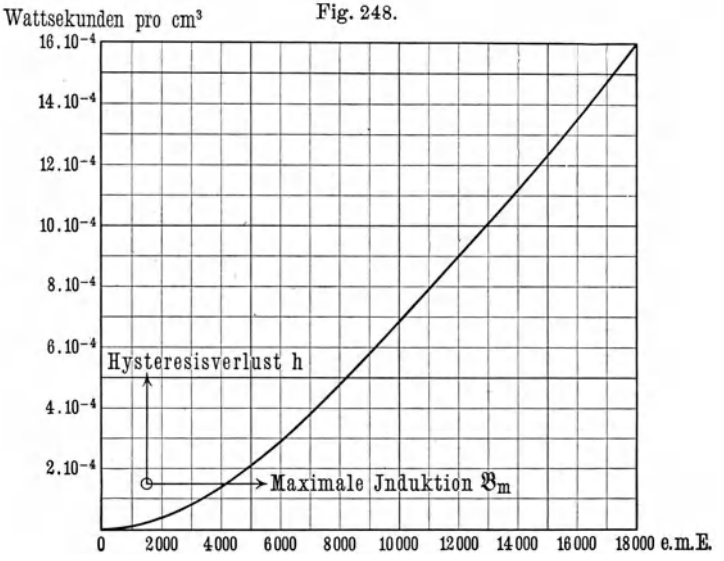
[1]) Wird $\mathfrak{B}_{im}$ statt in A/cm in Gauß gemessen, so ist der Zahlenfaktor 2,60 durch 2,07 zu ersetzen.

hat bei der Frequenz f, dem Volumen V, dem Hysteresisverlust h den Wert

$$N_h = f h V = \frac{f}{[\text{sek}^{-1}]} \cdot \frac{h}{[\text{W sek/cm}^3]} \cdot \frac{V}{[\text{cm}^3]} \text{ Watt} . \quad (59)$$

In Fig. 248 sind die Werte von h für ein untersuchtes Transformatorenblech dargestellt.

Fig. 248.



Vielfach ist es üblich, die magnetischen Eigenschaften eines Stoffes statt durch den Hysteresisverlust h durch die Verlustziffer η zu kennzeichnen und für den Verlust in der Masse m zu setzen

$$N_h = \frac{f}{[50\ \text{sek}^{-1}]} \frac{\eta}{[\text{W}]} \frac{m}{[\text{kg}]} \text{ Watt} . . . . (60)$$

Ist s die Dichtezahl des Stoffes, so ist der Zahlenwert der Verlustziffer η gleich dem mit $50\,000/s$ multiplizierten Zahlenwert des Hysteresisverlustes h. Nach Fig. 248 ist für

$$\pm \mathfrak{B}_{im} = 6000 \text{ Gauß} = 4780 \text{ A/cm},$$

$$h = 3{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ W sek/cm}^3 \quad \text{und} \quad \eta = 1{,}8 \text{ W}.$$

Man kann die durch Gl. (58) bestimmte Wirbelstromleistung $N_w = v \cdot f^2 V$ setzen und unter Berücksichtigung von (59) setzen

$$N_w + N_h = (v f^2 + h f) V = C_1 . V . . . . (61)$$

Gewöhnlich mißt man diese Summe. Die verschiedene Abhängigkeit der einzelnen Leistungen von der Frequenz f kann zur Trennung der Leistungen benutzt werden.

Art. 189. Stromwärme und Abhängigkeit der Verluste von der Größe eines Transformators. Die Stromwärme ist

$$N_i = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

Vergrößert man alle Dimensionen eines Transformators auf das m-fache, so steigt der Querschnitt jeder Windung auf das m^2-fache, die Länge auf das m-fache, der Widerstand auf das $(1/m)$-fache. Mit der Vergrößerung steigt der Eisenquerschnitt auf das m^2-fache. Damit die Spannungen und Stromstärken unverändert bleiben, muß also die Windungszahl auf das $(1/m^2)$-fache herabgesetzt werden. Die Wicklungswiderstände ändern sich also auf das $(1/m^3)$-fache. Ist V der Rauminhalt des Eisenkernes, so sind bei gleicher Leistung des Transformators die beiden Wicklungswiderstände proportional $1/V$. Hieraus und Gl. (62) folgt

$$N_i = C_2/V \quad \ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

Hat man die Verluste $N_w + N_h$ und N_i für einen mit dem Volumen V des Kernes ausgeführten Transformator bestimmt, so kann man aus den Gl. (61) und (63) das Volumen V_m berechnen, bei welchem die Verluste ein Minimum sind. Es ist

$$\sqrt{C_2}/\sqrt{C_1} = V_m = V\sqrt{N_i}/\sqrt{N_w + N_h} \quad \ldots\ldots \quad (64)$$

Führt man einen Transformator mit dem Kernvolumen V_m aus, so ist die Stromwärmeleistung gleich der Summe der Hysteresis- und Wirbelstromleistung.

In Wirklichkeit wird man das Kernvolumen kleiner als V_m wählen, nicht allein mit Rücksicht auf die Herstellungskosten, als aus folgendem Grunde: Beim unbelasteten Transformator sind die Hysteresis- und die Wirbelstromleistung von derselben Größe wie beim belasteten. Die Stromwärmeleistung ist beim unbelasteten Transformator verschwindend klein. Da nun die Belastung der meisten Transformatoren starken Schwankungen unterworfen ist, empfiehlt es sich, V_m kleiner zu wählen als Gl. (64) bei Normalbelastung, also normaler Stromwärme N_i, ergibt.

Man kann Gl. (64) auch in der Form schreiben

$$V_m = \sqrt{C_2}/\sqrt{f(vf + h)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

Das günstigste Volumen eines Transformatorkernes nimmt mit zunehmender Frequenz f schnell ab. Transformatoren für Wechselstrom von 500 Perioden je Sekunde sind viele Male kleiner als Transformatoren gleicher Leistung für 50 Perioden je Sekunde. Transformatoren für die Frequenzzahl 50 000 sind bei hundert Kilowatt Leistung so klein, sagen wir, wie dies Buch.

Dreiunddreißigstes Kapitel.

Aufbau und Wirkungsweise von streuenden Transformatoren.

Art. 190. Die allgemeinen Gleichungen eines streuenden Transformators sind bereits in Art. 89, S. 116 gegeben. Aus den dortigen Gl. (18) und (19) läßt sich das elektrische Verhalten (u_{k1} und u_{k2}, i_1 und i_2) berechnen, wenn zwei der elektrischen Größen (z. B. u_{k1} und u_{k2}) gegeben und außerdem folgende Eigenschaften des Transformators bestimmt sind: die beiden Widerstände R_1 und R_{22}, die beiden Induktivitäten L_1 und L_2, ferner die Gegeninduktivität M.

Hierin sind R_1 und L_1 Widerstand und Induktivität der Primärwicklung; R_{22} und L_2 Widerstand und Induktivität des Sekundärkreises; u_{k2} ist die Spannung am Schließungswiderstand r_2.

Man kann die Gegeninduktivität M durch einen anderen Festwert ersetzen. Setzt man

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

so ist der Kopplungsgrad k eine Größe, die vor M den Vorzug größerer Anschaulichkeit hat. Bei dem in Fig. 109, S. 99 abgebildeten Transformator mit Streuung kann z. B. der Kopplungsgrad k von 5 bis 80 v. H. geändert werden.

In der Theorie des eisengeschlossenen Transformators spielt das Windungsverhältnis w_2/w_1 eine hervorragende Rolle. In den Gl. (18) und (19), S. 116 und in Gl. (66), Gleichungen, die für den Transformator mit Streuung gelten, kommt das Windungsverhältnis gar nicht vor. Damit der streuungsfreie Transformator als Sonderfall des streuenden erscheint, müssen wir in die Gleichungen des letzteren das Windungsverhältnis einführen. In Fig. 99, S. 90 ist ein streuender Transformator abgebildet. Setzt man die Induktivitäten

$$L_1 = c_1 w_1^2 \quad \text{und} \quad L_2 = c_2 w_2^2,$$

so sind c_1 und c_2 unabhängig von der Entfernung der Spulen, abhängig aber von der Form der Spulen. Es ist $c_1 = c_2$, wenn beide Spulen gleiche Form (und Größe) haben. Dann ist

$$L_1/L_2 = w_1^2/w_2^2.$$

Wir setzen nun

$$\frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}} = \frac{w_1}{w_2}[1 + d(1-k)] = \frac{W_1}{w_2}k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Ist der Kopplungsgrad $k \approx 1$, so müssen alle Windungen einer Spule allen Windungen der anderen Spule sehr nahe sein, dann ist

$$\sqrt{L_1}/\sqrt{L_2} = w_1/w_2.$$

Sind die Spulen beliebig weit entfernt, aber von gleicher Form und Größe, so ist $d = 0$ und ebenfalls

$$\sqrt{L_1}/\sqrt{L_2} = w_1/w_2.$$

Wir bezeichnen d als Spulendifferenz. Die „scheinbare primäre Windungszahl" W_1 hat keinen einfachen physikalischen Sinn und nur den Zweck, die Rechnung zu vereinfachen.

Für den eisengeschlossenen, streuungsfreien Transformator ist $k = 1$, also

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \quad \text{und} \quad \sqrt{L_1}/\sqrt{L_2} = w_1/w_2 \quad \text{und} \quad W_1 = w_1 \quad (68)$$

Aus Gl. (18), S. 116 und den Gl. (68) folgt

$$u_1 = \sqrt{L_1}\left[\sqrt{L_1}\,i_1' + \sqrt{L_2}\,i_2'\right], \quad u_2 = \sqrt{L_2}\left[\sqrt{L_1}\,i_1' + \sqrt{L_2}\,i_2'\right],$$

$$u_2/u_1 = w_2/w_1 = w_{21}.$$

Das ist genau die bereits durch Gl. (50) dargestellte Beziehung zwischen den Umlaufspannungen.

Daß die Konstanten d und $1 - k$ für den wirklichen Transformator nicht verschwindend klein sind, liegt hauptsächlich an dem Unterschied der Querschnitte der beiden Wicklungen (siehe z. B. Fig. 236, S. 217). Die im folgenden ausgeführte Berücksichtigung der Streuung setzt nicht eisenfreie Transformatoren voraus, nimmt aber geradlinigen Verlauf der Magnetisierungskurve an.

Art. 191. Darstellung der Gleichungen des induktionsfrei belasteten, streuenden Transformators. Ist die Sekundärspule durch den Widerstand r_2 geschlossen, so kann man setzen

$$r_2 + R_2 = R_{22}, \quad \varrho_1 = \frac{R_1}{\omega L_1}, \quad \varrho_{22} = \frac{R_{22}}{\omega L_2} \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

Da $u_{k2} = -r_2 i_2$ wird, so nehmen die Gl. (19), S. 116 die Form an

$$u_{k1} = R_1 i_1 + L_1 i_1' + M i_2', \quad 0 = R_{22} i_2 + L_2 i_2' + M i_1' \quad . \quad (70)$$

Erweitert man die erste Gleichung mit $W_1/\omega L_1$, die zweite mit $w_2/\omega L_2$, ferner die Beziehung $u_{k2} = -r_2 i_2$ mit $w_2 \varrho_{22}/r_2$, so erhält man unter Berücksichtigung von Gl. (66) und (67)

$$\left.\begin{aligned} W_1 u_{k1}/\omega L_1 &= \varrho_1 \cdot W_1 i_1 + W_1 i_1'/\omega + w_2 i_2'/\omega \\ 0 &= \varrho_{22} w_2 i_2 + w_2 i_2'/\omega + k^2 W_1 i_1'/\omega \\ w_2 u_{k2} \varrho_{22}/r_2 &= -\varrho_{22} w_2 i_2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad (71)$$

Dafür kann man gemäß Art. 108, S. 135 schreiben

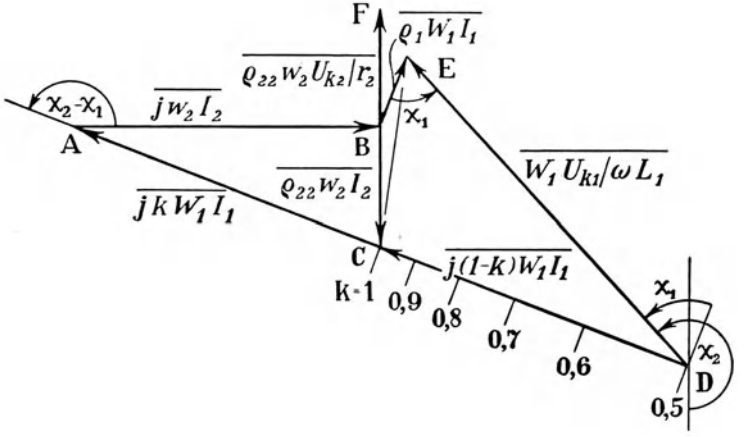
$$\overline{W_1 U_{k1}}/\omega L_1 = \varrho_1 \overline{W_1 I_1} + j \overline{W_1 I_1} + j \overline{w_2 I_2} \quad . \quad (72\,a)$$

$$0 = \varrho_{22} \overline{w_2 I_2} + j \overline{w_2 I_2} + j k^2 \overline{W_1 I_1} \quad . \quad (72\,b)$$

$$\overline{w_2 U_{k2}}\, \varrho_{22}/r_2 = -\varrho_{22} \overline{w_2 I_2} \quad . \quad (72\,c)$$

Das Dreieck A B C in Fig. 249 stellt Gl. (72 b) dar. Die geometrische Summe der Dreieckseiten ist Null. Der Strahl $j \overline{w_2 I_2}$ ist

Fig. 249. [Ersetze k durch k^2.]



um $+\pi/2$ gegen den Strahl $\varrho_{22} \overline{w_2 I_2}$ gedreht. Gemäß Gl. (72 c) ist $\overline{BF} = -\overline{BC}$.

Dividiert man A C durch k^2, so erhält man A D, die Länge des Strahles $j \overline{W_1 I_1}$. Dieser Strahl muß um $\pi/2$ gegen den Strahl $\varrho_1 \overline{W_1 I_1}$ gedreht sein; letzterer hat also die Richtung B E. Aus Gl. (72 a) und dem Viereck E D A B der Fig. 249 ergibt sich, daß $\overline{EB} = \overline{W_1 U_{k1}}/\omega L_1$ ist.

Ist $k = 1$, so fallen D und C zusammen, der Fußpunkt des Strahles der Primärspannung rückt von D nach C. Die Vergrößerung der Streuung eines Transformators (oder die Verkleinerung des Kopplungsgrades k) hat [bei gleichbleibenden Werten der Sekundärspannung U_{k2} und der Stromstärken I_1 und I_2] zwei Wirkungen: sie vergrößert den Effektivwert der Primärspannung und erteilt der Primärspannung Voreilung.

Art. 192. Lösung der Transformatorgleichungen. Setzt man nacheinander die aus den Gl. (72b) für $\overline{w_2 I_2}$ und $\overline{W_1 I_1}$ folgenden Werte in Gl. (72a) ein, so erhält man die beiden Gleichungen

$$\overline{W_1 I_1}\,\frac{a+bj}{\varrho_{22}+j} = \frac{\overline{W_1 U_{k1}}}{\omega L_1} = \overline{w_2 I_2}\,\frac{j(a+bj)}{k^2}.$$

Es folgt gemäß Art. 108

$$a = \varrho_1\varrho_{22} - (1-k^2), \quad b = \varrho_1 + \varrho_{22} \quad . \quad . \quad . \quad (73\,a)$$

$$\overline{W_1 I_1}\,\sqrt{\frac{a^2+b^2}{1+\varrho_{22}^2}} = \frac{\overline{W_1 U_{k1}}}{\omega L_1} = w_2 I_2\,\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{k^2} \quad . \quad . \quad (73\,b)$$

$$U_{k2} = r_2 I_2, \quad tg\,\chi_2 = -a/b, \quad tg\,(\pi + \chi_1 - \chi_2) = \varrho_{22} \quad . \quad . \quad (73\,c)$$

Art. 193. Der Leerlaufversuch besteht darin, daß man den Transformator untersucht, wenn er geöffnet, d. h. wenn der Schließungswiderstand $r_2 = \infty$ ist. Dann wird in Fig. 249 $\overline{AB} = 0$, also

Fig. 250.

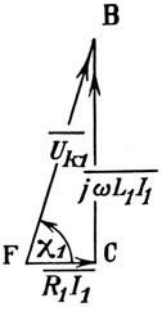
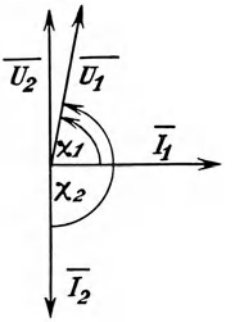


Fig. 251. [Ersetze $\overline{U_2}$ durch $\overline{U_{k2}}$, $\overline{U_1}$ durch $\overline{U_{k1}}$.]



$\overline{AC} = -\overline{BC}$, Fig. 249 geht für $k = 1$ in die Fig. 250 über. In Fig. 251 ist nur die Phase der beiden Klemmenspannungen und der beiden Stromstärken veranschaulicht. Die sekundäre Stromstärke ist auch gezeichnet, unter der Annahme, daß r_2 nahezu, nicht genau ∞ ist.

Aus den Gl. (73) ergeben sich für diesen Fall die beiden Gl. (74a) und (74b); Gl. (74a) folgt auch ohne weiteres aus Fig. 250. Es ist

$$U_{k1} = I_1 \sqrt{\omega^2 L_1^2 + R_1^2}, \quad tg\,\chi_1 = \omega L_1 / R_1, \quad \chi_2 = \chi_1 + \pi/2 \qquad (74a)$$

$$\left(\frac{U_{k2}}{U_{k1}}\right)_{r_2=\infty} = \frac{w_2}{W_1} \frac{\omega L_1}{\sqrt{\omega^2 L_1^2 + R_1^2}}, \quad W_1 = w_1 \frac{1 + d(1-k)}{k} \qquad (74b)$$

Sind die beiden Spulen von gleicher Form und Größe, so ist die Spulendifferenz $d = 0$. Man bestimmt die Spannungsübersetzung U_{k2}/U_{k1} am genauesten in einer Kompensationsbrückenschaltung.

Wichtiger ist die Bestimmung der Leerlaufleistung mittels eines Strom-, Spannungs- und Leistungsmessers. Man erhält die Summe der Hysteresis- und der Wirbelstromleistung, ferner den Ohmschen bzw. den rein induktiven Widerstand R_1 bzw. ωL_1.

Wiederholt man diesen Versuch unter Vertauschung der Spulen, so erhält man auch R_2 und ωL_2.

Art. 194. Der Kurzschlußversuch besteht darin, daß man den Transformator untersucht, während der Schließungswiderstand r_2 verschwindend klein ist. Dabei ist die primäre Klemmenspannung U_{k1} sehr klein zu wählen. Man schaltet also die Primärspule etwa mit einer Wechselspannungsstufe und einem Widerstand in Reihe.

Für die Stromübersetzung I_2/I_1 ergibt sich aus Gl. (73b)

$$\left(\frac{I_2}{I_1}\right)_{r_2=0} = \frac{k^2 W_1}{w_2} \frac{\omega L_2}{\sqrt{\omega^2 L_2 + R_2^2}}, \quad W_1 = w_1 \frac{1 + d(1-k)}{k} \qquad (75)$$

Aus Gl. (74b) und (75) folgt

$$\left(\frac{U_{k2}}{U_{k1}}\right)_{r_2=\infty} \cdot \left(\frac{I_2}{I_1}\right)_{r_2=0} = k^2 \frac{\omega L_1}{\sqrt{\omega^2 L_1^2 + R_1^2}} \frac{\omega L_2}{\sqrt{\omega^2 L_2^2 + R_2^2}} \qquad (76)$$

Man findet den Kopplungsgrad eines Transformators aus Gl. (76), also durch Kombination eines Leerlauf- und eines Kurzschlußversuches. Der Faktor, den k^2 in Gl. (76) hat, ist

$$\approx 1 - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{R_1}{\omega L_1}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{\omega L_2}\right)^2\right].$$

Für Transformatoren mit Eisenkern kann der Faktor wohl unbedenklich $= 1$ gesetzt werden.

Sind die Ohmschen Widerstände R_1 bzw. R_2 sehr klein gegen die rein induktiven Widerstände ωL_1 bzw. $\omega_2 L_2$, so wird in den Gl. (73) $a \approx -(1-k^2)$ und $b \approx 0$. Daraus folgt

$$U_{k1} \approx (1-k^2)\,\omega L_1 I_1, \quad \chi_2 \approx 3\pi/2, \quad \chi_1 \approx \pi/2 \ldots \qquad (77)$$

Bei einem wenig von 1 abweichenden Kopplungsgrad k ist U_{k1} sehr klein, wie schon eingangs erwähnt ist. Der Primärstrom eilt der Primärspannung um $\pi/2$ nach. Der Sekundärstrom eilt dem Primärstrom um $180^0 = \pi$ nach.

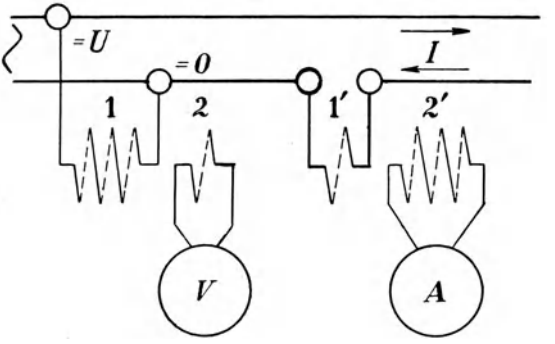
Ströme entgegengesetzter Richtung stoßen einander ab. Wird ein großer Transformator plötzlich kurzgeschlossen, so stoßen die beiden Wicklungen einander ab. Damit diese Kraft nicht zur Zerstörung des Transformators führt, müssen die Spulen mechanisch sehr fest gebaut werden. Die in Art. 102 behandelte Abstoßung eines Aluminiumringes kann man durch Abstoßung zweier Ströme entgegengesetzter Richtung erklären.

Vierunddreißigstes Kapitel.

Transformatoren für Sonderzwecke.

Art. 195. Meßtransformatoren dienen zur Erweiterung des Meßbereiches von Spannungs- oder Strommessern für Wechselstrom.

Fig. 252.



1. Spannungsmeßwandler liegen, wie Fig. 252 zeigt, mit einer Wicklung 1 an zwei Klemmen, deren Spannung U gemessen werden soll, mit der anderen Wicklung 2 an einem Spannungsmesser V. Die Spannung U ist in der Regel größer als die Spannung, die Meßbereich und Konstruktion des Spannungsmessers direkt anzulegen gestatten.

Für die Spannungsübersetzung U_{k2}/U_{k1} folgt aus den Gl. (73b) und (73c), daß sie konstant ist, falls der Schließungswiderstand r_2 konstant ist. Letzteres ist bei der Anordnung der Fig. 252 der Fall. Wenn die Übersetzung nicht genau gleich dem Windungsverhältnis ist, so schadet das nichts.

2. Strommeßwandler sind, wie Fig. 252 zeigt, mit einer Wicklung 1′ in den Weg des zu messenden Stromes I eingeschaltet. Die andere Wicklung 2′ ist durch einen Strommesser A für Wechselstrom so gut wie kurzgeschlossen. Gemäß Gl. (73 b) ist die Stromübersetzung I_2/I_1 unabhängig von der Stärke der Ströme, da der Schließungswiderstand r_2 einen konstanten Wert hat. Es ist aber die Frage, ob die Gl. (73) usw. in diesem Falle noch streng gelten: denn sie sind abgeleitet unter Voraussetzung einer geradlinig verlaufenden Magnetisierungskurve. Man vermeidet bei den Eisenkernen für Strommeßwandler gern alle Fugen und stellt sie durch Schichtung von in sich geschlossenen Blechringen her.

Art. 196. Induktionsregler dienen dazu, den Spannungsabfall in den Leitern eines Netzes auszugleichen, so daß die weit entfernten Verbrauchsstellen g_1 und g_2 an gleicher Spannung liegen (siehe Fig. 253). Brennt nur eine Glühlampe g_2, so wird der Transformator (von Hand oder automatisch) so eingestellt, daß der Kopplungsgrad gering ist, daß die Wicklungsachsen sich kreuzen. Brennen aber z. B. 1000 Glühlampen g_2, so wird der Transformator auf maximalen Kopplungsgrad eingestellt, so daß die Spulenachsen parallel sind. Man kann auch die Spule 2 um 180° drehen, den Spulenachsen gleiche und entgegengesetzte Richtung geben.

Fig. 253.

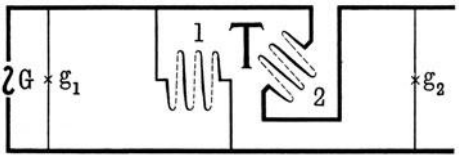
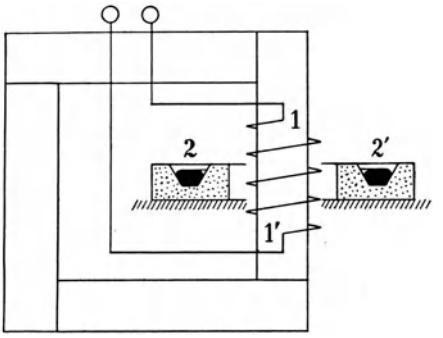


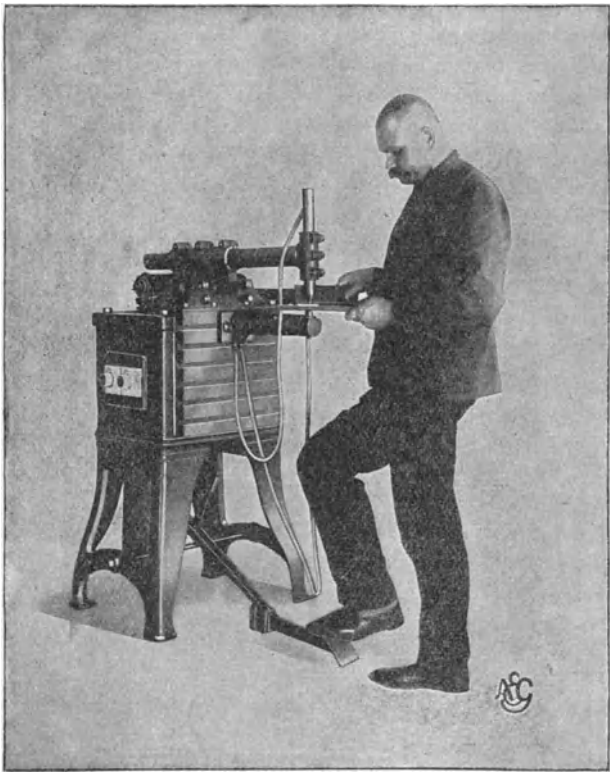
Fig. 254.



Art. 197. Der Induktionsofen (Fig. 254) ist ein Transformator, dessen sekundäre Wicklung durch einen zu schmelzenden Metallring 2, 2′ ersetzt ist. Solche Öfen werden z. B. verwendet, um hochwertige Stahlsorten herzustellen.

Art. 198. Heiz- und Schweißtransformatoren haben viele primäre und nur einige wenige sekundäre Windungen. In letzteren kann daher ein sehr starker Strom z. B. 1000 A fließen, wenn der Primärstrom nur z. B. 30 A beträgt. Es entsteht die Frage, warum

Fig. 255.



man die 1000 A nicht direkt aus einem Netz von niedriger Spannung entnimmt? Weil die Netzleiter sehr großen Querschnitt haben müßten und bei einiger Länge unerschwinglich hohe Kosten verursachen würden.

Den starken Sekundärstrom eines geeigneten Transformators kann man durch geeignete Heizkörper, z. B. durch ein Rohr aus Kohle schicken, um im Innern eine sehr hohe Temperatur zu erzeugen. Gegen Verbrennen wird die Kohle durch einen langsamen Strom von Stickstoff geschützt.

Fig. 255 zeigt eine andere Anwendung der starken Sekundärströme eines Transformators. Die beiden Enden der Sekundärwicklung sind durch dicke Kupferlitzen mit zwei vertikalen Kupferelektroden verbunden. Die obere Elektrode sitzt am Ende eines Hebelarmes und kann durch einen Fußdruck so weit gesenkt werden, daß die beiden Elektrodenspitzen zur Berührung kommen. Legt man zwei übereinander geschichtete Eisenbleche auf die untere Elektrode und senkt die obere Elektrode herab, so werden die zwischen den Elektroden liegenden Teile beider Bleche in kurzer Zeit weißglühend und können nun durch Elektrodendruck miteinander verschweißt werden. Diese Punktschweißung ersetzt in vielen Fällen das Einziehen von Nieten; sie wird z. B. angewandt, um an eisernen Töpfen Henkel zu befestigen.

Art. 199. Der Spartransformator hat, wie Fig. 256 zeigt, zwei Wicklungen 1 und 2, die sich von denen des gewöhnlichen Transformators dadurch unterscheiden, daß mehr oder weniger Windungen beiden Wicklungen gemeinsam sind. In Fig. 256 ist angenommen, daß alle Sekundärwindungen 2 auch der Primärwicklung 1 angehören. Man gebraucht insgesamt w_1 Windungen, um dasselbe zu erreichen, wie bei der gewöhnlichen Anordnung (siehe Fig. 235) mit insgesamt $w_1 + w_2$ Windungen.

In der drahtlosen Telegraphie werden häufig Spartransformatoren ohne Eisenkern angewendet. Man nennt zwei so gekoppelte Stromkreise „galvanisch gekoppelt".

Fig. 256.

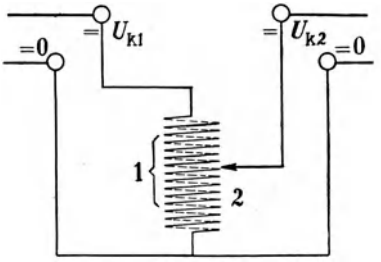
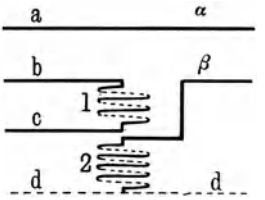


Fig. 257.



Art. 200. Die Umwandlung von Drei- in Zweiphasenspannung (oder der umgekehrte Vorgang) ist im einfachsten Falle mit einem Einphasenstrom-Transformator (1, 2 in Fig. 257) möglich. Es ist die Wechselspannung $u_\beta = w_{21} \cdot (u_b - u_c)$, vorausgesetzt, daß alle

Spannungen gegen den gemeinsamen Nulleiter d gemessen sind. Ist

$$u_\alpha = U\sqrt{2}\sin\omega t,$$

so ist nach Gl. (26), S. 196

$$u_b - u_c = \sqrt{3}\,U\sqrt{2}\sin(\omega t - 90^0).$$

Damit der Effektivwert der Spannungen u_α und u_β denselben Wert U hat, muß

$$w_{21}\sqrt{3} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

sein. Die Spannung u_β des Netzleiters β eilt dann um $90^0 = \pi/2$ hinter der Spannung u_α des Netzleiters α her.

Man kann Mittelfrequenzmaschinen nach den Fig. 121, S. 112 und Fig. 211, S. 191, nur durch Verdrehen eines der Ständerkränze, zu Zweiphasengeneratoren machen. Mittels der Schaltung Fig. 257 kann man die erzeugte Zweiphasenspannung in Dreiphasenspannung umwandeln. Drehstrom von z. B. 500 Perioden je Sekunde kann man dazu verwenden, kleine Drehstromschlupfmotore mit sehr hoher Drehzahl von annähernd 30 000 je Minute) zu betreiben. So hohe Drehzahlen sind für manche Versuche und für den Betrieb von Kreiselkompassen erforderlich. — Für die elektromagnetische Energieübertragung haben Zweiphasenspannungen und Ströme keine Bedeutung mehr.

Art. 201. Die Umwandlung von Dreiphasenspannung in Zwölfphasenspannung gelingt mit der in den Fig. 258 bis 260 dargestellten

Fig. 258.

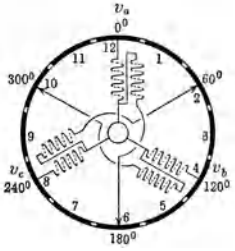


Fig. 259.

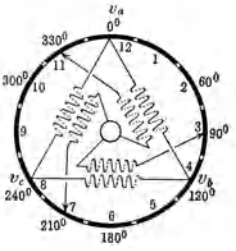
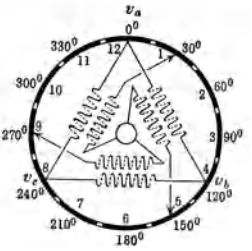


Fig. 260.



Anordnung. Es sind zwei Drehstromtransformatoren benutzt, deren primäre Klemmen 4,8 und 12 sind. Der in Fig. 258 dargestellte Transformator hat Stern-Stern-Schaltung. Der zweite in den Fig. 259 und 260 dargestellte Transformator trägt auf jedem Schenkel drei Wicklungen. Die Primärwicklung ist dreieck-, jede der Sekundärwicklungen ist sterngeschaltet.

Im ganzen sind 3 Primär- und 9 Sekundärklemmen vorhanden. Die 12 Klemmen sind mit den 12 Stegen eines Stromwenders verbunden. Sollen die Transformatoren ruhen, der Stromwender umlaufen, so benutzt man zur Verbindung von Klemmen und Stegen 12 Schleifbürsten und 12 Schleifringe.

Wird auf den Stegen 12, 4, 8 des Stromwenders Dreiphasenspannung aufrechterhalten, so herrschen auf den übrigen Stegen Spannungen, die sich aus Fig. 221, S. 200, ergeben. Die Wechselspannungen der Stege haben gleiche Effektivwerte, ihre Phasen unterscheiden sich um je 30^0.

Läuft der Stromwender mit einer sekundlichen Drehzahl um, die gleich der Frequenzzahl der Wechselspannungen ist, so entsteht zwischen zwei gegenüberstehenden Schleifbürsten Gleichspannung.

Die beschriebene, Drehstrom in Gleichstrom umwandelnde Einrichtung (von den Siemens-Schuckert-Werken) ist eines der vielen Mittel, die angewandt werden, wenn in einem mit Dreiphasenspannung versorgten Gebiet, etwa zum Laden von Akkumulatoren, Gleichspannung gebraucht wird. Andere Mittel werden in dem späteren Kapitel über Gleichrichter beschrieben.

In den Art. 200 und 201 sind Beispiele dafür angegeben, wie man Mehrphasenströme einer Phasenzahl in solche einer anderen Phasenzahl umwandeln kann. **Ein**phasenstrom läßt sich mit Hilfe ruhender Transformatoren nicht in **Mehr**phasenströme umwandeln.

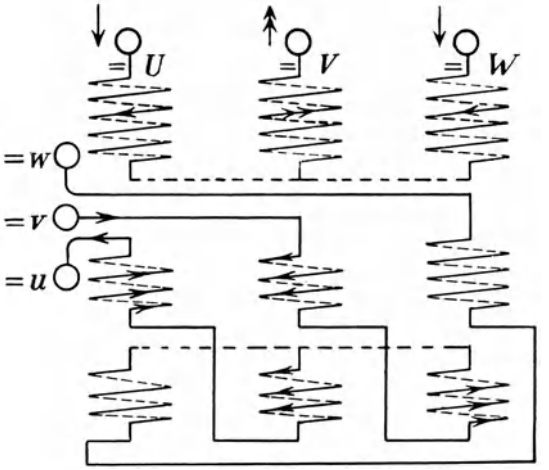
Art. 202. Doppelsternschaltung. Die Klemmen U V W des in Fig. 238 abgebildeten Drehstromtransformators mögen an drei Leitern mit Dreiphasenspannung liegen. Dann müssen die Induktionen $\mathfrak{B}_a$, $\mathfrak{B}_b$ und $\mathfrak{B}_c$ der drei Schenkel Wechselgrößen von bestimmter Phase sein. Die Spannungen der drei Sekundärklemmen u, v und w sind von gleicher Phase mit den Primärspannungen in U, V und W.

Wenn die drei sekundären Stromzweige gleich belastet sind, so sind die den primären Klemmen U V, V W und W U zufließenden Leistungen gleich. Wenn aber nur ein sekundärer Stromzweig, z. B. u v, belastet wird, dann strömt nur zwischen den an U und V liegenden Netzleitern elektrische Arbeit: das Primärnetz ist ungleich belastet, der an W liegende Leiter bleibt stromlos.

Diesen Fehler verkleinert die in Fig. 261 dargestellte Doppelsternschaltung der sekundären Wicklung. Ist einer der Sekundärleiter, z. B. der an w liegende, stromlos, so führt der an V liegende Primärleiter die doppelte effektive Stromstärke als die beiden anderen Primärleiter. Keiner der Primärleiter ist stromlos, die Be-

lastung der drei Primärzweige ist viel gleichmäßiger, als wenn etwa die Sekundärwicklung einfach sterngeschaltet wäre.

Fig. 261.



Art. 203. Die Parallelschaltung von Drehstromtransformatoren bietet keine Schwierigkeit, wenn nur die Primärklemmen parallel geschaltet werden sollen. Oft ist es nötig, auch die Sekundärklemmen parallel zu schalten. Damit dies möglich ist, müssen die beiden Transformatoren gewisse Bedingungen erfüllen.

Vertauscht man z. B. bei dem Transformator Fig. 238 die Enden der drei Sekundärspulen, verbindet also die oberen Enden durch einen Nulleiter und legt die drei unteren Enden an die Endklemmen u, v, w, so ist die Phasenspannung jeder Sekundärklemme um 180° verschoben. Betrachtet man Fig. 213, S. 193, so erkennt man, daß bei Verschiebung des Spannungsbildes um 180° nicht mehr zu gleichen Zeitwinkeln ωt wie früher Höchstwerte der Spannung vorhanden sind. Also zwei Stern-Stern-Transformatoren können nicht immer primär und sekundär parallel geschaltet werden, sondern nur, wenn in beiden Transformatoren A. beide Spulen eines Schenkels ähnlich oder wenn B. beide Spulen eines Schenkels entgegengesetzt geschaltet sind.

Die wichtigsten Arten von Drehstromtransformatoren sind in folgendem Schema zusammengestellt:

A, B,	C, D,
1. Dreieck—Dreieck,	1. Dreieck—Stern,
2. Stern—Stern,	2. Stern—Dreieck,
3. Dreieck—Doppelstern.	3. Stern—Doppelstern.

Im Anfang dieses Artikels ist gezeigt, daß zwei Transformatoren A_2 beiderseitig parallel geschaltet werden können, ebenso zwei Transformatoren B_2, nicht aber zwei Transformatoren A_2 und B_2. Eine genauere Überlegung zeigt, daß auch Transformatoren A_1, A_2, A_3 unter sich parallel geschaltet werden können, ebenso die Transformatoren B_1, B_2, B_3, ebenso Transformatoren der C- und der D-Gruppe.

Zur beiderseitigen Parallelschaltung ist also nötig: 1. Zugehörigkeit zu einer der Gruppen A, B, C oder D; 2. passendes Windungsverhältnis; 3. richtige Wahl der Klemmen.

Transformatoren zur Erzeugung höchster Spannungen sind in dem nachstehenden Art. 241 beschrieben; Transformatoren zum Betriebe eines Läutewerkes in Art. 247; Transformatoren mit kapazitiver Belastung in Art. 372.

Fünfunddreißigstes Kapitel.

Elektromagnetische Energieübertragung durch Starkstromleitungen.

Art. 204. Mechanische, thermische und elektromagnetische Energieübertragung. 1. Mechanische Energieübertragung. Legt man eine Schnur über zwei Wellen, die beide um horizontale Achsen drehbar sind und hängt an beide Schnurenden Massestücke, so wird das größere Massestück 1 zur Erde sinken, das kleinere gehoben werden. Dabei hat 1 Energie der Lage verloren, 2 gewonnen: es ist mechanisch Energie von 1 nach 2 übertragen worden.

2. Thermische Energieübertragung. Taucht man einen (auf Zimmertemperatur befindlichen) silbernen Teelöffel mit dem unteren Ende 1 in heißes Wasser, so geschieht folgendes: Die Wärmebewegung der kleinsten Bestandteile des Wassers nimmt ab, des Silbers nimmt zu, bis die Temperatur des eingetauchten Löffelendes gleich der des Wassers geworden ist. Von Silberteilchen zu Silberteilchen pflanzt sich nun Energie der Wärmebewegung fort, das obere Ende 2 des Teelöffels wird allmählich heiß: es ist thermisch Energie von 1 nach 2 übertragen worden.

3. Die elektromagnetische Energieübertragung ist bereits durch die Fig. 10, S. 8, 125, S. 117 und 115, S. 106 veranschaulicht worden; am treffendsten hat Poynting ihr Wesen gekennzeichnet. Wo gleichzeitig eine elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ und eine

magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ vorhanden ist, da strömt senkrecht zu $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ Energie, und zwar mit der Strömungsdichte

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{E} \cdot \mathfrak{H} \quad \text{oder} \quad |\mathfrak{S}| = |\mathfrak{E}| \cdot |\mathfrak{H}| \cdot \sin(\mathfrak{E}, \mathfrak{H}) \; . \; . \; .. \; (79)$$

Die elektromagnetische Energiefortpflanzung ist der mechanischen und thermischen in bezug auf Geschwindigkeit und Wirkungsgrad weit überlegen.

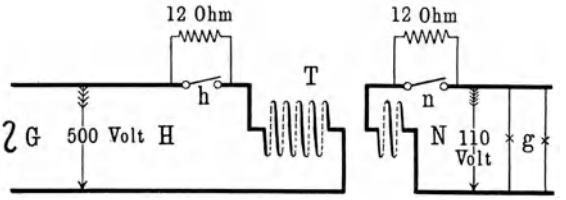
a) Seit Maxwell und Heinrich Hertz wissen wir, daß Licht- und Wärmestrahlen (ohne die pflanzliches und tierisches Leben auf der Erde nicht die tatsächliche Entwicklung hätte nehmen können) Richtungen sind, in denen sich Energie elektromagnetisch fortpflanzt. Die Geschwindigkeit c_0 dieser Fortpflanzung beträgt im leeren Raum 300 000 km/sek.

b) Die Überlegenheit der elektromagnetischen Energiefortpflanzung gegenüber anderen Übertragungsmethoden ist zuerst erkannt und nutzbar gemacht worden auf dem Gebiete der Fernmeldetechnik.

c) Später als die Anfänge der Fernmeldetechnik entwickelten sich die der Starkstromtechnik. Dieser Zweig der Technik schafft die Bedingungen, unter denen große Mengen von Energie in kurzer Zeit aus fallendem Wasser oder aus verbrennender Kohle gewonnen, sodann elektromagnetisch über Entfernungen bis zu einigen hundert Kilometern fortgeführt und endlich an der Verbrauchsstelle in Lichtstrahlung oder in mechanische Arbeit umgewandelt werden.

Art. 205. Vergleich von Hoch- und Niederspannungsnetzen. In Art. 141, S. 173 ist bereits gezeigt, wie außerordentlich überlegen ein Dreileiternetz von 220 Volt Gleichspannung der Außenleiter gegenüber einem Zweileiternetz von nur 110 Volt Gleichspannung

Fig. 262.



ist: bei gleicher übertragener Leistung und bei gleicher Verbrauchsspannung (110 Volt) ist die Verlustleistung bei 220 Volt viermal kleiner als bei 110 Volt. Bei der Energieübertragung durch Wechselstrom liegen die Verhältnisse ganz ähnlich. Dies veranschaulicht der in Fig. 262 dargestellte Versuch: die Glühlampen g brennen 1. mit

fast unverminderter Lichtstärke, wenn ein 12 Ω-Widerstand in die Hochspannungsleitung eingeschaltet wird; 2. mit stark verminderter Lichtstärke, wenn ein 12 Ω-Widerstand in die Niederspannungsleitung eingeschaltet wird.

Ein wesentlicher Teil der Starkstromtechnik verfolgt den Zweck: in Ortsleitungsnetzen eine niedrige, etwa 220 Volt nicht übersteigende Spannung aufrechtzuerhalten. Netze mit so niedriger Spannung sind nur für ein Gebiet von wenigen Kilometern Radius brauchbar.

Art. 206. Vorzug von Wechselstrom vor Gleichstrom. Zwei Orte A und B mögen je ein Ortsleitungsnetz von 220 Volt Spannung besitzen. Man könnte in jedem Orte ein elektrisches Kraftwerk bauen und jedes zur Speisung eines Netzes benutzen. Das wäre aber unwirtschaftlich, weil kleinere Maschinen einen geringeren Wirkungsgrad haben als größere und dabei doch praktisch dieselbe Wartung erfordern. Es ist also ratsam, nur ein Kraftwerk für beide Orte A und B zu bauen und die Orte durch Netzleiter zu verbinden. Die erforderliche Spannung richtet sich nach der Entfernung: bei etwa 20 km Entfernung erfordert die Wirtschaftlichkeit von Anlage und Betrieb schon eine Spannung von etwa 6000 Volt.

Diese Spannung läßt sich noch mit Gleichstromgeneratoren herstellen, wenn auch bequemer mit Wechselstromgeneratoren. Zur Umwandlung aber der Hochspannung von 6000 Volt in Niederspannung von 220 Volt ist bei Gleichstrom eine laufende elektrische Maschine, bei Wechselstrom nur ein Transformator erforderlich. Nun ist eine elektrische Maschine viel teuerer als ein Transformator gleicher Leistung, außerdem braucht eine laufende elektrische Maschine Wartung. In der leichteren Umwandlung der Spannungen liegt der Hauptvorzug des Wechselstromes gegenüber Gleichstrom.

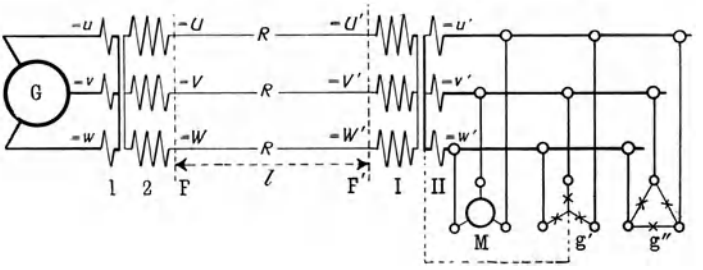
Art. 207. Betrieb von Fernbahnen mit Einphasenstrom. Einphasenstrom- und Drehstromnetze haben beide die Eigenschaft, daß ihre Spannungen leicht gewandelt werden können. Drehstrom bietet gegenüber dem Einphasenstrom die Vorzüge 1. konstanter (nicht stoßweiser) Energieströmung längs des Netzes, 2. der Verwendbarkeit bequemer Motoren.

In einem Falle gilt aber Einphasenstrom als die beste Stromart: wenn es sich darum handelt, elektrische Fernbahnen zu betreiben. Drehstrom würde drei Fahrdrähte zur Abnahme des Drehstroms er-

fordern. Einphasenstrom verlangt nur einen Fahrdraht, da die Rückleitung durch die geerdeten Schienen erfolgen kann. Die Hochspannung zwischen Fahrdraht und Erdschiene wird durch einen auf der Lokomotive stehenden Transformator auf einige hundert Volt herabgesetzt; diese Niederspannung wird zum Betriebe eines Einphasenmotors mit Stromwender benutzt (siehe die Art. 174 bis 176). Die Frequenz des Bahnstromes wird in der Regel gleich $16^2/_3$ sek^{-1} gewählt.

Art. 208. Die Energieübertragung durch Drehstromleiter geschieht, wenn größere Entfernungen zu überbrücken, also höhere Spannungen als etwa 6000 V erforderlich sind, mittels der in Fig. 263 dargestellten Schaltung.

Fig. 263.



Die Klemmen des Drehstromgenerators G haben gegen den (neutralen) Verkettungspunkt die Phasenspannungen u, v, w. Die Sekundärwicklungen 2 des Transformators 1, 2 haben die Phasenspannungen U, V, W. Die drei Fernleiter haben einzeln die Länge l, den Widerstand R. Ihre Phasenspannungen sind im Querschnitt F U, V, W, im Querschnitt F' U', V', W'. Der Transformator I, II verbindet die Fernleiter mit den Verbrauchsleitern, deren Phasenspannungen u', v', w' sind. An den Verbrauchsleitern liegen z. B. der Motor M, die sterngeschalteten Glühlampen g' und die dreieckgeschalteten Glühlampen g''. Die Sternschaltung erfordert die Mitführung eines neutralen Leiters, der in der Fig. 263 gestrichelt gezeichnet ist.

Wenn die drei Verbrauchsstromkreise, deren Spannungen $u' - v'$, $v' - w'$, $w' - u'$ sind, gleich belastet sind, dann führen in einem bestimmten Querschnitt (z. B. in F oder in F') die drei Fernleiter dieselbe Stromstärke. Im Anfangsquerschnitt F sei I der Effektivwert der Stromstärke und φ der Phasenwinkel, um den die Stromstärke in einem Leiter der Phasenspannung des Leiters nacheilt. Ist U_0

(bzw. U_0') der Effektivwert der verketteten Spannung im Querschnitt F (bzw. F'), so ist $U_0/\sqrt{3}$ (bzw. $U_0'/\sqrt{3}$) der Effektivwert der Phasenspannung im Querschnitt F (bzw. F'). Wir machen nun die Voraussetzung, daß die Kapazität der Fernleiter gegeneinander und gegen Erde keine merkliche Rolle spielt; dann hat die Stromstärke in allen Querschnitten den gleichen Wert I. Ferner setzen wir voraus, daß auch die Induktivität der Fernleiter keine merkliche Rolle spielt; dann kann auch der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ als konstant angesehen werden.

Wäre ein neutraler Leiter mit den Fernleitern mitgeführt, so würde zwischen jedem Fernleiter und dem neutralen Leiter die Leistung

$$(U_0/\sqrt{3})\,I\cos\varphi \quad \text{bzw.} \quad (U_0'/\sqrt{3})\,I\cos\varphi$$

durch die Querschnitte F bzw. F' strömen. Die Gesamtleistung hätte den dreifachen Wert. Nun ändert ein mitgeführter neutraler Leiter, wenn er stromlos ist, nichts an dem Gesamtbetrage der Leistung. Folglich ist die Gesamtleistung in den Querschnitten F bzw. F'

$$N = \sqrt{3}\,U_0 I\cos\varphi \quad \text{bzw.} \quad N' = \sqrt{3}\,U_0' I\cos\varphi \quad . \quad . \quad (80)$$

Mithin ist

$$\frac{N - N'}{N} = 1 - \eta = \frac{U_0 - U_0'}{U_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

Hierin ist η der Wirkungsgrad; $1 - \eta$ ist also gleich dem bezogenen Leistungsverlust und gleich dem bezogenen Spannungsabfall.

Der Abfall der Phasenspannung ist in jedem Fernleiter von gleicher Phase mit der Stromstärke, also ist einfach

$$U_0/\sqrt{3} - U_0'/\sqrt{3} = RI.$$

Daraus folgt

$$1 - \eta = R\cdot\sqrt{3}\,I/U_0.$$

Multipliziert man Zähler und Nenner mit $U_0\cos\varphi$, so wird der Zähler

$$R\cdot\sqrt{3}\,U_0 I\cos\varphi = R\cdot N,$$

und es wird

$$1 - \eta = RN/U_0^2\cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (82)$$

Ist ϱ der spezifische Widerstand, S die Dichte des Fernleiterstoffs, F der Querschnitt jedes einzelnen Fernleiters, m die Gesamtmasse der drei Fernleiter, N die zu übertragende Anfangsleistung, U_0 die verkettete Anfangsspannung, so ist der bezogene Spannungsabfall

$$\frac{\varrho\,l}{F}\cdot\frac{N}{U_0^2\cos\varphi} = 1 - \eta = \frac{3\,\varrho\,l^2 S}{m}\cdot\frac{N}{U_0^2\cos\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

Für zwei Gleichstromleiter ergibt sich aus den Gl. (16), S. 173

$$\frac{2\varrho l}{F}\cdot\frac{N}{U^2}=1-\eta=\frac{4\varrho l^2 S}{m}\cdot\frac{N}{U^2}\quad\ldots\ldots\quad(84)$$

Beispiel: Das Kraftwerk Zschornewitz bei Wittenberg gibt dauernd etwa die Leistung $N = 80\,000$ kW an Berlin ab. Die verkettete Anfangsspannung ist $U_0 = 10^5$ V. Die Übertragungslänge ist $l = 142$ km. Jede der drei Drehstromleiter besteht aus zwei Al-Seilen von 120 mm² Querschnitt, also ist $F = 240$ mm². Der spezifische Widerstand von Aluminium (Al) ist $\varrho = 0{,}0261\ [\Omega\,\mathrm{mm^2/m}]$. Demnach ist für $\cos\varphi = 1$ der bezogene Spannungsverlust

$$1-\eta = 0{,}123 = 12{,}3\text{ v. H.}$$

Die effektive Stromstärke beträgt in jedem der sechs Fernleiter 230 A.

Art. 209. Das mitteldeutsche Fernversorgungsgebiet enthält als größte die vier Kraftwerke Golpa-Zschornewitz, Lauta, Trattendorf und Hirschfelde. Alle vier werden mit Braunkohle betrieben, die dicht am Kraftwerk gefördert wird. Die drei erstgenannten Anlagen gehören den Elektrowerken, einer A.-G. mit dem Sitze in Berlin. Hirschfelde gehört den Sächsischen Werken, einer A.-G. mit dem Sitze in Dresden. Fig. 264 stellt die 100 kV-Leitungen dar. Etwa die südliche Hälfte der Leitungen gehört den Sächsischen Werken, etwa die nördliche Hälfte den Elektrowerken; nur die Magdeburger Leitung gehört der Esag. Zu den Hauptabnehmern der Elektrowerke gehören

1. die A.-G. Sächsische Werke;
2. das Elektrizitätswerk Sachsen-Anhalt;
3. die Stickstoffwerke Piesteritz und die Aluminiumwerke Lauta;
4. die Städtischen Elektrizitätswerke Berlin, A.-G.;
5. das Märkische Elektrizitätswerk.

Letzteres versorgt das Gebiet nordöstlich von Berlin.

Art. 210. Das süddeutsche Fernversorgungsgebiet ist in Fig. 265 dargestellt. 1. Die Linienführung der 100 kV-Leitungen ist einer Stimmgabel ähnlich, deren Verzweigungspunkt München ist. Der Fußpunkt der Stimmgabel steht in dem großen Wasserkraftwerk Walchensee.

Die rechte Zinke der Stimmgabel berührt die Städte München, Landshut, Regensburg, Amberg, Arzberg, Hof. Diese Linie steht mit der die Donau begleitenden Linie Regensburg–Passau in

Verbindung und entnimmt so dem großen Wasserkraftwerk Passau —Kachlet Leistung. Bei Hof ist Verbindung mit der 100 kV-Leitung der Sächsischen Werke geplant.

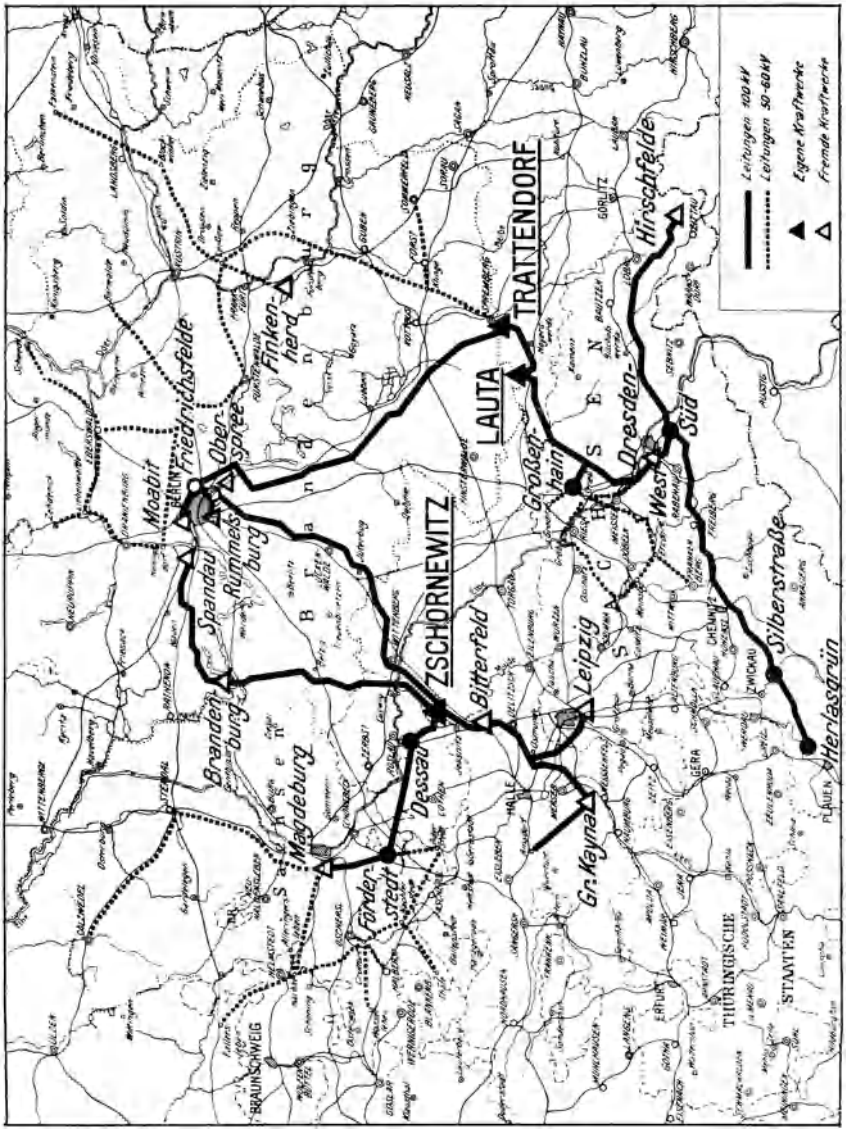


Fig. 264.

Die linke Zinke der Stimmgabel berührt die Städte München, Augsburg, Donauwörth, Nürnberg, Bamberg; bei Sonneberg ist Verbindung mit dem Thüringer Netz geplant. Zwischen Nürnberg und Amberg sind die beiden Zinken der Stimmgabel überbrückt.

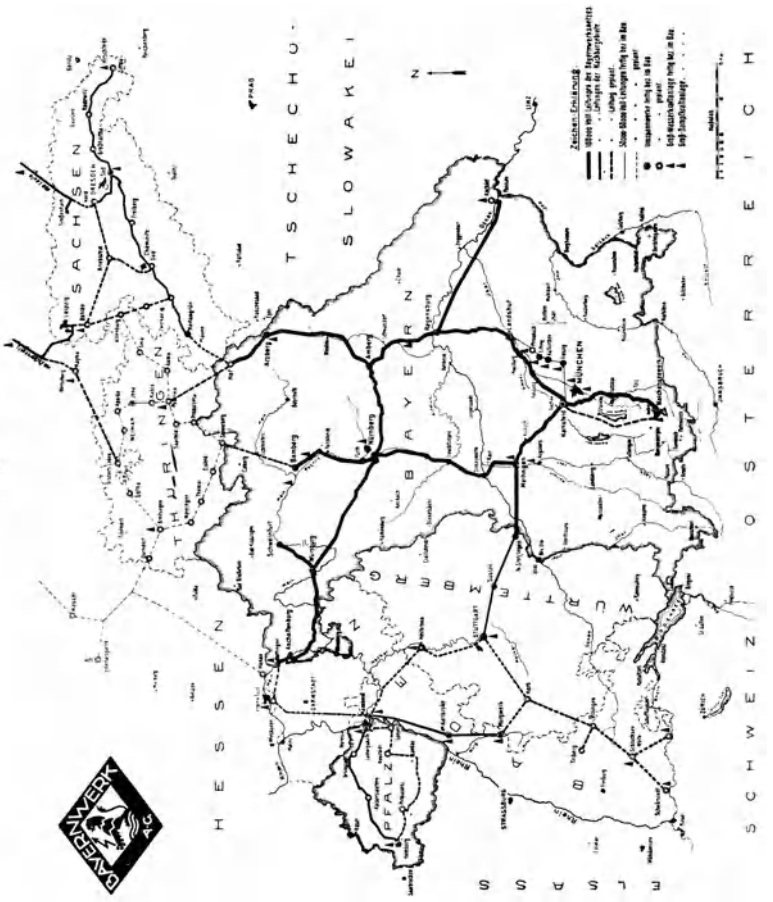


Fig. 265.

Abzweigungen führen von Nürnberg aus über Würzburg nach Aschaffenburg—Dettingen, von Augsburg aus nach Stuttgart —Eßlingen.

Die erwähnten Leitungen gehören dem Bayernwerk, einer A.-G. mit dem Sitze in München.

Der Betrieb des Walchensee-Kraftwerkes liegt der staatlichen Walchenseewerk-A.-G. ob. Das Werk leistet etwa 100000 kW und liegt am südlichen Ufer des Kochelsees, nahe bei Kochel. Etwa 200 m höher als das Werk liegt das Wasserschloß. Das Wasser wird dem von der Isar durchströmten Walchensee entnommen und durch einen Tunnel dem Wasserschloß zugeleitet. Das Wasserschloß ist durch sechs Rohre mit den Turbinen des Kraftwerkes verbunden. Das aus den Turbinen fließende Wasser tritt in den Kochelsee.

2. Die dicht oberhalb Basels gelegenen Rheinkraftwerke sind über Horb einerseits mit Stuttgart–Eßlingen, andererseits mit dem Murgwerk verbunden, einem großen mit Hilfe einer Talsperre versorgten Wasserwerk. Diese gabelförmige Leitung führt 50 kV. Von Stuttgart–Eßlingen aus führt eine 50 kV-Leitung über Heilbronn, Mannheim, Frankfurt a. M. nach Aschaffenburg –Dettingen. Eine 100 kV-Leitung verbindet das Murgwerk mit Karlsruhe und Mannheim und Mannheim mit Kaiserslautern und Homburg in der Bayerischen Pfalz.

Das westdeutsche Versorgungsgebiet stützt sich auf das Goldenberg-Kraftwerk, das zwischen Köln und Bonn gelegen ist, zwei Dampfturbinen von je 50000 kW Leistung besitzt und Braunkohle zur Heizung benutzt.

Das Rückgrat dieses Versorgungsgebietes ist eine 100 kV-Leitung zwischen Bonn und Düsseldorf.

Art. 211. Die Rolle der mittleren Kraftwerke. Die Entwicklung der Fernversorgung hat dazu geführt, viele kleinere Kraftwerke stillzulegen. Einzelne Fabriken, Dörfer, Häuserblocks werden heute nicht mehr durch besondere kleine Kraftwerke versorgt.

Mittlere Kraftwerke von Städten und Überlandzentralen sind zunächst für die ausschließliche Versorgung eines kleineren Bezirkes gebaut worden. Nach Vollendung der Fernversorgungsanlagen fällt ihnen eine beschränkte aber wichtige Aufgabe zu: sie ergänzen die der Fernversorgung entnommene Leistung in den Stunden des größten Bedarfes, sie liefern den sogenannten „Spitzenstrom“, während die konstante Leistung den Fernversorgungsanlagen entnommen wird. So ergänzen die Berliner Werke Moabit, Rummelsburg, Oberspree die aus Zschornewitz und Trattendorf kommende Leistung, namentlich in den Abendstunden, wo viel Licht gebraucht wird. Die Schaltstation Friedrichsfelde regelt die Energieverteilung.

Art. 212. Standort der Kraftwerke. 1. An Rohstoffen gebraucht ein elektrisches Kraftwerk Brennstoffe oder fallendes Wasser.

Der Transport von Brennstoff zur Wärmeantriebsmaschine muß so billig wie möglich sein. Ein Kraftwerk wird also zweckmäßig an einem Wasserwege angelegt. Noch besser ist es, das Kraftwerk inmitten des Kohlevorkommens anzulegen oder etwa neben einem Hochofen, dessen Gichtgase die Antriebsmaschine in Betrieb halten.

Wo es irgend möglich ist, sollten Kraftwerke in der Nähe fallenden Wassers angelegt werden. Damit schalten wir uns in den ewigen Kreislauf des Wassers ein, das aus dem Meere verdunstet, mit dem Wind über die Gebirge getragen wird, dort niederfällt und nun wieder zum Meere, dem „erwartenden Erzeuger", zurückeilt. Wenn wir dagegen Kohle zum Betriebe der Antriebsmaschine verwenden, so verringern wir dauernd die — nicht unerschöpfliche — Menge der aufgespeicherten Kohleschätze.

2. Die Verteilung des von einem Kraftwerke erzeugten Gutes, der elektrischen Energie, erfolgt meistens durch Drehstromleitungen. Länge und Querschnitt der Leitungen sind durch die Rücksicht auf die Anlagekosten begrenzt, die Spannung ist es durch physikalische Gründe. Daher ist die Entfernung, über die sich mit gutem Wirkungsgrad Energie elektromagnetisch fortleiten läßt, beschränkt. Ein Kraftwerk liegt also am günstigsten in der Mitte des versorgten Gebietes.

3. Der Verbrauch von elektrischer Energie geschieht größtenteils in Beleuchtungsanlagen, in Antriebsmaschinen und in chemischen Prozessen. Gewöhnlich ist der Ort des Verbrauches, z. B. die Lage einer Großstadt, gegeben. Es kann aber auch der Fall eintreten, daß sich Industrien in der Nähe eines Kraftwerkes ansiedeln.

5. Abschnitt.

Durchgang des elektrischen Stromes durch Stromleiter, durch Widerstände und Glühlampen, durch Isolatoren, Schalter und Gleichrichter.

Sechsunddreißigstes Kapitel.

Widerstand und Form von Stromleitern.

Art. 213. Abhängigkeit des Widerstandes von Form und Stoff. Durchfließt ein Strom von der Stärke I einen Leiter vom Widerstand R, so hat die Eintrittsfläche des Stromes gegen die Austrittsfläche die Spannung

$$U = RI \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Diese Beziehung, das Ohmsche Gesetz, ist bereits auf S. 9 angegeben worden.

Man bestimmt den elektrischen Widerstand fester Körper fast immer an langgestreckten Körpern von konstantem Querschnitt F. Ist l die Länge des untersuchten Körpers, so gelten für den Widerstand R die Beziehungen

$$\varrho l/F = R = (1/\varkappa) l/F \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die beiden Größen ϱ und $\varkappa$ sind von der Form des Körpers unabhängig. Man bezeichnet ϱ als „spezifischen Widerstand“, $\varkappa$ als „Leitfähigkeit“.

In den Fig. 266 (bzw. 267) sind zwei Stromkreise dargestellt, die außer einer Spannungsstufe und dem Strommesser A die Widerstandsleiter I (bzw. III, IV, V) enthalten; der Widerstand des ganzen Stromkreises ist nur unwesentlich größer als der Widerstand der Widerstandsleiter. Der Widerstandsleiter I in Fig. 266 sei ein Messingdraht, dessen Länge $l = 1\,\mathrm{m}$, dessen Querschnitt $F = \mathrm{d}^2\pi/4 = 0{,}0707\ \mathrm{mm}^2$ ist. Der Widerstandsleiter III, IV, V in Fig. 267

bestehe aus drei Messingdrähten, die „parallel geschaltet“ sind. Jeder der drei Drähte habe die Länge 3 m, den Querschnitt 0,0707 mm². Demnach hat der Widerstandsleiter III, IV, V die Länge $l = 3$ m, den Querschnitt $F = 3 \cdot 0{,}0707$ mm². Der Quotient l/F aus Länge und

Fig. 266.



Fig. 267.

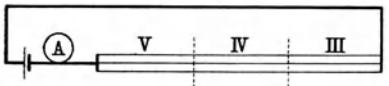
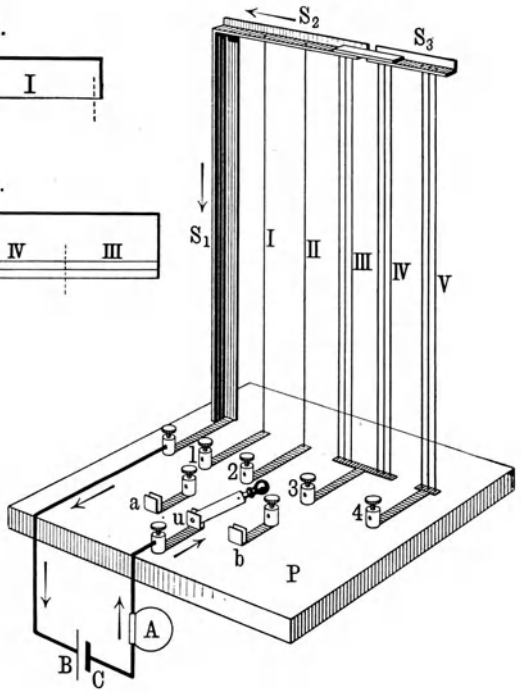


Fig. 268.



Querschnitt hat also für beide Widerstandsleiter den gleichen Wert. Haben die beiden in den Fig. 266 und 267 dargestellten Spannungsstufen die gleiche Spannung U, so zeigen die Strommesser gleiche Stromstärke I an; folglich ist gemäß Gl. (1) der Widerstand R des Leiters I gleich dem des Leiters III, IV, V. Dieser Versuch bestätigt Gl. (2), die aussagt, daß bei Gleichheit des Stoffes (d. h. gleichem ϱ) und des Quotienten l/F der Widerstand gleich ist.

Fig. 268 zeigt eine Anordnung, bei welcher dieselbe Spannungsstufe durch denselben Strommesser und vertauschbare Widerstände einen Strom treibt. Mit dieser Anordnung kann man die Gleichheit der Widerstände der Leiter I und V, IV, III genauer feststellen als an den gesonderten Stromkreisen Fig. 266 und 267.

Bei einem Versuche mit der in Fig. 266 dargestellten Anordnung war die Stromstärke $I = 2{,}0$ A. Die Spannungsstufe hatte, wie mit einem Spannungsmesser festgestellt wurde, die Spannung $U = 2{,}0$ V. Demnach ist der Widerstand $R = 1\,\Omega$. Das Messing, aus dem der benutzte Draht von der Länge $l = 1$ m, dem Querschnitt $F = 0{,}0707\,\text{mm}^2$ hergestellt ist, hat also den spezifischen Widerstand

$$\frac{RF}{l} = \varrho = 0{,}0707 \left[\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}\right] = 0{,}0707 \cdot 10^{-4}\,[\Omega\,\text{cm}].$$

Die Leitfähigkeit ist $\varkappa = 14{,}1 \cdot 10^4\,[1/\Omega\,\text{cm}]$.

Art. 214. Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen. 1. Bei zwei in Reihe geschalteten und vom Strome I durchflossenen Widerständen (r_1 und r_2 in Fig. 269) addieren sich die beiden Teilspannungen $r_1 \cdot I$ und $r_2 \cdot I$ zur Gesamtspannung U; es ist also

$$r_1 \cdot I + r_2 \cdot I = U$$

oder

$$U/I = R = r_1 + r_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Ebenso wie zwei Teilspannungen, lassen sich beliebig viele addieren. Der Gesamtwiderstand mehrerer in Reihe geschalteter Widerstände ist also gleich der Summe der Einzelwiderstände.

2. Bei zwei parallel geschalteten Widerständen (r_1 und r_2 in Fig. 270) haben die Eintrittsstellen der beiden Teilströme die gleiche

Fig. 269.

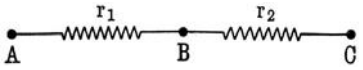
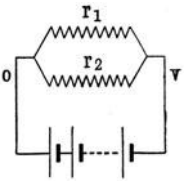


Fig. 270.



Spannung U gegen die Ausstrittsstellen; die beiden Teilstromstärken U/r_1 und U/r_2 addieren sich zu der Gesamtstromstärke I. Es ist also

$$U/r_1 + U/r_2 = I$$

oder

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad \text{oder} \quad R = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \cdot \quad \ldots \quad (4)$$

Man bezeichnet den Kehrwert $1/R$ eines Widerstandes R als „Leitwert“ G. Der Gesamtleitwert mehrerer parallel geschalteter Stromleiter ist also gleich der Summe der einzelnen Leitwerte. Es ist

$$G = G_1 + G_2 + \cdots \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Art. 215. Leitwert und Kapazität. 1. Wird der Raum in der Umgebung zweier Metallkörper (Elektroden) 1 und 2 zunächst mit einem Stoffe von der großen Leitfähigkeit $\varkappa$, sodann mit einem nicht leitenden Stoffe von der absoluten elektrischen Verschiebbarkeit ε ausgefüllt, so steht der Leitwert G zwischen beiden Körpern in einfacher Beziehung zur Kapazität C; es ist

$$G/\varkappa = C/\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Daß diese Beziehung für zwei große ebene Platten von kleinem Abstande gilt, ergibt sich durch Vergleich der aus (2) folgenden Beziehung $1/R = G = \varkappa F/l$ mit der Gl. (51), S. 26, die für $\varepsilon = 1$ und $s = l$ lautet $C = \varepsilon F/l$.

Ist eine gut leitende Kugel mit dem Halbmesser $1/\varrho_1$ (der Krümmung ϱ_1) im Mittelpunkt einer Kugelfläche vom inneren Halbmesser $1/\varrho_2$ (der Krümmung ϱ_2) angeordnet, so berechnet sich

$$\text{die Kapazität } C = \frac{4\pi\varepsilon}{\varrho_1 - \varrho_2}, \quad \text{der Leitwert } G = \frac{4\pi\varkappa}{\varrho_1 - \varrho_2} \qquad (7)$$

Damit die Beziehung (6) streng gilt, muß die Umgebung der Elektroden nicht nur teilweise, sondern ganz von Stoff mit der Leitfähigkeit $\varkappa$ oder der Verschiebbarkeit ε ausgefüllt sein. Ferner muß in einem Falle $\varkappa$ so groß sein, daß der (von ε abhängige) Verschiebungsstrom keine Rolle spielt, in dem anderen Falle $\varkappa$ so klein sein, daß der (von $\varkappa$ abhängige) Leitungsstrom keine Rolle spielt. In beiden Fällen haben die elektrischen Kraftlinien den gleichen Verlauf. Denselben Verlauf haben in einem Falle die elektrischen Strömungslinien, im anderen Falle die elektrischen Induktionslinien. Dies ist der physikalische Grund für die Gültigkeit der Gl. (6).

2. Wenn Leitungs- und Verschiebungsstrom von gleicher Größenordnung sind, so verhält sich die Anordnung wie eine Kapazität mit Nebenwiderstand; der Durchgang von Wechselstrom befolgt die Gl. (71), S. 142 und die letzten Gleichungen des Schemas (74), S. 143.

Art. 216. Feste Widerstände. 1. Schraubenlinienwiderstände. Wenn Widerstandsleiter nur für Gleichstrom gebraucht werden sollen, so kommt es nicht darauf an, ob der Leiter Induktivität besitzt und ob seine Enden Kapazität gegeneinander haben. Man wickelt dann häufig blanken Draht aus geeignetem Stoff auf einen Zylinder und zieht nachher den Zylinder heraus. Der Widerstandsdraht bildet dann eine Schraubenlinie, deren Gänge durch Auseinanderziehen der Enden voneinander getrennt werden können. Man kann auch blanken Draht in ein Gewinde wickeln, das auf einen

Zylinder aus nicht leitendem Stoff geschnitten ist. Billigere Widerstände erhält man, indem man emaillierten Draht auf emailliertes Eisenrohr wickelt.

2. Gitterwiderstände. Fig. 271 zeigt einen Widerstand, bei dem Band um Porzellanrollen hin- und hergeschlungen ist. Man

Fig. 271.

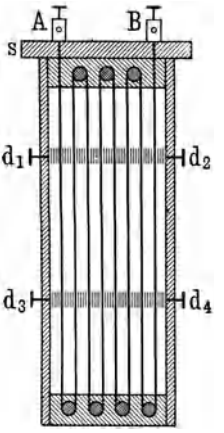


Fig. 272.

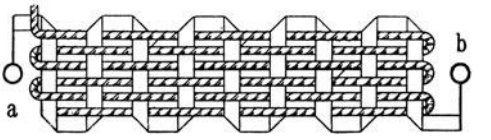
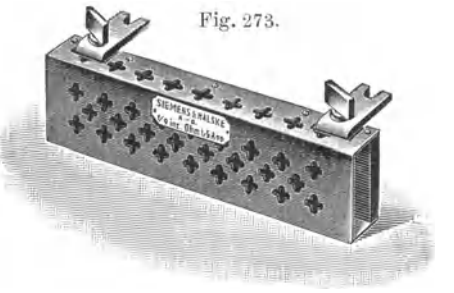


Fig. 273.



kann mehrere solcher flachen Gitter aneinanderstellen und in Reihe schalten. Die Firma Schniewiendt in Neuenrade (Westfalen) führt Starkstromwiderstände etwa so aus, wie Fig. 272 zeigt.

3. Spiralwiderstände erhält man (nach dem Verf.) dadurch, daß man aus besponnenem Widerstandsdraht oder -band Spiralen wickelt, etwa nach Fig. 104, S. 97. Unter Zwischenlegung von drei radialen Asbeststreifen kann man beliebig viele solcher Spiralen aufeinanderschichten und durch eine axiale Stange zusammenklemmen. Bei dieser Anordnung ist die Raumausnutzung besonders gut und doch die erwünschte Kühlung durch aufsteigende Luft nicht behindert.

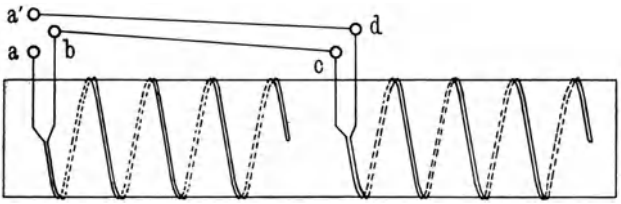
4. Wellenwiderstände. Kleinere Widerstände für starke Ströme, z. B. die Nebenschlüsse für Strommesser, werden vielfach so hergestellt, daß ein Band in Wellenform gepreßt wird. Ein solches Wellenband enthält der Widerstand Fig. 273.

5. Bifilare Widerstände sind so gewickelt, wie der zwischen den Klemmen a und b liegende Widerstand der Fig. 274. Der elektrische Strom durchfließt zwei dicht nebeneinander liegende besponnene Drähte in entgegengesetzter Richtung. Solche Wider-

stände sind fast frei von Induktivität, haben also für Gleichstrom und mittelfrequenten Wechselstrom gleichen Widerstand.

6. Chapeyronsche Wicklung. Um den Widerstand einer bifilaren Wicklung groß zu machen, darf man nicht einfach die Länge der aufzuwickelnden Doppeldrähte beliebig groß wählen, denn dadurch würde der (kapazitive) Verschiebungsstrom zwischen Anfang und Ende der Wicklung bei Betrieb mit Wechselstrom zu stark anwachsen. Es ist zweckmäßiger, einzelne kurze bifilare Widerstands-

Fig. 274.



rollen, z. B. a, b und c, d in Fig. 274, in Reihe zu schalten; dadurch steigt der Widerstand, ohne daß das Verhältnis von Verschiebungs- und Leitungsstrom anwächst.

7. Hochfrequenzwiderstände. Für hochfrequente Ströme sind auch bifilare Wicklungen nach Ziffer 6 noch nicht einwandfrei. Die Kapazität zwischen Anfang und Ende der Wicklungen ist noch so groß, daß das Verhältnis U/I stark von der Frequenz abhängen würde. Es gelingt auf verschiedenen Wegen, Widerstände herzustellen, die nahezu frei von Induktivität und Kapazität sind. Man kann Gitterwiderstände (nach Ziffer 2) aus sehr feinen Drähten verwenden; oder eine rechtsgängige und eine linksgängige Schraubenlinie übereinanderwickeln und dann die benachbarten Enden verbinden. Nach dem Verf. erhält man solche Widerstände auf folgende Weise: Man wickelt aus besponnenem Draht eine flache Spirale, darauf mittels derselben Schablone eine zweite. Beide Spiralen werden, nachdem die eine (um eine in ihrer Ebene liegende Achse) um 180° gedreht ist, aufeinandergelegt und mit Schellack verklebt; sodann werden die beiden äußeren Enden miteinander verlötet, ebenso die beiden inneren Enden.

Art. 217. Veränderliche Widerstände. 8. Abzweigwiderstände erhält man durch Reihenschaltung mehrerer Widerstände, deren Verbindungsstellen mit je einer Klemme verbunden werden.

9. Kurbelwiderstände enthalten mehrere in Reihe geschaltete Widerstände, deren Verbindungsstellen (ebenso wie Anfang und Ende)

zu Kontaktknöpfen geführt werden, die, wie Fig. 275 zeigt, im Kreise angeordnet sind. Um eine durch den Mittelpunkt gehende (in der Figur nicht gezeichnete) Achse ist eine Kurbel drehbar, deren Ende auf den Kontaktknöpfen liegt. Solche Kurbelwiderstände werden zweckmäßig mit drei Klemmen versehen, die am Anfang und am Ende der Widerstände und an der Kurbelwelle liegen. Für die Herstellung von Anlasserwiderständen, wie sie in den Fig. 184, 185 und 186, S. 167 dargestellt sind, wird meistens das Prinzip der Kurbelwiderstände benutzt.

10. Stöpselwiderstände. Für Meßzwecke sind Kurbel- oder Stöpselwiderstände gebräuchlich. Kurbelwiderstände sind bequemer,

Fig. 275.

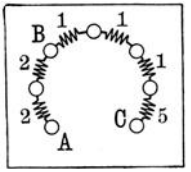


Fig. 277.

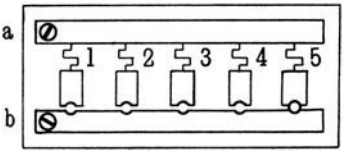
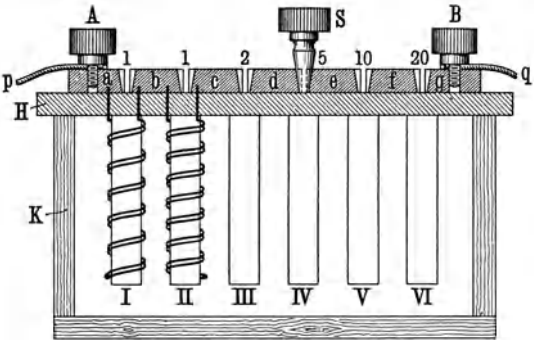


Fig. 276.



bedürfen aber einer sehr sorgfältigen mechanischen Ausführung und Pflege, damit die Übergangswiderstände nicht stören. Stöpselwiderstände werden nach Fig. 276 oder nach Fig. 277 hergestellt. Zwischen den Endklemmen liegt im ersten Falle der entstöpselte Widerstand (z. B. 34 Ω), im zweiten Falle der gestöpselte Widerstand.

11. Als Gleitwiderstände bezeichnet man Anordnungen, bei denen ein Abzweigkontakt an dem Widerstandsleiter entlang gleitet. Für Meßzwecke verwendet man als Widerstandsleiter vielfach Drähte, die gerade sind oder die Form einer Kreislinie haben. Als Vorschalt-

widerstände verwendet man meistens Drähte, die auf einen festen Träger aufgewickelt sind und die Form einer Schraubenlinie haben. Solche Gleitwiderstände sind wegen ihrer Billigkeit weitverbreitet.

Fig. 278.

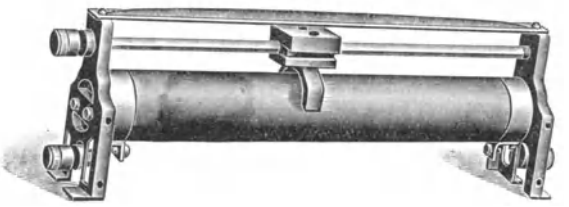


Fig. 278 zeigt einen von den Physikalischen Werkstätten in Göttingen hergestellten Widerstand dieser Art.

Art. 218. Die Widerstandseinheit. Werner v. Siemens erkannte als einer der ersten, wie notwendig für die Beherrschung elektrischer Vorgänge in Maschinen, Geräten und Leitungen die Kenntnis des Widerstandes der stromdurchflossenen Leiter sei. Bei der Unvollkommenheit der damaligen Spannungs- und Strommesser konnten nur vergleichende Messungen des Widerstandes in Frage kommen. Als Vergleichswiderstand oder Normale verwendete Siemens zunächst Kupferdrähte von bestimmten Abmessungen, bemerkte aber bald, daß solche Drahtstücke merklich verschiedenen Widerstand haben können; nicht nur die Temperatur, sondern auch Bearbeitung, Reinheit und Struktur sind von Einfluß auf den Widerstand. Siemens schlug deshalb vor, den Widerstand eines Quecksilberfadens von bestimmter Länge, von 1 mm^2 Querschnitt und von der Temperatur 0^0 C, als Einheit des Widerstandes anzusehen. Dieser Vorschlag hat sich durchgesetzt. Auf Grund der Vorschläge von Dorn wurde 1893 beschlossen, 1898 durch deutsches Reichsgesetz folgendes festgesetzt: die gesetzliche Einheit des Widerstandes heißt ein Ohm (1 Ω) und ist gleich dem Widerstand eines Quecksilberfadens von 1 mm^2 Querschnitt und 106,3 cm Länge bei 0^0 C. Weil der Querschnitt am genauesten durch Auswägung bestimmt wird, gibt das Gesetz außer dem Querschnitt Masse und Länge des Fadens an.

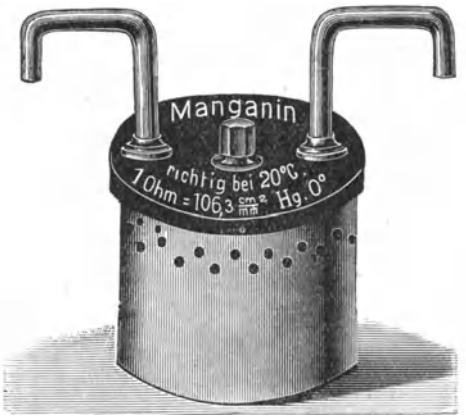
Mit einer solchen Quecksilbernormale werden in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Drahtnormalen verglichen. Jede Drahtnormale muß von Zeit zu Zeit wieder verglichen werden, da eine Änderung des Widerstandes derselben Drahtnormale (durch etwaige

Änderung der Kristallstruktur) nicht ausgeschlossen ist. Die Reichsanstalt vergleicht nun mit ihren aus Manganindraht gefertigten Drahtnormalen andere, die in Fabriken und Instituten zu Messungen benutzt werden sollen.

Um Drahtnormalen von 10 Ω zu gewinnen, verfährt die Reichsanstalt so, daß 10 Normalen von je 1 Ω in Reihe geschaltet werden. Die prozentischen Fehler sind bei der 10 Ω-Normalen nicht größer als bei den 1 Ω-Normalen.

Fig. 279 zeigt die äußere Form einer käuflichen Normale. Die dicken Bügel aus massivem Kupfer sind in einer Hartgummiplatte befestigt. Ihre unteren Enden sind durch den bifilar gewickelten Widerstandsdraht geschlossen. Der durchlöcherte Blechmantel dient zum Schutze. Für genaue Messungen werden die Enden der Kupferbügel in mit Quecksilber gefüllte Vertiefungen zweier Kupferblöcke eingesetzt, während die Normale selbst in ein mit Petroleum gefülltes Gefäß eintaucht.

Fig. 279.



Für manche Zwecke genügt folgendes Verfahren. Man schraubt in die freien Enden der Kupferbügel starke Schrauben ein und befestigt mit diesen die beiden Drähte, die zur Zufuhr und Abfuhr des Stromes dienen. Oben in die Kupferbügel zieht man schwache Schrauben ein, die als Spannungsklemmen dienen. Der Übergang an den Stromklemmen macht die Spannung zwischen den Zuleitungsdrähten etwas größer als die Spannung, die zwischen den Kupferbügeln herrscht. Dagegen ist der Strom, der durch die Spannungsklemmen geht, in der Regel so klein, daß die Spannung zwischen den beiden Spannungsleitern der Spannung der Kupferbügel gleich gesetzt werden kann.

Siebenunddreißigstes Kapitel.

Widerstand und Stoff von Stromleitern.

Art. 219. Stromdurchgang durch metallische Leiter. Im letzten Abschnitt dieses Buches sind sämtliche chemischen Elemente zusammengestellt. Als Nichtmetalle bezeichnet man alle Elemente der Gruppe VIIa (die Halogene) und der Gruppe 0 (die Edelgase), außerdem die Elemente Nr. 5 bis 8 (Bor, Kohlenstoff, Stickstoff, Sauerstoff), Nr. 14 bis 16 (Silicium, Phosphor, Schwefel), Nr. 33 und 34 (Arsen und Selen) und Nr. 52 (Tellur). Die übrigen chemischen Elemente bezeichnet man als reine Metalle. Den Namen „Metalle" tragen auch die zahlreichen Legierungen reiner Metalle.

Reine Metalle und Metallegierungen sind die wichtigsten der Stoffe, die man als **metallische Leiter** bezeichnet. Der Durchgang des elektrischen Stromes durch metallische Leiter ist durch drei Tatsachen gekennzeichnet:

1. Die Leitfähigkeit metallischer Leiter ist in der Regel viel größer als die anderer Stoffe; hierauf beruht die Undurchlässigkeit für Lichtstrahlen und die Fähigkeit, auffallendes Licht fast vollkommen zurückzuwerfen, kurz der sogenannte „metallische Glanz".

2. Metallische Leiter erleiden beim Durchgang von Strom keine wahrnehmbare chemische Veränderung.

3. Die Leitfähigkeit nimmt bei reinen Metallen immer, bei Metallegierungen in der Regel mit zunehmender Temperatur ab.

Diese drei durch Beobachtung leicht feststellbaren Tatsachen unterscheiden die metallischen Leiter von den **elektrolytischen Leitern,** zu denen verdünnte Säuren, Salzlösungen und viele feste Stoffe (auch Glas) in hocherhitztem Zustande gehören.

Die Unveränderlichkeit metallischer Leiter (siehe Ziffer 2) macht es sicher, daß nicht wägbare geladene Atome, und wahrscheinlich, daß die unwägbaren kleinsten Teile der negativen Elektrizität, die Elektronen, Träger des metallischen Leitungsstromes sind. Man kann vielleicht annehmen, daß häufig Elektronen aus dem Reich eines Metallatoms in das Reich eines benachbarten Metallatoms übergehen, und daß diese Grenzüberschreitungen vorwiegend in einer

Richtung ($-\mathfrak{E}$) stattfinden, wenn in dem Metalle ein gleichförmiges elektrisches Feld ($+\mathfrak{E}$) herrscht. Aus der Kristallstruktur des Kupfers, der Leitfähigkeit des Kupfers und der Elektronladung ergibt sich folgendes. Wenn in Kupfer von Zimmertemperatur ein konstantes elektrisches Feld aufrecht erhalten wird, dessen Stärke $\mathfrak{E}$ etwa ein zehntausendstel (genauer $0{,}88 \cdot 10^{-4}$) V/cm beträgt, so entsteht im Kupfer eine Stromdichte, die durch die Annahme erklärt werden kann, daß jedes Metallatom in der Sekunde 100 000 mal ein Elektron aufnimmt und in der $-\mathfrak{E}$-Richtung weitergibt.

Um die Abnahme der Leitfähigkeit mit Erhöhung der Temperatur (siehe Ziffer 3) zu erklären, dazu genügt die geringe Ausdehnung der Metalle nicht, vielleicht aber der folgende Umstand. Mit zunehmender Temperatur steigt die Amplitude und Frequenz der Wärmeschwingungen, die die Atome um ihre Gleichgewichtslage ausführen. Es scheint, daß diese Wärmeschwingungen der Atome die Grenzübergänge der Elektronen erschweren.

Art. 220. Die Leitfähigkeit der wichtigsten reinen Metalle und Legierungen ist in zwei aufeinanderfolgenden Tabellen am Schluß dieses Buches dargestellt.

1. Für reine Metalle ist die Leitfähigkeit $\varkappa$ für die Temperaturen $\vartheta = 0^0$ C und $\vartheta = 20^0$ C angegeben. Auffallend ist die hohe Leitfähigkeit von Kupfer, Silber und Gold, für die $\varkappa \approx 600\,000 \cdot 1/\Omega$ cm ist. In der letzten Spalte der ersten Tabelle ist der spezifische Widerstand ϱ angegeben. Der Zahlenwert desselben ist gleich dem Zahlenwert des Widerstandes, den ein Draht von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt dem Durchgang des Stromes entgegensetzt.

2. Man hat zahlreiche Legierungen von zwei reinen Metallen 1 und 2 in bezug auf die Leitfähigkeit $\varkappa$ untersucht. Man stellt $\varkappa$ als Funktion des Prozentgehaltes p_2 der Legierung an 2 dar; für $p_2 = 0$ ist $\varkappa = \varkappa_1$, für $p_2 = 100$ v. H ist $\varkappa = \varkappa_2$. Nur in wenigen Fällen, z. B. für die Legierungen von Zinn mit Blei oder Zink verläuft $\varkappa$ geradlinig zwischen den Punkten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$. Im allgemeinen liegen die $\varkappa$-Werte auf einer in den Punkten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ aufgehängten Kettenlinie. Spuren fremder Beimischungen setzen also die Leitfähigkeit eines Metalles in der Regel stark herab. Bisweilen liegen die $\varkappa$-Werte auch auf Kurven, deren Form etwa so ist, als ob Balken an Ketten in den Punkten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ aufgehängt wären.

Art. 221. Der Einfluß der Temperatur auf die Leitfähigkeit der wichtigsten Metalle und Legierungen ist am Schluß dieses Buches angegeben.

Für Leiter aus reinen Metallen ist in der Regel in grober Annäherung der Widerstand proportional der absoluten Temperatur

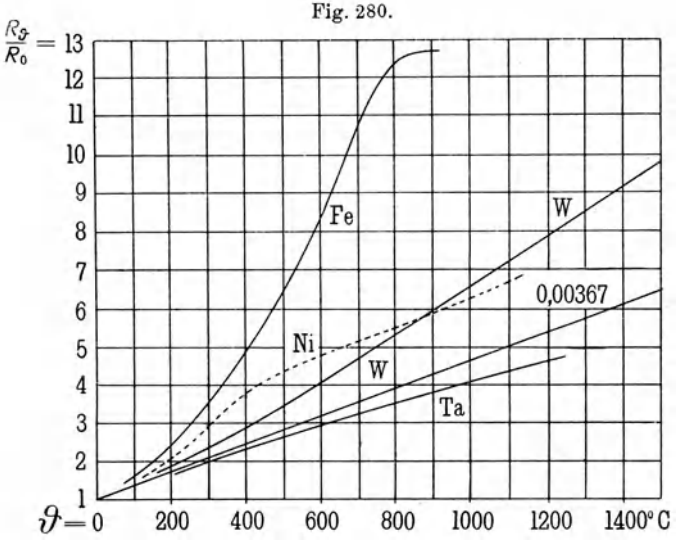
$$\Theta = 273^0\,\mathrm{C} + \vartheta = 273^0\,\mathrm{C}[1 + \alpha_0 \vartheta], \text{ worin } \alpha_0 = 0{,}003\,67^0\,\mathrm{C}. \quad (9)$$

Es ist also

$$R_\vartheta = R_0[1 + \alpha\vartheta], \quad \alpha\Big|_0^\vartheta = \frac{R_\vartheta - R_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\vartheta}, \quad \alpha \approx \alpha_0 \; . \; . \quad (10)$$

Der Temperaturkoeffizient α des elektrischen Widerstandes ist annähernd gleich dem Ausdehnungskoeffizienten α_0 der Gase.

Fig. 280.



Um das Verhalten eines Metalles für ein größeres Temperaturintervall zu kennzeichnen, gibt man das Widerstandsverhältnis R_ϑ / R_0 an; R_ϑ bzw. R_0 sind die bei den Temperaturen ϑ bzw. 0^0 C gemessenen Widerstände des untersuchten Leiters. Fig. 280 stellt Messungen von Pirani und R. A. Meyer dar.

Der Temperaturkoeffizient α_ϱ des spezifischen Widerstandes ist wegen der thermischen Ausdehnung etwas größer als der des Widerstandes.

Für reine Metalle und Aluminiumstahl ist Gl. (10) nahezu erfüllt. Nur die ferromagnetischen Metalle haben einen etwa doppelt so großen Koeffizienten und Quecksilber ist durch einen sehr kleinen Koeffizienten α ausgezeichnet.

Bei den meisten Legierungen ist der Temperaturkoeffizient um das Vielfache kleiner als der Ausdehnungskoeffizient der Gase.

In neuester Zeit ist die Leitfähigkeit für extrem tiefe Temperaturen von Kamerlingh Onnes in Leiden und seinen Mitarbeitern eingehend untersucht worden. Im 9. Abschnitt dieses Buches werden die Resultate besprochen.

Art. 222. Beziehung der elektrischen Leitfähigkeit zum Aggregatzustand und zur Wärmeleitung. 1. Bei derselben Temperatur, der des Schmelzpunktes, hat ein geschmolzenes Metall ungefähr den doppelten Widerstand als das feste. Bei Quecksilber hat das Verhältnis R_{Fl}/R_{Fe} einen besonders hohen Wert von etwa 4.

2. Metalle, die wie Silber die Wärme gut leiten, leiten auch den elektrischen Strom gut. Mit wenigen Ausnahmen trifft das Wiedemann-Franzsche Gesetz zu, nach dem der Quotient aus der elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$ und der Wärmeleitfähigkeit k für alle Metalle denselben Wert hat.

Ein Stabende z. B., dem vom anderen Ende her eine bestimmte Wärmemenge zugeführt wird, nimmt eine um so höhere Temperatur an, je kleiner die spezifische Wärme des Stabstoffes ist. Die Temperaturleitfähigkeit findet man, indem man die Wärmeleitfähigkeit durch das Produkt aus spezifischer Wärme und Dichte dividiert. Bildet man den Quotienten aus der elektrischen Leitfähigkeit und der Temperaturleitfähigkeit, so erhält man fast ebenso konstante Werte wie sie das Wiedemann-Franzsche Gesetz liefert.

3. Die spezifische Wärme der Metalle ist für tiefe Temperaturen sehr klein. Die Temperaturleitfähigkeit der Metalle wird also für tiefe Temperaturen sehr groß. Auch die elektrische Leitfähigkeit metallischer Leiter wird für tiefe Temperaturen sehr groß. Für Platin ist $R_{-257^0} = \frac{1}{200} \cdot R_{0^0}$, das Widerstandsverhältnis R_ϑ/R_0 beträgt bei $\vartheta = -257^0$ C nur 1/200.

Art. 223. Stromleiter mit möglichst geringem Widerstand. 1. Die Wicklungen von elektrischen Maschinen, Transformatoren und Geräten, sowie 2. die Drähte oder Drahtseile in Kabeln sind von der Art des leitenden Stoffes in folgender Weise abhängig. Bei geringerer Leitfähigkeit des verwendeten Stoffes wird hier nicht nur der Raum größer, den der leitende Stoff selbst erfüllt, sondern auch der Raum, den die Umgebung erfüllt: die Maschinen müßten größer gebaut, der Kabelquerschnitt müßte größer gewählt werden.

Daher kommt es hier mehr als in den später angeführten Fällen auf große Leitfähigkeit des leitenden Stoffes an, daher wird hier nur reines Kupfer verwendet.

3. Anders liegt die Sache bei Freileitungen. Hier spielt der Raumbedarf für den leitenden Stoff keine ausschlaggebende Rolle. Hier kommt es wesentlich darauf an, mit möglichst geringen Kosten K den Wirkungsgrad η möglichst groß, d. h. die Größe $\varrho\, S/m$ der Gl. (83) und (84), S. 246, 247, möglichst klein zu machen. Es muß also das Produkt $\varrho \cdot S \cdot K/m$ möglichst klein werden. Nun stehen die Kosten K für die ganze Masse m des leitenden Stoffes zu m in einem Verhältnis, das gleich dem Preise je Kilogramm ist. Also kommt es auf die Größe

$$P = \varrho \cdot S \cdot \text{Preis je Kilogramm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

an, d. h. auf das Produkt dreier Faktoren, des spezifischen Widerstandes ϱ, der Dichte S und des Preises je Kilogramm. Die Eignung eines Stoffes ist $1/P$ proportional. In dem folgenden Schema sind die Zahlenwerte für einige Metalle angegeben:

Stoff	$\varrho_{20^0} =$	$S =$	$\frac{\text{Preis}}{\text{kg}} \approx$	$P =$
Kupfer	0,0173	8,9	2,00	0,308
Aluminium	0,0261	2,7	3,60	0,254
Zink	0,059	7,2	0,94	0,400
Eisen	0,100	7,8	0,37	0,288
	$\frac{\Omega\ \text{mm}}{\text{m}}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\frac{\text{M}}{\text{kg}}$	Einheiten

Hiernach hat die Größe $1/P$ für Aluminium (Al) den größten Wert: Al ist der für Freileitungen geeignetste Stoff. Außer den angegebenen Gesichtspunkten spricht für die Verwendung von Al noch ein rein physikalischer Grund mit: bei dickeren Drähten ist die Gefahr des Sprühens geringer (vgl. Art. 33, S. 46). In Deutschland spricht für Al auch der volkswirtschaftliche Grund mit, daß Al im Lande gewonnen, Kupfer zum größten Teil eingeführt werden muß.

4. Die Fahrleitungen für elektrische Bahnen erfordern möglichst gute Leitfähigkeit und möglichst hohe Zerreißfestigkeit. Man verwendet Kupfer mit einem kleinen Zusatz. Durch Walzen und Ziehen wird der Draht hart, wird das Kupfer zu sogenanntem Hartkupfer.

Art. 224. Die Wahl des Stoffes für Widerstandsleiter hat folgende Gesichspunkte zu berücksichtigen:

1. Wir denken uns in einen Stromkreis eine Ω-förmige Schleife aus rundem Draht eingeschaltet. Der Stoff des Drahtes habe den spezifischen Widerstand ϱ und die Dichte S; der Preis je Kilogramm sei p. Der Draht habe den Durchmesser d und die Länge l. Dann sind Widerstand R bzw. Kosten K der Drahtschleife bestimmt durch die Beziehungen

$$R = \varrho\, l/d^2\pi/4 \quad \text{bzw.} \quad K = p \cdot S \cdot l d^2\pi/4 \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Die im Draht entwickelte Stromwärme RI^2 muß an die kalte Luft in der entfernteren Umgebung des Drahtes abgeführt werden, durch Leitung, Mitführung und Strahlung. Dazu muß der Draht eine bestimmte Übertemperatur ϑ haben, die um so geringer sein kann, je größer die Oberfläche $l d\pi$ des Drahtes ist. Wir setzen

$$RI^2 = k\vartheta^n l d\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Aus der Gl. (13) und der ersten der Gl. (12) kann man l und d berechnen. Das Verhältnis RI^2/K bestimmt die Güte des Schleifenwiderstandes. Man erhält

$$\frac{RI^2}{K} = \frac{1}{I^{2/3}} \cdot 2k\sqrt{2\pi^2 k}\, \frac{\vartheta^n \sqrt[3]{\vartheta^n}}{pS\sqrt[3]{\varrho}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

a) Ein Stoff ist also um so geeigneter, je höher die Übertemperatur ϑ ist, die er annehmen kann, ohne zu schmelzen, zu oxydieren, brüchig zu werden.

b) Ein Stoff ist ferner um so geeigneter, je geringer der Preis $p \cdot S$ pro Raumeinheit ist.

c) Obwohl $\varrho^{1/3}$ im Nenner des Güteausdruckes steht, ist der Stoff besser geeignet, dessen spezifischer Widerstand ϱ groß ist. Die erforderliche Länge l ist dann kleiner, der Durchmesser d kann größer sein und (infolge der geringeren Bearbeitungskosten) wird p, der Preis je Kilogramm, kleiner; da p eine Funktion von ϱ ist, kann $p\sqrt[3]{\varrho}$ mit wachsendem ϱ kleiner werden.

d) Der Ausdruck $I^{2/3}$ im Nenner zeigt, daß eine Widerstandsschleife bei gleichem Energieverbrauch einen größeren Aufwand an Kosten erfordert, je größer die Stromstärke ist.

e) Bei gleichem Querschnitt, gleicher Länge und gleicher Übertemperatur des Widerstandsdrahtes wird die Wärmeabgabe um so größer, je größer der Umfang des Querschnittes ist. Damit steigt die Konstante k und die Güte des Widerstandes. Es ist also

vorteilhafter, Band anstatt runden Draht zu verwenden, außer wenn p für Band viel größer ist als für Draht.

2. Zwei Tabellen am Schluß dieses Buches geben eine genauere Beziehung zwischen Stromwärme, Übertemperatur und Drahtdimensionen an, als sie für obige rohe Überschlagsrechnung angenommen ist; ferner die Zusammensetzung, den spezifischen Widerstand und den Temperaturkoeffizienten der wichtigsten Stoffe.

Die hohe zulässige Übertemperatur (a) macht Chromnickelstähle für Heizwiderstände besonders geeignet.

Die Billigkeit (b) läßt die Mangan-Nickellegierung RLS besonders geeignet erscheinen.

Für Widerstände, die als Vergleichswiderstände zu Meßzwecken dienen sollen, kommt es vor allem auf möglichst geringen Temperaturkoeffizienten an. Manganin wird hier bevorzugt. Künstlich gealterte Widerstandsleiter aus Manganin behalten jahrelang unveränderten Widerstand.

3. Eine immer mehr zunehmende Verwendung finden Eisenwiderstände, bestehend aus dünnen Eisendrähten in einer verdünnten Wasserstoffatmosphäre. Sie haben die Eigenschaft, daß die Stromstärke in weiten Grenzen des Spannungsabfalls annähernd konstant bleibt, können also als Schutz aller möglichen Stromkreise gegen die Gefahren dienen, die eine Erhöhung der Spannungsstufe mit sich bringt. Die Stromkreise können Glühfäden von Elektronenröhren oder Glühlampen oder zu ladende Akkumulatoren enthalten. Die Wirkung der Widerstände beruht vielleicht darauf, daß die Temperatur in der Mitte am höchsten ist, und daß sich zunächst ein kurzes, bei steigendem Strome ein immer größeres Stück des Eisendrahtes in eine schlechter leitende und höher temperierte Modifikation umwandelt, die den viel größeren Spannungsabfall bewirkt [vgl. H. Busch, Physik. Zeitschr. **21**, 632, 1920; Ann. d. Phys. (4) **61**, 401, 1921].

Achtunddreißigstes Kapitel.

Wärmeentwicklung in Stromleitern.

Art. 225. Arbeitswert der Kalorie. In Fig. 281 ist ein Stromkreis dargestellt, der durch Reihenschaltung einer Spannungsstufe, eines Strommessers und eines Leiters vom Widerstande r gebildet ist. Ist U die vom Spannungszeiger V angezeigte Spannung der

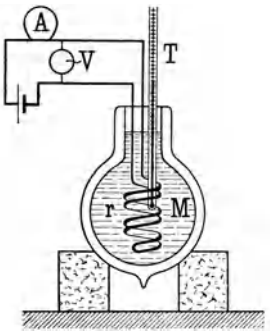
Netzleiter, I die Stromstärke, so fließt dem Widerstande r in der Zeit t die elektrische Arbeit

$$UIt = \frac{U^2}{r}t = I^2rt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

zu [III. Grundgesetz, siehe Gl. (16), S. 9 und Art. 90].

Die dem Widerstande zugeführte elektrische Arbeit wird in eine andere Energieform, in Wärmeenergie umgewandelt, die in das Wasser M hineinwandert. Das Wasser befindet sich in einer Dewarflasche und ist durch die doppelten Glaswände derselben von der Außenluft getrennt. Der Zwischenraum zwischen den Glaswänden ist luftleer gepumpt und die einander zugekehrten Flächen der Glaswände sind versilbert. Dadurch ist bewirkt, daß weder durch Leitung oder Mitführung, noch durch Strahlung Wärme durch die Glaswände hindurchtreten kann. Die ganze der Wassermasse m zugeführte Stromwärme dient also dazu, die Temperatur des Wassers um den Betrag $\vartheta_2 - \vartheta_1$ zu erhöhen. Für genaue Versuche soll die Anfangstemperatur $\vartheta_1 = 15^0\,\mathrm{C}$ sein. Die mit Thermometer und Wage gemessene Wärmemenge muß der elektrisch gemessenen gleich sein. Es ist also

Fig. 281.



$$\frac{m}{[\mathrm{g}]} \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{[^0\mathrm{C}]}\ \mathrm{kal} = \frac{U}{[\mathrm{V}]} \cdot \frac{I}{[\mathrm{A}]} \cdot \frac{t}{[\mathrm{s}]}\ \mathrm{Ws} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Aus Gl. (16) ergibt sich

$$\frac{1\ \mathrm{kal}}{1\ \mathrm{Ws}} = J = \frac{(U/\mathrm{V}) \cdot (I/\mathrm{A}) \cdot (t/\mathrm{s})}{(m/\mathrm{g}) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)/^0\mathrm{C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Bei einem Versuche war

$$U = 5\,\mathrm{V}, \quad I = 5\,\mathrm{A}, \quad t = 600\,\mathrm{s}, \quad m = 2000\,\mathrm{g},$$
$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = 1{,}80^0\,\mathrm{C},$$

woraus folgt:

$$1\ \mathrm{kal} = 4{,}15\ \mathrm{Wsek}.$$

Genauere Bestimmungen dieses wichtigen Zahlenwertes in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt haben folgendes ergeben. Es ist der Arbeitswert der Kalorie

$$\mathrm{kal/Ws} = J = 4{,}185 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Art. 226. Elektrische Koch- und Heizgeräte und Öfen werden in sehr verschiedener Art ausgeführt.

1. Um Wasser usw. auf Siedetemperatur zu erhöhen, kann man jeden beliebigen Kochtopf verwenden, in dem man einen eingekapselten, stromdurchflossenen Widerstand eintaucht.

2. Man kann auch einen Widerstand fest in das Kochgerät einbauen. Notwendig ist ein solcher Einbau, wenn z. B. eine Bratpfanne elektrisch geheizt werden soll.

3. Auch in Kissen für Kranke baut man Widerstände ein.

4. Zur Heizung eines Wohnraumes oder zu ihrer Ergänzung wendet man große dunkel brennende Kohlefaden-Glühlampen an oder offene Drahtwiderstände aus einer Legierung, die, wie z. B. Chromnickelstahl, bei schwacher Rotglut noch nicht oxydiert. Die von der Oberfläche der Heizkörper an die Luft abgegebene Wärme wird von der Luft mitgeführt und so verbreitet. Außerdem ist die Wärmestrahlung schwach rotglühender Körper schon erheblich.

5. Für viele Zwecke gebraucht man kleine hochtemperierte Raumteile. Diese schafft man am einfachsten durch Umgebung des Raumteiles mit Stromleitern.

a) In Porzellanrohren, die mit Draht aus Chromnickelstahl bewickelt sind, kann man dauernd Temperaturen bis zu 1075° C aufrecht erhalten.

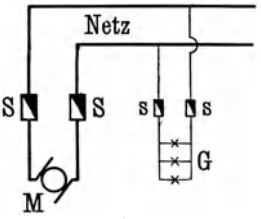
b) Etwas höhere Temperaturen, bis zu etwa 1250° C, kann man durch Öfen erzeugen, die z. B. von C. J. Heraeus in Hanau gebaut werden. Sie bestehen aus einem Porzellanrohr, um das ein Streifen aus Platinblech in Form einer Schraubenlinie aufgewickelt ist.

c) Viel höhere Temperaturen, bis zu etwa 3000° C, kann man im Innern von Kohlerohren erzeugen, die längs der Achse von einem starken Strom durchflossen werden (Gebr. Siemens, Berlin-Lichtenberg). Ein Nachteil dieser Öfen ist, daß die glühende Kohle gegen Verbrennung geschützt werden muß. Dies geschieht gewöhnlich dadurch, daß ein Stickstoffstrom langsam durch ein Kohlerohr getrieben wird, das länger und weiter als das Heizrohr ist und letzteres einschließt. Schwerwiegender ist ein anderer Nachteil: bei hoher Temperatur verdampft Kohle merklich. Körper,

Fig. 282.



Fig. 283.



die in den hocherhitzten Innenraum dieser Öfen gebracht werden, nehmen bei der hohen Temperatur meistens Kohlenstoff auf.

Art. 227. Schmelzsicherungen sind kurze dünne Drahtstücke, die in einen Stromkreis eingeschaltet werden (s. die Fig. 282 und 283). Sie erhöhen trotz ihres geringen Querschnittes den Gesamtwiderstand der Leitung nicht merklich, weil ihre Länge klein ist. Wenn der hindurchgehende Strom eine gewisse Höchstgrenze überschreitet, schmilzt der Sicherungsdraht infolge seines geringen Querschnittes etwa in der Mitte, unterbricht dadurch den Strom und schützt andere Leiter vor Zerstörung.

Meßgeräte, die auf der Wärmeentwicklung in Stromleitern beruhen, sind Art. 291 beschrieben.

Neununddreißigstes Kapitel.

Lichtstrahlung von Stromleitern und Herstellung von Glühlampen.

Art. 228. Elemente mit hohem Schmelzpunkt. Eine der Tabellen am Schluß dieses Buches enthält die Elemente in der Anordnung des periodischen Systems mit ihren Schmelz- und Siedepunkten. Außerordentlich niedrig sind die (vor den Symbolen stehenden) Schmelzpunkte am Anfang und am Ende jeder Periode, d. h. bei den Alkalimetallen und den Edelgasen. In den drei großen Perioden, der 3., 5. und 6. Periode, liegt ein weiteres Minimum des Schmelzpunktes bei Gallium, Indium (Gruppe IIIb) und bei Quecksilber (Gruppe IIb).

Legierungen aus zwei Metallen haben in der Regel einen niedrigeren Schmelzpunkt als jede Komponente. Es kommen daher nur reine Elemente in Frage, wenn es sich darum handelt, feste Stoffe auf höchste Temperaturen zu bringen.

Die beiden Elemente mit den höchsten Schmelzpunkten sind Kohlenstoff (C) und Wolfram (W). Es ist

	der Schmelzpunkt	der Siedepunkt
für Kohle	vielleicht $> 4000^0$	vielleicht 3917^0
für Wolfram . . .	2900^0	vielleicht 4830^0

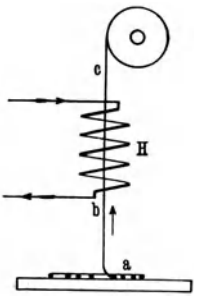
In bezug auf die Höhe der Schmelztemperatur steht Kohlenstoff an erster Stelle. Doch verdampft er bei niedrigerer Temperatur als Wolfram. Außerdem ändert sich das Gefüge von Kohlenstoff bei

niedrigerer Temperatur als das von Wolfram: dünne Kohlefäden kann man daher praktisch nicht so hoch erhitzen als Wolframfäden, weil sie brüchig werden, zerreißen und den Heizstrom unterbrechen. Dicke Kohlestäbe (oder -rohre) kann man aber höher erhitzen als Wolframstäbe: in einem Kohlerohrofen kann man Wolfram schmelzen. Durch einen Lichtbogen zwischen Kohlestäben kann man die höchsten Temperaturen erzeugen, die an festen Stoffen bei Atmosphärendruck herrschen können.

Art. 229. Das Spritzverfahren zur Herstellung von Kohlenstoff- oder Metallfäden. 1. Als Ausgangsmaterial für die Herstellung von Kohlefäden dient eine Lösung von Nitrozellulose in Eisessig. Die Lösung wird durch eine feine Düse als Faden ausgespritzt. Die Fäden werden zunächst in verdünnter Schwefelsäure gespült und dadurch von den Nitrogruppen befreit. Der zurückbleibende Zellulosefaden wird dann abgeteilt und in die Form gebogen, die der Faden in der fertigen Glühlampe haben soll. Darauf werden die Fäden unter Luftabschluß auf etwa 1600° erhitzt. Es bleibt ein Faden von leitender Kohle zurück. Dieser Faden wird nun im Dampfe einer kohlenstoffreichen Verbindung elektrisch geglüht. Dann ist der Faden zum Einbringen in die Glühlampe bereit.

2. Die ersten Metallfadenlampen hatten gespritzte Fäden aus Osmium. Nach einem ähnlichen Verfahren wurden auch die ersten Wolframfäden hergestellt. Wolframpulver (durch Reduktion von Wolframoxyd, WO_3, in Wasserstoff gewonnen) wird mit Stärkekleister oder Zellulose zu einem Brei angerührt, der aus einer Düse ausgespritzt wird. Die so entstandenen Fäden werden durch Erhitzen in einem Ofen mit reduzierender Atmosphäre gesintert. Nachdem sie elektrisch leitend geworden sind, geschieht die endgültige Sinterung durch Strom, der durch die Fäden selbst geschickt wird.

Fig. 284.



Eine Abart des Verfahrens ist folgende Methode (s. Fig. 284). Der schon vorbehandelte Faden a wird langsam durch eine Heizspirale H hindurchgezogen. Wenn der Prozeß richtig geleitet wird, ordnen sich die nachfolgenden Wolframteilchen b beim Eintritt in die heiße Zone, also beim Verdampfen des Bindemittels, ebenso an wie die vorangegangenen Teilchen c: es entsteht ein sogenannter Einkristallfaden (Dr. Schaller bei Jul. Pintsch in Berlin).

Art. 230. Das Ziehverfahren zur Herstellung von Metallfäden ist zuerst von Dr. v. Bolton (Glühlampenfabrik von Siemens & Halske) bei Tantal angewandt worden. Reines geschmolzenes Tantal läßt sich zu Drähten walzen, die dann durch Ziehen auf immer geringeren Durchmesser gebracht werden können.

Im Gegensatz zu Tantal läßt sich geschmolzenes und wieder erstarrtes Wolfram nicht mit den Methoden des Walzens, Hämmerns, Ziehens bearbeiten, wie fast alle anderen Metalle. Trotzdem ist es seit 1910 möglich, gezogene Wolframfäden herzustellen. Die Osram-Gesellschaft in Berlin (eine Vereinigung der früheren Glühlampen der Auer-Gesellschaft, der Firma Siemens & Halske und der A. E. G.) verwendet jetzt etwa folgendes Verfahren, um aus Wolfram Fäden herzustellen, die bei gewöhnlicher Temperatur biegsam und ziehbar sind.

Wolframpulver wird zunächst unter starkem Druck in Stabform gepreßt. Sodann wird der Stab im elektrischen Ofen bis zu etwa 1350° und, nachdem er leitend geworden ist, durch hindurchgeschickten Strom bis nahe an den Schmelzpunkt des Wolframs erhitzt. Nun beginnt die mechanische Bearbeitung. Der Stab wird in heißem Zustande gehämmert und diese Maßnahme wird so lange fortgesetzt, bis der Stab zu Draht von etwa 1 mm Durchmesser ausgearbeitet ist.

Nun beginnt das Ziehen. Der Draht wird in heißem Zustande durch sogenannte Steine gezogen, deren Öffnungen allmählich immer kleiner gewählt werden. Zuletzt werden Steine aus Diamant verwendet.

Die mikrophotographische Untersuchung zeigt, daß der gezogene Wolframdraht aus langen, dünnen, nadelförmigen Kristallen besteht.

Art. 231. Die luftleere Wolframlampe enthält einen Glühfaden, dessen Länge ziemlich beträchtlich ist und bei üblichen Lampen etwa $^1/_2$ m beträgt. Zur Aufnahme des Fadens dient ein mit zwei kleinen Flanschen versehener Glasstab *H*. In jedem der Flansche wird ein Stern von Haltedrähten (*a*, *b*, *c*, *d* in Fig. 285) eingeschmolzen.

Der Träger *H*, das Pumprohr *P* und die beiden Zuführungsdrähte 1 und 2 werden durch ein unten tellerförmig ausgebogenes Glasrohr *F* vereinigt. Die Flammen α und β schmelzen die einzelnen Teile zusammen; die Schmelzstelle wird durch Pressung flach gedrückt. Durch Einblasen von Luft in das Pumprohr wird sodann das obere Ende des Pumprohres nach außen geöffnet. Nunmehr wird der Wolframdraht zwischen den beiden Haltesternen gewickelt und an den Enden mit den Zuführungsdrähten verbunden.

Der so hergestellte innere Teil der Glühlampe wird, nachdem er mit etwas feinem roten Phosphor bespritzt ist, in die Glocke G eingeführt (s. Fig. 286). Eine Reihe von Flammen δ, ε schmelzen einen ringförmigen Teil des Halses h der Glocke an den Teller t des Innenteiles an, wobei der untere Teil h des Halses durch seine Schwere abgezogen wird. Gleichzeitig wird durch das Pumprohr P Luft ein-

Fig. 286.

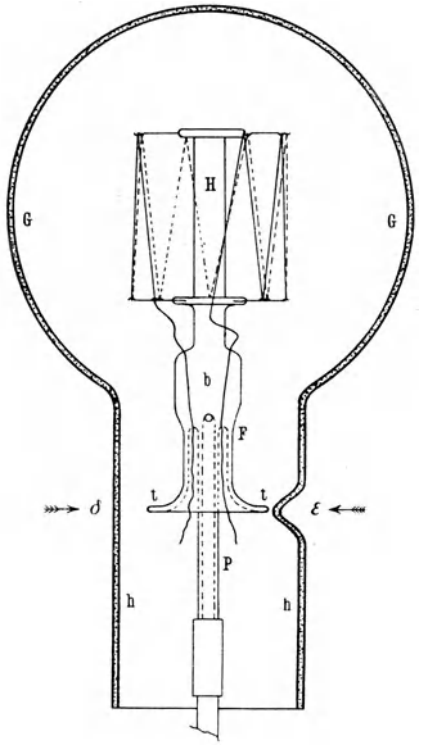
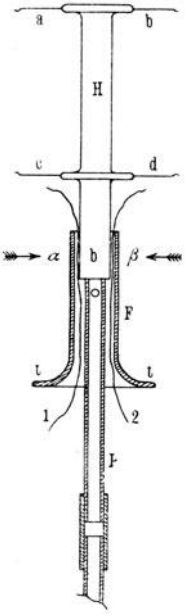


Fig. 285.



geblasen, so daß die Verbindungsstelle gleichmäßige Dicke und Form annimmt.

Die Lampe ist nun pumpfertig. Während die Lampe an der Pumpe sitzt, muß sie von heißer Luft umgeben sein. Wenn das Pumpen beendet ist, wird das Pumprohr erwärmt, so daß der äußere Luftdruck es zusammendrückt; der überflüssige Teil wird abgezogen. Nach dem Erkalten wird die Lampe unter Strom gesetzt. Der verdampfende Phosphor bindet Gasreste und verbessert das Vakuum.

Die Lampe ist nun fertig zum Sockeln. Der Sockel besteht aus zwei Teilen, einem Rohrstück (das in der Regel ein grobes Gewinde trägt) und einem kleinen durchbohrten Metallblättchen; beide Teile sind durch eingetropftes Glas miteinander verbunden. Der fertige Sockel wird an die Lampe geklebt, die Zuführungsdrähte werden an die beiden Metallteile des Sockels angelötet und die Lampe ist betriebsfähig.

Fig. 287.

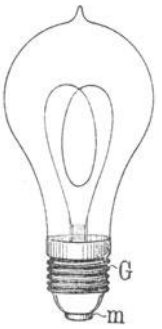


Fig. 288.

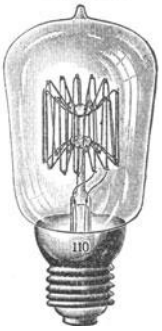


Fig. 287 zeigt eine fertige Kohlefadenlampe, Fig. 288 eine fertige Metallfadenlampe.

Art. 232. Die gasgefüllte Wolframlampe. Wenn der Metallfaden einer Glühlampe sehr stark erhitzt wird, so steigt die sichtbare Strahlung sehr stark an, aber die Lebensdauer des Fadens wird gering. Die Ursache hierfür liegt in einer allmählich fortschreitenden Zerstäubung des Fadens. Bald hier, bald da verliert ein Metallteilchen infolge der hohen Temperatur und starken Wärmebewegung den Zusammenhang mit seinen Geschwistern; es fliegt vom Faden fort und setzt sich an die Glaswand.

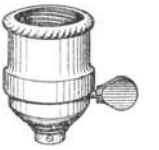
Man hat nun beobachtet, daß die Zerstäubung bei gleicher Temperatur (und Strahlung) geringer ist, wenn die Lampe mit Gas gefüllt ist, etwa mit Stickstoff oder Argon (Luft würde infolge des Sauerstoffgehaltes den glühenden Faden in kurzer Zeit verbrennen). Man kann daher bei gleicher Lebensdauer den Faden einer gasgefüllten Lampe höher erhitzen als den einer luftleeren. Das Licht einer gasgefüllten Lampe ist weißer, sonnenähnlicher als das einer luftleeren. Dabei tritt der Nachteil auf, daß die Gasfüllung etwas Wärme von dem Faden fortnimmt und an die Glaswand überträgt. Diese Wärme muß außer der Strahlungsenergie als elektrische Arbeit der Glühlampe zugeführt werden.

Nun gibt es glücklicherweise ein Mittel, um diesen Wärmeverlust gering zu machen: man drängt den ganzen Wolframfaden auf einen sehr kleinen Raum zusammen; dann verringert sich die vom Faden durch das Gas zur Glocke gehende Wärmeübertragung. Um kleine Leuchtkörper von genügender Drahtlänge herzustellen, wird Wolframdraht verwendet, der die Form einer Schraubenlinie erhalten hat. Zur Aufnahme eines kurzen Stückes dieser Schrauben-

linie genügt der obere der beiden in Fig. 285 dargestellten Kränze von Haltedrähten. Die ersten derartigen Lampen wurden mit Stickstoff (Nitrogenium) gefüllt. Daher rührt der Name „Nitralampen". Jetzt geschieht die Füllung bei kleinen Lampen mit Argon, das eine geringere Wärmeleitfähigkeit als Stickstoff hat.

Art. 233. Fassungen und Beleuchtungskörper. Zum Anschluß einer Glühlampe an ein Leitungsnetz dient eine sogenannte Fassung. Das zur Aufnahme der Lampe bestimmte Ende ist verschieden gebaut, je nachdem der Sockel der Lampe Gewinde oder Querstifte trägt. Auf der der Lampe abgewandten Seite trägt die Fassung in der Regel ein kurzes Rohrstück mit Innengewinde. Daher kann die Fassung auf das Rohr geschraubt werden, in dem die beiden Zuleitungsdrähte liegen. Es werden Fassungen mit und ohne Schalter (Hahn!) gebaut. Fig. 289 zeigt eine Fassung mit „normalem Edison gewinde" und mit „Hahn".

Fig. 289.



Die Lampenfassungen werden an sogenannten Beleuchtungskörpern befestigt, die in der Regel aus Metall hergestellt sind. Man kann hängende, stehende und wandbefestigte Beleuchtungskörper unterscheiden. Es ist eine dankbare Aufgabe des Kunstgewerbes, schöne und zweckmäßige Formen für Beleuchtungskörper zu finden. Bei hängenden Körpern ist die Fassung meistens von einem besonderen „Mantel" umgeben.

Für feuchte Räume (z. B. Badezimmer) und im Freien werden wasserdichte bzw. wassergeschützte Beleuchtungskörper verwendet. Dabei wird die Glühlampe selbst in eine Glasglocke eingeschlossen.

Art. 234. Projektionsgeräte. Durch die Metallfadenglühlampen, insbesondere die großen gasgefüllten Lampen, ist die Kohlebogenlampe auf den Gebieten verdrängt worden, wo es nur auf Beleuchtung von Flächen ankommt. Der Betrieb von Glühlampen ist nämlich bequemer als der einer Bogenlampe, weil letztere häufiges Einsetzen neuer Kohlen, also Wartung erfordert. Nur auf einem Gebiete dürfte die Bogenlampe unüberwindlich sein, wo es auf eine möglichst große Flächenhelle ankommt. Diese hängt von der Temperatur ab und letztere läßt sich bei dicken Kohlestäben weit höher steigern als bei Wolframkörpern.

Fig. 290 zeigt ein Projektionsgerät für Durchsichtbilder. Die heiße positive Kohle steht wagerecht, die negative (dünnere) Kohle

steht vertikal. Zur Abblendung des Lichtes dient ein Eisenblechkasten *KD*. Der Kondensor *C* entwirft ein Bild des Lichtbogens in dem Objektiv *O*. Das Objektiv bildet das durchsichtige Bild *ab* auf einem entfernten weißen Schirm ab.

Fig. 290.

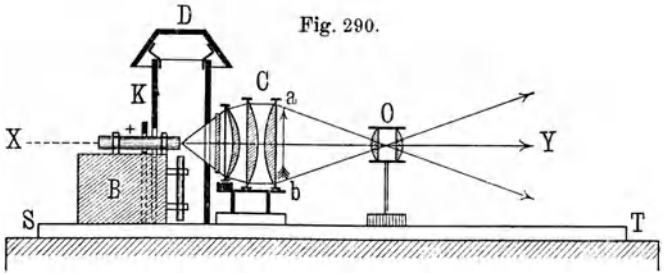
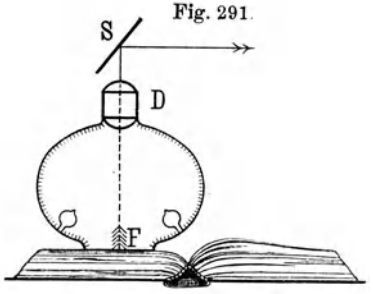


Fig. 291 zeigt ein Projektionsgerät für Aufsichtbilder (nach Bechstein, einem Mitarbeiter der Firma Franz Schmidt & Haensch in Berlin). Das Innere der aus Blech gefertigten Kugel wird durch Verbrennen von Magnesiumband mit einem mattweißen Überzug bekleidet. Durch wiederholte Reflexion des Lichtes an den weißen Wänden des Hohlraumes wird die Bildfläche so stark beleuchtet, daß auf einem nicht allzu weit entfernten Projektionsschirm ein genügend helles Bild entsteht.

Fig. 291.



3. Um kleine Drehungen eines Spiegels messen zu können, gebraucht man vielfach ein Strahlenbündel, das an dem Spiegel reflektiert wird und auf einer Skale einen zu den Skalenteilen parallelen Lichtstreifen erzeugt. Als Lichtquelle für diesen Zweck eignet sich besonders gut der Faden einer kleinen Lampe, die für Automobilscheinwerfer von der Osram-Gesellschaft in Berlin hergestellt wird. Der kurze gerade Leuchtkörper ist eine Schraubenlinie, die sehr geringen Durchmesser hat und aus dünnem Wolframdraht hergestellt ist. Die Spannung der Lampe beträgt etwa 6 Volt. Wo Wechselspannung zur Verfügung steht, verwendet man einen kleinen Transformator von z. B. 220/6 Volt.

Vierzigstes Kapitel.

Isolation von Stromleitern.

Art. 235. Isolierende Stoffe und Körper sind unentbehrliche Hilfsmittel für die Aufgabe, zwei oder mehrere elektrische Leiter so anzuordnen, daß der Widerstand zwischen den Leitern möglichst groß ist. Meistens ist Stromübergang zwischen den Leitern verschiedener Spannung auf verschiedenen Wegen möglich. Zwischen zwei Klemmen z. B., die auf einem Hartgummibrettchen befestigt sind, kann Strom übergehen: 1. durch das Innere des Hartgummis, 2. an der Oberfläche entlang, 3. durch die Luft. Man kann U/I_1 als Durchgangswiderstand, U/I_2 als Oberflächenwiderstand bezeichnen; der durch Luft gehende Strom I_3 ist meistens so gering, daß er vernachlässigt werden kann.

1. Der Durchgangswiderstand ist außer von der Form von der Leitfähigkeit $\varkappa$ des Stoffes abhängig. Diese muß möglichst klein sein, damit in dem Stoffe ein starkes elektrisches Feld $\mathfrak{E}$ aufrecht erhalten werden kann, ohne daß die Stromdichte $\mathfrak{c} = \varkappa \cdot \mathfrak{E}$ merkliche Werte annimmt. Durch geringen Wassergehalt eines Stoffes werden an sich kleine Werte von $\varkappa$ beträchtlich erhöht.

Der Oberflächenwiderstand ist bei frisch bearbeiteter Oberfläche meistens sehr groß. Bei Hartgummi kann er durch kräftiges Reiben (mit einem Fuchsschwanz), bei Glas durch Erhitzen auf das Vielfache erhöht werden. Allmählich stellt sich die Oberflächenleitung wieder ein. Meistens ist es eine sich bildende Wasserhaut, die die Oberflächenleitung bewirkt.

Erzeugt man in einem isolierenden Stoffe an einer Stelle ein sehr starkes elektrisches Feld, so wird hier der Stoff zuerst schwach leitend, dann, wenn erst merkliche Stromstärke vorhanden ist, gut leitend. Es bildet sich ein Lichtbogen. Durch den Lichtbogen werden feste Körper in der Regel zersprengt. In Flüssigkeiten und Gasen stellt sich, nach Unterbrechung des Lichtbogens, der alte Zustand und der hohe Widerstand von selbst wieder her. Das Spannungsgefälle $\mathfrak{E}_0$, welches ein Stoff ertragen kann, ohne „durchschlagen" zu werden, wird als Durchschlagfestigkeit bezeichnet. Meistens gibt man nur die Durchschlagspannung U_0 an, d. h. die höchste Spannung, die zwischen den beiden isolierten Leitern herrschen kann, ohne daß ein Durchschlag erfolgt. Die Durchschlagspannung in Luft wird als Überschlagspannung bezeichnet. Vgl. Art. 241.

2. Bei Gasen von Atmosphärendruck ist die Leitfähigkeit $\varkappa$ gering, aber auch die Durchschlagfestigkeit, die für Luft etwa den Wert $\mathfrak{E}_0 = 30\,\mathrm{kV/cm}$ hat. Die Kapazität zweier Drähte von der Länge l ist durch Gl. (60), S. 31 bestimmt. Aus der Ladung $C \cdot U$ und der Oberfläche berechnet sich die Flächendichte σ_w der Oberflächenladung. Aus σ_w ergibt sich nach Gl. (28), S. 14 die Feldstärke an der Oberfläche. Meist ist der Durchmesser $2R$ klein gegen den Abstand A der beiden Drähte. Dann wird

$$\mathfrak{E} \approx \frac{3{,}84\, U/\mathrm{V}}{\sqrt{F_q/\mathrm{mm}^2}\; lg\, \frac{1{,}772\, A/\mathrm{mm}}{\sqrt{F_q/\mathrm{mm}^2}}}\ \mathrm{V/cm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Bei der Fernleitung Zschornewitz—Berlin ist der Höchstwert der Spannung $U = 141\,000\,\mathrm{V}$, $F_q = 120\,\mathrm{mm}^2$. In roher Annäherung kann man den Abstand zweier benachbarter Drähte $A = 1000\,\mathrm{mm}$ setzen. Daraus berechnet sich

$$\mathfrak{E} = 22{,}4\,\mathrm{kV}, \quad \text{also} < \mathfrak{E}_0.$$

Von Flüssigkeiten ist der am meisten gebrauchte Stoff sogenanntes Transformatorenöl (s. Art. 182, Ziffer 4).

Von festen Körpern sind in diesem Buche bereits erwähnt: Seidenfäden (Art. 1), Glas (Art. 25, Ziffer 4; Art. 35, Fig. 55), paraffiniertes Papier (Art. 35, Ziffer 5), Glimmer (Art. 35, Ziffer 3 und S. 151), Siegellack (S. 27), Hartgummi (Art. 31), paraffinierter Marmor (Art. 35, Ziffer 7). Sehr gut isolieren außerdem gepreßtes Korkpulver (Syberrit), weniger gut Preßspan, Fiber, Backelit, mit Harzmasse durchtränkte Baumwolle, getrocknetes Papier. Zu den best isolierenden Stoffen gehören außer paraffiniertem Marmor: geschmolzener Quarz, Porzellan, Bernstein und Schwefel.

Art. 236. Säulenisolatoren. Eins der wichtigsten Isoliermittel der Elektrotechnik ist Porzellan.

Fig. 292.

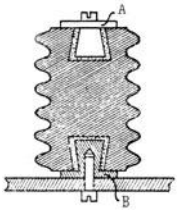


Fig. 292 zeigt einen Säulenisolator, der eine Fußplatte B und eine Kopfplatte A aus Messing mechanisch verbindet, elektrisch trennt. Die Fußplatte kann auf einer Grundplatte aus Holz oder Blech (oder an einer Wand) befestigt werden. Greift eine große zur Isolatorachse senkrechte Kraft in A an, so zerbricht der Isolator leicht. Bei Verwendung mehrerer gleicher Säulenisolatoren wird dieser Nachteil verringert.

Art. 237. Den Stützisolatoren kann man die bekannten kleinen Porzellanrollen (R Fig. 293) und die Porzellanklemmen zuzählen. Sie dienen zum Verlegen von isolierten Drähten in Innenräumen.

Fig. 293.

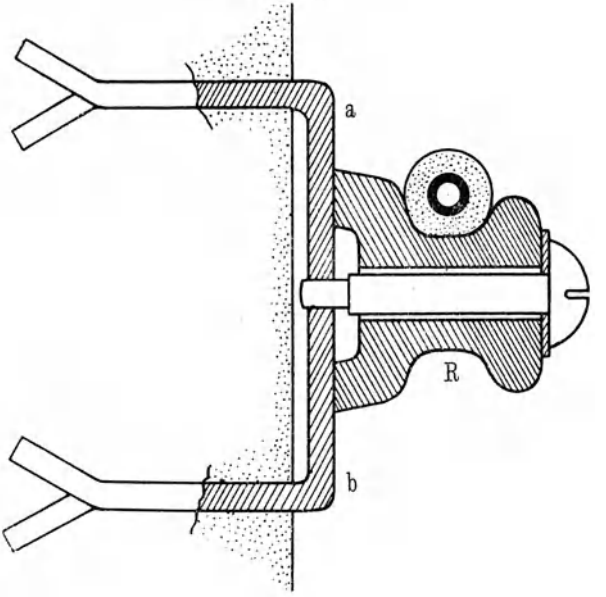


Fig. 294.

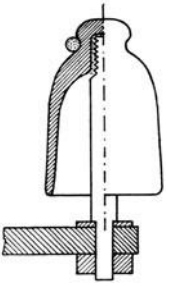
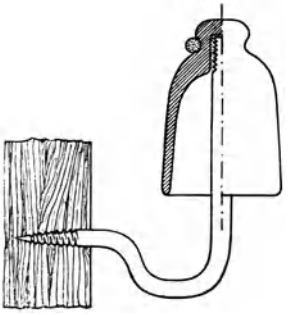


Fig. 295.



Eine andere Verlegungsart besteht darin, daß die isolierten Drähte in Hartgummi- oder in Papierrohr verlegt werden. Hartgummirohr wird nur im Putz, Papierrohr auf dem Putz verlegt. Das Papierrohr ist von einem Mantel aus dünnem Messingblech oder aus dünnem verbleitem Eisenblech eingeschlossen.

Fig. 296.

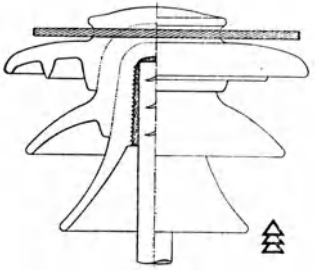


Fig. 297.



Fig. 300.

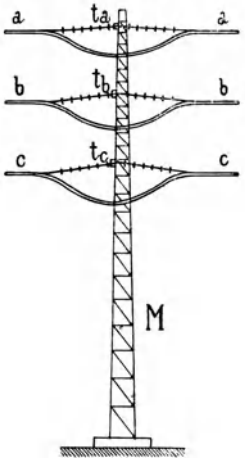


Fig. 301.



Fig. 299.

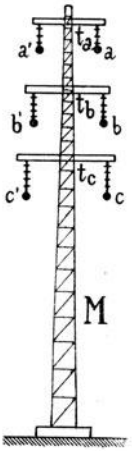
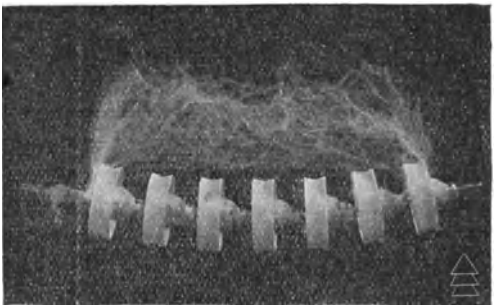


Fig. 298.



Freileitungen, namentlich solche für Telephonie und Telegraphie, werden an Bolzen-Stützisolatoren (Fig. 294) oder an Hacken-Stützisolatoren (Fig. 295) verlegt.

Zur Befestigung von Hochspannungsleitungen verwendet man vielfach große Stützisolatoren. Fig. 296 zeigt einen sogenannten Weitschirmisolator der Hermsdorf-Schomburg Isolatoren G. m. b. H. in Hermsdorf (Thüringen). Die Gesellschaft ist eine Vereinigung folgender Porzellanfabriken: 1. Hermsdorf in Hermsdorf (Thüringen); 2. Freiberg in Freiberg (Sachsen); 3. H. Schomburg & Söhne A. G. in Margaretenhütte bei Großdubrau (Sachsen-Anhalt) und in Roßlau (Anhalt); 4. Schwandorf in Schwandorf (Bayern).

Art. 238. Isolatorenketten werden zum Befestigen höchstgespannter Freileitungen verwendet. Fig. 297 zeigt eine Abspannkette nebst der von ihr getragenen Hochspannungsleitung, während die Spannung der Leitung gegen den Aufhängepunkt der (trockenen) Kette auf 530 kV erhöht ist. Fig. 298 zeigt den Überschlag an einer 128 cm langen Kette, bei Trockenheit und 500 kV.

Bei Ausführung einer Hochspannungsleitung, wie sie z. B. das Braunkohlenkraftwerk Golpa-Zschornewitz mit Berlin verbindet, werden abwechselnd Masten nach Fig. 299 und 300 gestellt; erstere dienen zum Tragen der Leiter, letztere verhindern Bewegungen der Leiter in ihrer Längsrichtung.

Fig. 301 zeigt eine Abspannkette, die gewöhnlich „Eierkette“ genannt wird und in der Hochfrequenztechnik zur Isolation von Leitern mit geringem Querschnitt dient.

Art. 239. Durchführungsisolatoren werden mit Flansch oder ohne Flansch und in den verschiedensten Größen ausgeführt, etwa so, wie die Fig. 302 bzw. 303 zeigen. Sie werden verwendet beim Austritt

Fig. 302.

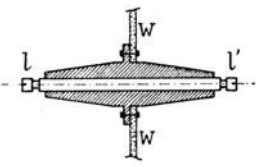
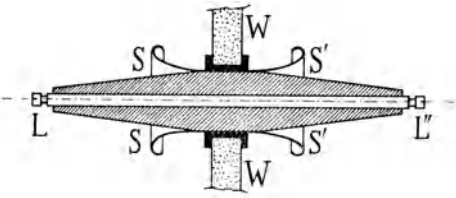


Fig. 303.

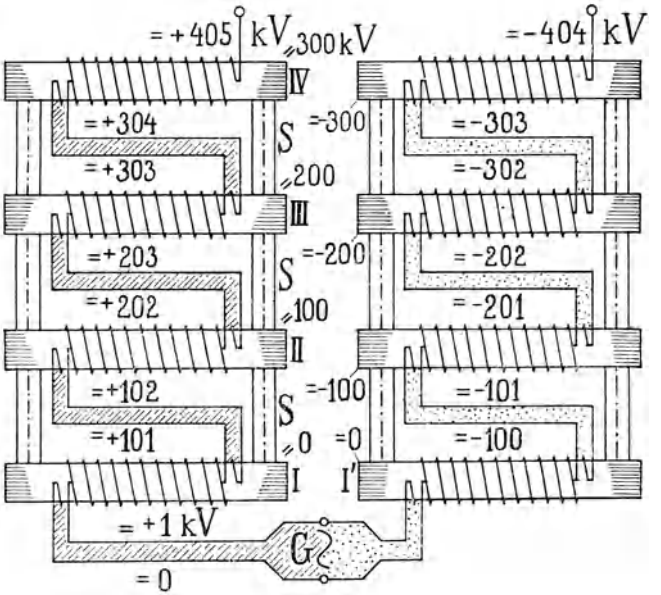


von Hochspannungsleitern aus einem Öltransformator, bei Eintritt von Freileitungen in ein Haus und in vielen anderen Fällen, die zum Teil in Fig. 313 dargestellt sind.

Bei niederfrequenter Wechselspannung und bei Gleichspannung können die Wände w w und W W leitend und geerdet sein. Bei Fig. 302 münden die von 11′ ausgehenden elektrischen Kraftlinien großenteils auf der Innenfläche von w w; hier wird die elektrische Feldstärke so groß, daß die Gefahr eines Durchschlages gegeben ist. Bei Fig. 303 ist diese Gefahr durch die beiden Schutzhüllen S S und S′ S′ vermindert.

Art. 240. Das Isolatoren-Prüffeld erfordert außergewöhnlich hohe Spannungen. In Art. 189, S. 229 ist die Frage behandelt, welche Größe ein Transformator bei einer vorgeschriebenen Betriebsfrequenz f am besten erhält. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Iso-

Fig. 304.



lation der Wicklungen voneinander und vom Eisenkern keine Schwierigkeit bereitet. In Wirklichkeit wird diese Schwierigkeit groß, wenn ein Transformator für kleine Leistungen und sehr hohe Spannungen gebaut werden soll. Ganz ähnlich steht die Sache bei elektrischen Maschinen. In beiden Fällen hilft man sich durch Reihenschaltung einzelner Transformatoren bzw. Maschinen und erzeugt so stufenweise die erforderliche Spannung.

Fig. 304 zeigt die Schaltungsweise, die man einer solchen Transformatorenanlage geben kann. Die am Wechselstromgenerator G liegenden Primärwicklungen der beiden untersten Transformatoren haben eine Spannung, die von der der Erde nur wenig abweicht. Die Eisenkerne I und I′ beider Transformatoren sind geerdet. Das Übersetzungsverhältnis ist derartig gewählt, daß zwischen den Enden jeder Oberspannungsspule eine Spannung entsteht, die etwa $^1/_8$ der erforderlichen Höchstspannung, also z. B. 100 kV, beträgt. Der größte Spannungsunterschied, der zwischen Teilen eines Transformators besteht, ist nur etwa 100 kV, d. h. nur $^1/_8$ der erforderlichen Höchstspannung. Die Eisenkerne der einzelnen Transformatoren müssen gegeneinander isoliert sein; dazu dienen die Säulenisolatoren S aus Porzellan. Die unteren Säulen müssen die dreifache Last tragen als die oberen. Der rechts abgebildete Transformatorensatz hat eine Endklemme von — 400 kV Spannung gegen die Erde, so daß die erreichte Höchstspannung 800 kV beträgt.

Eine Anlage dieser Art ist von Koch & Sterzel A. G. in Dresden für die Hermsdorf-Schomburg Isolatoren G. m. b. H. erbaut worden und hat in der Porzellanfabrik Freiberg für Prüfungszwecke Aufstellung gefunden. Die höchste erzeugte Spannungsdifferenz beträgt hier 1 Million Volt.

Die Versuchsresultate sind in den Mitteilungen der Gesellschaft und zum Teil in der ETZ 1924 veröffentlicht. Einige dieser Versuche sind in den Fig. 297 und 298 dieses Buches dargestellt.

Art. 241. Überschlag- und Durchschlagspannung. Die Überschlagspannung von Isolatoren wird durch Regen (auf etwa $^3/_4$ des bei Trockenheit gemessenen Wertes) herabgesetzt, um so mehr, je größer die Leitfähigkeit $\varkappa$ des Regenwassers ist. Es ist, wenn

$$\mu = 10^{-6} \text{ und } 1\,\text{Siemens} = 1/\text{Ohm} \quad \text{oder} \quad 1\,\text{S} = 1/\Omega \tag{19}$$

gesetzt wird, die Leitfähigkeit $\varkappa$ des besten destillierten Wassers etwa $1\,\mu\text{S/cm}$; für Regenwasser liegt $\varkappa$ zwischen 10 und $100\,\mu\text{S/cm}$. Für Leitungswasser ist $\varkappa$ von der Größenordnung $500\,\mu\text{S/cm}$. Für Cu ist $\varkappa \approx 0{,}6 \cdot 10^{12}\,\mu\text{S/cm}$. Regenwasser wird besser leitend, bildet also eine größere Gefahr für den Isolator, wenn die Luft durch Fabrikanlagen usw. stark verunreinigt ist.

Jedem Überschlag geht im allgemeinen eine deutlich sichtbare Glimmentladung voraus. Beim trockenen Weitschirmisolator (siehe Fig. 296) bildet sich die Glimmentladung an den Stellen, die dem Leiter am nächsten liegen, also da, wo die Feldstärke am größten

ist. Beim nassen Isolator ist die obere Fläche der einzelnen Glocken leitend und die Glimmentladung bildet sich unter den äußeren Rändern der einzelnen Glocken.

Wird eine hohe Spannung sehr kurze Zeit hindurch an die zu isolierenden Leiter angelegt, so liegt der Entladungsweg größtenteils auf der oberen Fläche der einzelnen Glocken. Wird Wechselspannung aufrecht erhalten, so schafft sich der entsprechende Lichtbogen einen Weg, der den Isolator in weitem Bogen umspannt; dies ist eine Folge der magnetischen Ablenkung des Lichtbogens.

Eine wichtige Anforderung an alle Isolatoren ist folgende. Es muß die Überschlagspannung kleiner sein als die Durchschlagspannung. Letztere wird gemessen, während der ganze Isolator in Öl eingebettet und so ein Überschlagen unmöglich gemacht ist.

Art. 242. Isolierte Leitungen. Die Wicklungen von Maschinen, Transformatoren und Geräten werden gewöhnlich aus doppelt mit Baumwolle besponnenem Kupferdraht hergestellt und dann mit Isoliermasse getränkt.

Zur elektromagnetischen Fortleitung von Energie dienen Leitungen. **Blanke Leitungen** werden im Freien benutzt und als Freileitungen bezeichnet. **Isolierte Leitungen** sind erforderlich, wenn Stromleiter in Innenräumen oder in Erde oder im Meer verlegt werden sollen. Für isolierte Leitungen kommt fast nur Kupfer in Frage (vgl. Art. 223). Isolierte Leitungen enthalten in der Regel Volldrähte aus Kupfer, wenn ihr Querschnitt 16 mm² nicht übersteigt; sie bestehen dagegen aus mehreren verseilten dünnen Kupferdrähten, wenn ihr Querschnitt 16 mm² übersteigt. Volldrähte von mehr als 16 mm² wären nicht biegsam genug. Wo nicht nur bei der Verlegung, sondern auch beim Gebrauch Biegsamkeit erforderlich ist, verwendet man schon für viel geringere Querschnitte als 16 mm² verseilte Drähte, sogenannte Litzen, deren Elemente ganz geringen Durchmesser haben.

1. Papierisolierte Leitungen tragen über der Papierhülle eine Bespinnung; sie dienen nur als neutrale Leiter oder Nulleiter.

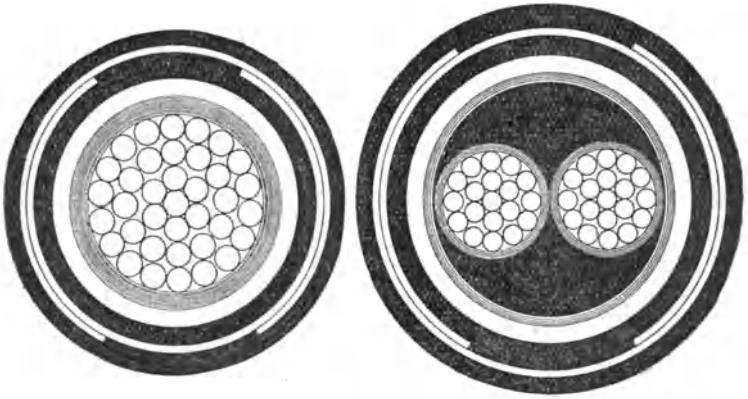
2. Gummiisolierte Leitungen tragen über der Gummieinhüllung des verzinnten Kupfers eine Bespinnung. Sie dienen als Stromleiter, deren Spannung gegen Erde einige hundert Volt beträgt. Oft sind mehrere solcher Leitungen verseilt und gemeinsam umsponnen.

3. Mantelleitungen bestehen aus einem oder aus zwei gummiisolierten Leitern und einem Metallmantel aus Messing. Während

Leitungen, die nur gummiisoliert sind, an Porzellanrollen oder in Rohren verlegt werden müssen, können Mantelleitungen direkt an Decke und Wand verlegt werden. Wenn einer der Stromleiter die Spannung Null hat, so kann der Mantel als Nulleiter dienen. Wenn ein Stromkreis nur aus einem Spannungsleiter und einem Nulleiter besteht, so kann man dünne Mantelleitungen mit einem isolierten Innendraht verwenden (Kuhlorohr).

4. Gepanzerte Leitungen sind isoliert und zum Schutze gegen äußere Verletzungen mit verzinktem Stahldraht umklöppelt.

Fig. 305. Fig. 306.



Kabelwerk Oberspree der A. E. G.

5. Leitungsschnüre entstehen durch Verseilen zweier gummiisolierter Litzen. Sie dienen zum Anschluß eines ortsveränderlichen Energieverbrauchers, z. B. einer Stehlampe.

6. Einfachbleikabel. Bleikabel enthalten als Leiter Volldrähte (bis zu 16 mm²) oder Litzen (über 16 mm² Querschnitt). Das in Fig. 305 dargestellte Kabel enthält ein Seil aus 37 Adern. Zuerst wird die Mittelader mit 6 Drähten umgeben. Das so gebildete Seil wird mit 12 Drähten umwickelt. Endlich wird dies Seil noch mit 18 weiteren Drähten umgeben. Die nunmehr fertige Litze von beispielsweise 325 mm² Querschnitt wird zunächst mit Papier, sodann mit Hanf umsponnen, sodann mit Isoliermasse getränkt. Darauf wird es durch eine Düse gezogen, die doppelte Wände hat. Durch den Zwischenraum zwischen beiden Wänden wird geschmolzenes Blei gepreßt, das das Kabel fortlaufend als Bleimantel umgibt. In Fig. 305 ist der weiße Ring ein Querschnitt durch den Bleimantel.

Das Bleikabel wird nun „bewehrt“. Es wird mit Hanf, darauf mit zwei Eisenbändern und schließlich nochmals mit Hanf umwickelt. Der Hanf wird geteert und gekreidet.

7. Ein Zweifachkabel ist in Fig. 306 dargestellt. Die beiden Leiter sind Litzen aus je 19 Drähten. Jede Litze hat einen Querschnitt von etwa 100 mm². Die beiden Litzen werden, nachdem sie mit Papier umwickelt sind, miteinander und mit Juteseilen verseilt, so daß der Querschnitt die Form einer Kreisfläche annimmt. Das Kabel wird nun mit Papier umwickelt, mit Isoliermasse getränkt, mit einem Bleimantel überzogen (weiße Ringfläche!) und sodann bewehrt. Die

Fig. 307.

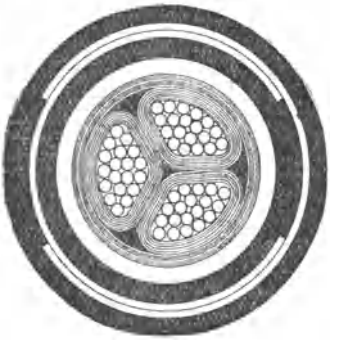
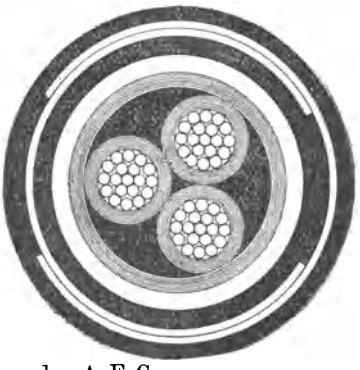


Fig. 308.



Kabelwerk Oberspree der A. E. G.

beiden Litzen sind dazu bestimmt, Gleichstrom hin- und zurückzuleiten.

8. Dreifachbleikabel sind in verschiedenen Ausführungen in den Fig. 307, 308 und 309 dargestellt. Die drei Leiter führen Drehstromspannungen. Für höhere Spannungen sind die Querschnitte Fig. 308 und Fig. 309 geeigneter als der Querschnitt Fig. 307. Bei Ausführung in der Größe der Zeichnung ist die höchste zulässige Spannung bei den Fig. 307 und 308 etwa 3000 V, bei Fig. 309 etwa 30 000 V. Bei noch höheren Spannungen zieht man es vor, drei Einfachbleikabel (anstatt eines Dreifachbleikabels) zu verwenden.

Zur Verbindung der Stromleiter eines Bleikabels mit Freileitungen, Abzweigleitungen oder mit den Leitern eines anderen Kabels gebraucht man End-, Abzweig- oder Verbindungsmuffen.

9. Telephonkabel enthalten eine große Anzahl von Drähten. Entweder bilden je zwei Drähte ein Zweierpaar (oder je vier Drähte

ein Viererpaar). Die zwei Drähte eines Zweierpaares werden zunächst einzeln mit Papierband umwickelt, sodann verseilt und endlich nochmals mit Papierband umwickelt. Die einzelnen Paare werden in

Fig. 309.

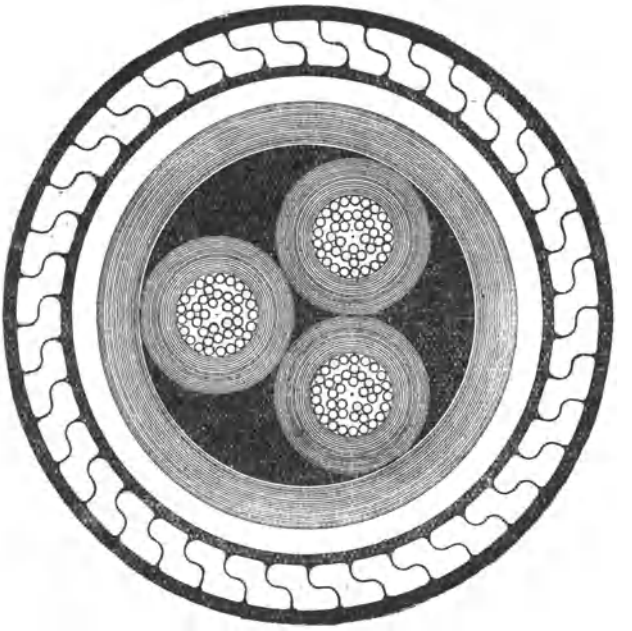
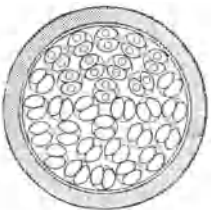
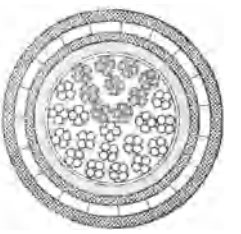


Fig. 310 a.



30 paariges blankes Fernsprechkabel mit 1,0 mm Kupferleitern.

Fig. 310 b.



50 paariges bewehrtes Fernsprechkabel mit 0.6 mm Kupferleitern (25 Sternvierer).

gleichachsigen Schichten angeordnet. In jeder Schicht befinden sich einige gefärbte Papiere, so daß man den Anfang und das Ende desselben Drahtes leicht feststellen kann (Fig. 310 a).

Das Kabel Fig. 310 b enthält sogenannte Sternvierer. Je zwei diagonal gegenüberliegende Drähte dienen als Hin- und Rückleitung des Sprechstromes. Außer dieser vom Kabelwerk Oberspree der A. E. G. hergestellten gibt es noch andere Arten von Viererkabeln. Bei letzteren werden je zwei Drähte zu einem Paare verseilt; sodann werden die beiden Paare miteinander verseilt.

10. Bewehrungsarten. Unbewehrte Bleikabel (s. z. B. Fig. 310 a) dürfen nur da verlegt werden, wo eine äußere Verletzung ausgeschlossen ist, also z. B. in gemauerten Kanälen.

Mit Band bewehrt sind die Bleikabel Fig. 305 bis 308.

Mit Flachdraht bewehrt ist das Bleikabel Fig. 310 b. Es gibt auch eine Bewehrung mit Runddraht.

Das Bleikabel Fig. 309 ist mit *Z*-Profildraht bewehrt.

Einundvierzigstes Kapitel.

Schaltgeräte und periodische Stromunterbrecher.

Art. 243. Schalter, Umschalter und Schaltwalzen sind Geräte, die durch Verbindung und durch Trennung von Leiterenden Stromkreise schließen und öffnen.

Fig. 311.

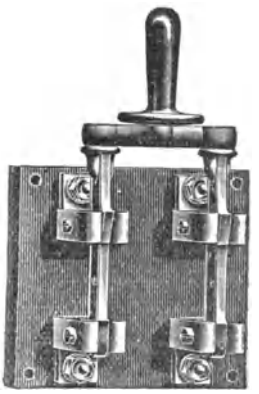
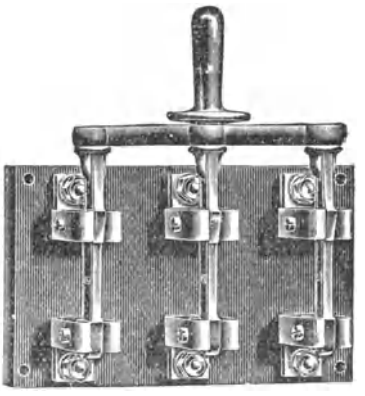


Fig. 312.



1. **Schalter** besitzen als Hauptteile ein Messer und zwei Scheiden, deren eine von der Drehungsachse des Messers durchquert wird. Solche Schalter können einpolig, zweipolig (siehe Fig. 311) oder dreipolig (siehe Fig. 312) ausgebildet sein. Immer liegt die Drehungsachse parallel zur Ebene des Grundbrettes.

Bei **Trennschaltern** dreht sich das Messer um eine inmitten der beiden Scheiden gelegene Achse die senkrecht zum Grundbrett steht. Bei diesen Schaltern dienen gewöhnlich drei Säulenisolatoren (siehe Fig. 292) zur Aufnahme der beiden Scheiden und des zur Führung des Messers bestimmten Lagers. Trennschalter (8 ... 11 und 13 in Fig. 313) werden in Hochspannungsanlagen benutzt, und zwar nur zur Trennung stromloser Leiter; zur Trennung stromführender kommen hier nur Ölschalter in Betracht (12 in Fig. 313). Diese werden, ebenso wie die Momentschalter, im nächsten Artikel behandelt.

2. **Umschalter** (s. Fig. 268, S. 253) können nicht nur die Verbindung eines Leiterendes u mit einem anderen Leiterende a herstellen und trennen, sondern auch noch die Verbindung mit einem zweiten Leiterende b. Man kann auch sagen, der Umschalter diene zur Vertauschung der beiden Leiterenden a und b.

Zweipolige Umschalter (z. B. U in Fig. 86, S. 73), deren Außenscheiden kreuzweise verbunden sind, dienen dazu, die Stromrichtung in einem Teile eines Stromkreises (d. h. in einem Stromzweig) umzukehren.

3. Schalter einfachster Art und Umschalter haben nur zwei bzw. drei Schaltstellungen. Trennschalter kann man dagegen leicht für mehrere Schaltstellungen ausführen: man braucht nur das eine Scheidenpaar durch mehrere Paare zu ergänzen, von denen jedes aus zwei gegenüberliegenden Scheiden besteht. Ordnet man noch mehrere Messer mit derselben Drehungsachse übereinander an, so wird die Zahl der Schaltmöglichkeiten noch vermehrt.

Auf einem ähnlichen Prinzip beruht die **Schaltwalze.** Ein um seine Achse drehbarer Metallring ist in mehrere Teile geteilt und gleitet an feststehenden Bürsten *a*, *b*, *c* usw. Durch die Art der Teilung kann man bewirken, daß *a* mit *b* oder *b* mit *c* oder *c* mit *d* leitend verbunden wird. Es gibt also auch mehrere Schaltstellungen. Gewöhnlich werden mehrere Schaltringe übereinander angeordnet; jeder Schaltring gleitet an einem Kranz von Schleifbürsten. So sind z. B. die sogenannten Kontroller gebaut, die Schalteinrichtungen für Straßenbahnwagen (vgl. Art. 139).

Art. 244. Der Schaltvorgang bei Schließung eines Stromkreises bietet keine Schwierigkeiten. Öffnet man dagegen einen stromdurchflossenen Schalter, so bemerkt man, daß unmittelbar nach der Trennung der Schalterteile an der Trennungsstelle ein Aufleuchten ein-

tritt; die Schalterteile bleiben kurze Zeit durch einen Lichtbogen überbrückt. Das Aufleuchten tritt auch dann ein, wenn zwischen den Teilen des Schalters nach der endgültigen Trennung nur eine ganz geringe Spannung (von z. B. 2 Volt) liegt. Der geschlossene Stromkreis enthält eine mehr oder weniger große, von der Stromstärke abhängige Menge magnetischer Energie. Da diese Energie nicht plötzlich verschwinden kann, kann auch der Strom nicht plötzlich verschwinden; vielmehr fließt er nach Trennung der Schalterteile noch einige Zeit als Lichtbogen. Trennt ein Schalter die Verbindungen einer hohen Spannungsstufe mit einem Stromkreis, so tritt bei der Unterbrechung eines starken Stromes ein Lichtbogen ein, der den Schalter nach wiederholten Schaltungen beschädigt oder gar durch die Betriebsspannung dauernd aufrecht erhalten wird.

Zur Verringerung dieser Gefahren hat man eine Reihe von Einrichtungen getroffen.

1. Man baut sogenannte Momentschalter, bei denen das Messer mit einem besonderen Schalthebel durch eine Feder verbunden ist. Wird der Hebel geöffnet, so bleibt das Messer zunächst noch in der Scheide sitzen. Darauf reißt die Feder das Messer schnell heraus, so daß die Schaltteile in kurzer Zeit großen Abstand voneinander erlangen und der Lichtbogen infolge seiner kurzen Dauer keine schädliche Wirkung ausüben kann.

2. Man sucht den Lichtbogen durch ein starkes Magnetfeld in die Länge zu ziehen und so nach kurzer Zeit zu löschen.

3. Man schaltet parallel zur Trennungsstelle einen Widerstand, der unmittelbar nach der Trennung die Stromleitung übernimmt.

4. Man schaltet parallel zum Schalter einen Kondensator, der unmittelbar nach der Trennung die Stromleitung übernimmt. Dies geschieht nur dann annähernd funkenfrei, wenn der Kondensator frei von Vorwiderstand ist.

5. Man verwendet Ölschalter (12 in Fig. 313). Die zu trennenden Leiter sind in Durchführungsisolatoren durch den Deckel eines mit Öl gefüllten eisernen Gefäßes geführt und innen durch eine Brücke verbunden, die von außen gehoben oder gesenkt werden kann. Bei der Senkung entsteht an jeder Öffnungsstelle ein Lichtbogen, der in Öldampf brennt und erlischt, wenn der Abstand der Schalterteile (oder Elektroden) groß geworden ist. Von guten Ölschaltern verlangt man, daß der Lichtbogen schon nach wenigen Perioden des technischen Wechselstromes erlischt.

Art. 245. Bewegung der Schalterteile. a) Die Bewegung der beweglichen Schalterteile wird in der Regel mit der Hand bewirkt.

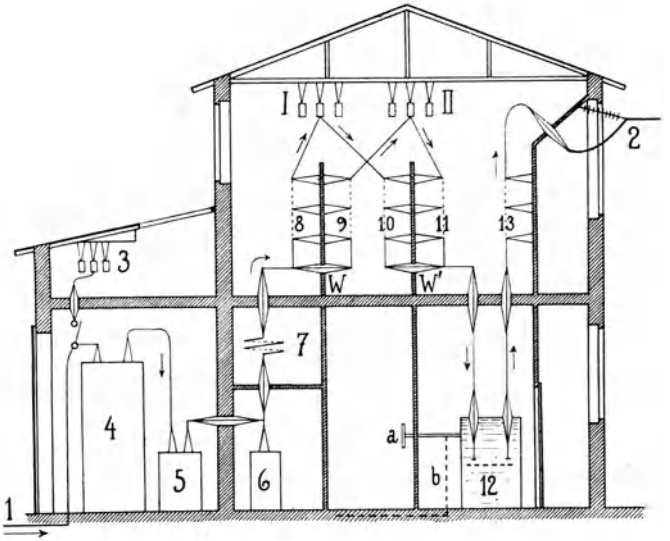
b) Wenn ein Schalter mit der Hand nicht erreichbar ist, oder so groß ist, daß die menschliche Kraft zu seiner Öffnung und Schließung nicht ausreicht, oder in einer Hochspannungsleitung liegt und daher lebensgefährlich ist, so bewirkt man die Bewegung des Schaltmessers oder Hebels durch einen Elektromotor.

c) Maximalschalter öffnen sich von selbst, wenn der hindurchgehende Strom einen gewissen Höchstwert überschreitet. Eine Federkraft verbindet die Schalterteile, die elektromagnetische Kraft des Stromes trennt sie. Bei Überwiegen der letzteren Kraft tritt die Trennung ein.

d) Bei Minimalschaltern werden die Schalterteile durch Federkraft getrennt, durch elektromagnetische Kraft verbunden. Sinkt letztere unter eine gewisse Grenze, so wird der Schalter geöffnet.

Art. 246. Das Schalthaus eines Hochspannungskraftwerkes (Golpa-Zschornewitz) ist in Fig. 313 dargestellt. Das Schalthaus

Fig. 313.



dient zur Verbindung der 6 kV-Leitungen 1, die von den Drehstromgeneratoren im Maschinenhaus Energie heranführen, mit den 100 kV-Leitungen 2, die unter anderem nach Berlin Energie

fortführen. Die Generatoren können auf das Sammelschienensystem 3 geschaltet werden; gewöhnlich liegt aber jeder Generator an seinem eigenen Transformator 4. Der hochgespannte Strom durchfließt nun den Stromwandler 5 und die eisenfreie Schutzdrosselspule 7. Der Transformator 6 dient als Spannungswandler.

Durch die Trennschalter 8 oder 9 kann der Strom dem Sammelschienensystem I oder II zugeführt werden. Durch die Trennschalter 10 oder 11 wird Strom dem System I oder II entnommen. Der Strom gelangt nun in den Ölschalter 12, der von Hand bei *a* oder durch das Kabel *b* aus der Ferne betätigt werden kann. Aus dem Ölschalter tritt der Strom durch ein weiteres Trennmesser 13 in die abgespannte Fernleitung 2. Der Ölschalter steht in einer besonderen Kammer, um bei Explosion und Brand die anderen Anlagen nicht zu gefährden. Man denke sich die beiden Trennschalter 8, 9 etwas nach rechts und hinten, 10, 11 etwas nach links und vorne verschoben; in Wirklichkeit sind die Wände W,W′ identisch.

Zur Kennzeichnung der Größe der Anlage sei erwähnt, daß das Schalthaus in einer zur Zeichnungsebene senkrechten Richtung 110 m lang ist.

Einen zusammenfassenden Bericht über Kraftwerke für höchste Spannungen gibt W. O. Schumann in der ZS. f. techn. Phys. **5**, 204 bis 220, 1924.

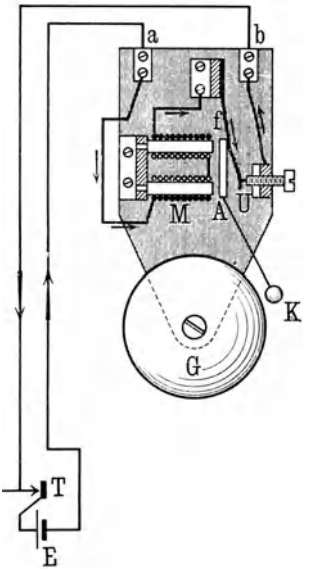
Die zahlreichen Fragen der Hochspannungstechnik einer möglichst vollkommenen Lösung zuzuführen, hat sich die Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen in Berlin-Schöneberg, Hauptstraße 19, zur Aufgabe gemacht. Ihre Leitung liegt in den Händen von Professor Matthias.

Art. 247. Niederfrequenter Pendelunterbrecher und Läutewerk. Außer den Schalteinrichtungen, deren Wirkung in einzelnen Schaltakten besteht, gibt es solche, die periodische Bewegungen und Schaltakte ausführen.

In Fig. 314 ist ein Stromkreis dargestellt, der außer einer Spannungsstufe E die Wicklung M eines Elektromagnets und eine Unterbrechungsstelle *U* enthält. Die Wicklung umschlingt einen magnetischen Kreis, der aus zwei geraden Eisenschenkeln und zwei Jochen besteht. Das eine Joch *A* wird von der Feder *f* gehalten und dadurch befähigt, Schwingungen um eine Gleichgewichtslage auszuführen. Wird das Pendeljoch *A* vom Elektromagneten angezogen, so öffnet sich die Unterbrechungsstelle *U*. Beim Rückgang des Pendeljoches schließt sich die Unterbrechungsstelle wieder. Stellung

des Joches und Stromstärke ändern sich periodisch. Man kann entweder die eine oder die andere Erscheinung nützlich verwerten. Mit der festen Kontaktstelle tritt das schwere Pendeljoch *A* nicht direkt, sondern die leichte Verlängerung der Feder *f* in Berührung. Das Pendeljoch hat bereits eine gewisse Geschwindigkeit erlangt, wenn die leichte Verlängerung (mit großer Beschleunigung!) die Kontaktstelle verläßt. Daher ist der entstehende Lichtbogen von sehr geringer Dauer.

Fig. 314.



Der beschriebene Unterbrecher kann zum Betrieb eines Läutewerkes benutzt werden. Dann ist mit dem beweglichen Joch *A*, wie Fig. 314 zeigt, ein Hammer *K* verbunden, der an die Glocke *G* schlägt.

Art. 248. Quecksilber- und elektrolytische Unterbrecher. Die Erzeugung unterbrochenen Gleichstromes hat deshalb Bedeutung, weil ein solcher Strom ebenso wie Wechselstrom transformierbar ist, also zur Erzeugung hoher Spannungen dienen kann. Es sind deshalb außer dem beschriebenen Pendelunterbrecher mehrere andere Unterbrecher im Gebrauch.

Hans Boas in Berlin hat einen Quecksilberstrahlunterbrecher konstruiert. Der Strahl tritt aus einem um seine Achse rotierenden Rohr senkrecht zur Rohrachse aus. Während der Strahl auf ein seitlich aufgestelltes Kupferblech trifft, schließt er den (primären) Stromkreis.

Selbsttätige elektrolytische Unterbrecher sind von Wehnelt und später von Simon angegeben worden. Beim Wehneltunterbrecher (vom Wernerwerk in Berlin) geht der Strom von einer Platinspitze aus, die aus einem Porzellankörper hervorragt, und tritt in verdünnte Schwefelsäure über. Die Unterbrechung erfolgt durch die Gaswolke, die sich an der Platinspitze infolge der Wasserzersetzung bildet. Die Schließung des Stromkreises erfolgt, nachdem die Gaswolke durch Stromwärme zur Explosion gebracht worden ist. Beim Simonunterbrecher geht der Strom durch ein enges Loch in einer Glaswand, die zwei verdünnte Säurelösungen trennt.

Art. 249. Der mittelfrequente Pendelunterbrecher (Fig. 315) ist von Falkenberg, einem Mitarbeiter der Deutschen Telephonwerke in Berlin, konstruiert worden.

Der Eisenkern aus unterteiltem Blech hat die Form eines rechteckigen Rahmens. An der einen kurzen Seite des Rechtecks liegt ein Nebenjoch $J'J''$. Eine Gleichspannungsstufe von 20 V treibt durch die beiden Hälften der fortlaufenden Wicklung des Nebenjoches Ströme in entgegengesetztem Umlaufsinn. Dadurch entstehen die magnetischen Feldlinien $\mathfrak{B}_3$ und $\mathfrak{B}_4$. Das Nebenjoch ist an einem seine Mitte durchquerenden, zur Bildebene senkrechten Stahldraht befestigt. Um die Achse dieses Stahldrahtes kann es Eigenschwingungen von

Fig. 315.

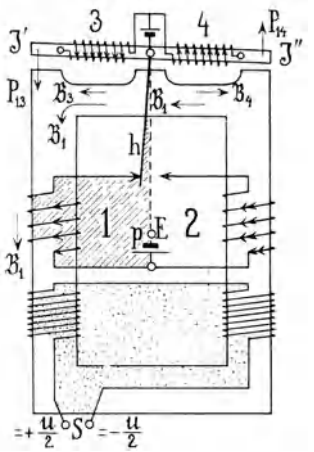
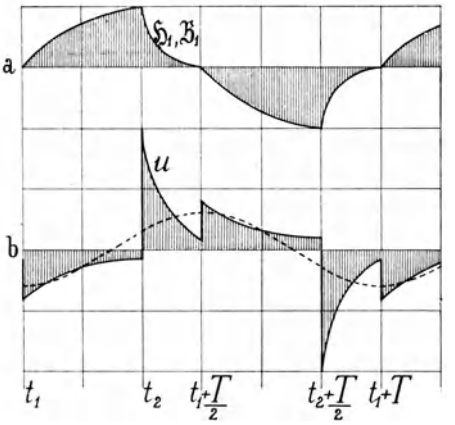


Fig. 316.



der Frequenz 500 sek^{-1} ausführen. An dem Nebenjoch ist der Schalthebel h befestigt.

Berührt der Schalthebel h die linke Kontaktstelle →, so ist der Stromkreis 1 geschlossen. Dieser treibt durch den Eisenkern einen starken Induktionsfluß ($\mathfrak{B}_1$), von dem nur ein kleiner Teil das Nebenjoch $J''J'$ durchläuft. Da sich die magnetische Energie zu vergrößern sucht, so wird die linke Jochhälfte J' vom Kern angezogen, die rechte Jochhälfte J'' vom Kern abgestoßen: der Stromkreis 1 wird unterbrochen. Kurze Zeit darauf wird der Stromkreis 2 geschlossen und es entsteht in dem Eisenkern der Induktionsfluß ($\mathfrak{B}_2$), dessen Richtung der Richtung von ($\mathfrak{B}_1$) entgegengesetzt ist.

Die abwechselnd in entgegengesetzter Richtung im Eisenkern vorhandenen Induktionsflüsse ($\mathfrak{B}_1$) und ($\mathfrak{B}_2$) erzeugen zwischen den

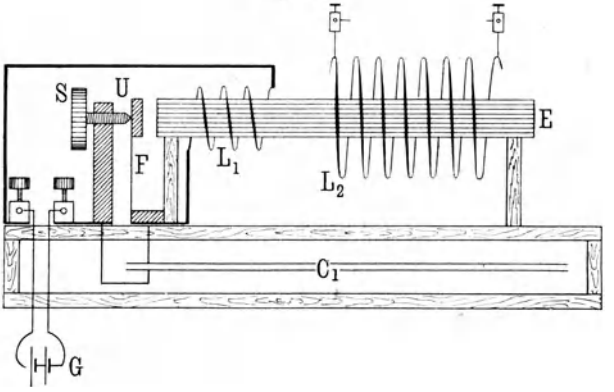
Enden S der Sekundärwicklung eine Wechselspannung, deren Grundfrequenz 500 sek^{-1} ist.

In Fig. 316 ist angenommen, daß der Stromkreis 1 zur Zeit t_1 geschlossen, zur Zeit t_2 geöffnet wird, und daß der Stromkreis 2 zur Zeit $t_1 + T/2$ geschlossen und zur Zeit $t_2 + T/2$ geöffnet wird; zur Zeit $t_1 + T$ wird der Stromkreis 1 wieder geschlossen. Dann verläuft die magnetische Induktion $\mathfrak{B}_1$ im Eisenkern etwa so, wie Fig. 316a zeigt. Die Spannung der Sekundärspule verläuft etwa so, wie die ausgezogene Kurve Fig. 316b zeigt. Diese Spannung enthält ein gestrichelt dargestelltes sinusartiges Grundglied und eine Reihe von harmonischen Gliedern (vgl. Art. 118, S. 143).

Der mittelfrequente Pendelunterbrecher kann als bequemer Ersatz für eine Mittelfrequenzmaschine dienen, wenn es sich um Leistungen bis zu etwa 500 W handelt, also z. B. um den Betrieb eines kleinen Tonfunkensenders.

Art. 250. Der Funkeninduktor ist ein Hochspannungstransformator, der mit einem niederfrequenten Pendelunterbrecher oder einem Quecksilberunterbrecher oder einem elektrolytischen Unterbrecher betrieben wird.

Fig. 317.

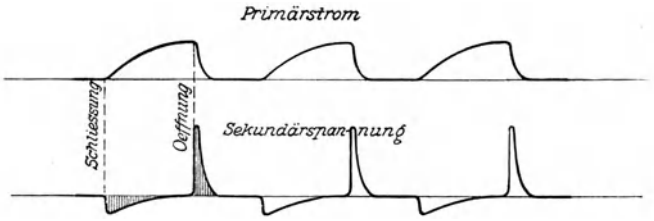


In der Regel wird, wie Fig. 317 zeigt, ein offener Eisenkern E benutzt (vgl. Art. 77, S. 100). In einem geschlossenen Eisenkern ist, bei Verwendung unterbrochenen Gleichstromes, die remanente Induktion zu groß.

Bei kleineren Induktoren wird der offene Eisenkern auch zum Betrieb des Unterbrechers benutzt. Der Stromkreis GL_1FUS

wird abwechselnd geschlossen und geöffnet. Damit die Öffnung annähernd lichtbogenfrei erfolgt, wird zu der Unterbrechungsstelle U der Kondensator C_1 parallel geschaltet. Der Primärstrom verläuft etwa so, wie die obere Kurve der Fig. 318 zeigt. Zwischen den Klemmen der Sekundärwicklung L_2 entsteht eine hohe Spannung, die etwa so verläuft, wie die untere Kurve der Fig. 318.

Fig. 318.



Bequeme, einfache Mittel zur Erzeugung hoher Spannungen besitzen wir in der Elektrisiermaschine und im Funkeninduktor. Letzterer ist vor der Elektrisiermaschine dadurch ausgezeichnet, daß er größere Stromstärke zu liefern vermag und nicht gedreht zu werden braucht. Der Funkeninduktor hat in der Entwicklung der Physik eine große Rolle gespielt. Er hat dazu gedient, Gase und Dämpfe leuchtend zu machen, elektrische Schwingungen zu erregen, Kathoden- und Röntgenstrahlen zu erzeugen. Wo hohe Spannungen, aber nur kleine Leistungen erforderlich sind, da ist der Funkeninduktor noch heute ein sehr bequemes Hilfsmittel. Für größere Leistungen ist die Wechselstrommaschine in Verbindung mit einem Hochspannungstransformator (und mit Gleichrichtern) geeigneter (s. Kap. 43).

Zweiundvierzigstes Kapitel.

Die wichtigsten Geräte der Fernmeldetechnik.

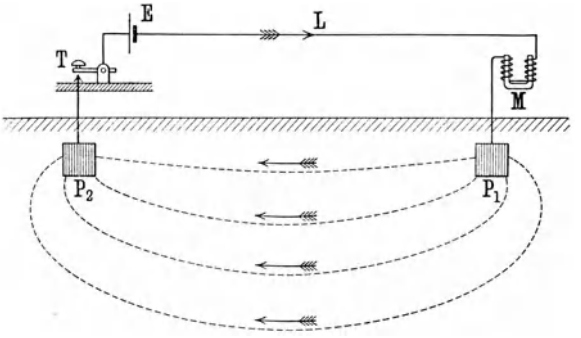
Art. 251. Die allgemeine Aufgabe der elektrischen Fernmeldetechnik ist folgende. Von einer Sendestelle aus pflanzt sich elektromagnetische Energie fort bis zur Empfangsstelle, wo irgend eine wahrnehmbare Erscheinung, z. B. ein Ton, hervorgerufen wird. An der Sendestelle wird nun die Energieströmung so geregelt, daß ihr ein bestimmter zeitlicher Verlauf

aufgeprägt wird. Die wahrnehmbare Erscheinung hat dann denselben zeitlichen Verlauf. So können die Laute der Sprache und der Musik auf der Sendestelle zur Regelung der Energieströmung benutzt und auf der Empfangsstelle wieder erzeugt werden: das ist die Aufgabe der Telephonie. — Ferner können Zeichen (Klingel-, Klopf- und Morseschriftzeichen) übertragen werden. Ja, es gelingt sogar, Buchstabenschrift auf der Empfangsseite hervorzubringen. Die Zeichenübertragung ist Aufgabe der Telegraphie.

Die Sendestelle der Fernmeldetechnik ist dem Kraftwerk, die Empfangsstelle ist den Verbrauchskreisen der Starkstromtechnik vergleichbar. Die in gleicher Zeit übertragenen Energiemengen sind in der Fernmeldetechnik viel geringer als in der Starkstromtechnik. Auch ist der Wirkungsgrad im allgemeinen viel geringer. Aber in einer Hinsicht ist die Fernmelde- der Starkstromtechnik weit überlegen: in bezug auf die Reichweite, die Größe der überbrückten Entfernung. Macht die Starkstromenergie schon bei wenigen hundert Kilometern halt, so umspannen die Linien der zu Meldezwecken noch ausreichenden Energieströmung heute die ganze Erdkugel.

Art. 252. Taster und Morsegerät. In Fig. 319 ist ein Stromkreis dargestellt, der die Spannungsstufe E, den Leitungsdraht L, die Wicklung des Magnets M und leitende, zwischen P_1, P_2 liegende Erd-

Fig. 319.

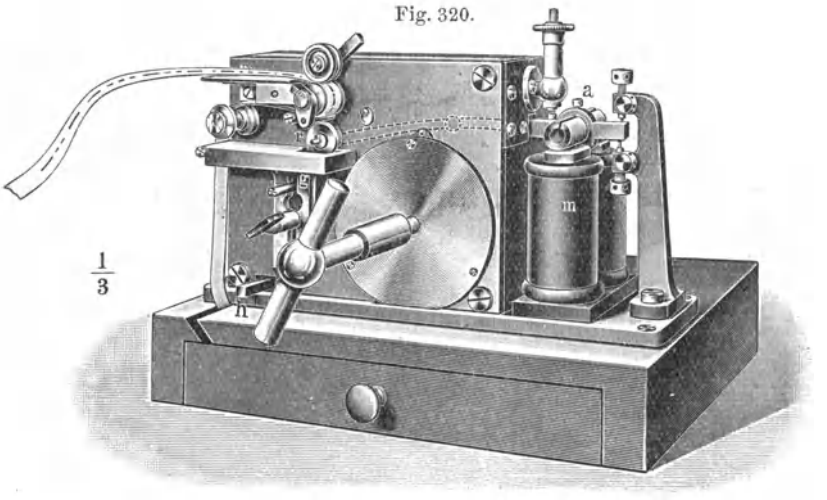


schichten enthält. Durch Druck auf den Schalter T, einen sogenannten Taster, kann der Stromkreis in schneller Folge geschlossen und geöffnet werden.

Die mit dem Taster gegebenen Zeichen können an dem Geräusch erkannt werden, das ein Joch des Elektromagnets M verursacht, den sogenannten Klopfzeichen.

Fig. 320 zeigt ein Gerät, den Morseapparat, welcher die mit dem Taster gegebenen Zeichen aufzeichnet, so daß sie jederzeit wieder gelesen werden können. Der Elektromagnet m betätigt einen Hebel, der auf der einen Seite das magnetische Joch a, auf der anderen Seite die Achse eines kleinen Rädchens r trägt. Ist der Magnet nicht erregt, so taucht das Rädchen in einen Napf g mit Anilinfarbe. Bei

Fig. 320.



Von Siemens & Halske, Wernerwerk, Berlin.

erregtem Magnet wird es gegen einen schmalen Papierstreifen gedrückt, der durch ein Uhrwerk langsam über dem Rädchen entlang gezogen wird, und erzeugt auf dem Streifen einen fortlaufenden farbigen Strich.

Drückt man längere oder kürzere Zeit auf den Taster *T* der Fig. 319, so entstehen nacheinander „Striche“ oder „Punkte“ auf dem Papierstreifen. In einer Figur am Schlusse dieses Buches ist gezeigt, wie man durch Zusammensetzen von Strichen und Punkten Zeichen für Buchstaben und Ziffern gewinnt.

Art. 253. Übersicht über elektrische Anzugsgeräte. Der durch einen Steuerstrom bewirkte Vorgang der Bewegung eines Körpers kann zu den verschiedensten Zwecken benutzt werden.

I. Man kann den bewegten Körper sichtbar machen.

II. Man kann den Anschlag des bewegten Körpers hörbar machen (Läutewerk, Klopfer).

III. Man kann dem bewegten Körper eine geringe Masse aber eine große Oberfläche geben, etwa dadurch, daß man ihn als Membran (d. h. als dünne am Rande eingeklemmte Platte) ausbildet oder dadurch, daß man ihn mit einer Membran verbindet. Der bewegte Körper kann dann als Schallgeber (Kopfhörer oder Lautsprecher) dienen.

IV. Man kann den bewegten Körper zur Schließung (oder Öffnung) eines Stromkreises benutzen. a) Dient der Stromkreis als Bahn des Steuerstromes, so entsteht ein selbsttätiger Unterbrecher. b) Dient der Stromkreis als Bahn eines fremden Stromes, so entsteht ein Vorspanngerät.

Nach der Art, in welcher Kraft und Bewegung erzeugt werden, unterscheidet man folgende Arten von Geräten.

1. Zu den elektrostatischen Anzugsgeräten gehört (außer den Elektrometern) das Kondensatortelephon Fig. 330 und der Walzenlautsprecher Fig. 331.

2. Als elektromagnetische Stromanzugsgeräte kann man solche Geräte bezeichnen, bei denen ein beweglicher Stromleiter in einem ortsfesten, gleichbleibenden Magnetfeld eine Kraft erfährt und dadurch bewegt wird. Geräte dieser Art sind (außer den Drehspulengleichstrommessern) der Bändchenlautsprecher Fig. 329 und das Spulentelephon Fig. 328.

3. Als elektromagnetische Ankeranzugsgeräte kann man solche Geräte bezeichnen, bei denen ein ortsfester Strom (wie beim Nadelstrommesser) einen Eisenanker (ein Joch) bewegt.

a) Bei vielen Ankeranzugsgeräten ist nur ein magnetischer Kreis vorhanden, so bei dem Läutewerk Fig. 314 und dem Morsegerät Fig. 320 und den Telephonen Fig. 323, 324, 325.

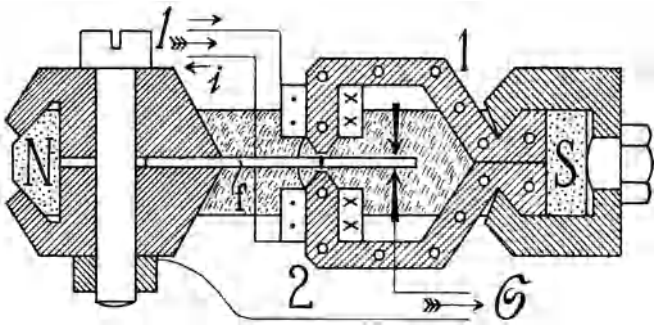
b) Bei anderen, den „polarisierten“ Ankeranzugsgeräten (so bei Fig. 321) sind zwei magnetische Kreise vorhanden.

Gemäß Gl. (39), S. 125 ist die anziehende Kraft proportional zu $\mathfrak{B} \cdot \Phi$. Sie steigt also bei Verkleinerung der einander anziehenden Eisenflächen an, solange der Induktionsfluß Φ im magnetischen Kreise nicht verringert wird; denn dabei nimmt die Induktion $\mathfrak{B}$ zu.

Art. 254. Vorspanngerät (Relais). In Fig. 321 ist ein Gerät dargestellt, das dazu dient, eine schwache Energieströmung in eine mehrfach stärkere $\mathfrak{S}$ umzuwandeln. Die Mehrleistung wird einer im sekundären Stromkreis liegenden Batterie entnommen. Der magnetische Kreis, der von dem Stahlring NS, dem beweglichen Joch f und den beiden unterteilten Eisenkörpern 1 und 2 gebildet wird, ist per-

manent magnetisiert. Dieser vorhandene Induktionsfluß wird durch einen schwachen Strom i im primären Kreise nicht vermehrt. Der Strom i verändert nur den Induktionsfluß in dem magnetischen Kreise 1, 2, also die durch 1 und 2 verlaufenden Anteile des Induktionsflusses NS und ruft so Kräfte hervor, die auf das Joch f wirken.

Fig. 321.

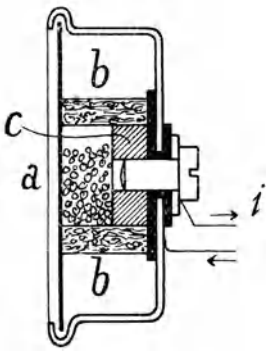


Solche Geräte werden vor einen Morseapparat geschaltet, wenn dieser so weit von der Sendetaste entfernt ist, daß die ankommende Energieströmung ∫ nicht mehr zur Betätigung des Schreibhebels ausreicht.

Größere, nach einem ähnlichen Prinzip gebaute Vorspannungsgeräte werden dazu benutzt, mit einem kleinen Taster im primären Stromkreis starke Ströme im sekundären Stromkreis zu schließen und zu unterbrechen.

Art. 255. Das Mikrophon (von Reiss in Frankfurt a. M. erfunden) beruht auf der Verkleinerung, die der Übergangswiderstand zwischen Kohlestücken durch Druck erleidet. Fig. 322 (nach Beckmann, Telephon- und Signalanlagen) zeigt eine gebräuchliche Konstruktion des Mikrophons, ein sogenanntes Kohlekörnermikrophon. Die Kohlemembran *a*, der Filzring *b* und die Kohleplatte *c* bilden eine Kammer, in der Kohlekörner angehäuft sind. Bei dem geringsten Überdruck auf der linken Seite der Membran nimmt der Übergangswiderstand zwischen *a* und *c* so stark ab, daß eine Spannungsstufe einen starken Strom (bis zu 1 A) durch das Mikrophon treibt.

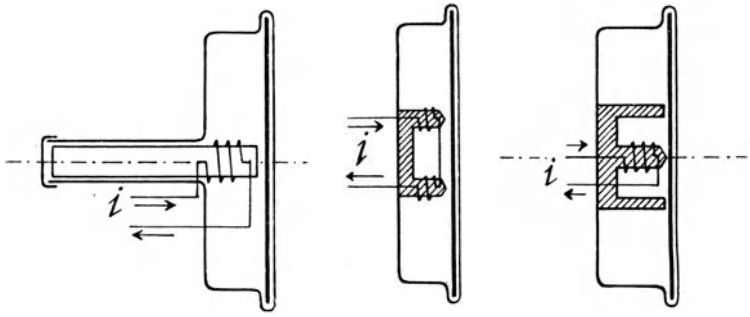
Fig. 322.



Art. 256. Das Hörtelephon ist eine Erfindung des Amerikaners Bell. Fig. 323 zeigt ein Telephon, dessen magnetischer Kreis einen Stab und eine Membran enthält. Der Stab ist aus Stahl und permanent magnetisiert. Das Telephon ist also ebenso wie das Relais polarisiert: die Membran wird bei einer Stromrichtung in der Magnetwicklung angezogen, bei der entgegengesetzten abgestoßen. Ein Telephon macht Schwankungen der Stromstärke hörbar.

Die Fig. 324 und 325 zeigen die wesentlichen Teile eines modernen Dosentelephons. Empfindlicher als das Hufeisentelephon (Fig. 324) soll das Telephon (Fig. 325) mit einem Topfmagnet sein (vgl. die Form des Magnets Fig. 133, S. 125).

Fig. 323. Fig. 324. Fig. 325.



Die im Fernsprechverkehr benutzten Telephone haben einen Griff, dessen Längsrichtung zur Achse der Membran senkrecht steht. Bei den „Löffeltelephonen" enthält der Griff einen Hufeisenmagnet, der für starke permanente Magnetisierung des magnetischen Kreises, insbesondere der Membran sorgt. Bei den „Stieltelephonen" dient der Griff nur als Handhabe. Bei den „Mikrophontelephonen" ist an dem einen Ende des Griffes ein Dosentelephon, an dem anderen Ende ein Mikrophon angebracht.

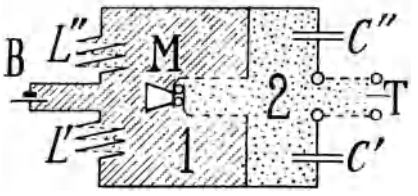
Die Leistung an einem Morsegerät wird durch einen Taster unstetig geregelt. Die Leistung an einem Telephon wird durch ein Mikrophon stetig geregelt.

Art. 257. Der Fernsprechverkehr kann die in Fig. 326 dargestellte Schaltung verwenden. Der Benutzer des Mikrophons *M* kann selbst den Gleichstromkreis schließen, in dem sein Mikrophon, die Induktivitäten *L*, die Zentralbatterie B und eine kleine Glühlampe liegen. Beim Aufleuchten der Glühlampe stöpselt die Beamtin des

Vermittlungsamts ihr eigenes Telephon in die zwischen C', C'' liegenden Buchsen und schließt dadurch den Wechselstromkreis 2, der durch die Kapazitäten C gegen das Fließen von Gleichstrom geschützt ist. Der Mikrophonbenutzer nennt den Telephonbesitzer, mit dem er verbunden sein will. Die Beamtin ersetzt ihr eigenes Telephon durch das gewünschte. Wenn der Mikrophonbenutzer nun die durch sein Mikrophon gehende Leitung unterbricht, erlischt die Glühlampe und die Beamtin zieht die zum Telephon T führenden Stöpsel aus den zum Mikrophon M gehörenden Buchsen heraus, sie „trennt" die Teilnehmer.

Die beschriebene Einrichtung hat noch keinen praktischen Wert: denn bei M soll nicht nur gesprochen, sondern auch gehört, bei T nicht nur gehört, sondern auch gesprochen werden; außerdem muß der Teilnehmer bei T durch ein lautes Klingelsignal gerufen werden. Jede Teilnehmeranlage muß also ein Mikrophon, ein Telephon und ein Läutewerk enthalten. Eine der Möglichkeiten, alle diese Teile zu schalten, wäre leicht zu beschreiben. Aber es gibt nicht eine, sondern zahlreiche Möglichkeiten. Nur eine zu beschreiben, hätte keinen großen Wert, alle zu beschreiben, wäre im Rahmen dieses Buches unmöglich.

Fig. 326.



Nur ein Gesichtspunkt für die (in Fig. 326 gestrichelt gezeichneten) Verbindungen der Teilnehmer M und T mit dem Vermittlungsamt sei hier noch erwähnt: es ist die Gefahr des Mithörens. Befindet sich das Telephon T auf einem einsamen Gutshof 1, so genügt es, einen Freileitungsdraht vom Amte aus zu spannen und die Erde als zweiten Stromleiter zu benutzen. Liegt ein zweiter Gutshof 2 in der Linie Amt, 1, 2, so liegt es nahe, die Masten zwischen Amt und 1 zum Anbringen einer zweiten Freileitung zu benutzen und diese bis 2 zu führen. Die beiden Stromkreise Amt, 1 und Amt, 2 sind dann magnetisch stark gekoppelt. Wechselstrom, der in der einen Leitung fließt, erzeugt auch in der anderen Wechselstrom. Der Teilnehmer 2 kann die von 1 geführten Gespräche mithören und dadurch in seiner Gesprächstätigkeit gestört werden.

Das sicherste Mittel, solche Störungen zu vermeiden, besteht darin, beide Stromkreise Amt, 1 und Amt, 2 frei von magnetischer Kopplung zu bauen, d. h. zwischen Amt und 1 ein Paar von zwei miteinander verdrillten Leitern, zwischen Amt und 2 ein zweites Paar

von verdrillten Leitern zu spannen. Beide Paare bleiben praktisch ungekoppelt, auch wenn sie in einem Kabel vereinigt sind. Daher werden größere Städte mit einem Kabel, wie es die Fig. 310, S. 287 darstellen, verbunden.

Beim Telegraphiebetrieb ist die Gegeninduktivität zweier Stromkreise nicht so gefährlich wie beim Telephoniebetrieb, weil ein Morseapparat nur auf stärkere, in der Regel also nur auf die für ihn bestimmten Ströme anspricht.

Art. 258. Lautsprecher mit elektromagnetisch bewegter Membran. Wenn die elektromagnetische Energieströmung in der Zuleitung zu einem Sprechgerät geeigneter Konstruktion starken Schwankungen unterworfen ist, so werden diese Schwankungen in einem ganzen Zimmer oder Saal deutlich hörbar.

Fig. 327.

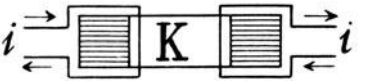
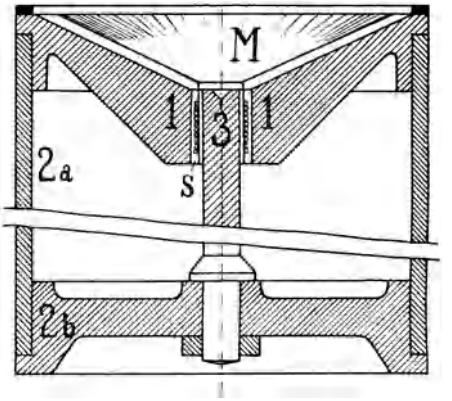


Fig. 328.



1. Solche „Lautsprecher“ sind verschiedentlich so gebaut, daß ein besonders starkes Dosentelephon nach Fig. 324 oder 325 mit einem Schalltrichter versehen wird. Vor der Membran wird eine starre Platte angeordnet, deren zentrische Öffnung den Zugang zu einem Trichter von rund $^1/_2$ m Weglänge bildet. Der Schalltrichter vergrößert die Lautstärke, beeinträchtigt aber die Ähnlichkeit zwischen Schall und Strom. Man ist mit Recht bestrebt, Lautsprecher ohne Schalltrichter zu bauen. Dann muß entweder die Durchbiegung oder die Fläche der Membran groß sein.

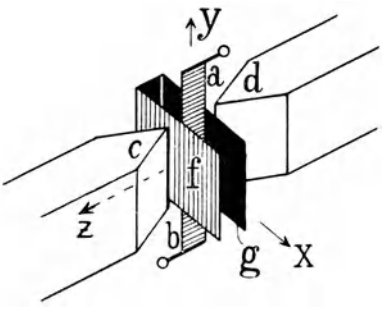
2. Die ebene Membran des gewöhnlichen Telephons ersetzt man vielfach durch eine Membran, deren größter Teil trichterförmig und daher keiner merklichen Durchbiegung fähig, kurz starr ist. In Fig. 328 ist M eine derartige Membran.

3. Der Lautsprecher der Feinmaschinenbaugesellschaft (in Berlin, Charlottenstr. 6) besitzt eine Glimmermembran, deren Mitte durch das Ende eines Hebels gesteuert wird. Die Betätigung des Hebels geschieht nach einem ähnlichen Prinzip, wie die der Feder f in Fig. 321.

4. Die Wicklung eines Lautsprechers wird gewöhnlich in den Anodenstromkreis einer Verstärkerröhre geschaltet. In dem Kreise fließt Gleichstrom $\mathfrak{J}$ und mittel- oder tonfrequenter Wechselstrom i. Fig. 327 zeigt eins der Mittel, wie man den Wechselstrom i von dem gemischten Strom $\mathfrak{i} = \mathfrak{J} + i$ absondern kann.

Art. 259. Lautsprecher mit elektromagnetisch bewegtem Stromleiter. 1. Fig. 328 stellt ein besonderes Prinzip der Membranbewegung dar. An der Membran M ist eine Spule S befestigt, die sich ganz in den radial von 3 nach 1 übergehenden magnetischen Feldlinien befindet. Die Membran ist durch ihre Trichterform starr bis auf eine federnde Randzone.

Fig. 329.



Ein so wirkendes Gerät hat H. Riegger konstruiert (Phys. ZS. **5**, 577—580, 1924, Abb. 5). An der ebenen Membran sind vier Spulen von verschiedenem Durchmesser befestigt. Die Membran ist starr und eben und am Rande in Filz eingebettet.

2. Der Bändchenlautsprecher wird nach E. Gerlach und W. Schottky durch die Firma Siemens & Halske, Wernerwerk in Berlin (wieder Rieggersche) hergestellt (s. Fig. 329). Ein außerordentlich dünnes Band a b aus Aluminium hängt zwischen den abgestumpften Schneiden c d eines Elektromagnets. Es befindet sich also in einem starken Magnetfeld und wird bei Stromdurchgang in der Richtung $\pm x$ bewegt. Damit nur eine Seite des Bandes an freie Luft grenzt, sind zwei Messingwände f, g angebracht, die auf der Rückseite des Bandes einen vom Band verschlossenen Kasten bilden.

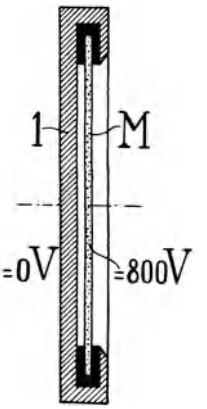
Eine ähnliche Anordnung hat schon früher Reinganum beschrieben (Phys. ZS. 1910). Näheres so W. Schottky, ZS f. techn. Phys. **5**, 574 bis 576, 1924. E. Gerlach, ebenda S. 576 bis 578. Der

das Bändchen durchfließende Wechselstrom von 5 A wird durch einen Transformator 1 : 500 erzeugt und ruft Verschiebungen des Bändchens bis zu 5 mm hervor.

Die hier beschriebenen Lautsprecher werden vorläufig nur in großer Ausführung hergestellt, die für öffentliche Zwecke bestimmt, für den Hausgebrauch noch zu teuer und schwierig ist. Trotz der großen Lautstärke ist die Treue der Tonwiedergabe vorzüglich, wie auch Messungen von Trendelenburg beweisen (vgl. Art. 314).

Art. 260. Das elektrostatische Telephon ist ein Plattenkondensator, dessen eine Belegung 1 fest, dessen andere Belegung M beweglich angeordnet ist (Fig. 330). Leichtigkeit der beweglichen Schicht ist die Hauptbedingung für Ähnlichkeit zwischen Schall und Spannung. Damit das Telephon hinreichend empfindlich ist, muß die eine Platte eine konstante Spannung U von etwa 800 V gegen die andere besitzen; kleine Zusatzspannungen bewirken dann große Membranbewegungen und erzeugen starke Töne.

Fig. 330.



Aus den Gl. (51), S. 26; (68), S. 39 und (71), S. 40 ergibt sich für die anziehende Kraft P zwischen zwei Kondensatorplatten vom Abstand x

$$^1/_2\, C\, U^2/x = P = {}^1/_2\, C \cdot \mathfrak{E} \cdot U \quad . \quad (20)$$

Ändert sich die Spannung U um $\mathrm{d}U$, so ändert sich die Kraft P um $\mathrm{d}P$, und es ist

$$\mathrm{d}P = C \cdot \mathfrak{E} \cdot \mathrm{d}U \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Mißt man U in V, $\mathfrak{E}$ in V/cm, C in F, so ergibt sich P in Ws/cm.

Die Empfindlichkeit $\mathrm{d}P/\mathrm{d}U$ des Lautsprechers ist also um so größer, je größer die Kapazität C und je größer das Spannungsgefälle $\mathfrak{E}$ ist. Vorzügliche Lautsprecher nach diesem Prinzip (mit großer ebener Membran) haben Vogt, Masolle und Engl konstruiert.

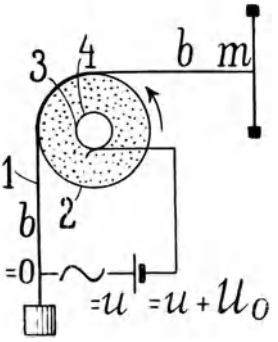
Näheres über die „stetigen Regler", die Mikrophone, ist in den Art. 400 bis 406 mitgeteilt.

Art. 261. Der elektrostatische Walzenlautsprecher ist von Johnsen und Rahbeck erfunden und von der Huth-Gesellschaft für drahtlose Telegraphie in Berlin ausgearbeitet worden. Er beruht auf der Entdeckung, daß zwischen der Oberfläche 2 eines Körpers von sehr geringer Leitfähigkeit und einem darauf gelegten Metallblech 1

ganz außerordentlich große Kräfte auftreten, wenn die untere Fläche 3 des Halbleiters auf einer anderen Metallplatte 4 liegt und zwischen beiden Metallplatten 1, 4 eine Spannung hergestellt (und aufrechterhalten) wird. Man erklärt die Erscheinung durch die Annahme, daß die Flächen 1 und 2 einen Kondensator von außerordentlich geringem Plattenabstand bilden.

Fig. 331 zeigt, wie diese große Kraft zur Steuerung einer Membran (m) und damit zur Schallerzeugung verwendet werden kann.

Fig. 331.



Ein Metallband $b\,b$ hängt über einer Achatwalze. Die Walze rotiert in der Pfeilrichtung und biegt die Membran (aus Glimmer) etwas durch. Wird zwischen Band und Welle eine Wechselspannung u von einigen Volt gelegt, so entsteht eine große anziehende Kraft zwischen Band und Walzenoberfläche, und die Membran wird stark durchgebogen.

Durch Hilfsladung U_0 wird die Lautstärke außerordentlich gesteigert. Ohne Hilfsladung kann das Gerät zur Anzeige hochfrequenter Wechselspannungen dienen. Die zur Drehung der Walze aufgewendete Arbeit wirkt als Vorspann. Die erzeugte Schallenergie kann viel größer sein als die zugeführte Wechselstromenergie.

Literatur: K. Rotgardt, ZS. f. techn. Phys. **4**, 63 bis 66, 1923; H. Schering und R. Schmidt, ebenda **6**, 19 bis 27, 1925.

Zu quantitativen Schallstärkemessungen kann man eine von H. Sell (ZS. f. techn. Phys. **5**, 573 bis 574, 1924) entdeckte Eigenschaft der Schallstrahlen benutzen. Verlaufen Schallstrahlen in einem weiten Rohre, das konisch in ein ganz enges Rohr ausmündet, so wird in dem engen Rohr Luft hin und her bewegt. Die eingesaugte Luft strömt der engen Rohröffnung außen von allen Seiten zu. Die ausgepreßte Luft bildet aber einen nadelförmigen Strahl von periodisch und immer in gleicher Richtung bewegter Luft. Dieser Strahl kann zur meßbaren Ablenkung einer Platte dienen.

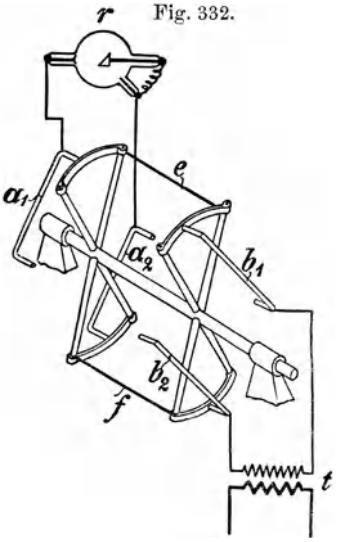
Dreiundvierzigstes Kapitel.

Gleichrichter.

Art. 262. Pendelgleichrichter sind von Koch & Sterzel in Dresden, von Dr. Falkenthal (Deutsche Telephonwerke in Berlin), von den Hydra-Werken in Charlottenburg u. a. konstruiert worden. Sie werden hauptsächlich dazu benutzt, kleine Akkumulatorenbatterien mit Hilfe der Wechselstrom-Lichtleitung zu laden.

Der Falkenthalsche Gleichrichter kann als Umkehrung des in Fig. 315 dargestellten Pendelunterbrechers aufgefaßt werden. Die Wechselspannung u liegt an den sekundären Klemmen S. Durch den Schalthebel h wird der Stromkreis 1 (bzw. 2) geschlossen, wenn die im Kreise liegende Spule am oberen Ende positive Spannung hat. Dadurch kann die beiden Kreisen gemeinsame Akkumulatorenbatterie E geladen und das bewegliche Querjoch konstant magnetisiert werden. Die Eigenschwingung des Pendels muß für technischen Wechselstrom die Frequenz $50\,s^{-1}$ haben und etwas regulierbar sein. Der Gleichstromverlauf entspricht ungefähr der Fig. 162 b, S. 147.

Fig. 332.



Art. 263. Der rotierende Gleichrichter (Fig. 332) dient dazu, hohe Spannungen gleichzurichten, die vom Transformator t erzeugt sind und, gleichgerichtet, dazu dienen können, durch ein Röntgenrohr r stets in gleichem Sinne (von rechts nach links) Strom zu treiben.

Während sich der entgegen dem Drehsinn des Uhrzeigers umlaufende Teil ef des Schalters in vier aufeinander liegenden Quadranten befindet, werden der Reihe nach die Stromkreise hergestellt:

I) $[a_2\, r\, a_1]\ e\,(b_1\, t\, b_2)\, f$, II) $[a_2\, r\, a_1]\ e\,(b_2\, t\, b_1)\, f$,
III) $[a_2\, r\, a_1]\ f\,(b_1\, t\, b_2)\, e$, IV) $[a_2\, r\, a_1]\ f\,(b_2\, t\, b_1)\, e$.

Der Schalter läuft während zwei ganzer Perioden der Transformatorspannung einmal um. Er muß also mit einer vierpoligen

Wechselstrom-Synchronmaschine direkt gekuppelt sein. Als Maschine kann entweder der Stromerzeuger (Generator) oder ein kleiner Synchronmotor dienen. Wegen der hohen Spannung muß der Umschalter große Abmessungen haben. Wegen der geringen Stromstärke kann der Querschnitt der leitenden Teile gering sein. Die Einrichtung wird vom Wernerwerk in Berlin für Röntgeneinrichtungen hergestellt.

Art. 264. Schaltung von Einphasenstromgleichrichtern. Bei den bisher beschriebenen Gleichrichtern, den „Schaltgleichrichtern", erfolgt der Stromdurchgang durch bewegte metallische Leiter. Bei den später beschriebenen „Ventilgleichrichtern" erfolgt der Stromdurchgang durch das Vakuum, durch Gas oder durch Dampf. Ventilgleichrichter enthalten Elektroden, deren Stoff, Form oder Temperatur verschieden ist. Dadurch wird eine Stromrichtung vor der anderen bevorzugt.

Fig. 333.

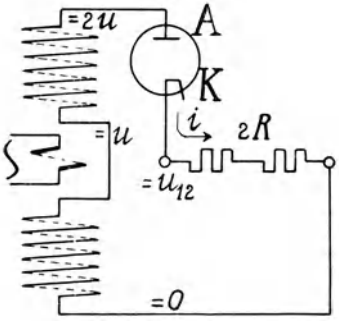
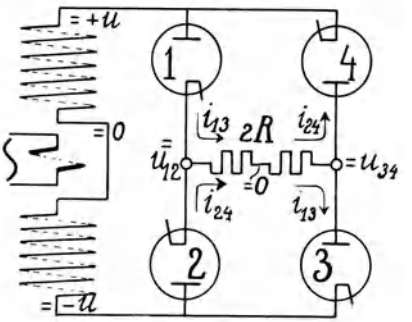


Fig. 334.



Der in Fig. 55, S. 49 dargestellte Ventilgleichrichter enthält eine glühende Kathode (Elektronenquelle) K und eine kalte Anode A.

1. Eine Einventilschaltung ist in Fig. 333 dargestellt.

Ist der Schließungswiderstand $2R = \infty$, so ist jederzeit die Stromstärke $i = 0$. Die Wechselspannung $2u$ schwanke zwischen den Werten $\pm 2u_m$. Dann werden so lange Elektronen aus der Glühkathode K herausgesogen, als $2u > u_{12}$ ist. Mithin wird $u_{12} = +2u_m$.

Ist der Schließungswiderstand $2R$ endlich, so kann man eine allgemeine Aussage machen: während $2u < 0$ ist, ist $i = 0$, also auch $u_{12} = 0$. Während $2u > 0$ ist, werden Elektronen aus der Glühkathode gesogen, ist $i > 0$. Ungefähr werden u_{12} und i einen zeitlichen Verlauf haben, wie er in Fig. 162a, S. 147 dargestellt ist.

2. Eine Vierventilschaltung ist in Fig. 334 dargestellt. Die Schaltung ist ursprünglich von Graetz für Aluminiumgleichrichter angewandt worden. Ist der Schließungswiderstand $2R = \infty$, so wird die Spannung $u_{12} = +u_m$, die Spannung $u_{34} = -u_m$. Ist $2R$ endlich, so fließen abwechselnd die Ströme i_{13} und i_{24}. Der Widerstand $2R$ wird vom Strome $i_{13} + i_{24}$ durchflossen, der ungefähr den Verlauf hat wie die Kurve b der Fig. 162, S. 147.

3. Eine Zweiventilschaltung, die als Greinachersche Hochspannungsschaltung bezeichnet sei, ist in Fig. 335 dargestellt. Die beiden Ventile 2 und 3 der Schaltung Fig. 334 sind durch zwei Kondensatoren ersetzt. Ist der Schließungswiderstand $2R = \infty$, so wird

$$u_{12} = +2u_m, \quad u_{34} = -2u_m.$$

4. Eine Zweiventilschaltung, die als Niederspannungsschaltung bezeichnet sei, ist in Fig. 336 dargestellt. Sie entsteht aus der

Fig. 335.

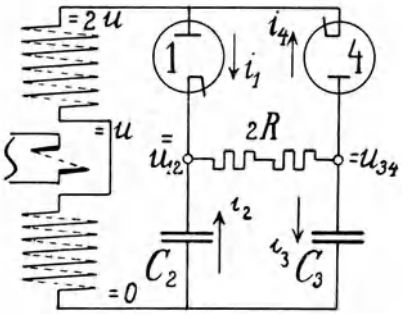
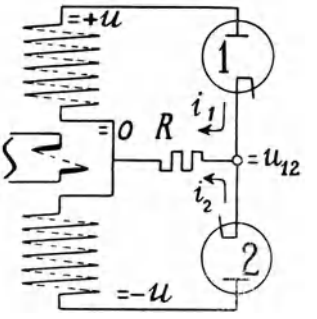


Fig. 336.



Schaltung Fig. 334, wenn man den Mittelpunkt des Schließungswiderstandes mit dem Mittelpunkt der Wechselspannung verbindet. Ist der Schließungswiderstand $R = \infty$, so wird $u_{12} = +u_m$. Die höchste erreichbare Gleichspannung ist bei den Schaltungen Fig. 333 (Fall 1) und 334 (Fall 2) gleich der höchsten vorhandenen Wechselspannung $2u_m$, bei der Schaltung Fig. 336 (Fall 4) nur gleich der Hälfte u_m dieser Spannung. Darin liegt ein Nachteil dieser Schaltung, der aber nur ins Gewicht fällt, wenn es sich um Gleichrichtung sehr hoher Spannungen, etwa zur Erzeugung von Röntgenstrahlen, handelt. Für den Betrieb von Senderöhren der drahtlosen Telegraphie und zum Laden von Akkumulatoren ist die Niederspannungsschaltung ebenso geeignet wie die anderen beschriebenen Schaltungen.

Die Greinachersche Hochspannungsschaltung Fig. 334 (Fall 3) ist dadurch ausgezeichnet, daß die höchste erreichbare Gleichspannung

$= 4\,u_m$, also doppelt so groß ist als der Höchstwert $2\,u_m$ der vorhandenen Wechselspannung. Siehe Greinacher, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16**, 320, 1914. Phys. ZS. **17**, 343, 1916. M. Jona, ZS. f. techn. Phys. **5**, 405 bis 412, 1924.

Art. 265. Die Heizung der Glühkathode wird sehr erschwert, wenn die Glühkathoden eine hohe Spannung gegen Erde haben.

1. Das prinzipiell, aber nicht praktisch einfachste Verfahren besteht darin, einige Akkumulatoren auf Säulenisolatoren aufzustellen und zur Heizung zu benutzen.

2. Als Wechselspannungsstufe dient meistens die Hochspannungswicklung eines Transformators. Glühkathoden, die an einer der Klemmen dieser Wicklung liegen, heizt man am einfachsten so, daß man die Hochspannungswicklung um einige Windungen aus dickem Draht vermehrt und diese Windungen an den Glühfaden legt. Diese Methode ist anwendbar bei den Ventilen 3 und 4 in Fig. 334, 4 in Fig. 335.

3. Gewöhnlich verwendet man einen besonderen Transformator, dessen Oberspannungswicklung an der primären Wechselspannung liegt. Die Windungen der Unterspannungswicklung werden zum Heizen benutzt. Sie müssen sehr gut von der Primärwicklung isoliert sein, was bei der Kleinheit der Transformatoren Schwierigkeiten macht, die nur durch Einbetten in Öl behoben werden können. In Fig. 337 ist H ein solcher Heiztransformator.

4. Man kann auch in folgender Weise verfahren. Man schaltet den Heizfaden mit einem Kondensator und einer Spule 2 in Reihe und koppelt 2 mit einer Spule 1, die von hochfrequentem Wechselstrom durchflossen wird. Infolge der hohen Frequenz kann die Gegeninduktivität zwischen 1 und 2 so klein sein, daß große Abstände und daher auch große Spannungsunterschiede der Spulen zulässig sind. Diese vom Verf. angewandte Methode ist bei beliebiger Lage des Heizfadens anwendbar und gestattet, die Heizstromstärke während des Betriebes zu regeln.

Art. 266. Mittel zur Erzielung einer gleichmäßigen Stromstärke bei Gleichrichtung von Einphasenwechselstrom gibt es verschiedene. Das gebräuchlichste ist das, eine Drosselspule (s. Art. 77) mit dem Schließungswiderstand in Reihe zu schalten.

Man kann auch eine große Kapazität zum Schließungswiderstand parallel schalten.

Bei der Einventilschaltung wird (bei der Betriebskreisfrequenz ω) der erzeugte Strom aus Gleichstrom bestehen, dem Wechselströme

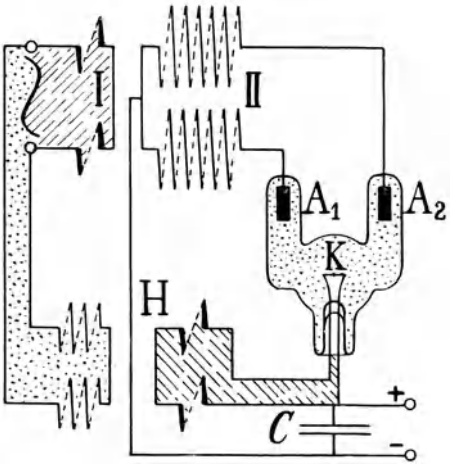
von der Kreisfrequenz ω, 2ω, 3ω usw. überlagert sind (s. Art. 118). Man kann nun eine der Wechselspannungen, z. B. die vom Strome mit der Kreisfrequenz ω hervorgerufene, dadurch unterdrücken, daß man zum Schließungswiderstand einen aus Kapazität C und Induktivität L gebildeten Stromzweig parallel schaltet, der die Bedingung erfüllt $CL = 1/\omega^2$. Näheres ist im 7. Abschnitt ausgeführt.

Bei den Schaltungen Fig. 334 und 336 ist der erzeugte Gleichstrom von Wechselströmen überlagert, deren Kreisfrequenzen 2ω, 4ω, 6ω usw. sind. Man kann die Kreisfrequenz 2ω unterdrücken durch Parallelschaltung eines Stromzweiges $CL = 1/4\omega^2$.

Das sicherste Mittel, um gleichmäßigen Strom zu erhalten, besteht in der Verwendung von Mehrphasenwechselströmen (s. Fig. 339).

Art. 267. Der Edelgasgleichrichter der Akkumulatorenfabrik A. G. in Berlin benutzt die Wehneltsche Entdeckung, daß einige Oxyde, z. B. Calciumoxyd, bei gleich hoher Temperatur viel stärker Elektronen aussenden als z. B. reines Wolfram. Die Gesellschaft hat der Wehnelt-Kathode u. a. folgende Form gegeben. Ein Draht oder Band aus einem edlen Metall (z. B. Iridium) umschlingt in Form einer Schraubenlinie einen Stift aus dem Oxyd. Der Metalldraht wird durch eine äußere Spannungsstufe geheizt. Die austretenden Elektronen machen das Edelgas, welches das Rohr mit etwa 1 mm Druck erfüllt, leitend. Die entstehenden +-Gasionen fliegen auf die Kathode K zu und erhitzen das Oxyd stellenweise so stark, daß es verdampft und sich auf den schraubenförmigen Draht niederschlägt. Die entstehenden —-Gasionen, die Anionen, fliegen auf die positive Anode, also abwechselnd auf A_1 und A_2 in Fig. 337 zu. Die Stromleitung beruht größtenteils auf der Bewegung von Ionen, d. h. von positiv oder negativ geladenen Stoffteilchen. Die stofflosen Elektronen tragen

Fig. 337.



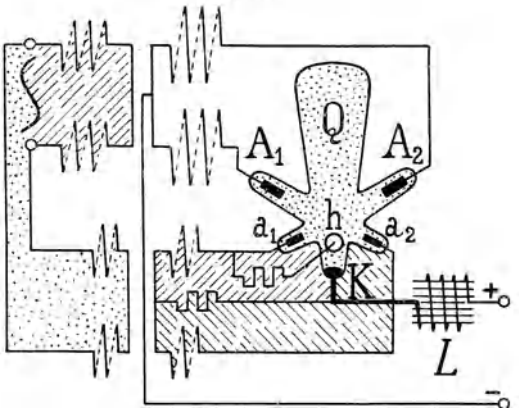
zum Gesamtstrom wenig bei. Der wesentlichste Unterschied der Schaltung Fig. 337 und der in Fig. 336 dargestellten ist der, daß bei ersterer beide Anoden in einem Rohr angeordnet sind, damit nur eine Glühkathode erforderlich ist.

Der Gleichrichter wird jetzt hauptsächlich zur Erzeugung niedriger Gleichspannungen bis zu 200 Volt gebraucht, die geeignet sind, Akkumulatoren zu laden.

Zur Erzeugung mittlerer Gleichspannung zwischen etwa 500 und 10 000 Volt, wie sie zum Betrieb von Röhrensendern in der drahtlosen Telegraphie gebraucht werden, verwendet man zurzeit hauptsächlich Elektronengleichrichter in der Schaltung Fig. 336 oder Gleichspannungsmaschinen.

Art. 268. Der Quecksilberdampfgleichrichter ist der einzige Ventilgleichrichter, der zurzeit als Hilfsmittel der Starkstromtechnik in Frage kommt. Er ist rotierenden Umformern und Einankerumformern technisch gleichwertig, wirtschaftlich überlegen.

Fig. 338.

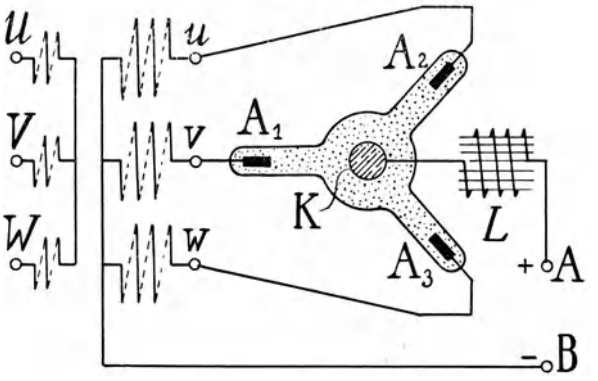


Als Elektronenquelle dient ein kleiner Tropfen auf der Oberfläche der aus Quecksilber (Hg) gebildeten Kathode K. Er wird durch aufprallende Hg-Ionen auf hoher Temperatur erhalten und verdampft mit sehr großer Geschwindigkeit. Die Elektronen machen Hg-Dampf leitend, die Stromleitung erfolgt durch die erzeugten Hg-Ionen. Der Strom geht abwechselnd von einer der beiden kalten Anoden A_1, A_2 aus. Der Quecksilberdampf schlägt sich an den Wänden des Kühlkolbens Q nieder und fällt in Tropfenform in das Kathoden-

quecksilber zurück. Die dabei frei werdende latente Wärme des Quecksilberdampfes, die gleich der Verdampfungswärme ist, muß von den Wänden des Kühlkolbens fortgeführt werden. Bei kleinen Belastungen genügt die Selbstkühlung durch aufsteigende Luft, bei größerer Belastung ist künstliche Kühlung durch einen Ventilator erforderlich.

Fig. 338 zeigt die Einphasenschaltung, die den in den Fig. 336 und 337 dargestellten sehr ähnlich ist. Fig. 339 zeigt eine Dreiphasenschaltung. In beiden Fällen verwendet man eine Drosselspule L, um die Gleichstromstärke gleichmäßiger zu machen. Bei

Fig. 339.



der Einphasenschaltung ist diese Drosselspule nicht nur nützlich, sondern unentbehrlich, da sonst die Stromstärke an der Kathode zeitweilig verschwindend klein wird, der Lichtfleck erkaltet, die Elektronenquelle versiegt. Der entnommene Gleichstrom darf niemals unter einige Ampere sinken, sonst erlischt der Lichtfleck.

Die Zündung des Hg-Gleichrichters (Fig. 338) kann in folgender Weise erfolgen. Ein kleines Ansatzrohr h enthält Hg und liegt an der Spannung v, die durch den kleinen Hilfstransformator erzeugt wird. Bei Inbetriebsetzung kippt man das Gleichrichtergefäß, bis das Hg der Kathode K mit dem Hg der Zündanode h in Berührung kommt. Bei Wiederaufrichtung des Gleichrichters wird der zwischen beiden Hg-Mengen übergehende Strom unterbrochen. Es entsteht ein kleiner Lichtbogen, der als Elektronenquelle dient und die Anoden A_1 und A_2 befähigt, abwechselnd als Ausgangsstelle des (positiven) Stromes zu dienen.

In der Regel bringt man noch zwei Hilfsanoden a_1 und a_2 an, baut also in den großen Gleichrichter einen kleinen ein. Der kleine Gleichrichter verhindert das Versiegen der Elektronenquelle, wenn die Stromstärke des großen Gleichrichters unter 3 A sinkt.

Die Gleichrichter werden mit Gefäßen hergestellt, die aus Glas und für sehr große Leistungen aus Eisen bestehen. Gleichrichter aus Glas werden von der A. E. G., von den Siemens-Schuckert-Werken und der Westinghouse Cooper Hewitt G. m. b. H. in Berlin hergestellt. Quecksilber-Großgleichrichter werden von Brown, Boveri & Co. in Zürich und von der A. E. G. hergestellt. Um betriebssichere Gleichrichter für große Leistungen herzustellen, sind außerordentliche Schwierigkeiten zu überwinden gewesen.

Im Elektrizitätswerk Woltersdorf ist seit einigen Jahren ohne Störungen eine Umformeranlage für 330 kW im Betrieb, die mit Drehstrom gespeist wird und zum Betrieb eines Straßenbahnnetzes dient. Die Anlage ist von der A. E. G. gebaut und mit Glasgleichrichtern ausgerüstet. Jeder Gleichrichter besitzt sechs Anoden. Auf jedem Schenkel des Drehstromtransformators liegen zwei Sekundärwicklungen mit gemeinsamem Sternpunkt und mit Phasen, die um π verschieden sind.

Literatur: A. Günther-Schulze, ZS. f. techn. Phys. **5**, 33 bis 39, 132 bis 135, 1924.

Art. 269. Der Aluminiumgleichrichter besteht aus einer Al-Elektrode und einer Eisenblechelektrode (Fe). Beide Elektroden befinden sich in der Lösung eines geeigneten Salzes, z. B. (Bittersalz $MgSO_4$). Während die Al-Elektrode positiv ist, bedeckt sie sich mit einer nichtleitenden Oxydschicht von hohem elektrischen Widerstand. Es wird daher nur die Halbwelle durchgelassen, während welcher das Al negativ ist. Der Gleichrichter wird also nur in der Richtung vom Fe zum Al durchströmt.

Gebrauchsfertige Geräte dieser Art werden von den Physikalischen Werkstätten G. m. b. H. in Göttingen geliefert.

6. Abschnitt.

Elektrische Meßgeräte und Meßschaltungen.

Vierundvierzigstes Kapitel.

Allgemeine Eigenschaften elektrischer Meßgeräte.

Art. 270. Übersicht über elektrische Meßgeräte. Der wichtigste Bestandteil eines elektrischen Meßgerätes ist das Meßwerk. Es enthält einen beweglichen Körper, auf den zwei entgegengesetzte Kräfte wirken, deren eine durch die zu messenden elektrischen Zustände oder Vorgänge beeinflußt wird.

Außer dem Meßwerk besitzt jedes Gerät eine Ableseeinrichtung, durch die es auf die Sinne des Beobachters wirkt. Für den Gebrauch des Gerätes ist auch die Ausrüstung mit Klemmen, Schaltern, Schutzhüllen usw. wichtig.

A. Elektrometer enthalten einen beweglichen, meistens drehbaren Körper, der durch Kräfte abgelenkt wird, die zwischen ruhenden elektrischen Ladungen wirken. Sie sind in dem vorstehenden Art. 29 behandelt.

B. Elektromagnetische Meßgeräte enthalten in der Regel einen Drehkörper, dessen Ablenkung durch Kräfte herbeigeführt wird, die zwischen bewegten Ladungen, d. h. elektrischen Strömen wirken. Gewöhnlich ist der eine Strom der zu messende Leitungsstrom, der andere ein Molekularstrom in magnetisiertem Stahl.

Im folgenden sind unter 1 bis 14 die wichtigsten elektromagnetischen Meßgeräte mit den Größen zusammengestellt, zu deren Messung sie dienen. Es bedeuten die Zeichen

$\mathfrak{J}$, $\mathfrak{U}$	konstante Stromstärke bzw. Spannung,
i, u	Augenblickswerte,
I, U, N	Effektivwerte von Stromstärke, Spannung, Leistung,
$\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$, V	magnetische Feldstärke, Induktion, Spannung,
Φ	magnetischen Induktionsfluß,
Q	elektrische Ladung,
f	Frequenz,
R	elektrischen Widerstand.

a) Elektromagnetische Strom-, Spannungs- und Leistungsmesser.

1. Nadelgleichstrommesser (Nadelgalvanometer) . . $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{U}$,
2. Drehspulengleichstrommesser . . . . . $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{U}$,
3. Drehspulenwechselgrößenmesser (Dynamometer) . I, U, N,
4. Dreheisenstrommesser (Weicheiseninstrumente) . I, U,
5. Drehfeld- und Induktionsmeßgeräte . . . . . I, U, N.

b) Elektromagnetische Meßgeräte zu besonderen Zwecken.

6. Magnetometer (Fig. 81, S. 70 und Fig. 86, S. 73) $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$,
7. Köpselscher Induktionsmesser . . . . . $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$,
8. Ballistischer Ladungsmesser . . . . . Q; Φ, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$; V,
9. Direkt zeigender Widerstandsmesser . . . . . R,
10. Registriergeräte (schreibende Meßgeräte) . . . . $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{U}$, I, U, N,
11. Schleifenoszillograph . . . . . i, u,
12. Saitenstrommesser . . . . . i, u,
13. Nullstrommesser . . . . . $i = 0$, $\mathfrak{J} = 0$,
14. Resonanzfrequenzmesser . . . . . f.

C. Meßgeräte und Meßschaltungen, die den Einfluß der Temperatur eines Körpers auf seine Länge oder seinen Widerstand benutzen. Solange die im Leiter eines Stromes erzeugte Wärmemenge größer ist als die abgeleitete Wärmemenge, muß die Temperatur des Leiters steigen. Hitzdrahtstrommesser

benutzen die mit dieser Temperaturerhöhung verbundene Verlängerung eines dünnen Drahtes oder Bandes, um einen Zeiger zu drehen.

Die kalorimetrische Messung der durch Strom erzeugten Wärmemenge (siehe S. 268) ist praktisch schwer ausführbar. Die Methode ist daher beschränkt auf Fälle, in denen andere einfachere Methoden mit schwer vermeidbaren Fehlerquellen behaftet sind.

Die Widerstandsänderung, die ein Leiter zeigt, wenn seine Temperatur durch Stromwärme oder Bestrahlung erhöht ist, kann zur Messung der Stromstärke oder der Strahlungsdichte dienen.

D. Thermoelektrische Meßgeräte und Meßschaltungen. Thermoelemente werden so gebildet, daß zwischen zwei Drähten 1 und 1′ aus gleichem Metall ein Drahtstück 2 aus einem anderen Metall eingeschaltet wird. Wenn die Verbindungsstelle 1, 2 eine andere Temperatur hat als die Verbindungsstelle 2, 1′, so zeigen die Drähte 1, 1′ eine Spannung gegeneinander. Diese „thermoelektrische Spannung“ kann zur Messung der Temperaturdifferenz der Verbindungsstellen dienen. Die Temperatur der einen Verbindungsstelle kann verändert werden a) durch Zuleitung von Wärme, b) durch Stromwärme, c) durch Bestrahlung.

Art. 271. Ableseeinrichtungen. 1. Ein mit dem Drehkörper des Meßgerätes fest verbundener stofflicher Zeiger wird gewöhnlich aus Aluminiumdraht oder -rohr gefertigt. Das freie Ende kann zu einem dünnen Streifen ausgehämmert sein, dessen Fläche zur Skalenebene senkrecht steht. Bisweilen ist in der Ebene der Teilung noch ein Spiegel angebracht; dadurch werden gewisse Ablesefehler vermieden.

2. Die Ablesung mittels eines stofflosen Zeigers wird bei drehbaren Systemen meistens dadurch ermöglicht, daß an dem System ein kleiner Spiegel befestigt wird.

In den Fig. 81, S. 70 und Fig. 86, S. 73 ist dargestellt, wie ein Lichtbündel von einer schmalen Lichtquelle l (bzw. L) ausgeht, von dem kleinen Spiegel r (bzw. g) des Systems reflektiert wird und dann auf eine Skala S fällt. In Fig. 81 ist r ein ebener Spiegel, daher ist eine Linse g erforderlich, um den Lichtfaden auf der Skala scharf abzubilden. In Fig. 86 ist g ein Hohlspiegel, so daß eine Linse nicht erforderlich ist.

Ebene Spiegel haben den Vorzug, daß sie außer der beschriebenen „objektiven Spiegelablesung“ die „subjektive Spiegelablesung“ ermöglichen. Bei dieser Art der Ablesung wird an dem Spiegel des

Systems ein Lichtbündel reflektiert, welches von einer Skala ausgeht und nach der Reflexion in ein Fernrohr eintritt. Das Fernrohr möglichst nahe am Spiegel aufzustellen, bringt den Vorteil mit sich, daß dann ein größeres Stück der Skala überblickt werden kann.

Es ist üblich, in der Bildebene des Fernrohres einen vertikalen Faden anzubringen; geringe Drehungen des Fernrohres ändern dann die Stellung des Fadens im Skalenbilde. Frei von diesem Nachteil ist folgendes Verfahren des Verf. Man bringt in der Nähe des Meßgerätes einen kleinen Kollimator an, dessen Lichtbündel an dem Schutzglas gespiegelt wird oder an dem Ablesespiegel vorbeigeht.

Als Skala verwendet man in den meisten Fällen einen auf Holz geklebten Papiermaßstab. Wenn es auf genaue Messung der Ablenkung ankommt, sind seitlich beleuchtete Glasskalen vorzuziehen (nach Martens, von Franz Schmidt & Haensch in Berlin).

Bei Meßgeräten mit beweglichem Faden (Saitenstrommessern und Saitenelektrometern) geschieht die Ablesung mittels eines Mikroskops. Das Okular entwirft vom Objektiv ein reelles Bild. Aus diesem tritt der Lichtzeiger in verschiedenen Richtungen aus, wenn der Faden bewegt wird.

Beim Braunschen Rohre dient das ablenkbare Elektronenstrahlbündel selbst als masseloser Zeiger. Der vom Bündel auf einem Leuchtschirm erzeugte helle Fleck wird meistens photographiert, und zwar mit einer gewöhnlichen Kamera.

3. Die Ablesegenauigkeit, d. h. die kleinste noch wahrnehmbare Systemdrehung, beträgt, in Teilen der verwendeten Skala gemessen, beim Stoffzeiger wie beim Lichtzeiger etwa 0,1 Skalenteile. In Winkelgraden gemessen, ist sie beim Stoffzeiger etwa $0{,}1^0$, beim Lichtzeiger etwa $0{,}001^0$. Der Ablenkungsbereich beträgt beim Stoffzeiger mehr als 90^0, beim Lichtzeiger nur wenige Grade.

In der Regel wird eine elektrische Größe durch ein Lichtzeigergerät keineswegs genauer direkt angezeigt als durch ein Stoffzeigergerät. Doch sind die elektrischen Größen, die noch einen wahrnehmbaren Ausschlag erzeugen, bei Lichtzeigergeräten viel kleiner als bei Stoffzeigergeräten. In Verbindung mit Nullmethoden ermöglicht das Lichtzeigergerät deshalb genauere Messungen einer Größe als das Stoffzeigergerät.

Art. 272. Dämpfungseinrichtungen. Der abgelenkte Drehkörper eines Meßgerätes soll im allgemeinen schnell eine neue ablesbare Ruhelage einnehmen. Dazu muß er, wie man sagt, „gedämpft" werden. Als Maß für die Dämpfung dient die Dämpfungszahl η,

die, wie wir später sehen werden, Werte besitzen muß, die nicht allzu weit von 1 entfernt sind. Zur Herbeiführung eines hinreichend stark dämpfenden Drehmomentes können Reibungskräfte oder elektromagnetische Kräfte dienen.

Sehr leichte Drehkörper werden genügend gedämpft durch eine Platte, in deren Ebene die Drehungsachse liegt, falls man die drehbare Platte zwischen zwei feststehenden Platten anordnet oder in Öl taucht. Schwerere Drehkörper verbindet man entweder mit einem Kolben, der in einem zylindrischen Hohlkörper mit kreisförmiger Achse gleitet, oder mit einem Flügel, der sich in einer Kammer bewegt. Bei sehr schweren Drehkörpern ersetzt man die Luft durch Öl.

Elektromagnetische Dämpfungskräfte erzeugt man durch Wirbelströme, die entweder in dem Stromkreis entstehen, zu dessen Untersuchung das Meßgerät dient, oder in einem besonderen Stromkreis, z. B. in dem Rahmen einer Drehspule. Der Stromzweig, in dem die dämpfenden Wirbelströme entstehen, kann entweder in dem magnetischen Felde bewegt werden, dem das ablenkende Drehmoment seine Entstehung verdankt, oder in einem besonderen Magnetfeld.

Um die Dämpfungszahl η und die Eigenschwingungsdauer T an einem fertigen Meßgerät zu bestimmen, gibt es zwei verschiedene Verfahren.

1. Man schickt durch ein strommessendes Gerät Wechselstrom, dessen Effektivwert ungeändert bleibt, dessen Frequenz f verändert wird, und beobachtet die entstehenden Ausschläge (s. Art. 310).

2. Man beobachtet den zeitlichen Verlauf der Ablenkung y nach plötzlicher Vernichtung oder Erzeugung eines konstanten Zwanges. Der erste Fall ist in Art. 297 und in den Fig. 440 bis 442 dargestellt; der zweite Fall in Art. 299 und in den Fig. 361 bis 363. Wenn die Vorgänge sich zu schnell abspielen, um mit dem Auge erfaßt werden zu können, so photographiert man (nach Diesselhorst) die Stellung des Zeigers in kurz aufeinander folgenden Zeiten, etwa so, daß man die Belichtung durch eine Glühlampe bewirkt, in deren Stromkreis ein Pendelunterbrecher liegt.

Art. 273. Störungsfreie Aufstellung beseitigt (oder verringert wenigstens) das Auftreten von kleinen Schwankungen des Drehkörpers um die Ruhelage, die bei Lichtzeigergeräten oft beobachtet werden und die Ablesegenauigkeit stark beeinträchtigen.

Lichtzeigergeräte stellt man deshalb nicht auf einem Tische, sondern auf einer Konsole auf, die an der stärksten der vorhandenen Zimmerwände (womöglich in einer von zwei starken Wänden gebildeten

Ecke) angebracht ist. Vorteilhaft ist es, auf die Konsole drei dickwandige Gummibälle, darüber eine schwere Bleiplatte zu legen und auf diese das Gerät zu stellen.

Am vollkommensten wirkt wohl die Juliussche Aufhängung. An einer Wand sind dicht unter der Zimmerdecke und in Tischhöhe zwei Konsolen angebracht. Die obere Konsole trägt an drei Drähten eine schwere Metallplatte, die das Meßgerät trägt und — der Sicherheit halber — dicht über der zweiten Konsole schwebt.

Bei elektromagnetischen Meßgeräten ist darauf zu achten, daß das Gerät sich nicht in der Nähe von permanenten Magneten oder von Leitungen befindet, die starke elektrische Ströme führen.

Fünfundvierzigstes Kapitel.

Die Schwingung des Drehkörpers eines Meßgerätes.

Art. 274. Die allgemeine Gleichgewichtsbedingung. Der Drehkörper eines elektrischen Meßwerkes besitzt, während sein Ausschlag erfolgt, Energie der Geschwindigkeit. Das Meßwerk enthält, wenn der Ausschlag beendet ist, Energie der Lage, die z. B. in einer gespannten Feder aufgespeichert sein kann. Einen Vorgang, bei dem nacheinander verschiedene Arten von Energie unterschieden werden können, bezeichnet man als Schwingung. Hiernach kann also der Drehkörper eines Meßwerkes eine Schwingung ausführen.

Daher ist für Bau, Beurteilung und Anwendung elektrischer Meßgeräte die Kenntnis der wichtigsten Gesetze der Schwingungslehre unentbehrlich. Im folgenden wird die schwingende Größe, die Ablenkung des Drehkörpers aus der Nullstellung, durch den Buchstaben y bezeichnet. Die Nullstellung ist also dadurch gekennzeichnet, daß $y = 0$ ist. Die Winkelgeschwindigkeit, die der Drehkörper zur Zeit t besitzt, ist $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t = y'$. Die Winkelbeschleunigung, die der Drehkörper zur Zeit t erfährt, ist $\mathrm{d}y'/\mathrm{d}t = y''$.

1. Das ablenkende Drehmoment wird als unabhängig von der Ablenkung y angenommen. Diese Annahme ist meistens genau erfüllt. Wir setzen das

$$\text{ablenkende Drehmoment} = D \cdot F(t) = g I \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und bezeichnen D als Richtkraft, $F(t)$ als Zwang, g als Gerätkonstante; I ist die Stromstärke. Der zweite Ausdruck gilt nur für Nadel- und Drehspulen-Gleichstrommesser.

2. Das nullstellende Drehmoment (weniger eindeutig als Gegendrehmoment bezeichnet) wird bisweilen von der Schwerkraft, meistens von elastischen Kräften ausgeübt und sucht den Drehkörper in die Nullstellung zurückzuführen. Es ist meistens genau, immer angenähert der Ablenkung y proportional. Wir setzen das

$$\text{nullstellende Drehmoment} = -Dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

3. Das dämpfende Drehmoment wirkt jederzeit der Bewegung des Drehkörpers entgegen und ist meist genau, immer annähernd der Winkelgeschwindigkeit y' proportional. Wir setzen das

$$\text{dämpfende Drehmoment} = -2(D/\Omega)\eta y' \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Hierin ist D die Richtkraft, Ω die Eigenkreisfrequenz des Drehkörpers, η die Dämpfungszahl.

4. Das Trägheitsdrehmoment ist der Widerstand, den der Drehkörper einer Änderung seiner Winkelgeschwindigkeit entgegensetzt. Wir setzen das

$$\text{Trägheitsdrehmoment} = -10^{-7}Ky'' = -(D/\Omega^2)y'' \quad . \quad . \quad (4)$$

Trägheitsmoment K und Richtkraft D stehen zur Eigenkreisfrequenz Ω in der Beziehung

$$\Omega = \sqrt{D/10^{-7}K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Zur Eigenfrequenz f und zur Eigenschwingungsdauer T des Drehkörpers steht Ω in derselben Beziehung wie die Größe ω der Gl. (43), S. 130.

5. Damit der betrachtete Drehkörper im Gleichgewicht ist, muß die Summe aller auf ihn wirkenden Drehmomente (4) bis (1) gleich Null sein. Dieser Satz sei als allgemeine Gleichgewichtsbedingung bezeichnet. Nach Division aller Glieder durch $-D$ lautet sie:

$$y''/\Omega^2 + 2\eta y'/\Omega + y = F(t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Führt man statt der Zeit t den Zeitwinkel $\tau = \Omega t$ ein und setzt den Zwang $F(t) = f(\tau)$, so erhält man die einfachere Gleichungsform

$$\ddot{y} + 2\eta\dot{y} + y = f(\tau) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Hierin ist

$$\dot{y} = \mathrm{d}y/\mathrm{d}\tau \quad \text{und} \quad \ddot{y} = \mathrm{d}\dot{y}/\mathrm{d}\tau.$$

Sind Dämpfungszahl und Zwangskraft verschwindend klein, so lautet die Gleichgewichtsbedingung

$$y''/\Omega^2 + y = 0.$$

Es ist dann (vgl. Art. 297, Ziffer 4) $y = y_m \sin \Omega t$. Hieraus ergibt sich die bereits angegebene physikalische Bedeutung von Ω.

Art. 275. Die Endeinstellung bei konstantem Zwang. In einem besonderen Falle läßt sich die Lösung der allgemeinen Gleichgewichtsbedingung (6) ohne weitere Rechnung angeben. Wenn der Zwang $F(t)$ konstant ist und bereits längere Zeit hindurch gewirkt hat, dann stellt sich der Drehkörper in eine konstante Endstellung ein; Winkelgeschwindigkeit y' und Winkelbeschleunigung y'' werden verschwindend klein; die Endablenkung ist einfach

$$y_m = F(t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Ein konstantes ablenkendes Drehmoment führt also nach einiger Zeit eine konstante Endablenkung y_m herbei, die dadurch bestimmt ist, daß das nullstellende Drehmoment $-D \cdot y_m$ und das ablenkende Drehmoment $D \cdot F(t)$ gleichen Betrag und entgegengesetzten Drehsinn haben.

Art. 276. Empfindlichkeit von Gleichstrommessern. Für Nadel- und für Drehspulen-Gleichstrommesser ist gemäß Gl. (1) und Art. 281 das ablenkende Drehmoment $D \cdot F(t) = g \cdot I$, worin g als Gerätkonstante bezeichnet ist und I die Stromstärke bedeutet. Den Zwang $F(t)$ können wir nach Gl. (8), wenn er zeitlich konstant ist, durch die Endablenkung y ersetzen und erhalten $D \cdot y = g \cdot I$ oder

$$y/I = g/D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9\,a)$$

1. Wir bezeichnen y/I als Meßwerkempfindlichkeit. Diese Größe ist von der Ableseeinrichtung unabhängig. Denkt man sich einen Zeiger am Drehkörper befestigt, so ist y das Verhältnis des Weges, den die Zeigerspitze zurückgelegt hat, zur Länge des Zeigers. Statt Gl. (9a) kann man auch schreiben

$$I_0 = \frac{1}{(g/D)} \quad \text{und} \quad I = I_0 \cdot y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9\,b)$$

Die zweite dieser Gleichungen ist dazu geeignet, aus der Endeinstellung y die Stromstärke I zu berechnen, welche die Endeinstellung herbeiführt. I_0 ist der Kehrwert der Meßwerkempfindlichkeit.

2. Bewegt sich die Spitze eines am Drehkörper befestigten stofflichen Zeigers auf einer in Winkelgrade geteilten Skala, und ist die Endeinstellung von der Nullstellung um x Grade verschieden, so ist

$$y/2\pi = x \text{ Grad}/360 \text{ Grad} \quad \text{oder} \quad y = x/57{,}3.$$

Es ist also

$$\frac{y}{I} = \frac{1}{57{,}3} \cdot \frac{x}{I} = \frac{g}{D}, \quad I_0 = \frac{1}{(g/D)\,57{,}3}, \quad I = I_0 \cdot x \quad . \quad (10)$$

Die erste Gleichung kann dazu dienen, die Meßwerkempfindlichkeit y/I aus beobachteten Werten von x und I zu berechnen. Die letzte Gleichung ist dazu geeignet, aus beobachteten Werten von x die Stromstärke I zu berechnen.

3. Bewegt sich die Spitze eines am Drehkörper befestigten Zeigers auf einer in beliebige Skalenteile geteilten Skala und ist die Endeinstellung von der Nullstellung um z Skalenteile verschieden, so ist der Ausschlagswinkel x Grad $= z$ Skalenteile. Hieraus und aus Gl. (10) folgt

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{I} &= \frac{1}{57{,}3}\cdot\frac{\text{Skalenteil}}{\text{Grad}}\cdot\frac{z}{I} = \frac{g}{D}, \\ I_0 &= \frac{1}{(g/D)\,57{,}3}\cdot\frac{\text{Skalenteil}}{\text{Grad}}, \quad I = I_0\cdot z \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (11)$$

Hierin ist I_0 die Stromstärke, die einen Ausschlag von einem Skalenteil hervorruft. Sie sei als Skalenteilstromstärke bezeichnet. Für die Verwendung der ersten und der dritten der Gl. (11) gilt der Schluß von Ziffer 2 (wenn darin x durch z ersetzt wird). Ist z. B. $I_0 = 0{,}001$ A, so ist $I = 0{,}001\cdot z$ Ampere.

4. Beschreibt ein am Drehkörper reflektierter Lichtzeiger den Weg a Skalenteile auf einer Skala, deren Abstand von der Drehungsachse A mm ist, so ist [1])

$$y = a \text{ Skalenteile}/2\,A \text{ mm}.$$

Es ist also

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{I} &= \frac{1}{2\,A}\cdot\frac{\text{Skalenteil}}{\text{mm}}\cdot\frac{a}{I} = \frac{g}{D}, \\ I_0 &= \frac{1}{(g/D)\,2\,A}\cdot\frac{\text{Skalenteil}}{\text{mm}} \quad \text{und} \quad I = I_0\cdot a \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (12)$$

Für die Verwendung der ersten und der dritten der Gl. (12) gilt der Schluß von Ziffer 2, wenn darin x durch a ersetzt wird. Meistens sind die zur Spiegelablesung verwendeten Skalen in mm geteilt. Dann wird das Verhältnis (Skalenteil/mm) $= 1$.

[1]) Genauere Formeln sind in einem Artikel am Schlusse dieses Buches angegeben.

Sechsundvierzigstes Kapitel.

Nadelgleichstrommesser.

Art. 277. Nadelgleichstrommesser mit stofflichem Zeiger sind in verschiedenen Formen ausgeführt worden. Von Gebr. Ruhstrat in Göttingen wird ein für Nullmessungen geeignetes Gerät folgender Bauart geliefert.

Ein rundes Glimmerblättchen trägt unten zwei kurze magnetisierte Stahlstreifen (vom Moment $\mathfrak{M}$), ferner zwei in entgegengesetzten Richtungen weisende, mit den Stahlstreifen gekreuzte Zeiger, endlich in seiner Mitte eine kleine Lagerbuchse. Der so gebildete Drehkörper ruht auf einer Spitze, die inmitten einer von Kupfer umgebenen Höhlung steht. Das Kupfer dämpft die Schwingungen der Magnete gemäß dem Lenzschen Gesetz (siehe Art. 99, S. 127).

Als Richtfeld dient die Horizontalkomponente $\mathfrak{H}$ des Erdfeldes. Das ablenkende Magnetfeld $\mathfrak{H}_s$ steht zu $\mathfrak{H}$ senkrecht und wird durch eine kleine Spule erzeugt. In der Ruhelage stehen die Magnete parallel, die Zeiger senkrecht zu den Windungen der Spule. Man dreht das stromlose Gerät, bis dieser Zustand erreicht ist.

Ist das System um den kleinen Winkel y aus der Ruhelage abgelenkt, so ist nach Art. 96 das nullstellende Drehmoment $-\mu_0 \mathfrak{M} \mathfrak{H} y$, das ablenkende $\mu_0 \mathfrak{M} \mathfrak{H}_s$. Wir setzen nun das der Stromstärke I proportionale Spulenfeld

$$\mathfrak{H}_s = G \cdot I \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

und bezeichnen G als Festspulenkonstante. Hiernach ist die durch Gl. (1) definierte Gerätkonstante $g = \mu_0 \mathfrak{M} G$, die Richtkraft $D = \mu_0 \mathfrak{M} \mathfrak{H}$. Aus Gl. (9 a) ergibt sich die Meßwerkempfindlichkeit

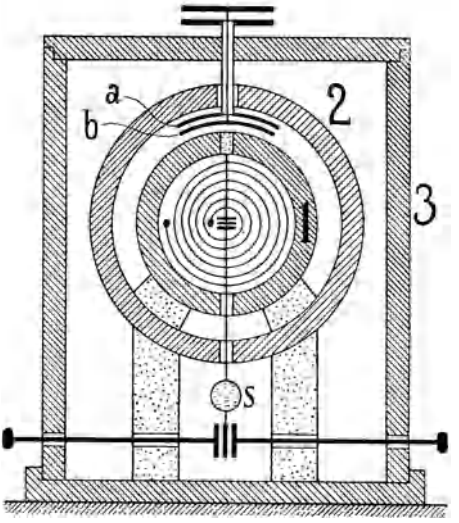
$$g/D = (y/I) = G/\mathfrak{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Art. 278. Der Panzergleichstrommesser nach Dubois und Rubens ist in Fig. 340 dargestellt. Ein vertikaler Draht verbindet mehrere (z. B. drei) kleine Magnetstäbchen (die sogenannte Nadel), den Ableseplanspiegel s und das Dämpfungsblättchen. Der so gebildete Drehkörper ist an einem Quarzfaden aufgehängt.

Das nullstellende Drehmoment entsteht 1. durch Verdrehung des Aufhängefadens, 2. durch ein in der Zeichnungsebene liegendes Magnetfeld $\mathfrak{H}$. Letzteres wird durch zwei einzeln drehbare Richtmagnete a und b und durch die Horizontalkomponente des Erdfeldes

erzeugt. Die Magnetnadel ist nun von drei Panzern 1, 2 und 3 aus Eisen umgeben. Die Induktionslinien des Erdfeldes verlaufen größtenteils in den drei Panzern. Innerhalb jedes Panzers beträgt die Feldstärke nur etwa $^1/_{10}$ des außen vorhandenen Wertes. Im innersten Hohlraum ist die vom Erdfeld hervorgerufene Feldstärke also etwa 1000 mal kleiner als außerhalb des Gerätes. Dadurch besteht die Möglichkeit, die Größe $\mathfrak{H}$ der Gl. (14) auf etwa $^1/_{1000}$ zu verkleinern, die Empfindlichkeit des Meßwerkes auf etwa das 1000fache zu steigern. Wenn das nullstellende Drehmoment größtenteils vom Aufhängefaden und von den Richtmagneten herrührt, dann ist zwar die Steigerung der Empfindlichkeit nicht so groß, aber das nullstellende Drehmoment wird unabhängig von Schwankungen des Erdfeldes, wie sie durch benachbarte Starkströme und andere Ursachen hervorgerufen werden.

Fig. 340.



Das ablenkende Magnetfeld entsteht durch den zu messenden Strom, der zwei in Reihe geschaltete Spulen durchfließt. Jede Spule hat die Form einer Halbkugel. In dem Zwischenraum zwischen den Spulen schweben die Magnetstäbchen. Das Spulenfeld steht zur Zeichnungsebene senkrecht.

Art. 279. Beim astatischen Gleichstrommesser nach Thomson wird die Wirkung des Erdfeldes, wie beim Panzergleichstrommesser, nahezu aufgehoben. Dies geschieht, wie Fig. 341 zeigt, dadurch, daß an dem Drehkörper zwei Gruppen von Magnetstäbchen mit entgegengesetzter Richtung befestigt sind ($n_1 s_1$ und $s_2 n_2$). Die ablenkenden Magnetfelder werden durch zwei Spulenpaare 1 und 2 erzeugt. Die ablenkenden Drehmomente, die auf $n_1 s_1$ und $s_2 n_2$ wirken, sind gleichsinnig und addieren sich.

Fig. 341.

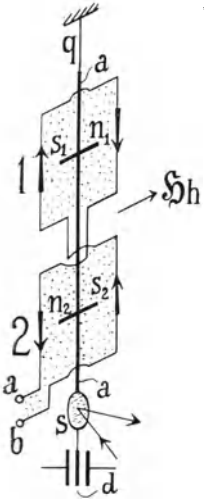


Fig. 344.

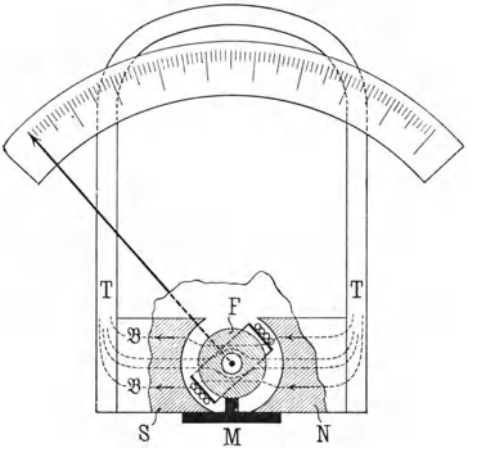
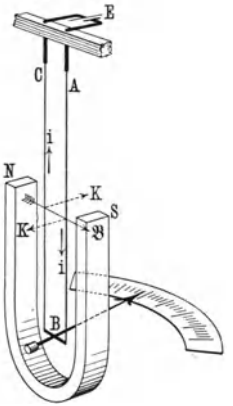


Fig. 343.

Fig. 342.



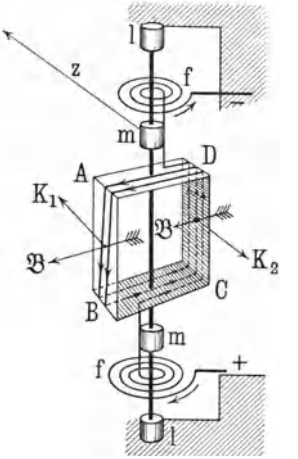


Fig. 345.

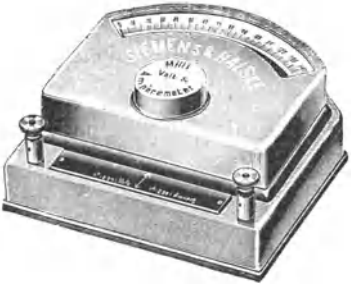


Fig. 346.



Sind $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$ die magnetischen Momente der beiden Magnetgruppen, so wird die Meßwerkempfindlichkeit

$$\left(\frac{y}{I}\right) = \frac{\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2} \cdot \frac{G}{\mathfrak{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Vergleicht man die Gl. (14) und (15), so sieht man, in wie hohem Maße die Empfindlichkeit durch die Verwendung zweier Gruppen von Magnetstäbchen gesteigert wird. Wenn man diese Möglichkeit nicht voll ausnutzt, sondern durch den Aufhängefaden und durch zwei Richtmagnete ein zusätzliches nullstellendes Drehmoment erzeugt, so wird das nullstellende Drehmoment von Schwankungen des Erdfeldes nahezu unabhängig.

Neuerdings fertigt die Firma Siemens & Halske, Wernerwerk, Berlin, ein besonders vollkommenes Gerät dieser Art nach Angaben von Nernst.

Siebenundvierzigstes Kapitel.

Drehspulengleichstrommesser.

Art. 280. Drehspulengleichstrommesser mit stofflichem Zeiger. Bei Drehspulengleichstrommessern wird der zu messende Strom nicht durch eine ortsfeste, sondern durch eine bewegliche Spule geschickt. Während die ortsfeste Spule des Nadelgerätes auf schwache kleine bewegliche Magnete einwirkt, befindet sich die bewegliche Spule des Drehspulengerätes in einem festen, sehr starken und ausgedehnten Magnetfeld.

Wodurch die Ablenkung der Drehspule bewirkt wird, geht aus der in Fig. 342 dargestellten Versuchsanordnung hervor. Die Fig. 343 und 344 zeigen die Bauart von Drehspulengeräten. Der zu messende Strom I wird der Drehspule A B C D durch die beiden Spiralfedern f zugeführt bzw. entnommen. Dieselben Federn dienen dazu, die nötige Richtkraft D herzustellen. Die Drehspule wird gewöhnlich auf einen Rahmen aus dünnem Kupferblech gewickelt. In letzterem entstehen bei Drehung des Systems Wirbelströme, die gemäß dem Lenzschen Gesetz (siehe Art. 99) dämpfend wirken, d. h. ein der Bewegung entgegenwirkendes Drehmoment ausüben.

Die Fig. 345 und 346 stellen Drehspulengleichstrommesser dar. die vom Wernerwerk in Berlin angefertigt werden.

Art. 281. Empfindlichkeit von Drehspulenstrommessern. Die zur Ebene der Fig. 344 senkrecht stehenden seitlichen Leiter der Drehspule befinden sich mit dem Teil l ihrer Länge in dem magnetischen Induktionsfelde $\mathfrak{B}$, das die Luftspalte überall senkrecht und in gleicher Stärke durchsetzt. Auf jeden dieser Leiter wirkt nach Gl. (33), S. 122 die Kraft $\mathfrak{B}l \cdot I$, also das Drehmoment $\mathfrak{B}lr \cdot I$. Trägt die Drehspule w Windungen von der Fläche $F = 2lr$, so sind $2w$ seitliche Leiter vorhanden und die Drehspule erfährt das ablenkende Drehmoment

$$\mathfrak{B}lrI \cdot 2w = \mathfrak{B}wF \cdot I.$$

Ist D die Richtkraft der beiden Spiralfedern f, so ist das nullstellende Drehmoment $-D \cdot y$.

Bei der Endeinstellung sind beide Drehmomente von gleichem Betrage und entgegengesetztem Drehsinn, ist also

$$D \cdot y = \mathfrak{B}wF \cdot I \quad \text{oder} \quad (y/I) = \mathfrak{B}wF/D \; . \; . \; . \quad (16)$$

Durch Vergleich der Gl. (9a) und (16) ergibt sich für die Gerätkonstante g der Wert

$$g = \mathfrak{B}wF \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

Die Empfindlichkeit des Meßwerkes ist um so größer, je größer die Induktion $\mathfrak{B}$ in dem Luftspalt ist, in dem die Drehspule angeordnet ist, je größer die Windungszahl w und je größer die Windungsfläche F ist, je kleiner die Richtkraft D der Spiralfedern ist.

Die höchste erreichbare und nützliche Empfindlichkeit wird durch die Eigenschaften der Lager begrenzt, deren Reibung die Genauigkeit der Einstellung nicht merklich beeinträchtigen darf.

Art. 282. Die Dämpfungszahl von Drehspulenstrommessern. In einem Zeitpunkt, in dem die Drehspule die Winkelgeschwindigkeit y' hat, liefert jede Windung nach Gl. (4) S. 108 zur gesamten Umlaufsspannung den Beitrag $2\mathfrak{B}l.ry' = \mathfrak{B}Fy'$. Die von w Windungen gebildete Spule wird Sitz der Spannungsstufe $\mathfrak{B}wF.y' = gy'$.

In einem Stromkreis vom Widerstand R ruft diese Spannung den Strom

$$i = gy'/R \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

hervor. Dieser Strom erzeugt das dämpfende Drehmoment

$$g.i = g^2y'/R, \quad \text{worin} \quad g = \mathfrak{B}wF \; . \; . \; . \quad (19a)$$

In der einen Windung des Drehspulrahmens entsteht die Umlaufsspannung $\mathfrak{B}Fy' = gy'/w$. Ist R_1 der Widerstand des Rahmens, so entsteht der Strom gy'/wR_1. Der Rahmen vermehrt also das dämpfende Drehmoment um den Betrag

$$g^2y'/w^2R_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19b)$$

Addiert man die beiden Ausdrücke (19a) und (19b), so erhält man für das gesamte dämpfende Drehmoment einen Ausdruck, der, durch y' dividiert, gleich der linken Seite der Gleichung

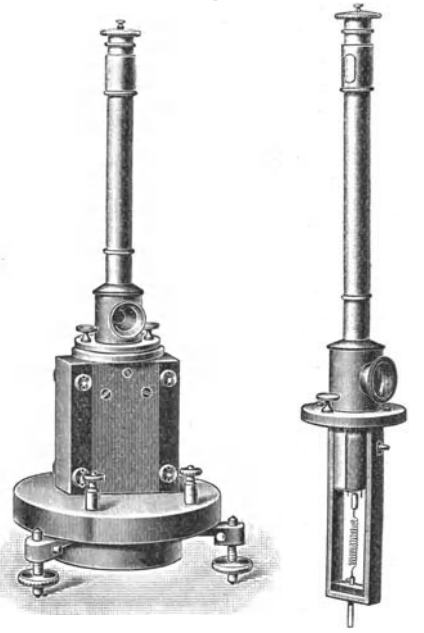
$$(g^2/R)[1 + R/R_1 w^2] = 2\eta D/\Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

ist. Die rechte Seite ergibt sich, indem man den Ausdruck (3) für das dämpfende Drehmoment durch y' dividiert.

Die Konstante, welche mit der Winkelgeschwindigkeit y' multipliziert, das dämpfende Drehmoment ergibt, ist bei Nadelgeräten mit Luftdämpfung unabhängig, bei Drehspulengeräten mit elektromagnetischer Dämpfung dagegen abhängig von den Größen, die die Empfindlichkeit bestimmen.

Art. 283. Drehspulenstrommesser mit Spiegelablesung enthalten meistens eine Drehspule, die an einem dünnen Bronzeband aufgehängt ist. Das Band dient als Stromzuführung. Die Stromabführung geschieht durch eine unterhalb der Spule angebrachte Spiralfeder mit vertikaler Achse. Die Richtkraft wird zum größten Teil durch das Aufhängeband hergestellt. Fig. 347 zeigt ein vom Wernerwerk in Berlin hergestelltes Gerät dieser Art. Das ganze Meßwerk ist herausziehbar und kann durch ein anderes ersetzt werden. Die Meßwerke haben einen Widerstand von 2000, 200 oder 20 Ω. Gewöhnlich ist noch ein Vorwiderstand in dem Gerät vorhanden, der den Widerstand auf 10000, 1000 oder 100 Ω erhöht. Ohne die Verwendung des Vorwiderstandes ist (bei geringem äußeren Widerstande) die elektromagnetische Dämpfung so groß, daß der Drehkörper „kriecht“. — Neuerdings fertigt dieselbe Firma (nach den Angaben von Diessel-

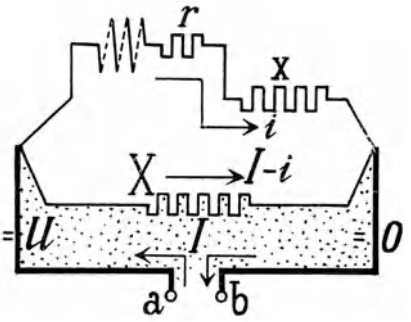
Fig. 347.



horst) ein Gerät, bei dem die Drehspule einen kleinen Durchmesser hat und keinen Eisenanker umschließt.

Art. 284. Festwiderstände in Zeigerstrommessern. 1. Es ist schwer, die Meßwerke von Drehspulengeräten ganz gleich herzustellen.

Fig. 348.



Ein Meßwerk habe den Widerstand r; die Skalenteilstromstärke [d. h. die Stromstärke in den Windungen der Drehspule, die einen Ausschlag von 1 Skalenteil hervorbringt und in Gl. (11) $\varepsilon = 1$ macht] sei i_0. Durch Einbau zweier Widerstände, x und X in Fig. 348, kann man bewirken, daß der Klemmenwiderstand den runden Wert R, die Skalenteilstromstärke den runden Wert I_0 annimmt. Es ist offenbar

$$i/I = i_0/I_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21a)$$

Ferner ist

$$\frac{U}{r+x} + \frac{U}{X} = I \quad \text{und} \quad \frac{U}{r+x} = i \quad \text{und} \quad \frac{U}{R} = I;$$

$$\text{also} \quad \frac{i}{I} = \frac{1}{r+x} \cdot \frac{1}{\frac{1}{r+x} + \frac{1}{X}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r+x} + \frac{1}{X} \quad . \quad (21b)$$

Daraus erhält man

$$x = \frac{R}{i_0/I_0} - r \quad \text{und} \quad X = \frac{R}{1 - i_0/I_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

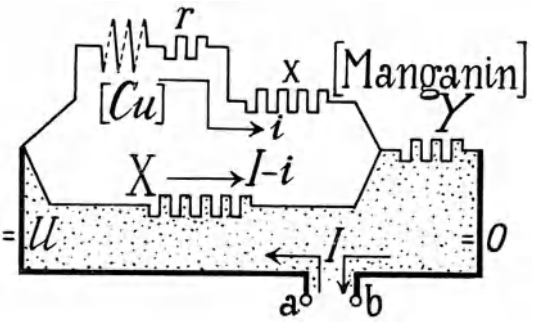
Beispiel. Es sei gemessen $i_0 = 0{,}0002$ A und $r = 0{,}8\ \Omega$, verlangt $I_0 = 0{,}001$ A und $R = 1\ \Omega$. Dann ist $i_0/I_0 = 0{,}2$, und es muß ein Vorwiderstand $x = 4{,}2\ \Omega$, ein Nebenwiderstand $X = 1{,}25\ \Omega$ hergestellt und eingebaut werden.

2. Eine Temperaturerhöhung aller Teile des in Fig. 348 dargestellten Gerätes hat folgenden Einfluß. Sie erhöht den Widerstand r der aus Kupferdraht hergestellten Drehspule; sie verändert die Richtkraft D der Spiralfedern sowie die Induktion $\mathfrak{B}$ des Magnetfeldes und dadurch die Skalenteilstromstärke i_0 der Drehspule. Man kann X durch Reihenschaltung zweier Widerstände X_1 und X_2

bilden. Verwendet man für r und X_1 Kupfer, für x und X_2 Manganin, so läßt sich wohl I_0 konstant machen.

3. Wenn man nach Fig. 349 r und X aus Kupferdraht, x und einen Zusatzwiderstand Y aus Manganindraht herstellt, so nimmt bei gegebener Klemmenspannung U mit Erhöhung der Temperatur die

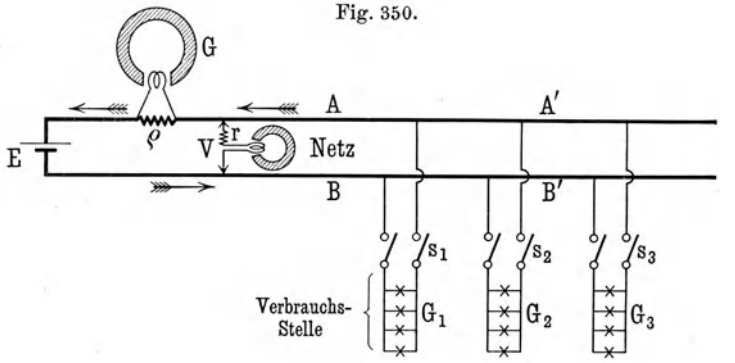
Fig. 349.



Gesamtstromstärke I ab. Aber es fließt ein größerer Bruchteil von I durch die Drehspule, und der Ausschlag bleibt — bei passender Wahl aller Widerstände — konstant. So kann man erreichen, daß die Skalenteilspannung U_0, d. h. die Klemmenspannung, die einen Ausschlag von 1 Skalenteil hervorruft, bei verschiedenen Temperaturen genau den gleichen Wert hat.

Art. 285. Strom- und Spannungsmesser. Drehspulenstrommesser sind meistens so empfindlich, daß ihre Klemmenspannung

Fig. 350.



nicht mehr als Bruchteile eines Volt betragen darf, damit der Höchstwert des Ausschlages nicht überschritten wird.

Empfindliche Strommesser werden zur Messung beliebig starker Ströme durch kleine Nebenwiderstände, zur Messung beliebig hoher Spannungen durch große Vorwiderstände geeignet. Fig. 350 zeigt die Verwendung zweier Geräte mit gleichen Meßwerken zur Strom- und zur Spannungsmessung.

1. Strommessung. Der Klemmenwiderstand des Meßgerätes sei R, die Skalenteilstromstärke sei i_0. Bei Parallelschaltung eines Widerstandes ϱ zu R gelten für die Gesamtstromstärke I bzw. die durch das Gerät fließende Stromstärke i die Beziehungen

$$\frac{U}{R} + \frac{U}{\varrho} = I \quad \text{bzw.} \quad \frac{U}{R} = i.$$

Daraus folgt unter Berücksichtigung von Gl. (11) S. 323

$$\left(1 + \frac{R}{\varrho}\right) i = I = \left\{\left(1 + \frac{R}{\varrho}\right) i_0\right\} z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Beispiel. Es sei $i_0 = 0{,}001$ A, $R = 1\ \Omega$, $\varrho = 1/99\ \Omega$. Dann wird $I = 0{,}1\, z$ Ampere.

2. Spannungsmessung. Bei Reihenschaltung eines Widerstandes r mit R gilt unter Berücksichtigung von Gl. (11) S. 323 folgende Beziehung. Die Spannung ist

$$(R + r)\, i = U = \{(R + r)\, i_0\}\, z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Beispiel. Es sei $i_0 = 0{,}001$ A, $R = 1\ \Omega$, $r = 19\ \Omega$. Dann wird $U = 0{,}02\, z$ Volt. Wird das Gerät mit einem Vorwiderstand von 19 Ω versehen und mit einem Akkumulator in Reihe geschaltet, so ist $z \approx 100$ Skalenteile, $U \approx 2$ Volt.

Achtundvierzigstes Kapitel.

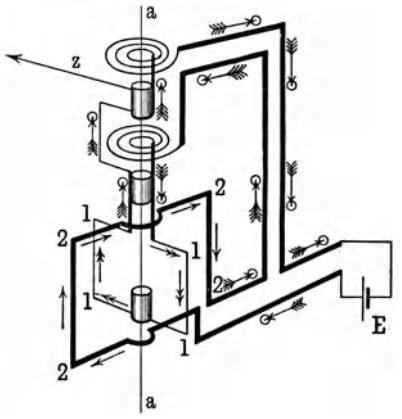
Wechselgrößenmesser.

Art. 286. Drehspulen-Wechselspannungsmesser. Geräte, deren Drehspule sich in einem konstanten Magnetfeld befindet, sind zur Messung einer Wechselstromstärke nicht geeignet: die in kurzen Zeitabschnitten aufeinanderfolgenden, in entgegengesetzter Richtung ausgeübten Drehmomente würden keine merkliche Ablenkung der Drehspule hervorbringen.

Damit die Drehspule ein stets in gleicher Richtung wirkendes Drehmoment erfährt, muß das ablenkende Magnetfeld den gleichen

zeitlichen Verlauf haben wie die Stromstärke in der Drehspule. Dies läßt sich z. B. durch Reihenschaltung der beiden in Fig. 56, S. 51, dargestellten Spulen, der Drehspule 1 und der Festspule 2, erreichen. Meßgeräte nach diesem Prinzip, oft als „direkt zeigende“ oder als „technische Dynamometer“ bezeichnet, werden als Spannungs-, Strom- und Leistungsmesser gebaut.

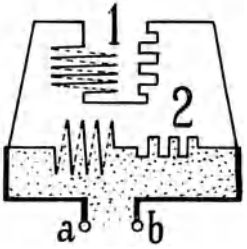
Fig. 351.



Am einfachsten sind die Spannungsmesser (s. Fig. 351). Die Festspule 2 ist mit der Drehspule 1 und einem passenden großen Vorwiderstand in Reihe geschaltet. Das augenblickliche Drehmoment ist proportional zu $i^2 = u^2/R^2$, das mittlere Drehmoment also zum Quadrat der effektiven Spannung U. Die Teilung wird so gefertigt, daß direkt die effektive Spannung U abgelesen wird. — Das von der Festspule erzeugte magnetische Feld ist viel schwächer als das Feld der üblichen Drehspulgleichstrommesser. Daher ist die Empfindlichkeit viel geringer. Ferner erzeugt die Bewegung der Drehspule keine starken Wirbelströme, so daß eine besondere Dämpfung erforderlich ist. Bei den Meßgeräten dieser Art, die das Wernerwerk in Berlin herstellt, wird Kolbenluftdämpfung angewendet.

Art. 287. Drehspulenwechselstrommesser werden in der Regel so gebaut, wie Fig. 352 zeigt. Die aus dickem Draht gewickelte Festspule 2 wird von dem größten Teil des zu messenden Stromes durchflossen; sie ist mit dem Festspulenvorwiderstand r_2 in Reihe geschaltet. Parallel zu diesem Stromzweige liegt der Stromzweig, der die Drehspule 1 und den Drehspulenvorwiderstand r_1 enthält. Wählt man die Dämpfungsfrequenzen $r_2/2L_2 = r_1/2L_1$ beider Stromkreise gleich, dann sind die Angaben des Gerätes unabhängig von der Freqenz des hindurchgehenden Wechselstromes. Dabei ist vorausgesetzt,

Fig. 352.



daß keine merkliche Temperaturerhöhung durch Stromwärme eintritt. — In Fig. 155, S. 140, ist dargestellt, wie man Strommesser J und Spannungsmesser V schaltet, um die Effektivwerte von Stromstärke und Spannung gleichzeitig zu messen. Um den Meßbereich von Strom- und Spannungsmessern zu erweitern, benutzt man Transformatoren, die als Meßwandler bezeichnet werden (s. Fig. 252, S. 235).

Art. 288. Drehspulen-Leistungsmesser dienen dazu, die von zwei Leitern durch eine Fläche hindurchgeführte Leistung zu messen. Die Drehspule (r_λ in Fig. 381) wird in Reihe mit einem großen Vorwiderstand zwischen die Netzleiter geschaltet; die Stromstärke in der Drehspule ist also jederzeit der Spannung u zwischen beiden Leitern proportional. Die Festspule des Gerätes wird in einen der Netzleiter geschaltet; die Stromstärke in ihr ist gleich der Netzleiterstromstärke i. Das augenblickliche Drehmoment, das die Spule erfährt, ist gemäß Gl. (34), S. 122, proportional zu der Größe $u \cdot i = N_t$, d. h. zu der augenblicklichen Leistung. Das mittlere Drehmoment ist also (vgl. Art. 105, S. 132) gleich der effektiven Leistung

$$N = U I \cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Man kann durch zweckmäßige Gestaltung der Spulen 1 und 2 bewirken, daß die Gegeninduktivität M zwischen ihnen proportional zur Ablenkung y ist. Dann wird der Quotient dM/dy [in Gl. (34) ist ξ statt y gesetzt] konstant und die Ablenkung der effektiven Leistung proportional.

Art. 289. Dreheisenmeßgeräte besitzen als Drehkörper ein weiches Eisenstück 1, das in eine Festspule 2 hineingezogen wird.

Fig. 353.

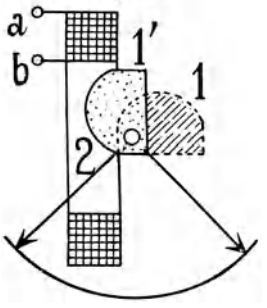
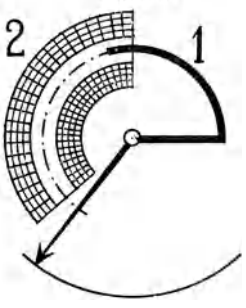


Fig. 354.



Unter dem Einfluß des die Festspule durchfließenden Stromes wird das Eisen von Molekularströmen umrandet, die dem Spulenstrome

gleichgerichtet sind. Gleichgerichtete Ströme ziehen einander an. So kann man die Entstehung des ablenkenden Drehmomentes erklären. Offenbar behält das Drehmoment gleiche Richtung, wenn der Umlaufssinn des Spulenstromes und der Randströme gleichzeitig umgekehrt wird: die Geräte sind für Gleich- und für Wechselstrom brauchbar.

Fig. 353 zeigt ein Flachspulen-, Fig. 354 ein Rundspulengerät.

Das nullstellende Drehmoment wird bei billigen Geräten durch die Schwerkraft, bei besseren durch Federkraft erzeugt. Zur Dämpfung wird Flügel- oder Kolbendämpfung verwendet.

Das Drehmoment kann mehr als verdoppelt werden, wenn das drehbare Eisen an einem geeigneten Festkörper aus Eisen entlanggleitet.

Art. 290. Drehfeld- und Induktionsmeßgeräte besitzen einen Drehkörper, in dem Wirbelströme erzeugt werden. Diese werden abgelenkt durch Wirbelströme oder durch Leitungsströme in festen Leitern. Die Geräte sind daher nur zur Wechselgrößenmessung geeignet.

Fig. 355 zeigt einen aus dünnen Blechen gebildeten Eisenrahmen K, dessen Ebene zur Fläche der Scheibe 2 senkrecht steht.

Fig. 355.

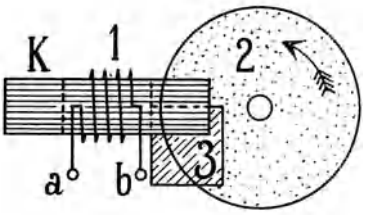
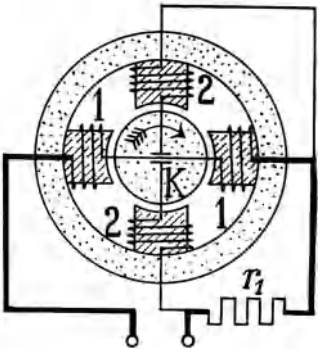


Fig. 356.



Die Spule 1 wird von dem zu messenden Wechselstrom durchflossen. Der Eisenkern besitzt einen Schlitz, der zur Hälfte von den Deckplatten 3 bedeckt ist. In dem Schlitz liegt der Rand der drehbaren Scheibe 2. Die in der Scheibe 2 und die in der Deckplatte 3 erzeugten Wirbelströme ziehen einander an, so daß die Scheibe ein im Sinne des gefiederten Pfeiles wirkendes ablenkendes Drehmoment erfährt (Benischke).

Fig. 356 zeigt ein Gerät, dessen Drehkörper K die Gestalt einer Trommel hat. Die Stromstärke in den beiden Festspulen 2 eilt der

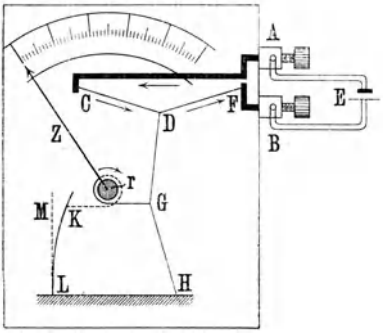
Stromstärke in den beiden Festspulen 1 um $\pi/2$ nach. Daher entsteht am Orte der Trommel ein magnetisches Feld, das in jeder Wechselstromperiode einmal umläuft, ein sogenanntes Drehfeld. In der Trommel entstehen Wirbelströme, die nach dem Lenzschen Gesetz den Umlauf des Drehfeldes zu hindern suchen und, da ihnen dies nicht möglich ist, selbst ein Drehmoment im Sinne des umlaufenden Feldes erfahren (Ferraris).

Art. 291. Hitzdrahtstrommesser machen die Verlängerung sichtbar, die ein dünner Draht beim Durchgang von Gleich- oder Wechselstrom infolge der Stromwärme erfährt.

Fig. 357 zeigt die wesentlichsten Teile solcher seit 1893 von Hartmann und Braun in Frankfurt a. M., später auch vom Wernerwerk in Berlin hergestellten Meßgeräte.

Der Strom durchläuft zunächst den dicken Spannkörper AC, darauf den Hitzdraht CDF. In D ist am Hitzdraht der Brückendraht DGH befestigt. In G ist am Brückendraht ein Spannfaden befestigt, der um eine Rolle r geschlungen ist und zur Blattfeder LK führt. Außer der Rolle *r* sitzt auf der Drehungsachse des Zeigers Z noch eine Scheibe aus Aluminiumblech, die Dämpfungsscheibe, welche zwischen den Polen eines kleinen Hufeisenmagnetes schwingt und das dämpfende Drehmoment erzeugt. Das ablenkende Drehmoment wird durch den Teil Kr, das nullstellende durch den Teil Gr des Spannfadens KG erzeugt; der Spannfaden zerfällt also in den Ablenkungsfaden Kr und den nullstellenden Faden Gr. Bisweilen sind auf der Drehungsachse zwei Rollen mit verschiedenem Durchmesser angebracht, deren eine von Kr, deren andere von Gr umschlungen wird.

Fig. 357.



Der Hitzdraht wird aus Platiniridium oder Platinsilber oder auch aus Manganin hergestellt. Sein Durchmesser muß zwischen 0,03 und 0,3 mm liegen. Bei dickeren Drähten stellt sich die Endtemperatur nicht hinreichend schnell her, der Zeiger „kriecht“. Durch passende Wahl der thermischen Längendehnbarkeit aller wirksamen

Teile kann man bewirken, daß eine Erhöhung der Lufttemperatur keinen merklichen Ausschlag hervorbringt. Die Durchbiegung des Brückendrahtes bei G ist etwa dreimal so groß als die des Hitzdrahtes bei D.

Die Bedeutung der Hitzdrahtstrommesser beruht auf zwei Eigenschaften: 1. Sie können für geringere Stromstärken hergestellt werden als Drehspulwechselstrommesser; 2. sie sind in höherem Grade unabhängig von der Frequenz und daher auch für hochfrequente Ströme geeignet.

Die empfindlichsten Zeigergeräte mit Hitzdraht haben einen Höchstwert der Stromstärke von etwa 0,1 A und einen Widerstand von etwa 5 Ω. Mit einem Hitzdraht führt man noch Geräte aus, deren Höchstwert einige Ampere beträgt. Um stärkere Ströme zu messen, verwenden Hartmann & Braun mehrere dünne gerade Bänder, die die Mantelfläche einer Trommel bilden. Alle Bänder führen dann den gleichen Bruchteil des zu messenden Stromes. Gemessen wird die Verlängerung eines Bandes, d. h. der Brückendraht ist an einem der Bänder befestigt.

In der drahtlosen Telegraphie werden vielfach empfindliche Hitzdrahtstrommesser mit einer Skala benutzt, die das Quadrat der effektiven Stromstärke angibt. Diese Geräte als Leistungsmesser (oder als Wattmeter) zu bezeichnen, ist mißverständlich.

Neunundvierzigstes Kapitel.

Elektromagnetische Meßgeräte für Sonderzwecke.

Art. 292. Verhältnismeßgeräte. 1. Die obere Spule 1 des in Fig. 341, S. 326, dargestellten astatischen Strommessers sei um $\pi/2$ gedreht, und zwar um eine lotrechte Achse. Der Drehkörper sei um den Winkel y aus der Ebene der Spule 2 herausgedreht. Die magnetischen Momente beider Nadelgruppen seien beide gleich $\mathfrak{M}$. Dann erfährt der Drehkörper durch das Feld der oberen Spule das Drehmoment $\mu_0 \mathfrak{M} \mathfrak{H}_1 \sin y$, durch das Feld der unteren Spule das Drehmoment $\mu_0 \mathfrak{M} \mathfrak{H}_2 \cos y$. Das System ist im Gleichgewicht, wenn

$$tg\, y = \mathfrak{H}_2/\mathfrak{H}_1 = I_2/I_1 = R_1/R_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

ist. Das Verhältnis I_2/I_1 beider Stromstärken kann dadurch gleich dem Verhältnis R_1/R_2 zweier Widerstände gemacht werden, daß beide

Spulenstromzweige die Widerstände R_1 und R_2 erhalten und zu derselben Spannungsstufe parallel geschaltet werden. Auf die Spannung der Spannungsstufe kommt es nicht an.

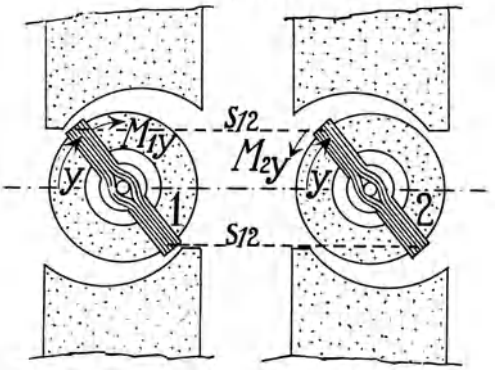
Ist R_1 unbekannt, R_2 bekannt, so findet man

$$R_1 = R_2 \, tg \, y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

2. Man kann die Anordnung auch so treffen: die eine Magnetgruppe eines Nadelstrommessers wird im Mittelpunkt zweier gekreuzter Spulen 1 und 2 angeordnet.

3. Fig. 358 zeigt, wie man zu schnell zeigenden und aperiodisch gedämpften Geräten gelangen kann. Die beiden Drehspulen 1 und 2 sind zwangläufig miteinander verbunden. Die Stromzuführungen

Fig. 358.



können durch gegeneinander wirkende Spiralfedern geschehen. Die Stromrichtungen müssen so gewählt werden, daß die beiden Spulen Drehmomente von entgegengesetztem Sinn erfahren. Die Gleichgewichtsbedingung lautet dann $M_{1y} + M_{2y} = 0$ oder $I_1 \mathfrak{B}_{1y} = I_2 \mathfrak{B}_{2y}$. Da $\mathfrak{B}_{1y}$ mit dem Ausschlag y abnimmt, $\mathfrak{B}_{2y}$ mit y zunimmt, so wird der Ausschlag y größer, wenn I_1/I_2 zunimmt. — In Wirklichkeit wird man die beiden Drehspulen nicht durch die Verbindungen s_{12} kuppeln, sondern dadurch, daß man sie auf eine gemeinsame Welle setzt.

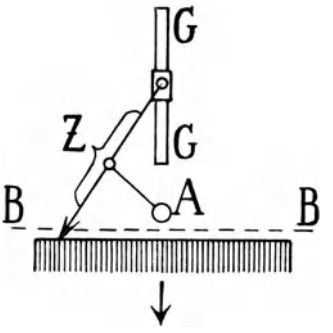
Solche direkt zeigenden Widerstandsmesser werden namentlich zur Fernmessung der Temperatur eines Widerstandes und seiner Umgebung gebraucht. Sie sind aber auch sehr praktische Hilfsmittel bei Bau und Untersuchung von elektrischen Anlagen aller Art.

Nach ähnlichem Prinzip baut man auch Meßgeräte, die direkt den Leistungsfaktor $\cos \varphi$ oder die Frequenz F eines Wechselspannungsnetzes anzeigen.

Art. 293. Meßgeräte mit schreibendem Zeiger dienen zur ständigen Überwachung elektrischer Anlagen oder zur Aufzeichnung von Temperaturen.

Die Zeigerspitze des benutzten Meßgerätes darf keinen Kreisbogen, sondern muß eine geradlinige Bewegung ausführen. Sonst wird die Deutung der Schrift zu umständlich. Eine häufig angewandte Gradführung ist der Ellipsenlenker (siehe Fig. 359). Der Zeiger Z wird geführt 1. durch den Arm ZA, 2. durch eine Gradführung GG. Die Achse der Drehspule geht durch A und steht zur Zeichnungsebene senkrecht.

Fig. 359.



Unter der Zeigerspitze liegt das Schreibpapier, welches langsam in Richtung des Pfeiles bewegt wird.

Schreibt die Spitze des Zeigers dauernd, so hat der Zeiger eine erhebliche Reibung zu überwinden (außer, wenn man ihn auf einer berußten Fläche schreiben läßt). Man zieht es deshalb vor, die Zeigerstellung intermittierend aufzuzeichnen. Dies geschieht dadurch, daß ein Fallbügel BB von Zeit zu Zeit auf den Zeiger drückt. Befindet sich unterhalb der Zeigerspitze und unter dem Schreibpapier ein Farbband, so ruft die herabgedrückte Zeigerspitze einen kleinen, auch von oben sichtbaren Farbfleck auf dem Papier hervor.

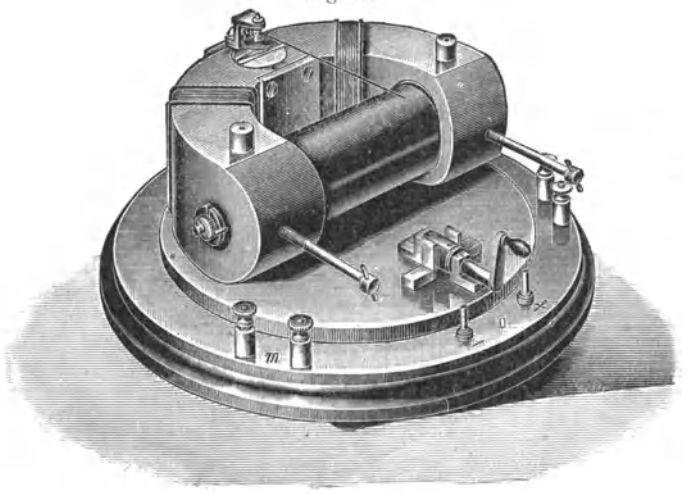
Zur Aufzeichnung gelangen die verschiedensten Größen: Spannung, Stromstärke, Leistung, Leistungsfaktor, Frequenz, Temperatur von Widerstandsthermometern usw.

Der Eigenverbrauch der Schreibapparate an elektrischer Energie ist stets viel größer als der von Geräten, die nur zur Ablesung dienen. Das ablenkende, das nullstellende und das dämpfende Drehmoment wird groß, das Trägheitsdrehmoment möglichst klein gewählt. Die Schwingungsdauer soll nur Bruchteile einer Sekunde betragen.

Art. 294. Der Köpselsche Induktionsmesser (vom Wernerwerk in Berlin) ist in Fig. 360 (ohne Schutzkappe und Skala) dargestellt. Ein halbkreisförmiger Eisenbügel von großem Querschnitt F_j, das „Schlußjoch", enthält als Durchmesser den zu untersuchenden Eisenstab, „die Probe", vom Querschnitt F_s. Der magnetische In-

duktionsfluß hat im Schlußjoch annähernd denselben Wert wie in dem Probestabe. Die Induktion in letzterem ist $\mathfrak{B}_s = \mathfrak{B}_j \cdot F_j / F_s$. Die Induktion $\mathfrak{B}_j$ im Schlußjoch wird durch eine Drehspule gemessen, die in zwei Schlitzen des Schlußjoches angeordnet ist und von einem konstanten Hilfsstrom i_h durchflossen wird. So erhält man die magnetische Induktion $\mathfrak{B}_s$ im Eisenstabe.

Fig. 360.



Die Feldstärke $\mathfrak{H}$ im Eisenstabe ist — infolge des Schlußjoches — annähernd gleich der Spulenfeldstärke, letztere gleich dem Strombelag der Spule $a_s = Iw/l$. So erhält man auch die magnetische Feldstärke im Eisenstabe.

Abweichungen von dieser einfachen Theorie werden bestimmt, indem man den gleichen Stoff 1. als Stab im Induktionsmesser, 2. als Ellipsoid nach der magnetometrischen Methode (siehe Art. 55) untersucht. Am sichersten ist es, aus dem Stabe nach der Untersuchung 1. ein Ellipsoid herzustellen. Die beobachteten Abweichungen werden bei Aufstellung der endgültigen Skala berücksichtigt, welche direkt die genauen Werte der Induktion abzulesen gestattet.

Fünfzigstes Kapitel.

Die Schwingungen des ballistischen Strommessers und des Gleichstrommessers.

Art. 295. Die durch einen Zwang von kurzer Dauer erlangte Winkelgeschwindigkeit bewirkt den Ausschlag des Drehkörpers beim ballistischen Strommesser. Damit die Empfindlichkeit ausreicht, kommen hauptsächlich Geräte mit Spiegelablesung in Frage. Damit der Umkehrpunkt leicht abgelesen werden kann, muß die Schwingungsdauer mindestens 20 Sekunden betragen. Dies kann man dadurch erreichen, daß man bei einem gewöhnlichen Drehspulengleichstrommesser das Trägheitsmoment des Drehkörpers durch Befestigung von Massen erhöht. Besser ist, anders gebaute Geräte zu verwenden, bei denen die Drehspule einen großen, etwa 10 cm betragenden Durchmesser hat. Zweckmäßig ist es dann, nicht nur ein, sondern mindestens zwei Polpaare und zwei gekreuzte in Reihe geschaltete Drehspulen zu verwenden.

Der Durchgang einer elektrischen Ladung durch die Drehspule wirkt, wenn er in sehr kurzer Zeit erfolgt, auf die Drehspule ähnlich so, wie das Einschlagen eines Geschosses auf ein an einem Faden aufgehängtes Holzstück. Drehspule wie Pendel erhalten eine gewisse Winkelgeschwindigkeit y'_0 und drehen sich dann weiter, bis die erlangte kinetische Energie verbraucht, der Umkehrpunkt y_1 erreicht ist. Beim Pendel ist dann die ursprünglich vorhandene kinetische Energie ganz in Energie der Lage übergegangen; beim Drehspulengerät zur Spannung einer Feder benutzt.

Damit das System in äußerst kurzer Zeit eine endliche Winkelgeschwindigkeit erhalten kann, müssen das ablenkende Drehmoment und das Trägheitsdrehmoment so große Werte haben, daß die übrigen Drehmomente dagegen verschwindend klein sind. Die Gleichgewichtsbedingung (7) S. 321 wird einfach

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} = f'(\tau) \quad \text{oder} \quad \mathrm{d}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \Omega^2 \cdot F(t) \cdot \mathrm{d}t \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Nun ist nach Gl. (1) S. 320 der Zwang $F(t) = g\,i/D$, also wird

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\Omega^2 g}{D} \int i \cdot \mathrm{d}t \quad \text{oder} \quad y'_0 = \frac{\Omega^2 g}{D} Q \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Hierin ist y_0' die Winkelgeschwindigkeit, die die Drehspule nach dem Durchgang der Ladung Q erlangt hat. Dabei ist vorausgesetzt, daß sich die Drehspule noch annähernd in der Nullstellung befindet, wenn der Durchgang der Ladung beendet ist.

Art. 296. Die zwanglose Schwingung eines Drehkörpers. Nachdem der Durchgang von Ladung beendet ist, ist die Drehspule sich selbst überlassen und beginnt, eine zwanglose, gedämpfte Schwingung auszuführen.

Während derselben ist der Zwang $F(t) = f(\tau) = 0$, so daß die allgemeine Gleichgewichtsbedingung (7) die einfachere Form annimmt

$$\ddot{y} + 2\eta\dot{y} + y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

Falls $y = e^{x\tau}$ ist, so wird $\mathrm{d}y/\mathrm{d}\tau = xe^{x\tau}$ und $\mathrm{d}^2y/\mathrm{d}\tau^2 = x^2e^{x\tau}$. Diese Ausdrücke erfüllen die Gl. (30), wenn

$$x^2 + 2\eta x + 1 = 0, \text{ also } x = -\eta \pm \sqrt{\eta^2 - 1} \quad \ldots \quad (31)$$

ist. Sind y_1 bzw. y_2 die beiden Werte, die y für x_1 bzw. x_2 annimmt, so ist offenbar auch $c_1y_1 + c_2y_2$ eine Lösung von Gl. (30).

Die vollständige Lösung von (30) lautet also

$$y = c_1e^{x_1\tau} + c_2e^{x_2\tau} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Die Werte von c_1 und c_2 ergeben sich aus den Anfangsbedingungen

$$t = \tau = 0 \text{ und } y = y_0, \ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} = \dot{y}_0, \ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \Omega\dot{y}_0 \quad \ldots \quad (33)$$

Aus (32) folgt für den Zeitwinkel $\tau = 0$

$$y_0 = c_1 + c_2 \text{ und } \dot{y}_0 = c_1x_1 + c_2x_2.$$

Setzt man die hieraus für c_1 und c_2 berechneten Werte in Gl. (32) ein, so erhält man unter Einführung einer Hilfsgröße a die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} a &= \sqrt{\eta^2 - 1} \\ y &= \frac{e^{-\eta\tau}}{a}\left\{y_0\, a\,\frac{e^{+a\tau} + e^{-a\tau}}{2} + (y_0\eta + \dot{y}_0)\,\frac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2}\right\} \\ \dot{y} &= \frac{e^{-\eta\tau}}{a}\left\{\dot{y}_0\, a\,\frac{e^{+a\tau} + e^{-a\tau}}{2} - (y_0 + \dot{y}_0\eta)\,\frac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2}\right\} \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

Art. 297. Zwanglose Schwingung bei anfänglicher Nullstellung. Befindet sich das drehbare System anfangs in der Nullstellung, so ist $y_0 = 0$ und die Schwingung wird dargestellt durch die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{\dot{y}_0 e^{-\eta\tau}}{a}\,\frac{e^{+a\tau}-e^{-a\tau}}{2}, \quad a = \sqrt{\eta^2-1} \\ \dot{y} &= \frac{\dot{y}_0 e^{-\eta\tau}}{a}\left\{a\,\frac{e^{+a\tau}+e^{-a\tau}}{2} - \eta\,\frac{e^{+a\tau}-e^{-a\tau}}{2}\right\} \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

1. Aperiodische Schwingung, $\eta > 1$. Die Winkelablenkung y und die Winkelgeschwindigkeit $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t = \Omega\,\mathrm{d}y/\mathrm{d}\tau$ sind für beliebige t und τ durch die Gl. (35) bestimmt.

Wenn $\mathrm{d}y/\mathrm{d}\tau = 0$ wird, hat der Ausschlag y seinen größten Wert y_1 erreicht und kehrt dann in die Ruhelage zurück, ohne sie jemals zu unterschreiten.

Für den Umkehrzeitwinkel τ_1 und den Umkehrpunkt y_1 erhält man die Ausdrücke

$$e^{\pm a\tau_1} = \eta \pm a, \qquad y_1 = \dot{y}_0 e^{-\eta\tau_1}, \qquad \pm a\tau_1 = ln(\eta \pm a) \quad (36)$$

2. Grenzfall, $\eta = 1$. Setzt man $\eta = 1 + \Delta$, so wird, wenn Δ klein gegen 1 ist,

$$a \approx \sqrt{2\Delta} \text{ und } \eta \pm a \approx 1 \pm \sqrt{2\Delta}.$$

So erhält man aus der ersten der Gl. (35) sowie aus (36) für $\eta = 1$ die Ausdrücke

$$\tau_1 = 1 \text{ und } y = \dot{y}_0\,\tau e^{-\tau} \text{ und } y_1 = \dot{y}_0 e^{-1}$$

$$\text{oder } t_1 = \frac{1}{\Omega}, \quad y = \frac{y_0'}{\Omega}\Omega t e^{-\Omega t}, \quad y_1 = \frac{y_0'}{\Omega e} \quad \cdots \quad (37)$$

Den Verlauf von y mit dem Zeitwinkel Ωt stellt die Kurve dar, welche in Fig. 440 die schraffierte Fläche umrandet.

3. Periodische abklingende Schwingung, $0 < \eta < 1$. In diesem Falle wird die Hilfsgröße $a = \sqrt{\eta^2-1}$ imaginär. Durch Anwendung der Moivreschen Formel (56), S. 136 erhält man reelle Ausdrücke. Unter Einführung dreier Hilfsgrößen, des Dämpfungswinkels ε, der abklingenden Kreisfrequenz ω und der Laufzahl m erhält man die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \sin\varepsilon &= \eta, \quad \omega = \Omega\cos\varepsilon, \quad \eta\,\Omega = \omega\,tg\,\varepsilon \\ y &= (y_0'/\omega)\,e^{-\omega t\,tg\,\varepsilon}\sin\omega t \\ y_m &= (-1)^{m+1}(y_0'/\Omega)\,e^{-[(m-1/2)\pi-\varepsilon]tg\,\varepsilon} \\ y_m/y_{m+2} &= e^{2\pi tg\,\varepsilon} \\ \frac{1}{2\pi}ln\,\frac{y_m}{y_{m+2}} &= tg\,\varepsilon \approx \eta \approx \frac{1}{2\pi}\left\{\frac{y_m}{y_{m+2}} - 1\right\} \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

Die Kurven, welche die schraffierten Flächen der Fig. 441 und 442 umranden, stellen den Verlauf der schwingenden Größe (dort als i bezeichnet) mit der Phase ωt (dort als σt bezeichnet) dar, und zwar für zwei verschiedene Werte der Dämpfungszahl η.

Das Verhältnis y_m / y_{m+2} eines Umkehrpunktes zum nächsten, auf derselben Seite der Nullstellung liegenden, ist konstant. Es kann zur Berechnung der Dämpfungszahl η dienen. Die Anwendung des links (bzw. rechts) von η stehenden Näherungswertes von η führt keine größeren Fehler als 1 v. H. nerbei, wenn das Umkehrverhältnis y_m / y_{m+2} zwischen 2,4 und 1 (bzw. zwischen 1,02 und 1) liegt.

4. Periodische gleichklingende Schwingung, $\eta = 0$. In diesem Falle erhält man für die schwingende Größe y bzw. die Umkehrwerte y_m die Ausdrücke

$$y = y_m \sin \Omega t \quad \text{bzw.} \quad y_m = y_0' / \Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Man bezeichnet diese gleichbleibenden Umkehrwerte y_m als Amplitude der sinusartig schwingenden Größe y.

Während die Zeit t um T_0, der Zeitwinkel $\tau = \Omega t$ um 2π fortschreitet, spielt sich eine Periode der Schwingung ab. Es ist also $\Omega (t + T_0) - \Omega t = 2\pi$ oder

$$\Omega = 2\pi / T_0 = 2\pi f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Man bezeichnet f als Frequenz, Ω als Kreisfrequenz der Schwingung. Der Zahlenwert der Frequenz f (bzw. der Kreisfrequenz Ω) ist gleich der Anzahl ganzer Schwingungen, die sich in 1 sec (bzw. in 2π sec) abspielen.

Nach Gl. (38) ist die Kreisfrequenz ω einer abklingenden Schwingung kleiner als die Kreisfrequenz Ω desselben ungedämpften Systems. Es ist also die Schwingungsdauer T des gedämpften Systems größer als die Schwingungsdauer T_0 des ungedämpften.

5. Zusammmenstellung. Vergleicht man die vorstehenden Ausdrücke für den ersten Umkehrwert y_1, so sieht man, daß y_1 stets der Anfangsgeschwindigkeit y_0' proportional ist. Setzt man

$$y_0' = \Omega \cdot f(\eta) \cdot y_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

und $a = \sqrt{\eta^2 - 1}$ und $\sin \varepsilon = \eta$, so ist

nach den Gl. (39)	(38)	(37)	(36)
für $\eta = 0$	< 1	$= 1$	> 1
$f(\eta) = 1$	$e^{(\pi/2 - \varepsilon)\, tg\, \varepsilon}$	e	$(\eta + a)^{\cdot \eta/a}$

(42)

Art. 298. Ballistische Bestimmung einer elektrischen Ladung. Die Anfangsgeschwindigkeit y_0' des Drehkörpers eines ballistischen Strommessers ist nach Gl. (29) der hindurchgegangenen Ladung Q, nach (41) dem ersten Umkehrwert proportional. Setzt man die beiden für y_0' gegebenen Ausdrücke einander gleich, so erhält man eine Beziehung zwischen Q und y_1, die man unter Berücksichtigung der Gl. (9 a) und (40) in die Form bringen kann

$$Q = \left\{ \frac{f(\eta) T_0}{2\pi (y/I)} \right\} y_1 = Q_0 \cdot y_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

Wird y_1 als Vielfaches von 1 Skalenteil gemessen, so kann Q_0 als „Skalenteilladung" bezeichnet werden.

Man kann Gl. (43) benutzen, um Kapazitäten oder Spannungen miteinander zu vergleichen. Während es hierfür genauere Meßmethoden gibt, ist der ballistische Strommesser ein unentbehrliches Hilfsmittel für Messungen des magnetischen Induktionsflusses und der magnetischen Spannung (siehe die Art. 341 und 344).

Art. 299. Schwingung bei konstantem Zwang. Wird plötzlich ein konstanter Zwang $F(t) = f(\tau) = y_m$ hergestellt, der auf ein schwingungsfähiges System wirkt, so gehorcht das System während der Dauer des Zwanges einer einfacheren Form der Gleichgewichtsbedingung (7), nämlich der Bedingung

$$\ddot{y} + 2\eta y + y = y_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Nach Art. 275 ist $y = y_m$ die Endeinstellung.

Diese Gleichung nimmt, wenn man y durch $y - y_m$ ersetzt, die Form (30) an.

Sind anfänglich Ablenkung und Winkelgeschwindigkeit gleich Null, so erhält man die Lösung von (44) aus der Lösung (34) von (30), indem man

die Größen	y	y_0	$\dot{y}_0$	der Gl. (34)
durch	$y - y_m$	$-y_m$	0	ersetzt.

Man erhält so die folgende Lösung von (44):

$$\left.\begin{aligned} y &= y_m \left\{ 1 - \frac{e^{-\eta\tau}}{a} \left[a \frac{e^{+a\tau} + e^{-a\tau}}{2} + \eta \frac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2} \right] \right\} \\ \frac{dy}{d\tau} &= y_m \frac{e^{-\eta\tau}}{a} \frac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2}, \quad a = \sqrt{\eta^2 - 1} \end{aligned}\right\} \quad (45)$$

1. Aperiodische Schwingung, $\eta > 1$. In diesem Falle ist a reell und die Gl. (45) ergeben ohne weiteres reelle Werte für die schwingenden Größen.

Die Winkelgeschwindigkeit bei konstantem Zwang hat den maximalen Wert

$$y'_m = \Omega y_m (\eta - a)^{\eta/a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Für Werte der Dämpfungszahl η, die groß gegen 1 sind, wird $a \approx \eta$, wird also die maximale Winkelgeschwindigkeit $y'_m \approx 0$. Man sagt dann, die schwingende Größe y „krieche". Ein Gerät mit dieser Eigenschaft ist praktisch unbrauchbar.

2. Aperiodischer Grenzzustand, $\eta = 1$. Für diesen Fall ergibt sich aus den Gl. (45)

$$\left.\begin{aligned} y &= y_m \{1 - e(\Omega t + 1) e^{-(\Omega t + 1)}\} \\ dy/dt &= y_m \Omega \cdot \Omega t e^{-\Omega t} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Die Winkelgeschwindigkeit in (47) hat denselben zeitlichen Verlauf wie die zwanglos schwingende Ablenkung y in (37). Dieser Verlauf wird durch die i-Kurve der Fig. 440 dargestellt. Der maximale Wert der Winkelgeschwindigkeit ist $y_m \Omega / e$. Die Ablenkung y nähert sich, wie Fig. 361 zeigt, dem Höchstwert y_m, ohne ihn jemals zu überschreiten.

Fig. 361.

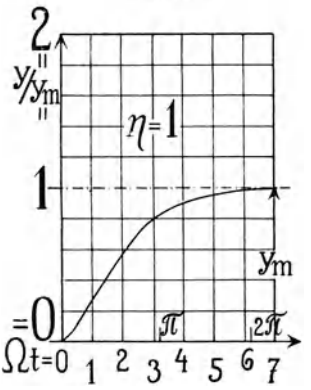
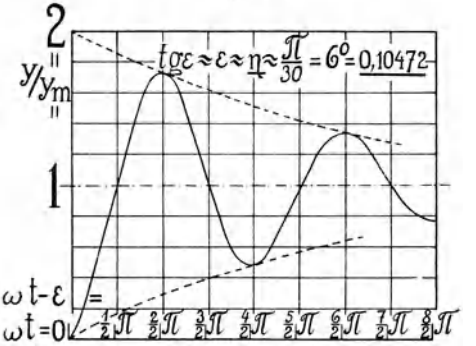


Fig. 362.



3. Periodische abklingende Schwingung, $\eta < 1$. Für diesen Fall ergibt sich aus (45)

$$y = y_m \left\{1 - \frac{e^{-\omega t \operatorname{tg} \varepsilon}}{\cos \varepsilon} \cos(\omega t - \varepsilon)\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Wie vorausgesetzt war, ist für $t = 0$ auch die Ablenkung $y = 0$. Die Ablenkung y steigt zunächst steil an und vollführt dann abklingende Schwingungen um den Höchstwert y_m (s. Fig. 362).

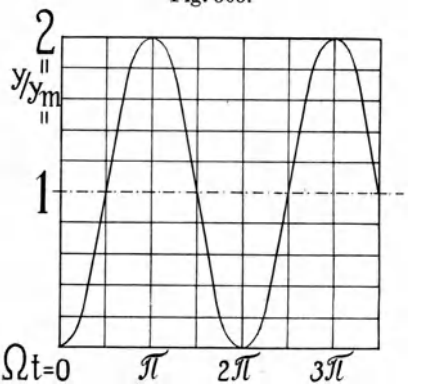
4. Periodische gleichklingende Schwingung bei konstantem Zwang, $\eta = 0$. Es wird

$$y = y_m \{ 1 - \cos \Omega t \} \quad (49)$$

Die Ablenkung y führt, wie es Fig. 363 zeigt, eine gleichklingende Schwingung zwischen den Werten 0 und $2\,y_m$ aus.

Gleichungen für das plötzliche Aufhören eines konstanten Zwanges erhält man, indem man in den Gl. (34) $y_0 = y_m$, $\dot{y}_0 = 0$ setzt.

Fig. 363.



Einundfünfzigstes Kapitel.

Schnell folgende Meßgeräte.

Art. 300. Das Meßwerk von Schleifen- und Drehspulenoszillographen unterscheidet sich von den Meßwerken Fig. 342 und 343, S. 326,

Fig. 364.

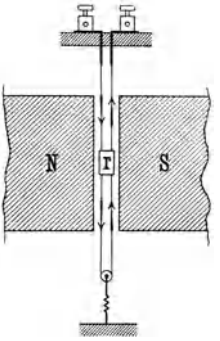
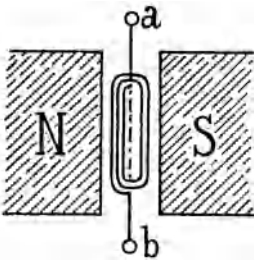


Fig. 365.



durch außerordentlich geringe Größe von Masse und Trägheitsmoment. In Art. 315 werden die wesentlichsten Bedingungen für die getreue Abbildung eines Zwanges angegeben. Die in Fig. 364 dargestellte

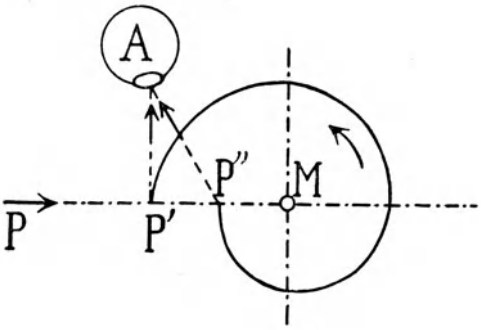
Schleife ist aus dünnem Bronzeband gebildet, stark gespannt, mit einem sehr kleinen Ablesespiegel versehen und in Öl angeordnet.

Um die Empfindlichkeit zu erhöhen, die Skalenteilstromstärke I_0 zu verkleinern, ersetzt man die Schleife durch eine kleine Drehspule (a b in Fig. 365). Geräte von beiden Arten stellt das Wernerwerk in Berlin her.

Art. 301. Filmtrommel und Sichttrommel. 1. Bei veränderlicher Ablenkung der Drehschleife oder Drehspule durchläuft der Lichtzeiger eine Lichtlinie. Man bedarf besonderer Hilfsmittel, um zu erkennen, welchen Punkt der Lichtlinie der Lichtzeiger in verschiedenen Zeitpunkten durchläuft.

Diese Aufgabe wird meistens, auch beim Oszillographen von Siemens & Halske, mit Hilfe einer Filmtrommel gelöst. Eine mit einem Film bespannte Trommel wird so angeordnet, daß der Licht-

Fig. 366.



zeiger auf die Welle hinzielt und auf der Mantelfläche der stillstehenden Trommel eine zur Welle parallele Lichtlinie zeichnet. Rotiert die Trommel, so entsteht bei Nullstellung des Lichtzeigers die sogenannte Nullinie auf dem Film.

Erhält der Lichtzeiger eine veränderliche Ablenkung, während die Filmtrommel rotiert, so entsteht eine Lichtkurve. Der Abstand eines Punktes der Lichtkurve von der Nullinie ist der Zeit proportional; die Höhe des Punktes über der Lichtlinie ist der Stromstärke proportional.

2. Eine Methode zur direkten Beobachtung der Lichtkurve ist in Fig. 366 dargestellt. Der Lichtzeiger fällt auf die mattweiße Oberfläche einer Trommel, deren Querschnitt durch eine Spirale begrenzt ist. Bei rotierender Trommel und stillstehendem Lichtzeiger P P′ P″ wandert

der Lichtfleck zwischen P' und P'' hin und her. Eine Drehung der Schleife bewegt den Lichtfleck senkrecht zur Ebene der Zeichnung. Das Auge A erblickt also eine Kurve, die den zeitlichen Verlauf der Schleifenstellung und damit des hindurchgehenden Stromes darstellt.

3. Die einzelnen, von periodisch wiederholten Vorgängen erzeugten Lichtkurven haben auf der Filmtrommel (1) oder der Sichttrommel (2) dieselbe Lage, wenn die Umlaufsdauer der Trommeln zur Periodendauer des ablenkenden Vorganges in einem einfachen ganzzahligen Verhältnis steht. Dies wird dadurch erreicht, daß die Trommeln mit einem kleinen Wechselstromsynchronmotor gekuppelt werden.

Art. 302. Das Meßwerk des Einthovenschen Saitenstrommessers. 1. Der zu untersuchende Strom durchfließt einen dünnen,

Fig. 367.

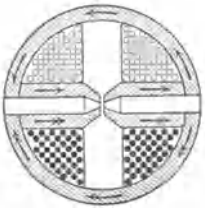


Fig. 369.

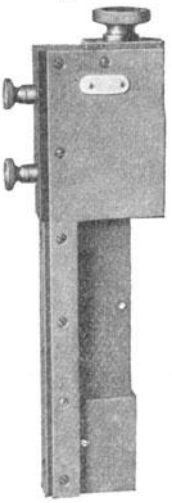
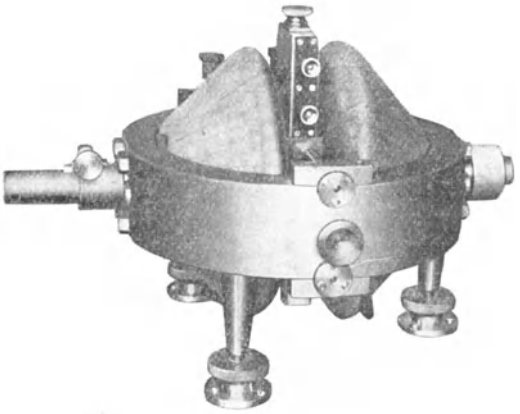


Fig. 368.



zwischen den Polen eines Magnets gespannten Leiter, dessen Ablenkung durch ein Mikroskop sichtbar gemacht wird. Einthoven, der die Brauchbarkeit dieses Gerätes zuerst erkannte, benutzte als

Leiter einen Wollastonfaden. Ein Platindraht wird versilbert, so daß ein Silberdraht mit einer dünnen Platinseele entsteht. Dieser Draht wird nun durch wiederholtes Ziehen auf einen sehr kleinen Durchmesser gebracht, Sodann wird das Silber abgeätzt. Der übrigbleibende Platinfaden hat einen Durchmesser von nur etwa einem tausendstel Millimeter.

Ein gespannter Draht oder Faden, der nur an den Enden befestigt, im übrigen frei ist, vermag eine Schwingung auszuführen und wird als Saite bezeichnet. Die sehr dünne von Einthoven benutzte Saite ist in Luft schon stark gedämpft, und zwar aus demselben Grunde, aus dem sich Staubteilchen schwebend in der Luft erhalten. Die Ursache liegt darin, daß bei Verkleinerung eines Körpers die Oberfläche in geringerem Grade abnimmt als Volumen und Masse.

Die Firma Edelmann in München stellt Saitenstrommesser teils mit Wollastonfaden, teils mit versilbertem Quarzfaden her.

Das Magnetfeld, in dem sich die Saite befindet, kann durch permanente Magnete oder durch Elektromagnete erzeugt werden. Der ferromagnetische Stoff wird gewöhnlich, in Anlehnung an alte Formen, in Hufeisenform verwendet. In den Fig. 367, 368 und 369 ist ein Gerät dargestellt, bei dem der ferromagnetische Stoff (nach Angabe des Verf.) die bei elektrischen Maschinen übliche Form erhalten hat. Dies Gerät ist früher von der Firma Huth und wird jetzt von der Huth-Kohl-Gesellschaft in Berlin, Charlottenstraße, hergestellt.

Art. 303. Ableseeinrichtungen für Saitenstrommesser. In Art. 302 ist gezeigt, wie das vom abbildenden Mikroskop auf einer Skala entworfene Saitenbild zur Beobachtung von Vorgängen dienen kann, die langsam verlaufen.

1. Schnell verlaufende elektrische Vorgänge — wie sie z. B. vom Herzschlag des tierischen Körpers erzeugt werden — untersucht man nach Einthoven in folgender Weise. An der Stelle, wo das Mikroskopobjektiv die Saite abbildet, wird ein feiner, zur Saite senkrechter Spalt angebracht. Das vom Okular entworfene Saitenbild ist also ein dunkler Punkt in einem hellen Spalte.

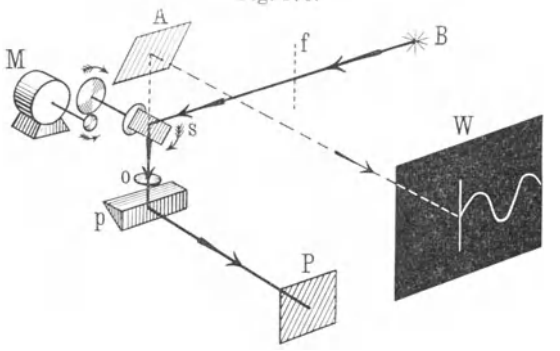
Eine Filmtrommel wird nun so angeordnet, daß das Spaltbild auf der Mantelfläche entsteht und zur Welle parallel ist. Bei Rotation der Filmtrommel wird eine dunkle Kurve auf hellem Grunde, eine Schattenkurve, aufgezeichnet.

Eine andere, vom Verf. angegebene Methode zur Photographie der Schattenkurve ist in Fig. 370 dargestellt. Das die Saite f abbildende Lichtbündel trifft auf einen drehbaren Spiegel s, ein

Objektiv o, ein Reflexionsprisma p und entwirft die Schattenkurve auf der photographischen Platte P. Der Spiegel *s* rotiert ganz langsam, angetrieben von einem kleinen Synchronmotor mit etwa 10 Polpaaren, der leicht mit der Hand in Betrieb gesetzt werden kann und keine Erschütterungen hervorruft.

Eine zweite Schattenkurve entwirft der rotierende Spiegel auf dem weißen Schirm W.

Fig. 370.



2. Vom Auge können nur Licht-, keine Schattenkurven erkannt werden. Mittels der beschriebenen Anordnung erhält man Lichtkurven statt der Schattenkurven, wenn man eine der folgenden Änderungen trifft.

Man blendet das zur Beleuchtung dienende optische System (Mikroskopobjektiv oder Kondensator) so ab, daß nur gebeugte Strahlen vom Faden in das abbildende Objektiv geworfen werden.

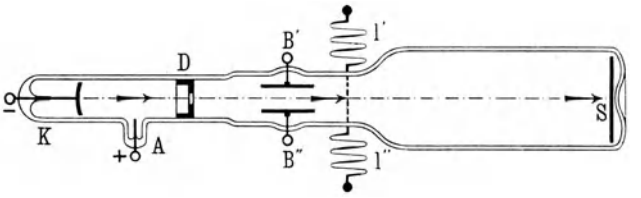
Oder man ersetzt die einfache Saite durch zwei parallele, in Öl gespannte Saiten, die zwischen sich ein dünnes durchbohrtes Metallblättchen tragen. Diese Methode ist sehr lichtstark und geeignet, Strom- und Spannungskurven einem größeren Zuhörerkreis vorzuführen. Mit dieser Einrichtung sind alle in diesem Buche wiedergegebenen Kurven, die Wechselgrößen darstellen, aufgenommen worden.

Art. 304. Das Braunsche Rohr ist ein Glasrohr, aus dem die Luft bis auf geringe Spuren ausgepumpt worden ist (siehe Fig. 371). Zwischen die beiden Elektroden A und K wird eine Gleichspannungsstufe von mehreren kV eingeschaltet. Von der Kathode *K* fliegen kleinste Teilchen negativer Elektrizität, sogenannte Elektronen, fort, deren Bahn als „Kathodenstrahlen“ bezeichnet wird. Ein Teil dieser

Kathodenstrahlen tritt durch die Blende D und erzeugt auf dem Fluoreszenzschirm S einen hellen Fleck.

In das Rohr ist ein Kondensator $B'B''$ eingebaut. Während die Kathodenstrahlen ein zwischen den Kondensatorplatten erzeugtes elektrisches Feld durchfliegen, erfahren sie eine zur Feldstärke proportionale Ablenkung, die in der Zeichnungsebene der Figur liegt und die Ablenkung y des hellen Fleckes hervorbringt.

Fig. 371.



Beim Durchgang durch das magnetische Feld der Spulen $l'l''$ erleiden die Kathodenstrahlen eine zur Zeichnungsebene senkrechte Ablenkung, die den Lichtfleck um die Strecke x ablenkt.

Die Ablenkungen y und x des Lichtflecks setzen sich zu einer Lissajous-Figur oder Lichtkurve zusammen. Ändern sich die Ablenkungen y und x rein periodisch und mit gleicher Grundfrequenz, so wird in jeder Periode dieselbe Lichtkurve durchlaufen. Dadurch wird die Lichtkurve lichtstark genug, um beobachtet oder mit einer gewöhnlichen Kamera photographiert zu werden.

Art. 305. Von den Anwendungen des Braunschen Rohres sind einige in nachfolgendem Schema zusammengestellt. Unter y bzw. x sind die Wechselgrößen angegeben, welche die Ablenkungen y bzw. x hervorbringen.

Nr.	Fig.	y	x	Resultat
1	371	u	i	$\cos\varphi$
2	372	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{H}$	Hyst.
3	373 (I)	u	$I \sin \omega t$	$u = f(t)$
4	373 (II)	i	$I \sin \omega t$	$i = f(t)$

Nr. 1. Die in Fig. 371 dargestellte Anordnung kann dazu dienen, den Phasenwinkel φ zwischen zwei sinusartig verlaufenden Wechselgrößen, z. B. u und i zu bestimmen.

Gibt man den Spulen l', l'' passende Windungszahl und verändert den Abstand, so kann man bewirken, daß jede der ablenkenden Größen für sich gleich große Ablenkungen hervorruft. · Dann ist

$$\left.\begin{aligned} y &= R\sin\omega t, \quad x = R\sin(\omega t - \varphi) \\ \text{oder} \qquad x^2 - 2xy\cos\varphi + y^2 &= R^2\sin^2\varphi \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (50)$$

In einem gestrichenen Koordinatensystem, das um $+\pi/4$ gegen das ungestrichene gedreht ist, habe ein Punkt x, y die Koordinaten x', y'. Es ist

$$x = (x' - y')/\sqrt{2} \quad \text{und} \quad y = (x' + y')/\sqrt{2}.$$

Setzt man diese Werte in die letzte der Gl. (50) ein, so erhält man die Bahngleichung im gestrichenen Koordinaten

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1, \quad a = \sqrt{2}\,R\cos\varphi/2, \quad b = \sqrt{2}\,R\sin\varphi/2 \quad (51)$$

Bei beliebigem Phasenunterschied φ zwischen gleich stark ablenkenden Größen durchläuft der Lichtfleck eine Ellipse, deren Achsen b und a mit den Richtungen y und x Winkel von 45^0 bilden und in dem Verhältnis stehen

$$tg\,\varphi/2 = b/a \quad \cdots \quad (52)$$

Ist $\varphi = 0$ (bzw. $\pi/2$), so ist $b = 0$ (bzw. $= a$) und die Bahn des Lichtfleckes ist eine gerade Linie (bzw. ein Kreis).

Nr. 2. In Fig. 372 ist dargestellt, wie man die y-Ablenkung der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ in den Stahlstäbchen sn, die x-Ablenkung

Fig. 372.

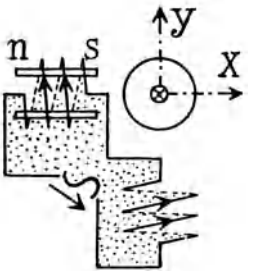
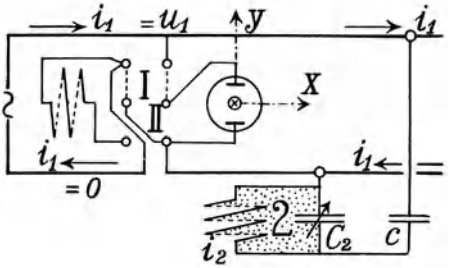


Fig. 373.



der Feldstärke $\mathfrak{H}$ in der eisenfreien Spule proportional machen kann. Man erhält eine Lichtkurve, die gleich der Warburgschen Magnetisierungs- oder Hysteresiskurve ist (s. Fig. 87, S. 75 und 88, S. 76).

Nr. 3, 4. In Fig. 373 ist eine Anordnung dargestellt, bei welcher die x-Ablenkung der sinusartigen Stromstärke i_2 proportional ist, die

im Schwingungskreis 2 auftritt, wenn derselbe auf Resonanz eingestellt wird. Die Methode ist von Lenz angegeben. Sie erfordert, daß die Frequenz der Netzspannung genau gleich bleibt. Bei den geringsten Schwankungen der Frequenz ändert sich die Phase des Resonanzstromes bedeutend und die Lichtfleckkurve verändert ihre Form wie eine atmende Brust. Die y-Ablenkung ist bei der Stellung I des Umschalters der Spannung u_1, bei der Stellung II der Stromstärke i_1 proportional.

Nr. 5. Verf. hat eine andere Methode angegeben, um gleichklingende Spannung und Stromstärke zu bestimmen (Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. **21**, 65—67, 1919), und eine weitere Methode (s. Fig. 445) zur Untersuchung abklingender Schwingungen.

Zweiundfünfzigstes Kapitel.

Resonanzmeßgeräte.

Art. 306. Resonanznullgeräte. Bei Anwendung von Meßschaltungen wird meistens beobachtet, ob eine Stromstärke oder eine Spannung $= 0$ ist. Soll das Verschwinden eines Wechselstromes oder einer Wechselspannung beurteilt werden, so ist es erwünscht, ein Anzeigegerät zu benutzen, das fast nur auf Wechselstrom der Grundfrequenz anspricht. Wechselströme anderer Frequenz, die in der Meßschaltung fließen, bleiben dann unbeobachtet. Solche Anzeigegeräte kann man als Resonanznullgeräte bezeichnen.

Es sind verschiedene Geräte für diesen Zweck konstruiert. Am einfachsten ist es, einen Saitenstrommesser zu verwenden, dessen Saite etwa 0,01 mm dick ist. Solche Saiten sind in Luft fast ungedämpft und können leicht so gespannt werden, daß sie auf Töne von 50 bis 1000 Kehrsekunden stark ansprechen.

Art. 307. Der Resonanzfrequenzmesser enthält eine ähnliche Einrichtung wie das polarisierte Relais (siehe Art. 254) und das polarisierte Telephon (siehe Art. 256). Ein Stahlmagnet (NS in Fig. 374) von Hufeisenform ist durch ein bewegliches Joch geschlossen, das durch Federkraft daran verhindert wird, den magnetischen Kreis zu schließen. Wird eine, den magnetischen Kreis umschlingende Spule von Strom durchflossen, der sich langsam zwischen den Grenzen $+I$ ändert, so schwankt die Gleichgewichtslage des Joches

zwischen zwei Endstellungen (1 und 3) hin und her. Ist das Joch eine Stahlfeder F, so hat letztere eine ausgesprochene Eigenschwingung und die Ausschläge werden nur dann groß, wenn die Frequenz des die Wicklung durchfließenden, schwachen Wechselstromes gleich der Eigenfrequenz der Feder ist.

Durch mehrmalige Wiederholung dieser Anordnung erhält man, wenn jede Feder eine andere Eigenschwingung hat, einen brauch-

Fig. 374.

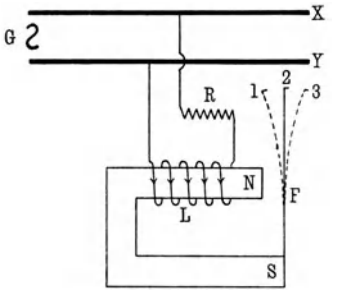


Fig. 375.



baren Frequenzmesser: es spricht dann nur eine der Federn an, und die Frequenz des untersuchten Wechselstromes ist gleich der Frequenz dieser Feder.

In Wirklichkeit ist das Joch des magnetischen Kreises ein langer Blechstreifen, der senkrecht zur Zeichnungsebene steht. An diesem sind die einzelnen Federn F befestigt. Das freie Ende jeder Feder ist umgebogen und weiß gemacht. Fig. 375 zeigt in der Mitte die Reihe dieser weißen Flächen, ferner eine Skala, welche die Eigenfrequenz jeder Feder angibt, außerdem das Gehäuse. Solche Geräte fertigen z. B. Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. und Siemens & Halske, Wernerwerk, Berlin-Siemensstadt.

Dreiundfünfzigstes Kapitel.

Die Schwingung im Telephon, in schnell folgenden und in Resonanz-Meßgeräten.

Art. 308. Die Gleichgewichtsbedingung bei sinusartigem Zwang. Auf den Drehkörper eines Meßgerätes wirke ein sinusartig verlaufendes Drehmoment. Dann kann man den Zwang $F(t) = Y \cos(\omega t + \varphi)$

setzen und die allgemeine Gleichgewichtsbedingung (7), S. 321 in der Form schreiben

$$\ddot{y} + 2\eta\dot{y} + y = Y.\cos(p\tau + \varphi), \quad p = \omega/\Omega, \quad \tau = \Omega t \quad (53)$$

Wir wollen sehen, unter welchen Bedingungen der Ausdruck

$$\xi Y \sin(p\tau + \varphi + \chi) = y = \xi Y \cos[p\tau + \varphi + (\chi - \pi/2)] \quad (54)$$

die Gl. (53) erfüllt. Durch Einsetzen der Werte y, $\mathrm{d}y/\mathrm{d}\tau = \dot{y}$ und $\ddot{y}$ in Gl. (60) erhält man

$$A\sin(p\tau + \varphi) + B\cos(p\tau + \varphi) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (55)$$

$$\left.\begin{aligned}(1 - p^2)\cos\chi - 2\eta p \sin\chi &= A \\ (1 - p^2)\sin\chi + 2\eta p\cos\chi &= B + 1/\xi\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (56)$$

Die Ausdrücke A und B enthalten den Zeitwinkel τ nicht. Damit (55) für beliebige τ erfüllt ist, muß $A = B = 0$ sein. Setzt man in (56) $A = B = 0$, so ergibt sich aus der ersten der Gl. (56) der nachstehende Ausdruck für den Phasenwinkel χ. Quadriert und addiert man beide Gl. (56), so ergibt sich der Faktor ξ. In (54) kann statt des Zeitwinkels τ die Zeit t eingeführt werden. So ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} y &= \xi Y \sin(p\Omega t + \varphi + \chi), \quad p = \omega/\Omega \\ tg\,\chi &= \frac{1 - p^2}{2p\eta} \quad \text{und} \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{(1 - p^2)^2 + 4p^2\eta^2}}\end{aligned}\right\} \quad (57)$$

Die Gleichgewichtsbedingung (53) wird nun nicht nur durch den Wert von y erfüllt, der durch (57) bestimmt ist, sondern auch dann, wenn zu y Werte addiert werden, welche die Gleichung

$$\ddot{y} + 2\eta\dot{y} + y = 0$$

erfüllen. Dies tut der Ausdruck (32), S. 342. Folglich lautet die allgemeine (für beliebige Zeit nach Herstellung eines sinusartigen Zwanges geltende) Lösung der Gleichgewichtsbedingung (53)

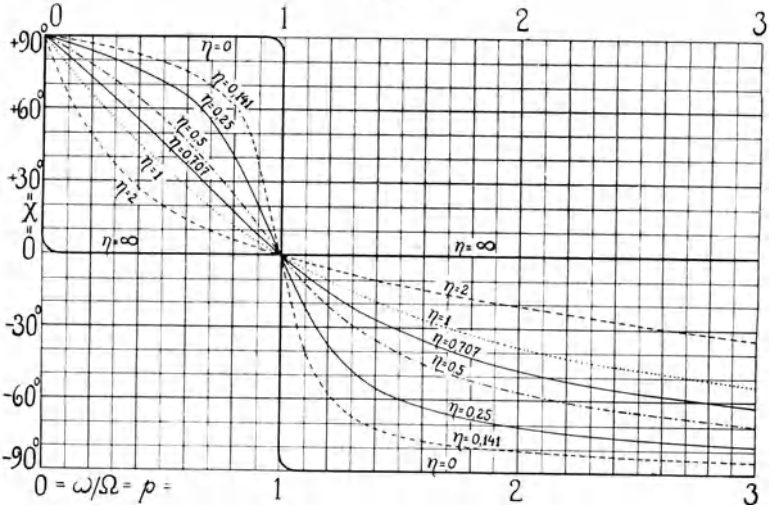
$$\left.\begin{aligned} y &= \{c_1 e^{x_1\tau} + c_2 e^{x_2\tau}\} + \xi Y \sin(p\tau + \varphi + \chi) \\ x_1 &= -\eta + a, \quad x_2 = -\eta - a, \quad a = +\sqrt{\eta^2 - 1}\end{aligned}\right\} \quad (58)$$

Wir bezeichnen diesen Ausdruck für y als erzwungene Schwingung. Das erste Glied des Ausdruckes, die freie Schwingung, ist abklingend, weil sie den Faktor $e^{-\eta\tau}$ enthält. Das zweite Glied, die zwanghafte Schwingung, ist gleichklingend. In der ersten Zeit nach dem Einsetzen eines sinusartigen Zwanges schwächt die (freie) abklingende Schwingung die (zwanghafte) gleichklingende, die Summe ist eine (erzwungene) anklingende Schwingung. Nach einiger Zeit

ist die (freie) abklingende Schwingung verklungen, es bleibt nur die (zwanghafte) gleichklingende Schwingung übrig, die durch die Gl. (57) dargestellt wird.

Art. 309. Der Phasenunterschied zwischen der zwanghaften Schwingung und dem Zwange ist $\chi - \pi/2$. Dies sieht man sofort, wenn man die zweite der Gl. (54) mit der ersten der Gl. (53) vergleicht. In Fig. 376 sind die Werte von χ (für verschiedene Dämpfungszahlen η) als Funktion des Frequenzverhältnisses $p = \omega/\Omega$ dargestellt. Es ist ω die Betriebskreisfrequenz des Zwanges, Ω die Eigenkreisfrequenz des Drehkörpers.

Fig. 376.



Für $p = \omega/\Omega = 0$ ist $\chi = +\pi/2$. Dann ist $\chi - \pi/2 = 0$. Zwang und zwanghafte Schwingung haben (bei beliebiger Dämpfungszahl η) gleiche Phase, wenn die Betriebskreisfrequenz ω sehr klein gegen die Eigenkreisfrequenz Ω ist, wenn z. B. ein Zweisekundenpendel zu einer Schwingung je Minute gezwungen werden soll.

Ist $\omega = \Omega$, $p = 1$, so ist $\chi = 0$. Dann eilt die zwanghafte Schwingung dem Zwange (bei beliebigem η) um $\pi/2$ nach.

Ist $p = \omega/\Omega = \infty$, so ist $\chi = -\pi/2$. Dann eilt die zwanghafte Schwingung dem Zwange (bei beliebigem η) um π nach.

Für alle anderen Werte des Frequenzverhältnisses p ist χ in hohem Grade von η abhängig.

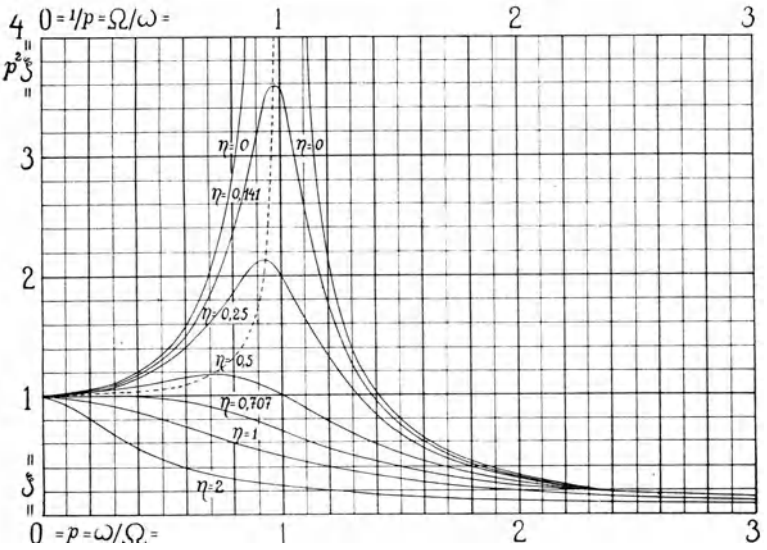
Ist $\eta = \infty$, so wird $\chi = 0$ für alle Werte von p, die etwas größer als 0 und etwas kleiner als ∞ sind.

Ist $\eta = 0$, so wird $\chi = +\pi/2$ für $0 < p < 1$ und $\chi = -\pi/2$ für $1 < p < \infty$.

Art. 310. Resonanz bei einer vom Frequenzverhältnis unabhängigen Amplitude des Zwanges. Ist die Amplitude Y des Zwanges unabhängig von dem Frequenzverhältnis p, also $Y = Y_0$ und Y_0 konstant, so steht die Amplitude der durch (57) bestimmten zwanghaften Schwingung y zur Amplitude des Zwanges in dem Verhältnis

$$\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^2 + 4\,p^2\eta^2}} = (\xi) = \frac{\sin\chi}{1-p^2} \quad \cdots \quad (59)$$

Fig. 377.



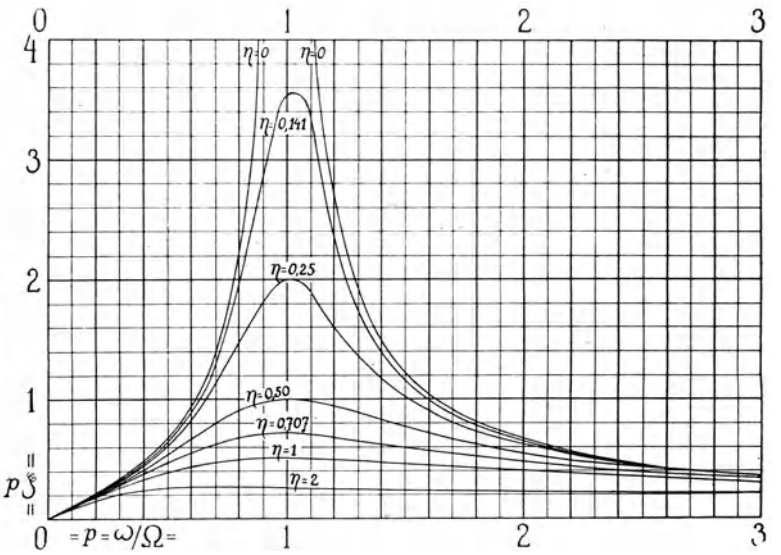
In Fig. 377 ist das Amplitudenverhältnis (ξ) (für verschiedene Werte der Dämpfungszahl η) als Funktion des Frequenzverhältnisses $p = \omega/\Omega$ dargestellt. Diese Resonanzkurven haben, wenn $\eta < 0{,}707$, ein Maximum. Bei gegen 1 kleinen Werten von η ist das Maximum sehr scharf und liegt bei Werten von p, die nur wenig kleiner als 1 sind; die Kurven verlaufen dann ähnlich so wie die in Fig. 423 dargestellte Resonanzkurve.

Man kann Gl. (59) in der Form schreiben

$$(\xi) = \frac{1}{2\,\eta\,\sqrt{1-\eta^2}\sqrt{1+x^2}}, \quad x = \frac{1-2\,\eta^2-p^2}{2\,\eta\,\sqrt{1-\eta^2}} \qquad (60)$$

Offenbar wird (ξ) ein Maximum, wenn $x = 0$ ist, wenn p den nachstehenden Wert p_m hat. Der Höchstwert, den ξ bei $p = p_m$ erreicht, sei ξ_m.

Fig. 378.



Das Verhältnis von ξ zu ξ_m sei als relatives Amplitudenverhältnis $1/m$ bezeichnet. Es ist

$$\left.\begin{aligned} p_m &= +\sqrt{1-2\,\eta^2}, \quad \xi_m = \frac{1}{2\,\eta\,\sqrt{1-\eta^2}}, \\ \frac{\xi}{\xi_m} &= \frac{1}{m} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \end{aligned}\right\} \quad \cdot \cdot \quad (61)$$

Das relative Amplitudenverhältnis hat denselben Wert für zwei Werte $\pm x$ von gleichem Betrage und entgegengesetztem Vorzeichen; es ist

$$1 + x^2 = m^2,$$

also

$$x_1 = -\sqrt{m^2-1} \quad \text{und} \quad x_2 = +\sqrt{m^2-1}.$$

Sind p_1 bzw. p_2 die beiden Werte des Frequenzverhältnisses, bei welchen das relative Amplitudenverhältnis den gleichen Wert $1/m$ hat, so gelten die (durch Bildung von $x_1 - x_2$ sich ergebenden) Beziehungen

$$\sin 2\varepsilon = \frac{p_1^2 - p_2^2}{2\sqrt{m^2 - 1}}, \quad \eta = \sin\varepsilon \quad \cdots \quad (62)$$

Diese Gleichungen können zur Ermittlung der Dämpfungszahl η dienen, wenn p_1 und p_2 und m beobachtet sind.

Art. 311. Resonanz bei einer zum Frequenzverhältnis proportionalen Amplitude des Zwanges. Ist die Amplitude des Zwanges $Y = pY_0$ und Y_0 konstant, so steht die Amplitude der durch (57) bestimmten zwanghaften Schwingung y zu Y_0 in dem Verhältnis

$$\frac{p}{\sqrt{(1-p^2)^2 + 4p^2\eta^2}} = (p\xi) = \frac{p\sin\chi}{1-p^2} \quad \cdots \quad (63)$$

In Fig. 378 ist das Amplitudenverhältnis $(p\xi)$ (für verschiedene η) als Funktion des Frequenzverhältnisses $p = \omega/\Omega$ dargestellt. Für gegen 1 kleine Werte von η hat $(p\xi)$ ein ausgesprochenes Maximum bei $p = 1$ oder $\omega = \Omega$. Ist η groß gegen 1 und p nicht sehr von 1 verschieden, so wird $(p\xi) \approx 1/2\eta$, also unabhängig von p.

Art. 312. Resonanz bei einer zum Quadrat des Frequenzverhältnisses proportionalen Amplitude des Zwanges. Ist die Amplitude des Zwanges $Y = p^2 Y_0$ und Y_0 konstant, so steht die Amplitude der durch (57) bestimmten zwanghaften Schwingung y zu Y_0 in dem Verhältnis

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p^2} - 1\right)^2 + 4\frac{1}{p^2}\eta^2}} = (p^2\xi) = \frac{\sin\chi}{\frac{1}{p^2} - 1} \quad \cdots \quad (64)$$

Das Amplitudenverhältnis $(p^2\xi)$ ist die gleiche Funktion von $1/p$ wie (ξ) von p. Die Kurven der Fig. 377 stellen $(p^2\xi)$ (für verschiedene η) als Funktion von $1/p = \Omega/\omega$ dar. Man sieht, daß $p^2\xi$ annähernd konstant ist, wenn $p > 1$ und η zwischen 0,500 und 0,707 liegt.

Art. 313. Die Wirkungsweise von Resonanzmeßgeräten beruht darauf, daß die Resonanzkurven für kleine Werte der Dämpfungszahl η ein scharfes Maximum haben. Die Federn eines Resonanzfrequenzmessers, die Membran eines sogenannten Monotelephons, die

Saite eines Resonanzsaitenstrommessers müssen also kleine (aber endliche!) Dämpfungszahlen η besitzen. Auf den Phasenunterschied $\chi - \pi/2$ zwischen der zwanghaften Schwingung und dem Zwange kommt es bei diesen Geräten nicht an.

Art. 314. Wirkungsweise von Telephonen. Sinusartige Wechselströme verschiedener Frequenz und gleicher Amplitude Y_0 rufen, wie in den Art. 310, 311, 312 nachgewiesen ist, zwanghafte Schwingungen von annähernd gleicher Amplitude hervor, wenn die Amplitude Y des Zwanges sowie p und η die Werte haben

$$\left.\begin{array}{lllll} 1.\ Y = Y_0 & \text{und} & p < 1 & \text{und} & 0{,}5 < \eta < 0{,}707; \\ 2.\ Y = pY_0 & \text{und} & p \approx 1 & \text{und} & \eta > 2; \\ 3.\ Y = p^2 Y_0 & \text{und} & p > 1 & \text{und} & 0{,}5 < \eta < 0{,}707. \end{array}\right\} \quad (65)$$

Fall 1. Bei dem gewöhnlichen Hörtelephon kann die Dämpfung z. B. durch Verzinnen der Stahlmembran passende Werte erhalten. Dann gerät die Membran durch Wechselströme verschiedener Kreisfrequenz ω in gleich starke Schwingungen, vorausgesetzt, daß $\omega < \Omega$ ist. Ω ist die Kreisfrequenz der Eigenschwingung. Beim elektrostatischen Lautsprecher mit rotierender Walze dient zur Tonwiedergabe eine Glimmermembran. Auch hier dürfte der Fall 1 vorliegen.

Fall 3. Das Bändchentelephon hat so niedrige Werte der Eigenkreisfrequenz, daß Fall 3 vorliegen wird. Es dürfte also zweckmäßig sein, es so zu schalten, daß die Amplituden der im Bändchen fließenden Ströme verschiedener Frequenz dem Quadrat ω^2 der Kreisfrequenz proportional sind.

Wenn gleichzeitig mehrere Zwangskräfte von verschiedener Frequenz wirken, so überlagern sich die einzelnen Schwingungen zur Gesamtschwingung. Stehen die einzelnen Frequenzen in ganzzahligem Verhältnis, ist also

$$\omega = \omega_1, \ = 2\omega_1, \ = 3\omega_1 \ \cdots \ = k\omega_1,$$

so ist die Gesamtschwingung periodisch, und zwar ist die Periodendauer $T = 2\pi/\omega_1$. Näheres siehe in den Art. 118 und 120. Auf die Phasenunterschiede zwischen den zwanghaften Schwingungen, den Zwangskräften, kommt es nach der Helmholtzschen Lehre von den Tonempfindungen nicht an.

Art. 315. Die getreue Abbildung eines Zwanges durch ein bewegliches System ist noch schwieriger als die nur amplitudentreue Wiedergabe von Tönen und Sprachlauten. Denn sie erfordert nicht

nur Konstanz des Verhältnisses (ξ) oder ($p\xi$) oder ($p^2\xi$), sondern auch Konstanz des Phasenunterschiedes $\chi - \pi/2$. Betrachtet man das Schema (65) und Fig. 376, so kommt man zu dem Ergebnis, daß Fall 2 wohl der günstigste sein wird. Es muß etwa

$$Y = pY_0, \quad p \approx 1 \quad \text{und} \quad \eta > 4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

sein. Dann sind ($p\xi$) und χ in weiten Grenzen konstant, und es wird ein periodischer, innerhalb jeder Periode beliebig verlaufender Vorgang annähernd getreu wiedergegeben.

Soll eine Stromstärke i getreu abgebildet, also ein schnell folgendes Meßgerät von hoher Eigenfrequenz, von der Stromstärke ωi durchflossen werden, so kann man i etwa durch eine Induktivität L schicken, und das mit Vorwiderstand versehene Meßgerät zu L parallel schalten.

Vierundfünfzigstes Kapitel.

Messungen mit direkt zeigenden Meßgeräten.

Art. 316. Die Messung von Spannung und Stromstärke zur Bestimmung eines Widerstandes. Die vorstehenden Kapitel des 6. Abschnittes behandeln im wesentlichen einzelne Meßgeräte, die nachstehenden im wesentlichen Meßschaltungen.

Besonders zahlreich sind die Schaltungen, die zur Messung eines Widerstandes (genauer: eines Verlustwiderstandes oder eines Ohmschen Widerstandes) dienen. Bei allen diesen Schaltungen wird an dem zu messenden Widerstand elektrische Arbeit geleistet, wird dem Widerstand elektrische Leistung zugeführt, wird der Widerstand also von einem elektrischen Strom durchflossen.

Die in Fig. 350, S. 331 dargestellte Schaltung kann zur Messung des Widerstandes dienen, den die Glühlampenkreise G_1, G_2 und G_3 dem Durchgang von Strom entgegensetzen. Hat der Leiter B die Spannung U gegen den Leiter A, so fließt durch den Spannungsmesser V vom Widerstand r die Stromstärke U/r, durch den zu messenden Widerstand R die Stromstärke U/R, durch den Strommesser A die Stromstärke $I = U\,(1/r + 1/R)$. Es ist also der gesuchte Widerstand

$$\frac{1}{I/U - 1/r} = R \approx \frac{U}{I}\left[1 + \frac{U}{I}\cdot\frac{1}{r}\right] \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Meistens genügt das einfache Ohmsche Gesetz $R = U/I$.

In vielen Fällen genügt es, nur einen Strommesser anzuwenden und für die Spannung Werte anzunehmen, z. B. ± 110 V für zwei Netzleiter; 2,0 V für einen Akkumulator; 1,48 V für ein Trockenelement. Zur Prüfung elektrischer Anlagen sind sogenannte Ohmmeter im Gebrauch, die ein Trockenelement und einen Strommesser enthalten, dessen Skala direkt den Widerstand abzulesen gestattet. Besser, aber teurer sind die Verhältnismesser (siehe Art. 292).

Art. 317. Vergleichung zweier Widerstände mit Hilfe eines Meßgerätes. 1. Fig. 379 zeigt, wie der Widerstand r eines Stromleiters mit dem Widerstand R eines Widerstandssatzes verglichen werden kann. Ist $r = R$, so ist der Ausschlag des Strommessers A in beiden Stellungen des Umschalters U der gleiche.

Fig. 379.

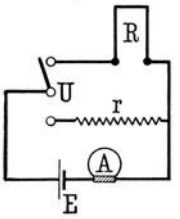
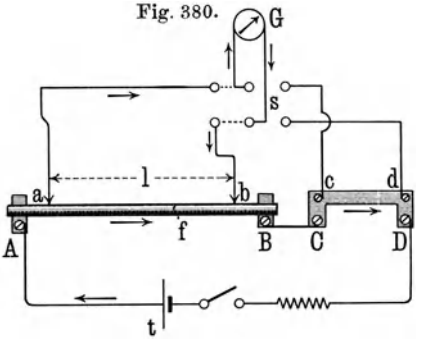


Fig. 380.

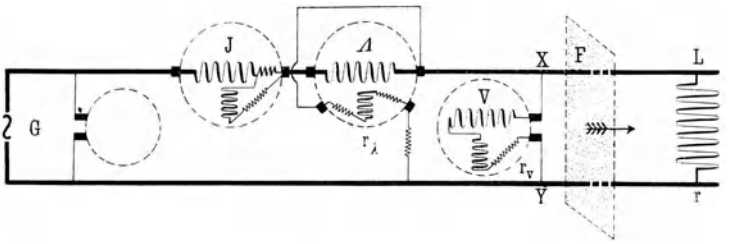


2. In Fig. 380 ist dargestellt, wie man zwei Widerstände miteinander vergleichen kann, die nur Bruchteile eines Ohm sind. Man verschiebt die Abzweigung a oder b, bis das Meßgerät G in beiden Stellungen des doppelpoligen Umschalters s gleiche Ausschläge zeigt. Die Abzweigklemmen a, b und c, d müssen innerhalb der Klemmen A, B und C, D liegen, die zur Zu- und Ableitung des Stromes dienen (vgl. Art. 218). Das Verhältnis der Widerstände a b und C D berechnet sich aus folgendem Satze. Werden zwei Leiter in Reihe geschaltet, also vom gleichen Strome durchflossen, so entstehen an beiden Leitern Spannungsabfälle, deren Verhältnis gleich dem der Widerstände ist. Vgl. die Art. 337, 338.

Art. 318. Die direkte Messung von Wechselgrößen in der Schaltung Fig. 155, S. 140 dient zur Bestimmung des induktiven Widerstandes $\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}$.

1. Um den rein induktiven Widerstand ωL und den Verlustwiderstand R einzeln zu bestimmen, dazu kann die in Fig. 381 dargestellte Schaltung dienen. Um die Leistung N zu untersuchen, welche die Netzleiter X und Y durch die Fläche F tragen, müssen Strommesser J, Leistungsmesser A, Spannungsmesser V, Leistungsfläche F und untersuchter Stromleiter immer in gleicher Reihenfolge geschaltet werden. Der zu untersuchende Stromleiter kann ein Verbraucher sein, wie L, r in Fig. 381, oder ein Wechselstromgenerator. Bei Umkehrung der Richtung der Energieströmung ist nur eine Änderung an der Schaltung vorzunehmen: die Spannungsspule des Leistungsmessers A ist umzukehren. Der Resonanzfrequenzmesser (in Fig. 381 am Generator G liegend) verbraucht selbst so wenig Leistung, daß sein Platz gleichgültig ist.

Fig. 381.



2. Bei der angegebenen Reihenfolge kann man leicht den Eigenverbrauch der Meßgeräte in Rechnung stellen. Der obere Leiter X der Fig. 381 habe jederzeit die Spannung u mit dem Effektivwert U. Die Spannung des unteren Leiters Y sei $= 0$. Ist r_λ der Widerstand der Spannungsspule des Leistungsmessers, r_v der Widerstand des Spannungsmessers, so ist der Leitwert beider Stromleiter

$$G = 1/r_\lambda + 1/r_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Ist N_1 die gemessene Leistung, so ist die Leistung N, welche die Fläche F durchströmt, durch die erste der Gl. (71) gegeben. Hat die Energieströmung die in Fig. 381 angenommene Richtung, so ist die Stromstärke i_1 im Strommesser J gleich der Summe der Stromstärken $G\,u$ im Leitwert G und i im untersuchten Stromleiter. Es ist $i_1 = i + G\,u$. Das untere Vorzeichen gilt für eine in umgekehrter Richtung stattfindende Energieströmung. Es ist also

$$I_1 \sqrt{2}\, sin\,(\omega t + \delta) = I\sqrt{2}\, sin\,\omega t \pm G\,U\sqrt{2}\, sin\,(\omega t + \varphi)$$

oder
$$I_1^2 = I^2 \pm 2\,G\,U\,I\,cos\,\varphi + G^2\,U^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

oder
$$I_1^2 = I^2 + G(N_1 + N) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

Hieraus ergibt sich die zweite der Gl. (71). Es ist also

$$N = N_1 + G\,U^2, \quad I = I_1 \sqrt{1 + \frac{G\,(N + N_1)}{I_1^2}} \quad \ldots \quad (71)$$

3. Aus dem gemessenen Werte der Spannung U und den richtiggestellten Werten der Stromstärke I und der Leistung N berechnet sich der Leistungsfaktor $\cos\varphi = N/UI$ . . . . . (72)

Falls der Verbraucher (L in Fig. 381) eine Induktivität L mit dem Vorwiderstand R (statt r) ist, und die Kreisfrequenz des Wechselstromes den Wert ω hat, so berechnet sich

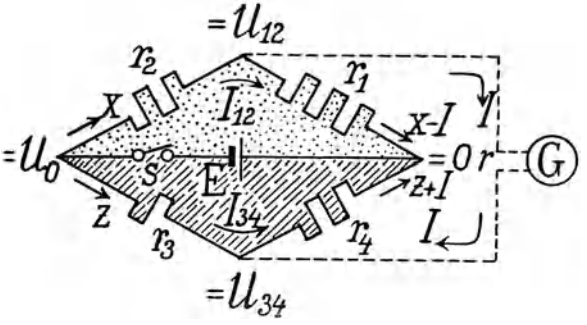
$$\left.\begin{array}{l} \text{der induktive Widerstand } \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} = U/I \\ \text{der rein induktive Widerstand } \omega L = (U/I)\sqrt{1-\cos^2\varphi} \\ \text{der Verlustwiderstand. . . . } R = (U/I)\cos\varphi \end{array}\right\} \quad (73)$$

Fünfundfünfzigstes Kapitel.

Die Wheatstonesche Brücke.

Art. 319. Gleichgewichtsbedingung der Wheatstoneschen Brücke. Schaltet man vier Stromleiter 1, 2, 3, 4 in Reihe, so kann man die Verbindungsstellen 1, 2 und 3, 4 sowie 2, 3 und 4, 1 durch

Fig. 382.



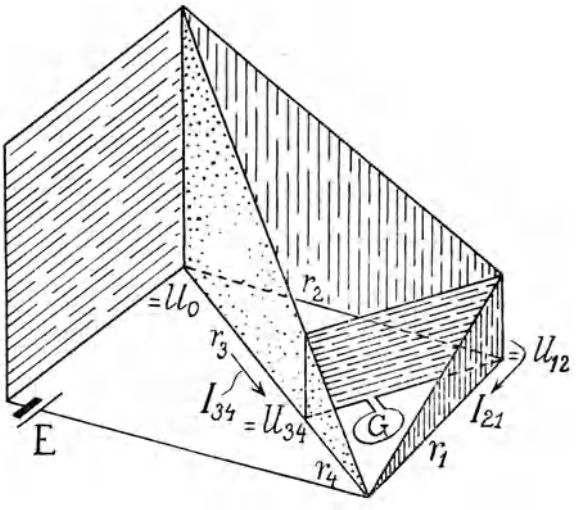
je eine Querbrücke überbrücken. Eine solche Anordnung wird als Meßbrücke, die vier Stromleiter werden als Brückenzweige bezeichnet.

Bei der Wheatstoneschen Brücke (siehe Fig. 382) bestehen die vier Brückenzweige aus reinen Ohmschen Widerständen r_1, r_2, r_3, r_4.

Die eine Querbrücke enthält eine Spannungsstufe E und einen Schalter s; die andere Querbrücke wird durch einen Strommesser G (vom Widerstande r) gebildet.

In Fig. 383 sind alle Leiter der Brücke als gerade Linien dargestellt, die in einer Ebene liegen. In jedem Leiterpunkt ist ein zur Ebene senkrechtes Stäbchen errichtet, dessen Länge der Spannung des Leiterpunktes proportional ist. Die Wirkungsweise der Brücke ergibt sich (für den Fall der Stromlosigkeit von G) aus der Anwendung des Schlußsatzes von Art. 317 auf die beiden parallel ge-

Fig. 383.



schalteten Widerstandspaare r_2, r_1 und r_3, r_4 und aus folgender Rechnung.

Die Leiter, welche r_2, r_3 und E verbinden, mögen die Spannung U_0 haben; die Leiter, welche r_1, r_4 und E verbinden, die Spannung 0. Die Spannung der Leiter, welche r_1, r_2 und G verbinden, sei U_{12}; die Spannung der Leiter, welche r_3, r_4 und G verbinden, sei U_{34}.

Wenn die Stromstärke I im Strommesser G gleich Null ist, so fließen in den vier Brückenzweigen die Stromstärken

$$I_{12} = U_0/(r_1 + r_2), \quad I_{34} = U_0/(r_3 + r_4),$$

und die Spannungen der Abzweigstellen sind

$$U_{12} = U_{34} = r_1 U_0/(r_1 + r_2) = r_4 U_0/(r_3 + r_4).$$

Aus der Gleichheit der beiden letzten Ausdrücke ergibt sich die Gleichgewichtsbedingung

$$r_1 r_3 = r_2 r_4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

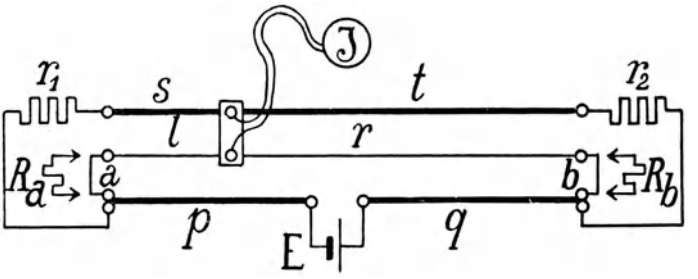
Diese Bedingung erfordert die Gleichheit zweier Widerstandsverhältnisse; es ist

$$r_1/r_2 = r_4/r_3 \text{ (und } r_1/r_4 = r_2/r_3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

Die Brückenschaltung ist dadurch ausgezeichnet, daß sie kein strommessendes, sondern nur ein stromanzeigendes Meßgerät erfordert. Hat letzteres große Empfindlichkeit, so ist die Meßgenauigkeit überaus groß.

Art. 320. Meßbrücken mit Schleifdraht. Fig. 384 zeigt, wie eine Meßbrücke mit geradem Schleifdraht zweckmäßig ausgeführt wird. Auf einem Grundbrett sind zwei dicke Kupferdrähte, s, t und p, q, sowie ein dünner Manganindraht l, r ausgespannt. Ein Schieber verbindet die Abzweigstellen zwischen s, t und l, r mit den Zuleitungen zum Strommesser J. Die Skala ist mit einer doppelten Zahlenreihe

Fig. 384.



versehen, so daß l und r direkt abgelesen werden können. Die Lücke zwischen den Leitern p und q ist durch die Spannungsstufe E geschlossen. Bei Stromlosigkeit des Strommessers ist

$$r_1 = r_2 l/r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

Die Widerstände von s und t bilden kleine Zusatzwiderstände zu r_1 und r_2. Da diese Zusätze sich wie die Längen l und r, also auch wie r_1 und r_2 verhalten, so bleiben sie unschädlich, gilt Gl. (76) streng.

Die Sicherheit der Messung wird gesteigert, wenn man die Messung nach Vertauschung der beiden festen Widerstände wiederholt. Zweckmäßig ist es, beide Messungen nach Umkehrung der Spannungsstufe zu wiederholen.

Ist das Widerstandsverhältnis r_1/r_2 größer als 10 (oder kleiner als 0,1), so würde der Schieber nahe an das Ende des Meßdrahtes rücken und die Messung der kleineren Länge würde ungenau. Man vermeidet diesen Übelstand, indem man den Kurzschlußbügel a (oder b) durch einen bekannten Widerstand R_a (oder R_b) ersetzt. Sollen zwei nahezu gleiche Widerstände r_1 und r_2 genau miteinander verglichen werden, so empfiehlt es sich, zwei Zusatzwiderstände R_a und R_b zu verwenden. Ist R der Widerstand des Meßdrahtes von der Länge $l + r$, so ist allgemein

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_a(l+r) + Rl}{R_b(l+r) + Rr}$$

Die Rechnung ist am bequemsten auszuführen, wenn R_a und R_b entweder $= 0$ oder $10\,R$ gewählt werden. Man erhält dann folgende Formeln:

Fall 1. $r_1 \geqslant r_2$, $R_a = 10\,R$, $R_b = 0$.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{10(l+r)+l}{r} \tag{76 a}$$

Fall 2. $r_2 \geqslant r_1$, $R_b = 10\,R$, $R_a = 0$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{l}{10(l+r)+r} \tag{76 b}$$

Fall 3. $r_1 \approx r_2$, $R_a = R_b = 10\,R$

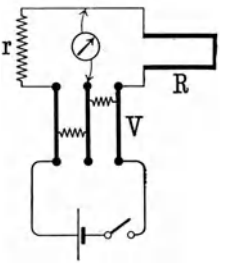
$$\frac{10(l+r)+l}{10(l+r)+r} = \frac{r_1}{r_2} = 1 + \frac{l-r}{10(l+r)}\left\{1 - \left[\frac{r}{10(l+r)}\right] + \left[\frac{r}{10(l+r)}\right]^2\right\} \tag{76 c}$$

Gibt man dem Meßdraht die Form einer Kreislinie, so nimmt die Meßbrücke viel weniger Raum ein als bei Verwendung eines geraden Drahtes gleicher Länge. Meßbrücken mit kreisförmigem Draht stellt z. B. das Wernerwerk in Berlin her.

Art. 321. Meßbrücke mit festen Widerständen. 1. Der in Fig. 385 (406) dargestellte, z. B. vom Wernerwerk in Berlin gelieferte Verzweigungswiderstand V ermöglicht es, verschiedene Widerstandsverhältnisse (genauer als mit Schleifdraht) herzustellen. Um den Widerstand r messen zu können, ist noch ein Widerstandssatz R erforderlich. Das Verhältnis des linken zum rechten, in V enthaltenen Widerstandes kann gleich 0,001 oder 0,01 oder 0,1 oder 1

oder 10 oder 100 oder 1000 gewählt werden. Zur Messung von kleinen Widerständen wählt man das Widerstandsverhältnis klein, z. B. gleich 0,01. Dann ist Gleichgewicht vorhanden, wenn der Widerstand R des Widerstandssatzes 100 mal größer ist als der zu messende Widerstand r. Vgl. die Art. 337 und 338.

Fig. 385.



2. Man kann den Verzweigungswiderstand auch so konstruieren, daß nur eine Leiterverbindung geändert wird. Soll z. B. der linke Widerstand zum rechten sich verhalten wie

0,01 0,1 1 10 100

zu 1, so schaltet man sechs Einzelwiderstände in Reihe, deren Werte von links nach rechts gerechnet, folgende sind:

$$R_1 = R_6 = 0{,}009\,901\,0\,R, \qquad R_2 = R_5 = 0{,}081\,008\,R,$$
$$R_3 = R_4 = 0{,}409\,091\,R.$$

Hierin ist R der Gesamtwiderstand, der beispielsweise gleich 10 Ω oder 100 Ω oder 1000 Ω gewählt werden mag.

Art. 322. Die allgemeine Gleichgewichtsbedingung für die Meßbrücke läßt sich auf Grund der Fig. 382 leicht ableiten. Es gilt

für den Stromkreis G, r_2, r_3: $r_2 x + r I - r_3 z = 0$;

für den Stromkreis G, r_1, r_4: $r_1 (x - I) - r_4 (z + I) - r I = 0$;

für den Stromkreis E, r_3, r_4: $r_3 z + r_4 (z + I) = U_0$.

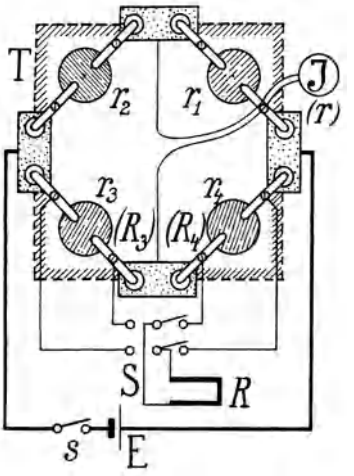
Aus den drei Gleichungen lassen sich die drei unbekannten Stromstärken x, z und I berechnen. Es ist

$$\left.\begin{aligned} N &= r_1 r_2 (r_3 + r_4) + r (r_3 + r_4)(r_1 + r_2) + r_3 r_4 (r_1 + r_2) \\ k &= N I_0 / U_0 \quad \text{und} \quad r_1 r_3 - r_2 r_4 = k \cdot y \text{ und } y = I / I_0 \end{aligned}\right\} \quad (77)$$

Hierin ist I_0 die Skalenteilstromstärke des Strommessers, U_0 die Spannung der Spannungsstufe. Die Größe N wird nur in geringem Grade beeinflußt, wenn die Widerstände der Brückenzweige sich in geringem Grade ändern. Maßgebend für den Ausschlag y des Strommessers ist die Abweichung von der Gleichgewichtsbedingung (74).

Art. 323. Eine Meßbrücke mit vier nahezu gleichen Widerständen ist in Fig. 386 dargestellt. Vier Widerstandsbuchsen (siehe Fig. 279, S. 260) sind in Petroleum eingebettet (das gerührt wird, um eine genaue Temperaturbestimmung zu ermöglichen) und durch dicke Kupferblöcke miteinander verbunden, die Quecksilbernäpfe enthalten.

Fig. 386.



Der Widerstand r_1 soll bestimmt werden.

Der Widerstand r_2 sei genau bekannt. Der Widerstandssatz mit dem großen Widerstand R kann zu einer der Widerstandsbuchsen, deren Widerstände R_4 und R_3 nahezu gleich r_1 und r_2 sind, parallel geschaltet werden.

Art. 324. Untersuchung von vier nahezu gleichen Widerständen durch Einstellung auf Stromlosigkeit. Der Strommesser J sei stromlos, wenn die Büchse (R_4) rechts unten liegt und $R = R'$ zu R_4 parallel geschaltet ist. Dann ist (siehe Fig. 386) der Widerstand des rechts unten bzw. links unten liegenden Brückenzweiges

$$r_4 = R_4 R'/(R_4 + R') \quad \text{bzw.} \quad r_3 = R_3.$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{1 + R_4/R'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78a)$$

Nach Vertauschung der Widerstandsbuchsen (R_3) und (R_4) sei der Strommesser J stromlos, wenn R'' zu der jetzt links unten liegenden Widerstandsbuchse (R_4) parallel geschaltet ist.

Dann ist

$$r_4 = R_3 \quad \text{und} \quad r_3 = R_4 R''/(R_4 + R'').$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet also

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_3}{R_4}(1 + R_4/R'') \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78b)$$

Sind, wie vorausgesetzt war, die vier Widerstände r_1, r_2, R_3, R_4 nahezu gleich, so kann in den Gl. (78a) und (78b) unbedenklich

$$R_4/R' = r_2/R' \quad \text{und} \quad R_4/R'' = r_2/R''$$

gesetzt werden. Man erhält danach durch Multiplikation bzw. Division beider Gleichungen Ausdrücke für r_1/r_2 und R_4/R_3, deren Näherungswerte lauten

$$\frac{r_1}{r_2} = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{r_2}{R''}\right) - \frac{1}{2}\frac{r_2}{R'} \quad \text{und} \quad \frac{R_4}{R_3} = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{r_2}{R''}\right) + \frac{1}{2}\frac{r_2}{R'} \quad (79)$$

Die genauen Werte (R' und R'') des Widerstandes R lassen sich entweder durch Einstellung oder bequemer und genauer durch Interpolation finden. Erfolgt bei dem Widerstand R_1 der Ausschlag y_1 des Strommessers, bei dem Widerstand R_2 der Ausschlag y_2, so ist

$$R - R_1 = p \cdot y_1 \quad \text{und} \quad R - R_2 = p \cdot y_2,$$

also

$$R_2 - R_1 = p\,(y_1 - y_2).$$

Aus der ersten und dritten Gleichung folgt der genaue Wert

$$R = R_1 + \frac{y_1}{y_1 - y_2}\,(R_2 - R_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Art. 325. Untersuchung von vier nahezu gleichen Widerständen durch Beobachtung von Ausschlägen (Fig. 386). Der Widerstand r_1 soll genau bestimmt werden, der Widerstand r_2 ist genau bekannt. Wird der große Widerstand R zum Widerstand R_3 (bzw. R_4) parallel geschaltet, so ist der Gesamtwiderstand

$$\frac{R_3 R}{R + R_3} = \frac{R_3}{1 + R_3/R} \approx \frac{R_3}{1 + r_2/R} = R_3 q,$$

bzw.

$$\frac{R_4 R}{R + R_4} = \frac{R_4}{1 + R_4/R} \approx \frac{R_4}{1 + r_2/R} = R_4 q.$$

Welcher von den vier nahezu gleichen (und gegen R kleinen) Widerständen R_3, R_4, r_1, r_2 zu R addiert wird, ist gleichgültig.

Man stelle nun nacheinander vier Schaltungen her, in denen der große Nebenwiderstand R immer den gleichen Wert hat, also auch q. Es ist bei

Nr. 1. $r_3 = R_3$ und $r_4 = R_4 q$ und $y = y_1$,
Nr. 2. $r_3 = R_3 q$ und $r_4 = R_4$ und $y = y_2$,
Nr. 3. $r_3 = R_4$ und $r_4 = R_3 q$ und $y = y_3$,
Nr. 4. $r_3 = R_4 q$ und $r_4 = R_3$ und $y = y_4$.

Da r_2 bei allen Schaltungen den gleichen Wert hat, so kann man die allgemeine Gleichgewichtsbedingung (77) in der Form schreiben

$$r_1 r_3 / r_2 - r_4 = k y / r_2$$

oder

$$r_1 / r_2 = x, \quad k / r_2 = K \quad \text{und} \quad x r_3 - r_4 = K y.$$

Setzt man in diese Gleichung für r_3 und r_4 und y der Reihe nach die unter Nr. 1 bis 4 genannten Ausdrücke ein, so erhält man vier Gleichungen. Setzt man

$$R_4 / R_3 = z \quad \text{und} \quad K / R_3 = Q,$$

so lauten die vier Gleichungen

$$\begin{array}{l|l} x - q z = Q y_1 & x z - q = Q y_3 \\ q x - z = Q y_2 & q x z - 1 = Q y_4. \end{array}$$

Die Gleichungen werden erfüllt durch die Werte

$$x = \frac{y_1 - q y_2}{q y_3 - y_4}, \quad x z = \frac{y_3 - q y_4}{q y_3 - y_4}, \quad z = \frac{q y_1 - y_2}{q y_3 - y_4}.$$

Dividiert man $x z$ durch z (bzw. x), so erhält man einen zweiten Ausdruck für x (bzw. z). Multipliziert man beide Ausdrücke für x (bzw. für z), so erhält man für x (bzw. z) Näherungswerte, die man in der Form schreiben kann

$$\left.\begin{aligned} \frac{r_1}{r_2} &= 1 + \frac{1}{2}\frac{r_2}{R}\left\{\frac{y_3 + y_4}{y_3 - y_4} + \frac{y_1 + y_2}{y_1 - y_2}\right\} \\ \frac{R_4}{R_3} &= 1 + \frac{1}{2}\frac{r_2}{R}\left\{\frac{y_3 + y_4}{y_3 - y_4} - \frac{y_1 + y_2}{y_1 - y_2}\right\} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (81)$$

Man wiederhole die Messung nach Umkehrung der Spannungsstufe E.

Art. 326. Eine Brückenschaltung zur absoluten Messung einer Kapazität ist von Maxwell angegeben worden. Der kapazitive Widerstand, den eine Kapazität dem Durchgang eines seine Richtung fortwährend wechselnden Stromes entgegensetzt, wird mit einem Ohmschen Widerstand verglichen.

Fig. 387 zeigt die Schaltung. Die zu bestimmende Kapazität C wird durch einen Umschalter a b abwechselnd in den Brückenzweig 1 eingeschaltet (Stellung a) und kurzgeschlossen (Stellung b). Als Umschalter dient ein Schaltrad (Fig. 388), das mit sehr konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft. Die Schaltperiode habe die Dauer T, die Frequenz f; die Dauer der Ladestellung a sei τ. Die drei Widerstände r_2, r_3, r_4 werden so abgeglichen, daß der Strommesser (mit dem Widerstand r) in der Nullstellung verharrt.

1. Während der Zeit $T - \tau$ ist der Brückenzweig 1 offen, die Brücke also in konstantem Zustand. Während dieser Zeit ist

$$i_2 = I \quad \text{und} \quad i_4 = i_3 + I,$$

also

$$r_3 i_3 + r_4 (i_3 + I) = U_0, \quad (r_2 + r) I - r_3 i_3 = 0.$$

Mit Rücksicht auf spätere Rechnungen ist es vorteilhaft, statt der Widerstände r die Leitwerte $g = 1/r$ einzuführen. So erhält man

Fig. 387.

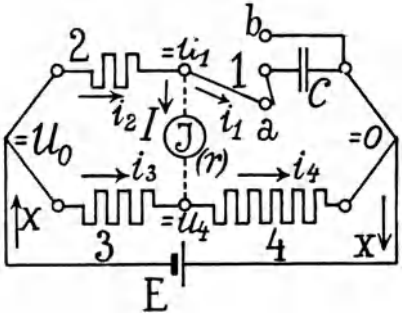


Fig. 388.

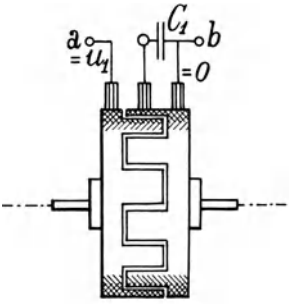
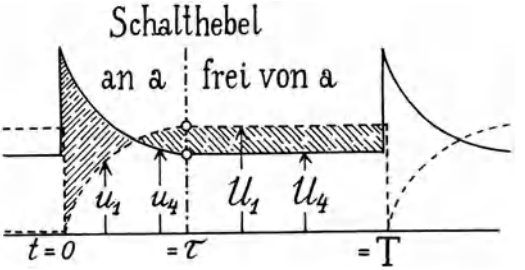


Fig. 389.



einen Ausdruck für die Stromstärke I im Meßgerät. Da diese konstante Stromstärke während der Zeit $T - \tau$ fließt, so ist die während dieser Zeit durch das Meßgerät transportierte Ladung

$$\left.\begin{aligned} Q_{T-\tau} &= g\, U_0 (T - \tau)\, g_2 g_4 / a\, G \\ a\, G &= g_2\, G + g (g_3 + g_4), \quad G = g + g_3 + g_4 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (82)$$

2. In den Zeitpunkten $t = 0$, T, $2\,T$ usw. wird die Ladestellung (a) der Brücke hergestellt; wird die ungeladene Kapazität C in den Brückenzweig eingeschaltet. Da die Feldenergie in der Kapazität nicht plötzlich auf einen endlichen Wert springen kann, so ist (siehe Fig. 389)

zur Zeit $t = 0$ die Spannung $u_1 = 0$ . . . . (83)

Während t von 0 bis τ fortschreitet, wird die Kapazität geladen, steigt ihre Spannung allmählich auf einen dem Festwert U_1 nahekommenden Wert.

Während der Ladezeit ist

$$i_1 = C u_1', \quad i_2 = g_2 (U_0 - u_1), \quad I_t = i_2 - i_1 = g (u_1 - u_4),$$
$$i_3 = g_3 (U_0 - u_4), \quad i_4 = g_4 u_4, \quad I_t = i_4 - i_3.$$

Mithin ist die Stromstärke im Meßgerät

$$I_t = - C u_1' - g_2 u_1 + g_2 U_0 = g u_1 - g u_4 = (g_3 + g_4) u_4 - g_3 U_0.$$

Unter Benutzung der durch (82) bestimmten Hilfsgrößen G kann man schreiben

$$G u_4 = g u_1 + g_3 U_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (84\,a)$$

$$C u_1' + (g + g_2) u_1 = g u_4 + g_2 U_0 \quad \ldots\ldots \quad (84\,b)$$

oder

$$u_1' + u_1 a/C - U_0 b/C = 0 \ldots\ldots \quad (85)$$

Die Gl. (83) und (85) werden erfüllt, wenn gesetzt wird

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= U_0 (b/a) [1 - e^{-at/C}] \\ b G &= g_2 G + g g_3 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \quad (86)$$

Nun ist gemäß Gl. (84a)

$$G (u_4 - u_1) = (g - G) u_1 + g_3 U_0.$$

Daraus ergeben sich für die während der Ladung durch das Meßgerät fließende Stromstärke I_t bzw. für die hindurchgegangene Ladung Q_τ die Ausdrücke

$$I_t = g U_0 [g_2 g_4 - (g_3 + g_4) b e^{-at/C}]/a G,$$

bzw.

$$Q_\tau = g U_0 [g_2 g_4 \tau - (g_3 + g_4) (b/a) C (1 - e^{-a\tau/C})]/a G \quad (87)$$

3. Damit das Meßgerät keinen Ausschlag zeigt, muß die Bedingung erfüllt sein

$$Q_{T-\tau} + Q_\tau = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (88)$$

Beide Ladungen enthalten den gemeinsamen Faktor $g U_0/a G$, der fortfällt. Das Glied der Summe, das den Faktor τ enthält, wird Null. Somit bleibt nur die erste der nachstehenden Gleichungen übrig

$$\left.\begin{aligned} C = \frac{1}{f} \cdot \frac{r_3}{r_2 r_4} \cdot [1 - \Delta] \cdot \frac{1}{1 - e^{-a\tau/C}} \\ \frac{1}{\left(\frac{r_4}{r_3} + 1\right)\left(\frac{r_2 r_4}{r_3 r_4 + r (r_3 + r_4)} + 1\right)} = \Delta \approx \frac{r_3}{r_2 r_4} \\ \cdot \frac{r_3 + r_4}{r_3 r_4 + r (r_3 + r_4)} + \frac{1}{r_2} = a \approx \frac{1}{r_3} \end{aligned}\right\} \quad (89)$$

4. Der Widerstand $1/fC$ wird im allgemeinen groß gegen r_2 sein. Dann muß auch r_4 groß gegen r_3 sein. Der Bequemlichkeit halber wird man r_2 groß gegen r_4 wählen. Der Widerstand r des Meßgerätes wird gegen die Widerstände der Brückenzweige verschwindend klein. Es wird also

$$1/fC \gg r_2 > r_4 > r_3 > r$$

sein. Unter diesen Umständen ist angenähert

$$r_3 \cdot 1/fC \approx r_2 r_4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

Hat man die Kapazität C aus dieser einfachen Gleichung berechnet, so kann man die Zeit C/a berechnen. Das Verhältnis τ/T ergibt sich aus den Abmessungen, die Periodendauer $T = 1/f$ aus der Drehzahl des Schaltrades.

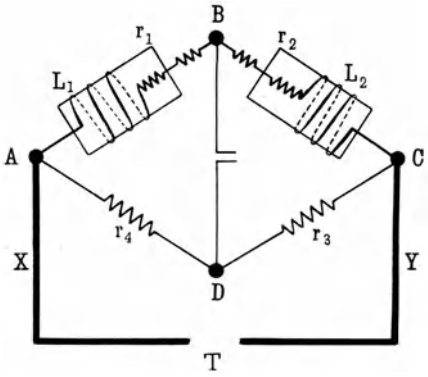
Es gibt bequemere Methoden, um zwei Kapazitäten miteinander zu vergleichen. Doch ist die beschriebene Methode die einzige, welche erlaubt, das Verhältnis einer Kapazität zu der gesetzlichen Einheit der Kapazität, dem Farad, genau zu messen. Die Methode wird in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt viel benutzt und ist dort sorgfältig durchgebildet worden.

Sechsundfünfzigstes Kapitel.

Die Wechselstrombrücke.

Art. 327. Die Vergleichung zweier Induktivitäten geschieht gewöhnlich mittels einer Anordnung, die in Fig. 390 schematisch dargestellt ist. Zwei Brückenzweige bestehen aus reinen Ohmschen Widerständen, r_3 und r_4. Die beiden anderen Brückenzweige enthalten die zu vergleichenden Induktivitäten L_1 und L_2, deren Verlustwiderstände l_1 bzw. l_2 durch Zusatzwiderstände z_1 bzw. z_2 auf die Beträge r_1 bzw. r_2 gebracht sind. In der einen Querbrücke (AC) liegt eine Wechselspannungsstufe, in

Fig. 390.



der Regel eine kleine Mittelfrequenzmaschine. In der anderen Querbrücke (BD) liegt der Wechselstrommesser; als solcher dient gewöhnlich ein Hörtelephon (vgl. Art. 306).

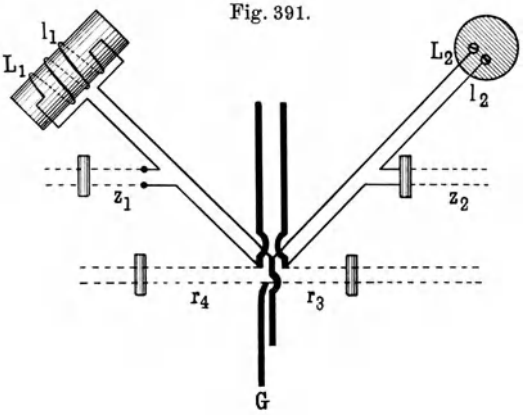
Ist der Verzweigungspunkt C geerdet und U_A die effektive Wechselspannung in A, so gilt bei Stromlosigkeit des Hörtelephons für die über B bzw. über D fließenden Ströme

$$\bar{I}_D = \frac{\bar{U}_A - \bar{U}_D}{r_4} = \frac{\bar{U}_D}{r_3} \text{ bzw. } \bar{I}_B = \frac{\bar{U}_A - \bar{U}_B}{r_1 + jwL_1} = \frac{\bar{U}_B}{r_2 + jwL_2}$$

oder

$$\frac{\bar{I}_D}{\bar{I}_B} = \frac{r_1 + jwL_1}{r_4} = \frac{r_2 + jwL_2}{r_3} \quad \ldots \quad (91)$$

Fig. 391.



Es müssen also die beiden Gleichgewichtsbedingungen erfüllt werden

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_4}{r_3} \text{ und } \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_4}{r_3} \quad \ldots \quad (92)$$

Zur Ausführung der Messung kann die in Fig. 391 dargestellte Giebesche Anordnung dienen. Man kann auch zwei der in Fig. 384 dargestellten Brücken benutzen. Der eine Brückendraht liefert die Vergleichswiderstände R_3 und R_4, der andere die beiden Zusatzwiderstände z_1 und z_2.

Art. 328. Die Vergleichung zweier Kapazitäten geschieht gewöhnlich (nach M. Wien) mittels der in Fig. 392 dargestellten Brückenanordnung. Das Hörtelephon F ist stromlos, wenn die Spannungen u_1 (bei D) und u_2 (bei K) jederzeit gleich sind.

Für die Ströme in den Stromwegen AKE bzw. ADE gilt

$$I_K = \frac{\overline{U} - \overline{U}_2}{r_3} = \frac{\overline{U}_2}{r_2 - j/\omega C_2} \text{ bzw. } \overline{I}_D = \frac{\overline{U} - \overline{U}_1}{r_4} = \frac{\overline{U}_1}{r_1 - j/\omega C_1}$$

oder

$$\frac{I_K}{I_D} = \frac{r_4}{r_3} = \frac{r_1 - j/\omega C_1}{r_2 - j/\omega C_2} \quad \cdots\cdots \quad (93)$$

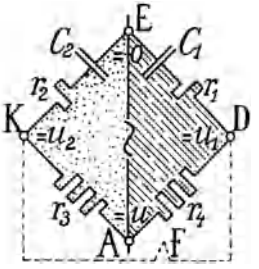
Die Trennung der reellen und imaginären Bestandteile liefert die beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_3}{r_4} \text{ und } \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_4}{r_3} \quad \cdots\cdots \quad (94)$$

Meistens sind die beiden Ohmschen Widerstände r_3 und r_4 viel kleiner als die beiden kapazitiven Widerstände $1/\omega C_1$ und $1/\omega C_2$ und sehr groß gegen die Vorwiderstände r_1 und r_2.

Die auf der Spannung u_1 (bzw. u_2) befindlichen Leiter bei D (bzw. bei K) mögen gegen Erde die Kapazität c_{10} (bzw. c_{20}) besitzen. Dann verhält sich die Brücke so, als ob die Kapazitäten c_{10} zum Brückenzweige DE, c_{20} zu KE parallel geschaltet wären und die Leitungen bei K und D ohne Kapazität gegen Erde wären. Das Tonminimum bleibt scharf, und der Fehler in dem beobachteten Kapazitätsverhältnis ist gering, am geringsten, wenn $c_{10}/c_{20} \approx C_1/C_2$ ist.

Fig. 392.



Ändert man aber die in Fig. 392 dargestellte Schaltung durch Vertauschung von Spannungsstufe und Meßgerät, so wird das Tonminimum unscharf oder gar unauffindbar.

Die Zuleitungen zur Spannungsstufe haben meistens beträchtliche Kapazitäten gegen Erde, deren Parallelschaltung zu den Brückenzweigen KE und DE das Gleichgewicht der Brücke völlig verändert und stört.

Art. 329. Die allgemeine Gleichgewichtsbedingung einer Kapazitätsbrücke. Fig. 393. Bei Stromlosigkeit der Querbrücke F kann man für die Ströme AD = DE bzw. AK = KE schreiben

$$[\overline{U} - \overline{U}_1](G_4 + j\omega c_4) = \overline{U}_1(g_1 + j\omega C_1)$$

bzw.

$$[\overline{U} - \overline{U}_2](G_3 + j\omega c_3) = \overline{U}_2(g_2 + j\omega C_2).$$

Durch Division beider Gleichungen ergibt sich eine Gleichung, deren reelle und imaginäre Teile für sich gleich Null sein müssen. Da $\overline{U_1} = \overline{U_2}$, so ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} g_1 G_3 - g_2 G_4 &= \omega^2 (C_1 c_3 - C_2 c_4) \\ C_1 G_3 - C_2 G_4 &= -(g_1 c_3 - g_2 c_4) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (95)$$

Die Gleichungen sind, falls $c_3 = c_4 = 0$ ist, identisch mit den Gleichgewichtsbedingungen (94).

Von besonderem Interesse ist der Fall, daß die Leitwerte g_1 und g_2, ωc_3 und ωc_4 klein sind. Dann sind die Glieder des vierten Ausdrucks in (95) verschwindend klein gegen die des dritten.

Ändert man g_1 und c_3, so bleiben die beiden ersten Ausdrücke einander gleich, wenn

$$G_3 \cdot \Delta g_1 = \omega^2 C_1 \cdot \Delta c_3 \quad \text{oder} \quad \Delta g_1 / \omega C_1 = R_3 \omega \cdot \Delta c_3 \quad . \quad (96)$$

ist.

Eilt der eine Kapazität durchfließende Strom i um $\pi/2 - \delta$ der Spannung u an der Kapazität voraus, so bezeichnet man δ als Verlustwinkel.

Die Angabe von δ hat vor der Angabe des Vor- oder Nebenwiderstandes den Vorzug, daß δ nur vom Stoffe zwischen den Belegungen, nicht von der Form des Kondensators abhängen soll. Es ist nun

$$\overline{I} = \overline{U}(g + j\omega C).$$

Also ist

$$tg\,\delta = g/\omega C \approx \delta \quad \ldots \quad (97)$$

Diese Sätze haben Schering (Zeitschr. f. Instrkde. **40**, 124, 1920) sowie Giebe und Zickner (Arch. f. Elektrotechnik **11**, 109, 1922) zur Bestimmung des Verlustwinkels δ benutzt. Es wird (1) die zu untersuchende Kapazität mit dem Verlustwinkel δ_1 in den Brückenzweig 1 geschaltet; die beiden Leitwerte G_3 und G_4 und die Kapazität C_2 werden eingestellt, bis die Querbrücke F stromlos ist. Sodann wird (2) in den Brückenzweig 1 ein verlustfreier Drehkondensator eingeschaltet; dieser wird so eingestellt, daß F möglichst stromlos ist.

Es wird nun c_3 um Δc_3 verkleinert, bis das Minimum scharf wird. Dann ist, wie durch Vergleichung der Beziehungen (96) und (97) folgt, einfach

$$\delta_1 = R_3 \omega \cdot \Delta c_3 \quad \ldots \quad (98)$$

Auf die Ausführung der Schaltung haben die Autoren besondere Sorgfalt verwendet. Als Zuleitungen zu den Kapazitäten C_1 und C_2

dienen geerdete Rohre mit einem axial gespannten Draht. Die kleinen Drehkondensatoren c_3 und c_4 haben eine geerdete Hülle und zwei isolierte Systeme. Die Widerstände, deren Leitwerte G_3 und G_4 sind, sind in geerdete Metallkasten eingeschlossen. Zur Wechselspannungsstufe und zum Telephon führen Leitungen, die zur Zeichnungsebene der Fig. 394 senkrecht stehen und in entgegengesetzte Richtung weisen. Beide Zuleitungen zum Telephon und eine Zuleitung zur Spannungsstufe sind in ein geerdetes Rohr eingeschlossen. Ohne diese Vorsichtsmaßregeln erhält man keine richtigen Werte für Verlustwinkel.

Art. 330. Vergleichung einer Induktivität mit einer Kapazität. Die in Fig. 394 dargestellte Anordnung ist von Maxwell angegeben worden. Zu ihrem Betriebe benutzte Maxwell unter-

Fig. 393.

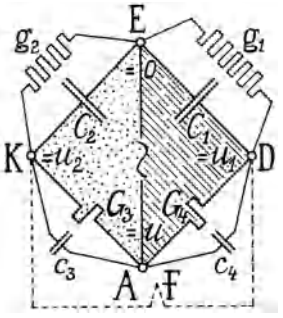
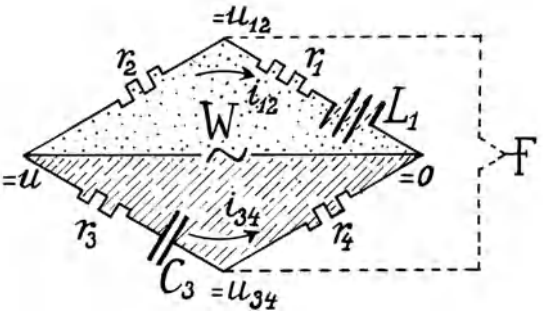


Fig. 394.



brochenen Gleichstrom statt des heute üblichen sinusartigen Wechselstromes.

Für die Stromstärken in den beiden oberen bzw. in den beiden unteren Brückenzweigen kann man, falls die Querbrücke F stromlos ist, schreiben

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U} - \bar{U}_{12}}{r_2} = \frac{\bar{U}_{12}}{r_1 + j\omega L_1}, \quad \bar{I}_{34} = \frac{\bar{U} - \bar{U}_{34}}{r_3 - j/\omega C_3} = \frac{\bar{U}_{34}}{r_4}$$

oder

$$\frac{\bar{I}_{12}}{\bar{I}_{34}} = \frac{r_3 - j/\omega C_3}{r_2} = \frac{r_4}{r_1 + j\omega L_1}$$

Die Trennung der reellen und imaginären Bestandteile ergibt

$$r_2 r_4 = r_1 r_3 + L_1/C_3, \quad r_3 \omega L_1 = r_1/\omega C_3 \; . \; . \; . \quad (99)$$

Daraus ergeben sich die beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$\alpha = \frac{1}{\omega C_3 \cdot r_3}, \quad L_1 = \frac{r_2 r_4}{r_3 (1 + \alpha^2)} \cdot \frac{\alpha}{\omega}, \quad r_1 = \frac{r_2 r_4}{r_3 (1 + \alpha^2)}. \quad (100)$$

Durch Messungen nach Art. 325 und 330 haben Grüneisen und Giebe Induktivitäten als Vielfache der gesetzlichen Einheit der Induktivität, des Henry, bestimmt (s. Art. 73, S. 95).

Siebenundfünfzigstes Kapitel.

Das Kompensationsverfahren für Gleichspannungen.

Art. 331. Das Poggendorffsche Kompensationsverfahren. Haben die beiden Spannungsstufen X und B in Fig. 395 gleiche Spannungen, so bleibt beim Schließen des Tasters t der Strommesser G stromlos.

Fig. 395.

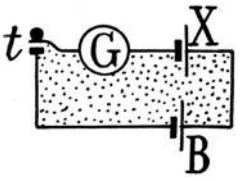
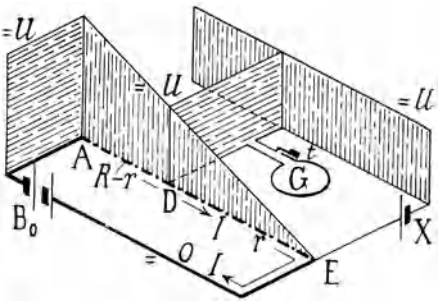


Fig. 396.



In Fig. 396 ist eine Anordnung dargestellt, bei der die unveränderliche Spannungsstufe B der Fig. 395 durch eine veränderliche Ohmsche Spannungsstufe rI ersetzt ist.

Man kann die Teilspannung (etwa durch Verschieben der Abzweigung D) verändern, bis Schließung des Tasters t keinen Ausschlag des Strommessers G hervorbringt, und hat dann die Bedingung erfüllt

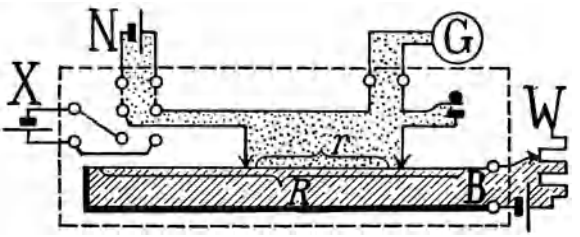
$$U = U_0 r / R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101)$$

Im Falle eines langen, zwischen A und E gespannten Drahtes ist das Verhältnis des Teilwiderstandes r zum Gesamtwiderstand R gleich dem Verhältnis der Teillänge zur Gesamtlänge des Drahtes.

Dies Verfahren ist ursprünglich von Poggendorff dazu benutzt worden, das Verhältnis U/U_0 zweier chemischer Spannungsstufen zu messen.

Art. 332. Das Feussnersche Kompensationsgerät wird von O. Wolff in Berlin hergestellt. Die wichtigste Anwendung ist in Fig. 397 dargestellt. Der Teilwiderstand r wird zunächst so eingestellt, daß sein Zahlenwert zu dem der Spannung eines Normalelementes N im Verhältnis einer Zehnerpotenz steht, also z. B. auf 1018,30 Ω. Dann wird mit Hilfe des Ballastwiderstandes W die

Fig. 397.

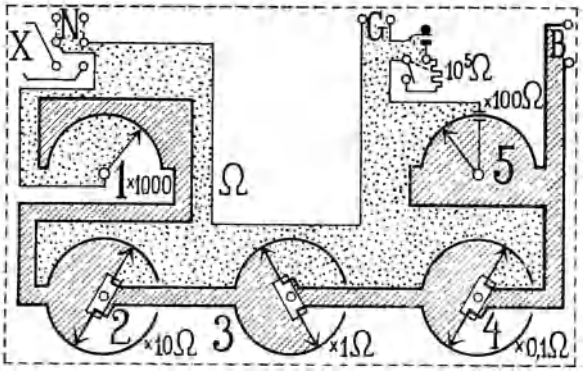


Gesamtstromstärke I so einreguliert, daß der N und G enthaltende Strommesserzweig stromlos wird. Der Zahlenwert $I/[A]$ hat dann einen runden Wert, z. B. 0,001. Darauf wird das Normalement N durch die zu untersuchende Spannungsstufe X ersetzt und der Teilwiderstand r_X gesucht, bei welchem der Strommesser stromlos wird. Dann haben Spannung U_X und Teilwiderstand r_X Zahlenwerte, deren Verhältnis gleich einer Zehnerpotenz, z. B. 0,001 ist. Die gesuchte Spannung von X ergibt sich also ohne Rechnung direkt aus der Ablesung des Teilwiderstandes r_X.

Ein gespannter gerader Draht (siehe die Fig. 396 und 397) ist für sehr genaue Messungen nicht geeignet. Deshalb wählte Feussner Kurbelwiderstände. Zwei solcher Widerstände (1 und 5 in Fig. 398) können einfach in Reihe geschaltet werden und den konstanten Gesamtwiderstand bilden, während der Strommesserkreis von den Kurbeln abgezweigt wird. Zwei Widerstände sind aber nicht fein genug unterteilbar. Deshalb ergänzte Feussner die beiden Einfachkurbelwiderstände (1 und 5 in Fig. 399) durch drei Doppel-

kurbelwiderstände (2, 3 und 4). Die obere Kurbel schaltet (bei Drehung im Sinne des Uhrzeigers) in den Gesamtstromkreis ebensoviel Widerstand ein, wie die untere Kurbel ausschaltet. In dem Teilwiderstand liegt nur der durch die obere Kurbel eingeschaltete Widerstand. Der Widerstand 2 enthält neun Einzelwiderstände von je 10 Ω; der Widerstand 3 neun Einzelwiderstände von je 1 Ω. Nur der

Fig. 398.



Widerstand 1 enthält mehr als 9, nämlich 14 Einzelwiderstände von je 1000 Ω. Der Höchstwert des Teilwiderstandes und der konstante Gesamtwiderstand sind beide gleich 14 999,9 Ω.

Das Verfahren, zwei Spannungsstufen (X und N) nacheinander mit einer dritten (B) zu vergleichen, hat vor dem in Fig. 396 dargestellten den großen Vorzug, daß die beiden untersuchten Spannungsstufen (X und N) stromlos sind.

Art. 333. Das Westonsche Normalelement hat seinen Vorläufer, das Clarksche Normalelement, fast vollständig verdrängt, weil seine Spannung von der Temperatur sehr wenig beeinflußt wird. Es ist möglich, Westonsche Normalelemente bei Innehaltung gewisser Vorschriften so herzustellen, daß sie alle die gleiche (von der Temperatur fast unabhängige) Spannung U zeigen. Die Zusammensetzung der Elemente wird später näher dargelegt, ebenso die Temperaturabhängigkeit des gesättigten Elementes. Hier sei nur erwähnt, daß es zwei Arten von Westonelementen gibt. Die Spannungen sind [nach Jaeger, Elektrische Meßtechnik, 2. Aufl. (Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1922)]

$$\left.\begin{aligned} &\text{für das gesättigte Element } U_{20} = 1{,}018\,30 \text{ V} \\ &\text{für das ungesättigte Element } U = 1{,}018\,70 \text{ V} \end{aligned}\right\} \quad (102)$$

In der Reichsanstalt wird das gesättigte Element vorzugsweise benutzt. Als Teilwiderstand (siehe den Anfang von Art. 332) wird zweckmäßig der Widerstand $r_N = 10\,183{,}0\ \Omega$ eingestellt. Dann ist die Gesamtstromstärke 0,0001 A. Der abgelesene Teilwiderstand r_X muß mit 0,0001 multipliziert werden; der so erhaltene Zahlenwert ist gleich dem Zahlenwert der Spannung der Spannungsstufe X.

Art. 334. Das Rapssche Kompensationsgerät (vom Wernerwerk in Berlin) unterscheidet sich von dem Feussnerschen in mehrfacher Beziehung. — Es sind, wie Fig. 399 zeigt, besondere Stöpselwiderstände r_0 von 10 187, 1018,7, 101,87 und 10,187 Ω vorhanden; während der Stromkreis NG an einem dieser Widerstände liegt, wird (mittels des Widerstandes W) diejenige Stromstärke hergestellt, die den Stromkreis NG stromlos macht. Sodann wird der Teilwiderstand r eingestellt, bis der Stromzweig XG stromlos ist.

Fig. 399.

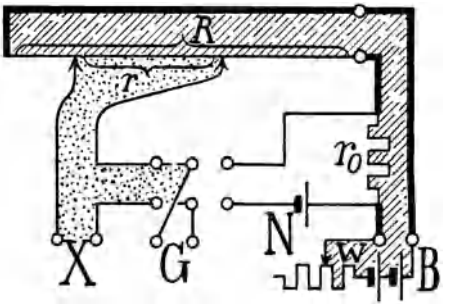
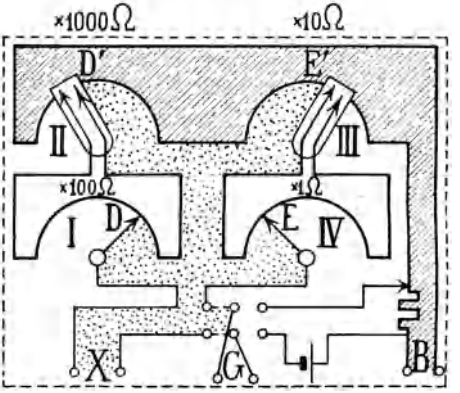


Fig. 400.



Die meßbare Änderung des Teilwiderstandes bei konstantem Gesamtwiderstand ist in Fig. 400 dargestellt. Die Widerstände I und II bestehen aus Einzelwiderständen von je 1000 Ω, die Widerstände III und IV aus Einzelwiderständen von je 10 Ω. Die unteren Widerstände I und IV enthalten je neun Einzelwiderstände, betragen also 9000 bzw. 90 Ω. Die Stromstärke in I (IV) ist daher zehnmal kleiner als sie in II (III) außerhalb der Parallelkurbel ist.

Die veränderliche Ohmsche Teilspannung zwischen den Abzweigpunkten D, E ist ebenso groß, als ob die Widerstandssumme

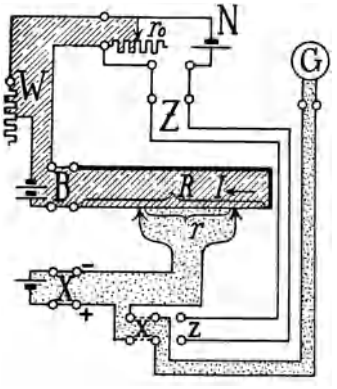
$$(r) = 0{,}1\,(DD') + (D'E') + 0{,}1\,(E'E)$$

von dem Gesamtstrom I durchflossen würde. Man erhält also den Teilwiderstand (r) durch direkte Ablesung der Anzahl der eingeschalteten Widerstände und Multiplikation der abgelesenen Zahlen mit 1000, 100, 10 bzw. 1.

Die Unterteilung ist weniger fein als beim Feussnerschen Kompensationsgerät. Durch Interpolation kann man leicht den Teilwiderstand ermitteln, bei dem der Strommesserausschlag Null wird. Der Gesamtwiderstand beträgt meistens 11000 Ω.

Art. 335. Das Diesselhorstsche Kompensationsgerät (von O. Wolff in Berlin) unterscheidet sich von den vorbeschriebenen in erster Linie dadurch, daß der Gesamtwiderstand R nur 90 Ω beträgt. Es kann dieselbe kleine Gesamtstromstärke eingestellt werden wie beim Rapsschen Gerät. Die hierzu nötigen Teile N und r_0 liegen außerhalb des Diesselhorstschen Gerätes.

Fig. 401.



Die am Teilwiderstand r erzeugte Ohmsche Spannung kann viel kleiner sein als die Spannung des Normalelementes. Das Gerät ist also besonders dazu geeignet, Spannungen von einigen Tausendstel Volt, z. B. Thermokräfte, genau zu messen. Die Klemmenpaare B und X sind dicht nebeneinander angeordnet. Die in den Fig. 401 und 402 der Einfachheit halber gezeichneten festen Verbindungen bei B und X können also durch zwei Stromwender ersetzt werden, die zusammen einen vierpoligen Umschalter bilden.

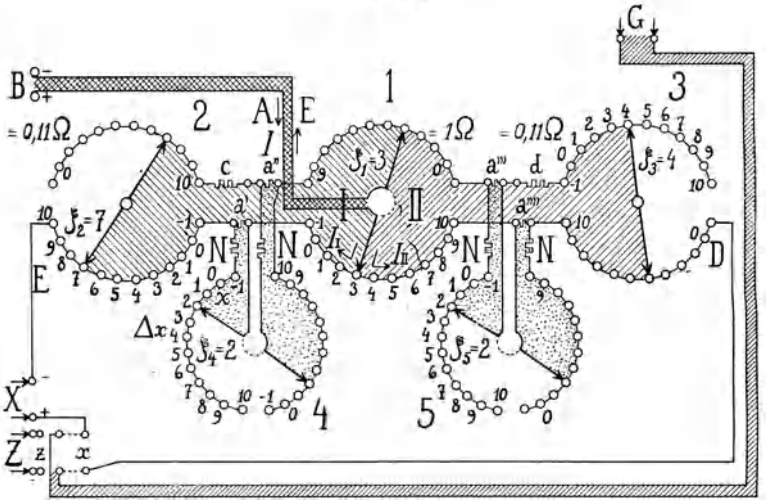
Die beschriebenen Kompensationsgeräte haben alle drei im Strommesserkreis eine Hilfseinrichtung, die nur in Fig. 398 gezeichnet worden ist: der Strommesser wird zuerst mit einem Vorwiderstand von 100 000 Ω, dann erst ohne diesen gebraucht.

Fig. 402 zeigt die Art, wie die veränderliche Ohmsche Spannung rI erzeugt wird. Diesselhorst benutzt dabei Anregungen von Hausrath und von White.

1. Alle fünf Kurbelwiderstände bestehen aus je zwei Reihen von Einzelwiderständen, deren Abzweigknöpfe in je zwei Halbkreisen angeordnet sind. In jeder der zehn Widerstandsreihen sind 11 Einzelwiderstände vorhanden. Zwischen zwei benachbarten Abzweigknöpfen, die an demselben Durchmesser liegen, sind immer gleiche Einzelwiderstände vorhanden.

Die Kurbelwiderstände 1, 2, 3 haben lauter gleiche Einzelwiderstände r_0, die bei 2 und 3 gleich 0,11 Ω, bei 1 gleich 1 Ω sind. Hat der stromdurchflossene Teil einer Widerstandsreihe den Widerstand $(\xi + 1)r_0$, so hat der stromdurchflossene Teil der anderen

Fig. 402.



Widerstandsreihe desselben Widerstandes den Kurbelwiderstand $(10 - \xi)r_0$. Bei 2 ist z. B. $\xi = 7$. Die untere (bzw. obere) Widerstandsreihe schaltet in den Stromkreis I den Widerstand 8 . 0,11 Ω (bzw. 3 . 0,11 Ω) ein. Bei 1 ist z. B. $\xi = 3$. Die untere (bzw. obere) Widerstandsreihe schaltet in den Stromkreis I den Widerstand 4 . 1 Ω (bzw. 7 . 1 Ω) ein.

Bei Drehung der Kurbeln im Sinne des Uhrzeigers schaltet der obere Kurbelarm von 2 (der untere von 1) ebensoviel Widerstand aus, wie der untere Kurbelarm von 2 (der obere von 1) einschaltet. Ähnliches gilt für den Stromkreis II. Die Widerstände R_I des Stromzweiges I, R_{II} des Stromzweiges II werden durch Drehen der Doppelkurbeln 1, 2, 3 nicht geändert.

Die beiden Widerstände 4 und 5 haben gleiche Bauart und Schaltung. Die vier Festwiderstände a', a'', a''' und a'''' sind einander gleich, ebenso die vier Festwiderstände N. Zu jedem der Festwiderstände a ist ein Stromzweig parallel geschaltet, der aus N und einem Teil einer Widerstandsreihe besteht. Der durch die Parallelschaltung gebildete Widerstand $|a|$ soll bei Verstellung einer Doppelkurbel um einen Knopf immer um gleichviel, um den Widerstandsschritt Δa, zu- oder abnehmen. Für den Einzelwiderstand Δx, der die Änderung Δa bewirkt bzw. die Widerstandssumme, gilt

$$\Delta x = \frac{\Delta a\,(a+N+x)^2}{a^2-\Delta a(a+N+x)} \text{ bzw. } x_\xi = \frac{(\xi+1)\,\Delta a\,(a+N)^2}{a^2-(\xi+1)\,\Delta a(a+N)}. \quad (103)$$

Die Doppelkurbel 4 (bzw. 5) schaltet in den Stromkreis I (bzw. II) ebenso viele gleiche Widerstandsschritte Δa ein wie aus: wird $|a'|$ vergrößert, so wird $|a''|$ verkleinert und umgekehrt. Die Widerstände R_{I} des Stromzweiges I und R_{II} des Stromzweiges II werden also auch durch Drehen der Doppelkurbeln 4 und 5 nicht geändert.

Die Festwiderstände c im Stromzweig I, d im Stromzweig II haben den Zweck, zu bewirken, daß der Widerstand R_{I} des Stromzweiges I zehnmal kleiner wird als der Widerstand R_{II} des Stromzweiges II, so daß sich der Gesamtstrom I in zwei Teilströme I_{I} und I_{II} teilt, deren Stromstärken im Verhältnis 10 : 1 stehen.

Es ist also $I_{\mathrm{I}} = I/1{,}1$ und $I_{\mathrm{II}} = I/11$ . . . . . (104)

2. Nunmehr ist es leicht, die konstanten Widerstände R_I und R_{II} auszudrücken. Man erhält

$$\left.\begin{aligned} R_{\mathrm{I}} &= 11\,[0{,}11\,\Omega + 1\,\Omega + \Delta a] + c \\ R_{\mathrm{II}} &= 11\,[0{,}11\,\Omega + 1\,\Omega + \Delta a] + d \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (105)$$

3. Wir berechnen nun die veränderliche Ohmsche Spannung rI zwischen den Abzweigpunkten D und E des Strommesserkreises. Der Strom I_1 ruft zwischen dem unteren Knopf ξ_1 und E eine positive Spannung hervor, der Strom I_{II} zwischen ξ_1 und D ebenfalls. Zieht man die letztere von der ersteren ab, so erhält man die Teilspannung rI.

Wählt man $\Delta a = 0{,}001\,100\,\Omega$ . . . . . (106)

so gilt eine einfache Gleichung für den Teilwiderstand r, der mit der Gesamtstromstärke I multipliziert, die Ohmsche Teilspannung ergibt. Es ist

$$r = [1\,.\,\xi_1 + 0{,}1\,\xi_2 + 0{,}01\,\xi_3 + 0{,}001\,\xi_4 + 0{,}0001\,\xi_5]\,.\,1\,\Omega \quad (107)$$

4. Setzt man den für Δa gewählten Wert (106) in die Gl. (103) ein, so erhält man

$$\Delta x = \frac{0{,}001\,100\,(a + N + x)^2 \,.\, 1\,\Omega}{a^2 - 0{,}001\,100\,(a + N + x) \,.\, 1\,\Omega} \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

Wählt man $a = 1\,\Omega$, $N = 81{,}6446\,\Omega$, $a + N = 82{,}6446\,\Omega$, $x = 0$, so ergibt sich der erste Einzelwiderstand $\Delta x\,|_{-1}^{0} = 8{,}264\,46\,\Omega$. Setzt man diesen Wert für x ein, so erhält man den zweiten Einzelwiderstand $\Delta x\,|_{0}^{1} = 10{,}1010\,\Omega$. Setzt man die Summe der beiden ersten Δx für x ein, so erhält man den dritten Einzelwiderstand. Die Wahl von N ist so getroffen, daß der letzte Einzelwiderstand gerade gleich ∞ wird.

5. Setzt man den für Δa erhaltenen Wert (106) in die Gl. (105) ein, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} R_{\mathrm{I}} &= 11\,.\,1{,}111\,100\,\Omega + c, \quad R_{\mathrm{II}} = 11\,.\,1{,}111\,100\,\Omega + d \\ R_{\mathrm{I}} &= 0{,}1\,R_{\mathrm{II}} \end{aligned}\right\} \quad (109)$$

Wählt man c so, daß $R_{\mathrm{I}} = 99\,\Omega$ wird, und d so, daß $R_{\mathrm{II}} = 990\,\Omega$ wird, so ist der Gesamtwiderstand, d. h. der Widerstand, den der Gesamtstrom I zu durchfließen hat, $R = 90\,\Omega$.

Art. 336. Die wichtigsten Anwendungen der Kompensationsgeräte sind folgende. Vgl. die Fig. 399 und 401.

1. Messung einer Spannung. Mit Hilfe des Ballastwiderstandes W wird der Gesamtstrom I eingestellt, bis die Ohmsche Spannung an einem Vorwiderstand r_0 gleich der Spannung des Normal-

Fig. 403.

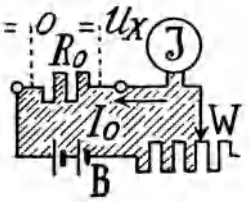


Fig. 404.

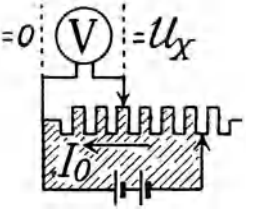
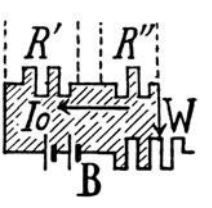


Fig. 405.



elementes ist. Sodann wird der Teilwiderstand r geändert, bis die Ohmsche Teilspannung rI gleich der zu messenden Spannung U_X ist.

2. Messung einer Stromstärke. Ist U_x die Spannung an einem Widerstandsmaß (R_0), die in der Anordnung Fig. 403 vom Strome I_0 erzeugt wird, so findet man die Stromstärke

$$I_0 = U_X / R_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110)$$

Die Methode kann zur Eichung des Strommessers J benutzt werden.

3. Eichung eines Spannungsmessers. Man kompensiert (s. Fig. 404) die Spannung U_X an einem Spannungsmesser V und beobachtet die Ausschläge y von V.

4. Die Vergleichung zweier Widerstände (R' und R'' in Fig. 405) erfordert die Anwendung eines Normalelementes nicht. Man stellt den Teilwiderstand r' des Kompensationsgerätes auf eine runde Zahl ein und ändert den Ballastwiderstand W, bis die Ohmsche Teilspannung $r'I$ gleich der Spannung am Widerstand R' geworden ist. Darauf stellt man den Teilwiderstand r'' her, bei welchem die Ohmsche Spannnng $r''I$ gleich der Spannung an R'' geworden ist. Es ist dann

$$R''/R' = r''/r' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

Ist z. B. R' ein Widerstandsmaß von $1\,\Omega$, $r' = 100\,\Omega$, $r'' = 148\,\Omega$, so findet man ohne Rechnung, durch bloße Ablesung $R'' = 1{,}48\,\Omega$. Vgl. Fig. 380, S. 363 und Art. 338, Nr. 4.

Achtundfünfzigstes Kapitel.

Nullmethoden zur Messung kleiner Widerstände.

Art. 337. Wichtigkeit und Schwierigkeit der Messung von kleinen Widerständen. Zu allen Meßgeräten für starke Gleichströme sind Leiter mit kleinem Widerstand parallel geschaltet. — Um ferner den spezifischen Widerstand eines Metalles zu messen, schneidet man Stäbe (also Leiter von kleinem Widerstand) aus dem Metall heraus. Wenn man das Metall durch Ziehen in die Form dünner Drähte bringen würde, so wäre die Widerstandsmessung leichter, aber die Gefahr bestände, daß die Kristallstruktur geändert und die Oberfläche verunreinigt worden wäre.

Die genaue Kenntnis kleiner Widerstände ist also von großer Wichtigkeit. Ihre Messung ist nun mit folgenden Schwierigkeiten verknüpft.

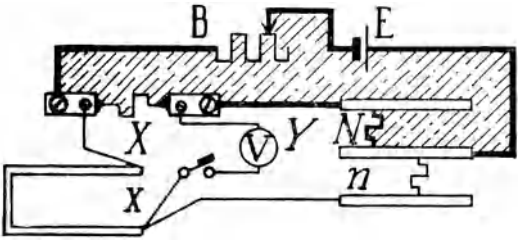
Die beiden Übergangswiderstände, die der Strom beim Eintritt und beim Austritt in den untersuchten Widerstandsleiter zu überwinden hat, können mehrfach größer sein als der zu messende Widerstand selbst. Es müssen also besondere Strom- und Spannungsklemmen vorgesehen sein (s. Art. 218, S. 260). Bei sehr genauen Messungen müssen ferner die Übergangswiderstände herabgedrückt

werden, was durch Verwendung von Quecksilberkontakten geschieht. Bei Messungen für Übungszwecke ist dies nicht empfehlenswert. Das Meßverfahren sollte so gewählt werden, daß die Messung weder durch die Größe noch durch etwaige Veränderung der Übergangswiderstände merklich beeinflußt wird.

Eine andere Schwierigkeit liegt in folgendem. Um einen Widerstand genau bestimmen zu können, muß man dem Leiter eine Leistung RI^2 zuführen, die möglichst groß gegen die Leistung ist, die den Stromzeiger zu noch erkennbaren Ausschlägen veranlaßt. Die Stromstärke I muß bei kleinem R beträchtlich sein, beispielsweise 10 A betragen. Es ist schwierig, so starke Ströme vollkommen konstant zu halten. Daher sollte das Meßverfahren so gewählt werden, daß Schwankungen der Stromstärke I die Einstellung und das Meßergebnis nicht merklich beeinflussen.

Art. 338. Meßverfahren zur Bestimmung kleiner Widerstände, die den beiden genannten Bedingungen entsprechen, sind im folgenden unter Nr. 1, 2 und 3 beschrieben. Die Verfahren 4 und 5 verlangen Konstanz des Stromes I. Bei den Verfahren Nr. 2, 3, 4 und 5 wird der zu messende Widerstand X mit einem andern N von an-

Fig. 406.



nähernd gleicher Größe in Reihe geschaltet; beide werden von Starkstrom I durchflossen. Das Verfahren Nr. 1 liefert zwar richtige, aber nicht sehr genaue Ergebnisse, weil I keine großen Werte erhalten kann; es ist nur auf Widerstände von mindestens 0,1 Ω anwendbar.

Nr. 1. Wheatstonebrücke mit einem kleinen und drei größeren Widerständen. In der Anordnung Fig. 406 habe der zu untersuchende Leiter den Widerstand $X \approx 0{,}5\,\Omega$; ein Verzweigungskasten bilde die Widerstände N und n; ein Widerstandskasten sei bei Stromlosigkeit von G auf x eingestellt (wenn $N = 10\,\Omega$, $n = 1000\,\Omega$), oder auf x' (wenn $N = 1\,\Omega$ und $n = 100\,\Omega$). Im

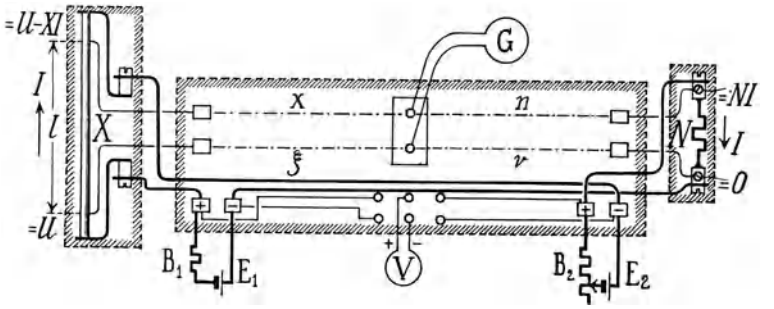
ersten Falle kann der Übergangswiderstand Y gegen N vernachlässigt werden. Man erhält daher

$$X = x/100 \quad \text{und} \quad Y \approx 1\,\Omega\,.(x - x')/x' \quad . \quad . \quad . \quad (112)$$

Bei einer solchen Messung war $x = 73{,}7\,\Omega$, $x' = 73{,}1\,\Omega$. Daraus folgt $X = 0{,}737\,\Omega$ und $Y \approx 0{,}008\,\Omega$.

Nr. 2. Die Thomsonbrücke mit einer Spannungsstufe kann so ausgeführt werden, wie es Fig. 407 zeigt. Die Spannungsstufe E_1 (E_2, B_2 sind durch einen Kurzschluß ersetzt) treibt einen starken Strom I durch die beiden, in Reihe geschalteten Widerstände X und N. Die Eintrittsseite des einen Widerstandes ist mit

Fig. 407.



der Austrittsseite des andern durch ein Widerstandspaar überbrückt. Diese beiden Widerstandspaare x, n und ξ, ν durch zwei Meßdrähte zu verwirklichen, hat Schering vorgeschlagen. Der Verbindungspunkt zweier aneinander grenzender Widerstände (x, n) ist mit dem der beiden andern (ξ, ν) durch den Stromzeiger G verbunden.

In Fig. 408 a ist der Spannungszustand der einzelnen Leiterstellen dargestellt (vgl. Fig. 383). Es ist

$$\left.\begin{aligned} u_{\xi\nu} &= U\,\frac{\nu}{\xi + r} \quad \text{und} \quad NI + [(U - XI) - NI]\,\frac{n}{x + n} \\ &= u_{xn} = U\,\frac{n}{x + n} + I\,\frac{Nx - Xn}{x + n} \end{aligned}\right\} \quad (113\,a)$$

Bei Gleichheit der beiden Spannungen $u_{\xi\nu}$ und u_{xn} ist der Stromzeiger G stromlos, daher

$$X = N\,\frac{x}{n} - \frac{U}{I}\,\frac{x/n - \xi/\nu}{1 + \xi/\nu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (113\,b)$$

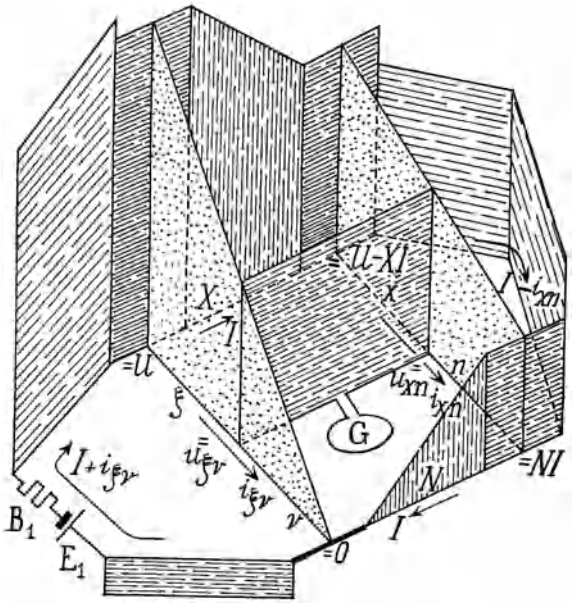
Bei der Scheringschen Brücke ist ohne weiteres

$$x/n = \xi/\nu \quad \text{und} \quad X = Nx/n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (113\,c)$$

Bei Verwendung von Widerstandskästen an Stelle der Meßdrähte kann man auch so verfahren. Man macht $x/n \approx \xi/\nu$, mißt annähernd U und I und stellt das zweite Glied der rechten Seite von Gl. (113 b) als kleine Korrektion in Rechnung.

Nr. 3. Die Thomsonbrücke mit zwei Spannungsstufen ist vom Verf. angegeben und in den Fig. 407 und 408b dargestellt. Man schließt zuerst den Hauptstromkreis, reguliert B_2, bis die beiden Klemmenspannungen $E_1 - B_1 I$ und $E_2 - B_2 I$ nahezu gleich sind

Fig. 408 a.



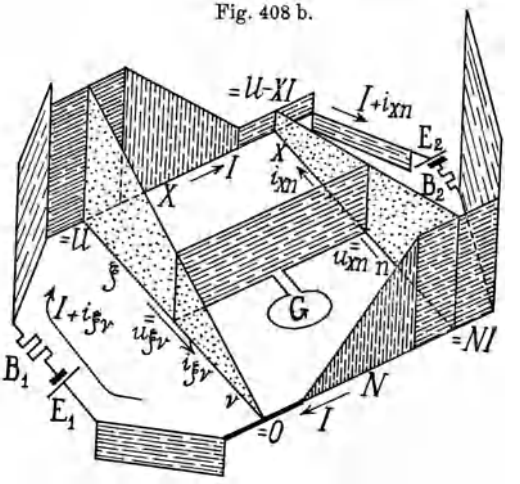
und schließt dann erst die Meßdrähte an. Das Gleichgewicht ist ebenso wie bei Verwendung von einer Spannungsstufe, unabhängig von der Größe der Spannung U. Es gelten also die Gl. (113). Durch die Verwendung von zwei Spannungsstufen wird der Vorteil erreicht, daß die Spannung U verkleinert wird. Infolgedessen sind die Spannungsabfälle in den Meßdrähten kleiner und es fallen gewisse Fehlerquellen fort, die bei Nr. 2 ohne Verwendung von Quecksilberkontakten störend auftreten.

Nr. 4. Kompensationsverfahren. Man kompensiert zuerst die Spannung XI, sodann die Spannung NI (s. die Fig. 408 a und b).

Das Verhältnis der kompensierenden Spannungen ist gleich X/N. Das Verfahren setzt voraus, daß die Stromstärke I genau konstant bleibt.

Nr. 5. Die Methode des übergreifenden Nebenschlusses (F. Kohlrausch) erfordert einen Strommesser mit zwei Wicklungshälften 1 und 2. Man schaltet 1 zwischen die Stellen, wo nach Fig. 408 a die Spannungen $U - XI$ und 0 herrschen, 2 zwischen den Stellen, an denen die Spannung U und NI ist. Erfüllen 1 und

Fig. 408 b.



2 die Bedingung, daß bei gleichen Klemmenspannungen an 1 und 2 kein Ausschlag erfolgt, so zeigt Verschwinden des Ausschlages an, daß $X = N$ ist. Da obige Bedingung nicht genau zu erfüllen ist, so sind zwei Messungen erforderlich, bei denen die Spannungsstufe einmal den Platz von E_1 in Fig. 408 b, das andere Mal den Platz E_2 einnimmt. Das Verfahren erfordert völlige Konstanz der Stromstärke I, also sowohl der Ballast- wie auch der Übergangswiderstände.

Neunundfünfzigstes Kapitel.

Messung von Wechselspannungen durch Kompensation.

Art. 339. Die Messung einer Gegeninduktivität kann 1. nach der in Fig. 409 dargestellten Methode ausgeführt werden. Die Stromstärke i_1 in der Spule 1 steht zur Generatorspannung u_1 in der Beziehung

$$\overline{U_1} = \overline{I_1}(R_1 + j\omega L_1).$$

Ist M die Gegeninduktivität zwischen den Spulen 1 und 2, so ist

$$\overline{U_2} = \overline{I_1} j\omega M.$$

Sind Fernhörer F und Spule 2 stromlos, so ist U_2 gleich der Spannung im Abzweigpunkt D. Die Stromstärke im Widerstand l ist dann $i_r + i_C$, so daß $(\overline{U_1} - \overline{U_2})(1/r + j\omega C) = \overline{U_2}/l$.

Für U_2 erhält man die beiden Ausdrücke

$$\frac{j\omega M \overline{U_1}}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{\overline{U_1}(1/r + j\omega C)}{1/l + 1/r + j\omega C},$$

also ist

$$j\omega M(1/l + 1/r + j\omega C) = (1/r + j\omega C)(R_1 + j\omega L_1).$$

Die reellen und die imaginären Glieder müssen für sich gleich sein. Dadurch erhält man

$$\alpha = r\omega C, \quad M = \frac{L_1}{1 + r/l(1+\alpha^2)}, \quad R_1 = \frac{\omega L_1 \alpha}{1 + (1+\alpha^2) l/r} \quad (114\,a)$$

Fig. 409.

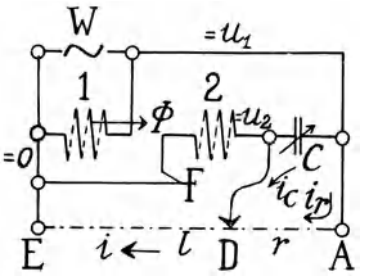
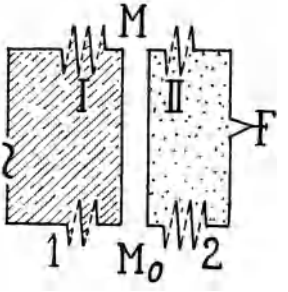


Fig. 410.



Wenn der Ohmsche Widerstand R_1 sehr klein gegen den induktiven Widerstand ωL_1 ist, dann ist die Kapazität C entbehrlich, man erhält ohne sie ein scharfes Tonminimum. Dann ist einfach $\alpha = 0$, mithin

$$M = L_1 l/(l + r) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (114\,b)$$

Dann erzeugt der Induktionsfluß Φ in 1 und in 2 zwei Spannungen, die mit der Maschinenspannung u_1 in Phase sind.

Als Induktivität L_1 kann die nach Gl. (72), S. 95 [1]) berechnete Induktivität L einer zylindrischen Spule dienen, deren Durchmesser und Länge gleich sind. Es ist

$$L = (0{,}08241\,\omega)^2\, l/[\mathrm{cm}]\,\mu\mathrm{H}.$$

[1]) Die dort angegebene Zahl 0,05309 ist durch 0,05433 zu ersetzen.

2. Ist in der Anordnung Fig. 410 die Gegeninduktivität M_0 zwischen 1 und 2 bekannt, so ist bei Stromlosigkeit in dem Telephon F die (kleine) Gegeninduktivität $M = M_0$.

Eine veränderliche Normale für die (kleine) Gegeninduktivität M_0 erhält man auf folgende Weise. Zwei gleichachsige Windungen vom Durchmesser $2R$, deren Entfernung x_0 ist, haben nach Gl. (62), S. 91 die Gegeninduktivität

$$M = \frac{0{,}4\,\pi \cdot 10^{-8}}{1{,}000\,51}\,\frac{R}{[\mathrm{cm}]}\left\{\left[\frac{2}{k} - k\right]\mathsf{K} - \frac{2}{k}\,\mathsf{E}\right\}\mathsf{E}\Bigg\} \qquad (115)$$
$$k = \sin\alpha \text{ und } tg\,\alpha = 2R/x_0 \Bigg\}$$

Bei Verwendung von w_1 bzw. w_2 eng aneinanderliegenden Windungen ist der Ausdruck für M mit $w_1 w_2$ zu multiplizieren.

Art. 340. Das Übersetzungsverhältnis eines Transformators kann 1. annähernd richtig in der einfachen Anordnung Fig. 411 bestimmt werden, in der AE ein gerader Brückendraht ist. Es ist einfach

$$w_2/w_1 \geqq r/l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

Fig. 411.

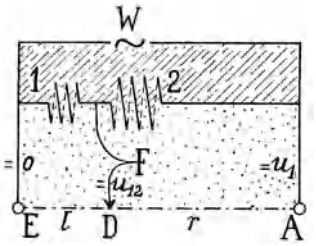
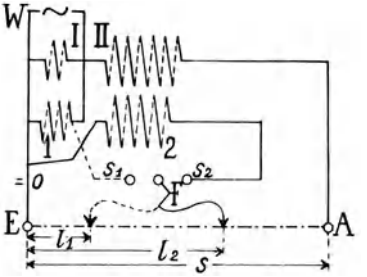


Fig. 412.



Bei großen Transformatoren verschlechtern die Endenkapazitäten C_1 und C_2 das Minimum. Künstliche Vergrößerung von C_1 bringt Abhilfe.

2. Richtigere Werte erhält man durch die Anordnung Fig. 412. Der Hilfstransformator I, II muß ein höheres Übersetzungsverhältnis haben als der zu untersuchende Transformator 1, 2. AE ist ein gerader Brückendraht. Sind l_1 bzw. l_2 die bei den Schalterstellungen s_1 bzw. s_2 gemessenen Abstände, in denen F stromlos ist, so ist einfach

$$w_2/w_1 = l_2/l_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

3. Gewöhnlich hat die Oberspannungsspule (2 in Fig. 412) eines Transformators einen größeren Durchmesser als die Unterspannungs-

spule (1); dies zeigt z. B. Fig. 236, S. 217. Dann erzeugt in der Anordnung Fig. 411 der die Spulen 1 und 2 durchfließende Strom an 2 eine etwas höhere Spannung, als dem Windungsverhältnis w_2/w_1 entspricht, weil viele der erzeugten magnetischen Feldlinien in dem Zwischenraum zwischen 2 und 1 verlaufen und die Spannung an 2, aber nicht an 1 erhöhen. Gl. (116) liefert also einen etwas zu großen Wert für das Übersetzungsverhältnis w_2/w_1.

Bei der Anordnung Fig. 412 kann der Querschnitt von 2 beliebig groß sein: Gl. (117) liefert richtige Werte von w_2/w_1, weil 2 stromlos bleibt.

Sechzigstes Kapitel.

Magnetische Messungen mit dem ballistischen Strommesser.

Art. 341. Die Vergleichung zweier Induktionsflüsse durch Beobachtung von Ausschlägen ist in Fig. 413 dargestellt.

1. Durch einen Umschalter kann die Spannungsstufe E in den Stromkreis I oder in den Stromkreis 1 geschaltet werden. Der Strom I_{I} rufe in jeder Windung der Spule II den Induktionsschluß Φ_{II}, der Strom I_1 rufe in jeder Windung der Spule 2 den Induktionsfluß Φ_2 hervor. Ein dritter Stromkreis enthält den ballistischen Strommesser B und die Wicklung II, die den Induktionsfluß Φ_{II} umschlingt, sowie die Wicklung 2, die den Induktionsfluß Φ_2 umschlingt. Die Zahl der Windungen II sei w_{II}, die der Windungen 2 sei w_2. Die Erzeugung (oder Vernichtung) des Induktionsflusses Φ_2 rufe den Ausschlag y_{m2} des Strommessers B, die von Φ_{II} den Ausschlag $y_{m\,\mathrm{II}}$ hervor. Damit der Strommesserkreis bei beiden Versuchen unter möglichst gleichen Bedingungen steht, wird vor Einschaltung der Spannungsstufe in einen der beiden primären Stromkreise der andere Primärkreis kurzgeschlossen.

2. Nach dem II. Grundgesetz entsteht, falls einer der Induktionsflüsse Φ um $\mathrm{d}\Phi$ geändert wird, im Meßkreis die Umlaufspannung $u = w \cdot \mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$. Also ist $u \cdot \mathrm{d}t = w \cdot \mathrm{d}\Phi$. Ist der Ohmsche Widerstand R des Meßkreises hinreichend groß, so ist die Stromstärke im Meßkreis $i = u/R$, also

$$Ri \cdot \mathrm{d}t = w \cdot \mathrm{d}\Phi \quad \text{und} \quad Q = (w/R)\Delta\Phi \quad . \; . \; (118)$$

Bei einer endlichen Änderung von Φ um $\Delta\Phi$ wird die Ladung Q durch den ballistischen Strommesser getrieben.

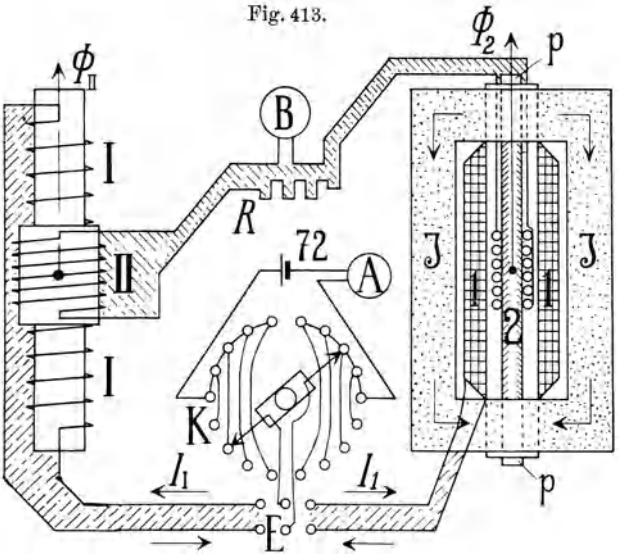
Nach Art. 298 ist nun die Ladung Q dem Ausschlag y_m proportional. Setzt man den Ausdruck $Q = Q_0 y_m$ in (118) ein, so erhält man

$$\Delta\Phi = \frac{Q_0 R}{w} y_m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (119)$$

Durch die beiden durch Fig. 413 dargestellten Versuche erhält man

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_{II}} = \frac{w_{II}}{w_2} \frac{y_{m2}}{y_{m\,II}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (120)$$

Fig. 413.



3. Wenn der Strombelag der langen, geraden, im Stromkreis I liegenden Spule $a = I_I w_I / l_I$ ist und die Querschnitte F_I und F_{II} als gleich angesehen werden können, so ist der absolute Induktionsfluß

$$\Phi_{II} = \mu_0 F_I I_I w_I / l_I.$$

Setzt man diesen Ausdruck in Gl. (120) ein, so ergibt sich der zu messende Induktionsfluß

$$\Phi_2 = \mu_0 \frac{w_{II}}{w_2} \cdot \frac{y_{m2}}{y_{m\,II}} \cdot \frac{F_I I_I w_I}{l_I} \quad \ldots\ldots \quad (121)$$

Hierin ist $\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-8}\,\Omega\,s/\mathrm{cm}$ zu setzen, I_I ist in A, F_I in cm^2, l_I in cm zu messen. Wenn man den relativen Induktionsfluß erhalten will, so ist μ_0 durch 1 zu ersetzen. Die Einheit des absoluten Induktionsflusses ist 1 Voltsekunde, die des relativen 1 Amperezentimeter.

Art. 342. Die ballistische Aufnahme einer Magnetisierungskurve erfordert zunächst 1. die Messung der Änderungen $\Delta \Phi_2$ eines Induktionsflusses Φ_2, die bei stufenweiser Änderung des Feldstromes I_1 um ΔI_1 eintreten. Man findet ΔI_1 durch Beobachtung des Strommessers A. In Gl. (121) ist Φ_2 durch $\Delta \Phi_2$, ferner I_1 durch ΔI_1 zu ersetzen.

Die Änderungen ΔI_1 müssen so vorgenommen werden, daß I_1 von $-I_{m1}$ bis $+I_{m1}$, darauf von $+I_{m1}$ bis $-I_{m1}$ stufenweise geändert wird. Ein sehr bequemes Hilfsmittel hierzu ist ein Kurbelwiderstand, K in Fig. 413, der mit der Spannungsstufe E in Reihe geschaltet ist.

Verbindet man die Punkte, dessen rechtwinklige Koordinaten

$$\Phi_2 = \Sigma \Delta \Phi_2 \quad \text{und} \quad I_1 = \Sigma \Delta I_1$$

sind, so erhält man eine Kurve, welche den Induktionsfluß Φ_2 als Funktion des Feldstromes I_1 darstellt.

2. Es ist nun noch die Aufgabe zu lösen, aus Φ_2 die magnetische Induktion $\mathfrak{B}_2$, aus I_1 die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}_1$ zu ermitteln. Die Aufgabe ist leicht und genau lösbar, wenn der untersuchte magnetische Kreis ein gleichmäßig bewickelter Eisenring ist. Schwieriger ist die Lösung der Aufgabe, wenn ein magnetischer Kreis untersucht wird, der nach Fig. 413 aus einem Probestab und einem Schlußjoch besteht. In erster Annäherung kann man (wie beim Ringe)

$$\mathfrak{H}_1 = w_1 I_1 / l_1 \text{ und } \mathfrak{B}_2 = \Phi_2 / F_2 \ldots\ldots (122)$$

setzen (worin l_1 die freie Länge des Probestabes ist). Bezüglich der Einzelheiten sei auf das Buch Gumlich, Magnetische Messungen (Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1918), verwiesen.

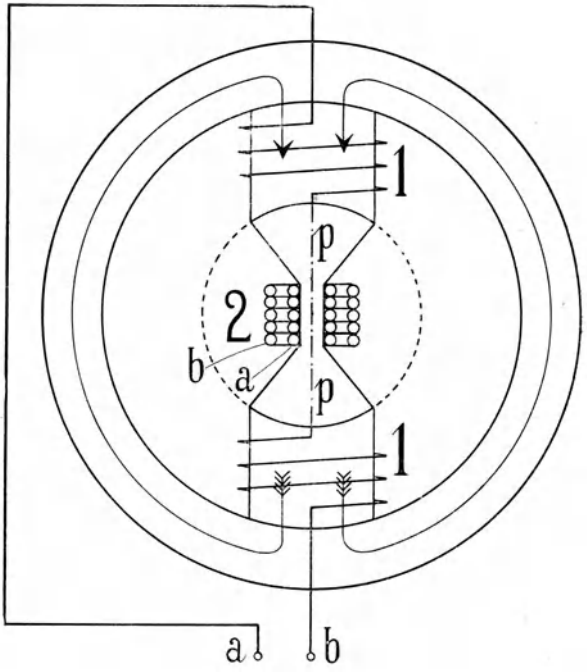
Art. 343. Die Isthmusmethoden nach Ewing und nach Gumlich dienen dazu, Stoffe in höheren Feldstärken zu untersuchen als es die in Art. 342 beschriebene Schlußjochmethode von Hopkinson gestattet.

1. Die Ewingsche Methode ist in Fig. 414 dargestellt. Die mittlere Einschnürung des Probestückes pp bildet den weitaus größten Teil des magnetischen Kreiswiderstandes. In der Einschnürung sind daher Feldstärke $\mathfrak{H}$ und Induktion $\mathfrak{B}$ sehr hoch. Man findet $\mathfrak{B}$ auf ähnliche Weise wie bei der Schlußjochmethode. Die eng anliegende Spule 2 a wird mit einem ballistischen Strommesser in Reihe geschaltet; dann wird entweder der Strom I_1 geschlossen oder der Probekörper pp um 180° gedreht. Man kann auch nur die Einschnürung aus dem zu untersuchenden Stoffe herstellen; das kleine Probestäbchen wird dann in zwei axiale Bohrungen eingeschoben, die in die Kegel hineinführen.

Für die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in der Probe liefert die Messung des Stromes I_1 keinen Anhalt. Man kann so verfahren, daß man ballistisch den Induktionsfluß Φ_{ab} mißt, der zwischen den Spulen 2a und 2b verläuft. Sind F_a bzw. F_b die Querschnitte der Spulen, so ist (wegen der Stetigkeit der Tangentialkomponente der Feldstärke)

$$\mathfrak{H} = \frac{\Phi_{ab}}{F_b - F_a} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (123)$$

Fig. 414.



2. Die Gumlichsche Methode ist in Fig. 415 dargestellt. Die äußeren Enden des langen zylindrischen Eisenkörpers PP sind durch ein Schlußjoch geschlossen. Der Probestab pp wird in eine axiale Bohrung des Eisenkörpers eingeschoben. Der Eisenkörper ist nun auf eine kurze Strecke unterbrochen. Fast die ganze, durch den Spulenstrom I_1 in dem magnetischen Kreis erzeugte magnetische Spannung liegt zwischen den beiden einander zugekehrten Schnittflächen von P, P.

Gumlich mißt nun ballistisch die Induktionsflüsse Φ_{cd}, Φ_{bc}, Φ_{ab} und schließt aus den annähernd gleichen Feldstärken $\mathfrak{H}_{cd}$, $\mathfrak{H}_{bc}$, $\mathfrak{H}_{ab}$ [die gemäß Gl. (123) berechnet werden] auf die Feldstärke im Probestab.

Die Induktion im Probestab erhält man aus dem Induktionsfluß Φ_a, der die Spule 2 a durchsetzt.

Der Stab p p kann entweder nachträglich Ellipsoidform erhalten oder auch als Ellipsoid in den Eisenkörper P P eingeschoben werden. Das Ellipsoid wird magnetometrisch (s. Fig. 86, S. 73) bis zu

Fig. 415.

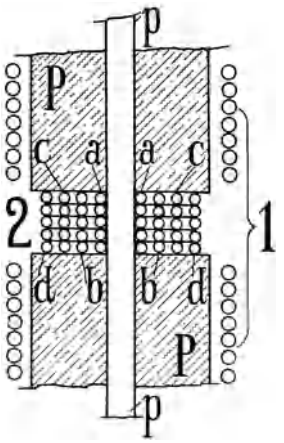
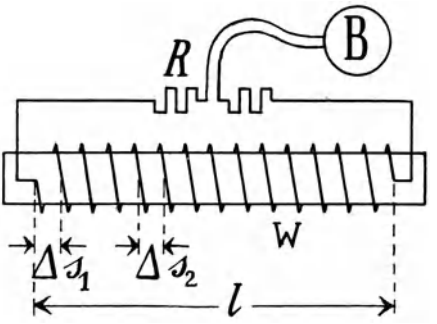


Fig. 416.



möglichst hohen Feldstärken untersucht. Das magnetometrisch und das ballistische untersuchte Gebiet überlappen einander. So gewinnt man Korrektionen für die ballistische Messung.

Art. 344. Der magnetische Spannungsmesser nach Rogowski bildet ein wichtiges Hilfsmittel zur Untersuchung magnetischer Kreise. Auf einen langen Preßspanstreifen ist eine Spule von w eng aneinanderliegenden Windungen gewickelt (s. Fig. 416). Die Spule ist durch einen ballistischen Strommesser B geschlossen.

Der Ohmsche Widerstand R des so gebildeten Stromkreises sei groß gegen den induktiven Widerstand $2\pi f L$, wenn die Frequenz f des Wechselstromes von der Größenordnung einer Kehrsekunde ($1\,s^{-1}$) ist.

Jede einzelne Windung umrande eine Fläche F und habe von der nächsten Windung den Abstand Δs. Wendet man das zweite

Grundgesetz [s. S. 104, Gl. (1)] auf jede einzelne Windung an, so erhält man die Gleichungen

$$u_1 = -F\mu_0 \frac{\partial \mathfrak{H}_{s1}}{\partial t}, \quad u_2 = -F\mu_0 \frac{\partial \mathfrak{H}_{s2}}{\partial t}, \quad u_w = -F\mu_0 \frac{\partial \mathfrak{H}_{sw}}{\partial t}.$$

Diese in Reihe geschalteten Spannungsstufen haben die Gesamtspannung

$$u = -F\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}[\mathfrak{H}_{s1} + \mathfrak{H}_{s2} + \cdots \mathfrak{H}_w] \quad \cdots \quad (124)$$

Multipliziert und dividiert man die rechte Seite mit der Ganghöhe $\Delta s = \Delta s_1 = \Delta s_2$ usw., so kann man schreiben

$$u = -\frac{F\mu_0}{\Delta s} \cdot \frac{\partial}{\partial t}[\mathfrak{H}_{s1} . \Delta s_1 + \mathfrak{H}_{s2} . \Delta s_2 + \cdots \mathfrak{H}_{sw} . \Delta s_w] \quad (125)$$

Vergleicht man hiermit die Gl. (2) S. 54, so erkennt man, daß der Klammerausdruck der magnetischen Spannung V zwischen den Enden der Spule gleichgesetzt werden kann. Da ferner $\Delta s . w = l$, gleich der Gesamtlänge der Spule ist, so kann man statt (125) schreiben

$$u = \frac{-F\mu_0 w}{l} \frac{\delta V}{\delta t}.$$

Multipliziert man beide Seiten mit $\mathrm{d}t/R$, so erhält man

$$i . \mathrm{d}t = \frac{-F\mu_0 w}{lR} \frac{\partial V}{\partial t} \mathrm{d}t \text{ und } Q = \frac{F\mu_0 w \Delta V}{lR} \quad \cdots \quad (126)$$

Es ist $Q = Q_0 y_m$ die Ladung, die durch Spule und Strommesser fließt, falls die magnetische Endenspannung V plötzlich um ΔV geändert wird; y_m ist der Ausschlag des Strommessers, wenn Q_0 die Skalenteilladung ist. Man erhält die Änderung der magnetischen Endenspannung

$$\int_0^l \mathfrak{H}_s \cdot \mathrm{d}s = \Delta V = \left[\frac{lRQ_0}{w\mu_0 F}\right] y_m \quad \cdots \quad (127)$$

Die magnetische Spannung V zwischen den Spulenenden ist proportional dem Ausschlag y_m, den ein durch die Spule geschlossener ballistischer Strommesser erhält, wenn das magnetische Feld, in dem sich die Spule befindet, plötzlich vernichtet (oder erzeugt) wird.

Die magnetische Spannung ändert sich stetig. Man kann daher mit dem magnetischen Spannungsmesser nicht nur die Spannung zwischen zwei in Luft befindlichen Punkten, sondern auch die Spannung in zwei Querschnitten eines von Eisen erfüllten magnetischen Kreises messen.

7. Abschnitt.

Elektromagnetische Schwingungen.

Einundsechzigstes Kapitel.

Allgemeine Eigenschaften eines Schwingungskreises.

Art. 345. Bestandteile eines Schwingungskreises. Wenn eine mechanische Größe, z. B. der Ablenkungswinkel eines Pendels, eine Schwingung ausführt, so ist abwechselnd Energie der Lage und Energie der Bewegung vorhanden. Wenn eine elektrische Größe (sei es die Ladung oder die Spannung eines Leiters oder die Stromstärke in einem Leiter) eine Schwingung ausführt, so steckt der Energieinhalt des Stromkreises, dem der Leiter angehört, abwechselnd in einem elektrischen und in einem magnetischen Felde. Um als Schwingungskreis dienen zu können, muß ein Stromkreis daher sowohl Kapazität als auch Induktivität enthalten. In Fig. 417 ist ein Stromkreis gezeichnet, der gebildet ist aus dem Verlustwiderstand R, der Induktivität L, der Kapazität C und der Wechselspannungsstufe W.

Art. 346. Die Reihenschaltung einer Wechselstrommaschine, einer Induktivität, einer Kapazität und eines Verlustwiderstandes ist im oberen Teil der Fig. 417 dargestellt. Man bezeichnet die Vorgänge in der Reihenschaltung von W, L, C und R wohl als Reihenschlußresonanz.

1. Hat die Stromstärke i in dem Schwingungskreis einen Verlauf, der durch die Formel $i = I\sqrt{2}\,\sin\omega t$ dargestellt wird, so bezeichnet man I als effektive Stromstärke, ω als Kreisfrequenz und das Produkt ωt aus ω und der Zeit t als Zeitwinkel. Ist T die Dauer einer Periode, so ist $\omega = 2\pi/T$.

In den beiden unteren Teilen der Fig. 417 ist der Spannungszustand u jedes einzelnen Leiterpunktes durch vertikale Linien dargestellt. Auf den Leitern G und B sei jederzeit $u = 0$. Zwischen A und B ist ein positiver Spannungsabfall vorhanden, wenn $\omega t = 90^0$ ist

Fig. 417.

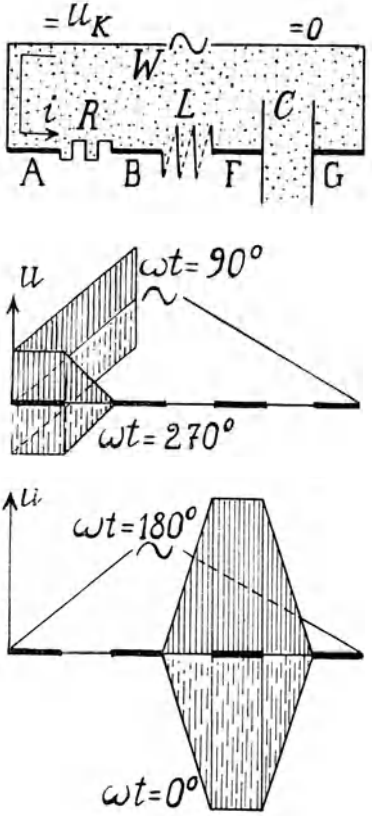
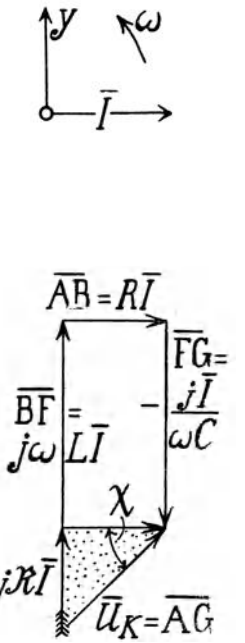


Fig. 418.



und die Stromstärke i ihren positiven Höchstwert hat. Im Zeitwinkel $\omega t = 270^0$ hat der Spannungsabfall zwischen A und B seinen negativen Höchstwert. Der Spannungsabfall zwischen A und B schwankt zwischen den Werten $\pm RI\sqrt{2}$ hin und her.

Der Spannungsabfall zwischen B und F schwankt zwischen den Werten $\mp \omega LI\sqrt{2}$ hin und her; der Spannungsabfall zwischen F und G zwischen den Werten $\pm (1/\omega C) I\sqrt{2}$. Man bezeichnet R

als Ohmschen Widerstand oder als Verlustwiderstand, ωL als rein induktiven, $1/\omega C$ als rein kapazitiven Widerstand.

Die bemerkenswerteste Eigenschaft des Schwingungskreises ist die, daß die Spannungsabfälle an dem rein induktiven und an dem rein kapazitiven Widerstand stets entgegengesetzte Werte haben, also gleichzeitig $= 0$ sind und gleichzeitig entgegengesetzte Höchstwerte annehmen. Der Spannungsabfall zwischen B und G schwankt also zwischen den Werten

$$\pm (\omega L - 1/\omega C) I \sqrt{2} = \pm \Re I \sqrt{2} \quad . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Eine Wechselstromstärke von beliebig großem Effektivwert I ruft beim Durchgang durch eine Spule und einen Kondensator keinen merklichen Spannungsabfall hervor, wenn der rein induktive Widerstand der Spule dem rein kapazitiven des Kondensators gleich ist, wenn also

$$\Omega L = \frac{1}{\Omega C} \quad \text{oder} \quad \Omega = \frac{1}{\sqrt{CL}} \quad \text{oder} \quad T = 2\pi\sqrt{CL} \quad (2)$$

ist. Den ausgezeichneten Wert Ω der Kreisfrequenz ω, bei welchem dieser Zustand der „Resonanz" herrscht und der Schwingwiderstand $\Re = 0$ ist, nennt man „Eigenkreisfrequenz". Die Gl. (2), durch die Ω bestimmt ist, sind von Thomson zuerst abgeleitet worden.

2. Im oberen Teil der Fig. 418 ist eine horizontale Linie $\overline{I}$ so gezeichnet, daß ihre Länge sich zur Längeneinheit verhält wie die effektive Stromstärke I zur Einheit der Stromstärke. Denkt man sich den „Strahl $\overline{I}$" mit der Winkelgeschwindigkeit ω umlaufend, so bildet er zur Zeit t mit der x-Achse den Winkel ωt. Seine Projektion auf die y-Achse steht zu beliebiger Zeit t zur Längeneinheit in demselben Verhältnis wie $I \sin \omega t$ zur Einheit der Stromstärke. Die mit $\sqrt{2}$ multiplizierte y-Projektion ist also gleich dem Zeitwert i der Stromstärke. Näheres siehe in dem Art. 104.

Nach demselben Prinzip sind in dem unteren Teil der Fig. 418 die Spannungsabfälle zwischen A und B, zwischen B und F und zwischen F und G dargestellt. Die Klemmenspannung u_k der Wechselstrommaschine ist jederzeit gleich der algebraischen Summe der drei Spannungsabfälle. Der Strahl U_k, der u_k darstellt, ist gleich der geometrischen Summe der drei Spannungsabfälle, es ist

$$\overline{AG} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FG}$$

oder

$$\overline{U_k} = R\overline{I} + j\omega L\overline{I} - j(1/\omega C)\overline{I} = (R + j\Re)\overline{I}.$$

Das punktierte, rechtwinklige Dreieck in Fig. 418 stellt die in der Anordnung Fig. 417 möglichen Vorgänge dar. Eine zweite Art der Darstellung sind die folgenden Gleichungen. Es ist

$$\frac{U_k}{I} = \sqrt{\mathfrak{R}^2 + R^2}, \qquad \mathfrak{R} = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \qquad tg\,\chi = \frac{\mathfrak{R}}{R} \quad \cdot \cdot \quad (3)$$

Aus Fig. 418 oder aus den Gl. (3) ergibt sich folgendes. Bei konstanter (kleiner) Spannung U_k wird die Stromstärke I ein Maximum, wenn der Winkel χ und der Schwingwiderstand $\mathfrak{R} = 0$ werden, wenn also der induktive Widerstand ωL dem kapazitiven $1/\omega C$ gleich wird.

Für die maximale Stromstärke ergibt sich aus Fig. 418 wie aus der ersten der Gl. (3) der Wert

$$I_m = U_k/R.$$

Die Werte des Phasenwinkels χ liegen zwischen $+\pi/2$ und $-\pi/2$. Ist $\mathfrak{R}$ positiv, also $\omega L > 1/\omega C$, so eilt die Stromstärke der Generatorspannung nach (als wenn der Generator allein durch Induktivität und Widerstand geschlossen wäre). Ist $\mathfrak{R}$ negativ, also $\omega L < 1/\omega C$, so eilt die Stromstärke der Generatorspannung voraus (als ob der Generator allein durch Kapazität und Widerstand geschlossen wäre).

Art. 347. Frequenz und Wellenlänge. Einen Wechselvorgang, bei dem die Dauer T einer Periode größer als eine Sekunde ist, kennzeichnet man am anschaulichsten durch Angabe von T. Ist dagegen T ein kleiner Bruchteil von einer Sekunde, so gibt man die Frequenz (Häufigkeit) f an. Vorgänge, deren Periodendauer $T > 0{,}01$ sek, deren Frequenz $f < 100\ \text{sek}^{-1}$ ist, bezeichnet man als niederfrequent. Einer der wichtigsten niederfrequenten Vorgänge ist der technische Wechselstrom, dessen Frequenz $f = 50\ \text{sek}^{-1}$ ist.

Als mittelfrequent bezeichnet man solche Vorgänge, deren Frequenz f etwa zwischen 100 und 10 000 sek^{-1} liegt. Die Schwingung einer Stimmgabel ist hiernach ein mittelfrequenter Vorgang.

Als hochfrequent bezeichnet man solche Vorgänge, deren Frequenz etwa zwischen 10 000 und 1 000 000 sek^{-1} liegt. Bei hochfrequenten Vorgängen ist der Zahlenwert der Frequenz f unbequem groß. Man kennzeichnet sie daher gewöhnlich durch Angabe der Wellenlänge $\lambda = c_0 T$. Hierin ist c_0 die Geschwindigkeit, mit der sich elektrische Störungen des Raumes, z. B. Lichtstrahlen, im leeren Raume fortpflanzen.

Schwingungsdauer T, Frequenz f, Kreisfrequenz ω und Wellenlänge λ eines elektrischen Wechselvorganges sind durch die Beziehungen verbunden

$$\lambda = c_0 T \quad \text{und} \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c_0}{\lambda} \quad \cdots \quad (4)$$

Die Lichtgeschwindigkeit ist $c_0 = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sek.

In Stromkreisen, die von niederfrequentem Wechselstrom durchflossen werden, sind die Höchstwerte der elektrischen Feldenergie meistens sehr klein gegen die Höchstwerte der magnetischen Feldenergie. Niederfrequente Wechselströme sind daher in der Regel keine Schwingungen. Bei hochfrequenten Vorgängen ist dagegen die maximale elektrische Feldenergie in der Regel von gleicher Größenordnung mit der maximalen magnetischen Feldenergie. Hochfrequente elektrische Vorgänge sind daher in der Regel Schwingungen, die mit Hilfe von Schwingungskreisen erzeugt und wahrgenommen werden.

Art. 348. Der Verlustwiderstand eines Schwingungskreises. Eine wirkliche Spule verhält sich wie eine widerstandsfreie Spule von der Induktivität L, der ein Leiter vom Verlustwiderstand R_L vorgeschaltet ist. Ein Kondensator verhält sich wie ein verlustfreier Kondensator von der Kapazität C, dem ein Leiter vom Verlustwiderstand R_C vorgeschaltet ist. Einen Schwingungskreis denkt man sich gewöhnlich so gebildet, daß eine verlustfreie Induktivität L, eine verlustfreie Kapazität C und ein Verlustwiderstand $R = R_L + R_C$ in Reihe geschaltet sind.

Oft wird die rechnerische Behandlung der elektrischen Vorgänge in einem Schwingungskreis einfacher, wenn man statt des Verlustwiderstandes R andere Konstanten einführt. Die gebräuchlichsten sind folgende: es ist

δ die Dämpfungsfrequenz,
η die Dämpfungszahl,
ε der Dämpfungswinkel.

Zwischen R, δ, η und ε bestehen die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \eta = \frac{R}{\Omega L + 1/\Omega C} = \frac{R}{2\Omega L} = \frac{R}{2/\Omega C} = \frac{R}{2\sqrt{L/C}} \\ \frac{\eta}{\Omega} = \delta = \frac{R}{2L} \quad \text{und} \quad \sin\varepsilon = \eta \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Das Produkt δt aus der Dämpfungsfrequenz δ und der Zeit t ist eine Zahl. Die Dämpfungszahl η ist das Verhältnis des Verlust-

widerstandes zur Summe des induktiven und des kapazitiven Widerstandes. Schwingungskreise, deren Dämpfungszahl $\eta < 1$ ist, nennt man periodisch gedämpft; Schwingungskreise, deren Dämpfungszahl $\eta > 1$ ist, nennt man aperiodisch gedämpft.

Art. 349. Der zeitliche Verlauf einer Schwingung hängt einerseits von den Eigenschaften des Kreises, insbesondere der Dämpfungszahl η ab, andererseits von den Betriebsbedingungen.

1. Schließt man plötzlich einen Schwingungskreis, der eine geladene Kapazität oder eine stromdurchflossene Induktivität enthält, so folgt auf den Anfangszustand eine Schwingung, die periodisch verläuft, wenn die Dämpfungszahl $\eta < 1$ ist, dagegen aperiodisch verläuft, wenn $\eta > 1$ ist. In Fig. 440 ist eine aperiodische, in den Fig. 441 und 442 sind abklingende periodische Schwingungen dargestellt. Nach Herstellung des Anfangszustandes ist der Schwingungskreis **sich selbst überlassen,** findet eine **zwanglose Schwingung** statt.

Komplizierter sind die Vorgänge, die in zwei irgendwie miteinander gekoppelten, sich selbst überlassenen Schwingungskreisen auftreten können. Wenn im Anfangszustand die Kapazität eines der beiden Kreise geladen oder die Induktivität eines der beiden Kreise stromdurchflossen ist, so tritt in jedem der Kreise eine Schwingung auf, die als Schwebung bezeichnet wird und etwa so verläuft, wie es die oberste der Fig. 444 zeigt.

Eine abklingende periodische Schwingung übt im allgemeinen nur geringe Wirkung aus, wenn sie nur einmal erregt wird, d. h. vereinzelt auftritt. Starke Wirkungen vermag nur die oftmalige, in kurzen Zeitabschnitten wiederholte Erregung abklingender Schwingungen hervorzurufen. Geschieht die Wiederholung in Zeitabschnitten, die unter sich gleich sind, so kann man von regelmäßig wiederholten Schwingungen und von einer bestimmten Wiederholungsfrequenz sprechen.

Im Antennenkreis einer Tonfunkenstation für drahtlose Telegraphie führt die Stromstärke Schwingungen aus, die hochfrequent, gedämpft, **zwanglos,** periodisch, **abklingend, regelmäßig wiederholt** sind.

2. Ein Schwingungskreis, z. B. der in Fig. 421 gezeichnete, sei so aufgestellt, daß eine von Wechselstrom durchflossene Spule L_1 durch die Induktivität L des Kreises einen wechselnden magnetischen Induktionsfluß treibt. Wird der Schwingungskreis 2 plötzlich geschlossen, so findet in ihm eine Schwingung statt, deren Amplitude zunächst ansteigt und allmählich konstant wird. Die Schwingung

ist zunächst eine anklingende, sodann eine gleichklingende. Nach der Herstellung des Anfangszustandes durch Schließung des Kreises ist der Schwingungskreis durch Zwang beeinflußt, findet eine **erzwungene Schwingung** statt. Wir unterscheiden also zwanglose und erzwungene Schwingungen. Jede, eine erzwungene Schwingung ausführende Größe kann man nun als Summe zweier Größen darstellen und auffassen, von denen die eine freie, die andere zwanghafte Schwingungen ausführt. Die freie Teilschwingung hat mit einer zwanglosen Schwingung desselben Kreises wichtige Eigenschaften gemeinsam; beide Schwingungen hängen nur von einem Anfangszustand, von der Eigenkreisfrequenz Ω und der Dämpfungsfrequenz δ des Kreises ab. Nach einiger Zeit wird die freie Schwingung verschwindend klein, von da an ist die gesamte erzwungene Schwingung gleich der zwanghaften.

Im Antennenkreis einer Poulsenstation für drahtlose Telegraphie und Telephonie führt die Stromstärke eine Schwingung aus, die hochfrequent, gedämpft, **erzwungen,** periodisch, **gleichklingend** ist. Der wichtigste Unterschied zwischen einer Tonfunken- und einer Poulsenstation besteht darin, daß bei ersterer abklingende, bei letzterer gleichklingende Schwingungen stattfinden. Gedämpft sind die Schwingungen (nach der hier benutzten Ausdrucksweise) in beiden Fällen, und zwar durch Stromwärme und durch Strahlung.

Zweiundsechzigstes Kapitel.

Gleichklingende Schwingungen und Poulsenlampe.

Art. 350. Die Parallelschaltung von Wechselstrommaschine, Induktivität, Kapazität und Verlustwiderstand ist in Fig. 419 dargestellt. In Fig. 420 sind vier Strahlen so gezeichnet, daß sie durch ihre Längen die Effektivwerte, durch ihre Richtungen die Phasen der einzelnen Stromstärken zum Ausdruck bringen.

Die im Generator fließende Stromstärke i ist jederzeit gleich der Summe der übrigen Stromstärken. Es ist also der Strahl $\bar{I}$ in Fig. 420 gleich der geometrischen Summe der Strahlen $\bar{I}_C$, $\bar{I}_R$ und $\bar{I}_L$. In symbolischer Schreibweise sind $1/R$ bzw. $j\omega C$ bzw. $-j/\omega L$ die Leitwerte eines Verlustwiderstandes R bzw. einer Kapazität C bzw. einer Induktivität L. Es ist eine Stromstärke gleich Spannung mal Leitwert, also

$$\bar{I} = \bar{I}_C + \bar{I}_R + \bar{I}_L = \bar{U}\left[\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right] \quad \cdot \cdot \quad (6)$$

Aus Gl. (6) oder durch Betrachtung des kleinen punktierten Dreiecks der Fig. 420 ergeben sich die Gleichungen

$$I = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}, \quad tg\,\chi = R\left[\frac{1}{\omega L} - \omega C\right] \qquad (7)$$

Hierin ist χ der Winkel, um den i hinter u zurückbleibt.

Wenn die Thomsonsche Resonanzbedingung (3) erfüllt ist, wenn also die Betriebsfrequenz ω der Eigenkreisfrequenz Ω des Kreises L, C gleich ist, dann wird einfach $I = U/R$ und $\chi = 0$. Durch den Schalter s der Fig. 419 fließt dann eine verschwindend

Fig. 419.

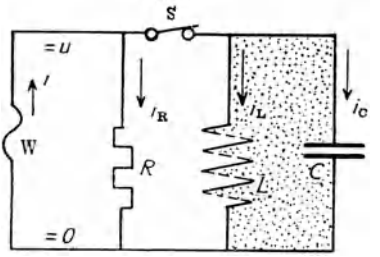
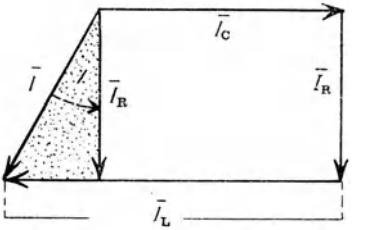


Fig. 420.



Nebenschlußresonanz.

kleine Stromstärke: öffnet man ihn, so bleibt die Schwingung in dem Stromkreis L, C bestehen. Der die Induktivität durchfließende Strom kommt aus der Kapazität, der die Kapazität durchfließende Strom kommt aus der Induktivität. Generatorspannung und Generatorstromstärke sind von gleicher Phase ($\chi = 0$).

Man kann die hier beschriebene Erscheinung als Nebenschlußresonanz, die in Art. 346 beschriebene als Reihenschlußresonanz bezeichnen. In der Regel hat bei Nebenschlußresonanz die dem Schwingungskreis zufließende Stromstärke ein Minimum, bei der Reihenschlußresonanz die im Kreise fließende Stromstärke ein Maximum.

Art. 351. Erregung eines Schwingungskreises (z. B. eines Wellenmessers) durch gegeninduktive Spannung. 1. Falls die beiden in Fig. 421 gezeichneten Spulen von den Strömen i_1 und i_2 in gleichem Sinne durchflossen werden, so tritt in dem Schwingungskreis 2 außer der induktiven Spannung $+j\omega L\underline{I_2}$ noch die gegeninduktive Spannung $j\omega M\underline{I_2}$ auf. Damit die Stromstärke in den beiden, durch die Fig. 417 und 421 dargestellten Schwingungskreisen jederzeit denselben Wert hat, müssen die Spannungsabfälle $-U_k$

und $j\omega M I_1$ einander gleich sein. Der Schwingungskreis 2 wird durch einen mit ihm gekoppelten Stromkreis 1 zum Sitze einer Spannungsstufe, deren Effektivwert durch die Gleichung bestimmt ist

$$\omega M I_1 = U_{k2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Summe aller Spannungsabfälle im Kreise 2 ist

$$j\omega L \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 + R I_2 - j(1/\omega C)\bar{I}_2 = 0.$$

Es ist also

$$[R_2 + \Re_2 j] I_2 = -j\omega M I_1$$

und

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\omega M}{\sqrt{\Re_2^2 + R_2^2}} \quad \text{und} \quad tg\,\psi = -\frac{R_2}{\Re_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Hierin ist I_2/I_1 die Stromübersetzung, ψ der Winkel, um welchen die erregte Stromstärke i_2 hinter der erregenden i_1 hereilt. Die Strom-

Fig. 421.

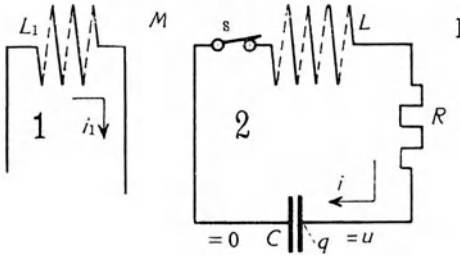
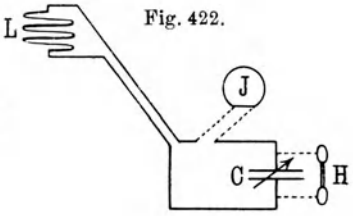


Fig. 422.



übersetzung hat ein Maximum, wenn der Schwingungswiderstand $\Re = 0$ ist, falls dies durch Änderung von (L oder) C, ohne Änderung der Betriebskreisfrequenz ω, bewirkt wird.

Ist ω klein gegen Ω, $\omega \approx \Omega$, ω groß gegen Ω,

so ist $\psi \gtrsim 0$, $\psi \approx \pi/2$, $\psi \lesssim \pi$.

Im Resonanzfall ($\Omega = \omega$) eilt die erregte Stromstärke der erregenden um $\pi/2$ nach. Wenn R verschwindend klein gegen $\Re$ ist, so muß entweder $\psi \approx 0$ oder $\psi \approx \pi$ sein.

Fig. 430 ist ein Vektordiagramm, das die Vorgänge darstellt, die in dem Schwingungskreis 2 der Anordnung Fig. 421 möglich sind. Vgl. Art. 358, 2.

2. Fig. 422 zeigt einen Wellenmesser in Empfangsschaltung. Der Drehkondensator C ist mit einer Spule L und einem Hitzdrahtstrommesser J in Reihe geschaltet. Parallel zum Drehkondensator

liegt ein Neonrohr H. Empfindlicher als diese auf das Auge wirkenden Beobachtungsmittel sind andere, die auf das Ohr wirken und später behandelt werden.

Außer einer Gradteilung besitzt der Drehkondensator eine Teilung, welche die Eigenwellenlänge direkt abzulesen gestattet.

Ferner können mehrere Spulen L mit verschiedener Induktivität nacheinander verwandt werden. Jede Spule ergibt einen Meßbereich, dessen Endwellenlängen sich etwa wie 2,5 : 1 verhalten (s. Art. 456).

Art. 352. Resonanzkurven. Sowohl der durch Gl. (3) bestimmte Leitwert I/U_k wie auch die durch die Gl. (9) bestimmte Stromübersetzung I/I_1 haben Höchstwerte, wenn die Betriebskreisfrequenz ω streng oder annähernd gleich der Eigenkreisfrequenz Ω ist. Der Verlauf der Resonanzkurve ist um so steiler, je kleiner die Dämpfungszahl $\eta = R/2\,\Omega L$ des Schwingungskreises ist. Man kann also, wie Bjerkness gezeigt hat, aus dem beobachteten Verlauf der Resonanzkurve auf die Dämpfungszahl η schließen.

Bei Änderung der Betriebskreisfrequenz ω würde sich meistens auch die Betriebsspannung U_k ändern; bei Vergrößerung der Induktivität würde sich der Verlustwiderstand R ändern. Daher erfolgt die Aufnahme einer elektrischen Resonanzkurve fast immer, während die nahezu verlustfreie Kapazität C des Resonanzkreises geändert wird. In diesem Falle haben die durch die Gl. (3) bzw. (9) bestimmten Größen die Höchstwerte

$$\frac{I_m}{U_k} = \frac{1}{R} \quad \text{bzw.} \quad \frac{I_m}{I_1} = \frac{\omega M}{R}.$$

Multipliziert man Gl. (3) mit der ersten und dividiert Gl. (9) durch die zweite der obigen Gleichungen, so erhält man für das Stromverhältnis bei beliebig eingestellter Kapazität

$$\frac{I}{I_m} = \frac{1}{\sqrt{1 + \Re^2/R^2}} = \frac{1}{m} \quad \cdots\cdots \quad (10)$$

Es wird vorausgesetzt, daß bei der Anordnung Fig. 417 die Betriebsspannung U_k, bei der Anordnung Fig. 421 die erregende Stromstärke I_1 konstant bleibt.

Nach Gl. (10) ist der Schwingwiderstand

$$\Re = \pm R\sqrt{m^2 - 1},$$

ist also

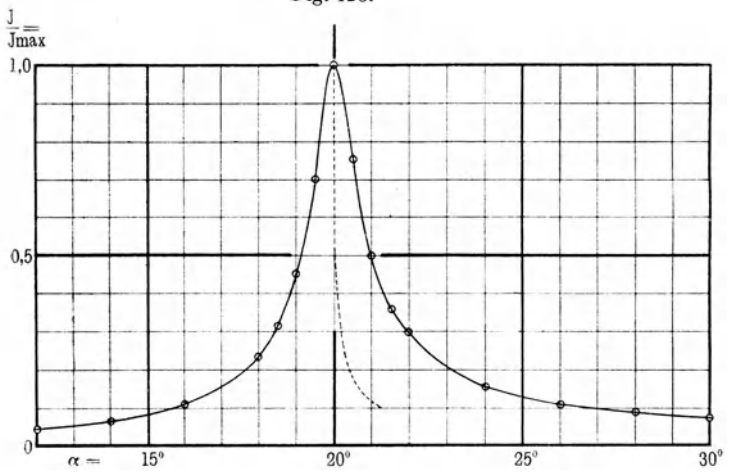
$$\omega L - \frac{1}{\omega C'} = +R\sqrt{m^2-1}, \quad \omega L - \frac{1}{\omega C''} = -R\sqrt{m^2-1}.$$

Addiert und subtrahiert man beide Gleichungen, so erhält man für die Resonanzbreite β bzw. die Dämpfungskonstanten η, δ und R die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{I_m}{I'} = \frac{I_m}{I''} = m, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{m^2-1}} \frac{C'-C''}{C'+C''} \\ &\beta \approx \frac{2}{\sqrt{m^2-1}} \frac{\lambda'-\lambda''}{\lambda'+\lambda''} \left\{1 - \left(\frac{\lambda'-\lambda''}{\lambda'+\lambda''}\right)^2\right\} \\ &\eta \approx {}^1/_2 \beta \quad \text{und} \quad \pi f \beta = \delta = \pi c_0 \beta / \lambda \\ &\beta / 2\pi f C = R = \beta \lambda / 2\pi c_0 C \end{aligned}\right\} \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

Gewöhnlich stellt man drei Zustände des Schwingungskreises her 1. den Zustand (bei der Kapazität C), in welchem die Stromstärke den maximalen Wert I_m hat; 2. und 3. die Zustände, in welchen die

Fig. 423.



beobachtete Stromstärke I gleich dem 0,707-fachen der maximalen Stromstärke I_m, also $m = 1{,}41$ und $\sqrt{m^2-1} = 1$ ist (Kapazitäten C' und C''). Die Eigenfrequenzen f', f und f'' und die Eigenwellenlängen λ', λ und λ'' hat der resonierende Schwingungskreis bei den Kapazitäten, C', C und C'', den Einstellungen α', α und α''.

Die Resonanzkurve Fig. 423 ist in der Weise aufgenommen, daß eine 500-Periodenmaschine durch eine Kapazität (1 μF) und eine Spule (etwa 0,1 H) einen starken Strom treibt. Mit dieser Spule ist ganz lose gekoppelt die Spule des Schwingungskreises.

Letztere ist eine einer kleinen Gleichstrommaschine entnommene Feldspule. Als Kondensator dient ein Drehkondensator.

Aus Fig. 423 sieht man, daß $1/m = 0{,}5$ (also $m = 2$, $\sqrt{m^2 - 1} = \sqrt{3}$) ist für die Kondensatoreinstellungen $\alpha'' = 19{,}15^0$ und $\alpha' = 21{,}00^0$, ferner, daß das Stromverhältnis $= 1$ ist für $\alpha = 20{,}00^0$. Aus einer Eichung des Kondensators ergibt sich

$$C' = 364{,}1\ \mu\mu\text{F}, \quad C'' = 337{,}6\ \mu\mu\text{F} \quad \text{und} \quad C = 349{,}8\ \mu\mu\text{F}.$$

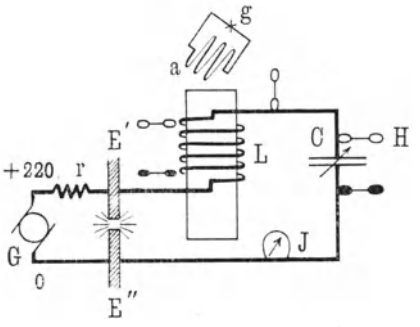
Daraus folgt

$$\beta = 0{,}0218, \quad R = 4950\ \Omega, \quad \delta = 137\ \text{sek}^{-1}, \quad \eta = 0{,}0109.$$

Der Widerstand ist nur wenig größer als der Gleichstromwiderstand der Feldspule; dies erklärt sich daraus, daß der Draht der Spule sehr dünn und die Frequenz nicht sehr hoch ist.

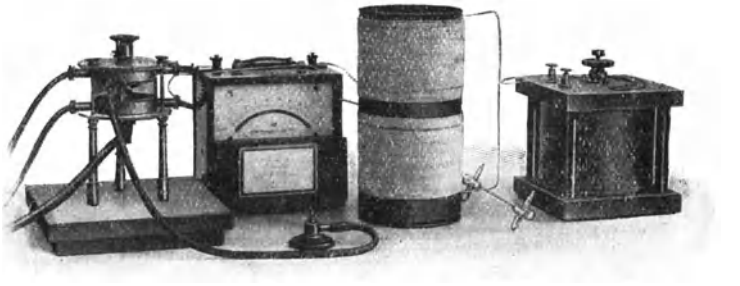
Die Dämpfungszahl η verändert sich mit Änderung der Kapazität des Schwingungskreises (die Dämpfungsfrequenz δ nicht). Obiger Wert von η gilt nur für die mittlere Kapazität C.

Fig. 424.



Art. 353. Poulsenlampe für Versuchszwecke. Schaltet man, wie die Fig. 424 und 425 zeigen, einen von Gleichstrom gespeisten Lichtbogen mit den Elektroden E′ E″ mit einem Schwingungskreis in Reihe, der aus der Induktivität L und der Kapazität C gebildet ist, so entsteht in dem Schwingungskreis ein Wechselstrom. Dies

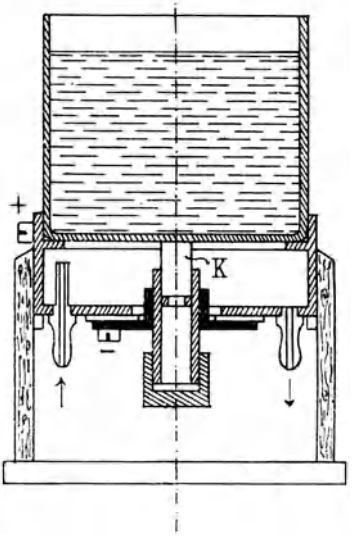
Fig. 425.



zeigte Duddell 1899 für einen Kreis, dessen Eigenfrequenz im Gebiet hörbarer Töne liegt. Später zeigte Poulsen, daß bei besonderen Bedingungen auch hochfrequenter Wechselstrom auf diese Weise erzeugt werden kann.

Fig. 426 zeigt eine Lampe, welche die von Poulsen erkannten Bedingungen erfüllt und hochfrequenten Wechselstrom liefert, dessen Stromstärke bei größerer Wellenlänge als 100 m für Versuchszwecke genügt. Die untere Elektrode K aus Kohle ist verstellbar und steht dem kupfernen Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes gegenüber (Kiebitz). Als positive Elektrode dient Kupfer, als negative Elektrode Kohle, und der Bogen brennt in einem Strome von Leuchtgas.

Fig. 426.



Man überzeugt sich leicht davon, ob der Schwingungskreis von Wechselstrom durchflossen wird, entweder durch einen Hitzdrahtstrommesser J oder mit Hilfe eines Neonrohres H, welches bei der hohen Resonanzspannung hell leuchtet und ferner zeigt, daß die erregende Wechselspannung an der Bogenlampe gering ist.

Koppelt man mit der Spule des Schwingungskreises einige Drahtwindungen, die durch eine Glühlampe g geschlossen sind, so leuchtet die Lampe hell auf.

Der Lichtbogen zwischen den Elektroden einer Poulsenlampe kann auch als Quelle sehr kurzer Schallwellen dienen. Man kann deren Wellenlänge mit Hilfe eines Beugungsgitters messen (was Lebedew zuerst für abklingende Schwingungen getan hat) und feststellen, daß sich Schallwellen von $^1/_2$ mm Länge noch ebenso schnell fortpflanzen wie die hörbaren Schallwellen, deren Wellenlänge von der Größenordnung eines Meters ist (Dieckmann, Palaeologos).

Legt man die Elektroden einer Poulsenlampe an den Kondensator eines Braunschen Rohres, so findet man, daß die Spannung einen sehr komplizierten Verlauf hat. Die Grundwelle der Lichtbogenspannung ist stets in gleicher Phase mit dem in großer An-

näherung sinusartig verlaufenden Wechselstrom, wie bei einer Wechselstrommaschine, die in einen Schwingungskreis geschaltet ist. Daraus erklärt es sich, daß während jeder Halbperiode des Wechselstromes etwas Energie dem Schwingungskreis zugeführt wird und die Schwingung gleichklingend bleibt.

Die Wechselspannung an der Poulsenlampe hat eine unselbständige Frequenz (vgl. Art. 358). Hierin unterscheidet sich die eingeschaltete Lampe von einer eingeschalteten Generatormaschine. Ein mit Hilfe einer Poulsenlampe erregter Kreis kann in einem anderen Schwingungskreis eine Wechselspannung mit selbständiger Frequenz hervorrufen.

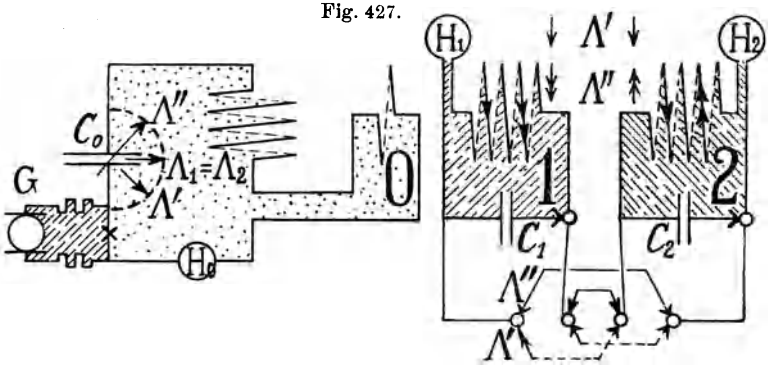
In Art. 407, Ziffer 3 wird gezeigt, daß man einen in Petroleum brennenden Lichtbogen dazu verwenden kann, Wellen zwischen 5 und 100 m zu erzeugen.

Dreiundsechzigstes Kapitel.

Die Kopplungswellen zweier gekoppelter Schwingungskreise.

Art. 354. Die beiden in zwei gekoppelten Kreisen möglichen Resonanzvorgänge. 1. In Fig. 427 sind **1** und **2** zwei gleichartige Schwingungskreise, die durch die Stromstärke in dem Schwingungs-

Fig. 427.



kreis 0 erregt werden. Die Gegeninduktivität M_{12} zwischen beiden Kreisen steht zu dem geometrischen Mittel aus den beiden Induktivitäten L_1 und L_2 in einem Verhältnis, das man als Kopplungsgrad k bezeichnet.

Es ist also

$$k_{12} = \frac{M_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad \text{Wenn } L_1 = L_2 = L, \text{ so ist } (k_{12}) = \frac{M_{12}}{L} \quad (12)$$

Ebenso ist $k_{01} = M_{01}/\sqrt{L_0 . L_1}$ und $k_{02} = M_{02}/\sqrt{L_0 . L_2}$.

Die Anordnung sei so gewählt, daß k_{12} etwa 20 v. H., k_{01} etwa 2 v. H. und k_{02} etwa 1 v. H. ist. Die Wechselstromstärke im Kreise 0 werde durch eine Poulsenlampe $\times$ erzeugt.

Versuch 1. Man öffnet Kreis 2 und stellt C_1 ein, bis der Hitzdrahtstrommesser H_1 maximale Stromstärke im Kreise 1 anzeigt.

Versuch 2. Man öffnet Kreis 1, schließt Kreis 2 und stellt C_2 ein, bis H_2 maximale Stromstärke im Kreise 2 anzeigt. Es ist $I_{2\,\max} < I_{1\,\max}$, weil $k_{02} < k_{01}$. Die Einstellungen sind bei den Versuchen 1 und 2 die gleichen; weil $L_1 = L_2$, ist auch $C_1 = C_2$. In beiden Fällen ist die Sendewellenlänge $\lambda = \Lambda_1 = \Lambda_2$, gleich den eingestellten Eigenwellen der Kreise 1 und 2.

Versuch 3. Schließt man nun beide Kreise 1 und 2 bei unveränderter Sendewellenlänge λ, so bemerkt man, daß 1 und 2 zusammen nicht können, was 1 und was 2 einzeln können: durch λ erregt werden!

Sollten denn 1 und 2 zusammen gar nichts können? Wir ändern λ und bemerken, daß bei **zwei** Sendewellenlängen die Strommesser H_1 und H_2 gleiche, große Ausschläge zeigen: bei einer Wellenlänge

$$\Lambda' > (\Lambda_1 = \Lambda_2) \text{ und } \Lambda'' < (\Lambda_1 = \Lambda_2).$$

Wir bezeichnen die Wellenlänge Λ' als größere, Λ'' als kleinere Kopplungswelle.

2. Wir nehmen an, a) daß die Stromstärke in den Spulen L_1 und L_2 bei Erregung der größeren Kopplungswelle Λ' stets gleichen Umlaufsinn hat, b) bei Erregung von Λ'' dagegen stets entgegengesetzten Umlaufsinn.

Versuch 4. Wir verbinden nun die beiden linken und die beiden rechten Seiten der Kapazitäten C_1 und C_2 (durch die gestrichelten Verbindungen von vier Büchsen). Die Veränderung von λ zeigt, daß nur Λ' erregbar ist, und daß Λ' in 1 und 2 die beiden einander gleichen Stromstärken hervorruft, wie vor Verbindung der Kreise 1 und 2. Dadurch wird die Annahme 2 a) bestätigt.

Versuch 5. Wir verbinden nun die rechte Seite von C_1 mit der linken von C_2 und die linke Seite von C_1 mit der rechten von C_2 (durch die ausgezogenen Verbindungen der Büchsen). Die Veränderung von λ zeigt, daß nur Λ'' erregbar ist, d. h. diejenige

Kopplungswelle, bei welcher die beiden Stromstärken i_1 und i_2 entgegengesetzten Umlaufsinn haben.

3. Bei gleicher Stromstärke in beiden Kreisen 1 und 2 ist die Induktivität L jedes Kreises zu ersetzen durch

$$L' = L + M = L(1 + k) \text{ bzw. } L'' = L - M = L(1 - k),$$

je nachdem die Stromstärke in beiden Kreisen gleichsinnig oder gegensinnig ist. Hierin ist $k_{12} = k$ der Kopplungsgrad.

Mithin ist [nach den Gl. (2) und (4)]

die größere Kopplungswelle $\Lambda' = 2\pi c_0 \sqrt{CL}\,\sqrt{1+k}$,

die Eigenwelle $\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda = 2\pi c_0 \sqrt{CL}$,

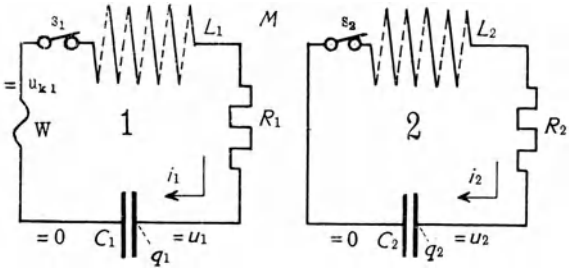
die kleinere Kopplungswelle $\Lambda'' = 2\pi c_0 \sqrt{CL}\,\sqrt{1-k}$.

Haben zwei Schwingungskreise gleiche Induktivität und gleiche Kapazität, also gleiche Eigenwelle Λ, so sind die mit dem Kopplungsgrad k gekoppelten Kreise nur resonanzfähig auf die beiden Kopplungswellen

$$\underline{\Lambda' = \Lambda\sqrt{1+k}} \quad \text{oder} \quad \underline{\Lambda'' = \Lambda\sqrt{1-k}} \quad . \; . \; . \quad (13)$$

Art. 355. Teilspannungen in zwei magnetisch gekoppelten Schwingungskreisen. Die in Fig. 421 dargestellte Anordnung kann als Teil der in Fig. 428 dargestellten aufgefaßt werden.

Fig. 428.



In Fig. 430 sind die vier im Sekundärkreis 2 auftretenden Spannungsabfälle als Strahlen dargestellt. Die Richtung des Strahles $R_2\overline{I}_2$ ist beliebig. Die Spannungsabfälle in der reinen Induktivität L_2 und in der verlustfreien Kapazität C_2 sind zusammengefaßt und als Strahl $j\Re_2\overline{I}_2$ dargestellt. Aus den genannten Strahlen ergibt sich der Strahl $j\omega M\overline{I}_1$, der die gegeninduktive Spannung darstellt. Die sekundäre Stromstärke i_2 eilt der primären i_1 um den Winkel ψ nach.

Fig. 429 stellt die im Schwingungskreis 1 vorhandenen Spannungsabfälle als Strahlen dar. Die Spannungsabfälle an L_1 und C_1 sind wieder zusammengefaßt (als Strahl $j\Re_1 \bar{I}_1$). Die eingeschaltete Spannung $\bar{U}_{k1}$ ist jederzeit gleich der Summe aller übrigen Spannungsabfälle. Es liegt nahe, in den beiden Fig. 429 und 430 die Richtungen etwa von $j\bar{I}_2$ gleich zu wählen. Dann hat natürlich auch $j\bar{I}_1$ in beiden Figuren dieselbe Richtung.

Fig. 429.

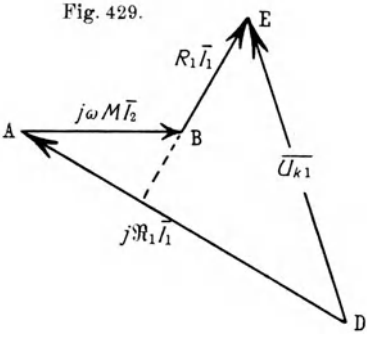
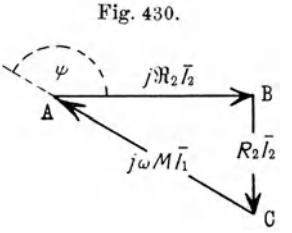


Fig. 430.



Man erkennt aus den Dreiecken Fig. 429 und Fig. 430 ohne jede Rechnung, daß die Beziehung zwischen der Klemmenspannung u_{k1} und der Stromstärke i_1 durch das Dreieck Fig. 431, daß die Beziehung zwischen u_{k1} und i_2 durch das Dreieck Fig. 432 dargestellt wird.

Für die Winkel χ_1 bzw. χ_2, um die i_1 bzw. i_2 hinter u_{k1} zurückbleiben, kann man schließen

$$\left.\begin{aligned} tg\,\chi_1 &= A/B \quad \text{und} \quad tg\,\chi_2 = a/b \\ tg\,\psi &= tg(\chi_2 - \chi_1) = -\,R_2/\Re_2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (14\,a)$$

Man kann die Faktoren A, B, a und b durch Konstruktion finden. Einfacher führt die analytische Rechnung zum Ziele.

Wir machen die erweiterte Annahme, daß im Kreise 2 der Fig. 428 eine Spannungsstufe liege, die gleiche Phase und die p-fache Amplitude habe wie u_{k_1}. Bei der Anordnung Fig. 427 trifft diese Annahme zu und zwar ist $0 < p < 1$.

Aus den Dreiecken Fig. 429 bzw. 430 folgt dann

$$\left.\begin{aligned} \bar{I}_1[R_1 + j\Re_1] + \bar{I}_2 j\omega M &= \bar{U}_{k_1} \\ \text{bzw. } \bar{I}_2[R_2 + j\Re_2] + \bar{I}_1 j\omega M &= \overline{pU_{k_1}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (15\,a)$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$\left.\begin{aligned} \bar{I}_1[-a+bj] &= \overline{U_{k_1}}\,[R_2+j(\Re_2-p\omega M)] \\ \bar{I}_2[-a+bj] &= \overline{U_{k_1}}\,[pR_1+j(p\Re_1-\omega M)] \end{aligned}\right\}. \quad (15\,b)$$

Die Hilfsgrößen a und b haben die in den Gl. (14 c) angegebenen Werte. Multipliziert man die Gleichungen mit den komplex konjugierten (in denen $+j$ durch $-j$ ersetzt ist), so erhält man die reellen Werte. Es ist (wie der Verf. 1914 zuerst gezeigt hat)

$$\frac{I_1}{\sqrt{R_2^2+(\Re_2-p\omega M)^2}} = \frac{U_{k_1}}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{I_2}{\sqrt{(\omega M-p\Re_1)^2+p^2R_1^2}} \quad (15\,c)$$

Fig. 431.

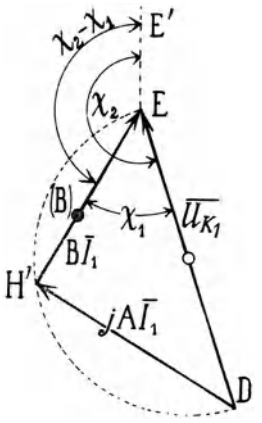
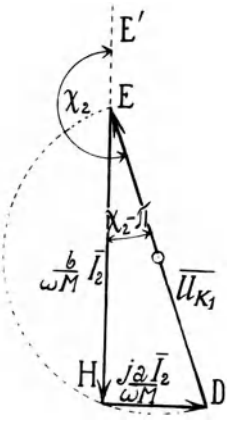


Fig. 432.



Wenn $p = 0$ ist, wie in der Fig. 428 angenommen wird, so nehmen die Gl. (15 b) die einfachere Form an [s. auch Gl. (14 a)]:

$$\left.\begin{aligned} A &= -\frac{\omega^2M^2}{R_2^2+\Re_2^2}\Re_2-\Re_1, \quad B = +\frac{\omega^2M^2}{R_2^2+\Re_2^2}R_2+R_1 \\ \overline{U_{k_1}} &= \bar{I}_1(B-Aj), \quad \overline{U_{k_1}} = -\bar{I}_2\left[\frac{b}{\omega M}+\frac{a}{\omega M}j\right] \end{aligned}\right\} (14\,b)$$

Die reelle Form wird

$$\left.\begin{aligned} \frac{I_1}{\sqrt{R_2^2+\Re_2^2}} &= \frac{U_{k_1}}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{I_2}{\omega M} \\ a = \Re_1\Re_2-\omega^2M^2-R_1R_2 \quad &\text{und} \quad b = R_1\Re_2+R_2\Re_1 \end{aligned}\right\} (14\,c)$$

Für das Verhältnis I_2/I_1 ergibt sich aus den Gl. (14 c) der in Gl. (9) angegebene Wert.

Wenn die Widerstände R_1 und R_2 verschwindend klein gegen die Schwingwiderstände $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ sind, so wird

$$a \approx \omega^2 M^2 - \mathfrak{R}_1 \mathfrak{R}_2 \quad \text{und} \quad b \approx 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14\,\mathrm{d})$$

mithin

$$\frac{I_1}{\mathfrak{R}_2} \approx \frac{U_{k1}}{a} \approx \frac{I_2}{\omega M}$$

Bei zwei bestimmten Werten Ω' und Ω'' von ω wird a verschwindend klein, während $\mathfrak{R}_2$ und ωM endliche Werte haben. In diesen beiden Fällen müssen die Größen U_{k1} verschwindend klein, I_1 und I_2 endlich sein. Die Bedingung $a = 0$ ist in zwei Fällen erfüllt. Ist die Wellenlänge der eingeschalteten Spannung (U_{k1} in Fig. 428) gleich der größeren Kopplungswelle Λ' oder gleich der kleineren Kopplungswelle Λ'', so ruft eine eingeschaltete Spannung von kleinem Effektivwert starke Ströme in beiden Schwingungskreisen hervor.

Wenn man die beiden Kapazitäten C_1 und C_2 in Fig. 428 sehr groß wählt oder kurzschließt, so entsteht aus den beiden Schwingungskreisen ein induktiv belasteter Transformator. Die eingeschaltete Spannung u_{k1} in Fig. 428 wird zur primären Klemmenspannung des induktiv belasteten Transformators. Die Schwingwiderstände werden dann den induktiven gleich, es wird $\mathfrak{R}_1 = \omega L_1$ und $\mathfrak{R}_2 = \omega L_2$; die Gl. (14 c) gehen in die Transformatorgleichungen (73) S. 233 über.

Art. 356. Die Kopplungswellen in zwei verstimmten gekoppelten Schwingungskreisen. Dividiert man die Gleichung (14 d)

$$a \approx \omega^2 M^2 - \mathfrak{R}_1 \mathfrak{R}_2 \approx 0$$

durch $L_1 L_2 / \omega^2$, so erhält man die Beziehung

$$(\omega^2 - \Omega_1^2)\,(\omega^2 - \Omega_2^2) = k^2 \omega^4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16\,\mathrm{a})$$

Setzt man $\Omega_1 / \omega = \lambda / \Lambda_1$, so erhält man aus (16 a)

$$(\lambda^2 - \Lambda_1^2)\,(\lambda^2 - \Lambda_2^2) = k^2 \Lambda_1^2 \Lambda_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16\,\mathrm{b})$$

Sind die Eigenwellen Λ_1 und Λ_2 beider Kreise gleich Λ, so ist

$$\lambda^2 - \Lambda^2 = \pm k \Lambda^2.$$

Die beiden Kopplungswellen $\lambda = \Lambda'$ und $\lambda = \Lambda''$ haben also die in Gl. (13) angegebenen Werte nicht nur in zwei gleichen, sondern auch in zwei ungleichen, gleichgestimmten Kreisen.

Für zwei verstimmte Kreise ergibt sich aus den Gl. (16 b) folgendes.

Offenbar muß λ^2 größer als Λ_1^2 und Λ_2^2 sein, oder es muß kleiner als Λ_1^2 und Λ_2^2 sein. Die größere Kopplungswelle Λ' liegt stets oberhalb der größeren Eigenwelle, die kleinere Kopplungswelle Λ'' liegt stets unterhalb der kleineren Eigenwelle.

Die Berechnung der Kopplungswellen wird am einfachsten, wenn man einige Hilfsgrößen einführt:

die mittlere Eigenwelle Λ,
die mittlere Eigenkreisfrequenz Ω,
die Verstimmung ζ,
die Kopplungsverstimmung k_0,
die Frequenzverhältnisse p_1 und p_2.

Wir setzen

$$\left.\begin{aligned} \Lambda^2 &= \frac{\Lambda_1^2+\Lambda_2^2}{2} \quad \text{und} \quad \frac{2}{\Omega^2} = \frac{1}{\Omega_1^2}+\frac{1}{\Omega_2^2} \\ \zeta &= \frac{\Lambda_1^2-\Lambda_2^2}{\Lambda_1^2+\Lambda_2^2} \quad \text{und} \quad k_0 = \sqrt{1-(1-k^2)(1-\zeta^2)} \\ \frac{\Omega}{\Omega_1} &= p_1 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda} \quad \text{und} \quad \frac{\Omega}{\Omega_2} = p_2 = \frac{\Lambda_2}{\Lambda} \end{aligned}\right\} \quad (16\,c)$$

Danach ist

$$4\,\Lambda_1^2\Lambda_2^2 = (\Lambda_1^2+\Lambda_2^2)^2-(\Lambda_1^2-\Lambda_2^2)^2 = 4\,\Lambda^4(1-\zeta^2),$$

und Gl. (16 b) läßt sich in der einfachen Form schreiben

$$\lambda^4 - 2\,\lambda^2\Lambda^2 + \Lambda^4 = k_0^2\,\Lambda^4$$

oder

$$\lambda^2 - \Lambda^2 = +k_0\,\Lambda^2.$$

Für die beiden Kopplungswellen $\lambda = \Lambda'$ und $\lambda = \Lambda''$ folgen die den Gl. (13) ähnlichen Ausdrücke

$$\underline{\Lambda' = \Lambda\sqrt{1+k_0}} \quad \text{und} \quad \underline{\Lambda'' = \Lambda\sqrt{1-k_0}} \quad . \quad . \quad (16\,d)$$

Es ist

$$\Lambda'^2 + \Lambda''^2 = 2\,\Lambda^2 = \Lambda_1^2 + \Lambda_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16\,e)$$

Sind drei der vier Größen Λ_1, Λ_2, Λ' und Λ'' bekannt, so läßt sich die dritte hiernach berechnen.

Will man aus den gemessenen Werten der Eigenwellen Λ_1 und Λ_2, der Kopplungswellen Λ' und Λ'' den Kopplungsgrad k berechnen, so benutzt man die Beziehungen

$$\zeta = \frac{\Lambda_1^2-\Lambda_2^2}{\Lambda_1^2+\Lambda_2^2}, \quad k_0 = \frac{\Lambda'^2-\Lambda''^2}{\Lambda'^2+\Lambda''^2}, \quad k = \sqrt{\frac{k_0^2-\zeta^2}{1-\zeta^2}} \quad . \quad (16\,f)$$

Für gleichgestimmte Kreise ($\zeta = 0$) ist einfacher

$$\frac{A'^2 - A''^2}{A'^2 + A''^2} = k \approx 2\,\frac{A' - A''}{A' + A''}\left\{1 - \left[\frac{A' - A''}{A' + A''}\right]^2\right\} \cdot \cdot \quad (17)$$

Die in zwei z. B. magnetisch gekoppelten Kreisen auftretenden Ströme haben entweder gleiche Phase und Richtung: dann ist die magnetische Energie groß, die Wellenlänge gleich der größeren Kopplungswelle A'; oder entgegengesetzte Phase und Richtung: dann ist die magnetische Energie klein, die Wellenlänge gleich der kleineren Kopplungswelle A''.

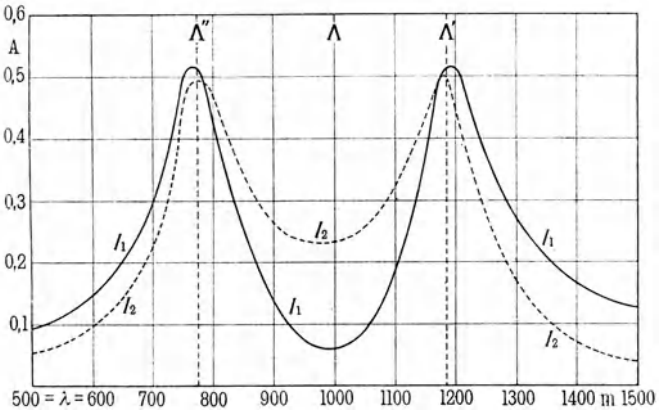
Art. 357 a. Die Stromstärken in zwei gekoppelten Schwingungskreisen. 1. In Fig. 433 a sind die effektiven Stromstärken I_1 und I_2 in zwei gleichen Schwingungskreisen aufgetragen für den Fall, daß die Wellenlänge der eingeschalteten Spannungsstufe von 500 bis 1500 m geändert wird. Es ist zunächst auffallend, daß die Einsattelung der primären Stromstärke viel tiefer ist als die der sekundären. Dies erklärt ohne weiteres Gl. (14 c). Die Einsattelung liegt ungefähr bei der Eigenwelle beider Kreise, also bei $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_2 = 0$. Wenn $\mathfrak{R}_2$, nicht aber ωM verschwindend klein ist, muß I_1 viel kleinere Werte haben als I_2.

2. Für zwei verstimmte Schwingungskreise sind in Fig. 433 b die Stromstärken dargestellt, die entstehen, wenn die erregende (selbständige) Wellenlänge Werte hat, die zwischen 500 und 1500 m liegen.

Fig. 433 b zeigt, daß eine der beiden Kopplungswellen bevorzugt ist. In verstimmten Kreisen wird diejenige Kopplungswelle am stärksten erregt, welche der Eigenwelle des direkt erregten Kreises am nächsten liegt.

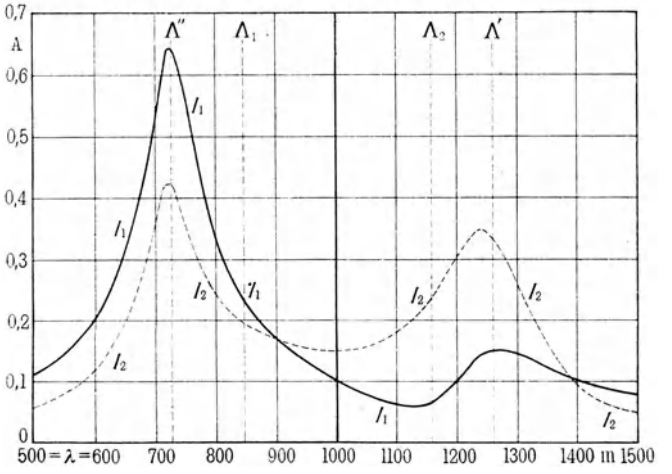
Art. 357 b. Kopplungswellen bei Verstellung der beiden Drehkondensatoren. In einem von zwei (magnetisch) gekoppelten Kreisen (und zwar in 1) liege eine Spannungsstufe U_{k_1}. Die rein induktiven und die Ohmschen Widerstände (ωL und R) mögen unverändert bleiben, ebenso die Betriebswellenlänge λ, d. h. die Frequenz von U_{k_1}. Man kann dann durch Veränderung der beiden rein kapazitiven Widerstände $1/\omega C_1$ und $1/\omega C_2$ die Stromstärken I_1 und I_2 in beiden Kreisen weitgehend ändern. In Fig. 434 sind die Werte des Widerstandes $r_1 = U_{k_1}/I_1$ dargestellt, und zwar als Niveaulinien $r_1 = konst.$

Fig. 433 a.



$\Lambda_1 = \Lambda_2 = 1000$ m, $k = 0{,}40$, $L_1 = L_2 = 141{,}0\,\mu$H,
$U_{k1} = 26{,}55$ V, $R_1 = R_2 = 26{,}55\,\Omega$.

Fig. 433 b.

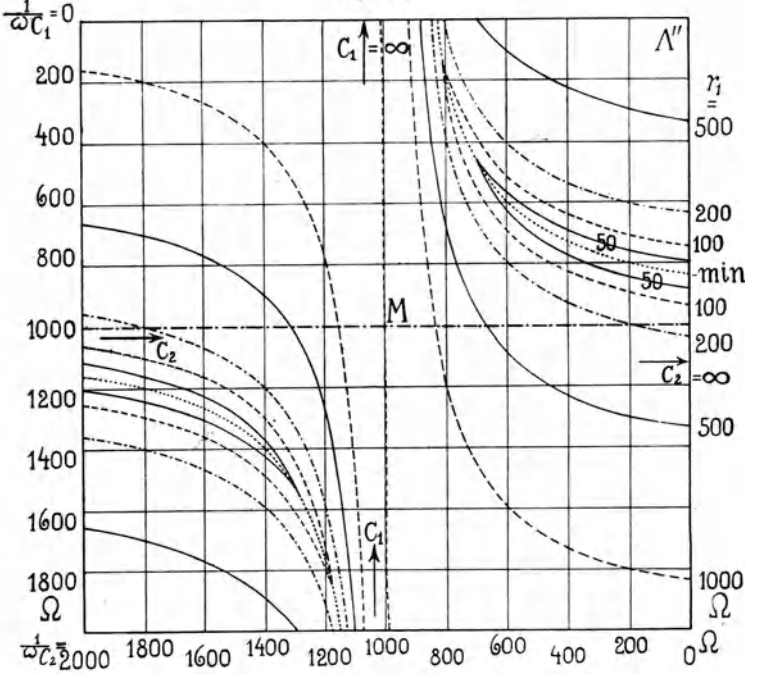


$\Lambda_1 = 846{,}5$ m, $\Lambda_2 = 1153{,}5$ m, $k = 0{,}40$.
$L_1 = L_2 = 141{,}0\,\mu$H, $U_{k1} = 26{,}55$ V, $R_1 = 31{,}4\,\Omega$, $R_2 = 23{,}0\,\Omega$

Die zur Berechnung der Kurven dienenden Gleichungen erhält man leicht aus den Gl. (14 c), die sich in der Form schreiben lassen:

$$\left.\begin{aligned} S_2^2 &= \Re_2^2 + R_2^2 \text{ und } F^3 = R_1\Re_2^2 + R_2(\omega^2 M^2 + R_1 R_2) \\ (a^2 + b^2) &= [(\Re_1 S_2^2 - \Re_2 \omega^2 M^2)^2 + F^3]\, S_2^2 \\ r_1 &= U_{k_1}/I_1 \text{ und } r_2 = U_{k_1}/I_2 \\ \Re_1 &\approx \frac{\omega^2 M^2}{\Re_2} + r_1 \text{ und } \Re_1 \approx \frac{\omega^2 M^2}{\Re_2} + \frac{\omega M}{\Re_2} r_2 \\ \sin\mu &= \frac{F^3}{S_2^2 r_1} \text{ und } \Re_1 = \frac{\Re_2 \omega^2 M^2}{S_2^2} \pm r_1 \cos\mu \\ \sin\nu &= \frac{F^3}{S_2\, \omega\, M r_2} \text{ und } \Re_1 = \frac{\Re_2 \omega^2 M^2}{S_2^2} + r_2 \cos\nu \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Fig. 434



Die Berechnung des Schwingwiderstandes $\Re_1$ bei angenommenem $\Re_2$ ergibt die Fig. 434.

Bei der Berechnung ist angenommen $k = 0{,}50$ und

$$\omega L_1 = \omega L_2 = 1000\,\Omega, \quad \lambda = 628\text{ m}, \quad R_1 = R_2 = 20\,\Omega.$$

Bei Resonanz des Kreises 2 auf die Betriebswellenlänge ($\omega L_2 = 1/\omega C_2 = 1000\,\Omega$) ist der Widerstand r_1 außerordentlich hoch, er beträgt 8020 Ω. Deshalb eignet sich ein mit 1 gekoppelter Kreis 2 hervorragend dazu, eine Störwelle λ'' auszuschließen: Wenn 2 auf λ'' eingestellt ist, entsteht in 1 nur ein verschwindend kleiner Strom der Wellenlänge λ''. Der Kreis 1 ist dann so einzustellen, daß die Hörwelle λ' erhebliche Stromstärke in beiden Stromkreisen hervorruft. Die Sperrkreiswirkung des Kreises 2 ist ohne weiteres aus den Gl. (14 c) zu folgern: Ist R_2 klein und $\Re_2 = 0$, so muß I_1 verschwindend kleine Werte haben. Später wird diese für die Empfangstechnik wichtige Verwendung zweier gekoppelter Kreise näher behandelt.

Die Höchstwerte der Stromstärke I_1 treten auf, wenn die Zustände herbeigeführt werden, die durch die Punkte der beiden punktierten Linien gekennzeichnet sind.

Art. 357 c. Kopplungswellen bei veränderlichen, aber immer gleichen Stellungen der Drehkondensatoren. Wir ersetzen in den Gl. (14 c) die Bezeichnungen der Widerstände durch die Zahlen

$$\varrho_1 = R_1/\omega M \quad \text{und} \quad \varrho_2 = R_2/\omega M.$$

Die Induktivitäten L_1 und L_2 sowie die Kapazitäten C_1 und C_2 seien beliebig, doch so gewählt, daß stets $\Re_1 = \Re_2 = \Re$ ist. Bei Gleichheit von L_1 und L_2 kann man z. B. die Drehkondensatoren auf die gleiche Achse setzen. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich aus den Gl. (14 c) folgendes:

1. Es ist I_1 ein Maximum bei der größeren Kopplungswelle λ', wenn der Schwingwiderstand $\Re$ beider Kreise den Wert hat

$$\Re' = -\omega M \sqrt{\alpha - \varrho_2{}^2} = -\Re'' \tag{19 a}$$

Das Maximum von I_1 hat den Wert

$$\left.\begin{aligned} I'_{1m} &= \frac{U_{k_1}}{\omega M} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta^2 + (\varrho_1 + \varrho_2)^2 [1 + \tfrac{1}{4}(\varrho_1 - \varrho_2)^2]}} = I_1'' \\ \alpha &= \sqrt{1 + 2\varrho_2(\varrho_1 + \varrho_2)}, \quad \beta = \alpha - 1 + \frac{\varrho_1{}^2 - \varrho_2{}^2}{2} \end{aligned}\right\} \tag{19 b}$$

Das Minimum von I_1 tritt ein bei der kleineren Zwischenwelle, bei $\Re = \Re'''$. Es ist

$$\Re_1''' = 0 \quad \text{und} \quad I_1''' = U_{k_1} \frac{R_2}{\omega^2 M^2 + R_1 R_2} \cdot \cdot \tag{19 c}$$

Bei der kleineren Kopplungswelle, bei $\Re = \Re''$, tritt wieder ein Maximum I_1'' von I_1 auf; $\Re''$ und I_1'' sind durch die Gl. (19) gegeben.

2. Die Stromstärke I_2 im Stromkreis 2 hat einen maximalen Wert, die größere Kopplungswelle tritt auf bei $\Re = \Re'$. Es ist

$$\Re' = -\omega M \sqrt{1 - \frac{\varrho_1^2 + \varrho^2}{2}} = -\Re'' \quad . \quad . \quad . \quad (20\,a)$$

$$I_2' = \frac{U_{k_1}}{(R_1 + R_2)\sqrt{1 - \frac{1}{4}(\varrho_1 - \varrho_2)^2}} = I_2'' \quad . \quad . \quad (20\,b)$$

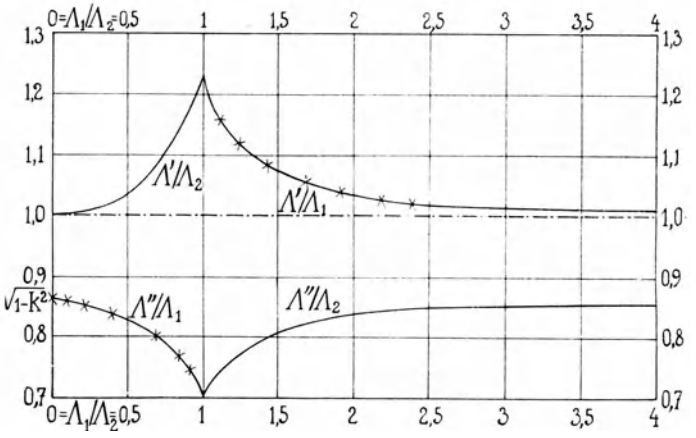
Die Stromstärke I_2 hat den minimalen Wert I_2''', wenn $\Re''' = 0$ ist. Dann ist

$$I_2''' = \frac{U_{k_1}\omega M}{\omega^2 M^2 + R_1 R_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20\,c)$$

Bei weiterer Verringerung der Betriebswellenlänge bis zur kleineren Kopplungswelle Λ'' ist $\Re = \Re''$ und $I_2 = I_2''$. Vgl. Fig. 433 a.

Art. 358. Erregung zweier gekoppelter Schwingungskreise durch eine Wechselspannung von unselbständiger Frequenz. 1. Wird eine Poulsenlampe (siehe Art. 353) in einen von zwei gekoppelten

Fig. 435.



Kreisen, z. B. in 1 eingeschaltet, so ist es zunächst fraglich, welche von beiden Kopplungswellen erregt wird.

Falls beide Kreise verstimmt sind, so entsteht immer diejenige Kopplungswelle, welche der Eigenschwingung des direkt erregten Kreises 1 am nächsten liegt. Ist $\Lambda_1 > \Lambda_2$, so entsteht die größere

Kopplungswelle Λ'. Ist $\Lambda_1 < \Lambda_2$, so entsteht die kleinere Kopplungswelle Λ''.

In Fig. 435 sind die auf Λ_1 bzw. Λ_2 bezogenen Wellenlängen Λ' u. Λ'' als Funktion des Verhältnisses Λ_1/Λ_2 dargestellt, und zwar für $k = 0{,}50$.

Wird die Kapazität C_2 des Kreises 2 kurzgeschlossen, so wird

$$\Lambda_2 = \Lambda' = \infty \text{ und } \Lambda'' = \Lambda_1 \sqrt{1 - k^2}.$$

Wird dagegen C_1 kurzgeschlossen, so wird

$$\Lambda_1 = \Lambda' = \infty \text{ und } \Lambda'' = \Lambda_2 \sqrt{1 - k^2}.$$

In beiden Fällen wird, wie Kiebitz gezeigt hat, die Induktivität des bestehenden Schwingungskreises durch die Kopplung mit einer kurzgeschlossenen Spule verkleinert, und zwar im Verhältnis $(1 - k^2) : 1$.

Die mit Kreuzen versehenen Punkte sind gemessen, während im Primärkreis eine Poulsenlampe eingeschaltet war und die Eigenschwingung des Sekundärkreises in weiten Grenzen geändert wurde.

Bei Gleichstimmung der beiden gekoppelten Kreise kann ein Schwanken der Wellenlänge zwischen den Werten Λ' und Λ'' eintreten (das sogenannte Ziehen). Gleichstimmung ist also zu vermeiden.

2. Eine lehrreiche Versuchsanordnung hat Pauli angegeben. Der Primärkreis 1 wird durch eine eingeschaltete Poulsenlampe oder durch eine Senderöhre (etwa nach Fig. 474) erregt. In 1 liegt eine veränderliche Kapazität C_1 und ein Hitzdrahtstrommesser. Der Sekundärkreis 2 bleibt unverändert; er enthält den Verlustwiderstand R_2 und einen Hitzdrahtstrommesser. Die erste der Gl. (9) S. 409 sagt zwar nichts über die sich einstellende Betriebswellenlänge λ aus, bestimmt aber die Stromübersetzung $I_2/I_1 = s$. Man beobachtet bei verschiedenen Einstellungen von C_1 die beiden Größen s und λ, letztere mit einem sehr genauen Wellenmesser. Stellt man s als Funktion von λ auf mm-Papier dar, so findet man zwei Werte λ' und λ'' von λ, bei denen s gleiche Werte hat. Man bildet

$$\Delta = (\lambda'^2 - \lambda''^2)/(\lambda'^2 + \lambda''^2).$$

Man bestimmt nun zwei Wertepaare Δ_I und s_I sowie Δ_II und s_II und bildet

$$X = \sqrt{s_\mathrm{I}^2 \Delta_\mathrm{I}^2 - s_\mathrm{II}^2 \Delta_\mathrm{II}^2} / \sqrt{2\,(s_\mathrm{II}^2 - s_\mathrm{I}^2)}.$$

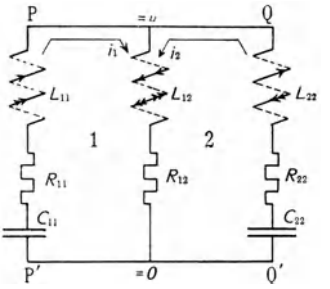
Dann ist in großer Annäherung die Dämpfungszahl des Sekundärkreises

$$\eta_2 \approx X \text{ und } R_2 \approx X \Lambda_2 / \pi c_0 C_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Art. 359. Zwei galvanisch gekoppelte Schwingungskreise 1 und 2 sind in Fig. 436 dargestellt. Beiden Kreisen gemeinsam ist die Induktivität L_{12}. Die Widerstände R_{11}, R_{12}, R_{22} seien sehr klein im Vergleich zu den induktiven Widerständen.

Die Stromstärken i_1 (bzw. i_2) rufen zwischen P und P' (bzw. Q und Q') die Spannung u hervor. Die Phase von u ist um $\pm \pi/2$ von der Phase der Stromstärken i_1 (bzw. i_2) verschieden. Folglich muß i_2 mit i_1 entweder gleiche oder entgegengesetzte Phase haben.

Fig. 436.



Der Fall gleicher Phase und Richtung der Wechselströme i_1 und i_2 ist durch die einfachen Pfeilspitzen dargestellt. Die magnetische Energie ist dann groß; die Eigenwelle der Schaltung ist gleich der größeren Kopplungswelle Λ'.

Der Fall entgegengesetzter Phase und Richtung der Wechselströme i_1 und i_2 ist durch die doppelten Pfeilspitzen dargestellt. Die magnetische Energie ist dann gering; die Eigenwelle der Schaltung ist gleich der kleineren Kopplungswelle Λ''.

Als Induktivität der Kreise 1 bzw. 2 bezeichnet man die Größen

$$L_1 = L_{11} + L_{12} \quad \text{bzw.} \quad L_2 = L_{22} + L_{12} \quad . \quad . \quad . \quad (22\,\text{a})$$

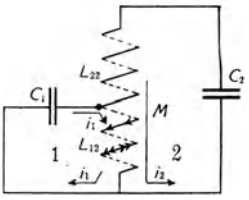
Als galvanischen Kopplungsgrad bezeichnet man die Zahl

$$k = L_{12}/\sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22\,\text{b})$$

Es läßt sich leicht zeigen, daß die Gl. (16 d) auch hier gelten.

Art. 360. Zwei galvanisch-magnetisch gekoppelte Schwingungskreise sind in Fig. 437 dargestellt. In der Anordnung können zwei starke Wechselströme i_1 und i_2 fließen, die in der beiden Kreisen gemeinsamen Induktivität L_{12} stets gleiche Richtung haben (wie die einfachen Pfeilspitzen zeigen), oder stets entgegengesetzte Richtung (wie die doppelten Pfeilspitzen zeigen). Im ersteren Falle haben beide Wechselströme die Wellenlänge Λ' der größeren Kopplungswelle, im zweiten Falle die Wellenlänge Λ''.

Fig. 437.



Definiert man als Kopplungsgrad

$$k = (M + L_{12})/\sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22\,\text{c})$$

so gelten die Gl. (16 d) für die beiden Kopplungswellen.

Vierundsechzigstes Kapitel.

Erregung abklingender Schwingungen durch Funkenstrecke oder Abreißsummer.

Art. 361. Die Erregung eines Schwingungskreises durch einen Abreißsummer ist in Fig. 438 dargestellt. Nachdem die Schalteinrichtung S einige Zeit hindurch geschlossen ist, wird die Induktivität L vom Strome $I_1 = U_1/R$ durchflossen, ist die Kapazität C zur Spannung $u = U_1 = q/C$ geladen.

Wird die Schalteinrichtung S (zur Zeit $t = 0$) plötzlich geöffnet, so kann sich weder die Stromstärke I_1 in der Induktivität L noch die Ladung der Kapazität C plötzlich ändern. Im Anfangszustand des geschlossenen Schwingungskreises ist also die Stromstärke im Kreise $i = i_0 = I_1$, die Spannung an der Kapazität $u = u_0 = R\,I_1$.

Es ist also, wenn $\mathrm{d}u/\mathrm{d}\tau = \dot{u}$ und $\tau = \Omega t$ gesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned} i &= -\Omega C\dot{u} \quad \text{und} \quad u + 2\eta\dot{u} + \ddot{u} = 0 \\ u_0 &= RI_1 \quad\;\; \text{und} \quad u_0 = -I_1/\Omega C \end{aligned}\right\} \cdots \quad (23)$$

Die Werte von u und $\dot{u}$ ergeben sich aus Gl. (23), wenn man $u = U e^{x\tau}$ setzt. Es ist ($a = +\sqrt{\eta^2 - 1}$ gesetzt):

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{I_1 e^{-\eta\tau}}{\Omega C}\left\{\frac{2\eta^2 - 1}{\sqrt{\eta^2 - 1}}\,\frac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2} + 2\eta\,\frac{e^{+a\tau} + e^{-a\tau}}{2}\right\} \\ i &= I_1 e^{-\eta\tau}\left\{\frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 - 1}}\,\frac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2} + \frac{e^{+a\tau} + e^{-a\tau}}{2}\right\} \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Ist die Dämpfungszahl $\eta < 1$, so erhält man aus Gl. (24) die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} \sin\varepsilon &= \eta, \quad \omega = \Omega\cos\varepsilon, \quad \delta = \Omega\sin\varepsilon = \omega\,\mathrm{tg}\,\varepsilon \\ u &= -I_1 \cdot \Omega L\, e^{-\omega t\cdot \mathrm{tg}\,\varepsilon}\sin(\omega t - 2\varepsilon) \\ i &= (I_1/\cos\varepsilon)\, e^{-\omega t\cdot \mathrm{tg}\,\varepsilon}\cos(\omega t - \varepsilon) \end{aligned}\right\} \cdots \quad (25)$$

Das beschriebene von Eichhorn ausgearbeitete Verfahren ist für große Leistungen nicht geeignet, aber das einfachste, um für Meßzwecke hinreichend starke, langsam abklingende Schwingungen zu erregen. Als Schalteinrichtung (S in Fig. 438) verwendet man zweckmäßig einen selbsttätigen Unterbrecher (Abreißsummer), wie

er für etwa 500 Unterbrechungen je Sekunde z. B. von der Telefunken-Gesellschaft geliefert wird.

Die Stromstärke i verläuft genau so wie die v-Kurve, die negative Spannung $(-u)$ ähnlich so wie die i-Kurve der Fig. 442, S. 432.

Diese Eichhornsche Schaltung wird insbesondere zur Erregung von Wellenmeßsendern angewendet (vgl. Art. 463).

Fig. 438.

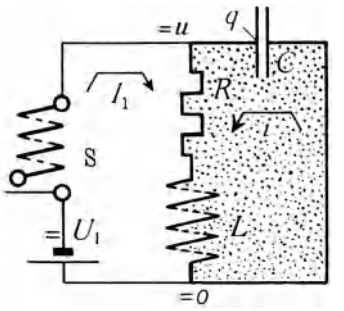
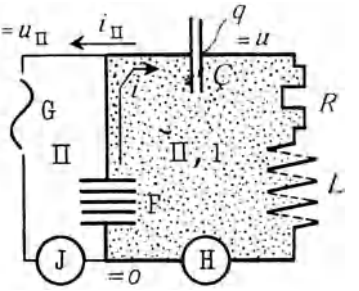


Fig. 439.



Art. 362. Die Erregung eines eine Funkenstrecke enthaltenden Schwingungskreises ist in Fig. 439 dargestellt. Parallel zur Funkenstrecke wird eine Spannungsstufe G geschaltet, deren Spannung u_{II} allmählich abnehme. Hat u_{II} den Wert $-U_0$ erreicht, so wird die Funkenstrecke plötzlich leitend und verhält sich in der nächsten Zeit wie ein geschlossener Schalter. Im Augenblick, in dem die Funkenstrecke leitend wird, wird $u_{II} = 0$, $u = +U_0$. Die Ladung q bleibt zunächst auf der Belegung des Kondensators, auf die sie durch die Spannungsstufe G gezogen ist.

Zu beliebiger Zeit bzw. im Anfangszustand ist

$$\left.\begin{array}{ll} i = -\Omega C u & \text{und} \quad u + 2\eta\dot{u} + \ddot{u} = 0 \\ \text{bzw.} & \\ u_0 = +U_1 & \text{und} \quad \dot{u}_0 = 0 \end{array}\right\} \cdot \cdot \cdot \quad (26)$$

Setzt man in (26) $u = U e_1^{x\tau}$, so erhält man

$$\left.\begin{array}{l} u = \dfrac{U_0 e^{-\eta\tau}}{a}\left\{\eta\,\dfrac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2} + a\,\dfrac{e^{+a\tau} + e^{-a\tau}}{2}\right\} \\ i = \dfrac{U_0 \Omega C e^{-\eta\tau}}{a}\,\dfrac{e^{+a\tau} - e^{-a\tau}}{2}, \quad a = +\sqrt{\eta^2 - 1} \end{array}\right\} \cdot \cdot \quad (27)$$

Art. 363. Aperiodische Schwingung bei anfänglich geladener Kapazität. Wenn $\eta \geq 1$ ist, ergeben die Gl. (27) direkt reelle Werte von u und i.

Wenn $\eta = 1$ ist, im sogenannten aperiodischen Grenzfall, ist

$$u = U_0 e (1 + \Omega t) e^{-(1+\Omega t)}, \quad i = U_0 \Omega C \cdot \Omega t e^{-\Omega t} \quad \cdot \quad (28)$$

Man sieht, daß die Größe u/e dieselbe Funktion von $1 + \Omega t$ ist wie die Größe $i/\Omega C$ von Ωt. In Fig. 440 sind Spannung u und Stromstärke i als Funktion von Ωt dargestellt. In der Fig. 440 ist 0 statt Ω und v statt u gesetzt. Man sieht, daß die Stromstärke i zuerst schnell ansteigt und nach Erreichung eines maximalen Wertes allmählich zu Null abfällt, ohne den Nullwert jemals zu unterschreiten, d. h. entgegengesetzte Richtung anzunehmen. Die Stromstärke i schwingt aperiodisch.

Fig. 440.

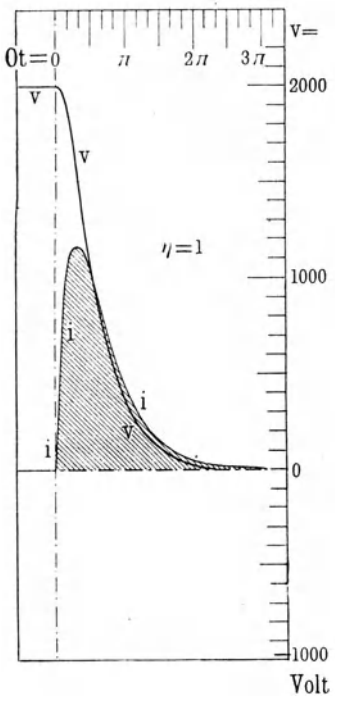
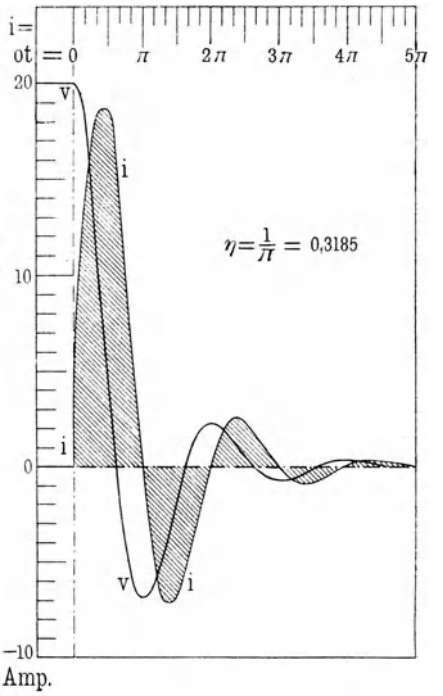


Fig. 441.



Art. 364. Periodische abklingende Schwingung bei anfänglich geladener Kapazität. Ist die Dämpfungszahl $\eta < 0$, so wird die Größe a der Gl. (27) imaginär, es wird

$$a = \sqrt{-1}\sqrt{1-\eta^2} = j\sqrt{1-\eta^2}.$$

Zu reellen Werten von u und i gelangt man dann durch die Moivresche Formel (s. Art. 487). Unter Einführung zweier Hilfsgrößen, des Dämpfungswinkels ε und der abklingenden Kreisfrequenz ω, erhält man

$$\left.\begin{aligned} \sin\varepsilon = \eta,\quad \omega = \Omega\cos\varepsilon,\quad \delta = \Omega\sin\varepsilon,\quad tg\,\varepsilon = \delta/\omega \\ u = (U_0/\cos\varepsilon)\,e^{-\omega t\cdot tg\,\varepsilon}\cos(\omega t-\varepsilon) \\ i = (U_0\,\Omega\,C/\cos\varepsilon)\,e^{-\omega t\cdot tg\,\varepsilon}\sin\omega t \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Die Ausdrücke für die Spannung u und die Stromstärke i setzen sich aus drei Faktoren zusammen: der erste ist konstant; der zweite nimmt mit fortschreitender Zeit beständig ab; der dritte ist eine sinusartige Funktion der Zeit. Den abnehmenden Faktor kann man auch in der Form $e^{-\delta t}$ schreiben. Multipliziert und dividiert man den Ausdruck für u mit $e^{(-\pi/2+\varepsilon)tg\varepsilon}$, so wird u dieselbe Funktion von $(\omega t+\pi/2-\varepsilon)$ wie i von ωt. Die so erhaltene Form der Gl. (29) ist für die zahlenmäßige Berechnung am geeignetsten.

In den Fig. 441 und 442 sind Spannung u (dort v) und Stromstärke i als Funktionen von ωt (dort ot) dargestellt. Die Stromstärke i eilt der Spannung u an der Induktivität L in Fig. 439 um annähernd $\pi/2$ nach.

Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Umkehrwerte von u und i ist konstant. Zur Messung kann ein Braunsches Rohr verwendet werden, dessen Lichtfleck durch u und i in zwei zueinander senkrechten Richtungen abgelenkt wird. Bei hochfrequenten Vorgängen ist die vom Lichtfleck durchlaufene Spirale nur dann hell genug, um photographisch aufgezeichnet zu werden, wenn die Vorgänge wiederholt erregt werden.

Ist die Dämpfung des Kreises klein, ist z. B. $\eta < 0{,}01$, so unterscheiden sich die Vorgänge in dem Kreise anfänglich nur wenig von einer gleichklingenden Schwingung.

Setzt man in den Gl. (29) $\eta = 0$, so erhält man für die ungedämpfte zwanglose Schwingung, d. h. die Eigenschwingung des Kreises,

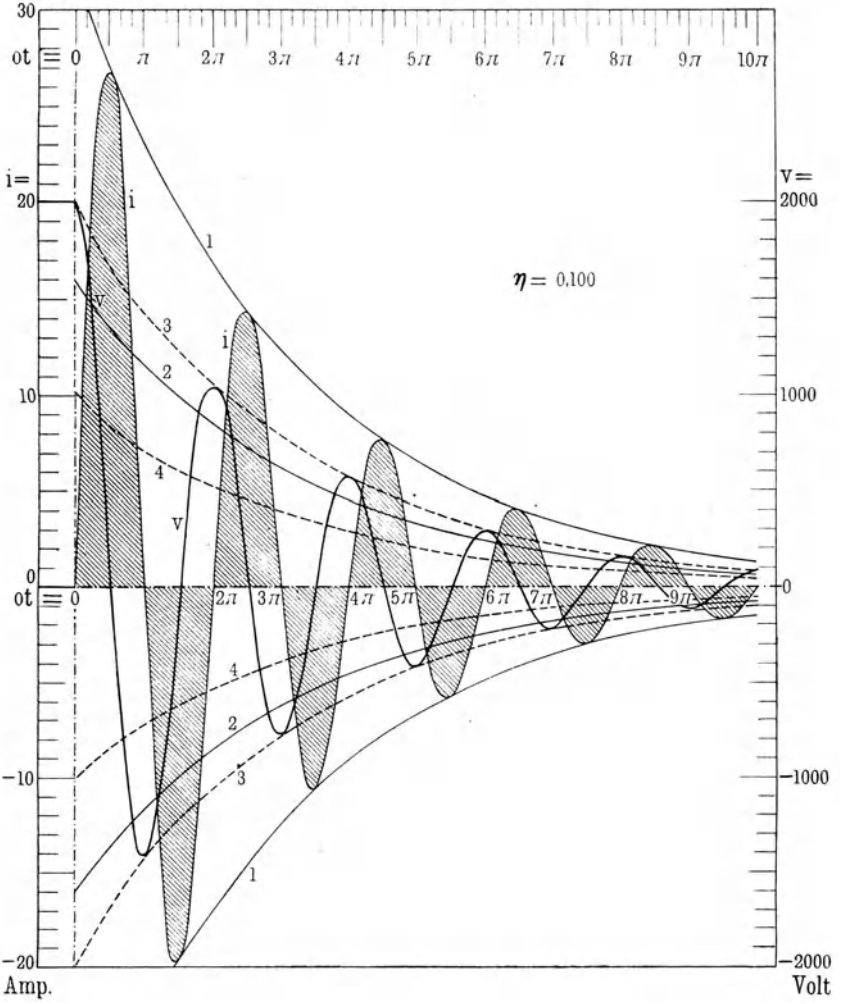
$$u = U_0\cos\Omega t \quad \text{und} \quad i = U_0\,\Omega\,C\sin\Omega t \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Die effektive Spannung ist dann $^1/_2\sqrt{2}\,U_0$; die effektive Stromstärke ist $^1/_2\sqrt{2}\,U_0/\Omega L$.

Elektrische Schwingungen mit einer Schwingungsdauer von etwa 1 Sekunde kann man erzeugen, indem man eine Kapazität von $2\,\mu$F auf 110 V auflädet und durch die Hochspannungsspule eines geeigneten großen Transformators entladet. Liegt in dem so gebildeten Schwingungskreis der Faden eines Saitenstrommessers, so

wird die abklingende Schwingung sichtbar. Durch Einschaltung von Widerstand kann man den aperiodischen Grenzzustand herstellen. — Wenn die Schwingungen abgeklungen sind, so ist die Strom-

Fig. 442.



stärke wieder dauernd Null, und die Funkenstrecke wird wieder nichtleitend. Eine stromlose Funkenstrecke verhält sich wie ein geöffneter Schalter. Die Aufladung und Entladung der

Kapazität kann nun wiederholt werden. Die Spannung u_{II} (siehe Fig. 439) kann beispielsweise durch eine mittelfrequente Wechselstrommaschine erzeugt werden. Die Maschine liegt meist an der Unter-, die Funkenstrecke an der Oberspannungsspule eines eisengeschlossenen Transformators, dessen Übersetzungsverhältnis etwa 1 : 30 betragen mag. Die Oberspannungsspule des Transformators an die Kapazität (anstatt an die Funkenstrecke) zu legen, wäre sehr unzweckmäßig. Dann würde an den Klemmen des Transformators außer der mittelfrequenten auch eine hochfrequente Wechselspannung herrschen, und Transformator sowie Maschine wären unnötig gefährdet.

Ob man die Verbindung der Funkenstrecke F (siehe Fig. 439) mit der Kapazität C oder die Verbindung mit der Induktivität L erdet, ist für den vorliegenden Zweck gleichgültig. Ganz unzweckmäßig wäre es aber, die Verbindung von Kapazität und Induktivität zu erden: denn dann würden Transformator und Maschine als Ganzes an der hochfrequenten Wechselspannung des Kreises teilnehmen.

Die Bedingungen für regelmäßige Wiederholung der Funkenentladungen sind in Art. 372 näher dargelegt.

Art. 365. Die effektive Stromstärke von abklingenden, regelmäßig folgenden Schwingungen I ist so zu bestimmen, daß eine in den Schwingungskreis eingeschaltete Glühlampe ebenso hell brennt wie in einem Gleichstromkreis, in dem die konstante Stromstärke I fließt. Ist R der Widerstand der Glühlampe, $T' = 1/f'$ die Zeit zwischen dem Beginn eines Schwingungsvorganges und dem Beginn des nächsten, so wird während der Zeit T' der Lampe die elektrische Arbeit zugeführt

$$\int_0^{T'} R i^2 \cdot \mathrm{d}t = R I^2 T', \quad \text{so daß} \quad I = \sqrt{f' \int_0^{\infty} i^2 \cdot \mathrm{d}t} \quad . \quad . \quad (31)$$

Eine zur Höchstspannung U_0 geladene Kapazität C enthält die Energie $^1/_2 C U_0^2$. Wird diese Energie während der Zeit $T' = 1/f'$ im Widerstand R verbraucht, so ist

$$^1/_2 C U_0^2 = I^2 R T' \quad \text{und} \quad I = U_0 \sqrt{f' C / 2 R} \quad . \quad . \quad (32)$$

Eine Beziehung zwischen der effektiven Spannung U und der effektiven Stromstärke I erhält man, indem man die Differentialgleichung (26) für u mit $u \cdot \mathrm{d}\tau$ multipliziert und dann von 0 bis ∞ integriert. Es ergibt sich

$$U/I = \sqrt{\Omega^2 L^2 + R^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Der Widerstand U/I hat für abklingende Schwingungen denselben Wert wie für gleichklingende.

Fünfundsechzigstes Kapitel.

Gleichzeitige Erregung beider Kopplungswellen und Tonfunkensender.

Art. 366. Die Erregung beider Kopplungswellen durch einen Abreißsummer. In Fig. 438 ist dargestellt, wie ein Summerzweig zur Induktivität eines einzelnen Schwingungskreises parallel geschaltet ist, um abklingende einwellige Schwingungen hervorzurufen. Ein solcher Summerzweig ist auch ein vorzügliches Mittel zur Untersuchung zweier gekoppelter Schwingungskreise; er wird am besten zur Induktivität des Primärkreises oder zur gemeinsamen Induktivität parallel geschaltet, also z. B. an die Punkte P und Q der in Fig. 447 dargestellten Anordnung gelegt. Die erzeugten Wellen werden mit einem lose gekoppelten Wellenmesser durch Abhören gemessen.

a) Ist der Primärkreis 1 geschlossen, der Sekundärkreis 2 geöffnet, so tritt die Eigenwelle Λ_1 des Primärkreises als allmählich abklingende Schwingung auf.

b) Ist 1 geöffnet, 2 geschlossen, so tritt die Eigenwelle Λ_2 des Sekundärkreises auf.

c) Sind 1 und 2 geschlossen, so treten die beiden Kopplungswellen Λ' und Λ'' gleichzeitig auf.

Aus den Werten von Λ_1, Λ_2, Λ' und Λ'' kann man den Kopplungsgrad k der beiden Schwingungskreise nach Gl. (16) berechnen.

Art. 367. Die Erregung beider Kopplungswellen durch eine Funkenstrecke. Marconi benutzte zu seinen ersten Versuchen über drahtlose Nachrichtenübermittlung (1898) einen einfachen Schwingungskreis, der eine Funkenstrecke enthielt und den berühmten Anordnungen von Heinrich Hertz in der Form ähnlich, an Größe und Reichweite weit überlegen war.

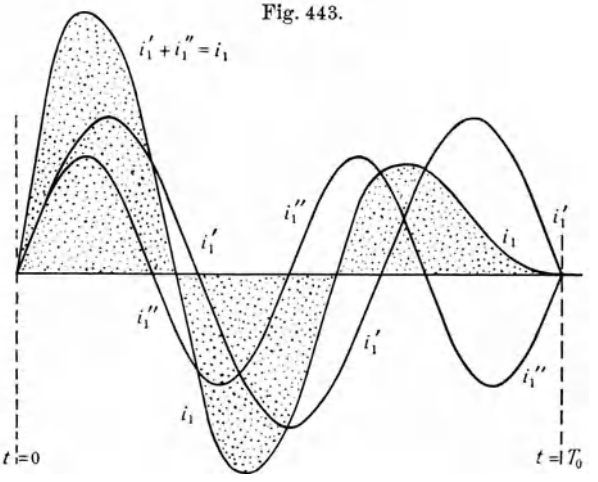
Braun benutzte zu späteren Versuchen zwei gekoppelte Kreise, deren einer eine Funkenstrecke enthielt, und zwar eine gewöhnliche Funkenstrecke mit großem Abstand der in Luft befindlichen Elektroden.

1. Die Vorgänge in einem solchen Braunschen Sender lassen sich am einfachsten in folgender Weise erklären. Die anfangs im Kondensator des Primärkreises steckende Energie beginnt nach Durchbruch der Funkenstrecke zwischen der Kapazität C_1 und der Induktivität L_1 des Primärkreises hin und her zu pendeln. Ist mit

dem Primärkreis ein Sekundärkreis (der Antennenkreis) gekoppelt, so nimmt die im Primärkreis vorhandene Schwingungsenergie viel schneller ab, als es sonst der Fall sein würde, weil sie teilweise in den Sekundärkreis übergeht. Aus dem Sekundärkreis kehrt die Energie allmählich in den Primärkreis zurück und so setzt sich das Hin- und Herfluten der Energie mehrmals fort, bis sie in Stromwärme und Strahlung übergeführt, kurz verbraucht ist.

2. Diesen Vorgang kann man auch in folgender Weise erklären. Die beiden Kopplungsglieder der primären Stromstärke (i_1' und i_1'' in Fig. 443) haben zuerst gleiche, nach einiger Zeit entgegengesetzte Phase und Richtung. In diesem Zeitpunkt sind die Amplituden der

Fig. 443.



wirklichen Stromstärke $i_1 = i_1' + i_1''$ sehr klein. Nach Verlauf einiger Zeit haben die Kopplungsglieder wieder gleiche Phase und Richtung, dann ist die Amplitude von i_1 wieder groß usw. Die oberste Kurve der Fig. 444 stellt diesen Verlauf von i_1 dar, unter der Annahme verschwindend kleiner Verlustwiderstände. Man nennt solche Schwingungen, deren Amplitude abwechselnd zu- und abnimmt, Schwebungen. Die Zeit vom Durchbruch der Funkenstrecke bis zum ersten Schwebungsminimum (in Fig. 444 als τ bezeichnet) ist

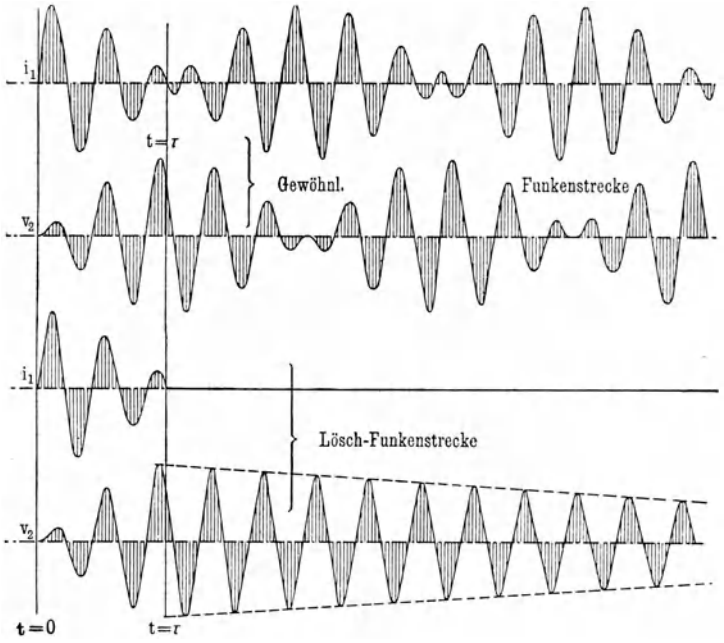
$$T_0 = mT'/2 = (m+1)T''/2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Hierin sind T' bzw. T'' die Schwingungsdauern der größeren bzw. kleineren Kopplungswelle. Ist m eine ganze Zahl, so werden beide Wellen zu gleicher Zeit Null, und zwar in entgegengesetztem Sinne. In Fig. 443 ist $m = 3$ angenommen.

Beim Braunschen Sender wird ein großer Teil der ursprünglich dem Primärkondensator mitgeteilten Entladungsenergie in der Funkenstrecke verbraucht. Ferner finden sich in der sekundären Stromstärke zwei Glieder verschiedener Wellenlänge. Endlich sind diese beiden Kopplungswellen schnell abklingend.

Art. 368. Die Löschfunkenstrecke. Unabhängig voneinander und fast gleichzeitig fanden Cooper Hewitt, Max Wien und v. Lepel Mittel, um die Nachteile des Braunschen Senders zu vermeiden. Alle drei benutzten Funkenstrecken, die die Fähigkeit

Fig. 444. $k = 19{,}80$ v. H.



hatten, zur Zeit des ersten Schwebungsminimums ihre Leitfähigkeit zu verlieren und dadurch ein Zurückfluten der Energie zu verhindern. Hewitt bediente sich einer Quecksilberdampflampe, Wien einer Funkenstrecke, deren in Luft eingebettete Elektroden einen veränderlichen, nur Bruchteile eines Millimeters betragenden Abstand hatten; v. Lepel benutzte Metallplatten, die durch eine Papierschicht getrennt waren. Hewitt[1]) erklärte den von ihm ermöglichten Fort-

[1]) Amerikan. Patentschr. 780 997, 9. Febr. 1903 bis 31. Jan. 1905.

schritt durch die Energieentziehung (siehe Art. 368, Ziffer 1), Wien[1]) durch das Verschwinden der Kopplungswellen nach dem Erlöschen der Funkenstrecke.

Aus der von Wien bei großem Elektrodenabstand aufgenommenen Resonanzkurve ergeben sich die beiden Kopplungswellen proportional zu 1,154 bzw. 0,844. Daraus folgt, daß Wien bei einigen seiner klassischen Versuche den Kopplungsgrad $k = 0{,}303$ benutzt hat.

Die beiden letzten Kurven der Fig. 444 stellen den Verlauf der primären Stromstärke bzw. der sekundären Spannung dar. Die Funkenstrecke wird jetzt nur kurze Zeit hindurch durchströmt, kann also nicht zuviel Energie verbrauchen. Wie sowohl Hewitt als auch Wien klar erkannt und hervorgehoben haben, ist die wichtigste Eigenschaft des neuen Senders folgende. Im Sekundärkreis finden nach dem Erlöschen der Funkenstrecke ganz allmählich abklingende einwellige Schwingungen statt, deren Wellenlänge nur von der Eigenwelle des Sekundär- oder Antennenkreises abhängt. Diese Schwingung klingt ganz allmählich ab, weil der Energieverbrauch der Funkenstrecke ohne Einfluß auf sie ist.

Die in der Praxis später meist benutzten Funkenstrecken sind der Wienschen nachgebildet. Es sind mehrere Plattenpaare in Reihe geschaltet. Der Abstand der beiden Platten eines Paares wird durch eine 0,2 mm dicke Glimmerplatte hergestellt und erhalten.

Art. 369. Einfluß von Kopplungsgrad und Verstimmung. 1. Um die Vorgänge im Löschfunkensender näher zu untersuchen, sind zwei magnetisch gekoppelte Kreise, von denen mindestens einer eine veränderliche Kapazität hat, besonders geeignet. Man kann dann durch Verschieben der Spulen den Kopplungsgrad k ändern (während die Verstimmung ζ konstant bleibt), und durch Verändern der Kapazität ζ ändern (während k konstant bleibt). Zum Bau des Senders sind zwei gleichachsige konische, axial verschiebbare Spulen besonders geeignet; die Primärspule muß aus wenigen, die Sekundärspule aus vielen Windungen bestehen.

Wenn die Zahl m der Gl. (34) eine ganze Zahl ist, dann werden die beiden Kopplungswellen gleichzeitig Null. Die beiden Kopplungswellen Λ' und Λ'' stehen dann im Verhältnis kleiner ganzer Zahlen, es ist

$$\Lambda'/\Lambda'' = (m+1)/m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

---

[1]) Phys. Zeitschr. 7, 871—872, 1906.

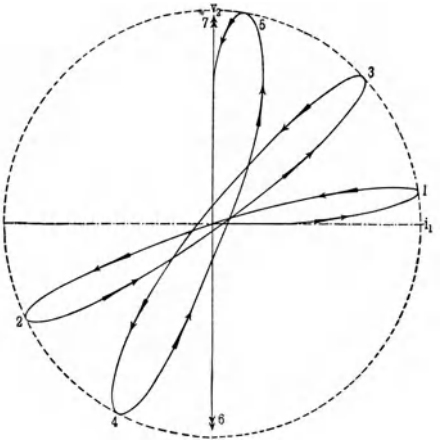
Bei Gleichstimmung beider Kreise berechnet sich der nötige Kopplungsgrad

$$k = \frac{2(2m+1)}{(2m+1)^2+1} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (36)$$

Bei Verstimmung ist die Kopplungsverstimmung k_0 gleich der angegebenen Funktion von m; der Kopplungsgrad k ist nach (16) aus k_0 und ζ zu berechnen.

Besonders sorgfältige Versuche über den Einfluß der Kopplung bei frisch geputzter Funkenstrecke und bei Gleichstimmung hat

Fig. 445.



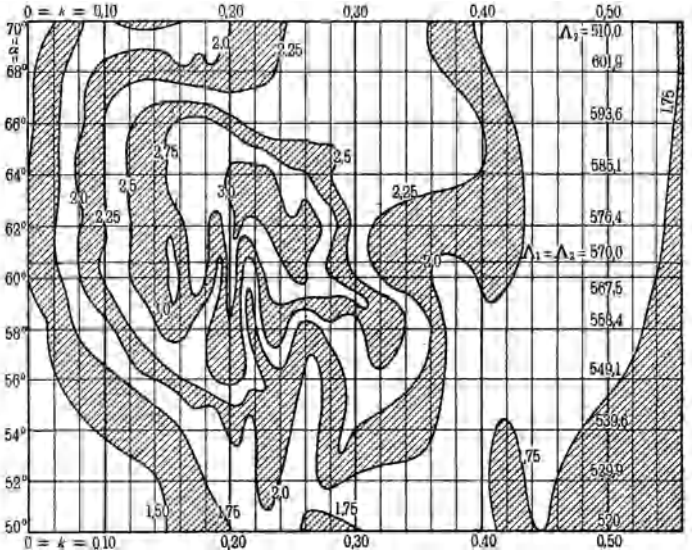
Riegger (Zeitschr. f. drahtl. Tel. **5**, 35—59, 1912) angestellt. In der nachstehenden Tabelle sind die günstigsten Kopplungsgrade angegeben, die Riegger bei einem Elektrodenabstand I. von 0,095 mm (Fig. 6), II. von 0,43 mm (Fig. 11 seiner Arbeit) beobachtet hat.

$\varphi = \pi$	k		$\varphi = \pi/2$	k	
$m =$	ber.	beob. I	$m =$	ber.	beob. II
10	9,51	9,9	10,5	9,08	9,2
9	10,50	—	9,5	9,98	10,3
8	11,72	—	8,5	11,07	—
7	13,27	13,3	7,5	12,45	12,0
6	15,30	15,0	6,5	14,21	14,3
5	18,04	17,9	5,5	16,55	16,5
4	21,96	22,0	4,5	19,80	19,8*

In dem Zeitpunkt, in dem die Funkenstrecke ihre Leitfähigkeit verliert, haben die beiden Kopplungswellen i_1' und i_1'', im Falle I den Phasenunterschied $\varphi = \pi$, im Falle II den Phasenunterschied $\varphi = \pi/2$. Bei größeren Kopplungsgraden setzen sich die beiden beobachteten Reihen nicht fort.

Bei dem Kopplungsgrad 19,80* obiger Tabelle hat Verf. die Vorgänge mit dem Braunschen Rohr genau untersucht. Die Magnetspule des Rohres wurde von i_1 durchflossen, der Kondensator lag an einigen Windungen der Sekundärspule, so daß sein Feld u_2 propor-

Fig. 446.



tional war. Fig. 445 ist eine Wiedergabe der photographierten Lissajous-Figur. Die primäre Stromstärke erlischt nach fünf Halbschwingungen, in genauer Übereinstimmung mit der vorletzten Kurve der Fig. 444.

2. Verstimmung wie Kopplungsgrad beeinflussen nicht nur die Wellenlängen Λ' und Λ'' und deren Verhältnis, d. h. die Phasen der Kopplungswellen beim Verschwinden der primären Stromstärke, sondern auch die Anfangsamplituden und die Dämpfungsfrequenzen der Kopplungswellen und damit die Amplituden der Kopplungswellen beim Verschwinden der primären Stromstärke (vgl. den Schluß von Art. 373).

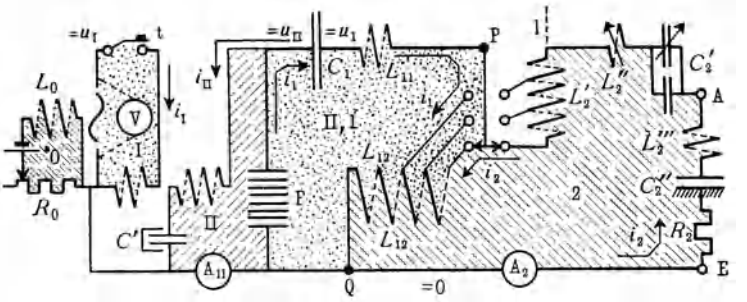
Einen guten Überblick über die Abhängigkeit der Antennenstromstärke I_2 von k und ζ bekommt man, wenn man k und ζ als rechtwinklige Koordinaten wählt und nun die Punkte k, ζ miteinander verbindet, in denen I_2 gleiche Werte hat. In Fig. 446 ist ein solches Niveaulinienbild wiedergegeben. Man kann bei Kopplunggraden, die zwischen etwa 0,15 und 0,31 liegen, stets durch Verstimmung eine praktisch einwellige Stromstärke I_2 herstellen, die der höchsten überhaupt erreichbaren sehr nahe kommt. Bei Kopplungsgraden k, die kleiner als 0,16 sind, nimmt die Stromstärke I_2 mit abnehmendem k ab, während die Einwelligkeit erhalten bleibt. Bei Kopplungsgraden, die größer als etwa 0,36 sind, sind Einwelligkeit und hohe Stromstärke I_2 kaum zu erzielen. Es scheint, als ob dann die Stromstärke in der Funkenstrecke nicht im ersten Schwebungsminimum erlischt.

Art. 370. Beschreibung eines Tonfunkensenders. In Fig. 447 ist

0 der von Gleichstrom durchflossene Feldstromkreis,
I der primäre, II der sekundäre Mittelfrequenzkreis,
1 der primäre, 2 der sekundäre Hochfrequenzkreis.

1. Der primäre Niederfrequenzkreis I enthält die Ankerwicklung einer Mittelfrequenzmaschine (die ähnlich so konstruiert ist

Fig. 447.



wie die in Fig. 453, S. 45 abgebildete Maschine), außerdem einen Taster t, die Unterspannungsspule eines Transformators und in der Regel einen Wechselstrommesser. Änderung des Feldstromes (mit Hilfe des Widerstandes R_0) ändert die (mit Hilfe von V gemessene) Spannung der unbelasteten Mittelfrequenzmaschine.

Der sekundäre Niederfrequenzkreis II enthält die Oberspannungsspule des Transformators, gegebenenfalls einen Blockkondensator C' und einen Strommesser A_{II}, die Spulen $L_{12} + L_{11}$ und

den Kondensator C_1. Die beiden Niederfrequenzkreise dienen (bei nichtleitender Funkenstrecke F) zur Ladung der Kapazität C_1. Sie erfüllen also dieselbe Aufgabe wie die Spannungsstufe G in Fig. 439, S. 23.

2. Der primäre Hochfrequenzkreis 1 enthält die Kapazität C_1, die Induktivität $L_{12} + L_{11} = L_1$ und den Funkenstreckensatz F.

Der sekundäre Hochfrequenzkreis 2 enthält außer der beiden Kreisen gemeinsamen Induktivität L_{12} die Induktivitäten L_2', L_2'' und L_2''' sowie die Kapazitäten C_2' und C_2'' und den Widerstand R_2. Zur groben Abstimmung des Kreises 2 dient L_2', zur feinen L_2'' oder C_2'. Der zwischen A und E liegende Stromzweig besteht beim Betriebe aus dem Luftleiter und dem Erdleiter einer Antennenanlage und der Erde. Der obere Teil des Luftleiters hat gegen die Erdoberfläche die (möglichst große) Kapazität C_2''. Der untere Teil des Luftleiters hat die (möglichst kleine) Induktivität L_2'''. Infolge der Kopplung beider Hochfrequenzkreise entstehen im Kreise 2 schnell anklingende, dann ganz allmählich abklingende Schwingungen, deren effektive Stromstärke vom Strommesser A_2 angezeigt wird. Die Wellenlänge der abklingenden Schwingung ist bestimmt durch die Gesamtinduktivität $L_2 = L_{12} + (L_2' + L_2'' + L_2''')$ und die Gesamtkapazität $C_2 = C_2' \cdot C_2''/(C_2' + C_2'')$.

Art. 371. Die mittelfrequenten Vorgänge in einem Tonfunkensender werden durch die hochfrequenten Vorgänge nur insofern beeinflußt, als von letzteren die Zeit T_0 abhängt, während welcher die Funkenstrecke F leitend bleibt. Die Bezeichnung Tonfunkensender verdient nur ein Sender, dessen Funkenfolge regelmäßig ist. Dies läßt sich nur erreichen, wenn die Leitzeit der Funkenstrecke kurz ist, wenn also die im Kreise 1 befindliche Schwingungsenergie schnell entweder an den Sekundärkreis 2 abgegeben oder in einem im Kreise 1 liegenden großen Verlustwiderstand verbraucht wird.

In nachstehendem Schema sind die wichtigsten Fälle der regelmäßigen Funkenfolge zusammengestellt:

$f =$	500	500	500 sek^{-1}	
$f_0 =$	1000	500	333 sek^{-1}	. . (37)
$\omega T_0 =$	π	2π	3π	
$q =$	1	2	3	

Hierin ist f die Periodenzahl der Mittelfrequenzmaschine, f_0 die Anzahl von Funken je Sekunde.

Wir beschränken uns zunächst auf den wichtigsten Fall, daß 1000 Funken je Sekunde übergehen, so daß auf der Empfangsstation ein Ton von der Schwingungsfrequenz 1000 sek^{-1} gehört wird.

Für den die Kreise I und II verbindenden Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis w_{II}/w_I gelten dann die Gleichungen

$$i_{II} = -(i_I - i_m) w_I/w_{II} \quad \text{und} \quad u_{II} = u_I w_{II}/w_I \; . \; . \quad (38)$$

Hierin ist i_m der Feldstrom in der Primärwicklung.

Während die Funkenstrecke nichtleitend ist, sind i_1 und (wegen der geringen Größe von $L_{12} + L_{11}$ auch) u_1 verschwindend klein. Daraus folgt die erste der nachstehenden Gleichungen. Die zweite ergibt sich aus der Wahl der Bezeichnungen u_u für die Umlaufspannung, L für die innere Induktivität, R für den inneren Widerstand der Mittelfrequenzmaschine. So erhält man

$$i_{II} = -u'_{II} C_1 \quad \text{und} \quad u_u - L i'_I - R i_I = u_I \; . \; . \quad (39\,a)$$

Die letzte Gleichung kann man in die Form bringen

$$C = C_1 w_{II}^2/w_I^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (39\,b)$$

$$u_I + R C u'_I + L C u''_I = u_u - L i'_m - R i_m \; . \; . \quad (39\,c)$$

Man kann sich die Kreise I, II und 1 der Fig. 447 durch einen Ersatzkreis ersetzt denken, der gebildet ist durch Parallelschaltung

1. einer Wechselstrommaschine mit der inneren Induktivität L, dem inneren Widerstand R und der Umlauf- oder Leerlaufspannung u_u;
2. der Ersatzkapazität C;
3. einer Funkenstrecke, deren Durchbruchspannung $U_0 w_I/w_{II}$ ist, worin U_0 die Durchbruchspannung der wirklichen Funkenstrecke ist;
4. der Primärwicklung des Transformators.

Der Strom i_m in der Primärwicklung ist so gering, daß wir uns die Wicklung abgeschaltet denken und $i_m = i'_m = 0$ setzen können.

Zur Zeit $t = 0$ erfolge der Durchbruch der Funkenstrecke. Dann ist unmittelbar vor dem Durchbruch $u_I = U_0 w_I/w_{II}$, unmittelbar nach dem Durchbruch $u_I = 0$. Es ist also

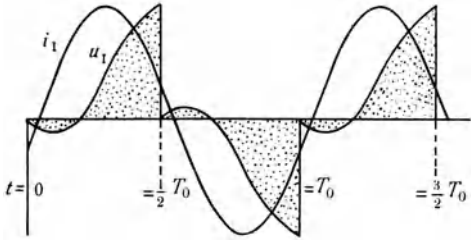
$$(u_I)_{t=0} = 0 \quad \text{und} \quad (u_I)_{t=T_0/2} = U_0 w_I/w_{II} \; . \; . \; . \quad (40)$$

Die Klemmenspannung u_I besteht aus einer freien periodischen Schwingung, die schnell abklingt und einer zwanghaften Sinusschwingung, welche die gleiche Kreisfrequenz ω_I hat wie die Umlauf-

spannung der Maschine. Fig. 448 zeigt den zeitlichen Verlauf der Klemmenspannung u_I der Maschine und den Verlauf der Maschinenstromstärke i_I, deren Wert sich für $i_m = 0$ leicht aus u_I berechnen läßt. Die Stromstärke ist annähernd sinusartig. Unmittelbar vor Beginn des Durchbruches muß die Spannung ansteigende Werte haben (damit der Durchbruch zu einer bestimmten Zeit erfolgt), muß also die Stromstärke noch die Ladung erhöhen und von Null verschieden sein. Hieraus erklärt es sich, daß die Spannung nach jeder Entladung sich zuerst etwas erholt und dann erst entgegengesetzte Werte annimmt.

Das Produkt der Effektivwerte der Maschinenspannung und -stromstärke gibt keinen Anhalt für die Maschinenleistung. Letztere kann nur mit einem Leistungsmesser gemessen werden.

Fig. 448.



Es ist zweckmäßig, die Ersatzkapazität C so zu wählen, daß der aus Maschineninduktivität und Ersatzkapazität gebildete Schwingungskreis mit der Maschinenkreisfrequenz in Resonanz steht, daß $\omega_I = \Omega_I$ ist. Läuft die Maschine zu langsam, so gibt es nur ein ganz kleines Intervall der effektiven Maschinenspannungen, bei denen die regelmäßige Funkenfolge 1000 sek^{-1} eintritt. Läuft die Maschine zu schnell, so wird das Intervall groß, was die Einstellung erleichtert; aber die Effektivwerte von Spannung und Stromstärke sind unnötig groß, daher auch die Energieverluste in der Maschine.

Damit zwei Entladungen in genau derselben Zeit aufeinanderfolgen wie die beiden nächsten, muß der eine Ankerkranz (1 in Fig. 453) um 180 elektrische Grade gegen den andern (2) verdreht werden.

Ob regelmäßige Funkenfolge vorhanden ist, erkennt man durch Abhören, besser durch ein Heliumrohr, welches mit der Hand in der Nähe des Leiters 1 (s. Fig. 447) schnell bewegt wird.

Art. 372. Spannung und Leistung am Primärkondensator. Bei 500 Funken je Sekunde erfolgt die Entladung stets in derselben

Richtung, also auch die Ladung. Dann tritt zu der ersten der Gl. (38) noch der Gleichstrom $\pm I$. Der Transformator ist konstant magnetisiert. Man kann das Auftreten der Funkenfolge 500 ganz verhindern durch den Blockkondensator C' (s. Fig. 447) oder begünstigen, indem man durch eine dritte Wicklung des Transformators Gleichstrom schickt, der die magnetische Wirkung von I aufhebt. Offenbar ist, wenn f_0 die Frequenz bedeutet,

$$I = U_0 C_1 \cdot f_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (41)$$

Bestimmt man I durch einen Gleichstrommesser [A_{II} in Fig. 447), so erhält man die Durchbruchspannung U_0 für den verwendeten Funkenstreckensatz. So fanden der Verf. und Zickner (Jahrb. der drahtl. Tel. **15**, 266—288, 1920) für eine Funkenstrecke

$$U_0 = 1200 \text{ Volt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (42)$$

Ist die Funkenfolge wie gewöhnlich 1000 sek^{-1}, die in den beiden Hochfrequenzkreisen verbrauchte Hochfrequenzleistung y Watt, die Anzahl der in Reihe geschalteten Funkenstrecken x, so muß die Primärkapazität den Wert haben

$$C_1 = 1400\,(y/x^2)\ \mu\mu\text{F} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (43)$$

Bei $y = 500$, $x = 8$ ist $C_1 = 11\,000\ \mu\mu F$.

Das Verhältnis der im Sekundärkreis 2 verbrauchten Antennenleistung zur Hochfrequenzleistung ist etwa 1 : 2.

Tonfunkensender mit noch kleinerer Leistung betreibt man bequemer mit einem Pendelunterbrecher als mit einer Mittelfrequenzmaschine.

Ausländische Tonfunkensender werden teilweise durch eine Gleichstrommaschine betrieben. Regelmäßige Funkenfolge wird mit Hilfe einer rotierenden Funkenstrecke erzielt.

Art. 373. Die Gleichgewichtsbedingungen zweier sich selbst überlassener gekoppelter Schwingungskreise nehmen für galvanisch-magnetisch und für galvanisch gekoppelte Kreise dieselbe Form an wie für magnetisch gekoppelte, wenn die gemeinsame Induktivität L_{12} verlustfrei ist und der Kopplungsgrad k denselben Wert hat.

1. Sind die Verlustwiderstände R_1 und R_2 verschwindend klein, so sind in den sich selbst überlassenen Kreisen nur folgende Vorgänge möglich. Die Gl. (15 a) nehmen die einfache Form an:

$$\overline{I_1}\,\Re_1 + \overline{I_2}\,\omega M = 0 \quad \text{und} \quad \overline{I_2}\,\Re_2 + \overline{I_1}\,\omega M = 0.$$

Daraus ergibt sich die Grundgleichung (14 d) für die Lage der Kopplungswellen. Die Schlußfolgerungen des Art. 356 gelten also

auch für den hier vorliegenden Fall, daß in den Kreisen keine Spannungsstufen liegen. Ferner ist

$$\overline{I_2} = -\overline{I_1}\,\Re_1/\omega M.$$

Fließt im Schwingungskreis 1 aus irgend einem Anlaß die rein sinusartige Stromstärke i_1', so muß in dem Schwingungskreis 2 die Stromstärke i_1' fließen; es ist (wenn der Index 1 in I_1 fortgelassen wird)

$$i_1' = +\sqrt{2}\,I' \sin(\omega' t + \varphi'), \quad i_2' = -\sqrt{2}\,I' \frac{\Re_1'}{\omega' M} \sin(\omega' t + \varphi').$$

Nun ist

$$i_1' = C_1\,\mathrm{d}\,u_1'/\mathrm{d}\,t \quad \text{und} \quad i_2' = C_2\,\mathrm{d}\,u_2'/\mathrm{d}\,t,$$

also ist

$$u_1' = -\sqrt{2}\,\frac{I'}{\omega'} \cos(\omega' t + \varphi'), \quad u_2' = +\sqrt{2}\,\frac{I'}{\omega'}\,\frac{\Re_1'}{\omega' M} \cos(\omega' t + \varphi').$$

Außer diesen Vorgängen von der Kreisfrequenz ω' sind noch andere Vorgänge von der Kreisfrequenz ω'' möglich. Sie werden durch Gleichungen dargestellt, die man erhält, wenn man in obigen Gleichungen die gestrichenen Größen durch doppelt gestrichene ersetzt. Die Gesamtwerte der Stromstärken bzw. Spannungen in den Kreisen 1 und 2 sind dann

$$i_1 = i_1' + i_1'', \quad i_2 = i_1' + i_1'' \quad \text{bzw.} \quad u_1 = u_1' + u_1'', \quad u_2 = u_2' + u_2''.$$

Aus den Gl. (1), (16 c), (16 d) und $M/L_1 = k_1$ erhält man

$$\frac{\Re_1'}{\omega' M} = \frac{-k_0}{k_1(1+\zeta)}\left(1 - \frac{\zeta}{k_0}\right), \quad \frac{\Re_1''}{\omega'' M} = \frac{+k_0}{k_1(1+\zeta)}\left(1 + \frac{\zeta}{k_0}\right).$$

Mithin ist

$$\left.\begin{aligned}
C_1 u_1 &= -\sqrt{2}\left\{\frac{I'}{\omega'}\cos(\omega' t + \varphi') + \frac{I''}{\omega''}\cos(\omega'' t + \varphi'')\right\} \\
C_2 u_2 &= \frac{-\sqrt{2}\,k_0}{k_1(1+\zeta)}\left\{\frac{I'}{\omega'}\left(1 - \frac{\zeta}{k_0}\right)\cos(\omega' t + \varphi') \right. \\
&\qquad \left. - \frac{I''}{\omega''}\left(1 + \frac{\zeta}{k_0}\right)\cos(\omega'' t + \varphi'')\right. \\
i_1 &= +\sqrt{2}\,\{I' \sin(\omega' t + \varphi') + I'' \sin(\omega'' t + \varphi'')\} \\
i_2 &= \frac{+\sqrt{2}\,k_0}{k_1(1+\zeta)}\left\{I'\left(1 - \frac{\zeta}{k_0}\right)\sin(\omega' t + \varphi') \right. \\
&\qquad \left. - I''\left(1 + \frac{\zeta}{k_0}\right)\sin(\omega'' t + \varphi'')\right\}.
\end{aligned}\right\} \quad (44)$$

Die Effektivwerte I' und I'' sowie die Phasenwinkel φ' und φ'' hängen von den Anfangsbedingungen ab. Bei der Tonfunkenstation gelten die Anfangsbedingungen (49 a). Dann gehen die Gl. (44) in die Gl. (50) über.

2. Wenn die Verlustwiderstände endlich sind und die Kreise in einem beliebigen Anfangszustand sich selbst überlassen werden, dann finden nicht gleichklingende, sondern abklingende Vorgänge statt: dann ist die einfache symbolische Schreibweise nicht brauchbar.

In jedem von zwei magnetisch gekoppelten Kreisen (s. Fig. 428) ist die Summe von vier Spannungen gleich Null. Es ist

$$\left.\begin{array}{l|l} u_1 + R_1 i_1 + L_1 i_1' + M i_2' = 0 & q_1' = i_1 = C_1 u_1' \\ u_2 + R_2 i_2 + L_2 i_2' + M i_1' = 0 & q_2' = i_2 = C_2 u_2' \end{array}\right\} \quad . \; . \quad (45)$$

Es ist nun zweckmäßig, an Stelle von t den Zeitwinkel $\tau = \Omega t$ einzuführen und zu setzen

$$i_1 = C_1 \Omega \dot{u}_1, \quad i_1' = C_1 \Omega^2 \ddot{u}_1, \quad i_2 = C_2 \Omega \dot{u}_2, \quad i_2' = C_2 \Omega^2 \ddot{u}_2.$$

Führt man noch die Hilfsgrößen (16 c) ein, so nehmen die Gl. (44) die Form an:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 + 2\,\eta_1 p_1 \dot{u}_1 + p_1^2 \ddot{u}_1 + k_2 p_2^2 \ddot{u}_2 = 0 \\ u_2 + 2\,\eta_2 p_2 \dot{u}_2 + p_2^2 \ddot{u}_2 + k_1 p_1^2 \ddot{u}_1 = 0 \end{array}\right\} \; . \; . \; . \; . \quad (46)$$

Setzt man $u_1 = \xi U e^{x\tau}$ und $u_2 = U e^{x\tau}$, so werden die Gl. (46) erfüllt, wenn x einer Gleichung vierten Grades genügt. Setzt man $x = 1/y$, so nimmt die Gleichung vierten Grades die Form an

$$\left.\begin{array}{l} y^2 + 2\,y^3 A + 2\,y^2 B + 2\,y\,C + D = 0 = F(y) \\ A = \eta_1 p_1 + \eta_2 p_2 \quad | \quad B = 1 + 2\,\eta_1 p_1 \cdot \eta_2 p_2 \\ C = p_1 p_2 (\eta_1 p_2 + \eta_2 p_1) \quad | \quad D = 1 - k_0^2 \end{array}\right\} \quad (48\,a)$$

Diese läßt sich zurückführen auf eine Gleichung dritten Grades, die eine Hilfsgröße z als Unbekannte enthält. Es ist dann

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = \xi_1 U_1 e^{x_1\tau} + \xi_2 U_2 e^{x_2\tau} + \xi_3 U_3 e^{x_3\tau} + \xi_4 U_4 e^{x_4\tau} \\ u_2 = \quad U_1 e^{x_1\tau} + \quad U_2 e^{x_2\tau} + \quad U_3 e^{x_3\tau} + \quad U_4 e^{x_4\tau} \end{array}\right\} \; . \; . \quad (47)$$

Durch je zwei untereinander stehende Wertepaare werden die Gl. (46) erfüllt, also auch durch die Summen u_1 und u_2. Die Werte von ξ_1, ξ_2 usw. sind durch x_1, x_2 usw. bestimmt.

Für die Wechselgrößen u_1, u_2 erhält man, ebenso wie für i_1, i_2, Ausdrücke von der Form

$$U' e^{-\delta' t} \sin(\omega' t + \alpha') \pm U'' e^{-\delta'' t} \sin(\omega'' t + \alpha'') \; . \; . \quad (48\,b)$$

Strenge Ausdrücke für ω', ω'', δ' und δ'' hat Kiebitz berechnet. Die Werte von U', U'', α' und α'' ergeben sich aus den Anfangsbedingungen

$$u_1 = U_0, \quad u_2 = 0, \quad i_1 = i_2 = 0 \; . \; . \; . \; . \quad (49\,a)$$

Rohe Näherungswerte Y erhält man, indem man in der Gl. (48 a) zunächst $\eta_1 = \eta_2 = 0$ setzt. Bessere Näherungswerte y erhält man durch die Ausdrücke

$$\Delta Y = F(Y)/F'(Y) \quad \text{und} \quad y = Y - \Delta Y.$$

Aus den so ermittelten Werten von y findet man

$$\Omega x|_2^1 = -\delta' \pm \omega' j \quad \text{und} \quad \Omega x|_4^3 = -\delta' \pm \omega'' j.$$

Für die Kreisfrequenzen ergibt sich in Übereinstimmung mit (16 c)

$$\omega' = \Omega/\sqrt{1+k_0} \quad \text{und} \quad \omega'' = \Omega/\sqrt{1-k_0} \; . \; . \quad (49\,b)$$

Für die Dämpfungsfrequenzen gilt

$$\left.\begin{aligned} A &= \eta_1 p_1 + \eta_2 p_2 \quad \text{und} \quad a = (\zeta/k_0)(\eta_1 p_1 - \eta_2 p_2) \\ \delta' &= \Omega(A+a)/2(1+k_0), \quad \delta'' = \Omega(A-a)/2(1-k_0) \end{aligned}\right\} \quad (49\,c)$$

In der Regel ist die Verstimmung ζ, also auch a klein. Dann ist δ' viel kleiner als δ''. Im Primärkreis einer Tonfunkenstation hat also die größere Kopplungswelle A' einige Zeit nach dem Durchbruch der Funkenstrecke eine größere Stromstärkenamplitude als die kleinere Kopplungswelle A''. Dieser Umstand ermöglicht, die günstigen, durch Fig. 443 dargestellten Löschbedingungen zu verwirklichen.

2. Wenn die Werte der Dämpfungsfrequenzen δ_1 und δ_2 gegen die Eigenkreisfrequenzen Ω_1 und Ω_2 verschwindend klein sind, so erhält man außer den Gl. (16 c) und (49 b) die folgenden

$$\left.\begin{aligned} Q_0 &= C_1 \cdot U_0, \quad Z = (1-\zeta)(k/k_0)\sqrt{L_1/L_2} \\ u_1 C_1 &= \frac{1}{2} Q_0 \left\{\left(1+\frac{\zeta}{k_0}\right)\cos\omega' t + \left(1-\frac{\zeta}{k_0}\right)\cos\omega'' t\right\} \\ u_2 C_2 &= \frac{1}{2} Q_0 \cdot Z\left\{\cos\omega' t - \cos\omega'' t\right\} \\ i_1 &= -\frac{1}{2} Q_0 \left\{\omega'\left(1+\frac{\zeta}{k_0}\right)\sin\omega' t + \omega''\left(1-\frac{\zeta}{k_0}\right)\sin\omega'' t\right\} \\ i_2 &= -\frac{1}{2} Q_0 \cdot Z\left\{\omega' \sin\omega' t - \omega'' \sin\omega'' t\right\} \end{aligned}\right\} \quad (50)$$

Die großen Kopplungswellen im Primär- und im Sekundärkreis haben gleiche, die kleinen eine um π verschiedene Phase.

Art. 374. Die Resonanz eines Schwingungskreises auf abklingende Schwingungen wird durch ähnliche Gesetze beherrscht wie die Resonanz auf gleichklingende Schwingungen.

Man kann die Gl. (44) leicht so umformen, daß man für die Größen u_1, u_2, i_1 und i_2 je eine Differentialgleichung vierter Ordnung mit gleichen Konstanten erhält. Multipliziert man die Gleichung für i_2 der Reihe nach mit

$$i_2 \cdot dt, \quad i_2' \cdot dt, \quad i_2'' \cdot dt, \quad i_2''' \cdot dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

so erhält man (nach Maçku) vier Gleichungen. Integriert man diese von 0 bis ∞, so kann man die effektive Stromstärke I_2 ermitteln. Ist die primäre Stromstärke I_1 konstant, so ist $I_2/I_2 max = 1/m$ abhängig von der Einstellung des im Sekundärkreis liegenden Drehkondensators. Die Summe $\delta_1 + \delta_2$ der Dämpfungsfrequenzen des Primär- und des Sekundärkreises hängt jetzt mit der Breite β der Resonanzkurve in derselben Weise zusammen, wie die Größe δ der Gl. (11), S. 9.

Solche Messungen sind an Tonfunkenstationen vielfach ausgeführt worden. Als Primärkreis diente der Antennenkreis der Station (2 in Fig. 447), als Sekundärkreis ein Wellenmesser, mit dessen Kapazität und Induktivität ein empfindlicher Hitzdrahtstrommesser in Reihe geschaltet ist (die Parallelschaltung des letzteren zu einigen Windungen der Induktivität ist gänzlich verfehlt). Man erhält zunächst $\delta_1 + \delta_2$ für den Antennenkreis 1 und den Wellenmesserkreis 2 und bestimmt δ_2 durch Resonanz auf die gleichklingenden Wellen z. B. einer Versuchs-Poulsenlampe. Dadurch erhält man δ_1 und schließlich den Antennenwiderstand

$$R_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{\lambda}{\pi c_0}\right]^2 \frac{\delta_1}{C_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

Der Wert von C_1 (der Kapazität des Antennenkreises) ist in Farad zu messen.

Art. 375. Überlagerung von Eigenwellen. Die beiden Kopplungswellen i_1' und i_1'' im Kreise 1 der Fig. 447, sowie die beiden Eigenwellen i_1 und i_2 der Kreise 1 und 2 der Fig. 449 werden dadurch erregt, daß elektrische Ladung eine Funkenstrecke F durchbricht. Sind die beiden Wechselströme von verschiedener Frequenz, so kann die Funkenstrecke ihre Leitfähigkeit schnell verlieren, und zwar dann, wenn die durch Überlagerung entstandene Stromstärke einige Zeit hindurch klein bleibt. Dies zeigten Hewitt, Wien, v. Lepel für Kopplungswellen, Seibt, Mie und Settnik für Eigen-

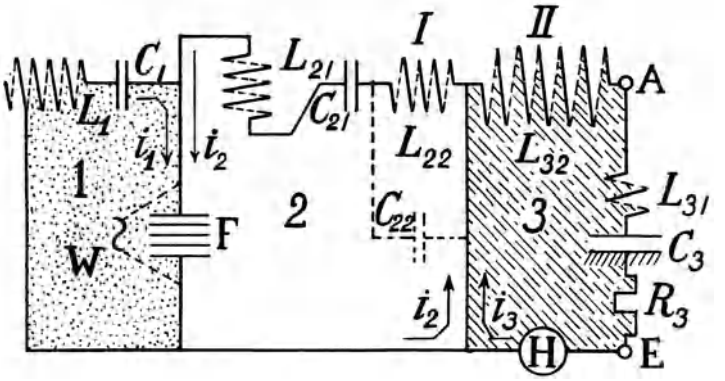
wellen. Wie der Verf. gezeigt hat, bleibt die Gesamtstromstärke längere Zeit hindurch = 0, wenn die Stromstärke i_1 wie i_1', i_2 wie i_1'' in Fig. 443 verläuft. Dazu müssen die Bedingungen erfüllt sein

$$L_1 \approx L_2 \quad \text{und} \quad C_1/C_2 \approx (m+1)^2/m^2 \cdot \cdot \cdot \quad (53)$$

Hierin bedeutet m eine ganze Zahl.

Nach dem Verf. kann die angegebene Schaltung dazu benutzt werden, um in dem äußeren Antennenzweig AC_3E einer drahtlosen

Fig. 449.



Station ganz allmählich abklingende Schwingungen hervorzurufen. Ist die Kopplung zwischen den Spulen I und II sehr stark, so kann man sich den Stromkreis 3 ersetzt denken durch eine zu L_{22} parallel geschaltete Kapazität

$$C_{22} = C_3 \cdot w_{II}^2/w_I^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (54)$$

Die einfache Schaltung (bei der Kreis 2 nur L_{21} und C_{21} enthält) ist dazu geeignet, die Elektroden in einem Glasgefäß während des Auspumpens zum Glühen zu bringen und zur Gasabgabe zu veranlassen.

Sechsundsechzigstes Kapitel.

Poulsensender für große Leistungen.

Art. 376. Übersicht über Hochfrequenzsender. 1. In der Entwicklung der **Sender für abklingende hochfrequente Schwingungen** kann man drei Stufen unterscheiden. Der älteste Marconische Sender (1897) und der Braunsche Sender (1898) sind vom Tonfunkensender (s. Art. 368, S. 436 und Fig. 447, S. 440)

verdrängt worden. Von etwa 1907 bis 1916 haben Tonfunkensender den größten Teil des drahtlosen Verkehrs bewältigt.

2. Als **Sender für gleichklingende hochfrequente Schwingungen** haben drei Einrichtungen große Bedeutung erlangt.

Der Lichtbogensender verdankt seine Entstehung Poulsen (1902).

Die Maschinensender beruhen auf Erzeugung von Wechselstrom mit einer elektrischen Maschine und Vermehrung der ursprünglichen Frequenz. Eine Art der Frequenzvermehrung ist 1911 von R. Goldschmidt erdacht.

Der Röhrensender enthält als wichtigsten Bestandteil eine Röhre (von Lieben, 1908), die luftleer ist und drei Elektroden enthält: eine Quelle K negativ geladener Teilchen, eine positiv geladene Auffangplatte A und ein Gitter G, daß die von K nach A verlaufende Strömung negativer Ladung steuern und die Röhre zu einem Wechselstromgenerator machen kann.

3. Um gleichklingende Schwingungen (d. h. Schwingungen von gleichbleibender Amplitude) **hörbar** zu machen, bedarf es besonderer Einrichtungen; als zweckmäßigste hat sich die Überlagerung (s. Art. 474) erwiesen.

Viel einfacher ist der Hörempfang von Schwingungen, die mit gleichbleibender Amplitude erzeugt und dann (durch Sprache oder Musik) moduliert worden sind, d. h. eine Amplitude von allmählich sich ändernder Größe erhalten haben. Mit einfachen Mitteln (Antenne, Detektor, Kopfhörer) kann jeder Rundfunkteilnehmer modulierte Schwingungen (als Sprache oder Musik) wahrnehmen. Gleichzeitig hört er (als Ton) die abklingenden Schwingungen von Tonfunkensendern.

Dieser Umstand läßt es ratsam erscheinen, auf Schiffen (oder in einem der Rettungsboote) einen kleinen Tonfunkensender als Notsender aufzustellen, der bei Seenot die Zeichen

$$\cdots — — — \cdots = SOS$$

sendet. In zahlreichen Fällen haben diese Seenotzeichen schon Hilfe herbeigerufen und die Rettung von Menschenleben bewirkt.

Wegen der leichten Abhörbarkeit werden die Uhrzeichen von Nauen mit einem Tonfunkensender auf Welle 3100 m gegeben.

Art. 377. Der technische Poulsensender unterscheidet sich von dem Poulsensender für Versuchszwecke (s. Art. 353) hauptsächlich dadurch, daß der zwischen den Elektroden 1 und 2 der

Fig. 450 brennende Lichtbogen durch ein starkes zur Elektrodenachse senkrecht gerichtetes Magnetfeld seitlich abgelenkt wird.

Die Lichtbogenstromstärke i besteht der Hauptsache nach aus zwei Anteilen, der Gleichstromstärke $\mathfrak{J}$ und der Wechselstromstärke i. Es ist der Hauptsache nach:

$$i = \mathfrak{J} + I\sqrt{2}\, \sin \omega t.$$

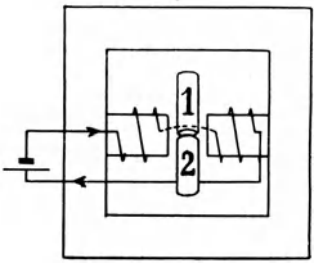
In dem Sender für Versuchszwecke entstehen sogenannte

Schwingungen erster Art, bei denen $I\sqrt{2} \leqq \mathfrak{J}$.

Bei zwei Versuchen war

$\mathfrak{J} = 1{,}9, \quad 1{,}1$ A,
$I = 1{,}35, \quad 0{,}80$ „
$I\sqrt{2} = 1{,}90, \quad 1{,}12$ „

Fig. 450.

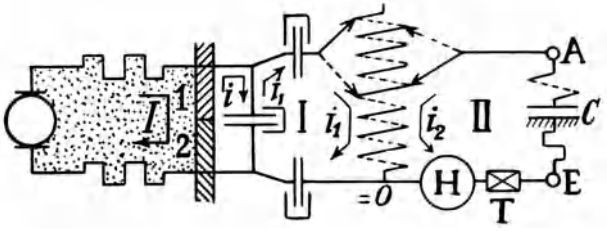


In dem technischen Sender (mit Magnetfeld) entstehen sogenannte

Schwingungen zweiter Art,

bei denen $I\sqrt{2} \geqq \mathfrak{J}$.

Fig. 451.



Der Spannungsverlauf am Lichtbogen ist in beiden Fällen recht verschieden. Dies liegt daran, daß die Stromstärke im Bogen im ersten Falle niemals erlischt, im zweiten Falle dagegen während jeder Periode zweimal den Wert Null hat. In den kurzen Zeiten der Stromlosigkeit vermindert sich nun die Leitfähigkeit der Lichtbogenatmosphäre sehr bedeutend.

Der magnetisch gesteuerte Lichtbogen hat eine gewisse Ähnlichkeit mit einem Saitenunterbrecher. Befindet sich ein gespannter Draht in einem starken gleichbleibenden Magnetfeld, so führt er bei Durchgang von unterbrochenem Gleichstrom periodische Bewegungen aus in einer Richtung, die zu seiner Längsrichtung

und zur Richtung des Magnetfeldes senkrecht steht. In der Ruhestellung möge der Draht den Stromkreis, in dem er liegt, schließen. Die periodische Bewegung des Drahtes befähigt dann eine Gleichspannungsstufe, periodisch unterbrochenen Gleichstrom zu erzeugen.

Die von der C. Lorenz A.-G. angewandte Schaltung ist in Fig. 451 dargestellt. Der Lichtbogen liegt im Primärkreis I, der äußere Antennenzweig A C E im Sekundärkreis II. Ist der Antennenwiderstand gering (bzw. groß), so wird die Schaltung gewählt, die durch die ausgezogenen (bzw. gestrichelten) Linien dargestellt ist. Vgl. S. 426, 2.

Die in dem späteren Art. 401 näher erläuterte Eisendrossel T macht den Kreis II für hochfrequente Ströme ungangbar und die Leistung des Lichtbogens gering. Bisweilen wird auch in den Kreis I eine Eisendrossel gelegt: beide Einrichtungen werden dann gemeinsam betätigt.

In die Kammer, in welcher die Elektroden (+ Cu, — C) angeordnet sind, wird Spiritus (Äthylalkohol) eingetropft. Der Lichtbogen brennt also in einer Atmosphäre aus Alkoholdampf.

In der Funkhauptstelle Königswusterhausen ist dauernd ein Poulsensender von 10 kW Leistung in Betrieb. Im Ausland sind zahlreiche weit größere Poulsensender in Benutzung.

Siebenundsechzigstes Kapitel.

Maschinensender.

Art. 378. Die Goldschmidtsche Hochfrequenzmaschine. In Fig. 452 sind Ständer St und Läufer R einer solchen Maschine schematisch dargestellt.

Wird der Läufer R von Gleichstrom durchflossen, der in dem schwarzen, zur Zeichnungsebene senkrechten Leiter von oben nach unten, in dem weißen Leiter von unten nach oben fließen möge, so entsteht bei Drehung des Läufers in der Ständerwicklung eine Umlaufsspannung von einer dem Dreh des Läufers gleichen Frequenz.

Wird der Läufer von Wechselstrom i_R durchflossen, der den Verlauf der ausgezogenen Kurve hat, so ist die im Ständer erzeugte Umlaufspannung $v_{St} = 0$ in den Stellungen

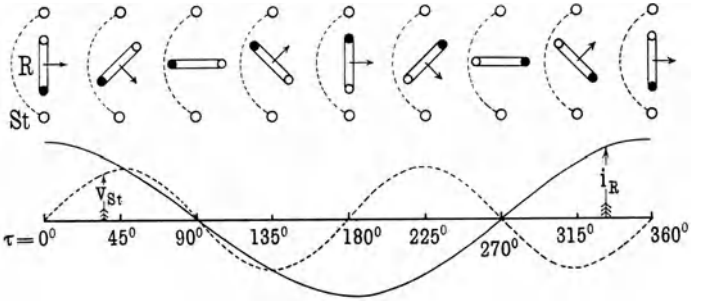
$$0^0 \quad 90^0 \quad 180^0 \quad 270^0 \quad 360^0.$$

Diese Umlaufspannung ist von einer Frequenz, die doppelt so groß ist als die des Läuferwechselstromes oder der Dreh des Läufers.

Die gestrichelte Sinuslinie der Fig. 452 stellt den zeitlichen Verlauf dar.

Man schaltet nun die Statorwicklung St parallel zu einem Stromzweig, der eine Gleichspannungsstufe und eine Drosselspule enthält, und, damit ein Schwingungskreis 2 von der Eigenfrequenz $2f$ entsteht, in Reihe mit einem Kondensator und einer eisenfreien Spule. Der Rotor wird ebenfalls mit einem Kondensator und einer eisen-

Fig. 452.



freien Spule in Reihe geschaltet, so daß ein Schwingungskreis 1 von der Eigenfrequenz f entsteht. Bei der Rotation entstehen dann in 1 Wechselstrom von der Frequenz f und in 2 Wechselstrom von der Frequenz $2f$.

Hochfrequenzgeneratoren nach diesem Prinzip sind auf der Sendestation Eilvese bei Hannover in Betrieb (vgl. den Schluß von Art. 451).

Art. 379. Mittelfrequenzmaschinen für 6000 ... 8000 Perioden in der Sekunde werden in Verbindung mit ruhenden eisenhaltigen Spulen dazu benutzt, hochfrequente Sendeströme zu erzeugen. Diese Maschinen unterscheiden sich durch feinere Polteilung von den Maschinen für 500 Perioden in der Sekunde, die in den Fig. 121, S. 112 und 211, S. 191 dargestellt sind. In Fig. 453 ist die Mittelfrequenzmaschine für 8000 s^{-1} abgebildet, welche Dr.-Ing. K. Schmidt, Oberingenieur der C. Lorenz A.-G., konstruiert hat.

In Fig. 453 ist M der Mantelring; der eine Ständerkranz 1 ist bereits eingelegt und das eine Lagerschild S_1 ist bereits befestigt. In den Mantelring werden nun die Feldspule F und der zweite Ständerkranz 2 eingelegt. Sodann wird der Läufer R eingeschoben. Endlich wird das zweite Lagerschild S_2 angesetzt. Zum Verschluß der Kugellager dienen die kleinen Ringkörper s_1 und s_2.

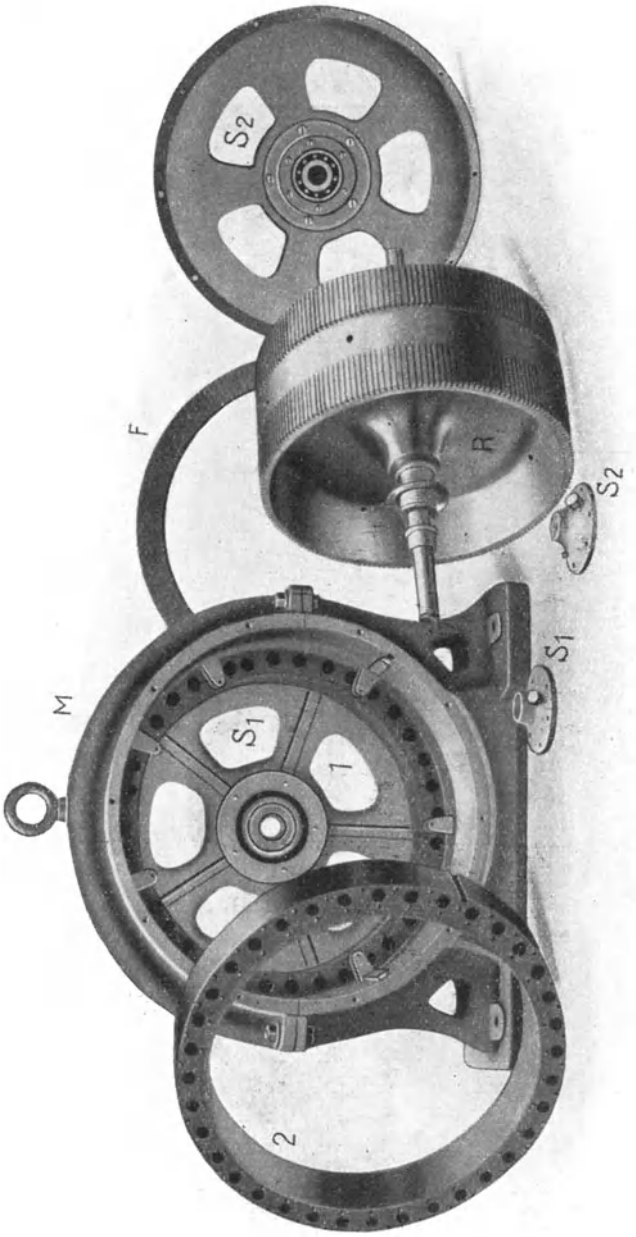


Fig. 453.

Die magnetischen Kreise werden gebildet aus dem zylindrischen Teil des Läufers R, den beiden Ständerkränzen 1 und 2 und einem Teil des Mantelringes M. Sie umschlingen die Windungen der von Gleichstrom durchflossenen Feldspule F.

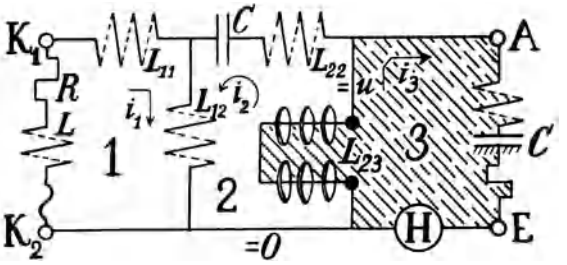
Die Ständerkränze sind auf der Innenseite mit Nuten versehen, deren Anzahl gleich der Zahl der Läuferzähne ist. In je zwei Nuten wird eine U-förmige Drahtschleife eingeschoben. Alle Windungen werden dann durch Lötung in Reihe geschaltet und verlaufen dann etwa so, wie Fig. 454 zeigt.

Zur Regulierung der Drehzahl dient eine Einrichtung, die ähnlich so wirkt wie der bekannte Tirril-Regulator und auf der Seitenfläche des Läufers (bei R in Fig. 453) angebracht ist. Auf eine Blattfeder wirken Zentrifugalkraft und Schwerkraft so ein, daß die

Fig. 454.



Fig. 455.



Feder bei jeder Umdrehung einmal einen Kontakt schließt. Zu der Kontaktstelle ist ein Widerstand parallel geschaltet; dieser ist in Reihe geschaltet mit der Feldwicklung des Gleichstrommotors, mit dem die Mittelfrequenzmaschine gekuppelt ist. Schließen des Kontaktes verstärkt das Feld, verlangsamt also den Dreh der Antriebsmaschine. Sobald die Drehzahl etwas steigt, wird die Schließungszeit des Kontaktes vergrößert, das Magnetfeld des Motors verstärkt, seine Drehzahl herabgesetzt. Die Wirkung dieser Regulierung soll so groß sein, daß die Drehzahl bei wechselnder Belastung und wechselnder Gleichspannung um nicht mehr als etwa 2/100000 schwankt.

Art. 380. Schaltung zur Erregung eines Schwingungskreises durch eine Maschine. Die Mittelfrequenzmaschine $K_1 R L K_2$ der Fig. 455 hat die Aufgabe, durch die Induktivitäten L_{22} und L_{23} einen sinusartigen Wechselstrom zu treiben. Weil bei Reihenschluß nach Art. 346 die Stromstärke in der Maschine, weil bei Nebenschluß nach Art. 350 die Spannung an der Maschine zu hoch sein würde, haben

K. Schmidt und Pungs eine Schaltung getroffen, die eine Zwischenstufe zwischen den beiden genannten klassischen Schaltungen bildet.

Bei Nebenschlußresonanz würden die Klemmen K_1 K_2 der Maschine an die ganze Induktivität $L_2 = L_{12} + L_{23} + L_{22}$ des Schwingungskreises 2 gelegt werden. Anstatt dessen wird nun die Maschine nur an den Teil L_{12} der ganzen Induktivität L_2 gelegt. Ist z. B. $L_{12} = {}^1/_2 L_2$, so wird die Spannung an L_{12} auf die Hälfte des Wertes verkleinert, den sie bei Nebenschlußresonanz haben würde, während der Maschinenstrom i_1 auf den doppelten Wert ansteigt. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Kreisstromstärke I_2 in beiden Fällen denselben maximalen Wert hat. Ist $L_{11} = 0$, so finden folgende Vorgänge statt. Die Klemmenspannung der Maschine eilt dem Maschinenstrom i_1 um einen ganz kleinen Winkel voraus, und i_1 eilt der Kreisstromstärke i_2 um 90^0 voraus.

Der Hauptvorteil der Nebenschlußresonanz vor der Hauptschlußresonanz bleibt gewahrt: der innere Widerstand R der Maschine wird von einem weit schwächeren Strome durchflossen als der im Kreise 2 liegende Nutzwiderstand R_2.

Art. 381. Frequenzwandler ohne Gleichstromfeld. In Fig. 455 sind L_{22} und L_{12} eisenfreie Spulen von großer Induktivität; L_{23} ist ein Frequenzwandler. Die einzelnen magnetischen Kreise des letzteren verlaufen in Rollen aus dünnem emaillierten Eisendraht. Die einzelnen Eisendrahtrollen werden über die beiden Schenkel mehrerer U-förmiger Kupferbügel geschoben. Zuletzt werden alle Kupferbügel durch Lötung in Reihe geschaltet. Bei dieser von K. Schmidt erdachten Konstruktion (s. Fig. 456) ist das Eisenvolumen sehr klein. Dadurch bleibt die Hysteresisleistung trotz der hohen Frequenz innerhalb erträglicher Grenzen.

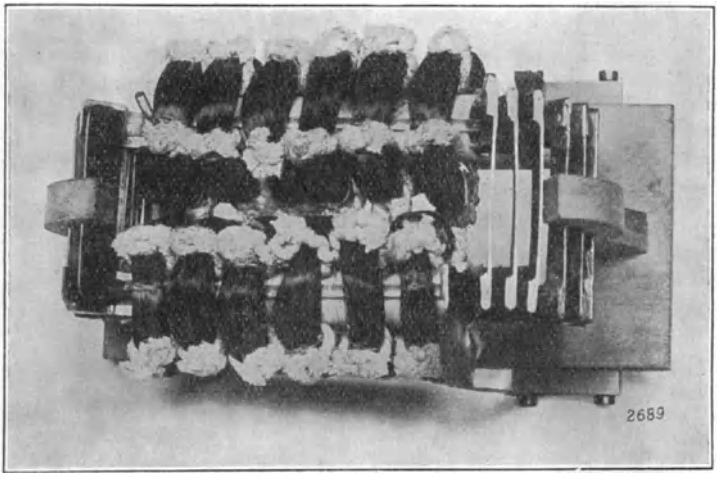
Wird der kleine vorstehend beschriebene Frequenzwandler von sinusartigem Wechselstrom i durchflossen, so entsteht im Eisen eine sinusartige Feldstärke ($\mathfrak{H}$ in Fig. 457).

Sind $\mathfrak{H}$ und i so groß, daß die Sättigungswerte der Magnetisierung weit überschritten werden, so entsteht eine Induktion $\mathfrak{B}$, die während des größten Teiles jeder Halbperiode annähernd gleichbleibt und sich äußerst schnell ändert, während $\mathfrak{H}$ und i kleine Werte haben. An den Enden der Wicklung entsteht also eine Spannung u, deren zeitlicher Verlauf unten in Fig. 457, oben in Fig. 458 dargestellt ist.

Diese Spannung hat die Eigenschaft, daß sie für einen Zeitwinkel $\omega t = \tau$ den umgekehrten Wert hat wie für den Zeitwinkel $\pi + \tau$. In der Fourierschen Reihe (s. S. 143 unten), die den Verlauf der

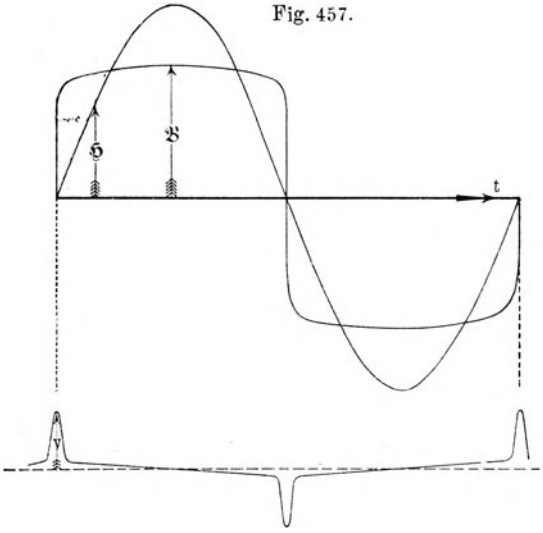
Spannung darstellt, können daher nur diejenigen Koeffizienten von 0 verschieden sein, für die $k = 1, 3, 5 \ldots$ ist. Wenn außerdem die

Fig. 456.



Natürliche Größe für 5 kW Antennenleistung.

Fig. 457.



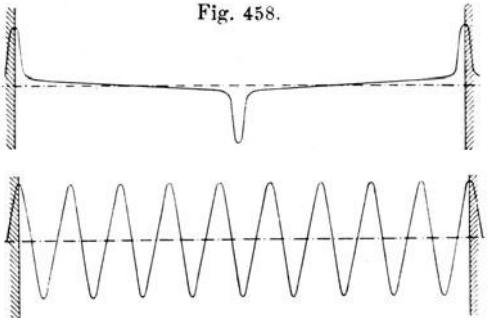
Spannung für $+\tau$ und für $-\tau$ annähernd denselben Wert hat, so verschwinden alle Sinusglieder und es ist in großer Annäherung

$$i = I\sqrt{2}\sin\tau, \quad u = \mathfrak{B}_1\cos\tau + \mathfrak{B}_3\cos 3\tau + \mathfrak{B}_5\cos 5\tau \ . \ . \ . \ . \ (55)$$

Die Spannung enthält nur Oberschwingungen ungerader Ordnungszahl. In Fig. 458 unten ist der zeitliche Verlauf der Oberspannung 9. Ordnung dargestellt, also des Gliedes $\mathfrak{B}_9 \cos 9\tau$ der Gl. (55).

Wird der Kreis 3 der Fig. 455 so eingestellt, daß seine Eigenkreisfrequenz der Kreisfrequenz z. B. der 9. Oberschwingung der Spannung u gleich ist, so ruft nur diese Oberspannung einen starken Strom im Kreise 3 hervor (s. Fig. 458 unten). Man kann in den Schwingungskreis 3 direkt den äußeren Antennenzweig ACE einschalten. Man kann aber auch einen geschlossenen Schwingungskreis 3 verwenden, diesen mit einem Zwischenkreis 4 koppeln und letzteren auf den Antennenkreis 5 wirken lassen. Dann entsteht im Kreise 3, im Zwischenkreis 4 und im Antennenkreis 5 eine große Stromstärke nur für eine der möglichen Kopplungsschwingungen, die z. B. gleich der 9. Oberschwingung der Spannung u sein kann.

Fig. 458.



Art. 382. Maschinensender für kleine Wellen. Im folgenden Schema sind außer der Grundwelle einige Oberwellen k-ter Ordnung durch Angabe der Frequenz f und Wellenlänge λ gekennzeichnet.

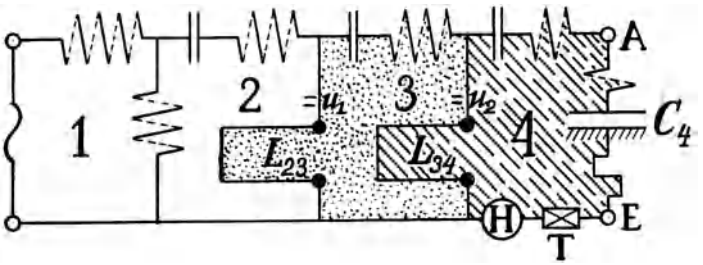
$k =$	1	17	49	$17.9 = 153$
$f =$	8 000	136 000	392 000	1 224 000 s^{-1}
$\lambda =$	32 500	1 910	664	212 m

Man kann die 49. Oberwelle durch nur einen Frequenzwandler noch mit gutem Wirkungsgrad erzeugen. Bei höheren Oberwellen nimmt der Wirkungsgrad schnell ab.

Um daher kleinere Wellen als etwa 650 m zu erzeugen, verwendet man zweimalige Frequenzwandlung nach Fig. 459. Der Kreis 4 kann den Antennenzweig $A C_4 E$ enthalten oder auf einen Zwischenkreis 5 wirken, der seinerseits den Antennenkreis 6 erregt.

Stimmt man den Kreis 3 auf die 17. Oberschwingung der Spannung u_1, den Kreis 4 auf die 9. Oberschwingung der Spannung u_2 ab, so erhält man im Antennenkreis Wellen von nur 212 m, und zwar bei gutem Wirkungsgrad.

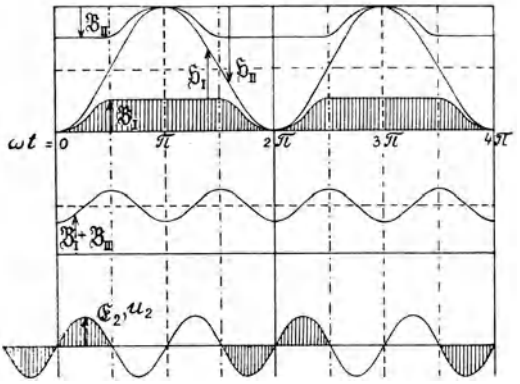
Fig. 459.



Es soll zweckmäßig sein, zu der Wicklung jedes Frequenzwandlers noch einen Tertiärkreis parallel zu schalten. Diesem fällt die Aufgabe zu, der wirklichen Stromstärke in der Wicklung einen möglichst günstigen Verlauf zu geben.

Art. 383. Frequenzwandler mit Gleichstromfeld. Die Telefunken-Gesellschaft verwendet für ihre Maschinensender vorwiegend ein von Jolly und Valauri angegebenes Prinzip. Es unterscheidet sich

Fig. 460.



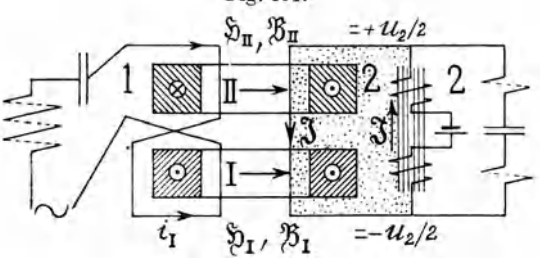
von dem Schmidtschen der Lorenz-Gesellschaft dadurch, daß Feldstärke $\mathfrak{H}_I$ und Induktion $\mathfrak{B}_I$ in dem Eisenring I des Wandlers (Fig. 461) nicht zwischen gleich großen positiven und negativen Werten schwanken, sondern zwischen 0 und einem Höchstwert. Die Induktion $\mathfrak{B}_I$ hat

daher etwa den in Fig. 460 schraffiert dargestellten Verlauf. Es entsteht während jeder ganzen Periode eine schnell verlaufende, in Fig. 460 unten schraffierte, ganze Welle der Spannung u_I. Wenn die Spannung u_I für den Zeitwinkel τ den entgegengesetzten Wert hat wie für den Zeitwinkel $2\pi - \tau$, so müssen in der Fourierschen Reihe (Art. 118) alle Koeffizienten $\mathfrak{B}$ verschwinden, sie muß lauten

$$u_I = \mathfrak{A}_1 \sin\tau + \mathfrak{A}_2 \sin 2\tau + \mathfrak{A}_3 \sin 3\tau \cdots \cdots \quad (56)$$

Bei dem Verfahren wird in der Regel nur die 2. Oberwelle der Transformatorspannung, also das Glied $\mathfrak{A}_2 \sin 2\tau$ benutzt: auf diese doppelte Frequenz wird der Sekundärkreis 2 der Fig. 461 abgestimmt.

Fig. 461.



Damit die Energiezufuhr nicht nur während eines, sondern während zweier Teile einer ganzen Grundperiode erfolgt, wird außer dem Frequenzwandler I noch ein zweiter II verwendet, dessen Feldstärke und Induktion wie $\mathfrak{H}_{II}$ und $\mathfrak{B}_{II}$ in Fig. 460 verlaufen. Die Umlaufspannung des Kreises 2 enthält daher fast nur ein Glied mit der doppelten Frequenz der Maschinenspannung. Dann ist die Stromstärke im Kreise 2 nahezu sinusförmig und, wenn der Kreis 2 auf die doppelte Frequenz abgestimmt ist, von großer Stärke.

Wiederholt man die Frequenzverdopplung durch zwei weitere, mit Wechsel- und Gleichstrom beschickte Transformatoren, so erhält man eine Wellenlänge, die nur ein Viertel der Grundwelle beträgt.

Art. 384. Die Maschinen und Sender der Großstation Nauen. Die Station Nauen (Fig. 509) arbeitet mit drei Mittelfrequenzmaschinen, die nach dem mehrfach beschriebenen Prinzip gebaut sind (s. nachfolgendes Schema). Durch Verbindung der Maschinen mit verschiedenen Frequenzwandlern können fünf verschiedene Sender gebildet werden, von denen drei gleichzeitig betriebsfähig sind.

Die Maschinen und Sender der Großstation Nauen. Vgl. S. 520, 521.

Maschine	I	II	III			
n = . . .	1495	1440	1430			min^{-1}
f_1 = . . .	5560	5770	7670			s^{-1}
λ_1 = . . .	54	52	39,1			km
Sender . . .	$k = 3$	2.2	2.3	7?	2.2.2	—
λ = . . .	18	13	6,5	5,6	4,9	km
Antenne . .	$A_1 + A_2$	$B + C$	$E + F$	D'	D	—

Achtundsechzigstes Kapitel.

Allgemeine Eigenschaften der Eingitterröhre.

Art. 385. Die Zweielektrodenröhre mit Glühkathode. Die Elektronenströmung zwischen einer Glühkathode K, die als Elektronenquelle dient und einem kalten Anodenblech A, das als Auffangplatte dient, ist bereits auf S. 49 behandelt. Die wichtigste Anwendung dieser Zweielektrodenröhre ist die Gleichrichtung hoher Wechselspannungen. Die erzeugte hohe Gleichspannung dient u. a. zum Betriebe von Röhrensendern.

Der außen von K nach A fließende Strom i ist in gewissen Grenzen eine lineare Funktion der gegen die Kathode gemessenen Anodenspannung (die als Steuerspannung u_{st} bezeichnet sei). Stellt man i als Funktion von u_{st} dar, so erhält man eine annähernd gerade Linie.

Verlängert man diese Linie bis $i = 0$, so bemerkt man, daß eine gewisse Grenze der Steuerspannung, die Anfangssteuerspannung u_{sto}, überschritten werden muß, bevor i endliche Werte annimmt. Tatsächlich beginnt ein schwacher Strom schon etwas früher, die i-Werte gehen allmählich von 0 zu den schnell ansteigenden annähernd proportionalen Werten über.

Steigert man die Steuerspannung u_{st} über eine gewisse Grenze, die Sättigungssteuerspannung u_{sts} hinaus, so bemerkt man, daß i nicht mehr wächst, sondern den konstanten Wert i_s behält. Man kann diese Verhältnisse durch das Schema darstellen:

$$\left.\begin{array}{lccc} \text{Für} & u_{st} < u_{sto} & u_{sto} < u_{st} < u_{sts} & u_{st} > u_{sts} \\ \text{ist} & i = 0 & i = konst.(u_{st} - u_{sto}) & i = \mathfrak{J}_s \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (57)$$

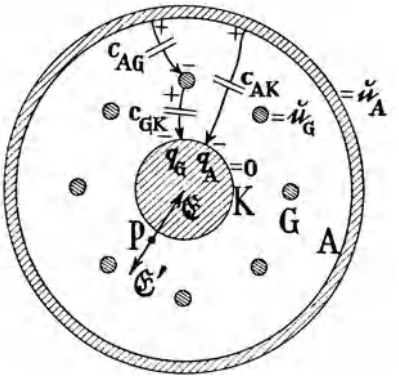
Vielfach setzt man [statt die mittlere der Gl. (57) anzuwenden] die Stromstärke

$$i = const.\ u_{st}^{3/2}.$$

Die lineare Beziehung stellt die Vorgänge in den praktisch ausgeführten Röhren ebensogut dar und ist für Überschlagsrechnungen geeigneter.

Art. 386. Als Dreielektroden- oder Eingitterröhre wird ein leeres Glasgefäß bezeichnet, in dem sich drei in Fig. 462 dargestellte Elektroden befinden: eine Glühkathode K (Spannung 0), ein Gitter G (Spannung u_G) und ein Anodenblech A (Spannung u_A). Münden die von G (bzw. A) ausgehenden elektrischen Kraft- und Induktionslinien auf den Teilladungen q_G bzw. q_A der Glühkathode, so ist nach bekannten Sätzen der Elektrostatik

Fig. 462.



$$q_G = -c_{KG} \cdot u_G$$
$$\text{bzw. } q_A = -c_{KA} \cdot u_A \quad (58)$$

Folglich ist die Gesamtladung der Glühkathode

$$q = -c_{KG}\left[u_G + \frac{c_{KA}}{c_{KG}} u_A\right]$$
$$= -c_{KG}[u_G + D\,u_A] \quad (59)$$

Wir bezeichnen das Verhältnis D der Teilkapazität c_{KA} zwischen Kathode und Anode zu der Teilkapazität c_{KG} zwischen Kathode und Gitter als Durchgriff. Die Spannung

$$u_{st} = u_G + D\,u_A \cdot \cdots \cdots \cdots \quad (60)$$

bezeichnen wir als Steuerspannung der Eingitterröhre. Aus den Gl. (59) und (60) erhalten wir für die Gesamtladung q der Glühkathode bzw. deren Flächendichte σ die Ausdrücke

$$q = -c_{KG}\,u_{st} \quad \text{bzw.} \quad \sigma = -(c_{KG}/2\pi l r)\,u_{st} \cdot \cdot \quad (61)$$

hierin ist $2\pi r$ der Umfang, l die Länge, also $2\pi r l$ die Oberfläche der Glühkathode.

Die Steuerspannung u_{st} ist die Spannung, die man bei geerdetem Anodenblech dem Gitter erteilen müßte, um auf der Glühkathode dieselbe Ladungsdichte σ zu erzeugen, wie durch die wirkliche Gitterspannung u_G und die wirkliche Anodenspannung u_A.

Die Größen q, σ, $\sigma/\varepsilon = \mathfrak{E}$ sind alle der Steuerspannung proportional. Ob man die positive Stromstärke i ansieht als abhängig von den Ladungsgrößen q und σ, von der Steuerfeldstärke $\mathfrak{E}$

oder von der Steuerspannung u_{st}, ist in gewissem Grade Geschmackssache. Weil die Steuerspannung am leichtesten aus meßbaren Größen berechnet werden kann, setzt man gewöhnlich die Stromstärke i zu ihr in Beziehung, und zwar in folgender Weise

$$i = (u_{st} - u_{sto})/DR \quad \text{und} \quad u_{st} = u_G + D u_A \quad \cdots \quad (62)$$

Der Festwert D ist der Durchgriff; der Festwert R sei als Röhrenwiderstand bezeichnet. Der Faktor $1/DR$ ist ein Leitwert, für den vielfach der Ausdruck Steilheit gebraucht wird. Im folgenden wird DR als Steuerwiderstand bezeichnet.

Art. 387. Raumladung. Aus der Oberfläche der glühenden Kathode treten wahrscheinlich immer Elektronen aus.

1. Wenn keine Steuerfeldstärke $\mathfrak{E}$ vorhanden ist, dann genügen wenige Elektronen, die sich etwas von der Glühelektrode entfernt haben, um ihre Nachfolger zur Glühelektrode zurückzujagen. Letzteren geht es ähnlich so, wie den Wassertropfen eines Springbrunnens, die infolge der Schwere zur Erde zurückfallen. Die entfernten Elektronen bilden eine negative Raumladung, und durch die nach außen gerichtete Feldstärke $\mathfrak{E}'$ dieser Raumladung werden alle austretenden Elektronen zur Glühkathode zurückgetrieben.

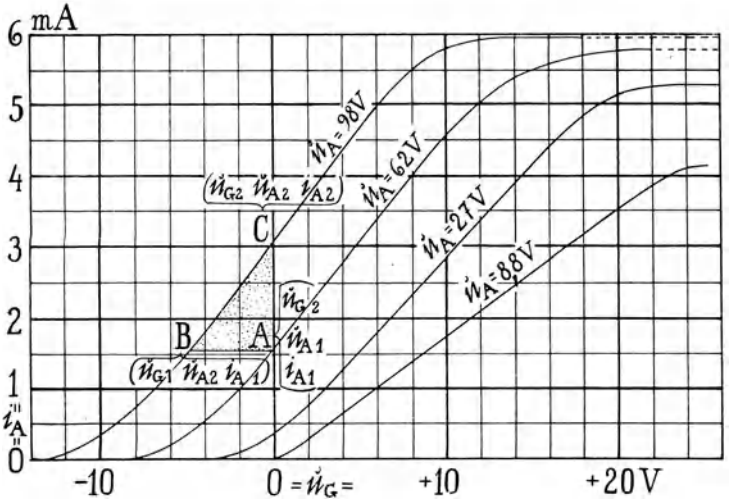
2. Wenn nur eine schwache Steuerfeldstärke $\mathfrak{E}$ an der Glühkathode herrscht, so überwiegt in der Nähe der Glühkathode die Feldstärke $\mathfrak{E}'$ der Raumladung, so daß die Gesamtfeldstärke $\mathfrak{E} + \mathfrak{E}'$ nach außen gerichtet ist. Damit Elektronen die Glühkathode endgültig verlassen und zu Gitter oder Anode gelangen können, müssen sie die rücktreibende Kraft der nach außen gerichteten Feldstärke $\mathfrak{E} + \mathfrak{E}'$ überwinden. Dazu müssen sie mit einer gewissen Geschwindigkeit aus der Glühkathode austreten. Je größer die Steuerfeldstärke $\mathfrak{E}$ ist, um so mehr Elektronen sind zum Durchfliegen des Raumteiles, in dem die Gesamtfeldstärke nach außen gerichtet ist, imstande.

3. Bei sehr großer Steuerfeldstärke $\mathfrak{E}$ kann die Gesamtfeldstärke $\mathfrak{E} + \mathfrak{E}'$ auch an der Glühkathode nach innen gerichtet sein. Dann verlassen alle austretenden Elektronen endgültig die Glühkathode, um zu Gitter oder Anode herüber zu fliegen. Im allgemeinen gibt es eine Schicht, in der die Richtung der Gesamtfeldstärke $\mathfrak{E} + \mathfrak{E}'$ sich umkehrt. Diese Schicht umschließt wahrscheinlich die Oberfläche der Glühkathode ziemlich dicht. — Die Vorgänge 1, 2 bzw. 3 treten in Erscheinung im stromlosen, im proportionalen bzw. im Sättigungsgebiet der Stromstärke i. In dem Schema (57) sind diese Gebiete gekennzeichnet.

Mit Erhöhung der Temperatur Θ der Glühkathode steigt die Anzahl der je Sekunde austretenden Elektronen schnell an. Der bei mittlerer Steuerspannung entstehende Kathodenstrom i ist fast unabhängig von Θ. Dagegen steigt der Sättigungsstrom i_s erheblich mit Θ.

Art. 388. Kennlinien. Der elektrische Zustand einer Eingitterröhre wird gewöhnlich durch die Lage eines Punktes und eine besondere Angabe gekennzeichnet. Der Abstand (z. B. des Punktes B in Fig. 463) von der vertikalen Nullinie ist der Gitterspannung u_G

Fig. 463. $D = 1/7$, $R = 23\,000\ \Omega$, $u_{st_0} = 4{,}0$ V.

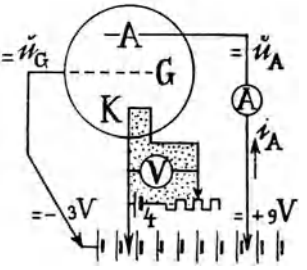


proportional. Die Höhe des Punktes über der horizontalen Nullinie ist der Stromstärke i proportional. Die Anodenspannung u_A muß für jeden Punkt besonders angegeben werden. Verbindet man alle Punkte, welche die bei einer bestimmten Anodenspannung u_A möglichen Zustände darstellen, so entstehen die sogenannten Kennlinien. Fig. 463 ist ein Kennlinienbild für die Röhre RE 79 der Telefunken-Gesellschaft.

Fig. 464 zeigt eine einfache Anordnung, mit der man leicht die Zustände einer kleinen Eingitterröhre untersuchen kann. Der Spannungsmesser V mißt die Heizspannung am Glühfaden, die sorgfältig konstant gehalten werden muß, namentlich dann, wenn der

Sättigungsstrom i_s bestimmt werden soll. Gitter- und Anodenspannung werden durch eine kleine Batterie von Trockenelementen erzeugt. Der Strommesser A muß eine Drehspule mit sehr feiner Wicklung haben; die Skalenteilstromstärke muß etwa $3 \cdot 10^{-5}$ A betragen. Für genaue Messungen ersetzt man die Trockenbatterie durch Ohmsche Spannungsstufen.

Fig. 464.



Bei mittleren Senderöhren schwankt die Anodenspannung etwa zwischen $+300$ und $+700$ Volt, die Gitterspannung etwa zwischen ± 200 Volt. Man kann die beiden Gleichspannungen den Bürsten zweier Trommelanker entnehmen und durch Feldregulierung der fremderregten Generatoren verändern (bei geringer Belastung etwa wie 1 : 3). Verschiedene Bereiche der Spannungen kann man dadurch herstellen, daß man die beiden Generatoren durch zwei Gleichstrommotoren antreibt, deren Magnetfelder konstant sind, deren Trommelanker an verschiedene Spannungen (z. B. 6, 18, 72, 220 Volt) gelegt werden.

Art. 389. Berechnung der Festwerte aus einem Kennlinienbild. Die drei Punkte A, B und C der Fig. 463 stellen drei Zustände der Röhre dar. Für diese drei Zustände ergibt die Gl. (62) folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \text{Für } A \text{ ist } & u_{G2} + D u_{A1} - \mathfrak{U}_{sto} = D R i_1 \\ \text{„ } B \text{ „ } & u_{G1} + D u_{A2} - \mathfrak{U}_{sto} = D R i_1 \\ \text{„ } C \text{ „ } & u_{G2} + D u_{A2} - \mathfrak{U}_{sto} = D R i_2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (63)$$

1. Durch Subtraktion der beiden ersten Gleichungen ergibt sich der Durchgriff

$$\frac{u_{G2} - u_{G1}}{u_{A2} - u_{A1}} = D = -\frac{\triangle u_G}{\triangle u_A} \quad \cdots\cdots\cdots (64)$$

Verringert man nur die Anodenspannung um $\triangle u_A$, so sinkt der Kathodenstrom i. Man erhöht nun nur die Gitterspannung um $\triangle u_G$, bis der Kathodenstrom die alte Höhe erreicht hat. Dann ergibt sich der Durchgriff D nach Gl. (64).

2. Durch Subtraktion der ersten von der dritten der Gl. (63) folgt

$$\frac{u_{A2} - u_{A1}}{i_2 - i_1} = R = \frac{\triangle u_A}{\triangle i} \quad \cdots\cdots\cdots (65)$$

Erhöht man bei konstanter Gitterspannung die Anodenspannung um Δu_A, so steigt der Kathodenstrom um Δi. Dann erhält man den Röhrenwiderstand R nach Gl. (65).

3. Aus einer der drei Gl. (63), z. B. aus der ersten, erhält man die Anfangssteuerspannung

$$u_{sto} = [u_{G2} + D u_{A1}] - D R i_1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (66)$$

Liegen die drei Punkte A, B und C der Fig. 463 bei negativen Gitterspannungen, so ist der Gitterstrom verschwindend klein und der Anodenstrom i_A praktisch oder gleich dem Kathodenstrom i.

Art. 390. Untersuchung einer Röhre mit Wechselstrom. Enthalten die drei veränderlichen Größen u_G, u_A und i der Gl. (63) einen gleichbleibenden und einen wechselnden Anteil, so kann man schreiben

$$u_G = U_G + u_G, \quad u_A = U_A + u_A, \quad i = \mathfrak{J} + i.$$

Fig. 465.

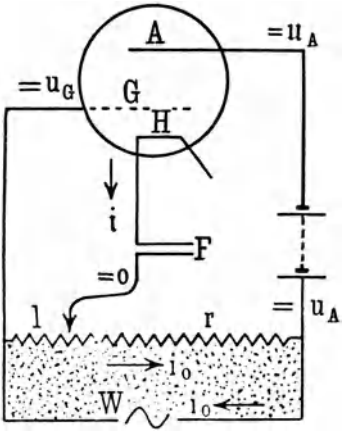
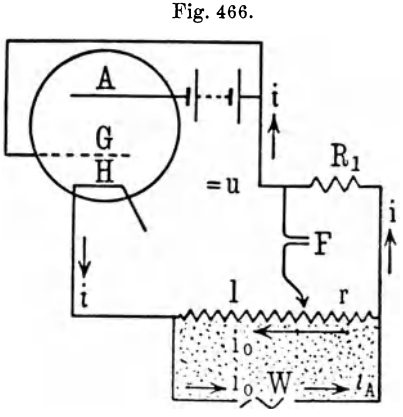


Fig. 466.



Jede der Gl. (63) muß für die gleichbleibenden und für die wechselnden Anteile allein erfüllt werden. Es ist also

$$U_G + D U_A - U_{sto} = D R \mathfrak{J} \quad \cdots\cdots \quad (67\,a)$$

und

$$u_G + D u_A = D R i \quad \cdots\cdots\cdots \quad (67\,b)$$

Es sind verschiedene Schaltungen von Barkhausen, Miller, Feussner u. a. angegeben worden, die mit Hilfe von mittelfrequentem Wechselstrom die Festwerte D und R (schneller und genauer als mit Gleichstrom) zu messen gestatten. Die Fig. 465 und 466 stellen

zwei vom Verf. angegebene Schaltungen dar (s. Zeitschr. f. Phys. 1921, S. 437 bis 440).

1. Werden die Brückenwiderstände l und r in Fig. 465 von Wechselstrom i_0 durchflossen, so ist bei Tonlosigkeit des Telephons F

$$i = 0, \quad u_G = +l \,.\, i_0 \quad \text{und} \quad u_A = -r \,.\, i_0.$$

Hieraus und aus Gl. (67 b) ergibt sich die Beziehung $-u_G/u_A =$

$$D = l/r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

2. Bei der in Fig. 466 dargestellten Schaltung hat die Wechselspannung an Gitter- und Anodenblech den gleichen Wert u. Hieraus und aus Gl. (67 b) ergibt sich der Wechselstromwiderstand

$$u/i = DR/(1+D).$$

Bei Tonlosigkeit des Telephons F ist

$$\frac{u}{i} : R_1 = l : r, \quad \text{also} \quad R = \frac{1+D}{D}\,\frac{l}{r}\,R_1 \quad \ldots \quad (69)$$

Als Vergleichswiderstand R_1 genügt ein Widerstand von 1000 Ω.

3. Wenn man D und R nach Ziffer 1 und 2 bestimmt hat, so genügt die Beobachtung eines konstanten Zustandes, um nach Gl. (66) die Anfangssteuerspannung $\mathfrak{u}_{sto}$ zu berechnen.

Art. 391. Vorgänge in der Eingitterröhre bei sehr hoher Gitterspannung. In den Fig. 467 und 468 sind Kennlinien wiedergegeben, die Herr Feussner an einer Verstärkerröhre mit reinem Wolframfaden aufgenommen hat. Im folgenden sind die Kurven genauer besprochen, bei denen die Anodenspannung $\mathfrak{u}_A = 78$ Volt betrug.

1. Das **stromlose Gebiet** erstreckt sich bis etwa zu dem Punkte $\mathfrak{u}_G = -7{,}5$ Volt, $\mathfrak{u}_A = 78$ Volt, $\mathfrak{U}_{sto} = (-7{,}5 + 0{,}11 \,.\, 78)$ Volt $= +1{,}1$ Volt. Aus dem Dreieck ABC ergibt sich der Durchgriff $D = 0{,}11$. Dieser Wert gestattet, die Anfangssteuerspannung $\mathfrak{u}_{sto}$ zu berechnen.

2. Das **Proportionalitätsgebiet** beginnt bei $\mathfrak{U}_{sto} = +1{,}1$ Volt und erstreckt sich bis zur Gitterspannung $\mathfrak{u}_G = 3{,}0$ Volt, also bis zu dem Werte der Steuerspannung $\mathfrak{U}_{sts} = 11{,}6$ Volt.

Solange der Gitterstrom $\mathfrak{i}_G = 0$ ist, solange also $\mathfrak{u}_G < 0$ bleibt, verläuft der Anodenstrom $\mathfrak{i}_A$ genau so wie der Kathodenstrom $\mathfrak{i}$.

3. Das **Sättigungsgebiet** beginnt bei einer Steuerspannung von etwa 11,6 Volt und erstreckt sich bis zu beliebig hohen Werten der Steuerspannung. Dies geht aus den beiden Kurven der Fig. 468 hervor, welche den Kathodenstrom $\mathfrak{i} = \mathfrak{i}_A + \mathfrak{i}_G$ darstellen.

Innerhalb des Sättigungsgebietes hat man drei Teilgebiete zu unterscheiden.

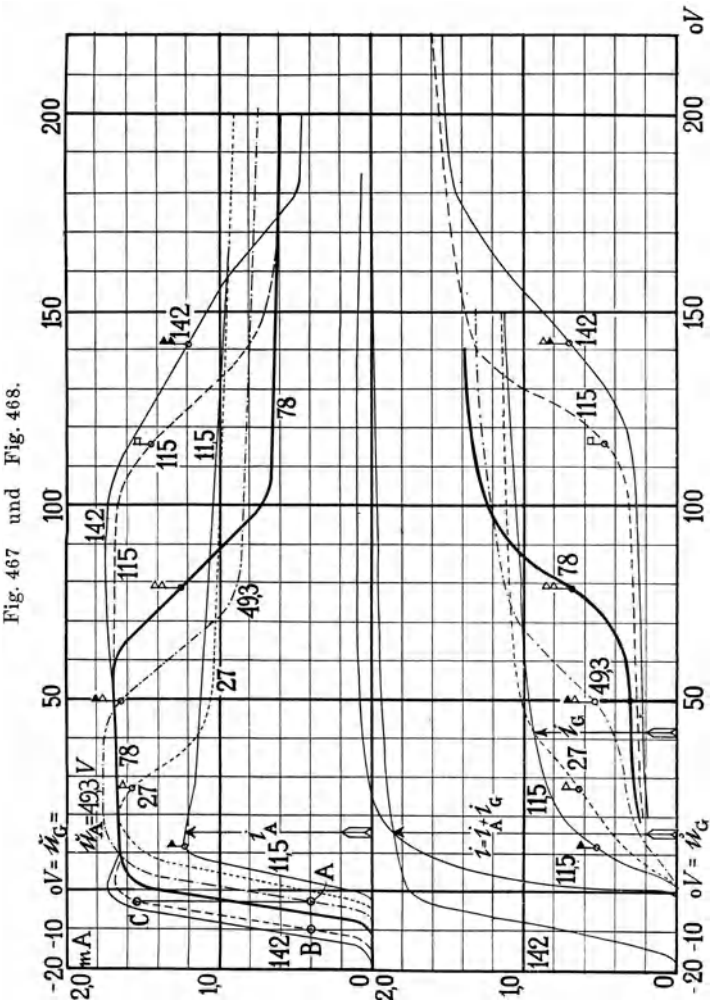


Fig. 467 und Fig. 468.

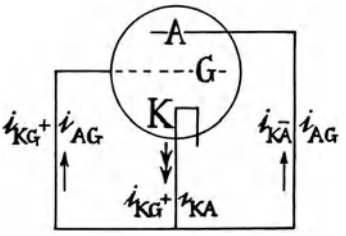
3a. Im ersten Teilgebiet, im Gebiet konstanten Anodenstromes ist i_A konstant, während i_G zunächst etwas ansteigt und dann nahezu konstant bleibt. Dies Gebiet ist nur bei Anodenspannungen, die höher als 27 Volt sind, deutlich ausgeprägt. Es

erstreckt sich bei $u_A = 78$ Volt etwa von $u_G = 3$ Volt bis $u_G = 60$ Volt.

Das Ansteigen des Gitterstromes erklärt sich daraus, daß einige der von der Glühkathode abgesaugten Elektronen ans Gitter fliegen, wenn dieses positiv geladen ist (Teilstrom i_{KG} in Fig. 469).

3b. Es folgt das Gebiet fallenden Anodenstromes. Die Punkte $u_G = u_A$ sind in den beiden Fig. 467 und 468 durch Fähnchen bezeichnet. Sie liegen etwa in der Mitte dieses Gebietes. Die Ausdehnung dieses Gebietes ist hauptsächlich durch den Überschuß der Anodenspannung über die Gitterspannung bestimmt. Die Anodenspannung muß etwa 20 Volt größer oder 20 Volt kleiner als die Gitterspannung sein.

Fig. 469.



Das schnelle Fallen des Anodenstromes und das gleichzeitig erfolgende schnelle Ansteigen des Gitterstromes in dem Gebiet 3b) erklärt man sich in folgender Weise. In Fig. 469 sind die den drei Elektroden zufließenden bzw. entnommenen Ströme so bezeichnet, wie die Elektronen im Innern der Röhre sich bewegen. Vorausgesetzt ist, daß nur Elektronen, nicht etwa auch negative oder positive Ionen in der Röhre vorhanden sind. Man nimmt an, daß die von der Glühkathode ausgehenden, auf das kalte Anodenblech treffenden Primärelektronen (i_{KA}) beim Aufprall Sekundärelektronen auslösen, etwa wie ein Geschoß beim Aufprall auf eine Mauer Staubteilchen auslöst. Wenn die Gitterspannung viel geringer ist als die Anodenspannung, so können die Sekundärelektronen das Feld Anodenblech → Gitter nicht überwinden, sondern fallen auf das Anodenblech zurück. Erst wenn die Gitterspannung Werte überschreitet, die etwa 20 Volt unter der Anodenspannung liegen, gehen Sekundärelektronen vom Anodenblech zum Gitter über, wird der Strom i_{AG} merklich.

3c. Es schließt sich nun das Gebiet konstanten Gitter-Anodenstromes an. Es beginnt, wenn die Anodenspannung etwa 25 Volt kleiner ist als die Gitterspannung. Wenn die Gitterspannung Werte hat, die mehr als 20 Volt über der Anodenspannung liegen, dann werden alle austretenden Sekundärelektronen zum Gitter gelangen; dann bleiben Gitter- und Anodenstrom konstant.

Die Vorgänge in einer Eingitterröhre, die als Verstärker dient, spielen sich in dem Gebiet 2 ab.

In einer Eingitterröhre, die zur Erzeugung hochfrequenten Wechselstromes dient, finden Vorgänge statt, die das ganze Gebiet 2 durchlaufen und in die Gebiete 1 und 3a übergreifen.

Man kann auch das Gebiet 3b benutzen, um hochfrequenten Wechselstrom zu erzeugen oder eine schwache Wechselspannung zu verstärken. Eine so benutzte Röhre wird als Dynatron bezeichnet.

Art. 392. Die Sparröhre und die Oxydröhre. Die bisher vorzugsweise behandelten Röhren haben einen reinen Wolframfaden. Der Sättigungsstrom $\mathfrak{J}_s$, der durch die Gesamtzahl der je Sekunde austretenden Elektronen bestimmt ist, wird erst groß, wenn der Faden sich in heller Weißglut befindet. Diese Verstärkerröhren erfordern einen Heizstrom von etwa 0,5 Amp. und eine verhältnismäßig hohe Anodengleichspannung von 100 bis 200 Volt.

1. Als thorierte Röhre bezeichnet man eine Röhre, deren Faden größtenteils aus Wolfram besteht und etwas Thorium enthält. Der Faden hat die Eigenschaft, daß der Sättigungsstrom schon bei schwacher Rotglut hinreichend starke Werte erreicht, d. h. einige mA beträgt.

Das Vakuum wird in folgender Weise verbessert. Der Faden wird mit Magnesiumpulver bedeckt. Nachdem das Rohr ausgepumpt ist, wird der Faden elektrisch geglüht. Dabei zerstäubt das Mg-Pulver und bildet einen metallisch glänzenden Belag auf der Innenfläche des Glasrohres.

Die Stromstärke im reinen Wolframfaden kann man nach der Farbe des ausgesandten Lichtes mit hinreichender Genauigkeit beurteilen. Dies ist bei der Sparröhre nicht möglich; hier muß die dem Faden zugeführte elektrische Leistung mit Hilfe eines Meßgerätes kontrolliert werden. Am einfachsten und genauesten ist es, von Zeit zu Zeit einen Spannungsmesser zum Faden parallel zu schalten.

Von der Osram-Ges. werden angefertigt, von der Telefunken-Ges. in den Handel gebracht u. a. die Röhren RE 154 mit 15 v. H. und RE 054 mit 4 v. H. Durchgriff. Die Röhren erfordern einen Heizstrom von etwa 0,1 A, eine Heizspannung von 3,5 V.

2. Als Oxydröhre bezeichnet man eine Röhre, deren Sättigungsstrom schon bei schwacher Rotglut erheblich ist, weil der Faden, in der Regel ein Platinfaden, nach Wehnelt mit einem Metalloxyd bedeckt ist.

Art. 393. Die Zweigitterröhre besitzt ein (erstes) der Glühkathode näheres und ein (zweites) dem Anodenblech näheres Gitter. Ersteres sei als Kathoden-, letzteres sei als Anodengitter bezeichnet.

1. Man kann dem Anodengitter etwa die halbe Anodengleichspannung erteilen und die zu verstärkende Spannung u_G zwischen Kathodengitter und Kathode schalten. In diesem Falle vermindert das Anodengitter den Anodenstrom; es kann als Schutz für die Anode angesehen werden.

2. Man kann auch dem Kathodengitter die halbe Anodenspannung erteilen und dem Anodengitter die Primärspannung u_G zuführen. In diesem Falle vermindert das Kathodengitter die Wirkung der Raumladung.

In beiden Fällen kann die Anodenspannung viel kleinere Werte haben als bei einer Eingitterröhre.

Neunundsechzigstes Kapitel.

Der Röhrensender.

Art. 394. Die Anodengleichspannung $\mathfrak{U}_A$ kann dem Anodenblech einer Eingitterröhre in verschiedener Weise erteilt werden.

1. Bei der Schaltung Fig. 470 liegt die Gleichspannungsstufe direkt am Anodenblech. Ihre Klemmen befinden sich auf den Span-

Fig. 470.

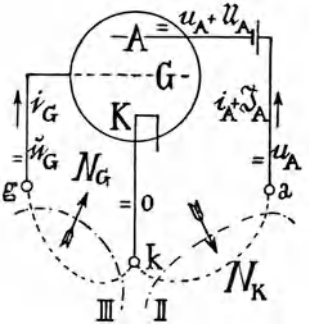
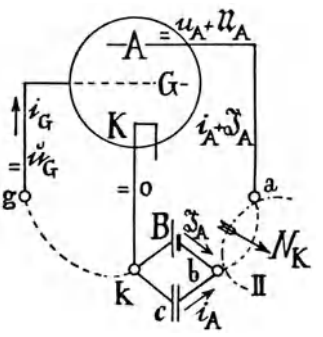


Fig. 471.



nungen u_A bzw. $u_A + \mathfrak{U}_A$. Die Leiter ka und aA müssen für den Anodengleichstrom $\mathfrak{J}_A$ und den Anodenwechselstrom i_A durchlässig sein.

2. Bei der Schaltung Fig. 471 liegt die Gleichspannungsstufe B direkt an der Glühkathode. Der Stromzweig ba muß für den ganzen Anodenstrom $\mathfrak{J}_A + i_A$ durchlässig sein. Damit i_A nicht durch die Spannungsstufe B zu fließen braucht, wird zu B in der Regel ein Kondensator c von großer Kapazität parallel geschaltet.

3. Bei der Schaltung Fig. 472 liegt die Gleichspannungsstufe B mit einer Klemme an der Glühkathode, während die andere Klemme durch eine Drosselspule D mit dem Anodenblech verbunden ist. Der Sperrkondensator c verhindert, daß Gleichstrom im Stromzweig a k fließt. An der eisenhaltigen Spule D liegt bei dieser Schaltung hochfrequente Wechselspannung. In D muß also ein wenn auch kleiner, doch endlicher hochfrequenter Strom fließen. Dabei wird wegen der hohen Frequenz viel Hysteresisleistung nutzlos verbraucht. Diesen Übelstand kann man (nach dem Verf.) verringern, indem man zwischen D und dem Leiter A c einen Sperrkreis einschaltet.

Fig. 472.

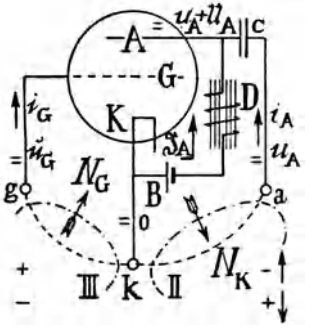
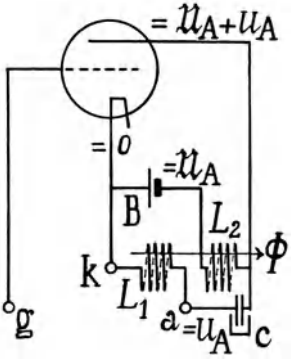


Fig. 472 a.



4. Eisenhaltige Drosselspulen werden ganz vermieden bei einer vom Verf. angegebenen in Fig. 472 a dargestellten Schaltung. Die beiden Spulen L_1 und L_2 sind fest miteinander gekoppelt, z. B. auf denselben Kern gewickelt. Die Kapazität c (von etwa 20 000 $\mu\mu$F) verhindert, daß Gleichstrom über L_1 fließt. Der hochfrequente Spannungsabfall ist in L_1 und L_2 von gleicher Größe, da derselbe magnetische Induktionsfluß Φ beide Spulen durchsetzt. Infolgedessen ist der hochfrequente Spannungsabfall in der Gleichspannungsstufe B verschwindend klein.

5. Eine fünfte Schaltung besteht darin, die Spannungsstufe B zu der Sperrkapazität c der Fig. 472 parallel zu schalten. Zwischen den Klemmen von c und B müssen zwei einzelne Drosselspulen liegen, so daß die Schaltung etwas schwerfällig erscheint.

Art. 395. Die fremderregte Eingitterröhre verhält sich nach Barkhausen innerhalb des Proportionalitätsgebietes wie ein Wechsel-

stromgenerator ($\wr$ in Fig. 473), dem ein großer Widerstand (der Röhrenwiderstand, R in Fig. 473) vorgeschaltet ist. Die gleichbleibenden Anteile der elektrischen Größen sind hierbei ganz außer acht gelassen.

Als fremderregt wird eine Röhre, zwischen deren Kathode und Gitter eine Wechselspannungsstufe von der Spannung u_G liegt, dann bezeichnet, wenn der Anodenkreis nur durch den Elektronenübergang Kathode → Anode mit der Gitterspannung verknüpft ist, ohne eine merkliche Rückwirkung auf die Gitterspannung auszuüben. Der Elektronenübergang zaubert in den Anodenstromkreis die Wechsel-

Fig. 473.

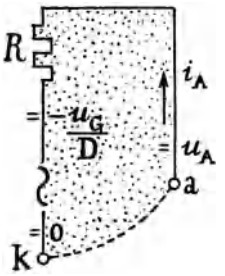
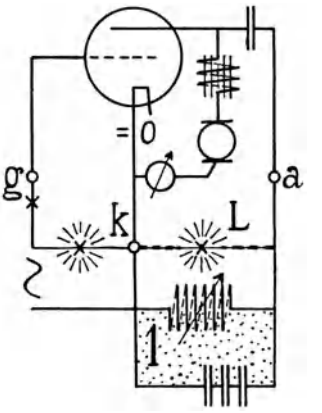


Fig. 473 a.



spannungsstufe von der Spannung $-u_G/D$ hinein. Je nach der Verwendungsart unterscheidet man fremderregte Empfangsröhren (Verstärker) und fremderregte Senderöhren.

Versuch 1. Schaltet man bei der Schaltung Fig. 473 a zwischen die Klemmen k und g eine mittelfrequente Wechselspannungsstufe, so brennt eine zwischen k und a geschaltete Glühlampe bei etwa 220 Volt mit etwa 0,15 Amp. Als Röhre ist eine mittlere Senderöhre verwendet ($\Im_s \approx 0{,}180$ A).

Versuch 2. Bei Erregung der Wechselstrommaschine k a steigt der Anodengleichstrom etwa 0,02 Amp. bis etwa 0,12 Amp. Die Ursache hierfür liegt in folgendem. Während die Gitterspannung negativ ist, fällt der Anodenstrom zu 0, nimmt also nur wenig ab. Während die Gitterspannung positiv ist, wird die Steuerspannung groß, steigt der Anodenstrom auf sehr hohe Werte (von etwa 0,2 Amp.) an. Der zeitliche Mittelwert des Anodenstromes, kurz, der Anodengleichstrom,

steigt also erheblich an, wenn an das Gitter eine Wechselspannung gelegt wird. Dieser Vorgang ist eine der verschiedenen Arten von Gleichrichterwirkung. Bei Röhren, die zu Empfangs- und Verstärkerzwecken benutzt werden, kommen andere Arten der Gleichrichtung in Betracht (s. S. 550 ... 556).

Versuch 3. Bei den meisten Sendeschaltungen (und auch bei einem Teil der Empfangsschaltungen) dient die im Anodenkreis liegende Wechselspannungsstufe ($-u_G/D$) dazu (anstatt in einer Glühlampe eine kleine), in einem Schwingungskreis (1 in Fig. 473 a) eine große Stromstärke aufrecht zu erhalten.

Wenn die elektrischen Vorgänge sich innerhalb des Proportionalitätsgebietes abspielen, und wenn der Kathodenwechselstrom i dem Anodenwechselstrom i_A gleichgesetzt werden kann, dann nimmt die Gl. (67 b), S. 466 die Form an

$$u_A + u_G/D = Ri_A \quad \cdots\cdots\cdots \quad (70)$$

Diese Gleichung ist nichts anderes als das auf den Röhrenwiderstand R der Fig. 473 angewandte Ohmsche Gesetz und bestätigt die Berechtigung der Barkhausenschen Anschauung.

Ist der Schließungsleiter ka ein Ohmscher Widerstand r, so ist $u_A = -ri_A$, also

$$i_A(R + r) = u_G/D = -u_A(1 + R/r) \quad \cdots\cdots \quad (71\,a)$$

Dann sind i_A und u_G und $-u_A$ von gleicher Phase. Für die Effektivwerte gilt also

$$I_A(R + r) = U_G/D = U_A(1 + R/r) \quad \cdots\cdots \quad (71\,b)$$

Die Spannungsverstärkung ist

$$U_A/U_G = 1/D(1 + R/r) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (72)$$

Bei den Versuchen 1 und 3 kommt es wesentlich auf die Leistung N_k an, welche die Fläche II der Fig. 470 bis 472 durchströmt.

Die Anwendung des Satzes $N = u \,.\, i$ auf die zwischen K und A liegende Röhrenwand bzw. die beiden Flächen II und III der Fig. 472 ergibt für die augenblicklichen Leistungen die Werte

$$N_A = (u_A + \mathfrak{U}_A)(\mathfrak{J}_A + i_A) \text{ bzw. } N_K = -u_A \,.\, i_A \text{ und } N_G = +\mathfrak{u}_G \,.\, \mathfrak{i}_G \quad (73)$$

Der zeitliche Mittelwert der Leistung N_K ist

$$N = \frac{-1}{T} \int_0^T u_A \cdot i_A \cdot \mathrm{d}t \quad \cdots\cdots\cdots \quad (74)$$

Diese Gleichung gilt auch für die Schaltungen Fig. 470 und Fig. 471. Damit die Leistung N positiv wird und z. B. eine Glühlampe speisen kann, muß der Anodenwechselstrom i_A positiv bzw. negativ sein, während die Anodenwechselspannung u_A (—) bzw. (+) ist. Nun wird u_A positiv, wenn die Steuerspannung und die Gitterspannung u_G große positive Werte haben. Also müssen die Wechselspannungen von Gitter und Anode eine um etwa 180° verschiedene Phase haben.

Art. 396. Die selbsterregte Eingitterröhre. Bei den Senderschaltungen Fig. 474 bis 480 wird die Röhre durch sogenannte Selbsterregung sendefähig.

Bei Selbsterregung nach den Fig. 474 ... 477 und 480 ist ein Schwingungkreis vorhanden, dessen Eigenwelle die Frequenz der Wechselvorgänge bestimmt. In großer Annäherung ist die entstehende Schwingung von einer Wellenlänge, die der Eigenwelle dieses Kreises gleich ist.

Fig. 474.

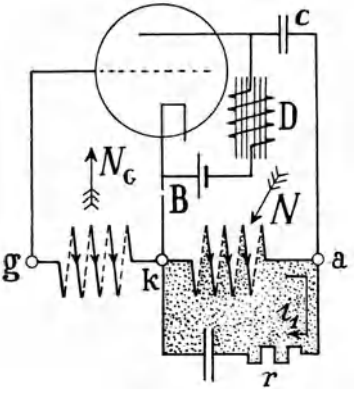
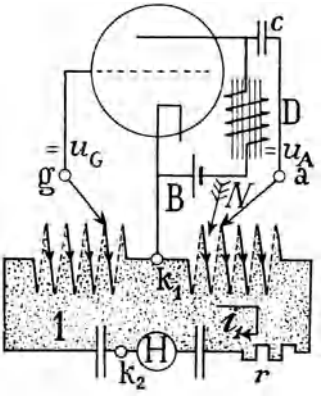


Fig. 475.



Bei den Schaltungen Fig. 474 und 475 ist ohne weiteres ersichtlich, daß ein im Kreise 1 fließender Wechselstrom i_1 in den Schaltpunkten g und a entgegengesetzte Wechselspannungen hervorruft und so die Bedingungen schafft, unter denen die Leistung N erhebliche Werte hat und imstande ist, die Wechselstromstärke i_1 aufrecht zu erhalten. In beiden Schaltungen ist es der die beiden Spulen gk und ka durchsetzende magnetische Induktionsfluß, der die entgegengesetzten Spannungen in g und a erzeugt. Der weitaus größte Teil der Leistung N verbleibt dem Schwingungskreis. Nur ein kleiner Teil N_G von N fließt

aus dem Schwingungskreis der Röhre wieder zu, und zwar zwischen den Zuführungen zu Gitter und Kathode. Ist r der Verlustwiderstand des Schwingungskreises, so lautet die Gleichgewichtsbedingung

$$N - N_G = I_1^2 \cdot r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

Die selbsterregte Eingitterröhre ist einem Einankerumformer vergleichbar, der einer Gleichspannungsstufe B Energie entnimmt und eine der Größe wechselnde Leistung immer in demselben Sinne in ein Wechselspannungsnetz hineinschickt. Dem vom Einanker-

Fig. 476.

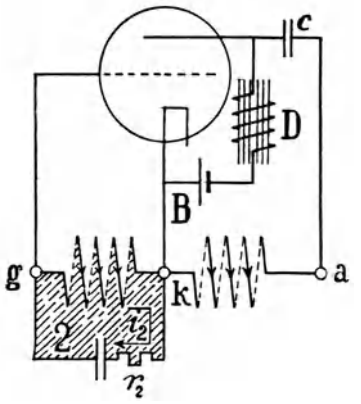
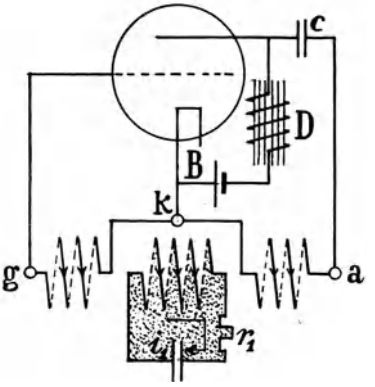


Fig. 477.



umformer gespeisten Wechselspannungsnetz ist der von der Röhre mit Energie versorgte Schwingungskreis vergleichbar.

In Fig. 476 wird der Schwingungskreis 2 dadurch mit Energie versorgt, daß seine Spule mit der Spule k a magnetisch gekoppelt ist. In Fig. 477 werden die entgegengesetzten Spannungen in g und a dadurch aufrecht erhalten, daß ein Teil des magnetischen Induktionsflusses, den die im Kreise fließende Stromstärke i_1 erzeugt, die Spulen g k und k a durchsetzt.

Art. 397. Selbsterregung mit zwei Schwingungskreisen. Verbindet man die Punkte k_1 und k_2 der Fig. 474 leitend, so wird an der Wirkungsweise der Schaltung nichts wesentliches geändert. Man gelangt so zu der Schaltung Fig. 478, in der zwei Schwingungskreise 1 und 2 vorhanden sind, die beide von starken Wechselströmen durchflossen werden.

1. Ist die magnetische Kopplung zwischen den beiden, in den Kreisen 1 und 2 liegenden Spulen groß, so stellt Fig. 546 die Wirkungs-

weise der Schaltung Fig. 478 näher dar. Der Anodenschwingungskreis erregt dann den Gitterschwingungskreis durch magnetische Kopplung. Entgegengesetzte Spannung entsteht in den Schaltpunkten g und a dann, wenn die Wellenlänge der erregten Schwingung gleich der der größeren Kopplungswelle Λ' ist.

2. Wenn die beiden Schwingungskreise 1 und 2 nicht künstlich magnetisch gekoppelt sind, so spielt die natürliche kapazitive Kopplung der Kreise eine hinreichend große Rolle, um die (nun den Eigenwellen fast gleiche) Kopplungswelle im Gitterkreis aufrecht zu erhalten und so die Bedingungen zu schaffen, unter denen dem Anodenkreis eine erhebliche Leistung von der Röhre zugeführt wird. Die Kopplung beruht dann großenteils auf der kleinen Kapazität c_{AG} zwischen Anodenblech und Gitter (s. Fig. 479). Diese Schaltung ist von Dr. Kühn, einem Mitarbeiter der Huth-Ges., angegeben. — Bei allen Röhrenschaltungen liegt im Anodenstromkreis die von der Gitterspannung durch den Elektronenübergang Kathode → Anode geschaffene Wechselspannungstufe ($-u_G/D$). Bei der fremderregten Röhre wird die Gitterspannung u_G durch eine fremde Wechselspannungsstufe (z. B. u_1 in den Fig. 479 und 546) erzeugt.

Fig. 478. Vertausche 1 und 2.

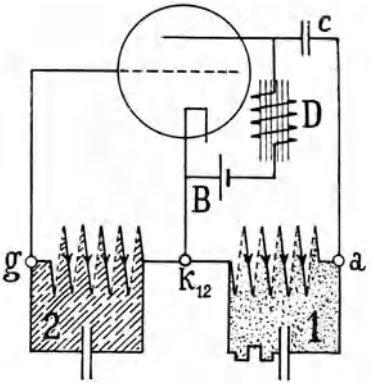
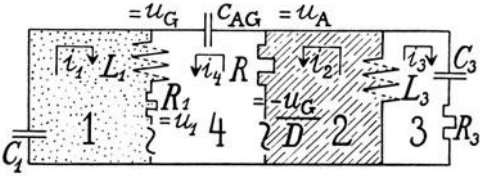


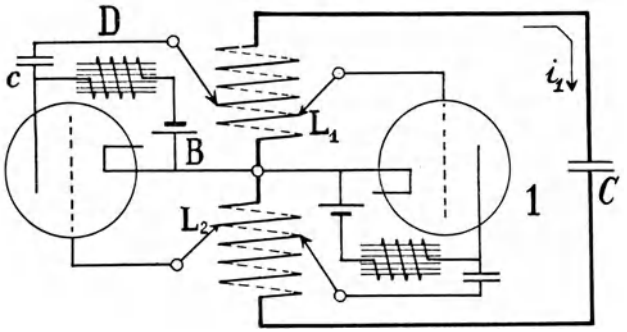
Fig. 479.



Bei der selbsterregten Röhre wird die Gitterspannung u_G durch Vorgänge im Anodenkreis erzeugt. Bei der teilweise fremd-, teilweise selbsterregten Röhre wird die Gitterspannung teils durch eine fremde Wechselspannungsstufe, teils durch Vorgänge im Anodenkreis hervorgerufen. Röhren der letzteren Art spielen beim Empfang eine große Rolle. (Rückkopplung, Dr. A. Meissner, 1913.)

Art. 398. Gegentaktschaltungen. Bei der in Fig. 480 dargestellten Schaltung sind zwei Röhren verwendet, die mit einem Phasenunterschied von 180°, d. h. im Gegentakt arbeiten. Die Kreisstromstärke kann demgemäß keine Oberschwingungen gerader Ordnungszahl enthalten.

Fig. 480.



Man kann die in Fig. 480 dargestellte Schaltung in verschiedener Weise abändern. Man kann z. B. zu den Spulen L_1 und L_2 je eine Kapazität parallel schalten und C weglassen.

Man kann auch die Kapazität C zu L_1 parallel schalten und L_2 durch einen Ohmschen Widerstand ersetzen, dessen Größe annähernd gleich DR sein muß.

Art. 399. Die Kreisstromstärke I_1 läßt sich für jede Schaltung aus den Festwerten der Röhre und den Gleichspannungen berechnen, unter der Voraussetzung, daß der Gitterstrom vernachlässigt werden kann und daß zwischen Anodenstromstärke und Steuerspannung eine einfache Beziehung besteht.

1. Ist in Fig. 475 die Gittergleichspannung $\mathfrak{U}_G = 0$ und

$$+ u_G = - u_A = \Re I_1 \sqrt{2} \sin \tau \quad \cdots\cdots \quad (76)$$

so ist die Steuerspannung

$$\mathfrak{u}_{st} = (1 - D) \Re I_1 \sqrt{2} \sin \tau + D \mathfrak{U}_A \quad \cdots\cdots \quad (77)$$

Ist der Kreiswiderstand r so groß, die Kreisstromstärke I_1 so klein, daß sich die Vorgänge innerhalb des Proportionalitätsgebietes abspielen, so ist jederzeit angenähert

$$i_A = - \Im_A + (\mathfrak{u}_{st} - \mathfrak{U}_{sto}) / DR \quad \cdots\cdots \quad (78)$$

Aus den Gl. (73) und (75) ergibt sich unter diesen Umständen

$$\frac{I_1 r 2\pi}{\Re\sqrt{2}} \leqq \int_0^{2\pi} i_A \sin\tau \cdot d\tau \quad \ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

Die zeitlich konstanten Glieder in dem Ausdruck für i_A haben keinen Einfluß auf den Wert des Integrals. In diesem Falle bleibt die Kreisstromstärke I_1 unbestimmt. Sie kann beliebige Werte annehmen, d. h. die Grenze der Sendefähigkeit ist erreicht, sobald die beiden nach Voraussetzung gleichen induktiven Abzweigwiderstände

$$\frac{U_A}{I_1} = \frac{U_G}{I_1} = \Re \geqq \sqrt{r \cdot \frac{DR}{1-D}} \quad \ldots\ldots \quad (80)$$

sind. Die Kreisstromstärke kann hiernach, bei Änderung z. B. des Kreiswiderstandes, plötzlich von 0 bis zu erheblichen Werten springen. Für Schwinggleichrichter ist die Grenze der Sendefähigkeit von ausschlaggebender Bedeutung (s. S. 559 u. ff.).

2. Große Werte nimmt die Leistung am Schwingungskreis nur dann an, wenn die elektrischen Vorgänge sich nicht nur innerhalb des Proportionalitätsgebietes abspielen, sondern in das stromlose Gebiet und in das Sättigungsgebiet übergreifen. Leider wird die Berechnung der Kreisstromstärke in diesem für Sender allein wichtigen Falle umständlich.

3. Deshalb ist die experimentelle Untersuchung einer ausgeführten Röhre wichtiger als die rechnerische einer gedachten Röhre. Hierin unterscheidet sich die Röhrentechnik von anderen Zweigen der Technik, insbesondere der optischen.

Ändert man zwei der Größen, die Einfluß auf die Kreisstromstärke I_1 haben, z. B. die Gleichspannungen von Gitter und Anode, so entsteht die schwierige Frage, wie man die Abhängigkeit dreier Größen voneinander auf einer ebenen Fläche darstellen soll. H. Rukop (Telefunken-Zeitung, Jan. 1924) zeichnet sogenannte Reißdiagramme. In diesen wird I_1 als Ordinate, U_G als Abszisse gewählt. Unter sonst gleichen Umständen ergibt sich eine Kurve. Gibt man nun einer der anderen Größen, die Einfluß auf I_1 haben, andere Werte, so erhält man eine zweite Kurve usw. Diese Kurvenscharen liegen innerhalb einer Fläche, der Reißfläche, deren Umrisse von Rukop besonders genauer Betrachtung unterzogen werden.

Außer dieser Darstellungsweise ist auch die vom Verfasser in Fig. 446 gewählte zweckmäßig. Man zeichnet die Kurven, für welche

$I_1 = konst$ ist, in ein Koordinatensystem ein, dessen Ordinaten gleich der einen, dessen Abszissen gleich der anderen veränderlichen Größe sind.

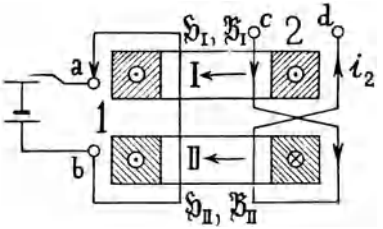
Siebzigstes Kapitel.

Tastung und Modulierung hochfrequenten Wechselstromes.

Art. 400. Geräte zur sprunghaften Änderung einer Sendestromstärke sind der einfache Morsetaster, der Morsetaster mit Vorspanngerät, der Maschinengeber und die Tastdrossel. Beim Maschinengeber wird ein Papierstreifen, der mit einer Art Schreibmaschine gelocht ist, zwischen zwei Kontakten hindurchgezogen. So können Morsezeichen schneller gegeben werden, als die Hand zu geben, als das Ohr zu hören vermag. Die Maschinengeber erfordern also Schreibempfang, wozu besonders schnell zeigende Morseschreiber oder Phonographenwalzen oder Saitenstrommesser verwendet werden.

Art. 401. Die Tast- und Modulationsdrossel (Fig. 481) kann sowohl zur sprunghaften als auch zur proportionalen Steuerung eines Wechselstromes dienen. Sie ist von der C. Lorenz A.-G. und deren Mitarbeiter Dr. Pungs (1923) ausgebildet worden. Zwei ringförmig geschlossene, äußerst fein unterteilte Eisenkörper I und II sind von der Wicklung 1 in gleichem, von der Wicklung 2 in entgegengesetztem Sinne umschlungen.

Fig. 481.



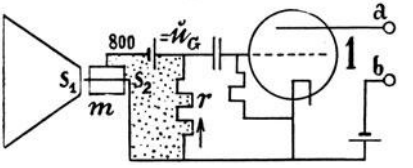
Ist der Gleichstrom I_1 so stark, daß beide Eisenringe bis zur Sättigung magnetisiert sind, so wird durch den Wechselstrom i_2 der magnetische Induktionsfluß in I nur wenig geschwächt, in II nur wenig verstärkt. Die Induktivität zwischen c und d ist gering und die in I und in II stattfindenden Magnetisierungsprozesse verlaufen fast hysteresisfrei. Daher kann der hochfrequente Wechselstrom i_2 ungehindert fließen.

Ist der Gleichstrom I_1 verschwindend klein, so ist die zwischen c und d liegende Induktivität größer. Bei großer Stärke des Wechselstromes i_2 würden die Magnetisierungsprozesse in den beiden Eisenkörpern, die sich jetzt zwischen den Grenzen $\pm \mathfrak{B}_{max}$ abspielen, viel mehr Energie verbrauchen, als in Wirklichkeit zur Verfügung steht. Daher wird die Wechselstromstärke i_2 bei kleinem I_1 verschwindend klein.

In Fig. 451 ist dargestellt, wie eine solche Eisendrosselspule T den von einer Poulsenlampe erzeugten hochfrequenten Strom steuert.

Art. 402. Elektrische Schallwandler. Geräte, die Schall in Schrift oder in elektrische Leistung umwandeln, mögen als Schallwandler bezeichnet werden. Man kann sie etwa als Schallschreiber oder als elektrische Schallwandler kennzeichnen.

Fig. 482.



Zu den wichtigsten elektrischen Schallwandlern gehört das bekannte Kohlemikrophon (s. S. 300).

Das Bändchenmikrophon ist die Umkehrung eines Schallgebers, des Bändchenlautsprechers (S. 304). Wird das in einem starken Magnetfeld aufgehängte Bändchen a b durch Schallwellen bewegt, so entsteht zwischen seinen Enden eine Wechselspannung, deren Frequenz der Frequenz der Schallwellen, deren Amplitude der Stärke der Schallwellen proportional ist.

Das Kondensatormikrophon ist die Umkehrung eines Schallgebers, des Kondensatortelephons (s. S. 305).

Das Kathodophon ist ein von Vogt, Masolle und Engl konstruiertes, von der Lorenz-Ges. hergestelltes Gerät.

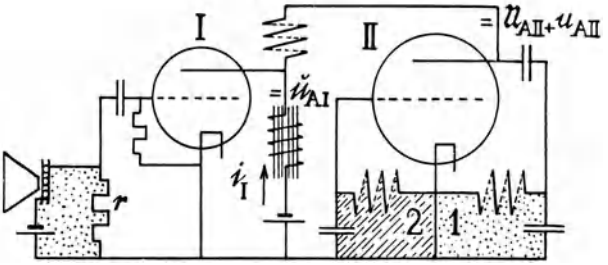
Ein elektrisch geglühter Stift $s_1 s_2$ befindet sich, wie Fig. 482 zeigt, in einem Zylinder m, dessen Spannung gegen $s_1 s_2$ etwa + 800 Volt beträgt.

Die aus dem Stifte austretenden Elektronen machen die Luft in der Umgebung ein wenig leitend, so daß ein schwacher elektrischer Strom vom Zylinder zum Stift übergeht. Je stärker dieser Strom ist, um so größer wird die negative Spannung $\mathfrak{U}_G$ des Gitters der Verstärkerröhre 1.

Die durch einen Schalltrichter der Umgebung des Stiftes zugeleiteten Schallwellen beeinflussen nun den vom Zylinder zum Stift übergehenden Strom und damit die Gitterspannung.

Art. 403. Die Modulation der Anodengleichspannung eines Röhrensenders ist eines der von der Huth-Ges. angewandten Verfahren (s. Fig. 483). Die Röhre I wird als Vorröhre bezeichnet, die

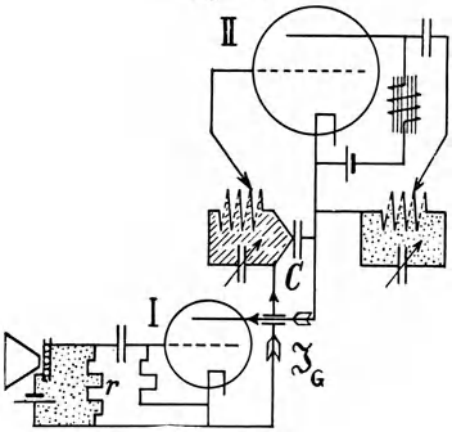
Fig. 483.



Röhre II betreibt eine Kühnsche Sendeschaltung. Sinkt der Widerstand des Mikrophons, so steigt der Anodenstrom I_I, so sinken die Spannungen u_{AI} und u_{AII}, so wird die Sendestromstärke im Kreise 1 vermindert.

Art. 404. Die Modulation des Gittergleichstromes eines Röhrensenders ist eines der von der Telefunken-Ges. angewandten Ver-

Fig. 484.

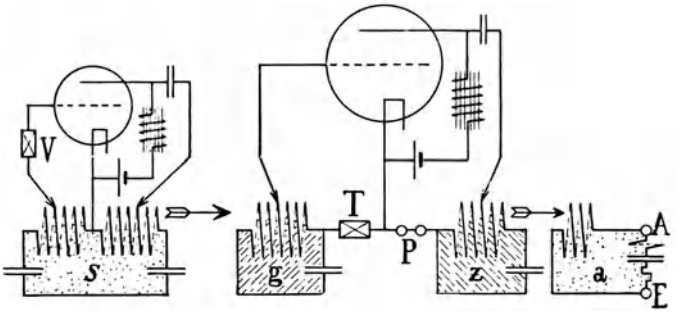


fahren. Der Gittergleichstrom der Senderöhre II (s. Fig. 484) ist zugleich der Anodenstrom der Steuerröhre I. Letztere wird durch den Mikrophonkreis beeinflußt (Schäffer 1922).

Art. 405. Der fremderregte Sender und seine Modulation. In Fig. 485 betreibt der links gezeichnete, selbsterregte Steuersender den Schwingungskreis *s*. Die beiden Kreise *s* und *g* sind magnetisch gekoppelt. Damit eine bestimmte Wellenlänge in beiden Kreisen entsteht, müssen sie verstimmt sein. Es entsteht dann nach Art. 358 nur diejenige der beiden Kopplungswellen Λ' und Λ'', welche der Eigenwelle $\Lambda_{s'}$ des Kreises *s* am nächsten liegt, z. B. Λ'.

Die beiden Schwingungskreise *g* und *z* des Arbeitssenders sind nicht magnetisch gekoppelt. Damit nicht zu der Fremderregung durch den Kreis *s* noch Selbsterregung durch die Kapazität zwischen Anode und Gitter tritt, hat Telegrapheningenieur Schwarzkopf bei *P* eine Spule angebracht, welche mit der in *z* liegenden Spule

Fig. 485.



magnetisch gekoppelt ist und so geschaltet wird, daß sie die Anodenwechselspannung herabsetzt. Man kann die Selbsterregung des Arbeitssenders auch dadurch verhindern, daß man den Kondensator des Kreises g wegläßt. So geschaltet ist der 20 kw-Sender Wien-Rosenhügel (Telefunken, Welle 531 m).

Der Zwischenkreis *z* ist mit dem Antennenkreis *a* magnetisch gekoppelt.

Eine der Kopplungswellen des Gebildes *z*, *a* muß gleich der Wellenlänge Λ' sein, mit der der Arbeitssender erregt wird. Dann entsteht im Antennenkreis *a* eine starke Stromstärke von einer bestimmten Wellenlänge, die gleich Λ' ist.

Bei dieser Anordnung schadet es nichts, wenn mit dem Antennenkreis *a* noch andere Antennenkreise *a'*, *a''* usw. gekoppelt sind, was bei einer großen Station, wie z. B. der Hauptfunkstelle Königswusterhausen, unvermeidlich ist. Ein selbsterregter Röhrensender wäre bei Anwesenheit vieler Antennenkreise nicht brauchbar.

Die Modulation des Arbeitssenders kann nach Schwarzkopf durch eine Lorenzsche Steuerdrossel T bewirkt werden. Man kann auch, wie beim Wiener Sender, an Stelle von T den Kondensator C der Schaltung Fig. 484 setzen. In beiden Fällen ist der Gittergleichstrom des Arbeitssenders die Größe, welche direkt moduliert wird.

Bei großen Sendern enthält der Arbeitssender mehrere parallel geschaltete, in gleicher Phase wirkende, Röhren.

Die Schaltung des Mikrophonkreises kann besser als nach den Figuren 482, 483, 484 nach S. 580, Beispiel 9 vorgenommen werden.

Mathematisch kann man den Vorgang der Modulation so beschreiben. Die Kreisfrequenz der hochfrequenten „Trägerwelle“ sei ω'. Die Amplitude dieser Welle werde periodisch geändert; die niedrige, hörbare Kreisfrequenz dieser Änderung sei ω''. Dann kann man für die Antennenstromstärke der Sendestation setzen

$$i = I(1 - \sin \omega'' t) \sin \omega' t$$
$$= I\{\tfrac{1}{2}\cos(\omega' + \omega'')t + \sin \omega' t - \tfrac{1}{2}\cos(\omega' - \omega'')t\}.$$

Hiernach besteht der modulierte Antennenstrom aus drei Wechselströmen von etwas verschiedener Kreisfrequenz. Da die „Modulationskreisfrequenz“ ω'' schwankt, sind auch die größte und kleinste Welle schwankend. Man nennt sie deshalb „Bänder“ im Gegensatz zu der mittleren Welle, der „Trägerwelle“, deren Kreisfrequenz ω' unveränderlich ist.

Die mittelfrequente, vom Mikrophonstrom direkt erzeugte Wechselspannung genügt in der Regel nicht, um die ziemlich große Endröhre (I in den Fig. 482 ... 484) hinreichend stark zu beeinflussen. Zwischen Mikrophon und Endröhre werden daher Spannungsverstärker eingeschaltet, und zwar Mittelfrequenzverstärker nach Kap. 82 oder besser Allfrequenzverstärker nach Kap. 88.

8. Abschnitt.

Elektromagnetische Strahlung.

Einundsiebzigstes Kapitel.

Versuche über kurze fortschreitende Wellen.

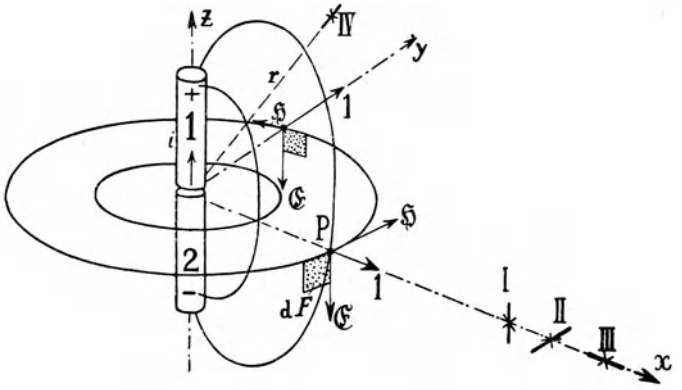
Art. 406. Nachbargebiet und Strahlungsfeld eines Hertzschen Senders. 1. Verbindet man einen Kondensator und eine Spule durch zwei Leiter von geringem Abstand, so entsteht ein Schwingungskreis. Wird der Kreis von Wechselstrom durchflossen, so sitzt fast die ganze Energie des Kreises abwechselnd als elektrostatische Feldenergie zwischen den Belegungen des Kondensators und als magnetische Feldenergie in der Umgebung der Spule. Diese beiden Felder durchdringen einander nicht, jedes besteht für sich in einem abgeschlossenen Raumteil. Man nennt daher die beschriebene Anordnung einen geschlossenen Schwingungskreis.

2. Heinrich Hertz stellte zuerst bewußt Schwingungskreise anderer Art, sogenannte offene Kreise, her. In einem langen Metallstab (1, 2 in Fig. 486) ist eine elektrische Schwingung folgender Art möglich. Der Strom i ladet die äußeren Enden entgegengesetzt; diese Ladungen erzeugen ein elektrisches Feld $\mathfrak{E}$; man kann daher den Enden eine gewisse kleine Kapazität C zuschreiben. Der Strom i erzeugt das magnetische Feld $\mathfrak{H}$, so daß man dem mittleren Teile des Leiters die Induktivität L zuschreiben kann. Der Strom $+ i$ hört erst auf zu fließen, wenn am unteren Stabende maximale negative, am oberen maximale positive Ladung angehäuft ist. Ein wenig später fließt der Strom $- i$ (in einer $+ i$ entgegengesetzten Richtung) so lange, bis maximale positive Ladung auf dem unteren, maximale negative Ladung auf dem oberen Leiterende angehäuft ist. Sodann beginnt wieder der Strom $+ i$ zu fließen; er erreicht

seinen Höchstwert, wenn die Ladungen der Enden klein sind. Jetzt ist eine Periode des Wechselvorganges vollendet. Man nennt den Kreis offen, weil der gleiche Raum für magnetische und für elektrische Kraftlinien offen steht, von ihnen erfüllt ist.

3. Da die Felder $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ in der Nähe des Wechselstromleiters 1, 2 einen nahezu $\pi/2$ erreichenden Phasenunterschied haben, so wird ein in der Nähe des Leiters gelegenes Flächenstück dF abwechselnd in entgegengesetzten Richtungen von Energie durchströmt. Das Flächenstück verhält sich annähernd ebenso, als ob es zwischen zwei Leitern läge, die den Kondensator und die Spule eines geschlossenen Schwingungskreises verbinden. Für den Betrieb offener

Fig. 486.



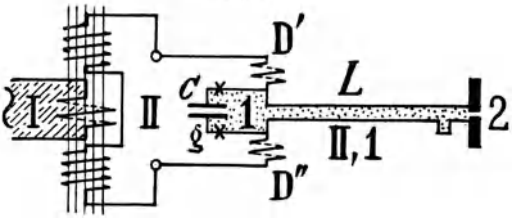
und geschlossener Schwingungskreise gelten deshalb in erster Annäherung die gleichen Gesetze.

4. In einiger Entfernung ruft der geschlossene Schwingungskreis keine merkliche Wirkung hervor. Ganz anders verhält sich, wie Heinrich Hertz zuerst erkannte und sowohl durch Versuche als auch durch Rechnung nachwies, der offene Schwingungskreis. Aus dem Felde, das den offenen Kreis umgibt, kehrt immer etwas weniger Energie zu ihm zurück als von ihm ausgeht. Mit wachsender Entfernung nimmt die hin und her flutende Energie schnell ab, während der Überschuß der abfließenden Energie nahezu konstant bleibt. In Entfernungen, die gegen die Abmessungen des offenen Kreises groß sind, im sogenannten Strahlungsgebiet, ist daher nur noch eine abfließende Energieströmung vorhanden. Man bezeichnet diese Energieströmung als Strahlung und nennt den Ausgangspunkt der Strahlung, den offenen Schwingungskreis, einen Sender.

Art. 407. Die Erregung Hertzscher Sender. 1. Der Hertzsche Sender ist in der Mitte geteilt. Die inneren Enden der beiden Senderhälften können mit den Hochspannungsklemmen eines Induktors verbunden werden und bilden eine Funkenstrecke, die durchbrochen wird, wenn die beiden Hälften (1, 2 in Fig. 486) eine der Durchbruchsspannung U_0 gleiche Spannung gegeneinander erlangt haben. Ist der Raum zwischen den inneren Enden mit Petroleum erfüllt, so steigt die Durchbruchsspannung U_0. Der Durchbruch der Funkenstrecke leitet abklingende Schwingungen ein, die etwa so verlaufen, wie Fig. 442, S. 432 zeigt. Möglichst hohe Durchbruchsspannung ist erforderlich, wenn man die Schwingungen durch Leuchtröhren nachweisen will.

2. Ungleich sicherer erfolgt der Nachweis der Schwingungen durch strommessende Geräte (Thermoelement oder Detektor mit

Fig. 487.



Gleichstrommesser). In diesem Falle ist es, wie Frl. Ganswindt (Frau Dr. Hausser) in ihrer Berl. Diss. 1914 nachgewiesen hat, vorteilhaft: die Frequenz der Entladungen möglichst hoch ($\approx 10^7$ bis $10^8\,s^{-1}$), den Elektrodenabstand möglichst gering ($\approx 0{,}01$ mm) zu wählen.

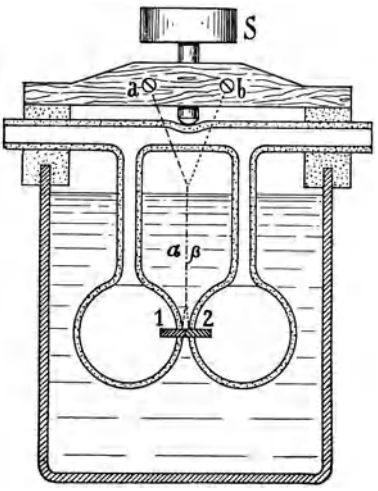
Zum Betrieb kann eine Gleichstrommaschine von mindestens 500 V oder eine niederfrequente Wechselspannungsstufe verwendet werden; jede Halbwelle der letzteren wirkt einige Zeit hindurch wie eine Gleichstrommaschine und ruft je sek mehr als eine Million einzelner Entladungen hervor. Als Wechselspannungsstufe kann ein gewöhnlicher Induktor mit Unterbrecher benutzt werden. Weit besser ist es, den Wechselstrom durch einen Einankerumformer zu erzeugen oder einem Netze zu entnehmen. Zur Regulierung der Wechselstromstärke benutzt Verfasser eine Drosselspule mit verschiebbarem Eisenkern, zur Erzeugung der hohen Spannung einen kleinen Transformator mit offenem Eisenkern, d. h. einen Induktor.

3. Zu der Entladungsstrecke ist der Hertzsche Schwingungskreis 2 parallel geschaltet. Um die Frequenz der Entladungen zu

regeln, schaltet Verfasser noch einen zweiten Schwingungskreis 1 (CL in Fig. 487) zur Entladungsstrecke parallel. Die Kapazität dieses Kreises ist durch die Drosselspulen D′D″ vom Gleichstromkreis II abgesperrt. Der Drehkondensator C hat maximal etwa 500 $\mu\mu$F; die Stromzuführung darf nicht durch Spiralfedern bewirkt werden. In dem Schwingungskreis CL treten gleichklingende Schwingungen von 5 bis 50 m Wellenlänge auf. Zu Beginn jeder dieser Perioden entstehen die abklingenden Schwingungen des Hertzschen Schwingungskreises 2. Die niederfrequente Stromstärke in dem Kreise II beträgt etwa 0,05 A, die hochfrequente Stromstärke in dem Kreise CL beträgt bis zu 1 A, wie die beiden kleinen Glühlampen g zeigen.

Art. 408. Konstruktion Hertzscher Sender. 1. Für Sender von etwa 5 cm Wellenlänge zeigt Fig. 488 eine geeignete Ausführung. Als Senderhälften 1, 2 dienen Platinstifte, die in Glaskugeln eingeschmolzen sind. Ihre inneren Enden liegen in Petroleum, ihre äußeren in Luft; deshalb ist die Wellenlänge kleiner, als wenn der ganze Sender in Öl eingeschlossen wäre. Die beim Stromdurchgang aufsteigenden Gasblasen sorgen für genügende Bespülung der Übergangsstelle. Als Zuleitungen dienen zwei Platindrähte α und β, die in einer zur Achse des Senders senkrechten Ebene liegen. Durch die Schraube S kann der Elektrodenabstand reguliert werden.

Fig. 488.

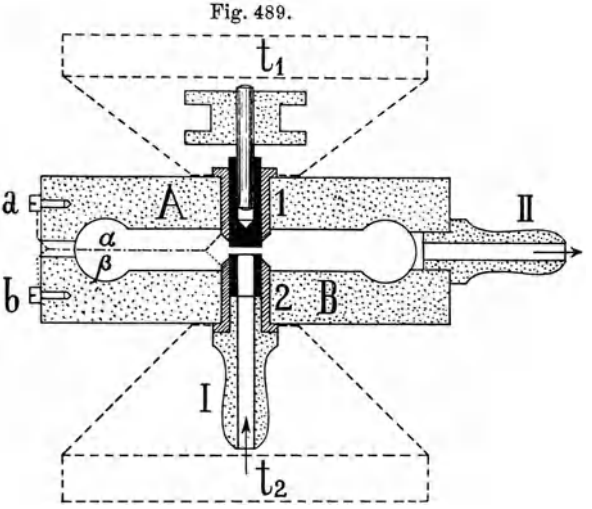


2. Für Sender von etwa 15 cm Wellenlänge zeigt Fig. 489 eine geeignete Ausführung in natürlicher Größe. Ein Hartgummiblock AB von rechteckigem Querschnitt trägt die mit Innen- und Außengewinde versehenen Mutterrohre 1 und 2, an die die Zuleitungen α und β angelötet werden. Die vor und hinter der Zeichnungsebene liegenden Flächen des Hartgummiblocks A werden durch Glasplatten verschlossen. Die (z. B. aus Wolfram hergestellten) Elektroden werden in die Mutterrohre 1, 2 eingeschraubt. Durch die untere Elektrode fließt der Übergangsstelle stets frisches Petroleum

zu, das beim Stromübergang geschwärzt sowie erwärmt wird und den Sender durch die Tülle *II* verläßt.

3. Zum Senden von etwa 45 cm Wellenlänge wird das in Fig. 489 dargestellte Gerät geeignet, wenn man die durch gestrichelte Linien dargestellten Blechtrichter t_1, t_2 anbringt.

Fig. 489.



Elektromagnetische Wellen, deren Wellenlänge etwa $^1/_2$ m oder größer ist, erzeugt man besser durch Elektronenerregung als durch eine Gasentladung. Wie Barkhausen zuerst gezeigt hat, gelingt es auf diese Weise, gleichklingende Schwingungen von so kurzer Wellenlänge zu erzeugen.

Art. 409. Als linearer Empfänger für Hertzsche Strahlung kann das in den Fig. 490 und 491 dargestellte Gerät dienen. Der stabförmige Leiter a, b kann durch Stäbe a_1, b_1 und durch Rohre a_2, b_2 verlängert werden. Wenn seine Länge etwa der halben Wellenlänge der auffallenden Strahlung gleich ist, entsteht in dem Leiter die größte Resonanzstromstärke. In der Mitte ist der Leiter durch einen Trichter aus Glimmer unterbrochen. Der so gebildete Kondensator ist durch einen Detektor überbrückt. Die Metallfeder m trägt einen kleinen Graphitstift (den Kern eines Bleistiftes). Die Spitze des Stiftes liegt an einem Stückchen Bleiglanz an. Die Glimmerfeder g und die Knochenschraube S dienen zur Veränderung des Auflagedruckes. Parallel zu Kondensator und Detektor liegt der

Spiegelstrommesser *G*. Fließt Wechselstrom von einem Ende des Empfängers zum anderen, so entsteht am Kondensator Gleichspannung, weil der Detektor nur Strom in einer Richtung durchläßt; daher wird der Strommesser von Gleichstrom durchflossen (vgl. Art. 462).

Fig. 490.

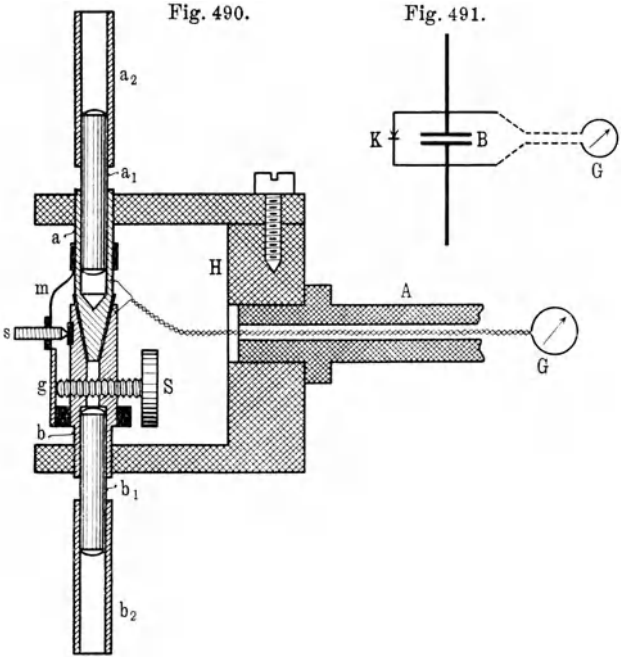


Fig. 491.

Art. 410. Geradlinige Fortpflanzung, Reflexion und Transversalität Hertzscher Strahlung. Stellt man einen Blechschirm so auf, daß die Verbindungslinie von Sender und Empfänger ihn senkrecht etwa in der Mitte trifft, so verschwindet der Empfang. Dieser Versuch läßt sich am einfachsten erklären, wenn man folgende Annahmen macht: 1. Hertzsche Strahlung pflanzt sich — wie Lichtstrahlung — geradlinig fort; 2. ein Blechschirm läßt Hertzsche Strahlen ebenso wenig hindurch wie Lichtstrahlen.

Bei der in Fig. 494 dargestellten Lage von Sender *S* und Empfänger RE, ist ohne die Blechschirme *I*, *II* der Empfang gleich Null. Stellt man nun den Blechschirm *I* auf, so wird die Strahlung 1 reflektiert und ruft, da ihre magnetische Feldstärke die Empfängerfläche durchsetzt, Empfang hervor. Ein Blechschirm verhält

sich also für Hertzsche Strahlung wie ein Spiegel für Lichtstrahlung.

Bei Betrachtung der Fig. 486 erkennt man, daß alle Punkte der xy- oder Äquatorial-Ebene eine Eigenschaft gemeinsam haben: die elektrische Wechselfeldstärke $\mathfrak{E}_z$ steht senkrecht zu der Ebene, die magnetische Wechselfeldstärke $\mathfrak{H}_y$ liegt in der Ebene, und zwar steht $\mathfrak{H}_y$ senkrecht zur Verbindungslinie r des betrachteten Feldpunktes P mit der Sendermitte. Hieraus und aus dem Poyntingschen Satze [Gl. (22), S. 118] folgt zunächst: gerade Linien, die von der Sendermitte ausgehen und in der Äquatorialebene liegen (d. h. zur Senderachse senkrecht stehen), sind Strömungslinien der Energie oder Strahlungsrichtungen oder kurz Strahlen. Gibt man dem linearen Empfänger nacheinander die Stellungen I, II, III (s. Fig. 486), so bemerkt man, daß in der Stellung I maximaler, in den Stellungen II und III gar kein Empfang stattfindet. Gibt man dem Empfänger die Stellung IV, so findet ebenfalls kein Empfang statt, falls der Empfänger auf die Sendermitte hin gerichtet ist und sich in einer Entfernung r von der Sendermitte befindet, die gegen die Abmessungen des Senders groß ist. Aus Symmetriegründen folgt, daß die Strahlung bei IV sich in einer Ebene fortpflanzen muß, welche die Senderachse enthält. Aus Versuch und Symmetrie folgt: die Hertzsche Strahlung pflanzt sich von der Sendermitte aus nach allen Seiten hin geradlinig fort — ebenso wie die von einer Lichtquelle ausgehende Lichtstrahlung.

Durch Betrachtung der äquatorialen Strahlung ergibt sich folgendes: Die elektrischen und die magnetischen Wechselfeldstärken stehen senkrecht zueinander und zur Fortpflanzungsrichtung der Hertzschen Strahlung. Man nennt diese Eigenschaft Hertzscher Strahlung Polarisierbarkeit oder Transversalität. Lichtstrahlen sind ebenfalls polarisierbar, also transversal. Schallstrahlen sind dagegen longitudinal und daher nicht polarisierbar.

Art. 411. U-Empfänger oder Richtempfänger. In Fig. 492 ist ein Empfänger dargestellt, dessen leitende Teile U-Form haben.

Die beiden Schenkel 1 und 2 werden in entgegengesetzten Richtungen von Leitungsstrom durchflossen. Zwischen den freien Enden der Schenkel geht der Strom als Verschiebungsstrom über, ebenso zwischen den Belegungen des Kondensators C. Wenn der so gebildete Schwingungskreis von Wechselstrom durchflossen wird, so erzeugt der Kristalldetektor I, II Gleichspannung zwischen den beiden Schenkeln und der Gleichstrommesser G schlägt aus.

Wenn die Symmetrieachse $s_1 s_2$ des Empfängers zur elektrischen Feldstärke parallel ist, und wenn die Fläche des Empfängers zur auffallenden Strahlung senkrecht steht, dann ist der Empfang Null. Dreht man den Richtempfänger ein wenig (bzw. 90°) um seine Symmetrieachse, so tritt schwacher (bzw. maximaler) Empfang ein.

Fig. 492.

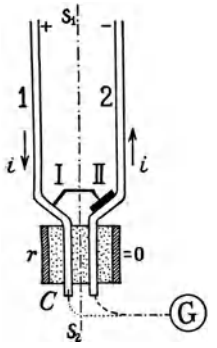
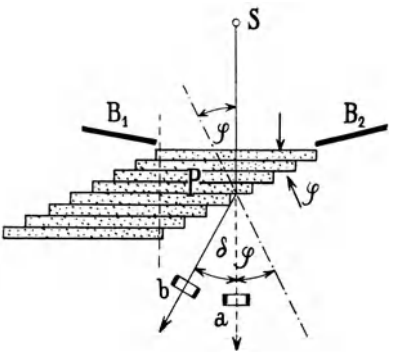


Fig. 493.



Art. 412. Die Brechung Hertzscher Strahlung läßt sich mit der in Fig. 493 dargestellten Anordnung untersuchen. Der Richtempfänger empfängt nichts: 1. bei Abwesenheit des Glasprimas P in der Stellung a; 2. bei Anwesenheit des Primas in der Stellung b. Beim Übergang von a zu b ist die Ebene des Empfängers um den Winkel δ gedreht. Durch das Prisma ist also die auffallende Strahlung um den Winkel δ abgelenkt worden.

Ist φ der sogenannte brechende Winkel des Primas, so ist

$$n \cdot \sin\varphi = 1 \cdot \sin(\varphi + \delta) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

hierin sind n bzw. 1 die Brechungszahlen des Glases bzw. der Luft und es ist

$$\frac{\sin(\varphi+\delta)}{\sin\varphi} = n \approx \left[1 + \frac{\delta}{\varphi}\right]\left[1 - \frac{\delta}{6}(2\varphi + \delta)\right] \quad \ldots \quad (2)$$

Die Rückfläche des Prismas wirkt wie eine Ebene, wenn die Stufenlängen klein gegen die Wellenlänge sind. Untersucht man Prismen aus demselben Stoffe mit verschiedenen brechenden Winkeln φ, so findet man immer denselben Wert für die Brechungszahl n, wodurch das Brechungsgesetz (1) bestätigt wird. Dasselbe Brechungsgesetz gilt auch für Lichtstrahlen.

Zweiundsiebzigstes Kapitel.

Versuche über kurze stehende Wellen.

Art. 413. Interferenz zweier in entgegengesetzter Richtung laufender Wellen. Wenn die Wirkung der Vorgänge, die in einem Hertzschen Sender stattfinden, sich mit unendlich großer Geschwin-

Fig. 494.

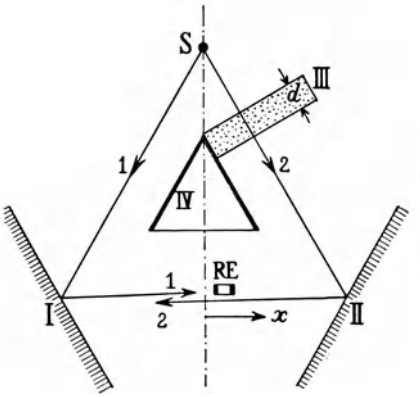


Fig. 495.

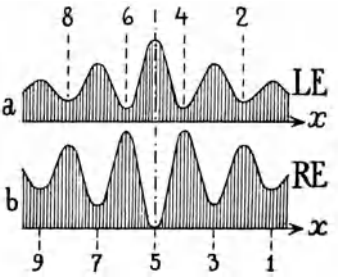
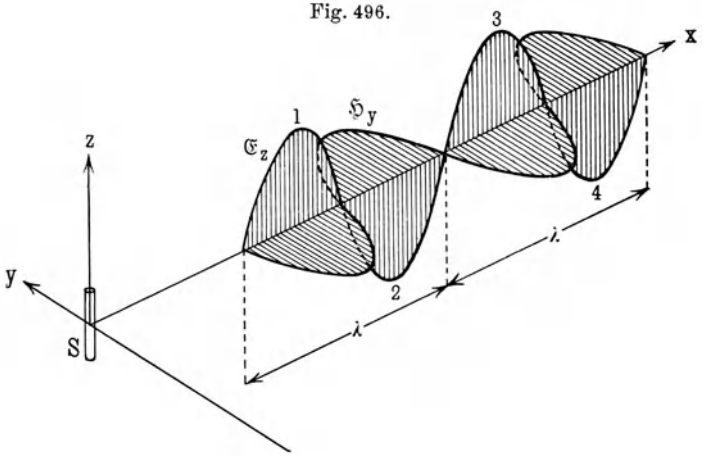


Fig. 496.



digkeit ausbreiten würde, dann wäre gleichzeitig in allen Punkten, z. B. der x-Achse (siehe Fig. 486), eine elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}_{-z}$ von gleicher Richtung vorhanden. In diesem Falle würde der

Empfänger RE (s. Fig. 494) in allen Punkten der Verbindungslinie der Spiegel *I, II* ungefähr gleichen Empfang haben. In Wirklichkeit zeigt der Empfänger, von den beiden in entgegengesetzter Richtung laufenden Hertzschen Strahlungen 1 und 2, getroffen und längs der Linie *I, II* verschoben, einen Ausschlag von wechselnder Größe, wie es Fig. 495 b zeigt. Die Annahme unendlich großer Fortpflanzungsgeschwindigkeit (und gleicher Richtung der elektrischen Feldstärke für alle Punkte eines Strahles) muß also fallen gelassen werden. Es muß vielmehr die Ausbreitungsgeschwindigkeit des elektromagnetischen, durch die Vorgänge im Hertzschen Sender erzeugten Feldes eine endliche sein. Die elektrische Feldstärke, die in einem Zeitpunkt längs eines Strahles herrscht, muß ihr Vorzeichen wechseln und etwa so verlaufen, wie die in Fig. 496 dargestellte Feldstärke $\mathfrak{E}_z$.

Art. 414. Die Lage maximaler Effektivwerte der elektrischen und der magnetischen Feldstärke ergibt sich aus den Fig. 497.

Die gestrichelte Kurve stellt die elektrische Feldstärke der Welle 1 dar, und zwar in Fig. 497 a zur Zeit t, in Fig. 497 b zur Zeit $t + T/4$, in Fig. 497 c zur Zeit $t + T/2$. Die punktierte Kurve stellt die elektrische Feldstärke der Welle 2 in den gleichen Zeitpunkten dar. Die durch Überlagerung entstehende gesamte elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ hat den Verlauf der ausgezogenen Kurve. Der Effektivwert der elektrischen Feldstärke ist also groß in den Ebenen 1, 3, 5, 7, verschwindend klein in den Ebenen 2, 4, 6 der Fig. 497 und 498.

Die magnetischen Feldstärken der beiden Wellen 1, 2 in der Ebene 7 haben im Zeitpunkt t (s. Fig. 497 a) entgegengesetzte Richtung (denn sonst könnten sich die Wellen nicht in entgegengesetzter Richtung fortpflanzen); im Zeitpunkt $t + T/4$ (s. Fig. 497 b) die Werte Null; im Zeitpunkt $t + T/2$ (s. Fig. 497 c) wieder entgegengesetzte Richtung: die magnetische Feldstärke hat also minimale Effektivwerte an den Stellen, in welchen die elektrische Feldstärke maximale Effektivwerte hat. Bringt man den Richtempfänger *RE* (s. Fig. 494) zwischen die Spiegel *I* und *II*, so verläuft der Ausschlag etwa so wie es die Kurve Fig. 495 b zeigt. Der Richtempfänger hat minimalen Empfang in den Stellungen 1, 3, 5, 7, 9 der Fig. 495 b, der Linearempfänger dagegen in den Stellungen 2, 4, 6, 8 der Fig. 495 a.

Die Betrachtung der Fig. 497 zeigt, daß die Ebenen gleicher Effektivwerte einen Abstand haben, der gleich einer halben Wellen-

länge der fortlaufenden Strahlung ist. So kann man leicht die Wellenlängen der Strahlungen messen, die von den Hertzschen Sendern Fig. 488 und 489 ausgehen.

Interferenz von Lichtstrahlen erzeugt man gewöhnlich nicht so, daß zwei Strahlen in entgegengesetzter Richtung laufen, sondern so,

Fig. 497.

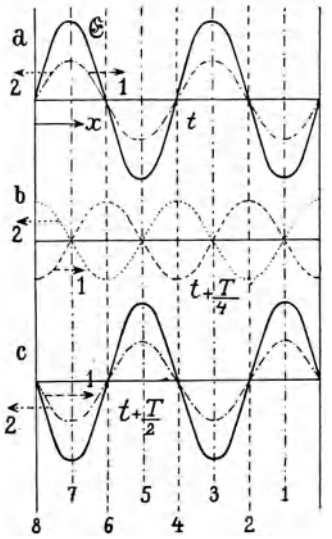


Fig. 498.

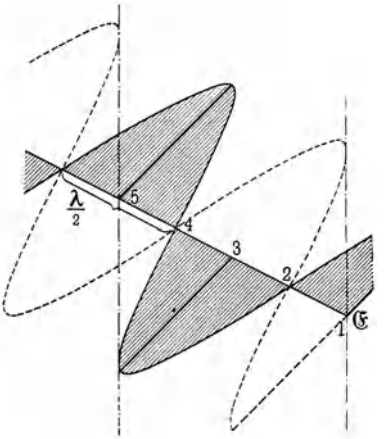
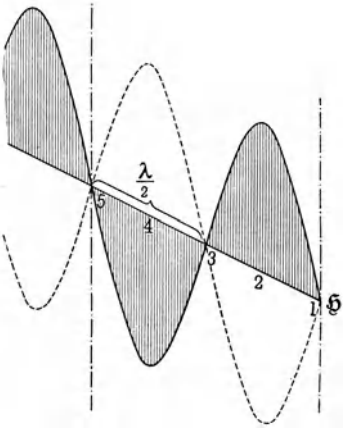


Fig. 499.



daß zwei Strahlen in ungefähr gleicher Richtung laufen und einen Gangunterschied haben, der mit der Richtung oder der Lage der durchstrahlten Flächen veränderlich ist. Aus dem Entstehen von Interferenzerscheinungen schließt man auf die Wellennatur Hertzscher Strahlung in gleicher Weise wie auf die Wellennatur von Lichtstrahlen.

Art. 415. Gangunterschied und Brechungszahl. Stellt man eine ebene Platte *III* von der Dicke d in den Weg der Strahlung 2 (s. Fig. 494), so verschiebt sich der Mittelpunkt der Interferenzerscheinung um die Strecke x nach rechts. Man mißt x am besten

als Hälfte der Verschiebung, die eintritt, wenn man die Platte *III* zuerst in den Weg 2, sodann in den Weg 1 stellt. Auf der Weglänge $l + x$ des Strahles 1 liegen bis zur Mitte der Interferenzerscheinung ebenso viele Wellenlängen, wie auf der Weglänge $l - x$ des Strahles 2. Nun ist, wie später gezeigt wird, die Wellenlänge in Stoff von der Brechungszahl n gleich $1/n$ der Wellenlänge λ in Luft. Also ist

$$\frac{l+x}{\lambda} = \frac{l-x-d+nd}{\lambda} \quad \text{oder} \quad n = 1 + \frac{2x}{d} \cdot \cdot \cdot \quad (3)$$

Ist *III* ein Wassertrog von der Dicke $d = 10$ cm, so wird $x = 40$ cm gefunden und es ergibt sich $n = 9{,}0$. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge Hertzscher Strahlung ist in Wasser neunmal kleiner als in Luft.

Art. 416. Wirkungsweise einer Paralleldrahtleitung. 1. Taucht ein Draht von unendlicher Länge mit seinem Anfang in ein zur Drahtrichtung parallel gerichtetes elektrisches Wechselfeld, so gehen vom Anfang des Drahtes Wellen aus, die sich längs des Drahtes mit der Geschwindigkeit c_0 fortpflanzen, also von derselben Wellenlänge sind wie im freien Raume. Am Ende des Drahtes wird die fortlaufende Welle reflektiert: jede vom Draht senkrecht durchstoßene Fläche wird daher von zwei in entgegengesetzter Richtung laufenden Wellen durchsetzt. Es bilden sich längs des Drahtes stehende Wellen aus, die ähnliche Eigenschaften haben wie die stehenden Wellen zwischen den Spiegeln *I* und *II* der Fig. 494. Insbesondere ist der Abstand zweier Stellen minimaler elektrischer Feldstärke gleich einer halben Wellenlänge.

Damit dieser Satz streng gilt, müssen alle Teile des Drahtes unter denselben Bedingungen stehen. Dies ist der Fall: in grober Annäherung für einen Draht, der zu einer Spule aufgewickelt ist; in großer Annäherung für einen parallel oder senkrecht zum Erdboden gespannten langen geraden Draht; und in sehr genauer Annäherung für eine Leitung, die aus zwei dicht nebeneinander parallel geführten Drähten gebildet ist.

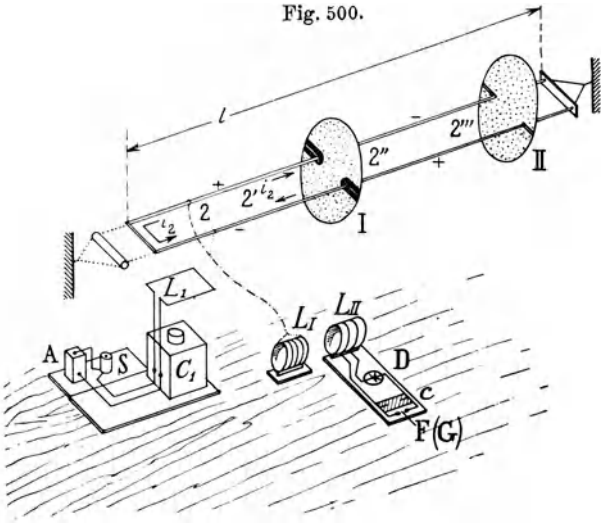
2. In dem Schwingungskreis $L_1 C_1$ (s. Fig. 500) kann man mit Hilfe des Summerzweiges AS periodisch wiederholte, langsam abklingende Schwingungen erzeugen, deren kleinste Wellenlänge von der Größenordnung 10 m ist (falls der Kondensator C_1 nicht etwa Spiralfedern als Zuführungen enthält). Vgl. Art. 465.

Der in L_1 fließende Wechselstrom kann zur Erregung der Schwingungskreise einer Paralleldrahtleitung dienen. Die abwechselnd

als Induktivität L_2 und als Kapazität C_2 wirkenden Drähte werden in bestimmtem Abstand (von z. B. 3 cm) erhalten durch kleine durchbohrte Hartgummistückchen. Die Drahtlänge kann durch Brücken *I*, *II* eingeteilt werden; *I* ist eine kapazitive Brücke, *II* ist eine leitende Brücke; bei *I* kommt das Blech, aus dem die Brücke gefertigt ist, mit den Drähten nicht (wie bei *II*) direkt in Berührung.

3. Um die Stärke der Erregung der Paralleldrahtleitung zu erweisen, können folgende Mittel dienen. Man zweigt von der Parallel-

Fig. 500.



drahtleitung in der Nähe einer Stelle maximaler effektiver Stromstärke eine Leitung ab, die zu der Spule L_I führt. Mit L_I ist eine zweite Spule L_{II} gekoppelt, die durch einen Detektor *D* und einen Blockkondensator *c* geschlossen ist. An *c* liegt ein Telephon oder besser ein Strommesser, dessen Drehspule aufgehängt ist und daher große Empfindlichkeit hat. — Ist der Schwingungskreis 1 gleichklingend erregt, etwa durch ein Senderohr, dann kann man auch so verfahren, daß man in das linke Ende der Paralleldrahtleitung ein Glühlämpchen oder einen empfindlichen Hitzdrahtstrommesser einschaltet.

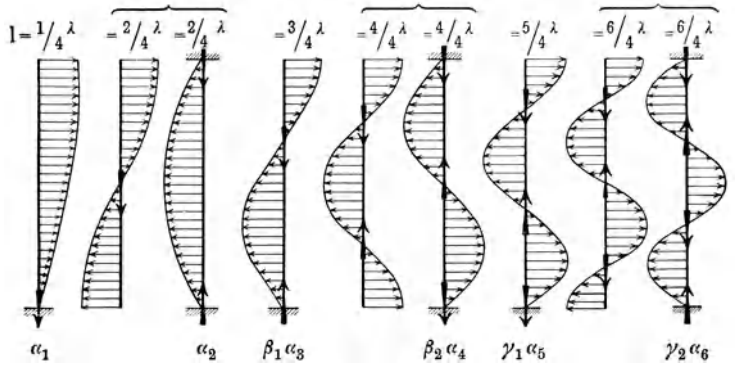
Für die Untersuchung von abklingenden Hertzschen Wellen ($\lambda < 0{,}5$ m) ist die Zweispiegelanordnung Fig. 494 der Paralleldrahtleitung überlegen.

Art. 417. Anwendung einer Paralleldrahtleitung. In Fig. 501 sind mögliche Schwingungszustände einer Paralleldrahtleitung dargestellt; es ist l die Länge der Leitung, λ die erregende oder Betriebswellenlänge. Um den Wellenmeßsender $C_1 L_1$ zu eichen, läßt man den Anfang der Leitung geschlossen und stellt folgende Versuche an.

Nr. 1. Man läßt das Ende der Leitung offen und entfernt alle Brücken. Bei den Einstellungen $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ des Drehkondensators C_1 habe die Stromstärke des Strommessers G maximale Werte.

Nr. 2. Sodann schließt man das Ende der Leitung durch eine leitende Brücke und findet maximale Erregung bei den Einstellungen $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ des Drehkondensators C_1.

Fig. 501.



Nr. 3. Setzt man im Abstand $2l/3$ vom Anfang der Leitung eine kapazitive Brücke auf und öffnet das Ende, so findet man als Einstellung maximaler Erregung α_3.

Nr. 4. Setzt man im Abstand $l/2$ vom Anfang eine kapazitive, am Ende eine leitende Brücke auf die Paralleldrahtleitung, so findet man als Einstellung maximaler Erregung α_4.

Nr. 5. Setzt man kapazitive Brücken in den Abständen $2l/5$ und $4l/5$ auf und öffnet das Ende, so findet man die Einstellung α_5.

Nr. 6. Setzt man kapazitive Brücken in den Abständen $2l/6$ und $4l/6$ auf und eine leitende Brücke am Ende, so findet man die Einstellung α_6.

Die Wahl der Bezeichnung für die einzelnen Einstellungen α, β, γ usw. des Drehkondensators C_1 muß so erfolgen, daß die in dem nachstehenden Schema als gleich bezeichneten Einstellungen gleich werden. Dann erhält man aus dem Schema die Grundwellenlänge der bei den

einzelnen Einstellungen vorhandenen Schwingungen. Es sei z. B. die Länge $l = 36$ m.

Schema . . . . . (4)

(Ende offen) Einst. . . =	α_1	$\alpha_3 = \beta_1$	$\alpha_5 = \gamma_1$
(Ende offen) λ . . . . =	$4l/1 = 144$ m	$4l/3 = 48$ m	$4l/5 = 28{,}8$ m
(Ende geschlossen) Einst. =	α_2	$\alpha_4 = \beta_2$	$\alpha_6 = \gamma_2$
(Ende geschlossen) λ . . =	$4l/2 = 72$ m	$4l/4 = 36$ m	$4l/6 = 24$ m

Die Anwendung des Schemas bietet Gewähr dafür, 1. daß die größte gemessene Wellenlänge der Grundschwingung und nicht etwa einer Oberschwingung der erregenden Stromstärke zukommt; 2. daß nicht etwa Eigenschwingungen der Spulen L_I oder L_{II} Resonanz der Paralleldrahtleitung vortäuschen. Um eine Reihe von Wellenlängen zwischen 144 und 4 m festzulegen, dazu verwendet man zweckmäßig vier Paralleldrahtleitungen mit 36, 24, 9 und 6 m Länge.

Art. 418. Messung kleiner Schwingungsdauern. a) Mißt man eine Kapazität C (in der Brücke) als Vielfaches der Kapazität 1 Farad; bestimmt man ferner eine Induktivität L (durch Vergleichung mit einer bekannten Kapazität oder unter Benutzung des bekannten Wertes der Permeabilität μ_0 durch Berechnung) als Vielfaches der Induktivität 1 Henry; so kann man aus C und L einen Schwingungskreis bilden und dessen Eigenschwingungsdauer T berechnen. Die Genauigkeit von T leidet unter dem Umstand, daß die Enden der Spule merkliche Kapazität gegeneinander haben und daher die des Kondensators etwas vergrößern.

b) Erregt man einen Schwingungskreis mit Hilfe einer Funkenstrecke, so kann man den Funken im rotierenden Spiegel beobachten und so die Schwingungsdauer T ermitteln (Feddersen).

c) Die genaueste Methode zur Bestimmung kleiner Schwingungsdauern T ist der Anschluß an die Umlaufsdauer $1/n$ einer Mittelfrequenzmaschine mit Hilfe von Oberwellen (Lindemann). Die Maschine habe p Polpaare oder p gleichnamige Pole; dann ist die Grundfrequenz der Wechselspannung pn. Stimmt die k-te Oberwelle der Maschinenspannung mit der Grundschwingung eines Röhrensenders überein; so hat letztere die Frequenz kpn. Stimmt die q-te Oberwelle des Röhrensenders mit der zu untersuchenden Welle überein, so ist die Schwingungsdauer der letzteren

$$T = 1/qkpn \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Bestimmt man für die untersuchte Schwingung von der Dauer T die Wellenlänge λ durch Beobachtung stehender Wellen im freien Raum oder an einer Paralleldrahtleitung, so kann man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $c_0 = \lambda/T$ berechnen. Auf diese Weise fanden Trowbridge und Duane (Phil. Mag. **40**, 211, 1895) unter Benutzung der Methode b)

$$1/T = 5{,}3 \cdot 10^6\,\mathrm{s}^{-1}, \quad \lambda = 57\,\mathrm{m}, \quad c_0 = 3{,}0 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm\,s}^{-1}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen im freien Raum stimmt also mit der Lichtgeschwindigkeit überein.

Dreiundsiebzigstes Kapitel.

Theorie ebener elektromagnetischer Wellen.

Art. 419. Fortpflanzung einer ebenen Wellenfront. In den Fig. 502 und 503 ist ein elektromagnetisches Feld dargestellt. Es befindet sich in einem Raumteil, dessen elektrische Leitfähigkeit $\varkappa = 0$, dessen absolute Verschiebbarkeit ε, dessen absolute Permeabilität μ ist. Um das Feld beschreiben zu können, bezeichnen wir zwei gerade Linien, die zueinander senkrecht stehen und in der zum Beobachter ruhenden Fläche F liegen, als y- und z-Achse eines Koordinatensystems, dessen x-Achse zu F senkrecht steht. Zur Zeit t seien die elektrischen und magnetischen Feldstärken in allen Punkten der $+x$-Seite gleich Null, in allen Punkten der $-x$-Seite gleich $\mathfrak{E}$ bzw. $\mathfrak{H}$. Die Fläche, welche den von Feldstärken erfüllten Raum von dem feldlosen abgrenzt und zur Zeit t mit F zusammenfällt, sei als Wellenfront bezeichnet. Zur Zeit t hat die Wellenfront die Lage $x = 0$, zur Zeit $t + \mathrm{d}t$ die Lage $x = x + \mathrm{d}x$. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenfront habe den konstanten Wert $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = c$. Während die Wellenfront sich von der feststehenden Ebene F um $\mathrm{d}x$ entfernt, wächst der das Flächenstück f_2 der Fig. 502 durchsetzende elektrische Verschiebungsfluß von Null auf den Wert $\mathrm{d}\Xi = \varepsilon\,\mathfrak{E}\,l \cdot \mathrm{d}x$, ist also der das Flächenstück durchsetzende elektrische Verschiebungsstrom $\mathrm{d}\Xi/\mathrm{d}t = \varepsilon\,\mathfrak{E}\,l\,c$. Die magnetische Umlaufspannung ist gleich der magnetischen Spannung $\mathfrak{H} \cdot l$ längs der links liegenden Seite der Fläche f_2. Nach dem I. Grundgesetz (siehe Art. 40) ist die magnetische Umlaufspannung gleich der die Fläche durchsetzenden Stromstärke; es ist also

$$\mathfrak{H} = \varepsilon c \mathfrak{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Wir wenden nun das II. Grundgesetz (siehe Art. 79) auf das Flächenstück $f_1 = l \cdot dx$ der Fig. 503 an. Die berechnete elektrische Umlaufspannung ist gleich dem elektrischen Spannungsabfall längs der linken Seite der Fläche f_1, also gleich $\mathfrak{E} \cdot l$. In der Zeit dt nimmt

Fig. 502.

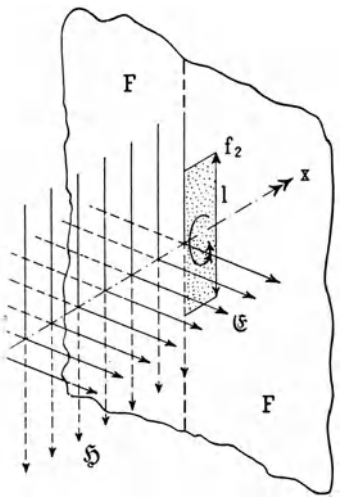
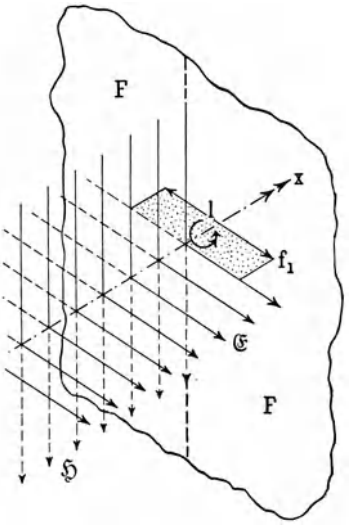


Fig. 503.



der das Flächenstück durchsetzende magnetische Induktionsfluß um $\mu \mathfrak{H} l \cdot dx$ zu. Nach dem II. Grundgesetz ist die elektrische Umlaufspannung gleich der Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Induktionsflusses; es ist also

$$\mathfrak{E} = \mu c \mathfrak{H} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7)$$

Multipliziert bzw. dividiert man die beiden Gl. (6) und (7), so erhält man die Beziehungen

$$c\sqrt{\varepsilon\mu} = 1 \quad \text{und} \quad c_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1 \quad \cdots\cdots \quad (8\,a)$$

$$\mathfrak{E}\sqrt{\varepsilon} = \mathfrak{H}\sqrt{\mu} \quad \text{und} \quad {}^1/_2\mathfrak{E}\mathfrak{D}V = {}^1/_2\mathfrak{H}\mathfrak{B}V \cdots \quad (8b)$$

Die Front eines elektromagnetischen Feldes pflanzt sich im freien Raum mit der Geschwindigkeit $c_0 = 3 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$, im stofferfüllten, nicht leitenden Raum mit der kleineren Geschwindigkeit

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{(\varepsilon/\varepsilon_0)(\mu/\mu_0)}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

fort. Gl. (8b) können wir so ausdrücken: die fortschreitende Energie eines elektromagnetischen Feldes ist zur Hälfte der elektrischen, zur Hälfte der magnetischen Feldstärke zuzuschreiben.

Art. 420. Fortpflanzung einer ebenen Welle in leitendem Stoff. Wir behalten nun die Voraussetzung des Art. 419 bei, daß in allen Punkten jeder yz-Ebene der gleiche Zustand herrscht, daß also die Wellenflächen eben sind. Dagegen machen wir keine bestimmte Voraussetzung über die Verteilung der Feldstärken längs der x-Achse. Die sechs Maxwell-Hertzschen Feldgleichungen (siehe Art. 80) schrumpfen dann auf die Gleichungen zusammen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} &= \varkappa \mathfrak{E}_z + \varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial x} &= \mu \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (10)$$

Der erste und dritte der Gl. (10) sind der mathematische Ausdruck für das Vorhandensein ebener Wellenflächen.

Differentiiert man die zweite der Gl. (10) nach t, die vierte x, so erhält man (unter Weglassung des Index z) die sogenannte Telegraphengleichung

$$\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \varkappa \mu \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial x^2} \cdot\cdots\cdots (11)$$

Dieselbe Gleichung wie für $\mathfrak{E}$ ergibt sich für $\mathfrak{H}_y = \mathfrak{H}$.

Als Lösung der Gl. (11) erweisen sich die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= {}^1/_2 \mathfrak{E}_0 \left\{ e^{+\omega t j - x(b + aj)} + e^{-\omega t j - x(b - aj)} \right\} \\ a^2 - b^2 &= \varepsilon \mu \omega^2, \quad 2ab = \varkappa \mu \omega, \quad q = +\sqrt{(\varkappa/\varepsilon\omega)^2 + 1} \\ a^2 &= {}^1/_2 \varepsilon \mu \omega^2 (q + 1), \quad b^2 = {}^1/_2 \varepsilon \mu \omega^2 (q - 1) \end{aligned}\right\} (12\,a)$$

Die beiden positiven (bzw. negativen) Werte von a und b stellen eine in Richtung der $+x$-Achse (bzw. $-x$-Achse) fortschreitende Welle mit beliebiger Amplitude dar. Der Größe q negative Vorzeichen beizulegen, hat keinen Zweck und liefert dieselben Ausdrücke für zwei in entgegengesetzten Richtungen laufende Wellen. Es wird also die vollständige Lösung für $\mathfrak{E}$ erhalten, wenn man zu dem Ausdruck (12a) für $\mathfrak{E}$ den gleichen Ausdruck mit negativen Werten von a und b addiert. Im folgenden beschränken wir uns auf die Betrachtung der einen, in Richtung der $+x$-Achse fortschreitenden Welle, also des in Gl. (12a) für $\mathfrak{E}$ hingeschriebenen Ausdruckes.

Da wir den Anfangspunkt der Zeit t beliebig wählen können, dürfen wir in dem Ausdruck für $\mathfrak{E}$ den Phasenwinkel gleich Null setzen. Eine passende Lösung der Telegraphengleichung für die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ erhalten wir, wenn wir $\mathfrak{E}_0$ durch $-\mathfrak{H}_0$ ersetzen und dem ersten Exponenten des Ausdruckes (12a) $-\gamma j$, dem zweiten $+\gamma j$ hinzufügen.

Setzen wir die so erhaltenen Ausdrücke für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ in die vierte der Gl. (10) ein, so erhalten wir

$$b\,\mathfrak{E}_0 = \mu\,\omega\,sin\,\gamma\,\mathfrak{H}_0, \qquad a\,\mathfrak{E}_0 = \mu\,\omega\,cos\,\gamma\,\mathfrak{H}_0.$$

Mithin ist

$$tg\,\gamma = b/a \quad \text{und} \quad \mathfrak{E}_0\sqrt{a^2+b^2} = \mathfrak{H}_0\,\mu\,\omega \quad \cdot\cdot \quad (12\text{b})$$

Die vorstehenden Ausdrücke für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ kann man in die Form bringen:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0\,e^{-b\,x}\,cos\,(\omega\,t - a\,x), \quad \mathfrak{H} = -\mathfrak{H}_0\,e^{-b\,x}\,cos\,(\omega\,t - a\,x - \gamma).$$

Mit Rücksicht auf die einfache Form des Brechungsgesetzes [Gl. (1), S. 492] ist es üblich, die Konstanten a und b zu ersetzen durch die Brechungszahl n und die Schwächungszahl k. Ist λ_0 die Wellenlänge der Strahlung im leeren Raum, so gelten die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{E}_z = \mathfrak{E}_0\,e^{-x\cdot 2\pi k/\lambda_0}\,cos\,\tau, \quad \mathfrak{H}_y = -\mathfrak{H}_0\,e^{-x\cdot 2\pi k/\lambda_0}\,cos\,(\tau-\gamma)\\
&\tau = \omega\,t - x\cdot 2\pi n/\lambda_0, \qquad q = +\sqrt{(x/\varepsilon\,\omega)^2+1}\\
&tg\,\gamma = +\sqrt{q-1}/+\sqrt{q+1} = k/n, \quad \mathfrak{E}_0\sqrt{\varepsilon\,q} = \mathfrak{H}_0\sqrt{\mu}\\
&\frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\cdot\frac{\mu}{\mu_0}}\sqrt{\frac{q+1}{2}}, \quad k = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\cdot\frac{\mu}{\mu_0}}\sqrt{\frac{q-1}{2}}
\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Art. 421. Die Fortpflanzung einer ebenen Welle in nichtleitendem Stoff wird durch die Gleichungen dargestellt, die man erhält, wenn man in den Gl. (13) $\varkappa = 0$ setzt. Es ist dann $q = 1$ und $k = \gamma = 0$ und

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{E}_z = \mathfrak{E}_0\,cos\,\tau, \quad \mathfrak{H}_y = -\mathfrak{H}_0\,cos\,\tau, \quad \mathfrak{E}_0\sqrt{\varepsilon} = \mathfrak{H}_0\sqrt{\mu}\\
&\tau = \omega\,t - x\cdot\frac{2\pi n}{\lambda_0}, \quad n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{\mu}{\mu_0}} = \frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda}
\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

In nichtleitendem Stoff sind also $\mathfrak{E}_z$ und $-\mathfrak{H}_y$ von gleicher Phase. Eine Welle dieser Art ist in Fig. 496, S. 493, dargestellt. In großer Entfernung von einem Hertzschen Sender gelten für kleine Gebiete der Äquatorialebene die Gl. (14).

Für kurze elektrische Wellen ist ebenso wie für Lichtstrahlen die bezogene Permeabilität $\mu/\mu_0 \approx 1$, ist also

$$n = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0} \quad \text{oder} \quad \varepsilon/\varepsilon_0 = n^2 \quad \ldots\ldots (15)$$

Dies Gesetz ist zuerst von Maxwell abgeleitet worden. Für viele Stoffe hat die Brechungszahl n schon bei Lichtwellen, für andere erst bei den längeren Wärmestrahlen denselben Wert wie für elektrische Wellen von beliebiger Länge. Z. B. ist für Petroleum die für lange elektrische Wellen gemessene bezogene Verschiebbarkeit (Dielektrizitätskonstante) $\varepsilon/\varepsilon_0 = 2{,}18$, die für kurzwellige Lichtstrahlen gemessene Brechungszahl $n = \sqrt{2{,}18} = 1{,}476$.

Art. 422. Strahlungsdichte. Eine elektromagnetische Welle führt durch eine zu ihrer Fortpflanzungsrichtung senkrechte Fläche in einer bestimmten kleinen Zeit eine bestimmte Energiemenge. Dividiert man letztere durch die Zeit, so erhält man die Strahlungsleistung. Dividiert man letztere durch die bestrahlte Fläche, so erhält man die Strahlungsdichte. Letztere hat nach Art. 90 den Zeitwert $\mathfrak{f} = -\mathfrak{E}_z \cdot \mathfrak{H}_y$.

Setzt man für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ die Werte (13) ein, so erhält man

$$\mathfrak{f} = \mathfrak{A}\,[\cos\gamma + \cos(2\tau - \gamma)].$$

Also ist die effektive Strahlungsdichte in Richtung der $+x$-Achse

$$\mathfrak{A}\cos\gamma = \mathfrak{S}_x = \frac{n}{2\mu c_0}\,[\mathfrak{E}_0 e^{-x\cdot 2\pi k/\lambda_0}]^2 \quad \ldots\ldots (16)$$

$\mathfrak{E}_0$ ist die Amplitude der elektrischen Feldstärke in der Ebene $x = 0$, der Klammerausdruck ist die Amplitude in der Ebene, welche die x-Achse im Punkte x senkrecht schneidet. Die Strahlungsdichten vor und nach dem Durchgang der Strahlung durch eine Stoffschicht von der Dicke d stehen in dem Verhältnis

$$\mathfrak{S}_x/\mathfrak{S}_{x+\mathrm{d}} = e^{\mathrm{d}\cdot 4\pi k/\lambda_0} \quad \ldots\ldots\ldots (17)$$

Aus den gemessenen Werten $\mathfrak{S}_x$ bzw. $\mathfrak{S}_{x+\mathrm{d}}$ berechnet sich die Schwächungszahl

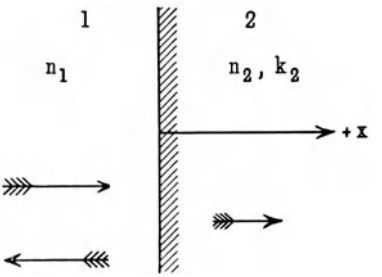
$$k = \frac{\lambda_0}{\mathrm{d}\cdot 4\pi\cdot 0{,}4343}\,[lg\,\mathfrak{S}_x - lg\,\mathfrak{S}_{x+\mathrm{d}}] \quad \ldots\ldots (18)$$

In nichtleitendem Stoff ist $k = \varkappa = \gamma = 0$, hat also die effektive Strahlungsdichte einer ebenen Welle den konstanten Wert

$$\mathfrak{S}_x = \frac{n}{2\mu c_0}\,\mathfrak{E}_0^2 \quad \ldots\ldots\ldots (19)$$

Art. 423. Theorie der Reflexion. Eine ebene Fläche (s. Fig. 504) trenne zwei Stoffe 1 und 2, deren Brechungszahlen n_1 bzw. n_2, deren Schwächungszahlen $k_1 = 0$ bzw. k_2 seien. Eine zur Trennungsfläche senkrechte, in den Stoff 2 weisende Gerade bezeichnen wir als x-Achse. Fällt eine ebene Welle mit den Feldstärken e_a, $\mathfrak{h}_a$ senkrecht auf die Trennungsfläche, so tritt erfahrungsgemäß eine reflektierte Welle e_r, $\mathfrak{h}_r$ und eine durchtretende Welle e_d, $\mathfrak{h}_d$ auf. Für die elektrische bzw. magnetische Feldstärke an der Grenzfläche $x = 0$ kann man die Ausdrücke setzen

Fig. 504.



$$\left.\begin{array}{l|l} e_a = \mathfrak{E}_a \cos(\tau + \alpha') & \mathfrak{h}_a = -\mathfrak{H}_a \cos(\tau + \alpha') \\ e_r = \mathfrak{E}_r \cos(\tau + \alpha'') & \mathfrak{h}_r = +\mathfrak{H}_r \cos(\tau + \alpha'') \\ e_d = \mathfrak{E}_d \cos\tau & \mathfrak{h}_d = -\mathfrak{H}_d \cos(\tau - \gamma) \end{array}\right\} \cdot\cdot \quad (20)$$

Gemäß den Gl. (13) bzw. (14) folgt

$$\frac{\mathfrak{H}_d}{\mathfrak{E}_d} = \frac{\sqrt{n_2^2 + k_2^2}}{\mu_2 c_0} \quad \text{und} \quad \frac{\mathfrak{H}_a}{\mathfrak{E}_a} = \frac{\mathfrak{H}_r}{\mathfrak{E}_r} = \frac{n_1}{\mu_1 c_0} \cdot\cdot\cdot \quad (21)$$

Nun haben die tangentialen elektrischen (und magnetischen) Feldstärken dicht an beiden Seiten einer Grenzfläche gleiche Werte. Daher gelten für $x = 0$ die Gleichungen

$$e_a + e_r = e_d \quad \text{und} \quad \mathfrak{h}_a + \mathfrak{h}_r = \mathfrak{h}_d.$$

Ist $\varrho = \mathfrak{E}_r/\mathfrak{E}_a$ das Verhältnis der elektrischen Amplituden der reflektierten und der auffallenden Welle, $\delta = \mathfrak{E}_d/\mathfrak{E}_a$ das Verhältnis der Amplituden der durchgehenden und der auffallenden Welle, so ist

$$\left.\begin{array}{l} \cos(\tau + \alpha') + \varrho \cos(\tau + \alpha'') = \delta \cos\tau \\ \cos(\tau + \alpha') - \varrho \cos(\tau + \alpha'') = p\,\delta \cos(\tau - \gamma) \\ p = \sqrt{n_2^2 + k_2^2}\,\mu_1/n_1\mu_2, \quad tg\,\gamma = k_2/n_2 \end{array}\right\} \cdot\cdot \quad (22)$$

Diese Gleichungen müssen für beliebige Zeitwinkel $\tau = \omega t$ erfüllt sein. Setzt man in den Gl. (22) zunächst $\tau = \pi/2 - \alpha'$, darauf $\tau = \pi/2 - \alpha''$, so erhält man vier Gleichungen mit den vier Unbekannten α', α'', ϱ, δ.

Es ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} tg\,\alpha' &= -p\sin\gamma/(1+p\cos\gamma) \\ tg\,\alpha'' &= +p\sin\gamma/(1-p\cos\gamma) \\ \varrho = \sqrt{\frac{1+p^2-2p\cos\gamma}{1+p^2+2p\cos\gamma}},\quad \vartheta &= \frac{2}{\sqrt{1+p^2+2p\cos\gamma}} \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Da sich die reflektierte und die auffallende Welle in demselben Stoffe fortpflanzen, so stehen ihre Strahlungsdichten in dem Verhältnis $\varrho^2 = R$. Man bezeichnet R als Reflexionsvermögen der Trennungsfläche. Aus (23) und (21) folgt (für $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$)

$$\varrho^2 = R = \frac{k_2^2 + (n_2 - n_1)^2}{k_2^2 + (n_2 + n_1)^2} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (24)$$

Ist $n_1 = 1$ und $k_2 \approx 0$, werden z. B. sichtbare Strahlen senkrecht in Luft an durchsichtigem Glase reflektiert, so ist einfach

$$R = \left[\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1}\right]^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (25)$$

Art. 424. Reflexion an Metalloberflächen. Metalle sind durch sehr große Werte von $\varkappa$ ausgezeichnet. Man wird also in Gl. (13)

$$q \approx \varkappa/\varepsilon\,\omega \text{ und } n \approx k \approx \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{\mu}{\mu_0}}\sqrt{\frac{\varkappa}{2\,\varepsilon\,\omega}} \quad \cdots\cdots \quad (26)$$

setzen können. Auch wird man annehmen dürfen, daß der elektrische Verschiebungsstrom gegen den Leitungsstrom verschwindend klein ist, so daß die Unterschiede von ε und ε_0 keine Rolle spielen. Ferner sind für Wellenlängen, die kleiner sind als einige cm, die Unterschiede von μ und μ_0 ohne Einfluß. Also wird man setzen dürfen

$$n \approx k \approx \sqrt{\frac{\varkappa}{2\,\varepsilon_0\,\omega}} \approx \sqrt{30\,\frac{\varkappa}{[1/\Omega\,\mathrm{cm}]}\,\frac{\lambda_0}{[\mathrm{cm}]}} \quad \cdots\cdots (27)$$

Falls $n_1 = 1$, und $n_2 = n$ groß gegen 1 und annähernd gleich k ist, so wird

$$\left.\begin{aligned} &\text{das Reflexionsvermögen bzw. das Durchtrittsvermögen} \\ &R \approx (n-1)/(n+1) \text{ bzw. } 1 - R = D \approx 2/n \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Aus den Gl. (26) und (27) folgt

$$1 - R = D \approx 2 \Big/ \sqrt{30\,\frac{\varkappa}{[1/\Omega\,\mathrm{cm}]}\,\frac{\lambda_0}{[\mathrm{cm}]}} \quad \cdots\cdots (29)$$

Das Durchtrittsvermögen ist also umgekehrt proportional der Wurzel aus den Zahlenwerten von Leitfähigkeit und Wellenlänge.

Dies Gesetz ist von Drude zuerst abgeleitet worden. In einer Reihe sorgfältiger Arbeiten haben Hagen und Rubens die Reflexion von Metallen experimentell untersucht.

Beispiel.

	Silber	Kupfer	Gold	Platin
$\varkappa =$	6,3	5,9	4,4	$0{,}9 \cdot 10^5 \cdot 1/\Omega\,\mathrm{cm}$
$\lambda_0 =$	9	9	9	$9 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{cm}$
$(1-R)_{\mathrm{ber.}} =$	0,015	0,016	0,018	0,042
$(1-R)_{\mathrm{beob.}} =$	0,013	0,016	0,020	0,046

Jedes Metall hat für Wellenlängen, die größer sind als etwa $^1/_{100}$ mm, eine konstante elektrische Leitfähigkeit $\varkappa$.

Art. 425. Elektromagnetische Natur des Lichtes. Wie früher gezeigt ist, haben Hertzsche Strahlung und Lichtstrahlung beide Wellennatur, sind beide transversal, haben beide die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit im freien Raume und in vielen Stoffen.

Hertzsche Wellen und Lichtstrahlen haben so viele Eigenschaften gemeinsam, daß man beiden Strahlungen gleiche, und zwar elektromagnetische Natur zuschreiben muß. Wesentliche Unterschiede bestehen nur in der Größe der Wellenlängen. — Als Dispersion bezeichnet man die Änderung der Brechungszahl n und der Schwächungszahl k mit der (in Luft gemessenen) Wellenlänge λ_0. **Oberhalb** einer gewissen Grenze hat $\varkappa$ in Metallen, hat ε in Nichtleitern denselben Wert für alle Wellenlängen λ_0. In diesem Gebiet ist nach (15) in Nichtleitern $n =$ konst., während in Metallen n und k nach (27) mit λ_0 zunehmen. **Unterhalb** dieser, für verschiedene Stoffe verschiedenen Grenze kommt die Tatsache in Betracht, daß alle Stoffe aus kleinen Teilchen (Atomen und Molekeln) aufgebaut sind. Nähert sich die Frequenz der Strahlung der Eigenfrequenz dieser Teilchen, dann nehmen Verschiebbarkeit ε und Leitfähigkeit $\varkappa$ ganz andere Werte an als für $\lambda_0 = \infty$.

Vierundsiebzigstes Kapitel.

Das Strahlungsfeld eines geradlinigen Wechselstromleiters.

Art. 426. Langantenne, Hochantenne, Flächenantenne. Im folgenden wird der in Fig. 486 dargestellte Hertzsche Sender als Langantenne bezeichnet. Eine durch die Mitte der Langantenne und senkrecht zu ihrer Längsrichtung gelegte Ebene wird Äquatorialebene genannt.

Wenn die Äquatorialebene durch eine leitende Platte verwirklicht wird, so bleibt das elektromagnetische Feld, das die wechselstromdurchflossene Langantenne erzeugt, auf beiden Seiten der dünnen Platte unverändert. Denn alle elektrischen Kraftlinien durchsetzen die Äquatorialebene oder Platte senkrecht.

Entfernt man nun die untere Hälfte der Langantenne, so verschwindet das elektromagnetische Feld unterhalb der Platte; aber oberhalb der Platte bleibt es unverändert bestehen. Der obere Teil der ursprünglichen Langantenne bildet jetzt einen geradlinigen, auf leitender Fläche senkrecht stehenden Wechselstromleiter, der als Hochantenne bezeichnet sei.

Denkt man sich die von einer Hochantenne oberhalb der leitenden Fläche erzeugten Feld- und Kraftlinien in der leitenden Fläche gespiegelt, so ist das wirkliche Feld (oberhalb der Fläche) und das durch Spiegelung entstandene Feld (unterhalb der Fläche) dem Felde gleich, das von einer Langantenne erzeugt wird. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Hochantenne die Höhe h über der leitenden Fläche hat, und daß die Langantenne von der Länge

$$s = 2h \tag{30}$$

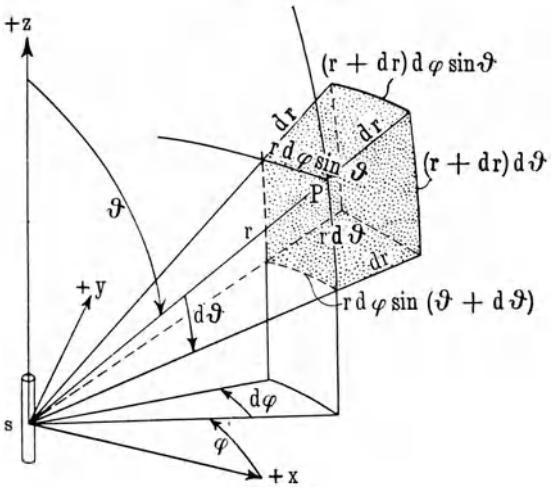
ist.

Die Felder von Lang- und von Hochantennen haben ganz anderen Verlauf als das Feld, das Leiter erzeugen, die von Wechselstrom durchflossen werden und eine Fläche ganz oder größtenteils umschlingen. Solche Leiter werden im folgenden als Flächenantennen bezeichnet werden.

Langantennen, Hochantennen und Flächenantennen sind durch die Form der leitenden Teile und die umgebenden Felder unterschieden.

Art. 427. Die Feldgleichungen in Polarkoordinaten. Ist s in Fig. 505 ein kleines zur z-Achse paralleles Stück einer Wechselstrombahn, so hat das in der umgebenden Luft entstehende Feld besonders einfache Eigenschaften: die magnetischen Feldlinien verlaufen als Kreise, welche die z-Achse umschlingen, die elektrischen Kraftlinien in Ebenen, welche die z-Achse enthalten.

Fig. 505.



Durch Anwendung des I. und des II. Grundgesetzes (S. 55 und 104) auf die drei Flächen, welche in Punkte P der Fig. 505 zusammenstoßen, erhält man (falls $c_0 t = l$ gesetzt wird) für die elektrischen Feldstärken $\mathfrak{E}_\vartheta$ und $\mathfrak{E}_r$ bzw. für die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}_\varphi$ folgende drei Gleichungen

$$\mu_0 c_0 \left[\frac{1}{r}\mathfrak{H}_\varphi + \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial r}\right] = -\frac{\partial \mathfrak{E}_\vartheta}{\partial l} \quad \cdots\cdots \quad (31\,a)$$

$$\frac{\mu_0 c_0}{r}\left[\mathfrak{H}_\varphi \operatorname{cotg}\vartheta + \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial \vartheta}\right] = +\frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial l} \quad \cdots\cdots \quad (31\,b)$$

$$\frac{1}{r}\mathfrak{E}_\vartheta + \frac{\partial \mathfrak{E}_\vartheta}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial \vartheta} = -\mu_0 c_0 \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial l} \quad \cdots \quad (31\,c)$$

Art. 428. Allgemeine Lösung der Feldgleichungen. 1. Wie Heinrich Hertz gezeigt hat, gibt es eine Größe $\mathfrak{Z}$, welche für alle Punkte einer um die Sendermitte geschlagenen Kugelfläche gleiche Werte hat.

Von dieser Größe $\mathfrak{Z}$ ist von vornherein zu erwarten, daß sie zum Kugelradius r und zur Zeit $t = l/c_0$ in der Beziehung (34) steht. Die folgenden Ausdrücke (32) sind so gewählt, daß sie die beiden Feldgl. (31 a) und (31 b) bei jedem beliebigen Werte von $\mathfrak{Z}$ erfüllen. Es ist

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{H}_\varphi &= -c_0 \sin\vartheta \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial l \cdot \partial r}, \quad \mathfrak{E}_r = -\frac{2}{\varepsilon_0 r} \cos\vartheta \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial r} \\ \mathfrak{E}_\vartheta &= \frac{1}{\varepsilon_0} \sin\vartheta \left[\frac{1}{r}\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial r^2}\right] \end{aligned}\right\} \cdot \quad (32)$$

Die Gl. (31 c) und (32) sind nur miteinander verträglich, wenn die Bedingung erfüllt ist

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial r} - \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial l^2} = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (33)$$

Dieser Gleichung genügt bei beliebigen Werten von Z und α der Ausdruck

$$\mathfrak{Z} = \frac{Z}{r} \sin\alpha (l - r) = \frac{Z}{r} \sin\tau \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (34)$$

Setzt man diesen Ausdruck für die Größe $\mathfrak{Z}$ in die Gl. (32) ein, so erhält man die allgemeine Lösung der Feldgleichungen. Es ist $\alpha r = u = 2\pi r/\lambda$ und

$$\left.\begin{aligned} r^3 \mathfrak{H}_\varphi &= c_0 Z \sin\vartheta\, u [\cos\tau - u \sin\tau] \\ r^3 \varepsilon_0 \mathfrak{E}_\vartheta &= Z \sin\vartheta [\sin\tau + u\cos\tau - u^2 \sin\tau] \\ r^3 \varepsilon_0 \mathfrak{E}_r &= 2 Z \cos\vartheta [\sin\tau + u\cos\tau] \end{aligned}\right\} \cdot \quad (35)$$

2. Fließt im Senderstück s der Wechselstrom

$$i = I\sqrt{2}\cos\tau,$$

so hat in großer Nähe des Sendermittelpunktes (wo u klein gegen 1 und $\sin\vartheta = 1$ ist) die magnetische Feldstärke folgende Werte, die sich aus Gl. (11) S. 60 bzw. aus Gl. (35) ergeben:

$$\frac{I s \sqrt{2}\cos\tau}{4\pi r^2} = \mathfrak{H}_\varphi = \frac{u c_0 Z \cos\tau}{r^3}.$$

Für Z ergibt sich hieraus folgender Wert

$$Z = \sqrt{2} I s \lambda / 8\pi^2 c_0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (36)$$

3. In Entfernungen r, die größer als λ und daher viele Male größer als $\lambda/2\pi$ sind, ist u viele Male größer als 1, hat also das letzte Glied der Gl. (35) eine viele Male größere Amplitude als die vorhergehenden Glieder. In diesem Gebiet herrscht im wesentlichen nur

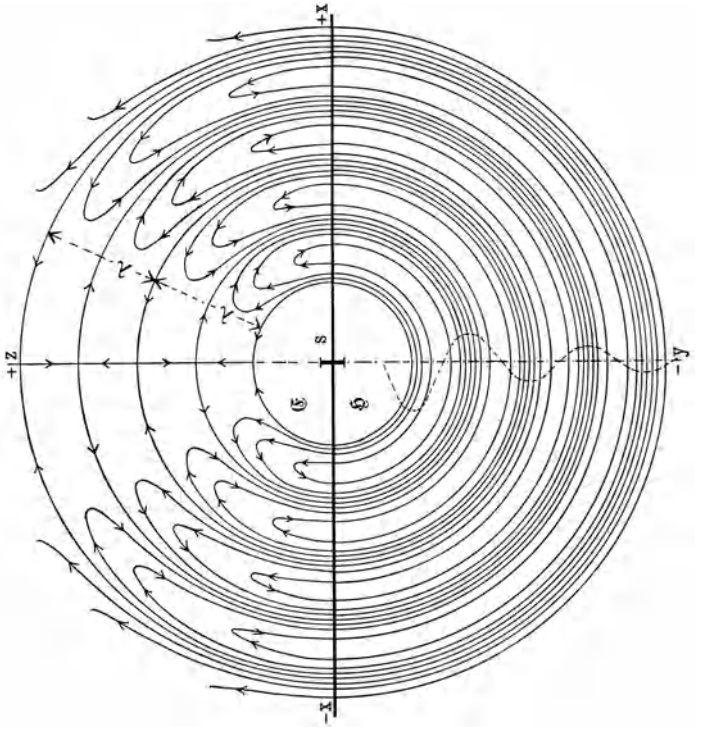
das sogenannte Strahlungsfeld, das sich mit Lichtgeschwindigkeit nach außen ausdehnt und durch die Gleichungen dargestellt wird:

$$V = V_s = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, I s/\lambda, \quad \tau = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) \cdot \cdot \cdot \quad (37\,\text{a})$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{H}_\varphi &= -\frac{V \sin\vartheta}{r} \sin\tau, \quad \mathfrak{E}_\vartheta = -\frac{\mu_0 c_0 V \sin\vartheta}{r} \sin\tau \\ \mathfrak{E}_r &= \frac{2\mu_0 c_0 V \cos\vartheta}{r} \frac{\lambda}{2\pi r} \cos\tau \end{aligned}\right\} \quad (37\,\text{b})$$

Art. 429. Darstellung des Strahlungsfeldes. Die rechte Hälfte der Fig. 506 stellt die magnetischen Feldlinien dar, konzentrische Kreise, die in der Äquatorialebene verlaufen.

Fig. 506.



Kennt man die elektrischen Feldstärken in jedem Punkte eines Raumteiles, so kann man den Verlauf der elektrischen Kraftlinien

berechnen. Die linke Hälfte der Fig. 506 stellt die elektrischen Kraftlinien dar, welche zu der Zeit t das Senderstück s umgeben.

Biegt man die linke Hälfte der Zeichnung nach oben, bis sie zur rechten Hälfte senkrecht, also vertikal steht, so erhält man ein anschauliches Modell des Strahlungsfeldes, das von einem vertikalen Senderstück s hervorgerufen wird. Die elektrischen Kraftlinien stehen auf der horizontalen Äquatorialebene senkrecht, biegen in einiger Höhe um und durchstoßen in etwas größerer Entfernung die Äquatorialebene in entgegengesetzter Richtung. Das ganze Feld dehnt sich mit der Zeit aus, etwa wie ein Gummiball, der aufgeblasen wird. Diese Ausdehnung bewirkt die Fortpflanzung von Energie.

Art. 430. Das Strahlungsfeld von Langantennen. Damit die vorstehenden Überlegungen Gültigkeit haben, muß das kleine Senderstück s in seiner ganzen Länge von Wechselstrom gleicher Stärke durchflossen sein. Dies ist nur möglich, wenn die Länge s klein ist gegen die Wellenlänge λ der vom Wechselstrom erzeugten Strahlung.

1. Langantennen mit großer Endenkapazität bestehen aus einer Zuführung, die zwei Belegungen miteinander verbinden. Letztere besitzen so große Kapazität (Endenkapazität) gegeneinander, daß die Stromstärke in der ganzen Senderlänge annähernd konstant ist. Die Eigenwelle Λ wird dann so groß gegen die ganze Senderlänge s, daß man ohne Bedenken für alle Wellen $\lambda \lessgtr \Lambda$ den von den einzelnen Teilen der Senderlänge erzeugten Feldern gleichen Verlauf zuschreiben kann. Daher darf man in diesem Falle ohne weiteres annehmen, daß die Gl. (37) das durch Überlagerung entstandene Strahlungsfeld darstellen.

2. Bei der linearen Langantenne muß s als kleines Stück der ganzen Senderlänge l angesehen werden. Man erhält dann das wirkliche Strahlungsfeld, indem man für jeden Punkt des Raumes die Feldstärken addiert, die von den einzelnen Stücken des Senders hervorgerufen werden. Hat ein Senderstück $s = \mathrm{d}z$ den Abstand z von der Sendermitte, so kann man mit Abraham die Stromstärke in s

$$I = I_0 \cos(\pi z/l) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

setzen. An den äußeren Enden des Senders ist $z = \pm l/2$; hier hat die im Sender fließende Stromstärke den Effektivwert $I = 0$.

Wie erhält man nun die Feldstärkensumme für den Feldpunkt P? Annähernd richtige Werte erhalten wir durch die Annahme, daß die von den einzelnen Senderstücken $s = \mathrm{d}z$ hervorgerufenen Felder zu gleicher Zeit gleichen Verlauf und nur verschiedene Stärke

haben. Bei dieser einfachen Annahme ist die Addierung der Felder leicht. Wir brauchen nur die mittlere Stromstärke zu berechnen

$$\frac{1}{l}\int_{-l/2}^{+l/2} I \cdot \mathrm{d}\,z = \frac{I_0}{l}\int_{-l/2}^{+l/2} \mathrm{d}\,z \cdot \cos(\pi z/l) = I_0 \cdot 2/\pi \quad \ldots\ldots (39)$$

Für eine als halbe Wellenlänge schwingende lineare Langantenne von der Länge l ist $\lambda = 2\,l$, nimmt mithin die Größe V der Gl. (37 b) den Wert an

$$V = V_l = I_0 \sqrt{2}/2\,\pi \quad \ldots\ldots\ldots (40)$$

Fünfundsiebzigstes Kapitel.

Ausstrahlung und Einstrahlung.

Art. 431. Der Strahlungswiderstand von Langantennen. 1. Für Langantennen mit großer Endenkapazität gelten die Gl. (37 a und b). Nach dem Poyntingschen Satze [(22) S. 118] ist die radiale Strahlungsdichte in der Entfernung r von der Sendermitte

$$\mathfrak{E}_\vartheta \cdot \mathfrak{H}_\varphi = \mathfrak{s}_r = \frac{\mu_0 c_0 V^2 \sin^2\vartheta}{r^2}\,\frac{1-\cos 2\tau}{2}.$$

Die effektive Strahlungsdichte im Abstand r ist daher

$$\mathfrak{S}_r = \tfrac{1}{2}\mu_0 c_0 V^2 \sin^2\vartheta/r^2 \quad \ldots\ldots\ldots (41)$$

Ein zur Strahlungsrichtung senkrechtes Flächenstück hat nach Fig. 505 die Größe $r^2 \sin\vartheta \cdot \mathrm{d}\,\vartheta \cdot \mathrm{d}\,\varphi$. Es wird daher von einer Strahlungsleistung durchsetzt, deren Effektivwert die Größe hat

$$\mathrm{d}\,N = \tfrac{1}{2}\mu_0 c_0 V^2 \sin^3\vartheta \cdot \mathrm{d}\,\vartheta \cdot \mathrm{d}\,\varphi.$$

Durch eine zwischen ϑ und $\vartheta + \mathrm{d}\,\vartheta$ liegende Zone der Kugelfläche r tritt also eine Leistung mit dem Effektivwert

$$\mathrm{d}\,N = \pi\,\mu_0 c_0 V^2 \sin^3\vartheta \cdot \mathrm{d}\,\vartheta.$$

Durch die gesamte, um die Sendermitte beschriebene Kugelfläche vom Radius r tritt daher die Strahlungsleistung

$$N = (4\,\pi/3)\,\mu_0 c_0 V^2 \quad \ldots\ldots\ldots (42)$$

Setzt man die gesamte Strahlungsleistung zur Stromstärke I im Sender in die Beziehung $N = I^2 \cdot R$, so ergibt sich als sogenannter Strahlungswiderstand

$$R = 790\,(s/\lambda)^2\,\Omega \quad \ldots\ldots\ldots (43)$$

2. Für lineare Langantennen hat die Größe V der Gl. (37) den Wert (40). Der Strahlungswiderstand hat also bei Betrieb mit der Eigenwelle den Wert

$$2\,\mu_0\,c_0/3\,\pi = R = 80\,\Omega \quad \cdots\cdots\cdots \quad (44)$$

Art. 432. Strahlungsfeld und Strahlungswiderstand von Hochantennen. Fig. 506 stellt das Strahlungsfeld über der Erdoberfläche dar.

1. Für eine Hochantenne mit großer Endkapazität, deren Höhe h ist, muß man in Gl. (37 a) s durch $2\,h$ ersetzen; es wird daher

$$V = V_h = \sqrt{2}\,I\,h/\lambda \quad \cdots\cdots\cdots \quad (45\,a)$$

Die gesamte Strahlungsleistung ist offenbar bei einer Hochantenne von der Höhe h nur halb so groß als bei der Langantenne von der Länge $2h$. Für Hochantennen mit großer Endkapazität ergibt sich aus den Gl. (42) und (45 a) der Strahlungswiderstand

$$(4\,\pi/3)\,\mu_0\,c_0\,(h/\lambda)^2 = R_s = 1580\,(h/\lambda)^2\,\Omega \quad \cdots \quad (45\,b)$$

2. Das Feld einer linearen Hochantenne erhält man in folgender Weise. Es ist in Gl. (37 a) s durch $2\,h\cdot 2/\pi$ zu ersetzen. Ferner ist bei Betrieb mit der Eigenwelle $h/\lambda = {}^1/_4$. Da ferner die Strahlungsleistung der Hochantenne halb so groß als die der Langantenne ist, so ergibt sich folgendes. Der Strahlungswiderstand einer linearen Hochantenne, z. B. eines an einem Schornstein hochgeführten Blitzableiters, hat bei Betrieb mit der Eigenwelle den Wert

$$R_s = 40\,\Omega \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (46)$$

Art. 433. Einstrahlung von Energie. Eine Hochantenne mit großer Endkapazität habe die Höhe h. Sie befinde sich in einem magnetischen Felde, dessen Feldstärke $\mathfrak{H}$ zu h senkrecht steht und mit der Lichtgeschwindigkeit c_0 in einer zu $\mathfrak{H}$ und zu h senkrechten Richtung fortschreitet.

In der Hochantenne werden also dieselben Vorgänge hervorgerufen, als wenn sie mit Lichtgeschwindigkeit gegen ein Magnetfeld bewegt würde, dessen Stärke zeitlich konstant und eine sinusartige Funktion des von der Antenne zurückgelegten Weges wäre. Gemäß dem II. Grundges. [(4) S. 108] verhält sich die Hochantenne so, als ob in ihr eingeschaltet wäre eine Spannungsstufe von der Spannung

$$u = \mu_0\,c_0\,h\,\mathfrak{H}.$$

Der Effektivwert dieser eingeprägten Spannung ist also

$$h\cdot\mu_0\,c_0\,H = U = h\,E \quad \cdots\cdots\cdots \quad (47)$$

Hierin ist E der Effektivwert des Spannungsgefälles am Orte der Hochantenne. Der Antennenzweig verhält sich wie ein Stromzweig, der durch Reihenschaltung von Induktivität, Kapazität, Widerstand und einer Wechselstrommaschine von der effektiven Spannung U gebildet ist.

In der Regel enthält der Antennenkreis außer Antenne und Erdung eine Spule und einen Kondensator. Diese Mittel dienen einerseits zur Abstimmung, andererseits zur Zuführung oder Entziehung von Energie. Ist I die Stromstärke im Antennenkreis, so ist die ausgestrahlte Leistung $I^2 \cdot R_s$, die in Wärme umgewandelte Leistung $I^2 \cdot R_w$, die entzogene, z. B. zum Betriebe eines Gleichrichters benutzte Leistung $I^2 \cdot R_f$. Der Gesamtwiderstand des Antennenkreises ist

$$R = (R_s + R_w) + R_f \cdot \cdots\cdots\cdots \quad (48)$$

Die im Antennenkreis fließende Stromstärke hat bei Resonanz die Größe $I = U/R$. Mithin ist die entzogene Leistung

$$I^2 \cdot R_f = \frac{U^2 R_f}{R^2} = \frac{U^2 R_f}{[(R_s + R_w) + R_f]^2}.$$

Die entzogene Leistung wird ein Maximum, wenn $R_f = R_s + R_w$ ist. Der Höchstwert der entzogenen Leistung, kurz die entziehbare Leistung, ist also

$$I^2 \cdot R_f = \frac{U^2}{4(R_s + R_w)} \cdot \cdots\cdots\cdots \quad (49)$$

Setzt man hierin für U den durch Gl. (47) bestimmten Wert ein, so ergibt sich für die entziehbare Leistung der Ausdruck

$$I^2 \cdot R_f = \frac{E^2 h^2}{4(R_s + R_w)}.$$

Drückt man gemäß Gl. (45 b) die Höhe h durch den Strahlungswiderstand aus, so ergibt sich die entziehbare Leistung

$$I^2 \cdot R_f = \frac{3 E^2 \lambda^2}{16 \pi \mu_0 c_0} \cdot \frac{R_s}{R_s + R_w} \cdot \cdots\cdots\cdots \quad (50)$$

Art. 434. Ausstrahlung und Einstrahlung von Energie. Der Antennenkreis einer Hochantenne verbraucht die Strahlungsleistung $I^2 \cdot R_s$, die Verlustleistung $I^2 \cdot R_w$, also beim Senden insgesamt die Leistung

$$N = I^2 (R_s + R_w).$$

In der Entfernung r erzeugt die Antenne nach den Gl. (37 b) und (45 a) die effektive elektrische Feldstärke oder das Spannungsgefälle

$$\mu_0 c_0 \frac{I}{r} \frac{h}{\lambda} = E = 0{,}377 \frac{1}{r/[\mathrm{km}]} \frac{I}{[\mathrm{A}]} \frac{h}{\lambda} \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right] \cdots \quad (51)$$

Setzt man für I den durch Gl. (51), für h/λ den durch Gl. (45b) bestimmten Ausdruck ein, so erhält man

$$E = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{3\,\mu_0\,c_0}{4\,\pi}\cdot N\cdot\frac{R_s}{R_s+R_w}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

Versieht man die Größen, welche Vorgänge auf der Empfangsstation bzw. auf der Sendestation bestimmen, mit den Indizes 2 bzw. 1, so erhält man für das Verhältnis der entziehbaren Leistung $I_2^2 . R_f$ zur aufgewandten Leistung N_1 den Ausdruck

$$\eta = 0{,}0143\,\frac{R_{s_1}}{R_{s_1}+R_{w_1}}\cdot\frac{\lambda^2}{r^2}\cdot\frac{R_{s_2}}{R_{s_2}+R_{w_2}} \quad \ldots\ldots \quad (53)$$

Aus Gl. (53) lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1. Die drahtlose Energieübertragung hat im allgemeinen einen sehr geringen Wirkungsgrad.

2. Für den Sende- sowie für den Empfangsantennenkreis gilt dieselbe Bedingung: das Verhältnis R_s/R_w des Strahlungswiderstandes zum Verlustwiderstand muß möglichst groß sein. Vergrößert man die Höhe einer Sende- oder Empfangsantenne, so wird R_s vergrößert, während R_w nur wenig verändert wird. Verbessert man die Erdung, so bleibt R_s konstant, während R_w verringert wird. Durch Verbesserung der Erdung läßt sich das Verhältnis R_s/R_w, d. h. die Güte einer Hochantenne, im allgemeinen in viel höherem Grade heraufsetzen als durch Vergrößerung der Höhe.

3. Die günstigste Betriebswellenlänge λ hängt in hohem Grade von den Verlustwiderständen der beiden Stationen ab. Setzt man

$$l_1 = h_1\sqrt{\frac{1580\,\Omega}{R_{w_1}}} \quad \text{und} \quad l_2 = h_2\sqrt{\frac{1580\,\Omega}{R_{w_2}}} \quad \ldots \quad (54)$$

so wird

$$\eta = 0{,}0143\,\frac{l_1^2\,l_2^2\,\lambda^2}{r^2\,(\lambda^2+l_1^2)\,(\lambda^2+l_2^2)}.$$

Der Wirkungsgrad η hat einen Höchstwert, wenn

$$\lambda = \lambda_m = \sqrt{l_1\,l_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

ist. Dieser Höchstwert beträgt

$$\eta = 0{,}0143\left[\frac{l_1\,l_2}{r\,(l_1+l_2)}\right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

Art. 435. Beispiel für Energieübertragung durch Strahlung.

1. Eine Sendestation habe die Höhe $h_1 = 20$ m und werde mit Wechselstrom von 10 A und 400 m Wellenlänge betrieben. Als

Gesamtwiderstand der Antenne sei der Wert $R_1 = 10\,\Omega$ gemessen. Dann haben Strahlungswiderstand bzw. Verlustwiderstand die Werte

$$R_{s_1} = 4{,}0\,\Omega \text{ bzw. } R_{w_1} = 6{,}0\,\Omega.$$

Die Antennenleitung ist

$$N_1 = 1000 \text{ Watt.}$$

2. Eine Empfangsstation habe eine Hochantenne, deren wirksame Höhe 20 m betrage. Als Gesamtwiderstand sei ohne Energieentziehung $10\,\Omega$ gemessen. Dann ist der Strahlungs- bzw. der Verlustwiderstand

$$R_{s_2} = 4{,}0\,\Omega \text{ bzw. } R_{w_2} = 6{,}0\,\Omega.$$

3. Ist die Entfernung der beiden Stationen

$$r = 100\,\text{km} = 250\,\lambda,$$

so ist

$$I_2^2 \cdot R_f / N_1 = \eta = 0{,}366 \cdot 10^{-7}.$$

Das an der Empfangsstation hervorgerufene Spannungsgefälle hat den Effektivwert $E_1 = 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ V/m. Die eingeprägte effektive Spannung ist $U_2 = 0{,}038$ V. Die Resonanzstromstärke in der Empfangsantenne ist $U_2/R_2 = I_2 = 0{,}0019$ A (falls $R_{f_2} = R_{s_2} + R_{w_2}$).

Liegt im Antennenkreis ein Drehkondensator, dessen Kapazität bei Resonanz 500 $\mu\mu$F beträgt, so entsteht an dem Kondensator die Wechselspannung 0,81 Volt. Diese Resonanzspannung ist viel höher als die eingeprägte Spannung.

Die gesamte im Antennenkreis verbrauchte Leistung ist

$$U_2 I_2 = 0{,}72 \cdot 10^{-4} \text{ Watt.}$$

Sie setzt sich zusammen aus

der ausgestrahlten Leistung . . . . . $I^2 \cdot R_s = 0{,}14 \cdot 10^{-4}$ W,
der in Wärme umgewandelten Leistung . $I^2 R_w = 0{,}22 \cdot 10^{-4}$ W,
und der entziehbaren Leistung . . . . . $I^2 R_f = 0{,}36 \cdot 10^{-4}$ W.

Bei periodischer Unterbrechung des in der Empfangsantenne fließenden Wechselstromes sind Kristalldetektor und Telephon imstande, die entziehbare elektrische Leistung als Schallstrahlung unseren Sinnen wahrnehmbar zu machen.

In obigem Beispiel ergibt sich als die für die Übertragung günstigste Wellenlänge

$$\lambda_m = 324 \text{ m.}$$

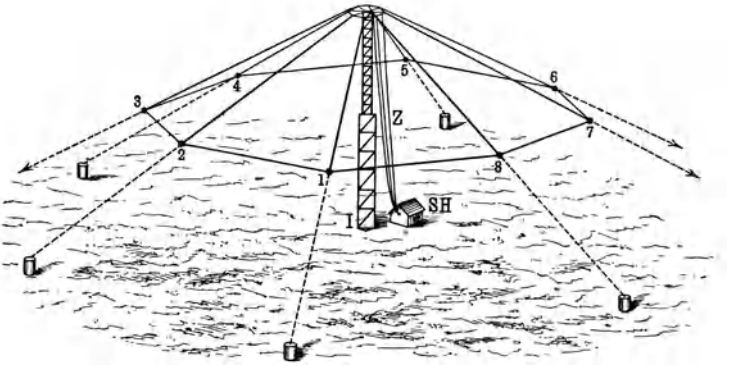
Diese Wellenlänge ist also nicht sehr verschieden von der angenommenen Betriebswellenlänge 400 m. Bei Verkleinerung der Verlustwiderstände beider Antennenkreise wird die günstigste Wellenlänge größer als 324 m.

Sechsundsiebzigstes Kapitel.

Form von Hochantennen.

Art. 436. Form einiger Hochantennen. 1. Eine Schirmantenne ist in Fig. 507 dargestellt. Die Belegung der Antenne wird durch 8 Drähte gebildet, die von der Spitze eines Mastes I ausgehen und mit Hilfe von niedrigen Masten abgespannt sind. Die Höhe der Abspannmaste wählt man mindestens so groß, daß der Verkehr auf dem ganzen Stationsplatze unbehindert ist ($> 2{,}50$ m). Die Schirmantenne hat die angenehme Eigenschaft, nur einen Mast zu erfordern. Eine nicht unerhebliche Schwierigkeit

Fig. 507.



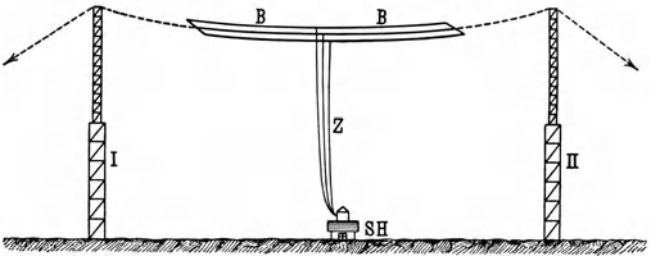
besteht darin, die Antenne samt ihrer Zuführung in eine oberhalb des Mastes und seiner Abspannungen befindliche Lage zu bringen. Diese Schwierigkeit fällt fort bei kleinen Stationen, die einen Aufziehmast besitzen, der mitsamt der Antenne und ihrer Zuführung und den Abspannungen für den Mast hochgekurbelt werden kann. In bezug auf die Erdung hat die Schirmantenne eine besonders günstige Form. Schwierig ist es, außer einer großen Schirmantenne noch andere kleinere Antennen so anzuordnen, daß sie von demselben Platze aus benutzt werden können und weder allzu stark mit der Schirmantenne gekoppelt sind, noch allzu große Eigenwellen besitzen.

2. Eine T-Antenne ist in Fig. 508 dargestellt. Die Zuführung vergrößert den Durchhang. Verbindet man aber einen Punkt der Zuführung, der etwa 5 m unter der Belegung BB liegt, durch Seile

mit den beiden Mastspitzen, so wird die Zuführung von diesen Seilen und nicht von der Belegung getragen. Dann wird der Durchhang geringer.

3. Die Doppelschirmantenne. Stationen mit sehr großen Leistungen besitzen verhältnismäßig niedrigere Maste als kleine Stationen, weil die Schwierigkeit des Mastbaues mit der Masthöhe schnell zunimmt. Großstationen senden meistens mit einem kleineren Strahlungswiderstand als kleine Stationen. Sie müssen also sehr

Fig. 508.



große Stromstärken und demgemäß sehr große Belegungen haben. Will man sehr große Leistungen mit Hilfe von zwei Masten ausstrahlen, so pflegt man auf beiden Masten Schirmantennen anzubringen und diese durch einen T-förmigen Leiter mit dem Stationshaus zu verbinden.

4. Eine Winkelantenne entsteht, wenn der horizontale Leiter *BB* der Fig. 508 nicht in der Mitte, sondern an einem Ende die Zuführung trägt. Die Richtung, welche der Richtung der Belegung entgegengesetzt ist, ist in bezug auf die Strahlung etwas bevorzugt. Dies erklärt sich durch die Annahme, daß die Winkelantenne zum Teil als Hochantenne, zum Teil als Flächenantenne wirkt (vgl. Fig. 552).

Art. 437. Die Antennen der Großstation Nauen. Die Station Nauen liegt an der Chaussee, die vom Bahnhof Nauen in nördlicher Richtung ausgeht (s. Fig. 509).

Auf einer Ellipse, deren große Achse etwa 1500 m beträgt, stehen acht Maste. Ihre Höhe beträgt 210 m, nur die beiden nordwestlich vom Ellipsenmittelpunkt gelegenen Maste haben eine Höhe von 180 bzw. 160 m.

Auf einer kleinen Ellipse, deren große Achse etwa 600 m beträgt, stehen vier Maste, von denen zwei 250, zwei andere 210 bzw. 180 m hoch sind. Alle Maste sind nach drei Seiten hin abgespannt. Im Mittelpunkt der beiden Ellipsen liegt das Stationshaus.

Alle Maste der äußeren Ellipse und die beiden 250 m hohen Maste der inneren Ellipse dienen zum Tragen zweier Antennen A_1

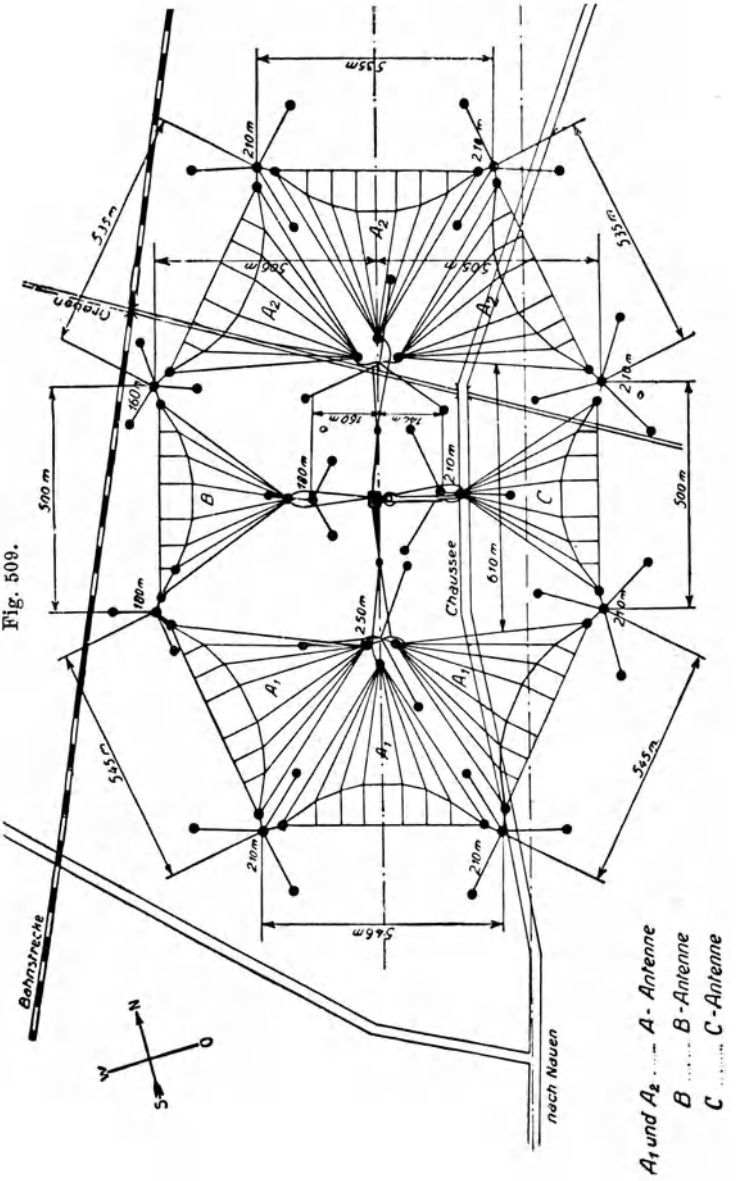


Fig. 509.

und A_2. Jede dieser Antennen hat eine Belegung, die aus drei gleichseitigen, zusammen ein Trapez bildenden Dreiecken besteht.

Die Antennen B und C haben beide eine Belegung von Dreiecksform.

Die Antennen D, D′, F und E sind zwischen den vier Masten der inneren Ellipse als T-Antennen gespannt. Sie sind in Fig. 509 nicht gezeichnet. D liegt südwestlich, D′ nordwestlich, F nordöstlich und E südöstlich vom Stationshaus.

In dem folgenden Schema sind die Antennen näher gekennzeichnet (nach Angaben der Erbauerin, der Telefunken-Ges.).

Die Antennen der Großstation Nauen. Vgl. S. 461.

Antenne	$A_1 + A_2$	B + C	E + F	D′	D	
$\lambda =$	18	13	6,5	5,6	4,9	km
$C =$	53 300	29 000	7 800	3900	3 900	$\mu\mu$F
$H =$	175	155	170	145	145	m
$I_0 \approx$	500	450	90	45	90	A
$I_0 H/\lambda \approx$	5,0	5,4	2,4	1,2	2,7	A
Verkehr	Nord-amerika Sayville	Süd-amerika	Moskau, Rom u. a.	Börsen-dienst	Spanien	
$R_w + R_s =$	1,1	1,1	3,0	3,6	3,2	Ω
$R_s =$	0,15	0,20	1,1	1,05	1,4	Ω

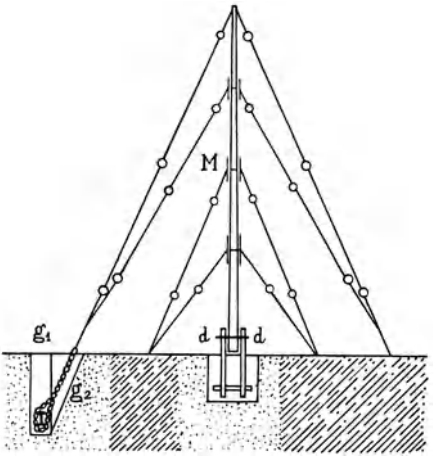
In dem Schema bedeuten λ die Betriebswellenlänge, C die (mit mittelfrequentem Wechselstrom gemessene) Kapazität. H ist die wirksame Höhe, die etwas kleiner ist als die größte wirkliche Höhe. I_0 ist die Stärke des Betriebsstromes im Fußpunkt der Antenne. Der Strahlungsstromstärke $I_0 H/\lambda$ ist die elektrische Feldstärke proportional, welche in entfernten Punkten nach der Hertzschen Theorie hervorgerufen wird. Der Gesamtwiderstand ist $R_w + R_s$, der Strahlungswiderstand R_s. Man ist dauernd bestrebt, den Verlustwiderstand R_w durch Verbesserung der Erdungsanlage zu vermindern.

Art. 438. Mastbau. Für Großstationen (von mehr als etwa 100 kW Antennenleistung) wählt man als größte Höhe des Luftleiters 150 bis 300 m. Bei Stationen von einigen Kilowatt Antennenleistung wählt man Maste von etwa 30 bis 60 m Höhe. Bei Verwendung von Röhrensendern mit nur etwa 100 m Wellenlänge treffen diese Regeln jedoch nicht annähernd zu. Zur Ausstrahlung der Energie dieser kurzen Wellen sind Hochantennen von größerer Höhe als etwa 15 m nicht geeignet.

Bei Masthöhen > 50 m benutzt man in der Regel abgespannte eiserne Maste, bei Masthöhen < 50 m in der Regel abgespannte Holzmaste. Bei Höhen < 20 m sind nicht abgespannte Holztürme so einfach zu bauen, daß sie wohl den Vorzug vor abgespannten Masten verdienen. In Königswusterhausen ist 1925 ein (nicht abgespannter) eiserner Turm von über 250 m Höhe erbaut.

Die Kunst, hohe Maste oder Türme zu bauen, liegt bei einigen Werken für Eisenbau; die Kunst, hohe Antennen zu spannen, bei den großen Gesellschaften für drahtlose Telegraphie. Leichter ist es, kleine Maste zu errichten, und hierzu sollen im folgenden einige Anleitungen gegeben werden (s. Fig. 510).

Fig. 510.



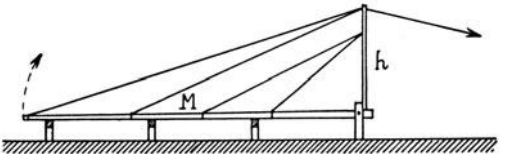
Wenn man diese Maste nach vier Seiten hin abspannt, so gewinnt man den Vorteil, daß vor dem Aufrichten des Mastes die seitlichen Abspannungen die richtige Länge erhalten können. Dadurch wird vermieden, daß während des Aufrichtens seitliche Schwankungen entstehen. Voraussetzung ist, daß die Fußpunkte der Abspannungen und die Drehachse d d des Mastes in einer wagerechten Linie liegen. Je höher der Mast ist, um so mehr Abspannungen bringt man übereinander an. Die Abspannungen bestehen aus Drahtseil und sind durch Porzellaneier unterteilt, damit nicht in den Abspannungen allzu starke, Energie verzehrende Ströme hervorgerufen werden.

Die Verankerung der Abspannungen kann etwa in folgender Weise ausgeführt werden. Es wird ein etwa 2,50 m langes Stück einer alten Eisenbahnschiene oder eines Doppel-T-Trägers auf die Sohle eines schmalen Grabens g_1 gelegt; die Grabenrichtung steht senkrecht zur Verbindungslinie mit dem Fußpunkt des Mastes. In den erwähnten Graben mündet senkrecht ein zweiter g_2, dessen Sohle etwa die Richtung der Abspannung besitzt. In diesen Graben wird eine Kette gelegt, welche die Mitte des versenkten Eisenstückes mit dem Fußpunkt der Abspannung verbindet. Nachdem das Eisenstück

und die Kette in Beton eingebettet sind, werden beide Gräben zugeschüttet.

Das Aufrichten des Mastes M geschieht, wie Fig. 511 zeigt, unter Verwendung eines Hilfsmastes h, der mindestens $^1/_3$ der Länge des

Fig. 511.



Hauptmastes hat und in senkrechter Stellung mit dem noch liegenden Hauptmast sorgfältig verseilt wird. Wird der Hilfsmast mit Hilfe eines Flaschenzuges oder besser einer Winde umgelegt, so richtet sich der große Mast auf.

Art. 439. Gebirgsantennen. Eine eigenartige Funkenstation für annähernd 1000 kW Antennenleitung ist in der Nähe des Kraftwerkes Walchensee bei Kochel in Bayern erbaut. Von einem niedrigen Vorberg aus führen Aluminiumseile mit Stahlseele auf den etwa 1000 m höheren Grat hinauf, der sich von Herzogstand zum Heimgarten hinüberzieht. Die Station ist von der Lorenz-Ges. auf Anregung und unter Leitung des Oberingenieurs Scheller erbaut.

Art. 440. Hochantennen auf ländlich bebauten Grundstücken sind schwieriger zu bauen, als auf freiem Gelände, aber leichter als in einer Großstadt.

a) Die Anlage Fig. 512 ist vom Verf. in Caputh bei Potsdam, in etwa 40 km Entfernung von den Berliner Sendern, errichtet. Die beiden Antennendrähte **1** und **2** haben eine mittlere Höhe von etwa 14 m über dem Erdboden und sind durch zwei Zuführungen mit dem Antennenfußpunkt bei **P** verbunden. Als Erdleiter dienen die (als Doppellinien dargestellten) eisernen Röhren einer Wasserleitung, die im Erdboden verlegt sind, um die Sprengung des Gartens zu erleichtern.

b) Die Anlage Fig. 514 ist vom Verf. in Letschin im Oderbruch, etwa 80 km von Berlin, errichtet. Die beiden Antennendrähte haben eine mittlere Höhe von fast 20 m über dem Erdboden. Die beiden Raaen **R** und **r** sind 6 bzw. 4 m lang; ihr Abstand beträgt etwa 28 m.

Bei der Anlage Fig. 513 wurde eine besondere Erdung durch am Ende geerdete Luftdrähte I ... IV geschaffen. Das Wohnhaus

ist von Telephonleitungen uv, der Hof von Starkstromleitungen xy überspannt; daher ist von der Benutzung des Hauses zum Tragen der Antennendrähte abgesehen. Auch mußten die beiden Antennenzuführungen in etwa $^1/_3$ ihrer Höhe nochmals abgespannt werden.

Fig. 512.

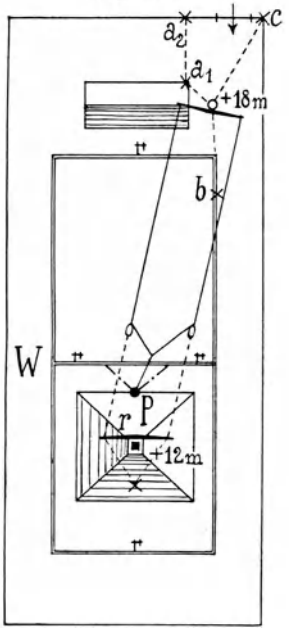
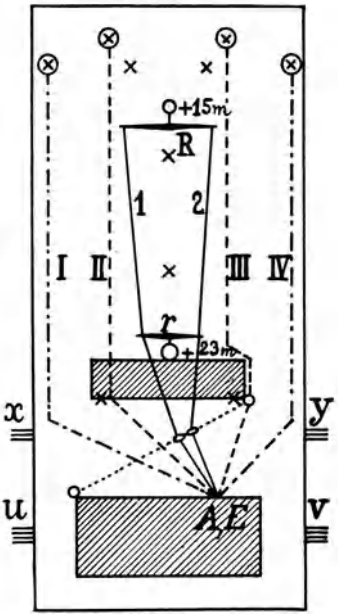


Fig. 513.



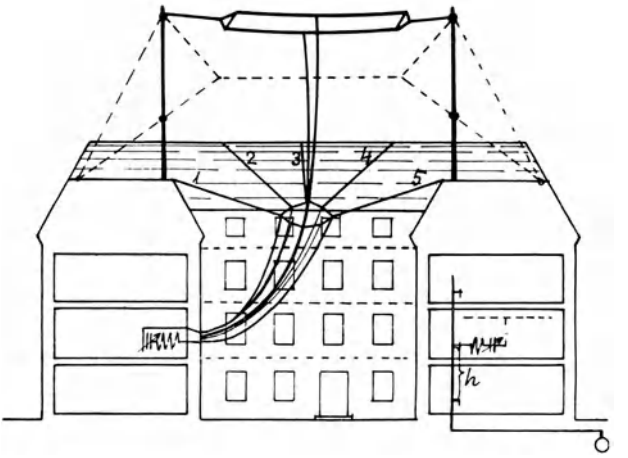
Art. 441. Hochantennen auf städtisch bebauten Grundstücken.

1. Die Errichtung eines Mastes auf einem Hause ist weit schwieriger als auf freiem Gelände. Dasselbe gilt für die Schaffung einer Erdungsanlage von hinreichend kleinem Verlustwiderstand. Für Sende- wie für Empfangsantennen bietet also der Bau innerhalb einer Großstadt mehr Schwierigkeit als auf freiem Gelände. Fig. 512 zeigt, wie man über einem Hofe eine Antennenanlage mit großem Strahlungs- und geringem Verlustwiderstand erbauen kann. Die dargestellten Erdungsdrähte 1 bis 5 sowie die nicht gezeichneten, nach dem Dache des Vorderhauses gespannten Drähte 6 bis 8 sind alle einzeln in die Station einzuführen und hier nach Art. 443 zu verbinden.

2. Für Empfangszwecke genügen vielfach Zimmerantennen.

a) Die Innenhochantenne (s. Fig. 513 unten rechts) sollte eine Kapazität von etwa 300 $\mu\mu$F gegen die Zimmerwände besitzen. Dies erreicht man, wenn man dicke Antennenlitze von nahezu 30 m Länge etwa $^1/_2$ m unter der Zimmerdecke ausspannt. In einem Zimmer genügen zwei ineinander liegende Drahtrecke, auf einem Korridor von 15 m Länge genügen zwei Drähte, deren Abstand 30 cm betragen mag. Man kann auch eine aus Draht gebildete Schraubenlinie oder einen Drahtnetzstreifen benutzen, in beiden Fällen genügt eine Länge von etwa 6 m. — Die (mit obigen Leitern verlötete) Antennenzuführung soll so kurz wie möglich sein. Wenn

Fig. 514.



es sich nicht vermeiden läßt, daß die Zuführung einige Länge besitzt, z. B. ein Zimmer durchquert, so tut man gut, sie nicht dicht an der Wand, sondern auf Tannenzapfenisolatoren von etwa 10 cm Länge zu verlegen. — Die Zuführung zur Erdung (Gasleitung, Wasserleitung oder Heizungsanlage) wird zweckmäßig aus mehreren Drähten gebildet, damit die Induktivität gering wird.

b) Als Innendeckenantenne sei folgende Einrichtung bezeichnet. In den meisten Großstadthäusern befindet sich in der Mitte der Zimmerdecke ein Gasauslaß. Auf einem darunter stehenden Tische sei das Empfangsgerät aufgestellt. Es sei durch einen kurzen vertikalen Draht mit dem Gasauslaß, durch mehrere auf dem Boden genagelte Blechstreifen mit der Erdung verbunden, z. B. mit einem Blechstreifen, der auf die ganze Schauerleiste des Zimmers genagelt ist.

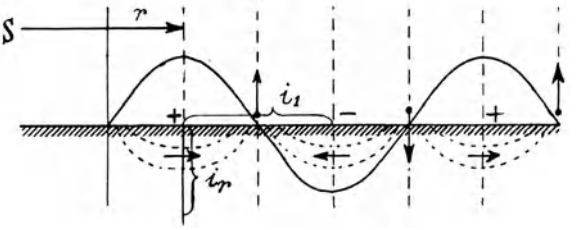
c) Als Horizontalantenne sei folgende Einrichtung bezeichnet. Man verbindet zwei möglichst weit entfernte Leiter durch einen Draht und schaltet in die Verbindung den Resonanzkreis des Empfängers. Solche Anlagen c) können ebenso wirksam sein wie a) und b). Als Leiter können z. B. zwei an beiden Hausseiten befindliche Regenrinnen dienen, oder zwei entfernt liegende Heizkörper oder Gas- und Wasserleitung. Man kann sich vorstellen, daß die fortschreitenden Wellen den künstlichen Leitungsweg bevorzugen, weil er geringeren Leitungswiderstand hat als die Wände. Vgl. auch Fig. 521.

Siebenundsiebzigstes Kapitel.

Erdung von Hochantennen.

Art. 442. Erdströme und Wellenausbreitung. 1. In Fig. 515 ist das in Richtung r fortschreitende Strahlungsfeld für einen bestimmten Zeitpunkt t dargestellt. Die Änderung der Kraftliniendichte mit der

Fig. 515.



Zeit verursacht Verschiebungsströme in der Luft, deren Höchstwerte als kurze vertikale Pfeile dargestellt sind. Die Verschiebungsströme setzen sich im Erdinnern als Leitungsströme fort, und diese haben etwa den durch gestrichelte Linien und kurze wagerechte Pfeile dargestellten Verlauf.

Gemäß den Gl. (37), S. 511 ist im Strahlungsfeld

$$\varepsilon_0 \cdot \mathfrak{E}_\vartheta = \mathfrak{D}_\vartheta = -\frac{V}{c_0 r} \sin(\omega t - u)$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathfrak{D}_\vartheta}{\mathrm{d}t} = c_\vartheta = -\frac{2\pi V}{\lambda r} \cos(\omega t - u).$$

Demnach tritt aus einem zwischen r und $r + \mathrm{d}r$ gelegenen, die Sendestation umschlingenden Ring der Erdoberfläche der Verschiebungsstrom aus:

$$-\mathfrak{c}_\vartheta \cdot 2\pi r \cdot \mathrm{d}r = \mathrm{d}i_1 = 2\pi V \cdot \mathrm{d}u \cdot \cos(\omega t - u).$$

Für r ist $u = 2\pi r/\lambda$, für $r + \lambda/2$ hat die Größe u den Wert $u + \pi$. Mithin tritt durch die zwischen r und $r + \lambda/2$ liegende Zone der Erdoberfläche der Verschiebungsstrom aus

$$i_1 = 4\pi V \sin(\omega t - u)$$

hindurch. Die Größe V ist durch Gl. (45a) bestimmt. Durch eine eine Hochantenne umschlingende Zylinderfläche vom Radius r fließt der Leitungsstrom $^1/_2 i_1 =$

$$i_r = \frac{2\pi h I}{\lambda} \sqrt{2} \sin(\omega t - u) \quad \cdots\cdots \quad (57)$$

Dividiert man diesen Ausdruck durch die Länge $2\pi r$ des Zylinderumfangs, so erhält man

$$\mathfrak{a}_r = \frac{h I}{\lambda r} \sqrt{2} \sin(\omega t - u) \quad \cdots\cdots \quad (58)$$

Dieser Strombelag ersetzt die durch die Anwesenheit der Erde unterdrückte Hälfte des elektrischen Feldes, das eine Langantenne erzeugen würde. Die wirkliche magnetische Feldstärke an der Erdoberfläche ist in Übereinstimmung mit Gl. (10) S. 59 zur einen Hälfte durch $\mathfrak{c}_\vartheta$, zur andern durch $\mathfrak{a}_r$ hervorgerufen.

Um die Leitungsströme in der Erde zu treiben, muß eine elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}_0$ vorhanden sein, die zur Erdoberfläche annähernd parallel ist und daher in geringer Entfernung oberhalb und unterhalb der Erdoberfläche gleiche Werte hat. Die Feldstärke $\mathfrak{E}_\vartheta$, die bei sehr gut leitender Erde vorhanden wäre, setzt sich mit der Feldstärke $\mathfrak{E}_0$ zu einer Feldstärke $\mathfrak{E}$ zusammen, die (wie ein schwer beladener Mann) vorwärts geneigt über die Erde fortschreitet. Der Energiefluß ist also nicht genau parallel zur Erdoberfläche gerichtet, sondern er senkt sich auf die Erdoberfläche herab. Die abwärts gerichtete Komponente des Energieflusses dient zur Deckung der durch Erdströme erzeugten Stromwärme.

Art. 443. Erdungsanlagen. Die Energieverluste im Strahlungsfeld kann man nicht künstlich verringern; den Schaden davon hat die Empfangsstation. Von größter Bedeutung für das Zustandekommen eines anfänglich starken Strahlungsfeldes ist es, im Nachbargebiet die durch Erdströme verursachten Verluste so klein als möglich zu

machen. Die Größe dieser Verluste richtet sich im wesentlichen nach der Art, in welcher der aus der Antenne kommende Wechselstrom nach Durchgang durch die Abstimmittel in die Erde überführt wird.

1. Erdplatte. Eine ganz unzureichende Erdung erhält man, wenn man eine Kupfer- oder Zinkblechplatte von wenigen Quadratmetern ins Grundwasser einbettet.

2. Auch radiale Erddrähte, die schon in unmittelbarer Nähe des Erdungspunktes in die Erde versenkt werden, haben keine günstige Wirkung und bringen außerdem noch folgenden Nachteil: Wenn solche Erddrähte in der Nähe der Station mechanisch verletzt oder durch chemische Zersetzung beschädigt werden, so wird die Station allmählich schwächer, ohne daß die Ursache leicht festgestellt und beseitigt werden könnte.

Eine vom Verfasser untersuchte derartige Station war mit einer T-Antenne von etwa 30 m Höhe, 80 m Länge, 7 m Breite (bei 7 Drähten) ausgerüstet. Als Erdung dienten etwa 100 m lange radiale eingegrabene verzinkte Eisendrähte. Die Eigenwelle der geerdeten Antenne war 515 m. Der berechnete Strahlungswiderstand R_s und der gemessene Gesamtwiderstand R des Antennenkreises hatten folgende Werte:

λ =	800	600	400 m
R_s =	0,8	1,4	$< 3{,}2\ \Omega$
R =	8,8	7,4	$7{,}2\ \Omega$
η =	9,1	19	< 44 v. H.

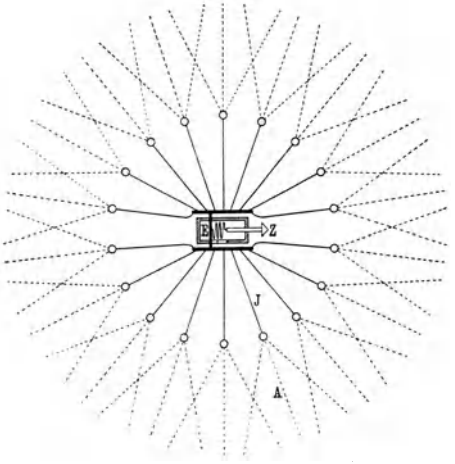
3. Isolierte Gegengewichtsdrähte. Man hat vielfach von einer leitenden Verbindung des Antennenfußpunktes mit der Erde ganz abgesehen und vom Erdungspunkt aus isolierte Drähte nach allen Seiten hin gespannt. Eine solche Erde zeigt sich Erddrähten in der Regel überlegen. Der Grund liegt vielleicht in folgendem: Die von der Belegung der Antennen ausgehenden elektrischen Kraftlinien endigen bei Erddrähten sämtlich, bei Gegengewichtsdrähten größtenteils auf dem Erdboden. Bei Erddrähten fließen nun Leitungsströme senkrecht auf die einzelnen Erddrähte zu; in der Nähe der dünnen Erddrähte sind die Strömungslinien außerordentlich dicht zusammengedrängt, so daß der Strom unter Energieverlust einen sehr großen Widerstand zu überwinden hat. Bei Gegengewichtsdrähten durchfließen die Leitungsströme nur ein ganz kurzes Erdstück mit großem Querschnitt und setzen sich verlustlos als Verschiebungsströme bis zu den Drähten des Gegengewichts fort.

4. Eine sehr günstige Wirkung läßt sich mit Hilfe von am äußersten Ende geerdeten Gegengewichtsdrähten erzielen. Ob

die Erdverbindung durch kurze, nach allen Richtungen hinweisende eingegrabene Drähte, oder durch längere, sich von der Station entfernende, eingegrabene Drähte (s. Fig. 516), oder endlich durch eingeschlagene Metallrohre bewirkt wird, dürfte kaum wesentliche Unterschiede ergeben. Fig. 516 ist der ersten Auflage dieses Buches entnommen. Sie ist nach Ratschlägen des Ingenieurs Reuthe der Telefunken-Ges. gezeichnet.

Art. 444. Parallelschaltung verschiedener Erdungsmittel. Es ist unzweckmäßig, die verschiedenen Leiter einer Erdungsanlage direkt an den Erdungspunkt E einer Station zu legen. Denn dabei kann es vorkommen, daß starker Wechselstrom von einem Leiter über den Erdungspunkt in einen anderen Leiter übergeht und daß

Fig. 516.



die Summe der Stromstärken in den verschiedenen Erdungsleitern viel größer als in der Antennenzuführung ist, wodurch die nutzlos in Wärme umgewandelte Energiemenge stark vergrößert wird. Man kann diesen Übelstand durch den in Fig 517 dargestellten Kunstgriff vermeiden. Der in E eintretende Antennenstrom teilt sich zunächst in 2, dann in 4, schließlich in 8 gleiche Teile. Das von einer Spulenhälfte erzeugte Magnetfeld wird von der anderen Spulenhälfte fast vollständig aufgehoben, daher ist das vom Antennenstrom erzeugte Magnetfeld verschwindend klein. Dasselbe gilt für den induktiven Widerstand, den der Antennenstrom zu überwinden hat.

Wechselstrom dagegen, der von einem Erdungsleiter in einen anderen übergehen wollte, müßte einen großen induktiven Widerstand über-

Fig. 517.

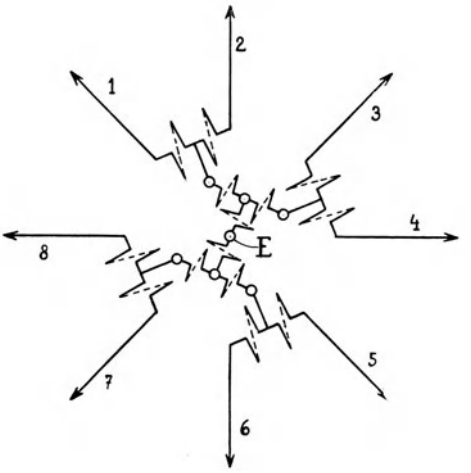
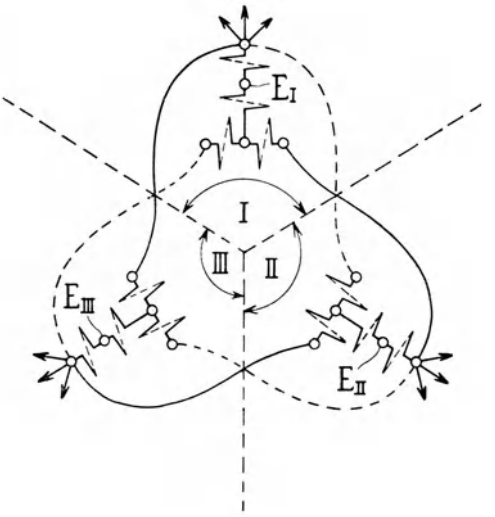


Fig. 518.



winden. Besitzt eine Station, wie z. B. Nauen, nur ein Stationshaus mit Antennen, deren jede symmetrisch zum Stationshaus liegt, so dürfte eine derartige Erdungsanlage den besten Erfolg ergeben.

In der Hauptfunkstelle Königswusterhausen befinden sich drei Stationshäuser (etwa bei E_I, E_{II}, E_{III} in Fig. 518). Die Antennen, die von den einzelnen Häusern aus gespeist werden, können den Sektoren I, II, III zugeteilt werden. Nach Ansicht des Verfassers wäre es zweckmäßig, den z. B. in E_I der Erdungsanlage zuzuführenden Antennenstrom so zu verteilen, daß die Hälfte über den Sektor I hin, daß je ein Viertel über die Sektoren II und III hin verteilt werden. Die einzelnen zur Verteilung dienenden Drähte sind in der Fig. 518 nur durch kurze Pfeile dargestellt.

Achtundsiebzigstes Kapitel.

Flächenantennen.

Art. 445. Die wichtigsten Formen der Flächenantenne. Bei Lang- und bei Hochantennen wird Ladung in einem geradlinigen Leiter hin und her geführt; bei Flächenantennen in einem U-förmigen Leiter oder in einem eine Fläche umschlingenden Leiter.

1. Die Fig. 519 und 520 zeigen Einschleifenantennen.

2. Fig. 521 zeigt eine ortsfeste Mehrschleifenantenne; allgemeiner verwendbar ist die drehbare Rahmenantenne (z. B. von Keck und Frühauf, Schleusingen in Thür.).

3. Fig. 522 zeigt eine sogenannte Erdantenne.

4. Fig. 523 stellt eine U-Antenne dar. Eine Flächenantenne dieser Art kann auch zum Empfang kurzer Hertzscher Wellen benutzt werden, wie in Art. 411 beschrieben ist.

Die Eigenwelle Λ der dargestellten Antennen ist von der verwendeten Leiterlänge l abhängig. Wenn man dafür sorgt, daß $u_a = \pm u/2$, $u_b = \mp u/2$ ist, so ist $\Lambda > 2\,l$.

Erdet man bei der Mehrschleifenantenne Fig. 521 einen der Endpunkte, so ist $\Lambda > 4\,l$. Die kleinste Betriebswellenlänge kann bei symmetrischer Spannungsverteilung viel kleiner sein, als bei einseitiger Erdung.

Soll eine quadratische Rahmenantenne von der Seitenlänge s zum Empfang der Wellenlänge λ dienen, so darf die Windungszahl w eine gewisse Grenze nicht überschreiten. Es muß die Drahtlänge $w \cdot 4\,s < {}^1/_2\,\lambda$ sein. Man muß $w < \lambda/8\,s$ und kann $w \approx \lambda/20\,s$ wählen.

Fig. 519.

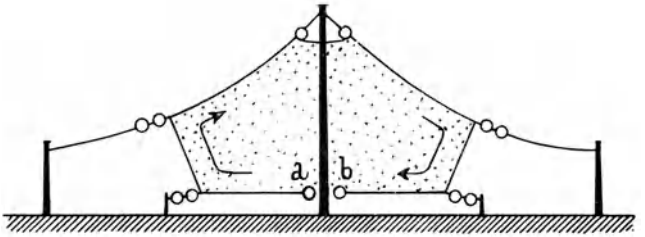


Fig. 520.

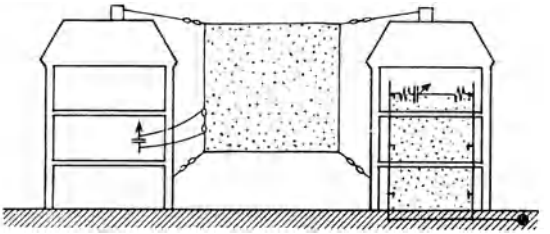


Fig. 521.

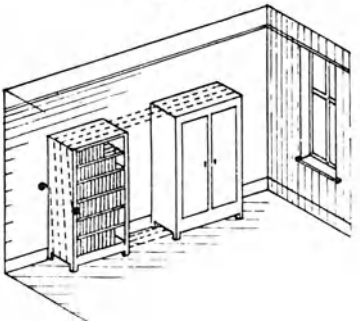


Fig. 523.

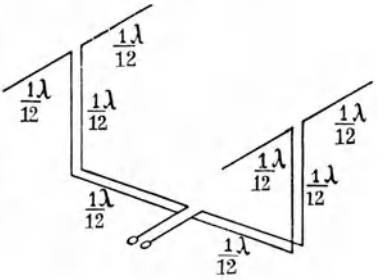
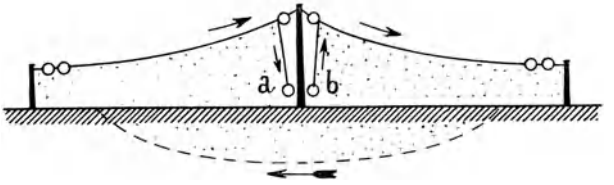


Fig. 522.



Ist die Hörwelle $\lambda = 500$ m, so ist hiernach

bei $s =$	0,25	0,5	1	2	25	m
$w \approx$	100	50	25	12	1	„
$h \approx$	0,08	0,16	0,31	0,62	7,9	„

Die wirksame Gesamtfläche einer solchen Antenne ist

$$wF = w \,.\, s^2 \approx s \,.\, \lambda / 20.$$

Wie später (auf S. 535) gezeigt wird, ist diese Flächenantenne vergleichbar einer Hochantenne von der Höhe

$$2\,\pi\, wF / \lambda = h \approx {}^1/_3\, s.$$

Hieraus ergeben sich die h-Werte in obigem Schema.

Je größer also die Seitenlänge s einer Flächenantenne ist, um so wirksamer ist die Antenne (trotz der geringeren Windungszahl).

Innerhalb eines Zimmers kann man sich eine sehr wirksame Mehrschleifenantenne wohl am leichtesten nach Fig. 521 herstellen. Zwei Schränke (von etwa 2 m Höhe) werden so an einer Zimmerwand aufgestellt, daß ihre abgewandten Seitenflächen etwa 3 m entfernt sind. Man legt dann etwa neun Windungen um beide Schränke, so daß eine Flächenantenne von 54 m² Gesamtfläche und nur 90 m Drahtlänge entsteht. Die kleinste Betriebswellenlänge ist etwa 440 m. Zwar ist der Strahlungswiderstand der Antenne nur gering, da die wirksame Höhe bei 500 m Wellenlänge nur 1 m beträgt. Doch ist der Verlustwiderstand äußerst gering. Infolgedessen ist zwar die eingeprägte Spannung gering, aber die Resonanzspannung (am Schließungskondensator) sehr hoch. Schaltung nach Fig. 548 oder Art. 476, 3.

Art. 446. Beschreibung des Strahlungsfeldes von Flächenantennen. Bildet die z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems die Achse einer von Wechselstrom durchflossenen Kreislinie, so verlaufen die elektrischen Kraftlinien als Kreise, welche mit der Kreislinie gleichachsig sind und die z-Achse umschlingen, die magnetischen Feldlinien in Ebenen, welche die z-Achse enthalten. Man erhält ein anschauliches Modell des Strahlungsfeldes, wenn man die Zeichnung Fig. 506 in der $\pm x$-Linie knickt und die rechte (die elektrischen Kraftlinien darstellende) Hälfte aufwärts richtet.

Falls die zx-Ebene leitend ist, stehen die elektrischen Kraftlinien überall auf der leitenden Ebene senkrecht. Das Feld wird also durch das Hineinbringen der leitenden Fläche nicht geändert. Oberhalb

der Fläche bleibt das Feld auch dann ungeändert, wenn man die untere Hälfte der von Wechselstrom durchflossenen Kreislinie entfernt. Von einem Halbkreis, der mit beiden Schenkeln auf der Erde steht, wird also ein Strahlungsfeld erzeugt, das folgende Eigenschaften hat. In allen zur Achse der Halbkreisfläche senkrechten Richtungen hat die Strahlung gleiche hohe Werte; in Richtung der Achse des Halbkreises, also in Richtung der $\pm z$-Achse, ist die Strahlung verschwindend klein.

Art. 447. Das Senden mit Flächenantennen. Für die in Fig. 523 dargestellte U-Antenne gilt folgendes. Die Feldstärken in der Hauptstrahlungsrichtung, d. h. in der Verlängerung der Fußpunkte der beiden Hochantennen, werden näherungsweise durch Ausdrücke dargestellt, die den Faktor

$$\sin\tau_1 - \sin\tau_2 = 2\sin\frac{\tau_1-\tau_2}{2}\cos\frac{\tau_1+\tau_2}{2} \quad \ldots\ (59)$$

enthalten. Nun ist

$$\frac{\tau_1-\tau_2}{2} = \frac{\pi(r_2-r_1)}{\lambda}.$$

Also ist nach Gl. (37b)

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{H}_\varphi &= \frac{-2V}{r}\sin\frac{\pi(r_2-r_1)}{\lambda}\cos\tau \\ \mathfrak{E}_\vartheta &= \frac{-2\mu_0 c_0 V}{r}\sin\frac{\pi(r_2-r_1)}{\lambda}\cos\tau \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ (60)$$

Bei der in Fig. 523 dargestellten, aus gleich langen geradlinigen Stücken gebildeten Antenne ist der Schenkelabstand etwa

$$r_2 - r_1 \approx \lambda/6.$$

Hierin ist λ die Eigenwelle des Antennenzweiges. Bei Betrieb mit der Eigenwelle ist $\pi(r_2-r_1)/\lambda \approx 30^0$, also

$$\mathfrak{H}_\varphi = -\frac{V}{r}\cos\tau \quad \text{und} \quad \mathfrak{E}_\vartheta = -\frac{\mu_0 c_0 V}{r}\cos\tau.$$

Wird eine der beiden Hochantennen mit derselben Welle beschrieben, so ist nach Gl. (37b)

$$\mathfrak{H}_\varphi = -\frac{V}{r}\sin\tau \quad \text{und} \quad \mathfrak{E}_\vartheta = -\frac{\mu_0 c_0 V}{r}\sin\tau.$$

Ist dagegen die Betriebswelle größer als $6(r_2-r_1)$, so gilt folgendes: Eine U-Antenne, deren Schenkel die Fläche F

auf drei Seiten umschließen, ruft in der Hauptstrahlungsrichtung dieselben Feldstärken hervor, wie eine Hochantenne von der Höhe

$$h = 2\pi F/\lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

Der Doppelsender Fig. 523 wirkt bei der kleinsten möglichen Betriebswelle nicht günstiger, bei größerer Betriebswelle erheblich ungünstiger, als einer der beiden Schenkel. Als Sender sind daher U-Antennen und andere Flächenantennen im allgemeinen nicht zu empfehlen, zumal sie höhere Baukosten verursachen. Eine Ausnahme macht vielleicht die Antenne Fig. 522, die leicht zu erbauen ist und nach Versuchen von Kiebitz mit kleinen Leistungen ansehnliche Entfernungen überbrückt.

Art. 448. Empfang mit Flächenantennen. Befindet sich eine Mehrschleifenantenne in einem magnetischen Wechselfeld $\mathfrak{H}$, dessen Richtung zur Antennenfläche senkrecht steht, so ist die in jeder Windung von der Fläche F erzeugte Umlaufspannung

$$u = F\mu_0 \cdot \mathrm{d}\mathfrak{H}/\mathrm{d}t.$$

Nun ist nach Gl. (37) $\mathfrak{H} = \mathfrak{E}/\mu_0 c_0$. Also ist bei w Windungen die gesamte Umlaufspannung

$$u = (wF/c_0) \cdot \mathrm{d}\mathfrak{E}/\mathrm{d}t.$$

Ist E der Effektivwert des Spannungsgefälles oder der elektrischen Feldstärke am Orte der Antenne, so ist die effektive Umlaufspannung

$$U = (2\pi wF/\lambda)\, E.$$

Durch Vergleich mit (47) S. 514 ergibt sich folgendes: Eine Mehrschleifenantenne mit w Windungen von der Fläche F ist einer Hochantenne von der Höhe

$$h = 2\pi wF/\lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

gleichwertig. Voraussetzung für die Gültigkeit der Gl. (61) und (62) ist eine gegen die Abmessungen des Antennengebildes große Betriebswellenlänge.

Art. 449. Mittel zur Richtungsbestimmung. 1. Eine drehbare Mehrschleifenantenne bildet ein vorzügliches Mittel, um die Richtung einer entfernten Sendestation festzustellen. Man dreht die Antenne um eine vertikale Achse, bis die Zeichen der Sendestation verschwinden: dann liegt die Sendestation in der zur Antennenfläche senkrechten Richtung.

2. Derselbe Zweck kann mit Hilfe der großen Einschleifenantenne Fig. 519 und der Erdantenne Fig. 522 erreicht werden, und zwar auf zweierlei Weise. Man kann aus vielen solchen Antennen mit gleichem Winkelabstand und gemeinsamer vertikaler Symmetrielinie einen Antennenstern bilden und durch einen Kurbelschalter (und andere Mittel) diejenige Antenne aufsuchen, deren Empfang verschwindend klein ist: dann liegt die Sendestation in einer Richtung, die zur Fläche dieser Antenne senkrecht steht.

3. Von einfacherer Bauart als ein Antennenstern ist das Antennenkreuz. Es besteht aus nur zwei zueinander senkrechten Flächenantennen mit gemeinsamer vertikaler Symmetrieachse. Jede Antenne wird (durch eine Spule und zwei Kondensatoren oder) durch zwei Spulen und einen Kondensator geschlossen. Die Spulen beider Antennen werden senkrecht zueinander gestellt. Das magnetische Feld im Schnittpunkt der Spulenachsen hat dann genau die Richtung der Sendestation. Es kann durch eine drehbare Spule untersucht werden. In dieser verschwindet der Empfang, wenn die Achse der Drehspule zur Richtung des Magnetfeldes, also auch zur Richtung der Sendestation senkrecht steht.

Art. 450. Anwendungen der Richtungsbestimmung. 1. Stellt man durch Richtungsmessung an zwei Punkten die Richtungen fest, welche die Verbindungslinien der Punkte mit dem Sender mit der Nordrichtung bilden, so kann man den Ort des Senders feststellen. Man kann dies Verfahren benutzten, um den Ort eines fahrenden See- oder Luftschiffes zu ermitteln. Nötigenfalls kann man dem Seeschiff oder dem Luftschiff seinen genauen Standort drahtlos mitteilen.

2. Bestimmt man an einem unbekannten Orte die Richtungen, in der zwei bekannte Sendestationen erscheinen, so kann man den Standort des Richtempfängers ermitteln. Diese Methode ist im allgemeinen weniger genau als die unter Ziffer 1 beschriebene.

Im Flachland und an der See ist die Richtungsbestimmung bis auf etwa $^1/_2{}^0$ genau. Im Gebirge tritt die merkwürdige Erscheinung auf, daß die Richtungsbestimmung am Tage zuverlässig ist, nachts aber sehr unsichere Resultate liefert. Es kommt vor, daß eine Station nachts in einer Richtung zu liegen scheint, die um 90^0 von der wahren abweicht.

3. Benutzt man ein Antennenkreuz zur Aufnahme von Nachrichten, so kann man den Empfang nicht nur einer bestimmten, sondern den einer beliebigen Sendestation ganz ausschließen. Das Antennenkreuz ist also ein vorzügliches Mittel zur Störbefreiung.

Art. 451. Duplexbetrieb. Eine sehr wichtige Anwendung macht man von der Eigenschaft einer Flächenantenne, z. B. der in Fig. 519 dargestellten, aus einer Richtung nicht zu empfangen. Man stellt in einem Punkte, der beispielsweise 40 km von einer großen Hochantenne 1 a entfernt liegt, die Flächenantenne 1 b so auf, daß die Zeichen der Hochantenne nicht empfangen werden. Dann kann man gleichzeitig mit 1 a senden, mit 1 b empfangen. Der Ort der Flächenantenne wird so gewählt, daß die entfernte Gegenstation zur Verbindungslinie von 1 a und 1 b ungefähr senkrecht liegt. Man nennt diesen Betrieb Duplexbetrieb. Meistens besteht die Gegenstation ebenfalls aus einer Hochantenne (2 a) und einer ungestörten Flächenantenne (2 b).

Von besonderem Werte ist es, Sende- und Empfangsstationen von einem Punkte aus bedienen zu können. Zu den Stationen 1 a und 1 b gehört also eine Kopfstation 1 c, zu 2 a und 2 b eine Kopfstation 2 c. Die Kopfstationen sind sowohl mit ihrer Sende- als auch mit ihrer Empfangsstation durch Telegraphenleitungen verbunden. Von der Kopfstation aus wird der Taster der Sendestation getastet. Die Empfangsstation wandelt die empfangenen Hochfrequenzzeichen in mittelfrequente um und übermittelt letztere der Kopfstation ohne menschliche Betätigung.

Die Kopfstation liegt im Mittelpunkt des Telegraphen- und Telephonnetzes des betreffenden Landes. Ihr werden die drahtlos zu befördernden Telegramme zugeleitet, von ihr aus werden die drahtlos empfangenen Telegramme fortgeleitet.

In Deutschland dienen dem funkentelegraphischen Auslandsverkehr folgende drei Einrichtungen:

	I	II	III
Kopfstelle . .	Berlin	Berlin	Hamburg
Sendestelle . .	Königswusterhausen	Nauen	Eilvese
Empfangsstelle	Zehlendorf	Geltow	Insel Sylt

Art. 452. Gerichtete elektromagnetische Strahlung. Die bisher beschriebenen Richtsender und Richtempfänger verdienen diesen Namen dadurch, daß eine Richtung durch geringe Aus- und Einstrahlung ausgezeichnet ist, nicht etwa dadurch, daß eine Richtung durch besonders große Aus- und Einstrahlung gekennzeichnet ist. Wer sich je mit den optischen Beugungserscheinungen befaßt hat, kann nicht in Zweifel darüber sein, daß die Erzeugung von Aus- und Einstrahlung in einer Richtung mit zwei oder drei Antennen überhaupt nicht bewirkt werden kann.

Um eine derartige Wirkung zu erzielen, muß man schon mindestens 10 Hochantennen anwenden. Werden diese Antennen in gleichen Abständen von etwa einer Wellenlänge angeordnet und mit gleicher Phase betrieben, so erfolgen Aus- und Einstrahlung fast ausschließlich in einer Richtung, die zu der Linie, in der die Antennen aufgestellt sind, senkrecht steht. Seit man starke Wechselströme von nur 100 m Wellenlänge herstellen kann, erscheint die Erzielung einer wirklich gerichteten Strahlung möglich. Auf die Bedeutung dieses Verfahrens hat Verf. schon in der 1. Aufl. seiner „Physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik“ hingewiesen.

Marconi hat neuerdings große Reichweiten erzielt mit Hilfe einer Langantenne (siehe Fig. 486, S. 486), und einer Art von Hohlspiegel. Die Betriebswelle lag zwischen 10 und 100 m. Als Hohlspiegel dienten eine Anzahl von Langantennen, die durch Strahlung erregt wurden. — Die Telefunken-Gesellschaft verwendet ähnliche Sender, die auf der Spitze der hohen, für große Betriebswellenlängen erbauten Türme Aufstellung finden.

Neunundsiebzigstes Kapitel.

Messungen an Antennen.

Art. 453. Die Eigenwelle einer geerdeten Antenne wird nach Martens (s. Rein-Wirtz, Radiotelegraphisches Praktium, 3. Aufl., S. 312) am genauesten auf Grund des folgenden Satzes bestimmt. Werden zwei gleichgestimmte Schwingungskreise 1 und 2 in Reihe geschaltet, so ruft Wechselstrom von der Eigenfrequenz der Kreise sowohl an 1 als auch an 2 und daher auch an 1 + 2 nur verschwindend kleine Wechselspannungen hervor.

Man schließt zunächst die Teile L_{11} und C_{11} des Primärkreises 1 eines Empfängers (s. Fig. 527 b) kurz und zeichnet eine Abstimmkurve, welche die Eigenwelle λ_1 als Funktion der Kondensatoreinstellung α darstellt. Diese Messung geschieht am einfachsten durch einen Wellenmesser, der mit Hilfe eines Abreißsummers erregt wird, unter Benutzung der Anzeigeeinrichtung des Empfängers.

Darauf bildet man den in sich geschlossenen Schwingungskreis 1 + 2, indem man die Teile L_{11} und C_{11} des Empfängers mit dem äußeren Antennenzweige 2 in Reihe schaltet. Man bestimmt nun die Eigenwelle λ_{12} als Funktion der Kondensatoreinstellung α und

zeichnet die erhaltene Kurve auf dasselbe Blatt wie die für den kurzgeschlossenen Empfänger erhaltene Kurve.

Beide Kurven schneiden sich in dem Punkte

$$\lambda_1 = \lambda_{12} = \lambda_2.$$

Dadurch ist die gesuchte Eigenwelle λ_2 der geerdeten Antenne bestimmt.

Art. 454. Kapazität und Induktivität eines äußeren Antennenzweiges sind für verschiedene Betriebswellenlängen λ verschieden. Von besonderem Interesse sind die Werte von C und L für solche Wellenlängen, die der Eigenwelle der geerdeten Antenne nahe liegen.

a) Man bestimmt etwa nach Art. 453 die Eigenwelle λ_1 des Kreises, der aus dem äußeren Antennenzweig und einer großen Verkürzungskapazität C_1 (C_{11} in Fig. 527 a) gebildet ist. Es ist

$$\lambda_1 = 2\pi c_0 \sqrt{L \cdot C_1 C/(C_1 + C)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (63)$$

b) Darauf bestimmt man die Eigenwelle der direkt geerdeten Antenne

$$\lambda = 2\pi c_0 \sqrt{LC} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (64)$$

c) Endlich bestimmt man die Eigenwelle des Kreises, der aus dem äußeren Antennenzweige und einer kleinen Verlängerungsinduktivität L_2 (L_{11} in Fig. 527 c) gebildet ist. Man findet

$$\lambda_2 = 2\pi c_0 \sqrt{(L + L_2)\, C} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (65)$$

Aus den Versuchen a) und b) erhält man

$$C = C_1 \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_1} \right)^2 - 1 \right], \quad L = \left(\frac{\lambda}{2\pi c_0} \right)^2 \frac{1}{C_1 \left[(\lambda/\lambda_1)^2 - 1 \right]} \quad (66)$$

Aus den Versuchen b) und c) erhält man

$$C = \left(\frac{\lambda}{2\pi c_0} \right)^2 \frac{(\lambda_2/\lambda)^2 - 1}{L_2}, \quad L = \frac{L_2}{(\lambda_2/\lambda)^2 - 1} \quad \cdots \quad (67)$$

Die durch die Gl. (66) bzw. (67) bestimmten Eigenschaften hat die Antenne bei Betrieb mit den Wellenlängen

$$\lambda - {}^1/_2 (\lambda - \lambda_1) \quad \text{bzw.} \quad \lambda + {}^1/_2 (\lambda_2 - \lambda).$$

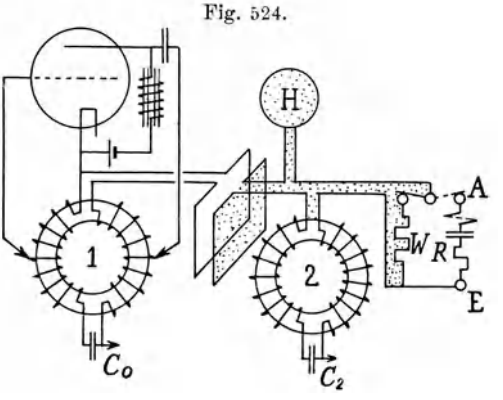
Diese Wellenlängen liegen der Eigenwelle der geerdeten Antenne sehr nahe.

Art. 455. Widerstand eines Antennenkreises. Methoden zur Bestimmung eines Antennenwiderstandes sind 1. in Art. 352, 2. in

Art. 358, 2 und 3. in Art. 374 mitgeteilt. Einfacher und genauer dürfte die folgende 4. Methode sein, die vom Verf. angegeben ist.

In Fig. 524 ist 1 ein Schwingungskreis, durch den eine Versuchs-Paulsenlampe oder besser eine kleine Senderöhre einen hochfrequenten Wechselstrom treibt. Mit 1 ist ein Stromzweig 2 magnetisch gekoppelt, der eine Ringspule und den Drehkondensator C_2 enthält. Der beschriebene induktiv erregte Stromzweig kann 1. durch den reinen Ohmschen Widerstand W, 2. durch den äußeren Antennenzweig ARE geschlossen werden. Man ändert die Kapazitäten C_0 und C_2, bis der Hitzdrahtstrommesser H in beiden Stellungen des Umschalters maximale Stromstärke anzeigt. Darauf

Fig. 524.



ändert man den Ohmschen Widerstand W, bis in beiden Stellungen die Stromstärke genau gleiche Werte hat; dann ist einfach

$$R = W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

Der meßbar veränderliche Widerstand W muß möglichst frei von Induktivität und Kapazität sein (s. S. 257, 7).

Bei Verwendung des empfindlichsten Zeigerstrommessers H muß die Antenne mit etwa 0,1 A erregt werden. Es bleibt noch zu untersuchen, ob etwa bei Betrieb mit großer Stromstärke der Antennenwiderstand andere Werte hat; dies kann der Fall sein, wenn in irgend einem Punkte der Antenne so hohe Spannungen auftreten, daß die Luft leitend wird. Anstatt des äußeren Antennenzweiges allein kann natürlich auch der mit beliebigen Abstimmitteln in Reihe geschaltete äußere Antennenzweig auf die beschriebene Weise untersucht werden.

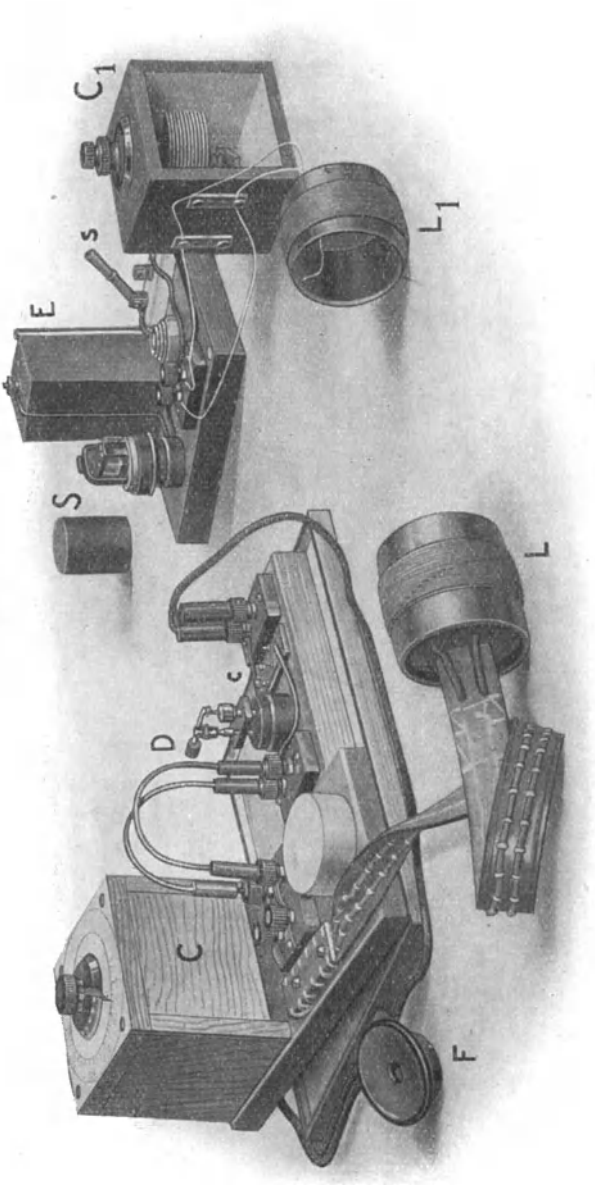
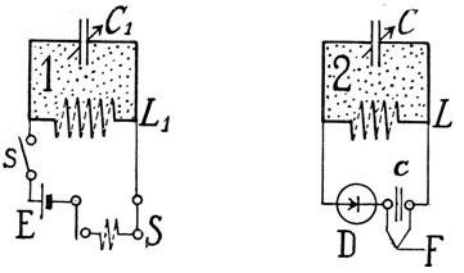


Fig. 525.

Zur Messung der Stromstärke im Kreise 2 wird an Stelle des Hitzdrahtstrommessers **H** mit Vorteil eine Verstärkerröhre verwendet, deren Glühkathode mit **E**, deren Gitter (unter Zwischenschaltung einer Kapazität mit sehr großem Leitungswiderstand) an die rechte Seite von C_2 gelegt wird. Am Anodenkreis der als Gleichrichter benutzten Röhre liegt ein empfindlicher Gleichstrommesser (s. 88. Kap.). Bei dieser Anordnung genügt zum Betrieb von 1 eine kleine Verstärkerröhre.

Art. 456. Der Wellenmesser als Sender und als Empfänger. In Fig. 525 ist eine einfache Einrichtung dargestellt, die besonders für Unterrichtszwecke und für die Abstimmung von Empfangseinrichtungen geeignet ist und nach Angabe des Verf. von der Firma Dr. Friedrich Moeller & Co. in Neukölln, Kaiser-Friedrichstr. 237, hergestellt wird.

Fig. 526.



Die Einrichtung besteht aus dem Meßkreis CL, ferner aus dem Detektorzweig DcF und dem Summerzweig SEs. Die drei Teile können auf einem gemeinsamen Grundbrett vereinigt werden.

Der Unterschied gegenüber den üblichen käuflichen Wellenmessern besteht darin, daß alle drei Teile einzeln verwendbar sind.

Der Meßkreis CL hat Eigenwellen, die zwischen 200 und 760 m liegen. Die Wellenlänge wird durch die Einstellung des Drehkondensators C geändert und ist direkt ablesbar. Ein zweiter Meßbereich (700 bis 2200 m) kann dadurch hergestellt werden, daß L durch eine größere Spule L' ersetzt wird. Ein dritter Meßbereich kann durch eine kleine Schleife hergestellt werden (L_1 in Fig. 500, S. 497).

Der Detektorzweig besitzt ein Klemmenpaar, das an die zu beobachtende Wechselspannung gelegt wird, ferner eine Steckdose für den Detektor D, einen Blockkondensator c und ein Klemmenpaar zum Anschluß des Telephons F.

Der Summerzweig besteht aus dem Abreißsummer S, einem Element E, einem Schalter s und einem Klemmenpaar.

1. Der Wellenmesser mit Hörempfang. In Fig. 526 ist dargestellt, wie ein Schwingungskreis $C_1 L_1$ geeicht werden kann. Er wird dadurch erregt, daß zu seiner Induktivität der Summerzweig parallel geschaltet wird. Die so erzeugte Eigenwelle λ_1 des Kreises $C_1 L_1$ ruft in dem Kreise CL nur dann eine große Stromstärke hervor, wenn die Eigenwelle von CL gleich λ_1 ist. Ob in dem Kreise CL maximale Stromstärke entsteht, wird mit Hilfe des Detektorzweiges erkannt.

Ersetzt man den Drehkondensator C_1 durch einen festen, etwa in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeichten Kondensator und die Spule L_1 durch eine Spule, deren Induktivität auf Grund der klassischen Arbeiten von Grüneisen und Giebe berechnet werden kann (etwa nach S. 95), so ergibt die Messung der Eigenwelle des Kreises 1 die Lichtgeschwindigkeit

$$c_0 = \lambda / 2\pi \sqrt{C_1 \cdot L_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

2. Der Wellenmesser mit Strommessung. Um zu prüfen, ob in einem Schwingungskreis $C_1 L_1$ schwacher, hochfrequenter Wechselstrom mit gleichbleibender Amplitude fließt, ersetzt man das Telephon F der Fig. 537 durch einen empfindlichen Gleichstrommesser.

Um zu prüfen, ob in einem Schwingungskreis $C_1 L_1$ starker Wechselstrom mit gleichbleibender Amplitude fließt, schaltet man mit C und L eine kleine Glühlampe oder einen Hitzdrahtstrommesser in Reihe.

3. Der Wellenmesser als Tonsender. Man ersetzt den Detektorzweig DcF der Fig. 525 durch den Summerzweig SEs. Im Meßkreis CL entstehen dann Schwingungen von bekannter Wellenlänge. In dieser Weise wird das Gerät zu einem wichtigen Hilfsmittel zur Untersuchung von Empfangseinrichtungen beliebiger Art. Es ermöglicht einerseits die Einstellung des Empfangskreises auf eine bestimmte Wellenlänge und andererseits die Feststellung, ob die Empfangseinrichtung in Ordnung ist.

4. Man kann den Meßkreis CL auch zu gleichklingenden Schwingungen veranlassen, etwa durch die am Schlusse von Art. 398 beschriebene Gegentaktschaltung.

5. Schaltet man den Wellenmesserkreis C, L mit einem äußeren Antennenzweig in Reihe und den Detektorzweig DcF parallel zu (C oder zu) L, so ist eine brauchbare Einrichtung für den Detektorempfang geschaffen.

6. Man kann auch das Detektorbrett durch eine Eingangsspule (L_{II} in Fig. 500) erregen. Es bildet dann einen sogenannten aperiodischen Detektorkreis.

Achtzigstes Kapitel.

Abstimmung von Antennenkreisen und Störbefreiung.

Art. 457. Empfangsaufgaben. Empfangseinrichtungen haben beim Auftreffen von elektrischen Wellen folgende Funktionen zu erfüllen.

1. Erzeugung einer hochfrequenten Wechselspannungsstufe im Antennenkreis;

2. Abstimmung des Antennenkreises, so daß die hochfrequente Stromstärke und die Einstrahlung von Energie (die untrennbar verbunden ist mit Ausstrahlung von Energie) maximale Werte annehmen;

3. Gegebenenfalls Störbefreiung durch besondere Mittel;

4. Gegebenenfalls Überlagerung;

5. Gegebenenfalls Verstärkung der hochfrequenten Wechselgrößen;

6. Gleichrichtung des hochfrequenten Wechselstroms;

7. Gegebenenfalls Verstärkung des gleichgerichteten Stromes;

8. Anzeige des gleichgerichteten mittelfrequenten Stromes durch Gleichstrommesser oder durch Telephon.

Im laufenden Kapitel werden die Aufgaben 2 und 3 behandelt. Die Aufgabe 1 zu lösen, ist Sache des Antennenbaues und in den vorstehenden Kapiteln eingehend erörtert. Die Aufgaben 4 ... 8 werden in späteren Kapiteln behandelt.

Art. 458. Abstimmittel für Antennenkreise. Außer dem äußeren Antennenkreis sind besondere Abstimmittel nötig, einerseits um den Antennenkreis auf eine bestimmte Eigenwelle stimmen zu können, andererseits um dem Antennenkreis Energie zuführen oder entziehen zu können.

1. **Hochantennen** werden in der Regel so geschaltet, wie Fig. 527 b zeigt: zwischen Fußpunkt A und Erdungspunkt E liegt eine Induktivität L_{11} und eine Kapazität C_{11} (Kurzschaltung).

Wenn die Kapazität C des äußeren Antennenzweiges sehr klein ist, so verwendet man besser die sogenannte Langschaltung

Fig. 527 d. Diese Anordnung hat den Nachteil, daß sie nicht nur für eine, sondern für zwei Wellen, die beiden Kopplungswellen, resonanzfähig ist. Vgl. Art. 462, 4 und Fig. 535.

Die Schaltungen Fig. 527 sind in Fig. 528 nochmals gezeichnet, und zwar so, daß horizontale Linien die Höchstspannungen der einzelnen Leiterpunkte darstellen.

Fig. 527.

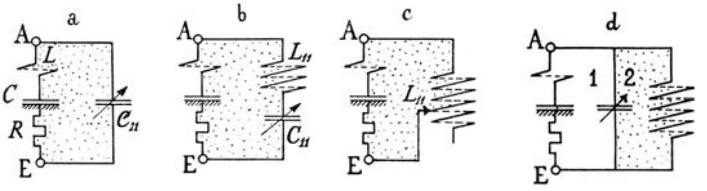


Fig. 528.

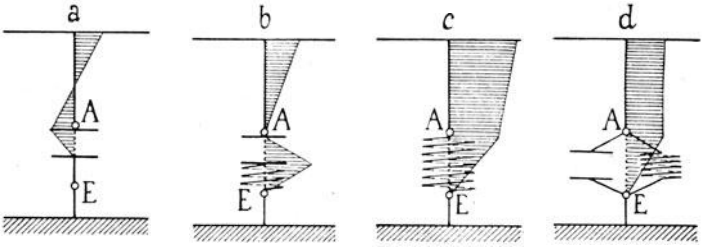


Fig. 529 a.

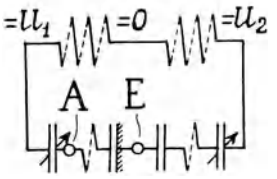
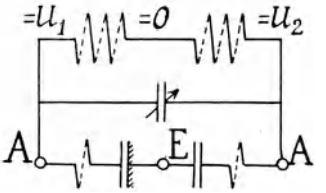


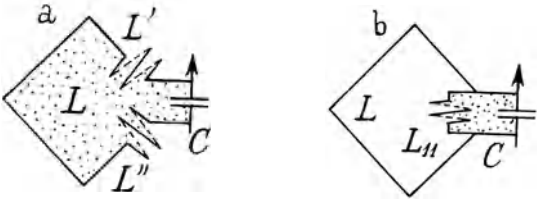
Fig. 529 b.



Bei allen Schaltungen liegt ein Nullpunkt der Spannung annähernd im Erdungspunkt E. Bei der Schaltung Fig. 527 a liegt ein zweiter Nullpunkt in der Antennenzuführung L. Bei der Schaltung Fig. 527 b kann der Antennenfußpunkt A ein zweiter Nullpunkt sein; dann tritt der große Vorteil auf, daß nur wenig Strom kapazitiv vom unteren Teil der Antennenzuführung aus nutzlos zur Erde geht. Bei der Schaltung Fig. 527 c ist kein zweiter Nullpunkt vorhanden. Bei Fig. 527 d liegen die Verhältnisse für beide Kopplungswellen verschieden.

In manchen Fällen ist es vorteilhaft, einen Antennenzweig so zu schalten, wie die Fig. 529 a oder Fig. 529 b zeigen. Der Wert dieser Schaltungen liegt in der Erzeugung zweier stets entgegengesetzt gleicher Spannungen u_1 und u_2, wodurch z. B. die Schaltung Fig. 548 möglich wird.

Fig. 530.



2. **Rahmenantennen** werden in der Regel nur durch einen Kondensator geschlossen. Durch die Spulen L' und L'' der Fig. 530 a kann man die Eigenwelle vergrößern, durch die Spule L_{11} der Fig. 530 b kann man die Eigenwelle verkleinern.

Art. 459. Störbefreiung. a) Eine Flächenantenne, z. B. eine drehbare Rahmenantenne, schließt einen Störsender vom Empfang aus, wenn die Störwellen senkrecht auf ihre Fläche treffen. Leider verliert dies Mittel an Wirksamkeit im Innern eines Großstadthauses und bei Vorhandensein mehrerer Störsender.

b) Ein wichtiges Mittel zur Störbefreiung besteht darin, den Empfangsantennenkreis so sorgfältig zu bauen, daß sein Verlustwiderstand R sehr gering ist gegenüber dem Werte $2\sqrt{L/C}$, den die Summe des kapazitiven und des induktiven Widerstandes bei Resonanz hat. Dann wird die Dämpfungszahl η gering und die Resonanzkurve sehr schmal. Wellen, die mit der Eigenwelle des Antennenkreises genau übereinstimmen, rufen dann Wechselstromamplituden hervor, die sehr groß sind gegen die von einer etwas abweichenden Störwelle erzeugten.

Hochantennen dieser Forderung gemäß zu bauen, erfordert eine sehr ausgedehnte Erdungsanlage, die innerhalb einer Großstadt zu schaffen schwer oder unmöglich ist. Die Rahmenantenne hat aber einen so geringen Verlustwiderstand, daß obige Forderung in hohem Grade erfüllt ist.

Das Aussonderungsvermögen eines Schwingungskreises reicht nicht aus, wenn der Kreiswiderstand zu groß und wenn die Störwelle zu stark ist oder der Empfangswelle (Hörwelle) zu nahe liegt.

c) In diesen Fällen bietet sich als Mittel zur Störbefreiung die Anwendung eines Sekundärkreises 2, der mit dem primären Antennenkreis 1 äußerst lose gekoppelt ist.

Die Störwelle λ'' und die zu empfangende Hörwelle λ' rufen in einem äußerst lose gekoppelten Sekundärkreis 2 Stromstärken hervor, die in dem Verhältnis stehen

$$\frac{I_2''}{I_{2\,\max}'} \approx \left[\frac{U_k''}{U_k'} \cdot \frac{R_1}{\Re_1''}\right] \frac{R_2}{\Re_2''} \frac{\omega''}{\omega'} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (70)$$

Diese Beziehung ergibt sich, wenn in den Gl. (14c), S. 418 die Gegeninduktivität M verschwindend kleine Werte annimmt.

Zur Gleichrichtung und Beobachtung gelangen darf nur die Spannung an der Kapazität C_2 des Sekundärkreises.

Der Sekundärkreis kann leicht so ausgeführt werden, daß er einen sehr kleinen Verlustwiderstand R_2 hat. Dann ist der Faktor

$$\frac{R_2}{\Re_2''} = \frac{R_2}{\omega' L_2 [\lambda'/\lambda'' - \lambda''/\lambda']} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (71)$$

eine sehr kleine Zahl, sobald λ' merklich größer oder merklich kleiner als λ'' ist.

d) Die Aussonderung kann unterstützt werden durch Abstimmkreise zwischen den einzelnen Verstärkerrohren. Dabei tritt zwar eine Mitverstärkung der Störwelle ein, die schädlich ist. Doch wird die Einstellung sehr erleichtert. Denn zwei Schwingungskreise, die durch eine Verstärkerröhre getrennt, d. h. nur durch Elektronenübergang gekoppelt sind, sind durch ihre Eigenwelle erregbar, was z. B. bei fester magnetischer Kopplung nicht der Fall ist.

e) Die Anwendung eines festgekoppelten Sekundärkreises kann so ausgeführt werden, daß beide Kreise abstimmbar sind, oder so, daß nur der Sekundärkreis abstimmbar ist. Letztere Schaltung ist in Fig. 557 dargestellt: 1a ist der primäre Antennenkreis, 1 der Sekundärkreis. Dann müssen die Eigenwellen Λ_1 bzw. Λ_2 beider Kreise 1 und 2 entweder beide kleiner oder beide größer sein als die zu empfangende Hörwelle λ'. Im ersteren Falle ist λ' gleich der größeren Kopplungswelle Λ', im zweiten Falle ist λ' gleich der kleineren Kopplungswelle Λ''.

f) Man kann auch gemäß Fig. 531 mit dem äußeren Antennenzweige AE und den Abstimmitteln L_{13}, C_{13} einen besonderen Schwingungszweig L_{12}, C_{12} in Reihe schalten. Ist letzterer so abgestimmt, daß für die Störwelle λ'' der induktive Widerstand $\omega'' L_{12}$ gleich dem kapazitivem Widerstand $1/\omega'' C_{12}$ ist, so ruft die

im Antennenkreis fließende Störwellenstromstärke keine merkliche Spannung im Punkte X hervor. Der Wechselstromanteil i_D im Detektor, und, worauf es ankommt, der Gleichstrom $\mathfrak{J}$ im Telephon werden dann nur von der zu empfangenden Welle λ' hervorgerufen. — Die Abstimmung geschieht wohl am einfachsten, indem der Erdungsschalter s geöffnet, X mit E verbunden und L_{12}, C_{12} mit einem Wellenmesser erregt wird der λ'' sendet.

Fig. 531.

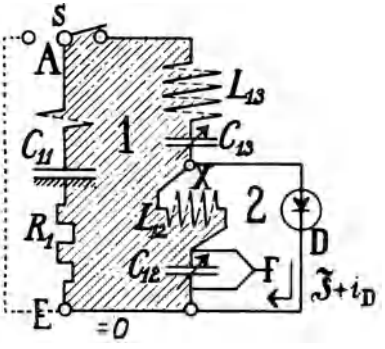
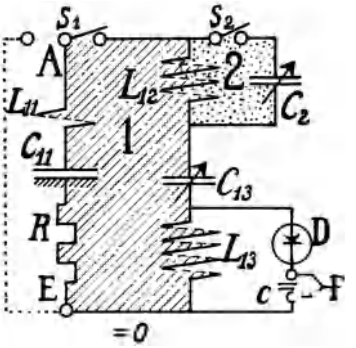


Fig. 532.



Art. 460. Störbefreiung durch Sperrkreise.

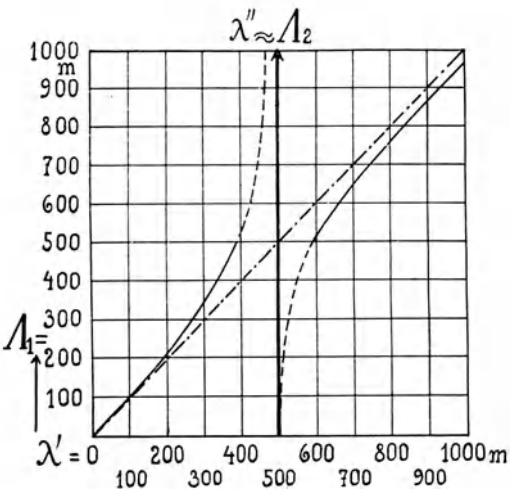
g) Man kann auch einen galvanisch (oder magnetisch) gekoppelten Sperrkreis (2 in Fig. 532) benutzen, um Störbefreiung herbeizuführen.

Die beiden Kreise 1 und 2 sind durch die gemeinsame Induktivität L_{12} miteinander gekoppelt. Der Kopplungsgrad k ist hier nicht [wie bei Anwendung des Sekundärkreises nach c) und d)] veränderlich, sondern konstant. Die beiden Eigenwellen Λ_1 und Λ_2 können so gewählt werden, daß die Störwelle $\lambda'' \approx \Lambda_2$ und die zu empfangende Hörwelle λ' gleich der größeren Kopplungswelle Λ' oder gleich der kleineren Kopplungswelle Λ'' ist.

Wenn die Eigenwelle Λ_2 des Sekundärkreises der Störwelle λ'' gleich ist, dann ist, wie die Gl. (14 c), die Fig. 433 a und b zeigen, die primäre Stromstärke I_1 für λ'' verschwindend klein. Zur Beobachtung muß eine mit I_1 proportionale Größe kommen. Bei großer Nähe von λ' und λ'' sind die Methoden e), f) und g) ungeeignet. Das Verhältnis der von Hörwelle und von Störwelle hervorgerufenen Stromstärken nimmt in der Schaltung Fig. 532 einen großen Wert an, wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind.

1. Der Sperrkreis 2, dessen Verlustwiderstand R_2 sehr klein sei, muß in großer Annäherung so eingestellt werden, daß die Differenz $\mathfrak{X}_2''$ seines induktiven und kapazitiven Widerstandes verschwindend klein ist, so daß die Eigenwelle Λ_2 und die Störwelle λ'' nahezu gleich werden.

Fig. 533.



2. Der Antennenkreis 1 muß in großer Annäherung so eingestellt werden, daß $a'^2 + b'^2 = 0$ wird. Bei sehr kleinen Verlustwiderständen R_1 und R_2 ist diese Forderung erfüllt, wenn

$$\Lambda_1 = \frac{\lambda'}{\sqrt{1 + \frac{k^2}{(\lambda'/\lambda'')^2 - 1}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

In Fig. 533 ist dargestellt, welche Werte Λ_1 haben muß, damit die Hörwelle λ' laut empfangen wird. Dabei ist angenommen, daß der Kopplungsgrad $k = 0{,}40$, die Störwelle $\lambda'' = 500$ m ist. Man kann Λ_1 mit Hilfe eines Wellenmessers einstellen, der die Hörwelle λ' sendet.

Ein Beispiel für die Anwendung mehrerer Sperrkreise ist in Fig. 555 dargestellt.

Der Vollständigkeit halber seien hier noch zwei weitere Mittel zur Störbefreiung aufgeführt:

h) die Rückkopplung (s. Art. 469 ... 473),

i) die Zwischenfrequenz (s. Art. 481, 482),

k) die Anwendung von Siebkreisen.

Immer bleibt die Aussonderung eines sehr nahen starken modulierten Senders eine schwierige Aufgabe. Es würde vielen Rundfunkteilnehmern willkommen sein, wenn die Berliner Sender (504, 571, 1300 m) einmal in der Woche längere Zeit hindurch schweigen würden.

Einundachtzigstes Kapitel.

Die Gleichrichtung schwachen, hochfrequenten Wechselstroms.

Art. 461. Die Notwendigkeit der Gleichrichtung. Der hochfrequente, im Antennenkreis einer Sendestation fließende starke Wechselstrom ruft in dem Antennenkreis einer Empfangsstation eine Wechselspannungsstufe und infolgedessen einen Wechselstrom von gleich hoher Frequenz hervor.

Zum Nachweis des schwachen, hochfrequenten Wechselstroms wird in der Regel folgendes Verfahren angewandt. Der Wechselstrom wird zunächst gleichgerichtet. Der so entstandene gleichgerichtete Strom durchfließt ein stromanzeigendes Gerät (ein Telephon oder einen Saitenstrommesser), dessen beweglicher Teil unter dem Einfluß einer von dem gleichgerichteten Strom ausgeübten Kraft steht.

Dies Verfahren ist anderen (z. B. den auf der Wärmewirkung hochfrequenten Stromes beruhenden) an Empfindlichkeit weit überlegen; daher ist die Gleichrichtung unter den Aufgaben der Empfangstechnik, die in Art. 457 zusammengestellt sind, eine der wichtigsten.

Art. 462. Der Kristalldetektor ist der älteste brauchbare Gleichrichter für schwachen, hochfrequenten Wechselstrom.

1. Dieser Detektor enthält als wesentlichsten Bestandteil eine Berührungsstelle von zwei Leitern (I und II in Fig. 534).

Als Stoffe wählt man unter anderen

Graphit, C → Bleiglanz, PbS
Metalldraht → Pyrit = Schwefelkies, FeS
Metalldraht → Molybdänglanz, MoS
Metalldraht → Carborund, CSi
Metalldraht → Idealit (?)

Metalldrähte biegt man wohl in die Form einer Schraubenlinie. Dann ist die Kraft, mit welcher die beiden Leiter aneinandergedrückt

werden, nur in geringem Grade abhängig von der Stellung des Drahthalters, z. B. des Hebelchens h in Fig. 534.

Fig. 534.

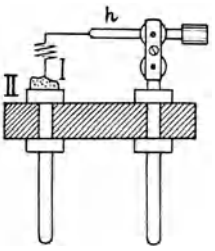


Fig. 535.

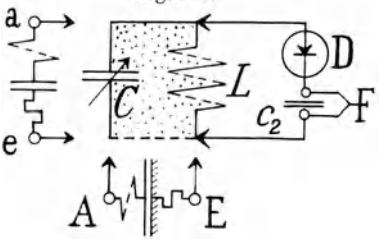
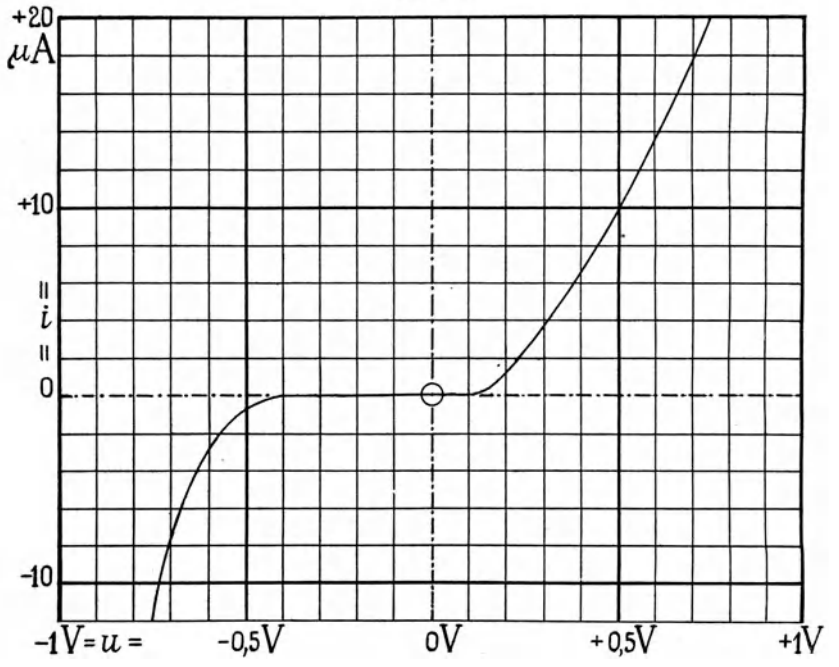


Fig. 534 a.



Nicht nur diese Kraft und die Wahl der Stoffe, sondern auch die Form der beiden Leiter sind von Einfluß auf die Wirksamkeit. In der Regel hat der eine Leiter die Form einer Spitze, der andere dagegen eine ebene Oberfläche (die am besten eine frische Spaltfläche ist).

Die Entdeckung der gleichrichtenden Wirkung einer losen Berührungsstelle ist ein Verdienst des Straßburger Physikers Braun. Die Ursache der Wirkung ist noch nicht ganz aufgeklärt.

Zur Aufnahme der in Fig. 534 a wiedergegebenen Kennlinie eines Kristalldetektors schaltet man einen Stromzweig, der aus dem Detektor und einem empfindlichen Stromzeiger gebildet ist, parallel zu einem Spannungsmesser und zu einem Stromzweig, der aus einer Gleichspannungsstufe und einem Ballastwiderstand besteht. Die Kennlinie läßt die gleichrichtende Wirkung voraussagen.

2. Der Detektor wird in der Regel mit einem Kondensator (c_2 in Fig. 535, von etwa 1000 bis 2000 $\mu\mu$F) in Reihe geschaltet. An letzterem liegt das stromanzeigende Gerät, in der Regel ein Telephon F. Der so gebildete Detektorzweig wird (meistens direkt) an zwei Punkte des Antennenkreises gelegt, zwischen denen eine hohe Wechselspannung herrscht und Gleichstrom fließen kann.

3. Wird der Stromkreis CL der Fig. 535 von hochfrequentem Wechselstrom i durchflossen, so fließt in dem Stromkreis LD ein Strom, der etwa den zeitlichen Verlauf des Stromes i hat (s. Fig. 538 unten rechts). Dieser Strom i besteht aus einem Gleichstromanteil $\mathfrak{J}$ und einem hochfrequenten Wechselstromanteil i_D. Während i_D durch die Kapazität c_2 fließt, geht $\mathfrak{J}$ durch die Wicklung des Telephons F. Wenn sich die Amplituden (Höchstwerte) des Stromes i allmählich ändern, so ändert sich $\mathfrak{J}$ in demselben Sinne. Geschehen die Amplitudenänderungen von i in einer mittelfrequenten Periode, so ist $\mathfrak{J}$ ein mittelfrequenter Wechselstrom und das Telephon tönt.

4. Der in Fig. 535 dargestellte einfache Schwingungskreis CL kann induktiv mit dem Antennenkreis gekoppelt sein oder aus einer Rahmenantenne L und einem Abstimmkondensator C bestehen.

Man kann auch in dem Kreise CL die untere gestrichelte Verbindung entfernen und durch den äußeren Antennenzweig AE ersetzen. Diese Schaltung ist zweckmäßig, wenn eine Hochantenne mit nicht zu kleiner Endkapazität zur Verfügung steht.

Wenn eine Hochantenne von sehr kleiner Endkapazität benutzt werden soll, so empfiehlt es sich, die sogenannte Langschaltung anzuwenden und den äußeren Antennenzweig a e zu C und zu L parallel zu schalten (vgl. Fig. 527 d).

Art. 463. Die Röhre ohne Anodengleichspannung (der Röhrendetektor) ist ein vorzügliches Mittel zur Gleichrichtung hochfrequenten Wechselstroms, das dem Kristalldetektor bei kleiner Hochfrequenzspannung gleichwertig, bei großer überlegen ist. In Fig. 536 ist die

Schaltung im Prinzip dargestellt. Fig. 537 zeigt, wie man sie unter Verwendung des Röhrenschaltbrettes Fig. 542 verwirklichen kann. Die Eingitterröhre ist in allen Figuren dieses Buches in gleicher einfacher Weise dargestellt.

Fig. 536.

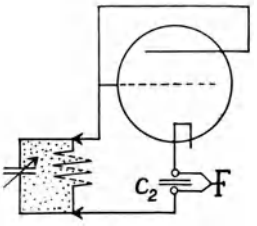


Fig. 537.

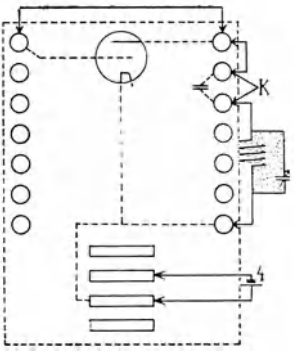


Fig. 538.

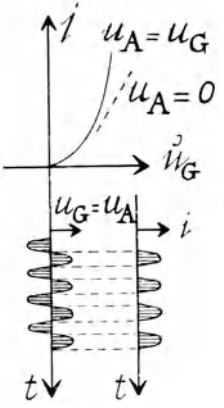
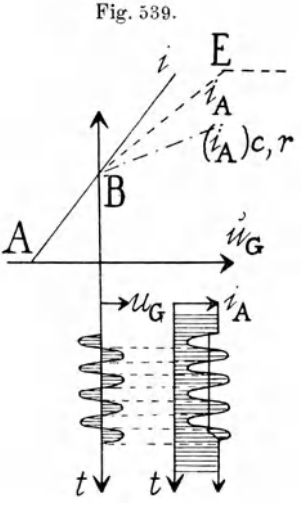


Fig. 539.



Im oberen Teile der Fig. 538 ist der Kathodenstrom i als Funktion der Gitterspannung u_G dargestellt. Ist $u_A = 0$, so ergibt sich etwa die gestrichelte Kurve; ist aber $u_A = u_G$, so ergibt sich etwa die ausgezogene Kurve.

Solange die Gitter-Anodenspannung $\leqq 0$ ist, bleibt der Kathodenstrom $= 0$. Sobald die Gitter-Anodenspannung sinusartige Schwankungen ausführt, nimmt der Kathodenstrom $\mathfrak{i}$ periodisch schwankende Werte an, die immer $\geqq 0$ sind. Man kann diesen Strom zerlegen in einen Gleichstrom $\mathfrak{J}$ und einen hochfrequenten Wechselstrom i. Der Gleichstrom $\mathfrak{J}$ vermag die Membran eines Telephons zu bewegen.

Art. 464. Die Röhre mit Anodengleichspannung kann in drei Zuständen (A, B und E in Fig. 539) zur Gleichrichtung benutzt werden, d. h. zur Änderung des Anodengleichstroms bei Vorhandensein einer hochfrequenten Gitterwechselspannung.

1. Stellt man durch negative Gittergleichspannung den Zustand A her, so haben die Gitterwechselspannung u_G und der dem Kathodenstrom $\mathfrak{i}$ annähernd gleiche Anodenstrom $\mathfrak{i}_A$ etwa den Verlauf, der in Fig. 538 unten rechts dargestellt ist.

2. Die Anodenstromkennlinie A B E hat bei B einen Knick, weil bei positiver Gitterspannung Elektronen ans Gitter gelangen und so der Elektronenströmung Kathode → Anode entzogen werden. Infolgedessen sinkt der Gleichstromanteil $\mathfrak{J}_A$ des Anodenstroms, wenn an das Gitter Wechselspannung gelegt wird (s. Fig. 539 unten rechts).

3. Durch positive Gittergleichspannung kann man den Zustand E herstellen. Die Gleichrichtung geht dann ähnlich so vor sich, wie die in Fig. 538 unten rechts gezeichnete Kurve zeigt, wenn man letztere um 180^0 um die t-Achse dreht. Von gleich hohen Gitterwechselspannungen werden in den Zuständen A, B und E ungefähr gleich große Änderungen des Anodengleichstroms bewirkt. Die Änderung ist positiv im Falle 1, negativ in den Fällen 2 und 3 und in dem folgenden Falle 4.

Art. 465. Die Röhre als Gleichrichter oder Audion. 4. Viel größer als in den Fällen 1, 2 und 3 des vorhergehenden Artikels ist in der Regel die Änderung des Gleichstroms, wenn gemäß Fig. 540 der die Wechselspannung u_G führende Leiter von dem Gitter G durch den Kondensator c_G getrennt wird. Während die Gitterspannung $\mathfrak{u}_G = u_G + \mathfrak{U}_G$ positiv ist, fliegen einige Elektronen ans Gitter und verringern die Gitterspannung. Während die Gitterspannung negativ ist, bleibt sie unverändert. Der gleichbleibende Anteil $\mathfrak{U}_G$ der Gitterspannung wird also negativ, solange eine erhebliche hochfrequente Wechselspannung am Gitter liegt.

Der Ableitungswiderstand r_G schließt den Elektronenweg Kathode → Gitter zu einem Stromkreis. Er bildet den einzigen Weg,

auf dem Elektronen das Gitter verlassen können. Er ist so klein, daß die negative Gittergleichspannung U_G nur einen kleinen Wert

Fig. 540.

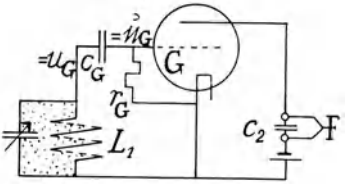
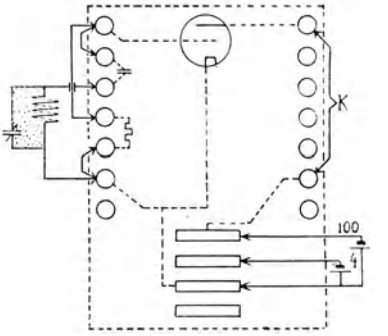


Fig. 541.



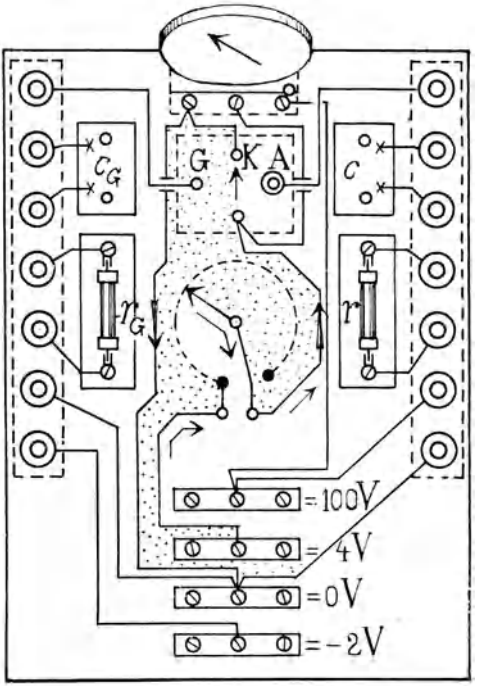


Fig. 542.
Ausführung etwa $2^1/_2$ mal größer als Zeichnung.

annimmt, und so groß, daß die hochfrequente Wechselspannung zwischen den beiden Belegungen des fast stromlosen Kondensators verschwindend klein ist.

Die erwünschte Folge der negativen Gittergleichspannung $\mathfrak{U}_G$ ist, daß hochfrequente Wechselspannung des Gitters den Anodengleichstrom in hohem Grade herabsetzt.

Fig. 541 zeigt, wie man die beschriebene Gleichrichterschaltung mit Hilfe des Röhrenschaltbrettes (Fig. 542) verwirklichen kann.

Man kann den Ableitungswiderstand r_G der Fig. 540 auch zum Sperrkondensator c_G parallel schalten, aber nur dann, wenn Elektronen durch Teile des Antennenkreises zur Kathode gelangen können.

Diese Schaltung gewährt den Vorteil, daß die hochfrequente Wechselspannung durch den Widerstand nicht vermindert werden kann.

Sie erschwert es aber, dem Gitter eine negative Vorspannung zu erteilen, was bei manchen Röhren nützlich sein kann.

Art. 466. Ein Schaltbrett für den Betrieb einer Verstärkerröhre ist in Fig. 542 dargestellt.

Drei von den vier unteren Klemmen dienen zum Anschluß der beiden Heizakkumulatoren sowie der Anodentrockenbatterie, ferner zur Verbindung mehrerer Schaltbretter. Die vierte Klemme kann dazu dienen, dem Gitter negative Gleichspannung zu erteilen. Die beiden Silitwiderstände r_G und r sind leicht herausnehmbar. Die beiden Kondensatoren c_G und c_2 haben Kapazitäten von etwa 2000 $\mu\mu$F. Mittels mehrerer Schaltbretter kann man schnell beliebige Empfangsschaltungen herstellen.

Zweiundachtzigstes Kapitel.

Mittelfrequenzverstärker.

Art. 467. Der Transformatorverstärker (vielfach als Niederfrequenzverstärker bezeichnet) dient nur zur Verstärkung mittelfrequenten Wechselstroms. Das Telephon (z. B. F in Fig. 535) wird durch die Primärwicklung I eines Transformators (siehe Fig. 543) ersetzt. Die Sekundärwicklung II liegt zwischen Gitter und Kathode. Es ist zweckmäßig, das Übersetzungsverhältnis w_{21} gleich 1 : 3 oder 1 : 5 oder höchstens gleich 1 : 10 zu wählen. Im Anodenkreis der Verstärkerröhre liegt das Telephon.

Hat der Eisenkern des Transformators einen Querschnitt von 1 cm², ist die primäre Windungszahl 4000, so ruft eine Wechselspannung von 1 V und 500 s^{-1} eine magnetische Induktion hervor, die um 20 A/cm schwankt [nach Gl. (49), S. 220]. Gleichstrom von

4 mA ruft dann eine magnetische Feldstärke hervor, die bei 16 cm Länge des Eisenkernes 1 A/cm beträgt [nach Gl. (7), S. 58]. Die magnetische Induktion schwankt in diesem Falle (wie Fig. 88, S. 76 zeigt) etwa zwischen (4000 ± 10) A/cm. Man kann die Gleichstrommagnetisierung des Eisenkernes auf verschiedene Weise vermeiden.

Fig. 543.

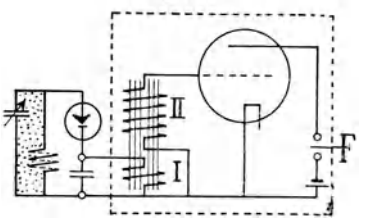


Fig. 543 a.

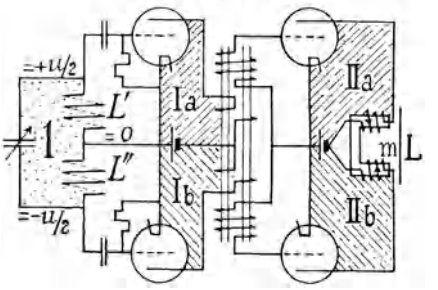


Fig. 544.

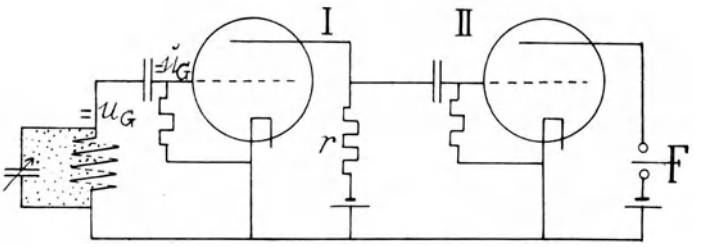


Fig. 543 a zeigt eine Gegentaktschaltung. In Art. 488 ist eine einfachere, vom Verf. angegebene Methode zur Vermeidung der Gleichstrommagnetisierung des Transformators mitgeteilt.

In bezug auf die Treue der Tonwiedergabe dürften die meisten Transformatorverstärker den Verstärker mit Widerstand nicht erreichen, namentlich nicht bei mehrfacher Transformatorverstärkung.

Art. 468. Der Verstärker mit Widerstand ist dadurch gekennzeichnet, daß am Gitter der Verstärkerröhre (z. B. II in Fig. 544) eine Ohmsche Wechselspannung liegt. Diese entsteht dadurch, daß die konstanten und die mittelfrequenten Anteile des Anodenstroms der (z. B. als Gleichrichter dienenden) Vorröhre (I in Fig. 544) einen großen Ohmschen Widerstand r durchfließen. Gegen den gleichbleibenden Anteil der Anodenspannung muß das Gitter der nächsten

Röhre durch einen Sperrkondensator geschützt werden. Der letztere macht die Nebenschaltung eines Ableitungswiderstandes nötig.

Es erscheint zweckmäßig, eine kleine Kapazität zum Widerstand r und zur Anodenbatterie parallel zu schalten. Dann enthält die Anodenspannung keinen erheblichen hochfrequenten Anteil. Ein solcher würde die Wirkung der zweiten Röhre etwas herabsetzen, da die mittelfrequenten Spannungen beider Gitter jederzeit entgegengesetzt sind.

Gittersperrkondensatoren, die zur Übertragung mittelfrequenter Spannungen dienen, sollten eine Kapazität von 5000 $\mu\mu$F haben. Zur Übertragung hochfrequenter Spannungen (also vor dem Gitter der Gleichrichterröhre) genügen viel kleinere Kapazitäten.

Der Verstärker mit Widerstand ist durch die Treue der Tonwiedergabe ausgezeichnet und in dieser Beziehung dem Transformatorverstärker überlegen (jedenfalls dann, wenn bei letzterem der Gleichstrom nicht kompensiert ist).

Es ist eine viel umstrittene Frage, ob bei der Kopplung zweier Röhren durch Widerstand bzw. durch Transformator eine größere Verstärkung erreicht wird. Wenn in beiden Fällen alle Einzelteile günstig gewählt und alle Fehlerquellen vermieden werden, ist eine 20- bzw. 30fache Verstärkung erreichbar. In Art. 486 wird eine vom Verf. angegebene Schaltung mitgeteilt, bei welcher der Gittersperrkondensator C_2 unnötig ist.

Die mittelfrequente Spannung an der Anode steht zu der mittelfrequenten Spannung des Gitters in dem Verhältnis

$$\frac{U_A}{U_G} = \frac{1}{D\,(1 + R/r)}$$

[siehe Gl. (72), S. 474]. Man wählt den Schließungswiderstand r etwa zehnmal größer als den Röhrenwiderstand R. Ist z. B. $R = 23\,000$, so hat es keinen Zweck, r größer als 0,2 $M\Omega$ zu wählen. Ist z. B. $R = 100\,000$, so muß r etwa 1 $M\Omega$ betragen.

In allen Fällen, in denen der Anodenkreis nur durch Ohmschen Widerstand (r in Fig. 544) geschlossen ist, empfiehlt es sich, Röhren mit kleinem Durchgriff (engmaschigem Gitter) zu verwenden ($D \approx 4$ bis 8 v. H.). Sehr geeignet ist RE 054 mit $D \approx 5$ v. H.

Dies trifft beispielsweise zu

für die Röhren . .	I	R_3	R_4	R_2	R_6
in den Figuren . .	544	554 a, b	555	560	561

In allen anderen Fällen dürften Röhren mit großem Durchgriff (weitmaschigem Gitter) den Vorzug verdienen, z. B. die Röhren RE 154 mit $D = 15$ v. H.

Dreiundachtzigstes Kapitel.

Schwinggleichrichter.

Art. 469. Der Schwinggleichrichter mit gegeninduktiver Anodenwechselspannung. Durch Einstrahlung von Energie wird im Antennenkreis 1 der Fig. 545 die hochfrequente Wechselspannung u_1 erzeugt. Der von u_1 getriebene Strom ruft die Resonanzspannung u_G hervor, die am Gitter liegt. Der hochfrequente Anteil des Anodenstromes fließt im Stromkreis 2, der mittelfrequente im Stromkreis I. Die teilweise Umwandlung der durch Sprache oder Musik modulierten

Fig. 545.

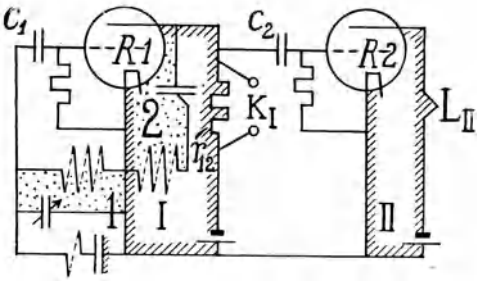
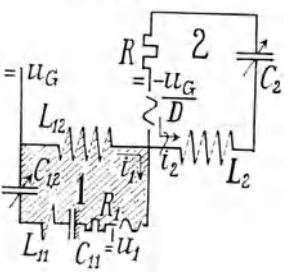


Fig. 546.



hochfrequenten Spannung des Gitters in mittelfrequente Spannung (das ist die Gleichrichtung) wird durch den Sperrkondensator C_1 erzwungen. Der erste Gitterwiderstand liegt häufig nicht in der gezeichneten Stellung, sondern parallel zu C_1.

Berücksichtigt man nur die hochfrequenten Vorgänge, so kann man den Anodenstromkreis 2 durch Fig. 473, die Kreise 1 und 2 durch Fig. 546 darstellen.

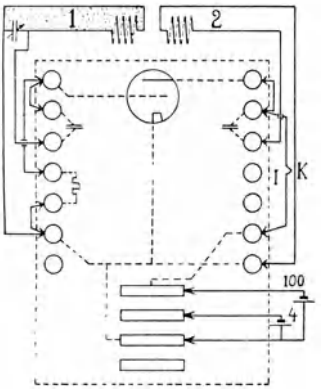
In Fig. 546 ist C_2 die Kapazität, L_2 die Induktivität des Kreises 2 der Fig. 545; ferner L_{12} ein Teil der Induktivität des Kreises 1 und M die Gegeninduktivität zwischen L_{12} und L_2. R ist der Röhrenwiderstand. Man kann M veränderlich machen oder C_2 oder beide Größen, um den gleichen Zweck zu erreichen: die Herbeiführung der Grenze der Sendefähigkeit.

Die beiden Stromkreise 1 und 2 sind durch den Elektronenstrom Kathode → Anode immer so verbunden, daß im Kreise 2 eine Spannungsstufe entsteht, deren Spannung

den Wert $-u_G/D$ hat, d. h. der Resonanzspannung u_G des Kreises 1 proportional ist.

Wenn man außerdem die Induktivitäten L_1 und L_2 magnetisch miteinander koppelt, so entsteht eine Schaltung, bei welcher aus dem Anodenstromkreis dem Antennenkreis periodisch Energie zufließt.

Fig. 547.



Die so übertragene (von der Anodenbatterie der Fig. 545 gelieferte) Energie kann, wie Dr. Meissner von der Telefunken-Ges. gezeigt hat, sich zur eingestrahlten Energie addieren und die Empfindlichkeit der Empfangseinrichtung in hohem Grade steigern. Eine so betriebene Röhre kann als teilweise fremd-, teilweise selbsterregte Röhre bezeichnet werden.

Überschreitet die Gegeninduktivität M oder die Kapazität C_2 einen gewissen Wert, so wird die Schaltung zum Sender (vgl. Fig. 476). Dann entsteht im Antennenkreis eine Eigenwelle, die sich der eingestrahlten Welle überlagert und bei geringem Unterschied beider Wellenlängen im Telephon einen Schwebungston hörbar macht. Die Tonhöhe dieses Schwebungstons ändert sich bei Verstellung des Antennenkondensators.

Aus zwei Gründen muß die hochfrequente Anodenspannung U unter dem Werte bleiben, der die Einrichtung befähigt, Eigenwellen auszusenden.

1. Der Hörer erreicht durch Steigerung von U keinen besseren Empfang, selbst wenn er die Eigenwelle λ_1 (durch C_1) so einstellt, daß der Schwebungston verschwindet; im Gegenteil, der Empfangston wird, wenigstens bei den kleineren Rundfunkwellen, rauschend oder zischend.

2. Die eine Eigenwelle sendende Empfangseinrichtung stört benachbarte Einrichtungen auf das empfindlichste; am schlimmsten, wenn der Störenfried fortwährend die Länge der ausgesandten Eigenwelle verändert. Dann hört ein benachbarter Rundfunkteilnehmer neben dem Künstlerkonzert eine Art von Katzenmusik, die ihm das Empfangen verleidet und gegen die er sein Gerät nicht taub machen kann.

Fig. 547 zeigt, wie man den Schwingverstärker mit Hilfe des Röhrenschaltbrettes (Fig. 542) verwirklichen kann.

Art. 470. Die Theorie des Schwinggleichrichters mit gegeninduktiver Anodenwechselspannung geht am deutlichsten aus der Fig. 546 hervor, die nur die hochfrequenten Vorgänge darstellt; die Theorie ist einfach, wenn man die gleichrichtende Wirkung der Röhre außer acht läßt.

Ist U_1 die effektive Spannung der Wechselspannungsstufe, welche von der einfallenden Welle im Antennenkreis erzeugt wird, und I_1 die im Antennenkreis fließende hochfrequente Wechselstromstärke, so kann man den Quotienten U_1/I_1 als Widerstand der Anordnung bezeichnen. Unter Benutzung der Hilfsgrößen R für den Röhrenwiderstand und

$$\left.\begin{aligned} a &= R R_1 + \omega^2 M^2 - \mathfrak{R}_1 \mathfrak{R}_2 - \omega M(\omega L_{12} - \mathfrak{R}_1)/D \\ b &= R \mathfrak{R}_1 + R_1[\mathfrak{R}_2 - \omega M/D] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (73)$$

erhält man für den Widerstand bei beliebiger Gegeninduktivität M bzw. bei der Gegeninduktivität $M = 0$ die Ausdrücke

$$\left(\frac{U_1}{I_1}\right)_M = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{R^2 + [\mathfrak{R}_2 - \omega M/D]^2}}, \quad \left(\frac{U_1}{I_1}\right)_0 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{R}_1^2}. \quad (74a)$$

Die durch die magnetische Kopplung bewirkte Verstärkung ist also

$$\mathfrak{V} = \sqrt{\frac{(R^2 + \mathfrak{R}_2^2)(R_1^2 + \mathfrak{R}_1^2)}{a^2 + b^2}} \quad \ldots \ldots \quad (74b)$$

Die Verstärkung $\mathfrak{V}$ wird $= 1$, wenn $M = 0$ ist, nimmt dagegen sehr große Werte an, wenn $b \approx a \approx 0$ ist, d. h. wenn die Bedingungen erfüllt sind

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{\omega M R_1}{D R}, \qquad \frac{\omega M}{[\omega L_1/2D]} \approx 1 - \sqrt{1 - \frac{R R_1}{[\omega L_{12}/2D]^2}} \quad (75)$$

1. Aus der ersten der Gl. (75) ergibt sich, daß $\mathfrak{R}_1$ kleine positive Werte haben muß: die Kapazität C_1 muß bei höchster Empfindlichkeit der Schaltung etwas größere Werte haben als bei Resonanz des Antennenkreises auf die einfallende Welle.

2. Damit die zweite der Gl. (75) erfüllt werden kann, darf der Verlustwiderstand R_1 des Schwingungskreises 1 einen bestimmbaren Wert nicht überschreiten. Die Spule L_2 darf (mit Rücksicht auf ihre Endenkapazität und Eigenwelle) keine Induktivität haben, die merklich größer als L_{12} ist.

Setzt man

$$L_{12} = L_2 = L \text{ und } M = kL,$$

so ergibt sich aus (75) die Bedingung

$$\omega L \geqq \sqrt{R_1 . DR/k(1 - kD)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

Die Grenze der Sendefähigkeit ist bei den Schaltungen Fig. 475, S. 475 und Fig. 548 durch diese Bedingung bestimmt: das Produkt aus dem Kreiswiderstand R_1 (oder r) und dem Steuerwiderstand DR muß kleiner sein als das mit $k(1 - kD)$ multiplizierte Quadrat eines induktiven Widerstandes.

Bei den Schaltungen Fig. 476 und 545 ist die Grenze der Sendefähigkeit erreicht durch die Gl. (80), S. 479, die man aus (76) dadurch erhält, daß man $k = 1$ und $R_1 = r$ und $\omega L = \Re$ setzt.

Beispiel I. Die Kapazität des Antennenkreises sei 500 $\mu\mu$F, die zu empfangende Welle habe die Wellenlänge 500 m, also die Kreisfrequenz $\omega = 3{,}77 . 10^6\,\mathrm{s}^{-1}$. Bei Resonanz ist der kapazitive Widerstand des Antennenkreises dem induktiven gleich, ist also $1/\omega C_1 = \omega L_1 \approx 531\,\Omega$. Es sei $D = 0{,}15$, $k = 0{,}5$. Ist der Röhrenwiderstand $R = 23\,000\,\Omega$, so ist der Steuerwiderstand $DR = 3450\,\Omega$. Dann muß nach Gl. (76) der Widerstand R_1 des Antennenkreises die Bedingung erfüllen $R_1 < 38\,\Omega$. Ist R_1 größer, so läßt sich die Sendefähigkeit nicht erreichen.

3. Ist der Widerstand R_1 viel kleiner als obiger Wert, dann wird angenähert

$$\omega M \approx DR \cdot R_1/\omega L_{12} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (77a)$$

Beispiel II. In diesem Falle ergibt sich aus (75), daß der gegeninduktive Widerstand die Bedingung erfüllen muß

$$\omega M \approx 6{,}5\, R_1.$$

Wenn der Verlustwiderstand R_1 des Antennenkreises sehr klein ist, dann ist die höchste Empfindlichkeit oder die Grenze der Sendefähigkeit schon bei sehr geringer Kopplung der Anodeninduktivität mit dem Schwingungskreis, dessen Resonanzspannung am Gitter liegt, erreicht.

4. Es folgt aus Gl. (74b), daß die höchste wirklich erreichbare Verstärkung $\mathfrak{V}$ proportional R_1 ist. Bei einer Rahmenantenne ist der Verlustwiderstand R_1 sehr klein und infolgedessen die höchste erreichbare Verstärkung wenig größer als 1. Schaltet man aber in die Rahmenantenne einen Widerstand von etwa 10 Ω, so muß man fester koppeln und erreicht einen außerordentlich hohen Verstärkungsgrad. Bei einer Hoch-

antenne mit behelfsmäßiger Erdung ist der Verlustwiderstand von ungefähr gleicher Größe, ist also ebenfalls eine sehr hohe Verstärkung möglich.

5. Aus der zweiten der Gl. (75) geht ferner hervor, daß die Gegeninduktivität M etwas vergrößert werden muß, wenn die Kreisfrequenz ω verkleinert oder die Betriebswellenlänge vergrößert wird. Auch dies Ergebnis der Theorie wird durch die Erfahrung bestätigt.

Art. 471. Ein Schwingverstärker mit induktiv erzeugter Anodenwechselspannung ist in Fig. 548 dargestellt. Er unterscheidet sich von der Senderschaltung (Fig. 475, S. 475) nur dadurch, daß die Kapazität c der Senderschaltung hier einen kleinen, veränder-

Fig. 548.

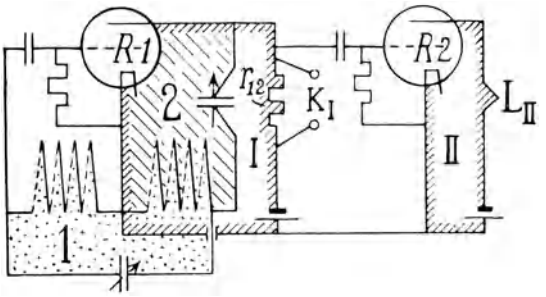
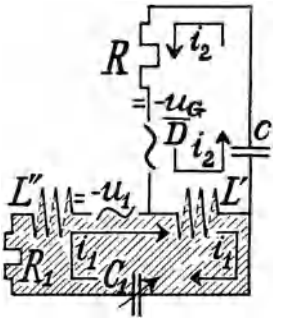


Fig. 549.



lichen Wert hat und daß außer dem hochfrequenten Stromkreis 2 ein mittelfrequenter I vorhanden ist. Als Induktivität des Kreises können die beiden Hälften einer Rahmenantenne dienen. Man kann auch eine Hochantenne in der Schaltung Fig. 529 b anwenden.

Eine für kleinere Wellen geeignete Schaltung entsteht, wenn man den Kondensator des Stromkreises 1 nur zur linken Hälfte der Rahmenantenne parallel schaltet. Ist der Anfangswert der Kapazität c zu groß, so zweigt man die Zuleitung zur Kapazität von einem Teile der rechten Antennenhälfte ab.

Fig. 549 stellt die hochfrequenten Vorgänge dar. Unter der Voraussetzung $L' = L''$ erhält man für den Widerstand des Schwingungskreises 1 bei beliebiger Kapazität c bzw. bei $c = 0$ die Ausdrücke (74 a, S. 561). Die erreichte Hochfrequenzverstärkung $\mathfrak{V}$ ist also durch Gl. (74 b) gegeben.

Dabei ist

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_2 &= 1/\omega c - (\omega L_1 - 2\omega M)(1+D)/2D, \\ a &= R R_1 - {}^1/_4 \omega^2 L_1{}^2 (1-D)/D + \mathfrak{R}_1 (\mathfrak{R}_2 + \omega L_1/2D), \\ b &= R \mathfrak{R}_1 - R_1 \mathfrak{R}_2. \end{aligned}\right\} \quad (78)$$

An der Grenze der Sendefähigkeit ist der kapazitive Anodensperrwiderstand

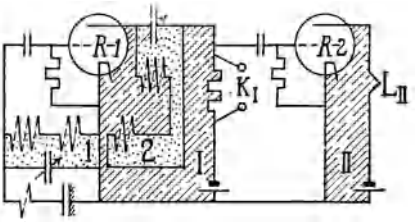
$$\frac{1}{\omega c} \approx \sqrt{\frac{\omega^2 L_1{}^2 R (1-D)}{4 R_1 D} - R^2} \quad \ldots\ldots \quad (79)$$

Damit die Wurzel reell ist, muß der Kreiswiderstand R_1 unterhalb des Wertes liegen, der durch die Gl. (80), S. 479 und (76), S. 562 bestimmt ist. Der Abzweigwiderstand ist hier $\mathfrak{R} = \omega L_1/2$.

Die Kapazität C_1 muß bei maximaler Verstärkung, d. h. an der Grenze der Sendefähigkeit, etwas größer sein als bei Resonanz des Schwingungskreises 1 auf die eingestrahlte Welle.

Art. 472. Ein Schwinggleichrichter mit durch Resonanz erzeugter Anodenwechselspannung ist in Fig. 550 dargestellt. Im Anodenkreis liegt außer einem großen Leitungswiderstand bei K_I noch ein Schwingungskreis 2. Sind die beiden Kreise 1 und 2 auf die

Fig. 550.



Hörwelle abgestimmt, so ist die hochfrequente Anodenstromstärke sehr gering, infolgedessen auch die hochfrequente Gitterspannung an $R\,2$. Schon bei ganz geringer Kopplung der Kreise 1 und 2 ist die Grenze der Sendefähigkeit erreicht.

Der Kreis 2 der Fig. 550 bildet einen sehr empfindlichen Wellenmesserkreis, dessen Erregung durch eine kleine hochfrequente Gitterspannung an R_1 bewirkt wird. Der Wert der Schaltung liegt in der besonders großen Störfreiheit.

Art. 473. Schwinggleichrichter mit veränderlicher Gitterwechselspannung. In den Fig. 545, 548 und 550 sind Schaltungen dargestellt, bei denen die erste Röhre als Schwinggleichrichter mit

veränderlicher hochfrequenter Anodenwechselspannung wirkt. In den Fig. 551 und 552 sind zwei Schaltungen dargestellt, bei denen die hochfrequente Gitterwechselspannung geändert wird, bis die Grenze der Sendefähigkeit erreicht ist.

1. In Fig. 551 liegt am Gitter die gegeninduktive, in L (und wegen der Stromlosigkeit auch an L) erzeugte hochfrequente Wechselspannung.

2. In Fig. 552 liegt am Gitter eine durch Spannungsteilung erzeugte hochfrequente Wechselspannung.

Fig. 551.

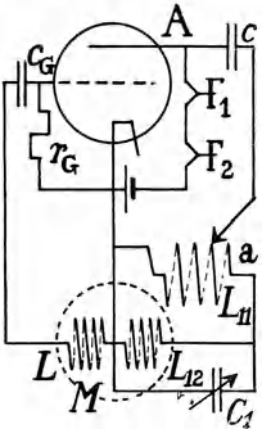
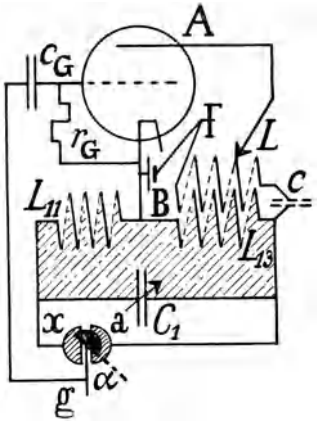


Fig. 552.



Beide Schaltungen sind zwar ebenso empfindlich wie die Schaltungen mit veränderlicher Anodenwechselspannung, bieten aber keine besonderen Vorteile.

Außer den hier erwähnten gibt es noch einige andere Möglichkeiten, um neben der Elektronenkopplung noch eine weitere Kopplung der hochfrequenten Vorgänge im Anoden- und Gitterkreis herzustellen.

Art. 474. Die Überlagerung. Telephoniesender ändern die Amplitude des in der Sendeantenne fließenden Wechselstroms in einer mittelfrequenten, also hörbaren Periode. Tonfunkenstationen für Telegraphie senden in regelmäßiger Folge (meistens 1000mal je Sekunde) hochfrequente abklingende Wellenzüge aus. In beiden Fällen hat der durch Gleichrichtung entstandene Strom eine hörbare Frequenz und kann daher ein Telephon zum Tönen veranlassen.

Gleichklingende Sendestationen für Telegraphie senden Wellen aus, deren Amplitude während eines Morsestriches oder eines Morsepunktes konstant bleibt. Bei der Gleichrichtung durch Detektor oder Röhre entsteht Gleichstrom, oder es wird ein Gleichstrom geändert, und zwar meistens verkleinert. Mit einem empfindlichen, schnell folgenden Strommesser können die Morsezeichen sichtbar gemacht werden. Ein Telephon aber vermag sie nicht hörbar zu machen. [Nur, wenn die Gleichstromänderungen sehr stark sind, treten zu Beginn und Ende eines Morsezeichens Geräusche auf.]

Das gebräuchlichste Mittel zur Abhilfe ist die Überlagerung. Man läßt auf den Antennenkreis nicht nur die Wellen des entfernten großen Senders einwirken, sondern außerdem noch die Wellen eines kleinen, auf der Empfangsstation befindlichen Senders. Ist die Eigenwelle des kleinen Hilfssenders der eingestrahlten Welle annähernd gleich, so führt die in der Empfangsantenne entstehende Stromstärke Schwebungen aus, deren Frequenz $1/T$ gleich der Differenz $1/T' - 1/T''$ der Frequenzen der beiden überlagerten Schwingungen ist und hörbar sein kann. Die Gleichrichtung des durch Überlegung entstandenen hochfrequenten Wechselstroms erzeugt dann einen tonfrequenten, hörbaren Wechselstrom von der Frequenz $1/T$. Obige Beziehung zwischen den Frequenzen ergibt sich aus der Überlegung, daß $T = m\,T'' = (m + 1)\,T'$ sein muß, worin m eine ganze Zahl ist.

Die Ausführung der Überlagerung kann auf zwei Arten geschehen.

1. Man kann den Empfänger so ausbilden, daß er stets die Eigenwelle des Antennenkreises aussendet. Hierzu sind alle in den Fig. 545, 548, 550, 551 und 552 dargestellten Schwinggleichrichter fähig. Man macht die ausgesendete Eigenwelle so wenig von der eingestrahlten Welle verschieden, daß hörbare Töne entstehen. Die Abweichung von der Einstellung maximaler Resonanz ist dabei so gering, daß sie nichts schadet.

2. Man kann auch durch einen besonderen kleinen Sender, den Überlagerer, im Antennenkreis der Empfangsstation Überlagerungswellen hervorrufen. Hierzu ist jede beliebige Röhrensenderschaltung geeignet.

Art. 475. Über die Form von Empfängern. Die meisten Erbauer von Radioempfangsgeräten benutzen das Prinzip der Schaltplatte. Auf der Vorderseite sind die Anschlußklemmen und die Einstellvorrichtungen angebracht. Auf der Rückseite befinden sich die Einzelteile. Die Schaltplatte wird als horizontaler Deckel auf

eine Holzkiste gesetzt oder sie bildet die geneigte Vorderwand eines Holzkastens. Diese Anordnung mag die einfachste sein, um Gebrauchsgeräte zu schaffen; Lehrwert hat sie keinen, weder für den einzelnen noch für eine Klasse oder Hörerschaft.

Fig. 553 a.

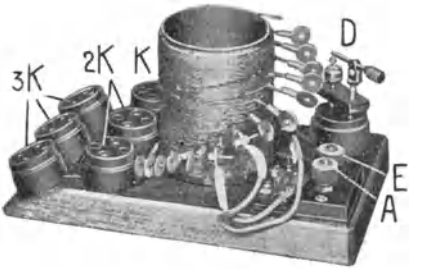
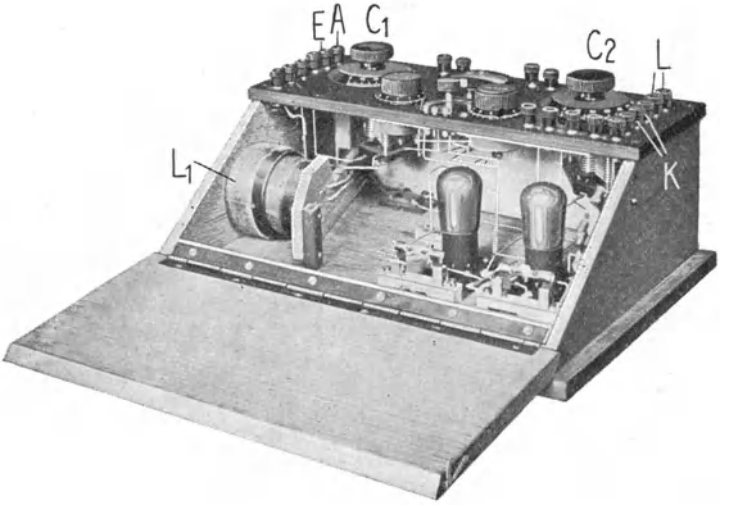


Fig. 553 b.



In dieser Hinsicht verdienen folgende vom Verf. angegebenen Gerätformen den Vorzug. Fig. 553 a zeigt ein einfaches Detektorgerät. Das Röhrengerät Fig. 553 b kann zur Herstellung der Schaltungen Fig. 544, 545, 548 und 550 dienen. Alle Einzelteile und Verbindungen können bei geöffnetem Deckel während des Betriebes beobachtet werden. Die Kästen werden von der Tischlerei Försterling, Berlin-Neukölln, Berliner Straße 32, angefertigt.

Vierundachtzigstes Kapitel.

Hochfrequenzverstärker.

Art. 476. Hochfrequenzverstärker in Verbindung mit Schwinggleichrichter und Widerstandsverstärker. Als Hochfrequenzverstärker bezeichnet man eine Röhrenschaltung, die nur zur Verstärkung hochfrequenter Vorgänge dient. Sie unterscheidet sich vom Schwinggleichrichter dadurch, daß bei letzterem auch Gleichrichtung

Fig. 554 a.

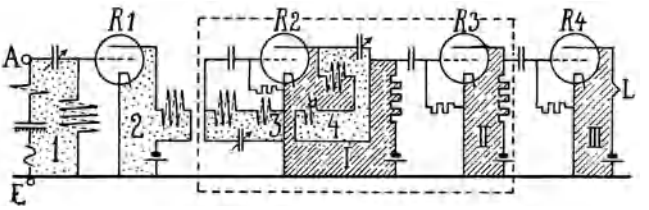
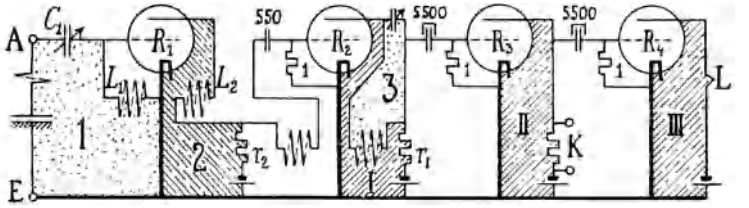


Fig. 554 b.



eintritt. Bei den Schaltungen Fig. 554 a u. b kann man die Röhren R_1 als Hochfrequenzverstärker, R_2 als Schwinggleichrichter, R_3 und R_4 als Mittelfrequenzverstärker auffassen. Die Stromkreise 1, 2, 3 und 4 in Fig. 554 a, 1, 2, 3 in Fig. 554 b werden von hochfrequenten, die Stromkreise I, II und III von mittelfrequenten Strömen durchflossen.

1. Um die Einrichtung Fig. 554 a empfindlich zu machen, ändert man die Kopplung zwischen den Kreisen 2 und 3, bis sich die Röhre $R\,1$ an der Grenze der Sendefähigkeit befindet. Sodann wird die ganz geringe Kopplung zwischen 3 und 4 geändert, bis $R\,2$ sich an der Grenze der Sendefähigkeit befindet.

2. Bei der Schaltung Fig. 554 b sind die beiden hochfrequent betriebenen Röhren R_1 und R_2 durch einen Ohmschen Widerstand

gekoppelt. Dadurch ist erreicht, daß die hochfrequenten Vorgänge in R_2 die in R_1 nicht beeinflussen.

Man kann zunächst die Gegeninduktivität M_{12} so groß machen, daß R_1 sendet. Bei Verstellung von C_1 durchläuft dann der Schwebungston die allen Rundfunkteilnehmern bekannte Tonskale. Man stellt sodann (bei sehr kleiner Gegeninduktivität M_3) die Kapazität C_3 so ein, daß der Schwebungston maximale Lautstärke erhält. Darauf verringert man M_{12} etwas und vergrößert M_3, bis die Lautstärke am größten wird.

3. Man kann die Empfangsschaltung Fig. 554 b auch mit einer Rahmenantenne betreiben, etwa so: Die linke Hälfte einer Rahmenantenne liegt zwischen Gitter und Kathode von R 1. Bei kleineren Wellen ist nur zur linken Hälfte, bei größeren Wellen ist zur ganzen Rahmenantenne ein Abstimmkondensator parallel geschaltet. Eine drehbar in der Rahmenantenne angeordnete große Spule dient als Ersatz der kleinen Spule L_2 der Fig. 554 b.

4. Es entsteht nun die Frage, wann Hochfrequenz- und wann Mittelfrequenzverstärkung wirksamer ist, ob man z. B. größere Lautstärke erzielt

a) mit 1 Hochfrequenzverstärker, 1 Schwinggleichrichter, 2 Mittelfrequenzverstärkern (Fig. 554 b) oder
b) mit 1 Schwinggleichrichter und 3 Mittelfrequenzverstärkern.

Über die Schwäche der einfallenden Wellen (bei schwachem Sender, großer Entfernung, kleiner Antenne) hilft am besten Hochfrequenzverstärkung hinweg. Dagegen ist Mittelfrequenzverstärkung das beste Mittel, um die Lautstärke zu vergrößern.

Wenn ein Schwinggleichrichter (z. B. der in Fig. 548 dargestellte, auf den Kopfhörer K_I arbeitend) noch keinen Kopfhörerempfang ergibt, dann empfiehlt es sich, einen Hochfrequenzverstärker vorzuschalten. Ergibt ein Kopfhörer (parallel zu r_I in Fig. 554 b) schwachen Empfang, dann führt Mittelfrequenzverstärkung zu gutem Empfang (im Kopfhörer K_{II} und im Lautsprecher L_{III}).

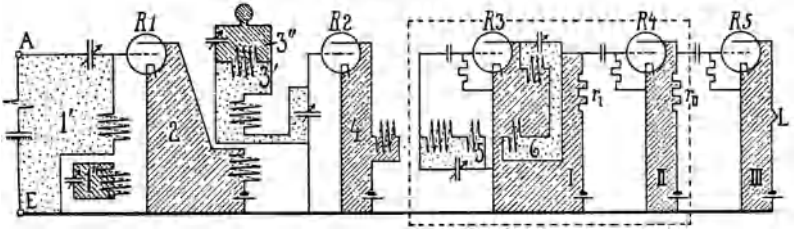
Wenn ein Schwinggleichrichter schwachen Empfang ergibt, dann gewährt einmalige Mittelfrequenzverstärkung dem Kopfhörer, zweimalige dem Lautsprecher guten Empfang.

Art. 477. Ein Empfänger mit Störbefreiung durch Sperrkreise ist in Fig. 555 dargestellt. Der Sperrkreis $1''$ kann z. B. die Berliner Sender (571 und 504 m) daran hindern, im Antennenkreis $1'$ eine beträchtliche Stromstärke hervorzurufen. Dazu muß die Eigenwelle

von 1″ auf 540 m eingestellt werden. Der Sperrkreis 3″ kann z. B. dazu dienen, die Königswusterhausener Welle 1300 m vom Empfang auszuschließen.

Die Kreise 1′ und 3′ müssen so eingestellt werden, daß die Hörwelle gleich der größeren oder der kleineren Kopplungswelle wird.

Fig. 555.



Zwei Beispiele mögen die Einstellungen erläutern:

1. Hörwelle $\lambda = 1600$ m

$A' = 1600$ m	$A' = 1600$ m
$A_{1'} = 1565$ „	$A_{3'} = 1314$ „
$A_{1''} = 540$ „	$A_{3''} = 1300$ „
$A'' = 430$ „	$A'' = 927$ „
$k = 0{,}578$	$k = 0{,}500$

2. Hörwelle $\lambda = 425$ m

$A' = 691$ m	$A' = 1327$ m
$A_{1'} = 540$ „	$A_{3''} = 1300$ „
$A_{1''} = 540$ „	$A_{3'} = 501$ „
$A'' = 425$ „	$A'' = 425$ „
$k = 0{,}380$	$k = 0{,}500$

Der Kopplungsgrad 0,578 der beiden Kreise 1′ und 1″ ist dadurch bestimmt, daß die Wellen 1600, 540, 430 m gemessen sind. Der Kopplungsgrad 0,50 der beiden Kreise 3′ und 3″ ist dadurch hergestellt, daß die drei Induktivitäten der beiden Kreise gleich gewählt und so angeordnet worden sind, daß sie nicht magnetisch gekoppelt sind. Am einfachsten findet man die richtigen Einstellungen der Sperrkreise durch Verschwinden von

Berlin und Königswusterhausen, die der Hörkreise durch Senden der Hörwellen mit einem Wellenmesser. Zur Berechnung dienen die Gl. (16 f.), S. 420 und (72), S. 549.

Die Kreise 5 und 6 sind natürlich so einzustellen, daß sie mit der gewünschten Hörwelle in Resonanz stehen.

Fünfundachtzigstes Kapitel.

Reflexschaltungen.

Art. 478. Ein Zweiröhren-Reflexempfänger ist in Fig. 556 dargestellt. Die Röhre $R\,1$ wirkt zunächst als Hochfrequenzverstärker, während die Röhre $R\,2$ als Schwinggleichrichter dient.

Fig. 556.

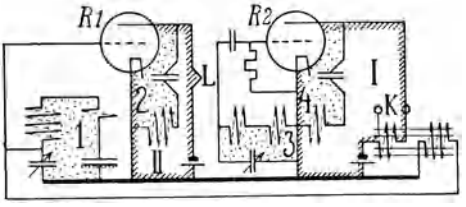
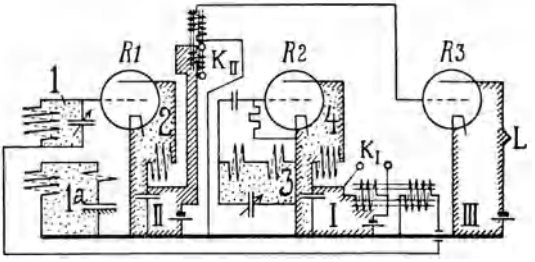


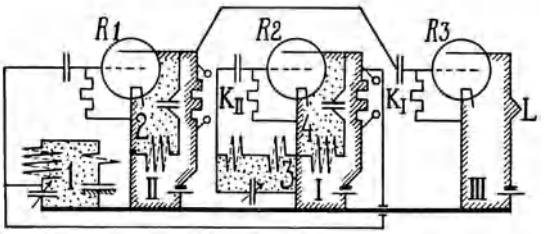
Fig. 557.



In den Kreisen 1, 2, 3, 4 finden hochfrequente Vorgänge statt. Kreis I ist der erste Mittelfrequenzkreis. Im Kreise I liegt die Primärspule eines Transformators, dessen Sekundärspannung der hochfrequenten Gitterspannung von $R\,1$ überlagert wird, so daß $R\,1$ nicht nur als Hoch-, sondern auch als Mittelfrequenzverstärker dient. Zur Beobachtung dienen der Kopfhörer $\mathbf{K}_{\mathrm{I}}$ oder der Lautsprecher $\mathbf{L}_{\mathrm{II}}$.

Art. 479. Das Telefunkon 3/26 der Telefunkengesellschaft ist in Fig. 557 dargestellt. Die Schaltung unterscheidet sich von der in Fig. 556 dadurch, daß der Lautsprecher L_{II} der Fig. 556 durch die Primärspule eines Transformators ersetzt ist, dessen Sekundärspule am Gitter einer dritten Röhre liegt.

Fig. 558.



Nach Ansicht des Verf. würde die Wirksamkeit steigen, wenn die nicht an der Anodenbatterie liegenden Enden der beiden Primärwicklungen direkt an die Anoden gelegt würden, wo die hochfrequenten Wechselspannungen niedriger sind.

Art. 480. Ein Reflexempfänger mit Widerstandsverstärkung ist in Fig. 558 dargestellt. Die beiden Transformatoren des Telefunkons 3/26 sind durch Leitungswiderstände von etwa 0,3 $M\Omega$ ersetzt.

Sechsundachtzigstes Kapitel.

Zwischenfrequenzempfänger.

Art. 481. Empfang der beiden Berliner Wellen mit der Zwischenwelle 4300 m. 1. In Fig. 559 ist 1 ein Antennenkreis, der mit einem Kreise 2 gekoppelt ist. Beide Kreise sind auf 540 m abgestimmt. Der Kopplungsgrad k zwischen den Kreisen ist 0,13. Dann rufen die eingestrahlten Spannungsstufen mit den Wellenlängen $\lambda' = 571$ m und $\lambda'' = 504$ m beide große Stromstärke in 1 hervor. Es entsteht in 1 eine Schwebung, deren Wellenlänge λ dadurch bestimmt ist, daß

$$1/\lambda = 1/\lambda'' - 1/\lambda' = 1/4300\,\text{m} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (80)$$

ist. Durch einen lose gekoppelten Resonanzkreis läßt sich Welle λ in die beiden Wellen λ' und λ'' zerlegen. Durch einen Detektor

läßt sich der Schwebungsvorgang (s. z. B. Fig. 444, S. 436, oberste Kurve) in eine Welle von der Wellenlänge λ verwandeln. Denn die über (oder unter) der Zeitlinie der Fig. 444 liegenden Wellenhälften verschwinden durch die Gleichrichterwirkung des Detektors.

Der Zwischenkreis I ist so abgestimmt, daß nur die Welle $\lambda = 4300$ m eine große Stromstärke in ihm hervorruft.

Durch einen zweiten Detektor wird die Welle 4300 m gleichgerichtet. Im Kopfhörer K entsteht ein mittelfrequenter Strom, falls

Fig. 559.

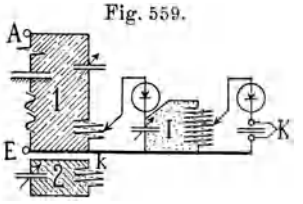


Fig. 560.

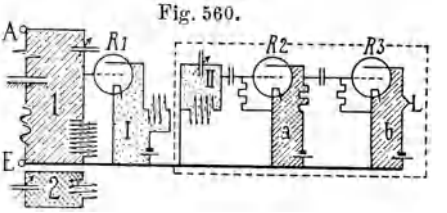
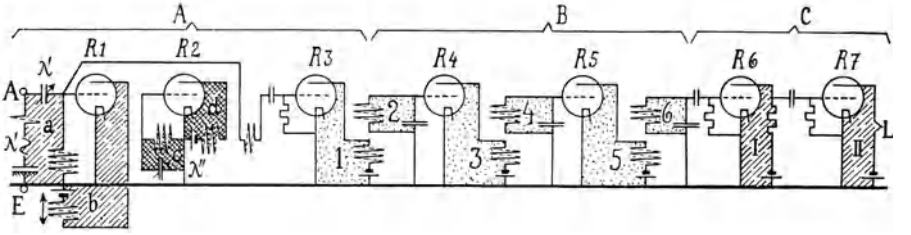


Fig. 561.



die Amplituden der eingestrahlten Wellen 571 m und 504 m von gleichzeitig wechselnder Größe sind.

2. In Fig. 560 ist dargestellt, wie die beiden Berliner Wellen mit Röhren hörbar gemacht werden können. Die schwebende Spannung im hochfrequenten Kreise 1 wird (über einen in der Figur vergessenen Widerstand und Sperrkondensator) ans Gitter des Gleichrichters R 1 gelegt. In den Kreisen I und II entsteht die Differenzwelle 4300 m. Durch abermalige Gleichrichtung in R 2 entstehen in a und b mittelfrequente Wechselströme. Zur Wahrnehmung dient der Lautsprecher **L**.

Art. 482. Der technische Zwischenfrequenzempfänger dient zum Empfang einer Hörwelle λ', die eine durch R_1 verstärkte Stromstärke im Kreise a hervorbringt (s. Fig. 561). Ein kleiner Sender R 2 sendet die Wellenlänge λ'', die der Welle λ' überlagert wird. Am

Gitter der Gleichrichterröhre $R\,3$ liegt die schwebende Spannung λ', λ''. Durch Gleichrichtung entsteht, bei passender Wahl von λ'', die Zwischenwelle 6000 m, die durch die Hochfrequenzverstärker $R\,4$ und $R\,5$ verstärkt wird. $R\,6$ dient als Gleichrichter, $R\,7$ als Mittelfrequenzverstärker.

Die Einrichtung wird ebenso wie die in Fig. 555 dargestellte durch Störwellen kaum beeinflußt. Sie hat den Vorzug, daß nur zwei verstellbare Kreise vorhanden sind, *a* und *c*. Die Kreise 2, 4 und 6 bleiben ein für allemal auf 6000 m eingestellt. Die Röhren $R\,3$ und $R\,6$ können durch Kristalldetektoren ersetzt werden.

Ein Gerät dieser Art bringt die Dr. E. F. Huth-Gesellschaft unter dem Namen „Superhuth“ in den Handel. Es ist imstande, mit Hilfe einer kleinen Rahmenantenne sämtliche europäischen Sender im Lautsprecher hörbar zu machen.

Siebenundachtzigstes Kapitel.

Übersicht über Radioempfang.

Art. 483. Der Nahempfang eines Rundfunksenders ist die leichteste Empfangsaufgabe. Als Antenne genügt eine Anlage innerhalb der Wohnung: entweder eine Erdantenne nach Art. 441, 2, b) und c), oder eine Hochantenne nach Art. 441, 2, a), oder eine Schleifenantenne nach Fig. 521 oder eine Rahmenantenne.

Zum Empfang durch Kopfhörer genügt ein Kristalldetektor, zum Empfang durch Lautsprecher ein Zweiröhrengerät, bei dem die Möglichkeit der Rückkopplung vorgesehen sein mag. Ist große Lautstärke erforderlich, oder überschreitet die Entfernung einige Kilometer, so mag eine dritte Röhre Anwendung finden. Dabei ist Widerstandsverstärkung vorausgesetzt.

Art. 484. Der Fernempfang bei großer Entfernung vom nächsten Rundfunksender ist nicht allzu schwierig.

Als Antenne dürfte eine Hochantenne von 10 bis 25 m Höhe am zweckmäßigsten sein. Dann genügt zum Lautsprecherempfang in der Regel ein Gerät mit drei Röhren, von denen eine als Schwinggleichrichter, zwei als Mittelfrequenzverstärker (mit Widerständen) wirken. In allen Punkten Deutschlands dürfte ein Vierröhrenapparat, der etwa nach Fig. 554 b gebaut ist, genügen, um die meisten euro-

päischen Rundfunksender im Lautsprecher zu empfangen. Ihre Trennung macht keine Schwierigkeit und erfordert keine besonderen Mittel.

Will man eine Rahmenantenne von etwa 1 m² Fläche verwenden, so ist zu bedenken, daß eine Rahmenantenne und ein Hochfrequenzverstärker einer Hochantenne etwa gleichwertig sind. Eine solche Rahmenantenne erfordert zweimalige Hochfrequenzverstärkung, wie sie in den meisten Vierröhrengeräten vorgesehen ist.

Art. 485. Der Fernempfang bei großer Nähe eines Rundfunksenders ist die schwierigste Empfangsaufgabe.

1. In etwa 40 km Entfernung vom Ortssender (z. B. in Caputh, Anlage Fig. 512, Empfänger Fig. 545 mit einer dritten als Mittelfrequenzverstärker wirkenden Röhre) wird der Empfang der meisten Stationen durch die Berliner Sender nicht merklich gestört. Auch Nachbarwellen (insbesondere Wien 531 und Frankfurt a. M. 470 m) sind zu hören, wenn die Berliner Sender im Betrieb sind. Durch Anwendung eines primären Antennenkreises und eines Sekundärkreises vor der ersten Röhre wird die Störfreiheit so gut, wie man nur wünschen kann.

2. In etwa 10 bis 15 km Entfernung vom Ortssender (z. B. in Zehlendorf, Anlage und Empfänger ähnlich wie bei 1.) sind alle unterhalb 500 m liegenden Wellen durch die Berliner Sender stark gestört. Die Anwendung eines Primär- und Sekundärkreises ermöglicht den ungestörten Empfang von Stationen, deren Wellenlänge nicht zu nahe an 504 und 571 liegt.

3. In den äußeren Stadtteilen von Berlin (z. B. in Moabit, Lichtenberg, Neukölln) hat der Verf. ungestörten Fernempfang auf zweierlei Weise erreicht.

a) Bei Anwendung einer Außenhochantenne ist es ratsam, zwischen Antennenkreis und Eingangsröhre noch einen Schwingungskreis einzuschalten, also Primär- und Sekundärkreis zu verwenden. Die Eingangsröhre 1 wird mit 2, 2 wird mit 3 magnetisch gekoppelt; im Anodenkreis der Vorröhre liegt eine Spule, das Gitter der nächsten Röhre liegt an einem Schwingungskreis. Röhre 3 wirkt als Schwinggleichrichter, 4 und 5 dienen als Mittelfrequenzverstärker.

b) Bei Anwendung einer Schleifenantenne nach Fig. 521 führt folgende Anordnung zum Ziel. Man schließt die Antenne durch einen Drehkondensator und schaltet die mittelste Windung in Reihe mit einem Drehkondensator und einer Spule, deren Spannung am Gitter der Eingangsröhre eines Dreiröhrengerätes liegt.

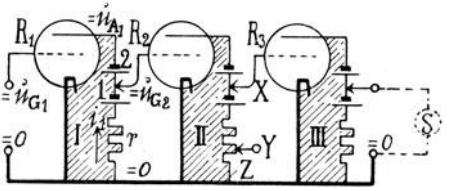
4. Im Zentrum von Berlin ist der Empfang von entfernten Stationen noch schwieriger als in den äußeren Stadtteilen. Die Feldstärke der Fernwellen ist im Zentrum der Großstadt viel geringer. Besser als andere Methoden führt hier folgende zum Ziel. Man schließt entweder durch eine Kondensatorenkette (s. Fig. 578 b und Art. 521) alle Wellen, die über 460 m liegen, vom Empfang aus. Oder man schließt durch eine Spulenkette (s. Fig. 578 a und Art. 521) alle Wellen, die unter 1400 m liegen, vom Empfang aus. Dadurch sind die drei Berliner Wellen, 504, 576 und 1300 m unschädlich gemacht.

Achtundachtzigstes Kapitel.

Die Verstärkerröhre als Hilfsmittel für Messungen und Schauversuche.

Art. 486. Spannungsgleiche Punkte in Anodenkreisen, die aus Widerständen und chemischen Spannungsstufen gebildet sind. Bei der in Fig. 544, S. 557 dargestellten Verbindung zweier Verstärkerröhren ist die Anode der ersten Röhre vom Gitter der zweiten Röhre durch einen Sperrkondensator getrennt. Dies führt

Fig. 562.



die Nachteile herbei, daß die Verstärkung einer Gleichspannung unmöglich ist und die Verstärkung einer Wechselspannung durch die Gleichrichtung der zweiten Röhre ungünstig beeinflußt werden kann.

Frei von diesen Nachteilen ist die vom Verf. angegebene, in Fig. 562 dargestellte Schaltung. Man kann z. B. die im Anodenkreis II liegende Batterie so teilen, daß der Teilpunkt X mit dem Nulleiter Z gleiche, verschwindend kleine Spannung hat, falls die Gitterspannung $u_{G2} = 0$ ist. Bei positiver Gitterspannung u_{G2} ist

der Anodenstrom der zweiten Röhre stärker als bei $u_{G2} = 0$, wird also die Spannung u_X in X negativ. Liegt X am Gitter einer weiteren Röhre R_3, so wird $+ u_X$ gleich einem Vielfachen der Spannung $- u_G$. Diese Verstärkung ist für alle Frequenzen gleich; die im Prinzip dargelegte Schaltung bildet also einen Allfrequenzverstärker.

1. Wir betrachten nun den Anodenkreis II der Röhre R_2 genauer und bezeichnen die Spannungen des Gitters als u_G, des Teilpunktes X als u_X, des Teilpunktes Y als u_Y. Zwischen dem Nullleiter Z und dem Teilpunkt Y liege außer dem gezeichneten Widerstand r' noch die Spannungsstufe U'. Zwischen Y und X liege außer dem Widerstand r'' die Gleichspannungsstufe U'', zwischen X und der Anode der Röhre liege die Gleichspannungsstufe U'''. Es sei $r' + r'' = r$. Ferner liege zu dem beschriebenen Leiter ZX ein Ohmscher Widerstand s parallel, wie im Kreise III.

Unter diesen Voraussetzungen erhält man durch Anwendung der Gl. (62), S. 463 und des Ohmschen Gesetzes die Beziehungen

$$u_X = \frac{-u_G}{\Delta}, \quad u_Y = \frac{-u_G r'}{\Delta r}, \quad \Delta = DR\left[\frac{1}{s} + \frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right]. \quad (81)$$

Die einzelnen Spannungsstufen und Widerstände sowie der von der Heizung der Röhre beeinflußte Röhrenwiderstand R müssen, damit die einfachen Gl. (81) gelten, die Bedingungen erfüllen:

$$\left.\begin{aligned} F &= U_{st} - D[U''' - (U' + U'')R/r] = 0 \\ G &= U' - (U' + U'')r'/r = 0 \end{aligned}\right\} \cdots (82)$$

Ohne diese besondere Einstellung ist in den Ausdrücken (81) $- u_G$ durch $(- u_G + F)$, u_Y durch $(u_Y - G)$ zu ersetzen.

2. Wir wenden nun die allgemeinen Gl. (81) der Reihe nach auf die Röhren R_1, R_2 und R_3 der Fig. 562 an.

Bei R_1 ist $s_1 = \infty$, $U_1' = 0$, Y_1 nicht zugänglich, $F_1 = 0$. Es ist

$$u_{X1} = u_{G2} = \frac{-u_{G1}}{\Delta_1} \quad \text{und} \quad \Delta_1 = D_1\left[1 + \frac{R_1}{r_1}\right] \cdots (83)$$

Bei der Röhre R_2 ist $s_2 = \infty$ und $F_2 = G_2 = 0$. Also ist

$$\left.\begin{aligned} u_{X2} = u_{G3} &= \frac{-u_{G2}}{\Delta_2}, \quad u_Y = \frac{-u_{G2} r_2'}{\Delta_2 r_2}, \\ \Delta_2 &= D_2\left[1 + \frac{R_2}{r_2}\right] \end{aligned}\right\} \cdots (84)$$

Bei der Röhre R_3 ist s_3 (beispielsweise der Widerstand eines Strommessers S) endlich, $\mathfrak{U}_3' = 0$, Y_3 nicht zugänglich, $F_3 = 0$. Also ist (u_3 in Fig. 462)

$$u_{X3} = \frac{-u_{G3}}{\Delta_3}, \quad \Delta_3 = D_3 R_3 \left[\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{s_3}\right] \cdots (85)$$

Art. 487. Die Verstärkung einer zwischen Gitter und Kathode einer Röhre liegenden Spannungsstufe von der Spannung u_{G1} ist durch die Gl. (83), (84) und (85) gegeben.

Beispiel 1. Verwendet man nur eine Röhre (R_1) und legt die verstärkte Spannung u_{G2} etwa an ein Elektrometer (oder einen Strommesser mit sehr großem Widerstand), so ist nach (83)

$$\frac{u_{G2}}{u_{G1}} = \frac{-1}{D_1(1 + R_1/r_1)} \approx \frac{-1}{D_1} \cdots\cdots (86)$$

Die Näherungsgleichung gilt, wenn der Anodenwiderstand r_1 groß gegen den Röhrenwiderstand R_1 ist, was meist der Fall sein wird.

Beispiel 2. Verwendet man zwei Röhren (R_1 und R_2) und legt die verstärkte Spannung u_{G3} (in X) etwa an ein Elektrometer, so ist

$$\frac{u_{G3}}{u_{G1}} = \frac{+1}{D_1(1 + R_1/r_1) D_2(1 + R_2/r_2)} \approx \frac{1}{D_1 D_2} \cdots (87)$$

Wenn $D_1 = D_2 = 1/20$, so erreicht die Verstärkung den hohen Wert 400.

Beispiel 3. Verwendet man nur eine Röhre (R_3) in Fig. 562, so ist bei Verwendung eines Strommessers S vom Widerstande s_3

$$\frac{u_{X3}}{u_{G3}} = \frac{-1}{D_3 R_3 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{s_3}\right)} \approx \frac{-s_3}{D_3 R_3} \cdots\cdots (88)$$

Die Näherungsgleichung gilt, wenn R_3 und r_3 groß gegen s_3 sind, was wohl immer der Fall ist. Die Spannungsverstärkung ist nur dann > 1, wenn der Strommesserwiderstand s_3 größer als der Steuerwiderstand $D_3 R_3$ der Röhre ist, was schwer zu erreichen ist, da $D_3 R_3$ einige tausend Ω beträgt.

Der vom Verf. benutzte Saitenstrommesser hat einen Faden, dessen Widerstand etwa 8000 Ω beträgt. Dann wird die Empfindlichkeit durch Vorschaltung nur einer Röhre *RE* 154 auf das Sechs-

fache erhöht — was für viele Schauversuche und Messungen von Wert ist. Auch wenn die Spannungsverstärkung $\gtrless 1$ ist, entsteht der Vorteil, daß die untersuchte Spannungsstufe an die Meßeinrichtung keine Leistung abzugeben braucht.

Art. 488. Die Befreiung eines neben einem Anodenzweig liegenden Leiters von Gleichstrom ist in manchen Fällen erwünscht. So hat die Nebenschaltung eines Strommessers zu den beiden spannungsgleichen Punkten (vor der direkten Einschaltung in den Anodenkreis) den großen Vorteil, daß die Empfindlichkeit des Meßgerätes beliebig groß gewählt werden, z. B. der empfindlichste Spiegelstrommesser benutzt werden kann.

Fig. 563.

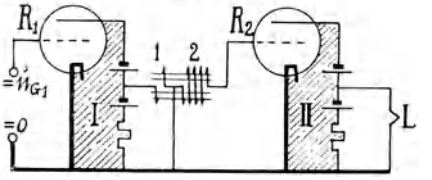


Fig. 564.

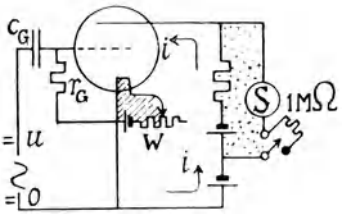
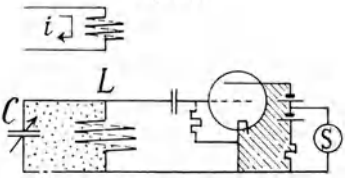


Fig. 565.



Beispiel 4 und 5. In Fig. 563 ist dargestellt, wie man den Verstärkungstransformator 1, 2 oder die Wicklung eines Lautsprechers L von Gleichstrommagnetisierung befreien kann.

Art. 489. Wechselstrommessung durch Gleichrichtung und Gleichstrommessung. Die Fig. 564 und 565 stellen eine gleichrichtende Röhre dar, deren Anodenkreis einen Gleichstrommesser im Nebenschluß enthält.

Beispiel 6. Die Schaltung Fig. 564 ist z. B. sehr geeignet, um das Gleichgewicht einer Wechselstrombrücke zu prüfen.

Beispiel 7. Die Schaltung Fig. 565 dient zur Beurteilung der Stromstärke, die der hochfrequente Wechselstrom i in dem Wellen-

messerkreis CL hervorruft. Nähert sich die Eigenwelle Δ von CL der Wellenlänge λ von i, so beginnt der Gleichstrommesser S von Null an auszuschlagen. Der Ausschlag erreicht ein Maximum, wenn $\Delta = \lambda$ wird.

Art. 490. Große Spannungsverstärkung mit nur zwei Röhren ist durch folgenden Kunstgriff möglich (Fig. 562). Man wählt die Festwerte so, daß bei $u_{G1} = 0$ die Spannungen u_{G2}, u_X und $u_Y = 0$ werden. Außerdem so, daß bei beliebigen Werten von u_{G1} stets $u_Y = u_{G1}$ ist. Dann ruft die geringste Spannung einer zwischen das erste Gitter und den Teilpunkt Y eingeschalteten Spannungsstufe sehr große Anodenströme in beiden Röhren hervor, und die Spannung u_X steigt auf sehr hohe Werte.

Man kann ein Elektrometer direkt zu XZ parallel schalten. Bei Gleichstrommessern ist es vorteilhafter, eine besondere dritte Röhre (R_3) zu verwenden, da sonst die schwierige Einstellung des Zweiröhrenverstärkers von dem Widerstand des Meßgerätes abhängt und unmöglich ist, wenn das letztere einen zu kleinen Widerstand hat.

Die außer den drei Bedingungen $u_{G2} = u_X = u_Y = 0$ zu erfüllende dritte Einstellungsbedingung ist auf Grund der Gl. (83) und (84) leicht zu ermitteln. Es ist

$$u_{G2} = \frac{-u_{G1}}{\Delta_1}, \quad u_{G3} = \frac{-u_{G2}}{\Delta_2}, \quad u_Y = \frac{-u_{G2} r_2'}{\Delta_2 r_2}. \tag{89 a}$$

Die zu messende Spannung sei u; dann ist

$$u_{G1} = u + u_Y \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \tag{89 b}$$

Aus den Gl. (89) erhält man

$$u_{G2} = \frac{u \cdot \Delta_2}{r_2'/r_2 - \Delta_1 \Delta_2}, \quad \underline{u_{G3} = \frac{-u}{r_2'/r_2 - \Delta_1 \Delta_2}} \cdot \cdot \cdot \tag{90}$$

Die Spannungsverstärkung wird (nach der hier gegebenen einfachen Theorie) $= \infty$, wenn

$$r_2'/r_2 = \Delta_1 \Delta_2 \approx D_1 D_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \tag{91}$$

Der zwischen Y und Z liegende Abzweigwiderstand r_2' muß also etwa 1 v. H. des gesamten im Kreise II liegenden Anodenwiderstandes r_2 sein.

Beispiel 8. Legt man zwischen das Gitter der ersten Röhre und den Abzweigpunkt Y der zweiten Röhre eine Thermosäule und schaltet parallel zum Anodenkreis der dritten Röhre einen

empfindlichen Spiegelstrommesser, so hat man ein sehr empfindliches Hilfsmittel zur Strahlungsmessung.

Beispiel 9. Ein Mikrophon sei mit einem Widerstand, und zwei Gleichspannungsstufen in Reihe geschaltet. Durch Wahl der Spannungen und des Widerstandes kann man erreichen, daß im Ruhezustand zwischen Mikrophon und Widerstand dieselbe Spannung herrscht wie zwischen den beiden Spannungsstufen. Die beiden spannungsgleichen Punkte des Mikrophonkreises werden nun zwischen das Gitter der ersten Röhre und den Abzweigpunkt Y der zweiten Röhre geschaltet. Die beiden spannungsgleichen Punkte X und Z werden an Gitter und Kathode der dritten Röhre gelegt. Der Anodenkreis der dritten Röhre kann zur Modulation hochfrequenter Schwingungen eines Röhrensenders dienen, z. B. nach Fig. 484, S. 482.

Art. 491. Ein hochempfindlicher Fünfröhrenempfänger (Beispiel 10) entsteht, wenn man den rein mittelfrequenten Teil, d. h. die Röhren R_3 und R_4 der Fig. 554 b (S. 568) durch die Röhren R_1, R_2 und R_3 der Fig. 562 ersetzt.

In diesem Falle ist der Widerstand r_I mit der darunter gezeichneten Anodenbatterie (Fig. 554 b) zu vertauschen. Ein Abzweigpunkt dieser Batterie wird direkt mit dem Gitter der Röhre R_1 (Fig. 562) verbunden. Der Nulleiter der Röhren R_1 und R_2 (Fig. 554 b) wird mit dem Punkte Y der Fig. 562 verbunden.

Der Empfänger ist durch hohe Empfindlichkeit und großes Aussonderungsvermögen ausgezeichnet. Zum Betrieb sind freilich zwei verschiedene Heizbatterien, fünf verschiedene Anodenbatterien und eine kleine chemische Spannungsstufe nötig.

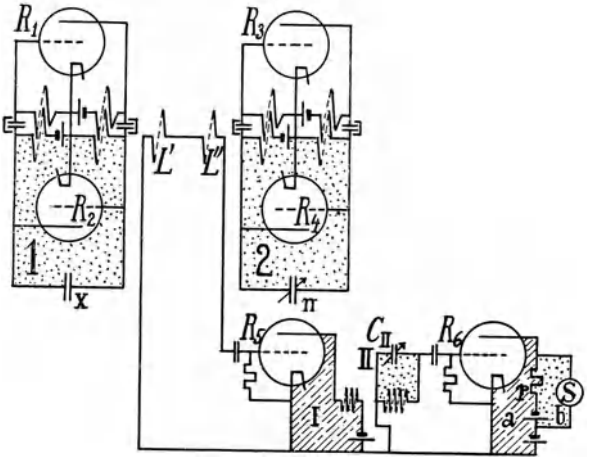
Der Empfänger ist nicht nur zum Abhören brauchbar, sondern auch zur Messung der eingestrahlten Spannungsstufe u_1. Um absolute Werte zu bekommen, wird die eingestrahlte Wechselspannungsstufe durch eine bekannte, künstlich leicht herzustellende Wechselspannungsstufe von der gleichen Spannung und Frequenz ersetzt. In den Antennenkreis schaltet man zweckmäßig eine große Kapazität C ein, die von dem meßbaren Hochfrequenzstrom I durchflossen werde. Ruft die eingestrahlte Spannung vom Effektivwert U_1 (während die Senderschwingungen nicht moduliert sind, also gleichbleibende Amplitude besitzen) denselben Ausschlag des an die Endröhre geschalteten Gleichstrommessers hervor wie die künstliche Spannungsstufe $I/\omega C$, so ist

$$I/\omega C = U_1 = h \,.\, E \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (92)$$

Kennt man die wirksame Antennenhöhe h [die bei einer Rahmenantenne nach Gl. (62), S. 535 zu berechnen ist], so findet man die effektive elektrische Feldstärke E, die von der Sendestation am Empfangsort hervorgerufen wird.

Art. 492. Die Vergleichung von Kapazitäten mit Hilfe einer Zwischenfrequenz ist in Fig. 566 dargestellt. Die zu vergleichenden Kapazitäten x und n haben großen Einfluß auf die Wellenlängen λ_1 und λ_2 zweier Röhrensender 1 und 2. Jeder der dargestellten Röhrensender enthält zwei im Gegentakt arbeitende Röhren.

Fig. 566.



Durch Überlagerung der beiden Senderwellen entsteht eine schwebende Spannung am Gitter der Röhre R_5. Sie verläuft etwa so, wie die oberste Kurve in Fig. 444, S. 436. Die Gleichrichterröhre R_5 schwächt die positiven Halbwellen der Gitterspannung. Im Stromkreis I entsteht ein Wechselstrom von der Zwischenfrequenz f und der Wellenlänge λ, die zu λ_1 und λ_2 in der Beziehung steht

$$\pm 1/\lambda = 1/\lambda_1 - 1/\lambda_2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (93)$$

Die große Welle λ wird gemessen durch den Wellenmesserkreis II, deren maximale Erregung durch die Röhre R_6 und den Gleichstrommesser S sichtbar gemacht wird.

Wird die Kapazität n konstant gehalten, x nur wenig geändert, so ändert sich λ beträchtlich; denn es ist

$$\pm \Delta\lambda/\lambda^2 \approx \Delta\lambda_1/\lambda_1^2 \cdot \cdots\cdots\cdots \quad (94)$$

Man kann z. B. $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx 10\,\text{m}$, $\lambda \approx 6000\,\text{m}$ wählen. Dann ist die Änderung $\Delta\lambda$ der Zwischenwelle sehr groß bei kleinen Werten von $\Delta\lambda_1$. Hierauf beruht die große Empfindlichkeit des Verfahrens.

Ist N das arithmetische Mittel der beiden Werte der Kapazität n, bei welchen λ denselben Wert hat, so ist

$$x \approx N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (95)$$

Verwendet man zunächst mehrere bekannte Kapazitäten x und bestimmt jedesmal N, so ergibt sich eine Kurve, welche x als Funktion von N darstellt. Bestimmt man sodann bei unbekanntem x den Mittelwert N, so kann man den unbekannten Wert von x aus der Kurve entnehmen.

Art. 493. Zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten sind nur solche Kondensatoren brauchbar, die aus einer geerdeten Hülle (0) und zwei Plattensystemen (1) und (2) bestehen (S. 28). 1. Enthält die Hülle flüssige Stoffe, deren Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon_1/\varepsilon_0$ bzw. $\varepsilon_2/\varepsilon_0$ sind, so verlaufen die drei vorhandenen elektrischen Verschiebungsflüsse Ξ_{10}, Ξ_{12} und Ξ_{10} ganz in den die Hülle erfüllenden Stoffen. Dann ist bei jeder beliebigen Betriebsbedingung, wofern nur die Hülle geerdet ist,

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} : \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} = C_1 : C_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (96)$$

Die einzelnen Werte C_1 und C_2 hängen außer von ε_1 und ε_2 und von den Abmessungen von der Betriebsbedingung ab.

a) Bei Brückenschaltungen macht man $u_2 = u_0 = 0$. Dann ist die gemessene Kapazität

$$C = c_{12} + c_{10} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (97)$$

b) Bei dem Kondensator x der Schaltung Fig. 566 empfiehlt es sich, zwei genau gleiche Kondensatoren in Reihe zu schalten. Die nichtgeerdeten Leitersysteme beider Kondensatoren haben dann stets die entgegengesetzt gleichen Spannungen $\pm u/2$.

2. Bei Flüssigkeiten und Gasen ist es leicht möglich, die geerdete Hülle ganz mit demselben Stoffe zu erfüllen; bei festen Körpern ist das nicht der Fall. Von Grüneisen und Giebe (Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **1912**, S. 921 ... 928) wird folgende Kondensatorform empfohlen. Zwei runde Platten des zu untersuchenden Stoffes,

deren Dicke d sei, erhalten beiderseitig dünne Stanniolbelegungen vom Durchmesser D, der erheblich kleiner sein muß als der Durchmesser der Platten. Die Platten werden dann aufeinandergelegt. Erdet man die beiden äußeren Belegungen, während die beiden aneinandergelegten inneren Belegungen Wechselspannung haben, so ist die gemessene Kapazität

$$C = 0{,}1390 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{D}{[\text{cm}]} \left[\frac{D}{d} + 1{,}412\right] \mu\mu\,\text{F} \quad \cdots \quad (98)$$

Der Kondensator ist nach a) oder b) zu schalten.

Art. 494. Wechselstrombrücken zur Bestimmung von großen Widerständen (von metallischen oder elektrolytischen Leitungswiderständen oder von induktiven oder von kapazitiven Widerständen) sind in den Fig. 567 und 568 dargestellt.

Fig. 567.

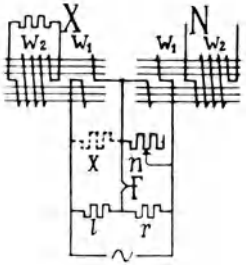
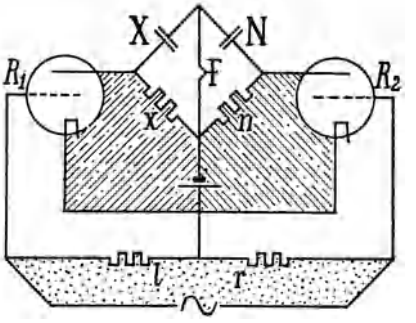


Fig. 568.



1. Die Brücke Fig. 567 besteht aus zwei Ohmschen Widerständen x und n und den Primärwicklungen zweier gleicher Transformatoren. Die einander gleichen Widerstände l und r dienen zur Halbierung einer mittelfrequenten Spannung.

Während n ein wirklicher kleiner Widerstand ist, ist x nicht wirklich, sondern ein Ersatz für den wirklichen großen Widerstand X. Nach bekannten Sätzen ist $x = X(w_1/w_2)^2$. Hierin ist w_1 die primäre, w_2 die sekundäre Windungszahl der Transformatoren. Die Brücke ist im Gleichgewicht, wenn $x = n$ ist. Dann ist

$$X = n(w_2/w_1)^2 \quad \cdots \quad (99)$$

2. Die Brücke Fig. 568 besteht aus den Zweigen X, N, n, x. Als Betriebsspannung dienen die Anodenspannungen zweier im

Gegentakt arbeitender Röhren R_1 und R_2. Dadurch wird der Vorteil erreicht, daß die beiden Spannungspunkte geringe Kapazität gegen Erde besitzen.

3. Werden die hier oder im vorhergehenden beschriebenen Brücken mit mittelfrequentem, hörbarem Wechselstrom betrieben, so ist das einfachste Nullmeßgerät der Kopfhörer.

Legt man die Punkte, deren Spannung geprüft werden soll, an Gitter und Kathode einer Verstärkerröhre, so wird ein im Anodenkreis liegender Kopfhörer oder Lautsprecher kaum stärker erregt, als wenn man die Punkte direkt an das Meßgerät legt; hieran ist der große Röhrenwiderstand schuld. Schaltet man aber zwei (durch

Fig. 569.

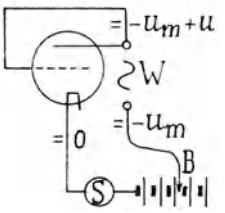
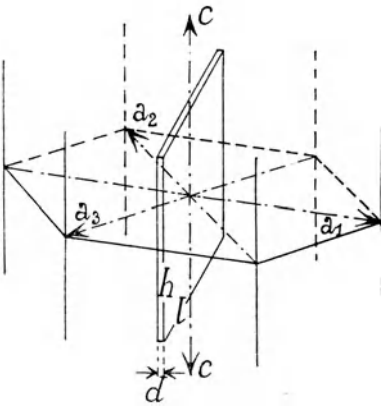


Fig. 570.



Widerstand gekoppelte) Verstärkerröhren in Reihe, so ist ein im Anodenkreis der Endröhre liegendes Meßgerät von hohem Widerstand außerordentlich empfindlich.

Die höchste Empfindlichkeit erreicht man durch Gleichrichtung der Wechselspannung durch eine Röhre und Verstärkung der entstandenen Gleichspannung durch eine zweite Röhre, an deren Anodenkreis (im Nebenschluß) ein empfindlicher Strommesser liegt (s. Art. 488).

Art. 495. Die Bestimmung des Höchstwertes einer Wechselspannung kann mit der Schaltung Fig. 569 geschehen.

Solange der Abzweigpunkt B der Anodenbatterie eine negative Spannung hat, die kleiner ist als der Höchstwert u_m der Wechselspannung, bleibt die Steuerspannung der Röhre unter 0, ebenso der aus der Kathode tretende, vom Strommesser S angezeigte Strom.

Art. 496. Als Pyro- und Piezoelektrizität bezeichnet man folgende Erscheinungen, die neuerdings nicht nur wissenschaftliche, sondern auch technische Bedeutung erlangt haben.

Allgemein bekannt sind die schönen Quarzkristalle, Säulen mit sechseckigem Querschnitt. Schneidet man aus einem solchen Kristall eine Platte so heraus, wie es Fig. 570 zeigt, so steht eine der drei „polaren" Achsen a_1, a_2, a_3 senkrecht zu der Platte, während die „nichtpolare" Hauptachse c in der Ebene der Platte liegt. Die beiden Oberflächen der Quarzplatte seien nun versilbert. Dann kann man folgende Erscheinungen beobachten:

1. Erwärmt man die Platte, so erweisen sich beide Silberbelegungen entgegengesetzt geladen. Bei Abkühlung ist der Sinn der auftretenden Ladungen der umgekehrte [Pyroelektrizität, Henkel, 1872].

2. Übt man auf die Flächen einen zur Platte senkrechten Druck aus, so erweisen sich die Silberbelegungen geladen [Piezoelektrizität, Curie, C. r. **91**, 294, 383, 1880; **92**, 186, 350, 1881; **93**, 204, 1137, 1881; Lippmann, C. r. **92**, 1049, 1881]. Ladet man die Belegungen entgegengesetzt, so schrumpft bzw. dehnt sich die Platte [umgekehrter piezoelektrischer Effekt].

Die Forscher J. und P. Curie geben an, daß die Kraft $P = 1$ kgkraft die Ladung $Q = 21\,\mu\mu$C hervorrufe. Wirkt die Kraft P auf die Fläche F, so verringert sich die Dicke d der Platte um Δd, und es ist nach bekannten Sätzen der Mechanik bzw. nach den Beobachtungen der Curies

$$\Delta d/d = P/FE = Q/F.\sigma_0 = \sigma/\sigma_0 \quad \cdots \quad (100)$$

Hierin ist E der Elastizitätsmodul, σ_0 die bezogene piezoelektrische Flächendichte z. B. des Quarzes. Für letztere erhält man

$$\frac{QE}{P} = \sigma_0 = \frac{\sigma}{\Delta d/d} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (101)$$

Eine Kristalloberfläche, die zu einer polaren Achse senkrecht steht, bedeckt sich mit einer elektrischen Flächendichte, wenn senkrecht zur Fläche eine Dehnung oder Kürzung des Kristallstoffs stattfindet. Die Flächendichte ist der Dehnung proportional.

Der Elastizitätsmodul des Quarzes hat senkrecht zur nichtpolaren c-Achse den Wert

$$E = 0{,}7853 \cdot 10^6 \text{ kgkraft/cm}^2.$$

Mithin ist die konstante piezoelektrische Flächendichte von Quarz

$$\sigma_0 = 16{,}5\,\mu\mu\mathrm{C/cm^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (102)$$

Wenn die Curiesche Annahme zutrifft, daß gleiche thermische und elastische Dehnungen gleiche Flächenladungen hervorbringen, dann müßte eine Temperaturerhöhung um $\Delta\vartheta = 1^0\,\mathrm{C}$ bei Zimmertemperatur etwa die Flächendichte

$$\sigma = \sigma_0 \,.\, \beta \,.\, \Delta\vartheta = 16{,}5 \,.\, 12 \,.\, 10^{-6}\,\mu\mu\mathrm{C/cm^2}$$

hervorbringen.

Art. 497. Längsschwingungen in Quarzstäben, die senkrecht zur Hauptachse und einer polaren Achse geschnitten sind, hat Cady in folgender Weise zu erregen gelehrt. Er ordnet den Stab zwischen zwei Kondensatorplatten so an, daß die polare Achse dem Felde parallel ist. Der umgekehrte piezoelektrische Effekt bringt dann eine Verdickung oder Verdünnung des Stabes in Richtung der polaren Achse hervor.

Nun tritt bei der Verdickung eine Verkleinerung und bei der Verdünnung eine Vergrößerung der Stablänge auf (da das Volumen des Stabes die Neigung hat, unverändert zu bleiben). Wenn am Kondensator Wechselspannung liegt, finden daher Längsschwingungen des Stabes statt. Diese werden stark, wenn die Eigenfrequenz der Längsschwingung nahezu gleich der Frequenz der Wechselspannung ist.

Finden starke Längsschwingungen des Stabes statt, so ruft der direkte piezoelektrische Effekt starke Wechselspannung des Kondensators hervor.

Giebe und Scheibe [s. ZS. f. Phys. **33**, Heft 5/6, S. 335; Heft 10/11, S. 760, 1925; v. Laue, ebenda **34**, Heft 5/7, S. 347, 1925] haben nun eine hübsche Methode erdacht, um die Erregung von Längsschwingungen sichtbar zu machen: sie ordnen den Stab mit dem Kondensator in einem verdünnten Gase an. An den Stellen des Stabes, an denen die Querverkürzung groß ist, tritt infolge der beiden Flächenladungen ein lebhaftes Leuchten des Gases auf.

Hat der Stab die Länge l, so ist die Wellenlänge der Wechselspannung, die starke Längsschwingungen hervorruft,

$$\lambda \approx 110\,000 \frac{l}{[\mathrm{cm}]}\,[\mathrm{m}] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (103)$$

Ein solcher Quarzresonator ist ein sehr genaues Frequenzmaß und kann z. B. dazu dienen, eine Senderwellenlänge konstant zu halten.

Auch bei dem in Art. 492 beschriebenen Meßverfahren ist es vorteilhaft, die Zwischenfrequenzwelle mit Hilfe eines solchen Quarzresonators konstant zu halten. Die Herstellung dieser Quarzresonatoren hat die Radiofrequenz-Ges., Berlin-Friedenau, Niedstraße 5, übernommen.

Bringt man ein Kristallpulver zwischen die Kondensatorplatten, so leuchtet ein verdünntes Gas auf, wenn einer der kleinen Kristallsplitter in Resonanzschwingungen gerät. Auch ändert sich dann die Amplitude der Senderschwingungen, was durch Abhören mit einem Telephon erkannt werden kann. Diese Verfahren sind von Giebe und Scheibe benutzt worden, um bei einer Reihe von Kristallen piezoelektrische Eigenschaften, also das Vorhandensein von polaren Achsen festzustellen.

Neunundachtzigstes Kapitel.

Stetige Doppelleitungen.

Art. 498. Vorgänge in der Umgebung einer Doppelleitung sind bereits mehrfach in diesem Buche behandelt worden.

Wir nehmen hier, wie früher, an, daß die beiden in demselben Querschnitt liegenden Leiterstücke der Doppelleitung gleiche, im entgegengesetzten Sinne fließende Ströme von der Stärke 1 führen und die Spannungen $\pm u/2$ gegen Erde haben.

Wir nehmen ferner an, daß das elektromagnetische Feld in der Umgebung der Leitung ein ebenes sei, so daß die elektrischen und magnetischen Feldlinien in Ebenen verlaufen, die zur Doppelleitung senkrecht stehen. Diese Annahme ist um so genauer zutreffend, je kleiner der Abstand der Drahtachsen ist und je größer die längs der Drähte gemessene Strecke ist, auf der Spannung und Stromstärke nahezu gleichbleibende Werte haben. In diesem Falle hat das elektrische Feld in der Umgebung der Drähte einer Freileitung die in Fig. 1, S. 1 und Fig. 13, S. 16 dargestellte Form, während die Feldlinien des magnetischen Feldes so verlaufen, wie es die Fig. 63, S. 56 und Fig. 74, S. 65 zeigen.

Innerhalb eines Raumteiles, der die Form einer engen zur Doppelleitung parallelen Röhre hat, ist das elektromagnetische Feld nicht nur eben, sondern auch von gleichbleibender Richtung. Innerhalb dieser Röhre können sich daher (ähnlich wie in einem Stoffe

von geringer Leitfähigkeit) zwei Wellen 1 und 2 in entgegengesetzten Richtungen fortpflanzen. Jede der Wellen befolgt die Telegraphengl. (11), S. 502, die als Wellengleichung bezeichnet wird, wenn $\varkappa = 0$ ist und das mittlere Glied fortfährt, wenn also keine örtliche Abnahme der Höchstwerte stattfindet. Gemäß Fig. 497, S. 495 bilden zwei in entgegengesetzten Richtungen laufende Wellen stehende Wellen.

Andere zur Doppelleitung parallele Röhren unterscheiden sich von der betrachteten nur durch Richtung und Größe, nicht aber durch die Phasen der Feldstärke; letztere haben in jedem, von allen Röhren senkrecht durchstoßenen Querschnitt den gleichen Wert. Daher können an einer Doppelleitung zwei ebene Wellen 1 und 2 in entgegengesetzten Richtungen entlang gleiten und stehende Wellen bilden. Gewöhnlich wird die Welle 1 direkt (am Leitungsanfang) erregt, während die Welle 2 von selbst durch Reflexion (am Leitungsende) entsteht.

Während es in manchen Fällen, z. B. bei der in Fig. 500, S. 497 dargestellten Doppelleitung, erwünscht ist, daß die direkt erzeugte Welle 1 und die reflektierte Welle 2 von gleicher Stärke sind, ist die reflektierte Welle bei Telephonieleitungen höchst schädlich. In dem ersten Falle wünscht man, daß die Vorgänge am Leitungsende sich mit der Frequenz der Erregung sehr stark ändern; im zweiten Falle, bei der Telephonie, sollen die Vorgänge am Leitungsende von der Frequenz möglichst unabhängig sein: sonst wird die Sprache durch die Übertragung verzerrt oder ganz unverständlich.

Bei Freileitungen ist die Leitungswellenlänge der freien Wellenlänge gleich. Bei Kabelleitungen ist die Leitungswellenlänge Λ immer kleiner als die freie Wellenlänge λ. Dies liegt zum Teil an der Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon/\varepsilon_0$ der die beiden Leiter trennenden Schicht. Beim Krarupkabel ist jeder der Leiter mit einer fortlaufenden Wicklung umgeben, so daß die magnetischen Feldlinien größtenteils in einem Stoffe von großer Permeabilität μ/μ_0 verlaufen. Dann ist gemäß den Gl. (8 a), S. 501, (13) und (14), S. 503 die Gleitgeschwindigkeit w etwa $^1/_{10}$ der Lichtgeschwindigkeit, die Leitungswellenlänge Λ etwa $^1/_{10}$ der freien Wellenlänge λ.

Art. 499. Die Eigenschaften einer Doppelleitung, durch die das elektromagnetische Feld in der Umgebung und die Vorgänge an der Leitung bestimmt werden, sind folgende:

Alle Eigenschaften eines Kabels sind von der Art des Querschnitts abhängig, in erster Linie vom Querschnitt und der Anordnung der

Kupferleiter, in zweiter Linie von den Stoffen der Trennungsschichten.

1. Eine Gruppe von Eigenschaften ist (außer vom Querschnitt) von der Länge der Leitung abhängig, **von der Frequenz nahezu unabhängig.** Es sei

l die Länge und
$\frac{1}{2}R$ der Ohmsche Widerstand des einzelnen Leiters;
G der Leitwert und
C die Kapazität zwischen den beiden Leitern einer Doppelleitung;
L die Induktivität der Doppelleitung.

2. Eine zweite Gruppe von Eigenschaften ist **von der Länge und der Frequenz unabhängig.** Wir bezeichnen

$R_0 = R/l$ als Liniendichte des Widerstandes,
$G_0 = G/l$ als Liniendichte des Leitwertes,
$C_0 = C/l$ als Liniendichte der Kapazität,
$L_0 = L/l$ als Liniendichte der Induktivität,
$Z = \sqrt{L_0/C_0}$ als Wellenwiderstand,
$c = 1/\sqrt{L_0 C_0}$ als ideale Gleitgeschwindigkeit,
$\vartheta = ct$ als idealen (in der Zeit t zurückgelegten) Gleitweg,
$\gamma = G_0 Z$ als Liniendichte der Querdämpfung,
$\varrho = R_0/Z$ als Liniendichte der Längsdämpfung.

3. Eine weitere Gruppe von Eigenschaften ist **von der Länge unabhängig,** nicht aber von der Frequenz. Wir bezeichnen

$\tau = \omega t$ als Zeitwinkel,
$\xi = x\omega/c = 2\pi x/\Lambda$ als Abstandswinkel,
$\Lambda = cT = 2\pi c/\omega$ als Leitungswellenlänge,
$\gamma' = G_0/\omega C_0 = \gamma c/\omega$ als Querstromverhältnis,
$\varrho' = R_0/\omega L_0 = \varrho c/\omega$ als Spannungsverhältnis.

Ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit (im freien Raume), c die ideale Gleitgeschwindigkeit, so ist die wirkliche Gleitgeschwindigkeit $< c < c_0$. Ist λ_0 die freie Wellenlänge, Λ die Wellenlänge an der idealen, verlustlosen Leitung, so ist die Wellenlänge an der wirklichen, nicht verlustlosen Leitung $< \Lambda < \lambda_0$. Wir setzen

die wirkliche Gleitgeschwindigkeit bzw. Wellenlänge

$$= \frac{c}{n} = \frac{\omega}{\alpha} \quad \text{bzw.} \quad = \frac{\Lambda}{n} = \frac{2\pi}{\alpha} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (104)$$

und bezeichnen

n als **Geschwindigkeitsnennerzahl,**
α als Geschwindigkeitsnenner.

Ebenso wie die Feldstärken einer gleichförmigen Welle, die sich in einem schwach leitenden Stoffe fortpflanzt, nehmen Spannung n und Stromstärke i einer Doppelleitung mit dem zurückgelegten Gleitweg x ab. Die Ausdrücke für die genannten Größen enthalten alle den Faktor $e^{-2\pi k x/\Lambda} = e^{-k\xi} = e^{-\beta r}$ . . . . . (105)

Wir bezeichnen

k als Gesamtschwächungszahl,
β als **Gesamtschwächung.**

Die Größen R_0, G_0, C_0 und L_0 berechnet man aus den für ein Stück der Doppelleitung gemessenen Werten von R, G, C und L. Bei einer gegebenen Betriebskreisfrequenz sind dann auch die Zahlen γ' und ϱ' bestimmt.

Zu γ' und ϱ' stehen die Zahlen k und n in einer ziemlich komplizierten Beziehung, wie die Gl. (114) zeigen. Aus k berechnet man gemäß (105)

$$k\omega/c = \beta \approx \tfrac{1}{2}(\gamma + \varrho).$$

Der Geschwindigkeitsnenner n und die Gesamtschwächung β sind von der Betriebskreisfrequenz ω nur in geringem Grade abhängig.

Als wichtigste Aufgabe bei der Herstellung von Fernsprechkabeln gilt es, die Größe β klein zu halten. Denn die Zahl βl (die als Schwächungsexponent bezeichnet werden sollte) darf nicht mehr als etwa 2,5 betragen, wenn die Doppelleitung als direkte Verbindung von Mikrophon und Telephon hinreichende Verständigung vermitteln soll.

Art. 500. Allgemeine Theorie der Vorgänge an einer Doppelleitung. 1. Wie Fig. 571 veranschaulicht, durchfließt ein Teil des Querstromes $\mathrm{d}i$ die Kapazität $C_0 . \mathrm{d}x$, ein anderer Teil den Leitwert $G_0 . \mathrm{d}x$. Wenn $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t$ und u positiv sind, sind beide Teilströme negativ. Folglich ist

$$\mathrm{d}i = -C_0 . \mathrm{d}x . \mathrm{d}u/\mathrm{d}t - G_0 . \mathrm{d}x . u.$$

Schreitet man um $\mathrm{d}x$ nach rechts, so gelangt man zu Punkten der Leiter, in denen die Stromstärke um $\mathrm{d}i$ gewachsen ist. Um zu zeigen, daß es sich um eine örtliche Änderung der Stromstärke,

dagegen um eine zeitliche Änderung der Spannung handelt, schreibt man

$$\mathrm{d}i = (\partial i/\partial x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{und} \qquad \mathrm{d}u = (\partial u/\partial t)\,\mathrm{d}t.$$

So gelangt man zu der ersten der Gl. (106).

Fig. 571.

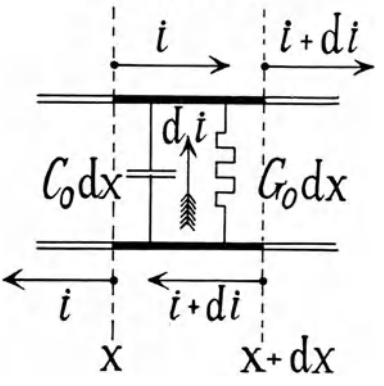
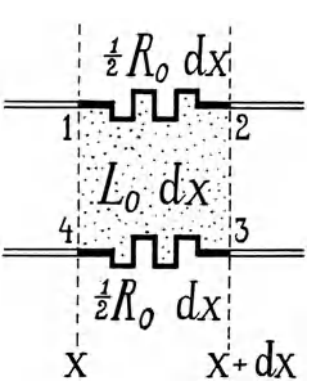


Fig. 572.



2. Die örtliche Abnahme berechnet sich auf Grund der Fig. 572. Das Stück $\mathrm{d}x$ der Doppelleitung hat die Induktivität $L_0 . \mathrm{d}x$, den Widerstand $R_0 . \mathrm{d}x$. Folglich ist

$$\begin{aligned} u_1 - u_2 + u_3 - u_4 &= (u_1 - u_4) - (u_2 - u_3) \\ &= -\mathrm{d}u = L_0 . \mathrm{d}x . \mathrm{d}i/\mathrm{d}t + R_0 . \mathrm{d}x . i. \end{aligned}$$

Um zu zeigen, daß es sich hier um eine örtliche Abnahme der Spannung, eine zeitliche der Stromstärke handelt, schreibt man

$$\mathrm{d}u = (\partial u/\partial x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{und} \qquad \mathrm{d}i = (\partial i/\partial t)\,\mathrm{d}t.$$

So gelangt man zu der zweiten der Gl. (106).

Spannung u und Stromstärke i sind durch die Beziehungen verknüpft

$$\underline{\frac{\partial i}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial u}{\partial t}} - G_0 u, \qquad \underline{\frac{\partial u}{\partial x} = -L_0 \frac{\partial i}{\partial t}} - R_0 i. \qquad (106)$$

Art. 501. Wanderwellen an einer idealen Doppelleitung. Die Vorgänge an einer idealen, d. h. widerstandsfreien Doppelleitung werden durch die unterstrichenen Teile der Gl. (106) dargestellt. Ersetzen wir die Zeit t durch den Gleitweg $ct = \vartheta$ und $\sqrt{L_0/C_0}$

durch den Wellenwiderstand Z, so nehmen die unterstrichenen Teile der Gl. (106) die Form an

$$\frac{\partial Zi}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial \vartheta} \quad \text{und} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial Zi}{\partial \vartheta} \cdot \quad \ldots \quad (107)$$

Differenziert man die zweite Gleichung nach x, so erhält man rechts die Änderung von $\partial Zi/\partial x$ mit ϑ und kann für $\partial Zi/\partial x$ den in der ersten der Gl. (107) gegebenen Ausdruck einsetzen. Dadurch erhält man die sogenannte Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \vartheta^2}.$$

Die Gleichung wird erfüllt durch eine beliebige Funktion der Größen $\vartheta - x$ oder $\vartheta + x$, also auch durch die Summe zweier solcher Funktionen.

Wir schreiben

$$u = F_1(\vartheta - x) + F_2(\vartheta + x), \text{ worin } \vartheta = ct \quad \ldots \quad (108a)$$

Die erste der Gl. (107) sagt dann folgendes aus. Es ist

$$\frac{\partial Zi}{\partial x} = -\frac{\partial F_1}{\partial(\vartheta - x)} - \frac{\partial F_2}{\partial(\vartheta + x)}.$$

Daraus folgt, daß

$$Zi = F_1(\vartheta - x) - F_2(\vartheta + x), \text{ worin } \vartheta = ct \quad \ldots \quad (108b)$$

Eine Integrationskonstante tritt nicht auf, wenn wir annehmen, daß außerhalb der Spannungsverteilung die Stromstärke $i = 0$ ist.

Die zu einer bestimmten Zeit t vorhandenen Teilspannungen F_1 gleiten (mitsamt ihrem Energieinhalt) nach rechts, und zwar mit der Geschwindigkeit c. Wenn nämlich der Wellenweg $\vartheta = ct$ um ebensoviel zugenommen hat wie der Abstand des Wellenpunktes x vom Anfangspunkt der Doppelleitung, so bleibt der Wert von F_1 ungeändert.

Die Spannungswellen F_2 gleiten nach links, in der $-x$-Richtung, an der Doppelleitung entlang.

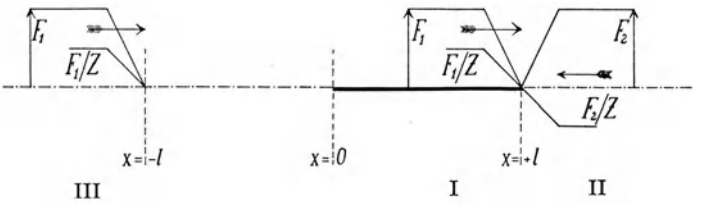
Die wirkliche Spannungsverteilung auf der Doppelleitung entsteht durch Überlagerung der beiden in verschiedener Richtung aneinander vorbeigleitenden Wellen F_1 und F_2.

Für jede der beiden Teilwellen gilt ein dem Ohmschen ähnliches Gesetz. Die wirklichen, durch Überlagerung entstandenen Werte der Spannung und Stromstärke stehen nicht in einer einfachen Beziehung.

In den Fig. 573 und 574 ist eine ideale Doppelleitung durch eine starke horizontale Linie dargestellt.

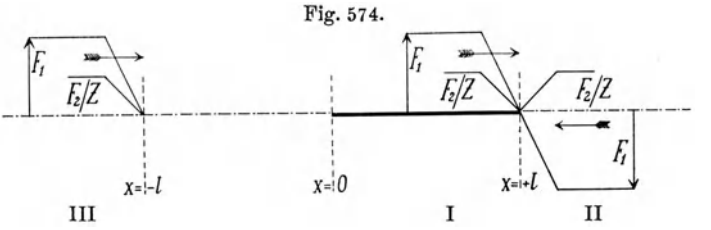
1. Wenn die in Bild I dargestellte Front der Stromwelle F_1/Z am offenen rechten Leitungsende angekommen ist, ist eine in Bild II dargestellte Stromwelle $-F_2/Z$ im Begriff, auf die Doppelleitung hinüberzugleiten. So erklärt es sich, daß die wirkliche, durch Überlagerung entstandene Stromstärke am offenen Leitungsende stets $= 0$ ist. Damit der Energieinhalt der Teilwellen F_1 und F_1/Z nach rechts, der der Teilwellen F_2 und $-F_2/Z$ nach links gleiten kann,

Fig. 573.



Ideale Doppelleitung mit offenen Enden.

Fig. 574.



Ideale Doppelleitung mit kurzgeschlossenen Enden.

müssen F_1 und F_2 von gleichem Sinne sein. An einem offenen Leitungsende wird eine positive Stromwelle als negative Stromwelle, eine positive Spannungswelle als positive Spannungswelle reflektiert.

2. Einige Zeit nach dem betrachteten Vorgang sind die in Bild II dargestellten Wellen F_2 und $-F_2/Z$ am linken Leitungsende, im Querschnitt $x = 0$, angekommen. Nun muß am linken, ebenfalls offenen Ende der Doppelleitung jederzeit die Stromstärke $= 0$ sein. Wir erklären dies durch folgende Annahme. In dem Augenblick, in dem der in den Bildern I und II dargestellte Zustand herrscht, ist außer der in Bild I dargestellten Welle noch eine zweite nach rechts gleitende Welle vorhanden, deren Front in Bild III dargestellt

ist und bei $x = -l$ liegt. Am linken Leitungsende, bei $x = 0$, begegnen sich die in Bild II und Bild III dargestellten Wellen und die Stromstärke bleibt $= 0$.

3. Wir bezeichnen den Frontabstand der in Bild I und Bild III dargestellten, nach rechts gleitenden Wellen als Wellenlänge Λ. Wenn z. B. die in Bild III dargestellte Welle um die Strecke

$$\Lambda = 2l = cT$$

nach rechts geglitten ist, dann ist der frühere Zustand wiederhergestellt, dann beginnt wieder die Reflexion am rechten Leitungsende. Die einmalige Erregung einer Spannung auf einer kurzen Doppelleitung genügt also, um periodische Vorgänge hervorzurufen.

4. Fig. 574 ist nach obigen Ausführungen ohne weiteres verständlich. An einem kurzgeschlossenen Leitungsende wird eine positive Spannungswelle als negative Spannungswelle, eine positive Stromwelle als positve Stromwelle reflektiert.

5. Ist ein Leitungsende durch den Ohmschen Widerstand r geschlossen, so ist $u_l = r \cdot i_l$, also nach den Gl. (108)

$$\frac{F_1(\vartheta - l)}{F_2(\vartheta + l)} = \frac{r/Z + 1}{r/Z - 1} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (109)$$

Wenn $r = Z$ ist, so verschwindet die reflektierte Welle F_2. Ist $r > Z$, so ist die Reflexion der an einem offenen Leitungsende stattfindenden ähnlich. Ist $r < Z$, so ist die Reflexion der an einem geschlossenen Leitungsende stattfindenden ähnlich.

Eine große Kapazität wirkt ähnlich wie ein kurzgeschlossenes Leitungsende, eine große Induktivität ähnlich wie ein offenes Leitungsende.

Scharfe Knicke in einem Leiter geben ebenfalls zu Reflexionen Anlaß. Hierauf beruht es, daß z. B. eine T-Antenne (s. Fig 508, S. 519) nicht nur eine, sondern mehrere Eigenwellen besitzt, die in keinem ganzzahligen Verhältnis stehen. Diese störende Eigenschaft ist viel weniger ausgeprägt, wenn das obere Ende jedes einzelnen Zuführungsdrahtes Z die Form eines V hat.

6. Die hier beschriebenen „Wanderwellen" sind für die Elektrotechnik von großer Bedeutung. Sie entstehen z. B., wenn von einer stromführenden Doppelleitung ein starker Verbraucher plötzlich abgeschaltet wird. Die so erzeugten Wanderwellen können sich der Betriebspannung überlagern und die Anlagen, insbesondere Maschinen und Transformatoren, gefährden.

Die elektrischen Wanderwellen sind verwandt mit den bekannten mechanischen Wanderwellen, die an einem gespannten Seil entlang laufen können. Um die Kenntnis der elektrischen Wanderwellen hat sich K. W. Wagner besondere Verdienste erworben.

Art. 502. Theorie einer sinusartig betriebenen Doppelleitung. 1. Sind die beiden Drähte einer Doppelleitung an die Klemmen einer sinusartigen Wechselspannungsstufe gelegt, so stellen sich nach einiger Zeit in jedem Leitungsquerschnitt x rein sinusartige Vorgänge her. Nach einiger Zeit sind Spannung u und Stromstärke i rein sinusartige Funktionen der Zeit. Man kann dann setzen:

$$u = \mathfrak{U}_1 e^{+j\tau} + \mathfrak{U}_2 e^{-j\tau} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (110)$$

worin $\mathfrak{U}_1$ und $\mathfrak{U}_2$ zwei komplex konjugierte Größen sind, die von der Lage x des betrachteten Punktes, aber nicht von der Zeit t und dem Zeitwinkel $\tau = \omega t$ abhängen.

Wir ersetzen in den Gl. (106) den Abstand x durch den Abstandswinkel $\xi = x\omega/c$ und die Zeit t durch den Zeitwinkel $\tau = \omega t$. Dann nehmen die Gl. (106) die Form an:

$$\frac{\partial Zi}{\partial \xi} = -\frac{\partial u}{\partial \tau} - \gamma' u, \quad \frac{\partial u}{\partial \xi} = -\frac{\partial Zi}{\partial \tau} - \varrho' Zi \quad \cdots \quad (111)$$

Bildet man die Änderung der Spannung $(\partial u/\partial \xi)$ mit dem Abstandswinkel ξ, so enthält die rechte Seite der zweiten Gleichung die Größe $\partial Zi/\partial \xi$ und ihre Änderung mit der Zeit. Für diese Größe kann man den Ausdruck einsetzen, den die erste der Gl. (111) angibt. So erhält man die Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + (\gamma' + \varrho')\frac{\partial u}{\partial \tau} + \gamma' \varrho' u \quad \cdots\cdots \quad (112)$$

Damit jedes der beiden Glieder in dem Ausdruck (110) für u die Telegraphengleichung erfüllt, müssen

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{U}_1}{\partial \xi^2} = \xi_1^2 \mathfrak{U}_1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{U}_2}{\partial \xi^2} = \xi_2^2 \mathfrak{U}_2 \quad \cdots\cdots \quad (113\text{a})$$

sein und die Zahlen ξ_1 und ξ_2 die Bedingung erfüllen:

$$\xi^2 \big|_2^1 = (\gamma' \pm j)(\varrho' \pm j), \quad \xi \big|_2^1 = k \pm nj \quad \cdots \quad (113\text{b})$$

2. Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für ξ^2 erhält man

$$\left.\begin{aligned} 2k^2 &= +\sqrt{1+\gamma'^2}\sqrt{1+\varrho'^2} - (1-\gamma'\varrho') \\ 2n^2 &= +\sqrt{1+\gamma'^2}\sqrt{1+\varrho'^2} + (1-\gamma'\varrho') \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (114\text{a})$$

Man kann zur Berechnung diese Ausdrücke oder die folgenden benutzen. Man setzt

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{z}^2 \cos 2\varphi = 1 - \gamma' \varrho' \\ \mathfrak{z}^2 \sin 2\varphi = \gamma' + \varrho' \\ \hline \mathfrak{z}^2 = \sqrt{1+\gamma'^2}\sqrt{1+\varrho'^2} \\ \varphi = \frac{1}{2}(arc\,tg\,\gamma' + arc\,tg\,\varrho') \\ \hline k = \mathfrak{z} \sin\varphi \text{ und } n = \mathfrak{z}\cos\varphi \end{array}\right\} \cdots\cdots (114b)$$

In zwei Fällen nehmen die Ausdrücke (114a) eine einfache Form an.

Ist $\gamma' = \varrho'$, so wird streng

$$n = 1, \quad k = \gamma' = \varrho', \quad \beta = \gamma = \varrho \quad \cdots (115a)$$

Sind γ' und ϱ' viel kleiner als 1, so wird angenähert

$$n \approx 1 + \frac{1}{2}\left[\frac{c}{\omega}\frac{\varrho-\gamma}{2}\right]^2, \quad k \approx \frac{c}{\omega}\frac{\varrho+\gamma}{2}, \quad \beta \approx \frac{\varrho+\gamma}{2} \quad (115b)$$

3. Multipliziert man die erste der Gl. (113a) mit $\partial \mathfrak{U}_1$ und integriert, so erhält man

$$\frac{\partial \mathfrak{U}_1}{\pm\sqrt{\mathfrak{U}_1^2 + K_1^2}} = \xi_1 . \partial\xi.$$

Bei weiterer Integration tritt eine neue Konstante auf. Wir setzen

$$\mathfrak{U}_1 = \frac{1}{2} U_0 \sqrt{2}\,[m_1 e^{+\xi_1 \xi} + n_1 e^{-\xi_1 \xi}] \cdots\cdots (116)$$

Um $\mathfrak{U}_2$ zu erhalten, sind die Indizes 2 durch 1 zu ersetzen. Diese beiden Ausdrücke (116) und die Gl. (110) bestimmen die Spannung u. Um einen Ausdruck für i zu erhalten, setzen wir den für u erhaltenen Wert in die erste der Gl. (111) ein.

Es wird

$$-\frac{\partial Zi}{\partial \xi} = (\gamma' + j)\, e^{+j\tau} . \mathfrak{U}_1 + (\gamma' - j)\, e^{-j\tau} . \mathfrak{U}_2 \quad \cdots (117)$$

Die Ausdrücke

$$\mathfrak{U}_1 . \partial\xi \quad \text{und} \quad \mathfrak{U}_2 . \partial\xi$$

sind leicht integrierbar.

Da u keinen gleichbleibenden Anteil enthält, darf auch Zi keinen enthalten: es tritt also keine neue Integrationskonstante auf.

So gelangt man zu den Gleichungen:

$$u = U_0\sqrt{2}\,(F_1 + F_2), \quad i = U_0\sqrt{2}\,(\mathfrak{r}/r)\,(G_1 - G_2) \cdot \quad (118)$$

$$\mathfrak{r}/r = \sqrt[4]{\omega^2 C_0^2 + G_0^2}\,/\sqrt[4]{\omega^2 L_0^2 + R_0^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (119)$$

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= Ne^{-\beta x}\cos(\tau - \alpha x + \nu) \\ F_2 &= Me^{+\beta x}\cos(\tau + \alpha x + \mu) \\ G_1 &= Ne^{-\beta x}\cos(\tau + \varepsilon - \alpha x + \nu) \\ G_2 &= Me^{+\beta x}\cos(\tau + \varepsilon + \alpha x + \mu) \end{aligned}\right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (120\,a)$$

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}\,(arc\,tg\,\varrho' - arc\,tg\,\gamma') \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (120\,b)$$

Die Integrationskonstanten M, N, μ, ν stehen zu den früheren m_1, m_2, n_1, n_2 in der Beziehung

$$\left.\begin{aligned} m\,|_2^1 &= m' \pm m''j \;\big|\; m' = M\cos\mu \;\big|\; n' = N\cos\nu \\ n\,|_2^1 &= n' \pm n''j \;\big|\; m'' = M\sin\mu \;\big|\; n'' = N\sin\nu \end{aligned}\right\} \quad (120\,c)$$

Falls G_0 und $R_0 = 0$ sind, wird $\varepsilon = 0$ und $\mathfrak{r}/r = 1/Z$. In diesem Falle stehen die Gl. (118) mit den Gl. (108) im Einklang.

Art. 503. Beschreibung der Vorgänge an einer sinusartig betriebenen Doppelleitung. 1. Die beiden Wellen F_1 und G_1 gleiten vom Leitungsanfang ($x = 0$) zum Leitungsende ($x = l$). Die Gleitgeschwindigkeit ist bei endlichen Widerständen $1/G$ und R kleiner als an einer idealen Doppelleitung. Man erkennt dies am besten, wenn man schreibt:

$$F_1 = Ne^{-\beta x}\cos\left[\frac{n\omega}{c}\left(\frac{c}{n}t - x\right) + \nu\right] \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (121)$$

Es herrscht derselbe Zustand, wenn der Abstand x des betrachteten Punktes vom Anfangspunkt der Doppelleitung gleich dem Gleitwege $t \cdot c/n$ ist. Die Gleitgeschwindigkeit ist also c/n. Die Zahl $n c_0/c$ hat eine ähnliche Bedeutung wie die Brechungszahl eines Stoffes. Das elektromagnetische Feld der Doppelleitung gleitet so, wie eine gleichförmige Welle in einem Raume, dessen Brechungszahl $n c_0/c$ ist. Daß bei einem Krarupkabel nc_0/c etwa 10 ist, liegt nicht, wie bei Wasser, an der hohen Dielektrizitätskonstante, sondern an der Eisenumspinnung der Drähte eines Krarupkabels.

Die beiden Wellen F_2 und G_2 gleiten vom Leitungsende ($x = l$) zum Leitungsanfang ($x = 0$).

2. Die Höchstwerte von Spannung und Stromstärke nehmen mit dem zurückgelegten Wege ab. Beim Zurücklegen des Gleit-

weges $1/\beta$ werden die Höchstwerte im Verhältnis $1:e$, d. h. auf rund $^1/_3$, geschwächt.

3. Wie wir einem Aufsatz von U. Meyer entnehmen, hat im Schwedenkabel 1921 jeder einzelne Leiter einen Kupferquerschnitt von 3,54 mm², Krarupumspinnung und Papierisolation. Es ist

$$R_0 = 11\,\Omega/\text{km}, \quad L_0 = 11 \cdot 10^{-3}\,\text{H/km}, \quad \varrho = 24{,}2 \cdot 10^{-3}\,1/\text{km};$$
$$G_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-6}\,1/\Omega\,\text{km}, \quad C_0 = 0{,}053 \cdot 10^{-6}\,\text{F/km},$$
$$\gamma = 0{,}636 \cdot 10^{-3}\,1/\text{km};$$
$$Z = 455\,\Omega, \quad c = 41\,500\,\text{km/s}.$$

Die Werte sind bei einer Kreisfrequenz $\omega = 5000\,\text{s}^{-1}$ gemessen; wir nehmen an, daß sie von ω unabhängig seien, was in Wirklichkeit nicht genau, aber annähernd zutrifft.

Berechnet man $\varrho' = \varrho\, c/\omega$ und $\gamma' = \gamma\, c/\omega$ für verschiedene Kreisfrequenzen, so erhält man aus (114) die Größen k und n. Aus n die Größe α zu berechnen, hat keinen Zweck, weil α zwar für die Schreibweise der Gleichungen bequem ist, aber sehr stark von der Kreisfrequenz abhängt. Wohl aber hat es Zweck, aus k die Größe $\beta = k\omega/c$ zu berechnen. Man erhält in n und β zwei Größen, die nur in geringem Grade von der Kreisfrequenz abhängen. Für das Schwedenkabel gilt:

$f =$	$\omega =$	$\omega/c =$	$n =$	$k =$	$\beta =$
50	314	0,0076	1,44	1,137	0,0086
200	1 256	0,0303	1,063	0,383	0,0116
800	5 020	0,121	1,005	0,108	0,0128
3 200	20 100	0,484	1,000	0,0256	0,0128
12 800	80 500	1,94	1,000	0,0063	0,0128
51 200	322 000	7,76	1,000	0,0016	0,0128
s^{-1}	s^{-1}	km^{-1}	—	—	km^{-1}

Man sieht, daß n und β nur in geringem Grade von der Kreisfrequenz ω abhängen.

Technischer Wechselstrom, der im freien Raume eine Wellenlänge von 6000 km erzeugt, würde auf der Leitung Wellenlängen von nur 558 km Länge erzeugen. Die Gleitgeschwindigkeit, im freien Raume $c_0 = 300\,000$ km/s, beträgt an dem Kabel nur etwa 29 200 km/s. Für die Ausbreitung kommt eben nur die nächste Umgebung der leitenden Drähte in Betracht, und diese verhält sich (infolge der großen Permeabilität) etwa wie ein Stoff mit der Brechungszahl 10.

Art. 504. Die Effektivwerte von Spannung, Stromstärke und Leistung. Die Gl. (118) sind geeignet, über die Vorgänge an einer Doppelleitung Auskunft zu geben; aber die Größen, welche sie verknüpfen, sind nicht direkt meßbar. Meßbar sind dagegen die Effektivwerte. Im folgenden ist $\mathfrak{N}$ die effektive Leistung.

Wir erhalten aus den Gl. (108):

$$\left.\begin{aligned} u &= U_0\sqrt{2}\,\sqrt{\mathfrak{c}+c}\,\cos(\tau-\psi_1),\ tg(\psi_2-\psi_1)=s/\mathfrak{f} \\ i &= U_0\sqrt{2}\,(\mathfrak{r}/r)\,\sqrt{\mathfrak{c}-c}\,\cos(\tau+\varepsilon-\psi_2) \\ \mathfrak{N} &= U_0^2(\mathfrak{r}/r)\,[\mathfrak{f}\cos\varepsilon+s\sin\varepsilon] \end{aligned}\right\} \quad (122)$$

Die Hilfsgrößen $\mathfrak{c}$, c, $\mathfrak{f}$ und s enthalten die vier Integrationskonstanten m', m'', n', n'' und den Abstand x vom Leitungsanfang. Es ist

$$\left.\begin{aligned} A &= 2\,n\,x\,\omega/c, \quad B = 2\,\beta\,x \\ s &= 2\,(m'n'+m''n'')\sin A+2\,(m''n'-m'n'')\cos A \\ c &= 2\,(m'n'+m''n'')\cos A-2\,(m''n'-m'n'')\sin A \\ \mathfrak{c} &= +(N^2+M^2)\,\mathfrak{Cof}\,B-(N^2-M^2)\,\mathfrak{Sin}\,B \\ \mathfrak{f} &= -(N^2+M^2)\,\mathfrak{Sin}\,B+(N^2-M^2)\,\mathfrak{Cof}\,B \end{aligned}\right\} \quad (123)$$

Art. 505. Die Integrationskonstanten bei gegebener Belastung. Wird der Leitungsanfang an eine sinusartige Wechselspannungsstufe gelegt und das Leitungsende durch den Ohmschen Widerstand r geschlossen, so können bzw. müssen die Bedingungen erfüllt sein:

$$(u)_{x=0} = U_0\sqrt{2}\cos\omega t \quad \text{bzw.} \quad (u)_{x=l} = r\,.\,(i)_{x=l}\,. \quad . \quad (124)$$

Da die Gleichungen für beliebige Zeitwinkel ωt erfüllt sein müssen, so zerfällt jede in zwei. Die entstehenden vier Gleichungen können zur Bestimmung der vier Konstanten dienen. Für u und i setzen wir in der Gl. (124) diejenigen Werte ein, die man direkt aus den Gl. (110), (116), (117) erhält. So ergeben sich für die Konstanten die Werte:

$$\left.\begin{aligned} m'\mathfrak{n} &= \mathfrak{C}_0+C_0-\mathfrak{S}_0 & \quad m''\mathfrak{n} &= +S_0 \\ n'\mathfrak{n} &= \mathfrak{C}_0+C_0+\mathfrak{S}_0 & \quad n''\mathfrak{n} &= -S_0 \\ \mathfrak{C}_0^2-\mathfrak{S}_0^2 &= C_0^2+S_0^2 & \quad \mathfrak{n} &= 2\,(\mathfrak{C}_0+C_0) \\ A &= A' = 2\,\omega\,n\,l/c & \quad B &= B' = 2\,\beta\,l \end{aligned}\right\} \quad (125)$$

Die Hilfsgrößen $\mathfrak{C}_0$, C_0, $\mathfrak{S}_0$, S_0 ergeben sich aus den Größen $\mathfrak{C}$, C, $\mathfrak{S}$, S der Gl. (126), wenn in letzteren $x = 0$ gesetzt wird, oder A und B durch die in (125) angegebenen Werte ersetzt werden.

Art. 506. Die Effektivwerte von Spannung, Stromstärke und Leistung bei gegebener Belastung. 1. In einem beliebigen Leitungspunkt stellen die Gl. (122) die Effektivwerte dar. Für die Hilfsgrößen $\mathfrak{c}$, c, $\mathfrak{f}$ und s ist bei Belastung durch den Schließungswiderstand r zu setzen:

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{S}{\mathfrak{C}_0 + C_0},\quad c = \frac{C}{\mathfrak{C}_0 + C_0},\quad \mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}_0 + C_0},\quad \mathfrak{f} = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{C}_0 + C_0} \\ S &= -(\mathfrak{r}^2 - 1)\, sin\ A + 2\,\mathfrak{r}\, sin\,\varepsilon\, cos\, A \\ C &= +(\mathfrak{r}^2 - 1)\, cos\ A + 2\,\mathfrak{r}\, sin\,\varepsilon\, sin\, A \\ \mathfrak{C} &= (\mathfrak{r}^2 + 1)\,\mathfrak{Cof}\, B + 2\,\mathfrak{r}\, cos\,\varepsilon\,\mathfrak{Sin}\, B \\ \mathfrak{S} &= (\mathfrak{r}^2 + 1)\,\mathfrak{Sin}\, B + 2\,\mathfrak{r}\, cos\,\varepsilon\,\mathfrak{Cof}\, B \\ A &= 2\,\omega\, n\,(l - x)/c,\quad B = 2\,\beta\,(l - x) \end{aligned}\right\} \quad (126)$$

Die Größe $\mathfrak{r}/r$ ist durch Gl. (119), ε durch Gl. (120b) bestimmt. In den Gl. (126) und (123) haben die *sin*- und die $\mathfrak{Sin}$-Glieder entgegengesetztes Vorzeichen.

2. Im Leitungsanfang, bei $x = 0$, ist

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= U_0\sqrt{2}\, cos\,\tau,\quad tg\,\psi_2 = S_0/\mathfrak{S}_0 \\ i_0 &= U_0\sqrt{2}\,\frac{\mathfrak{r}}{r}\sqrt{\frac{\mathfrak{C}_0 - C_0}{\mathfrak{C}_0 + C_0}}\, cos\,(\tau + \varepsilon - \psi_2) \\ \mathfrak{N}_0 &= U_0^2\,\frac{\mathfrak{r}}{r}\,\frac{\mathfrak{S}_0\, cos\,\varepsilon + S_0\, sin\,\varepsilon}{\mathfrak{C}_0 + C_0} \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (127)$$

3. Am Leitungsende ($x = l$) ist

$$\left.\begin{aligned} u_l &= U_0\sqrt{2}\,\mathfrak{r}\sqrt{\frac{2}{\mathfrak{C}_0 + C_0}}\, cos\,(\tau - \psi_1) \\ i_l &= U_0\sqrt{2}\,\frac{\mathfrak{r}}{r}\sqrt{\frac{2}{\mathfrak{C}_0 + C_0}}\, cos\,(\tau - \psi_1) \\ \mathfrak{N}_l &= U_0^2\,\frac{\mathfrak{r}}{r}\,\frac{2\,\mathfrak{r}}{\mathfrak{C}_0 + C_0} \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (128)$$

4. Die Endleistung einer widerstandsfreien, idealen Leitung ergibt sich aus den Gl. (115), (119), (120b), (126), (128). Es ist

$$\beta = 0,\quad n = 1,\quad \mathfrak{r} = r/Z,\quad \varepsilon = 0,\quad \mathfrak{C}_0 = \mathfrak{r}^2 + 1,$$
$$C_0 = \mathfrak{r}^2 - 1 + 2\,(1 - \mathfrak{r}^2)\, sin^2\, 2\,\pi\, l/\Lambda,$$

worin C_0 die Hilfsgröße, nicht etwa die Liniendichte der Kapazität bedeutet.

Die Leistung ist

$$\mathfrak{N}_l = \frac{U_0^2}{r\left[1+\left(\frac{Z^2}{r^2}-1\right)\sin^2\frac{2\pi l}{\Lambda}\right]} \quad \cdots\cdots (129)$$

Wenn die Länge l der Leitung sehr klein gegen die Leitungswellenlänge Λ ist, dann wird einfach $\mathfrak{N}_l = U_0^2/r$.

Wenn der Schließungswiderstand r dem Wellenwiderstand Z gleich ist, dann wird ebenfalls $\mathfrak{N}_l = U_0^2/r$. In beiden Fällen hat die Leistung den erstrebten und erwünschten Wert.

Im allgemeinen ist die Endleistung $\mathfrak{N}_l$ in sehr hohem Grade von der Betriebsfrequenz abhängig. Die Leistung wird groß, wenn $r \gg Z$ und $\sin 2\pi l/\Lambda = \pm 1$ ist, wenn also

$$r \gg Z \quad \text{und} \quad \frac{2l}{\Lambda} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \text{ usw.} \quad \cdots\cdots (130\,a)$$

ist. Die Leistung wird ferner groß, wenn $r \ll Z$ und $\sin 2\pi l/\Lambda = 0$ ist, also wenn

$$r \ll Z \quad \text{und} \quad \frac{2l}{\Lambda} = 0, 1, 2, 3 \text{ usw.} \quad \cdots\cdots (130\,b)$$

Daß diese Resonanzerscheinungen in möglichster Schärfe auftreten, ist erwünscht bei der Paralleldrahtleitung Fig. 500, S. 497, die zur Bestimmung von Wellenlängen dienen soll.

5. Die Resonanzerscheinungen sind in höchstem Grade unerwünscht bei einer Leitung für Telephonie, weil sie die Sprache verzerren. Von den beiden Gliedern $\mathfrak{S}_0$ und C_0 im Nenner des Ausdruckes (128) für die Endleistung $\mathfrak{N}_l$ ist das Resonanzglied C_0 viel gefährlicher als das Dämpfungsglied $\mathfrak{S}_0$. Um kleine Werte von C_0 zu erhalten, müssen ε und $\mathfrak{r}^2 - 1$ klein sein (s. Gl. 126). Es wird nun ε klein, wenn die Widerstände $1/G_0$ und R_0 verschwindend klein sind; $\mathfrak{r}^2 - 1$ wird klein, wenn der Schließungswiderstand r ungefähr gleich dem Wellenwiderstand Z ist.

Gewöhnlich ist G_0/C_0 so viel kleiner als R_0/L_0, daß letztere Größe fast allein für die Abweichungen einer Doppelleitung von der idealen verantwortlich ist. R_0 herabzudrücken, würde eine untragbare Erhöhung der Kosten verursachen. Deshalb sucht man L_0 künstlich zu erhöhen. Das eine Mittel ist von Pupin angegeben. Es besteht darin, daß in Abständen von einigen Kilometern in jeden der Leiter eine Spule von großer Induktivität eingeschaltet wird. Das andere Mittel ist von Krarup angegeben. Es besteht darin,

jeden der Leiter mit einer fortlaufenden Wicklung von dünnem Eisendraht zu umgeben.

Bei der Herstellung eines Kabels für Telephoniezwecke ist darauf zu achten, daß R_0/L_0 und G_0/C_0 möglichst kleine Zahlenwerte haben, damit sich das Kabel annähernd so verhält wie ein ideales. Dann bleibt erstens die örtliche Abnahme der Höchstwerte (der Amplituden) unter einer erträglichen Größe, und es ist zweitens möglich, durch Wahl der Betriebsverhältnisse gute Energieübertragung zu erzielen. Beim Betrieb des Kabels kommt es vor allem darauf an, den Schließungswiderstand r ungefähr gleich dem Wellenwiderstand Z zu machen. Dann ist die Amplitude M der reflektierten Wellen klein und die Endleistung praktisch unabhängig von der Betriebsfrequenz.

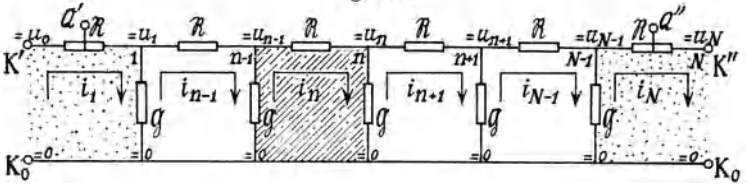
Neunzigstes Kapitel.

Kettenleitungen.

Art. 507. Der Aufbau einer Kettenleitung ist in Fig. 575 dargestellt.

Der eine Leiter der Kettenleitung, der „Spannungsleiter“ K′K″, ist durch Reihenschaltung von N gleichen „Längsleitern“ gebildet, deren jeder den komplexen Widerstand $\mathfrak{R}$ hat. Der komplexe

Fig. 575.



Widerstand einer Kapazität mit Vorwiderstand ist in Gl. (68), S. 141 angegeben, der einer Induktivität mit Vorwiderstand in Gl. (62), S. 137.

Die Verbindungsstellen je zweier Längsleiter, kurz die „Abzweigpunkte“, sind mit dem Nulleiter K_0K_0 durch je einen „Querleiter“ verbunden, dessen komplexer Leitwert $= \mathfrak{G}$ ist. Der komplexe Leitwert einer Kapazität mit Vorwiderstand ist in Gl. (71), S. 142, angegeben, der einer Induktivität mit Nebenwiderstand in Gl. (64), S. 139.

Während man eine stetige Doppelleitung in beliebig kleine, also auch in beliebig viele, gleiche Stücke einteilen kann (deren jedes als einzelner Stromkreis aufgefaßt werden darf), ist die Einteilung einer Kettenleitung nicht beliebig, sondern durch die nicht weiter teilbaren Werte von $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}$ bestimmt.

Man verdankt die Kenntnis der Vorgänge in Kettenleitungen größtenteils K. W. Wagner.

Praktische Bedeutung haben bisher nur lineare Kettenleitungen erlangt. Es kommt hauptsächlich darauf an, von welchen Frequenzen die elektrischen Vorgänge sind, bei denen Leistung an der Kette entlang schreitet. — Man kann sich auch flächenhaft oder räumlich angeordnete Kettenleitungen vorstellen. Ein Kristall wird von ebenen elektromagnetischen Wellen in ähnlicher Weise durchschritten, wie eine solche Raumkettenleitung.

Art. 508. Die Resonanzmöglichkeiten einer Kettenleitung sind dadurch bestimmt, daß sich die einzelnen Stromkreise zu Strombahnen gruppieren, die überall den gleichen Strom führen. Eine solche Strombahn besteht aus zwei Arten von Leitern, die in Reihe geschaltet sind. Der Gesamtwiderstand der einen Leiterart sei $\mathfrak{R}'$, der Gesamtleitwert der anderen Leiterart sei $\mathfrak{G}'$. Dann kann die Stromstärke in der Strombahn ohne eingeschaltete Spannungsstufe nur dann groß sein, wenn die „allgemeine Resonanzbedingung“ erfüllt ist:

$$\mathfrak{R}' + 1/\mathfrak{G}' = 0 \qquad \text{oder} \qquad -\mathfrak{R}'\mathfrak{G}' = 1 \quad \cdots \quad (131)$$

A. Die gröbste Einteilung einer Kettenleitung liegt vor, wenn Stromquelle, Spannungsleiter, Schließungswiderstand und Nullleiter eine Strombahn bilden. Damit sich eine solche Strombahn herstellen kann, muß entweder der Widerstand $\mathfrak{R}$ der einzelnen Längsleiter ≈ 0 sein oder es muß der Leitwert $\mathfrak{G}$ der einzelnen Querleiter ≈ 0 sein. In beiden Fällen ist

$$-\mathfrak{R}\mathfrak{G} = p = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \quad (132)$$

Dieser Betriebszustand ist in dem oberen Teilbild der Fig. 576 veranschaulicht.

B. Die feinste Einteilung einer Kettenleitung ist verwirklicht, wenn die Stromstärke in allen Einzelkreisen der Kettenleitung gleiche Stärke und einen von Kreis zu Kreis wechselnden Umlaufssinn hat. Dieser Betriebszustand ist in dem untersten Teilbild der Fig. 576 veranschaulicht.

Wir denken uns jeden Querleiter durch zwei parallel geschaltete vom Leitwert $^1/_2\,\mathfrak{G}$ ersetzt. So entstehen statt der Einzelkreise einzelne Strombahnen, die überall gleichen Strom führen. In jeder dieser Strombahnen ist

$$\mathfrak{R}' = \mathfrak{R} \quad \text{und} \quad \mathfrak{G}' = {}^1/_4\,\mathfrak{G},$$

also

$$-\mathfrak{R}'\mathfrak{G}' = -{}^1/_4\,\mathfrak{R}\mathfrak{G} = {}^1/_4\,p.$$

Bei Resonanz ist nach (131) $-\mathfrak{R}'\mathfrak{G}' = 1$, also

$$-\mathfrak{R}\mathfrak{G} = p = 4 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (133)$$

C. Man kann sich eine Reihe von Betriebszuständen denken, bei denen die Stromstärke in einer geringeren Anzahl von Längsleitern als im Falle A gleichbleibende Richtung hat. Man kann sich auch Betriebszustände denken, bei denen die Stromstärke in einer größeren Anzahl von Längsleitern als im Falle B gleichbleibende Richtung hat. Alle diese denkbaren und daher möglichen Betriebszustände liegen innerhalb der in A und B beschriebenen Grenzen, d. h. innerhalb des Gebietes

$$0 < -\mathfrak{R}\mathfrak{G} < 4 \qquad \text{oder} \qquad 0 < p < 4 \quad \cdots\cdots \quad (134)$$

Innerhalb dieses Gebietes können sich die kapazitiven und die induktiven Widerstände einer Kettenleitung aufheben. Innerhalb dieses Gebietes kann sich eine Kettenleitung als Leiter von Leistung, außerhalb nur als Nichtleiter von Leistung verhalten.

Daraus ergeben sich zwei grundsätzlich verschiedene Arten der Anwendung von Kettenleitungen: man kann sie als Leiter oder als Nichtleiter für Leistung verwenden.

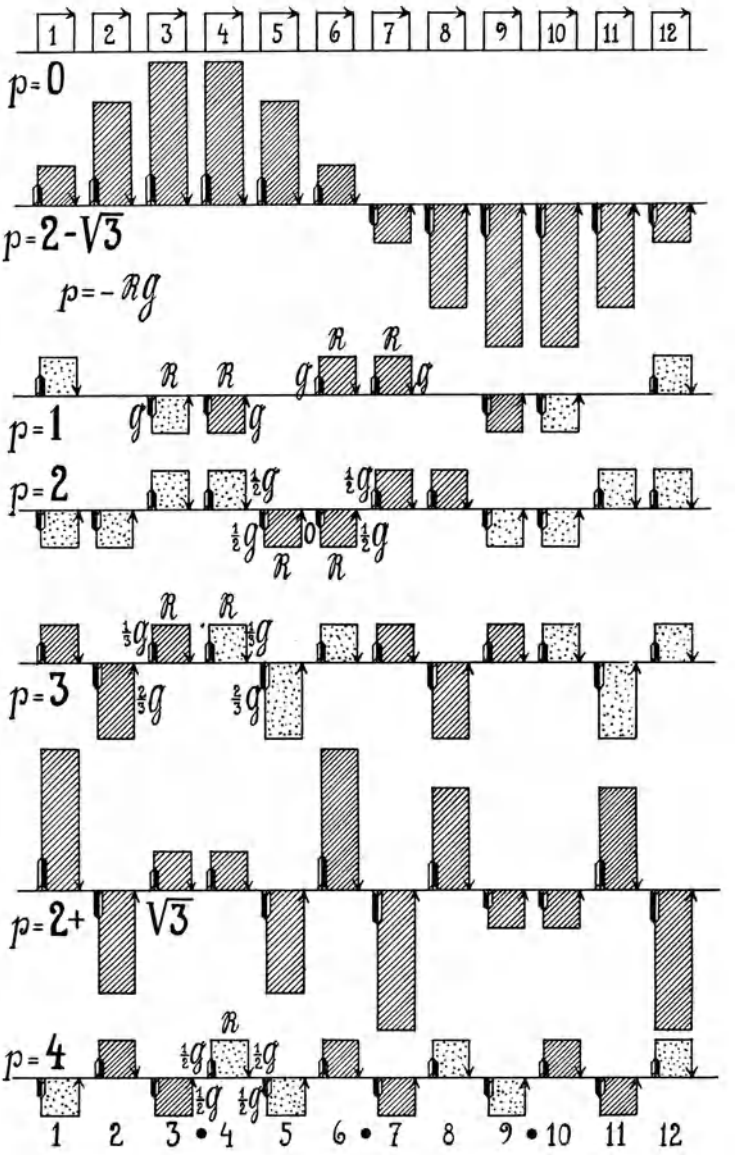
Art. 509. Die Vorgänge in Kettenleitungen mit 3, 6 oder 12 Einzelkreisen sind in Fig. 576 in einer (in Fig. 579 in einer anderen) Art dargestellt. Die besonderen Resonanzbedingungen $p = 0$ und $p = 4$ sind schon im vorstehenden Artikel unter A und B erläutert.

In dem Falle $p = 1$ kann man je drei benachbarte Einzelkreise zusammenfassen. Einer dieser Einzelkreise ist stromlos; die beiden anderen führen Ströme von gleicher Stärke und Richtung und bilden eine Strombahn, in der $\mathfrak{R}' = 2\,\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = {}^1/_2\,\mathfrak{G}$ ist, die besondere Resonanzbedingung also lautet

$$-\mathfrak{R}\mathfrak{G} = p = 1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (135)$$

Im Falle $p = 2$ kann man je zwei benachbarte Einzelkreise als eine Strombahn auffassen. In zwei benachbarten Strombahnen

Fig. 576.



wechselt der Umlaufssinn des Stromes. In jeder einzelnen Strombahn ist $\mathfrak{R}' = 2\,\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = {}^1/_4\,\mathfrak{G}$, lautet also die besondere Resonanzbedingung

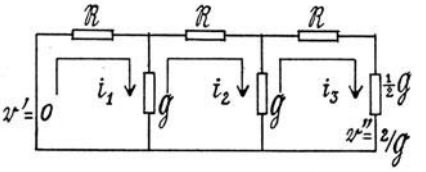
$$-\mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = p = 2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (136)$$

Im Falle $p = 3$ kann man drei benachbarte Einzelkreise zu zwei Strombahnen zusammenfassen. Die eine Strombahn besteht aus zwei Einzelkreisen mit $\mathfrak{R}' = 2\,\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = {}^1/_6\,\mathfrak{G}$. Die andere Strombahn besteht aus einem Einzelkreise und führt einen doppelt so starken Strom wie die andere, und zwar durch $\mathfrak{R}' = \mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = {}^1/_3\,\mathfrak{G}$. Für beide Strombahnen lautet die besondere Resonanzbedingung

$$-\mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = p = 3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (137)$$

Die Resonanzbedingungen $p = 2 \pm \sqrt{3}$ und $p = 2$ ergeben sich, wie die betreffenden Teilbilder der Fig. 576 und die Fig. 577 zeigen, durch Betrachtung von drei Einzelkreisen, die an einem Ende

Fig. 577.



kurzgeschlossen, an dem anderen durch den Leitwert ${}^1/_2\,\mathfrak{G}$ geschlossen sind. Bildet man in jedem der drei Einzelkreise die Summe der Spannungsabfälle, so erhält man für p die Gleichung

$$p^3 - 6\,p^2 + 9\,p - 2 = 0.$$

Dividiert man die Gleichung durch $p - 2$, so erhält man

$$p^2 - 4\,p + 1 = 0$$

oder

$$p = 2 \pm \sqrt{3}.$$

Art. 510. Die Spulenkette ist eine besondere Art der Kettenleitung. Der Aufbau ist im Teilbild a der Fig. 578 dargestellt. Als Längsleiter dienen Spulen, deren komplexer Widerstand, falls der Verlustwiderstand klein ist, $= \mathfrak{R} = j\,\omega\,L_1$ ist. Als Querleiter dienen (verlustfreie) Kondensatoren, deren komplexer Leitwert $\mathfrak{G} = j\,\omega\,C_2$ ist. Für die Spulenkette gilt also die Betriebsbedingung

$$-\mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = p = \omega^2\,L_1\,C_2.$$

Ein aus L_1 und C_2 gebildeter Schwingungskreis hat die Eigenkreisfrequenz Ω_{12} und die Eigenwelle Λ_{12}. Es ist nach Gl. (2), S. 403

$$\Omega_{12}^2 L_1 C_2 = 1 \qquad \text{oder} \qquad L_1 C_2 = 1/\Omega_{12}^2.$$

Hieraus und aus obiger Betriebsbedingung folgt

$$p = \frac{\omega^2}{\Omega_{12}^2} = \frac{\Lambda_{12}^2}{\lambda^2} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{\Lambda_{12}}{\sqrt{p}} \quad \cdots \quad (138)$$

Die Betriebswellen λ, bei denen die Spulenkette als Leiter von Leistung dienen kann, liegen innerhalb der Grenzen ∞ und $^1/_2 \Lambda_{12}$.

Beim Betriebe mit sehr langen Wellen haben die Längsleiter verschwindend kleine induktive Widerstände, die Querleiter sehr große kapazitive Widerstände. Der Spannungsleiter kann also einen starken Strom führen und sich auf hoher Spannung gegen den Nullleiter befinden, so daß eine erhebliche Leistung an der Kette entlang schreiten kann.

Beim Betriebe mit der kleinsten, durch $p = 4$ bestimmten Wellenlänge kann man sich jeden Einzelkreis ersetzt denken durch eine Strombahn, die durch Reihenschaltung des induktiven Widerstandes ωL_1 und der beiden kapazitiven Widerstände $2/\mathfrak{G} = 2/\omega C_2$ gebildet ist.

Daß sehr kurze Wellen an der Kette nicht entlang schreiten können, ist leicht einzusehen. In diesem Falle haben die Längsleiter sehr große induktive Widerstände, während die Querleiter sehr kleine kapazitive Widerstände haben und wie Kurzschlüsse wirken. Der Spannungsleiter kann also weder große Stromstärke führen noch hohe Spannung gegen den Nulleiter haben: die Strömung von Leistung kann nur sehr gering sein.

Art. 511. Die Kondensatorenkette ist im Teilbild b der Fig. 578 dargestellt.

Die Längsleiter haben den komplexen Widerstand

$$\mathfrak{R} \approx -j/\omega C_1,$$

die Querleiter den komplexen Leitwert

$$\mathfrak{G} \approx -j/\omega L_2.$$

Also ist

$$-\mathfrak{R}\mathfrak{G} = p = 1/\omega^2 C_1 L_2,$$

oder

$$\lambda = \Lambda_{12} \cdot \sqrt{p} \quad \cdots \quad (139)$$

Sehr kleine Wellen ($p \approx 0$) können an der Kette entlang schreiten, weil für sie die Längsleiter geringen, die Querleiter sehr großen Widerstand haben.

Fließt in je zwei benachbarten Einzelkreisen ein gleich starker, entgegengesetzt gerichteter Strom, so kann man sich jeden Querleiter ersetzt denken durch zwei parallel geschaltete Spulen von der Induktivität $2 L_2$. So entstehen Strombahnen, in denen der Strom den kapazitiven Widerstand $-j/\omega C$, den induktiven Leitwert $-j/4\,\omega L_2$ durchfließt. Es ist also

$$-\mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = p = {}^1/_4\,\omega^2 C_1 L_2.$$

Die hierdurch bestimmte Wellenlänge ist die größte, welche durchgelassen wird. Insbesondere werden sehr lange Wellen nicht durchgelassen, weil für sie die Längsleiter großen, die Querleiter kleinen Widerstand besitzen.

Art. 512. Die Spulenkette mit Reihenschlußkondensatoren ist im Teilbild c der Fig. 578 dargestellt.

Offenbar werden weder sehr lange noch sehr kurze Wellen durchgelassen. In beiden Fällen haben die Längsleiter einen zu großen Widerstand.

Im allgemeinen ist

$$\mathfrak{R} = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) \quad \text{und} \quad \mathfrak{G} = j\,\omega C_2.$$

Daraus folgt

$$-\mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = p = \omega^2 L_1 C_2 - C_2/C_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140)$$

So ergibt sich der in Fig. 578, Teilbild c mitgeteilte Ausdruck für den durchgelassenen Wellenbereich.

Art. 513. Die Spulenkette mit Nebenschlußspulen ist im Teilbild d der Fig. 578 dargestellt.

Der Widerstand $\mathfrak{R}$ der Längsleiter bzw. der Leitwert $\mathfrak{G}$ der Querleiter ist

$$\mathfrak{R} = j\,\omega L_1 \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{G} = j\,(\omega C_2 - 1/\omega L_2).$$

Folglich ist

$$-\mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = p = \omega^2 L_1 C_2 - L_1/L_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (141)$$

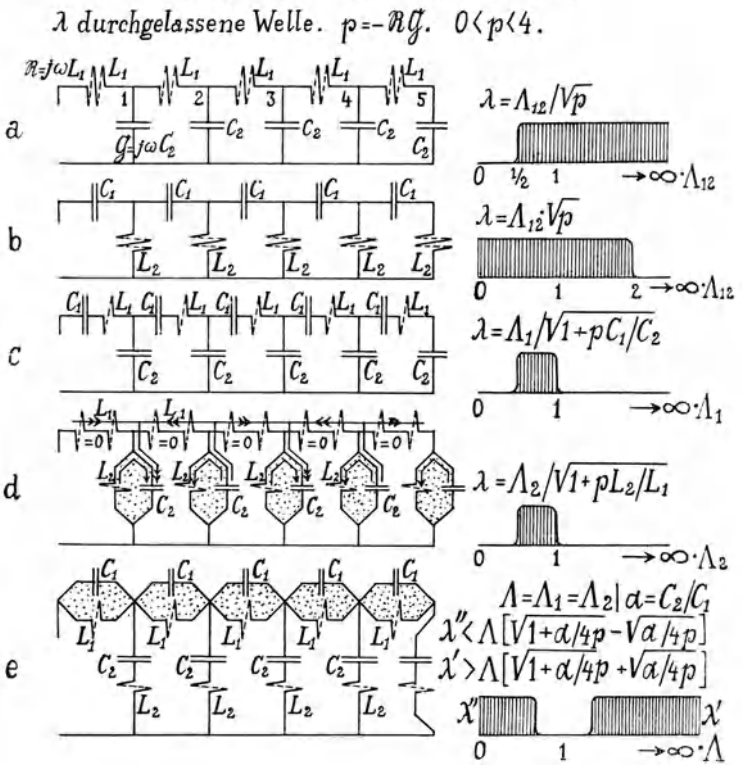
Hieraus ergibt sich die Gleichung für den durchgelassenen Wellenbereich, die im Teilbild d der Fig. 578 angegeben ist.

Sehr große Wellen werden nicht durchgelassen, weil für sie die Querwiderstände sehr klein sind. Sehr kleine Wellen werden nicht durchgelassen, weil für sie die Längswiderstände sehr groß und die Querwiderstände sehr klein sind.

Die eingezeichneten Pfeile zeigen den Stromverlauf bei der durch $p = 4$ bestimmten Grenzwelle. Der Kapazität C_2 entquellen die drei Ströme, welche durch die beiden einem Abzweigpunkt benach-

Fig. 578.

Durchgelassener Wellenbereich schraffiert.



barten Induktivitäten $^1/_2 L_1$ und durch die Induktivität L_2 fließen. Diese drei Induktivitäten wirken wie die parallel geschalteten Induktivitäten L_2 und $^1/_4 L_1$, d. h. wie die eine Induktivität

$$L' = \frac{1}{1/L_2 + 4/L_2}$$

Der Strom durchfließt diese Induktivität L' und die Kapazität C_2, ohne Spannung zwischen den Eintritts- und Austrittspunkten hervorzurufen Daher ist bei Resonanz $1/\omega C_2 = \omega L'$. Hieraus ergibt sich (141) mit $p = 4$.

Art. 514. Die Sperrkreiskette ist im Teilbild e der Fig. 578 dargestellt. Wir beschränken uns auf den Fall, daß die Eigenwelle der Kreise C_1, L_1 und C_2, L_2 den gleichen Wert Λ hat.

Bei der Betriebswelle λ hat der Längsleiter den Leitwert $1/\mathfrak{R}$, der Querleiter den Widerstand $1/\mathfrak{G}$. Es ist

$$\frac{1}{\mathfrak{R}} = j\frac{\Lambda}{\lambda}\left(1-\frac{\lambda^2}{\Lambda^2}\right)\sqrt{\frac{C_1}{L_1}}, \quad \frac{1}{\mathfrak{G}} = j\frac{\Lambda}{\lambda}\left(1-\frac{\lambda^2}{\Lambda^2}\right)\sqrt{\frac{L_2}{C_2}}.$$

Hieraus folgt

$$\frac{\lambda}{\Lambda} = +\sqrt{\frac{\alpha}{4p}+1}\pm\sqrt{\frac{\alpha}{4p}}, \quad \alpha = \frac{C_2}{C_1} = \frac{L_1}{L_2} \quad \cdot \quad (142)$$

Ein negatives Vorzeichen der ersten Wurzel ergibt keinen physikalischen Sinn. Die Resonanzwellen λ sind, wenn $\Lambda = 1000$ m und $\alpha = 1$, folgende:

$p = 0$	1	2	3	4	
$\lambda = 0$	617	707	759	781 m	↓
∞	1617	1410	1330	1281	

Daß die Eigenwelle $\lambda = 1000$ m nicht durchgelassen wird, geht ohne weiteres aus folgender Überlegung hervor. Die als Längsleiter dienenden Schwingungskreise wirken als Sperrkreise und lassen keine merkliche Stromstärke in dem Spannungsleiter zustande kommen. Die als Querleiter dienenden Schwingungskreise wirken als Kurzschlüsse und lassen keine hohe Spannung auf dem Spannungsleiter entstehen.

Das gesperrte Intervall schließt die gemeinsame Eigenwelle Λ ein und erstreckt sich

bei $\alpha = 4$ von 617 bis 1617 m,
„ $\alpha = 1$ „ 781 „ 1281 m,
„ $\alpha = 1/4$ „ 883 „ 1133 m.

Ist $\alpha \gtrless 1$, so ist die Intervallbreite

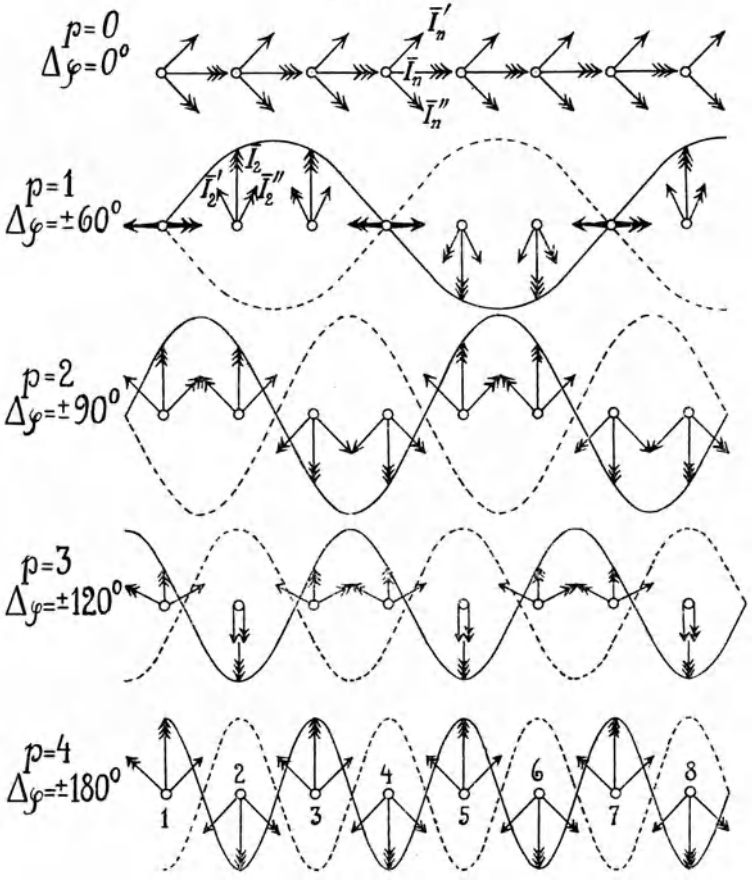
$$\Delta\lambda = 1/2\,\Lambda\sqrt{\alpha}.$$

Art. 515. Die vektorielle Darstellung von vorwärts und rückwärts schreitenden Wellen ist für beliebige Kettenleitungen in Fig. 579 durchgeführt. Voraussetzung ist, daß die Vorgänge in jedem Einzelkreise rein sinusartige Funktionen der Zeit sind. Wir stellen die augenblickliche Stromstärke im n-ten Kreise durch den Strahl $\bar{I}_n$ dar

(s. das Teilbild $p = 0$). Hat die Stromstärke in allen Einzelkreisen gleiche Stärke und Phase (ist $p = 0$), so genügt die Betrachtung eines Strahles $\overline{I}_n = \overline{I}$.

Ist aber die Stromstärke in verschiedenen Einzelkreisen ganz verschieden, wie z. B. im Falle $p = 1$, so ist das Verhalten des

Fig. 579.



Strahles $\overline{I}_n$ unstet und schwer zu beschreiben. Es läßt sich aber leicht verstehen, wenn wir annehmen, daß zwei Seelen in seiner Brust wohnen und sein Verhalten bestimmen, d. h. wenn wir den Strahl $\overline{I}_n$ als geometrische Summe der beiden Strahlen $\overline{I}'_n$ und $\overline{I}''_n$ auffassen.

Diese beiden Strahlen zeigen Sinn für Ordnung: sie verändern von Kreis zu Kreis ihre Richtung, behalten aber, falls die Einzelkreise widerstandsfrei sind, ihre Länge bei. In dem Teilbild für $p = 1$ dreht sich der Strahl I_n' von Kreis zu Kreis um -60^0, d. h. um 60^0 im Sinne des Uhrzeigers, während $\overline{I}_n''$ sich um $+ 60^0$ (entgegen dem Uhrzeigerumlauf) dreht.

Wir erhalten so durch zwei einfache Strahlen das merkwürdige, in Fig. 576 dargestellte Verhalten der einzelnen Kreise, z. B. bei $p = 1$. Auch die Vorgänge bei $p = 2, 3, 4$ lassen sich leicht darstellen.

Diese vektorielle Darstellung läßt sich auch auf eine stetige Doppelleitung anwenden. Dann stellt $\overline{I}'$ eine vorwärts, $\overline{I}''$ eine rückwärts schreitende, reflektierte Welle dar. Beide Wellen bilden durch Überlagerung die bekannten stehenden Wellen mit Knoten und Bäuchen der Stromstärke.

Art. 516. Die allgemeine Theorie der Kettenleitung. Wir bezeichnen

$p = -\mathfrak{R}\mathfrak{G}$ als Frequenzzahl,

ζ als Exponentialfaktor,

$\mathfrak{Z} = \sqrt{\mathfrak{R}/\mathfrak{G}}$ als Wellenwiderstand.

Die Vorgänge im n-ten Einzelkreise sind, wie Fig. 575 erkennen läßt, durch folgende Beziehungen mit den Vorgängen in den Nachbarkreisen verknüpft.

1. Der Spannungsabfall im Längsleiter des n-ten Kreises ist

$$\overline{U}_{n-1} - \overline{U}_n = \mathfrak{R}\overline{I}_n \quad \ldots\ldots \quad (143\,a)$$

Die Spannungsabfälle in den beiden, dem n-ten Kreise angehörenden Querleitern sind

$$\frac{\overline{I}_n - \overline{I}_{n-1}}{\mathfrak{G}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\overline{I}_n - \overline{I}_{n+1}}{\mathfrak{G}}.$$

Setzt man die Summe der drei Spannungsabfälle $= 0$, so erhält man

$$[\overline{I}_{n-1} - \overline{I}_n] - [\overline{I}_n - \overline{I}_{n+1}] = \mathfrak{G}\mathfrak{R}\overline{I}_n \quad \ldots \quad (144\,a)$$

2. Vom n-ten Abzweigpunkt fließt zum Nulleiter der Strom

$$\overline{I}_n - \overline{I}_{n+1} = \mathfrak{G}\overline{U}_n \quad \ldots\ldots \quad (143\,b)$$

Von dem Abzweigpunkt aus fließen durch die benachbarten Längsleiter die Ströme

$$\frac{\overline{U}_n - \overline{U}_{n-1}}{\mathfrak{R}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\overline{U}_n - \overline{U}_{n+1}}{\mathfrak{R}}.$$

Setzt man die Summe der drei abfließenden Ströme = 0, so erhält man

$$[\overline{U}_{n-1} - \overline{U}_n] - [\overline{U}_n - \overline{U}_{n+1}] = \mathfrak{R}\,\mathfrak{G}\,\overline{U}_n \quad . \quad . \quad (144\,\mathrm{b})$$

Die Gl. (143) sind den für eine stetige Doppelleitung geltenden Gl. (106), S. 592, ähnlich. Die Gl. (144) sind den Telegraphengleichungen (11) S. 502 und (112) S. 596 vergleichbar und mögen als Kettengleichungen bezeichnet werden.

3. Durch Einführung der Hilfsgröße p nehmen die Gl. (144) die Form an

$$\overline{I}_{n-1} + \overline{I}_{n+1} + (p-2)\,\overline{I}_n = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (144\,\mathrm{c})$$

$$\overline{U}_{n-1} + \overline{U}_{n+1} + (p-2)\,\overline{U}_n = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (144\,\mathrm{d})$$

Gl. (144 c) gilt für alle Einzelkreise der Kettenleitung mit Ausnahme des ersten und des letzten. Gl. (144 d) gilt für alle Abzweigpunkte mit Ausnahme des ersten (K') und des letzten (K'').

4. Wir zerlegen nun gemäß Art. 515 den Strom i jedes Einzelkreises in zwei Teilströme i' und i''. Phase und Amplitude dieser Teilströme werden sich mit der Ordnungszahl n ändern. Wir setzen

$$\overline{I}_n = \overline{I}'_n + \overline{I}''_n, \quad \overline{I}'_n = \overline{I}' e^{-\zeta n}, \quad \overline{I}''_n = -\overline{I}'' e^{+\zeta n},$$

also

$$\overline{I}_n = \overline{I}' e^{-\zeta n} - \overline{I}'' e^{+\zeta n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (145\,\mathrm{a})$$

und

$$\overline{U}_n = \overline{U}' e^{-\zeta n} + \overline{U}'' e^{+\zeta n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (145\,\mathrm{b})$$

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in die Kettengleichungen (144) erhält man

$$\overline{I}_n \,.\, F = 0, \quad \overline{U}_n \,.\, F = 0,$$

$$F = \frac{e^{+\zeta} + e^{-\zeta}}{2} - [1 - {}^1\!/_2\, p].$$

Die Ausdrücke (145) erfüllen also die Kettengleichungen, wenn $F = 0$ ist, d. h. wenn die beiden Hilfsgrößen ζ und p durch die Beziehung verbunden sind

$$\mathfrak{Cof}\,\zeta = 1 - {}^1\!/_2\, p, \quad \mathfrak{Sin}\,\zeta = {}^1\!/_2\, j \sqrt{p}\,\sqrt{4-p} \quad . \quad . \quad (146)$$

5. Durch Einsetzen der beiden Ausdrücke (145) in die beiden Gl. (143) erhält man Ausdrücke für die Quotienten der Strahlen $\overline{U}'$ und $\overline{I}'$ bzw. $\overline{U}''$ und $\overline{I}''$. Setzt man jeden Quotienten gleich der

Wurzel aus dem Produkt der beiden, für ihn gefundenen Ausdrücke, so ergibt sich

$$\bar{U}'/\bar{I}' = \mathfrak{Z} e_r^{-1/2\zeta}, \quad \bar{U}''/\bar{I}'' = \mathfrak{Z} e^{+1/2\zeta}$$

oder

$$\left.\frac{\bar{U}}{\bar{I}}\right|_{''}^{'} = {}^1/_2 \mathfrak{Z} \left[+\sqrt{4-p} \mp j\sqrt{p}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (147)$$

Sind die Einzelkreise einer Kettenleitung widerstandsfrei, so sind $\mathfrak{Z}$ und beide Wurzeln reell. Dann stehen die Effektivwerte der Teilspannungen und der Teilstromstärken in der Beziehung

$$U'/I' = \mathfrak{Z} = U''/I'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

Man kann die Strahlen $\bar{U}'$ und $\bar{I}'$ als Bestimmungsstücke einer Welle auffassen, die vorwärts (d. h. zu Einzelkreisen von höherer Ordnungszahl n) schreitet. Die Strahlen $\bar{U}''$ und $\bar{I}''$ kann man als Bestimmungsstücke einer rückwärts schreitenden Welle auffassen.

Art. 517. Die Betrachtung der Vorgänge im Anfangs- und Endkreis. Wir nehmen an, daß zwischen den Anfangsklemmen $K'K_0$ (siehe Fig. 575) ein Wechselstromgenerator liegt, der die effektive Wechselspannung U_0 hat, und ein Leiter mit dem komplexen Widerstand $\mathfrak{r}'$, der mit der Maschine in Reihe geschaltet ist. Die Endklemmen $K''K_0$ seien durch einen Leiter geschlossen, dessen komplexer Widerstand $\mathfrak{r}''$ ist.

Bildet man die Summe der Spannungsabfälle für den ersten sowie für den N-ten Kreis, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\mathfrak{G}\mathfrak{r}', \quad (1-p-p')\,\bar{I}_1 - \bar{I}_2 &&= \bar{U}_0\mathfrak{G} \\ p'' &= -\mathfrak{G}\mathfrak{r}'', \quad (1-p-p'')\,\bar{I}_N - \bar{I}_{N-1} &&= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad (149)$$

Durch Einsetzen der aus (145a) folgenden Ausdrücke erhält man

$$\bar{I}' = \frac{\bar{U}_0\mathfrak{G}\bar{F}'\bar{M}'}{\bar{N}}, \quad \bar{I}'' = \frac{\bar{U}_0\mathfrak{G}\bar{F}''\bar{M}''}{\bar{N}} \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

Hierin ist

$$\left.\begin{aligned} \bar{F}\,|_{''}^{'} &= \mathfrak{Cof}\, N\zeta \pm \mathfrak{Sin}\, N\zeta, \\ \bar{M}\,|_{''}^{'} &= 2p'' + p \mp j\sqrt{p}\,\sqrt{4-p}, \\ N &= S\,\mathfrak{Sin}\, N\zeta + C\,\mathfrak{Cof}\, N\zeta, \\ S &= p\,[1 + (1+p')(1+p'')] - 2p'p'', \\ C &= j\sqrt{p}\,\sqrt{4-p}\,[p' + p'p'' + p''] \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (151)$$

Art. 518. Vorgänge in einer widerstandsfreien Kettenleitung. Wenn der Widerstand $\mathfrak{R}$ der einzelnen Längsleiter und der Leitwert $\mathfrak{G}$ der einzelnen Querleiter komplex sind, so wird

$$1 + {}^1/_2 \mathfrak{G}\mathfrak{R} = \mathfrak{Cof}\,\zeta = a + bj \quad \cdots\cdots \quad (152)$$

Dann ist auch ζ komplex. Wir setzen

$$\zeta = \delta + \nu j \quad \cdots\cdots\cdots \quad (153)$$

Schreibt man statt $\mathfrak{Cof}\,\zeta$ die e-Funktion von ζ, so erhält man

$$\mathfrak{Cof}\,\delta \cos\nu = a, \quad \mathfrak{Sin}\,\delta \sin\nu = b \quad \cdots\cdots \quad (154)$$

Wir beschränken uns auf den Fall, daß die Elemente der Kettenleitung einen verschwindend kleinen Ohmschen Widerstand haben. Dann ist $b = 0$ und p reell. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden.

1. Ist $\sin\nu$ nicht $= 0$, so muß $\mathfrak{Sin}\,\delta = 0$ und $\delta = 0$, also

$$\mathfrak{Cof}\,\delta = 1 \text{ und } \cos\nu = a = 1 - {}^1/_2 p \quad \cdots \quad (154\,a)$$

sein. Beispielsweise ist

für $p =$	0	1	2	3	4
$\cos\nu =$	$+1$	$+{}^1/_2$	0	$-{}^1/_2$	-1
$\nu =$	0^0	60^0	90^0	120^0	180^0

Vergleicht man diese Werte von ν mit den Werten von $\Delta\varphi$ in Fig. 579, so tritt die physikalische Bedeutung von ν besonders deutlich zutage. Es ist $\nu = \Delta\varphi$ der Phasenwinkel, um den sich die Teilstromstärken i'_n und i''_n beim Übergang von einem Einzelkreis zum nächsten ändern. Innerhalb der durchlässigen Zone bleibt die Stromstärke der vorwärts schreitenden Welle von Kreis zu Kreis konstant, so daß Leistung an der Kettenleitung entlang schreiten kann.

2. Ist $\sin\nu = 0$, so ist

$$\cos\nu = -1 \text{ und } \mathfrak{Cof}\,\delta = -a = {}^1/_2 p - 1 \quad \cdots \quad (154\,b)$$

Beispielsweise ist

für $p =$	4	6	8	10	12
$\mathfrak{Cof}\,\delta =$	1	2	3	4	5
$\delta =$	0	1,32	1,76	2,06	2,48

Außerhalb der durchlässigen Zone nimmt die Stromstärke der vorwärts schreitenden Welle von Kreis zu Kreis rasch ab, so daß nennenswerte Leistung der Kettenleitung weder zugeführt noch entzogen werden kann.

3. Hat man nach Gl. (150) für die Strahlen $\overline{I}'$ und $\overline{I}''$ die Ausdrücke

$$\overline{I}' = p' + q'j \quad \text{und} \quad \overline{I}'' = p'' + q''j \quad \cdots \quad (155)$$

berechnet, ferner

$$\left.\begin{array}{ll} P' = +\sqrt{p'^2 + q'^2} & \text{und} \quad P'' = +\sqrt{p''^2 + q''^2} \\ tg\,\psi' = q'/p' & tg\,\psi'' = q''/p'', \end{array}\right\} \quad \cdots \quad (156)$$

so ist die wirkliche Stromstärke im n-ten Einzelkreise der Kettenleitung

$$\left.\begin{array}{l} i = P'\sqrt{2}\,e^{-\delta n}\sin(\omega t + \psi' - \nu n) \\ \quad - P''\sqrt{2}\,e^{+\delta n}\sin(\omega t + \psi'' + \nu n) \end{array}\right\} \quad \cdots \quad (157)$$

Art. 519. Das Verschwinden der reflektierten Welle kann auf zweierlei Weise bewirkt werden.

1. Nach den Gl. (150) und (151) ist die Amplitude der rückwärts laufenden Welle verschwindend klein, wenn

$$F'' = e^{-\zeta N} = e^{-\delta N} \cdot e^{-\nu N j} \quad \cdots \quad (158)$$

verschwindet. Die reflektierte Welle verschwindet also, wenn entweder die Einzelkreise erheblichen Ohmschen Widerstand haben, d. h. wenn δ groß ist, oder wenn die Verlustwiderstände der Einzelkreise klein sind, aber ihre Anzahl N sehr groß ist.

2. Die reflektierte Welle hat auch dann eine verschwindend kleine Amplitude, wenn der Schließungswiderstand der Kettenleitung in passender Weise gewählt wird; d. h. wenn der Faktor $\overline{M}''$ in dem Ausdruck für $\overline{I}''$ zum Verschwinden gebracht ist oder die Bedingung erfüllt ist:

$$r = \mathfrak{r}'' + {}^1/_2\,\mathfrak{R} = {}^1/_2\,\mathfrak{Z}\sqrt{4 - p} \quad \cdots \quad (159)$$

Teilt man den letzten Längsleiter einer Kettenleitung in zwei vom Widerstand ${}^1/_2\,\mathfrak{R}$, so ist zwischen dem Teilpunkt (Q'' in Fig. 575) und dem Nulleiter (K_0) der Ohmsche Widerstand r einzuschalten. Im allgemeinen hängt r von der Betriebswellenlänge ab. Nur wenn $p \approx 0$ ist, wird $r \approx \mathfrak{Z}$ und konstant.

Art. 520. Resonanzerscheinungen oder stehende Wellen treten dann auf, wenn in Gl. (150)

$$\overline{F}'' \neq 0 \quad \text{und} \quad \overline{N} = 0$$

ist.

1. Falls $\mathfrak{r}' = \mathfrak{r}'' = 0$ oder falls $\mathfrak{r}' = \mathfrak{r}'' = {}^1/_2\,\mathfrak{G}$ ist, wird der Faktor C im Nenner $= 0$. Dann lautet die Resonanzbedingung

$$\mathfrak{Sin}\, N\zeta = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (160)$$

Bei sechs Einzelkreisen ist

$$N = 6 \quad \text{und} \quad \mathfrak{Sin}\, N\zeta = 2\,\mathfrak{Sin}\, 3\zeta \,.\, \mathfrak{Cof}\, 3\zeta,$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{Sin}\, 3\zeta &= {}^1/_2 j \sqrt{p}\,(1-p)\,(3-p)\,\sqrt{4-p}, \\ \mathfrak{Cof}\, 3\zeta &= {}^1/_2\,(2-\sqrt{3}-p)(2-p)\,(2+\sqrt{3}-p) \end{aligned}\right\} \quad (161)$$

Damit Resonanz eintritt, muß p die bereits früher ermittelten Werte haben.

2. Ist $\mathfrak{r}' = 2/\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{r}'' = 0$ oder $\mathfrak{r}' = 0$ und $\mathfrak{r}'' = 2/\mathfrak{G}$, so wird der Faktor S im Nenner $= 0$. Dann lautet die Resonanzbedingung

$$\mathfrak{Cof}\, N\zeta = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (162)$$

Die Werte von p, welche diese Gleichung bei $N = 6$ erfüllen, sind

$$2 \pm \sqrt{2-\sqrt{3}}, \quad 2 \pm \sqrt{2}, \quad 2 \pm \sqrt{2+\sqrt{3}}.$$

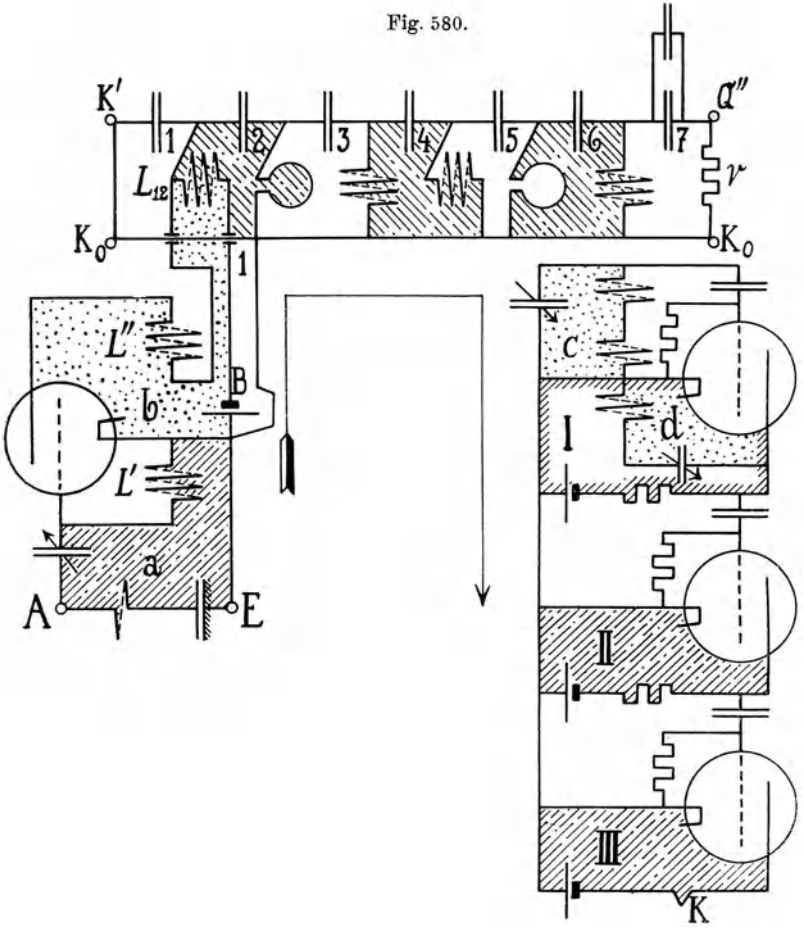
Ist, wie bei der Schaltung Fig. 577, $N = 3$, so ergeben sich für p die schon auf S. 607 ermittelten Werte.

Art. 521. Störbefreiung durch Kettenleitungen. 1. Fig. 580 zeigt, wie man starke Störwellen vom Empfang kleinerer Hörwellen ausschließen kann. Die Hochantenne AE liegt an einem Hochfrequenzverstärker (mit den Stromkreisen a und b). Der Empfänger enthält einen Schwinggleichrichter (c, d. I) und zwei Mittelfrequenzverstärker (II und III). Zwischen Hochfrequenzverstärker und Empfänger liegt eine Kondensatorenkette mit sieben Einzelkreisen.

Mit einer solchen Einrichtung empfängt der Verf. in der Handels-Hochschule, die an das Börsengebäude grenzt, also im Zentrum von Berlin liegt, die meisten deutschen Rundfunksender (auch an Sommertagen), ungestört durch den Betrieb der beiden Berliner und des Königswusterhausener Senders. Die acht Kapazitäten sind Dubilierkondensatoren von je 550 $\mu\mu$F (500 cm). Die sechs gleichen Spulen haben eine Induktivität von je 30 $\mu\mu$H und sind so angeordnet, daß sie möglichst wenig magnetisch gekoppelt sind. Die Eigenwelle eines Schwingungskreises, der aus einem Kondensator und einer Spule gebildet ist, beträgt 237 m. Alle Wellen, die größer als 474 m sind, werden von der Kette nicht durchgelassen. Ist der Schließungs-

widerstand $r = \infty$, so erhält man scharfe Resonanz bei Wellen, die alle kleiner sind als 474 m ($p = 4$). Der Wellenwiderstand ist $\mathfrak{Z} = 258\,\Omega$. Ist r (verwirklicht durch eine Kohlefadenlampe) ungefähr $= \mathfrak{Z}$, so gehen die einzelnen Resonanzmaxima in ein breites durchgelassenes Wellenband über.

Fig. 580.



2. Um z. B. Daventry (1600 m) ungestört empfangen zu können, verwendet der Verf. eine Spulenkette. Die Querleiter bestehen aus Kondensatoren von 4400 $\mu\mu$F, die Längsleiter sind Spulen von 470 $\mu\mu$H. Die Eigenwelle eines Kreises, der einen solchen Konden-

sator und eine Spule enthält, ist 2800 m. Alle Wellen über 1400 m schreiten ungeschwächt durch die Kette, alle kleineren werden sehr stark geschwächt.

Die beschriebenen Empfangseinrichtungen sind einfach zu bedienen, weil nur zwei Kondensatoren, die in den Kreisen *a* und *c* liegen, sorgfältig eingestellt zu werden brauchen. Sie haben nur einen Nachteil: Wellen in unmittelbarer Nähe der Störwellen (z. B. Wien, 531 m) können sie nicht hörbar machen.

Art. 522. Weitere Anwendungen von Kettenleitungen gibt es in großer Zahl.

1. Durch Einschaltung von Pupinspulen wird eine Doppelleitung zu einer Spulenkette, die alle Frequenzen bis zu einem bestimmten Höchstwert gut durchläßt.

2. Mit Hilfe von Kettenleitungen kann man derselben Doppelleitung Wellen von verschiedener Frequenz zuführen und entziehen. Dadurch wird eine Doppelleitung befähigt, mehrere Paare von Sendern und Empfängern miteinander zu verbinden, ohne daß die einzelnen Teilnehmerpaare einander stören. Dadurch wird die wirtschaftliche Ausnutzung der Doppelleitung vergrößert.

Die beschriebene Möglichkeit dürfte berufen sein, in der Telegraphie und Telephonie auf Leitungen zwischen weit entfernten Verkehrszentren eine große Rolle zu spielen.

3. Die Zugtelephonie (von der Dr. E. F. Huth-Ges. entwickelt) hat ähnliche Aufgaben zu lösen. Es wird längs der Fahrstrecke eine Doppelleitung gespannt, an der elektrische Wellen von verschiedenen Wellenlängen entlang gleiten. Jeder der auf der Strecke fahrenden Züge sendet bzw. empfängt eine dieser Wellen und ist so mit einigen ortsfesten, an der Strecke liegenden Stationen verbunden. Jedem Zuge steht also eine Welle zur Verfügung, die als Trägerwelle für Telephonie dienen kann.

4. Die Telephonie längs Starkstromleitungen bedient sich auch der Kettenleitungen, um die elektrische Welle (von z. B. 4000 m), die als Trägerwelle für die Telephonie dient, von der 6000-km-Welle zu trennen, welche (bei 50 Perioden in der Sekunde) zur Übertragung der großen Leistung dient. Auf diese Weise sind die Stationen der Bayernleitung (s. Fig. 265, S. 249) miteinander verbunden. Diese Telephonieanlage ist von der Telefunkengesellschaft ausgeführt worden.

9. Abschnitt.

Atombau.

Einundneunzigstes Kapitel.

Die moderne Auffassung des periodischen Systems der Elemente.

Art. 523. Wertigkeit und Atomgewicht. Einen Stoff, der aus unteilbaren kleinsten, gleichartigen Teilchen oder Atomen besteht, wollen wir als Element bezeichnen. Aus dieser Voraussetzung lassen sich folgende Schlüsse ziehen: 1. Ein elementarer Körper muß eine ganze Anzahl von Atomen enthalten. 2. In einer Vereinigung zweier elementarer Körper mögen z_1 Atome erster und z_2 Atome zweiter Art enthalten sein; dann müssen z_1 und z_2 ganze Zahlen sein, also sich auch wie zwei ganze Zahlen verhalten.

Die Ganzzahligkeit von z_1 und z_2 und damit die Zulässigkeit obiger Annahme zu prüfen, wäre unmöglich, wenn es nur Gemische, keine Verbindungen von Elementen gäbe. Von chemischen Verbindungen, die nur zwei Elemente enthalten, läßt sich nachweisen, daß die Zahlen z_1 und z_2 in dem Verhältnis kleiner ganzer Zahlen stehen. Dies von Dalton zuerst nachgewiesene Verbindungsgesetz hat sich ausnahmslos für alle Verbindungen bewährt. Es ist einer der wichtigsten Beweise für die Zulässigkeit der Annahme, daß es in der Natur Atome und Elemente in dem zunächst nur vorausgesetzten Sinne gibt.

Berzelius wählte für die einzelnen Atome kurze Zeichen (Symbole), z. B. *O* für das Sauerstoffatom. Verbinden sich $2z$ Atome R

eines beliebigen Elementes mit wz Atomen O, so beschreibt Berzelius den Vorgang der Verbindung durch die kurze Formel

$$z[2R + wO] = zR_2O_w \quad \text{oder} \quad 2R + wO = R_2O_w \quad . \quad (1)$$

Die kleine ganze Zahl w heißt Sauerstoffvalenz oder Wertigkeit des aus den Atomen R gebildeten Elementes.

Die Masse von wz Atomen O ist

$$m(wzO) = wz \cdot \{A(O) \cdot m_0\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

die Masse von $2z$ Atomen R ist

$$m(2zR) = 2z \cdot \{A(R) \cdot m_0\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

Hierin ist die Zahl $A(R)$ das Atomgewicht von R, die Zahl $A(O)$ das Atomgewicht des Sauerstoffatoms O. Das Verhältnis der beiden, durch Wägung bestimmbaren Massen ist

$$\frac{m(2zR)}{m(wzO)} = \frac{2 \cdot A(R)}{w \cdot A(O)},$$

folglich ist

$$A(R) = \frac{m(2zR)}{m(wzO)} \cdot \frac{1}{2} w \cdot A(O) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Setzt man fest, daß $A(O) = 16$ sein soll, so ergibt sich als Atomgewicht des Atoms R (oder des Elementes R) die Zahl

$$A(R) = 8w \cdot m(2zR)/m(wzO) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Daß w eine kleine ganze Zahl ist, zeigte Dalton. Einen bestimmten Wert für w können wir erst wählen, wenn sämtliche chemischen Verbindungen, die das Element R eingehen kann, quantitativ untersucht sind. Man wählt dann w so, daß die Bezeichnung der Verbindungen möglichst einfach wird, also z. B. für Chlorwasserstoff HCl, für Wasser H_2O, für Ammoniak NH_3 lautet (und nicht H_2Cl, H_4O, NH_6).

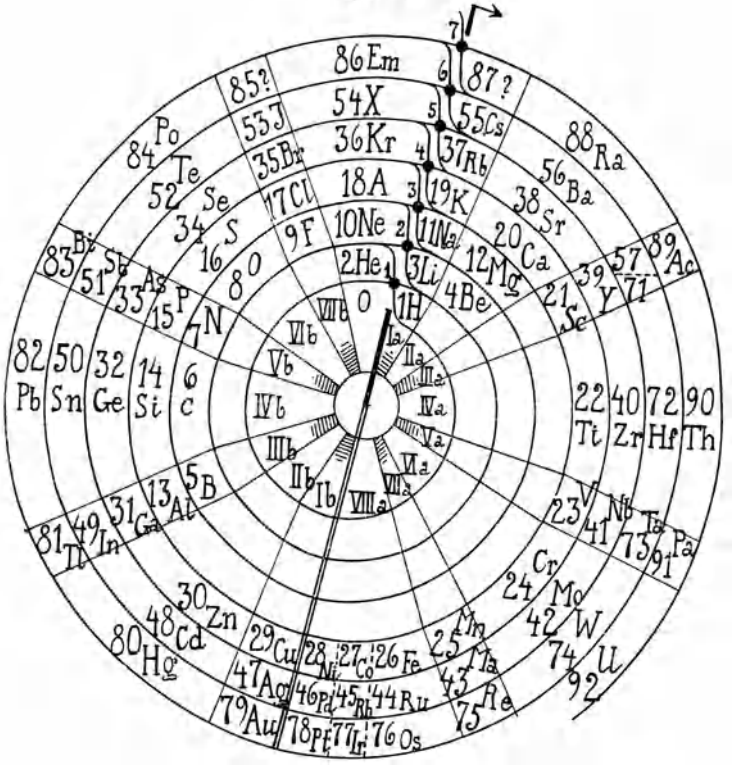
Aus (2a) und (2b) ergeben sich die Beziehungen

$$m(R) = A(R) \cdot m_0 \quad \text{und} \quad m_0 = \frac{1}{16} m(O) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2c)$$

Das Atomgewicht $A(R)$ eines Elementes R gibt an, wievielmal ein Atom des Elementes schwerer ist als die atomare Masseneinheit m_0. Die atomare Masseneinheit m_0 ist gleich dem sechzehnten Teil der Masse eines Sauerstoffatoms.

Art. 524. Das periodische System der Elemente. Mendelejeff (1870) hat zuerst die Elemente so geordnet, daß jedes zwei Nachbarn hat, deren chemisches Verhalten dem eigenen möglichst nahe kommt, und zwei andere Nachbarn, deren Atomgewicht dem eigenen möglichst nahe kommt. Die nachfolgende Fig. 581 zeigt

Fig. 581.



eine solche Anordnung. Rubidium, 37 Rb, steht zwischen Kalium, K, und Cäsium, Cs, Elementen, die es in ihren Verbindungen vertreten kann. Ferner steht Rb zwischen Krypton, Kr, und Strontium, Sr, den Elementen, deren Atomgewicht nur wenig kleiner bzw. nur wenig größer ist als das von Rb. Eine andere Anordnung siehe in Art. 642 und 643.

Bei der in Fig. 581 gewählten Anordnung enthalten alle Plätze, die auf derselben, den Mittelpunkt schneidenden Geraden, d. h. auf

derselben Leitlinie liegen, chemisch nahe verwandte Elemente, z. B. die bekannten Gruppen mit der Sauerstoffvalenz:

$w =$ 0. Edelgase: He, Ne, A, Kr, X.
$w =$ I. Alkalien: Li, Na, K, Rb, Cs.
$w =$ II. Alkalische Erden: Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra.
. . . . . .
$w =$ VII. Halogene: F, Cl, Br, J.

Das chemische Verhalten aller Elemente, die auf derselben Leitlinie liegen, ist ähnlich. Mit anderen Worten: das chemische Verhalten ist eine periodische Funktion des Drehwinkels der Leitlinie; in demselben Sinne, in dem eine abklingende Pendelschwingung eine periodische Funktion der Zeit ist.

Die Anzahl der Plätze, die von Elementen einer Periode besetzt sind, ist verschieden, ebenso die Anzahl von Elementen, die einer Periode angehören. Es ist:

In der Periode	1	2	3	4	5	6	7
die Platzzahl . . . =	2	8	8	16	16	16	6
„ Elementzahl . . =	–	–	–	7+(3)	7+(3)	6+(15)+(3)	6
	2	8	8	+8	+8	+8	–
	= 2	= 8	= 8	= 18	= 18	= 32	= 6

In jeder der drei Halbperioden 4a, 5a und 6a gibt es eine Triade von Elementen, die auf denselben Platz gehören (Fe, Co, Ni — Ru, Rh, Pd — Os, Ir, Pt). In der Halbperiode 6a steht auf einem Platze die die Gemeinschaft der 15 seltenen Erden.

Art. 525. Periodische und nichtperiodische Eigenschaften der Elemente. Zu den periodischen Eigenschaften eines Elementes gehören außer dem chemischen Verhalten beim Eingehen von Verbindungen folgende physikalische Eigenschaften: Dichte, Schmelzpunkt, Siedepunkt, elektrolytische Niederschlagsmenge u. a.

Man hat neuerdings jedem Element eine Nummer beigelegt, die als Ordnungszahl bezeichnet sei. In vielen Fällen ist bei kleinen Ordnungszahlen das Atomgewicht doppelt so groß wie die Ordnungszahl. So ist für

die Elemente	He	C	N	O	S
die Ordnungszahl $Z =$	2	6	7	8	16
das Atomgewicht $A =$	4	12	14	16	32

Ordnungszahl und Atomgewicht sind keine periodische Funktion des Drehwinkels der Leitlinie, kurz des Platzes. Beide Größen nehmen mit zunehmendem Drehwinkel allmählich zu. Als weitere unperiodische Eigenschaft haben Dulong und Petit das Produkt aus Atomgewicht und spezifischer Wärme erkannt: dies behält für alle Elemente annähernd denselben Wert. Eine unperiodische Eigenschaft ist auch die Wellenlänge der Röntgenstrahlen, die von der Oberfläche eines Metalles ausgehen, wenn letzteres von Kathodenstrahlen getroffen wird.

Der erste Schritt zur Erklärung einerseits der periodischen, andererseits der unperiodischen Eigenschaften des Atoms ist der: die beiden Arten von Eigenschaften verschiedenen Teilen des Atoms zuzuschreiben. Damit geben wir die Vorstellung auf, daß ein Atom unter gar keinen Umständen teilbar sei und ändern diese Vorstellung dahin ab, daß ein Atom zwar teilbar, aber nicht mit gewöhnlichen chemischen Mitteln teilbar sei.

Art. 526. Das Rutherfordsche Atommodell. Wie denken wir uns nun das Atom geteilt? In einen **Kern** und verschiedene Schalen. Die gesamten Schalen nennen wir Atmosphäre. Die inneren, dem Kern zunächst liegenden Schalen fassen wir als **innere Atmosphäre,** die äußeren Schalen fassen wir als **äußere Atmosphäre** zusammen.

Die nichtperiodischen Eigenschaften schreiben wir dem Kern und der inneren Atmosphäre, die periodischen Eigenschaften schreiben wir der äußeren Atmosphäre zu.

Den weitaus überwiegenden Teil der Atommasse $A \cdot m_0$ denken wir uns im Kern vereinigt. Der Kern enthält also A atomare Masseneinheiten m_0. — Von m_0 nehmen wir an, daß es ein ebenso starkes elektrisches Feld in seiner Umgebung erzeugt wie ein Elektron. Die beiden Felder unterscheiden sich nur dadurch, daß die Feldlinien von m_0 ausgehen, dagegen auf dem Elektron münden; m_0 ist eine Quelle von elektrischen Feldlinien, das Elektron ein Feldlinienschlucker.

Im neutralen (d. h. außen kein Feld erzeugenden!) Atom muß also die Gesamtzahl der Elektronen $= A$ sein. Wir denken uns diese A Elektronen teils im Kern angeordnet, teils die innere, teils die äußere Atmosphäre bildend.

Im folgenden sind die für die Atomteilung bestimmenden Größen zusammengestellt. Es ist

$$
\left.\begin{aligned}
+q &= \text{Ladung der atomaren Masseneinheit } m_0,\\
&= \text{atomare Ladungseinheit (oder Elementarladung)},\\
-q &= \text{Ladung des Elektrons},\\
Z &= \text{Ordnungszahl des Atoms},\\
&= \frac{\text{Positiver Ladungsüberschuß des Kerns}}{\text{Atomare Ladungseinheit } e}\\
&= \text{Zahl der Elektronen in der Atmosphäre des neutralen Atoms},\\
A &= \text{Atomgewicht},\\
&= \text{Anzahl atomarer, im Kern vereinigter Masseneinheiten},\\
&= \text{Anzahl positiver atomarer Ladungseinheiten im Kern},\\
&= \text{Gesamtzahl der Elektronen des neutralen Atoms},\\
A-Z &= \text{Zahl der im Kern zusammengedrängten Elektronen.}
\end{aligned}\right\} \quad (5)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{A-Z}{A} &= \frac{\text{Anzahl der Elektronen im Kern}}{\text{Anzahl der Masseneinheiten im Kern}} \geqq \frac{1}{2}.\\
A-2Z &= \text{Differenz der Elektronenzahlen im Kern und in der Atmosphäre des neutralen Atoms},\\
w &= \text{Wertigkeit des Atoms } R,\\
&= \text{Anzahl der Elektronen in der äußeren Atmosphäre},\\
Z-w &= \text{Anzahl der Elektronen in der inneren Atmosphäre},\\
&[R_2 O_w \text{ eine mögliche Sauerstoffverbindung von } R].
\end{aligned}\right\} \quad (6)
$$

Einer der wichtigsten Beweise für die Zulässigkeit obiger Annahmen liegt in der Bohrschen Erklärung und Berechnung der sichtbaren Wellenlängen der Wasserstoffstrahlung und in der Moseleyschen Erklärung und Berechnung der Wellenlängen der Röntgenstrahlung. Zu den wichtigsten Stützen dieser Atomtheorie gehören ferner die radioaktiven Umwandlungen.

Art. 527. Neutrale und ionisierte Atome und Moleküle. 1a. Das neutrale Wasserstoffatom H besteht nach obigen Annahmen aus einem Kern, den wir als Träger einer Masseneinheit ansehen, und aus einem die äußere Hülle bildenden Elektron. Zwischen der positiven Ladung des Kernes und der negativen Ladung des äußeren Elektrons besteht eine anziehende Kraft. Dieser Kraft an Größe gleich, an Richtung entgegengesetzt ist die Zentrifugalkraft

des umlaufenden Elektrons, dessen Masse zwar klein, aber nicht verschwindend klein ist. Die Zentrifugalkraft verhindert es, daß das umlaufende Elektron in den Kern hineinstürzt — etwa wie ein Meteor auf die Erde fällt.

Elektron und Kern dieses Bohrschen Wasserstoffmodells sind vergleichbar mit Erde und Sonne.

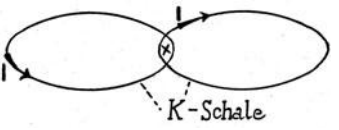
1b. Das Wasserstoffion H/| (d. h. H nach Abtrennung eines negativen Elektrons |) entsteht dadurch, daß ein neutrales Atom H seiner Hülle beraubt wird. Es ist Träger einer Masseneinheit m_0 und einer positiven Ladungseinheit e. Den elektrolytischen Leitungsstrom in verdünnten Säuren schreibt man zum Teil dem Wandern solcher Wasserstoffionen zu.

Denkbar ist auch ein Wasserstoffatom, das ein zweites Elektron aufgenommen hat. Es scheint aber dieser Vorgang in der Natur niemals verwirklicht zu sein.

1c. Das Wasserstoffmolekül H_2. Im Wasserstoffgas müssen wir zweiatomige Moleküle annehmen, um die Erscheinungen des Druckes, der spezifischen Wärme, der Schallgeschwindigkeit usw. möglichst einfach erklären zu können. Wie die beiden Elektronen des neutralen Wasserstoffmoleküls angeordnet sind, und in welchen Bahnen sie sich bewegen, wissen wir noch nicht.

2a. Das neutrale Heliumatom He besteht aller Wahrscheinlichkeit nach aus vier Wasserstoffionen und vier Elektronen. Da die Ordnungszahl $Z = 2$ ist, so muß der Kernladungsüberschuß zwei Ladungseinheiten betragen. Sommerfeld stellt sich das Atom so vor, daß die beiden äußeren Elektronen in Ellipsen umlaufen, die einen den Kern enthaltenden Brennpunkt × gemeinsam haben (Fig. 582).

Fig. 582. He-Atom.



2b. Das einfach ionisierte Helium He/| ist dem neutralen Wasserstoffatom H sehr ähnlich: ein Elektron rotiert um einen positiven Kern. Doch enthält der Kern nicht nur eine Ladungseinheit, sondern zwei, und nicht nur eine Masseneinheit, sondern vier Masseneinheiten. Die Ähnlichkeit des Aufbaus erweist sich in der Ähnlichkeit der von H und He/| ausgesandten Strahlungen im sichtbaren und in den angrenzenden Spektralgebieten.

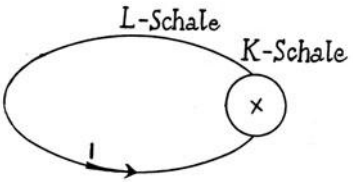
2c. Das doppelt ionisierte Heliumatom H/|| oder α-Teilchen ist wohl der uns am besten bekannte atomare Körper,

den es gibt. Er besteht aus vier Masseneinheiten und zwei Elektronen. Diese Teilchen müssen wir uns so nahe zusammengedrängt vorstellen, daß die Ausdehnung weit unter der Größe der Atome liegt, d. h. der Bahnen, die von Elektronen der äußeren Atomhülle durchlaufen werden. Das α-Teilchen bildet den Kern des Heliumatoms. Bei den meisten radioaktiven Umwandlungen wird von dem zerfallenden Atom ein α-Teilchen abgeschossen; es durchfliegt den freien Raum mit großer Geschwindigkeit, die etwa $^1/_{10}$ der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Beim Auftreffen z. B. auf Diamant zertrümmert das α-Teilchen an der Einschlagstelle Atome, die unter Lichterscheinung zerfallen (Szintillation). Man hat die Zahl der Einschläge gezählt (Regener) und gleichzeitig die mitgeführte Ladung gemessen. Daher weiß man, daß die Ladung von H/‖ genau zweimal so groß ist als die des freien Elektrons und ein positives Vorzeichen hat.

Heliummoleküle sind nicht bekannt: Heliumgas ist einatomig, wie die Schallgeschwindigkeit erweist.

3 a. Das neutrale Li-Atom enthält als Kern sechs oder sieben Masseneinheiten und $Z = 3$ positive Ladungseinheiten. Das Atomgewicht beträgt 6,94, weil in dem Gemisch, als welches Lithium auf der Erde vorkommt, fast ausschließlich Atome mit sieben Masseneinheiten vorkommen. Es folgt dies aus den Astonschen Atomgewichten (siehe die Fig. 588 und 589).

Fig. 583. Li-Atom.



Die äußere Hülle wird von einem Elektron gebildet; wir schließen dies aus dem chemischen Verhalten des Li, das dem des Wasserstoffs ähnlich ist. Da die Kernladung $Zq = 3q$ ist, so muß die innere Hülle zwei Elektronen enthalten. Fig. 583 zeigt, wie Sommerfeld schematisch das Lithiumatom darstellt.

3 b. Das einfach ionisierte Lithium Li/| besteht aus einem Kern mit einer Hülle (der K-Schale) von zwei Elektronen, ist also dem neutralen Heliumatom He ähnlich.

In folgender Tabelle (Fig. 584) sind einige einfache, aus atomaren Massen- und Ladungseinheiten gebildete Körperchen schematisch dargestellt. Ein Fragezeichen bedeutet, daß das Körperchen zwar

vorstellbar ist, daß aber das Auftreten als einzelnes Körperchen nicht experimentell erwiesen ist.

Fig. 584.

Name	Symbol	Bild	Name	Symbol	Bild
Elektron	β	⏐	? H_3-Molekel	H_3	⊕⏐⊕⏐⊕ ⏐
Masseneinheit ≈ H-Ion	m_0 H/⏐	⊕	α-Teilchen oder He-Kern	He/‖	⊕⏐⊕ ⊕⏐⊕
H-Atom	H	⊕ ⏐	He-Ion	He/⏐	⊕⏐⊕ ⊕⏐⊕ ⏐
? Kernförm. H_2-Ion	H_2/⏐	⊕⏐⊕			
H_2-Molekel	H_2	⊕⏐⊕ ⏐	He-Atom	He	⏐ ⊕⏐⊕ ⊕⏐⊕ ⏐
? Kernförm. H_3-Ion	H_3/⏐	⊕⏐⊕⏐⊕			

Art. 528. Einfache chemische Verbindungen. Bei den Elementen Li ... Ne ist die Wertigkeit w gleich der Zahl, die in nachfolgender Tabelle unter „L-Schale“ angegeben ist. Nur das Neon macht eine Ausnahme: bei Neon (und den anderen Edelgasen) sind die acht Elektronen der äußeren Atmosphäre keine Valenzelektronen. Da $Z - w$ den gleichbleibenden Wert 2 hat, so ist nach (6) der Kern von zwei Elektronen umkreist, die nach der bisherigen Bezeichnungsweise die innere Hülle, nach der Bezeichnungsweise von Barkla, Bohr, Sommerfeld die K-Schale bilden. Die äußere Hülle ist also mit $Z - 2$ Elektronen besetzt, welche die äußere Hülle bilden, oder, wie wir in diesem Falle sagen wollen, die L-Schale.

In der folgenden Tabelle ist die Elektronenverteilung angegeben.

Zweite Periode.

Z		K-Schale	L-Schale	Abgabe	Angliederung
3	Li	2	1	/⏐ Li_2O	. . .
4	Be	2	2	/‖ BeO	. . .
5	B	2	2 (1)	/⏐⏐⏐ B_2O_3	. . .
6	C	2	4	/⏐⏐⏐⏐ CO_2	⏐⏐⏐⏐ CH_4
7	N	2	4 1	/⏐⏐⏐⏐⏐ N_2O_5	⏐⏐⏐ NH_3
8	O	2	4 2	. . . .	‖ OH_2
9	F	2	4 3	. . . .	⏐ FH
10	Ne	2	4 4	. . . .	. . .

Das Li muß ein Elektron der L-Schale abgeben, um He-ähnlich zu werden. Im allgemeinen müssen diese Elemente $Z - 2$ Elektronen

abgeben, um dem vorangehenden Edelgas ähnlich zu werden. Man nennt Elemente, die die Fähigkeit besitzen, Elektronen abzugeben und positive Ionen bilden können, elektropositiv.

F muß ein Elektron aufnehmen, O zwei, um Ne-ähnlich zu werden; im allgemeinen muß die Zahl der angegliederten Elektronen $10 - Z$ betragen, damit eines dieser Elemente dem folgenden Edelgas ähnlich wird. Man nennt Elemente, welche die Fähigkeit haben, sich Elektronen anzugliedern und negative Ionen zu bilden, elektronegativ.

Im allgemeinen können elektropositive und elektronegative Elemente zu Verbindungen zusammentreten. Man kann sich die Vorstellung bilden, daß das elektropositive Element beim Eingehen einer Verbindung an das elektronegative ein oder mehrere Elektronen abgibt. Hiernach wären im Molekül eigentlich nicht zwei Atome, sondern ein positives und ein negatives Ion vereinigt. Die Bildung von Li_2O würde so vorgehen:

$$2\,Li + O = Li/| + Li/| + O|| = Li_2O \quad \cdots\cdots \quad (7)$$

die Bildung von HF in folgender Weise:

$$H/| + F| = HF \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8)$$

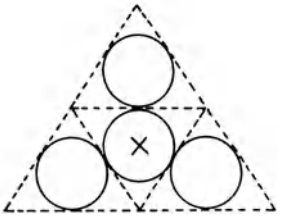
Diese Annahme vermag auch einen Hinweis darauf zu geben, weshalb Kohlenstoff so zahlreiche Verbindungen einzugehen vermag: weil es elektropositiv und elektronegativ zu sein vermag. Dazu kommt noch die Fähigkeit zur Ringbildung (Kékulé).

Wahrscheinlich sind in Molekülen die Massen, d. h. die Atomkerne, relativ zueinander in Ruhe, während die inneren Hüllen der einzelnen Atome ihr Atom umkreisen, als ob es unverbunden wäre. Die Elektronen der äußeren Hülle, die Valenzelektronen, darf man sich kaum ruhend vorstellen: sie umkreisen vielmehr das Molekül und bewirken den Zusammenhalt. Die Anziehung zwischen positiven und negativen Ionen ist also nicht das einzige Klebmittel für Moleküle. Es können auch anziehende Kräfte zwischen parallel bewegten Elektronen wirksam sein. Ferner eine dem Produkte der Massen der Atome proportionale Kraft.

Von manchen Kohlenstoffverbindungen kann man sich eine (bisher unbestätigte!) Vorstellung bilden auf Grund der Fig. 585. Man denke sich die vier Valenzelektronen in Bahnen rotierend, die in der Ebene der drei gleichseitigen Dreiecke liegen. Klappt man die drei äußeren Dreiecke nach oben, so entsteht ein Tetraeder — das seit langem als Modell des Kohlenstoffatoms angesehen wird. Der C-Kern $\times$ wird in der Mitte des Tetraeders angeordnet sein.

Methan, CH_4. Denkt man sich unter jedem der vier Dreiecke der Fig. 585 ein Wasserstoffatom H in der Weise angeordnet, daß sein Elektron synchron und parallel mit dem benachbarten C-Elektron umläuft, so wird jedes H angezogen. Klappt man nun die drei äußeren Dreiecke nach oben, so entsteht ein Tetraeder und jeder der Tetraederflächen ist außen ein Wasserstoffatom vorgelagert.

Fig. 585.



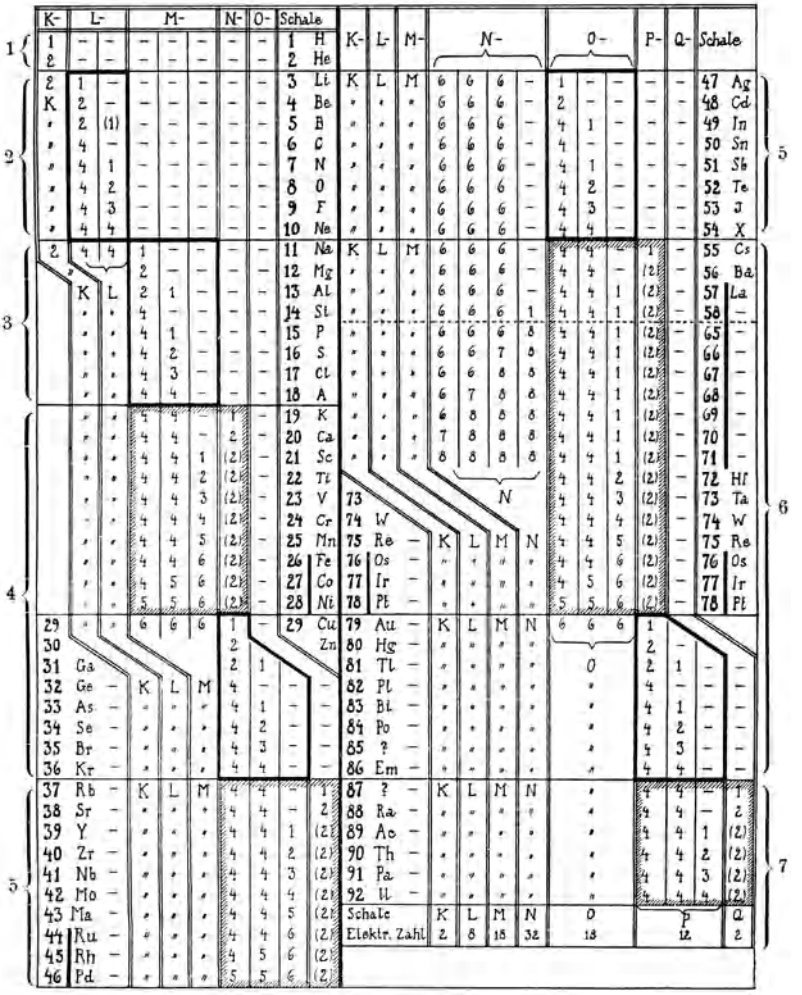
Acetylen, C_2H_2. Man denke sich unter dem mittleren Dreieck der Fig. 585 ein Wasserstoffatom angeordnet. Ferner stelle man sich ein zweites ebenes C mit zentrisch darübergelagertem H vor. Bringt man das zweite Modell über das erste, so vermögen sich die drei äußeren Elektronenbahnen beider C anzuziehen, während jeder mittleren C-Bahn außen ein Wasserstoffatom vorgelagert ist.

Art. 529. Die Bohrsche Atomtabelle. Bei den Elementen der Halbperiode $3 \cdots 10$ ist die äußere Hülle identisch mit der L-Schale. Man erkennt aus der Tabelle in Art. 528, wie die L-Schale innerhalb der Periode (oder Halbperiode) allmählich ausgebaut wird, bis sie im Edelgase Ne vollendet ist, und zwar als Achterschale. Das Atom 11 Na unterscheidet sich von 10 Neon dadurch, daß der Kern mehr Masse, die Hülle ein Elektron mehr enthält. In der folgenden Tabelle (Fig. 586) ist dies näher ausgeführt. Beim Ne bildet die Achterschale die äußere Hülle. Beim Na bildet das neu zur Hülle tretende Elektron eine neue äußere Hülle, es wird mit dem Aufbau einer neuen Schale, der M-Schale begonnen. Das Na enthält wie das Li eine von einem Elektron gebildete äußere Schale, dadurch erklären sich die Ähnlichkeit des chemischen Verhaltens und die sämtlichen anderen periodischen, äußeren Eigenschaften.

In der Tabelle Fig. 586 haben die Elemente 1 H, 3 Li, 11 Na einen anderen Platz erhalten als in den Tabellen Fig. 581 und Art. 643; sie sind aus der Gruppe Ia in die Gruppe Ib versetzt. Ferner sind 4 Be und 12 Mg aus der Gruppe IIa in die Gruppe IIb versetzt. Dann wird jede Vollperiode (außer der ersten) durch acht Elemente geschlossen, die den Gruppen b angehören und als „Halbperiode b" bezeichnet werden können. Bohr nimmt für alle Halbperioden b die gleiche schrittweise Vervollständigung an. Dies gilt, wie Fig. 586 zeigt, für die Elemente $3 \cdots 10$, $11 \cdots 18$, $29 \cdots 36$,

47 ··· 54, 79 ··· 86. Für die vier Halbperioden a nimmt Bohr eine andere, in sich übereinstimmende Art des Zuwachses an. Dies gilt für die Elemente 19 ··· 28, 37 ··· 46, 55 ··· 78, 87 ··· 92.

Fig. 586.



Art. 530. Isotope. Unterscheiden sich zwei elementare Stoffteilchen R' und R'' nur dadurch, daß der Kern von R' einige neutralisierte Masseneinheiten mehr enthält

als der Kern von R', so bleiben Kernladungsüberschuß, Besetzung der inneren und äußeren Elektronenhüllen, Ordnungszahl und Platz im periodischen System ungeändert. Dann bilden die beiden Stoffteilchen Isotope, d. h. auf denselben Platz gehörende Elemente. Die bekanntesten Isotope sind Radiumblei mit dem Atomgewicht $A = 206$ und Thorblei mit $A = 208$. Es sind dies die Endprodukte der radioaktiven Umwandlungen. Man bezeichnet die Gesamtheit von Isotopen einer Ordnungszahl als Plejade. Radiumblei und Thorblei sind die Hauptvertreter der Bleiplejade. Sie zeigen — wie alle Isotope — genau das gleiche chemische Verhalten.

In den meisten Fällen findet der Chemiker das Atomgewicht unabhängig von der Herkunft der Elemente, die er zu seiner Bestimmung verwandt hat. Wenn dies auch für Plejaden gilt, so müssen die in der Natur vorkommenden Plejaden die Isotope in gleichem Mischungsverhältnis enthalten. Aus welchem Grunde, sei hier nicht erörtert.

Art. 531. Die Triaden und die Gemeinschaft der seltenen Erden sind bereits am Schlusse von Art. 524 erwähnt.

Die auf den gleichen Platz gestellten Elemente einer Triade und die seltenen Erden unterscheiden sich untereinander nicht durch die Besetzung der äußeren Hülle, wohl aber durch die Anzahl von überschüssigen positiven Ladungseinheiten des Kerns und die dadurch bestimmte, zur Neutralisation nötige Elektronenzahl der inneren Hülle. In der Tabelle Fig. 586 sind die Symbole dieser chemischen Elemente, z. B. der Fe-, Co-, Ni-Triade, dadurch gekennzeichnet, daß rechts neben das Symbol ein starker schwarzer Strich gesetzt ist.

Zweiundneunzigstes Kapitel.

Radioaktivität.

Art. 532. Die α-, β- und γ-Strahlung. Auf der Suche nach Strahlen mit ähnlichen Eigenschaften, wie sie die Röntgenstrahlen zeigten, entdeckte Becquerel eine vom Uran (U), später Schmidt eine vom Thorium (Th) ausgehende Strahlung. Dem Ehepaar Curie gelang es, in kleinen Mengen den Stoff rein darzustellen, auf dessen Anwesenheit die von U ausgehende Strahlung größtenteils beruht: das Element Radium (Ra).

Die Strahlung erwies sich als Gemisch von drei ganz verschiedenen Strahlenarten, die man zunächst als α-, β- und γ-Strahlen unterschied.

1. Die α-Strahlen sind Bahnen von kleinen positiv geladenen Masseteilchen. Diese wie ein Geschoß geschleuderten Teilchen sind Heliumatome, denen zwei Elektronen fehlen, oder kurz: zweifach ionisierte Heliumteilchen $H/\!/\!/$.

2. Die β-Strahlen und Bahnen von schnell fliegenden Elektronen. Die Strahlen gehören also in die Gruppe der Kathodenstrahlen, in der sie sich durch große, der Lichtgeschwindigkeit nahe kommende Geschwindigkeit auszeichnen.

3. Die γ-Strahlen erleiden weder im magnetischen noch im elektrischen Felde eine nachweisbare Ablenkung. Sie haben ähnliche Eigenschaften wie Röntgenstrahlen; sie sind elektromagnetische Wellen wie diese, aber von noch kleinerer Wellenlänge.

Man erklärte die Strahlung bald als eine mit dem Zerfall eines Atoms verbundene Erscheinung.

Art. 533. Die radioaktiven Umwandlungen bis zu den Emanationen stellt man sich heute etwa so vor, wie der untere Teil der Fig. 587 zeigt.

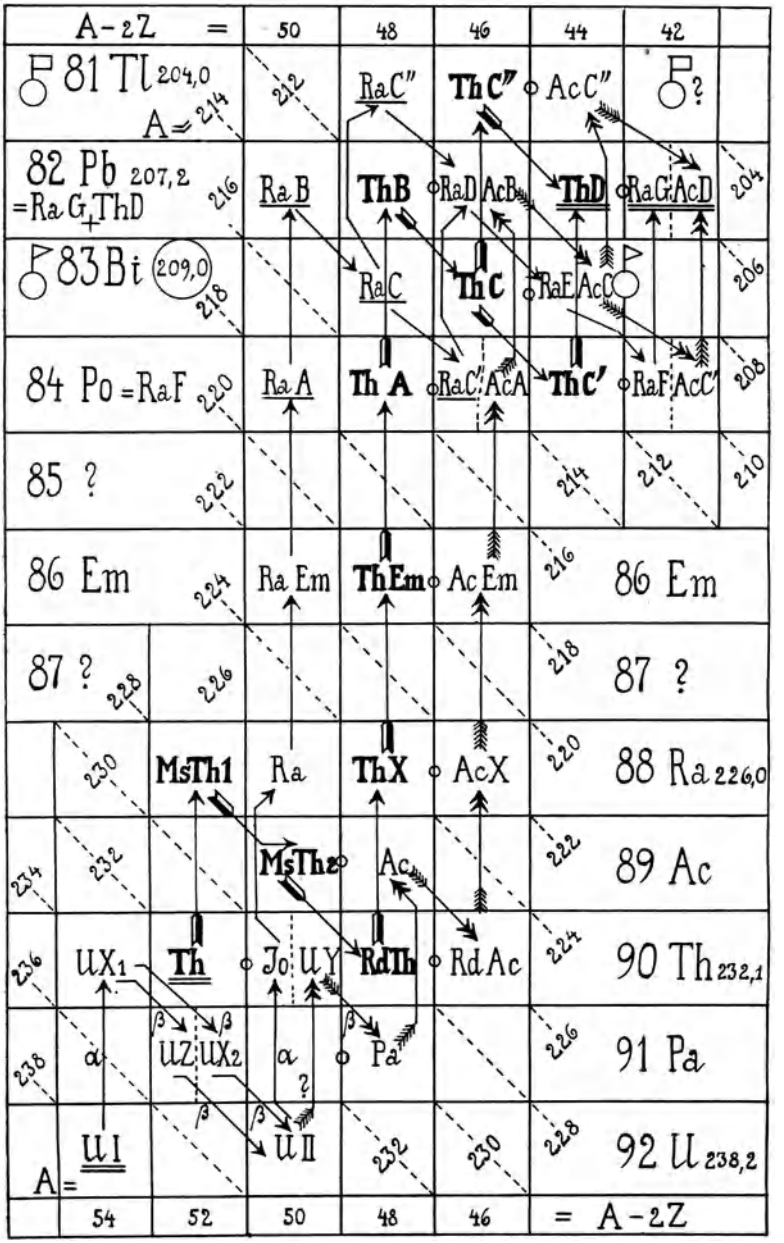
Zerfällt ein U-Atom, so wird ein α-Teilchen ausgesandt und es bleibt zurück ein Atom eines Stoffes, den man UX_1 nennt. Das neue Atom hat nur eine kurze Lebensdauer und wird bald nach seinem Entstehen weiter abgebaut. Durch zweimalige Aussendung von β-Strahlen entsteht aus dem UX_1 das U II, dessen Atom um vier Masseneinheiten kleiner sein muß, als das Atom des U I.

Aus dem U II entsteht unter Abgabe von α-Strahlung Ionium oder ein zweites Element, das Uran Y. Aus dem Io wird durch Abgabe eines α-Teilchens Radium; aus dem U Y durch Abgabe eines β-Teilchens Protaktinium (Pa).

Aus dem Radiumatom entsteht durch Abgabe eines α-Teilchens ein Edelgasatom, das dem Element Radium-Emanation angehört. Aus dem Pa wird durch Abgabe eines β-Teilchens und dreier α-Teilchen ein Edelgas, das Aktinium-Emanation genannt wird.

Aus dem Thoriumatom entsteht nach Abgabe eines α-Teilchens, nach zweimaliger Abgabe eines β-Teilchens und nach dann folgender zweimaliger Abgabe von α-Teilchen die Thorium-Emanation.

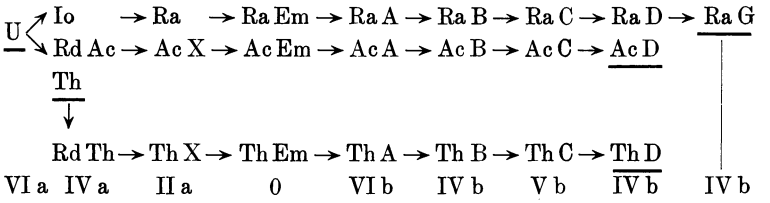
Fig. 587.


A-2Z =
50
48
46
44
42
81 Tl 204,0
A = 214
RaC''
ThC''
AcC''
?
82 Pb 207,2
= RaG + ThD
RaB
ThB
RaD
AcB
ThD
RaG
AcD
83 Bi (209,0)
RaC
ThC
RaE
AcC
84 Po = RaF
RaA
Th A
RaC'
AcA
ThC'
RaF
AcC'
85 ?
86 Em
Ra Em
ThEm
Ac Em
86 Em
87 ?
87 ?
MsTh1
Ra
ThX
AcX
88 Ra 226,0
MsTh2
Ac
89 Ac
UX1
Th
Jo
UY
RdTh
RdAc
90 Th 232,1
UZ
UX2
Pa
91 Pa
U I
U II
92 U 238,2
A =
54
52
50
48
46
= A-2Z

Art. 534. Die radioaktiven Umwandlungen von den Emanationen bis zu den Bleiisotopen. Die drei Emanationen zerfallen nun weiter. Aus Ra Em wird durch zweimalige Abgabe eines α-Teilchens und durch einmalige Abgabe eines β-Teilchens Radium C. Dies Atom gelangt auf zwei Wegen in den Zustand, in dem es das Radium D bildet. Auf ganz ähnliche Weise vollzieht sich durch Zerfall von Th Em die Bildung von **Thorium D**; durch Zerfall von Ac Em die Bildung **Aktinium D.**

Das Ra D geht durch zweimalige Abgabe von β-Strahlung, durch einmalige Abgabe eines α-Teilchens in **Radium G** über. Man bezeichnet Ra G als Radiumblei, Th D als Thoriumblei, Ac D als Aktiniumblei.

Zunächst wollen wir die Umwandlungen noch einmal kurz darstellen.



Art. 535. Um die **Häufigkeit** f **radioaktiver Explosionen** einer Atomart zu kennzeichnen, gebraucht man eine der drei Größen

λ = Zerfallskonstante,
T = Halbwertszeit oder Halbierungszeit,
τ = Mittlere Lebensdauer.

Man setzt die Häufigkeit f proportional der Anzahl n vorhandener Atome, so daß

$$f = \lambda n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9\,a)$$

Wenn die einzige Ursache einer Änderung der Atomzahl n Zerfall dieser Atomart ist, dann gilt

$$f = \lambda n = -\,\mathrm{d}n/\mathrm{d}t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9\,b)$$

Dann ist

$$\frac{\mathrm{d}n}{n} = -\lambda \cdot \mathrm{d}t \quad \text{oder} \quad n = Ne^{-\lambda t} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

worin N die zur Zeit $t = 0$ vorhandene Anzahl von Atomen ist.

Ist $t = T$, so ist

$$e^{-\lambda T} = {}^1/_2 \quad \text{oder} \quad e^{\lambda T} = 2 \quad \text{oder} \quad \lambda T = ln\,2.$$

Die drei (außer der Atomzahl) für die Häufigkeit des Zerfalls bestimmenden Größen stehen zueinander in den Beziehungen

$$\lambda = \frac{ln\,2}{T} = \frac{0{,}6931}{T} = \frac{1}{\tau} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (11)$$

Sind zur Zeit $t = 0$ N_1 Atome 1 vorhanden, so ist zur beliebigen Zeit t nach (10)

$$n_1 = N_1 e^{-\lambda_1 t} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (12\,a)$$

Durch Zerfall eines Atoms 1 entstehe ein Atom 2, das wieder radioaktiv sei. Dann erleidet die Anzahl n_2 der Atome 2 während dt den Zuwachs $-dn_1$, den Abgang $\lambda_2 n_2 . dt$. Es ist also

$$\frac{dn_2}{dt} + \lambda_2 n_2 + \frac{dn_1}{dt} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (12\,b)$$

Setzt man für n_1 den Wert (12 a) ein, so ergibt sich

$$n_2 = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}, \text{ worin } c_1 = \frac{N_1 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \cdots \quad (12\,c)$$

Falls zur Zeit $t = 0$ die Anzahl $n_2 = 0$ ist, so ist $c_2 = -c_1$ und

$$\frac{n_2}{N_1 \lambda_1} = \frac{e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (13\,a)$$

Für die aus 2 entstehenden Atome 3 gilt Gl. (12 b), falls man deren Indizes um 1 erhöht. Falls zur Zeit $t = 0$ die Anzahl n_3 der Atome $3 = 0$ war, so wird

$$\frac{n_3}{N_1 \lambda_1} = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_3 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \quad (13\,b)$$

Zählt man die α-Teilchen, welche von 1, 2 und 3 ausgehen, einzeln, was durch die verschiedene Reichweite der Teilchen möglich ist, so erhält man die Größen

$$\lambda_1 n_1 \quad \text{und} \quad \lambda_2 n_2 \quad \text{und} \quad \lambda_3 n_3$$

einzeln als Funktion der Zeit. Die drei Kurven haben ganz verschiedenen zeitlichen Verlauf. Ist λ_1 klein gegen λ_2, so ist

$$n_2 \lambda_2 / N_1 \lambda_1 \approx 1 - e^{-\lambda_2 t}.$$

Diese Kurve steigt anfangs schnell an und nähert sich allmählich dem Höchstwert 1.

Die Beobachtung des zeitlichen Verlaufs der Einzel- oder Gesamtstrahlung bildet eine der Methoden, durch welche man den in Fig. 587 dargestellten Verlauf der radioaktiven Umwandlungen festgestellt hat.

Sehr erwünscht wäre es, wenn es gelänge, die im folgenden Kapitel beschriebene Massenbestimmung auf einige Glieder der drei radioaktiven Familien anzuwenden.

Nähere Angaben über den Zerfall der einzelnen radioaktiven Stoffe sind in Art. 661 gemacht.

Art. 536. Die radioaktiven Isotope. Auf Grund des ersten Verschiebungssatzes (s. Art. 537) müssen z. B. U_I und U_{II} chemisch gleichwertig und, da sie derselben Periode angehören, Isotope sein; U_I und U_{II} gehören also an denselben Platz des periodischen Systems. So müssen die drei Emanationen alle den Charakter eines Edelgases haben, d. h. keine Verbindungen mit den übrigen Atomgruppen eingehen. Vor allem müssen die drei Endprodukte Ra-Blei, Th-Blei und Ac-Blei chemisch sich genau so verhalten wie Blei. Ferner muß sich Ra chemisch ähnlich so verhalten wie Ba, wie sein Nachbar in der Gruppe II a der alkalischen Erden.

Leider sind die meisten radioaktiven Zerfallsprodukte von zu geringer Lebensdauer und in so geringer Masse vorhanden, daß man keine quantitativen chemischen Versuche mit ihnen anstellen kann. Immerhin ist u. a. folgendes experimentell festgestellt.

Untersucht man Blei, das aus radiumhaltigen Erzen herrührt, so findet man das Atomgewicht 206, das dem Ra G und dem Ac D, kurz dem Radiumblei zukommt. Dagegen zeigt Blei, das aus thorhaltigen Stoffen herrührt, das Atomgewicht 208, das dem Th D oder Thorblei zukommt.

Ra gehört an den Platz, den es in Fig. 587 erhalten hat: sein Atomgewicht ist 226 und sein chemisches Verhalten ist dem des Bariums sehr ähnlich.

Art. 537. Die Verschiebungssätze beschreiben Vorgänge, die einerseits nach (5) und (6) bei allen Elementen möglich sind, die andererseits bei radioaktiven Umwandlungen wirklich beobachtet sind. Die Sätze lauten:

1. Ein Atom R_{Z+1} kann aus seinem Periodennachbar R_Z dadurch entstehen, daß dem Kern von R_Z ein Elektron oder β-Teilchen entzogen wird.

Damit das neue Atom R_{Z+1} als Ganzes ohne Ladung, d. h. neutral bleibt, muß der Atmosphäre, kann der äußeren Atmosphäre ein Elektron hinzugefügt werden. Im letzteren Falle steigt, wie die Ordnungszahl Z, so auch die Wertigkeit w um 1.

2. Ein Atom R_{Z-2} kann aus einem Atom R_Z dadurch entstehen, daß dem Kern von R_Z ein α-Teilchen entzogen wird.

Damit das neue Atom R_{Z-2} neutral bleibt, muß die Atmosphäre, kann die äußere Atmosphäre zwei Elektronen abgeben. Im letzteren Falle sinkt, wie die Ordnungszahl Z, so auch die Wertigkeit w um 2.

Dreiundneunzigstes Kapitel.

Die dynamischen Atomgewichte.

Art. 538. Die Ablenkung von Kanalstrahlen. Während von einer Kathode negativ geladene Teilchen ausgehen, stürzen sich positiv geladene Ionen auf die Kathode. Durch Löcher in der Kathode können sie, wie Goldstein zuerst zeigte, hindurchtreten. Aston läßt solche Kanalstrahlen ein elektrisches und ein magnetisches Feld durchlaufen und beobachtet den Einschlag des Massenstrahls auf einer fluoreszierenden Fläche oder auf einer photographischen Platte. Die erzeugte Ablenkung ist um so kleiner, je größer die Masse (und die Trägheit) der Teilchen ist. Auf die Technik der Astonschen Massenwage kommen wir in Art. 569 zurück.

Art. 539. Die experimentellen Ergebnisse der Astonschen Atomgewichtsuntersuchung sind in den Tabellen der Fig. 588 und 589 zusammengestellt.

Die Atomgewichte der als einfach erwiesenen Elemente sind durch Einkreisung hervorgehoben. Es sind die Elemente

H, He, Be, C, N, O, F, Na, Al, P, S, Ti,
V, Cr, Mn, Co, As, Y, J, Cs, La, Pr, Bi.

In die Tabelle Fig. 588 sind auch einige noch nicht mit der Massenwage untersuchte Elemente aufgenommen:

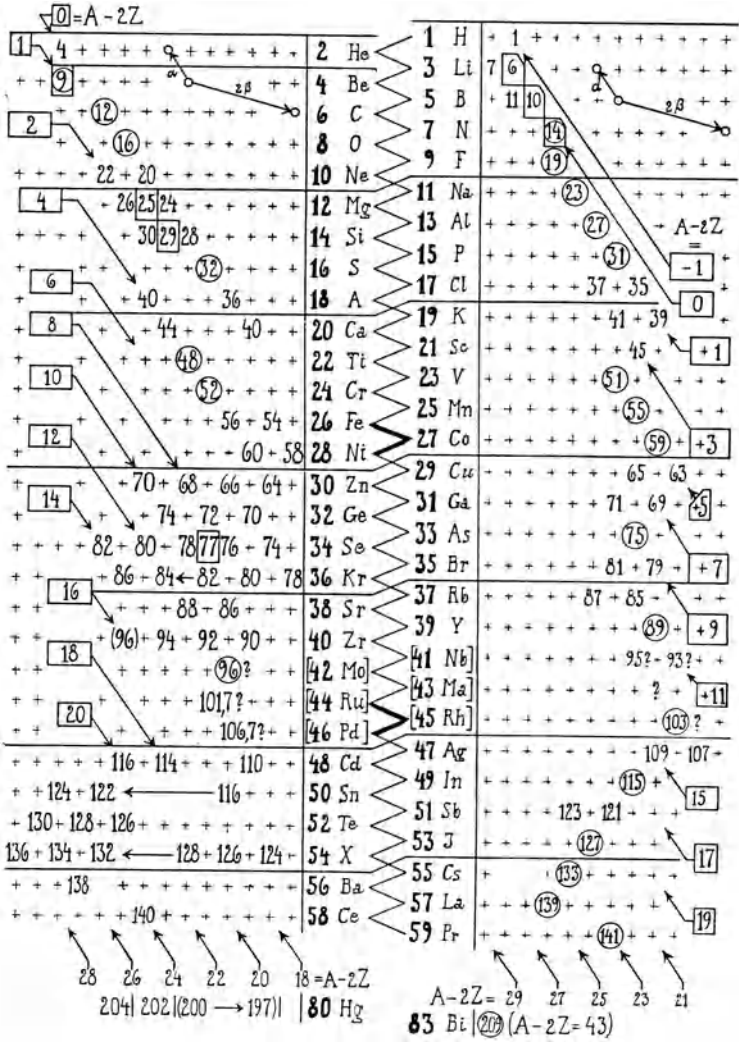
Nb, Mo, Ma, Ru, Rh, Pd.

Ordnungszahl und Symbol dieser Elemente sind in Klammern eingeschlossen. Rh, In, Mo und Ce scheinen Reinelemente, keine Mischelemente zu sein.

Bei einigen Reinelementen weicht das (chemisch d. h.) statisch bestimmte Atomgewicht von einer ganzen Zahl ab. In einigen dieser

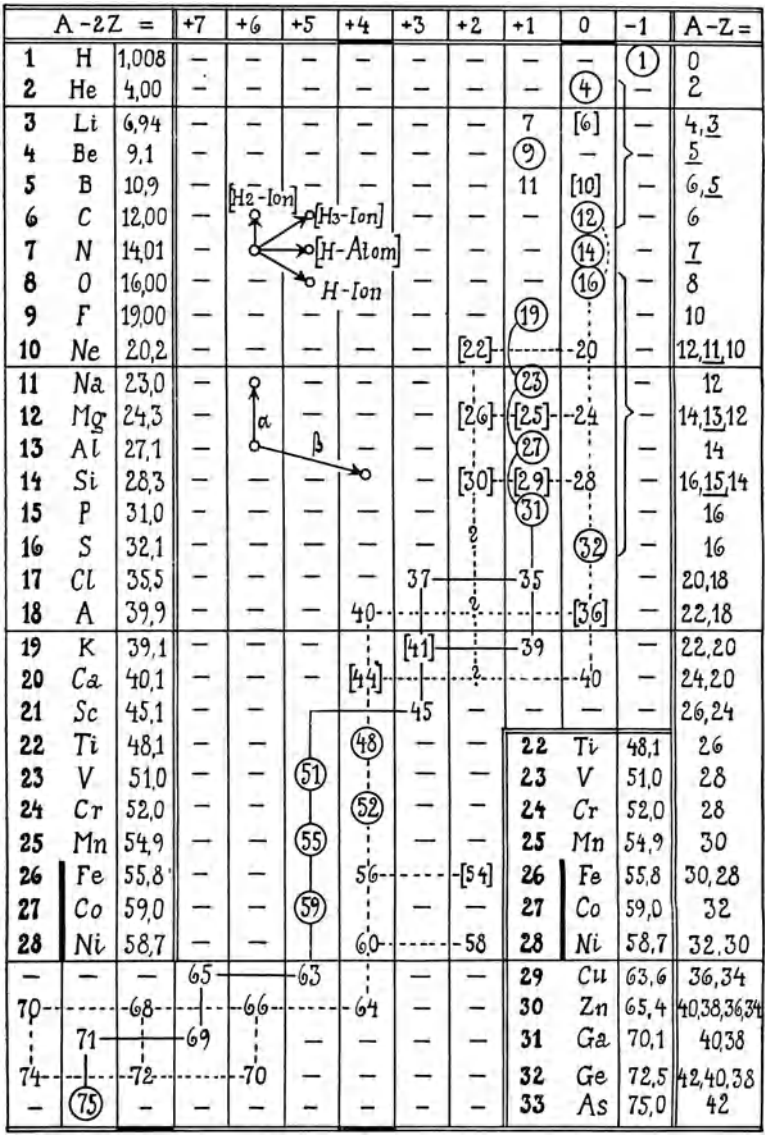
Fälle ist die Abweichung nicht sicher, weil die einzelnen Bestimmungen recht verschiedene Werte ergeben haben. In anderen Fällen

Bei Cd noch 111, 112, 113. Fig. 588. Ce 140, 142.



ist die Abweichung von verschiedenen Forschern übereinstimmend gefunden worden. Erstaunlich ist, daß Aston mit seiner dyna-

Fig. 589.



60 Nd 142, 144, 146 (145).

mischen Methode bei einigen Reinelementen andere (und zwar ganzzahlige) Atomgewichte gefunden hat, als die Chemiker. Es ist

bei	H	Al	P	S	Cs
das statische	$A = 1{,}008$	$= 27{,}1$	$= 31{,}04$	$= 32{,}06$	$= 132{,}8$
das dynamische	$A = 1$	$= 27{,}00$	$= 31{,}00$	$= 32{,}00$	$= 133{,}00$

Abweichungen des Atomgewichts eines Reinelements von einer ganzen Zahl sucht man zu erklären durch eine Folgerung der Einsteinschen Relativitätstheorie, nach der ein Energie enthaltender Raumteil die Eigenschaft einer Masse zeigen soll (s. Art. 559). Die von Aston als Isotopengemische erwiesenen Elemente sind sehr zahlreich. Die Isotope sind mit großer Annäherung als ganzzahlig gefunden. Eine Ausnahme bildet nur 88, Sr.

Art. 540. Folgerungen aus den dynamischen Atomgewichten. Aus den Tabellen Fig. 587 und 588 ergeben sich folgende, sich den Verschiebungssätzen (Art. 537) anschließende Sätze.

3. Alle radioaktiven Elemente und ihre Zerfallsprodukte, sowie fast alle leichteren Elemente mit gerader Ordnungszahl Z enthalten eine gerade Zahl von atomaren Masseneinheiten. Fast alle leichteren Elemente mit ungerader Ordnungszahl haben ungerade Atomgewichte, enthalten also eine ungerade Anzahl von atomaren Masseneinheiten. Ausnahmen von dieser Regel bilden außer **83** Bi (209) die Reinelemente bzw. Isotope folgender Reihe:

$$\mathfrak{R} = \begin{cases} \mathbf{34}\ \text{Se}\ (77),\ \mathbf{14}\ \text{Si}\ (29),\ \mathbf{12}\ \text{Mg}\ (25), \\ \mathbf{7}\ \text{N}\ (14),\ \mathbf{5}\ \text{B}\ (10),\ \mathbf{4}\ \text{Be}\ (9),\ \mathbf{3}\ \text{Li}\ (6). \end{cases}$$

Einige Forscher nehmen an, daß die Elemente der Aktinium-Familie (siehe S. 635) auf die durch kleine Kreise gekennzeichneten Plätze gehören. Sollte sich dies bestätigen, so würde auch die Aktinium-Familie eine Ausnahme von dem Satze 3 bilden.

4. Die Anzahl $A - Z$ der im Kern zusammengedrängten oder in den Kern eingebauten Elektronen ist in der Regel geradzahlig. Ausnahmen bilden die radioaktiven Isotope der Plejaden: **91** Pa, **89** Ac, **83** Bi (außer Bi selbst), **81** Tl (außer Tl selbst), ferner die Reihe $\mathfrak{R}$ (siehe Ziffer 3).

5. Bei allen Elementen (außer Wasserstoff) ist das Verhältnis

$$\frac{A-Z}{A} = \frac{\text{Anzahl der Elektronen im Kern}}{\text{Anzahl der Masseneinheiten im Kern}} \geqq \frac{1}{2}.$$

Das Verhältnis steigt mit wachsender Ordnungszahl: die Anzahl der Kern- oder Kittelektronen steigt schneller als die Anzahl der atomaren Masseneinheiten.

6. Nach dem zweiten Verschiebungssatz (siehe Art. 537) ergibt die Verarmung oder Bereicherung des Kernes um ein Elektron ein neues, mit dem ursprünglichen „isobares" Atom.

Viele Isobare gibt es im Gebiete der radioaktiven Atome, einige bei leichteren Atomen mit gerader Ordnungszahl $Z \geqq 18$, gar keine bei den leichteren Atomen mit ungerader Ordnungszahl.

Bei leichteren Elementen mit $Z \geqq 18$ finden sich nur $2\,\beta$-Unterschiede; es fehlen ausnahmslos die Zwischenglieder, die durch einmaligen β-Schritt entstehen müßten. Bei leichteren Elementen scheinen also β-Schritte nicht möglich zu sein. Die Ursache liegt vielleicht in der verhältnismäßig geringen Anzahl von Kernelektronen (siehe Ziffer 5).

7. Man kann die leichteren Elemente in zwei Reihen einteilen, in Elemente mit gerader und mit ungerader Ordnungszahl. In beiden Reihen gibt es viele Atome, die sich um ein α-Teilchen, He /||, unterscheiden!

Bei den radioaktiven Elementen schließt man so: da α-Teilchen als Atomtrümmer auftreten, so ist es wahrscheinlich, daß α-Teilchen auch Atombausteine sein können, daß in den radioaktiven Atomkernen α-Teilchen eingebaut sind.

Die vielen α-Unterschiede zwischen leichteren Elementen machen es wahrscheinlich, daß auch in Kerne leichterer Elemente α-Teilchen eingebaut sind.

8. Um die Reihen mit α-Unterschieden der Nachbarn (so, wie es in Fig. 589 geschehen ist) lückenlos über viele Elemente erstrecken zu können, muß man außer α-Unterschieden noch andere Unterschiede zulassen (vgl. Fig. 584).

Die Bestätigung solcher Reihen ist noch nicht erfolgt. Vielleicht liefert die im nächsten Abschnitt beschriebene Beschießung von Atomen mit α-Strahlen nähere Aufklärung. Solange nicht einmal die Einordnung der leichteren Elemente in Reihen sicher ist, solange man also nicht einmal über die Unterschiede im Bau von benachbarten Atomkernen etwas sicheres aussagen kann, solange erscheint es verfrüht, Modelle des Kernbaues selbst zu entwerfen!

9. Auffallend ist (in Tabelle 589) die symmetrische Anordnung der Atomgewichte, die zwischen 4 und 12 liegen, und der Atomgewichte, die zwischen 16 und 32 liegen.

Vierundneunzigstes Kapitel.

Die Rutherfordschen H-Strahlen.

Art. 541. Die Absonderung von H erzwang zuerst Rutherford, indem er die Atome der leichteren Elemente mit α-Strahlen beschoß. Während die α-Strahlen nur etwa 7 cm Luft so stark durchdringen, daß sie noch einen Leuchtschirm zu erregen vermögen, hatten die erzeugten H-Strahlen in Luft eine Reichweite bis zu 80 cm. Die q/m-Bestimmung stellte H / | als das Geschoß fest, das aus dem vom α-Teilchen getroffenen Atom herausfliegt.

Art. 542. Die künstliche Zerlegung der Elemente durch Abgabe von H erwies sich zunächst

als möglich bei B, N, F, Na, Al, P,
als unmöglich bei C, O, S, Ca, Ti, [Mn], [Cu], [Sn].

Die Elemente B ($A = 10{,}11$), N ($A = 14$), F ($A = 19$), Na ($A = 23$), Al ($A = 27$) und P ($A = 31$) können nicht nur aus He-Teilchen aufgebaut sein (weil ihr Atomgewicht nicht durch 4 teilbar ist). Rutherford beweist nun, daß sie H-Teilchen enthalten.

Die Arbeiten von Rutherford sind zum Teil im Verein mit Chadwick in Cambridge ausgeführt. Im Wiener Radiuminstitut haben sich Petersson und Kirsch der Aufgabe gewidmet, die Vorgänge bei Beschießung von leichteren Atomen mit α-Strahlen zu erforschen. Die Verfasser benutzen ebenfalls die Skintillationen, d. h. das Aufblitzen beim Aufschlagen eines H-Teilchens auf einen Schirm aus Zinksulfid. Als Kriterium für die Zahl der entstandenen H-Strahlen dient die Zahl der Lichtblitze, die mit dem Mikroskop beobachtet und gezählt werden. Als Kriterium für die Geschwindigkeit der H-Strahlen dient vor allem ihre Reichweite.

Die Wiener Forscher halten eine größere Anzahl von Elementen für fähig, H-Strahlen abzusondern als die Cambridger. Nach Petersson und Kirsch sollen sicher H-Strahlen ergeben:

Li, Be, B, C, N, O, F, Ne, Na, Mg, Al, Si, P, S,
Cl, K, A, Ti, Cr, Fe, Cu, Se, Br, Zr, Sn, Te, J.

Genaue Beobachtungen über die Vorgänge sind sehr schwierig. Vor allem, weil nur ein sehr kleiner Bruchteil der α-Teilchen zentral auf ein Atom stößt und dieses zertrümmert. Man weiß daher noch nicht sicher, ob das α-Teilchen mit dem getroffenen Atom zusammen-

bleibt. Wäre das der Fall, so könnten die Vorgänge beispielsweise so erfolgen:

$$H + He/||-H/|+| = He,$$
$$Li(6) + He/||-H/|+| = Be.$$

Trotz dieser Unsicherheit hat die erzwungene Absonderung von H-Strahlen aus fast allen Elementen schon jetzt eine große Bedeutung: sie macht es wahrscheinlich, daß in allen Atomen H-Teilchen als Bausteine verwendet sind.

Art. 543. Ergebnisse der Atomforschung. 1. Die zahlreichen Erscheinungen, in denen das einzelne Atom eine wesentliche Rolle spielt, machen es in hohem Grade wahrscheinlich, daß

a) alle Atome aus einem Kern und einer Atmosphäre bestehen;

b) daß der Kern sehr kleinen Durchmesser ($\approx 10^{-13}$ cm) hat — die Masse des Atoms in sich vereinigt — im wesentlichen aus H-Teilchen, aus Gruppen von vier H-Teilchen, d. h. He-Teilchen und aus Elektronen besteht — und positiv geladen ist;

c) daß die Atmosphäre nur aus Elektronen besteht, die den Kern umlaufen (wie Planeten die Sonne) und durch elektrostatische Zentralkräfte in ihrer Bahn erhalten werden.

Diese Vorstellung ist zum mindesten eine sehr brauchbare Arbeitshypothese, geeignet, als Führer durch das Labyrinth der Erscheinungen zu dienen, in denen sich das Atom wahrnehmbar macht.

Als Atom bezeichnen wir jetzt ein Teilchen, das bei allen chemischen Reaktionen unverändert, insbesondere unteilbar bleibt, freilich bei außergewöhnlichen Ereignissen Selbstmord verüben oder zerstört werden kann.

2. Was sich aus den bisherigen Annahmen über den Aufbau des Atoms für Folgerungen in bezug auf die elektromagnetische Röntgen- und Lichtstrahlung ziehen lassen, wird erst im zwölften Abschnitt dieses Buches dargelegt. Die Folgerungen sind in so weitgehender Weise experimentell bestätigt, daß die bisher beschriebenen Annahmen durchaus als zulässig erscheinen.

10. Abschnitt.

Körperliche Strahlen.

Fünfundneunzigstes Kapitel.

Entstehung körperlicher Strahlen.

Art. 544. Als selbständige Entladung bezeichnet man folgenden Vorgang (s. Fig. 590).

Ein Glasgefäß enthält zwei Blechplatten, die durch dünne Drähte mit der äußeren Luft in Verbindung stehen und Elektroden heißen. Das Gefäß steht mit einer Luftpumpe in Verbindung. Die Elektroden können durch beliebige Mittel verschiedene Spannung erhalten, so daß zwischen ihnen ein starkes elektrisches Feld entsteht. Die +-Platte, von der die Feldlinien ausgehen, heißt Anode, die —-Platte, auf der die Feldlinien münden, heißt Kathode.

Wird der Gasdruck in dem Glasgefäß auf etwa $^1/_{100}$ des ursprünglichen Wertes oder noch mehr erniedrigt, so beginnt der Gasinhalt des Gefäßes zu leuchten. Die Untersuchung durch Prisma oder Gitter zeigt, daß das Licht bei verschiedenen Gasen verschiedene Zusammensetzung hat. Man unterscheidet im allgemeinen Linienspektra, Bandenspektra und kontinuierliche Spektra.

Als Ursache für das Leuchten des Gases hat man schnellbewegte Körperchen, die „Elektronen", erkannt, die von der Kathode K ausgehen und sich teils in dem Gase totlaufen, teils zur Anode A gelangen.

Beim Anlegen der hohen Spannung an die Elektroden ist der Stromdurchgang zunächst äußerst klein: nur wenige Elektronen verlassen die übervölkerte Kathode, auf deren Oberfläche eine große negative Ladung oder eine große Elektronenzahl dicht zusammengedrängt sitzt. Diese wenigen Elektronen wirken nun auf die Gasmoleküle. Es kann sich ein Elektron an ein Gasmolekül anlagern,

oder es kann ein Elektron aus dem Molekülverband ein Elektron herausstoßen. Endlich kann ein Elektron ein Molekül zertrümmern, so daß Atomionen entstehen. Die positiv geladenen Körperchen erfahren eine in Richtung des elektrischen Feldes wirkende Kraft und stürzen sich, wenn das Feld sehr stark ist, mit großer Geschwindigkeit auf die Kathode. Aus der Oberfläche der mit positiven Ionen beschossenen Kathode treten nun in großer Zahl Elektronen aus, die durch das elektrische Feld von der Kathode abgesaugt werden und auf ihrem Wege neue Gasionen erzeugen.

Durch elektrische Beschießung eines kalten Metallbleches mit positiven Gasionen hat man Jahrzehnte hindurch Kathodenstrahlen erzeugt. An diesen Strahlen hat man in langer mühsamer Arbeit das Wesen schnell bewegter Elektronen erforscht.

Art. 545. Als Temperaturelektronen seien die aus erhitzten Metallen austretenden Elektronen bezeichnet. Um die Elektronen von dem erhitzten Körper abzuziehen, abzusaugen, müssen elektrische Feldlinien auf den Körper münden. Ohne dies Feld treten wohl auch Elektronen aus dem erhitzten Körper aus. Aber die zunächst ausgetretenen Elektronen bilden eine negative Raumladung und diese treibt die später austretenden Elektronen auf die Metalloberfläche zurück.

Die Zahl der Elektronen, welche eine erhitzte Oberfläche abzugeben vermag, ist außerordentlich stark abhängig von dem Stoff, den die Oberfläche begrenzt. Wie Wehnelt gezeigt hat, bilden manche Oxyde, z. B. CaO, stark erhitzt, eine besonders ergiebige Elektronenquelle.

Man hat die Erscheinung auf Grund der Annahme zu erklären versucht, daß in Metallkörpern Elektronen hin- und herfliegen, etwa wie die Moleküle (oder Atome) eines Gases in einem Gefäß. Diese Geschwindigkeiten sollen dem Maxwellschen Verteilungsgesetz folgen. Man kann auf diese Weise den allgemeinen Verlauf von Kurven, wie sie Fig. 463, S. 464 zeigt, erklären. Die Stromdichte zwischen einer kalten positiven und einer heißen negativen ebenen Kondensatorplatte auf diese Weise zu berechnen, ist recht kompliziert und am genauesten wohl von Epstein ausgeführt.

Tatsächlich ist die Sättigungsstromdichte c_s konstant. Nach Richardson soll

$$c_s = c_1 \sqrt{\theta / [\text{grad}]}\, e^{-\theta_1/\theta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

sein, worin c_1 und θ_1 Konstante des glühenden Stoffes sind und θ die absolute Temperatur des Stoffes bedeutet. Vgl. Art. 666 a.

Daß an der Oberfläche eines negativ geladenen Metallkörpers ungebundene Elektronen angehäuft sind, ist wohl sicher. Im Innern sind wahrscheinlich nur Elektronen vorhanden, die an Atome gebunden sind, die sich in geschlossenen, das Atom umschlingenden Bahnen bewegen. Sind es nun ungebundene oder gebundene Elektronen, die aus der glühenden geladenen Metalloberfläche austreten? Worauf beruht es, daß aus kalten Metallen praktisch keine Elektronen austreten? Diese Fragen haben noch keine sichere Beantwortung gefunden. Wie stürmisch die Vorgänge an der Oberfläche glühender Metalle sind, zeigt eine Beobachtung, die v. Laue und der Verf. gemacht haben: polierte Gold- und Silberflächen werden rauh, sobald die Temperatur auf helle Rotglut gesteigert wird. Daß dabei von im Übermaß angehäuften Elektronen einige den Zusammenhalt mit dem Stoff verlieren, ist kein Wunder.

Eine Klärung des Austrittes von Temperatur- und von Photoelektronen erscheint als eine der Vorbedingungen für die Aufstellung einer Theorie der metallischen Leitung.

Art. 546. Als sekundäre Kathodenstrahlen bezeichnet man gewöhnlich die Bahnen von Elektronen, die durch Auftreffen von primären Elektronen auf kalte Metallflächen ausgelöst werden. Befindet sich ein Gitter zwischen Glühdraht und kalter Anode, und ist die gegen den Glühdraht gemessene Spannung des Gitters höher als die der Anode, so wird die Anode von primären Kathodenstrahlen getroffen und sendet sekundäre Kathodenstrahlen zum Gitter (siehe S. 469, Ziffer 3b und 3c.

Die Sekundärelektronen sind wohl zu unterscheiden von gestreuten Elektronen. Letztere werden von Atomen des getroffenen Stoffes abgelenkt, gestreut.

Art. 547. Photoelektronen. Lichtstrahlen, die auf eine Metallplatte fallen, veranlassen letztere zur Aussendung von Elektronen. Zur Beobachtung gelangen diese (ebenso wie die Glühelektronen) am leichtesten dann, wenn auf der Oberfläche elektrische Feldlinien münden, welche die entstandenen Elektronen absaugen. Von dem Ausgangspunkt der Feldlinien, der Anode, geht der sogenannte photoelektrische Strom zur bestrahlten Metallfläche über.

Entdeckt wurde die Erscheinung durch Heinrich Hertz 1887, richtig erklärt durch Lenard. Später fanden Elster und Geitel, daß nicht nur ultraviolette, sondern auch sichtbare Strahlen Elek-

tronen auslösen, wenn K oder Na oder eine flüssige Legierung beider Metalle bestrahlt wird.

Nach Lenard ist die Geschwindigkeit v der Photoelektronen recht klein und um so größer, je kürzer die Wellenlänge λ des erregenden Lichtes ist. Die Strahlungsdichte hat keinen Einfluß auf v, sondern nur auf die Zahl der ausgelösten Elektronen. So kurze Wellen wie die Röntgenstrahlen lösen Photoelektronen von sehr großer Geschwindigkeit v aus.

Einstein hat das Plancksche Energiequantum hf einer Strahlung von der Frequenz f zu der kinetischen Energie der ausgelösten Photoelektronen in Beziehung gesetzt. Würde das ausgelöste Elektron das Metall ohne den Energieverlust A verlassen, so wäre $hf = {}^1/_2\, mv^2$, worin m die Masse, v die Austrittsgeschwindigkeit des Elektrons. In Wirklichkeit ist die kinetische Energie kleiner, es ist

$$ {}^1/_2\, mv^2 = hf - A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Millikan bestimmt A, indem er die ausgelösten Photoelektronen durch ein elektrisches Feld verzögert, dessen Feldlinien von der bestrahlten Metalloberfläche ausgehen. Er mißt die Spannung U, nach deren Durchlaufen auch das schnellste ausgelöste Elektron seine Richtung umkehrt und am Auftreffen auf ein (mit einem Elektrometer verbundenes) Gitter gehindert wird. Millikan setzt also

$$ {}^1/_2\, mv^2 = hf - A = Uq \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die Messungen wurden an Alkalimetallen ausgeführt, und zwar mit den Linien der Hg-Bogenlampe. Sie ergaben genau die durch das Einsteinsche Gesetz geforderte lineare Beziehung zwischen der Umkehrspannung U und der Frequenz f der Strahlung. Vgl. Art. 666 a.

Das so bestätigte Einsteinsche photoelektrische Gesetz erklärt auch, weshalb die Geschwindigkeit v der durch Röntgenstrahlen ausgelösten Photoelektronen so groß ist: weil f so groß ist! Das Gesetz erklärt ferner, warum die durch γ-Strahlen ausgelösten Photoelektronen eine der Lichtgeschwindigkeit nahe kommende Geschwindigkeit besitzen: weil die Frequenz f bei γ-Strahlen noch etwa 10mal größer ist als bei Röntgenstrahlen.

Man hat den photoelektrischen Strom vielfach für die Messungen von Lichtstärken nutzbar zu machen gesucht. Verf. ist der Ansicht, daß alle diese Bestrebungen verfehlt sind. Denn die „Lichtstärke" ist keine rein physikalische, sondern eine physiologische Größe.

In der lichtelektrischen Wirkung besitzen wir einen Vorgang, der keine merkliche Trägheit zeigt. Sie scheint berufen, die Fern-

übertragung von Bildern zu einem wichtigen Zweige der Nachrichtenübermittlung zu machen. Um die photoelektrisch erzeugten (durch elektrische Fernleitungen oder drahtlos) zur Empfangsstation geleiteten elektrischen Signale wieder einem Lichtbündel aufzuprägen — dazu dient bei dem Verfahren Carolus-Telefunken die elektrische Doppelbrechung in einem Kondensator, der eine Flüssigkeit enthält und zwischen zwei Nicolschen Prismen angeordnet ist. Das zu modulierende Lichtbündel durchläuft die beiden Prismen und fällt dann auf die bewegte photographische Bildplatte.

Art. 548. Übersicht über die Befreiung von Elektronen.

1. Bei der selbständigen Entladung sind es positive Ionen, welche beim Aufprall auf die Kathode aus dieser Elektronen auslösen, die durch ein elektrisches Feld Anode ⟶ Kathode abgesaugt werden.

2. Aus glühenden Metallen treten Temperaturelektronen, welche durch ein elektrische Feld Anode ⟶ Glühkathode abgesaugt werden.

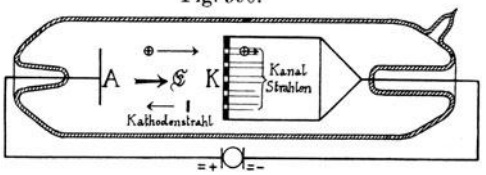
3. Kathodenstrahlen, die auf eine Anode treffen, lösen aus letzterer Sekundärelektronen aus, die in der Regel durch ein elektrisches Feld Gitter ⟶ Anode abgesaugt werden.

4. Lichtquanten lösen auf einer Metalloberfläche Photoelektronen aus, die mit einer gewissen Eigengeschwindigkeit aus dem Metall austreten und in der Regel durch ein elektrisches Feld Anode ⟶ Metall abgesaugt werden.

5. Viele radioaktive Elemente senden beim Zerfall eines Atoms ein Elektron von großer Geschwindigkeit aus. Stammt das Elektron aus dem Kern, so hat diese Geschwindigkeit einzelne, bestimmte, für das zerfallende Atom charakteristische Werte. Stammt das Elektron aus der Atmosphäre des zerfallenden Atoms, so kann die Geschwindigkeit bei jedem einzelnen Atomzerfall einen anderen Wert haben.

Art. 549. Kanalstrahlen (Goldstein, Fig. 590). Die positiven Ionen, welche sich bei der selbständigen Entladung (siehe Art. 544)

Fig. 590.



auf die Kathode K stürzen, treten, wenn letztere von Kanälen durchzogen ist, teilweise durch diese hindurch und bilden nach dem Durchtritt die „Kanalstrahlen“.

Die schnellbewegten Atomtrümmer, deren Bahnen als Kanalstrahlen bezeichnet werden, erfordern immer einen kleinen Gasinhalt des Entladungsgefäßes. Beim Zusammentreffen mit Atomen bzw. Molekülen dieses Gasrestes treten Umladungen der Atomtrümmer auf: die magnetische Ablenkung zeigt, daß zwar der größte Teil der Atomtrümmer positiv geladen bleibt, daß einige aber auch ungeladen oder negativ geladen erscheinen.

Die von vielen radioaktiven Elementen beim Zerfall eines Atoms ausgesandten α-Strahlen sind mit Kanalstrahlen wesensgleich.

Aus einer im Vakuum erhitzten Oberfläche der Alkalimetalle treten positive Ionen des Metalls aus (Gehrcke und Reichenheim). Wenn von der Oberfläche elektrische Feldlinien ausgehen, werden diese Ionen beschleunigt und bilden „Anodenstrahlen".

Aus glühenden Metallhydriden, z. B. CaH_2 und BaH_2, treten positive Ionen, und zwar *H*-Kerne aus. Bei der „Ultra-Verstärkerröhre" sollen diese positiven Ionen die negative Raumladung vermindern.

Sechsundneunzigstes Kapitel.

Wirkung körperlicher Strahlen.

Art. 550. Leuchtschirm, photographische Platte, Nebelbildung dienen zur qualitativen Erfassung von körperlichen Strahlen.

1. Sowohl Kathodenstrahlen (und β-Strahlen), wie auch Kanalstrahlen (und α-Strahlen) machen manche Stoffe, auf die sie treffen, leuchtend. Die meist verwendeten Stoffe sind Sidotblende (ZnS), Calciumwolframat oder Scheelit ($CaWO_4$), Willemit (Zn_2SiO_4). Die Stoffe werden in fein gepulvertem Zustand auf eine Platte gesiebt, die mit einem Bindemittel, z. B. etwas Wasserglas, bestrichen ist. Auch für die Beobachtung von Röntgenstrahlen dienen solche Leuchtschirme.

Die photographische Platte ist empfindlicher; doch muß vor dem Einbringen jeder Platte der luftleere Raum wenigstens teilweise mit Luft gefüllt werden.

Nebelbildung tritt leicht ein in der Nähe glühender Körper. Um dies zu zeigen, braucht man nur einen aus einer Glasspitze austretenden Wasserdampfstrahl zu projizieren. Bei Annäherung eines glimmenden Streichholzes, eines elektrisch glühenden Drahtes usw. erscheint der Wasserdampf im Bilde als schwarzer Rauch. Die Ur-

sache ist folgende. Durch austretende Temperaturelektronen werden Luftionen erzeugt. Diese bilden Kondensationskerne, an die sich der unterkühlte Wasserdampf in Tropfen anlagert.

Die Nebelbildung durch α- oder β-Strahlen oder durch Röntgenstrahlen zu zeigen, hat Wilson gelehrt. In einem mit Wasserdampf gefüllten Gefäß wird der Druck erniedrigt, bis noch gerade keine Tropfenbildung eintritt. Dann werden die Bahnen der Strahlen sichtbar: wie Perlen auf einer Schnur, reihen sich längs der Bahn Wassertropfen an Wassertropfen. Wilson photographierte die Erscheinung. Auf einigen Strahlbildern ist auch die große Ablenkung sichtbar, welche ein α-Strahl durch einen Atomkern erleiden kann, wenn er diesem sehr nahe kommt.

Art. 551. Stromführung, Erwärmung, Druckkraft. 1. Wenn in der Zeit t eine Anzahl n von Elektronen durch eine Fläche tritt, so ist nq die durch die Fläche getragene Ladung. Ist I die irgendwie gemessene Stromstärke, so ist

$$I \cdot t = n \cdot q \quad \text{oder} \quad I = q \cdot n/t \quad \cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

Man kann die Ladung $I \cdot t$ bestimmen, welche einer Elektronenquelle zugeführt wird oder die Ladung, welche von einem Elektronenschlucker ausgeht. Im ersteren Falle ist I der Strom, der von der Elektronenquelle durch den Zuführungsdraht abfließt. Im zweiten Falle ist I der Strom, der durch den äußeren Zuführungsdraht dem Elektronenschlucker (der Anode!) zufließt.

2. Treffen Elektronen von gleicher Geschwindigkeit v auf eine dicke Metallplatte, so verschwindet die kinetische Energie K jedes einzelnen Elektrons. Wird in der Zeit t die kinetische Energie von n Elektronen in Wärme umgewandelt, so ist die Energie der auftretenden Wärme bzw. die Leistung

$$N \cdot t = K \cdot n \text{ bzw. } N = K \cdot n/t \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

Bei sehr geringer Geschwindigkeit v entsteht keine für die Energiebilanz in Betracht kommende Röntgenstrahlung. Bei kleinem v und bei passender Schaltung (wenn elektrische Feldlinien von der Anode ausgehen) entstehen auch keine sekundären Kathodenstrahlen. In diesem Falle ist n gleich der Anzahl aller auftreffenden Elektronen.

3. Unabhängig von dem Verbleib der kinetischen Energie ist die Druckkraft $\mathfrak{R}$, welche n Elektronen der gleichen Geschwindigkeit v auf die Auffangplatte ausüben, wenn sie in der Zeit t auftreffen. Die das Elektron bremsende Kraft $\mathfrak{R}$ ist, wenn M die Elektronen-

masse bei der Geschwindigkeit v ist, bestimmt durch die Beziehungen

$$\mathfrak{R} = -\,\mathrm{d}\,(M\cdot v)/\mathrm{d}t \quad \text{oder} \quad \mathfrak{R}\cdot \mathrm{d}t = -\,\mathrm{d}\,(M\cdot v).$$

Die Zeitintervalle, durch die das Auftreffen eines Elektrons von dem Auftreffen des nächsten getrennt sind, haben (wenn gleichmäßig) den Wert t/n. Der zeitliche Mittelwert von $\mathfrak{R}$ ist

$$\frac{1}{t/n}\int_0^{t/n} \mathfrak{R}\cdot \mathrm{d}t = \bar{\mathfrak{R}} = -\frac{1}{t/n}\int_{Mv}^{0} \mathrm{d}\,(Mv).$$

Mithin ist die Druckkraft

$$\bar{\mathfrak{R}} = M\cdot v\cdot n/t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die Masse M in diesem Ausdruck ist durch Gl. (24) bestimmt.

Art. 552. Beim Durchgang durch dünne Schichten erleiden körperliche Strahlen eine Schwächung (dadurch, daß manche Körperchen in der Schicht stecken bleiben) und eine Zerstreuung (dadurch, daß manche Körperchen in einer Atomatmosphäre in geringem Grade, in großer Nähe eines Atomkernes stark abgelenkt werden).

Lenard zeigte zuerst, daß man Kathodenstrahlen durch sehr dünne Schichten von Aluminium oder Glimmer (Lenardfenster) in die freie Luft gelangen lassen kann, um hier ihre Wirkungen zu erforschen.

Art. 553. Die Erzeugung von Röntgenstrahlen ist die bedeutsamste Fähigkeit der Kathodenstrahlen (W. C. Röntgen, 1884). Die Röntgenstrahlen entstehen, wenn Kathodenstrahlen auf die Oberfläche eines Körpers treffen und gehen von der Körperfläche aus. Im allgemeinen enthält eine Röntgenstrahlung Wellen, deren Wellenlänge sich stetig ändert und Wellen, deren Wellenlänge sich sprungweise ändert. Die Wellen der ersteren Art bilden, zerlegt, ein kontinuierliches Spektrum und werden wohl auch als Bremsstrahlung bezeichnet. Die Wellen der zweiten Art bilden, zerlegt, ein Linienspektrum. Die Wellenlängen des Linienspektrums ändern sich von Metall zu Metall. Die Bremsstrahlung erstreckt sich bis zu einer kleinsten Wellenlänge λ, die für alle Metalle denselben Wert hat und nur von der Spannung U abhängt, welche die Kathodenstrahlen beschleunigt hat, bevor sie an der Metalloberfläche „gebremst“ werden.

Für die Frequenz f der Bremsstrahlung gilt nach Einstein

$$\frac{hc_0}{\lambda} = \frac{hc_0}{c_0 T} = \frac{h}{T} = \underline{hf \leqq Ue} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Hierin ist h das Plancksche Wirkungsquantum, hf das Energiequantum, welches der kinetischen Energie Ue des auftreffenden Elektrons gleich ist und bei plötzlicher Vernichtung der kinetischen Energie als Bremsstrahlung auftreten kann.

Siebenundneunzigstes Kapitel.

Bestimmung der elementaren Ladungseinheit.

Art. 554. Einzelne geladene kleine Tropfen im Kondensatorfeld. Fig. 591 zeigt die Anordnung, welche Millikan in seinen jahrelangen Untersuchungen entwickelt hat.

Fig. 591.

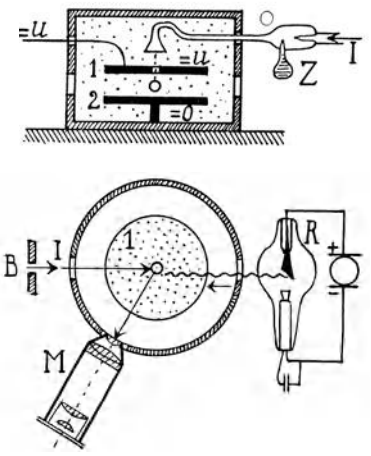
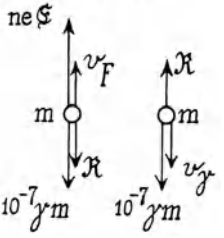


Fig. 592.



Eine mit Gas gefüllte Kammer steht in einem (in der Figur nicht dargestellten) Ölbad. Ein trockener Luftstrom I kann im Zerstäuber Z erzeugte kleine Öltropfen in die Kammer hineinblasen. Von diesen Tropfen fallen einige in die gaserfüllte Schicht zwischen den Kondensatorplatten 1, 2. Einer dieser Tropfen wird durch die Bogenlampe B beleuchtet, durch das schwache Mikroskop M beobachtet. Das Gas zwischen 1 und 2 wird durch die Strahlung der Röntgenlampe R ionisiert.

Es sei n die von Zeit zu Zeit wechselnde Zahl von Elektronen, deren Sitz der beobachtete Tropfen ist; $\mathfrak{E} = U/l$ das von oben

nach unten gerichtete elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten; σ die Dichte des Gases im Kondensator, S die Dichte des Stoffes, das den Tropfen bildet; γ die Schwerebeschleunigung.

Auf den schwebenden oder mit gleichbleibender Geschwindigkeit v bewegten Tropfen wirken dann drei Kräfte, deren Summe $= 0$ ist. Es ist

$$n q \cdot \mathfrak{E} - 10^{-7} \gamma m \, (1 - \sigma/S) \mp \Re = 0 \quad \cdots\cdots \quad (8)$$

Die Reibungskraft $\Re$ wirkt immer der Geschwindigkeit v entgegen. Das obere Vorzeichen von $\Re$ gilt also für steigende, das untere für fallende Tropfen.

1. Grundsätzlich am einfachsten ist (später als Millikan) Bär verfahren. Er wählt zunächst die positive Spannung U' der oberen Kondensatorplatte so, daß die Teilchen (aus Al) gerade noch wahrnehmbar steigen; dann wählt er $U = U''$ so, daß die Teilchen gerade noch wahrnehmbar fallen. Als Haltespannung bzw. Haltefeldstärke

$$U_m = (1/2)(U' + U'') = \mathfrak{E}_m l$$

bezeichnet er das Mittel aus beiden Spannungen. Auf diese Weise läßt sich der Einfluß der Reibung ausschalten, so daß einfach

$$n \mathfrak{E}_m = 10^{-7} \gamma \frac{m}{q} [1 - \sigma/S] = const \quad \cdots\cdots \quad (9)$$

Beobachtungen von Bär:

$\mathfrak{E}_m \cdot l =$	314,5	945,5	475	942,5 Volt
$n =$	3	1	2	1
$n \cdot \mathfrak{E}_m \cdot l =$	943,5	945,5	950	942,5 Volt

2. Millikan verfährt anders. Um die Ungenauigkeit der Feldänderung zu vermeiden, läßt er die Kondensatorspannung konstant und beobachtet

die Zeit t_γ, in welcher der Tropfen (aus Klauenöl, Glyzerin oder Hg) eine bestimmte Strecke X fällt, allein unter dem Einfluß der Schwere und der Reibungskraft, ferner

die Zeit t_F, in welcher der Tropfen unter dem Einfluß des elektrischen Feldes, des Schwerefeldes und der Reibungskraft um die gleiche Strecke X steigt.

Von der Reibungskraft $\Re$ nimmt Millikan zunächst an, daß in der Geschwindigkeit genau proportional sei:

$$\Re = f(r) \cdot v = F(r)/t \quad \cdots\cdots\cdots \quad (10)$$

Die allgemeine Bewegungsgleichung nimmt dann die Form an

$$n q \mathfrak{E} - 10^{-7} \gamma m (1 - \sigma/S) \mp F(r)/t = 0 \quad \cdots \quad (11)$$

Für einen steigenden bzw. fallenden Tropfen ist

$$\left.\begin{aligned} n' q \mathfrak{E} - 10^{-7} \gamma m (1 - \sigma/S) &= F(r)/t'_F \\ n'' q \mathfrak{E} - 10^{-7} \gamma m (1 - \sigma/S) &= F(r)/t''_F \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (12)$$

$$\text{bzw. } 10^{-7} \gamma m (1 - \sigma/S) = F(r)/t_\gamma \quad \cdots \quad (13)$$

Aus den beiden Gl. (12) bzw. aus einer der Gl. (12) und aus (13) folgt

$$\frac{q \mathfrak{E}}{F(r)} = \frac{1/t''_F - 1/t'_F}{n'' - n'} \quad \cdots \quad (14)$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{q \mathfrak{E}}{F(r)} = \frac{1/t_\gamma + 1/t_F}{n} \quad \cdots \quad (15)$$

Hierin ist für n nacheinander n', n'', n''' usw. einzusetzen; das sind die Elektronenzahlen, die der Tropfen nach einer der vielen Umladungen $n'' - n'$, $n'' - n'''$ usw. trägt.

Beobachtungen von Millikan:

$$t'_F = 80{,}708, \qquad t''_F = 22{,}375\ \text{s}$$
$$1/t'_F = 0{,}012\,36, \quad 1/t''_F = 0{,}044\,70\ \text{s}^{-1}$$
$$1/t''_F - 1/t'_F = 0{,}032\,34\ \text{s}^{-1}.$$

Annahme $n'' - n' = 6$. Also $\underline{q \mathfrak{E}/F = 0{,}005\,390\ \text{s}^{-1}}$.

$$t'''_F = 140{,}565\ \text{s}$$
$$1/t'''_F = 0{,}007\,192\ \text{s}^{-1}$$
$$1/t'''_F - 1/t''_F = -0{,}037\,51\ \text{s}^{-1}.$$

Annahme $n'' - n''' = 7$. Also $\underline{q \mathfrak{E}/F = 0{,}005\,359\ \text{s}^{-1}}$.

Für die drei feldlosen Fallzeiten findet Millikan:

$$t'_\gamma = 11{,}848, \qquad t''_\gamma = 11{,}901, \qquad t'''_\gamma = 11{,}882\ \text{s}$$
$$1/t'_\gamma = 0{,}084\,40, \quad 1/t''_\gamma = 0{,}084\,03, \quad 1/t'''_\gamma = 0{,}084\,16\ \text{s}^{-1}$$
$$\frac{1}{t'_\gamma} + \frac{1}{t'_F} = 0{,}096\,76, \quad \frac{1}{t''_\gamma} + \frac{1}{t''_F} = 0{,}128\,73, \quad \frac{1}{t'''_\gamma} + \frac{1}{t'''_F} = 0{,}091\,35\ \text{s}^{-1}$$
$$n' = 18 \qquad n'' = 24 \qquad n''' = 17$$
$$\underline{q \mathfrak{E}/F = 0{,}005\,375,} \qquad \underline{= 0{,}005\,36,} \qquad \underline{= 0{,}005\,373\ \text{s}^{-1}}$$

Die Größen $q \cdot \mathfrak{E}/F(r)$ erweisen sich also mit großer Genauigkeit als konstant. Da der Radius des Öltropfens konstant blieb (wie die schwierige Messung der Zeiten t_γ erweist), so muß die Größe

$F = F(r)$, welche die Reibungskraft mit dem Tropfenradius in Verbindung setzt, konstant bleiben. Da $\mathfrak{E}$ konstant gehalten wurde, so ist q = Konstanz. Damit ist die Existenz einer konstanten Ladung q bewiesen, so daß es berechtigt ist, diese als elementare Ladungseinheit zu bezeichnen.

Art. 555. Reibungskraft und Teilchenradius. Ist X die Fallstrecke bzw. Steighöhe, so ist in Gl. (10) $v = X/t$ und

$$F(r) = X \cdot f(r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Nach dem Stokesschen Gesetz ist

$$f(r) = 10^{-7} \cdot 6\pi\eta r, \text{ also } F(r) = 10^{-7} \cdot X \cdot 6\pi\eta r \quad \ldots \quad (17)$$

Gemäß Gl. (13) ist

$$F(r) = 10^{-7} \cdot \gamma \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 (S - \sigma) \cdot t_\gamma \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

Aus den beiden Gl. (17) und (18) ergeben sich die beiden Unbekannten $F(r)$ und r. Es ist

$$r = 3\sqrt{\frac{\eta X}{2\gamma(S-\sigma)t_\gamma}}, \qquad F(r) = 10^{-7} \cdot X \cdot 6\pi\eta r \quad (19)$$

Bei den oben dargestellten Versuchen war $X = 1{,}021$ cm, $S = 0{,}9199\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, $\sigma = 0{,}0012\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ (da die Luft Atmosphärendruck hatte). Die Reibungskonstante η der Luft wurde durch Millikans Mitarbeiter bestimmt. Es erwies sich $\eta = 1{,}809 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{g\,cm^{-1}\,s^{-1}}$.

Aus diesen Daten folgt

$$r = 2{,}78 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{cm}, \quad F(r) = 0{,}967 \cdot 10^{-13}\ \text{Joule.Sekunde}.$$

Setzt man diese Werte in das Resultat von Art. 554 ein, so ergibt sich

$$0{,}005359 \frac{F(r)}{[\mathrm{J.s}]} \frac{l}{[\mathrm{cm}]} \frac{[\mathrm{Volt}]}{U} = \frac{q}{\mathrm{Coulomb}} = 1{,}63 \cdot 10^{-19}$$

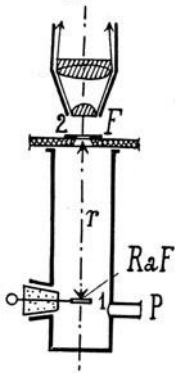
Millikan untersucht nun, ob sich die Größe q mit r ändert. In der Tat zeigt sich für Tropfen, die kleiner sind als der in den mitgeteilten Zahlenbeispiel benutzte Tropfen, eine systematische Änderung von q mit r.

Millikan nimmt nun für das Stokessche Gesetz eine Form mit einer weiteren Konstante an, die so bestimmt wird, daß sich für q genau konstante Werte ergeben. Als Mittelwert der Ladung q erhält so Millikan

$$4{,}77 \cdot 10^{-10}\,[\mathrm{Q_s}] = \boxed{q = 1{,}592 \cdot 10^{-19}\ \text{Coulomb}} \quad \ldots \quad (20)$$

Art. 556. Regeners Bestimmung der Ladung eines α-Teilchens. Fig. 593 zeigt die Versuchsanordnung. Von einer Metallplatte 1, die mit etwas Ra F bedeckt ist, gehen α-Strahlen aus. Treten α-Teilchen in der Zeit t nach oben aus, ist ξq die Ladung jedes Teilchens, so ist die Zuleitung von 1 Ausgangspunkt des elektrischen Stromes

Fig. 593.



$$I = \xi \cdot q \cdot N/t \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

Denkt man sich eine Halbkugel, in deren Mittelpunkt 1 liegt, deren Oberfläche F angehört, so ist, wenn r der Radius, die Oberfläche der Halbkugel $= 2\pi r^2$. Wenn die Strahlung gleichmäßig nach allen Seiten hin vor sich geht, dann verhält sich die Anzahl der auf F tretenden Teilchen

$$n/N = F/2\pi r^2 \quad \ldots\ldots \quad (22)$$

Es ist also

$$\xi q = \frac{IT}{n} \cdot \frac{F}{2\pi r^2} \cdot \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Es wurde tagelang gezählt, bis einige 1000 Lichtblitze auf der Diamantplatte F beobachtet wurden. Die Stromstärke wurde elektrometrisch gemessen. Als Resultat ergab sich

$$\xi q = 9{,}58 \cdot 10^{-10}\,[Q_s] = 3{,}196 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb.}$$

Daraus folgt bei $\xi = 2$

$$q = 4{,}79 \cdot 10^{-10}\,[Q_s] = 1{,}598 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb.}$$

Diese Zahl steht dem genauesten Wert von Millikan außerordentlich nahe. Zum gleichen Ergebnis gelangten mit einer anderen Zählmethode Geiger und Rutherford.

Achtundneunzigstes Kapitel.

Einige Folgerungen der Relativitätstheorie.

Art. 557. Die Lorentz-Einsteinsche Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit. Es sei:

c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum;
v die Geschwindigkeit eines beliebigen Körpers;
$\beta = v/c_0$ die Geschwindigkeitszahl des Körpers;
m die Ruhmasse des Körpers (die Masse bei $\beta = 0$);
M die Schnellmasse des Körpers bei der Geschwindigkeitszahl β; dann ist nach Lorentz und Einstein

$$m/\sqrt{1-\beta^2} = M \approx m\,[1 + {}^1/_2\beta^2 + {}^3/_8\beta^4 \ldots] \cdot \cdot \cdot \quad (24)$$

Bei den schnellsten Geschossen ist etwa

$$v < 10^5 \,\mathrm{cm\,s^{-1}}, \quad \beta < (1/3) \cdot 10^{-5}, \quad \beta^2 < 1 \cdot 10^{-11}.$$

Bei den Geschwindigkeiten, die großen Körpern (relativ zum ruhenden Beobachter!) künstlich erteilt werden können, sind Ruhmasse und Schnellmasse identisch, so daß wir nur von Masse zu sprechen brauchen.

Anders liegt die Sache mit den Geschwindigkeiten, die atomare Körperchen, insbesondere Elektronen, künstlich (durch Beschleunigung im elektrischen Felde) oder auf natürlichem Wege (bei Explosion radioaktiver Atome) erhalten können. Die Geschwindigkeit v kann die Lichtgeschwindigkeit c_0 bis auf wenige hundertstel c_0 erreichen. Atomare Körperchen (Elektronen, α-Teilchen u. a. Ionen) können Geschwindigkeiten haben, bei denen die Schnellmasse M erheblich größer ist als die Ruhmasse m.

Wenn ein Körperchen eine der Lichtgeschwindigkeit nahezu gleiche Geschwindigkeit besäße, dann wäre seine Masse so groß, daß auf keine Weise eine weitere Erhöhung der Geschwindigkeit möglich wäre. Es ist unmöglich, einem Körperchen eine der Lichtgeschwindigkeit gleiche Geschwindigkeit zu erteilen.

Art. 558. Die kinetische Energie eines Elektrons läßt sich aus der Beschleunigung im elektrischen Felde $\mathfrak{E}$ berechnen. Ist die Geschwindigkeit des Körperchens mit $\mathfrak{E}$ gleichgerichtet, so ist

$$q \cdot \mathfrak{E} = 10^{-7} \cdot \mathrm{d}(Mv)/\mathrm{d}t \cdot \cdots\cdots\cdots \quad (24\,\mathrm{a})$$

Der Faktor 10^{-7} ist nötig, wenn die Größen q bzw. $\mathfrak{E}$ als Vielfache von 1 Coulomb bzw. 1 Volt/cm gemessen werden. Man bezeichnet die Größe Mv als Bewegungsgröße. In Gl. (24 a) ist die Kraft $\mathfrak{E}q$ als Änderungsgeschwindigkeit der Bewegungsgröße bestimmt. Definiert man die Beschleunigungsmasse M' als Quotienten aus Kraft und Beschleunigung, so erhält man

$$M' = \frac{m}{(1-\beta^2)\sqrt{1-\beta^2}} \cdots\cdots\cdots \quad (25)$$

Man kann M' als longitudinale, M als transversale Masse bezeichnen. Multipliziert man beide Seiten mit der kleinen, in der Zeit $\mathrm{d}t$ zurückgelegten Wegstrecke $\mathrm{d}x$, so wird

$$q \cdot \mathfrak{E} \cdot \mathrm{d}x = q \cdot \mathrm{d}u = 10^{-7} v \cdot \mathrm{d}(Mv).$$

Die Spannung in den Wegpunkten x und $x + \mathrm{d}x$ unterscheidet sich um $\mathrm{d}u$. Es ist $q \cdot \mathrm{d}u$ die Arbeit des Feldes am Elektron, während es sich um $\mathrm{d}x$ bewegt. Diese Arbeit muß gleich dem Zuwachs $\mathrm{d}K$ der kinetischen Energie sein. Folglich ist

$$U \cdot q = K = 10^{-7}\, c_0^2 m \int_0^{\beta} \beta\, \mathrm{d}\, \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

oder

$$\underline{U \cdot q = K} = 10^{-7} c_0^2 m \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right] \quad \cdots \quad (26)$$

Aus dem Millikanschen Werte der elementaren Ladungseinheit q (siehe Art. 555) ergibt sich für die kinetische Energie, die Elektronen beim Durchlaufen der Spannung U erhalten, der Ausdruck

$$\boxed{K = 1{,}592 \cdot 10^{-19} \frac{U}{[\mathrm{Volt}]}\,[\mathrm{Joule}]} \quad \cdots \quad (27)$$

Art. 559. Energie und Masse. Aus (24) und (26) folgt für die kinetische Energie der Ausdruck

$$K = 10^{-7} c_0^2 (M - m) \quad \cdots \quad (28)$$

Den Inhalt dieses Satzes hat Einstein dahin erweitert, daß er sagt: Jeder Sitz einer Energie K verhält sich wie ein Träger der Masse

$$(M - m) = 10^7 K / c_0^2 \cdot \quad \cdots \quad (29)$$

Die Gleichung soll nicht nur gelten, wenn K die (in Joule gemessene) kinetische Energie, sondern auch dann, wenn K eine beliebige Art der Energie ist.

Art. 560. Beschleunigungsspannung. Aus der Gleichheit des ersten und dritten der Ausdrücke (26) folgt: Überschreitet ein Elektron die Grenzen eines elektrischen Feldes in zwei Punkten, deren Spannungsdifferenz $= U$ ist, so gilt für die Geschwindigkeitszahl β beim Austritt (falls beim Eintritt $\beta = 0$) die Beziehung

$$\beta = \sqrt{1 - 1/[1 + U/U_0]^2} \text{ und } U_0 = 10^{-7} c_0^2 m/q \quad (30\,\mathrm{a})$$

Falls U klein gegen U_0, so gilt

$$\beta \approx \sqrt{\frac{2U}{U_0}} \left[1 - \frac{3}{4}\frac{U}{U_0} + \frac{23}{32}\frac{U^2}{U_0^2}\right] \quad \cdots \quad (30\,\mathrm{b})$$

Falls U sehr klein gegen U_0, so gilt

$$\beta \approx \sqrt{2\,U/U_0} \quad \text{oder} \quad \frac{v}{[\mathrm{cm\,s^{-1}}]} = 0{,}594 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{U}{[V]}} \cdot \qquad (30\,c)$$

Ist $U = U_0$, so gilt streng: $\beta = {}^1/_2\sqrt{3} = 0{,}8660$.

Falls U groß gegen U_0 ist, gilt

$$\beta \approx 1 - \frac{1}{2}\frac{U_0^2}{U^2} \quad \cdots\cdots\cdots \qquad (31)$$

Aus (30 a) und Art. 567 ergibt sich die Bezugsspannung

$$\boxed{U_0 = 509\ 620\ \text{Volt}} \quad \cdots\cdots\cdots \qquad (32)$$

Neunundneunzigstes Kapitel.

Messung der spezifischen Ladung.

Art. 561. Bahn des Elektrons in einer senkrecht von magnetischen Feldlinien durchsetzten Ebene. Durchläuft ein Körperchen, dessen Ladung q ist, das Stück $\mathrm{d}s$ seiner Bahn mit der Geschwindig-

Fig. 594.

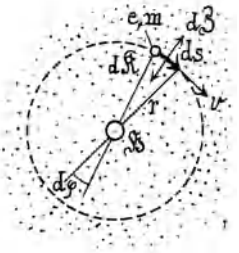
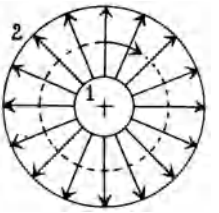


Fig. 595.



keit v (siehe Fig. 594), so verhält sich $\mathrm{d}s$ wie ein vom Strome i durchflossenes Leiterstück. Es ist das Stromelement

$$i \cdot \mathrm{d}s = \frac{q}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}s = q\,v.$$

Im magnetischen Felde $\mathfrak{H}$, das senkrecht zur Bahn- (und zur Zeichnungsebene) gerichtet ist, erfährt das Stromelement die (in J/cm gemessene) Kraft

$$\mathrm{d}\mathfrak{K} = \mu_0\,q\,v\,\mathfrak{H} \cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (33)$$

[siehe z. B. Art. 641, Gl. (102)].

Ist r der Radius der Bahn, $\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$ die Winkelgeschwindigkeit, so erfährt das Körperchen die nach dem Krümmungsmittelpunkt hin gerichtete Beschleunigung

$$r\omega^2 = r^2\omega^2/r = v^2/r \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Ist m die Ruhmasse, M die Schnellmasse des Körperchens, so setzt es dieser Beschleunigung eine zentrifugale Widerstandskraft $\mathrm{d}\mathfrak{Z}$ entgegen. Es ist

$$\mathrm{d}\mathfrak{Z} = 10^{-7} \cdot Mv^2/r \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

Damit das Körperchen auf der Kreisbahn mit dem Radius r bleibt, müssen die beiden durch (33) und (35) bestimmten Kräfte gleich sein. Unter Berücksichtigung der Gl. (24), S. 658 ergibt sich daher

$$\frac{q}{m}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} = \frac{1}{r}\cdot\frac{10^{-7}c_0}{\mu_0\mathfrak{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Hierin ist q/m die spezifische Ladung, β die Geschwindigkeitszahl des Körperchens, z. B. eines Elektrons.

Art. 562. Die Bahn des Elektrons in einem elektrischen Felde läßt sich am leichtesten berechnen, wenn die Bahn eine Kreislinie ist, die in einem Zylinderkondensator 1, 2 liegt (siehe Fig. 595). Dann wirkt, wenn $\mathfrak{E}$ die Feldstärke, auf die Ladung $-q$ die zentrale Kraft

$$\mathrm{d}\mathfrak{K} = q\cdot\mathfrak{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

Aus (37) und (35) ergibt sich

$$\frac{q}{m}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta^2} = \frac{1}{r}\cdot\frac{10^{-7}c_0^2}{\mathfrak{E}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

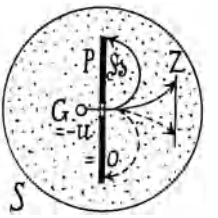
Die magnetische, durch (36) bestimmte Bahnkrümmung $1/r$ ist dem Kehrwert von β, die elektrische, durch (38) bestimmte Bahnkrümmung ist dem Kehrwert von β^2 proportional. Wenn Kathodenstrahlen von einer gewissen Geschwindigkeitszahl β in einem magnetischen und in einem elektrischen Felde die gleiche Bahnkrümmung erleiden, so nimmt bei steigendem β die elektrische Krümmung viel schneller ab als die magnetische. Bei großem β verdient die magnetische Ablenkung den Vorzug.

Art. 563. Messung der Beschleunigungsspannung und der magnetischen Ablenkung. Aus der Beschleunigungsspannung U läßt sich nach den Gl. (30) die Geschwindigkeitszahl β berechnen. Ist β bekannt, so liefert die Krümmung $1/r$ in einem magnetischen

Felde von bekannter Stärke $\mathfrak{H}$ die spezifische Ladung q/m [siehe Gl. (36)].

Das Verfahren ist von zahlreichen Autoren benutzt. Die ersten genauen Messungen gelangen Classen mit der in Fig. 596 dargestellten Versuchsanordnung. Die aus einem elektrisch geglühten Metallfaden G mit kleiner Geschwindigkeit austretenden Elektronen werden durch das Feld $P \rightarrow G$ beschleunigt. In der geerdeten Metallplatte P befindet sich eine kleine Öffnung. Die Bahn der Elektronen, welche diese Öffnung durchfliegen, wird durch ein, zur Zeichnungsebene senkrechtes magnetisches Feld $\mathfrak{H}$ zu einem Halbkreis gekrümmt. Nach Umkehrung der Feldrichtung entsteht ein zweiter Halbkreis. Auf P sind zwei photographische Platten angeordnet. Die von Kathodenstrahlen getroffenen Punkte werden nach dem Entwickeln schwarz. Aus dem Abstand der Schnittpunkte läßt sich der Krümmungsradius r der Bahn berechnen. — Damit die Krümmung der Bahn, die die Elektronen während ihrer Beschleunigung durchlaufen, keinen Fehler verursacht, liegt der Glühfaden G sehr nahe P. Besser wäre es, den Raum zwischen G und P durch eine zweite, im entgegengesetzten Sinne wirkende Spule von magnetischen Feldlinien zu befreien.

Fig. 596.



Schnelle Kathodenstrahlen werden so wenig abgelenkt, daß sie nicht zur Platte P zurückkehren, sondern auf den Schirm Z treffen. Man mißt den Abstand $2x$ der beiden Auftreffpunkte voneinander und den Abstand $PZ = l$.

Dann ist der Krümmungsradius

$$r = l^2/2x + x/2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (39)$$

Solche Versuche stellten an Bestelmeyer, Alberti, sowie Malassez und Proktor.

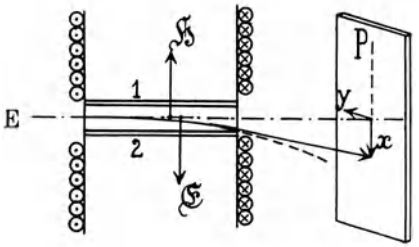
Hupka verwendete große Beschleunigungsspannungen, mit dem Ziel, das Verhältnis von Schnellmasse zur Ruhmasse experimentell zu bestimmen.

Seine Versuche sprechen für die Richtigkeit des Verhältnisses $1 : \sqrt{1 - \beta^2}$.

Eine Abart dieser Versuche (J. J. Thomson I) besteht darin, die Krümmung $1/r$ gerade so groß zu machen, daß eine Platte Z nicht mehr von den Kathodenstrahlen getroffen wird und daher keine Aufladung zeigt.

Art. 564. Messung der beiden Ablenkungen durch ein elektrisches und ein gleichgerichtetes magnetisches Feld (J. J. Thomson II). Die von E ausgehenden geladenen Körperchen (siehe Fig. 597) erfahren im Felde $\mathfrak{E}$ des Kondensators 1, 2 eine Ablenkung x, in dem magnetischen Felde $\mathfrak{H}$, das zu $\mathfrak{E}$ parallel ist, die zu x senk-

Fig. 597.



rechte Ablenkung y. Wenn die Ausdehnung beider Felder die gleiche ist, so wird

$$x = k/r_x \quad \text{und} \quad y = k/r_y \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

sein. Hieraus und aus Gl. (38) folgt die elektrische Ablenkung

$$\frac{k}{r_x} = x = \frac{10^7 \mathfrak{E} k}{{c_0}^2} \frac{q}{m} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Aus Gl. (40) und (36) ergibt sich die magnetische Ablenkung

$$\frac{k}{r_y} = y = \frac{10^7 \mu_0 \mathfrak{H} k}{c_0} \frac{q}{m} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \quad \ldots\ldots \quad (42)$$

Aus den beiden Gl. (41) und (42) ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{x} &= b\beta \quad \text{und} \quad \frac{y^2}{x} = 2p\sqrt{1-\beta^2} \\ b &= \frac{c_0 \mu_0 \mathfrak{H}}{\mathfrak{E}} \quad \text{und} \quad 2p = \frac{10^7 k \mu_0{}^2 \mathfrak{H}^2}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{q}{m} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (43)$$

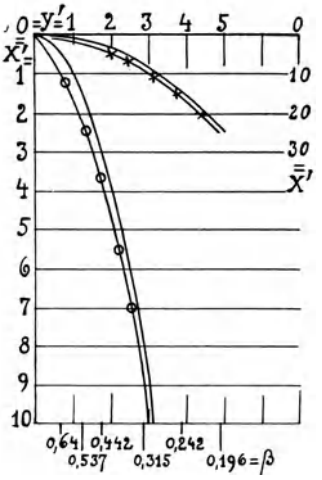
Die Bildkurve $y^2 = 2px$ sei als geometrische Parabel, die Bildkurve $y^2 = 2px\sqrt{1-\beta^2}$ sei als relativistische Parabel bezeichnet. Erstere ist in Fig. 598 glatt ausgezeichnet, letztere durch kleine Kreuze bzw. Kreise gekennzeichnet.

In Fig. 598 ist von beiden Parabeln je ein Halbzweig gezeichnet. Kaufmann erhielt bei seinen Versuchen über β-Strahlen den durch Kreuze gekennzeichneten Halbzweig der relativistischen Parabel, ferner

nach Umkehrung der elektrischen Feldrichtung den darüber liegenden Halbzweig der zweiten möglichen Parabel. Der gemeinsame Scheitelpunkt der beiden möglichen Parabeln zeichnet sich auf der Platte als Durchstoßungspunkt der nicht ablenkbaren γ-Strahlen auf.

Wenn man das elektrische Feld stärker wählt, dann werden die Abstände beider Parabeln größer. Dies zeigt die durch kleine Kreise gekennzeichnete relativistische Parabel der Fig. 598.

Fig. 598.



Aus den Kaufmannschen Aufnahmen ist die Abweichung der wirklichen Kurve von einer geometrischen Parabel erkennbar und hat den theoretisch geforderterten Sinn. Ob aber die wirkliche Kurve gleich der relativistischen Parabel ist, kann nicht mit Sicherheit gefolgert werden.

Aus den Gl. (41) und (42) folgt

$$\beta = \frac{\mathfrak{E}}{c_0 \mu_0 \mathfrak{H}} \frac{y}{x}, \quad \frac{q}{m} \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} = \frac{10^{-7} c_0}{k \mu_0 \mathfrak{H}} y \quad \cdot \cdot \quad (44)$$

Die folgende Tabelle zeigt, daß die von Kaufmann unter Berücksichtigung der relativistischen Korrektion erhaltenen Werte von q/m nahezu konstant sind und den später ermittelten genaueren Werten sehr nahe kommen.

$\beta =$	$(q/m)\sqrt{1/\beta^2 - 1} =$	$q/m =$
0,787	1.31	1,67
0,864	0,97	1,66
0,943	0,63	1,78
. . . . .	. . . . .	. . . . .
	$\cdot 10^8 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Gramm}}$	$\cdot 10^8 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Gramm}}$

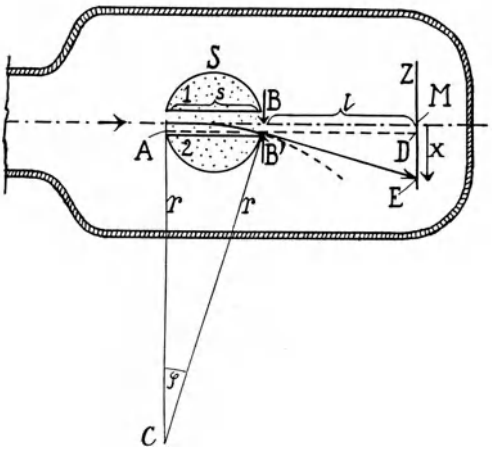
Vielleicht ließe sich ein genaueres Ergebnis auf folgende Weise erzielen. Man macht auf derselben Platte zwei Aufnahmen: 1. mit großem $\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{E}_1$ und β_1; 2. mit kleinem $\mathfrak{H}_2$, $\mathfrak{E}_2$ und β_2.

Falls $p_1 = p_2$, also $\mathfrak{H}_1^2/\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{H}_2^2/\mathfrak{E}_2$

ist, entsteht im ersten Falle die relativistische, im zweiten Falle die geometrische Parabel. Die beiden nebeneinander liegenden Parabeln müssen voneinander so abweichen, wie die in Fig. 598 gezeichneten Parabelzweige.

Art. 565. Ablenkung durch ein elektrisches und ein dazu senkrechtes magnetisches Feld. In Fig. 599 ist ein Teil der Elektronenbahn von einem elektrischen Felde (zwischen den Kondensatorplatten 1, 2) und einem (durch die Spule S erzeugten) magne-

Fig. 599.



tischen Felde erfüllt. Der übrige Teil der Bahn ist feldlos. Dann hat die Konstante k der Gl. (38) und (39) denselben Wert. Da die Ablenkungen durch die beiden Felder in gleicher Richtung, d. h. in der Zeichnungsebene erfolgen, ersetzen wir x durch $x_{\mathfrak{E}}$ und y durch $x_{\mathfrak{H}}$ und erhalten

$$\frac{k}{r_{\mathfrak{E}}} = x_{\mathfrak{E}} = \frac{q}{m}\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta^2}\,\frac{10^7\,\mathfrak{E}\,k}{{c_0}^2} \quad \ldots\ldots \quad (45)$$

$$\frac{k}{r_{\mathfrak{H}}} = x_{\mathfrak{H}} = \frac{q}{m}\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}\,\frac{10^7\,\mu_0\,\mathfrak{H}\,k}{c_0} \quad \ldots\ldots \quad (46)$$

Ist s die im Felde durchlaufene, l die zwischen Feld und Auffangplatte durchlaufene Wegstrecke, so ist

$$k \approx s\,(l + {}^1/_2\,s) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

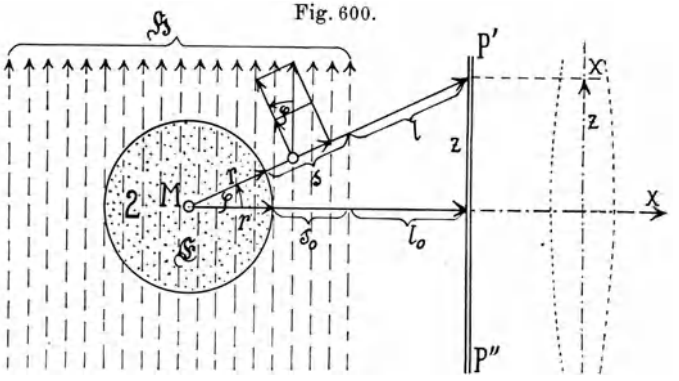
A. Eines der benutzten Verfahren nach dem in Fig. 599 dargestellten Prinzip besteht darin, daß die beiden Ablenkungen nacheinander hergestellt werden (J. J. Thomson III). Man kann dann aus Gl. (45), (46) die beiden Unbekannten q/m und β berechnen.

B. Ein anderes Verfahren (W. Wien) besteht darin, das Verhältnis von $\mathfrak{H}/\mathfrak{E}$ zu ändern, bis sich beide Ablenkungen gerade aufheben. Man erhält dann (ohne Kenntnis von k) durch Division der beiden Gl. (45) und (46)

$$\beta = \mathfrak{E}/c_0 \mu_0 \mathfrak{H} \cdot \cdots \cdots \cdots \quad (48)$$

C. Das Wiensche Verfahren ist durch Bestelmeyer, Bucherer, Wolz, Neumann und Schäfer, ferner durch Guije, Ratnowski und Lavanchy abgeändert worden. Bei diesen Beobachtern erfüllt

Fig. 600.



das magnetische Feld einen größeren Teil der Elektronenbahn als das elektrische Feld. Besonders zweckmäßig ist die Anordnung von Bucherer (Fig. 600). In der Mitte der Kondensatorplatten 1 und 2 (in der Figur ist nur 2 gezeichnet) ist ein Körnchen radioaktiven Stoffes angeordnet. Die Platten stehen einander so nahe, daß in der Richtung φ nur Strahlen austreten, deren Geschwindigkeitszahl

$$\beta = \mathfrak{E}/c_0 \mu_0 \mathfrak{H} \cos \varphi \cdot \cdots \cdots \cdots \quad (49)$$

Außerhalb des Kondensators erleidet die Elektronenbahn noch eine magnetische Ablenkung δ. Mit wachsendem φ nimmt das Geschwindigkeitsverhältnis β gemäß (49) zu. Daher nimmt δ allmählich ab. Es werden zwei Aufnahmen gemacht, zwischen denen die Richtungen beider Felder umgekehrt werden. So entstehen auf der Platte zwei nahezu parallele geschwärzte Streifen. Der Abstand der Streifen hängt von q/m, von β und von dem relativistischen Faktor $\sqrt{1-\beta^2}$ ab.

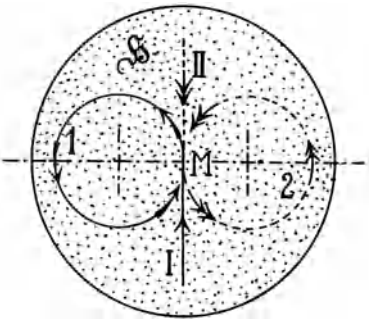
Art. 566. Eine Elektronenbahn von der Form einer Schraubenlinie entsteht bei der in Fig. 601 dargestellten Versuchsanordnung.

1. Treten Kathodenstrahlen I von bestimmter Geschwindigkeitszahl β bei M in ein gleichförmiges, zur Zeichnungsebene senkrechtes Magnetfeld, so werden sie (bei passender Wahl von β und $\mathfrak{H}$) zur Kreislinie 1 gekrümmt.

Wird nun I gegen die Zeichnungsebene geneigt, so geht die Elektronenbahn in eine Schraubenlinie über, deren Projektion 1 ist.

Dreht man die Ebene, in der I verläuft, so rotiert die Schraubenlinie um eine durch M gehende, zur Zeichnungsebene senkrechte

Fig. 601.



Achse. Wenn I die Lage II angenommen hat, so entsteht die Schraubenlinie, deren Projektion 2 ist.

Busch dreht die Einfallsebene der Kathodenstrahlen durch ein magnetisches Drehfeld und beobachtet das Verhalten des Lichtflecks, den die umlaufende Schraubenlinie auf einem (zur Zeichnungsebene senkrechten) Schirm hervorbringt.

Die Geschwindigkeitszahl der untersuchten, von einem Glühfaden ausgehenden Kathodenstrahlen wird durch die Beschleunigungsspannung bestimmt.

Es ist Buch (Physik. Zeitschr. **23**, 438, 1922) gelungen, Werte von q/m zu erhalten, die mit den besten anderen Messungen in sehr guter Übereinstimmung stehen.

2. Die Theorie der Schraubung hat Diesselhorst gegeben. Man kann durch eine mit der Achse eines Braunschen Rohres (siehe Fig. 371, S. 352) gleichachsige, stromdurchflossene Spule eine Verkleinerung des Kathodenstrahlenfleckes erreichen.

Art. 567. Spezifische Ladung und Masse des Elektrons. Der Mittelwert aus den besten q/m-Bestimmungen ist

$$\boxed{\frac{q}{m} = 1{,}766 \cdot 10^8 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Gramm}}} \quad \cdots\cdots\cdots (50)$$

Setzt man hierin den Millikanschen Wert für q ein (siehe Art. 555), so folgt als Masse des Elektrons

$$\boxed{m = 0{,}9015 \cdot 10^{-27}\,\text{Gramm}} \quad \cdots\cdots\cdots (51)$$

Hundertstes Kapitel.

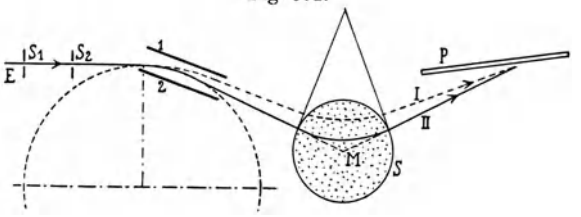
Dynamische Atomgewichtsbestimmung.

Art. 568. Die Thomsonsche Parabel. Die Bestimmung der spezifischen Ladung q/m von Massenteilchen kann grundsätzlich nach denselben Verfahren ausgeführt werden, wie die q/m-Bestimmung für Elektronen. Nur ist es viel schwerer, Massenteilchen hinreichend große Ablenkungen zu erteilen, weil ihre kinetische Energie soviel größer ist. Die große Bedeutung solcher Messungen liegt darin, daß man aus q/m und dem bekannten Werte von q die Masse m des Teilchens, folglich auch das Atomgewicht m/m_0 einzelner Teilchen bestimmen kann. Dies dynamische Verfahren zur Bestimmung des Atomgewichts hat vor der chemischen Wägungsmethode große Vorzüge. Letztere mißt immer nur Mittelwerte aus den Atomgewichten der großen Zahl von untersuchten Atomen. Erstere Methode ist aber imstande, chemisch gleichartige Atome von verschiedenem Atomgewicht räumlich zu trennen und die einzelnen Atomgewichte festzustellen.

Als erster stellte J. J. Thomson solche Versuche an, unter Benutzung seiner Parabelmethode (siehe Art. 564). Für Li-Atome vom Atomgewicht 6 hat q/m einen anderen Wert als für Li-Atome vom Atomgewicht 7. Sind in dem untersuchten Massenstrahl Atome Li 6 und Li 7 von beliebigen Geschwindigkeiten, so erhält man nicht eine, sondern zwei Parabeln! Die eine wird von Auftreffpunkten der Li 6-Atome, die andere von Auftreffpunkten der Li 7-Atome gebildet.

Art. 569. Das Astonsche Massenspektrum. Aston erteilt einem durch die Spalte S_1, S_2 begrenzten Massenstrahl eine elektrische Ablenkung im Kondensator 1, 2 und eine magnetische in der Spule S. Die schnelleren Ionen einer Masse erfahren zwar im Kondensator

Fig. 602.



eine kleinere Ablenkung als die langsameren Ionen derselben Masse, aber auch in der Spule S. So kommt es, daß alle Ionen gleicher Masse die photographische Platte P in demselben Punkte treffen (siehe Fig. 602). Die Ergebnisse sind bereits S. 640 und 641 dargestellt.

Art. 570. Das Dempstersche Verfahren ist grundsätzlich dem Classenschen Verfahren zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons (siehe Fig. 596, S. 663) ähnlich. Die durch Verdampfung von Metallsalzen erzeugten positiven Ionen werden durch ein elektrisches Feld beschleunigt und durch ein starkes magnetisches Feld zu einem Halbkreis gekrümmt. Durch einen Spalt treffen die Strahlen auf einen mit einem Elektrometer verbundenen Schirm.

Gemessen wird die Aufladung des Schirmes als Funktion der Beschleunigungsspannung U. Sind nur Massen einer Art vorhanden, so entsteht eine Kurve mit einem scharfen Maximum. Bei Isotopengemischen entsteht eine Kurve mit mehreren Maxima.

Die Relativitätskorrektion $\sqrt{1-\beta^2}$ kann hier vernachlässigt werden, weil β immer klein gegen 1. Daher gilt für die Beschleunigung bzw. die magnetische Ablenkung

$$U q = {}^1/_2 m v^2 \quad \text{bzw.} \quad (36),$$

woraus folgt

$$m = 10^{14}\, \mu_0^2\, q\, r^2\, \mathfrak{H}^2 / 2\, U \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (52)$$

So gelang es Dempster, drei Atommassen m', m'' und m''' für Mg nachzuweisen, wobei $U = U'$, U'', U''' war.

11. Abschnitt.

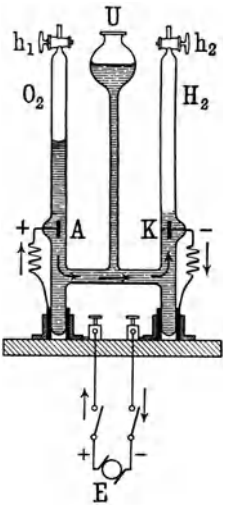
Elektrolytische Leitung und Spannung.

Hundertunderstes Kapitel.

Stoffabscheidung an den Elektroden.

Art. 571. Wasserzersetzung. Fig. 603 zeigt ein Gefäß, das den Durchgang eines elektrischen Stromes durch eine Flüssigkeit ermöglicht. Zur Füllung des Gefäßes dient die Öffnung U. Um elektrischen Strom der Flüssigkeit zuzuführen bzw. zu entziehen, dazu dienen die beiden Elektroden A und K, zwei dünne blanke Platinbleche mit Zuleitungsdrähten. Die +-Elektrode wird Anode, die —-Elektrode wird Kathode genannt.

Fig. 603.



Das Gefäß sei mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Eine Spannungsstufe E von etwa 12 Volt treibe einen Strom I von A nach K. Man sieht, daß während der Dauer T des Stromdurchganges an beiden Elektroden lebhafte Gasentwicklung stattfindet. Zunächst bedecken sich die Elektroden mit kleinen Gasbläschen; nach Erreichung einer gewissen Größe steigen diese auf. Es zeigt sich,

1. daß beide ausgeschiedenen Gasvolumina der durch die Flüssigkeit hindurchgegangenen Ladung IT proportional sind;

2. daß das Gasvolumen über der Kathode K jederzeit doppelt so groß ist als das über der Anode A.

Der Druck, unter dem beide Gase stehen, ist angenähert gleich und etwas größer als der zur Zeit des Versuches herrschende Luftdruck.

Die kleinere Gasmenge besteht aus Sauerstoff (O_2): bei Öffnung des Hahnes h_1 beginnt ein glühendes Streichholz wieder mit heller Flamme zu brennen. Die größere Gasmenge besteht aus Wasserstoff (H_2): läßt man dieses Gas aus einer engen, über dem Hahn h_2 angebrachten Öffnung austreten und entzündet es, so verbrennt es mit schwach leuchtender Flamme.

Mit obigen Versuchen verträglich ist das von Faraday zuerst erkannte allgemeine Gesetz: Wenn eine elektrische Ladung beim Durchgang durch eine Lösung einen Stoff ausscheidet, so ist die Ladung IT proportional der ausgeschiedenen Masse m des Stoffes, der Wertigkeit w und dem Kehrwert $1/A$ des Atomgewichts A. Es ist also die Ladung

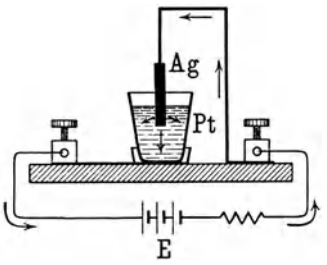
$$IT = \mathfrak{F} \cdot \frac{m}{A} w \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1)$$

Denkt man sich eine Anzahl von Geräten in Reihe geschaltet, in denen der elektrische Strom genau wägbare Massen der Metalle 1, 2, 3 usw. an der Kathode ausscheidet, so ist durch alle Geräte die gleiche Ladungsmenge IT hindurchgegangen. Da $\mathfrak{F}$ eine vom Stoff unabhängige Konstante ist, so müssen nach Gl. (1) die Beziehungen bestehen

$$m_1 w_1 / A_1 = m_2 w_2 / A_2 \text{ usw.}$$

Art. 572. Silberausscheidung und Einheit der Stromstärke. Fig. 604 zeigt ein Gerät, das zur Abscheidung einer genau wägbaren Silbermenge dient und Silbervoltameter genannt wird.

Fig. 604.



Ein Platintiegel Pt wird mit einer wässerigen Lösung von Silbernitrat ($AgNO_3$) gefüllt. Der elektrische Strom geht von einem in die Lösung getauchten Silberstab aus und gelangt durch die Lösung zum Platintiegel. Auf der Innenwand des letzteren entsteht ein fest anhaftender Silberniederschlag. Die Masse m des Niederschlages wird durch Wägung des Platintiegels vor und nach der Elektrolyse ermittelt.

Es ist international festgesetzt (s. Art. 626, Ziffer 41), daß die Ladung IT, welche die Silbermasse $m = 1{,}11800 \cdot 10^{-3}$ Gramm niederschlägt, als Einheit der elektrischen Ladung dienen und 1 Coulomb (oder 1 Amperesekunde) genannt werden soll.

Für Silber (Ag) ist das Atomgewicht $A = 107{,}88$, die Wertigkeit $w = 1$. Setzt man diese Werte in Gl. (1) ein, so ergibt sich

$$\boxed{\mathfrak{F} = 96\,494 \text{ int. Coulomb/Gramm}} \quad \cdots\cdots (2)$$

Als Äquivalent eines beliebigen Elementes bezeichnet man diejenige Masse des Elementes, welche zur Masse 1 Gramm in dem Verhältnis A/w steht. Wenn man zur Messung der Masse eines Stoffes die (für verschiedene Stoffe verschiedene!) Masseneinheit

$$1 \text{ Äquivalent} = \frac{A}{w} \text{ Gramm} \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

benutzt, so kann man den Inhalt der Sätze (1), (2) und (3) kurz so aussprechen: ein Äquivalent eines beliebigen Elementes gibt bei seiner elektrolytischen Ausscheidung die Ladung 96 494 Coulomb ab.

Art. 573. Das Faradaysche Gesetz und die elementare Ladungseinheit. Besteht die abgeschiedene Masse m aus z Atomen R, so ist nach Gl. (1)

$$IT = \frac{\mathfrak{F} \cdot m(zR)}{A(R)} \cdot w(R) = z \cdot w(R) \cdot \frac{\mathfrak{F} \cdot m(R)}{A(R)}.$$

Nun ist $m(R)/A(R) = m_0$ und m_0 die elementare Masseneinheit [s. S. 622, Gl. (2c)]. Unter der Annahme, daß die Ladung

$$\mathfrak{F} \cdot m_0 = q_e \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

d. h. gleich der elementaren Ladungseinheit ist, kann man das Faradaysche Gesetz in der Form schreiben

$$IT = z \cdot w \cdot q_e \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

1. An z Ionen eines beliebigen Elementes der Wertigkeit w haftet hiernach die Ladung $z w q_e$. Daraus folgt: An jedem einzelnen Ion der Wertigkeit w haftet die Ladung $w q_e$, also ein kleines ganzes Vielfaches der elementaren Ladungseinheit q_e. Dieser Satz drückt die wahre Bedeutung des Faradayschen Gesetzes (1) aus. Schon Stoney und v. Helmholtz haben erkannt, daß die elektrolytisch ausgeschiedene Ladung aus kleinsten Ladungsteilchen q_e bestehen müsse, daß die bei der Elektrolyse in Erscheinung tretende Elektrizität atomistisch zusammengesetzt ist. Aus (2) und (4) ergibt sich die spezifische Ladung q_e/m_0 der elementaren Masseneinheit. In Art. 567 ist gezeigt, welche Werte man für die spezifische Ladung q_e/m_e des Elektrons erhält.

Es ist

für ein Ion von der Masse m_0 | für Elektronen

$$\mathfrak{F} = \frac{q_e}{m_0} = 0{,}964\,94 \cdot 10^5 \frac{\text{C}}{\text{g}}, \qquad \frac{q_e}{m_e} = 1{,}766 \cdot 10^8 \frac{\text{C}}{\text{g}}.$$

Wie E. Wiechert zuerst erkannte, ergibt sich unter der Voraussetzung, daß q_e in beiden Fällen den gleichen Wert hat, die Folgerung: die Masse m_e eines Elektrons ist rund 2000 mal kleiner als die Masse m_0 eines Atoms vom Atomgewicht 1. Man kann auch kürzer sagen: das Elektron hat das Atomgewicht

$$A \text{ (Elektron)} = 0{,}000\,546 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (6)$$

2. Setzt man die Ladung der elementaren Masseneinheit m_0 gleich der Ladung des Elektrons, die Millikan bestimmt hat (s. Art. 559), so ergibt sich aus (4) und (2) die elementare Masseneinheit

$$\boxed{m_0 = 1{,}650 \,.\, 10^{-24} \text{ Gramm}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7)$$

3. Die Masse eines Atoms vom Atomgewicht A ist hiernach $= 1{,}650 \,.\, 10^{-24} A$ Gramm. Die Masse von L Atomen des Atomgewichts A ist $m = L \,.\, 1{,}650 \,.\, 10^{-24} A$ Gramm.

Wenn $m = A$ Gramm $= 1$ Grammatom

ist, so ist

$$L \,.\, 1{,}650 \,.\, 10^{-24} = 1 \quad \text{oder} \quad \boxed{L = 0{,}6061 \,.\, 10^{24}} \quad \cdots \quad (8)$$

Die Loschmidtsche Zahl L gibt an, wieviel Atome im Grammatom eines beliebigen Elementes enthalten sind. Der Zahlenwert von L ist hier aus $\mathfrak{F}$ und q_e abgeleitet. Da sich aus ganz anderen physikalischen Erscheinungen derselbe Zahlenwert ergibt (wenn auch nicht mit gleicher Genauigkeit), so muß man schließen, daß die eingangs gemachte Wiechertsche Voraussetzung über die Gleichheit von q_e zutrifft. Man kann daher sagen: das kleinste Teilchen q_e der elektrischen Ladung hat, wie es auch in Erscheinung treten mag, immer den gleichen Wert.

Hundertundzweites Kapitel.

Ionenwanderung und Leitfähigkeit im Mittelraum eines Elektrolyten.

Art. 574. Dissoziation. Das im vorstehenden behandelte Faradaysche Gesetz ist eine Aussage über Vorgänge in Schichten, die den Elektroden anliegen. Durch diese Schichten treten Ionen von bestimmbarer Zahl, Masse und Ladung. Das Faradaysche Gesetz sagt nichts aus über die Vorgänge in der weiteren Umgebung der beiden Elektroden und die Vorgänge in dem mittleren Raume eines stromdurchflossenen Elektrolyten. Auf die letzteren Vorgänge schließt man in erster Linie aus der Leitfähigkeit $\varkappa$ des Elektrolyten.

Bei dem in Fig. 604 dargestellten Versuch verliert der eingetauchte Silberstab Silberteilchen, während der Platintiegel Silberteilchen aufnimmt. Es liegt also die Annahme nahe, daß geladene Silberteilchen durch die Flüssigkeit hindurch vom Silberstab zum Platintiegel wandern. Da die Silberionen in Richtung des elektrischen Feldes wandern, müssen sie positiv geladen sein. Da die Flüssigkeit außen kein elektrisches Feld hervorruft, so müssen außer den positiven Silberteilchen noch negative Teilchen vorhanden sein. Negative Teilchen (Minusionen oder Anionen) wandern entgegen der Feldrichtung, also von der Kathode zur Anode. Positive Teilchen (Plusionen oder Kationen) wandern in der Feldrichtung, also von der Anode zur Kathode.

Wenn stofflose wandernde Elektronen, wie in Metallen, so auch in Elektrolyten, Träger des gesamten Stromes wären, dann ließe sich eine Abscheidung von Stoff nicht verstehen. Wenn ein Teil des gesamten elektrolytischen Stromes durch stofflose wandernde Elektronen getragen würde, so ließe sich die Gültigkeit des Faradayschen Gesetzes schwer erklären. Man muß daher annehmen, daß (in gleicher Teilchendichte vorhandene) positive und negative Stoffionen allein die Träger des elektrolytischen Leitungsstromes sind. Diese Vorstellung hat sich schon Hittorf gebildet. Arrhenius stellte 1884 seine Dissoziationstheorie auf. Nach dieser Theorie sollen die Ionen durch Zerfall des Moleküls entstehen, beispielsweise nach der Formel

$$KCl = K/| + Cl|.$$

Die Eigenschaften des Elektrolyten, insbesondere die Gefrierpunktserniedrigung und die Leitfähigkeit, sollen wesentlich durch den Bruchteil der dissoziierten Moleküle, also die Anzahl der Ionen in der Raumeinheit bestimmt sein. Die Verteilung der Ionen wird als gleichmäßig angenommen. Debye und Hückel haben 1923 aus der elektrostatischen Anziehung zwischen den Plus- und den Minusionen die Folgerung gezogen, daß die Ionen ungleichmäßig verteilt seien.

Art. 575. Bei sehr geringer Ionendichte ist nach den verschiedenen Theorien die Ionenverteilung gleichmäßig. Ist n die Teilchendichte der Plusionen und der Minusionen, w die Wertigkeit der Ionen, q_e die elementare Ladungseinheit, so ist die durch Plusionen bzw. durch Minusionen erzeugte räumliche Ladungsdichte im Elektrolyten

$$\varrho_+ = +nwq_e \quad \text{bzw.} \quad \varrho_- = -nwq_e \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (9)$$

Ist v_+ bzw. v_- die mittlere Geschwindigkeit jedes Plus- bzw. Minusions, so kann man

$$v_+ = l_+ . wq_e . \mathfrak{E} \quad \text{bzw.} \quad v_- = -l_- . wq_e . \mathfrak{E} \cdot \cdot \cdot \quad (10)$$

setzen. Hierin ist l die Beweglichkeit, wq_e die Ladung eines Ions, $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke, also $\pm wq_e\mathfrak{E}$ die auf jedes Ion wirkende treibende Kraft. Die erreichte Geschwindigkeit v wird so groß sein, daß die der Bewegung entgegengesetzte, mit v wachsende Reibungskraft gerade gleich der treibenden Kraft ist: dann erfahren die Ionen keine Beschleunigung. Aus (9) und (10) ergeben sich die Stromdichten

$$\mathfrak{c}_+ = \varrho_+ . v_+ \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{c}_- = \varrho_- . v_- \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

Die gesamte Stromdichte ist

$$\mathfrak{c}_+ + \mathfrak{c}_- = \mathfrak{c} = nw^2q_e^2\mathfrak{E}(l_+ + l_-) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (12)$$

Daher ist die Leitfähigkeit der elektrolytischen Lösung

$$\mathfrak{c}/\mathfrak{E} = \varkappa = nw^2q_e^2(l_+ + l_-) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (13)$$

In binären Elektrolyten zerfällt jedes Molekül in nur zwei Ionen. Dann ist bei vollständiger Dissoziation nach Art. 630, Ziffer 6E die molare Konzentration

$$\gamma' = \frac{n}{[\mathrm{cm}^{-3}]} \frac{1}{L} \; [\mathrm{Mol/cm^3}] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (14)$$

Dividiert man (13) durch (14), so ergibt sich die molare Leitfähigkeit bei verschwindend kleiner Konzentration:

$$\varkappa/\gamma' = \Lambda_0 = \frac{Lq_e^2w^2(l_+ + l_-)}{[\mathrm{Mol}]} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (15)$$

Hieraus kann man die Summe der Beweglichkeiten beider Ionenarten berechnen. Um die einzelnen Beweglichkeiten zu erhalten, ist nicht nur die Messung von Konzentration und Leitfähigkeit, sondern noch die Messung von Überführungszahlen nötig, die später behandelt wird.

Art. 576. Für verdünnte Lösungen schwacher Elektrolyte führt die Dissoziationstheorie von Arrhenius und die folgende Betrachtung von Ostwald zu Ergebnissen, die mit den Tatsachen übereinstimmen.

Ostwald nimmt an, daß im Raumteil V der Lösung N Moleküle gelöst seien, von denen der Bruchteil α dissoziiert ist. Es soll nun in einer bestimmten Zeit eine Anzahl von Molekülen zerfallen, die proportional der Anzahl der nicht zerfallenen Moleküle, also proportional $(1 - \alpha)\, N$ ist. In der gleichen Zeit soll sich durch Wiedervereinigung von Ionen eine Anzahl von Molekülen neu bilden, die proportional dem Produkt der beiden Ionenzahlen, also proportional $\alpha^2 N^2$ ist.

Damit sich die Anzahl der vorhandenen Moleküle nicht ändert, muß die Anzahl der zerfallenden und der durch Wiedervereinigung gebildeten Moleküle gleich sein. Es ist also

$$const\ (1 - \alpha) N = \alpha^2 N^2 \quad \text{oder} \quad \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{const}{N} \cdot \cdot \quad (16)$$

Nun ist die Teilchenzahl N der Konzentration proportional. Wir setzen bzw. erhalten

$$\frac{const}{N} = 2\,\frac{K}{\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \alpha^2 + 2\,\alpha\,\frac{K}{\gamma} - 2\,\frac{K}{\gamma} = 0 \cdot \cdot \cdot \quad (17)$$

Aus (17) folgt für den Dissoziationsgrad α der Ausdruck

$$\alpha = \frac{K}{\gamma}\left[\sqrt{2\,\frac{\gamma}{K} + 1} - 1\right] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (18)$$

Hierin ist γ die molare Konzentration der Lösung. Wir bezeichnen [nicht $2K$], sondern K als Dissoziationskonstante. Das Gesetz (18) nennen wir Ostwaldsches Dissoziationsgesetz. Die Gl. (16) ist als Ostwaldsches Verdünnungsgesetz bekannt. Vielfach benutzt man falsche Näherungen der Gl. (18), z. B. Gl. (22 b).

Nach der Dissoziationstheorie von Arrhenius soll die molare Leitfähigkeit

$$\Lambda = \alpha \Lambda_0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (19)$$

sein, weil die Ionenzahl n in (13) bei unvollständiger Dissoziation durch αn zu ersetzen ist. Bei schwachen Elektrolyten kennt man Λ_0 nicht, wohl aber kann man setzen

$$\Lambda_1/\Lambda_2 = \alpha_1/\alpha_2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (20)$$

Bildet man (18) für α_1 und γ_1 sowie für α_2 und γ_2, so folgt

$$2K = \frac{[\gamma_1 \Lambda_1/\Lambda_2 - \gamma_2 \Lambda_2/\Lambda_1]^2}{\gamma_1 + \gamma_2 - [\gamma_1 \Lambda_1/\Lambda_2 + \gamma_2 \Lambda_2/\Lambda_1]} \quad \cdots\cdots \quad (21)$$

Aus zwei Beobachtungen der Konzentration γ und der molaren Leitfähigkeit Λ läßt sich K berechnen! Aus den so erhaltenen (nötigenfalls etwas abgeänderten) Werten von K und aus γ läßt sich α nach (18) berechnen, und man findet die molare Grenzleitfähigkeit $\Lambda/\alpha = \Lambda_0$.

Die beiden folgenden Tabellen zeigen die Ergebnisse an drei schwachen Elektrolyten.

Tabelle 1.

Molare Konzentration	Essigsäure (Kohlrausch)			Ammoniak (Kohlrausch)		
	$K = 1{,}60 \cdot 10^{-5}$		$\Lambda/\alpha =$	$K = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$		$\Lambda/\alpha =$
γ	Λ	α	Λ_0	Λ	α	Λ_0
0,0001	107	0,464	231	66	0,541	122
0,001	41	0,181	227	28,0	0,223	125
0,01	14,3	0,061 3	233	9,6	0,077	125
0,1	4,60	0,019 8	232	3,3	0,025	132
1	1,32	0,006 30	210	0,89	0,0080	112

Tabelle 2.

Molare Konzentration	Zitronensäure (Foster)			KCl nach F. Kohlrausch			
	$K = 40 \cdot 10^{-5}$		$\Lambda/\alpha =$				
γ	Λ	α	Λ_0	Λ	α	$\Delta\Lambda$	$\Delta\gamma$
0,0001	136,8	0,900	152	129,07	1		
0,001	88,4	0,580	152	127,34	1	1,73	0,0009
0,01	42,5	0,245	173	122,43	1	4,91	0,009
0,1	16,1	0,085 6	188	112,03	1	10,40	0,09
1	5,4	0,002 79	193	98,27	1	13,76	0,9

Bei den drei schwachen Elektrolyten (Essigsäure, Ammoniak und Zitronensäure) sind die Anschauungen von Arrhenius und Ostwald bestätigt; wenn die Konzentrationen klein sind, ist $\Lambda/\alpha = \Lambda_0$

konstant. Bei Essigsäure und Ammoniak ist bei allen Messungen $2\gamma/K > 1$, so daß sich aus (18) die Näherung ergibt

$$\alpha \approx \sqrt{2K/\gamma} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (22\,a)$$

Tatsächlich bleiben bei sehr schwachen Elektrolyten ($\alpha\sqrt{\gamma}$ und) $\Lambda\sqrt{\gamma}$ annähernd konstant! Für Zitronensäure ist angenähert $\Lambda\sqrt[2,5]{\gamma}$ konstant; die Arrhenius-Gleichung (19) und die Ostwald-Gleichung (18) sind in einem kleineren Bereich erfüllt als bei noch schwächeren Elektrolyten.

Während bei schwachen Elektrolyten die molare Leitfähigkeit stark von der Konzentration abhängig ist, hat die Konzentration nur geringen Einfluß auf das molare Leitvermögen starker Elektrolyte; dies geht z. B. aus dem Verhalten von KCl hervor, das am Schluß der Tabelle 2 angegeben ist. Man könnte zunächst annehmen, daß hier nur die Dissoziationskonstante größer sei als bei den schwachen Elektrolyten. Dann müßte eine Näherung von Gl. (18) gelten, die sich nicht bewährt und lautet

$$\alpha \approx 1 - \gamma/2K \quad \text{und} \quad \Delta\Lambda = -\Lambda\gamma[\Lambda_0/2K] \cdot \cdot \quad (22\,b)$$

Der Vergleich der Spalten $\Delta\Lambda$ und $\Delta\gamma$ der Tabelle 2 zeigt, daß diese Bedingung absolut nicht erfüllt ist. Wir lehnen daher die Ausdehnung der Gesetze von Arrhenius und Ostwald auf starke Elektrolyte ab, nehmen vielmehr an, daß in allen Lösungen dieser Elektrolyte die Moleküle sämtlich in Ionen zerfallen sind ($\alpha = 1$) und erklären die Änderung von Λ mit γ, wie es Debye und Hückel gezeigt haben.

Art. 577. Die Gefrierpunktserniedrigung von verdünnten Lösungen starker Elektrolyte ist von Debye und Hückel (Phys. ZS. **24**, 185—206, 1923) berechnet worden. Es sei in einer verdünnten Lösung ein-einwertiger Moleküle (z. B. KCl)

Π der wirkliche osmotische Druck der Ionen;

Π_k der osmotische Druck, der sich bei vollständiger Dissoziation und gleichmäßiger Verteilung der Ionen berechnet;

Δ bzw. Δ_k die durch Π bzw. Π_k bewirkten Gefrierpunktserniedrigungen.

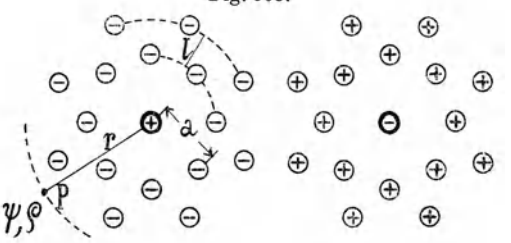
Dann ist der osmotische Koeffizient der Lösung

$$\frac{\Pi}{\Pi_k} = f_0 = \frac{\Delta}{\Delta_k} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (23)$$

Bei sehr geringer Konzentration γ oder bei sehr hoher Temperatur Θ ist die Verteilung der Ionen als gleichmäßig anzunehmen,

so daß $f_0 = 1$ wird. Im allgemeinen stellen sich Debye und Hückel in starken Elektrolytlösungen (d. h. starken verdünnten Säuren, starken verdünnten Basen sowie in Lösungen der Salze starker Basen und Säuren) die Ionenverteilung etwa so vor, wie Fig. 605 zeigt. Jedes positive Ion ist von einem Hofe negativer Ionen umgeben, jedes negative Ion von einem Hofe positiver Ionen. Das Boltzmannsche kinetische Gesetz ergibt eine Beziehung zwischen der wahrscheinlichen Ladungsdichte ϱ und der Spannung ψ. Das Poissonsche Gesetz [Gl. (34), S. 21] ergibt eine zweite Beziehung zwischen ϱ und ψ. Daher lassen sich ϱ und ψ berechnen. Aus ψ ergibt sich die elektrostatische Energiedichte der Lösung.

Fig. 605.



Planck hat das Gleichgewicht von Lösungen berechnet. Der von Planck berechnete Energieinhalt wird um die neuberechnete elektrostatische Energie vermehrt. So erhalten die Verfasser schließlich einen Ausdruck für den osmotischen Koeffizienten f_0. Zwei Längen spielen eine ausschlaggebende Rolle: 1. die Länge $1/\varkappa = l$ ist der Abstand zweier Kugelschalen, deren räumliche Ladungsdichten ϱ sich wie $1 : 1/e$ verhalten; 2. die Länge a ist der kleinste Abstand, den die Mittelpunkte eines der äußeren Ionen und des zentralen Ions haben können. Je höher die Temperatur Θ und je kleiner die Konzentration γ, um so größer ist l, um so kleiner ist a/l; um so weniger hat a Einfluß.

Es sei

$q = 4{,}77 \cdot 10^{-10}\,[Q_s]$ die elementare Ladungseinheit;

$k = 1{,}372 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{erg\,grad^{-1}}$ die Boltzmannsche Konstante;

$\gamma = m/V$ die molare Konzentration der Lösung (m in Mol, V in l gemessen);

$\varepsilon/\varepsilon_0$ die Dielektrizitätskonstante (für Wasser von 18 Grad = 82);

$L = 0{,}606 \cdot 10^{24}$ die Loschmidtsche Zahl.

Dann ist nach Debye und Hückel der osmotische Koeffizient für verdünnte Lösungen ein-einwertiger Moleküle einer Art

$$\left.\begin{aligned} f_0 &= 1 - \sqrt{\frac{\gamma}{[\mathrm{Mol}/l]}}\sqrt{\frac{8\pi L}{1000}}\,\mathfrak{Q}\left[\frac{1}{6}\,\mathfrak{Q}\right], \\ \mathfrak{Q} &= \frac{{q_e}^2}{(\varepsilon/\varepsilon_0)k\Theta\,[\mathrm{cm}]} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (24)$$

Durch Einsetzung der Zahlenwerte ergibt sich für $\vartheta = 18$ Grad

$$\mathfrak{Q} = 0{,}695\,.\,10^{-7} \quad \text{und} \quad f_0 = 1 - \sqrt{\frac{\gamma}{[\mathrm{Mol}/l]}}\,[0{,}377] \quad (25)$$

Art. 578. Die molare Leitfähigkeit von verdünnten Lösungen starker Elektrolyte. Es sei

Λ (bzw. Λ_0) die molare Leitfähigkeit bei beliebiger kleiner Konzentration γ (bzw. bei verschwindend kleinem γ). Dann ist der Leitfähigkeitskoeffizient

$$f_\Lambda = \Lambda/\Lambda_0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (26)$$

Auf Grund der in Fig. 605 dargestellten Ionenverteilung berechnen Debye und Hückel (Phys. ZS. **24**, 305—325, 1923)

$$f_\Lambda = 1 - \sqrt{\frac{\gamma}{[\mathrm{Mol}/l]}}\sqrt{\frac{8\pi L}{1000}}\,\mathfrak{Q}\left[\frac{\mathfrak{Q}}{6}\,w_1 + \frac{b}{[\mathrm{cm}]}\,w_2\right] \cdots \quad (27)$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte [Q ergibt sich aus Gl. (24)] erhält man für verdünnte Lösungen ein-einwertiger Moleküle einer Art

$$f_\Lambda = 1 - \sqrt{\frac{\gamma}{[\mathrm{Mol}/l]}}\left[0{,}377\,w_1 + 0{,}326\cdot 10^8\,\frac{b}{[\mathrm{cm}]}\,w_2\right] \cdots \quad (28)$$

Die Konstanten w_1, w_2 und b hängen von der Wertigkeit, den Reibungswiderständen und den Radien der Ionen ab. Das Verhältnis der Reibungswiderstände, die das Plusion und das Minusion erfahren, ist

$$\xi = \frac{\mathfrak{R}_+}{\mathfrak{R}_-} = \frac{n_-}{n_+} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (29)$$

Hierin sind n_+ bzw. n_- die Hittorfschen Überführungszahlen (s. Art. 580). Sind b_+ bzw. b_- die Radien des Plusions bzw. des Minusions, so ist für ein-einwertige Moleküle, z. B. KCl,

$$w_1 = \frac{1}{2}\left(\xi + \frac{1}{\xi}\right), \quad w_2 = 0{,}707, \quad b = \frac{b_+ + \xi\,.\,b_-}{1+\xi}. \quad (30)$$

Tabelle 3. KCl-Lösung.

γ	Λ	$\sqrt{\gamma_2} - \sqrt{\gamma_1}$	$\Lambda_0 C$	C
0,0001	129,07			
0,001	127,34	0,0216	80	0,62
0,01	122,43	0,0684	72	0,55
0,1	112,03	0,2164	48	0,37
1	98,27	0,6836	20	0,15

Setzt man gemäß (28)

$$f_\Lambda = 1 - \sqrt{\frac{\gamma}{[\text{Mol}/l]}}\, C \quad \cdots\cdots\cdots \quad (28\,\text{b})$$

so erhält man

$$\Lambda_1 - \Lambda_2 = \Lambda_0 C \left\{ \sqrt{\frac{\gamma_2}{[\text{Mol}/l]}} - \sqrt{\frac{\gamma_1}{[\text{Mol}/l]}} \right\} \quad \cdots \quad (28\,\text{c})$$

In Tabelle 3 ist $\gamma_1 = 0{,}0001$. Wählt man als Konzentration γ_2 der Reihe nach die übrigen Konzentrationen, so erhält man nach (28 c) vier Werte von $\Lambda_0 C$. Setzt man den Zahlenwert von $\Lambda_0 \approx 130$, so erhält man die in der letzten Spalte angegebenen Werte von C, also des in eckige Klammern eingeschlossenen Teiles der Gl. (28). Da die Beweglichkeiten von K und Cl nahezu gleich sind, kann man gemäß (30) $w_1 = 1$ setzen und erhält

$$0{,}326 \cdot 10^8 \frac{b}{[\text{cm}]}\, w_2 = 0{,}62 - 0{,}38 = 0{,}24.$$

Für den mittleren Ionendurchmesser

$$b \approx \frac{1}{2}(b_+ + b_-)$$

erhält man

$$\frac{0{,}24 \cdot 10^{-8}}{0{,}326 \cdot 0{,}707}\,\text{cm} = b \approx 1 \cdot 10^{-8}\,\text{cm}.$$

Dieser Wert stimmt mit den Atomradien überein, die man aus anderen Erscheinungen ableiten kann.

Bei Aufstellung der Theorie wird ausdrücklich geringe Konzentration angenommen. Es darf also nicht befremden, daß die Größen $\Lambda_0 C$ bzw. C für größere Konzentrationen als etwa 0,01 normal stark von dem konstanten Werte abweichen. Schon F. Kohlrausch, der sich um die Messung von Leitfähigkeiten sehr verdient gemacht hat, versuchte, seine Beobachtungen durch die Gl. (26) und (28 b) darzustellen. Debye und Hückel haben sich das große Verdienst er-

worben, die Gültigkeit des Quadratwurzelgesetzes für kleine Konzentrationen theoretisch zu begründen, und für die Proportionalitätskonstante C wahrscheinliche Werte abzuleiten. Die Grundzüge ihrer Theorie seien hier nochmals zusammengestellt: 1. alle gelösten Moleküle starker Elektrolyte sind dissoziiert, in Ionen zerfallen; 2. positive (bzw. negative) Ionen umgeben sich infolge elektrostatischer Anziehung mit einem Hofe negativer (bzw. positiver) Ionen; 3. bei Erhöhung der Temperatur Θ wird die Ionenverteilung gleichmäßiger, wodurch die molare Leitfähigkeit Λ steigt; 4. bei Erhöhung von Θ nimmt die Zähigkeit des Lösungsmittels ab, wodurch die Beweglichkeit der Ionen und Λ steigen; 5. bei Erhöhung der Konzentration γ werden die Höfe dichter, steigt die Ungleichmäßigkeit der Ionenverteilung, sinkt also Λ.

Art. 579. Widerstandsmessung. Ein zur Aufnahme des Elektrolyten geeignetes Gefäß zeigt Fig. 606. Die leitende, zwischen A und K befindliche Flüssigkeit wird durch ein Wasserbad auf konstanter Temperatur erhalten.

Fig. 607.

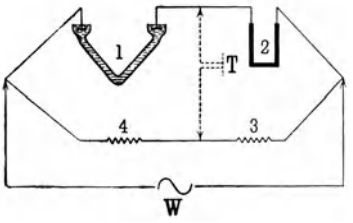
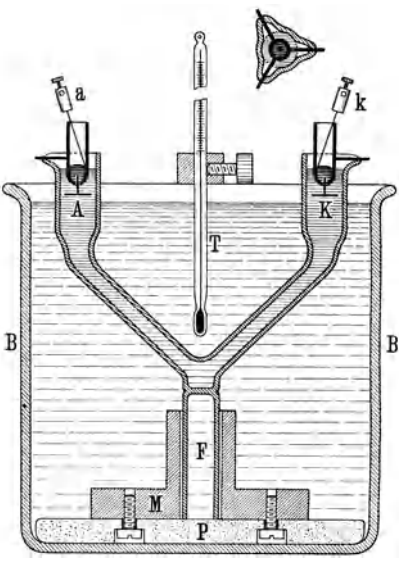


Fig. 606.



Der Widerstand zwischen den Elektroden A und K wird meistens in der Brückenschaltung Fig. 607 gemessen (vgl. die Art. 319, S. 365 und 320, S. 367). Der Elektrolytwiderstand ist

$$r_1 = r_2 . r_4 / r_3 \cdot \cdots \cdots \cdots \quad (31)$$

Der Drahtwiderstand r_2 gehört einem Widerstandssatz an (s. Fig. 276, S. 258). Als Wechselspannungsstufe benutzt der Verfasser meistens eine Mittelfrequenzmaschine oder einen kleinen Röhrensender nach

Fig. 480, S. 478. Mit den beiden in der Mitte sichtbaren Spulen ist eine dritte Spule magnetisch gekoppelt. Die Enden der letzteren liegen in den Verzweigungspunkten der Brücke. Damit die mit C zusammen den Schwingungskreis 1 bildenden Spulen dem Kreis eine hörbare Eigenfrequenz erteilen, müssen sie sehr viele Windungen aus feinem Draht haben. Sehr geeignet sind die Sekundärspulen eines alten Induktors. Eisenhaltige Spulen sind weniger empfehlenswert.

Um aus dem Widerstand r_1 die Leitfähigkeit $\varkappa_1$ zu finden, füllt man das Gefäß mit einem Elektrolyten, z. B. einer K Cl-Lösung, deren Leitfähigkeit $\varkappa_0$ durch F. Kohlrausch und seine Mitarbeiter in Gefäßen von besonderer Form genau bestimmt ist (s. Art. 656). Ist r_0 der beobachtete Widerstand, so ist

$$\varkappa_1 = \varkappa_0 . r_0/r_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (32)$$

Benutzt man als Elektrode blanke Platinbleche, so stören die Gasbläschen, die sich an den Elektroden entwickeln; die Elektrodenspannung hat dann später ein Maximum, als der Elektrolytstrom. Man kann den Fehler verringern durch sehr große Elektrodenflächen. Einfacher ist es, kleine Platinbleche mit künstlich vergrößerter poröser Oberfläche zu verwenden. Solche „unpolarisierbaren" Elektroden stellt man nach Lummer und Kurlbaum in folgender Weise her: Man löst 1 g Platinchlorid und 0,008 g Bleiacetat in 30 g Wasser. Die blanken Platinbleche werden als Elektroden in diese Lösung getaucht. Man läßt etwa 5 Minuten in einer Richtung und dann 5 Minuten in der anderen Richtung Gleichstrom fließen. Die Stromdichte an den Elektrodenflächen soll etwa 0,03 Amp./cm² betragen.

Neuerdings fertigt die Firma Gundlach (Gehlberg in Thüringen) Elektrolytgefäße mit neuartigen, unpolarisierbaren Elektroden nach W. A. Roth.

Hundertunddrittes Kapitel.

Verarmung der beiden Elektrodenräume an gelöstem Stoff und Überführungszahlen.

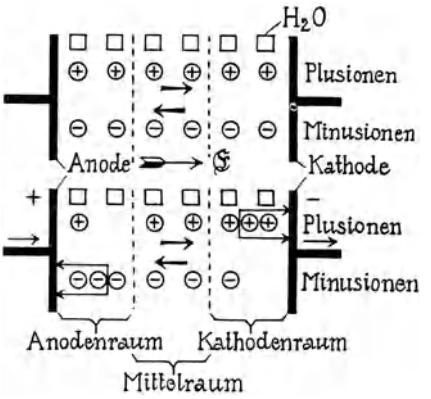
Art. 580. Die Hittorfschen Überführungszahlen. In Fig. 608 ist angenommen, daß sich im Anodenraum, im Mittelraum und im Kathodenraum zunächst gleich viele Plusionen und gleich viele Minusionen befinden.

Das untere Bild stellt den Elektrolyten dar, nachdem kurze Zeit ein Gleichstrom in Richtung Anode → Kathode hindurchgegangen

ist. Es sei während des Stromdurchgangs ein Plusion aus dem Anodenraum in den Mittelraum, und ein Ion vom Mittelraum in den Kathodenraum übergegangen. Ferner sei ein Minusion vom Kathodenraum in den Mittelraum, und ein Ion vom Mittelraum in den Anodenraum übergegangen.

Aus den Elektrodenräumen müssen so viele Ladungsträger an die Elektroden abgegeben werden, daß die Räume ohne Raumladung bleiben. In dem Beispiel Fig. 608 müssen also während des Stromdurchgangs zwei Minusionen an die Anode und zwei Plusionen an die Kathode gehen, d. h. die unmittelbar an den Elektroden anliegende Schicht durchwandern. Die an eine Elektrode tretende Ionenzahl ist gleich der Zahl der in den Elektrodenraum zugewanderten Ionen und der dazu addierten Zahl der aus dem Elektrodenraum ausgewanderten Ionen. — Beide Elektrodenräume verarmen also an gelöstem Stoff (Hittorf).

Fig. 608.



Wird ein bestimmter mittlerer Querschnitt des Elektrolyten in einer bestimmten Zeit T von z_+ Plusionen in einem Sinne, von z_- Minusionen im entgegengesetzten Sinne durchwandert, so ist $wq_e z_+$ die von den Plusionen, $wq_e z_-$ die von den Minusionen hindurchgeführte Ladung.

Die Gesamtladung ist, wenn I die Gesamtstromstärke,

$$wq_e(z_+ + z_-) = IT \quad \cdots\cdots\cdots \quad (33)$$

In der Zeit T werden an die Anode abgegeben $z_+ + z_-$ Minusionen. Zugewandert sind z_- Minusionen. Es verarmt der Anodenraum in der Zeit T um z_+ Minusionen und, da z_+ Plusionen ausgewandert sind, auch um z_+ Plusionen, kurz, um z_+ Plusionen und um z_+ Minusionen.

Der Kathodenraum verarmt um z_- Plusionen und z_- Minusionen.

Nach Hittorf bezeichnet man als Überführungszahl

$$\left.\begin{aligned} &\text{des Plusions} && \frac{z_+}{z_+ + z_-} = n_+ = \frac{z_+ \cdot w q_e}{IT}, \\ &\text{des Minusions} && \frac{z_-}{z_+ + z_-} = n_- = \frac{z_- \cdot w q_e}{IT}. \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (34)$$

Man bestimmt z_+, indem man nach der Elektrolyse die Flüssigkeit aus dem Anodenraum abläßt und analysiert; man findet z_+ gelöste Moleküle weniger, als vor der Elektrolyse vorhanden waren.

Um z_- direkt zu bestimmen, muß man den Kathodenraum nach der Elektrolyse analysieren.

Wie aus der Gl. (34) hervorgeht, ist

$$n_+ + n_- = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (35)$$

Man braucht also nur einen der Elektrodenräume zu untersuchen, um beide Überführungszahlen zu finden.

Art. 581. Beispiel für die Bestimmung einer Überführungszahl.

1. Es ist für	Cl	K	Ag	Cd
das Atomgewicht A =	35,46	39,10	107,88	112,40
die Wertigkeit w =	1	1	1	2

2. Das Gefäß enthielt vor der Elektrolyse $^1/_2$ normale KCl-Lösung von 18 Grad. Für KCl-Lösungen von 18 Grad ist

$c' = P.s =$	0	3,728	5,154	10,638 v. H.
und $s =$	0,9986	1,0219	1,0308	1,0638 „ „

Hierin ist P der Gehalt (Anzahl g Stoff in 100 g Lösung). Die Zahl s ist gleich dem Dichteverhältnis (Dichte bei 18 Grad durch Dichte von Wasser bei 4 Grad). Im Kohlrausch, Praktische Physik, 14. Aufl., S. 756, ist s als Funktion P angegeben. Daraus ist obige kleine Tabelle berechnet, in der der zweite Wert interpoliert ist. — Die Dichte des Wassers ist bei 4 Grad praktisch = 1. Also ist die Dichte einer $^1/_2$ norm. KCl-Lösung bei 18 Grad

$$S\,|\,{}^{18}_{4} = 1{,}0219\,\mathrm{g\,.\,cm^{-3}}.$$

Es hat also 1 Liter der Lösung die Masse

$$1021{,}9\,\mathrm{g\ (Lösung)} = 37{,}28\,\mathrm{g\ (KCl)} + 984{,}6\,\mathrm{g\ (Wasser)}.$$

Mit 984,6 g (Wasser) sind also 0,5 Äq. (Cl) gemischt.

Daraus folgt:

1 g (Wasser) enthält 0,000 507 7 Äq. (Cl) [1] . . . . (36)

3. Mit dem Elektrolytgefäß war während der Elektrolyse ein Silbervoltameter in Reihe geschaltet. Die niedergeschlagene Silbermasse war

0,5394 g (Ag) = 0,005 000 Äq. (Ag) . . . . . (37)

4. Als Anode diente Cadmium-Amalgam; als Kathode diente Kupfer in Kupfersulfatlösung. Die an Cd + Hg tretenden Cl-Ionen bleiben in der Lösung. Je zwei Cl-Ionen (Cl/|) machen ein Cd-Ion (Cd/||) frei, das in Lösung geht.

Die nach der Elektrolyse aus dem Anodenraum abgelassene Flüssigkeit hat die Masse 25,211 g und enthält

nach Analyse . . .	0,524 0 g (Cl)	=	0,014 76 Äq. (Cl),
nach IT	0,281 0 g (Cd)	=	0,005 00 „ (Cd),
weil ungeladen . .	0,381 6 g (K)	=	0,009 76 „ (K),
insgesamt	1,186 6 g (Stoff)	=	0 „
„	25,211 0 g (Lösung A),		
also	24,024 4 g (Wasser)	und	0,014 76 Äq. (Cl).

Vorher enthielt dieselbe Wassermasse . . .	0,012 20 Äq. (Cl).
Es sind also zugewandert	0,002 56 „ (Cl).
Insgesamt sind gewandert	0,005 00 „

Mithin ist die Überführungszahl des Cl-Ions oder des Minusions

$$n_- = 0{,}512 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

Ferner ist die abgewanderte Masse Kalium = 0,002 44 Äq. (K). Folglich ist

$$n_+ = 0{,}488 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

Es werden also zwei Flüssigkeitsmassen miteinander verglichen, die gleich viel Wassermasse enthalten und der $^1/_2$ normalen KCl-Lösung angehören bzw. der nach der Elektrolyse aus dem Anodenraum abgelassenen Lösung A.

Nach der Gl. (15) kann man aus der molaren Grenzleitfähigkeit Λ_0 die Summe $l_+ + l_-$ der beiden Beweglichkeiten berechnen.

---

[1] Dies Beispiel ist der zweiten Auflage der Physiko-chemischen Messungen von Ostwald und Luther entnommen, S. 437. In dem Buche sind die Äq. (Cl) falsch angegeben, so als ob die Dichte der Lösung 1/1,0219 wäre. Hier sind daher auch die übrigen Zahlenwerte teilweise geändert.

Kennt man außerdem die Überführungszahlen $\mathfrak{u}_+$ und $\mathfrak{u}_-$, so kennt man

$$l_+/l_- = \mathfrak{u}_+/\mathfrak{u}_- \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (40)$$

Daraus lassen sich die Beweglichkeiten l_+ und l_- einzeln berechnen.

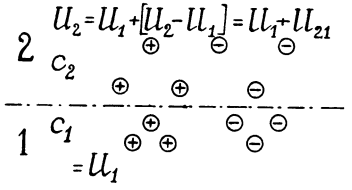
Nach F. Kohlrausch gilt für verdünnte Lösungen folgendes. Die Beweglichkeit eines Ions ist unabhängig von der Art des anderen Ions. Zum Beispiel hat das Cl-Ion die gleiche Beweglichkeit l_- in verdünnten Lösungen von Li, Na, K, Rb und Cs.

Hundertundviertes Kapitel.

Elektrolytische Spannung.

Art. 582. Diffusionsspannung (Nernst). 1. Benachbarte Plusionen von der (in Gramm gemessenen) Masse m mögen den Raumteil V erfüllen und den osmotischen Druck Π ausüben.

Fig. 609.



Nach van't Hoff gilt das Avogadrosche Gesetz

$$\Pi G = R_0 \Theta \cdot \cdot \quad (41)$$

worin die Geräumigkeit

$$G = A/S = A V/m \quad (41\,a)$$

Wenn der Raum V beim Druck Π um ΔV vergrößert wird, so leisten die Ionen die Arbeit

$$\Pi . dV = dA_+ = \frac{dV}{V} \cdot \frac{R_0 \Theta}{w} \frac{m w}{A}.$$

Wird (in Lösung 1) der Raumteil von V_1 auf V_2 vergrößert, so leisten die Plusionen die osmotische Arbeit

$$A_+ = \frac{R_0 \Theta}{w} m_+ ln\, V_2/V_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (42)$$

Hierin ist w die Wertigkeit der Ionen, m_+ ihre in Äquivalenten gemessene Masse, R_0 die allgemeine Gaskonstante.

Wird (in Lösung 2) ein Raumteil V_2 auf V_1 verkleinert, so muß an den Minusionen die osmotische Arbeit

$$A_- = \frac{R_0 \Theta}{w} m_- ln\, V_2/V_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (43)$$

geleistet werden. Hierin ist m_- die in Äquivalenten gemessene Masse der Minusionen.

2. Da jedes Äquivalent eine Ladung trägt, deren Zahlenwert gleich dem Zahlenwert der Äquivalentladung $\mathfrak{F}$ ist, so sind mit der Masse m_+ bzw. m_- die Ladungen $m_+ . \mathfrak{F}$ bzw. $m_- . \mathfrak{F}$ verbunden.

Wenn die betrachteten Plusionen in 1 ausgedehnt und dann in 2 hineingebracht werden, so wird die Arbeit A_+ von osmotischen und die Arbeit $m_+ \mathfrak{F} U_{21}$ gegen elektrische Kräfte geleistet.

Wenn die betrachteten Minusionen in 2 zusammengedrängt und dann in 1 hineingebracht werden, so wird die Arbeit A_- gegen osmotische und die Arbeit $m_- \mathfrak{F} U_{21}$ gegen elektrische Kräfte geleistet. Die von osmotischen Kräften der Plusionen geleistete Arbeit muß gleich der Arbeit sein, die gegen die osmotischen Kräfte der Minusionen und gegen elektrische Kräfte geleistet ist. Folglich ist

$$A_+ = A_- + (m_+ + m_-) \mathfrak{F} U_{12} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (44)$$

Aus (42), (43) und (44) ergibt sich

$$U_{21} = \frac{R_0 \Theta}{w \mathfrak{F}} \frac{m_+ - m_-}{m_+ + m_-} ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Die Werte von $\mathfrak{F}$ und R_0 sind

$$\mathfrak{F} = 96\,494\ [\mathrm{C/g}], \quad R_0 = 0{,}8313 . 10^{-7}\ [\mathrm{Jg^{-1}\ Grad^{-1}}].$$

Die durch elektrischen Strom bewegten Massen m_+ und m_- kann man den Beweglichkeiten l_+ bzw. l_- proportional setzen, Größen, die von der Konzentration wenig abhängen. Die Raumteile V_2 und V_1 kann man den Ionenkonzentrationen c_1 und c_2 umgekehrt proportional setzen. In verdünnten Lösungen wird $c_1 \approx \eta_1$, $c_2 \approx \eta_2$ sein. So erhält man

$$\frac{U_{21}}{[V]} = \frac{1}{w} \frac{\Theta}{\Theta_1} \frac{l_+ - l_-}{l_+ + l_-} lg \frac{c_1}{c_2}, \text{ worin } \Theta_1 = 5040\,\mathrm{Grad} \cdot \cdot \quad (45)$$

Berühren sich zwei gleichartige Lösungen von verschiedener Ionenkonzentration, so ist die Spannung in der verdünnteren Lösung höher als in der dichteren. Die Spannung ist erheblich für zwei HCl-Lösungen, weil $l(\mathrm{H}/|) \gg l(\mathrm{Cl}\,|)$. Die Spannung ist klein, wenn die Beweglichkeiten nahezu gleich sind, wie für Halogene und Alkalien. Die Spannung hat das umgekehrte Vorzeichen, wenn $l_- > l_+$.

Art. 583. Grenzspannung (Nernst). Steht ein Metall 2 in einer Lösung 1, die Ionen des gleichen Metalls enthält (s. die Fig. 610 und 611), so haben Atome des Metalls die Neigung, als Ionen in Lösung zu gehen: wir schreiben dem Metall einen bestimmbaren

Lösungsdruck P zu. Andererseits bewirkt der osmotische Druck p der gelösten Metallionen, daß Metallionen an das Metall treten und dabei ihre

Fig. 610.

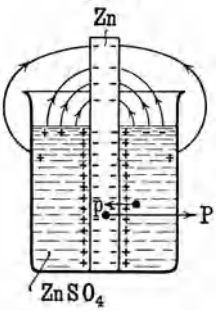
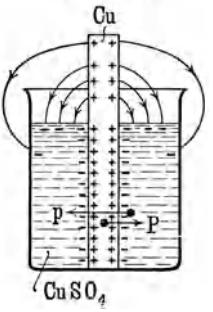


Fig. 611.



positiven Ladungen $w\,q_e$ abgeben. Die negativen gelösten Ionen bewegen sich nicht durch die Grenzschicht; daher kann in Gl. (45) $l_- = 0$ gesetzt werden, so daß für die Spannung Metall 2 ⟶ Lösung 1 gilt

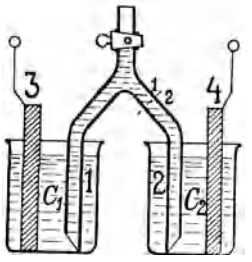
$$U_{21} = \frac{1}{w}\frac{\Theta}{\Theta_1} lg \frac{c_1}{c_2}, \text{ worin } \Theta_1 = 5040 \text{ Grad} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (46)$$

Bei Cu (Fig. 611) sind die einander proportionalen Größen Lösungsdruck und Metallkonstante c_2 sehr klein, so daß Cu in $CuSO_4$-Lösung positive Spannung zeigt.

Bei Zn (Fig. 610) sind Lösungsdruck und Metallkonstante c_2 sehr groß, so daß $c_1/c_2 < 1$ und $lg\, c_1/c_2 < 0$ und U_{21} negativ wird.

Art. 584. Konzentrationskette. Stehen zwei gleiche Metalle in zwei Lösungen, welche die Metallionen in verschiedener Konzentration enthalten (s. Fig. 612), so folgt aus Gl. (46)

Fig. 612.



$$U_{31} = \frac{1}{w}\frac{\Theta}{\Theta_1} lg \frac{c_1}{c_3}$$

und

$$U_{42} = \frac{1}{w}\frac{\Theta}{\Theta_1} ln \frac{c_2}{c_3}.$$

Es hat also, wenn die durch (45) bestimmte Diffusionsspannung U_{12} vernachlässigt werden kann, die Spannung der beiden Metalle den Wert

$$\frac{U_{31} + U_{24}}{[1\ V]} = \frac{U_{34}}{[V]} = \frac{1}{w}\frac{\Theta}{\Theta_1} lg \frac{c_1}{c_2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (47)$$

Das Metall in der dichteren Lösung zeigt hiernach eine höhere Spannung als das gleiche Metall in der dünneren Lösung. Bei einwertigen Metallionen ist z. B.

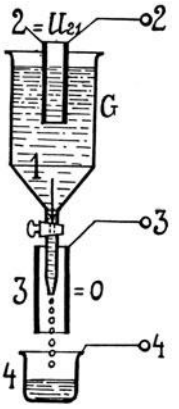
	$c_1/c_2 = 0$	10	100
und	$U_{34} = 0$	0,0577	0,1154 Volt.

Art. 585. Die Messung von Grenzspannungen ist schwierig.

1. Ein bisher nicht begangener Weg ist die Messung des elektrischen Feldes, dessen Feldlinien, wie die Fig. 610 und 611 zeigen, in Luft vom Cu-Blech zur Oberfläche der $CuSO_4$-Lösung gerichtet sind, dagegen von der Oberfläche einer $ZnSO_4$-Lösung zum Zn-Stabe verlaufen.

2. Tropft eine leitende Flüssigkeit aus einer Glasspitze (siehe Fig. 613) an einem Orte, dessen Spannung ohne Vorhandensein der Flüssigkeit die Spannung U hätte, so ist jeder abreißende Tropfen eine Feldlinienquelle bzw. ein Feldlinienschlucker, wenn die Spannung u der Flüssigkeit $>$ bzw. $<$ U ist. Die Tropfen nehmen, solange sie Feldlinienquellen bzw. -schlucker sind, positive bzw. negative Ladung von der Flüssigkeit fort, bis deren Spannung $u = U$ geworden ist. Die Flüssigkeit nimmt also allmählich die Spannung des Ortes an, an dem die Tropfenbildung erfolgt. Bedingung ist, daß der leitenden Flüssigkeit keine Ladung zugeführt bzw. entzogen wird.

Fig. 613.



Von dieser Tropfelektrode macht Verfasser folgenden Gebrauch (s. Fig. 613).

2, 3 und 4 sind Zylinder aus dem gleichen Metall, z. B. Cu. Stoff 1 ist eine Ionen des gleichen Metalls enthaltende Lösung, z. B. $CuSO_4$-Lösung. Ist die Spannung von $3 = 0$, so wird allmählich die Spannung der Lösung $1 = 0$, und der Metallkörper 2 zeigt gegen 3 die Grenzspannung U_{21}, die mit einem Elektrometer von sehr kleiner Kapazität gemessen werden kann.

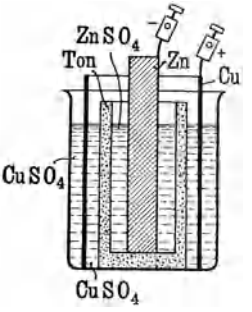
3. Es sei dahingestellt, ob man nach 1. oder 2. die absoluten Werte einer Grenzspannung richtig bestimmen kann. Jedenfalls ist es bequemer, Messungen an Ketten mit zwei Metallelektroden auszuführen, deren eine immer von gleicher Art ist. Die Spannung der beiden Metallelektroden ist gleich der Grenzspannung des beliebigen

Metalls, vermindert um die konstante Grenzspannung der Normalelektrode; die Konstante kann bei den einzelnen Angaben weggelassen werden, als ob sie Null wäre. Vgl. Tabelle, Art. 658.

Am meisten verwendet wird die von Nernst angegebene Wasserstoffnormalelektrode. Sie besteht aus platiniertem Platin, das etwa 15 Minuten hindurch von einem Wasserstoffstrom bespült und beim Gebrauch in zweinormaliger Schwefelsäurelösung steht. Die Schwefelsäurelösung wird durch einen Heber mit dem zweiten Elektrolyten verbunden, in dem das zu untersuchende Metall steht. Die Diffusionsspannung zwischen beiden Elektrolyten wird vernachlässigt.

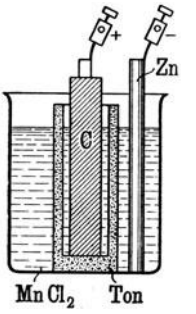
Art. 586. Die bekanntesten galvanischen Ketten (Elemente) sind in den Fig. 614, 615 und 616 dargestellt.

Fig. 614.



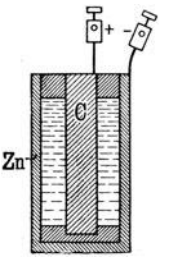
Daniell-Kette.

Fig. 615.



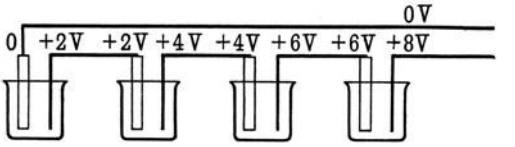
Lechanché-Kette.

Fig. 616.



Trockenkette.

Fig. 617.

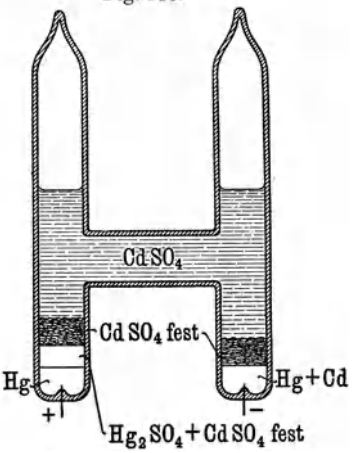


Als Anodenbatterien für den Betrieb von Verstärkerröhren fertigt man jetzt kleine Kästen mit etwa 60 galvanischen Ketten, deren Reihenschaltung etwa nach Fig. 617 erfolgt.

Art. 587. Das Westonelement enthält Quecksilber als positive, Cadmium-Amalgam als negative Elektrode (s. Fig. 618). Das Hg ist bedeckt mit einer Paste aus Hg_2SO_4-Salz, das Cd + Hg mit einer

Paste von $CdSO_4$-Salz. Näheres s. W. Jaeger, El. Meßtechnik, 2. Auflage, S. 154 u. ff. Leipzig, J. A. Barth. Es sind zwei verschiedene Arten von Elementen im Gebrauch. 1. Die Elemente der Weston-Co. enthalten kein festes $CdSO_4$, und die $CdSO_4$-Lösung ist so bereitet, daß sie bei 4 Grad gesättigt ist. 2. Die Reichsanstalt bevorzugt Elemente mit festem $CdSO_4$, deren $CdSO_4$-Lösung bei beliebiger Temperatur gesättigt ist. Man kann bei der gewöhnlichen Gebrauchstemperatur von etwa 20 Grad die Elemente 1 als ungesättigte, die Elemente 2 als gesättigte bezeichnen. Die Spannung des ungesättigten Elements ist 1,0187 Volt. Das gesättigte Element besitzt die Spannung

Fig. 618.



$$U_t[V] = 1{,}018\,30 - 0{,}000\,040\,6\,(\vartheta - 20^0) - 0{,}000\,000\,95\,(\vartheta - 20^0)^2 + 0{,}000\,000\,1\,(\vartheta - 20^0)^3 \quad (48)$$

Art. 588. Akkumulatoren. 1. Der Bleiakkumulator enthält als edlere, weniger oxydierbare und daher positive Elektrode eine Sauerstoffverbindung des Bleies, PbO_2. Als unedlere, leichter oxydierbare und daher negative Elektrode dient reines Blei, Pb. Als Elektrolyt dient verdünnte Schwefelsäure.

Der Akkumulator ist, ebenso wie die galvanischen Ketten, nur in geringem Grade polarisierbar: die Spannung, die die Platten in stromlosem Zustand haben, sinkt nur wenig bei Stromentnahme. Er ist vor den Ketten dadurch ausgezeichnet, daß die chemischen Veränderungen, die bei Stromentnahme (Entladung) eintreten, durch Hindurchtreiben eines gegensinnigen Stromes (durch Ladung) wieder rückgängig gemacht werden können.

Fig. 619 zeigt einen einfachen, zusammensetzbaren Akkumulator. Die Platten sind Bleirahmen; der eine Rahmen ist mit Mennige, PbO_2, ausgefüllt, der andere mit Bleipulver. Dadurch wird die große Ladungsaufnahme (Kapazität) des Akkumulators erreicht.

Fig. 620 zeigt, wie ein kleiner zusammensetzbarer Akkumulator A abwechselnd durch B geladen und durch G entladen werden kann.

Bei der Entladung finden folgende Umsetzungen statt:

an der Plusplatte $PbO_2 + 2H/| + H_2SO_4 = PbSO_4 + 2H_2O - ||$,
an der Minusplatte $Pb + SO_4|| = PbSO_4 + ||$.

Während der Entladung steigt also der Säuregehalt.

Bei der Ladung finden folgende Umsetzungen statt:

an der Plusplatte $PbSO_4 + SO_4|| + 2H_2O = PbO_2 + 2H_3SO_4 + ||$,
an der Minusplatte $PbSO_4 + 2H/| = Pb + H_2SO_4 - ||$.

Fig. 619.

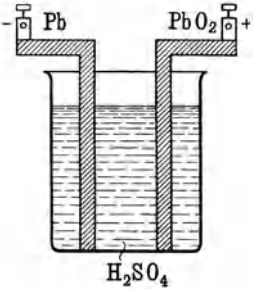
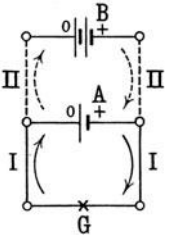


Fig. 620.



Die Spannung eines Akkumulators beträgt während des größten Teiles der Entladungszeit annähernd 2,0 Volt.

Reihengeschaltete Akkumulatorenzellen bilden eine Batterie. Gebräuchlich sind Batterien mit 4, 6, 12, 72, 110, 220 Volt Spannung.

2. Die Masse einer Batterie von Bleiakkumulatoren ist bei gleichem Energieinhalt viel größer als die Masse eines Benzolmotors mitsamt Brennstoff. Um diesen Übelstand zu verringern, hat man nach anderen Metallen als Blei gesucht, die zur Aufspeicherung von elektrischer Energie dienen könnten. Edison hat einen Akkumulator aus einem Eisen- und einem Nickelrahmen konstruiert; der Eisenrahmen enthält Eisenoxyd (Plusplatte), der Nickelrahmen Nickelhydroxyd (Minusplatte). Als Elektrolyt dient Kalilauge.

Hundertundfünftes Kapitel.

Thermoelektrische Spannung und Berührungsspannung.

Art. 589. Thermoelektrische Spannung und Stromstärke. In Fig. 621 ist ein Wismutstab dargestellt, der mit beiden Enden auf einen Antimonbügel gelötet ist. Im Innern der so gebildeten Strombahn ist eine Magnetnadel ns drehbar angeordnet.

Während die beiden Metalle Sb und Bi auf gleicher Temperatur sind, fließt in der Strombahn kein Strom; die Nadel behält ihre Richtung, wenn man die Strombahn zunächst in die Süd—Nordrichtung der Nadel einstellt und sodann um 180° dreht.

Wird nun die eine Lötstelle durch die Flamme eines Bunsenbrenners B erwärmt, so tritt eine starke Ablenkung der Magnetnadel ein, die zeigt, daß in der Strombahn ein starker elektrischer Strom fließt, der an der kälteren Lötstelle vom Antimon zum Wismut geht.

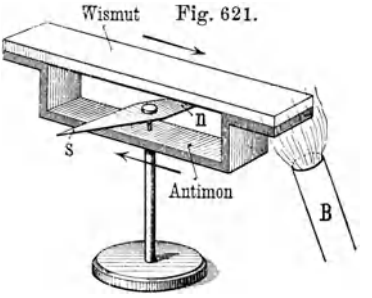


Fig. 621.

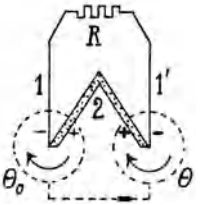


Fig. 622.

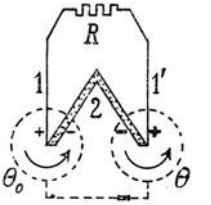


Fig. 623.

Man sagt dann, Antimon (Sb) habe eine positive thermoelektrische Spannung gegen Wismut (Bi) oder es sei U (Sb-Bi) positiv.

In den Fig. 622 und 623 ist dargestellt, wie zwei Drähte 1 bzw. 1′ aus gleichem Metall an die beiden Enden eines Winkels aus einem anderen Metall 2 gelötet sind. Die beiden Drähte 1 und 1′ seien durch einen großen Widerstand R geschlossen. Die eine, linke, Lötstelle werde auf der Temperatur $\vartheta = 0$ Grad oder $\Theta_0 = 273$ Grad erhalten, die andere Lötstelle auf der Temperatur $\vartheta = 100$ Grad oder $\Theta = 373$ Grad.

In Fig. 622 (bzw. 623) ist angenommen, daß die thermoelektrische Spannung von 2 gegen 1 positiv (bzw. negativ) ist.

Art. 590. Die elektrothermische Wirkung des Stromübergangs zwischen zwei Metallen ist von Peltier entdeckt worden und kann als Umkehrung des thermoelektrischen Vorgangs bezeichnet werden.

Die thermoelektrische Strombahn in Fig. 622 (und in Fig. 623) wirkt, wenn sie geschlossen ist, auch elektrothermisch, d. h. die auf hoher Temperatur Θ befindliche Lötstelle erleidet durch elektromagnetische Energieentziehung eine Abkühlung, während die auf niedriger Temperatur Θ_0 befindliche Lötstelle durch elektromagnetische Energiezufuhr erwärmt wird. Wäre die umgekehrte Erscheinung möglich, so müßten die beiden Lötstellen ohne Zufuhr von

Energie dauernd als Energiequellen wirken, was nach aller Erfahrung ausgeschlossen ist.

Damit die elektromagnetische Energiezufuhr zur kalten und die elektromagnetische Energieentziehung von der heißen Lötstelle möglich sind, muß das thermoelektrisch positive Metall 2 (in Fig. 622) eine positive Berührungsspannung gegen das Metall der Drähte 1 und 1′ besitzen, während das thermoelektrisch negative Metall 2 in Fig. 623 eine negative Berührungsspannung gegen das Metall 1, 1′ besitzt. Es ist also

bei positiver Thermospannung 2 → 1	bei negativer Thermospannung 2 → 1
bei Θ_0: $U_1 \leqq U_2$	bei Θ_0: $U_1 \geqq U_2$
bei Θ: $U_2 \geqslant U_1'$	bei Θ: $U_2 \leqslant U_1'$
$U_1 > U_1'$	$U_1 < U_1'$
(s. Fig. 622).	(s. Fig. 623).

Der direkte Nachweis der elektrothermischen Wirkung des von einem Metall zum anderen stattfindenden Stromübergangs gelingt leicht, wenn man die auf gleicher Temperatur befindlichen Lötstellen in Glasgefäße einschließt, deren Verbindung durch einen Quecksilberfaden gesperrt ist. Ersetzt man die beiden Widerstände R durch Akkumulatoren, welche die in den Fig. 622 und 623 durch Pfeile gekennzeichneten Ströme treiben, so wandert der Quecksilberfaden nach rechts. Diese Wanderung beweist, daß sich die linke Lötstelle erwärmt, die rechte abkühlt.

Art. 591. Für die Berührungsspannung zweier Metalle ergibt sich aus den angeführten Tatsachen folgendes:

1. Ordnet man die Metalle (2) in eine Reihe, innerhalb deren die thermoelektrische Spannung gegen ein Normalmetall (1), z. B. Platin, abnimmt, so nimmt innerhalb derselben Reihe auch die Berührungsspannung (von 2 gegen 1) ab. In Art. 658 ist eine solche Reihe wiedergegeben.

2. Bei Erhöhung der Temperatur einer Berührungsstelle behält die Berührungsspannung ihren Sinn, während ihre Größe zunimmt.

Die thermoelektrische Spannung von Kupfer gegen Konstantan ist von Kamerlingh Onnes und Holst bis zu den kleinsten erreichbaren Temperaturen untersucht und in Tabelle 3 wiedergegeben. In Fig. 624 ist der thermoelektrische Vorgang bei der niedrigsten Temperatur dargestellt. Man darf vielleicht annehmen, daß die Be-

Tabelle 3. 2 = Cu, 1 = Konstantan.

$\Theta =$	$U(2-1) =$	$\Theta =$	$U(2-1) =$
3,20	— 6,630	273	0
4,26	— 6,630	373	+ 4,1
20	— 6,280	473	+ 8,8
81	— 5,320	573	+ 14,1
88	— 5,0	673	+ 19,9
193	— 2,7	773	+ 26,3
273	0	—	—
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
Grad	mV	Grad	mV

rührungsspannung von Cu-Konstantan verschwindend kleine positive Werte hat, wenn bei $\Theta \gtrsim 0$ Grad die Teilchen beider Metalle keine Wärmebewegungen ausführen. Beim Eispunkt ($\Theta = 273$ Grad) wäre demnach die Berührungsspannung Cu-Konstantan = 0,006 630 Volt. Bei $\vartheta = 500$ Grad oder $\Theta = 773$ Grad wäre die Berührungsspannung Cu-Konstantan = 0,0066 + 0,0263 Volt = 0,0329 Volt.

Fig. 624.

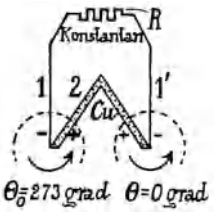
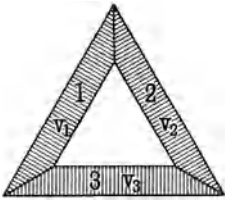


Fig. 625.



3. Falls die Annahme zutrifft, daß bei $\Theta = 0$ Grad die Berührungsspannung verschwindend klein ist, so würde sich ergeben: die Berührungsspannungen zweier Metalle betragen nur einige Hundertstel Volt, sind also weit kleiner als bei Spannungen der Metalle gegen elektrolytische Lösungen, die Ionen desselben Metalls enthalten.

In der Anordnung Fig. 625 fließt Strom, wenn der Leiter 3 ein Elektrolyt ist, während 1 und 2 metallische Leiter verschiedener Art sind. Dagegen ist bei Stromstärke = 0, wenn 3 (ebenso wie 1 und 2) ein Metall ist. Für die Berührungsspannungen der drei Metalle gilt also:

$$U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0 \quad \text{oder} \quad U_{13} = U_{12} + U_{23} \cdot \cdot \cdot \quad (49)$$

4. Da diese Beziehung für beliebige einander gleiche Temperaturen der Berührungsstellen gilt, so ist

$$(U_{13})_{\vartheta_1} - (U_{13})_{\vartheta_2} = [(U_{12})_{\vartheta_1} - (U_{12})_{\vartheta_2}] + [(U_{23})_{\vartheta_1} - (U_{23})_{\vartheta_2}] \quad \cdot \cdot \quad (50)$$

Kennt man die thermoelektrischen Spannungen für zwei Metalle, 1,2 und 2,3, so kann man die Spannung von 1 gegen 3 berechnen. Auf diese Weise sind viele Werte der Tabelle Art. 658 berechnet.

Art. 592. Als Thermoelemente bezeichnet man thermoelektrische Anordnungen, die zur Messung der Temperaturdifferenz der Lötstellen dienen (vgl. Art. 270, D, S. 317).

Fig. 626.

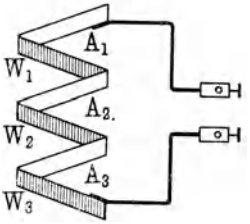


Fig. 628.

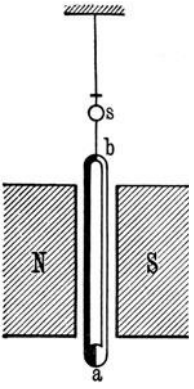


Fig. 629.

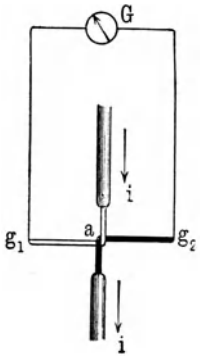


Fig. 627.

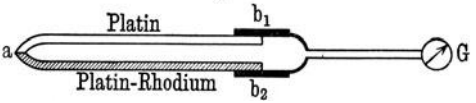


Fig. 626 zeigt eine Thermosäule. Die Lötstellen W_1, W_2, W_3 werden von Strahlung getroffen und dadurch erwärmt, während die Lötstellen A_1, A_2, A_3 vor Strahlung geschützt sind und kalt bleiben.

Fig. 627 zeigt ein Thermoelement aus Platin und einer Platin-Rhodiumlegierung. Es dient zur Messung z. B. von Ofentemperaturen.

Fig. 628 zeigt ein nach Boys drehbar aufgehängtes Thermoelement. Es ist von Rubens vervollkommnet und mit großem Erfolg zu Untersuchungen von Wärmestrahlen benutzt worden.

Fig. 629 zeigt ein Thermokreuz. Es dient dazu, Wechselstrom i in Gleichstrom umzuwandeln und dadurch leichter meßbar zu machen.

Hundertundsechstes Kapitel.

Technische Anwendungen und physiologische Wirkungen der Elektrolyse.

Art. 593. Die technischen Anwendungen der Elektrolyse sind zahlreich und von großer Wichtigkeit für das Wirtschaftsleben. Hier können sie nur erwähnt, aber nicht ausführlich behandelt werden.

1. Veredlung von Oberflächen. Schmuck- und Gebrauchsgegenstände verschiedenster Art werden durch Elektrolyse mit Gold-, Silber-, Platin- oder Nickelüberzügen versehen. Ihre Oberfläche wird dadurch gegen den Sauerstoff der Luft unempfindlich. Vernickelte Schlittschuhe sind praktischer als unvernickelte, weil sie nicht rosten. Auch sind versilberte Messinglöffel praktischer als unversilberte, deren Oberfläche leicht Verbindungen mit Stoffen eingeht, die in den Speisen enthalten sind.

Eiserne Bleche und Rohre werden vielfach elektrolytisch mit einem dünnen Überzug von Zink oder Blei versehen und zur Hausbedachung bzw. zu Wasserleitungen benutzt. Die Verzinnung wird hauptsächlich bei Kochgefäßen aus Kupfer ausgeführt. Beim Eintauchen der Bleche, Rohre, Gefäße in geschmolzenes Zn, Pb, Sn wird der Überzug dicker, ist also teurer als der elektrolytisch hergestellte.

2. Nachbildung einer Oberfläche. Genügend dicke elektrolytische Überzüge lassen sich von der Unterlage abheben. Wird auf dem ersten Überzug ein zweiter niedergeschlagen und abgehoben, so erhält man eine getreue Nachbildung des Vorbildes. Dies Verfahren wird z. B. zur Vervielfältigung von Druckplatten angewandt; die Nachbilder heißen Galvanos. Ist das Vorbild aus einem nichtleitenden Stoffe, so wird die Oberfläche durch Bestäuben mit Graphitpulver leitend gemacht.

3. Gewinnung von Metallen. Elektrolytisches Kupfer wird in großen Mengen hergestellt und ist wegen seiner Reinheit besonders geschätzt.

Aluminium wird aus geschmolzenen Verbindungen elektrolytisch niedergeschlagen.

Die Alkalien (Li, Na, K, Rb, Cs) und die alkalischen Erden (Mg, Ca, Ba, Sr) werden aus den geschmolzenen Chlor- oder Sauerstoffverbindungen der Metalle niedergeschlagen.

Literatur: Grube, Grundzüge der angewandten Elektrochemie. Dresden und Leipzig, Theodor Steinkopff, 1922.

Art. 594. Die physiologischen Wirkungen. Ein großer Teil des tierischen Körpers ist ein Elektrolyt von geringer Leitfähigkeit. Wenn Gleichstrom hindurchfließt, so wandern die im Elektrolyten enthaltenen Ionen. Wäre der Körperstoff zusammenhängend, wie eine Flüssigkeit, so würden nur an der Eintritts- und Austrittsstelle von Gleichstrom Zersetzungserscheinungen auftreten können. In Wirklichkeit ist der Körper kunstvoll aus Zellen, Gefäßen, Röhren, Häuten usw. aufgebaut. Daher können durch Gleichstrom auch im Innern chemische Veränderungen auftreten, können Ionen in Organe transportiert werden, in denen sie gewöhnlich nicht vorhanden sind. Diese Vorgänge können lebhafte Schmerzempfindung verursachen, dauernde Schädigungen hervorrufen, ja den Tod herbeiführen.

Der technische Wechselstrom ist fast ebenso gefährlich wie Gleichstrom. Ganz anders verhält sich hochfrequenter Strom. Bei Frequenzen, die größer als etwa 100 000 Kehrsekunden sind, treten Schmerzempfindung und Schädigungen des Gewebes nicht ein. Die von Ionen zurückgelegten Wege (die Ionenverschiebungen) sind dann so klein, daß sie sich nicht über den Bereich etwa einer Zelle erstrecken. Diese Erklärung hat Nernst gegeben.

Der unfreiwillige Durchgang von Strom durch den menschlichen Körper findet meistens unter folgenden Umständen statt. Die Füße stehen auf dem Erdboden, eine Hand oder beide Hände berühren einen Leiter, auf dem eine hohe Spannung aufrechterhalten wird. Viel gefährlicher als eine lose Berührung ist es, wenn die Hand eine Zange fest umklammert und nun die Zange einen hochgespannten Leiter berührt. Die trockene Haut des Körpers, namentlich der Hand, hat großen spezifischen Widerstand und schützt den Körper vor dem Durchgang eines starken Stromes. Daher kann man Leiter mit $\pm$ 110 Volt im allgemeinen ungestraft anfassen. Taucht man beide Hände in Kochsalzlösungen mit nur 40 Volt Spannungsunterschied, so tritt schon lebhafte Schmerzempfindung ein. Höhere Spannungen von 3000 Volt und mehr zu berühren, ist immer lebensgefährlich. Übrigens ist die Empfindlichkeit bei verschiedenen Menschen verschieden. Abgesehen von den großen Unterschieden im Widerstand der Haut, ist auch die Reaktion auf Schmerzempfindung und Schreck eine ganz verschiedene.

12. Abschnitt.

Die Entstehung kurzwelliger elektromagnetischer Strahlung.

Hundertundsiebentes Kapitel.

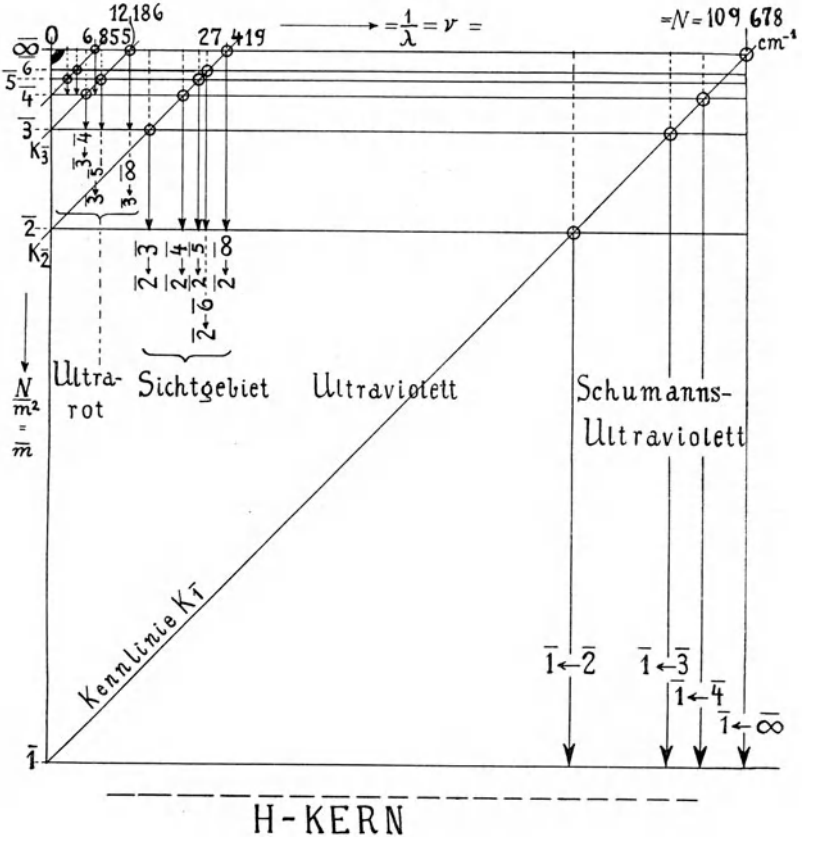
Die Strahlung des Wasserstoffatoms und des Heliumions.

Art. 595. Die Wellenlängen des Wasserstoffspektrums. Die sichtbaren Linien des Wasserstoffs sind von Fraunhofer (als Absorptionslinien der Sonnenatmosphäre) entdeckt und mittels seines Beugungsgitters gemessen worden. Im ultravioletten Spektralgebiet, soweit es von Luft durchgelassen und auf Gelatineplatten photographierbar ist, liegen keine Wasserstofflinien; wenn man die an der Grenze zwischen Ultraviolett und Sichtgebiet gelegenen Linien dem letzteren zurechnet. — Schumann hat ein kurzwelliges Gebiet erschlossen, welches von Luft und von der Gelatineschicht der üblichen Platten stark absorbiert wird. Durch Ausschließung der Luft und Verwendung von gelatinearmen Platten konnte er ein prismatisches Wasserstoffspektrum photographieren, das zahlreiche Linien ($\lambda < 1850$ Å) aufwies. Diese Linien sind später von Lyman mit einem reflektierenden Beugungsgitter gemessen worden. — Paschen und Brackett bestimmten später Wasserstofflinien im Ultrarot.

Die erste Spalte nachstehender Tabelle 1 gibt die nach einer Scheelschen Formel berechneten Brechungszahlen der Luft für die Wasserstoffwellenlängen an. Die zweite Spalte gibt die in Luft gemessenen Wellenlängen λ. Die dritte Spalte gibt die Korrektionen, welche an λ anzubringen sind, damit sich die Wellenlängen Λ ergeben, die in Wasserstoffgas von einigen Millimetern Druck vorhanden sind. Die vierte Spalte gibt diese Wellenlängen Λ an. Die fünfte Spalte gibt die Kehrwellenlängen $\nu = 1/\Lambda$.

In Fig. 630 sind die einzelnen Wasserstofflinien als Pfeile gezeichnet. Der Abstand eines dieser Pfeile von der links liegenden vertikalen Nullinie der Figur ist gleich der Kehrwellenlänge $\nu = 1/\lambda$ der durch den Pfeil dargestellten Linie. Die Pfeile, deren Spitzen

Fig. 630.



auf gleicher Grundlinie stehen, bezeichnen Linien, die einer sogenannten Serie angehören. Man unterscheidet beim Wasserstoff folgende Serien:

Die Hauptserie HS im Schumannschen Ultraviolett, die Nebenserie NS im Sichtgebiet, ferner die Bergmann-Serie BS und die Über-Bergmann-Serie ÜBS im Ultrarot.

Tabelle 1. Spektrum des Wasserstoffatoms.

$n_{200} = 1 + 10^{-3}$	$\lambda_{beob.} =$	$\Lambda - \lambda =$	$\Lambda_{beob.}$	$1/\Lambda = \nu_{beob.}$	$\nu_{theor.}$	Bezeichnung
—	45 000	—	45 000	2 220	2 468	$\overline{4}—\overline{5}$
—	26 300	—	26 300	3 800	3 808	$\overline{4}—\overline{6}$ ÜBS
—	. . . . .	—	. . . . .	. . . . .	(6 855)	$\overline{4}—\overline{\infty}$
0,2679	18 751	+ 5,0	18 756	5 332	5 332	$\overline{3}—\overline{4}$
0,2683	12 818	+ 3,4	12 821	7 800	7 799	$\overline{3}—\overline{5}$ BS
—	. . . . .	—	. . . . .	. . . . .	(12 186)	$\overline{3}—\overline{\infty}$
0,2709	6 562,8	+ 1,77	6 564,6	15 233	15 233	$\overline{2}—\overline{3}$
0,2738	4 861,3	+ 1,33	4 862,6	20 566	20 565	$\overline{2}—\overline{4}$
0,2754	4 430,5	+ 1,19	4 341,7	23 033	23 032	$\overline{2}—\overline{5}$ NS
0,2764	4 101,7	+ 1,13	4 102,8	24 374	24 373	$\overline{2}—\overline{6}$
—	. . . . .	—	. . . . .	. . . . .	(27 419)	$\overline{2}—\overline{\infty}$
—	—	—	1 216,0	82 238	82 258	$\overline{1}—\overline{2}$
—	—	—	1 026,0	97 465	97 491	$\overline{1}—\overline{3}$ HS
—	—	—	927,7	102 807	102 823	$\overline{1}—\overline{4}$
—	—	—	. . . . .	. . . . .	(109 678)	$\overline{1}—\overline{\infty}$
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
1	Å	Å	Å	cm^{-1}	cm^{-1}	

Art. 596. Das Balmersche Seriengesetz. Sämtliche ν-Werte der Wasserstofflinien lassen sich als Differenz zweier Terme darstellen, wie Balmer zuerst für die NS gezeigt hat.

Der Wert der Terme $\overline{1}\ \ \overline{2}\ \ \overline{3}\ \ \overline{4}\ \ \overline{5}\ \ \overline{6}\ \ \ldots\ \ \overline{\infty}$

ist $= \frac{N}{1^2}\ \frac{N}{2^2}\ \frac{N}{3^2}\ \frac{N}{4^2}\ \frac{N}{5^2}\ \frac{N}{6^2}\ \ \ldots\ \ 0$ . . (1a)

Allgemein ist Term $\overline{n} = N/n^2$ und Term $\overline{m} = N/m^2$.

Die Konstante N ist von Rydberg zuerst berechnet worden; Balmers Konstante steht zu N in einer einfachen Beziehung. Nach Paschen ist

$$N_H = 109\,677{,}7\ cm^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1b)$$

Mit dieser Balmer-Rydbergschen Konstanten berechnen sich die Terme

$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	. . .	$\overline{\infty}$
109 678	27 420	12 187	6 855	4 387	3 047		0 cm^{-1}

In Fig. 630 haben die horizontalen Linien von der am weitesten oben liegenden Grundlinie Abstände, die den Termwerten proportional sind.

Die Schnittpunkte der einzelnen Pfeile oder Spektrallinien mit den Termlinien sind durch kleine Kreise gekennzeichnet. Wie man sieht, liegen die Schnittpunkte für jede Serie auf einer geraden Linie. Diese Kennlinien haben für die verschiedenen Serien genau parallele, um 45° geneigte Richtungen.

Allgemein gilt für die Wasserstoff-Kehrwellenlängen das Gesetz

$$\nu(\bar{n} \leftarrow \bar{m}) = \text{Grenzterm } \bar{n} - \text{Laufterm } \bar{m} = \frac{N}{n^2} \leftarrow \frac{N}{m^2} \quad \cdot \cdot (2)$$

Im besonderen gilt für die ÜBS BS NS HS

$$\nu \text{ (steigend)} = \bar{4} \leftarrow \bar{m},\ \bar{3} \leftarrow \bar{m},\ \bar{2} \leftarrow \bar{m},\ \bar{1} \leftarrow \bar{m} \quad \cdot \cdot (3)$$

Art 597. Einige Bezeichnungen der Quantentheorie seien hier wiederholt. Es bedeutet

$f = 1/T$ die Frequenz, T die Periodendauer einer Wellenstrahlung;

h das Plancksche Wirkungsquantum;

hf das Plancksche Energiequantum.

Die Einheiten, als deren Vielfaches die Größen f, h und hf gewöhnlich gemessen werden, sind

$$[f] = \text{s}^{-1}, \qquad [h] = \text{erg} \cdot \text{s}, \qquad [hf] = \text{erg}$$

Es sei ferner:

Q die punktförmige Kernladung,

Am_0 die Kernmasse, $m_0 = m\ (^1/_{16}\,\text{O})$,

$-q_e$ die Ladung eines Elektrons,

m_e die Elektronmasse.

Die beiden Ladungen Q und q_e seien als Vielfache von 1 Coulomb (und zwar eines internationalen C) gemessen; die beiden Massen m_0 und m_e als Vielfache von 1 Gramm.

Es sei ferner

q die einzige veränderliche Größe (Koordinate), welche die Lage eines auf einer Kreislinie beweglichen Punktes zur Zeit t bestimmt,

$p(q)$ der Impuls, eine Funktion von q, welche in verschiedenen Fällen verschiedene Bedeutung hat,

$J = \int p \cdot dq$ das „Phasenintegral".

Art. 598. Die Bohrschen Kreisbahnen. A. Durchläuft eine punktförmige Masse m_e mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω einen ruhenden Kreis vom Durchmesser $2r$, so erleidet der Träger der Masse die zentrale Beschleunigung $r\omega^2$.

Dieser Beschleunigung setzt er den zentrifugalen Trägheitswiderstand

$$m_e r \omega^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4a)$$

entgegen.

Zwischen der Zentralladung Q und der Ladung $-q_e$ des umlaufenden Elektrons herrscht die anziehende Kraft [siehe z. B. Art. 641, Gl. (29)]

$$10^7 \cdot Q q_e / 4\pi\varepsilon_0 r^2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (4b)$$

Wird die Kraft als Vielfaches der Krafteinheit 1 J/cm gemessen, so fällt der Faktor 10^7 fort. Wird die Kraft als Vielfaches von 1 erg/cm = 1 dyn gemessen, so ist der Faktor 10^7 erforderlich. Q und q_e sind Vielfache von 1 Coulomb.

Die beiden auf den umlaufenden Körper wirkenden Kräfte müssen gleich sein, also ist

$$r \cdot r^2 \omega^2 = 10^7 Q q_e / 4\pi\varepsilon_0 m_e \cdot \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

B. Die klassische Mechanik beschäftigt sich mit Vorgängen, an denen stets ungeheuer viele Atome (und Elektronen) beteiligt sind, mit Vorgängen, die sich praktisch stetig verändern können. Die Quantenmechanik beschäftigt sich mit Vorgängen, an denen nur wenige Atome (und Elektronen) beteiligt sind. Bei letzteren Vorgängen kann, wie es die Chemie seit langem weiß, die Masse eines Körpers keineswegs als stetig veränderlich angenommen werden.

Die Plancksche Quantentheorie stellt die — als überaus fruchtbar erwiesene — Behauptung auf, daß, wie die Masse nur um ganze Vielfache einer Atommasse, so auch gewisse andere Größen nur um ganze Vielfache eines Wirkungsquantums h wachsen können. Daher bezeichnet Sommerfeld treffend die Chemie als atomistische Lehre der Masse, die Plancksche Quantentheorie als atomistische Lehre des Geschehens.

Welches sind nun die Größen eines atomaren kleinen Sonnensystems, die sich nur um ganze Vielfache eines Wirkungsquantums ändern können?

Die Antwort darauf hat Bohr 1913 zuerst gegeben. Bohr schreibt dem Phasenintegral $J = \int p \cdot \mathrm{d}q$ für diesen Fall folgende Bedeutung zu.

Es ist beim Umlauf einer Masse m_e um einen Zentralkörper, wenn $2r$ der Durchmesser der Kreisbahn,

$$p = m_e r \cdot r\omega \text{ und } q = \varphi,$$

also
$$m_e r \cdot r\omega \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \mathrm{d}\varphi = J = m_e \cdot 2\pi r \cdot r\omega \quad \ldots\ldots (6)$$

Das Phasenintegral J ist also gleich Masse $m_e \times$ Umlaufsweg $2\pi r \times$ Umlaufsgeschwindigkeit $r\omega$.

Dieses Phasenintegral soll nun gleich sein einem kleinen ganzzahligen Vielfachen des Planckschen Wirkungsquantums h, so daß die Bedingung erfüllt ist

$$J = m_e \cdot 2\pi r \cdot r\omega = n \cdot h \quad \text{oder} \quad m_e r^2 . \omega = nh/2\pi \quad \ldots (7)$$

Dividiert man das Quadrat von (7) durch (5), so erhält man nachstehenden Ausdruck für den Bahnradius r aller möglichen atomistischen kleinen Sonnensysteme. Setzt man den so erhaltenen Ausdruck von r in (7) ein, so erhält man die Kreisfrequenz oder Winkelgeschwindigkeit ω der möglichen kleinen Sonnensysteme. Für die Quantenzahl n ergibt sich

$$r_n = \frac{10^{-7}\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e Q q_e} \cdot n^2 \quad \text{und} \quad \omega_n = \frac{10^{14}\pi m_e Q^2 q_e^2}{2\varepsilon_0^2 h^3} \cdot \frac{1}{n^3} \quad \ldots (8)$$

C. Es soll nun die Energie berechnet werden, welche unserem kleinen Sonnensystem eigen ist, während das Elektron im n-ten Bohrschen Kreise umläuft.

Wenn A_n die Arbeit ist, welche geleistet werden muß, um ein ruhend gedachtes Elektron aus der n-ten Bahn in eine unendlich entfernte zu heben, so wird die potentielle Energie bei der Hebung um A_n vermehrt. Ist P_∞ die maximale potentielle Energie, welche das System bei unendlicher Entfernung des Elektrons besitzt, so ist die potentielle Energie, wenn das Elektron im n-ten Kreise umläuft,

$$P_n = P_\infty - A_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Aus (4b) läßt sich A_n leicht berechnen. Es ist

$$A_n = \frac{10^7 Q q_e}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_n}^{\infty} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{10^7 Q q_e}{4\pi\varepsilon_0} \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_n}^{\infty} = \frac{10^7 Q q_e}{4\pi\varepsilon_0 r_n}.$$

Ersetzt man hierin r_n durch den Ausdruck (8), so erhält man unter Benutzung einer durch (12) bestimmten Hilfsgröße N für die potentielle Energie den Ausdruck

$$P_n = P_\infty - 2N_\infty c_0 h \frac{Q^2}{q_e^2} \frac{1}{n^2} \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

Die kinetische Energie des umlaufenden Elektrons ist

$$K_n = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e r_n^2 \omega_n^2 = N_\infty c_0 h \frac{Q^2}{q_e^2} \frac{1}{n^2} \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

Es ist also $K_n = {}^1/_2 A_n$!

Die Gesamtenergie W_n des Systems ist, wenn das Elektron im n-ten Bohrschen Kreise umläuft,

worin

$$\left.\begin{aligned} W_n &= P_\infty - N_\infty c_0 h \frac{Q^2}{q_e^2} \frac{1}{n^2}, \\ N_\infty &= \frac{10^{14} m_e q_e^4}{\varepsilon_0^2 c_0 (2h)^3} = 109\,670\,\mathrm{cm}^{-1} \end{aligned}\right\} \cdot \cdot \cdot \quad (12)$$

Die zweite der Gl. (12) hat die Bedeutung

$$\frac{N_\infty}{[\mathrm{cm}^{-1}]} = 10^{14} \frac{m_e}{[g]} \left(\frac{q_e}{[\mathrm{C}]}\right)^4 \Big/ \left(\frac{\varepsilon_0}{[\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1} s]}\right)^2 \cdot \frac{c_0}{[\mathrm{cm}\,s^{-1}]} \cdot \left(\frac{2h}{[\mathrm{erg} \cdot s]}\right)^3 \quad (13)$$

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen sind

$$\left.\begin{aligned} &\frac{m_e}{[g]} = 0{,}902 \cdot 10^{-27}, \quad \frac{q_e}{[\mathrm{C}]} = 1{,}592 \cdot 10^{-19}, \quad \frac{\varepsilon_0}{[\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1} s]} = 0{,}88506 \cdot 10^{-13} \\ &\frac{c_0}{[\mathrm{cm}\,s^{-1}]} = 2{,}9985 \cdot 10^{10}, \quad \frac{2h}{[\mathrm{erg} \cdot s]} = 2 \cdot 0{,}655 \cdot 10^{-26} = 1{,}310 \cdot 10^{-26} \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Daraus folgt obiger Zahlenwert von N_∞. Vgl. Art. 600.

Art. 599. Der Ausstrahlungsvorgang nach Bohr. Wenn das Elektron ungestört in einer der Quantenbahnen umläuft, so soll nach Bohr keine Ausstrahlung erfolgen.

Wenn aber ein Elektron aus einer Bahn mit der größeren Quantenzahl m in eine kernnähere Bahn mit der kleineren Quantenzahl n überspringt — dann soll ein Wellenzug ausgestrahlt werden, dessen Energieinhalt

$$hf = W_m - W_n \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (15)$$

ist. Da nun die Frequenz

$$f = \frac{1}{T} = \frac{c_0}{c_0 T} = \frac{c_0}{\lambda} = c_0 \nu$$

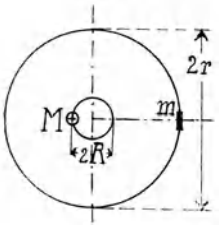
ist, so ist gemäß (15) bzw. (12)

$$\nu = \frac{W_m - W_n}{h c_0} \quad \text{bzw.} \quad \nu(\overline{n} \leftarrow \overline{m}) = \frac{N_\infty Q^2/q_e^2}{n^2} \leftarrow \frac{N_\infty Q^2/q_e^2}{m^2} \quad (16)$$

Für Wasserstoff ist die Kornladung $Q_e = q_e$, ist also Gl. (16) identisch mit der empirischen Balmerschen Serienformel (2). Die durch Bohr berechnete Konstante N hat genau denselben Wert wie die empirisch gefundene Balmer-Rydbergsche Konstante! Durch diese Übereinstimmung werden die Bohrschen Gedankengänge (insbesondere die Quantelung der Bahnen) aufs beste bestätigt.

Art. 600. Die Mitbewegung des Kernes. Rydberg hat das große Verdienst, erkannt zu haben, daß die empirische Balmer-Rydbergsche Konstante N nicht nur beim Wasserstoffspektrum, sondern auch bei anderen Spektren eine bestimmende Rolle spielt.

Fig. 631.



Daß die Balmer-Rydbergsche Konstante bei Darstellung verschiedener Spektren durch ein wenig abweichende Größen ersetzt werden muß, hat Bohr durch den Einfluß der Mitbewegung des Atomkernes erklärt (s. Fig. 631).

Das Gesetz von der Erhaltung des Schwerpunktes verlangt 1. daß die Kernmasse M und die Elektronmasse m_e stets auf entgegengesetzten Seiten des feststehenden Mittel- und Schwerpunktes sich befinden; 2. daß der Bahndurchmesser $2R$ der Kernmasse M viel kleiner ist als der Bahndurchmesser $2r$ des Elektrons. — Die Gleichheit der zentrifugalen Trägheitswiderstände und der zentralen Kräfte erfordert die Beziehungen

$$MR\omega^2 = m_e r\omega^2 = 10^7 Q q_e/4\pi\varepsilon_0 (r+R)^2 \cdot \cdots \quad (17)$$

Die Quantelung der Bahnen führt Bohr in folgender Weise durch. Er setzt

$$\omega_n [m_e r^2 + MR^2] = nh/2\pi \cdots\cdots\cdots (18)$$

Aus den beiden Beziehungen ergeben sich an Stelle von (8) die Gleichungen

$$r_n = \frac{10^{-7}\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e Q q_e} n^2, \quad \omega_n = \frac{10^{14}\pi m_e (1-\mu) Q^2 q_e^2}{2\varepsilon_0^3 h^3} \frac{1}{n^3} \cdot \quad (19)$$

Hierin ist die kleine Zahl

$$\mu = m_e/M = m_e/A m_0 \cdots\cdots\cdots (20)$$

Berechnet man die Hubarbeit A_n und die kinetische Energie K_n, so findet sich wieder $K_n = {}^1/_2 A_n$. Folglich ist die gesamte Energie des kleinen Sonnensystems

$$W_n = P_\infty - {}^1/_2 A_n \cdots\cdots\cdots (21)$$

Die Hubarbeit A_n berechnet sich so; es ist

$$A_n = 10^7 \, Q \, q_e / 4 \pi \varepsilon_0 (r_n + R).$$

Für die Gesamtenergie ergibt sich

$$W_n = P_\infty - N_\infty c_0 h (1 - \mu) \frac{Q^2}{q_e^2} \frac{1}{n^2} \quad \cdots\cdots \quad (22)$$

Die Berechnung der Kehrwellenlänge geschieht gemäß Art. 599 und ergibt

$$\nu(\bar{n} \leftarrow \bar{m}) = \frac{N_\infty (1-\mu) \, Q^2/q_e^2}{n^2} \leftarrow \frac{N_\infty (1-\mu) \, Q^2/q_e^2}{m^2} \quad \cdots \quad (23)$$

Die Konstante hat für Atome von unendlich großer Kernmasse den Wert N_∞, für leichtere Atome den Wert

$$N = N_\infty (1-\mu) = N_\infty \left(1 - \frac{m_e}{A m_0}\right) \quad \cdots\cdots \quad (24)$$

Aus den empirisch für Wasserstoff bzw. Helium gefundenen Konstanten N_H bzw. N_He berechnet sich N_∞. Es ist

$$\left.\begin{aligned} N_\mathrm{H} &= 109\,677{,}7 \ \mathrm{cm}^{-1} \\ N_\mathrm{He} &= 109\,722{,}4 \ \mathrm{cm}^{-1} \\ N_\infty &= 109\,737{,}1 \ \mathrm{cm}^{-1} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (25)$$

Diese Werte sind von Paschen berechnet und für Helium auf das genaueste bestätigt worden. Darin liegt eine weitere Stütze der Bohrschen Theorie der Spektrallinien.

Beim Übergang eines Elektrons aus dem m-ten Bohrschen Kreise oder Energieniveau auf das kernnähere n-te Energieniveau entsteht eine Strahlung, deren Kehrwellenlänge $1/\lambda = \nu$ durch (23) bestimmt ist. Bei größerem Atomgewicht A wird μ etwas kleiner, daher der Zähler von (23) etwas größer, so daß die durch (23) bestimmte Spektrallinie etwas nach Seite der größeren Frequenzen, der kürzeren Wellenlängen verschoben wird.

Art. 601. Die Spektren von Wasserstoff und ionisiertem Helium bestätigen die Gl. (23) vollkommen.

In erster Annäherung können wir die Mitbewegung der Kerne vernachlässigen, also $\mu = 0$ setzen.

Ferner ist

$$Z = Q/q_e \text{ für H} = 1,$$
$$\text{für He}/\!\!| = 2.$$

Dann ergeben sich gleiche Kehrwellenlängen ν, wenn

bei H	$n = 2$	$m = 3, = 4, = 5$ usw.
bei He	$n = 4$	$m = 6, = 8, = 10$ usw.

Die Nebenserie NS des Wasserstoffatoms wird also auch von ionisierten Heliumatomen ausgestrahlt! Nun ist das Atomgewicht $A(\mathrm{He}) \approx 4\,A(\mathrm{H})$. Infolge der Mitbewegung des Kernes ist also die Kehrwellenlänge bei He/| etwas größer als bei H, ist die Wellenlänge jeder Heliumlinie etwas kleiner als die der benachbarten Wasserstofflinie! Es ist beobachtet (in Luft):

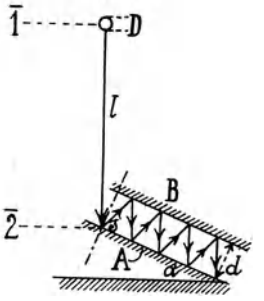
$\mathrm{H}_2^3 = 6562{,}80$, $\mathrm{H}_2^4 = 4861{,}33$, $\mathrm{H}_2^5 = 4340{,}47$, $\mathrm{H}_2^6 = 4101{,}74$ Å
$\mathrm{He}_4^6 = 6560{,}13$, $\mathrm{He}_4^8 = 4859{,}37$, $\mathrm{He}_4^{10} = 4338{,}69$, $\mathrm{He}_4^{12} = 4100{,}00$ Å

Aus den Wellenlängendifferenzen ergibt sich für m_e/m_0 genau der gleiche Wert wie aus ganz anderen physikalischen Vorgängen. Man kann also optisch die spezifische Ladung des Elektrons genau bestimmen!

Leider sind H und He/| die einzigen Strahler, welche die Bedingungen genau erfüllen, unter denen das Balmer-Bohrsche Gesetz (23) abgeleitet ist. Es sind die einzigen atomistischen Körper, die nur aus einer zentralen Sonne (dem sehr kleinen Atomkern H/| bzw. He/||) bestehen.

Art. 602. Zur akustischen Veranschaulichung der Quantenstrahlung läßt der Verf. eine Stahlkugel (vom Durchmesser D) vom Energieniveau $\bar{1}$ auf das Energieniveau $\bar{2}$ herabfallen. Bei der wiederholten Reflexion der Kugel zwischen den Glasplatten A und B entsteht ein Schall, dessen Frequenz f steigt, wenn die Fallstrecke l, also der Unterschied zwischen dem ursprünglichen und dem endlichen Energieniveau vergrößert wird.

Fig. 632.



Die Endgeschwindigkeit der Kugel ist $v = \sqrt{\gamma\, 2l}$, der zwischen den Platten vom Abstand d zurückgelegte Weg

$$s = vT = \frac{\mathrm{d} - D}{\cos\alpha}.$$

Daraus ergibt sich die Frequenz des periodischen Schallvorgangs

$$f = \frac{\sqrt{2\gamma l}\cos\alpha}{\mathrm{d} - D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Ist d $=$ 2,5 cm, $D = 0{,}5$ cm, so ist $f = 250\,s^{-1}$ für $l = 100$ cm und $f = 500\,s^{-1}$ für $l = 400$ cm.

Je größer die Energiedifferenz der beiden Niveaus ist, zwischen denen die Kugel fällt, um so größer ist die Frequenz und die Kehrwellenlänge des durch den Fall erzeugten Schallvorgangs! Für den akustischen Vorgang gilt also ein ähnliches Gesetz wie für die Erregung der elektromagnetischen Wellenstrahlung.

Hundertundachtes Kapitel.

Die Strahlung schwererer Atome und Ionen.

Art. 603. Die optischen Spektren schwererer Atome sind in mancher Beziehung den Spektren des leichten Atoms H und des leichten Ions He/| ähnlich. Die verschiedenen Linien lassen sich in Serien einreihen. Innerhalb jeder Serie ist die Kehrwellenlänge gleich der Differenz zweier Terme. Diese Terme sind Funktionen ganzer Zahlen; der Grenzterm ist durch eine feste Grenzzahl, der Laufterm durch eine Laufzahl m bestimmt. Mit steigendem m nimmt der Termwert ab.

Für die wichtigsten Serien sind in folgender Tabelle die Termbezeichnungen und die Laufzahlen m angegeben.

Tabelle 2.

Serie	$1/\lambda = \nu$	m
HS	$+ 1\,\overline{s} \leftarrow \overline{m\,p'}$	2, 3, 4, 5 · · ·
II. NS	$+ 2\,\overline{p'} \cdots\cdots \leftarrow \overline{m\,s}$	2, 3, 4, 5 · · ·
I. NS	$+ 2\,\overline{p'} \leftarrow \overline{m\,d}$	3, 4, 5 · · ·
BS	$+ 3\,\overline{d} \leftarrow \overline{m\,f}$	4, 5 · · ·

Während es für eine Laufzahl meistens nur einen bestimmten Wert der s-, d- und f-Terme gibt, sind für dieselbe Laufzahl m mehrere Werte des p-Terms vorhanden, die man als $\overline{m\,p'}$, $\overline{m\,p''}$ usw. unterscheiden kann. In den Serien, die p-Terme enthalten, sind die Spektrallinien also doppelt oder mehrfach.

Bei der HS hat $\overline{m\,p}$ um so weniger Einfluß auf ν, je größer m ist. In der HS nimmt der Abstand der Mehrfachlinien mit wachsendem ν ab. In beiden NS bleibt der Abstand von Mehrfachlinien konstant.

Ferner ist

$$\nu_{max}(\mathrm{HS}) = \overline{1\,s},\ \nu_{min}(\mathrm{HS}) = \overline{1\,s}—\overline{2\,p},\ \nu_{max}(\mathrm{NS}) = \overline{2\,p}.$$

Mithin ist

$$\nu_{max}(\mathrm{HS}) - \nu_{min}(\mathrm{HS}) = \nu_{max}(\mathrm{NS}) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (27)$$

Für Wasserstoff sind gemäß Tabelle 1, S. 703 und Fig. 630 beide Seiten der Gl. (27) $= 27\,419\,\mathrm{cm}^{-1}$. Man kann das Bild der sichtbaren NS durch Verschieben nach rechts mit dem Bilde der ultravioletten HS zur Deckung bringen!

Art. 604. Die Theorie der Spektren schwererer Elemente. Die Beziehungen zwischen Termwert und Termzahl ist bei schwereren Elementen nicht so einfach, wie sie Balmer für H, Paschen für He/| gefunden hat. Im Zähler eines Termausdrucks steht die Balmer-Rydbergsche Konstante N. Daß die Zahl Q/q_e z. B. bei den Alkalien $= 1$ gesetzt werden kann, liegt an folgendem: Das Valenzelektron steht dem Ion gegenüber und letzteres verhält sich annähernd wie ein Atomkern mit einer positiven Ladungseinheit. Freilich nur annähernd. Deshalb ist auch der Nenner nicht einfach gleich m^2, wie bei H und He/|, sondern hat eine kompliziertere Form. Auf diese hier näher einzugehen, würde über den Zweck des Buches hinausgehen. Die sichtbare und ultraviolette Strahlung der Alkalien ist hiernach dem Valenzelektron zuzuschreiben, das in bestimmten Bohrschen Bahnen umlaufen und aus einer entfernteren, größeren Bahn in eine näher liegende, kleinere Bahn übergehen muß, damit die Strahlung hf ausgesandt wird. Vgl. Art. 606.

Hundertundneuntes Kapitel.

Röntgenstrahlung.

Art. 605. Die Messung der Wellenlänge von Röntgenstrahlen hat wegen der außerordentlichen Kleinheit der Wellenlänge seit der Entdeckung (s. Art. 553) vielen Versuchen widerstanden, bis v. Laue im Jahre 1912 den einfachen und großen Gedanken faßte, Kristallplatten als Gitter zur Auflösung der Röntgenwellen zu benutzen! Während v. Laue und seine experimentellen Mitarbeiter Friedrich und Knipping die Strahlen nach dem Durchgang durch die Kristallplatte auf die photographische Platte fallen ließen, hat man später

zur Wellenlängenmessung vorwiegend die Reflexion an Kristallplatten benutzt.

In zwei Richtungen hat die Lauesche Entdeckung sich als fruchtbar erwiesen. Man hat erstens die Wellenlänge der Röntgenstrahlung kennengelernt und dadurch sichere Kenntnis von Vorgängen innerhalb des Atoms erlangt. Man hat zweitens die Röntgenstrahlen benutzen gelernt, um damit (wie mit feinen Fühlhebeln) die Anordnung der Atome in Kristallen zu erforschen.

Art. 606. Das Moseleysche Gesetz. Für eine größere Zahl von Elementen hat Moseley zuerst die Röntgenwellenlängen bestimmt. Er erhielt nur die stärksten und kurzwelligsten Linien, die, wie in Art. 607 gezeigt wird, der K-Serie angehören. Für die zuerst untersuchten Elemente ($20 < Z < 30$) stellte Moseley das Gesetz auf

$$\frac{\nu}{N} = \frac{(Z-1)^2}{1^2} - \frac{(Z-1)^2}{2^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Das Gesetz (28) unterscheidet sich von dem Balmerschen nur durch das Auftreten von $(Z-1)^2$ im Zähler der Termausdrücke. Daß dieser Faktor bei der K-Strahlung auftritt (nicht aber bei der sichtbaren Strahlung) läßt sich auf folgende Weise erklären. Die mit Elektronen besetzten, den Kern des Atoms einhüllenden Kugelschalen erzeugen in ihrem Innern keine merkliche elektrische Feldstärke (während die äußere Feldstärke etwa so ist, als ob alle Elektronen der Schale im Kern vereinigt wären). Die Energie der kernnächsten Schale, der K-Schale, ist also im wesentlichen durch den positiven Kernladungsüberschuß $Z q_e$ bestimmt, daher auch die Energiedifferenz hf. Die Formel (28) läßt darauf schließen, daß die Röntgenstrahlung durch Elektronenfall entsteht, der in der Nähe des Kernes vor sich geht.

Die Gültigkeit der Moseleyschen Formel sei an folgendem Beispiel erläutert. Für ein Element von der Ordnungszahl $Z = 50$, hat die kurzwelligste durch (25) dargestellte Röntgenstrahlung rund 2500mal kleinere Wellenlänge als die Linie 1216 Å des Wasserstoffatoms! Beispielsweise liegt die K-Strahlung des Zinns (Sn, $Z = 50$) bei den Wellenlängen $\lambda = 0{,}490$, $= 0{,}487$, $= 0{,}432$ Å.

Art. 607. Die Röntgenstrahl-Serien sind, wegen der viel geringeren Linienzahl, leichter aufzufinden als die optischen Serien. Man unterscheidet nach Barcla vier Serien, die K-, L-, M- und N-Serie.

In Tab. 3 ist eine Übersicht über die bisher gemessenen Röntgenwellenlängen gegeben. Die Zahlen bedeuten das Verhältnis der Wellenlänge λ zu 1 Å oder zu 10^{-8} cm. Durch Gleichheitszeichen sind die Plätze von solchen Strahlungen gekennzeichnet, die unmöglich sind, weil das betreffende Atomgewicht der Bohrschen Atomtabelle S. 632 eine der beiden für das Zustandekommen der Strahlung nötigen Schalen gar nicht enthält.

Tabelle 3.

	Serie $M \leftarrow$			Serie $L \leftarrow$			Serie $K \leftarrow$		
	N	O	P	M	N	O	L	M	N
9 F	=	=	=	=	=	=	18,4	=	=
11 Na	=	=	=	—	=	=	11,9	11,6	=
24 Cr	—	=	=	21,5	—	=	2,28	2,08	2,07
29 Cu	—	=	=	13,3	—	=	1,54	1,39	1,38
37 Rb	—	—	=	8,0 – 6,8	7,0 – 6,0	—	0,92	0,82	0,81
49 In	—	—	=	4,3 – 3,6	3,4 – 3,2	3,3 – 2,9	0,51	0,45	0,44
66 Dy	9,3	—	—	2,2 – 1,7	1,7 – 1,4	1,6 – 1,4	—	—	—
74 W	7,0 – 6,1	—	—	1,7 – 1,3	1,3 – 1,1	1,2 – 1,0	0,21	0,18	0,18
Serie $N \leftarrow$	6,9 – 4,8	—	—	1,4 – 1,2	1,0 – 1,2	1,14		**76 Os**	
O | P	5,9 – 3,9	5,19	—	1,2 – 1,0	0,9 – 1,2	0,8 – 1,0		**81 Tl**	
13 | —	6,5 – 3,7	4,82	—	0,9 – 1,3	0,8 – 1,0	0,8 – 0,9		**83 Bi**	
11 | 13 – 10 | – 9,4	5,3 – 2,9	3,3 – 2,4	3,8	0,75 – 1,1	0,65 – 0,8	0,6 – 0,8		**90 Th**	

In jeder Serie sind die erstgenannten Linien am stärksten, also z. B. in der K-Serie die $(K \leftarrow L)$-Linien.

Die Bezeichnung der Linien läßt erkennen, wie man sich ihren Ursprung erklärt. Man betrachte die Tabelle, Fig. 586, S. 632. Bohr denkt sich jeden Atomkern in eine Anzahl von Schalen eingehüllt. Die K-Schale ist dem Atom am nächsten gelegen und mit nur zwei Elektronen besetzt. Die P-Schale, entfernteste, ist nur bei den schwersten Elementen vorhanden.

Um ein Elektron aus der K-Schale in die L-Schale zu heben, ist eine bestimmte Arbeit erforderlich. Fällt das Elektron aus der L-Schale in die K-Schale, so wird die Gesamtenergie des Systems vermindert. Der Betrag dieser Energiedifferenz tritt als Röntgenstrahlung auf. Die $(K \leftarrow L)$-Strahlung hat also ihre Ursache in dem Herabfallen eines Elektrons aus der L-Schale in die K-Schale! Die

Größe $hf = hc_0\nu$ dieser Strahlung ist gleich der Differenz der L-Energie und der K-Energie. Die Kehrwellenlänge ν ist gleich der Differenz des K-Termes und des L-Termes.

Art. 608. Mehrfache Röntgenlinien. Jede der in Art. 607 gedeuteten Röntgenlinien tritt nun nicht allein, sondern als Familie auf. Wir deuten die Entstehung dieser Familien dahin, daß die einzelnen Schalen aus mehreren Schichten bestehen. Die Anzahl dieser Schichten ist um so größer, je größer die Anzahl von Elektronen ist, mit der eine Schale besetzt ist.

Tabelle 4.

Elektronenzahl der Schalen	Schalen	Schichtenbezeichnung
2 . 4	L	11, 21, 22
3 · 4	P	
3 · 6	M, O	11, 21, 22, 32, 33
4 · 8	N	11, 21, 22, 32, 33, 43, 44

In der folgenden Tabelle ist die Röntgenstrahlung von Wolfram angegeben.

Tabelle 5. Röntgenstrahlung von W ($Z = 74$).

Ursprung	λ	Stärke	Ursprung	λ	Stärke
$M_{33} \leftarrow N_{44}$	6,973	8	$L_{21} \leftarrow N_{11}$	1,129 2	0
$M_{32} \leftarrow N_{43}$	6,745	5	$L_{21} \leftarrow N_{32}$	1,095 53	4
$M_{22} \leftarrow N_{32}$	6,085	2	$L_{11} \leftarrow N_{21}$	1,065 84	1
$M_{22} \leftarrow N_{33}$			$L_{11} \leftarrow N_{22}$	1,059 65	1
$L_{22} \leftarrow M_{11}$	1,675 05	3	$L_{22} \leftarrow O_{11}$	1,220 8	0
$L_{22} \leftarrow M_{32}$	1,484 52	1	$L_{22} \leftarrow O_{33}$	1,212 5	3
$L_{22} \leftarrow M_{33}$	1,473 48	10	$L_{21} \leftarrow O_{11}$	1,079	0
$L_{21} \leftarrow M_{11}$	1,417 7	1	$L_{21} \leftarrow O_{32}$	1,072 0	2
$L_{11} \leftarrow M_{21}$	1,298 74	2	$L_{11} \leftarrow O_{22}$	1,026 47	1
$L_{21} \leftarrow M_{32}$	1,279 17	8	$K \leftarrow L_{21}$	0,213 48	50
$L_{11} \leftarrow M_{22}$	1,260 00	3	$K \leftarrow L_{22}$	0,208 67	100
$L_{22} \leftarrow N_{11}$	1,287 1	1	$K \leftarrow M_{22}$	0,184 26	35
$L_{22} \leftarrow N_{33}$	1,241 91	6	$K \leftarrow N_{22}$	0,179 07	15
. . . . .			. . . . .		
	Å			Å	

Hundertundzehntes Kapitel.

Erregung von Strahlung durch Elektronenstoß, Resonanz oder Absorption.

Art. 609. Elektronenstoß und Kehrwellenlänge der erregten Strahlung. Wie in Art. 598 gezeigt worden ist, setzt Bohr das Planecksche Strahlungsquantum

$$hf = [P_\infty - \tfrac{1}{2}A_m] \rightarrow [P_\infty - \tfrac{1}{2}A_n] = \tfrac{1}{2}A_n \leftarrow \tfrac{1}{2}A_m \quad \cdots \quad (29)$$

Das mittlere Minuszeichen ist durch einen Pfeil ersetzt, der andeutet, von welchem Energieniveau das Elektron ausgeht, bei dessen Fall die Strahlung hf entsteht. Es ist die ganze Zahl $m > n$, die m-te Bahn entfernter vom Kern als die n-te, die Energie $P_\infty - \frac{1}{2}A_m > P_\infty - \frac{1}{2}A_n$.

Aus (29) ergibt sich die Kehrwellenlänge der Strahlung

$$\frac{1}{\lambda} = \nu = \frac{\frac{1}{2}A_n}{hc_0} \leftarrow \frac{\frac{1}{2}A_m}{hc_0} = \bar{n} \leftarrow \bar{m} \quad \cdots \quad (30)$$

Wir bezeichnen

$P_\infty - \frac{1}{2}A_m$ als m-tes Energieniveau,
$\frac{1}{2}A_m$ als m-te Hubarbeit oder Ionisierungsarbeit,
$\bar{m}$ als m-ten Term.

Damit ein Atom strahlt, sich also ein Elektron aus großer Entfernung heranholt und auf einer kernnäheren Bahn kreisen läßt, muß aus der letzteren vorher ein Elektron entfernt werden. Dies kann durch Elektronenstoß geschehen. Offenbar muß die kinetische Energie des stoßenden Elektrons mindestens gleich der Hubarbeit sein, die als Ersatz der kinetischen Energie auftritt und wieder in Strahlungsenergie umgewandelt werden kann. Um die Hubarbeit W_n bzw. W_m zu leisten, muß das stoßende Elektron die kinetische Energie

$$q_e \cdot U_n \gtrless \tfrac{1}{2}A_n \quad \text{bzw.} \quad q_e \cdot U_m \gtrless \tfrac{1}{2}A_m \quad \cdots \quad (31)$$

besitzen, also ein Feld von der Beschleunigungsspannung U_n bzw. U_m durchlaufen haben. Damit eine Strahlung von der Kehrwellenlänge ν entstehen kann, muß das stoßende Elektron die Beschleunigungsspannung durchlaufen haben:

$$\frac{U_n - U_m}{[1\ \text{Volt}]} = 1{,}233 \cdot 10^{-4} \frac{\nu}{[\text{cm}^{-1}]} = \frac{10^{-4}}{0{,}810} \frac{\nu}{[\text{cm}^{-1}]} \quad \cdots \quad (32)$$

Diese Beziehungen sind zuerst erkannt und experimentell bestätigt durch J. Franck und G. Hertz. Eine ausführliche zusammenfassende Darstellung geben J. Franck und P. Jordan im Handbuch der Physik, Bd. XXIII, Kap. 7.

Art. 610. Elektronenstoß und Strahlung beim Hg-Atom. Um alle Spektrallinien zu erklären, die von Atomen des einatomigen Hg-Dampfes ausgehen können, muß man eine große Anzahl von Termen annehmen. In der folgenden Tabelle sind nur die Terme genannt, welche mit dem Term $\overline{1\,S}$ der kernnächsten Elektronenbahn, d. h. dem Grundterm, in Elektronenverkehr stehen. Die Linien der Kehrwellenlänge ν, der Wellenlänge λ entstehen durch Herabfallen eines Elektrons aus einem höheren Energieniveau in das Grundniveau $\overline{1\,S}$.

Terme			$\nu =$	$\lambda =$		$U_{\text{ber.}} =$	$U_{\text{beob.}} =$
∞		$= 0$	84 181	1188	S	**10,39**	**10,2**
	$\overline{3\,p_2}$	$= 14\,519$	69 662	1436		8,58	8,64
$\overline{2\,s}$		$= 21\,831$	62 350	1604		7.69	7,73
	$\overline{2\,P}$	$= 30\,113$	54 069	1850	U	6,67	6,71
	$\overline{2\,p_1}$	$= 40\,138$	44 043	2271		5,43	5,47
	$\overline{2\,p_2}$	$= 44\,769$	39 412	2537		4,86	4,90
	$\overline{2\,p_3}$	$= 46\,536$	37 645	2656		4,65	4,68
$\overline{1\,S}$		$= 84\,181$	—	—		—	—
. . . . .			. . . . .	. . . . .		. . . . .	. . . .
Hg-Kern		cm^{-1}	cm^{-1}	Å		Volt	Volt

S = Schumanngebiet, U = Ultraviolett.

Um ein solches Fallen vorzubereiten, dazu ist es nötig, ein Elektron aus dem Energieniveau $h c_0 \cdot \overline{1\,S}$ in ein höheres zu heben. Um die hierzu nötige kinetische Energie zu erlangen, muß das stoßende Elektron mindestens die kritische Beschleunigungsspannung $U_n - U_m = U_{\text{ber.}}$ durchlaufen, die aus (32) berechnet werden kann.

Die von Franck, Hertz u. a. gemessenen kritischen Beschleunigungsspannungen $U_{\text{beob.}}$ stimmen recht gut mit den berechneten Werten überein.

Art. 611. Messung der kleinsten kritischen Beschleunigungsspannungen. Bei ihren ersten Messungen benutzten Franck und Hertz eine der Eingitterröhre ähnliche Anordnung (Fig. 633). Es ist 1 ein elektrisch geglühter Platindraht, 2 ein Zylinder aus eng-

maschigem Drahtnetz oder Gitter, 3 ein Blechzylinder; 1, 2 und 3 sind gleichachsig und in einem Glasrohr angeordnet.

Die Spannung U_2 des Gitters wird größer gewählt als die Spannungen U_1 des Fadens und U_3 des Zylinders. Damit Elektronen, die vom Glühfaden ausgehen, an den Zylinder 3 gelangen, müssen sie zunächst das beschleunigende Feld U_{21}, sodann das konstante verzögernde Feld U_{23} durchlaufen. Die Anzahl der von 1 nach 3 gelangenden Elektronen wird durch den Strom i_{13} bestimmt.

a) Enthält das Glasgefäß ein verdünntes Gas, z. B. Hg-Dampf, so tritt bei einer allmählichen Erhöhung der Spannung U_{21} folgendes ein. Sobald $U_{21} > U_{23}$, gehen Elektronen von 1 nach 3 über. Die größte Bahngeschwindigkeit haben die Elektronen offenbar kurz vor dem Durchgang durch das Gitter 2. Doch reicht diese Höchstgeschwindigkeit noch nicht aus, um bei Zusammenstößen zwischen Elektron und Atom letzteres in einen anderen Energiezustand zu versetzen.

b) Wird die beschleunigende Spannung U_{21} weiter erhöht, bis die kinetische Energie, die ein Elektron in der Nähe des Gitters 2 hat, gerade ausreicht, um ein Atom in einen höheren Energiezustand zu versetzen, so verlieren die mit einem Atom zusammentreffenden Elektronen ihre Geschwindigkeit. Sie vermögen nun das verzögernde Feld U_{23} nicht zu durchlaufen und gelangen ans Gitter 2. Daher geht die Stromstärke i_{13} zurück, wenn die Beschleunigungsspannung U_{21} zum ersten Male den kritischen Wert erreicht.

c) Bei weiterer Steigerung von U_{21} treten Atomwandlung und Verlust der Elektronengeschwindigkeit schon in einiger Entfernung vor dem Gitter 2 ein. Dann wird ein durch den Stoß befreites ruhendes Elektron nochmals durch U_{21} beschleunigt und vermag das konstante, schwache verzögernde Feld U_{23} zu durchlaufen. Der Strom i_{13} steigt wieder an.

d) Wenn der erste Geschwindigkeitsverlust schon in der Nähe des Glühdrahtes, in P erfolgt, dann kann die spätere Beschleunigung des Elektrons so groß werden, daß dicht am Gitter ein zweiter Geschwindigkeitsverlust erfolgt. Dann bleibt das Elektron wieder am Gitter 2 haften und die Stromstärke i_{13} sinkt.

Ein Sinken der Stromstärke i_{13} tritt also in den Fällen b, d usw. ein, wenn $k = 1, 2, 3 \cdots$ usw. und

$$U_{21} = k \cdot (U_n - U_m) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (33)$$

Daraus findet man $U_n - U_m = U_{\text{beob.}}$

Art. 612. Zur Messung größerer kritischer Beschleunigungsspannungen ist die Anordnung Fig. 633 nicht geeignet, wohl aber die von Lenard zuerst benutzte Anordnung Fig. 634.

Das Gitter 2 liegt so dicht am Glühfaden 1, daß fast alle von 1 ausgehenden Elektronen den Beschleunigungsraum 1, 2 ohne Zusammenstöße mit Atomen durchlaufen, also mit großer Geschwindigkeit in den Verzögerungsraum 2, 3 eintreten können.

a) Ist U_{21} nur wenig größer als die schwache konstante Spannung U_{23}, so gelangen Elektronen an 3.

b) U_{21} kann nun so weit gesteigert werden, daß ein Elektron bei einem Zusammenstoß mit einem Atom dieses ionisiert. In dem Gase

Fig. 633.

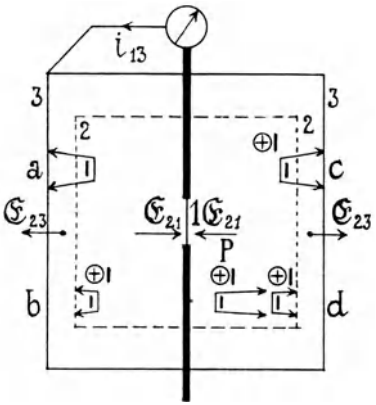
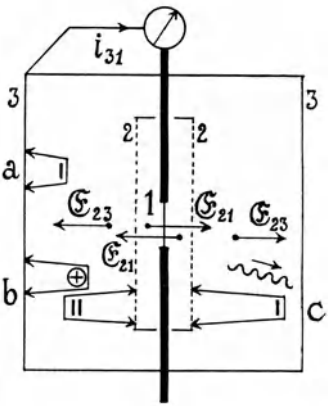


Fig. 634.



sind dann positive Ionen und ruhende Elektronen vorhanden. Erstere gelangen an 3, letztere an 2. Es entsteht also ein positiver Strom i_{31}.

c) Wenn das gestoßene Atom durch den Stoß auf ein höheres Energieniveau gebracht wird und sich dann unter Strahlung das alte Energieniveau wieder herstellt, so kann die Strahlung, auf 3 fallend, aus 3 Photoelektronen lösen, die durch das Feld U_{23} abgesaugt werden. Der Strom i_{31} setzt sich also aus drei Anteilen zusammen, einem Ionenstrom (b), einem Photoelektronenstrom (c) und einem Thermionenstrom (a).

Um beide Stromanteile trennen zu können, bringen Davis und Goucher noch ein zweites Gitter (4) an, dessen Durchmesser nur wenig kleiner ist als der des Zylinders 3. Zunächst wird U_4 etwa $= -4$, $U_3 = -5$ Volt gewählt. Dann gelangen die an 3 und an 4 ausgelösten Photoelektronen an 4, die Ionen dagegen an 3: es ist $i_{31} = -(a) + (b)$. Sodann wird etwa $U_4 = -6$, $U_3 = -4$ Volt gemacht. Dann gelangen oder bleiben die Photoelektronen an 3, die Ionen an 4: es wird $i_{31} = -(a) + (c)$.

Art. 613. Übersicht über die Strahlung anregenden Vorgänge. Die wichtigsten Arten der Anregung oder Vernichtung von Strahlung sind:

1. Elektronenstöße,
2. Zusammenstöße infolge hoher Temperatur,
3. Resonanz und
4. Absorption.

Als Resonanz bezeichnet man folgenden Vorgang. Das Atom findet sich im Grundzustand ($1\,\overline{S}$ beim Hg-Atom). Ein auftreffender Wellenzug von der Energie $h f_1$ hebt ein Elektron aus dem Grundniveau auf ein höheres Niveau und verliert daher seine Energie. Stellt sich das Grundniveau wieder her, so strahlt das Atom, und die Energie der Strahlung ist $h f_2$.

Es ist $hf_1 = hf_2$, also $f_1 = f_2$. Das ist das Resonanzgesetz des Atoms!

Als Absorption bezeichnet man folgenden andersartigen Vorgang. Es fällt weißes Licht auf ein Atom. Letzteres vermag die Energie eines sehr kleinen Bereiches von Wellenlängen teilweise zu absorbieren und zur Hebung eines Elektrons zu verwenden. In dem spektral zerlegten weißen Licht erscheint später dieser kleine geschwächte Wellenbereich als schwarze (Fraunhofersche) Linie.

Aus dem Ursprung der Strahlung erklären sich folgende Tatsachen. Auf den im Innern eines Atoms entstehenden Röntgenwellenzug hat der Aggregatzustand des Stoffes keinen Einfluß. Dagegen können einwellige ultrarote, sichtbare und ultraviolette Wellenzüge, die an der Oberfläche eines Atoms entstehen, nur zustande kommen, wenn das Atom frei ist, also in Gasen oder Dämpfen.

Atmosphärische Luft ist nahezu undurchlässig für Strahlungen, deren Wellenlänge zwischen 1850 und etwa 4 Å liegt.

Dreizehnter Abschnitt.

Physikalische Eigenschaften.

Hundertundelftes Kapitel.

Physikalische Einheiten.

Art. 614. Größe, Einheit und Zahlenwert. Als Träger physikalischer Eigenschaften dienen in der Regel: Körper (von Stoff erfüllte geometrische Gebilde) oder Körperchen (Elektronen, Ionen, Atome, Moleküle) oder Stoffe oder Zustände oder Vorgänge.

Über den Grad, in dem eine Eigenschaft ihrem Träger eigen ist, läßt sich eine genaue Aussage nur machen, wenn eine gleichartige Eigenschaft eines zweiten Trägers vorhanden ist. Die Eigenschaft des Trägers 1 wollen wir als $E(1)$, die Eigenschaft des Trägers 2 wollen wir als $E(2)$ bezeichnen; da die beiden Eigenschaften von gleicher Art sind, ist für beide das gleiche Zeichen E gewählt. Wenn das Verhältnis, in dem die Eigenschaft E eines Trägers zur Eigenschaft E eines anderen Trägers steht, zahlenmäßig bestimmbar ist, so kann man Sätze von folgender Form aufstellen:

$$\frac{E(1)}{E(2)} = 6 \quad \text{und} \quad \frac{E(4)}{E(3)} = 3 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1)$$

Diese Aussagen sind zwar genau, aber doch unbefriedigend: man kann aus ihnen auf keine Weise folgern, in welchem Verhältnis z. B. $E(1)$ zu $E(3)$ steht. Kennt man das Verhältnis der Höhen zweier Kirchtürme in Hamburg und das zweier Kirchtürme in Rostock, so kann man nicht sagen, welches nun eigentlich der höchste der vier Kirchtürme sei.

Um aus dieser Schwierigkeit herauszukommen, gibt es nur ein Mittel: wir müssen alle zu bestimmenden Eigenschaften auf eine

Eigenschaft des gleichen Bezugsträgers x beziehen, also beispielsweise die Beziehungen ermitteln

$$\frac{E(1)}{E(x)} = 12, \quad \frac{E(2)}{E(x)} = 2, \quad \frac{E(3)}{E(x)} = 3, \quad \frac{E(4)}{E(x)} = 9 \text{ usw.} \cdot \cdot \quad (2)$$

Jetzt können wir sofort erkennen, daß $E(1) : E(3) = 12 : 3 = 4$ ist usw. Wir nennen die zu bestimmenden Eigenschaften $E(1)$, $E(2)$, $E(3)$, $E(4)$ Größen, die Bezugseigenschaft $E(x)$ Einheit, die Verhältnisse oder Zahlen 12, 2, 3, 9 Zahlenwerte.

Vor Erhebung einer Größe zur Einheit $E(x)$ muß festgestellt werden, ob $E(x)$ an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten in genau gleicher Weise verwirklicht werden kann und ob eine genaue Vergleichung von anderen Größen mit $E(x)$ möglich ist. Doch ist die Schaffung einer Einheit nicht nur Sache des Wissens, sondern auch eine Sache des Wollens. Es muß der Entschluß gefaßt werden, gerade $E(x)$ und nur $E(x)$ als Einheit zu gebrauchen. Diese Festlegung einer Einheit kann geschehen durch Vereinbarung innerhalb eines Kreises von Einzelpersonen, durch Staatsgesetz oder international durch verabredete, gleichlautende Gesetze mehrerer Staaten.

Um auszudrücken, daß eine Einheit so und so oft in einer Größe enthalten ist, kann man schreiben

$$\frac{\text{Größe}}{\text{Einheit}} = \text{Zahlenwert} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3\,a)$$

Um unmittelbar auszudrücken, daß eine Größe gleich dem so und so Vielfachen einer Einheit ist, kann man schreiben

$$\text{Größe} = \text{Zahlenwert} \,.\, \text{Einheit} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3\,b)$$

Der Tisch, an dem der Leser dieser Zeilen sitzt, wäre sehr unbequem, wenn er nicht angenähert den Satz erfüllen würde:

$$\text{die Höhe (des Tisches)} = 80 \,.\, 1 \text{ cm}.$$

Wir bezeichnen die Höhe als Größe, den Tisch als Träger der Größe, die Zahl 80 als Zahlenwert. Die als Einheit dienende Länge, welche Zentimeter genannt und als cm bezeichnet wird, ist international festgelegt.

Art. 615. Die Einheitentabelle (S. 723) gliedert die Einheiten in eine Anzahl von Gruppen. In den Artikeln 619 ... 628 sind die Einheiten der einzelnen Gruppen näher erläutert. In Art. 630 ist angegeben, welche Vielfache der Einheiten der Tabelle gebräuchlich sind.

Einheitentabelle.

Größe: Name und	Zeichen	Gruppe III	Gruppe I
Winkel	φ	**1^0**	—
„	φ	**1**	—
Raumwinkel	Ω	**1**	—
Atomgewicht	A	—	$^1/_{16}$ **A (Sauerst.)**
Elektr. Spannung	U	—	exp. Volt
Temperatur	ϑ	—	**grad**
Masse	m	—	**g**
Länge	l	—	**cm**
Zeit	t	—	**s**
		Gruppe II a	Gruppe IV a
Fläche	F	—	cm^2
Raum	V	**l**	cm^3
Dichte	S	—	g/cm^3
Geschwindigkeit	v, c	—	cm/s
Beschleunigung $\dot{v} =$	b	—	cm/s^2
Frequenz, Dreh-	f	—	s^{-1}
Drehzahl	n	—	1
Wärmemenge	Q	**cal**	—
		Gruppe II b	
Energie, Arbeit	W, A	kgkm	erg
Leistung	N	PS	erg/s
Druck	p	kgk/cm^2	dyn/cm^2
„	p	**mm Hg**	
Kraft	$\mathfrak{K}$	**kgk**	dyn
		Gruppe IV b	Gruppe IV c
Elektr. Ladung	Q	$[Q_s]$	$[Q_m]$
Elektr. Feldstärke	$\mathfrak{E}$	—	—
Elektr. Verschiebung	$\varepsilon\mathfrak{E}$	—	—
Magn. Feldstärke	$\mathfrak{H}$	—	—
„ „	$\mathfrak{H}$	—	—
Elektr. Spannung	U	$[U_s]$	$[U_m]$
Magn. Induktion	$\mu\mathfrak{H}$	—	—
Induktivität	L	—	—
Kapazität	C	—	—
Elektr. Stromstärke	I	—	—
Elektr. Widerstand	R	—	—

Abkürzungen	
g	Gramm
s	Sekunde
s^{-1}	Kehrsekunde, Hertz
cm^2	Zentimeterquadrat
cm^3	Zentimeterwürfel
J	Joule=Wattsekunde
W	Watt=Voltampere
C	Coulomb
A	Ampere
V	Volt
Ω	Ohm
H	Henry
F	Farad
$\mu\mu$ F	Mikromikrofarad=10^{-12} F
$[Q_s]$	Elektrostatische,
$[Q_m]$	elektromag. E. d. Ladung
$[U_s]$	Elektrostatische,
$[U_m]$	elektromagn. E. d. Spannung

absolute praktische Einheiten	Gruppe IV d	Gruppe V
	Joule	int. Joule
	Watt	int. Watt
	J/cm^3	int. J/cm^3
	J/cm	int. J/cm
	Coul.	int. Coul.
	V/cm	int. V/cm
	C/cm^2	int. C/cm^2
	Gauß	int. Gauß
	A/cm	int. A/cm
	Volt	int. V
	$V.s/cm^2$	int. V/cm
	Henry	int. Henry
	Farad	int. Farad
	A	**int. A**
	Ω	**int. Ω**

Art. 616. Die Grundsätze zur Bildung von Einheiten sind etwa folgende:

1. Als **experimentelle Grundeinheiten** bezeichnen wir

die Einheiten:	g	cm	s	grad	$^1/_{16}$ A (Sauerstoff)
der Größen:	Masse	Länge	Zeit	Temperatur	Atomgewicht

und die Einheit der elektrischen Spannung, die 1 experimentelles Volt genannt und durch das Weston-Element verwirklicht werden kann.

Die Verwirklichung dieser Einheiten beruht auf tatsächlichen, experimentellen Festsetzungen, ohne (wesentliche) Voraussetzung etwaiger schon bestehender Einheiten.

2. Als **experimentelle, abgeleitete Einheiten** bezeichnen wir

die Einheiten:	l	cal	kgk	mm Hg
der Größen:	Raum	Wärmemenge	Kraft	Druck

und

die Einheiten:	int. Ampere	int. Ohm
der Größen:	el. Stromstärke	el. Widerstand.

Die Verwirklichung dieser Einheiten geschieht auf Grund von experimentellen, tatsächlichen Vorschriften unter Voraussetzung schon bestehender Einheiten. Als Liter z. B. soll dienen der Raum, den 1 kg Wasser größter Dichte erfüllt: die Masseneinheit 1 kg wird vorausgesetzt. Das Wesen der Ableitung ist in Art. 623 unter Ziffer 17 und 19 eingehend dargelegt.

3. Als **theoretische Grundeinheiten** bezeichnen wir z. B. die Einheiten des Winkels, die auf theoretischen Festsetzungen beruhen und keine schon bestehenden Einheiten voraussetzen.

4. Als **theoretische, abgeleitete Einheiten** bezeichnen wir alle Einheiten der Gruppen IV, ferner die in II b und V nicht durch Stärke des Druckes hervorgehobenen Einheiten. Ihre Bildung beruht nicht auf neuen experimentellen oder tatsächlichen, sondern nur auf theoretischen Vorschriften, wobei schon bestehende Einheiten vorausgesetzt werden. Die große Zahl der Einheiten, die nur g, cm und s voraussetzen, ist in der Tabelle durch einen Rahmen zusammengefaßt.

Art. 617. Stützung vorhandener Einheiten. Wenn man eine geeignete Größe als Vielfaches einer Einheit mißt, so kann man die Messung zur Stützung der Einheit benutzen. Man kann diesen Grundsatz vielleicht als Rückversicherung von Einheiten bezeichnen.

Das bekannteste Beispiel solcher Versuche ist die Auswertung des Meters in Wellenlängen des roten Kadmiumlichtes. Ein anderes Beispiel ist der Vergleich des Liters mit der Raumeinheit 1000 cm^3. Durch beide Messungen wird die Längeneinheit, deren Urmaß das Pariser Metermaß ist, gestützt. Die Wellenlänge des Kadmiumlichtes und die Dichte von Wasser sind Größen, denen wir Unveränderlichkeit und Unverletzlichkeit mit größerer Sicherheit zutrauen können als dem Pariser Metermaß und seinen Kopien. Sogar wenn alle genauen Metermaße ganz verloren gingen, könnte man mit Hilfe des Kadmiumlichtes auf Grund seiner Auswertung neue Metermaße herstellen.

Als Größen, deren Messung (bei Steigerung der Meßgenauigkeit) zur Rückversicherung von bereits bestehenden Einheiten dienen kann, kommen noch mehrere in Betracht: z. B. die Ladung des Elektrons und die Strahlung des schwarzen Körpers.

Art. 618. Als Maße bezeichnet man solche Träger von Einheitseigenschaften, die körperlich hergestellt und dauernd aufbewahrt werden können. Einen mit der Einheitsgeschwindigkeit sich abspielenden Vorgang kann man zwar verwirklichen, aber nicht verkörpern. Der allgemeine Sprachgebrauch kennt Längenmaße, Raum- oder Hohlmaße und Winkelmaße. Die körperliche Herstellung von Flächenmaßen ist zwar möglich, aber ohne praktische Bedeutung. In nachstehender Tabelle ist der Sprachgebrauch sinngemäß auf Verkörperungen einer Masse, eines elektrischen Widerstandes und einer elektrischen Spannung ausgedehnt. Man könnte auch Spulen, Kondensatoren, Stimmgabeln als Maße bezeichnen!

Größe	Maß = körperl. Einheit	Vereinigung von Maßen	
Länge	Längenmaß	Maßstab	Längensatz
Raum	Raummaß	Maßröhre	—
Winkel	Winkelmaß	Teilkreis	—
Masse	Massenmaß	—	Massensatz
Widerstand . . .	Widerstandsmaß	—	Widerstandssatz
Elektr. Spannung	Weston-Normalelement	—	—

Nachdem das Wort „Gewicht“ wegen seiner Unbestimmtheit das Bürgerrecht in der Physik verloren hat, sollte man nicht mehr ein Massenmaß als „Gewichtsstück“, einen Massensatz als „Gewichtssatz“ bezeichnen.

Dem Wesen des „Maßes“ widerspricht es, eine von Fall zu Fall veränderliche, zu bestimmende Eigenschaft, d. h. eine Größe, als Maß (z. B. einen Elastizitätsmodul als Elastizitätsmaß) zu bezeichnen.

Zu den meisten Messungen der Länge, der Masse, des Widerstandes benutzt man nicht die Urmaße dieser Größen (also nicht das Pariser Metermaß, das Pariser Massenmaß, einen Siemensschen Quecksilberfaden), sondern nachgebildete Maße.

Art. 619. Die Einheiten des Winkels (Gruppe III). 1. Dreht man den Radius r eines Kreises um den Kreismittelpunkt, so berührt der Radius während der Drehung einen Teil der Kreislinie, den Bogen s. Zur Kennzeichnung der Drehung kann man setzen:

$$\text{Winkel } \varphi = \frac{360}{2\pi}\,\frac{s}{r}\cdot 1^0 \quad \text{oder} \quad \text{Winkel(zahl) } \varphi = \frac{s}{r}\cdot 1. \tag{4}$$

Die Winkeleinheit 1^0 ist der 360. Teil des Winkels, um den eine gerade Linie in ihrer Ebene gedreht werden muß, bis sie wieder die alte Richtung annimmt.

Die Einheit 1 des Winkels ist verwirklicht durch diejenige Drehung des Radius einer Kreislinie, bei welcher der berührte Bogen dem Radius gleich ist.

2. Bewegt man den Radius einer Kugel so, daß er einen Teil F der Kugeloberfläche umrandet, so umfährt er den räumlichen Winkel

$$\Omega = F/r^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{5}$$

Die Einheit des Raumwinkels ist verwirklicht, wenn der Winkel aus der Oberfläche einer um seinen Scheitelpunkt beschriebenen Kugelfläche eine Fläche ausschneidet, die gleich dem Quadrat des Kugelradius ist.

Art. 620. Die wichtigsten experimentellen Grundeinheiten (Gruppe I).

3. Das Atomgewicht A eines Elementes ist das 16-fache derjenigen Zahl, welche angibt, wievielmal die Masse von k Atomen des Elementes größer ist als die Masse von k Atomen des Sauerstoffs.

Als Einheit des Atomgewichts dient der sechzehnte Teil des dem Sauerstoff eigenen Atomgewichts.

4. Die **Temperatureinheit** 1 grad oder 1^0 C oder 1^0 K ist der hundertste Teil der Differenz zweier Temperaturen, und zwar des Siedepunktes und des Gefrierpunktes von Wasser (beim Druck 760 mm Hg). Vgl. Art. 630, Ziffer 2 und Art. 636.

5. Die Masseneinheit 1 Gramm oder 1 g ist gleich dem tausendsten Teil der Masse eines in Paris aufbewahrten Körpers [in Anlehnung an 6. und die Dichte des Wassers].

6. Die Längeneinheit 1 Zentimeter oder 1 cm ist gleich dem hundertsten Teil des Abstandes zweier Marken auf einem in Paris aufbewahrten (aus Platin-Iridium bestehenden) Körper, während dieser die Temperatur des schmelzenden Eises hat [in Anlehnung an Gl. (1), S. 789].

7. Die Zeiteinheit 1 Sekunde oder 1 s ist der 24. 60. 60 ste Teil oder das (1/86 400) fache eines mittleren Sonnentages.

Art. 621. Die Einheiten Liter und Kalorie (Gruppe II a) beruhen auf Eigenschaften des Wassers und setzen eine Masseneinheit voraus.

8. Die Raumeinheit 1 Liter oder 1 l ist gleich dem Raumteil, den 1 kg Wasser von größter Dichte erfüllt.

9. Die Wärmeeinheit 1 Kalorie oder 1 cal ist diejenige Wärmemenge, welche erforderlich ist, um die Temperatur eines Grammes Wasser von 14,5 auf 15,5 Grad zu erhöhen.

Art. 622. Die auf die Anziehungskraft der Erde gegründeten Einheiten (Gruppe II b). Damit diese Einheiten einen bestimmten Sinn haben und auf Einheiten der Gruppen IV a oder IV d zurückgeführt werden können, muß die Schwerebeschleunigung an dem Orte, wo die Einheit verwirklicht sein soll, einen bestimmten Wert haben. Es ist diese

$$\text{normale Schwerebeschleunigung } \gamma_n = 980{,}665\,\mathrm{cm}\,.\,\mathrm{s}^{-2}\,. \quad (6)$$

10. Die Krafteinheit 1 Kilogrammkraft oder 1 kgk ist verwirklicht durch die Kraft, mit welcher die Masse 1 kg von der Erde angezogen wird, und zwar an einem Orte normaler Schwerebeschleunigung.

11. Die Druckeinheit 1 kgk/cm² oder 1 technische Atmosphäre ist verwirklicht in einer Flüssigkeit, welche auf jedes Zentimeterquadrat einer die Flüssigkeit begrenzenden Wand 1 Kilogrammkraft ausübt.

12. Die Druckeinheit 1 mm Hg ist der Druck, der in Quecksilber von 0 Grad 1 mm unterhalb der ans Vakuum grenzenden ebenen Oberfläche herrscht, und zwar an einem Orte normaler Schwerebeschleunigung.

13. Die Arbeitseinheit 1 Kilogrammkraftmeter oder 1 kgkm ist gleich der Arbeit, die gegen 1 Kilogrammkraft

geleistet ist, wenn sich der Angriffspunkt der Kraft um 1 m in einer der Kraftrichtung entgegengesetzten Richtung verschoben hat.

14. Die Leistungseinheit 1 Pferdekraft oder 1 PS ist gleich dem 75fachen der Leistung, bei welcher in jeder Sekunde die Arbeit 1 kgkm geleistet wird.

Art. 623. Die theoretisch von g, cm, s abgeleiteten mechanischen Einheiten (Gruppe IV a).

15. Die Flächeneinheit 1 Zentimeterquadrat oder 1 cm^2 ist gleich der Fläche eines Quadrats von 1 cm Seitenlänge.

16. Die Raumeinheit 1 Zentimeterwürfel oder 1 cm^3 ist gleich dem Raum (Rauminhalt, Volumen) eines Würfels von 1 cm Kantenlänge.

17. Erfüllt ein Stoff von der Masse m den Raum V, so ist die Dichte S des Stoffes nur durch m und V bestimmt. Es ist

$$\left(S = k \cdot \frac{m}{V} \text{ oder}\right) S = 1 \cdot \frac{m}{V} \quad \text{oder} \quad \frac{S}{[S]} = \frac{m/[m]}{V/[V]} \cdot \cdot \quad (7)$$

Wir bezeichnen die beiden ersten Gleichungen als „Größengleichungen", die dritte als „Zahlenwertsgleichung". Aus der letzteren folgt: es wird $S/[S] = 1$ oder $[S] = S$, wenn die Zahlenwerte von m und V beide gleich, z. B. $= 1$ werden. Benutzt man als Masseneinheit z. B. das g, als Raumeinheit z. B. das cm^3, so ergibt sich eine neue, abgeleitete Einheit [S], die der „Dichte". Die Dichteeinheit $1\,g/cm^3$ ist verwirklicht durch einen Stoff, wenn die Masse 1 g des Stoffes den Raum 1 cm^3 erfüllt.

18. Man kann die Dichte eines Stoffes auch durch folgende Beziehung bestimmen:

Dichte (Stoff) = Dichteverhältnis · Dichte (Wasser bei 4^0). (7a)

Näheres findet sich in den Art. 648 und 649.

19. Legt ein gleichmäßig und geradlinig bewegter Körper in der Zeit t den Weg l zurück, so ist seine Geschwindigkeit v durch l und t bestimmt. Man kann also schreiben

$$\left(v = k \cdot \frac{l}{t} \text{ oder}\right) v = \frac{l}{t} \quad \text{oder} \quad \frac{v}{[v]} = \frac{l/[l]}{t/[t]} \cdot \cdot \cdot \quad (8)$$

Durch die willkürliche Festsetzung oder Wahl der Einheiten [l] der Länge und [t] der Zeit ist die neue Einheit [v] der Geschwindigkeit bestimmt (abgeleitet).

Die Geschwindigkeitseinheit 1 cm/s ist verwirklicht durch die gleichmäßige und geradlinige Bewegung eines Körpers, der in jeder Sekunde einen Weg von 1 cm zurücklegt.

20. Die Beschleunigungseinheit 1 cm/s² ist verwirklicht durch die gleichmäßige Beschleunigung eines Körpers, der in jeder Sekunde den Geschwindigkeitszuwachs 1 cm/s erfährt.

21. Ist T die Dauer einer Periode eines periodisch wiederholten Vorgangs, so ist die

Frequenz $f = 1/T$ bzw. die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$. (9)

Dreht sich ein Körper um seine Achse, und ist $\mathrm{d}\varphi$ der in der Zeit $\mathrm{d}t$ zurückgelegte Drehwinkel, so ist die

Winkelgeschwindigkeit $\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$ . . . . . (10)

Ist ω konstant und T die Dauer einer Umdrehung, so ist die

Drehfrequenz $f = 1/T$ . . . . . (11)

Als Einheit der Frequenz, der Kreisfrequenz, der Winkelgeschwindigkeit und der Drehfrequenz dient 1 Kehrsekunde oder 1 Hertz oder 1 s^{-1}.

22. Der Zahlenwert der Drehfrequenz heißt Drehzahl. Als Einheit der sekundlichen und der minutlichen Drehzahl dient die Zahl 1. Hiernach kann man von einer Dampfturbine, die einen Drehstromgenerator mit einem Polpaar antreibt, bzw. von dem erzeugten technischen Wechselstrom sagen, es sei

die Drehfrequenz $f_{\mathrm{mech.}} = 50\ \mathrm{s}^{-1}$,
die minutliche Drehzahl $N = 3000$,
die sekundliche Drehzahl $n = 50$,
bzw. die elektrische Frequenz $f_{\mathrm{el.}} = 50\ \mathrm{s}^{-1}$.

23. Die Masse m und die Beschleunigung $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ eines Körpers stehen zu der Kraft $\mathfrak{K}$, durch welche die Beschleunigung entsteht, in einer Beziehung, die man — unter Vermeidung von Faktoren — (wenn v sehr klein gegen c_0 ist) in der Form schreiben kann

$$\mathfrak{K} = m \cdot \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \quad \text{oder} \quad \frac{\mathfrak{K}}{[\mathfrak{K}]} = \frac{m}{[\mathrm{m}]} \cdot \frac{\mathrm{d}v/[\mathrm{v}]}{\mathrm{d}t/[\mathrm{t}]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Die zweite der Gl. (12) ist eine Zahlenwertsgleichung. Man kann ihren Inhalt so ausdrücken: die Krafteinheit 1 $\mathrm{g\,cm\,s^{-2}} = 1$ dyn ist verwirklicht durch die Kraft, welche der Masse 1 g in der Sekunde den Geschwindigkeitszuwachs 1 $\mathrm{cm\,s^{-1}}$ zu erteilen vermag. Vgl. Nr. 10 und Nr. 38.

24. Die Arbeitseinheit 1 g cm^2 s^{-2} oder 1 erg ist die Arbeit, welche von der Kraft 1 dyn geleistet ist, wenn sich der Angriffspunkt der Kraft um 1 cm in Richtung der Kraft bewegt hat. Vgl. Nr. 13 und 36.

25. Die Druckeinheit 1 dyn/cm^2 oder 1 erg/cm^3 ist verwirklicht in einer Flüssigkeit, die auf jedes cm^2 einer die Flüssigkeit begrenzenden Wand die Kraft 1 dyn ausübt. Vgl. Nr. 12 und 39.

26. Die Leistungseinheit 1 erg/s ist verwirklicht, während in jeder Sekunde die Arbeit 1 erg geleistet wird.

Art. 624. Die absoluten elektrostatischen und elektromagnetischen Einheiten (Gruppen IV b und IV c) sind dadurch entstanden, daß man erstens den Gesetzen der Elektrizitätslehre eine bestimmte Form gegeben und zweitens die Einheiten g, cm, s sowie die davon abgeleiteten mechanischen Einheiten vorausgesetzt hat. Aus den beiden letzten Gl. (29) des Art. 641 folgt (für den leeren Raum)

(elektrostatisch) $q = r\sqrt{\mathfrak{K}}$, elektromagnetisch $q = (r/c_0)\sqrt{\mathfrak{K}}$. (13)

Die Bedeutung dieser Gleichungen ist folgende:

$$\frac{q}{[Q_s]} = \sqrt{\frac{\mathfrak{K}}{[\mathrm{dyn}]}}\,\frac{r}{[\mathrm{cm}]} \quad \text{bzw.} \quad \frac{q}{[Q_m]} = \frac{q}{[Q_s]}\cdot\frac{[\mathrm{cm\,s^{-1}}]}{c_0} \cdots (14)$$

27. Die elektrostatische Einheit $[Q_s]$ der Ladung ist verwirklicht durch diejenige punktförmige Ladung, welche auf eine gleich große, 1 cm entfernte Ladung im Vakuum die Kraft 1 dyn ausübt.

28. Die elektromagnetische Einheit $[Q_m]$ der Ladung ist gleich einer großen, dem Zahlenwert der Lichtgeschwindigkeit c_0 gleichen Anzahl elektrostatischer Ladungseinheiten.

Zur Einheit der Stromstärke gelangen beide Gleichungssysteme durch die Beziehung $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$.

Zur Einheit der Spannung gelangen beide Systeme, indem sie setzen: $\mathfrak{K} = q\,.\,\mathfrak{E}$ und Spannungszuwachs $\partial u = -\mathfrak{E}\,.\,\partial s$. Daraus ergeben sich die Gl. (28) des Art. 641. Ihre Bedeutung ist

$$\frac{u}{[U_s]} = \frac{q}{[Q_s]}\,\frac{[\mathrm{cm}]}{r} \quad \text{bzw.} \quad \frac{u}{[U_m]} = \frac{c_0}{[\mathrm{cm\,s^{-1}}]}\cdot\frac{u}{[U_s]} \cdots (15)$$

29. Die elektrostatische Einheit 1 $[U_s]$ = 1 dyn$^{1/2}$ der Spannung ist gleich der Differenz der Spannungen zweier

Punkte, die von einer elektrostatischen Ladungseinheit den Abstand 1 cm bzw. einen sehr großen Abstand haben. Dabei ist vorausgesetzt, daß der Raum luftleer sei und daß keine anderen Ladungen in der Nähe sind.

30. Die elektromagnetische Einheit $[U_m]$ der Spannung ist gleich der sehr kleinen Spannung, die sich als Teil ergibt, wenn man die elektrostatische Spannungseinheit in eine dem Zahlenwert der Lichtgeschwindigkeit gleiche Anzahl von Teilen unterteilt.

Art. 625. Die absoluten praktischen Einheiten (Gruppe IV d) sind durch Vervielfachung oder Unterteilung der absoluten elektromagnetischen Einheiten entstanden. [Zu Art. 624 und 625 s. S. 758].

31. Für die abs. prakt. Einheiten der Ladung bzw. der Stromstärke ist festgesetzt

$$1 \text{ abs. Coulomb} = 0{,}1\ [Q_m] = 0{,}1\ \frac{c_0}{[\text{cm s}^{-1}]}\ [Q_s],$$

$$\text{bzw. } 1 \text{ abs. Ampere} = 0{,}1\ [I_m] = 0{,}1\ \frac{c_0}{[\text{cm s}^{-1}]}\ [I_s].$$

32. Für die abs. prakt. Einheit der Spannung ist festgesetzt

$$1 \text{ abs. Volt} = 10^8\ [U_m] = 10^8\ \frac{[\text{cm s}^{-1}]}{c_0}\ [U_s].$$

33. Für die abs. prakt. Einheit des Widerstandes folgt

$$1 \text{ abs. Ohm} = 10^9\ [R_m] = 10^9\ \frac{[\text{cm s}^{-1}]^2}{{c_0}^2}\ [R_s].$$

34. Die abs. prakt. Einheit der Induktivität L und der Gegeninduktivität M ist

$$1 \text{ abs. Henry} = 10^9\ [L_m] = 10^9\ \frac{[\text{cm s}^{-1}]^2}{{c_0}^2}\ [L_s].$$

35. Die abs. prakt. Einheit der Kapazität C ist

$$1 \text{ abs. Farad} = 10^{-9}\ [C_m] = 10^{-9}\ \frac{{c_0}^2}{[\text{cm s}^{-1}]^2}\ [C_s].$$

36. Die abs. prakt. Einheit der elektrischen Arbeit A ist

1 abs. Joule = 1 abs. Wattsekunde = 10^7 erg.

37. Die abs. prakt. Einheit der elektrischen Leistung N ist

1 abs. Watt = 10^7 erg/s.

38. Die abs. prakt. Einheit der Kraft $\mathfrak{K}$ ist
1 abs. J/cm $= 10^7$ dyn.

39. Die abs. prakt. Einheit des Druckes p ist
1 abs. J/cm^3 $= 10^7$ dyn/cm^2 $= 10^7$ erg/cm^3.

Art. 626. Die internationalen praktischen Einheiten (Gruppe V). Die absoluten Einheiten stehen in der Luft: Man kann sie nicht greifen, d. h. durch die Sätze 27, 29 nicht so verwirklichen, daß andere gleichartige Größen bequem und genau mit ihnen verglichen werden könnten. Als genau, freilich schwierig herzustellende Träger von absoluten Einheiten kommen hauptsächlich in Betracht:

α) eine Wechselstrom führende Spule (von genau bekannten Abmessungen),

β) eine im magnetischen Felde rotierende Scheibe,

γ) die Stromwage.

Man hat nun nach anderen, leichter herzustellenden Trägern der elektrischen Einheiten gesucht und als solche erkannt:

a) einen Quecksilberfaden,

b) eine elektrolytisch niedergeschlagene Silbermenge,

c) ein Weston-Normalelement.

Man hat zunächst durch Versuche ermittelt, unter welchen Umständen a) und b) die absoluten Einheiten verwirklichen.

Auf Grund dieser Versuche hat man diese Umstände für a) und b) gesetzlich festgelegt. Ferner hat man Vereinbarungen über die Spannung des Weston-Normalelements getroffen.

Gesetzlich festgelegt ist dem Sinne nach folgendes:

40. Die Widerstandseinheit 1 int. Ohm oder 1 Ω ist verwirklicht durch einen Quecksilberfaden, dessen Länge 1,063 00 m, dessen Querschnitt 1 mm^2 und dessen Temperatur gleich der des schmelzenden Eises ist.

41. Die Ladungseinheit 1 int. Coulomb oder 1 C ist gleich der Ladung, welche an Silberionen von der Masse 1,118 00 Milligramm haftet. Die Stromeinheit 1 int. Ampere oder 1 A ist gleich der gleichbleibenden Stromstärke, welche in einer Sekunde die Ladung 1 int. Coulomb durch den Querschnitt eines langgestreckten Leiters führt.

Durch Vereinbarung ist folgendes festgesetzt:

42. Die Spannungseinheit 1 exp. Volt ist gleich dem (1/1,083 00)fachen der Spannung eines Weston-Normalelements.

Versuch 1. Man hat später die Spannung des Weston-Normalelements mit der Spannung verglichen, die durch a) und b) verwirklicht ist, d. h. mit der Spannung, welche 1 int. Ampere an 1 int. Ohm erzeugt, und keine feststellbaren Unterschiede gefunden. Es ist also 1 experim. Spannungseinheit = 1 int. Volt . . . . (16)

Versuche 2 und 3. Man hat ferner den durch a) verwirklichten Widerstand mit dem durch α) oder β) verwirklichten verglichen. Grüneisen und Giebe benutzten den Träger α), der englische Forscher F. E. Smith den Träger β). Die Resultate beider Untersuchungen stimmen überein. Aus den Gl. (74), S. 95 geht hervor, daß das int. Ohm zu groß ist. Es ist

$$1 \text{ int. Ohm} = 1{,}000\,50 \text{ abs. Ohm} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (17)$$

Versuche 4 und 5. Die Vergleichung der internationalen und der absoluten Stromeinheit ist auf zwei Wegen erfolgt. In beiden Fällen hat man die Stromwage γ) zur Verwirklichung der absoluten Stromeinheit benutzt. Im ersten Falle benutzt man zur Verwirklichung der internationalen Stromeinheit das Silbervoltameter. Im zweiten Falle verwirklicht man die internationale Stromeinheit als Verhältnis der experimentellen Spannungseinheit und des internationalen Ohm, benutzt also die Träger c) und a). Sowohl die Versuche γ), b) als auch die Versuche γ), c), a) haben ergeben, daß

$$1 \text{ int. Ampere} = 1{,}000\,00 \text{ abs. Ampere} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (18)$$

Eine Zusammenstellung siehe unter Nr. 30 S. 745.

Um die Abweichungen zwischen internationalen und absoluten praktischen Einheiten auf fast $^1/_{50}$ des jetzigen Wertes, d. h. auf den kleinen Betrag von einigen Hunderttausendsteln herabzudrücken, sie an die Grenze der erreichbaren Beobachtungsgenauigkeit zu verlegen, dazu wäre eine Abänderung der Staatsgesetze über das Ohm nötig. Die Länge des Quecksilberfadens müßte auf $1{,}062\,5_0$ m (anstatt auf 1,063 00 m) festgesetzt werden. Ferner müßte die Vereinbarung über die Spannung des Weston-Normalelements geändert werden (auf 1,082 50 int. V).

Widerstandsmaße, Widerstandssätze und direkt zeigende Meßgeräte haben die heutigen internationalen Einheiten zur Grundlage.

Art. 627. Einheiten für die Stärke des elektrischen Feldes. A. Im zeitlich konstanten Felde erfährt eine punktförmige Ladung q eine Kraft $\mathfrak{K}$. Man kann die Stärke $\mathfrak{E}$ des Feldes $= \mathfrak{K}/q$ setzen [siehe

Art. 641, Gl. (2)]. Ist die Ladung q bestimmbar, so wird hiernach auch $\mathfrak{E}$ bestimmbar. Aus $u = \mathfrak{E} . s$ folgt der Begriff der Spannung.

Der umgekehrte Wert wird eingeschlagen, um eine Einheit für die Feldstärke $\mathfrak{E}$ abzuleiten. Hierzu wird die Beziehung $\mathfrak{E} = u/s$ benutzt (unter Voraussetzung einer Spannungs- und einer Längeneinheit).

43. Die Einheit der elektrischen (Leer- und Stoff-) Feldstärke, welche als 1 V/cm bezeichnet wird, ist verwirklicht in einem Kondensator, dessen Platten eine Leerraumschicht von 1 cm Dicke begrenzen und die Spannungsdifferenz 1 V zeigen.

B. Der Ladestrom eines Kondensators erweist sich mehrmals größer, wenn die Luftschicht zwischen den Platten durch eine Stoffschicht ersetzt wird. Das Verhältnis der beiden Ladeströme nennen wir „Dielektrizitätskonstante" des Stoffes.

Diese Zahl ist in dem „absoluten praktischen" Gleichungssystem dieses Buches als $\varepsilon/\varepsilon_0$ bezeichnet. Das $(\varepsilon/\varepsilon_0)$-fache der Leerfeldstärke $\mathfrak{E}$ wird „Stofffeldstärke $\mathfrak{D}$" genannt.

Der Ladestrom bei Luft- und bei Stoffschicht steht in einfacher Beziehung nicht zu $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{D}$, sondern zu den Größen $\varepsilon_0 \mathfrak{E}$ und $\varepsilon \mathfrak{E}$. Wenn man besondere Namen für diese Produkte gebraucht, so kann man $\varepsilon_0 \mathfrak{E}$ als Leerverschiebung, $\varepsilon \mathfrak{E}$ als Stoffverschiebung bezeichnen. Die Einheit beider Größen ist 1 C/cm².

44. Der billionte Teil der Einheit der elektrischen (Leer- und Stoff-)Verschiebung, welche als 1 abs. Coulomb je Zentimeterquadrat bezeichnet wird, ist verwirklicht zwischen zwei Kondensatorplatten, wenn jedes Zentimeterquadrat der Platten die Ladung ein billiontel abs. Coulomb trägt.

Art. 628. Einheiten für die Stärke des magnetischen Feldes. A. Im zeitlich konstanten magnetischen Felde erfahren Träger von Strömen (Magnetnadel, Drehspule, Stromelement) Kräfte bzw. Drehmomente, denen man die Stärke $\mathfrak{H}$ des Feldes proportional setzen kann. Im Innern einer Ringspule oder im mittleren Teil einer langen geraden Spule ist $\mathfrak{H}$ nur von der Stromstärke i und der Ganghöhe g der Wicklung abhängig. Setzt man

$$\left.\begin{array}{lll} \text{(abs. prakt.)} & \text{(elektromagn.)} & \text{(elektrostat.)} \\ \mathfrak{H} = \dfrac{0{,}4\,\pi i}{g}, & \mathfrak{H} = \dfrac{4\,\pi i}{g}, & \mathfrak{H} = \dfrac{4\,\pi i}{c_0 g} \end{array}\right\} \quad \cdot \cdot \quad (19)$$

so ergibt sich aus allen drei Gleichungen dieselbe Einheit der Feldstärke, die „1 Gauß“ genannt wird.

Es ist vorteilhafter, die absolute praktische Gl. (19) in anderer Form zu schreiben und zu setzen

$$\underline{\mathfrak{H} = i/g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Wird i in Ampere, g in Zentimetern gemessen, so ergibt sich $\mathfrak{H}$ als Vielfaches der Einheit 1 abs. A/cm. Es ist

$$1 \text{ abs. A/cm} = 0{,}4\,\pi \text{ Gauß} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Der Zahlenwert von $\mathfrak{H}$ wird bei Verwendung der etwas größeren Einheit (A/cm) etwas kleiner als bei Verwendung der Gaußeinheit.

Der Faktor $4\,\pi$ verschwindet bei unserer Schreibweise in den Gleichungen, z. B. des magnetischen Kreises. Dafür tritt er in den Induktionsgleichungen wieder auf, doch nicht explizite, sondern implizite, versteckt in dem Faktor μ_0 dieser Gleichungen. Daher hält der Verf. die wohl von Emde zuerst vorgeschlagene Gl. (20) für geeigneter als die Gl. (19).

B. Die Spannung jeder Windung einer Ringspule wächst auf das (μ/μ_0)-fache, wenn der Luftinhalt durch unterteiltes Eisen ersetzt wird. Das Verhältnis μ/μ_0 ist bisher als Permeabilität μ bezeichnet; wir nennen es Permeabilitätszahl. Die Größe $(\mu/\mu_0)\,\mathfrak{H}$ ist von $\mathfrak{H}$ nicht ihrem Wesen nach, sondern nur dem Zahlenwerte nach verschieden. Sie ist bisher als „Induktion“ bezeichnet. Wir nennen sie „magnetische Stoffeldstärke $\mathfrak{B}$“.

45. Die Einheit der magnetischen Feldstärke, welche 1 elektromagnetische Einheit oder 1 absolute praktische Einheit oder 1 Gauß genannt wird, ist verwirklicht in einer Ringspule (oder im mittleren Teile einer langen geraden Spule), deren Ganghöhe $= 0{,}4\,\pi$ cm, deren Stromstärke $= 1$ abs. Ampere ist.

46. Die Einheit der magnetischen Feldstärke, welche 1 A/cm genannt wird, ist verwirklicht in einer Ringspule, deren Ganghöhe = 1 cm, deren Stromstärke = 1 abs. Ampere ist.

Wenn man die Produkte $\mu_0\,\mathfrak{H}$ und $\mu\,\mathfrak{H}$ mit einem besonderen Namen belegen will, so kann man $\mu_0\,\mathfrak{H}$ Leerinduktion, $\mu\,\mathfrak{H}$ Stoffinduktion nennen. [In früheren Teilen dieses Buches ist $\mu_0\,\mathfrak{B}$ als „absolute Induktion“ $\mathfrak{B}$ bezeichnet].

47. Der millionte Teil der Einheit der magnetischen Induktion, d. h. der Einheit 1 abs. V. s/cm^2, ist verwirklicht in einer Spule, deren Ganghöhe $= 0{,}04\,\pi$ cm, deren Stromstärke $= 10$ Ampere ist.

Art. 629. Übergang von einer Einheit zur anderen. 1. Der Übergang ist leicht auszuführen, wenn Gleichungen von der einfachen Form der Gl. (3), S. 722 vorliegen. Ist z. B. eine Länge

$$l = 150\,\text{cm}, \text{ so ist } 1\,\text{cm} = 0{,}01\,\text{m},$$

also

$$l = 150 \,.\, 0{,}01\,\text{m} = 1{,}50\,\text{m}.$$

Wird die Einheit einer Größe auf das n-fache vergrößert, so verkleinert sich der Zahlenwert der Größe auf $1/n$.

2. Liegt eine Größengleichung vor, so ist es zweckmäßig, sie zunächst in eine Zahlenwertsgleichung (etwa in der Wallotschen Schreibweise) umzuwandeln und dann erst die Vertauschung von Einheiten vorzunehmen.

Beispiel: Es soll die Masse eines Kupferdrahtes vom Querschnitt $F = 16\,\text{mm}^2$ und der Länge $l = 2{,}5\,\text{km}$ berechnet werden. Die Dichte des Kupfers ist $S = 8{,}94\,\text{g/cm}^3$. Die Masse des Kupfers ist

$$m = S \,.\, l \,.\, F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Das bedeutet

$$\frac{m}{[\text{g}]} = \frac{S}{[\text{g/cm}^3]} \cdot \frac{l}{[\text{cm}]} \cdot \frac{F}{[\text{cm}^2]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Multipliziert man beide Seiten mit $^1/_{1000}$, so kann man schreiben

$$\frac{m}{[\text{kg}]} = \frac{S}{[\text{g/cm}^3]} \cdot \frac{l}{[\text{km}]} \cdot \frac{F}{[\text{mm}^2]} = s \, \frac{l}{[\text{km}]} \cdot \frac{F}{[\text{mm}^2]} \quad \ldots \quad (24)$$

Wie man sieht, gilt die Größengleichung (22) nicht nur für eine Gruppe, sondern für mehrere Gruppen von Einheiten. Durch eine Größengleichung wird eine Einheit zwangläufig bestimmt, während die übrigen Einheiten beliebig gewählt werden können.

Die Gl. (24) gestattet, die gestellte Frage unmittelbar zu beantworten: es ist

$$\frac{m}{[\text{kg}]} = 8{,}94 \,.\, 2{,}5 \,.\, 16 \quad \text{oder} \quad m = 357{,}6\,\text{kg}.$$

Art. 630. Tabellen zur Umrechnung von Einheiten.

1. Winkel.

Winkel 1 (oder Einheit der Winkelzahl) $= 57{,}296 \,.\, 1^0$.

Beispiel: Winkel $0{,}1 = 5{,}7296^0 = 5^0\,43'\,46''$.

2. Vom Eispunkt ausgehende Temperatur t oder ϑ, absolute Temperatur T oder Θ.

Einheiten: grad oder Celsiusgrad ($= {}^0\text{C}$) oder Grad Kelvin ($= {}^0\text{K}$). Normale Beobachtungstemperatur

$$\vartheta = 20\,\text{grad} \text{ oder } \vartheta = 20^0\,\text{C}, \quad \Theta = (273{,}2 + 20)^0\,\text{K}.$$

3. Masse.

Tonne	t	= 1000 kg	Gramm	g	= 1 g
Doppelzentner . .	dz	= 100 kg	Zentigramm . .	cg	= 0,01 g
Kilogramm . . .	kg	= 1000 g	Milligramm . .	mg	= 0,001 g
Pfund	℔	= 500 g			

Manche physikalisch-chemische Gesetze erhalten eine besonders einfache Form, wenn man für verschiedene Stoffe verschiedene Einheiten der Masse benutzt. Ist (die Zahl) A das Atomgewicht eines Elementes, (die Zahl) M das Molekulargewicht einer binären (d. h. in zwei Ionen teilbaren) Verbindung, w die Wertigkeit des Elementes bzw. der Ionen, so bezeichnet man

als	Grammatom (eines Elementes)	die Masse	(A) Gramm,
„	Mol (oder Grammolekül) (einer Verbindung)	„ „	(M) Gramm,
„	Äquivalent (eines Elementes)	„ „	(A/w) Gramm,
„	Äquivalent (einer Verbindung)	„ „	(M/w) Gramm.

4. Länge l.

Name	Zeichen	Beziehung	Ältere Längeneinheiten
Gigameter	Gm	= 10^9 m	1 Geographische Meile = 7,420 km
Megameter	Mm	= 1000 km	1 Seemeile = $\frac{7{,}420}{4}$ km = 1,854 km
Kilometer	km	= 1000 m	1 Faden = 1,854 m
Meter	m	= 1 m	Die Verbindungslinien des Erdmittelpunktes mit zwei äquatornahen Punkten der Erdoberfläche, deren Abstand = 1 Seemeile ist, bilden miteinander einen Winkel von einer Minute.
Dezimeter	dm	= 0,1 m	
Zentimeter.	cm	= 0,01 m	
Millimeter	mm	= 0,1 cm	
Mikron	μ	= 10^{-4} cm	
Millimikron	mμ	= 10^{-7} cm	
Ångström	Å	= 10^{-8} cm	1 Englische Meile = 1,609 km
Milli-Ångström . . .	m Å	= 10^{-11} cm	1 Rute = 12 Fuß = 3,7662 m
			1 Fuß = 12 Zoll = 0,31385 m
			1 Zoll = 0,02615 m

5. Fläche F.

Megameterquadrat .	Mm^2	= 1000 km . 1000 km	
Kilometerquadrat . .	km^2	= 1 km . 1 km	1 Preußischer Morgen (rund $^1/_4$ ha) = 25,53 ar = 180 Quadratruten
Hektar	ha	= 100 m . 100 m	
Ar	ar	= 10 m . 10 m	1 Quadratrute (rund $^1/_7$ ar) = 12 Fuß . 12 Fuß = 14,18 m^2.
Meterquadrat . . .	m^2	= 1 m . 1 m	
Zentimeterquadrat .	cm^2	= 1 cm . 1 cm	Die Fläche von Erdteilen und großen Staaten wird zweckmäßig als Vielfaches von 1 Mm^2 angegeben.
Millimeterquadrat . .	mm^2	= 1 mm . 1 mm	

6. Raum V.

Meterwürfel . . .	m^3	$= 1000\ dm^3$	Zentimeterwürfel .	cm^3
Hektoliter	hl	$= 100\ l$	Milliliter	ml
Dezimeterwürfel .	dm^3	$= 1000\ cm^3$	Größte Dichte S_4 (Wasser)	
Liter	l	$= 1000{,}027\ cm^3$	$= (1-0{,}000\,027)\ g\ cm^{-3}$.	

7. Konzentrationsangaben. Das Volumen V_{12} der Lösung 1, 2 habe die Masse m_{12}, die Dichte $S_{12} = m_{12}/V_{12}$. Es enthalte die Masse m_2 des Lösungsmittels 2. Ferner die Masse m_1 des gelösten Stoffes 1 oder die Anzahl N_i von gelösten Teilchen der Art i.

Der gelöste Stoff sei ein Element vom Atomgewicht A_1 oder eine chemische Verbindung vom Molekulargewicht M_1. Jedes dissoziierte Molekül zerfalle in ν_i Ionen der Art i. Der in V_{12} gelöste Stoff bestehe aus N_1 Molekülen. Der Dissoziationsgrad der Lösung sei α.

A. Wir unterscheiden folgende Arten der Konzentration:

Allgemeine Konzentration einer Lösung . . . . . $c = m_1/V_{12}$. (25)
Molare Konzentration der Lösung eines Elements $\gamma = m_1/A_1 \cdot V_{12}$
Molare Konzentrat. der Lösung einer Verbindung $\gamma = m_1/M_1 \cdot V_{12}$
Äquivalente Konzentrat. d. Lös. eines Elements $\eta = m_1 w_1/A_1 \cdot V_{12}$
Aquival. Konzentrat. d. Lös. einer Verbindung $\eta = m_1 w_1/M_1 \cdot V_{12}$

Bei der Definition der äquivalenten Konzentration ist vorausgesetzt, daß jedes gelöste Molekül in nur zwei Ionen von gleicher Wertigkeit w_1 zerfallen kann.

Das Volumen V_{12} ist als Vielfaches eines Liters gemessen. Soll V_{12} als Vielfaches von $1\ cm^3$ gemessen werden, so kann man die Zeichen c', γ', η' wählen.

B. Als Gehalt einer Lösung bezeichnen wir die Zahl

$$P = m_1/m_{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Man kann, wie bei der Konzentration, allgemeinen, molaren, äquivalenten Gehalt unterscheiden.

C. Als Mischungsverhältnis bezeichnen wir die Zahl

$$\mu = m_1/m_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

Man kann allgemeines, molares, äquivalentes Mischungsverhältnis unterscheiden.

D. Als Teilchendichte bezeichnen wir die Größe

$$n_i = N_i/V_{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

E. Die verschiedenen, zur Angabe der Konzentration benutzten Größen stehen zueinander in folgenden Beziehungen.

Es ist

$$\frac{m_1}{m_{12}} \cdot \frac{m_{12}}{V_{12}} = \frac{m_1}{V_{12}}, \quad \text{also} \quad \underline{P \cdot S_{12} = c'} \quad \cdots\cdots \quad (29)$$

Ferner ist

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{m_{12} - m_1}, \quad \text{also} \quad \underline{\mu\left[\frac{1}{P} - 1\right] = 1} \quad \text{und} \quad \underline{\mu\,[S_{12}/c' - 1] = 1} \quad (30)$$

Eine Lösung von der molaren Konzentration γ' enthält an Molen im Zentimeterwürfel die Anzahl $\gamma'/[\text{Mol} \cdot \text{cm}^{-3}]$, im Volumen V_{12} die Anzahl $\gamma' V_{12}/[\text{Mol}]$; also an ursprünglich gelösten Molekülen in V_{12} die Anzahl

$$N_1 = L \gamma' V_{12}/[\text{Mol}].$$

Hierin ist $L = 0{,}6061 \cdot 10^{24}$ die Loschmidtsche Zahl. Die Teilchendichte der undissoziierten Moleküle 1 ist also

$$n_1 = (1 - \alpha) L \frac{\gamma'}{[\text{Mol} \cdot \text{cm}^{-3}]}\,[\text{cm}^{-3}].$$

Die Teilchendichte der Ionen i-ter Art ist

$$n_i = \nu_i \alpha L \frac{\gamma'}{[\text{Mol} \cdot \text{cm}^{-3}]}\,[\text{cm}^{-3}] \quad \cdots\cdots \quad (31)$$

Für KCl-Lösungen ist beispielsweise

$$\nu(\text{K}) = \nu(\text{Cl}) = 1 \quad \text{und} \quad \alpha \approx 1.$$

Beispiel: Man löse 7,456 g Chlorkalium (KCl) ab und löse diese Masse m in einem etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllten Meßkolben. Darauf gieße man Wasser zu, bis die Lösung den Kolben bis zur Marke, d. h. einen Rauminhalt $V = 100\ \text{cm}^3$ erfüllt. Das Molekulargewicht von KCl ist $M = 74{,}56$, die Wertigkeit der Kalium- und der Chlorionen ist $w = 1$.

Mithin ist

$$c = 74{,}56\ [\text{g/l}], \qquad c' = 0{,}074\,56\ [\text{g/cm}^3],$$
$$\gamma = \eta = 1\ [\text{Mol/l}], \qquad \gamma = \gamma' = 0{,}001\ [\text{Mol/cm}^3].$$

Man bezeichnet die Lösung als „Lösung von der Äquivalentnormalität 1 : 1".

Wählt man die gelöste Masse zehnmal kleiner, so erhält man eine Lösung „von der Äquivalentnormalität 1 : 10".

8. Zeit t.

Jahr . . .	Jahr =	1	365,26	8766,0	—	—
Tag	Tag =	$2{,}7379 \cdot 10^{-3}$	1	24	1440	86400
Stunde . .	h =	$1{,}1408 \cdot 10^{-4}$	$1/24$	1	60	3600
Minute . .	m =	—	$1/1440$	$1/60$	1	60
Sekunde . .	s =	—	$1/86400$	$1/3600$	$1/60$	1
		. . . . .	. . . .	. . .	. . .	. . .
		Jahr	Tag	h	m	s

9. Geschwindigkeit (v von Körpern, c von Schall- und Lichtwellen, c_0 von Lichtwellen im Vakuum).

Meter je Sekunde . . .	m/s =	1	1,943	3,60	100
Seemeile je Sekunde . .	Knoten =	0,515	1	1,852	51,5
Kilometer je Stunde . .	km/h =	0,278	0,540	1	27,8
Zentimeter je Sekunde . .	cm/s =	0,01	0,0194	0,0360	1
		. . .	. . .	. . .	. . .
		m/s	Knoten	km/h	cm/s

10. Beschleunigung $\dot{v}$ (Schwerebeschleunigung γ). Die normale Schwerebeschleunigung ist

$$\gamma_n = 980{,}665 \text{ cm s}^{-2}.$$

11 (12, 13, 14). Energie W, Arbeit A, Wärmemenge Q, Drehmoment M und spezifisches Drehmoment $M/\varphi = M_0$.

Kilowattstunde	kWh	Kalorie	cal
Pferdekraftstunde	PSh	Wattsekunde oder int. Joule . .	J
Kilokalorie	kcal	Erg	erg
Kilogrammkraftmeter . .	kgkm		

int. kWh . =	1	1,3603	860,4	$3{,}673 \cdot 10^5$
PSh . . . . =	0,7351	1	632,5	$2{,}700 \cdot 10^5$
kcal . . . . =	$1{,}1623 \cdot 10^{-3}$	$1{,}5811 \cdot 10^{-3}$	1	426,9
kgkm . . . =	$2{,}723 \cdot 10^{-6}$	$3{,}704 \cdot 10^{-6}$	$2{,}343 \cdot 10^{-3}$	1
cal . . . . =	$1{,}1623 \cdot 10^{-6}$	$1{,}5811 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,4269
int. J . . . =	$2{,}778 \cdot 10^{-7}$	$3{,}779 \cdot 10^{-7}$	$2{,}390 \cdot 10^{-4}$	0,1020
erg . . . . =	$2{,}776 \cdot 10^{-14}$	$3{,}777 \cdot 10^{-14}$	$2{,}389 \cdot 10^{-11}$	$1{,}020 \cdot 10^{-8}$
	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
	int. kWh	PSh	kcal	kgkm

int. kWh . . . . . =	0,8604 . 10^6	3,600 . 10^6	3,602 . 10^{13}
PSh . . . . . =	0,6327 . 10^6	2,646 . 10^6	2,648 . 10^{13}
kcal . . . . . =	1000	4184,2	4,1863 . 10^{10}
kgkm . . . . . =	2,343	9,802	0,9807 . 10^8
cal . . . . . =	1	4,1842	4,1863 . 10^7
int. J . . . . . =	0,2390	1	1,0005 . 10^7
erg . . . . . =	2,389 . 10^{-8}	0,9995 . 10^{-7}	1
	cal	int. J	erg

12. Leistung N = Arbeit/Zeit.

int. Kilowatt	kW	int. Watt	W
Pferdestärke	PS	Erg je Sekunde	erg/s
Kilogrammkraftmeter je s	kgkm/s		

int. kW . . =	1	1,3603	102,0	1000	1,0005 . 10^{10}
PS. . . . . =	0,7351	1	75	735,1	0,7355 . 10^{10}
kgkm/s. . . =	0,009 80	$^1/_{75}$	1	9,80	0,981 . 10^8
int. W . . . =	0,001	1,3603 . 10^{-3}	0,1020	1	1,0005 . 10^7
erg/s. . . . =	1 . 10^{-10}	1,3596 . 10^{-10}	1,020 . 10^{-8}	1 . 10^{-7}	1
	int. kW	PS	kgkm/s	int. W	erg/s

13. Kraft $\mathfrak{K}$.

Tonnkraft	tk	Grammkraft	gk
int. Joule je Zentimeter .	J/cm	Dyn	dyn
Kilogrammkraft	kgk		

tk . . . =	1	98,01	1000	10^6	0,9807 . 10^9
int. J/cm =	1,020 . 10^{-2}	1	10,20	10 200	1,0005 . 10^7
kgk . . =	10^{-3}	0,09801	1	1000	980 665
gk . . . =	10^{-6}	0,9801 . 10^{-4}	0,001	1	980,7
dyn . . =	1,020 . 10^{-9}	0,9995 . 10^{-7}	1,020 . 10^{-6}	1,020 . 10^{-3}	1
	tk	int. J/cm	kgk	gk	dyn

14. Die Größen: Druck p, Spannung σ, sowie die elastischen Stoffkonstanten: Dehnungswiderstand E, Schubwiderstand G und Verdichtungswiderstand Φ sind alle als Kraft/Fläche

oder als Energie/Raum definiert und können als Vielfache folgender Einheiten angegeben werden:

Kilogrammkraft je Millimeterquadrat . . . . . kgk/mm²,
Joule je Zentimeterwürfel . . . . . int. J/cm³,
Physikalische Atmosphäre = 760 mm Hg . . . phys. atm.,
Kilogrammkraft je Zentimeterquadrat oder technische Atmosphäre . . . . . kgk/cm²,
Millimeter Quecksilber . . . . . mm/Hg,
Mikron Quecksilber (d. i. = $^1/_{1000}$ mm Hg) . . . μ Hg,
Dyne je Zentimeterquadrat . . . . . dyn/cm².

kgk/mm² =	1	9,80	96,8	100	73 540	$0{,}981.10^8$
int. J/cm³ =	0,1020	1	9,87	10,20	7 500	1.10^7
phys. atm. =	$1{,}033.10^{-2}$	0,1013	1	1,033	760,0	$1{,}013.10^6$
kgk/cm² =	1.10^{-2}	0,0980	0,968	1	735,4	$0{,}981.10^6$
mm Hg =	$1{,}360.10^{-5}$	$1{,}333.10^{-4}$	$1{,}316.10^{-3}$	$1{,}360.10^{-3}$	1	$1{,}333\ 10^3$
dyn/cm² =	$1{,}020.10^{-8}$	1.10^{-7}	$0{,}987.10^{-6}$	$1{,}020.10^{-6}$	$0{,}750.10^{-3}$	1
	kgk/mm²	int. J/cm³	phys. atm.	kgk/cm²	mm Hg	dyn/cm²

15 (16, 17, 18, 19, 20). Elektrische Ladung Q und Verschiebungsfluß $\mathfrak{Z}$.

Elektromagnetische Ladungseinheit . .	$[Q_m]$ =	1	10	3.10^{10}
Coulomb (Amperesekunde)	C =	0.1	1	3.10^9
Elektrostatische Ladungseinheit . . .	$[Q_s]$ =	$^1/_3.10^{-10}$	$^1/_3.10^{-9}$	1
		$[Q_m]$	C	$[Q_s]$

16. Stromstärke I und magnetische Spannung V. Auf Nr. 16, 17, 18, 19 ist sinngemäß das Schema 15 anwendbar. Es ist 1 elektromagn. Stromeinheit $[I_m] = 1\ Q_m\ [I_m] = 10$ abs. A $= 3.10^{10}\ [I_s]$.

17. Stromdichte c.

1 elektromagn. Einheit $[c_m] = 10\ \frac{\text{abs. A}}{\text{cm}^2} = 3 \cdot 10^{10}\ [c_s]$.

18. Flächendichte der elektrischen Ladung σ und Verschiebung $\mathfrak{D}$.

1 elektromagn. Einheit $[\sigma_m] = 10\ \frac{\text{abs. C}}{\text{cm}^2} = 3 \cdot 10^{10}\ [\sigma_s]$.

19. Magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$, Strombelag α.

$$1 \text{ elektromagn. Einheit } [\mathfrak{H}_m] = 1 \text{ Gauß} = \frac{1}{0{,}4\,\pi}\,\frac{\text{abs. A}}{\text{cm}}.$$

20. Das magnetische Moment $\mathfrak{M}$ einer stromdurchflossenen Spule oder eines Magnetstabes ist (nach S. 124, Ziffer 2) als Vielfaches der Einheit

„ein Amperezentimeterquadrat“ oder $\text{A} \cdot \text{cm}^2$

zu bestimmen.

21 (22, 23). Elektrische Spannung *U*.

1 elektrostat. Spannungseinheit . .	$[U_s]$ =	1	300	$3 \cdot 10^{10}$
1 abs. Volt	abs. V =	$1/300$	1	10^8
1 elektromagn. Spannungseinheit .	$[U_m]$ =	$1/3 \cdot 10^{-10}$	10^{-8}	1
		. . . .	. . . .	. . .
		$[U_s]$	abs. V	$[U_m]$

22. Elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$. Auf 21 und 22 ist sinngemäß das Schema Nr. 20 anwendbar.

1 elektrom. Feldstärkeneinheit $[\mathfrak{E}_m] = 1/3 \cdot 10^{-10}\,[\mathfrak{E}_s] = 10^{-8}$ abs. Volt/cm.

23. Magnetische Induktion $\mu\mathfrak{H}$.

Einheit: 1 [abs. Volt . sec/cm^2].

24 (25, 26). Induktivität *L*, Gegeninduktivität *M*.

Praktische Einheit: Henry . . . . . $H = \Omega \cdot s$,
1 Mikrohenry . . . . . $\mu H = 10^{-6}$ H,
Elektromagn. Einheit . . . . . $[L_m] = 1$ cm.

H . . . . . =	1	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^9$
μH . . . . . =	$1 \cdot 10^{-6}$	1	10^3
$[L_m] = [\text{cm}]$ . . . =	$1 \cdot 10^{-9}$	10^{-3}	1
	. . . . .	. . . . .	. . . . .
	H	μH	$[L_m] = [\text{cm}]$

25. Elektrischer Widerstand *R*.

Elektrostat. Einheit ... $[R_s]$, praktische ... Ohm ... Ω.
Elektromagn. ... $[R_m]$. 1 Megohm oder $M\Omega = 10^6\,\Omega$.

$[R_s]$ . . . . . =	1	$0{,}9 \cdot 10^{12}$	$0{,}9 \cdot 10^{21}$
Ω . . . . . =	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-12}$	1	$1 \cdot 10^{9}$
$[R_m]$ . . . . . =	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-21}$	$1 \cdot 10^{-9}$	1
	$[R_s]$	Ω	$[R_m]$

26. Spezifischer Widerstand (oder Widerständigkeit) ϱ.

Ohmzentimeter	Ω . cm =	1	10 000
Ohmmillimeterquadrat je Meter	Ω . mm^2/m =	$1 \cdot 10^{-4}$	1
		Ω . cm	Ω . mm^2/m

27 (28, 29). Elektrische Kapazität C.

Elektrostatische Einheit . . . . $[C_s]$ oder [cm],
Elektromagnetische Einheit . . . $[C_m]$,
Praktische Einheit: Farad . . . F = Coulomb/Volt,
Mikrofarad . . . . . μF = 10^{-6} F,
Mikromikrofarad . . . . . $\mu\mu$F = 10^{-12} F.

$[C_m]$ . . . . =	1	$1 \cdot 10^{9}$	$1 \cdot 10^{15}$	$0{,}9 \cdot 10^{21}$	$1 \cdot 10^{21}$
F . . . . . =	$1 \cdot 10^{-9}$	1	$1 \cdot 10^{6}$	$0{,}9 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{12}$
μF . . . . =	$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-6}$	1	$0{,}9 \cdot 10^{6}$	$1 \cdot 10^{6}$
$[C_s]$ . . . . =	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-21}$	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-12}$	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-6}$	1	$\frac{10}{9}$
$\mu\mu$F . . . . =	$1 \cdot 10^{-21}$	10^{-12}	$1 \cdot 10^{-6}$	0,9	1
	$[C_m]$	F	μF	$[C_s]$	$\mu\mu$F

28. Elektrische Leitfähigkeit $\varkappa$.

Elektromagn. Einheit . . .	$[\varkappa_m]$ =	1	10^{9}	$0{,}9 \cdot 10^{21}$
Abs. praktische Einheit . .	$1/\Omega$ cm =	10^{-9}	1	$0{,}9 \cdot 10^{12}$
Elektrostat. Einheit	$[\varkappa_s]$	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-21}$	$\frac{10}{9} \cdot 10^{-12}$	1
		$[\varkappa_m]$	$1/\Omega$. cm	$[\varkappa_s]$

Beispiel: Für Kupfer ist

$$\varkappa \approx 600\,000\,[1/\Omega \text{ . cm}] = 600\,000 \cdot 10^{-9}\,[\varkappa_m] = 0{,}6 \cdot 10^{-3}\,[\varkappa_m]$$
$$= 600\,000 \cdot 0{,}9 \cdot 10^{12}\,[\varkappa_s] = 0{,}54 \cdot 10^{18}\,[\varkappa_s].$$

29. Elektrischer Leitwert G.

1 abs. prakt. Einheit $= 1/\Omega = 10^{-9}\,[G_m] = 0{,}9 \cdot 10^{12}\,[G_s]$.

30. Internationale und absolute elektrische Einheiten.

$$\frac{\text{int. Coulomb}}{\text{abs. Coulomb}} = \frac{\text{int. Ampere}}{\text{abs. Ampere}} = \frac{\text{int. Volt}}{\text{experim. Volt}} = 1$$

vgl. Nr. 15 bis 20.

$$\frac{\text{int. Ohm}}{\text{abs. Ohm}} = \frac{\text{int. Henry}}{\text{abs. Henry}} = \frac{\text{int. Volt}}{\text{abs. Volt}} = 1{,}000\,5_0$$

vgl. Nr. 24, 25, 26 — vgl. Nr. 21, 22, 23

$$\frac{\text{int. Joule}}{\text{abs. Joule}} = \frac{\text{int. Watt}}{\text{abs. Watt}} = \frac{\text{int. J/cm}}{\text{abs. J/cm}} = \frac{\text{int. J/cm}^3}{\text{abs. J/cm}^3} = 1{,}000\,5_0$$

Nr. 11 — 12 — 13 — 14

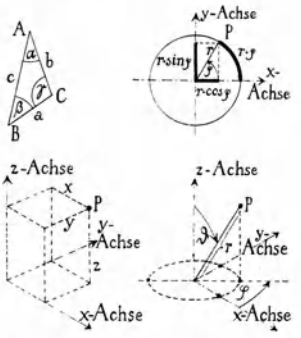
(vgl. Nr. 27, 28, 29) $\dfrac{\text{int. Farad}}{\text{abs. Farad}} = \dfrac{1/\text{int. }\Omega}{1/\text{abs. }\Omega} = 1 - 0{,}000\,5_0$

Hundertundzwölftes Kapitel.

Physikalische Größen.

Art. 631. Ruhe starrer Körper (1).

1	Länge	l	cm	In besonderen Fällen sind für Längen und Winkel folgende Zeichen üblich.
	Winkel	φ	1	
	[α = alpha, β = beta,			
	γ, Γ = gamma,			
5	δ, Δ = delta,			
	ε = epsilon,			
	ϑ, Θ = theta, $\varkappa$ = kappa,			
	φ, Φ = phi, ϱ = rho,			
	ψ, Ψ = psi, σ = sigma,			
10	χ = chi, τ = tau,			
	ω, Ω = omega,			
	π, Π = pi]			
	Krümmung	ϱ	cm^{-1}	$\varphi = \dfrac{\text{Bogen } r \cdot \varphi}{\text{Radius } r}$, $\Omega = \dfrac{F}{r^2}$.
	Räumlicher Winkel . .	Ω	1	



15	Fläche, Querschnitt, Oberfläche	F	cm^2	$\varrho = 1/r$. = Zentimeterquadrat
	Rauminhalt, Volumen	V	cm^3	= Zentimeterwürfel
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Masse, Ruhmasse	m	g	Bei langsamer Bewegung $M = m$.
	Schnellmasse	M	„	$S = m/V$.
20	Dichte (eines Stoffes)	S	$g\,cm^{-3}$	$s\,(\text{Stoff}) = \dfrac{S\,(\text{Stoff})}{S\,(\text{Wasser})}$.
	Dichteverhältnis	s	1	$s\,\Big\vert\,{}^{18}_{4} = \dfrac{S\,(\text{Stoff von 18 grad})}{S\,(\text{Wasser von 4 grad})}$.
	Schwerebeschleunigung	γ	$cm\,s^{-2}$	Schwerkraft $\mathfrak{K} = m\gamma$.
25	Kraft (Zeilen 25 und 38)	$\mathfrak{K}$	dyn	Anziehungskraft zwischen m_1, m_2:
	Gravitationskonstante	f	$g^{-1}\,cm^3\,s^{-2}$	$\mathfrak{K} = f m_1 m_2 / r_{12}^2$.
	Druck	p	$dyn\,cm^{-2}$	p = Kraft $\mathfrak{K}$/Fläche F.
	Länge eines Hebelarms	r	cm	
	Tangentiale Kraftkomponente	$\mathfrak{K}_t$	dyn	$M = \mathfrak{K}_t \cdot r$.
	Drehmoment	M	erg	
	Spezif. Drehmoment	M_0	„	$M = M_0 \cdot$ Drehwinkel φ.

Art. 632. Bewegung starrer Körper (2).

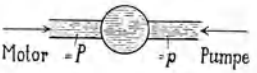
	Zeit	t	s	$v = \dfrac{\text{Weg } \mathrm{d}l}{\text{Zeit } \mathrm{d}t}$.
35	Geschwindigkeit (eines Körpers, e. Stoffteils)	v	$cm\,s^{-1}$	$\dot{v} = \dfrac{\text{Geschwindigkeitszuwachs } \mathrm{d}v}{\text{Zeit } \mathrm{d}t}$.
	Beschleunigung b oder	$\dot{v}$	$cm\,s^{-2}$	
	Bewegungsgröße (Impuls)	Mv	$g\,cm\,s^{-1}$	Kraft $\mathfrak{K} = \dfrac{\mathrm{d}(Mv)}{\mathrm{d}t} = M_l \dot{v}$.
	Lichtgeschwindigkeit	c_0	$cm\,s^{-1}$	
40	Geschwindigkeitszahl	β	1	$\beta = v/c_0$.
	Ruhmasse	m	g	$M = \dfrac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $M_l = \dfrac{m}{(1-\beta^2)^{3/2}}$.
	Schnellmasse	M	„	
	Longitudinale Masse	M_l	„	
	Freier Fall	—	—	$\left\{\begin{array}{l} m\gamma = m \cdot \mathrm{d}v/\mathrm{d}t \text{ ergibt } v = \gamma t. \\ \text{Aus } \mathrm{d}l/\mathrm{d}t = \gamma t \text{ folgt} \\ l = {}^1/_2 \gamma t^2 \quad \text{und} \quad v^2 = 2\gamma l. \end{array}\right.$
45	Fallweg	l	cm	
	Arbeit	A	erg	A = Kraft $\mathfrak{K}$ · Weg l.
	Potentielle Energie	P	„	$P + K = const$ | anfangs $P = const$ | endlich $K = const$.
	Kinetische Energie	K	„	$P = \gamma m l$, $K = {}^1/_2 m v^2$.
50	Leistung	N	$erg\,s^{-1}$	N = Arbeit A/Zeit t = $\mathfrak{K} \cdot v$.
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .

	Periodisch mit der Zeit veränderliche Größe beliebiger Art, Zeitwert	y	[y]	Ist ein Vorgang eine räumlich konstante, sinusartige Funktion der Zeit, so ist $y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = Y\sqrt{2} \cdot \sin(\tau + \varphi)$.
	Höchstwert (Amplitude)	y_m	„	
	Effektivwert	Y	„	
55	Periodendauer	T	s	
	Frequenz, Drehfrequenz, Hubfrequenz	f	s^{-1}	$f = \frac{1}{T}$ und $2\pi f = \omega = \frac{d\tau}{dt}$.
	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit . . .	ω	„	
60	Zeitwinkel	τ	1	Bei Bewegung eines Körpers längs einer Kreislinie ist die zentrale Beschleunigung $= r\omega^2$, die tangentiale Beschleunigung $\dot{v} = r\dot{\omega}$.
	Phasenwinkel	φ	1	
	Phase	$\tau + \varphi$	1	
	Winkelbeschleunigung .	$\dot{\omega}$	s^{-2}	Vgl. Art. 623 Ziffer 21 und 22.
	Sekundliche Frequenz-,			. . . . .
65	Schwingungs-, Dreh- oder Hubzahl	n	1	. dm = Masseteilchen.
	Minutliche Frequenz-, Schwingungs-, Dreh-			. $d\mathfrak{K}_t = dm \cdot \dot{v} = dm \cdot r \cdot \dot{\omega}$.
				. $dM = r \cdot d\mathfrak{K} = \dot{\omega} \cdot r^2 \cdot dm$.
70	oder Hubzahl	N	1	. $M = \dot{\omega} \int r^2 \cdot dm = \dot{\omega} \cdot J$.
	. . . . .	. . .	. . . .	. $J = \int r^2 \cdot dm$.
	Spezif. Drehmoment . .	M_0	erg	$J_1 = J_0 + l_{01}^2 \cdot m$.
	Trägheitsmoment in bezug auf beliebige Achse	J	$g\,cm^2$	Kinetische Energie $K = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$.
75	Trägheitsmoment in bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende Achse 0	J_0	„	Beim Pendel liegen die Bahnen aller Masseteilchen auf konzentrischen Kugeloberflächen.
	Abstand einer zu 0 parallelen Achse 1 von 0	l_{01}	cm	1. Konzentrierte Masse, Achse der Kreisbahn vertikal: $T = 2\pi\sqrt{l/\gamma}\,(1 + \frac{1}{2}\tau_m^2)$.
80	Trägheitsmoment in bezug auf 1	J_1	$g\,cm^2$	2. Konzentrierte Masse, Achse der Kreisbahn wagerecht: $T = 2\pi\sqrt{l/\gamma}\,(1 + \frac{1}{16}\tau_m^2)$.
	Ablenkung eines Pendels aus der Ruhelage . .	τ	1	
85	Maximale, gegen 1 kleine Ablenkung eines Pendels aus der Ruhelage	τ_m	s	3. Verteilte Masse, Achse der Kreisbahnen wagerecht (bei sehr kleinen Ablenkungen τ): $T = 2\pi\sqrt{J/M_0}$.
	Schwingungsdauer eines Pendels	T	—	
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Masse der Sonne . . .	m_0	g	Für die Kreisbahn eines Planeten gilt: $m_1 \cdot r\omega^2 = f m_0 m_1 / r^2$ oder
	Masse eines Planeten .	m_1	„	$r^3/T^2 = f m_0/4\pi^2 = const.$
90	Umlaufsdauer	T	s	
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Reibungskonstante . .	μ	cm^{-2}	Reibungskraft, tangentiale,
	Berührungsfläche . . .	F	cm^2	$R_t = \mu \cdot F \cdot \mathfrak{K}_s$.
	Druckkraft	$\mathfrak{K}_s$	dyn	$\mathfrak{K}_s$ = Kraft $\perp F$.

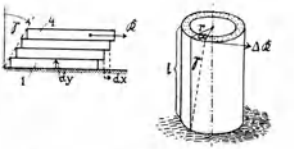
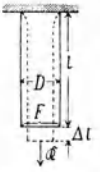
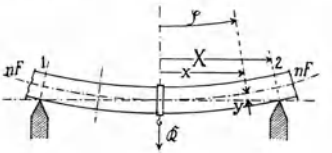
Art. 633. Ruhe von Flüssigkeiten (3).

95	Barometerstand	H	mm Hg	Normaler Barometerstand $b_0 = 760$ mm Hg.
	Druck an der ebenen Oberfl. einer Flüssigkeit	p	dyn cm^{-2}	$P = p + \gamma S h$. Bei b_0 ist der Luftdruck = dem Werte P_0, den P annimmt, falls $p = 0$,
	Druck in der Tiefe h .	P	„	$h = 76$ cm, $\gamma = \gamma_0 = 980{,}665$ cm s^{-2},
100	Druckunterschied . . .	P_1	„	Temperatur = 0^0.
	Auftrieb eines Körpers vom Volumen V . .	$\mathfrak{A}$	dyn	$S(\mathrm{Hg})_0 = 13{,}5955$ g cm^{-3}. Daraus folgt $P_0 = 1{,}013\,25 \cdot 10^6$ dyn cm^{-2}. $\mathfrak{A} = \gamma \cdot S$ (Flüss.) $\cdot V$ (Körper).

Art. 634. Bewegung von Flüssigkeiten (4).

	Stromstärke e. Flüssigkeitsströmung	V/t	cm^3 s^{-1}	Ist V das Volumen, das in der Zeit t durch eine Fläche F gefördert wird,
105	Geschwindigkeit eines Flüssigkeitsteilchens .	v	cm s^{-1}	so ist V/t die Stromstärke in bezug auf die Fläche F. Ist v für alle Punkte von F von gleichem Werte und $\perp F$, so ist $V/t = F \cdot v$.
	Änderung des Zylinderraums einer einfach wirkenden Kolben-			Mittlere Stromstärke $\overline{V/t} = \Delta V \cdot f$.
110	pumpe	ΔV	cm^3	$N = \gamma S h \cdot V/t = (P - p) \cdot V/t$.
	Hubfrequenz	f	s^{-1}	$\frac{N}{[\mathrm{kW}]} = 9{,}81 \frac{h}{[\mathrm{m}]} \frac{V/t}{[\mathrm{m^3 s^{-1}}]}$.
	Höchstleistung einer strömenden Flüssigkeit zwischen zwei Quer-			
115	schnitten	N_m	erg s^{-1}	
	Höhenunterschied beider Querschnitte	h	cm	
	Zähigkeit einer Flüssigk.	η	g cm^{-3} s^{-1}	
120	Berührungsfläche zweier Schichten 1 und 2 . .	F_{12}	cm^2	
	Geschwind. d. Schicht 2	v	cm s^{-1}	$\frac{dv}{dy} = \frac{1}{\eta} \frac{\mathfrak{R}_{12}}{F_{12}}$.
	Geschwind. d. Schicht 1	$v + dv$	„	
	Schichtdicke = Abstand			Ein Rohr von der Länge l, dem Quer-
125	der Schichtmitten . .	dy	cm	schnitt F hat für eine Flüssigkeit von
	Reibungskraft, von 1 auf 2 ausgeübt	$\mathfrak{R}_{12}$	dyn	der Zähigkeit η den Reibungswiderstand $8\pi\eta \cdot l/F$.
	[Dann ist die Stromstärke $\frac{V}{t}$ = $\frac{\text{Druckunterschied}}{\text{Reibungswiderstand}}$]			Ist P der Eintrittsdruck, p der Austrittsdruck, so ist der Druckunterschied $P - p$.

Art. 635. Elastische Eigenschaften von festen und flüssigen Stoffen (5).

130	Schubwiderstand (oder Schubmodul)	G	dyn cm^{-2}	 $\gamma \approx \frac{dx}{dy} = \frac{1}{G}\frac{\mathfrak{K}}{F} = \frac{1}{G}\tau.$
	Berührungsfläche zweier Schichten 1, 2	F	cm^2	
	Gleitwinkel (Schubw.) .	γ	1	
	Schubkraft	$\mathfrak{K}$	dyn	
135	Schubspannung	τ	—	
	Länge eines Rohres . .	l	cm	
	Innerer Radius	r	„	Drillung eines Rohres
	Äußerer Radius	$r+\Delta r$	„	$F = 2\pi r \cdot \Delta r,\ \Delta M = r \cdot \mathfrak{K},$
	Radius eines Volldrahtes	R	„	$\frac{dx}{dy} = \frac{r\alpha}{l} = \frac{\mathfrak{K}}{G\,2\pi r\,\Delta r},$
140	Spezifisches Drehmoment	M_0	erg	$\frac{\Delta M}{\alpha} = \Delta M_0 = \frac{2\pi G}{l} r^3 \Delta r.$
	Summe aller tangential am Rohrende angreifenden Kräfte $\Delta\mathfrak{K}$	$\mathfrak{K}$	dyn	Drillung eines Volldrahtes $M_0 = \frac{\pi G}{2l} R^4.$
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
145	Elastizitätsmodul oder Dehnungswiderstand	E	dyn · cm^{-2}	 $o = \mathfrak{K}/F.$ Für kleine Dehnungen gilt $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\sigma,$
150	Längsdehnung	Δl	cm	
	Längsdehnungszahl . .	$\Delta l/l$	1	$\mu = \frac{-\Delta D/D}{\Delta l/l}.$
	Längsspannung	σ	dyn · cm^{-2}	
	Zerreißspannung	σ_z	„	
	Durchmesser des Stabes	D	cm	Bliebe der Rauminhalt des Stabes unverändert, so wäre $\mu = 1/2$.
155	Querkürzung	$-\Delta D$	„	
	Querkürzungszahl . . .	$-\Delta D/D$	1	$\sigma_z = \frac{\mathfrak{K}_z}{F}$ (F = ursprüngl. Querschnitt).
	Querkürzungsverhältnis	μ	1	
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Querschnittsmoment . .	J	cm^4	$J = \int dF \cdot y^2.$
	Abstand der unterstützten Querschnitte 1, 2 .	$2X$	cm	Für Kreisquerschnitt ist $J = \pi D^4/64.$
160	Abstand der untersuchten Querschnitte	$2x$	„	Für rechteckigen Querschnitt $a \cdot b$ ist $J = a^3 b/12$ wenn $[a \parallel \mathfrak{K}]$.
	Biegungswinkel	φ	1	
	Durchbiegung	y	cm	
165	$\left[\varphi = \frac{\mathfrak{K}}{EJ} x\left(X - \frac{1}{2}x\right)\right.$ $\left. y = \frac{\mathfrak{K}}{2EJ} x^2\left(X - \frac{1}{3}x\right)\right]$			
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .

	Verdichtungswid.	Φ	—	Δp = allseitige Druckzunahme.
	Raumdehnung	ΔV	cm^3	$\frac{\Delta S}{S} = \frac{-\Delta V}{V} = \frac{1}{\Phi}\Delta p.$
170	Raumdehnungszahl . .	$\Delta V/V$	1	
	Raumschwund	$-\Delta V$	cm^3	$\frac{\Delta p}{\Delta S} = \frac{\Phi}{S}.$
	Raumschwundzahl . .	$-\Delta V/V$	1	
	Verdichtung	ΔS	$g\,cm^{-3}$	Für feste Stoffe ist: bei allseitigem Druck $\Phi = E/3(1-2\mu)$; bei nur in einer Richtung wirkendem Druck $\Phi = E$. Vgl. Zeile 302.
	Verdichtungszahl . . .	$\Delta S/S$	1	
175	Verdünnung	$-\Delta S$	$g\,cm^{-3}$	
	Verdünnungszahl . . .	$-\Delta S/S$	1	
	Verdichtungsdruck . .	$\Delta p/\Delta S$	$cm^2\,s^{-2}$	

Art. 636. Thermische Dehnung von festen und flüssigen Stoffen (6).

	Temperatur, vom Eispunkt aus gemessen .	ϑ	°C	$\Theta = \Theta_0 + \vartheta$. Vgl. Art. 630, Ziffer 2.
180	Absolute Temperatur .	Θ	°K	$l = l_0(1+\beta\vartheta).$
	Temperaturdifferenz . .	$\Delta\vartheta$	grad	$\frac{\Delta l}{l} = \beta_1 \Delta\vartheta.$
	Absolute Temperatur des Eispunktes . . .	Θ_0	„	$V = V_0(1+\alpha\vartheta).$
	Längsdehnungsfaktor .	β	$grad^{-1}$	$\frac{\Delta V}{V} = \alpha \cdot \Delta\vartheta.$
185	Raumdehnungsfaktor .	α	„	$\alpha = 3\beta.$

Art. 637. Wärmemenge; Spezifische Wärme; Schmelz-, Verdampfungs- und Verbrennungswärme; Wärmeleitung (7).

	Wärmemenge	Q	cal	$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$. Bringt man die Masse m eines beliebigen Stoffes von der Temperatur ϑ so mit der Masse m_0 eines anderen Stoffes 0 von der Temperatur ϑ_0 in Berührung, daß sich die gleichmäßige gemeinsame Temperatur ϑ_e herstellt, so ist $m \cdot c \cdot (\vartheta - \vartheta_e) = m_0 \cdot c_0 (\vartheta_e - \vartheta_0).$ $\frac{c}{c_0} = \frac{m_0(\vartheta_e - \vartheta_0)}{m(\vartheta - \vartheta_e)}.$ Gewöhnlich ist Stoff 0 = Wasser, also $c_0 = 1\,cal \cdot g^{-1} \cdot grad^{-1}$.
	Spezifische Wärme eines festen oder flüssigen Stoffes	c	$cal \cdot g^{-1} \cdot grad^{-1}$	
190	Spezifische Wärme eines Gases bei konstantem Druck	c_p	„	
	Spezifische Wärme eines Gases bei konstantem			
195	Volumen	c_V	„	
	Atomare spezifische Wärme	$A \cdot c$	„	
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Schmelzpunkt	Sm	grad	Anfangs / Endlich
	Schmelzpunktserniedrigung	ΔSm	„	Wassermasse . . . . . m_0 / m
200				Temperatur . . . . . ϑ_0 / ϑ

	Siedepunkt	Sd	grad	Bringt man Eis von 0^0 in Wasser:
	Siedepunktserhöhung .	ΔSd	"	$\frac{Q_m}{c_0} = \frac{m_0\vartheta_0 - m\vartheta}{m - m_0}$.
	Schmelzwärme	Q_m	cal · g^{-1}	
	Verdampfungswärme .	Qd	"	Strömt Wasserdampf in kaltes Wasser:
205	Verbrennungswärme . .	Q_b	"	$\frac{Q_d}{c_0} = \frac{m\vartheta - m_0\vartheta_0}{m - m_0} - Sd.$
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Wärmeleitfähigkeit . .	λ	*	. . . . .
	Temperaturgefälle . . .	$\partial\vartheta/\partial x$	cm^{-1} · grad	* cal · cm^{-1} · s^{-1} · grad^{-1}.
	Wärmefluß (durch Fläche F)	$\partial Q/\partial t$	cal · s^{-1}	$\frac{\partial Q}{\partial t} = F \cdot \lambda \cdot \frac{\partial\vartheta}{\partial x}$.
210	Temperaturleitfähigkeit	τ	cm^2 · s^{-1}	$\tau = \lambda/S \cdot c$.

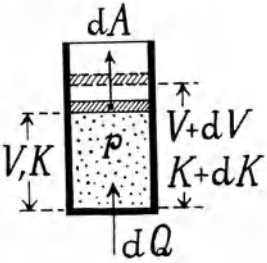
Art. 638. Kinetische Gastheorie (8).

	Masse eines Gasteilchens	m_1	g	$\frac{1}{T}\,\mathfrak{K}_1 \cdot \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\,\mathrm{d}(m_1 v)$; $2l = \bar{v}T$.
	Mittlere Geschwindigkeit eines Gasteilchens	$\bar{v}$	cm · s^{-1}	$\overline{\mathfrak{K}}_1 = \frac{2m_1\bar{v}}{T} = \frac{m_1\bar{v}^2}{l}$.
	Zeit zwischen zwei			
215	Stößen eines Gasteilchens gegen eine Wand	T	s	$\frac{1}{3}N\overline{\mathfrak{K}}_1 = \frac{Nm_1\bar{v}^2}{3l}$. G siehe Zeile 236.
	Mittlere Stoßkraft eines Gasteilchens	$\overline{\mathfrak{K}}_1$	dyn	
220	Mittlerer Gesamtdruck .	p	dyn · cm^{-2}	$p = \frac{Nm_1\bar{v}^2}{3V}$; $G = VM/m$.
	Seitenlänge eines Würfels	l	cm	
	Volumen des Würfels .	V	cm^3	$pG = \frac{Nm_1\bar{v}^2 M}{3m} = \frac{1}{3}M\bar{v}^2$.
	Teilchenzahl in V . . .	N	1	
225	Masse des Gasinhalts .	m	g	$K = \frac{1}{2}Nm_1\bar{v}^2 = \frac{3}{2}pV = \mu pV$.
	Kinetische Energie in V	K	—	Es ist $\mu = \frac{3}{2}$, wenn Rotationsenergie nicht in Betracht kommt, wie bei einatomigen Gasen! Über die Bedeutung der Hilfsgröße μ s. Zeile 266.

Art. 639. Thermodynamik (9).

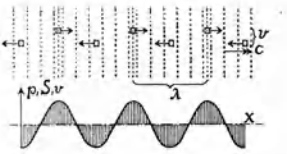
	Wärmemenge	Q	erg	I Hauptsatz: $Q = A$.
	Restlos in Q umgewandelte Arbeit	A	erg	d. h. $\frac{Q}{[\mathrm{erg}]} = \frac{A}{[\mathrm{erg}]}$ $\Big\vert$ $\frac{Q}{[\mathrm{cal}]} = \frac{A}{I\,[\mathrm{erg}]}$.
230	Wärmeäquivalent . . .	I	1	$I = [\mathrm{cal}]/[\mathrm{erg}] = 4{,}186_5 \cdot 10^7$.
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .

	Atomgewicht	A	1	Bei einatomigen elementaren Gasen ist $M = A$, bei zweiatomigen $M = 2A$. Für die Masse m eines idealen Gases gilt nach Boyle-Mariotte-Gay-Lussac: $pV = \theta \cdot R_0\, m/M$ oder $pG = \theta \cdot R_0$, $G = MV/m = M/S$, * erg · g^{-1} · grad^{-1} $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}K + \mathrm{d}A$. Nach Zeile 225 ist $\mathrm{d}K = \mu \cdot \mathrm{d}(pV)$ Nach Zeile 46 ist $\mathrm{d}A = p \cdot \mathrm{d}V$, $\mathrm{d}Q = \mu \cdot \mathrm{d}(pV) + p \cdot \mathrm{d}V$.
	Molekulargewicht . . .	M	1	
	Molekulare Geräumigkeit	G	g^{-1} cm^3	
235	Allgem. Gaskonstante (idealer Gase)	R_0	*	
	Druck in einem Gase .	p	dyn cm^{-2}	
	Volumen der Gasmasse m	V	cm^3	
240	Arbeit, von der Gasmasse m geleistet . .	A	erg	
	Anfangsdruck	p_1	dyn cm^{-2}	
	Anfangsvolumen. . . .	V_1	cm^3	
	Anfangstemperatur . .	θ_1	grad	
245	Entropie (bei Erhaltung der einzelnen Gasteilchen)	S	erg · grad^{-1}	
	Molekulare spezifische Wärme bei konstantem Druck	C_p	erg g^{-1} grad^{-1}	
	Molekulare spezifische Wärme bei konstantem Volumen	C_V	"	
255	Verhältnis der spezifischen Wärmen . . .	$\varkappa$	1	$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}Q}{\theta}$.
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
260	Zustandsänderung bei konstantem Druck . .	—	—	$V/\theta = V_1/\theta_1 = const$, $m c_p \cdot d\theta = (\mu+1) p \cdot \mathrm{d}V$, $= (\mu+1) \cdot \mathrm{d}\theta \cdot R_0\, m/M$, $M c_p = C_p = (\mu+1) R_0$.
265	Zustandsänderung bei konstantem Volumen .	—	—	$p/\theta = p_1/\theta_1 = const$, $m c_V \cdot \mathrm{d}\theta = \mu V \cdot \mathrm{d}p$ $= \mu \cdot \mathrm{d}\theta \cdot R_0\, m/M$, $M c_V = C_V = \mu R_0$.
270	(Fortsetzung von Zeile 241) Allgemeine Zustandsänderung . . . . . * Robert Mayer: $\frac{C_p - C_V}{[\mathrm{cal}]} = \frac{R_0}{J\,[\mathrm{erg}]}$	—	—	$C_p - C_V = R_0$* $(\varkappa - 1) = R_0/C_V = 1/\mu$, $\varkappa = 1 + 1/\mu < 1{,}667$, $\mathrm{d}Q = \frac{\mathrm{d}(pV)}{\varkappa - 1} + p \cdot \mathrm{d}V$, $\mathrm{d}Q = \frac{\varkappa p \cdot \mathrm{d}V + V \cdot \mathrm{d}p}{\varkappa - 1}$.
275	Isotherme Zustandsänderung ($\theta = const$) (Anfangszustand 1, Endzustand 2)	—	—	$pV = p_1 V_1 = const$, $\mathrm{d}Q = p \cdot \mathrm{d}V = \mathrm{d}A$, $Q_{12} = A_{12} = p_1 V_1 ln \frac{V_2}{V_1}$, $S_2 - S_1 = Q_{12}/\theta_{12}$.
280	Adiabatische Zustandsänderung	—	—	$\mathrm{d}Q = 0$, $\varkappa \frac{\mathrm{d}V}{V} = -\frac{\mathrm{d}p}{p}$, $pV^\varkappa = p_1 V_1^\varkappa = const$, $\theta V^{\varkappa-1} = \theta_1 V_1^{\varkappa-1} = const$, $S_2 - S_1 = 0$.



Art. 640. Mechanische Wellenlehre (10).

	Geschwindigkeit eines Stoffteilchens	v	cm s^{-1}	1. Longitudinale Verdichtungs-Verdünnungswellen.
285	Wellengeschwindigkeit .	c	„	
	Wellenweg	ξ	cm	
	Wellenwiderstand . . .	Z	dyn · s · cm^{-3}	
	Fortpflanzungsrichtung der Wellenenergie . .	x	cm	
290	Effektiver Überdruck .	P_e	dyn · cm^{-2}	
	Effektivwert der Stoffgeschwindigkeit . . .	V_e	cm · s^{-1}	
	Wellenlänge	λ	cm	
	Kehrwellenlänge $(1/\lambda)$.	ν	cm^{-1}	
295	Frequenz	f	s^{-1}	
	Zeitwinkel $(\omega t =)$ . .	τ	1	
	Periodendauer	T	s	
	[Isotherme Geschwindigkeit: (3) in Gasen			
300	$(c)_\vartheta = \sqrt{\frac{p_0}{S_0}(1+\alpha\vartheta)}$			
	: (4) in festen Stoffen, (wo p gerichtet und Querdehnung vernachlässigt oder z. B. durch			
305	Eintauch. eines Stabes in Hg klein gemacht werden kann): $c = \sqrt{E/S}$.]			
310	Mittlerer Druck bei 0° .	p_0	dyn cm^{-2}	
	Mittlere Dichte bei 0° .	S_0	g cm^{-3}	
	Effekt. Wellenleistung .	N	erg s^{-1}	
	„ Strahlungsdichte	γ	erg cm^{-2} s^{-1}	
	Durchstrahlte Fläche .	F	cm^2	
	. . . . .	. . .	. . . .	
315	Schubwiderstand . . .	G	—	2. Schub- oder Drallwellen.
	Dichte	S	—	
	Wellengeschwindigkeit .	c	—	
	[Gehört die betrachtete Schicht der Wand eines			
320	Rohres an, dessen Achse $\parallel x$, so ist (s. 130) $\partial y = r\cdot\partial\alpha$ und $\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2} = \frac{S}{G}\frac{\partial^2\alpha}{\partial t^2}$,			



$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t}\Big| \frac{\partial Z v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial \xi},$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -S\frac{\partial v}{\partial t}\ \Big|\ \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial Z v}{\partial \xi},$$

$$\xi = ct,\ Z = S\sqrt{\partial p/\partial S} = cS.$$

$$p = p_0 + F_1(\xi - x) + F_2(\xi + x),$$

$$Zv = F_1(\xi - x) - F_2(\xi + x),$$

$$c = \sqrt{\partial p/\partial S},$$

$\partial p/\partial S$ = Verdichtungsdruck

$$v = V_e\sqrt{2}\,\sin(\tau - 2\pi x/\lambda),$$

$$p = p_0 + P_e\sqrt{2}\,\sin\left(\tau - \frac{2\pi x}{\lambda}\right),$$

$$Z = P_e/V_e,\quad \lambda = cT.$$

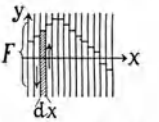
(1) Für Wasser folgt aus Zeile 172 und Art. 646 $c = 1500$ m s^{-1},

(2) Adiabatische Geschwind. in Gasen:

$$c_\vartheta = \sqrt{\varkappa\frac{p_0}{S_0}(1+\alpha\vartheta)},$$

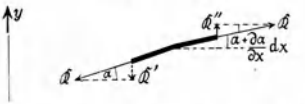
$$N = P_e V_e F,\quad \mathfrak{S} = P_e V_e.$$

. . . . . .



Auf eine Schicht von der Masse $F\cdot dx\cdot S$ wirkt die Differenz zweier Kräfte. Nach Zeile 136 ist

$$d\mathfrak{K} = FG\cdot dx\cdot\partial^2 y/\partial x^2.$$

325	$c = \sqrt{\frac{G}{S}}$. Da c unabhängig von r, so hat c für Volldraht denselben Wert wie			Der Trägheitswiderstand der Schicht ist $F S \cdot \mathrm{d}x \cdot \partial^2 y/\partial t^2$. Daher $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{S}{G}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, $c = \sqrt{\frac{G}{S}}$.
330	für Rohr].			
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	3. Biegungswellen . . . [Figur zeigt stehende]	—	—	
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
	Länge einer Saite, e. Seiles	l	cm	4. Seilwellen.
	Masse einer Saite, e. Seiles	m	g	
	Massendichte	μ	$\mathrm{g\,cm^{-1}}$	
335	Spannkraft	$\mathfrak{K}$	dyn	
	Wellengeschwindigkeit .	c	$\mathrm{cm\,s^{-1}}$	
	$[\mathfrak{K}' = -\mathfrak{K} \sin\alpha$, $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \sin$			
340	$\left(\alpha + \frac{\partial\alpha}{\partial x}\mathrm{d}x\right)$, $\mathfrak{K}' + \mathfrak{K}'' \approx \mathfrak{K}\frac{\partial\alpha}{\partial x}\mathrm{d}x$			Trägheitswiderstand $\mu\,\mathrm{d}x\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{\mathfrak{K}}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, $c = \sqrt{\frac{\mathfrak{K}}{\mu}}$.
	$\approx \mathfrak{K}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\mathrm{d}x]$			
	. . . . .	. . .	. . . .	. . . . .
345	5. Oberflächenwellen . .	—	—	Meereswellen, Erdbebenwellen.

Art. 641. Elektrisches, magnetisches und elektromagnetisches Feld. Schlüssel für den Übergang vom absoluten praktischen zum elektrostatischen oder elektromagnetischen System.

Setzt man in den absoluten praktischen Gleichungen:

ε	$=$	$\frac{\varepsilon}{4\pi c_0^2}$	$\frac{\varepsilon}{4\pi}$	μ	$=$	$4\pi\mu$	$\frac{4\pi\mu}{c_0^2}$	V	$=$	$\frac{V}{4\pi}$	$\frac{V c_0}{4\pi}$
ε_0	$=$	$\frac{1}{4\pi c_0^2}$	$\frac{1}{4\pi}$	μ_0	$=$	4π	$\frac{4\pi}{c_0^2}$	$\mathfrak{H}$	$=$	$\frac{\mathfrak{H}}{4\pi}$	$\frac{\mathfrak{H} c_0}{4\pi}$
$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$	$=$	ε	ε	$\frac{\mu}{\mu_0}$	$=$	μ	μ	$\mathfrak{Bi}$	$=$	$\frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$	$\frac{\mathfrak{B} c_0}{4\pi}$

so erhält man die

elektrom.	elektrost.		elektrom.	elektrost.		elektrom.	elektrost.

Gleichungen.

Absolute praktische, elektromagnetische und elektrostatische Gleichungen.

	Teil (11).		Abs. praktische	Elektro-magnetische	Elektrostatische

I a. Ruhende Ladungen im Leerraum zwischen Kondensatorplatten. $\mathfrak{K}$ Kraft (auf Ladung q wirkend), s Wegstrecke im gleichförmigen Felde.

1	Elektr. Luftfeldstärke	$\mathfrak{E} =$	$\mathfrak{K}/q$	$\mathfrak{K}/q$	$\mathfrak{K}/q$
2	„ Ladung	$q =$	$\mathfrak{K} = q\,.\,\mathfrak{E}$	$\mathfrak{K} = q\,.\,\mathfrak{E}$	$\mathfrak{K} = q\,.\,\mathfrak{E}$
3	„ Spannung	$u =$	$\mathfrak{E}\,.\,l$	$\mathfrak{E}\,.\,l$	$\mathfrak{E}\,.\,l$

II. Metallischer Leitungsstrom. Gleichungen unverändert, z. B.: t Zeit, l Leiterlänge, F Leiterquerschnitt.

4	Elektr. Stromdichte	$\mathfrak{c} =$	$\varkappa\mathfrak{E}$	$\varkappa\mathfrak{E}$	$\varkappa\mathfrak{E}$
5	„ Stromstärke	$i =$	$dq/dt = \dot{q}$	$dq/dt = \dot{q}$	$dq/dt = \dot{q}$
6	„ Leitfähigkeit	$\varkappa =$	Gl/F	Gl/F	Gl/F
7	„ Leitwert	$G =$	i/u	i/u	i/u
8	Spez. Widerstand	$\varrho =$	RF/l	RF/l	RF/l
9	Elektr. „	$R =$	u/i	u/i	u/i

III a. Ladung eines Kondensators. F Fläche der runden Platten, l Abstand, V Raum zwischen Platten.

10	Ladestrom bei Leerraumschicht	$(i)_l =$	$F\varepsilon_0\dot{\mathfrak{E}}$	$F\dot{\mathfrak{E}}/4\pi c_0^2$	$F\dot{\mathfrak{E}}/4\pi$
11	Ladung: {Platte 1 zugeführt / Platte 2 entnommen}	$(q)_l =$	$F\varepsilon_0\mathfrak{E}$	$F\mathfrak{E}/4\pi c_0^2$	$F\mathfrak{E}/4\pi$
12	Ladestrom bei Stoffschicht . .	$(i)_{st} =$	$F\varepsilon\dot{\mathfrak{E}}$	$F\varepsilon\dot{\mathfrak{E}}/4\pi c_0^2$	$F\varepsilon\dot{\mathfrak{E}}/4\pi$
13	Ladung „ „ . .	$(q)_{st} =$	$F\varepsilon\mathfrak{E}$	$F\varepsilon\mathfrak{E}/4\pi c_0^2$	$F\varepsilon\mathfrak{E}/4\pi$
14	Flächendichte auf Platten $q/F =$	$\sigma =$	$\varepsilon\mathfrak{E} = \varepsilon_0\mathfrak{D}$	$\frac{\varepsilon\mathfrak{E}}{4\pi c_0^2} = \frac{\mathfrak{D}}{4\pi c_0^2}$	$\frac{\varepsilon\mathfrak{E}}{4\pi} = \frac{\mathfrak{D}}{4\pi}$
15	Elektr. Stoffeldstärke	$\mathfrak{D} =$	$(\varepsilon/\varepsilon_0)\mathfrak{E}$	$\varepsilon\mathfrak{E}$	$\varepsilon\mathfrak{E}$
16	Dielektrizitätskonstante . . .		$\varepsilon/\varepsilon_0$	ε	ε
17	Verschiebbarkeit im Leerraum	$\varepsilon_0 =$	$\frac{10^8\,\mathrm{cm^2\,s^{-2}}}{0{,}4\pi c_0^2}\,\frac{\mathrm{s}}{\Omega\,\mathrm{cm}}$	siehe Anfang	von Art. 641
18	„ „ Stoff . .		ε	„	„
19	Leerverschiebung		$\varepsilon_0\mathfrak{E}$		
20	Stoffverschiebung		$\varepsilon\mathfrak{E}$		
21	Verschiebungsfluß.	$\Xi =$	$F\,.\,\varepsilon\mathfrak{E}$		
22	Elektr. Kapazität q/u	$C =$	$\varepsilon F/l$	$\varepsilon F/4\pi c_0^2 l$	$\varepsilon F/4\pi l$
24	„ Feldenergie (in V) . .	$W_e =$	$\frac{1}{2}\varepsilon\mathfrak{E}^2 V$	$\frac{1}{8\pi c_0^2}\varepsilon\mathfrak{E}^2 V$	$\frac{1}{8\pi}\varepsilon\mathfrak{E}^2 V$
25	Anziehungskraft der Kondensatorplatten . . .	$\mathfrak{K} =$	$\frac{1}{2}\varepsilon\mathfrak{E}^2 F$	$\frac{1}{8\pi c_0^2}\varepsilon\mathfrak{E}^2 F$	$\frac{1}{8\pi}\varepsilon\mathfrak{E}^2 F$

			Abs. praktische	Elektromagnetische	Elektrostatische
IVa. Punktförmige Ladung im Mittelpunkt der Kugeloberfläche $4\pi r^2$.					
26	Nach 13: Ladung	$q =$	$4\pi r^2 \varepsilon \mathfrak{E}$	$r^2 \varepsilon \mathfrak{E}/c_0^2$	$r^2 \varepsilon \mathfrak{E}$
27	Elektr. Luftfeldstärke	$\mathfrak{E} =$	$q/4\pi r^2 \varepsilon$	$c_0^2 q/r^2 \varepsilon$	$q/r^2 \varepsilon$
28	„ Spannung	$u =$	$q/4\pi r \varepsilon$	$c_0^2 q/r \varepsilon$	$q/r \varepsilon$
29	Nach 2: Kraft	$\mathfrak{K} =$	$q_2 \cdot \frac{q_1}{4\pi r^2 \varepsilon}$	$q_2 \cdot \frac{c_0^2 q_1}{r^2 \varepsilon}$	$q_2 \cdot \frac{q_1}{r^2 \varepsilon}$
Teil (12). **Ib. Zeitlich konstanter Strom i in einer Ringspule.** (Windungszahl w, Ganghöhe g, Weglänge im Felde l.)					
101	Magn. Leerfeldstärke	$\mathfrak{H} =$	i/g	$4\pi i/g$	$4\pi i/g c_0$
102	Kraft (auf Stromelement $i.dy$ wirkend)	$d\mathfrak{K}_x =$	$\mu(i.dy)\mathfrak{H}_z$	$\mu(i.dy)\mathfrak{H}_z$	$\mu(i.dy)\mathfrak{H}_z/c_0$
103	Magn. Spannung	$V =$	$\mathfrak{H}.l$	$\mathfrak{H}.l$	$\mathfrak{H}.l$
IIIb. Steigender Strom in einer Ringspule. (Umfangslänge der Ringspule l, Länge einer Windung s.)					
110	Spannung einer Windung bei Luftfüllung	$(u)_l =$	$-F\mu_0 \dot{\mathfrak{H}}$	$-F\dot{\mathfrak{H}}$	$F\dot{\mathfrak{H}}/c_0$
112	Spannung einer Windung bei Stoffüllung	$(u)_{st} =$	$-F\mu\dot{\mathfrak{H}}$	$-F\mu\dot{\mathfrak{H}}$	$F\mu\dot{\mathfrak{H}}/c_0$
115	Magn. Stoffeldstärke	$\mathfrak{B}_i =$	$(\mu/\mu_0)\mathfrak{H}$	$\mu\mathfrak{H}$	$\mu\mathfrak{H}$
116	Permeabilitätszahl	. . .	μ/μ_0	μ	μ
117	Permeabilität im Leerraum .	. . .	$\mu_0 = 0{,}4\pi . 10^{-8} \frac{\Omega s}{\mathrm{cm}}$		
118	„ in Stoff	. . .	μ		
119	Leerinduktion	. . .	$\mu_0 \mathfrak{H}$		
120	Stoffinduktion	. . .	$\mu\mathfrak{H}$		
121	Induktionsfluß	$\Phi =$	$F\mu\mathfrak{H}$	$F\mu\mathfrak{H}$	$F\mu\mathfrak{H}$
122	Induktivität	$L =$	$w\Phi/i$	$w\Phi/i$	$w\Phi/i$
123	Induktivität einer Ringspule vom Umfang l	$L =$	$\mu w^2 F/l$	$4\pi\mu w^2 F/l$	$4\pi\mu w^2 F/l c_0^2$
124	Magn. Feldenergie	$W_m =$	$\frac{1}{2} L i^2$	$\frac{1}{2} L i^2$	$\frac{1}{2} L i^2$
	„ „ im Raum V	$W_m =$	$\frac{1}{2}\mu\mathfrak{H}^2 V$	$\frac{1}{8\pi}\mu\mathfrak{H}^2 V$	$\frac{1}{8\pi}\mathfrak{H}^2 V$
125	Zugkraft zwischen sehr nahen Eisenschnittflächen	$\mathfrak{K} =$	$\frac{1}{2}\mu\mathfrak{H}^2 F$	$\frac{1}{8\pi}\mu\mathfrak{H}^2 F$	$\frac{1}{8\pi}\mu\mathfrak{H}^2 F$
	$(\mathfrak{H}_{\text{Luft}} = \mathfrak{B}_{i_{\text{Luft}}} = \mathfrak{B}_{i_{\text{Eisen}}})$	$\mathfrak{K} =$	$\frac{1}{2}\mu_0 \mathfrak{B}^2 F$	$\frac{1}{8\pi}\mathfrak{B}^2 F$	$\frac{1}{8\pi}\mathfrak{H}^2 F$

			Abs. praktische	Elektro-magnetische	Elektrostatische

IV b. Stromelemente: $i_1 . ds_1$ und $i_2 . ds_2$ ∥ zueinander und ⊥ zur Verbindungslinie r.

127	(Biot-Savart)	$d\mathfrak{H} =$	$\frac{i . ds}{4\pi r^2} \sin(r, ds)$	$\frac{i . ds}{r^2} \sin(r, ds)$	$\frac{i . ds}{c_0 r^2} \sin(r, ds)$
128	Magn. Spannung	$dV =$	$\frac{i . ds}{4\pi r} (\sin r, ds)$	$\frac{i . ds}{r} \sin(r, ds)$	$\frac{i . ds}{c_0 r} \sin(r, ds)$
	Aus 102 und 119 folgt:				
129	Kraft zwischen Stromelementen	$d\mathfrak{K} =$	$\frac{\mu (i_1 ds_1)(i_2 ds_2)}{4\pi r^2}$	$\frac{\mu (i_1 ds)(i_2 ds_2)}{r^2}$	$\frac{\mu (i_1 ds_1)(i_2 ds_2)}{c_0^2 r^2}$

Teil (13). **Va. Magnetoelektrisches (I) Grundgesetz.**

130	Magn. Umlaufspannung . . .	$V_u =$	i	$4\pi i$	$4\pi i / c_0$
131	$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z} = (rot\, \mathfrak{H})_x$ . .	$rot\, \mathfrak{H} =$	$\varkappa \mathfrak{E} + \varepsilon \dot{\mathfrak{E}}$	$4\pi \varkappa \mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{c_0^2} \dot{\mathfrak{E}}$	$\frac{4\pi \varkappa \mathfrak{E}}{c_0} + \frac{\varepsilon}{c_0} \dot{\mathfrak{E}}$
133	Ladestrom einer Kapazität . .	$i =$	$C . \dot{u}$	$C \dot{u}$	$C \dot{u}$
134	Kapazitiver Widerstand . . .	$U/I =$	$1/\omega C$	$1/\omega C$	$1/\omega C$
135	Verschiebungsstromdichte . .	$c_v =$	$\varepsilon \dot{\mathfrak{E}}$	$\varepsilon \dot{\mathfrak{E}} / 4\pi c_0^2$	$\varepsilon \dot{\mathfrak{E}} / 4\pi$

Vb. Elektromagnetisches (II) Grundgesetz.

230	Elektr. Umlaufspannung . . .	$U_u =$	$-\dot{\Phi}$	$-\dot{\Phi}$	$-\dot{\Phi}$
231	$\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial z} = (rot\, \mathfrak{E})_x$ . .	$rot\, \mathfrak{E} =$	$-\mu \dot{\mathfrak{H}}$	$-\mu \dot{\mathfrak{H}}$	$-\mu \dot{\mathfrak{H}} / c_0$

x Länge eines Leiters, v_y die Geschwindigkeit, mit der er im Felde $\mathfrak{B}_z$ bewegt wird.

232	Spannungsgefälle	$(u/x) =$	$v_y \mathfrak{B}_z \mu_0$	$v_y \mathfrak{B}_z$	$v_y \mathfrak{B}_z / c_0$
233	Spannung an Induktivität L .	$u =$	$L\, di/dt$	$L\, di/dt$	$L\, di/dt$
234	Induktiver Widerstand	$(U/I) =$	ωL	ωL	ωL

VI. Grundgesetz der elektromagnetischen Energieverschiebung (III).

	Aus 2 und 3 folgt:				
235	Elektr. Arbeit $\mathfrak{K} . l$ . . =	$A =$	$u q$	$u q$	$u q$
	[Leistungsfaktor $\cos\varphi$] . . .	$=$	$u i t$	$u i t$	$u i t$
236	Elektr. Leistung (Zeitwert) .	$\mathfrak{n} =$	$u i$	$u i$	$u i$
237	„ „ (Effektivwert)	$N =$	$U I \cos\varphi$	$U I \cos\varphi$	$U I \cos\varphi$
238	Leistungsdichte	$\mathfrak{i}_x =$	$\mathfrak{E}_y . \mathfrak{H}_z$	$\mathfrak{E}_y . \mathfrak{H}_z / 4\pi$	$c_0 \mathfrak{E}_y . \mathfrak{H}_z / 4\pi$
239	Wellengeschwindigkeit in Stoff	$c =$	$1/\sqrt{\varepsilon \mu}$	$c_0/\sqrt{\varepsilon \mu}$	$c_0/\sqrt{\varepsilon \mu}$
	„ in Leerraum	c_0			
240	Brechungszahl eines Stoffes .	$c_0/c =$	$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} . \frac{\mu}{\mu_0}}$	$\sqrt{\varepsilon \mu}$	$\sqrt{\varepsilon \mu}$

Will man (wie in den vorstehenden, absoluten praktischen Gleichungen der Elektrizitätslehre, so auch) in den mechanischen und thermischen Gleichungen als Krafteinheit 1 Joule/cm gebrauchen, so muß man schreiben:

$$\text{Kraft } \mathfrak{K} = 10^{-7} . m . \dot{v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

worin m die Masse, der die Beschleunigung $\dot{v}$ erteilt wird; m ist in g, $\dot{v}$ in $\mathrm{cm\,s^{-2}}$ zu messen. Die absoluten praktischen Einheiten sind mindestens ebensogut zur Darstellung der Vorgänge geeignet, wie die elektromagnetischen und elektrostatischen. Ihre konsequente Anwendung bringt den großen Vorteil, daß die (der Vorstellung fremden, der Anschaulichkeit entbehrenden) elektromagnetischen und elektrostatischen Einheiten verschwinden können. Damit würden die Art. 624 und 625 teilweise überflüssig und etwa durch die folgenden Sätze zu ersetzen sein:

27*. Die Stromwage (S. 732 γ) beruht auf der ersten Gl. (129) S. 757. Setzt man hierin $\mu = \mu_0$ so, wie Gl. (117) angibt, so erhält man die Ströme $i_1 = i_2$ als Vielfache der

Stromeinheit 1 absolutes Ampere!

28*. Die Induktivität einer Ringspule ist durch die Gl. (123) und (117) bestimmt. Die Kreisfrequenz ω ist leicht meßbar. Gl. (234) ergibt also den induktiven Widerstand U/I der Ringspule. Vergleicht man den Ohmschen Widerstand (U/I) eines Drahtwiderstandes mit dem bekannten induktiven Widerstand U/I, so erhält man den Drahtwiderstand als Vielfaches der

Widerstandseinheit 1 absolutes Ohm!

29*. Bei der Ladung eines Kondensators, in Gl. (10) tritt die zunächst unbekannte Konstante ε_0 auf. Aus (10) folgt (für $\varkappa = 0$) die Feldgl. (131). Aus (131) und (231) folgt für den Leerraum das Maxwellsche Gesetz (239)

$$c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \quad \text{oder} \quad \varepsilon_0 = 1/\mu_0 c_0^2 .$$

Wenn für μ_0 der Wert (117) eingesetzt wird, so ergibt sich für ε_0 der Wert (17)!

In den vorstehenden Gleichungen werden Zeichen für Größen durch mathematische Symbole verbunden. Dabei haben diese Symbole einen etwas andern Sinn, als wenn sie reine Zahlen oder Zahlenwerte miteinander verbinden: welchen Sinn, geht aus S. 728, Ziffern 17 und 19 hervor!

Hundertunddreizehntes Kapitel.

Physikalische Zahlenwerte.

Art. 642. Tabelle der chemischen Elemente (Symbole, Ordnungszahlen, Namen).

A	18	Argon	**H**	1	**Wasserstoff**	**Ra**	88	Radium
Ag	47	**Silber**	He	2	Helium	Rb	37	Rubidium
Ac	89	Aktinium	Hg	80	**Quecksilber**	Rh	45	Rhodium
Al	13	Aluminium	Ho	67	Holmium	Ru	44	Ruthenium
As	33	Arsen	**In**	49	Indium	**S**	16	Schwefel
An	79	**Gold**	Ir	77	Iridium	Sb	51	**Antimon**
B	5	Bor	**J**	53	Jod	Sc	21	Skandium
Ba	56	Barium	**K**	19	Kalium	Se	34	Selen
Be	4	Beryllium	Kr	36	Krypton	Si	14	Silicium
Bi	83	**Wismut**	**La**	57	Lanthan	Sm	62	Samarium
Br	35	Brom	Li	3	Lithium	Sn	50	**Zinn**
C	6	Kohlenstoff	**Mg**	12	Magnesium	Sr	38	Strontium
Ca	20	Kalzium	Mn	25	Mangan	**Ta**	73	Tantal
Ce	58	**Zer**	Mo	42	Molybdän	Tb	65	Terbium
Cd	48	Kadmium	**N**	7	**Stickstoff**	Te	52	Tellur
Cl	17	Chlor	Na	11	Natrium	Th	90	Thorium
Cr	24	Chrom	Nb	41	Niob	Ti	22	Titan
Co	27	Kobalt	Nd	60	Neodym	Tl	81	Thallium
Cs	55	**Zaesium**	Ne	10	Neon	Tu	69	Thulium
Cu	29	Kupfer	Ni	28	Nickel	**U**	92	Uran
Cy	71	**Zyprium**	**O**	8	**Sauerstoff**	**V**	23	Vanadin
Dy	66	Dysprosium	Os	76	Osmium	**W**	74	Wolfram
Em	86	Emanation	**P**	15	Phosphor	**X**	54	Xenon
Eu	63	Europium	Pa	91	Protaktinium	**Y**	39	Yttrium
Er	68	Erbium	Pb	82	**Blei**	Yb	70	Ytterbium
F	9	Fluor	Pd	46	Palladium	**Zn**	30	Zink
Fe	26	**Eisen**	Po	84	Polonium	Zr	40	Zirkonium
Ga	31	Gallium	Pr	59	Praseodym	43	Masurium[1])	Ma
Gd	64	Gadolinium	Pt	78	Platin	75	Rhenium[1])	Re
Ge	32	Germanium				72	Hafnium	Hf[2])

[1]) Nachgewiesen durch Röntgenlinien von O. Berg, W. Noddack und J. Tacke. 43 und 75 gehören zur Mangangruppe VII a, ebenso wie vielleicht 93 (?). Zur Halogengruppe VII b gehört 85 (?). Zur Alkaliengruppe 87 (?). Zur Gemeinschaft der seltenen Erden 61 (?).

[2]) Nachgewiesen zunächst durch Röntgenlinien von Coster u. Hevesy.

Art. 643. Atomnummern, Symbole, statische Atomgewichte der chemischen Elemente. Vgl. S. 623.

1. Per.	2. Per.	3. Per.	4. Per.	5. Per		6 Per.	7. Per.
1 H 1,008	**3** Li 6,94	**11** Na 23,0	**19** K 39,1	**37** Rb 85,5	I a	**55** Cs 132,8	**87** (?) —
	4 Be 9,1	**12** Mg 24,3	**20** Ca 40,1	**38** Sr 87,6	II a	**56** Ba 137,4	**88** Ra 226,0
		III a	**21** Sc 45,1	**39** Y 88,7	**57** La 139,0		**89** Ac —
		IV a	**22** Ti 48,1	**40** Zr 91,2	**58** Ce 140,2	**72** Hf 178,6	**90** Th 232,1
		V a	**23** V 51,0	**41** Nb 93,5	**59** Pr 140,9	**73** Ta 181,5	**91** Pa —
		VI a	**24** Cr 52,0	**42** Mo 96,0	**60** Nd 144,3	**74** W 184,0	**92** U 238,2
		VII a	**25** Mn 54,9	**43** Masurium	**61** (?) —	**75** Rhenium	
			26 Fe 55,8	**44** Ru 101,7	**62** Sm 150,4	**76** Os 190,9	VIII
	Dynamische Atomgewichte s. S. 640, 641.		**27** Co 59,0	**45** Rh 102,9	**63** Eu 152,0	**77** Ir 193,1	
			28 Ni 58,7	**46** Pd 106,7	**64** Gd 157,3	**78** Pt 195,2	
			29 Cu 63,6	**47** Ag 107,88	**65** Tb 159,2	**79** Au 197,2	I b
			30 Zn 65,4	**48** Cd 112,4	**66** Dy 162,5	**80** Hg 200,6	II b
	5 B 10,9	**13** Al 27,1	**31** Ga 70,1	**49** In 114,8	**67** Ho 163,5	**81** Tl 204,4	III b
	6 C 12,00	**14** Si 28,3	**32** Ge 72,5	**50** Sn 118,7	**68** Er 167,7	**82** Pb 207,2	IV b
	7 N 14,01	**15** P 31,0	**33** As 75,0	**51** Sb 121,8	**69** Tu 169,4	**83** Bi 209,0	V b
	8 O 16,00	**16** S 32,1	**34** Se 79,2	**52** Te 127,5	**70** Yb 173,5	**84** Po —	VI b
1. Per.	**9** F 19,00	**17** Cl 35,5	**35** Br 79,9	**53** J 126,9	**71** Cy 175,0	**85** (?) —	VII b
2 He 4,00	**10** Ne 20.2	**18** A 39,9	**36** Kr 82,9	**54** X 130,2		**86** Em 222	0

Art. 644. Dichte S, thermischer Dehnungsfaktor β, Schmelzpunkt, Siedepunkt und spezifische Wärme fester Stoffe.

	Stoff	$S\vert^{20} =$ $[S\vert^{-260}] =$	$\beta =$	Schmelzp. =	Siedep. bei 760 mm Hg =	Spez. Wärme c_p bei $18^0 =$
I.	1 H	[0,076]	—	— 259,0	— 252,7	3,41
	3 Li	0,534	60	179	> 1400	0,8
	11 Na	0,971	72	97,5	877	0,30
	19 K	0,862	83	62,5	758	0,19
	37 Rb	1,532	90	38	696	0,08
	55 Cs	1,87	97	28	670	0,05
	29 Cu	8,9	16,5	1083	2300	0,091
	47 Ag	10,5	19,7	960,5	1950	0,055
	79 Au	19,3	14,4	1063	2600	0,031
II.	4 Be	1,84	—	1280	—	0,4
	12 Mg	1,74	26	650	1100	0,25
	20 Ca	1,55	—	800	(1240)	0,15
	38 Sr	2,56	—	(800)	—	—
	56 Ba	3,7	—	850	—	0,07
	88 Ra	—	—	700	—	—
	30 Zn	7,1	30	419,4	906	0,092
	48 Cd	8,6	31,6	320,9	767	0,055
	80 Hg	13,6	183/3	— 38,89	357	0,0333
III.	39 Y	3,8	—	—	—	—
	57 La	6,1	—	810	—	0,04
	58 Ce	6,9	—	635	—	0,04
	59 Pr	6,5	—	940	—	—
	60 Nd	7,0	—	840	—	—
	62 Sm	7,8	—	(1300)	—	—
	68 Er	4,8	—	—	—	—
	5 B	1,73	—	2300	—	0,3
	13 Al	2,70	23,8	659	2000	0,21
	31 Ga	5,9	18	30	—	0,08
	49 In	7,3	50	154	> 1450	0,05
	81 Tl	11,8	32	301	1400	0,03
IV.	22 Ti	4,5	—	1800	—	0,11
	40 Zr	6,4	—	2700 ?	—	—
	72 Hf	12,1	—	2327	—	—
	90 Th	11,2	—	1700	—	0,03
		$g \cdot cm^{-3}$	$10^{-6}\,grad^{-1}$	^0C	^0C	$cal\,g^{-1}\,grad^{-1}$

	Stoff	$S\|^{20} = [S\|^{-252,5}] =$	$\beta =$	Schmelzp. =	Siedep. bei 760 mm Hg =	Spez. Wärme c_p bei 18^0 =
IV.	6 C	3,5 Diam.	1,3	—	—	0,12
	6 C′	2,2 Graph.	8	—	—	0,2
	6 C″	1,8 Am.	2 ··· 3	3917	3490	0,2
	14 Si	2,3	2,5	1410	(1250)	0,17
	32 Ge	5,5	—	958	—	0,07
	50 Sn	7,3	23	231,8	2270	0,054
	82 Pb	11,3	29	327,4	1525	0,031
V.	23 V	5,6	—	1720	—	0,11
	41 Nb	12,7	—	1950	—	—
	73 Ta	16,6	6,5	2850	—	0,036
	7 N	[1,03]	—	— 210,5	— 195,7	[0,249]
	15 P	2,3	124	44	280	0,2
	33 As	5,7	6	816	—	0,08
	51 Sb	6,7	10,8	630	1440	0,050
	83 Bi	9,8	13,4	271	1420	0,029
VI.	24 Cr	6,9	8,5	1550	2200	0,102
	42 Mo	10,3	5,2	2620	(3560)	0,062
	74 W	19,1	4,3	3380	(4800)	0,033
	92 U	18,7	—	1350	—	0,028
	8 O	[1,43]	—	— 219	— 183,0	0,218
	16 S	2,07 rh	46 b. 6^0	112,8	444,5	0,17
	34 Se	4,8 met	66	217	690	0,08
	52 Te	6,2	37	450	1390	0,05
VII.	25 Mn	7,3	21	1220	1900	0,12
	9 F	—	—	(— 223)	— 187	—
	17 Cl	—	—	— 101	— 34,1	0,124
	35 Br	—	1120/3	— 7,3	+ 60	0,11
	53 J	4,94	84	+ 113,5	+ 184	0,05
VIII.	26 Fe	7,9	12	1520	2450	0,105
	27 Co	8,8	12,7	1490	—	0,099
	28 Ni	8,8	13,1	1451	—	0,106
	44 Ru	12,1	10	> 1950	—	0,06
	45 Rh	12,3	8,6	1970	—	0,058
	46 Pd	11,6	11,9	1557	—	0,058
	76 Os	22,5	7	2500	—	0,03
	77 Ir	22,4	6,5	2355	—	0,032
	78 Pt	21,4	9,0	1764	(3804)	0,032
		$g \cdot cm^{-3}$	$10^{-6}\,grad^{-1}$	^{0}C	^{0}C	$cal\,g^{-1}\,grad^{-1}$

Stoff		$S\|^{20}$ =	β =	Schmelzp. =	Siedep. bei 760 mm Hg =	Spez. Wärme c_p bei 18^0 =
O	2 He	—	—	— 272,1	— 268,8	1,25
	10 Ne	—	—	(— 249)	(— 246)	—
	18 A	—	—	— 190	— 186	0,127
	36 Kr	—	—	— 169	— 152	—
	54 X	—	—	— 140	— 108	—
	86 Em	—	—	— 71	— 62	—
Messing [1] . .		8,4	18,5	900	—	0,093
Invar [2] . . .		7,9	1,6	—	—	0,011
Porzellan [3] . .		2,29	3,0	(1550)	—	—
Quarz ⊥ . . .		2,65	14,4	—	—	0,179
„ ∥ . . .			8,0	—	—	
„ geschm.		2,20	0,5	1700	2200	0,170
NaCl		2,15	—	801	1440	0,21
KCl		1,98	—	775	1420	0,17
$CaCO_3$ ⊥ . .		2,71	— 5,4	—	—	0,21
. . . . .		. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
		$g \cdot cm^{-3}$	$10^{-6}\,grad^{-1}$	^{0}C	^{0}C	$cal\,g^{-1}\,grad^{-1}$

(1) 62 Cu + 38 Zn.
(2) 64 Fe + 36 Ni.
(3) Staatliche Porzellanfabrik Berlin.

Allgemeine Bemerkungen. Die Dichte S nimmt mit wachsender Temperatur ϑ ab.

Der Längsdehnungsfaktor β ist gleich $^1/_3$ des Raumdehnungsfaktors α. Der Faktor β nimmt mit ϑ zu: nahe 0^0K ist er sehr klein. Die angegebenen Zahlenwerte sind meistens aus dem Temperaturintervall 0 bis 100^0C ermittelt.

Innerhalb jeder Halbgruppe hat ein Element mit höherem Schmelzpunkt Sm in der Regel ein kleineres β.

Der Siedepunkt *Sd* nimmt mit wachsendem Druck etwas zu.

Die spezifische Wärme c nimmt mit ϑ zu; nahe 0^0K ist sie sehr klein.

Nach Dulong-Petit hat das Produkt aus c und dem Atomgewicht A für alle Elemente bei etwa 20^0C ungefähr den Wert 5,5.

Wie β und c verhält sich auch der spezifische elektrische Widerstand ϱ: alle drei Größen sind nahe 0^0K sehr klein.

Art. 645. Dichte und Verhältnis der spezifischen Wärmen für Gase.

Zustand	Volumen	Druck	Temperatur	Dichte
Beobachtet . .	V	H	ϑ	S
Berechnet . .	V_0	760 mm Hg	0 grad	S_0

$$V_0 = \frac{V}{1+\alpha\vartheta}\,\frac{H}{760\text{ mm Hg}}, \qquad S_0 = S(1+\alpha\vartheta)\,\frac{760\text{ mm Hg}}{H}. \tag{33}$$

Stoff	ϑ	S_{fest}	ϑ	$S_{\text{flüssig}}$	$S_{\text{gasf. }0^0,\ 760\text{ mm Hg}}$	$c_p/c_V = \varkappa =$
H . . .	— 260	0,0763	— 258,3	0,0754	0,089 87	1,41
N . . .	— 252,5	1,027	— 193	0,83	1,250 7	1,40
O . . .	— 252,5	1.426	— 227	1,27	1,429 0	1,40
F . . .	—	—	— 187	1,11	1,31	—
Cl . . .	—	—	— 35	1,54	3,214	1,36
Br . . .	—	—	+ 25	3,10	—	—
J . . .	17	4,94	+ 184	3,71	—	—
He . . .	—	—	— 271,5	0,15	0,178 6	1,66
Ne . . .	—	—	—	(1,20)	0,900 2	1,64
A . . .	—	—	— 187	1,41	1,783 8	1,65
Kr . . .	—	—	— 146	2,16	3,708	1,68
X . . .	—	—	— 102	3,52	5,845	1,66
Luft . .	—	—	—	—	1,292 8	1,40
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . . .	. . . . .
	^{0}C	g . cm^{-3}	^{0}C	g . cm^{-3}	g . l^{-1}	1

Art. 645 a. Umwandlungspunkte fester Elemente.

Gruppe I b. Uwp. **(Cu)** = 70° C.

„ III b. Uwp. **(Tl)** = 230° C.

„ IV b. **Sn**, Modifikationen: a) grau, amorph, $S\,|^{18} = 5{,}75$ g cm^{-3}. b) weiß, tetragonal, gewöhnliches Zinn, $S\,|^{18} = 7{,}3$ g cm^{-3}. c) rhombisch, $S\,|^{18} = 6{,}56$ g cm^{-3}. Uwp. a, b = 18° C, b, c = (161°?), 203° C.

„ V b. **As**, gelb, regulär, $S\,|^{20} = 1{,}97$ g cm^{-3}, Uwp. 358° C, Sublimationspunkt Sb = 616° C.

Gruppe VIb. **O** fest, Uwp. = — 227° C.
S, Uwp. = 95,5° C.

„ VIII. **Fe**, α) magnetisch; β) und γ) und δ) unmagnetisch. Uwp.: $\alpha \rightarrow \beta$ 770° C, $\beta \rightarrow \gamma$ 900° C, $\gamma \rightarrow \delta$ 1406° C.
Co, 1. magnetisch → unmagnetisch bei 985° C, 2. Uwp. 1100° C.
Ni magnetisch → unmagnetisch bei 350° C.

Art. 646. Dichte S und Konzentration c' von KCl-Lösungen. Einige Eigenschaften des Wassers.

KCl-Lösungen			Wasser		
$P =$	$S\|^{18} =$	$c' = P \cdot S\|^{18}$	$\vartheta =$	Zähigkeit $\eta =$	
0	0,9986	0	15	1,140	Schmelzwärme
0,05	1,0308	0,051 54	16	1,110	= 79,7 cal g^{-1}
0,07139	1,0449	0,074 60	17	1,082	Verdampfungswärme
0,10	1,0638	0,106 38	18	1,055	= 539,1 cal g^{-1}
0,15	1,0978	0,164 67	19	1,029	Verdichtungswiderstand
0,20	1,1335	0,226 70	20	1,004	$\Phi = \frac{\Delta p}{-\Delta V/V} = \frac{\Delta p}{\Delta S/S}$
—	—	—	21	0,980	$= 2{,}22 \cdot 10^4$ [atm].
. . . .	. . . .	. . . . .	. .	. . . . .	
1	$g \cdot cm^{-3}$	$g \cdot cm^{-3}$	°C	$10^{-2} g cm^{-1} s^{-1}$	

Art. 647. Absolute Wägung. Ein Körper von der wahren Masse m erfährt, wenn er den Raum V erfüllt und sich in Luft von der Dichte λ befindet, falls γ die Schwerebeschleunigung ist, die Kraft

$$m\gamma - V\lambda\gamma = m\gamma(1 - \lambda/S) = m\gamma/(1 + \lambda/S).$$

Hierin ist $S = m/V$ die Dichte des Körperstoffes.

Hängt der Körper an einem Ende eines Wagebalkens, dessen anderes Ende durch Massenmaße aus Messing belastet ist, so ist der Wagebalken im Gleichgewicht, wenn

$$m\,(\text{Stoff}) = m\,(\text{Messing})\left[1 + \frac{\lambda}{S\,(\text{Stoff})} - \frac{\lambda}{S\,(\text{Messing})}\right] \quad (34)$$

oder

$$m\,(\text{Messing}) = m\,(\text{Stoff})\left[1 - \frac{\lambda}{S\,(\text{Stoff})} + \frac{\lambda}{S\,(\text{Messing})}\right].$$

Die Dichte der Luft kann = 0,001 20 g/cm³, die der Messingstücke = 8,4 g/cm³ gesetzt werden.

Art. 648. Dichtebestimmung durch Vergleich mit Wasser. Ein Meßkolben sei (in einem Bade von konstanter Temperatur) zunächst mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, sodann mit Wasser gefüllt. Die Summe der Massenmaße, welche das Gleichgewicht eines Wagebalkens herstellt, sei im ersten Falle m_S, im zweiten Falle m_W. Wendet man Gl. (34) zunächst auf den zu untersuchenden Stoff, sodann auf Wasser an, so findet man

$$\frac{m\ (\text{Stoff})/V}{m\ (\text{Wasser})/V} = \frac{m_S}{m_W}\left[1 + \frac{\lambda}{S_S} - \frac{\lambda}{S_W}\right]$$

oder

$$S_\vartheta\ (\text{Stoff}) = S_\vartheta\ (\text{Wasser})\ \frac{m_S}{m_W}\left[1 - \lambda\left(1 - \frac{m_W}{m_S}\right)\right].$$

Die Dichte des Wassers bei der Temperatur ϑ ist

$$S_\vartheta\ (\text{Wasser}) = [1 - 0{,}000\,027]\ [1 - 10^{-4}x]\ \text{g/cm}^3. \qquad (35)$$

Mithin ist die gesuchte Dichte des Stoffs bei der Temperatur ϑ

$$S_\vartheta\ (\text{Stoff}) = \frac{m_S}{m_W}\left[1 - 0{,}001\,23 + 0{,}001\,20\ \frac{m_W}{m_S} - 10^{-4}x\right]. \qquad (36)$$

Die Zahl x, welche für die Dichte des Wassers bei der Temperatur ϑ bestimmend ist, ergibt sich aus folgender Tabelle.

$\vartheta =$	$x =$	$\vartheta =$	$x =$	$\vartheta =$	$x =$	$\vartheta =$	$x =$
0	1,32	6	0,32	12	4,75	18	13,77
1	0,73	7	0,71	13	5,96	19	15,67
2	0,32	8	1,24	14	7,29	20	17,68
3	0,08	9	1,91	15	8,74	21	19,79
4	0	10	2,72	16	10,20	22	22,01
5	0,08	11	3,67	17	11,98	23	24,33
. . .	. . . .	. . .	. . . .	. . .	. . . .	. . .	. . . . .
Grad		Grad		Grad		Grad	

Art. 649. Dichtebestimmung durch Vergleich mit Quecksilber. Die Masse eines Hg-Volumens von 0 Grad ist 13,5955 mal größer als die des gleichen mit Wasser größter Dichte erfüllten Volumens. Unter Berücksichtigung der thermischen Ausdehnung des Quecksilbers und der größten Dichte des Wassers ergibt sich

$$S_\vartheta\,(\text{Hg}) = 13{,}5951\ [1 - 0{,}000\,181\ \vartheta/\text{Grad}]\ \text{g/cm}^3.$$

Ist das gleiche Gefäß (Meßkolben oder Pyknometer) zuerst mit Hg, sodann mit Stoff gefüllt, und in beiden Fällen mit Messingstücken gewogen, dann ergibt sich als Dichte des Stoffes

$$S_\vartheta\,(\text{Stoff}) = \frac{m_S}{m_{Hg}} \cdot 13{,}5951 \left[1 - \frac{0{,}000\,181\,\vartheta}{\text{Grad}} + 0{,}000\,89\left(\frac{m_{Hg}}{m_S} - 1\right)\right] \frac{g}{cm^3}. \qquad (36\,a)$$

Art. 650. Verbrennung von Benzol. Die Verbrennungswärme von Benzol (C_6H_6) ist 10 010 cal/g; die Dichte von Benzol ist bei 18 Grad $S = 0{,}881\ g/cm^3$.

Also 1 g Benzol enthält 10 010 cal

und erfüllt $(1/0{,}881)\,cm^3$.

Daraus folgt:

$1\,cm^3$ enthält $0{,}881 \cdot 10\,010$ cal $= 36\,920$ J.

1. Verbraucht ein Benzolmotor bei gleichmäßiger Belastung in der Zeit T das Volumen V an Benzol, so ist die thermische Leistung des Motors

$$\frac{N_{th}}{[W]} = 36\,920\,\frac{V}{[cm^3]}\,\frac{[s]}{T}.$$

2. Ist in der gleichen Zeit T die Temperatur des Zylinderkühlwassers von ϑ'_1 auf ϑ'_2 gestiegen und ist V' das Volumen dieses Kühlwassers, so ist die dem Zylinderkühlwasser zugeführte Leistung

$$\frac{N_z}{[W]} = 4{,}186\,\frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{[\text{Grad}]}\,\frac{V'}{[cm^3]}\,\frac{[s]}{T}.$$

3. Für die Leistung am Auspuffkühlwasser gilt ebenso

$$\frac{N_a}{[W]} = 4{,}186\,\frac{\vartheta''_2 - \vartheta''_1}{[\text{Grad}]}\,\frac{V''}{[cm^3]}\,\frac{[s]}{T}.$$

4. Die Arbeitsleistung des Motors ist

$$N_{mech} = N_{th} - N_z - N_a.$$

5. Die Nutzleistung N_n des Motors ergibt sich aus der elektrischen Leistung N_{el} eines mit ihm gekuppelten Gleichstromgenerators, dessen Wirkungsgrad η_{el} bekannt ist. Es ist

$$N_n = N_{el}/\eta_{el}.$$

6. Der Wirkungsgrad η des zweckmäßig fremd- und konstanterregten Gleichstromgenerators kann für verschiedene Drehzahlen und Leistungen mit Hilfe einer federnden Kupplung nach Art. 137, S. 167 bestimmt werden.

Art. 651. Elastische Eigenschaften fester Stoffe.

	Dehnungswiderstand $E = \frac{\sigma}{\Delta l/l} \approx$	Verdichtungswiderstand $\Phi = \frac{\Delta p}{\Delta S/S} \approx$	Schubwiderstand $G = \frac{\tau}{\gamma} \approx$	Zerreißspannung $\sigma_z \approx$
Al	6 800	71,4	2400	25
Schmiedeeisen .	21 000	165	8000	50
Stahl				100
Gußeisen, weiß	18 000	—	—	—
Gußeisen, grau	10 000	77	5000	15
Kupfer	11 500	125	4400	40
Messing. . . .	9 000	100	3400	60
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
	kgk/mm²	kgk/mm²	kgk/mm²	kgk/mm²

Art. 652. Töne und Klänge.

I. Temperierte Stimmung, z. B. des Klaviers.

	A_{-2}	C_{-1}	C	c	c_1	c_2	c_3	c_4
C	—	32,33	64,66	129,3	258,7	517,3	1035	2069
Cis	—	24,25	68,51	137,0	274,0	548,1	1096	2192
D	—	36,29	72,58	145,2	290,3	580,7	1161	2323
Dis	—	38,45	76,90	153,8	307,6	615,2	1230	2461
E	—	40,74	81,47	162,9	325,9	651,8	1304	2607
F	—	43,16	86,31	172,6	345,3	690,5	1381	2762
Fis	—	45,72	91,45	182,9	365,8	731,6	1463	2926
G	—	48,44	96,89	193,8	387,5	775,1	1550	3100
Gis	—	51,32	102,65	205,3	410,6	821,2	1642	3285
A	27,19	54,37	108,75	217,5	**435,0**	870,0	1740	3480
Ais	28,80	57,61	115,22	230,4	460,9	921,7	1843	—
H	30,52	61,03	122,07	244,1	488,3	976,5	1953	—
	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	H_{-2}	H_{-1}	H	h	h_1	h_2	h_3	h_4

II. Klänge.

Prim	Kleine Terz	Große Terz	Quart	Quint	Kleine Sext	Große Sext	Oktave
1 : 1	6 : 5	5 : 4	4 : 3	3 : 2	8 : 5	5 : 3	2 : 1
z. B. 258,7	310,6	323,7	345,0	388,0	414,0	431,0	517,4
1) c_1	. . .	$\approx e_1$	. . .	$\approx g_1$	. . .	. . .	c_2
2) c_1	. . .	. . .	$\approx f_1$	. . .	. . .	$\approx a_1$	c_2

Die Klänge 1) [bzw. 2)] bestehen aus dem 4., 5., 6., 8. (bzw. dem 3., 4., 5., 6.) harmonischen Oberton eines Grundtones 1 von verschwindend kleiner Stärke mit der Frequenz 64,7 s^{-1} (bzw. 86,2 s^{-1}).

III. Reine Stimmung, z. B. der Geige.

Die vier Saiten einer Geige werden so gestimmt, daß die Eigenfrequenzen zweier benachbarter Saiten sich wie 3 : 2 verhalten.

Stimmung	g	d_1	a_1	e_2
Rein	193,33	290,00	**435,00**	652,50
Temperiert	193,8	290,3	**435,00**	651,8

Art. 653. Elektrische Leitfähigkeit $\varkappa_0$ bei 0 Grad, $\varkappa_{20}$ bei 20 Grad, Temperaturkoeffizient des Widerstandes $\alpha|_0^{100} = \dfrac{R_{100} - R_0}{R_0 \,.\, 100\,\text{Grad}}$, Spezifischer Widerstand ϱ und Wärmeleitfähigkeit k.

	$\varkappa_0 =$	$\varkappa_{20} =$	$\alpha\|_0^{100} =$	$\varrho_{20} =$	$\lambda_{18} =$	$\lambda_{18}/\varkappa_{20} =$	$\lambda_{18}/\varkappa_{18}$
Gold	[68,5]	[63,0]	400	0,0159	2,9	(4,4)	7,2
Silber . . .	68,1	62,5	410	0,0160	4,2	6,7	6,4
Kupfer . . .	64,1	58,6	430	0,0170	3,9	6,7	6,7
Chrom . . .	38,5	—	—	—	—	—	—
Aluminium .	38,1	34,7	443	0,0288	1,92	5,5	6,4
Molybdän .	22,8	20,8	435	0,0480	—	—	—
Wolfram . .	20,0	17,0	464	0,059	1,59	9,3	—
Zink	17,4	16,0	417	0,063	1,1	6,9	6,7
Nickel . . .	15,2	[13,2]	675	0,076	0,59	(4,5)	7,0
Eisen[1]) . .	11,3	[9,8]	657	0,102	(0,42)	4,3	8,2
Platin . . .	10,2	9,4	392	0,106	0,71	7,6	7,5
Tantal . . .	7,3	6,8	347	0,147	0,71	10,4	—
Blei	5,2	4,8	422	0,21	0,35	7,3	7,2
Quecksilber .	1,063	1,060	99	0,94	0,08	8,0	—
Wismut . .	0,92	0,88	446	1,13	0,08	9,0	9,6
. . . . .	10^4		. . . .	. . .	. . .	. . . . .	
[1]) elektrolytisch	$\frac{}{\text{int. } \Omega \,.\, \text{cm}}$		10^{-5} grad	$\frac{\Omega \,.\, \text{mm}^2}{\text{m}}$	$\frac{\text{W}}{\text{cm grad}}$	$10^{-6}\,\frac{\text{V}^2}{\text{grad}}$	

Der thermische Dehnungsfaktor idealer Gase

$$\text{ist } 1/273{,}2\,\text{Grad} = 367 \cdot 10^{-5}/\text{Grad}.$$

Die erste Spalte für das Verhältnis $\lambda/\varkappa$ ist berechnet, die zweite dem Buche von L. Holborn, K. Scheel, F. Henning, Wärmetabellen (Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1919), entnommen.

Art. 654. Stoffe für Widerstandsleiter und ihr spezifischer Widerstand [1]) $\varrho_\vartheta = \varrho_0\,(1 + \alpha\vartheta)$.

Name	Zusammensetzung	$\varrho_{20} =$	$\alpha_\varrho =$
Eisen	Fe	0,1	70
Legiertes Eisen . . .	96 Fe, 4 Si	0,50	9
Kruppin [2])	70 Fe(C), 30 Ni	0,85	9
V 2 a [2])	75 Fe(C), 18 Cr, 7 Ni	0,70	10
Cekas [2])	26 Fe(C), 12 Cr, 62 Ni	1,0	2
Al-Stahl	90 Fe(C), 10 Al	1,0	35
RLS [3])	85 Mn, 15 Ni(x)	0,70	13
Konstantan	60 Cu, 40 Ni	0,49	0
Manganin	84 Cu, 4 Ni, 12 Mn	0,42	0
Resistin	85 Cu, 15 Mn	0,51	0,1
Kulmitz	Cu, Mn	0,74	0,1
Mangan-Kupfer . . .	70 Cu, 30 Mn	1,00	0,4
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
		$\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}$	$\frac{1}{\text{grad}}$

Art. 655. Beziehung zwischen Stromstärkenquadrat I^2 und Übertemperatur ϑ gegen die umgebende Luft.

Ist ϱ der spezifische Widerstand, F der Querschnitt eines langgestreckten Leiters, s der Umfang von F, so ist [nach F. Stäblein (Friedr. Krupp A.-G. in Essen), Elektrotechn. Zeitschr. 1924, S. 495] näherungsweise

$$\frac{I^2}{[\text{A}]^2} \cdot \frac{\varrho}{\left[\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}\right]} \cdot \frac{[1\,\text{mm}^2]}{F} = f(\vartheta) + g(\vartheta)\,\frac{s}{[\text{mm}]}.$$

[1]) Zum Teil nach G. Klein, Elektrotechn. Zeitschr. 1924, S. 300; zum Teil nach den physikalisch-chemischen Tabellen (Bearbeiter: Holborn †).

[2]) Friedr. Krupp A.-G, Essen.

[3]) Oberschlesische Eisenindustrie A.-G., Boildonhütte.

$\vartheta =$	$f =$	$g =$	$\vartheta =$	$f =$	$g =$	$\vartheta =$	$f =$	$g =$
100	5	1,4	600	48	38	1000	123	158
200	10	3,7	700	63	58	1100	150	208
300	16	8,0	800	80	84	1200	181	268
400	24	14,5	900	100	117	1300	217	339
500	35	24,0						
. . .	. . .	. . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	. . .	. . .
Grad			Grad			Grad		

Art. 656. Leitfähigkeit $\varkappa$ wässeriger Lösungen von KCl. Die normale Lösung enthält: 74,555 g KCl (in Luft mit Messinggewichten gewogen) in 1 Liter Lösung von 18 Grad. [F. Kohlrausch, Holborn und Diesselhorst.]

Grad	KCl (1/1) normal		KCl (1/10) normal		KCl (1/50) normal	
15	0,092 52	189	0,010 48	24	0,002 243	51
16	0,094 41	190	0,010 72	23	0,002 294	51
17	0,096 31	191	0,010 95	24	0,002 345	52
18	0,098 22	192	0,011 19	24	0,002 397	52
19	0,100 14	193	0,011 43	24	0,002 449	52
20	0,102 07	193	0,011 67	24	0,002 501	52
21	0,104 00	194	0,011 91	24	0,002 553	53
22	0,105 94		0,012 15		0,002 606	
. . .	. . . . .	. . . .	. . . . .	. . .	. . . . .	. . . .
Grad	$1/\Omega$. cm		$1/\Omega$. cm		$1/\Omega$. cm	

Nach den physikalisch-chemischen Tabellen (Bearb.: Holborn †).

Art. 657. Spannung des gesättigten Weston-Elements der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

$\vartheta =$	$U =$	$\vartheta =$	$U =$
15^0	1,018 47 V	25^0	1,018 09 V
16	44	24	13
17	41	23	17
18	38	22	22
19	34	21	26
20^0	1,018 30 V		

Art. 658. Elektrolytische Spannung.

Metall 1	→ Lösung 2 (1 — normal)	U_{12} [V] =	Metall 1	→ Lösung 2 (1 — normal)	U_{12} [V] =
Li	Li/| — —	— 3,02	Pb	— Pb/|| —	— 0,12
K	K/| — —	— 2,92	Sn	— Sn/|| —	— 0,10
Na	Na/| — —	— 2,71	Fe	— — Fe/|||	— 0,04
Mg	— Mg/|| —	— 1,55			
Zn	— Zn/|| —	— 0,76	H_2	2 H/| angenom. =	0
Cr	— Cr/|| —	— 0,6	Cu	— Cu/|| —	+ 0,34
Cr	— — Cr/|||	— 0,53	Cu	Cu/| — —	+ 0,51
Fe	— Fe/|| —	— 0,43	Tl	— — Tl/|||	+ 0,72
Cd	— Cd/|| —	— 0,40	Ag	Ag/| — —	+ 0,80
Tl	Tl/| — —	— 0,33	2 Hg	— Hg/|| —	+ 0,8
Co	— Co/|| —	— 0,29	Hg	— Hg/|| —	+ 0,86
Ni	— Ni/|| —	— 0,22	Au	Au/| — —	+ 1,5

Art. 659. Thermoelektrische Spannung verschiedener Metalle 2 gegen Platin 1. Die beiden Lötstellen befinden sich auf 0 bzw. 100°. Bei positiver Spannung fließt der Strom an der kälteren Lötstelle von 2 nach 1. Nach den physikalisch-chemischen Tabellen 1923, Tabelle 193, bearbeitet von Henning.

Stoff 2	$U(2-1)$ =	Stoff	$U(2-1)$ =	Stoff	$U(2-1)$ =
Si	+ 44,8	Manganin	+ 0,7	Hg	0,00
Sb	+ 4,8	Ta	+ 0,4	**Pt**	**= 0 ang.**
Fe	+ 1,8	Rh	+ 0,65	Na	— 0,21
Mo	+ 1,2	Cs	+ 0,50	Pd	— 0,5
W	+ 0,8	Ir	+ 0,65	K	— 0,94
Cd	+ 0,9	Sn	+ 0,43	Co	— 1,65
Au	+ 0,75	Pb	+ 0,42	Ni	— 1,6
Ag	+ 0,75	Mg	+ 0,42	Konstantan	— 3,4
Cu	+ 0,75	Al	+ 0,39	Bi ⊥	— 5,2
Zn	+ 0,75	C	+ 0,25	Bi ||	— 7,7
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
	mV		mV		mV

Art. 660. Dielektrizitätskonstanten.

Stoff	$\varepsilon/\varepsilon_0 \approx$	Stoff	$\varepsilon/\varepsilon_0$	Stoff	$\varepsilon/\varepsilon_0$
Wasser	80	Steinsalz . . .	5,6	Quarz $\perp$ . . .	4,4
Äthylalkohol .	22	Sylvin	4,9	„ $\parallel$ . . .	4,7
Chloroform . .	5,1	Flußspath . .	6,8	Quarzglas . .	3,7
Rizinusöl . . .	4,6	Kalkspath $\perp$.	8,5	Porzellan . . .	6
Petroleum . . .	2,1	„ $\parallel$.	8,0	Hartgummi . .	2,4
Eis	3	Glimmer . . .	7	Paraffin . . .	2,1

Art. 661. Radioaktive Elemente I. Die Elemente ThD, AcD, RaF mit unendlich großer Halbwertszeit sind in der Tabelle nicht aufgeführt. γ-Strahlung ist nur angegeben, wo sie näher untersucht ist. $v/c_0 = \beta =$ Geschwindigkeitszahl. $\mathfrak{R} =$ Reichweite in Luft.

Atom	Halbwertszeit		α-Strahlung		β-Strahlung	γ-Strahlung
	$T =$	$lg\,(T/[s]) =$	$100\,v/c_0 =$	$\mathfrak{R}/\text{cm} =$	$100\,v/c_0 =$	
RaF . .	136,5 d	+ 7,072	5,30	3,72	—	γ
RaE . .	4,85 d	+ 5,621	—	—	$\approx$ 77	γ
RaD . .	16 a	+ 8,703	—	—	30 | 40,3	γ
RaC″ . .	1,32 m	+ 1,899	—	—	44 · · · 99,8	γ
ThC″ .	3,20 m	+ 2,283	—	—	29 | 84 *	γ
AcC″ . .	4,76 m	+ 2,456	—	—	60 | 66 | 74 | 91 ↓	γ
RaC′ . .	$\approx 10^{-8}$ s	— 8	6,41	6,60	—	—
ThC′ . .	$\approx 10^{-11}$ s	— 11	6,87	8,17	—	—
AcC′ . .	$\approx$ 0,005 s	— 2,3	(6,3)	(6,1)	—	—
RaC . .	19,5 m	+ 3,068	(5,2)	(3,6)	44 · · · 99,8	γ
ThC . .	60,5 m	+ 3,560	5,67	4,53	29 | 99,9*	—
AcC . .	2,16 m	+ 2,114	5,93	5,22	60 | 66 | 74 | 91 ↑	—
RaB . .	26,8 m	+ 3,207	—	—	36 · · · 80	γ
ThB . .	636 m	+ 4,582	—	—	63 | 77	γ
AcB . .	36,0 m	+ 3,335	—	—	38 | 42 | 49 | 65	γ
RaA . .	183 s	+ 2,263	5,63	4,48	—	—
ThA . .	0,14 s	— 0,854	6,00	5,39	—	—
AcA . .	0,0015 s	— 2,824	6,30	6,24	—	—
RaEm .	3,825 d	+ 5,519	5,36	3,91	52 | 68	—
ThEm .	54,5 s	+ 1,736	5,77	4,80	—	—
AcEm .	3,92 s	+ 0,593	6,03	5,49	—	—
Ra . . .	1580 a	+ 10,698	5,03	3,21	—	γ
ThX . .	3,64 d	+ 5,497	4,47	4,13	—	—
AcX . .	11,2 d	+ 5,987	5,50	4,14	—	—
Jo . . .	$9 \cdot 10^4$ a	+ 12,447	4,93	3,03	—	γ
RdTh .	1,90 a	+ 7,778	5,33	3,81	47 | 51	—
RdAc .	18,9 d	+ 6,212	5,60	4,43	38 | 42 | 49 | 65	γ

Radioaktive Elemente II.

Atom	Halbwertszeit		α-Strahlung		β-Strahlung	γ-Strahlung
	$T =$	$lg\,(T/s) =$	$100\,v/c_0 =$	$\Re/cm =$	$100\,v/c_0 =$	
Ac . .	≈ 20 a	8,799	—	—	?	—
Pa . . .	$1{,}2 \cdot 10^4$ a	11,580	5,17	3,48	—	—
UY . .	24,6 h	5,947	—	—	48 · · · 59	—
UII . .	$\approx 10^6$ a	13,544	4,87	2,91	—	—
UZ. . .	6,7 h	4,380	—	—	?	—
UX_2 . .	1,17 m	1,845	—	—	82 · · · 96	γ
UX_1 . .	23,8 d	6,314	—	—	48 · · · 59	γ
U_I . . .	$4{,}5 \cdot 10^9$ a	17,146	4,67	2,53	—	—
MsTh 2.	5,95 h	4,330	—	—	37 · · · 99,8	γ
MsTh 1.	6,7 a	8,322	—	—	?	—
Th . .	$1{,}65 \cdot 10^{10}$a	17,716	4,80	2,75	—	—

Art. 662. Geometrische Voraussetzungen der Strahlungslehre.

1. Ein nicht reflektierendes, schwarzes Flächenstück dF kann verwirklicht werden nach W. Wien durch eine kleine Öffnung in einer großen Hohlkugel von der Temperatur θ; einfacher durch einen mit

Fig. 635.

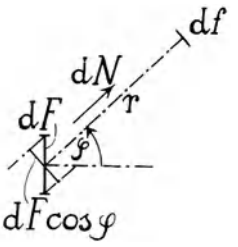
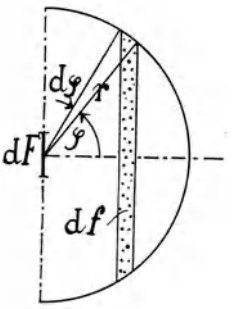


Fig. 636.



Platinmoor überzogenen (elektrisch auf der Temperatur θ erhaltenen) Platinstreifen.

2. Ein zweites Flächenstück df stehe senkrecht zur Verbindungslinie r beider Flächenstücke. Mit dem Lote auf dF bilde r den Winkel φ. Dann ist die von dF auf df übergehende Strahlungsleistung

$$dN = e_F \cdot dF \cos\varphi \cdot df/r^2 = e_F \cdot dF \cdot \cos\varphi \cdot d\Omega \quad (37)$$

Man bezeichnet e_F als Flächenhelle der Strahlung der Fläche, $d\Omega$ als bestrahlten Raumwinkel, dF als strahlendes Flächenstück, φ als Ausstrahlungswinkel (siehe Fig. 635).

3. In Fig. 636 ist das bestrahlte Flächenstück

$$df = 2\pi r \sin\varphi \cdot r \cdot d\varphi.$$

Also ist

$$dN = {}^1/_2 \pi e_F \cdot dF \cdot \sin 2\varphi \cdot d2\varphi.$$

Integriert man von $2\varphi = 0$ bis $2\varphi = \pi$, so erhält man die Leistung der von dF auf eine vorgelagerte Halbkugel übergehenden Strahlung. Für die allseitige Strahlungsleistung erhält man den doppelten Wert, nämlich

$$dN_{4\pi} = 2\pi \cdot e_F \cdot dF \quad \cdots\cdots\cdots \quad (38)$$

Um den Teil der Strahlungsleistung zu bestimmen, der durch die zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegenden Wellen übertragen wird, setzt Planck

$$e_F = I_\lambda \cdot d\lambda \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (39)$$

Man kann I_λ als **einfarbige Flächenhelle** bezeichnen. Aus (39) und (37) ergibt sich die (von Plancks „räumlicher Dichte der Strahlungsenergie" zu unterscheidende) **Strahlungsdichte**

$$dN/dF = I_\lambda \cdot d\lambda \cdot \cos\varphi \cdot d\Omega \quad \cdots\cdots \quad (37a)$$

aus (39) und (38) die **allseitige Strahlungsdichte**

$$dN_{4\pi}/dF = I_\lambda \cdot d\lambda \cdot 2\pi \quad \cdots\cdots\cdots \quad (38a)$$

Art. 663. Die Strahlungsgesetze. 1. Nach Planck ist die einfarbige Flächenhelle

$$I_\lambda = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\theta\lambda} - 1} = c_1 c_2^{-5} \theta^5 \frac{x^5}{e^x - 1} \quad \cdots\cdots \quad (40)$$

2. Setzt man den zweiten der Ausdrücke (40) in Gl. (38a) ein, so erhält man für die allseitige Gesamtstrahlungsdichte

$$\frac{dN_{4\pi}}{dF} = \left\{ 2\pi c_1 c_2^{-4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx \right\} \theta^4 = \frac{dN_{4\pi}}{dF} = \sigma\theta^4. \quad (41)$$

Diese Gleichung ist das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz. Das bestimmte Integral läßt sich durch Reihenentwicklung ausrechnen. So findet man die Konstante

$$\sigma = 2\pi c_1 c_2^{-4} \cdot 6{,}493 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (41a)$$

3. Nach (40) ist

$$\frac{\mathrm{d}I_\lambda}{\mathrm{d}\lambda} = 0, \quad \text{wenn} \quad \frac{1}{e^x - 1} = \frac{5 - x}{x} \quad \text{oder} \quad e^{-x} = 1 - \frac{x}{5}.$$

Diese Gleichung wird erfüllt durch

$$x = x_1 = 0 \quad \text{und} \quad x = x_2 = 4{,}9651.$$

Bei $x = x_1$ liegt ein Minimum, bei $x = x_2$ oder $\lambda = \lambda_m$ ein Maximum der Größe I_λ. Daraus ergibt sich das sogenannte Wiensche Verschiebungsgesetz

$$\underline{\lambda_m . \theta = c_2 / 4{,}9651} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (42)$$

4. Aus (42) und (40) ergibt sich die maximale einfarbige Flächenhelle

$$\underline{I_{\lambda m} = 21{,}2 . c_1 c_2^{-5} \theta^5} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (43)$$

5. Nach Planck haben die beiden, für die Strahlung des schwarzen Körpers bestimmenden Konstanten die Werte

$$c_1 = h c_0^2 \quad \text{und} \quad c_2 = h c_0 / k \quad \cdots\cdots\cdots \quad (44)$$

Hierin ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit, k die Boltzmannsche Konstante. Diese Gleichungen sind die Wiege einer der berühmtesten Größen der neueren Physik: des Planckschen Wirkungsquantums h!

Die Zahlenwerte von c_1, c_2, σ, k und h sind in Art. 667 angegeben.

Art. 664. Thermometrische Fixpunkte und Temperaturmessungen. Nach Handbuch der Physik **9**, Kap. 8 von Henning.

Sd = Siedepunkt, *Sm* = Schmelzpunkt, *E* = Erstarrungspunkt, *Sb* = Sublimationspunkt, *U* = Umwandlungspunkt.

Wasserstoff . . .	*Sd*	− 252,78	Zinn	*E*	231,85
Stickstoff	*Sd*	− 195,81	Benzophenon .	*Sd*	305,9
Sauerstoff	*Sd*	− 183,00	Kadmium . . .	*E*	320,95
Äthyläther	*E*	− 123,5	**Zink**	*E*	419,45
Schwefelkohlenstoff	*E*	− 112,0	***Schwefel** . . .	*Sd*	444,60
Toluol	*E*	− 95,0	**Antimon** . . .	*E*	630,5
Kohlendioxyd . . .	*Sb*	− 78,51	**Silber**	*E*	960,5
Chloroform . . .	*E*	− 63,5	**Gold**	*E*	1063
Chlorbenzol . . .	*E*	− 45,5	Kupfer	*E*	1083
Quecksilber . . .	*E*	− 38,87	Palladium . . .	*E*	1557
***Eis**	*Sm*	0	Platin	*E*	1770
Natriumsulfat . .	*U*	+ $32{,}38_4$	Molybdän . . .	*E*	2620
***Wasser**	*Sd*	100	Wolfram . . .	*E*	3380
Naphthalin	*Sd*	+ 217,96	Kohlenstoff . .	*E*	3490
		. . . .			. . .
		°C			°C

$\Delta p = p/[1\ \text{mm Hg}] - 760.$

Wasserstoff	$Sd/1^0 =$	$-252{,}78 + 0{,}004\,\Delta p$
Stickstoff	$Sd/1^0 =$	$-195{,}81 + 0{,}011\,\Delta p$
Sauerstoff	$Sd/1^0 =$	$-183{,}00 + 0{,}013\,\Delta p - 0{,}000\,007\,\Delta p^2$
Kohlendioxyd	$Sb/1^0 =$	$-78{,}51 + 0{,}016\,\Delta p - 0{,}000\,011\,\Delta p^2$
Wasser	$Sd/1^0 =$	$+100{,}000 + 0{,}037\,\Delta p - 0{,}000\,023\,\Delta p^2$
Naphthalin	$Sd/1^0 =$	$+217{,}96 + 0{,}058\,\Delta p$
Benzophenon	$Sd/1^0 =$	$+305{,}9 + 0{,}063\,\Delta p$
Schwefel	$Sd/1^0 =$	$+444{,}60 + 0{,}091\,\Delta p - 0{,}000\,048\,\Delta p^2$

Zu Messungen zwischen — 193 und 0° dient ein Widerstandsthermometer aus reinstem Platindraht von W. C. Heraeus; dessen Widerstand

$$R_\vartheta = R_0(1 + \alpha\vartheta + \beta\vartheta^2 + \gamma\vartheta^4)$$

gemessen wird; zur Eichung in Sauerstoff (Kohlendioxyd), Quecksilber und Eis.

Die Eichung in Kohlendioxyd ist entbehrlich, wenn

$$\gamma = -0{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ gesetzt wird.}$$

Zu Messungen zwischen 0 und 630°C dient das gleiche Pt-Thermometer, dessen Widerstand

$$R_\vartheta = R_0(1 + a\vartheta + c\vartheta^2)$$

gemessen wird; zur Eichung in Eis, Wasser und Schwefel.

Zu Messungen zwischen 600 und 1100°C dient ein Thermoelement aus Pt und Pt—Rh (10 v. H. Rh), dessen eine Lötstelle sich auf 0°C befindet. Die thermoelektrische Kraft wird gemessen; zur Eichung in Zink, Antimon, Silber, Gold.

Zu Messungen zwischen 1100 und 3000°C verwendet man die Wiensche Form der Planckschen Strahlungsformel, die dadurch entsteht, daß die im Nenner stehende Zahl 1 vernachlässigt wird (vgl. Art. 663). Man untersucht für die Wellenlänge λ die Helligkeit I_θ eines beliebigen und die Helligkeit I_{Au} eines auf 1063° befindlichen schwarzen Körpers. Als Vergleichslichtquelle dient in beiden Fällen dieselbe kleine Glühlampe. Man findet θ aus der Gleichung

$$ln\,\frac{I_\theta}{I_{Au}} = \frac{c_2}{\lambda}\left(\frac{1}{\theta_{Au}} - \frac{1}{\theta}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

Art. 665. Photometrische Größen, Einheiten und Beziehungen.

Leuchtkraft	I	HK	$E = (I/r^2)\cos\varphi$
Abstand der Lichtquelle von einer Fläche . . .	r	m	Haben alle Teile einer leuchtenden Fläche F gleiche Flächenhelle e, so ist die Leuchtkraft der Fläche $I = F \cdot e$.
Flächenhelle	e	HK/cm^2	
Einfallswinkel d. Strahlen auf d. beleuchtete Fläche	φ	1	
Beleuchtung	E	HK/m^2	Der im Kegel verlaufende Lichtstrom ist $\Phi = I \cdot \Omega$.
Räumlicher Winkel eines Kegels, an dessen Spitze eine Lichtquelle von geringer Ausdehnung liegt	Ω	1	Ist T die Zeit, während welcher auf einer Fläche die Beleuchtung E aufrechterhalten wird, so ist die Belichtung der Fläche $= ET$.
Lichtstrom	Φ	HK	Rufen zwei Lichtquellen 1 und 2 auf zwei senkrecht bestrahlten Flächen gleiche Beleuchtung hervor, so sind die Beleuchtungen $I_1/r_1^2 = I_2/r_2^2$.
Belichtung	ET	$HK \cdot s \cdot m^{-2}$	
[Als Träger der Einheit der Leuchtkraft dient eine Dochtlampe von bestimmten Abmessungen, die Amylacetat verbrennt, die Hefnerlampe].			

Art. 666. Halbmesser der Bohrschen Kreise bei H und $H_e/|$.

$$r_n = \frac{10^{-7} \cdot \varepsilon_0 h^2}{\pi m_e q_e^2} \cdot \frac{n^2}{Z} \text{ [siehe Art. 598, Gl. (8)]} \quad \ldots \quad (46)$$

$n =$	1	2	3	4 ...
$r_n(\mathrm{H}) =$	0,528	2,03	4,75	$8{,}35 \cdot 10^{-8}$ cm
$r_n(He/\|) =$	0,264	1,02	2,38	$4{,}17 \cdot 10^{-8}$ cm

Art. 666 a. Glühelektronen (vgl. die S. 461 ... 471 und 647).

1. Es sei:

θ die absolute Temperatur des Glühfadens,	$x = \dfrac{1000^0\,\mathrm{K}}{\theta}$.
c_θ die Sättigungsstromdichte an der Oberfläche des Glühfadens,	$y = \dfrac{c_\theta}{[A\,\mathrm{cm}^{-2}]}$.
θ_m die Exponentialkonstante oder Austrittstemperatur,	$q_m = e^{\frac{\theta_m}{1000^0\,\mathrm{K}}}$.
m eine Zahl, für die sich aus verschiedenen Theorien ein verschiedener Wert ergibt,	Nach Richardson ist $m = 1/2$. Nach Dushman u. a. ist $m = 2$.
c_m eine Proportionalitätskonstante.	$p_m = \dfrac{10^{3m} c_m}{[A\,\mathrm{cm}^{-2}]}$.

Die Konstanten θ_m und c_m lassen sich (bei $m = 1/2$ und bei $m = 2$) so bestimmen, und die beobachtete Stromdichte c_θ ändert sich mit der beobachteten Temperatur θ in der Weise, daß die Gleichung erfüllt ist:

$$c_\theta = c_m \left[\frac{\theta}{[^0\mathrm{K}]}\right]^m e^{-\theta_m/\theta} \quad \text{oder} \quad y = \frac{p_m}{x^m q_m^x} \quad \cdots \quad (47)$$

Um bei gegebener Temperatur die Stromdichte zu berechnen, schreibt man

$$\lg y = \lg p_m - (m \lg x + x \lg q_m) \quad \cdots \quad (48)$$

Um aus beobachteten Werten von Temperatur und Stromdichte die Konstanten zu ermitteln, schreibt man

$$\lg y + m \lg x = z = \lg p_m - (\lg q_m) . x \quad \cdots \quad (49)$$

Die Punkte, welche z als Funktion von x darstellen, liegen auf einer Geraden. Verlängert man die Gerade bis zu den Punkten $x = 0$ und $x = 1$, so findet man

$$\lg p_m = (z)_{x=0} \quad \text{und} \quad \lg q_m = (z)_{x=0} - (z)_{x=1} \quad \cdots \quad (50)$$

Es empfiehlt sich, das Koordinatensystem (wie üblich) so zu wählen, daß die z-Achse nach unten, die x-Achse nach links gerichtet ist. Aus $\lg q_m$ und $\lg p_m$ findet man leicht die Konstanten θ_m und c_m. Die bisherigen Beobachtungen sind nicht so genau und nicht über ein so großes Temperaturintervall erstreckt, daß entschieden werden könnte, ob die Gl. (47) mit $m = 1/2$ oder $m = 2$ die Beobachtungen besser darstellen. Mit anderen Worten: die mit $m = 1/2$ und mit $m = 2$ aus den Beobachtungen berechneten Punkte lassen sich gleich gut einer Geraden zuordnen.

Die Beobachtungen an **Wolfram** lassen sich nach Richardson durch die Konstanten darstellen:

$$m = 1/2, \quad c_{1/2} = 2{,}36 \cdot 10^7 \,\mathrm{A \cdot cm^{-2}}, \quad \lg p_{1/2} = 8{,}872\,91,$$
$$\theta_{1/2} = 52\,500^0\,\mathrm{K}, \quad \lg q_{1/2} = 22{,}800;$$

ferner nach Dushman durch die Konstanten:

$$m = 2, \quad c_2 = 60{,}2\,\mathrm{A \cdot cm^{-2}}, \quad \lg p_2 = 7{,}779\,60,$$
$$\theta_2 = 52\,600^0\mathrm{K}, \quad \lg q_2 = 22{,}844.$$

In der folgenden Tabelle (S. 780) sind die Stromdichten angegeben, die sich für W aus den beiden Konstantengruppen ergeben.

Dushman hat also zur Berechnung seiner Konstanten Werte der beobachteten Stromdichte gewählt, die etwa zehn- bis dreimal kleiner sind als die von Richardson gewählten.

$\frac{\theta}{^0\mathrm{K}} =$	$c_\theta/A\,\mathrm{cm}^{-2} = y =$		$\frac{\theta}{^0\mathrm{K}} =$	$c_\theta/A\,\mathrm{cm}^{-2} = y =$	
	$(m = 1/2)$	$(m = 2)$		$(m = 1/2)$	$(m = 2)$
(1000)	$(1{,}19 \cdot 10^{-14})$	$(0{,}086 \cdot 10^{-14})$	2000	$4{,}21 \cdot 10^{-3}$	$0{,}912 \cdot 10^{-3}$
1200	$8{,}2 \cdot 10^{-11}$	$0{,}80 \cdot 10^{-11}$	2200	$4{,}79 \cdot 10^{-2}$	$1{,}21 \cdot 10^{-2}$
1400	$4{,}5 \cdot 10^{-8}$	$0{,}57 \cdot 10^{-8}$	2400	0,365	0,105
1600	$5{,}3 \cdot 10^{-6}$	$0{,}82 \cdot 10^{-6}$	2600	2,05	0,67
1800	$2{,}16 \cdot 10^{-4}$	$0{,}40 \cdot 10^{-4}$	—	—	—

2. Für den Exponenten der e-Funktion in (47) kann man setzen:

$$\frac{\theta_m}{\theta} = -\frac{\theta_m k}{k\theta} = -\frac{A_m}{k\theta} = -\frac{U_m q_e}{k\theta}.$$

Mithin berechnet sich aus der Austrittstemperatur θ_m die Austrittsarbeit

$$\theta_m . k = A_m = \frac{\theta_m}{^0\mathrm{K}} \cdot 1{,}372 . 10^{-16}\,\mathrm{erg}, \quad \ldots \quad (51)$$

die Austrittsspannung

$$\theta_m \frac{k}{q_e} = U_m = \frac{\theta_m}{^0\mathrm{K}} \cdot 0{,}863 . 10^{-4}\,\mathrm{Volt} \quad \ldots \quad (52)$$

Aus

$$\theta_{1/2} = 52\,500^0\,\mathrm{K} \quad \text{bzw.} \quad \theta_2 = 52\,600^0\,\mathrm{K}$$

folgt

$$U_{1/2} = 4{,}525\,\mathrm{V} \quad \text{bzw.} \quad U_2 = 4{,}535\,\mathrm{V}.$$

3. Man kann Werte für die Austrittskonstanten θ_m, A_m, U_m nicht nur aus der Glühemission, sondern auch aus **photoelektrischen Beobachtungen** ermitteln.

a) Die größte Wellenlänge Λ, welche Photoelektronen auszulösen vermag, ist nach S. 649, Gl. (2) dadurch bestimmt, daß die Austrittsgeschwindigkeit $v = 0$ ist. Aus der Grenzfrequenz f bzw. der Grenzwellenlänge Λ folgt also

$$h f = A_m \quad \text{bzw.} \quad \frac{U_m}{[V]} = \frac{12\,320}{\Lambda/[\text{Å}]} \quad \ldots \quad (53)$$

b) Wählt man die einfallende Wellenlänge $\lambda < \Lambda$, so ist v endlich. Millikan hat v durch Messung einer verzögernden Spannung U bestimmt. Man erhält nach S. 649, Gl. (3):

$$A_m = h f - U q_e, \quad \frac{U_m}{[V]} = \frac{12\,320}{\lambda/[\text{Å}]} - \frac{U}{[V]} \quad \ldots \quad (54)$$

4. Austrittsspannungen (in Volt gemessen).

H > 9,3]				**Th** 3,15* 2,7 D
Li 2,4]	**Na** 2]	**K** 1,6 Y	**Rb** —	**Cs** 2 K
Be 3,45*	**Mg** 3,01*	**Ca** 2,4*	**Sr** 2,15*	**Ba** 1,85*
B 4,15*	**Al** 3,95*	**Sc** 3,6*	**Y** 3,1*	**Ce** 3,1
C 5]	**Si** 4,8*	**Ti** 4,0*	**Zr** 3,6*	**Hf** —
		V —	**Nb** —	**Ta** 4,2*
		Cr —	**Mo** 4,3 D	**W** 4,5*
		Ni 4,0]	**Pd** 4,3]	**Pt** 5 ··· 6*
		Zn 3,6]	**Cd** 3,8]	**Hg** 4,5]
N —	**P** —	**As** 5,2]	**Sb** 4,0]	**Bi** 3,8]
	[K + P 3,4]	—	K + 50 Sb 3,1	K + 60 Bi 2,7]
O 9,1]	**S** 5,4]	**Se** 5,6]	**Te** —	**Po** —
F —	**Cl** > 10,2]	**Br** —	**J** —	? —

] Photoelektrische Grenzwellenlänge, s. phys.-chem. Tabellen.

* Spanner, Ann. d. Phys. (IV) **75**, 609 ... 633, 1924. Verf. untersucht Erdalkalioxyde auf Pt-Draht.

D = Dushman, Hochvakuumtechnik (bei Julius Springer, 1926). Verf. gibt für Ta 4,1, für W 4,53 Volt an.

K = Kunsmann, Phys. Rev. **27**, 249, 1926.

Y = Richardson und Young, Proc. roy. soc. (A) **107**, 377—410, 1925.

Art. 666 b. Übersicht über weitere, in früheren Teilen des Buches angegebene Zahlenwerte und Bezeichnungen.

	Seite
Periodisches System der Elemente	623
Dynamische Atomgewichte	640 u. 641
Bohrsche Atomelektronentabelle	632
Bedeutung von A und Z	626
Radioaktive Umwandlungen	635
Magnetisches Feld zweier paralleler Stromleiter	65
Magnetisches Feld einer zylindrischen Spule	66
Transformatorverluste	228
Widerstandsverhältnis bei verschiedenen Temperaturen	263
Elektrolytische Leitfähigkeiten	678, 682
Thermospannungen, Cu-Konstantan	697
Beispiele für Maschinensender	458, 461
Antennen der Großstation Nauen	521
Energiefortpflanzung an parallelen Drähten	590, 599
Reflexion an Metallen	507
Spektren von H, He, Hg	703, 710, 717
Termschema	711
Übersicht über Röntgenwellenlängen	714
Röntgenstrahlen von Wolfram	715

Art. 667. Allgemeine Naturkonstanten.

Gravitationskonstante	$f = 0{,}665 \cdot 10^{-7}$ dyn g^{-2} cm^2
Normale Schwerebeschleunigung	$\gamma_n = 980{,}665$ cm s^{-2}
Normale oder physikalische Atmosphäre	760 mm Hg $= 1{,}013\,25 \cdot 10^6$ dyn $\cdot$ cm^{-2}
Absolute Temperatur des Eispunktes	$\theta_0 = 273{,}20^0$ K
Molare Gaskonstante	$R_0 = 0{,}831\,3_2 \cdot 10^8$ erg $\cdot$ grad^{-1} g^{-1}
Arbeitswert der Kalorie	cal/abs. Joule $= 4{,}186\,3$
Loschmidtsche Zahl	$L = 0{,}606_1 \cdot 10^{24}$
Elementare Masseneinheit [$^1/_{16}\, m(O) =$]	$m_0 = 1{,}650 \cdot 10^{-24}$ g
Elementare Ladungseinheit	$q_e = 1{,}592 \cdot 10^{-19}$ int. Coulomb $= 4{,}77_4 \cdot 10^{-10}$ [Q_s]
Äquivalentladung ($q_e/m_0 =$)	$\mathfrak{F} = 96\,494$ C/g
Spezifische Ladung des Elektrons (bei geringer Geschwindigkeitszahl β)	$q_e/m_e = 1{,}766 \cdot 10^8$ int. Coulomb $\cdot$ g^{-1}
Atomgewicht des Elektrons ($m_e/m_0 =$)	$A_e = 0{,}000\,546$
Ruhmasse des Elektrons	$m_e = 0{,}902 \cdot 10^{-27}$ g
Boltzmannsche Konstante ($R_0 . m_0 =$)	$k = 1{,}372 \cdot 10^{-16}$ erg $\cdot$ grad^{-1}
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2{,}998_5 \cdot 10^{10}$ cm s^{-1}
Balmer-Rydbergsche Grundkonstante	$N_\infty = 109\,737{,}1$ cm^{-1}
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 0{,}655 \cdot 10^{-26}$ erg $\cdot$ s
Permeabilität im Leerraum	$\mu_0 = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-8}$ abs. $\Omega \cdot$ s $\cdot$ cm^{-1} $\approx 1{,}256 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ s $\cdot$ cm^{-1}
Verschiebbarkeit im Leerraum	$\varepsilon_0 = \dfrac{10^8}{0{,}4\,\pi \dfrac{c_0^2}{[\text{cm s}^{-1}]^2}}$ abs. $\Omega^{-1} \cdot$ cm$^{-1} \cdot$ s $\approx 0{,}885 \cdot 10^{-13}\ \Omega^{-1} \cdot$ cm$^{-1} \cdot$ s
Plancksche Strahlungskonstanten	$c_1 = 0{,}589 \cdot 10^{-5}$ erg $\cdot$ s^{-1} $\cdot$ cm^2 $c_2 = 1{,}43$ cm $\cdot$ grad
Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante	$\sigma = 0{,}575 \cdot 10^{-11}$ int. Watt $\cdot$ cm^{-2} grad^{-4}
Produkt aus Anregungsspannung U und Wellenlänge Λ	$\dfrac{U}{[\text{V}]} \cdot \dfrac{\Lambda}{\text{Å}} = 12\,330.$

Art. 667 a. Streufaktor f eines Rotationsellipsoids (2 b = größter Durchmesser).

$a/b =$	1	5	10	20	50	100
$f =$	$^1/_3$	0,0556	0,0204	0,006 74	0,001 443	0,000 430 0

f_{50} auf S. 74 ist 1 v. H. zu klein.

Vierzehnter Abschnitt.

Mathematische und funktechnische Ergänzungen.

Hundertundvierzehntes Kapitel.

Mathematische Ergänzungen.

Art. 668. Reihenentwicklungen. Wenn x klein gegen 1, so gilt folgendes.

1. Reihe von Maclaurin:

$$f(x)=f(x=0)+\frac{x}{1}f'(x=0)+\frac{x^2}{1\cdot 2}f''(x=0)+\frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3}f'''(x=0)+\cdots$$

2. $(1\pm x)^n=1^n\pm\frac{n}{1}x+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}x^2\pm\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3+\cdots$

3. $(1+x)^2\approx 1\pm 2x.$

4. $\sqrt{1\pm x}\approx 1\pm\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2\pm\frac{1}{16}x^3.$

5. $1/\sqrt{1\pm x}\approx 1\mp\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2\mp\frac{5}{16}x^3.$

6. $1/(1\pm x)=1\mp x+x^2\mp x^3+x^4\mp\cdots$

7. $\sin x\approx x\left(1-\frac{1}{6}x^2\right).$ 8. $\cos x\approx 1-\frac{1}{2}x^2.$

9. $\operatorname{tg} x\approx x\left(1+\frac{1}{3}x^2\right).$ 10. $\operatorname{cotg} x=\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{3}x^2\right).$

11. $e^{\pm x}=1\pm\frac{x}{1}+\frac{x^2}{1\cdot 2}+\frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3}+\cdots$

12. $ln\,(1 \pm x) = \pm x - \frac{1}{2}x^2 \pm \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \cdots$

13. $\frac{1}{2}\,ln\,\frac{1+x}{1-x} = \frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots$

14. $arc\,tg\,x = x\left[1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{5}x^4 - \cdots\right]$.

Art. 669. Natürlicher und dezimaler Logarithmus.

$$ln\,\alpha = \frac{lg\,\alpha}{0{,}4340} = 2{,}303\,lg\,\alpha.$$

Art. 670. Spiegelablesung. Das von einem Spiegel reflektierte Lichtbündel treffe in der Ruhelage des Spiegels senkrecht auf eine Skale, deren Abstand vom Spiegel $= A$ ist. Dreht sich das Einfallslot um den Winkel φ, so dreht sich das Lichtbündel um 2φ; während der Drehung bewege sich der auf der Skale entstehende Lichtfleck um die Strecke s. Dann sind s und A die Katheter eines rechtwinkligen Dreiecks, in dem s dem Winkel 2φ gegenüberliegt. Es ist also $tg\,2\eta = s/A$.

Es ergibt sich

$$tg\,\varphi = \frac{s}{2A}\left[1 - \left(\frac{s}{2A}\right)^2 \cdots\right] \quad \text{und} \quad \varphi \approx \frac{s}{2A}\left[1 - \frac{4}{3}\left(\frac{s}{2A}\right)^2 \cdots\right].$$

Wird die Lichtquelle durch ein Fernrohr ersetzt, so gilt das gleiche.

Art. 671. Gleichungen mit einer Unbekannten.

1. $x^2 - 2ax + b = 0.$ $\quad x_{|2}^{1} = a \pm \sqrt{a^2 - b}.$

2. $x^3 + 3x^2a + 6xb + 2c = 0.$

Es ist $$(z + a)^3 + 3(z + a)\,p + 2q = 0,$$

wenn $$p = 2b - a^2 \quad \text{und} \quad q = a^3 - 3ab + c.$$

Erster Fall. Wenn $q^2 + p^3 > 0$, so gibt es eine reelle Wurzel z_1 und zwei komplex konjugierte Wurzeln z_2 und z_3.

Es ist

$$A = -q + \sqrt{q^2 + p^3} \quad \text{und} \quad B = -q - \sqrt{q^2 + p^3},$$

$$z + a = \alpha\sqrt[3]{A} + \beta\sqrt[3]{B}.$$

	z_1	z_2	z_3 erhält man durch
$\alpha \cdot \cdot \cdot \cdot =$	1	$\frac{-1+j\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1-j\sqrt{3}}{2}$
$\beta \cdot \cdot \cdot \cdot =$	1	$\frac{-1-j\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1+j\sqrt{3}}{2}$

Zweiter Fall. Wenn $q^2 + p^3 < 0$, so sind alle drei Wurzeln reell. Man bestimme einen Winkel φ so, daß

$$\cos 3\varphi = -q/p\sqrt{-p}$$

wird und findet

$$z + a = -2\sqrt{-p}\cos\varphi.$$

3. $x^4 + 2Ax^3 + 6Bx^2 + 12Cx + 12D = 0.$

$$[x^2 + Ax + z]^2 - [x^2(2z + A^2 - 6B) + 2x(zA - 6C) + (z^2 - 12D)] = 0.$$

Die zweite Klammer wird zu einem Quadrat, wenn

$$(zA - 6C)^2 = (2z + A^2 - 6B)(z^2 - 12D).$$

Die Hilfsgröße z muß der obigen Gleichung dritten Grades genügen mit den Koeffizienten

$$a = -B, \quad b = AC - 2D, \quad c = 3(6BD - DA^2 - 3C^2).$$

Hat man z ermittelt, so ist

$$F^2 = 2z + (A^2 - 6B), \quad G^2 = z^2 - 12D$$

und

$$[x^2 + Ax + z]^2 - [xF + G]^2 = 0,$$

woraus folgt

$$2x|_2^1 = -A - F \pm \sqrt{(A^2 + F^2 - 4z) + 2(AF - 2G)},$$
$$2x|_4^3 = -A + F \pm \sqrt{(A^2 + F^2 - 4z) - 2(AF - 2G)}.$$

Art. 672. Fouriersche Analyse bei $m = 12$ Periodenteilen. Nach Art. 118, S. 143 ist

$$y_\tau = \mathfrak{B}_0 + J_1 \sin(\tau + \gamma_1) + J_2 \sin(2\tau + \gamma_2) + J_3 \sin(3\tau + \gamma_3) + J_4 \sin(4\tau + \gamma_4) + J_5 (\sin(5\tau + \gamma_5) + \mathfrak{B}_6 \cos 6\tau.$$

Man schreibe

die Ordinaten	y_1	y_4	y_7	y_{10}
	y_5	y_8	y_{11}	y_2
und bilde: die Summen	u_9	u_{12}	u_3	u_6
und bilde: die Differenzen	v_1	v_4	v_7	v_{10}

Man findet sodann die Koeffizienten $\mathfrak{A}_3$ und $\mathfrak{B}_3$ und die zur Berechnung der übrigen nötigen Hilfsgrößen:

$6\mathfrak{A}_3 = (y_9 + u_9) - (y_3 + u_3)$	$6\mathfrak{B}_3 = (y_{12} + u_{12}) - (y_6 + u_6)$
$6q = (y_9 + u_9) + (y_3 + u_3)$	$6p = (y_{12} + u_{12}) + (y_6 + u_6)$
$6a = (y_3 - {}^1/_2 u_3) - (y_9 - {}^1/_2 u_9)$	$6b = (v_4 - v_{10}) \sin 60^0$
$6l = (y_3 - {}^1/_2 u_3) + (y_9 - {}^1/_2 u_9)$	$6g = (v_4 + v_{10}) \sin 60^0$
$6h = (y_{12} - {}^1/_2 u_{12}) + (y_6 - {}^1/_2 u_6)$	$6f = (v_1 + v_7) \sin 60^0$
$6c = (y_{12} - {}^1/_2 u_{12}) - (y_6 - {}^1/_2 u_6)$	$6d = (v_1 - v_7) \sin 60^0$

Die übrigen Koeffizienten findet man in folgender Weise. Es ist

$\mathfrak{A}_1$	$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{A}_2$	$\mathfrak{B}_2$	$2\mathfrak{B}_0$
$\mathfrak{A}_5$	$\mathfrak{B}_5$	$\mathfrak{A}_4$	$\mathfrak{B}_4$	$\mathfrak{B}_6$
$= a \pm b$	$c \pm d$	$f \mp g$	$h \mp l$	$p \pm q$

Endlich findet man

$$J_k = \sqrt{\mathfrak{A}_k^2 + \mathfrak{B}_k^2} \quad \text{und} \quad tg\,\gamma_k = \mathfrak{B}_k / \mathfrak{A}_k.$$

Art. 673. Fouriersche Analyse bei $n = 6$ Halbperiodenteilen. Ist $y_\tau = y_{\tau+\pi}$, so verschwinden die geraden Koeffizienten (siehe Art. 119, S. 144). Es ist

$$y_\tau = J_1 \sin(\tau + \gamma_1) + J_3 \sin(3\tau + \gamma_3) + J_5 \sin(5\tau + \gamma_5).$$

Aus den von der Symmetrielinie an gemessenen Ordinaten $y_1 \ldots y_6$ findet man

$3\mathfrak{A}_3 = -y_3 + (y_1 + y_5)$	$3\mathfrak{B}_3 = -y_6 + (y_4 - y_2)$
$3a = +y_3 + \frac{1}{2}(y_1 + y_5)$	$3c = -y_6 - \frac{1}{2}(y_4 - y_2)$
$3d = \sin 60^0 \; (y_1 - y_5)$	$3b = \sin 60^0 \; (y_4 + y_2)$

Ferner

$$\mathfrak{A}_1 = a + b, \quad \mathfrak{A}_5 = a - b, \quad \mathfrak{B}_1 = c + d, \quad \mathfrak{B}_5 = c - d.$$

Art. 674. Fouriersche Analyse für $n = 18$ Halbperiodenteile (siehe Art. 119, S. 144).

Man schreibt die für eine Halbperiode gemessenen 18 Ordinaten in einer gewissen Reihenfolge und bildet die Summen und Differenzen:

		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9
	y_{18}	y_{17}	y_{16}	y_{15}	y_{14}	y_{13}	y_{12}	y_{11}	y_{10}	
Summen	(u_0)	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9
Differenzen	v_9	v_8	v_7	v_6	v_5	v_4	v_3	v_2	v_1	—

Darauf berechnet man nachstehende sechs Funktionen C, D usw.:

$$
\begin{aligned}
9\,C_u &= (u_9 - u_3) + (u_1 + u_5 - u_7),\\
9\,D_u &= (u_9 - u_3) - {}^1/_2\,(u_1 + u_5 - u_7).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
9\,E_u &= (u_9 + {}^1/_2\,u_3) + u_1 \sin 10^0 + u_5 \sin 50^0 + u_7 \sin 70^0,\\
9\,F_u &= (u_9 + {}^1/_2\,u_3) + u_1 \sin 50^0 - u_5 \sin 70^0 - u_7 \sin 10^0.\\
9\,G_u &= (u_9 + {}^1/_2\,u_3) - u_1 \sin 70^0 + u_5 \sin 10^0 - u_7 \sin 50^0,\\
9\,H_u &= (u_2 + u_4 - u_8) \sin 60^0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
9\,K_u &= u_6 \sin 60^0 + u_2 \sin 20^0 + u_4 \sin 40^0 + u_8 \sin 80^0,\\
9\,L_u &= u_6 \sin 60^0 + u_2 \sin 40^0 - u_4 \sin 80^0 - u_8 \sin 20^0,\\
9\,M_u &= + u_6 \sin 60^0 - u_2 \sin 80^0 + u_4 \sin 20^0 - u_8 \sin 40^0.
\end{aligned}
$$

Darauf berechnet man C_v, D_v usw., indem man überall u durch v ersetzt.

Schließlich findet man die Koeffizienten — die mit geradem Index sind Null — durch die Beziehungen

k	17 / 1*	3* / 15	13 / 5*	7* / 11	9
$\mathfrak{A}$	$E_u - K_u$	$-(D_u - H_u)$	$F_u + M_u$	$-(G_u - L_u)$	C_u
	$E_u + K_u$	$-(D_u + H_u)$	$F_u - M_u$	$-(G_u + L_u)$	
$\mathfrak{B}$	$E_v - K_v$	$+(D_v - H_v)$	$F_v + M_v$	$+(G_v - L_v)$	C_v
	$E_v + K_v$	$+(D_v + H_v)$	$F_v - M_v$	$+(G_v + L_v)$	

Die Konstanten der Reihe (75) folgen aus den Gl. (80), S. 144.

Art. 675. Kontrollrechnung für $n = 18$. Einige der gemessenen Ordinaten y berechnen sich besonders einfach aus den Gliedern der Fourierschen Reihe (76).

Man schreibt die Koeffizienten in einer gewissen Reihenfolge und bildet die Summen und Differenzen.

	$\mathfrak{A}_1$	$\mathfrak{A}_3$	$\mathfrak{A}_5$	$\mathfrak{A}_7$		$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{B}_3$	$\mathfrak{B}_5$	$\mathfrak{B}_7$	
	$\mathfrak{A}_{17}$	$\mathfrak{A}_{15}$	$\mathfrak{A}_{13}$	$\mathfrak{A}_{11}$	$\mathfrak{A}_9$	$\mathfrak{B}_{17}$	$\mathfrak{B}_{15}$	$\mathfrak{B}_{13}$	$\mathfrak{B}_{11}$	$\mathfrak{B}_9$
Summen	α_1	α_3	α_5	α_7	α_9	β_1	β_3	β_5	β_7	β_9
Differenzen	α_8		α_4	α_2		β_8		β_4	β_2	

Darauf findet man

$$y_9 = (\alpha_1+\alpha_5-\alpha_7)-(\alpha_3-\alpha_9) \qquad y_{18} = -(\beta_1+\beta_5+\beta_7)-(\beta_3+\beta_9)$$
$$C = \tfrac{1}{2}(\alpha_1+\alpha_5-\alpha_7)+(\alpha_3-\alpha_9) \qquad E = \tfrac{1}{2}(\beta_1+\beta_5+\beta_7)-(\beta_3+\beta_9)$$
$$D = \sin 60^0\,(\alpha_2-\alpha_4+\alpha_8) \qquad F = \sin 60^0\,(\beta_2+\beta_4-\beta_8).$$

$$y_3 = C-F \qquad y_6 = D+E$$
$$y_{15} = C+F \qquad y_{12} = D-E.$$

Diese Kontrollrechnung ist so einfach, daß es sich immer, jedenfalls aber, bevor man die Ausrechnung der Koeffizienten wiederholt, lohnen dürfte, dieselbe anzustellen.

Art. 676. Fouriersche Analyse für $m = 36$ Periodenteile. Man schreibt die 18 Ordinaten $y_1 \ldots y_{18}$ so wie am Anfang von Art. 674 gezeigt ist, die weiteren in der Reihenfolge:

y		19	20	21	22	23	24	25	26	27
	36	35	34	33	32	31	30	29	28	
Σ	U_0	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
Δ	V_9	V_8	V_7	V_6	V_5	V_4	V_3	V_2	V_1	
	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9
	U_0	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9
Σ		a_1		$-a_3$		a_5		$-a_7$		a_9
	b_9		$-b_7$		b_5		$-b_3$		b_1	
Δ		α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9
	v_9	v_8	v_7	v_6	v_5	v_4	v_3	v_2	v_1	
	V_9	V_8	V_7	V_6	V_5	V_4	V_3	V_2	V_1	
Σ		$-a_8$		a_6		$-a_4$		a_2		
			b_2		$-b_4$		b_6		$-b_8$	
Δ	β_9	β_8	β_7	β_6	β_5	β_4	β_3	β_2	β_1	

	b_1	b_3	b_5	b_7	b_9	b_8	b_6	b_4	b_2
	a_1	a_3	a_5	a_7	a_9	a_8	a_6	a_4	a_2
Σ	γ_1	γ_3	γ_5	γ_7	γ_9	γ_8	γ_6	γ_4	γ_2
Δ	δ_1	δ_3	δ_5	δ_7	δ_9	δ_8	δ_6	δ_4	δ_2

In den neun Funktionen, die in Art. 674 angegeben sind, ersetzt man nun die Zahl 9 durch 18 und u der Reihe nach durch α, β, γ, δ.

Darauf berechnet man die ungeraden Koeffizienten nach dem in Art. 674 angegebenen Schema, in dem u durch α und v durch β zu ersetzen ist. Die geraden Koeffizienten ergeben sich aus folgendem Schema:

k	10* 8	6 12*	14* 4	2 16*	18* 0
$\mathfrak{A}$	$-K_\gamma$ $+K_\delta$	$+H_\gamma$ $-H_\delta$	$+M_\gamma$ $-M_\delta$	$+L_\gamma$ $-L_\delta$	. . . . .
$\mathfrak{B}$	E_δ E_γ	D_δ D_γ	F_δ F_γ	G_δ G_γ	C_δ $\frac{1}{2}C_\gamma$

Hundertundfünfzehntes Kapitel.

Funktechnische Ergänzungen.

Art. 677. Erdoberfläche und drahtlose Telegraphie. Ein Punkt 1 der Erdoberfläche habe die geographische Breite β_1, ein Punkt 2 die Breite β_2. Der Längenunterschied beider Punkte sei δ. Als Erdradius kann $R = 6365$ km gesetzt werden.

1. Wie groß ist die kürzeste Entfernung A beider Punkte?

Man lege im Nordpol N Tangenten an die beiden Meridiane (Längenkreise), welche 1 und 2 schneiden. Ferner verlängere man die durch 1 und durch 2 gehenden Erdradien, bis sie die Tangenten in S_1 und in S_2 schneiden. Der Erdmittelpunkt sei M. Dann liegt $S_1 S_2$ in dem Dreieck $S_1 S_2 N$ dem Winkel δ, im Dreieck $S_1 S_2 M$ dem Winkel ξ gegenüber und es ist

$$\cos \xi = \sin \beta_1 . \sin \beta_2 + \cos \beta_1 . \cos \beta_2 . \cos \delta \quad \cdots \quad (1\,a)$$

und

$$A \approx 1000\,(\xi/9^0)\,\text{km} \cdot \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

2. Wie groß ist der Winkel γ_2, um den sich der Zeiger einer im Punkte 2 befindlichen Uhr drehen muß, damit er zunächst nach Norden, sodann auf den kürzesten von 2 nach 1 führenden Weg weist?

Man lege im Punkte 2 Tangenten an den (nach Norden weisen den) Längskreis und den kürzesten, nach 1 weisenden Bogen. Ferner verlängere man die durch N und 1 gehenden Erdradien, bis sie die beiden Tangenten in N' und S_1' schneiden. Die Seite $N'S_1'$ liegt im Dreieck $(N'2S_1')$ dem Winkel γ, im Dreieck $(MN'S_1')$ dem Winkel $(90^0 - \beta_1)$ gegenüber. Daraus ergibt sich

$$\sin\gamma_2 = \cos\beta_2 . \sin\delta / \sin\xi \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

Art. 678. Berechnung einer Kapazität und einer Induktivität. 1. Enthält ein Kondensator z Schichten von der Fläche F und der Dicke s, die mit nichtleitendem Stoffe von der Dielektrizitätskonstante $\varepsilon/\varepsilon_0$ erfüllt sind, so läßt sich seine Kapazität C annähernd berechnen. Es ist (nach S. 26)

$$\frac{z\,.\,\varepsilon\,.\,F}{s} = C = z\cdot\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\cdot 0{,}0886\,\frac{F}{[\mathrm{cm}^2]}\cdot\frac{1}{\frac{s}{[\mathrm{cm}]}}\,\mu\mu\mathrm{F} \quad \cdots \quad (3)$$

2. Wickelt man auf einen zylindrischen Kern, z. B. auf ein Preßspanrohr, w Windungen isolierten Drahtes dicht nebeneinander in einer Lage so auf, daß die Gesamthöhe l der Windungen gleich dem mittleren Durchmesser einer Windung ist, so läßt sich die Induktivität L der Spule berechnen. Es ist

$$L = (0{,}082\,41\,w)^2\,\frac{l}{[\mathrm{cm}]}\,\mu H \quad \cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

Art. 679. Die Morsezeichen für Buchstaben, Ziffern, Interpunktionen und die wichtigsten Verkehrszeichen sind in Fig. 637 zusammengestellt.

Als „Elemente“ bezeichnet man die Striche und Punkte, aus denen sich die Morsezeichen zusammensetzen. Es soll

die Strichlänge = 3 Punktlängen,

die Pause zwischen Elementen eines Morsezeichens = 1 Punktlänge,

die Pause zwischen zwei Buchstaben eines Wortes = 3 Punktlängen,

die Pause zwischen zwei Worten = 5 Punktlängen

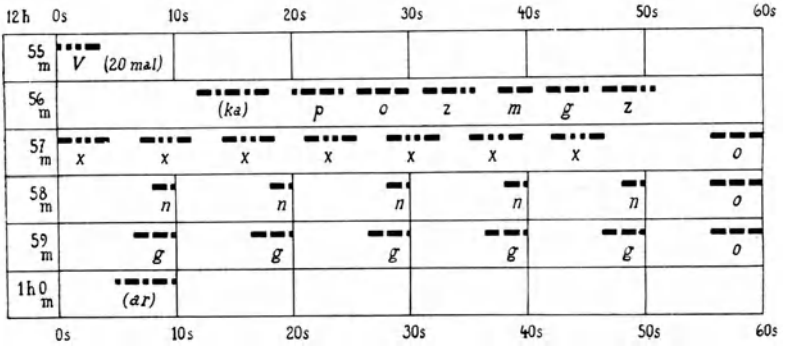
sein.

Aus 1, 2, 3 und 4 Elementen hat man so viel Morsezeichen zusammengestellt, wie möglich ist. Die bei 5 und 6 Elementen mögliche Zeichenzahl ist bei weitem nicht erschöpft.

Fig. 637.

e	▪	ä=à	▬▪▬	1	▪▬▬▬▬
t	▬	b	▬▪▪▪	2	▪▪▬▬▬
a	▪▬	c	▬▪▬▪	3	▪▪▪▬▬
i	▪▪	ch	▬▬▬▬	4	▪▪▪▪▬
m	▬▬	f	▪▪▬▪	5	▪▪▪▪▪
n	▬▪	h	▪▪▪▪	6	▬▪▪▪▪
(mina)		j	▪▬▬▬	7	▬▬▪▪▪
d	▬▪▪	l	▪▬▪▪	8	▬▬▬▪▪
g	▬▬▪	ö='	▬▬▬▪	9	▬▬▬▬▪
k	▬▪▬	p	▪▬▬▪	0	▬▬▬▬▬
o	▬▬▬	q	▬▬▪▬	e'	▪▪▬▪▪
r	▪▬▪	ü	▪▪▬▬	ñ ▬▬▪▬▬	Trennung ▬▪▪▪▬
s	▪▪▪	v	▪▪▪▬	Anruf (ka) ▬▪▬▪▬	
u	▪▪▬	x	▬▪▪▬		
w	▪▬▬	y	▬▪▬▬	Schlusszeichen (ar) ▪▬▬▪	
(sdowkrug)		z	▬▬▪▪		
Bruchstrich oder	▬▬▬▬▬ / ▬▬			.	▪▪ ▪▪ ▪▪ (iii)
Anführungsz.	▬▪▪▬▪ (af)			,	▪▬▪▬▪▬ (aaa)
Klammer	▬▪▬▬▪▬ (kk)			;	▬▬▪▬▪▬ (nnn)
Unterstreichen	▪▪▬▬▪▬ (uk)			?	▪▪▬▬▪▪ (ud)
Bindestrich	▬▪▪▪▪▪ (ba)			:	▬▬▬▪▪▪ (os)
Irrung	▪▪▪▪▪▪▪▪▪ u.s.w.			!	▬▬▪▪▬▬ (gw)

Fig. 638.



Art. 680. Das deutsche Zeitsignal wird mittags und nachts gegen 1 Uhr von Nauen mit der tönenden Welle 3100 m gegeben und mittags vom Berliner Rundfunksender auf den Wellen 484 und 566 m teilweise wiederholt.

Den in Fig. 638 dargestellten Zeichen gehen $4 + 3 + 1\,v$ voraus. Das Zeichen (*ka*) bedeutet „Anruf"; *poz* ist das Rufzeichen von Nauen; *mgz* bedeutet „mittlere Greenwicher Zeit". Die eigentlichen Zeitzeichen bestehen aus den Buchstaben des Wortes „*onogo*". Es folgt innerhalb der ersten Minute nach 1 Uhr das Schlußzeichen (*ar*).

Von $1^h\ 1^m$ ab wird 5 Minuten hindurch jede Sekunde ein Punkt gegeben (zu jeder vollen Minute ein kurzer Strich). Dies sind die sogenannten Koinzidenzzeichen.

Art. 681. Die Beziehungen zwischen der Kapazität C, der Induktivität L und der Eigenwelle λ eines Schwingungskreises sind in der Fluchtlinientafel (Fig. 639) dargestellt.

1. Aus den Gl. (2) S. 403 und (4) S. 405 folgt

$$\lambda = 2\pi c_0 \sqrt{CL} \quad \text{und} \quad lg\,\lambda = lg\,2\pi c_0 + {}^1/_2\,lg\,C + {}^1/_2\,lg\,L \qquad (42)$$

Jede gerade Linie, die über die Zeichnung gelegt wird, ergibt zusammengehörige Werte von C, L und λ.

Bei dem in Fig. 525, S. 542 dargestellten Wellenmesserkreis ist

$$C_{max} = 1000\,\mu\mu\,\text{F}, \qquad \lambda_{max} = 760\,\text{m};$$

also ist nach Fig. 639 $L = 160\,\mu\,\text{H}$. Ferner ist

$$\lambda_{min} = 200\,\text{m}, \qquad \text{also } C_{min} = 70\,\mu\mu\,\text{F}.$$

Diese kleine Kapazität setzt sich aus der Anfangskapazität des Kondensators und der Endenkapazität der Spule zusammen.

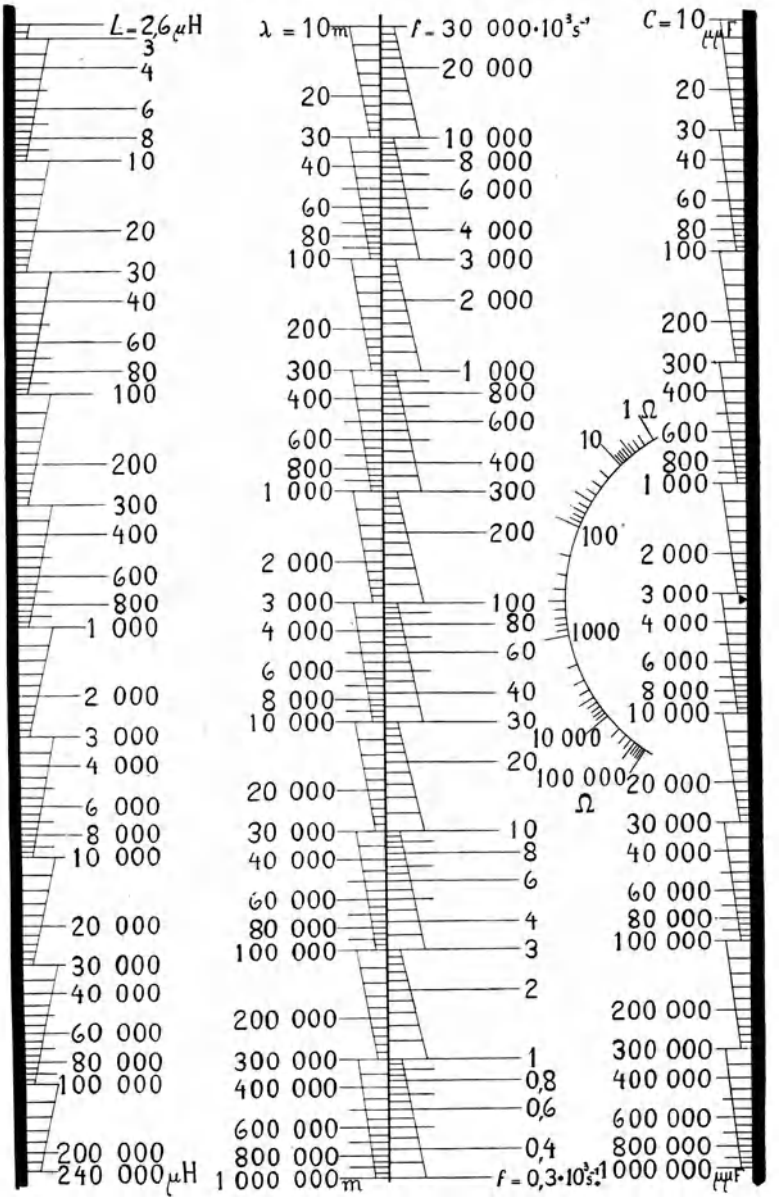
2. Aus der Fig. 568 läßt sich auch der induktive Widerstand ωL und der kapazitive Widerstand $1/\omega C$ entnehmen. Verbindet man z. B. die Punkte $C = 1000\,\mu\mu\,\text{F}$ und $\lambda = 760\,\text{m}$ miteinander und zieht zur Verbindungslinie diejenige Parallele, welche den Mittelpunkt des geteilten Kreises schneidet, so findet man $1/\omega C = 400\,\Omega$. Den gleichen Wert hat bei Resonanz der induktive Widerstand ωL. Für die Kondensatorstellung 0 ($C_{min} = 70\,\mu\mu\,\text{F}$) ergibt sich

$$\omega L = 1/\omega C = 1500\,\Omega.$$

Art. 682. Antennenarten.

In den folgenden Artikeln sind die wichtigsten Antennenarten, ihre Schaltungen, die Empfangsgeräte und die zur Wahrnehmung

Fig. 639.


L = 2,6 μH
3
4
6
8
10
20
30
40
60
80
100
200
300
400
600
800
1 000
2 000
3 000
4 000
6 000
8 000
10 000
20 000
30 000
40 000
60 000
80 000
100 000
200 000
240 000 μH
λ = 10 m
20
30
40
60
80
100
200
300
400
600
800
1 000
2 000
3 000
4 000
6 000
8 000
10 000
20 000
30 000
40 000
60 000
80 000
100 000
200 000
300 000
400 000
600 000
800 000
1 000 000 m
f = 30 000 · 10³ s⁻¹
20 000
10 000
8 000
6 000
4 000
3 000
2 000
1 000
800
600
400
300
200
100
80
60
40
30
20
10
8
6
4
3
2
1
0,8
0,6
0,4
f = 0,3 · 10³ s⁻¹
1 Ω
10
100
1000
10 000
100 000
Ω
C = 10 μμF
20
30
40
60
80
100
200
300
400
600
800
1 000
2 000
3 000
4 000
6 000
8 000
10 000
20 000
30 000
40 000
60 000
80 000
100 000
200 000
300 000
400 000
600 000
800 000
1 000 000 μμF

dienenden Geräte mit Namen benannt und mit kurzen Zeichen bezeichnet. Ferner sind die voraufgehenden Stellen des Buches angeführt, in denen sich eine genauere Beschreibung findet.

Ha bzw. *Hi* = Außen- bzw. Zimmerhochantenne.

Seite	Figur	Seite	Figur	Seite	Figur
518	507	523	511	530	517, 518
519	508	524	512, 513	—	527
520	509	525	514	545	528
522	510	529	516	—	529

Er = Erdleiterantenne (z. B. zwischen Gas- und Wasserleitung oder zwischen Licht- und Wasserleitung).

Ra = Schleifen-, Rahmen- oder Spulenantenne. S. 532, Fig. 519 und 521. Die Wirkung ist etwa dem Durchmesser einer Windungsfläche proportional. Für Ortsempfang genügt in der Regel (bei Verwendung eines Dreiröhrengeräts an der Grenze der Rückkopplung) eine Spule von 10 oder 20 cm Durchmesser. Empfehlenswerter ist eine Spule mit etwa 50 cm Durchmesser. Für Fernempfang ($300\,\text{m} < \lambda < 600\,\text{m}$) verwendet Verfasser eine drehbare Rahmenantenne mit 12 Windungen (Windungsfläche 1,46 m², Spulenfläche 17,5 m²). Noch wirksamer sind große Einschleifenantennen, doch ist die Herstellung schwierig und der Vorteil der Drehbarkeit geht verloren.

Art. 683. Antennenschaltungen (s. die Fig. 640).

Hir = Zimmerhochantenne, in Reihenschlußschaltung mit Kondensator 1, 2 und Spule 3, 4 des Empfängers.

Hin = Zimmerhochantenne, in Nebenschlußschaltung.

Er = Erdleiterantenne, in Reihenschlußschaltung.

Ra = Rahmenantenne, in Reihenschlußschaltung.

Har = Außenhochantenne, in Reihenschlußschaltung.

Han = Außenhochantenne, in Nebenschlußschaltung.

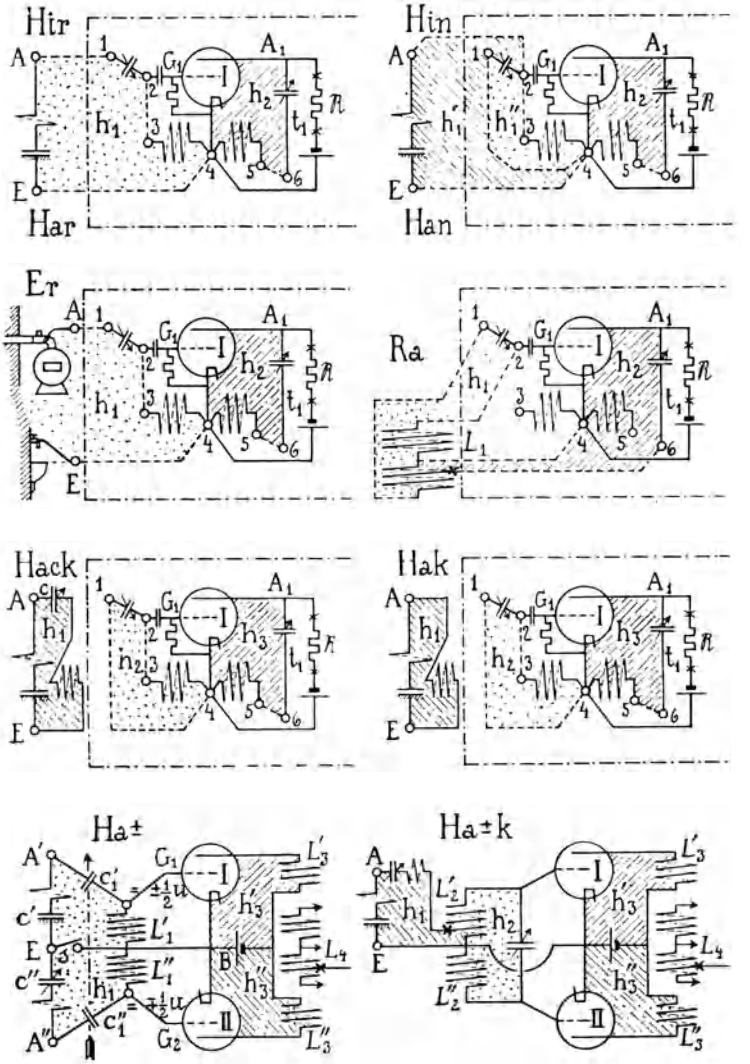
Hack = Außenhochantenne, abstimmbar, in Kopplungsschaltung.

Hak = Außenhochantenne, nicht abstimmbar, in Kopplungsschaltung.

In den ersten sechs Bildern der Fig. 640 ist als einziges bzw. erstes Glied des Empfängers ein Einröhrenempfänger (Schwinggleich-

richter) gezeichnet. Der Widerstand R kann durch einen Kopfhörer K ersetzt werden oder etwa gleich $0{,}2\,M\Omega$ sein und zum

Fig. 640.



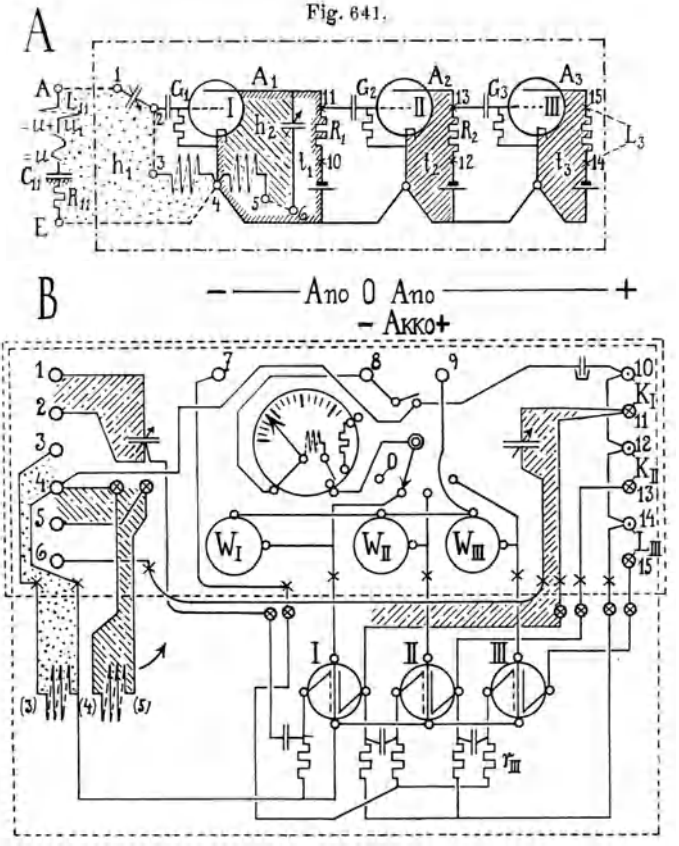
Betriebe eines Verstärkerrohres dienen. — In den beiden letzten Bildern der Fig. 640 ist als erstes Glied des Empfängers ein Hoch-

frequenzverstärker gezeichnet, dessen beide Röhren I und II durch eine Außenhochantenne erregt werden, im Gegentakt arbeiten und zum Betriebe eines Dreiröhrenempfängers dienen.

$Ha\pm$ = Außenhochantenne ($A'E$), in Reihenschlußschaltung mit künstlicher Antenne ($A''E$).

$Ha\pm k$ = Außenhochantenne (AE), abstimmbar, in Kopplungsschaltung mit Doppelspule $L'_2 + L''_2$.

Fig. 641.



Art. 684. Rundfunkempfangsgeräte.

0 = Detektorempfänger. S. 551, Fig. 534 und 535; S. 567, Fig. 553a. Nur mit Kopfhörer (K) zu benutzen.

1 = Einröhrenempfänger (Schwinggleichrichter). Mit Hilfe des Schaltbretts S. 555, Fig. 542 leicht herstellbar. In der Regel nur für Kopfhörer (K), nicht für Lautsprecher (L) zu verwenden.

3 = Dreiröhrenempfänger. Eine praktische Gerätform ist in Fig. 553 b, S. 567 dargestellt. Die Schaltung ist aus nachstehenden Figuren 641 A und B ersichtlich. Für viele Zwecke genügt das Gerät ohne die Röhre III; doch sind Fuß usw. für Röhre III bei jedem Gerät vorgesehen.

5 = Hochfrequenzverstärker mit Dreiröhrenempfänger. Der Hochfrequenzverstärker besteht, wie Fig. 642 zeigt, aus zwei Röhren I und II und den Spulen $L_3' + L_3''$ sowie L_4. Zur Entkopplung der beiden hochfrequenten Stromkreise h_2 und h_3 dienen die kleinen Kondensatoren c_{12} (zwischen A_1 und G_2) sowie c_{21} (zwischen A_2 und G_1). In den beiden letzten Bildern der Fig. 640 ist gezeigt, wie der Hochfrequenzverstärker durch eine Hochantenne, in Fig. 642 ist gezeigt, wie er durch eine Rahmenantenne erregt werden kann.

Art. 685. Empfangsanlagen.

$Hir \cdot 0 \cdot K$	= Zimmerhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit Detektor, Kopfhörer.
$Hir \cdot 1 \cdot K$	= Zimmerhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit Einröhrengerät, Kopfhörer.
$Hir \cdot 3 \cdot K + L$	= Zimmerhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit Dreiröhrengerät, Kopfhörer oder Lautsprecher.
$Hin \cdot 0 \cdot K$	= Zimmerhochantenne in Nebenschlußschaltung, mit Detektor, Kopfhörer.
$Hin \cdot 1 \cdot K$	= Zimmerhochantenne in Nebenschlußschaltung, mit Einröhrengerät, Kopfhörer.
$Hin \cdot 3 \cdot K + L$	= Zimmerhochantenne in Nebenschlußschaltung, mit Dreiröhrengerät, Kopfhörer und Lautsprecher.
$Er \cdot 0 \cdot K$	= Erdleiterantenne, mit Detektor und Kopfhörer.
$Er \cdot 1 \cdot K$	= Erdleiterantenne, mit Einröhrengerät und Kopfhörer.
$Er \cdot 3 \cdot K + L$	= Erdleiterantenne, mit Dreiröhrengerät, Kopfhörer und Lautsprecher.
$Ra \cdot 0 \cdot K$	= Rahmenantenne, mit Detektor und Kopfhörer.
$Ra \cdot 1 \cdot K$	= Rahmenantenne, mit Einröhrengerät und Kopfhörer.
$Ra \cdot 3 \cdot K + L$	= Rahmenantenne, mit Dreiröhrengerät, Kopfhörer und Lautsprecher.
$Ra \cdot 5 \cdot K + L$	= Rahmenantenne, mit Fünfröhrengerät (Hochfrequenzverstärker + Dreiröhrengerät), Kopfhörer und Lautsprecher.

$Har \cdot 0 \cdot K$ = Außenhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit Detektor und Kopfhörer.

$Har \cdot 1 \cdot K$ = Außenhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit Einröhrengerät, Kopfhörer.

$Har \cdot 3 \cdot K + L$ = Außenhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit Dreiröhrengerät, Kopfhörer und Lautsprecher.

$Ha \pm \cdot 5 \cdot K + L$ = Außenhochantenne in Reihenschlußschaltung, mit künstlicher Antenne, mit Fünfröhrengerät, Kopfhörer und Lautsprecher.

$Hack \cdot 3 \cdot K + L$ = Außenhochantenne, abstimmbar, in Kopplungsschaltung, Kopfhörer und Lautsprecher.

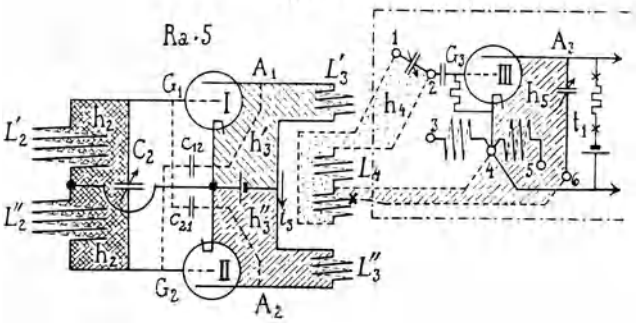
$Ha \pm k \cdot 5 \cdot K + L$ = Außenhochantenne, abstimmbar, in Kopplungsschaltung, mit Doppelspule, Fünfröhrengerät, Kopfhörer und Lautsprecher.

Art. 686. Empfangsaufgaben. A. Empfangsort in der Nähe eines Rundfunksenders, der allein empfangen werden soll.

Empfangsanlagen:

$Hir \cdot 0 \cdot K$, $Hir \cdot 1 \cdot K$, $Hir \cdot 3 \cdot K + L$.
$Hin \cdot 0 \cdot K$, $Hin \cdot 1 \cdot K$, $Hin \cdot 3 \cdot K + L$.
$Er \cdot 0 \cdot K$, $Er \cdot 1 \cdot K$, $Er \cdot 3 \cdot K + L$.
$Ra \cdot 0 \cdot K$, $Ra \cdot 1 \cdot K$, $Ra \cdot 3 \cdot K + L$.
$Har \cdot 0 \cdot K$, $Har \cdot 1 \cdot K$, $Ha \cdot 3 \cdot K + L$.

Fig. 642.



Am empfehlenswertesten sind wohl Erdleiterantenne oder Rahmenantenne (etwa 50 cm Durchmesser) mit Dreiröhrengerät; Kopfhörer im Anodenkreis von Röhre II, Lautsprecher im Anodenkreis von III.

B. Empfangsort fern von jedem Rundfunksender.

Empfangsanlagen:

$Ra \cdot 3 \cdot K + L$, $Ra \cdot 5 \cdot K + L$.

$Har \cdot 0 \cdot K$, $Har \cdot 1 \cdot K$, $Har \cdot 3 \cdot K + L$, $Ha \pm \cdot 5 \cdot K + L$.

Mit der etwa 18 m hohen Antenne (in Kaputh bei Potsdam, S. 524, Fig. 512, in Letschin im Oderbruch, S. 524, Fig. 513) hört man z. B. Wien I deutlich bei Verwendung eines Detektors ohne weitere Verstärkung. Bei Benutzung eines Einröhrengerätes (Schwinggleichrichters) genügt eine niedrigere Antenne (z. B. 5 m über dem Dach eines Wohnhauses), um alle stärkeren Sender zu hören. Eine 18 m hohe Antenne mit Dreiröhrengerät ($Har \cdot 3 \cdot K + L$) bringt alle stärkeren Sender im Lautsprecher zu Gehör. Die empfindlichste Anordnung ist eine solche Hochantenne mit einem Fünfröhrengerät ($Ha \pm \cdot 5 \cdot K + L$); die Anlage ermöglicht nachts den Empfang amerikanischer Rundfunksender. — Geringer Widerstand der Erdung ist wichtiger als große Höhe!

C. Empfangsort in einiger Entfernung vom nächsten Rundfunksender; Empfang des Nachbarsenders und entfernter Sender.

Empfangsanlagen:

$Ra \cdot 3 \cdot K + L$, $Ra \cdot 5 \cdot K + L$.

$Hack \cdot 3 \cdot K + L$.

$Ha \pm \cdot 5 \cdot K + L$.

Auf ländlich bebauten Grundstücken ist eine Außenhochantenne *Ha*, auf städtisch bebauten eine Rahmenantenne *Ra* vorzuziehen. Am empfindlichsten ist eine Anlage mit Hochantenne und Fünfröhrengerät ($Ha \pm \cdot 5 \cdot K + L$).

D. Empfangsort in großer Nähe eines Rundfunksenders. Empfang des Nachbarsenders und entfernter Sender.

Empfangsanlagen:

$Ra \cdot 5 \cdot K + L$,

$Ha \pm k \cdot 5 \cdot K + L$.

Diese Empfangsaufgabe ist recht schwierig zu lösen. Die Verwendung einer Rahmenantenne (von etwa 1,5 m² Windungsfläche) hat vor der Verwendung einer Hochantenne den Vorteil, daß nur zwei, nicht drei, Schwingungskreise abgestimmt werden müssen. Mit Rahmenantenne und Fünfröhrengerät bringt Verfasser im Zentrum von Berlin, ungestört durch die beiden Berliner und den Königswuster-

hausener Sender, starke entfernte Sender mit Lautsprecher zu Gehör (Wien I, Prag, Breslau, Langenberg, Stuttgart, Hamburg, Leipzig usw.).

Art. 687. Auswahl europäischer Rundfunksender.

Sender	λ/m	Sender	λ/m	Sender	λ/m
Münster	242	|Prag|	349	(Brüssel) . . .	508
Gleiwitz	250	[London] . . .	361	Wien I	517
Stettin	252	Leipzig	366	München . . .	536
Kiel	254	Stuttgart . . .	380	|Budapest| . . .	556
Danzig	273	(Toulouse) . .	390	Berlin II . . .	566
Kassel	273	Hamburg . . .	395	Wien II	577
Dortmund . . .	283	Bremen	400	Freiburg i. B. .	577
(Lyon)	291	Bern	411	o Hilversum . .	1060
Dresden	294	Frankfurt a. M.	429	|Warschau| . . .	1111
Hannover . . .	297	{Rom}	449	o Sörö	1154
Nürnberg . . .	303	Köln-Langenberg	469	Königswusterh.	1250
{Mailand} . . .	316	Berlin I	484	o Karlsborg . .	1365
[Dublin]	319	Zürich	494	[Daventry] . . .	1600
Breslau	323			(Radio Paris) . .	1750
Königsberg . . .	330			(Eiffelturm) . .	2650
o Kopenhagen .	337				

o Holland, Schweden, Dänemark. |} Ungarn. [ ] England. ( ) Frankreich, Belgien. {} Italien. || Tschechoslowakei, Polen.

Namen- und Sachregister.

Viele Stichwörter sind nicht einzeln, sondern unter folgenden Zusammenfassungen angegeben:

Feld, elektrisches.
Feld, magnetisches.
Gleichungen, physikalische.
Induktionsvorgang.
Induktivität.
Kapazität.
Meßgeräte.
Meßschaltungen.
Modulation.
Rundfunk.
Schwingung, elektrische.
Schwingung, mechanische.
Spannung, elektrische.
Strahlung.
Transformatoren.
Trommelanker.
Verstärker.
Zahlenwerte.

α-Strahlen, α-Teilchen 634, 658.
Ableseeinrichtungen 317, 351.
Äquivalent: = Masseneinheit 737; Wärme- 268, 750, 752; -ladung 673.
Akkumulatoren 174, 693, 694.
Ampere = Stromeinheit 672, 731, 758.
Amperemeter s. Strommesser.
Amplitude = Höchstwert 129.
Anion-Minusion 675, 686.
Anker- und Feldwicklung 150.
Ankerrückwirkung 179.
Anlassen von Gl.-Maschinen 167.
— — Synchronmaschinen 188, 199.
— — Kurzschlußmotoren 205.
— — Schleifringmotoren 206.
Anode = Pluselektrode 675, 685.
Anregungsspannung 716.
Antennen: Hoch- 518—526; Erdung von Hoch- 526—531; Flächen- 531—536; -übersicht 792; -schaltungen 794.
Arbeit, elektrische 9, 120.
Arrhenius: Dissoziation 675.
Asynchronmotore 204—209.
Atomkern 626.
Audion = Röhrengleichrichter 555.

β-Strahlen 634.
Ballistische Messung 396.
Balmersche H-Serie 703.
Barlowsches Rad 110, 127.
Betriebs- oder meßbare Kapazität 29.
Beweglichkeit elektrol. Ionen 676, 686.
(Biot-Savart) Laplacesches Gesetz 60.
Bleikabel 285—288.
Bohr: Atomtabelle 632; Atomzustände 705; Atomstrahlung 707, 716.
Braunsche Röhre 352.
Bremse: Wirbelstrom- 128; Bremskupplung 169.
Bremsstrahlung 654.

Brückenschaltungen nach Wheatstone 365—372; für ~ 375—380; Kapazitätsmessung 373.

C, wie K gesprochen, s. K.
C, wie Z gesprochen, s. Z.
Charakteristik s. Kennlinie.
Coulomb = Ladungseinheit 732, 758.
Coulombsches Gesetz 13.

Daniell(element)kette 692.
Dämpfung von mechanischen Schwingungen 357; -sgrößen 405; -smessung 411, 426, 448, 540.
Debye und Hückel: Osmotischer Druck 679; Leitfähigkeit starker Elektrolyte 681.
Deklinationsnadel 53.
Detektor-Gleichrichtung 490, 551.
Dielektrizitätskonstante 11, 773.
Dissoziation, elektrolytische 677.
Doppelgitterröhre 471.
Doppelleitung: Eigenschaften 590; Wanderwellen 594; Sinuserregung 596.
Doppelsternschaltung 240.
Dreheisenmeßgeräte 334.
Drehfeld, magnetisches 197, 198; -meßgeräte 335.
Drehkondensator (Köpsel) 37.
Drehspule im Magnetfeld 51.
Drehspulenstrommesser 326—332.
Drehstromdiagramm 192.
Drehstrommaschinen 192—199.
Drehzahl und Umlaufspannung einer Gleichstrommaschine geändert 164; Drehzahl u. Feldstrom geändert 163.
Dreieckschaltung 195.
Dreielektrodenröhre 462.
Dreileiternetz für Gleichstrom 173.
Dreiphasen- s. Drehstrom-.
Drosselspule 100.
Durchgriff 462.
Durchschlagspannung 283.
Dynatron 469.
Dynamomaschinen s. Maschinen, elektrische.
Dynamometer 333.

Effektivwerte 132.
Eigenfrequenz, Eigenwelle 405, 793.
Einankerumformer 199—203.
Eingitterröhre 462.
Einheiten: -tabelle 723; -erläuterung 726—735; -bildung 724—729; -vertauschung 736.
Einphasen(wechsel)strom in induktiven Widerständen 137, 143; in kapazitiven 141, 143; -maschinen 181—192, 201; -motore 207, 209.
Einstein: Masse und Geschwindigkeit 659; Masse und Energie 660; Photoelektrisches Gesetz 649; Bremsstrahlung 654.
Eisen, magnet. Eigenschaft 75, 76.
Elektrisches Feld s. Feld, elektrisches.
Elektrisiermaschinen 43—45.
Elektrizitätsmenge s. Ladung.
Elektrolyse 671—688.
Elektromagnet 124.
Elektrometer 40—42.
Elektromotorische Kraft s. Umlaufspannung.
Elektron: -symbol |; -ladung 657; -masse 669; spezifische Ladung des | 669.
Ellipsoid, dielektrisches 21; -spule und Eisen- 64, 73.
Empfang s. Rundfunk.
Empfindlichkeit von Strommessern 322, 328.
Energie(übertragung)führung, elektromagnetische 245; s. auch Fernversorgung.
Energiequantum, Plancksches 704.
Erdung von Hochantennen 526—531.

Faraday: Induktionsvorgang 104; elektrolytische Niederschläge 672.
Feilspankurven 78.
Feld, elektrisches 2 [*Kapazität].
— — einer punktförmigen Ladung 13, 18.
— — einer linear verteilten Ladung 14, 107.
— — an ebenen, leitenden Flächen 20, 26*.
— — zweier paralleler Drähte 1, 14—17, 31*.
— — nahe Kugel 19; zwischen Kugel und Ebene oder zwischen zwei Kugeln 19, 32*.
— — eines Rotationsellipsoids 21—24.
— — ausgedehntes, gleichförmiges 25.

Feld, magnetisches 52 [*Induktivität].
— — eines Stromelements 60.
— — eines langen geraden Stromleiters 55.
— — eines Volldrahtes 59, 106; eines Rohres 59.
— — zweier paralleler Drähte 17, 65, 87*.
— — von Volldraht in Rohr 84*.
— — zweier bandförmiger Stromleiter 59.
— — axiales, eines Stromringes 61.
— — einer Ringspule 58, 82*.
— — ausgedehntes gleichförmiges, in Ellipsoidspule 63, 87*.
— — einer zylindrischen Spule 58, 62, 66, 95*.
— — der Erde 67—70.
Feldenergie, elektrische 38, 39.
—, magnetische 81, 120.
Feldgleichungen, Maxwell-Hertzsche 105.
Feldlinien s. Feld.
Feldstärke, elektrische: in Stoff 10, 734; im Leerraum oder in Luft 2; in Metallen 9, 252
Feldstärke, magnetische: in Stoff 72, 734; im Leerraum oder in Luft 52.
Feldstrom und Drehzahl einer Gleichstrommaschine geändert 163; Feldstrom- u. Umlaufspannung geändert 164.
Feld- und Ankerwicklung 150.
Fernsprecher: magnetischer 301; elektrostatischer 305.
Fernsprechkabel 287.
Fernsprechverkehr 302.
Fernversorgungsgebiete: süddeutsches 248; mitteldeutsches 247; westdeutsches 250.
Feussner, Kompensationsgerät 381.
Flächenantennen 531—536.
Flächendichte der Ladung 19, 46.
Fouriersche Reihe 143, 785—789.
Franck und Hertz, Elektronenstoß 716.
Fraunhofersche Linien 701, 720.
Freileitungen, Isolation 280.
Eigenschaften s. Doppelleitung.
Frequenz f, Beziehung zu ω, T, λ 405.
Frequenzwandlung durch eisenhaltige Spulen 458; s. auch Gleichrichtung.
γ-Strahlen 634.
(Galvanische Elemente, Zellen) s. Ketten.
Galvanometer s. Gleichstrommesser.
Gauß = Einheit der magnetischen Feldstärke 734.
Gegeninduktivität 82, 116; zweier Stromelemente 88; zweier Quadrate 89; zweier Kreislinien 91; einer zylindrischen Spule und einer Kreislinie 92; zweier Spulen 90, 93.
Gegentaktschalt. 478, 557, 798.
Generator, elektrischer, allgemein 121, 128.
Geometrische Addition 134.
Giebe und Scheibe, piezoelektrisches Frequenzmaß 587.
Gleichrichtung, mechanische 307; elektrische, durch Elektronenstrom 49, 308—311; mit Hg-Dampf 312—313; elektrolytische 314; durch Detektor 551; Verstärkerrohre 553, 555.
Gleichstrommaschinen 146—180.
Gleichstrommesser mit Nadel 324; mit Drehspule 327; Vor- und Nebenwiderstände 330.
Gleichungen der physikalischen Teilgebiete:
1. Ruhe starrer Körper 745.
2. Bewegung starrer Körper 746.
3. Ruhe von Flüssigkeiten 748.
4. Bewegung v. Flüssigkeiten 748.
5. Thermische Dehnung fester und flüssiger Stoffe 750.
6. Wärmemenge 750.
7. Kinetische Gastheorie 751.
8. Thermodynamik 751.
9. Elastische Eigenschaften fester und flüssiger Stoffe 749.
10. Mechanische Wellenlehre 753.
11. Elektrisches Feld 755.
12. Magnetisches Feld 756.
13. Elektromagnetisches Feld 757.
Gleichungen mit einer Unbekannten 784.
Glühlampen-Herstellung 271—274.
Glühelektronen 647, 779.
Goldschmidt: Hochfrequenzmasch. 453.
Görges, Drehstrommotoren 212.
Grundgesetze 106; magnetoelektrisches 55; elektromagnet. 104; der Energieströmung 118.

Hauptschluß-, Hauptstrom- s. Reihenschluß-.
v. Hefner-Alteneck: Trommelanker 148.
Hefnerlampe und -kerze 778.
Heizgeräte 269.
Hertz, Heinrich: Strahlungsfeld 486, 511.
Hertz und Franck: Elektronenstoß 716.
Hittorf: Überführungszahl 685.
Hitzdrahtstrommesser 336.
Hochantennen 518—526; Erdung 526.
Hochfrequenz-Maschinen 452; -Verstärker 568, 778; s. auch Mittelfrequenzmaschinen und Frequenzwandlung.
Hochspannungsnetze 243—245, 280.
Hysteresiswärme 119.

Induktion, magnetische: in Stoff 81; im Leerraum oder in Luft 81.
Induktionsfluß, magnetischer 84, 104.
Induktionsmotore s. Asynchronmotore.
Induktionsmesser (Köpsel) 340.
Induktionsvorgang 103–106; bei Verschiebung eines Magnets 102; Drehung eines Magnets 109; Bewegung von Leitern 110, Drehung einer Kupferscheibe 111; Stromänderung 113.
Induktiver Widerstand 137, 143.
Induktivität 82, 114; s. auch Feld, magnetisches, und Doppelleitung.
Induktivitäten-Vergeichung 375; Messung 379.
Induktionsmaß 790.
Induktor = Läufer mit Feldwicklung 186.
— = Transformator 295.
Induzierte Spannung s. Induktionsvorgang.
Inklinationsnadel 67.
Ion = Atom/| 627.
Ionenwanderung in Elektrol. 685.
Ionisierungsspannung 716.
Isolatoren 278—282.
Isotope im radioaktiven Gebiet 635, 638; der leichteren Elemente 640, 641.

Joule, Einheit der Energie, Arbeit, 723, 740.
Joulesche Wärme 268, 770.

Kabel s. Bleikabel.
Kadmium-Normalkette s. Weston-
Kanalstrahlen 639, 650.
Kapazität, elektrische 26; s. a. Feld, elektrisches, und Doppelleitung.
— — von Platten 26, 790.
— — von gleichachsigen Zylinderflächen 32.
— — zweier Drähte 31; eines Drahtes gegen Fläche 31.
— — reihe- und ||-geschalteter Kondensatoren 30.
Kapazitäten-Vergleichung 377, 582; -Messung 372.
Kapazitiver Widerstand 141, 143.
Kaskadenschaltung 282.
Kathode = Minuselektrode 675.
—, Glühfaden als 462.
Kathodenstrahlen 647.
Kation = Plusion 675.
Kaufmann: q/m 665.
Kennlinie: einer Verstärkerröhre 464, 468; einer Gleichstrommaschine 165, 170.
Ketten, galvanische: Daniell- 692; Leclanché- 692; Trocken- 692.
Kettenleitungen: Theorie 603—618; Übersicht 610; Anwendungen 618.
Kiebitz: abklingende Schwingungen 446.
Klemmenspannung und Umlaufspannung 159.
Klingel, elektrische 293.
Koerzitivkraft 77.
Kohlefadenlampe 270.
Kollektor, Kommutator siehe Stromwender, Umschalter.
Kompaß, magnetischer 69.
Kompensation: nach Poggendorff 380; Feussner 381; Raps 383; Diesselhorst 384; Anwendungen 387; von ∼-Spannungen 393.
Kompensationswicklung 180.
Kondensatoren 33—38.
Kondensatorenkette 608.
Konzentration 738, 739.
Kopplung: magnetische 99; galvanische 427; galvanisch-magnetische 427.
Kopplungsgrad s. Kopplung.

Kopplungswellen: in gleichgestimmten Kreisen 416; in verstimmten Kreisen 420, 425; Stromstärken der 418—426.
Köpsel, Drehkondensator 37; Induktionsmesser 340.
Kraft, wirksam auf Ladung im elektrischen Felde 2, 755; auf Stromelement im Magnetfeld 51, 122, 757.
Kraftübertragung s. Energieführung, Doppelleitungen.
Kraftwerk: Walchensee- 250; Standort 251.
Kreisfrequenz 130, 405.
Kupferscheibe, rotierende 111, 128, 732.
Kurzschlußläufer 205, 206.

Ladung, elektrische = Elektrizitätsmenge 2.
— — des Elektrons 654.
v. Laue: Kristallgitter 712.
Läuferwicklungen 215.
Läutewerk 293.
Lautsprecher mit polarisiertem Anker 300.
— — bewegter Spule 303.
— — bewegtem Bändchen 304.
— — Halbleiterbelegung 306.
Leclanchékette 692.
Leistung, elektromagnetische 10.
Leistungsfaktor 133, 334, 364.
Leistungsmessung 334, 364.
Leiter: Widerstand 265, 266: Isolation 284.
Leitfähigkeit: Def. 9, 252; elektrolytische 676; metallische 261.
Leitung s. Doppelleitung, Freileitung, Bleikabel.
Leitwert 9.
— und Kapazität 255.
Lenardscher Elektronenstoß 719.
Lenardsches Fenster 653.
Lenzsches Gesetz 127.
Lichtbogenfreie Stromwendung 175.
Lichtgeschwindigkeit 501.
Linienintegral s. Umlaufspannung.
Lorentz, H. A.: Masse und Geschwindigkeit 659.
Löschfunkenstrecke 436.

Magneterregung s. Feldwicklung.
Magnetfeld s. Feld, magnetisches.
Magnetische Kreise 79.
Magnetisches Moment 123.
Magnetisierungskurven 75, 76.
Magnetnadel 53.
Magnetometrische Messung 73.
Magnetomotorische Kraft siehe Umlaufspannung.
Martens u. Ganswindt: Sender für kurze Wellen 489.
— u. Zickner: mittelfrequente Vorgänge im Tonfunkensender 443.
Maschinen, elektrische, Übersicht 214; eisenfreie Modelle 109, 181, 192.
Masse und Geschwindigkeit 658.
Maße 725.
Maxwell-Hertzsche Feldgleichungen 105.
Meßgeräte, elektrische, Empfindlichkeit 322; Ableseeinrichtungen 317; Dämpfung 319; Aufstellung 319; Übersicht 316.
Meßschaltungen mit Strom- und Spannungsmesser 140, 331.
— mit Strommesser und Ersatz von Widerständen 363.
— — Spannnngsmesser und reihegeschalteten Widerständen 363.
— mit Strom-, Spannungs-, Leistungsmesser 364.
—, Wheatstonesche Brücke 365-380.
—, Kompensation 380—388, 393.
Mikrophon 300.
Millikan: Photoelektrisches Gesetz 649; Ladung des Elektrons 657.
Mittelfrequenz-Maschinen 112, 191.
— -Verstärker 557.
Modulation: direkte, durch Eisendrossel 480; des Gittergleichstroms 482; fremderregter Sender 483.
Moivresche Formeln 136.
Mol = Masseneinheit 737.
Molekularmagnetismus 70—72.
Morsezeichen 791.
Moseleysches Gesetz f. Röntgenwellen 713.
Motoren, elektr., allgemein 121, 128.

Nadelgleichstrommesser mit Panzer 325; astatische 326.
Nauen, Maschinensender 461; Antennen 520.
Nebenschlußmaschinen 166, 213.
Nernst s. Spannung, elektrolytische.
Niveauflächen s. Feld.

Ofen, elektrischer 236.
Ohm = Widerstandseinheit 259, 731, 758.
Ohmsches Gesetz 9, 252.
Ostwaldsches Dissoziationsgesetz 677.
Oszillograph, S. & H., 347.

Parallelschaltung von L, C, R 408.
— — Synchrommaschinen 188, 199.
— — Drehstromtransformator. 241.
Peilung 789; siehe auch Rahmenantennen.
Pendelunterbrecher 294.
Periodisch veränderl. Größe 129.
Periodisches System der Elemente 623, 632, 760.
Permanente Magnete 77.
Permeabilität: in Stoff 81; im Leerraum oder in Luft 81.
Permeabilitätszahl 78.
Phase und Phasenwinkel 130.
Phasenintegral 704.
Phasenspannung 196.
Phasenwandler 238, 239.
Photoelektronen 649, 781.
Photometrie 778.
Piezoelektrizität 586.
Planck: Wirkungsquantum h 704; Energiequantum hf 704; Strahlungsgesetz 775.
Poissonscher Satz 20.
Potential s. Spannung.
Poulsenlampe 413, 451.
Poyntingsches Grundgesetz 10, 106, 118.
Pungs-Lorenz, Eisendrossel 480.

Quantenzahl 706.
Quecksilberdampf-Gleichrichter 312, 313.

Radioaktive Umwandlungen 635.
Rahmenantennen 531—536.
Raumladungsdichte 20, 463.
Reflexempfänger 571.
Reflexion elektrischer Strahlung 505, 594.
Reibungselektrizität 1.
Reihenschluß von L, C, R 402.
Reihenschluß-Maschinen 165, 167; -Motoren 209, 211, 212.
Relais s. Vorspann 300.
Remanente Stoffeldstärke 77.
Repulsionsmotor für ~ 210.
Resonanz bei Reihenschluß 402.
— — Nebenschluß 408.
— — gemischter Schaltung 455.
Resonanzkreise, mehrfache 547.
Resonanzkurven 358, 359, 411.
Richardson: Glühelektronen 647, 779.
Ringspule 58.
Rogowski: Magnetische Spannung 399.
Röhrensender: Anodenspannung 471; Fremderregung 473; Belastung durch Glühlampe 473; durch Schwingungskreis 473; Selbsterregung 475.
Röntgenstrahlen: Übersicht 714; Wolfram- 715.
Rückwirkung eines Trommelankers 179.
Rundfunk, Übersicht: Empfangsgeräte 796; Empfangsanlagen 797; Empfangsaufgaben 798; Sender 800.
Rutherford: Atommodell 625.
— und Chadwieck, H-Strahlen 644.
Rydberg-Balmersche Konstante N 709.

Sättigung, magnetische 74.
Sättigungsstromdichte an Glühfäden 647, 779.
Schalen, Bohrsche 627.
Schallgeber 301.
Schaltgeräte 288—292.
Schleifenoszillograph 347—349.
Schleifenwicklung 152, 154.
Schleifringmotoren für Drehstrom 205.
Schmidt-Lorenz: Frequenzwandlung 457.
Schumann-Spektralgebiet 701.
Schweißen, elektrisches 237.
Schwingung, mechanische: Grundgleichung 321.
— — Endeinstellung 322.
— — ballistische 341.
— — nach Herstellung eines konstanten Drehmoments 346.
— — schnell folgender Systeme 356.
Schwingung, elektrische: Definition 401.
—-sbilder 430, 432.
—-sdauer 403, 405.
— — gleichklingende 401—427.
— — abklingende 428—449.

Schwingungserregung durch Summer 428.
— — Funkenstrecke 429, 487.
Selbsterregung von Gleichstrommaschinen 164.
Selbstinduktion s. Induktivität.
Serien im Röntgengebiet 714; im Sichtgebiet und UV 711.
Sicherungen 269, 291.
Siemens, Werner von: Hg-Widerstand 259; Selbsterregung 164.
Silbervoltameter 672.
Spannung, elektrische 4—7.
— — eines Transformators 220, 222.
— Phasen-, verkettete — 196.
—-sabfall in Maschinen 159; in Leitungen 246.
—-sgefälle s. Feldstärke.
—-smesser 332; sstufen 8.
—-steilung 203, Beschleunigungs- 661.
Spannung, magnetische 54, 399.
—, elektrolytische 688—690.
—, thermoelektrische 695.
Sparröhren 470.
Spartransformator 238.
Spektrum s. Zahlenwerte.
Sperrkreise 548.
Sperrkreiskette 611.
Spezifischer Widerstand 9, 252.
Spiegelablesung 70, 73, 784.
Spitzenentladung 47, 48.
Spulen verschiedener Form 51, 96—100.
Ständerwicklungen 215.
Steilheit einer Verstärkerröhre 463.
Störbefreiung 546, 550, 619.
Strahlung: Hertzsche 485—489; sichtbare und u. v. 707; Röntgen- 712.
— fortschreitende 493, 501; stehende 495; reflektierte 505; erdgeführte 508; leitungsgeführte 497, 588.
Strahlungsfeld, Hertzsches 508—517.
Strahlungswiderstand 514, 539.
Streuung: beim Ellipsoid 63, bei Transformatoren durch Kopplungsgrad bestimmt.
Strombelag 72.
Strommesser: Gleich- 324, 327, ~ 332.
Stromstärke, elektrische 8, 48.
Stromwandler 235.
Stromwender für Gleichstrommaschinen 150, 176.
Symbolische Darstellung ~ 135.
Synchronmaschinen 181, 192.
Szintillation 651, 658.

Tangentenbussole 52.
Taster 297.
Telephon s. Fernsprecher.
Temperaturmessung 776.
Thermoelemente 317, 698.
Thomson-Brücke 390, 391.
Thomsons Abstoßungsversuch 129.
— Resonanzbedingung 403.
Tonfunkensender: Schaltung 440—449; Kopplungswellen 435; Wechselgrößen 436; Mittelfrequente Vorgänge 443.
Transformatoren: Aufbau 216—218; Diagramme 220, 224, 232; Wicklungswiderstände 223; Verluste 226; Streuung $1 - k^2$ 230; Spannungsverhältnis 220; Primärer Feldstrom 219; Arbeitsstrom 224; Sekundärer Arbeitsstrom 223.
Triaden (z. B. Fe, Co, Ni) 633.
(Trockenelement) Trockenkette 692.
Trommelanker: Einfache Schleife 146; Tabellen 153, 154; Schnitt 152, 155; Abwicklung 148, 151; Nuten 150, 152; Stege 150, 176; Spannung, Feld, Drehzahl 157—164.

Überführungszahl 685.
Umlaufspannung, elektrische 4, 158, 220.
— einer elektrischen Maschine, Änderung mit Feldstrom 164; mit Drehzahl 161.
— magnetische 55.
Unipolarmaschinen: Gleichstrom- 112; ~ 112, 191.
Unterbrecher, periodische 293.

Valenz = Wertigkeit 629.
Variometer 96—100.
Verschiebbarkeit und Verschiebung im Leerraum oder in Luft 12, 734; in Stoff 12, 734.
Verschiebungssätze, radioaktive 638.
Verstärker: -röhren 462.
— für hochfrequente Spannung 568—571.

Verstärker für mittelfrequente Spannung 556—558.
— für Gleichspannung 576—580.
—-röhre als Gleichrichter 553.
—-röhre als Schwinggleichrichter 559—565.
Verstimmung und Kopplungsgrad beim Tonfunkensender 439.
Volt = Einheit der Spannung 732.
Voltmeter s. Spannungsmesser.

Wanderwellen 594.
Wasserzersetzung 671.
Watt = Einheit der Leistung 741.
Wechselgrößenmesser: Dynamometer 333; Dreheisen-Meßgerät 334; Drehfeld- 335; Induktions- 335; Hitzdraht- 336; thermoelektrische 698.
Wechselstrom, s. auch Einphasenstrom und Drehstrom.
Wechselstrombrücke 375—380, 584.
Wellen, elektrische, s. Strahlung.
Wellenmesser 409, 541—543.
Wellenwicklung 155.
Wendepole 179.
Wertigkeit 629.
Weston-Normal-Element 693, 771.
Wheatstone-Brücke 365.
Widerstände: kleine 389; reihegeschalteter Leiter 254; parallel geschalteter 254; von Schwingungskreisen 540; von Verstärkerröhren 463.
Widerstandsleiter 256.
Wien, W.: Schwarzer Körper 774: Strahlungsgesetz 776.
Wirbelstrom-Bremse 128; -Verluste 226.
Wirkungsgrad bei Fernübertragung 246; bei Maschinensätzen 165.

Zahlenwerte:
Atomtabellen 623, 632, 640, 641, 759, 760; Bohrsche Kreise 778; Dichte von Elementen 761; Wasser 766; Lösungen 765; Dielektrizitätskonstante 743; Dehnung, thermische 761; Eigenwellen 793; Elastische Eigenschaften 765, 768; Eigenschaften von Gasen 764; Glühemission 778; Leitfähigkeit, met. 769, 770; elektrolytische 678, 682, 771; Radioaktivität 635, 773, 774; Spannung, elektrolytische 772; thermoelektrische 697, 772; Weston 771; Strahlung 776; Thermometrische Fixpunkte 776; Töne und Klänge 768; Wellenlängen: H 703, He 710, Hg 717, Röntgen 714, 715.
Zeitsignal 791.
Zerfall, radioaktiver 636.
Zugkraft, magnetische 124.
Zündmaschine 184.

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn A.-G., Braunschweig

Das Elektron

Seine Isolierung und Messung Bestimmung einiger seiner Eigenschaften

Von **Robert Andrews Millikan**

Professor der Physik an der Universität Chikago

Übersetzt von

Prof. Dr. **Karl Stöckel**, Regensburg

Mit 32 Abbildungen. X, 263 S. 8°. *(Die Wissenschaft, Band 69.)*

Geheftet *RM* 8.25, gebunden *RM* 10.—

Theorien des Magnetismus

Bericht des Komitees über Theorien des Magnetismus des National Research Council in Washington von **S. J. Barnett, L. R. Ingersoll, J. Kunz, S. L. Quimby, E. M. Terry, S. R. Williams, A. P. Wills.** Nach der im Bulletin of the National Research Council erschienenen Veröffentlichung übersetzt

von **Joseph Würschmidt**

Mit 67 Abbildungen. X, 309 S. 8°. *(Die Wissenschaft, Band 74.)*

Geheftet *RM* 16.—, gebunden *RM* 18.—

Einführung in die moderne Radiotechnik und ihre praktische Verwendung

von

Hugo Mosler und **Gustav Leithäuser**

Prof. Dr. phil., Dipl.-Ing. Prof. Dr. phil., Postrat

2. erweiterte Auflage

Mit 298 Abbildungen. VIII, 364 Seiten

Geheftet *RM* 22.—, gebunden *RM* 25.—